



HAL
open science

Les modèles démoéconomiques hybrides à deux classes d'agents comme outils d'analyse de l'équilibre des régimes de retraites

Stephane Hamayon

► **To cite this version:**

Stephane Hamayon. Les modèles démoéconomiques hybrides à deux classes d'agents comme outils d'analyse de l'équilibre des régimes de retraites. Économie et finance quantitative [q-fin]. Université de Lorraine, 2020. tel-02490033

HAL Id: tel-02490033

<https://hal.science/tel-02490033>

Submitted on 24 Feb 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ
DE LORRAINE

Ecole doctorale SJPEG



CEREFIGE

Centre Européen de Recherche en Économie Financière
et Gestion des Entreprises

Laboratoire CEREFIGE

***Les modèles démoéconomiques hybrides à deux classes d'agents
comme outils d'analyse de l'équilibre des régimes de retraites***

Habilitation à Diriger des Recherches en sciences économiques

20 février 2020

Stéphane Hamayon

JURY

Examineurs

Florence LEGROS, Professeure de sciences économiques, Ancien recteur d'académie, Directrice générale ICN Business School

Myriam DORIAT-DUBAN, Professeure de sciences économiques, Directrice du pôle scientifique SJPEG, Université de Lorraine.

Olivier DAMETTE, Professeur de sciences économiques, BETA, Université de Lorraine

Rapporteurs

Anne LAVIGNE, Professeure de sciences économiques, responsable des études au COR

Luc ARRONDEL, Professeur associé à PSE, Directeur de recherche CNRS

Didier BLANCHET, Directeur études et synthèses économiques INSEE



1.	Parcours de recherche	5
2.	Bilan des activités de recherche.....	19
2.1.	Un bref état de l'art	19
2.1.1.	Les modèles d'équilibre partiel	20
2.1.2.	Les modèles d'équilibre général.....	23
2.1.3.	Les modèles "hybrides"	24
3.	Méthodologie et démarche expérimentale.....	25
3.1.	Mortalité, fécondité et migration nette	26
3.2.	L'estimation des charges des régimes.....	28
3.2.1.	Le rôle central des taux d'activité.....	28
3.2.2.	La coexistence de régimes multiples	31
3.2.3.	Profil de carrière.....	33
3.3.	Les fonctions de production	37
3.3.1.	La fonction de production de référence	37
3.3.2.	La piste de la croissance endogène	38
3.4.	Salaire, marché du travail et rendement du capital d'équilibre	41
3.4.1.	Salaire effectif et volume d'emploi.....	41
3.4.2.	Stock de capital.....	42
3.5.	L'introduction du risque de marché dans un modèle démoéconomique à deux classes d'agents	44
3.5.1.	Un éclairage sur la dynamique du cours des actions.....	45
3.5.2.	Une modélisation stylisée des marchés boursiers.....	52

3.5.3.	L'estimation de la demi-vie	58
4.	Une application au cadre démo-économique français	63
4.1.	Une simulation de référence	63
4.2.	L'introduction d'un dispositif d'épargne retraite pour compenser la baisse des pensions	64
4.2.1.	Caractéristiques du plan d'épargne retraite fictif	65
4.3.	Une stratégie d'allocation délibérément prudente	68
4.4.	Le verdict des simulations	72
4.4.1.	Un bilan du « bien-être » des agents	74
5.	Projets de recherche	83
5.1.	L'évaluation de la demi-vie des actifs risqués	83
5.1.1.	A la recherche d'un indice non « biaisé »	84
5.1.2.	Les techniques de décomposition entre tendance et cycle	87
5.2.	Les stratégies alternatives d'allocation d'épargne des seniors.....	92
5.2.1.	« <i>Lockbox separation</i> » : une illustration par l'exemple	95
5.2.2.	Plan de retraite optimal : formalisation du concept	98
6.	Bibliographie.....	100
7.	Curriculum Vitae.....	105
7.1.	Etat civil.....	105
7.2.	Formation universitaire	105
7.3.	Carrière professionnelle	105
7.4.	Encadrement de recherches.....	106
7.5.	Liste de publications	106
8.	Liste de 5 publications significatives.....	113

Remerciements

Mes premiers remerciements vont à Madame la Professeure Florence Legros, ma Marraine, qui à force d'insistance et de patience, m'a convaincu de me présenter à l'habilitation à diriger des recherches. J'ai également une dette presque abyssale envers le Professeur Jean-Noël Ory qui m'a guidé avec une attention de tous les instants dans les dédales administratifs et sans qui cette aventure improbable n'aurait pu être menée à son terme. Je n'oublie pas non plus que c'est Anne Lavigne qui, lors d'une douce soirée bordelaise, m'a soufflé l'idée la première !

Voilà pourquoi à 60 ans je me retrouve face à un jury familial, certes, mais un peu effrayant quand même tant ses membres sont prestigieux. Le décor planté, je reprends le fil de mon allocution. Je suis très honoré que Didier Blanchet, qui est ma (notre) référence en matière de retraite et qui a appuyé ma candidature à l'occasion de plusieurs missions dans les pays de l'Est, ait accepté d'être rapporteur.

Un peu effrayant aussi, disais-je, parce qu'il y a d'éminents Professeurs que je connais peu ou pas. Mes relations avec Madame la Professeure Myriam Doriat-Duban sont uniquement épistolaires. Après la lecture de « la présentation synthétique de mes activités de recherche », elle m'a donné de précieux conseils afin d'améliorer la structure de ma présentation. Je l'en remercie. J'ai croisé Olivier Damette en tant que membre d'un jury de thèse qu'il présidait. J'ai apprécié à cette occasion tant sa grande rigueur scientifique que sa bienveillance. Un peu effrayant également parce qu'il y a des personnes que je connais trop bien comme Luc Arrondel, avec qui j'ai des liens de subordination que personne n'ignore¹.

Je remercie aussi Isabelle Maréchal et Imane Amelloul dont mes coups de téléphone ont rougi les oreilles.

Je remercie pêle-mêle, mon inconscience qui m'a conduit aujourd'hui devant vous, David Le Bris pour les chroniques du HCAC40, les dirigeants d'Harvest qui ont toujours soutenu mon projet, Yannick Pradat qui a été un interlocuteur attentif, tous ceux que j'ai omis de remercier et qui ne m'en voudront pas, tous ceux que j'ai omis de citer et qui m'en voudront. Enfin, j'ai évidemment une pensée pour ma famille et puis pour Lorraine et puis pour Garance.

¹ « *Private joke* » dont l'origine est à chercher du côté de Gotham City !

Propos liminaires

Aux yeux du monde académique, la démarche consistant à présenter sa candidature pour une Habilitation à diriger des recherches de la part d'un salarié du secteur privé, qui plus est sans charge d'enseignement, mérite quelques explications.

La société qui m'emploie (en l'occurrence « Harvest »), dont les clients sont principalement des banques et des assurances, poursuit une activité de R&D relativement importante au regard de sa taille. Afin d'accélérer le développement de notre département de R&D, nous avons établi un contrat de collaboration avec l'Association Nationale de la Recherche et de la Technologie (ANRT) pour l'embauche de doctorants dans le cadre d'une CIFRE (convention industrielle de formation par la recherche). Cette volonté s'est concrétisée par l'embauche en CDI de Yannick Pradat après l'obtention de son Doctorat. Le suivi du contrat était assuré pour l'Université de Paris-Dauphine par Madame le Recteur Florence Legros, Professeure des Universités et pour la Société par moi-même en tant que Directeur d'intégration et Responsable scientifique. J'ai donc à cette occasion participé activement à la direction de la thèse du postulant. Cette expérience a été extrêmement positive et nous comptons la renouveler. C'est notamment la poursuite de cette stratégie qui motive ma demande d'habilitation à diriger des recherches. En effet, la présence d'un docteur habilité au sein de l'entreprise crédibilise sa collaboration avec un laboratoire de recherche académique public et renforce la capacité du tandem à délivrer une formation académique et professionnelle aux yeux du Comité d'évaluation de l'ANRT qui statue sur la demande de CIFRE.

Le choix de l'Université de Lorraine appelle également un bref éclaircissement. N'étant pas affilié à un laboratoire de recherche, j'ai suivi les pas de ma « Marraine » Madame la Professeure Legros qui, en prenant la direction générale de l'ICN (dont j'ai intégré le conseil consultatif de la recherche), a migré dans la région du Grand Est. J'ai, en effet, beaucoup travaillé et publié avec Madame la Professeure Florence Legros. Il m'est donc apparu naturel qu'elle soit mon « parrain » scientifique.

Enfin, on ne s'étonnera pas qu'après 15 ans d'entrepreneuriat et autant de salariat, que mes activités d'enseignement et d'encadrement soient inévitablement limitées.

1. Parcours de recherche

Mon parcours de recherche débute par un doctorat en sciences économiques, sous la direction du Professeur Raymond Courbis, soutenu en 1989 à l'université de Paris Ouest Nanterre.

La problématique de ma thèse portait sur les fondements de la fixation du prix des métaux de base (plus exactement des métaux non-ferreux) et sur la question de la gestion inter-temporelle d'une ressource épuisable au sens du problème posé par Hotelling (1931). A la suite de ma soutenance, le Professeur Courbis m'a proposé un poste d'ingénieur de recherche au GAMA (Groupe d'Analyse Macroéconomique Appliquée). Après une période d'hésitation, j'ai décliné son offre car j'avais reçu simultanément une offre d'emploi de l'institut d'études économiques Rexeco – Ipecode (devenu Rexecode après leur fusion). La mission assignée était de concevoir des modèles de projections du futur Livre Blanc de la FFSA : « Assurer l'avenir des retraites », sous l'égide de Patrick Thourot et du Président Denis Kessler.

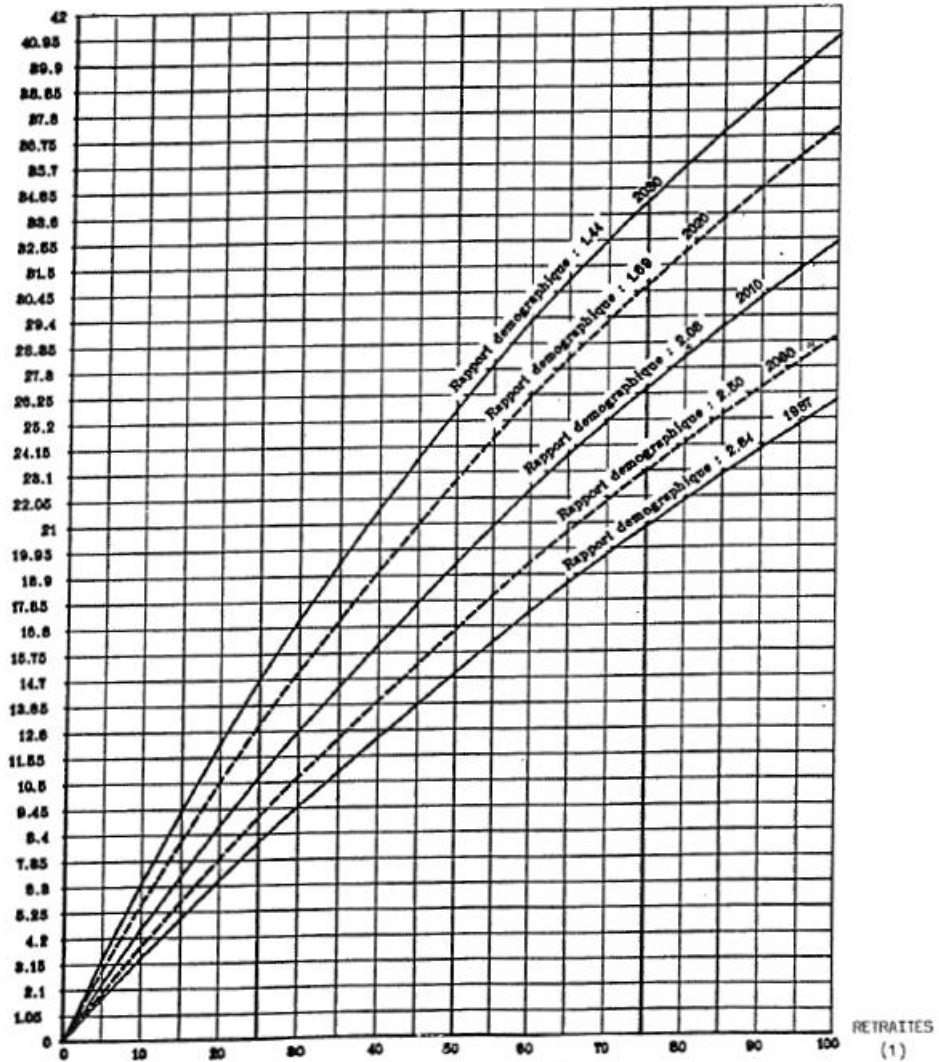
Avec le recul, on peut dégager quelques lignes de force de cette contribution. Elle pose les bases d'une méthodologie de projection adaptée à la coexistence de plusieurs régimes par répartition en adaptant la méthodologie de Malabouche (1987a). Elle recourt aux abaques pour synthétiser l'éventail des arbitrages possibles entre taux de remplacement et taux de cotisation dans le temps (présentation largement reprise depuis en raison de son caractère pédagogique, notamment par le COR).

**RELATIONS ENTRE RETRAITES ET COTISATIONS
SELON LE NIVEAU DE RAPPORTS DÉMOGRAPHIQUES**

(tous régimes confondus ensemble de la population française)

Hypothèses : âge de la retraite stabilisé à 60 ans à partir de 1990 ; pensions de reversion incluses ; chômage réduit à 5 % en 2.015.

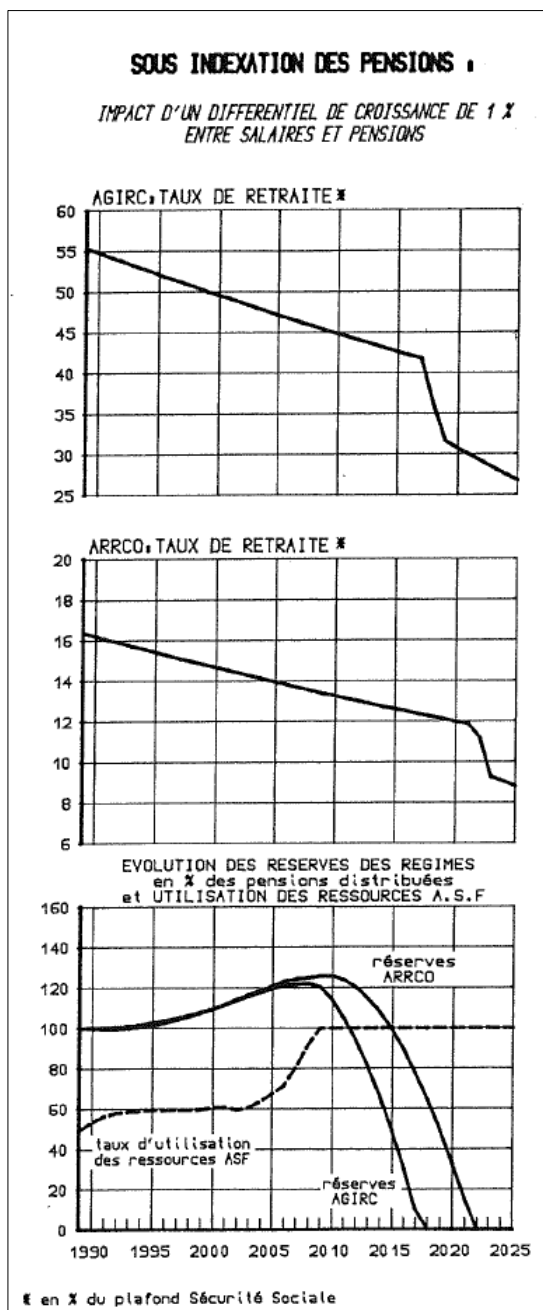
TAUX DE COTISATION



- (1) retraites : en % du salaire net moyen d'un actif
- (2) cotisations : employeurs et employés
- (3) rapport démographique : effectifs cotisants, effectifs retraités.

Assurer l'avenir des retraites, FFSA, 1991.

Elle se révèle *ex post* relativement fiable : l'épuisement des réserves des régimes complémentaires, sujet largement discuté aujourd'hui, était déjà envisagé en 1991 dans le Livre Blanc (cf. graphique ci-dessous).



Assurer l'avenir des retraites, FFSA, 1991.

Par ailleurs, ces recherches² ont souligné de manière insistante les conséquences à long terme de la désindexation entre la croissance des salaires et des pensions sur le pouvoir d'achat relatif des retraités.

Quelque temps après la fin du contrat de recherche contracté avec la FFSA, je reprends une activité plus classique de conjoncturiste. Au début, j'apprends beaucoup, mais les tâches répétitives me lassent et mon profil déjà éloigné des canons académiques, devient « disruptif ». En effet, en 1993, Je démissionne de mon poste pour rejoindre à plein temps la société « Quantix » que j'avais co-fondée dès 1991.

L'occasion de franchir le pas m'est donnée par Denis Kessler qui me recommande avec Didier Blanchet, auprès de Monsieur Ruy de Carvalho son homologue à la tête de la Fédération des assureurs portugais. Le projet est de participer à la conception des modèles de projection du Livre Blanc sur les retraites au Portugal pour l'Associação Portuguesa de Seguradores. Le « Livro branco » sera publié en 1994 sous le titre « O financiamento das reformas ». Je serai également sollicité par le cabinet d'Edouard Balladur (avant qu'il ne soit nommé Premier ministre par François Mitterrand en mars 1993) pour chiffrer les conséquences sur l'équilibre des régimes obligatoires des réformes paramétriques envisageables.

Ces incursions répétées dans le petit monde des spécialistes des transferts intergénérationnels couplées à quelques publications médiatisées sur le « rendement de la répartition³ » ou encore sur « l'opportunité de constituer des réserves⁴ », me valent la surprise d'être invité par la Professeure Florence Legros au premier Forum Retraite de la Caisse des Dépôts à Bordeaux, « Agir ensemble pour l'avenir » en mars 1992.

Loin d'être anecdotique, cette participation va me permettre de sortir de mon relatif isolement d'entrepreneur et de rencontrer des acteurs du monde académique, (Luc Arrondel et André Masson, Anne Lavigne ou encore Patrick Artus...).

Ces passerelles tissées entre le monde de l'enseignement supérieur et celui de l'entreprise, vont fortement déterminer la nature des contrats engrangés par Quantix au démarrage de son activité.

² cf. Hamayon (1991)

³ En mai 1992, François De Witt consacre la une de la « Vie Française » et sa chronique sur France Info à la question du rendement de la retraite.

⁴ cf. Hamayon (1992 & 1993)

Ainsi, en 1994, Michel Didier alors directeur de Rexecode engage un « substantiel » (l'adjectif est choisi volontairement pour son caractère polysémique) contrat de recherche avec Quantix sur les indicateurs avancés de l'économie française. Le principal indicateur sera publié durant plusieurs années dans « La Lettre des Echos ».

L'année suivante Didier Blanchet m'appuie auprès du Ministère des affaires sociales Slovène pour conduire une étude sur la réforme des retraites qu'il ne peut honorer en tant que chef de la division « redistribution et politiques sociales » à l'Insee.

Cette mission de deux années (1995-1996) financée par l'Union européenne et conduite sous la direction du Pr. Milan Vodopivec, se traduira par le développement d'une maquette démoéconomique destinée à simuler l'évolution à long terme du système de retraite slovène et la formation des personnels affectés à son utilisation. La seconde partie de la mission sera menée en collaboration avec Michel Yahiel aujourd'hui Directeur des retraites et de la solidarité à la Caisse des Dépôts. Elle se conclura par un « study tour » qui conduira les acteurs impliqués à rencontrer les représentants techniques de la Cnav, de l'Agirc (en l'occurrence Jean-Charles Willard) ainsi que des personnalités qualifiées comme Madame Simone Veil ou encore Bernard Cochemé.

Les conclusions de cette mission ont été publiées en 1997 par le Ministère du Travail, de la Famille et des Affaires sociales sous le titre sans équivoque de : « Bela knjiga o reformi pokojninskega in invalidskega zavarovanja », ce qui a été traduit, pour ceux qui n'auraient pas fait slovène première langue, par : « Reform of the Pension and Disability Insurance System ».

Cette expérience a été enrichissante à plusieurs titres. Il a fallu, en premier lieu, adapter les méthodes de projection à des données lacunaires (absence de comptes individuels, pénurie d'information sur les profils de carrières et les durées cotisées ...). Par ailleurs, la mission m'a permis de mieux appréhender la place du « technicien » dans la planification effective d'une réforme. Une réforme du système de transferts sociaux est le reflet d'une vision politique sur la place et le rôle des retraités dans la société, elle doit passer par un objectif prédéterminé de taux de remplacement puis mettre en œuvre les moyens pour y parvenir. C'est à ce second stade, destiné à évaluer la capacité du gouvernement à faire face à ses engagements et à en mesurer les conséquences, qu'intervient le technicien. En aucun cas sa position « théorique » sur le choix du système de retraite ne doit primer sur les choix politiques. Le rôle de l'économiste, de mon point de vue, est avant tout consultatif : il analyse la faisabilité de choix politiques et sociétaux prédéterminés ou, dit en des termes plus choisis, « balise le territoire des solutions rationnelles ».

Parallèlement à ma mission Slovène, Nicolas Dufourcq⁵, que j'avais connu lorsqu'il était directeur du cabinet de René Teulade, et désormais conseiller de Michel Bon (PDG de France Telecom) me confie une étude sur les régimes spéciaux en Europe, commanditée par La Poste, France Télécom, la SNCF et EDF. Elle est consacrée aux systèmes de retraite des entreprises de service public. La première partie s'intéresse tout particulièrement au cas français et dresse les perspectives des régimes de retraite en vigueur dans les entreprises commanditaires. La seconde partie donne lieu à l'analyse des systèmes de retraites globaux de quatre pays (Royaume-Uni, Suède, Espagne et Allemagne), et à l'étude d'un certain nombre de régimes de retraite d'entreprises dans les 4 secteurs d'activité (Poste, Télécommunications, Transports ferroviaires, Electricité) concernés par l'étude. Les conclusions pointent la singularité des entreprises publiques françaises au regard de la dynamique européenne. D'une part, lesdites sociétés échappaient au mouvement général de convergence des régimes de retraite observé dans les pays de l'Union européenne, d'autre part, hormis France Telecom, aucune n'avait réglé la question de l'apurement de la dette contractée au titre des retraites. En 1997, cette analyse approfondie sera publiée sous l'intitulé « Le financement des systèmes de retraite spéciaux : une approche internationale ».

Dans la foulée de ce rapport sur les régimes spéciaux, Nicolas Dufourcq me charge d'une étude sur les perspectives démographiques de France Telecom. L'analyse, assez large, concerne la gestion des carrières des personnels fonctionnaires et contractuels, l'incidence des congés de fin de carrière sur les flux de sorties ou encore les liens entre démographie et blocage des promotions. L'exercice de simulation conduit à l'horizon 2040, servira d'argumentaire pour l'opération d'apurement de la dette contractée au titre des retraites à l'occasion de l'ouverture du capital de l'opérateur. Les principales conclusions de l'étude seront reprises dans le rapport de Mr Gérard Larcher sur le projet de loi relatif à l'entreprise nationale France Telecom (session 1995-1996 n°406 du Sénat).

En cette même année George de Menil, directeur d'études à l'EHESS, constitue une équipe pour piloter une réforme des retraites en Roumanie dans le cadre d'un programme de la Banque Mondiale. Sur les conseils de Didier Blanchet, à qui je dois décidément beaucoup, je suis recruté dans cette mission qui se déroulera sur la période 1997-2000. L'objectif central est de concevoir une maquette de simulation du système de retraite roumain.

⁵ Aujourd'hui, Directeur Général de la Banque publique d'investissement (BPI) depuis sa création en janvier 2013.

L'implémentation (pardon pour l'anglicisme) du modèle de simulation sera conduite avec le concours de Florence Legros (alors professeure à l'Université de Paris Sud) également membre de la mission. Soucieux de rompre avec le modèle d'optique purement comptable PROST (*Pension Reform Options Simulation Toolkit*) que voulait nous imposer la Banque Mondiale par l'entremise d'Yvonne Sin (*Lead Specialist under the Social Protection Department of the World Bank*), nous nous sommes inspirés de la structure démoéconomique du modèle de Blanchet (1992) qui utilise des projections démographiques, endogénéisées dans notre cas, pour alimenter un modèle de croissance de type Solow.

Ce type de maquette qui permet de modéliser de manière simplifiée les interactions possibles entre démographie, croissance et marché du travail, limite la déconnexion entre la croissance des facteurs de production et prévient les hypothèses exogènes souvent trop optimistes concernant le rendement du capital.

Ce dernier point était d'autant plus important que la réforme intégrait la création d'un système préfinancé pour lequel l'Etat souhaitait apporter sa garantie. La productivité du capital revêt un rôle central dans ce type de scénario car on chiffre le coût de la transition en simulant une ponction sur les cotisations du système par répartition, les sommes détournées l'étant vers un système provisionné. Le coût acceptable - c'est-à-dire qui peut être financé soit fiscalement, soit par affectation des recettes de privatisation- donne une évaluation du détournement et donc des rentes qui seront versées.

Le coût de la transition et la mesure du risque des fonds capitalisés ont fait l'objet d'un développement spécifique notamment détaillé dans Hamayon et Legros (1999). De manière plus générale, la réforme roumaine sera l'occasion de publier une partie des recherches conduites au cours de la mission⁶. Par ailleurs, les hypothèses et les conclusions des travaux de simulation seront largement documentées dans le rapport de l'OECD 2000, « *Private Pensions Conference* » et du NBER sur les réformes des retraites de la sécurité sociale en Europe⁷.

A partir du début des années 2000, les financements des réformes des systèmes de mutualisation des risques sociaux commencent à se tarir. En dehors d'une formation de la « *task force* » Moldave au cours d'un « *study tour* », et d'un rôle de conseil - vite abandonné tant l'entreprise était bancal - dans l'adaptation pour le Kirghizstan du modèle développé pour la

⁶ A ce titre, on pourra se référer notamment à De Menil et.al. (1999).

⁷ Cf. Feldstein et Siebert (2002)

Slovénie, je n'ai plus participé à de nouvelles missions relatives aux réformes des systèmes de transferts intergénérationnels à l'étranger dans le cadre de financements publics ou parapublics.

Les ressources de Quantix proviendront dès lors de contrats de diverses natures. En cette année 2000, je participe à une étude prospective des grandes tendances de la consommation réalisée en partenariat avec le Crédoc pour la Direction Générale de l'Industrie. Quantix, en charge de l'approche macro-quantitative, propose les éléments de cadrage des scénarios via l'analyse des tendances qui affectent les principales grandeurs démographiques et les grands agrégats macro-économiques. La simulation des scénarios à l'aide d'une maquette d'un modèle économétrique (en l'occurrence le modèle micro-DMS) assure la cohérence globale des évolutions.

A l'aube des années 2000, l'entrée dans l'ère du numérique oriente progressivement l'activité de Quantix vers l'édition de logiciels. Cette mutation technologique est l'occasion d'établir des ponts entre les recherches académiques et des solutions logicielles opérationnelles « *online* » à destination de la Bancassurance. La collaboration sur le long terme initiée avec Luc Arrondel (PSE-CNRS) sur les questions attenantes à la mesure des préférences individuelles pour le risque illustre le phénomène.

Cette orientation délibérée de ma société vers l'édition de logiciels, ne m'empêchera toutefois pas de saisir les opportunités attenantes à la question des transferts sociaux. A cette époque le rapport Teulade (2000) sur l'avenir des systèmes de retraite, fait grand bruit. Ledit rapport faisait valoir qu'un « taux de croissance de 3,5 % par an pendant 40 ans serait nécessaire pour permettre le financement des retraites sans augmentation de leur part dans le PIB ». Ainsi, le choc démographique des baby-boomers serait endigué, sans mesure rigoureuse. Le Medef et la FFSA, par l'entremise de Denis Kessler, me mandatent alors pour faire un audit méthodologique du rapport du Conseil économique et social⁸. L'étude révélera, à l'instar des conclusions d'autres experts, que le rapport Teulade comportait une erreur méthodologique majeure. Ses projections ne prenaient pas en compte le fait que la pension moyenne augmente à long terme au même rythme que les salaires car les pensions servies sont fonction des salaires perçus pendant la carrière. Les salaires augmentant d'une génération sur l'autre, la pension réelle moyenne augmente donc du simple fait du renouvellement des générations de retraités.

⁸ cf. Hamayon (2000).

En 2001, le Conseil national du crédit et du titre (CNCT), présidé par le Ministère de l'économie et la Banque de France, pilote une mission d'étude sur « Les aspects financiers du vieillissement de la population ». Florence Legros (Université de Paris IX Dauphine), Arnaud Sylvain (Quantix) et moi-même, sommes chargés d'étudier l'impact macroéconomique de l'introduction d'une dose de capitalisation dans un système de retraite ; il s'agit toutefois d'une forme particulière de capitalisation puisqu'il s'agit d'un fonds de réserve des retraites que nous créons en capitalisant les excédents du régime dégagés grâce à un allongement de la durée de cotisation.

Le modèle utilise les grandes lignes des travaux de Didier Blanchet, (op. cit.). Il intègre des caractéristiques assez fines du système de retraite des salariés du secteur privé (régimes de base et complémentaires), ce qui permet de simuler des modifications institutionnelles telles que le recul de l'âge de la retraite et est complété par un modèle de croissance. L'originalité de l'étude est que – contrairement au cadre néo-classique généralement utilisé et sur lequel on ne voit, via l'accumulation, que des effets transitoires et limités – nous utilisons un cadre de croissance endogène⁹ qui peut sembler plus adapté pour décrire l'économie contemporaine. L'impact de cette modélisation alternative sera détaillé par Hamayon et Legros (2001) dans un *working paper* du CESifo.

Les principales conclusions de ces travaux montrent que dans certains modèles, rattachés au cadre théorique de la croissance endogène, qui considèrent que le capital est le facteur central de la croissance, les fluctuations des rendements du travail et du capital face à un choc démographique sont différentes de celles enseignées par les modèles néoclassiques. Il en va de même pour ce qui concerne les arbitrages en matière de choix de système de retraite. Il en découle que l'analyse des risques économiques et structurels liés à l'introduction d'une dose de capitalisation dans les systèmes de retraite ne sont pas toujours fondés ou font référence à une vision parcellaire de la théorie.

Les enseignements précédents reposent toutefois sur une argumentation de long terme qui suppose la convergence vers des situations d'équilibre parfait sur les marchés et fait abstraction de leurs imperfections. Or, du fait de leurs imperfections (asymétrie d'information, processus cumulatifs, étroitesse des marchés...), la volatilité des actifs financiers à court terme peut représenter un risque pour le financement des retraites.

L'identification d'un risque macro-économique ou structurel principalement imputable aux évolutions démographiques – notre modèle n'intégrant pas les phases du cycle économique –

⁹ Une première version du modèle de croissance a été présentée au séminaire scientifique du Forum Retraites CDC, Bordeaux, le 16 mars 2000.

couplé à un risque de marché (traduit par la volatilité des actifs risqués), pousse à s'interroger sur l'ampleur du risque global encouru.

Pour tenter d'éclairer cette question complexe, mes pistes de recherche vont désormais se concentrer davantage sur la nature du processus qui régit les prix des actifs financiers. Une première étude empirique, sur les relations entre retraite et risque financier sera publiée en 2001 sous le titre « Retraite et risque financier » dans l'ouvrage collectif de Bruno Palier et Louis-Charles Viossat « Politiques sociales et mondialisation ». L'analyse révélera que la vitesse de réduction de la variance des distributions historiques du rendement des actions domine celle d'une loi normale. Ces premiers diagnostics préfigureront l'orientation de mes futurs travaux.

Au-delà de cette ligne directrice, certains contrats commerciaux vont m'offrir l'opportunité d'enrichir ma connaissance des systèmes de retraite. Ainsi dans le cadre d'un engagement avec AXA Belgium, j'aurai l'opportunité et le plaisir de collaborer en 2003 avec Alain Jousten (ULg) et de me plonger dans la complexité du régime de retraite Belge pour développer un simulateur prospectif pour les travailleurs salariés (ONP), les indépendants (INASTI) et les fonctionnaires. Ma collaboration avec le Professeur Jousten se poursuivra en 2005, année durant laquelle, mandaté par la Poste française, je piloterai une mission sur les systèmes de pension applicables aux anciennes entreprises d'Etat actives dans le domaine de la poste et des télécommunications en Allemagne et en Belgique. La mission s'est avérée particulièrement délicate en raison de l'opacité de la communication qui entoure les réformes, du fait des critiques potentielles de la Commission Européenne dans le cadre d'une éventuelle enquête sur une aide d'Etat.

Mais l'exercice 2005 a surtout été pour Quantix une « *annus horribilis* », pour reprendre l'expression popularisée par Elisabeth II. Quantix avait en 2005, 200 contrats de maintenance, de nombreux produits (type : simulateurs bancaires et systèmes d'aide à la décision) et une absence de dette financière nette. Toutefois la mésentente profonde sur la stratégie entre les associés fondateurs a conduit à la paralysie de la société et à terme à sa dissolution. Pour rappel, Quantix a été achetée par Harvest en décembre 2005, alors qu'elle était en liquidation judiciaire. L'intégration sera une réussite et dès 2006 les produits « Quantix Finances » contribueront au chiffre d'affaires global d'Harvest à hauteur de 20 %.

L'incorporation a été facilitée par la convergence de vue entre les fondateurs de Quantix et les dirigeants d'Harvest. En effet, ces derniers ont été sensibles à la démarche consistant à tisser

des liens avec le monde académique¹⁰ afin d'en tirer des solutions logicielles à forte valeur ajoutée, à terme sources de différenciation commerciale.

De fait, l'actualité réglementaire me donnera assez vite l'occasion de réactiver les partenariats noués de longue date avec les chercheurs du PSE.

En effet, le rapport Delmas-Marsalet, transposition en droit français des directives communautaires (MiFID) qui visent à garantir la libre circulation des services financiers sur la base de normes communes, détermine les diligences minimales à accomplir dans le cadre de l'intermédiation bancaire et financière. Ces nouvelles exigences vont contribuer à renforcer l'appétence des professionnels les plus vertueux du secteur (banques, assurances ou CGP) pour les outils permettant de mieux cibler la commercialisation des solutions d'épargne.

L'engouement pour les outils d'aide à la décision capables d'assister le consommateur dans ses arbitrages permettra d'initier un projet de recherche original articulé autour de la détection des anomalies de structure du patrimoine des ménages. Ce programme de R&D, conduit en étroite collaboration avec Luc Arrondel, vise à détecter les singularités de structure des patrimoines et à proposer des pistes de rééquilibrage de l'épargne financière. Les valeurs des items du patrimoine « théorique » sont estimées par des modèles Tobit sur les données de l'enquête Patrimoine Insee complétées par les informations plus qualitatives sur les préférences des agents issues de l'enquête Pater. Ce diagnostic repose sur une modélisation qui permet d'estimer l'effet individuel de chaque variable explicative (âge, CSP, ...) sur la variable à expliquer (item de patrimoine : épargne logement, assurance vie...). L'exercice est fait en tenant compte des interactions entre variables explicatives afin d'estimer l'effet « pur » de chaque variable sur le patrimoine. Comme le modèle est « additif », connaissant l'effet de chaque variable, on peut donc estimer la détention patrimoniale théorique moyenne pour un individu de profil quelconque même s'il n'existe pas dans l'échantillon. Il est donc possible de créer le « clone » d'un utilisateur. On notera que la méthodologie mise en œuvre dans cette application est inhabituelle. En effet, l'analyse de la détention des actifs est invariablement estimée en termes de probabilité de possession et non en valeur. L'estimation du montant de l'épargne théorique détenue par des individus possédant un item donné du patrimoine, est en ce sens novatrice.

¹⁰ Après la reprise de Quantix, Harvest s'inscrit dans cette continuité. La société Harvest participe aujourd'hui au cofinancement du Panel PATÉR (Préférences et Patrimoines face au Temps et aux Risques) et aspire à être force de proposition dans l'évolution de son questionnaire. En effet, la notion de Panel, apparaît particulièrement féconde, car elle permet de mesurer l'évolution de l'aversion au risque des épargnants dans des environnements économiques contrastés.

Sur un tout autre sujet, les (trop ?) fréquents reparamétrages des régimes de retraite en France me donneront également l'opportunité de me replonger dans des exercices de viabilité des réformes à long terme en intégrant notamment, l'incidence des transferts de cotisation de l'assurance chômage vers la branche retraite planifiés par la « réforme Fillon » et la dynamique du Fonds de réserve pour les retraites (FRR), Hamayon et Legros (2007). L'impact de la dynamique (« efficience » vs. « retour vers la moyenne ») prêtée aux cours des actifs risqués sur l'allocation d'actifs stratégique du FFR sera également étudié par Hamayon et Legros (2008) dans le hors-série de la Revue d'économie financière sur la Crise financière.

La réforme de novembre 2010 (report de 60 à 62 ans de l'âge légal de départ à la retraite) fournira l'occasion d'évaluer la sensibilité du reparamétrage du système de retraite aux fluctuations du marché du travail, Hamayon (2011). Les conclusions montrent que pour garantir l'équilibre, il faudrait associer le relèvement de l'âge de la retraite à une politique soutenue de maintien en activité des salariés plus de 55 ans. Moins de trois années après, le gouvernement procède à de nouveaux ajustements. La réforme de 2013 sera le prétexte d'une évaluation des hypothèses sous-jacentes au retour à l'équilibre prévues dans la réforme et de l'examen méthodique du rôle équilibrant de la détérioration du pouvoir d'achat des retraités, Hamayon et Legros (2014).

Depuis novembre 2013, Harvest a établi un contrat de collaboration avec l'ANRT pour l'embauche d'un doctorant dans le cadre d'une CIFRE (convention industrielle de formation par la recherche) pour nourrir l'activité de R&D d'Harvest sur les problématiques attenantes à la sélection de portefeuilles.

Cette volonté s'est concrétisée par l'embauche de Yannick Pradat sous contrat CIFRE en collaboration avec le laboratoire de recherche en économie financière de l'Université Paris-Dauphine (LEDA-SDFi). Le suivi du contrat est assuré pour l'Université par Madame Florence Legros, Professeure des Universités et Directrice de thèse. Pour la Société par moi-même en tant que Directeur d'intégration et Responsable scientifique.

Le sujet de recherche se focalise sur les risques associés à la constitution d'une épargne retraite (risque de marché, risque macro-économique) et soulève notamment la question de la gestion financière de cette épargne.

L'idée est d'intégrer le caractère non gaussien de la distribution des rendements des actifs risqués pour « revisiter » la structure des portefeuilles déterminée à partir d'un critère classique « d'espérance-variance » et d'opter pour un mode de sélection plus achevé basé sur les moments d'ordre supérieur. Pour cela il est nécessaire de contourner les impasses inhérentes aux programmes s'appuyant sur le paradigme espérance-variance sur lequel les modèles

classiques sont fondés et résoudre des problèmes d'optimisation non différentiables. Par ailleurs, la mise en évidence par beaucoup d'économistes de « force de rappel » dans le processus qui régit le cours des actifs risqués justifie l'introduction d'une diversification temporelle dans les stratégies d'investissements de cycle de vie sans nécessité de faire référence au concept de capital humain et à la flexibilité du marché du travail (Bodie et al. 1992). Ce mode de diversification (qui exploite l'idée que l'incertitude à long terme sur le niveau de rentabilité attendu est plus faible qu'à court terme) est particulièrement intéressant dans le contexte de l'épargne retraite.

Ce type de stratégie soulève cependant de nombreuses interrogations : comment les ménages doivent-ils modifier le poids et la structure de leur portefeuille d'actifs dans le temps ? La constitution de compléments de retraite par épargne va-t-elle modifier l'intensité capitalistique de l'économie compte tenu du phénomène de vieillissement qui caractérise nos économies ? Pour tenter de répondre à ces questions, il a fallu, d'une part, spécifier une modélisation de la dynamique des rendements des actifs risqués et en estimer les paramètres et, d'autre part, intégrer cette dynamique dans un modèle démo-économique complété par un modèle de croissance. Ce travail doctoral a été soutenu à l'université Paris-Dauphine avec succès le 4 juillet 2017 et a fait l'objet d'une publication¹¹ dans « *Review of Accounting and Finance* ».

Le retour d'expérience montre que pour éclairer des questions complexes, la collaboration entre le doctorant, le laboratoire de recherche académique et l'entreprise dans le cadre d'une recherche partenariale publique-privée peut-être un réel accélérateur pour l'entreprise.

C'est notamment la poursuite de cette stratégie qui motive, pour partie, ma demande d'habilitation à diriger des recherches. Cette qualification est susceptible de fluidifier les relations avec l'Association Nationale de la Recherche et de la Technologie qui gère le dispositif CIFRE financé par le ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche.

En effet, la présence d'un docteur habilité au sein de l'entreprise crédibilise sa collaboration avec un laboratoire de recherche académique public et renforce la capacité du tandem à délivrer une formation académique et professionnelle aux yeux du Comité d'évaluation qui statue sur la demande de CIFRE.

Ma volonté, et celle de mon entreprise, est de créer une cellule de recherche réunissant plusieurs docteurs et doctorants au sein d'Harvest afin d'être en mesure d'étudier les

¹¹ Hamayon, S., Legros, F., Pradat. Y. (2016)

interactions entre marchés financiers et changements démographiques et d'analyser plus spécifiquement les nouvelles stratégies d'allocation d'épargne des séniors qui ne manqueront pas d'émerger compte tenu de l'allongement de l'espérance de vie. Le but est également d'atteindre la taille critique qui permet une collaboration avec les laboratoires académiques.

Ce mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches (HDR) vise à faire une synthèse des recherches que je mène depuis de nombreuses années et de leurs prolongements « éventuels » étant donné l'âge de l'impétrant. Ces recherches postdoctorales ne s'inscrivent pas dans la continuité de ma thèse et m'ont conduit à explorer des territoires nouveaux et féconds. En effet, l'ampleur et la diversité de ses enjeux, tant économiques et démographiques que culturels et sociaux, placent la question des retraites au centre du débat public. Au-delà de cette argumentation ampoulée, c'est aussi, je dois l'avouer, pour faire plaisir à ma femme.

2. Bilan des activités de recherche

Mes activités de recherche portent principalement sur le domaine des retraites et des grandes questions qui lui sont connexes. Avant de préciser la nature de mes travaux en insistant sur les développements originaux (s'il est possible d'utiliser ce terme dans un domaine aussi documenté) par rapport aux travaux pionniers dont ils s'inspirent, une rapide nomenclature des différentes méthodes de simulation dédiées à la question des retraites est établie.

2.1. Un bref état de l'art

Pour plagier l'expression de Guérin et Legros (2003) on peut dater le début de « l'industrialisation » des rapports portant un diagnostic sur l'avenir des régimes de retraites par répartition au début des années 1980 avec les rapports du Commissariat général du Plan (1980) « Vieillir demain », dit rapport « Lion », et la contribution méthodologique majeure de Malabouche (1987b) exposée dans « Retraites : les périls de l'an 2030 ». A partir de cette date, de nombreux outils ont été élaborés pour répondre aux questions soulevées par l'évolution des systèmes de retraite face au vieillissement démographique.

Pour comprendre l'environnement dans lequel s'inscrivent mes travaux, il est utile de dresser un état de l'art stylisé des modèles de simulation à la manière de Bac et Chateau (2004) mais loin de l'impressionnante typologie des modèles établie par Dupont et al. (2003) ou plus récemment par Blanchet (2014).

Les outils ayant pour vocation l'analyse de conséquences macro-économiques du vieillissement démographique font essentiellement l'objet de modélisations académiques ou institutionnelles. Ces dernières se distinguent les unes des autres par la nature des variables exogènes qu'elles utilisent ou, dit autrement, par les choix effectués concernant l'endogénéité de chaque variable. Une première distinction de fond peut alors être proposée entre les catégories de modèles : les modèles d'équilibre général, d'une part, et les modèles « comptables », d'autre part, dans lesquels la plupart des grandeurs macro-économiques sont exogènes, ce qui revient schématiquement à considérer des analyses d'équilibre partiel. Une autre source de distinction des modèles, les uns par rapport aux autres, porte sur la nature, plus ou moins précise, des fondements théoriques à l'origine des comportements économiques des agents.

2.1.1. Les modèles d'équilibre partiel

Les modèles d'équilibre partiel utilisent des scénarios démographiques et économiques exogènes (activité, emploi, productivité, coût des facteurs). Parmi ces outils, on peut distinguer les modèles ayant une vocation strictement comptable de ceux visant à analyser de façon plus fine les réactions des agents aux mutations exogènes ainsi que leur situation individuelle (ou modèles de microsimulation).

➤ *Les modèles d'optique comptable*

A l'origine, les évaluations concernant l'avenir des retraites se sont souvent résumées à des projections du taux de dépendance, dont le principal mérite était de révéler, à législation sociale inchangée, les déséquilibres financiers induits par l'allongement de la durée de la vie. Progressivement les modèles agrégés d'optique comptable se sont enrichis afin de mieux rendre compte de la réalité.

Ainsi pour le compte de la DREES, Bac et al. (2003), développent une maquette qui simule le fonctionnement d'un régime de retraite fictif unique en répartition qui agrège l'ensemble des régimes publics et privés obligatoires, pour projeter l'ensemble des dépenses de retraites. Ce choix de modélisation permet de simuler les conséquences globales d'hypothèses économiques exogènes ou encore les implications d'un relèvement de l'âge moyen de liquidation ou d'une baisse des pensions. Cette catégorie de modèles raisonne implicitement avec un agent représentatif et sous une hypothèse de stabilité du ratio capital-travail.

Mais le creusement de déficits requiert une segmentation plus fine des régimes de retraite et notamment une séparation entre secteurs public et privé. La Direction de la Prévision implémente la maquette MARS pour les régimes de retraite du secteur privé Cnav, Arrco et Agirc. La population totale est ventilée en classes supposées homogènes (génération sexe catégorie sociale ou âge de fin d'études, par exemple) et la projection porte sur les individus présentant les caractéristiques économiques et démographiques moyennes de leur classe.

Parallèlement, le modèle ARIANE de la direction du budget, développé en 2002, s'intéresse au régime de retraite de la fonction publique d'Etat à partir d'une modélisation par génération d'assurés.

Citons encore les travaux de la Direction Générale du Trésor qui se matérialiseront par le développement de la maquette VENUS (2007). Cette modélisation constitue une voie intermédiaire entre les maquettes macroéconomiques et les modèles de microsimulation. Le

cœur de la maquette repose sur un échantillon aléatoire de cas-types qui a pour objet de représenter la population réelle des cotisants et des pensionnés de la CNAV.

Malgré des améliorations continues et une grande maniabilité, ces approches atteignent leurs limites dès que l'on cherche à désagréger les projections « macro » au niveau individuel. La remarque est d'autant plus vraie que le calcul du montant des retraites est complexe et individualisé. Or, en 2003, la réforme Fillon introduit plusieurs innovations en matière de barèmes d'acquisition et de liquidation des droits à la retraite. Il s'agit pour l'essentiel de l'introduction des mécanismes de décote et de surcote, destinés à favoriser la flexibilité des choix de départ à la retraite et à encourager l'allongement de l'activité au-delà de l'âge légal d'ouverture des droits à pension.

Les approches agrégées se justifient lorsqu'on s'intéresse à des résultats globaux et que la référence à des agents représentatifs agrégés est pertinente. Par exemple, dans le modèle MARS l'âge de départ à la retraite correspond à l'âge du taux plein, car les auteurs supposent – à juste titre – que les règles antérieures à la réforme de 2003 (décote de 10% par année manquante, pas de surcote) incitent très fortement l'individu à liquider sa pension au taux plein. Or les nouvelles modalités de calcul des droits à la retraite introduites par la réforme de 2003, limitent la validité de l'hypothèse. Dans ce nouvel environnement, pour des raisons évidentes d'hétérogénéité, il est sans doute plus fructueux de partir des comportements individuels pour comprendre le fonctionnement d'ensemble du système. C'est à dire d'utiliser l'apport des modèles de microsimulation.

➤ **Les modèles de microsimulation**

L'avantage comparatif principal des modèles de microsimulation est la production de résultats désagrégés par catégories de population. En l'occurrence, l'incidence des mécanismes de décote et de surcote passe par une analyse des effets de la mesure au niveau des individus ou des ménages. La démarche la plus intuitive pour traiter ces problèmes est de partir des informations individuelles stockées dans les fichiers de gestion des régimes. Pour reprendre l'exemple de l'âge de liquidation, les techniques de microsimulation permettent de modéliser les comportements de cessation d'activité pour chaque individu à partir, d'une part, de la comparaison entre les revenus attendus de la poursuite de l'activité professionnelle et les revenus à la retraite et, d'autre part, de l'utilité accordée au temps ou, plus prosaïquement ; la préférence pour le loisir (cf. Stock et Wise 1990).

Ainsi, dans le sillage des travaux pionniers de Blanchet Chanut (1998), les interactions croissantes entre la réglementation et les comportements individuels ont conduit la Cnav à développer le modèle de micro-simulation PRISME en 2005 pour répondre aux besoins

exprimés à la suite de la réforme de 2003. La taille des échantillons obtenus par tirage dans les bases de gestion de la Cnav (soit près de 4 millions d'individus pour PRISME) est justifiée par l'attente de projections financières à court terme pour lesquelles le besoin de précision est fort.

Depuis, les modèles de microsimulation, considérés comme incontournables pour aborder les questions de redistribution, ont vu leur application progressivement étendue à des champs de plus en plus variés. Citons, à titre d'illustration, le modèle de microsimulation statique CALIPER de la Dress (2013) dédié aux pensions des polypensionnés, ou encore le modèle de microsimulation statique ANCETRE (2011) qui permet de calculer des indicateurs annuels d'effectifs de retraités et de montant moyen de pension tous régimes confondus.

Toutefois, la plupart des recherches sont polarisées sur les modélisations dynamiques qui permettent de simuler des mesures dont l'incidence s'apprécie dans la durée (cf. Dekkers 2015).

Dans le cas de la France, les principaux modèles sont le modèle Destinie de l'Insee, le modèle TRAJECTOIRE (2013) de la DREES et le modèle PABLO mis en place en 2016 (en remplacement du modèle ARIANE) pour projeter la population des affiliés du régime de la fonction publique d'État (FPE). Notons que la plupart des régimes importants commencent aussi à s'équiper de modèles de microsimulation (CNRACL, Arrco, Agirc...).

Par ailleurs, Les développements récents du modèle PENSIPP - qui dérive du modèle Destinie – conduits par Blanchet, Bozio et Rabaté (2013) préfigurent les pistes de développement fonctionnelles de la microsimulation.

En effet, les modèles de microsimulation qui s'appuient classiquement sur des scénarios macroéconomiques prédéfinis afin de ventiler leurs effets au niveau individuel ont tendance à s'éloigner de cet appariement systématique. On note une propension croissante à l'endogénéisation du comportement des agents et à la modélisation des effets de bouclage qui vise à parvenir à un bouclage général sur la base des interactions se nouant au niveau individuel.

Ce type de recherche illustre le rôle central de la microsimulation dans l'analyse des réformes des systèmes de retraites. Ce rôle sera d'autant plus prépondérant que les principaux inconvénients de la méthode seront contrôlés (à défaut d'être résolus). A savoir, la question de la calibration des modèles de grande taille et le caractère stochastique des simulations qui introduit une variabilité artificielle dans les résultats agrégés.

2.1.2. Les modèles d'équilibre général

En matière de système de retraite l'évaluation des réformes envisagées exige la prise en compte d'effets économiques à un horizon temporel lointain. L'interaction entre les évolutions démographiques et les variables économiques individuelles et agrégées en constitue un élément déterminant. Développés dans le sillage des travaux de Auerbach et Kotlikoff (1987) appliqués à l'étude des réformes fiscales, les modèles d'équilibre général calculables à générations imbriquées (MEGCGI) constituent l'un des outils d'analyse et d'évaluation à long terme des régimes de retraite.

Le MEGCGI s'appuie sur le cadre théorique du modèle à générations imbriquées d'agents proposé par Samuelson (1958) dans le cadre d'économies en croissance avec accumulation de capital. Alimentée par des projections démographiques exogènes la dynamique de l'économie est alors entièrement expliquée par les réactions des agents rationnels et en particulier par leur comportement d'épargne pour motif de cycle de vie à la Modigliani (1966). Parce qu'ils permettent d'évaluer les conséquences économiques sur les individus et sur la société dans son ensemble des évolutions démographiques, les MEGCGI offrent un cadre d'analyse approprié à l'étude des régimes de retraite. Ils permettent notamment d'en évaluer les effets en termes de répartition entre les générations.

Toutefois, la notion d'individu dans un modèle MEGCGI est abstraite. Il s'agit d'un individu représentatif de l'ensemble d'une cohorte qui maximise son bien-être sur l'ensemble de son cycle de vie compte tenu de ses anticipations de revenus. De ce fait, en dehors de l'âge, cette classe de modèle ne permet pas d'étudier l'hétérogénéité des individus au sein d'une même cohorte. Cela signifie que les propriétés redistributives des systèmes de retraite sont difficiles à saisir.

Certains travaux récents, cherchent cependant à rendre compte de façon conjointe de l'hétérogénéité des trajectoires individuelles, de la distribution des richesses et des grandeurs des variables agrégées (Hairault et al. 2004). Cependant la grande complexité du calcul numérique des dynamiques endogènes de l'économie conduit en général à simplifier à l'extrême certains mécanismes macroéconomiques clés. Du fait de la prédominance accordée à la cohérence théorique par rapport au contenu empirique, ces modèles perdent une grande partie de leur vertu en termes de prospective quantitative.

2.1.3. Les modèles “hybrides”

Afin d'intégrer des considérations macro-économiques, et non exclusivement comptables, dans les questions liées au financement des régimes de retraite, des modèles “hybrides” ont été développés. Il s'agit de modèles d'équilibre général dans lesquels seuls les comportements clés en matière de réaction au phénomène du vieillissement démographique sont spécifiés de façon détaillée (la rémunération des facteurs, l'accumulation de la richesse par âge, l'évolution des revenus au cours du cycle de vie, ...). En revanche, d'autres aspects macro-économiques, considérés comme accessoires compte tenu des thèmes abordés, sont considérés comme exogènes ou stylisés à l'extrême. Les travaux de Blanchet (1992 et 1994) constituent un exemple emblématique de la démarche. L'auteur propose une maquette démoéconomique simple, caractérisée par un degré d'intégration démoéconomique intermédiaire entre les modèles d'optique comptable (qui ne tiennent pas compte des phénomènes de rétroaction entre un scénario macroéconomique exogène et les réformes simulées, elles-mêmes susceptibles de modifier les variables économiques du cadrage initial) et les modèles d'équilibre général calculables dont le principal avantage est de permettre la prise en compte de diverses interactions économiques au prix d'un certain nombre de simplifications qui en limitent la portée pratique.

Construit à l'origine pour étudier les réactions de la capitalisation et de la répartition face au vieillissement démographique dans le cas français, le modèle reprend les perspectives démographiques usuelles pour simuler un régime fictif unique par répartition et les complète par un modèle de croissance néo-classique de type Solow. Les variables économiques endogénéisées sont donc en nombre limité : l'intensité capitaliste, les rémunérations des facteurs, un chômage de déséquilibre transitoire. Le modèle ne prend donc pas en compte les préférences des agents. Cette ambition réduite confère en contrepartie une grande maniabilité à ce type d'outil et permet d'étudier les interactions entre réformes des retraites et variables macroéconomiques tout en conservant des hypothèses à fort contenu empirique. Une des extensions de ces modèles a consisté à les adapter en vue d'une utilisation en économie ouverte pour analyser les conséquences du vieillissement démographique et des réformes des systèmes de retraites sur les flux de capitaux entre pays¹².

¹² A ce sujet on pourra se reporter à Bac et Chateau (*op. cit.*) ou encore à la thèse de El Hajj Hassan Sleiman, R. (2006), « Conséquences du vieillissement démographique et des réformes des systèmes de retraites sur les flux de capitaux en Europe ». Université Paris Dauphine.

› **L'utilisation des modèles hybrides dans mes recherches**

Mes recherches s'inspirent et s'inscrivent clairement dans le cadre déterminé par les travaux pionniers de Blanchet. Elles visent à développer le champ d'utilisation des modèles hybrides intégrant des caractéristiques plus fines du système de retraite en distinguant notamment les dynamiques des différents régimes qui coexistent en Europe (travailleurs salariés, fonctionnaires et indépendants).

Le recours à ces modèles s'est avéré particulièrement utile en l'absence de séries chronologiques relatives aux carrières individuelles ou dans les pays ne disposant pas de données statistiques assez anciennes ou assez fiables pour envisager l'utilisation de techniques alternatives (anciens pays du bloc de l'Est).

Cette catégorie de modèles très souples peut être adaptée pour analyser la problématique des risques inhérents à l'utilisation des revenus du capital pour financer les retraites : le risque démoéconomique (« *asset meltdown hypothesis* ») et le risque lié à l'imperfection des marchés qui se traduit par une forte volatilité des actifs financiers. Ainsi, la sensibilité des fonds de réserve pour les retraites (« *buffer fond* ») aux risques financiers a pu être abordée par le biais de modèles hybrides dans plusieurs pays européens.

De même des pistes de recherche périphériques relatives au complément de retraite par épargne m'ont conduit à utiliser un modèle de croissance hybride pour y intégrer des éléments de la dynamique du prix des actifs risqués afin de déterminer des stratégies contrastées d'allocation d'actifs de cycle de vie (LCAA).

3. Méthodologie et démarche expérimentale

Dans cette section, l'accent est mis sur la description des fonctionnalités implémentées afin d'élargir le spectre d'utilisation d'une maquette de simulation qui s'inspire initialement des travaux de Blanchet (op. cit.). Certaines spécificités ont été développées afin d'adapter les modèles de simulation à des pays caractérisés par des systèmes statistiques défaillants. Toutefois, pour plus de clarté, la plupart des améliorations décrites (hors démographie) sont centrées sur l'étude du système de retraite français.

3.1. Mortalité, fécondité et migration nette

Dans certains pays, on ne dispose pas de projections récentes (parfois d'aucune) pour la population. Pour cette raison le bloc démographique des maquettes est conçu soit pour travailler à partir des projections démographiques exogènes, soit pour effectuer ses propres projections.

Dans ce dernier cas l'évolution de l'espérance de vie à la naissance est paramétrable. La logique de la simulation, largement subjective, ne répond pas au mode d'élaboration orthodoxe des projections démographiques. Cette démarche peu académique s'est toutefois avérée indispensable tant les instances statistiques nationales se désintéressaient du sujet. A tel point que dans le « *Statistical Yearbook of Romania 1996* », les données de la pyramide des âges pour les hommes et les femmes étaient identiques. Il s'agissait manifestement d'une coquille, mais elle illustre parfaitement le peu d'attrait des autorités de l'époque pour les perspectives démographiques. Ainsi, en 1993, les perspectives financières à long terme des régimes de retraite¹³ en Roumanie ont été réalisées sur la base de probabilités de décès constantes sans hypothèse alternatives d'espérance de vie.

Pour cette raison, nous avons intégré un module de simulation démographique sommaire dans notre maquette démoéconomique. En dépit de ses limites évidentes, ce bloc de simulation peut être utilisé pour déterminer des scénarios démographiques contrastés.

La logique de son fonctionnement est la suivante. A partir d'un jeu d'espérances de vie à la naissance $e(0, v)$ de valeur v , on sélectionne des vecteurs de quotients de mortalité qx correspondant à la séquence d'espérance de vie à la naissance sélectionnée. La probabilité de survie à l'âge x , $px = (1 - qx)$ est, en effet, directement reliée à une espérance de vie à la naissance par la formule: $ex_0 = \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\omega} \left(\prod_{j=1}^i px_j \right)$ où ω est l'âge limite de la vie biologique. Les vecteurs des quotients de mortalité qx qui correspondent à un jeu assez large d'espérance de vie à la naissance $e(0, v)$, ont été sélectionnés à partir des tables types de mortalité de Nations Unis¹⁴. L'hypothèse d'évolution de l'espérance est alors construite en fonction d'un appariement entre des dates futures (t) et des valeurs (v) d'espérance de vie à la naissance. Une fois la matrice de coefficients $Qx(e(0, v), t)$ déterminée, le modèle extrapole l'espérance de vie à chaque âge par le biais d'un ajustement polynomial logistique sur le temps. Les

¹³ White Paper to reform social security and pensions, the Romanian Government, Ministry of Labour and Social Welfare, Department of Public Information, 1993.

¹⁴ Model Life Table for Developing Countries, United Nations.

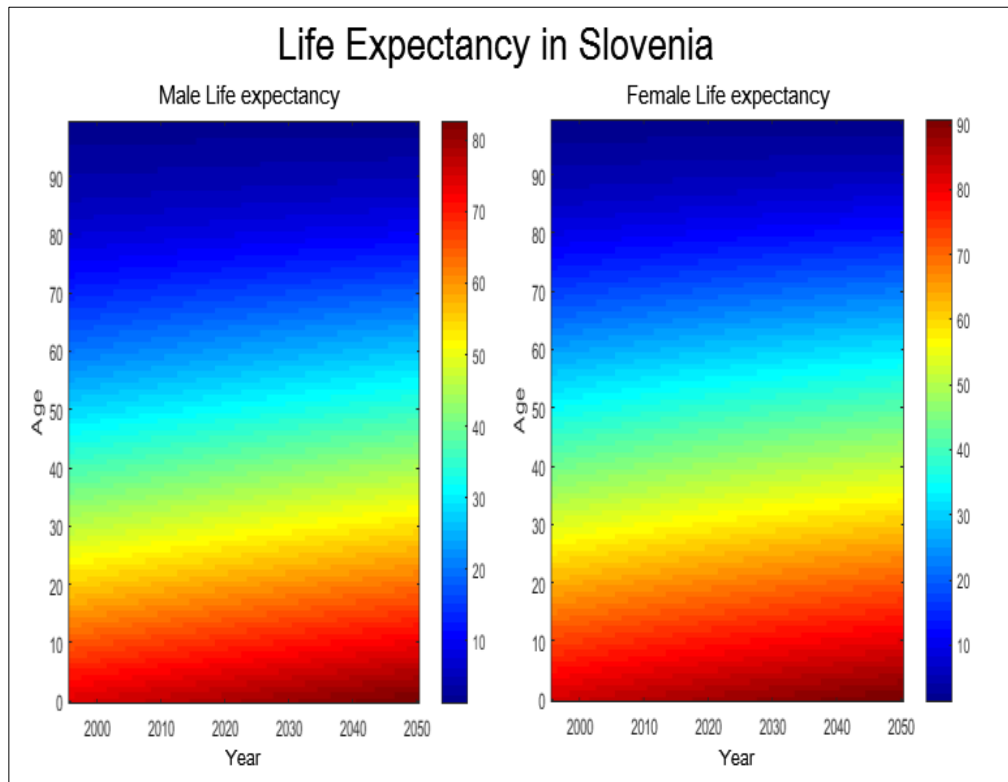
coefficients sont ensuite lissés transversalement au moyen d'un filtre Hodrick-Prescott (1981)¹⁵. Notre méthodologie est fondée sur les quotients de mortalité du moment (ou transverses). Dans ce cas l'espérance de vie (à la naissance ou à tout autre âge) est la durée moyenne de vie qu'aurait une génération si, au cours de sa vie, elle était soumise, à chaque âge, aux taux de mortalité enregistrés à un moment donné. On notera que l'espérance de vie du moment présente le sérieux inconvénient de mélanger des individus nés au cours de différentes années par rapport aux tables de mortalité par génération (ou longitudinales) cependant beaucoup plus difficiles à construire. La maquette permet le contrôle graphique de la vraisemblance des résultats dérivés des hypothèses démographiques et, de ce fait, leurs révisions *ex post* (cf. ci-dessous un exemple de simulation pour la Slovénie en 1995).



¹⁵ Soit $y_t = g_t + c_t$ où g_t est la valeur du trend en t , c_t la composante cyclique. Pour déterminer g_t l'idée de départ du filtre de Hodrick Prescott est de proposer une fonction qui fait l'arbitrage entre 2 objectifs :

- trouver les valeurs de g_t qui approchent aussi bien que possible y_t ;
- trouver des valeurs g_t dont l'accélération $(\Delta g_{t+1} - \Delta g_t)$ soit la plus faible possible.

Le programme de minimisation est le suivant : $\min \sum ((y_t - g_t)^2 + \lambda \sum ((\Delta g_{t+1} - \Delta g_t)^2)$. Dans ce programme, λ est un paramètre ad hoc qui reflète l'importance relative que l'on accorde à la souplesse de la tendance par rapport à l'ampleur des cycles.



Dans le même esprit, la fécondité, la distribution des taux de fécondité ou encore la distribution par âge de l'immigration nette sont également paramétrables.

3.2. L'estimation des charges des régimes

Dans un grand nombre de pays, on recense un petit nombre de régimes de retraite distincts. Ils assurent généralement la mutualisation des risques sociaux des « *wages earners* », « *self employed* » et « *civil servants* ». La coexistence de plusieurs régimes, et non plus d'un régime fictif unique regroupant la totalité de la population active, nécessite une adaptation du décompte des charges des régimes. On notera toutefois que la logique de fonctionnement de ce type de maquette démoéconomique atteint vite ses limites face à la multiplication des régimes de retraite. Ces modèles de simulation ne sont pertinents que pour étudier des régimes dont le poids est significatif dans la population active. Pour simuler l'équilibre des "petits régimes", les modèles d'optique comptable sont bien mieux adaptés.

3.2.1. Le rôle central des taux d'activité

Dans les régimes de retraite pour lesquels on ne dispose pas de compte individuel (faute d'accès aux données ou d'existence de chronique de cotisation), les taux d'activité jouent un rôle central pour estimer le montant des droits validés par les futurs retraités (et donc des charges théoriques des régimes). En effet, Gérard Malabouche (1987a) montre qu'une solution

pour approximer les charges d'un régime par répartition consiste à passer par le biais des taux d'activité des générations. Considérons par exemple les hommes de la génération G dans un régime par répartition R. On suppose que la proportion d'hommes de la génération, actifs au temps T dans le régime R, est de $\mu\%$ Il est alors équivalent de dire que chaque homme de la génération G a cotisé en moyenne $\mu/100$ année dans le régime au cours de l'année T. Si l'on fait le cumul des taux d'activité sur l'ensemble de la vie active d'une génération, on détermine approximativement la durée moyenne de cotisation d'un individu quelconque de la génération. Il est par la suite possible d'estimer pour chaque génération les droits validés dans un régime donné. Dans la pratique, la méthode doit naturellement être affinée pour tenir compte du taux de chômage et l'estimation des taux d'activité historiques compatibles avec les charges effectives des régimes doit souvent faire l'objet d'une recherche expérimentale intensive.

Il est donc théoriquement possible d'estimer pour chaque génération les droits validés dans un régime donné. Dans les régimes par annuités, l'estimation des taux de remplacement des générations est donnée par la formule suivante dans laquelle la sommation des taux d'activité $ar(s, a, t)$ joue un rôle central :

$$Rp_{(s,g,t)} = \text{Min} \left(\sum_{a=\text{Max}(15; dcr-t+g)}^{a=g-1} ar_{(s,a,t-g+a)} ; QL \right) \times anr$$

avec:

- Rp : le taux de remplacement moyen des générations
- ar : le taux d'activité dans le régime
- QL : la durée de cotisation pour une carrière complète
- anr : le taux de l'annuité
- t : la dimension temporelle
- s : le sexe
- g : l'âge des retraités
- dcr : la date de création du régime

De même dans les régimes par points, l'estimation du nombre de points moyen acquis par les individus d'une génération g à la date t est donnée par la formule :

$$PN_t = \sum_{s=1}^{s=2} \sum_{g=r}^{g=99} P_{s,g,t} \times \sum_{d=\text{Max}(15; dcr-t+g)}^{d=g-1} ar_{(s,d,t-g+d)} \times \frac{SD_{(s,d,t-g+d)} \times TC_{(s,d,t-g+d)}}{SR_{(s,d,t-g+d)}}$$

avec:

- PN : le nombre de points acquis par les individus en (t) dans le régime
- SD : le salaire différentiel
- TC : le taux de cotisation contractuel
- SR : le salaire de référence
- P : population totale

Dans les pays ne disposant pas de projections de population active, des bornes minimum et maximum sont fixées par classe d'âges pour des horizons donnés. Les taux d'activité « ar » sont alors estimés au moyen d'une distribution logistique du type :

$$\log \left[\frac{ar_t - ar_{\min}}{ar_{\max} - ar_t} \right] = a_1 t^n + a_2 t^{n-1} + \dots c$$

$$\hat{ar}_t = \frac{\left[e^{(a_1 t^n + a_2 t^{n-1} + \dots c)} \times ar_{\max} \right] + ar_{\min}}{\left[1 + e^{(a_1 t^n + a_2 t^{n-1} + \dots c)} \right]}$$

Le polynôme est estimé par les MCO. Dans de nombreux cas, quand les taux d'activité sont estimés par une droite, ar_{\max} correspond à la limite vers laquelle tendent les taux d'activité ar quand $t \rightarrow +\infty$, ar_{\min} est le taux vers lequel ar converge quand $t \rightarrow -\infty$. Pour les âges élevés, les taux d'activité sont extrapolés en fonction des hypothèses faites sur l'âge de la retraite.

Les sorties d'activité sont modélisées de manière extrêmement sommaire relativement aux techniques de microsimulation qui permettent de modéliser les comportements de cessation d'activité pour chaque individu en s'inspirant des déterminants de la décision de départ à la retraite identifiés par Gruber & Wise (1999). Le principe retenu revient à modéliser le comportement de départ en retraite en fonction de la distance à l'âge permettant un départ au taux plein. Cette solution a l'avantage d'être simple mais n'est pertinente que si les règles (bonus / malus) incitent l'individu à liquider sa pension au taux plein. Concrètement, on suppose qu'à partir d'un « âge pivot » (âge à partir duquel les taux d'activité des générations ont une pente clairement négative) jusqu'à l'âge où toute la population active est partie à la retraite, les taux d'activité suivraient une loi paramétrique. Les tests nous ont conduits à retenir une loi de Weibull en raison de sa souplesse adaptative.

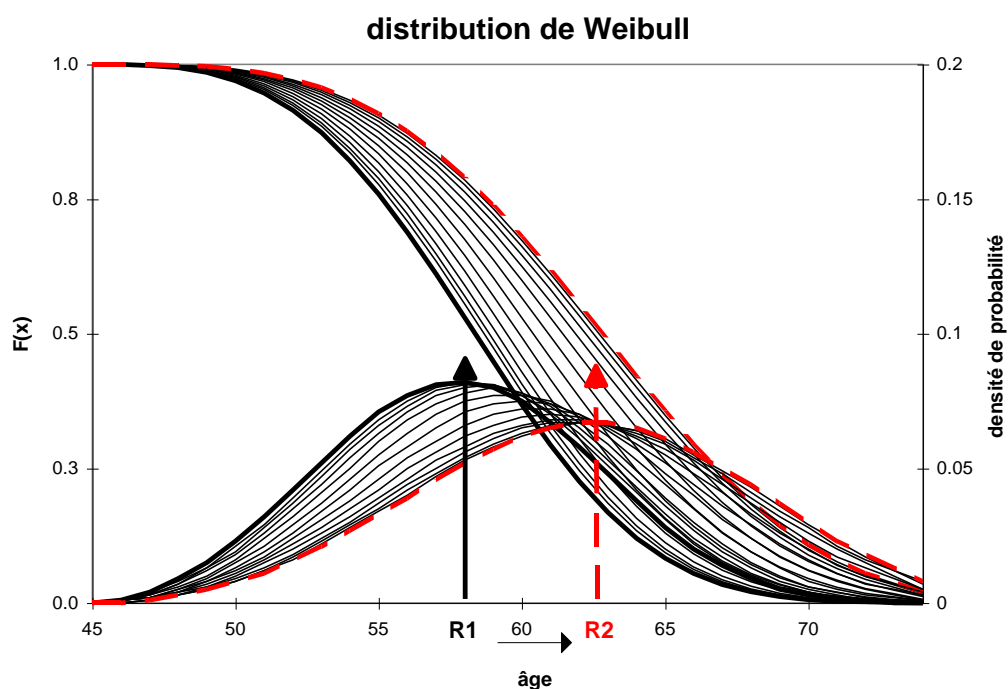
$$F(t) = e^{-(\lambda \cdot t)^\beta} \quad ; \lambda = \frac{1}{T} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

avec :

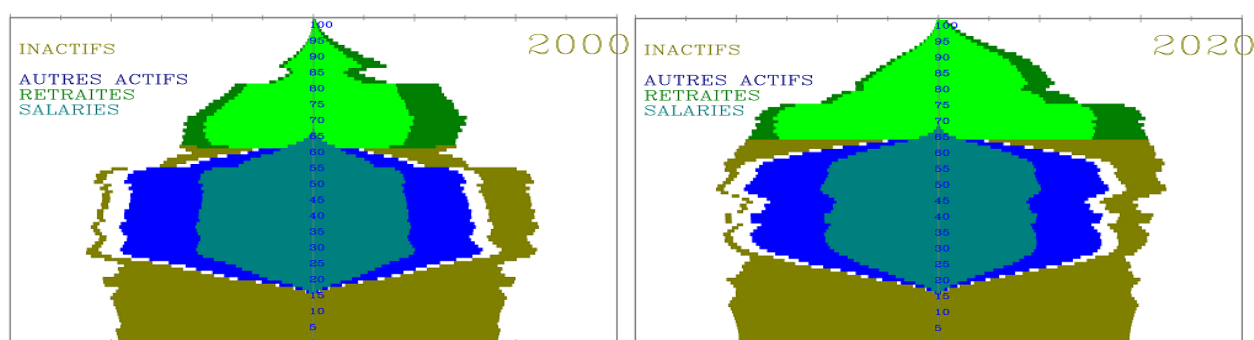
- t : vecteur des âges depuis l'âge "pivot" jusqu'à l'âge d'activité maximum
- T : âge légal de retraite
- β : coefficient de dispersion

L'hypothèse d'une augmentation de l'âge de la retraite détermine une batterie de nouvelles distributions de Weibull. L'espérance mathématique de la dernière loi correspond au nouvel âge de la retraite. Le graphique ci-dessous illustre le concept. Il montre deux distributions de Weibull correspondant à deux âges de retraite différents : R1 est l'âge initial et R2 est le nouvel âge de la retraite. En France, la sévérité des coefficients d'abattement justifie la convention.



3.2.2. La coexistence de régimes multiples

Bien que ces techniques de simulation soient plus appropriées pour les pays dépourvus d'appareils statistiques fiables, nous illustrons les complications posées par l'existence de plusieurs régimes de retraite en nous appuyant sur l'exemple des régimes de salariés du secteur marchand non agricole en France (dont les règles de fonctionnement ont le mérite d'être connues).



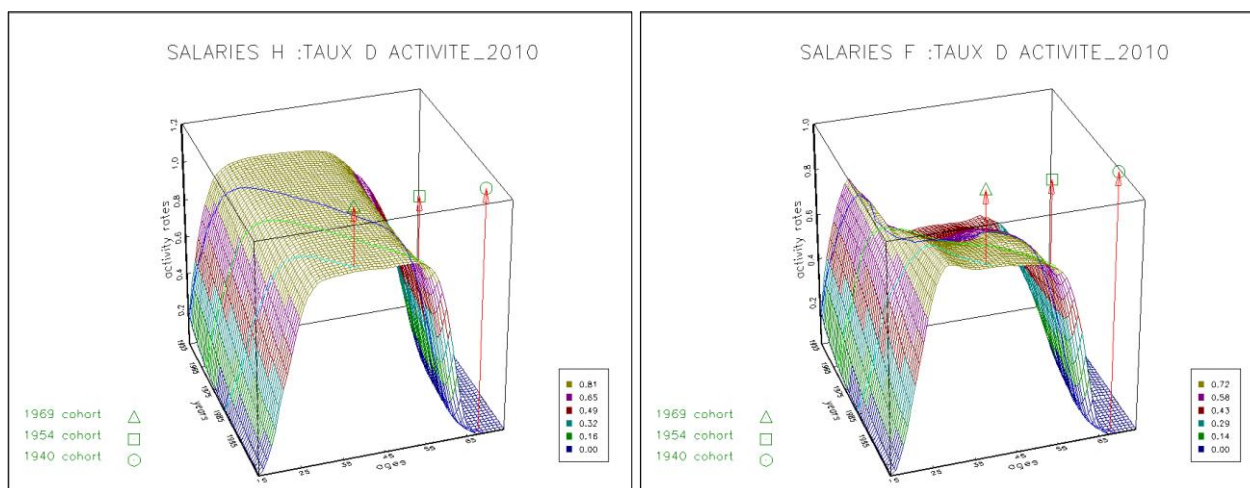
Bien que les affiliés aient tous le statut de travailleur salarié, ils dépendent de plusieurs régimes ce qui autorise le parallèle avec le cas des pays dont les régimes couvrent plusieurs catégories socioprofessionnelles. Dans le ce cas précis, on se heurte à deux problèmes distincts. D'une part, la rétopolation des taux d'activité des salariés et, d'autre part, la difficulté posée par l'existence de deux régimes, cadres et non cadres, dont l'appartenance est subordonnée au franchissement d'un seuil de salaire (en l'occurrence le plafond de la sécurité sociale PASS).

Concernant les taux d'activité, il est possible d'estimer des chroniques de taux d'activité par génération cohérentes sur le passé à partir d'ajustements logistiques dont les coefficients sont déterminés de manière à minimiser les écarts entre les durées d'assurance enregistrées lors de la liquidation des retraites au temps (t) par la CNAV (Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse) et la somme des taux d'activité par génération calculés par la maquette. Le même protocole de minimisation est retenu pour les régimes complémentaires. Les graphiques rétopolés générés par le module de calcul des taux d'activité par sexe et âge permettent de vérifier la cohérence de l'empilement des ajustements polynomiaux déterminés par le programme d'optimisation visant à minimiser, sous contrainte de forme, l'écart entre la somme des taux calculés par génération et les durées de cotisation observées au sein des cohortes de retraités. Les "tunnels" formés par la distribution des taux par âge s'expliquent par la montée du taux de salariat et d'encadrement des femmes, ou encore par l'évolution de l'âge de départ à la retraite.

Exemple de reconstitution des taux d'activité salarié

Hommes

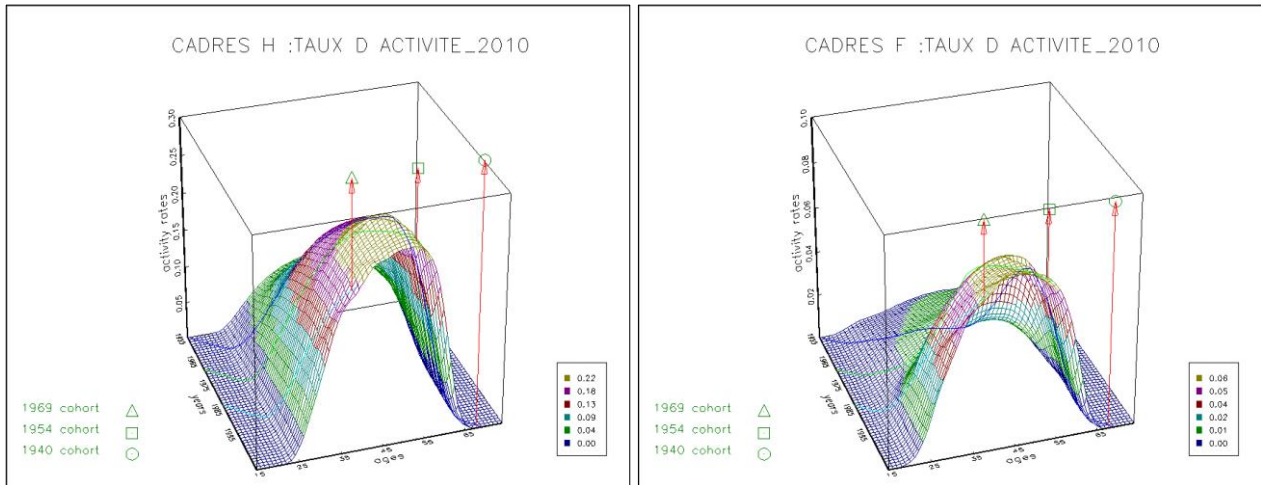
Femmes



Estimation des taux d'activité des salariés cadres

Hommes

Femmes



Les simulations ont montré qu'une erreur « raisonnable » sur la reconstitution des taux d'activité des salariés cadres et non cadres n'avait pas une incidence trop marquée sur la projection des charges des régimes. En effet, le risque d'erreur est d'autant plus important que la date d'entrée dans la vie active d'une génération est ancienne. Or, le niveau moyen des retraites perçues par les retraités âgés est connu. Une erreur sur les taux affecte donc l'estimation des pensions des générations qui partent à la retraite au-delà de la date du départ des simulations.

3.2.3. Profil de carrière

L'autre difficulté à résoudre découle de la coexistence de régimes complémentaires dont la population (non cadres et cadres) est séparée par un niveau (plafond) de salaire déterminé par la Sécurité sociale (PASS). De ce fait, une réévaluation du PASS supérieure à la croissance du salaire moyen contribue à l'augmentation des effectifs de cotisants dans les régimes obligatoires des salariés non cadres et, corrélativement, à la réduction des cotisants au régime des cadres. A long terme le mécanisme est loin d'être neutre sur l'équilibre financier des régimes. Toutefois, sauf à disposer des comptes des caisses de retraite, estimer le nombre de salariés qui basculent d'un régime à l'autre selon que le plafond de la sécurité sociale est « sur » ou « sous » indexé relativement au salaire moyen de l'économie reste un point de blocage.

Pour contourner cet obstacle, on a intégré dans notre prototype, un programme d'optimisation destiné à estimer une structure de la population répartie non seulement par âge et par sexe, mais également, par niveau de rémunération. Le processus revient à intégrer la densité de la distribution des salaires comme troisième dimension à la pyramide des âges de la population

salariée. Ce point introduit une évolution dans le modèle de simulation de base de classe hybride.

En première approche, on cherche un profil de carrière « *prf* », de forme quadratique. L'introduction du carré de la durée de carrière dans l'équation des profils contraint la fonction de salaire à passer par un maximum entre 40 et 50 ans, en l'absence de hausses liées aux gains de productivité. On cherche $prf(s, a)$ tel que le profil respecte les contraintes suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} g\bar{w}_s - \frac{\left(g\bar{w}_s \times \sum_s \sum_a P_{(s,a)} \times ar_{(s,a)} \times (1-u)_{(s,a)} \times prf_{(s,a)} \right)}{\sum_s \sum_a P_{(s,a)} \times ar_{(s,a)} \times (1-u)_{(s,a)}} = 0 \\ \frac{prf(s, r)}{prf(s, d)} = \mu \end{array} \right.$$

avec :

$gw(s)$:	salaire brut moyen pas sexe (s)
$prf(s,d)$:	salaire de début de carrière (en unité de salaire moyen)
$prf(s,r)$:	salaire de fin de carrière (en unité de salaire moyen)
$P(s,a)$:	population de sexe (s) et d'âge (a)
$ar(s,a)$:	taux d'activité de sexe (s) et d'âge (a)
u :	taux de chômage

Pour déterminer une règle de ventilation des salariés en deçà et au-delà du plafond de la sécurité sociale par âge, sexe et salaire, on suppose que la variable salaires (x) suit une loi log-normale de paramètres $(prf_{(s,a)} * g\bar{w}; \sigma)$ de densité:

$$f(x; prf_{(s,a)} * g\bar{w}, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - prf_{(s,a)} * g\bar{w})^2}{2\sigma^2}\right)$$

On cherche par sexe (s) et âge (a) pour le salaire moyen $(prf_{(s,a)} * g\bar{w})$ associé, le paramètre de dispersion σ qui minimise l'écart entre les ressources effectives des régimes et les ressources calculées comme le produit des cotisants par la distribution des salaires déterminée par la densité de la fonction. L'exercice est conduit pour les régimes de cadre et de non cadre. On introduit dans le programme une contrainte supplémentaire visant à respecter la proportion de cadres et de non cadres dans la population totale des salariés du secteur privé.

Si par simplification on note $dens(c, s)$ la fonction de densité de la cohorte C de salaire moyen S alors le critère de distribution des salariés sur l'échelle des salaires revient à chercher pour chaque cohorte, les paramètres de dispersion qui satisfait le programme suivant:

$$\sum_c \sum_{s=s_0}^P cot_{(c)} \times dens_{(c,s)} \times S = R_{TA}$$

$$\sum_c \sum_{s=P}^{4P} cot_{(c)} \times dens_{(c,s)} \times S = R_{TB}$$

$$\text{avec : } \frac{\sum_{s=s_0}^P cot_{(c)}}{\sum_{s=s_0}^{4P} cot_{(c)}} = psp_{(c)}$$

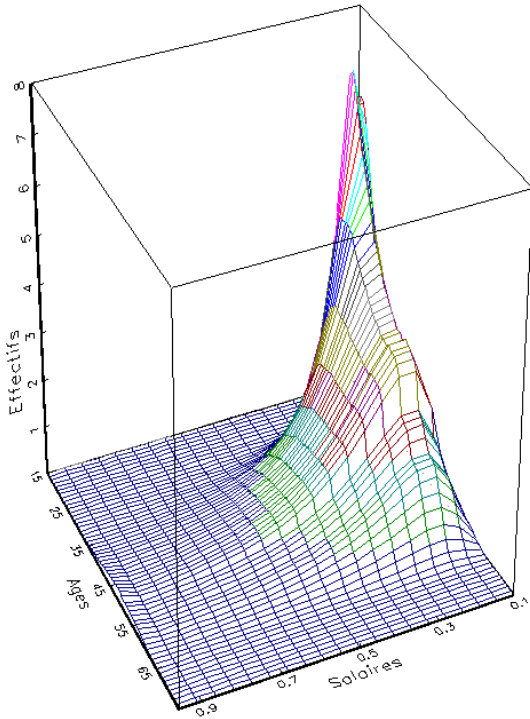
avec :

- cot, : les cotisants salariés
- dens : la densité
- S : le salaire moyen des salariés
- P : le plafond de la tranche A
- R_{TA} : ressources <= au PASS
- R_{TB} : ressources > au PASS
- psp : la proportion de salariés au-dessous du plafond

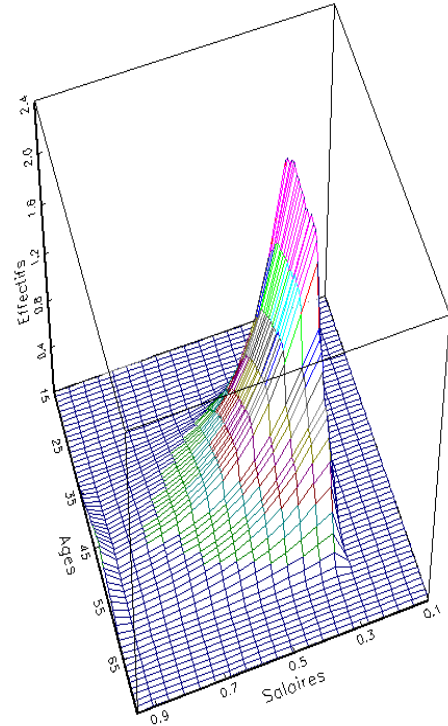
On obtient, après détermination des paramètres, une ventilation cohérente de la population des cadres qui permet d'estimer l'évolution du nombre des cotisants dans les deux régimes en fonction de la croissance du plafond de la Sécurité sociale. On voit clairement sur les distributions en 3 dimensions (âge, salaire, effectif) par sexe la ligne de partage en deçà et au-delà du plafond de la Sécurité sociale¹⁶. Ce seuil délimite en théorie (tranche B des salaires) la possibilité d'adhésion au régime des cadres (la garantie minimale de points GMP des cadres restreint à la marge la portée de cette remarque). L'examen des graphiques 3D générés par la maquette permet de vérifier que le programme d'optimisation a bien séparé les deux populations en fonction du PASS tout en respectant les profils de salaire assignés.

¹⁶ Tranche A : part de la rémunération < au PASS. Tranche B : part de la rémunération comprise 1 et 4 PASS.

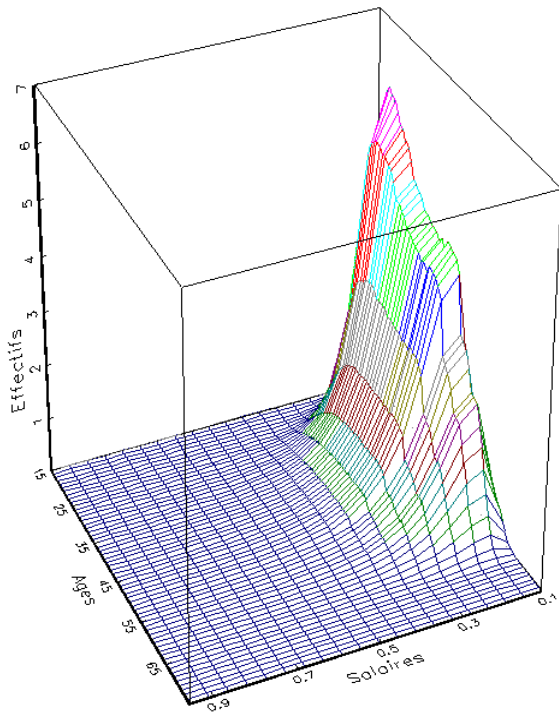
HOMMES : Distribution des cotisants



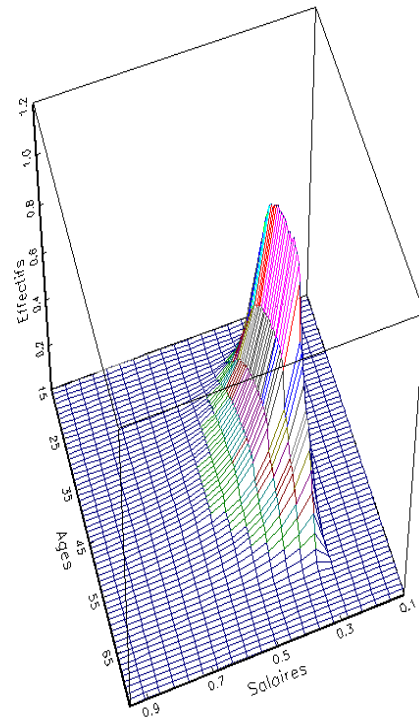
HOMMES : Distribution des cotisants tranche B



FEMMES : Distribution des cotisants



FEMMES : Distribution des cotisants tranche B



Le bloc démographique (mortalité, fertilité, solde migratoire, taux d'activité) permet de simuler, à un horizon donné, la dynamique de plusieurs régimes en l'occurrence des régimes des salariés du secteur marchand selon un large spectre de paramètres.

On constate au fil de l'exposé que la mesure des effets individuels des différentes réformes est structurellement limitée dans les modèles hybrides. L'introduction d'un surcroît de précision se fait au prix d'un accroissement de la complexité des maquettes. Dans les pays dotés d'appareils statistiques performants (comme l'avait pressenti Didier Blanchet dès 1992) le territoire naturel de cette classe de modèle est donc l'étude des interactions entre réformes et variables économiques, permises par un compromis entre une description suffisamment réaliste des caractéristiques réglementaires du système de retraite et un degré d'intégration démoéconomique intermédiaire.

Le bloc économique et notamment les améliorations implémentées par rapport au modèle de croissance de base de type Solow méritent d'être mentionnées dès lors qu'elles permettent une modélisation moins restrictive des comportements de la capitalisation et de la répartition face au vieillissement.

3.3. Les fonctions de production

3.3.1. La fonction de production de référence

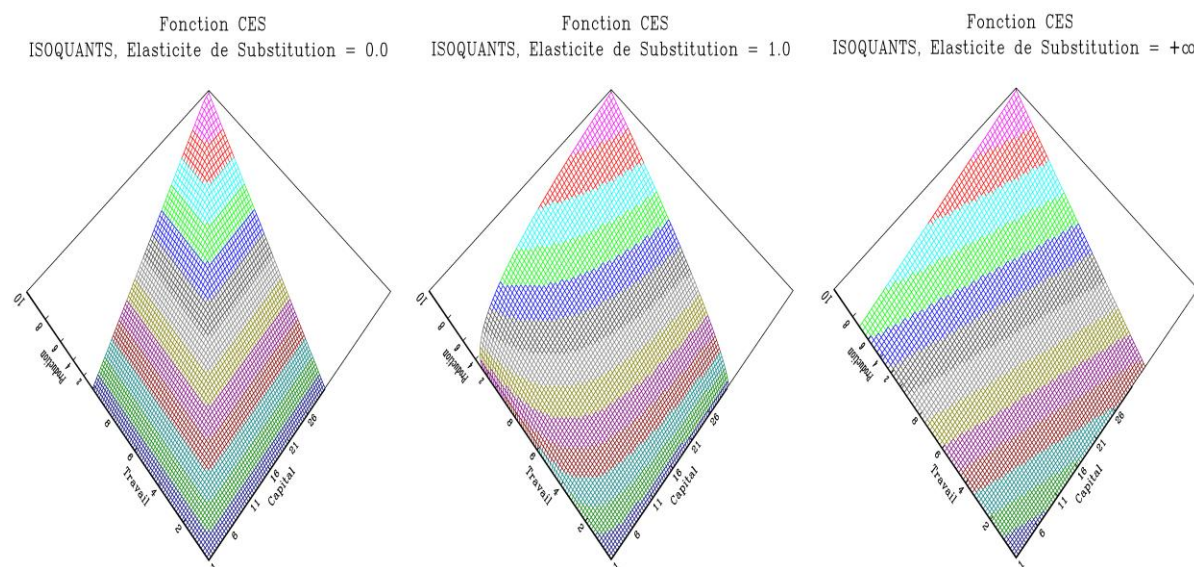
Dans sa version initiale, le modèle est composé d'une fonction de production à deux facteurs, le capital et le travail. La fonction de production choisie est une fonction de type CES (« *constant elasticity of substitution* »), plus générale que les fonctions de type Cobb-Douglas ou à facteurs strictement complémentaires, qui correspondent à des cas particuliers de la fonction CES. Le progrès technique est supposé incorporé au facteur travail (« *Labor-Augmenting* »). Cette fonction s'écrit classiquement :

$$Y_t = A[\alpha K_t^{-\gamma} + \beta((1+g)^{t-t_0} L_t)^{-\gamma}]^{-1/\gamma}$$

A, α , et β , sont déterminés de manière à être compatibles avec un rapport K/Y exogène. L'élasticité de substitution, notée σ , est reliée au paramètre γ par la relation :

$$\sigma = 1/(1 + \gamma).$$

La fonction de production CES peut classiquement être utilisée pour représenter les différentes possibilités de substitution car elle a une élasticité de substitution constante pouvant être différente de 1. On peut donc aisément paramétrer l'élasticité de substitution entre le capital et le travail, qui représente la variation en pourcentage du ratio de deux facteurs de production due à la variation du taux marginal de substitution entre ces deux facteurs.



3.3.2. La piste de la croissance endogène

Deux types de modèles peuvent être introduits avec pour objectif d'endogénéiser le progrès technique, palliant ainsi la principale difficulté du modèle de Solow :

- La première catégorie de modèles est proche du modèle de Solow en ce qu'elle suppose que l'accumulation des connaissances constitue la force motrice de la croissance. Les modèles dits « d'apprentissage par la pratique », qui considèrent l'accumulation des connaissances comme un co-produit fortuit de l'activité économique, appartiennent à cette première catégorie, à côté entre autres des modèles qui expliquent l'accumulation des connaissances comme résultant d'une activité de R&D, spécifiquement modélisée.
- Une seconde catégorie de modèle suppose que le capital est le facteur central de la croissance. Le capital ne correspond cependant plus à son acception usuelle puisqu'il incorpore le « capital humain ». Bien que l'acquisition de capital humain par un individu se fasse par l'intermédiaire de l'apprentissage, il existe une distinction entre le capital humain et les connaissances abstraites : le capital humain est rival et exclusif, alors que les connaissances abstraites peuvent être collectivement partagées.

Parce que les modèles d'apprentissage par la pratique permettent de mettre en évidence une croissance endogène à partir des facteurs de production habituellement utilisés (il n'est pas nécessaire de disposer d'un indicateur de capital humain dont la construction semble particulièrement difficile¹⁷) et ont pu être en partie validés par les données empiriques¹⁸, nous avons retenu ce type de modèle pour réaliser nos simulations. Dans ces modèles, les nouvelles connaissances sont directement engendrées par l'accroissement du capital. A l'instar d'Arrow (1962) et Romer (1986), on adopte l'hypothèse que l'augmentation des connaissances dépend de l'augmentation du stock de capital agrégé. En effet, l'alternative proposée par Lucas (1988) – dans laquelle l'accumulation des connaissances dépend de l'augmentation du stock de capital par tête au niveau agrégé – permet de faire disparaître l'effet d'échelle présent dans le modèle précédent, mais ne permet une croissance endogène positive à long terme que pour des valeurs particulières des paramètres.

➤ **Un modèle d'apprentissage par la pratique augmenté d'un progrès technique exogène**

Les résultats des différents modèles étudiés¹⁹ nous conduisent à retenir un modèle d'apprentissage par la pratique où l'accumulation des connaissances dépend du stock de capital agrégé, augmenté d'un progrès technique exogène.

- L'accumulation des connaissances dépend du stock de capital au niveau agrégé : si l'introduction de $\frac{K}{L}$ en lieu et place de K permet de supprimer l'effet d'échelle auquel conduit une telle spécification, elle ne permet une croissance endogène que pour des valeurs particulières des paramètres et conduit dans ce cas à un modèle dépourvu de dynamique transitionnelle, où le taux de croissance du capital et de la production sont invariants au cours du temps²⁰.

¹⁷ Mulligan et Sala-i-Martin (1995)

¹⁸ Schmookler (1966) a ainsi mis en évidence un lien entre le dépôt de brevets (preuves matérielles du savoir) et l'accumulation du capital.

¹⁹ Hamayon, S., Legros, F. et Sylvain, A., comparent les dynamiques de croissance selon la nature de la fonction de production utilisée dans un « working paper » présenté au séminaire scientifique du Forum Retraite de la Caisse des Dépôts. Bordeaux, 17 mars 2000.

²⁰ Il aurait également été possible d'utiliser une fonction de production macroéconomique de type $Y = AK + BK^\alpha L^{(1-\alpha)}$ qui conduit également à un modèle de croissance endogène avec dynamique transitionnelle (Jones et Manuelli, 1990). La forme particulière de la fonction de production macroéconomique et la difficulté à la justifier nous ont cependant conduits à ne pas retenir une telle option.

- L'introduction d'un progrès technique exogène : le modèle retenu n'explique la croissance que par des effets de diffusion. Or, si ces effets peuvent avoir une incidence sur la croissance de l'économie, on peut penser que d'autres facteurs ont une influence sur le taux de croissance à long terme. Ils ne sont pas pris en compte explicitement dans le modèle détaillé ci-dessus, nous avons donc incorporé un progrès technique exogène tout en reconnaissant que cette introduction réduit la portée des modèles étudiés.

Au niveau microéconomique, l'indice (i) représentant la firme (i), la fonction de production s'écrit :

$$Y_{i,t} = K_{i,t}^\alpha (B e^{gt} K_t^\phi L_{i,t})^{1-\alpha}$$

Au niveau macroéconomique, la fonction de production avec croissance endogène s'écrit :

$$Y_t = B^{1-\alpha} e^{g(1-\alpha)t} K_t^{\alpha+\phi(1-\alpha)} L_t^{1-\alpha}$$

On trouve alors les nouvelles expressions de l'évolution du capital, de la production et des agrégats par tête. En notant g_k le taux de croissance du stock de capital, on a :

$g_k = s B^{(1-\alpha)} e^{g(1-\alpha)t} K_t^{\alpha+\phi(1-\alpha)} L_t^{(1-\alpha)} - \delta$. On pose $e^{g(1-\alpha)t} = PT_{(t)}$. D'où $\frac{PT}{PT} = g$. La dynamique de la croissance du capital s'écrit alors :

$$\dot{g}_k = \frac{\partial g_k}{\partial L} \dot{L} + \frac{\partial g_k}{\partial K} \dot{K} + \frac{\partial g_k}{\partial PT} \dot{PT}, \text{ soit encore : } \dot{g}_k = (1-\alpha)(g_k + \delta)(n + (\phi-1)g_k + g)$$

avec :

- g : le progrès technique
- n : le taux de croissance du facteur travail

Sur le sentier de croissance équilibrée ($\dot{g}_k = 0$), le taux de croissance du stock de capital correspond à $g_k^* = \frac{n+g}{1-\phi}$. Comme en l'absence de progrès technique exogène, la dynamique du capital doit être distinguée selon les valeurs de ϕ .

- Si $\phi < 1$ le taux de croissance du capital et de la production convergent vers $g_k^* = g_Y^* = \frac{n+g}{1-\phi}$. Le capital et la production par tête progressent quant à eux au rythme $g_k^* = g_Y^* = \frac{n+g}{1-\phi} - n = \frac{\phi n + g}{1-\phi}$
- Si $\phi > 1$, \dot{g}_k est une fonction croissante de g_k et l'économie connaît une croissance qui augmente indéfiniment, sans converger vers un sentier de croissance équilibrée.

- Si $\phi = 1$, on a $g_k = sB^{(1-\alpha)}e^{g(1-\alpha)t}L_t^{(1-\alpha)} - \delta$, et $\dot{g}_k = (1 - \alpha)(g_k + \delta)(n + g)$. Compte tenu des hypothèses ($g > 0$), la dynamique du modèle est similaire au cas où $\phi > 1$: le taux de croissance du stock de capital ne converge pas.

Le modèle que nous retenons explique donc la croissance économique par un facteur endogène (les effets d'expérience et de diffusion) et un facteur exogène qui résume les sources de croissance non prises en compte explicitement dans le modèle.

3.4. Salaire, marché du travail et rendement du capital d'équilibre

Conformément au programme de maximisation du profit des entreprises, on suppose qu'à l'équilibre, la rémunération de chaque facteur est égale à sa productivité marginale. On a donc, en notant w^* le salaire d'équilibre de plein-emploi correspondant à une population employée L^{*21} :

Equation / variable	Fonction de production de référence	Croissance endogène
Salaire d'équilibre de plein-emploi w^*	$w^* = \frac{\beta(1+g)^{(t-t_0)}}{A^\gamma} \left(\frac{Y}{(1+g)^{(t-t_0)} \cdot L^*} \right)^{1+\gamma}$	$w^* = (1 - \alpha)[Be^{gt}]^{(1-\alpha)} K^{\alpha+\phi(1-\alpha)} L^{*-\alpha}$

La productivité marginale du capital correspond au rendement brut du capital. En notant respectivement r_g le rendement brut du capital, r_n le rendement net, et δ le taux de dépréciation du capital, on obtient :

Equation / variable	Fonction de production de référence	Croissance endogène
Rendement brut du capital r_g	$r_g = (r_n + \delta) = \frac{\alpha}{A^\gamma} \left(\frac{Y}{K} \right)^{1+\gamma}$	$r_g = (r_n + \delta) = \alpha[Be^{gt}]^{(1-\alpha)} K^{(1-\alpha)(\phi-1)} L^{1-\alpha}$

3.4.1. Salaire effectif et volume d'emploi

A l'instar de Blanchet (1992), on suppose que le salaire effectif diffère du salaire d'équilibre en raison de rigidités qui conduisent à des délais d'ajustement. Pour tenir compte de ces délais d'ajustement, on définit le salaire effectif en t comme une moyenne pondérée du salaire d'équilibre en t et du salaire effectif en $t-1$. On suppose que les salaires sont rigides à la baisse. En outre, le salaire effectif ne peut être inférieur au salaire d'équilibre :

²¹ On a $L^*/N=1-u_0$, avec N la population active et u_0 le taux de chômage structurel. L'équilibre de plein-emploi est celui compatible avec le taux de chômage structurel.

$$w_t = \max[(1 - \lambda) \times (1 + g) \times w_{(t-1)} + \lambda \times w_t^*; w_t^*]$$

avec :

- w_t : le salaire effectif
- w_t^* : le salaire d'équilibre de plein-emploi
- λ : paramètre d'ajustement reflétant la rigidité du marché du travail

Le volume d'emploi se déduit ensuite du salaire effectif. Il est estimé de manière itérative : on recherche le volume d'emploi \hat{L}_t qui, à partir de l'équation suivante, conduise à un salaire effectif \hat{w}_t qui soit le plus proche possible du salaire effectif w_t .

$$\hat{w}_t = \frac{\beta(1+g)^{(t-t_0)}}{A^\gamma} \left(\frac{A[\alpha K_t^{-\gamma} + \beta[(1+g) \times \hat{L}_t]^{-\gamma}]^{-\frac{1}{\gamma}}}{(1+g)^{(t-t_0)} \times \hat{L}_t} \right)^{1+\gamma} \quad \text{avec } 1 - \frac{\hat{w}_t}{w_t} < \varepsilon$$

Au terme du processus itératif, on obtient \hat{L}_t qui correspond au volume d'emploi en t. On en déduit mécaniquement le taux de chômage.

3.4.2. Stock de capital

Le modèle considère deux classes d'individus. D'une part les « capitalistes » ou « héritiers » qui accumulent de l'épargne dynastique et d'autre part les salariés qui épargnent en fonction de leur anticipation sur le rendement des régimes par répartition. Corrélativement une différence est faite entre le stock de capital « structurel » (K_s) et le capital destiné à la retraite (K_r). Le capital total (K) en (t) est donné par $K(t) = K_s(t) + K_r(t)$.

➤ **Capital structurel**

Le stock de capital structurel est déterminé par l'équation d'accumulation suivante :

$$K_{s(t+1)} = K_{s(t)}(1 - \delta + sv \cdot r_{g(t)})$$

avec:

- K_s : capital structurel
- δ : taux de dépréciation
- sv : proportion du revenu brut du capital réinvesti

Le comportement d'épargne des « capitalistes » consiste donc à réinvestir une part constante (sv) du revenu brut du capital. Les différentes valeurs du taux d'épargne de cette classe d'agents permettent de jouer sur les rendements du capital en se plaçant de manière déterministe dans un contexte de « règle d'or » ou de « sous-accumulation ».

➤ Capital retraite

Au sujet du capital retraite, on suppose que les salariés dirigent vers un fonds une fraction θ de leur salaire brut courant $w_{(s,a,t)}$. L'épargne accumulée dans le fonds par les différentes cohortes est donnée par l'équation d'accumulation :

$$Kr_{(s,a,t)} = Kr_{(s,a-1,t-1)} \times (1 - \delta + r_{g(t)}) + (\widehat{ar}_{(s,a,t)} \times (1 - u_{(s,a,t)}) \times P_{(s,a,t)}) \times \theta_f \times w_{(s,a,t)}$$

avec:

- Kr: stock de capital retraite
- θ_f : % du salaire brut consacré à l'épargne retraite
- \widehat{ar} : taux d'activité salariée
- P: population totale
- u: taux de chômage

➤ Calcul des rentes du fonds de retraite

$$pr_{(s,a,t)} = Kr_{(s,a,t)} \times \left(P_{(s,a,t)} \times \sum_{i=r}^{\omega} (1 + r_n)^{(r-i)} \times \prod_{k=r}^i (1 - Q_{(s,k,t+i-r)}) \right)^{-1}$$

avec

- pr : rentes attribuées par le fonds de pension
- Q : prob. pour un individu d'âge k de décéder avant la fin de l'intervalle d'âge (k, k+n).
- r_n : rendement net du capital
- ω : âge limite de la vie biologique

Après la retraite, le fonds Kr est décapitalisé en fonction de l'équation de désaccumulation suivante : $Kr_{(s,a,t)} = Kr_{(s,a-1,t-1)} \times (1 + r_n) - (P_{(s,a,t)} \times pr_{(s,a,t)})$

3.5. L'introduction du risque de marché dans un modèle démoéconomique à deux classes d'agents

Dans le schéma d'accumulation précédemment décrit, le capital retraite n'a pas de volatilité, il est rémunéré à chaque temps t en fonction de $r_n(t)$, qui correspond au rendement net du capital du moment. Ce rendement est par construction relativement stable. Il est naturellement sensible aux évolutions démographiques, mais compte tenu de leur relative inertie, ces dernières déterminent des rendements peu volatils.

Or, au chapitre des arguments récurrents allant à l'encontre de la capitalisation quelle que soit sa forme, des doutes sont souvent émis sur le rendement d'un système par épargne et notamment sur la variance de son rendement dans le temps. En d'autres termes, l'épargne serait un véhicule trop risqué pour jouer un rôle dans notre système de transfert. Pour analyser les fondements de tels arguments, apprécier s'ils sont justifiés ou s'ils font partie des mythes entretenus, nous avons tenté d'introduire dans notre modèle « hybride », une modélisation simplifiée de la dynamique du cours des actifs risqués, ce qui revient en clair à intégrer la volatilité de ces actifs dans les résultats de simulations qui s'attachent à comparer les rendements « implicites » des régimes par répartition et les performances « explicites » d'un dispositif d'épargne retraite susceptible de compenser la baisse des pensions.

La question n'est pas de remettre en cause la légitimité d'un système par répartition que personne ne conteste et qui restera le socle principal de la retraite, ni de s'interroger sur son mode de gestion mais davantage d'identifier le bien fondé des obstacles et rigidités qui pourraient conduire à des choix de politique économique inopportuns.

Les travaux de Didier Blanchet ont largement contribué à tracer la carte des risques en évaluant la sensibilité du rendement du capital au choc démographique en utilisant un modèle cambridgien à deux classes d'épargnants. L'exercice reste toutefois perfectible car il n'intègre pas explicitement le risque lié à l'imperfection des marchés (ou risque systématique).

L'omission est logique car, on le devine, l'introduction d'un stock de capital caractérisé par une forte variance n'est pas compatible avec ce type de bouclage. Afin d'intégrer le risque lié à l'imperfection des marchés – qui se traduit par une forte volatilité des actifs financiers – nous avons simulé une espérance de rendement « bruitée » dont la valeur est fonction d'une composante stochastique stationnaire et de l'écart à une cible de long terme déterminée par $\delta t \sum_{j=0}^{N-1} r_{nj}$ où r_n est la productivité marginale du capital issue du bouclage démo-économique. Ce rendement déduit de la productivité marginale du capital permet de simuler un stock de capital parallèle.

L'effet des flux d'épargne accumulés en vue de la retraite sur le capital global est intégré dans le bouclage démoéconomique et conduit à des modifications transitoires des paramètres macroéconomiques projetés. Le stock de capital déterminé par les flux périodiques investis sur l'actif censé refléter le risque de marché n'interfère pas dans le bouclage. La logique de sa construction permet toutefois d'assurer une cohérence entre le rendement macroéconomique et les couples « rendement - risque » qui déterminent l'accumulation du capital dans un plan d'épargne retraite fictif et permet d'estimer la dispersion des rentes viagères qui en sont issues pour les différentes cohortes de retraités. L'exercice permet également de comparer les taux de rendement interne (TRI) du plan avec le rendement implicite des régimes par répartition en fonction de l'aversion au risque des agents.

3.5.1. Un éclairage sur la dynamique du cours des actions

Poser la question de la volatilité des cours nécessite un éclairage sur la dynamique qu'on leur prête. Ce point est fondamental car la nature présumée de la relation entre rendement et risque – et de son évolution au cours du temps – détermine pour l'essentiel le choix des allocations stratégiques des épargnants. Or, comme le suggère le rapide « état de l'art » présenté ci-dessous, les soubassements de cette relation centrale restent controversés.

➤ **Convergence ou efficience : le débat sur la dynamique des cours reste ouvert**

Dans la mouvance de Louis Bachelier (1900), Fama (1965) propose une formalisation mathématique de la théorie des marchés efficients « *Efficient Market Hypothesis* » (EMH). Depuis lors, l'EMH est devenu un concept central de la théorie financière moderne et les économètres n'ont eu de cesse de tester la forme faible de l'efficience des marchés selon laquelle l'intégralité de l'information passée est déjà comprise dans le prix actuel et qu'il est donc vain d'utiliser les variations passées pour prédire les variations futures.

A partir des travaux fondateurs de Poterba et Summers (1988) qui détectent un processus de retour vers la moyenne « *mean-reverting process* » sur les horizons longs, un débat rémanent s'invite dans la littérature académique pour trancher sur la nature du processus qui régit le prix des actifs risqués. Sans prétendre être exhaustif, on peut mentionner quelques exemples afin d'illustrer l'âpreté de la controverse. Du côté des supporters de l'imprédictibilité des marchés, de nombreux auteurs, comme Fama et al. (1969), attestent que les marchés financiers suivent une marche aléatoire. Hawawini (1984) met en évidence une forme d'efficience faible²² sur les

²² Il existe trois formes d'efficience pour définir le concept : l'efficience « faible » selon laquelle l'information contenue dans les prix de marché passés est complètement reflétée par les prix des actifs,

marchés financiers européens. Chan et al. (1997) confirment que les marchés boursiers mondiaux vérifient la propriété d'efficience faible. Burton (2003), conclut pour sa part que les marchés sont toutefois moins efficaces que ne le rapportent les recherches académiques tandis que Jorion (2003) réfute le concept de diversification temporelle et plaide pour une diversification géographique. Plus récemment, Borges (2010) établit que les marchés européens suivent une marche aléatoire, l'hypothèse est confirmée par Sewell (2012) dont les travaux légitiment l'EMH.

Dans le camp des tenants du retour vers la moyenne, on retrouve curieusement Fama et French (1988) qui documentent l'existence de « *mean reversion* » sur les marchés boursiers pour les horizons supérieurs à l'année. Les tests empiriques de Kim et al. (1991) mettent en évidence l'existence de composantes transitoires dans les cours des actions, ils imputent toutefois les forces de rappel dans les chroniques boursières à la « dévastation » consécutive à la seconde guerre mondiale. Balvers et al. (2000) rejettent sans ambiguïté l'EMH, tandis que Broertjes (2010) ou encore Spierdijk et al. (2012) décèlent des variations de la vitesse de retour vers la moyenne au cours du temps. L'importance de l'EMH est due principalement à ses implications pratiques. En effet, comme le montrent Campbell et al. (2005), Bec et Gollier (2009) ou encore Michaelides et Zhang (2017), la présence ou l'absence de « *mean reversion* » dans le cours des actifs risqués a des conséquences majeures sur la structure des allocations stratégiques au cours du temps (« *Life Cycle Asset Allocation* »). Parce qu'elle est caractérisée par une autocorrélation négative des rendements, la variance des actions est moins que proportionnelle à l'horizon d'investissement, ce qui renforce l'attractivité des actions pour les investissements de long terme. Alors que les tenants de cette théorie semblaient en passe de l'emporter, l'épisode de la « *Great Depression* » a fait rejaillir la polémique. Ainsi, les tenants du « retour vers la moyenne » comme Wilkie (2001) et surtout Siegel (2014) s'opposent toujours aussi violemment, notamment par voie de presse, aux adeptes de la marche aléatoire dont Bodie (1995) est l'un des chefs de file.

Les causes du sempiternel débat sur la dynamique des cours sont souvent attribuées à la taille réduite des échantillons combinée à la faible puissance des tests statistiques utilisés pour rejeter l'EMH. Parmi les techniques disponibles pour tester l'efficience des marchés, le test du ratio de variance ou « *Variance Ratio* » de Lo et MacKinlay (1988) est de loin le plus populaire. Les conclusions des chercheurs qui se sont attelés à tester l'efficience des marchés en utilisant la

l'efficience « semi-forte » selon laquelle toutes les informations publiques sont complètement prises en compte par les prix et l'efficience « forte » selon laquelle toutes les informations disponibles, publiques et privées, sont prises en compte par les prix.

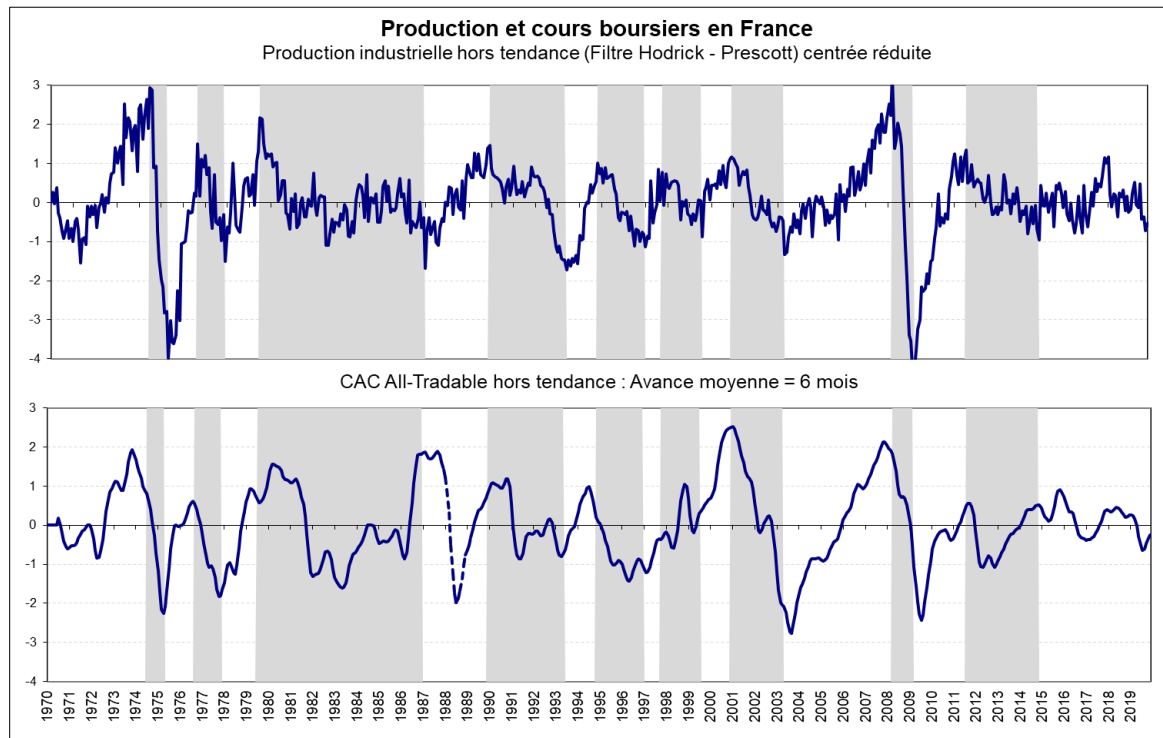
statistique du ratio de variance sont largement antagonistes. Afin d'évaluer numériquement les limites des tests de ratio de variance, nous avons créé par simulation stochastique des échantillons dont nous avons déterminé *ex ante* la dynamique. L'exercice montre sans ambiguïté que les tests de ratio de variance (paramétrique, non paramétrique, simple ou multiple) sont robustes pour détecter un processus dont la dynamique est proche d'un bruit blanc gaussien. En revanche, il apparaît de manière flagrante que les tests ne sont pas efficaces pour détecter une corrélation négative « raisonnable » entre les fluctuations du cours des actions. Cette défaillance, d'autant plus perceptible que la taille des échantillons est petite, explique sans doute une grande partie de la divergence des résultats rapportés dans la littérature consacrée à l'efficacité des marchés financiers.

En tout état de cause, cette incertitude justifie la démarche consistant à analyser la sensibilité de l'épargne retraite face aux aléas boursiers au travers d'une double modélisation proposant une carte simple mais contrastée du processus de détermination du prix des actions.

La première hypothèse suppose assez classiquement que les marchés suivent une marche aléatoire ce qui revient à s'inscrire dans le cadre de la théorie des marchés efficients (EMH), posée par Eugene Fama. Toutefois, la mise en évidence récurrente de « *mean reversion* » dans le cours des actions dans la littérature académique justifie une modélisation alternative à l'EMH. Ce type de processus présume que les chocs sur les marchés boursiers ont un caractère transitoire et qu'à plus ou moins long terme un mouvement de sens opposé viendra corriger la déviation initiale pour rapprocher les prix des actifs de leur valeur d'équilibre.

Si la dynamique des cours est régie par un processus de retour vers une tendance déterministe, on devrait s'attendre à l'existence d'une certaine connexion entre économie réelle et sphère financière. En effet, une phase d'expansion traduit une augmentation du niveau d'activité des entreprises, et correspond généralement à une croissance concomitante de la consommation des ménages. Dans un tel contexte, la valeur des actions des entreprises devrait augmenter, notamment parce que les perspectives de dividendes attachés à la possession d'actions augmentent.

Afin de vérifier empiriquement l'assertion, les cycles de la production industrielle (l'IPI est utilisée comme « proxy » du PIB) sont comparés à ceux des cours boursiers (l'indice retenu est le CAC All-Tradable, ex - SBF 250). Pour établir une chronologie des cycles, on a classiquement utilisé un filtre de HP, puis l'algorithme de Bry et Boschan (1971) pour dater les phases de récession. L'exercice conduit à partir de janvier 1970 détermine une assez bonne concordance cyclique entre la production industrielle et l'évolution des cours boursiers avancés de 6 mois. C'est avec ce décalage moyen que la corrélation (53%) entre les séries est la plus élevée.



A l'exception notable du krach d'octobre 1987 (en pointillé sur le graphique du bas), lié non pas à un retournement de conjoncture mais à un relèvement brutal des taux d'intérêt outre Atlantique destiné à enrayer la baisse du dollar, les cours de bourse apparaissent comme des indicateurs avancés de l'activité économique. Il n'en demeure pas moins que la croissance est bien une variable causale des cours boursiers. Le fait que les marchés financiers anticipent la croissance n'inverse pas la causalité comme il en va des prévisions météorologiques et de la météo. Ces résultats sont un argument de plus à l'encontre de l'hypothèse de marche aléatoire des marchés boursiers, puisque les prix des actifs risqués semblent dépendre des anticipations formulées sur la croissance économique future.

Afin d'encadrer le risque lié à l'introduction d'une dose de capitalisation parallèlement au système par répartition, la modélisation retenue doit donc reposer sur une dynamique relativement souple. Une solution consiste à intégrer dans une maquette démoéconomique un module supplémentaire permettant de simuler le processus de détermination du prix des actions selon les propriétés de convergence ou d'efficiencia que l'on prête à la dynamique du prix des actifs risqués.

S'agissant de l'EMH, la simulation d'un mouvement brownien avec drift ne pose pas de problème particulier. En revanche dans la conjecture d'un processus de retour vers la moyenne, l'exercice est plus périlleux car il nous contraint à spécifier une dynamique stylisée du prix des actifs risqués.

Toutefois notre ambition n'est pas de prévoir le cours des actions – d'autant plus que dans la lignée de Spierdijk (*op. cit.*) de nombreux auteurs montrent que les vitesses de retour vers la moyenne ne sont pas stables dans le temps (« *time varying mean reversion process* ») – mais plutôt de cerner la nature de la dynamique qui tend à rapprocher les prix d'un niveau économiquement compatible. On devine que notre conception d'une force de rappel sur le marché action est loin des modélisations de type « *contrarian investment strategies* » qui sous-entendent que les cycles boursiers sont pour partie prévisibles en fonction du sens et de la force de leurs écarts au benchmark mesurant la performance des marchés boursiers de pays développés.

Notre perception de la convergence des prix est toute autre. Paradoxalement, elle rejoint partiellement la définition de l'efficience des marchés, en ce que l'existence de retour vers la moyenne n'implique pas que les prix des titres reflètent à tout instant les valeurs fondamentales, mais que les prix restent au voisinage des vraies valeurs sans que personne ne sache à coup sûr s'ils sont trop élevés ou trop bas. Les anomalies observées ne permettent donc pas d'anticiper l'évolution des cours. En dépit de l'imprédictibilité des prix qu'elle admet à court et moyen terme, notre modélisation alternative de la dynamique des cours s'oppose à la l'EMH en ce qu'elle conjecture que les prix x_t des actifs risqués ne suivent pas un mouvement brownien géométrique qui implique que le logarithme des cours suit une distribution normale dont les rendements $\sim \mathcal{N} \left[\mu - \frac{\sigma^2}{2}, \frac{\sigma}{\sqrt{t}} \right]$.

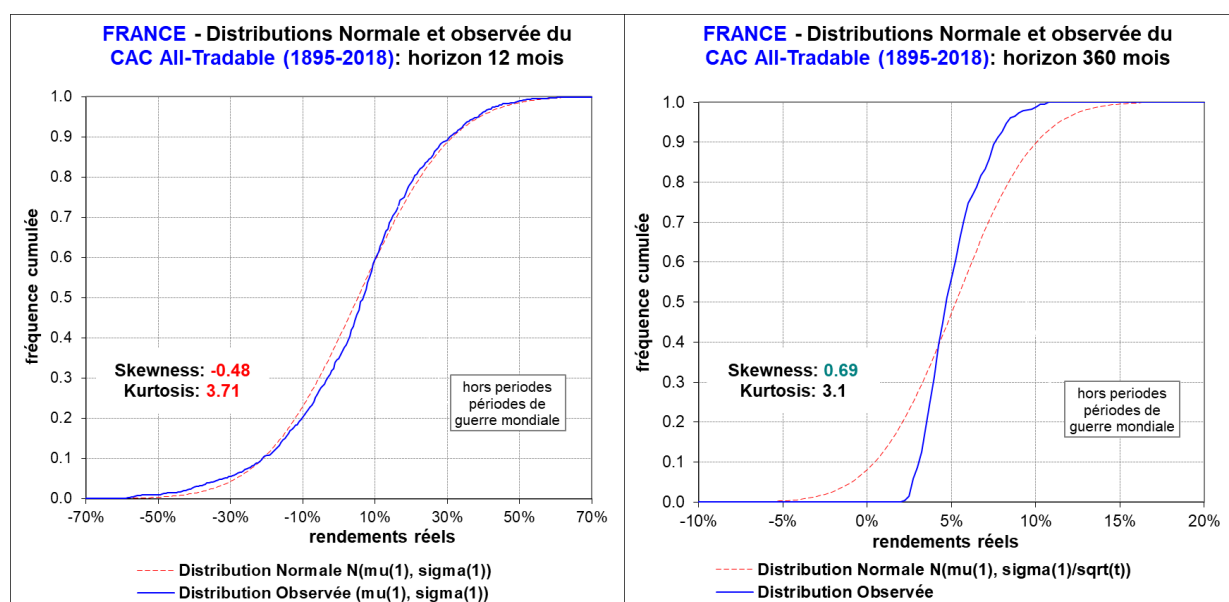
Si l'on fait abstraction des moments d'ordre supérieur dont l'influence disparaît à moyen terme, c'est principalement la vitesse de croissance de la variance en fonction de l'horizon de placement qui distingue les deux modélisations stylisées des cours. Le processus retour vers la moyenne est un processus de diffusion log-normal, mais dont la variance ne croît pas proportionnellement à l'intervalle de temps. La variance est maximale lorsque les prix sont proches de leur tendance. Lorsque les prix s'éloignent de leur valeur fondamentale, la variance a une propension à se stabiliser autour d'un niveau inférieur. La stabilisation de la variance est due à la force de rappel (« *spring-effect* »).

Les études empiriques (Hamayon et al. 2016), montrent que sur les horizons longs, la vitesse de concentration du logarithme des rendements autour de leur espérance est incontestablement plus rapide que dans une loi normale. Afin d'illustrer le mécanisme, nous avons comparé les distributions théoriques et historiques des rendements du CAC All-Tradable à des horizons contrastés. L'exercice n'est conduit que pour les actions qui sont le seul actif présentant des propriétés de réduction de la variance susceptibles de justifier les stratégies de diversification

temporelle qui reposent sur l'idée que le risque supporté par l'investisseur est d'autant plus faible que l'horizon d'investissement est long.

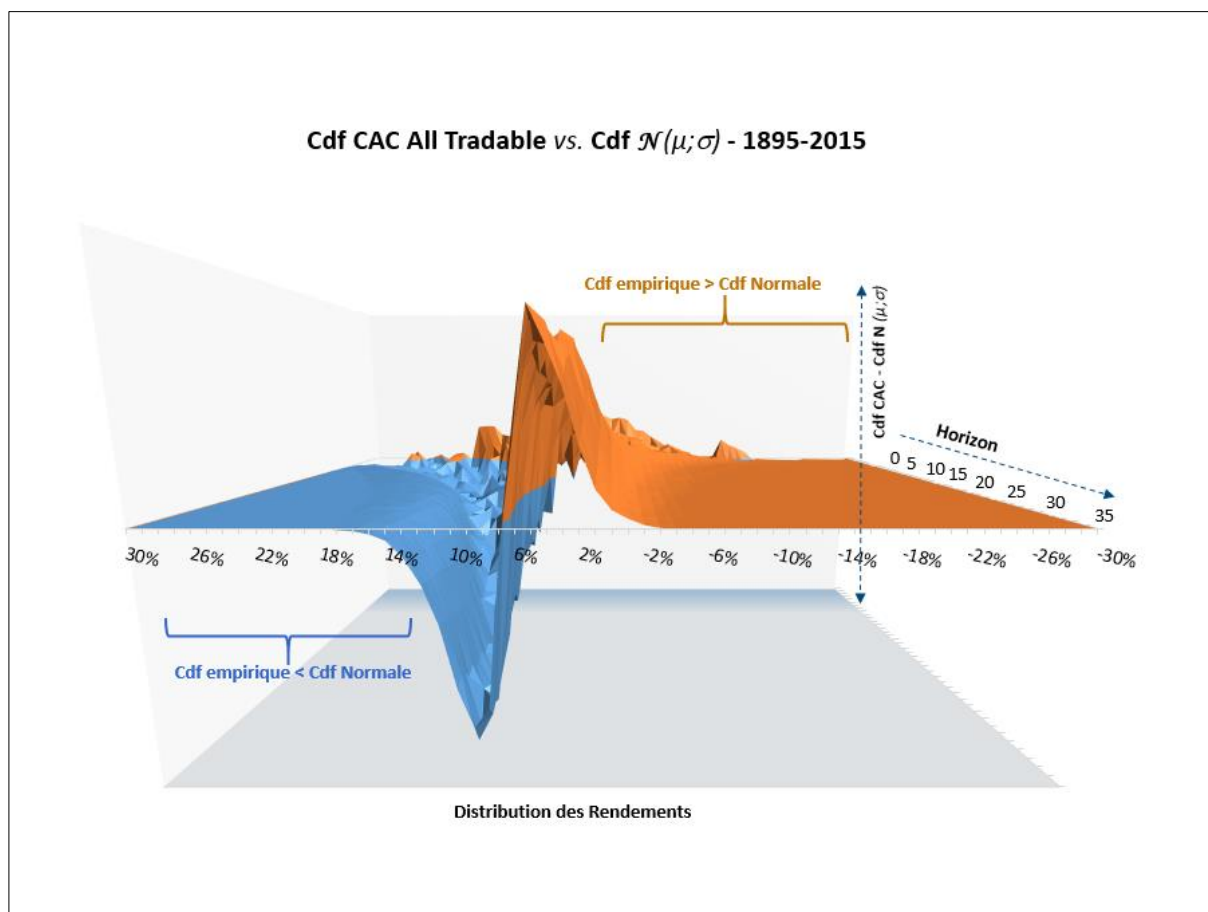
A cette fin, la fonction de répartition des rendements (CDF) historiques est d'abord comparée à celle d'une loi gaussienne « d'espérance-variance » identique sur l'ensemble des placements actions de 12 mois glissants réalisables sur la période 1895-2018. Les distributions cumulatives s'avèrent légèrement plus risquées que des gaussiennes. On note des kurtosis élevés qui sont le propre des distributions leptokurtiques et des skewness négatifs qui traduisent des profils de risque asymétriques du côté des pertes. L'exercice, reproduit sur la même fenêtre pour les placements de 360 mois, montre que la fonction cumulative des probabilités historiques est raisonnablement normale. La tendance leptokurtique a disparu et les skewness traduisent désormais des profils de risque asymétriques du côté des gains.

Mais l'enseignement majeur vient de la comparaison avec la distribution théorique de paramètres $\mu T, \sigma 1/\sqrt{T}$. Si on compare les fonctions de répartition des rendements historique (F) et théorique (G), on voit clairement que la répartition de F est moins dispersée que celle de G. G a la même distribution que $F+\varepsilon$ avec $E(\varepsilon/F)=0$. Comme les distributions ont les mêmes espérances et que $V(F)<V(G)$, un individu risquophobe préférera F à G.



Pour synthétiser la dynamique des rendements à chaque période, il est pratique d'utiliser une surface 3D, où l'axe des X représente l'espérance de rendement, l'axe Y l'horizon de placement tandis que le troisième axe $Z=f(X,Y)$ symbolise l'écart entre les valeurs de la fonction de répartition normale (G) et de celle de la répartition des rendements historique (F). Le graphique ci-dessous montre clairement qu'à moyen terme la distribution empirique offre une meilleure protection contre les rendements inférieurs à la moyenne qu'une distribution normale de même

espérance. Concomitamment la probabilité de dépasser le rendement moyen se réduit relativement à une loi normale : sur des horizons longs, du fait de la réduction de la volatilité, les rendements spéculatifs sont inaccessibles. Avec l’allongement de la durée de détention, les résultats montrent que les rendements sont plus concentrés autour de la moyenne qu’ils ne le seraient dans une loi normale. Cela indique que la vitesse de réduction de la volatilité des rendements du CAC All-Tradable au cours du temps est supérieure à la celle d’un bruit blanc gaussien.

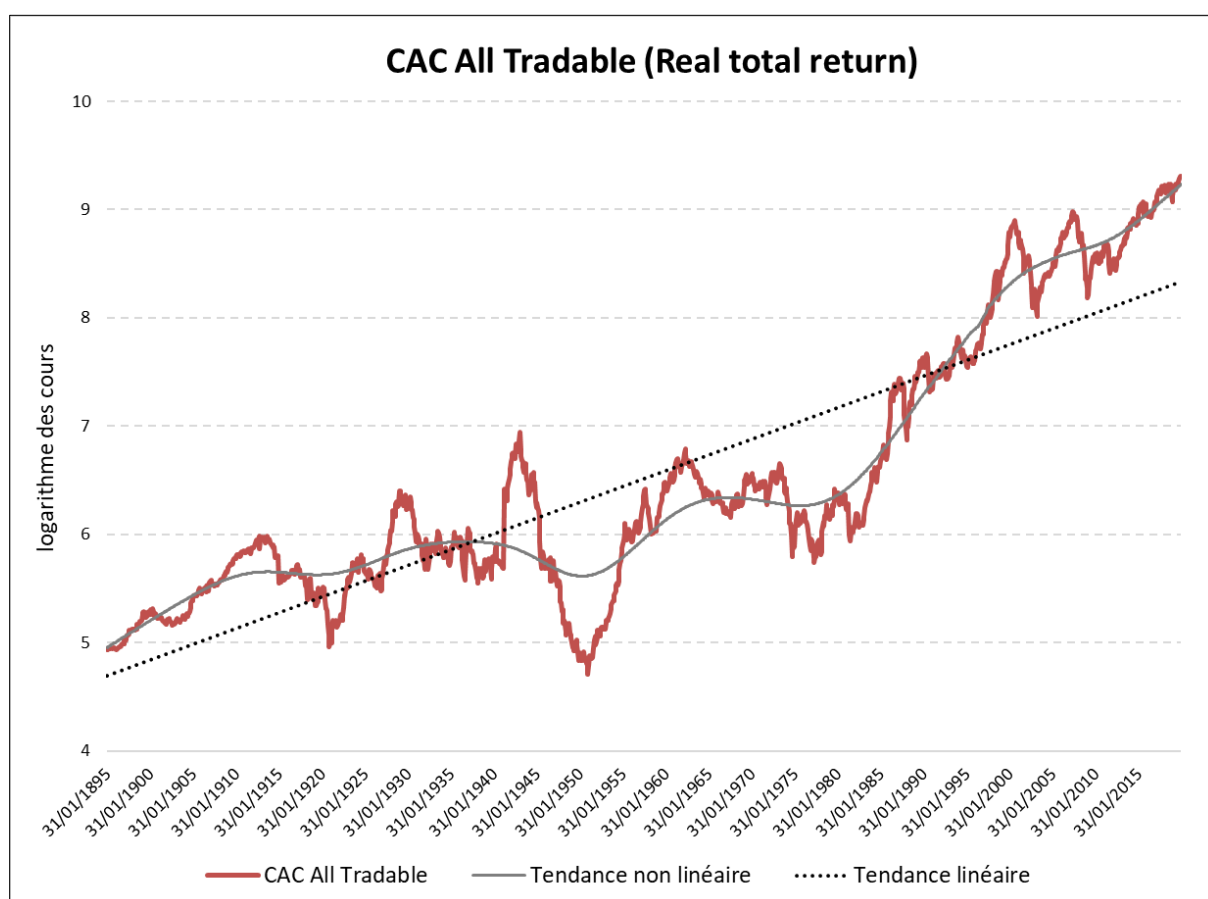


Ces résultats, bien qu’indéniablement porteurs d’information, sont à interpréter avec prudence. En effet, l’indice des prix français souffre de biais de survivance « *survivorship bias* » et de pondération. Ces biais ne semblent pas de nature à remettre en cause la nature du processus mais il est vraisemblable qu’ils conduisent à en surestimer la force. L’utilisation de chroniques historiques révisées fait partie des pistes de recherche à venir discutées au chapitre « projets de recherche ». Dans l’entre-temps, faute de certitudes, nous avons retenu une modélisation très ouverte de la dynamique des cours.

3.5.2. Une modélisation stylisée des marchés boursiers

Les modèles qui présument que les cours boursiers suivent une marche aléatoire avec retour à la moyenne, peuvent revêtir de nombreuses formes. La modélisation retenue repose sur une dynamique relativement souple et ignore les facteurs conjoncturels des variations des prix (phénomènes de surinterprétation, emballements mimétiques et autres processus cumulatifs pour reprendre les principaux biais cognitifs).

Cette liberté nous permet de proposer une carte simple d'un territoire complexe et ainsi, de définir un processus maniable, facile à imbriquer dans notre maquette démoéconomique. Nous supposons qu'en raison des imperfections du cycle économique, c'est-à-dire de l'irrégularité de sa périodicité et de la dissymétrie de ses phases, que l'évolution du prix des actifs risqués n'est pas linéaire (l'analyse des chroniques de cours sur longues périodes le prouve).



Afin d'en tenir compte, à la différence de Metcalf et al. (1995) ou encore de Balvers (op. cit.) qui modélisent les cours au moyen d'un « *Trending Ornstein-Uhlenbeck process* », la dynamique stylisée des prix des actifs risqués est modélisée par une spécification de type « *Time-dependent Ornstein-Uhlenbeck process* » :

$$dV_t = d\alpha_t + \kappa(V_0 - (V_t - \alpha_t))dt + \sigma dW_t$$

où α_t est la tendance de long terme et r_{nt} la pente de la tendance à l'instant (t) d'où :

$$d\alpha_t = r_{nt}dt \quad \Leftrightarrow \quad \alpha_t = \int_0^t r_{ns} ds$$

avec:

$r_n = r_g - \delta$: rendement net du capital
V	: prix d'un actif
W_t	: processus de Wiener
σ	: volatilité de dV_t
κ	: vitesse de "retour vers la moyenne"

S'il n'y a pas de « *mean-reversion* », alors $\kappa = 0$. Dans ce cas l'équation devient :

$dV_t = d\alpha_t + \sigma dW_t$, soit un ABM « *Arithmetic Brownian Motion* » avec « *drift* » variable.

S'il n'y a pas de « *trend* », alors $d\alpha_t = 0$. Ce qui veut dire que si les variations de $d\alpha_t$ sont nulles alors α_t est constant, donc $\exists r_n \in \mathbb{E}$ telle que $\forall t \in \mathbb{R} \quad \alpha_t = r_n$. Dans ce cas on obtient :

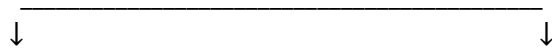
$$dV_t = \kappa(V_0 - (V_t - r_n))dt + \sigma dW_t$$

ou encore :

$dV_t = \kappa(\tilde{r}_n - V_t)dt + \sigma dW_t$ avec $\tilde{r}_n = V_0 + r_n$, soit un pur « *OU process* ».

« *Time-dependent Ornstein-Uhlenbeck process* »

$$dV_t = d\alpha_t + \kappa(V_0 - (V_t - \alpha_t))dt + \sigma dW_t$$



Sans « *trend* » :

Sans « *mean - reversion* » :

$$dV_t = \kappa(\tilde{r}_n - V_t)dt + \sigma dW_t$$

$$dV_t = r_{n_t}dt + \sigma dW_t$$



« *OU process* »

« *ABM (drift variable)* »



$$V_t = v_0 e^{-\kappa t} + \tilde{r}_n (1 - e^{-\kappa t}) + \sigma \int_0^t e^{\kappa(s-t)} dW_s$$

$$V_t = v_0 + \int_0^t r_{n_s} ds + \sigma W_t$$

Les moments d'ordre un et deux donnés par l'isométrie d'Itô sont :

$$\mathbb{E}(V_t) = v_0 + \int_0^t r_{n_s} ds \cong v_0 + \delta t \sum_{j=0}^{N-1} r_{n_j} \text{ d'où } \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbb{E}(V_t) = \delta t \sum_{j=0}^{N-1} r_{n_j}$$

$$\text{Var}(V_t) = \frac{\sigma^2}{2\kappa} (1 - e^{-2\kappa t}) \text{ d'où } \lim_{t \rightarrow \infty} \text{V}(V_t) = \frac{\sigma^2}{2\kappa}$$

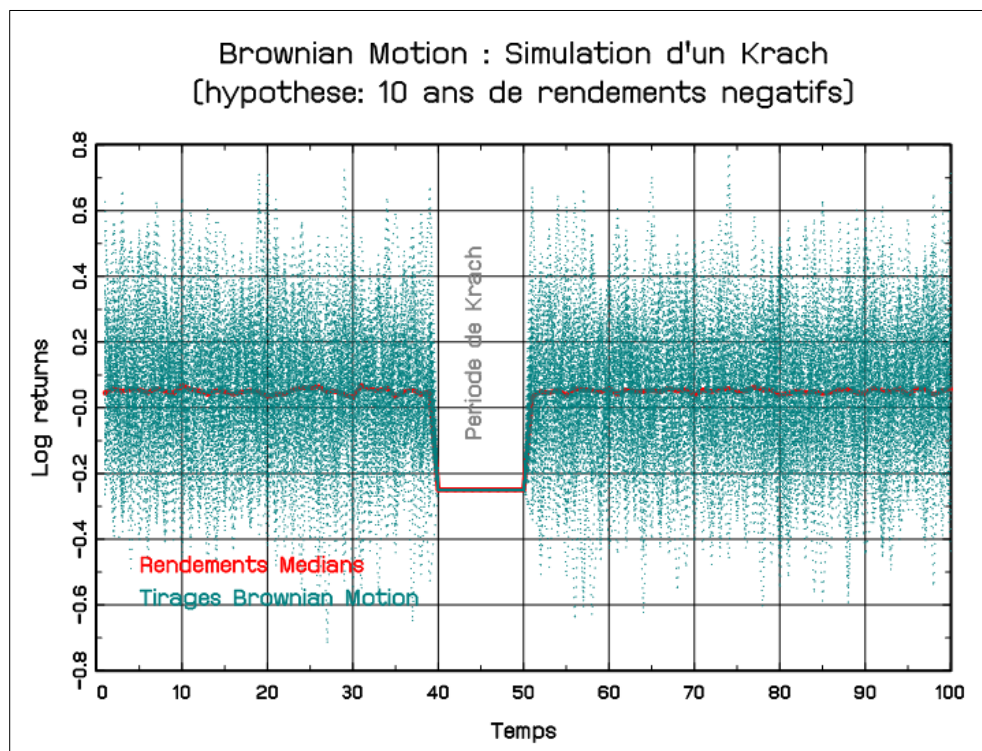
On constate que la modélisation retenue est flexible et nous permet de simuler un mouvement brownien, un « *O.U. process* », ou une « *mixture* » des deux en fonction de la valeur de la vitesse de retour vers la moyenne κ .

► **Une illustration de la dynamique du processus**

Pour illustrer l'influence de κ sur la dynamique du prix des actions, on a simulé un grand nombre de trajectoires par tirages aléatoires pour un triplet r_n, σ, κ donné. Puis on a généré arbitrairement une séquence négative de log-returns (notée : « *période de Krach* » sur les graphiques).

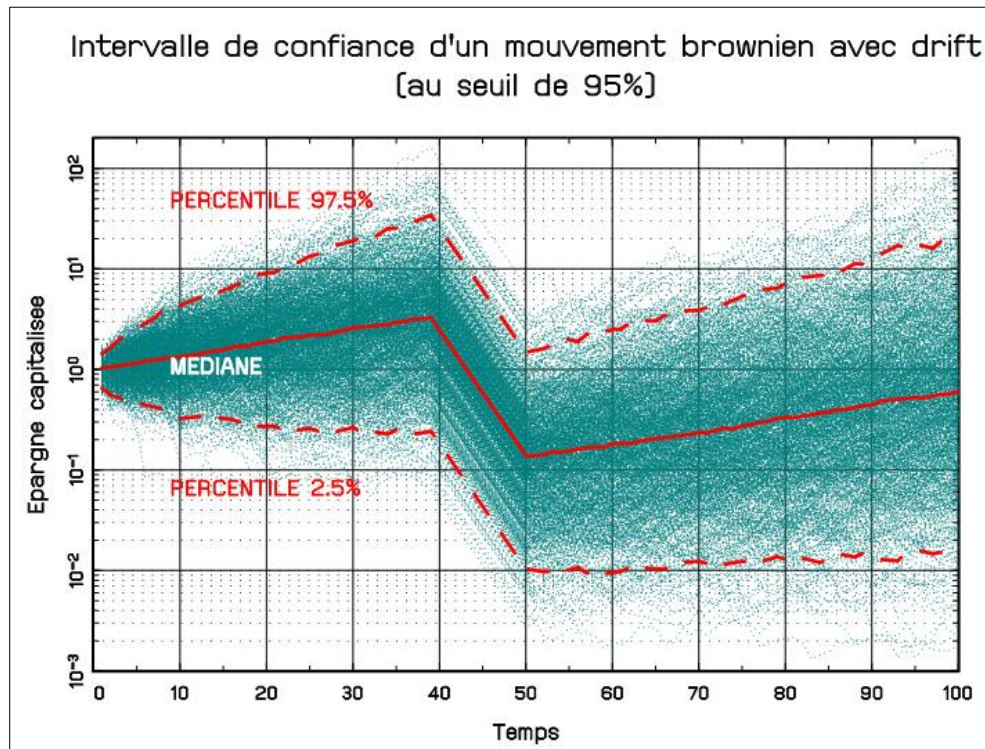
- **L'hypothèse d'efficacité des marchés**

La première hypothèse $\kappa = 0$, suppose assez classiquement que le rendement des actifs suit un bruit blanc gaussien avec un « drift » r_{nt} variable dans le temps. Elle revient à s'inscrire dans le cadre de l'EMH. Abstraction faite de la période dite de « krach », les simulations montrent que les rendements médians sont stationnaires autour de leur espérance : le krach n'affecte pas la dynamique du processus DS (« *Difference Stationary* ») et les cours sont stationnaires après différenciation.



Cependant dans un processus DS, un choc temporaire affecte de manière permanente la composante stochastique de la série²³. De fait, quand on examine l'intervalle de confiance de l'épargne capitalisée dans notre univers fictif, on constate que le choc simulé affecte de manière durable le niveau probable du capital accumulé.

²³ C'est le cas lorsque le rendement des actions est stationnaire sous la forme : $(1-L)d X_t = b + \varepsilon_t$ où $\varepsilon_t \rightarrow N(0, \sigma^2)$. Avec L l'opérateur retard, d l'ordre d'intégration et b la dérive. En niveau, l'expression s'écrit: $X_t = b + X_{t-1} + \varepsilon_t = b + (b + X_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t = \dots = X_0 + b_t + \sum \varepsilon_i$. La composante stochastique correspond au cumul des innovations ε_i . Autrement dit le processus garde une mémoire permanente des innovations passées.

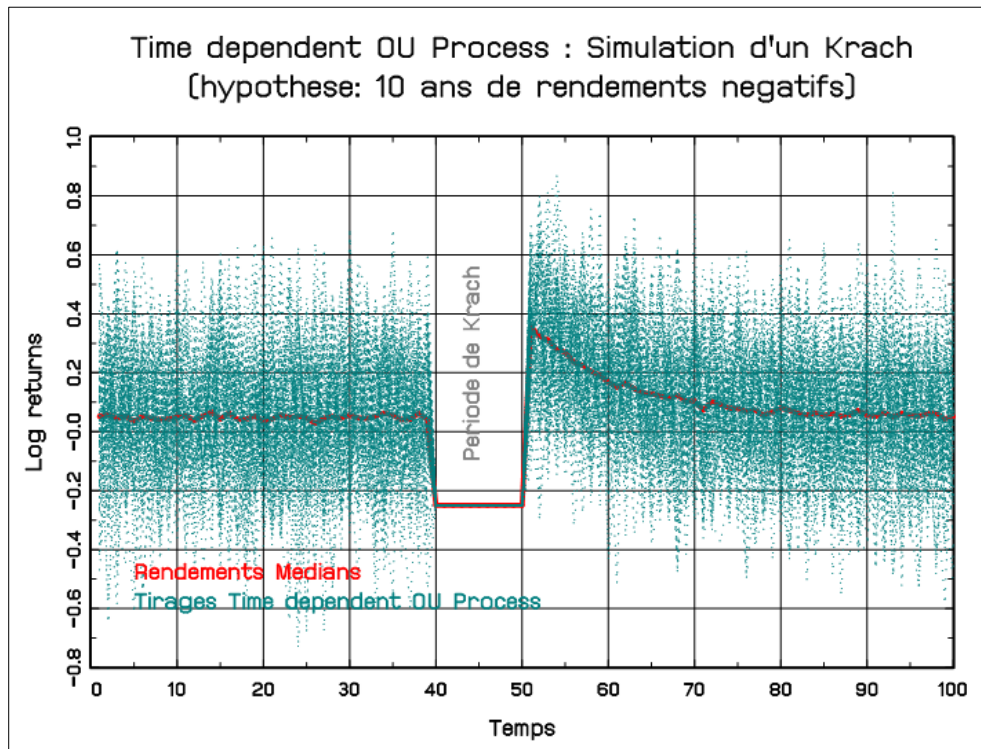


Or, pour les épargnants, la détention d'actifs risqués à long terme ne semble avoir d'intérêt que si une « force de rappel » ramène les prix des actifs vers un trend déterministe.

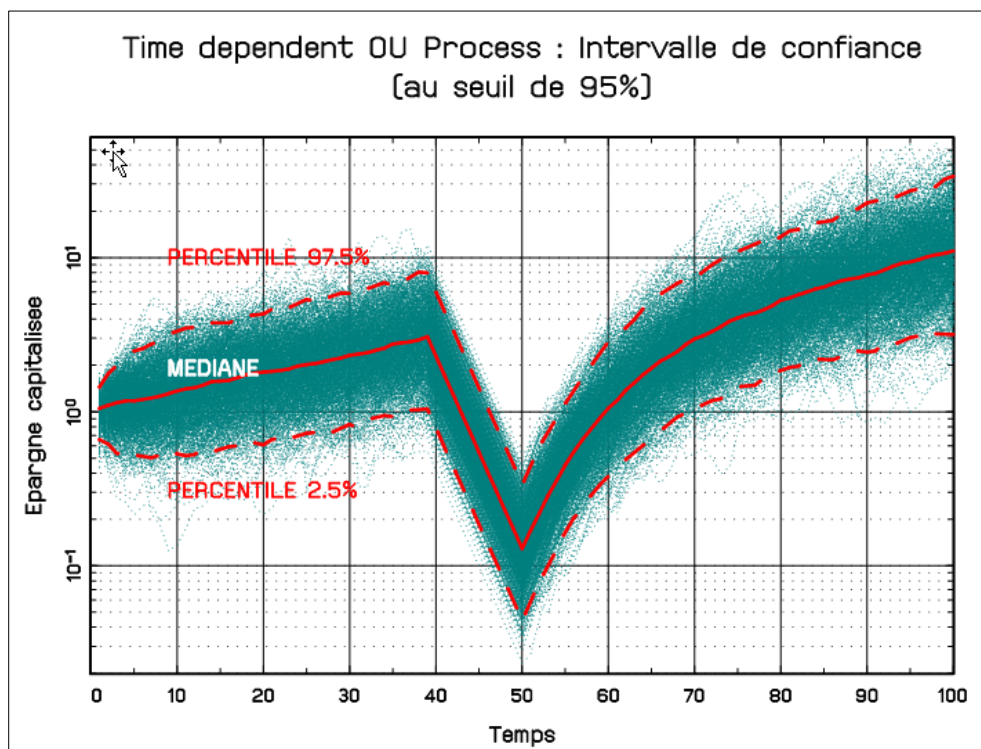
- **L'hypothèse d'un « Time-dependent OU process »**

La mise en évidence récurrente dans la littérature académique de « *mean reversion* », ou pour éviter les abus de langage « de retour des cours boursiers vers leur valeur fondamentale », justifie une modélisation alternative ($\kappa > 0$). A ce titre notre modélisation présume que les chocs sur les marchés boursiers ont un caractère transitoire et qu'à plus ou moins long terme un mouvement de sens opposé viendra corriger la déviation initiale pour rapprocher les prix des actifs de leur valeur d'équilibre $\int_0^t r_{n_s} ds$.

Afin de vérifier les propriétés d'une dynamique de type « *Time-dependent OU process* », on effectue une simulation stochastique en se plaçant dans le même environnement espérance-variance que précédemment (seule la valeur de κ est ajustée à la spécification du processus). Une des propriétés importantes de la spécification retenue, réside dans l'influence des innovations stochastiques dW_t . Contrairement au processus gaussien précédemment étudié, on constate sur le graphique ci-dessous que les rendements médians simulés sont affectés par la période de krach : la valeur médiane des rendements est supérieure à sa valeur d'avant crise, jusqu'à ce que le niveau de la série rejoigne graduellement le trend déterministe.



On constate que lorsque l'on simule un krach, les chocs affectent la valeur de la série (son cycle) sans affecter la tendance déterministe. L'effet du choc tend à disparaître au fur et à mesure du temps en fonction de la valeur de κ .



Les mouvements extrêmes de prix observés sur les marchés financiers sont donc transitoires, c'est-à-dire qu'une forte variation dans un sens est suivie de mouvements de sens opposés qui corrigent tendanciellement la déviation initiale et ramènent les prix des actifs vers leurs valeurs fondamentales. Le mécanisme est clairement résumé par l'intervalle de confiance construit à partir des simulations aléatoires.

3.5.3. L'estimation de la demi-vie

Un point est d'identifier l'existence d'une force de rappel dans la dynamique des prix, un autre, tout aussi fondamental, est d'évaluer l'intensité du mécanisme. En effet, dans le cas où la vitesse de retour vers le trend déterministe κ apparaîtrait disproportionnée au regard de la durée d'épargne d'un agent, le phénomène ne conduirait pas à des allocations stratégiques d'actifs significativement différentes de celles déterminées dans le cadre de l'EMH. Au-delà de la détection de mécanismes de convergence dans la dynamique des prix, il est donc essentiel d'évaluer la vitesse de cette convergence. Ce paramètre, complexe à mesurer en raison de son instabilité dans le temps, est traditionnellement estimé par la « demi-vie » hl du processus, soit la durée moyenne du temps nécessaire pour que l'écart entre le prix de marché et sa valeur fondamentale soit résorbée de moitié. Plus formellement, en économétrie, la demi-vie d'un processus stochastique est la durée de temps h nécessaire au processus pour que la valeur de sa réponse impulsionnelle en $t + h$ due à un choc apparu en t soit diminuée de moitié.

L'estimation des demi-vies des chroniques boursières est complexe en raison de l'existence de nombreux biais dans les procédures d'estimation. A cet égard, on peut souligner comme Chen et Giles (2011) que les estimations des demi-vies sont dépendantes de la taille des échantillons, des approximations sur l'ordre des processus ou encore des changements de régimes dans les chroniques de prix. Un préalable pour estimer la valeur hl est d'identifier la composante de long terme²⁴ d'un cours boursier, c'est à dire sa tendance, ainsi que sa composante conjoncturelle, son cycle.

La représentation explorée considère donc comme admissible la séparabilité entre tendance et cycle, ce qui reste une hypothèse « forte ». En effet, une telle décomposition entre tendance, cycle et composante irrégulière n'est pas unique. Par conséquent, toute méthode d'extraction

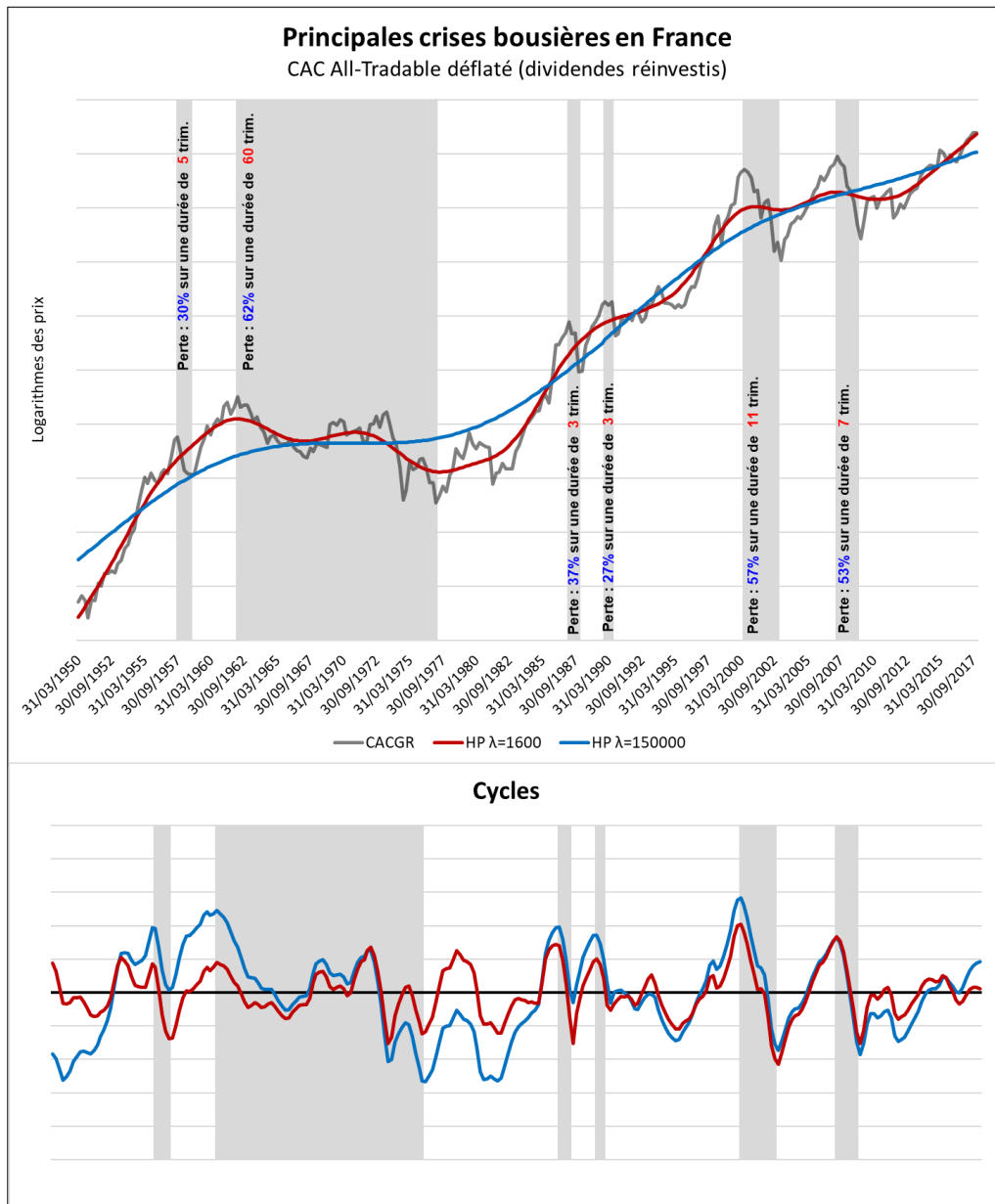
²⁴ On notera que la majorité des auteurs se sont affranchis de cet exercice, considérant que la valeur fondamentale des cours boursiers était matérialisée par le MSCI World Index. L'hypothèse a aujourd'hui moins de crédit en raison de l'interdépendance croissante entre les marchés d'actions. Autre biais manifeste, le poids des actions américaines dans l'indice (64% du MSCI) conduit à estimer des vitesses de retour vers l'indice de référence étonnamment rapides.

de la tendance ou du cycle requiert une convention comportant beaucoup d'arbitraire. L'approximation de ces composantes permet de calculer la « demi-vie » à partir du logarithme des cours « détrendés », ce qui détermine une dynamique où le prix des actions évolue autour d'une tendance de long terme nulle. Pour établir une chronologie des cycles, pour des raisons de maniabilité, nous avons retenu un filtre Hodrick-Prescott.

L'exercice est conduit sur les chroniques trimestrielles du CAC All-Tradable²⁵ dividendes réinvestis de 1950 à 2017. Afin de se débarrasser du phénomène d'illusion monétaire, qui conduit à amalgamer hausse du niveau général des prix et accroissement des rendements financiers, les séries de « *total return* » sont déflatées par l'indice de prix à la consommation. Après plusieurs essais, nous avons renoncé à utiliser les valeurs déterminées par Hodrick-Prescott en fonction de la fréquence des séries pour fixer la valeur de la constante de lissage λ (qui représente le partage des fluctuations entre tendance de long terme et fluctuations de court terme).

Par exemple, pour les séries trimestrielles, Hodrick et Prescott expliquent le choix de la valeur retenue de la façon suivante : le cycle du PIB américain peut raisonnablement présenter des variations de l'ordre de 5% par trimestre ; par contre, la tendance de long terme ne devrait pas fluctuer de plus de 1/8ème de point sur la même période. Le rapport des deux fluctuations donne la valeur de λ , soit pour une fréquence trimestrielle $\lambda = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = [5\% / (\frac{1}{8}\%)]^2 = 1600$. Or si ces élasticités paraissent pertinentes pour la mesure des cycles économiques, elles ne semblent pas adaptées pour l'analyse des chroniques boursières qui sont beaucoup plus volatiles. De fait, l'utilisation d'un filtre HP avec une valeur de lissage de 1600 définit une tendance trop « laxe » qui détermine des cycles courts et conduit à une estimation de la vitesse de retour vers la tendance qui paraît trop rapide par rapport aux estimations de Spierdijk et al. (op. cit.) sur les périodes d'après guerres mondiales.

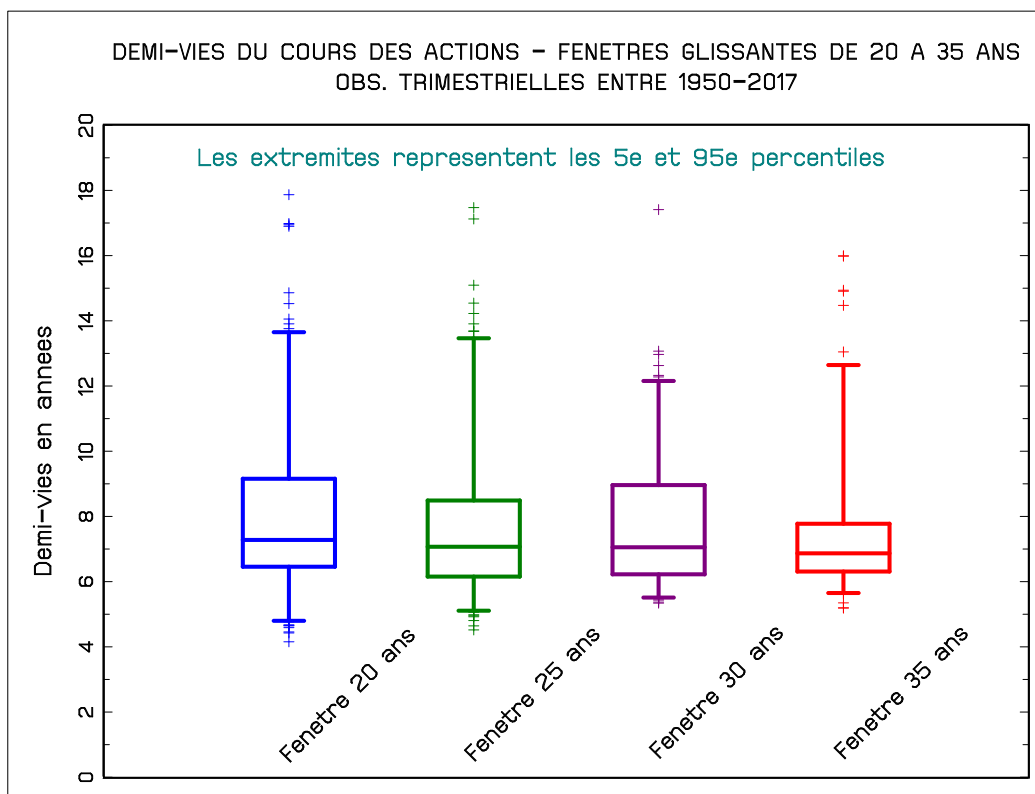
²⁵ Source : Global Financial Data.



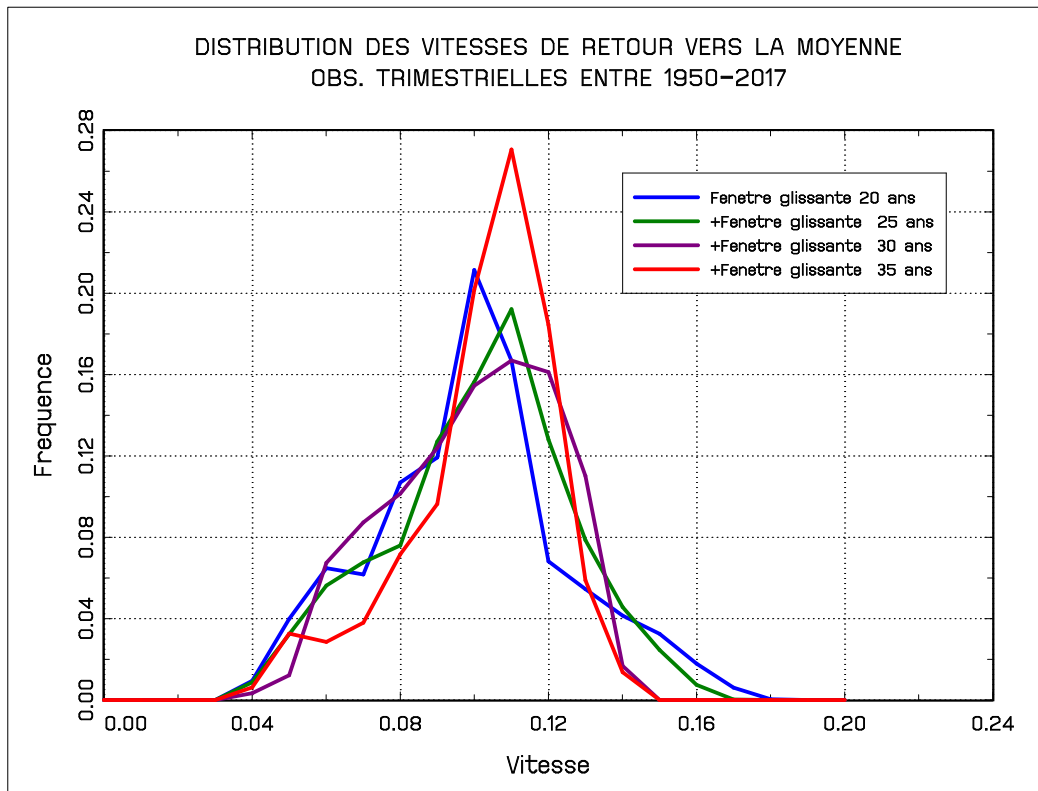
Pour cette raison nous avons cherché de manière empirique la valeur de λ qui déterminait la meilleure concordance avec les principaux points de retournement des indices boursiers. Cette approche expérimentale définit une valeur de λ proche de 150000, loin des standards généralement retenus pour des séries trimestrielles. Nous avons conscience que la démarche reste largement subjective, mais nous apporterons quelques éléments de justification concernant la valeur du paramètre de lissage λ dans la partie consacrée aux projets de recherche.

Ces précisions faites, conscient des limites de notre approche, on peut donner une approximation de la vitesse de retour vers la moyenne des actifs risqués. L'estimation s'effectue sur la série détrendée et donc par les cycles déterminés par le filtre HP. Sans insister sur la

méthodologie,²⁶ signalons que dans la procédure d'estimation empirique de la demi-vie, l'estimateur corrigé des biais des MCO est associé à la méthode de la médiane sans biais MUE («*Median Unbiased Estimator*»). Cette technique permet d'évaluer les demi-vies du CAC All-Tradable sur des fenêtres glissantes trimestrielles de différentes largeurs afin d'en apprécier l'instabilité temporelle.



²⁶ Sur le sujet, on se reportera aux travaux de Pradat (2017).



L'estimateur détermine des demi-vies médianes annualisées de l'ordre de 7 ans, compatibles avec la durée d'épargne des agents et avec la fourchette haute des estimations trouvées dans la littérature. La valeur de la vitesse de « retour vers la moyenne » κ se déduit de la demi-vie hl par la formule $\kappa = \frac{\ln(2)}{hl}$. On obtient une vitesse κ proche de 0.10. L'estimation des demi-vies des chroniques boursières nous permet de paramétrer la vitesse de retour vers la moyenne dans le processus qui régit le prix des actifs risqués, lequel détermine - pour une aversion au risque donnée - l'évolution de la structure des allocations d'actifs au cours du temps.

Nantis de nos modélisations stylisées des marchés financiers, il est désormais possible d'apprécier l'influence de ces processus antagonistes sur la stratégie d'allocation temporelle d'actifs. Pour déterminer la performance des stratégies, nous avons procédé à des simulations stochastiques en y intégrant, tour à tour, les paramètres de la dynamique des cours boursiers précédemment estimés. Il est alors facile, pour un processus donné, de simuler artificiellement les trajectoires possibles des rentabilités boursières et d'en évaluer la dispersion. Les rendements actuariels de ces stratégies peuvent alors être comparés aux « rendements implicites » des régimes par répartition.

4. Une application au cadre démo-économique français

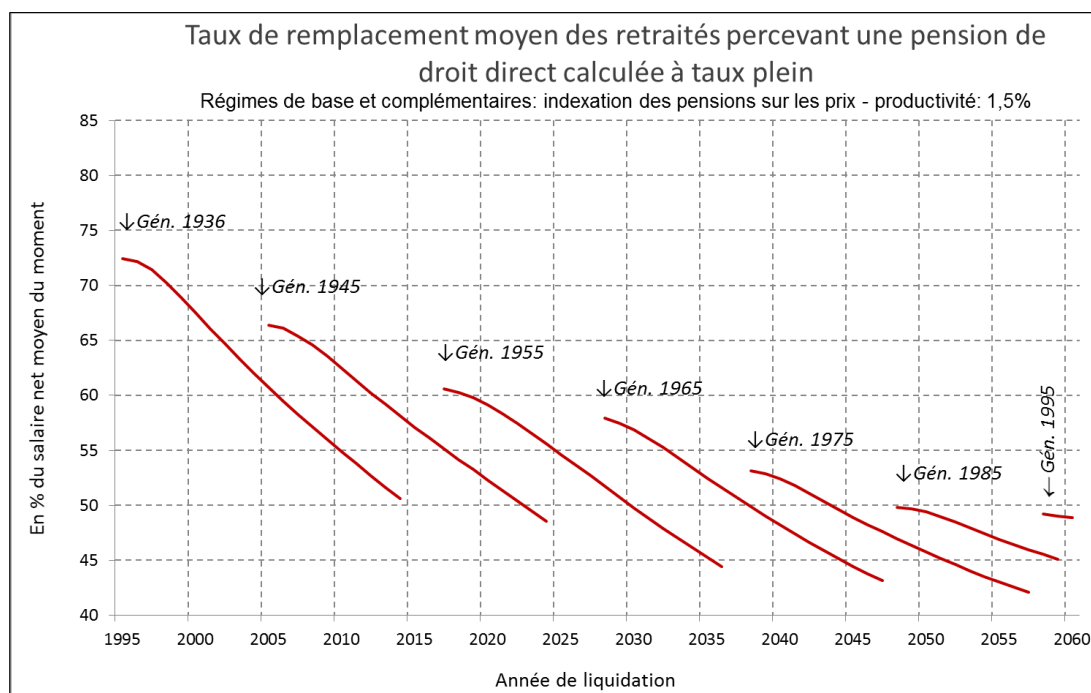
4.1. Une simulation de référence

Afin d'estimer l'évolution du rendement implicite de la répartition, il est nécessaire de disposer d'une simulation tendancielle sur les perspectives financières des régimes de retraite. Dans la maquette utilisée à cette fin, le fonctionnement des systèmes de retraite est stylisé et emprunte les principales caractéristiques réglementaires et démographiques des régimes des salariés du secteur marchand. Avant de détailler les résultats des simulations, il est important de résumer les principales hypothèses retenues concernant les paramètres clés des projections.

Synthèse des hypothèses retenues pour les projections	
Démographie : Projections démographiques Insee. Fécondité 1,95 enfant par femme	
Economie	
Croissance de la productivité du travail à long terme	1,5%
Taux de chômage à long terme	7,0%
Evolutions réglementaires	
Durée d'assurance	La durée d'assurance pour une retraite à taux plein augmente d'un trimestre par an et passe de 41 ans et trois trimestres en 2020 à 43 ans en 2035
Indexation des pensions	Régime général: revalorisation des pensions et des meilleurs salaires sur les prix
	Régimes complémentaires: valeur d'achat du point indexée sur le salaire moyen, valeur de service du point indexée sur les prix

Dans nos projections, l'hypothèse de productivité du travail est fixée à 1,5% l'an, soit un pronostic similaire à celui retenu par le Conseil d'orientation des retraites (COR) et en phase avec le ralentissement de la croissance de la productivité du travail observée depuis le début des années 1990. Parallèlement, le chômage convergerait vers son niveau structurel. La projection à législation constante montre que la succession des réformes entamées depuis 1993 va se traduire par une poursuite de la baisse du niveau des pensions relativement aux salaires. Pour s'en convaincre, analysons l'évolution des taux de remplacement projetés pour les différentes générations tout au long de la durée de leur retraite. Par exemple, les salariés nés

en 1936 ont perçu en 1996 une retraite moyenne supérieure à 70% du salaire net moyen des actifs du moment. Les taux de remplacement des individus de la même cohorte vont diminuer au cours du temps en raison de la sous indexation des pensions par rapport aux salaires.



Pour les générations plus jeunes, l'impact de la réforme sera encore plus perceptible puisque les taux de remplacement à la liquidation vont baisser progressivement d'une vingtaine de points entre les salariés de la génération 1936 et ceux de la génération 1995 qui prendront leur retraite en 2060.

Au vu des résultats de l'exercice de simulation, on constate que l'indexation des retraites sur l'inflation permet aux gains de productivité de ne pas se retrouver dans les pensions. Ce mécanisme, décrit en détail par Hamayon et Legros (2014), se traduit par une baisse du pouvoir d'achat relatif des retraités par rapport aux actifs et participe massivement au rééquilibrage du système de retraite sans que ne soit affichée dans la réforme une baisse explicite des taux de remplacement.

4.2. L'introduction d'un dispositif d'épargne retraite pour compenser la baisse des pensions

La volonté de freiner la dérive des taux de remplacement pourrait conduire les pays caractérisés par une démographie vieillissante à accélérer le développement des compléments de retraite

par épargne afin de limiter les conséquences de la baisse du rendement des régimes par répartition. Les arguments traditionnellement avancés par les partisans du développement d'un système mixte reposent sur les vertus de « lissage intertemporel » propres aux transferts d'épargne et sur l'observation des chroniques passées qui tend à montrer que le rendement des actifs financiers est supérieur à la croissance de la masse salariale.

Toutefois, le capital accumulé au titre des retraites pourrait vite représenter des sommes considérables dont la neutralité macro-économique n'est pas avérée. Les interactions entre épargne retraite, accumulation du capital et croissance limitent donc la pertinence des approches reposant sur l'extrapolation des tendances passées et plaident en faveur de celles s'appuyant sur un bouclage macro-économique.

Nous inscrivant dans cette logique, nous avons étudié l'influence du développement d'une épargne de cycle de vie sur la dynamique de l'économie au moyen d'un modèle de type Solow à deux classes d'épargnants. L'investigation est enrichie, nous l'avons vu, par l'introduction dans la maquette démo-économique d'une volatilité liée à l'imperfection des marchés par le biais d'une double modélisation du processus de détermination du rendement des actifs risqués.

4.2.1. Caractéristiques du plan d'épargne retraite fictif

Notre plan d'épargne retraite à cotisations définies²⁷ (dont les affiliés portent directement les risques) s'inscrit volontairement dans un cadre très simplifiée du modèle de cycle de vie de Modigliani-Brumberg (1954). Dès qu'ils sont de jeunes adultes, les ménages épargnent pour s'assurer un complément de retraite car ils souhaitent lisser leur consommation au cours du temps. L'épargne augmente jusqu'à la retraite puis est convertie en rente. Les consommateurs ont un horizon de planification correspondant à leur espérance de vie. Il n'y a pas de motifs de dons ni de legs, les préférences sont restreintes à la seule aversion au risque. En outre, nous faisons l'hypothèse forte que l'investissement en actifs risqués peut se faire sans contrainte dès l'entrée dans la vie active. Nous nous permettons cette simplification car l'objectif poursuivi se focalise sur la comparaison des propriétés « rendements - risques » de stratégies d'allocation d'actifs contrastées et non pas sur l'analyse des extensions du modèle de cycle de vie.

²⁷ Nous n'aborderons pas dans ce bref article la gestion actif / passif (ALM) de notre plan d'épargne, notamment les stratégies de couvertures (swap, option, dérivés...).

Nous avons conscience que la prise en compte des risques sur le revenu et l'existence de contraintes de liquidité modifient singulièrement le profil de détention d'actions durant la vie active (Cocco et al. (2005)). A cet égard, les travaux de Carroll (1997) sur l'épargne de précaution montrent que lorsque les ménages sont soumis à de forts risques de perte de revenus du travail (chômage), ils accumulent rapidement un stock d'épargne tampon « buffer stock » (en raison d'une forte préférence pour le présent) pour faire face à cette situation.

Les plus jeunes ménages sont particulièrement soumis à cet aléa en présence de contraintes de liquidité surtout s'ils ne disposent pas de réserves patrimoniales facilement disponibles. Par ailleurs, en vertu du concept de tempérance (Kimball (1990 et 1993)), cette épargne de précaution est par nature investie sur des actifs financiers facilement mobilisables à moindre coût, donc des actifs sans risque. Cette analyse conduit à limiter, voire à proscrire la détention d'actifs risqués du patrimoine des jeunes actifs. En avançant dans la vie active, les individus accumulent progressivement un patrimoine qui leur permet d'être moins sensibles au risque de perte de revenu et peuvent alors accroître progressivement la proportion placée en actions. La conjonction de ces phénomènes devrait engendrer un profil de détention d'actions en «U» inversé. Pour l'ensemble de ces motifs, les jeunes ménages seraient peu enclins à accumuler des actions en début de vie active et leur participation aux marchés d'actions pourrait être trop tardive pour tirer réellement parti des vertus de la diversification temporelle dans un marché caractérisé par un processus de retour vers la moyenne sur les horizons longs.

Autre simplification assumée, nous supposons lors de nos simulations qu'en moyenne la majorité de l'épargne financière est investie pour la retraite. C'est-à-dire que les individus sont censés épargner 5% de leur salaire pour se constituer une épargne de cycle de vie. Cet effort apparaît compatible avec le taux d'épargne des ménages français, pour peu que l'on suppose qu'il y ait proximité entre le revenu disponible brut et le revenu primaire des salariés net de cotisations employeurs. Ce qui sous-entend que les prestations sociales sont, en moyenne, approximativement neutralisées par les cotisations sociales salariales, l'impôt sur le revenu et autres impôts courants. Encore une fois, cette hypothèse n'est pas totalement en ligne avec les analyses empiriques sur les comportements d'épargne des ménages. Par exemple, Nardi et al. (2010) s'interrogent sur la faible désépargne des ménages retraités aux États-Unis (sur la période 1996-2006) et trouvent à partir d'un modèle de cycle de vie sur un échantillon de retraités que le rôle des dépenses médicales (notamment celles liées à la dépendance) et des legs altruistes, assimilables à des produits de luxe, sont un motif fondamental d'épargne avec le vieillissement.

Ces réserves faites, afin d'évaluer l'incidence de la constitution d'un plan d'épargne retraite sur la rémunération des facteurs et sur le niveau de vie des retraités, les hypothèses suivantes ont

été retenues. On suppose que le fonds de retraite est abondé à partir d'aujourd'hui par les différentes cohortes de salariés. Tous les salariés du secteur privé dont l'âge est inférieur de 20 ans à l'âge de la retraite à la date de démarrage du fonds y accumulent 5% de leurs salaires bruts.

Les cohortes dont l'âge est compris entre l'âge de la retraite moins 20 ans et l'âge de la retraite moins 8 ans, adhèrent de manière facultative au fonds. On a supposé que 50% des salariés concernés cotiseraient au fonds. Le fonds est décapitalisé en fonction de l'arrivée à l'âge de la retraite des cohortes qui y sont affiliées, auxquelles des rentes sont allouées.

La volatilité des actifs risqués est fixée, assez arbitrairement, en fonction des normes de long terme à 18%. L'espérance de rendement des actifs risqués est, pour sa part, fonction de la productivité marginale du capital r_n à la période (t) et d'une composante stochastique stationnaire. Compte tenu du niveau moyen du rendement net du capital issu du bouclage – déterminé sciemment dans un contexte de « sous accumulation » – on détermine une espérance de rendement proche de celle observée sur les chroniques longues de cours dividendes réinvestis, soit environ 5% en termes réels. Pour le reste, les hypothèses relatives à la revalorisation des rentes ou encore aux frais de gestion sont précisées dans le tableau ci-dessous.

Gestion du fonds d'épargne	
Effort d'épargne en % du salaire brut	5%
Frais sur versements	2%
Rendement net réel de l'actif sans risque	0%
Volatilité des actifs risqués	18%
Espérance réel des actifs risqués	Rendement d'équilibre r_n
Revalorisation des rentes : (1+taux rémunération)/(1+taux technique)-1	0% (indexation sur les prix)

4.3. Une stratégie d'allocation délibérément prudente

Les stratégies d'allocation testées dans les simulations correspondent à celle d'un agent résolument averse au risque²⁸. Ces stratégies visent à maintenir la valeur du capital accumulé pour compléter la pension de retraite, ce qui transcrit plus formellement correspond à une «Value-at-Risk» nulle au seuil de 99%. Comme les grandeurs sont exprimées en termes réels dans la maquette de simulation, l'objectif revient à maintenir le pouvoir d'achat de l'épargne retraite. Cette hypothèse ne doit rien au hasard. Quitte à ne retenir qu'un critère d'aversion au risque afin de ne pas multiplier les variantes, nous avons prêté au système par répartition – dont le rendement actuariel implicite n'a jamais été négatif – les caractéristiques d'un actif sans risque. On suppose donc que l'effort de solidarité que consentent les générations en activité en faveur des retraités, trouvera sa contrepartie dans l'obligation faite aux générations futures d'actifs de réaliser un effort similaire. A des fins de comparaison, on a donc calibré le plan d'épargne afin qu'il ne délivre aucune rente viagère inférieure à celle déduite de l'épargne accumulée.

Comme le montrent Stangeland et Turtle (1999), lorsque les cours suivent un processus de retour à la moyenne, la stratégie la plus appropriée est celle de la «diversification temporelle²⁹». Dans ce cas la stratégie de diversification standard, introduite par Markowitz (1952), qui consiste à répartir l'investissement sur des actifs dont les variations de prix sont décorrélées, sera couplée avec une seconde stratégie de diversification temporelle qui exploite l'idée que l'incertitude à long terme sur le niveau de rentabilité attendu est plus faible qu'à court terme. Pour l'épargnant, la diversification temporelle consiste à placer ses actifs sur plusieurs fonds, la part du fonds risqué tendant à diminuer mécaniquement avec le temps.

L'objectif étant de maintenir une VaR constante pendant toute la période d'accumulation, la stratégie impose des réallocations périodiques afin de réduire le poids relatif des actifs risqués. Soulignons que par souci de simplification, on suppose, à l'instar de Barberis (2000), que le marché est constitué d'un actif sans risque et d'un actif risqué, conformément au théorème de la séparation. Les résultats déterminent des stratégies différenciées selon les propriétés que l'on prête au cours des actions.

²⁸ L'hypothèse est caricaturale au regard des travaux fondateurs d'Arrondel et Masson (2014).

²⁹ En revanche dans l'EMH, la stratégie de diversification temporelle est plus délicate à justifier. Bodie et al. (1992) montrent toutefois que la prise en compte du capital humain et de la flexibilité du marché du travail peuvent justifier le recours à ce type de stratégie.

➤ **L'hypothèse d'efficience des marchés (EMH)**

Dans le cas paramétrique – hypothèse de distribution gaussienne des « log returns » – la VaR s'exprime classiquement en fonction de la moyenne et de la variance déterminées par la demande (p) d'actifs risqués :

$$VaR_{(t,p)} = p * \left((r_{nt} - r_f) + \sigma_t * Z_{(1-\alpha)} \right)$$

avec :

- p : proportion d'actifs risqués
- r_f : rendement de l'actif dans risque
- $Z_{(1-\alpha)}$: le quantile de la loi $\mathcal{N}(0,1)$ au seuil de probabilité $1 - \alpha$

Dans le cas d'un gaussien, on déduit facilement l'évolution de la VaR en fonction de l'horizon de placement :

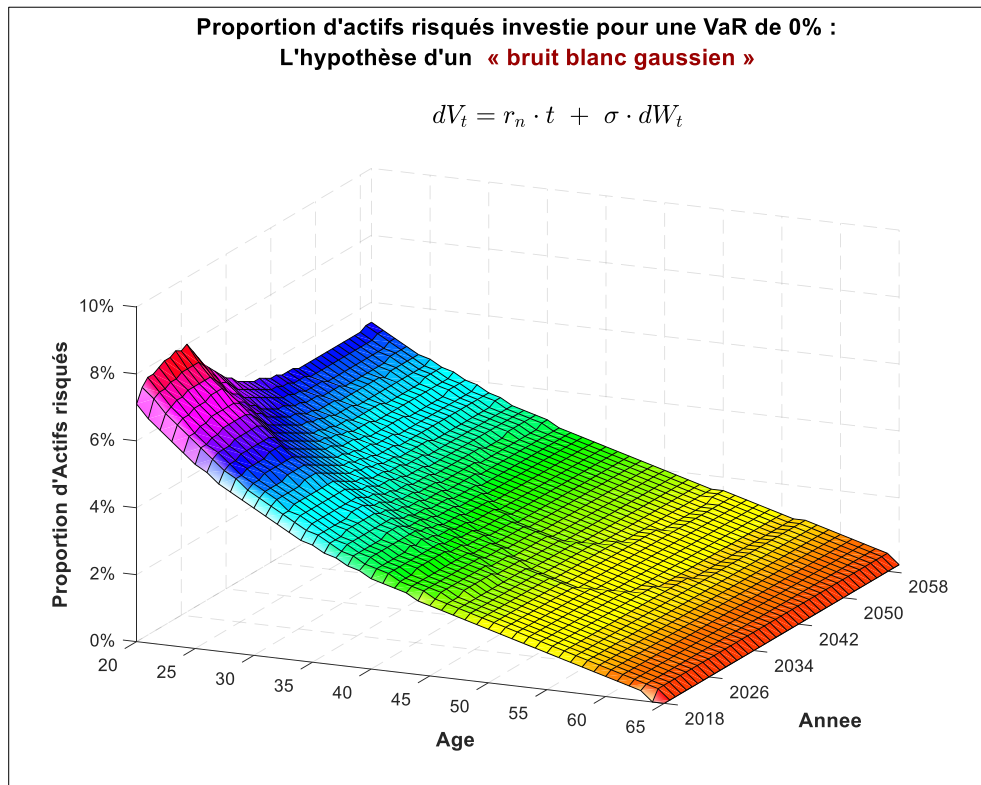
$$VaR_{(t,p)} = t * p * \left((r_{nT} - r_f) + \frac{\sigma}{\sqrt{t}} * Z_{(1-\alpha)} \right)$$

➤ **L'hypothèse de retour vers la moyenne :**

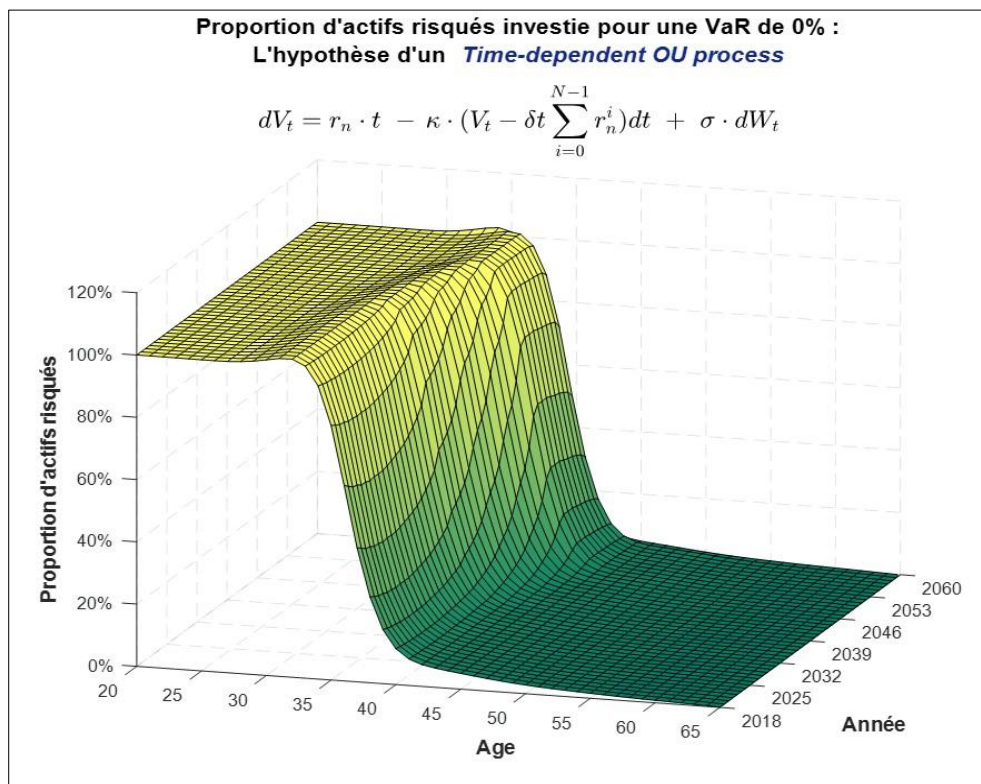
Dans le cas où la dynamique des cours est régie par un « Time-dependent OU process » l'expression de la VaR en fonction de l'horizon (t) devient :

$$VaR_{(t,p)} = t * p * \left((r_{nT} - r_f) + \frac{\sigma}{\sqrt{t}} * \frac{\sqrt{\frac{\sigma^2}{\kappa} * (1 - \exp(-\kappa * t))}}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{\kappa} * (1 - \exp(-\kappa))}} * Z_{(1-\alpha)} \right)$$

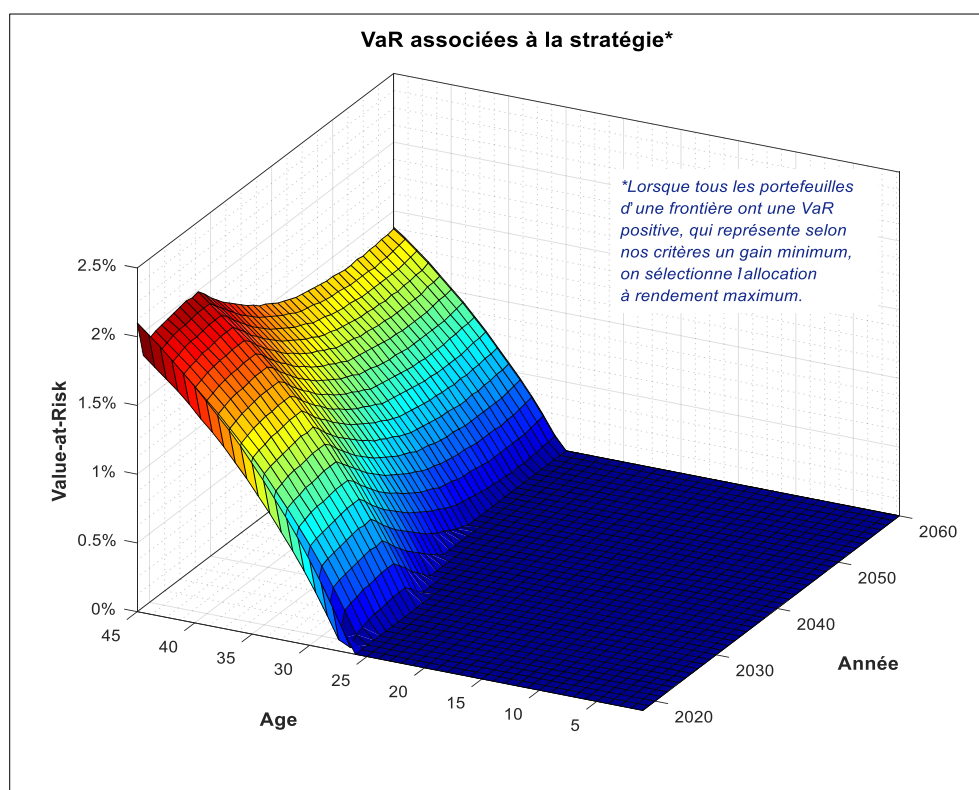
Les allocations stratégiques obtenues dans l'hypothèse où le rendement des actions suit un bruit gaussien s'avèrent plus prudentes que celles déterminées dans l'hypothèse alternative. Ainsi, dans le premier cas l'évolution du poids des actifs risqués dans les allocations des épargnants passerait d'un maximum de l'ordre de 8% au début de la phase d'accumulation (à l'âge de 20 ans par hypothèse) et tendrait rapidement vers zéro à l'âge du départ à la retraite.



D'après les simulations, en présence de convergence du prix des actifs vers leur valeur cible, soit un niveau économiquement compatible, les jeunes actifs seraient conduits à détenir des portefeuilles investis 100% en actifs risqués pendant une durée d'une quinzaine d'années.

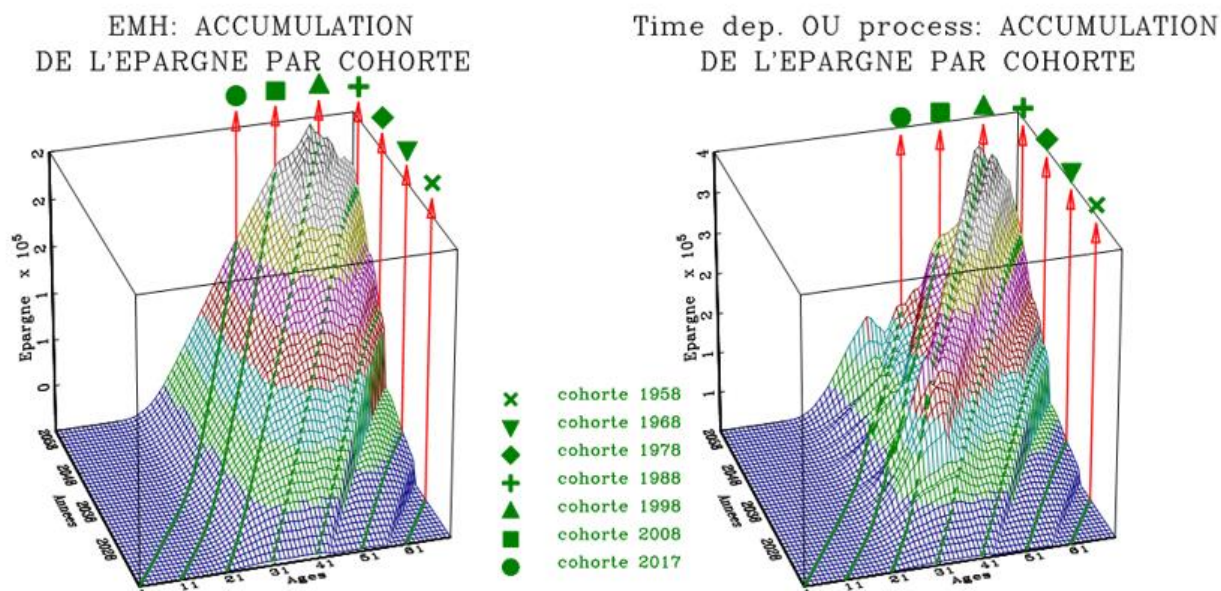


Au-delà, c'est-à-dire environ 25 ans avant l'âge de départ à la retraite, l'arbitrage entre actifs risqués et actifs sans risque serait relativement brusque en raison d'un univers simplifié restreint à 2 classes d'actifs. Le résultat s'explique par des vitesses de réduction de la variance différentes selon les processus envisagés. La réduction de la variance est fonction du temps dans une loi gaussienne, elle est plus rapide (fonction de κ) dans un processus de retour vers la moyenne. C'est donc sans surprise que l'on retrouve une forte proportion d'actifs risqués dans les allocations stratégiques déterminées sous cette dernière hypothèse. Pour comprendre les ressorts de cette stratégie, il est utile d'examiner les valeurs des Value-at-Risk des allocations stratégiques en fonction de l'horizon de placement. L'objectif est de piloter les allocations afin de maintenir une VaR de 0% au seuil de 99%. Cependant, sur les horizons longs, les caractéristiques requises par l'épargnant ne figurent pas nécessairement parmi l'ensemble des allocations constitutives des frontières de la période d'investissement. C'est notamment le cas lorsque toutes les allocations d'une frontière ont une VaR positive³⁰ (ce qui correspond dans notre cas à un gain en capital). Lorsque cette configuration se présente, on sélectionne assez logiquement l'allocation à rendement maximum.



³⁰ On trouve souvent une Value-at-Risk définie non pas à partir de la distribution de perte (-) et profit (+), mais à partir au contraire d'une distribution de profit (-) et perte (+). Dit autrement, une telle définition revient à omettre le signe moins devant la perte et donc à afficher une Value-at-Risk positive. Nous n'avons pas retenu cette convention.

Les grilles d'allocations déterminées, sont ensuite utilisées pour simuler le processus d'accumulation de l'épargne. Du fait de la forte proportion d'actifs risqués dans les portefeuilles, on constate que le capital accumulé par les différentes générations sur leur période d'activité est beaucoup plus « bruité » que dans l'hypothèse gaussienne. La volatilité de 18% retenue pour les actifs risqués joue à plein sur les périodes où les allocations sont riches en actions.



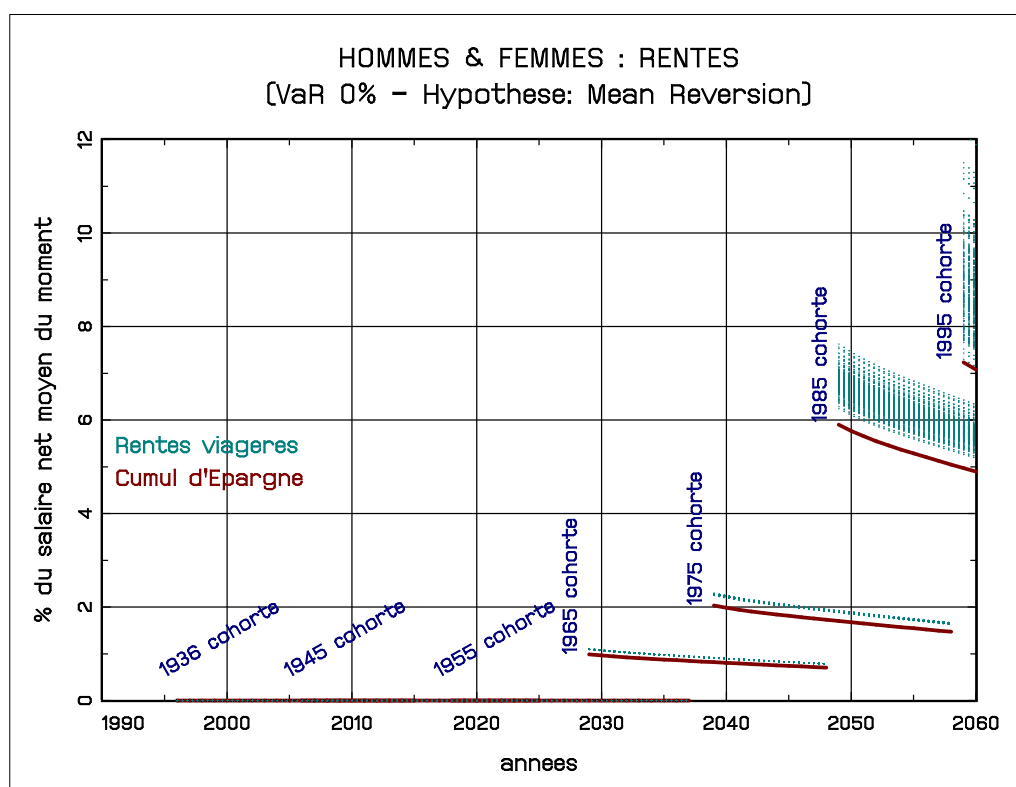
4.4. Le verdict des simulations

Afin d'évaluer la performance des stratégies de placement dans notre environnement stylisé, nous avons procédé à des simulations stochastiques selon les deux dynamiques présumées du prix des actifs risqués. L'exercice permet de simuler artificiellement les trajectoires probables des rentabilités boursières et d'en évaluer la dispersion.

Dans le cas où le rendement des prix suit un bruit gaussien, les rentes attribuées par le fonds de retraite – qui sont fonction de la durée d'abondement, de l'espérance de vie des différentes générations et du rendement net du capital – progresseraient et se stabiliseraient à un niveau proche de 7% du salaire moyen du moment pour les cohortes nées en 1995, qui seront les premières à avoir cotisées sur l'ensemble de leur période d'activité. Ce niveau est proche des rentes déduites du montant de l'épargne cumulée. Le rendement de cette première stratégie est donc relativement insignifiant en raison de la faible proportion d'actifs risqués dans les allocations stratégiques. Le cas alternatif où les mouvements extrêmes des prix observés sur les marchés financiers seraient transitoires (hypothèse de « *mean reversion* »), détermine naturellement des rentes plus élevées (le niveau médian des rentes dépasserait 9% du salaire net du moment en fin de projection) et conjointement plus dispersées. A ce sujet, on pourrait

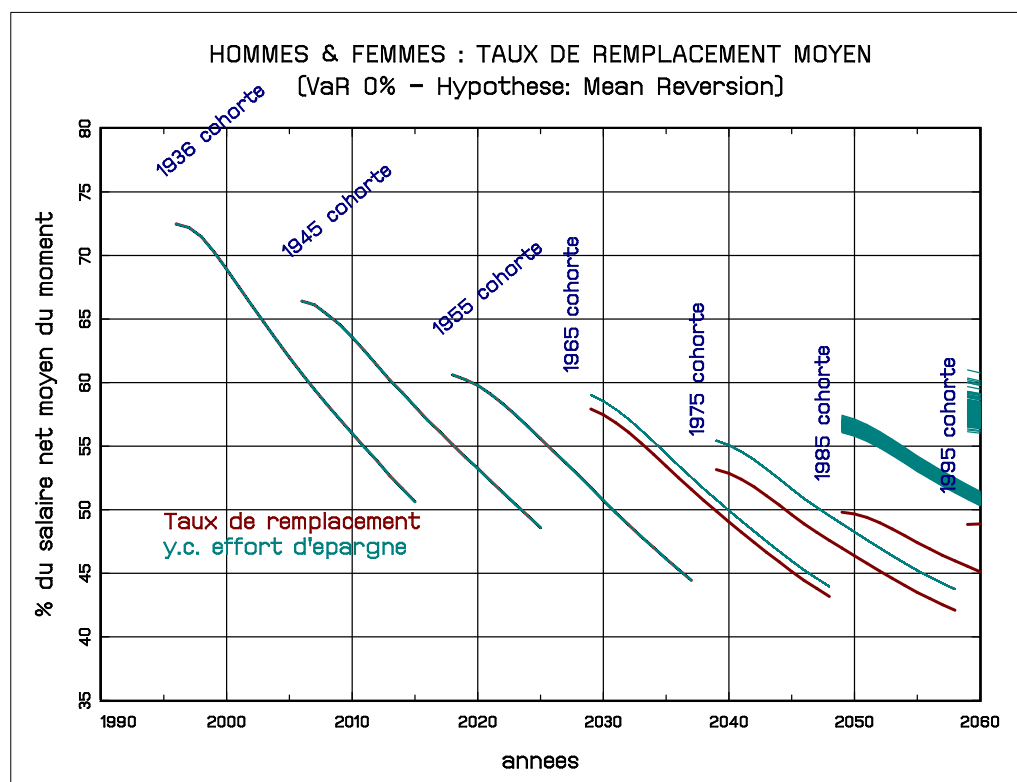
avancer que les taux de remplacement de la répartition sont eux aussi incertains et mériteraient d'être encadrés par un intervalle de confiance. L'objection est légitime dès lors que l'on fait varier les paramètres démoéconomiques et / ou le comportement des agents. Toutefois si on raisonne toutes choses égales par ailleurs, comme c'est le cas par hypothèse dans ces simulations, le niveau des taux de remplacement est déterminé de manière univoque par le calcul. Il n'en va pas de même pour les rentes viagères d'un fonds d'épargne investi en actifs risqués en raison du caractère stochastique des innovations.

En observant le graphique représentant la dispersion des rentes moyennes attribuées aux différentes cohortes, on note que le critère de VaR est respecté pour toutes les cohortes de cotisants. En effet, en dépit d'une volatilité sensible, les rentes viagères ne sont jamais inférieures au montant de l'épargne cumulée, ce qui indique que le rendement des placements est ≥ 0 pour tous les épargnants.



Les rentes sont exprimées en pourcentage du salaire net du moment, soit le même dénominateur que les taux de remplacement. On peut donc, par simple addition, étudier l'impact du plan d'épargne retraite sur les niveaux de vie comparés des retraités et des actifs. Dans le cas le plus favorable, il apparaît qu'à partir des années 2050, les rentes issues de l'effort d'épargne permettraient d'enrayer la baisse des taux de remplacement des régimes par répartition. Au-delà de ce terme, les taux de remplacement, effort d'épargne compris,

progresseraient légèrement et reviendraient en 2060 à des niveaux proches de ceux estimés en 2030.




4.4.1. Un bilan du « bien-être » des agents

Au-delà de la remontée mécanique du pouvoir d'achat relatif des retraités consécutive au versement d'une rente viagère additionnelle issue de l'accumulation d'un capital, la question cruciale qui se pose est celle de l'utilité ou du « bien-être » que les différentes générations peuvent retirer de leur abondement au fonds d'épargne. On peut tenter une mesure de ce bien-être en calculant le taux de rendement interne³¹ (TRI) de « l'opération retraite » (qu'elle provienne de transferts instantanés ou d'épargne) sur leur cycle de vie. Un tel critère intègre à la fois le revenu tiré du régime de retraite, l'effort consenti lors des cotisations et la durée passée à la retraite relativement à celle passée au travail et peut être assimilé à une forme de « comptabilité générationnelle » restreinte à la seule question des retraites au sens d'Auerbach et al. (1991).


³¹ Lavigne (2010) s'interroge sur la définition d'une situation économique « équitable » en fonction des courants libertarien, mutualiste, utilitariste, ou égalitariste. Puis l'auteure liste les indicateurs pour mesurer l'inégalité entre les générations.

Pour les affiliés qui liquident leur retraite, on peut approximer, par génération et par sexe, le rendement interne de « l'opération retraite » par la formule suivante :

$$\frac{\tau_{(t)} \times w_{(a,t)} \times ar_{(a,t)} \times \prod_{i=d}^a px_{(i,t-i)}}{(1+ir)^t} = \frac{p_{(r,t)} \times \prod_{i=d}^r px_{(i,t-i)}}{(1+ir)^t}$$



Vie active



Retraite

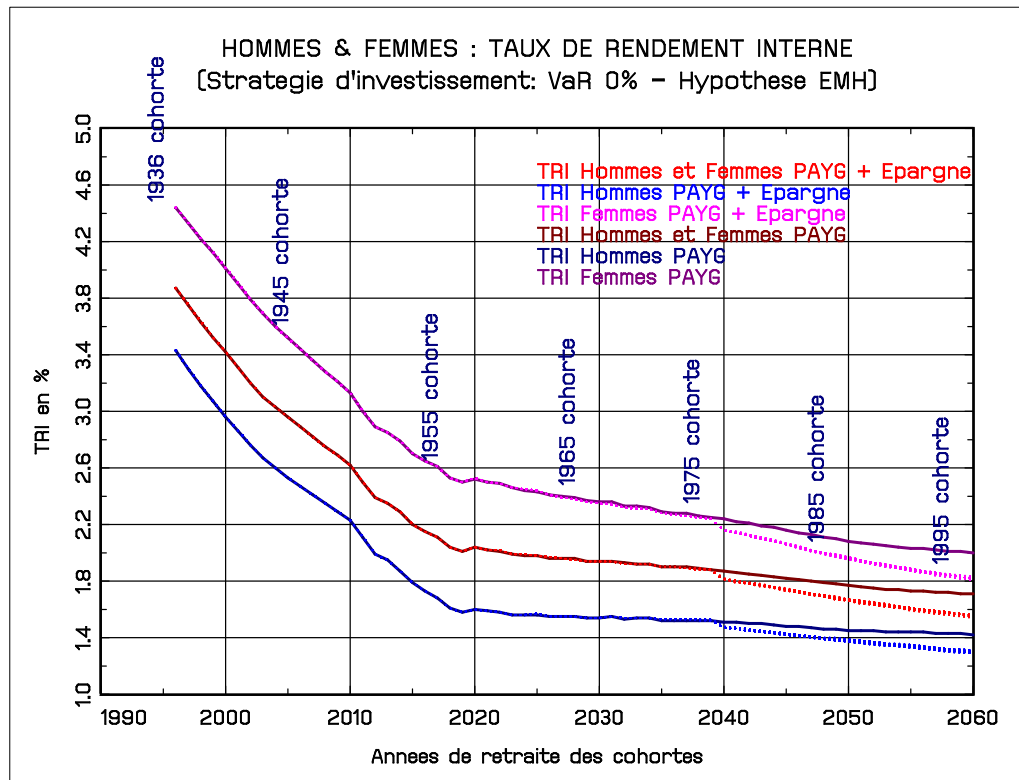
avec :

- ir* : taux de rentabilité interne
- w* : salaire moyen
- τ* : taux de cotisation
- ar* : taux d'activité
- p* : pension de retraite
- px* : probabilité de survie
- a* : âge sur la période d'activité
- r* : âge sur la période de retraite

Pour tenir compte de l'impact de la capitalisation, il suffit d'augmenter le taux de cotisation de l'effort d'épargne en proportion du salaire et d'intégrer la rente viagère à la pension de retraite.

► L'hypothèse d'efficience des marchés

La comparaison des taux de rendement interne du bilan retraite avec et sans effort d'épargne montre clairement que les générations qui participent au plan d'épargne avec comme critère de perte une VaR nulle sur un marché efficient (EMH), bénéficient de rendements inférieurs à ceux offerts par l'édifice des régimes par répartition qui dépendent, toutes choses égales par ailleurs, des évolutions démographiques et des progrès de productivité. L'écart est plus prononcé pour les femmes qui, du fait d'une espérance de vie supérieure à celle des hommes, bénéficient du rendement actuariel le plus élevé. Compte tenu de la très faible proportion d'actifs risqués dans les allocations de cycle de vie des affiliés, la rentabilité des investissements est pratiquement nulle en termes réels (0,20% en moyenne sur la phase d'épargne). Sur le graphique qui représente simultanément l'évolution des rendements des régimes par répartition avec et sans effort d'épargne, le recul des rendements est fonction du poids relatif des deux régimes. On en déduit que si les marchés sont efficients, la préservation dans 100% des cas de la valeur du capital accumulé ne peut être garantie qu'au prix d'un rendement dérisoire, largement inférieur à celui de la répartition. Sous l'hypothèse d'EMH, les marchés financiers ne seraient pas capables d'offrir le même couple « rendement – risque » que les régimes par répartition.

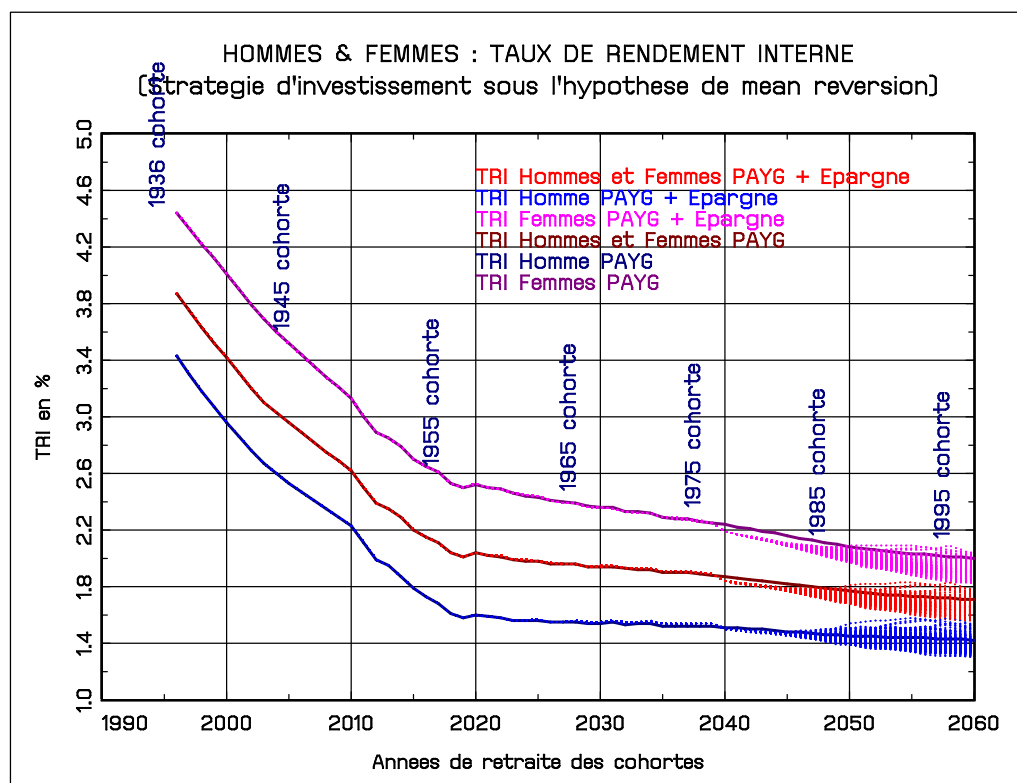


Cette conclusion, qui reste évidemment fragile, découle notamment des conséquences des réformes de 2010 et 2013 sur le comportement de départ à la retraite des salariés du secteur marchand. Lesdites réformes devraient conduire à une augmentation de l'âge moyen de départ à la retraite qui se stabiliserait autour de 64 ans à partir du milieu des années 2030. Or, l'augmentation de l'âge de la retraite a des effets complexes sur le rendement actuariel implicite des régimes par répartition. Contrairement à une idée intuitive, dans le cadre réglementaire français, l'augmentation à 64 ans de l'âge moyen de départ à la retraite débouche sur des TRI plus élevés en fin de période de simulation qu'un maintien de l'âge de départ à son niveau actuel (d'après la CNAV en 2015, l'âge moyen de départ à la retraite est de 62,4 ans). A terme, la hausse du ratio « durées cotisées / période de retraite » est plus que compensée par la hausse des pensions et la stabilisation des taux de cotisation.

➤ **La conjecture d'un retour vers un trend déterministe.**

Dans le cas où la dynamique des cours est régie un « *Time-dependent OU Process* », les conclusions sont plus contrastées. On constate une nette amélioration des TRI des cohortes relativement à l'hypothèse d'EMH testée précédemment. La prise en compte des rentes issues du plan d'épargne contribuerait toutefois à une faible dégradation du rendement actuariel de l'opération retraite pour les femmes, tandis que pour les hommes les TRI des régimes de retraite seraient équivalents aux TRI médians incluant les rentes issues de l'effort d'épargne. Du fait de la plus grande proportion de femmes au sein des retraités, la rentabilité moyenne se

détériorerait très légèrement. En résumé, dans l'hypothèse où la dynamique des cours serait régie par un processus « raisonnable » de retour vers la moyenne, le rendement actuariel du plan d'épargne pourrait concurrencer celui de la répartition dans le cas des pensions de droit direct calculées à taux plein.



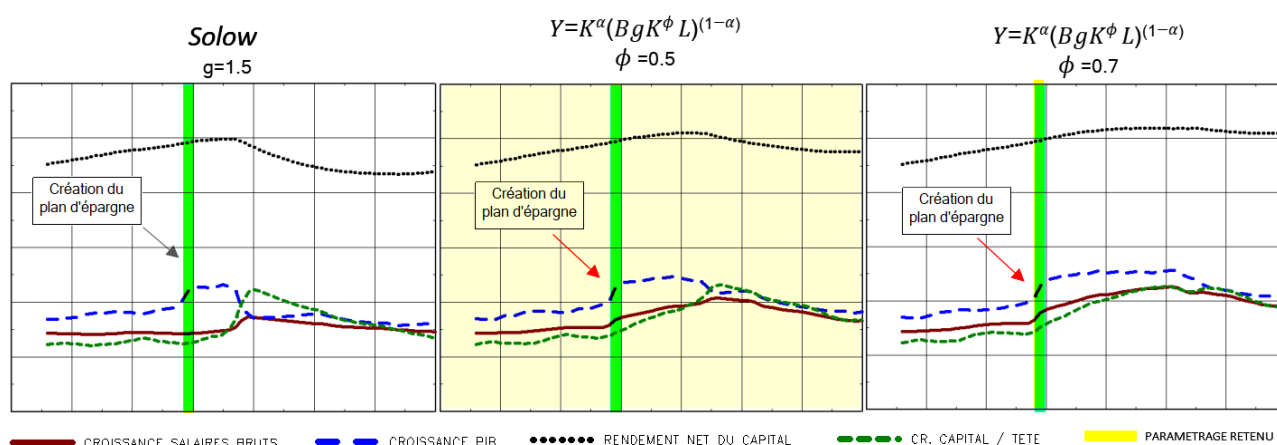
› L'hypothèse de croissance endogène

Du fait de la faible proportion d'actifs risqués déterminée dans l'hypothèse EMH, l'utilisation d'un bouclage macroéconomique alternatif avec croissance endogène ne change pas les conclusions déduites du modèle de type Cambridgien à deux classes d'épargnants. Par conséquent nous nous focalisons sur l'hypothèse où la dynamique des cours est régie par un « OU Process ». Afin d'illustrer les propriétés du modèle de croissance endogène, on a retenu une valeur « raisonnable » pour ϕ . L'exercice de simulation a été effectué avec le modèle :

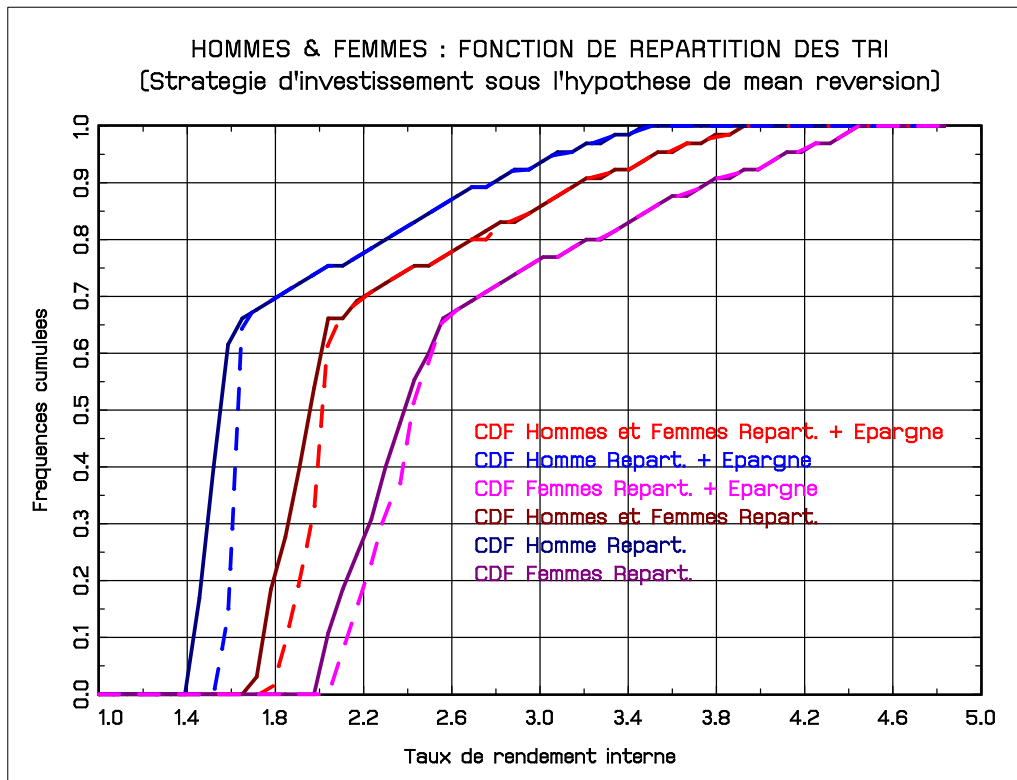
$Y = K^\alpha * (BgK^\phi L)^{(1-\alpha)}$ pour $\phi = 0,5$; soit un niveau qui détermine une valeur de g de 0,75 sachant que, par hypothèse, Y converge vers 1,5%. En effet, en régime stationnaire, la croissance de long terme de l'économie converge vers $Y = \frac{g}{(1-\phi)}$.

On peut illustrer de manière synthétique la différence entre le modèle de base et un modèle d'apprentissage par la pratique partiellement endogénéisé. Dans le cas d'un modèle de Solow avec un progrès technique exogène croissant au taux g , l'incidence de l'augmentation du stock

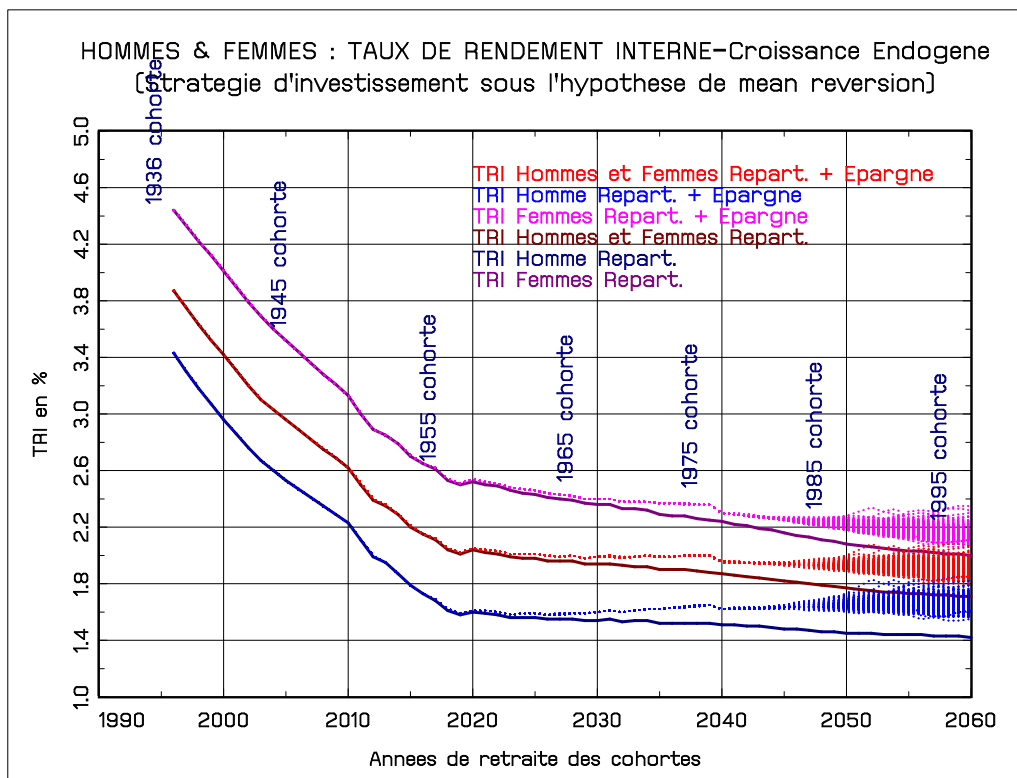
de capital sur la croissance est transitoire et l'excès de capital par tête est rapidement corrigé par la baisse du rendement du capital déterminé ici dans un contexte de « sous accumulation » et non de « règle d'or », soit une conjecture dans laquelle les « capitalistes » consomment une fraction du revenu brut du capital. Après quoi, le système retrouve un sentier de croissance équilibré. La croissance du capital par tête comme la rémunération du facteur travail convergent vers le rythme du progrès technique g . Le taux de croissance de la production convergent vers $(n + g)$, avec n , le rythme de croissance du facteur travail et, dans un contexte de sous accumulation, le rendement net du capital vers : $r_n = \frac{(n+g)}{sv} + \delta \frac{(1-sv)}{sv}$.



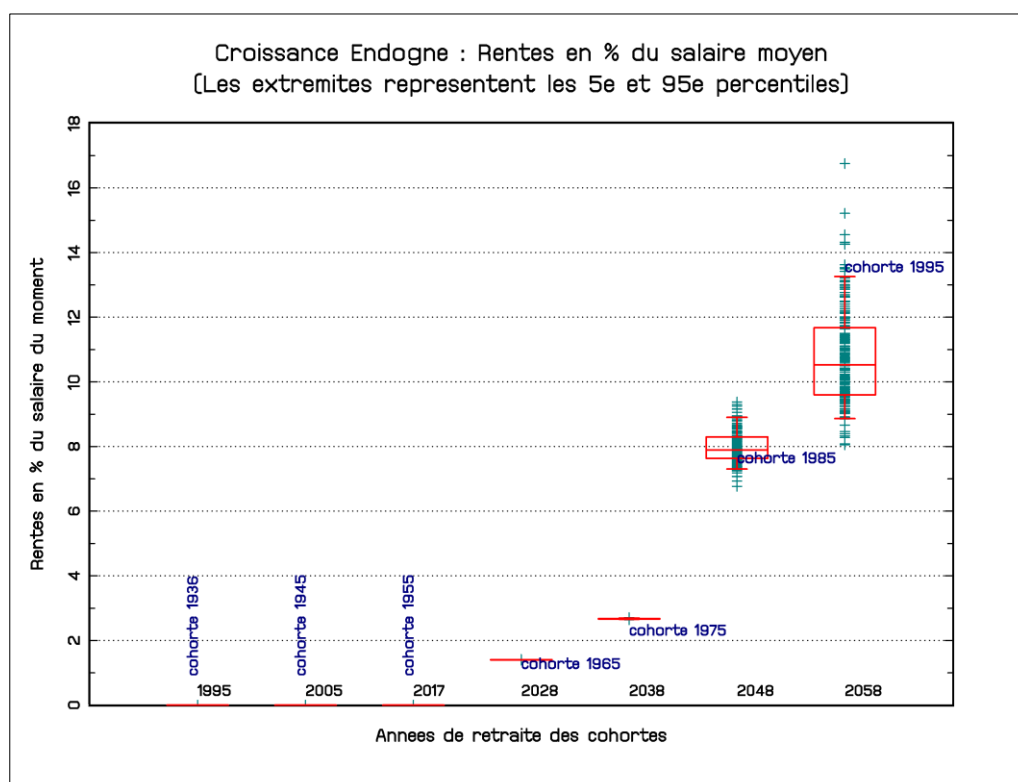
Afin de pouvoir comparer les résultats des deux types de modèles, le modèle de croissance endogène a été paramétré pour donner spontanément les mêmes résultats que le modèle de Solow précédemment testé. La comparaison des fonctions de répartition des TRI déterminés respectivement par le modèle de croissance endogène avec répartition et plan d'épargne et ceux du seul système de retraite par répartition indique que sous cette hypothèse, la participation au plan d'épargne conduit à une augmentation du rendement réel des affiliés. Les rendements calculés pour le couple « régime par répartition - plan d'épargne » dominent stochastiquement au premier ordre les rendements déterminés pour la seule répartition. Ces résultats sont étroitement associés aux conséquences assez complexes du couplage entre « régimes par répartition et plan de retraite ». L'introduction d'une dose de capitalisation dans le modèle de croissance endogène se traduit notamment par une hausse des salaires supérieure à celle observée dans le modèle de Solow. Cette croissance des ressources contribue simultanément à la réduction, transitoire, du besoin de financement des régimes, à une hausse des pensions à la liquidation et à l'accélération de la sous-indexation des pensions. Parallèlement, les effets d'éviction étant moins violents, l'accumulation de capital retraite à un effet moins sensible sur la réduction de l'espérance de rendement du capital que dans le modèle de Solow. La conjugaison de l'ensemble de ces effets détermine des TRI plus élevés relativement aux autres configurations simulées.



Comme le laissait deviner la dominance stochastique d'ordre 1, le « bien-être » de toutes les générations serait amélioré par l'introduction d'un plan d'épargne. Naturellement, compte tenu du phénomène de « mûrissement » du plan d'épargne, les cohortes les plus jeunes seraient plus largement bénéficiaires.



L'accumulation d'épargne retraite dans un modèle d'apprentissage par la pratique augmenté d'un progrès technique exogène, se traduit par une convergence plus lente de la croissance du capital par tête vers son niveau d'équilibre que dans un modèle de Solow. De fait, on constate que le plan d'épargne retraite détermine des rentes viagères plus élevées qu'avec une fonction de production classique. En effet, dans la simulation effectuée à partir du modèle de croissance endogène (modèle « K^ϕ ») la croissance de la production et la rémunération du travail sont affectées plus significativement et plus durablement par un choc sur le stock de capital. Cependant, si les effets d'éviction sont moins rapides dans le modèle « K^ϕ » ($f'(k(L, K))$ est plus rigide), ils n'en sont pas moins présents et, à terme, l'économie converge progressivement vers son état initial. Le modèle « K^ϕ » détermine toutefois des liens plus forts et plus durables entre accumulation du capital et production. Même si ces effets ne sont que transitoires ils conduisent à des niveaux supérieurs des différents agrégats et donc dans ce cas précis à des rentes supérieures au terme des simulations.



Éléments de conclusion

Les résultats des simulations réalisées dans le cadre démo-économique français ne prétendent pas à l'exactitude, mais ils représentent un ordre de grandeur raisonnable qui permet d'illustrer les interactions entre les propriétés que l'on prête au cours des actions et l'efficacité des stratégies de diversification temporelle des risques.

Elles montrent que si le prix des actifs risqués suit une marche aléatoire, c'est-à-dire un processus sans mémoire dans lequel les chocs sont permanents (EMH), les agents averse au risque ne pourront pas obtenir sur les marchés un ratio rendement / risque équivalent à celui procuré implicitement par l'édifice des régimes par répartition du secteur privé. Si l'on prend le taux de rendement interne comme proxy du « bien-être » des agents, alors l'abondement à un plan d'épargne procurerait une utilité moindre que celle procurée par la répartition. Le recours à la hausse des taux de cotisation des régimes par répartition plutôt qu'à l'épargne pour couvrir le risque retraite n'est pas pour autant une solution satisfaisante, car la hausse des cotisations accroît le coût du travail, encourage la substitution du capital au travail et dégrade le rendement du régime.

Toutefois, ces résultats n'ont pas pour ambition d'évaluer les avantages et les limites des ajustements envisageables pour assurer l'équilibre financier des régimes. Les simulations sont focalisées avant tout sur la mesure du risque associée à l'utilisation des revenus du capital pour financer les retraites. En la matière, elles soulignent que les raisonnements simplistes consistant à comparer directement l'espérance des rendements des marchés financiers à celle des régimes par répartition pour en déduire une hiérarchie, comportent une faille majeure car ils font abstraction de la volatilité des marchés.

Ces remarques doivent être modulées si l'on suppose – comme nous le pensons – que la dynamique des cours est gouvernée par un processus de retour vers la moyenne. C'est-à-dire que les mouvements extrêmes de prix observés sur les marchés financiers sont transitoires. Dans cette seconde hypothèse, toujours dans le cas d'un agent résolument averse au risque, le marché pourrait concurrencer les régimes par répartition au prix d'un investissement massif en actifs risqués en début et milieu de vie active.

La dernière hypothèse, qui envisage les conséquences de l'accumulation de capital retraite dans la conjecture probable où les pays développés seraient engagés sur un sentier de croissance endogène, montre clairement que le « bien-être » de toutes les générations serait amélioré par l'introduction d'un système composite de retraite couplant répartition et plan d'épargne.

Quoi qu'il en soit, on ne manquera pas de constater que les conditions de l'alignement entre le rendement de l'épargne retraite et le rendement de l'édifice des régimes par répartition, à savoir un investissement massif en actif risqué y compris pour les agents risquophobes, sont très loin des pratiques et de la culture des intermédiaires financiers. Reste à lever de manière cohérente et déterminée les obstacles à la détention d'actifs risqués par les ménages (inadaptation de l'offre de conseil bancaire ou financier, fiscalité de l'épargne, réglementation prudentielle, *a priori* culturels...).

Ces conclusions restent naturellement fragiles. Pour les confirmer un effort de recherche supplémentaire est indispensable. En effet, nous avons souligné dans cet exposé la fragilité de la technique empirique utilisée pour estimer la tendance et les cycles des cours boursiers. Par ailleurs, les chroniques de prix utilisées sont notoirement biaisées ; il paraît donc nécessaire de refaire l'exercice sur la base d'historiques débarrassés de biais de survivance et de pondération.

5. Projets de recherche

Les pistes de développement soulevées par ces recherches sont nombreuses. Sans qu'ils soient exclusifs, on peut répertorier quelques domaines concrets d'investigation. S'agissant de l'étude des marchés financiers, les différentes techniques d'estimation de la vitesse de retour vers la moyenne des prix des actifs risqués doivent être évaluées afin de fiabiliser la mesure des demi-vies et de déterminer ainsi des allocations de cycle de vie plus pragmatiques. En effet, les recherches empiriques sur ce sujet ne sont pas satisfaisantes.

Un autre centre d'intérêt concerne la gestion de l'épargne après la retraite. En effet, l'augmentation de l'espérance de vie dans un environnement de taux bas pourrait condamner la rente viagère, qui fait déjà l'objet de désaffection (« *annuity puzzle* »). En effet, les taux bas contraignent les assureurs à fixer le taux technique des rentes à des niveaux quasi nuls, voir négatifs (les assureurs ne peuvent pas garantir un taux technique supérieur à 60 % du taux moyen des emprunts d'état (TME) moyen des six derniers mois). Dans ce contexte, le concept de « *Lockbox* » imaginé par Sharpe (2006 et 2007) mérite sans conteste d'être exploré.

5.1. L'évaluation de la demi-vie des actifs risqués

Nous l'avons vu, la vitesse de retour vers la moyenne des prix des actifs risqués est un axe de recherche essentiel dans la modélisation des cours. Sur ce sujet, les résultats des études empiriques sont loin de converger. Par exemple, Balvers et al. (2000) mesurent, entre 1970 et 1996, un retour significatif vers la valeur fondamentale des cours boursiers matérialisée par le MSCI World. Ils estiment sur un panel de 18 pays de l'OCDE une demi-vie moyenne d'environ 3,5 ans. Dans une étude postérieure, Spierdijk et al. (2012) analysent le retour à la moyenne des marchés boursiers des mêmes 18 pays de 1900 à 2009. Sur cette période, en termes réels, la durée moyenne pour absorber la moitié d'un choc sur les marchés serait d'environ 18,5 ans.

Pour tenter de lever cette ambiguïté, au moins deux points essentiels sont à prendre en considération. En premier lieu, il est nécessaire de se pencher sur la « qualité » des séries boursières utilisées.

A cet égard, on notera que nos propres estimations méritent d'être affinées. En effet, les séries de « total return » utilisées pour les actions françaises (CAC All-Tradable ex - SBF 250) sont issues de la base de données « Global Financial Data » qui s'appuie notamment sur les données de la Statistique Générale de France puis de l'Insee pour la reconstitution de ses chroniques longues. Or, aux dires mêmes de l'institut statistique, l'indice français souffre de biais de survivance « *survivorship bias* » et surtout de pondération.

En second lieu, s'agissant toujours de la méthodologie d'estimation de la vitesse de retour vers un trend déterministe, au-delà du recours à des séries corrigées des biais, il semble important de se pencher sur l'efficacité des différentes méthodes dédiées à la décomposition entre tendance, cycle et composante irrégulière (filtres Hodrick-Prescott, Baxter-King, Christiano-Fitzgerald, ...), car les mesures des demi-vies en dépendent directement. En effet, l'estimation de la vitesse de réversion, qui repose sur l'estimateur MCO avec correction de biais, est appliquée sur le logarithme des cours « détrendés », ce qui détermine une dynamique où le prix des actions évolue autour d'une tendance de long terme nulle. Les valeurs des demi-vies hl , qui en sont déduites ont alors une incidence directe sur la structure des allocations de cycle de vie.

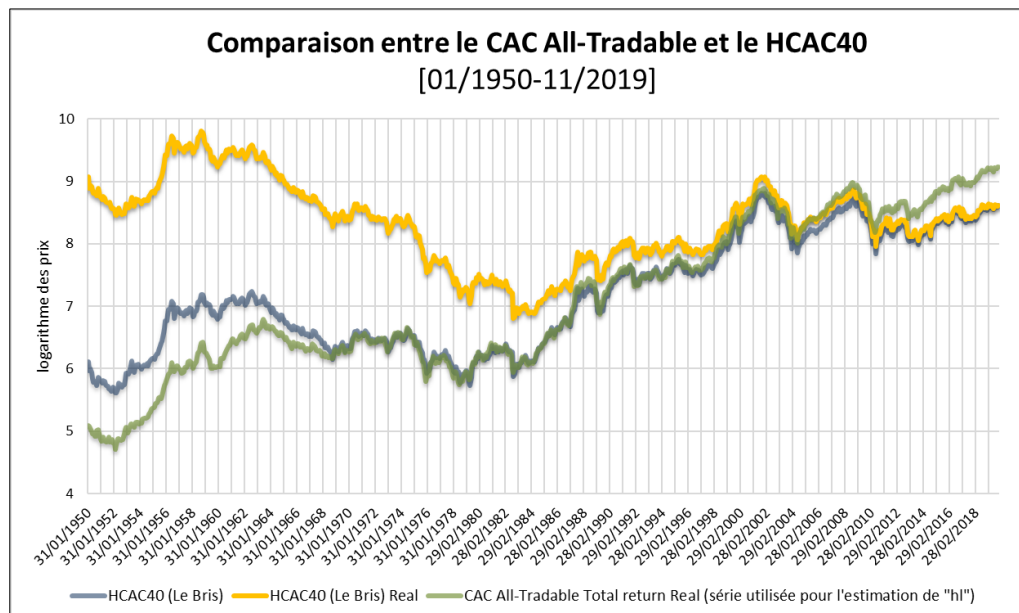
5.1.1. A la recherche d'un indice non « biaisé »

Nous avons mentionné plus haut que les chroniques de prix sur lesquelles s'appuient nos estimations de demi-vies sont « biaisées ». En effet, l'indice général découle d'une agrégation d'indices sectoriels non pondérés. La méthode conduit à une sous-représentation des grandes capitalisations et corrélativement à une surreprésentation des petites. Or, il est avéré que le rendement des petites capitalisations « *small caps* » domine celui des grandes. Il s'en suit une tendance à la surestimation des performances globales de l'indice.

Pour fournir une mesure pertinente de la rentabilité des actions, Le Bris et Hautecoeur (2010) reconstruisent un indice non biaisé qui respecte une méthode homogène à partir de 1854 afin d'être chaîné avec le CAC 40 fournit par Euronext depuis 1988. Cette série, dénommée « HCAC 40 » par les auteurs, est une bonne rétropolation de ce qu'aurait été la performance du CAC 40 s'il avait existé. Pour éviter tout biais de survivance, au début de chaque année, la capitalisation boursière de l'ensemble des sociétés cotées est calculée. Le Bris et Hautecoeur montrent que, compte tenu de la forte concentration des capitalisations boursières, 40 titres suffisent pour être représentatifs de l'ensemble de la cote. L'utilisation de ces nouvelles chroniques permettrait indéniablement de mieux cerner la dynamique des prix. Dans ce cadre, nous avons initié une démarche avec David Le Bris – Professeur associé en finance à la Toulouse Business School – qui nous a aimablement communiqué la série du « HCAC 40 ». Sans exploiter l'indice à des fins d'estimation, on peut déjà le comparer avec l'indice du CAC All-Tradable « nu » (i.e. hors dividende) et celui du CAC All-Tradable³² Total return Real (i.e. dividendes réinvestis et déflaté par l'indice des prix) utilisé pour le calcul des demi-vies. La comparaison est instructive. Elle

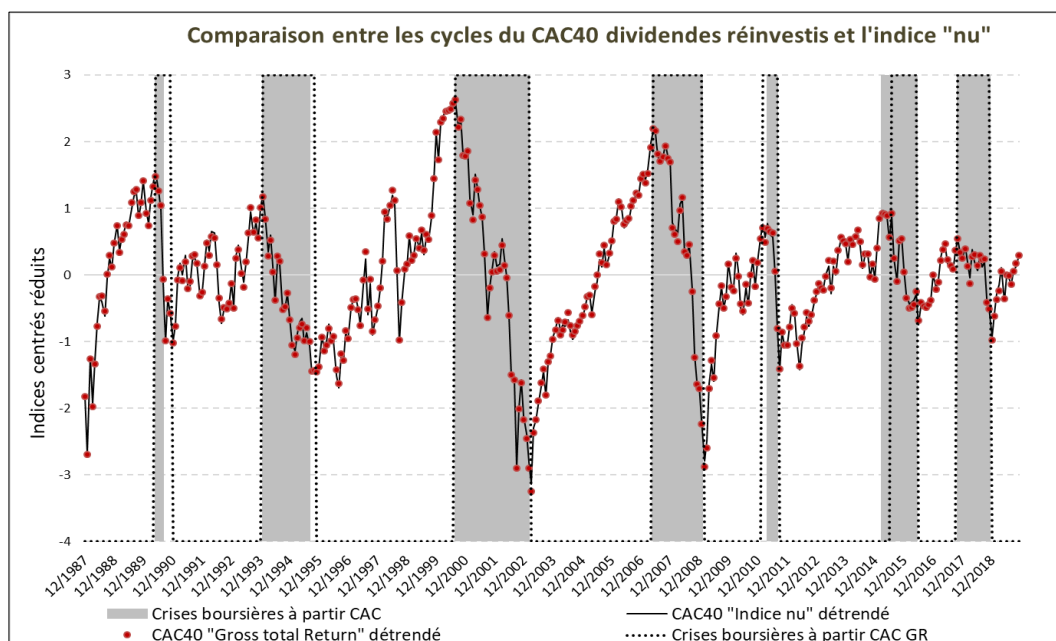
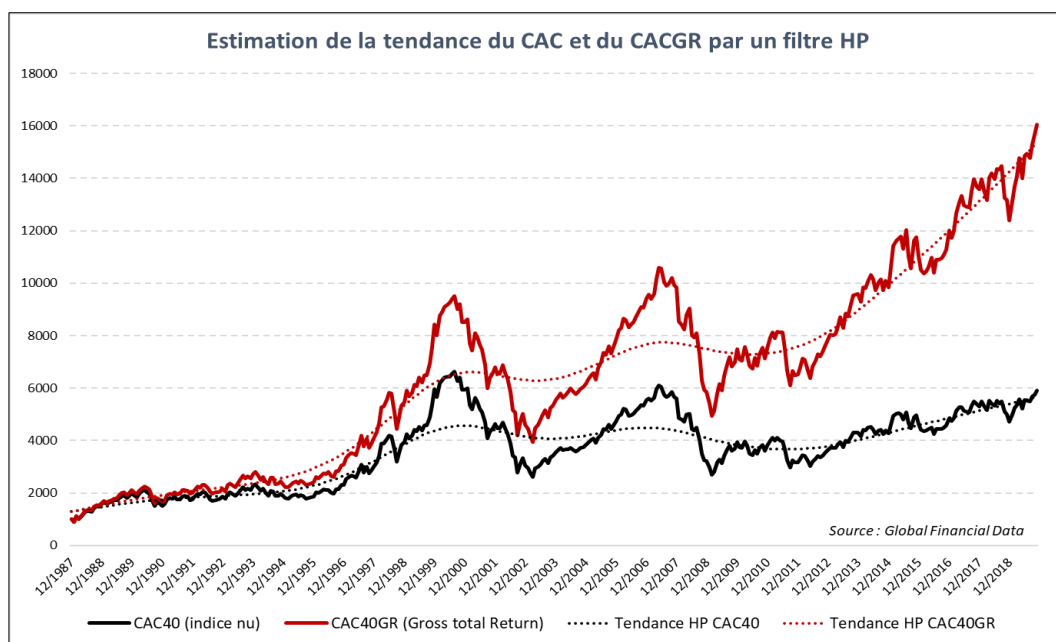
³² Le CAC All-Tradable est calculé à partir des données de la Statistique Générale de France puis de l'Insee et fourni par Global Financial Data.

montre que sur la période [1950-2019] le « CAC All-Tradable Total return Real » utilisé pour le calcul des demi-vies est proche du HCAC40. Toutefois le premier indice est déflaté, l'autre non. Si on exprime le HCAC40 en termes réels on note une décroissance quasi continue de l'indice jusqu'au début des années 1980. Au-delà de cette date, les évolutions sont mieux synchronisées. Les biais qui conduisent à la surestimation du rendement des actions sont manifestes sur les 30 premières années de la fenêtre étudiée. On constate sans équivoque que l'espérance de rendement hors dividendes et inflation de la série non biaisée (HCAC40) est plus faible que celle déterminée par les séries utilisées jusqu'à présent pour mesurer les performances des actions françaises sur longue période. Il est singulier d'observer une telle évolution pendant la période des « Trente Glorieuses », à moins que le cycle ne soit caractérisé par des dividendes particulièrement généreux.



L'utilisation du HCAC40 nous conduira sans doute à réviser l'estimation de la vitesse de retour des actions vers leur valeur fondamentale. On note que seules les chroniques hors dividendes sont actuellement disponibles, le DFIH ([Data for Financial History https://dfih.fr/](https://dfih.fr/)) travaille cependant à la reconstitution de l'historique des dividendes. D'après David Le Bris, la tâche prendra plusieurs années. L'espérance de rendement dividendes réinvestis ne pourra donc pas être estimée sur le HCAC40 « Total return », en revanche on peut montrer que l'estimation des cycles peut s'effectuer sur l'indice « nu » sans générer trop de biais. Afin d'éclairer notre propos, nous avons sélectionné les performances mensuelles du CAC40 avec et sans dividendes réinvestis depuis sa création (31 décembre 1987) jusqu'en novembre 2019. On constate, sans surprise, que la plus haute fréquence conduit à déterminer plus de cycles qu'avec des données trimestrielles. Au-delà de ce résultat inhérent au plus ou moins grand degré de lissage induit par la fréquence des séries, on note qu'une fois détrendée par le même filtre, les cycles déterminés

à partir de l'indice « nu » ou de l'indice « *total return* » sont pratiquement identiques. Ce résultat tend à montrer que l'on peut établir une chronologie des cycles à partir de l'indice HCAC40 « nu », seul disponible à ce jour. La remarque suppose toutefois une politique de distribution des dividendes homogène sur la période sous revue. Si tel est le cas, l'inconnue reste l'espérance de rendement qui ne peut être calculée dividendes réinvestis qu'à partir de la création du CAC40.



Sur le même sujet, Brown et al. (1995) ont également mis en évidence un biais de survivance dans le cas américain pour le S&P 500. Shiller (2000) en propose une série révisée (<http://www.econ.yale.edu/~shiller/data.htm>). Bien que dans le cas de l'indice nord-américain les biais semblent relativement faibles, il peut être intéressant de se réestimer la vitesse de convergence des cours à partir des indices sans biais.

5.1.2. Les techniques de décomposition entre tendance et cycle

L'analyse des séries économiques repose souvent sur une décomposition en tendance et cycle. Il n'existe cependant pas de construction théorique unifiée de cette décomposition. De fait, il existe de nombreuses façons de séparer une série statistique en deux composantes additives, l'une qualifiée de tendancielle parce qu'elle apparaît suffisamment lisse, l'autre qualifiée de cyclique parce qu'elle rend compte de l'oscillation du niveau effectif autour de cette tendance.

La littérature économique fournit plusieurs techniques pour décomposer un agrégat entre sa tendance et la composante cyclique. Schématiquement, il est possible de scinder ces techniques en deux grands groupes :

1. Le premier est fondé sur une modélisation stochastique des différentes composantes de la série. La technique suppose une identification préalable de la dynamique de la série concernée, ce qui est loin d'être aisé. La décomposition de Beveridge-Nelson (1981) et les modèles à composantes inobservables relèvent de ce premier type d'approche.
2. Le second groupe repose sur l'application de moyennes mobiles. Si ces dernières souffrent le plus souvent d'une faible justification théorique, elles se révèlent assez efficaces dans les travaux empiriques : Hodrick-Prescott (1981), Baxter-King (1999), Christiano-Fitzgerald (2003) ...

Il n'est pas question à ce stade de dresser l'inventaire des forces et les faiblesses des différentes méthodes de filtrage. Nous nous contenterons de mentionner les filtres classiques qui constituent une alternative à celui d'Hodrick-Prescott.

Il est utile de signaler qu'il n'existe pas aujourd'hui de consensus sur une technique de calcul. A ce sujet on peut citer le titre un peu provocateur d'une publication d'Hamilton (2017) : « *Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter* » et la réponse l'année suivante de Drehmann et al. (2018) : « *Why you should use the Hodrick-Prescott filter – at least to generate credit gaps* ». On devine, à travers cet échange, qu'il ne faut pas s'attendre à voir se dégager une méthode unique, plus performante que toutes les autres.

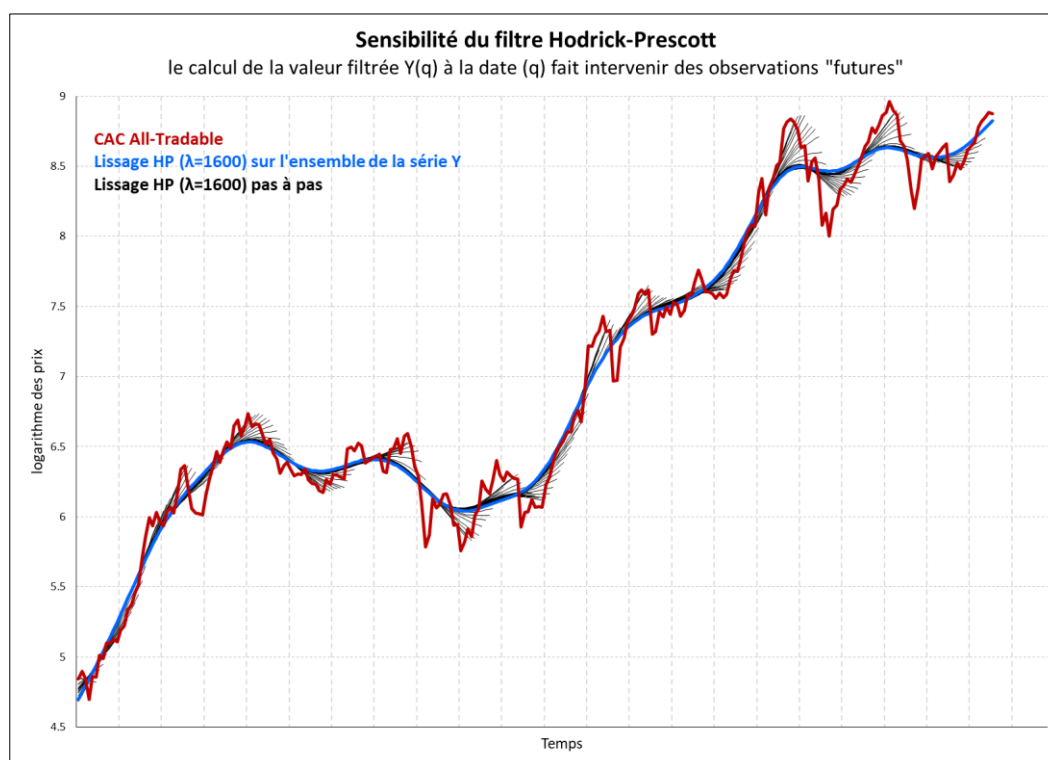
Le filtre HP est d'une grande souplesse ce qui explique sa large utilisation. Malgré ses avantages, ses faiblesses sont clairement identifiées. Sans les recenser toutes, on peut résumer

les principales distorsions attribuées au filtre HP. La valeur de λ a naturellement des implications sur la décomposition tendance-cycle, comme le résume le tableau ci-dessous.

Valeur de λ et distorsion du filtre HP

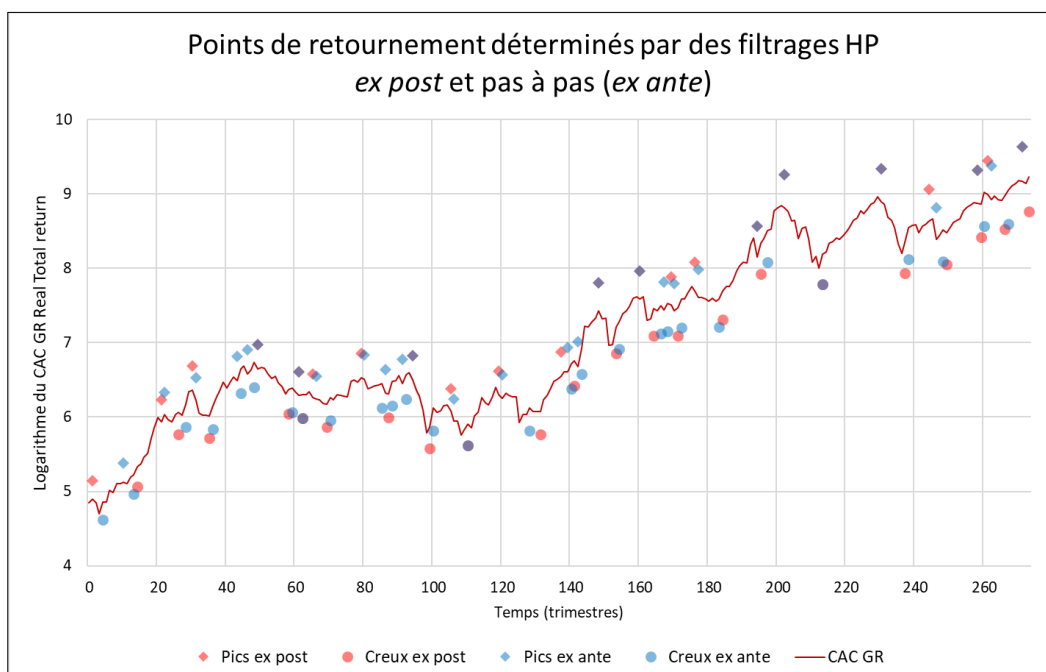
	Valeur de λ	Incidence	Inconvénients
Effet de compression	Faible	Affecte à tort une partie des cycles courts à la tendance	Tendance trop volatile Composante cyclique sous-estimée
Effet de « leakage »	Elevée	Affecte à tort une partie des cycles longs à la composante cyclique	Tendance trop lissée Composante cyclique surestimée

Par ailleurs, le calcul de la tendance est sensible aux observations futures. Comme l'illustre le graphique ci-dessous, la tendance est révisée au fur et à mesure de l'intégration dans les calculs des nouvelles observations. Le filtre HP calculé pas à pas est décalé (si on considère la tendance comme la courbe « enveloppe » des estimations successives) par rapport à un filtre appliqué sur la totalité des observations.



La comparaison des « pics » et des « creux » en fonction des estimations « *ex post* » et pas à pas (dénommée par convention « *ex ante* ») montre que la plupart des faux signaux de retournement du cycle ont lieu lorsque la pente de l'indice et sa volatilité sont faibles. Dans ce cas de figure, l'estimation *ex ante* a tendance à multiplier les signaux relativement à l'estimation *ex post*. On constate en revanche que « pics » / « creux » sont bien identifiés sur les véritables

phases de retournement. Lors de celles-ci, on constate une bonne synchronisation entre les deux modes d'estimation.



Malgré tous ces inconvénients identifiés (auxquels on pourrait ajouter la sensibilité du filtre HP à l'effet de « Slutsky-Yule »), avant de nous lancer dans des recherches dignes de ce nom, nous voudrions, comme annoncé plus haut, apporter quelques éléments de justification pour expliquer la valeur du paramètre de lissage λ retenue pour estimer les cycles du CAC All-Tradable et par là même la valeur de la demi-vie.

➤ **Le choix des paramètres de lissage reste assez arbitraire**

Afin d'aborder par un exemple concret le sujet du calibrage de l'amplitude du cycle en recourant aux valeurs de lissage les plus couramment utilisées dans les méthodes empiriques s'appuyant des moyennes mobiles, nous avons créé par simulation stochastique des échantillons dont nous avons déterminé *ex ante* la dynamique.

- **Le cas d'une demi-vie « *hl* » de 7 ans sur une fenêtre trimestrielle de 50 ans**

Soit la série $Y = Y_c + Y_g$ générée par la simulation stochastique :

$$Y_c(t) = \phi * Y_c(t - 1) + u(t)$$

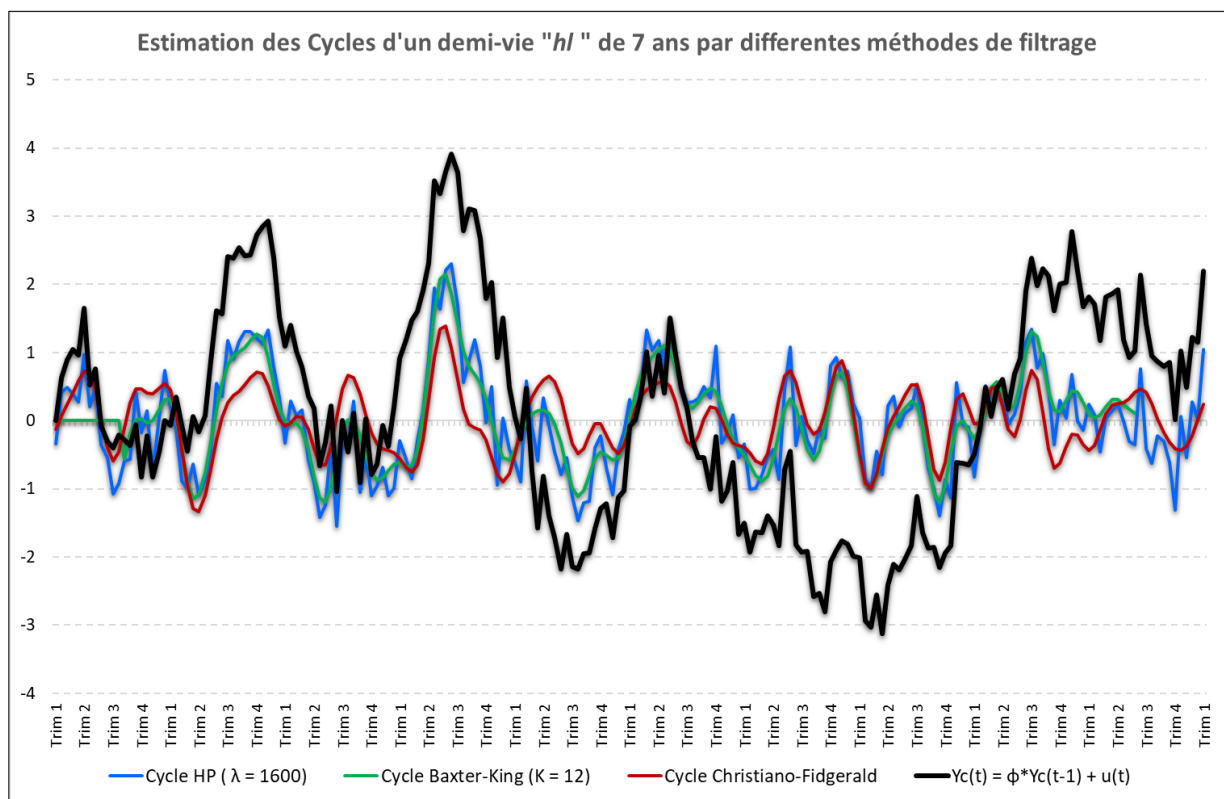
$$Y_g(t) = 0,20 + Y_g(t - 1) + nu(t)$$

avec :

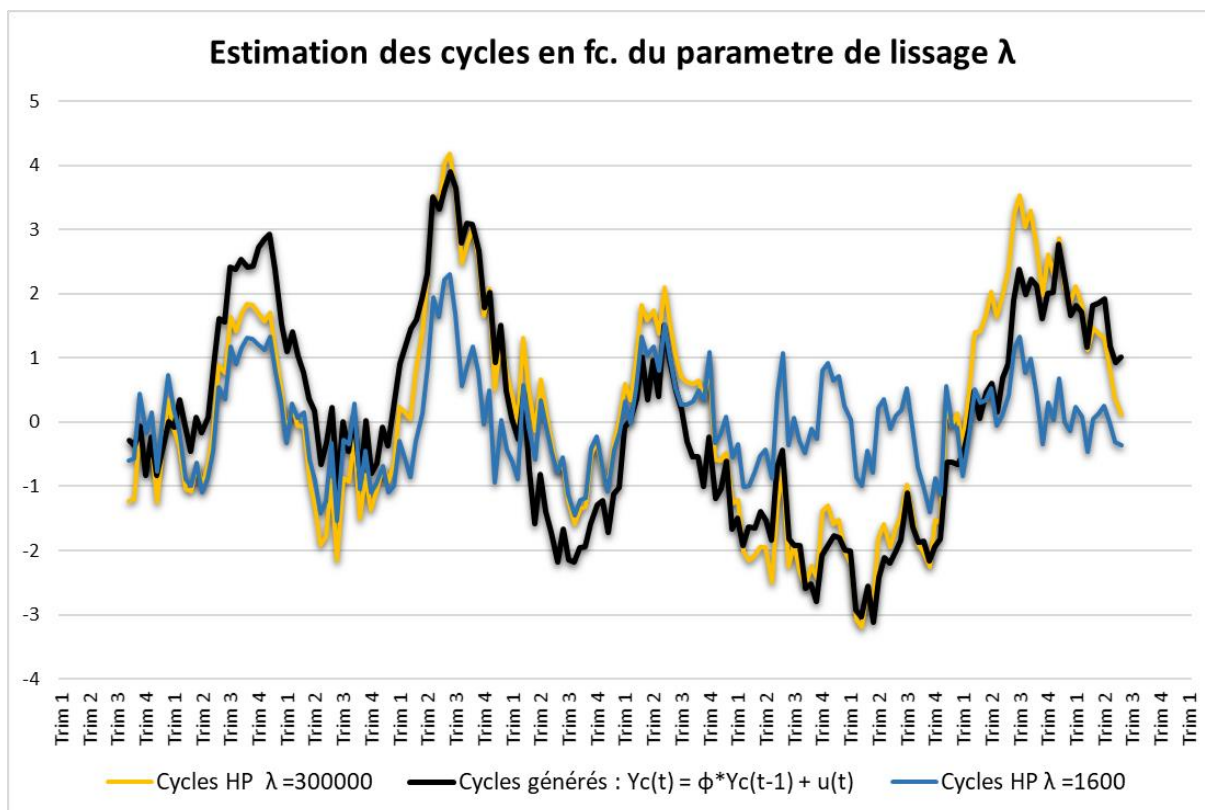
$u(t)$ et $nu(t)$ deux variables aléatoires gaussiennes indépendantes
 $Yc(t)$: le cycle de la série Y
 $Yg(t)$: la tendance de la série Y

La valeur de ϕ découle de l'expression de la demi-vie $hl = \frac{-\ln(2)}{\ln(\phi)}$

Pour les filtres, qui nécessitent une initialisation, nous avons retenu les valeurs préconisées par la littérature académique. Pour le filtre HP, la valeur pour des fréquences trimestrielles est $\lambda = 1600$. Concernant le filtre passe bande de Baxter et. King, les auteurs recommandent de tronquer le filtre infini à l'ordre $k = 12$ pour des séries trimestrielles (on perd donc 12 trimestres à chaque extrémité). Les résultats montrent que les filtres sous estiment gravement l'ampleur du cycle réel (figuré en noir sur le graphique ci-dessous). Les « valeurs par défaut » des filtres Baxter-King et HP déterminent des cycles relativement analogues.



Nous avons alors cherché pour le seul filtre HP, la valeur λ qui maximisait le R^2 entre le cycle généré *ex ante* et le cycle estimé par le filtre. Le filtre est calculé sur l'ensemble de la série, le coefficient de détermination est en revanche calculé sur les cycles tronqués de 12 trimestres aux deux extrémités en raison de la sensibilité du filtre aux observations futures. Le meilleur R^2 est obtenu avec une valeur de $\lambda = 300000$ (ce qui dénote la linéarité de la tendance simulée), loin des 1600 calculés par Hodrick-Prescott pour des séries trimestrielles.



L'étude de la sensibilité des filtres et des demi-vies auxquelles ils conduisent nous emmène loin de nos bases. C'est un domaine vaste qui requiert l'utilisation de méthodes statistiques assez complexes issues de l'économétrie des séries temporelles. Il existe une infinité de façons de séparer une série statistique en deux composantes additives et au-delà des techniques classiques évoquées plus haut, il sera nécessaire d'élargir notre champ d'investigation. Par exemple, la piste explorée par Damette³³ et al. (2010) qui utilise l'approche de Hamilton (1989) mérite d'être étudiée. Devant l'ampleur de la tâche, chercher simplement à clarifier les différentes approches et à déterminer ce qu'il est possible d'en attendre semble dès lors un objectif raisonnable.

³³ Damette et Rabah comparent les résultats dérivés de l'approche de Hamilton à ceux obtenus en recourant à une approche non paramétrique du type Bry-Boshan pour détecter les points de retournement de l'économie française à partir du seul cycle d'activité.

5.2. Les stratégies alternatives d'allocation d'épargne des seniors

Un autre centre d'intérêt concerne la gestion de l'épargne après la retraite. En effet, l'augmentation de l'espérance de vie couplée à un environnement de taux bas pourraient bousculer la gestion de l'épargne aux âges élevés. A cet égard les recherches de William Sharpe sur les stratégies d'investissement au cours de la période de retraite paraissent novatrices.

William Sharpe a imaginé le concept de « *Lockbox* » à la fin des années 2000, afin de trouver une alternative crédible aux modes de gestion « classiques » de l'épargne des seniors. L'histoire commence avec des charges répétées contre la règle « dite des 4% » en vogue depuis plusieurs dizaines d'années aux Etats-Unis. Cette règle de gestion est en plein essor depuis que le planificateur financier William Bengen (1994) a déterminé la « *safe withdrawal rate* ».

Cette règle empirique, énonce que les retraités qui dépensent 4 % de leur portefeuille chaque année ont peu de chances de manquer d'argent au cours de leur période de retraite. Plusieurs années plus tard, « *the Trinity Study* » (ainsi nommée parce qu'elle a été publiée par Cooley et al. (1998) professeurs à l'Université Trinity) a corroboré les conclusions de Bengen. L'étude conclut, en effet, que les retraités prélevant entre 3 % et 4 % de leur capital financier, avec des ajustements annuels fonction de l'inflation, avaient une probabilité de près de 95% de disposer d'un tel revenu pendant au moins 30 ans, en supposant une l'allocation de départ constituée de 50% d'actions et de 50% d'obligations.

La réplique de Sharpe face à de cette règle empirique ne se fait pas attendre. Scott, Sharpe et Watson (2009) démontrent l'inefficience d'un mode de gestion consistant à financer des dépenses constantes donc non volatiles à l'aide d'une stratégie de placement risquée et volatile. Dans cet environnement les retraités accumulent des excédents lorsque les marchés surperforment et s'exposent à des déficits lorsque les marchés sous-performent. Par ailleurs ce type de gestion ne tient pas compte des préférences des agents.

Parallèlement, Sharpe considère que compte tenu de l'allongement de l'espérance de vie, contracter une rente viagère dès son départ à la retraite est un mauvais placement. D'une part, parce que les frais sur les rentes sont injustifiés (frais de conversion du capital en rente, frais de gestion, frais d'arrérages...) et par ailleurs parce que les rendements obligataires ne permettent pas fixer des taux techniques rentables. Entendons-nous, Sharpe ne remet pas en cause le rôle des assureurs, mais il considère qu'il peut être préférable d'acheter une rente

immédiate à une date ultérieure (ou d'acheter une rente différée à l'heure actuelle) plutôt que d'acheter une rente dès le départ à la retraite.

C'est dans ce contexte que Sharpe (op. cit.) se penche sur les stratégies d'investissement au cours de la période et introduit le concept de « *Lockbox* » qui repose sur la séparation des dépenses (le cloisonnement) au cours de la période de retraite.

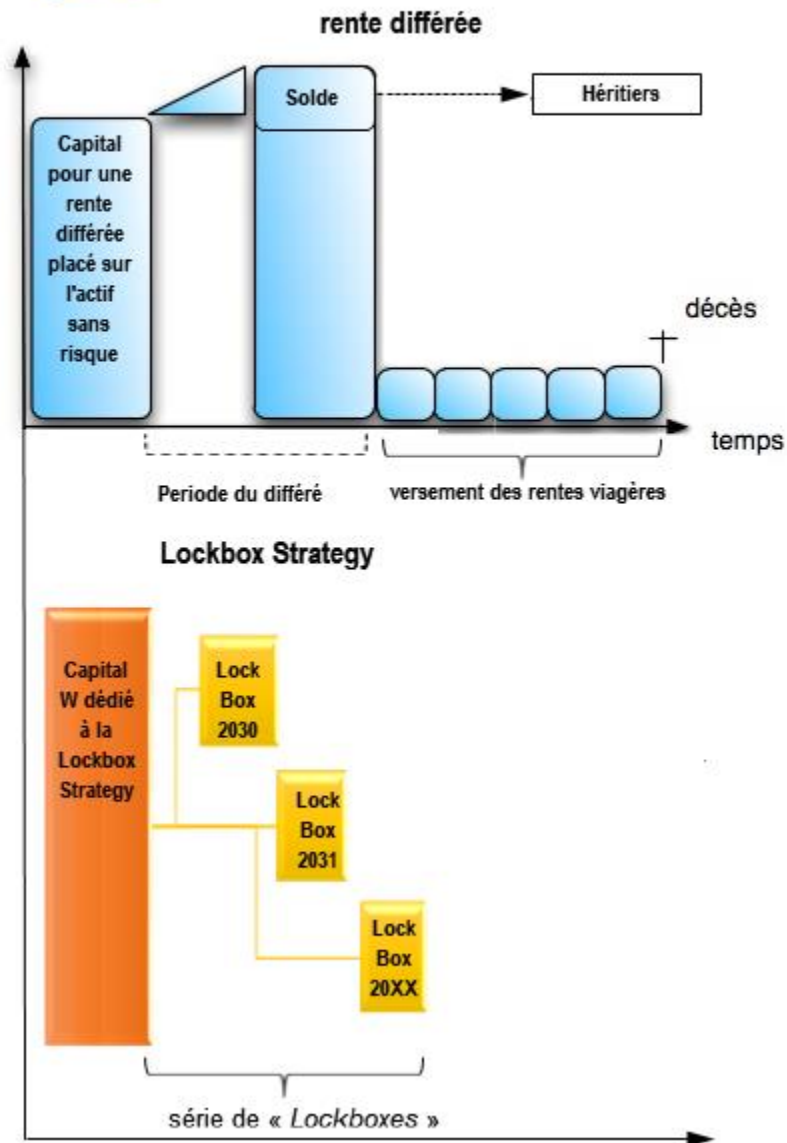
Le concept général consiste à planifier le montant de ses dépenses futures et de faire preuve de tempérance, afin de se protéger contre sa propre imprévoyance et d'éviter, par-là, de consommer l'intégralité de son capital avant son décès.

Plus précisément Sharpe montre que, dans un contexte de marché complet, toute stratégie d'investissement et de dépenses post-retraite peut être implémentée en mettant en place une série de « *Lockboxes* », pour chaque période future. Chaque « *Box* » est dotée d'un montant prédéterminé et d'une stratégie d'investissement à suivre jusqu'à son échéance désignée. A chaque stade, l'investissement est consommé. Une telle approche permet au retraité d'agir « *in loco parentis* » pour son « futur moi », ce qui peut offrir une certaine protection contre les problèmes cognitifs liés au vieillissement. Prenons, par exemple, le cas d'une personne de 65 ans aujourd'hui. Elle pourrait laisser ses décisions d'investissement et de dépenses dans 20 ans à son « futur moi ». Mais il est possible qu'à cet horizon, elle ne soit pas en mesure de prendre des décisions rationnelles. La mise en place d'une stratégie de « *lockbox* » permettrait à son « moi présent » de prendre des décisions aujourd'hui pour son « moi futur ».

Afin de limiter les erreurs de stratégie, Sharpe montre qu'en fonction de l'allocation d'actifs initiale des « *Lockboxes* » et des états futurs du marché, on peut déterminer la consommation future des différentes périodes. Inversement la structure de l'allocation d'actifs stratégique à investir dans les « *Lockboxes* », peut être déterminée à partir de la séquence des états futurs du marché, de l'aversion au risque et des dépenses souhaitées à chaque période. Sharpe utilise des simulations de Monte Carlo pour déterminer les allocations qui conduiront le plus probablement à la consommation souhaitée. La méthode détermine donc un intervalle de confiance pour la consommation de chaque période, le retraité devant faire preuve d'autodiscipline pour respecter le montant disponible au moment de « l'ouverture de la boîte ». Dans cette stratégie, l'assureur exécute la stratégie d'investissement prédéterminée et au bout d'une période convenue par le retraité (qui peut correspondre, par exemple, à l'espérance de vie à l'âge x de sa génération), transforme le capital non consommé en rente viagère pour couvrir le risque de longévité. Si le décès du propriétaire intervient avant cet horizon le bénéficiaire reçoit la boîte (qui devient un héritage).



Exemple de "Lockbox Strategy"



Sharpe montre que cette stratégie procure une meilleure rentabilité et une plus grande liberté qu'une rente viagère souscrite dès le début de la retraite. D'autant plus que, contrairement à la stratégie des « Lockboxes », si le souscripteur choisit la transformation immédiate du capital en rente viagère, il perd tout droit sur son capital, qui appartient alors à l'assureur, et n'aura pas d'accès à la liquidité en cas de nécessité impérieuse.

5.2.1. « Lockbox separation » : une illustration par l'exemple

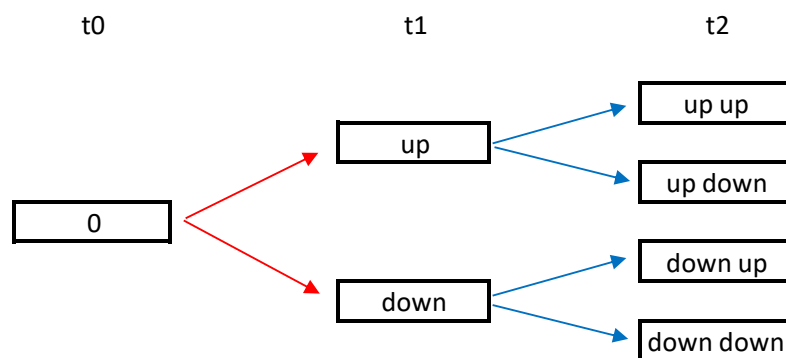
Pour donner du corps à ce concept un peu abstrait, on peut prendre l'exemple élémentaire d'un marché composé de 2 classes d'actifs qui suivent une loi Binomiale (2;0,5)

On note :

B = une obligation sans risque dont le rendement est de 2% que le marché soit « up » ou « down »

S = Portefeuille de marché dont le rendement est de 18% si le marché est « up » et de -6% si le marché est « down »

Les différents états possibles du marché sont alors les suivants :



Soit M , la matrice des états possibles du marché, W correspond à un titre qui paie 1 € en t_0 . B_{t_0} représente un placement de 1 € à la date t_0 dans une obligation sans risque, qui donnera 1,02 € à la date t_1 , que le marché soit « up » ou « down ». S_{t_0} représente un versement de 1€ sur un actif risqué à la date t_0 , qui paiera 0,94 € à la date t_1 si le marché est « down » et 1,18 € s'il est « up ». $B_{t_1/down}$ est l'investissement dans une obligation à la date t_1 sachant que le marché est « down ». Il donnera lieu à paiements à la date t_2 dans les deux états possibles.

		W	B t0	S t0	B t1 / down	S t1 / down	B t1 / up	S t1 / up
t0		1	-1	-1	0	0	0	0
t1	down	0	1.02	0.94	-1	-1	0	0
	up	0	1.02	1.18	0	0	-1	-1
t2	down-down	0	0	0	1.02	0.94	0	0
	down-up	0	0	0	1.02	1.18	0	0
t2	up-down	0	0	0	0	0	1.02	0.94
	up-up	0	0	0	0	0	1.02	1.18

Soit X , le vecteur ligne du plan d'investissement à chaque état du marché

Soit C , le vecteur colonne de la consommation à chaque état possible

On a alors les relations suivantes : $MX' = C$ d'où $X' = M^{-1}C$

La richesse initiale W est de 100 €. La valeur de 2 pour B t0 indique que 2 € sont investis à la date t0 dans des obligations sans risque. Il en résultera un paiement de $1,02 \times 2$ à la date t1 que le marché soit « down » ou « up » etc...

		W	B t0	S t0	B t1 / down	S t1 / down	B t1 / up	S t1 / up	
Plan d'investissement (X)		100	2	59.64	1.36	25.67	1.6	31.96	Consommation (C)
t0		1	-1	-1	0	0	0	0	38.36
t1	down	0	1.02	0.94	-1	-1	0	0	31.07
	up	0	1.02	1.18	0	0	-1	-1	38.86
t2	down-down	0	0	0	1.02	0.94	0	0	25.52
	down-up	0	0	0	1.02	1.18	0	0	31.67
t2	up-down	0	0	0	0	0	1.02	0.94	31.67
	up-up	0	0	0	0	0	1.02	1.18	39.34

Si on sépare la consommation en 3 périodes, $C = c_0 + c_1 + c_2$

La stratégie peut s'écrire : $X' = M^{-1}(c_0 + c_1 + c_2)$ ou $X' = M^{-1}c_0 + M^{-1}c_1 + M^{-1}c_2$

La stratégie d'investissement peut être déterminée indépendamment pour chaque période : $x'_i = M^{-1}c_i$

Dans notre exemple, à partir de la consommation par période :

	C_0	C_1	C_2
0	38.36	0	0
down	0	31.07	0
up	0	38.86	0
down-down	0	0	25.52
down-up	0	0	31.67
up-down	0	0	31.67
up-up	0	0	39.34

On peut calculer les stratégies associées. Chacune des stratégies peut être implémentée dans une « lockbox » différente. Naturellement Mx'_i permet de retrouver $c_0 + c_1 + c_2 = C$.

Stratégies	W	B t0	S t0	B t1 / down	S t1 / down	B t1 / up	S t1 / up
$x_0 = (M^{-1}C_0)'$	38.36	0	0	0	0	0	0
$x_1 = (M^{-1}C_1)'$	33.01	0.55	32.46	0	0	0	0
$x_2 = (M^{-1}C_2)'$	28.63	1.46	27.18	1.37	25.67	1.60	31.96
$\sum x_i$	100	2	59.64	1.36	25.67	1.6	31.96

La 1^{ere} *lockbox* contient 38,36 €, pour une dépense en t0.

La 2^{eme} *box* contient 33,01 € qui serviront à acheter 0,55 € d'obligation et 32,46 € d'actions. À la date t1, la boîte sera ouverte. Si le marché est «down», il y aura 31,07 € ou 38,86 € si le marché est «up».

La 3^{eme} *box* reçoit de 28,63 € pour acheter 1,46 € d'obligation et 27,18 € d'actions. En t1, le portefeuille est rebalancé. Si le marché est «down», 1,37 € sont investis en obligation et 25,67 € en actions. Si le marché est «up», on place 1,60 € en obligation et 31,96 € en actions. A l'ouverture de la box 3 en t2, il y aura 25,53 €, 31,67 € ou 39,34 € à dépenser, en fonction de l'évolution du marché.

Pour déterminer le plan optimal, Sharpe introduit des fonctions d'utilité « *time-varying* » avec une aversion relative au risque constante à chaque date : $U = a * (C^{(1-g)}) / (1 - g)$. Sharpe considère, en effet, que l'aversion au risque des retraités est plus élevée pour les « *lockboxes* » dédiées à une consommation à des dates lointaines. Les « *lockboxes* » correspondant à ces horizons ont donc des pourcentages d'actifs risqués plus faibles. En reprenant les notations précédentes, le programme (qui revient à chercher le vecteur X qui maximise l'utilité sous la contrainte $C = W$) peut se résumer comme suit :

	W	Bt0	St0	Bt1/ down	St1/ down	Bt1/ up	St1/ up					
Stratégies (X)	x_1	x_2	x_i	$C=MX'$	Utility (U)	Prob (π)	$\pi_i * u_i$	Contrainte
0	M (matrice des états possibles du marché)							c_1	$u_1 = a * (c_1^{(1-g)}) / (1 - g)$	1	$\pi_1 * u_1$	$p_1 * c_1$
down								c_2	$u_2 = a * (c_2^{(1-g)}) / (1 - g)$	0.5	$\pi_2 * u_2$	$p_2 * c_2$
down-down								.	.	0.5	.	.
down-up								.	.	0.25	.	.
up-down								.	.	0.5	.	.
up-up								c_i	$u_i = a * (c_i^{(1-g)}) / (1 - g)$	0.5	$\pi_i * u_i$	$p_i * c_i$
Fonction objectif =>											Max $\sum \pi_i * u_i$	$\sum p_i * c_i = W$

5.2.2. Plan de retraite optimal : formalisation du concept

Dans ses développements ultérieurs, Sharpe élargit sa « *Lockbox Strategy* » en intégrant un grand nombre de classes d'actifs et des distributions de probabilité log-normales. On peut alors énoncer plus formellement le concept développé par Sharpe. On note W la richesse disponible, s les différents états de l'environnement d'investissement. Ces états concernent aussi bien les marchés, les dépenses, la probabilité de survie d'un membre du ménage, les périodes...

Si on note :

x_s : le montant qui peut être dépensé à l'état s

u_s : la fonction d'utilité en s . L'utilité associée à la dépense en s est notée $u_s(x_s)$

π_s : la probabilité associée à chaque état s

p_s : le prix³⁴ associé à chaque état s

Le coût total du plan de retraite est alors :

$$C = \sum_s p_s x_s$$

Le plan de retraite le plus « désirable » est celui qui maximise :

$$\left\{ \begin{array}{l} D = \sum_s \pi_s u_s(x_s) \\ \text{s. c. } \{ C = W \end{array} \right.$$

Étant donné un montant de richesse disponible W , l'objectif est de sélectionner $X = \sum_s x_s$ pour maximiser D sous la contrainte que $C = W$. Ce plan correspond au meilleur plan auquel l'investisseur peut accéder, ou plan financier de retraite optimal. Le problème est complexe à résoudre et Sharpe recourt à des simulations de Monte Carlo pour simuler la valeur des différentes variables à chaque état. La restitution des résultats en est complexifiée et devient un réel point de blocage. L'idée maitresse de Sharpe est que le futur revenu de remplacement est considéré comme une distribution de probabilités multi-périodes représentée par une grande matrice de revenus, où chaque ligne représente un scénario possible et chaque colonne une période future. Ainsi, une ligne montre les revenus de chaque année pour un futur possible, une autre montre les revenus pour un autre futur possible, etc. Vu sous un autre angle, chaque

³⁴ Soit le montant qui peut être payé aujourd'hui pour une unité de dépense à l'état s (et seulement en s)

colonne montre l'intervalle des revenus possibles pour une année donnée, telle qu'elle est vue à l'instant (t). Il en va de même pour le rendement du portefeuille de marché pour chaque année de chaque scénario. La difficulté pour les retraités est alors de choisir parmi plusieurs matrices possibles.

Aux dires mêmes de Sharpe, il faudra un effort de recherche supplémentaire afin d'imaginer et de construire des outils qui faciliteront la sélection au sein de l'éventail de scénarios futurs possibles. La piste ouverte par Sharpe mérite de plus amples investigations. Il reste encore beaucoup à faire pour adapter ce cadre fécond afin de le rendre plus opérationnel pour sélectionner des plans de retraite efficaces.

En guise de synthèse

Les pistes de recherche évoquées, sont parfois éloignées de la question des modèles démoéconomiques hybrides. Elles s'y rattachent toutefois, même si le lien paraît indirect. En effet, la question de l'estimation de la demi-vie sur les marchés boursiers est un sujet en soit auquel on peut s'intéresser indépendamment de la question des transferts sociaux. L'intérêt que j'y porte s'inscrit dans la volonté de mieux calibrer la dynamique des cours des actifs risqués, dynamique qui servira elle-même à mieux cerner les risques associés à la constitution d'un complément de retraite par capitalisation. Le cas des stratégies alternatives de gestion de l'épargne des seniors a un lien plus direct avec le vieillissement qui est aussi le paramètre clé de l'équilibre des régimes de retraite. Ces nouveaux axes de recherche soulignent également, les limites des modèles stylisés à deux classes d'agents pour étudier le bilan du « bien-être » des agents en analysant la situation d'individus moyens représentatifs par génération. Il est à l'évidence moins restrictif d'envisager la diversité des situations autour de ces parangons, c'est-à-dire d'étudier la distribution des situations individuelles par cohorte. Pour cela il conviendrait de s'atteler à la construction de cas types représentatifs ou d'utiliser l'avantage comparatif principal des modèles de microsimulation qui permet la production de résultats désagrégés par catégorie de population.

Quoi qu'il en soit, les axes de recherche listés sont des projets riches et complexes qui requièrent le renforcement de la cellule de recherche d'Harvest avec l'appui de doctorants sous contrat CIFRE. Cette solution est intéressante pour le laboratoire académique qui perçoit un financement de l'entreprise, pour le doctorant dont le salaire plancher est fixé par le ministère de la recherche et l'entreprise à un niveau fort honorable et pour l'entreprise qui peut accéder à des compétences scientifiques au meilleur niveau et établir ou renforcer une collaboration de recherche partenariale.

6. Bibliographie

- Arrondel, L., Masson, A. (2014), « Mesurer les préférences des épargnants. Comment et pourquoi (en temps de crise) ? », *Économie et statistique*, n° 467-468, 2014, pp. 5-49.
- Arrow, K.J. (1962), « The Economic implications of Learning by Doing », *Review of Economic Studies*, n°29, juin.
- Aubert, P., Ducoudré, B. (2011), « Le modèle ANCETRE : Actualisation annuelle par Calage pour l'Estimation Tous Régimes des Effectifs de retraités », Document de travail, DREES, Série Sources et Méthodes, n°24, septembre.
- Auerbach, A. et Kotlikoff L. (1987), *Dynamic Fiscal Policy*, London: Cambridge University Press.
- Auerbach A. J., Gokhale J., Kotlikoff L. J. (1991), « Generational accounts : a meaningful alternative to deficit accounting », in Bradford, D. (ed.), *Tax Policy and the Economy*, Vol. 5, pp.55-110, NBER and MIT Press, Cambridge.
- Avouyi-Dovi, S., & Matheron, J. (2003), « Interactions entre cycles réels, cycles boursiers et taux d'intérêt : faits stylisés ». *RSF Revue de la Stabilité Financière*, 82.
- Bac, C., Bonnet, C., Bontout, O., et Cornilleau, G. (2003), *Exercices de simulation de l'évolution à long terme du système de retraite*, Document de travail : série Etudes 38, DREES, Paris.
- Bac C., Chateau J. (2004), « vieillissement démographique, épargne et retraite : une analyse à l'aide d'un modèle d'équilibre général à agents hétérogènes », *Cepii Working Paper* n° 14.
- Bachelier, L. (1900), *Théorie de la spéculation*, Gauthier-Villars.
- Balvers, R., Wu, Y., Gilliland, E. (2000), « Mean reversion across national stock markets and parametric contrarian investment strategies », *Journal of Finance*, 55(2), 745-772.
- Barberis, N. (2000), « Investing for the long run when returns are predictable », *The Journal of Finance*, vol. 55, no 1, p. 225–264.
- Baxter, M., King, R. (1999), « Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series », *Review of Economics and Statistics*, 81(4) : 575-593.
- Bec, F., Gollier, C. (2009), « Assets returns volatility and investment horizon : The french case ». *CESifo Working Paper Series 2622*, CESifo Group Munich.
- Bellone, B. et Vincent, A. (2004), « Présentation de la maquette retraites MARS », Document de travail, Direction de la Prévision et de l'Analyse Économique.
- Bengen, W. P. (1994). « Determining Withdrawal Rates Using Historical Data ». *Journal of Financial Planning*: 14–24. October.
- Blanchet, D. (1992), « Retraites et croissance à long terme : un essai de simulation », *Économie et Prévision*, no 105.
- Blanchet D., Montfort J.-A. (1994), « Pensions and Generational Histories in a Simple Demoeconomic Model », *Seminar on « Intergenerational Economic Relations and Demographic Change »*, Hawaii, USA.
- Blanchet D., Chanut J.-M. (1998), « Les retraites individuelles à long terme : une projection par microsimulation », *Économie et Statistique*, n° 315, p. 95-106.
- Blanchet D., Monfort A. (2002), « Croissance, transferts et inégalités entre générations », *Économie et Prévision*, 3, 154, p. 79-94.

- Blanchet, D. (2011), *Microsimuler l'avenir des retraites en France : l'exemple du modèle Destinie*, Cahiers québécois de démographie, 40(2),209–238.
- Blanchet, D., Bozio, A., Rabaté, S. (2013), "PENSIPP – micro-simulation dynamique du système de retraite français", IPP (partenariat entre le PSE et le CREST).
- Blanchet D. (2014), «La microsimulation dynamique: principes généraux et exemples en langage R», Document de travail «méthodologie statistique», M2014/01, Insee.
- Bodie, Z., Merton, R. C., Samuelson, W. F. (1992), «Labor supply flexibility and portfolio choice in a life cycle model», *Journal of economic dynamics and control*, vol. 16, no3-4, p. 427–449.
- Bodie, Z. (1995), «On the risk of stocks in the long run», *Financial Analysts Journal*, vol. 51, no 3, p. 18–22.
- Borges, M. R. (2010), «Efficient market hypothesis in european stock markets», *The European Journal of Finance*, vol. 16, no 7.
- Broertjes, P. (2010), «Dynamic adjustment of stock prices to the fundamental value. An error correction approach. Influence of market imperfections on recovery strategies», *Utrecht University MSc Thesis*.
- Brown S.J., Goetzmann W. N. and Ross, S. A. (1995), "Survival", *Journal of Finance*, 50, p. 853-73.
- Bry, G., Boschan, C. (1971), « Cyclical Analysis of Time Series : Selected Procedures and Computer Programs », National Bureau of Economic Research, Inc.
- Buffeteau, S., Crenner, E., Le Minez, S., Blanchet, B. (2011), «Le modèle de microsimulation Destinie 2 : principales caractéristiques et premiers résultats », *Économie et Statistique*, vol. 441(1), pages 101-121.
- Buisson, B., et Senghor, H. (2016), «Modèle PABLO: Méthodes de micro simulation appliquées au régime de retraite de la fonction publique d'État », *Retraite et société 2016/1 (N° 73)*, pages 175 à 196.
- Burton, M. G. (2003), *A random walk down Wall Street*, WWNorton & Company. Completely revised and updated Eighth Edition.
- Campbell, J. Y., Viceira, L. M. (2005), «The term structure of the risk–return trade-off», *Financial Analysts Journal*, vol. 61, no 1, p. 34–44.
- Carroll, C. D. (1997), «Buffer-stock saving and the life cycle/permanent income hypothesis», *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 112, no 1, p. 1.
- Chan, K. C., Gup B. E., Pan, M.-S. (1997), «International stock market efficiency and integration: A study of eighteen nations», *Journal of Business Finance & Accounting*, vol. 24, no 6, p. 803–813
- Chen, Q., Giles, D. E. (2011), «A saddlepoint approximation to the distribution of the half-life estimator in a stationary autoregressive model», *Communications in Statistics-Theory and Methods*, vol. 40, no 21, p. 3903–3916.
- Cocco, J. F., Gomes, F. J., Maenhout, P. J. (2005), «Consumption and portfolio choice over the life cycle», *The Review of Financial Studies*, vol. 18, no 2, p. 491.
- Cooley, P. L., Hubbard, C. M., and Walz, D. T. (1998), « Retirement Savings: Choosing a Withdrawal Rate That Is Sustainable. » *American Association of Individual Investors Journal*, vol. 20, no. 2 (February):16-21.
- Christiano, L. et Fitzgerald, T. (2003), « The Band Pass Filter », *International Economic Review*, 44,p. 435-465
- Damette O. et Rabah Z. (2010), « La datation du cycle français : une approche probabiliste », *Revue française d'économie*, 24, p. 135-163.

Dekkers G. (2015), « The simulation properties of microsimulation models with static and dynamic ageing – a brief guide into choosing one type of model over the other », *International Journal of Microsimulation*, vol.8, n°1, pp.97-109.

Drehmann, M., Yetman, J. (2018), « Why you should use the Hodrick-Prescott filter – at least to generate credit gaps », *BIS Working Papers* 744.

Duc C., et Lermechin, H. (2013), « CALIPER - Un outil de simulation pour le CALCul Interrégimes des Pensions de Retraite », *Dossier Solidarité Santé* n°37, Drees, mars.

Duc, C., Lequien, L., Félix Housset, F., Plouhinec, C. (2013), « Le modèle de microsimulation TRAJECTOIRE », *Document de travail, Série sources et méthodes*, n° 40, Drees, mai.

Dupont G., Hagneré C., and Touzé V. (2003), «Les modèles de microsimulation dynamique dans l'analyse des réformes des systèmes de retraites: une tentative de bilan », *Economie et Prévision*, 160/161.

Fama, E.F. (1965), «The Behavior of Stock Market Prices», *Journal of Business*, Volume 38, No1, pp. 34-105.

Fama, E., Fisher, L., Jensen, M., Roll R. (1969), «The adjustment of stock prices to new information », *International Economics Review*, pp 2-21.

Fama, E. F., French, K. R. (1988), «Permanent and temporary components of stock prices», *Journal of Political Economy*, vol. 96, no 2, p. 246–273.

Feldstein M, Siebert H. (2002), *Social Security Pension Reform in Europe*, NBER/The University of Chicago Press.

Ferrari N., et Périgord A. (2007), *Maquette VENUS de projection des dépenses de retraite*, (DGTPE).

FFSA (1991), « Assurer l'avenir des retraites ». Paris: Sceptra Risques.

Gruber J., et Wise D. (1999), *Social Security and Retirement Around the World*, Chicago, University of Chicago Press.

Guérin, JL, et Legros, F. (2003), *Les retraites*, Ed. Le Cavalier bleu.

Hairault, JO., Langot, F., Sopraseduth, T. (2004), «Retraite choisie et réduction des déficits » , *revue française d'économie*, janvier.

Hamilton, J.D. (1989), "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle", *Econometrica*, 57, pp. 357-384.

Hamilton, J. D. (2017), « Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter ». *The Review of Economics and Statistics*. 100 (5), 831–43

Hawawini, G.A., Michels P.A. (1984), «European Equity Markets: Risk, Return and Efficiency», New York and London: Garland Publishing, Inc.

Hodrick, R., et Prescott, E. (1981), «Post-war U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation», *Working Paper*, Carnegie-Mellon, University. Reprinted in *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 29, No. 1, February 1997.

Hotelling, H. (1931), «The Economics of Exhaustible Resources», *Journal of Political Economy*, vol. 39, 137-175.

Jones, L.E., Manuelli R. (1990), « A convex model of Equilibrium Growth », *NBER Working Papers*, n°3241, 1990.

- Jorion, P. (2003), «The Long-Term Risks of Global Stock Markets», *Financial Management*, vol. 32, n° 4.
- Kim, M. J., Nelson, C. R., Startz, R. (1991), «Mean reversion in stock prices? A reappraisal of the empirical evidence», *The Review of Economic Studies* 58(3), 515–528.
- Kimball, M. S. (1990), «Precautionary saving in the small and in the large», *Econometrica*, vol. 58, no 1, p. 53–73.
- Kimball, M. S. (1993), «Standard risk aversion», *Econometrica*, vol. 61, no 3, p. 589–611.
- Lavigne, A. (2010), « Etudier l'équité intergénérationnelle » in *La norme - Jacques Teboul -* , 168-184.
- Le Bris, D., Hauteceur, P.C. (2010), « A challenge to the Triumphant Optimists, A Blue Chips Index for the Paris Stock Exchange (1854-2007) », *Financial History Review*, December 2010, vol. 27, no. 2, pp. 141-183.
- Lion, R. (1980), «Vieillir demain », rapport du groupe de travail pour la préparation du VIII ème plan (1981-1985), Paris, la Documentation Française, 270 p.
- Livre Blanc sur les retraites au Portugal. Associação Portuguesa de Seguradores (1994), « Livro branco sobre o futuro das reformas em Portugal ».
- Lo, A.W., and MacKinlay, A.C. (1988), «Stock market prices do not follow random walks: evidence from a simple specification test», *Review of Financial Studies*, volume 1, No 1, pp. 41-66.
- Lucas R.E. Jr (1988), « On the Mechanics of Development Planning », *Journal of Monetary Economics*, n°22-1, juillet.
- Malabouche, G. (1987a), « L'évolution à long-terme du système de retraites : une nouvelle méthode de projection », *Population*, 1, 9-38.
- Malabouche, G., (1987b), « Retraites : les périls de l'an 2030 », Commissariat général au plan. Etudes et recherches, n°5 avril.
- Markowitz, H. (1952), «Portfolio Selection», *Journal of Finance*, volume 7, No 1, p.77-91.
- Masson, A. (2009), «Le viager intermédié partiel (VIP), produit d'avenir?», *Risques*, , no 79, p. 103–112.
- Metcalf G.E., Hassett K.A. (1995), "Investment under alternative return assumptions: comparing random walks and mean reversion", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19:471-1488.
- Michaelides, A., & Zhang, Y. (2017), «Stock Market Mean Reversion and Portfolio Choice over the Life Cycle», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 52(3), 1183-1209.
- Modigliani, F., Brumberg, R. (1954), «Utility analysis and the consumption function : An interpretation of cross-section data», *Franco Modigliani*, vol. 1.
- Modigliani, F. (1966), «The life-cycle hypothesis of saving, the demand for wealth and the supply of capital», *Social Research*, vol. 33, pp. 160-217.
- Mulligan C.B., Sala-i-Martin X. (1995), « Measuring Aggregate Human Capital », *NBER Working Papers*, n°5016, 1995.
- Nardi, M. D., French, E., Jones, J. B. (2010), «Why do the elderly save? the role of medical expenses», *Journal of Political Economy*, vol. 118, no 1.
- OECD 2000, (2001), *Private Pensions Conference*, 03 Apr.

- Poterba, J., and Summers, L. (1988), «Mean reversion in stock returns: Evidence and Implications», *Journal of Financial Economics*, volume 22, pp. 27-59.
- Poubelle, V. et al. (2006), « Prisme, le modèle de la Cnav », *Retraite et société*, 48 : 202-215.
- Pradat, Y. (2017), « Retraite et risque financier ». Thèse de doctorat Economies et finances - Université Paris-Dauphine. PSL Research University.
- Romer, P.M. (1986), « Increasing returns and Long-Run Growth », *Journal of Political Economy*, n°94-5, octobre.
- Samuelson, P. (1958), «An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money», *Journal of Political Economy*.
- Schmookler, J. (1966), « Invention and Economic Growth », Cambridge MA, Harvard University Press.
- Scott, J. S., Sharpe W. F., and Watson, J. G. (2009), « The 4% Rule At What Price? » *Journal of Investment Management* 7, 3 (Third Quarter).
- Sewell, M. (2012), «The efficient market hypothesis : Empirical evidence», *International Journal of Statistics and Probability*, vol. 1, no 2, p. 164.
- Sharpe, W. (2006), « Retirement Financial Planning: A State/Preference Approach. » Working paper.
- Sharpe, W.F. (2007), « Lockbox Separation », www.stanford.edu/~wfsharp/wf/lockbox.pdf.
- Shiller R. (2000), *Irrational Exuberance*, Princeton, Princeton University Press.
- Siegel, J. J. (2014), *Stocks for the Long Run 5 : The Definitive Guide to Financial Market Returns & Long-Term Investment Strategies*, McGraw Hill Professional.
- Spierdijk, L., Bikker J.A., van den Hoek, P. (2012), «Mean reversion in international stock markets: an empirical analysis of the 20th century», *Journal of International Money and Finance* 31, 228-249.
- Stangeland, D. A., Turtle, H. J. (1999), «Time diversification : Fact or fallacy», *Journal of Financial Education*, p. 1–13.
- Stock J. & Wise D. (1990), « Pensions, the Option Value of Work, and Retirement », *Econometrica*, vol. 58, n°5.
- Teulade, R. (2000), *L'Avenir des systèmes de retraites*. Conseil économique et social.
- Union Européenne & Ministère des Affaires Sociales de la République de Slovénie (1997), « Reform of the Pension and Disability Insurance System » : Livre Blanc sur les retraites en Slovénie.
- Wilkie, D. (2001), «On the risk of stocks in the long run : a response to zvi bodie», in *Proceedings of the 11th International AFIR Colloquium*, p. 741–762.
- World Bank & Ministère des Finances (2000), « Cartea Alba : privind crearea unui sistem national de fonduri de pensii capitalizate, administrate privat », Livre Blanc sur les retraites en Roumanie.

7. Curriculum Vitae

7.1. Etat civil

Stéphane HAMAYON

Date de naissance : 29 avril 1959 à Lorient (56)

Nationalité française

Vie maritale, 1 enfant (22 ans)

7.2. Formation universitaire

1989 - Doctorat en économétrie, Université Paris X Nanterre, sous la direction du Professeur Raymond Courbis. Sujet de Thèse : « La formation des prix des métaux non ferreux ».

1984 - DESS : Evaluation et choix de projets d'investissements – Université Paris X.

1983 - Maitrise d'économétrie – Université Paris X.

7.3. Carrière professionnelle

› 2006-2019 – *Harvest SA*

Directeur des études économiques et financières En charge de l'encadrement des équipes de conception et d'exécution ainsi que des projets de R&D dans les domaines de la retraite et des choix de portefeuilles.

› 1993-2005 *Quantix Finances*

Co-fondateur et Directeur technique.

Responsable de l'ensemble des études et méthodes au sein de la société. En charge notamment de la conception et du développement d'une gamme de solutions d'aide à la décision commercialisée auprès des acteurs majeurs de la bancassurance.

› 1988-1992 - *Rexecode*

Economiste spécialisé dans la modélisation démo-économique. En charge de la conjoncture et des prévisions économiques pour la France.

› *Autres*

Champion de France d'escrime (fleuret) par équipe avec le Racing Club de France. Juin 1987

7.4. Encadrement de recherches

- ✓ Co-directeur (avec Florence Legros) et Responsable scientifique de la thèse de Yannick Pradat : « Retraite et risque financier » Soutenue à l'Université Paris Dauphine en 2017. Contrat « CIFRE » entre Harvest et l'Université Paris-Dauphine.
- ✓ Rapporteur dans le jury de thèse de Mabrouk Chetouane : « Strategic asset allocation for DC plan members ». Soutenue à l'Université Paris Dauphine en 2011.
- ✓ Suffragant dans le jury de thèse de Rakhsat El Hajj Hassan Sleiman : « Conséquences du vieillissement démographique et des réformes des systèmes de retraites sur les flux de capitaux en Europe ». Soutenue à l'Université Paris Dauphine en 2006.

7.5. Liste de publications

› **Livres Blancs**

Développement d'une expérience spécifique en matière de prospective et de modélisation des régimes de retraite au travers de contributions techniques à quatre « Livres Blancs » en France, au Portugal, en Slovénie et en Roumanie dans le cadre de programmes de la Communauté Européenne et de la Banque Mondiale :

- ✓ « Cartea Alba : privind crearea unui sistem national de fonduri de pensii capitalizate, administrate privat », Livre Blanc sur les retraites en Roumanie. World Bank & Ministère des Finances (1997-2000).
- ✓ « Reform of the Pension and Disability Insurance System » : Livre Blanc sur les retraites en Slovénie. Union Européenne & Ministère des Affaires Sociales de la République de Slovénie (1996-1997).
- ✓ « Livro branco sobre o futuro das reformas em Portugal », Livre Blanc sur les retraites au Portugal. Associação Portuguesa de Seguradores (1993-1994).
- ✓ « Assurer l'avenir des retraites ». Livre Blanc sur les retraites en France. Fédération Française des Sociétés d'Assurances. Analyse technique et quantitative (FFSA 1991).

› **Ouvrages**

- ✓ Hamayon, S., Rouquès, M. (1997), Le financement des systèmes de retraite spéciaux : une approche internationale. Aspe Europe, Collection Prospective, Paris, 280 pages.

› **Ouvrages collectifs**

- ✓ Hamayon, S., Legros, F., Pradat, Y. (2019), « Epargne-retraite : pourquoi prendre des risques ? », Acte du Colloque « L'Actualité de la Finance Acte 2 », CEREFIGE, Université de Lorraine, 9-10 Mai (à paraître chez *Economica*).
- ✓ Hamayon, S. (2012), « Comment déterminer une allocation d'actifs conforme au profil de risque de l'épargnant ? », in *Le conseil en gestion de patrimoine*. Ed. Afnor.
- ✓ Hamayon, S. (2007), « Perspectives du système de retraite français après la réforme Fillon », in *Les Retraites, Libres opinions d'experts européens*, sous la direction de Florence Legros, *Economica*, Paris.
- ✓ Hamayon, S., and Legros, F. (2006), « Intergenerational and Economic Impacts of a Pension Reserve Fund: The French Case », in *Reforming European pension systems*. Amsterdam : Dutch University Press.
- ✓ Hamayon, S. (2001), « Retraite et risque financier », in *Politiques sociales et mondialisation* de Bruno Palier et Louis-Charles Viossat. Editions Futuribles, novembre.
- ✓ Hamayon, S., Legros, F., Sylvain, A. (2001), « Un bouclage macroéconomique avec croissance endogène : l'exemple du système de retraite français », Conseil National du Crédit et du Titre, Banque de France publications, juin.
- ✓ Courjault, JC., Crevoisier, L., Hamayon, S., (2000), « Les grandes tendances prospectives de la consommation ». Etude réalisée pour la Direction Générale de l'Industrie, des Technologies de l'Information, du Ministère de l'Economie, des Finances et de l'Industrie. CRÉDOC Juin.
- ✓ Hamayon, S. (1995), « Perspectives du système de retraite », in *Les retraites*, Genève, acteurs, enjeux. Armand Colin, Paris 1995.
- ✓ Hamayon, S. (1993), *Bilan de la France 1981-1993*. Hachette Pluriel. Financement des retraites.

› **Articles de revue à comité de lecture**

- ✓ Hamayon, S., Legros, F., Pradat, Y. (2016), « Non Gaussian returns and pension funds asset allocation », *Review of Accounting and Finance*, Vol. 15 Iss 4 pp. 416 – 444. [Academic Journal Guide 2018 : 2]

- ✓ Gannon, F., Hamayon, S., Legros, F., Touzé, V. (2014), « Sustainability of the french first pillar pension scheme (cnav) : assessing automatic balance mechanisms », Australian Journal of Actuarial Practice, Volume 2 ; November. [C ranked journal ABDC 2018]
- ✓ Hamayon, S., Legros, F. (2014), « Réforme des retraites 2013 : la contribution implicite du pouvoir d'achat des retraités », Revue de l'OFCE, no. 137. [Cnrs : 4]
- ✓ Hamayon, S., Legros, F. (2008), « La gestion stratégique d'actifs d'un fonds de réserve face au risque financier », Revue d'économie financière, juin n°s73-74. [Cnrs : 4]
- ✓ Hamayon, S., Legros, F. (2001), « Construction and Impact of a Buffer Fund within the French PAYG Pension Scheme in a Demo-Economic Model », CES Working Paper Series, August. [CitEc, IF : 1.03]
- ✓ Hamayon, S., Legros, F. (1999), « Transition des systèmes de retraite et mesure du risque des fonds capitalisés », Revue Economique, volume 50 numéro 6 novembre. [Cnrs : 2]
- ✓ Hamayon, S. (1997), « Le financement des systèmes de retraite dans les entreprises publiques : une comparaison européenne », Revue d'économie financière n°40-2. [Cnrs : 4]

› **Autres publications**

- ✓ Hamayon, S., Legros, F., Pradat, Y. (2019), « Epargne retraite : stratégies d'allocation et dynamique des marchés financiers », working paper présenté au Colloque international sur la retraite et le vieillissement. Caisse des dépôts 7-9 Novembre 2019. https://evenium-site.com/uploads/event_member/148186/B2_1_Hamayon_Legros_Pradat.pdf
- ✓ Hamayon, S., (2017), « Retraite et Présidentielle », Working Paper : www.harvest.fr/wp-content/uploads/2017/04/Harvest_avis_expert_retraite_et_presidentielle_2017.pdf
- ✓ Hamayon, S., Legros, F., Pradat, Y. (2016), « Distribution non gaussienne des rendements : quel impact sur les options par défaut des plans d'épargne retraite ? », CEREFIGE Cahier de Recherche n°2016-02, Université de Lorraine.
- ✓ Hamayon, S. (2013) « Les actions, placement de cycle de vie ? », Revue Banque & AMAFI (Association française des marchés financiers), Juin.

- ✓ Hamayon, S. (2011), « La face cachée de la réforme des retraites », Revue Banque & Stratégie N° 292, mai.
- ✓ Hamayon, S. (2010), « Les régimes spéciaux de retraite après la réforme », Revue Futuribles n°365, juillet.
- ✓ Hamayon, S. (2008) « Réforme des retraites : les ajustements possibles à la lumière des expériences européennes », Regards sur l'actualité n°344, la documentation française.
- ✓ Hamayon, S. (2008), « Devoir de conseil et mesure de l'aversion au risque de l'épargnant », Banque Stratégie N°255 janvier.
- ✓ Hamayon, S. (2003), « La réforme des retraites en France : avantages et limites des ajustements possibles », Regards sur l'actualité n° 289, mars, la documentation Française.
- ✓ Hamayon, S (2002), « Réforme des retraites : quelles voies de rapprochement public-privé ? », Actes du Colloque du 11 février, SENAT.
- ✓ Hamayon, S (2000) « Audit du rapport Teulade », (Conseil Economique et Social) pour le compte du MEDEF et de le FFSA février.
- ✓ De Menil, G., Hamayon S., Seitan, M. (1999), « Romania's Pension System : The Weight of the Past ». Center for Social and Economic Research (CASE), Working Paper n° 177. Warsaw, Poland.
- ✓ Hamayon, S. (1999), « Chiffrage des propositions du MEDEF en matière de réforme des systèmes de retraite », FFSA, Avril.
- ✓ Hamayon, S., Legros, F. (1998), « La réforme des retraites roumaines », Lettre économique de la Caisse des dépôts.
- ✓ Hamayon, S. (1994), « Quelques réflexions sur la réforme des retraites », Revue des Presses Universitaires de Perpignan, 63-78.
- ✓ Hamayon, S. (1993), « Régime de retraite en France : De l'opportunité de constituer des réserves », Chroniques de la SEDEIS, n°3, mars, 137-142.
- ✓ Hamayon, S. (1992), « Le rendement de la répartition », Chroniques de la SEDEIS, n°7, juillet, 249-260.

- ✓ Hamayon, S. (1991), « L'équilibre des régimes de retraite complémentaire ». Chroniques de la SEDEIS, n°11, novembre, 403-418.
- ✓ Hamayon, S., (1991), « Lecture critique du Livre blanc sur les retraites », Chroniques de la SEDEIS, n°9, septembre, 321-330.
- ✓ Hamayon, S. (1991), « Régimes de retraite : Perspectives », Revue Risques n°5 : Age et assurance, Avril.
- ✓ Fontaine, C., Hamayon, S. (1990) « Perspectives des régimes de retraite par répartition : Clarification pour un débat », Chroniques d'actualité de la SEDEIS, n°9, septembre.
- ✓ Hamayon, S., Plassard, J. (1989) « Eclairage sur l'avenir des retraites en France », Revue Banque n°499, Novembre.

› **Mimeo (travaux non publiés)**

- ✓ Hamayon, S. (1999), « Implicit debt under new public law conditions », Pro Democratia Foundation. Unpublished manuscript, Bucharest.
- ✓ Hamayon, S. (1998), « Estimates of the probability costs of pension fund guarantees », Pro Democratia Foundation. Unpublished manuscript, Bucharest.
- ✓ Hamayon S., Rouques M. (1998), « P2SP, Pension Scheme Simulation Program », Pro Democratia Foundation manuscript, Bucharest.
- ✓ Hamayon, S., and Legros, F. (1998), « A Simulation model of pension reform in Romania », Pro Democratia Foundation. Unpublished manuscript, Bucharest.

› **Principaux colloques**

- ✓ Colloque international sur la retraite et le vieillissement. Caisse des Dépôts. 7-8 Novembre 2019. Paris.
- ✓ L'actualité de la finance, Actes II. Colloque international, CERFIGE et Faculté de Droit, Sciences économiques et Gestion de l'Université de Lorraine, 9-10 Mai 2019.
- ✓ Réformer les retraites : le projet français au regard des expériences étrangères. Paris Vendredi 29 mars 2019. Sciences Po - OFCE, EDEHN (Université du Havre) ; ICN-Business School.

- ✓ Conférence Conseil & Education financière, Harvest et Paris School of Economics, 7 octobre 2016 Paris.
- ✓ Peut-on mesurer l'aversion au risque ? Séminaire organisé par l'Université Paris-Dauphine, l'Ecole Dauphine Assurance, l'Ecole d'Economie de Paris. Université Paris-Dauphine, 19 juin 2015 Paris.
- ✓ Allocation de l'épargne et investissement de long terme, Matinale scientifique de l'Institut Louis Bachelier, Palais Brongniart, 2 décembre 2014 Paris.
- ✓ Intervention au 10ème Forum des auteurs, Revue BANQUE réalisé en partenariat avec l'AMAFI (association des marchés financiers) sur le thème de l'Epargne longue et financement des retraites. Paris 1er Juillet 2013.
- ✓ Séminaire scientifique de la CDC, Bordeaux, 15 novembre 2012. Working Paper : « Non Gaussian returns : which impact on default options retirement plans ? ». By Stephane Hamayon (Harvest), Florence Legros (Université Paris Dauphine) and Yannick Pradat (Harvest).
- ✓ Les actions, placement de cycle de vie ? Intervention au Colloque académique organisé à l'occasion des 25 ans de « Gestion du patrimoine » à l'Université d'Auvergne le 19 octobre 2012 à Clermont Ferrand.
- ✓ Séminaire scientifique de la CDC, Bordeaux jeudi 31 mars 2011. Présidence de la session « Retirement and microsimulations ».
- ✓ Forum Retraite de la Caisse des Dépôts Retraite. Bordeaux, 30 mars 2010 : Crise financière et retraites.
- ✓ Forum Retraite de la Caisse des Dépôts Retraite. Bordeaux, 26 octobre 2007 : libres opinions d'experts européens.
- ✓ Colloque du 40e anniversaire de la Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse, 11 octobre 2007 : Réforme des retraites, plaidoyer pour une discrimination positive entre salariés.
- ✓ Colloque de l'Institut des actuaires - SACEI. Deauville, 16 septembre 2005 : La réforme des retraites, deux ans après.
- ✓ Colloque Paris IX Dauphine, Paris 29 juin 2005 : Les retraites, Agir ou Subir ?

- ✓ Institut de la Banque Mondiale, Paris, juillet 2004 : Options de Réforme des Pensions pour l'Afrique francophone.
- ✓ Club CEPII (Centre français d'étude et de recherche en économie internationale), Paris 22 avril 2003 : Les conséquences du vieillissement sur les régimes de retraite. A. Jousten (Univ. Liège), S. Hamayon (Quantix), J.-C. Willard (AGIRC-ARRCO).
- ✓ Colloque SENAT. Paris ; 11 février 2002 : Réforme des retraites : quelles voies de rapprochement public-privé ?
- ✓ Workshop on the Pension System, Kardinal Wendel Haus, Munich, 2-3 May 2001 : Settlement and Impact of a Reserve Fund within the French PAYG Scheme in a Demoeconomic Model. By Stephane Hamayon and Florence Legros
- ✓ Conférence Sciences Po/Banque Mondiale, Paris, Avril 2000 : Réformer les politiques sociales à l'heure de la mondialisation.
- ✓ OECD 2000 Private Pensions Conference ? Organisation for Economic Cooperation and Development. Prague, April 6, 2000. S. Hamayon, G. de Menil, E. Sheshinski.
- ✓ Séminaire scientifique du Forum Retraite de la Caisse des Dépôts « Retraite et société : défis pour le 21e siècle ». Bordeaux, 17 mars 2000. Hamayon, S., Florence Legros, F., et Sylvain, A. "Modélisation a long-terme des retraites : un bouclage macroéconomique avec croissance endogène dans le cas français".
- ✓ Romania's Pension System : The Weight of the Past. Paper presented for CASE Workshop, « The Medium and Long-term Perspectives of Fiscal Adjustment of Selected Central European Countries », Warsaw, June 12. 1999. De Menil, G., Hamayon S., Seitan, M.
- ✓ Forum Retraite de la Caisse des Dépôts Retraite. Bordeaux, 19 mars 1999 : Retraites : l'impératif du long terme.
- ✓ Colloque international CEFI, Prague 15-16 septembre 1998 : L'intégration des pays d'Europe centrale dans l'Union européenne, « Transition des systèmes de retraite et mesure du risque d'un fonds capitalisé ».
- ✓ Policy Workshop East-West Institute, Bucharest January 1998 : The Need for Pension reform in Romania, Bucharest.

- ✓ Forum Retraite de la Caisse des Dépôts Retraite. Bordeaux, 26 mars 1994 : Le chercheur, le gestionnaire et l'avenir.
- ✓ Forum Retraite de la Caisse des Dépôts Retraite. Bordeaux, 11 mars 1992 Agir ensemble pour l'avenir.

8. Liste de 5 publications significatives

1. Hamayon, S., Legros, F., Pradat. Y. (2016), « Non Gaussian returns and pension funds asset allocation », *Review of Accounting and Finance*, Vol. 15 Iss 4, pp. 416 – 444. [Academic Journal Guide 2018 : 2]
2. Hamayon, S., Legros, F. (2014), « Réforme des retraites 2013 : la contribution implicite du pouvoir d'achat des retraités », *Revue de l'OFCE*, no. 137, pp. 132-149. [Cnrs : 4]
3. Hamayon, S., et Legros, F. (2008), « La gestion stratégique d'actifs d'un fonds de réserve face au risque financier », *Revue d'économie financière*, juin n°s73-74, pp. 205-217. [Cnrs : 4]
4. Hamayon, S., Legros, F. (2001), « Construction and Impact of a Buffer Fund within the French PAYG Pension Scheme in a Demo-Economic Model », *CESifo Working Paper Series No. 531*, August. [CitEc IF : 1.03]
5. Hamayon, S., Legros, F. (1999), « Transition des systèmes de retraite et mesure du risque des fonds capitalisés », *Revue Economique*, volume 50 numéro 6 novembre. [Cnrs : 2]