



**HAL**  
open science

# Modélisation de la transition vers la turbulence d'une couche limite décollée

Luis Francisco Bernardos Barreda

► **To cite this version:**

Luis Francisco Bernardos Barreda. Modélisation de la transition vers la turbulence d'une couche limite décollée. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Sorbonne Université, 2019. Français. NNT : 2019SORUS184 . tel-02467624v2

**HAL Id: tel-02467624**

**<https://hal.science/tel-02467624v2>**

Submitted on 7 Sep 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Sorbonne Université

Ecole Doctorale Sciences Mécaniques, Acoustique,  
Électronique et Robotique de Paris

## **Modélisation de la transition vers la turbulence d'une couche limite décollée**

Par Luis F. Bernardos Barreda

Thèse de doctorat de Mécanique des Fluides

Dirigée par Georges A. Gerolymos

Présentée et soutenue publiquement le 25 Octobre 2019

Devant un jury composé de :

LAMBALLAIS, Eric, (Professeur) – Rapporteur

KRUMBEIN, Andreas, (Directeur de Recherche) – Rapporteur

GEROLYMOS, Georges A., (Professeur) – Directeur de thèse

KOUIDRI, Smaïne, (Professeur) – Examineur

TOGNACCINI, Renato, (Professeur) – Examineur

RICHEZ, François, (Ingénieur-chercheur) – Examineur

GLEIZE, Vincent, (Ingénieur-chercheur) – Examineur



*Dedicado a mis padres y a Camille*





## Remerciements

Détrompez-vous. Réaliser une thèse de doctorat est loin d'être un travail individuel, où le doctorant est laissé à son propre sort pendant plusieurs années, absorbé par son travail de recherche, jusqu'au jour de la soutenance. En réalité, un grand nombre de personnes contribuent à l'aboutissement d'une thèse. Oui, finalement il n'y a que le doctorant qui écrit le manuscrit, mais pendant ces années, l'entourage du doctorant contribue au bon déroulement de la thèse. Dans ces lignes, je remercie toutes les personnes qui, parfois sans en être conscients, ont apporté leur grain de sable à cette thèse. Certaines personnes m'ont guidé techniquement, d'autres m'ont inspiré par leur personnalité ou par leur professionnalisme ; d'autres m'ont écouté et soutenu ; beaucoup ont cru en moi, en me remontant le moral dans les moments difficiles. Mais croyez-moi, ces moments-là sont passagers. Pour toutes ces raisons je vous remercie, mais je m'excuse d'avance car ces lignes ne sauraient être exhaustives.

Stéphanie et Christophe, je vous remercie de m'avoir ouvert les portes de l'ONERA. C'est grâce à vous que mon parcours à l'Office a débuté. Je garde un bon souvenir de mon stage à DEFI juste avant de commencer ma thèse.

François, Vincent et Georges, je vous remercie de m'avoir retenu pour ce stimulant sujet de thèse, et pour avoir assuré un encadrement exemplaire. Vous m'avez conseillé, écouté, soutenu, corrigé... et même supporté ! Vos qualités techniques et humaines sont admirables. Nous faisons une bonne équipe et, une fois ma thèse achevée, j'espère que nous aborderons d'autres projets ensemble.

Je remercie tout particulièrement l'équipe H2T, où j'ai été très bien accueilli dès le premier jour. Un grand merci au groupe de turbomachinistes : Raphaël, Julien M., Jean-Christophe, Benjamin F., Lionel, Gilles et Antoine ; aux hélicistes et hélicoptéristes Joëlle, Itham, Ronan, Fabrice, Patrick et Robert. Un très grand merci aux doctorants et jeunes docteurs meudonnais avec qui j'ai partagé d'excellents moments, à la fois ressourçants et inspirants : Camille C., Rami, Cédric, Benjamin G., Christophe M., Miguel, Michel B., Ilias et Michel Costes. Ah, mais non ! Michel Costes n'est pas un doctorant... mais il est bien entouré de doctorants, toujours prêt à donner de bons conseils et à partager son sens de l'humour.

Caroline, Biel, Julien D. et Nabil, je garde un souvenir particulier de nous ensemble. Ce jour-là, nous étions loin du bureau, les entrailles remuées. Littéralement. Lors d'une froide journée estivale à bord de Pandora, nous discutons du poste qui venait de s'ouvrir dans l'équipe et j'évoquai la possibilité de présenter ma candidature. Dès cet instant, vous m'avez encouragé à postuler et je vous en remercie sincèrement. Merci également Arnaud, Laurent et Joel, pour votre soutien et votre

confiance indispensable dans cette étape clé.

Aussi, je remercie toutes les personnes qui m'ont contagié leur passion pour l'aéronautique. Un grand merci en particulier à toi Andrés. Ton abnégation et ta persévérance sont sources d'inspiration. Merci à toi Alejandro et toi Jesús, deux passionnés d'aviation comme je n'ai jamais connu et que je garderai toujours dans ma mémoire.

Merci la dream team des fluiditiens, Charline, Larry et Steve et à tous mes autres camarades avec qui j'ai partagé d'excellents moments pendant mes études.

Agradezco enormemente a mi familia, por todo vuestro apoyo en mis proyectos. Gracias en particular a mis padres, por haberme incentivado siempre en mi pasión por la aviación, desde los comienzos con el aeromodelismo, pasando por las horas de vuelo, hasta los estudios de ingeniería. Sin vuestro apoyo no hubiera llegado nunca hasta aquí.

Enfin, je remercie Camille pour... tout, simplement. Ton soutien quotidien est le plus important de tous.

# Table des matières

<i>Table des figures</i>	x
<i>Liste des tableaux</i>	xvii
<i>Introduction</i>	xx
<b>I Étude bibliographique et rappels généraux</b>	<b>xxvii</b>
<b>1 Rappels sur la mécanique des fluides</b>	<b>1</b>
1.1 Les équations du mouvement . . . . .	2
1.1.1 Lois de conservation . . . . .	2
1.1.2 Conservation de la masse . . . . .	4
1.1.3 Conservation de la quantité de mouvement . . . . .	5
1.1.4 Conservation de l'énergie . . . . .	6
1.1.5 Système aérodynamique complet . . . . .	8
1.2 Rappels sur la turbulence en aérodynamique . . . . .	10
1.2.1 Équations RANS . . . . .	11
1.3 Rappels sur le concept de couche limite . . . . .	16
1.3.1 Couche limite laminaire . . . . .	16
1.3.2 Couche limite turbulente . . . . .	18
1.3.3 Quantités de couche limite . . . . .	22
<b>2 Mécanismes de transition vers la turbulence</b>	<b>25</b>
2.1 Les chemins vers la turbulence . . . . .	25
2.2 Transition par bulbe de décollement laminaire . . . . .	27
2.2.1 Réceptivité et amplification modale . . . . .	28
2.2.2 Non-linéarité et breakdown turbulent . . . . .	29
2.2.3 Battement et éclatement du bulbe . . . . .	30
2.2.4 Couche limite de relaxation . . . . .	31
<b>3 Modèles de turbulence</b>	<b>33</b>
3.1 Une équation de transport : Spalart-Allmaras . . . . .	33

3.2	Deux équations de transport : famille k-omega . . . . .	34
3.2.1	Modèle de Wilcox 1988 . . . . .	35
3.2.2	Modèle de Menter SST . . . . .	36
3.2.3	Modèle de Kok . . . . .	37
3.2.4	Modèle de Wilcox 2006 . . . . .	38
3.2.5	Modèle de Hellsten EARSM . . . . .	39
3.3	Modèle à transport des tensions de Reynolds : RSM SSG/LRR . . . . .	40
<b>4</b>	<b>Modèles de transition vers la turbulence</b>	<b>43</b>
4.1	Modèles de turbulence transitionnels algébriques . . . . .	43
4.1.1	Modèle de Wilcox Low-Reynolds . . . . .	44
4.1.2	Modèle de Kubacki et Dick . . . . .	45
4.2	Modèles de transition par critères . . . . .	46
4.2.1	Critère de transition Arnal-Habiballah-Delcourt (AHD) . . . . .	47
4.2.2	Critère de transition de Gleyzes . . . . .	49
4.2.3	Critère de Roberts . . . . .	50
4.3	Approches par équations de transport . . . . .	51
4.3.1	Modèle de corrélation de Langtry-Menter . . . . .	51
4.3.2	Modèles basés sur l'énergie cinétique des fluctuations laminares . . . . .	53
4.3.3	Méthodes $e^N$ basées sur des équations de transport . . . . .	54
4.4	État de l'art de la modélisation de la transition par bulbe de décollement laminaire . . . . .	54
<b>II</b>	<b>Modélisation de la transition dans des bulbes de décollement laminaire</b>	<b>59</b>
<b>5</b>	<b>Mise en évidence des limitations des méthodes et des modèles de prévision de la transition par bulbe de décollement</b>	<b>61</b>
5.1	Présentation du cas de référence . . . . .	61
5.2	Identification des défauts de précision dans le bulbe . . . . .	66
<b>6</b>	<b>Développement de modèles permettant de prévoir avec précision la transition par bulbe de décollement</b>	<b>73</b>
6.1	Objectifs et hypothèses de la modélisation . . . . .	73
6.2	Formulation mathématique des modèles . . . . .	75
6.2.1	Modèles LSTT k-omega . . . . .	75
6.2.2	Modèle LSTT Spalart-Allmaras . . . . .	76
6.2.3	Modèle LSTT RSM SSG/LRR . . . . .	77
6.2.4	Fonctions d'activation . . . . .	78
6.3	Implémentation de l'approche LSTT . . . . .	78
6.3.1	Étapes de l'approche algébrique non-locale de transition par critères . . . . .	79
6.3.2	Choix du cadre d'implémentation . . . . .	85
6.4	Fermeture des coefficients des modèles . . . . .	86
6.5	Vérification de l'apport de précision des modèles LSTT . . . . .	88

6.5.1	Prévisions calibrées du modèle Wilcox 2006 LSTT . . . . .	89
6.5.2	Prévisions calibrées de variantes k-omega LSTT Boussinesq . . . . .	92
6.5.3	Prévisions des extensions de LSTT à d'autres modèles de turbulence . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Étude de la sensibilité des modèles LSTT à des paramètres physiques et numériques</b>	<b>99</b>
7.1	Étude de la détérioration des prévisions par rapport à la qualité du maillage . . . . .	100
7.2	Étude de l'impact des limiteurs de shear stress . . . . .	102
7.3	Étude de sensibilité aux conditions aux limites, externes et au limiteur de production	103
7.4	Étude de sensibilité au nombre de Reynolds turbulent . . . . .	108
7.5	Élaboration de recommandations pour l'utilisation des modèles avec LSTT . . . . .	108
<b>III</b>	<b>Validation des modèles LSTT pour diverses applications</b>	<b>113</b>
<b>8</b>	<b>Profil d'aile NACA 0012</b>	<b>115</b>
8.1	Cas de Référence ILES Alferez et al. . . . .	115
8.1.1	Maillage employé . . . . .	115
8.1.2	Sur le choix éclairé du seuil de turbulence . . . . .	116
8.1.3	Influence du seuil de turbulence en utilisant LSTT Wilcox (2006) . . . . .	117
8.1.4	Comparaison de la prévision LSTT avec des modèles existants . . . . .	118
8.1.5	Prévisions d'autres variantes LSTT . . . . .	122
8.2	Cas de Référence DNS Jones et al. . . . .	127
<b>9</b>	<b>Profil d'aile SD7003</b>	<b>131</b>
9.1	Présentation des cas d'étude . . . . .	132
9.2	Cas Baseline ( $\alpha = 4^\circ$ , $Re_c = 60\,000$ ) . . . . .	133
9.2.1	Convergence en maillage . . . . .	134
9.2.2	Influence du taux de turbulence . . . . .	134
9.2.3	Analyse des tensions de Reynolds et des profils de vitesse . . . . .	145
9.3	Influence de l'angle d'incidence . . . . .	147
9.3.1	Apport de l'activation LSTT . . . . .	147
9.3.2	Variantes de l'activation LSTT . . . . .	152
9.4	Influence du nombre de Reynolds . . . . .	154
<b>10</b>	<b>Applications : profils d'hélicoptère, d'aube de turbine et d'éolienne</b>	<b>157</b>
10.1	Profil de pale d'hélicoptère OA209 . . . . .	158
10.2	Aube de turbine T106C . . . . .	160
10.3	Profil de pale d'éolienne S809 . . . . .	163
	<i>Conclusion et perspectives</i>	<b>167</b>
<b>A</b>	<b>Écoulements intermittents</b>	<b>173</b>
<b>B</b>	<b>Du lien entre le limiteur de shear stress et la diffusivité</b>	<b>179</b>

B.1	Construction du modèle Aware . . . . .	180
B.2	Comportement du modèle Aware . . . . .	182
B.3	Approche LSTT appliquée au modèle Aware . . . . .	184
<b>C</b>	<b>Corrections de la stabilité numérique du critère de Gleyzes</b>	<b>187</b>
C.1	Présentation du cas d'étude . . . . .	188
C.1.1	Modèles physiques et paramètres numériques . . . . .	188
C.2	Identification des problèmes de convergence . . . . .	189
C.2.1	Phase de blocage . . . . .	191
C.2.2	Phase de décalage . . . . .	192
C.3	Proposition d'amélioration . . . . .	196
C.3.1	Présentation de la méthode algébrique . . . . .	197
C.3.2	Application de la méthode algébrique . . . . .	199
C.4	Conclusion . . . . .	201
<b>D</b>	<b>Papier présenté au congrès ODAS 2017</b>	<b>203</b>
<b>E</b>	<b>Papier présenté au congrès AIAA SciTech 2018</b>	<b>217</b>
<b>F</b>	<b>Article paru dans l'AIAA Journal 2019</b>	<b>235</b>
<b>G</b>	<b>Papier présenté au congrès AIAA Aviation 2019</b>	<b>249</b>
<b>H</b>	<b>Article accepté dans l'AIAA Journal 2019</b>	<b>271</b>

# Table des figures

1	Nombre d'accidents liés au décrochage des vols d'aviation générale aux États Unis. Source : Rapport “ <i>Stall and Spin Accidents : Keep the Wings Flying</i> ” de l'AOPA <a href="http://www.aopa.org">www.aopa.org</a> . . . . .	xxii
2	Schéma des lignes de courant et profils de vitesse moyens d'un bulbe de décollement laminaire avec transition vers la turbulence dans la couche cisailé suivie du recollement provoqué par la turbulence. . . . .	xxiii
1.1	Schéma d'un volume fluide avec des frontières perméables et mobiles soumis à un écoulement. . . . .	2
1.2	Écoulement de couche limite sur les parois d'un objet pointu (contour haché), où sont représentés les lignes de courant (en trait continu), l'épaisseur de couche limite $\delta$ (en trait long discontinu) et les profil des vitesses (petites flèches). Source : Adaptation de l'auteur à partir de [172, Fig.6.1]. . . . .	17
1.3	Profils de couche limite laminaire soumise à un gradient adverse de pression provoquant son décollement au point $x_{sep}$ . Source : Adaptation de l'auteur à partir de [172, Fig.6.2(c)]. . . . .	18
1.4	Profils de vitesse instantanés d'une couche limite turbulente à la même distance du bord d'attaque d'une plaque plane à 17 instants différents, représentés avec les origines décalés. Source : Adaptation de l'auteur à partir de [43]. . . . .	19
1.5	Profils de couche limite turbulente. Source : Adaptation de l'auteur à partir de [43].	19
1.6	Profil de vitesse moyen d'une couche limite turbulente en échelle logarithmique. Source : Adaptation de l'auteur à partir de [42, Fig.6.3]. . . . .	20
1.7	Épaisseur de déplacement, $\delta^*$ , d'une couche limite. Source : Adaptation de l'auteur à partir de [172, Fig.6.3]. . . . .	23
2.1	Chemins menant vers la turbulence en écoulements pariétaux d'après Reshotko et Tumin [156]. Source : [156]. . . . .	26
2.2	Schéma de la transition par bulbe de décollement d'après Serna et Lázaro (2015). Source : [179]. . . . .	27
4.1	Principe de la méthode $e^n$ : en haut courbe de stabilité neutre ; en bas taux d'amplification total des perturbations. Source : Adaptation de l'auteur à partir de [6, Fig.2-12]. . . . .	48



4.2	Enveloppe des courbes de rapports d'amplitude maximum $N$ en fonction du facteur de forme $H$ et du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de déplacement $Re_{\delta^*}$ , pour les profils de vitesse d'auto-similarité de Falkner-Skan. Source : Adaptation de l'auteur à partir de [7, Fig.3]. . . . .	49
4.3	Courbes de stabilité neutre des profils de vitesse d'auto-similarité de Falkner-Skan pour plusieurs facteurs de forme $H$ . Abscisses : nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement $Re_{\delta_1} \equiv Re_{\delta^*}$ . Ordonnées : fréquence réduite fois le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement. Source : Gleyzes, Cousteix et Bonnet (1984) [83, Fig.6]. . . . .	50
5.1	Schéma de la configuration de l'écoulement de référence (DNS de Laurent et al. [117]), avec une échelle exagérée. . . . .	62
5.2	Évolution du coefficient de pression $C_p$ du profil de pale d'hélicoptère OA209 à $\alpha = 15^\circ$ d'incidence, $Re_c = 1.8 \times 10^6$ et $M_\infty = 0.16$ issu d'un calcul RANS/LES [157–159] (tracé discontinu) et distribution de pression obtenue dans le cas de plaque plane de Laurent et al. [117] (tracé continu). Source : Laurent et al. [117]. . . . .	62
5.3	La simulation DNS n'a été effectuée qu'au voisinage du bulbe de décollement laminaire. Source : Laurent et al. [117]. . . . .	63
5.4	À gauche, prévisions DNS [117] des profils de vitesse moyennes relevés à plusieurs stations $x_{RS}$ en fonction des différents densités de maillage. À droite, bilan statistique DNS [117] de l'énergie cinétique de la turbulence $k := -\overline{\rho u'_i u'_j} / (2\bar{\rho})$ à la station où $Re_\theta = 1410$ , pour différentes densités de maillage, comparées aux prévisions DNS de Spalart [189]. Source : Laurent et al. [117]. . . . .	64
5.5	Quantités de couche limite autour du bulbe de la configuration de référence issues des moyennes temporelles convergées de la DNS de Laurent et al. [117]. . . . .	64
5.6	Rapport de production-sur-dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence issue de la DNS de Laurent et al. [117]. La valeur minimale de $\varepsilon$ a été fixée à sa valeur moyennée spatialement au point de transition $\varepsilon = \max(\varepsilon, \bar{\varepsilon}(x_{RS}^{tr} = -0.27, y \leq \delta))$ . . . . .	65
5.7	test . . . . .	67
5.8	Profils de couche limite des prévisions RANS des modèles $k - \omega$ avec activation des termes sources à $x_{RS} = -0.27$ (Step), ou activation par équations de transport $\gamma - \overline{Re_{\theta,t}}$ [114], comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117]. Les courbes pointillées fines correspondent aux solutions théoriques $u^+ = y^+$ et $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+$ , avec $\kappa = 0.41$ et $C^+ = 5$ . L'adimensionnement visqueux est pris en utilisant la vitesse de friction issue de la DNS, $u_\tau^{(DNS)}$ . . . . .	70
5.9	Comparaison des lignes de courant et de la tension de Reynolds adimensionnée par le carré de la vitesse amont $-\overline{u'v'}/u_\infty^2$ de : (a) la DNS de Laurent et al. [117]; (b) $k - \omega$ Menter SST [135] avec le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_{\theta,t}}$ de Menter-Langtry [113]; (c) $k - \omega$ Wilcox (2006) [207] avec activation Step et limiteur SST; et (d) $k - \omega$ Wilcox (2006) [207] avec activation Step et sans limiteur SST. . . . .	71

6.1	Fonction d'activation de la transition $f^{tr}$ (polynôme cubique $C^1$ ) et fonction d'activation du limiteur de shear stress $C_{lim}$ utilisés dans l'approche LSTT [25] en employant la coordonnée spatiale adimensionnée $\hat{s}$ (6.5), et faisant apparaître les coefficients de fermeture $a$ , $\hat{s}_a$ , $\hat{s}_b$ et $\hat{s}_c$ , calibrés pour chaque modèle de turbulence (§6.4). . . . .	79
6.2	Schéma implémentation LSTT dans elsA : préparation du calcul. . . . .	80
6.3	Schéma implémentation LSTT dans elsA : application des critères. . . . .	81
6.4	Schéma implémentation LSTT dans elsA : extrusion des fonctions de transition. . . . .	84
6.5	Quantités couche limite de la calibration Wilcox 2006 LSTT. . . . .	90
6.6	Profils de vitesse de la calibration Wilcox 2006 LSTT. . . . .	91
6.7	Tension de Reynolds de la calibration Wilcox 2006 LSTT. . . . .	92
6.8	Quantités couche limite de la calibration des variantes k-omega Boussinesq. . . . .	95
6.9	Profils de vitesse de la calibration k-omega sur plusieurs variantes. . . . .	96
6.10	Quantités couche limite de la calibration des extensions LSTT. . . . .	97
6.11	Profils de vitesse de la calibration des extensions LSTT. . . . .	98
7.1	Impact sur le coefficient de frottement de l'influence du maillage du modèle Wilcox 2006 avec LSTT dans la configuration de référence. . . . .	100
7.2	Impact sur les profils de vitesse de l'influence du maillage du modèle Wilcox 2006 avec LSTT dans la configuration de référence. . . . .	101
7.3	Sensibilité du modèle LSTT à des variantes SST. . . . .	104
7.4	Sensibilité du modèle LSTT au limiteur de Zheng. . . . .	105
7.5	Profil de vitesse logarithmique du modèle LSTT au limiteur de Zheng. . . . .	106
7.6	Sensibilité du modèle LSTT à des conditions aux limites, résiduelles, et limiteurs. . . . .	107
7.7	Influence du Reynolds turbulent, $Re_\tau := (\rho k)/(\omega \mu)$ , sur les prévisions du modèle $k - \omega$ Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25]. . . . .	111
8.1	Prévisions sur l'extrados du balayage $N_{cr} = 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ , et 13 du critère de transition AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C); des calculs RANS avec le modèle $k - \omega$ Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] comparés au calcul ILES (o) d'Alferez et al. [3]. . . . .	118
8.2	Facteur de forme sur l'extrados du balayage $N_{cr} = 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ , et 13; des calculs RANS avec le modèle $k - \omega$ Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] comparés au calcul ILES (o) d'Alferez et al. [3]. . . . .	119
8.3	Prévisions des quantités de couche limite sur l'extrados du profil issues de plusieurs modèles RANS comparés au calcul ILES (o) d'Alferez et al. [3]. . . . .	120
8.4	Champ de nombre de Mach et lignes de courant des prévisions RANS de l'écoulement autour du NACA 0012 à $\alpha = 10.55^\circ$ et $Re_c = 10^5$ . . . . .	121
8.5	Prévisions des profils de vitesse normaux à la paroi de la couche limite sur l'extrados du NACA 0012 ( $\alpha = 10.55^\circ$ , $Re_c = 10^5$ ) issues de plusieurs modèles RANS comparés au calcul ILES (o) d'Alferez et al. [3]. . . . .	122

8.6	Prévisions RANS du frottement sur l'extrados du NACA 0012 pour le balayage de l'intensité de la turbulence (via $N_{cr}$ ) de plusieurs variantes LSTT [25] comparées au calcul ILES ( $\circ$ ) d'Alferez et al. [3]. . . . .	123
8.7	Prévisions des profils de vitesse de la couche limite sur l'extrados du NACA 0012 ( $\alpha = 10.55^\circ$ , $Re_c = 10^5$ ) issues de plusieurs modèles RANS comparés au calcul ILES ( $\circ$ ) d'Alferez et al. [3]. . . . .	125
8.8	Prévisions de plusieurs modèles RANS avec activation LSTT sur l'extrados du NACA 0012 comparées au calcul ILES ( $\circ$ ) d'Alferez et al. [3]. . . . .	126
8.9	Prévisions RANS du frottement pariétal sur l'extrados du NACA 0012 avec activation LSTT comparées aux calculs DNS de Jones et al. [98]. . . . .	128
9.1	Zoom autour du profil SD7003 du maillage employé dans le cas Baseline ( $\alpha = 4^\circ$ , $Re_c = 6 \times 10^4$ ). . . . .	133
9.2	Prévisions de frottement (sur l'extrados) et de pression sur le profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ , $Re_c = 60\,000$ , $T_{ur} = 0.035\%$ ) en employant le modèle de turbulence $k - \omega$ Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] sur des maillages de différentes résolutions (cf tableau 9.1). . . . .	135
9.3	Influence de l'intensité de la turbulence (par un balayage $N_{cr} = 6, 8, 10, 10.7, 12$ et $16$ ) des prévisions de l'écoulement autour du profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ , $Re_c = 6 \times 10^4$ ) en employant le modèle de turbulence $k - \omega$ Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] et prévision du point de transition avec les critères AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C) par rapport aux données LES ( $\triangle$ ) de Catalano et Tognaccini [38]. . . . .	136
9.4	Influence de l'intensité de la turbulence (par un balayage $N_{cr} = 6, 8, 10, 11$ et $12$ ) des prévisions de l'écoulement autour du profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ , $Re_c = 6 \times 10^4$ ) en employant le modèle de turbulence $k - \omega$ Kok [105] avec activation LSTT [25] et prévision du point de transition avec les critères AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C) par rapport aux données LES ( $\triangle$ ) de Catalano et Tognaccini [38]. . . . .	137
9.5	Influence de l'intensité de la turbulence (par un balayage $N_{cr} = 7, 8, 10, 11, 12$ et $14$ ) des prévisions de l'écoulement autour du profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ , $Re_c = 6 \times 10^4$ ) en employant le modèle de turbulence $k - \omega$ Menter SST [135] avec activation LSTT [25] et prévision du point de transition avec les critères AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C) par rapport aux données LES ( $\triangle$ ) de Catalano et Tognaccini [38]. . . . .	139
9.6	Influence de l'intensité de la turbulence (par un balayage $N_{cr} = 8, 10, 11, 12$ et $14$ ) des prévisions de l'écoulement autour du profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ , $Re_c = 6 \times 10^4$ ) en employant le modèle de turbulence Spalart-Allmaras [187] avec activation LSTT [25] et prévision du point de transition avec les critères AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C) par rapport aux données LES ( $\triangle$ ) de Catalano et Tognaccini [38]. . . . .	140
9.7	Prévisions RANS LSTT (avec les valeurs de $N_{cr}$ indiquées dans le tableau 9.2) par rapport à différentes valeurs de forçage LES. . . . .	142

9.8 Influence de l'intensité de la turbulence (via les valeurs  $N_{cr} = 10$  dans les deux figures du haut, et  $N_{cr} = 1$  dans les deux figures du bas) des prévisions de l'écoulement autour du profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 6 \times 10^4$ ) en employant le modèle de transition  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  de Menter-Langtry [114, 136] avec divers modèles de turbulence et corrélations transitionnelles (voir légende) par rapport aux données LES ( $\triangle$ ) de Catalano et Tognaccini [38] et ILES ( $\circ$ ) de Galbraith et Visbal [77]. . . . . 144

9.9 Comparaison des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  normalisées par le carré de la vitesse en amont non-perturbée, issues des essais en soufflerie de Hain et al. [87] ( $Re_c = 66\ 000$ ) et diverses simulations RANS ( $Re_c = 60\ 000$ ) du profil SD7003 à  $\alpha = 4^\circ$ . . . . . 146

9.10 Comparaison des profils de vitesse normaux à la paroi, issus des essais en soufflerie de Hain et al. [87] ( $Re_c = 66\ 000$ ) et diverses simulations RANS ( $Re_c = 60\ 000$ ) du profil SD7003 à  $\alpha = 4^\circ$ . . . . . 148

9.11 Influence de l'angle d'incidence pour : —  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] LSTT [25] avec transition prévue par AHD-Gleyzes [7, 83] avec  $N_{cr} = 10.7$ ; - - - -  $k - \omega$  Wilcox (2006) sans limiteur de shear-stress avec transition imposée et activation Step; et . . . . .  $k - \omega$  Wilcox (2006) avec limiteur de shear-stress avec transition imposée et activation Step; par rapport aux prévisions LES ( $\triangle$ ) [38] et ILES ( $\circ$ ) [77] du profil SD7003 à  $Re_c = 6 \times 10^4$ . . . . . 149

9.12 Influence de l'angle d'incidence (suite de la figure 9.11) pour : —  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] LSTT [25] avec transition prévue par AHD-Gleyzes [7, 83] avec  $N_{cr} = 10.7$ ; - - - -  $k - \omega$  Wilcox (2006) sans limiteur de shear-stress avec transition imposée et activation Step; et . . . . .  $k - \omega$  Wilcox (2006) avec limiteur de shear-stress avec transition imposée et activation Step; par rapport aux prévisions LES ( $\triangle$ ) [38] et ILES ( $\circ$ ) [77] du profil SD7003 à  $Re_c = 6 \times 10^4$ . . . . . 150

9.13 Comparaison de la prévision automatique du point de transition AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation (§C) et  $N_{cr} = 10.7$ , ou imposée ( $x_{tr}/c = 0.092$ ) en utilisant  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] par rapport aux données ILES ( $\circ$ ) de Galbraith et Visbal [77] de l'écoulement autour du profil SD7003 à  $\alpha = 4^\circ$  et  $Re_c = 6 \times 10^4$ . . . . . 151

9.14 Influence de l'angle d'incidence pour les activations LSTT [25] avec transition prévue par AHD-Gleyzes [7, 83] avec  $N_{cr} \approx 11$  en employant : - - - - Spalart-Allmaras [187]; - - - -  $k - \omega$  Menter SST; . . . . .  $k - \omega$  Kok [104] et —  $k - \omega$  Wilcox (2006); par rapport aux prévisions LES ( $\triangle$ ) [38] et ILES ( $\circ$ ) [77] du profil SD7003 à  $Re_c = 6 \times 10^4$ . . . . . 152

9.15 Influence de l'angle d'incidence pour les activations LSTT [25] avec transition prévue par AHD-Gleyzes [7, 83] avec  $N_{cr} \approx 11$  en employant : - - - - Spalart-Allmaras [187]; - - - -  $k - \omega$  Menter SST; . . . . .  $k - \omega$  Kok [104] et —  $k - \omega$  Wilcox (2006); par rapport aux prévisions LES ( $\triangle$ ) [38] et ILES ( $\circ$ ) [77] du profil SD7003 à  $Re_c = 6 \times 10^4$ . . . . . 153

9.16 Comparaison des prévisions RANS  $k - \omega$  [207] –avec activation LSTT [25] et critères de transition AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation (§C) et  $N_{cr} = 10.7$ – par rapport aux données ILES [77] du profil SD7003 à plusieurs  $Re_c$  et  $\alpha$ . . . . . 155

10.1	Prévisions RANS du modèle Wilcox (2006) [207] du frottement pariétal et de la pression sur l'extrados du profil OA209 avec activation LSTT comparées au calcul LES de Richez et al. [158]. . . . .	158
10.2	Prévisions RANS du modèle de Kok [105] du frottement pariétal et de la pression sur l'extrados du profil OA209 avec activation LSTT comparées au calcul LES de Richez et al. [158]. . . . .	159
10.3	Prévisions RANS du modèle de Kok [105] et de Wilcox (2006) [207] du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement sur l'extrados du OA209 avec activation LSTT comparées au calcul LES de Richez et al. [158]. . . . .	160
10.4	Prévisions RANS du modèle de Kok [105] et de Wilcox (2006) [207] des profils de vitesse normaux sur l'extrados du OA209 avec activation LSTT comparés au calcul LES de Richez et al. [158]. . . . .	161
10.5	Comparaison des prévisions RANS avec des essais en soufflerie de l'écoulement autour de l'aube de turbine T106C. . . . .	163
10.6	Prévisions du coefficient de pression issues de plusieurs approches RANS de l'écoulement autour du profil de pale d'éolienne S809 à $\alpha = 1.01^\circ$ et $Re_c = 2 \times 10^6$ comparées aux données de soufflerie de Somers [186]. . . . .	164
B.1	Prévisions des profils auto-similaires de couche de mélange (à gauche) et de sillage (à droite) issus de plusieurs modèles de turbulence RANS, contre des mesures expérimentales. . . . .	182
B.2	Prévisions RANS de l'intensité du sillage, $\Pi$ en fonction du paramètre d'équilibre de couche limite turbulente $\beta_T$ , de plusieurs modèles de turbulence contre des mesures expérimentales. . . . .	184
B.3	Prévisions RANS de l'écoulement de plaque plane de Laurent et al. [117] en utilisant les modèles RANS $k - \omega$ Kok [104] avec activation LSTT et sans limiteur de shear stress, et le modèle $k - \omega$ Aware qui n'emploie pas de limiteur de shear stress; contre les données DNS de Laurent et al. [117]. . . . .	185
C.1	Paramètres globaux du calcul avec la version <i>standard</i> du critère de Gleyzes. En haut, valeurs des résidus. Au milieu, efforts intégrés $C_L$ en bleu et $C_D$ en rose. En bas, position du point de transition prévue par Gleyzes. À gauche, valeurs sur l'ensemble des itérations; à droite, zoom sur l'intervalle des valeurs. . . . .	190
C.2	Grandeurs de couche limite à l'itération 28600, au début de la phase de blocage. Sur la figure de droite, en mauve, on superpose le tracé de la fonction de transition $f^{tr}$ . Toujours sur la figure de droite, on superpose en tracé discontinu gris la valeur du taux d'amplification critique ( $N_{cr} = 10.7$ ) . . . . .	191
C.3	Évolution du coefficient de frottement $c_f$ (trait discontinu) et du taux d'amplification total $N$ (cercles avec trait fin continu) sur plusieurs itérations pendant la phase de blocage. . . . .	192

---

C.4	Grandeurs de couche limite à l'itération 30000, au début de la phase de blocage. Sur la figure de droite, en mauve, on superpose le tracé de la fonction de transition $f^{tr}$ . Toujours sur la figure de droite, on superpose en tracé discontinu gris la valeur du taux d'amplification critique ( $N_{cr} = 10.7$ ) . . . . .	193
C.5	À gauche, évolution du coefficient de frottement $c_f$ (trait discontinu) et du taux d'amplification total $N$ (cercles avec trait fin continu) sur plusieurs itérations pendant la phase de décalage. À droite, le $Re_\theta$ correspondant. . . . .	194
C.6	Comparaison en post-traitement de la méthode Standard et Algébrique du critère de Gleyzes à l'itération 30000. . . . .	200
C.7	Comparaison de la méthode Standard et Algébrique du critère de Gleyzes à l'itération 32000. . . . .	200
C.8	Paramètres globaux du calcul avec la version <i>algébrique</i> du critère de Gleyzes. En haut, valeurs des résidus. Au milieu, efforts intégrés $C_L$ en bleu et $C_D$ en rose. En bas, position du point de transition prévue par Gleyzes. À gauche, valeurs sur l'ensemble des itérations ; à droite, zoom sur une période d'oscillation. . . . .	202



# Liste des tableaux

1.1	Valeur des constantes, en unités S.I., des équations de Navier-Stokes (1.28) appliquées à des écoulements en aérodynamique. . . . .	9
3.1	Coefficients de fermeture du modèle $k - \omega$ Wilcox (1988) [208]. . . . .	36
3.2	Coefficients de fermeture du modèle $k - \omega$ Menter BSL et SST [135]. . . . .	37
3.3	Coefficients de fermeture du modèle $k - \omega$ Kok [105]. . . . .	38
3.4	Coefficients de fermeture du modèle $k - \omega$ Wilcox 2006 [207]. . . . .	38
3.5	Coefficients de fermeture du modèle $k - \omega$ Hellsten EARSM [88]. . . . .	39
3.6	Coefficients de fermeture du modèle RSM SSG/LRR- $\omega$ [44]. . . . .	42
4.1	Constantes de fermeture additionnelles pour le modèle $k - \omega$ Wilcox 2006 <i>low-Reynolds</i> . . . . .	44
4.2	Constantes de fermeture additionnelles pour le modèle $k - \omega$ Kubacki et Dick (2016) [110]. . . . .	46
6.1	Coefficients de fermeture du modèle LSTT selon différentes variantes des modèles de turbulence $k - \omega$ proposé par Bernardos et al. [25]. . . . .	88
6.2	Coefficients de fermeture du modèle LSTT selon différentes familles de modèles de turbulence en employant la méthode d'assimilation de données Birdie [59]. . . . .	88
7.1	Grilles considérées pour l'étude d'influence du maillage. . . . .	100
8.1	Valeurs recommandées <i>a priori</i> par M. Drela <sup>2</sup> pour le choix du seuil $N_{cr}$ [125] à utiliser dans les critères de transition basés sur la méthode $e^N$ [93, 183]. . . . .	116
9.1	Maillages utilisés et résolution de la discrétisation du maillage basée sur la prévision du modèle $k - \omega$ Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25]. Les 5 dernières lignes correspondent aux maillages additionnels employés lors de l'étude de convergence en maillage. . . . .	134
9.2	Échantillons des prévisions RANS LSTT des balayages de $N_{cr}$ (effectués dans les figures 9.3, 9.4, 9.5 et 9.6) produisant le point de transition $x_{tr}/c$ le plus proche des simulations LES de Breuer [30] pour de différentes valeurs d'intensité de turbulence synthétiquement générée, $T_{u_{gen}}$ [173, STIG] dans la région de forçage située à $x/c = -1$ . . . . .	141





# Introduction

Parmi les nombreux défis qu'affrontent les ingénieurs de conception d'aéronefs et de turbomachines, la prévision des limites de fonctionnement de ces appareils se démarque tout particulièrement. Les limites de fonctionnement –ou opérationnelles– sont intimement liées aux efforts aérodynamiques que subit l'appareil, impactant directement la sécurité et le rendement d'exploitation.

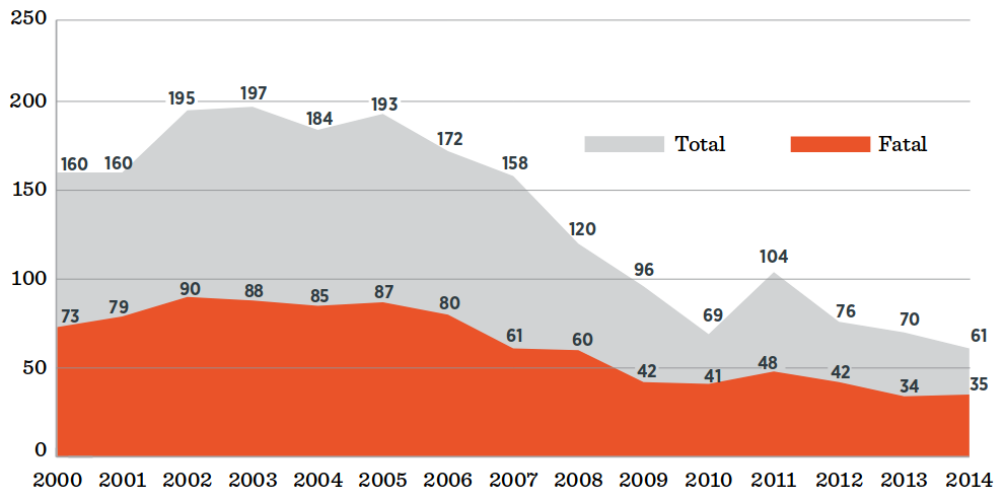
L'impact sur la sécurité est très important, car les accidents aériens provoqués par la perte de contrôle de l'appareil –en moyenne 170 morts provoqués par 3.5 accidents par an pour les aéronefs de plus de 5.7 tonnes<sup>1</sup>– sont liés directe ou indirectement au franchissement d'une limite opérationnelle déterminée par l'aérodynamique, comme par exemple le décrochage d'un avion par manque de vitesse de vol ou par excès de charge aérodynamique [95]. L'impact sur la sécurité associé au phénomène de décrochage est surtout présent dans l'aviation générale. En effet, la figure 1 montre que les accidents liés au décrochage sont assez nombreux pour les aéronefs de petite taille qui composent essentiellement les opérations d'aviation générale. Ce constat est renforcé par le Bureau d'Enquêtes et d'Analyses pour la sécurité de l'aviation civile (BEA), soulignant que 4 accidents survenus au monotorbopropulseur Socata TBM 700 en une période d'environ 12 ans ont eu lieu à la suite d'un décrochage à basse vitesse lors de l'atterrissage [152]. Le BEA souligne également l'importance, en termes de sécurité, d'éviter le phénomène de décrochage aérodynamique sur les pales d'hélicoptère, qui peut entraîner le contact entre le rotor principal et le fuselage et provoquer un accident [1].

De même, l'impact des limites de fonctionnement des aéronefs et des turbomachines sur le rendement énergétique est très important, car cela se traduit dans des pertes économiques et des nuisances écologiques. Par exemple, un moteur d'avion fonctionnant proche de sa limite opérationnelle a un faible rendement, nécessitant une plus forte consommation de carburant afin de compenser cette perte, ce qui a un impact négatif sur l'empreinte écologique et produit des pertes économiques liées à la consommation excessive de carburant.

La prévision des limites de fonctionnement est difficile à obtenir, spécialement lors de la phase de conception d'un nouvel appareil. C'est dans ce cadre que la simulation numérique en mécanique des fluides constitue un outil indispensable, aussi bien dans l'industrie aéronautique que dans de nombreux autres secteurs industriels. En aéronautique, cet outil est employé afin de prévoir l'écou-

---

1. Moyenne de l'accidentologie dans le monde entre 2008 et 2018 des pertes de contrôle (LOC-I) des aéronefs de plus de 5.7 tonnes publié par l'Organisation d'Aviation Civile Internationale sur leur site <https://www.icao.int/safety/iStars/Pages/Accident-Statistics.aspx>



**FIGURE 1** – Nombre d’accidents liés au décrochage des vols d’aviation générale aux États Unis. Source : Rapport “*Stall and Spin Accidents : Keep the Wings Flying*” de l’AOPA [www.aopa.org](http://www.aopa.org).

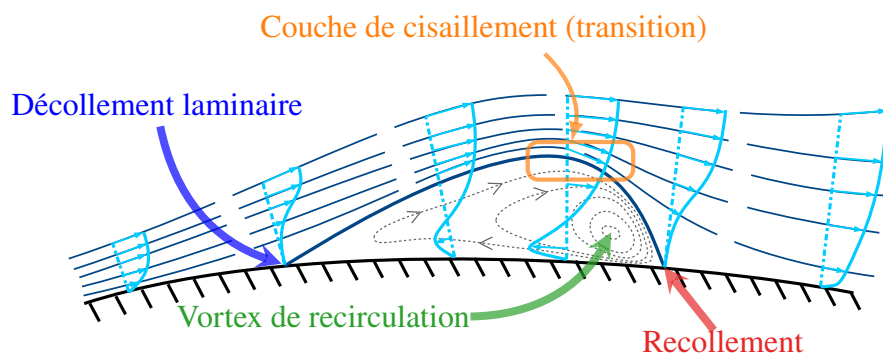
lement aérodynamique autour des aéronefs, et ainsi être en mesure d’estimer non seulement les limites de fonctionnement des appareils, mais aussi leur performances ou les efforts mécaniques que devra supporter la structure. Un des nombreux défis de la simulation aérodynamique [209, Ch. 1] consiste à prévoir de façon suffisamment précise les effets de la *turbulence*, qui influence notamment les limites de fonctionnement des appareils et concrètement le phénomène de décrochage. Ce régime, dit turbulent, résulte du caractère non-linéaire des équations qui gouvernent les fluides –les équations de Navier-Stokes– et il est caractérisé par des effets chaotiques, fortement instationnaires et tridimensionnels, où une multitude d’échelles de tourbillons interagissent entre eux [193, Ch. 1]. La turbulence peut être directement calculée au moyen des DNS<sup>2</sup> où aucun modèle physique n’est introduit dans les équations de Navier-Stokes. Cependant, le coût en temps et en mémoire de ces simulations est trop élevé [169, §2.1] pour être utilisées dans un cadre industriel car elles nécessitent des maillages avec un grand nombre d’éléments.

Par conséquent, les numériciens ont recours à la modélisation de la turbulence, qui consiste à étudier l’écoulement moyen sous une approche statistique. Cette approche, connue sous le nom RANS<sup>3</sup>, est encore très prisée par les industriels. La modélisation RANS de la turbulence est donc effectuée grâce à des équations additionnelles du système, qui sont formulées en introduisant des hypothèses basées sur les propriétés physiques et sur des observations empiriques de la turbulence [154, Ch. 8]. Or, les modèles RANS existants rencontrent des difficultés qui nuisent à la qualité des prévisions, comme par exemple : (1) la prise en compte de la transition du régime laminaire vers le régime turbulent [60]; (2) la prévision précise des décollements et des recollements [134]; (3) la prévision précise des couches turbulentes à la fois d’écoulements libres et pariétaux [209, §4.5] et (4) la prise en compte de la dépendance des prévisions à la turbulence ambiante [209, §4.5.3] ou à l’interaction des couches turbulentes [57].

2. “Direct Numerical Simulation” en anglais

3. “Reynolds-averaged Navier-Stokes” en anglais

Dans le cadre de cette thèse, l'intérêt porte sur l'un des mécanismes de transition très souvent rencontré : la transition par bulbe de décollement laminaire. Ce phénomène physique est schématisé sur la figure 2, où l'on présente une vision en moyenne temporelle des lignes de courant d'un bulbe transitionnel. L'écoulement laminaire décolle suite à un gradient adverse de pression. Il se produit alors une couche de cisaillement, où les gradients de vitesse sont très importants. Dans cette couche de cisaillement l'écoulement laminaire se déstabilise très rapidement et il transitionne vers l'état turbulent. La production de turbulence provoque une importante diffusion sur la vitesse moyenne qui courbe les lignes de courant et peut faire recoller l'écoulement, en produisant un bulbe de recirculation [78, 192]. Sous certaines conditions physiques, l'inertie de l'écoulement dans la couche de cisaillement peut être plus importante que le taux de diffusion provoqué par la turbulence, ce qui peut retarder soudainement le recollement en produisant un bulbe ouvert de recirculation : on dit alors que le bulbe a éclaté [63].



**FIGURE 2** – Schéma des lignes de courant et profils de vitesse moyens d'un bulbe de décollement laminaire avec transition vers la turbulence dans la couche cisailée suivie du recollement provoqué par la turbulence.

L'effet de l'éclatement de bulbe a un intérêt capital dans les applications aéronautiques, car il conduit à un brusque effondrement de la portance et à l'augmentation de la traînée des ailes et des pales [5, 22, 197], ou à de fortes vibrations et des pertes de rendement des rotors d'hélicoptère en vol d'avancement [149]. L'éclatement du bulbe peut aussi produire une forte augmentation de traînée et déstabiliser l'écoulement autour des petits drones qui volent à faible vitesse. Une prévision correcte de l'éclatement permettrait de mieux anticiper les limites opérationnelles de ces aéronefs lors de la phase de conception, et ainsi contribuer à améliorer la sécurité du vol et leur rendement d'exploitation. Pour cela, il est nécessaire d'employer des méthodes précises permettant de calculer la transition par bulbe de décollement, faute de quoi la prévision de l'éclatement de bulbe ne serait pas envisageable, car l'éclatement dépend de la topologie du bulbe. En d'autres mots, pour simuler le phénomène de décrochage provoqué par l'éclatement de bulbe, il faut déjà être en mesure de prévoir le bulbe. De nombreuses méthodes existent permettant de calculer la transition par bulbe de décollement laminaire. Deux catégories principales se présentent en ce sens : les méthodes expérimentales et les méthodes numériques.

Premièrement, d'un point de vue expérimental, la caractérisation du bulbe se fait souvent par des mesures de la pression à la paroi de l'aile [138, 149] –sur l'extrados, où le bulbe a lieu– ou même

en utilisant de la PIV<sup>4</sup> ce qui permet de mesurer les profils de vitesse dans le bulbe et les tensions de Reynolds provoquées par la turbulence [87, 90, 213, 214]. Puisque le phénomène de transition par bulbe de décollement laminaire est très sensible à la turbulence de l'écoulement de la veine de la soufflerie, une caractérisation fine de cette turbulence ambiante est nécessaire afin de mettre en perspective la représentativité des essais par rapport aux conditions rencontrés réellement dans l'atmosphère. En effet, suivant les caractéristiques de la soufflerie employée, les prévisions de la transition par bulbe de décollement peuvent différer amplement [148].

Deuxièmement, les méthodes numériques les plus efficaces font intervenir des codes de calcul de couche limite avec interaction visqueuse/non-visqueuse, comme XFOIL et MISES [68, 69] ; ou l'ensemble des méthodes proposé par Le Balleur [13–18], qui sont applicables à des géométries relativement simples. Les méthodes le plus sophistiqués –et coûteuses– font intervenir des simulations DNS [98, 117] ou LES<sup>5</sup> [3, 38, 77, 158], permettant d'avoir accès à des quantités statistiques précises très difficilement accessibles expérimentalement. Un bon compromis entre coût des ressources numériques et précision des prévisions est obtenu avec les simulations RANS, qui font intervenir des modèles de transition et de turbulence, applicables à des écoulements autour de géométries très complexes. Les efforts de cette thèse sont portés précisément dans cette dernière catégorie. Deux familles d'approches RANS pour la transition dans de bulbes de décollement laminaire existent actuellement : l'approche par critères de transition [47, 119, 151, 212] qui analyse la forme de la couche limite laminaire afin d'en déduire, à l'aide des corrélations mathématiques, le début de la région transitionnelle ; et l'approche par équations de transport [110, 112, 113, 137, 143, 144] qui utilise essentiellement des quantités dites locales de l'écoulement afin d'en déduire le début de la région transitionnelle.

En résumé, d'une part il existe des méthodes expérimentales permettant d'obtenir des prévisions de transition par bulbe. D'autre part, il existe des méthodes de simulation numériques capables de mettre en œuvre des modèles de transition et de turbulence permettant d'effectuer des prévisions de transition par bulbe. Cependant, les méthodes expérimentales exigent un temps d'exécution long et un coût matériel plus importants que les méthodes numériques, ce qui les rend incompatibles avec les exigences des bureaux d'études, notamment lors de la phase de conception. Hélas, les méthodes de simulation numérique reposent sur des modèles transitionnels et turbulents qui n'atteignent pas le degré de précision suffisant pour la prévision de la transition par bulbe de décollement [60].

Les éléments présentés dans le paragraphe précédant justifient cette étude. Elle consiste à mettre en place des modèles de transition par bulbe plus robustes et plus précis applicables à diverses configurations aéronautiques, en particulier d'aéronefs et de turbomachines.

Cette thèse est organisé en trois parties. La première partie (§I) est consacrée à l'étude bibliographique, où les caractéristiques physiques principales du phénomène à modéliser sont présentées, ainsi que les méthodes de modélisation existantes. La deuxième partie (§II) est consacrée à la présentation des modèles proposés dans cette thèse. La troisième et dernière partie (§III) est consacrée à la validation des modèles présentés dans la partie §II.

---

4. "Particle Imagery Velocimetry" en anglais, ou suivi de la vitesse des particules en français.

5. "Large Eddy Simulation" en anglais, ou simulation des grandes échelles en français.

La démarche scientifique a consisté dans un premier temps (Ch. 5) à identifier les défauts de précision et de robustesse d'une sélection de modèles existants dans la prévision de la transition par bulbe, afin de déceler des pistes d'amélioration [23]. Pour cela, l'idée a été d'évaluer un ensemble de modèles de transition et de turbulence RANS par rapport à une configuration DNS de référence. Sachant que les données DNS sont plus complètes et précises que les données expérimentales, le choix a été de privilégier les premières. Ensuite, afin de mettre en évidence les mécanismes qui mettent en défaut la précision des prévisions en aval du bulbe, nous avons analysé théoriquement le rôle de la diffusivité des modèles de turbulence dans l'épaississement de la couche limite en aval du bulbe [26], ce qui a donné lieu à une communication en congrès international.

L'étape suivante (Ch.6) a consisté à mettre en œuvre des nouveaux modèles plus précis et robustes que ceux analysés lors du (Ch.5), afin d'améliorer les prévisions de la transition par bulbe. Pour cela, nous avons fixé le périmètre d'action des nouveaux modèles en élaborant un cahier des charges qui définit précisément les objectifs et les contraintes. Ensuite, nous avons formulé mathématiquement les modèles, puis les avons implémentés dans le code elsA [36] pour pouvoir les appliquer dans un cadre général. Afin de fixer les coefficients de fermeture des modèles, nous avons calibrés ces derniers par rapport aux données DNS de référence. Les calibrations ont été effectuées en paramétrant les coefficients des modèles et en appliquant des algorithmes d'optimisation de Newton et d'assimilation de données. La cible de l'optimisation a été la distribution de frottement dans la configuration de référence, afin de capturer la topologie du bulbe. Toutefois, après avoir identifié des problèmes persistants dans la convergence lors de l'utilisation des nouveaux modèles, nous avons corrigé leur robustesse en élaborant une méthode numérique algébrique stabilisatrice (Annexe C). La formulation de ces modèles a donné lieu à une publication en journal à comité de lecture [25].

L'étape suivante (Ch.7) a consisté à quantifier la sensibilité des nouveaux modèles à des paramètres physiques et numériques, afin d'élaborer des recommandations pour leur utilisation. Pour cela, nous avons mis en évidence la détérioration de la précision des prévisions par rapport au maillage. L'objectif a été de déterminer le nombre de points de maillage minimum nécessaires pour l'application des modèles. Ensuite, nous avons analysé la sensibilité aux conditions aux limites et résiduelles et aux limiteurs physiques et numériques, afin de déterminer des pratiques recommandées par rapport à ces valeurs.

Enfin, tous les chapitres de la partie III (Ch.8, Ch.9 et Ch.10) sont consacrés à la validation extensive des modèles proposés pour un large ensemble des cas d'application d'intérêt aéronautique. Cela a permis d'identifier les points forts et les faiblesses des modèles proposés, ainsi que de déceler des nouvelles pistes de travail. La validation présentée dans le chapitre 9 est particulièrement extensive, car elle consiste à l'analyse comparative de l'influence de l'intensité de la turbulence en amont, du nombre de Reynolds et de l'angle d'incidence sur les prévisions RANS des modèles proposés et des modèles existants. Ce travail a donné lieu à deux publications en journal à comité de lecture [24, 27]. L'ensemble des travaux de la partie III de la thèse a donné lieu également à une communication en congrès international <sup>6</sup> [24].

*Por último*, permettez-moi de vous souhaiter, cher lecteur, une agréable lecture.

---

6. Les papiers des congrès et articles de journal qui ont donné lieu cette thèse sont fournis en annexe.



## **Première partie**

# **Étude bibliographique et rappels généraux**





# Chapitre 1

## Rappels sur la mécanique des fluides

Dans ce chapitre, les fondements de base de la mécanique des fluides seront présentés. L'objectif n'est pas d'effectuer une introduction exhaustive à cette vaste branche de la physique, mais plutôt d'esquisser les éléments fondamentaux qui permettront de mieux appréhender la suite de ce manuscrit. Puisque l'intérêt de cette thèse se centre sur l'étude du mouvement de l'air autour des corps, –l'*Aérodynamique*–, l'accent sera mis sur les caractéristiques et comportements de ce fluide qui nous est tant familier.

Dans un premier temps, les équations qui régissent le mouvement des fluides seront brièvement présentées en faisant appel à des lois bien connues en physique. Le lecteur constatera rapidement que derrière la simplicité conceptuelle de ces équations se cache une dynamique formidablement riche du fait de son caractère non-linéaire. Cela conduira naturellement à évoquer, dans un second temps, les origines de la *turbulence*. Cet état de mouvement, en apparence désordonné et aléatoire, est d'une importance capitale dans l'immense majorité d'écoulements aérodynamiques. Cela est d'autant plus vrai que l'air est intrinsèquement propice à suivre des mouvements turbulents, du fait de sa faible viscosité cinématique et de sa forte inertie lorsqu'il est en mouvement.

Un concept d'une grande importance, et qui constitue l'axe central de cette thèse, est celui de la *couche limite*. Cette fine couche de fluide à vitesses fortement ralenties autour des corps solides est à l'origine d'un large spectre de phénomènes à grand intérêt scientifique et industriel. En effet, la topologie de la couche limite détermine directement les efforts de frottement subis par un corps en mouvement au sein d'un fluide. En outre, la topologie de la couche limite influence indirectement la distribution des lignes de courant autour du corps, ce qui se traduit aussi en une influence sur les efforts de pression sur le corps. Par exemple, la consommation de carburant des avions, leurs vitesses minimales et maximales de vol, ou encore les efforts subis par la structure de l'appareil sont d'autant de phénomènes où la dynamique de la couche limite joue un rôle déterminant. La dernière partie de ce chapitre sera donc consacrée à rappeler quelques éléments fondamentaux des couches limites.

## 1.1 Les équations du mouvement

Dans cette section nous présentons les équations du mouvement de la façon proposée par Darrozès et Monavon [55, §A et B].

### 1.1.1 Lois de conservation

La dynamique des fluides est régie par des lois de conservation, comme par exemple la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. En outre, les lois de conservation s'appliquent également au transport de polluants passifs dans l'écoulement, ou encore à des quantités statistiques décrivant des propriétés de la turbulence. En conséquence, une grande partie des équations présentées dans ce manuscrit adoptent une forme de transport. Afin d'introduire au lecteur à ce type d'équations, dans cette section nous présentons la forme mathématique générique d'une équation de transport. Ensuite, dans les sections qui suivent, le principe général de transport sera appliqué aux cas spécifiques de transport de la masse, de la quantité de mouvement, et de l'énergie. Cet ensemble d'équations de transport constitue un système dont la résolution permet de prévoir le mouvement des fluides.

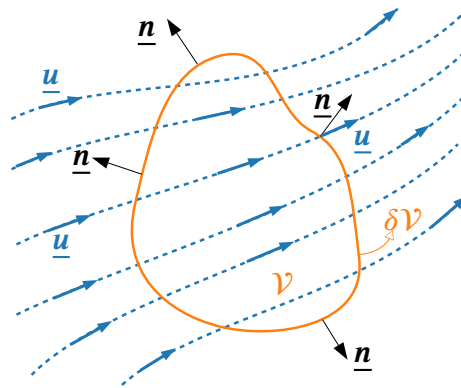


FIGURE 1.1 – Schéma d'un volume fluide avec des frontières perméables et mobiles soumis à un écoulement.

Par simplicité, considérons un volume géométrique  $\mathcal{V}(t)$  entouré par des frontières  $\delta\mathcal{V}(t)$ . Ces frontières se déplacent à une vitesse  $\underline{w}$ , elles sont parfaitement perméables et elles possèdent des normales unitaires extérieures  $\underline{n}$ , comme schématisé sur la figure 1.1. Ce volume est placé au sein d'un écoulement dont la vitesse est le champ vectoriel  $\underline{u}$ . Considérons en plus que cet écoulement transporte une quantité physique arbitraire par unité de volume  $\psi$ . Dans le volume  $\mathcal{V}(t)$  il peut y avoir des sources de  $\psi$ , notées  $\mathcal{S}_\psi$ . Ces sources peuvent être positives  $\mathcal{S}_\psi > 0$ , ce qui donne lieu à une production de  $\psi$  notée  $\mathcal{P}_\psi$ , ou bien elles peuvent être négatives  $\mathcal{S}_\psi < 0$ , ce qui constitue une destruction de  $\psi$  notée  $\varepsilon_\psi$ . Les sources sont donc composées de production et de destruction,  $\mathcal{S}_\psi = \mathcal{P}_\psi - \varepsilon_\psi$ . Finalement, il reste à considérer le flux entrant et sortant de la quantité  $\psi$  au travers de la frontière mobile  $\delta\mathcal{V}(t)$ . Il peut y avoir deux types de flux : (1) le flux convectif, noté  $\underline{C}_\psi$ , pro-

voqué par l'entraînement de la vitesse de l'écoulement  $\underline{u}$  et (2) le flux diffusif, noté  $\underline{D}_\psi$ , provoqué par le comportement caractéristique de la quantité  $\psi$ .

Le principe de conservation de la quantité arbitraire  $\psi$  établit que la variation par rapport au temps de la quantité  $\psi$  dans le volume  $\mathcal{V}(t)$  doit être égal à la variation de  $\psi$  provoquée par ses sources dans  $\mathcal{V}(t)$  plus les flux entrants/sortants d'origine convectif et diffusif au travers des frontières  $\delta\mathcal{V}(t)$ . Mathématiquement cela s'exprime comme ceci :

$$\frac{d}{dt} \iiint_{\mathcal{V}(t)} \rho\psi \, dV = \iiint_{\mathcal{V}(t)} S_\psi \, dV - \iint_{\delta\mathcal{V}(t)} \underline{C}_\psi \cdot \underline{n} \, d\delta V - \iint_{\delta\mathcal{V}(t)} \underline{D}_\psi \cdot \underline{n} \, d\delta V \quad (1.1)$$

Dans l'équation (1.1) les termes de flux sont précédés par un signe moins. Ceci est lié au fait que par convention mathématique, un flux sortant est considéré négatif, et inversement un flux entrant est considéré positif, alors que le vecteur unitaire normal de la frontière pointe vers l'extérieur. Le flux convectif de la quantité  $\psi$  prend en compte la vitesse  $\underline{w}$  de déplacement de la frontière  $\delta\mathcal{V}(t)$  :

$$\underline{C}_\psi = \rho\psi(\underline{u} - \underline{w}) \quad (1.2)$$

Afin d'explicitier la dérivée temporelle du membre de gauche de l'équation (1.1), nous faisons appel à la règle de Leibniz :

$$\frac{d}{dt} \iiint_{\mathcal{V}(t)} \psi \, dV = \iiint_{\mathcal{V}(t)} \frac{\partial\psi}{\partial t} \, dV + \iint_{\delta\mathcal{V}(t)} \psi(\underline{w} \cdot \underline{n}) \, d\delta V \quad (1.3)$$

En utilisant la règle (1.3) dans l'équation (1.1), et en transformant les intégrales de surface en intégrales de volume via le théorème de la divergence, nous écrivons la forme globale du théorème de transport de Reynolds :

$$\iiint_{\mathcal{V}(t)} \left[ \frac{\partial(\rho\psi)}{\partial t} \, dV + \underline{\nabla} \cdot (\rho\psi\underline{u}) \right] \, dV = \iiint_{\mathcal{V}(t)} \left[ S_\psi - \underline{\nabla} \cdot \underline{D}_\psi \right] \, dV \quad (1.4)$$

Puisque l'équation (1.4) doit être vérifiée pour n'importe quel volume  $\mathcal{V}(t)$ , elle est vérifiée aussi pour le cas où  $\mathcal{V}(t) \rightarrow 0$ , si l'on se restreint au cadre de validité des hypothèses des milieux continus<sup>1</sup>. Par conséquent, la formulation intégrale peut être directement transformée en une formulation locale grâce à l'équation (1.5), qui sera la forme privilégiée dans le reste de ce manuscrit.

$$\frac{\partial(\rho\psi)}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot (\rho\psi\underline{u}) = \mathcal{P}_\psi - \varepsilon_\psi - \underline{\nabla} \cdot \underline{D}_\psi \quad (1.5)$$

1. On considère que le volume de fluide  $\mathcal{V}$  le plus petit auquel on applique les équations de conservation est très grand à l'échelle moléculaire, de sorte que le nombre de Knudsen  $Kn = l^*/\mathcal{V}^{1/3} \ll 1$  où  $l^*$  est le libre parcours moyen des particules constituant le fluide.

Dans l'équation (1.5) nous avons décomposé le terme source en un terme de production plus un terme de destruction. En remplaçant convenablement la variable  $\psi$  par des grandeurs physiques, l'équation (1.5) permet de déduire les équations qui régissent la mécanique des fluides. Ceci inclue notamment les variables de transport de la turbulence qui sont au cœur des modèles de turbulence sur lesquels porte cette thèse. Par conséquent, dans les paragraphes qui suivent, l'équation (1.5) sera déclinée sous les formes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, dans le cadre des milieux homogènes, monophasiques et en absence des réactions chimiques.

## 1.1.2 Conservation de la masse

L'équation la plus fondamentale de la mécanique des fluides établit le principe de conservation de la masse. Elle se déduit facilement en considérant  $\psi = 1$  dans l'équation (1.5), et en notant que la masse ne peut se produire ni se détruire ( $\mathcal{P} = \varepsilon = 0$ ) et qu'aucune interaction de nature diffusive ne se produit à la frontière ( $\underline{D} = \underline{0}$ ). En conséquent, la conservation de la masse s'exprime simplement comme ceci :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot (\underline{u} \rho) = 0 \quad (1.6)$$

L'équation (1.6) est exprimée dans un repère Eulerien sous forme conservative, ce qui sera la forme privilégiée dans le reste de ce manuscrit. D'autres façons de l'écrire sont également possibles. En effet, si l'on développe le second terme de l'équation (1.6), on obtient :

$$\underline{\nabla} \cdot (\underline{u} \rho) = \underline{u} \cdot \underline{\nabla} \rho + \rho (\underline{\nabla} \cdot \underline{u}) \quad (1.7)$$

On considère également l'opérateur dérivée particulière d'une quantité arbitraire  $\psi$  :

$$\frac{D\psi}{Dt} := \frac{\partial \psi}{\partial t} + \underline{u} \cdot \underline{\nabla} \psi \quad (1.8)$$

La dérivée particulière de  $\psi$  représente la variation de  $\psi$  par rapport au temps lorsque l'on suit la particule au cours de son mouvement. Il ne s'agit que d'un changement de repère. Par conséquent, en exploitant (1.8) et (1.7) dans l'équation (1.6), cette dernière peut être alternativement reformulée dans un repère dit Lagrangien comme ceci :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho (\underline{\nabla} \cdot \underline{u}) = 0 \quad (1.9)$$

Signalons un aspect intéressant de la formulation selon l'équation (1.9). Supposons que l'on suit une particule d'eau au cours de son mouvement. L'eau est un fluide incompressible, donc sa masse

volumique au cours du mouvement doit rester constante :  $D\rho/Dt = 0$ . Par conséquent, grâce à l'équation (1.9) on en déduit une caractéristique très importante des fluides incompressibles :

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{u} = 0 \quad (1.10)$$

L'équation (1.10) traduit le principe de conservation de la masse lorsque l'on étudie un fluide incompressible. Notons que les liquides ne sont guère les seuls fluides incompressibles. L'air, lorsqu'il se meut à une vitesse inférieure à 30% de la vitesse du son, il peut être assimilé à un fluide incompressible.

### 1.1.3 Conservation de la quantité de mouvement

La deuxième équation qui régit la mécanique des fluides est celle de la conservation de la quantité de mouvement. Elle traduit la seconde loi de Newton,  $\sum \underline{F} = m \underline{a}$ , lorsqu'elle est appliquée à un fluide. Par ailleurs, une manière équivalente d'écrire la seconde loi de Newton consiste à introduire la force par unité de volume  $\underline{f} = \underline{F}/\mathcal{V}$ , la masse volumique  $\rho = m/\mathcal{V}$  et la variation de vitesse  $d\underline{u}/dt = \underline{a}$ . Ainsi, la seconde loi de Newton se réécrit :

$$\sum \underline{f} = \frac{d(\rho \underline{u})}{dt} \quad (1.11)$$

Par conséquent, l'équation (1.11) montre que, par unité de volume, la somme des toutes les forces appliquées à un élément mécanique doit être égale à la variation de sa quantité de mouvement  $\rho \underline{u}$ . Ceci est particulièrement vérifié lorsque l'on étudie un élément de fluide comme celui représenté sur la figure 1.1. Par conséquent, afin d'introduire l'équation de conservation de la quantité de mouvement, considérons  $\psi = \underline{u}$  dans l'équation de transport de Reynolds (1.5). Pour cela, on note que le terme de production de quantité de mouvement est défini via le champ d'accélération volumique  $\underline{b}$  comme  $\mathcal{P}_{\underline{u}} = \rho \underline{b}$ , et que le tenseur de diffusion de quantité de mouvement est défini à l'aide du tenseur de contraintes de Cauchy  $\underline{\sigma}$  comme  $\underline{D}_{\underline{u}} = -\underline{\sigma}$ . On note également l'inexistence du terme de destruction de la quantité de mouvement ( $\varepsilon_{\underline{u}} = \underline{0}$ ). En résumé, l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit alors :

$$\frac{\partial \rho \underline{u}}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot (\rho \underline{u} \otimes \underline{u}) = \rho \underline{b} - \underline{\nabla} \cdot (-\underline{\sigma}) \quad (1.12)$$

La divergence du tenseur de contraintes généralisé de Cauchy regroupe toutes les contributions des forces surfaciques : la pression et le cisaillement provoqué par la viscosité exercé au fluide. Ce

tenseur s'exprime dans un repère cartésien comme ceci :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Dans (1.13) on note différemment les termes d'efforts normaux  $\sigma$  qui se trouvent dans la diagonale du tenseur, et les termes d'efforts de cisaillement  $\tau$  qui se trouvent en dehors de la diagonale. Concrètement, le tenseur de contraintes de Cauchy s'exprime en fonction de la pression, de la vitesse, et de la viscosité comme ceci :

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{\delta}} + \lambda(\underline{\nabla} \cdot \underline{\mathbf{u}})\underline{\underline{\delta}} + 2\mu\underline{\underline{\mathbf{S}}} \quad (1.14)$$

Où  $\underline{\underline{\delta}}$  est le tenseur unitaire de Kronecker, ou matrice identité ;  $\lambda$  est la viscosité de compressibilité<sup>2</sup> qui est reliée à la viscosité dynamique via l'hypothèse de Stokes :  $\lambda = \frac{-2}{3}\mu$  ; et  $\underline{\underline{\mathbf{S}}}$  est le tenseur de déformation :

$$\underline{\underline{\mathbf{S}}} = \frac{1}{2} \left( \underline{\underline{\nabla \mathbf{u}}} + \underline{\underline{\nabla \mathbf{u}^T}} \right) \quad (1.15)$$

Afin de simplifier l'écriture des équations du système fluide, il est convenable de décomposer le tenseur de contraintes de Cauchy en une contribution isotrope liée à la pression, et une contribution visqueuse, notée  $\underline{\underline{\tau}} = \lambda(\underline{\nabla} \cdot \underline{\mathbf{u}})\underline{\underline{\delta}} + 2\mu\underline{\underline{\mathbf{S}}}$  :

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{\delta}} + \underline{\underline{\tau}} \quad (1.16)$$

En explicitant les équations (1.15) et (1.14) dans l'équation (1.12), et en considérant que la seule force volumique agissant sur le fluide est la gravité ( $\underline{\mathbf{b}} = \underline{\mathbf{g}}$ ), l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial \rho \underline{\mathbf{u}}}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot (\rho \underline{\mathbf{u}} \otimes \underline{\mathbf{u}}) = \rho \underline{\mathbf{g}} + \underline{\nabla} \cdot \left[ - \left( p + \frac{2}{3}\mu(\underline{\nabla} \cdot \underline{\mathbf{u}}) \right) \underline{\underline{\delta}} + \mu \left( \underline{\underline{\nabla \mathbf{u}}} + \underline{\underline{\nabla \mathbf{u}^T}} \right) \right] \quad (1.17)$$

### 1.1.4 Conservation de l'énergie

La dernière équation de transport qui décrit la dynamique des fluides est celle de la conservation de l'énergie. Cette équation traduit la première loi de la Thermodynamique lorsqu'elle est appliquée

2. *Bulk viscosity* en anglais.

aux fluides. En suivant la même stratégie que l'on a appliquée pour déduire les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, partons à nouveau du principe de transport de Reynolds exprimé selon l'équation (1.5). La grandeur physique à transporter dans le cadre de la conservation de l'énergie est l'énergie totale  $\psi = e_t$ , qui s'exprime comme :

$$e_t = e_i + \frac{1}{2} \underline{\mathbf{u}}^2 \quad (1.18)$$

Où  $e_i$  est toute l'énergie interne de la particule fluide stockée au niveau microscopique. Dans le cadre de cette thèse, le milieu étudié est l'air, considéré comme un gaz parfait. En conséquence, l'énergie interne est liée à la température (tout comme l'enthalpie  $h = e_i + p/\rho$ ), et la température est liée à la pression et à la masse volumique, à l'aide des relations :

$$e_i = c_v T, \quad h = c_p T \quad (1.19)$$

$$p = (c_p - c_v) \rho T \quad (1.20)$$

Où  $c_v$  et  $c_p$ , sont des constantes qui représentent la capacité thermique massique isochore et isobare, respectivement. Ces constantes sont reliées à la constante des gaz parfaits  $r_g$  et à l'indice adiabatique  $\gamma$  grâce à la relation de Mayer et de la loi de Laplace, respectivement :

$$r_g = c_p - c_v \quad (1.21)$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (1.22)$$

Ainsi, prenons  $\psi = e_t$  et appliquons l'équation (1.5) avec quelques considérations physiques. La production d'énergie totale  $\mathcal{P}_{e_t}$ , est composée de la contribution du travail mécanique exercé par la gravité ( $\rho \underline{\mathbf{g}} \cdot \underline{\mathbf{u}}$ ), plus des éventuelles sources de chaleur notées ( $\rho S_{e_t}$ ), qui peuvent avoir pour origine par exemple des réactions chimiques dans l'écoulement. Dans le cadre de cette thèse, ces sources d'énergie totale seront considérées nulles ( $S_{e_t} = 0$ ). Puisque l'énergie totale ne peut pas se détruire, le terme de destruction est nul :  $\varepsilon_{e_t} = 0$ . Il reste à déterminer le terme de flux diffusif de l'énergie totale  $\underline{\mathbf{D}}_{e_t}$ . Pour cela, nous considérons d'une part le travail mécanique exercé par les contraintes de pression et de cisaillement exprimées par le tenseur de contraintes de Cauchy ( $\underline{\mathbf{u}} \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}$ ); et d'autre part le flux de chaleur provoqué par la différence de température ( $-\underline{\mathbf{q}}$ ). En regroupant ces termes, l'équation de conservation de l'énergie s'écrit comme ceci :

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot (\rho \underline{\mathbf{u}} e_t) = \rho \underline{\mathbf{u}} \cdot \underline{\mathbf{g}} + \underline{\nabla} \cdot (\underline{\mathbf{u}} \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} - \underline{\mathbf{q}}) \quad (1.23)$$



Le flux de chaleur s'exprime concrètement en fonction de la conductivité thermique du fluide  $K_T$  par la Loi de Fourier :

$$\underline{q} = -K_T \underline{\nabla} T \quad (1.24)$$

Pour un gaz parfait, la conductivité thermique est liée à la viscosité dynamique en fonction de  $c_p$  et du nombre de Prandtl,  $Pr$  comme ceci :

$$K_T = \frac{c_p}{Pr} \mu \quad (1.25)$$

Le nombre de Prandtl est sans dimension et il exprime le rapport, considéré approximativement constant pour l'air, entre la diffusivité moléculaire cinématique  $\nu$  et la diffusivité thermique  $\kappa_T$  :

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa_T} \approx \text{const} \quad (1.26)$$

### 1.1.5 Système aérodynamique complet

En regroupant les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, on obtient 5 équations pour 7 grandeurs physiques ( $\rho$ ,  $p$ ,  $\underline{u}$ ,  $T$  et  $\mu$ ). Il reste deux équations supplémentaires à définir afin de fermer le système et que l'on puisse le résoudre à partir d'un ensemble de conditions aux limites et d'un état initial.

La première équation supplémentaire a été déjà mentionnée, et c'est l'équation d'état des gaz parfaits (1.20). La deuxième équation supplémentaire pour compléter le système est la Loi de Sutherland, qui sert à relier la viscosité dynamique à la température, et elle s'exprime comme ceci :

$$\mu = \mu_r \left( \frac{T}{T_r} \right)^{3/2} \frac{T_r + C_S}{T + C_S} \quad (1.27)$$

Où  $\mu_r$  et  $T_r$  sont des valeurs de référence de la viscosité dynamique et de la température, respectivement, et  $C_S$  est la température de Sutherland.

Afin d'avoir une vision d'ensemble des équations du système à résoudre, nous les regroupons en faisant apparaître l'ensemble compact des constantes de fermeture :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot (\rho \underline{u}) = 0 \quad (1.28a)$$

$$\frac{\partial \rho \underline{u}}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot (\rho \underline{u} \otimes \underline{u}) = \rho \underline{g} + \underline{\nabla} \cdot \left[ - \left( p + \frac{2}{3} \mu (\underline{\nabla} \cdot \underline{u}) \right) \underline{\delta} + \mu \left( \underline{\underline{\nabla u}} + \underline{\underline{\nabla u^T}} \right) \right] \quad (1.28b)$$

$$\frac{\partial \rho \left[ c_v T + \frac{u^2}{2} \right]}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot \left( \rho \underline{u} \left[ c_v T + \frac{u^2}{2} \right] \right) = \rho \underline{u} \cdot \underline{g} + \underline{\nabla} \cdot \left\{ \underline{u} \cdot \left[ - \left( p + \frac{2}{3} \mu (\underline{\nabla} \cdot \underline{u}) \right) \underline{\delta} + \mu \left( \underline{\underline{\nabla u}} + \underline{\underline{\nabla u^T}} \right) \right] + \frac{c_p}{Pr} \mu \underline{\nabla T} \right\} \quad (1.28c)$$

$$p = (c_p - c_v) \rho T \quad (1.28d)$$

$$\mu = \mu_r \left( \frac{T}{T_r} \right)^{3/2} \frac{T_r + C_S}{T + C_S} \quad (1.28e)$$

La valeurs considérées pour les constantes des équations de Navier-Stokes (1.28) sont données dans le Tableau 1.1.

**TABLE 1.1** – Valeur des constantes, en unités S.I., des équations de Navier-Stokes (1.28) appliquées à des écoulements en aérodynamique.

$c_p$	$c_v$	$Pr$	$\mu_r$	$T_r$	$C_S$
1004.68	717.63	0.70591	$1.78938 \times 10^{-5}$	288.15	110.4

Afin de simplifier l'écriture des tenseurs, dans la suite de ce manuscrit de thèse, nous allons privilégier la notation indicielle d'Einstein avec sommation sur les indices répétés. Les équations de transport de Navier-Stokes s'écrivent alors dans la forme indicielle qui suit [Eqn.(1.29)] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.29a)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \rho g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ - \left( p + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1.29b)$$

$$\frac{\partial \rho \left[ c_v T + \frac{u_i^2}{2} \right]}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} \left( c_v T + \frac{u_i^2}{2} \right) = \rho u_i g_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ u_j \left[ - \left( p + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{c_p}{Pr} \mu \frac{\partial T}{\partial x_i} \right\} \quad (1.29c)$$

## 1.2 Rappels sur la turbulence en aérodynamique

On retrouve les écoulements turbulents dans de nombreuses circonstances. La fumée d'une cheminée, le sillage derrière un véhicule en mouvement, le souffle d'un ventilateur ou encore le mouvement du café avec une cuillère, constituent quelques exemples d'écoulements turbulents de notre quotidien.

Il existe dans la littérature plusieurs définitions de la turbulence. D'un point de vue pratique, pour trouver une définition, on se réfère souvent aux propriétés physiques, observables ou mesurables, des écoulements turbulents. Pour avoir une introduction phénoménologique complète de la turbulence, consulter [209, Ch.1]. Dans [91], l'auteur propose la définition suivante de la turbulence :

*“La turbulence est une condition irrégulière de l'écoulement dans laquelle ses quantités montrent des variations aléatoires par rapport au temps et à l'espace, de sorte qu'il est possible de discerner statistiquement différentes valeurs moyennes.”*

Les *quantités* qui montrent des variations aléatoires sont, par exemple, les différentes composantes du vecteur vitesse, la pression, la masse volumique, la température ou encore un éventuel polluant qui serait transporté au sein de l'écoulement.

Le mouvement turbulent est souvent caractérisé par des structures tourbillonnaires de plusieurs échelles temporelles et spatiales qui interagissent entre elles. Les tourbillons les plus grands transportent la plupart de l'énergie cinétique de l'écoulement, qui est transmise en cascade vers les tourbillons les plus petits jusqu'à leur dissipation sous forme de chaleur.

On remarque que la turbulence est un phénomène tridimensionnel, qui provoque une diffusion très importante des quantités du fluide. Concrètement, la diffusion provoquée par la turbulence augmente la rapidité de mélange des polluants. C'est cette propriété de la turbulence qui est mise en évidence lorsqu'on remue du café au lait sucré, car le mouvement de la cuillère crée de la turbulence dans le fluide, et la diffusion turbulente favorisera le mélange entre le café, le lait et le sucre. Toutefois, ce qui nous intéresse particulièrement dans cette thèse n'est pas la propriété de la turbulence à diffuser un scalaire passif, comme un polluant ou le sucre dans le café, mais plutôt la diffusion de la quantité de mouvement. En effet, la turbulence produit de la diffusion de quantité de mouvement qui se manifeste par des efforts de frottement plus importants.

Les équations (1.28) décrivent complètement le comportement aérodynamique d'un système, y compris les phénomènes turbulents. Le terme convectif de la quantité de mouvement,  $\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u})$ , est le principal responsable de l'apparition de la turbulence, du fait de son caractère non-linéaire. Lorsque la convection devient beaucoup plus importante que les efforts visqueux, le système (1.28) devient instable, et la turbulence se manifeste.

L'une des méthodologies existantes pour étudier numériquement la turbulence consiste à résoudre directement le système (1.28). Cette approche est connue sous le nom de direct numerical simulation (DNS). Cette méthode consiste à discrétiser spatialement et temporellement le domaine d'étude, et à appliquer des schémas numériques d'ordre suffisamment élevé pour la résolution des équations (1.28). Cette approche a l'avantage de ne pas introduire d'approximations supplémentaires via un

modèle de turbulence, mais elle est très coûteuse car elle nécessite une discrétisation très fine, afin de résoudre toutes les échelles de la turbulence, jusqu'aux plus petites. Cela engendre un nombre très important de points de maillage et d'itérations en temps. Il peut être démontré ([209, Ch.8], [56]) que le coût numérique associé à une DNS est  $\propto Re^{9/4}$ , où  $Re$  est le nombre de Reynolds<sup>3</sup> caractéristique de la configuration étudiée. De ce fait, actuellement le périmètre d'application des DNS se restreint typiquement à des calculs de plaque plane ou de profil d'aile allant jusqu'à  $Re \sim 10^5$ , ce qui représente un coût non-négligeable. Puisque le nombre de Reynolds dans les applications aéronautiques est typiquement  $10^6$  ou même  $10^7$ , l'utilisation courante des DNS n'est pas encore envisageable.

C'est pour cela que, d'un point de vue pratique, nous avons recours à l'étude des écoulements turbulents sous une approche statistique. Dans la section suivante, nous allons présenter sommairement ce principe.

### 1.2.1 Équations RANS

L'approche typiquement employée pour l'étude de la turbulence dans la pratique repose sur le concept de moyenne statistique. Cela permet d'exprimer l'évolution des quantités physiques en une partie moyenne plus une partie fluctuante. Cette opération est nommée décomposition en moyenne de Reynolds (1.30) :

$$\psi = \underbrace{\bar{\psi}}_{\text{partie moyenne}} + \underbrace{\psi'}_{\text{partie fluctuante}} \quad (1.30)$$

Plusieurs types de moyennes statistiques peuvent être employées : temporelle, spatiale, d'ensemble, conditionnelle, inconditionnelle, pondérée... le choix est très large. Du fait de la nature aléatoire de la turbulence, on s'intéresse particulièrement à la moyenne d'ensemble. Conceptuellement, la moyenne d'ensemble d'une quantité  $\psi$  (notée  $\bar{\psi}^E$ ) à un point spatial  $x_i$  et à un temps  $t$  depuis le début de l'expérience est la moyenne statistique d'un nombre  $N \rightarrow \infty$  de réalisations dans lesquelles les conditions aux limites et initiales varient très peu (i.e. de façon infinitésimale) :

$$\bar{\psi}^E(x_i, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \psi_n(x_i, t) \quad (1.31)$$

Ce qui donne la décomposition en moyenne de Reynolds suivante :

$$\psi(x_i, t) = \bar{\psi}^E(x_i, t) + \psi'(x_i, t) \quad (1.32)$$

---

3. Le nombre de Reynolds,  $Re = \rho U L / \mu$ , où  $U$  et  $L$  sont les échelles caractéristiques de vitesse et de longueur respectivement, exprime le rapport entre les efforts convectifs sur les efforts diffusifs

L'équation (1.31) signifie que, afin d'établir la moyenne d'ensemble lors de, par exemple, un essai en soufflerie, il faudrait réaliser un ensemble  $N$  très large d'essais afin d'avoir une collection de  $\psi$  dans les endroits  $x_i$  et à l'instant  $t$  d'intérêt. Le coût d'une telle campagne d'essais serait formidablement élevé, car on ne peut pas en pratique faire  $N$  essais quasi-identiques. C'est pour cela qu'en pratique on a recours à la moyenne *temporelle*, car sous certaines conditions elle peut être assimilée à la moyenne d'ensemble (hypothèse d'ergodicité). La moyenne temporelle de la quantité  $\psi(x_i, t)$ , notée  $\overline{\psi}^T$ , s'écrit :

$$\overline{\psi}^T(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \psi(x_i, t) dt \quad (1.33)$$

Ce qui donne la décomposition en moyenne de Reynolds suivante :

$$\psi(x_i, t) = \overline{\psi}^T(x_i) + \psi'(x_i, t) \quad (1.34)$$

En effet, lors d'un essai (expérimental ou DNS), typiquement on enregistre le signal  $\psi(x_i, t)$  pendant un temps  $T$  suffisamment long afin de déterminer (1.33), au lieu de faire  $N$  réalisations afin de déterminer (1.31). Or, en général  $\overline{\psi}^E(x_i, t) \neq \overline{\psi}^T(x_i)$ , sauf pour les écoulements dits *statistiquement stationnaires*.

Un écoulement avec des parois fixes et des conditions aux limites stationnaires (seulement avec des variations infinitésimales), est dit *statistiquement stationnaire*, dans le sens où, pour des temps d'échantillonnage suffisamment élevés des quantités physiques, la moyenne temporelle à un point  $x_i$  tend vers une constante. Dans cette condition, la moyenne d'ensemble ne dépend plus du temps, et elle se confond avec la moyenne temporelle  $\overline{\psi}^E(x_i) = \overline{\psi}^T(x_i)$ .

Notons que l'implication majeure de l'utilisation de la moyenne temporelle est qu'elle n'est applicable qu'aux problèmes statistiquement stationnaires car

$$\overline{\psi}^T(x_i) = cte \Leftrightarrow \frac{\partial \overline{\psi}^T(x_i)}{\partial t} = 0. \quad (1.35)$$

Toutefois, de nombreuses applications existent où les conditions aux limites varient très lentement par rapport aux échelles de la turbulence : un récipient sous pression qui libère son contenu jusqu'à la détente totale, l'aérodynamique autour des pales d'hélicoptères ou encore le battement des ailes des oiseaux. Pour aborder ces problèmes, l'aspect instationnaire doit impérativement être pris en compte. Pour remédier à cette apparente contradiction, en pratique on exploite le concept de séparation d'échelles. On admet que le temps caractéristique le plus long de la turbulence  $T_t$  est très inférieur au temps caractéristique de l'instationnarité  $T_i$  induite par les conditions aux limites ou les mouvements des parois solides :

$$T_t \ll T_i \quad (1.36)$$

De cette manière, on admet que la variation par rapport au temps de la moyenne basée sur  $t < T_i$  est nulle alors que la moyenne basée sur  $t \geq T_i$  n'est pas forcément nulle. Ainsi, l'étude des moyennes statistiques d'écoulements turbulents d'un point de vue instationnaire peut être abordée. Notons cependant que pour cela il faut que la séparation d'échelles (1.36) puisse être clairement identifiée, ce qui n'est pas souvent évident.

Après cette clarification, pour la suite de ce manuscrit nous admettrons que le terme moyen de la décomposition de Reynolds (1.30) peut être vu indistinctement comme une moyenne d'ensemble, ou bien comme une moyenne temporelle sur un temps turbulent très petit face aux instationnalités des conditions aux limites. Les deux conceptions autorisent le traitement instationnaire des quantités moyennes, et nous les considérerons par la suite équivalents. Par conséquent, dans ce qui suit la partie moyenne sera simplement notée avec une barre :  $\bar{\psi}$ .

Pour exprimer les équations de Navier-Stokes (1.29) dans le sens de moyenne de Reynolds, il suffit alors d'appliquer la décomposition (1.30) à chaque grandeur physique :  $\psi = \rho, u_i, p, T$ . Cette opération engendre un nombre important de nouveaux termes dans les équations, notamment de type couplage entre champs moyens et fluctuants. Afin d'alléger le résultat (non présenté ici), il est préférable d'employer une moyenne pondérée par la masse volumique moyenne. Cette moyenne est connue sous le nom de moyenne de Favre :

$$\tilde{\psi} = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_t^{t+T} \rho(x_i, t) \psi(x_i, t) dt \quad (1.37)$$

Cette moyenne est employée afin d'effectuer une décomposition d'une quantité  $\psi$  en une partie moyenne pondérée par la masse volumique moyenne et une partie fluctuante :

$$\psi = \tilde{\psi} + \psi'' \quad (1.38)$$

Afin de simplifier le résultat, il est alors convenable d'appliquer une décomposition de Favre (1.38) à la vitesse  $u_i$  et à la température  $T$  (ou de façon analogue, l'énergie interne  $e_i$  ou encore l'enthalpie  $h$ ). Les grandeurs physiques restantes sont décomposées en suivant une décomposition classique de Reynolds (1.30). Après quelques opérations algébriques, on obtient les *équations RANS compressibles avec moyenne de Favre* [209, Ch.5,p.248] :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0 \quad (1.39a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{\tau}_{ij} + \bar{\rho} r_{ij}] \quad (1.39b)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} E) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j H) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ -q_j - q_{Tj} + \bar{\tau}_{ij} u_i'' - \overline{\rho u_j'' \frac{1}{2} u_i'' u_i''} + \tilde{u}_i (\bar{\tau}_{ij} + \bar{\rho} r_{ij}) \right] \quad (1.39c)$$

Nous soulignons que dans le système (1.39) de nouveaux termes sont apparus, qui n'étaient pas présents dans l'équation (1.29). Aucun nouveau terme n'apparaît dans l'équation de conservation de la masse (1.39a), qui reste formellement identique à l'équation (1.29a). L'équation de transport de la quantité de mouvement (1.39b) est formellement similaire à (1.29b), à une différence près : le nouveau terme  $\bar{\rho}r_{ij}$  est apparu dans la diffusion. Ce nouveau terme est connu sous le nom de *tensions de Reynolds* :

$$r_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} / \bar{\rho} \quad (1.40)$$

Le tenseur de Reynolds (1.40) est un moment statistique d'ordre 2 qui apparaît mathématiquement lors de la décomposition de Reynolds et de Favre. Il est donc une conséquence du traitement statistique des équations de Navier-Stokes. Par ailleurs, la demie-trace du tenseur de Reynolds est l'*énergie cinétique de la turbulence*,  $k$  :

$$k = \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i} / \bar{\rho} \quad (1.41)$$

L'équation RANS de l'énergie totale (1.39c) diffère assez de sa contrepartie non-statistique (1.29c). Pour commencer, les quantités transportées sont  $E$  (énergie totale moyenne) et  $H$  (enthalpie totale moyenne) au lieu de la température :

$$E = \bar{e}_i + \frac{1}{2} \bar{\tilde{u}_i \tilde{u}_i} + k, \quad H = \bar{h} + \frac{1}{2} \bar{\tilde{u}_i \tilde{u}_i} + k \quad (1.42)$$

Ce choix de variables est convenable non-seulement parce que cela simplifie grandement l'écriture des équations, mais aussi parce qu'il devient explicite que la quantité transportée dans (1.39c) est composée d'une contribution moyenne liée à l'énergie interne ou à l'enthalpie (liée à la température), plus l'énergie cinétique du champ moyen  $\frac{1}{2} \bar{\tilde{u}_i \tilde{u}_i}$ , plus l'énergie cinétique de la turbulence  $k$ .

Les nouveaux termes qui apparaissent dans l'équation de l'énergie sont :

- $q_{T_j}$  : Le flux de chaleur turbulent
- $\overline{\tau_{ij} u'_i}$  : La diffusion moléculaire de la turbulence
- $\overline{\rho u'_j \frac{1}{2} u'_i u'_i}$  : Le transport turbulent de l'énergie cinétique de la turbulence.

En résumé, du fait du traitement statistique des équations compressibles de Navier-Stokes, 4 nouvelles quantités (inconnues) ont fait leur apparition : les tensions de Reynolds (et donc l'énergie cinétique de la turbulence), le flux de chaleur turbulent, la diffusion moléculaire de la turbulence et le transport turbulent de l'énergie cinétique de la turbulence. Ces nouveaux termes font des équations (1.39) un système ouvert et doivent donc être modélisés. Le rôle des modèles de turbulence, comme ceux présentés dans le Ch. 3, est précisément d'approcher ces nouveaux termes. Sans prétendre détailler à ce stade du manuscrit les spécificités des modèles de turbulence, esquissons cependant l'une des approches les plus utilisées en ingénierie aérodynamique, afin d'explicitier un peu plus les

nouveaux termes de la turbulence. Cette approche consiste à modéliser les tensions de Reynolds en utilisant la relation constitutive de Boussinesq :

$$\overline{\rho r_{ij}} := -\overline{\rho u_i'' u_j''} = 2\mu_t \left( \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \overline{\rho} k \delta_{ij} \quad (1.43)$$

L'équation (1.43) montre que les tensions de Reynolds sont modélisées à l'aide 3 contributions. La première contribution est simplement une échelle du tenseur moyen de déformation ( $2\mu_t \tilde{S}_{ij}$ ). Le facteur d'échelle est  $2\mu_t$ , qui fait apparaître le concept de *viscosité de la turbulence*,  $\mu_t$ . Cette quantité scalaire est sensée représenter la forte diffusion apparente dans le fluide (au sens moyen) provoquée par le mouvement turbulent. Elle varie donc d'un point à l'autre dans l'espace. L'un des rôles des modèles de turbulence basés sur la relation constitutive de Boussinesq (Ch. 3) est d'explicitier  $\mu_t$  en fonction de quantités physiques connues, transportées ou approchées. La deuxième contribution aux tensions de Reynolds via la relation de Boussinesq est liée à la dilatation (compressibilité) du champ moyen. Notons que cette contribution est négligeable pour les faibles nombre de Mach, où  $\nabla \cdot \mathbf{u} \approx 0$ . Enfin, la dernière contribution est isotrope et proportionnelle à l'énergie cinétique de la turbulence  $k$ , qui doit être modélisée par le modèle de turbulence.

La modélisation du terme de flux de chaleur,  $q_{T_j}$  fait souvent appel aussi au concept de viscosité de la turbulence  $\mu_t$ . Ce terme est donc modélisé comme l'équation (1.44) :

$$q_{T_j} := \overline{\rho u_j'' h''} = -\frac{\mu_t c_p}{Pr_T} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j}, \quad (1.44)$$

où  $Pr_T$  est le nombre de *Prandtl de la turbulence*, par analogie au nombre de Prandtl classique (1.26). La valeur constante de 0.9 est souvent utilisée et est une bonne approximation pour des écoulements subsoniques ([209, p.250]). Par ailleurs, la valeur  $Pr_t = 0.9$  sera utilisée pour tous les cas étudiés dans cette thèse.

Enfin, les termes de diffusion moléculaire de la turbulence et de transport turbulent de l'énergie cinétique de la turbulence se modélisent souvent ensemble sous la forme (1.45) :

$$\overline{\tau_{ij} u_i''} - \overline{\rho u_j'' \frac{1}{2} u_i'' u_i''} = \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (1.45)$$

Où  $\sigma_k$  est le coefficient de diffusivité turbulent associé à l'énergie cinétique de la turbulence, qu'il faut soigneusement déterminer par les hypothèses de construction du modèle de turbulence. Cependant, il faut noter que les termes (1.45) sont négligeables dans le régime subsonique.

En résumé, dans cette section il a été rappelé que le traitement statistique des équations de Navier-Stokes donne lieu à des nouveaux termes qui nécessitent d'être modélisés. Le plus important d'entre eux est le tenseur de Reynolds, qui provoque de la diffusion dans la quantité de mouvement moyenne. Un début de modélisation des tensions des Reynolds consiste à établir un lien direct entre les tensions des Reynolds et le tenseur de déformation moyen, via le concept de viscosité de la turbulence,



qui représente la diffusivité très importante liée au mouvement turbulent. Ce concept de viscosité turbulente est également utilisé pour modéliser les termes de flux de chaleur turbulent et de diffusion moléculaire et turbulente de l'énergie.

## 1.3 Rappels sur le concept de couche limite

L'objet de cette section est d'effectuer quelques rappels sur le concept de couche limite, aussi bien dans le régime laminaire que turbulent. Seulement les bases conceptuelles seront présentées afin d'introduire au paragraphe §1.3.3 les quantités physiques les plus représentatives des couches limites. Il est très important d'appréhender aisément le sens des quantités introduites dans §1.3.3, car toutes les études effectuées dans cette thèse s'appuient sur ces quantités.

Le développement exhaustif des notions physiques de couche limite avec ses déductions mathématiques inhérentes ne sont pas rappelés de cette section. Pour une étude approfondie de la couche limite, le lecteur est invité à consulter la riche littérature existante sur le sujet [42, 51, 52, 102, 172, 185].

### 1.3.1 Couche limite laminaire

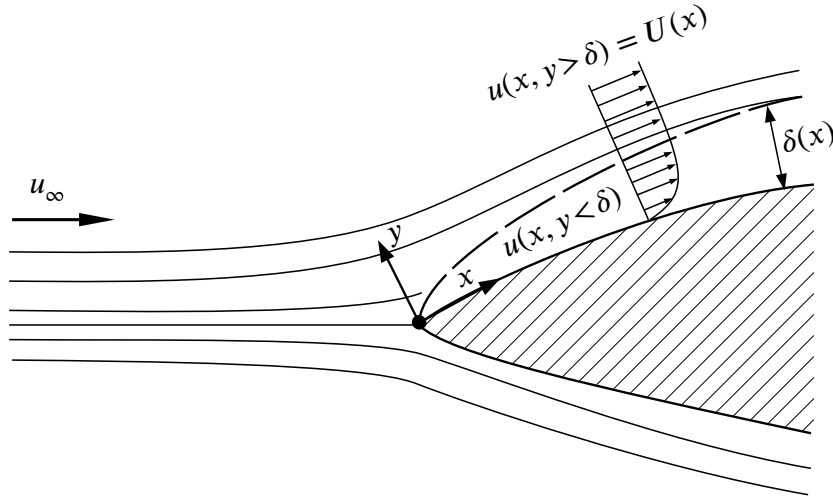
Pour introduire le concept de couche limite, on présente l'écoulement schématisé sur la figure 1.2. Un écoulement libre avec une vitesse uniforme non perturbée  $u_\infty$  rencontre un objet pointu. Les lignes de courant se courbent doucement<sup>4</sup> pour adapter le mouvement de l'air à la présence de l'obstacle. Il existe une ligne de courant qui se termine contre la pointe de l'objet, où se trouve l'origine du repère  $(x, y)$  associé à la paroi de l'objet. Cette ligne de courant sépare celles qui passent par dessus et par dessous de l'objet. La vitesse d'une particule d'air voyageant le long de cette ligne de courant divisoire diminue jusqu'à l'arrêt complet au niveau de la paroi (ce point est noté le *point d'arrêt*).

L'écoulement adhère aux parois du fait de la viscosité moléculaire de l'air. En pratique, cela veut dire que la vitesse de l'air en contact avec des parois solides est nulle (dans le repère local des parois). Par conséquent, il existe une petite région dans laquelle la vitesse des particules change depuis sa valeur nulle à la paroi,  $u(x, 0) = 0$ , jusqu'à sa valeur totale à une distance  $\delta$  de la paroi,  $u(x, y > \delta)$ , où les effets visqueux ne jouent plus un rôle prépondérant. Il en vient que dans la couche limite,  $y < \delta$ , le gradient dans la direction normale à la paroi de la vitesse longitudinale,  $\partial u / \partial y$ , est très important.

Afin de commenter quelques aspects supplémentaires sur les couches limites laminaires, les équations gouvernant leur dynamique sont présentées. Ces équations se déduisent aisément à partir des

---

4. Cet écoulement conceptuel est assumé subsonique ( $M < 1$ ) partout, donc en absence d'ondes de choc. Si l'écoulement était supersonique, les lignes de courant changeraient de direction de façon abrupte au travers l'onde de choc qui se générerait à partir de la pointe de l'objet. Également dans ce dernier cas, une couche limite d' hauteur  $\delta$  croissante selon  $x$  se produirait.



**FIGURE 1.2** – Écoulement de couche limite sur les parois d’un objet pointu (contour haché), où sont représentés les lignes de courant (en trait continu), l’épaisseur de couche limite  $\delta$  (en trait long discontinu) et les profils des vitesses (petites flèches). Source : Adaptation de l’auteur à partir de [172, Fig.6.1].

équations de Navier-Stokes (1.29) (cf. p. ex. [172, §6.1]). Par souci de simplicité et de clarté dans le propos de cette section, les équations suivantes correspondent à une couche limite 2D stationnaire incompressible sans effet de température (adaptées de [172, Eqns.6.30–6.33]) :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.46a)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.46b)$$

$$y = 0 : \quad u = 0, \quad v = 0; \quad (1.46c)$$

$$y \rightarrow \delta : \quad u = U(x), \quad v = 0; \quad (1.46d)$$

$$U \frac{dU}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}, \quad (1.46e)$$

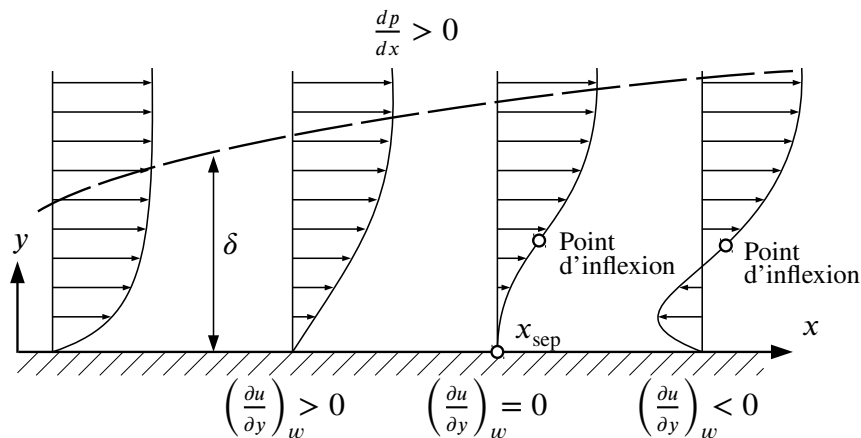
où  $U(x) = u(x, y > \delta)$  est la vitesse à l’extérieur de la couche limite<sup>5</sup> qui, en première approximation, ne dépend que de la coordonnée longitudinale  $x$ , ce qui donne la relation supplémentaire en appliquant le principe de Bernoulli (1.46e).

L’observation principale à souligner à partir des équations (1.46), est qu’elles ont un caractère *parabolique*, à la différence du système hyperbolique (1.28) à partir desquelles elles ont été déduites. Cela se traduit en pratique dans le fait que les effets dynamiques du fluide se propagent seulement vers l’aval de l’écoulement. En d’autres termes, les profils de vitesse d’une couche limite laminaire

5. Dans ce manuscrit, les quantités à la frontière de couche limite sont notées avec l’indice  $e$ . Ainsi, dans ce cas nous pouvons noter de façon alternative  $U(x) = u(x, y > \delta) = u_e$

(attachée) à une position  $x^*$  donnée ne sont pas influencés par l'évolution de la couche limite en aval d'une position  $x > x^*$ .

Soulignons également que les gradients de pression dans la direction normale à la paroi dans la couche limite  $\partial p/\partial y (y < \delta)$  sont négligeables. Au contraire, le gradient longitudinal de pression  $dp/dx$  a une forte influence sur la topologie de la couche limite. Concrètement, un fort gradient adverse de pression ( $dp/dx > 0$ ) produit un ralentissement de la couche limite qui peut engendrer un décollement, comme celui schématisé sur la figure 1.3. En effet, lorsque la couche limite est ralentie au point où le gradient de vitesse à la paroi ( $y = 0$ , indice  $w$ ) s'annule, on dit que la couche limite est décollée, ou séparée de la paroi. À partir du point de décollement  $x > x_{sep}$ , le gradient de vitesse à la paroi devient négatif,  $(\partial u/\partial y) < 0$ , ce qui provoque un écoulement de retour (en remontant vers l'amont) comme schématisé dans le profil le plus à droite de la figure 1.3. Les profils de vitesse des couche limites laminaires décollées se caractérisent également par la présence d'un point d'inflexion. Les conséquences de la présence de ce point d'inflexion sur la stabilité de l'écoulement et la transition vers la turbulence sont très importantes, comme il sera discuté dans les prochains chapitres. Mais avant tout cela, dans le prochain paragraphe (§1.3.2), quelques éléments sur la couche limite turbulente vont être présentés.



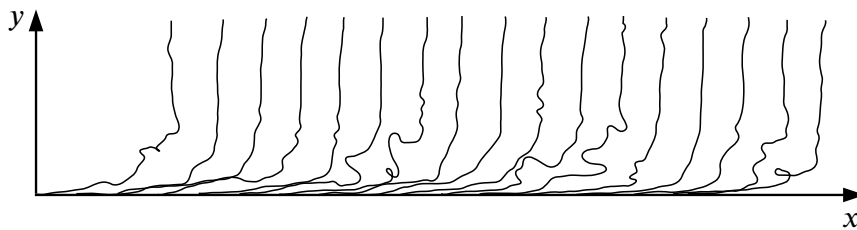
**FIGURE 1.3** – Profils de couche limite laminaire soumise à un gradient adverse de pression provoquant son décollement au point  $x_{sep}$ . Source : Adaptation de l'auteur à partir de [172, Fig.6.2(c)].

### 1.3.2 Couche limite turbulente

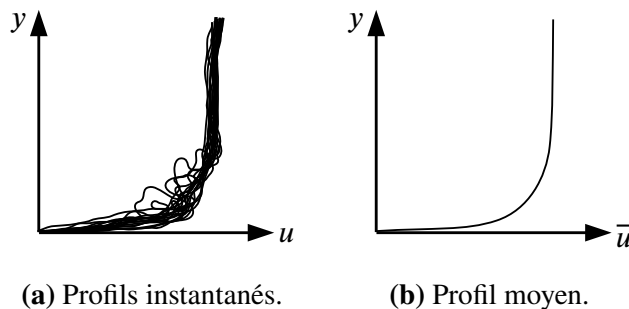
Les profils de vitesse d'une couche limite laminaire stationnaire, comme ceux présentés sur la figure 1.3, possèdent une structure qui est indépendante du temps considéré. C'est-à-dire que, si l'on mesurait le profil de vitesse à une localisation donnée d'une couche limite laminaire à un instant  $t_1$ , et si l'on le comparait avec une deuxième mesure du profil de vitesse à la même localisation, mais effectuée à un instant  $t_2 \neq t_1$ , le profil de vitesse des deux mesures serait identique. Or, si l'on

effectuait la même expérience dans une couche limite turbulente, les profils obtenus entre les deux instants seraient significativement différents.

Pour illustrer le caractère fortement instationnaire d'une couche limite turbulente, considérons les schémas des figures 1.4 et 1.5. Sur la figure 1.4, les mesures du profil de vitesse d'une couche limite turbulente sur une plaque plane sont schématisées. Ces profils instantanés correspondent tous au même point spatial (à la même distance du bord d'attaque de la plaque plane), mais prélevés à des instants différents. Sur la figure 1.4, les origines des profils ont été décalés afin de mieux constater les différences relatives entre le profil de vitesse à chaque instant. Il devient clair que les profils de vitesse sont différents en fonction de l'instant considéré. Il a été même observé expérimentalement [211] que dans une couche limite turbulente sur une plaque plane sans gradient adverse de pression, les profils de vitesse de la couche limite peuvent présenter une fine couche décollée,  $(\partial u / \partial y)_w < 0$ . Même si ce décollement instantané reste très rare (il a lieu entre 0.012 et 0.018% du temps), cela met en évidence le caractère fortement fluctuant d'un profil de vitesse d'une couche limite turbulente.



**FIGURE 1.4** – Profils de vitesse instantanés d'une couche limite turbulente à la même distance du bord d'attaque d'une plaque plane à 17 instants différents, représentés avec les origines décalés. Source : Adaptation de l'auteur à partir de [43].



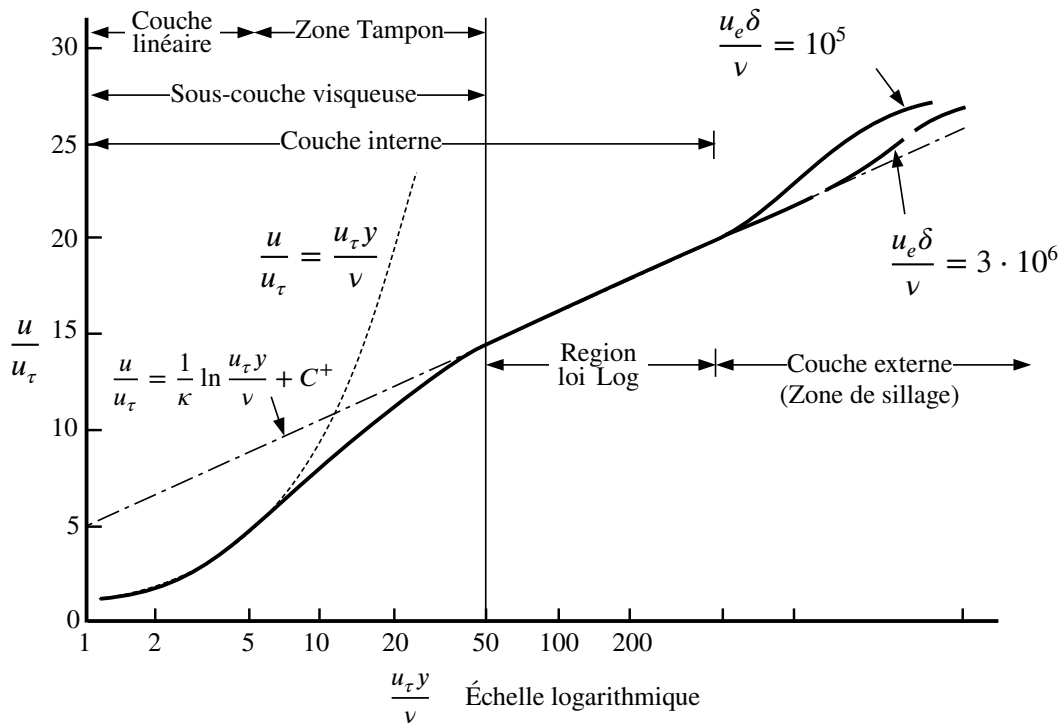
**FIGURE 1.5** – Profils de couche limite turbulente. Source : Adaptation de l'auteur à partir de [43].

Considérons maintenant l'ensemble des profils de la figure 1.4 et traçons-les à partir de la même origine, comme sur la figure 1.5a. En effectuant une moyenne temporelle sur l'ensemble des profils de la figure 1.5a, le profil moyen de la figure 1.5b est obtenu. En raison du caractère aléatoire de la turbulence, on ne peut pas prévoir le profil très irrégulier des vitesses instantané d'une couche limite turbulente à un instant précis  $t$ . Il est cependant possible de prévoir ses quantités statistiques,

comme par exemple le profil moyen montré sur la figure 1.5b. Comme D. C. Wilcox [209, Ch.1,p.5] explique :

“Le mouvement turbulent est irrégulier dans le sens où il peut être prévu en utilisant les lois de la probabilité. Même si les propriétés instantanées d’un écoulement turbulent sont extrêmement sensibles aux conditions initiales, les moyennes statistiques des quantités instantanées ne le sont pas.”

Par conséquent, comme anticipé dans la section §1.2, lorsque l’on parle de couche limite turbulente, on s’intéresse principalement à ses quantités statistiques, comme le profil de vitesse moyen, et aussi aux autres quantités statistiques qui l’influencent, comme notamment les tensions de Reynolds.



**FIGURE 1.6** – Profil de vitesse moyen d’une couche limite turbulente en échelle logarithmique. Source : Adaptation de l’auteur à partir de [42, Fig.6.3].

Le profil de vitesse moyen, comme celui représenté sur la figure 1.5b, peut être présenté en échelle logarithmique, comme sur la figure 1.6. La composante principale de vitesse  $u$  a été adimensionnée par rapport à l’échelle *vitesse de friction*, notée  $u_\tau$  :

$$u_\tau := \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (1.47)$$

Où  $\tau_w$  est la contrainte visqueuse à la paroi,  $\tau_w = \mu(\partial u/\partial y)_{y=0}$ . Cette échelle de vitesse sert à

adimensionner la vitesse  $u$  et la distance à la paroi  $y$ , pour en déduire la vitesse visqueuse  $u^+$ , et la distance visqueuse à la paroi  $y^+$ , respectivement [42, Ch.6] :

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (1.48)$$

La représentation en échelle logarithmique de la figure 1.6 permet de discerner différentes régions [42] au sein de la couche limite turbulente. Deux zones sont d'abord identifiées : la couche externe, et la couche interne. La couche externe, aussi appelée zone de sillage, est la plus proche de la frontière de la couche limite. Dans cette zone, les efforts visqueux sont négligeables. Le reste de la couche limite est la couche interne, qui se divise en deux régions principales : la sous-couche visqueuse, et la région logarithmique. La sous-couche visqueuse est une région où les efforts turbulents sont négligeables par rapport aux efforts visqueux (les tensions de Reynolds tendent vers zéro à la paroi). La région logarithmique est une zone de raccordement entre la sous-couche visqueuse et la zone de sillage. Il peut être montré grâce à des arguments dimensionnels (cf. p. ex. : [172, §17.1.1]) ou même directement à partir des équations de Navier-Stokes [147] que cette région suit une loi logarithmique, d'où sa dénomination. Cette loi prend la forme suivante :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ \quad (1.49)$$

Où  $\kappa = 0.41$  est la constante de Von-Kármán et  $C^+$  est une constante qui dépend de la rugosité. Pour des surfaces lisses, expérimentalement on trouve  $C^+ = 5.0$ . L'étendue de la région logarithmique dépend notamment du nombre de Reynolds local de la couche limite (plus le nombre de Reynolds est élevé, plus cette région est large et inversement). L'extension dépend également du gradient de pression. Pour des forts gradients adverses de pression, l'extension de la région logarithmique se contracte pour permettre à la zone de sillage d'occuper une plus large place au sein de la couche limite turbulente (cf. [75, p.30–31]).

Dans la sous-couche visqueuse, les efforts visqueux sont bien plus importants que les efforts turbulents. Très proche de la paroi (dans la sous-couche visqueuse, appelée également couche linéaire) on trouve alors un comportement linéaire de la vitesse par rapport à la distance à la paroi :

$$u^+ = y^+ \quad (1.50)$$

On appelle la zone tampon la région de raccordement entre la couche linéaire et la région logarithmique.

Maintenant que le concept de couches limites laminaire et turbulente ont été introduites, dans le paragraphe suivant (§1.3.3) les quantités caractéristiques de la couche limite seront rappelées, afin de permettre au lecteur de mieux appréhender les résultats présentés dans cette thèse.

### 1.3.3 Quantités de couche limite

La quasi-totalité des résultats présentés dans cette thèse s'articulent autour d'un petit ensemble de quantités physiques utilisées pour évaluer la qualité des prévisions aérodynamiques des simulations RANS. La plupart de ces quantités servent à décrire les caractéristiques de la couche limite. Une présentation détaillée de telles quantités physiques de couche limite est proposée ici pour que le lecteur puisse s'y référer, si nécessaire, afin de favoriser l'interprétation des résultats de cette thèse.

**Coefficient de frottement** La première quantité de couche limite qui nous intéresse est le coefficient de frottement,  $c_f$  :

$$c_f := \frac{\tau_w}{p_{ref}} \quad (1.51)$$

L'équation (1.51) indique que  $c_f$  est la contrainte pariétale  $\tau_w$  adimensionnée par une pression de référence  $p_{ref}$ . La pression de référence est souvent la pression dynamique à la frontière de couche limite, ce qui donne la définition suivante du coefficient de frottement :

$$c_f(x) = \frac{\tau_w(x)}{\frac{1}{2}\rho_e(x)u_e(x)^2} \quad (1.52)$$

Puisque les quantités  $\rho_e$  et  $u_e$  peuvent varier d'un point à l'autre de l'espace (ce qui est représenté dans (1.52) par la dépendance de  $\rho_e$  et  $u_e$  de la coordonnée  $x$ ), alors la pression de référence de (1.52) est variable. De ce fait, parfois il est plus convenable d'exprimer le coefficient de frottement avec une pression de référence constante dans l'écoulement. Cette dernière est la pression dynamique dans l'écoulement libre lointain, ce qui donne la définition suivante du coefficient de frottement :

$$c_{f_\infty}(x) = \frac{\tau_w(x)}{\frac{1}{2}\rho_\infty u_\infty^2} \quad (1.53)$$

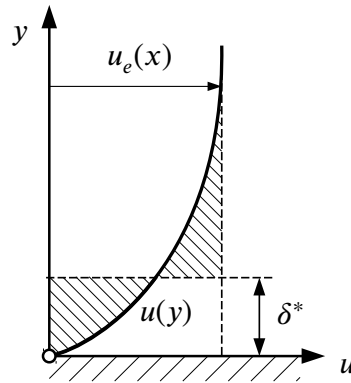
Ce dernier choix (1.53) est privilégié dans cette thèse lors des études d'écoulements autour de profils. La notation employée dans cette thèse est explicitée dans les équations (1.52) et (1.53) : le coefficient sans indice,  $c_f$ , indique l'adimensionnement par rapport à la pression dynamique de la frontière de couche limite ; et le coefficient avec indice  $\infty$ ,  $c_{f_\infty}$ , indique l'adimensionnement par rapport à la pression dynamique de l'écoulement libre lointain.

Il est intéressant de noter que le coefficient de frottement,  $c_f$ , sur d'une plaque plane, prend des valeurs relativement élevées à proximité du bord d'attaque. La valeur de  $c_f$  diminue ensuite (sauf dans la région transitionnelle) dans la direction de l'écoulement principal.

**Épaisseur de déplacement** La quantité d'intérêt suivante est l'épaisseur de déplacement. Cette épaisseur, est une mesure de l'action de déplacement de la couche limite [172, Ch.6, p.154]. L'épaisseur de déplacement, noté  $\delta^*$ , est définie par :

$$\delta^*(x) := \int_0^{\delta(x)} \left( 1 - \frac{u(x, y)}{u_e(x)} \right) dy \quad (1.54)$$

L'épaisseur de déplacement  $\delta^*$  représente la distance suivant laquelle il faudrait déplacer la paroi afin que l'écoulement potentiel de vitesse uniforme  $u_e$  ait le même débit massique que la couche limite réelle. L'épaisseur de déplacement représente donc bien l'influence de la présence de la couche limite dans la déviation des lignes de courant à l'extérieur de celle-ci. Cette propriété est notamment exploitée dans des codes de couplage potentiel/couche limite [69].



**FIGURE 1.7** – Épaisseur de déplacement,  $\delta^*$ , d'une couche limite. Source : Adaptation de l'auteur à partir de [172, Fig.6.3].

Il est facile de se représenter graphiquement l'épaisseur de déplacement  $\delta^*$ , comme sur la figure 1.7. Les deux zones hachurées autour du profil de vitesse ont la même aire. La hauteur qui divise ces deux zones est donc l'épaisseur de déplacement.

Notons que dans une plaque plane l'évolution de  $\delta^*(x)$  est croissante depuis le bord d'attaque de la plaque plane (en absence de décollements). L'épaisseur de quantité de mouvement pour une couche limite attachée est  $\approx \delta/3$  dans le régime laminaire et  $\approx \delta/8$  dans le régime turbulent [172].

**Épaisseur de quantité de mouvement** Cette quantité, notée  $\theta$ , représente la plus faible quantité de mouvement qui traverse la couche limite par rapport à celle de l'écoulement externe. Cette quantité est définie par :

$$\theta(x) := \int_0^{\delta(x)} \frac{u(x, y)}{u_e(x)} \left( 1 - \frac{u(x, y)}{u_e(x)} \right) dy \quad (1.55)$$



Notons que l'évolution de  $\theta(x)$  le long d'une plaque plane, de façon analogue à l'évolution de  $\delta^*(x)$ , est croissante, sauf dans les régions décollées ou transitionnelles.

**Facteur de forme** Le facteur de forme de la couche limite, noté  $H$ , est le rapport entre l'épaisseur de déplacement et l'épaisseur de quantité de mouvement :

$$H := \frac{\delta^*}{\theta} \quad (1.56)$$

Notons que  $H$  est une bonne mesure de l'intensité du décollement d'une couche limite. En effet, lors du décollement de la couche limite l'épaisseur de déplacement est très élevée (il y a une forte influence de la couche limite dans la déformation des lignes de courant à l'extérieur). Mais l'épaisseur de quantité de mouvement est très faible (du fait de l'écoulement de retour, la quantité nette de mouvement traversant la couche limite est plus faible qu'en couche limite attachée). Cette situation provoque  $\delta^* \gg \theta$ , ce qui se traduit par des valeurs de  $H$  élevées. On en déduit que les décollements, et plus généralement les gradients adverses de pression, contribuent à augmenter  $H$ . Inversement, un gradient favorable de pression contribue à diminuer  $H$ . Cette observation est très importante car  $H$  mesure aussi la stabilité d'une couche limite laminaire, ce qui a des conséquences importantes dans la prévision de la transition de la couche limite, comme il sera présenté dans les prochains chapitres. Pour une couche limite attachée,  $H \approx 2.6$  dans le régime laminaire et  $H \approx 1.4$  dans le régime turbulent [172].

## Chapitre 2

# Mécanismes de transition vers la turbulence

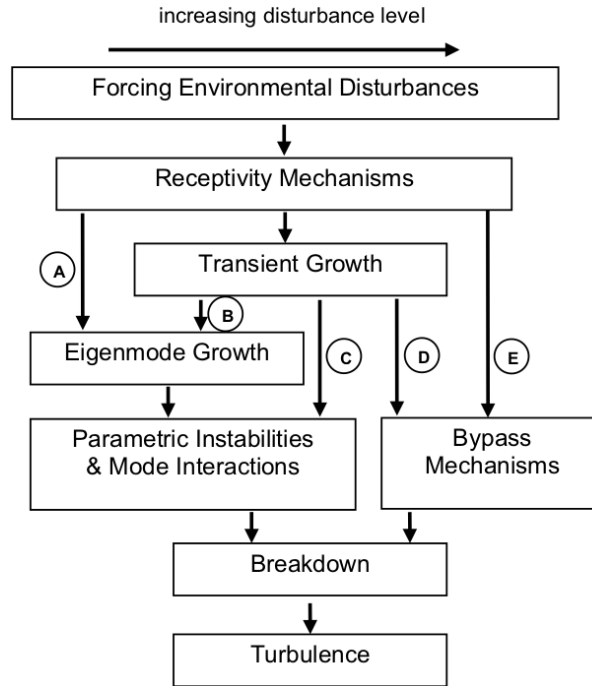
**L**ES principaux mécanismes de transition vers la turbulence sont brièvement présentés dans ce chapitre. L'accent est mis en particulier sur la transition par bulbe de décollement laminaire, qui est le phénomène d'intérêt sur lequel porte cette thèse. Seulement les aspects physiques sont évoqués dans ce chapitre, relayant la revue des différentes approches de modélisation au chapitre §4. Le but de ce chapitre n'est pas d'effectuer une revue exhaustive de la très riche littérature existante sur la transition vers la turbulence, mais plutôt d'esquisser les grandes lignes qui permettent de situer la transition par bulbe de décollement dans son contexte. Le lecteur intéressé par une introduction détaillée à la phénoménologie de la transition peut consulter, par exemple, les ouvrages suivants : *Boundary Layer Theory* de H. Schlichting et K. Gersten [172, §15] ou *Turbulence et couche limite* de J. Cousteix [52]. Une vision récente des études portant sur la transition se trouve dans [133].

### 2.1 Les chemins vers la turbulence

L'une des visions les plus répandues sur les différents scénarios de transition vers la turbulence a été synthétisée par Reshotko et Tumin [156], par un schéma reproduit sur la figure 2.1.

Il est bien établi que la transition vers la turbulence est un phénomène qui dépend fortement des conditions de l'expérience (perturbations liées à la turbulence dans la veine d'essais, bruit acoustique, rugosité...). Par conséquent, les 5 scénarios évoqués par Reshotko et Tumin [156] (figure 2.1) sont classifiés par rapport à l'intensité des dites perturbations. Les différents scénarios sont les suivants :

**Scénario** **(A)** ( $T_u \lesssim 0.1\%$ ) → Ce scénario a lieu lorsque les perturbations sont très faibles, comme par exemple dans une atmosphère calme et lorsque la surface de la paroi est lisse. Alors, dans ces circonstances la croissance transitoire est négligeable et la transition a lieu par l'amplification des ondes de Tollmien-Schlichting (TS). Si la couche limite évolue sur une surface



**FIGURE 2.1** – Chemins menant vers la turbulence en écoulements pariétaux d’après Reshotko et Tumin [156].  
Source : [156].

concave, alors des instabilités de Görtler peuvent apparaître. Dans cette catégorie nous pouvons ajouter les instabilités de type crossflow, qui ont lieu dans les couches limites tridimensionnelles (avec des composantes transverses importantes), et même les instabilités de type Kelvin-Helmholtz (KH), qui ont lieu lorsque la couche limite laminaire décolle. Du fait de la très faible intensité des perturbations, certains auteurs qualifient ce scénario de *transition naturelle* [12].

**Scénario (B)** ( $0.1 \lesssim T_u \lesssim 0.7$ ) → Dans cette situation, aux ondes TS se rajoute l’interaction d’ondes basse fréquence d’une nature très différente : les perturbations liées aux stries de Klebanoff [101] (tourbillons longitudinaux). Dans ce scénario, les deux types de mécanismes coexistent [107].

**Scénario (C)** ( $0.7 \lesssim T_u \lesssim 1$ ) → Dans cette situation, la croissance modale n’est plus la responsable de la transition. Les niveaux relativement forts de turbulence favorisent [107] l’apparition de stries de Klebanoff [101].

**Scénario (D)** ( $T_u \gtrsim 1$ ) → Cette situation est complètement dominée par les stries de Klebanoff [101]. Cette transition est nommée *bypass* [196] et apparaît dans des écoulements fortement perturbés, comme dans les turbomachines [60].

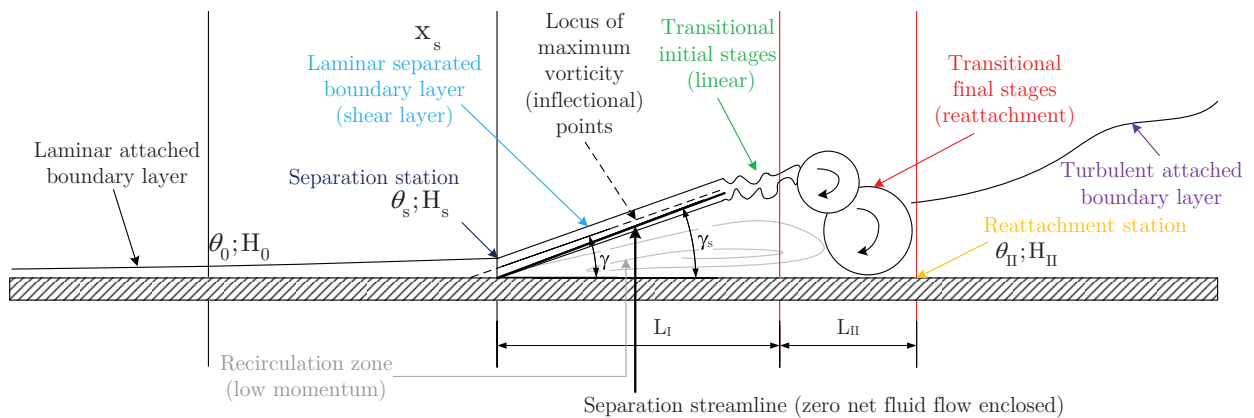
**Scénario (E)** ( $T_u \gg 1$ ) → Ce scénario correspond à celui où les perturbations sont tellement importantes qu’aucune phase de croissance linéaire n’est observée.

Nous rappelons que dans cette thèse l’intérêt porte sur les bulbes de décollement laminaire. Les bulbes ont lieu le plus souvent dans le scénario (A), mais soulignons que l’intervention des stries

de Klebanoff dans les mécanismes de transition par bulbe à fort taux de turbulence ne peut pas être écarté [30]. Dans la suite du chapitre, l'accent est mis sur la transition par bulbe de décollement laminaire.

## 2.2 Transition par bulbe de décollement laminaire

Sur la figure 2 de l'introduction de cette thèse nous avons présenté le schéma classique d'un bulbe de décollement laminaire. La figure 2.2 présente une vision similaire par Serna et Lázaro [179]. Nous avons précédemment rappelé que la couche limite laminaire décolle suite à un gradient adverse de pression, que les perturbations menant à la transition sont fortement amplifiées dans la couche décollée, ce qui accélère le processus de transition, et enfin la couche limite recolle –en moyenne– à la paroi comme conséquence de l'apparition des tensions de Reynolds qui contribuent à la déformation des lignes de courant via la diffusion de la quantité de mouvement. Cette explication, valable au stade d'introduction, est enrichie dans cette section afin de souligner plus en détail l'état de l'art de la compréhension des principaux mécanismes physiques impliqués dans le phénomène de bulbe de décollement laminaire.



**FIGURE 2.2** – Schéma de la transition par bulbe de décollement d'après Serna et Lázaro (2015). Source : [179].

La littérature existante portant sur les bulbes de décollement laminaire est vaste. Depuis les tout premiers essais de Jones (1933) [97], jusqu'aux très récentes simulations de haute fidélité de Benton et Visbal (2019) [22], des centaines d'études ont contribué à améliorer la compréhension de ce phénomène physique. Le but de cette section n'est pas d'effectuer une revue bibliographique détaillée et exhaustive, mais plutôt de souligner les principaux travaux qui représentent l'état des connaissances actuelles sur les bulbes de décollement laminaire. Pour cela, au lieu de citer chronologiquement les travaux portant sur les bulbes, nous invitons au lecteur à un voyage le long des lignes de courant d'un bulbe, au cours duquel nous présenterons les différents mécanismes physiques en citant les principales études concernées.

Ainsi, cher lecteur, transformons nous en une minuscule particule de fluide, située dans une couche limite laminaire attachée et soumise à un gradient adverse de pression. Au début de ce voyage (§2.2.1), nous constaterons l'influence de la turbulence externe, qui contribue à l'amplification de petites perturbations via le mécanisme connu sous le nom de réceptivité. Ensuite, nous allons décoller et rentrerons rapidement dans une zone dite non-linéaire (§2.2.2), à partir de laquelle la turbulence apparaît, ce qui nous fera recoller en moyenne vers la paroi. Nous verrons que sous certaines conditions, des basses fréquences peuvent apparaître dans le bulbe, donnant lieu au phénomène de battement ou même au phénomène d'éclatement (§2.2.3), ce qui pourrait être contrôlé par un forçage de la couche limite grâce à une fine compréhension du comportement en boucle fermée du bulbe. Enfin, nous aurons traversé le bulbe, et notre voyage s'achèvera dans la couche limite turbulente de relaxation en aval du bulbe (§2.2.4).

### 2.2.1 Réceptivité et amplification modale

Il est bien établi [156] que dans la couche limite laminaire attachée soumise à un gradient adverse de pression, la turbulence externe participe à l'excitation de petites perturbations de vitesse, en promouvant l'amplification d'ondes de Tollmien-Schlichting (TS). Plusieurs études, dont celles de Lang (2004) [111] ou de Diwan et Ramesh (2009) [61], mettent en évidence le rôle précurseur que jouent les ondes TS dans la réceptivité et l'amplification de perturbations pré-transitionnelles, qui donneront lieu à la transition dans le bulbe.

Lorsque la couche limite laminaire décolle, il apparaît un profil de vitesse avec un fort point d'inflexion, ce qui a pour conséquence que les instabilités de type Kelvin-Helmholtz (KH) reprennent le relais en gouvernant la croissance des perturbations [29, 167]. Rappelons que théoriquement l'instabilité KH est convective et non-visqueuse [213]. En effet, il a été montré que le rôle de la viscosité dans l'amplification des perturbations diminue lorsque la couche cisailée décollée s'éloigne de la paroi et lorsque le nombre de Reynolds croît [61, 65]. Dans ce sens, il est important de souligner la ressemblance de cette instabilité avec celle qui promue la transition dans une couche cisailée libre. En effet, Freymuth (1966) [76] a mis en évidence que la transition d'une couche cisailée libre est provoquée par l'instabilité KH. Freymuth [76] avait souligné également un aspect important de la réceptivité des perturbations externes dans ses essais : la transition ne dépend que du nombre de Strouhal –en d'autres termes, de la fréquence– de l'excitation, et non pas du nombre de Mach ni du nombre de Reynolds. Les études numériques viennent renforcer le constat du rôle dominant de l'instabilité KH dans la transition par bulbe de décollement [2, 3, 98, 117, 158].

De nombreuses études montrent que la prévision de la croissance des perturbations dans la région laminaire est bien prévue par la théorie de la stabilité linéaire locale [65, 76, 111]. Cette méthode –reprise dans §4.1– consiste à résoudre un problème aux valeurs propres des équations de Navier-Stokes simplifiées en utilisant des hypothèses d'écoulement parallèle, –ce qui donne les équations d'Orr-Sommerfeld–, sur la base d'un écoulement de base, qui est le profil de vitesse de la couche limite laminaire. La résolution du problème aux valeurs propres sur plusieurs profils de vitesse le long de la paroi donne lieu à un taux d'amplification total des perturbations [6, 65]. [132]. Bien que les hypothèses de cette analyse ne font pas l'unanimité dans la communauté scientifique –en effet,

certain auteurs suggèrent que des modes dits globaux, où l'on ne fait pas l'hypothèse d'écoulement parallèle, seraient dominants [161, 162]–, Diwan et Ramesh [62] réaffirment le succès des prévisions de la théorie de stabilité linéaire, en défendant l'hypothèse d'écoulement parallèle [62].

Soulignons que, comme relevé par Gaster (1969) [78] et Horton (1969) [92], dans la région laminaire du bulbe de décollement, l'épaisseur de quantité de mouvement se maintient approximativement constante. Ceci a l'avantage de pouvoir utiliser  $\theta$  (ou  $Re_\theta$ ) comme échelle caractéristique du bulbe [78, 160]. Toutefois, puisque la quantité  $\theta$  reste constante dans le bulbe, elle ne peut pas constituer une variable indépendante des corrélations visant à prévoir la croissance des amplifications des perturbations [83] (cf §C).

Si la prévision de l'amplification des perturbations dans la région laminaire est aussi importante c'est parce qu'elle a un impact déterminant dans la topologie du bulbe. En effet, Yarusevych et Kotsonis (2017) [213] montrent l'impact du taux d'amplification sur les dimensions du bulbe, qui à son tour est bien caractérisé par le facteur de forme  $H$  (§1.3.3), et plus concrètement par sa valeur maximale [141]. Récemment, Serna et Lázaro (2015) [179] ont proposé des corrélations pour prévoir le taux d'amplification.

Il est important de souligner encore une fois que la réceptivité dépend du type d'excitation, concrètement de l'intensité et du spectre de la turbulence à l'extérieur de la couche limite laminaire. Jusqu'à présent, nous avons supposé que le niveau de turbulence externe est relativement faible, ce qui favorise les instabilités TS et KH. Cependant, Istvan et al. (2018) [94] ont montré que pour des fortes valeurs d'intensité de la turbulence, une transition de type bypass peut avoir lieu. Toutefois, Istvan et al. (2018) [94] montrent également que le degré d'influence de l'intensité de la turbulence sur la topologie du bulbe de décollement laminaire diminue lorsque le nombre de Reynolds basé sur la corde  $Re_c$  augmente. Beaucoup d'études ont analysé l'effet de la turbulence externe  $T_u$ , aussi bien d'un point de vue expérimental [32, 58, 90, 94, 198] que numérique [30, 38, 98]. Par ces études, il est bien établi que l'augmentation de  $T_u$  et de son échelle de longueur, provoquent une diminution de la taille du bulbe de décollement, liée à une apparition plus précoce de la turbulence, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

### 2.2.2 Non-linéarité et breakdown turbulent

Après être transportés dans la couche limite laminaire attachée, puis décollée, notre voyage se poursuit maintenant au sein de la couche fortement cisailée. La croissance linéaire des perturbations présentée dans le paragraphe précédent arrive maintenant à saturation. Il s'en suit l'apparition de fluctuations large bande et l'amplification des valeurs des moyennes quadratiques des fluctuations (RMS) caractéristiques de la turbulence [65]. Ce seuil des non-linéarités a été récemment analysé par Serna et Lázaro (2014) [178], car ils se sont intéressés aux processus physiques qui gouvernent le recollement. Ainsi, ils ont proposé des corrélations reliant des quantités intégrales de couche limite dans le bulbe, et ils ont établi des profils universels au niveau du recollement turbulent. Le processus de recollement est précisément décrit par Serna et Lázaro [178]. Ils suggèrent que le processus de recollement est déterminé par la vie des tourbillons de grandes échelles provenant de la

région transitionnelle. De façon très intéressante, ils remarquent qu'au recollement le facteur de forme atteint une valeur universelle,  $H = 3.4$ . Yarusevych et Kotsonis (2017) [213] suggèrent que le enroulement vers le haut des tourbillons provoqués par la couche de cisaillement est à l'origine du recollement moyen.

Comme souligné dans la synthèse bibliographique de Dovgal et al. (1994) [65], l'un des principaux mécanismes responsables des non-linéarités que donnent lieu à la transition vers la turbulence – *breakdown*– est la génération d'un harmonique secondaire qui vient perturber la couche cisailée. Ce mécanisme est probablement lié au phénomène d'appariement tourbillonnaire, qui a pour principales conséquences : (a) l'amplification des perturbations KH [87], (b) la forte production de l'énergie cinétique de la turbulence [87] et (c) l'apparition d'un tourbillon en proche paroi qui remonte et impacte la couche cisailée, en faisant apparaître le dit sous harmonique [214].

Il est important de souligner que la superposition de modes normaux et obliques, nés en amont du point de décollement, peuvent contribuer à la déformation des tourbillons dans le sens de l'envergure [140], ce qui peut avoir des conséquences importantes en termes de stabilité globale.

Enfin, soulignons l'étude de Malkiel et Mayle (1996) [126], qui ont analysé la région transitionnelle sous l'optique du facteur d'intermittence,  $\gamma$ . Dans leur étude, Malkiel et Mayle ont également relevé l'apparition d'un sous-harmonique dans la région transitionnelle, lié à la forte production de turbulence, qui est très apparent à l'extérieur de la région cisailée. Notons que dans beaucoup d'études [87, 117], la région des plus forts niveaux de tensions de Reynolds est précisément située au dessus de la région transitionnelle que font référence Malkiel et Mayle, et cet aspect est mal prévu par beaucoup d'approches RANS, comme il sera présenté dans les parties §II et §III de cette thèse.

### 2.2.3 Battement et éclatement du bulbe

Faisons une halte dans notre voyage et récapitulons notre parcours. Après avoir été transportés dans la couche limite laminaire attachée, nous avons décollé de la paroi (§2.2.1). Ensuite, dans la couche de cisaillement, l'apparition de la turbulence nous a fait recoller vers la paroi (§2.2.2). Avant de poursuivre notre voyage, soulignons un aspect intéressant. Nous aurions très bien pu ne pas recoller vers la paroi, c'est-à-dire, l'inertie que nous avons lors de notre voyage dans la couche cisailée aurait pu être beaucoup plus important que l'effet diffusif lié à l'apparition de la turbulence, ce qui n'aurait pas suffi à nous faire recoller. Dans ces conditions, le bulbe aurait éclaté (*bursting*).

Par ailleurs, les premières études qui ont analysé les bulbes de décollement se sont centrées principalement sur la prévision –empirique– du seuil d'éclatement [53, 54, 78, 191, 192], avec différents degrés de succès. Ces critères empiriques ont été revisités plus récemment par Malkiel et Mayle (1995) [126] et Diwan et Ramesh (2006) [63]. Ces derniers ont proposé une amélioration du critère de Gaster (1969) [78], qui consiste à décrire empiriquement le seuil de l'éclatement via une corrélation de trois paramètres : l'épaisseur de quantité de mouvement au point de décollement, un paramètre mesurant le gradient de pression –similaire au paramètre de Pohlhausen–, et la hauteur de la taille du bulbe de décollement. Bien que l'introduction de la hauteur de la taille du bulbe proposée par Diwan et Ramesh améliore le critère de Gaster, ce critère présente l'inconvénient de ne pas être

prédictif et ne peut pas être utilisé en pratique pour la prévision de l'éclatement dans des codes de simulations numérique.

Plus récemment, les études menés par Visbal et al. [22, 197] montrent l'impact déterminant de la dynamique du bulbe de décollement laminaire et l'éclatement de ce dernier dans la production de structures de grande échelle qui sont à l'origine du décrochage dynamique de profils et ailes d'envergure finie.

Michelis et al. (2017) [141] ont exprimé leur réticences par rapport aux critères d'éclatement car ils ont été construits sans prendre en compte l'ensemble de paquets d'onde pouvant modifier la stabilité du bulbe. Ainsi, en utilisant des excitations impulsives, ils ont établi un lien entre le phénomène d'éclatement et celui du battement *–flapping–* : l'éclatement serait piloté par une modification des caractéristiques de stabilité due à l'influence de perturbations de différentes amplitudes. Le phénomène de battement consiste à l'oscillation périodique des points caractéristiques du bulbe (décollement, transition et recollement) à beaucoup plus faible fréquence que les échelles de la turbulence. Le battement serait intimement lié au phénomène d'éclatement, car les deux seraient décrits par des modes de stabilité globaux [129, 141] Ce phénomène de battement répond à une logique de boucle fermée *–appelé feedback–*.

Le feedback dans les bulbes de décollement laminaire a été suggéré comme conséquence indissociable de la recirculation du bulbe. Par exemple, Dovgal et al. (1994) [65] fait une synthèse des effets de feedback où ils suggèrent qu'il est raisonnable de supposer une corrélation entre l'écoulement moyen et la position de la transition. Michels et al. (2017) [141] ont mis en évidence cette dynamique de feedback. Le mécanisme de feedback a un impact important pour la compréhension du comportement du système. La théorie de l'analyse de stabilité globale [127, 128, 161, 162] contribue à expliquer certains comportements de type résonateur/amplificateur, et des modes auto-entretenus en absence totale de perturbations pré-transitionnelles. Cependant, Lang (2004) [111] stipule que les modes dominants sont toutefois bi-dimensionnels (TS et KH), puisque les modes globaux 3D dans le sens de l'envergure modifient l'écoulement de base sans interagir avec les modes 2D. Malgré le manque d'unanimité à propos de conclusions extraites grâce à des études de stabilité globale, ce type d'analyse constitue un axe de recherche actif, dont les retombés pourraient non-seulement servir à une meilleure compréhension phénoménologique, mais aussi à établir des stratégies de forçage optimal qui permettrait de contrôler le bulbe avec des mécanismes actifs [140].

#### 2.2.4 Couche limite de relaxation

Après une pause au voisinage du recollement, poursuivons notre voyage dans la couche limite de relaxation. Cette région, située en aval du bulbe, a un grand intérêt, car elle est difficile à modéliser (cf §II et §III) et détermine les efforts aérodynamiques sur la paroi ainsi que la tendance de la couche limite turbulente à redécoller à nouveau *–ce qui pourrait provoquer un décrochage se propageant depuis le bord de fuite [97]–*. De surcroît, la présence du bulbe a un effet d'histoire important sur la couche limite turbulente se développant en aval.

En effet, dans l'étude de Watmuff (1999) [201] il remarque que les propriétés de la couche limite



turbulente en aval du recollement présente des différences considérables par rapport à celle étudiée par Spalart et Watmuff (1993) [190], en suggérant que celles-ci ne peuvent s'expliquer qu'au moyen de l'effet d'histoire lié à la présence en amont du bulbe de décollement laminaire.

Serna et Lázaro (2014, 2015) [178, 179] effectuent des essais expérimentaux ayant pour but d'établir des corrélations pour la longueur de recollement, et caractérisent les profils de vitesse au recollement. Simens et Gungor (2018) [181] analysent numériquement l'influence de l'évolution de la transition sur les statistiques de la couche limite turbulente en aval. Ils en déduisent que la couche limite turbulente en aval se décorrèle plus vite de l'écoulement au point de transition si la transition se complète dans le bulbe de décollement. Nous pouvons en déduire, en conséquence de l'analyse de Simens et Gungor, que pour les petits bulbes présents dans les configurations à fort nombre de Reynolds, où la transition se complète rapidement –la loi logarithmique est vérifiée à quelques longueurs de bulbe en aval du recollement– [117], la couche limite turbulente en aval du bulbe est moins influencée par la présence de ce dernier que dans une configuration à plus faible nombre de Reynolds [98] où la longueur de relaxation jusqu'à l'établissement d'une couche limite pleinement turbulente est plus importante.

Ainsi s'achève ce chapitre, où les principaux mécanismes physiques liés à la transition et plus précisément aux bulbes de décollement laminaire ont été présentés. Dans les deux derniers chapitres de cette première partie de la thèse, nous présentons différentes approches de modélisation qui présentent un intérêt pour le propos de cette thèse.

# Chapitre 3

## Modèles de turbulence

Dans ce chapitre nous effectuons une revue de plusieurs modèles de turbulence. Du fait du grand nombre de modèles de turbulence existants dans la littérature, dans ce chapitre l'accent est mis sur les modèles de turbulence utilisés dans cette thèse.

### 3.1 Une équation de transport : Spalart-Allmaras

Dans cette section nous présentons le modèle de turbulence à une équation de Spalart-Allmaras [187]. Ce modèle RANS a été construit de façon empirique en faisant appel à des raisonnements d'analyse dimensionnelle, invariance galiléenne, et dépendance sélective par rapport à la viscosité moléculaire. Une des conséquences de cette approche de modélisation est que le budget des termes de l'équation du modèle de turbulence résultant ne peut guère être assimilé au budget d'une quantité physique statistique RANS.

Plusieurs versions du modèle de turbulence ont été développées à partir du modèle Spalart-Allmaras original. Dans cette section, nous nous limiterons à présenter la formulation du modèle tel qu'il a été écrit dans la version de 1992 [187], sous la forme incompressible :

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \tilde{v}}{\partial x_i} = c_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{v} - \left( c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \left( \frac{\tilde{v}}{n} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( (\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_i} \right) + c_{b2} \left( \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_i} \right)^2 \right]$$

Les tensions de Reynolds ( $-\overline{u'_i u'_j}$ ) sont modélisées en suivant la suivante relation constitutive :

$$(-\overline{u'_i u'_j}) = 2\nu_t \overline{S}_{ij}, \quad \nu_t = \tilde{\nu}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad \chi := \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (3.2)$$

Avec

$$\tilde{S} := 2\sqrt{\overline{\Omega}_{ij}\overline{\Omega}_{ij}} + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 n^2}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad (3.3)$$

Où  $n$  est la distance à la paroi la plus proche et la fonction  $f_w$  est :

$$f_w = g \left[ \frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6}, \quad g = r + c_{w2}(r^6 - r), \quad r := \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 n^2} \quad (3.4)$$

et la fonction  $f_{t2}$  est :

$$f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4}\chi^2) \quad (3.5)$$

Nous avons omis volontairement un terme supplémentaire dans l'équation 3.1 appelé le terme "trip" (cf [187]). Ce terme, conçu par Spalart et Allmaras afin d'activer le modèle de turbulence à partir d'un point de transition imposé par l'utilisateur, n'est pas en accord avec la formulation transitionnelle utilisée dans cette thèse, c'est pourquoi nous n'en avons pas tenu compte.

Les constantes du modèle sont :  $c_{b1} = 0.135, 5$ ,  $\sigma = 2/3$ ,  $c_{b2} = 0.622$ ,  $\kappa = 0.41$ ,  $c_{w1} = c_{b1}/\kappa + (1 + c_{b2})/\sigma$ ,  $c_{w2} = 0.3$ ,  $c_{w3} = 2$ ,  $c_{v1} = 7.1$ ,  $c_{t1} = 1$ ,  $c_{t2} = 2$ ,  $c_{t3} = 1.2$ ,  $c_{t4} = 0.5$ .

## 3.2 Deux équations de transport : famille $k - \omega$

Dans cette section nous présentons les modèles de turbulence de la famille à deux équations  $k - \omega$ , où  $k$  est l'énergie cinétique de la turbulence (1.41), et  $\omega$  est la dissipation spécifique d'énergie cinétique de la turbulence :

$$\omega := \frac{\varepsilon}{k} \quad (3.6)$$

Où  $\varepsilon$  est la dissipation (terme de destruction) de l'énergie cinétique de la turbulence,  $k$ .

Les premiers auteurs à avoir proposé un modèle de turbulence basée sur  $k - \omega$  sont Kolmogorov [106] en 1942 en URSS, suivi ensuite, sans connaissance des travaux du premier, par Saffman [168] en 1970 au Royaume Uni. Depuis, de nombreuses variantes ont vu le jour et ont connu un succès important, spécialement dans le domaine de l'aérodynamique en aéronautique [205]. Dans cette section nous ne présentons que les variantes  $k - \omega$  qui ont été étudiées lors des travaux de cette thèse.

Nous invitons au lecteur désireux d'approfondir sa compréhension des modèles  $k - \omega$  à consulter l'ouvrage "*Turbulence Modeling for CFD*" par D. C. Wilcox [209], où l'auteur effectue une analyse exhaustive des propriétés des modèles  $k - \omega$ .

Par souci de simplicité et de clarté, au lieu de présenter les modèles  $k - \omega$  selon la nomenclature originalement proposée par chaque auteur, qui est très hétérogène, nous les présentons en suivant une formulation unique qui représente toutes les variantes des modèles. Ensuite, pour chaque version, nous spécifions les valeurs exactes des coefficients de fermeture. En conséquence, la famille des modèles de turbulence  $k - \omega$  est représentée par les équations suivantes (où l'on rappelle que  $r_{ij}$  sont les tensions de Reynolds (1.40)) :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k \bar{u}_j}{\partial x_j} = r_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta_k \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.7a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \omega \bar{u}_j}{\partial x_j} = & \alpha_\omega \frac{\omega}{k} r_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta_\omega \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \max \left( \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 0 \right) \end{aligned} \quad (3.7b)$$

### 3.2.1 Modèle de Wilcox 1988

Le modèle de Wilcox (1988) [208] a été l'un des premiers modèles  $k - \omega$  à connaître un succès important dans la prévision d'écoulements turbulents [134, 205]. Au moment où il a été proposé, le modèle  $k - \omega$  Wilcox (1988) prévoyait mieux les écoulements pariétaux que d'autres modèles à deux équations existants, notamment ceux de la famille  $k - \varepsilon$  [206]. Sans aucun doute, cette vertu a rendu le modèle très populaire, et il a servi comme base à de nombreuses évolutions pendant les années qui ont suivi [105, 110, 135, 200, 209]. Toutefois, un défaut présent dans le modèle original de Wilcox (1988) a été sujet à controverse. Ce défaut consiste en une dépendance trop sensible des prévisions par rapport aux conditions externes de la turbulence [134]. Quelques années après la proposition du modèle, et de façon presque simultanée, Menter [135] et Zheng et al. [216, 217] proposent des modifications qui corrigent ce défaut. La raison théorique pour laquelle le modèle de Wilcox (1988) est trop sensible aux conditions externes a été identifiée. Elle s'explique par le comportement diffusif asymptotique du modèle dans les interfaces turbulentes/non-turbulentes [26, 41, 74, 89, 105]. Quoi qu'il en soit, le modèle de Wilcox (1988) n'est plus utilisé aujourd'hui dans sa forme originale à cause de ce défaut. En revanche, ce modèle a le mérite d'avoir amorcé de profonds travaux de modélisation de la turbulence qui ont donné lieu aux modèles couramment utilisés aujourd'hui dans l'industrie aéronautique. Dans la partie II de ce manuscrit, consacrée à la modélisation, le modèle de Wilcox (1988) est exploité afin de le comparer aux autres variantes plus récentes. Cependant, dans la partie III, consacrée à la validation et à l'application, ce modèle a été abandonné au profit des variantes plus récentes et robustes.

Dans le tableau 3.1 nous présentons les valeurs des coefficients de fermeture du modèle de Wilcox (1988) [208]. Le modèle de Wilcox (1988) est complété avec la relation de la viscosité de la turbulence  $\mu_t = (\rho k)/\omega$  et la relation constitutive de Boussinesq (1.43).

$\beta_k$	$\sigma_k$	$\alpha_\omega$	$\beta_\omega$	$\sigma_\omega$	$\sigma_d$
0.09	0.5	$\frac{\beta_\omega}{\beta_k} - \sigma_\omega \frac{\kappa^2}{\sqrt{\beta_k}} \approx 0.5532$	0.075	0.5	0

TABLE 3.1 – Coefficients de fermeture du modèle  $k - \omega$  Wilcox (1988) [208].

### 3.2.2 Modèle de Menter SST

Comme avancé dans le paragraphe précédent, Menter propose en 1994 [135] un modèle  $k - \omega$  s'affranchissant du problème de forte dépendance aux conditions externes du modèle de Wilcox (1988), conjuguant les bonnes propriétés de Wilcox (1988) en proche paroi avec les bonnes propriétés du modèle standard  $k - \varepsilon$  de Launder-Sharma [Lander1974] dans la zone sillage de la couche limite et dans les écoulements loin des parois. Il parvient à cette idée en introduisant des *blending functions* (fonctions de mélange)  $F_1$  et  $F_2$ . En outre, Menter trouve judicieusement la solution à un problème existant dans certains modèles à deux équations : les modèles tendent à surestimer la valeur des tensions de Reynolds dans la zone de sillage de la couche limite, car ils ne vérifient pas l'hypothèse de Bradshaw ( $r_{ij}/k \leq 0.3$ ). La façon dont Menter résout ce problème consiste à limiter la valeur effective de la dissipation spécifique de la turbulence,  $\omega^{\text{eff}} := (\rho k)/\mu_t$ , pour obliger le modèle à vérifier l'hypothèse de Bradshaw :

$$\omega^{\text{eff}} = \min \left( \omega, F_2 \sqrt{\frac{2\overline{\Omega}_{ij}\overline{\Omega}_{ij}}{\beta_k}} \right) \quad (3.8)$$

Menter baptise cette approche (3.8) *Shear Stress Transport* (SST). Ainsi, son modèle est typiquement connu sous le nom  $k - \omega$  SST.

Puisque le modèle de Menter SST est un mélange de Wilcox (1988) et de Launder-Sharma (1972) [115], ses coefficients de fermeture, symbolisés par la variable  $\Phi$ , sont aussi un mélange des coefficients des deux modèles :

$$\Phi = F_1\Phi_1 + (1 - F_1)\Phi_2 \quad (3.9)$$

Ces coefficients sont présentés dans le tableau 3.2. Notons que dans la publication originale de Menter [135], il propose deux modèles de turbulence, le BSL et le SST. La différence est que dans le BSL, le limiteur (3.8) n'est pas activé, et dans la version SST le limiteur est actif et l'ensemble des constantes de fermeture  $\Phi_1$  ne correspond pas exactement à Wilcox (1988).

	$\beta_k$	$\sigma_k$	$\alpha_\omega$	$\beta_\omega$	$\sigma_\omega$	$\sigma_d$
$\Phi_1^{(BSL)}$	0.09	0.5	$\frac{\beta_\omega}{\beta_k} - \sigma_\omega \frac{\kappa^2}{\sqrt{\beta_k}} \approx 0.5532$	0.075	0.5	0
$\Phi_1^{(SST)}$	0.09	0.85	$\frac{\beta_\omega}{\beta_k} - \sigma_\omega \frac{\kappa^2}{\sqrt{\beta_k}} \approx 0.5532$	0.075	0.5	0
$\Phi_2$	0.09	1.0	$\frac{\beta_\omega}{\beta_k} - \sigma_\omega \frac{\kappa^2}{\sqrt{\beta_k}} \approx 0.4403$	0.0828	0.856	$2\sigma_\omega = 1.712$

TABLE 3.2 – Coefficients de fermeture du modèle  $k - \omega$  Menter BSL et SST [135].

Les *blending functions* s'expriment comme ceci :

$$F_1 = \tanh \left\{ \left( \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega n}, \frac{500\nu}{n^2\omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega_2}k}{\max \left( 2\sigma_{\omega_2} \frac{\rho}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) n^2} \right] \right)^4 \right\} \quad (3.10)$$

$$F_2 = \tanh \left\{ \left( \max \left[ 2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega n}, \frac{500\nu}{n^2\omega} \right] \right)^2 \right\} \quad (3.11)$$

Où  $\sigma_{\omega_2} = 0.856$  et  $n$  est la distance à la paroi la plus proche.

### 3.2.3 Modèle de Kok

Le modèle de J. C. Kok [103, 105] a été proposé en 1999 par ce chercheur du NLR dans le cadre du projet AVTAC (Advanced Viscous Flow Simulation Tools for Complete Civil Transport Aircraft Design). En exploitant des arguments de réalisabilité du système diffusif aux interfaces turbulentes/non-turbulentes amorcés par Cazalbou et al. [41], Kok propose un modèle  $k - \omega$  supprimant le problème de sensibilité trop prononcée aux conditions externes de la turbulence de Wilcox (1988). Le modèle proposé par Kok est beaucoup plus simple que le modèle de Menter SST [135], car il n'utilise pas de *blending functions* (3.10)-(3.11). Un avantage qui en découle est que le modèle de Kok n'a pas besoin du calcul de la distance à la paroi,  $n$ .

Toutefois, il est important de souligner deux points d'amélioration de ce modèle :

1. Dans sa version originale [103], le modèle de Kok n'est associé à aucun limiteur de shear stress. Puisque  $\sigma_k < 1$  [89], le modèle a naturellement tendance à surestimer les tensions de Reynolds dans la zone sillage de la couche limite (cf §B). C'est pourquoi lorsque ce modèle est utilisé il est convenable de l'associer à un limiteur comme par exemple (3.8). Mais en faisant cela, on rend le modèle dépendant de la distance à la paroi via  $F_2$  (3.11). Pour éviter

cette dépendance, d'autres formes du limiteur peuvent être privilégiées (cf modèle de Wilcox 2006).

2. Le modèle de Kok est insuffisamment diffusif, de sorte qu'il se situe complètement en dehors de l'intervalle observé expérimentalement en ce qui concerne les taux de croissance des couches de mélange, jets et sillages [207].

Les coefficients de fermeture de ce modèle sont présentés dans le tableau 3.3.

$\beta_k$	$\sigma_k$	$\alpha_\omega$	$\beta_\omega$	$\sigma_\omega$	$\sigma_d$
0.09	2/3	$\frac{\beta_\omega}{\beta_k} - \sigma_\omega \frac{\kappa^2}{\sqrt{\beta_k}} \approx 0.5532$	0.075	0.5	0.5

TABLE 3.3 – Coefficients de fermeture du modèle  $k - \omega$  Kok [105].

### 3.2.4 Modèle de Wilcox 2006

Dix-huit ans après la proposition de son premier modèle, et muni des évolutions conséquentes que les modèles  $k - \omega$  ont connu, D. C. Wilcox reformule son modèle  $k - \omega$  sous relation constitutive de Boussinesq. Il baptise son nouveau modèle Wilcox 2006 [209, p.126], [207]. Ce modèle possède les atouts suivants [209, p.128] :

1. Il produit des prévisions très précises (comme Wilcox 1988 [208]) des écoulements pariétaux, même soumis à des forts gradients de pression et avec décollements.
2. Il produit des prévisions également très précises des écoulements libres (jet, sillage, couche de mélange...)
3. Le modèle produit des prévisions précises à des forts nombres de Mach, allant même jusqu'au régime hypersonique, sans nécessiter pour autant de correction de compressibilité.

Un dernier aspect également avantageux du modèle de Wilcox 2006 est qu'il n'utilise pas de *blending functions* (3.10)-(3.11). Par conséquent, il n'a pas besoin du calcul de la distance à la paroi,  $n$ .

Les coefficients de fermeture du modèle sont présentés dans le tableau 3.4.

$\beta_k$	$\sigma_k$	$\alpha_\omega$	$\beta_\omega$	$\sigma_\omega$	$\sigma_d$
0.09	0.6	0.52	$0.0708 f_\beta$	0.5	0.125

TABLE 3.4 – Coefficients de fermeture du modèle  $k - \omega$  Wilcox 2006 [207].

Notons que  $f_\beta$  est une fonction du tenseur de rotation et du tenseur de déformation, dont le rôle est d'améliorer la précision des prévisions des jets ronds et radiaux [209, p.127 et §4.5.5, p.154-155] :

$$f_\beta = \frac{1 + 85\chi_\omega}{1 + 100\chi_\omega}, \quad \chi_\omega := \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_k\omega)^3} \right| \quad (3.12)$$

La variable  $\chi_\omega$ , d'après Pope [153], est une mesure sans dimensions du *vortex stretching*<sup>1</sup>, où  $\chi_\omega = 0$  pour les écoulements 2D. Le modèle de Wilcox (2006) utilise un limiteur de shear stress qui, à différence du limiteur SST de Menter (3.8), n'emploie pas la fonction de mélange  $F_2$ , s'affranchissant par conséquent du calcul de la distance à la paroi. Le limiteur de shear stress de Wilcox (2006) s'écrit comme ceci :

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\max \left\{ \omega, C_{lim} \sqrt{\frac{2S_{ij}S_{ij}}{\beta_k}} \right\}} \quad (3.13)$$

La constante  $C_{lim} = 7/8$ . Le rôle du limiteur de shear stress (3.13) est d'améliorer la précision des prévisions d'écoulements où le modèle de turbulence tend à surestimer le taux de production-sur-dissipation. Dans ces circonstances, l'introduction du limiteur de shear-stress améliore la précision des prévisions de l'écoulement. Ceci est notamment vérifié pour les écoulements transsoniques [99].

### 3.2.5 Modèle de Hellsten EARSM

Le modèle  $k - \omega$  Hellsten EARSM<sup>2</sup> a été proposé en 2005 par Antti Hellsten [88] dans le but de s'affranchir de certaines limitations inhérentes à la relation constitutive de Boussinesq (1.43). Hellsten est parti du modèle de Menter SST [135] (cf §3.2.2) et il a recalibré le modèle (cf constantes de calibration de la Table 3.5) en prenant en compte la relation constitutive non-linéaire de Wallin et Johansson [199], en ayant comme objectif principal l'amélioration de la prévision des écoulements aérodynamiques autour des profils hyper-sustentés. Pour cela, Hellsten a conçu le modèle avec un comportement maîtrisé de celui-ci aux interfaces turbulentes/non-turbulentes [89]. De plus, il a modifié la fonction de mélange  $F_1$  de Menter (3.10) en la remplaçant par la fonction  $f_{mix}$  (3.14). Dans [88], Hellsten montre que son modèle améliore la précision des prévisions d'écoulements de couche-limite et des sillages libres par rapport à Menter SST et d'autres versions EARSM existantes au moment où le modèle a été proposé.

	$\beta_k$	$\sigma_k$	$\alpha_\omega$	$\beta_\omega$	$\sigma_\omega$	$\sigma_d$
$\Phi_1$	0.09	1.1	0.518	0.0747	0.53	1.0
$\Phi_2$	0.09	1.1	0.44	0.0828	1	0.4

TABLE 3.5 – Coefficients de fermeture du modèle  $k - \omega$  Hellsten EARSM [88].

1. Étirement tourbillonnaire en français. Ceci est le mécanisme 3D responsable de la production de l'énergie cinétique de la turbulence.

2. *Explicit Algebraic Reynolds Stress Model*, qui en français veut dire *modèle algébrique explicite des tensions de Reynolds*.



$$f_{\text{mix}} = \tanh \left\{ 1.5 \left( \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta_k \omega n}, \frac{500\nu}{n^2 \omega} \right), \frac{20k}{\max \left( n^2 \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 200k_\infty \right)} \right] \right)^4 \right\} \quad (3.14)$$

La relation constitutive utilisé par le modèle  $k - \omega$  Hellsten EARSM est celle proposée par Wallin and Johansson [199], dont la formulation est la suivante :

$$\bar{\rho} r_{ij} = 2\mu_t \left( \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} + \bar{\rho} a_{ij}^{(ex)} k \quad (3.15)$$

L'équation (3.15) est similaire à la relation de Boussinesq (1.43) à l'exception du dernier terme, qui représente la contribution additionnelle d'anisotropie des tensions de Reynolds :

$$a_{ij}^{(ex)} = \beta_3 \left( \Omega_{ik}^* \Omega_{kj}^* - \frac{1}{3} II_\Omega \delta_{ij} \right) + \beta_4 \left( S_{ik} \Omega_{kj}^* - \Omega_{ik}^* S_{kj} \right) \quad (3.16a)$$

$$+ \beta_6 \left( S_{ik} \Omega_{kl}^* \Omega_{lj}^* + \Omega_{ik}^* \Omega_{kl}^* S_{lj} - II_\Omega S_{ij} - \frac{2}{3} IV \delta_{ij} \right) \quad (3.16b)$$

$$+ \beta_9 \left( \Omega_{ik}^* S_{kl} \Omega_{lm}^* \Omega_{mj}^* - \Omega_{ik}^* \Omega_{kl}^* S_{lm} \Omega_{mj}^* \right) \quad (3.16c)$$

La variable  $\Omega_{ij}^*$  est le tenseur de rotation  $\Omega_{ij}$  plus des contributions (optionnelles) d'effets de courbure (cf [88]). Les chiffres romains correspondent aux invariants  $II_S = S_{kl} S_{lk}$ ,  $II_\Omega = \Omega_{kl}^* \Omega_{lk}^*$  et  $IV = S_{kl} \Omega_{lm}^* \Omega_{mk}^*$ . Les coefficients  $\beta_{1-9}$  sont des fonctions qui dépendent des invariants précédents, dont l'écriture a été omise ici du fait de leur complexité, car cela nuirait la clarté de cette section. Pour appréhender tous les détails, le lecteur est invité à consulter [199] et [88].

Notons, enfin, que l'expression de  $\mu_t$  dans le modèle  $k - \omega$  Hellsten EARSM diffère de celles des modèles présentés dans les paragraphes précédents :

$$\mu_t = \frac{-\frac{1}{2}(\beta_1 + II_\Omega \beta_6) \rho k}{\beta_k} \frac{\rho k}{\omega} \quad (3.17)$$

### 3.3 Modèle à transport des tensions de Reynolds : RSM SSG/LRR

Dans cette section, nous présentons succinctement le modèle à équations de transport des tensions de Reynolds de Cécora et al. [44], connu sous le nom de RSM SSG/LRR- $\omega$ . La conception de ce modèle a été motivée par les applications d'aérodynamique en aéronautique. Ce modèle, en suivant la stratégie à deux couches de Menter [135] et Hellsten [88], combine deux modèles différents :

celui de Speziale-Sarkar-Gatski (SSG) en champ loin des parois et le modèle de Launder-Reece-Rodi (LRR) en proche paroi. L'équation de transport pour l'échelle de la turbulence  $\omega$  est celle du modèle de Menter BSL [135]. Les auteurs montrent que leur modèle produit des prévisions plus précises que les modèles à viscosité de la turbulence dans des cas d'application aéronautique, spécialement pour les écoulements qui présentent des tourbillons axiaux.

Le modèle est présenté en suivant la convention des auteurs [44], qui consiste à considérer le tenseur de Reynolds avec un signe négatif par rapport à  $r_{ij}$  (1.40), (1.39b). En suivant leur convention,  $\tilde{R}_{ij} := -r_{ij}$ . Puisque dans la publication originale les auteurs présentent le modèle dans le cadre compressible, nous avons choisi de retenir leur formulation employant les tildes pour désigner la moyenne de Favre. Ces aspects clarifiés, considérons à présent l'équation exacte du transport des tensions de Reynolds :

$$\underbrace{\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{R}_{ij})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\bar{\rho}\tilde{R}_{ij}\tilde{u}_k)}_{\text{Convection}} = \underbrace{\bar{\rho}P_{ij}}_{\text{Production}} + \overbrace{+\bar{\rho}\Pi_{ij}}^{\text{Corrélation pression-déformation}} - \underbrace{\bar{\rho}\varepsilon_{ij}}_{\text{Dissipation}} + \overbrace{+\bar{\rho}D_{ij}}^{\text{Diffusion}} + \underbrace{+\bar{\rho}M_{ij}}_{\text{Compressibilité}} \quad (3.18)$$

Où le tenseur de production des tensions de Reynolds est exact :

$$\bar{\rho}P_{ij} = -\bar{\rho}\tilde{R}_{ik}\frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_k} - \bar{\rho}\tilde{R}_{jk}\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_k} \quad (3.19)$$

Les effets de compressibilité (terme  $\bar{\rho}M_{ij}$ ) sont négligés, ainsi que la dilatation par pression, la diffusion par pression et les contributions dues aux fluctuations de masse volumique. En conséquence, le reste des termes modélisés sont les suivants.

La *corrélation pression-déformation* est modélisée comme ceci :

$$\bar{\rho}\Pi_{ij} = -\left(C_1\bar{\rho}\varepsilon + \frac{1}{2}C_1^*\bar{\rho}P_{kk}\right)\tilde{a}_{ij} + C_2\bar{\rho}\varepsilon\left(\tilde{a}_{ik}\tilde{a}_{kj} - \frac{1}{3}\tilde{a}_{kl}\tilde{a}_{kl}\delta_{ij}\right) \quad (3.20a)$$

$$+ (C_3 + C_3^*\sqrt{\tilde{a}_{kl}\tilde{a}_{kl}})\bar{\rho}\tilde{k}\tilde{S}_{ij}^* \quad (3.20b)$$

$$+ C_4\bar{\rho}\tilde{k}\left(\tilde{a}_{ij}\tilde{S}_{jk} + \tilde{a}_{jk}\tilde{S}_{ik} - \frac{2}{3}\tilde{a}_{kl}\tilde{S}_{kl}\delta_{ij}\right) \quad (3.20c)$$

$$+ C_5\bar{\rho}\tilde{k}\left(\tilde{a}_{ik}\tilde{\Omega}_{jk} + \tilde{a}_{jk}\tilde{\Omega}_{ik}\right) \quad (3.20d)$$

La quantité  $\tilde{k} = \frac{1}{2}\tilde{R}_{ij}$  est l'énergie cinétique de la turbulence;  $\tilde{a}_{ij} := (\tilde{R}_{ij}/\tilde{k}) - \delta_{ij}2/3$  est le tenseur d'anisotropie;  $\tilde{S}_{ij}^* := \tilde{S} - \frac{1}{3}\tilde{S}_{kk}\delta_{ij}$  est la partie déviatorique du tenseur de déformation moyen, et les coefficients  $C_{(1-5)}$  sont des constantes de fermeture du modèle (table 3.6).

Le terme de dissipation est modélisé par un tenseur isotrope :

$$\bar{\rho}\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3}\bar{\rho}\delta_{ij}\varepsilon, \quad (3.21)$$

où  $\varepsilon = C_\mu \tilde{k}\omega$ . La valeur de  $\omega$  est fournie par l'équation de transport d'échelle de la turbulence, présentée plus loin (3.23).

Le terme de diffusion est modélisé en utilisant un modèle de diffusion par gradient généralisé :

$$\bar{\rho}D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \bar{\mu}\delta_{kl} + D \frac{\bar{\rho}\tilde{k}\tilde{R}_{kl}}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{R}_{ij}}{\partial x_l} \right], \quad (3.22)$$

où  $D$  est un coefficient de diffusivité (table 3.6).

Enfin, l'équation pour  $\omega$  est très similaire à (3.7), mais avec quelques ajustements pour l'adapter au cadre RSM :

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\bar{\rho}\omega\tilde{u}_k) = \alpha_\omega \frac{\omega}{\tilde{k}} \frac{\bar{\rho}P_{kk}}{2} - \beta_\omega \bar{\rho}\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \bar{\mu} + \sigma_\omega \frac{\bar{\rho}\tilde{k}}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \right] \quad (3.23a)$$

$$+ \sigma_d \frac{\bar{\rho}}{\omega} \max \left( \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k}, 0 \right) \quad (3.23b)$$

	$C_1$	$C_1^*$	$C_2$	$C_3$	$C_3^*$	$C_4$	$C_5$	D	$\alpha_\omega$	$\beta_\omega$	$\sigma_\omega$	$\sigma_d$
$\Phi_1$	1.7	0.9	1.05	0.8	0.65	0.625	0.2	0.22	0.44	0.0828	0.856	1.712
$\Phi_2$	1.8	0	0	0.8	0	0.971	0.578	0.75 $C_\mu$	0.5556	0.075	0.5	0

TABLE 3.6 – Coefficients de fermeture du modèle RSM SSG/LRR- $\omega$  [44].

Les coefficients de fermeture,  $\phi_1$  correspondant à l'écoulement loin des parois (modèle SSG) et  $\phi_2$  correspondant à l'écoulement proche paroi (modèle LRR) sont donnés dans le tableau 3.6. Le mélange des modèles (équation (3.9)) se fait en employant la blending function de Menter (3.10).

# Chapitre 4

## Modèles de transition vers la turbulence

Dans ce chapitre, trois catégories de modèles sont présentées : dans §4.1 les modèles de turbulence transitionnels algébriques locaux (aussi connus sous le nom de modèles *low-Reynolds*), dans §4.2 les modèles de prévision du point de transition connus sous le nom de *critères de transition*, et dans §4.3 les modèles de turbulence auxquels on rajoute des équations de transport supplémentaires qui servent à prévoir le point de transition et le déclenchement de la turbulence. Le chapitre est clôturé avec la section §4.4, où l'on passe en revue l'état de l'art de la modélisation RANS de la transition et du déclenchement de la turbulence dans les bulbes de décollement laminaire.

### 4.1 Modèles de turbulence transitionnels algébriques

Dans cette section, nous présentons quelques modèles de turbulence transitionnels algébriques récemment proposés dans la littérature. L'exemple de base de cette approche est bien représenté par le modèle  $k - \omega$  Wilcox (1994) *low-Reynolds* [210]. Ce type de modélisation consiste à ne considérer la transition que comme un cas particulier du comportement naturel du modèle de turbulence. Ces modèles exploitent le fait que dans les régions où les tensions de Reynolds tendent vers zéro ( $r_{ij} \rightarrow 0$ ) les équations RANS (1.39) deviennent formellement identiques aux équations laminares (1.29). Par conséquent, il suffit de contrôler de manière adéquate les régions où  $r_{ij} \approx 0$  afin de correctement prévoir les régions laminares. Comme évoqué par D. C. Wilcox [210], cette approche ne prétend pas modéliser tous les effets complexes qui interviennent lors de la transition, mais plutôt d'apporter une solution permettant d'effectuer des simulations transitionnelles et turbulentes à partir d'un seul modèle. Ceci est le principal avantage de l'approche, signale Wilcox [210], car avec un seul modèle il devient possible de prévoir à la fois la région laminaire, la région transitionnelle et la région turbulente, tout en garantissant des raccords doux entre chacune.

Hélas, malgré la simplicité conceptuelle de l'approche, les modèles *low-Reynolds* transitionnels algébriques n'ont pas connu un succès prépondérant et durable par rapport aux autres approches existantes. Ceci est dû au fait qu'il a été identifié des imprécisions importantes lors de la détermina-

tion de la localisation du début de la région transitionnelle [209, §4.9.2]. Ces défauts ont contribué certainement au fait qu'à l'ONERA ces modèles ne soient pas implémentés et par conséquent ils n'ont pas pu être évalués lors des travaux de cette thèse. Toutefois, l'auteur de cette thèse considère que récemment un certain nombre de modèles *low-Reynolds* algébriques ont été proposés et mériteraient d'être explorés plus en détail. Le premier, §4.1.1, est le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) *low-Reynolds* [209, §4.9.2,p.200–218] et le deuxième, §4.1.2, est le modèle  $k - \omega$  de Kubacki et Dick (2016) [110].

### 4.1.1 Modèle de Wilcox Low-Reynolds

Dans cette section le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) *low-Reynolds* (transitionnel algébrique et local) est présenté. Ce modèle est similaire au modèle de Wilcox (2006) [207] présenté dans §3.2.4, à quelques différences près : l'apparition d'un coefficient sans dimension, noté  $\alpha^*$ , pondérant directement la viscosité turbulente (4.1) ainsi que la variation des coefficients  $\alpha_\omega$  et  $\beta_k$  (qui étaient constantes dans la formulation tout-turbulent §3.2.4) :

$$\mu_t = \frac{\rho \alpha^* k}{\max \left\{ \omega, C_{lim} \sqrt{\frac{2S_{ij}S_{ij}}{\beta_k}} \right\}} \quad (4.1)$$

Le nouveau coefficient  $\alpha^*$ , ainsi que les coefficients modifiés  $\alpha_\omega$  et  $\beta_k$  s'écrivent :

$$\alpha^* = \frac{\alpha_0^* + Re_T/R_k}{1 + Re_T/R_k} \quad (4.2)$$

$$\alpha_\omega = \frac{13}{25} \cdot \frac{\alpha_0 + Re_T/R_\omega}{1 + Re_T/R_\omega} \cdot (\alpha^*)^{-1} \quad (4.3)$$

$$\beta_k = \frac{9}{100} \cdot \frac{100\beta_0/27 + (Re_T/R_\beta)^4}{1 + (Re_T/R_\beta)^4}, \quad (4.4)$$

où  $Re_T = (\rho k)/(\omega \mu)$  est le nombre de Reynolds turbulent, et avec les nouvelles constantes de fermeture suivantes :

$\beta_0$	$\alpha_0^*$	$\alpha_0$	$R_\beta$	$R_k$	$R_\omega$
$f_\beta/\beta_\omega$	$\frac{1}{3}\beta_0$	$\frac{1}{9}$	8	6	2.61

TABLE 4.1 – Constantes de fermeture additionnelles pour le modèle  $k - \omega$  Wilcox 2006 *low-Reynolds*.

Comme il peut être aisément constaté avec les équations (4.2), (4.3) et (4.4), pour les grands nombres de Reynolds turbulent  $Re_T \rightarrow \infty$ , nous avons  $\alpha^* \rightarrow 1$  et les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta_k$  tendent vers les valeurs

du modèle dans sa version tout-turbulent §3.2.4. Par ailleurs, les valeurs des constantes  $R_\beta$ ,  $R_k$  et  $R_\omega$  contrôlent la vitesse à laquelle les coefficients  $\alpha$  et  $\beta_k$  adoptent les valeurs tout-turbulent.

### 4.1.2 Modèle de Kubacki et Dick

Le modèle  $k - \omega$  de S. Kubacki et E. Dick (2016) [110] est une adaptation du modèle  $k - \omega$  de Wilcox (2006) [207] (variante tout-turbulent) dont l'objectif est de modéliser la transition de type bypass pour les couches limites attachées et décollées. Kubacki et Dick affirment que la transition par décollement laminaire à de faibles niveaux de turbulence externe peut également être modélisée, pourvu que la simulation s'effectue en 3D, avec une résolution spatio-temporelle (URANS) suffisante.

Le modèle utilise le facteur d'intermittence  $\gamma$ , afin d'activer le terme de production de l'équation de  $k$ . Cependant, Kubacki et Dick [110] signalent que l'appellation *intermittence* qu'ils font suit l'analogie typiquement effectuée par la communauté de la modélisation de la transition qui consiste à confondre l'activation du modèle de turbulence avec le facteur d'intermittence. En conséquence, Kubacki et Dick affirment [110] que  $\gamma$  n'est qu'une fonction d'activation de la turbulence. De ce fait, nous pouvons en déduire que dans le modèle de Kubacki et Dick la fonction  $\gamma$  n'a pas pour vocation de représenter l'interface moyenne entre les régions à fluctuations rotationnelles et les régions à fluctuations irrotationnelles qui est la signification physique attribué au facteur d'intermittence  $\gamma$  [34, 35, 64].

Par la suite, nous présentons les équations du modèle :

$$\frac{Dk}{Dt} = \gamma v_s S_{ij} S_{ij} - \beta_k \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \sigma_k \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.5a)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\omega}{Dt} = & \alpha_\omega \frac{\omega}{k} v_s S_{ij} S_{ij} - \beta_\omega \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \sigma_\omega \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + \frac{\sigma_d}{\omega} \max \left( \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 0 \right) \end{aligned} \quad (4.5b)$$

La viscosité de la turbulence est divisée en deux contributions,  $\nu_t = \nu_s + \nu_l$ . La première est associée aux petites échelles (4.6) et la deuxième est associée aux grandes échelles (4.7). Tandis que  $\nu_t$  agit sur l'équation de la quantité de mouvement via la relation constitutive, le système (4.5) montre que seule  $\nu_s$  intervient directement dans les équations de la turbulence.

$$\nu_s = \frac{k_s}{\max \left[ \omega, C_{lim} \frac{\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}}{\sqrt{\beta_k}} \right]} \quad (4.6)$$

$$v_l = \frac{k_l}{\max \left[ \omega, C_{lim} \frac{\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}}{a_2} \right]} \quad (4.7)$$

Comme dans d'autres concepts de modélisation de la transition bypass [200], l'énergie cinétique de la turbulence est divisée en deux contributions pour la turbulence associée aux petites et aux grosses échelles, respectivement,  $k = k_s + k_l$ . Pour les petites échelles, on a :

$$k_s = f_{ss}k, \quad (4.8)$$

où  $f_{ss}$  est la fonction dite de *shear sheltering*<sup>1</sup> et elle est modélisée [200] comme ceci :

$$f_{ss} = \exp[-(C_{SS}v\Omega/k)^2] \quad (4.9)$$

Enfin, la fonction de transition  $\gamma$  est modélisée comme ceci :

$$\gamma = \min \left[ \frac{\max \left( \frac{\sqrt{kn}}{v} - C_T, 0 \right)}{A_T}, 1 \right], \quad (4.10)$$

où  $C_T$  est une valeur seuil et  $A_T$  un taux d'amplification. Les constantes de calibration du modèle de turbulence original correspondent à celle du modèle original de Wilcox (2006) [207]. Le modèle de Kubacki et Dick introduit quatre constantes supplémentaires 4.2 :

$C_T$	$A_T$	$C_{SS}$	$a_2$
14.2 (en 2D) et 15.5 (en 3D)	10	2	0.45

**TABLE 4.2** – Constantes de fermeture additionnelles pour le modèle  $k - \omega$  Kubacki et Dick (2016) [110].

## 4.2 Modèles de transition par critères

Pour cette catégorie de modèles, nous présentons les corrélations qui permettent de prévoir le début de la région transitionnelle. Ces modèles, complètement indépendants des modèles de turbulence RANS, consistent en une ou plusieurs relations algébriques basées sur des quantités caractéristiques de la couche limite laminaire, le niveau de turbulence externe et le gradient de pression.

1. Le shear-sheltering est le phénomène de filtrage des plus petites fréquences arrivant de l'écoulement externe vers la couche limite pré-transitionnelle.

Les premiers critères de transition ont été formulés dans les années 1950. Ils étaient basés fondamentalement sur des résultats expérimentaux. Au début, ces critères très empiriques n'établissaient pas de dépendance au taux de turbulence externe. On peut citer les critères de Michel (1954) [139], Granville (1953) [84] et Crabtree (1958) [53]. Quelques années plus tard, de nouveaux critères introduisant une dépendance au taux de turbulence externe firent leur apparition, comme ceux de Van Driest et Blamer (1963) [70], Dunham (1972) [71], Seyb (1971) [180] et Roberts (1980) [160].

Ce ne fut qu'à partir de la fin des années 1970 que des nouveaux critères reposant fortement sur des bases d'analyse de stabilité linéaire apparurent, probablement suite à l'impact notable des travaux de Mack [125]. Dans cette nouvelle catégorie de critères, produisant des prévisions très précises pour des taux de turbulence externe faibles à modérés, nous soulignons celui de Arnal, Habiballah et Delcourt [7, 11] et de Gleyzes, Cousteix et Bonnet [83]. Ces deux critères sont l'outil principal utilisé dans les travaux de cette thèse afin de prévoir le début de la région de transition. En conséquence, dans les sections suivantes nous passons brièvement en revue leurs hypothèses de construction. Enfin, nous introduisons le critère de Roberts [160], qui produit des résultats acceptables pour les bulbes sur des profils à de nombres de Reynolds élevés.

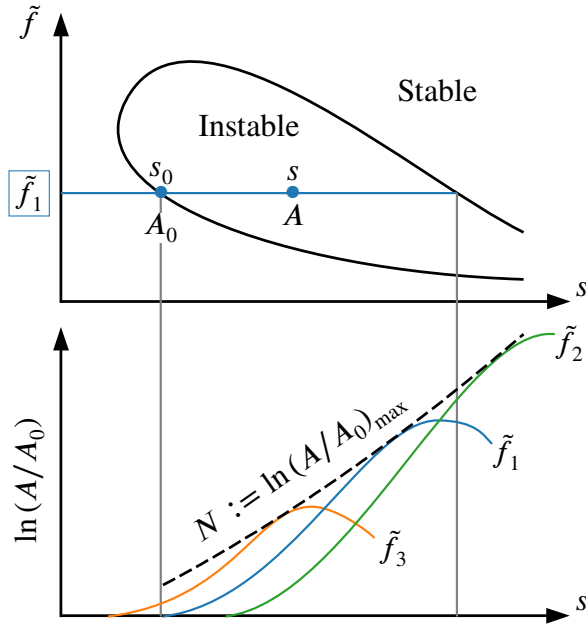
### 4.2.1 Critère de transition Arnal-Habiballah-Delcourt (AHD)

Le critère Arnal-Habiballah-Delcourt [6, 7, 11] (noté d'ici critère AHD) fait partie de la catégorie des modèles s'appuyant sur la méthode  $e^N$  proposée initialement par Smith et Gamberoni [183] et Van Ingen [93] en 1956. Le principe de la méthode  $e^N$  est le suivant. Considérons le schéma de la figure 4.1. Sur la partie supérieure de la figure, on trace la courbe de stabilité neutre (qui sépare les régions stables et instables) en termes de fréquence réduite  $\tilde{f} = 2\pi f\nu/u_\tau^2$  et d'abscisse curviligne de la paroi,  $s$ . Soit une fréquence déterminée du spectre excitateur, notée  $\tilde{f}_1$ . Dans le sens de l'abscisse  $s$ , la fréquence  $\tilde{f}_1$  coupe la région instable au point  $s_0$  caractérisé par une amplitude des perturbations notée  $A_0$ . Si l'on suit l'évolution de l'amplification des perturbations due à l'excitation à la fréquence  $\tilde{f}_1$  à partir de  $s_0$ , on obtient la courbe bleue présentée sur la partie inférieure de la figure. Cette courbe résulte de l'analyse de stabilité linéaire du profil de vitesse, le long de  $s$ , en effectuant l'hypothèse d'écoulement parallèle et en résolvant un problème aux modes propres sur les équations de Orr-Sommerfeld. En prenant non seulement une fréquence, mais tout un ensemble  $\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \tilde{f}_3, \dots$  on détermine le taux d'amplification total  $N := \ln(A/A_0)$  en faisant l'enveloppe des évolutions des amplifications dues à chaque fréquence excitatrice. Enfin, le principe de la méthode  $e^N$  consiste à accepter comme point de transition l'abscisse  $s_{tr}$  où la valeur  $N(s)$  atteint la valeur seuil  $N_{cr}$  qui dépend du niveau de turbulence externe à la couche limite. Mack suggère [125] que cette dépendance peut être modélisée par la relation empirique suivante :

$$N_{cr} = -8.43 - 2.4 \ln T_u \quad (4.11)$$

Le critère AHD consiste à approcher l'évolution de  $N$  par une relation algébrique. Pour ce faire, les auteurs du critère suggèrent que tout profil de couche limite laminaire peut correspondre à ceux issus de la famille de profils de Falkner-Skan. Par conséquent, à partir d'une large collection de résultats





**FIGURE 4.1** – Principe de la méthode  $e^n$  : en haut courbe de stabilité neutre ; en bas taux d'amplification total des perturbations. Source : Adaptation de l'auteur à partir de [6, Fig.2-12].

de stabilité linéaire des profils de Falkner-Skan (comme celle présentée sur la figure 4.2), les auteurs du critère proposent une formule algébrique pour le taux d'amplification total qui dépend de deux paramètres. Les auteurs ont choisi comme paramètres le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement<sup>2</sup> et le paramètre moyen de Pohlhausen<sup>3</sup>,  $N(Re_\theta, \bar{\Lambda}_2)$ . En utilisant en outre la relation de Mack (4.11), le point de transition  $s_{tr}$  est atteint lorsque la valeur  $Re_\theta(s)$  atteint  $Re_{\theta,tr}(s = s_{tr})$  donnée par :

$$Re_{\theta,tr} = Re_{\theta,cr} - 206 \exp(257\bar{\Lambda}_2) [\ln(16.8T_u) - 2.77\bar{\Lambda}_2], \quad (4.12)$$

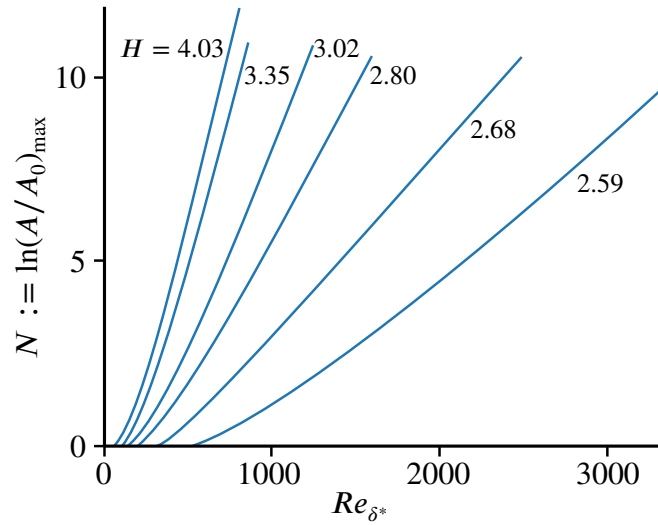
où  $Re_{\theta,cr}$  est la valeur de  $Re_\theta$  au point critique (le point à partir duquel la couche limite laminaire devient instable) et est modélisé par :

$$Re_{\theta,cr} = \exp\left(\frac{52}{H} - 14.8\right) \quad (4.13)$$

Le critère AHD vient d'être présenté. Au suivant paragraphe, nous présentons le critère de Gleyzes, mieux adapté au couche limites laminares décollées.

2. Noté  $Re_\theta = \rho_e u_e \theta / \mu$

3. Noté  $\Lambda_2 = (\theta^2/\nu)(du_e/dx)$



**FIGURE 4.2** – Enveloppe des courbes de rapports d’amplitude maximum  $N$  en fonction du facteur de forme  $H$  et du nombre de Reynolds basé sur l’épaisseur de déplacement  $Re_{\delta^*}$ , pour les profils de vitesse d’auto-similarité de Falkner-Skan. Source : Adaptation de l’auteur à partir de [7, Fig.3].

## 4.2.2 Critère de transition de Gleyzes

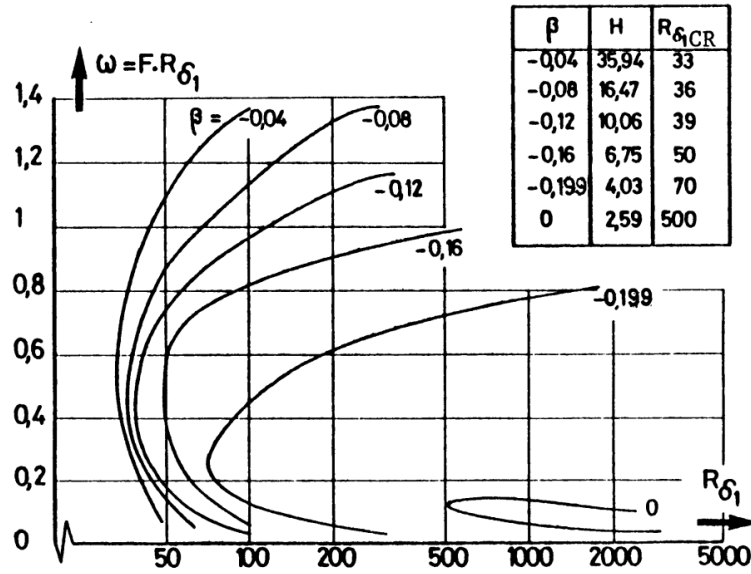
Dans ce paragraphe nous présentons brièvement le critère de Gleyzes, Cousteix et Bonnet (1984) [83]. La construction de ce critère est très similaire à celle du critère AHD présenté dans le paragraphe précédent §4.2.1. En effet, le critère de Gleyzes reprend également comme hypothèse de construction des résultats d’études de stabilité linéaire d’écoulement parallèle en utilisant l’équation d’Orr-Sommerfeld des profils de couche limite laminaire auto-similaires connus sous le nom de famille de Falkner-Skan. À la différence de AHD, Gleyzes considère des valeurs très élevées du facteur de forme  $H$ , comme on peut le constater sur la figure 4.3.

Ainsi, pour chaque valeur de  $H$  issue de l’analyse de stabilité de la figure 4.3, on connaît l’évolution de  $N(Re_{\delta^*})$ . L’idée de Gleyzes consiste alors à trouver une forme analytique qui approxime l’évolution :

$$\frac{dN}{dRe_{\theta}}(H) \quad (4.14)$$

Connaissant une approximation algébrique de 4.14, il devient alors possible de l’intégrer le long de l’abscisse curviligne  $s$  afin de prévoir l’évolution de  $N(s)$  :

$$N(s) = \int_{Re_{\theta,cr}}^{Re_{\theta}(s)} \frac{dN}{dRe_{\theta}}(H) dRe_{\theta}(s) \quad (4.15)$$



**FIGURE 4.3** – Courbes de stabilité neutre des profils de vitesse d’auto-similarité de Falkner-Skan pour plusieurs facteurs de forme  $H$ . Abscisses : nombre de Reynolds basé sur l’épaisseur de quantité de mouvement  $Re_{\delta_1} \equiv Re_{\delta^*}$ . Ordonnées : fréquence réduite fois le nombre de Reynolds basé sur l’épaisseur de quantité de mouvement. Source : Gleyzes, Cousteix et Bonnet (1984) [83, Fig.6].

Le point de transition se situe où  $N(s)$  de (4.15) atteint la valeur seuil définie à l’aide de la relation de Mack (4.11).

La forme algébrique pour (4.14) proposée par Gleyzes est la suivante :

$$\frac{dN}{dRe_{\theta}} = \frac{-2.4}{B_{GL}} \quad \text{où} \quad B_{GL} = \begin{cases} \frac{-162.11093}{H^{1.1}} & \text{pour } 3.36 < H \\ -73[\exp[-1.56486(H - 3.02)]] & \text{pour } 2.8 < H \leq 3.36 \\ -103[\exp[-4.12633(H - 2.8)]] & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.16)$$

### 4.2.3 Critère de Roberts

Dans ce paragraphe nous introduisons le critère de Roberts [160] pour la prévision du point de transition dans le bulbe de décollement laminaire. Malgré sa simplicité, ce critère complètement empirique produit des prévisions assez précises pour des bulbes issus de configurations à fort nombre de Reynolds. La corrélation est la suivante :

$$\frac{s_{tr} - s_{sep}}{\theta_{sep}} = \frac{25000}{Re_{\theta_{sep}}} \log_{10} \left[ \coth \left( 10 \max(0.001, T_u) \left( \frac{c}{L_s} \right)^{\frac{1}{5}} \right) \right], \quad (4.17)$$

où  $s_{\text{sep}}$  est la localisation du point de séparation,  $T_u$  est l'intensité de la turbulence de l'écoulement externe (borné à partir de 0.1%) et  $L_s$  est l'échelle de longueur intégrale longitudinale [160]. En l'absence de données pour cette longueur, la valeur  $L_s = c/15.8$  est typiquement utilisée dans les travaux de cette thèse et dans d'autres études effectués à l'ONERA [116, 157].

Ceci clôt la présentation des modèles de transition par critères. Dans la suite nous allons présenter l'approche par équations de transport.

### 4.3 Approches par équations de transport

À la différence des critères de transition présentés dans la section précédente §4.2, l'approche par équations de transport détaillée dans ce paragraphe est intimement liée aux modèles de turbulence RANS utilisés dans les codes de simulation CFD. De la même manière que l'on utilise des équations de transport pour les quantités de la turbulence, les fonctions d'activation de la turbulence sont elles aussi décrites par les équations de transport supplémentaires du système aérodynamique. La manière dont ces équations décrivant la transition sont couplées avec le modèle de turbulence, ainsi que les spécificités liées aux bases théoriques de la formulation (basé sur des corrélations empiriques ou bien sur des phénomènes ou des quantités physiques mesurables) marquent les différences principales entre chaque modèle.

L'approche de la modélisation de la transition avec des équations de transport [112, 114] est plus récente que l'approche par critères. Beaucoup de facteurs [113] ont contribué à la large diffusion de cette approche. Citons par exemple la facilité d'implémentation de la méthode dans les codes CFD non-structurés et massivement parallèles [112] et des résultats de précision acceptable pour beaucoup d'applications d'ingénierie [114]. Les recherches de nouveaux modèles de transition basés sur des équations de transport est un sujet de recherche actuellement très actif [20, 137, 142, 143, 163].

Toutefois, les efforts de modélisation effectués dans cette thèse ne suivent pas l'approche par équations de transport. Ce choix est justifié dans le paragraphe §6.3.2. Cependant, des modèles de transition à équations de transports connus dans la littérature ont été évalués afin de les comparer aux modèles développés dans cette thèse. C'est pourquoi cette approche est présentée dans le paragraphe suivant. Puisque cela servira de support aux perspectives suggérées de la thèse, nous évoquerons également les travaux récents effectués sur le concept d'énergie cinétique laminaire et les méthodes de  $e^N$  transportés.

#### 4.3.1 Modèle de corrélation de Langtry-Menter

Dans ce paragraphe nous présentons le modèle de transition par équations de transport de Langtry-Menter connu sous le nom de  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta r}$  [113, 114, 136]. Ce modèle, qui a connu un large succès pour

les applications aéronautiques, propose un modèle local à deux équations supplémentaires à partir du modèle de turbulence  $k - \omega$  Menter SST [135].

Dans ce paragraphe nous présentons la base de la formulation du modèle. Puisque le modèle complet implique un nombre important de fonctions et de coefficients imbriqués, ceux-ci ne sont pas présentés, car ils n'apportent rien au propos de cette section, et cela alourdirait la lecture. Le lecteur intéressé par la formulation complète est invité à consulter la référence [113].

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k \bar{u}_j}{\partial x_j} = \gamma_{\text{eff}} r_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \min(\max(\gamma_{\text{eff}}, 0.1), 1) \beta_k \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.18a)$$

$$\frac{\partial \rho \gamma}{\partial t} + \frac{\partial \rho \gamma \bar{u}_j}{\partial x_j} = F_{\text{length}} c_{a1} \rho S [\gamma F_{\text{onset}}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) - c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{\text{turb}} (c_{e2} \gamma - 1) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (4.18b)$$

$$\frac{\partial \rho \tilde{R}e_{\theta t}}{\partial t} + \frac{\partial \rho \tilde{R}e_{\theta t} \bar{u}_j}{\partial x_j} = c_{\theta t} \frac{\rho^2 \bar{u}_j \bar{u}_j}{500 \mu} (Re_{\theta t} - \tilde{R}e_{\theta t}) (1 - F_{\theta t}) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{R}e_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (4.18c)$$

Avec  $\gamma_{\text{eff}} = \max(\gamma, \gamma_{\text{sep}})$  où  $\gamma_{\text{sep}}$  est une fonction de transition qui peut dépasser localement la valeur unité ( $\gamma_{\text{sep}} \gtrsim 1$ ) en contradiction avec la définition statistique du facteur d'intermittence  $\gamma$  [64]. Ceci est une construction empirique du modèle de Langtry-Menter destinée à mieux capturer l'importante production des tensions de Reynolds dans la région transitionnelle des couches limites décollées [113].

Signalons quelques aspects de base [113] du fonctionnement du modèle exprimé par le système (4.18). Premièrement, l'activation du modèle de turbulence s'effectue par l'équation de  $k$  (l'équation de  $\omega$  de Menter SST originale reste inchangée), car la fonction d'activation  $\gamma_{\text{eff}} \geq 0$  intervient dans le terme de production et de destruction de  $k$ . Notons que tandis que  $\gamma_{\text{eff}}$  n'est pas borné dans le terme de production (il est autorisé  $\gamma_{\text{eff}} \gtrsim 1$ ), ceci n'est pas le cas pour le facteur multipliant la destruction de  $k$ , qui est strictement inférieur à l'unité. Ceci est fait afin de modéliser l'important déséquilibre de production-sur-dissipation dans la région transitionnelle, spécialement dans les couches limites décollées. Deuxièmement, la fonction d'activation  $\gamma$  est gouvernée par une équation de transport dont les termes sources sont pilotés par les fonctions empiriques  $F_{\text{length}}$  pour déterminer la longueur de la région transitionnelle (fonction dépendante de la quantité transportée  $\tilde{R}e_{\theta t}$ ) et  $F_{\text{onset}}$  qui sert à prévoir le début de la région transitionnelle (fonction dépendante du taux de turbulence externe  $T_u$ , soit de façon locale via notamment du nombre de Reynolds turbulent  $Re_T = (\rho k)/(\mu \omega)$ , soit de façon imposée par l'utilisateur, comme prévu optionnellement dans le code elsA de l'ONERA

[36]). Ces fonctions empiriques, ainsi que les coefficients additionnels du modèle, ont été calibrés sur un large ensemble de cas expérimentaux de référence [113].

#### 4.3.1.1 Extensions et adaptations du modèle de Langtry-Menter

Le modèle  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta_t}$  introduit dans le paragraphe précédent constitue un cadre, au sens large, de modélisation de la transition vers la turbulence. En effet, le modèle peut être couplé à d'autres modèles de turbulence, les fonctions de corrélation peuvent être basées sur d'autres références expérimentales, etc. Par conséquent, ce cadre a servi à de nombreuses études et modélisations alternatives.

Citons par exemple les travaux de Content [49], qui a proposé une fermeture du modèle de Langtry-Menter [114] pour le modèle de turbulence  $k - \omega$  Wilcox (1988) [208]. Récemment, Minot [142–144] a proposé un ensemble de fermetures pour le modèle  $k - \omega$  Wilcox (1988) [208], et  $k - l$  Smith [184].

Menter a récemment simplifié l'approche en proposant en 2015 [137] un modèle de corrélation à une seule équation de transport pour  $\gamma$  (plus les équations  $k - \omega$ ) qui résout quelques problèmes du cadre  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta_t}$ , comme par exemple l'invariance galiléenne [137]. Ce modèle a été récemment repris et amélioré par De Rosa et Catalano [163] pour affiner les prévisions dans des bulbes de décollement laminaire.

#### 4.3.2 Modèles basés sur l'énergie cinétique des fluctuations laminaires

Les modèles de transition basés sur le concept d'énergie cinétique des fluctuations laminaires, notée  $k_l$ , utilisent une équation de transport supplémentaire pour la modéliser. Ces modèles ont vocation à modéliser les fortes fluctuations pré-transitionnelles qui ont lieu dans la couche limite laminaire soumise à de très forts niveaux de turbulence externe. Ce type de transition, nommée *bypass*, est caractérisé par l'apparition de modes des Klebanoff [196] dont leur énergie cinétique associée est la quantité  $k_l$ .

L'un des modèles qui a connu un succès particulier dans la modélisation par équation d'énergie cinétique laminaire est le modèle  $k - k_l - \omega$  de Walters et Cokljat [200]. Ce modèle local à trois équations modélise la transition *bypass* comme un transfert d'énergie de  $k_l$  (produite dans la région pré-transitionnelle) vers  $k$ . Le début de ce transfert énergétique marque le commencement de la région transitionnelle. Afin de prendre également en compte le mécanisme de transition naturelle, le modèle de Walters et Cokljat possède un deuxième terme de transfert de  $k_l$  vers  $k$ . Nous nous contenterons ici de ne présenter que les équations générales du modèle sans rentrer dans les détails. Le lecteur intéressé par la formulation complète peut consulter la référence [200]. Les équations du modèle sont les suivantes :

$$\frac{D(\rho k_T)}{Dt} = \rho(P_{k_T} + R_{BP} + R_{NAT} - \omega k_T - D_T) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\rho \alpha_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_j} \right] \quad (4.19a)$$

$$\frac{D(\rho k_L)}{Dt} = \rho(P_{k_L} + R_{BP} + R_{NAT} - D_L) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \frac{\partial k_L}{\partial x_j} \right] \quad (4.19b)$$

$$\begin{aligned} \frac{D(\rho \omega)}{Dt} = \rho & \left[ C_{\omega 1} \frac{\omega}{k_T} P_{k_T} + \left( \frac{C_{\omega R}}{f_W} - 1 \right) \frac{\omega}{k_T} (R_{BP} + R_{NAT}) - C_{\omega 2} \omega^2 + C_{\omega 3} f_{\omega} \alpha_T f_W^2 \frac{\sqrt{k_T}}{d^3} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\rho \alpha_T}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (4.19c)$$

La variable  $\alpha_T$  représente la diffusivité effective qui dépend principalement de  $k_T$  ( $\equiv k$ ) et  $\omega$ . Dans le système (4.19), on voit les termes de transfert  $R_{BP}$  et  $R_{NAT}$ , responsables de l'amorçage de la transition, en transférant de l'énergie de  $k_L$  vers  $k$ .

Ce modèle a connu quelques améliorations récentes en 2015 et 2016 [45, 123], afin de corriger les effets de courbure. De nouvelles versions récentes employant le concept d'énergie cinétique des fluctuations laminares ont été proposées par Jecker et al. [96].

### 4.3.3 Méthodes $e^N$ basées sur des équations de transport

Des approches complètement innovantes ont été très récemment proposées par Bégou [19, 20], qui consistent à modéliser l'évolution du taux d'amplification total  $N$  avec un ensemble de  $n$ -équations de transport décrivant l'amplification d'un ensemble fini de fréquences  $\tilde{f}$  (figure 4.1). Ce modèle corrèle les résultats d'une base de données de prévisions de stabilité linéaire de profils de vitesse. On peut considérer que cette méthode est une généralisation par équations de transport de la méthode  $e^N$  [93, 183].

Nous soulignons également la reformulation du critère AHD sous forme d'équations de transport effectuée par Pascal et al. [150].

## 4.4 État de l'art de la modélisation de la transition par bulbe de décollement laminaire

Dans cette section nous passons brièvement en revue l'état de l'art de la modélisation de la transition par bulbe de décollement laminaire. Cette section clôture l'étude bibliographique et amorce la partie §II de ce manuscrit, consacrée à présenter une nouvelle approche de modélisation.

Les premières approches numériques visant à prévoir la transition par bulbe de décollement laminaire consistaient à effectuer un couplage entre un code de type potentiel ou Euler (non-visqueux)

avec un code de couche limite. Citons dans cette catégorie le code XFOIL de M. Drela [66, 68, 69]. Ce code, qui est toujours d'actualité dans le secteur industriel et scientifique [98], utilise une méthode de panneaux 2D potentielle pour modéliser l'écoulement irrotationnel autour des profils d'aile. Le code XFOIL couple l'écoulement potentiel avec une résolution des couches limites en employant des méthodes dites intégrales [172, §18.4, pp.594–598]. Ensuite, le résultat d'épaisseur de déplacement  $\delta^*$  est utilisé pour modifier la surface apparente du profil (les panneaux modélisant la paroi du profil sont déplacés à une distance  $\delta^*$ ). Ce processus est répété de façon itérative jusqu'à convergence. La transition est modélisée dans XFOIL via une méthode  $e^N$  [93, 183], utilisant une base de données de résultats de stabilité linéaire, basée sur les équations de Orr-Sommerfeld, des profils de vitesse auto-similaires de Falkner-Skan. Comme le montrent des études récentes [98], XFOIL fournit des prévisions raisonnablement précises par rapport à sa simplicité conceptuelle et à son efficacité numérique. D'autres auteurs comme Roberts [160] ont également étudié la prévision des bulbes de décollement laminaire par un couplage visqueux-potentiels. Toutefois, les méthodes potentielles ne sont guère adaptées aux écoulements transsoniques. Pour cette raison, des approches sont apparues visant remplacer les méthodes potentielles pour la prévision de l'écoulement externe par des méthodes basées sur la résolution des équations d'Euler. Citons dans cette catégorie le code MISES de M. Drela [67] et les codes développés par Le Balleur à l'ONERA [13–15, 17] qui a même étendu la méthode de couplage pour la prévision d'écoulements massivement séparés, instationnaires et avec des couches limites 3D. Cette dernière approche est également valable en régime transsonique [16, 18].

Suite à l'utilisation de plus en plus répandue de la CFD à la fin du XX<sup>ème</sup> siècle, il y a eu un intérêt croissant à la modélisation de la transition, y compris par bulbe de décollement laminaire, dans le cadre des simulations RANS [170, 171]. Parmi les premières tentatives de modélisation de la transition par bulbe, nous pouvons citer l'approche utilisée par Hadžić et Hanjalić [86], et Spalart et Strelets [188]. Leur approche consistait à initialiser un calcul RANS "tout-turbulent"<sup>4</sup> à partir d'un champ moyen statistiquement convergé d'un calcul LES ou DNS dans lequel un bulbe transitionnel est présent. Ainsi, le calcul RANS prévoit effectivement un bulbe, mais différent de la DNS. Même si cette approche n'est pas prédictive car elle nécessite au préalable un calcul DNS, elle montre que l'effet de la forte recirculation du champ moyen dans le bulbe peut suffire à auto-entretenir les tensions de Reynolds modélisées dans le bulbe.

Des approches couplant des critères de transition (basés sur la méthode  $e^N$  [93, 183]) avec l'activation des modèles de turbulence RANS ont été étudiées par Yuan et al. [215] et Windte et al. [212], pour des écoulements autour de profils à faible nombre de Reynolds et pour plusieurs types de modèles de turbulence. La configuration étudiée est le profil SD7003 [174, 175] à  $Re_c \approx 60k$ . Les auteurs modélisent les régions laminares en désactivant les termes sources des modèles de turbulence<sup>5</sup> ainsi qu'en imposant  $\omega = 0$  aux parois. Par conséquent, l'activation des modèles de turbulence est effectuée de façon instantanée à partir du point de transition prévu par la méthode  $e^N$ . Les auteurs prévoient systématiquement des bulbes, et ils montrent que les dimensions générales

4. Dans le sens où le modèle de turbulence est activé partout dans l'écoulement, sans aucun traitement spécifique lié à la transition.

5. Cette approche d'activation "off-on" est notée *Step* dans ce manuscrit.



des bulbes sont en relativement bon accord avec ces essais. Ils effectuent une analyse en fonction du taux de turbulence externe en obtenant les mêmes tendances que l'expérience, c'est-à-dire, un rétrécissement de la taille du bulbe avec des taux de turbulence croissants. Les auteurs constatent de même que le modèle  $k - \omega$  SST de Menter [135] prévoit un bulbe ouvert [215, Fig. 3]. Il est important de souligner que dans les travaux de Windte et al. [212], des difficultés à faire converger les calculs vers une solution statistiquement stationnaire sont constatées [212, Fig. 7]. Par conséquent, ils effectuent des calculs URANS et présentent des résultats moyennés sur les itérations URANS. Ils observent des fortes différences de prévisions des tensions de Reynolds pour chaque modèle de turbulence utilisé [212, Fig. 7].

Lian et Shyy [119] étudient le même écoulement que Windte et al. [212] et Yuan et al. [215]. Cependant, Lian et Shyy utilisent le modèle *low-Reynolds* de Wilcox [210], sans limiteur de shear stress. Ils proposent d'effectuer un traitement spécifique de la région transitionnelle, en proposant une activation algébrique non-locale via une fonction d'activation,  $\gamma$ , qu'ils assimilent au concept de facteur d'intermittence. Le modèle de turbulence s'active en pondérant la viscosité turbulente effective  $\nu_t^{\text{eff}} = \gamma \nu_t$ . La fonction d'activation de Lian et Shyy [119] prend la forme suivante :

$$\gamma = 1 - \exp \left\{ - \left[ \exp \left( \frac{\max(H_{\text{tr}} - 2.21, 0)}{20} \right)^2 - 1 \right] \left( \frac{s - s_{\text{tr}}}{s_{\text{tr}} - s_{\text{sep}}} \right) Re_{\theta_{\text{tr}}} \right\} \quad (4.20)$$

Il y a plusieurs aspects intéressants à signaler dans cette fonction d'activation de Lian et Shyy (4.20). D'une part, elle passe de la valeur 0 à 1 de façon progressive et sur une longueur liée à l'échelle laminaire du bulbe,  $l_{\text{lam}} = s_{\text{tr}} - s_{\text{sep}}$ . Par conséquent, la région d'activation s'adapte<sup>6</sup> aux dimensions du bulbe à traiter. Lian et Shyy [119] évaluent l'impact du nombre de Reynolds,  $Re_c$ , de l'angle d'incidence,  $\alpha$ , et du taux de turbulence externe,  $T_u$ , et ils obtiennent des tendances en bon accord avec des données d'essais à disposition.

Catalano et Tognaccini [39, 40] ont également étudié l'écoulement autour du profil SD7003 à des faibles nombres de Reynolds. Ils ont comparé leur prévisions RANS avec des données issues des calculs LES effectués par les mêmes auteurs [38] et par Galbraith et Visbal [77]. La modélisation proposée par Catalano et Tognaccini [39, 40] consiste à corriger empiriquement la seconde fonction de mélange du modèle  $k - \omega$  SST de Menter [134] ( $F_2$ , 3.11). Cette correction réduit la région où le limiteur de shear stress est actif, en favorisant ainsi la production de la turbulence et en corrigeant par conséquent la lente relaxation de la couche limite turbulente que prévoit le modèle  $k - \omega$  SST Menter [134] en aval du bulbe. De la même manière que Yuan et al. [215] et Windte et al. [212], Catalano et Tognaccini [39, 40] utilisent une activation instantanée type *off/on Step* des termes source du modèle de turbulence au point de transition. La méthode pour déterminer le point de transition est empirique [37], et elle se base sur l'existence d'un bulbe, puisqu'elle prend comme paramètres d'entrée  $s_{\text{reat}}$  et  $s(c_f = c_{f \text{ min}})$ . Catalano et Tognaccini [39, 40] montrent que cette méthode empirique permet de prévoir l'évolution du bulbe pour plusieurs angles d'incidence  $\alpha$ . Cependant, la méthode nécessite une initialisation *a priori* de l'écoulement avec un bulbe et elle ne permet pas

6. Le lecteur constatera que le modèle proposé dans cette thèse (§II), nommé LSTT [25], utilise cette même stratégie.

d'analyser l'influence du taux de turbulence externe  $T_u$  pour une configuration donnée d'incidence et de nombre de Reynolds.

Des nombreuses études portent sur la modélisation et la prévision des bulbes de décollement laminaire en employant des méthodes RANS totalement locales et sans avoir recours aux critères de transition. Le modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  de Menter-Langtry [112, 113, 136] a été conçu pour prendre en compte la transition par bulbe de décollement. Menter et Langtry montrent [113] plusieurs cas des validation où le bulbe de décollement est prévu avec une précision acceptable [113, Figs. 7, 9 et 12]. En utilisant le cadre  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$ , Minot et al. [142–144] ont proposé des corrélations spécialement adaptées à la prévision par bulbe de décollement laminaire et ce, pour plusieurs modèles de turbulence.

Récemment, Menter et al. [137] proposent en 2015 le modèle de transition  $\gamma$ , qui a été conçu pour prendre en compte la transition par bulbe de décollement. Dans le même article, les auteurs évaluent la précision des prévisions de la transition par bulbe de décollement laminaire par rapport à des données expérimentales de référence. Le nouveau modèle se compare bien aux mesures expérimentales [137, Figs. 4 et 19]. Des études très récentes (contemporaines aux travaux de cette thèse) montrent une tendance dans la communauté de la modélisation de la transition à s'intéresser aux modèles RANS totalement locaux, voir même à s'affranchir de l'utilisation d'un couplage avec des critères de transition [46, 50]. Dans ce sens nous pouvons citer le modèle de Kubacki et Dick [110] (§4.1.2) proposé en 2016. De même, en 2018 les chercheurs du CIRA<sup>7</sup> D. de Rosa et P. Catalano [163] ont implémenté et validé le modèle local  $\gamma$  de Menter et al. [137] pour la prévision d'écoulements avec bulbe de décollement laminaire.

Malgré tous les efforts fournis pendant ces dernières années, la prévision numérique des bulbes de décollement laminaire constitue toujours un problème complexe. Il est bien établi que les modèles existants ne sont pas suffisamment précis [80, 164–166]. Comme le signalent Dick et Kubacki [60], la précision des prévisions numériques de la transition par bulbe est cas-dépendante. Un grand nombre des modèles existants se centrent sur la prévision la plus précise possible de la localisation du début de la région transitionnelle, mais souvent la prévision de l'écoulement dans cette région repose sur la capacité méconnue des modèles à produire correctement de la turbulence à partir du point de transition, où le nombre de Reynolds est généralement faible.

Par conséquent, dans la partie §II nous proposons une nouvelle approche de transition par bulbe de décollement laminaire qui vise à améliorer la précision des prévisions par rapports à des modèles existants. Dans la partie §III, nous évaluons la nouvelle approche par rapport à un large ensemble de cas de validations où des données de référence expérimentales ou numériques de haute fidélité sont disponibles.

---

7. Centro Italiano Ricerche Aerospaziali.



## **Deuxième partie**

### **Modélisation de la transition dans des bulbes de décollement laminaire**



# Chapitre 5

## Mise en évidence des limitations des méthodes et des modèles de prévision de la transition par bulbe de décollement

### 5.1 Présentation du cas de référence

Dans cette section, la configuration de l'écoulement de référence utilisée dans plusieurs études abordées dans cette thèse est présentée. Cet écoulement a la vertu d'être relativement simple, car il s'agit d'une plaque plane. De plus, il représente très bien les conditions physiques d'un bulbe de décollement laminaire rencontré dans un contexte applicatif. La conception de cette configuration est due aux travaux de Laurent et al. [116–118]. Ces auteurs ont effectué un calcul DNS sur cette configuration qui leur a permis de construire une riche base de données statistiques sur les quantités physiques de l'écoulement. De surcroît, ils ont mis en évidence quelques défauts de la modélisation RANS pour les écoulements transitionnels, allant même jusqu'à proposer des voies d'amélioration. C'est d'ailleurs dans cette logique que cette thèse s'inscrit, puisqu'elle est la suite des travaux de Laurent et al. [116–118].

Le schéma de la configuration de l'écoulement est présenté sur la figure 5.1. Il consiste en une plaque plane avec une condition de glissement sur la paroi supérieure (tracé discontinu) qui provoque un gradient adverse de pression dans la direction principale de l'écoulement sur la paroi adhérente du dessous (contour hachuré). En amont de la paroi adhérente, une condition de symétrie en bas du domaine est imposée (tracé tiré-point). Des conditions d'entrée sont appliquées sur les limites ① (état de référence  $\rho_1 = 1.216 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $u_1 = 47.57 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $p = 101500 \text{ Pa}$ ) et ② (état de référence  $\rho_2 = 1.1318 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $u_2 = 136.11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ), et une condition de sortie sur ③ (état de référence  $\rho_0 = \rho_2$ ,  $u_0 = u_2$  et  $p = 91800 \text{ Pa}$ ). Le gradient adverse de pression variable induit par la paroi courbe glissante supérieure reproduit la distribution de pression dans la région du bord d'attaque d'un profil d'hélicoptère OA209 proche du décrochage ( $\alpha = 15^\circ$ ) [157–159], comme présenté sur la figure 5.2. Les valeurs du nombre de Mach incident et du nombre de Reynolds

basé sur la corde de la configuration profil sont, respectivement,  $M_\infty = 0.16$  et  $Re_c = 1.8 \times 10^6$ . L'écoulement qui arrive depuis ① et ② est laminaire, et il se sépare de la paroi adhérente à cause du gradient adverse de pression (cf. schéma de la figure 1.3). En aval du point de séparation laminaire, l'écoulement transitionne vers la turbulence et recolte à la paroi adhérente, en formant le bulbe transitionnel schématisé sur la figure 5.1. En aval du bulbe, le gradient de pression dans la direction de l'écoulement devient rapidement nul, car la paroi glissante se termine de façon tangentielle à la direction de l'écoulement principal. Au bord de fuite de la paroi glissante courbe, les vitesses arrivant depuis les domaines supérieur et inférieur sont égales, afin d'éviter la création d'une couche de mélange.

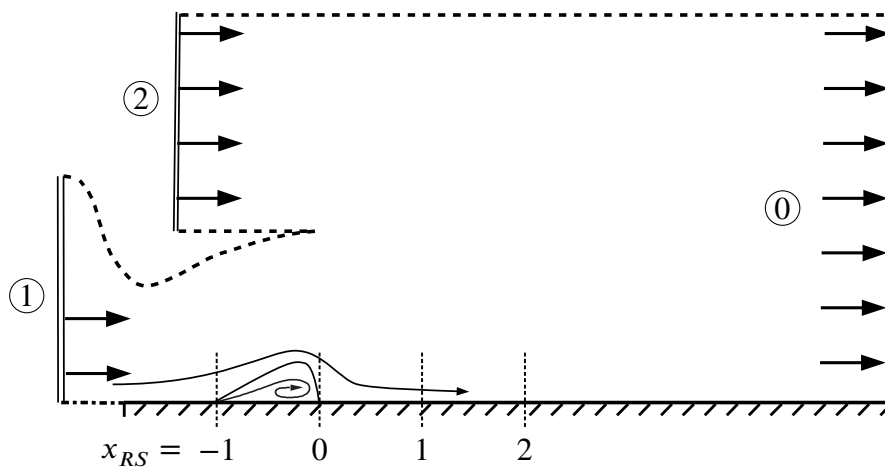


FIGURE 5.1 – Schéma de la configuration de l'écoulement de référence (DNS de Laurent et al. [117]), avec une échelle exagérée.

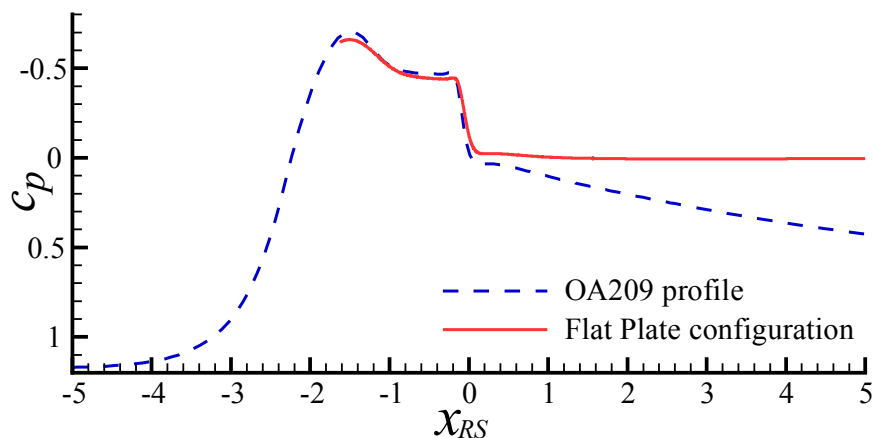
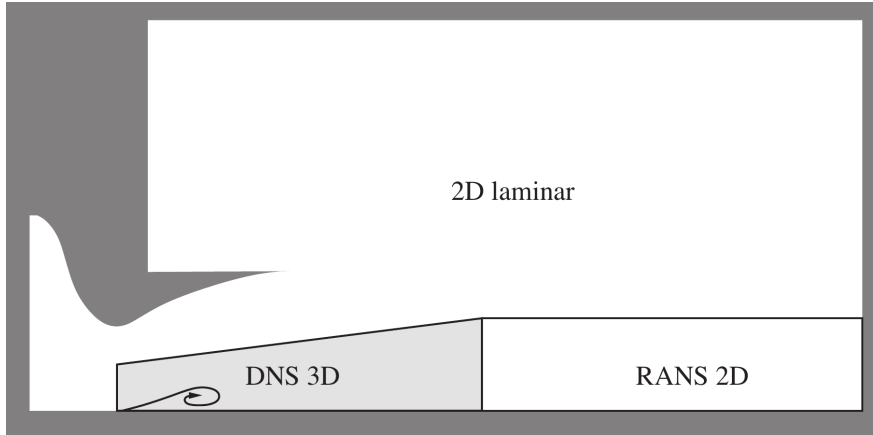


FIGURE 5.2 – Évolution du coefficient de pression  $C_p$  du profil de pale d'hélicoptère OA209 à  $\alpha = 15^\circ$  d'incidence,  $Re_c = 1.8 \times 10^6$  et  $M_\infty = 0.16$  issu d'un calcul RANS/LES [157–159] (tracé discontinu) et distribution de pression obtenue dans le cas de plaque plane de Laurent et al. [117] (tracé continu). Source : Laurent et al. [117].



**FIGURE 5.3** – La simulation DNS n’a été effectuée qu’au voisinage du bulbe de décollement laminaire. Source : Laurent et al. [117].

La simulation effectuée par Laurent et al. [117] a consisté en une approche hybride multi-domaine comme schématisé sur la figure 5.3, afin de diminuer le coût de la simulation dans les régions où une résolution fine de la turbulence n’est pas nécessaire. La région où la résolution est très haute (DNS) se trouve autour et en aval du bulbe de décollement laminaire. Dans la région DNS, plusieurs maillages ont été testés par Laurent et al., allant de 4 millions à 200 millions de points. Comme montrent les profils de vitesse de la figure 5.4, les résultats sur les deux maillages les plus fins (60 et 200 millions de points) sont très proches et peuvent être considérés comme convergés en maillage. Pour le maillage à 200 millions de points, les échelles visqueuses de la cellule proche-paroi est de  $\Delta_x^+ = 6 - 11$ ,  $\Delta_y^+ = 0.45 - 0.65$  et  $\Delta_z^+ = 4.3 - 3$ . Le bilan des tensions de Reynolds (en moyenne de Favre) a été calculé par Laurent et al. [117], comme montre la figure 5.4.

Afin d’illustrer l’évolution des prévisions de couche limite issues des statistiques du calcul DNS de Laurent et al. [117] est présentée sur la figure 5.5. Les variables sans dimensions présentées sont les suivantes :

$$\Lambda_2 = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{du_e}{dx}, \quad c_f = \frac{\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right)_{wall}}{\frac{1}{2} \rho_e u_e^2}, \quad Re_\theta = \frac{\rho_e u_e \theta}{\mu_e}, \quad H = \frac{\delta^*}{\theta}, \quad x_{RS} = \frac{x - x_{reat}}{x_{reat} - x_{sep}}. \quad (5.1)$$

Où  $\Lambda_2$  est le paramètre de Pohlhausen, qui atteint une valeur minimale de  $-3.5$  dans le voisinage du point de recollement,  $c_f$  est le coefficient de frottement pariétal,  $Re_\theta$  est le nombre de Reynolds basé sur l’épaisseur de quantité de mouvement,  $H$  est le facteur de forme de la couche limite, et  $x_{RS}$  est la coordonnée dans la direction principale de l’écoulement, où  $x_{sep}$  et  $x_{reat}$  sont les points de séparation et de recollement, respectivement.

Il est possible de distinguer différentes régions caractéristiques dans les résultats moyennés en temps issus de la DNS :

1.  $x_{RS} < -1$ , écoulement laminaire attaché.



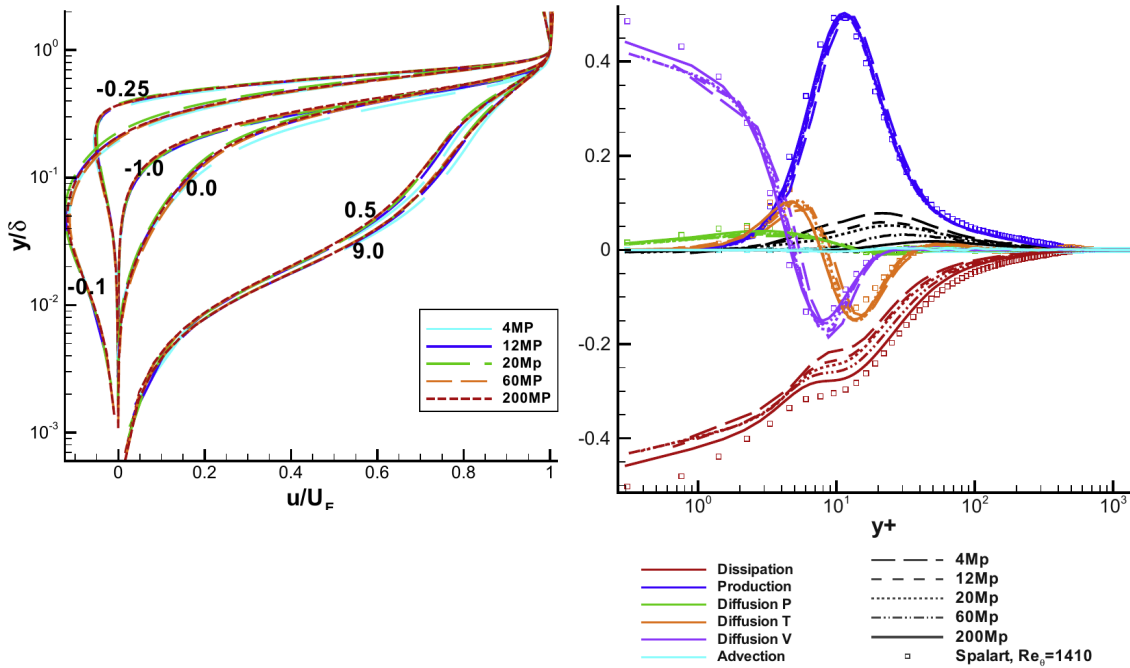


FIGURE 5.4 – À gauche, prévisions DNS [117] des profils de vitesse moyennes relevés à plusieurs stations  $x_{RS}$  en fonction des différents densités de maillage. À droite, bilan statistique DNS [117] de l'énergie cinétique de la turbulence  $k := -\overline{\rho u'_i u'_j} / (2\bar{\rho})$  à la station où  $Re_\theta = 1410$ , pour différentes densités de maillage, comparées aux prévisions DNS de Spalart [189]. Source : Laurent et al. [117].

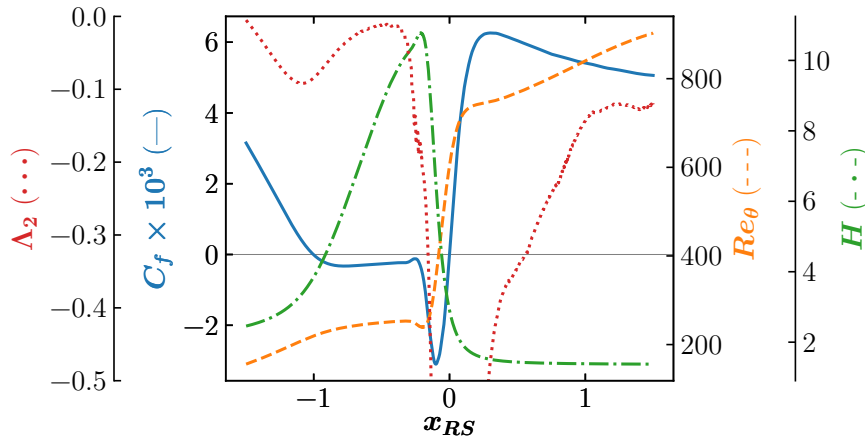
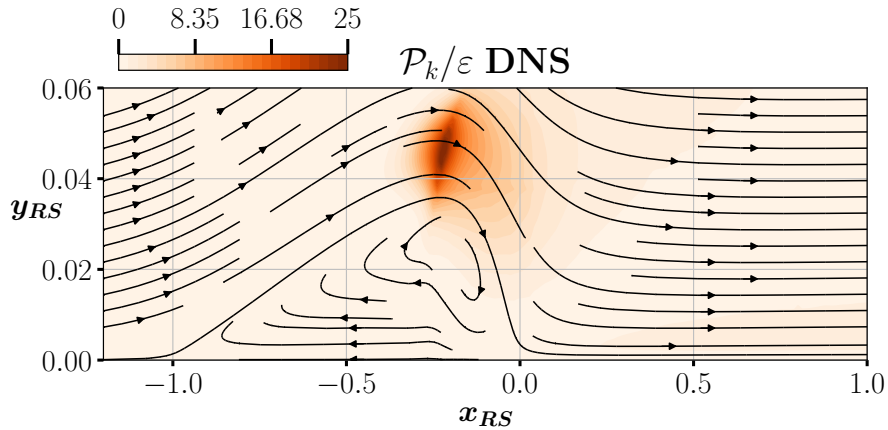


FIGURE 5.5 – Quantités de couche limite autour du bulbe de la configuration de référence issues des moyennes temporelles convergées de la DNS de Laurent et al. [117].

2.  $-1 \leq x_{RS} < 0$ , bulbe de décollement laminaire avec transition, où l'on observe  $c_f < 0$ . Cette région peut être sous-divisée en deux régions : la couche limite laminaire décollée ( $-1 \leq x_{RS} < x_{RS}^{tr} = -0.27$ ), suivie de la région décollée transitionnelle ( $x_{RS}^{tr} = -0.27 \leq x_{RS} < 0$ ) caractérisée par un fort taux de production de la turbulence et par une croissance abrupte de

$Re_\theta$  au point de transition  $x_{RS}^{tr} = -0.27$ .

3.  $0 \leq x_{RS} < 2$ , couche limite de relaxation. La couche limite attachée en aval du bulbe n'est pas encore complètement turbulente, parce que la loi logarithmique (cf. équation (1.49)) n'est pas encore proprement vérifiée. Le profil de vitesse prévu par la DNS se situe en dessous de la loi théorique logarithmique [2, 188]. Dans cette région, on observe un pic positif local du coefficient de frottement pariétal,  $c_f$ , et une croissance prononcée de l'épaisseur de couche limite.
4.  $2 \leq x_{RS}$ , couche limite turbulente attachée pleinement développée. Dans cette région, la loi logarithmique est bien vérifiée. Le gradient de pression est nul. Tel que Laurent et al. [117] l'ont montré, les bilan d'énergie cinétique de la turbulence pour  $Re_\theta = 1410$  est très proche de celui trouvé par la DNS de Spalart [189] pour une couche limite turbulente attachée (cf Fig. 5.4 droite).



**FIGURE 5.6** – Rapport de production-sur-dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence issue de la DNS de Laurent et al. [117]. La valeur minimale de  $\epsilon$  a été fixée à sa valeur moyennée spatialement au point de transition  $\epsilon = \max(\epsilon, \bar{\epsilon}(x_{RS}^{tr} = -0.27, y \leq \delta))$ .

La figure 5.6 montre le rapport de production  $\mathcal{P}_k$  sur dissipation  $\epsilon$  de l'énergie cinétique de la turbulence  $k$  (5.2) :

$$\mathcal{P}_k = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad \overline{\rho \epsilon^{(\tau)}} = \overline{\tau'_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (5.2)$$

Le rapport  $\mathcal{P}_k/\epsilon$  est représentatif du déséquilibre dans l'écoulement. On remarque  $\mathcal{P}_k/\epsilon \gg 1$  dans la couche de cisailée de la région transitionnelle, ce qui indique une rapide croissance de la turbulence provoquée par le *breakdown* vers la turbulence.

## 5.2 Identification des défauts de précision dans le bulbe

Dans cette section, les défauts de précision de la prévision du bulbe de quelques modèles existants sont mis en évidence pour le cas de référence [117].

Sur les figures 5.7 et 5.8, les prévisions RANS des modèles  $k - \omega$  Wilcox (1988) [208], Menter SST [135], Kok (2001) [104] et Wilcox (2006) [207] sont présentées avec une activation des termes sources de  $k$  et de  $\omega$  à  $x_{RS} \geq x_{RS,lr} = -0.27$ . Ces résultats sont comparés aux prévisions du modèle de transition à équations de transport  $\gamma - \overline{Re}_{\theta,t}$  de Langtry–Menter [113, 114].

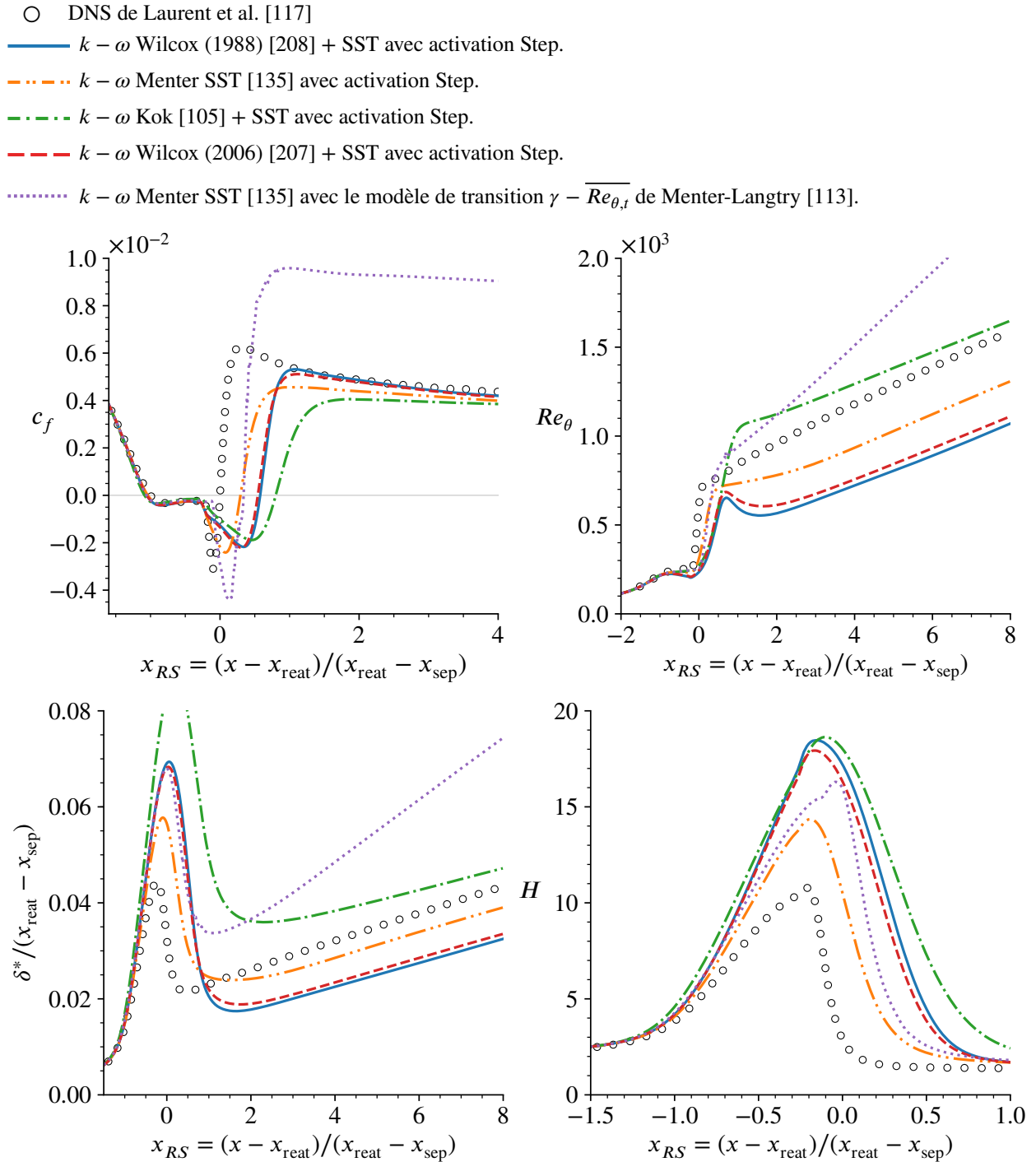
Tous les modèles  $k - \omega$  emploient un limiteur de *shear stress* [134] afin de respecter l'inégalité de Bradshaw  $\overline{u'v'}/k \leq 0.3$ . Le modèle de Wilcox 1988 emploie également le limiteur de Zheng [217], afin de réduire la dépendance du modèle aux conditions de la turbulence à l'extérieur de la couche limite. Le modèle de Langtry–Menter [113, 114] est utilisé avec le modèle  $k - \omega$  Menter SST, en accord avec ce qui est proposé dans la littérature.

La comparaison des prévisions des quantités de couche limite est présentée sur la figure 5.7. On observe qu'en aval de la région laminaire ( $x_{RS} \geq -0.27$ ) aucun modèle ne prévoit avec précision toutes les quantités de couche limite, car toutes les courbes sont relativement éloignées des courbes DNS. Soulignons cependant que l'ensemble des modèles reproduisent très bien le début de la région transitionnelle, situé à  $x_{RS} = -0.27$ , car l'évolution de  $Re_{\theta}$  marque une croissance très prononcée à proximité de ce point. Cette observation est renforcée par l'évolution du  $c_f$ , où l'on peut remarquer que le maximum local de  $c_f$  dans le bulbe, juste en amont du pic négatif très prononcé de  $c_f$  (minimum global), est raisonnablement bien prévu par tous les modèles. Par conséquent, on peut en déduire que le point de transition  $x_{RS}^{lr} \approx -0.27$  est bien prévu, mais en aval du point de transition, chaque modèle évolue de façon différente en s'éloignant systématiquement de l'évolution DNS souhaitée. Deux points principaux sont alors mis en évidence :

- La prévision correcte de la localisation du point de transition n'est pas une condition suffisante pour que les modèles prévoient de manière adéquate l'écoulement en aval du point de transition.
- Chaque modèle de turbulence produit différentes prévisions en aval du point de transition. En conséquence, il peut être en déduit que le même type d'activation de deux modèles de turbulence quelconques produit des prévisions différentes en aval du point d'activation.

Sur la figure 5.7, on observe qu'il existe une tendance des différents modèles à surestimer la longueur du bulbe. Rappelons que le bulbe est mis en évidence par les courbes de  $c_f$ , car la région où  $c_f < 0$  correspond au gradient négatif de vitesse à la paroi provoquée par la partie d'écoulement moyen de retour dans le bulbe. Alors que le point de décollement,  $c_f(x_{RS} = -1) = 0$ , est bien prévu par tous les modèles, les points de recollement des modèles RANS (où  $c_f$  redevient positif) sont situés plus en aval que le point de recollement de la DNS,  $c_f(x_{RS} = 0) = 0$ . Le modèle qui surestime le plus la longueur de bulbe est le modèle de Kok, avec une surestimation relative de 85% environ, alors que le modèle de Menter surestime la longueur de bulbe de 30% environ.

La surestimation de la longueur de bulbe se manifeste également par l'évolution de l'épaisseur de



**FIGURE 5.7** – Quantités de couche limite des prévisions RANS des modèles  $k - \omega$  avec activation des termes sources à  $x_{RS} = -0.27$  (Step), ou activation par équations de transport  $\gamma - \overline{Re_{\theta,t}}$  [114], comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117].

déplacement,  $\delta^*$ , et via le facteur de forme  $H$ . Tous les modèles prévoient des valeurs de  $\delta^*$  et  $H$  plus élevées que les données DNS, ce qui est en accord avec le fait que les bulbes RANS sont plus longs que le bulbe DNS. En effet, un bulbe de grandes dimensions a un impact plus important sur le reste de l'écoulement potentiel qu'un bulbe de petites dimensions. Ainsi, les valeurs de  $\delta^*$  d'un gros bulbe sont plus importantes que celles d'un plus petit bulbe. De même, un bulbe de dimensions plus grandes possède un écoulement de retour plus important, ce qui se manifeste par de fortes valeurs du facteur de forme  $H$ .

À partir de plusieurs longueurs de bulbe en aval du point de recollement,  $x_{RS} \gtrsim 3$ , on peut observer que la valeur de  $Re_\theta$  prévue par chacun des modèles est très différente. Or, en aval de  $x_{RS} \gtrsim 1$ , tous les modèles prévoient une couche limite turbulente attachée. Comme il sera montré dans le prochain chapitre, ces différences significatives entre chaque modèle sont vraisemblablement liées à l'effet d'histoire du bulbe sur la couche limite turbulente naissante en aval de celui-ci.

Regardons maintenant un peu plus en détail l'écoulement. La figure 5.8 montre les profils de vitesse prévus par les différents modèles RANS ainsi que ceux issus de la DNS. Les données sont présentées en utilisant une échelle naturelle (en haut) et une échelle logarithmique (en bas). Nous pouvons observer que les profils de vitesse diffèrent significativement des données DNS à proximité du bulbe ( $-0.27 \lesssim x_{RS} \lesssim 4$ ), alors que plus en aval ( $x_{RS} \gtrsim 4$ ) ces différences tendent à diminuer. Cette diminution des différences est cohérente avec le fait que la corrélation des quantités turbulentes entre deux points, l'un situé à proximité du bulbe, et l'autre plus en aval, tend à diminuer avec la distance entre les deux points [181].

L'une des différences principales entre les prévisions RANS et les données DNS est la zone de sillage<sup>1</sup> de la couche limite turbulente. Alors que la DNS montre un raccord doux (asymptotique) de  $u/u_e \rightarrow 1$ , les modèles RANS, au contraire, prévoient un raccord plus abrupt.

Sur les profils de vitesse en échelle logarithmique, nous pouvons constater que les modèles tendent à prévoir une région logarithmique en dessous de celle prévue par la DNS et la courbe théorique. Cela est le cas même sur plusieurs longueurs de bulbe en aval du recollement. La littérature [2, 188] montre que les courbes  $u^+(y^+)$  présentant des valeurs de vitesse inférieures à la théorie dans l'intervalle de  $y^+$  correspondant à la région logarithmique, reflètent une couche limite turbulente encore peu développée. Par conséquent, grâce aux prévisions  $u^+(y^+)$  des modèles RANS, nous en déduisons que les modèles RANS prévoient un développement trop lent de la couche limite turbulente.

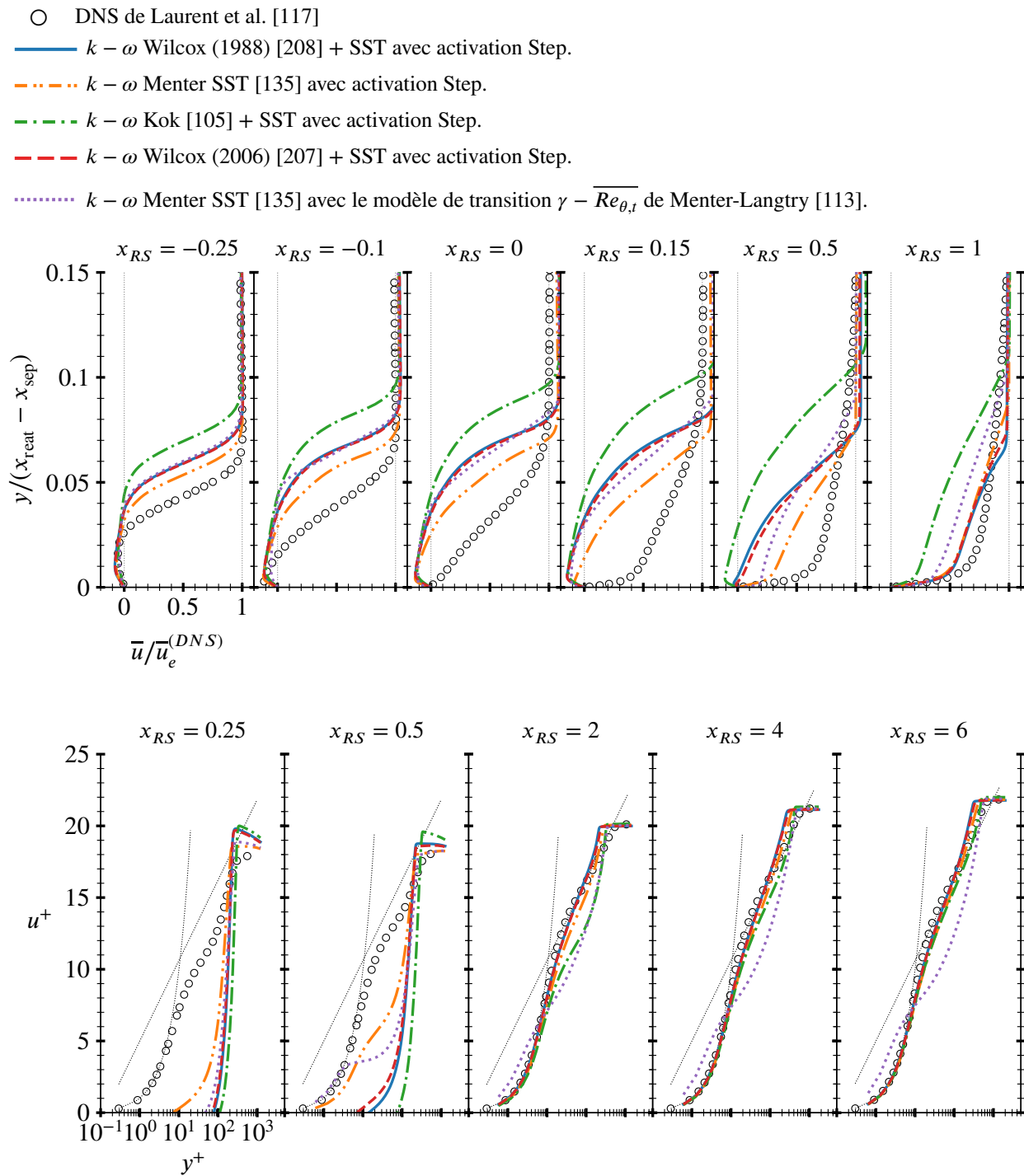
La figure 5.9 montre les lignes de courant et les contours de la composante croisée des tensions de Reynolds,  $-\overline{u'v'}/u_\infty^2$ , obtenus par la DNS et par les simulations RANS. À première vue, on peut constater qu'aucun modèle RANS (5.9.b, 5.9.c et 5.9.d) ne reproduit précisément les lignes de courant et les niveaux de tension de Reynolds de la DNS (5.9.a). Le modèle de Menter-Langtry (5.9.b), et le modèle Wilcox 2006 avec limiteur (5.9.c) prévoient un bulbe de dimensions trop importantes par rapport à la DNS. De plus, on constate une sous-estimation des niveaux de tensions de Reynolds et un retard de la concentration maximale des tensions de Reynolds. En effet, le point de concentration maximale de tensions de Reynolds de la DNS est localisé à  $(x_{RS}, y_{RS}) \approx (-0.03, 0.033)$ , alors que ce point est prévu par Menter-Langtry à  $(x_{RS}, y_{RS}) \approx (0.24, 0.047)$  et Wilcox 2006 avec

---

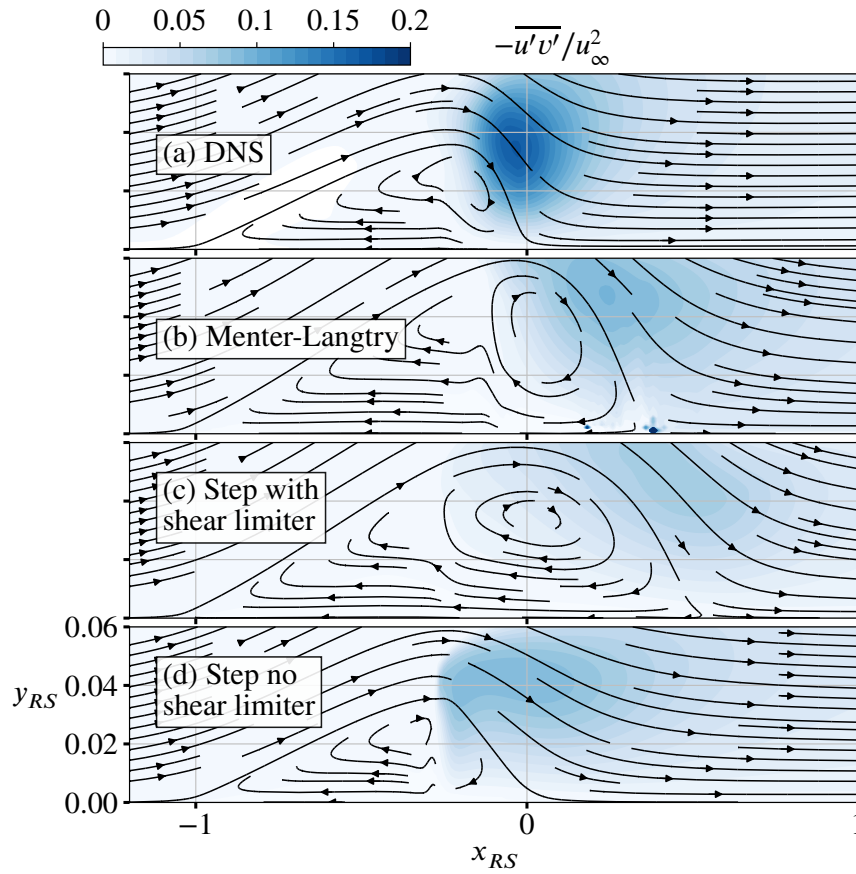
1. Pour rappel des différentes sous-régions d'une couche limite turbulente, voir la figure 1.6.

limiteur le prévoit à  $(x_{RS}, y_{RS}) \approx (0.44, 0.047)$ . Il se produit une claire amélioration de la précision de la prévision RANS lorsqu'on désactive le limiteur SST (5.9.d). On constate en effet une topologie des lignes des courant plus proche de celle de la DNS (5.9.a), mais les niveaux de tensions de Reynolds ne sont pas encore précisément prévus par rapport à la DNS. Ce constat suggère que le limiteur de shear stress contribue négativement à la précision de la prévision du bulbe. Cela est vraisemblablement dû au fait que le limiteur de shear stress (SST) diminue le taux de croissance de la turbulence, ce qui se traduit par une sous-estimation des tensions de Reynolds. Rappelons que la DNS montre un déséquilibre de production-sur-dissipation de la turbulence (figure 5.6) très prononcé dans la région transitionnelle. Il n'est pas surprenant alors de constater que le limiteur de shear stress contribue à la sous-estimation des tensions de Reynolds, car il réduit le taux de production-sur-dissipation  $\mathcal{P}_k/\varepsilon$  via une limitation de la valeur de  $\mu_t$ , impactant ainsi la valeur de  $\mathcal{P}_k$ .

En résumé, nous constatons un manque de précision des prévisions des modèles RANS existants par rapport aux données DNS. Ce manque de précision se manifeste par les prévisions peu satisfaisantes des quantités de couche limite et des profils de vitesse. En outre, nous constatons une sous-estimation prononcée des tensions de Reynolds dans la région transitionnelle du bulbe qui semble liée aux défauts de précision des prévisions RANS. À l'aide d'un simple test sur l'emploi du limiteur SST, nous avons mis en évidence que les mécanismes qui réduisent le taux de production-sur-dissipation de la turbulence empêchent les tensions de Reynolds de croître au rythme nécessaire, menant à une sous-estimation des tensions de Reynolds qui se traduit par une surestimation de la taille du bulbe. Sur la base de ces observations, on présentera dans le prochain chapitre : (a) les hypothèses de modélisation destinés à corriger les effets observés, (b) la formulation mathématique du modèle et son implémentation numérique, et (c) sa calibration et la vérification de l'apport de précision.



**FIGURE 5.8** – Profils de couche limite des prévisions RANS des modèles  $k - \omega$  avec activation des termes sources à  $x_{RS} = -0.27$  (Step), ou activation par équations de transport  $\gamma - \overline{Re_{\theta,t}}$  [114], comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117]. Les courbes pointillées fines correspondent aux solutions théoriques  $u^+ = y^+$  et  $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+$ , avec  $\kappa = 0.41$  et  $C^+ = 5$ . L'adimensionnement visqueux est pris en utilisant la vitesse de friction issue de la DNS,  $u_{\tau}^{(DNS)}$ .



**FIGURE 5.9** – Comparaison des lignes de courant et de la tension de Reynolds adimensionnée par le carré de la vitesse amont  $-\overline{u'v'}/u_\infty^2$  de : (a) la DNS de Laurent et al. [117]; (b)  $k - \omega$  Menter SST [135] avec le modèle de transition  $\gamma - \overline{Re}_{\theta,t}$  de Menter-Langtry [113]; (c)  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation Step et limiteur SST; et (d)  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation Step et sans limiteur SST.





# Chapitre 6

## Développement de modèles permettant de prévoir avec précision la transition par bulbe de décollement

### 6.1 Objectifs et hypothèses de la modélisation

L'objectif principal de la modélisation présentée dans ce chapitre est de contribuer à l'amélioration de la prévision des tensions de Reynolds dans le bulbe et son voisinage. Puisque le rôle principal des modèles de turbulence est de fournir une approximation la plus précise possible des tensions de Reynolds, il est raisonnable d'espérer que, si ces dernières sont bien modélisées, la topologie de l'écoulement (les profils de vitesse), ainsi que le reste des quantités physiques d'intérêt (quantités de couche limite, frottement, pression) seront mieux prévues par les modèles RANS corrigés.

Il est important de souligner que la problématique abordée dans cette proposition de modélisation s'inscrit dans une catégorie de bulbes très précise :

- Bulbes statistiquement bidimensionnels (qui ont lieu, par exemple, sur les voilures d'avion ou des pales d'hélicoptères ou d'éoliennes, ayant un grand allongement).
- Bulbes à décollement laminaire, transition décollée, et recollement provoqué par la turbulence. Nous ne nous intéressons pas aux bulbes totalement laminaires (très faible  $Re_c$ , ou structure très cohérente comme un tourbillon de bord d'attaque avec grande flèche), ni aux bulbes totalement turbulents (bulbes ayant commencé la transition vers la turbulence en amont du point de décollement).
- Bulbes en régime subsonique (en absence de chocs).

Dans le chapitre précédent (Ch.5, §5.2) il a été mis en évidence une *sous-estimation des tensions de Reynolds* dans la région transitionnelle du bulbe de décollement. Cette activation inadéquate des modèles de turbulence est le principal défaut à corriger. Pour cela, nous émettons l'ensemble des hypothèses suivantes :

1. Nous admettons que le point de transition,  $s_{tr}$ , est correctement prévu, a priori, par les critères de transition AHD [6, 7, 11], Gleyzes [83] et Roberts [160], si l'influence de l'écoulement de retour dans le bulbe sur l'écoulement laminaire est suffisamment bien modélisé par l'activation du modèle de turbulence.
2. La sous-estimation des tensions de Reynolds dans la région transitionnelle du bulbe observée dans les modèles existants est liée à leur incapacité à prévoir correctement la forte et progressive croissance de la turbulence dans la couche cisailée. Par conséquent, nous suggérons qu'en limitant l'impact des mécanismes qui empêchent la forte production de la turbulence (limiters SST [134, 135], Zheng [217]...) et en contrôlant le déséquilibre de production-sur-dissipation des modèles de turbulence via ses termes sources, il est possible de corriger la dite sous-estimation des tensions de Reynolds dans le bulbe.
3. Nous admettons l'existence d'une échelle caractéristique du processus de croissance de la turbulence dans la région transitionnelle du bulbe, permettant de :
  - Localiser précisément la région où la correction des modèles de turbulence intervient.
  - Employer la modélisation proposée à une large gamme de bulbes (très petits ou très longs), grâce à une formulation adimensionnelle du processus d'activation des modèles de turbulence.

L'échelle caractéristique identifiée est la *longueur laminaire décollée*,

$$l_{lam} := s_{tr} - s_{sep}, \quad (6.1)$$

où  $s_{sep} := s(\underline{u}_e \cdot \underline{\tau} = 0)$  est le point de séparation exactement prévu par les équations de Navier-Stokes, et  $s_{tr}$  est le point de transition prévu par les critères de transition. Par conséquent, l'échelle  $l_{lam}$  est *non-locale*.

4. Nous admettons que le phénomène d'éclatement de bulbe menant au décrochage est naturellement prévu via le déséquilibre important entre les forces inertielles et la diffusion de la quantité de mouvement due à la production de la turbulence dans la région transitionnelle. Par conséquent, *aucun traitement spécifique* n'est proposé dans la région transitionnelle afin de prévoir l'éclatement du bulbe.
5. À la différence de certains modèles transitionnels existants [47, 114, 137, 151], dans cette thèse nous ne considérons pas le facteur d'intermittence  $\gamma$  comme étant le mécanisme d'activation le plus adéquat des modèles de turbulence RANS. Cela est motivé par l'ensemble suivant d'observations :
  - L'emploi du facteur d'intermittence  $\gamma$  prend tout son sens lorsque le cadre d'étude est basé sur la moyenne *conditionnelle* [33–35]. Or, les modèles RANS étudiés dans cette thèse sont basés sur une moyenne *inconditionnelle*.
  - L'utilisation éventuelle du facteur d'intermittence  $\gamma$ , dont l'équation de transport exacte a été démontrée par Dopazo [64], afin d'activer les modèles de turbulence RANS exigerait des contraintes de modélisation trop fortes, car :
    - Mathématiquement  $\gamma \in [0, 1]$  (cf discussion dans l'annexe A).
    - À la frontière des couches turbulentes,  $\gamma \rightarrow 0$  lorsque  $y \rightarrow \delta$ . Or, vers  $y \approx \delta$ , où la diffusion est dominante [26], les modèles de turbulence sont déjà construits afin d'avoir

un bon comportement [28, 89, 105, 209] (raccord doux du profil de vitesse, zone sillage bien prévue, faible dépendance aux conditions externes de la turbulence). Par conséquent, tenter de modifier le modèle de turbulence via, par exemple, la viscosité turbulente pondérée par le facteur d’intermittence, risquerait de dégrader le comportement asymptotique du modèle et cela reviendrait à modifier les coefficients de diffusivité effectifs du modèle de turbulence.

- Le facteur d’intermittence est *unique pour chaque écoulement*<sup>1</sup>. Or, les résultats du chapitre 5 suggèrent un traitement individuel de l’activation de chaque modèle de turbulence, car nous avons montré qu’ils s’activent avec des dynamiques très différentes. L’utilisation rigoureuse du facteur d’intermittence empêcherait alors un traitement *ad-hoc* de l’activation des modèles de turbulence.

6. En conséquence du paragraphe précédent, les fonctions d’activation utilisées dans cette thèse,  $f^{tr}$ , ne doivent pas être liées au facteur d’intermittence ( $\gamma \neq f^{tr}$ ). Elles doivent être considérées plutôt comme des “coefficients de pondération empiriques” [8] conçus afin de reproduire la forte et progressive production de la turbulence dans la région transitionnelle des bulbes. Chaque modèle de turbulence est associé à une fonction  $f^{tr}$  qui lui est propre, garantissant ainsi le traitement individualisé pour chaque modèle de turbulence. Cette fonction intervient dans les termes sources de chaque modèle de turbulence considéré.

En résumé, dans cette section les bases de la modélisation effectuée dans cette thèse sont posées. Afin de faciliter la référence à cette approche de modélisation dans la suite de ce manuscrit, nous employons l’acronyme **LSTT** pour **Laminar Separation Transition Triggering**, qui signifie *Activation de la Transition par Décollement Laminaire* en français. Dans la section suivante, nous présentons l’approche LSTT pour les différents modèles de turbulence considérés.

## 6.2 Formulation mathématique des modèles

### 6.2.1 Modèles LSTT $k - \omega$

Le système d’équations (6.2) représente la famille de modèles suivante : Wilcox (1988) [208], Menter BSL et SST (1994) [135], Kok [105] et Wilcox (2006) [207, 209]. Chaque variante  $k - \omega$  est obtenue en choisissant de manière adéquate les coefficients de fermeture du modèle. En outre, en substituant les relations (6.2c) et (6.2d) par la relation constitutive EARSM, le système (6.2) permet également de présenter le modèle de Hellsten [88].

---

1. En négligeant les possibles variations issues du choix de la fréquence de coupure employée dans la construction de la fonction binaire d’intermittence  $I(t)$  (cf annexe A).

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k \bar{u}_j}{\partial x_j} = f^{\text{tr}} \overline{(-\rho u'_i u'_j)} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta_k \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (6.2a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \omega \bar{u}_j}{\partial x_j} = & \min(f^{\text{tr}}, 1) \alpha_\omega \frac{\omega}{k} \overline{(-\rho u'_i u'_j)} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta_\omega \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \max \left( \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 0 \right) \end{aligned} \quad (6.2b)$$

$$\overline{(-\rho u'_i u'_j)} \approx 2 \mu_t \bar{S}_{ij}^d - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (6.2c)$$

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\max \left\{ \omega; C_{\text{lim}} \sqrt{\frac{2 \lambda_1 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} + 2 \lambda_2 F_2^2 \bar{\Omega}_{ij} \bar{\Omega}_{ij}}{(\lambda_1 + \lambda_2) \beta_k}} \right\}} \quad (6.2d)$$

L'approche LSTT dans (6.2) est détaillée ci-après :

1. La fonction de transition sans dimension  $f^{\text{tr}}$  pondère le terme de production de l'équation de  $k$  (6.2a). Elle a été conçue afin d'activer le terme de turbulence à partir du point de transition  $s_{\text{tr}}$ , supposé connu. Comme il a été discuté dans la section précédente (§6.1), la fonction  $f^{\text{tr}}$  n'est pas le facteur d'intermittence, et donc elle n'est pas bornée par 1. Justement, cette fonction est conçue pour que localement  $f^{\text{tr}} > 1$ , ce qui accélère la croissance de turbulence dans la région transitionnelle, en accord avec les objectifs de la modélisation (§6.1).
2. Le terme de production de l'équation de  $\omega$  (6.2b) est pondéré par  $\min(f^{\text{tr}}, 1)$ . Ce facteur est plus petit ou égal à 1 afin d'éviter une surproduction de  $\omega$  lorsque  $f^{\text{tr}} > 1$  qui empêcherait à  $k$  de croître rapidement dans la région transitionnelle (où localement  $f^{\text{tr}} > 1$ ).
3. Des tests préliminaires ont montré que le limiteur de shear stress (6.2d) réduisait trop la production de la turbulence dans la couche cisailé où a lieu la transition vers la turbulence. Par conséquent, le rôle du coefficient  $C_{\text{lim}}$  est justement de désactiver localement le limiteur de shear stress dans la région transitionnelle ( $C_{\text{lim}} = 0$ ), et de le réactiver une fois que la couche limite turbulente est bien établie ( $C_{\text{lim}} = 1$ , typiquement quelques longueurs de bulbe en aval de celui-ci).

Soulignons que l'expression (6.2d) du limiteur de shear stress a été écrite en suivant la formule générale de Wilcox [209, p. 126]. Dans le modèle original de Wilcox (2006),  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 0$  et  $C_{\text{lim}} = 7/8$ . Au contraire, dans le modèle de Menter SST [135],  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 1$  et  $C_{\text{lim}} = 1$ .

## 6.2.2 Modèle LSTT Spalart-Allmaras

La variante LSTT du modèle de Spalart-Allmaras [187] est présentée ci-après. Par un souci de simplicité et de cohérence avec la forme mathématique présentée dans la publication originale

du modèle de turbulence (cf. [187]) et par cohérence avec le chapitre §3, les équations (6.3) sont écrites sous forme incompressible. Elles peuvent être étendues aisément au cadre compressible en employant l'hypothèse de Morkovin [146] et en remplaçant  $\overline{S}_{ij}$  par sa partie déviatorique  $\overline{S}_{ij}^d = \overline{S}_{ij} - (1/3)\overline{S}_{kk}\delta_{ij}$ .

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u}_i \tilde{v}}{\partial x_i} = f^{\text{tr}} c_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{v} - \min(f^{\text{tr}}, 1) \left( c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \left( \frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \quad (6.3a)$$

$$+ \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( (v + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_i} \right) + c_{b2} \left( \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_i} \right)^2 \right]$$

$$(-\overline{u'_i u'_j}) = 2\nu_t \overline{S}_{ij} \quad (6.3b)$$

$$\nu_t = \tilde{v} f_{v1} \quad (6.3c)$$

Dans l'équation (6.3a) on peut observer que  $f^{\text{tr}}$  agit sur les termes de production et de destruction de  $\tilde{v}$ . Nous limitons le facteur de pondération de la destruction de  $\tilde{v}$  à 1. Ceci est fait pour la même raison que la limitation de la pondération de la production de  $\omega$  présentée dans le paragraphe précédent. C'est-à-dire, le facteur de pondération du terme de destruction de  $\tilde{v}$  est limité à 1 afin d'amorcer une rapide croissance de la turbulence lorsque  $f^{\text{tr}} > 1$ .

Puisque le modèle de Spalart-Allmaras n'emploie pas de limiteur de shear stress, soulignons qu'il n'a pas été nécessaire d'introduire la fonction  $C_{\text{lim}}$ .

### 6.2.3 Modèle LSTT RSM SSG/LRR

La variante LSTT [25] du modèle de transport des tensions de Reynolds RSM SSG/LRR- $\omega$  [44] est présentée ci-après. Afin de simplifier l'intervention de LSTT, le modèle SSG/LRR- $\omega$  est présenté schématiquement dans l'équation suivante (6.4). Pour approfondir sur les détails de la modélisation complète du modèle original RSM SSG/LRR- $\omega$ , le lecteur pourra se référer à [44].

$$\frac{\partial \overline{\rho} \tilde{R}_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho} \tilde{R}_{ij} \tilde{u}_k) = f^{\text{tr}} \overline{\rho} P_{ij} + \overline{\rho} \Pi_{ij} - \overline{\rho} \varepsilon_{ij} + \overline{\rho} D_{ij} + \overline{\rho} M_{ij} \quad (6.4a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho} \tilde{\omega}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho} \tilde{\omega} \tilde{u}_k}{\partial x_k} &= \min(f^{\text{tr}}, 1) \alpha_\omega \frac{\omega}{k} \frac{\overline{\rho} P_{kk}}{2} - \beta_\omega \overline{\rho} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu + \sigma_\omega \frac{\overline{\rho} k}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \right] \\ &+ \sigma_d \frac{\overline{\rho}}{\omega} \max \left( \frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k}, 0 \right) \end{aligned} \quad (6.4b)$$

Dans (6.4a), la forme générique de l'équation de transport des tensions Reynolds est présentée avec la moyenne de Favre (cf §1.38), où  $\tilde{R}_{ij}$  est le tenseur de Reynolds;  $P_{ij}$  est le terme de production;

$\Pi_{ij}$  est le terme de redistribution par pression fluctuante;  $\varepsilon_{ij}$  est le terme de dissipation;  $D_{ij}$  est le terme de diffusion; et  $M_{ij}$  est l'ensemble d'effets liés à la compressibilité qui sont négligés dans SSG/LRR. L'équation (6.4b) représente l'équation d'échelle pour  $\omega$  du modèle RSM SSG/LRR.

La mise en œuvre de l'approche LSTT dans RSM SSG/LRR- $\omega$  suit la même idée que pour les modèles à deux équations  $k - \omega$ . C'est-à-dire, la fonction de transition  $f^{tr}$  intervient dans le terme de production des tensions de Reynolds,  $P_{ij}$ , ainsi que dans le terme de production de  $\omega$ , mais ce dernier facteur est limité à 1 afin de prononcer le déséquilibre production-sur-dissipation dans les régions où  $f^{tr} > 1$ .

## 6.2.4 Fonctions d'activation

Explicitons maintenant la forme exacte des fonctions  $f^{tr}$  et  $C_{lim}$ . Ce sont de simples fonctions 1D algébriques, dépendantes de l'abscisse curviligne pariétale sans dimensions  $\hat{s}$  :

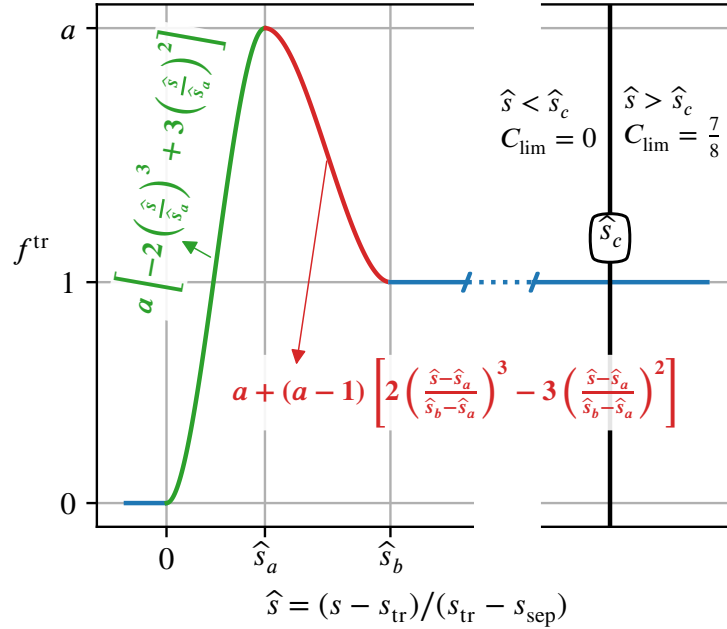
$$\hat{s} := \frac{s - s_{tr}}{s_{tr} - s_{sep}}, \quad (6.5)$$

où  $s$  est l'abscisse curviligne pariétale dimensionnelle suivant la direction principale de l'écoulement. À ce stade, il est nécessaire de faire une précision importante. Dans le système (6.2), il a été montré que  $f^{tr}$  est une fonction qui intervient par les termes de production afin d'activer le modèle de turbulence. Donc, on peut en déduire qu'en générale la fonction  $f^{tr}$  dépend du point de l'espace considéré :  $f^{tr}(x, y, z)$ . Or, nous venons de souligner que la fonction est 1D et dépend de l'abscisse curviligne,  $f^{tr}(\hat{s})$ . En réalité, la fonction  $f^{tr}$  est bel et bien une fonction 1D dépendante de  $\hat{s}$ , mais pour pouvoir l'appliquer à tout l'écoulement (équation (6.2)), cette fonction est *extrudée* en suivant la direction normale à la paroi. Le même raisonnement s'applique à la fonction  $C_{lim}$ . L'explication de cette stratégie est présentée dans la section §6.3.

La figure 6.1 montre la forme 1D des fonctions  $f^{tr}$  et  $C_{lim}$ . La fonction  $f^{tr}$  est une simple combinaison de polynômes d'Hermite, et la fonction  $C_{lim}$  prend la forme de la fonction Heaviside. Sous cette forme mathématique, les fonctions  $f^{tr}$  et  $C_{lim}$  font apparaître quatre coefficients de fermeture à calibrer en fonction du modèle de turbulence (cf §6.4) :  $a$ ,  $\hat{s}_a$ ,  $\hat{s}_b$  et  $\hat{s}_c$ .

## 6.3 Implémentation de l'approche LSTT

Dans cette section nous présentons les principes de base de l'implémentation de l'approche LSTT proposée dans cette thèse. Dans §6.3.2, nous justifions le choix du cadre employé pour l'implémentation, qui est impacté par la modélisation (et vice-versa). La dernière partie de cette section, §6.3.1, est dédiée à présenter concrètement les différentes étapes à effectuer pour l'implémentation de l'approche LSTT.



**FIGURE 6.1** – Fonction d’activation de la transition  $f^{\text{tr}}$  (polynôme cubique  $C^1$ ) et fonction d’activation du limiteur de shear stress  $C_{\text{lim}}$  utilisés dans l’approche LSTT [25] en employant la coordonnée spatiale adimensionnée  $\hat{s}$  (6.5), et faisant apparaître les coefficients de fermeture  $a$ ,  $\hat{s}_a$ ,  $\hat{s}_b$  et  $\hat{s}_c$ , calibrés pour chaque modèle de turbulence (§6.4).

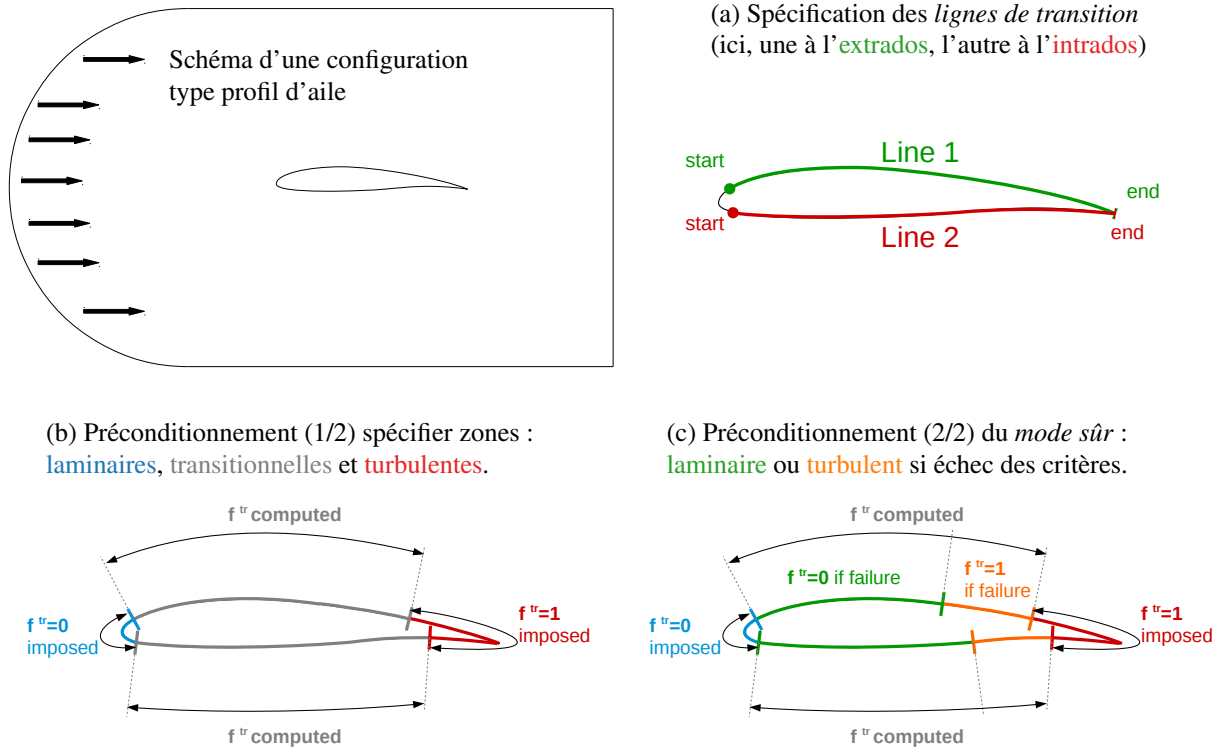
### 6.3.1 Étapes de l’approche algébrique non-locale de transition par critères

Dans cette section nous esquissons les principales étapes à effectuer pour appliquer LSTT d’une manière générale, car même si l’approche LSTT a été implémentée dans le code elsA [36], la méthode se veut indépendante du code utilisé. Ces étapes sont résumés sur les figures 6.2, 6.3 et 6.4.

**(a) Spécification des lignes de transition :** Comme schématisé sur la figure 6.2(a), la première étape consiste à construire les lignes de transition sur les parois solides (le long de ces lignes les critères de transition sont évalués). Pour cela, on spécifie un point de début (start) une direction (par exemple, en suivant l’un des indices  $i, j, k$  d’un maillage structuré) et un point final (end).

**(b) Spécification des régimes :** Comme schématisé sur la figure 6.2(b), l’étape suivante consiste à spécifier le régime de l’écoulement sur les différentes surfaces pariétales. Concrètement, l’utilisateur spécifie quelles régions sont laminaires (typiquement à proximité du point d’arrêt du bord d’attaque), turbulentes (typiquement à proximité du bord de fuite) et transitionnelles (où les critères détermineront la localisation du point de transition,  $s_{\text{tr}}$ , sur l’abscisse curviligne de la ligne,  $s$ ).



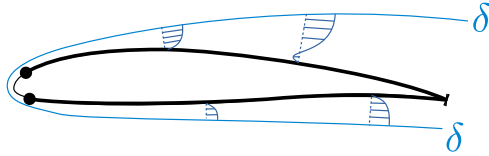


**FIGURE 6.2** – Préparation du calcul transitionnel avec critères : établissement des lignes de transition [47] le long desquelles les critères de transition [6–9, 11, 83, 160] sont évalués, et conditionnement des régions laminares, transitionnelles et turbulentes, ainsi que l’établissement d’un mode sûr en cas d’échec des critères se déclenchant généralement dans les premières itérations du calcul ou dans des transitoires numériques non-physiques.

**(c) Établissement d’un *fail-safe* (mode sûr) :** Il est important de souligner qu’il existe des transitoires numériques, souvent liés aux premières itérations de la simulation, où le calcul du critère de transition ou même le calcul des quantités de couche limite peuvent échouer. Dans telle circonstance, l’information de la localisation du point de transition  $s_{tr}$  ne peut pas être obtenue. Or, elle est nécessaire pour poursuivre le calcul, car la fonction de transition doit toujours être définie. Par conséquent, afin d’améliorer la robustesse et la convergence de cette approche, on définit un *mode sûr* comme schématisé sur la figure 6.2(c). Ce mode sûr se déclenche en cas d’échec (et uniquement sur les lignes de transition concernées) et il consiste à imposer la position de  $s_{tr}$ .

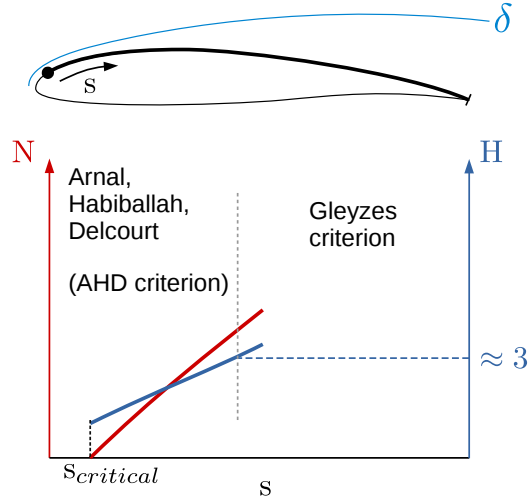
**(d) Calcul et stockage des quantités de couche limite :** Comme schématisé sur la figure 6.3(d), cette étape consiste à trouver la frontière de couche limite  $\delta$ , calculer les quantités de couche limite (§1.3.3) et les stocker sous forme de variables surfaciques. Cette étape est expliquée en détail par Cliquet et al. [47]. Dans cette étape on repère et on stocke également la position du point de décollement laminaire :  $s_{sep} = \min(s(\underline{u}_e \cdot \underline{\tau}_{wall} < 0))$ .

(d) Calcul des quantités de couche limite :

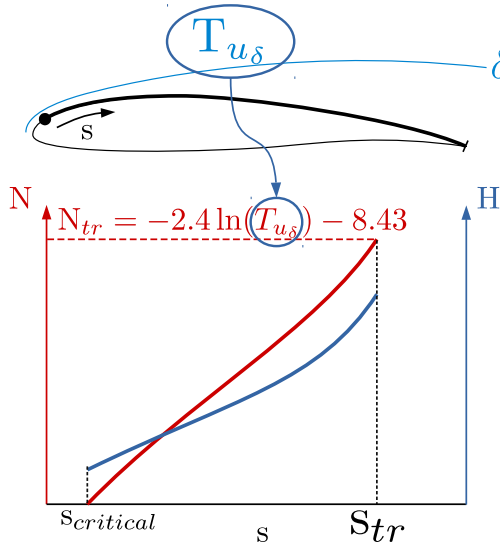


- (d.1) Trouver la frontière de couche limite  $\delta$   
→ pour les détails voir [47]
- (d.2) Calcul des quantités C.L. ( $H, \delta^*, Re_\theta \dots$ )
- (d.3) Repérage du point de décollement laminaire :  $s_{sep} = \min(s(u_e \cdot \tau_{wall} < 0))$
- (d.4) Stockage quantités C.L. sous forme de variables surfaciques (sur les parois)

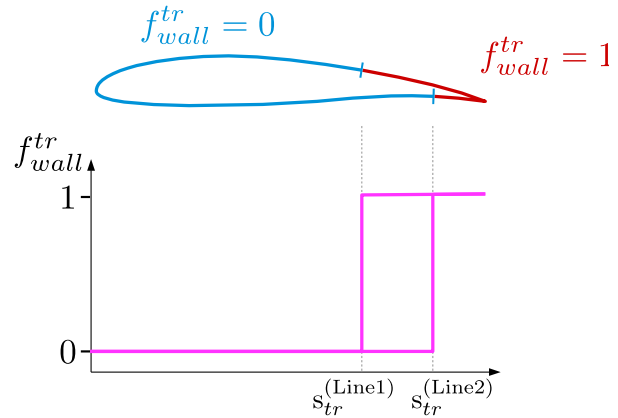
(e) Évaluation du critère AHD [6–9, 11] pour  $H \lesssim 3$  et du critère Gleyzes [83] pour  $H \gtrsim 3$



(f) Détermination du point de transition,  $s_{tr}$  où  $N = N_{tr}(T_{u_\delta})$ , relation de Mack [125].



(g) Remplissage de la fonction de transition<sup>†</sup> à la paroi,  $f_{wall}^{tr}$ . Activation Step en exemple. Alternative : activation LSTT (fig. 6.1)  
<sup>†</sup> : (idem pour la variable  $C_{lim}$ )



**FIGURE 6.3** – Étapes à suivre pour l'application des critères de transition. Avant cette étape, les lignes de transition doivent être construites et pré-conditionnées (voir fig. 6.2). À l'issue de cette phase, la variable pariétale  $f^{tr}$  (et éventuellement  $C_{lim}$ ) doivent être extrudés (voir fig. 6.4) afin de pouvoir les appliquer aux termes sources des équations de la turbulence.

**(e) Application des critères de transition :** Cette étape est schématisée sur la figure 6.3(e), et elle a pour but de trouver le point de transition sur chaque ligne de transition. Dans le cadre des études de cette thèse les critères principalement utilisés sont Arnal-Habiballah-Delcourt [6, 7, 11] (AHD) et Gleyzes [83] pour la prévision du point de transition naturelle d'une couche limite attachée ou décollée. Les critères de AHD-Gleyzes, basés sur l'analyse de stabilité linéaire et sur des corrélations

expérimentales, sont utilisés pour modéliser le taux d'amplification total,  $N$ , des ondes de Tollmien-Schlichting. Ainsi, ces critères sont plutôt adaptés à la prévision de la transition naturelle (pour de faibles niveaux de turbulence externe). Les critères évaluent des expressions algébriques non-locales le long de l'abscisse curviligne  $s$ . Ces expressions emploient des quantités de couche limite, d'où la nécessité de les calculer lors de l'étape précédente.

Par un souci de simplicité, seule l'expression du critère AHD sous sa forme incompressible est présentée ici :

$$Re_{\theta_{tr}} = -206 \exp(25.7\overline{\Lambda_2})[\ln(16.8T_{u_{tr}}) - 2.77\overline{\Lambda_2}] + Re_{\theta_{cr}} \quad (6.6)$$

Le point de transition est localisé à  $s = s_{tr}$  où  $Re_{\theta(s)} = Re_{\theta_{tr}}$  est atteint. On peut remarquer que le point transition dépend du niveau de turbulence seuil,  $T_{u_{tr}}$ . Cette valeur correspond au niveau de turbulence à la frontière de couche limite,  $T_{u_{tr}} \equiv T_{u_\delta}$ . L'indice "cr" fait référence au point critique laminaire, qui est localisé à  $s = s_{cr} < s_{tr}$  lorsque  $Re_{\theta(s)} = Re_{\theta_{cr}} = \exp(52/H_{(s)} - 14.8)$ . Le paramètre de Pohlhausen moyen,  $\overline{\Lambda_2}$ , s'écrit (6.7) :

$$\overline{\Lambda_2} = \frac{1}{s - s_{cr}} \int_{s_{cr}}^s \frac{-\theta^2}{\mu|\overline{u}_e|} \frac{\partial p_{wall}}{\partial s} ds, \quad (6.7)$$

où  $|\overline{u}_e|$  indique le module de la vitesse à la frontière de la couche limite et  $p_{wall}$  la pression à la paroi.

Le critère AHD est utilisé depuis le point critique laminaire jusqu'au point où  $H = 2.8$ . Si le point de transition n'a pas été atteint à ce point (nommé le point *switch*), alors la prévision du point de transition est relayée par le critère de Gleyzes, qui modélise le taux d'amplification total  $N$  et s'écrit comme ceci :

$$N(s) = N_{sw} + \int_{Re_{\theta_{sw}}}^{Re_\theta} \frac{-2.4}{B_{GL}} dRe_\theta \quad (6.8)$$

La fonction de Gleyzes  $B_{GL}$  s'écrit (6.9) :

$$B_{GL} = \begin{cases} \frac{-162.11093}{H^{1.1}} & \text{pour } 3.36 < H \\ -73[\exp[-1.56486(H - 3.02)]] & \text{pour } 2.8 < H \leq 3.36 \\ -103[\exp[-4.12633(H - 2.8)]] & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.9)$$

**(f) Détermination de la localisation du point de transition :** Comme schématisé sur la figure 6.3(f), le point de transition se situe au point où le taux d'amplification total atteint la valeur seuil  $N_{tr} = N(s = s_{tr})$  de l'équation (6.8). Cette valeur seuil est liée à la valeur seuil du taux de turbulence externe  $T_{u_\delta}$  via la relation de Mack [125],  $N_{tr} = -2.4 \ln(T_{u_\delta}) - 8.43$ .

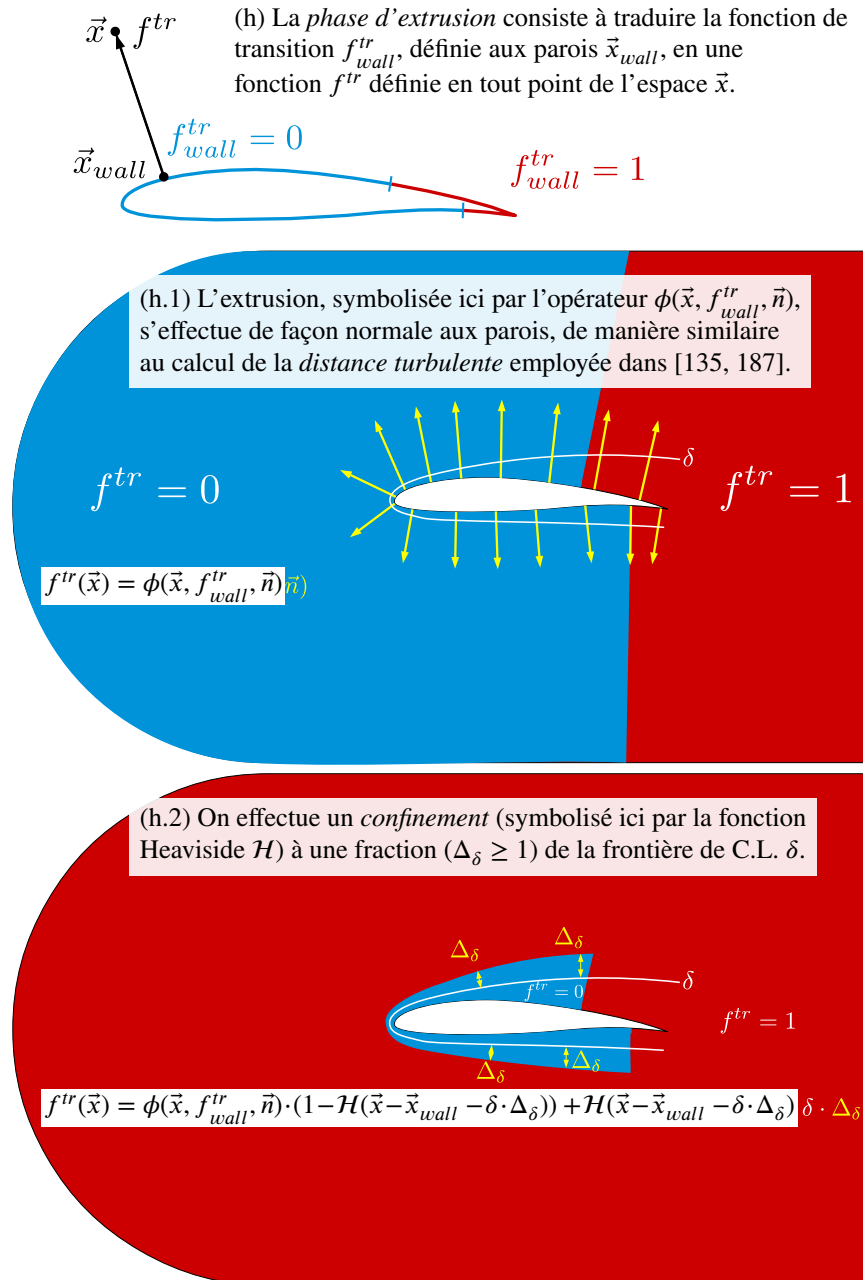
Notons que la valeur de  $N_{sw} > 0$  de l'équation (6.8) prend en compte de l'histoire de la réceptivité des perturbations de la couche limite laminaire jusqu'au point *switch*. Sa valeur est déterminé en remplaçant  $Re_{\theta_{tr}}$  par la valeur actuelle de  $Re_{\theta}(s = s_{sw})$  de l'équation (6.6), puis en injectant la relation de Mack dans (6.6) et en résolvant pour  $N(s = s_{sw})$ , ce qui conduit à (6.10) :

$$N_{sw} = -8.43 - 2.4 \ln \left[ \frac{1}{16.8} \exp \left( 2.77 \overline{\Lambda_2} - \frac{Re_{\theta} - Re_{\theta_{cr}}}{206 \exp(25.7 \overline{\Lambda_2})} \right) \right] \quad (6.10)$$

**(g) Calcul des fonctions de transition à la paroi :** Cette étape, représentée sur la figure 6.3(g), consiste à fournir des valeurs numériques aux fonctions de transition en connaissant le point de transition  $s_{tr}$ . Dans l'exemple de la figure 6.3(g), une simple activation *off/on* de type *Step* où  $f_{wall}^{tr}(s < s_{tr}) = 0$  et  $f_{wall}^{tr}(s \geq s_{tr}) = 1$  est présentée. Alternativement, lors de cette étape on peut effectuer l'activation LSTT (figure 6.1), car  $s_{tr}$  et  $s_{sep}$  sont connus. Notons que le calcul de la variable  $C_{lim}$  s'effectue également à ce moment là.

**(h) Extrusion algébrique des fonctions de transition :** Cette phase est illustrée sur la figure 6.4. Elle consiste à traduire les fonctions de transition ( $f^{tr}$ ,  $C_{lim}$ ) définies à la paroi lors de l'étape (g), en une fonction définie en tout point de l'espace 3D. Pour cela, on effectue une extrusion normale aux parois. Cette opération d'extrusion est semblable à celle qui doit être effectuée pour obtenir la distance à la paroi,  $n$ , utilisée par exemple dans les modèles de turbulence de Menter SST [135] et de Spalart-Allmaras [187]. Par contre, en plus de cette opération d'extrusion, schématisée sur la figure 6.4(h.1), en pratique on effectue en même temps une opération de *confinement*. Le confinement, schématisé sur la figure 6.4(h.2), consiste à limiter l'extrusion de la paroi jusqu'au voisinage de la frontière de couche limite, l'étendu du confinement étant déterminé par le facteur  $\Delta_{\delta} > 1$  et l'épaisseur de couche limite  $\delta$ . Au-delà de la région de confinement, des valeurs constantes des fonctions de transition sont appliquées. Par exemple, pour des distances à la paroi supérieures à la frontière de confinement, la fonction  $f^{tr}$  et  $C_{lim}$  valent 1 :  $f^{tr}(n > \Delta_{\delta} \delta) = 1$  et  $C_{lim}(n > \Delta_{\delta} \delta) = 1$ . Il est important de souligner que l'opération d'extrusion s'effectue de façon algébrique à chaque fois que les fonctions de transition sont sollicitées via les termes des équations de la turbulence. Il n'est pas nécessaire de stocker les valeurs volumiques de l'extrusion à chaque point du maillage.

En résumé, essentiellement les différentes étapes de l'application de l'approche LSTT se divisent en trois phases principales : la phase de pré-traitement ou pré-conditionnement (figure 6.2), la phase de co-traitement et d'application des critères (figure 6.3) et la phase d'application des fonctions de transition ou d'extrusion (figure 6.4). Pour des simulations où les conditions aux limites ne varient pas avec le temps et les corps ne changent pas de position durant la simulation, la phase de pré-traitement (fig. 6.2) n'est effectué qu'une seule fois, au début de la simulation. Dans le cas contraire, cette opération doit être effectuée tous les modulo itérations en temps, afin de prendre en compte l'évolution de la topologie de l'écoulement avec le temps (c'est le cas, par exemple, lorsque cette méthode est appliquée aux rotors d'hélicoptère en vol d'avancement [85] où la phase de pré-conditionnement doit être programmée afin de prendre en compte le changement de topologie de l'écoulement lors de



**FIGURE 6.4** – Étapes à suivre pour l'extrusion des fonctions de transition pariétales ( $f^{tr}$  et similairement  $C_{lim}$ ) afin de pouvoir les appliquer aux termes sources des équations de la turbulence (donc en tout point 3D de l'espace). Avant cette phase, les lignes de transition doivent être construites et pré-conditionnées (voir fig. 6.2) et les critères de transition doivent être appliqués (voir fig. 6.3).

la rotation des pales). Les deux autres phases de la méthode (figs. 6.3 et 6.4) ne nécessitent a priori aucune intervention de l'utilisateur. Soulignons, enfin, qu'une relaxation de la procédure peut être effectuée : les phases de co-traitement de couche limite, du calcul des critères  $\delta$  et d'extrusion peuvent

n'être effectuées que modulo un nombre d'itérations déterminé. Cette démarche de relaxation peut aider à améliorer la convergence des simulations stationnaires.

### 6.3.2 Choix du cadre d'implémentation

Comme précisé au §6.3.1, l'enjeu principal de l'implémentation des modèles proposés dans cette thèse consiste à définir les fonctions de transition  $f^{tr}$  et  $C_{lim}$  en tout point du domaine de calcul. Il est judicieux de rappeler que l'approche LSTT s'appuie sur le cadre de simulation RANS avec transition par critères non-locaux avec activation algébrique de la turbulence. Ce cadre, qui existait déjà avant le début des travaux de cette thèse, est détaillé par Cliquet et al. [47] et Perraud et al. [151]. Un choix alternatif aurait pu consister à baser LSTT dans le cadre d'*équations de transport* [19, 20, 45, 112–114, 123, 142–144, 200] où  $f^{tr}$  et  $C_{lim}$  seraient des quantités transportées. Ce cadre alternatif a un certain nombre d'avantages, notamment :

1. La simplicité d'implémentation dans la plupart de codes CFD, car ils sont tous basés justement sur le concept d'équations de transport [114].
2. La simplicité de la parallélisation massive, car les équations de transport sont reliées à des quantités locales<sup>2</sup> [114, 200].
3. L'emploi exclusif des quantités locales<sup>2</sup> permet l'utilisation directe de la méthode sur des maillages non-structurés [113].

En revanche, les avantages énumérés ci-dessus ne sont possibles effectivement que si les modèles de turbulence et de transition sont basés exclusivement sur des quantités locales<sup>2</sup>. Ceci empêche l'accès à des quantités décrivant finement les propriétés des couches limite (§1.3.3) comme  $H$ ,  $\delta^*$  ou  $Re_\rho$ . Or, les critères de transition produisent des prévisions précises du point de transition [151] car ils se basent sur ces quantités non-locales. En outre, l'hypothèse principale (§6.1) de LSTT repose sur l'emploi d'une quantité non-locale : la longueur laminaire du bulbe (6.1). Ce dernier aspect suffit à justifier l'emploi du cadre transitionnel algébrique non-local. Toutefois, il est pertinent d'énumérer également les principaux avantages de ce cadre (contre l'emploi d'un cadre basé purement sur des quantités locales et équations de transport) :

1. L'emploi conjoint des quantités non-locales de couche limite et du concept de lignes de transition [47] permet l'utilisation de critères de transition fournissant des prévisions précises du point de transition [151].
2. L'accès à des quantités non-locales, comme la longueur laminaire du bulbe, permet de modéliser l'activation de la turbulence à l'échelle du phénomène physique d'intérêt (le bulbe), ce qui produit des prévisions précises pour des échelles très différentes de bulbes [25].

---

2. Nous admettons ici qu'une quantité est considérée locale si elle est accessible uniquement par le stencil de calcul numérique (par exemple 5 cellules de maillage dans chacune des 3 directions spatiales pour le schéma numérique AUSM+ [121, 130] employé dans les maillages structurés des travaux de cette thèse).

3. D'un point de vue informatique, ce cadre nécessite moins de place mémoire qu'un équivalent en équation de transport. Par exemple, dans le cadre algébrique les fonctions  $f^{tr}$  et  $C_{lim}$  sont stockées uniquement aux parois (voir §6.3.1), alors que dans un cadre basé purement sur des équations de transport ces quantités auraient dû être stockées dans tout point du maillage, nécessitant alors plus de place mémoire.

Toutefois, il est important de souligner les inconvénients majeurs du cadre retenu pour LSTT :

1. Comme il a été présenté sur la figure 6.2, la méthode nécessite un effort de pré-conditionnement qui conduit à deux inconvénients principaux :
  - (a) Dans une certaine mesure, l'utilisateur de la méthode doit avoir une connaissance *a priori* des régions laminaires, transitionnelles et turbulentes. Cet aspect n'est pas trivial dans des configurations complexes et il nuit au caractère prédictif de l'approche.
  - (b) Ce pré-conditionnement se traduit par un effort supplémentaire à fournir de la part de l'utilisateur (manuel ou automatique ; en pré-traitement et/ou co-traitement du calcul), comparé aux approches basées purement sur des équations de transport.
2. Comme il a été présenté sur la figure 6.3, la méthode nécessite le calcul des quantités de couche limite [47]. Cette opération de co-traitement est réalisable efficacement en maillages structurés, mais elle s'avère plus coûteuse dans des maillages non-structurés [travaux en cours à l'ONERA].

Compte tenu des avantages et des inconvénients de chaque cadre, ainsi que des spécificités liées aux hypothèses de la modélisation LSTT, l'utilisation du *cadre algébrique non-local de transition par critères* est justifiée.

## 6.4 Fermeture des coefficients des modèles

Dans cette section nous présentons la logique suivie dans le processus de fermeture des coefficients des fonctions de transition de l'approche LSTT (coefficients  $a$ ,  $\hat{s}_a$ ,  $\hat{s}_b$  et  $\hat{s}_c$ , cf figure 6.1). Rappelons que le but de cette calibration est de corriger les défauts de prévision des modèles RANS (cf §5). Par conséquent, afin de trouver les coefficients de fermeture du modèle, il faut d'abord déterminer la *cible* (ou *les cibles*) sur lesquelles les coefficients doivent être calibrés. Ainsi, un problème d'optimisation (par modèle de turbulence) est défini en ayant comme paramètres à optimiser les coefficients LSTT et comme cible(s) la(les) quantité(s) de référence. Or, l'ensemble de choix possibles pour définir la(les) cible(s) est vaste : on peut chercher à optimiser sur un seul écoulement de référence, ou sur plusieurs ; on peut cibler une seule quantité physique (comme le frottement) ou plusieurs (comme les tensions de Reynolds, les profils de vitesse, etc). En conséquence, il est important de souligner les observations suivantes :

1. Un grand nombre d'écoulements cibles produirait une calibration des coefficients de fermeture mieux adaptée à des variations des paramètres physiques, ce qui est un aspect souhaitable pour le modèle. Cependant, cela poserait les inconvénients suivants :

- (a) Il faudrait disposer d'un accès à des données détaillées, riches et fiables sur plusieurs écoulements de bulbes de décollement laminaire.
  - (b) Plus le nombre d'objectifs est important, plus l'algorithme d'optimisation à appliquer doit être sophistiqué afin d'éviter la non-convergence du processus d'optimisation.
  - (c) Plus le nombre d'objectifs est important, plus le nombre d'évaluations de la fonction est élevé pour produire une convergence de l'optimisation, ce qui produirait un coût globalement important. Notons que chaque évaluation de la fonction d'optimisation consiste en une simulation RANS transitionnelle jusqu'à convergence avec un maillage très fin à l'échelle du bulbe (afin de réduire l'impact du schéma numérique).
2. Le choix de cibler des quantités physiques de référence sous forme de champs (champs de vitesses, champs de tensions de Reynolds) produirait une calibration plus précise du modèle LSTT qu'en choisissant des cibles dimensionnellement moins riches (comme l'évolution 1D du coefficient de frottement, ou même un simple scalaire comme le coefficient de traînée). Cependant, des inconvénients analogues à ceux exposés dans le point précédent pourraient apparaître, à savoir :
- (a) Cibler tout un champ d'une ou de plusieurs quantités physiques équivaut à résoudre un problème d'optimisation avec un grand nombre d'objectifs (cela dépend de la discrétisation spatiale du champ de la cible). Afin d'accomplir cette tâche, les algorithmes basés sur l'adjoint sont spécialement bien adaptés, mais ils nécessitent une intervention forte dans les équations du système à résoudre (y compris dans les équations des modèles de turbulence et de transition). Puisque l'implémentation de cette approche dans l'ensemble des modèles utilisés n'existe pas à l'heure où les travaux de cette thèse sont effectués, et considérant l'important investissement en temps d'une telle entreprise, cette voie n'a pas été explorée.
  - (b) Nous estimons que le nombre d'itérations d'optimisation pour calibrer tout un champ est plus important que le nombre d'itérations nécessaire pour calibrer une courbe 1D ou un ensemble plus petit de variables physiques.

En considérant ces observations, le choix a été fait de privilégier les méthodes les plus simples et rapides qui se prêtent le mieux à l'automatisation du processus de calibration. Pour cela, dans un premier temps, la calibration des coefficients LSTT [25] des modèles  $k-\omega$  de Wilcox (1988) [208], Menter [135], Kok [105] et Wilcox (2006) [207, 209] a été effectuée de la manière suivante :

1. Un seul écoulement de référence a été considéré pour la calibration. Cet écoulement est celui présenté dans §5.1 où l'on dispose des données DNS de Laurent et al. [117].
2. La cible,  $\tilde{c}$ , de l'optimisation est le vecteur suivant :

$$\tilde{c} = [x_{\text{reat}}, \max(c_f(x > x_{\text{reat}})), x(\max(c_f(x > x_{\text{reat}}))), x(\min(c_f)), \delta(x_{RS} = 4)] \quad (6.11)$$

Ce qui constitue un problème d'optimisation très simple avec 4 paramètres et 1 seul objectif scalaire :  $\|\tilde{c}^{(\text{DNS})} - \tilde{c}^{(\text{RANS})}\| = 0$ .



3. Le problème d’optimisation a été résolu en résolvant un problème de Newton en approchant la Jacobienne entre deux itérations successives par différences finies.

Le processus décrit dans le paragraphe précédent a abouti [25] à l’ensemble des paramètres de fermeture présenté dans le tableau 6.1.

	$\hat{s}_a$	$\hat{s}_b$	$\hat{s}_c$	$a$
Wilcox 2006	0.182	0.414	5.83	2.15
Kok	0.200	0.620	5.83	2.23
Menter SST	0.312	0.544	5.83	2.20
Wilcox 1988	0.086	0.487	3.78	1.85

**TABLE 6.1** – Coefficients de fermeture du modèle LSTT selon différentes variantes des modèles de turbulence  $k - \omega$  proposé par Bernardos et al. [25].

Une autre méthodologie différente pour calibrer les coefficients de fermeture des fonctions LSTT a été explorée. Il s’agit d’une méthode basée sur l’assimilation des données en employant le code Birdie [59]. Comme pour la méthode précédente, un seul écoulement de référence a été utilisé. En revanche, la cible employée est basée sur une discrétisation fine de l’évolution du coefficient de frottement :

$$\tilde{c} = c_f(-1 < x_{RS} \leq 5) \tag{6.12}$$

Cette méthode a été appliquée au modèle  $k - \omega$  Wilcox 2006 et le résultat de la calibration est très similaire à celui présenté dans le tableau 6.1, ce qui valide d’application de Birdie [59] dans ce type de problématique. Ainsi, cette méthode a été utilisée pour calibrer les coefficients LSTT pour les modèles de turbulence de Hellsten [88], Spalart-Allmaras [187] et RSM SSG/LRR [44]. Les coefficients ainsi obtenus sont présentés dans le tableau 6.2.

	$\hat{s}_a$	$\hat{s}_b$	$a$
Hellsten EARSM	0.220	0.600	2.05
Spalart-Allmaras	0.428	3.107	7.03
RSM SSG/LRR- $\omega$	0.231	0.478	2.52

**TABLE 6.2** – Coefficients de fermeture du modèle LSTT selon différentes familles de modèles de turbulence en employant la méthode d’assimilation de données Birdie [59].

## 6.5 Vérification de l’apport de précision des modèles LSTT

Dans cette section, les prévisions de la configuration de référence issues de la calibration des coefficients LSTT des différents modèles de turbulence sont présentées. Dans §6.5.1, la calibration

LSTT avec le modèle de turbulence  $k - \omega$  Wilcox 2006 est détaillée. Ensuite, dans §6.5.2, les prévisions de calibration LSTT d'autres variantes  $k - \omega$  Boussinesq sont étudiées (Menter, Kok et Wilcox 1988). Enfin, dans §6.5.3, les prévisions des extensions LSTT aux modèles de turbulence de Spalart-Allmaras, Hellsten EARSM et RSM SSG/LRR sont présentées.

### 6.5.1 Prévisions calibrées du modèle Wilcox 2006 LSTT

La prévision des quantités de couche limite issues du modèle  $k - \omega$  Wilcox 2006 [207] LSTT [25] sur la configuration de référence de plaque plane (§5.1) est présentée sur la figure 6.5. Les profils de vitesse sont tracés sur la figure 6.6 et les tensions de Reynolds sur la figure 6.7.

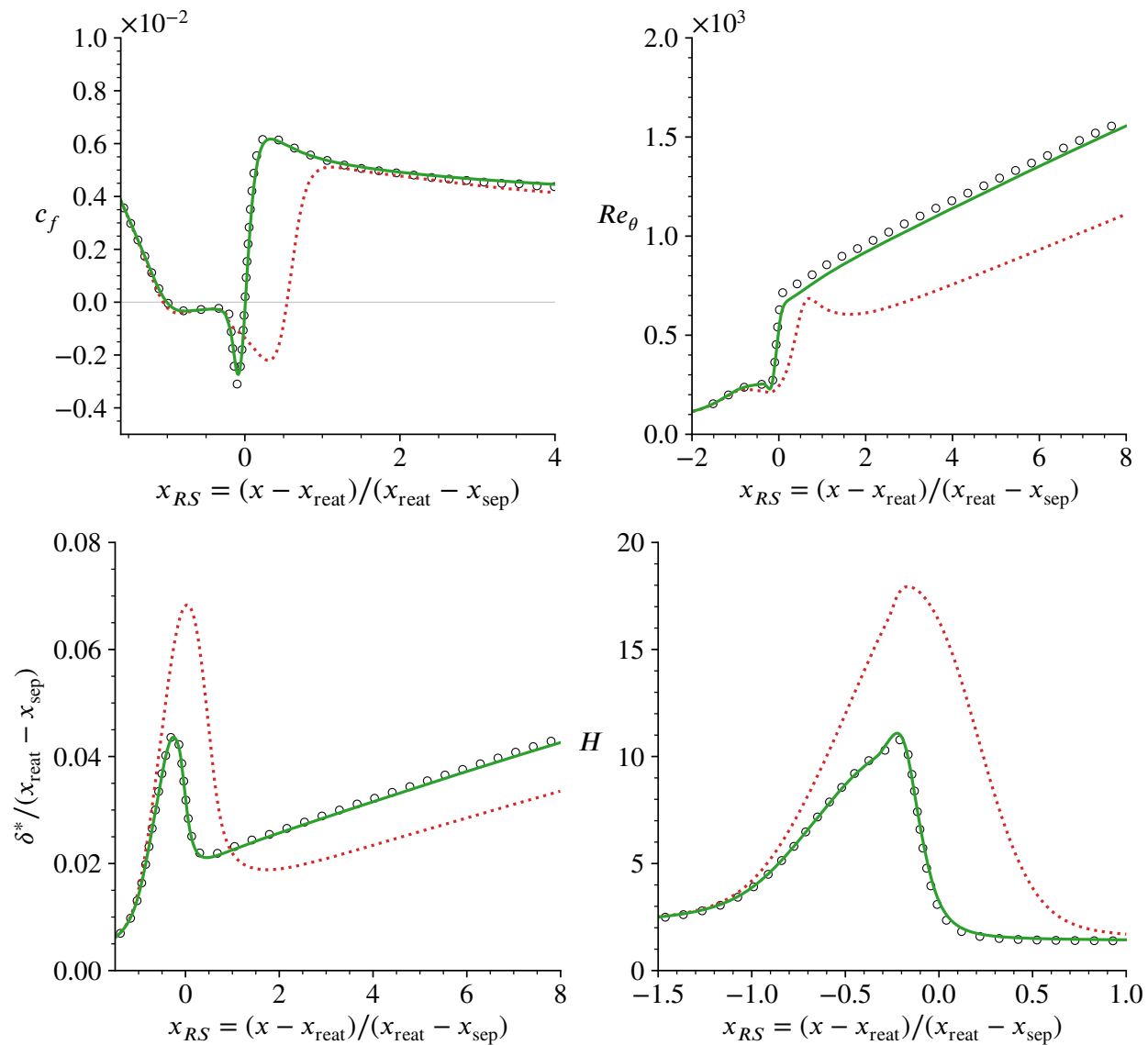
Sur la figure 6.5, on peut observer que la prévision du coefficient de frottement  $c_f$  issue de la calibration du modèle de Wilcox 2006 LSTT s'ajuste très bien à la DNS. L'activation LSTT corrige de façon efficace la prévision du  $c_f$  par rapport à l'activation Step. Cela montre que le processus de calibration a été satisfaisant, car la cible de calibration est justement basé sur  $c_f$  (§6.4). Cependant, l'observation la plus intéressante est que l'amélioration de la précision de la prévision en utilisant LSTT ne se manifeste pas uniquement sur le  $c_f$ , mais également sur l'évolution des autres quantités caractéristiques de couche limite ( $\delta^*$ ,  $Re_\theta$  et  $H$ ), ainsi que sur les profils de vitesse (figure 6.6) et la tension de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  (figure 6.7). Cette observation justifie l'emploi de la cible  $c_f$  afin de calibrer les modèles LSTT.

En observant davantage des détails de la figure 6.5, nous constatons que l'évolution de la prévision de  $Re_\theta$  du modèle LSTT permet de reproduire fidèlement l'étendue de la région transitionnelle. L'effet de blocage dû à la présence du bulbe qui se manifeste par l'arrêt de l'évolution de  $Re_\theta$  dans la partie laminaire du bulbe,  $x_{RS} < -0.27$ , est mieux prévu par LSTT que par l'activation Step. Lors de l'activation progressive du modèle de turbulence à partir du point de transition  $x_{RS}^{tr} = -0.27$ , la prévision de  $Re_\theta$  de LSTT suit une évolution bien plus marquée que la prévision Step, et donc plus proche de la DNS. Non seulement la croissance de  $Re_\theta$  immédiatement en aval du point de transition est améliorée avec LSTT, mais aussi la pente de la croissance de  $Re_\theta$  dans la région de relaxation  $x_{RS} \gtrsim 1$ . Enfin, les évolutions de  $\delta^*$  et  $H$  corroborent l'amélioration produite par LSTT, car à la différence de la prévision Step, le modèle LSTT suit bien l'évolution de la DNS partout dans l'écoulement.

Sur la figure 6.6, on observe les profils des vitesses, en échelle naturelle et logarithmique, sur plusieurs stations normales à la plaque plane. On observe que l'activation LSTT a effectivement amélioré la prévision des profils des vitesses par rapport à l'activation Step dans toutes les stations. Les profils en échelle logarithmique à  $x_{RS} = 2$  montrent une amélioration de la prévision de la zone sillage de la couche limite grâce à l'activation LSTT. L'effet du développement trop lent de la couche limite turbulente observé auparavant (cf fig 5.8), ou encore visible à la station  $x_{RS} = 1$  en échelle logarithmique de la prévision Step, est notamment corrigé par LSTT, car la localisation de la zone logarithmique de la couche limite suit très fidèlement celle de la DNS.

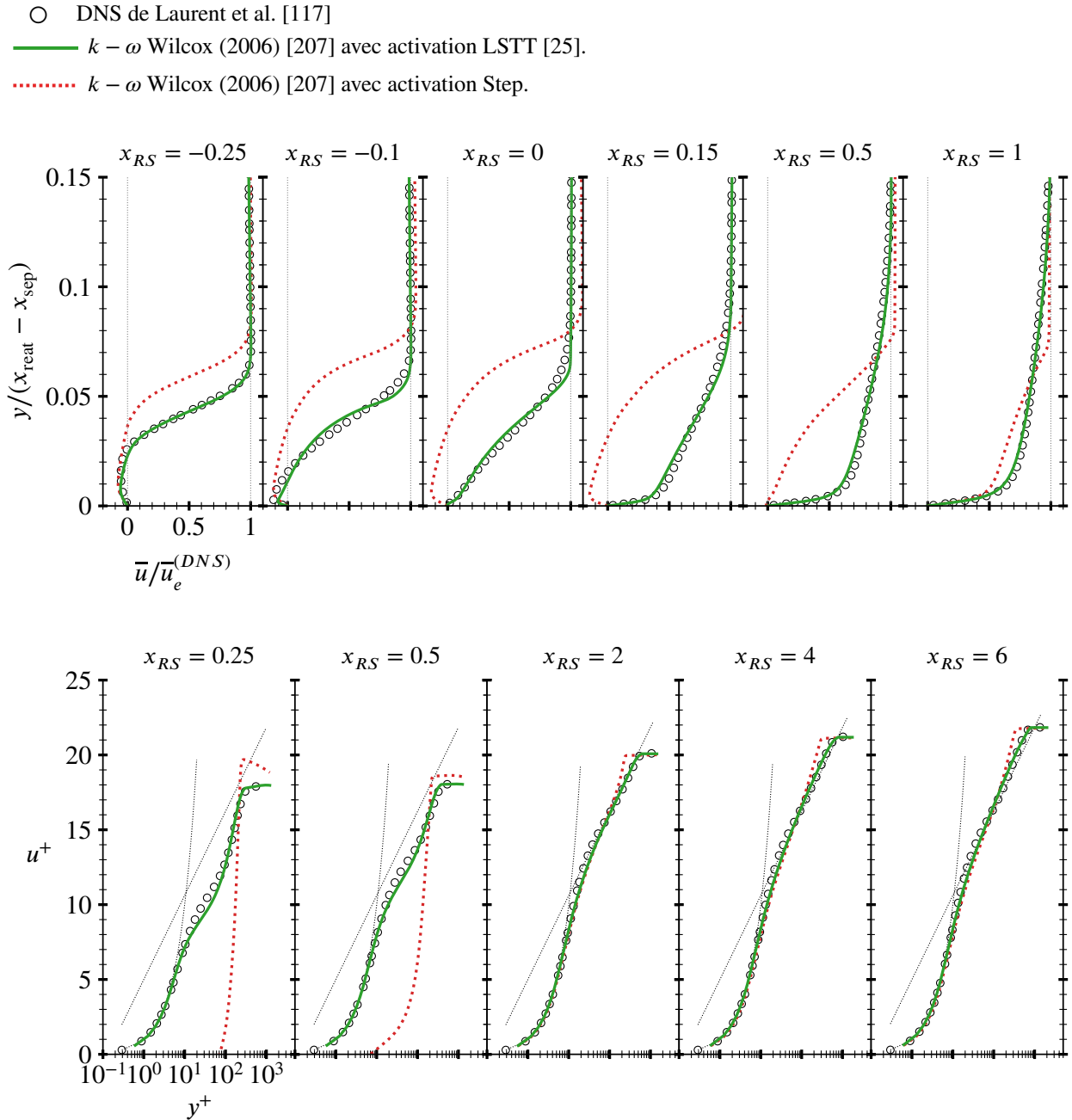
Sur la figure 6.7, on observe l'apport significatif de précision du modèle LSTT sur les tensions de

- DNS de Laurent et al. [117]
- $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25].
- ⋯  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation Step.



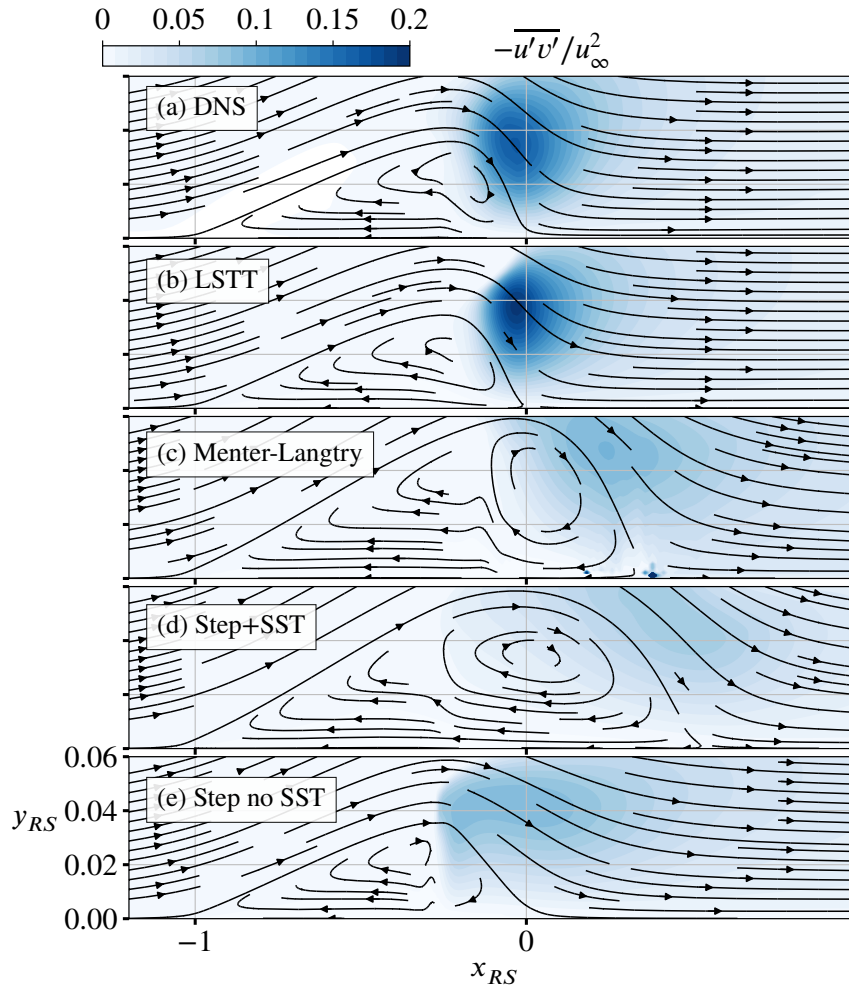
**FIGURE 6.5** – Quantités de couche limite des prévisions RANS du modèles  $k - \omega$  Wilcox 2006 [207] avec activation des termes sources à  $x_{RS} = -0.27$  en effectuant une activation type off/on (Step) ou en suivant une activation LSTT [25], comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117].

Reynolds. Effectivement, LSTT produit une région de forte concentration de turbulence au voisinage de  $(x_{RS}, y_{RS}) \approx (-0.1, 0.038)$ , en accord avec la DNS. Cette figure prouve que l'objectif principal de la modélisation LSTT, c'est-à-dire la correction de la sous-estimation des tensions de Reynolds dans la région transitionnelle, est bien vérifié. En outre, on observe que la topologie des lignes de



**FIGURE 6.6** – Profils de couche limite des prévisions RANS des modèle [207] avec activation des termes sources à  $x_{RS} = -0.27$  en effectuant une activation type off/on (Step) ou en suivant une activation LSTT [25], comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117]. Les courbes pointillées fines correspondent aux solutions théoriques  $u^+ = y^+$  et  $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+$ , avec  $\kappa = 0.41$  et  $C^+ = 5$ .

courant obtenue par la modélisation LSTT est qualitativement proche de la DNS.



**FIGURE 6.7** – Contours de la tension de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  adimensionnée par le carré de la vitesse de l'écoulement amont et lignes de courant de (a) La DNS de Laurent et al. [117] et les prévisions RANS (b-e) suivantes : (b) modèle  $k - \omega$  Wilcox 2006 [207] en effectuant une activation LSTT [25] avec  $x_{RS}^{tr} = -0.27$ ; (c) modèle  $k - \omega$  Menter SST [135] avec activation  $\gamma - Re_{\theta,t}$  de Menter-Langtry [113]; (d) modèle  $k - \omega$  Wilcox 2006 [207] avec limiteur de shear stress ( $C_{lim} = 1$ ) et activation Step à  $x_{RS}^{tr} = -0.27$ ; et (e) modèle  $k - \omega$  Wilcox 2006 [207] sans limiteur de shear stress ( $C_{lim} = 0$ ) et activation Step à  $x_{RS}^{tr} = -0.27$ .

### 6.5.2 Prévisions calibrées de variantes $k - \omega$ LSTT Boussinesq

La prévision des quantités de couche limite issues de la calibration LSTT [25] appliquée aux modèles  $k - \omega$  Wilcox 1988 [208], Menter SST [135] et Kok TNT [105], sur la configuration de référence de plaque plane (§5.1) est présentée sur la figure 6.8. La prévision des profils de vitesse est tracée sur la figure 6.9.

Sur la figure 6.8, la calibration LSTT des modèles  $k - \omega$  Boussinesq est comparée avec l'activation Step et les données DNS. Globalement, on peut observer que la calibration LSTT corrige effec-

tivement toutes les quantités de couche limite prévues par toutes les variantes  $k - \omega$ . Regardons en détail l'évolution du coefficient de frottement  $c_f$  de la figure 6.8. Malgré les différences relativement importantes entre les différents modèles lorsqu'ils sont activés en suivant l'approche Step, la calibration LSTT montre non seulement un meilleur accord avec la DNS, mais aussi une plus faible dispersion des prévisions. Quelques caractéristiques principales du bulbe, comme le point de recollement à  $x_{RS} = 0$ , le pic négatif (minimum global) de  $c_f$ , ou encore le pic positif de  $c_f$  juste en aval du recollement  $x_{RS} \gtrsim 0.2$  sont mieux prévues avec LSTT qu'avec l'activation Step. On observe cependant une légère dispersion des prévisions LSTT des valeurs de  $c_f$  plus en aval du bulbe ( $x_{RS} \gtrsim 0.6$ ). Cet effet semble très corrélé aux différences naturelles du comportement diffusif de chaque variante  $k - \omega$  [26]. Cela signifie qu'afin de corriger ces différences, il aurait fallu vraisemblablement intervenir sur les coefficients de diffusivité de chaque modèle de turbulence. Cette complexe et laborieuse opération n'est pas sans risque, car intervenir dans les coefficients de diffusion joue sur la réalisabilité des modèles [41, 74, 209] avec les risques associés de rendre le modèle trop sensible aux conditions externes de la turbulence [105, 217] ou de produire des raccords abrupts à la frontière des couches turbulentes [26, 209]. De surcroît, une intervention dans les coefficients de diffusivité impacte également l'ensemble des propriétés du modèle [209], comme par exemple la bonne vérification de la loi logarithmique, ou encore ses capacités à répondre à des forts gradients de pression et donc à prévoir des décollements. Pour cet ensemble de raisons, nous avons préféré de ne pas d'intervenir directement dans les termes de diffusion des modèles de turbulence.

Le reste des quantités de couche limite ( $\delta^*$ ,  $Re_\theta$  et  $H$ ) de la figure 6.8 présentent de faibles écarts entre les différentes prévisions LSTT. Au vu de ces résultats, on peut considérer les calibrations LSTT des modèles  $k - \omega$  Boussinesq comme acceptables.

### 6.5.3 Prévisions des extensions de LSTT à d'autres modèles de turbulence

La prévision des quantités de couche limite issues de la calibration LSTT [25] appliquée aux modèles Hellsten EARSM [88], Spalart-Allmaras [187] et RSM SSG/LRR [44], sur la configuration de référence de plaque plane (§5.1) est présenté sur la figure 6.10. La prévision des profils de vitesse est présenté sur la figure 6.11.

Sur la figure 6.10, les prévisions LSTT des quantités de couche limite sont comparées aux activations Step et aux données DNS. La calibration LSTT fournit des prévisions plus proches de la DNS que l'activation Step dans toutes les quantités présentées et pour tous les modèles. Les dimensions du bulbe sont bien reproduites par LSTT, car le point de recollement ( $x_{RS} = 0$ ) et la valeur et position du pic positif de frottement en aval du recollement (vers  $x_{RS} \gtrsim 0.2$ ) sont en bon accord avec la DNS. Cependant, on remarque un accord moins bon entre la valeur minimale globale de frottement ( $\min(c_f)$ ) de LSTT et de la DNS. En effet, les modèles de Hellsten et RSM SSG/LRR présentent un minimum moins intense que la DNS, et au contraire le modèle de Spalart-Allmaras surestime ce pic négatif.

Le reste des quantités de la figure 6.10 ( $\delta^*$ ,  $Re_\theta$  et  $H$ ) présentent une nette amélioration des prévisions LSTT par rapport à l'activation Step. Des écarts relatifs entre les différents modèles LSTT

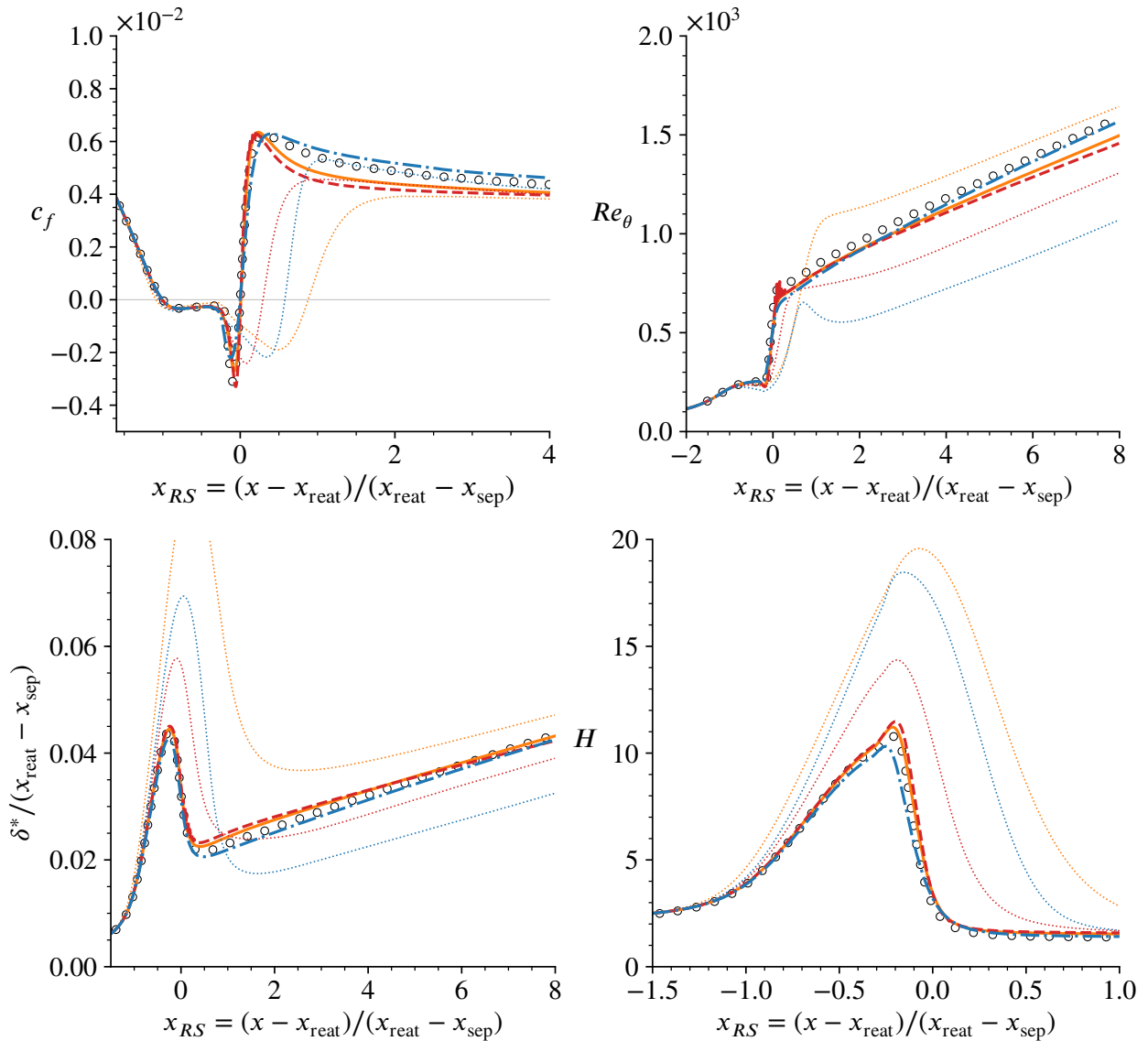
persistent, mais ils peuvent être considérés comme faibles, surtout sachant que les modèles de turbulence présentés ont des formulations mathématiques extrêmement différentes.

Focalisons maintenant sur les prévisions des profils de vitesse de la figure 6.11. Un des premiers aspects que l'on peut remarquer est le fait que l'activation LSTT provoque une amélioration des prévisions par rapport à Step, car les courbes LSTT sont plus proches de la DNS que celles de Step. Cependant, on observe des écarts de prévisions non négligeables entre les différents modèles activés selon LSTT. Tandis que le modèle LSTT Spalart-Allmaras suit fidèlement l'évolution de la DNS à plusieurs stations  $x_{RS}$ , les modèles Hellsten et RSM SSG/LRR sont en moins bon accord, en particulier dans l'intervalle  $(-0.1 \lesssim x_{RS} \lesssim 1)$ . La raison de ce désaccord n'a pas été identifiée dans le cadre des travaux de cette thèse. Toutefois, certaines observations méritent d'être effectuées afin d'amorcer la réflexion sur les perspectives qui permettront de résoudre la question :

1. Il est remarquable de constater que les modèles activés avec LSTT qui reproduisent le mieux l'évolution DNS sont systématiquement ceux qui :
  - (a) prévoient des valeurs de  $c_f$  en aval du recollement  $x_{RS} > 0$  égaux ou légèrement supérieurs à la DNS.
  - (b) prévoient des valeurs de  $\delta^*$  et de  $Re_\theta$  égaux ou légèrement inférieurs à celles de la DNS dans la région turbulente ( $x_{RS} \gtrsim 1$ ).
  - (c) ont un taux de croissance de  $\delta^*$  et de  $Re_\theta$  ( $d\delta^*/dx$  et  $dRe_\theta/dx$ ) en aval du bulbe ( $x_{RS} \gtrsim 2$ ) plus fort que les modèles activés LSTT qui sont en moins bon accord avec la DNS.
2. Les tendances évoquées dans le point 1 semblent être corrélées avec les propriétés diffusives de la famille de modèles de turbulence  $k - \omega$  Boussinesq [26]. Cependant, nous n'avons pas pu explorer comment ces tendances se comparent entre modèles de turbulence de familles différentes.
3. Les écarts de prévisions relatifs entre chaque modèle activé selon LSTT est plus important au voisinage du bulbe que bien en aval de celui-ci. Soulignons que les dits écarts se produisent alors dans une région de faible nombre de Reynolds.

Par conséquent, une première piste de réflexion à considérer consisterait à étudier comment la diffusivité naturelle à faible nombre de Reynolds des modèles Hellsten EARSM et RSM SSG/LRR se compare à celle de, par exemple, Wilcox 2006 (qui est parmi les plus diffusifs [26, 208, 209] de la famille  $k - \omega$  Boussinesq et qui donne des bonnes prévisions lorsqu'il est activé en LSTT). Il se pourrait que, d'après ce que suggèrent les observations précédentes, les modèles de Hellsten et RSM SSG/LRR soient, sous ces conditions de faible nombre de Reynolds, moins diffusifs que Wilcox 2006. Si c'était effectivement le cas, afin d'améliorer la précision des prévisions LSTT de Hellsten et de RSM SSG/LRR, il faudrait alors agir sur leur comportement diffusif avec toutes les précautions nécessaires pour éviter les risques évoqués dans la section précédente (voir §6.5.2). Enfin, nous mettons en garde le lecteur à propos de ces pistes, car elles ne sont que des hypothèses qui reposent sur l'observation des tendances des prévisions LSTT des travaux réalisés dans cette thèse.

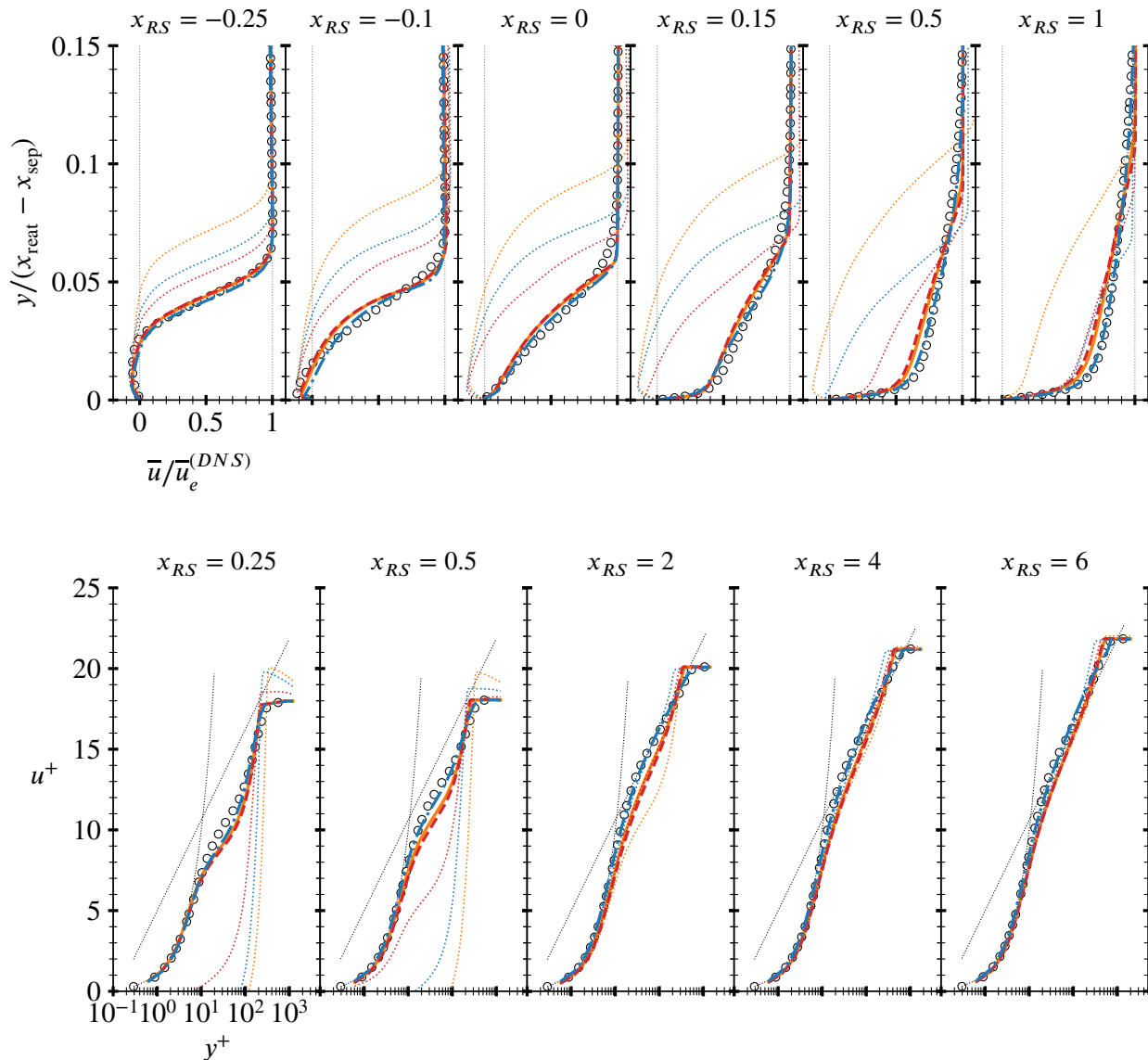
- DNS de Laurent et al. [117]
- $k - \omega$  Kok [105] avec activation LSTT [25].
- - -  $k - \omega$  Menter SST [135] avec activation LSTT [25].
- · - ·  $k - \omega$  Wilcox (1988) [208] avec activation LSTT [25].
- · ·  $k - \omega$  Kok [105] avec activation Step.
- · ·  $k - \omega$  Menter SST [135] avec activation Step.
- · ·  $k - \omega$  Wilcox (1988) [208] avec activation Step.



**FIGURE 6.8** – Quantités de couche limite de l'activation Step (tracé discontinu) et de la calibration LSTT [25] (tracé continu avec des symboles) appliquée aux modèles  $k - \omega$  Wilcox 1988 [208], Menter SST [135] et Kok TNT [105] avec activation des termes sources à  $x_{RS} = -0.27$ , comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117].

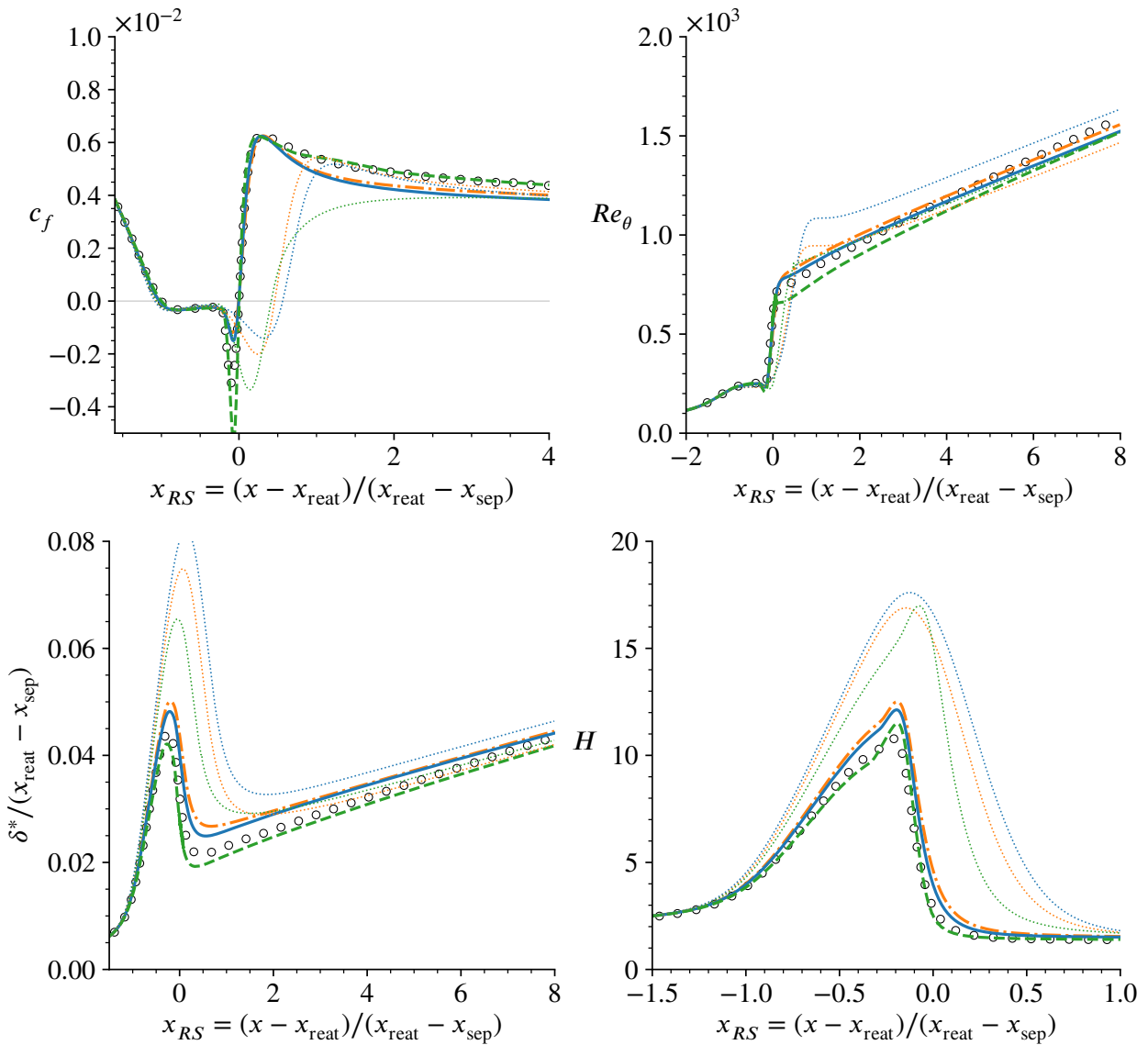


- DNS de Laurent et al. [117]
- $k - \omega$  Kok [105] avec activation LSTT [25].
- -  $k - \omega$  Menter SST [135] avec activation LSTT [25].
- · -  $k - \omega$  Wilcox (1988) [208] avec activation LSTT [25].
- · ·  $k - \omega$  Kok [105] avec activation Step.
- · ·  $k - \omega$  Menter SST [135] avec activation Step.
- · ·  $k - \omega$  Wilcox (1988) [208] avec activation Step.

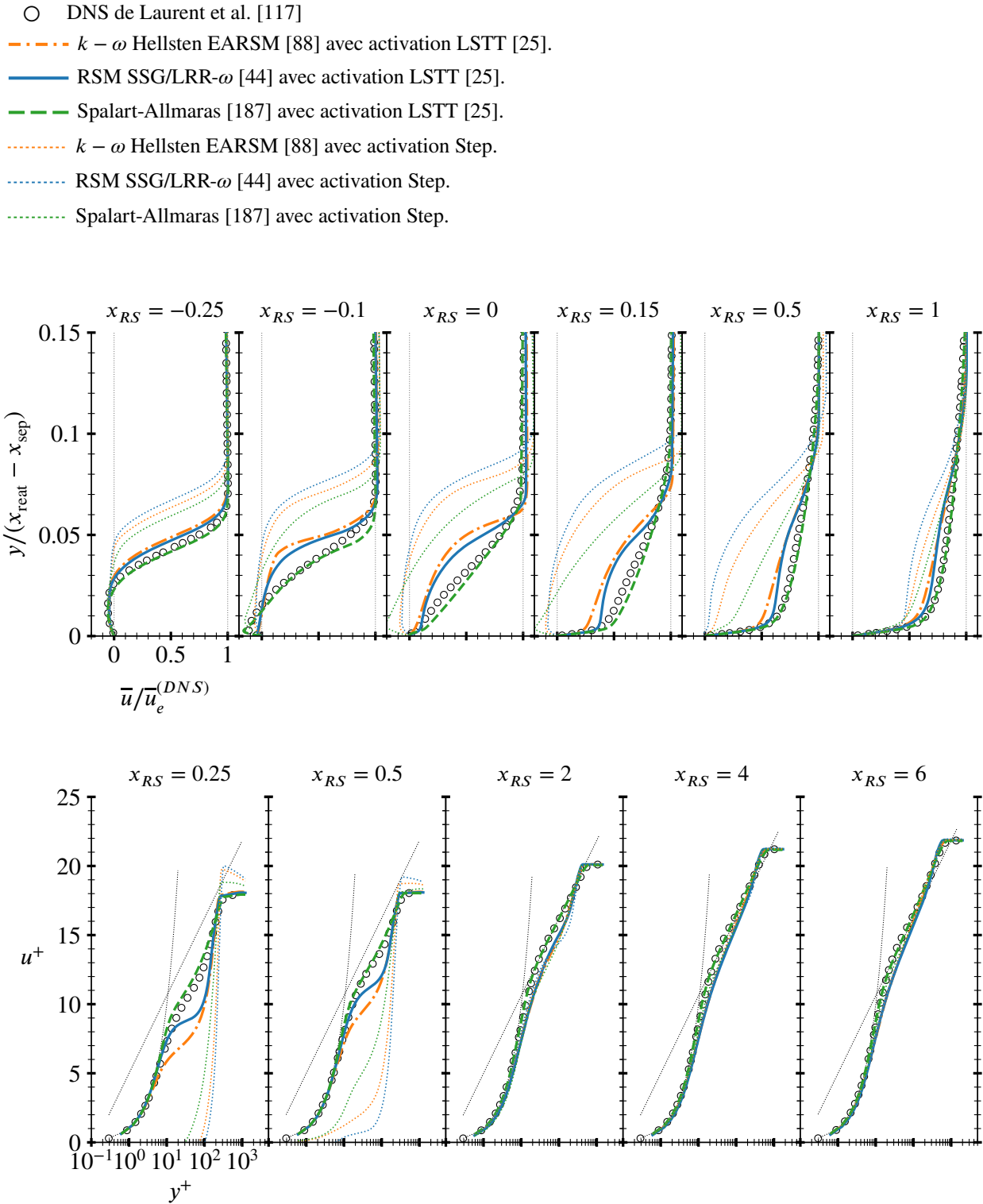


**FIGURE 6.9** – Profils de couche limite des prévisions RANS appliquées aux modèles  $k - \omega$  Wilcox 1988 [208], Menter SST [135] et Kok TNT [105] avec activation des termes sources à  $x_{RS} = -0.27$  en effectuant une activation type off/on (Step) ou en suivant une activation LSTT [25], comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117]. Les courbes pointillées fines correspondent aux solutions théoriques  $u^+ = y^+$  et  $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+$ , avec  $\kappa = 0.41$  et  $C^+ = 5$ .

- DNS de Laurent et al. [117]
- $k - \omega$  Hellsten EARSM [88] avec activation LSTT [25].
- RSM SSG/LRR- $\omega$  [44] avec activation LSTT [25].
- Spalart-Allmaras [187] avec activation LSTT [25].
- $k - \omega$  Hellsten EARSM [88] avec activation Step.
- RSM SSG/LRR- $\omega$  [44] avec activation Step.
- Spalart-Allmaras [187] avec activation Step.



**FIGURE 6.10** – Quantités de couche limite de l'activation Step (tracé discontinu) et de la calibration LSTT [25] (tracé continu avec des symboles) appliquée aux modèles  $k - \omega$  Hellsten EARSM [88], Spalart-Allmaras [187] et RSM SSG/LRR [44] avec activation des termes sources à  $x_{RS} = -0.27$ , comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117].



**FIGURE 6.11** – Profils de vitesse de l’activation Step (tracé discontinu) et de la calibration LSTT [25] (tracé continu avec des symboles) appliquée aux modèles  $k - \omega$  Hellsten EARSM [88], Spalart-Allmaras [187] et RSM SSG/LRR [44] avec activation des termes sources à  $x_{RS} = -0.27$ , comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117]. Les courbes pointillées fines correspondent aux solutions théoriques  $u^+ = y^+ + \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+$ , avec  $\kappa = 0.41$  et  $C^+ = 5$ .

## Chapitre 7

# Étude de la sensibilité des modèles LSTT à des paramètres physiques et numériques

**D**ANS ce chapitre, la sensibilité des modèles LSTT à divers paramètres physiques et numériques est présentée. L'étude de l'influence de ces paramètres de simulation est effectuée à partir du cas de référence [116–118] présenté dans la section §5.1. Dans la section §7.1, la sensibilité de l'activation LSTT à la discrétisation spatiale du maillage est étudiée. Dans la section §7.2, on s'intéresse à l'impact des réglages des paramètres physiques dans la modélisation, comme l'emploi de limiteurs. Dans la section §7.3 on étudiera l'impact sur l'activation LSTT des conditions ambiantes de turbulence résiduelle, qui sont liées aux conditions aux limites dans diverses applications, notamment celles d'aérodynamique interne en turbomachines. Enfin, dans la section 7.5, nous dresserons un bilan de toutes les observations précédentes afin de construire un ensemble de recommandations sur les paramètres des simulations lors de l'utilisation de l'activation LSTT. Ces recommandations sont suivies dans les études de validation présentés dans la partie III de cette thèse.

Le modèle de turbulence  $k - \omega$  Wilcox 2006 [207] est utilisé pour l'ensemble d'analyses paramétriques effectuées dans ce chapitre. Ce choix n'est pas obligatoire et un autre modèle aurait pu être retenu pour l'analyse. En revanche, l'auteur de cette thèse fait le choix de privilégier le modèle de Wilcox (2006) pour les raisons suivantes : (a) une exhaustive documentation du modèle existe expliquant en détail sa construction et ses caractéristiques [207, 209], (b) le modèle possède une diffusion adaptée aux écoulements à faible nombre de Reynolds, tout en étant réalisable [26] et (c) le modèle n'a pas de défauts compromettant les conclusions de l'analyse (i.e. une sensibilité trop prononcée aux conditions externes, de profils de vitesse abrupts à la frontière, etc).

## 7.1 Étude de la détérioration des prévisions par rapport à la qualité du maillage

Dans cette section, nous examinons la dépendance au maillage du modèle  $k - \omega$  Wilcox 2006 [207] activé avec LSTT pour le cas de référence de plaque plane [117] présenté dans §5.1.

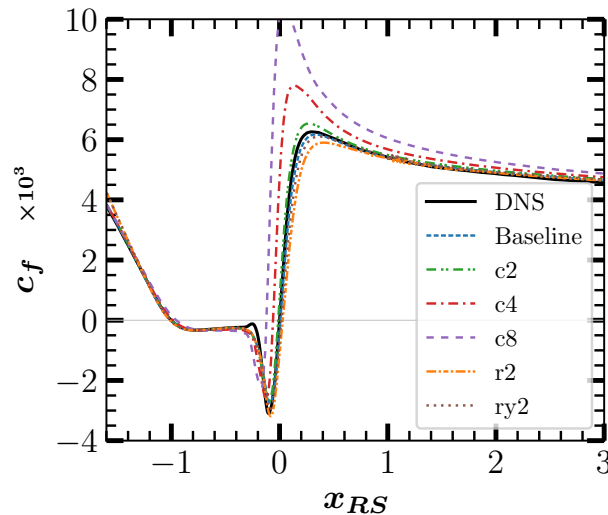
Six maillages différents sont considérés, comme présenté dans la table 7.1. Le coefficient de frottement et les profils de vitesse obtenus sur différents maillages sont présentés sur les figures 7.1 et 7.2 respectivement.

Maillage	$N_i^\dagger$	$N_j^\dagger$	$\Delta y_{(x_{RS}=2)}^+$	$N_{\delta(x_{RS}=2)}$
r2	1428	330	0.29	254
ry2	714	330	0.29	254
Baseline	714	165	0.58	127
c2	357	165	0.58	127
c4	178	165	0.58	127
c8	89	165	0.58	127

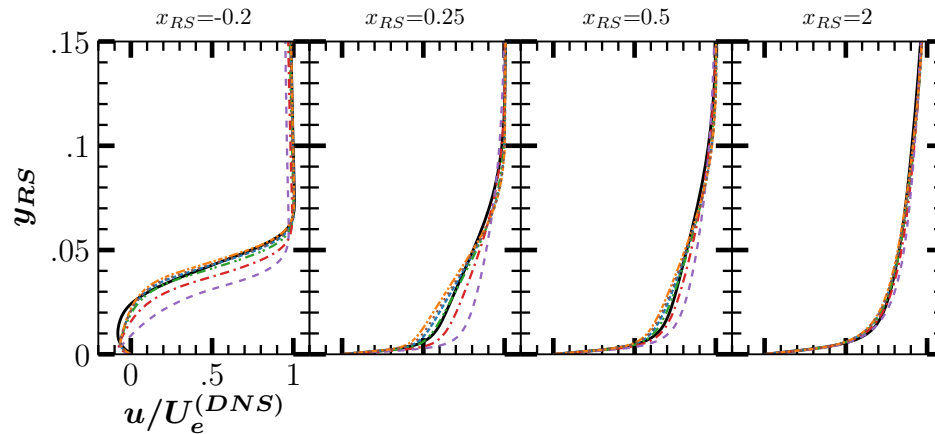
**TABLE 7.1** – Maillages considérés pour l'étude d'influence du maillage.

$\dagger$  : Le nombre de points concerne la région comprise entre  $-1 \leq x_{RS} \leq 2$  et  $0 \leq y_{RS} \leq 0.5$ .

La dernière colonne indique le nombre approximatif de points contenus dans la couche limite à la station  $x_{RS} = 2$ .



**FIGURE 7.1** – Coefficient de frottement de plusieurs maillages (indiqués dans la table 7.1) en utilisant le modèle  $k - \omega$  Wilcox 2006 [207] avec activation LSTT [25] des termes sources au point de transition situé à  $x_{RS} = -0.27$ , comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117].



**FIGURE 7.2** – Profils de vitesse de plusieurs maillages (indiqués dans la table 7.1) en utilisant le modèle  $k-\omega$  Wilcox 2006 [207] avec activation LSTT [25] des termes sources au point de transition situé à  $x_{RS} = -0.27$ , comparées au résultats DNS de Laurent et al. [117].

Une convergence en maillage acceptable est obtenue pour le maillage étiqueté  $c2$ , qui est deux fois moins dense que le maillage *Baseline* dans la direction de l'écoulement. Sur la grille nommée  $ry2$ , qui est deux fois plus fine que la *Baseline* dans la direction normale à la paroi, on n'observe pas de différences significatives par rapport à cette dernière. La grille la plus fine, étiquetée  $r2$ , qui est deux fois plus fine que la *Baseline* dans les deux directions, produit une prévision qui s'écarte peu de celle produite par *Baseline*, avec seulement un pic de  $c_f$  légèrement plus réduit à  $x_{RS} \approx 0.25$ .

Comme on peut observer sur la figure 7.1, il existe une claire tendance lorsqu'on déraffine dans la direction principale de l'écoulement. En effet, cette tendance consiste en (a) une réduction de la taille du bulbe, (b) un pic positif de  $c_f$  après le recollement plus prononcé et (c) une intensité du pic négatif de  $c_f$  réduite. De façon intéressante, en aval du bulbe, vers  $x_{RS} \gtrsim 2$ , les écarts entre les prévisions issues des différents maillages sont mitigés, car le  $c_f$  et les profils de vitesse montrés sur la figure 7.2 tendent à se confondre. Cet effet semble logique, car l'impact de la discrétisation dans la direction principale de l'écoulement devrait influencer plus l'écoulement dans le bulbe, mais moins le développement en aval de la couche limite turbulente. Par ailleurs, une conséquence intéressante de cette observation est que si un maillage grossier dans le sens de l'écoulement est utilisé (par exemple, le maillage  $c8$ ), alors le bulbe est assez mal prévu, mais les effets d'histoire de celui-ci dans la couche limite turbulente en développement semblent avoir peu d'impact sur les prévisions de frottement et les profils de vitesse. Toutefois, cette observation ne prend en compte que l'influence du maillage dans l'activation du modèle avec LSTT à un point fixe. Or une modification de la prévision de la topologie du bulbe liée à l'utilisation d'un maillage trop grossier peut également influencer la prévision de la localisation du point de transition. Mais ici ce dernier effet n'est pas analysé.

Les prévisions des maillages  $c2$ , *Baseline*,  $ry2$  et  $r2$  sont proches. Sachant que la loi de discrétisation des maillages dans la direction principale de l'écoulement est presque homogène, le nombre de

points contenus dans le bulbe est approximativement 1/3 des points  $N_i$  affiché sur le tableau 7.1. Par conséquent, la convergence en maillage semble avoir lieu lorsque le bulbe est discrétisé avec 120 points dans la direction principale de l'écoulement. De surcroît, vu que les prévisions de la couche limite turbulente de la grille c8 sont acceptables malgré une pauvre prévision de la topologie du bulbe, on note que 30 points semblent suffire pour obtenir une prévision correcte de la couche limite turbulente en aval du bulbe, ce qui est usuellement l'objectif dans beaucoup d'applications.

## 7.2 Étude de l'impact des limiteurs de shear stress

Rappelons que dans les sections précédentes (cf §5.2, Fig. 5.9) il a été mis en évidence l'impact très important de l'utilisation d'un limiteur de shear stress sur la qualité des prévisions des modèles. Cela est à l'origine de l'introduction de la fonction  $C_{\text{lim}}$  dans la formulation des modèles LSTT (§6) permettant de décaler spatialement (plusieurs longueurs de bulbe en aval du recollement) l'activation du limiteur de shear stress. Cependant, il existe dans la littérature une multitude de variantes du limiteur de shear stress dans le contexte des modèles de turbulence  $k - \omega$  [207]. Rappelons ci-après la forme générique du limiteur (6.2d) typiquement connue sous le nom de SST [134] :

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\max \left( \omega, C_{\text{lim}} \sqrt{\frac{2\lambda_1 S_{ij} S_{ij} + 2\lambda_2 F_2^2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}}{(\lambda_1 + \lambda_2) \beta_k}} \right)}$$

Notons également une version différente du limiteur de shear stress proposé par Zheng [122, 216, 217] suivant l'équation (7.1).

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\max \left( \omega, \phi \alpha^* \sqrt{2 S_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}} \right)}, \quad (7.1)$$

où  $\phi$  est une constante à ajuster et  $\alpha^*$  est un coefficient multiplicatif de  $\mu_t$  pour la variante *low-Reynolds* §4.1.1 [210] du modèle  $k - \omega$  Wilcox (1994). Pour les écoulements pleinement turbulents  $\alpha^* \rightarrow 1$ . Zheng [216] propose  $\phi = \sqrt{3}/2$ , mais il suggère également que des valeurs comprises entre  $2.5 \leq \phi \leq 3.1$  produisent des bons résultats dans les régions turbulentes.

Le limiteur de Zheng (équation 7.1) a été proposé [216, 217] a trois motivations :

1. Réduire la dépendance du modèle  $k - \omega$  Wilcox (1988) aux valeurs externes de  $\omega$ . Rappelons que le modèle de Wilcox (1988) ne possède pas de diffusion croisée et n'est pas asymptotiquement réalisable [26, 105].
2. Prendre en compte les effets de transport des tensions de Reynolds dans la zone sillage de la couche limite. Cet argument est identique à celui utilisé par Menter [134, 135] pour la proposition du limiteur SST.

3. Contrôler empiriquement le début de la transition du modèle  $k - \omega$  *low Reynolds* de Wilcox (1994).

Puisque les différentes variantes du limiteur de shear stress peuvent influencer la prévision de la couche limite, nous étudions l'impact de ces différentes versions dans les prévisions LSTT.

Les figures 7.3 et 7.4 montrent la sensibilité du modèle  $k - \omega$  Wilcox 2006 [207] avec activation LSTT [25] aux limiteurs de shear stress.

Sur la figure 7.3, on montre la sensibilité aux limiteurs de shear stress lorsque ces derniers sont activés à partir de  $\hat{s}_c$ , en suivant l'approche LSTT. Comme on peut le constater, l'influence à la version du limiteur est pratiquement négligeable. On observe uniquement une très légère influence sur le taux de croissance de  $Re_\theta$  très en aval du bulbe ( $x_{RS} \gtrsim 8$ ).

Sur la figure 7.4, on montre l'influence du limiteur de Zheng [217] lorsqu'il est activé *partout*, et non seulement à partir de  $\hat{s}_c$ . On constate alors une dégradation de la qualité des prévisions. Avec le limiteur de Zheng, le point de recollement est légèrement décalé vers l'aval et le pic positif de frottement en aval du recollement devient moins important. L'évolution de  $Re_\theta$  montre une légère diminution de la pente lorsque Zheng est activé, ce qui pourrait signifier que le limiteur a rendu le modèle de turbulence moins diffusif. Cet effet semble plus accentué à de faibles nombres de Reynolds ( $Re_\theta \lesssim 1200$ ). L'utilisation du limiteur de Zheng semble détériorer également la forme des profils de vitesse à de faibles nombres de Reynolds. Par exemple, les profils de vitesse à  $x_{RS} = 0.15$  et  $x_{RS} = 0.50$  montrent un désaccord prononcé par rapport aux données DNS et la simulation RANS sans Zheng. Avec le limiteur de Zheng, on remarque notamment un raccord plus abrupt du profil de vitesse à la frontière de couche limite (lorsque  $\bar{u} \rightarrow \bar{u}_e$ ). Les profils de vitesse en échelle logarithmique affichés sur la figure 7.5 montrent qu'à de faibles nombres de Reynolds (profils  $x_{RS} = 0.25$  et  $x_{RS} = 0.50$ ), la simulation avec le limiteur de Zheng ne prévoit pas correctement la région logarithmique, car les vitesses entre  $y^+ \in \approx (10, 100)$  sont bien en deçà de la DNS. Cela suggère que l'activation du limiteur de Zheng a ralenti le développement de la couche limite turbulente en aval du recollement. Cependant, il est intéressant de souligner que dans cette configuration d'étude la couche limite turbulente s'établit très rapidement (vers  $x_{RS} \approx 2$  selon la DNS), ce qui veut dire que même si l'activation du limiteur de Zheng détériore les prévisions à faible nombre de Reynolds, très rapidement les profils en aval deviennent acceptables ( $x_{RS} \gtrsim 2$ ). Ceci peut ne pas être le cas dans des configurations où le régime reste plus longtemps à faible nombre de Reynolds [2, 38, 98].

## 7.3 Étude de sensibilité aux conditions aux limites, externes et au limiteur de production

Dans cette section nous analysons brièvement l'influence des conditions aux limites, des conditions externes, et de l'emploi du limiteur de production, ainsi que l'utilisation de cut-offs sur les quantités de la turbulence.



- DNS de Laurent et al. [117]
- $\max(C_{lim}) = 1; F_2 = \text{variable};$  limiteur basé sur  $\Omega_{ij}$  (version Menter SST [135])
- - -  $\max(C_{lim}) = 7/8; F_2 = 1;$  limiteur basé sur  $S_{ij}$  (version Wilcox 2006 [207])
- · - ·  $\max(C_{lim}) = 1; F_2 = \text{variable};$  limiteur basé sur  $S_{ij}$
- · ·  $\max(C_{lim}) = 1; F_2 = \text{variable};$  limiteur basé sur  $S_{ij} + \text{Zheng}$  [217]
- · - ·  $\max(C_{lim}) = 1; F_2 = \text{variable};$  limiteur basé sur  $\Omega_{ij} + \text{Zheng}$  [217]

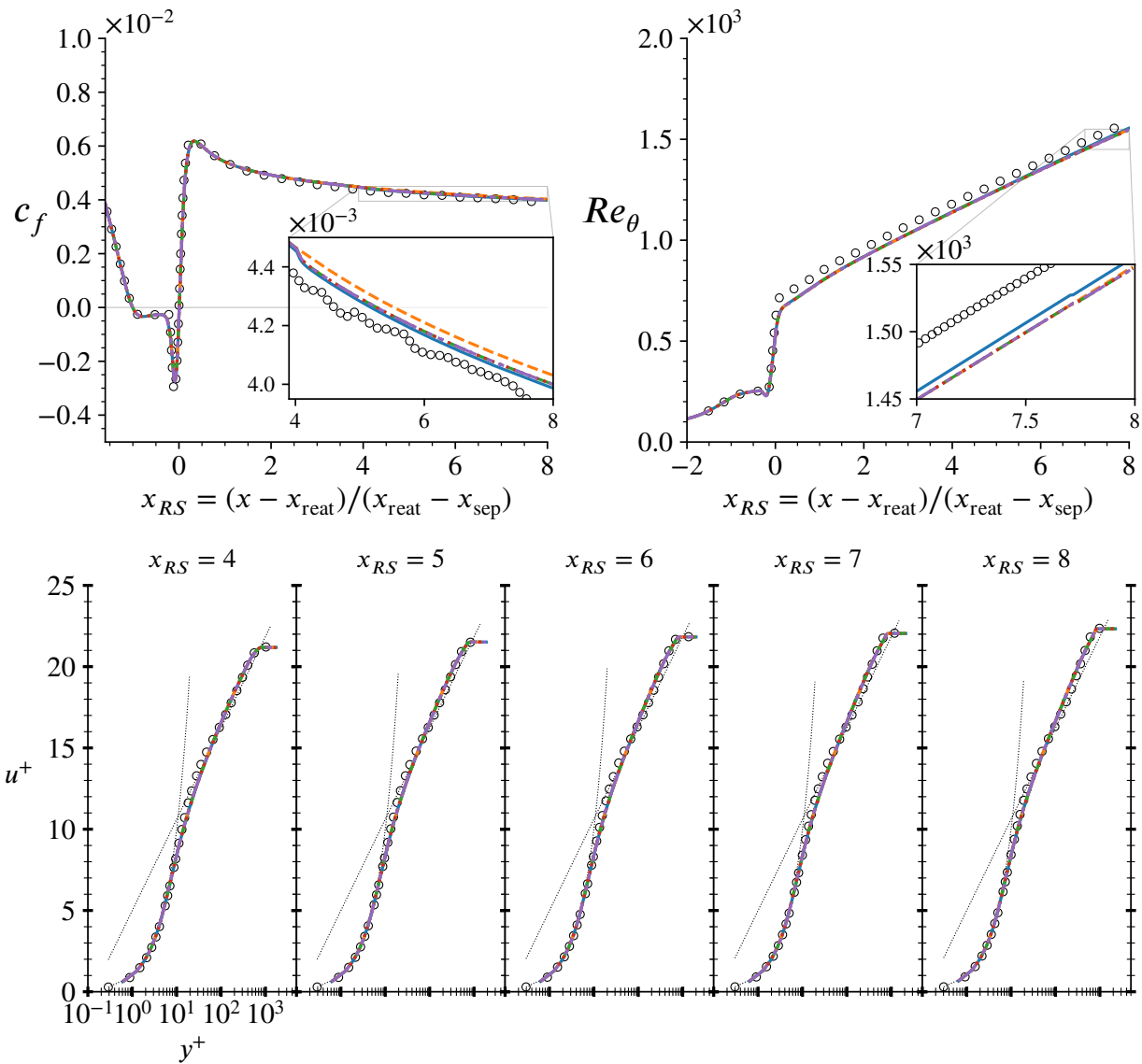
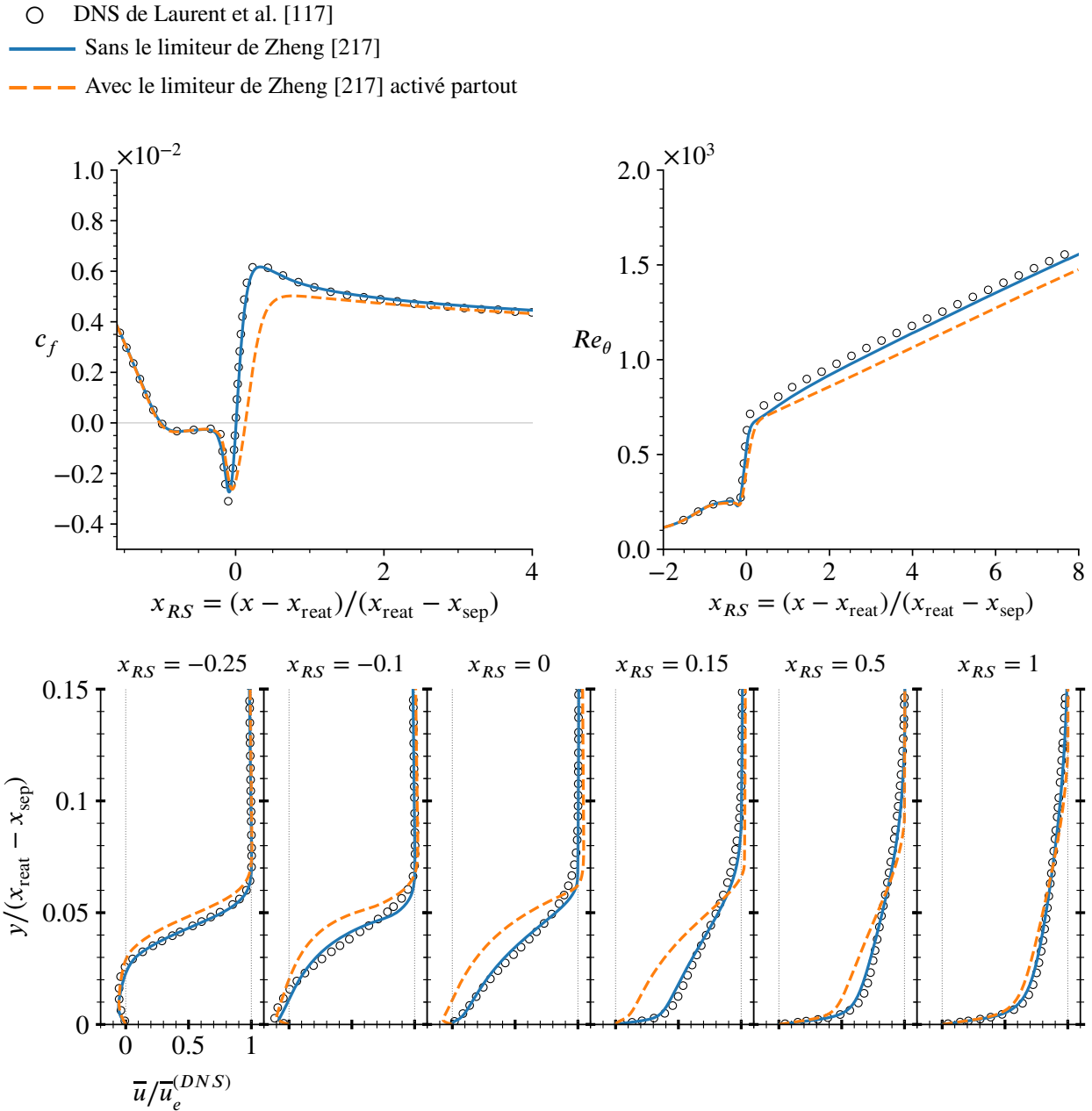


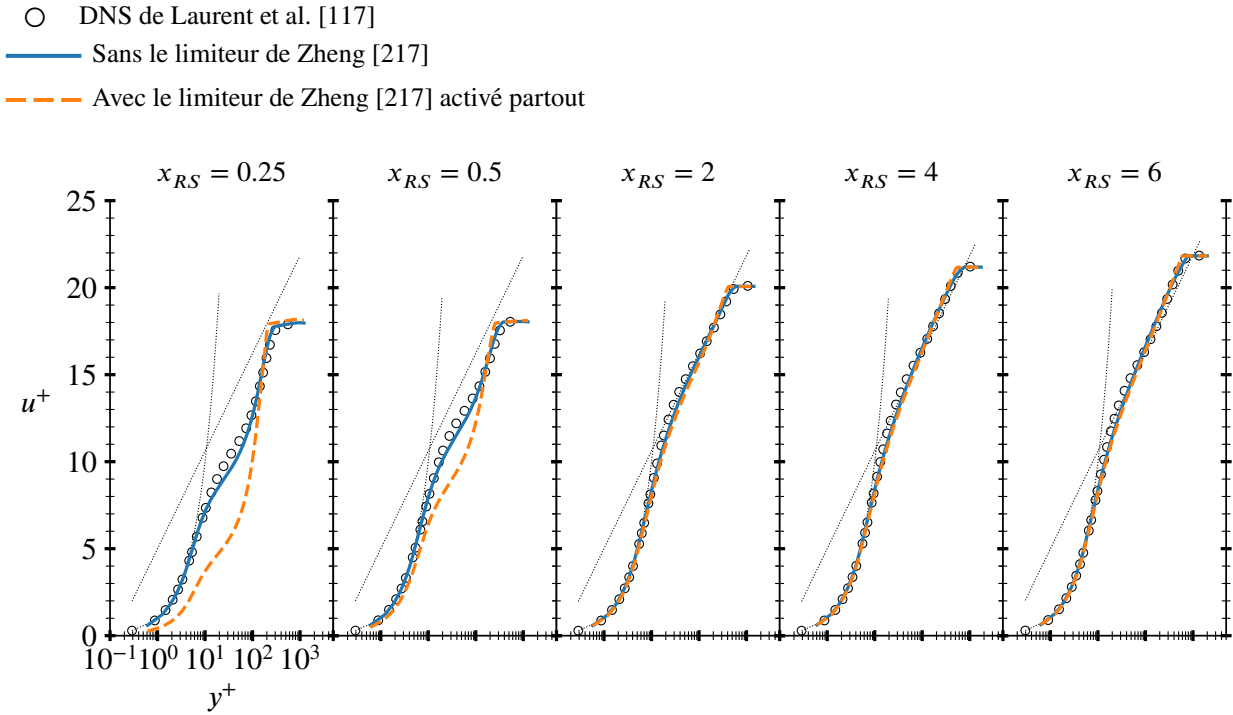
FIGURE 7.3 – Sensibilité du modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] pour différentes variantes du limiteur de shear stress (SST), lequel est activé à partir de  $\hat{s} \geq \hat{s}_c \approx x_{RS} = 4$ .



**FIGURE 7.4** – Sensibilité du modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] au limiteur de Zheng [217], lorsqu’il est activé partout dans l’écoulement (et pas seulement à partir de  $\hat{s} \geq \hat{s}_c \approx x_{RS} = 4$ ).

Pour cette étude, nous partons d’une configuration *Baseline* avec les paramètres d’étude employées par Laurent et al. [116–118]. Les paramètres évalués dans cette section sont les suivants :

1. Conditions à la paroi de la variable  $\omega$ . Deux possibilités sont étudiées :
  - (a) Condition “infini”,  $\omega_{wall,\infty}$  :  $\omega_w = 100 \frac{u_\tau^2}{\nu}$ . Ceci est le paramètre *Baseline*.



**FIGURE 7.5** – Profil de vitesse logarithmique du modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] avec et sans le limiteur de Zheng [217], lorsqu’il est activé partout dans l’écoulement (et pas seulement à partir de  $\hat{s} \geq \hat{s}_c \approx x_{RS} = 4$ ).

- (b) Condition “linéaire”,  $\omega_{wall,linear} : \omega_w = 18\nu/\beta_\omega\eta_1^2$  où  $\eta_1$  est l’hauteur de la première cellule appuyée contre la paroi.
- 2. Facteur cut-off,  $\tau_{lim}$ , des quantités de la turbulence ( $k = \max(k, \tau_{lim} \cdot k_\infty)$  et  $\omega = \max(\omega, \tau_{lim} \cdot \omega_\infty)$ ). Deux valeurs sont analysées :
  - (a)  $\tau_{lim} = 0.01$  (valeur *Baseline*)
  - (b)  $\tau_{lim} = 0.1$
- 3. Valeur d’injection de l’intensité de la turbulence,  $T_{u_\infty}$ , utilisée pour définir la valeur d’injection de  $k$  via la relation  $(\rho k)_\infty = 3T_{u_\infty}^2 \rho_{ref} u_{ref}^2 / 2$  :
  - (a)  $T_{u_\infty} = 0.01 \times 10^{-2}$  (valeur *Baseline*)
  - (b)  $T_{u_\infty} = 0.1 \times 10^{-2}$
- 4. Facteur de la limitation du taux de production-sur-dissipation de l’énergie cinétique de la turbulence,  $(\mathcal{P}_k/\varepsilon)_{max}$ , utilisée comme ceci :  $\mathcal{P}_k = \min(\mathcal{P}_k, (\mathcal{P}_k/\varepsilon)_{max} \cdot \varepsilon)$ 
  - (a)  $(\mathcal{P}_k/\varepsilon)_{max} = 10^6$  (valeur *Baseline*)
  - (b)  $(\mathcal{P}_k/\varepsilon)_{max} = 100$

L’influence de ces paramètres est présentée sur la figure 7.6, où l’on observe un impact négligeable sur les quantités physiques considérées.

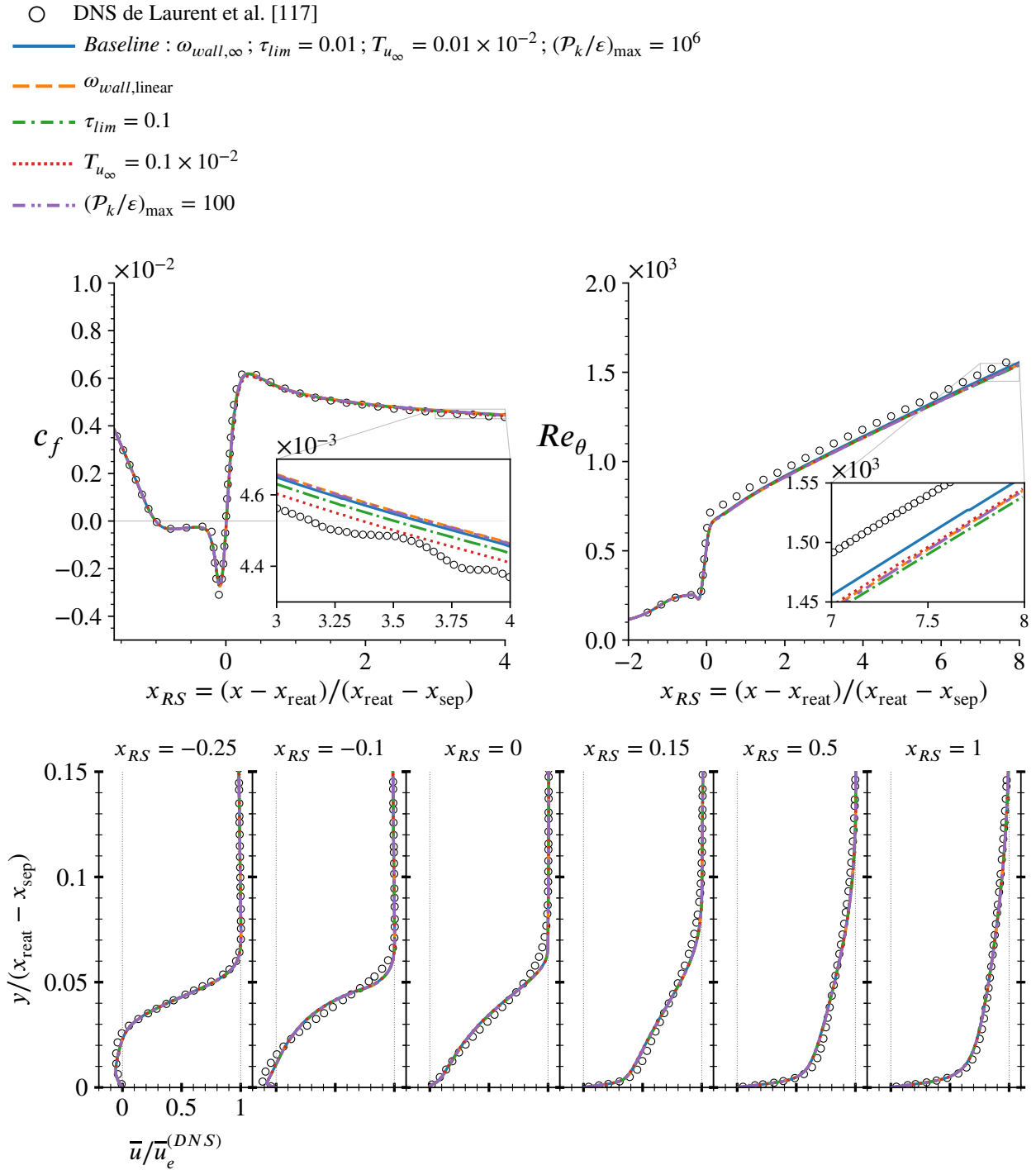


FIGURE 7.6 – Sensibilité du modèle  $k-\omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] pour les paramètres affichés dans la légende (en faisant varier un seul paramètre à la fois).

## 7.4 Étude de sensibilité au nombre de Reynolds turbulent

Dans cette section, on analyse l'impact de la valeur du nombre de Reynolds turbulent,  $Re_\tau := \rho k / (\omega \mu)$ . La valeur du nombre de Reynolds turbulent dépend du réglage des conditions amont de  $k$  et de  $\omega$  :

$$(\rho k)_\infty = \frac{3}{2} T_{u_\infty}^2 \rho_{ref} u_{ref}^2, \quad (\rho \omega)_\infty = \frac{\rho_{ref} (\rho k)_\infty}{Re_{\tau, \infty} \mu_\infty} \quad (7.2)$$

Ainsi, la valeur de  $Re_{\tau, \infty}$  est imposée en amont du domaine et elle est égale à la valeur minimale de  $Re_\tau$  dans la région turbulente de l'écoulement.

La figure 7.7 représente le coefficient de frottement pour plusieurs valeurs du Reynolds turbulent amont ( $Re_{\tau, \infty} = 0.1, 0.5, 1$ ) à chaque fois en comparant, pour chaque valeur de  $Re_{\tau, \infty}$ , l'influence du limiteur de production ( $(\mathcal{P}_k/\varepsilon)_{\max} = 10^6, 10^2$ ). De façon très intéressante, on peut constater que pour  $Re_{\tau, \infty} \gtrsim 0.5$ , si la production de  $k$  n'est pas limitée de manière adéquate, une anomalie se produit provoquant la disparition totale du bulbe de décollement laminaire (tracé orange discontinu). En revanche, si l'on limite la production de  $k$  à  $(\mathcal{P}_k/\varepsilon)_{\max} = 10^2$ , l'anomalie disparaît. Signalons que la valeur  $(\mathcal{P}_k/\varepsilon)_{\max} = 10^2 \gg 1$  est très élevée, ce qui sert à autoriser des fortes valeurs de déséquilibre physiquement rencontrées dans la région transitionnelle (cf. Fig. 5.6), mais en même temps la valeur ( $10^2$ ) semble suffisamment faible pour supprimer l'anomalie mise en évidence sur la figure 7.7.

## 7.5 Élaboration de recommandations pour l'utilisation des modèles avec LSTT

Suite aux analyses effectuées dans ce chapitre, nous synthétisons dans cette section l'ensemble des recommandations des paramètres à utiliser lors de l'application des modèles LSTT. Ces paramètres seront employés systématiquement dans les cas d'application de la partie §III de ce manuscrit.

1. L'impact de la version du limiteur de shear stress est très faible. Nous privilégions par conséquent la formulation proposée originalement dans chaque modèle, c'est-à-dire :
  - (a) Pour le modèle  $k - \omega$  de Menter SST [135] et l'extension Menter-Langtry  $\gamma - \overline{Re_{\theta, t}}$  [112, 113], on privilégie :  $\max(C_{lim}) = 1$ ,  $F_2$  variable, et limiteur basé sur  $\Omega_{ij}$ .
  - (b) Le modèle  $k - \omega$  Kok [103–105] n'a été proposé initialement avec aucun limiteur de shear stress associé. Toutefois, du fait que le modèle possède une diffusivité de  $k$  qui est  $\sigma_k < 1$ , le modèle a besoin d'un limiteur de shear stress afin de ne pas surestimer les tensions de Reynolds dans la couche de sillage de la couche limite [89]. Par conséquent, nous utilisons le modèle de Kok avec le limiteur sous la même forme que celle du point précédent :  $\max(C_{lim}) = 1$ ,  $F_2$  variable, et limiteur basé sur  $\Omega_{ij}$ .

- (c) Pour le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [209], nous utilisons le limiteur sous la forme  $\max(C_{lim}) = 7/8$ , et limiteur basé sur  $S_{ij}$  sans intervention de  $F_2$ . Puisque le modèle de Wilcox 2006 n'utilise aucune Blending Function [135], cette approche a l'avantage de s'affranchir du calcul de la distance à la paroi pour la prévision des régions turbulentes.
  - (d) Le limiteur de Zheng [122, 216, 217], initialement conçu afin de corriger les problèmes de trop forte sensibilité aux valeurs de la turbulence externe [134] du modèle de Wilcox dans sa version de 1988 [208], n'est plus retenu dans la formulation des variantes plus récentes des modèles  $k - \omega$ , qui sont déjà conçus afin de corriger ce défaut [88, 105, 135, 207]. Par conséquent, nous n'employons jamais ce limiteur.
  - (e) Le modèle  $k - \omega$  EARSM de Hellsten [88] possède  $\sigma_k \geq 1$  dans la couche de cisaillement de la couche limite, par conséquent il n'a pas besoin de limiteur de shear stress [89].
2. La condition à la paroi de la variable  $\omega$  est prise en utilisant la condition linéaire.
  3. En aérodynamique externe<sup>1</sup>, le facteur limitant la valeur minimale des quantités de la turbulence est prise à 10% des quantités à l'amont : ( $\tau_{lim} = 0.1$ ) (cf note en bas de page).
  4. En aérodynamique externe<sup>1</sup>, on découple la valeur de l'intensité de la turbulence de l'écoulement libre ( $T_{u_\infty}$ , nécessaire pour définir  $k_\infty$  et  $\omega_\infty$  (7.2)) de la valeur seuil de l'intensité de la turbulence  $T_{u_{tr}}$  employée dans la relation de Mack et qui détermine la position de la transition. Par conséquent :
    - (a)  $T_{u_\infty}$  ne représente pas une vraie quantité physique, mais elle adopte une valeur suffisamment élevée pour garantir le bon démarrage numérique du modèle de turbulence, mais également suffisamment faible pour éviter des anomalies dans les régions amont des corps aérodynamiques [100]. Nous employons  $T_{u_\infty} = 0.1 \times 10^{-2}$ .
    - (b) La valeur de  $T_{u_{tr}}$  représente la valeur physique de l'intensité de la turbulence rencontrée à la frontière de la couche limite laminaire ( $T_{u_\delta}$ , idéalement connue a priori).
  5. Nous employons systématiquement le limiteur du rapport de production-sur-dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence ( $\mathcal{P}_k/\varepsilon$ ) = 100.
  6. Nous recommandons l'utilisation de maillages avec une discrétisation fine du bulbe dans la direction principal de l'écoulement. D'après l'étude (§7.1), nous recommandons un minimum de 30 points et un nombre souhaitable de 100 points.

Ainsi, nous concluons la deuxième partie de cette thèse, où les modèles LSTT sont présentés, analysés, et discutés en détail. Dans cette partie nous avons montré que les modèles LSTT améliorent notablement la prévision de l'écoulement de référence de façon précise et robuste par rapport à diverses paramètres physiques et numériques. Toutefois, le lecteur pourrait judicieusement souligner que l'amélioration de la précision de la prévision de l'écoulement de référence avec les modèles

---

1. Une alternative plus judicieuse pour la prévision d'écoulements complexes avec interaction sillage/couche limite serait d'imposer  $T_{u_\infty}$  à sa valeur physique (turbulence ambiante) et de prendre  $T_{u_{tr}} = T_{u_\delta}(k_\delta)$  avec ( $\tau_{lim} = 1$ ). Étant donné (a) que les cas étudiés dans cette thèse (§III) ne sont pas soumis à une interaction sillage/couche limite ; (b) que l'on effectue systématiquement un balayage de la valeur  $T_{u_{tr}}$  ; et (c) que l'on emploie des modèles de turbulence qui par construction produisent des résultats indépendants de la valeur de  $T_{u_\delta}$  ; alors on admet que les prévisions en suivant cette approche alternative seraient équivalentes.

LSTT n'est pas étonnante, puisque justement c'est l'écoulement à partir duquel les modèles ont été calibrés. En effet, une question fondamentale que le lecteur peut légitimement se poser à ce stade est la suivante : Quelle est la précision des prévisions des modèles LSTT dans d'autres configurations ? (notamment, en faisant varier très amplement des conditions telles que la géométrie du corps aérodynamique, le nombre de Reynolds, l'angle d'incidence, l'intensité de la turbulence amont...). La partie III est consacrée à apporter des réponses à ce questionnement, en exécutant une validation des modèles LSTT pour diverses applications.

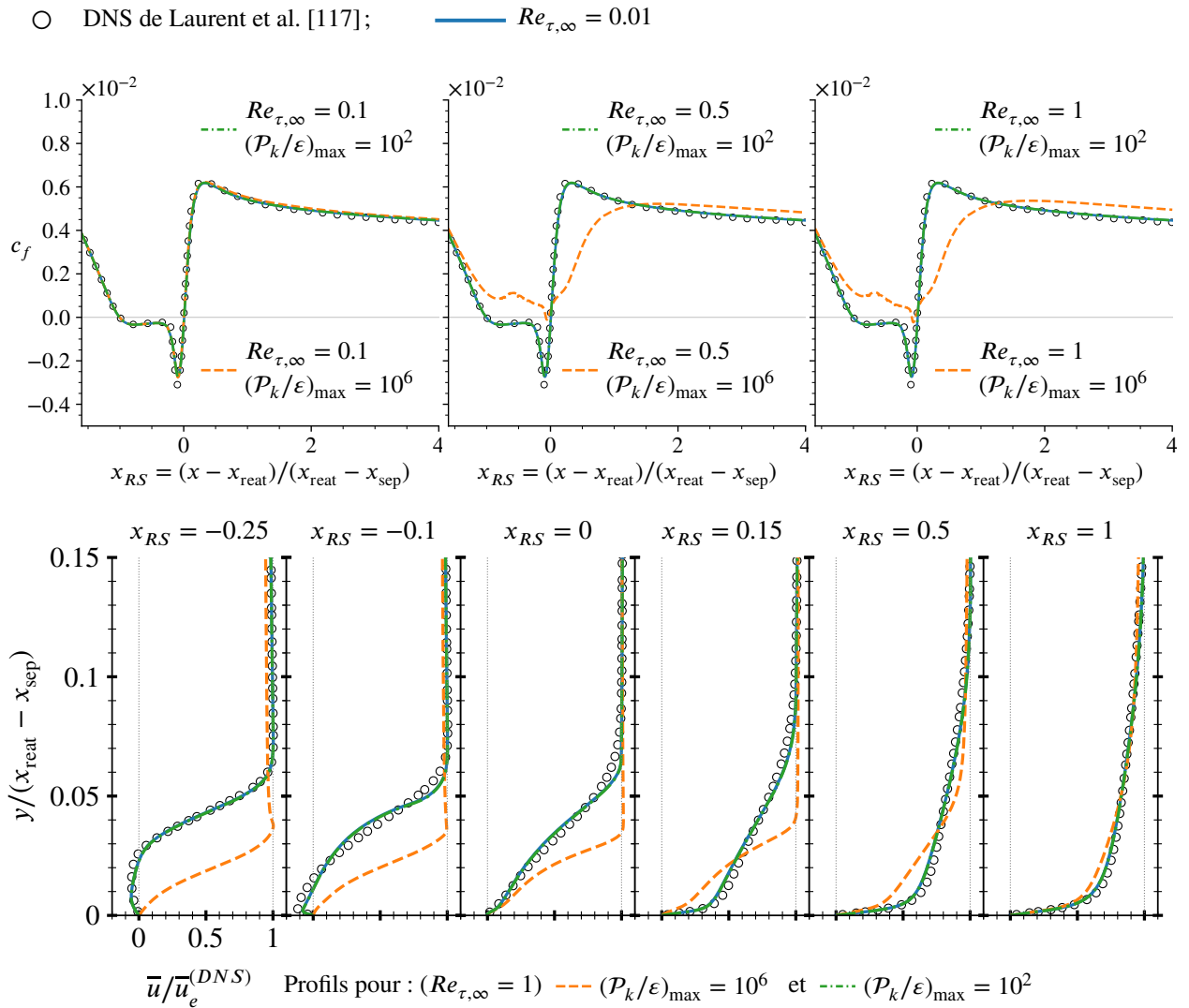


FIGURE 7.7 – Influence du Reynolds turbulent,  $Re_{\tau} := (\rho k)/(\omega\mu)$ , sur les prévisions du modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25].





## **Troisième partie**

# **Validation des modèles LSTT pour diverses applications**



# Chapitre 8

## Profil d'aile NACA 0012

C E chapitre est consacré à la validation de plusieurs variantes LSTT [25] dans la prévision de l'écoulement autour d'un profil NACA 0012. Pour cela, deux configurations principales sont étudiées. Dans la première configuration (§8.1) le profil est soumis à des conditions physiques très proches du décrochage : l'angle d'incidence est de  $10.55^\circ$  et le nombre de Reynolds est de  $Re_c = 100k$ . Cette configuration a été étudiée par Alferez et al. [3, 4] au moyen de calculs ILES. Nous disposons de ces données et par conséquent elles constituent la référence sur laquelle les simulations RANS sont évaluées. La deuxième configuration étudiée (§8.2) est à plus faible incidence ( $\alpha = 5^\circ$ ) et nombre de Reynolds ( $Re_c = 50k$ ). Cette configuration a été étudiée par Jones et al. [98] au moyen de calculs DNS avec et sans forçage de la turbulence en amont du profil. Ce deuxième cas illustre l'influence non négligeable du niveau de turbulence impactant le profil et cela nous permet d'évaluer dans quelle mesure les modèles LSTT peuvent la prévoir.

### 8.1 Cas de Référence ILES Alferez et al.

Dans cette section nous évaluons les prévisions RANS en utilisant différents modèles et approches par rapport aux résultats ILES d'Alferez et al. [3, 4].

#### 8.1.1 Maillage employé

Le maillage employé pour cette étude est de type C. Il a été généré en utilisant un algorithme hyperbolique 2D d'extrusion normale à la paroi au moyen de Cassiopée<sup>1</sup> [21]. La couche limite est composée d'au moins 60 points dans la direction normale à la paroi. La hauteur de la cellule en contact avec la paroi vérifie  $\Delta y^+ < 1$  partout où la couche limite est turbulente. Il y a 150 points

---

1. Ensemble d'outils de pré et post-traitement développés par l'ONERA <http://elsa.onera.fr/Cassiopee/>

environ dans la direction principale de l'écoulement entre  $0.001 < x/c < 0.1$  à l'extrados du profil, où se trouve le bulbe de décollement laminaire d'après l'ILES [3].

### 8.1.2 Sur le choix éclairé du seuil de turbulence

Un problème récurrent lors de la prévision du point de transition en employant des méthodes  $e^N$  est la détermination *a priori* du seuil critique du taux d'amplification total  $N_{cr}$ , lié empiriquement au niveau de turbulence externe  $T_u$  (seuil de turbulence) par la relation de Mack [125]  $N_{cr} = -8.43 - 2.4 \ln T_u$  (voir §4.2). Il est souvent admis [66, 68, 69] que la valeur de  $N_{cr}$  dépend des conditions physiques, de l'état de surface et/ou des conditions atmosphériques de la configuration d'étude. Dans le tableau 8.1 nous citons les recommandations de M. Drela<sup>2</sup> pour le choix de  $N_{cr}$  :

**TABLE 8.1** – Valeurs recommandées *a priori* par M. Drela<sup>2</sup> pour le choix du seuil  $N_{cr}$  [125] à utiliser dans les critères de transition basés sur la méthode  $e^N$  [93, 183].

Situation	$N_{cr}$
Planeur	12 – 14
Moto-planeur	11 – 13
Soufflerie propre	10 – 12
Soufflerie moyenne	9
Soufflerie sale	4 – 8

Les valeurs proposées dans le tableau 8.1 constituent un bon point de départ pour la prévision d'écoulements physiquement existants (c'est-à-dire, expérimentaux), mais ici il s'agit de prévoir le point de transition d'une simulation ILES *sans forçage*. Par conséquent, nous n'avons aucune connaissance *a priori* de la valeur de  $N_{cr}$ . Ce que l'on présume est que dans une simulation ILES sans forçage les perturbations pré-transitionnelles ne peuvent être qu'exclusivement liées à des phénomènes numériques tels que les erreurs d'arrondi de la machine, la précision du schéma numérique, la qualité du maillage, etc. Dans une simulation de haute fidélité numérique, on peut admettre que ces imprécisions numériques sont très faibles et par conséquent les perturbations pré-transitionnelles qui en résultent ont une faible amplitude. Ces faibles amplitudes peuvent être assimilées à une situation atmosphérique tranquille, de sorte que la valeur à privilégier pour  $N_{cr}$  pour prévoir la transition d'une ILES sans forçage devrait être plutôt élevée. Notons, cependant, qu'il n'y a aucune raison<sup>3</sup> pour que le spectre fréquentiel des perturbations pré-transitionnelles d'une ILES sans forçage soit représentatif de celui rencontré dans une situation réelle. Soulignons (voir Fig. 4.1) que seulement certaines fréquences sont efficaces pour exciter la couche limite laminaire et ces fréquences varient en fonction du nombre de Reynolds et du gradient de pression [11], entre autre effet. Puisque la formule de Mack [125] est issue d'une corrélation empirique construite à partir d'essais expérimentaux, le lien qu'elle établie entre l'intensité de la turbulence et  $N_{cr}$  est nécessairement obtenu pour les spectres excitateurs des essais. Ces spectres pourraient être très différents de ceux rencontrés

2. Recommandations prélevées de [http://web.mit.edu/aeroutil\\_v1.0/xfoil\\_doc.txt](http://web.mit.edu/aeroutil_v1.0/xfoil_doc.txt) le 28 avril 2019.

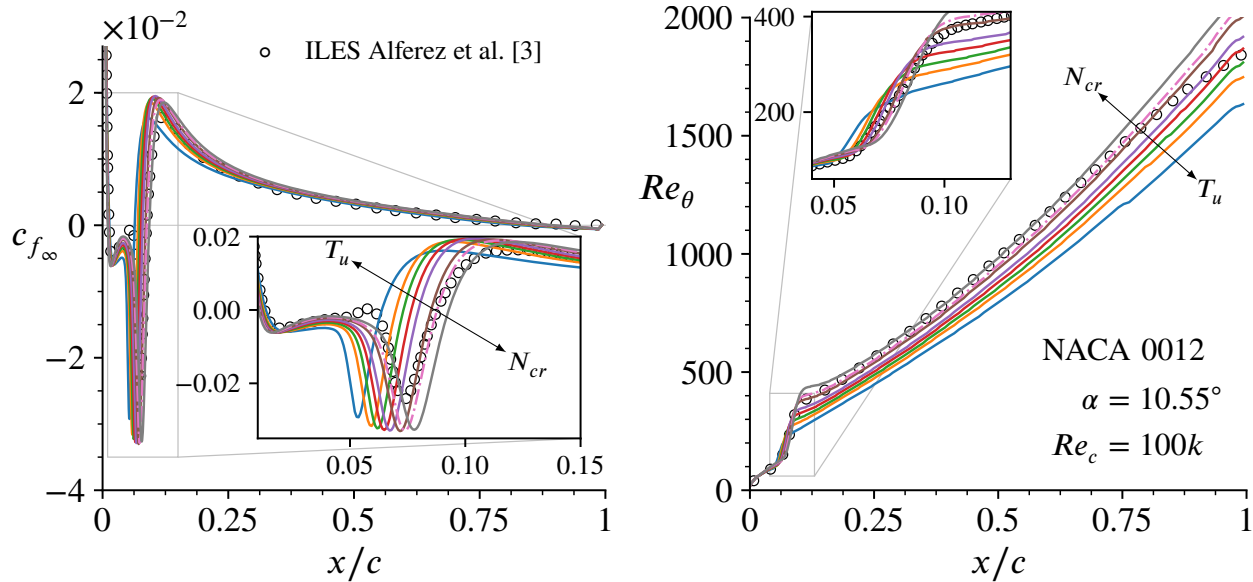
numériquement lors d'une simulation ILES sans forçage<sup>3</sup>. Par conséquent, nous admettons que la valeur  $T_{u_\delta}$  de la couche limite pré-transitionnelle d'une ILES sans forçage ne peut pas être utilisée pour en déduire, par la relation de Mack, la valeur de  $N_{cr}$  qui permettrait d'évaluer la précision de la prévision du point de transition fournie par un critère basé sur la méthode  $e^N$ .

### 8.1.3 Influence du seuil de turbulence en utilisant LSTT Wilcox (2006)

Faute d'informations fiables sur la valeur de  $N_{cr}$  à considérer, un exercice salutaire consiste à évaluer l'impact des prévisions sur un ample intervalle de variations de la valeur de  $N_{cr}$ . Pour cela, sur la figure 8.1 nous présentons un balayage de  $N_{cr} = 6$  à 13 pour le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT. L'intervalle du balayage de  $N_{cr}$  est suffisamment ample pour couvrir une large gamme de niveaux de turbulence. Grâce aux prévisions du coefficient de frottement de la figure 8.1, nous constatons que l'impact de la valeur de  $N_{cr}$  dans cette configuration est relativement faible à l'échelle de la corde. Cependant, à l'échelle du bulbe de décollement, nous constatons une variation de 40% de la taille entre  $N_{cr} = 6$  et  $N_{cr} = 13$ . L'influence du taux de turbulence externe va dans le sens attendu [87, 90], c'est-à-dire qu'un fort niveau de turbulence (qui correspond à une faible valeur de  $N_{cr}$ ) provoque un rétrécissement de la taille du bulbe. La valeur de  $N_{cr}$  qui est en meilleur accord avec la taille du bulbe est  $N_{cr} = 12$ . Cette valeur est relativement élevée, en accord avec la discussion du paragraphe précédent (§8.1.2) sur la prévision du point de transition à partir des calculs ILES sans forçage. Nous constatons que les prévisions pour  $N_{cr} = 12$  sont en bon accord avec les données ILES non seulement au niveau du coefficient de frottement, mais également par rapport au nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement,  $Re_\theta$ .

Soulignons un aspect intéressant de l'évolution de  $Re_\theta$  sur la figure 8.1. D'après les données ILES, le point de transition, qui est situé à la fin de l'évolution laminaire du  $Re_\theta$ , se trouve vers  $x_{tr}^{(ILES)}/c \approx 0.06$ . Le point de transition pour la simulation RANS à  $N_{cr} = 6$  se situe vers  $x_{tr}^{(N_{cr}=6)}/c \approx 0.05$  et pour  $N_{cr} = 13$  il est situé vers  $x_{tr}^{(N_{cr}=13)}/c \approx 0.07$ . Or, malgré le fait que pour  $N_{cr} = 6$  le point de transition soit prévu plus en amont que pour  $N_{cr} = 13$ , l'évolution de  $Re_\theta$  en aval du bulbe pour  $N_{cr} = 6$  reste bien en dessous de celle à  $N_{cr} = 13$  et de la ILES. Cet aspect peut sembler a priori contre-intuitif, car on a souvent tendance à penser que *plus la transition a lieu en amont, plus la turbulence commence à se produire tôt et plus la couche limite turbulente en aval devient rapidement énergétique, ce qui devrait se traduire par des valeurs plus élevées de  $Re_\theta$* . Cette intuition peut être souvent vérifiée dans un contexte de transition de couche limite attachée, mais cela n'est pas systématiquement vérifié pour les situations où la couche limite transitionne vers la turbulence au sein d'un bulbe de décollement. Au contraire, l'effet a priori contre-intuitif observé dans l'évolution de  $Re_\theta$  de la figure 8.1 s'explique de la façon suivante : *plus tôt se produit la transition vers la turbulence dans une couche limite décollée, moins intense (et moins long) est le décollement et le cisaillement dans la région transitionnelle (indiqué par des faibles valeurs de*

3. À la connaissance de l'auteur, il n'y a pas d'études publiées qui affirment ou infirment que le spectre des perturbations pré-transitionnelles d'une simulation d'haute fidélité sans forçage est représentatif de celui rencontré expérimentalement. Puisque dans chaque cas l'origine de ces perturbations est très différente (naturelle contre artificielle ou numérique) nous admettons que les spectres mentionnés risquent d'être très différents.



**FIGURE 8.1** – Prévisions sur l’extrados du balayage  $N_{cr} = 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,$  et  $13$  du critère de transition AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C); des calculs RANS avec le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] comparés au calcul ILES ( $\circ$ ) d’Alferez et al. [3].

$H_{\max}$ ), ce qui a pour effet immédiat de diminuer l’intensité de la production de la turbulence et les dimensions de la région où cette forte production s’effectue, provoquant une plus petite production totale de turbulence, ce qui se traduit par des plus faibles valeurs de  $Re_{\theta}$  en aval du bulbe. En effet, la figure 8.2 confirme que pour des valeurs de  $T_u$  de plus en plus fortes, la valeur de  $H_{\max}$  tend à diminuer, indiquant une couche limite moins décollée.

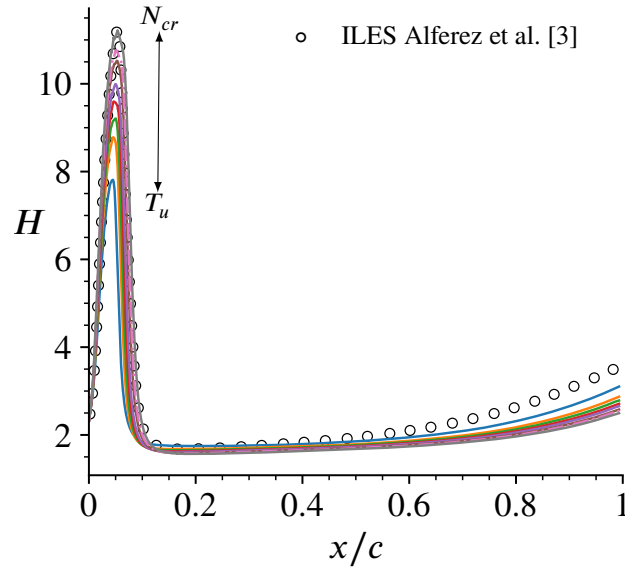
Sur les figures 8.1 et 8.2, nous montrons l’influence du taux de turbulence externe (choix de  $N_{cr}$ ) et nous en déduisons que pour  $N_{cr} = 12$  l’écoulement ILES est prévu avec une précision acceptable. Dans le paragraphe suivant, nous comparons cette prévision avec d’autres modèles existants.

### 8.1.4 Comparaison de la prévision LSTT avec des modèles existants

Sur la figure 8.3 nous comparons la prévision de  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] et le critère AHD-Gleyzes [7, 83] avec correction algébrique (§C) pour  $N_{cr} = 12$ ; la prévision  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  de Menter-Langtry [113] avec le seuil  $T_u = 0.1\%$ ; et la prévision  $k - \omega$  Wilcox (2006) avec l’activation Step imposée à  $x_{tr}/c = 0.06$ .

Avant de procéder à l’analyse de la figure 8.3, il est important de justifier le choix des paramètres utilisés pour chaque modèle présenté, notamment ceux qui déterminent la localisation du point de transition. A priori, lors de ce type d’exercices comparatifs, deux possibilités principales se présentent :

1. Évaluation des prévisions RANS pour un même taux de turbulence. Ici, il est sous-entendu



**FIGURE 8.2** – Facteur de forme sur l’extrados du balayage  $N_{cr} = 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,$  et  $13$ ; des calculs RANS avec le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] comparés au calcul ILES ( $\circ$ ) d’Alferez et al. [3].

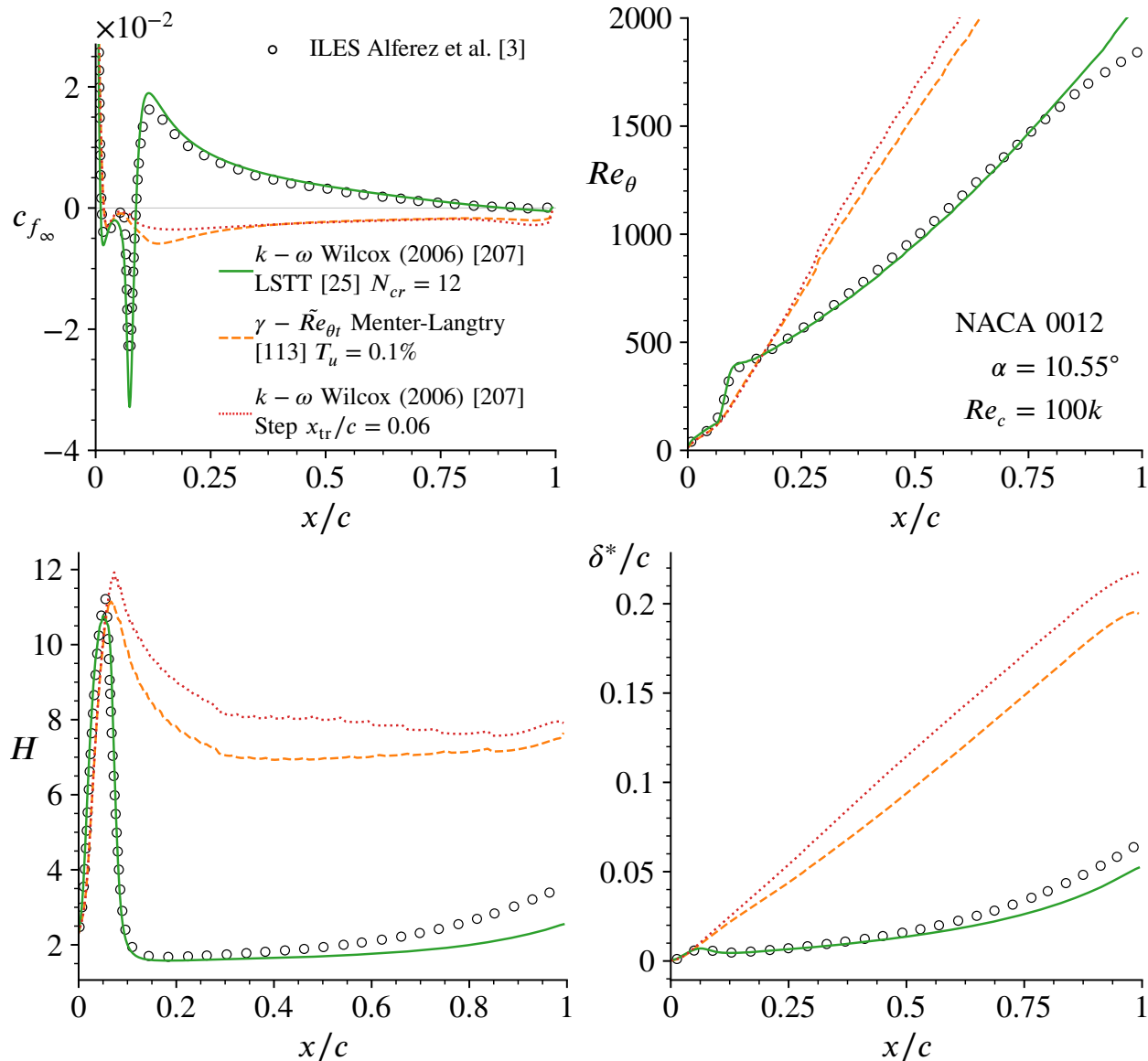
que le taux de turbulence qui détermine précisément la valeur  $N_{cr}$  est connu, ce qui est rarement le cas. Cette approche sert à évaluer la précision des prévisions de l’ensemble modèle de turbulence plus modèle de transition plus modèle d’activation. Cette approche est intéressante pour *constater* des différences qui permettent de déterminer quel *ensemble* est le mieux adapté pour une configuration donnée. Cependant, cette approche ne permet pas de déterminer les raisons des écarts des prévisions de chaque ensemble. En effet, comme pour un même taux de turbulence chaque ensemble peut prévoir des points de transitions très éloignés les uns des autres, il devient très difficile de discerner si les différences des prévisions sont provoquées par l’inadéquation du modèle de transition, du modèle de turbulence, ou bien du modèle d’activation. La tâche est d’autant plus compliquée que les effets sont fortement couplés et que l’on ne peut pas exclure des éventuels mécanismes de compensation d’erreurs.

2. Évaluation des prévisions RANS *pour un même point de transition*. Dans cette approche, on force la localisation du point de transition soit explicitement (en imposant  $f^{tr}(s)$ , ce qui est faisable uniquement pour les approches non-locales), soit implicitement (on varie  $T_u$  ou  $N_{cr}$  afin d’obtenir le point de transition souhaité). Ici, il est sous-entendu que le point de transition est précisément connu (via, par exemple, des données issues d’une expérience ou d’une simulation de haute fidélité). Dans cette approche, on s’affranchit des incertitudes liées à la précision du modèle de prévision du point de transition de chaque modèle évalué. Ainsi, les écarts de chaque prévision RANS sont exclusivement liés aux effets du modèle de turbulence et de la manière de l’activer. Cette approche est très intéressante car elle permet de répondre à la question suivante : *quelle est la précision du modèle de turbulence et de la manière de l’activer si le modèle de transition fournissait idéalement la position exacte du*



*point de transition ?*

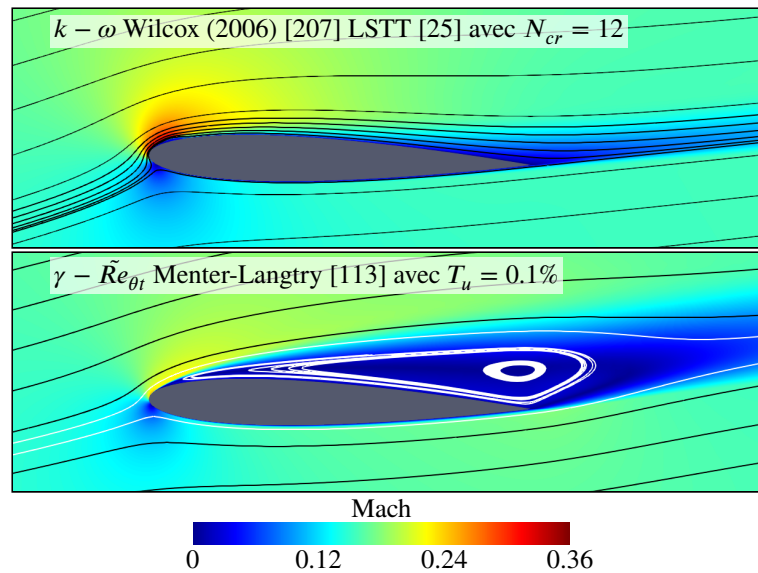
Puisque la question évoquée dans le point précédent est justement celle à laquelle l'on cherche à répondre lors de cette thèse (on ne s'intéresse pas à améliorer la précision de la prévision du point de transition, mais plutôt de l'écoulement en aval de celui-ci –voir §6.1–), cette approche est privilégiée dans la plupart des comparaisons de cette thèse, y compris dans celle de la figure 8.3 qui nous occupe à présent.



**FIGURE 8.3** – Prévisions des quantités de couche limite sur l'extrados du profil issues de plusieurs modèles RANS comparés au calcul ILES ( $\circ$ ) d'Alferez et al. [3].

Ainsi, en suivant l'approche présentée dans le point 2 précédent, les trois prévisions RANS présentées sur la figure 8.3 sont réglées afin de produire un point de transition approximativement au

même endroit que celui de la ILES. Cela est visible, par exemple, par la proximité spatiale de : (a) le point  $H_{\max}$  ; (b) le point  $c_{f\max}$  dans le bulbe et (c) l'endroit où se produit la cassure de l'évolution laminaire de  $Re_\theta$  (ceci est à peine perceptible pour  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  et  $k - \omega$  Step). Grâce à l'évolution du coefficient de frottement  $c_{f_\infty}$ , on peut constater que les modèles  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  et  $k - \omega$  Step prévoient une configuration décrochée (bulbe ouvert), ce qui est très éloigné des données ILES. Les fortes valeurs de  $Re_\theta$ ,  $H$  et  $\delta^*$  à partir de  $x/c \gtrsim 0.1$  prévues par  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  et  $k - \omega$  Step sont la conséquence du décrochage, car ces tendances indiquent un décollement massif de la couche limite impliquant une grande épaisseur de la couche limite, comme on peut le constater sur les contours de Mach et les lignes de courant sur la figure 8.4.

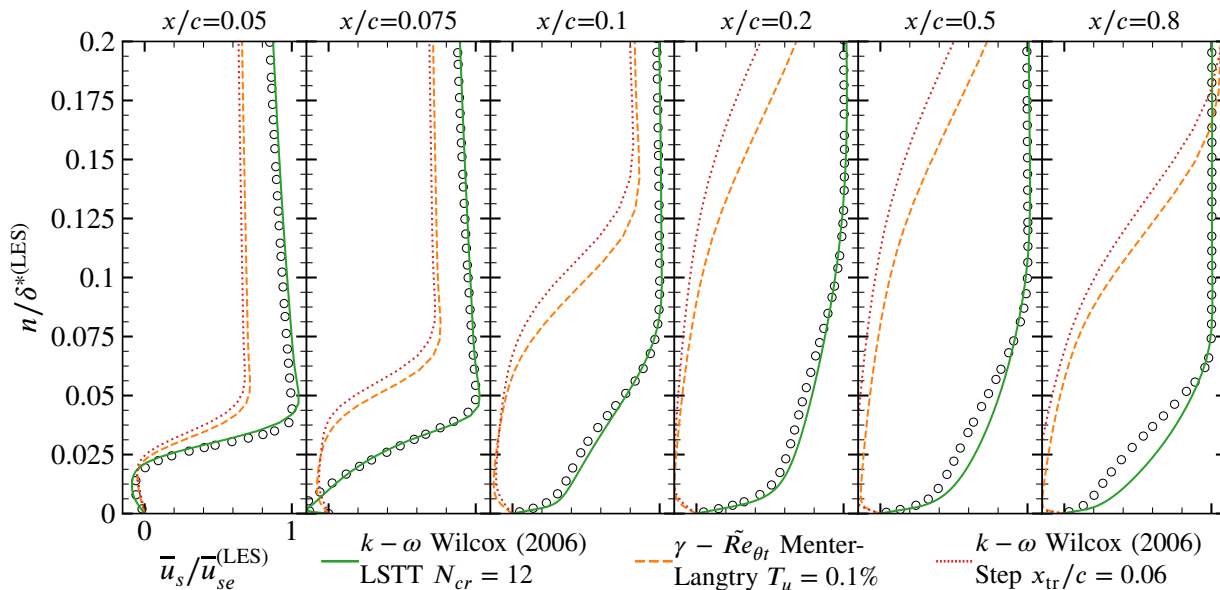


**FIGURE 8.4** – Champ de nombre de Mach et lignes de courant des prévisions RANS de l'écoulement autour du NACA 0012 à  $\alpha = 10.55^\circ$  et  $Re_c = 10^5$ .

Nous soulignons la précision très acceptable de la prévision LSTT pour toutes les quantités de couche limite présentées sur la figure 8.3. Rappelons que le bulbe à partir duquel le modèle LSTT a été calibré ( $Re_c = 2 \times 10^6$ ) est très différent de celui-ci ( $Re_c = 10^5$ ), et malgré cela la prévision reste d'une haute précision.

Sur la figure 8.5 nous présentons les profils de vitesse normaux à la paroi à plusieurs stations  $x/c$ . Les stations  $x/c = 0.05$  et  $0.075$  se trouvent dans le bulbe ILES, et le reste en aval. Les tendances observés précédemment sur la figure 8.3 sont confirmées sur la figure 8.5, où l'on constate que les simulations RANS de  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  et  $k - \omega$  Step prévoient une couche limite décollée tout le long de l'extrados du profil. Au contraire, la prévision LSTT fournit des prévisions comparativement plus précises. Le profil de vitesse LSTT suit très fidèlement l'évolution ILES dans le bulbe et au voisinage de celui-ci, mais il semble s'éloigner légèrement très en aval du bulbe (voir profils de vitesse à  $x/c = 0.5$  et  $x/c = 0.8$ ). Ceci semble cohérent avec l'écart entre LSTT et ILES observé dans l'évolution de  $H$  (voir figure 8.3 pour  $x/c \gtrsim 0.5$ ).

Au prochain paragraphe, nous présentons les prévisions des différentes variantes LSTT en fonction



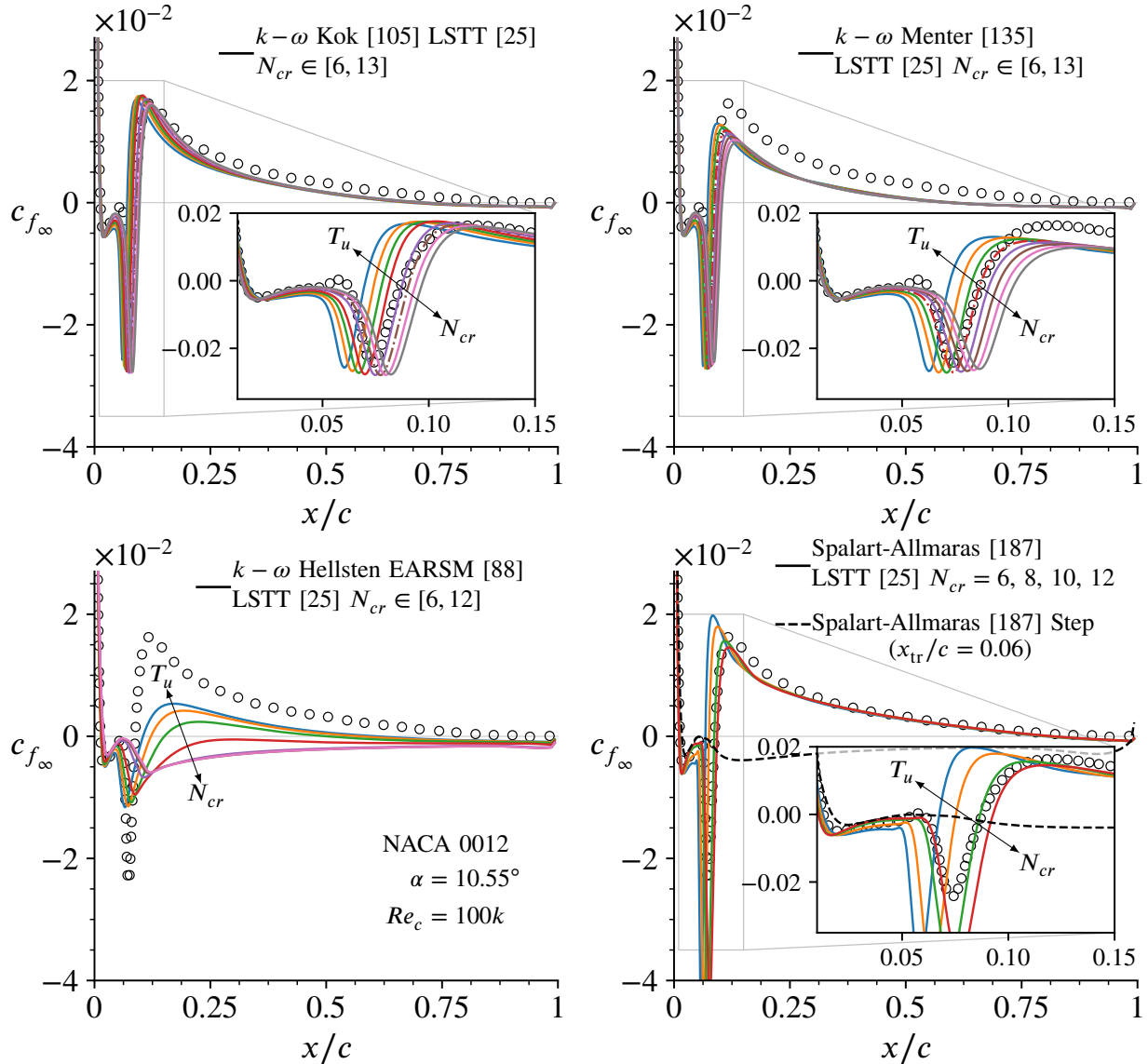
**FIGURE 8.5** – Prévissions des profils de vitesse normaux à la paroi de la couche limite sur l’extrados du NACA 0012 ( $\alpha = 10.55^\circ$ ,  $Re_c = 10^5$ ) issues de plusieurs modèles RANS comparés au calcul ILES (o) d’Alferez et al. [3].

du modèle de turbulence employé.

### 8.1.5 Prévissions d’autres variantes LSTT

Sur la figure 8.6 nous effectuons le même exercice que nous avons fait pour le modèle Wilcox (2006) (figure 8.1), mais cette fois ci appliqué à d’autres modèles de turbulence prévus par l’approche LSTT. Nous constatons que le modèle de Kok produit des prévisions tout aussi précises que Wilcox (2006) pour cette configuration. Le modèle de Menter produit des prévisions qualitativement acceptables, mais nous constatons que les valeurs du frottement en aval du bulbe sont légèrement sous-estimées. Ceci est en accord avec les observations préliminaires effectuées dans la section §6.5.3 et dans l’analyse de la référence [26]. Les prévisions du modèle de Hellsten sont beaucoup moins satisfaisantes. Nous constatons que pour des faibles valeurs de  $T_u$  le modèle Hellsten EARSMLSTT produit des prévisions décrochées, en désaccord avec les données ILES. Pour des faibles valeurs de  $T_u$ , le modèle de Hellsten prévoit un bulbe, mais les valeurs du  $c_f$  sont sous-estimées. Rappelons que le modèle de Hellsten EARSMLSTT prévoit des valeurs trop faibles du pic négatif de frottement ainsi que du frottement en aval du bulbe même dans la configuration de calibration LSTT (§6.5.3, figure 6.10). Manifestement, ce qui était relativement acceptable dans la configuration de calibration (§6.5.3, figure 6.10) ne l’est plus pour cette configuration (figure 8.6), car on retrouve les mêmes défauts, mais encore plus prononcés. En revanche, sur la figure 8.6 nous constatons que les prévisions du modèle de Spalart-Allmaras LSTT sont en bon accord avec les données ILES. Nous retrouvons un pic négatif de frottement dans le bulbe (vers  $x/c \approx 0.07$ ) trop prononcé. Rappelons que ce défaut était déjà

présent dans la configuration de calibration (§6.5.3, figure 6.10).



**FIGURE 8.6** – Prévisions RANS du frottement sur l’extrados du NACA 0012 pour le balayage de l’intensité de la turbulence (via  $N_{cr}$ ) de plusieurs variantes LSTT [25] comparées au calcul ILES (o) d’Alferez et al. [3].

Soulignons plusieurs aspects complémentaires suite à l’analyse de la figure 8.6 :

1. Tous les modèles LSTT Boussinesq produisent des prévisions acceptables par rapport aux données ILES de référence.
2. Le modèle LSTT Hellsten EARSIM produit des prévisions de précision mitigée. Nous considérons que ces prévisions ne sont pas acceptables et doivent être améliorées. Nous n’avons pas réussi dans le cadre de cette thèse à améliorer les prévisions de LSTT avec Hellsten

EARSM, qui sont particulièrement peu satisfaisantes pour les écoulements à faible nombre de Reynolds.

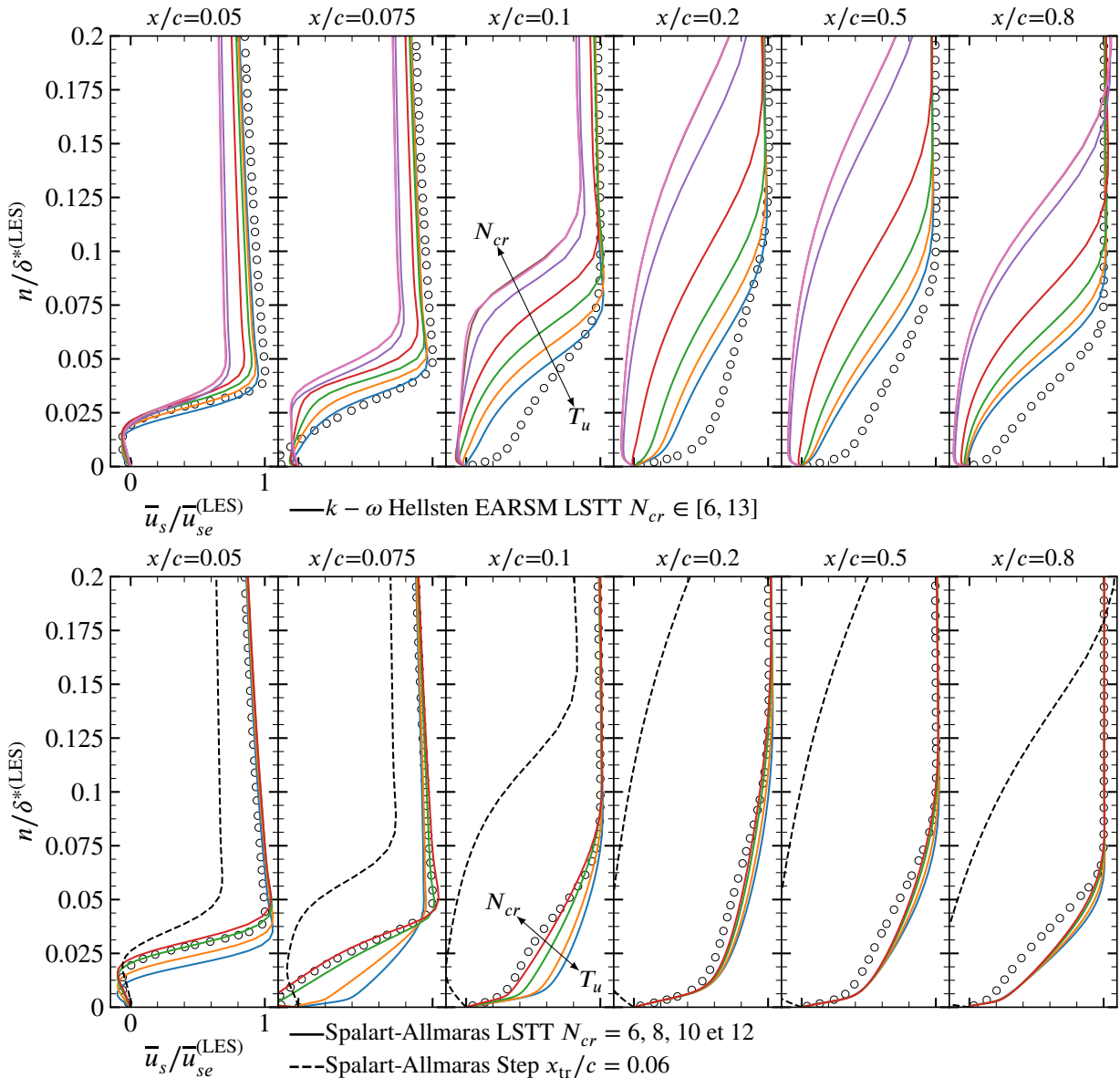
3. Dans le même sens que le point précédent, les prévisions du modèle RSM SSG/LRR- $\omega$  [44] avec LSTT ne sont pas satisfaisantes. Pour ce modèle, les simulations pour toutes les valeurs de  $N_{cr}$  considérées prévoient une configuration décrochée avec une mauvaise convergence. Puisque les calculs ne sont pas convergés, ils sont jugés peu fiables et ne sont donc pas présentés sur la figure 8.6.
4. L'activation *Step* imposée à  $x_{tr}/c = 0.06$  de tous les modèles de turbulence considérés produisent une configuration décrochée. Les différences entre les prévisions décrochées de chaque modèle de turbulence sont imperceptibles entre elles. Par conséquent, ces prévisions ne sont pas systématiquement affichées. Pour avoir un aperçu, le lecteur peut comparer les prévisions décrochées de Step Wilcox (2006) (fig. 8.3), Menter-Langtry (fig. 8.3) et Spalart-Allmaras (tracé discontinu fig. 8.6)

Comparons maintenant les profils de vitesse des différentes variantes LSTT.

Sur la figure 8.7 nous présentons les profils de vitesse des balayages du seuil de turbulence pour les activations LSTT des modèles Hellsten EARSM et Spalart-Allmaras. Les prévisions Hellsten EARSM présentent des forts écarts des profils de vitesse pour différentes valeurs de  $N_{cr}$ . Cela est dû à l'effet suivant : tandis qu'à  $N_{cr} = 6$  le modèle fournit une prévision de bulbe fermé, au fur et à mesure que la turbulence diminue ( $N_{cr}$  augmente) la taille du décollement augmente notablement et à partir de  $N_{cr} \gtrsim 9$  les prévisions montrent un écoulement décroché. Ceci n'est pas vérifié pour les prévisions LSTT du modèle de Spalart-Allmaras, qui fournit des prévisions plus précises au regard de la solution ILES. Nous pouvons constater que les écarts sur les profils pour différents  $N_{cr}$  sont plus faibles que dans le cas précédent, et ils sont essentiellement localisés au voisinage du bulbe ( $0.05 \lesssim x/c \lesssim 0.1$ ).

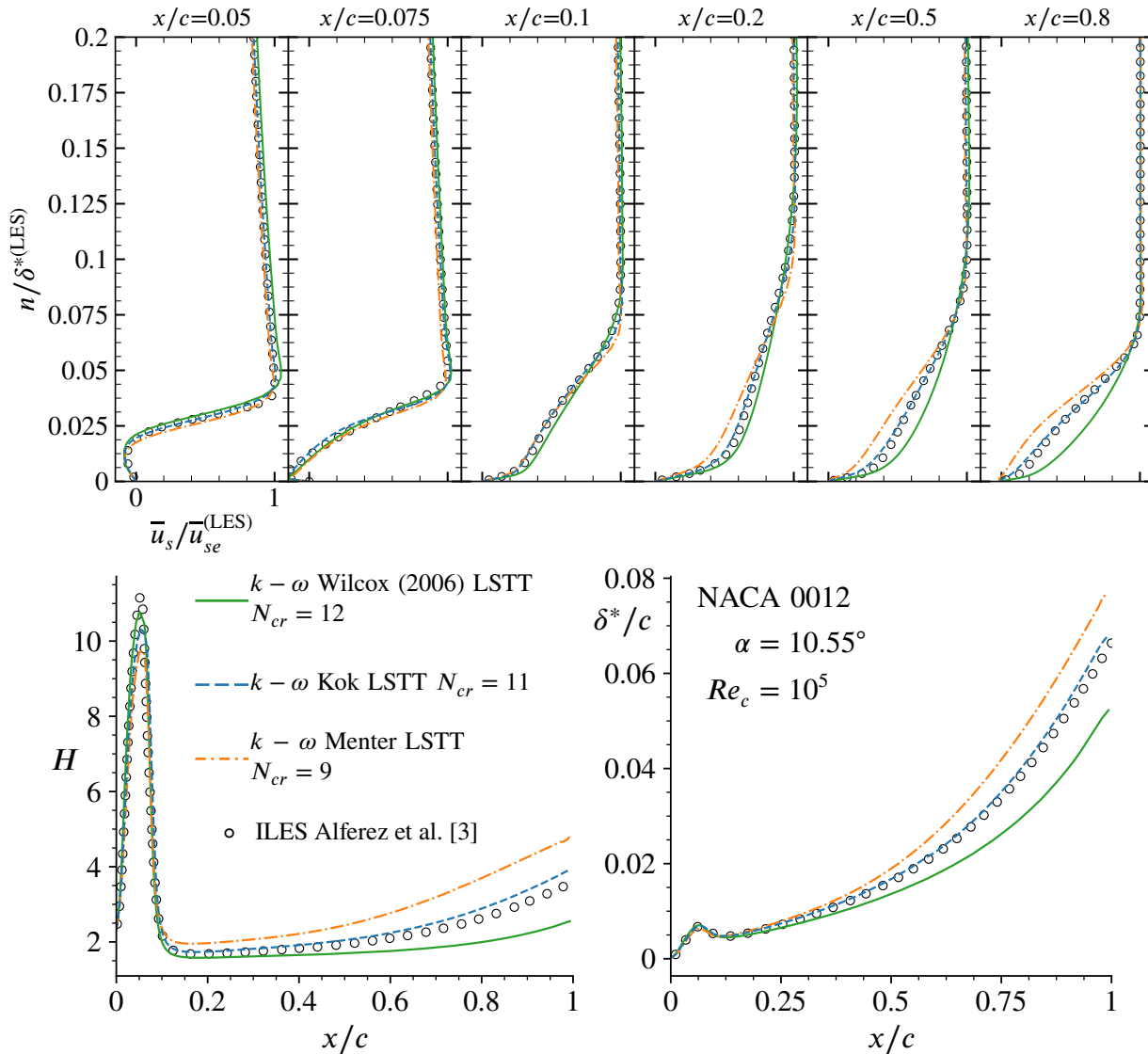
Sur la figure 8.8 nous pouvons constater que les modèles LSTT qui prévoient le plus précisément l'écoulement ILES ( $k - \omega$  Boussinesq) présentent de très faibles écarts sur les profils de vitesse. Les écarts semblent se prononcer de plus en plus en aval du bulbe de décollement, comme il est visible à la station  $x/c = 0.8$ . À cette station, nous constatons que le modèle Wilcox (2006) présente le profil le plus *rempli* au voisinage de la paroi et au contraire, le modèle de Menter SST présente le profil le plus *creux* au voisinage de la paroi. Par conséquent, comme Menter SST présente le déficit de vitesse le plus important, il est probable que la couche limite prévue par Menter SST a plus d'impact sur l'écoulement *potentiel* (à l'extérieur de la couche limite) que celui issu de la prévision Wilcox (2006), et cela est visible sur l'épaisseur de déplacement  $\delta^*$ , qui est plus prononcé pour Menter SST que pour Wilcox (2006). Soulignons encore qu'en aval du bulbe ( $x/c \gtrsim 0.1$ ) le modèle de Menter SST prévoit un facteur de forme  $H$  supérieur aux deux autres modèles et cet écart s'amplifie de plus en plus vers l'aval. Le modèle de Kok est aussi en parfait accord avec la ILES et il se situe presque exactement entre les prévisions de Wilcox (2006) et de Menter SST. Par conséquent, nous pouvons en déduire que le modèle avec la plus grande propension à décoller est Menter SST, tandis que celui qui a le moins de propension à décoller est celui de Wilcox (2006).

Soulignons un aspect très intéressant. La classification des modèles par rapport à leur *propension*



**FIGURE 8.7** – Prévisions des profils de vitesse de la couche limite sur l’extrados du NACA 0012 ( $\alpha = 10.55^\circ$ ,  $Re_c = 10^5$ ) issues de plusieurs modèles RANS comparés au calcul ILES ( $\circ$ ) d’Alferez et al. [3].

à décoller, déduite dans le paragraphe précédent à partir de la valeur de  $H$ , est cohérente avec la classification de la diffusivité à faible nombre de Reynolds des modèles de turbulence [26]. En effet, d’après l’étude [26], parmi les trois modèles considérés ici, le plus diffusif est celui de Wilcox (2006), tandis que le moins diffusif est celui de Menter. Il semble cohérent que le modèle le plus diffusif remplit plus le profil de vitesse au voisinage de la paroi, ce qui se traduit par des valeurs plus faibles de  $H$ , qui indiquent une moindre propension à décoller. Le raisonnement inverse (pour les modèles moins diffusifs) semble également vérifié. Si nous extrapolons ce raisonnement de causalité, il devient alors probable que les tendances trop prononcées à décoller des modèles LSTT de



**FIGURE 8.8** – Prévisions de plusieurs modèles RANS avec activation LSTT sur l’extrados du NACA 0012 comparées au calcul ILES (o) d’Alferez et al. [3].

Hellsten EARSM et RSM SSG/LRR aient comme origine un comportement trop peu diffusif à faible nombre de Reynolds. En émettant l’hypothèse que la présomption précédente est juste, cela voudrait dire que la pondération des sources de la turbulence dans la région transitionnelle des modèles en question (qui est la base de LSTT §6.2) n’est pas suffisante pour garantir des prévisions précises, mais il faudrait également modifier (probablement de façon zonale) les coefficients de diffusion de la turbulence des modèles.

Ainsi s’achève l’analyse de l’écoulement autour du profil NACA 0012 d’Alferez et al. Dans la section suivante, nous analysons le même profil pour des conditions physiques différentes : plus faible nombre de Reynolds et plus faible angle d’incidence, à l’aide des prévisions DNS de Jones et al.[98].

## 8.2 Cas de Référence DNS Jones et al.

Dans cette section nous nous intéressons à l'écoulement autour du profil NACA 0012 à  $\alpha = 5^\circ$  et  $Re_c = 5 \times 10^4$ . Cet écoulement a été étudié par Jones et al. [98] au moyen de calculs DNS. Ils ont effectué une simulation avec forçage (nommée 3DF) et sans forçage (nommée 3DU). La simulation 3DF consiste à introduire des perturbations, à l'aide de termes volumiques dans l'équation de la quantité de mouvement, conçues pour exciter des modes obliques instables qui sont amplifiés dans la couche de cisaillement en aval du décollement laminaire [98]. Le forçage s'effectue au point  $(x/c, y/c) = (0.1, 0.129)$  de façon périodique en temps et en envergure [98]. Les fréquences excitatrices ont été choisies en fonction des résultats de l'analyse de stabilité linéaire des profils de vitesse moyennés en temps de l'écoulement bidimensionnel [98]. L'amplitude des perturbations de vitesse introduites par le forçage est de 0.1% de la vitesse externe<sup>4</sup> [98]. Le signal exciteur est composé de trois fréquences ( $f = 48.76/2\pi, 53.6/2\pi, 53.6/2\pi$ ) associées à trois nombres d'onde,  $\beta$ , selon l'envergure,  $L_z = 0.2c$ , du domaine de calcul ( $\beta = 2\pi/L_z, 6\pi/L_z, 8\pi/L_z$ ) [98].

Dans cette étude nous comparons les prévisions RANS des modèles  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] et Spalart-Allmaras [187] avec les DNS [98] avec forçage (3DF) et sans forçage (3DU). Chaque modèle est activé selon LSTT [25], en prévoyant le point de transition à l'aide des critères AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C). En outre, une activation Step du modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) à  $x_{tr}/c \approx 0.45$  a été effectuée sans succès, car la simulation n'a pas convergé.

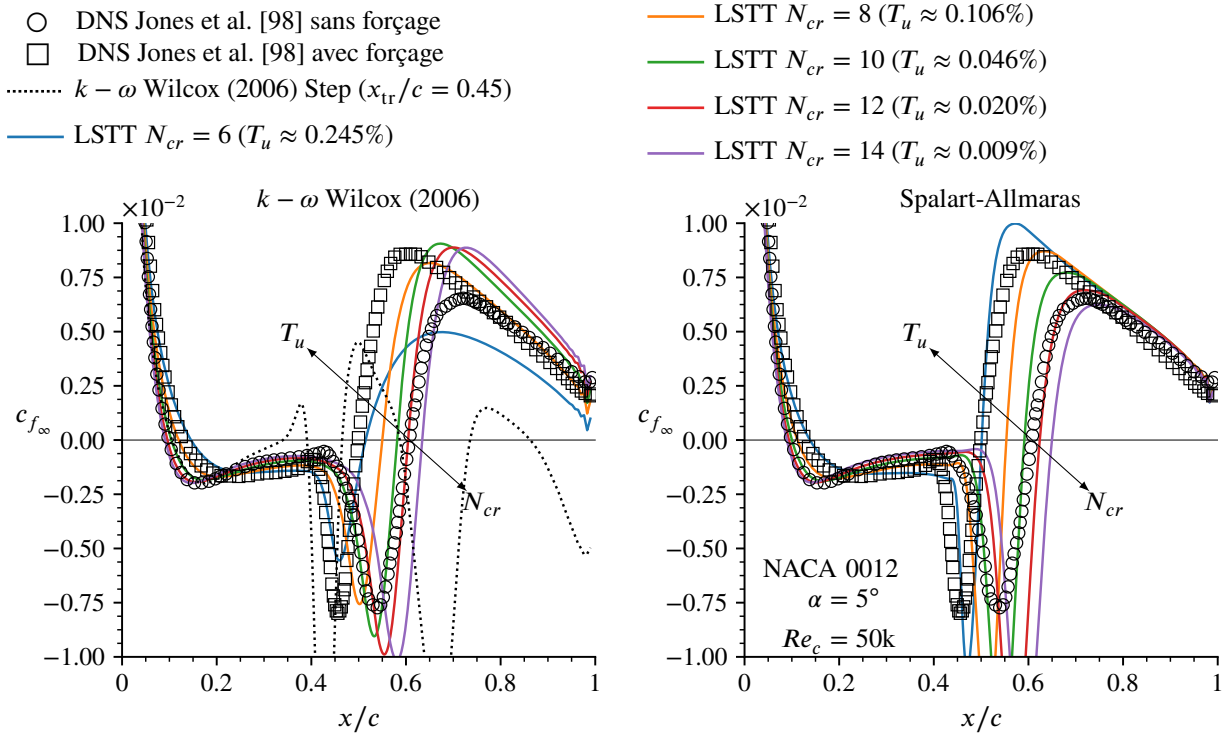
Sur la figure 8.9 nous pouvons constater que la variation du taux de turbulence (i.e. de  $N_{cr}$ ) provoque la variation du bulbe attendue, c'est-à-dire qu'une augmentation de  $T_u$  (diminution de  $N_{cr}$ ) provoque un rétrécissement de la taille du bulbe. Cet effet, qui avait déjà été observé dans le cas d'Alferez (§8.1), est encore vérifié ici et ce pour les deux modèles de turbulence considérés. Nous constatons qu'à de forts taux de turbulence ( $N_{cr} \approx 6$ ) le modèle de Wilcox (2006) ne capture pas précisément la valeur du pic positif de frottement juste en aval du bulbe, alors que pour des valeurs plus faibles de la turbulence ( $N_{cr} \approx 12$ ) la valeur du pic est surestimée. Malgré cela, l'emploi de LSTT pour Wilcox (2006) dans cette configuration apporte une amélioration considérable, car nous constatons que si l'on effectue une activation Step (même en figeant la localisation du point de transition) la simulation ne converge pas.

Au contraire, le modèle de Spalart-Allmaras LSTT semble prévoir cet écoulement de façon plus précise que le modèle de Wilcox (2006) LSTT. La valeur des pics positifs en aval du bulbe sont en très bon accord avec la DNS. Le modèle montre le défaut, déjà constaté à plusieurs reprises, d'une prévision trop prononcée du pic négatif de frottement. Mais à part ce défaut, l'évolution du frottement est satisfaisante même au niveau de la relaxation de la couche limite en aval du bulbe.

Cette étude permet de souligner un aspect intéressant relatif à la précision de la prévision du point de transition avec AHD-Gleyzes [7, 83] et stabilisation algébrique (§C) employés par LSTT. Rappelons la discussion sur le choix approprié de  $N_{cr}$  dans le paragraphe (§8.1.2), où l'on souligne l'inadéquation de l'utilisation des simulations numériques de haute fidélité sans forçage afin d'évaluer la précision des critères de transition. Dans le même paragraphe (§8.1.2), nous suggérons même que

4. Le taux de turbulence  $T_u = 0.1\%$  correspond à  $N_{cr} = 8.15$  d'après la relation de Mack [125] 4.11.





**FIGURE 8.9** – Prévisions RANS du frottement pariétal sur l’extrados du NACA 0012 avec activation LSTT comparées aux calculs DNS de Jones et al. [98].

pour qu’une simulation de haute fidélité avec forçage soit représentative des conditions excitatrices d’un écoulement physique réel, le forçage des perturbations devrait s’effectuer à des fréquences efficaces pour exciter la transition de la même manière qu’en écoulement réel. Le calcul DNS avec forçage [98] que l’on utilise comme référence dans cette section semble disposer de tous les éléments évoqués afin d’être utilisé comme élément d’évaluation de la précision du critère de transition employé par LSTT.

Ainsi, l’excitation d’intensité 0.1% faite dans la DNS avec forçage peut s’assimiler à un  $N_{cr} = 8.15$ . Nous remarquons sur la figure 8.9 que pour  $N_{cr} = 8$  les prévisions RANS avec LSTT sont assez proches de la DNS avec forçage. Les simulations avec  $N_{cr} = 6$  sont encore plus proches. D’après ces résultats, il semblerait que les critères employés par LSTT prévoient une transition légèrement en aval de la référence. Toutefois, un écart de  $\Delta N \approx 2$  semble d’une précision acceptable, car l’écart est de l’ordre de l’incertitude dans le choix de  $N_{cr}$  (table 8.1). Néanmoins, il reste à corroborer (par exemple, via des essais expérimentaux) si l’excitation faite dans la DNS avec forçage est représentative d’un essai réel avec  $T_u = 0.1\%$ .

Pour conclure cette section, soulignons un dernier aspect en relation avec les prévisions RANS de l’écoulement DNS sans forçage. Sur la figure 8.9, nous constatons que les prévisions RANS LSTT avec  $N_{cr} \approx 12$  prévoient assez précisément l’évolution de l’écoulement DNS sans forçage. Cette valeur, relativement élevée (elle est dans la fourchette haute du tableau 8.1), est très proche

---

des valeurs employées pour le cas ILES d'Alferez et al. [3], qui sont  $N_{cr} \approx 11$  comme on peut le constater sur la figure 8.8. Cette constatation va dans le sens préconisé dans le paragraphe §8.1.2, où l'on suggère que la prévision de la transition via des méthodes  $e^N$  des écoulements issus des simulations de haute fidélité sans forçage devraient s'effectuer à des  $N_{cr}$  très élevés.



# Chapitre 9

## Profil d'aile SD7003

Le profil d'aile Selig-Donovan 7003 a été conçu [174] vers les années 1980 afin d'améliorer les performances des planeurs de compétition d'aéromodélisme de la catégorie internationale F3B<sup>1</sup>. Les compétitions de la catégorie F3B d'aéromodélisme se déclinent en trois épreuves : une d'*endurance*, où l'on cherche à minimiser la vitesse de descente de l'appareil ; une autre de *distance*, où l'on cherche à minimiser la pente de descente de l'appareil, et enfin une épreuve de *vitesse*, dans laquelle on cherche à minimiser la traînée. Cet exigeant cahier de charges, conjugué au fait que le nombre de Reynolds basée sur la corde de ces appareils est très faible ( $Re_c < 10^5$ ), fait que la prise en compte des bulbes de décollement laminaire pour la conception de ces planeurs est incontournable. Ainsi, le profil SD7003 fut créé à l'aide des codes de couplage visqueux/non-visqueux avec modélisation du bulbe de décollement laminaire afin d'améliorer les profils utilisés jusqu'à alors en F3B. Depuis la proposition de ce profil, nombreux ont été les auteurs de la communauté scientifique à porter leur intérêt dessus, car il constitue un exemple canonique de profil à faible  $Re_c$  où la dynamique du bulbe de décollement détermine amplement les performances aérodynamiques. De surcroît, l'irruption des drones à voilure fixe de petite taille dans l'espace aérien accroît l'intérêt des industriels et des autorités de réglementation sur les capacités à prévoir les performances de ce type d'appareils. Ainsi, la communauté scientifique s'est amplement intéressée à l'étude du profil SD7003, car il constitue un cas représentatif de l'aérodynamique des petits drones à voilure fixe.

Par conséquent, on identifie dans la littérature un grand nombre d'études portant sur le SD7003.

Premièrement, nous soulignons l'ensemble d'études expérimentales dirigées par le Prof. Selig à l'Université d'Illinois [124, 174–177]. En 2005, Ol et al. [148] ont comparé les différents résultats expérimentaux rencontrés dans les essais dans trois installations différentes, et ils ont conjecturé un fort impact des différentes intensités de la turbulence de chaque installation sur les mesures. Burgmann, Dannemann et Schröder (2008) [31, 32] ont étudié par des moyens PIV les dimensions du bulbe, les principales structures cohérentes, et les tensions de Reynolds du SD7003 à plusieurs angles d'incidence. Hain, Kähler et Radespiel (2009) ont également étudié la dynamique du bulbe

---

1. <https://www.fai.org/page/f3-radio-control-soaring> (Fédération Aéronautique Internationale)

sur le profil à  $Re_c = 6 \times 10^4$ . Herbst, Kähler et Hain (2018) [90] ont récemment étudié l'influence de la turbulence amont –intensité et échelle– sur le bulbe de décollement laminaire du SD7003.

Deuxièmement, l'ensemble d'études DNS ou LES/ILES portant sur le profil SD7003 est significatif. Par exemple, Catalano et Tognaccini (2009) [38] et Galbraith et Visbal (2010) [77] ont étudié l'influence de l'angle d'incidence du profil SD7003. Leur prévisions de frottement et de pression sont utilisés dans ce chapitre comme référence. Schmidt et Breuer (2017, 2018) [30, 173] ont récemment étudié l'influence de différents niveaux et échelles de turbulence amont sur la topologie du bulbe autour du SD7003 via des LES et le concept de Synthetic Inflow Turbulence Generator (STIG).

Enfin, plusieurs études cherchant à évaluer les capacités prédictives des approches transitionnelles RANS pour les bulbes de décollement laminaire ont porté sur le profil SD7003. Dans cette catégorie on trouve l'étude de Windte, Scholz et Radespiel (2006) [212], où les auteurs ont appliqué des critères de transition plus une activation des modèles de turbulence type Step. On souligne également l'étude de Lian et Shyy [119], qui ont effectué des calculs transitionnels avec la méthode  $e^N$  et une activation progressive du modèle de turbulence en se basant sur l'échelle laminaire du bulbe –conceptuellement similaire à l'approche LSTT proposée dans cette thèse–. Catalano et Tognaccini (2010) [40] ont étudié amplement l'activation Step du modèle  $k - \omega$  Menter SST [135] pour l'écoulement autour du SD7003 à plusieurs angles d'incidence, et ont proposé une modification du modèle de turbulence permettant d'améliorer les prévisions connaissant le  $Re_c$ . Probst, Radespiel et Rist (2012) [155] ont couplé une méthode de prévision de transition  $e^N$  à l'activation du modèle de turbulence à transport des tensions de Reynolds  $\epsilon^h$ -RSM, et ont étudié l'écoulement autour du profil SD7003. Catalano, Mele et Tognaccini (2013) [37] ont proposé une méthode empirique de prévision du point de transition à utiliser dans les calculs RANS, et l'ont testé sur le cas SD7003. Council et Boulama (2013) [50] ont évalué les prévisions du modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  de l'écoulement autour du SD7003.

Dans ce chapitre, nous évaluons en détail l'approche LSTT pour la prévision de l'écoulement autour du SD7003 en faisant varier des paramètres physiques tels que  $T_u$ ,  $Re_c$  et  $\alpha$ . Une évaluation de la qualité du maillage est également proposée. Nous comparons nos prévisions aux données LES [30, 38], ILES [77] et expérimentales [87].

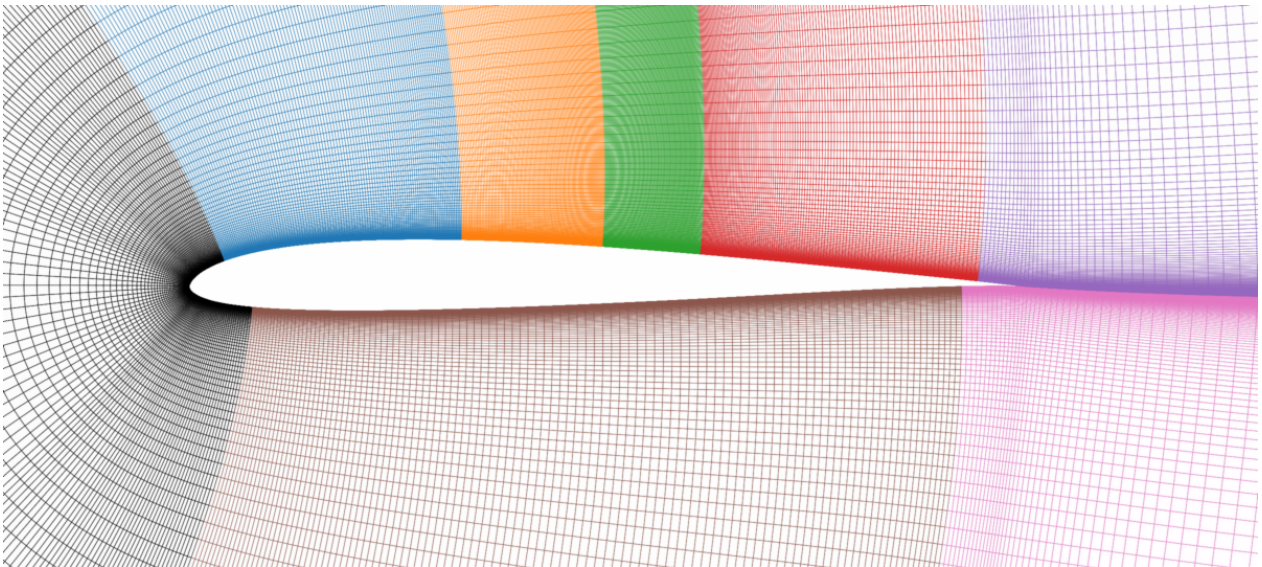
## 9.1 Présentation des cas d'étude

Comme cela a été introduit dans la présentation du chapitre, les cas présentés dans ce chapitre portent sur l'écoulement autour du profil Selig-Donovan SD7003 [175]. Plusieurs angles d'incidence et nombres de Reynolds basés sur la corde sont étudiés. Pour tous ces cas étudiés, les conditions en amont sont considérés incompressibles ( $M_\infty < 0.3$ ). Pour les simulations RANS, le Mach en amont est fixé à  $M_\infty = 0.16$ .

Afin de garantir une discrétisation du bulbe optimale, plusieurs maillages adaptés ont été utilisés en fonction des dimensions du bulbe. La paramétrisation des maillages employés pour les cas étudiés

dans ce chapitre est présentée dans le tableau 9.1. Tous les maillages sont partitionnés en 8 blocs structurés afin d’effectuer des calculs en parallèle. À titre d’exemple, la figure 9.1 présente un zoom autour du profil du maillage employé dans le cas *Baseline* ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 6 \times 10^4$ ), qui est composé de  $867 \times 176$  points, dont 96 se trouvent dans le sillage, 179 sur l’intrados (prévu laminaire) et 500 sur l’extrados. Le nombre total de points et les dimensions du bulbe ont été choisis pour s’approcher au mieux de ceux utilisés par Catalano et Tognaccini [40].

Comme on peut le constater sur la variable  $N_{LSB}$  du tableau 9.1, pour tous les maillages d’étude (exception faite des maillages d’analyse de convergence) au moins 188 points discrétisent le bulbe dans le sens principal de l’écoulement, ce qui vérifie amplement les recommandations (§7.1 et §7.5) du modèle LSTT. La première cellule présente une taille normale à la paroi qui garanti  $\Delta y^+ < 1$  dans les couches limites turbulentes. La distribution des points normale à la paroi est effectuée de sorte qu’au moins 80 points discrétisent la couche limite. Le domaine de calcul s’étend sur 30 cordes dans la direction orthogonale à la paroi, ainsi que sur 30 cordes dans le sillage. Il s’agit d’un maillage type-C généré en extrusion hyperbolique et avec une optimisation des distributions de points pour maximiser la régularité. Il a été construit avec Cassiopée [21].



**FIGURE 9.1** – Zoom autour du profil SD7003 du maillage employé dans le cas Baseline ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 6 \times 10^4$ ).

## 9.2 Cas Baseline ( $\alpha = 4^\circ$ , $Re_c = 60\,000$ )

Le cas  $\alpha = 4^\circ$  et  $Re_c = 6 \times 10^4$  a été choisi comme *Baseline* (principale référence), car il s’agit du cas le plus étudié dans la littérature. Il est raisonnable alors que nous portions l’accent sur ce cas d’étude, notamment pour l’analyse de la convergence en maillage (§9.2.1), l’étude de l’influence

$\alpha$ (°)	$Re_c$	$N_i \times N_j$	$N_{s < s_{sep}}$	$N_{LSB}$	$N_{s > s_{reat}}$	$N_\delta(s_{sep})$
			$0 < x < x_{sep}$	$x_{sep} < x < x_{reat}$	$x_{reat} < x$	
2	$60 \times 10^3$	$867 \times 176$	153	318	22	78
4	$10 \times 10^3$		173	320	0	91
4	$40 \times 10^3$		105	301	87	79
4	$60 \times 10^3$		115	268	110	76
6	$60 \times 10^3$		51	188	254	73
8	$30 \times 10^3$		50	203	240	74
8	$60 \times 10^3$		39	177	277	68
8	$90 \times 10^3$		43	200	250	65
11	$60 \times 10^3$		43	196	254	61
4	$60 \times 10^3$	$434 \times 89$	79	118	50	40
		$434 \times 176$	57	136	54	76
		$867 \times 351$	108	291	94	151
		$1734 \times 176$	231	541	217	76
		$1734 \times 351$	217	582	190	151

**TABLE 9.1** – Maillages utilisés et résolution de la discrétisation du maillage basée sur la prévision du modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25]. Les 5 dernières lignes correspondent aux maillages additionnels employés lors de l'étude de convergence en maillage.

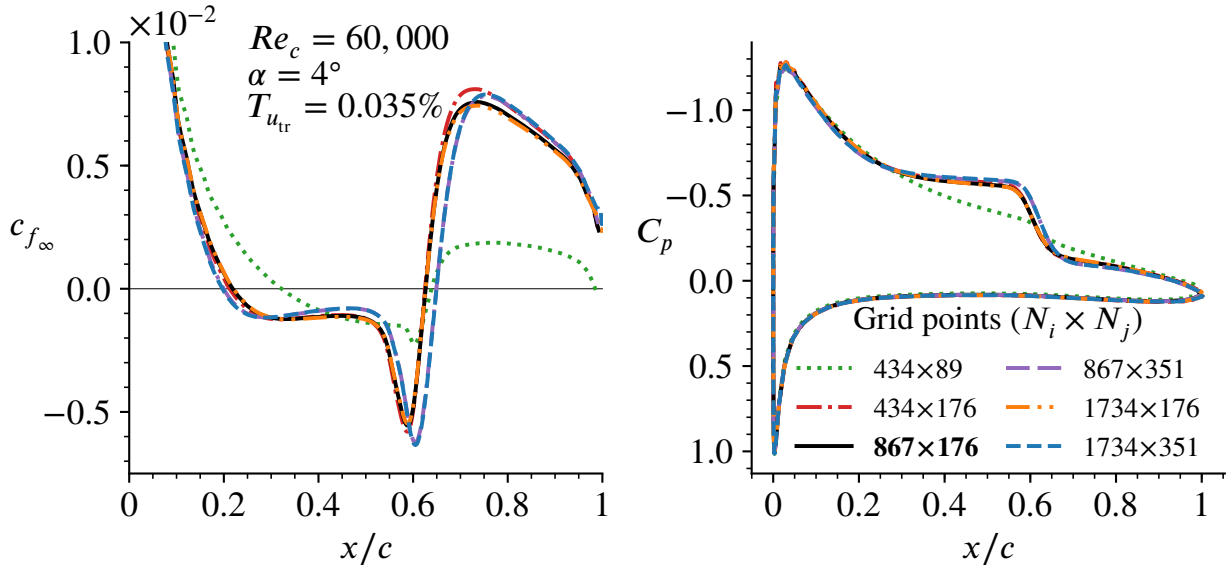
du taux de turbulence (§9.2.2) et pour l'analyse détaillé des tensions de Reynolds et des profils de vitesse (§9.2.3).

### 9.2.1 Convergence en maillage

L'étude de convergence en maillage du cas SD7003 *baseline* présenté sur la figure 9.2 souligne l'importance d'avoir une discrétisation fine dans la direction normale à la paroi. En effet, le maillage le moins dense  $434 \times 89$ , produit des prévisions peu précises et significativement éloignées de celles issues des autres maillages comparativement plus denses dans la direction normale à la paroi, comme le maillage  $434 \times 176$ . Les maillages les plus denses dans la direction normale,  $867 \times 351$  et  $1734 \times 351$ , produisent des résultats presque identiques et peuvent être considérés comme convergés en maillage. Le résultat  $867 \times 176$  est en très bon accord avec les résultats convergés en maillages, et sa discrétisation est donc retenue pour les études effectués dans la suite de ce chapitre.

### 9.2.2 Influence du taux de turbulence

Dans cette section nous analysons l'influence du taux de turbulence amont,  $T_u$ , relié à  $N_{cr}$  à l'aide de l'équation de Mack [125] (4.11). Dans un premier temps, cette analyse est effectuée en utilisant



**FIGURE 9.2** – Prévisions de frottement (sur l’extrados) et de pression sur le profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 60\,000$ ,  $T_{u_{tr}} = 0.035\%$ ) en employant le modèle de turbulence  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] sur des maillages de différentes résolutions (cf tableau 9.1).

divers modèles de turbulence avec activation LSTT. Dans un deuxième temps, cette analyse est effectuée en utilisant le modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  et plusieurs corrélations différentes.

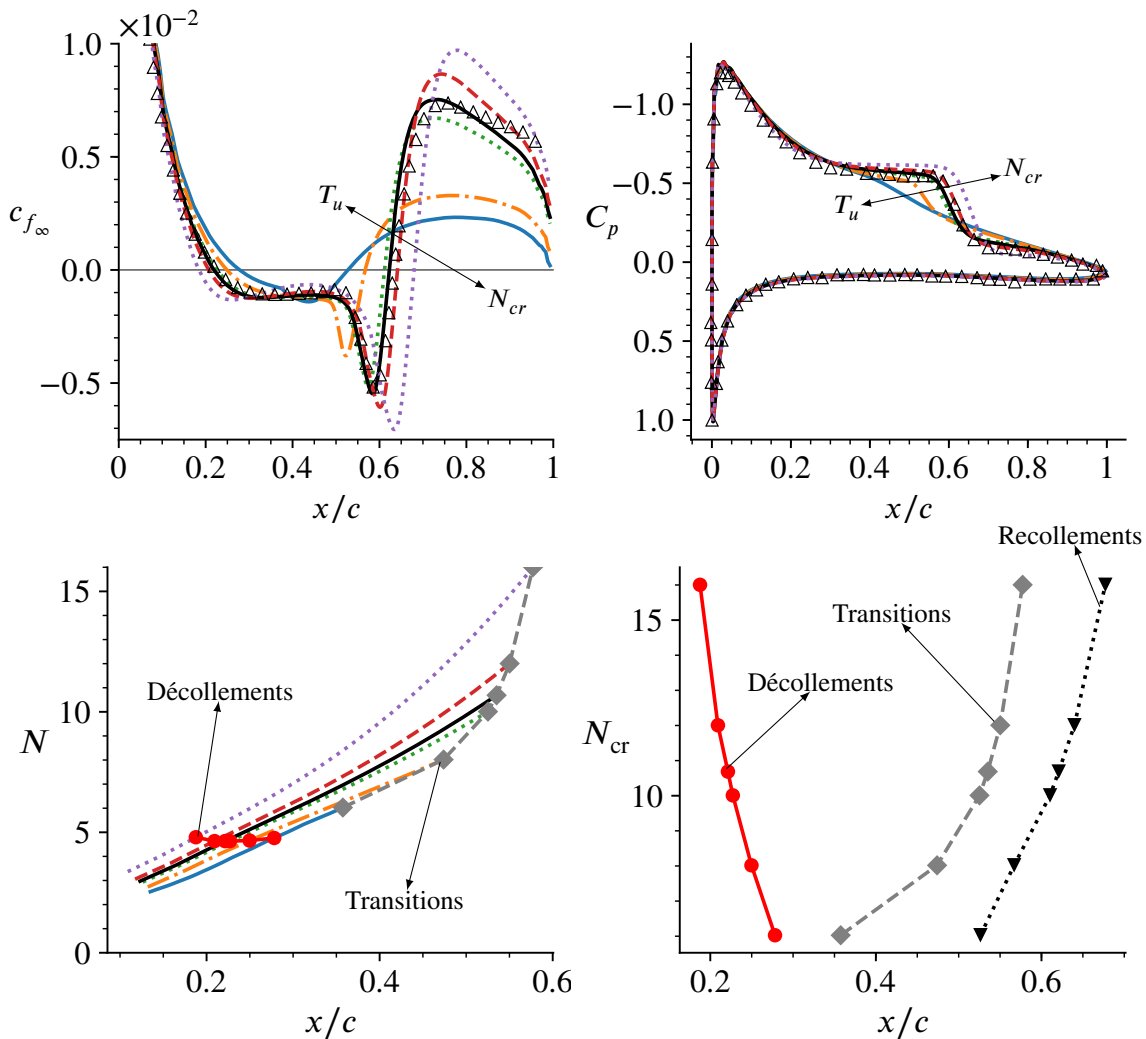
### 9.2.2.1 Modèles non-locaux

En suivant la logique exposée dans les paragraphes §8.1.2 et §8.1.4, nous effectuons une analyse de l’influence du choix de  $N_{cr}$ .

Sur la figure 9.3, nous montrons un balayage de  $N_{cr}$  en utilisant le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) LSTT. Les quantités montrées sur la figure 9.3 sont le coefficient de frottement  $c_{f_\infty}$ , le coefficient de pression  $C_p$ , l’évolution du taux d’amplification total  $N$ , et les positions des points de séparation  $x_{sep}$ , de transition  $x_{tr}$  et de recollement,  $x_{reat}$  en fonction de la valeur de  $N_{cr}$ .

Dans un premier temps, nous constatons que la dépendance des points caractéristiques du bulbe ( $x_{sep}$ ,  $x_{tr}$  et  $x_{reat}$ ) suit les observations expérimentales [90] et numériques [30] connues. En effet, pour des niveaux de turbulence  $T_u$  croissants ( $N_{cr}$  décroissant), on constate : (a) un déplacement du point de décollement laminaire  $x_{sep}$  vers l’aval, (b) un déplacement du point de transition  $x_{tr}$  vers l’amont et (c) un déplacement du point de recollement  $x_{reat}$  vers l’amont, ce qui se traduit par une réduction globale de la taille totale du bulbe,  $x_{reat} - x_{sep}$ . Nous constatons (figure 9.3) que la valeur de  $N_{cr}$  qui produit les prévisions RANS le plus proches des données LES [38] est  $N_{cr} = 10.7 (\approx 11)$ . Soulignons que cette valeur est très proche de  $N_{cr} = 12$  qui est la valeur qui produit également les prévisions RANS les plus proches des données DNS [98] sans forçage sur le cas du profil NACA 0012 (§8.2  $\alpha = 5^\circ$ ,  $Re_c = 50\,000$ ) et ILES [3] sans forçage (§8.1,  $\alpha = 10.55^\circ$ ,



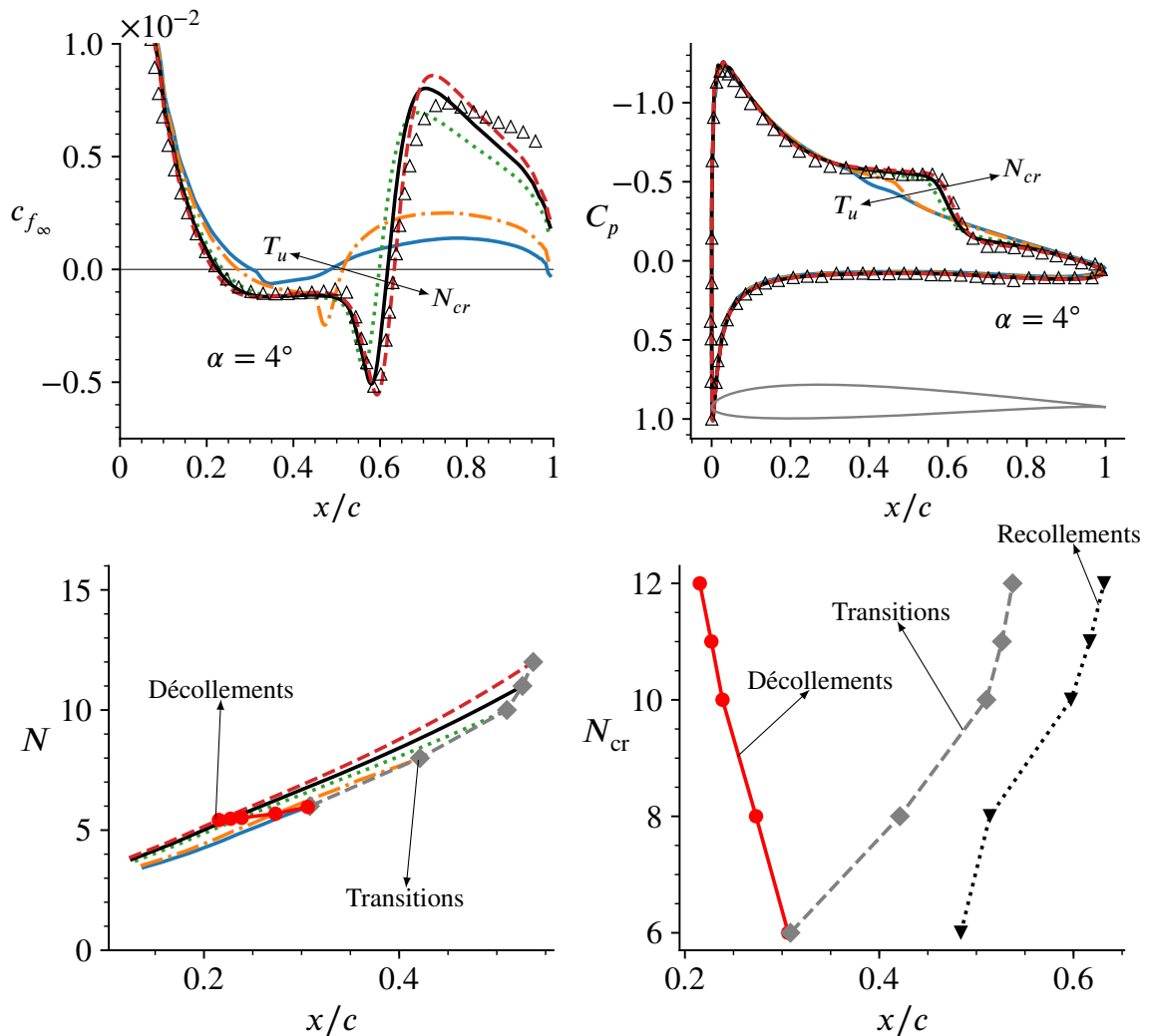


**FIGURE 9.3** – Influence de l’intensité de la turbulence (par un balayage  $N_{cr} = 6, 8, 10, 10.7, 12$  et  $16$ ) des prévisions de l’écoulement autour du profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 6 \times 10^4$ ) en employant le modèle de turbulence  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] et prévision du point de transition avec les critères AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C) par rapport aux données LES ( $\triangle$ ) de Catalano et Tognaccini [38].

$Re_c = 100\,000$ ). Grâce à cette dernière observation, il commence à se dessiner une tendance très marquée : la valeur  $N_{cr}$  représentative des simulations de haute fidélité (DNS, LES, ILES) *sans forçage* est approximativement  $N_{cr} \approx 11$ , ce qui est une valeur relativement élevée, en accord avec la très faible amplitude des perturbations d’origine numérique qui excitent la couche limite laminaire et qui constitueraient la cause de la transition et de la turbulence *auto-entretenu* de ce type de simulations. Cette observation semble correctement vérifiée indépendamment du modèle de turbulence LSTT employé (cf §8 et les figures qui suivent dans la présente section).

Soulignons un dernier aspect très intéressant de la figure 9.3. Au regard de l’évolution de  $N(x/c)$  et

des points caractéristiques ( $x_{sep}$ ,  $x_{tr}$  et  $x_{reat}$ ) en fonction de  $N_{cr}$ , nous constatons que pour des valeurs très importantes de  $N_{cr}$  ( $\approx 12$ ) la topologie du bulbe semble de moins en moins sensible. Ceci est en accord avec la forte pente que présente  $N(x/c)$  pour  $N_{cr} = 16$ . Cela signifie que pour des valeurs très faibles de turbulence ambiante, la prévision AHD-Gleyzes [7, 83] avec correction algébrique (§C) tend à saturer. Ce comportement semble cohérent avec la formulation en puissance de  $H$  de l'évolution de  $N$  dans la corrélation de Gleyzes (6.9) pour des bulbes fortement décollés. Cela semble cohérent également avec le comportement attendu d'un écoulement laminaire fortement cisailé (et donc très instable) à des nombres de Reynolds modérés, qui présente une forte tendance à la transition au régime turbulent. Enfin, ceci explique également la tendance accrue des simulations numériques de haute fidélité sans forçage à capturer la transition vers la turbulence.

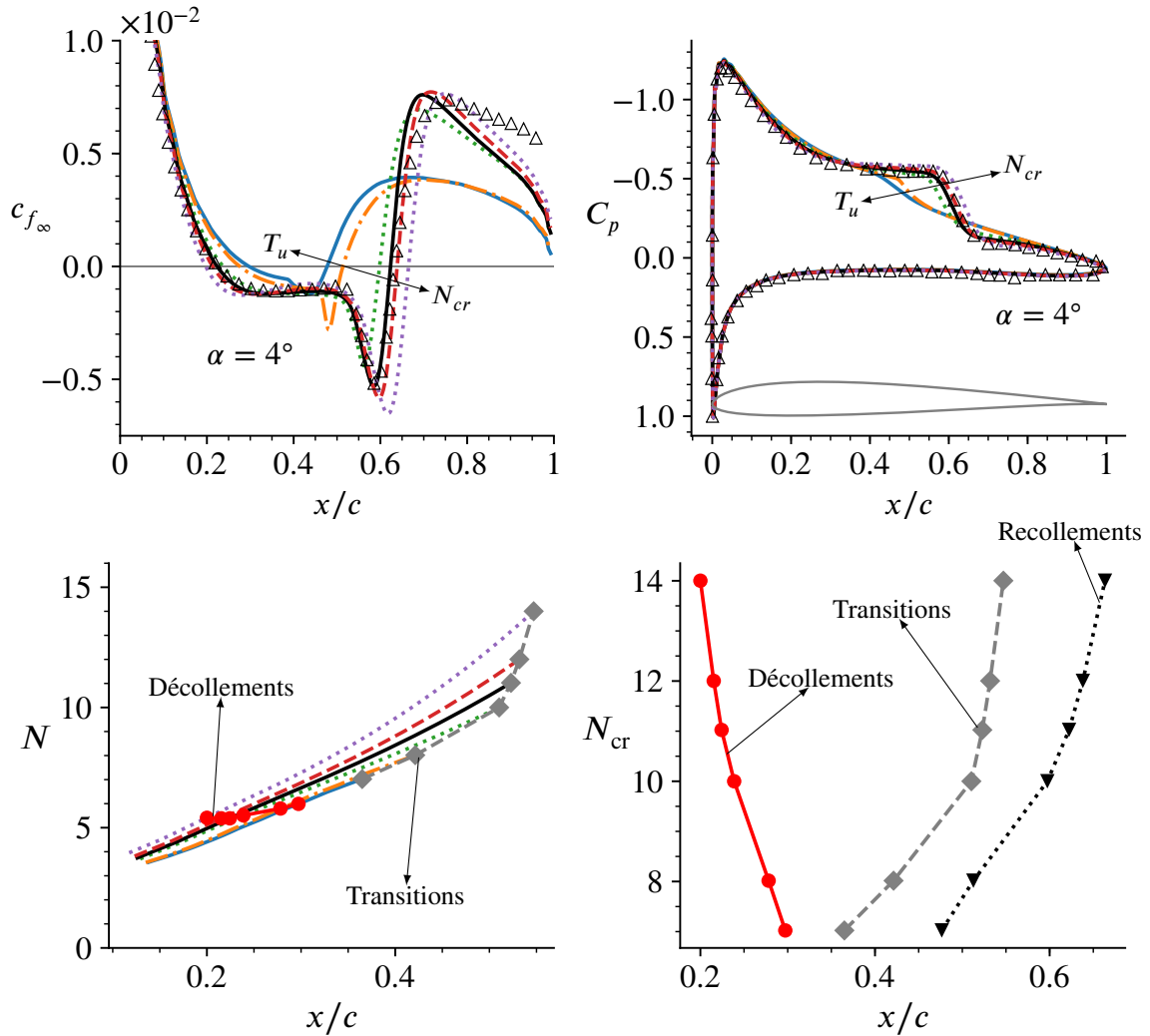


**FIGURE 9.4** – Influence de l'intensité de la turbulence (par un balayage  $N_{cr} = 6, 8, 10, 11$  et  $12$ ) des prévisions de l'écoulement autour du profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 6 \times 10^4$ ) en employant le modèle de turbulence  $k - \omega$  Kok [105] avec activation LSTT [25] et prévision du point de transition avec les critères AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C) par rapport aux données LES ( $\triangle$ ) de Catalano et Tognaccini [38].

Sur la figure 9.4 nous présentons le balayage de  $N_{cr}$  en utilisant le modèle  $k - \omega$  Kok [105] avec activation LSTT. Les résultats de la figure 9.4 sont très similaires à ceux de la figure 9.3. Nous retrouvons la même influence aux variations de  $N_{cr}$ , et nous constatons que pour  $N_{cr} \approx 11$  ou ( $\approx 12$ ) les prévisions RANS sont en très bon accord avec les données LES. Soulignons que le cas  $N_{cr} = 6$  (courbe bleue) présente un bulbe à très faible décollement, visible sur les valeurs négatives de  $c_{f_\infty}$  vers  $0.3 \lesssim x/c \lesssim 0.5$ . Nous constatons que pour  $N_{cr} = 6$ , le point de transition est pratiquement superposé au point de décollement vers  $x/c \approx 0.3$  (évolution  $x_{sep}$ ,  $x_{tr}$  avec  $N_{cr}$  de la figure 9.4). Dans ces conditions le modèle LSTT retrouve  $s_{tr} - s_{sep} \approx 0$  et le boost des tensions des Reynolds ne se produit pas, ce qui explique les faibles valeurs de  $c_{f_\infty}$  en aval du bulbe. La transition commence alors à présenter les caractéristiques d'une couche-limite attachée.

Sur la figure 9.5 nous présentons le balayage de  $N_{cr}$  en employant le modèle  $k - \omega$  Menter SST [135] LSTT. Encore une fois, nous constatons que la dépendance des points caractéristiques du bulbe ( $x_{sep}$ ,  $x_{tr}$  et  $x_{reat}$ ) suivent l'influence attendue. Les mêmes conclusions que dans les deux figures précédentes (9.3 et 9.4) s'appliquent globalement (figure 9.5). Il y a tout de même quelques spécificités qui méritent d'être soulignées. Par exemple, le pic maximum de frottement se situe juste en aval du point de recollement en utilisant Menter SST LSTT pour  $N_{cr} = 8$  est de  $\approx 0.4 \times 10^{-2}$ , contre  $\approx 0.3 \times 10^{-2}$  pour Kok LSTT et  $\approx 0.35 \times 10^{-2}$  pour Wilcox (2006) LSTT. Cela montre que la tendance des modèles  $k - \omega$  LSTT à sous-estimer le frottement en aval du bulbe pour des fortes valeurs de la turbulence seuil (ou faibles valeurs de  $N_{cr}$ ) est légèrement moins prononcée pour le modèle de Menter SST. Cet effet est visible aussi dans le cas NACA 0012 (§8), notamment sur les figures 8.6 et 8.1, où l'on constate que pour les valeurs croissantes de  $T_u$  le modèle de Menter SST tend à prévoir un maximum de  $c_{f_\infty}$  en aval du recollement croissant, alors que cette tendance est moins marquée avec le modèle de Kok et assez mitigée avec le modèle de Wilcox (2006). Néanmoins, en accord avec les autres cas étudiés dans cette thèse, on constate sur la figure 9.5 que le modèle Menter SST LSTT avec des  $N_{cr}$  élevés prévoit des pics de frottement en aval du bulbe moins prononcés que les autres modèles.

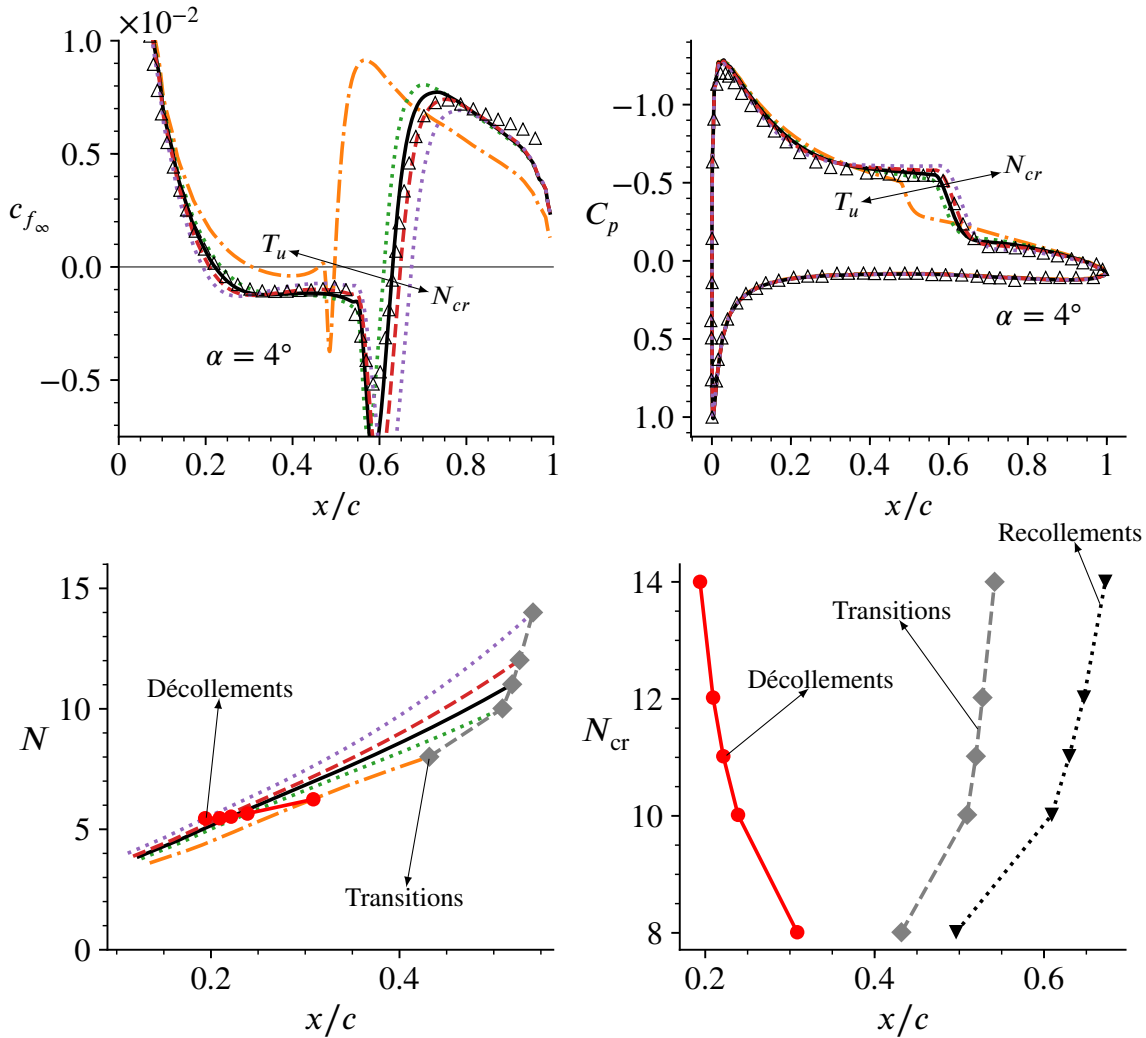
Sur la figure 9.6 nous présentons le balayage de  $N_{cr}$  pour le modèle de Spalart-Allmaras LSTT. Encore une fois, comme pour les modèles LSTT présentés dans les figures précédentes, la prévision RANS est très proche de la LES [38] pour  $N_{cr} \approx 11$  (ou  $\approx 12$ ). En outre, nous retrouvons encore une fois l'évolution attendue des localisations des points caractéristiques du bulbe ( $x_{sep}$ ,  $x_{tr}$  et  $x_{reat}$ ). Globalement, les tendances sont très similaires à celles des modèles  $k - \omega$  LSTT présentés précédemment, sauf concernant l'effet de  $T_u$  sur le frottement. En effet, de manière très similaire à ce que l'on observe sur la figure 8.6 du NACA 0012 (Ch.8, §8.2), nous constatons à présent sur la figure 9.6 que pour des valeurs de  $T_u$  croissants le modèle de Spalart-Allmaras LSTT produit un pic de frottement en aval du recollement de plus en plus intense. Nous reviendrons plus en détail sur l'analyse de cet effet dans le paragraphe suivant (§9.2.2.2), où nous comparons l'influence de l'intensité de la turbulence des modèles LSTT avec les données LES de Breuer [30].



**FIGURE 9.5** – Influence de l’intensité de la turbulence (par un balayage  $N_{cr} = 7, 8, 10, 11, 12$  et  $14$ ) des prévisions de l’écoulement autour du profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 6 \times 10^4$ ) en employant le modèle de turbulence  $k - \omega$  Menter SST [135] avec activation LSTT [25] et prévision du point de transition avec les critères AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C) par rapport aux données LES ( $\triangle$ ) de Catalano et Tognaccini [38].

### 9.2.2.2 Comparaison de l’influence de $T_u$ par rapport aux données LES Breuer

Dans ce paragraphe nous évaluons l’influence du  $T_u$  des prévisions RANS en utilisant LSTT par rapport aux données LES avec forçage de Breuer [30]. Le forçage LES a été réalisé en appliquant l’approche STIG (Synthetic Turbulence Inflow Generator) de Schmidt et Breuer [173]. Cette approche consiste à définir une région de génération de turbulence, située dans ce cas à 1 corde en amont du profil, dans laquelle l’on perturbe les vitesses avec un signal défini par une intensité  $T_{u_{gen}}$  et une échelle intégrale de la turbulence [30]. Dans les comparaisons de cette étude, l’échelle intégrale sans dimensions est fixée à  $\mathcal{T} \cdot u_\infty / c = \mathcal{L}_x / c = 0.118$  [30].



**FIGURE 9.6** – Influence de l’intensité de la turbulence (par un balayage  $N_{cr} = 8, 10, 11, 12$  et  $14$ ) des prévisions de l’écoulement autour du profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 6 \times 10^4$ ) en employant le modèle de turbulence Spalart-Allmaras [187] avec activation LSTT [25] et prévision du point de transition avec les critères AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C) par rapport aux données LES ( $\triangle$ ) de Catalano et Tognaccini [38].

Il est prévisible que le niveau de turbulence imposé dans la région STIG,  $T_{u_{gen}}$ , décroisse vers l’aval de sorte qu’à la frontière de la couche limite laminaire on retrouve  $T_{u_\delta} < T_{u_{gen}}$ . Rappelons que la valeur  $T_{u_\delta}$ , que l’on ne connaît pas a priori, sert à déterminer  $N_{cr}$  et donc le point de transition, à l’aide de la relation de Mack [125] équation (4.11). Toutefois, l’évaluation analytique de la décroissance de la turbulence nécessite comme information l’échelle de longueur de la turbulence,  $\ell_t$ , qui dans le cadre  $k - \omega$  est égale à  $\ell_t := \sqrt{k}/(\beta_k \omega)$  [79, Eqs. 14–16, p.1103]. Soulignons cependant que la relation exacte entre l’échelle de longueur intégrale,  $\mathcal{L}_x$  et l’échelle de longueur de la turbulence  $\ell_t$  n’est guère connue même pour les cas les plus simples de turbulence de grille [194, 195]. Par conséquent,

les valeurs  $T_{u_\delta}$  des simulations LES, qui devraient être employées pour déterminer la valeur de  $N_{cr}$  à fournir aux critères AHD-Gleyzes, ne sont pas connues. Pour cette raison, avec le but d'évaluer la précision de l'activation des modèles de turbulence –et non pas la précision des prévisions des critères, en accord avec les objectifs de la thèse §6.1–, nous utilisons les balayages de  $N_{cr}$  issus de l'étude présentée dans le paragraphe §9.2.2.1. À partir de ces balayages, nous choisissons les échantillons de  $N_{cr}$  qui produisent la localisation du point de transition la plus proche de celle des données LES<sup>2</sup> [30]. Cette opération est réitérée pour chaque valeur de  $T_{u_{gen}}$  considérée ainsi que pour chaque modèle de turbulence. Les échantillons de  $N_{cr}$  prélevés pour la comparaison avec les simulations LES de Breuer [30] de la figure 9.7 sont présentés dans le tableau 9.2.

Turbulence forcée en LES, $T_{u_{gen}}$	0%	0.7%	1.4%
$N_{cr}$ $k - \omega$ Wilcox (2006)	16	9	8
$N_{cr}$ $k - \omega$ Kok	12	10	9
$N_{cr}$ $k - \omega$ Menter SST	14	10	9
$N_{cr}$ Spalart-Allmaras	14	9	8

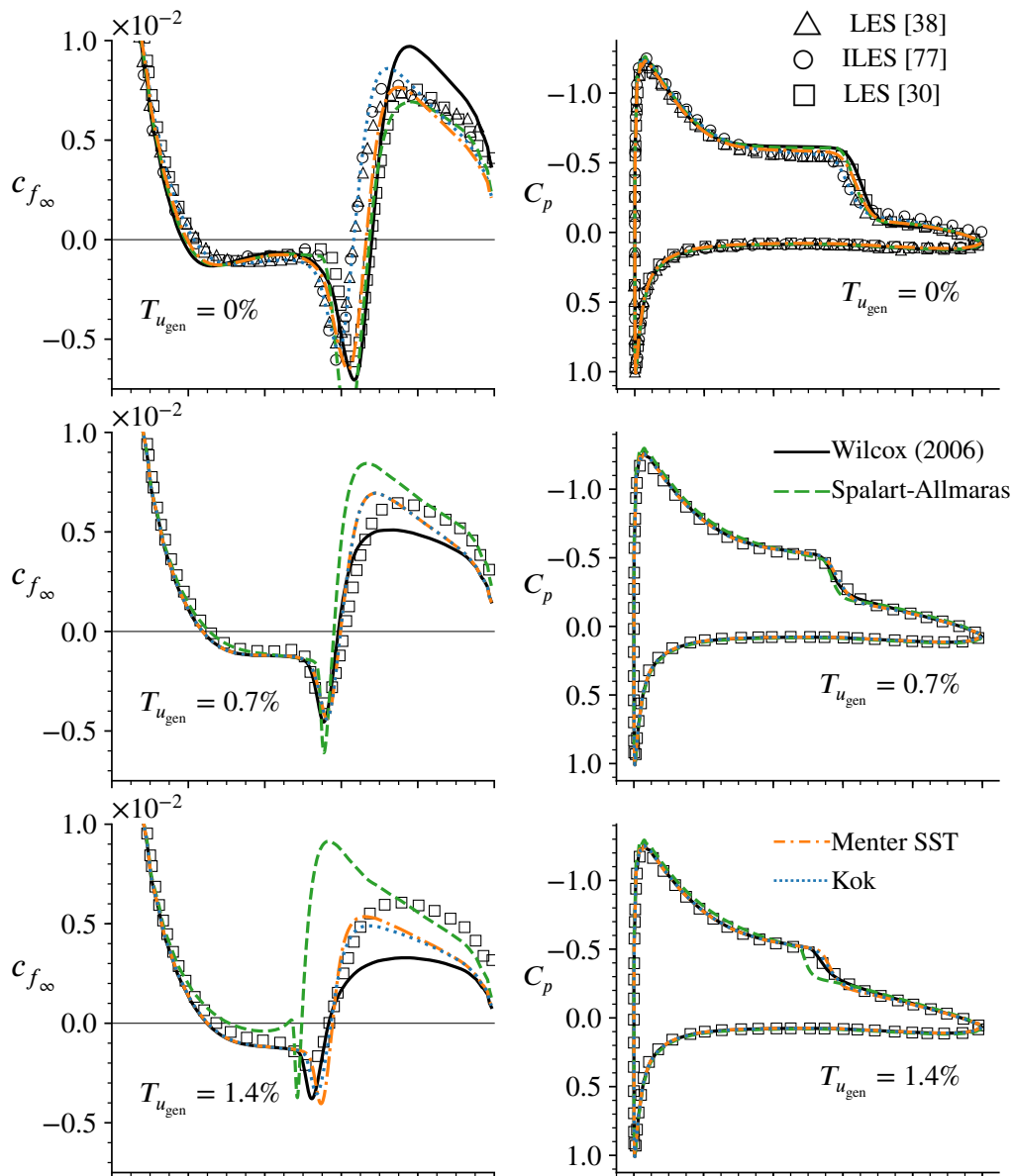
**TABLE 9.2** – Échantillons des prévisions RANS LSTT des balayages de  $N_{cr}$  (effectués dans les figures 9.3, 9.4, 9.5 et 9.6) produisant le point de transition  $x_{tr}/c$  le plus proche des simulations LES de Breuer [30] pour de différentes valeurs d'intensité de turbulence synthétiquement générée,  $T_{u_{gen}}$  [173, STIG] dans la région de forçage située à  $x/c = -1$ .

Sur la figure 9.7 nous présentons les échantillons (tableau 9.2) des prévisions LSTT par rapport aux données LES et ILES sans forçage et les données LES avec forçage de Breuer [30]. Les quatre variantes de LSTT –Spalart-Allmaras, Menter SST, Kok et Wilcox (2006)– sont présentées. Avant de rentrer dans l'analyse détaillée de la figure 9.7, commençons par souligner un détail curieux des données LES et ILES. Les trois set de données LES et ILES *sans forçage* (partie supérieure de la figure 9.7) présentent un léger écart au niveau de la position du point de transition. En effet, la simulation sans forçage de Breuer [30] semble prévoir un point de transition situé  $\approx 0.05c$  plus en aval (visible par la fin du plateau négatif de  $c_f$  ou la fin du plateau de  $C_p$ ) que la LES de Catalano et Tognaccini [38] et l'ILES de Galbraith et Visbal [77]. Vraisemblablement, cet écart de  $x_{tr}$  est associé à la prévision  $\approx 0.05c$  plus en aval du point de recollement prévu par la LES de Breuer par rapport aux deux autres.

Quelle que soit l'origine des écarts entre les données de référence pour  $T_{u_{gen}} = 0$ , nous constatons que les simulations LSTT à très faible  $T_u$  produisent des prévisions raisonnablement proches des simulations LES. Seulement le modèle Wilcox (2006) semble surestimer légèrement le pic positif de frottement en aval du bulbe. En revanche, l'accord entre LSTT et LES au niveau de la distribution de pression est excellent.

Pour des valeurs croissantes de  $T_{u_{gen}}$  (0.7% et 1.4%) nous constatons des écarts de plus en plus prononcés entre chacune des prévisions LSTT. C'est-à-dire que les prévisions LSTT à fort  $T_u$  semblent plus dépendantes du modèle de turbulence qu'à faible  $T_u$ . La raison fondamentale de cet écart est

2. On a supposé que  $x_{tr}(LES)$  se trouve à la fin du plateau négatif de  $c_f$



**FIGURE 9.7** – Prévisions RANS LSTT (avec les valeurs de  $N_{cr}$  indiquées dans le tableau 9.2) par rapport à différentes valeurs de forçage LES.

inconnue par l'auteur de cette thèse. Toutefois, un élément de réponse a été identifié. La figure 9.7 met en relief une tendance qui pourrait expliquer l'écart entre modèles LSTT à fort  $T_u$ . Le modèle LSTT le moins amorcé –Wilcox (2006), qui a les plus faibles valeurs des coefficients  $a$ ,  $\hat{s}_a$  et  $\hat{s}_b$  définissant  $f^{tr}$  (tables 6.1 et 6.2)– prévoit le pic positif de frottement en aval du recollement le moins prononcé. Au contraire, le modèle LSTT le plus amorcé –Spalart-Allmaras, qui a les plus fortes valeurs des coefficients  $a$ ,  $\hat{s}_a$  et  $\hat{s}_b$  définissant  $f^{tr}$  (tables 6.1 et 6.2)– présente le pic positif de frottement en aval du recollement le plus prononcé. Par ailleurs, les modèles LSTT de Kok et Menter SST possèdent des coefficients  $a$ ,  $\hat{s}_a$  et  $\hat{s}_b$  très similaires, et leurs prévisions à fort  $T_u$  du

frottement en aval du bulbe semblent assez proches des données LES.

En conclusion, nous supposons que les écarts entre les variantes LSTT visibles à fort  $T_u$  sont la conséquence de la nécessité d'amorcer à des intensités très différentes chaque modèle de turbulence afin de prévoir précisément la topologie du bulbe (à faible  $T_u$ ) qui constitue le cadre de calibration (§6.4). Si cette hypothèse est vérifiée, alors nous préconisons que les valeurs des constantes de fermeture LSTT ( $a$ ,  $\hat{s}_a$  et  $\hat{s}_b$ ) ne devraient plus être constantes, mais dépendantes de l'intensité de la turbulence :  $a(T_u)$ ,  $\hat{s}_a(T_u)$  et  $\hat{s}_b(T_u)$ . De surcroît, nous préconisons que cette dépendance devrait être croissante pour Wilcox (2006) et décroissante pour Spalart-Allmaras afin de corriger leur défauts de sous-estimation et de surestimation, respectivement, du frottement en aval du bulbe à fort  $T_u$ .

Nous aimerions évoquer quelques recommandations au lecteur qui souhaiterait explorer la perspective de travail que nous venons d'énoncer, consistant à établir une dépendance de type  $a(T_u)$ ,  $\hat{s}_a(T_u)$  et  $\hat{s}_b(T_u)$ . Pour ce faire, il faudrait que la valeur de  $T_u$  soit précisément connue, idéalement évaluée à la frontière de la couche limite  $T_{u\delta}$ . De même, il faudrait que cette intensité de la turbulence soit associée à un spectre fréquentiel représentatif des conditions physiques que l'on peut rencontrer lors des applications réelles. Ceci permettrait de recalibrer LSTT à des intensités de perturbations représentatives de la réalité, ce qui revient à diminuer le risque de calibrer à des  $T_u$  associés à des spectres qui n'excitent que très faiblement la transition car composés des fréquences qui s'amortissent pendant la réceptivité. Enfin, il faudrait que la nouvelle calibration sensible à  $T_u$  se fasse en utilisant comme données de référence des évolutions de frottement, et non pas de pression. En effet, la figure 9.7 montre que les écarts entre modèles sont surtout visibles sur l'évolution du frottement et non pas de la pression, car cette dernière met moins en évidence les défauts de chaque prévision RANS.

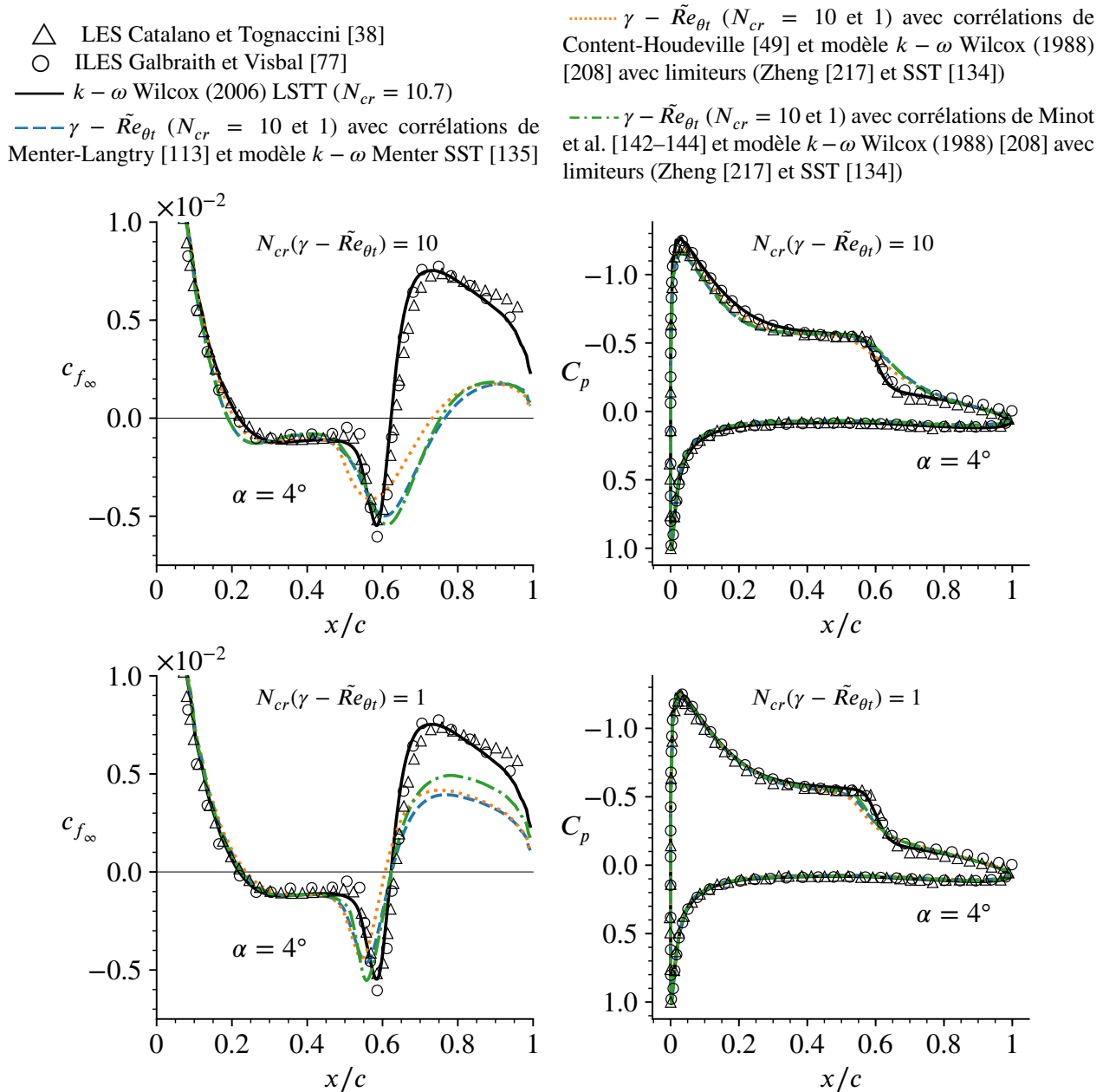
L'évaluation de l'influence de l'intensité de la turbulence des prévisions des modèles non-locaux et notamment LSTT, se conclue ici. Dans le prochain paragraphe (§9.2.2.3) nous présentons l'influence de l'intensité de la turbulence en utilisant des modèles de transition basés sur des équations de transport.

### 9.2.2.3 Modèles de transition par équations de transport

Sur la figure 9.8 nous présentons des prévisions RANS de diverses variantes du modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  par rapport aux données LES [38] et ILES [77] disponibles. La prévision RANS de  $k - \omega$  Wilcox (2006) LSTT est ajoutée comme référence.

Deux taux de turbulence sont considérés sur la figure 9.8, ceux correspondant à  $N_{cr} = 10$  et  $N_{cr} = 1$ . Suite à l'analyse des paragraphes précédents (et notamment à la discussion §8.1.2 et §8.1.4) on s'attend à ce que les prévisions RANS d'un écoulement produit par LES sans forçage correspondent à un taux très faible de turbulence. Par conséquent, une première évaluation est faite avec les modèles  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  correspondant à  $N_{cr} = 10$  ( $T_u \approx 0.046\%$ ). Ces prévisions sont présentées dans la partie supérieure de la figure 9.8. À première vue, nous remarquons que les différences relatives entre chaque variante de  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  sont très faibles. Nous constatons que le point de transition est assez bien prévu par les modèles, visible notamment par la fin du plateau de  $C_p$  ou la fin du plateau négatif





**FIGURE 9.8** – Influence de l’intensité de la turbulence (via les valeurs  $N_{cr} = 10$  dans les deux figures du haut, et  $N_{cr} = 1$  dans les deux figures du bas) des prévisions de l’écoulement autour du profil SD7003 ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 6 \times 10^4$ ) en employant le modèle de transition  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  de Menter-Langtry [114, 136] avec divers modèles de turbulence et corrélations transitionnelles (voir légende) par rapport aux données LES ( $\triangle$ ) de Catalano et Tognaccini [38] et ILES ( $\circ$ ) de Galbraith et Visbal [77].

de  $c_{f_\infty}$ , vers  $x_{tr}/c \approx 0.55$ . Cependant, toutes les prévisions  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  souffrent des mêmes défauts : (a) la relaxation de  $C_p$  après le plateau n’est pas assez prononcée ; (b) Le point de recollement est situé trop en aval provoquant une surestimation de la taille du bulbe de  $\approx 30\%$  et (c) les valeurs de

frottement en aval du bulbe sont sous-estimées. Puisque les prévisions  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  à  $N_{cr} = 10$  prévoient un point de recollement plus en aval, cela a un impacte global, provoquant un léger déplacement vers l'amont du point de décollement, comme on peut l'observer sur la courbe de frottement vers  $x/c \approx 0.2$ .

En conséquence, malgré le fait que  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  à  $N_{cr} = 10$  prévoit un point de transition en assez bon accord avec les données LES et ILES, les prévisions en aval du point de transition ne sont pas tout aussi précises. À ce stade, du fait de l'incertitude sur le choix de  $T_u$  (cf §8.1.2), on peut légitimement se demander s'il existe une valeur de  $T_u$  qui permette à  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  de reproduire les prévisions précises des dimensions du bulbe. Par conséquent, nous effectuons un balayage de la valeur de  $T_u$  et nous constatons que pour  $T_u = 1.97\%$  ( $N_{cr} = 1$ ) les dimensions du bulbe prévues par  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  sont correctes (voir partie inférieure de la figure 9.8). Pour  $N_{cr} = 1$ , on constate plusieurs effets : (a) le point de transition est prévu légèrement plus en amont que la LES, (b) la relaxation après le plateau de pression n'est toujours pas suffisamment prononcée et commence légèrement plus en amont que la LES, (c) les valeurs de frottement en aval du point de recollement sont toujours sous-estimées, mais moins que dans le cas  $N_{cr} = 10$ .

En résumé, pour  $T_u = 1.97\%$  ( $N_{cr} = 1$ ) le modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  prévoit un écoulement qui est globalement en meilleur accord avec la LES que pour  $T_u = 0.046\%$  ( $N_{cr} = 10$ ), mais cela se fait en détriment de la précision de la prévision du point de transition via l'augmentation très importante du taux de turbulence. En effet, la valeur  $T_u = 1.97\%$  nous semble trop forte pour un écoulement LES sans forçage (cf discussions §8.1.2 et §8.1.4). En outre, nous constatons que pour des variations très amples du taux de turbulence (de  $T_u = 0.046\%$  à  $1.97\%$ ), le modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  prévoit des très petites variations du point de transition, bien plus faibles que les méthodes basées sur les critères AHD-Gleyzes (cf par exemple figure 9.3).

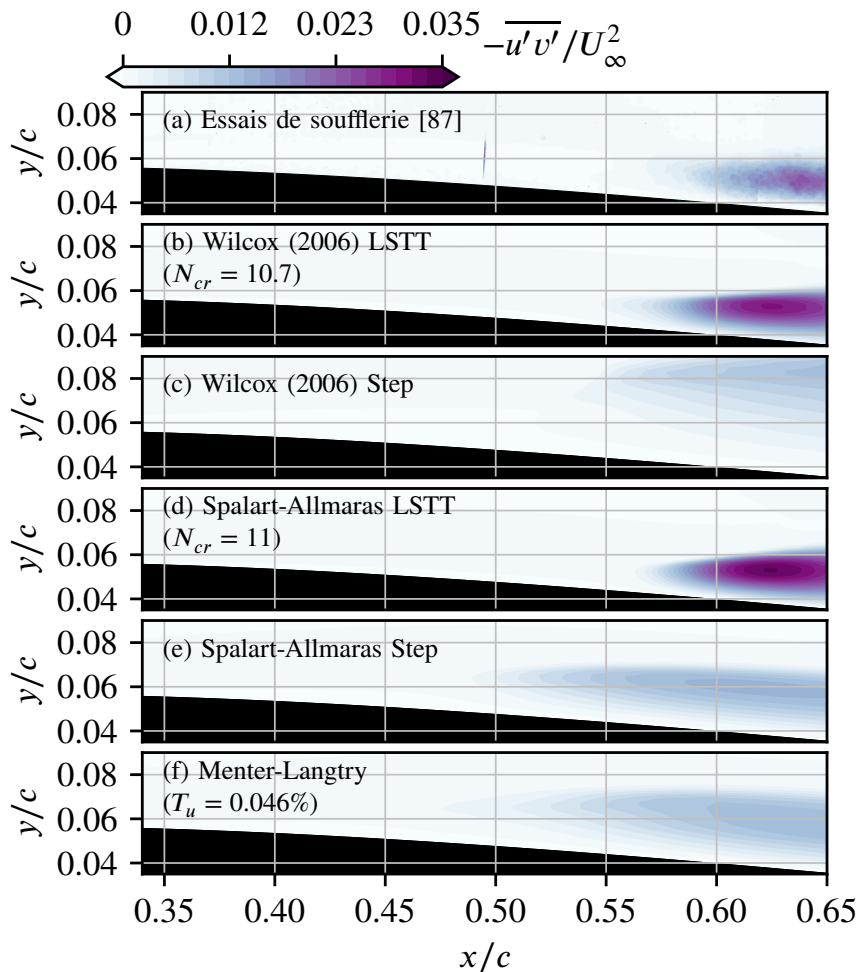
Enfin, nous constatons que dans les conditions les plus favorables possibles de  $T_u$  pour la prévision des dimensions du bulbe en utilisant les modèles  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$ , ils produisent des prévisions moins précises que le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) LSTT ( $N_{cr} \approx 11$ ) que nous proposons dans cette thèse (cf partie inférieure de la figure 9.8). Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant (§9.2.3), ces différences sont provoquées par la sous-estimation de tensions de Reynolds des modèles existants, ce qui est corrigé avec l'approche LSTT [25].

Afin d'analyser plus finement les différences relatives entre chaque modèle RANS, nous présentons dans la section suivante l'analyse des tensions de Reynolds et des profils de vitesse.

### 9.2.3 Analyse des tensions de Reynolds et des profils de vitesse

Dans cette section nous employons les données issues d'essais en soufflerie de Hain et al. [87] pour le profil SD7003 à  $\alpha = 4^\circ$  et  $Re_c = 66\,000$ . Soulignons que les essais ont été réalisés à  $Re_c = 66\,000$  contre  $Re_c = 60\,000$  pour les simulations effectuées dans §9.2.2. Une comparaison quantitative rigoureuse entre RANS et les données expérimentales exigerait de relancer les simulations des balayages de  $T_u$  pour  $Re_c = 66\,000$  et ce pour chaque modèle de turbulence considéré. Nous avons décidé que l'écart de  $Re_c$  n'est pas assez significatif pour justifier tel investissement en temps et

ressources, et que les comparaisons avec les simulations effectuées dans §9.2.2 serviront, au moins d'un point de vue qualitatif, à évaluer les tendances en termes de tensions de Reynolds et des profils de vitesse.



**FIGURE 9.9** – Comparaison des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  normalisées par le carré de la vitesse en amont non-perturbée, issues des essais en soufflerie de Hain et al. [87] ( $Re_c = 66000$ ) et diverses simulations RANS ( $Re_c = 60000$ ) du profil SD7003 à  $\alpha = 4^\circ$ .

Sur la figure 9.9 nous présentons la comparaison entre les mesures expérimentales [87] des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  et celles issues des diverses simulations RANS. Le point de transition des simulations Step a été imposée à la localisation prévue par LSTT avec critères (vers  $x_{tr} \approx 0.54$ ). Nous pouvons constater que les méthodes existantes –figure 9.9 (c), (e) et (f)– présentent un champ des tensions de Reynolds amplement sous-estimée par rapport aux mesures expérimentales –figure 9.9 (a)–. Notamment, nous observons que les valeurs maximales des tensions de Reynolds sont sous-estimées, et que la position où cette valeur maximale a lieu ne correspond pas à l'endroit mesuré expérimentalement  $\{x/c, y/c\}(-\overline{u'v'})_{\max} \approx \{0.63, 0.05\}$ . Plus précisément, la région où se situe

$(-\overline{u'v'})_{\max}$  prévu par les méthodes existantes –fig. 9.9 (c), (e) et (f)– semble se situer plus en aval et surtout plus loin de la paroi.

En revanche, les prévisions LSTT –fig. 9.9 (b) et (d)– produisent des contours de tensions de Reynolds où la position de  $(-\overline{u'v'})_{\max}$  se situe plus proche de celle mesurée expérimentalement  $\{x/c, y/c\}(-\overline{u'v'})_{\max} \approx \{0.63, 0.05\}$ . La valeur de  $(-\overline{u'v'})$  n'est pas sous-estimée avec les modèles LSTT, par ailleurs dans ce cas elle est légèrement surestimée.

La figure 9.9 met en évidence que les modèles existants sous-estiment les tensions de Reynolds dans la région transitionnelle. Ceci explique la sous-estimation du frottement en aval du point de transition, la récupération trop lente de la pression en aval du début de la transition et la prévision trop en aval du point de recollement –cf fig. 9.8–. In fine, l'ensemble de ces effets peut conduire à une prévision prématurée de l'éclatement du bulbe.

La figure 9.10 montre les profils de vitesse à plusieurs stations des mesures expérimentales [87] et diverses simulations RANS. Dans la partie supérieure de la figure 9.10, nous montrons la prévision du modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) activé selon LSTT ou Step. En outre, pour chaque activation Step, l'influence du limiteur de shear stress est évaluée. Nous constatons que l'approche Step avec shear stress ( $C_{\text{lim}} = 7/8$ ) produit des prévisions éloignées des mesures. La désactivation du limiteur de shear stress ( $C_{\text{lim}} = 0$ ) améliore la qualité des prévisions. En revanche, seulement l'activation LSTT est capable de prévoir avec précision les différents profils de vitesse.

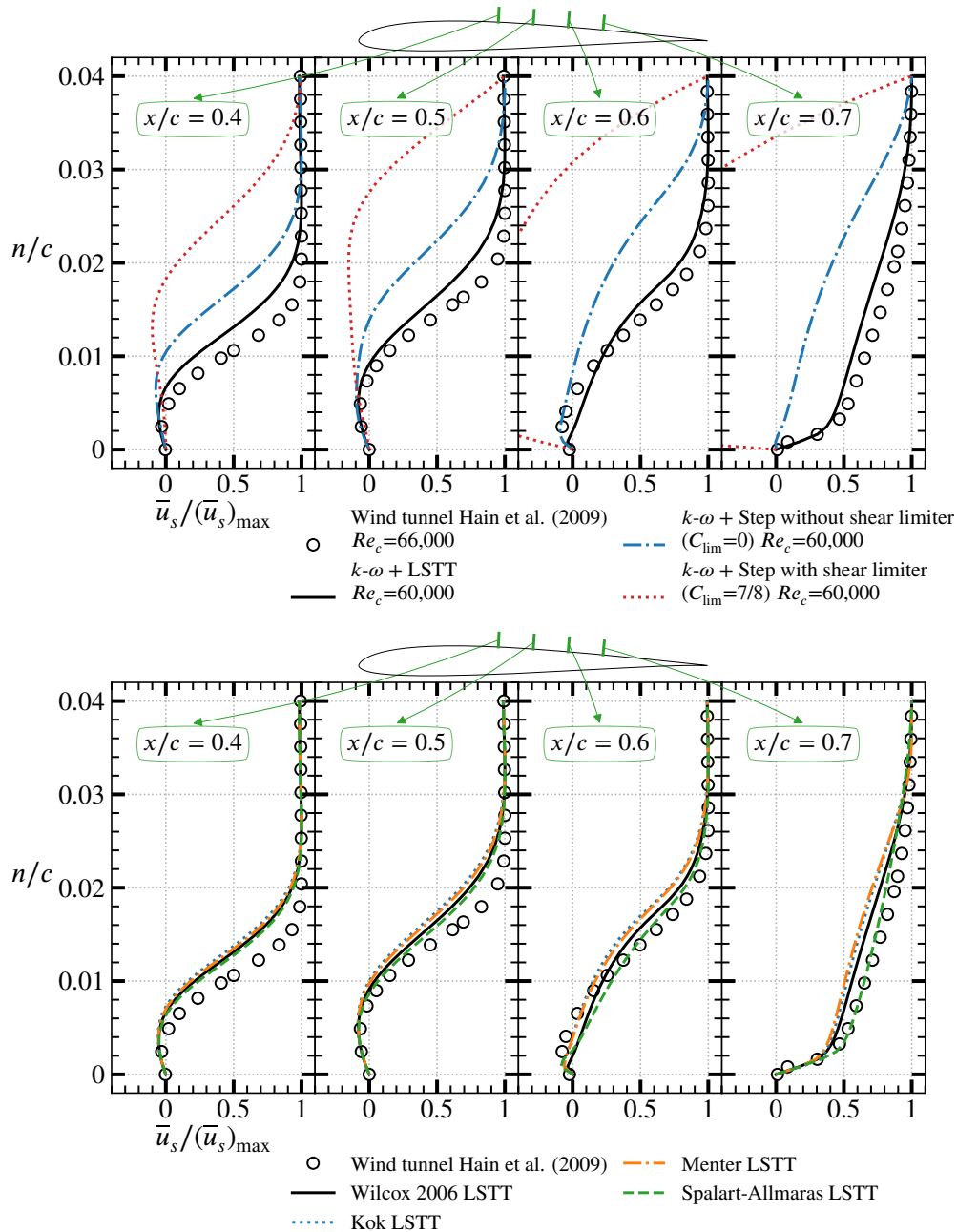
Dans la partie inférieure de la figure 9.10 nous observons que les différentes variantes de LSTT produisent sensiblement les mêmes prévisions, toutes très proches des mesures expérimentales.

## 9.3 Influence de l'angle d'incidence

Dans cette section nous analysons l'influence de l'angle d'incidence,  $\alpha$ , des prévisions issues de différents modèles RANS par rapport à de données LES [38] et ILES [77] disponibles. La variation de l'angle d'incidence se fait pour  $Re_c = 60000$ . Dans un premier temps (§9.3.1), l'apport en termes de précision de l'activation LSTT par rapport à l'activation classique Step et l'influence de l'emploi du limiteur de shear stress sont mis en évidence. Dans un second temps (§9.3.2), l'influence de l'angle d'incidence sur la précision de l'activation LSTT déclinée sur différents modèles de turbulence est analysée.

### 9.3.1 Apport de l'activation LSTT

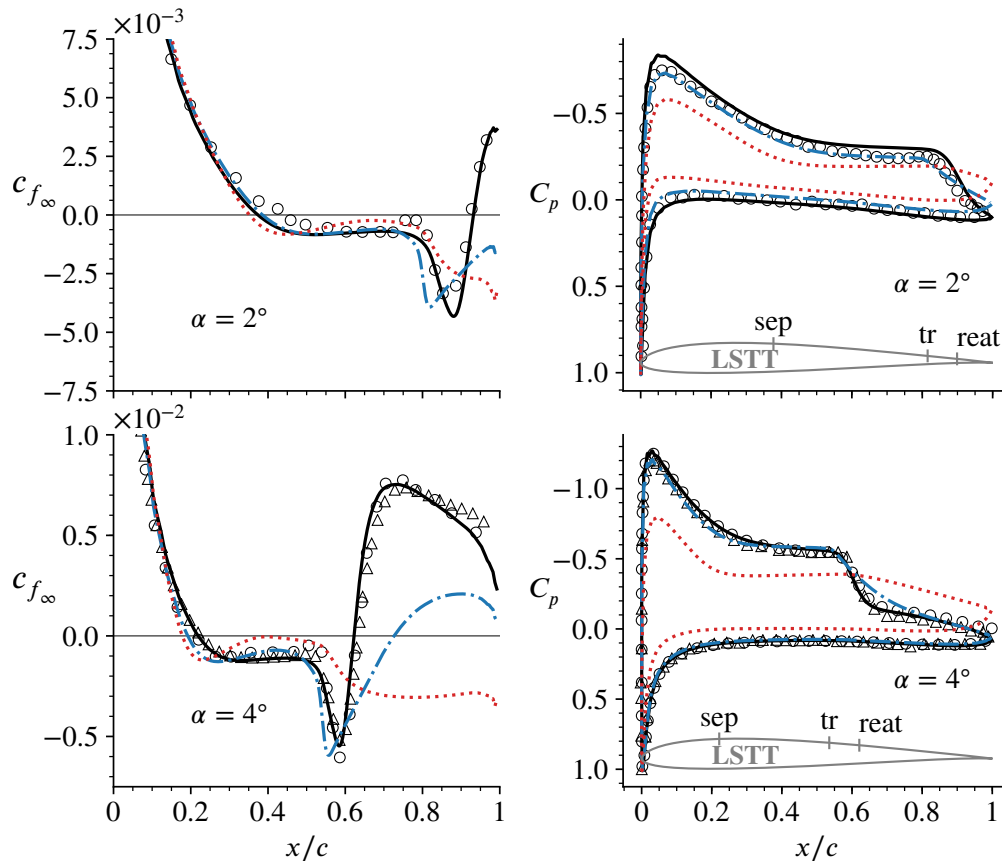
Dans ce paragraphe nous analysons l'influence de l'angle d'incidence sur les prévisions RANS du modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] employées de trois manières différentes : (a) prévision automatique du point de transition avec le critère AHD-Gleyzes ( $N_{cr} = 10.7$ ) [7, 83] avec stabilisation (§C) activé selon LSTT [25]; (b) transition imposée au point prévu par l'approche du point précédent en



**FIGURE 9.10** – Comparaison des profils de vitesse normaux à la paroi, issus des essais en soufflerie de Hain et al. [87] ( $Re_c = 66\ 000$ ) et diverses simulations RANS ( $Re_c = 60\ 000$ ) du profil SD7003 à  $\alpha = 4^\circ$ .

utilisant l'activation Step et avec limiteur de shear-stress et (c) comme le point précédent, mais sans limiteur de shear-stress.

Dans les figures 9.11 et 9.12 nous présentons l'évolution du coefficient de frottement sur l'extrados et le coefficient de pression autour du profil pour les différentes valeurs d'angle d'incidence

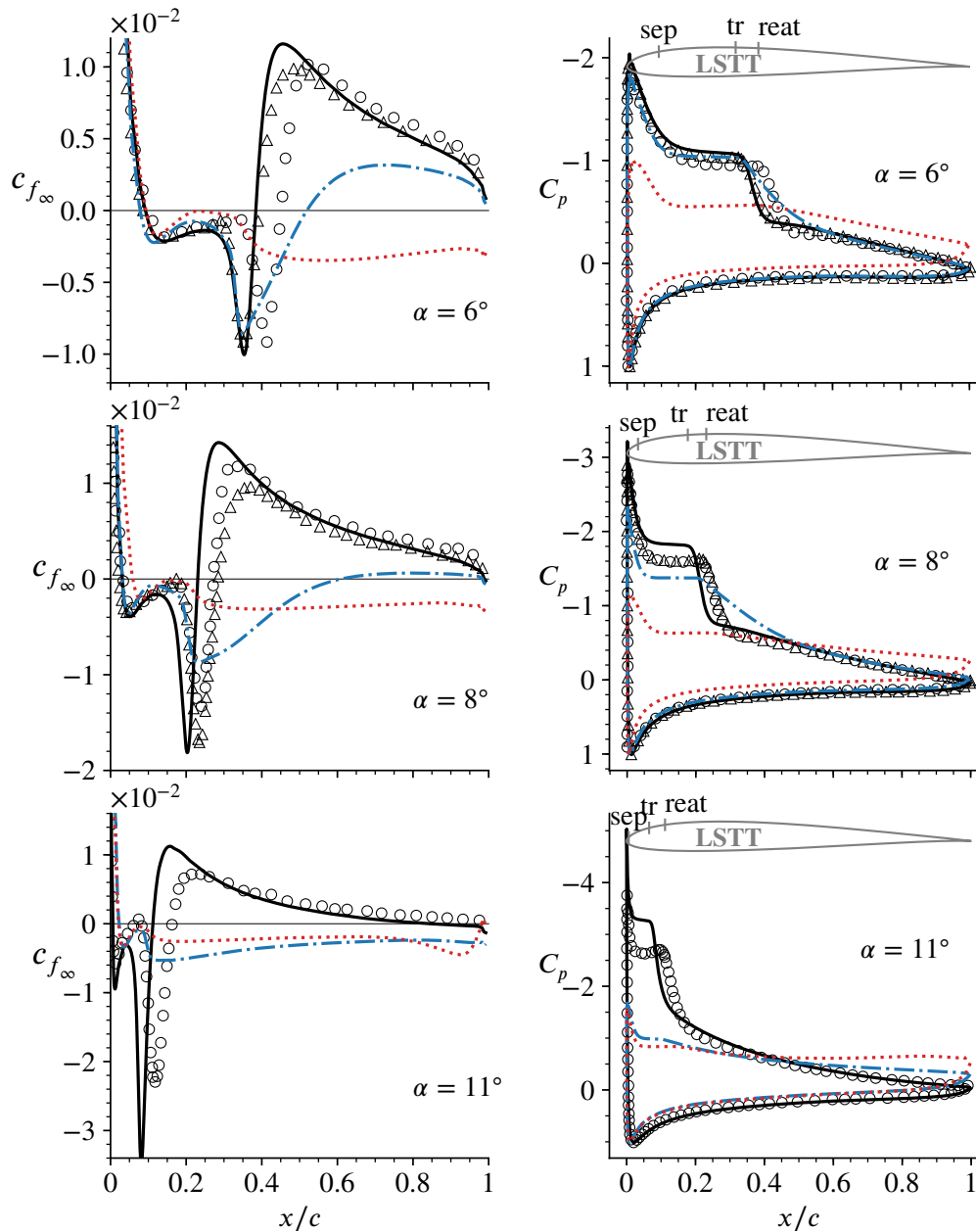


**FIGURE 9.11** – Influence de l'angle d'incidence pour : —  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] LSTT [25] avec transition prévue par AHD-Gleyzes [7, 83] avec  $N_{cr} = 10.7$ ; - - -  $k - \omega$  Wilcox (2006) sans limiteur de shear-stress avec transition imposée et activation Step; et .....  $k - \omega$  Wilcox (2006) avec limiteur de shear-stress avec transition imposée et activation Step; par rapport aux prévisions LES ( $\triangle$ ) [38] et ILES ( $\circ$ ) [77] du profil SD7003 à  $Re_c = 6 \times 10^4$ .

considérées.

Nous constatons que l'activation Step avec limiteur de shear-stress produit invariablement des prévisions décrochées (figures 9.11 et 9.12). En effet, après le décollement laminaire, les valeurs de  $c_{f_\infty}$  restent négatives jusqu'au bord de fuite du profil. Les valeurs du coefficient de pression montrent l'allure typique d'un décrochage : (a) absence du fort pic d'aspiration à proximité du bord d'attaque, (b) aire plus faible du contour de la distribution de  $C_p$ , provoquant une diminution de portance,  $c_L$ , et (c) une aspiration plus prononcée à proximité du bord de fuite, provoquant à la fois une augmentation de traînée,  $c_D$ , et un moment piqueur,  $c_{M_{c/4}} < 0$ .

Si on désactive le limiteur de shear-stress nous constatons une amélioration des prévisions. Pour des angles d'incidence modérés ( $\alpha \approx (2^\circ, 8^\circ)$ ) les prévisions ne sont pas totalement décrochées. Cependant, la taille du bulbe est largement sur-estimée, le frottement en aval du bulbe est sous-estimé, et la récupération de pression après le plateau n'est pas assez prononcée. De surcroît, les prévisions à  $\alpha = 2^\circ$  et  $11^\circ$  prévoient des configurations décrochées, ce qui est en désaccord avec les



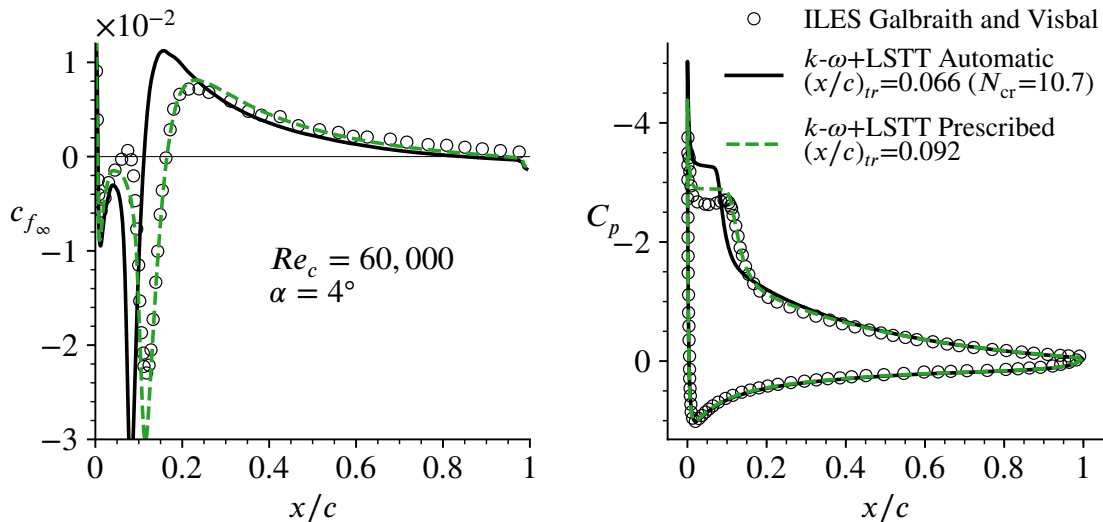
**FIGURE 9.12** – Influence de l'angle d'incidence (suite de la figure 9.11) pour : —  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] LSTT [25] avec transition prévue par AHD-Gleyzes [7, 83] avec  $N_{cr} = 10.7$ ; - - -  $k - \omega$  Wilcox (2006) *sans* limiteur de shear-stress avec transition imposée et activation Step; et .....  $k - \omega$  Wilcox (2006) *avec* limiteur de shear-stress avec transition imposée et activation Step; par rapport aux prévisions LES ( $\Delta$ ) [38] et ILES ( $\circ$ ) [77] du profil SD7003 à  $Re_c = 6 \times 10^4$ .

données ILES.

En revanche, l'activation LSTT produit une nette amélioration des prévisions RANS par rapport aux données LES et ILES (figures 9.11 et 9.12). En effet, aucune configuration n'est décrochée, en

accord avec les données LES et ILES. De surcroît, les distributions de frottement et de pression sont en très bon accord avec les données LES et ILES. Les défauts des deux approches précédentes sont corrigés lors de l'emploi de l'activation LSTT : la taille du bulbe est mieux prévue, les pics de frottement sont plus prononcés, les valeurs de frottement en aval du bulbe ne sont plus sous-estimés et la récupération de pression en aval du plateau de pression est aussi abrupte que ce qui montrent les données LES et ILES.

Toutefois, un défaut apparaît dans les prévisions LSTT (figure 9.12) qui provoque les effets négatifs suivants pour les valeurs d'incidence croissantes : la taille du bulbe est légèrement sous-estimée, les pics de frottement sont légèrement sur-estimés et l'aspiration dans le bulbe est sur-estimée. Le déplacement vers l'amont de la position des pics de frottement nous fait soupçonner l'inadéquation de la position du point de transition pour des valeurs croissantes de  $\alpha$ . Afin de vérifier cette hypothèse, nous effectuons un calcul avec activation LSTT avec *transition imposée* légèrement plus en aval pour la configuration la plus défavorable ( $\alpha = 11^\circ$ ).



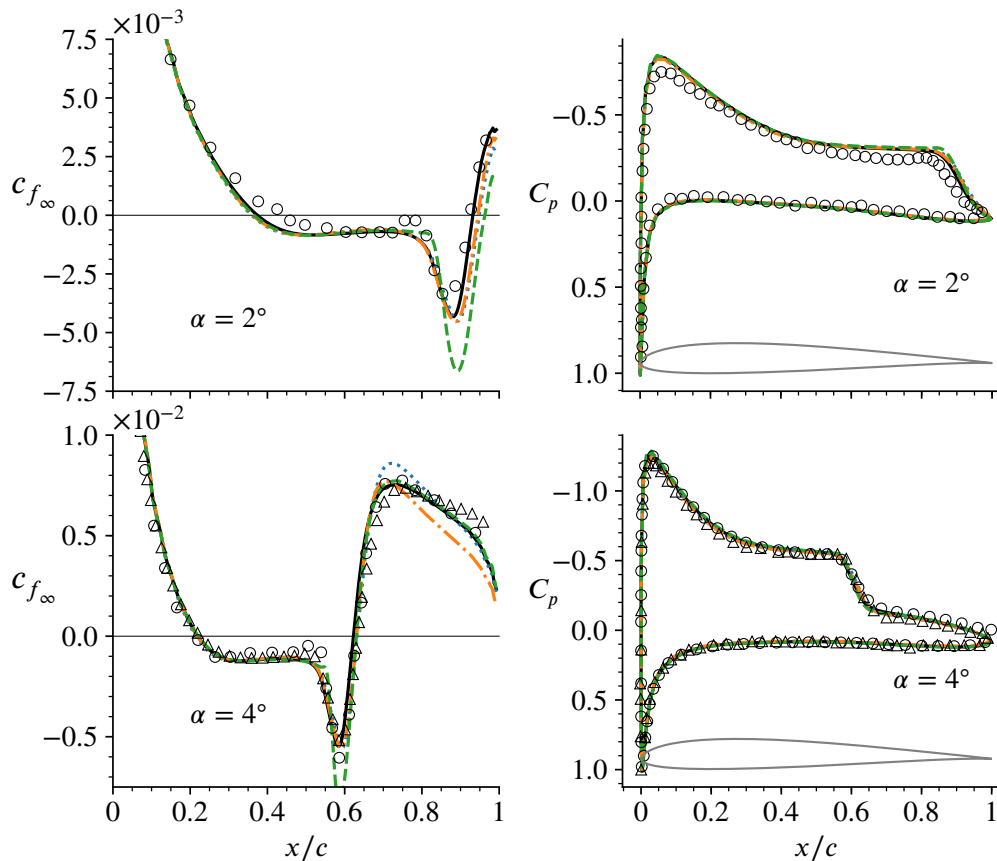
**FIGURE 9.13** – Comparaison de la prévision automatique du point de transition AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation (§C) et  $N_{cr} = 10.7$ , ou imposée ( $x_{tr}/c = 0.092$ ) en utilisant  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] par rapport aux données ILES (○) de Galbraith et Visbal [77] de l'écoulement autour du profil SD7003 à  $\alpha = 4^\circ$  et  $Re_c = 6 \times 10^4$ .

Une telle comparaison est présentée sur la figure 9.13. Cette figure met en évidence l'aspect suivant : le déplacement vers l'aval du point de transition de seulement  $0.03c$  produit une nette amélioration de la prévision de l'écoulement, aussi bien au niveau du frottement que de la pression. Ceci permet d'en déduire que dans cette configuration l'activation LSTT n'est pas mise en défaut, mais plutôt la prévision du point de transition. Autrement dit, si les critères de transition avaient fourni le point de transition  $x_{tr} = 0.092c$ , l'accord avec les données ILES aurait été excellent, ce qui semble confirmer que l'activation LSTT reste valide (à condition que le point de transition soit correctement prévu).



### 9.3.2 Variantes de l'activation LSTT

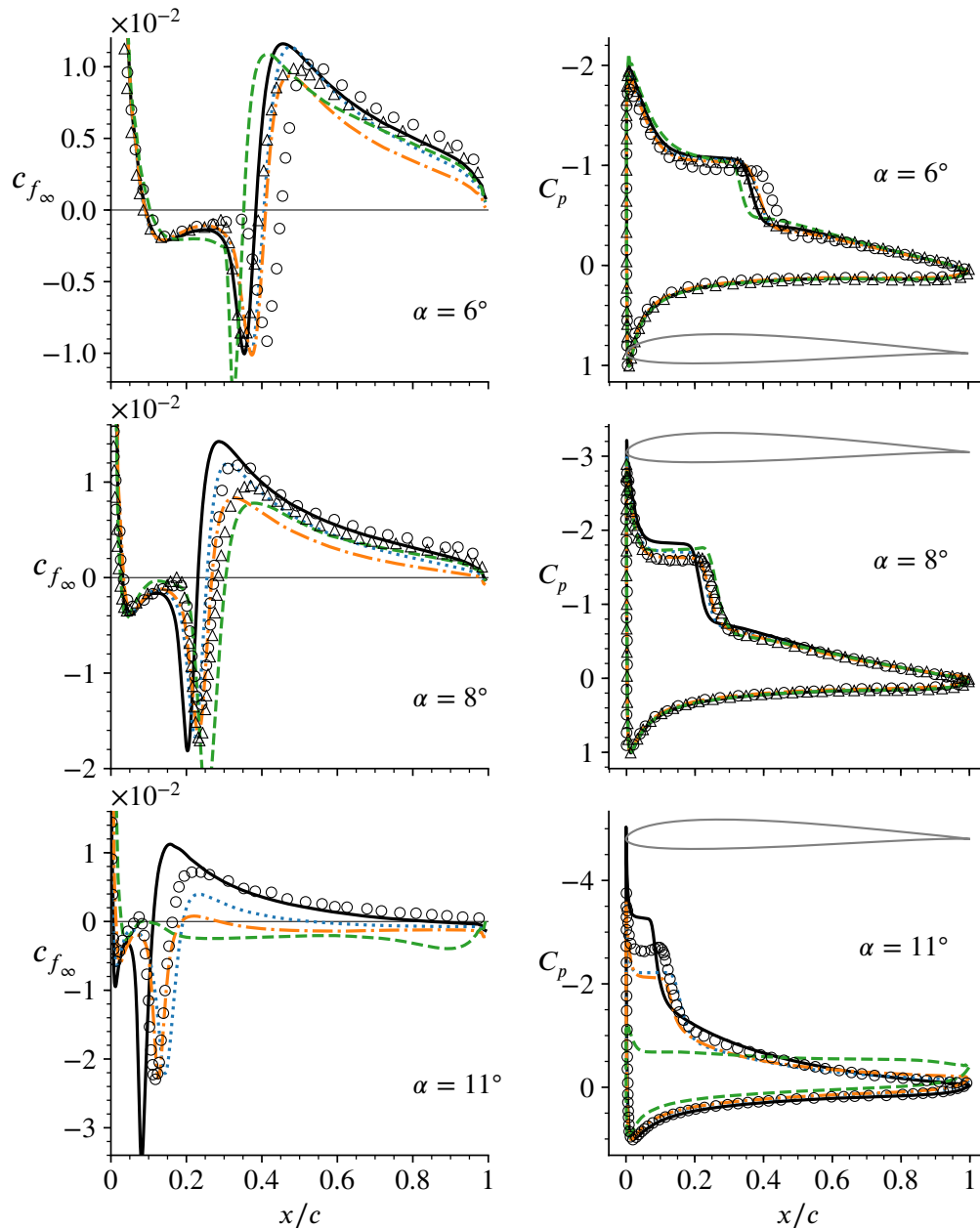
Dans ce paragraphe nous présentons l'influence de l'angle d'incidence sur les prévisions issues de plusieurs modèles de turbulence employant l'activation LSTT.



**FIGURE 9.14** – Influence de l'angle d'incidence pour les activations LSTT [25] avec transition prévue par AHD-Gleyzes [7, 83] avec  $N_{cr} \approx 11$  en employant :  $--$  Spalart-Allmaras [187];  $- - -$   $k-\omega$  Menter SST;  $\cdots$   $k-\omega$  Kok [104] et  $—$   $k-\omega$  Wilcox (2006); par rapport aux prévisions LES ( $\triangle$ ) [38] et ILES ( $\circ$ ) [77] du profil SD7003 à  $Re_c = 6 \times 10^4$ .

Les figures 9.14 et 9.15 montrent l'influence de l'angle d'incidence pour les activations LSTT des modèles de turbulence Spalart-Allmaras, Menter SST, Kok et Wilcox (2006). À faible incidence, l'accord entre tous les modèles RANS et les données LES est très bon. Des légères différences entre les modèles existent, mais elles sont approximativement du même ordre que les différences relatives entre chaque prévision LES ou ILES.

En revanche, sur la figure 9.15 nous observons qu'à  $\alpha = 11^\circ$  seuls les modèles de Wilcox (2006) et de Kok produisent des prévisions relativement proches des données ILES. En effet, la prévision LSTT de Spalart-Allmaras à  $\alpha = 11^\circ$  est décrochée, et celle de Menter SST est aussi pratiquement décrochée. Notons cependant que le seuil du décrochage est relativement proche de  $11^\circ$  [40, 175].



**FIGURE 9.15** – Influence de l'angle d'incidence pour les activations LSTT [25] avec transition prévue par AHD-Gleyzes [7, 83] avec  $N_{cr} \approx 11$  en employant : --- Spalart-Allmaras [187]; - - -  $k - \omega$  Menter SST; .....  $k - \omega$  Kok [104] et —  $k - \omega$  Wilcox (2006); par rapport aux prévisions LES ( $\Delta$ ) [38] et ILES ( $\circ$ ) [77] du profil SD7003 à  $Re_c = 6 \times 10^4$ .

Néanmoins, un aspect très intéressant est mis en relief par les prévisions à  $\alpha = 11^\circ$  (fig. 9.15) : l'activation LSTT n'empêche pas la prévision du décrochage via le mécanisme d'éclatement de bulbe. Au contraire, on présume que LSTT peut améliorer la prévision du seuil d'éclatement, car la prévision précise des tensions de Reynolds dans la région transitionnelle du bulbe contribue à

une prévision plus précise du déséquilibre entre les forces d'inertie et la diffusion de quantité de mouvement provoquée par la turbulence.

## 9.4 Influence du nombre de Reynolds

Dans ce paragraphe nous présentons l'influence du nombre de Reynolds basé sur la corde,  $Re_c$ , sur les prévisions RANS de l'activation LSTT [25] du modèle de turbulence  $k-\omega$  Wilcox (2006) [207]. Pour cela, nous nous basons sur les prévisions ILES de Galbraith et Visbal [77].

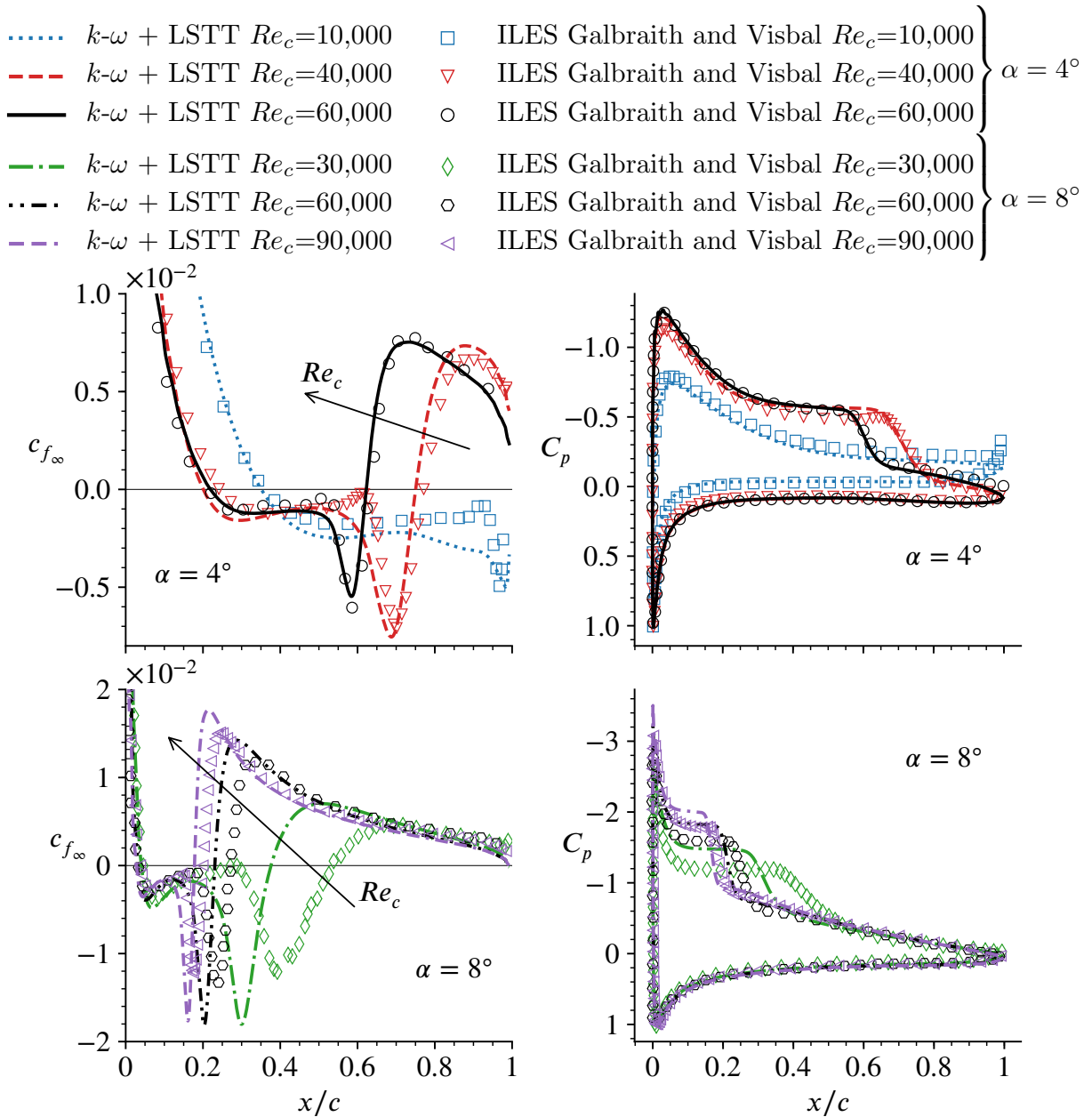
Sur la figure 9.16 l'ensemble des prévisions RANS sont présentées et comparées aux données ILES [77]. Nous constatons que l'effet principal de l'influence du nombre de Reynolds est correctement capturé par les prévisions RANS LSTT, à savoir : lorsque  $Re_c$  augmente, le point de transition et le point de recollement tendent à se déplacer vers le bord d'attaque et la taille du bulbe diminue. Cet effet est correctement capturé aussi bien à  $\alpha = 4^\circ$  qu'à  $\alpha = 8^\circ$ .

À  $\alpha = 4^\circ$  (figure 9.16), l'accord entre RANS et ILES à  $Re_c = 60\,000$  et  $Re_c = 40\,000$  est excellent, aussi bien au niveau du frottement que de la distribution de pression. À très faible nombre de Reynolds ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 10\,000$ ), la simulation RANS LSTT prévoit un bulbe ouvert, en accord avec la ILES.

Pour l'angle d'incidence  $\alpha = 8^\circ$  (figure 9.16) les prévisions RANS LSTT capturent l'influence principale de la variation du nombre de Reynolds. Mis à part les points caractéristiques du bulbe soulignés précédemment, la simulation RANS LSTT prévoit également des pics de frottement de plus en plus prononcés lorsque  $Re_c$  augmente. Toutefois, l'accord au niveau du frottement et de la distribution de pression à  $\alpha = 8^\circ$  est moins bon qu'à  $\alpha = 4^\circ$ . De façon analogue à l'effet souligné sur la figure 9.13, il est probable qu'à  $\alpha = 8^\circ$  et faible  $Re_c$  le point de transition prévu par les critères est situé trop en amont. Ceci a pour conséquence le déplacement vers l'amont des points caractéristiques du bulbe (notamment le point de recollement) ainsi que la localisation des pics de frottement, tel que l'on observe sur la figure 9.16.

En résumé, l'activation LSTT proposée dans cette thèse améliore la précision des prévisions des modèles RANS des effets liés à la turbulence, l'angle d'incidence et le nombre de Reynolds. L'activation LSTT, couplée aux critères de transition AHD-Gleyzes, produit de prévisions plus précises que le modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$ . Des prévisions sensiblement différentes, mais toujours acceptables, ont été obtenues en fonction du modèle de turbulence utilisé. Le modèle Spalart-Allmaras LSTT prévoit un décrochage prématuré par rapport aux autres modèles analysés et aux données LES. En revanche, le modèle de Wilcox (2006) prévoit un meilleur accord avec les données LES à des fortes incidences.

Avec cette analyse, nous concluons le chapitre dédié à l'étude de l'écoulement autour du profil SD7003. À ce stade, le comportement des prévisions des modèles LSTT et leur apport de précision par rapport aux modèles existants a été présenté très en détail. Le prochain et dernier chapitre de cette thèse (§10) est consacré à l'étude de plusieurs écoulements d'application pratique : pale d'hélicoptère, aube de turbine de moteur ou encore le profil de pale d'une éolienne. L'étude de ces



**FIGURE 9.16** – Comparaison des prévisions RANS  $k - \omega$  [207] –avec activation LSTT [25] et critères de transition AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation (§C) et  $N_{cr} = 10.7$ – par rapport aux données ILES [77] du profil SD7003 à plusieurs  $Re_c$  et  $\alpha$ .

écoulements est moins approfondie que celle présentée dans ce chapitre, car nous estimons que le comportement des modèles LSTT est à présent bien appréhendé. En conséquence, le but du dernier chapitre est de montrer quelques exemples d’application et de valider plus largement l’approche LSTT.



# Chapitre 10

## Applications : profils d'hélicoptère, d'aube de turbine et d'éolienne

**L**E dernier chapitre de cette thèse est montré quelques exemples supplémentaires d'application des modèles proposés dans cette thèse –approche LSTT–. Trois configurations sont étudiées dans ce chapitre. La première (§10.1) porte sur l'étude de l'écoulement autour du profil de pale d'hélicoptère OA209. La deuxième (§10.2) porte sur l'étude de l'écoulement autour du profil d'aube de turbine T106C. Enfin la troisième (§10.3) configuration porte sur l'étude de l'écoulement autour du profil de pale d'éolienne S809.

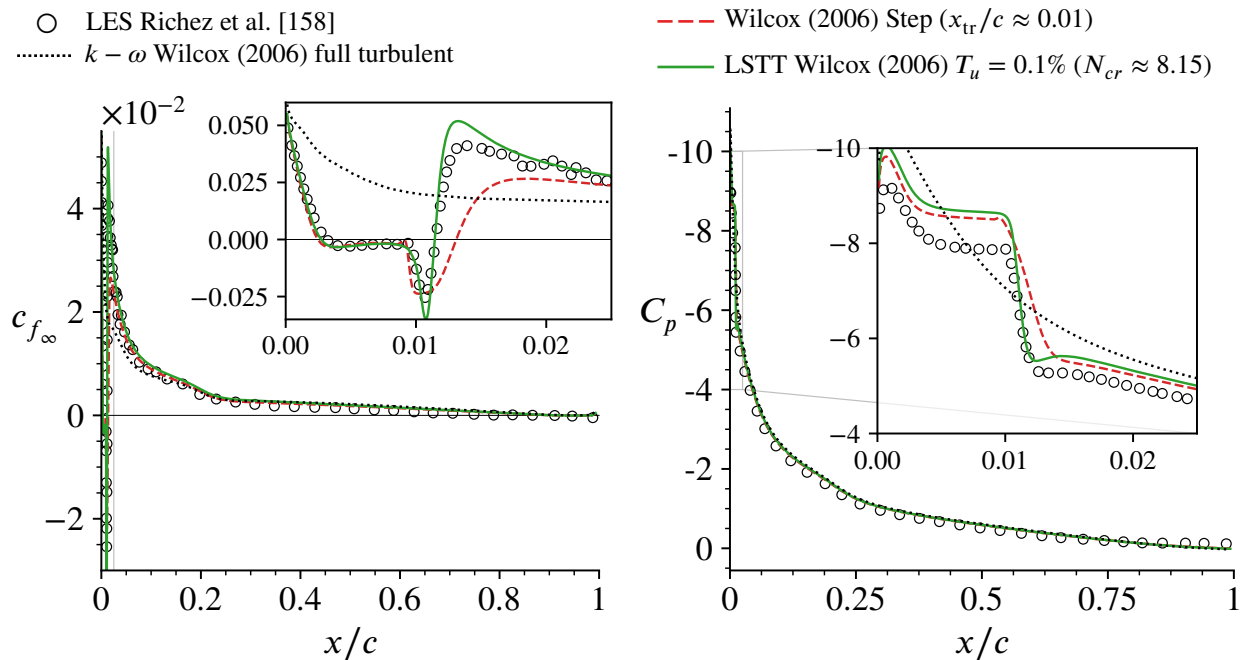
Le choix de ces configurations est motivé principalement par trois aspects : (a) ils sont suffisamment simples pour permettre une mise en œuvre rapide et peu laborieuse en termes de création du maillage et de préparation du calcul, (b) ce sont des cas connus dans la littérature à partir desquels plusieurs auteurs ont déjà comparé la précision d'autres méthodes et/ou modèles et (c) on dispose de données de référence suffisamment fiables pour évaluer la précision des prévisions RANS.

Toutefois, le lecteur constatera que tous les cas présentés sont fondamentalement bidimensionnels et par conséquent ils sont pertinents que lorsque le bulbe à modéliser est statistiquement bidimensionnel dans le sens de l'envergure. Malheureusement, nous n'avons pas trouvé dans la littérature existante de données publiées sur des cas d'applications tridimensionnelles (où l'on ne peut plus considérer le bulbe statistiquement bidimensionnel dans le sens de l'envergure) présentant des mesures riches et précises sur le type de bulbes de décollement d'intérêt dans cette thèse –voir §6.1–. Souvent, les essais expérimentaux tridimensionnels présentent de très petits bulbes [109] avec une faible discrétisation des mesures quantitatives (souvent de pression uniquement) ou des mesures qualitatives (infra-rouges, bouillie... [202, 203]). Parfois, la tridimensionnalité de certains essais est tellement forte [108] que physiquement il n'y a plus de bulbe de décollement laminaire –dans le sens présenté dans §6.1– mais plutôt un tourbillon massif de bord d'attaque, présentant une structure très cohérente et de faible valeur RMS.

Suite à ce qui vient d'être exposé, nous avons privilégié l'étude des configurations statistiquement bidimensionnelles dans le sens de l'envergure.

## 10.1 Profil de pale d'hélicoptère OA209

Dans cette section nous évaluons la précision des prévisions LSTT des modèles  $k - \omega$  de Wilcox (2006) [207] et de Kok [105] de l'écoulement autour du profil OA209 de rotor d'hélicoptère. Pour cela, nous employons les données de référence issues du calcul LES effectué par Richez et al. [157–159]. Cette configuration présente les paramètres physiques suivants :  $Re_c = 1.8 \times 10^6$ ,  $\alpha = 15^\circ$  et  $M_\infty = 0.16$ . Le bulbe de décollement laminaire que présente cette configuration est très petit (de l'ordre de 1% de la corde du profil).

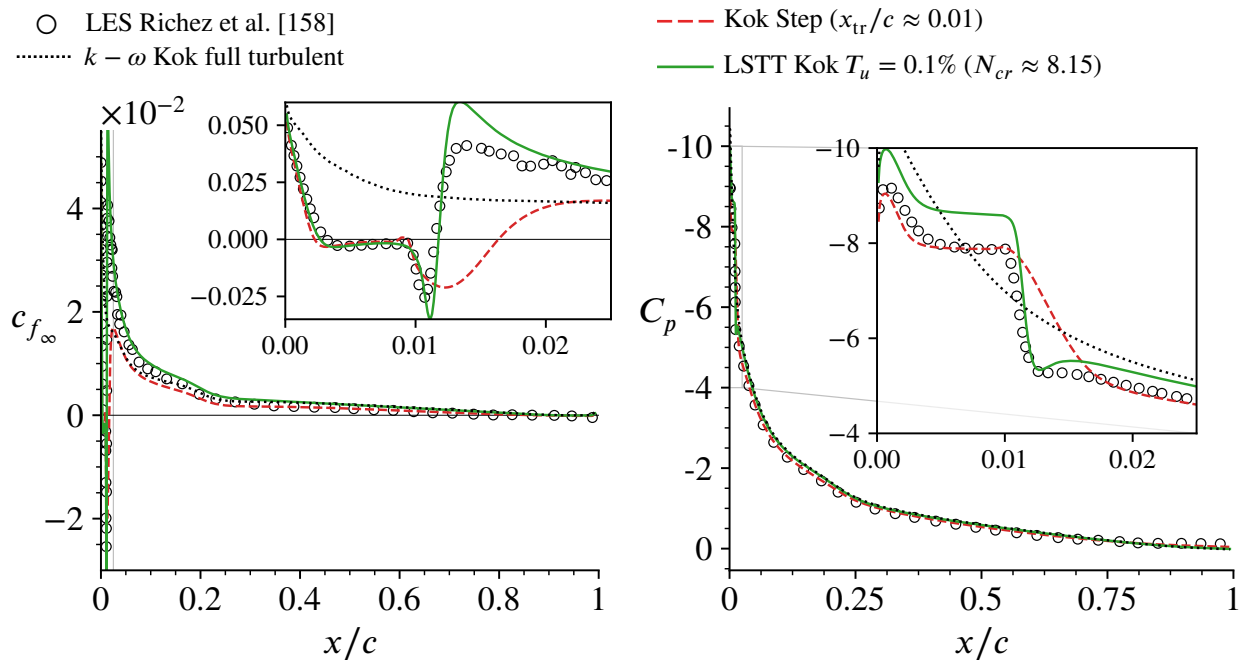


**FIGURE 10.1** – Prévisions RANS du modèle Wilcox (2006) [207] du frottement pariétal et de la pression sur l'extrados du profil OA209 avec activation LSTT comparées au calcul LES de Richez et al. [158].

Sur la figure 10.1 nous évaluons différentes approches RANS en employant le modèle de turbulence  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207]. Ainsi, nous comparons une simulation RANS sans prise en compte de la transition (nommée *full turbulent*), une simulation avec activation Step imposée au point de transition observé dans la LES ( $x_{tr}/c \approx 0.01$ ), et le calcul LSTT avec  $T_u = 0.1\%$ . Nous pouvons constater sur la figure 10.1 que l'impact de chaque stratégie de modélisation est négligeable à l'échelle de la corde. Autrement dit, l'impact de la présence du bulbe est négligeable à l'échelle du profil. Ceci est cohérent avec les observations de Simens et Gungor [181], qui par des études DNS concluent que plus la couche limite en aval du bulbe s'établit rapidement dans une évolution turbulente, plus elle se décorrèle rapidement de ce dernier.

Soulignons quelques aspects intéressants de la figure 10.1. Nous pouvons constater que le calcul tout turbulent ne prévoit pas de bulbe, car le  $c_f$  reste positif. La simulation RANS avec activation Step prévoit un bulbe, mais elle surestime la taille de ce dernier et prévoit des valeurs de frottement plus

faibles que les données LES. En revanche, la prévision LSTT fournit des prévisions plus proches de la LES. Ceci est en bon accord avec les tendances observées dans la configuration de calibration – voir §6.5–. Nous observons une surestimation de l'aspiration en amont du point de transition ( $x/c \lesssim 0.01$ ) pour les deux types d'activation de la transition (LSTT et Step). D'après l'ensemble des cas étudiés dans les chapitres précédents, nous suspectons que cette surestimation est liée à l'intensité de la recirculation dans le bulbe prévue par le modèle. En effet, les modèles qui surestiment le décollement et l'intensité du recollement (visible grâce à l'intensité du pic négatif dans le bulbe et du pic positif de frottement en aval du recollement) sembleraient surestimer également l'aspiration en amont du point de transition.

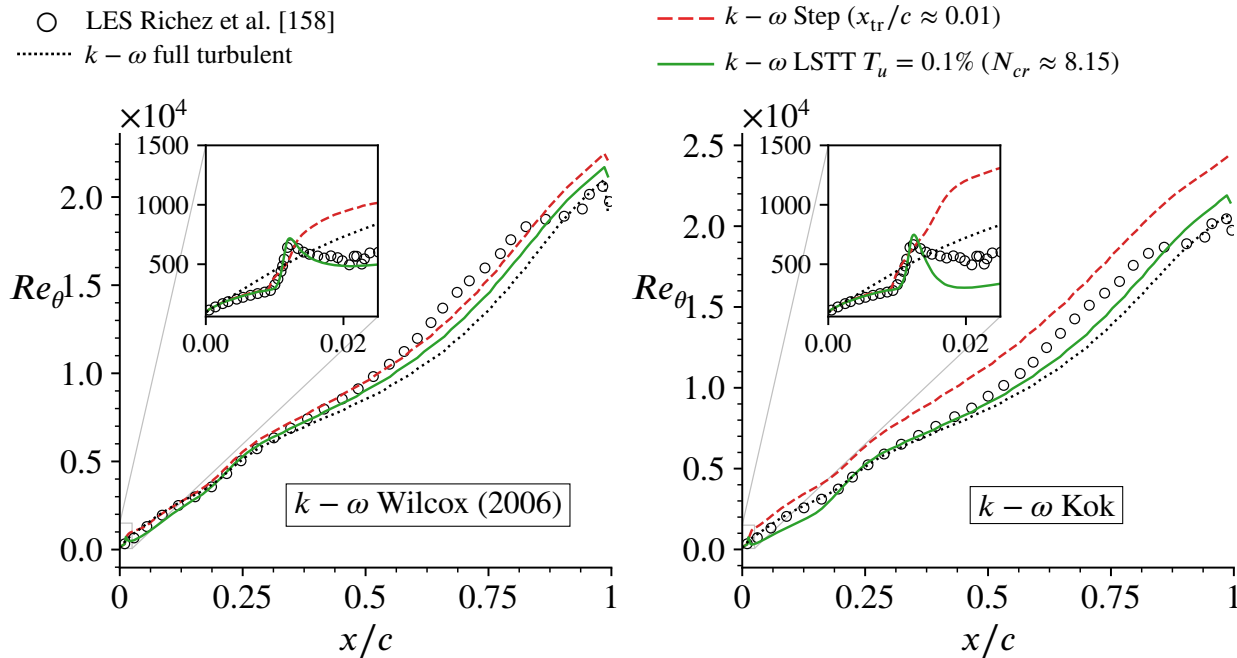


**FIGURE 10.2** – Prévisions RANS du modèle de Kok [105] du frottement pariétal et de la pression sur l'extrados du profil OA209 avec activation LSTT comparées au calcul LES de Richez et al. [158].

Sur la figure 10.2 nous effectuons la même comparaison mais cette fois ci appliquée au modèle de turbulence  $k - \omega$  Kok [105]. Nous retrouvons les mêmes tendances que pour le modèle de Wilcox (2006), mais cette fois ci légèrement plus prononcées. En effet, le modèle de Kok LSTT surestime encore plus les pics caractéristiques de frottement autour du point de recollement. L'activation Step du modèle de Kok provoque un recollement encore plus en aval. Cependant, de façon analogue à la figure 10.1, toutes ces différences au niveau du bulbe disparaissent très vite en aval de ce dernier.

Sur la figure 10.3 nous présentons l'évolution du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement prévu par les deux modèles de turbulence considérés dans cette analyse. Les deux modèles produisent des prévisions très similaires. Seulement le modèle de Kok avec activation Step semble s'éloigner des autres prévisions RANS. Ceci est probablement lié à la prévision très en aval du point de recollement que produit ce modèle. En revanche, il est remarquable de constater qu'en aval du bulbe les prévisions LSTT et tout turbulent sont très proches l'une de l'autre.





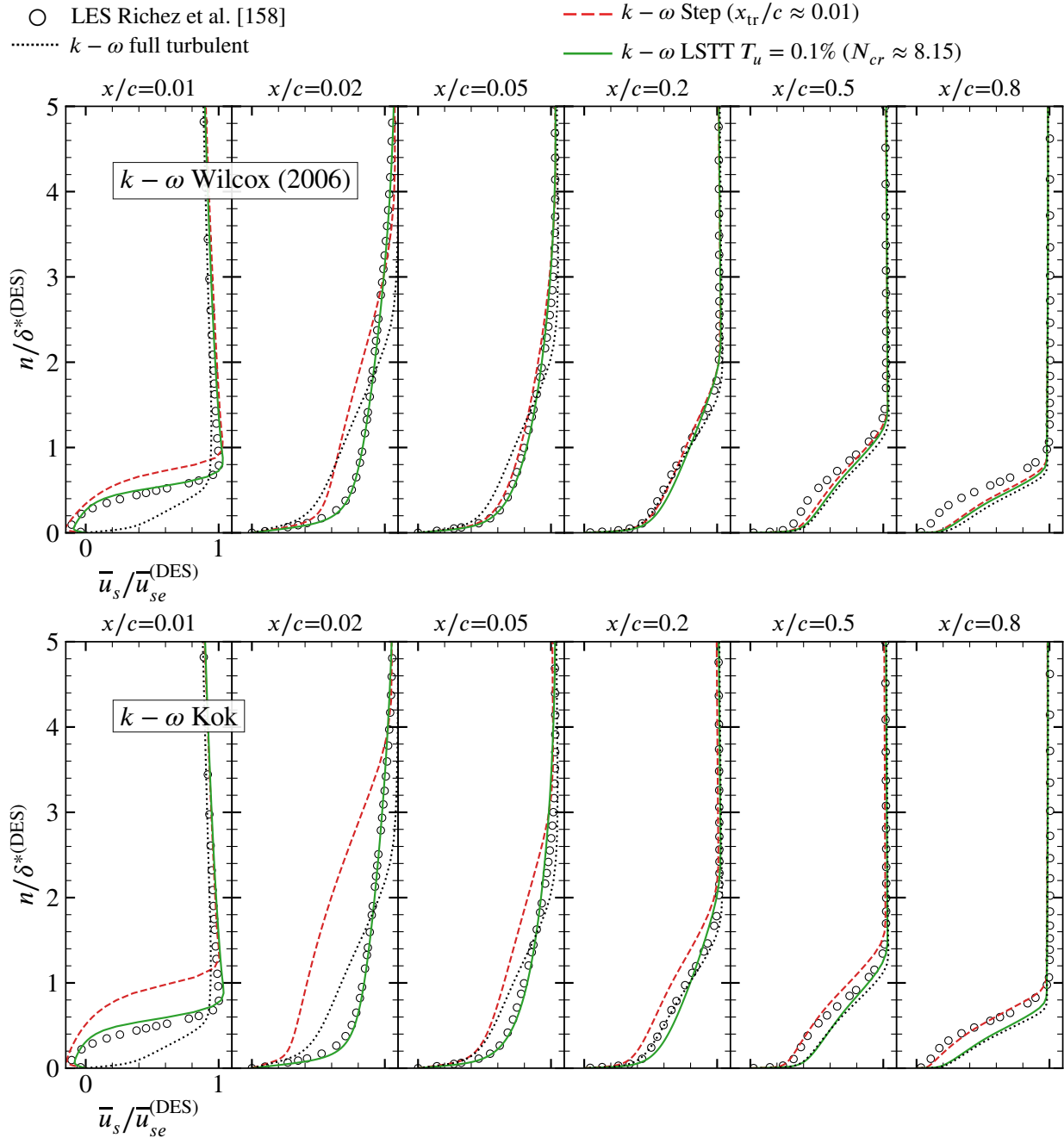
**FIGURE 10.3** – Prévisions RANS du modèle de Kok [105] et de Wilcox (2006) [207] du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement sur l'extrados du OA209 avec activation LSTT comparées au calcul LES de Richez et al. [158].

Sur la figure 10.4 nous présentons les profils de vitesse normaux issus de chaque modèle évalué dans cette section. Encore une fois, nous pouvons observer que les tendances signalées dans les figures précédentes se confirment à nouveau sur la figure 10.4. En effet, au niveau du bulbe les modèles activés selon LSTT produisent des prévisions plus proches de la LES (voir stations  $x/c = 0.01$  et  $0.02$ ). Cependant, très vite en aval du bulbe les différences de prévisions de chaque modèle deviennent négligeables (voir stations  $x/c = 0.05$ ,  $0.2$ ,  $0.5$  et  $0.8$ ).

En conclusion, cette étude est cohérente avec les observations de Simens et Gungor [181] suggérant qu'en aval du bulbe de décollement les profils de vitesse se décorrèlent spatialement très vite du bulbe si la transition vers la turbulence se complète rapidement en aval de celui-ci. Cette tendance est cohérente également avec les observations effectuées dans la section §6.5 de cette thèse, où les différences entre modèles tendent à diminuer également suffisamment loin en aval du bulbe – voir par exemple les profils en échelle logarithmique de la figure 6.6–.

## 10.2 Aube de turbine T106C

Dans cette section nous étudions l'écoulement autour de l'aube de turbine T106C. Ce cas test est très connu dans la littérature et il constitue un cas classique d'évaluation des modèles RANS avec transition par bulbe de décollement laminaire [137, 142–144]. Le cas T106C est basé sur les essais



**FIGURE 10.4** – Prévisions RANS du modèle de Kok [105] et de Wilcox (2006) [207] des profils de vitesse normaux sur l'extrados du OA209 avec activation LSTT comparés au calcul LES de Richez et al. [158].

menés par Michalek et al. [138]. Les auteurs ont étudié l'aube de turbine basse pression fortement chargée T106C en cascade linéaire dans la soufflerie à grande vitesse VKI S1/C avec un nombre de Mach en sortie de  $M = 0.65$ . Un large panel de cas ont été testés, notamment pour plusieurs nombres de Reynolds basés sur la corde et plusieurs intensités de la turbulence.

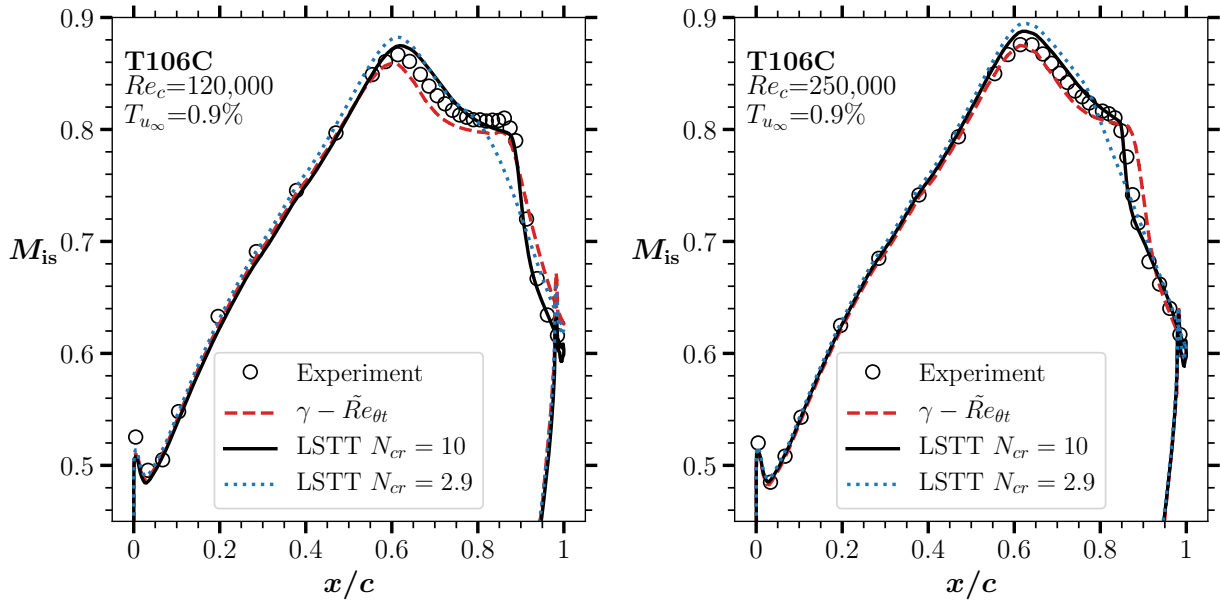
Deux cas sont retenus pour notre étude : les cas  $Re_c = 1.2 \times 10^5$  et  $Re_c = 2.5 \times 10^5$ , tous les deux à  $T_u = 0.9\%$ . Signalons que ce taux de turbulence commence à être assez élevé pour le cadre de transition modélisé par la méthode  $e^N$ , qui est fondamentalement basée sur l'amplification d'ondes de Tollmien-Schlichting et de Kelvin-Helmholtz. D'après la relation de Mack [125], pour  $T_u = 0.9\%$  nous obtenons un  $N_{cr} \approx 2.9$ . Cette valeur est très faible (elle est notamment en dehors de l'intervalle préconisé par M. Drela tab. 8.1), ce qui voudrait dire que la transition vers la turbulence se produirait à peine un peu plus en aval du point critique de stabilité de la couche laminaire. Ceci nous semble peu probable. Un scénario plus réaliste de transition pour ce type d'écoulement à taux de turbulence modéré ferait probablement intervenir des modes de Klebanoff [196]. Cependant, Vermeersch et Arnal [196] suggèrent que les mécanismes liés aux modes de Klebanoff seraient observés à partir de  $T_u = 1.2\%$ . Cela voudrait dire que le cas présent avec  $T_u = 0.9\%$ , peut rentrer dans la catégorie d'écoulements par transition Tollmien-Schlichting et Kelvin-Helmholtz que les méthodes  $e^N$  sont censés bien capturer. Cependant, comme il est montré par la suite, les prévisions AHD-Gleyzes [7, 83] à  $N_{cr} = 2.9$  situent le point de transition trop en aval par rapport aux essais de Michalek et al. [138]. Par conséquent, nous insistons sur les observations faites dans §8.1.2 et §8.1.4, où nous soulignons que le but de cette thèse n'est pas d'évaluer ou d'améliorer la précision de la prévision du début de la région transitionnelle –voir §6.1– mais plutôt de nous intéresser, pour chaque modèle, aux différences d'activation de la turbulence dans la région transitionnelle et ses effets en aval.

Pour cette raison, sur la figure 10.5 nous montrons les prévisions pour  $T_u = 0.9\%$  ( $N_{cr} = 2.9$ ) et également les prévisions produisant le point de transition le plus proche de l'expérience (en utilisant  $N_{cr} = 10$ , valeur trouvée par balayage de  $N_{cr}$ ).

La figure 10.5 présente les prévisions de Mach isentropique,  $M_{is}$ , de l'écoulement autour de l'aube de turbine basse pression fortement chargé T106C à  $T_u = 0.9\%$  pour les nombres de Reynolds basé sur la corde  $Re_c = 120\,000$  et  $Re_c = 250\,000$  respectivement. Nous comparons les prévisions RANS de l'approche  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  et de l'approche LSTT (voir détails dans le pieds de figure 10.5) avec les essais de Michalek et al. [138]. Soulignons que Mach isentropique,  $M_{is}$ , permet d'identifier approximativement la localisation et l'étendue du bulbe de décollement laminaire de façon analogue au tracé de  $C_p$  autour d'un profil. Par exemple, pour le cas  $Re_c = 120\,000$ , nous identifions un plateau dans l'évolution de  $M_{is}$  qui permet d'en déduire que la position du bulbe se trouve approximativement entre  $0.75 \lesssim x/c \lesssim 0.95$  (par ailleurs, le point de recollement se trouve assez proche du bord de fuite, ce qui est une configuration proche d'un bulbe ouvert). Pour le cas  $Re_c = 250\,000$ , le bulbe se trouve approximativement entre  $0.80 \lesssim x/c \lesssim 0.90$  (il est légèrement plus petit, en accord avec la dépendance physique du bulbe avec le nombre de Reynolds).

Comme il a été anticipé (figure 10.5), les prévisions RANS LSTT  $N_{cr} = 2.9$  produisent un point de transition situé trop en amont, presque au voisinage du point où se situe le décollement dans les mesures expérimentales ( $x \approx 0.75c$ ). Ce résultat est peu satisfaisant, d'où la nécessité d'admettre l'inadéquation des critères utilisés pour cette configuration et de nous concentrer sur les effets d'activation du modèle de turbulence. Par conséquent, dans la suite nous analysons les prévisions correspondant à  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  et LSTT ( $N_{cr} = 10$ ).

Chaque prévision RANS de la figure 10.5 produit les mêmes prévisions pour  $x/c \lesssim 0.5$ . Entre  $x/c \approx 0.5$  et le point de décollement laminaire  $x_{sep}/c \approx 0.75$  les prévisions LSTT ( $N_{cr} = 10$ ) produisent



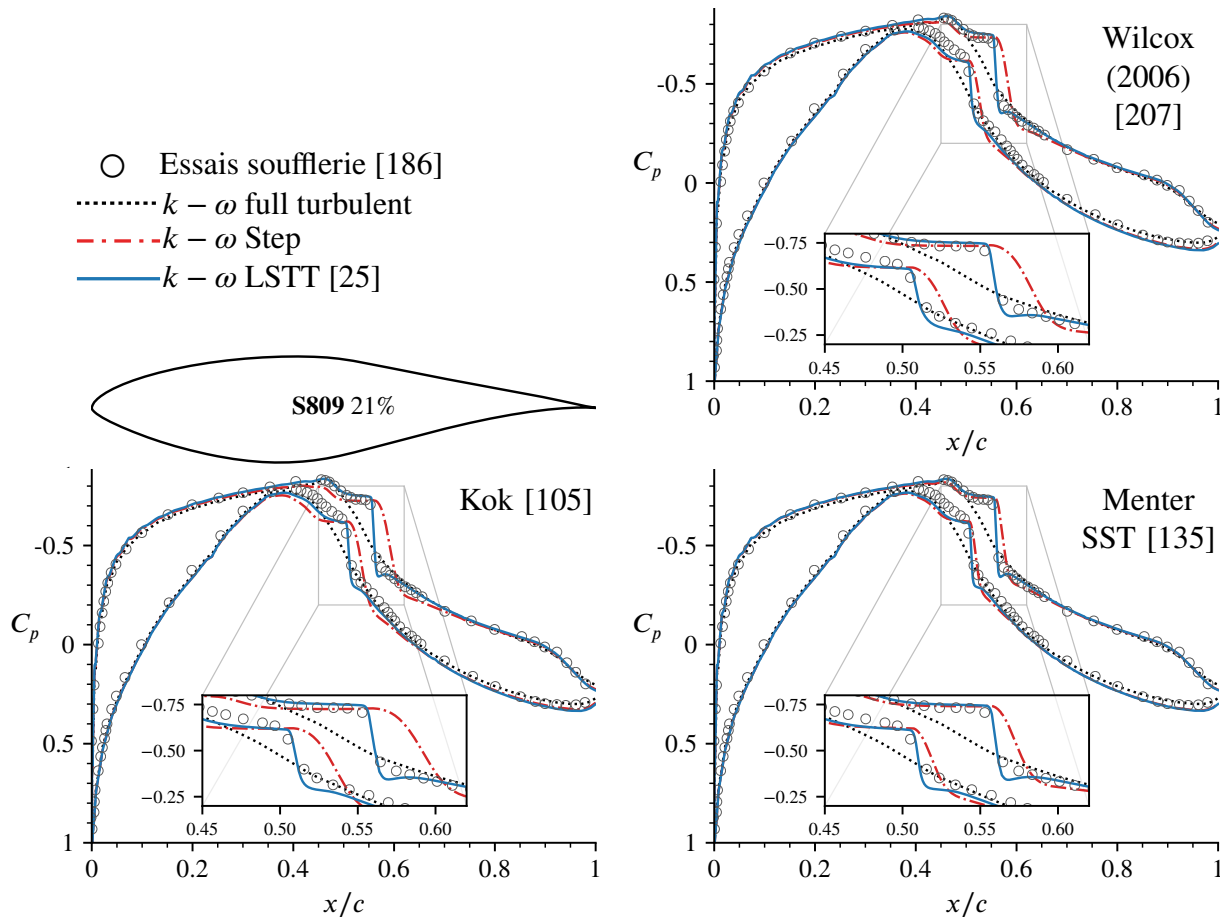
**FIGURE 10.5** – Prévisions RANS de : ( - - - ) modèle  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  [112, 114, 136] avec fonctions de corrélation de Content-Houdeville [49] activé pour  $T_u = 0.9\%$  avec le modèle  $k - \omega$  de Wilcox (1988) [208] et limiteurs SST [134] et Zheng [217]; et modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) [207] avec activation LSTT [25] et prévision du point de transition en utilisant le critère AHD-Gleyzes [7, 83] avec stabilisation algébrique (§C) avec : ( ····· )  $N_{cr} = 2.9$  ( $T_u = 0.9\%$ ) et ( — )  $N_{cr} = 10$  ( $T_u = 0.043\%$ ); comparées aux données d'essais de soufflerie ( $\circ$ ) de l'extrados de l'aube de turbine T106C de Michalek et al. [138].

une estimation de  $M_{is}$  légèrement supérieure à celle de  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$ , ce qui indique probablement une succion un peu plus importante prévue par LSTT. Le plateau de  $M_{is}$  est correctement prévu par les deux approches RANS ( $0.75 \lesssim x/c \lesssim x_{tr}/c \approx 0.87$  pour  $Re_c = 120\,000$  et  $0.80 \lesssim x/c \lesssim x_{tr}/c \approx 0.85$  pour  $Re_c = 120\,000$ ). Toutefois, les principales différences de prévisions RANS se produisent en aval du point de transition. En effet, on constate qu'après le plateau de  $M_{is}$  le modèle  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  prévoit une récupération plus lente, avec une pente descendante moins prononcée, que les données expérimentales. Ceci se traduit par un point de recollement situé légèrement plus en aval que celui observé expérimentalement et donc une surestimation de la taille du bulbe. En revanche, l'activation LSTT ( $N_{cr} = 10$ ) prévoit une récupération plus franche du plateau de  $M_{is}$ , avec une pente descendante plus prononcée et en meilleur accord avec les données expérimentales. Par conséquent, le modèle LSTT ( $N_{cr} = 10$ ) ne surestime pas la taille du bulbe et il présente un meilleur accord avec les données expérimentales en aval de celui-ci.

### 10.3 Profil de pale d'éolienne S809

Dans cette section nous évaluons les prévisions RANS de l'écoulement autour du profil de pale d'éolienne S809. Des données expérimentales d'essais en soufflerie ont été publiées par Somers [186].

Ce profil a été conçu au National Renewable Energy Laboratory et il a été testé dans la soufflerie à faible turbulence du laboratoire Low Speed de l'Université Technologique de Delft. Parmi tous les cas testés disponibles dans la littérature [186], nous avons sélectionné le cas à incidence  $\alpha = 1.01^\circ$  et  $Re_c = 2 \times 10^6$ , où deux bulbes transitionnels apparaissent de chaque côté du profil (extrados et intrados). Ce cas test a été utilisé par des nombreux auteurs afin d'évaluer la performance des modèles RANS à prévoir les bulbes de décollement laminaire [40, 137, 163].



**FIGURE 10.6** – Prévisions du coefficient de pression issues de plusieurs approches RANS de l'écoulement autour du profil de pale d'éolienne S809 à  $\alpha = 1.01^\circ$  et  $Re_c = 2 \times 10^6$  comparées aux données de soufflerie de Somers [186].

Sur la figure 10.6 nous comparons plusieurs approches RANS en employant trois modèles  $k - \omega$  différents. Pour chaque modèle, nous comparons le modèle sans prise en compte de la transition (*full turbulent*) et ensuite avec transition imposée avec activation Step et LSTT. Nous avons décidé d'effectuer des calculs à *point de transition identique*, –suite à la discussion des paragraphes §8.1.2 et §8.1.4–, afin d'analyser l'impact de l'activation de chaque modèle.

Ainsi, sur la figure 10.6 nous constatons sans surprise que tous les calculs *full turbulent* ne produisent pas de bulbe. Cependant, la prévision du coefficient de pression en dehors du bulbe est très bonne

en utilisant l'approche *full turbulent*. Cela confirme l'hypothèse que les bulbes présents dans cette configuration à relativement fort nombre de Reynolds sont assez petits à l'échelle de la corde et par conséquent n'influencent pas la distribution globale de pression.

Les simulations transitionnelles avec activation Step prévoient un bulbe, mais sa longueur est surestimée. En effet, tous les modèles activés selon Step produisent une relaxation après la fin du plateau de pression ( $x^{\text{extrados}}/c \approx 0.56$  et  $x^{\text{intrados}}/c \approx 0.51$ ) trop douce, avec une pente descendante peu prononcée. Au contraire, l'activation LSTT prévoit une relaxation plus forte, avec une pente plus prononcée ce qui conduit à un meilleur accord de la distribution de pression en aval du bulbe. Comme nous l'avons vu dans les sections et chapitres précédents de la thèse, la pente de  $C_p$  en aval du plateau semble directement lié à la capacité des modèles à prévoir la relativement forte croissance de tensions de Reynolds dans la région transitionnelle. Par conséquent, il est cohérent que le modèle LSTT prévoit une pente plus prononcée car il est conçu pour corriger la sous-estimation de la dite croissance de la turbulence des modèles activés selon Step.

L'apport de précision de l'approche LSTT a été mis en évidence dans cette configuration. Toutefois, sur la figure 10.6 nous observons que les différences relatives des prévisions de chaque modèle de turbulence restent très localisés. Cela est probablement dû au grand nombre de Reynolds de la configuration, car plus le nombre de Reynolds est élevé, plus les conditions physiques sont propices à l'apparition de bulbes courts [92] qui ont un faible impact sur l'écoulement global.



# Conclusion et perspectives

**D**es modèles permettant d'améliorer la précision des prévisions RANS des bulbes de décollement laminaire ont été proposés et validés. Les nouveaux modèles, baptisés LSTT pour *Laminar Separation Transition Triggering*, répondent aux hypothèses (§6.1) et contraintes (§6.3.2) pré-fixées.

La méthode scientifique suivie s'est avérée efficace pour atteindre les objectifs de la thèse. Après une revue de la littérature et de l'état de l'art, elle a consisté à identifier l'origine des défauts des modèles et méthodes existants, aussi bien du point de vue de la précision que de la robustesse. Via l'approfondissement des aspects théoriques des modèles de turbulence utilisés, nous avons observé qu'une simple activation de la turbulence au début de la région transitionnelle ne suffit pas à prévoir avec précision l'écoulement en aval de celle-ci. La raison principale : la sous-estimation systématique des tensions de Reynolds dans la région transitionnelle. Dans une démarche originale, nous nous sommes affranchis des contraintes superflues liées au concept classique d'intermittence pour proposer une méthode d'activation –LSTT– basée sur l'amorçage contrôlé de la turbulence via les termes sources des modèles de turbulence, ainsi que l'application zonale du limiteur de shear stress. L'adaptation *ad-hoc* de l'activation pour chaque modèle de turbulence a produit des résultats de calibration très satisfaisants sur la base de données DNS d'un écoulement de référence. Enfin, une large validation a été effectuée sur plusieurs écoulements autour de profils, qui a permis d'identifier les points forts et les inconvénients des modèles proposés.

L'approche LSTT a été appliquée à 7 modèles de turbulence existants, avec différents degrés de succès. Tous les modèles ont produit une nette amélioration de la prévision de l'écoulement de calibration par rapport aux activations classiques. Cependant, lors de l'application à des écoulements à plus faible nombre de Reynolds, l'activation LSTT des modèles  $k-\omega$  Hellsten EARSM [88] et RSM SSG/LRR [44] n'ont pas produit l'amélioration souhaitée. En revanche, l'activation LSTT adaptée aux modèles  $k-\omega$  de Menter SST [135], Kok [104] et Wilcox (2006) [207] ainsi qu'au modèle à une équation de Spalart-Allmaras [187] conduit à des améliorations significatives de la précision de l'écoulement, non seulement au niveau du bulbe de décollement laminaire, mais également en aval de celui-ci. Néanmoins, les études de cette thèse ont permis de conclure que malgré l'utilisation d'une activation adaptée à chaque modèle de turbulence, les caractéristiques naturelles inhérentes à ces derniers restent inchangées. Ceci signifie que l'approche LSTT est faiblement intrusive. Une approche consistant à modifier plus en profondeur les modèles de turbulence aurait exigé une nouvelle fois un long travail de validation de chaque nouveau modèle. Toutefois, l'approche faiblement



intrusive comporte aussi des implications négatives, car LSTT ne corrige pas la tendance naturelle de certains modèles à sous-estimer la croissance de la turbulence et le frottement dans les régions à faible nombre de Reynolds –ce qui nous présumons être à l’origine des résultats peu satisfaisants obtenus avec l’activation LSTT des modèles EARSM de Hellsten et RSM SSG/LRR–.

L’un des principaux atouts du modèle LSTT est l’amélioration de la précision des prévisions qu’il produit pour différentes conditions physiques (turbulence externe, Reynolds ou encore angle d’incidence) et géométries de profil (type hélicoptère, drone, éolienne ou turbine). L’influence par rapport aux paramètres physiques suit les tendances observés expérimentalement. Pour mentionner quelques exemples, (a) une augmentation de l’angle d’incidence se manifeste par un rétrécissement du bulbe et un déplacement vers l’amont de ce dernier, (b) une augmentation du nombre de Reynolds provoque un rétrécissement du bulbe, et (c) une augmentation de l’intensité de la turbulence provoque également un rétrécissement du bulbe. L’approche LSTT, utilisée de façon couplée aux méthodes  $e^N$  pour la prévision du point de transition à faible  $T_u$ , produit des prévisions en meilleur accord avec les références disponibles que les prévisions issues du modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_r}$  constituant l’état de l’art. L’amélioration de précision obtenue avec le modèle LSTT est liée à la prise en compte de l’augmentation très prononcée de tensions de Reynolds dans la région transitionnelle, ce qui n’est pas prévu de façon suffisamment précise par les modèles existants. Grâce à un mécanisme d’accélération de la production de la turbulence dans la région transitionnelle, le modèle LSTT prévoit des tensions de Reynolds à un rythme plus proche de celui observé dans les données DNS et expérimentales, ce qui se traduit par l’amélioration de la précision de la prévision de l’ensemble de l’écoulement.

L’une des difficultés majeures rencontrées lors des travaux de cette thèse a consisté à appliquer de façon robuste les critères de transition dans les régions décollées, car les simulations ne convergeaient souvent pas correctement. Initialement, les problèmes de convergence empêchaient l’application pratique des modèles proposés. Une étude détaillée du comportement du critère de Gleyzes a permis d’établir une solution à ces problèmes de convergence –Annexe C–. Grâce à cette proposition, nous avons pu explorer amplement le comportement de l’activation LSTT, tout en restant prédictifs quant à la localisation du point de transition. Comme signalé par Drela [66–69], la valeur de  $N_{cr}$  employée pour déterminer le point de transition est assez incertaine. En conséquence, dans la plupart des cas étudiés dans cette thèse, la valeur de  $N_{cr}$  a été un paramètre de l’étude, ce qui a servi, en outre, à explorer l’influence du taux de turbulence externe. Cette influence s’est avérée faible pour les écoulements à fort nombre de Reynolds, mais elle est très importante pour les écoulements à plus faible nombre de Reynolds.

D’après l’ensemble des cas étudiés lors de cette thèse, nous pouvons conclure que *la prévision précise de la localisation du début de la région transitionnelle est une condition nécessaire, mais pas suffisante, à la prévision précise de l’ensemble de l’écoulement*. Sachant que la prévision du point de transition dépend fondamentalement des profils de vitesse de la couche limite laminaire, aussi bien dans la région attachée que dans la région décollée, deux scénarios sont possibles. Le premier scénario apparaît typiquement dans de configurations à fort nombre de Reynolds (§6.4, §10.1 ou encore §10.3). Dans ces conditions, on rencontre souvent un bulbe court de décollement laminaire, où des variations modérées du point de transition influencent peu la circulation autour du profil et donc l’allure des profils de vitesse dans la région laminaire. Dans ce cas, la prévision du point de

transition est raisonnablement décorrélée de la précision de la prévision de l'écoulement dans la région transitionnelle du bulbe et en aval de ce dernier. En revanche, le deuxième scénario, que l'on rencontre typiquement dans des configurations à faible nombre de Reynolds (§9), implique une influence importante du point de transition sur l'ensemble de l'écoulement, y compris la région laminaire. Dans ce deuxième cas, nous soulignons que *la précision de la prévision du début de la région transitionnelle dépend de la précision de la prévision de la région transitionnelle du bulbe, ainsi que de l'écoulement en aval de ce dernier*. Or, dans le paragraphe précédent nous avons souligné que la précision de la prévision dans le bulbe et en aval de celui-ci dépend fortement du modèle de turbulence employé et de la façon de le déclencher.

Par conséquent, *afin de prévoir avec précision l'écoulement autour et dans le bulbe de décollement laminaire, il est impératif d'aborder simultanément la problématique de la prévision de la localisation du point de transition, la problématique de l'activation du modèle de turbulence et la problématique du comportement à faible nombre de Reynolds de ce dernier*. Nous considérons que le succès connu par le modèle à équations de transport de Menter-Langtry [113, 114, 136] est en partie dû au fait qu'ils abordent les trois problématiques mentionnées de façon simultanée. Ceci est également le point fort de l'approche LSTT.

Le lecteur aura compris que nous n'avons aucun intérêt à faire un prosélytisme déraisonnable des modèles LSTT –d'autres modèles plus performants feront leur apparition, très probablement des mains des jeunes scientifiques motivés ayant des idées disruptives–. En revanche, nous attirons l'attention du lecteur sur les idées derrière le modèle LSTT, qui viennent d'être soulignées dans cette section et qui constituent des observations que peuvent être utiles à des futurs travaux. Ainsi, nous évoquons dans ce qui suit quelques perspectives de travail, articulées sur trois volets : l'extension de l'approche LSTT, la modélisation de la turbulence et la modélisation de la transition.

La calibration des modèles LSTT a été effectuée sur la base d'un seul écoulement de référence (§6.4). Cependant, dans certains cas à fort  $T_u$  (§9.7) les modèles sont en moins bon accord avec les données disponibles –même s'ils produisent toujours une nette amélioration par rapport aux approches existantes–. Certains modèles, comme  $k - \omega$  Wilcox (2006) LSTT, sous-estiment le frottement, alors que d'autres comme Spalart-Allmaras LSTT le sur-estiment. Comme avancé dans §9.7, nous suggérons que cet écart entre les modèles, visible essentiellement à fort  $T_u$ , est très corrélé à l'intensité de l'amorçage de la production de la turbulence de la calibration LSTT de chaque modèle considéré. Ainsi, une perspective de travail peut consister à établir une relation de dépendance entre les constantes de calibration LSTT et l'intensité de la turbulence  $T_u$ . Il faudrait, cependant, une caractérisation très précise de  $T_u$  –idéalement au niveau de la frontière de la couche limite laminaire– afin d'établir une calibration de cette nature. Par conséquent, au préalable il faudrait déterminer si de données susceptibles d'être employées pour la calibration existent déjà –comme les LES de Breuer [30]– ou bien s'il faudrait les produire. Dans le dernier cas, il faudrait contrôler et prélever précisément l'évolution de  $T_u(\delta)$  via un forçage représentatif des excitations pré-transitionnelles rencontrées dans la réalité [98].

Il est très probable qu'une reformulation de l'approche LSTT dans un cadre totalement local soit nécessaire afin de pouvoir l'appliquer à de configurations aéronautiques très complexes. L'approche LSTT deviendrait alors le cas particulier d'une méthodologie englobant tous les mécanismes de

transition dans une approche par équations de transports [150]. Comme discuté amplement dans (§6.3.2), l'intérêt des méthodes locales réside dans l'affranchissement du post-traitement de couche limite à chaque –ou modulo– itération de la simulation, qui pourrait devenir coûteux et peu robuste. Cependant, les méthodes non-locales sont précises justement parce qu'elles ont accès à ces informations, donc il faudrait rester très attentifs à la possible perte de précision lors de la transformation du modèle en local. Par ailleurs, il serait souhaitable d'évaluer l'activation LSTT dans un contexte fortement tridimensionnel où plusieurs mécanismes de transition sont présents à la fois dans l'écoulement.

Tous les cas de validation étudiés dans cette thèse sont composés de parois fixes. Très récemment, des données de haute fidélité [22, 197] traitant le phénomène de décrochage dynamique et d'éclatement de bulbe, sur des profils oscillants, ont fait leur apparition. Mis à part le problème toujours présent de la caractérisation de  $T_u$ , ces données pourraient permettre d'établir une évaluation rigoureuse des capacités de LSTT à prévoir le phénomène de décrochage dynamique par éclatement de bulbe, ce qui constitue un défi majeur pour les simulations RANS. Cette ligne de travail serait l'occasion idéale d'explorer également l'apport des critères d'éclatement de bulbe [63] couplés à l'approche LSTT.

L'ensemble d'hypothèses considérées pour les travaux de cette thèse (§6.1) excluent les bulbes provoqués par décollement laminaire suite à l'interaction d'une onde de choc, suivi d'un recollement provoqué par la turbulence. Des études préliminaires effectués par J. Dandois à l'ONERA –corroborés par l'auteur de cette thèse– portant sur l'écoulement transsonique autour du profil OALT25, suggèrent l'inadéquation de l'approche LSTT au régime transsonique. Il semblerait qu'en présence d'une onde de choc les modèles de turbulence existants surestiment la production de turbulence s'ils n'emploient aucun limiteur de shear stress, ce qui se traduit par un déplacement significatif de la position prévue de l'onde de choc [209, §5.8.4, p.280–282]. Or, l'approche LSTT a été conçue pour corriger la sous-estimation des modèles –à faible Mach– de la production de la turbulence dans la région transitionnelle, ce qui aggrave la situation en régime transsonique. Il serait souhaitable alors d'étendre l'approche LSTT au régime transsonique. Cela peut être envisagé, par exemple, en faisant un simple raccordement à partir des modèles LSTT actuels via la définition  $\alpha(M)$ ,  $\hat{s}_a(M)$ ,  $\hat{s}_b(M)$  et  $\hat{s}_c(M)$  pour  $M \rightarrow 1$ . Une analyse approfondie de l'estimation des tensions de Reynolds dans la région transitionnelle au voisinage du choc serait quand même souhaitable, en suivant une méthodologie similaire à celle effectuée dans la partie §II de cette thèse, mais appliquée au régime transsonique.

Comme il a été suggéré à plusieurs reprises, la compréhension du comportement à faible nombre Reynolds des modèles de turbulence est indispensable afin d'obtenir une haute précision des prévisions dans le bulbe et en aval de celui-ci, où la couche limite canonique turbulente, avec une région logarithmique bien établie, n'est rencontrée que relativement loin en aval du recollement. Il serait alors très judicieux d'aborder la tâche consistant à élaborer des modèles de turbulence ajustés particulièrement à ces conditions de faible nombre de Reynolds. Cette tâche peut être envisagée conjointement à l'exploration de l'activation LSTT des modèles à équations de transport des tensions de Reynolds calibrés à partir de données DNS, tel que le modèle RSM- $\epsilon$  GLVY [81, 82].

Plusieurs perspectives de travail s'inscrivent dans le cadre de la prévision de la transition vers la

turbulence. Les travaux de cette thèse ont montré que l'application des critères non-locaux de transition à des couches limites décollées reste un sujet à revisiter. Comme le montre l'Annexe C, la formulation du critère de Gleyzes est incompatible avec les bulbes à forts décollements ( $H \gtrsim 5$ ) où le  $Re_\theta$  dans le bulbe est susceptible de stagner ou même de décroître. Il serait souhaitable de concevoir des nouveaux critères qui prennent en compte cet effet dès sa formulation mathématique.

Le paragraphes §8.1.2, §8.1.4, §9.7 et §10.2 constituent quelques exemples qui montrent la nécessité de revisiter la relation de Mack [125] (4.11), reliant  $T_u$  à la valeur seuil  $N_{cr}$  permettant d'établir le début de la région transitionnelle. Plusieurs études montrent [30, 90] la nécessité de prendre en compte non seulement la valeur de l'intensité de la turbulence  $T_u$ , mais aussi une deuxième échelle de la turbulence –comme l'échelle de longueur de la turbulence–, car cela peut avoir un impact significatif sur la localisation du début de la région transitionnelle. Puisque la valeur de  $N_{cr}$  a une forte influence sur la prévision de l'écoulement, il est d'une grande importance de préciser sa dépendance aux quantités de l'écoulement. Il est important également d'établir non-seulement les paramètres physiques qui déterminent  $N_{cr}$ , mais aussi l'endroit où ces quantités sont prélevées. Il n'est pas clair que la valeur de  $T_u$  considérée dans les critères de transition doit être celle qui se trouve en entrée du domaine de calcul, celle à une distance donnée du corps aérodynamique, ou celle qui se trouve à la frontière de la couche limite laminaire. Ceci peut avoir des fortes implications, spécialement dans le cadre des simulations multi-étages en turbomachines, ou des corps multiples comme des voilures hyper-sustentées. Le développement des capacités de calcul LES [3] et DNS [117] devrait permettre d'envisager une campagne d'essais numériques avec forçage contrôlée cherchant à obtenir une fine caractérisation de  $T_u(\delta)$  –et éventuellement d'une deuxième échelle– qui permettrait de substituer la relation de Mack.

Enfin, un questionnement récurrent lors des études transitionnels RANS porte sur la convergence des simulations, et notamment sur la pertinence des simulations URANS dans les situations où les calculs RANS ne convergent pas vers une solution statistiquement stationnaire [110, 212]. Il serait souhaitable d'effectuer des études visant à clarifier ces aspects. En effet, sous certaines circonstances, les simulations RANS peuvent conduire à la résolution de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz dans la région laminaire, provoquant la naissance de tourbillons essentiellement bidimensionnels qui peuvent être à l'origine des oscillations du point de transition, ce qui nuit *in fine* à la convergence de la simulation vers une solution stationnaire. Certains auteurs [110, 212] remédient à ce problème en faisant des simulations URANS, et en moyennant statistiquement les prévisions résolues en temps. Même si cette approche peut s'avérer utile et peut éventuellement produire des prévisions en bon accord avec de données expérimentales, aux yeux de l'auteur de cette thèse cette pratique est loin d'être évidente pour les raisons suivantes.

D'une part, il a été montré que les tourbillons associés à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz dans un bulbe [140] se déforment rapidement suite à des instabilités nées en amont du décollement laminaire. Ces tourbillons sont déstabilisés dans le sens de l'envergure et se disloquent rapidement en petits tourbillons caractéristiques de la turbulence. Or, les simulations RANS transitionnelles produisent des régions laminaires dans lesquelles les perturbations ne sont pas maîtrisées –pas plus qu'une LES ou DNS sans forçage–, de sorte que la prévision de la déstabilisation des tourbillons mentionnée précédemment ne peut se produire, dans les meilleurs des cas, de façon prédictive. Pire encore,

très souvent les simulations RANS de bulbes de décollement laminaire se font dans des maillages totalement 2D ou bien des maillages 3D avec une discrétisation relativement faible dans le sens de l'envergure. Dans ces circonstances, la vie des tourbillons de Kelvin-Helmholtz, qui ne constituent en réalité qu'une courte phase de la transition vers la turbulence, est surestimée. En tout état de cause, de la même manière que les couches de mélange sont prévues par les modèles de turbulence par une contribution à la production de tensions de Reynolds, il n'y a pas de raison pour que ce soit différent dans la couche de mélange d'un bulbe. Au contraire, une forte déstabilisation de la région laminaire suivie de l'apparition de tourbillons de Kelvin-Helmholtz dans une simulation RANS pourrait indiquer une activation trop tardive du modèle de turbulence.

Pour cette raison, toutes les simulations présentées dans cette thèse sont convergées statistiquement. Néanmoins, la présence des basses fréquences liées à la stabilité globale des bulbes de décollement laminaire [127, 128] pourrait tout de même nécessiter l'emploi d'une approche résolue en temps, d'où la nécessité d'approfondir ces aspects.

# Annexe A

## Écoulements intermittents

Dans cette annexe, nous présentons des éléments théoriques de discussion qui servent à proposer une vision alternative du rôle du facteur d'intermittence appliqué au cadre RANS de la modélisation de la transition et de la turbulence. Certains auteurs (cf par exemple [116, §4.7.2]) suggèrent qu'il existe des raisons théoriques pour que le facteur d'intermittence,  $\gamma$ , ait un rôle dans la modélisation RANS de la région transitionnelle par l'activation des modèles de turbulence. Les bases théoriques de cette argumentation [116, §4.7.2] s'appuient sur les éléments suivants :

1. Au moyen de statistiques de mesures expérimentales [10] sur l'intermittence, on observe  $\gamma \approx 0$  dans la région laminaire,  $0 \leq \gamma \leq 1$  dans la région transitionnelle et  $\gamma \approx 1$  dans la région turbulente. Il est souvent admis alors [116, §4.7.2] que ce facteur intervient directement dans les tensions de Reynolds, et plus précisément dans le cadre Boussinesq, à l'aide d'une viscosité de la turbulence effective  $\mu_t^{(\text{eff})} = \gamma \mu_t$ .
2. En suivant des arguments issus de la moyenne conditionnelle, il a été proposé une fonction d'intermittence dépassant la valeur unité [9, p.20, Fig.4.13] qui viendrait représenter la contribution du couplage entre les champs moyens laminaire et turbulent [116, §4.7.2], en accord avec la décomposition [10] des différentes contributions des champs conditionnels alimentant les champs inconditionnels –équation (A.8), voir déduction plus loin dans cette annexe–.

Avant de discuter sur les arguments avancés par les différents auteurs, déduisons précisément l'équation qui leur permet d'établir ce dernier argument. Pour cela, en chaque point de l'espace, décomposons la vitesse instantanée conditionnellement à son appartenance à une région de fluctuations laminaires (ou irrotationnelles, déterminée par une valeur nulle de la fonction binaire d'intermittence  $I(t) = 0$ ), ou bien à une région de fluctuations turbulentes (ou rotationnelles, déterminée par la valeur unité de la fonction binaire d'intermittence  $I(t) = 1$ ). Alors, dans chaque scénario, la

vitesse instantanée est décomposée en une partie moyenne plus une partie fluctuante :

$$u(t) = \begin{cases} \bar{u}_l + u'_l(t), & \text{si } I(t) = 0 \\ \bar{u}_t + u'_t(t), & \text{si } I(t) = 1 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

La moyenne conditionnelle des parties laminaire et turbulente sont :

$$\bar{u}_l = \frac{\overline{(1 - I(t))u(t)}}{1 - \gamma} \quad (\text{A.2})$$

$$\bar{u}_t = \frac{\overline{I(t)u(t)}}{\gamma}, \quad (\text{A.3})$$

où  $\gamma$  –le facteur d'intermittence– est la moyenne temporelle inconditionnée de la fonction d'intermittence,  $I(t)$ , prise sur un temps,  $t_1$ , très long :

$$\gamma = \lim_{t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_1} \int_{t_0}^{t_0+t_1} I(t) dt \quad (\text{A.4})$$

Par conséquent, la relation entre les moyennes conditionnelles, (A.2) et (A.3), et la moyenne inconditionnelle classique de Reynolds est :

$$\bar{u} = \gamma \bar{u}_t + (1 - \gamma) \bar{u}_l \quad (\text{A.5})$$

Afin de mettre en évidence le lien entre l'énergie cinétique de la turbulence,  $k$ , et le facteur d'intermittence,  $\gamma$ , nous cherchons une relation entre l'expression de la moyenne inconditionnée quadratique des fluctuations de vitesse,  $\overline{u'^2}$ , en fonction de quantités conditionnées et du facteur d'intermittence. Puisque l'énergie cinétique de la turbulence utilisée dans le cadre RANS est  $k = \overline{u'^2}/2$ , nous cherchons à développer une décomposition basée sur des quantités conditionnées.

Rappelons l'expression de la moyenne inconditionnée quadratique des fluctuations de vitesse de la décomposition de Reynolds typique de la vitesse instantanée :

$$\overline{u(t)^2} = \overline{(\bar{u} + u')^2} = \bar{u} \bar{u} + \overline{u'^2} \Rightarrow \overline{u'^2} = \overline{u(t)^2} - \bar{u} \bar{u}$$

On développe  $\overline{u^2}$  en employant la moyenne conditionnée de (A.1).

$$\begin{aligned} \overline{u(t)^2} &= \overline{[(\bar{u}_l + u'_l)(1 - I(t)) + (\bar{u}_t + u'_t)I(t)]^2} \\ &= \overline{(\bar{u}_l + u'_l)^2(1 - I(t))^2} + \overline{(\bar{u}_t + u'_t)^2 I^2(t)} + \overline{2(\bar{u}_l + u'_l)(\bar{u}_t + u'_t)(1 - I(t))I(t)} \end{aligned}$$

Sachant que  $(1 - I(t))^2 = (1 - I(t))$  et  $I^2(t) = I(t)$  et de même  $(1 - I(t))I(t) = 0$  :

$$\begin{aligned}\overline{u(t)^2} &= (\overline{u_t^2} + \overline{u_t'^2} + 2\overline{u_t u_t'}) (1 - \gamma) + (\overline{u_t^2} + \overline{u_t'^2} + 2\overline{u_t u_t'}) \gamma \\ &= (1 - \gamma) \overline{u_t'^2} + \gamma \overline{u_t'^2} + \overline{u_t^2} (1 - \gamma) + \overline{u_t^2} \gamma\end{aligned}\quad (\text{A.6})$$

Maintenant nous développons le terme  $\overline{u u}$  en employant la décomposition (A.5) :

$$\overline{u u} = (\gamma \overline{u_t} + (1 - \gamma) \overline{u_t})^2 = \gamma^2 \overline{u_t^2} + (1 - \gamma)^2 \overline{u_t^2} + 2\gamma(1 - \gamma) \overline{u_t} \overline{u_t} \quad (\text{A.7})$$

L'expression pour  $\overline{u'^2}$  est obtenue en faisant la différence (A.6) – (A.7) :

$$\begin{aligned}\overline{u'^2} &= (1 - \gamma) \overline{u_t'^2} + \gamma \overline{u_t'^2} + (1 - \gamma)(1 - (1 - \gamma)) \overline{u_t^2} + \gamma(1 - \gamma) \overline{u_t^2} - 2\gamma(1 - \gamma) \overline{u_t} \overline{u_t} \\ &= (1 - \gamma) \overline{u_t'^2} + \gamma \overline{u_t'^2} + \gamma(1 - \gamma) [\overline{u_t^2} + \overline{u_t^2} - 2\overline{u_t} \overline{u_t}] \\ &= (1 - \gamma) \overline{u_t'^2} + \gamma \overline{u_t'^2} + \gamma(1 - \gamma) [\overline{u_t} - \overline{u_t}]^2\end{aligned}$$

Nous divisons la dernière expression par 2 et nous introduisons les définitions de l'énergie cinétique liée aux fluctuations laminares  $k_t = \overline{u_t'^2}/2$ ; de l'énergie cinétique liée aux fluctuations turbulentes  $k_t = \overline{u_t^2}/2$ , et enfin de l'énergie cinétique des fluctuations inconditionnées de vitesse,  $k = \overline{u'^2}/2$ . Nous concluons que :

$$k = (1 - \gamma)k_t + \gamma k_t + \frac{\gamma(1 - \gamma)}{2} [\overline{u_t} - \overline{u_t}]^2 \quad (\text{A.8})$$

L'équation (A.8) est celle qu'il fallait démontrer. Le lecteur notera que pour en arriver là, il a fallu effectuer une *décomposition conditionnelle* des champs de l'écoulement. Ainsi, l'équation (A.8) indique que l'énergie cinétique de la turbulence inconditionnelle  $k$  –au sens RANS, donc– peut se décomposer en une contribution pondérée par  $(1 - \gamma)$  de l'énergie cinétique liée aux fluctuations non-turbulentes  $k_t$ , plus une contribution pondérée par  $\gamma$  de l'énergie cinétique des fluctuations purement turbulentes  $k_t$ , plus une dernière contribution, qui est issue du couplage entre les champs de vitesse moyens laminaire et turbulent. L'argumentation avancée au début de l'annexe consiste donc à suggérer que l'on peut construire une intermittence *effective*  $\gamma^{\text{eff}}$ , dépassant la valeur unité afin de modéliser dans le cadre RANS la contribution du dernier terme de (A.8).

Cette argumentation semble, selon l'avis de l'auteur de cette thèse, inexacte pour les raisons suivantes :



1. L'équation (A.8) est issue d'un cadre de moyenne conditionnelle, comme on vient de le démontrer. Or, le cadre RANS est issu d'une décomposition en moyenne inconditionnelle –Eqn. 1.30–. Théoriquement, le facteur d'intermittence n'apparaît pas lorsque l'on effectue une décomposition inconditionnelle (cf [209, §5.3]). Par conséquent, il n'y a pas d'expression reliant mathématiquement le facteur d'intermittence avec les champs inconditionnels *exclusivement*. Dans ce sens, l'approximation  $\mu_t^{\text{eff}} = \gamma \mu_t$ , bien que pratique, n'en découle pas d'un raisonnement mathématique, et toute démarche de modélisation visant à insérer des comportements du facteur d'intermittence mesurés expérimentalement employant cette hypothèse souffre d'une inconsistance conceptuelle qui, en plus, limite la marge de manœuvre du modélisateur. Rigoureusement, seuls les modèles de turbulence à moyenne conditionnelle, modélisant simultanément les champs moyens laminaire et turbulent, sont consistants avec le concept de facteur d'intermittence. Quelques exemples de ce type de modèles sont proposés par Byggstoyl et Kollman [33–35]. De surcroît, notons que l'expression mathématique pour l'équation de transport du facteur d'intermittence a été démontrée par Dopazo (1977) [64].
2. Le facteur d'intermittence est une quantité bornée entre  $[0, 1]$ , comme le montre clairement l'équation (A.4). Toute approche visant à autoriser  $\gamma > 1$  souffre d'une inconsistance conceptuelle. Celle-ci peut être tolérée que si dans l'effort de modélisation l'on admet qu'on ne cherche pas à reproduire un champ de facteur d'intermittence [64], mais plutôt à établir un coefficient de pondération empirique d'activation d'un modèle de turbulence [25]. Dans ce cas, il faudrait plutôt parler de *fonction de transition* et éviter l'emploi du symbole  $\gamma$ . Ce détail semble très important à l'auteur de cette thèse, car il est fondamental de faire une distinction claire entre les quantités qui représentent des champs physiques, et qui sont donc mesurables et censés être comparables à des données expérimentales (telles que  $k$ ,  $\tilde{u}_i$ ,  $\varepsilon$ ,  $\gamma \dots$ ) de celles qui sont des approximations introduites par les modélisateurs (telles que  $\mu_t$ ,  $f^{\text{tr}}$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_d \dots$ ) qui dépendent du contexte de modélisation et des approximations effectuées, et qui ne correspondent pas directement aux quantités physiques mesurables auxquelles on peut les comparer.
3. En plus des considérations exposées dans les deux points précédents, l'auteur de cette thèse estime que le facteur d'intermittence  $\gamma$  n'est pas une quantité utile dans le sens de la modélisation, *per se*. La raison est le facteur d'intermittence  $\gamma$  est défini par la fonction –binaire– d'intermittence  $I(t)$ , selon l'équation (A.1). Pour déterminer  $I(t)$ , il est indispensable d'y associer un *seuil* –telle une fréquence de filtrage– qui détermine quelle fluctuation est considérée laminaire  $u'_l$ , et quelle fluctuation est considérée turbulente,  $u'_t$ . Sans cette précision, le facteur d'intermittence n'a plus de sens, car il pourrait prendre n'importe quelle valeur en fonction de la valeur seuil choisie. Malheureusement, il n'y a pas de stratégie universelle pour le choix de ce seuil, et ceci est fréquemment pris *à posteriori*, une fois le signal fluctuant est analysé [10]. Toutefois, ce seuil peut changer d'un écoulement à un autre, car en fonction du phénomène physique d'intérêt, la fréquence la plus représentative peut être différente –une fréquence d'onde TS contre une fréquence d'onde KH, pour citer un exemple–. Cette approche confère un aspect arbitraire dans la signification de  $\gamma$ , en excluant toute intervention rigoureuse de cette dernière dans l'activation des modèles de turbulence, si elle

---

n'est pas accompagnée du seuil qui sert à la définir.

En résumé, l'auteur de cette thèse considère que l'analyse en moyenne conditionnelle est un outil intéressant pour l'analyse d'écoulements –tout comme la moyenne de phase [179]–, mais il présente de nombreux inconvénients d'ordre théorique et pratique pour son utilisation directe dans la modélisation, spécialement lorsqu'elle est combinée dans un cadre RANS. L'auteur de cette thèse souhaite mettre en garde le lecteur au sujet d'une confusion possible sur le sens communément attribué au facteur d'intermittence. De nombreux auteurs [47, 110, 112, 114, 126, 131, 137] utilisent une variable nommée intermittence,  $\gamma$ , dans leur modèles. Toutefois, cette grandeur ne représente pas le facteur d'intermittence défini précédemment au sens de la moyenne conditionnelle [34, 35, 64]. Par exemple, la variable  $\gamma$  du modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_l}$  [113] constitue une variable d'activation du modèle de turbulence  $k - \omega$  Menter SST [135] et non une pondération entre les champs conditionnels laminaires et turbulents que devrait représenter le facteur d'intermittence. En outre, l'amalgame entre l'intermittence mesurée expérimentalement et la région d'activation des modèles de turbulence RANS [60, 118, 119, 131, 139, 151] est, à l'avis de cet auteur, la raison principale des imprécisions obtenues par le passé dans la modélisation des bulbes de décollement laminaire. En revanche, une optique empirique dans laquelle on s'affranchit de toute contrainte liée au facteur d'intermittence [25] produit des résultats efficaces. Par ailleurs, les modèles dans lesquels la variable d'activation est construite sous une optique empirique, en cherchant à activer le modèle de turbulence de façon optimale [113, 137, 163], produisent également des bons résultats. Mais dans ce cas, la variable d'activation, même si elle est souvent notée  $\gamma$ , n'est pas censée reproduire rigoureusement le comportement du facteur d'intermittence [126].



## Annexe B

# Du lien entre le limiteur de shear stress et la diffusivité

Lors des travaux de cette thèse, le rôle fondamental du limiteur de shear stress (cf par exemple §9.3.1) est mis en relief. Il est important alors de rappeler la nécessité d'employer ce limiteur. Dans cette annexe nous effectuons quelques rappels fondamentaux sur le limiteur de shear stress, nous établissons un lien entre ce dernier et le comportement diffusif des modèles  $k - \omega$ , et enfin nous appliquons nos conclusions à un cas d'exemple concret qui modifie la diffusion d'un modèle  $k - \omega$ .

Comme l'indique Wilcox [209, p.127 et pp.280–282], l'emploi d'un limiteur de shear stress produit une amélioration substantielle de la précision des prévisions d'écoulements transsoniques et supersoniques. Wilcox note également [209, p.282] que le modèle  $k - \omega$  Menter SST [135] produit des bulbes de décollement plus longs que ceux observés expérimentalement pour Mach supérieur à 2, en suggérant que ce défaut est provoqué par la valeur  $C_{lim} = 1$  implicite dans le limiteur SST. Par ailleurs, Wilcox préconise une valeur légèrement inférieure :  $C_{lim} = 7/8$ .

Toutefois, l'intérêt d'utiliser un limiteur de shear stress ne concerne pas uniquement les écoulements présentant des ondes des chocs. Comme le signalent les travaux de Durbin [72] et de Moore and Moore [145], il est important d'associer un limiteur de shear stress à la relation constitutive de Boussinesq pour la prévision d'écoulements à faible Mach. Ceci est particulièrement important au voisinage des points d'arrêt, où la courbure très importante des lignes de courant favorise une *trop* forte production de la turbulence. Des effets similaires sont signalés par Kato et Launder [100], mais au lieu de suggérer l'emploi d'un limiteur de shear stress, ils proposent plutôt de reformuler le terme de production de  $k$  pour le rendre moins dépendant de  $S_{ij}$  en faveur de  $\Omega_{ij}$ , afin d'éviter l'anomalie.

Menter [134, 135] suggère que l'emploi du limiteur de shear stress se justifie par l'hypothèse de Bradshaw, de sorte que la tension de Reynolds principale est proportionnelle à l'énergie cinétique de la turbulence. En effet, dans les couches limites on observe expérimentalement et numériquement

(DNS) l'inégalité suivante :

$$-\overline{u'v'} \leq a_1 k, \quad (\text{B.1})$$

où  $a_1 = 0.3$  est la constante de Bradshaw. Menter [134, 135] suggère que les modèles  $k - \omega$  Boussinesq ne garantissent pas cette inégalité dans la région de sillage de la couche limite, ce qui peut nuire à la précision des prévisions des couches limites turbulentes soumises à des gradients adverses de pression, qui présentent une ample région de sillage [134, 135]. Par conséquent, afin de rendre cohérentes les relations de Bradshaw et de Boussinesq entre elles, Menter établit l'inégalité que doit vérifier la dissipation spécifique de la turbulence,  $\omega$  :

$$\left. \begin{array}{l} -\overline{u'v'} \leq a_1 k \quad (\text{Bradshaw}) \\ -\overline{u'v'} \sim v_t \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{Boussinesq}) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \omega \geq \frac{1}{a_1} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{B.2})$$

Afin de vérifier la condition entre les relations de Bradshaw et de Boussinesq (B.2), Menter [134, 135] propose l'utilisation d'un limiteur explicite sur la quantité  $\omega^{(\text{eff})}$  –pour *effective*– dans la définition de la viscosité turbulente :

$$v_t = \frac{k}{\omega^{(\text{eff})}} = \frac{k}{\max\left(\omega, \frac{1}{a_1} \frac{\partial u}{\partial y}\right)} \quad (\text{B.3})$$

Cette solution implique des conséquences négatives sur la précision de la prévision des tensions de Reynolds dans la région transitionnelle, comme soulignée dans cette thèse (§5.2).

Il est légitime de se demander s'il n'existe pas un moyen alternatif de vérifier la condition (B.2), idéalement moins abrupt que l'usage d'un limiteur explicite, qui permettrait de vérifier (B.2) sans dégrader la précision de la prévision des tensions de Reynolds dans la région transitionnelle.

## B.1 Construction du modèle Aware

Pour établir ce moyen alternatif –à l'usage d'un limiteur– permettant de vérifier la condition (B.2), nous partons du comportement diffusif asymptotique à la frontière turbulente/non-turbulente des modèles  $k - \omega$  [209, p.391]. La justification de ceci est que nous cherchons à vérifier (B.2) dans la région de sillage et cette région est grandement influencée par le comportement diffusif des modèles, dont leur comportement mathématique asymptotique est une bonne approximation. En conséquence,

on part du comportement asymptotique diffusif de  $k - \omega$  lorsque  $y \rightarrow \delta$  [209, p.391] :

$$u - u_e \sim \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^{\frac{\sigma_\omega \sigma_k}{\sigma_\omega - \sigma_k + \sigma_d}} \quad (\text{B.4a})$$

$$k \sim \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^{\frac{\sigma_\omega}{\sigma_\omega - \sigma_k + \sigma_d}} \quad (\text{B.4b})$$

$$\omega \sim \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^{\frac{\sigma_k - \sigma_d}{\sigma_\omega - \sigma_k + \sigma_d}} \quad (\text{B.4c})$$

Ainsi, nous remarquons que pour vérifier (B.2), le modèle pourrait naturellement le faire via son comportement diffusif, si l'on garantissait que  $\omega \rightarrow 0$  plus *lentement* que  $\partial u / \partial y \rightarrow 0$  lorsque  $y \rightarrow \delta$ . Cette condition est obtenue facilement en dérivant deux fois (B.4a) et une fois (B.4c), de sorte que :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \leq \frac{\partial \omega}{\partial y} \Leftrightarrow \boxed{\sigma_k > 1} \quad (\text{B.5})$$

Nous avons obtenu la condition nécessaire et suffisante que l'on cherchait, à savoir  $\sigma_k > 1$ . On peut remarquer que cette condition est la même que celle déduite par Hellsten et Bézard [89] afin de garantir des raccords non-abrupts des profils de couche limite lorsque  $y \rightarrow \delta$  pour les modèles  $k - \omega$  EARSM.

En suivant ce raisonnement, afin de remplacer le limiteur de shear stress, il faudrait un modèle de turbulence tel que  $\sigma_k > 1$ . Ceci conduit essentiellement à la construction d'un nouveau modèle de turbulence, car les valeurs des coefficients de diffusivité influencent grandement la précision des prévisions des modèles de turbulence. En conséquence, à des fins exploratoires et de compréhension, nous suivons l'exercice jusqu'au bout, en faisant appel à la vérification d'un certain nombre de contraintes nécessaires à la construction d'un modèle de turbulence  $k - \omega$ .

On utilise les mêmes valeurs de  $\beta_k$ ,  $\alpha_\omega$  et  $\beta_\omega$  que le modèle de Wilcox (2006) [209]. En revanche, nous redéfinissons les coefficients de diffusivité sachant que :

1. Nous souhaitons une faible dépendance des prévisions aux valeurs de  $k_\infty$  et de  $\omega_\infty$ , ce qui signifie [26] :

$$\sigma_k - \sigma_d < \sigma_\omega \quad (\text{B.6})$$

2. Nous souhaitons un raccord doux<sup>1</sup> des profils de vitesse pour  $y \rightarrow \delta$ , ce qui signifie :

$$\begin{aligned} \sigma_k - \sigma_d &< \sigma_\omega (1 - \sigma_k) \\ \sigma_k &> \sigma_d \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

3. Nous souhaitons nous affranchir de l'emploi de *blending functions* –et de la dépendance à la distance à la paroi– tout en garantissant un bon comportement du modèle dans la région

---

1. i.e. possédant des dérivées continues

proche paroi [207]. Nous prenons alors la valeur  $\sigma_\omega = 0.5$  comme le modèle de Wilcox (2006) [207] et de Kok [104].

Pour vérifier l'ensemble de ces conditions, (plus  $\sigma_k > 1$ ), tout en limitant la dégradation de la précision de la prévision de la diffusion des couches cisailés libres [209, p.153] –due à une trop faible diffusivité du modèle–, nous n'avons d'autre choix que de nous placer à la limite de la réalisabilité [26] :

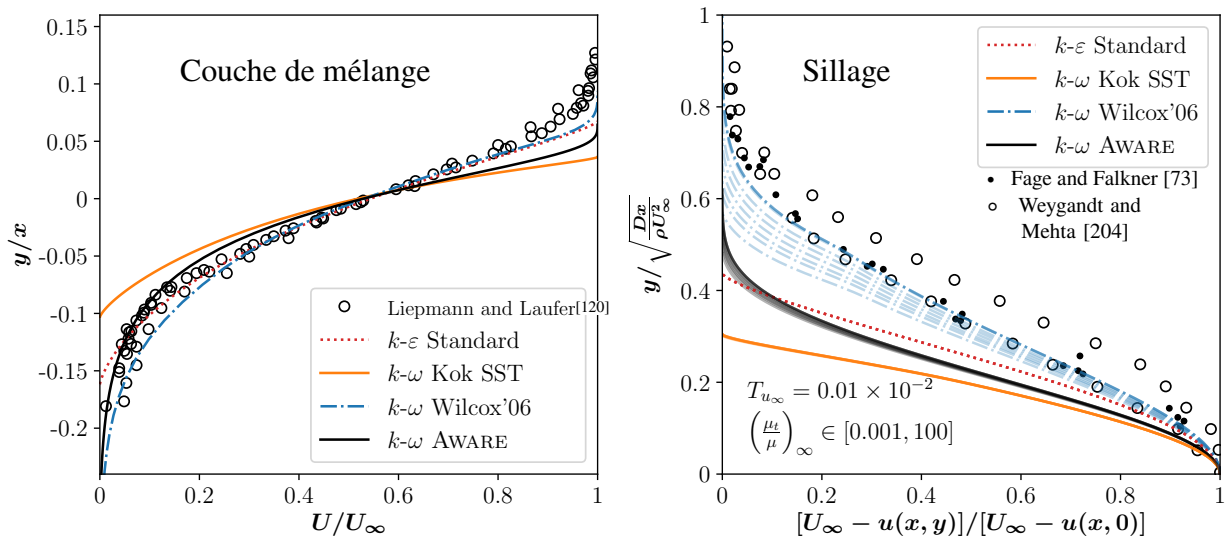
$$\sigma_k = 1.01, \quad \sigma_d = 0.53, \quad \sigma_\omega = 0.5 \quad (\text{B.8})$$

Dans ce qui suit, l'ensemble des coefficients (B.8) sont appelés AWARE, pour Analytic Wake-Region –car le choix a été fait de privilégier le comportement analytique du modèle dans la région de sillage, en ligne avec les modèles de Wilcox (2006) ou  $k-kL$  [28]–.

Dans le paragraphe suivant nous évaluons le comportement de  $k-\omega$  Aware dans la prévision de quelques écoulements canoniques.

## B.2 Comportement du modèle Aware

Nous montrons comment se compare le modèle  $k-\omega$  Aware à d'autres modèles existants, pour la prévision de quelques écoulements canoniques.



**FIGURE B.1** – Prévisions des profils auto-similaires de couche de mélange (à gauche) et de sillage (à droite) issus de plusieurs modèles de turbulence RANS, contre des mesures expérimentales.

Sur la figure B.1 nous présentons les prévisions pour les profils auto-similaires de couche de mélange et de sillage. Ces calculs ont été effectués avec les codes MIXER et WAKE fournis par D. C. Wilcox [209]. Le modèle Aware a été implémenté et testé dans les codes mentionnés.

On observe (figure B.1 gauche) que les modèles  $k - \varepsilon$  et  $k - \omega$  Wilcox (2006) sont en très bon accord avec les mesures expérimentales. Toutefois, le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) présente des interfaces douces aux frontières de la couche de mélange, ce qui n'est pas le cas du modèle  $k - \varepsilon$ . Le modèle  $k - \omega$  de Kok (avec limiteur SST) est en moins bon accord avec les mesures expérimentales, car il présente une épaisseur de la couche de mélange nettement inférieure. De surcroît, le modèle  $k - \omega$  Kok présente des raccords abrupts aux frontières de la couche de mélange. Le modèle proposé dans cette annexe, le  $k - \omega$  Aware, présente un profil acceptable de la couche de mélange. De plus, le modèle  $k - \omega$  Aware présente des raccords doux aux bords de la couche de mélange, comme le modèle de Wilcox (2006).

Sur la figure B.1 droite nous présentons les prévisions des profils de sillage. Cette fois ci, les prévisions RANS sont présentées en fonction de la valeur de  $(\mu_t/\mu)_\infty$  employée. Le balayage de  $(\mu_t/\mu)_\infty$  est présenté avec des courbes de faible opacité (figure B.1 droite). Nous observons des effets similaires à la couche de mélange. Premièrement, le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) est celui qui présente le meilleur accord aux mesures expérimentales, car le reste des modèles présentent des profils pas assez épais. En revanche, il est mis en évidence que le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) est le plus sensible à la valeur de  $(\mu_t/\mu)_\infty$ . Les modèles le moins sensibles à  $(\mu_t/\mu)_\infty$  sont, sans surprises,  $k - \omega$  Kok et  $k - \varepsilon$ , mais ces deux modèles présentent une épaisseur trop faible du profil et des raccords abrupts à la frontière du sillage. En revanche, le modèle  $k - \omega$  Aware présente des raccords doux à la frontière de la couche de sillage –comme le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006)–, mais sous-estime toutefois l'épaisseur du sillage. En revanche, la sous-estimation de l'épaisseur prévue par Aware est moins importante que celle prévue par le modèle de Kok. De surcroît, le profil prévu par le modèle  $k - \omega$  Aware est très peu sensible aux valeurs de  $(\mu_t/\mu)_\infty$ .

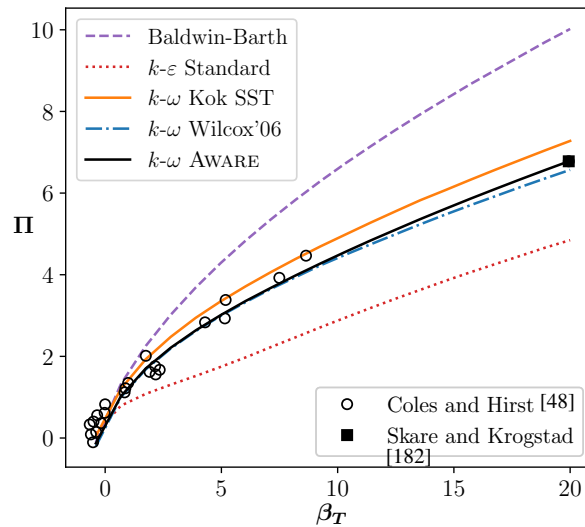
Sur la figure B.2 nous présentons l'évolution de l'intensité du sillage  $\Pi$  [209, §4.6.2] par rapport au paramètre d'équilibre de couche limite  $\beta_T$  [48], qui est une fonction du gradient adverse de pression, via :

$$\beta_T := \frac{\delta^*}{\tau_w} \frac{dP}{dx} \quad (\text{B.9})$$

Les calculs ont été effectués en employant le code DEFECT fourni par D. C. Wilcox [209], dans lequel le modèle  $k - \omega$  Aware a été implémenté.

La figure B.2 montre que seules les modèles de la famille  $k - \omega$  sont proches de l'ensemble des mesures –spécialement pour  $\beta_T \gtrsim 5$ , où les gradients adverses de pression sont très importants. Le modèle qui présente le meilleur accord dans toute la gamme de gradients adverses de pression est  $k - \omega$  Aware, ce qui laisse présager un bon comportement pour la prévision des couches limites turbulentes à proximité du décollement. Le modèle  $k - \omega$  Wilcox (2006) est aussi très proche des mesures expérimentales.





**FIGURE B.2** – Prévisions RANS de l’intensité du sillage,  $\Pi$  en fonction du paramètre d’équilibre de couche limite turbulente  $\beta_T$ , de plusieurs modèles de turbulence contre des mesures expérimentales.

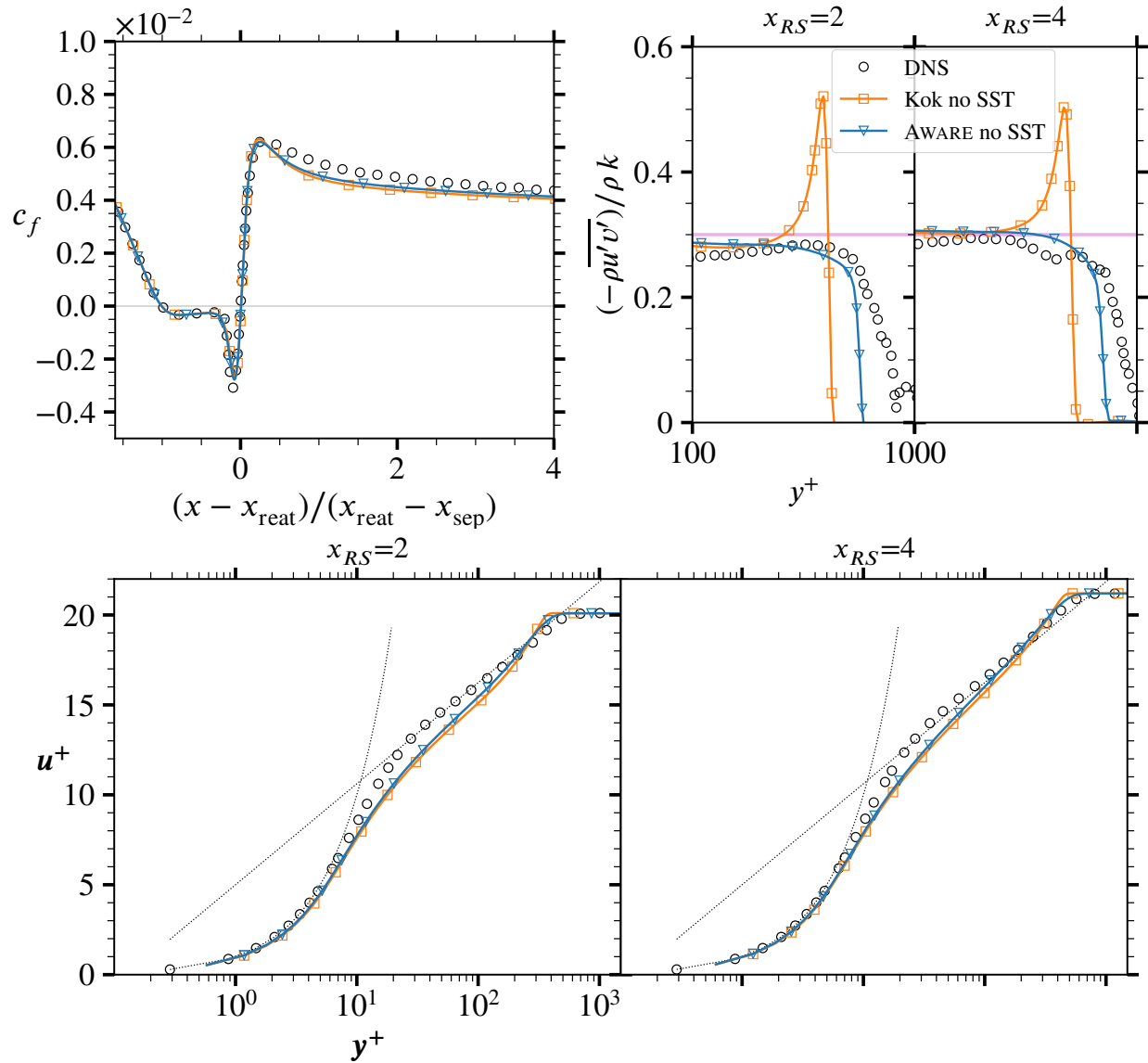
Cette analyse permet de brièvement évaluer comportement de base de  $k - \omega$  Aware. Puisque la question centrale de cette thèse porte sur la prévision d’écoulements transitionnels présentant des bulbes de décollement laminaire, dans le prochain paragraphe l’approche LSTT est appliquée au nouveau modèle  $k - \omega$  Aware.

### B.3 Approche LSTT appliquée au modèle Aware

Le modèle  $k - \omega$  Aware a été implémenté dans elsA [36], et les coefficients LSTT calibrés pour le nouveau modèle.

Sur la figure B.3 nous présentons les prévisions des modèles de Kok et Aware, sans l’utilisation du limiteur de shear stress. Comme on peut l’observer, les deux modèles produisent des prévisions très similaires. La principale différence réside dans la prévision de  $\overline{u'v'}/k$ , comme affiché dans la partie supérieure à droite de la figure B.3. En effet, le modèle  $k - \omega$  Kok produit une surestimation de la tension de Reynolds, s’éloignant significativement de la DNS. En revanche, le modèle Aware ne souffre pas de ce défaut et se trouve en meilleur accord avec la DNS. Cette figure confirme l’hypothèse de construction du modèle  $k - \omega$  Aware, à savoir, que *l’utilisation du limiteur de shear stress peut être remplacé par un comportement diffusif du modèle que lui fasse automatiquement vérifier la relation de Bradshaw*. Ceci est vérifié pour l’écoulement de référence d’intérêt de cette thèse.

L’intérêt principal de l’exercice effectué dans cette annexe est de montrer qu’il peut y avoir des alternatives à l’utilisation d’un limiteur de shear stress (SST) et donc à l’emploi d’une variable pariétale additionnelle  $C_{lim}$  permettant de le décaler spatialement. Cette annexe montre que la dite



**FIGURE B.3** – Prévissions RANS de l’écoulement de plaque plane de Laurent et al. [117] en utilisant les modèles RANS  $k - \omega$  Kok [104] avec activation LSTT et sans limiteur de shear stress, et le modèle  $k - \omega$  Aware qui n’emploie pas de limiteur de shear stress ; contre les données DNS de Laurent et al. [117].

alternative peut consister à modifier –local ou globalement– le comportement diffusif du modèle de turbulence. Cependant, nous concluons cette annexe en avertissant sur les dangers d’effectuer une telle modification, car la qualité des prévisions du modèle original pourraient se détériorer si les modifications ne sont pas correctement appréhendées. Une attention particulière devrait être portée également sur l’impact des modifications sur la prévision des écoulements transsoniques et supersoniques, qui sont très sensibles à l’emploi des limiteurs.



# Annexe C

## Corrections de la stabilité numérique du critère de Gleyzes

Cette annexe, issu d'un Rapport Technique ONERA <sup>1</sup>, a pour but d'évoquer des aspects techniques d'intérêt pour la simulation dans elsA de la transition par critères des bulbes de décollement laminaires. Des efforts ont été fournis afin d'identifier des points d'amélioration relatifs à la précision, et surtout, à la robustesse de la convergence des simulations. Ce document s'inscrit dans un contexte de retour d'expérience des travaux effectués à l'unité H2T, pour lesquels des difficultés techniques pouvant nuire la convergence des calculs ont été rencontrées. Le nombre de ces cas étant relativement important, et puisqu'ils sont issus de configurations très diverses et même de versions d'elsA parfois différentes, alors un seul cas d'exemple est retenu dans ce document afin d'illustrer quelques difficultés les plus contraignantes.

Le principal problème sur lequel nous mettons l'accent est lié à la formulation mathématique du critère de Gleyzes. Intrinsèquement, cela conduit à l'échec du calcul du point de transition dans les cas de bulbes à fort décollement ( $H_{\max} > 5$ ), comme il sera présenté dans le paragraphe §C.2.2.3.

D'autres problèmes d'origine numérique ont été identifiés qui nuisent à la convergence et la précision des simulations. D'une part, des discontinuités dans les valeurs de couche limite aux raccords entre zones de maillage faussent la prévision du point de transition (§C.2.2.1). D'autre part, une protection numérique dans l'application du critère conduit à un effet mémoire qui peut nuire la précision de la prévision du point de transition (§C.2.2.2).

Nous proposons au chapitre §C.3 une méthode corrective du critère de Gleyzes consistant à extrapoler les quantités de couche limite dans la région transitionnelle à l'aide de fonctions algébriques.

---

1. Rapport Technique elsA ONERA 1/26373 DAAA de Septembre 2018

## C.1 Présentation du cas d'étude

### C.1.1 Modèles physiques et paramètres numériques

Dans ce paragraphe nous présentons brièvement l'ensemble des modèles sélectionnés. Certaines des observations que nous ferons par la suite vont dépendre du choix des modèles. D'autres observations seront indépendantes, et enfin d'autres seront liées indirectement ou auront un impact modéré. En conséquence, nous nous efforcerons d'identifier au fur et à mesure chaque effet afin d'évoquer leur dépendance avec les modèles. Cet exercice se fera sur la base de l'expérience acquise sur d'autres cas non présentés ici. En effet, le but de ce document est d'illustrer simplement l'essentiel des effets observés et de leurs causes probables, et non d'entreprendre une analyse paramétrique exhaustive.

#### C.1.1.1 Modèle de turbulence

Le modèle de turbulence employé est  $k$ - $\omega$  Wilcox 2006 [207, 209]. En 2D, ce modèle a une implémentation identique au modèle de Kok [105], à l'exception des valeurs de certaines constantes du modèle. Le limiteur SST est décalé spatialement 4 longueurs de bulbes après le point de recollement dans la région transitionnelle. En pratique, dans ce cas de bulbe long cela est approximativement équivalent à désactiver la SST partout sauf dans le sillage derrière le profil (où d'ailleurs la SST n'est pas sensée avoir un impact important).

La production de  $k$  est basée sur le tenseur de déformation  $S_{ij}$ . On limite la production de  $k$  avec la clef elsA ('k\_prod\_limiter'=100).

Les conditions aux limites sur  $k$  et  $\omega$  sont telles que  $(\mu_t/\mu)_\infty = 0.01$ , et cette valeur est bien vérifiée à l'extérieur des couches limites turbulentes. Dans les zones laminaires, on a  $\mu_t/\mu = 0.001$ .

#### C.1.1.2 Modélisation de la transition

La transition est calculée en employant les critères de AHD-Gleyzes ('trans\_crit'='in\_ahd\_gl\_comp') et Roberts ('trans\_max\_bubble'='active'). Il faut noter que le critère de Roberts n'est pas utilisé en pratique, car sous les conditions de cet écoulement il prévoit un point de transition situé trop en aval (même en aval du bord de fuite). En revanche, pour des questions d'implémentation, il est activé afin de repérer et de stocker convenablement le point de séparation laminaire, qui sera utilisé par la suite pour activer convenablement le modèle de turbulence.

La fréquence de mise à jour de la fonction de transition<sup>2</sup> est égal à 1 (donc à chaque itération).

Plusieurs études préliminaires ont permis d'identifier un taux d'amplification critique  $N_{cr}$  acceptable entre 10 et 12, de sorte que le point de transition soit situé à  $x_{tr}/c = 0.54$ , d'après les réfé-

2. Nous employons le terme *fonction de transition*,  $f^tr$ , au lieu de l'*intermittence*,  $\gamma$ , notée classiquement dans elsA.

rences LES de Catalano & Tognaccini [38] et Galbraith & Visbal [77]. Pour cet exemple, la valeur  $N_{cr} = 10.7$  est retenue.

On note le *point de transition* dans le bulbe comme la coordonnée selon la direction principale de l'écoulement où la valeur de  $Re_\theta$  commence à augmenter de manière abrupte. Dans l'optique RANS, un ensemble significatif de cas précédents indiquent que ce point est localisé systématiquement à l'endroit où le modèle de turbulence est activé, et ce même dans le cas où les bulbes présentent une forte recirculation. Par conséquent, nous employons ('trans\_shift'=1.0).

L'activation du modèle de turbulence n'est pas effectuée sur la viscosité turbulente,  $\mu_t^{\text{eff}} = f^{tr} \mu_t$ , mais sur les termes de production d'énergie cinétique de la turbulence  $\mathcal{P}_k^{\text{eff}} = f^{tr} \mathcal{P}_k$  et de sa dissipation spécifique,  $\mathcal{P}_\omega^{\text{eff}} = \min(f^{tr}, 1) \mathcal{P}_\omega$ .

La fonction de transition,  $f^{tr}$ , est modélisée en utilisant des polynômes cubiques tangents et en produisant un boost,  $f^{tr} > 1$ , dans la région transitionnelle, qui sert à modéliser la forte production de la tension principale de Reynolds dans la couche de cisaillement.

Pour le critère de Gleyzes, les valeurs du paramètre de forme  $H = \delta^*/\theta$  sont calculés directement à l'aide des données de couche limite, et non avec les corrélations d'approximation en fonction du paramètre de Pohlhausen.

### C.1.1.3 Paramètres numériques

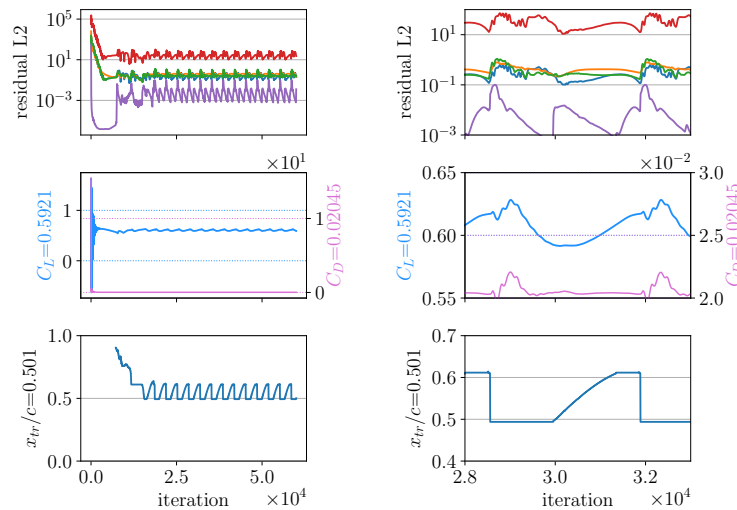
Le schéma utilisé est AUSM+ MILES [121, 130]. La solution stationnaire est recherchée en utilisant un pseudo pas de temps local avec un CFL local imposé de 20 à 30.

Les quantités de couche limite, nécessaires pour les critères, sont calculées au second ordre. Les valeurs de seuil pour le calcul de la frontière de couche limite  $\delta$  sont raffinées afin d'assurer une position de  $\delta$  dans la zone asymptotique, qui correspond approximativement au maximum de vitesse tangentielle selon la coordonnée orthogonale à la paroi.

## C.2 Identification des problèmes de convergence

Une simulation est lancée à partir d'une initialisation uniforme (cold start). Le calcul transitionnel commence à partir de l'itération numéro 100.

Sur la figure C.1, nous présentons l'évolution des paramètres globaux de la simulation. Nous pouvons observer qu'à partir de l'itération 7500 environ, les résidus cessent de diminuer. À partir de l'itération 7500, nous observons l'installation d'un régime oscillatoire. En effet, les efforts  $C_L$  et  $C_D$  présentent des oscillations avec la même période caractéristique que celle des résidus. Ces oscillations sont provoquées par des oscillations de la position du point de transition, comme on peut le voir sur la courbe du bas de la figure C.1. En effet, si l'on arrête la mise à jour de la fonction de tran-



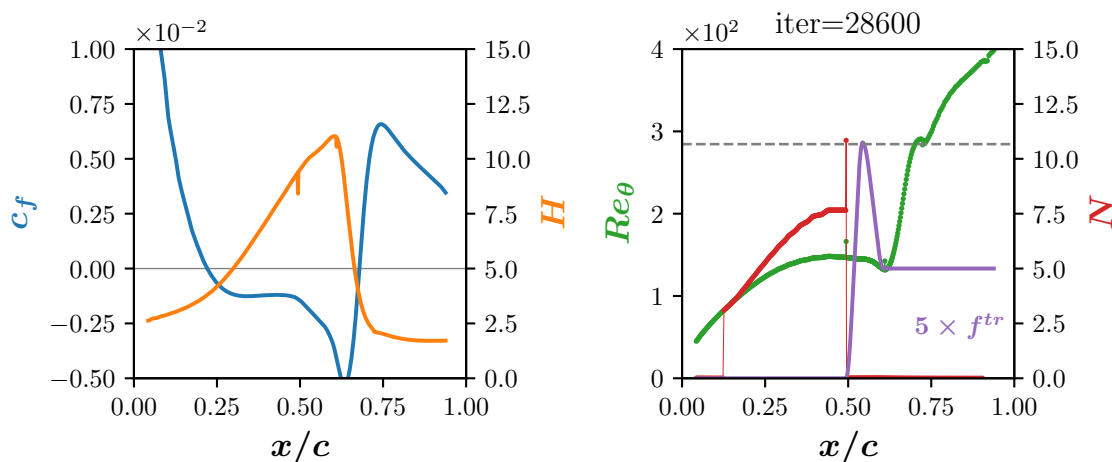
**FIGURE C.1** – Paramètres globaux du calcul avec la version *standard* du critère de Gleyzes. En haut, valeurs des résidus. Au milieu, efforts intégrés  $C_L$  en bleu et  $C_D$  en rose. En bas, position du point de transition prévue par Gleyzes. À gauche, valeurs sur l’ensemble des itérations ; à droite, zoom sur l’intervalle des valeurs.

sition à une itération supérieure à 7500 (résultats non présentés ici), les résidus baissent plusieurs ordres de grandeur, et les oscillations sur les efforts disparaissent.

Des tests préliminaires semblent indiquer que cet état oscillatoire est indépendant du modèle de turbulence choisi, ainsi que de la fonction de transition utilisée.

Une augmentation de la valeur de *freqcomprans* ne suffit pas à enlever le régime oscillatoire (de valeurs allant de 1 jusqu’à quelques centaines ont été essayées sans succès). L’impact du *freqcomprans* se traduit seulement au niveau de la période d’oscillation du point de transition. Une augmentation de *freqcomprans* fait augmenter la période d’oscillation. Pour des valeurs très élevées de *freqcomprans*, entre deux mises à jour de la fonction de transition, les résidus peuvent descendre notablement : un état de pseudo-transition imposée étant atteint. Mais lorsque la fonction de transition est remise à jour, les résidus augmentent à nouveau.

Revenons sur la figure C.1 à droite, afin d’analyser le comportement de la simulation lors d’un cycle d’oscillation numérique. On se place donc entre l’itération 28600 et l’itération 32000 environ. Il est possible d’identifier deux comportements différents dans ce cycle. Le premier est compris entre l’itération 28600 et la 30000. Il est caractérisé par un “plateau” au niveau de la valeur calculée par Gleyzes du point de transition, estimé à  $x/c \sim 0.49$ . Nous allons dénommer ce sous-intervalle le “*blocage*”. Nous identifions un deuxième sous-intervalle, entre l’itération 30000 et la 32000, où il se produit un déplacement progressif vers l’aval du point de transition, avant de stagner légèrement à  $x/c \sim 0.61$  et de recommencer un nouveau cycle. Notons ce deuxième sous-intervalle le “*décalage*”. Dans les prochains paragraphes nous illustrons un peu plus en profondeur les phases de *blocage* et de *décalage*.



**FIGURE C.2** – Grandeurs de couche limite à l’itération 28600, au début de la phase de blocage. Sur la figure de droite, en mauve, on superpose le tracé de la fonction de transition  $f^{tr}$ . Toujours sur la figure de droite, on superpose en tracé discontinu gris la valeur du taux d’amplification critique ( $N_{cr} = 10.7$ )

### C.2.1 Phase de blocage

Plaçons-nous au début du cycle d’oscillation, dans la phase de *blocage*, à l’itération numéro 28600. Les grandeurs de couche limite ainsi que le taux d’amplification total  $N$  sont représentés sur la figure C.2. En observant les courbes de coefficient de frottement  $c_f$  et du paramètre de forme “exact”  $H = \delta^*/\theta$  nous pouvons constater qu’un bulbe est formé, et même si la simulation n’est pas encore convergée, les dimensions du bulbe ne sont pas très éloignées de la référence LES de Catalano [38] et Galbraith [77].

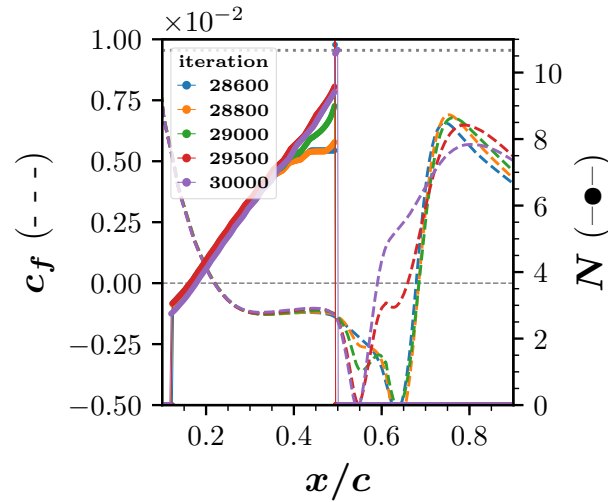
Dans la courbe de  $H$ , on observe deux discontinuités inattendues vers  $x/c = 0.49$  et  $x/c = 0.61$ . Aux mêmes endroits, on retrouve également des discontinuités sur la courbe de  $Re_\theta$ . Ces points correspondent aux interfaces entre les zones du maillage (cf figure 9.1).

Le point de transition est estimé à l’endroit où  $N \geq N_{cr}$ . Sur la figure C.2, on observe qu’à l’itération 28600 ce point se trouve à  $x_{tr}/c = 0.5$ . En revanche, l’allure de la courbe  $N(x/c)$  présente deux effets inattendus. D’une part, à partir de  $x/c \sim 0.3$  les valeurs de  $N$  tendent à stagner. Cet effet sera analysé plus en profondeur dans le paragraphe C.2.2. D’autre part, la valeur de  $N$  à  $x/c \sim 0.5$  croit subitement et dépasse même la valeur du  $N_{cr} = 10.7$ . Cette discontinuité prononcée sur l’évolution de  $N$  avec dépassement de la valeur critique explique la prévision du point de transition situé à  $x/c = 0.5$ .

Rappelons que la valeur de  $N$  est issue d’une intégration d’une fonction  $B(H)$  par rapport à  $Re_\theta$ , donc  $N$  est fonction de  $H$  et de  $Re_\theta$  :

$$N = N_{sw} + \int_{Re_{\theta sw}}^{Re_\theta} B(H) dRe_\theta \quad (C.1)$$





**FIGURE C.3** – Évolution du coefficient de frottement  $c_f$  (trait discontinu) et du taux d'amplification total  $N$  (cercles avec trait fin continu) sur plusieurs itérations pendant la phase de blocage.

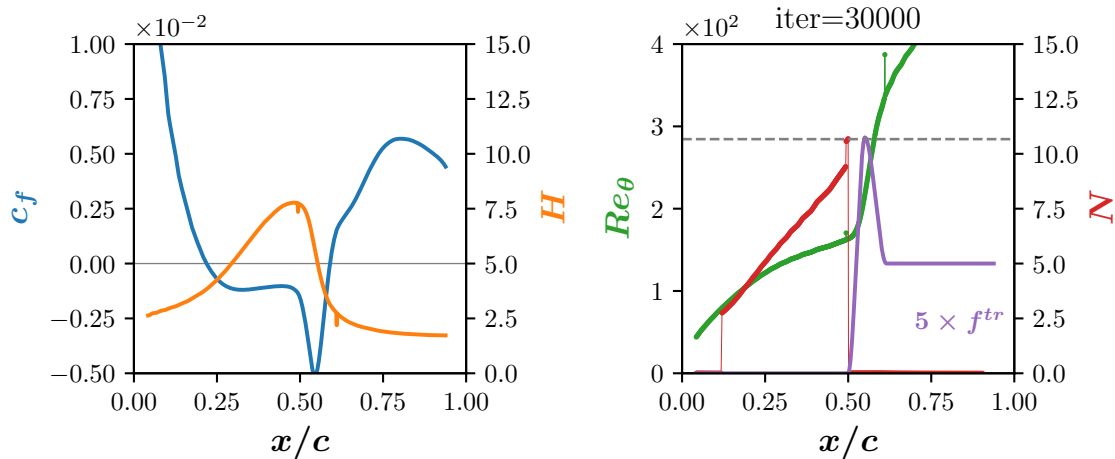
Or on a identifié des discontinuités dans les valeurs de  $H$  et de  $Re_\theta$  aux raccords entre zones, donc cette discontinuité est retransmise sur l'évolution de  $N$  de manière très importante, et cela se traduit en une fausse prévision du point de transition à l'endroit où la discontinuité apparaît, dans notre cas à  $x/c = 0.5$ .

Sur la figure C.3 on observe l'évolution de la simulation pendant la phase de blocage. À cause de la discontinuité des raccords entre zones, la croissance abrupte de  $N$  à  $x/c = 0.5$  a toujours lieu en dépassant le  $N_{cr}$ . En résultat, le point de transition pendant toute cette phase est situé à  $x/c = 0.5$ , ce qui fait que pendant cette courte phase une nouvelle topologie de bulbe est en train d'être construite. Précisément, comme on le verra dans le paragraphe C.2.2, dans l'état précédant (phase de décalage) le point de transition était situé plus en aval. Alors, pendant la phase de blocage, un *nouveau bulbe* a tendance à être construit avec un point de recollement situé plus en amont, puisque le point de transition est situé plus en amont.

À l'itération numéro 30000, on observe que, malgré la discontinuité sur  $N$  toujours présente, la valeur atteinte par  $N$  lors de la discontinuité est légèrement inférieure. Cette itération marque le début de la phase de décalage.

### C.2.2 Phase de décalage

La figure C.4 présente les quantités de couche limite à l'itération 30000, qui marque la fin de la phase de blocage et le début de la phase de décalage. Nous pouvons observer que les discontinuités de  $H$  et de  $Re_\theta$  sont toujours présentes aux raccords entre zones, et cette discontinuité est toujours traduite au niveau de l'évolution de  $N$ .



**FIGURE C.4** – Grandeurs de couche limite à l’itération 30000, au début de la phase de blocage. Sur la figure de droite, en mauve, on superpose le tracé de la fonction de transition  $f^{tr}$ . Toujours sur la figure de droite, on superpose en tracé discontinu gris la valeur du taux d’amplification critique ( $N_{cr} = 10.7$ )

Regardons l’évolution de  $c_f$ ,  $N$  et  $Re_\theta$  pendant la phase de décalage sur la figure C.5. Plusieurs effets inattendus ont lieu simultanément :

1. La discontinuité de  $N$  au raccord des zones situé à  $x/c = 0.5$  est systématiquement présente.
2. Juste après le raccord de  $x/c = 0.5$ , il se produit un décalage significatif de la valeur de  $N$ , comme un effet de mémoire par rapport à la discontinuité.
3. À mesure que les itérations progressent, l’allure de  $N$  avant et après la discontinuité présente une pente de plus en plus faible, jusqu’à atteindre une valeur nulle.
4. La valeur du point de transition est décalée progressivement vers l’aval.
5. L’ampleur de la discontinuité de  $N$  est de plus en plus prononcée au fur et à mesure que les itérations avancent.

Enfin, à l’itération 32000, la valeur de l’ampleur de la discontinuité de  $N$  a augmentée tellement qu’elle dépasse même  $N_{cr}$  à l’endroit de la discontinuité, ce qui marque la fin de la phase de décalage et donnera lieu à un nouveau cycle en recommençant une nouvelle phase de blocage. Ce cycle est auto-entretenu ce qui explique le défaut de convergence identifié sur la figure C.1. Dans ce qui suit, nous allons analyser chaque observation effectuée dans le paragraphe précédent.

### C.2.2.1 Effet 1 : discontinuité au raccord

Cette observation est causée par le raccord entre zones. L’origine de ce défaut dans le code d’elsA, présent également dans la phase de blocage, n’a pas été identifié.

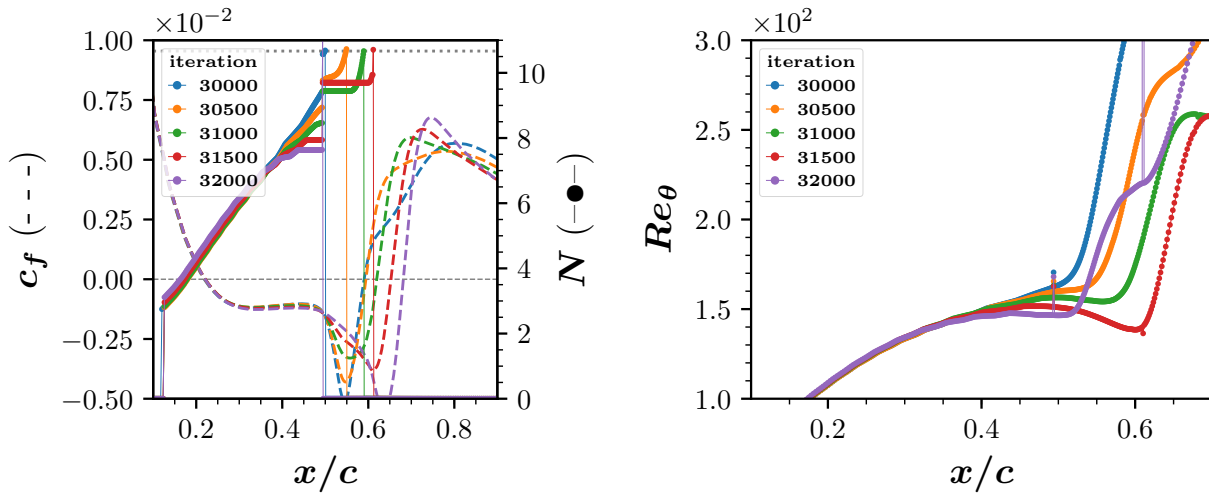


FIGURE C.5 – À gauche, évolution du coefficient de frottement  $c_f$  (trait discontinu) et du taux d’amplification total  $N$  (cercles avec trait fin continu) sur plusieurs itérations pendant la phase de décalage. À droite, le  $Re_\theta$  correspondant.

### C.2.2.2 Effet 2 : mémoire

Cet effet est relatif à la “*mémoire*” apparente de l’évolution de  $N$  par rapport à la discontinuité, est lié à la procédure numérique pour le calcul de l’intégrale de Gleyzes, équation (6.8). Cette intégrale est calculée en employant une méthode de trapèzes avec une protection contre des contributions négatives à l’intégrale, de sorte que la valeur de  $N$  ne peut que croître. Cette protection est implémentée en évaluant les valeurs des deux points de  $Re_\theta$  sur le stencil d’intégration. En approchant  $dRe_\theta \approx \Delta Re_\theta = Re_\theta^{\text{loc}} - Re_\theta^{\text{prev}}$ , si  $Re_\theta$  décroît ( $Re_\theta^{\text{loc}} < Re_\theta^{\text{prev}}$ ), alors la dernière valeur de  $N$  est maintenue. Cela est clairement illustré sur la figure C.5, où l’on observe que les plateaux de  $N$  se produisent aux endroits où la pente de  $Re_\theta$  est négative.

Cette protection contre les contributions négatives a un effet collatéral non souhaitable : la discontinuité de  $Re_\theta$  au raccord produit une croissance de  $N$ , mais elle ne produit pas la décroissance correspondante juste après la discontinuité, ce qui provoque un déplacement de l’évolution de  $N$ .

### C.2.2.3 Effets 3 et 4 : Stagnation de $N$ et déplacement de $x_{tr}$

L’effet 3 est la tendance de  $N$  à stagner vers une valeur constante lorsque la pente de  $Re_\theta$  devient petite. En effet, on observe que pour les itérations supérieures à 30000 les valeurs de  $Re_\theta$  dans le bulbe tendent vers un plateau dans la région laminaire. Notons que les bulbes présentent généralement une évolution à peu près constante de  $\theta$  dans la région laminaire. Ceci a même été observé expérimentalement.

talement [78]. Pourtant, la formulation de l'intégrale de Gleyzes de l'équation (6.8) montre que :

$$\lim_{dRe_\theta \rightarrow 0} N(H, Re_\theta) = \text{cte} \quad (\text{C.2})$$

Lorsque la pente de  $Re_\theta$  devient négative, du fait de la protection aux contributions négatives de l'intégrale, nous avons en pratique  $dRe_\theta = 0$ , ce qui produit l'arrêt total de la croissance de  $N$ , et ce pour n'importe quelle valeur de  $\mathcal{B}(H)$ .

Grâce à l'expérience de différents cas de simulation de bulbes, nous avons effectué le constat suivant. Lorsqu'on effectue un calcul de bulbe jusqu'à convergence (par exemple, à point de transition imposé), l'établissement du bulbe au fur et à mesure que les itérations avancent provoque une diminution de la pente de  $Re_\theta$  entre le point de séparation laminaire et le point de transition, suivie d'une augmentation abrupte du  $Re_\theta$  juste après le point de transition. Cependant, dans la formulation du critère de Gleyzes, une diminution de la pente de  $Re_\theta$  se traduit par un arrêt de  $N \rightarrow \text{cte}$  via  $dRe_\theta \rightarrow 0^+$ , ce qui provoque un décalage du point de transition  $x_{tr}$  vers l'aval (effet 4). Le décalage vers l'aval du point de transition produit une diminution encore plus importante de la pente de  $Re_\theta$ , ce qui déplace à nouveau vers l'aval le point de transition, en amplifiant le phénomène.

Nous supposons que ce mécanisme est le principal responsable de l'instabilité numérique qui empêche la convergence du calcul. L'apparition de cette instabilité (effets 3 et 4) est alors attendue dans les bulbes où  $Re_\theta$  présente effectivement un plateau dans la partie laminaire. Ce n'est pas le cas de tous les bulbes (cf par exemple le bulbe de Alferez et al. [3]). Malheureusement, dans un cadre prédictif nous ne disposons généralement pas de cette information, ce qui peut conduire potentiellement à des nuisances de convergence.

Des tests préliminaires ont été effectués qui préconisent que cet effet n'est pas lié au choix du  $N_{cr}$ , sauf pour les bulbes de très faible recirculation où typiquement  $N_{cr}$  est assez faible.

D'un point de vue physique, nous trouvons qu'une diminution de la pente de  $N$ , voire son arrêt complet, n'a pas un sens clair dans le bulbe. A priori, on s'attendrait à ce que les perturbations pré-transitionnelles qui surgissent dans la couche limite laminaire soient particulièrement amplifiées dans la région décollée, du fait du rôle déstabilisateur très prononcé de Kelvin-Helmholtz. En résultat, on s'attendrait à voir une claire augmentation de  $N$  dans le bulbe. Au contraire, un arrêt de la croissance de  $N$  voudrait dire qu'un mécanisme stabilisateur rentre en jeu, ce qui est paradoxal dans le contexte d'une couche limite décollée.

En admettant ces explications, cela voudrait dire que l'origine des effets 3 et 4 est une conséquence de la formulation du critère de Gleyzes via l'intégration par rapport à  $dRe_\theta$ , et que ces effets ne sont pas souhaités du point de vue physique.

#### C.2.2.4 Effet 5 : Amplification de la discontinuité

L'effet 5 consiste en l'amplification de la discontinuité de  $N$  au niveau des raccords entre zones au fur et à mesure que les itérations avancent. Cette amplification est liée à l'amplification du niveau

de discontinuité de  $Re_\theta$  et de  $H$  au raccord, dont l'origine est inconnu. Le dépassement de la valeur de  $N_{cr}$  de la valeur de la discontinuité de  $N$  produit un changement abrupt de la position du  $x_{tr}$  en mettant fin à la phase de décalage du point de transition vers l'aval.

L'effet 5, et donc le début la phase de blocage correspondante lorsque  $N > N_{cr}$ , surgit au travers de la discontinuité aux raccords. S'il n'y avait pas de raccords, les discontinuités sur  $H$  et  $Re_\theta$  n'existeraient pas, et il n'y aurait pas de discontinuité non plus dans la croissance de  $N$ . Dans ce cas, l'effet 5 serait mitigé, et la phase de blocage probablement n'aurait pas eu lieu. Alors, la phase de décalage se poursuivrait plus loin, vraisemblablement jusqu'à l'endroit de turbulence imposée ( $how=1$ ) ou la vérification d'un autre critère de transition. Cela ne veut pas forcément dire qu'un état oscillatoire similaire à celui montré sur la figure C.1 ne s'installera pas.

### C.3 Proposition d'amélioration

Dans cette section nous présentons une possible voie d'amélioration qui peut servir à favoriser la convergence de la simulation lors de l'utilisation du critère de Gleyzes. La méthode proposée est une aide à la convergence.

Afin de corriger l'ensemble des effets nuisibles à la convergence, la méthode correctrice devrait répondre à ces critères :

1. Limiter l'impact de la présence des discontinuités des quantités de couche limite au niveau des raccords.
2. S'affranchir du défaut d'arrêt de la croissance de  $N$  lorsque la pente de  $Re_\theta$  devient petite, voir négative.
3. Réduire la sensibilité de l'évolution de  $N$  par rapport aux valeurs de couche limite se trouvant très proches du point de transition.

Les points 1 et 2 découlent des effets observés dans la section précédente. En revanche, le point 3 évoque un sujet qui n'a pas été abordé jusqu'à présent dans ce document. Nous avons observé dans le paragraphe C.2.2.3 que l'effet d'arrêt de croissance de  $N$  produit un décalage vers l'aval de  $x_{tr}$ . Cette sensibilité aussi prononcée de la position du point de transition par rapport à la pente de  $N$  est probablement liée au fait que la valeur de  $N$  à proximité du point de transition est dépendante des valeurs de couche limite à proximité de  $x_{tr}$ . Compte tenu de la recirculation du fluide dans le bulbe, le calcul de la position de transition est un problème fortement couplé avec la topologie de l'écoulement en amont et en aval du point de transition. En résultat, on constate que la prévision de  $x_{tr}$  est sensible à  $H(x_{tr})$  et à  $Re_\theta(x_{tr})$ , mais inversement la position de  $x_{tr}$  modifie les valeurs de  $H$  et de  $Re_\theta$  en aval et en amont de  $x_{tr}$ . En conséquence, on préconise un comportement potentiellement instable de la solution à proximité de  $x_{tr}$ . Pour y remédier, une possibilité serait de réduire la sensibilité de la prévision de  $x_{tr}$  aux données de couche limite situées à proximité de  $x_{tr}$ . Cette idée est exploitée dans d'autres méthodes de prévision de la transition par bulbe, comme la méthode d'enveloppe approchées de [212], ou encore le critère de Roberts [160]. Ce critère se base sur des données de couche limite situées au point de séparation laminaire afin de calculer  $x_{tr}$ . Les

données de couche limite au point de séparation sont moins sensibles à la position de  $x_{tr}$  que les données de couche limite situées sur  $x_{tr}$ . Nous préconisons que cela a pour effet de rendre le critère de Roberts plus stable que le critère de Gleyzes dans l'implémentation actuelle. Dans cette optique, dans les paragraphes qui suivent nous allons présenter une *méthode algébrique* qui prend en compte ces observations afin d'améliorer la convergence du critère de Gleyzes.

### C.3.1 Présentation de la méthode algébrique

L'idée principale de la méthode est la suivante. Au lieu d'utiliser toutes les valeurs de couche limite selon l'abscisse curviligne du bulbe,  $H(x)$  et  $Re_\theta(x)$ , nous ne considérons que leurs valeurs sur quelques points de contrôle  $x^{P_i}$  de l'abscisse, et l'on approxime le reste des valeurs avec des fonctions mathématiques,  $\phi$  et  $\psi$ , dont leur propriétés vérifient des conditions favorables pour l'intégrale de Gleyzes (6.8) :

$$H(x) \approx \phi(x, H(x^{P_i})) \quad (\text{C.3})$$

$$Re_\theta(x) \approx \psi(x, Re_\theta(x^{P_i})) \quad (\text{C.4})$$

Concrètement, les conditions favorables à vérifier par  $\phi$  et  $\psi$  sont les suivantes :

1.  $\phi$  et  $\psi$  doivent approximer les valeurs exactes de  $H$  et  $Re_\theta$  respectivement, de façon suffisamment précise *uniquement* dans la région laminaire du bulbe.
2.  $\phi$  doit être monotonement croissante à proximité de  $x_{tr}$ .
3.  $\psi$  doit être monotonement croissante partout.
4.  $\phi$  et  $\psi$  doivent être facilement et rapidement calculables à partir des valeurs exactes de  $H$  et de  $Re_\theta$  sur les points de contrôle  $x^{P_i}$ .
5.  $\phi$  et  $\psi$  doivent être le moins sensibles possible au choix des points de contrôle  $x^{P_i}$ .

La condition 1 souligne le fait que l'approximation doit être bonne uniquement dans la région laminaire, et pas dans la région  $x \geq x_{tr}$ . Les conditions 1, 2 et 3 sont souhaitables afin de s'affranchir de l'influence artificiellement stabilisatrice de la région transitionnelle dans le calcul de  $N$ .

En effet, lorsque l'endroit du point de transition est estimé, la production de turbulence produite à partir de  $x_{tr}$  a un effet non seulement vers l'aval de celui-ci, mais aussi vers l'amont. Précisément, l'effet immédiat en aval  $x > x_{tr}$  est d'une augmentation abrupte de  $Re_\theta$  et une diminution abrupte de  $H$ . L'effet qui pose particulièrement problème c'est celui provoqué *vers l'amont*  $x < x_{tr}$  où il se produit une diminution des pentes de  $Re_\theta(x)$  et de  $H(x)$ . Cette diminution des pentes en amont de  $x_{tr}$  est interprété par Gleyzes comme une couche limite plus stable dans le sens de la stabilité linéaire des écoulements, et c'est ce qui explique l'effet décalage vers l'aval de  $x_{tr}$  discuté en §C.2.2.3. Sachant que les couches limites décollées présentent des profils de vitesse particulièrement instables, l'effet

de décalage vers l'aval de  $x_{lr}$  va à l'encontre de la physique. Par conséquent, les conditions 1, 2 et 3 servent à remédier ce problème, en ne considérant que la tendance évolutive hypothétiquement "laminaire" de  $H$  et de  $Re_\theta$  depuis le point de décollement laminaire.

Pour définir  $\phi$ , nous proposons l'utilisation d'une parabole construite à partir de trois points de contrôle  $x^{P_1}$ ,  $x^{P_2}$  et  $x^{P_3}$ . Ces trois points sont définis à partir de trois valeurs  $H^{P_i}$  imposés. Dans l'intervalle des valeurs  $\in [\min(H^{P_i}), \max(H^{P_i})]$ , on suppose que la fonction  $H(x)$  est bijective, de sorte que l'on peut trouver :

$$x^{P_1} = x(H = H^{P_1}) \quad (C.5a)$$

$$x^{P_2} = x(H = H^{P_2}) \quad (C.5b)$$

$$x^{P_3} = x(H = H^{P_3}) \quad (C.5c)$$

À partir de l'ensemble de valeurs  $(x^{P_i}, H^{P_i})$ , une parabole est construite. Notons qu'en générale  $H(x)$  n'est pas bijective dans  $\in [\min(H^{P_i}), \max(H^{P_i})]$ , mais la bijectivité est vérifiée localement à proximité du point de décollement laminaire. En effet, dans la région autour du point de décollement laminaire,  $H \approx 3.6$ , la courbe  $H(x)$  croît monotonement. Cela est suffisant pour pouvoir identifier les points (C.5).

Nous choisissons un set de valeurs  $H^{P_i}$  intentionnellement proches du point de décollement laminaire (C.6). De cette manière, non-seulement nous maximisons nos chances de trouver les points  $x^{P_i}$  (C.5), mais aussi nous diminuons la sensibilité de la prédiction aux valeurs de couche limite à proximité de  $x_{lr}$ , afin de répondre au souhait numéro 3 de la méthode.

$$H^{P_1} = 3 \quad (C.6a)$$

$$H^{P_2} = 4 \quad (C.6b)$$

$$H^{P_3} = 5 \quad (C.6c)$$

Ce choix des valeurs de  $H^{P_i}$  (C.6) n'est pas obligatoire (pourvu que les valeurs soient suffisamment proches du décollement  $H \approx 3.6$ ), et la qualité des approximations est peu sensible à ce choix. Malgré tout, on évoque quelques précautions. Supposons que l'on souhaite choisir un intervalle  $[\min(H^{P_i}), \max(H^{P_i})]$  plus petit, ceci peut avoir plusieurs effets :

- (-) Nuire la précision de l'approximation de  $H$  loin des points  $x^{P_i}$ .
- (-) Rendre trop sensible la construction de la parabole à des effets locaux à proximité de l'intervalle.
- (+) Diminuer la sensibilité de la prévision aux données de couche limite à proximité de  $x_{lr}$ .

Inversement, le choix d'un intervalle  $[\min(H^{P_i}), \max(H^{P_i})]$  plus grand provoque les effets contraires à ceux qui viennent d'être listés. Le choix des valeurs  $H^{P_i}$  (C.6) semble être un bon compromis pour

plusieurs raisons. D'un côté, cet intervalle semble être suffisamment grand pour produire des approximations acceptables de  $H(x)$  pour les cas des bulbes où la valeur  $\max(H(x))$  est très élevée. Il n'est pas non plus excessivement grand dans le sens où les prévisions sont toujours peu sensibles aux données de couche limite proches de  $x_{lr}$ . D'un autre côté, cet intervalle n'est pas trop petit pour être généralement soumis aux inconvénients listés dans le paragraphe précédent.

Cependant, on peut s'interroger à propos des bulbes à faible décollement :  $\max(H) \in (3.6, 5)$ . Dans ces cas là, avec le set  $H^{P_i}$  suggéré, la méthode algébrique n'est pas appliquée, et la version standard de Gleyzes est utilisée. Cela ne pose aucun problème car pour ce type de bulbes la version standard de Gleyzes converge suffisamment bien habituellement. En effet, quand le  $\max(H)$  dans le bulbe est relativement faible (typiquement quand  $N_{cr}$  est faible), la phase de *décalage* identifiée en C.2.2 n'est généralement pas observée. Ceci est probablement dû au fait que l'évolution de  $Re_\theta(x)$  dans le bulbe ne présente pas de plateau ni de décroissance. La version standard de Gleyzes fonctionne bien, et l'évolution de  $N$  est raisonnablement linéaire. En revanche, c'est généralement dans les bulbes à fort décollement ( $\max(H) > 5$ ) où les problèmes de convergence identifiés dans ce document sont rencontrés, et c'est justement dans ces conditions que la méthode algébrique est judicieuse.

Pour l'approximation de  $Re_\theta(x)$ , nous suggérons d'utiliser une loi en puissance :

$$\psi = a x^\lambda + b \quad (C.7)$$

La valeur  $\lambda$  est une constante et les valeurs de  $a$  et de  $b$  sont retrouvées en injectant le set  $\{(x^{P_1}, Re_\theta(x^{P_1})), (x^{P_2}, Re_\theta(x^{P_2}))\}$  dans les valeurs  $x$  et  $\psi$  de l'équation (C.7) et en résolvant pour  $a$  et  $b$ . Des multiples tests ont permis de déterminer que la valeur  $\lambda = 10^{-2}$  approche correctement l'évolution de  $Re_\theta$  dans la région laminaire du bulbe, à proximité du décollement. La qualité de l'approximation  $Re_\theta(x) \approx \psi(x)$  est peu sensible à la valeur de  $\lambda$  (pour des valeurs autour de  $10^{-2}$ ).

### C.3.2 Application de la méthode algébrique

Comparons l'application instantanée (en post-traitement) de la méthode algébrique à deux itérations différentes du cas d'exemple de ce document.

Sur la figure C.6 nous présentons une vue instantanée de la simulation à l'itération 30000. À gauche, nous pouvons comparer les valeurs exactes de  $H(x)$  et de  $Re_\theta(x)$  en rouge avec leurs approximations algébriques via  $\phi$  et  $\psi$ , en bleu. En couleur orange nous montrons les points de contrôle  $x^{P_i}$ . Sur la figure de droite, nous observons l'évolution de  $N$ . En effet, nous constatons que l'évolution de  $Re_\theta(x)$  est bien approchée par la méthode algébrique. Quant à l'évolution de  $H(x)$ , elle est aussi bien approchée jusqu'au point d'inflexion de  $H$  approximativement. Nous observons que l'évolution de  $N$  suivant la méthode algébrique est très proche de la solution standard, et que l'on s'affranchit des inconvénients liés à la discontinuité au niveau du raccord entre zones à  $x/c = 0.5$ . L'effet de "mémoire" est donc mitigé.



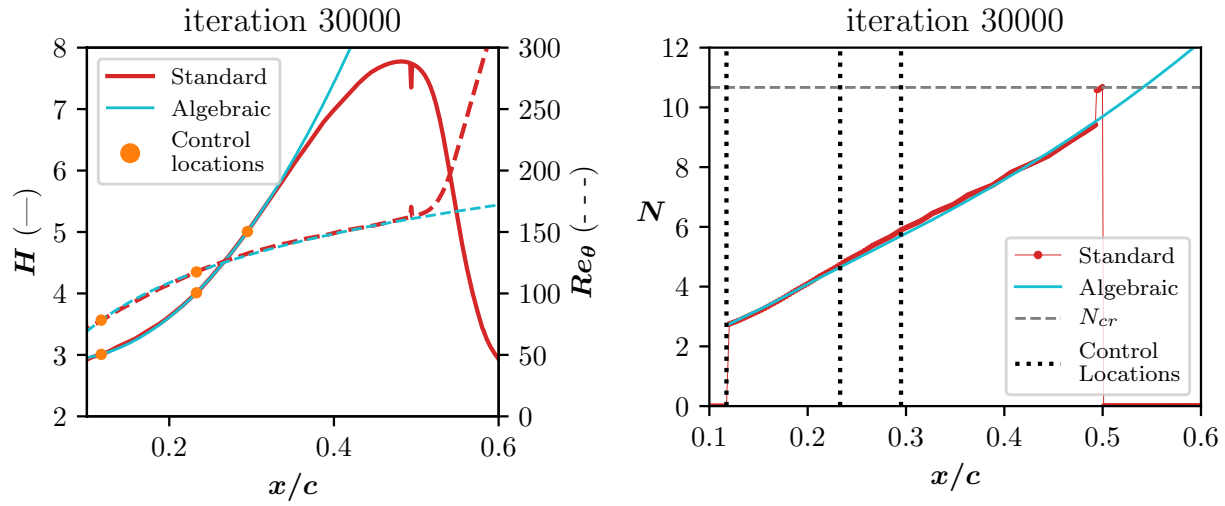


FIGURE C.6 – Comparaison en post-traitement de la méthode Standard et Algébrique du critère de Gleyzes à l'itération 30000.

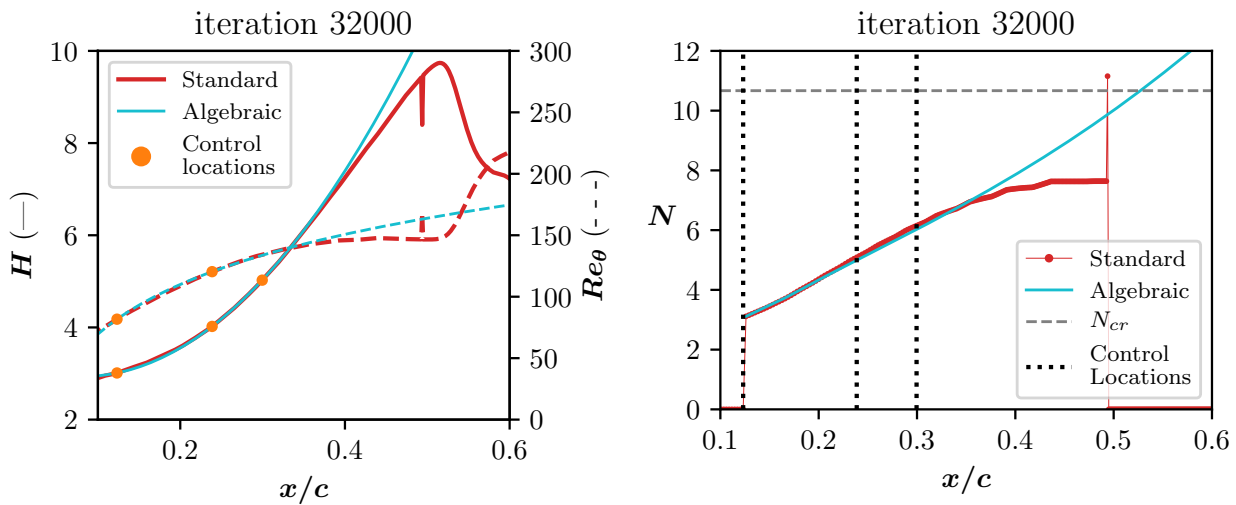


FIGURE C.7 – Comparaison de la méthode Standard et Algébrique du critère de Gleyzes à l'itération 32000.

Sur la figure C.7 nous faisons la même comparaison à l'itération 32000. L'approximation algébrique de  $H(x)$  est toujours acceptable, et elle commence à bifurquer de la courbe exacte à partir du point d'inflexion de cette dernière. L'approximation de  $Re_\theta(x)$  est aussi acceptable. Nous constatons que l'approximation algébrique de  $Re_\theta$  s'affranchit bien de la diminution prononcée de pente de  $Re_\theta$  dans le bulbe, où elle devient même légèrement négative. L'évolution de  $N$  est raisonnablement proche de la version standard dans la zone d'évolution linéaire. Toutefois, vers  $x/c = 0.35$  nous observons que dans la version standard le plateau de  $N$  apparaît, alors que la version algébrique montre un  $N$  qui continue à évoluer.

La figure C.7 montre que, comme il était souhaité, la méthode algébrique s'affranchit du problème de l'arrêt de la croissance de  $N$  et prévoit des valeurs de plus en plus élevées à mesure que l'on avance selon l'abscisse curviligne.

Il est intéressant de remarquer que la valeur de  $x_{tr}$  théoriquement prévue par la méthode algébrique ne change pas significativement entre l'itération 30000 et l'itération 32000. Cette valeur est  $x_{tr}/c \approx 0.54$ , ce qui est en bon accord avec les données de référence LES.

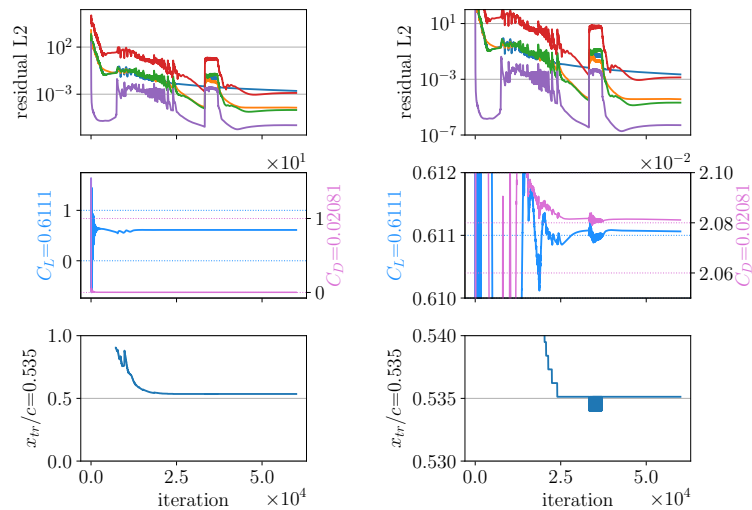
Nous implémentons la méthode algébrique dans la routine `in_ahd_g1_comp` de façon conservative. C'est-à-dire, la méthode standard est généralement appliquée, et lorsque les conditions sont favorables à trouver le set  $x^{P_i}$  qui définissent les fonctions  $\phi$  et  $\psi$ , alors la méthode algébrique s'active.

Sur la figure C.8 nous présentons les paramètres globaux de l'évolution de la simulation au cours des itérations. Nous constatons une bonne convergence des résidus, ainsi qu'un rapide établissement des efforts  $C_L$  et  $C_D$  et du point de transition  $x_{tr}/c$ . Il est possible de remarquer un saut appréciable des résidus à l'itération 33200. En zoomant sur les valeurs des efforts et du point de transition (figure C.8 à gauche), on observe une oscillation très haute fréquence de la position du point de transition entre deux points de maillage. L'oscillation haute fréquence entre deux points de maillage pourrait être liée au fait que la recherche du point de transition s'effectue sur un plan discret, c'est-à-dire sur chaque point de maillage, au lieu d'un plan continu, par exemple en faisant des interpolations. Cette oscillation du point de transition se traduit en oscillations des efforts  $C_L$  et  $C_D$ , et c'est à l'origine du remarquable saut de la valeur des résidus. En effet, lorsque le point de transition n'oscille plus entre deux points de maillage, à partir de l'itération 37000, nous obtenons à nouveau un arrêt de la croissance des valeurs des efforts, ainsi qu'une décroissance des résidus.

Globalement nous observons une nette amélioration de la convergence.

## C.4 Conclusion

Des effets nuisibles sur la convergence de la simulation lorsque le critère de Gleyzes est employé ont été observés. Ces effets ont un origine numérique, comme la discontinuité des valeurs de couche limite au raccord entre zones de maillage; ainsi qu'une origine dans la formulation du modèle. En effet, dans de nombreux bulbes à fort décollement, qui présentent des pics de  $H$  très élevés, l'évolution de  $Re_\theta$  dans le bulbe présente un plateau, voire même une diminution. Ceci produit un



**FIGURE C.8** – Paramètres globaux du calcul avec la version *algébrique* du critère de Gleyzes. En haut, valeurs des résidus. Au milieu, efforts intégrés  $C_L$  en bleu et  $C_D$  en rose. En bas, position du point de transition prévue par Gleyzes. À gauche, valeurs sur l'ensemble des itérations ; à droite, zoom sur une période d'oscillation.

effet de plateau sur  $N$  dans l'intégrale de Gleyzes, qui a pour effet de décaler systématiquement vers l'aval le point de transition jusqu'à ce qu'un autre effet supplémentaire le fasse remonter vers l'amont (déclenchement du *how*, déclenchement d'un autre critère, des décollement-recollement transitoires, des effets numériques...). Ceci a pour conséquence l'établissement d'oscillations cycliques qui nuisent la convergence.

Nous avons proposé une piste de résolution, notée *méthode algébrique*, qui consiste à effectuer une extrapolation mathématique des quantités  $H$  et  $Re_\theta$  au sein du bulbe afin d'améliorer la convergence du calcul. Cela a servi à corriger le défaut de convergence de la version standard pour un nombre important de cas (plusieurs angles d'incidence et nombre de Reynolds), et ce indépendamment du modèle de turbulence choisi.

## **Annexe D**

### **Papier présenté au congrès ODAS 2017**

# Numerical assessment of $k$ - $\omega$ models in a short transitional separation bubble

L. Bernardos\*

*ONERA, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department, Meudon, France.*

## Abstract

Several popular  $k$ - $\omega$  turbulence models are assessed in the context of transitional separated flows. As the evaluated models are built using strong full-turbulence equilibrium hypothesis, they fail to accurately model the inherently complex transition mechanisms of a separation bubble. By means of explicit transition triggering mechanisms, a collection of transition approaches are evaluated and compared with reference Direct Numerical Simulation data. The most successful practices are highlighted and relevant aspects of the numerical results are suggested so that future progress in turbulence modeling can be undertaken.

**Key-words:** *Turbulence, Modeling, RANS, transition, bubble, elsA.*

## 1. Introduction

THE simulation of flows in presence of transitional separation bubbles is still a challenging application for most two-equation turbulence models using the linear Boussinesq approximation. Laminar separation followed by turbulent transition and reattachment, as sketched in Fig. 1, is a common flow scenario in an engineering application context. Transitional bubbles may appear on airfoils, locally modifying the pressure distribution and the resulting lift and pitching loads. These kind of flows are of major concern in external aerodynamics such as rotor-blades and wings, considering that stall may be caused by the bursting of the laminar separation bubble. This kind of stall would then be considered as leading-edge stall type following the classification proposed by Jones 1933. Leading-edge stall is particularly abrupt in terms of the significant change of the flow topology that is produced by a relatively small variation of the angle of attack. The 'bursting' of the short transitional bubble is therefore translated into notably lift losses and abrupt pitching moment variations that can compromise not only the performance, as it influences the flight envelope limit of aircraft, but also the safety of the flight operation.

This critical condition was studied by Richez et al. 2008 using a zonal RANS/LES method. The simulated configuration consisted in a OA209 airfoil near the stall condition, which is representative of an engineering application for helicopter blades. The authors captured the presence of a short transitional bubble and argued that it significantly impacted the downstream boundary layer and

---

\*PhD student, ONERA, DAAA, luis.bernardos\_barreda@onera.fr

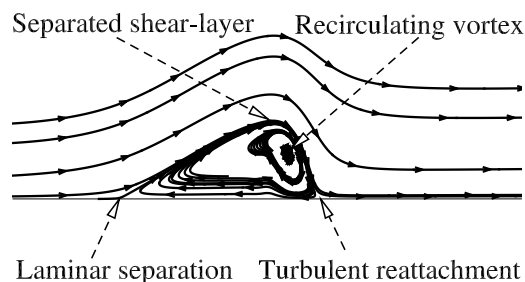
turbulent separation. Moreover, Alferez, Mary, and Lamballais 2013 simulated the entire stall development of a NACA 0012 airfoil at chord-based Reynolds number of  $10^5$  using the LES technique. They showed the short transitional bubble creation and the bursting process that lead to stall. Another similar study, also for the NACA 0012 airfoil, but at chord-based Reynolds number of  $5 \times 10^5$  was performed by Almutairi, Jones, and Sandham 2010. They equivalently captured the bubble bursting phenomena as the main stall mechanism.

Given this context, it seems appropriate to study the ability of current engineering tools in predicting short transitional bubbles. Windte, Scholz, and Radespiel 2006 performed a collection of simulations comparing several RANS turbulence models for the case of a SD7003 airfoil at chord based Reynolds number of  $6 \times 10^4$  at incompressible flow regime. They found reasonable agreement with experimental data when using the  $k-\omega$  Menter BSL model. In this study we are interested in higher Mach and Reynolds number, which are typical of applications to helicopter rotor blades. Specifically, the  $k-\omega$  family of models are widespread in this aeronautical application context. Their good ability to predict turbulent separations compared to other families of two-equation models, as shown by Wilcox 1988, make these models suitable for complex applications, while being reasonably simple to implement and robust. For these reasons we compare the performance of the following  $k-\omega$  models: Wilcox 1988, Menter 1994, Kok 2000, and Wilcox 2006.

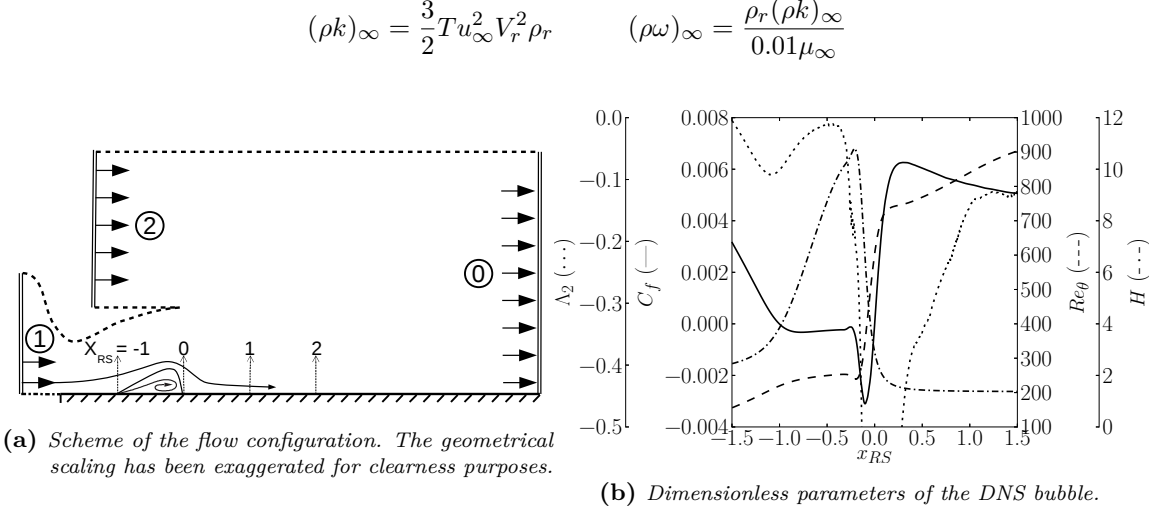
The fundamental characteristics of the studied flow are summarized in §2. The transition triggering approaches undertaken in this study are presented in §3. The numerical results are outlined in §4, followed by a discussion on recommended practices and modeling possibilities in §5.

## 2. Simulated flow

We used the same flow configuration as Laurent et al. 2010 and full information can be found on their publication. Their DNS results have been used as a reference in this study. This test case consists in a flat plate with a slip upper wall that produces a variable adverse pressure gradient that mimics the OA209 airfoil near the stall condition, as it was analyzed by Richez et al. 2008. The chord-based Reynolds number of the original configuration is  $Re_c = 1.8 \times 10^6$ , the free-stream Mach number is  $M_\infty = 0.16$  and the angle of attack is 15 degrees. The reference density, free-stream velocity and free-stream turbulence level are:  $\rho_r = 1.21 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $V_r = 55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  and  $Tu_\infty = 0.01 \times 10^{-2}$ . The present configuration is sketched in figure 2a. The adverse pressure gradient provoked by the upper slip wall produces a short transitional bubble as shown in figure 1. Downstream of the separation bubble, the upper wall condition is designed to produce a null streamwise pressure gradient, in an effort to avoid the coupled effect that an eventual turbulent separation would provoke on the short transitional bubble. In figure 2a, the lower hatched boundary represents the no-slip wall, which is preceded by a symmetry condition (dash-and-dot line). The upper slip walls are represented using dashed lines. Boundaries labeled 1 and 2 correspond to the inflow conditions and 0 correspond to the outflow condition. The turbulent variables in the inflow boundaries are set using the following quantities:



**Figure 1:** Streamlines of the DNS bubble with exaggerated vertical axis.


**Figure 2**

In figure 2b several relevant dimensionless parameters of the DNS reference result are presented. The Pohlhausen parameter  $\Lambda_2$  has been clipped at -0.5 in order to keep meaningful values ( $\Lambda_2$  presents a minimum peak of -3.5). The Pohlhausen parameter, the skin-friction coefficient  $C_f$ , the momentum thickness Reynolds number  $Re_\theta$ , and the shape factor  $H$  are expressed as follows:

$$\Lambda_2 = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU_e}{dx}, \quad C_f = \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}}{\frac{1}{2} \rho_e U_e^2}, \quad Re_\theta = \frac{\rho_e U_e \theta}{\mu_e}, \quad H = \frac{\delta^*}{\theta}$$

The RANS simulations are performed using the structured compressible solver *elsA* developed at Onera. The numerical scheme used is *AUSM+(P)* (Mary, Sagaut, and Deville 2000; Liou 2006) which is adapted to weakly compressible flows, and local time-step is employed to converge to a steady solution through a multi-grid and implicit LUSSOR algorithm. The RANS simulations are run in a fine 2D grid, with 250 streamwise points in the transitional separation bubble and a cell size at the no-slip wall that guarantees  $\Delta y^+ < 1$ .

Throughout this document we present the results in terms of a dimensionless streamwise coordinate that refers to the position and length of the DNS bubble. This coordinate is named  $x_{RS} \equiv \frac{x-x^R}{x^R-x^S}$ , where  $x^S$  and  $x^R$  are the separation and reattachment coordinate of the DNS reference flow. Through inspection of the time-averaged DNS results (fig. 2b), the considered transition onset is *taken* at  $x_{trRS} = -0.27$ , which corresponds to a reformulated version of the Roberts 1980 criterion applied to the DNS results. This criterion is an empiric correlation for obtaining the transition onset from the evaluation of the boundary layer quantities at the laminar separation point. The employed reformulated criterion reads:

$$x_{tr} - x^S = 2.5 \cdot 10^4 \frac{\rho_e U_e}{\mu_e} \log(\coth(0.1732 \max\{0.1; Tu_{e\%}\})) \quad (1)$$

where  $x_{tr}$  is the absolute streamwise coordinate of the transition onset, and  $Tu_{e\%}$  is the external turbulence level expressed in percentage. Other criteria implemented in the *elsA* software can be found in Perraud, Deniau, and Casalis 2014, but the criterion (1) showed the best agreement with the present DNS data. Through this study we consider the flow in a Reynolds-averaged sense, and

the computed solutions are statistically steady. In other words, we do not intend to predict the *flapping* effect that is observed numerically and experimentally in transitional separation bubbles, as it was found, for example, in Gaster 1969; Spalart and Strelets 2000; Alam and Sandham 2000. Strictly, the transition and reattachment points are not fixed in space, and they are subject to an oscillatory motion, presumably due to the vortex shedding or the wavering effect of the separated shear layer. Therefore, the bubble considered in figure 1 is actually a time-averaged view of the inherently unsteady nature of the flow. This averaged flow is what we intend to predict via RANS models, which has practical interest for aeronautical engineering applications.

### 3. Transition triggering approaches

As anticipated in §1, the compared two-equation  $k$ - $\omega$  models are Wilcox 1988, Menter 1994, Kok 2000, and Wilcox 2006. None of the compared models have been naturally built for taking into account laminar to turbulent transition in separated boundary layers. Nevertheless, some authors have exploited the recirculating dynamics of the bubble in order to provoke the transition without an explicit triggering feature, the so called 'Trip-Less' approach. That method consists in adequately setting the boundary conditions on the turbulent variables, in such a fashion that a laminar separation is produced followed by a reattachment, and the bubble transition mechanism is self-sustained because the reverse flow injects non-zero values of the eddy viscosity into the laminar part of the bubble. Following this line one can find the work of Shur et al. 1995; Spalart and Strelets 2000; Hadžić and Hanjalić 2000. We claim that this approach is complicated to implement for general application flows, so we rather employ explicit triggering using information from transition criteria. The triggering is accomplished via *transition functions* acting on the production terms of the turbulence kinetic energy and specific dissipation rate (like the work of Windte, Scholz, and Radespiel 2006), or alternatively on the eddy viscosity (as presented in Perraud, Deniau, and Casalis 2014). Both approaches will be examined.

Some authors relate the transition function, which is a numerical feature, to the intermittency of the turbulence  $\gamma$ , which is a statistical field obtained through conditional averaging. This denomination is found for example in the Langtry and Menter 2009  $\gamma$ - $Re_{\theta t}$  transitional correlation model, and in the bypass transitional  $k$ - $\omega$  Kubacki and Dick 2016, among others. However, all these models are built upon the RANS framework, which is based in unconditional averaging. It is unclear why a conditioned average statistical field would naturally improve the turbulence growth prediction of RANS models. Indeed, the conditioned averaged Navier-Stokes equations are fundamentally different, and more complex than RANS systems. The theoretical exact equation for the intermittency was derived by Dopazo 1977, but strong closure hypothesis regarding the turbulent/irrotational interface are required. An example of such intermittency-based model was presented by Byggstoyl and Kollmann 1986.

Following this rationale, we privileged the terminology *transition function* rather than *intermittency* and we deliberately discarded the symbol  $\gamma$ . In order to present the transition triggering mechanisms employed in this study, let us consider the following general form of the  $k$ - $\omega$  models:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t(\rho k) + \partial_i(\rho u_i k) = \widetilde{\alpha}_k (-\overline{\rho u'_i u'_j}) (\partial_j u_i) - \beta_k \rho \omega k + \partial_i [(\mu + \sigma_k \widetilde{\mu}_t) \partial_i k] \\ \partial_t(\rho \omega) + \partial_i(\rho u_i \omega) = \widetilde{\alpha}_\omega \frac{\rho}{\widetilde{\mu}_t} (-\overline{\rho u'_i u'_j}) (\partial_j u_i) - \beta_\omega \rho \omega^2 + \partial_i [(\mu + \sigma_\omega \widetilde{\mu}_t) \partial_i \omega] \\ \quad + \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \max \{(\partial_i k)(\partial_i \omega); 0\} \end{array} \right. \quad (2)$$



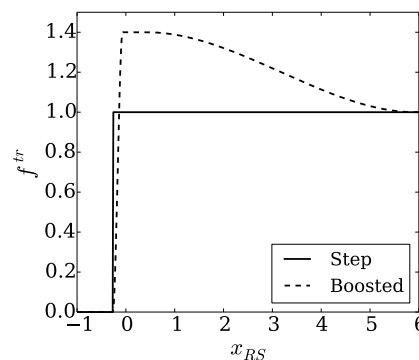
and making use of the Boussinesq approximation:

$$(-\overline{\rho u'_i u'_j}) \approx 2\tilde{\mu}_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

where  $\mu_t = \rho k / \omega$ . If the SST limiter is applied, then the eddy-viscosity reads:

$$\mu_t = \min \left\{ \frac{\rho k}{\omega}; \sqrt{\beta_k} \frac{\rho k}{\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}} \right\} \quad (4)$$

Wilcox and Kok models perform constant closure coefficients throughout the flowfield, whereas Menter model performs variable coefficients through the incorporation of blending functions. The items marked with a tilde ( $\tilde{\bullet}$ ) have been modified to account for the transition triggering mechanisms. Non-tilded items takes the original value for each considered turbulence model. Two different triggering approaches are considered and summarized in table 1. The dimensionless transition function is noted  $f_{(x_{RS})}^{tr}$  and the two analyzed functions are presented in figure 3. Both functions are equal to zero in the laminar region ( $x_{RS} < -0.27$ ). A simple activation of the turbulence models can be achieved via the Heaviside or *Step* function. Following the recommendation of Arnal 1990, we also assess a *boosted* transition function which allows an overshoot in order to provoke the positive peak of skin-friction which is observed in both experiments and DNS.



**Figure 3:** *Transition functions evaluated.*

	<i>Approach A</i>	<i>Approach B</i>
$\tilde{\alpha}_k$	$f_{(x_{RS})}^{tr}$	1
$\tilde{\alpha}_\omega$	$\alpha_\omega \min\{f_{(x_{RS})}^{tr}; 1\}$	$\alpha_\omega \min\{f_{(x_{RS})}^{tr}; 1\}$
$\tilde{\mu}_t$	$\mu_t$	$f_{(x_{RS})}^{tr} \mu_t$

**Table 1:** *Transition triggering approaches*

## 4. Numerical results

In this section we present the numerical results of this study focusing on the general trends of macroscopic parameters. A collection of simulations have been undertaken in order to assess each model using different methods. Two different transition triggering approaches have been tested (viz. method A and B specified in table 1), two different transition functions  $f^{tr}$  have been tested (viz. figure 3), the effect of the stress limiter have been evaluated (SST as specified in equation (4) or no SST), and each combination of methods have been assessed for the four  $k\text{-}\omega$  models considered here: Wilcox 1988, Menter, Kok and Wilcox 2006. Hence, the total amount of simulations is 32. For the sake of clarity and brevity, in table 2 we have summarized the results of 5 analyzed bubble parameters against the DNS reference values. These parameters are:  $L \equiv$  the bubble length;  $C_f^+ \equiv$  the value of the positive peak of skin-friction coefficient;  $C_f^- \equiv$  the value of the negative peak of skin-friction coefficient;  $H^+ \equiv$  the value of the positive peak of the shape factor;  $\delta'_{4-8} \equiv$  the mean

boundary-layer growth rate between  $x_{RS} = 4$  and  $x_{RS} = 8$ . Let  $\xi$  be one of the before-mentioned parameters. The values presented in table 2 are relative differences with respect to the DNS calculated in the following manner:  $\xi_{\%} = 100 \times \left( \frac{\xi^{RANS}}{\xi^{DNS}} - 1 \right)$ .

One may also get an overall insight of the general trends through inspection of figures 4, 5, 6 and 7. In a first stage, let us consider the bubble length  $L$ . The transition is triggered at the same point for all the models, thus the laminar region of all RANS simulations is very similar to the DNS. Specifically, the laminar separation point is approximately the same for all simulations. However, the reattachment point yields different values depending on the model and the method employed. In figure 4 the reattachment point is manifested where  $C_f$  becomes positive. Let us examine the case where the SST is not activated. The boosted function will produce longer bubbles than the step function (compare figures 4a and 4c against 4e and 4g). We relate this behavior to the net production rate of the turbulence denoted by  $P_k/D_k$ . Through inspection of figures 5a and 5c, we can observe that the Step transition function produces a sharp discontinuity of net production of turbulence (the values in the figure have been clipped for clearness, but the curves make excursions up to  $P_k/D_k \approx 200$ , which is nonphysical compared to the DNS values). On the other hand, looking at figures 5e and 5g we can observe that the Boosted function yields a smooth growth of net production of turbulence right after the transition onset. In spite of the higher global maximum of the Boosted  $f^{tr}$  transition function compared to the Step function (viz. 1.4 against 1.0, as seen in fig. 3), the effective maximum of net production of turbulence produced by the Boosted transition function yields lower values. These pronounced differences of the growth of net production of turbulence at the transition onset may be due to the regularity of the function  $f^{tr}$ . Indeed, in figure 3 we can observe that the Boosted function performs a smooth ramp-up from the transition onset, whereas the Step function yields a marked discontinuity at the transition onset. The regularity of the Boosted function is guaranteed by construction, as it employs piece-wise Hermite polynomials with continuous tangents.

Following this rationale, we argue that the apparently good agreement of bubble length predicted using the Step transition function is only due to an artificial over-prediction of net production of turbulence due to the numerical discontinuity of the transition function at the transition onset. This effect is uncontrolled and therefore may strongly depend on numerical parameters such as the numerical scheme used or the mesh cell size.

If we consider the case where the SST is activated, we can clearly see that the bubble length  $L$  is systematically over-predicted (compare, for example, figures 4a and 4b). Again, this behavior is related to the net production of turbulence, as it is clearly shown in figures 5a and 5b. The SST is a limiter of the eddy viscosity as shown in equation (4). As the production of turbulence kinetic energy is proportional to the eddy viscosity, this impacts the net production of turbulence. Therefore, the SST indirectly acts as a limiter of net production of turbulence, completely removing the numerical over-prediction of net production of turbulence caused by the Step function. A similar effect is also observed when using the the Boosted function. The local maximum of net production of turbulence when using the Boosted transition function and enabling the SST are notably reduced compared to the case where no SST limiter is employed, as can be observed in figures 5e and 5f, for instance. As a consequence, independently of the method and the transition function employed, the use of the SST limiter will reduce the net production of turbulence and will produce too long bubble lengths.

The employed transition triggering method (namely A or B as specified in table 1) has a clear impact on the bubble length. We observe that method B systematically produces shorter bubbles, and yields higher values of net production of turbulence: compare for example figures 4e against 4g; and 5e against 5g. We argue that this is due to mainly three reasons. Method A explicitly sets to zero the production of turbulence kinetic energy, whereas method B yields a non-null cut-off value.

This can be seen indirectly through figures 5a and 5c, which yields different values of net production of turbulence in the pre-transitional region (zero for method A, and about 2 for method B). This non-zero cut-off value of  $P_k$  facilitates the growth of turbulence, which in turn reduces the bubble length. The second reason is that method B effectively modifies the turbulent diffusion terms of both the  $k$  and  $\omega$  transport equations. For example, the Boosted transition function when  $f^{tr} > 1$  increments the effective turbulent Prandtl numbers  $\sigma_k$  and  $\sigma_\omega$  compared to the method A. Thus, an enhanced turbulent diffusion will reduce the bubble length. The third reason is that method B, when  $f^{tr} > 1$ , directly augments the Reynolds stresses as seen in equation 3.

As a general trend, we observe that the Menter model produces shorter bubbles than the rest of assessed models, whereas Kok and Wilcox 1988 produce longer bubbles. This can be explained again through inspection of the net production of turbulence. Indeed, Menter model systematically predicts more net production of turbulence than the rest of the models, as shown in fig. 5.

Now let us consider the positive and negative peaks of skin-friction coefficient, namely  $C_f^+$  and  $C_f^-$  respectively in table 2. As a general trend we observe that, independently of the employed method, the Step function fails to adequately capture the positive peak of  $C_f$  (viz. figures 4a-4d). The Boosted function effectively produces a pronounced  $C_f^+$  if no SST limiter is active (fig. 4e and 4g), and still predicts a maximum if the SST is activated (figs. 4f and 4h). If we observe figures 5e-5h, there seems to be a correlation between the local maximum of net production of turbulence and the positive peak produced in the skin-friction. Particularly, the case in figure 4h (equivalently fig.5h) presents the most pronounced local maximae of net production of turbulence, and the most pronounced positive peak of skin-friction coefficient. It can be observed, for example through fig. 4g and 4h, that the SST tends to reduce the value of the positive and negative peaks of  $C_f$ . Moreover, as a general trend we remark that method B produces more pronounced values of  $C_f$  than method A.

It can also be seen that Menter model yields in general lower values of  $C_f^+$  compared to the other models. This is particularly verified when the SST is not active: figs. 4a, 4c, 4e and 4g. Conversely, when the SST is activated the relative differences between models are less pronounced. Through inspection of figures 5a, 5c, 5e and 5c one could expect that the Menter model would produce the most notable peaks of  $C_f$  because the net production of turbulence of Menter model is the most pronounced compared to the other models. This remark is in apparent contradiction with the before-mentioned observations. However, it must be noted that the diffusive behavior of each model, which is also expected to play a major role on the bubble topology, is especially different for each model. Furthermore, through inspection of the boundary-layer growth rate in figures 6a, 6c, 6e and 6g, we can observe that Menter model yields the lowest spreading rate  $\delta'$  (which corresponds to the slope of  $\delta$ ), followed by Kok, Wilcox 2006 and Wilcox 1988. Admitting that  $\delta'$  is related to the diffusive character of the model, we can argue that Menter model is the less diffusive model. As a consequence, even if Menter shows the highest net production of turbulence values in figures 5a, 5c, 5e and 5c; its naturally low diffusive behavior may counterbalance this effect, and the resulting  $C_f^+$  is less pronounced than the rest of the models.

Focusing now on the boundary-layer shape factor  $H$ , and its local maximum, namely  $H^+$ , we can observe that the best agreement with the DNS is obtained when the bubble length  $L$  is best predicted. This can be seen through figures 7a, 7c and 7g. In effect, we fail to capture the correct values of  $H$  when the SST limiter is activated. As a general trend, we observe that Menter model, which predicted the higher turbulence net production, exhibits the lowest values of  $H$ , whereas Kok and Wilcox 1988 tend to over-estimate  $H$ , and yielded the lowest values of net production of turbulence. The SST limiter systematically produce too-high values of the shape factor, and no combination of methodologies yielded accurate prediction of  $H$  with SST. The method B yields lower  $H$  values than method A. This shows again the relative turbulence enhancement produced by

			No SST					SST				
			$L$	$C_f^+$	$C_f^-$	$H^+$	$\delta'_{4-8}$	$L$	$C_f^+$	$C_f^-$	$H^+$	$\delta'_{4-8}$
<b>Wilcox 1988</b>	Step	A	12.6	-18.0	-13.0	-0.7	100.0	86.5	-35.7	-40.0	71.0	17.0
		B	-3.8	-15.2	2.5	-12.1	90.1	50.3	-35.5	-27.7	47.4	12.5
	Boost	A	35.5	30.8	-27.1	39.4	146.2	45.6	-4.0	-21.1	56.6	29.5
		B	6.3	36.5	-0.1	13.4	88.6	19.2	-1.6	0.7	35.4	16.7
<b>Menter</b>	Step	A	-4.4	-33.6	3.7	-11.0	12.9	46.1	-33.9	-24.4	40.8	18.7
		B	-10.6	-33.4	24.6	-15.6	11.8	24.8	-33.9	-12.6	26.4	15.1
	Boost	A	14.1	-4.3	-5.7	21.0	27.5	24.6	-3.9	-8.4	38.7	33.7
		B	-0.3	3.9	24.0	6.2	13.7	12.2	1.9	12.2	25.2	18.3
<b>Kok</b>	Step	A	11.5	-23.8	-12.8	-0.7	76.5	88.9	-35.2	-39.1	72.9	20.6
		B	-3.1	-21.5	1.5	-10.7	68.7	54.0	-34.9	-28.0	49.8	15.4
	Boost	A	35.8	21.2	-25.3	40.0	120.8	46.0	-3.4	-20.3	57.0	32.7
		B	6.8	28.9	-0.2	14.7	73.7	19.6	-0.2	0.1	35.7	19.6
<b>Wilcox 2006</b>	Step	A	3.2	-22.1	-1.7	-8.4	74.7	73.5	-35.7	-36.8	62.3	19.3
		B	-8.9	-18.5	13.8	-16.2	66.4	42.2	-35.4	-22.4	41.0	13.3
	Boost	A	31.5	20.7	-22.7	36.2	117.1	42.0	-5.6	-17.4	54.1	31.2
		B	3.8	30.5	6.6	10.4	68.8	16.5	-2.6	6.5	32.9	18.0

**Table 2:** Bubble parameters relative differences with respect to the DNS expressed in percentage (%).

method B respect to method A, and the correlation between  $H$  and  $P_k/D_k$ .

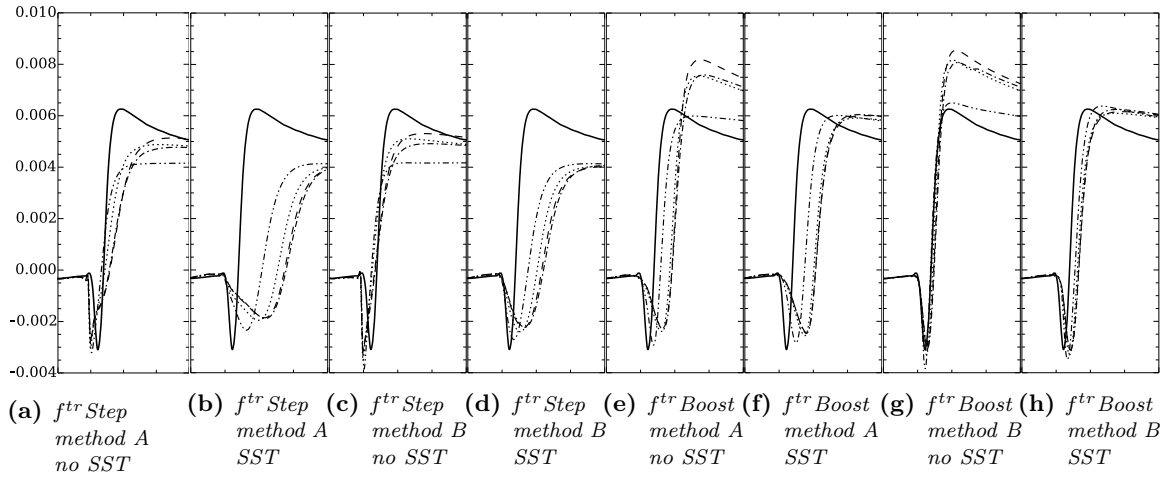
We consider now the boundary-layer thickness growth downstream of the boundary-layer. Surprisingly, we obtain notable differences between each model when the SST is disabled (figs. 6a, 6c, 6e and 6g), and slight relative differences when SST is enabled (figs. 6b, 6d, 6f and 6h). Further research work has to be undertaken in order to elucidate this remarkable effect. We believe that the boundary-layer growth rate is intimately related with the diffusive characteristics of each model. Specifically, when SST is not active, the most pronounced growth rates would correspond to the most diffusive models (Wilcox 1988, Wilcox 2006, Kok) and the less pronounced growth rates would correspond to the less diffusive models (Menter). The SST limiter, as it impacts the wake region, would presumably mask the diffusive characteristics of each model.

## 5. Discussion

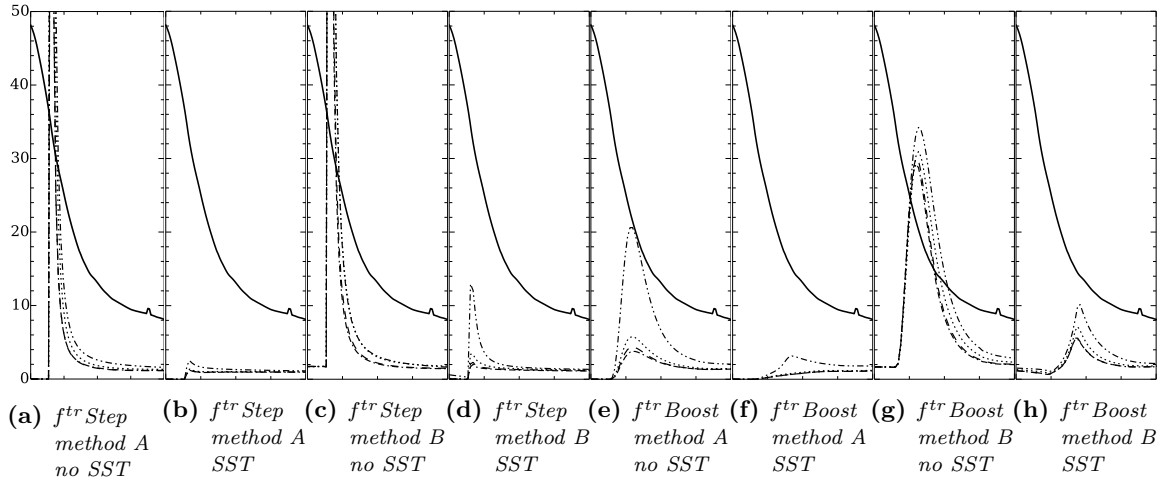
Considering the observed results presented in §4, in this section we highlight what we believe to be the most promising practices for predicting short transitional bubbles. We also discuss and make suggestions on possible modeling directions in order to improve the  $k-\omega$  linear eddy-viscosity models capacities of predicting this kind of flow.

As a general trend, we would suggest the use of a moderately diffusive model, such as Kok or Wilcox 2006, with a Boosted transition function with limited scope such as method A, and discard the use of the SST limiter in the bubble. Acknowledging that a stress limiter enhances the  $k-\omega$  capabilities in predicting turbulent separated flow, the SST is a desirable feature (see Menter 1992 and Huang 1999). However, as the present DNS shows, the net production of turbulence in a short transitional bubble is relatively high, and the best results are expected to be obtained if the model adequately accounts for this net turbulence production growth, but the SST actually produces the opposite effect. Future research work has to be done in order to avoid this obstacle, for example via a zonal disabling of the SST.

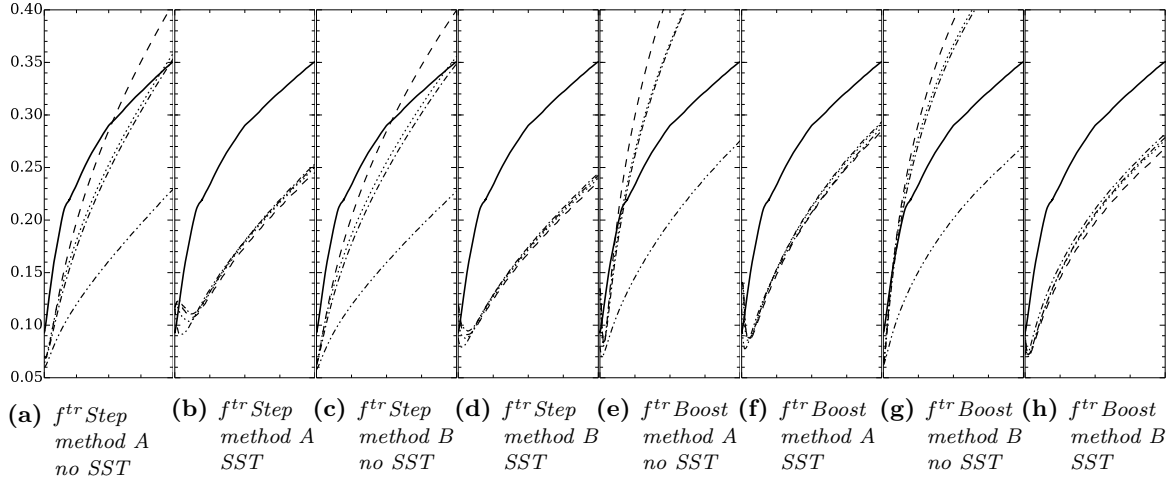
Subsequent modeling work may be undertaken considering the present study. We showed that the transition is not only model-dependent, but also varies significantly depending on the transition triggering method employed. Hence, it is unclear if a universal transition function exist such that it can yield accurate predictions for every model. Specific transition functions could be designed



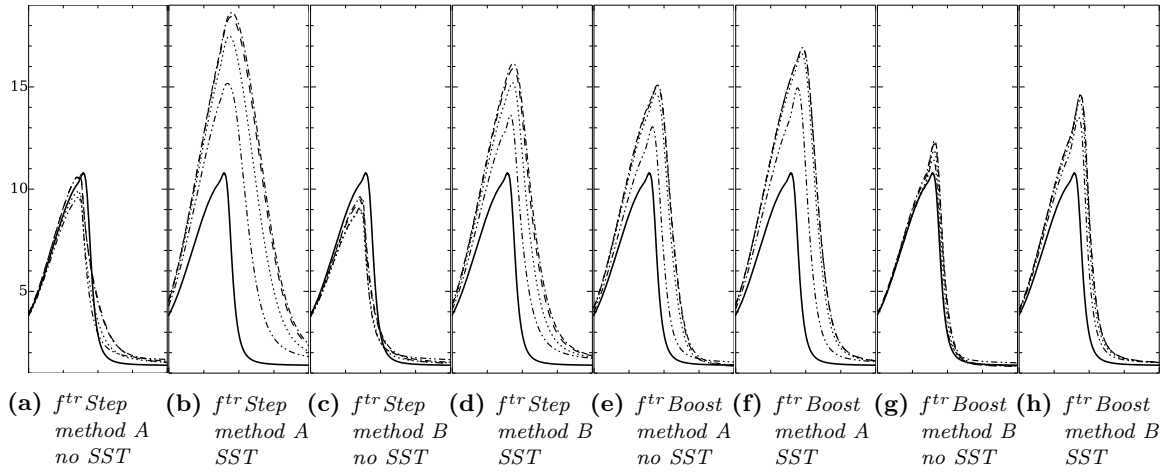
**Figure 4:** Skin-friction coefficient  $C_f = \tau_w / \frac{1}{2} \rho e U_e^2$ .  
 Vertical axis:  $C_f \in [-0.004, 0.010]$ , horizontal abscissa:  $x_{RS}^{(DNS)} \in [-0.8, 1.5]$ .  
 (—) DNS; (---) Wilcox 1988; (-·-·) Menter; (- - -) Kok; (···) Wilcox 2006



**Figure 5:** Net production ratio slice at  $y_{RS}^{(DNS)} = 0.04$ .  
 Vertical axis:  $P_k / D_k \in [0, 50]$ , horizontal abscissa:  $x_{RS}^{(DNS)} \in [-0.3, -0.1]$ .  
 (—) DNS; (---) Wilcox 1988; (-·-·) Menter; (- - -) Kok; (···) Wilcox 2006



**Figure 6:** Dimensionless boundary-layer thickness  $\delta_{RS} \equiv \delta/L$ .  
 Vertical axis:  $\delta_{RS} \in [0.05, 0.4]$ , horizontal abscissa:  $x_{RS}^{(DNS)} \in [0, 8]$ .  
 (—) DNS; (---) Wilcox 1988; (-·-·-) Menter; (- - -) Kok; (···) Wilcox 2006



**Figure 7:** Boundary-layer shape factor.  
 Vertical axis:  $H \in [1, 19]$ , horizontal abscissa:  $x_{RS}^{(DNS)} \in [-1, 1]$ .  
 (—) DNS; (---) Wilcox 1988; (-·-·-) Menter; (- - -) Kok; (···) Wilcox 2006

in order to enhance each particular model separated-flow transition effects. As these transition functions have no relation with the statistical conditioned averaging foundations of the intermittency factor, there is no *a priori* constraints on its numerical values. The *boosting* of the transition function (i.e. letting  $f^{tr} > 1$ ) shows promising results, but its adequate shape still has to be adapted in order to correctly model the bubble effects.

## 6. Conclusion

Four  $k$ - $\omega$  models (Wilcox 1988, Menter, Kok, and Wilcox 2006) have been assessed in the context of a short transitional separation bubble. Different approaches have been employed in order to account for the transition to turbulence from a fixed onset. It has been shown the important role played by the net production of turbulence  $P_k/D_k$ , which appears to be the principal driving parameter of the prediction accuracy. Unrealistically high net production rates were obtained through the use of a sharp Step transition function. Better results have been found using a smoothed Boosted transition function, and this seems to be a promising tool for modeling the turbulence net production rate, and therefore, the accuracy of the flow prediction.

A secondary parameter that appears to influence the predictions is the boundary-layer growth rate. Interestingly, significant differences arise between the four  $k$ - $\omega$  models when the SST limiter is disabled. Menter model yields the lowest spreading rates, whereas Wilcox models produce the highest growths. We relate this behavior to the diffusive characteristic of each model which, in turn, affects the bubble length, the skin-friction peaks and the shape factor. Presumably, the SST would modify the natural boundary-layer edge behavior of each  $k$ - $\omega$  model. Further research of the diffusive characteristics of each model in these conditions may explain each model behavior and contribute to the understanding and modeling of the short transitional separation bubbles and its impact on the relaxation boundary-layer.

## Acknowledgments

The author would like to acknowledge the invaluable support and useful insights of F. Richez, V. Gleize, A. Le Pape and G. Gerolymos, among many others. The simulations run in this study have been executed using the software elsA, which is issued of the three-party agreement between AIRBUS, SAFRAN, and ONERA.

## References

- Alam, M. and N. D. Sandham (2000). “Direct numerical simulation of short laminar separation bubbles with turbulent reattachment”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 410, pp. 1–28.
- Alferez, N., I. Mary, and E. Lamballais (2013). “Study of Stall Development Around an Airfoil by Means of High Fidelity Large Eddy Simulation”. In: *Flow, Turbulence and Combustion* 91.3, pp. 623–641.
- Almutairi, J. H., L. E. Jones, and N. D. Sandham (2010). “Intermittent Bursting of a Laminar Separation Bubble on an Airfoil”. In: *AIAA Journal* 48.2, pp. 414–426.
- Arnal, D. (1990). *Three-Dimensional Supersonic/Hypersonic Flows Including Separation*. Special Course Notes R-764. AGARD.
- Byggstoyl, S. and W. Kollmann (1986). “A closure model for conditioned stress equations and its application to turbulent shear flows”. In: *Physics of Fluids* 29.5, pp. 1430–1440.
- Dopazo, C. (1977). “On conditioned averages for intermittent turbulent flows”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 81.3, pp. 433–478.

- Gaster, M. (1969). “The Structure and Behaviour of Laminar Separation Bubbles”. In: *Queen Mary College*.
- Hadžić, I. and K. Hanjalić (2000). “Separation-Induced Transition to Turbulence: Second-Moment Closure Modelling”. In: vol. 63. 1, p. 153.
- Huang, P. G. (1999). “Physics and Computations of Flows with Adverse Pressure Gradients”. In: *Modeling Complex Turbulent Flows*. Springer Netherlands, pp. 245–258.
- Jones, B. M. (1933). “An Experimental Study of the Stalling of Wings”. In: *A.R.C.R. & M.* 1588.
- Kok, J.C. (2000). “Resolving the Dependence on Freestream Values for the  $k$ -Turbulence Model”. In: *AIAA Journal* 38.7, pp. 1292–1295.
- Kubacki, S. and E. Dick (2016). “An algebraic intermittency model for bypass, separation-induced and wake-induced transition”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow*, pp. –.
- Langtry, R. B. and F. R. Menter (2009). “Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes”. In: *AIAA Journal* 47.2, pp. 2894–2906.
- Laurent, C. et al. (2010). “Rans Modeling of a Transitional Laminar Separation Bubble on a Flat Plate with DNS Database”. In: ed. by 40th Fluid Dynamics Conference, Fluid Dynamics Exhibit, and Co located Conferences. AIAA. Chicago, Illinois.
- Liou, M. S. (2006). “A sequel to AUSM, Part II: AUSM+-up for all speeds”. In: *Journal of Computational Physics* 214.1, pp. 137–170.
- Mary, I., P. Sagaut, and M. Deville (2000). “An algorithm for unsteady viscous flows at all speeds”. In: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 34, pp. 371–401.
- Menter, F. R. (1992). “Performance of popular turbulence model for attached and separated adverse pressure gradient flows”. In: *AIAA Journal* 30.8, pp. 2066–2072.
- (1994). “Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications”. In: *AIAA Journal* 32.8, pp. 1598–1605.
- Perraud, J., H. Deniau, and G. Casalis (2014). “Overview Of Transition Prediction Tools In The elsA Software”. In: ed. by 11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI). ONERA. Barcelona, Spain.
- Richez, F. et al. (2008). “Near stall simulation of the flow around an airfoil using zonal RANS/LES coupling method”. In: *Computers & Fluids* 37.7, pp. 857–866.
- Roberts, W. B. (1980). “Calculation of Laminar Separation Bubbles and Their Effect on Airfoil Performance”. In: *AIAA Journal* 18.1, pp. 25–31.
- Shur, M. et al. (1995). “Comparative Numerical Testing of One- and Two-Equation Turbulence Models for Flows with Separation and Reattachment”. In: *33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno, NV, USA: AIAA.
- Spalart, P. and M. Strelets (2000). “Mechanisms of transition and heat transfer in a separation bubble”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 403, pp. 329–349.
- Wilcox, D. C. (1988). “Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models”. In: *AIAA Journal* 26.11, pp. 1299–1310.
- (2006). *Turbulence Modeling for CFD*. 3rd Edition. La Cañada, California: DCW Industries.
- Windte, J., U. Scholz, and R. Radespiel (2006). “Validation of the RANS-simulation of laminar separation bubbles on airfoils”. In: *Aerospace Science and Technology* 10.6, pp. 484–494.





## **Annexe E**

**Papier présenté au congrès AIAA SciTech  
2018**



# On the $k$ - $\omega$ models behavior in the boundary-layer downstream of a short transitional separation bubble

L. Bernardos\*, F. Richez† and V. Gleize‡  
 ONERA, Meudon, 92190, France

G. A. Gerolymos§  
 Sorbonne Universités, UPMC, Paris, 75005, France

**Significantly different flow predictions exist between popular  $k$ - $\omega$  turbulence models right downstream of a short transitional separation bubble. The popular models compared in this work produce notably different relaxation turbulent boundary-layer growth rate close to the reattachment point, as well as different skin-friction predictions. This paper proposes an analysis of this observation that highlights the influence between the flow predictions and the turbulent/non-turbulent interface realizability constraints, via a simple algebraic parameter relating the turbulence diffusion coefficients.**

## I. Nomenclature

$\delta$	=	Boundary-layer thickness			<i>Subscripts</i>
$\delta^*$	=	Boundary-layer displacement thickness	$\infty$	=	With respect to the free-stream
$\theta$	=	Boundary-layer momentum thickness	$\omega$	=	Applied to the equation of $\omega$
$c_f$	=	Skin-friction coefficient	$c$	=	With respect to the airfoil chord
$M$	=	Mach number	$d$	=	Applied to the cross-diffusion term
$Re$	=	Reynolds number	$e$	=	With respect to the boundary-layer edge
$\mu, \mu_t$	=	Dynamic and eddy viscosity coefficients	$k$	=	Applied to the equation of $k$
$k$	=	Turbulence kinetic energy	$RS$	=	Dimensionless length respect to the DNS bubble
$\omega$	=	Specific turbulence dissipation rate			<i>Superscripts</i>
$\mathcal{P}$	=	Production term			
$\varepsilon$	=	Destruction term	$+$	=	Viscous scaling
$\sigma$	=	Turbulence diffusion coefficient	$DNS$	=	With respect to the DNS reference value

## II. Introduction

Two-equation eddy-viscosity models using the Boussinesq approximation are a popular tool in engineering applications. The family of  $k$ - $\omega$  models have been quite successful in predicting turbulent flows around complex geometries involving boundary-layer separations, and a considerable number of authors have contributed to fine-tune the model's coefficients and propose improvements over the last decades [1]. A case of special interest in engineering applications is the prediction of the flow around a helicopter blade. As Richez, Mary, Gleize, and Basdevant [2] showed, short transitional separation bubbles may appear on highly loaded rotor-blade airfoils at high angle of attack. An accurate prediction of the bubble and the turbulent boundary-layer downstream of the reattachment point is a desirable feature in order to obtain correct values of the skin-friction and having an adequate boundary-layer behavior in the event of the turbulent separation [3]. The transitional bubble not only influences the performance, but it may also compromise the flight envelope of aircraft and the safety of the operation. Indeed, stall may occur from the leading-edge of the airfoil [4] as a consequence of the 'bursting' of the transitional separation bubble [5], resulting in an abrupt decrease of lift and change in pitching moment.

\*PhD Student, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department, Meudon, France. luis.bernardos\_barreda@onera.fr

†Research Scientist, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department, Meudon, France. francois.richez@onera.fr

‡Research Scientist, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department, Châtillon, France. vincent.gleize@onera.fr

§Professor UPMC, Senior Member AIAA, Faculty of Science, Paris, France. georges.gerolymos@upmc.fr

The physics involved in a short transitional bubble are complex and still not completely understood. There is a rich literature on the subject, which is an active field of research. Only some references are outlined here in order to highlight the fundamental reasons why most simple two-equation turbulence models have difficulty in predicting these kind of flow. Spalart and Strelets [6] analyzed via DNS a short transitional bubble, and showed that the transitional behavior of the bubble is inherently unsteady and three-dimensional. Alam and Sandham [7], observed coherent  $\Lambda$ -vortices in the transitional region, as well as a cascade mechanism especially intense in the reattachment region. Several other authors confirmed the presence of hairpin vortices near the reattachment [8–10]. Furthermore, McAuliffe and Yaras [10] related these structures to the slow development of the turbulent boundary-layer downstream of the transitional bubble. The stability behavior of the bubble may also play a major role on both the transition and the bursting of the bubble. Gaster [11] suggested that the bursting may be due to a global instability mechanism, and Alam and Sandham [7] related the transition mechanism to an absolute instability that can be predicted via local linear stability analysis. Several authors have put effort into the analysis of three-dimensional global modes of the bubbles [12–15], as these modes may be related to the unsteadiness of the bubble, the 'bursting' phenomenon, and even the transition to turbulence. It seems clear that the complexity of the involved physics are beyond the prediction capabilities of two-equation RANS turbulence models based on a linear eddy-viscosity approximation, which do not include specific transition modeling. The effects of the small three-dimensional scales of turbulence and the intense vortex shedding of the separated layer cannot be easily modeled using a Reynolds-averaged turbulence model.

Most  $k$ - $\omega$  models are not specifically designed for predicting the separation-induced transition to turbulence that occurs in short transitional bubbles. There exist a number of different approaches for accounting for the transition to turbulence. It is even possible to make the models account *naturally* for transition in the context of a transitional bubble, as shown by Spalart and Strelets [6], and Hadžić and Hanjalić [16], but their approach is difficult to implement for general application flows. It may be noticed that RANS models in general assume fully turbulent flows, which requires specific additional modeling to address transition. Nonetheless, Reynolds-Stress Transport models are sensitive to external flow turbulence [17] and perform better for bypass transition as noted by Gerolymos and Vallet [18].

One of the most popular and successful methods is the correlation model of Langtry and Menter [19, 20], that proposes a numerical framework of two additional transport equations that are used to apply correlation functions from reference experimental and/or numerical results to the Menter  $k$ - $\omega$  SST turbulence model [21]. A different approach, with no supplementary transport equations, are the criteria-based methods [22], but they usually require the use of non-local quantities, and they give no information on the flow behavior downstream of the transition onset. Recently, Kubacki and Dick [23] proposed an algebraic  $k$ - $\omega$  model capable of predicting separation-induced transition with no supplementary transport equation.

Several authors have previously evaluated the performance of current RANS models in predicting transitional bubbles. Windte, Scholz, and Radespiel [24] compared the Wallin Reynolds-Stress model and the  $k$ - $\omega$  Menter BSL model in the context of a flow past an SD7003 airfoil at chord-based Reynolds number of  $6 \times 10^4$ . They obtained more satisfactory results with the Menter model and did not activate the Shear-Stress Transport (SST) limiter. Laurent, Mary, Gleize, Lerat, and Arnal [25] assessed the Wilcox 1988 [26] model using the Zheng [27] and SST limiters applied to a Flat Plate case. They outlined the relatively lower turbulent diffusion of the RANS simulation compared to the DNS result. Yuan, Khalid, Windte, Scholz, and Radespiel [28] performed an extensive comparison of turbulence models in the context of a transitional bubble, and observed that the Wilcox 1988 model had too strong turbulence spreading and Menter SST yielded, inversely, too slow turbulence spreading. Howard, Alam, and Sandham [29] evaluated different two-equation RANS models in the context of the transitional separation bubble configuration of Alam and Sandham [7]. They investigated three different transition modeling approaches: no treatment, imposed activation of the turbulence at a fixed onset, and sensitization of the model's coefficients to the turbulent Reynolds number. The authors identified significantly different flow predictions downstream of the transitional bubble. They observed fundamental discrepancies compared to the DNS results on the budget of the turbulent kinetic energy and the dissipation rate downstream of the bubble. Howard, Alam and Sandham suggested that these differences are due to a poor modeling of the eddy viscosity and the turbulence transport terms of the RANS models. The authors did not highlighted relative differences of boundary-layer diffusion between the evaluated models. However, they showed a skin-friction plot where notably different predictions in the evolution of the effort appeared, especially close to the reattachment point.

The review of the before-mentioned literature shows that several authors had already identified different flow predictions of RANS models downstream of a transitional bubble. This translates into different skin-friction and boundary-layer spreading rates predictions depending on the employed model. These remarkable flow prediction differences downstream of the bubble is the main subject of interest of the present study. We focus on the  $k$ - $\omega$  turbulence models using the Boussinesq constitutive relationship, and we do not consider any kind of shear stress limiter. We

propose an analysis of the observed effects based upon the asymptotic behavior of the turbulent/non-turbulent interface of the different models. Many authors have previously dedicated effort to the behavior of the  $k-\omega$  models –among other families of models– at the interface. Saffman [30] was one of the first authors to analyze the turbulent/non-turbulent interface. He analyzed the  $k-\omega^2$  model behavior approaching the interface, and he supposed that the mathematical solution had a power-law form. Lele [31] focused on the consistency of the  $k-\varepsilon$  models, and Cazalbou, Spalart, and Bradshaw [32] performed an extensive analysis of the interface asymptotic behavior for several models and presented a mathematical expression for the turbulent quantities that consisted in a power-law form. Moore and Moore [33] assessed the realizability of two-equation turbulence models using the Boussinesq approximation. The interface analysis is the main mathematical foundation of Kok [34]  $k-\omega$  model, where the author established the realizability conditions of the model to be verified, and proposed a model with small dependency on the free-stream values. Catris [35] performed a realizability analysis of general two-equation RANS models, with special focus on  $k-\phi$  models, always considering the power-law asymptotic form. More recently, Cazalbou and Chassaing [36] have extended the analysis to the framework of Reynolds Stress Transport models. Furthermore, Hellsten and Bézard [37] also focused on the interface behavior by means of the power-law form in order to identify a new constraint for the  $k-\omega$  models:  $\sigma_k > 1$ . They showed that this constraint is required in order to guarantee that the main stress asymptotically vanishes at the interface, independently of the constitutive relationship considered. This is the foundation of the new EARSM  $k-\omega$  model of Hellsten [38]. Theoretical and mathematical background required to perform the asymptotic analysis of the interface for  $k-\omega$  models is properly established by Wilcox [39], and this foundation is sufficient to infer the power-law form of the asymptotic solution. Ferrey and Aupoix [40] [41] thoroughly investigated the asymptotic solutions near the interface by means of asymptotic expansions of a general two-equation and RSM turbulence models. Remarkably, they showed that the asymptotic behavior of the general forms of the models are governed by the same second-order non-linear differential equation. The analytical solution of such equation have a parametric form that asymptotes the power-law solution previously found by Cazalbou, Spalart and Bradshaw as well as a second new power-law solution that appears closer to the interface. Ferrey and Aupoix claimed that the parametric solution is the only significant one, as it contains the two power-law asymptotic forms. For the purpose of identifying realizability constraints, the general parametric solution gives the same information as the power-law form in the context of  $k-\omega$  models.

In section §III we present the reference flow configuration where the observations that have motivated this study are relevant. In section §IV we review the theoretical background of the interface behavior in order to analyze the observed effects of §III, and we notice general diffusion trends for the  $k-\omega$  family of turbulence models. In order to assess these apparent trends, in §V we perform a numerical sweep of turbulence diffusion coefficients, in which we observe a correlation between the diffusive characteristics of the  $k-\omega$  models and an algebraic parameter related to the realizability constraints of the turbulent/non-turbulent interface.

### III. Studied flow configuration

#### A. Physical configuration

In this section we briefly describe the simulated configuration where the relevant differences between  $k-\omega$  models have been observed. As sketched in Fig. 1(a), this case consists in a flat-plate configuration with an upper slip wall (dashed lines) that produces a streamwise variable adverse pressure gradient on the lower no-slip wall (hatched). Upstream of the no-slip wall there is a symmetry condition on the bottom of the domain (dash-and-dot line). The inlet conditions are applied on ① and ②, and an outflow condition on ③. The variable adverse pressure gradient that provokes the curved upper wall mimics the pressure distribution at the leading-edge region of a OA209 airfoil near the stall condition, as studied by Richez, Mary, Gleize, and Basdevant [2, 3]. The freestream Mach number and chord-based Reynolds number of this airfoil configuration are, respectively:  $M_\infty = 0.16$  and  $Re_c = 1.8 \times 10^6$ . The flow coming from ① and ② is laminar, and it separates from the no-slip wall as a consequence of the adverse pressure gradient. After the laminar separation, the flow transitions to turbulence and reattaches to the no-slip wall, forming the transitional bubble sketched in Fig. 1(a). Downstream of the bubble, the streamwise pressure gradient becomes zero, as the curved upper slip wall terminates tangentially to the flow direction and from thereon the domain sections are constant.

The results of the of Direct Numerical Simulation of Laurent, Mary, Gleize, Lerat, and Arnal [8, 25] are used as a reference for this study. Specifically, the dimensionless parameters of the bubble are presented in Fig. 1(b). The plotted parameters are the Pohlhausen parameter  $\Lambda_2 = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU_e}{dx}$ , which yields a minimum value of -3.5 that has been clipped in order to maintain meaningful values; the skin-friction coefficient defined as  $c_f = \frac{2\mu\partial_y u|_0}{\rho_e U_e^2}$ ; the momentum-thickness

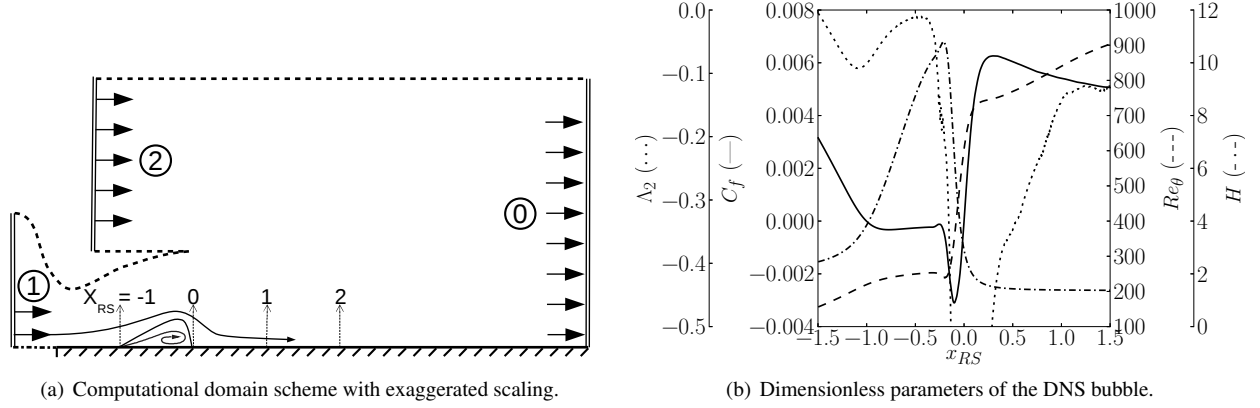


Fig. 1 Reference flow configuration.

Reynolds number  $Re_\theta = \frac{\rho e U_e \theta}{\mu_e}$ ; and the boundary-layer shape factor  $H = \frac{\delta^*}{\theta}$ . The dimensionless streamwise abscissa is calculated as  $x_{RS} \equiv \frac{x - x^R}{x^R - x^S}$  where  $x^R$  and  $x^S$  are the reattachment and separation points of the DNS flow, respectively.

We identify several flow regions based upon the time-averaged DNS results:

- $x_{RS} < -1$  **Attached laminar flow**
- $-1 \leq x_{RS} < 0$  **Short transitional bubble:** It yields negative values of the skin-friction coefficient. This region can be subdivided in two parts:
  - $-1 \leq x_{RS} < x_{RS}^{tr} = -0.27$  **Separated laminar boundary-layer**
  - $x_{RS}^{tr} = -0.27 \leq x_{RS} < 0$  **Separated transitional region:** It is characterized by a high rate of production of turbulence and sudden increase in  $Re_\theta$ .
- $0 \leq x_{RS} < 2$  **Relaxation boundary-layer:** The attached boundary-layer downstream of the bubble is still not fully turbulent, since the log-region is not completely established. Specifically, the velocity profile shown by the DNS lies below the theoretical log-law [6, 7]. In this region there is a local positive peak of skin-friction coefficient and a pronounced boundary-layer thickness growth rate.
- $2 \leq x_{RS}$  **Fully-developed turbulent boundary-layer:** The attached turbulent boundary-layer is well established and the log-law is verified. The streamwise pressure gradient is null. In this region, as shown by Laurent, Mary, Gleize, Lerat, and Arnal [8], the budget of the kinetic energy is in close agreement with the DNS results obtained by Spalart [42] from an attached turbulent boundary layer.

## B. Turbulence Models and Transition triggering

In this section we consider a general form of the  $k-\omega$  family of turbulence models, and we present the transition triggering effectuated for the RANS simulations. Let us consider the following general form for the  $k-\omega$  models:

$$\begin{cases} \partial_t(\rho k) + \partial_i(\rho u_i k) = f^{tr}(-\overline{\rho u'_i u'_j})(\partial_j u_i) - \beta_k \rho \omega k + \partial_i[(\mu + \sigma_k \mu_t) \partial_i k] \\ \partial_t(\rho \omega) + \partial_i(\rho u_i \omega) = \min\{f^{tr}; 1\} \alpha_\omega \frac{\omega}{k} (-\overline{\rho u'_i u'_j})(\partial_j u_i) - \beta_\omega \rho \omega^2 + \partial_i[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \partial_i \omega] \\ \quad + \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \max\{(\partial_i k)(\partial_i \omega); 0\} \end{cases} \quad (1)$$

With  $\mu_t = \rho k / \omega$  and making use of the Boussinesq approximation:

$$(-\overline{\rho u'_i u'_j}) \approx 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \quad (2)$$

Wilcox [26, 43] and Kok [44] models perform constant closure coefficients throughout the flowfield. Menter [21] model performs variable coefficients through the incorporation of blending functions. Throughout this study, we will refer to the closure coefficients of each model taking the form of the system (1). The closure coefficients are

user-defined field-variables that may take different values throughout the flowfield. This flexibility proves to be useful for understanding and comparing the models behavior, as it will be seen in the following sections.

The coefficient  $f^{tr}$  is a transition function that triggers the production term of the turbulence kinetic energy and regulates the production of  $\omega$ . This function is used here to impose the transition at the point where the DNS shows a significant growth of turbulence in the separated bubble. This transition onset corresponds to  $x_{RS}^{tr} = -0.27$ . Details on the accurate description of the transition dynamics of the bubble is out of the scope of the present paper, as we are focused on the behavior of the reattached turbulent boundary-layer. Therefore, in the next paragraph the transition is simply treated imposing  $f^{tr} = 0$  for  $x_{RS} < -0.27$  at the laminar region. The transition is triggered from  $x_{RS} \geq -0.27$  imposing  $f^{tr} = 1$ .

A typical problem of two-equation models at farfield is the specification of appropriate values which ensure sufficiently slow decay and low values of  $\nu_t$ . Following Rumsey [45], the numerical transition to turbulence may depend on the free-stream values of the turbulence variables. It may also depend on their cut-off values. Therefore, herein we specify the free-stream values and cut-off values employed in this study:

$$(\rho k)_\infty = \frac{3}{2} T u_\infty^2 V_r^2 \rho_r \quad (\rho \omega)_\infty = \frac{\rho_r (\rho k)_\infty}{10^{-2} \mu_\infty}$$

Numerical cut-off values employed:

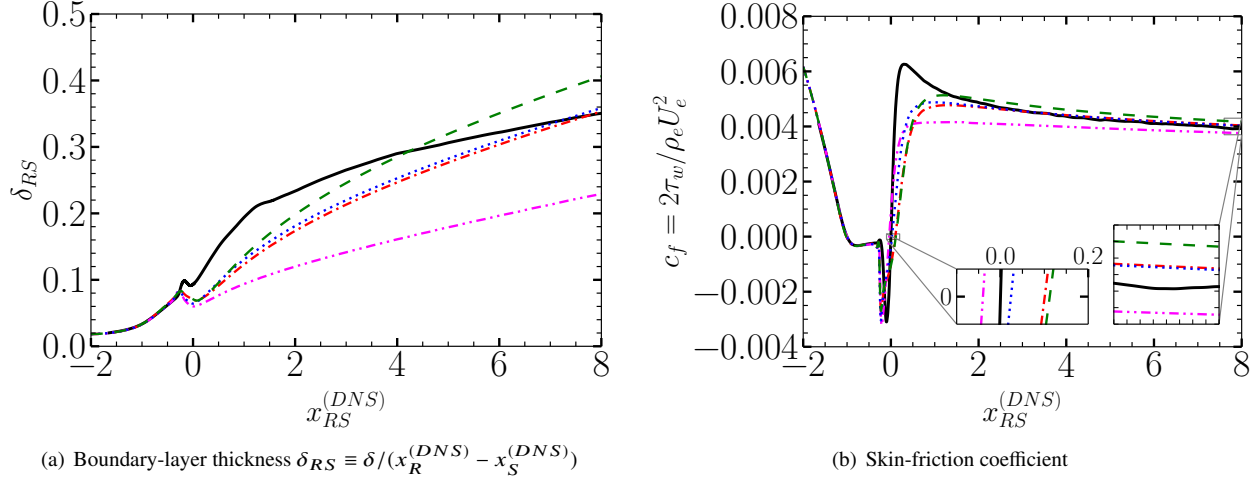
$$(\rho k)_{\text{cut-off}} = 10^{-2} (\rho k)_\infty \quad (\rho \omega)_{\text{cut-off}} = 10^{-2} (\rho \omega)_\infty \quad (\mu_t)_{\text{cut-off}} = 10^{-3} \mu$$

Where the reference values employed are:  $T u_\infty = 0.01 \times 10^{-2}$ ;  $\rho_r = 1.21 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ;  $V_r = 55 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . This verifies the requirements of Rumsey & Spalart [46].

### C. Observed behavior of existing models

In this section we present some observations on CFD results that motivated the present study. We performed four different RANS simulations with the models: Wilcox 1988, Menter BSL, Kok and Wilcox 2006. All the simulations are run using the compressible solver elsA [47]. The post-treatment routines are identical whether they are applied to the DNS averaged fields or the RANS results. This post-treatment has been performed using the code Cassiopee [48]. The numerical scheme used is *AUSM+(P)* [49, 50] which is adapted to weakly compressible flows, and local time-step is employed to converge to a steady solution through a multi-grid and implicit LUSSOR algorithm. The RANS simulations are run in a fine mesh which is a 2D slice of the grid-converged DNS configuration of Laurent, Mary, Gleize, Lerat, and Arnal [8]. The grid has 250 streamwise points in the transitional separation bubble and a cell size at the no-slip wall that guarantees  $\Delta y^+ < 1$ .

The resulting boundary-layer thickness and skin-friction coefficient are presented in Fig. 2. Interestingly, there exist visible differences between models in the relaxation boundary-layer downstream of the bubble. This can be seen in Fig. 2(a) from  $x_{RS} > 0$ . The boundary-layer growth rate, which corresponds to the slope of  $\delta$  and is denoted as  $\delta' \equiv d\delta/dx$ , is different for each model. This translates into significant differences of absolute boundary-layer thickness between models. For example, at eight bubble lengths downstream of the reattachment point,  $x_{RS} = 8$ , the Wilcox 1988 model predicts a boundary-layer almost twice thicker than the Menter model. There exist also differences in the skin-friction coefficient values, as seen in Fig. 2(b). At  $x_{RS} = 1$ , the most pronounced difference is found between Wilcox 1988 and Menter BSL models, which yield about 20% of relative difference. This gap between models tends to diminish further downstream, as the momentum thickness Reynolds number increases. Nevertheless, from  $x_{RS} > 4$  Menter BSL model still yields lower  $c_f$  values than the DNS, whereas Wilcox and Kok models predict higher values. The relative trends between models and the DNS present a similar behavior in both figures, 2(a) and 2(b). Indeed, very close to the reattachment point  $x_{RS} \sim [0, 1]$  it can be observed that all models yield lower boundary-layer thickness and growth rates than the DNS reference, as well as lower  $c_f$  values. Conversely, further downstream, from about  $x_{RS} > 4$ , the models over-predict the boundary-layer growth rate, but it is difficult to correlate it to the observed skin-friction coefficient behavior, as the relative differences depend also on the flow history. Specifically, each model predict different bubble sizes as can be seen in the zoomed axes of 2(b). The maximum difference reaches 15% relative to the DNS bubble length. This relative differences in the topology of the flow may impact also the values of the skin-friction coefficients, which complicates the task of extracting general conclusions based on the  $k$ - $\omega$  models properties. In §V we will present a numerical strategy that eliminates this constraint and allows us to evaluate a general form of the  $k$ - $\omega$  models based upon their diffusion properties.



**Fig. 2 Comparison of the transitional behavior of several  $k$ - $\omega$  models against DNS data.**  
 (—) DNS; (---) Wilcox 1988; (- · -) Menter; (- · ·) Kok; (···) Wilcox 2006

Before proceeding to the analysis, let us observe the velocity profiles of each model at the streamwise coordinate  $x_{RS} = 4$  in Fig. 3. All curves are plotted using the DNS scales: the boundary layer external velocity  $u_e^{DNS}$ , the viscous wall distance  $y_{DNS}^+ \equiv y u_\tau^{DNS} / \nu$  and the absolute wall distance  $y_{RS} \equiv y / (x^R - x^S)_{DNS}$ . In this way, one may compare the models velocity profiles directly with the ideally desired profile of the DNS. This would not have been achieved if we had chose to scale each curve with its corresponding RANS value, as the scale would differ between curves. In Fig. 3(a) we observe that all models capture reasonably well the log-law ( $10^1 < y^+ < 10^2$ ) of the turbulent boundary layer. Only the Menter BSL model seems to lie below the log-law that is theoretically obtained from the DNS scaling. In Fig. 3(b) we can observe that Wilcox and Kok models are in reasonable agreement with the DNS in the wake region of the boundary-layer. A fundamental difference is observed at  $y_{RS} > 0.11$  ( $y^+ > 300$ ). Wilcox and Kok models precisely predict the velocity profile of the DNS, and the curves smoothly approaches  $u/u_e^{DNS} = 1$  as  $y_{RS}$  increases. Menter BSL model yields a sharper behavior for  $u/u_e^{DNS}$  approaching 1. This effect will be briefly reviewed in §IV.B.

#### IV. Theoretical behavior of the boundary-layer edge

We are interested in the theoretical reasons behind the observed relative differences in boundary-layer spreading rates downstream of a short transitional bubble. We claim that the diffusive characteristics of each model are the main reason that explains the observed differences in boundary-layer spreading rates, which in turn impacts the skin-friction predictions. We assume that the diffusive characteristics of the models are related with the asymptotic behavior of the boundary-layer edge. Therefore, we review a simplified diffusive mathematical system for the boundary-layer edge. This approach has been widely investigated in the literature [30, 32, 38, 39, 44].

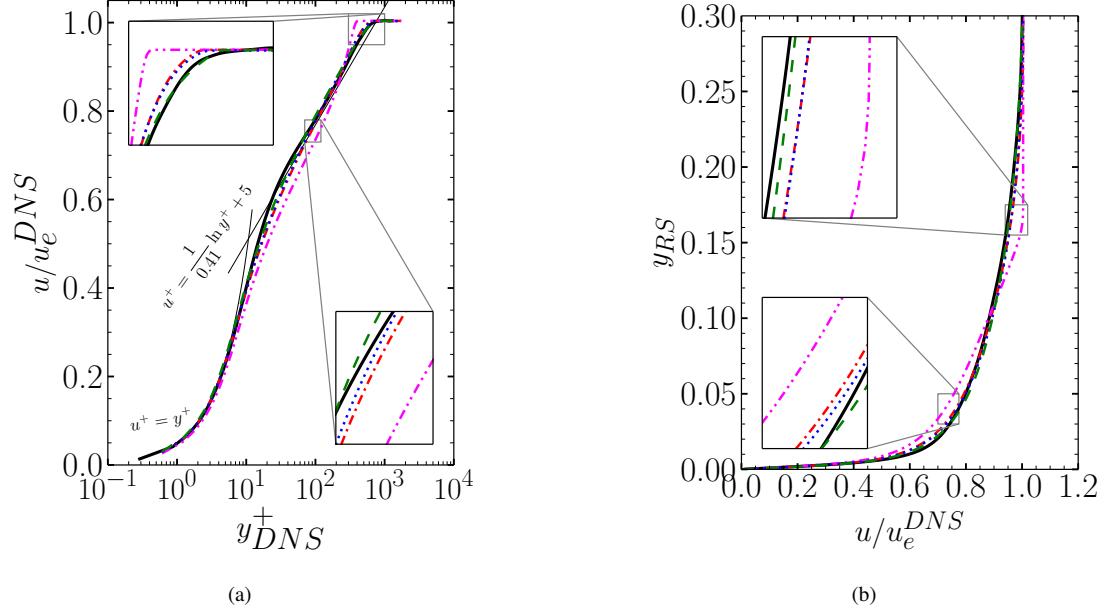
##### A. Asymptotic solution

Let us consider the system formed by the streamwise momentum, turbulence kinetic energy and specific dissipation rate transport equations evaluated at the boundary-layer edge region:

$$\begin{cases} D_{t_L} u|_e = \left( \frac{-1}{\rho} \partial_x p \right)_e + \partial_y ((\nu + \nu_t) \partial_y u)_e \\ D_{t_L} k|_e = \mathcal{P}_k|_e - \varepsilon_k|_e + \partial_y ((\nu + \sigma_k \nu_t) \partial_y k)_e \\ D_{t_L} \omega|_e = \mathcal{P}_\omega|_e - \varepsilon_\omega|_e + \partial_y ((\nu + \sigma_\omega \nu_t) \partial_y \omega)_e + \frac{\sigma_d}{\omega} (\partial_y k) (\partial_y \omega)|_e \end{cases} \quad (3)$$

Where the operator  $D_{t_L}$  denotes the particular derivative with respect to a *lagrangian time*,  $t_L$ . We assume zero streamwise pressure gradient, and negligible molecular viscosity compared to the eddy viscosity. Furthermore, following Wilcox [39, p. 390] the production and dissipation terms of the turbulence equations are negligible. Through the





**Fig. 3 Velocity profiles at  $x_{RS} = 4$  ( $Re_{\theta}^{DNS} = 1179$ ).**  
 (—) DNS; (---) Wilcox 1988; (- · - ·) Menter; (- · - ·) Kok; (· · ·) Wilcox 2006

introduction of the entrainment velocity,  $v_e = const < 0$ , the lagrangian derivative can be transformed into spatial derivatives considering that:  $Dt_L = dy/v_e$ . In this manner, the system (3) can be rewritten as:

$$\begin{cases} v_e \partial_y u|_e = \partial_y (v_t \partial_y u)_e \\ v_e \partial_y k|_e = \partial_y (\sigma_k v_t \partial_y k)_e \\ v_e \partial_y \omega|_e = \partial_y (\sigma_\omega v_t \partial_y \omega)_e + \frac{\sigma_d}{\omega} (\partial_y k) (\partial_y \omega)|_e \end{cases} \quad (4)$$

As noted by Kok [44] or Wilcox [39, p. 391], the solution of (4) approaching the interface ( $y \rightarrow \delta$ ) has a power-law form, except the eddy-viscosity, which presents a linear profile. Here we summarize their results:

$$u_e - u \sim \mathcal{U} (1 - y/\delta)^{n_u} \quad (5)$$

$$k \sim \mathcal{K} (1 - y/\delta)^{n_k} \quad (6)$$

$$\omega \sim \Omega (1 - y/\delta)^{n_\omega} \quad (7)$$

$$v_t \sim \frac{\mathcal{K}}{\Omega} (1 - y/\delta) \quad (8)$$

The integration constants  $\mathcal{U}$ ,  $\mathcal{K}$  and  $\Omega$  are unspecified, but the exponents depend on the diffusion coefficients as follows:

$$n_u = \frac{\sigma_\omega \sigma_k}{\sigma_\omega - \sigma_k + \sigma_d}, \quad n_k = \frac{\sigma_\omega}{\sigma_\omega - \sigma_k + \sigma_d}, \quad n_\omega = \frac{\sigma_k - \sigma_d}{\sigma_\omega - \sigma_k + \sigma_d} \quad (9)$$

We assume that the behavior of the models is mainly driven by the rate of decrease of  $k$  and  $\omega$  near the interface. Thus, we introduce the parameter  $\hat{v} = n_\omega/n_k$ . We can express the power form solutions in terms of  $\hat{v}$  and  $\sigma_k$  uniquely:

$$n_u = \frac{\sigma_k}{1 - \hat{v}}, \quad n_k = \frac{1}{1 - \hat{v}}, \quad n_\omega = \frac{\hat{v}}{1 - \hat{v}} \quad (10)$$

	$\sigma_k$	$\sigma_\omega$	$\sigma_d$	$\hat{\nu}$
<b>Wilcox 1988</b>	1/2	1/2	0	1
<b>Wilcox 2006</b>	3/5	1/2	1/8	0.95
<b>Kok</b>	2/3	1/2	1/2	1/3
<b>Menter BSL</b>	1	0.856	1.712	-0.83

**Table 1**  $k$ - $\omega$  models coefficients near the turbulent/non-turbulent interface

In table 1 we summarize the turbulent coefficients values of the  $k$ - $\omega$  models simulated in §III.C near the boundary-layer edge. The relative classification of the models following the parameter  $\hat{\nu}$  is as follows:

$$\hat{\nu}^{(\text{Menter})} < \hat{\nu}^{(\text{Kok})} < \hat{\nu}^{(\text{Wilcox 2006})} < \hat{\nu}^{(\text{Wilcox 1988})} \quad (11)$$

Furthermore, from the preliminary observations of Fig. 2, we can remark that downstream of the bubble, the evolution of the boundary-layer spreading rate and the skin-friction is as follows:

$$\begin{cases} \delta'^{(\text{Menter})} < \delta'^{(\text{Kok})} < \delta'^{(\text{Wilcox 2006})} < \delta'^{(\text{Wilcox 1988})} \\ c_f^{(\text{Menter})} < c_f^{(\text{Kok})} < c_f^{(\text{Wilcox 2006})} < c_f^{(\text{Wilcox 1988})} \end{cases} \quad (12)$$

Equation (12) show that the boundary-layer spreading rate  $\delta'$  and the skin-friction coefficient  $c_f$  trends may be related to each other. For example, the Wilcox 1988 model presents a more pronounced boundary-layer spreading rate *and* larger values of skin-friction than Kok model. For this study, we say therefore that Wilcox 1988 model is more diffusive than Kok model. The relationship between the trends of the predicted boundary-layer spreading rate and the skin-friction can be related via the Von-Kármán equation:

$$\frac{c_f}{2} = \frac{d\theta}{dx} + (H+2) \frac{\theta}{U_e} \frac{dU_e}{dx} \quad (13)$$

In equation (13) we observe that  $c_f \propto \theta'$ . If we assume in first approximation that  $\theta' \propto \delta'$ , then the prediction of the skin-friction is also proportional to the boundary-layer spreading rate. From observation of the trends (11) and (12), it seems that the evolution of  $\hat{\nu}$  is also related to the trends of  $c_f$  and  $\delta'$ . In order to verify this behavior, in §V we perform a numerical sweep of the turbulent diffusion coefficients along several iso values of the parameter  $\hat{\nu}$ . Furthermore, the parameter  $\hat{\nu}$  is convenient to the present analysis, as it is intimately related to relevant realizability constraints of the asymptotic realizability of the boundary-layer edge, as it will be presented in the following paragraph.

## B. Realizability constraints

In this section we enumerate the mathematical realizability constraints that guarantee that (5)-(8) is a solution of system (4). We relate these constraints to the  $\hat{\nu}$  parameter. These constraints are easily shown by injecting the power-law asymptotic solutions (5)-(8) into each term of the full RANS equations, and seeking the appropriate vanishing conditions of each term so that the RANS system of equations simplifies to the form of (4). We summarize the set of conditions:

**C1** :  $\mathcal{P}_k$  shall vanish asymptotically at the interface. Recalling that  $v_t \sim (1-y/\delta)$  and  $(\partial_y u) \sim (1-y/\delta)^{n_u-1}$ , then the power form of  $\mathcal{P}_k \approx v_t (\partial_y u)^2 \sim (1-y/\delta)^{2n_u-1}$ .

Thus,  $\mathcal{P}_k \rightarrow 0$  as  $y \rightarrow \delta$  if  $2n_u - 1 > 0 \Leftrightarrow \hat{\nu} > 1 - 2\sigma_k$

**C2** :  $\mathcal{P}_k$  shall vanish faster than the turbulent diffusion of the turbulence kinetic energy.

$\mathcal{P}_\omega$  shall vanish faster than the turbulent diffusion of  $\omega$  *and* the cross-diffusion.

The asymptotic form of the turbulent diffusion of  $k$  is:  $\partial_y(\sigma_k(\partial_y k)) \sim (1-y/\delta)^{n_k-1}$ . Therefore  $\mathcal{P}_k \rightarrow 0$  faster than the diffusion of  $k$  if  $2n_u - 1 > n_k - 1 \Leftrightarrow \sigma_k > 1/2$

Equivalently, we can consider the asymptotic form of the production of  $\omega$ , the turbulent diffusion of  $\omega$  and the cross-diffusion:

$$\begin{cases} \mathcal{P}_\omega \sim \frac{\omega}{k} \mathcal{P}_k \sim (1-y/\delta)^{2n_u-2} \\ \partial_y(\sigma_\omega v_t(\partial_y \omega)) \sim (1-y/\delta)^{n_\omega-1} \\ \frac{\sigma_d}{\omega}(\partial_y k)(\partial_y \omega) \sim (1-y/\delta)^{n_k-2} \end{cases} \quad (14)$$

In order  $\mathcal{P}_\omega$  to vanish faster than the turbulent diffusion of  $\omega$  as  $y \rightarrow \delta$ , then  $2n_u - 2 > n_\omega - 1 \Leftrightarrow \sigma_k > 1/2$ .

The same result is obtained to guarantee that  $\mathcal{P}_\omega$  vanishes faster than the cross diffusion:  $2n_u - 2 > n_k - 2 \Leftrightarrow \sigma_k > 1/2$ .

**C3** : The dissipation of  $k$  shall vanish at the interface. Considering that  $\varepsilon_k \sim k\omega \sim (1-y/\delta)^{n_k+n_\omega}$ , then this constrained is verified if  $n_k + n_\omega > 0 \Leftrightarrow \widehat{\nu} > -1$

**C4** : The dissipation terms of  $k$  and  $\omega$  shall vanish faster than their corresponding turbulent diffusions.  $\sigma_\omega > 0$

**C5** :  $\omega$  shall vanish at the interface. Therefore  $n_\omega > 0 \Leftrightarrow \widehat{\nu} > 0$ . Moreover, recalling that  $(\partial_y k) \sim (1-y/\delta)^{n_k-1}$ , this derivative may tend to infinity if  $n_k - 1 < 0 \Leftrightarrow \widehat{\nu} < 0$ . Therefore, this condition guarantees also that  $k$  performs a physically acceptable slope at the interface.

**C6** :  $\mathcal{P}_\omega$  shall vanish at the interface. Therefore this constraint is verified if  $2n_u - 2 > 0 \Leftrightarrow \widehat{\nu} > 1 - \sigma_k$ .

Recalling that  $(\partial_y u) \sim (1-y/\delta)^{n_u-1}$ , this derivative may tend to infinity if  $n_u - 1 < 0 \Leftrightarrow \widehat{\nu} < 1 - \sigma_k$ . Therefore, this condition guarantees also that  $u$  performs a physically acceptable slope at the interface.

**C7** :  $u_e - u$ ,  $k$  and  $\omega$  shall all vanish at the interface. This condition is verified if all exponents  $n_u$ ,  $n_k$  and  $n_\omega$  are positive, which is verified if  $\widehat{\nu} < 1$ . Models that are close to this constraint ( $\widehat{\nu} \approx 1$ ), or such that they do not verify it at all ( $\widehat{\nu} > 1$ ), will yield more pronounced sensitivity to freestream conditions.

**C8** :  $\sigma_d > 0$  is finally required for having a valid cross diffusion.

As noted by Hellsten and Bézard [37], it seems to exist an additional constraint at the interface:  $\sigma_k > 1$ . This is a necessary and sufficient condition to guarantee that  $u'v' \rightarrow 0$  at the interface. Otherwise, the main shear stress would be over-predicted near the interface. However, Wilcox [43] showed that  $\sigma_k$  shall be well below 1 in order to guarantee appropriate predictions of the  $k$ - $\omega$  models at free shear flows. In practice, this problem can be avoided by means of a shear-stress limiter, like the SST proposed by Menter [21].

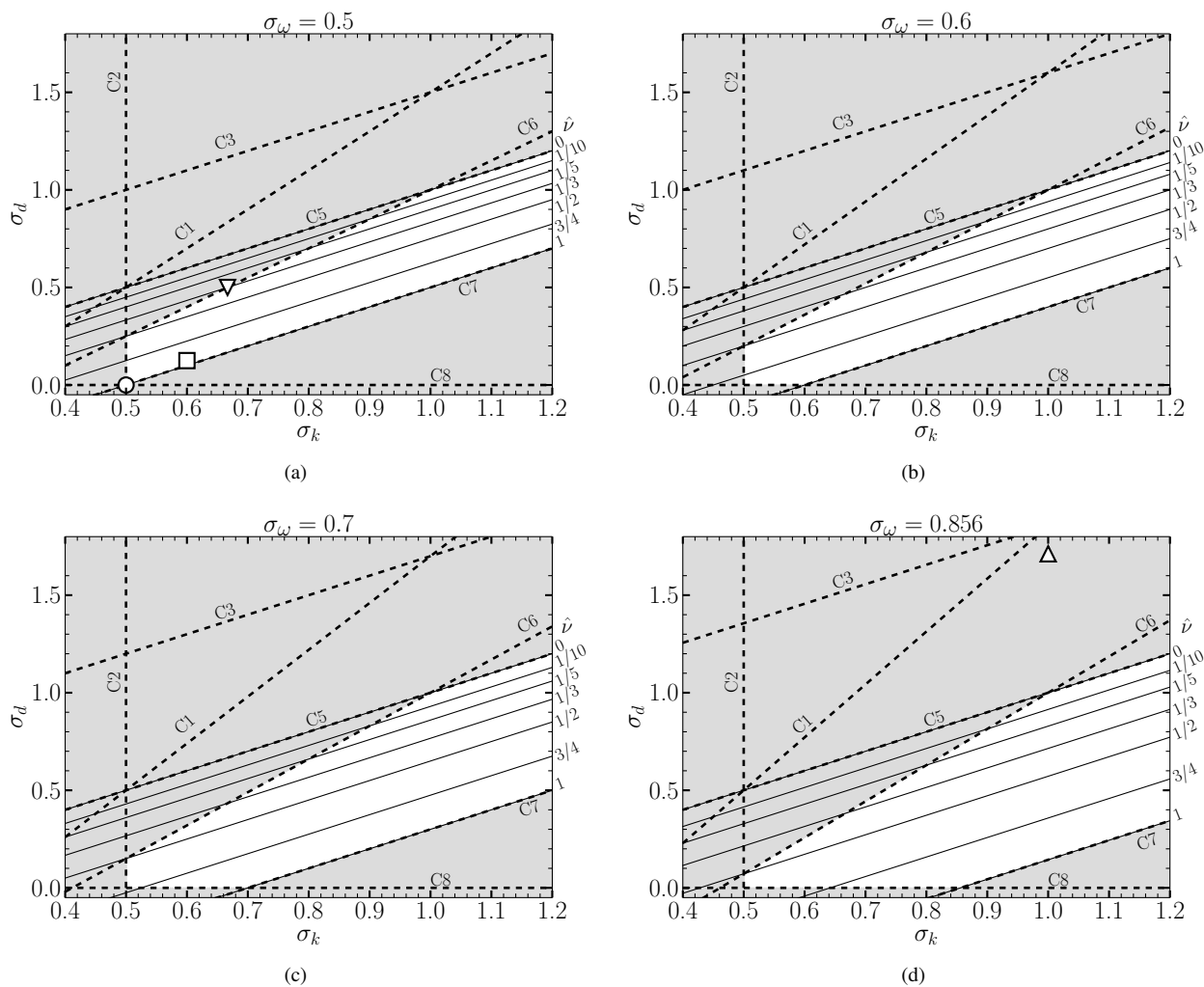
In Fig. 4 we present the mathematically realizable space of  $k$ - $\omega$  models based on its turbulent diffusion coefficients ( $\sigma_k$ ,  $\sigma_\omega$  and  $\sigma_d$ ). This space of coefficients, which is three-dimensional, is fully determined by the before-mentioned realizability constraints **C1-C8**. The grayed zone represents the space where at least one constraint is violated. We recall that a model close to the **C5** and **C6** limits ( $\widehat{\nu} \rightarrow 0$ ) would perform an abrupt matching at the interface, whereas a model close to the **C7** limit ( $\widehat{\nu} \rightarrow 1$ ) would tend to be dependent upon the freestream conditions.

As can be seen in Fig. 4, Kok and Wilcox 1988 models lie on the limit of realizability, and Menter model do not verify **C5** and **C6**. This known effect [39, 51] mathematically produces  $\partial_y u \rightarrow \infty$  as  $y \rightarrow \delta$ , which is the reason why Menter model predicts a comparatively sharper boundary-layer edge than the other models, as seen in Fig. 3. In practice, the mesh size near the boundary layer edge used in engineering applications is sufficiently big so that the numerical diffusion prevents  $\omega$  from increasing abruptly. There is no reason why Menter model would fulfill the requirements **C5** and **C6**, since it has not been designed for that purpose, but rather to match the  $k$ - $\varepsilon$  behavior [21]. On the other hand, Wilcox 2006 model was designed to be in the realizable region [39], which guarantees an analytic behavior of the model at the interface. In Fig. 4 the solid-lines represent iso-values of the parameter  $\widehat{\nu}$ . It can be observed that the realizable region is contained in the interval  $0 < \widehat{\nu} < 1$ . This confirms that  $\widehat{\nu}$  is a suitable parameter to analyze the  $k$ - $\omega$  properties, since it is explicitly related to the most relevant realizability constraints.

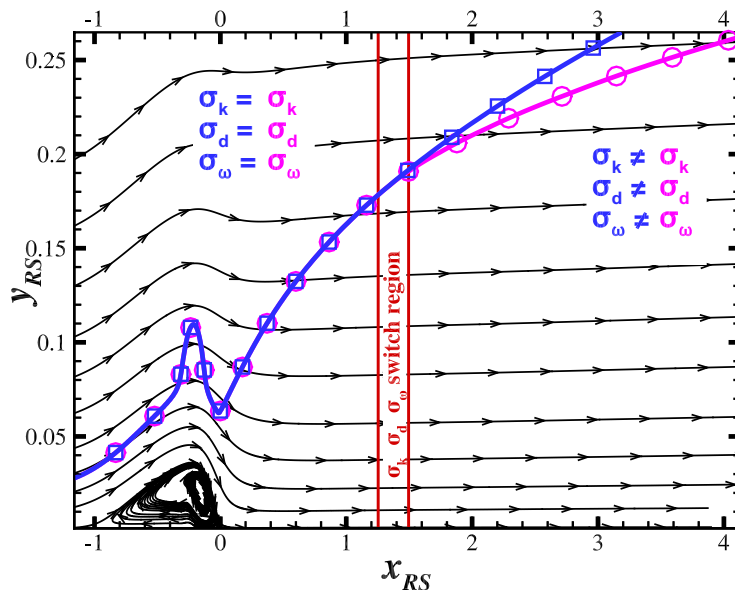
The parameter  $\widehat{\nu}$  can facilitate the rapid identification of common characteristics of  $k$ - $\omega$  models. For example, the  $k$ - $\omega$  models such that  $\widehat{\nu} = 1$  are specially sensitive to the freestream conditions. On the contrary, the  $k$ - $\omega$  models such that  $\widehat{\nu} = 0$  perform a more abrupt matching of the physical quantities at the interface. From the trends observed in §III.C, summarized in equations (11) and (12), there would also exist an apparent correlation between  $\widehat{\nu}$  and the diffusivity of the models. Therefore, it is pertinent to numerically assess the  $\widehat{\nu}$  parameter for a wide range of  $k$ - $\omega$  models, in order to confirm this trend, as it may be useful information for modelers. The next section §V, is devoted to this purpose for the present considered case of a relaxation boundary-layer downstream of a short transitional bubble.

## V. Numerical impact of the diffusion coefficients

In this section we present the numerical approach that we have implemented in order to evaluate the proposed parameter  $\widehat{\nu}$ , which is related to the preliminary observations of §III.C as well as the realizability constraints at the



**Fig. 4** Space of variation of the diffusion coefficients including the realizability constraints (dashed lines, C1-C8) and iso-curves of  $\hat{v}$  (solid lines). The grayed zone marks the unrealizable space. Considered models: ▽-Kok; □-Wilcox 2006; ○-Wilcox 1988 and △-Menter.



**Fig. 5** Scheme of the streamwise diffusion coefficients variation approach of the numerical sweep. Solid lines marked with  $\square$  and  $\circ$  represent the boundary-layer thicknesses,  $\delta$ , of two different sets of coefficients  $\sigma_k$ ,  $\sigma_d$  and  $\sigma_\omega$ . Arrowed solid lines represent streamlines of the time-averaged DNS result.

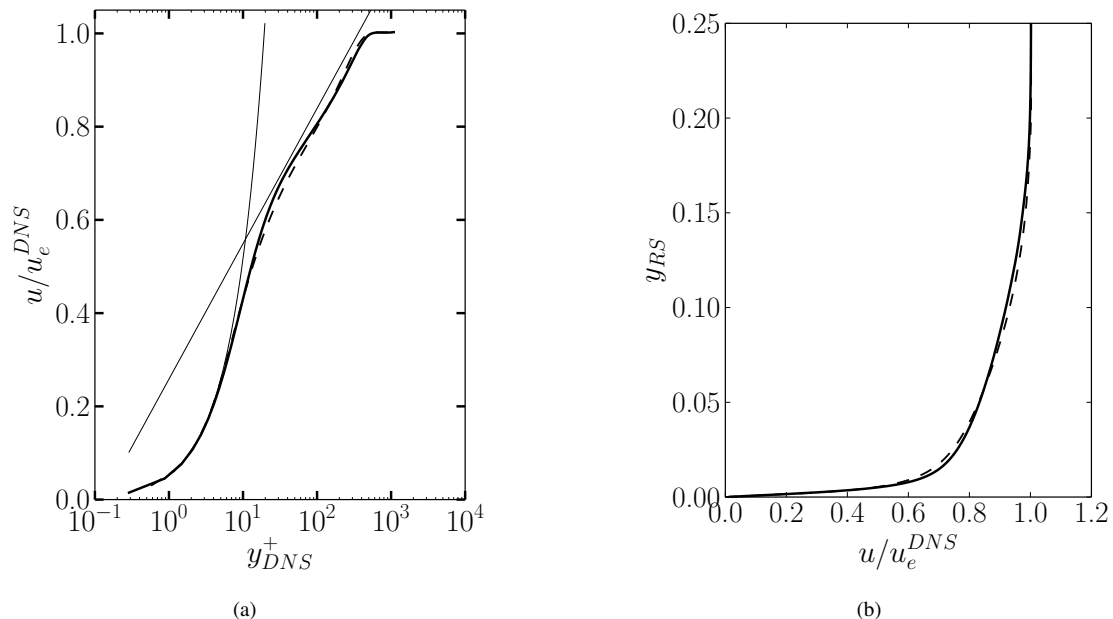
interface. We intend to analyze the impact of the turbulent diffusion coefficients ( $\sigma_k, \sigma_\omega, \sigma_d$ ) on the diffusion of the relaxation boundary-layer downstream of a short transitional bubble. The considered case is the one presented in §III. For this purpose, we perform multiple simulations in order to sweep a large interval of turbulent diffusion coefficients. Specifically, this sweep will be made following several iso-values of  $\hat{v}$ .

In order to avoid the dependence of the result on the history of the flow (i.e. the effect of different predicted bubbles as it was the case in fig. 2(b)), we implemented a zonal coefficient variation approach that allows us to smoothly switch the  $k$ - $\omega$  closure coefficients from a given value to a different one as function of the streamwise coordinate. Specifically, the sweep of cases perform the same closure coefficients for  $x_{RS} < 1.25$ , and each case smoothly changes its closure coefficients to the desired values from  $x_{RS} = 1.25$  up to  $x_{RS} = 1.5$ , and keep the desired values from  $x_{RS} > 1.5$ , as shown in the scheme of Fig. 5. The main advantage of using this approach is that all simulations have the *same* history, they all yield the same bubble, and at  $x_{RS} = 1.25$  the relaxation turbulent boundary-layer have for all cases the same profile which is close to the DNS one, as shown in Fig. 6. This have been achieved by means of an empirical transition model that acts on the source terms of the turbulence equations. Full details on this transitional model are beyond the scope of the present paper, and shall be noticed that the most relevant here is that at  $x_{RS} = 1.25$  the boundary layer profile is close to the DNS one. This profile, that lies below the theoretical log-law, is characteristic of the relaxation boundary-layer downstream of a short transitional bubble [7].

Using this approach, the coupled effect between the bubble and the results of  $\delta$  and  $c_f$  shown in Fig. 2 is thus avoided, and conclusions on the impact of the turbulent diffusion coefficients values on the relaxation boundary-layer can be extracted. The reason for performing a smooth change of the closure coefficients at  $1.25 < x_{RS} \leq 1.5$ , rather than an instantaneous switch, is for avoiding undesired numerical effects due to a discontinuity of the coefficients. The smooth change is performed along a streamwise distance of 1/4 of the DNS bubble length, but the global trends are reasonably independent of this parameter, as soon as the switch of coefficients is sufficiently smooth.

The Fig. 7 presents the results of the sweep of simulations along lines of constant  $\hat{v}$ . The plots on the left represents the average boundary layer spreading rate taken from  $x_{RS} = 4$  until  $x_{RS} = 8$ . The plots on the right side of the figure represents the average rate of change of the skin-friction with respect to the dimensionless streamwise coordinate taken also from  $x_{RS} = 4$  until  $x_{RS} = 8$ , and we note it as  $c'_f = dc_f/dx_{RS}$ .

As it can be observed, within acceptable approximation we can state that the most pronounced changes in the boundary-layer spreading rate can be produced through changing the diffusion coefficients orthogonally with respect to iso-curves of  $\hat{v}$ , as observed in Fig. 7. The simulations run along the iso-curve of  $\hat{v} = 1$  are analogous to evaluating a  $k$ - $\omega$  model in the border of the constraint C7 such that the cross-diffusion is minimum. A similar evaluation was



**Fig. 6** Velocity profiles at  $x_{RS} = 1.25$  ( $Re_{\theta}^{DNS} = 876$ ). (—) DNS; (---) RANS profile for all sweep simulations.

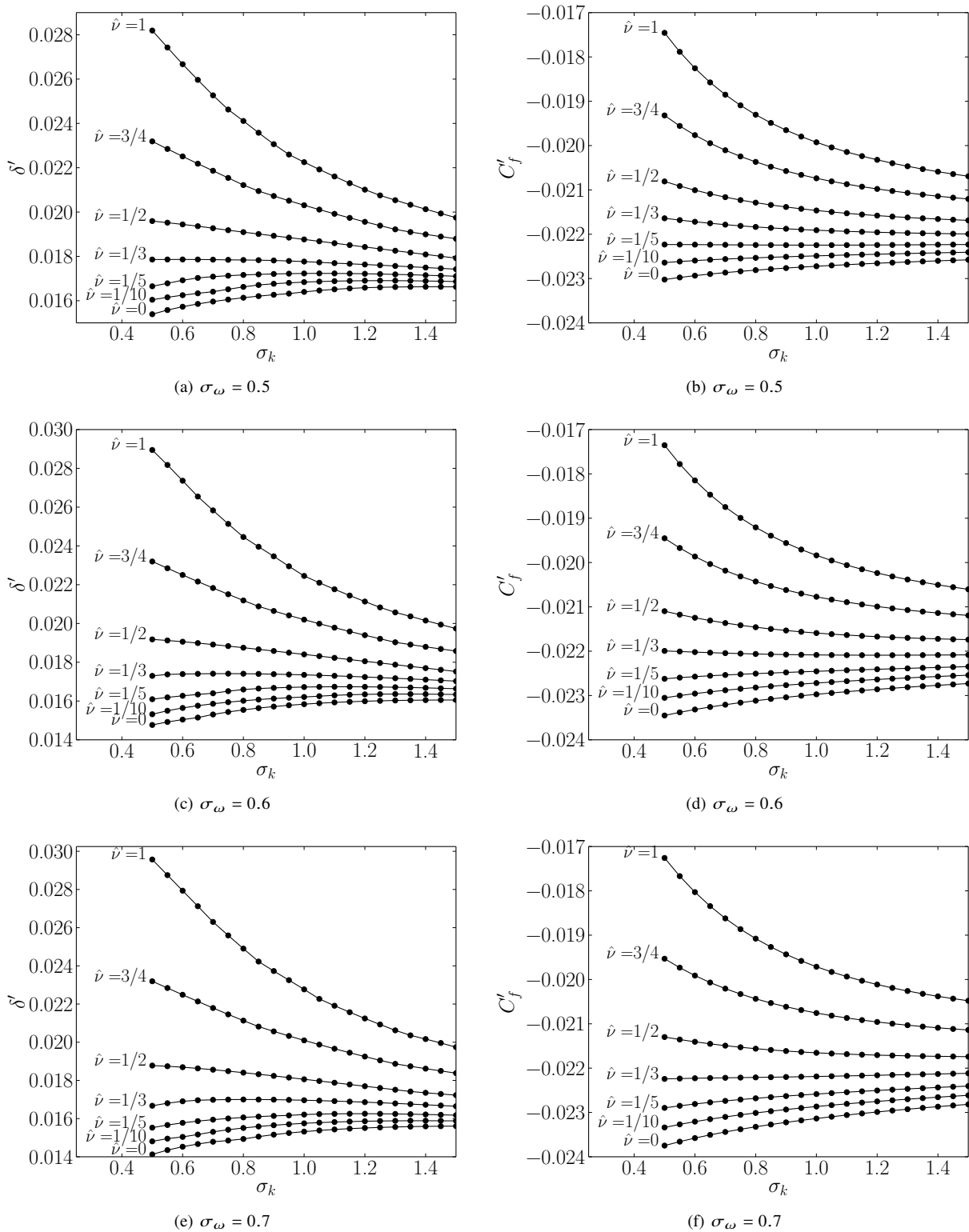
performed also by Wilcox [39, 43], who found that a relative increase of  $\sigma_k$  and  $\sigma_d$ , such that  $\sigma_d$  remains as low as the constraint allows, results in a global decrease of the spreading ratio  $\delta'$ . The same trend is found in the present study, as shown by the curve  $\hat{v} = 1$  in Fig. 7. Nonetheless, the results along  $\hat{v} = 1$  shall be interpreted with caution, as near this border the results may be too dependent on the free-stream conditions, and we expect that different spreading rates would be obtained if the simulations were run with different freestream and/or cut-off conditions.

We can observe that the global trends of the iso-curves of  $\hat{v}$  presents similar behavior for the different slices of  $\sigma_{\omega}$ . The trends observed in equations (11) and (12) are fairly verified for a wide range of models as seen in Fig. 7. This trend is better verified for low values of  $\hat{v}$ , where the slopes of the iso-curves are closer to zero. For the lower  $\hat{v}$  values, we observe that systematically the resulting spreading rate is lower. Remarkably, for sufficiently low  $\hat{v}$  values a relative increase of  $\sigma_k$  and  $\sigma_d$  such that  $\hat{v}$  remains constant have limited impact on the boundary-layer spreading rate. In order to illustrate this effect, we take a closer look at four different samples of the numerical sweep, namely *A*, *B*, *C* and *D* as shown in Fig. 8. The models *B* and *C* lie in the same iso-curve of  $\hat{v} = 1/2$ , but each sample yields significantly different values of  $\sigma_k$  and  $\sigma_d$ . As it can be observed in Fig. 8, the boundary-layer spreading rate is nearly the same for *B* and *C*. In the other hand, if we look at the curves of *A*, *B* and *D*, which yield  $\hat{v} = 1$ ,  $1/2$  and  $0$  respectively, we observe that the boundary-layer spreading rate is significantly different. This example illustrates that a set of models which yield equal value of  $\hat{v}$  presents similar evolution of the boundary-layer spreading rate, provided that the comparison is effectuated at low  $\hat{v}$  values.

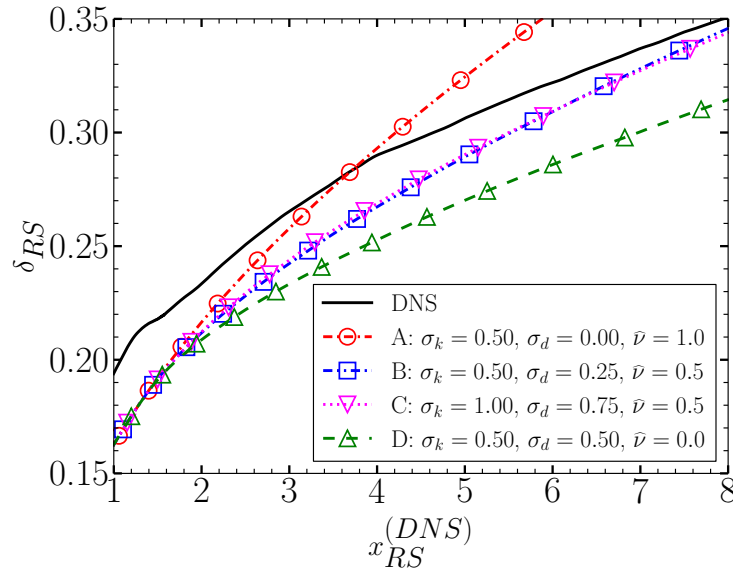
## VI. Conclusion

An analysis of a large collection of  $k$ - $\omega$  models downstream of a short transitional bubble has been effectuated. The influence of the turbulence diffusion coefficients ( $\sigma_k, \sigma_d, \sigma_{\omega}$ ) on the boundary layer spreading rate and skin-friction has been assessed. Through theoretical considerations on the realizability of the turbulent/non-turbulent interface, a simple algebraic parameter,  $\hat{v} = n_{\omega}/n_k$ , has been proposed in order to facilitate the identification and comparison of the diffusive and realizability properties between different  $k$ - $\omega$  models. This parameter has allowed us to identify characteristic directions in the turbulent diffusion coefficients space where the boundary layer spreading rate and skin-friction remains nearly constant. These characteristic directions are found at relatively low values of  $\hat{v}$ , such that the solutions are independent on the freestream conditions. Specifically, the Kok  $k$ - $\omega$  model may be considered to be placed at such characteristic direction for  $\hat{v} = 1/3$ .

The parameter  $\hat{v}$  may contribute to facilitate the local adaptation of the turbulence models, as it summarizes relevant realizability constraints and seems to be related also to the boundary-layer spreading rate and skin friction predictions.



**Fig. 7** Averaged boundary-layer spreading rate  $\delta'$  and skin-friction streamwise rate of change  $c'_f$  of the sweep of simulations along iso-values of  $\hat{\nu}$  between coordinates  $x_{RS} = 4$  and  $x_{RS} = 8$ . Reference DNS values:  $\delta' = 0.015$  and  $c'_f = -0.019$



**Fig. 8** Boundary-layer evolution of four samples of the numerical sweep at  $\sigma_\omega = 1/2$ .

From a modeling point of view, if e.g. one attempts to locally modify the turbulence diffusion coefficients of a given  $k$ - $\omega$  model in order to have an enhanced (respectively reduced) boundary layer spread rate, then the modification should be done such that the resulting  $\hat{\nu}$  is increased (respectively decreased), keeping in mind that the modification shall be done such that  $0 < \hat{\nu} < 1$  so that relevant realizability constraints are verified.

Current  $k$ - $\omega$  models does not accurately predict the effects on the relaxation boundary layer downstream of transitional separation bubbles. The present work may help modelers to have a new insight into the  $k$ - $\omega$  models trends downstream of a transitional bubble, and it could serve as a basis for local modifications in order to account for the observed effects of the bubble. As a perspective, the current work could be extended to the framework of other families of RANS models.

### Acknowledgments

The authors would like to acknowledge the great support and useful insights of our colleges at the DAAA and DMPE Departments at ONERA. The simulations run in this study have been executed using the software elsA [47], which is issued of the three-party agreement between AIRBUS, SAFRAN, and ONERA. The DNS and RANS post-treatment has been executed using the code Cassiopee [48] developed at ONERA.

### References

- [1] Wilcox, D. C., "A Half Century Historical Review of the  $k$ - $\omega$  Model," *29th Aerospace Sciences Meeting*, edited by AIAA, Reno, Nevada, 1991. doi:10.2514/6.1991-615.
- [2] Richez, F., Mary, I., Gleize, V., and Basdevant, C., "Near stall simulation of the flow around an airfoil using zonal RANS/LES coupling method," *Computers & Fluids*, Vol. 37, No. 7, 2008, pp. 857 – 866. doi:10.1016/j.compfluid.2007.03.016.
- [3] Richez, F., Mary, I., Gleize, V., and Basdevant, C., *Simulation and Modelling of a Laminar Separation Bubble on Airfoils*, Springer Netherlands, Dordrecht, 2009, pp. 457–469. doi:10.1007/978-1-4020-9898-7\_39.
- [4] Jones, B. M., "An Experimental Study of the Stalling of Wings," *A.R.C.R. & M.*, Vol. 1588, 1933.
- [5] Roberts, W. B., "Calculation of Laminar Separation Bubbles and Their Effect on Airfoil Performance," *AAIA Journal*, Vol. 18, No. 1, 1980, pp. 25–31.
- [6] Spalart, P., and Strelets, M., "Mechanisms of transition and heat transfer in a separation bubble," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 403, 2000, pp. 329–349.



- [7] Alam, M., and Sandham, N. D., "Direct numerical simulation of short laminar separation bubbles with turbulent reattachment," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 410, 2000, pp. 1–28.
- [8] Laurent, C., Mary, I., Gleize, V., Lerat, A., and Arnal, D., "DNS database of a transitional separation bubble on a flat plate and application to RANS modeling validation," *Computers & Fluids*, Vol. 61, 2012, pp. 21 – 30. doi:10.1016/j.compfluid.2011.07.011, onera Scientific Day.
- [9] Burgmann, S., and Schröder, W., "Investigation of the vortex induced unsteadiness of a separation bubble via time-resolved and scanning PIV measurements," *Experiments in Fluids*, Vol. 45, No. 4, 2008, p. 675. doi:10.1007/s00348-008-0548-7.
- [10] McAuliffe, B. R., and Yaras, M. I., "Transition Mechanisms in Separation Bubbles Under Low- and Elevated-Freestream Turbulence," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 132, No. 1, 2010. doi:10.1115/1.2812949.
- [11] Gaster, M., "The Structure and Behaviour of Laminar Separation Bubbles," *Queen Mary College*, 1969.
- [12] Marquet, O., Sipp, D., Chomaz, J., and Jacquin, L., "Amplifier and resonator dynamics of a low-Reynolds-number recirculation bubble in a global framework," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 605, 2008, pp. 429–443. doi:10.1017/S0022112008000323.
- [13] Marquet, O., Lombardi, M., Chomaz, J., Sipp, D., and Jacquin, L., "Direct and adjoint global modes of a recirculation bubble: lift-up and convective non-normalities," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 622, 2009, pp. 1–21. doi:10.1017/S0022112008004023.
- [14] Rodriguez, D., Gennaro, E. M., and Juniper, M. P., "The two classes of primary modal instability in laminar separation bubbles," *43rd Fluid Dynamics Conference*, edited by A. I. of Aeronautics and Astronautics, 2013. doi:10.2514/6.2013-2621.
- [15] Rodriguez, D., and Gennaro, E. M., "On the secondary instability of forced and unforced laminar separation bubbles," *IUTAM ABCM Symposium on Laminar Turbulent Transition*, Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2015, pp. 78–87. doi:10.1016/j.piutam.2015.03.026.
- [16] Hadžić, I., and Hanjalić, K., *Separation-Induced Transition to Turbulence: Second-Moment Closure Modelling*, 2000, Vol. 63, p. 153. doi:10.1023/A:1009980119240.
- [17] Gerolymos, G. A., Sauret, E., and Vallet, I., "Influence of Inflow Turbulence in Shock-Wave/Turbulent-Boundary-Layer Interaction Computations," *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 6, 2004, pp. 1101–1106. doi:10.2514/1.2257.
- [18] Gerolymos, G. A., and Vallet, I., "Bypass Transition and Tripping in Reynolds-stress Model Computations," *21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, AIAA, San Diego, CA, 2013.
- [19] Menter, F. R., Langtry, R. B., Likki, S. R., Suzen, Y. B., Huang, P. G., and Völker, S., "A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables - Part I: Model Formulation," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 128, 2006, pp. 413–422. doi:10.1115/1.2184352.
- [20] Langtry, R. B., and Menter, F. R., "Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes," *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 2, 2009, pp. 2894–2906. doi:10.2514/1.42362.
- [21] Menter, F. R., "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, 1994, pp. 1598–1605. doi:10.2514/3.12149.
- [22] Perraud, J., Deniau, H., and Casalis, G., "Overview Of Transition Prediction Tools In The elsA Software," ONERA, Barcelona, Spain, 2014.
- [23] Kubacki, S., and Dick, E., "An algebraic intermittency model for bypass, separation-induced and wake-induced transition," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2016, pp. –. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2016.09.013.
- [24] Windte, J., Scholz, U., and Radespiel, R., "Validation of the RANS-simulation of laminar separation bubbles on airfoils," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 10, No. 6, 2006, pp. 484–494. doi:10.1016/j.ast.2006.03.008.
- [25] Laurent, C., Mary, I., Gleize, V., Lerat, A., and Arnal, D., "Rans Modeling of a Transitional Laminar Separation Bubble on a Flat Plate with DNS Database," AIAA, Chicago, Illinois, 2010. doi:10.2514/6.2010-4444.
- [26] Wilcox, D. C., "Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 11, 1988, pp. 1299–1310. doi:10.2514/3.10041.
- [27] Zheng, X., Liu, C., Liu, F., and Yang, C., "Turbulent transition simulation using the k-omega model," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 42, 1998, pp. 907–926. doi:10.1002/(SICI)1097-0207(19980715)42:53.0.CO;2-T.

- [28] Yuan, W., Khalid, M., Windte, J., Scholz, U., and Radespiel, R., "An Investigation of Low-Reynolds-Number Flows past Airfoils," *23rd AIAA Applied Aerodynamics Conference*, Toronto, 2005. doi:10.2514/6.2005-4607.
- [29] Howard, R., Alam, M., and Sandham, N., "Two-Equation Turbulence Modelling of a Transitional Separation Bubble," *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 63, No. 1, 2000, pp. 175–191. doi:10.1023/A:1009992406036.
- [30] Saffman, P. G., "A model for inhomogeneous turbulent flow," *Proceedings of the Royal Society*, Vol. 317, No. 1530, 1970, pp. 417–433. doi:10.1098/rspa.1970.0125.
- [31] Lele, S., "A consistency condition for Reynolds stress closures," *The Physics of Fluids*, Vol. 28, No. 64, 1985, pp. 64–68. doi:10.1063/1.865126.
- [32] Cazalbou, J., Spalart, P., and Bradshaw, P., "On the behavior of two-equation models at the edge of a turbulent region," *Physics of Fluids*, Vol. 6, No. 5, 1994, pp. 1797–1804. doi:10.1063/1.868241.
- [33] Moore, J. G., and Moore, J., "Realizability of Two-Equation Turbulence Models," *30th AIAA Fluid Dynamics Conference*, Norfolk, VA, USA, 1999. doi:10.2514/6.1999-3779.
- [34] Kok, J. C., "Resolving the dependence on free-stream values for the k-omega turbulence model," Tech. Rep. NLR-TP-99295, NLR, 1999.
- [35] Catris, S., "Étude de contraintes et qualification de modèles à viscosité turbulente," Ph.D. thesis, École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 1999.
- [36] Cazalbou, J., and Chassaing, P., "The structure of the solution obtained with Reynolds-stress-transport models at the free-stream edges of turbulent flows," *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 2, 2002, pp. 597–611.
- [37] Hellsten, A., and Bézard, H., "Behaviour of Nonlinear Two-Equation Turbulence Models at the Free-Stream Edges of Turbulent Flows," *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 6*, edited by W. Rodi and M. Mulas, Elsevier Science B.V., Amsterdam, 2005, pp. 147 – 156. doi:10.1016/B978-008044544-1/50013-3.
- [38] Hellsten, A., "New Advanced  $k-\omega$  Turbulence Model for High-Lift Aerodynamics," *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 9, 2005, pp. 1857–1869. doi:10.2514/1.13754.
- [39] Wilcox, D. C., *Turbulence Modeling for CFD*, 3<sup>rd</sup> ed., DCW Industries, La Cañada, California, 2006.
- [40] Ferrey, P., and Aupoix, B., "Behaviour of turbulence models near a turbulent/non-turbulent interface revisited," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 27, No. 5, 2006, pp. 831 – 837. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.03.022, special issue of the 6th International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements – ETMM6.
- [41] Ferrey, P., "Modèles aux tensions de Reynolds avec prise en compte de l'intermittence de frontière," Ph.D. thesis, Université de Poitiers, 2004.
- [42] Spalart, P. R., "Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $Re_\theta=1410$ ," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 187, 1988, pp. 61–98. doi:10.1017/S0022112088000345.
- [43] Wilcox, D. C., "Formulation of the  $k-\omega$  Turbulence Model Revisited," *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 11, 2008, pp. 2823–2838. doi:10.2514/1.36541.
- [44] Kok, J., "Resolving the Dependence on Freestream Values for the k- Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 7, 2000, pp. 1292–1295. doi:10.2514/2.1101.
- [45] Rumsey, C. L., "Apparent transition behavior of widely-used turbulence models," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, No. 6, 2007, pp. 1460–1471. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2007.04.003.
- [46] Spalart, P., and Rumsey, C. L., "Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations," *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 10, 2007, pp. 2544–2553. doi:10.2514/1.29373.
- [47] Cambier, L., Heib, S., and Plot, S., "The Onera elsA CFD software: input from research and feedback from industry," *Mechanics & Industry*, Vol. 14, No. 3, 2013, pp. 159–174. doi:10.1051/meca/2013056.
- [48] Benoit, C., Péron, S., and Landier, S., "Cassiopee: A CFD pre- and post-processing tool," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 45, No. Supplement C, 2015, pp. 272 – 283. doi:doi.org/10.1016/j.ast.2015.05.023.

- [49] Mary, I., Sagaut, P., and Deville, M., “An algorithm for unsteady viscous flows at all speeds,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 34, 2000, pp. 371–401. doi:10.1002/1097-0363(20001115)34:5<371::AID-FLD54>3.0.CO;2-W.
- [50] Liou, M. S., “A sequel to AUSM, Part II: AUSM+-up for all speeds,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 214, No. 1, 2006, pp. 137 – 170. doi:10.1016/j.jcp.2005.09.020.
- [51] Kok, J. C., and Spekreijse, S. P., “Efficient and accurate implementation of the k-omega turbulence model in the NLR multi-block Navier–Stokes system,” *ECCOMAS 2000*, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Barcelona, 2000.

## **Annexe F**

**Article paru dans l'AIAA Journal 2019**



# Algebraic Nonlocal Transition Modeling of Laminar Separation Bubbles Using $k - \omega$ Turbulence Models

Luis Bernardos,\* F. Richez,† and V. Gleize‡

ONERA, 92190 Meudon, France

and

G. A. Gerolymos§

Sorbonne University, 75005 Paris, France

DOI: 10.2514/1.J057734

Algebraic transitional extensions for the accurate computation of laminar separation bubbles are developed for use with  $k - \omega$  models. The transitional model, based on integral boundary-layer parameters and transition criteria, introduces streamwise-variable weighting of the production terms in the  $k - \omega$  equations and delay of the shear-stress-limiter activation. Calibration to fit available DNS data yields satisfactory results for a flat-plate reference case, for both skin-friction and velocity profiles. It is shown that the model can be adapted to different  $k - \omega$  variants by appropriate calibration of coefficients. The model is then validated for two airfoil test cases, for both very low and higher Reynolds numbers, a NACA 0012 airfoil at chord-based Reynolds number  $Re_c = 10^5$  and angle-of-attack  $\alpha = 10.55$  deg and an S809 airfoil at  $Re_c = 2 \times 10^6$  and  $\alpha = 1$  deg. For both application cases, comparison with available data is satisfactory.

## Nomenclature

$C_{lim}$	= shear-stress limiter delay function	$\bar{u}_i$	= local Reynolds-averaged velocity $i$ component, $m \cdot s^{-1}$
$C_p$	= pressure coefficient	$u_s$	= velocity component projected into $s$ abscissa, $m \cdot s^{-1}$
$c$	= airfoil chord length, m	$u_\tau$	= friction velocity, $(\tau_w/\rho)^{1/2}$ , $m \cdot s^{-1}$
$c_f$	= skin-friction coefficient	$u^+$	= velocity in wall units, $u/u_\tau$
$F_2$	= Menter's second blending function	$x$	= DNS wall-tangent coordinate, m
$f^{tr}$	= transition function	$x^R$	= DNS turbulent reattachment point, m
$H$	= boundary-layer shape parameter ( $\delta^*/\theta$ )	$x^S$	= DNS laminar separation point, m
$k$	= turbulence kinetic energy, $m^2 \cdot s^{-2}$	$x_{RS}$	= dimensionless DNS coordinate frame, $(x - x^R)/(x^R - x^S)$
$k_L$	= laminar kinetic energy, $m^2 \cdot s^{-2}$	$y$	= DNS wall-normal coordinate, m
$M$	= Mach number	$y^+$	= distance in wall units, $\rho u_\tau y/\mu$
$N$	= total amplification factor	$\alpha$	= airfoil's angle of attack, deg
$N_{cr}$	= critical total amplification factor	$\alpha_\omega$	= turbulence model's production of $\omega$ closure coefficient
$n$	= airfoil wall-normal coordinate, m	$\beta_k, \beta_\omega$	= turbulence model's dissipation of $k$ and $\omega$ closure coefficients
$\mathcal{P}_k$	= production of turbulence kinetic energy, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-3}$	$\gamma$	= intermittency factor
$p$	= static pressure, Pa	$\delta$	= boundary-layer thickness, m
$Re_c$	= chord-based Reynolds number, $\rho_\infty c U_\infty/\mu_\infty$	$\delta^*$	= boundary-layer displacement thickness, m
$Re_\theta$	= momentum-thickness Reynolds number, $\rho_e \theta U_e/\mu_e$	$\varepsilon$	= dissipation of turbulence kinetic energy, $m^2 \cdot s^{-3}$
$S_{ij}$	= strain rate tensor, $s^{-1}$	$\theta$	= boundary-layer momentum thickness, m
$s$	= wall-tangent curvilinear abscissa, m	$\Lambda_2$	= Pohlhausen parameter
$s_{sep}$	= laminar separation point, m	$\mu$	= molecular dynamic viscosity, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
$s_{tr}$	= transition onset, m	$\mu_t$	= dynamic eddy viscosity, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
$\hat{s}$	= dimensionless streamwise abscissa, $(s - s_{tr})/(s_{tr} - s_{sep})$	$\nu$	= molecular kinematic viscosity, $m^2 \cdot s^{-1}$
$\hat{s}_a, \hat{s}_b, \hat{s}_c, a$	= transitional model closure coefficients	$\nu_t$	= kinematic eddy viscosity, $m^2 \cdot s^{-1}$
$T_u$	= turbulence intensity, $(2k/3)^{1/2}/U_e$	$\rho$	= density, $kg \cdot m^{-3}$
$U_e$	= boundary-layer edge velocity, $m \cdot s^{-1}$	$\sigma_k, \sigma_\omega, \sigma_d$	= turbulence model's Prandtl diffusion coefficients for $k$ , $\omega$ , and the cross-diffusion
		$\tau_w$	= wall shear stress, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
		$\Omega_{ij}$	= rotation-rate tensor, $s^{-1}$
		$\omega$	= Turbulence-specific dissipation rate, $s^{-1}$

Received 20 July 2018; accepted for publication 4 October 2018; published online 27 December 2018. Copyright © 2018 by ONERA. Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., with permission. All requests for copying and permission to reprint should be submitted to CCC at www.copyright.com; employ the ISSN 0001-1452 (print) or 1533-385X (online) to initiate your request. See also AIAA Rights and Permissions www.aiaa.org/randp.

\*Ph.D. Student, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department; luis.bernardos\_barreda@onera.fr.

†Research Scientist, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department; francois.richez@onera.fr.

‡Research Scientist, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department; vincent.gleize@onera.fr.

§Professor, Faculty of Science and Engineering, 4 place Jussieu; georges.gerolymos@sorbonne-universite.fr. Senior Member AIAA.

## I. Introduction

LAMINAR separation bubbles (LSBs) [1] appear in numerous aerodynamic applications, such as dynamic stall phenomenon of helicopter blades [2,3], low-Reynolds-number micro air vehicles (MAV) [4], and wind turbines with enhanced laminarity [5]. It is well established that the flow initially undergoes laminar separation because of the adverse pressure gradient [6], followed by transition onset in the separated shear layer [7], identified as the amplification of Kelvin-Helmholtz instabilities leading to turbulence [8].

Increased turbulent mixing in the shear layer may, depending on flow conditions [9], lead to rapid reattachment (short bubble locally modifying wall-pressure distribution [1]) or remain separated for longer distances (long bubble globally modifying wall-pressure distribution [1]). In both cases, airfoil lift, drag, and moment are influenced by the presence of the bubble.

Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS) turbulence models require specific transition information and/or modification to handle the separation-induced transition that dominates the flow [7,10]. Numerous early [1,6,9,11,12] and more recent [8,13–15] studies, both experimental and computational, highlight the complex physics of the transitional flow inside LSBs, such as pronounced three-dimensionality, high unsteadiness, turbulent breakdown driven by multiple coherent structures and complex oscillator and amplifier instability mechanisms that may lead to notable changes in the flow topology. Several approaches of varying degree of empiricism have been used to predict this difficult flow.

Ultimately, improved transport-equation-based transition models [16] are expected to accurately predict such flows. Correlation-based models [17,18] reformulate widely used transition correlations [19] into coefficients of transport equations for the intermittency [20,21] and other transition parameters, to obtain local, and recently [22] Galilean invariant, transition models. Physics-based models [23–25] generally rely on the concept [26] of laminar (pretransitional) kinetic energy  $k_L \approx (1/2)u^{\prime 2}$  (essentially streamwise, in agreement with transition physics [27] and with the observed rapid increase of the Reynolds-stress tensor anisotropy in very low Reynolds number channel flows [28]), which is computed by a specific transport equation, to trigger and control transition in the turbulence model. Transport-equation-based transition models are quite successful in mimicking transitional flow effects and in detecting transition [16]. Given the extreme difficulty of accurately predicting transition, algebraic nonlocal transition models are also developed [29], including specific adaptations of additional transport equations [30–32].

Numerous authors have contributed to RANS modeling of LSBs on airfoils, especially at low chord-based Reynolds number  $Re_c$ . Yuan et al. [33] and Windte et al. [34] performed extensive RANS modeling of LSBs for the flow around an SD7003 airfoil at  $Re_c = 60,000$ , with various models, and concluded that Menter’s BSL [35]  $k - \omega$  performed quite well. Source terms were disabled in the laminar regions upstream of transition onset, which was determined using an approximate envelope method [34]. Lian and Shyy [36] proposed a nonlocal intermittency model for the activation of Wilcox’s 1994  $k - \omega$  [37], through direct weighting of the eddy viscosity  $\nu_t^{\text{effective}} = \nu_t \gamma$ , and determined transition onset by the  $e^N$  method [38]. Calculations of the SD7003 airfoil at  $Re_c = 60,000$  at various angles of attack gave promising results [36]. The same flow was studied by Catalano and Tognaccini [39] with disabled source terms in the laminar regions upstream of the user-prescribed transition onset. These authors proposed a modification of the  $F_2$  blending function appearing in the expression of the shear limiter of Menter’s  $k - \omega$  SST model [35] and of the cutoff value of  $\omega$ , thus enhancing turbulence production in the transitional region and improving upon the results of the original formulation. An empirical transition onset correlation was added to the method [40] that was applied to various airfoil calculations (SD7003, NACA 0012, S809, and S827). No specific treatment of the transitional region was performed, in the sense that the activation of the turbulence model was made instantly through the source terms at the transition onset.

Despite the encouraging results of the previously described approaches, accurate prediction of LSB is still challenging. As remarked by Dick and Kubacki [16], the quality of the predictions of separation-induced transition remains case dependent. Numerous existing methods focus on correctly predicting the transition onset, but the transition region prediction still relies on the turbulence model’s unapprehended ability to correctly produce turbulence at and downstream of the transition onset. In this paper we develop a transition modeling formulation that intends to account for the turbulence growth within an LSB and in the downstream relaxation flow region. This formulation is based on the observations of direct

numerical simulation (DNS) results obtained from a simple flat plate configuration.

We concentrate in this work on linear  $k - \omega$  models ([41], p. 124), which are largely used as the underlying RANS framework of transition models [37,42]. The main focus of the paper is to develop a transitional adaptation of  $k - \omega$  models, where the transition process in LSBs, from transition onset to fully turbulent flow, is represented with reasonable accuracy. To this purpose, laminar separation transition triggering (LSTT) in the  $k - \omega$  model is progressive in the streamwise direction ( $s$ ), from the criteria-determined [43–45] transition onset ( $s_{tr}$ ) to full transition. The assumption is made that the streamwise length between the laminar separation point ( $s_{sep}$ , which is exactly determined by the solution of the laminar Navier–Stokes equations) and the criteria-determined transition onset,  $s_{tr} - s_{sep}$ , is the characteristic length scale of the LSTT process. Therefore, triggering functions of the model are expressed in terms of the nondimensional coordinate

$$\hat{s} := \frac{s - s_{tr}}{s_{tr} - s_{sep}} \quad (1)$$

Furthermore, wall-normal variations in the LSTT model are neglected, in line with many algebraic transition models using intermittency functions [36,46]. The triggering coefficients control the production of  $k$  and  $\omega$ , and hence the growth of turbulence. They are calibrated to obtain the best possible agreement with available LSB DNS data [47,48]. Although most methods dealing with the transition region use the concept of intermittency [21,22], the transition-triggering functions used in the present work are not directly related to this concept, but should rather be considered as “empirical weighting coefficients” [49] designed to reproduce as best as possible the progressive growth of turbulence in LSBs. Therefore they are not necessarily bounded by 1, but may be designed to locally overshoot this bound.

The present paper is organized as follows. In Sec. II we present the main reference flow of the current study. In Sec. II.B we apply some classical RANS approaches to the modeling of the LSB, and we highlight the points where there is room of improvement. In Sec. III we propose the new model that improves the predictions of the reference flow. The calibration of the proposed model is presented in Sec. IV. In Sec. V we validate the proposed model for low- and high-Reynolds-number flows around the airfoils NACA 0012 and S809, respectively.

## II. DNS Calibration Database

The proposed model was calibrated using LSB DNS data (Sec. II.A), based on the analysis of the performance of existing models (Sec. II.B).

### A. DNS Database

The flow configuration (Fig. 1) consists of a flat plate with an upper slip wall (dashed lines) that produces a streamwise variable adverse pressure gradient on the lower no-slip wall (hatched). Upstream of the no-slip wall there is a symmetry condition at the bottom of the domain (dashed-dotted line). Inflow conditions are applied on ① and ②, and an outflow condition on ③. The variable adverse pressure gradient induced by the curved upper wall mimics the pressure distribution at the leading-edge region of an OA209 airfoil near stall [2,50]. The freestream Mach number and chord-based Reynolds number of this airfoil configuration are, respectively,  $M_\infty = 0.16$  and  $Re_c = 1.8 \times 10^6$ . The flow coming from ① and ② is laminar, and separates from the no-slip wall as a consequence of the adverse pressure gradient. Downstream of the laminar separation, the flow transitions to turbulence and reattaches to the no-slip wall, forming the transitional bubble sketched in Fig. 1. Downstream of the bubble, the streamwise pressure gradient becomes zero, as the curved upper slip wall terminates tangentially to the flow direction.

The DNS results of Laurent et al. [47,48] are used in this study. The dimensionless boundary-layer parameters (Fig. 1) are

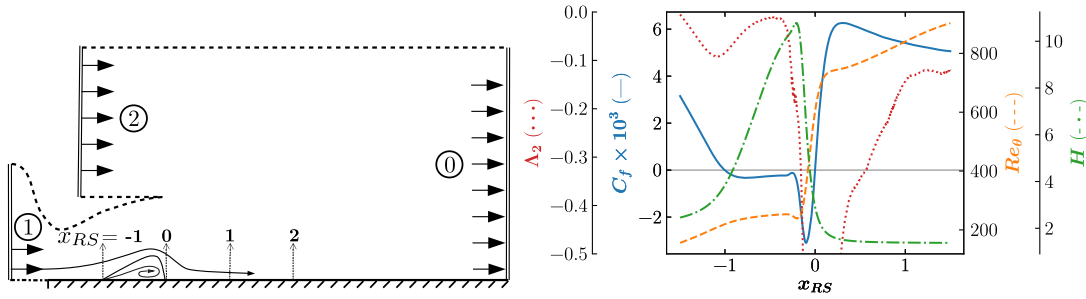


Fig. 1 Flow configuration (DNS by Laurent et al. [48]) used as reference for calibration purposes, with exaggerated wall-normal scaling, and main boundary-layer parameters.

$$\Lambda_2 = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU_e}{dx}; \quad c_f = \frac{2 \mu \partial_y u|_0}{\rho_e U_e^2}; \quad Re_\theta = \frac{\rho_e U_e \theta}{\mu_e};$$

$$H = \frac{\delta^*}{\theta}; \quad x_{RS} = \frac{x - x^R}{x^R - x^S} \quad (2)$$

where  $\Lambda_2$  is the Pohlhausen parameter (which reaches a minimal value of  $-3.5$  in the neighborhood of the reattachment point),  $c_f$  is the skin-friction coefficient,  $Re_\theta$  is the momentum-thickness Reynolds number,  $H$  is the boundary-layer shape factor, and  $x_{RS}$  the streamwise coordinate scaled by the length of the bubble ( $x^R$  and  $x^S$  are the reattachment and separation points of the DNS calculations).

Several flow regions are identified by the time-averaged DNS results:

- 1)  $x_{RS} < -1$ , attached laminar flow
- 2)  $-1 \leq x_{RS} < 0$ , short transitional bubble where  $c_f < 0$ . This region can be subdivided into two parts, the separated laminar boundary layer ( $-1 \leq x_{RS} < x_{RS}^tr = -0.27$ ) followed by the separated transitional region ( $x_{RS}^tr = -0.27 \leq x_{RS} < 0$ ) characterized by a high rate of production of turbulence and sudden increase in  $Re_\theta$  (at  $x_{RS}^tr = -0.27$ ).
- 3)  $0 \leq x_{RS} < 2$ , relaxation boundary layer. The attached boundary-layer downstream of the bubble is not yet fully turbulent, because the log-law is not completely established. Specifically, the velocity profile predicted by the DNS lies below the theoretical log-law

[51,52]. In this region there is a local positive peak of skin friction coefficient and a pronounced boundary-layer thickness growth rate.

4)  $2 \leq x_{RS}$ , fully developed turbulent boundary layer. The attached turbulent boundary layer is well established and the log-law is verified. The streamwise pressure gradient is null. In this region, as shown by Laurent et al. [48], the budget of the turbulent kinetic energy is in close agreement with the DNS results obtained by Spalart [53] for an attached turbulent boundary layer.

**B. Results with Existing Models**

Laurent et al. [48] compared  $k - \omega$  results with fixed transition location and an arbitrarily prescribed streamwise-variable intermittency function with the DNS data. In Fig. 2 we present the predictions of the reference flow with the Langtry–Menter  $\gamma - \bar{Re}_\theta$  model [54,55], and with the Wilcox 2006  $k - \omega$  [56], both with ( $C_{lim} = 1$ ) and without shear limiter ( $C_{lim} = 0$ ). For the Wilcox 2006 model, the production terms of the turbulence equations were disabled in the laminar region upstream of transition onset where they were instantly activated. This kind of activation is hereafter referred to as *Step*. The transition onset was prescribed at the DNS-computed location ( $x_{RS}^tr = -0.27$ ).

It can be observed from Fig. 2 that no model properly predicts the DNS flow topology. The boundary-layer quantities are expressed as a function of the dimensionless coordinate  $x_{RS}$  [Eq. (2)]. The Langtry–Menter model predicts correctly the location of

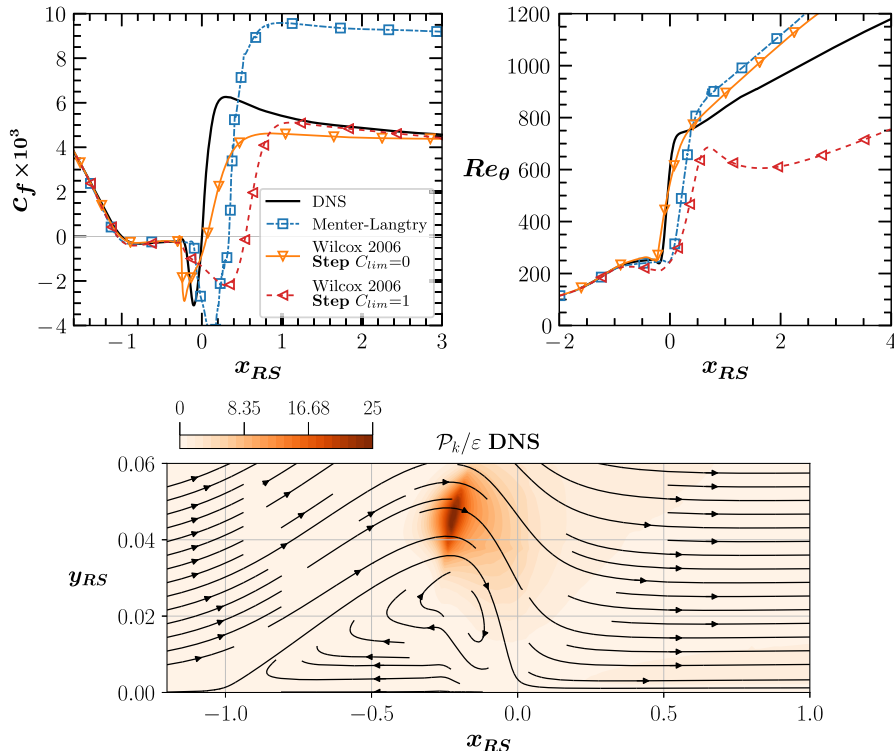


Fig. 2 Classical activations of turbulence models applied to the prediction of the reference flow of Laurent et al. [48] Production-to-dissipation ratio calculated from the DNS data (in the laminar region,  $\epsilon^{(e)}$  was clipped by its value at the transition onset).

transition, as the coordinate from which  $Re_\theta$  grows abruptly is fairly close to the DNS data. However, the bubble length is overestimated by about 30%, and both  $c_f$  and  $Re_\theta$  are overestimated downstream of the bubble.

The Step-activated models are sensitive to the use of a shear stress limiter, as observed in Fig. 2. Surprisingly, if no shear limiter is employed, the bubble length is correctly predicted, as the reattachment point is overestimated by just 6% of the bubble length. However, if the shear limiter is activated, a significant overestimation of the bubble length of 55% is produced. The  $Re_\theta$  plot effectively shows that the use of the shear limiter massively reduces the rate at which  $Re_\theta$  increases downstream of the bubble. The reason of this noticeable impact of the shear limiter is related to the production of the Reynolds stresses. Indeed, the shear limiter indirectly reduces the rate of growth of the production of  $k$ , which translates into an underestimation of the Reynolds shear stress, as will be shown in the following sections. As a result, the diffusion of momentum is comparatively lower, which delays reattachment.

Withal, an important observation is related to the ratio of production to dissipation of turbulence of the reference flow  $\mathcal{P}_k/\varepsilon^{(\nu)}$ , where

$$\mathcal{P}_k = -\overline{\rho u'_i u'_k} (\partial_k \bar{u}_i); \quad \rho \varepsilon^{(\nu)} = \tau'_{ik} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \quad (3)$$

This ratio (Fig. 2) is representative of the departure of turbulence from equilibrium. We remark that  $\mathcal{P}_k/\varepsilon \gg 1$  in the shear layer of the transitional region, which indicates a fast growth of the turbulence provoked by the rapid breakdown to the turbulence. Current  $k-\omega$  turbulence models experience difficulties in properly modeling the effects of this pronounced nonequilibrium region; as a result, the bubble topology is poorly predicted, and therefore the predicted downstream development of the turbulent boundary layer may yield unrealistic results, as shown in Fig. 2. In turn, if the bubble topology was better predicted by improving the capacity of the turbulence models to account for the aforementioned nonequilibrium region effects, then the history effects related to the bubble would be correctly modeled, and the turbulent boundary-layer predictions downstream of the bubble would be more realistic.

Several authors have made similar observations and have come to the conclusion that the effects of the nonequilibrium region could be modeled by boosting the production term of the turbulence model. Arnal [49] was one of the first authors to suggest a “boost” of the production of the turbulence in the transitional region of the LSB by means of a nonlocal transition function, not necessarily linked to the physical intermittency factor. Langtry and Menter [18]  $\gamma - \overline{Re}_\theta$  model proposed a fully local boost mechanism of the production term of  $k$  by means of an “effective” intermittency that can yield values higher than one:  $\widetilde{\mathcal{P}}_k = \gamma_{\text{eff}} \mathcal{P}_k$ . Recently, Menter et al. [22] proposed a new local approach of boosting the  $\mathcal{P}_k$  term that accounts for both attached and separation-induced transition. These authors effectively observed that the original SST model required an overlong length to build-up turbulence in the boundary layer. Their production term of  $k$  includes a new contribution, which is also dependent on the intermittency factor. Kubacki and Dick [29] also proposed a local boosting of the production term of  $k$  in order to model the separation-induced transition. The boosting strategy proposed by Kubacki and Dick is similar to the Menter et al. [22] approach, in the sense that a new supplementary contribution is added to the original production term.

In summary, fundamentally two conclusions based on the previous observations constitute the foundations of the proposed model that is presented in the next section: 1) boosting the production of turbulence seems appropriate to account for the nonequilibrium effects of the transitional region; 2) the use of the shear limiter will be avoided in the transitional region in order to allow for sufficiently fast growth of the turbulence.

### III. LSTT Model Formulation

In this section we present the proposed model: laminar separation transition triggering (LSTT). In contrast to the Step approach, where

the source terms of the turbulence model are set to zero in the laminar regions and instantly activated from the transition onset location, the new model introduces streamwise-variable weighting of turbulent production.

#### A. Correlations for Transition Onset Location

The location of the transition onset is calculated by the empirical correlation of Roberts [43], and by the combined criteria of Arnal et al. [44] and Gleyzes et al. [45], following Eq. (4):

$$s_{\text{tr}} = \min(s_{\text{Roberts}}, s_{\text{AHD-Gleyzes}}) \quad (4)$$

Details on the correlations, which provide  $s_{\text{tr}}$  with input the calculated boundary-layer parameters [ $Re_\theta(s)$ ,  $H(s)$ ,  $\Lambda_2$ ] and the turbulence intensity  $T_u(s)$  at the boundary-layer edge, are given in the Appendix.

#### B. Transition Triggering in $k-\omega$

In the present work we model the smooth rise of turbulence from transition onset,  $s_{\text{tr}}$ , to the point where the fully turbulent  $k-\omega$  model is applied,  $s_c$ , by introducing two modifications to the  $k-\omega$  equations (written below in a generic form, which can represent different model variants).

$$\begin{aligned} \partial_t(\rho k) + \partial_i(\rho \bar{u}_i k) &= f^{\text{tr}}(-\overline{\rho u'_i u'_j}) (\partial_j \bar{u}_i) \\ &\quad - \beta_k \rho \omega k + \partial_i[(\mu + \sigma_k \mu_i) \partial_i k] \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} \partial_t(\rho \omega) + \partial_i(\rho \bar{u}_i \omega) &= \min(f^{\text{tr}}, 1) \alpha_\omega \frac{\omega}{k} (-\overline{\rho u'_i u'_j}) (\partial_j \bar{u}_i) \\ &\quad - \beta_\omega \rho \omega^2 + \partial_i[(\mu + \sigma_\omega \mu_i) \partial_i \omega] + \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \max((\partial_i k)(\partial_i \omega), 0) \end{aligned} \quad (5b)$$

$$(-\overline{\rho u'_i u'_j}) \approx 2\mu_i \overline{S_{ij}} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (5c)$$

$$\mu_i = \frac{\rho k}{\max\left\{\omega; C_{\text{lim}} \sqrt{((2\lambda_1 \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}} + 2\lambda_2 F_2^2 \overline{\Omega_{ij}} \overline{\Omega_{ij}})/(\lambda_1 + \lambda_2) \beta_k)}\right\}} \quad (5d)$$

1) The nonnegative dimensionless transition function  $f^{\text{tr}}(s)$  weights the production term of the  $k$  equation. It was designed to trigger the transition at the location of the transition onset  $s_{\text{tr}}$  [Eq. (4)]. It is not an intermittency function as it is not bounded by 1.

2) The production term of the  $\omega$  equation is weighted by  $\min(f^{\text{tr}}, 1)$ . The authors found that limiting the value of the weighting factor of the production of  $\omega$  was necessary in order to avoid an undesired boosting of the destruction of  $k$  when  $f^{\text{tr}} > 1$ . This is required to allow a rapid enough growth of the net production of turbulence in the transitional region.

3) Preliminary tests showed that the shear stress limiter reduced turbulence production in the bubble shear layer where transition occurs. It is therefore enabled once the boundary-layer reaches a fully turbulent state. This is accomplished via the  $C_{\text{lim}}$  coefficient.

The shear stress is limited using the blending function  $F_2$  proposed by Menter [35]. We have used the same nomenclature as Wilcox ([41] p. 126) regarding the coefficient  $C_{\text{lim}}$ . In the original Wilcox 2006  $k-\omega$  model,  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 0$ , and  $C_{\text{lim}} = 7/8$ . A value of  $C_{\text{lim}} = 0$  would disable the stress limiter. However, for this study we employ  $\lambda_1 = 0$  and  $\lambda_2 = 1$ , similarly to the Menter SST formulation.

Although a compressible flow solver was used [57], given the low Mach numbers of the cases studied, we use an incompressible formalism for the presentation of the model. All equations can be readily extended to a compressible framework, invoking Morkovin's hypothesis [58] and replacing  $S_{ij}$  by its deviatoric part  $S_{ij}^d = S_{ij} - (1/3)S_{mm}\delta_{ij}$ .



### C. Triggering Functions

In the present work, we propose  $C_{\text{lim}}$  to be a zonal 1D function along the transition lines, similarly to the transition function  $f^{\text{tr}}$ . Therefore, both  $f^{\text{tr}}$  and  $C_{\text{lim}}$  are functions of the transition line dimensionless streamwise coordinate,  $\hat{s}$ , defined by Eq. (1).

By construction,  $\hat{s} = -1$  at the laminar separation point and  $\hat{s} = 0$  at the transition onset.

We propose a transition function  $f^{\text{tr}}(\hat{s})$  adapted to each considered  $k - \omega$  model. The functions are built using simple piecewise Hermite polynomials with continuous tangents ( $C^1$  continuity). The general form of  $f^{\text{tr}}(\hat{s})$  is

$$f^{\text{tr}}(\hat{s}) = \begin{cases} 0 & (\hat{s} < 0) \\ a \left( -2 \left( \frac{\hat{s}}{\hat{s}_a} \right)^3 + 3 \left( \frac{\hat{s}}{\hat{s}_a} \right)^2 \right) & (0 \leq \hat{s} < \hat{s}_a) \\ 2 \left( \frac{\hat{s} - \hat{s}_a}{\hat{s}_b - \hat{s}_a} \right)^3 (a-1) - 3 \left( \frac{\hat{s} - \hat{s}_a}{\hat{s}_b - \hat{s}_a} \right)^2 (a-1) + a & (\hat{s}_a \leq \hat{s} < \hat{s}_b) \\ 1 & (\hat{s} \geq \hat{s}_b) \end{cases} \quad (6)$$

The stress limiter is controlled by means of the coefficient  $C_{\text{lim}}(\hat{s})$  as shown in Eq. (7). Specifically, the stress limiter is disabled in the bubble and in the neighborhood of the reattachment point, and enabled several bubble lengths downstream of the reattachment point. As anticipated in Sec. II.B, disabling the stress limiter in the bubble is necessary in order to allow the models to reach high values of production-to-dissipation ratio sufficiently fast, as it has been observed in DNS simulations.

$$C_{\text{lim}}(\hat{s}) = \begin{cases} 0 & (\hat{s} < \hat{s}_c) \\ 1 & (\hat{s} \geq \hat{s}_c) \end{cases} \quad (7)$$

The functions  $f^{\text{tr}}(\hat{s})$  and  $C_{\text{lim}}(\hat{s})$  vary as Eqs. (7) and (6) along the transition lines [46], but they are indeed applied throughout the entire flowfield by means of simple orthogonal extrusion from the wall. The transitional extensions presented in this study have been intentionally designed to be simple, as we only act on the production terms of the turbulence equations and on the stress limiter by means of 1D transition functions. To apply the transitional model, one needs to compute the laminar separation point  $s_{\text{sep}}$  along the transition line; predict the transition onset  $s_{\text{tr}}$  by means of transition criteria; and finally apply the appropriate closure constants for  $\hat{s}_a$ ,  $\hat{s}_b$ ,  $\hat{s}_c$ , and  $a$ .

In the following section we present the proposed calibration of the set of constants  $\hat{s}_a$ ,  $\hat{s}_b$ ,  $\hat{s}_c$ , and  $a$ , adapted to each of the four different  $k - \omega$  models considered in this study. The calibration has been performed based on the DNS data of the reference flow presented in Sec. II. We initially apply the model to the Wilcox 2006  $k - \omega$  model [56], and we then extend it to the Wilcox 1988 [59], Kok [60], and Menter SST [61] models.

## IV. Calibration

### A. Numerical Method and Boundary Conditions

The simulations were run using the Navier–Stokes solver elsA [57] developed at ONERA and postprocessed using the code Cassiopee [62] developed at ONERA. The postprocessing functions are employed in exactly the same fashion to the available time-averaged DNS fields and the RANS simulations results.

The computations were run on a 2D mesh of 560,946 nodes distributed in 14 structured blocks. The height of wall adjacent cells is such that  $\Delta y^+ < 1$  everywhere in the turbulent boundary layer, and there are about 250 streamwise points in the reversed-flow region within the separation bubble. A grid-convergence study will be presented in Sec. IV.D.

A typical problem of two-equation models at the farfield is the specification of appropriate values ensuring both sufficiently slow decay and low values of  $\mu_t$ . Rumsey [63] notes that the numerical

transition to turbulence may depend on the free-stream values of the turbulence variables. It may also depend on their cutoff values. The free-stream and numerical cutoff values employed in this study are

$$(\rho k)_{\infty} = \frac{3}{2} T_{u_{\infty}}^2 V_r^2 \rho_r \quad (\rho \omega)_{\infty} = \frac{\rho_r (\rho k)_{\infty}}{0.01 \mu_{\infty}} \quad (8)$$

$$(\rho k)_{\text{cut-off}} = 10^{-2} (\rho k)_{\infty} \quad (\rho \omega)_{\text{cut-off}} = 10^{-2} (\rho \omega)_{\infty} \\ (\mu_t)_{\text{cut-off}} = 10^{-3} \mu \quad (9)$$

The reference values employed are  $T_{u_{\infty}} = 0.01 \times 10^{-2}$ ,  $\rho_r = 1.21 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , and  $V_r = 55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , where the subscript  $r$  stands for reference. These settings verify the recommendations of Spalart and Rumsey [64].

The wall condition on  $\omega$  is implemented assuming values at the centers of wall-adjacent cells equal to  $\omega = 6 \nu / \beta y^2$ . The inflow and boundary conditions on the  $\gamma - \overline{Re_{\theta}}$  quantities, for the Langtry–Menter [18,54] model, are set as follows:

$$\gamma_{\infty} = 1, \quad \overline{Re_{\theta_{\infty}}} = 1173.51 - 589.428 T_{u_{\infty}} + 0.2196 / T_{u_{\infty}}^2 \quad (10)$$

The transition onset location is accurately predicted by the Roberts criterion at  $x_{RS}^{\text{tr}} = -0.27$  for a turbulence level of  $T_u = 0.1 \times 10^{-2}$ . One may note that, as shown in the Appendix, the Roberts criterion is insensitive to turbulence levels lower than  $T_u < 0.1 \times 10^{-2}$ .

### B. Closure Coefficients Applied to Wilcox 2006

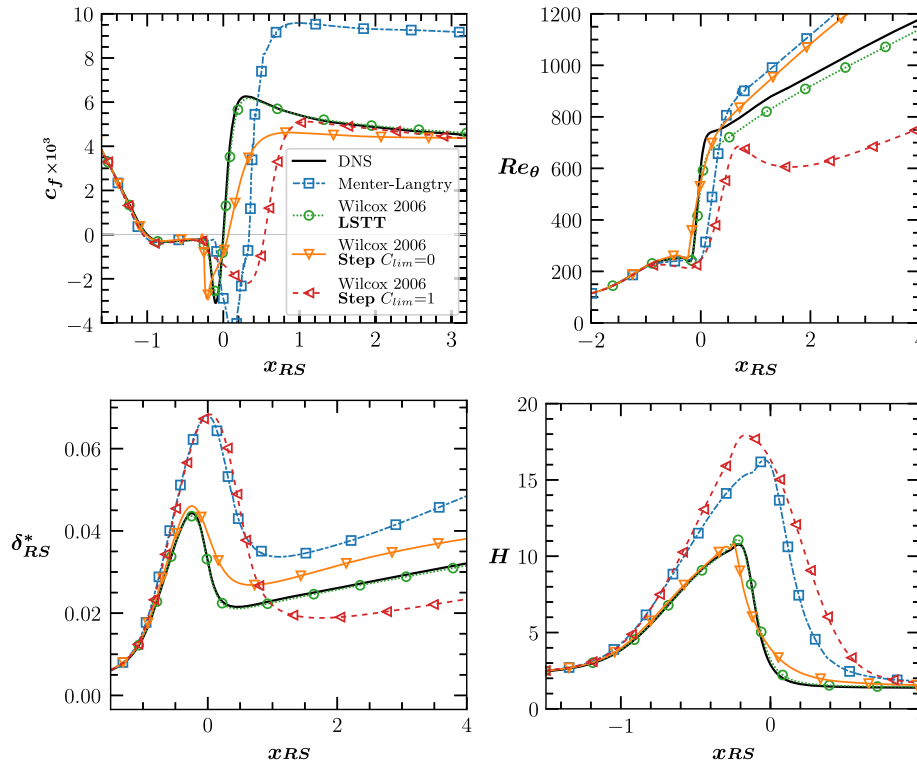
The calibration of the closure constants (shown in Table 1) aimed at satisfying mainly two constraints. The first constraint consists in the bubble reattachment point being close to the DNS reattachment point. The second constraint consists in the local maximum peak of skin friction being close to the DNS value. The results (Figs. 3 and 4) indicate that these constraints are adequate to obtain satisfactory agreement with the DNS mean bubble dimensions. The skin-friction coefficient is defined as  $c_f = \tau_w / 0.5 \rho_e U_e^2$  and the dimensionless boundary-layer displacement thickness scaled by the DNS average bubble size is expressed as  $\delta_{RS}^* = \delta^* / (x^R - x^S)$ .

As shown in Fig. 2, the Langtry–Menter model and simple Step activation of Wilcox 2006 yield a bubble that is longer than DNS. As a result, in Fig. 3 we can observe that the shape factor of these two models reaches very high maximum values. There is an important history impact of the bubble upon the downstream turbulent boundary-layer predictions. The Langtry–Menter model overestimates the thickening rate of the boundary layer, as observed through the values of  $\delta_{RS}^*$  and  $Re_{\theta}$  downstream of  $x_{RS} = 1$ . We can observe that the LSTT model properly reproduces the separation and reattachment points and positive peak of skin-friction coefficient, thus corroborating that the calibration constraints have been respected. Furthermore, the LSTT model also predicts closer values for the other boundary-layer quantities ( $Re_{\theta}$ ,  $H$ , and  $\delta_{RS}^*$ ) with respect to the DNS data.

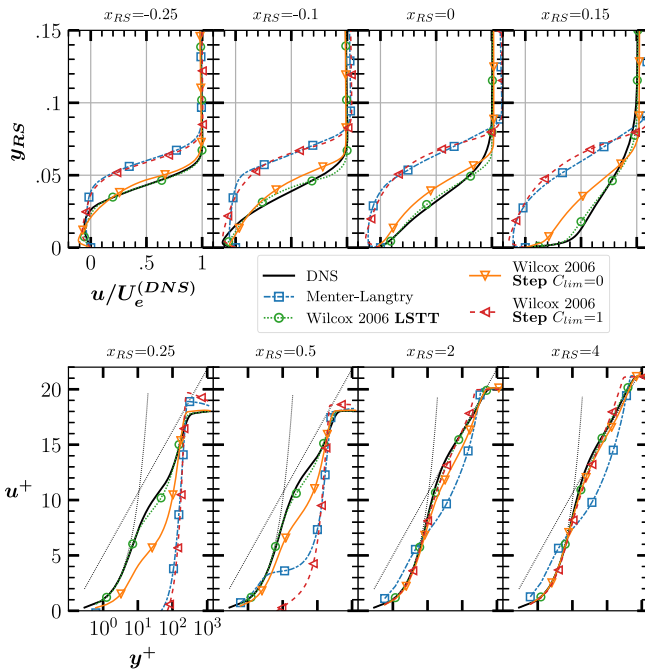
Several velocity profiles are shown in Fig. 4, where the theoretical inner viscous layer  $u^+ = y^+$  and the log-law layer  $u^+ = (1/0.41) \ln y^+ + 5$  laws are also shown (thin dotted curves). It can be observed that the log-law is not fully established by the DNS mean field upstream of  $x_{RS} = 2$ . We remark that among the different compared models, only the Wilcox 2006 LSTT model correctly predicts the velocity profiles, both in the separated and in the reattached region. The log profiles indicate that models using a shear

**Table 1** Models coefficients for the LSTT model

	$\hat{s}_a$	$\hat{s}_b$	$\hat{s}_c$	$a$
Wilcox 2006	0.182	0.414	5.83	2.15
Kok	0.200	0.620	5.83	2.23
Menter SST	0.312	0.544	5.83	2.20
Wilcox 1988	0.086	0.487	3.78	1.85



**Fig. 3** Comparison of the LSTT model with existing approaches for the prediction of velocity profiles, both in linear (above) and in log-scale (below) for the reference flow of Laurent et al. [48].



**Fig. 4** Comparison of the LSTT model with existing approaches for the prediction of velocity profiles, both in linear (above) and in log scale (below) for the reference flow of Laurent et al. [48].

limiter predict an overlong transitional region until fully turbulent conditions are reached. The same observation applies to a lesser extent to the Wilcox 2006 model without shear limiter and Step activation. The LSTT model correctly transitions at the same rate as the DNS data, indicating again that the history effects related to the bubble have been properly modeled. Inside the LSB ( $x_{RS} \leq 0$ ), we can see that the deficit of velocity is overestimated by both the Menter–Langtry model and the Step activation. This confirms the overestimation of the slope of  $\delta_{RS}^*$  observed previously in Fig. 3. Disabling the shear stress limiter ( $C_{lim} = 0$ ) slightly reduces the

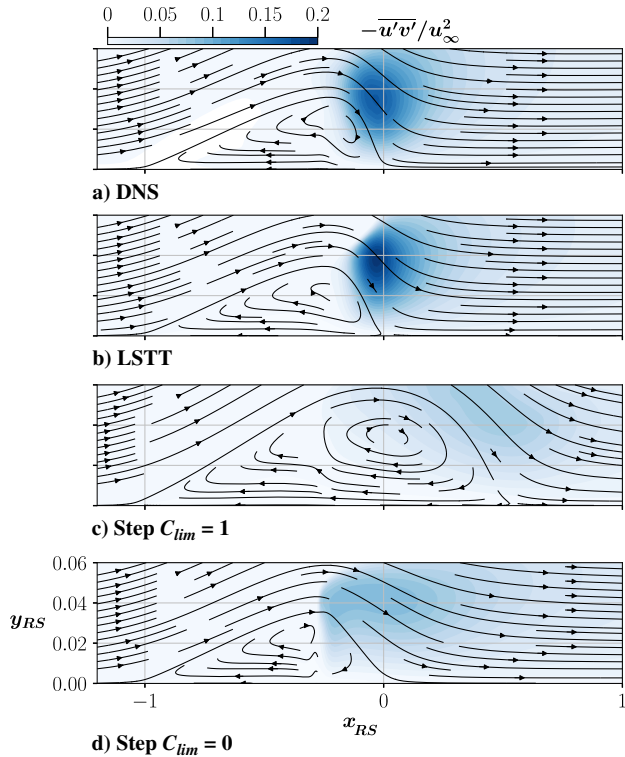
differences with DNS, as it allows a comparatively faster turbulence growth, thus reducing the separation extent.

Indeed, in Fig. 5 we can observe the significant effect of the LSTT with respect to a simple activation with no shear limiter delay. Plots a and b show a good qualitative agreement of the Reynolds shear stress. On the other hand, plot c and d show poor agreement of the Reynolds shear stress compared with the DNS data. This lack of production of  $-\overline{u'v'}$  observed in c and d is mainly due to two reasons: 1) the shear limiter has an opposing effect to the large production rate of Reynolds stress in the transitional region; 2) from the transition onset, a simple “off/on” step activation of the source terms of the model does not suffice to properly account for the rapid turbulence growth rate in the transitional region. The LSTT approach introduced in Sec. III addresses both these issues.

### C. Calibration for Other $k - \omega$ Variants

The LSTT approaches (6) and (7) can be adapted to other  $k - \omega$  variants, as the Wilcox 1988, Kok, and Menter SST. Since each  $k - \omega$  version naturally yields different boundary-layer development behavior [65], a specific calibration of the LSTT closure coefficients adapted to each variant is required. The closure coefficients are presented in Table 1, and the resulting  $f^{\text{tr}}(\delta)$  functions and skin-friction predictions are shown in Fig. 6.

The proposed calibration shows acceptable agreement between the RANS models and the DNS data. All models yield the laminar separation at the same location ( $x_{RS} = -1$ ), which coincides with the location of the laminar separation of the DNS results. The reattachment point is also located at the same point ( $x_{RS} = 0$ ) for all the models and the DNS, which shows that the main design requirement has been satisfied. All models produce a local minimum peak of skin friction just upstream of the reattachment point. The maximum skin-friction peak right downstream of the reattachment point is also fairly well predicted by all the models. The most significant deviations from the DNS results are observed further downstream (from  $x_{RS} > 0.5$ ). In this region, we can clearly observe that the Kok and Menter models tend to underpredict the skin-friction values, whereas the Wilcox 1988 model slightly overpredicts them. The relative differences on the  $c_f$  values downstream of the bubble were discussed by Bernardos et al. [65]. In short, the classification by



**Fig. 5** Shear Reynolds stress,  $-\overline{u'v'}$ , scaled by the free-stream reference velocity  $u_\infty$ , for a) the DNS data from [48]; b) the Wilcox 2006 LSTT transitional extension proposed in this study; c) simple step activation of the Wilcox 2006 model, with the stress limiter activated everywhere ( $C_{lim} = 1$ ); and d) simple step activation of the Wilcox 2006 model, with the stress limiter disabled ( $C_{lim} = 0$ ). The subscript  $(\bullet)_{RS}$  means that the coordinate has been scaled with respect to the DNS-computed bubble length.

decreasing order of diffusivity of the turbulent boundary layer for the models is Wilcox 1988, Wilcox 2006, Kok, and finally Menter. As the diffusivity, or similarly the growth rate of the turbulent boundary layer, is related to the prediction of the skin friction via the

Von-Kármán integral equation, we find the same trend in the skin-friction predictions. In summary, the calibration of all models respect to the DNS data is acceptable, which justifies the choice of the formulation of the LSTT approach for predicting this kind of flow.

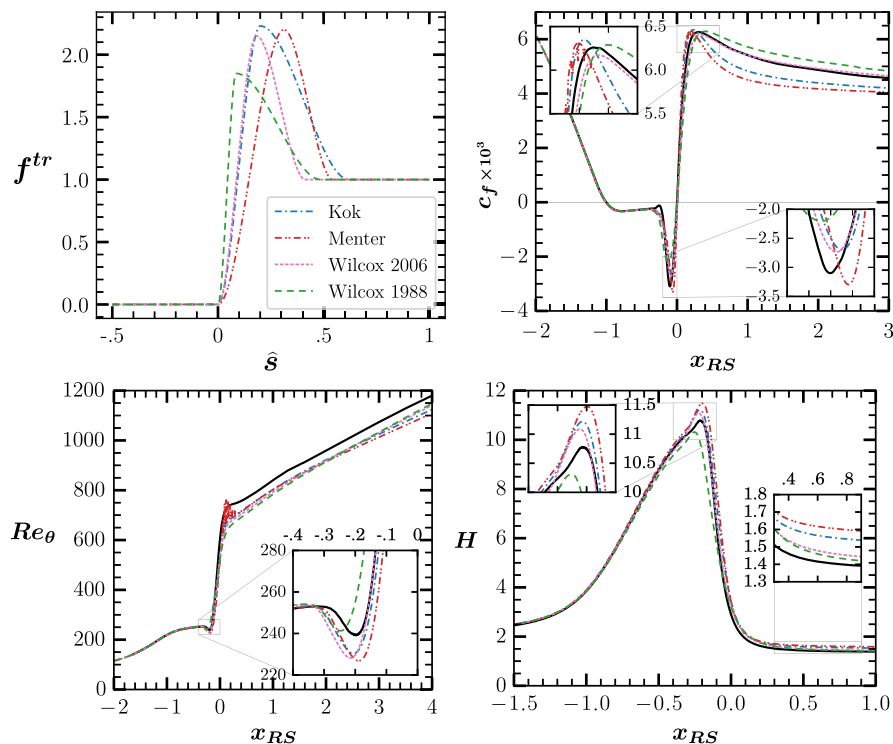
**D. Grid Convergence Study**

We examine the grid dependency of the Wilcox 2006 LSTT model proposed in the previous section. Six grids are considered, as shown in Table 2. The grid labeled *Baseline* is the mesh that has been used in Secs. IV.A–IV.C. It is the same grid employed by Laurent et al. [47] to assess the Wilcox 1988 turbulence model for the reference configuration [48].

The skin-friction and velocity profiles are shown in Figs. 7 and 8. It can be observed that reasonable convergence is reached for the grid labeled *c2*, which is twice coarser than the *baseline* grid in the streamwise direction. The grid labeled *ry2* is twice finer than *baseline* in the wall-normal direction, and no significant difference is observed with respect to the *baseline*. The finest grid, labeled *r2*, which is twice finer in both directions than *baseline*, yields comparable results with respect to the *baseline* grid, with only a slightly less pronounced  $c_f$  positive peak, which can be observed at  $x_{RS} \approx 0.25$ .

As observed in Fig. 7, there is a clear trend in the results when the streamwise discretization is coarsened. As the mesh is coarsened streamwise, the bubble size is reduced, the positive peak of skin friction becomes more pronounced, and the negative peak is reduced. Remarkably, downstream of the bubble, for  $x_{RS} \gtrsim 2$ , the differences between the grids are mitigated, as the  $c_f$  and velocity profiles shown in Fig. 8 tend to merge. This seems logical, as the streamwise mesh quality is expected to affect more the predictions inside the bubble, but less so the downstream development of the turbulent boundary layer. Actually, an interesting consequence of this observation is that if too coarse a mesh is employed (say, e.g., grid *c8*), the bubble is poorly predicted, but the history effects on the downstream boundary layer seem to have little impact on the skin friction and velocity profile predictions, provided that the wall-normal discretization is of acceptable quality.

The results of grids *c2*, *Baseline*, *ry2*, and *r2* grids are close. Considering that the streamwise discretization law is nearly homogeneous, the number of streamwise points contained in the



**Fig. 6** Transition function and global boundary-layer parameters predicted by the LSTT models for the four  $k - \omega$  variants. DNS data are marked with —.

**Table 2** Considered meshes for grid assessment

GRID	$N_i^a$	$N_j^a$	$\Delta y^+_{(x_{RS}=2)}$	$N_{\delta(x_{RS}=2)}$
r2	1428	330	0.29	254
ry2	714	330	0.29	254
Baseline	714	165	0.58	127
c2	357	165	0.58	127
c4	178	165	0.58	127
c8	89	165	0.58	127

The last column indicates the approximate number of points in the boundary layer.

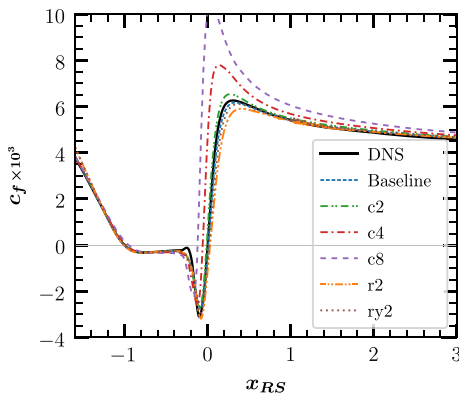
<sup>a</sup>The number of points concerns the region  $-1 \leq x_{RS} \leq 2$  and  $0 \leq y_{RS} \leq 0.5$ .

bubble is about 1/3 of the  $N_i$  points shown in Table 2. As a consequence, it appears that streamwise grid convergence is achieved by 120 stations within the bubble. Furthermore, as the downstream boundary-layer predictions of the grid c8 are acceptable in spite of a poor prediction of the bubble itself, we remark that 30 streamwise points inside the bubble are enough for a fair prediction of the downstream turbulent boundary layer, which is the actual target for many applications.

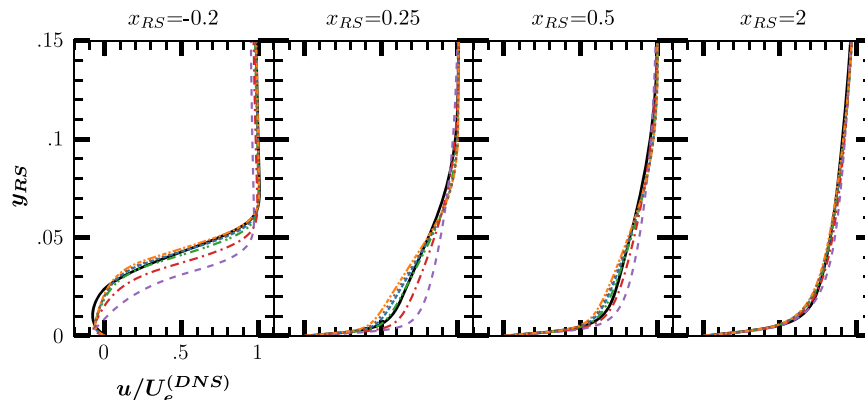
## V. Validation Test Cases

In the current section we present two different validation test cases: the NACA 0012 airfoil at  $10.55^\circ$  of angle of attack and  $Re_c = 100,000$ , and the wind-turbine airfoil S809 at  $1.01^\circ$  and  $Re_c = 2 \times 10^6$ . These test cases have been chosen because they cover a wide range of chord-based Reynolds number (low and high Reynolds number), the airfoils have very different geometries, and also the operating angles of attack are very different. Hence, these two cases are challenging validation flows for the proposed model.

To show how the model behaves under application conditions (with no a priori knowledge of the transition onset location), the NACA 0012 airfoil case has been computed by coupling the



**Fig. 7** Skin friction for the grids considered in Table 2 and the Wilcox 2006 LSTT model.



**Fig. 8** Velocity profiles mesh convergence for the grids considered in Table 2 and the Wilcox 2006 transitional extension proposal. r2 grid, — · — ·; ry2 grid, ·····; baseline grid, ·····; c2 grid, - - -; c4 grid, - · - ·; c8 grid, ·····; DNS data, —.

proposed model to the transition criteria of AHD-Gleyzes and Roberts.

As mentioned in Sec. III, the presented models require the prediction of the transition onset location, noted  $s_{tr}$ , in the curvilinear abscissa frame of the transition line (airfoil surface), noted  $s$ . In the current application test case, we use simultaneously two transition criteria: the Roberts [43] criterion, and the AHD [44] Gleyzes [45] criterion. Further details of these criteria are found in the original publications, and a brief description is given in the Appendix. A summary of the specific implementation in the elsA code of these criteria was reported by Cliquet et al. [46] and Perraud et al. [66].

Both Roberts and AHD-Gleyzes criteria are sensitive to a critical external turbulence rate. For the present computations, we applied a characteristic external turbulence rate of 0.1%, which can be considered representative of a low-turbulence atmosphere. Following Mack's relationship [67], this turbulence level translates to a critical total amplification rate of  $N_{cr} = 8.15$ .

The Roberts criterion, which is completely empirical, is best adapted to short transitional bubbles characteristic of high chord-based Reynolds number airfoils. For low-Reynolds-number flows around airfoils, this criterion tends to predict an unrealistically far downstream transition onset. On the other hand, the AHD-Gleyzes criterion, which has been designed employing more profound physical foundations, is better suited to low-Reynolds-number flows than Roberts criterion. However, from the authors' experience, AHD-Gleyzes criterion is very sensitive to the flow topology, and this can result in convergence difficulties, especially in the transient period right after the simulation initialization. This is the reason why we combined these two criteria [Eq. (4)]: Roberts would ease the convergence in the initial iterations, and then a realistic transition onset is obtained by AHD-Gleyzes criterion.

### A. NACA0012 Test Case

The results presented in this section are compared with the LES computations of Alferrez et al. [68]. For this case, we compare the results of the LSTT model applied to the Wilcox 2006  $k-\omega$  with the predictions of Langtry–Menter  $\gamma-\bar{R}e_\theta$  model and the criteria-based approach with simple Step activation.

The mesh is of C-type, and it has been generated through wall-normal hyperbolic extrusion using Cassiopee [62]. At least 60 normal points are contained in the boundary layer. The wall-adjacent cell height is such that  $\Delta y^+ < 1$  everywhere along the airfoil where the boundary layer is turbulent. About 150 streamwise points are present between  $0.001 < x/c < 0.1$  on the suction side, which is the region where the transitional bubble should appear following the LES data.

In Fig. 9 the airfoil skin-friction coefficient is calculated as  $c_f = \tau_w / (0.5\rho_\infty U_\infty^2)$  and the pressure coefficient as  $C_p = (p - p_\infty) / (0.5\rho_\infty U_\infty^2)$ .

We can observe in Fig. 9 that the best overall agreement is achieved with the LSTT model. The Langtry–Menter model predicts correctly the location of the transition onset, at about  $x/c = 0.07$ , but fails to

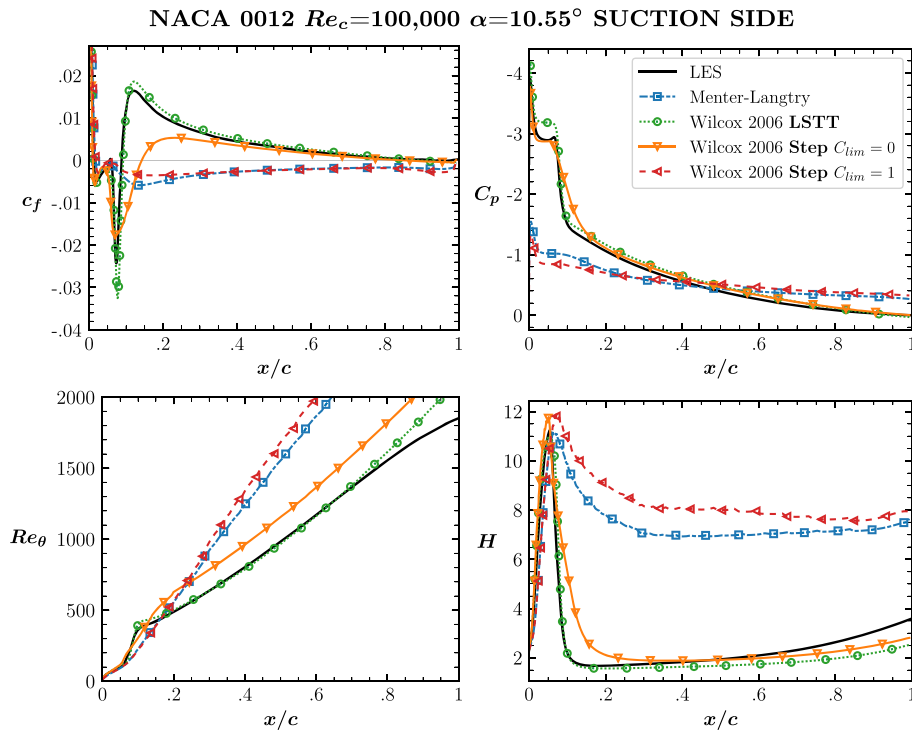


Fig. 9 Boundary-layer parameters on the suction side of the NACA 0012 airfoil predicted by several models and compared with LES results [68].

predict the reattachment and, as a consequence, the formation of the bubble. The evolution of the boundary-layer parameters  $Re_\theta$  and  $H$  is also strongly affected by the models. The failure to reattach shortly downstream of the transition onset for the Step activation with shear limiter and the Langtry–Menter models provokes too pronounced a thickening of the boundary layer, due to the massive detached flow characteristic of the stalled condition. On the other hand, the Wilcox 2006 LSTT model shows a reasonably accurate growth of  $Re_\theta$ , closely following the LES data. A simple Step activation without stress limiter ( $C_{lim} = 0$ ) predicts a bubble (reattachment) but with a 60% overestimation of its length. Interestingly, the step-activation without shear limiter correctly predicts the  $C_p$  distribution up to the end of the bubble plateau (the transition onset), whereas the proposed activation of the Wilcox 2006 overestimates the  $C_p$  values of the plateau. The reasons of this behavior are unknown to the authors, and it has been observed also for the Wilcox 1988 model predictions, but not for the Kok and Menter SST turbulence models when the proposed LSTT is performed (not shown).

The resulting velocity profiles can be observed in Fig. 10. The Wilcox 2006 LSTT turbulence model produces an important

improvement with respect to the other considered methodologies near the bubble region. Far downstream of the bubble, from  $x/c > 0.5$ , the agreement of the LSTT model with the LES data is acceptable, but surprisingly the simple Step activation is fairly close to the data as well. This could be anticipated by observation of the  $H$  evolution in Fig. 9. Indeed, from about  $x/c > 0.3$  the evolution of the  $H$  for the Step activation without stress limiter is closer to the data than the LSTT model. Clearly, this does not mean that the Step activation better models the bubble history effects. Indeed, the LSTT model at, for example,  $x/c = 0.3$ , yields much better predictions than the Step activation. Hence, if the history effects are correctly modeled up to the point  $x/c = 0.3$ , any subsequent deviation from the data is rather related to the turbulence model behavior than the activation model.

## B. Wind Turbine Airfoil Test Case

In the second test case we apply the LSTT model to the simulation of the flow around the S809 airfoil. Experimental data were published by Somers [5]. This airfoil was designed at the National Renewable Energy Laboratory, and has been tested in the low-turbulence wind

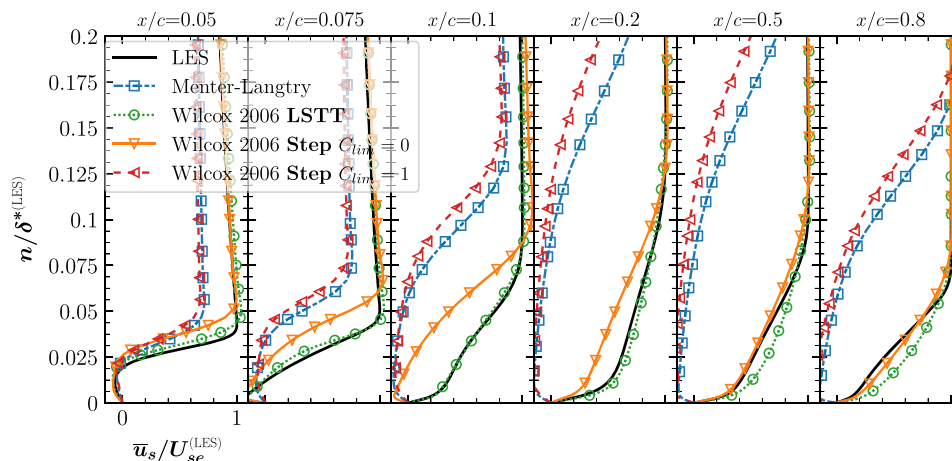
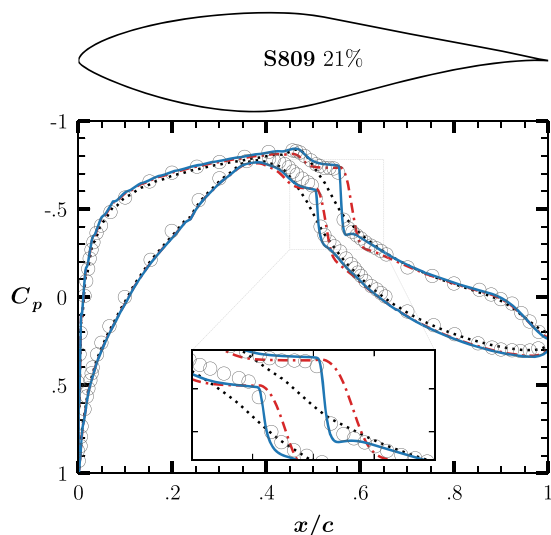


Fig. 10 Comparison of velocity profiles for several models for the NACA 0012 test case [68]. The airfoil-tangential velocity  $\bar{u}_s$  is plotted against the airfoil's wall-normal direction  $n$ . The tangential velocity component has been scaled by its value at the boundary-layer edge of the LES data  $U_{se}^{(LES)}$ . The airfoil's distance to the wall  $n$  has been scaled with respect to the integral displacement thickness of the LES data  $\delta^{*(LES)}$ .





**Fig. 11** Pressure distributions on the S809 airfoil at  $Re_c = 2 \times 10^6$  and  $\alpha = 1.01^\circ$ . Experiment from Somers [5],  $\circ$ ; full-turbulent,  $\cdots$ ; step activation,  $-\cdot-\cdot-$ ; LSTT model,  $\text{—}$ .

tunnel of the Delft University of Technology Low Speed Laboratory. We selected the case  $Re_c = 2 \times 10^6$  at an angle of attack of  $\alpha = 1.01^\circ$ , where two short transitional bubbles appear, one on each side of the airfoil. The  $C_p$  distributions are shown in Fig. 11. From AHD-Gleyzes transition criteria and LSTT modeling, the obtained transition onset is located at  $x/c = 0.552$  for the top side, and  $x/c = 0.503$  for the bottom side. These points approximately correspond to the end of the plateau of  $C_p$  shown in the zoomed axis of the Fig. 11, where the  $C_p$  shows a rapid recovery towards the “fully turbulent” distribution downstream of the bubble. The Step computation transition onset has been explicitly prescribed at the aforementioned locations, in order to assess the impact of the activation of the turbulence model.

The RANS simulations have been performed using the same numerical parameters as the NACA 0012 case presented in Sec. V.A. The mesh is such that  $\Delta y^+ < 1$  everywhere in the turbulent boundary layer, and the bubbles are discretized with at least 60 streamwise points.

In Fig. 11 we also show a “fully turbulent” computation employing the Wilcox 2006 model, plotted in dotted lines. The overall agreement with the experimental  $C_p$  distribution is quite good. This seems logical, as the chord-based Reynolds number is relatively high. As expected, the fully turbulent computation fails to reproduce the short transitional bubbles. The dash-dotted curve shows a Step activation of the model, with no delay of the stress limiter ( $C_{lim} = 1$ ). We can observe that in this case bubbles do indeed appear, but their size is overestimated because the  $C_p$  recovery does not occur rapidly enough, as the slope of the  $C_p$  curve in the recovery region is not sufficiently steep. This effect is due to a slow turbulence growth in the transitional region, already discussed in the previous paragraphs. Moreover, we observe an overestimation of the  $C_p$  values right downstream of the bubble. In solid line we present the LSTT model proposed in this work. The  $C_p$  recovery is much faster and in closer agreement with the experiment, which translates into a good estimation of the bubble size. Downstream of the bubble, the  $C_p$  is closer to the experiment than the Step activation, but there is still a slight overestimation. Overall, the improvement of the proposed model is satisfactory.

## VI. Conclusions

The  $k-\omega$  models’ transitional adaptations to LSBs show promising results compared with other transition triggering mechanisms where the effect of the bubble is not modeled. During this work, it has been showed that the accuracy of the predictions depends not only on the calculation of *where* the transition onset is located, but also on *how* the turbulence models are activated. One of

the key features that produced good results is the method of disabling the shear limiter in the transitional region, where the turbulence production-to-dissipation ratio is considerably high. This delay mechanism, together with the boosting of the production of turbulence, translated into appropriate predictions of the Reynolds shear stress in the transitional region.

This LSTT approach assumes that the characteristic length of the transition process within the LSB is the distance between the laminar separation point and the transition onset. Algebraic triggering functions were developed that weight the production terms in the  $k-\omega$  equations and activate the stress limiter several characteristic lengths (4 to 6) downstream of the transition onset.

The proposed models are not too intrusive into each model’s fully turbulent original formulation, in the sense that the closure coefficients are not modified and the original characteristics and behavior of the models are preserved. An asset of the present models is their ease of implementation into CFD codes where the concept of transition lines [46] is included, as the proposed functions are simply one-dimensional. This also makes it easier to combine with other existing transition criteria for natural, by-pass, and crossflow transition [46,66]. The calibration of the model has been performed following constraints based uniquely on the skin-friction coefficient. It has been observed that this also results in satisfactory predictions of the velocity profiles and Reynolds shear stress. This suggests that the simple modeling approach of the LSTT is sufficient to correctly predict the main features of an LSB.

The flow used for the calibration of the model is characteristic of a high-Reynolds-number bubble, typically known as “short” type. Good results are obtained for high chord-based Reynolds number transitional bubbles, such as in the S809 airfoil case. Additionally, a low-Reynolds-number application test case has been studied. This test case consists in the flow around a NACA 0012 airfoil at chord-based Reynolds number of 100,000 and 10.55 deg of angle of attack, which is very close to the stall condition. The proposed model produced promising results compared with other methods. Considering that the models have been calibrated for a bubble with physical conditions characteristic of an OA209 airfoil at chord-based Reynolds number of 1.8 million, the NACA 0012 airfoil test case is a challenging scenario for the proposed models.

The present work constitutes an effort toward the modeling of the effects produced by transitional bubbles encountered in aeronautical applications. However, the models presented herein have been calibrated using a single reference flow, and their universality and applicability to other flows strongly depends on the computation of the transition onset (e.g., by means of transition criteria). Even if these criteria give adequate results for a large range of bubbles, other parameters may be required to describe adequately relevant characteristics of the bubble, and future progress may be achieved by extending the dependence of the transition functions upon such parameters. Further validation and extensions of the proposed models should be undertaken, especially for different chord-based Reynolds number and external turbulence levels.

## Appendix A: Evaluation of Boundary-Layer Parameters

The transition criteria are based on global boundary-layer parameters that are evaluated following the methodology of Cliquet et al. [46] for evaluating the boundary-layer thickness and external-flow velocity. Both edge-search and integrations are performed along the quasi-wall-normal structured-grid lines. The threshold values  $\epsilon_\Omega = 0.0005$  and  $\epsilon_\tau = 0.00005$  were used in the present applications.

## Appendix B: Roberts Correlation [43]

Transition onset,  $s_{tr}$ , in the LSB is given by [43]

$$\frac{s_{tr} - s_{sep}}{\theta_{sep}} = \frac{25000}{Re_{\theta_{sep}}} \log_{10} \left[ \coth \left( 10 \max(0.001, T_u) \left( \frac{c}{L_s} \right)^{(1/5)} \right) \right] \quad (B1)$$

where  $s_{\text{sep}}$  is the location of the laminar separation point,  $T_u$  is the external flow turbulence intensity (bounded above 0.1%), and  $L_s$  the longitudinal integral length scale [43]. In the absence of data for  $L_s$ ,  $L_s = c/15.8$  was taken in the applications.

### Appendix C: AHD-Gleyzes Criterion

The Arnal-Habiballah-Delcourt [44,69,70] (AHD) criterion is used jointly with the Gleyzes [45] criterion for the natural attached and separated transition onset computation of the boundary layer. Details on the formulation, implementation, and use can be found in [46,66]. The AHD criterion is expressed as follows:

$$Re_{\theta_{tr}} = -206 \exp(25.7\overline{\Lambda}_2)[\ln(16.8T_u) - 2.77\overline{\Lambda}_2] + Re_{\theta_{cr}} \quad (C1)$$

The transition onset is located at the point  $s = s_{tr}$  when  $Re_{\theta(s)} = Re_{\theta_{tr}}$  is reached. The subscript “cr” denotes the critical point, which is located at  $s = s_{cr} < s_{tr}$  when  $Re_{\theta(s)} = Re_{\theta_{cr}} = \exp(52/H(s) - 14.8)$ . The mean Pohlhausen parameter  $\overline{\Lambda}_2$  is expressed as:

$$\overline{\Lambda}_2 = \frac{1}{s - s_{cr}} \int_{s_{cr}}^s \frac{-\theta^2}{\mu U_e} \frac{\partial p_{\text{wall}}}{\partial s} ds \quad (C2)$$

where  $U_e$  denotes the magnitude of the velocity at the boundary-layer edge and  $p_{\text{wall}}$  the pressure at the wall.

If the shape parameter reaches the value  $H_{(s=s_{sw})} = H_{sw} = 2.8$ , and transition onset has not been reached ( $Re_{\theta(s=s_{sw})} = Re_{\theta_{sw}} < Re_{\theta_{tr}}$ ; switch point  $s = s_{sw}$ ), the Gleyzes criterion is applied for  $s > s_{sw}$ . The start value of the total amplification factor  $N_{sw}$  is computed by injecting the Mack’s relationship [67],  $N = -2.4 \ln(T_u) - 8.43$ , into Eq. (C1) and solving for  $N$  at the point  $s = s_{sw}$ . Then, the Gleyzes criterion can be evaluated for  $s > s_{sw}$ , which is better adapted to high values of  $H$  than the AHD criterion:

$$N_{(s)} = N_{sw} + \int_{Re_{\theta_{sw}}}^{Re_{\theta}} \frac{-2.4}{\mathcal{B}_{GL}} dRe_{\theta} \quad (C3)$$

where  $\mathcal{B}_{GL}$  is the *Gleyzes function* and is expressed as follows:

$$\mathcal{B}_{GL} = \begin{cases} \frac{-162,11093}{H^{1.1}} & \text{for } 3.36 < H \\ -73[\exp[-1.56486(H - 3.02)]] & \text{for } 2.8 < H \leq 3.36 \\ -103[\exp[-4.12633(H - 2.8)]] & \text{else} \end{cases} \quad (C4)$$

The transition onset is located at the point  $s = s_{tr}$  such that  $N_{(s=s_{tr})}$  of Eq. (C3) is equal to a critical total amplification factor  $N_{cr}$  related to the external turbulence level. We note that this transitional total amplification factor can be deduced from a characteristic external turbulence rate via the Mack relationship [67].

### Acknowledgments

The authors would like to acknowledge the great support and useful insights of their colleagues at the DAAA and DMPE Departments at ONERA. The simulation runs in this study have been executed using software elsA, which is issued of the three-party agreement between AIRBUS, SAFRAN, and ONERA. This work has been completely funded by ONERA.

### References

[1] Tani, I., “Low-Speed Flows Involving Bubble Separations,” *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 5, 1964, pp. 70–103. doi:10.1016/0376-0421(64)90004-1

[2] Richez, F., Mary, I., Gleize, V., and Basdevant, C., “Near Stall Simulation of the Flow Around an Airfoil Using Zonal RANS/LES

Coupling Method,” *Computers & Fluids*, Vol. 37, No. 7, 2008, pp. 857–866. doi:10.1016/j.compfluid.2007.03.016

[3] Raffel, M., Favier, D., Berton, E., Rondot, C., Nsimba, M., and Geissler, W., “Micro-PIV and ELDV Wind Tunnel Investigations of the Laminar Separation Bubble Above a Helicopter Blade Tip,” *6th International Symposium on Particle Image Velocimetry*, IOP Publ. Ltd., Pasadena, California, Vol. 17, 2005, pp. 1–13. doi:10.1088/0957-0233/17/7/003

[4] Pines, D. J., and Bohorquez, F., “Challenges Facing Future Micro-Air-Vehicle Development,” *Journal of Aircraft*, Vol. 43, No. 2, 2006, pp. 290–305. doi:10.2514/1.4922

[5] Somers, D. M., “Design and Experimental Results for the S809 Airfoil,” National Renewable Energy Lab. TR NREL/SR-440-6918, Golden, Colorado, 1997.

[6] Gaster, M., “The Structure and Behaviour of Laminar Separation Bubbles,” Aeronautical Research Council R&M 3595, 1969.

[7] Malkiel, E., and Mayle, R. E., “Transition in a Separation Bubble,” *Journal of Turbomachinery*, Vol. 118, No. 4, 1996, pp. 752–759. doi:10.1115/1.2840931

[8] Hain, R., Kähler, C. J., and Radespiel, R., “Dynamics of Laminar Separation Bubbles at Low-Reynolds-Number Aerofoils,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 630, July 2009, pp. 129–153. doi:10.1017/S0022112009006661

[9] Crabtree, L., “The Formation of Regions of Separated Flow on Wing Surfaces,” ARC R&M 3122, London, 1959.

[10] Sanz, W., and Platzer, M. F., “On the Navier-Stokes Calculation of Separation Bubbles with a New Transition Model,” *Journal of Turbomachinery*, Vol. 120, No. 1, 1998, pp. 36–42. doi:10.1115/1.2841385

[11] Horton, H. P., “Laminar Separation Bubbles in Two- and Three-Dimensional Incompressible Flow,” Ph.D. Thesis, Univ. of London, London, 1968.

[12] Carmichael, B., “Low Reynolds Number Airfoil Survey,” NASA CR-165803, 1982.

[13] Jones, L. E., Sandberg, R. D., and Sandham, N. D., “Direct Numerical Simulations of Forced and Unforced Separation Bubbles on an Airfoil at Incidence,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 602, May 2008, pp. 175–207. doi:10.1017/S0022112008000864

[14] Yarusevych, S., and Kotsonis, M., “Steady and Transient Response of a Laminar Separation Bubble to Controlled Disturbances,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 813, Jan. 2017, pp. 955–990. doi:10.1017/jfm.2016.848

[15] Michelis, T., Yarusevych, S., and Kotsonis, M., “On the Origin of Spanwise Vortex Deformations in Laminar Separation Bubbles,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 841, April 2018, pp. 81–108. doi:10.1017/jfm.2018.91

[16] Dick, E., and Kubacki, S., “Transition Models for Turbomachinery Boundary Layer Flows: A Review,” *International Journal of Turbomachinery Propulsion And Power*, Vol. 2, No. 2, 2017, p. 4. doi:10.3390/ijtp2020004

[17] Langtry, R. B., Menter, F. R., Likki, S. R., Suzen, Y. B., Huang, P. G., and Völker, S., “A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables—Part II: Test Cases and Industrial Applications,” *Journal of Turbomachinery*, Vol. 128, No. 3, 2006, pp. 423–434. doi:10.1115/1.2184353

[18] Langtry, R. B., and Menter, F. R., “Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes,” *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 12, 2009, pp. 2894–2906. doi:10.2514/1.42362

[19] Abu-Ghannam, B. J., and Shaw, R., “Natural Transition of Boundary-Layers—The Effects of Turbulence, Pressure Gradient, and Flow History,” *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 22, No. 5, 1980, pp. 213–228. doi:10.1243/JMES\_JOUR\_1980\_022\_043\_02

[20] Dhawan, S., and Narasimha, R., “Some Properties of Boundary Layer Flow During the Transition from Laminar to Turbulent Motion,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 3, No. 4, 1958, pp. 418–436. doi:10.1017/S0022112058000094

[21] Durbin, P., “An Intermittency Model for Bypass Transition,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 36, Aug. 2012, pp. 1–6. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2012.03.001

[22] Menter, F. R., Smirnov, P. E., Liu, T., and Avancha, R., “A One-Equation Local Correlation-Based Transition Model,” *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 95, No. 4, 2015, pp. 583–619. doi:10.1007/s10494-015-9622-4

- [23] Walters, D. K., and Leylek, J. H., "A New Model for Boundary Layer Transition Using a Single-Point RANS Approach," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 126, No. 1, 2004, pp. 193–202. doi:10.1115/1.1622709
- [24] Walters, D. K., and Leylek, J. H., "Computational Fluid Dynamics Study of Wake-Induced Transition on a Compressor-Like Flat Plate," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 127, No. 1, 2005, pp. 52–63. doi:10.1115/1.1791650
- [25] Walters, D. K., and Cokljat, D., "A Three-Equation Eddy-Viscosity Model for Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulations of Transitional Flow," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 130, No. 12, 2008, Paper 121401. doi:10.1115/1.2979230
- [26] Mayle, R. E., and Schulz, A., "The Path to Predicting Bypass Transition," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 119, No. 3, 1997, pp. 405–411. doi:10.1115/1.2841138
- [27] Tani, I., "Boundary-Layer Transition," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 1, Jan. 1969, pp. 169–196. doi:10.1146/annurev.fl.01.010169.001125
- [28] Gerolymos, G. A., and Vallet, I., "The Dissipation Tensor  $\epsilon_{ij}$  in Wall Turbulence," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 807, Oct. 2016, pp. 386–418. doi:10.1017/jfm.2016.610
- [29] Kubacki, S., and Dick, E., "An Algebraic Intermittency Model for Bypass, Separation-Induced and Wake-Induced Transition," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 62, Dec. 2016, pp. 344–361. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2016.09.013
- [30] Minot, A., Salah El-Din, I., Barrier, R., Boniface, J. C., and Marty, I., "Improvement of Laminar-Turbulent Transition Modeling Within a Low-Pressure Turbine," *ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Vol. 2C, ASME Paper: GT2016-57637, Fairfield, NJ, 2016. doi:10.1115/GT2016-57637
- [31] Colonia, S., Leble, V., Steijl, R., and Barakos, G., "Assessment and Calibration of the  $\gamma$ -Equation Transition Model at Low Mach," *AIAA Journal*, Vol. 55, No. 4, 2017, pp. 1126–1139. doi:10.2514/1.J055403
- [32] de Rosa, D., and Catalano, P., "Validation of Intermittency Model for Transition Prediction in a RANS Flow Solver," *AIAA Aerospace Sciences Meeting*, AIAA Paper 2018-1043, 2018. doi:10.2514/6.2018-1043
- [33] Yuan, W., Khalid, M., Windte, J., Scholz, U., and Radespiel, R., "An Investigation of Low-Reynolds-Number Flows past Airfoils," *23rd AIAA Applied Aerodynamics Conference*, AIAA Paper 2005-4607, 2005. doi:10.2514/6.2005-4607
- [34] Windte, J., Scholz, U., and Radespiel, R., "Validation of the RANS-Simulation of Laminar Separation Bubbles on Airfoils," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 10, No. 6, 2006, pp. 484–494. doi:10.1016/j.ast.2006.03.008
- [35] Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, 1994, pp. 1598–1605. doi:10.2514/3.12149
- [36] Lian, Y., and Shyy, W., "Laminar-Turbulent Transition of a Low Reynolds Number Rigid or Flexible Airfoil," *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 7, 2007, pp. 1501–1513. doi:10.2514/1.25812
- [37] Wilcox, D. C., "Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 2, 1994, pp. 247–255. doi:10.2514/3.59994
- [38] Smith, A., and Gamberoni, N., Transition, Pressure Gradient and Stability Theory, Douglas Aircraft Company TR ES 26388, El Segundo Division, Aug. 1956, pp. 1–59.
- [39] Catalano, P., and Tognaccini, R., "Turbulence Modeling for Low-Reynolds-Number Flows," *AIAA Journal*, Vol. 48, No. 8, 2010, pp. 1673–1685. doi:10.2514/1.J050067
- [40] Catalano, P., Mele, B., and Tognaccini, R., "A Numerical Method to Detect Laminar Separation Bubbles over Airfoils," *31st AIAA Applied Aerodynamics Conference*, AIAA Paper 2013-2528, 2013. doi:10.2514/6.2013-2528
- [41] Wilcox, D. C., *Turbulence Modeling for CFD*, 3rd ed., DCW Industries, La Cañada, CA, 2006, Chap. 4.
- [42] Wilcox, D. C., "A Half Century Historical Review of the  $k - \omega$  Model," *29th Aerospace Sciences Meeting*, AIAA Paper 1991-0615, 1991. doi:10.2514/6.1991-615
- [43] Roberts, W. B., "Calculation of Laminar Separation Bubbles and Their Effect on Airfoil Performance," *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 1, 1980, pp. 25–31. doi:10.2514/3.50726
- [44] Arnal, D., Habiballah, M., and Coustols, E., "Laminar Instability Theory and Transition Criteria in Two and Three-Dimensional Flow," *Recherche Aéronautique*, Vol. 2, March 1984, pp. 125–143.
- [45] Gleyzes, C., Cousteix, J., and Bonnet, J., "Calculation Method of Leading Edge Separation Bubbles," *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows II*, Springer-Verlag, New York, 1984, pp. 173–192.
- [46] Cliquet, J., Houdeville, R., and Arnal, D., "Application of Laminar-Turbulent Transition Criteria in Navier-Stokes Computations," *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 5, 2008, pp. 1182–1190. doi:10.2514/1.30215
- [47] Laurent, C., Mary, I., Gleize, V., Lerat, A., and Arnal, D., "RANS Modeling of a Transitional Laminar Separation Bubble on a Flat Plate with DNS Database," AIAA Paper 2010-4444, 2010. doi:10.2514/6.2010-4444
- [48] Laurent, C., Mary, I., Gleize, V., Lerat, A., and Arnal, D., "DNS Database of a Transitional Separation Bubble on a Flat Plate and Application to RANS Modeling Validation," *Computers & Fluids*, Vol. 61, May 2012, pp. 21–30. doi:10.1016/j.compfluid.2011.07.011
- [49] Arnal, D., "Laminar-Turbulent Transition Problems in Supersonic and Hypersonic Flow," AGARD TR 761, 1988.
- [50] Richez, F., Mary, I., Gleize, V., and Basdevant, C., *Simulation and Modelling of a Laminar Separation Bubble on Airfoils*, Springer, Netherlands, Dordrecht, 2009, pp. 457–469. doi:10.1007/978-1-4020-9898-7\_39
- [51] Alam, M., and Sandham, N. D., "Direct Numerical Simulation of Short Laminar Separation Bubbles with Turbulent Reattachment," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 410, May 2000, pp. 1–28. doi:10.1017/S0022112099008976
- [52] Spalart, P., and Strelets, M., "Mechanisms of Transition and Heat Transfer in a Separation Bubble," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 403, Jan. 2000, pp. 329–349. doi:10.1017/S0022112099007077
- [53] Spalart, P. R., "Direct Simulation of a Turbulent Boundary Layer up to  $Re_\theta = 1410$ ," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 187, Feb. 1988, pp. 61–98. doi:10.1017/S0022112088000345
- [54] Menter, F. R., Langtry, R. B., Likki, S. R., Suzen, Y. B., Huang, P. G., and Völker, S., "A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables—Part I: Model Formulation," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 128, No. 3, 2006, pp. 413–422. doi:10.1115/1.2184352
- [55] Minot, A., de Saint Victor, X., Marty, J., and Perraud, J., "Advanced Numerical Setup for Separation-Induced Transition on High-Lift Low-Pressure Turbine Flows Using the  $\gamma - \widetilde{Re}_\theta$  Model," *ASME Turbo Expo*, ASME Paper GT2015-42160, Fairfield, NJ, 2015.
- [56] Wilcox, D. C., "Formulation of the  $k - \omega$  Turbulence Model Revisited," *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 11, 2008, pp. 2823–2838. doi:10.2514/1.36541
- [57] Cambier, L., Heib, S., and Plot, S., "The Onera elsA CFD Software: Input from Research and Feedback from Industry," *Mechanics & Industry*, Vol. 14, No. 3, 2013, pp. 159–174. doi:10.1051/meca/2013056
- [58] Morkovin, M., "Effects of Compressibility on Turbulent Flows," *Mécanique de la Turbulence*, edited by A. Favre, Gordon and Breach, New York, 1962, pp. 367–380.
- [59] Wilcox, D. C., "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 11, 1988, pp. 1299–1310. doi:10.2514/3.10041
- [60] Kok, J., "Resolving the Dependence on Freestream Values for the  $k - \omega$  Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 7, 2000, pp. 1292–1295. doi:10.2514/2.1101
- [61] Menter, F. R., "Performance of Popular Turbulence Model for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flows," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 8, 1992, pp. 2066–2072. doi:10.2514/3.11180
- [62] Benoit, C., Péron, S., and Landier, S., "Cassiopee: A CFD Pre- and Post-Processing Tool," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 45, Supp. C, 2015, pp. 272–283. doi:10.1016/j.ast.2015.05.023
- [63] Rumsey, C. L., "Apparent Transition Behavior of Widely-used Turbulence Models," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, No. 6, 2007, pp. 1460–1471. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2007.04.003



- [64] Spalart, P., and Rumsey, C. L., "Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations," *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 10, 2007, pp. 2544–2553.  
doi:10.2514/1.29373
- [65] Bernardos, L., Richez, F., Gleize, V., and Gerolymos, G. A., "On the  $k - \omega$  Models Behavior in the Boundary-Layer Downstream of a Short Transitional Separation Bubble," *AIAA Aerospace Sciences Meeting*, AIAA Paper 2018-0376, 2018.  
doi:10.2514/6.2018-0376
- [66] Perraud, J., Deniau, H., and Casalis, G., "Overview of Transition Prediction Tools in the elsA Software," *6th European Conference on Computational Fluid Dynamics*, IACM and ECCOMAS5 Paper hal-01077974, Barcelona, 2014.
- [67] Mack, L. M., "Transition Prediction and Linear Stability Theory," AGARD, CP 224, 1.1-1.22, 1977.
- [68] Alferez, N., Mary, I., and Lamballais, E., "Study of Stall Development Around an Airfoil by Means of High Fidelity Large Eddy Simulation," *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 91, No. 3, 2013, pp. 623–641.  
doi:10.1007/s10494-013-9483-7
- [69] Arnal, D., "Description and Prediction of Transition in Two-Dimensional Incompressible Flow," *Special Course on Stability and Transition of Laminar Flow*, NATO-AGARD Paper 709, 1984, Chap. 2.
- [70] Arnal, D., "Boundary Layer Transition: Predictions Based on Linear Theory," *Special Course on Progress in Transition Modelling*, AGARD Paper 793, 1994, pp. 1–63, Chap. 2.

S. Fu  
Associate Editor

## **Annexe G**

**Papier présenté au congrès AIAA Aviation  
2019**



# RANS modeling of Laminar Separation Bubbles around Airfoils at Low Reynolds Number Conditions

L. Bernardos\*, F. Richez† and V. Gleize‡  
 ONERA, 92190 Meudon, France

In this paper we evaluate the performance of an algebraic non-local laminar separation transition triggering (LSTT) approach that controls the production of turbulence in the transitional region. The LSTT approach is coupled to the  $k-\omega$  and Spalart-Allmaras turbulence models and the AHD-Gleyzes transition prediction criterion. Diverse low Reynolds number flow configurations featuring laminar separation bubbles are investigated, such as flat-plate case, NACA 0012 airfoil, SD7003 airfoil and T106C turbine airfoil. The influence of chord-based Reynolds number, angle of attack and inflow turbulence level on the prediction capabilities of the LSTT approach are assessed. Good agreement with available DNS, LES and experimental data is obtained.

## I. Nomenclature

$c$	=	airfoil chord length (m)	$\hat{s}$	=	Dimensionless streamwise abscissa, $(s - s_{tr})/(s_{tr} - s_{sep})$
$C_{lim}$	=	shear-stress limiter delay function	$\hat{s}_a, \hat{s}_b, \hat{s}_c, a$	=	LSTT closure coefficients
$C_p$	=	pressure coefficient	$T_u$	=	turbulence intensity, $(2k/3)^{1/2}/ \bar{u} $
$c_f$	=	flat-plate's skin-friction coefficient $(\tau_w/\frac{1}{2}\rho_e \bar{u}_e ^2)$	$\bar{u}_i$	=	local Reynolds-averaged velocity $i$ -component (m s <sup>-1</sup> )
$c_{f\infty}$	=	airfoil's skin-friction coefficient $(\tau_w/\frac{1}{2}\rho_\infty \bar{u}_\infty ^2)$	$\bar{u}_s$	=	velocity component projected onto $s$ direction (m s <sup>-1</sup> )
$f^{tr}$	=	Transition function	$\bar{u}_s$	=	velocity component projected onto $s$ direction (m s <sup>-1</sup> )
$H$	=	boundary-layer kinematic shape factor $(\delta^*/\theta)$	$ \bar{u}_e $	=	boundary-layer edge velocity (m s <sup>-1</sup> )
$k$	=	turbulence kinetic energy (m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> )	$ \bar{u}_\infty $	=	inflow freestream velocity (m s <sup>-1</sup> )
$k_L$	=	laminar kinetic energy (m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> )	$\alpha$	=	airfoil's angle of attack (deg)
$M$	=	Mach number	$\gamma$	=	Intermittency factor
$N$	=	total amplification factor	$\delta$	=	boundary-layer thickness (m)
$N_{cr}$	=	critical total amplification factor	$\delta^*$	=	boundary-layer displacement thickness (m)
$n$	=	wall-normal coordinate (m)	$\theta$	=	boundary-layer momentum thickness (m)
$p$	=	static pressure (Pa)	$\Lambda_2$	=	Pohlhausen parameter
$Re_c$	=	chord-based Reynolds number, $\rho_\infty c  \bar{u}_\infty /\mu_\infty$	$\mu$	=	molecular dynamic viscosity (kg m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )
$Re_\theta$	=	momentum-thickness Reynolds number $(\rho_e \theta  \bar{u}_e /\mu_e)$	$\mu_t$	=	dynamic eddy viscosity (kg m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )
$\bar{S}_{ij}$	=	mean strain rate tensor (s <sup>-1</sup> )	$\tilde{v}$	=	Spalart-Allmaras' model transported quantity (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )
$s$	=	wall-tangent curvilinear abscissa (m)	$\rho$	=	density (kg m <sup>-3</sup> )
$s_{sep}$	=	laminar separation point (m)	$\tau_w$	=	wall shear stress (kg m <sup>-1</sup> s <sup>-2</sup> )
$s_{tr}$	=	transition onset (m)	$\omega$	=	Turbulence specific dissipation rate (s <sup>-1</sup> )

## II. Introduction

LAMINAR separation bubbles [1, LSBs] appear in numerous aerodynamic applications, such as dynamic stall phenomenon of helicopter blades [2, 3], low-Reynolds number micro air-vehicles (MAV) [4] or wind turbines with enhanced laminarity [5]. It is well established that the flow initially undergoes laminar separation because of the adverse pressure-gradient [6], followed by transition onset in the separated shear-layer [7], identified as the amplification of Kelvin-Helmholtz instabilities leading to turbulence [8]. Increased turbulent mixing in the shear layer may, depending on flow conditions [9], lead to rapid reattachment (short bubble locally modifying wall-pressure distribution [1]) or

\*Research Scientist, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department, Meudon, France. luis.bernardos\_barreda@onera.fr

†Research Scientist, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department, Meudon, France. francois.richez@onera.fr

‡Research Scientist, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department, Châtillon, France. vincent.gleize@onera.fr

remain separated for longer distances (long bubble globally modifying wall-pressure distribution [1]). In both cases, airfoil lift, drag and moment are influenced by the presence of the bubble.

RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) turbulence models require specific transition information and/or modification to handle the separation-induced transition which dominates the flow [7, 10]. Numerous early [1, 6, 9, 11, 12] and more recent [8, 13–15] studies, both experimental and computational, highlight the complex physics of the transitional flow inside LSBs, such as pronounced three-dimensionality, high unsteadiness, turbulent breakdown driven by multiple coherent structures and complex oscillator and amplifier instability mechanisms that may lead to notable changes in the flow topology. Several approaches of varying degree of empiricism have been used to predict this difficult flow.

Ultimately, improved transport-equation based transition models [16] are expected to accurately predict such flows. Correlation-based models [17, 18] reformulate widely used transition correlations [19] into coefficients of transport equations for the intermittency [20, 21] and other transition parameters, to obtain local, and recently [22] Galilean invariant, transition models. Physics-based models [23–25] generally rely on the concept [26] of laminar (pre-transitional) kinetic energy  $k_L \approx \frac{1}{2}u'^2$  (essentially streamwise, in agreement with transition physics [27] and with the observed rapid increase of the Reynolds-stress tensor anisotropy in very low Reynolds number channel flows [28]), which is computed by a specific transport equation, to trigger and control transition in the turbulence model. Transport-equation based transition models are quite successful in mimicking transitional flow effects and in detecting transition [16]. Given the extreme difficulty of accurately predicting transition, algebraic nonlocal transition models are also developed [29], including specific adaptations of additional transport equations [30–32].

Numerous authors have contributed to RANS modeling of LSBs on airfoils, especially at low chord-based Reynolds number  $Re_c$ . Yuan *et al.* [33] and Windte *et al.* [34] performed extensive RANS modeling of LSBs for the flow around a SD7003 airfoil at  $Re_c = 60,000$ , with various models, and concluded that Menter's BSL [35]  $k-\omega$  performed quite well. Source terms were disabled in the laminar regions upstream of transition onset which was determined using an approximate envelope method [34]. Lian and Shyy [36] proposed a nonlocal intermittency model for the activation of Wilcox's 1994  $k-\omega$  [37], through direct weighting of the eddy viscosity  $\nu_t^{\text{effective}} = \nu_t \gamma$ , and determined transition onset by the  $e^N$  method [38]. Calculations of the SD7003 airfoil at  $Re_c = 60,000$  at various angles of attack gave promising results [36]. The same flow was studied by Catalano and Tognaccini [39] with disabled source terms in the laminar regions upstream of the user-prescribed transition onset. These authors proposed a modification of the  $F_2$  blending function appearing in the expression of the shear limiter of Menter's  $k-\omega$  SST model [35] and of the cut-off value of  $\omega$ , thus enhancing turbulence production in the transitional region and improving upon the results of the original formulation. An empirical transition onset correlation was added to the method [40] which was applied to various airfoil calculations (SD7003, NACA 0012, S809 and S827). No specific treatment of the transitional region was performed, in the sense that the activation of the turbulence model was made instantly through the source terms at the transition onset.

Despite the encouraging results of the previously described approaches, accurate prediction of LSB is still challenging. As remarked by Dick and Kubacki [16], the quality of the predictions of separation-induced transition remains case-dependent. Numerous existing methods focus on correctly predicting the transition onset, but the transition region prediction still relies on the turbulence model's unapprehended ability to correctly produce turbulence at and downstream of the transition onset. In this paper we present and evaluate a recently developed [41] transition modeling formulation that intends to account for the turbulence growth within a LSB and in the downstream relaxation flow region. To this purpose, laminar separation transition triggering (hereafter LSTT) in the RANS model is progressive in the streamwise direction ( $s$ ), from the criteria-determined [42–44] transition onset to full turbulence. The assumption is made that the streamwise length between the laminar separation point, which is exactly determined by the solution of the laminar Navier-Stokes equations, and the criteria-determined transition onset is the characteristic lengthscale of the LSTT-process. Therefore, triggering functions of the model are expressed in terms of the aforementioned lengthscale.

Furthermore, wall-normal variations in the LSTT approach are not modeled, in line with many algebraic transition models using intermittency functions [36, 45]. The coefficients that define the algebraic form of the triggering functions control the production and destruction of turbulent quantities. They are calibrated to obtain the best possible agreement with available LSB DNS data [46, 47].

Although most methods dealing with the transition region use the concept of intermittency [21, 22], the transition-triggering functions used in the present work are not directly related to this concept, but should rather be considered as "*empirical weighting coefficients*" [48] designed to reproduce as best as possible the progressive growth of turbulence in LSBs. Therefore they are not necessarily bounded by 1, but may be designed to locally overshoot this bound.

In this work we use linear  $k-\omega$  models [49, p.124] which are largely used as the underlying RANS framework of transition models [37, 50]. Additionally, we extend the LSTT approach to the one-equation Spalart-Allmaras [51] turbulence model.

This paper is organized as follows. In §III we present the turbulence models used, the transition onset prediction models, and the turbulence triggering approaches. In §IV, the models are evaluated for the prediction of the flow around a NACA 0012 airfoil, SD7003 airfoil and T106C turbine blade.

### III. Methodology description

#### A. Turbulence models

In this work we use two different turbulence models, the  $k$ - $\omega$  Wilcox 2006 [52] model and the one-equation Spalart-Allmaras turbulence model [51]. Transitional adaptations are performed on the original fully-turbulent formulation of both models. The LSTT approach is implemented in each model through introduction of the dimensionless transition function  $f^{\text{tr}}$  in the source terms and the dimensionless stress limiter delay function  $C_{\text{lim}}$ .

The set of equations of the  $k$ - $\omega$  model is summarized as follows,

$$\partial_t(\rho k) + \partial_i(\rho \bar{u}_i k) = f^{\text{tr}}(-\rho \overline{u'_i u'_j})(\partial_j \bar{u}_i) - \beta_k \rho \omega k + \partial_i[(\mu + \sigma_k \mu_t) \partial_i k] \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} \partial_t(\rho \omega) + \partial_i(\rho \bar{u}_i \omega) = & \min(f^{\text{tr}}, 1) \alpha_\omega \frac{\omega}{k} (-\rho \overline{u'_i u'_j})(\partial_j \bar{u}_i) - \beta_\omega \rho \omega^2 + \partial_i[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \partial_i \omega] \\ & + \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \max((\partial_i k)(\partial_i \omega), 0) \end{aligned} \quad (1b)$$

$$(-\rho \overline{u'_i u'_j}) \approx 2\mu_t \bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (1c)$$

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\max\left\{\omega; C_{\text{lim}} \sqrt{\frac{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}{\beta_k}}\right\}} \quad (1d)$$

Through Eqns. (1a) and (1b) one may observe that the transition function  $f^{\text{tr}}$  acts on the production terms of both  $k$  and  $\omega$ . As will be presented in the following paragraphs, the purpose of the  $f^{\text{tr}}$  function is to weight the modeled effective production of turbulence at and downstream of the transition onset, in order to account for the relatively high Reynolds shear stresses identified experimentally in the transitional region. In order to allow for this important production of turbulence, the weighting factor of the production of  $\omega$  is limited to 1. This is necessary because otherwise the boost of turbulence production expected by the use of  $f^{\text{tr}} > 1$  via the production term of  $k$  would be mitigated by a boost in the production of the  $\omega$  equation.

The purpose of the  $C_{\text{lim}}$  function, which is a constant in the original Wilcox' 2006 model, is to delay the activation of the shear stress limiter, in order to allow for sufficiently high production rates of turbulence in the transitional region. As it can be anticipated,  $C_{\text{lim}} = 0$  in the transitional region, thus disabling the shear stress limiter and allowing for important turbulence production, and it yields  $C_{\text{lim}} = 7/8$  in the fully turbulent region.

The Spalart-Allmaras [51] model adapted to the LSTT formulation, without tripping term, may be summarized as follows,

$$\partial_t(\tilde{\nu}) + \partial_i(\bar{u}_i \tilde{\nu}) = f^{\text{tr}} c_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{\nu} - \min(f^{\text{tr}}, 1) \left( c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{k^2} f_{t2} \right) \left( \frac{\tilde{\nu}}{n} \right)^2 \quad (2a)$$

$$+ \frac{1}{\sigma} [\partial_i((v + \tilde{\nu}) \partial_i \tilde{\nu}) + c_{b2} (\partial_i \tilde{\nu})^2]$$

$$(-\overline{u'_i u'_j}) = 2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (2b)$$

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} \quad (2c)$$

Through the Eqn. (2a) one may observe that the  $f^{\text{tr}}$  function acts on both the production and destruction terms of  $\tilde{\nu}$ . We limit the weighting factor of the destruction of  $\tilde{\nu}$  to 1. This is done for the same reason as the production of  $\omega$  is limited in the  $k$ - $\omega$  formulation, i.e. to allow high rate of turbulence growth in the transitional region where  $f^{\text{tr}} > 1$ . As one may observe through the equations that constitute the Reynolds shear stresses [Eqns. (2b) and (2c)] it has not been needed to implement the  $C_{\text{lim}}$  function in the Spalart-Allmaras model using the LSTT approach.

## B. Transition onset prediction

Before examining the formulation of the functions  $f^{\text{tr}}$  and  $C_{\text{lim}}$ , we note that the LSTT approach requires information on the transition onset location, namely  $s_{\text{tr}}$ . For this purpose, we employ the Arnal-Habiballah-Delcourt [43, 53, 54] (AHD) and the Gleyzes [44] criteria for the natural attached and separated transition onset computation of the boundary-layer. These criteria are computed at each iteration step of the simulation, and provide the  $s_{\text{tr}}$  point used by the  $f^{\text{tr}}$  and  $C_{\text{lim}}$  functions. The AHD-Gleyzes transition criteria, which are based on linear stability analysis and experimental correlations, are employed to model the amplification of Tollmien-Schlichting and Kelvin-Helmholtz waves. For this reason, these criteria are best suited to natural transition prediction, i.e. at low external turbulence level conditions. The criteria evaluate non-local algebraic expressions employing boundary-layer quantities along the streamwise coordinate  $s$ .

The incompressible formulation of the AHD criterion is expressed as follows,

$$Re_{\theta_{\text{tr}}} = -206 \exp(25.7\overline{\Lambda}_2) [\ln(16.8T_{u_{\text{tr}}}) - 2.77\overline{\Lambda}_2] + Re_{\theta_{\text{cr}}} \quad (3)$$

The transition onset is located at the point  $s = s_{\text{tr}}$  where  $Re_{\theta(s)} = Re_{\theta_{\text{tr}}}$  is reached. The threshold of transition is determined by the value of the transitional external turbulence level,  $T_{u_{\text{tr}}}$ . The subscript ‘‘cr’’ denotes the laminar critical point, which is located at  $s = s_{\text{cr}} < s_{\text{tr}}$  when  $Re_{\theta(s)} = Re_{\theta_{\text{cr}}} = \exp(52/H(s) - 14.8)$ . The mean Pohlhausen parameter  $\overline{\Lambda}_2$  is expressed as follows,

$$\overline{\Lambda}_2 = \frac{1}{s - s_{\text{cr}}} \int_{s_{\text{cr}}}^s \frac{-\theta^2}{\mu|\overline{u}_e|} \frac{\partial p_{\text{wall}}}{\partial s} ds \quad (4)$$

Where  $|\overline{u}_e|$  denotes the magnitude of the velocity at the boundary-layer edge and  $p_{\text{wall}}$  the pressure at the wall.

The AHD criterion is used from the laminar critical point up to the point where  $H = 2.8$ . If the transition onset has not been reached at such point, named the *switch* point, then the transition onset prediction is relayed by the Gleyzes criterion, which models the total amplification factor and is expressed as follows,

$$N(s) = N_{\text{sw}} + \int_{Re_{\theta_{\text{sw}}}}^{Re_{\theta}} \frac{-2.4}{\mathcal{B}_{GL}} dRe_{\theta} \quad (5)$$

Where  $\mathcal{B}_{GL}$  is the *Gleyzes function* and is expressed as follows,

$$\mathcal{B}_{GL} = \begin{cases} \frac{-162.11093}{H^{1.1}} & \text{for } 3.36 < H \\ -73[\exp[-1.56486(H - 3.02)]] & \text{for } 2.8 < H \leq 3.36 \\ -103[\exp[-4.12633(H - 2.8)]] & \text{else} \end{cases} \quad (6)$$

The transition onset is located at the critical total amplification factor  $N_{\text{cr}} = N(s = s_{\text{tr}})$  of Eqn. (5). This critical value is related to the threshold transitional external turbulence level  $T_{u_{\text{tr}}}$  via the Mack’s [55] relationship Eqn. (7),

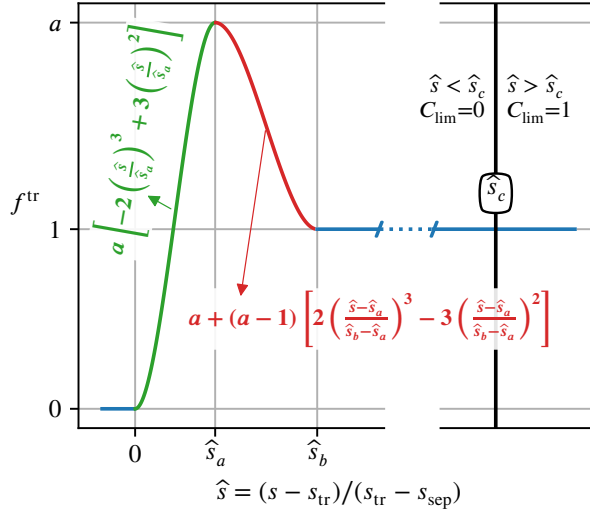
$$N_{\text{cr}} = -2.4 \ln(T_u) - 8.43 \quad (7)$$

The *switch* total amplification factor  $N_{\text{sw}}$  expressed in Eqn. (5) accounts for the laminar boundary-layer receptivity history up to the switch point. It is determined by replacing  $Re_{\theta_{\text{tr}}}$  by current  $Re_{\theta}(s = s_{\text{sw}})$  of Eqn. (3); inject the Mack’s relationship Eqn. (7) into Eqn. (3), and finally solving for  $N(s = s_{\text{sw}})$ ,

$$N_{\text{sw}} = -8.43 - 2.4 \ln \left[ \frac{1}{16.8} \exp \left( 2.77\overline{\Lambda}_2 - \frac{Re_{\theta} - Re_{\theta_{\text{cr}}}}{206 \exp(25.7\overline{\Lambda}_2)} \right) \right] \quad (8)$$

From the author’s experience in using the Gleyzes criterion, we discourage the use of actual boundary-layer values in the neighborhood of a deeply detached boundary-layer. The reason is that massively detached boundary-layers may yield a local decrease of  $Re_{\theta}(s)$  before the transition onset is reached, thus compromising the growth of  $N$  via Eqn. (5). This would provoke a permanent downstream displacement of the transition onset which would translate into numerical instabilities and poor prediction precision. In order to solve this issue, we use an extrapolation approach of  $H$  and  $Re_{\theta}$  values, from a set of points located in the neighborhood of the laminar separation point (cf appendix §A).

Further details on the implementation of the criteria-based approach are presented by Cliquet et al. [45] and Perraud et al. [56].



**Fig. 1** Scheme of the transition function  $f^{\text{tr}}$  ( $C^1$  piecewise cubic polynomials) and shear stress limiter switch  $C_{\text{lim}}$  used in the LSTT [41] approach with the closure constants  $\hat{s}_a$ ,  $\hat{s}_b$ ,  $\hat{s}_c$  and  $a$  adapted to the turbulence model as shown in Table 1.

### C. Turbulence triggering modeling and calibration

In this section we present the algebraic functions  $f^{\text{tr}}$  and  $C_{\text{lim}}$  used for triggering the turbulence models [Eqns. (1) and (2)] at and downstream of the transition onset  $s_{\text{tr}}$ . As these functions are applied everywhere in the flowfield, they yield specific values at every point of the flow, i.e.  $f^{\text{tr}}(x, y, z)$  and  $C_{\text{lim}}(x, y, z)$ . In order to determine these values throughout the entire flowfield, a two-step procedure is performed as follows.

In a first step, only the values of  $f^{\text{tr}}$  and  $C_{\text{lim}}$  at the wall ought to be determined. This is accomplished by specific algebraic dependence of  $f^{\text{tr}}$  and  $C_{\text{lim}}$  upon  $s$ , the curvilinear abscissa of the wall, as shown in Fig. 1. In practice, for the airfoil simulations of the current work,  $s$  corresponds to the airfoil's wall contour.

For the determination of  $f^{\text{tr}}(s)$  and  $C_{\text{lim}}(s)$ , the LSTT model makes use of the transition onset location,  $s_{\text{tr}}$ , provided by the transition criteria presented in §B; and the laminar separation point  $s_{\text{sep}}$ , retrieved by direct prediction of the Navier-Stokes equations. Hence, the dimensionless curvilinear abscissa  $\hat{s}$  is constructed as presented in Eqn. (9),

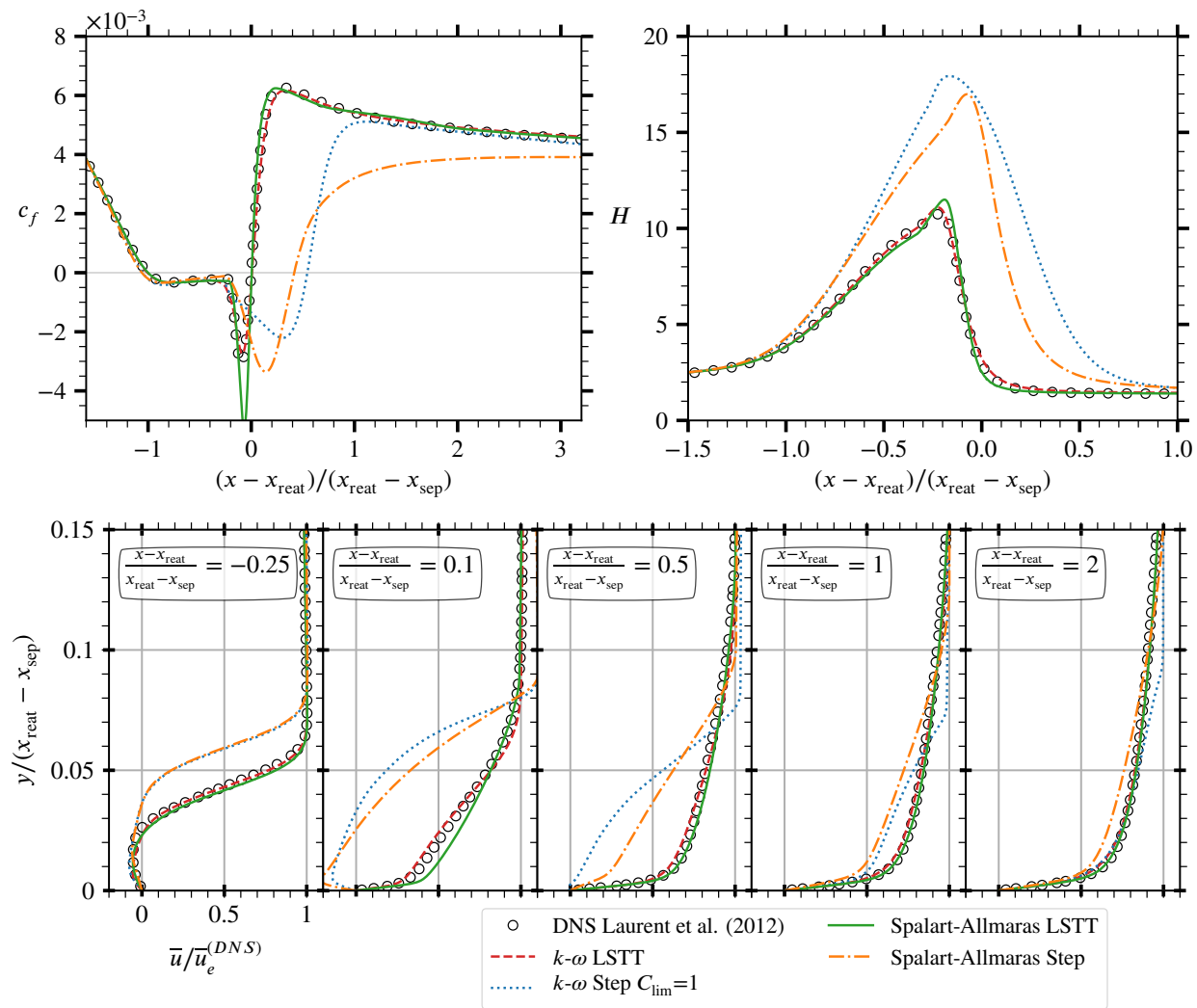
$$\hat{s} := \frac{s - s_{\text{tr}}}{s_{\text{tr}} - s_{\text{sep}}} \quad (9)$$

Once the wall values  $f^{\text{tr}}(s)$  and  $C_{\text{lim}}(s)$  are determined, in a second step we perform a wall-normal extrusion of their values up to the boundary-layer height, namely  $\delta$ . Outside the boundary-layer, the constant values  $f^{\text{tr}} = 1$  and  $C_{\text{lim}} = 1$  are set. In this way,  $f^{\text{tr}}$  and  $C_{\text{lim}}$  are properly defined at every point in space.

The main role of the LSTT model is to weight the rate at which turbulence is produced from the transition onset. The reason is to account for the smooth and relatively important production of the Reynolds shear stress,  $-\overline{u'v'}$ , that occurs in the separated shear layer close to the transitional region, as observed in experiments [8, 57] and DNS [47]. This is particularly required in order to avoid the typically low values of skin-friction RANS predictions downstream of the bubble [58]. Proper growth of the Reynolds shear stress is accomplished by boosting the triggering function ( $f^{\text{tr}} > 1$ ), which facilitates a strong imbalance of production-to-dissipation ratio of turbulence in the transitional region. The  $k$ - $\omega$  model additionally requires a delay on the use of the shear stress limiter up to the region where an established turbulent boundary-layer is expected. This location, governed by the  $\hat{s}_c$  closure coefficient, is situated several bubble lengths downstream of the bubble.

As observed in Fig.1, the triggering region scales with the bubble's laminar length,  $s_{\text{tr}} - s_{\text{sep}}$ , thanks to the use of the dimensionless abscissa coordinate formulation of Eqn. (9). This feature is convenient in order to automatically adapt the turbulence triggering to different bubble sizes.

In this work we also present results of a simple *off-on* triggering of the turbulence model. This commonly used approach, that we denote here as 'Step', consists in disabling the source terms of the turbulence model upstream of the transition onset location. The Step approach is presented with the shear stress limiter enabled.



**Fig. 2** Comparison of predicted skin-friction, shape factor and velocity profiles using the Step and the LSTT approach, coupled with the  $k-\omega$  [52] and Spalart-Allmaras [51] turbulence models, against the DNS data of Laurent et al. [47] over a flat-plate configuration with adverse pressure gradient.



The closure constants of the LSTT model ( $\widehat{s}_a$ ,  $\widehat{s}_b$ ,  $\widehat{s}_c$  and  $a$ ) were calibrated [41] to reproduce the  $c_f$  distribution of the bubble of a flat-plate DNS reference [47] using  $k-\omega$  models. In Table 1 we also present the calibration adapted to the Spalart-Allmaras turbulence model, as shown in Fig. 2. As it can be observed, the LSTT calibration for both models is in correct agreement with the DNS skin-friction. Only a slight overestimation of the minimum value of  $c_f$  is identified for the Spalart-Allmaras model. An interesting observation of Fig. 2 is that not only the  $c_f$  predictions of the LSTT model are in better agreement with DNS, but also the shape factor  $H$  and the velocity profiles.

Turbulence model	$\widehat{s}_a$	$\widehat{s}_b$	$\widehat{s}_c$	$a$
$k-\omega$ Wilcox 2006 [52]	0.182	0.414	5.83	2.15
Spalart-Allmaras [51]	0.482	3.107	–	7.03

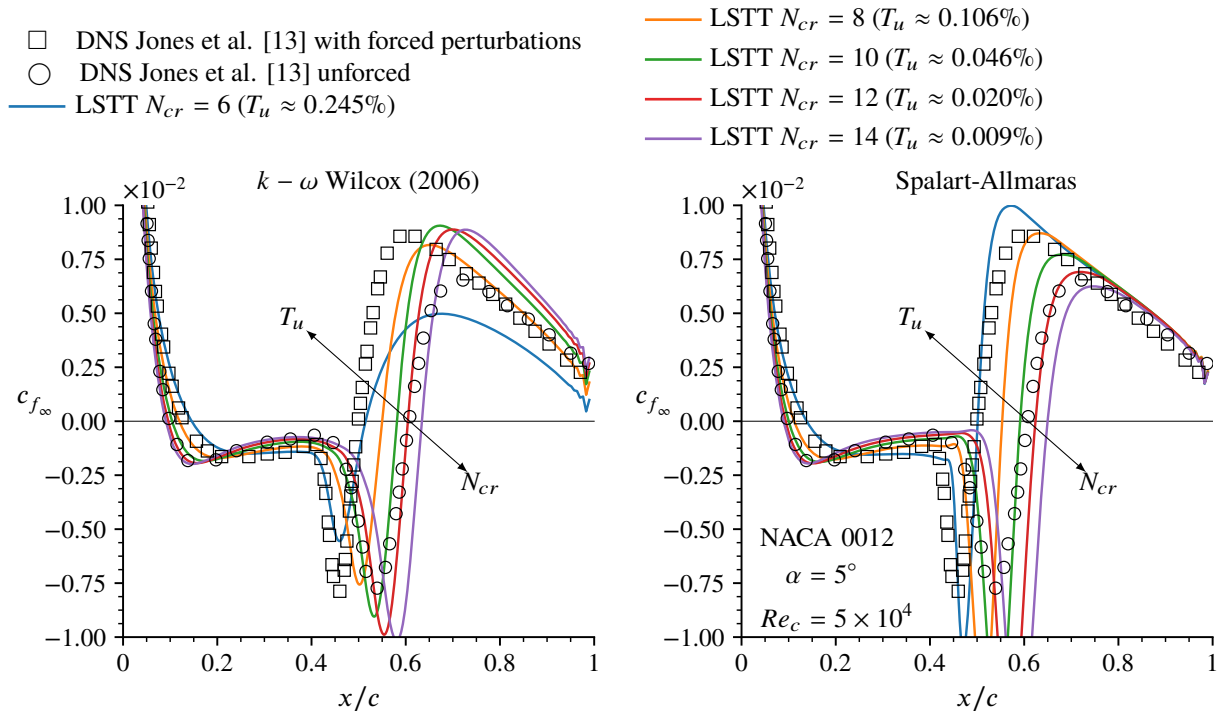
**Table 1** LSTT [41] closure coefficients for the considered turbulence models

### IV. Results

In the following paragraphs, the LSTT approach is evaluated using the established calibration of Table 1.

#### A. NACA 0012 Airfoil

In this section we present an assessment of the LSTT approach using  $k-\omega$  Wilcox (2006) and Spalart-Allmaras turbulence models for two different operating conditions of the NACA 0012 airfoil. These conditions were chosen because high-fidelity simulations are available in literature. The first operating condition comes from the DNS of Jones et al. [13], which yields  $\alpha = 5^\circ$  and  $Re_c = 50,000$ . The second condition is issued from the ILES of Alferrez et al. [59], which yields  $\alpha = 10.55^\circ$  and  $Re_c = 100,000$ .



**Fig. 3** Skin-friction RANS predictions of the influence of the transitional turbulence level threshold,  $T_u$  (or  $N_{cr}$ ), on the suction side of a NACA 0012 at  $\alpha = 5^\circ$  and  $Re_c = 50,000$  using  $k-\omega$  Wilcox (2006) [52] and Spalart-Allmaras [51] turbulence models with AHD-Gleyzes [44, 53] transition onset prediction criteria and LSTT [41] turbulence activation against DNS data of Jones et al. [13].

In Fig. 3 the RANS predictions of skin-friction using LSTT are compared against the DNS data of Jones et al. [13]. Two different DNS data sets are presented, resulting from a forced and unforced strategies. The forced DNS performs a velocity perturbation with 0.1% of amplitude of the free-stream velocity at the location  $(x/c, y/c) = (0.1, 0.129)$  yielding several frequencies that optimally excite the transition to turbulence within the separated shear-layer [13]. The unforced DNS yields a self-sustained transition [13], which is also observed in many unforced high-fidelity simulations [59–62].

The RANS computations presented in Fig. 3 were performed using automatic transition prediction via AHD-Gleyzes [44, 53] criteria. A sweep of the  $N_{cr}$  parameter (which is related to the turbulence intensity via Mack’s relationship [55]) was performed between  $N_{cr} = 6$  and  $N_{cr} = 14$ . The influence of turbulence level upon the displacement of separation and reattachment points is well captured by both turbulence models using LSTT. Indeed, Fig. 3 shows that an increase in turbulence level produces a downstream displacement of the separation point and an upstream displacement of the reattachment point. The RANS predictions using both turbulence models in Fig. 3 show that  $N_{cr} = 12$  curves match quite well the unforced DNS data. Furthermore, RANS predictions at  $N_{cr} = 6$  agree quite well with forced DNS data.

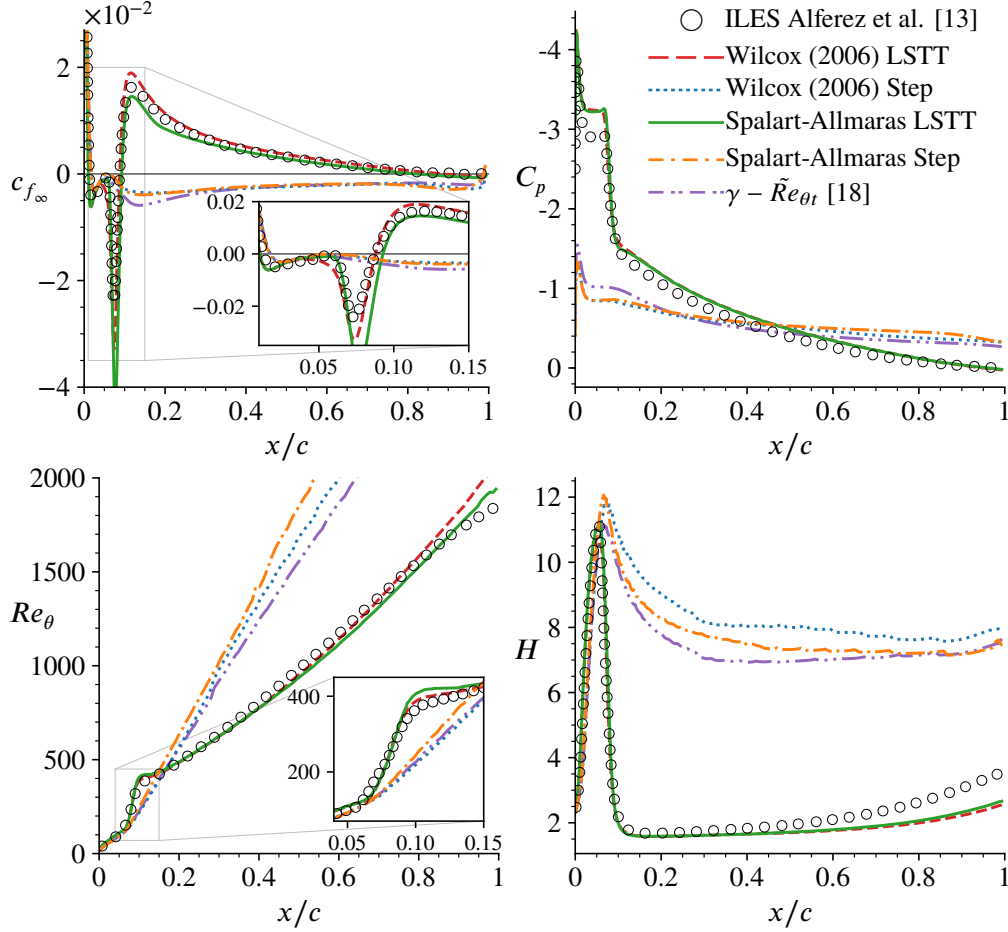
However, it is difficult to evaluate the precision of the transition onset prediction criteria based upon the DNS data. The forced DNS data yield a forced perturbation of 0.1%, which could be assimilated to  $N_{cr} \approx 8$  following Mack’s relationship. For  $N_{cr} = 8$ , the RANS simulations predict a bubble which is slightly longer than the forced DNS data. This would mean that the transition criterion tends to predict a slightly downstream transition onset. However, the assumption that  $N_{cr} = 8$  shall be privileged because DNS was forced with a perturbation of 0.1% of amplitude may be overestimated. Nonetheless, from the results of Fig. 3 a,d the available information on the perturbation forcing [13], we may infer that transition onset prediction is accurate within an uncertainty of about  $\Delta N_{cr} \approx 2$ , which we consider quite successful for this case.

In the following we present a comparison of RANS computations against the ILES of Alferrez et al. [59] for the NACA 0012 at  $\alpha = 10.55^\circ$  and  $Re_c = 10^5$ . In this case, we compare the predictions of both turbulence models using LSTT and typical Step off-on activation, as well as the predictions using Menter-Langtry  $\gamma\text{-}\tilde{R}e_{\theta t}$  model.

Typical boundary-layer parameters are shown in Fig. 4. The skin-friction and pressure coefficients are computed as  $c_{f_\infty} = \tau_w / (0.5\rho_\infty |\bar{u}|_\infty^2)$  and  $C_p = (p - p_\infty) / (0.5\rho_\infty |\bar{u}|_\infty^2)$ , respectively. As the ILES [59] was unforced, no accurate physics-based information is available on the most appropriate value of  $N_{cr}$  to be used. Therefore, preliminary sweeps on the value of  $N_{cr}$  were performed (similarly to those presented in Fig. 3) that allowed us to infer that  $N_{cr} = 12$  is an acceptable choice. Note that  $N_{cr} = 12$  yielded also good RANS predictions for the unforced DNS of Jones et al. [13] shown in Fig. 3.

We can observe in Fig. 4 that the computations of  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  and Step activations of  $k - \omega$  and Spalart-Allmaras turbulence models produce a stalled condition. This effect can be seen through the skin-friction evolution. For the three aforementioned RANS computations, once the laminar boundary layer separates at about  $x/c \approx 0.01$ , it remains separated ( $c_{f_\infty} < 0$ ) up to the trailing edge. The stalled condition predicted by these models can also be seen through the pressure distribution (where they present a lack of suction near the leading edge), the momentum thickness Reynolds number (where they present a too pronounced slope) and the boundary-layer shape factor (where they present very high values all over the airfoil, showing a massive separation). On the contrary, the LSTT activation of the RANS models produce more accurate predictions with respect to the ILES data. The bubble topology is well predicted by the LSTT-activated models, as the reattachment points are very close to the ILES and the characteristic positive peaks of skin-friction right downstream of the bubble are well captured. The Spalart-Allmaras LSTT activation produces a too pronounced negative peak of skin-friction, as it is systematically observed (Figs. 3 and 2). Furthermore, the LSTT-predicted evolution of  $Re_\theta$  and  $H$  follows the abrupt jumps in the transitional region ( $0.05 \lesssim x/c \lesssim 0.1$ ) that are characteristic of LSBs. Nevertheless, the pressure coefficient suction peak on the bubble region is slightly overestimated by the LSTT predictions.

The velocity profiles predicted by the different RANS computations can be observed in Fig. 5. In line with the boundary-layer predictions presented in the previous paragraph, Fig. 5 shows that  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  and Step-activation computations predict a stalled condition. The laminar separation ( $x/c = 0.05$ ) is properly predicted by the aforementioned models, but from  $x/c \gtrsim 0.075$  the velocity profiles begin to deviate from the ILES data, probably due to an insufficient production of turbulence stress. On the contrary, the LSTT-activated RANS models accurately follow the ILES evolution in the separated laminar region ( $x/c = 0.05$ ), the transitional ( $x/c = 0.075$ ) and reattachment ( $x/c = 0.1$ ) regions, and even further downstream. From about  $x/c \approx 0.5$  the LSTT models predict a more filled velocity profile than the ILES. This is coherent with the slight underestimation of  $H$  observed in Fig. 4 from about  $x/c \gtrsim 0.5$ .



**Fig. 4** Boundary-layer parameters on the suction side of the NACA 0012 airfoil at  $\alpha = 10.55^\circ$  and  $Re_c = 10^5$  predicted by several RANS models compared against ILES results [59].

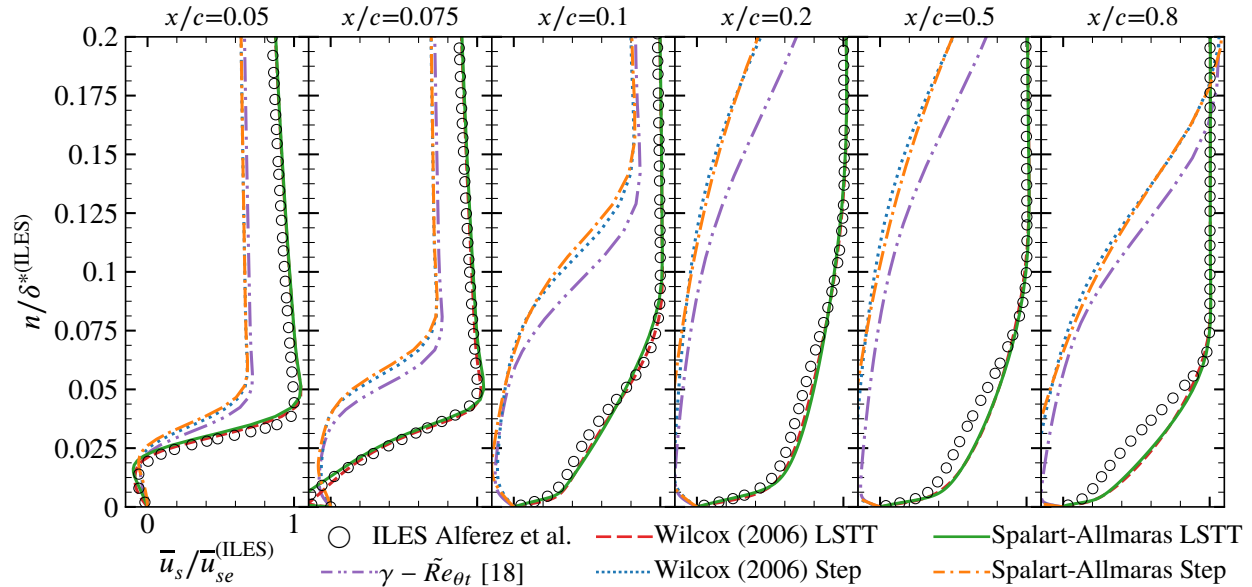
### B. SD7003 Airfoil

In this section we present the results of the RANS predictions on the flow around the SD7003 [63] airfoil. Several flow conditions are analyzed, as well as different prediction approaches.

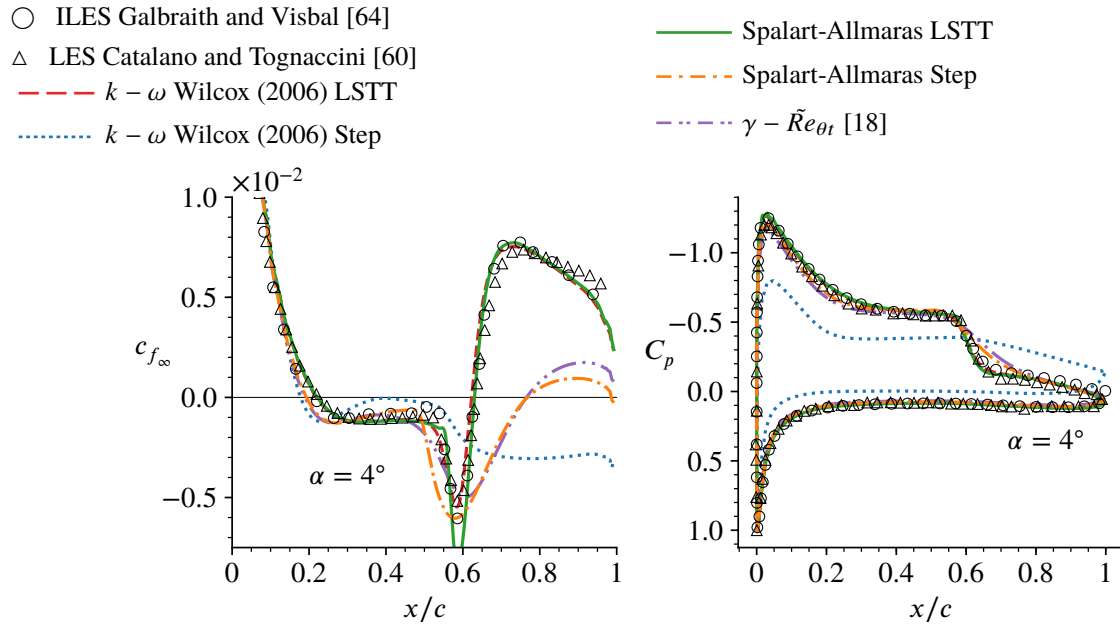
In Fig. 6 we compare RANS predictions with available unforced LES data [60, 64] at  $\alpha = 4^\circ$  and  $Re_c = 60,000$ . Several RANS approaches were employed. The LSTT activation was done using automatic transition prediction criteria [43, 44] using  $N_{cr} = 11$ . The choice of  $N_{cr} = 11$  was done following a previous (not shown here) sweep on  $N_{cr}$  (similarly to the sweep shown in Fig. 3) and by choosing the value that yielded the closest prediction with respect to the LES data. Remarkably, the chosen value for the present case,  $N_{cr} = 11$ , is very close to  $N_{cr} = 12$ , which was the value that produced the best LSTT predictions of the transition onset of the flows computed using unforced DNS [13] and unforced ILES [59] of Figs. 3 and 4, respectively. The Step-activated RANS simulations used in the current study were performed by imposing the activation location exactly at the transition onset location predicted by the LSTT model, which is judged to be accurate enough.

As we observe in Fig. 6, the Menter-Langtry  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  model (used here with a threshold of  $N_{cr} = 11$  as well) and the Step-activated Spalart-Allmaras model produce very close predictions. The  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  model properly predicts the transition onset location, based on two observations: (1) the predicted minimum skin-friction peak is located close to the minimum peak of skin-friction of the LES at  $x/c \approx 0.6$ ; and (2) the end of the  $C_p$  plateau agrees reasonably well with the LES one.

However, downstream of the transition onset, the  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  model predicts a reattachment point that is located 13% of the chord downstream of the LES reattachment point. The skin-friction downstream of the bubble predicted by  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  model is underestimated by a factor of  $\approx 3$ . These observations downstream of the transition onset are related



**Fig. 5** Comparison of velocity profiles for several models for the NACA 0012 at  $\alpha = 10.55^\circ$  and  $Re_c = 10^5$  [59]. The airfoil-tangential velocity  $\bar{u}_s$  is plotted against the airfoil's wall-normal direction  $n$ . The tangential velocity component has been scaled by its value at the boundary layer edge of the ILES data  $\bar{u}_{se}^{(ILES)}$ . The airfoil's distance to the wall  $n$  has been scaled with respect to the integral displacement thickness of the ILES data  $\delta^{*(ILES)}$ .

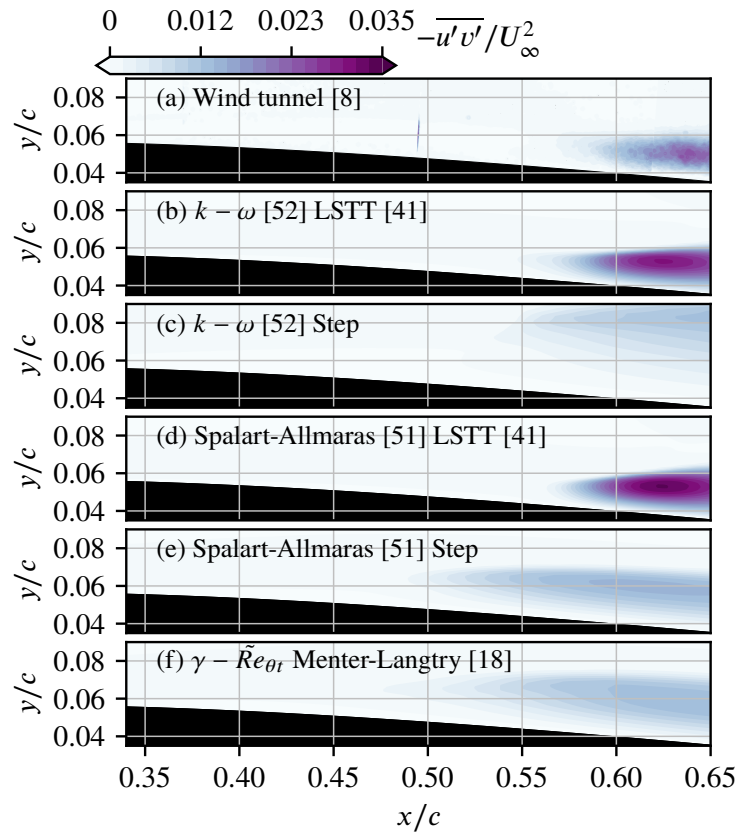


**Fig. 6** Comparison of predicted skin-friction (on the suction side) and pressure coefficient using several RANS approaches against the LES data of Catalano and Tognaccini [60] and ILES data of Galbraith and Visbal [64] of the flow around a SD7003 airfoil ( $M_\infty=0.16$ ,  $\alpha=4^\circ$ ,  $Re_c=60,000$ ) predicted using  $N_{cr} = 11$ .

to the slow recovery of  $C_p$  predicted by  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  in the interval  $0.6 \lesssim x/c \lesssim 0.8$ , where it can be observed that the  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta_t}$  curve of  $C_p$  is not sufficiently steep. Analogous observations can be done with respect to the Spalart-Allmaras model with Step activation, viz. the bubble length is overestimated, the skin-friction values downstream of the bubble are underestimated, and the recovery of pressure downstream of the transition onset is too slow. The Step-activated  $k - \omega$  model predicts an open-bubble topology, which is likely due to the slow turbulence production in the transitional

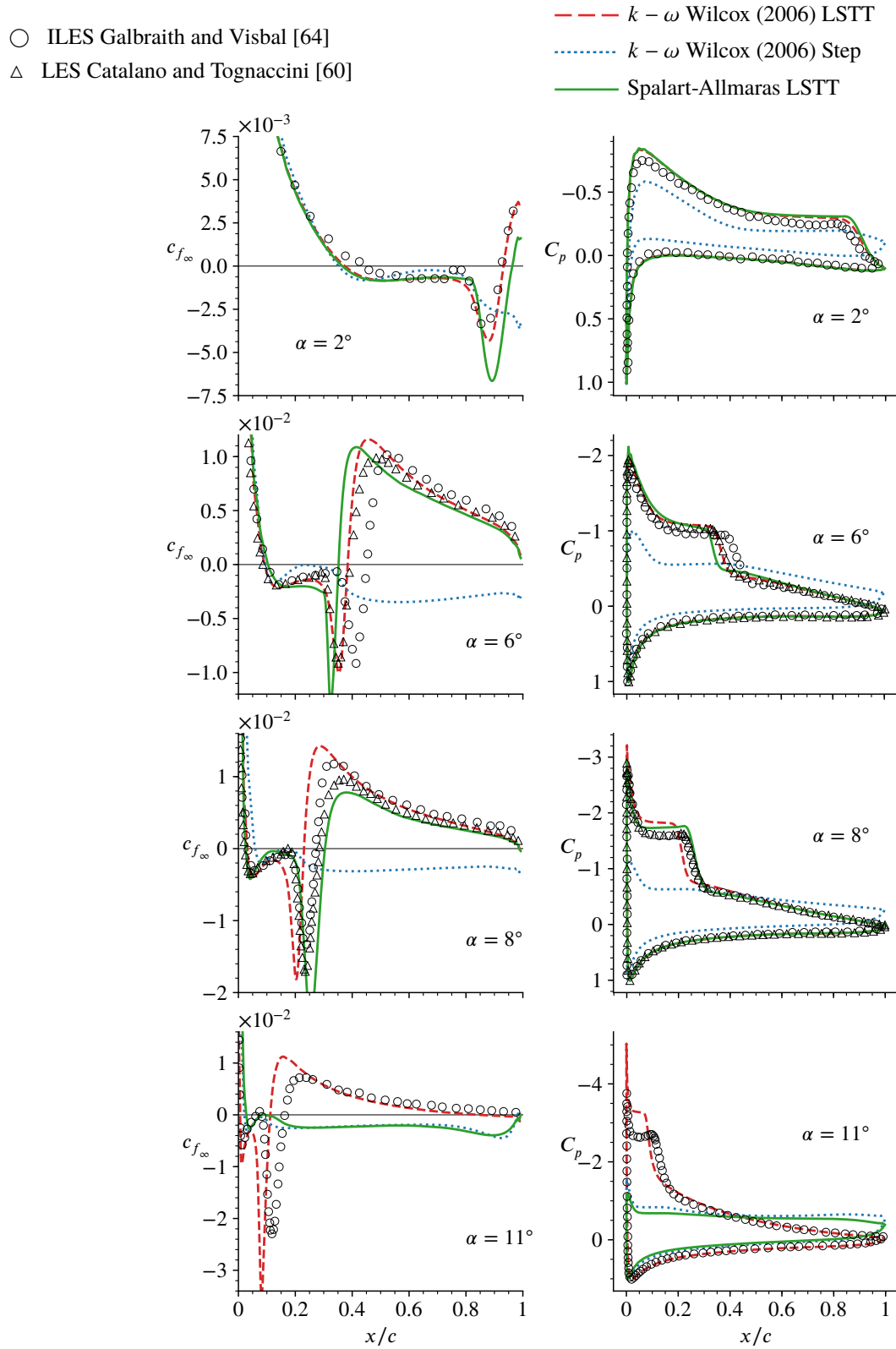
region provoked by both the Step-activation and the use of the shear stress limiter (1d).

On the other hand, the LSTT activations using both  $k - \omega$  and Spalart-Allmaras models produce good agreement with respect to the LES data, in both the laminar, transitional, and turbulent regions. A too pronounced minimum  $c_f$  peak is observed for the Spalart-Allmaras model, which is also present in the other flows considered in the present study (Figs. 2, 3 and 4).



**Fig. 7** Comparison of measured (Hain et al. [8]) levels of Reynolds shear-stress ( $\alpha=4^\circ$ ,  $Re_c=66,000$ ) with computations ( $\alpha=4^\circ$ ,  $Re_c=60,000$ ) using different transition triggering strategies ( $k-\omega$  [52]+LSTT [41], Spalart-Allmaras [51] +LSTT and  $k-\omega$  [52] with Step activation and shear limiter).

The authors believe that the reason why the LSTT approach is in better agreement with LES data than  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  and Step activations, is because LSTT is designed to account for the relatively fast rate of production of Reynolds shear stress in the transitional region, whereas the other approaches underestimate this rate of growth. In order to verify this point, a closer look on the Reynolds shear stress is done in Fig. 7. The Reynolds shear stress  $-\overline{u'v'}$  is plotted using different RANS approaches, and they are compared against the available PIV experimental data of Hain et al. [8]. Although the chord-based Reynolds number of the experiment was slightly different than the RANS computations (66,000 versus 60,000), we consider this difference sufficiently low for allowing qualitative comparisons focused on the behavior of the models. In Fig. 7.(b) and 7.(d) we can observe that LSTT approach predicts similar shear stress when using  $k - \omega$  and Spalart-Allmaras models. The overall shape and location of the produced shear stress predicted by the LSTT computations are in good agreement with the experiment (Fig. 7.(a)), although the maximum value is overestimated. On the contrary, the Step approach (Fig. 7.(c) and (e)) and Menter-Langtry model (Fig. 7.(f)) are in less good agreement with the experimental data, as the predicted values of shear stress are underestimated and the location of its maximum value do not match the location observed in the experiment. Therefore, we may conclude that the reason why  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  and Step approaches underestimate the skin-friction downstream of the transition onset may be related to a lack of production rate of shear stress in the transitional region, which is the essential modeling issue addressed by the LSTT approach.



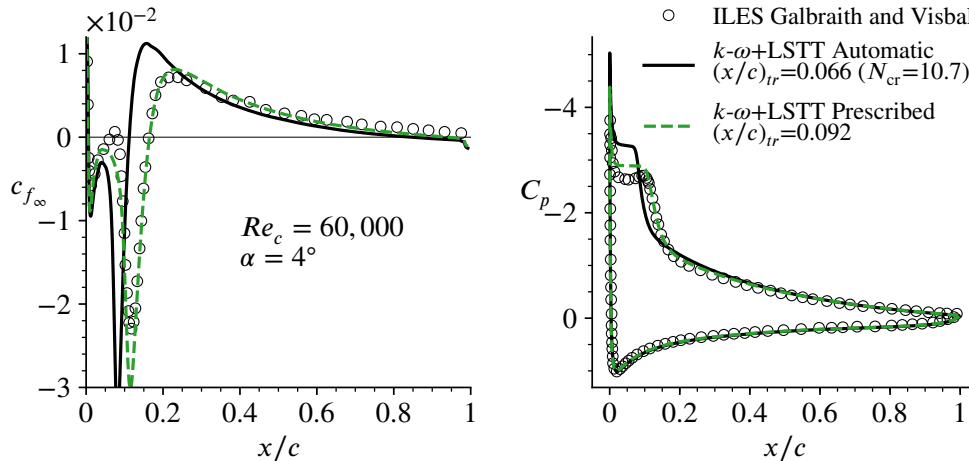
**Fig. 8** Comparison of chordwise distributions of skin-friction ( $c_{f_\infty}$  on the suction side) and of pressure coefficient  $C_p$  obtained from different RANS computations with available LES data [60, 64] at different angles of attack ( $\alpha=2^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 11^\circ$ ) at  $Re_c=60,000$  and  $N_{cr}=11$  ( $T_{u_{tr}} \approx 0.03\%$ )

In Fig. 8 we assess the influence of the angle of attack. With increasing  $\alpha$  (Fig. 8), the bubble shrinks from  $\sim 55\%c$  at  $\alpha=2^\circ$  (separation at  $x \approx 0.4c$  with reattachment at  $x \approx 0.95c$  very near the trailing-edge) to  $\sim 20\%c$  at  $\alpha=11^\circ$  (separation very near the leading edge with reattachment at  $x \approx 0.20c$ ).

Regarding the importance of the triggering approach, the conclusions are quite similar to those drawn for the baseline case ( $\alpha = 4^\circ$ ,  $Re_c = 60,000$ ). Abrupt activation of the turbulence model at the transition onset generally fails, possibly returning stalled flow with an open bubble (Fig. 8) as the prediction using the  $k - \omega$  model shows.

On the contrary, the LSTT computations are generally in satisfactory agreement (Fig. 8) with LES data [60, 64]. At  $\alpha = 2^\circ$ , the agreement with the LES data of Galbraith and Visbal [64] is excellent for  $k - \omega$  and quite good for Spalart-Allmaras. At  $\alpha = 6^\circ$ , there is a slight scatter between the 2 sets of LES data [60, 64], the LSTT computations being in close agreement with Catalano and Tognaccini [60]. At  $\alpha=8^\circ$ , where the 2 sets of LES data are in better agreement one with another, the  $k - \omega +$  LSTT model suffers from the prediction by the criteria of too early a transition-onset location, which induces an earlier negative  $c_{f_\infty}$  peak and earlier reattachment, also resulting in a slight discrepancy of the pressure plateau associated with the LSB. The same remarks apply to the  $\alpha = 11^\circ$  case (Fig. 8) regarding  $k - \omega$  LSTT. On the contrary, at  $\alpha = 8^\circ$  the Spalart-Allmaras LSTT model does not produce a too upstream transition onset prediction. However, let us highlight that at  $\alpha = 11^\circ$  the Spalart-Allmaras LSTT model predicts a stalled condition. Hence, we believe that the reason why at  $\alpha = 8^\circ$  the  $k - \omega$  LSTT predicts a too early transition and Spalart-Allmaras LSTT does not, is because Spalart-Allmaras at  $\alpha = 8^\circ$  is very close to bubble bursting.

Despite the fact that Spalart-Allmaras LSTT model does not successfully predict the LES data at this near-stall condition ( $\alpha = 11^\circ$ ), this prediction shows that LSTT activation (which boosts Reynolds stress production) does not inhibit the capacity of the model to predict stall and bubble bursting. Contrarily, by successfully predicting moderate-to-high angles of attack LSBs, the LSTT approach may contribute to enhancing the RANS ability to capture the airfoil's stall threshold.



**Fig. 9** Comparison of  $c_{f_\infty}$  (on the suction side) and  $C_p$  obtained from LES [64] against RANS computations ( $k - \omega$  [52] + LSTT [41]) using automatic or prescribed transition onset location.

In order to determine the reasons for the observed discrepancies between the  $k - \omega +$  LSTT predictions and the LES data [60, 64] at the higher  $\alpha \in \{8^\circ, 11^\circ\}$  (Fig. 8) we performed an additional calculation at  $\alpha=11^\circ$  (Fig. 9), where the transition onset was prescribed at  $x_{tr} = 0.092c$  further downstream of the criteria-predicted ( $N_{cr} \approx 11$ ) location of transition onset at  $x_{tr} = 0.066c$ . This *ad hoc* adjustment of the transition onset location greatly improves the agreement with LES: the location of the negative  $c_{f_\infty}$  peak and of reattachment are in excellent agreement with the LES computations, and these results in a substantially improved prediction of the pressure plateau in the  $C_p$  distributions (Fig. 9).

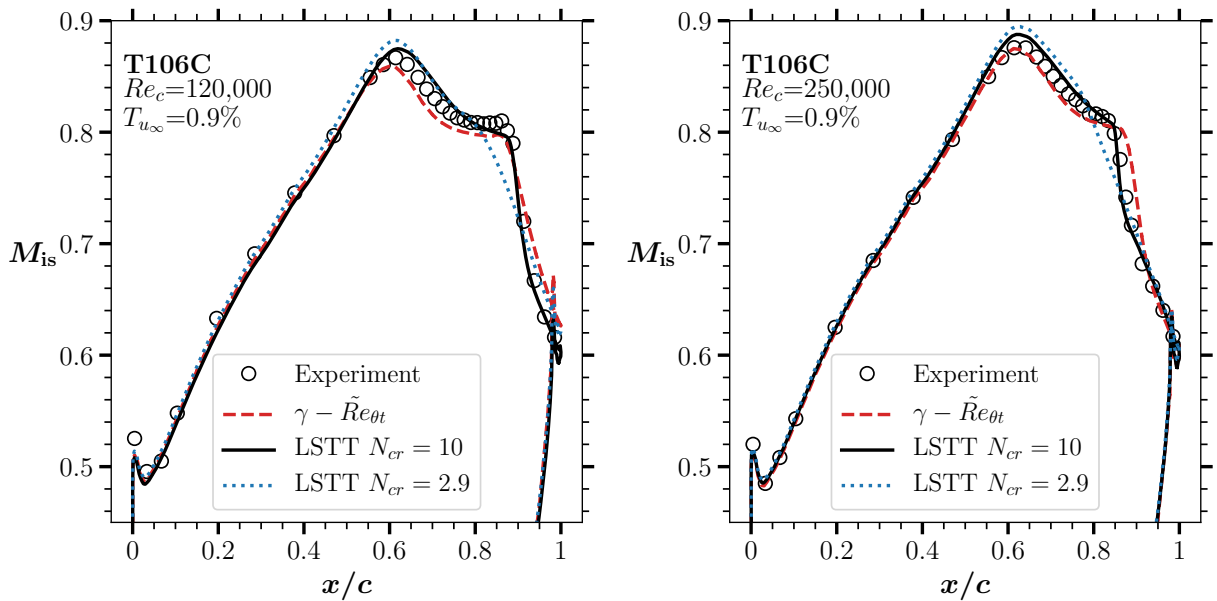
These results demonstrate that the LSTT approach is quite successful in controlling the turbulence built-up in the transitional region, provided that the correct  $x_{tr}$  is obtained by the transition criteria. Inversely, the increased discrepancy of the  $k - \omega +$  LSTT computations with LES as  $\alpha$  increases is principally associated with the inaccurate (early) prediction of transition onset. This would imply that with increasing  $\alpha$ ,  $N_{cr}$  should also increase. Mack's correlation would then suggest that the *effective* [65, 66]  $T_{u_t}$  decreases. An argument in support of this supposition is that as the laminar separation point moves upstream, closer to the stagnation point, with increasing  $\alpha$ , the boundary-layer thickness at



separation  $\delta_{\text{sep}}$  is modified, and so does the receptivity of the boundary-layer to a given spectrum of external turbulence, in line with theoretical arguments [65, 66] corroborated by numerical stability calculations [67]. This is naturally incorporated in LES dynamics but not in Mack's correlation (Eq. 7) which assumes a monotonic bijection  $N_{cr}(T_{u_r})$ . With regard to the previous results (Figs. 8, 9), it may be surmised that, as  $\alpha$  increases and the LSB size shrinks, increased diffusion of momentum by the Reynolds shear-stress  $-\overline{u'v'}$  is necessary to compensate the high inertial forces of the flow and the increased deceleration associated with the adverse local pressure gradient. It is precisely because the LSTT approach, by boosting production of turbulence and inhibiting the shear limiter of  $k - \omega$  models until after fully turbulent conditions are reached, achieves a better prediction of the Reynolds shear-stress  $-\overline{u'v'}$  (Fig. 7) that it performs better than the Step-activated approaches, significantly improving the predictive accuracy of the bubble's topology. The convection effect of the correct prediction of the transitional region in the LSTT approach translates into proper estimation of the  $c_f$  values downstream of the bubble.

### C. T106C turbine blade

The T106C test case is based on the experiments performed by Michalek et al. [68]. They studied the low-pressure high-lift turbine blade T106C on a linear cascade in the VKI S1/C high-speed wind tunnel operating at exit Mach number of  $M = 0.65$ . Multiple cases were analyzed, particularly for varying chord-based Reynolds number and free-stream turbulence levels. In this study, two configurations are considered as shown in Fig. 10, the  $Re_c = 120,000$  and  $Re_c = 250,000$  cases, both at  $T_{u_\infty} = 0.9\%$ . The  $k - \omega$  [52] LSTT prediction is compared against the  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  model with Content-Houdeville [69] correlations with  $T_u = 0.9\%$ s. For the LSTT approach, the AHD-Gleyzes [44, 53] criteria were employed, initially using  $N_{cr} = 2.9$  ( $T_u = 0.9\%$ ) and then adjusted to  $N_{cr} = 10$  in order to fit the experimental data transition onset for assessing the turbulence model's activation.



**Fig. 10 Comparison of isentropic Mach,  $M_{is}$ , over the suction side of the T106C turbine blade, using  $k - \omega$  [52] LSTT model and Menter-Langrty  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  (with  $T_u = 0.9\%$ ) [17, 70] model with Content-Houdeville [69] correlations, against available wind tunnel experimental data.**

In Fig. 10 we present the chordwise distribution of isentropic Mach  $M_{is}$  of the suction side of the blade. The  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  model produces good predictions of this flow. We observe only a slightly slow recovery from the end of the plateau of  $M_{is}$ , which may translate into an overestimation of the bubble size. On the other hand, the LSTT automatic transition prediction with the prescribed turbulence value of  $T_u = 0.9\%$  ( $N_{cr} = 2.9$ ) predicts a transition onset located at  $x_{tr}/c \approx 0.80$ , which is quite far upstream of the observed experimental transition onset ( $x_{tr}/c \approx 0.85$ ). As a result, LSTT computations using  $N_{cr} = 2.9$  fail to predict the LSB. In order to assess the influence on the value of  $N_{cr}$ , a sweep of this parameter was done. It was found that using  $N_{cr} = 10$  the LSTT computations yield very good predictions with respect to experimental data. However,  $N_{cr} = 10$  is associated with very low turbulence level ( $T_u \approx 0.046$ ) following Mack's



relationship. This last aspect is unsatisfactory, as accurate transition criteria should provide correct transition onset prediction for measured experimental turbulence level. This inaccuracy may be caused by one or several of the following points: (a) employed transition criteria may not be precise enough for this flow condition, (b) Mack's relationship may not relate precisely enough the freestream turbulence level to the actual turbulence breakdown threshold and (c) the measured value  $T_u = 0.9\%$  may be much higher than the actual turbulence level value at the laminar boundary-layer edge,  $T_{u\delta}$ , where the receptivity mechanism takes place.

Considering the LSTT computation at  $N_{cr} = 10$ , we can evaluate the turbulence model's activation precision with respect to  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  and the experimental data. Hence, we can observe that LSTT approach yields a steeper recovery after the plateau than  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  prediction. This results in better agreement with experimental data. A similar effect was observed and discussed upon  $C_p$  distribution of the SD7003 airfoil in Fig. 6. Thus, in a similar fashion as concluded in the analysis of Fig. 6, the fact that LSTT predicts a steeper and more accurate recovery after the plateau (Fig. 10) may be due to LSTT better accounting for the smooth and important production of Reynolds shear stress in the transitional region.

## V. Conclusion

Several transitional RANS approaches applied to a collection of low Reynolds number aerodynamic flows were assessed. The recently proposed non-local Laminar Separation Transition Triggering (LSTT) [41] approach, originally designed for use with  $k - \omega$  [35, 52, 71, 72] turbulence models and transition criteria [44, 53], was extended to the one-equation Spalart-Allmaras [51] turbulence model. The LSTT approach was compared to typical Step off-on [34, 39] activation of RANS turbulence models and transport equation-based  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  [17, 18, 69, 70, 73] transitional model. RANS computations were systematically compared against available published DNS [13, 47], LES [60], ILES [59, 64] or experimental [8, 68] data.

Results show that LSTT approach produces an enhancement of the precision of the RANS predictions, particularly for low Reynolds number flows. The present analysis suggests that Step activations and  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  model tend to underestimate the rate of growth of turbulent shear stress in the transitional region, which provokes a downstream delay of the reattachment point or may even produce an unphysical stalled condition. This scenario is problematic at high angle-of-attack and low Reynolds number flows, where the accurate prediction of the laminar separation bubble determines the RANS model's ability to predict the bubble bursting threshold, which is commonly the main cause of stall. It is inferred that proper modeling of the LSB is also of fundamental interest for accurately predicting the downstream turbulent boundary-layer profile, notwithstanding the natural limits of the original turbulence model's behavior [58].

As the LSTT approach requires the use of non-local transition criteria, this means that the accuracy and robustness of the method depends on those of the transition criteria. This may yield several advantages, like the use of accurate physics-based correlations using integral boundary-layer parameters especially suited for capturing each transition mechanism (natural, separation-induced, crossflow, bypass...). But it may also yield several disadvantages, like a more important implementation effort than local transport equation-based approaches [73] particularly for massively parallel unstructured grids. The implementation of non-local transition criteria has proven to be suitable for massively parallel structured codes [45], but its extension to unstructured grids is still under work.

This work shows that one of the main assets of the LSTT approach is the use of the non-local length scale  $s_{tr} - s_{sep}$ . This scale, which was also used by Lian and Shyy [36], seems to be an appropriate choice in order to properly control the non-equilibrium region where the boost of turbulence is promoted. The LSTT approach shows that this scale can be used for appropriately delaying shear limiters that may produce an unfavorable effect in the transitional region. Basing the turbulence activation mechanisms upon this lengthscale allows for proper dependence upon physical conditions like  $T_u$ ,  $\alpha$  and  $Re_c$ . The assumption performed by LSTT which consists in replacing the commonly accepted intermittency factor,  $\gamma$ , as the main mechanism responsible for the turbulence model's activation, by the empirical weighting coefficient  $f^{tr}$ , allowed to overcome irrelevant physical constraints inherent to  $\gamma$ . Such constraints are its physical bounds ( $\gamma \in [0, 1]$ ), its presumed universality as a physical quantity (particularly problematic when used for triggering different turbulence models) or even the controversy on how  $\gamma$  (issued from conditional averaging [74]) interacts with the unconditioned quantities of a RANS framework. On the contrary, this study shows that empirical  $f^{tr} (\neq \gamma)$  functions designed and calibrated *ad-hoc* for each considered turbulence model significantly improves the RANS predictions.

A number of perspectives can be inferred from the present work. First, the LSTT approach may be extended to other turbulence models and this may contribute to further understanding the necessity of boosting the turbulent shear stress in the transitional region. Second, modeling work can be performed in order to transform LSTT into a

purely local formulation, ready to use with general unstructured grids. Third, a thorough evaluation of the prediction capabilities of the bubble bursting phenomenon, even for dynamic motion of the airfoil, would be desirable as this phenomenon is related to stall. And last, further effort on improving the accuracy and robustness of transition criteria is of great importance in order to produce accurate RANS predictions, as was shown in this study. A reassessment on the Mack's relationship may be desirable in order to better account for the critical total amplification value determining the turbulence breakdown threshold for varying inflow turbulence spectra, including those existing in DNS and ILES.

### Acknowledgments

The authors would like to acknowledge the great support and useful insights of Prof. G. Gerolymos from Sorbonne Universités and to our colleagues at the DAAA and DMPE Departments at ONERA. Special thanks to Mr. Hain, Mr. Kähler and Mr. Radespiel for sharing their PIV data with us. The simulations run in this study were executed using the software elsA [75], which is issued of the three-party agreement between AIRBUS, SAFRAN, and ONERA. All the pre- and post-process tasks were performed using the Cassiopee [76] software, and all the figures presented in this work were produced with the Matplotlib [77] library. This work was completely funded by ONERA in the framework of the PhD thesis of the first author.

### A. Appendix: Stabilization of Gleyzes Transition Criterion

As the Gleyzes's [44] correlation shows (5), the criterion implicitly assumes a monotonically increasing  $Re_\theta$  with respect to the curvilinear abscissa  $s$ . However, in general this is not verified, particularly for deeply detached boundary-layers ( $H \gtrsim 5$ ), as the evolution of  $Re_\theta$  with respect to  $s$  may stagnate, or even decrease [11]. Under these circumstances,  $N(s)$  value issued from the integration of (5) may stagnate, or even decrease, systematically delaying downstream the transition onset location and compromising the RANS simulation. This is not a physically desired behavior. On the contrary, we would rather expect the inverse behavior, viz. a slight upstream displacement of the transition onset, as under deeply detached conditions the flow is very instable, promoting a more rapid growth of perturbations leading to turbulence.

In order to solve this issue, the authors suggest the use of an algebraic extrapolation technique designed to guarantee the monotonicity of the integrand of (5). This also enhances the numerical convergence of the simulation, as the transition onset prediction becomes less sensitive to the boundary-layer quantities at the transition onset location. The authors suggest that this sensitivity, which is particularly pronounced in recirculating flow, is one of the most common causes of transition onset location oscillations leading to poor convergence.

In the following, the aforementioned algebraic extrapolation technique is presented. The idea consists in replacing the co-processed  $H(s)$  and  $Re_\theta(s)$  values by a mathematical approximation  $\phi$  and  $\psi$  constructed from the exact boundary-layer values at several points  $s^{P_i}$  located in the laminar region, which we denote *control points*,

$$H(s) \approx \phi\left(s, H(s^{P_i})\right) \quad (10)$$

$$Re_\theta(s) \approx \psi\left(s, Re_\theta(s^{P_i})\right) \quad (11)$$

The approximation functions  $\phi$  and  $\psi$  shall be monotonically increasing. They shall extrapolate precisely enough the  $H$  and  $Re_\theta$  laminar trend from the separation point. The functions shall be reasonably independent on the choice of the control points  $s^{P_i}$ .

We suggest exactly fitting  $\phi$  to a concave parabola using three characteristic values,  $H^{P_1} = 3$ ,  $H^{P_2} = 4$  and  $H^{P_3} = 5$ , used to infer the control points locations by assuming local bijection,

$$s^{P_1} = s(H = H^{P_1}) \quad (12a)$$

$$s^{P_2} = s(H = H^{P_2}) \quad (12b)$$

$$s^{P_3} = s(H = H^{P_3}) \quad (12c)$$

We suggest fitting  $\psi$  to a monotonically increasing power function,

$$\psi = c_1 s^\lambda + c_2 \quad (13)$$

Where the constants  $c_1$  and  $c_2$  are found by introducing the set  $\{(s^{P_1}, Re_\theta(s^{P_1})), (s^{P_2}, Re_\theta(s^{P_2}))\}$  into (13), and solving for  $c_1$  and  $c_2$ . We found that extrapolations of the Gleyzes integral function (6) is quite insensitive to the value of  $\lambda$ , provided it yields a low enough value. We suggest using  $\lambda = 10^{-2}$ .

For concluding the presentation of this extrapolation strategy, we must tell the algorithm how to behave in case one or several requirements cannot be verified or if one or several control points cannot be found. In the event one of the three  $s^{P_i}$  points cannot be computed (due to, e.g. a mildly detached boundary layer where  $H_{\max} < 5$ ) an attempt can be done to produce a monotonically increasing linear fit with the two remaining control points. In case that a linear fit is not possible or if the resulting parabola fit for  $\phi$  is convex, the algorithm should use the computed boundary-layer  $H$  and  $Re_\theta$  values in (6). Following this rationale, the stabilization technique presented in this appendix shall only intervene in highly detached boundary-layers, which actually constitute the problematic scenario where the standard Gleyzes [44] formulation (5) fails.

## References

- [1] Tani, I., "Low-speed flows involving bubble separations," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 5, 1964, pp. 70 – 103. doi:10.1016/0376-0421(64)90004-1.
- [2] Richez, F., Mary, I., Gleize, V., and Basdevant, C., "Near stall simulation of the flow around an airfoil using zonal RANS/LES coupling method," *Computers & Fluids*, Vol. 37, No. 7, 2008, pp. 857 – 866. doi:10.1016/j.compfluid.2007.03.016.
- [3] Raffel, M., Favier, D., Berton, E., Rondot, C., Nsimba, M., and Geissler, W., "Micro-PIV and ELDV wind tunnel investigations of the laminar separation bubble above a helicopter blade tip," *6th International Symposium on Particle Image Velocimetry*, Vol. 17, IOP Publishing Ltd, Pasadena, California, USA, 2005, pp. 1–13. doi:10.1088/0957-0233/17/7/003.
- [4] Pines, D. J., and Bohorquez, F., "Challenges Facing Future Micro-Air-Vehicle Development," *Journal of Aircraft*, Vol. 43, No. 2, 2006, pp. 290–305. doi:10.2514/1.4922.
- [5] Somers, D. M., "Design and Experimental Results for the S809 Airfoil," Tech. Rep. NREL/SR-440-6918, National Renewable Energy Laboratory, Golden, Colorado, USA, January 1997.
- [6] Gaster, M., "The Structure and Behaviour of Laminar Separation Bubbles," Tech. Rep. R&M No. 3595, Aeronautical Research Council, 1969.
- [7] Malkiel, E., and Mayle, R. E., "Transition in a Separation Bubble," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 118, No. 4, 1996, pp. 1–11. doi:10.1115/1.2840931.
- [8] Hain, R., Kähler, C. J., and Radespiel, R., "Dynamics of laminar separation bubbles at low-Reynolds-number aerofoils," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 630, 2009, pp. 129–153. doi:10.1017/S0022112009006661.
- [9] Crabtree, L., "The Formation of Regions of Separated Flow on Wing Surfaces," Tech. Rep. 3122, ARC R&M, London, 1959.
- [10] Sanz, W., and Platzer, M. F., "On the Navier-Stokes Calculation of Separation Bubbles With a New Transition Model," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 120, No. 1, 1998, pp. 36–42. doi:10.1115/1.2841385.
- [11] Horton, H. P., "Laminar separation bubbles in two- and three-dimensional incompressible flow," Ph.D. thesis, University of London, 1968.
- [12] Carmichael, B., "Low Reynolds number airfoil survey," Tech. Rep. NASA-CR-165803, NASA, 1982.
- [13] Jones, L. E., Sandberg, R. D., and Sandham, N. D., "Direct numerical simulations of forced and unforced separation bubbles on an airfoil at incidence," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 602, 2008, pp. 175–207. doi:10.1017/S0022112008000864.
- [14] Yarusevych, S., and Kotsonis, M., "Steady and transient response of a laminar separation bubble to controlled disturbances," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 813, 2017, pp. 955–990. doi:10.1017/jfm.2016.848.
- [15] Michelis, T., Yarusevych, S., and Kotsonis, M., "On the origin of spanwise vortex deformations in laminar separation bubbles," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 841, 2018, pp. 81–108. doi:10.1017/jfm.2018.91.
- [16] Dick, E., and Kubacki, S., "Transition models for turbomachinery boundary layer flows : a review," *International Journal Of Turbomachinery Propulsion And Power*, Vol. 2, No. 2, 2017, p. 44. doi:10.3390/ijtp2020004.

- [17] Langtry, R. B., Menter, F. R., Likki, S. R., Suzen, Y. B., Huang, P. G., and Völker, S., “A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables - Part II: Test Cases and Industrial Applications,” *Journal of Turbomachinery*, Vol. 128, 2006, pp. 423–434. doi:10.1115/1.2184353.
- [18] Langtry, R. B., and Menter, F. R., “Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes,” *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 2, 2009, pp. 2894–2906. doi:10.2514/1.42362.
- [19] Abu-Ghannam, B. J., and Shaw, R., “Natural transition of boundary-layers – The effects of turbulence, pressure gradient, and flow history,” *IMEchE J. Mech. Eng. Sci.*, Vol. 22, No. 5, 1980, pp. 213–228. doi:10.1243/JMES\_JOUR\_1980\_022\_043\_02.
- [20] Dhawan, S., and Narasimha, R., “Some properties of boundary layer flow during the transition from laminar to turbulent motion,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 3, No. 4, 1958, pp. 418–436. doi:10.1017/S0022112058000094.
- [21] Durbin, P., “An intermittency model for bypass transition,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 36, 2012, pp. 1–6. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2012.03.001.
- [22] Menter, F. R., Smirnov, P. E., Liu, T., and Avancha, R., “A One-Equation Local Correlation-Based Transition Model,” *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 95, No. 4, 2015, pp. 583–619. doi:10.1007/s10494-015-9622-4.
- [23] Walters, D. K., and Leylek, J. H., “A New Model for Boundary Layer Transition Using a Single-Point RANS Approach,” *Journal of Turbomachinery*, Vol. 126, No. 1, 2004, pp. 193–202. doi:10.1115/1.1622709.
- [24] Walters, D. K., and Leylek, J. H., “Computational Fluid Dynamics Study of Wake-Induced Transition on a Compressor-Like Flat Plate,” *Journal of Turbomachinery*, Vol. 127, No. 1, 2005, pp. 52–63. doi:10.1115/1.1791650.
- [25] Walters, and Cokljat, “A Three-Equation Eddy-Viscosity Model for Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulations of Transitional Flow,” *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 130, No. 12, 2008. doi:10.1115/1.2979230.
- [26] Mayle, R. E., and Schulz, A., “The path to predicting bypass transition,” *ASME J. Turbom.*, Vol. 119, 1997, pp. 405–411. doi:10.1115/1.2841139.
- [27] Tani, I., “Boundary-layer transition,” *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 1, 1969, pp. 169–196.
- [28] Gerolymos, G. A., and Vallet, I., “The dissipation tensor  $\varepsilon_{ij}$  in wall turbulence,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 807, 2016, pp. 386–418. doi:10.1017/jfm.2016.610.
- [29] Kubacki, S., and Dick, E., “An algebraic intermittency model for bypass, separation-induced and wake-induced transition,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 62, 2016, pp. 344–361. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2016.09.013.
- [30] Minot, A., Salah El-Din, I., Barrier, R., Boniface, J. C., and Marty, I., “Improvement of Laminar-Turbulent Transition Modeling Within a Low-Pressure Turbine,” *ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Vol. 2C, ASME, Seoul, South Korea, 2016. doi:10.1115/GT2016-57637.
- [31] Colonia, S., Leble, V., Steijl, R., and Barakos, G., “Assessment and Calibration of the  $\gamma$ -Equation Transition Model at Low Mach,” *AIAA Journal*, Vol. 55, No. 4, 2017, pp. 1126–1139. doi:10.2514/1.J055403.
- [32] de Rosa, D., and Catalano, P., “Validation of Intermittency Model for Transition Prediction in a RANS Flow Solver,” *AIAA Aerospace Sciences Meeting*, AIAA, 2018. doi:10.2514/6.2018-1043.
- [33] Yuan, W., Khalid, M., Windte, J., Scholz, U., and Radespiel, R., “An Investigation of Low-Reynolds-Number Flows past Airfoils,” *23rd AIAA Applied Aerodynamics Conference*, Toronto, 2005. doi:10.2514/6.2005-4607.
- [34] Windte, J., Scholz, U., and Radespiel, R., “Validation of the RANS-simulation of laminar separation bubbles on airfoils,” *Aerospace Science and Technology*, Vol. 10, No. 6, 2006, pp. 484–494. doi:10.1016/j.ast.2006.03.008.
- [35] Menter, F. R., “Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications,” *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, 1994, pp. 1598–1605. doi:10.2514/3.12149.
- [36] Lian, Y., and Shyy, W., “Laminar-Turbulent Transition of a Low Reynolds Number Rigid or Flexible Airfoil,” *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 7, 2007, pp. 1501–1513. doi:10.2514/1.25812.
- [37] Wilcox, D. C., “Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model,” *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 2, 1994, pp. 247–255. doi:10.2514/3.59994.

- [38] Smith, A., and Gamberoni, N., "Transition, Pressure Gradient and Stability Theory," Tech. Rep. ES 26388, Douglas Aircraft Company, El Segundo, California, USA, Aug. 1956.
- [39] Catalano, P., and Tognaccini, R., "Turbulence Modeling for Low-Reynolds-Number Flows," *AIAA Journal*, Vol. 48, No. 8, 2010, pp. 1673–1685. doi:10.2514/1.J050067.
- [40] Catalano, P., Mele, B., and Tognaccini, R., "A Numerical Method to Detect Laminar Separation Bubbles over Airfoils," *31st AIAA Applied Aerodynamics Conference*, AIAA, San Diego, CA, USA, 2013. doi:10.2514/6.2013-2528.
- [41] Bernardos, L., Richez, F., Gleize, V., and Gerolymos, G. A., "Algebraic Nonlocal Transition Modeling of Laminar Separation Bubbles using  $k-\omega$  Turbulence Models," *AIAA Journal*, Vol. 57, No. 2, 2019, pp. 553–565. doi:10.2514/1.J057734.
- [42] Roberts, W. B., "Calculation of Laminar Separation Bubbles and Their Effect on Airfoil Performance," *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 1, 1980, pp. 25–31.
- [43] Arnal, D., Habiballah, M., and Coustols, E., "Laminar Instability Theory And Transition Criteria In Two and Three-Dimensional Flow," *Recherche Aéronautique (ISSN 0379-380X)*, Vol. 2, 1984, pp. 125–143.
- [44] Gleyzes, C., Cousteix, J., and Bonnet, J. L., "A Calculation Method of Leading-Edge Separation Bubbles," *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows II*, edited by T. Cebeci, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1984, pp. 173–192. doi:10.1007/978-3-662-09014-5\_10.
- [45] Cliquet, J., Houdeville, R., and Arnal, D., "Application of Laminar-Turbulent Transition Criteria in Navier-Stokes Computations," *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 5, 2008, pp. 1182–1190. doi:10.2514/1.30215.
- [46] Laurent, C., Mary, I., Gleize, V., Lerat, A., and Arnal, D., "RANS Modeling of a Transitional Laminar Separation Bubble on a Flat Plate with DNS Database," AIAA, Chicago, Illinois, 2010. doi:10.2514/6.2010-4444.
- [47] Laurent, C., Mary, I., Gleize, V., Lerat, A., and Arnal, D., "DNS database of a transitional separation bubble on a flat plate and application to RANS modeling validation," *Computers & Fluids*, Vol. 61, 2012, pp. 21 – 30. doi:10.1016/j.compfluid.2011.07.011, onera Scientific Day.
- [48] Arnal, D., "Laminar-turbulent transition problems in supersonic and hypersonic flow," Tech. Rep. 761, AGARD, 1988.
- [49] Wilcox, D. C., *Turbulence Modeling for CFD*, 3<sup>rd</sup> ed., DCW Industries, La Cañada, California, 2006.
- [50] Wilcox, D. C., "A Half Century Historical Review of the  $k-\omega$  Model," *29th Aerospace Sciences Meeting*, edited by AIAA, Reno, Nevada, 1991. doi:10.2514/6.1991-615.
- [51] Spalart, and Allmaras, "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows," American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. doi:10.2514/6.1992-439.
- [52] Wilcox, D. C., "Formulation of the  $k-\omega$  Turbulence Model Revisited," *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 11, 2008, pp. 2823–2838. doi:10.2514/1.36541.
- [53] Arnal, D., "Description and Prediction of Transition in Two-Dimensional Incompressible Flow," *Special Course on Stability and Transition of Laminar Flow*, 709, NATO-AGARD, 1984, Chap. 2.
- [54] Arnal, D., "Boundary Layer Transition: Predictions Based on Linear Theory," *Special Course on Progress in Transition Modelling*, 793, AGARD, 1994, Chap. 2, pp. 1–63.
- [55] Mack, L. M., "Transition prediction and linear stability theory," Tech. Rep. CP 224, 1.1-1.22, AGARD, 1977.
- [56] Perraud, J., Deniau, H., and Casalis, G., "Overview Of Transition Prediction Tools In The elsA Software," *6th European Conference on Computational Fluid Dynamics*, IACM and ECCOMAS, HAL, Barcelona, Spain, 2014.
- [57] Herbst, S., Kähler, C., and Hain, R., "Influence of large-scale free-stream turbulence on an SD7003 airfoil at low Reynolds numbers," *AIAA AVIATION Forum*, Atlanta, USA, 2018. doi:10.2514/6.2018-3490.
- [58] Bernardos, L., Richez, F., Gleize, V., and Gerolymos, G. A., "On the  $k-\omega$  models behavior in the boundary-layer downstream of a short transitional separation bubble," *AIAA Aerospace Sciences Meeting*, AIAA, Kissimmee, Florida, USA, 2018. doi:10.2514/6.2018-0376.
- [59] Alferez, N., Mary, I., and Lamballais, E., "Study of Stall Development Around an Airfoil by Means of High Fidelity Large Eddy Simulation," *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 91, No. 3, 2013, pp. 623–641. doi:10.1007/s10494-013-9483-7.

- [60] Catalano, P., and Tognaccini, R., "Influence of Free-stream Turbulence on Simulations of Laminar Separation Bubbles," *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, AIAA, Orlando, Florida, USA, 2009. doi:10.2514/6.2009-1471.
- [61] Visbal, M. R., "High-Fidelity Simulation of Transitional Flows past a Plunging Airfoil," *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 11, 2009, pp. 2685–2697. doi:10.2514/1.43038.
- [62] Breuer, M., "Effect of Inflow Turbulence on an Airfoil Flow with Laminar Separation Bubble: An LES Study," *Flow, Turbulence and Combustion*, 2018. doi:10.1007/s10494-017-9890-2.
- [63] Selig, M. S., Guglielmo, J. J., Broeren, A. P., and Giguère, P., *Summary of Low-Speed Airfoil Data*, Vol. 1, SoarTech Publications, Virginia Beach, VA, 1995.
- [64] Galbraith, M. C., and Visbal, M. R., "Implicit Large Eddy Simulation of Low-Reynolds-Number Transitional Flow Past the SD7003 Airfoil," *40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, AIAA, Chicago, Illinois, USA, 2010. doi:10.2514/6.2010-4737.
- [65] Dullenkopf, K., and Mayle, R., "An account of free-stream-turbulence lengthscale on laminar heat transfer," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 117, 1995, pp. 401–406. doi:10.1115/94-GT-174.
- [66] Mayle, R. E., Dullenkopf, K., and Schulz, A., "The Turbulence That Matters," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 120, No. 3, 1998, pp. 402–409. doi:10.1115/97-GT-274.
- [67] Vermeersch, O., and Arnal, D., "Klebanoff-Mode Modeling and Bypass-Transition Prediction," *AIAA Journal*, Vol. 48, No. 11, 2010, pp. 2491–2500. doi:10.2514/1.J050002.
- [68] Michálek, J., Monaldi, M., and Arts, T., "Aerodynamic Performance of a Very High Lift Low Pressure Turbine Airfoil (T106C) at Low Reynolds and High Mach Number With Effect of Free Stream Turbulence Intensity," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 134, No. 6, 2012. doi:10.1115/1.4006291.
- [69] Content, C., "Méthode innovante pour le calcul de la transition laminaire-turbulent dans les codes Navier-Stokes," Ph.D. thesis, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace – Université de Toulouse, Toulouse, France, 2011.
- [70] Menter, F. R., Langtry, R. B., Likki, S. R., Suzen, Y. B., Huang, P. G., and Völker, S., "A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables - Part I: Model Formulation," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 128, 2006, pp. 413–422. doi:10.1115/1.2184352.
- [71] Wilcox, D. C., "Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 11, 1988, pp. 1299–1310. doi:10.2514/3.10041.
- [72] Kok, J., "Resolving the Dependence on Freestream Values for the k- Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 7, 2000, pp. 1292–1295. doi:10.2514/2.1101.
- [73] Langtry, R., and Menter, F., "Transition Modeling for General CFD Applications in Aeronautics," *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reno, Nevada, USA, 2005. doi:10.2514/6.2005-522.
- [74] Dopazo, C., "On conditioned averages for intermittent turbulent flows," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 81, No. 3, 1977, pp. 433–478. doi:10.1017/S0022112077002158.
- [75] Cambier, L., Heib, S., and Plot, S., "The Onera elsA CFD software: input from research and feedback from industry," *Mechanics & Industry*, Vol. 14, No. 3, 2013, pp. 159–174. doi:10.1051/meca/2013056.
- [76] Benoit, C., Péron, S., and Landier, S., "Cassiopee: A CFD pre- and post-processing tool," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 45, No. Supplement C, 2015, pp. 272 – 283. doi:10.1016/j.ast.2015.05.023.
- [77] Hunter, J. D., "Matplotlib: A 2D graphics environment," *Computing In Science & Engineering*, Vol. 9, No. 3, 2007, pp. 90–95. doi:10.1109/MCSE.2007.55.



## **Annexe H**

**Article accepté dans l'AIAA Journal 2019**





# Prediction of Separation-Induced Transition on the SD7003 Airfoil Using Algebraic Transition Triggering

Luis Bernardos,\* F. Richez,† and V. Gleize‡  
 ONERA–The French Aerospace Lab, 92190 Meudon, France  
 and  
 G. A. Gerolymos§  
 Sorbonne University, 75005 Paris, France

DOI: 10.2514/1.J058288

The paper investigates the performance of a recently developed laminar separation transition triggering approach (criteria-based) that controls the transitional turbulence source terms. Computational results are compared with available experimental and large-eddy simulation data for low-Reynolds-number ( $10,000 < Re_c < 90,000$ ) quasi-incompressible flow over the SD7003 airfoil. The influence of the angle of attack, the chord-based Reynolds number, and the turbulence intensity at transition onset is satisfactory, provided that the correct transition location is returned by the correlations. The results highlight the importance of correctly modeling the rapid growth of turbulence kinetic energy immediately downstream of transition onset.

## Nomenclature

$C_{lim}$	=	shear-stress limiter delay function
$C_p$	=	pressure coefficient
$c$	=	airfoil chord length, m
$c_{f\infty}$	=	skin-friction coefficient; $\tau_w/(1/2)\rho_\infty U_\infty^2$
$F_2$	=	Menter's second blending function
$f^{tr}$	=	transition function
$H_k$	=	boundary-layer kinematic shape factor; $\delta_k^*/\theta_k$
$k$	=	turbulence kinetic energy, $m^2 \cdot s^{-2}$
$k_L$	=	laminar kinetic energy, $m^2 \cdot s^{-2}$
$M$	=	Mach number
$N$	=	total amplification factor
$N_{cr}$	=	critical total amplification factor
$n$	=	airfoil wall-normal coordinate, m
$\mathcal{P}_k$	=	production of turbulence kinetic energy, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-3}$
$p$	=	static pressure, Pa
$Re_c$	=	chord-based Reynolds number; $\rho_\infty c U_\infty / \mu_\infty$
$Re_\theta$	=	momentum-thickness Reynolds number; $\rho_e \theta U_e / \mu_e$
$\bar{S}_{ij}$	=	mean strain-rate tensor, $s^{-1}$
$s$	=	wall-tangent curvilinear abscissa, m
$s_{sep}$	=	laminar separation point, m
$s_{tr}$	=	transition onset, m
$\hat{s}_a, \hat{s}_b, \hat{s}_c, a$	=	transitional model closure coefficients
$\hat{s}$	=	dimensionless streamwise abscissa; $(s - s_{tr}) / (s_{tr} - s_{sep})$
$T_u$	=	turbulence intensity; $(2k/3)^{1/2} / U_e$
$U_e$	=	boundary-layer edge velocity, $m \cdot s^{-1}$
$U_\infty$	=	inflow freestream velocity, $m \cdot s^{-1}$
$u_s$	=	velocity component projected onto $s$ direction, $m \cdot s^{-1}$

$\bar{u}_i$	=	local Reynolds-averaged velocity $i$ component, $m \cdot s^{-1}$
$\alpha$	=	airfoil's angle of attack, deg
$\alpha_\omega$	=	turbulence model's production of $\omega$ closure coefficient
$\beta_k, \beta_\omega$	=	turbulence model's dissipation of $k$ and $\omega$ closure coefficients
$\gamma$	=	Intermittency factor
$\delta$	=	boundary-layer thickness, m
$\delta^*$	=	boundary-layer displacement thickness, m
$\varepsilon$	=	dissipation of turbulence kinetic energy, $m^2 \cdot s^{-1}$
$\theta$	=	boundary-layer momentum thickness, m
$\mu$	=	molecular dynamic viscosity, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
$\mu_t$	=	dynamic eddy viscosity, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
$\nu$	=	molecular kinematic viscosity, $m^2 \cdot s^{-1}$
$\nu_t$	=	kinematic eddy viscosity, $m^2 \cdot s^{-1}$
$\rho$	=	density, $kg \cdot m^{-3}$
$\sigma_k, \sigma_\omega, \sigma_d$	=	turbulence model's Prandtl diffusion coefficients for $k$ , $\omega$ , and the cross diffusion
$\tau_w$	=	wall shear stress, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
$\omega$	=	turbulence specific dissipation rate, $s^{-1}$

## I. Introduction

THE analysis and design of low-Reynolds-number airfoils [1] are essential in numerous applications, including unmanned aerial vehicles or radio-controlled model aircraft [2], micro air vehicles [3], and small horizontal-axis wind turbines [4].

Advances in low-Reynolds-number airfoil design were made mainly by recognizing the major influence of the upper-surface laminar separation bubble (LSB) in the boundary-layer development, and consequently on overall airfoil performance. Selig [1] and Selig et al. [5] extensively applied inverse design, prescribing the boundary-layer behavior to produce several very successful and widely used low-Reynolds-number airfoils. An important element in this design philosophy is based on the observation [6] that low-Reynolds-number airfoil drag essentially depends on the location of transition (optimally inside a short LSB) as a function of angle of attack (or lift coefficient  $c_L$ ), which is prescribed as target in the inverse method. Therefore, tools that accurately predict transition inside LSBs are necessary.

Traditional viscous/inviscid methods [7] based on integral boundary-layer methods [8] and transition correlations [9] are quite successful in predicting two-dimensional (2-D) airfoil flows. On the other hand, the development of more general (potentially extensible to three dimensions) analysis and design tools requires the inclusion of transition models in transport-equation Reynolds-averaged

Received 16 January 2019; revision received 19 April 2019; accepted for publication 18 June 2019; published online 16 July 2019. Copyright © 2019 by ONERA. Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., with permission. All requests for copying and permission to reprint should be submitted to CCC at www.copyright.com; employ the eISSN 1533-385X to initiate your request. See also AIAA Rights and Permissions www.aiaa.org/randp.

\*Ph.D. Student, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department; luis.bernardos\_barreda@onera.fr.

†Research Scientist, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department; francois.richez@onera.fr.

‡Research Scientist, Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department; vincent.gleize@onera.fr.

§Professor, Faculty of Science and Engineering, 4 place Jussieu; georges.gerolymos@sorbonne-universite.fr. Senior Member AIAA.

Navier–Stokes (RANS) models that are used in computational fluid dynamics [10–14].

Although low-Reynolds-number multiequation turbulence models were originally introduced to predict transition [10], it is now established that they are not sufficiently precise [13–16]. Therefore, various specific transition models have been introduced for use in conjunction with RANS models [17]. These models include abrupt activation of production terms in the turbulence transport equations at the correlation-determined transition location [11,18] and specific transport equations for intermittency [19–21] or the laminar kinetic energy [22].

The abrupt activation of turbulence production at the point of predicted transition onset has been justified [11] on the basis that the breakdown to turbulence occurs quite fast. The growth rate of turbulence from the transition onset is of little importance for high-Reynolds-number flows because it occurs typically within a small fraction of the airfoil chord. On the contrary, this may have a large impact on low-Reynolds-number flow LSBs because the distance from transition onset up to fully developed turbulence is much longer. As a consequence, the convection effects in the boundary layer due to the preturbulent region are quite significant for low-Reynolds-number flows. Lian and Shyy [23] have introduced, in conjunction with the low-Reynolds-number  $k - \omega$  [10], a streamwise-dependent intermittency function  $\gamma(s)$  to simulate the last stage of the transition process. The length scale used in the definition of  $\gamma(s)$  was the distance between the transition onset  $s_{tr}$  and separation  $s_{sep}$ . Detailed LSB measurements [24] substantiate the idea of using the characteristic length scale  $s_{tr} - s_{sep}$ . Bounding  $\gamma(s) \leq 1$  somehow retards the streamwise increase of turbulence kinetic energy. Arnal ([25] pp. 8–32) suggests the use of a pseudointermittency empirical coefficient that can locally overshoot above unity to obtain a rapid growth rate of turbulence between the transition onset and the complete breakdown to fully turbulent flow. Recently, the authors [26] have developed a laminar separation transition triggering (LSTT) model based on the length scale  $s_{tr} - s_{sep}$  with a pseudointermittency that is locally greater than unity. This approach was coupled with transition criteria [27,28] and different  $k - \omega$  variants [29–32]. LSTT model coefficients were calibrated against direct numerical simulation (DNS) data [33] to obtain the correct reattachment location. It was found that correctly boosting turbulence production in the transitional region is the key to the successful prediction of the boundary-layer development. In the present work, we systematically assess the LSTT model's [26] performance.

The SD7003 airfoil [34] is characterized by a very thin LSB with little influence on airfoil drag, which was attributed [1] to the specific evolution of the upper-surface transition location. At low  $Re_c \in [200,000, 500,000]$ , laminar separation occurs on the upper surface at a location varying from  $x_{sep}/c \in [0.5, 0.7]$  for  $\alpha = 0$  deg to very near the leading edge at  $\alpha = 8$  deg. The transition location  $x_{tr}/c$  varies almost linearly from near the trailing edge at  $\alpha = 0$  deg to  $\sim 5\%$  at  $\alpha = 8$  deg. Selig [1] attributed the enhanced performance of the SD7003 airfoil with precisely this quasi-linear (shallow) evolution of  $x_{tr}$  with  $\alpha$ , and hence  $c_L$ . It is noteworthy that, for  $Re_c \gtrsim 200,000$ , the SD7003 airfoil does not present any substantial increase of  $c_D$  at low  $c_L$ , which is contrary to most other airfoils; this effect appears at lower  $Re_c \lesssim 100,000$  ([34] figure 12.138, p. 332). The LSB on the SD7003 airfoil has been studied extensively both experimentally [35–41] and computationally using large-eddy simulations (LESs) [42–48].

Detailed velocimetry [35–37,39] and skin-friction [49,50] measurements (experimental scatter [40], accuracy [37], and interpretation difficulties [1] notwithstanding) provide data on the locations of separation, transition, and reattachment (or open bubble) with varying both chord-based Reynolds number and angle-of-attack. The two sets of large-eddy simulations performed by Catalano and Tognaccini [43] and Galbraith and Visbal [44] are quite consistent between them. The differences of predictions observed between the two sets of computations exemplifies well the high sensitivity of transitional flows to ambient perturbations, which was also observed in the experimental data [1,37,41,50]. Several experimental studies [35,38,50] investigated the influence of external-flow turbulence

intensity of the transition-onset station  $T_{u_{tr}}$  on the LSB. Recently, Schmidt and Breuer [46] used a specific turbulence generation methodology [47] in the context of LES computations to analyze the effect of  $T_{u_{tr}}$ . The available experimental and LES data have been used by numerous authors [11,12,18,23,51,52] to assess the performance of RANS and transitional RANS models.

The purpose of the paper is to further explore the idea of progressive (streamwise) control of the transition process by combining the LSTT model [26] applied to the Wilcox 2006 [53]  $k - \omega$  model through systematic validation with available data for quasi-incompressible flow around the SD7003 airfoil. In Sec. II, we present the physical models and numerical methods employed in this study. In Sec. III, we present the validation results of the LSTT model. A preliminary analysis of the impact of the critical total amplification factor  $N_{cr}$  on the transition-onset location is performed. Then, the LSTT model is evaluated for varying angles of attack, the chord-based Reynolds number, and the external turbulence level.

## II. Methodology

The LSTT approach [26] triggers turbulence production (Sec. II.C) in the  $k - \omega$  model (Sec. II.A) using information on the transition-onset location from nonlocal transition criteria (Sec. II.B).

### A. Turbulence Model

The underlying RANS model that is active in the fully turbulent regions is Wilcox's 2006  $k - \omega$  model [32,53] (Table 1):

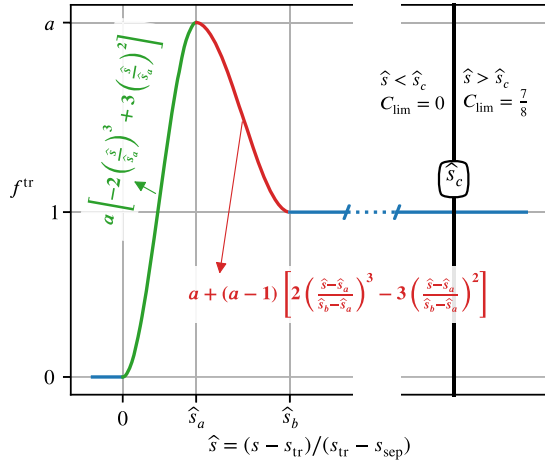
$$6 \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k \bar{u}_j}{\partial x_j} = f^{tr} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta_k \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \omega \bar{u}_j}{\partial x_j} = \min(f^{tr}, 1) \alpha_\omega \frac{\omega}{k} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta_\omega \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \max \left( \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 0 \right) \quad (1b)$$

$$(-\rho \overline{u'_i u'_j}) \approx 2\mu_t \bar{S}_{ij}^d - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (1c)$$

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\max \left\{ \omega; C_{lim} \sqrt{(2\bar{S}_{ij}^d \bar{S}_{ij}^d / \beta_k)} \right\}} \quad (1d)$$

where  $\bar{S}_{ij}^d$  is the deviatoric part of the strain-rate tensor. The LSTT formulation [26] accounts for the separation-induced transition from laminar to turbulent regimes by streamwise-variable transition triggering functions (dimensionless function  $f^{tr}$ ; Fig. 1) multiplying the production terms of the  $k$  and  $\omega$  equations [26,54] and a delay off-on mechanism in the activation of the shear limiter  $C_{lim}$  (Fig. 1) in the expression of the eddy viscosity [Eq. (1d)]. Some formulation of the shear-stress limiter in the turbulent boundary layer is used in most  $k - \omega$  models [30,32,55,56], but this delays transition by reducing the shear stress, and hence the production of  $k$  in the transitional region [54]. Turbulence triggering is controlled through both  $f^{tr}$  and a delayed activation of  $C_{lim}$  (Sec. II.C). The transition triggering functions depend on two inputs: the streamwise location of laminar separation  $s_{sep}$  (which is directly obtained from the solution of the Navier–Stokes equations); and the point of transition onset  $s_{tr}$ , which is obtained from streamwise-nonlocal criteria based on integral boundary-layer parameters (Sec. II.B).



**Fig. 1** Transition triggering function  $f^{\text{tr}}$  and shear-stress limiter  $C_{\text{lim}}$  activation used in the LSTT [26] approach for the Wilcox 2006 [53]  $k - \omega$  model (Table 1).

## B. Transition-Onset Prediction

Transition onset is determined by applying the combined [9,57] Amal–Habiballah–Coustols (AHD) [27] and Gleyzes et al. [28] criteria determining the transition-onset location at each iteration of the RANS solver. For the separation-induced transition calculations presented in this paper, transition onset is actually determined by the Gleyzes et al. criterion [28]. The AHD criterion is used from the laminar critical point up to the streamwise location where the boundary-layer shape factor is  $H = 2.8$ , where it switches to the Gleyzes et al. criterion. The Gleyzes et al. criterion calculates a total amplification factor  $N(s)$  by streamwise integration of correlations based on  $H$  and  $Re_\theta$ , which were obtained by fitting linear stability analysis calculations [28]. Transition onset is the location where  $N$  reaches a critical value  $N_{\text{cr}}$ . In principle, this critical total amplification factor  $N_{\text{cr}}$  can be related via Mack’s [58] empirical correlation

$$N_{\text{cr}} = -2.4 \ln(T_{u_{\text{tr}}}) - 8.43 \quad (2)$$

to the turbulence intensity  $T_{u_{\text{tr}}}$  at the boundary-layer edge at the transition-onset location. Further details on the implementation of the criteria-based approach [9,57] were presented in the appendix of Ref. [26].

This is a quite standard and widely tested criteria-based approach [9,57] that is numerically similar to the correlations used in XFOIL [8,59]. Notice that Mack’s correlation [58] was developed for low- $T_u$  studies, and it returns  $N_{\text{cr}}(T_{u_{\text{tr}}} \approx 2.98\%) \leq 0$ . Therefore, Drela slightly modified Eq. (2) at high  $T_u$  [60]. This modification notwithstanding, it should be stated from the outset that a major drawback of Mack’s correlation [58] is that it does not include the external turbulence length scale, which determines the effectiveness of the external-flow perturbations in triggering bypass transition in the boundary layer [61,62]. The sensitivity of the results on  $N_{\text{cr}}$  will be further discussed in Sec. III.D.

## C. Turbulence Triggering Model

### 1. Off-On Triggering

For comparison purposes, we also present the results of a simple off-on triggering of the turbulence model. This widely used approach [11], hereafter denoted the step, consists of disabling the source terms of the turbulence model upstream of the transition-onset location, where they are instantly activated. The step approach was evaluated both with the shear-stress limiter enabled ( $C_{\text{lim}} = 7/8$ ) and disabled ( $C_{\text{lim}} = 0$ ).

### 2. LSTT

The current work assesses, by systematic comparison with measurements, the nonlocal algebraic laminar separation transition

triggering model recently developed by the authors [26]. Off-on abrupt triggering of the RANS model at transition onset underestimates the rapid increase of skin-friction downstream of the bubble [54], as compared to DNS data [33], where  $c_f$  increases rapidly and presents an overshoot just downstream of reattachment. To properly handle this behavior, the triggering model must account for the smooth but swiftly increasing streamwise production of the Reynolds shear stress  $-u'v'$  that occurs in the separated shear layer, downstream of transition onset, as observed both in the experiments [39] and DNS [33]. The LSTT model [26] was specifically designed to control the rate at which turbulence is produced downstream of the transition onset. Proper growth of the Reynolds shear stress is accomplished by two mechanisms: 1) favoring a strong imbalance of the production-to-dissipation ratio of turbulence kinetic energy in the transitional region by boosting the production of  $k$  with a streamwise-variable multiplicative coefficient  $f^{\text{tr}}(s)$  [Eq. (1a)] that is locally greater than one, whereas the production of  $\omega$  grows without overshoot [Eq. (1b)] by limiting the multiplicative coefficient to  $\min(f^{\text{tr}}, 1)$ ; and 2) delaying the activation of the shear limiter  $C_{\text{lim}}$  until a fully turbulent boundary layer is established.

In constructing the model, it was assumed (Fig. 1) that the transitional region streamwise extent scales with the bubble’s laminar length  $(s_{\text{tr}} - s_{\text{sep}})$ ; furthermore, the triggering functions  $f^{\text{tr}}(s)$  and  $C_{\text{lim}}(s)$  depend only on the nondimensional streamwise coordinate

$$\hat{s} := \frac{s - s_{\text{tr}}}{s_{\text{tr}} - s_{\text{sep}}} \quad (3)$$

In this way, turbulence triggering automatically adapts to different bubble sizes. For the airfoil case,  $s$  is the curvilinear coordinate along the airfoil surface.

In the LSTT model [26],  $f^{\text{tr}}(\hat{s})$  is a piecewise continuous function (Fig. 1) that depends on three parameters: the overshoot value  $a := \max_s(f^{\text{tr}})$ , the nondimensional location  $\hat{s}_a$  of this maximum, and the downstream nondimensional station  $\hat{s}_b$  where  $f^{\text{tr}}(\hat{s}_b) = 1$ . The model is completed by the nondimensional station where the shear limiter  $C_{\text{lim}}$  is activated further downstream  $\hat{s}_c$ : typically several bubble lengths downstream of the bubble. These four model coefficients ( $a$ ,  $\hat{s}_a$ ,  $\hat{s}_b$ , and  $\hat{s}_c$ ) were calibrated [26] for different  $k - \omega$  models to reproduce the DNS-calculated [33]  $c_f$  distribution of the LSB on a flat plate. The specific values for the Wilcox 2006  $k - \omega$  model [32], which were used in the present computations, are summarized in Table 1. The required inputs of the LSTT model are the laminar separation point  $s_{\text{sep}}$ , obtained by the solution of the Navier–Stokes equations at the current iteration, and the transition-onset location  $s_{\text{tr}}$  provided by the transition criteria (Sec. II.B).

### 3. Two-Dimensional Extrusion

The LSTT model acts through the algebraic functions  $f^{\text{tr}}$  and  $C_{\text{lim}}$  in the  $k - \omega$  equations [Eq. (1)]. Therefore, these functions, which are determined at the wall, are required everywhere in the flowfield. Inside the boundary layer [ $n \leq \delta(s)$ , where  $n$  is the distance to the wall], they are determined by wall-normal extrusion. Outside of the

**Table 1** Wilcox 2006  $k - \omega$  [53] turbulence model closure coefficients (notice the three-dimensional term  $f_{\beta_\omega} = 1$  for 2-D flows) and corresponding LSTT [26] model coefficients (Fig. 1)

Parameter	Value
$\beta_k$	0.09
$\sigma_k$	0.6
$\alpha_\omega$	0.52
$\beta_\omega$	$0.0708 f_{\beta_\omega}$
$\sigma_\omega$	0.5
$\sigma_d$	0.125
$C_{\text{lim}}$	$(7/8); s \geq s_c; 0; s < s_c$
$\hat{s}_a$	0.182
$\hat{s}_b$	0.414
$\hat{s}_c$	5.83
$a$	2.15

**Table 2** Computational grids and LSB resolution parameters (based on the  $k - \omega$  +LSTT [26] results)

$\alpha$ , deg	$Re_c$	$N_i \times N_j$	$N_{s < s_{sep}}$ $0 < x < x_{sep}$	$N_{LSB}$ $x_{sep} < x < x_{reat}$	$N_{s > s_{reat}}$ $x_{reat} < x$	$N_\delta(s_{sep})$
2	$60 \times 10^3$	$867 \times 176$	153	318	22	78
4	$10 \times 10^3$	---	173	320	0	91
4	$40 \times 10^3$	---	105	301	87	79
4	$60 \times 10^3$	---	115	268	110	76
6	$60 \times 10^3$	---	51	188	254	73
8	$30 \times 10^3$	---	50	203	240	74
8	$60 \times 10^3$	---	39	177	277	68
8	$90 \times 10^3$	---	43	200	250	65
11	$60 \times 10^3$	---	43	196	254	61
4	$60 \times 10^3$	$434 \times 89$	79	118	50	40
---	---	$434 \times 176$	57	136	54	76
---	---	$867 \times 351$	108	291	94	151
---	---	$1734 \times 176$	231	541	217	76
---	---	$1734 \times 351$	217	582	190	151

boundary-layer [ $n > \delta(s)$ ], a simple off-on switch of  $f^{tr} \in \{0,1\}$  and  $C_{lim} \in \{0, 7/8\}$  is made in the laminar boundary-layer edge region ( $s \leq s_{tr}$ ).

#### D. Flow Solver

Computations were run on structured multiblock grids using the compressible solver elsA [63] developed at ONERA. The freestream Mach number of  $M_\infty = 0.16$  corresponds to essentially incompressible flow. The turbulence kinetic energy production was limited to  $\max(\mathcal{P}_k, 100\epsilon)$ . This limiter is active in the transitional region where extreme nonequilibrium may be returned by the model, as shown in the Appendix.

Details on the numerical method and boundary conditions were given in Ref. [26]. Following standard computational practice [64], the freestream values of  $\mu_{t_\infty} = 0.1\mu$  and  $T_{u_\infty} = 0.01\%$  were applied. The corresponding length scale is  $\ell_{t_\infty} := \sqrt{k_\infty/\beta_k}/\omega_\infty \approx 9000 c/Re_c$ . In the region  $s(x, y) < s_{tr}$ , where  $f^{tr} = 0$ , there is no production in the  $k - \omega$  equations [Eqs. (1a) and (1b)], and the model behaves as decaying turbulence [32,65]. Because  $\nu_{t_\infty} \ll \nu_\infty$ , the code returns essentially laminar results up to  $s_{tr}$ .

To thoroughly investigate the influence of  $T_{u_{tr}}$  and the applicability of Mack's [58] correlation [Eq. (2)],  $N_{cr}$  is prescribed as an independent input, in lieu of using the computed value of  $T_{u_s}(s_{tr})$ , thus circumventing well-known issues of the far-field boundary condition of the  $k - \omega$  model [64].

#### E. Grid Assessment

The C-topology grids were generated by 2-D hyperbolic extrusion using Cassiopee [66]. The results (Sec. III) were obtained on the  $867 \times 176$ -point grids (Table 2), which is designed to have similar resolution as the grids used by Catalano and Tognaccini [18], with the far-field boundary located at 30 chords from the airfoil and the wall-adjacent cell height of  $\Delta n_w^+ < 1$  in the turbulent boundary layer. In the

streamwise direction, the  $867 \times 176$ -point grids have 96 points in the wake, 179 points on the lower side of the airfoil, and 500 points on the upper side. Depending of the computed ( $\alpha, Re_c$ ) case, the number of streamwise points on the upper side of the airfoil located upstream of separation,  $N_{s < s_{sep}}$ , in the LSB,  $N_{LSB}$ , and from reattachment until the trailing edge,  $N_{s > s_{reat}}$ , were varied. Invariably, the LSB was finely resolved ( $N_{LSB} \in [177, 320]$ ) with  $N_\delta(s_{sep}) \in [61, 91]$  wall-normal points across the boundary layer at separation (Table 2).

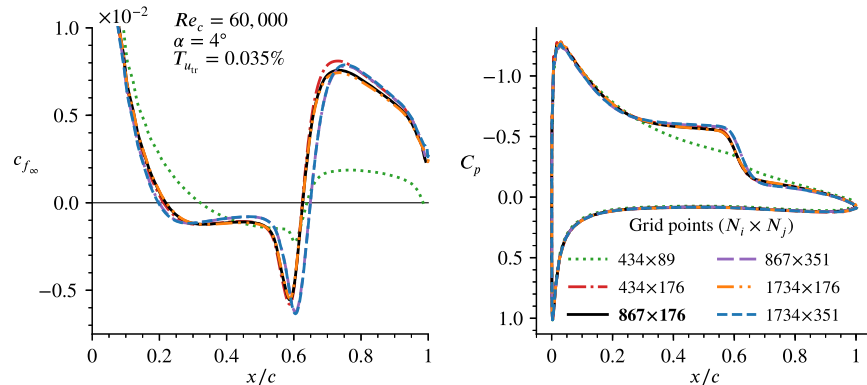
A grid convergence study is shown in Fig. 2, where the skin-friction coefficient of  $c_{f_\infty} = \tau_w/(1/2)\rho_\infty U_\infty^2$  and the pressure coefficient of  $C_p = (p - p_\infty)/(1/2)\rho_\infty U_\infty^2$  are presented for the baseline SD7003 case ( $\alpha = 4$  deg,  $Re_c = 60,000$ ). This study highlights the importance of wall-normal resolution because the coarsest  $434 \times 89$ -point grid produces inaccurate results, which is contrary to the  $434 \times 176$ -point grid. The finest wall-normal-wise grids of  $867 \times 351$  and  $1734 \times 351$  yield almost identical results (Fig. 2), which can be considered grid converged. The  $867 \times 176$  grid is in quite good agreement with the grid-converged results, and it was retained for the systematic comparison of the LSTT model [26] with data (Sec. III).

### III. Results and Discussion

After a detailed study of the model for the baseline ( $\alpha = 4$  deg,  $Re_c = 60,000$ ) configuration of the SD7003 airfoil (Sec. II. A), we assess the method's performance in predicting the effects of the angle of attack (Sec. III.B), the Reynolds number (Sec. III.C), and ambient turbulence (Sec. III.D).

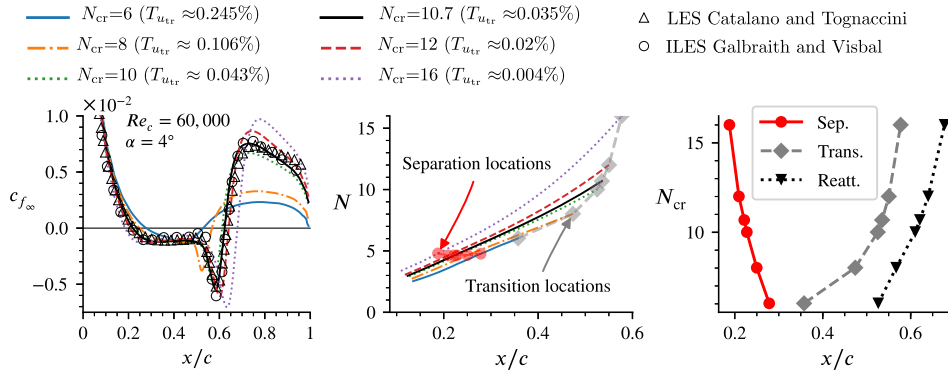
#### A. SD7003: $\alpha = 4$ deg at $Re_c = 60,000$

The flow around the SD7003 airfoil at  $\alpha = 4$  deg and  $Re_c = 60,000$  has been studied extensively: both experimentally [37,39,40] and computationally [11,12,18,23,51]. It is generally accepted that,



**Fig. 2** Distributions of  $c_{f_\infty}$  (on the suction side) and  $C_p$  using  $k - \omega$  [53] +LSTT [26] of the flow around a SD7003 airfoil on progressively refined grids (Table 2).





**Fig. 3** Influence of external turbulence  $T_{u_{tr}}$  on the suction side  $c_{f_\infty}$  and on separation (sep.), transition (trans.), and reattachment (reatt.) locations using  $k - \omega$  [53] + LSTT [26] as compared to LES data [43,44].

at low  $Re_c$ , ambient turbulence  $T_{u_{tr}}$ , which is represented in transition criteria by  $N_{cr}$  [Eq. (2)], strongly influences the LSB. Hain et al. ([39] figure 1, p. 132) evaluated, using XFOil [8,59] calculations, the strong influence of  $N_{cr}$ , observing a slight delay in separation and a faster reattachment with increasing  $T_{u_{tr}}$  (decreasing  $N_{cr}$ ); the LSB disappears for  $N_{cr} \lesssim 5.5 \Leftrightarrow T_{u_{tr}} \gtrsim 0.56\%$ .

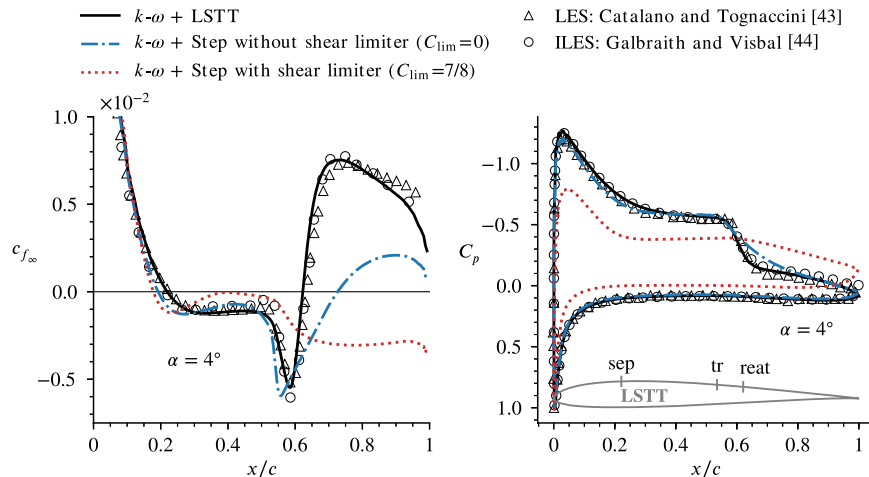
This sensitivity on  $T_{u_{tr}}$  was also noted by Ol et al. [40], who observed (between three different experimental facilities) substantial dispersion in the LSB location (attributed to possible minor variations of  $T_{u_{tr}}$ ) and flow structure (attributed to insufficient spatiotemporal resolution of the measurements). To avoid the issue of experimental discrepancies, the present RANS computations are compared with the LES results by Catalano and Tognaccini [43] and by Galbraith and Visbal [44], which are in satisfactory agreement with the measurements ([37] figure 8, p. 7).

In line with the XFOil results ([39] figure 1, p. 132), the LSB predicted by the  $k - \omega$  [53] + LSTT [26] computations at  $\alpha = 4$  deg and  $Re_c = 60,000$  (Fig. 3) is particularly sensitive to the value of  $N_{cr}$ , with a very long LSB for quiet external flow ( $N_{cr} = 16 \Leftrightarrow T_{u_{tr}} \gtrsim 0.004\%$ ) progressively shrinking with increasing ambient turbulence. With decreasing  $N_{cr}$  (increasing  $T_{u_{tr}}$ ), the reattachment point moves upstream and, inversely, the laminar separation point moves downstream, leading to an overall reduction of the bubble size. The streamwise evolution of the total amplification factor  $N$  on the upper side of the airfoil, predicted by Gleyzes et al.'s [28] (Sec. 2.2) criterion (Fig. 3), highlights the influence of  $N_{cr}$  on the LSB, demonstrating the impact of predicted transition-onset location and of turbulence triggering on the laminar region of the flow. Obviously, the size of the LSB influences the separation location. With increasing  $N_{cr}$  (decreasing  $T_{u_{tr}}$ ), not only the bubble but also the separated laminar region become larger. This implies that velocity profiles of the

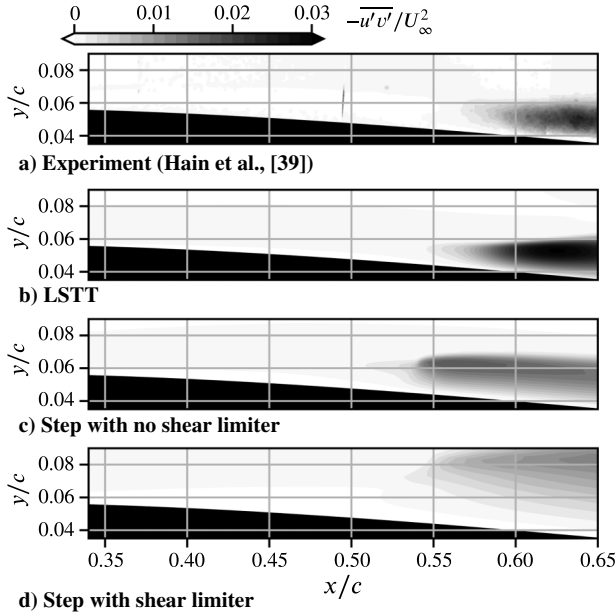
laminar region of the bubble yield comparatively higher  $H$  values. As the local stability analysis of the velocity profiles shows [28], these profiles are more unstable, which promote a more rapid growth of pretransitional perturbations, yielding comparatively higher values of  $N$ , as shown in Fig. 3.

The closest agreement with LES data [43,44] is obtained with  $N_{cr} = 10.66 \Leftrightarrow T_{u_{tr}} \gtrsim 0.035\%$  (Fig. 3). This value is higher than the usual range of  $N_{cr} \in [7, 9]$  typically used for calm atmosphere conditions [59]. One possible explanation is the fact that the LES calculations [43,44] were run without any kind of turbulence forcing so that the perturbations that lead to turbulence are very low and exclusively associated with numerical noise. Unless otherwise specified, the computations presented in this work used  $N_{cr} = 10.66$ .

The particular way turbulence is triggered at transition onset has a major influence on the LSB prediction (Fig. 4). A simple off-on (Sec. II.C.1) step activation of the production terms fails to correctly reproduce the LSB. For comparison purposes, the off-on computations were step activated at  $x_{tr} = 0.54c$ , which is the transition-onset location predicted by the  $k - \omega$  [53] + LSTT [26] model. The  $k - \omega$  [53] model, step activated (Sec. II.C.1) at transition onset with  $C_{lim} = 7/8$ , fails to correctly reproduce the LES-predicted LSB (Fig. 4), returning an open bubble that does not reattach on the profile, and inducing airfoil stall. This problem is partly fixed by disabling the shear limiter in the step-activated  $k - \omega$  [53] model ( $C_{lim} = 0$ ), predicting a bubble but with delayed reattachment and a substantial underestimation of  $c_{f_\infty}$  in the attached turbulent boundary layer (Fig. 4), as well as failing to reproduce the very steep pressure recovery in the transitional region. The bubble-adapted LSTT model [26] gives the best agreement with LES data, both in  $c_{f_\infty}$  and  $C_p$  (Fig. 4), predicting the correct reattachment location and  $c_{f_\infty}$  level downstream. As the transitional part of the bubble is better predicted by the  $k - \omega$  [53] + LSTT [26] model, the



**Fig. 4** Comparison of  $c_{f_\infty}$  (on suction side) and  $C_p$  obtained from LES [43,44] against  $k - \omega$  [53] computations (using LSTT [26] or step activation) for  $\alpha = 4$  deg,  $Re_c = 60,000$ , and  $T_{u_{tr}} = 0.035\%$ .



**Fig. 5** Levels of Reynolds shear stress of a) wind-tunnel experiment [39] ( $Re_c = 66,000$ ); b–c)  $k - \omega$  [53] ( $Re_c = 60,000$ ) using different activations of b) LSTT [26] and c) step with shear limiter; and d) step without shear limiter.

boundary-layer displacement feedback on the outer flow [8] is improved, also yielding a better prediction of the location of laminar separation.

The undesired effect of the standard (fully turbulent) shear-stress limiter on the low-Reynolds-number prediction of flows involving LSBs has been identified by several authors [18]. For example, the  $k - \omega$  shear-stress transport (SST)-Low-Reynolds model of Catalano and Tognaccini [18], which performs a relaxation of the SST limiter via a Reynolds-dependent weighting of Menter's second blending function  $F_2$  [21] and predicts the correct turbulent reattachment point and  $C_p$  distribution but still underestimates  $c_{f_\infty}$  downstream of the bubble ([18] figure 15, p. 1682).

The correct prediction of  $c_{f_\infty}$  downstream of the bubble is a difficult challenge for RANS methods. Its underestimation is the result of the underestimation of the Reynolds shear-stress  $-u'v'$  in the transitional shear layer [26], leading to a convection effect that translates into a slower turbulence development and comparatively lower values of  $c_{f_\infty}$  downstream of the bubble. This was a key issue in

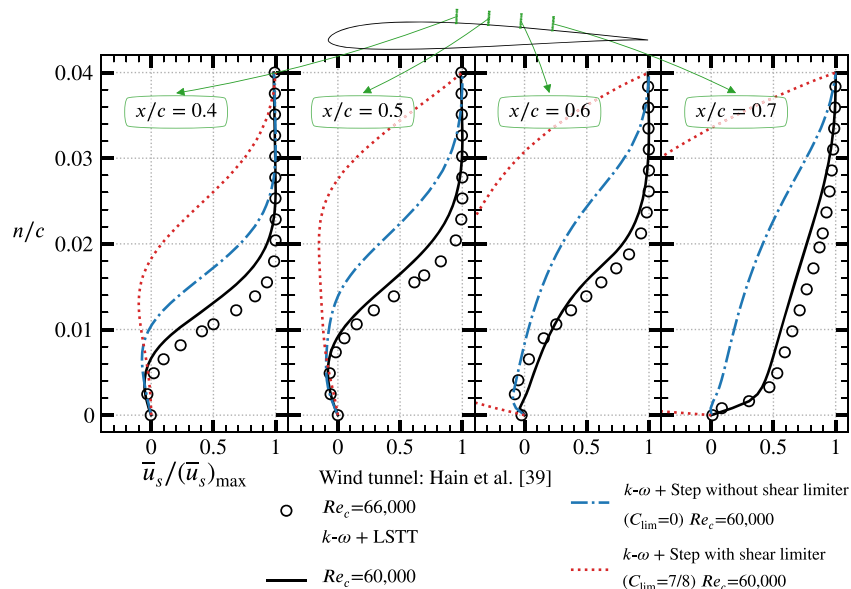
the development of the LSTT model [26], and it is illustrated by comparing levels of measured [39] and of Reynolds shear-stress  $-u'v'$  in the LSB (Fig. 5) and streamwise velocity  $\bar{u}_s$  profiles (Fig. 6). Using step activation with the fully turbulent  $C_{lim} = 7/8$  severely underestimates  $-u'v'$  as compared to the experimental data (Fig. 5), and it leads to unphysically excessive separation (Fig. 6). This is partly corrected by deactivating  $C_{lim}$  in the step-activated computations, but predicted levels of  $-u'v'$  are still underestimated (Fig. 5), leading to an overestimation of bubble size (Figs. 4 and 6). The LSTT model is necessary to correctly predict  $-u'v'$ , which is actually slightly overestimated with comparison to the measurements (Fig. 5) and, as a result, predicts the correct bubble size (Fig. 4) and boundary-layer development (Fig. 6).

## B. Effect of the Angle of Attack at $Re_c = 60,000$

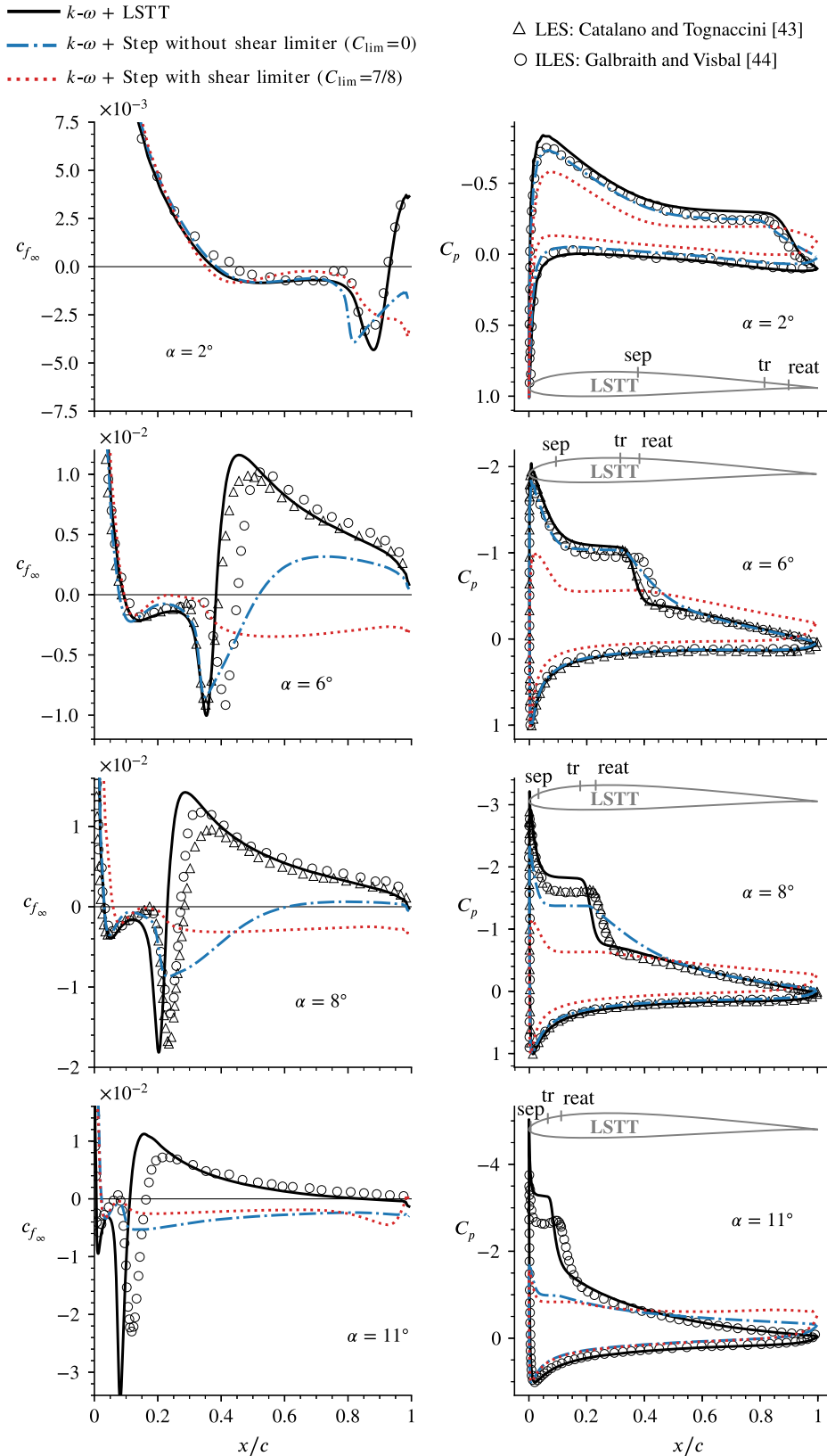
The  $k - \omega$  [53] +LSTT [26] model is compared with LES data [43,44] and predictions using a step activation (which does not include an overshoot in  $\mathcal{P}_k$ ) for various  $\alpha$  at  $Re_c = 60,000$ . The LSTT model used  $N_{cr} = 10.66$  in the transition criteria (Sec. II.B), whereas the step-activated computations assumed transition onset at the location predicted in the LSTT computations. With increasing  $\alpha$  (Fig. 7), the bubble shrinks from  $\sim 55\%c$  at  $\alpha = 2$  deg (separation at  $x \approx 0.4c$  with reattachment at  $x \approx 0.95c$  very near the trailing edge) to  $\sim 20\%c$  at  $\alpha = 11$  deg (separation very near the leading edge with reattachment at  $x \approx 0.20c$ ).

Regarding the importance of the triggering approach, the conclusions are quite similar to those drawn for the baseline case ( $\alpha = 4$  deg,  $Re_c = 60,000$ ; Sec. III.A). Abrupt activation of the triggering approach with fully turbulent  $C_{lim} = 7/8$  generally fails, invariably returning stalled flow with an open bubble (Fig. 7). Deactivating  $C_{lim} = 0$ , the shear limiter in the  $k - \omega$  computations always improves the results because, following the arguments in Sec. III.A, the absence of the shear limiter returns a higher Reynolds shear-stress  $-u'v'$ ; nonetheless, the agreement with the LES data is still not satisfactory (Fig. 7). Although the step-activated  $C_{lim} = 0$   $k - \omega$  method correctly predicts the initial part of the bubble, it generally underestimates the negative  $c_{f_\infty}$  peak (increasingly so with increasing  $\alpha$ ), returns an open bubble at  $\alpha = 2$  deg, stalls at  $\alpha = 11$  deg, or reattaches too far downstream for  $\alpha \in \{4$  deg, 6 deg, 8 deg\} (Figs. 4 and 7).

On the contrary, the LSTT computations are generally in satisfactory agreement (Fig. 7) with LES data [43,44]. At  $\alpha = 2$  deg, the agreement with the LES data of Galbraith and Visbal [44] is excellent. At  $\alpha = 6$  deg, there is a slight scatter between the two sets of LES data [43,44], with the  $k - \omega$  +LSTT computations being in



**Fig. 6** Tangential velocity profiles of wind-tunnel experiment [39] ( $Re_c = 66,000$ ) against  $k - \omega$  [53] ( $Re_c = 60,000$ ) using LSTT [26] or step activation: both with shear limiter and without.



**Fig. 7** Comparison of  $c_{f_\infty}$  (on suction side) and  $C_p$  of LES [43,44] against  $k-\omega$  [53] using LSTT [26] and step activation (both with and without shear limiter) for ( $\alpha = 2, 6, 8,$  and  $11$  deg) at  $Re_c = 60,000$  and  $N_{cr} = 10.7$  ( $T_{ur} \approx 0.035\%$ ).

close agreement with the results of Catalano and Tognaccini [43]. At  $\alpha = 8$  deg, where the two sets of LES data are in better agreement with one another, the  $k-\omega$  +LSTT model suffers from the prediction by the criteria (Sec. II.B) of too early a transition-onset location, which induces an earlier negative  $c_{f_\infty}$  peak and earlier reattachment, also resulting in a slight discrepancy of the pressure plateau associated with the LSB (Fig. 7). The same remarks apply to

the  $\alpha = 11$  deg case (Fig. 7). This effect was also observed [26] in the prediction of the  $\alpha = 10.55$  deg NACA 0012 flow at  $Re_c = 100,000$ .

To determine the reasons for the observed discrepancies between the  $k-\omega$  +LSTT predictions and the LES data [43,44] at the higher  $\alpha \in \{8 \text{ deg}, 11 \text{ deg}\}$  (Fig. 7), we performed an additional calculation at  $\alpha = 11$  deg (Fig. 8), where the transition onset was

prescribed at  $x_{tr} = 0.092c$  further downstream of the criteria-predicted ( $N_{cr} = 10.66$ ) location of transition onset at  $x_{tr} = 0.066c$ . This ad hoc adjustment of the transition-onset location greatly improves the agreement with LES: the locations of the negative  $c_{f_\infty}$  peak and of reattachment are in excellent agreement with the LES computations, and this results in a substantially improved prediction of the pressure plateau in the  $C_p$  distributions (Fig. 8).

These results demonstrate that the LSTT approach is quite successful in controlling the turbulence built up in the transitional region, provided the correct  $x_{tr}$  is obtained by the transition criteria. Inversely, the increased discrepancy of the  $k-\omega$  +LSTT computations with LES as  $\alpha$  increases is principally associated with the inaccurate (early) prediction of transition onset. This would imply that, with increasing  $\alpha$ ,  $N_{cr}$  should also increase. Mack's correlation [58] would then suggest that the effective [61,62]  $T_{u_{tr}}$  decreases. An argument in support of this observation is that, as the laminar separation point moves upstream, nearer to the stagnation point with increasing  $\alpha$ , the boundary-layer thickness at separation  $\delta_{sep}$  is modified, and this effect influences the receptivity of the boundary layer to a given spectrum of external turbulence, in line with theoretical arguments [61,62] corroborated by numerical stability calculations [67]. This is naturally incorporated in LES dynamics but not in Mack's correlation [Eq. (2)], which assumes a monotonic bijection  $N_{cr}(T_{u_{tr}})$  [58].

With regard to the previous results (Figs. 7 and 8), it may be surmised that, as  $\alpha$  increases and the LSB size shrinks, increased diffusion of momentum by the Reynolds shear-stress  $-\overline{u'v'}$  is necessary to compensate the high inertial forces of the flow and the increased deceleration associated with the adverse local pressure gradient. It is precisely because the LSTT approach, by boosting production of  $k$  and inhibiting the shear limiter until after fully turbulent conditions are reached, achieves a better prediction of the Reynolds shear-stress  $-\overline{u'v'}$  that it performs better than the step-activated approaches, significantly improving the predictive accuracy of the bubble's topology. The convection effect of the correct prediction of the transitional region in the LSTT approach translates into proper estimation of the  $c_f$  values downstream of the bubble. For these reasons, we will not consider step activation in the remainder of the paper. On the other hand, it appears (Figs. 7 and 8) that an  $\alpha$ -varying  $N_{cr}$  input to the transition criteria (Sec. II.B) is required to handle with accuracy the prediction of transition onset.

### C. Effect of the Chord-Based Reynolds Number

We compare (Fig. 9)  $k-\omega$  [53] +LSTT [26] computations with implicit large-eddy simulation data of Galbraith and Visbal [44] for varying  $Re_c$  at two different  $\alpha \in \{4 \text{ deg}, 8 \text{ deg}\}$ . Expectedly, the LES data indicate that, at a constant angle of attack, and for an increasing chord-based Reynolds number, the bubble size decreases, and the negative and positive peaks of  $c_{f_\infty}$  become more pronounced

(Fig. 9). The LSTT computations correctly capture these trends (Fig. 9).

The agreement with LES is very satisfactory for  $\alpha = 4 \text{ deg}$  (Fig. 9). Specifically, at  $Re_c = 40,000$ , a larger bubble is correctly predicted as compared to the  $Re_c = 60,000$  case because transition onset has been naturally delayed downstream, and the separated laminar region has become longer. The deeper negative peak of  $c_{f_\infty}$ , as  $Re_c$  decreases from 60,000 to 40,000, is also correctly predicted by the LSTT model (Fig. 9). Finally, at the lower  $Re_c = 10,000$ , the LSTT model correctly predicts the open-bubble topology as the flow fails to reattach before reaching the trailing edge (Fig. 9) because, in this massively laminar case, transition onset occurs very close to the trailing edge. The  $C_p$  distributions at  $\alpha = 4 \text{ deg}$  are also correctly predicted by the method for all of the three  $Re_c$  values (Fig. 9).

At  $\alpha = 8 \text{ deg}$ , the LSTT computations were also run with  $N_{cr} = 10.66$ ; although, as discussed in Sec. III.B, we should have used a higher value of  $N_{cr}$  to correctly predict transition onset in this case that is similar to the  $\alpha = 11 \text{ deg}$  case (Fig. 8). The resulting discrepancies in the prediction of transition onset by the criteria (Sec. II.B) notwithstanding, LES trends are correctly predicted by the LSTT model (Fig. 9) at these stronger adverse pressure gradient conditions as compared to  $\alpha = 4 \text{ deg}$ . For all of the three  $Re_c$  studied at  $\alpha = 8 \text{ deg}$  (Fig. 9), laminar separation occurs practically at the same location, very close to the leading edge, but transition onset, and as a consequence the reattachment location, move downstream with decreasing  $Re_c$  (the pressure gradient at the end of the plateau becomes steeper with increasing  $Re_c$ ). The LSTT model correctly predicts these trends (Fig. 9) and, adjusting  $N_{cr}$  for the  $\alpha = 8 \text{ deg}$  (not shown), can substantially improve the agreement with LES data for both skin friction and regarding the level of the pressure plateau.

### D. Effect of the Turbulence Intensity

From the previous results and discussions, it appears that the LSTT model performs generally quite well if the value of  $N_{cr}$ , which is presumably correlated to the level of external-flow turbulence at transition onset  $T_{u_{tr}}$ , Eq. (2) [necessary as an input to the transition criteria (Sec. II.B)] is appropriately chosen. To further investigate the performance of the method under varying ambient turbulence, we compare  $k-\omega$  [53] +LSTT [26] computations with the LES results of Breuer [47], where the synthetic turbulence inflow generator (STIG) approach was employed in order to investigate the influence of the inflow turbulence upon the bubble topology on the SD7003 airfoil. In the LES computations, a STIG region was located one chord upstream of the airfoil, where the generated turbulence levels  $T_{u_{gen}}$  were varied following the same integral timescale of  $T \cdot u_\infty / c = \mathcal{L}_x / c = 0.118$ , where  $\mathcal{L}_x$  is the streamwise integral length based on Taylor's hypothesis.

It is expected [65] that the turbulence level from the STIG region  $T_{u_{gen}}$  will decrease downstream of the airfoil's boundary-layer edge levels  $T_{u_\delta}(s)$ , which by Mack's correlation [Eq. (2)] should provide

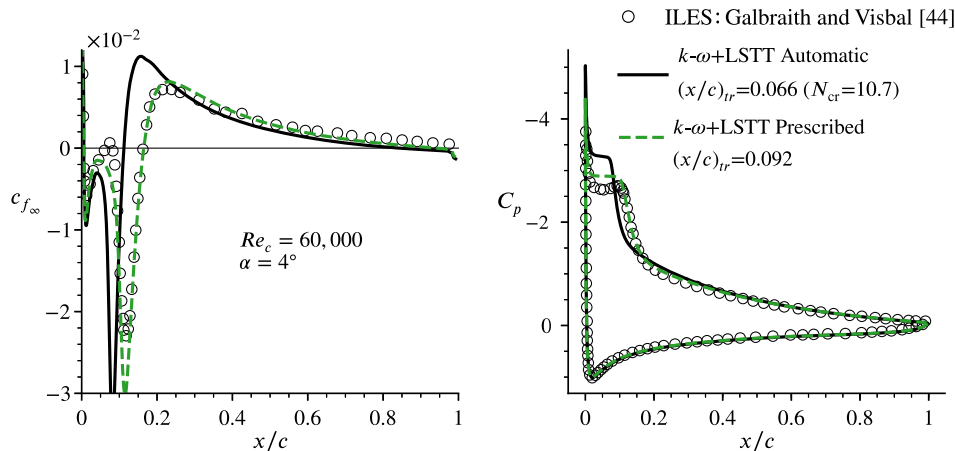
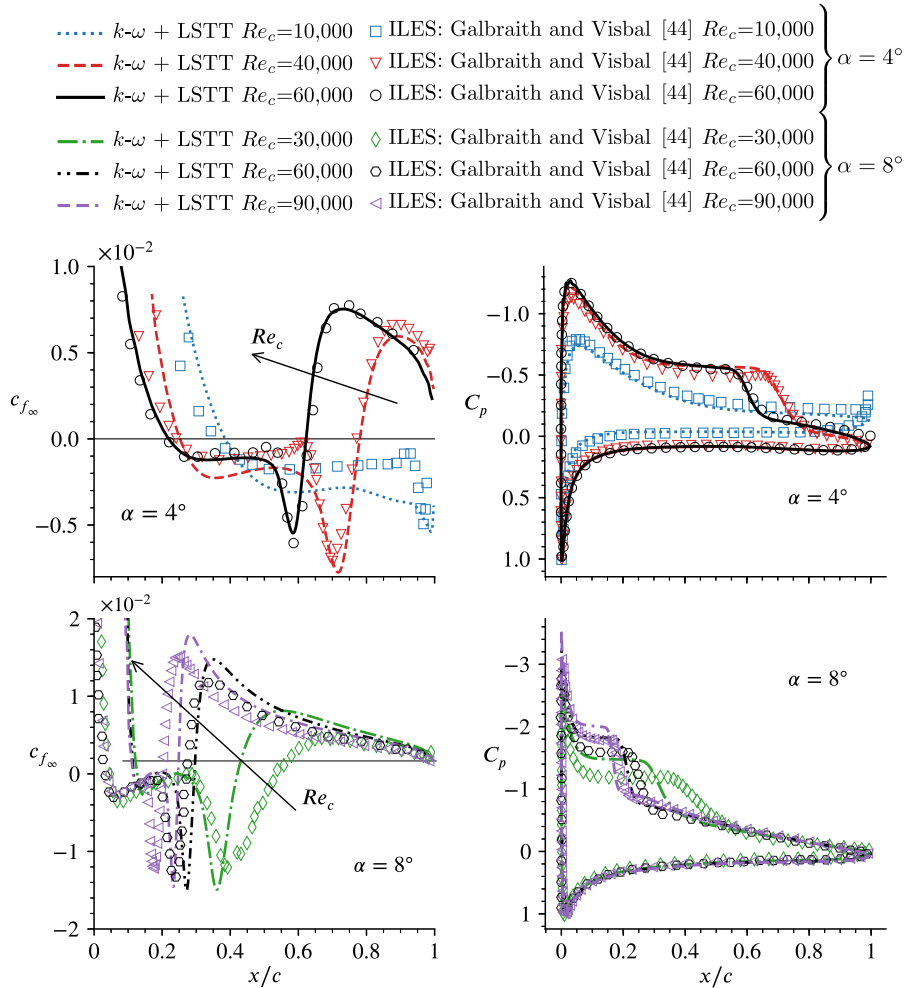


Fig. 8 Comparison of  $c_{f_\infty}$  (on the suction side) and  $C_p$  obtained from LES [44] against RANS computations ( $k-\omega$  [53] +LSTT [26]) using automatic or prescribed transition-onset location.





**Fig. 9** Comparison of  $c_{f_\infty}$  (on the suction side) and  $C_p$  of LES [44] against  $k-\omega$  [53] using LSTT [26] with  $N_{cr} = 10.66$  at ( $\alpha = 4$  and  $8$  deg) for several  $Re_c$ .

$T_{u_{tr}}$  and  $N_{cr}$ . Nonetheless, the analytical evaluation of this decrease requires as input the  $k-\omega$  length scale  $\ell_1 := \sqrt{k/\beta_k}/\omega$  ([65] equations 14–16, p. 1103). Notice that the exact relation between the integral length scale  $\mathcal{L}_x$  and the  $k-\omega$  length scale of  $\ell_1 := \sqrt{k/\beta_k}/\omega$  is not exactly known, even for the simplest case of grid turbulence [68,69]. As a consequence, the actual  $T_{u_{tr}}(s)$  values of the LES, which should be used to determine  $T_{u_{tr}}$  in the transition prediction criteria, are unknown to the authors. For this reason, with the objective to assess the predictive quality of the triggering model for varying turbulence levels, we rely on the parametric study (Fig. 3) on the effect of  $N_{cr}$  on the LSB for the baseline case ( $\alpha = 4$  deg,  $Re_c = 60,000$ ; Sec. III.A).

The values of  $N_{cr}$  used in the RANS computations and the corresponding (by Mack’s correlation [Eq. (2)]) values of  $T_{u_{tr}}$  were chosen (Table 3) to obtain the correct LSB size for each  $T_{u_{gen}}$  in the LESs [47]. The variation of turbulence level for the RANS computations was performed by direct modification of the criteria transition prediction threshold  $T_{u_{tr}}$  and not by modification of the boundary-layer external turbulence kinetic energy  $k_\delta$ , which would have required [16] appropriate modification of the freestream  $k$  intensity  $k_\infty$  and/or of the minimum cutoff value of  $k$ .

Notice first (Fig. 10) that, in the absence of synthetic turbulence inflow generation ( $T_{u_{gen}} = 0\%$ ), the  $c_{f_\infty}$  and  $C_p$  distributions obtained in the LES computations of Breuer [47] do not coincide with the previously used LES data of Catalano and Tognaccini [43] and of Galbraith and Visbal [44] (which are in close agreement one with another). This may be related to the inherent difficulty of the LES to properly account for the pretransitional waves that lead to the transition. If no specific forcing or synthetic turbulence is generated, then most LESs rely exclusively on numerical or grid-induced errors as the only pretransitional disturbance generators. Because,

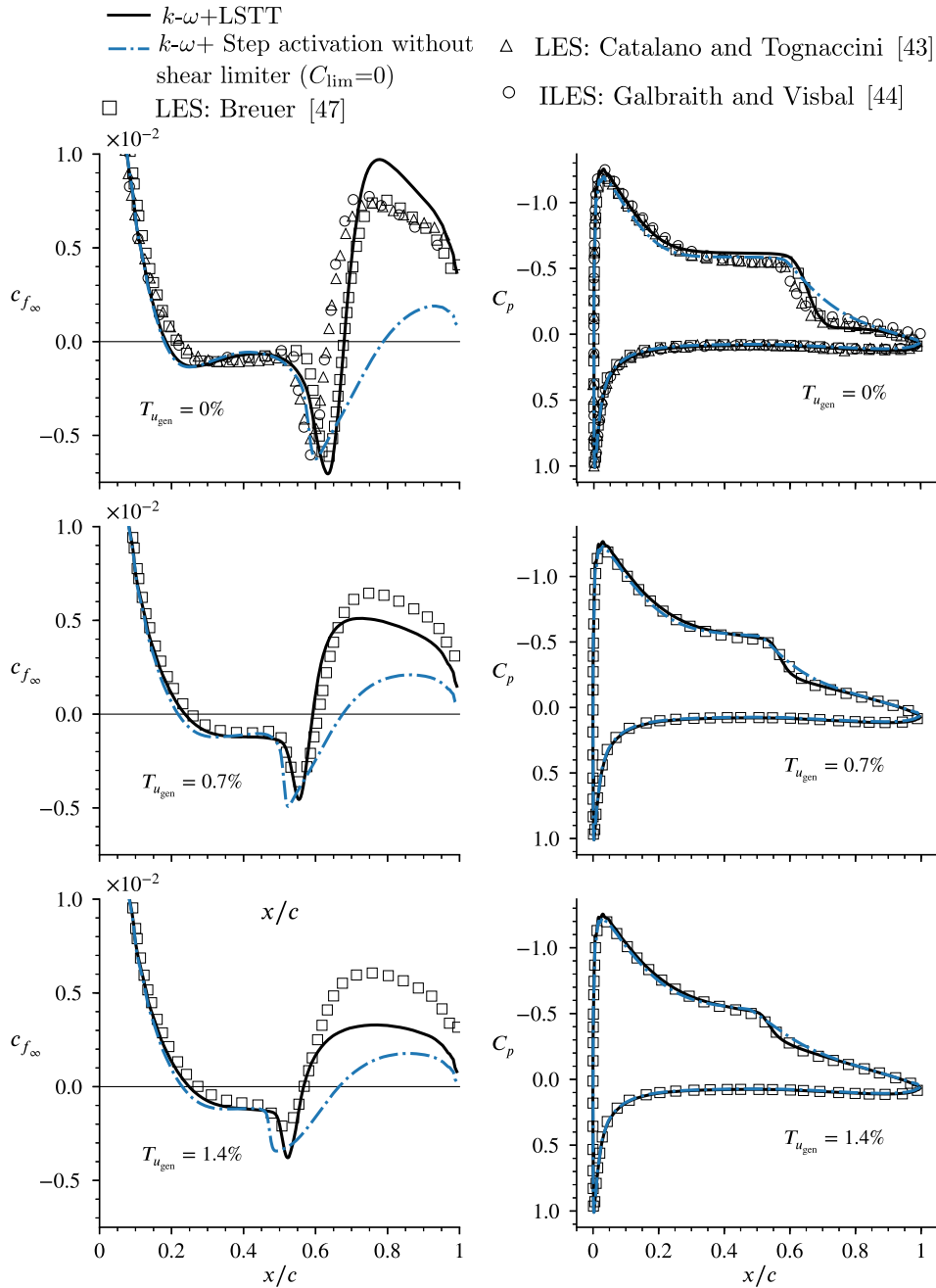
physically, the bubble size is dependent on the inflow disturbances [70], it seems plausible that different LESs would run with different numerical schemes and grids without synthetic turbulence inflow generation that might lead to slightly different bubble sizes.

In line with the previous results in this paper, step-activation triggering predicts a longer separation bubble and significantly underestimates  $c_{f_\infty}$  downstream of the bubble, compared to the LES data (Fig. 10). This discrepancy is amplified with increasing Tugen, whereas the  $C_p$  predictions are in good agreement with LES data. The LSTT approach invariably improves the agreement with the LES as compared to the step-activation method, constantly predicting the correct size of the LSB. Nonetheless, although LSTT-predicted  $C_p$  distributions are always in excellent agreement with LES, the level of  $c_{f_\infty}$  downstream of the bubble is increasingly underestimated with increasing  $T_{u_{gen}}$  (Fig. 10), but it is much less than in the step-activated computations.

The significant underestimation of skin friction downstream of the bubble predicted by the LSTT model for the  $T_{u_{gen}} = 1.4\%$  case (Fig. 10) has not been observed for any of the other flow

**Table 3** Synthetic turbulence level generated in the LES of Breuer [47] at  $x/c = -1$ , and the threshold values used in the AHD–Gleyzes criterion for the  $k-\omega$  [53] +LSTT [26] RANS simulations (Fig. 10)

	LES generated turbulence $T_{u_{gen}}$		
	0%	0.7%	1.4%
LSTT transition threshold $T_{u_{tr}}, \%$	0.0038	0.070	0.106
$N_{cr} = -2.4 \ln(T_{u_{tr}}) - 8.43$	16	9	8



**Fig. 10** Comparison of  $c_{f_\infty}$  (on suction side) and  $C_p$  of LES [47] against  $k-\omega$  [53] using LSTT [26] and step activation without shear limiter at  $\alpha = 4$  deg and  $Re_c = 60,000$  for different  $T_u$  levels (Table 3).

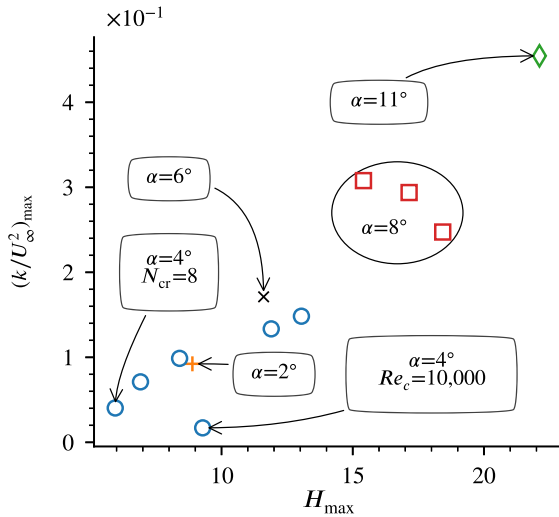
configurations considered in the present study. This underestimation may be caused by insufficient production of the Reynolds shear stress. To evaluate this effect, we compare the maximum values of the shape factor and the turbulence kinetic energy retrieved from all the considered cases (Fig. 11). The  $H_{max}$  value, which is located near the transition region, measures the intensity of detachment of the laminar boundary layer, and hence is a good indicator of the transition region's mean strain rate. The  $k_{max}$  value, which is also located near the transition region, measures the intensity of turbulence, and is therefore a good indicator of the turbulence model's response to the mean strain rate near the transition region.

As expected, the results (Fig. 11) show that an increase of  $H_{max}$  is followed by an augmentation of  $k_{max}$ . The  $\alpha = 11$  deg case yields the highest values of  $H_{max}$  and  $k_{max}$ , and the resulting bubble (Fig. 8) exhibits intense skin-friction peaks. This means that a high value of  $H_{max}$ , which indicates high values of  $\bar{S}_{xy}$  in the detached boundary layer, translates into a high value of  $k_{max}$ , which in turn translates into pronounced skin-friction peaks near the reattachment region. On the other hand, the lowest set of  $H_{max}$  and  $k_{max}$  values is produced for the

flow case of  $\alpha = 4$  deg and  $N_{cr} = 8$  that is presented in Fig. 10 ( $T_{u_{gen}} = 1.4\%$  case), where the underestimation of skin friction downstream of the bubble is identified. For this case, the low value of  $H_{max}$  indicates that the activation of the turbulence model is comparatively less responsive to the mean strain rate than the other flow cases where  $H_{max}$  is higher. This indicates that the difficulty of the  $k-\omega$ +LSTT model to predict high enough skin-friction values downstream of the bubble for this flow case is associated with very mild conditions of laminar separation.

#### IV. Conclusions

The laminar separation transition triggering model [26] calibrated for the Wilcox 2006  $k-\omega$  turbulence model [53] has been assessed for a collection of low chord-based Reynolds number flows around the SD7003 airfoil against published large-eddy simulation (LES) data. The laminar separation transition triggering (LSTT) model has been successfully coupled with the AHD-Gleyzes transition prediction criteria, which makes the overall method fully predictive,



**Fig. 11** Maximum values of  $k/U_\infty^2$  and  $H = \delta^*/\theta$  for all the flow configurations evaluated in the present study (varying  $\alpha$ ,  $Re_c$ , and  $T_{tr}$ ) using the  $k - \omega$  [53] +LSTT [26] model.

requiring as additional input the threshold value  $N_{cr}$  for the transition criteria.

The LSTT model predictions have been systematically compared for varying angles of attack, chord-based Reynolds numbers, and inflow turbulence levels: both with LES and with a classical step triggering of the turbulence model. The predictions of the LSTT model are in close agreement with the available LES data, correctly predicting the change of the bubble’s position and size for the various flow conditions that were investigated. The LSTT model very substantially improves upon the classical step-activation method, which systematically underpredicts the skin-friction values downstream of the bubble.

The use of the shear limiter in the transitional region has been confirmed as the main cause of the erroneous prediction of premature stall of the airfoil when the classical step triggering is employed, even at low angles of attack for very low  $Re_c$ , because abrupt step activation without overshoot of  $k$  production leads to an underestimation of the Reynolds shear stress. Production boosting in the transitional region by the LSTT model better accounts for the Reynolds shear-stress buildup, resulting in better agreement with the LES data.

In summary, the LSTT model [26] produces satisfactory results at relatively low inflow turbulence levels typical of external aerodynamics, and its validity has been assessed for a wide range of angles of attack and Reynolds numbers.

Areas of improvement have also been clearly identified:

1) The only case where the  $k - \omega$  +LSTT method underestimates the level of skin friction downstream of turbulent reattachment was associated with very limited (in terms of boundary-layer shape factor) laminar separation, and such situations may require improved triggering strategies.

2) It is clear that the overall predictive capability of the method hinges upon the availability of accurate criteria-based determination of transition onset and the applicability of Mack’s correlation [58]. The latter appears limited because it does not take into account the ambient turbulence length scale as compared to the boundary-layer thickness or integral length scales.

**Appendix: Use of Production-to-Dissipation Limiter**

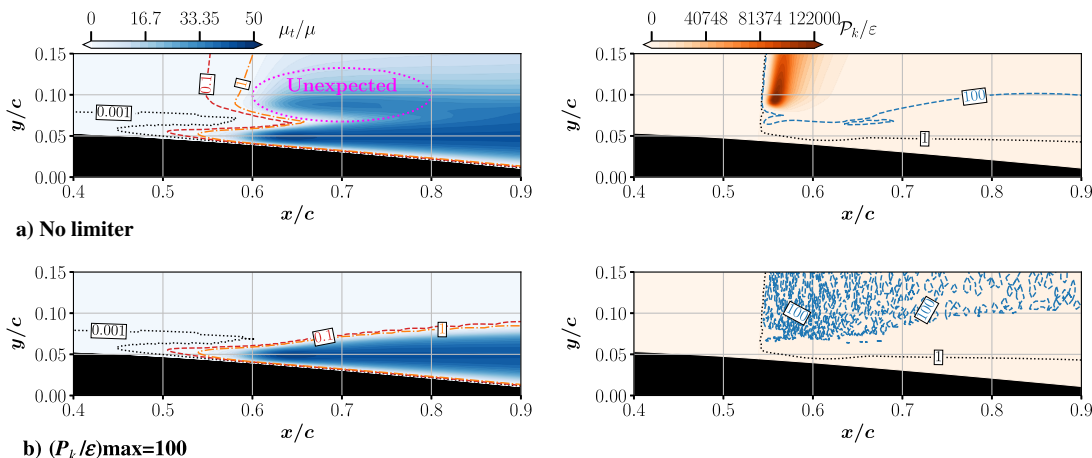
Some kind of production limiter is not uncommon in two-equation closure: both for stability purposes [71,72] and in specific flows such as stagnation point turbulence [73]. The purpose of the limiter  $\mathcal{P}_k = \max(\mathcal{P}_k; 100\epsilon)$  is to avoid an unexpected overproduction of turbulence above the transitional region of the bubble, as illustrated in Fig. A1. The region marked with the fuchsia dotted ellipse highlights an unexpected generation of eddy viscosity. Indeed, we have no experimental or numerical evidence that this region of pronounced production of turbulence shall exist [39,44]. Therefore, we consider this region as a modeling anomaly related to the triggering of the turbulence model from the transition onset. This region should not be ignored for two main reasons:

1) An unphysical region of overproduction of  $\mu_t$  could translate into a poor modeling of the Reynolds shear stress above the bubble (interestingly, in practice, the strain-rate tensor  $S_{ij}$  is sufficiently low where the anomaly occurs so that the real impact on the Reynolds shear stress is mitigated).

2) The turbulent boundary-layer edge region should ideally yield low  $\mu_t$  values such that the proper analytic behavior of the turbulence model is preserved [32,74] and robustness of the boundary layer is guaranteed with respect to low external disturbances [31].

Indeed, in the  $\mu_t/\mu$  fields of Fig. A1, we have presented several contours: namely, 0.001, which is the minimum cutoff value numerically allowed; and 0.1, which corresponds to the lowest value based on the freestream and turbulence quantities cutoff values  $(\mu_t/\mu)_\infty = 0.1$ . The region delimited by the contour  $\mu_t/\mu = 0.001$  satisfactorily corresponds to the laminar boundary layer and viscous sublayer of the turbulent boundary layer. The contours  $\mu_t/\mu = 0.1$  and  $\mu_t/\mu = 1$  should be approximately situated in the turbulent/nonturbulent interface (like the boundary-layer edge) in order to guarantee proper behavior of the turbulent layer. This is clearly not the case when the limiter on the production of  $k$  is disabled.

The spurious overproduction of turbulence is clearly shown in the  $\mathcal{P}_k/\epsilon$  field of Fig. A1. Two contours are shown at  $\mathcal{P}_k/\epsilon = 1$  and  $\mathcal{P}_k/\epsilon = 100$ . Thanks to these contours, we can clearly see the saturation produced in the transition onset, situated at  $x/c = 0.54$ , as the contours tend to merge and become normal with respect to the



**Fig. A1** Case at  $\alpha = 4$  deg and  $Re_c = 60,000$ : Wilcox 2006 turbulence model [58] with Bernardos et al. [26] LSTT model. Impact of limiter on production-to-dissipation ratio of turbulence: a) not limited, and b)  $\mathcal{P}_k/\epsilon$  limited to 100.

airfoil wall. When the limiter is disabled, a high net production of turbulence is locally produced and contaminates the flowfield by classical diffusion and convection mechanisms. Limiting the production-to-dissipation ratio to  $(P_k/\epsilon)_{\max} = 100$  effectively removes the anomaly.

### Acknowledgments

This work has been completely funded by ONERA in the framework of the Ph.D. thesis of the first author. The authors would like to acknowledge the great support and useful insights of our colleagues at the Aerodynamics, Aeroelasticity and Acoustics Department (DAAA) and Multi-physics and Energetics Department (DMPE) at ONERA. Special thanks go to M. Breuer from the Helmut-Schmidt University of Hamburg for sharing his large-eddy simulation results with us. We also thank R. Hain, C. J. Kähler, and R. Radespiel for sharing their particle image velocimetry data with us. The simulations run in this study were executed using the software elsA, which is property of Airbus, Safran and ONERA.

### References

- [1] Selig, M. S., *Low Reynolds Number Airfoil Design Lecture Notes*, von Kármán Inst., Rhode-Saint-Genèse, Belgium, Nov. 2003.
- [2] Selig, M. S., "Real-Time Flight Simulation of Highly Maneuverable Unmanned Aerial Vehicles," *Journal of Aircraft*, Vol. 51, No. 6, Nov. 2014, pp. 1705–1725. doi:10.2514/1.C032370
- [3] Mueller, T. J., and DeLaurier, J. D., "Aerodynamics of Small Vehicles," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 35, No. 1, 2003, pp. 89–111. doi:10.1146/annurev.fluid.35.101101.161102
- [4] Selig, M. S., and McGranahan, B. D., "Wind Tunnel Aerodynamic Tests of Six Airfoils for Use on Small Wind Turbines," *Journal of Solar Energy Engineering*, Vol. 126, No. 4, Nov. 2004, pp. 986–1001. doi:10.1115/1.1793208
- [5] Selig, M. S., Guglielmo, J. J., Broeren, A. P., and Giguère, P., *Summary of Low-Speed Airfoil Data*, Vol. 1, SoarTech Publ., Virginia Beach, VA, 1995.
- [6] Drela, M., "Low-Reynolds-Number Airfoil Design for the M.I.T. Daedalus Prototype: A Case Study," *Journal of Aircraft*, Vol. 25, No. 8, Aug. 1988, pp. 724–732. doi:10.2514/3.45650
- [7] Eppler, R., *Airfoil Design and Data*, Springer-Verlag, New York, Jan. 1990.
- [8] Drela, M., and Giles, M. B., "Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils," *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 10, Oct. 1987, pp. 1347–1355. doi:10.2514/3.9789
- [9] Cliquet, J., Houdeville, R., and Arnal, D., "Application of Laminar-Turbulent Transition Criteria in Navier-Stokes Computations," *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 5, May 2008, pp. 1182–1190. doi:10.2514/1.30215
- [10] Wilcox, D. C., "Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 2, Feb. 1994, pp. 247–255. doi:10.2514/3.59994
- [11] Windte, J., Scholz, U., and Radespiel, R., "Validation of the RANS-Simulation of Laminar Separation Bubbles on Airfoils," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 10, No. 6, Sept. 2006, pp. 484–494. doi:10.1016/j.ast.2006.03.008
- [12] Catalano, P., and Tognaccini, R., "RANS Analysis of the Low-Reynolds Number Flow Around the SD7003 Airfoil," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 15, No. 8, 2011, pp. 615–626. doi:10.1016/j.ast.2010.12.006
- [13] Rumsey, C. L., "Apparent Transition Behavior of Widely-Used Turbulence Models," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, No. 6, 2007, pp. 1460–1471. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2007.04.003
- [14] Gerolymos, G. A., and Vallet, I., "Bypass Transition and Tripping in Reynolds-Stress Model Computations," *21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, AIAA Paper 2013-2425, 2013.
- [15] Rumsey, C. L., Thacker, W. D., Gatski, T. B., and Grosch, C. E., "Analysis of Transition-Sensitized Turbulent Transport Equations," *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA Paper 2005-0523, 2005.
- [16] Rumsey, C. L., and Spalart, P. R., "Turbulence Model Behavior in Low Reynolds Number Regions of Aerodynamic Flowfields," *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 4, April 2009, pp. 982–993. doi:10.2514/1.39947
- [17] Dick, E., and Kubacki, S., "Transition Models for Turbomachinery Boundary Layer Flows: A Review," *International Journal of Turbomachinery Propulsion and Power*, Vol. 2, No. 2, April 2017, Paper 4. doi:10.3390/ijtpp2020004
- [18] Catalano, P., and Tognaccini, R., "Turbulence Modeling for Low-Reynolds-Number Flows," *AIAA Journal*, Vol. 48, No. 8, Aug. 2010, pp. 1673–1685. doi:10.2514/1.J050067
- [19] Langtry, R., and Menter, F., "Transition Modeling for General CFD Applications in Aeronautics," *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA Paper 2005-0522, 2005.
- [20] Langtry, R. B., Menter, F. R., Likki, S. R., Suzen, Y. B., Huang, P. G., and Völker, S., "A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables—Part II: Test Cases and Industrial Applications," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 128, No. 3, July 2006, pp. 423–434. doi:10.1115/1.2184353
- [21] Menter, F. R., Smirnov, P. E., Liu, T., and Avancha, R., "A One-Equation Local Correlation-Based Transition Model," *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 95, No. 4, 2015, pp. 583–619. doi:10.1007/s10494-015-9622-4
- [22] Walters, K., and Cokljat, D., "A Three-Equation Eddy-Viscosity Model for Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulations of Transitional Flow," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 130, No. 12, 2008, Paper 121401. doi:10.1115/1.2979230
- [23] Lian, Y., and Shyy, W., "Laminar-Turbulent Transition of a Low Reynolds Number Rigid or Flexible Airfoil," *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 7, July 2007, pp. 1501–1513. doi:10.2514/1.25812
- [24] Serna, J., and Lázaro, B. J., "The Final Stages of Transition and the Reattachment Region in Transitional Separation Bubbles," *Experiments in Fluids*, Vol. 55, No. 4, March 2014, Paper 1695. doi:10.1007/s00348-014-1695-7
- [25] Arnal, D., "Laminar-Turbulent Transition Problems in Supersonic and Hypersonic Flow," AGARD TR 761, Neuilly-Sur-Seine, France, 1988.
- [26] Bernardos, L., Richez, F., Gleize, V., and Gerolymos, G. A., "Algebraic Nonlocal Transition Modeling of Laminar Separation Bubbles Using Turbulence Models," *AIAA Journal*, Vol. 57, No. 2, Feb. 2019, pp. 553–565. doi:10.2514/1.J057734
- [27] Arnal, D., Habiballah, M., and Coustols, E., "Laminar Instability Theory and Transition Criteria in Two and Three-Dimensional Flow," *Recherche Aéronautique*, Vol. 2, March 1984, pp. 125–143.
- [28] Gleyzes, C., Cousteix, J., and Bonnet, J. L., "A Calculation Method of Leading-Edge Separation Bubbles," *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows II*, edited by T. Cebeci, Springer, Berlin, 1984, pp. 173–192.
- [29] Wilcox, D. C., "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 11, Nov. 1988, pp. 1299–1310. doi:10.2514/3.10041
- [30] Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, Aug. 1994, pp. 1598–1605. doi:10.2514/3.12149
- [31] Kok, J., "Resolving the Dependence on Freestream Values for the  $k-\omega$  Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 7, July 2000, pp. 1292–1295. doi:10.2514/2.1101
- [32] Wilcox, D. C., *Turbulence Modeling for CFD*, 3rd ed., DCW Industries, Inc., La Cañada, CA, Jan. 2006.
- [33] Laurent, C., Mary, I., Gleize, V., Lerat, A., and Arnal, D., "DNS Database of a Transitional Separation Bubble on a Flat Plate and Application to RANS Modeling Validation," *Computers and Fluids*, Vol. 61, May 2012, pp. 21–30. doi:10.1016/j.compfluid.2011.07.011
- [34] Selig, M. S., Donovan, J. F., and Fraser, D. B., *Airfoils at Low-Speeds*, SoarTech Aero Publ., Virginia Beach, VA, 1989.
- [35] Burgmann, S., and Schröder, W., "Investigation of the Vortex Induced Unsteadiness of a Separation Bubble via Time-Resolved and Scanning PIV Measurements," *Experiments in Fluids*, Vol. 45, No. 4, 2008, pp. 675–691. doi:10.1007/s00348-008-0548-7
- [36] Burgmann, S., Dannemann, J., and Schröder, W., "Time-Resolved and Volumetric PIV Measurements of a Transitional Separation Bubble on an SD7003 Airfoil," *Experiments in Fluids*, Vol. 44, No. 4, April 2008, pp. 609–622. doi:10.1007/s00348-007-0421-0

- [37] Olson, D. A., Katz, A. W., Naguib, A. M., Koochesfahani, M. M., Rizzetta, D. P., and Visbal, M. R., "On the Challenges in Experimental Characterization of Flow Separation over Airfoils at Low Reynolds Number," *Experiments in Fluids*, Vol. 54, No. 2, Feb. 2013, Paper 1470. doi:10.1007/s00348-013-1470-1
- [38] Zilli, J., Sutton, D. M., and Lavoie, P., "Effect of Freestream Turbulence on Laminar Separation Bubbles and Flow Transition on an SD7003 Airfoil at Low Reynolds Numbers," *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, AIAA Paper 2017-0302, 2017.
- [39] Hain, R., Kähler, C. J., and Radespiel, R., "Dynamics of Laminar Separation Bubbles at Low-Reynolds-Number Aerofoils," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 630, July 2009, pp. 129–153. doi:10.1017/S0022112009006661
- [40] Ol, M. V., McAuliffe, B. R., Hanff, E. S., Scholz, U., and Kähler, C., "Comparison of Laminar Separation Bubble Measurements on a Low Reynolds Number Airfoil in Three Facilities," *35th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, AIAA Paper 2005-5149, 2005.
- [41] Herbst, S., Kähler, C., and Hain, R., "Influence of Large-Scale Free-Stream Turbulence on an SD7003 Airfoil at Low Reynolds Numbers," *AIAA AVIATION Forum, Applied Aerodynamics Conference*, AIAA Paper 2018-3490, 2018.
- [42] Visbal, M. R., "High-Fidelity Simulation of Transitional Flows Past a Plunging Airfoil," *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 11, Nov. 2009, pp. 2685–2697. doi:10.2514/1.43038
- [43] Catalano, P., and Tognaccini, R., "Influence of Free-Stream Turbulence on Simulations of Laminar Separation Bubbles," *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, AIAA Paper 2009-1471, 2009.
- [44] Galbraith, M. C., and Visbal, M. R., "Implicit Large Eddy Simulation of Low-Reynolds-Number Transitional Flow Past the SD7003 Airfoil," *40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, AIAA Paper 2010-4737, July 2010.
- [45] Uranga, A., Persson, P.-O., Drela, M., and Peraire, J., "Implicit Large Eddy Simulation of Transition to Turbulence at Low Reynolds Numbers Using a Discontinuous Galerkin Method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 87, Nos. 1–5, Oct. 2010, pp. 232–261.
- [46] Schmidt, S., and Breuer, M., "Source Term Based Synthetic Turbulence Inflow Generator for Eddy-Resolving Predictions of an Airfoil Flow Including a Laminar Separation Bubble," *Computers and Fluids*, Vol. 146, March 2017, pp. 1–22. doi:10.1016/j.compfluid.2016.12.023
- [47] Breuer, M., "Effect of Inflow Turbulence on an Airfoil Flow with Laminar Separation Bubble: An LES Study," *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 101, No. 2, Sept. 2018, pp. 433–456. doi:10.1007/s10494-017-9890-2
- [48] Nguyen, L., Golubev, V. V., and Visbal, M. R., "Numerical Study of Transitional SD7003 Airfoil Interacting with Canonical Upstream Flow Disturbances," *AIAA Journal*, Vol. 56, No. 1, Jan. 2018, pp. 158–181. doi:10.2514/1.J055900
- [49] McGranahan, B. D., and Selig, M. S., "Surface Oil Flow Measurements on Several Airfoils at Low Reynolds Numbers," *21st AIAA Applied Aerodynamics Conference*, AIAA Paper 2003-4067, 2003.
- [50] Sutton, D. M., "Experimental Characterization of the Effects of Freestream Turbulence Intensity on the SD7003 Airfoil at Low Reynolds Numbers," M.S. Thesis, Univ. of Toronto, Toronto, 2015.
- [51] Council, J. N. N., and Boulama, K. G., "Low-Reynolds-Number Aerodynamic Performances of the NACA 0012 and Selig-Donovan 7003 Airfoils," *Journal of Aircraft*, Vol. 50, No. 1, Jan. 2013, pp. 204–216. doi:10.2514/1.C031856
- [52] Choudhry, A., Arjomandi, M., and Kelso, R., "A Study of Long Separation Bubble on Thick Airfoils and Its Consequent Effects," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 52, April 2015, pp. 84–96. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2014.12.001
- [53] Wilcox, D. C., "Formulation of the Turbulence Model Revisited," *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 11, Nov. 2008, pp. 2823–2838. doi:10.2514/1.36541
- [54] Bernardos, L., Richez, F., Gleize, V., and Gerolymos, G. A., "On the Models Behavior in the Boundary-Layer Downstream of a Short Transitional Separation Bubble," *AIAA Aerospace Sciences Meeting*, AIAA Paper 2018-0376, 2018.
- [55] Menter, F. R., "Performance of Popular Turbulence Model for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flows," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 8, Aug. 1992, pp. 2066–2072. doi:10.2514/3.11180
- [56] Zheng, X., and Liu, F., "Staggered Upwind Method for Solving Navier-Stokes and k-Omega Turbulence Model Equations," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 6, June 1995, pp. 991–998. doi:10.2514/3.12808
- [57] Perraud, J., Deniau, H., and Casalis, G., "Overview of Transition Prediction Tools in the elsA Software," *6th European Conference on Computational Fluid Dynamics*, No. hal-01077974, IACM and ECCOMAS, HAL, Barcelona, Spain, Document No. hal-01077974, July 2014.
- [58] Mack, L. M., *Transition Prediction and Linear Stability Theory*, AGARD CP 224, Neuilly-Sur-Seine, France, 1977, pp. 1.1-1.22.
- [59] Drela, M., *XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils*, Springer-Verlag, New York, 1989.
- [60] Drela, M., "MISES Implementation of Modified Abu-Ghannam/Shaw Transition Criterion," July 1998, web.mit.edu/drela/Public/web/mises/ags2.pdf.
- [61] Dullenkopf, K., and Mayle, R., "An Account of Free-Stream-Turbulence Lengthscale on Laminar Heat Transfer," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 117, No. 3, July 1995, pp. 401–406. doi:10.1115/1.2835675
- [62] Mayle, R. E., Dullenkopf, K., and Schulz, A., "The Turbulence that Matters," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 120, No. 3, July 1998, pp. 402–409. doi:10.1115/1.2841731
- [63] Cambier, L., Heib, S., and Plot, S., "The Onera elsA CFD Software: Input from Research and Feedback from Industry," *Mechanics and Industry*, Vol. 14, No. 3, 2013, pp. 159–174. doi:10.1051/meca/2013056
- [64] Spalart, P., and Rumsey, C. L., "Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations," *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 10, Oct. 2007, pp. 2544–2553. doi:10.2514/1.29373
- [65] Gerolymos, G. A., Sauret, E., and Vallet, I., "Influence of Inflow Turbulence in Shock-Wave/Turbulent-Boundary-Layer Interaction Computations," *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 6, 2004, pp. 1101–1106. doi:10.2514/1.2257
- [66] Benoit, C., Péron, S., and Landier, S., "Cassiopee: A CFD Pre- and Post-Processing Tool," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 45, Suppl. C, Sept. 2015, pp. 272–283. doi:10.1016/j.ast.2015.05.023
- [67] Vermeersch, O., and Amal, D., "Klebanoff-Mode Modeling and Bypass-Transition Prediction," *AIAA Journal*, Vol. 48, No. 11, Nov. 2010, pp. 2491–2500. doi:10.2514/1.J050002
- [68] Valente, P. C., and Vassilicos, J. C., "The Decay of Turbulence Generated by a Class of Multiscale Grids," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 687, Nov. 2011, pp. 300–340. doi:10.1017/jfm.2011.353
- [69] Valente, P. C., and Vassilicos, J. C., "The Energy Cascade in Grid-Generated Non-Equilibrium Decaying Turbulence," *Physics of Fluids*, Vol. 27, No. 045103, April 2015, pp. 1–25.
- [70] Yarusevich, S., and Kotsonis, M., "Steady and Transient Response of a Laminar Separation Bubble to Controlled Disturbances," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 813, Jan. 2017, pp. 955–990. doi:10.1017/jfm.2016.848
- [71] Gerolymos, G. A., "Implicit Multiple-Grid Solution of the Compressible Navier-Stokes Equations Using k-Epsilon Turbulence Closure," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 10, Oct. 1990, pp. 1707–1717. doi:10.2514/3.10464
- [72] Gerolymos, G. A., and Vallet, I., "Implicit Computation of Three-Dimensional Compressible Navier-Stokes Equations Using k-Epsilon Closure," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 7, July 1996, pp. 1321–1330. doi:10.2514/3.13236
- [73] Kato, M., and Launder, B. E., "The Modeling of Turbulent Flow Around Stationary and Vibrating Square Cylinders," *9th Symposium on Turbulent Shear Flows*, Kyoto, Japan, Aug. 1993, pp. 10-4-1–10-4-6, [https://www.researchgate.net/publication/247931894\\_The\\_Modelling\\_of\\_Turbulent\\_Flow\\_Around\\_Stationary\\_and\\_Vibrating\\_Square\\_Cylinders](https://www.researchgate.net/publication/247931894_The_Modelling_of_Turbulent_Flow_Around_Stationary_and_Vibrating_Square_Cylinders).
- [74] Ferrey, P., and Auipoix, B., "Behaviour of Turbulence Models Near a Turbulent/Non-Turbulent Interface Revisited," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 27, No. 5, 2006, pp. 831–837.

# Bibliographie

- [1] *Accidents de Robinson R 22 1988–2001*. Rapp. tech. Le Bourget, France : Bureau d’Enquêtes et d’Analyses pour la sécurité de l’aviation civile, 2001. URL : [https://www.bea.aero/uploads/tx\\_scalaetudessecurite/etuder22\\_02.pdf](https://www.bea.aero/uploads/tx_scalaetudessecurite/etuder22_02.pdf).
- [2] M. ALAM et N. D. SANDHAM. “Direct numerical simulation of short laminar separation bubbles with turbulent reattachment”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 410 (mai 2000), p. 1–28. DOI : 10.1017/S0022112099008976.
- [3] N. ALFEREZ, I. MARY et E. LAMBALLAIS. “Study of Stall Development Around an Airfoil by Means of High Fidelity Large Eddy Simulation”. In : *Flow, Turbulence and Combustion* 91.3 (2013), p. 623–641. ISSN : 1573-1987. DOI : 10.1007/s10494-013-9483-7. URL : <http://dx.doi.org/10.1007/s10494-013-9483-7>.
- [4] Nicolas ALFEREZ. “Simulation des Grandes Echelles du processus de décrochage par éclatement de Bulbe de Décollement Laminaire”. Thèse de doct. Ecole Doctorale Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, énergétique et aéronautique, 2014.
- [5] J. H. ALMUTAIRI, L. E. JONES et N. D. SANDHAM. “Intermittent Bursting of a Laminar Separation Bubble on an Airfoil”. In : *AIAA Journal* 48.2 (2010), p. 414–426. DOI : 10.2514/1.44298. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/1.44298>.
- [6] D. ARNAL. “Boundary Layer Transition : Predictions Based on Linear Theory”. In : *Special Course on Progress in Transition Modelling*. 793. AGARD, avr. 1994. Chap. 2, p. 1–63.
- [7] D. ARNAL. “Description and Prediction of Transition in Two-Dimensional Incompressible Flow”. In : *Special Course on Stability and Transition of Laminar Flow*. 709. NATO-AGARD, 1984. Chap. 2.
- [8] D. ARNAL. *Laminar-turbulent transition problems in supersonic and hypersonic flow*. Rapp. tech. 761. AGARD, 1988.
- [9] D. ARNAL. *Three-Dimensional Supersonic/Hypersonic Flows Including Separation*. Special Course Notes R-764. AGARD, 1990.
- [10] D. ARNAL, E. COUSTOLS et J. C. JUILLEN. “Etude expérimentale et théorique de la transition sur une aile en flèche infinie”. In : *La Recherche Aérospatiale* 4 (1984), p. 275–290.
- [11] D. ARNAL, M. HABIBALLAH et E. COUSTOLS. “Laminar Instability Theory And Transition Criteria In Two and Three-Dimensional Flow”. In : *Recherche Aérospatiale (ISSN 0379-380X)* 2 (mar. 1984), p. 125–143.
- [12] B. AUPOIX et al. “Transition and Turbulence Modeling”. In : *Aerospace Lab 2* (2011). URL : <http://www.aerospacelab-journal.org/Transition-Turbulence-Modeling>.



- [13] J. C. Le BALLEUR. “Calcul par couplage fort des écoulements visqueux transsoniques incluant sillages et d’écoulements. Profils d’ailes portants.” In : *La Recherche Aérospatiale* 3 (mai 1981), p. 161–185.
- [14] J. C. Le BALLEUR. “Couplage visqueux-non visqueux : analyse du problème incluant décollements et ondes de choc.” In : *La Recherche Aérospatiale* 6 (nov. 1977), p. 349–358.
- [15] J. C. Le BALLEUR. “Couplage visqueux-non visqueux : méthode numérique et applications aux écoulements bidimensionnels transsoniques et supersoniques.” In : *La Recherche Aérospatiale* 2 (mar. 1978), p. 65–76.
- [16] J. C. Le BALLEUR. “New Possibilities of Viscous-Inviscid Numerical Techniques for Solving Viscous Flow Equations with Massive Separation”. In : *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows IV*. Sous la dir. de Tuncer CEBECI. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1990, p. 71–96. ISBN : 978-3-662-02643-4. DOI : 10.1007/978-3-662-02643-4\_5.
- [17] J. C. Le BALLEUR. “Viscous-Inviscid Interaction Solvers and Computation of Highly Separated Flows”. In : *Studies of Vortex Dominated Flows*. Sous la dir. de M. Y. HUSSAINI et M. D. SALAS. New York, NY : Springer New York, 1987, p. 159–192. ISBN : 978-1-4612-4678-7.
- [18] J. C. Le BALLEUR et P. GIRODROUX-LAVIGNE. “Calculation of fully three-dimensional separated flows with an unsteady viscous-inviscid interaction method”. In : *Fifth Symposium on "Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows"*. California State University. Long-Beach, USA, jan. 1992, p. 13–15.
- [19] G. BÉGOU et al. “Database Approach for 2D Flow Transition Prediction in a RANS Code”. In : *46th AIAA Fluid Dynamics Conference*. Washington D.C., USA, 2016. DOI : 10.2514/6.2016-3488. URL : <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2016-3488>.
- [20] G. BÉGOU et al. “Database Approach for Laminar-Turbulent Transition Prediction : Navier–Stokes Compatible Reformulation”. In : *AIAA Journal* 55.11 (nov. 2017). DOI : 10.2514/1.J056018.
- [21] Christophe BENOIT, Stéphanie PÉRON et Sâm LANDIER. “Cassiopee : A CFD pre- and post-processing tool”. In : *Aerospace Science and Technology* 45.Supplement C (2015), p. 272–283. ISSN : 1270-9638. DOI : 10.1016/j.ast.2015.05.023. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963815001777>.
- [22] S. I. BENTON et M. R. VISBAL. “The onset of dynamic stall at a high, transitional Reynolds number”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 861 (fév. 2019), 860–885. DOI : 10.1017/jfm.2018.939.
- [23] L. BERNARDOS. “Numerical assessment of  $k-\omega$  models in a short transitional separation bubble”. In : *17th ONERA-DLR Aerospace Symposium ODAS*. Aussois, France, 2017.
- [24] L. BERNARDOS, F. RICHEZ et V. GLEIZE. “RANS modeling of Laminar Separation Bubbles around Airfoils at Low Reynolds conditions”. In : *AIAA Aviation Forum*. AIAA. Dallas, Texas, USA, juin 2019. DOI : 10.2514/6.2019-2922.
- [25] L. BERNARDOS et al. “Algebraic Nonlocal Transition Modeling of Laminar Separation Bubbles using  $k-\omega$  Turbulence Models”. In : *AIAA Journal* 57.2 (fév. 2019), p. 553–565. DOI : 10.2514/1.J057734.

- 
- [26] L. BERNARDOS et al. “On the  $k-\omega$  models behavior in the boundary-layer downstream of a short transitional separation bubble”. In : *AIAA Aerospace Sciences Meeting*. Kissimmee, Florida, USA : AIAA, jan. 2018. DOI : 10.2514/6.2018-0376. URL : <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2018-0376>.
- [27] L. BERNARDOS et al. “Prediction of Separation-induced Transition on the SD7003 Airfoil using Algebraic Transition Triggering”. In : *AIAA Journal* 2019-01-J058288 (2019). (accepted for publication).
- [28] H. BÉZARD et T. DARIS. “Calibrating the Length Scale Equation with an Explicit Algebraic Reynolds Stress Constitutive Relation”. In : *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 6*. Sous la dir. de W. RODI et M. MULAS. Amsterdam : Elsevier Science B.V., 2005, p. 77–86. ISBN : 978-0-08-044544-1. DOI : 10.1016/B978-008044544-1/50006-6. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080445441500066>.
- [29] Michael S. H. BOUTILIER et Serhiy YARUSEVYCH. “Separated shear layer transition over an airfoil at a low Reynolds number”. In : *Physics of Fluids* 24.8 (2012), p. 084105. DOI : 10.1063/1.4744989. eprint : <https://doi.org/10.1063/1.4744989>. URL : <https://doi.org/10.1063/1.4744989>.
- [30] M. BREUER. “Effect of Inflow Turbulence on an Airfoil Flow with Laminar Separation Bubble : An LES Study”. In : *Flow, Turbulence and Combustion* (2018). ISSN : 1573-1987. DOI : 10.1007/s10494-017-9890-2. URL : <https://doi.org/10.1007/s10494-017-9890-2>.
- [31] S. BURGMANN, J. DANNEMANN et W. SCHRÖDER. “Time-resolved and volumetric PIV measurements of a transitional separation bubble on an SD7003 airfoil”. In : *Experiments in Fluids* 44.4 (2008), p. 609–622. ISSN : 1432-1114. DOI : 10.1007/s00348-007-0421-0. URL : <https://doi.org/10.1007/s00348-007-0421-0>.
- [32] S. BURGMANN et W. SCHRÖDER. “Investigation of the vortex induced unsteadiness of a separation bubble via time-resolved and scanning PIV measurements”. In : *Experiments in Fluids* 45.4 (2008), p. 675. DOI : 10.1007/s00348-008-0548-7. URL : <http://link.springer.com/article/10.1007/s00348-008-0548-7>.
- [33] S. BYGGSTOYL et W. KOLLMANN. “A closure model for conditioned stress equations and its application to turbulent shear flows”. In : *Physics of Fluids* 29.5 (1986), p. 1430–1440. DOI : 10.1063/1.865660. URL : <http://dx.doi.org/10.1063/1.865660>.
- [34] S. BYGGSTOYL et W. KOLLMANN. “Closure Model For Intermittent Turbulent Flows”. In : *International Journal of Heat and Mass Transfers* 24.11 (1981), p. 1811–1822. DOI : 10.1016/0017-9310(81)90147-2. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0017931081901472>.
- [35] S. BYGGSTOYL et W. KOLLMANN. “Stress transport in the rotational and irrotational zones of turbulent shear flows”. In : *Physics of Fluids* 29.5 (1986), p. 1423–1429. DOI : 10.1063/1.865659. URL : <http://dx.doi.org/10.1063/1.865659>.
- [36] L. CAMBIER, S. HEIB et S. PLOT. “The Onera elsA CFD software : input from research and feedback from industry”. In : *Mechanics & Industry* 14.3 (2013), p. 159–174. DOI : 10.1051/meca/2013056. URL : <https://doi.org/10.1051/meca/2013056>.



- [37] P. CATALANO, B. MELE et R. TOGNACCINI. “A Numerical Method to Detect Laminar Separation Bubbles over Airfoils”. In : *31st AIAA Applied Aerodynamics Conference*. San Diego, CA, USA : AIAA, 2013. DOI : 10.2514/6.2013-2528.
- [38] P. CATALANO et R. TOGNACCINI. “Influence of Free-stream Turbulence on Simulations of Laminar Separation Bubbles”. In : *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. Orlando, Florida, USA : AIAA, 2009. DOI : 10.2514/6.2009-1471.
- [39] P. CATALANO et R. TOGNACCINI. “RANS analysis of the low-Reynolds number flow around the SD7003 airfoil”. In : *Aerospace Science and Technology* 15.8 (2011), p. 615–626. ISSN : 1270-9638. DOI : 10.1016/j.ast.2010.12.006.
- [40] P. CATALANO et R. TOGNACCINI. “Turbulence Modeling for Low-Reynolds-Number Flows”. In : *AIAA Journal* 48.8 (août 2010), p. 1673–1685. DOI : 10.2514/1.J050067. URL : <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/1.J050067>.
- [41] J.B. CAZALBOU, P.R. SPALART et P. BRADSHAW. “On the behavior of two-equation models at the edge of a turbulent region”. In : *Physics of Fluids* 6.5 (1994), p. 1797–1804. DOI : 10.1063/1.868241. URL : <http://dx.doi.org/10.1063/1.868241>.
- [42] T. CEBECI et J. COUSTEIX. *Modeling and Computation of Boundary-Layer Flows : Laminar, Turbulent and Transitional Boundary Layers in Incompressible Flows*. 2<sup>e</sup> éd. Springer, déc. 1998. ISBN : 3-540-65010-5.
- [43] T. CEBECI et A. M. O. SMITH. “Analysis of turbulent boundary layers”. In : *NASA STI/Recon Technical Report A 75* (1974).
- [44] R.-D. CÉCORA et al. “Differential Reynolds-Stress Modeling for Aeronautics”. In : *AIAA Journal* 53.3 (mar. 2015), p. 739–755. DOI : 10.2514/1.J053250.
- [45] Dhakal CHITTA et WALTERS. “Sensitization of a Transition-Sensitive Linear Eddy-Viscosity Model to Rotation and Curvature Effects”. In : *Journal of Fluids Engineering* 137.3 (2015). DOI : 10.1115/1.4028627. URL : <http://dx.doi.org/10.1115/1.4028627>.
- [46] Amanullah CHOUDHRY, Maziar ARJOMANDI et Richard KELSO. “A study of long separation bubble on thick airfoils and its consequent effects”. In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 52 (avr. 2015), p. 84–96. ISSN : 0142-727X. DOI : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2014.12.001. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142727X14001726>.
- [47] J. CLIQUET, R. HOUEVILLE et D. ARNAL. “Application of Laminar-Turbulent Transition Criteria in Navier-Stokes Computations”. In : *AIAA Journal* 46.5 (mai 2008), p. 1182–1190. DOI : 10.2514/1.30215.
- [48] D. E. COLES et E. A. HIRST. “Computation of Turbulent Boundary Layers”. In : *AFOSR-IFP-Standard Conference*. Thermosciences Division 2. Stanford University. CA, 1969.
- [49] C. CONTENT. “Méthode innovante pour le calcul de la transition laminaire-turbulent dans les codes Navier-Stokes”. Thèse de doct. Toulouse : Université de Toulouse - Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, juil. 2011. URL : [www.theses.fr/2011ESAE0006](http://www.theses.fr/2011ESAE0006).
- [50] Joshua N. N. COUNCIL et Kiari Goni BOULAMA. “Low-Reynolds-Number Aerodynamic Performances of the NACA 0012 and Selig-Donovan 7003 Airfoils”. In : *Journal of Aircraft* 50.1 (jan. 2013), p. 204–216. DOI : 10.2514/1.C031856. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/1.C031856>.

- [51] J. COUSTEIX. *Aérodynamique ; Couche limite laminaire*. CEPADUES, 1989. ISBN : 2.85428.208.6.
- [52] J. COUSTEIX. *Aérodynamique ; Couche limite turbulente*. CEPADUES, 1989. ISBN : 2.85428.210.8.
- [53] L. F. CRABTREE. “Prediction of Transition in the Boundary Layer on an Aerofoil”. In : *The Journal of the Royal Aeronautical Society* 62.571 (1958), p. 525–528. DOI : 10 . 1017 / S0368393100069170.
- [54] L.F. CRABTREE. *The Formation of Regions of Separated Flow on Wing Surfaces*. Rapp. tech. 3122. London : ARC R&M, 1959.
- [55] J. S. DARROZÈS et A. MONAVON. *Analyse Phénoménologique des Ecoulements*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2014. ISBN : 978-2-88915-057-1.
- [56] S. DECK et al. “Zonal detached eddy simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range  $3150 \leq Re_\theta \leq 14000$ ”. In : *Physics of Fluids* 26.2 (2014), p. 025116. DOI : 10 . 1063 / 1 . 4866180.
- [57] G. DELATTRE et al. “Impact of Upstream Wake on Boundary-Layer Regime : from Modal to Bypass Transition”. In : *AIAA AVIATION Forum, Fluid Dynamics Conference*. 2018-3387. AIAA. Atlanta, USA, juin 2018, p. 1–13. DOI : 10 . 2514 / 6 . 2018 - 3387.
- [58] DELLACASAGRANDE et al. “Correlations for the Prediction of Intermittency and Turbulent Spot Production Rate in Separated Flows”. In : *ASME Turbo Expo 2018*. Oslo, Norway, juin 2018, p. 1–10.
- [59] Y. DELRIEUX, J. BAILLY et D. BAILLY. “Improvement of Experiment/Computation BVI Noise Comparisons by Use of a Geometrical Method Applied to Data Assimilation”. In : *AHS International 74th Annual Forum & Technology Display*. AHS International. Phoenix, Arizona, USA, mai 2018.
- [60] Erik DICK et Slawomir KUBACKI. “Transition models for turbomachinery boundary layer flows : a review”. eng. In : *International Journal Of Turbomachinery Propulsion And Power* 2.2 (avr. 2017), p. 44. ISSN : 2504-186X. DOI : 10 . 3390 / ijtp2020004.
- [61] S. S. DIWAN et O. N. RAMESH. “On the origin of the inflectional instability of a laminar separation bubble”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 629 (2009), p. 263–298. DOI : 10 . 1017 / S002211200900634X.
- [62] S. S. DIWAN et O. N. RAMESH. “Relevance of local parallel theory to the linear stability of laminar separation bubbles”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 698 (2012), p. 468–478. DOI : 10 . 1017 / jfm . 2012 . 110.
- [63] S.S. DIWAN, S.J. CHETAN et O.N. RAMESH. “On the bursting criterion for laminar separation bubbles”. In : *IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition*. Sous la dir. de Rama GOVINDARAJAN. Dordrecht : Springer Netherlands, 2006. Chap. On the bursting criterion for laminar separation bubbles, p. 401–407. ISBN : 978-1-4020-4159-4. DOI : 10 . 1007 / 1 - 4020 - 4159 - 4 \_ 57. URL : [http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-4159-4\\_57](http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-4159-4_57).
- [64] C. DOPAZO. “On conditioned averages for intermittent turbulent flows”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 81.3 (1977), p. 433–478. DOI : 10 . 1017 / S0022112077002158. URL : <https://doi.org/10.1017/S0022112077002158>.
- [65] A.V. DOVGAL, V.V. KOZLOV et A. MICHALKE. “Laminar boundary layer separation : Instability and associated phenomena”. In : *Progress in Aerospace Sciences* 30.1 (1994), p. 61–94. ISSN : 0376-0421. DOI : 10 . 1016 / 0376 - 0421 (94) 90003 - 5. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0376042194900035>.

- [66] Mark DRELA. “Low-Reynolds-number airfoil design for the M.I.T. Daedalus prototype- A case study”. In : *AIAA Journal of Aircraft* 25.8 (août 1988), p. 724–732. DOI : 10.2514/3.45650.
- [67] Mark DRELA. *MISES Implementation of Modified Abu-Ghannam/Shaw Transition Criterion*. online. Juil. 1998. URL : <http://web.mit.edu/drela/Public/web/mises/>.
- [68] Mark DRELA. “XFoil : An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils”. In : sous la dir. de T.J.MUELLER. Springer-Verlag, 1989. DOI : 10.1007/978-3-642-84010-4\_1. URL : [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-84010-4\\_1](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-84010-4_1).
- [69] Mark DRELA et Michael B. GILES. “Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils”. In : *AIAA Journal* 25.10 (oct. 1987), p. 1347–1355. DOI : 10.2514/3.9789.
- [70] E. R. Van DRIEST et C. B. BLUMER. “Boundary Layer Transition : Freestream Turbulence and Pressure Gradients Effects”. In : *AIAA Journal* 1.6 (juin 1963), p. 1303–1306. DOI : 10.2514/3.1784.
- [71] J. DUNHAM. *Prediction of boundary layer transition on turbomachinery blades*. Rapp. tech. AG-164, no. 3. AGARD, 1972.
- [72] P. A. DURBIN. “On the  $k-\epsilon$  Stagnation Point Anomaly”. In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 7.1 (1996), p. 1–93. DOI : 10.1016/0142-727X(95)00073-Y. URL : [https://doi.org/10.1016/0142-727X\(95\)00073-Y](https://doi.org/10.1016/0142-727X(95)00073-Y).
- [73] A. FAGE et V. M. FALKNER. “Note on Experiments on the Temperature and Velocity in the Wake of a Heated Cylindrical Obstacle”. In : *Proceedings of the Royal Society of London, Series A : Mathematical and Physical Sciences* 135 (1932), p. 702–705.
- [74] P. FERREY et B. AUPOIX. “Behaviour of turbulence models near a turbulent/non-turbulent interface revisited”. In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 27.5 (2006). Special issue of the 6th International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements ETMM6, p. 831–837. ISSN : 0142-727X. DOI : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.03.022. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142727X06000786>.
- [75] Paul FERREY. “Modèles aux tensions de Reynolds avec prise en compte de l’intermittence de frontière”. Thèse de doct. Université de Poitiers, 2004. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00010644>.
- [76] Peter FREYMUTH. “On transition in a separated laminar boundary layer”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 25.4 (1966), 683–704. DOI : 10.1017/S002211206600034X.
- [77] M. C. GALBRAITH et M. R. VISBAL. “Implicit Large Eddy Simulation of Low-Reynolds-Number Transitional Flow Past the SD7003 Airfoil”. In : *40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*. Chicago, Illinois, USA : AIAA, 2010. DOI : 10.2514/6.2010-4737.
- [78] M. GASTER. *The Structure and Behaviour of Laminar Separation Bubbles*. Rapp. tech. R&M No. 3595. Aeronautical Research Council, 1969.
- [79] G. A. GEROLYMOS, E. SAURET et I. VALLET. “Influence of Inflow Turbulence in Shock-Wave/Turbulent-Boundary-Layer Interaction Computations”. In : *AIAA Journal* 42.6 (juin 2004), p. 1101–1106. DOI : 10.2514/1.2257.

- [80] G. A. GEROLYMOS et I. VALLET. “Bypass Transition and Tripping in Reynolds-stress Model Computations”. In : *21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*. San Diego, CA : AIAA, 2013. DOI : 10.2514/6.2013-2425. URL : <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2013-2425>.
- [81] G. A. GEROLYMOS et I. VALLET. “Wall-Normal-Free Reynolds-Stress Closure for Three-Dimensional Compressible Separated Flows”. In : *AIAA Journal* 39.10 (2001), p. 1833–1842. DOI : 10.2514/2.1179. eprint : <https://doi.org/10.2514/2.1179>. URL : <https://doi.org/10.2514/2.1179>.
- [82] G. A. GEROLYMOS et al. “Term-by-Term Analysis of Near-Wall Second-Moment Closures”. In : *AIAA Journal* 50.12 (2012), p. 2848–2864. DOI : 10.2514/1.J051654. eprint : <https://doi.org/10.2514/1.J051654>. URL : <https://doi.org/10.2514/1.J051654>.
- [83] C. GLEYZES, J. COUSTEIX et J. L. BONNET. “A Calculation Method of Leading-Edge Separation Bubbles”. In : *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows II*. Sous la dir. de Tuncer CEBECI. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1984, p. 173–192. ISBN : 978-3-662-09014-5. DOI : 10.1007/978-3-662-09014-5\_10. URL : [https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-662-09014-5\\_10](https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-662-09014-5_10).
- [84] P. S. GRANVILLE. *The calculation of the viscous drag of bodies of revolution*. Rapp. tech. 849. David Taylor Model Basin, 1953. DOI : 10.5962/bhl.title.47489.
- [85] A. GRUBB et al. “High Fidelity CFD Analyses of Dynamic Stall on a Four-Bladed Fully Articulated Rotor System”. In : *VFS Forum* 74. 2019.
- [86] I. HADŽIĆ et K. HANJALIĆ. “Separation-Induced Transition to Turbulence : Second-Moment Closure Modelling”. In : t. 63. 1. 2000, p. 153. DOI : 10.1023/A:1009980119240. URL : <http://dx.doi.org/10.1023/A:1009980119240>.
- [87] R. HAIN, C. J. KÄHLER et R. RADESPIEL. “Dynamics of laminar separation bubbles at low-Reynolds-number aerofoils”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 630 (juil. 2009), p. 129–153. DOI : 10.1017/S0022112009006661.
- [88] A. HELLSTEN. “New Advanced  $k-\omega$  Turbulence Model for High-Lift Aerodynamics”. In : *AIAA Journal* 43.9 (2005), p. 1857–1869. DOI : 10.2514/1.13754. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/1.13754>.
- [89] A. HELLSTEN et H. BÉZARD. “Behaviour of Nonlinear Two-Equation Turbulence Models at the Free-Stream Edges of Turbulent Flows”. In : *Engineering Turbulence Modelling and Experiments* 6. Sous la dir. de W. RODI et M. MULAS. Amsterdam : Elsevier Science B.V., 2005, p. 147–156. ISBN : 978-0-08-044544-1. DOI : 10.1016/B978-008044544-1/50013-3. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080445441500133>.
- [90] S.L. HERBST, C.J. KÄHLER et R. HAIN. “Influence of large-scale free-stream turbulence on an SD7003 airfoil at low Reynolds numbers”. In : *AIAA AVIATION Forum*. Applied Aerodynamics Conference. Atlanta, USA, juin 2018. DOI : 10.2514/6.2018-3490.
- [91] J. O. HINZE. *Turbulence*. New York, USA : McGraw-Hill, 1975. ISBN : 978-0070290372.
- [92] H. P. HORTON. “Laminar separation bubbles in two- and three-dimensional incompressible flow”. Thèse de doct. University of London, 1968.
- [93] J. L. Van INGEN. *A suggested semi-empirical method for the calculation of the boundary layer transition region*. Rapp. tech. VTH-74. Delft University of Technology, 1956.

- [94] M. S. ISTVAN, J. W. KURELEK et S. YARUSEVYCH. “Turbulence Intensity Effects on Laminar Separation Bubbles Formed over an Airfoil”. In : *AIAA Journal* 56.4 (avr. 2018), p. 1335–1347. DOI : 10.2514/1.J056453.
- [95] Steven R. JACOBSON. “Aircraft Loss of Control Causal Factors and Mitigation Challenges”. In : *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. 2010-8007. Août 2010, p. 1–18. DOI : 10.2514/6.2010-8007.
- [96] L. JECKER et al. “A New Laminar Kinetic Energy Model for RANS Simulations of Bypass Transition”. In : *47th AIAA Fluid Dynamics Conference*. 2017-3457. Denver, Colorado, 2017. DOI : 10.2514/6.2017-3457.
- [97] B. M. JONES. “An Experimental Study of the Stalling of Wings”. In : *A.R.C.R. & M.* 1588 (1933).
- [98] L. E. JONES, R. D. SANDBERG et N. D. SANDHAM. “Direct numerical simulations of forced and unforced separation bubbles on an airfoil at incidence”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 602 (mai 2008), p. 175–207. DOI : 10.1017/S0022112008000864.
- [99] M KANDULA et D WILCOX. “An examination of k-omega turbulence model for boundary layers, free shear layers and separated flows”. In : *Fluid Dynamics Conference*. DOI : 10.2514/6.1995-2317. eprint : <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.1995-2317>. URL : <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.1995-2317>.
- [100] M. KATO et B. E. LAUNDER. “The Modeling of Turbulent Flow Around Stationary and Vibrating Square Cylinders”. In : *9th Symposium on Turbulent Shear Flows*. Kyoto, Japan, août 1993, p. 10-4-1–10-4-6.
- [101] P. S. KLEBANOFF. “Effect of freestream turbulence on the laminar boundary layer”. In : *Bull. Am. Phys. Soc* 10 (1971), p. 1323.
- [102] Joseph C. KLEWICKI. “Reynolds Number Dependence, Scaling, and Dynamics of Turbulent Boundary Layers”. In : *Journal of Fluids Engineering* 132.9 (sept. 2010), p. 094001–094001–48. DOI : 10.1115/1.4002167.
- [103] J. C. KOK. *Resolving the dependence on free-stream values for the k-omega turbulence model*. Rapp. tech. NLR-TP-99295. NLR, 1999. URL : <http://reports.nlr.nl:8080/xmlui/bitstream/handle/10921/1141/TP-1999-295.pdf?sequence=1>.
- [104] J. C. KOK et S. P. SPEKREIJSE. “Efficient and accurate implementation of the k-omega turbulence model in the NLR multi-block Navier–Stokes system”. In : *ECCOMAS 2000*. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences et Engineering. Barcelona, 2000. URL : <http://congress.cimne.com/eccomas/eccomas2000/pdf/393.pdf>.
- [105] J.C. KOK. “Resolving the Dependence on Freestream Values for the k- Turbulence Model”. In : *AIAA Journal* 38.7 (2000), p. 1292–1295. DOI : 10.2514/2.1101. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/2.1101>.
- [106] A. N. KOLMOGOROV. “Equations of Turbulent Motion of an Incompressible Fluid”. In : *Izvestia Academy of Sciences, USSR; Physics* 6.1,2 (1942), p. 56–58.
- [107] V. S. KOSORYGIN et N. Ph. POLYAKOV. “Laminar Boundary Layers in Turbulent Flows”. In : *Laminar-Turbulent Transition*. Sous la dir. de D. ARNAL et R. MICHEL. Springer-Verlag, 1990, p. 573–578.
- [108] Ye-Bonne KOYAMA. “Characterisation and aerodynamic impact of leading-edge vortices on propeller blades”. Thèse de doct. Meudon, France : Université Paris-Saclay, avr. 2018.

- [109] M. KRUSE, F. MUÑOZ et R. RADESPIEL. “Transition Prediction Results for Sickle Wing and NLF(1)-0416 Test Cases”. In : *2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA SciTech Forum*. Kissimmee, Florida, USA : AIAA, jan. 2018. DOI : 10.2514/6.2018-0537.
- [110] S. KUBACKI et E. DICK. “An algebraic model for bypass transition in turbomachinery boundary layer flows”. In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 58 (2016), p. 68–83. ISSN : 0142-727X. DOI : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2016.01.001. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142727X16000096>.
- [111] M. LANG, U. RIST et S. WAGNER. “Investigations on controlled transition development in a laminar separation bubble by means of LDA and PIV”. In : *Experiments in Fluids* 36.1 (2004), p. 43–52. ISSN : 1432-1114. DOI : 10.1007/s00348-003-0625-x. URL : <http://dx.doi.org/10.1007/s00348-003-0625-x>.
- [112] R. LANGTRY et F. MENTER. “Transition Modeling for General CFD Applications in Aeronautics”. In : *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. AIAA. Reno, Nevada, USA : American Institute of Aeronautics et Astronautics, jan. 2005. DOI : 10.2514/6.2005-522. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/6.2005-522>.
- [113] R. B. LANGTRY et F. R. MENTER. “Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes”. In : *AIAA Journal* 47.2 (2009), p. 2894–2906. DOI : 10.2514/1.42362. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/1.42362>.
- [114] R. B. LANGTRY et al. “A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables - Part II : Test Cases and Industrial Applications”. In : *Journal of Turbomachinery* 128 (2006), p. 423–434. DOI : 10.1115/1.2184353.
- [115] B.E. LAUNDER et B.I. SHARMA. “Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc”. In : *Letters in Heat and Mass Transfer* 1.2 (1974), p. 131–137. ISSN : 0094-4548. DOI : 10.1016/0094-4548(74)90150-7. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0094454874901507>.
- [116] C. LAURENT. “Étude d’écoulements transitionnels et hors équilibre par des approches DNS et RANS”. Thèse de doct. Paris, France : École Nationale Supérieure d’Arts et Métiers, 2012.
- [117] C. LAURENT et al. “DNS database of a transitional separation bubble on a flat plate and application to RANS modeling validation”. In : *Computers & Fluids* 61 (mai 2012), p. 21–30. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2011.07.011. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793011002349>.
- [118] C. LAURENT et al. “RANS Modeling of a Transitional Laminar Separation Bubble on a Flat Plate with DNS Database”. In : sous la dir. de 40th FLUID DYNAMICS CONFERENCE, Fluid Dynamics EXHIBIT et Co located CONFERENCES. AIAA. Chicago, Illinois, 2010. DOI : 10.2514/6.2010-4444.
- [119] Yongsheng LIAN et Wei SHYY. “Laminar-Turbulent Transition of a Low Reynolds Number Rigid or Flexible Airfoil”. In : *AIAA Journal* 45.7 (2007), p. 1501–1513. DOI : 10.2514/1.25812.
- [120] H. W. LIEPMANN et J. LAUFER. *Investigations of Free Turbulent Mixing*. Rapp. tech. TN 1257. NACA, 1947. URL : <https://authors.library.caltech.edu/446/1/LIEnacatn1257.pdf>.

- [121] M. S. LIOU. “A sequel to AUSM, Part II : AUSM+-up for all speeds”. In : *Journal of Computational Physics* 214.1 (2006), p. 137–170. ISSN : 0021-9991. DOI : 10.1016/j.jcp.2005.09.020. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999105004274>.
- [122] Fieng LIU et Xiaoqing ZHENG. “Staggered finite volume scheme for solving cascade flow with a k-omega turbulence model”. In : *AIAA Journal* 32.8 (1994), p. 1589–1597. DOI : 10.2514/3.12148.
- [123] LOPEZ et WALTERS. “A recommended correction to the kT-kL-w transition-sensitive eddy-viscosity model”. In : *ASME* (2016). DOI : 10.1115/1.4034875. URL : <http://dx.doi.org/10.1115/1.4034875>.
- [124] C.A. LYON et al. *Summary of Low-Speed Airfoil Data*. T. 3. Virginia Beach, VA : SoarTech Publications, 1998. URL : [http://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc\\_lsats.html#lsatsbooks](http://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc_lsats.html#lsatsbooks).
- [125] L. M. MACK. *Transition prediction and linear stability theory*. Rapp. tech. CP 224, 1.1-1.22. AGARD, 1977.
- [126] E. MALKIEL et R. E. MAYLE. “Transition in a Separation Bubble”. In : *Journal of Turbomachinery* 118.4 (oct. 1996), p. 1–11. DOI : 10.1115/1.2840931.
- [127] O. MARQUET et al. “Amplifier and resonator dynamics of a low-Reynolds-number recirculation bubble in a global framework”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 605 (2008), p. 429–443. DOI : 10.1017/S0022112008000323. URL : <https://doi.org/10.1017/S0022112008000323>.
- [128] O. MARQUET et al. “Direct and adjoint global modes of a recirculation bubble : lift-up and convective non-normalities”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 622 (2009), p. 1–21. DOI : 10.1017/S0022112008004023. URL : <https://www.cambridge.org/core/services/aop-cambridge-core/content/view/S0022112008004023>.
- [129] O. MARXEN et D. S. HENNINGSON. “The effect of small-amplitude convective disturbances on the size and bursting of a laminar separation bubble”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 671 (2011), p. 1–33. DOI : 10.1017/S0022112010004957. URL : <https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/effect-of-smallamplitude-convective-disturbances-on-the-size-and-bursting-of-a-laminar-separation-bubble/5F35CB04F0B6ED7FEDDFC104AFECF5CD>.
- [130] I. MARY, P. SAGAUT et M. DEVILLE. “An algorithm for unsteady viscous flows at all speeds”. In : *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 34 (2000), p. 371–401. DOI : 10.1002/1097-0363(20001115)34:5<371::AID-FLD54>3.0.CO;2-W. URL : <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/1097-0363%2820001115%2934:5%3C371::AID-FLD54%3E3.0.CO;2-W/full>.
- [131] R. E. MAYLE, K. DULLENKOPF et A. SCHULZ. “The Turbulence That Matters”. In : *ASME Journal of Turbomachinery* 120.3 (juil. 1998), p. 402–409. DOI : 10.1115/97-GT-274.
- [132] Brian R. MCAULIFFE et Metin I. YARAS. “Transition Mechanisms in Separation Bubbles Under Low- and Elevated-Freestream Turbulence”. In : *Journal of Turbomachinery* 132.1 (2010). DOI:10.1115/1.2812949. URL : <http://turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1468073&journalid=135>.

- [133] G.E.A. MEIER, K.R. SREENIVASAN et H. J. HEINEMANN, édés. *IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research*. Göttingen, Germany : Springer, août 2004. ISBN : 978-1-4020-4150-1.
- [134] F. R. MENTER. “Performance of popular turbulence model for attached and separated adverse pressure gradient flows”. In : *AIAA Journal* 30.8 (1992), p. 2066–2072. DOI : 10 . 2514/3 . 11180. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/3.11180>.
- [135] F. R. MENTER. “Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications”. In : *AIAA Journal* 32.8 (1994), p. 1598–1605. DOI : 10 . 2514/3 . 12149. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/3.12149>.
- [136] F. R. MENTER et al. “A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables - Part I : Model Formulation”. In : *Journal of Turbomachinery* 128 (2006), p. 413–422. DOI : 10 . 1115/1 . 2184352.
- [137] F. R. MENTER et al. “A One-Equation Local Correlation-Based Transition Model”. In : *Flow, Turbulence and Combustion* 95.4 (2015), p. 583–619. ISSN : 1573-1987. DOI : 10 . 1007/s10494-015-9622-4. URL : <http://dx.doi.org/10.1007/s10494-015-9622-4>.
- [138] J. MICHÁLEK, M. MONALDI et T. ARTS. “Aerodynamic Performance of a Very High Lift Low Pressure Turbine Airfoil (T106C) at Low Reynolds and High Mach Number With Effect of Free Stream Turbulence Intensity”. In : *Journal of Turbomachinery* 134.6 (août 2012). DOI : 10 . 1115/1 . 4006291.
- [139] R. MICHEL. *Détermination du point de transition et calcul de la traînée des profils d’aile en incompressible*. Rapp. tech. 58. ONERA, 1952.
- [140] Theodoros MICHELIS, Serhiy YARUSEVYCH et Marios KOTSONIS. “On the origin of spanwise vortex deformations in laminar separation bubbles”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 841 (avr. 2018), p. 81–108. DOI : 10 . 1017/jfm . 2018 . 91.
- [141] Theodoros MICHELIS, Serhiy YARUSEVYCH et Marios KOTSONIS. “Response of a laminar separation bubble to impulsive forcing”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 820 (2017), p. 633–666. DOI : 10 . 1017/jfm . 2017 . 217.
- [142] A. MINOT. “Modélisation de la transition laminaire-turbulent par rugosité et bulbe de décollement laminaire sur les aubes de turbomachines”. Thèse de doct. ISAE, 2016. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01347192>.
- [143] A. MINOT et al. “Advanced Numerical Setup for Separation-Induced Transition on High-Lift Low-Pressure Turbine Flows Using the  $\gamma$ - $\widetilde{Re}_\theta$  Model”. In : *ASME turbo Expo*. T. 2B. GT2015-42160. Montreal, Canada : ASME, juin 2015.
- [144] A. MINOT et al. “Improvement of Laminar-Turbulent Transition Modeling Within a Low-Pressure Turbine”. In : *ASME Turbo Expo 2016 : Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. T. 2C. Seoul, South Korea : ASME, juin 2016. DOI : 10 . 1115/GT2016-57637.
- [145] J. G. MOORE et J. MOORE. “Realizability of Two-Equation Turbulence Models”. In : *30th AIAA Fluid Dynamics Conference*. AIAA-99-3779. Norfolk, VA, USA, 1999. DOI : 10 . 2514/6 . 1999-3779.
- [146] M. MORKOVIN. “Effects of Compressibility on Turbulent Flows”. In : *Mécanique de la Turbulence*. Sous la dir. d’A. FAVRE. New York : Gordon et Breach, 1962, p. 367–380.



- [147] Martin OBERLACK. “A unified approach for symmetries in plane parallel turbulent shear flows”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 427 (2001), p. 299–328. DOI : 10.1017/S0022112000002408.
- [148] M. V. OL et al. “Comparison of Laminar Separation Bubble Measurements on a Low Reynolds Number Airfoil in Three Facilities”. In : *35th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*. Toronto, Ontario, Canada, 2005. DOI : 10.2514/6.2005-5149.
- [149] G. PAILHAS et al. “Experimental investigation of dynamic stall”. In : *31th European Rotorcraft Forum*. Florence, Italy, sept. 2005.
- [150] Lucas PASCAL et al. “Implementation of stability-based transition models by means of transport equations”. In : *AIAA Aviation 2019 Forum*. DOI : 10.2514/6.2019-3323. eprint : <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2019-3323>. URL : <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2019-3323>.
- [151] J. PERRAUD, H. DENIAU et G. CASALIS. “Overview Of Transition Prediction Tools In The elsA Software”. In : *6th European Conference on Computational Fluid Dynamics*. hal-01077974. IACM et ECCOMAS. Barcelona, Spain : HAL, juil. 2014. URL : <https://hal-onera.archives-ouvertes.fr/hal-01077974/document>.
- [152] *Pertes de contrôle sur mototurbopropulseur rapide. Cas du Socata TBM 700*. Rapp. tech. Le Bourget, France : Bureau d’Enquêtes et d’Analyses pour la sécurité de l’aviation civile, jan. 2013. URL : [https://www.bea.aero/uploads/tx\\_scalaetudessecurite/pertes.de.controle.sur.monoturbopropulseur.rapide\\_02.pdf](https://www.bea.aero/uploads/tx_scalaetudessecurite/pertes.de.controle.sur.monoturbopropulseur.rapide_02.pdf).
- [153] S. B. POPE. “An explanation of the turbulent round-jet/plane-jet anomaly”. In : *AIAA Journal* 16.3 (1978), p. 279–281. DOI : 10.2514/3.7521. eprint : <https://doi.org/10.2514/3.7521>. URL : <https://doi.org/10.2514/3.7521>.
- [154] Stephen B. POPE. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000. ISBN : 978-0-521-59125-6.
- [155] A. PROBST, R. RADESPIEL et U. RIST. “Linear-Stability-Based Transition Modeling for Aerodynamic Flow Simulations with a Near-Wall Reynolds-Stress Model”. In : *AIAA Journal* 50.2 (fév. 2012). DOI : 10.2514/1.J051229. URL : <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/1.J051229>.
- [156] E. RESHOTKO et A. TUMIN. “Application of Transient Growth Theory to Bypass Transition”. In : *IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research*. Springer, août 2004, p. 83–93.
- [157] F. RICHEZ. “Simulation et Modélisation de la Transition par Bulbe de Décollement Laminaire. Application au Décrochage Dynamique”. Thèse de doct. Université Paris 13, 2008.
- [158] F. RICHEZ et al. “Near stall simulation of the flow around an airfoil using zonal RANS/LES coupling method”. In : *Computers & Fluids* 37.7 (2008), p. 857–866. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2007.03.016. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793007001624>.
- [159] F. RICHEZ et al. “Simulation and Modelling of a Laminar Separation Bubble on Airfoils”. In : *IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows and their Control : Proceedings of the IUTAM Symposium “Unsteady Separated Flows and their Control”, Corfu, Greece, 18–22 June 2007*. Sous la dir. de Marianna BRAZA et Kerry HOURIGAN. Dordrecht : Springer Netherlands, 2009, p. 457–469. ISBN : 978-1-4020-9898-7. DOI : 10.1007/978-1-4020-9898-7\_39. URL : [http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-9898-7\\_39](http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-9898-7_39).

- [160] W. B. ROBERTS. “Calculation of Laminar Separation Bubbles and Their Effect on Airfoil Performance”. In : *AAIA Journal* 18.1 (1980), p. 25–31.
- [161] D. RODRIGUEZ et E. M. GENNARO. “On the secondary instability of forced and unforced laminar separation bubbles”. In : *IUTAM ABCM Symposium on Laminar Turbulent Transition*. Brazilian Society of Mechanical Sciences et Engineering, 2015, p. 78–87. DOI : 10.1016/j.piutam.2015.03.026.
- [162] D. RODRIGUEZ, E. M. GENNARO et M. P. JUNIPER. “The two classes of primary modal instability in laminar separation bubbles”. In : *43rd Fluid Dynamics Conference*. Sous la dir. d’American Institute of AERONAUTICS et ASTRONAUTICS, 2013. DOI : 10.2514/6.2013-2621. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/6.2013-2621>.
- [163] D. de ROSA et P. CATALANO. “Validation of Intermittency Model for Transition Prediction in a RANS Flow Solver”. In : *AIAA Aerospace Sciences Meeting*. AIAA, 2018. DOI : 10.2514/6.2018-1043.
- [164] C. L. RUMSEY. “Apparent transition behavior of widely-used turbulence models”. In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 28.6 (2007), p. 1460–1471. DOI : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2007.04.003.
- [165] C. L. RUMSEY et P. R. SPALART. “Turbulence Model Behavior in Low Reynolds Number Regions of Aerodynamic Flowfields”. In : *AIAA Journal* 47.4 (avr. 2009), p. 982–993. DOI : 10.2514/1.39947.
- [166] Christopher L. RUMSEY et al. “Analysis of Transition-Sensitized Turbulent Transport Equations”. In : *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. 2005-0523. AIAA, Reno, Nevada, USA, jan. 2005, p. 1–16. DOI : 10.2514/6.2005-523.
- [167] P. J. SAATHOFF et W. H. MELBOURNE. “Effects of free-stream turbulence on surface pressure fluctuations in a separation bubble”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 337 (1997), 1–24. DOI : 10.1017/S0022112096004594.
- [168] P. G. SAFFMAN. “A model for inhomogeneous turbulent flow”. In : *Proceedings of the Royal Society* 317.1530 (1970), p. 417–433. DOI : 10.1098/rspa.1970.0125. URL : <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/317/1530/417>.
- [169] P. SAGAUT, S. DECK et M. TERRACOL. *Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence*. 2<sup>e</sup> éd. Imperial College Press, 2013. ISBN : 978-1-84816-986-9. DOI : 10.1142/p878.
- [170] A. M. SAVILL. “Evaluating Turbulence Model Predictions of Transition”. In : *Advances in Turbulence IV*. Sous la dir. de F. T. M. NIEUWSTADT. Dordrecht : Springer Netherlands, 1993, p. 555–562. ISBN : 978-94-011-1689-3. DOI : 10.1007/978-94-011-1689-3\_86.
- [171] A. M. SAVILL. “Predicting Transition with Turbulence Models”. In : *Advances in Turbulence VI*. Sous la dir. de S. GAVRILAKIS, L. MACHIELS et P. A. MONKEWITZ. Dordrecht : Springer Netherlands, 1996, p. 79–80. ISBN : 978-94-009-0297-8. DOI : 10.1007/978-94-009-0297-8\_25.
- [172] H. SCHLICHTING et K. GERSTEN. *Boundary Layer Theory*. 8<sup>e</sup> éd. Springer, mar. 2000. ISBN : 3-540-66270-7.
- [173] S. SCHMIDT et M. BREUER. “Source term based synthetic turbulence inflow generator for eddy-resolving predictions of an airfoil flow including a laminar separation bubble”. In :

- Computers & Fluids* 146 (2017), p. 1–22. ISSN : 0045-7930. DOI : 10.1016/j.compfluid.2016.12.023.
- [174] SELIG, DONOVAN et FRASER. *Airfoils at Low-Speeds*. Virginia Beach, VA : SoarTech Aero Publications, 1989. URL : [http://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc\\_lsats.html#lsatsbooks](http://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc_lsats.html#lsatsbooks).
- [175] M. S. SELIG et al. *Summary of Low-Speed Airfoil Data*. T. 1. Virginia Beach, VA : SoarTech Publications, 1995. URL : [http://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc\\_lsats.html#lsatsbooks](http://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc_lsats.html#lsatsbooks).
- [176] M.S. SELIG et B.D. MCGRANAHAN. *Wind Tunnel Aerodynamic Tests of Six Airfoils for Use on Small Wind Turbines*. National Renewable Energy Laboratory, 2004. URL : [http://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc\\_lsats.html#lsatsbooks](http://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc_lsats.html#lsatsbooks).
- [177] M.S. SELIG et al. *Summary of Low-Speed Airfoil Data*. T. 2. Virginia Beach, VA : SoarTech Publications, 1996. URL : [http://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc\\_lsats.html#lsatsbooks](http://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc_lsats.html#lsatsbooks).
- [178] J. SERNA et B. J. LÁZARO. “The final stages of transition and the reattachment region in transitional separation bubbles”. In : *Experiments in Fluids* 55.4 (2014), p. 1695. ISSN : 1432-1114. DOI : 10.1007/s00348-014-1695-7.
- [179] J. SERNA et B.J. LÁZARO. “Experiments on Natural Transition in Separation Bubbles”. In : *Procedia IUTAM* 14 (2015), p. 496–502. ISSN : 2210-9838. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.piutam.2015.03.078>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210983815001042>.
- [180] N. J. SEYB. *The role of boundary layers in axial flow turbomachines and the prediction of their effects*. Rapp. tech. ROLLS-ROYCE Limited, BRISTOL Engine Division, 1971.
- [181] M.P. SIMENS et A.G. GUNGOR. “Influence of the transition of a laminar separation bubble on the downstream evolution of strong adverse pressure gradient turbulent boundary layers”. In : *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 67 (2018), p. 70–78. ISSN : 0997-7546. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2017.08.004>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997754617303254>.
- [182] P. SKARE et P. KROGSTAD. “A Turbulent Equilibrium Boundary Layer near Separation”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 272 (août 1994), p. 319–348. DOI : 10.1017/S0022112094004489.
- [183] A.M.O. SMITH et N. GAMBERONI. *Transition, Pressure Gradient and Stability Theory*. Rapp. tech. ES 26388. El Segundo, California, USA : Douglas Aircraft Company, août 1956.
- [184] Brian SMITH. “A near wall model for the k - l two equation turbulence model”. In : *Fluid Dynamics Conference*. DOI : 10.2514/6.1994-2386. eprint : <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.1994-2386>. URL : <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.1994-2386>.
- [185] Alexander J. SMITS, Beverley J. MCKEON et Ivan MARUSIC. “High-Reynolds Number Wall Turbulence”. In : *Annual Review of Fluid Mechanics* 43.1 (2011), p. 353–375. DOI : 10.1146/annurev-fluid-122109-160753.
- [186] Dan M. SOMERS. *Design and Experimental Results for the S809 Airfoil*. Rapp. tech. NREL/SR-440-6918. Golden, Colorado, USA : National Renewable Energy Laboratory, 1997.
- [187] SPALART et ALLMARAS. “A one-equation turbulence model for aerodynamic flows”. In : sous la dir. de 30th AEROSPACE SCIENCES MEETING et EXHIBIT. American Institute of

- Aeronautics et Astronautics, 1992. DOI : doi : 10 . 2514 / 6 . 1992 - 439. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/6.1992-439>.
- [188] P. SPALART et M. STRELETS. “Mechanisms of transition and heat transfer in a separation bubble”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 403 (jan. 2000), p. 329–349. DOI : 10 . 1017 / S0022112099007077.
- [189] P. R. SPALART. “Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $Re_\theta=1410$ ”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 187 (fév. 1988), p. 61–98. DOI : 10 . 1017 / S0022112088000345. URL : <https://doi.org/10.1017/S0022112088000345>.
- [190] Philippe R. SPALART et Jonathan H. WATMUFF. “Experimental and numerical study of a turbulent boundary layer with pressure gradients”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 249 (1993), p. 337–371. DOI : 10 . 1017 / S002211209300120X.
- [191] I. TANI. “Boundary-layer transition”. In : *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1 (jan. 1969), p. 169–196.
- [192] Itiro TANI. “Low-speed flows involving bubble separations”. In : *Progress in Aerospace Sciences* 5 (1964), p. 70 –103. ISSN : 0376-0421. DOI : 10 . 1016 / 0376 - 0421 (64) 90004 - 1.
- [193] H. TENNEKES et J. L. LUMLEY. *A First Course in Turbulence*. MIT Press, 1972. ISBN : 0-262-20019-8.
- [194] P. C. VALENTE et J. C. VASSILICOS. “The decay of turbulence generated by a class of multiscale grids”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 687 (nov. 2011), p. 300–340. DOI : 10 . 1017 / jfm . 2011 . 353.
- [195] P. C. VALENTE et J. C. VASSILICOS. “The energy cascade in grid-generated non-equilibrium decaying turbulence”. In : *Physics of Fluids* 27.045103 (avr. 2015), p. 1–25. DOI : 10 . 1063 / 1 . 4916628.
- [196] O. VERMEERSCH et D. ARNAL. “Klebanoff-Mode Modeling and Bypass-Transition Prediction”. In : *AIAA Journal* 48.11 (nov. 2010), p. 2491–2500. DOI : 10 . 2514 / 1 . J050002.
- [197] Miguel R. VISBAL et Daniel J. GARMANN. “Analysis of Dynamic Stall on a Pitching Airfoil Using High-Fidelity Large-Eddy Simulations”. In : *AIAA Journal* (2017). DOI : 10 . 2514 / 1 . J056108. URL : <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.J056108>.
- [198] Ralph VOLINO et Lennart HULTGREN. “Measurements in Separated and Transitional Boundary Layers Under Low-Pressure Turbine Airfoil Conditions”. In : *Journal of Turbomachinery* 123 (2001), p. 189–197. DOI : 10 . 1115 / 1 . 1350408.
- [199] Stefan WALLIN et Arne V. JOHANSSON. “An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 403 (2000), 89–132. DOI : 10 . 1017 / S0022112099007004.
- [200] WALTERS et COKLJAT. “A Three-Equation Eddy-Viscosity Model for Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulations of Transitional Flow”. In : *Journal of Fluids Engineering* 130.12 (2008). DOI : 10 . 1115 / 1 . 2979230. URL : <http://dx.doi.org/10.1115/1.2979230>.
- [201] J. H. WATMUFF. “Evolution of a wave packet into vortex loops in a laminar separation bubble”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 397 (1999), p. 119–169. DOI : 10 . 1017 / S0022112099006138. URL : <https://doi.org/10.1017/S0022112099006138>.
- [202] Armin WEISS, Johannes BRAUKMANN et Kurt KAUFMANN. “Experimental and Numerical Investigations of Unsteady Boundary-Layer Transition on a Dynamically Pitching Subscale

- Helicopter Rotor Blade”. In : *Onera-DLR Aerospace Symposium*. Meudon, France, juin 2019.
- [203] Armin WEISS et al. “On the Effect of Rotational Forces on Rotor Blade Boundary-Layer Transition”. In : *AIAA Journal* 57.1 (2019), p. 252–266. DOI : 10 . 2514 / 1 . J057036. eprint : <https://doi.org/10.2514/1.J057036>. URL : <https://doi.org/10.2514/1.J057036>.
- [204] J. H. WEYGANDT et R. D. MEHTA. “Three-Dimensional Structure of Straight and Curved Plane Wakes”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 282 (jan. 1995), p. 279–311. DOI : 10 . 1017 / S0022112095000140.
- [205] D. C. WILCOX. “A Half Century Historical Review of the  $k-\omega$  Model”. In : *29th Aerospace Sciences Meeting*. Sous la dir. d’AIAA. Reno, Nevada, 1991. DOI : 10 . 2514 / 6 . 1991-615. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/6.1991-615>.
- [206] D. C. WILCOX. “A two-equation turbulence model for wall-bounded and free-shear flows”. In : sous la dir. de 24th FLUID DYNAMICS CONFERENCE. AIAA, 1993.
- [207] D. C. WILCOX. “Formulation of the  $k-\omega$  Turbulence Model Revisited”. In : *AIAA Journal* 46.11 (2008), p. 2823–2838. DOI : 10 . 2514 / 1 . 36541. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/1.36541>.
- [208] D. C. WILCOX. “Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models”. In : *AIAA Journal* 26.11 (1988), p. 1299–1310. DOI : 10 . 2514 / 3 . 10041. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/3.10041>.
- [209] D. C. WILCOX. *Turbulence Modeling for CFD*. 3rd Edition. La Cañada, California : DCW Industries, jan. 2006.
- [210] David C. WILCOX. “Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model”. In : *AIAA Journal* 32.2 (fév. 1994), p. 247–255. DOI : 10 . 2514 / 3 . 59994.
- [211] C.E. WILLERT et al. “Experimental evidence of near-wall reverse flow events in a zero pressure gradient turbulent boundary layer”. In : *Experimental Thermal and Fluid Science* 91 (2018), p. 320 –328. ISSN : 0894-1777. DOI : 10 . 1016 / j . expthermflusci . 2017 . 10 . 033.
- [212] J. WINDTE, U. SCHOLZ et R. RADESPIEL. “Validation of the RANS-simulation of laminar separation bubbles on airfoils”. In : *Aerospace Science and Technology* 10.6 (2006), p. 484–494. DOI : 10 . 1016 / j . ast . 2006 . 03 . 008. URL : <https://doi.org/10.1016/j.ast.2006.03.008>.
- [213] Serhiy YARUSEVYCH et Marios KOTSONIS. “Steady and transient response of a laminar separation bubble to controlled disturbances”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 813 (jan. 2017), p. 955–990. DOI : 10 . 1017 / jfm . 2016 . 848.
- [214] Serhiy YARUSEVYCH, Pierre E. SULLIVAN et John G. KAWALL. “On vortex shedding from an airfoil in low-Reynolds-number flows”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 632 (2009), p. 245–271. DOI : 10 . 1017 / S0022112009007058.
- [215] W. YUAN et al. “An Investigation of Low-Reynolds-Number Flows past Airfoils”. In : *23rd AIAA Applied Aerodynamics Conference*. AIAA-2005-4607. Toronto, 2005. DOI : 10 . 2514 / 6 . 2005 - 4607. URL : <https://www.researchgate.net/publication/44081100>.

- 
- [216] X. ZHENG et al. "Turbulent transition simulation using the k-omega model". In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 42 (1998), p. 907–926. DOI : 10.1002/(SICI)1097-0207(19980715)42:53.0.CO;2-T.
- [217] Xiaoqing ZHENG et Feng LIU. "Staggered upwind method for solving Navier-Stokes and k-omega turbulence model equations". In : *AIAA Journal* 33.6 (1995), p. 991–998. DOI : 0.2514/3.12808.

# Modélisation de la transition vers la turbulence d'une couche limite décollée

Résumé :

Le point commun entre la voilure d'un petit drone, les pales d'une éolienne, les aubes de turbine d'un turboréacteur, la pale reculante d'un hélicoptère, ou encore les pales d'une hélice propulsant un aéronef dans la stratosphère, est le suivant : le nombre de Reynolds caractéristique de ces écoulements est faible, de sorte que la transition laminaire-turbulent joue un rôle déterminant. Dans ces conditions, il est habituel que la couche limite laminaire décolle de la surface, transitionne vers la turbulence, et recolle sur la surface en créant un bulbe de décollement laminaire. Dans de circonstances difficiles à prévoir avec précision, le bulbe peut éclater en provoquant le décrochage du profil portant. Cet éclatement n'est pas souhaitable, car il se traduit par une limitation de la vitesse minimale des drones et des pertes de rendement des éoliennes, des turboréacteurs et des hélices. Afin de limiter les effets négatifs dus à la présence du bulbe, il est nécessaire d'être en mesure de prévoir avec précision, dès la phase de conception, sous quelles circonstances le bulbe apparaît et l'influence qu'exerce ce dernier sur l'ensemble de l'écoulement. L'approche communément employée pour la prévision d'écoulements dans les applications aéronautiques est la simulation numérique (CFD) basée sur la résolution des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS). Cette approche nécessite l'emploi de modèles de turbulence et de transition qui, à l'heure actuelle, ne prévoient pas assez précisément l'apparition des bulbes de décollement laminaire.

Le but de cette thèse est de proposer des modèles qui améliorent la précision des prévisions RANS des bulbes de décollement laminaire. Dans un premier temps, des données de simulations numériques "haute-fidélité" sur une configuration de référence ont été exploitées afin de comprendre les défauts des modèles existants. À partir de cette analyse, deux problèmes majeurs ont été mis en évidence : les modèles existants ne produisent pas de turbulence à un rythme suffisamment élevé dans la région transitionnelle décollée, et en général ils manquent de diffusivité dans la région située juste en aval du bulbe. Dans un deuxième temps, un ensemble de modèles ont été proposés qui corrigent les défauts observés. Ces modèles, nommés LSTT (Laminar Separation Transition Triggering), permettent à plusieurs modèles RANS existants de produire de la turbulence à un taux adéquat dans la région transitionnelle, améliorant ainsi notablement la précision de la prévision du bulbe de décollement et de la couche limite en aval de ce dernier. Enfin, une évaluation complète des modèles LSTT a été effectuée en les appliquant à différentes géométries de profils aérodynamiques de type drone, éolienne, turbine et hélicoptère. En général, on observe que les modèles LSTT améliorent la précision des prévisions RANS des bulbes de décollement laminaire et servent à capturer l'influence de l'angle d'incidence, du nombre de Reynolds et du taux de turbulence en amont.

Mots clés : Transition, Turbulence, modélisation, bulbe laminaire, décrochage, faible nombre de Reynolds

# Laminar-to-turbulent transition modeling of a detached boundary layer

Abstract :

The common point between the wing of a small-sized drone, the blades of a wind turbine, the blades of a turbojet engine, the retreating blade of a helicopter, or even the blades of the propeller of a stratospheric aircraft, is the following one : the characteristic Reynolds number is quite low, such that laminar-to-turbulent transition has a major role. In this condition, usually the laminar boundary layer separates from the wall, transitions into turbulence, and then reattaches the surface creating a laminar separation bubble (LSB). Under specific circumstances that are difficult to predict, the LSB may burst provoking the stall of the airfoil. The bursting is not desirable, as not only it limits the minimum flight speed of drones, but it also leads to efficiency losses of wind turbines, turbojet engines and propellers. In order to minimize the undesirable effects associated with the presence of the LSB, it is necessary to be able to accurately predict, from the design step, under which circumstances the LSB appears and the influence of the latter on the overall flow. The most widespread approach for predicting flows in aeronautical applications is the use of computational fluid dynamics (CFD) based on solving the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS). This approach requires the use of turbulence and transition models that, nowadays, are unable to predict accurately enough the raise of LSB.

The objective of this thesis was to propose new models that improve the precision of RANS predictions of LSB. Firstly, high-fidelity numerical data was analyzed in order to understand the precision defects of existing models. From this analysis, two main defects were identified : existing models do not produce turbulence at a sufficient rate in the transitional region, and they generally lack diffusion right downstream of the LSB. Secondly, a set of models were proposed that correct the defects. The new approach, named laminar separation transition triggering (LSTT), allow several existing RANS models for enhanced production of turbulence in the transitional region, which improves the precision of the prediction of the LSB topology and the overall flowfield. Lastly, a large assessment of LSTT models was undertaken using different airfoils of drones, wind turbines, turbojet engines and helicopters. In general, it was found that LSTT models improve the precision of the RANS predictions of LSB and can be used to predict the influence on angle-of-attack, Reynolds number and turbulence intensity.

Keywords : Transition, Turbulence, Modeling , Laminar bubble, Stall, low Reynolds number