



**HAL**  
open science

# De l'identification des sources mécaniques au contrôle vibratoire des structures

Mathieu Aucejo

► **To cite this version:**

Mathieu Aucejo. De l'identification des sources mécaniques au contrôle vibratoire des structures. Vibrations [physics.class-ph]. Conservatoire national des arts et métiers (CNAM), 2019. tel-02407524

**HAL Id: tel-02407524**

**<https://hal.science/tel-02407524v1>**

Submitted on 12 Dec 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS

le cnam

**Habilitation à Diriger des Recherches**

DE L'IDENTIFICATION DES SOURCES MÉCANIQUES AU  
CONTRÔLE VIBRATOIRE DES STRUCTURES

par

**Mathieu AUCEJO**

Ingénieur en mécanique de l'INSA de Lyon

Docteur en acoustique de l'INSA de Lyon

Soutenue le 05 décembre 2019 devant le jury composé de

**Jury**

FRANCK DELVARE	Professeur	Université de Caen Normandie	Président
JÉRÔME ANTONI	Professeur	INSA de Lyon	Rapporteur
LUIGI GARIBALDI	Professeur	Politecnico di Torino	Rapporteur
CHARLES PÉZERAT	Professeur	Le Mans Université	Rapporteur
THOURAYA BARANGER	Professeur	Université Lyon 1	Examinatrice
LAURE BLANC-FÉRAUD	Directrice de recherche	Université de Nice Sophia Antipolis	Examinatrice
JEAN-FRANÇOIS DEÛ	Professeur	Cnam Paris	Garant

*Laboratoire de mécanique des Structures et des Systèmes Couplés, EA 3196*



# Remerciements

Écrire une page de remerciements est toujours un exercice périlleux, car il est certain que nous allons oublier de citer une personne importante. C'est donc avec une certaine appréhension que je me lance.

Je tiens en premier lieu à remercier les trois rapporteurs de mon HDR, messieurs Jérôme ANTONI, Luigi GARIBALDI et Charles PEZERAT, d'avoir accepté d'expertiser mon manuscrit avec toute la rigueur scientifique qui les caractérisent et de m'avoir autorisé à soutenir. En second lieu, je tiens à exprimer ma gratitude à mesdames Thouraya BARANGER et Laure BLANC-FÉRAUD et à monsieur Franck DELVARE d'avoir accepté de faire partie de mon jury. Je tiens sincèrement à tous vous remercier pour la richesse et la profondeur des débats que nous avons eu lors de la séance de questions faisant suite à ma présentation. Cette première partie des remerciements ne serait pas complète sans citer mon garant, Jean-François DEÛ, directeur du LMSSC, qui a su m'accorder sa confiance lors de mon recrutement en 2011 puis lors de mon intégration au sein du laboratoire en me laissant développer en autonomie des recherches sur l'identification de sources mécaniques. Je le remercie également de m'avoir soutenu dans ma démarche de soutenir une HDR.

Bien évidemment, l'aboutissement de ma première partie de carrière n'aurait pas été possible sans la présence chaleureuse et amicale des membres du laboratoire (Enseignants-chercheurs, doctorants, étudiants de Master, Ingénieurs d'étude et de recherche, techniciens, personnels administratifs). Grâce à vous, l'ambiance au sein du laboratoire a toujours été, malgré les turbulences que nous avons vécues, marquée du sceau de la bonne humeur et du partage. Veuillez m'excuser de ne pas vous citer nommément, mais la liste est bien trop longue. J'espère simplement que vous vous reconnaîtrez. Je tiens néanmoins à remercier Boris LOSSOUARN de m'avoir offert un premier encadrement de doctorat exceptionnel, grâce à sa curiosité insatiable et son travail acharné. J'ai également une pensée pour mon collègue, ami et compagnon de recherche, Olivier De Smet, sans qui mes idées n'auraient peut-être pas pris forme de la même manière.

Un grand merci également à l'ensemble de mes collègues du Cnam, quelque soit leur statut, de m'avoir fait partager votre amour de notre si belle institution.

Je souhaite profiter de ces quelques lignes pour remercier Jean-Louis GUYADER mon directeur de thèse, qui a su me transmettre sa passion des vibrations et de l'acoustique, sa rigueur scientifique et son volonté à ne jamais abdiquer face la difficulté d'un problème. Pour tout cela, je lui suis éternellement reconnaissant.

J'aimerais enfin remercier ma famille. J'adresse un immense et affectueux merci<sup>1</sup> à mes parents qui m'ont permis, malgré leurs modestes moyens, de suivre le chemin que je m'étais tracé. Viennent ensuite ma femme et mes filles, qui m'ont permis de toujours conserver un équilibre entre vie familiale et vie professionnelle, indispensable pour garder mon esprit libre de vagabonder et de vivre pleinement ma passion pour les questions scientifiques.

Mathieu AUCEJO  
le 06 décembre 2019

---

1. Il n'existe pas dans le dictionnaire de mots suffisamment fort pour traduire ma pensée.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Introduction</b>	<b>6</b>
<b>1 Identification de sources mécaniques dans le domaine fréquentiel</b>	<b>11</b>
1.1 Travail précurseur : La régularisation de Tikhonov généralisée . . . . .	12
1.2 Prise en compte d' <i>a priori</i> locaux . . . . .	20
1.3 Réduction des temps de calcul . . . . .	23
1.4 Reconstruction à partir de mesures extrêmement bruitées . . . . .	28
1.5 Reconstruction espace-fréquence . . . . .	30
1.6 Robustesse des solutions et estimation du paramètre de forme optimal . . . . .	33
1.7 Conclusion . . . . .	38
<b>2 Identification de sources transitoires</b>	<b>39</b>
2.1 Construction du modèle dynamique de la structure . . . . .	40
2.2 Approches par régularisation . . . . .	43
2.3 Filtre de Kalman . . . . .	49
2.4 Conclusion . . . . .	55
<b>3 Contrôle vibratoire des structures par couplage analogue</b>	<b>57</b>
3.1 Principe du contrôle vibratoire par couplage analogue . . . . .	59
3.2 Modélisation électromécanique de structures 1D et 2D . . . . .	60
3.3 Mise en œuvre expérimentale . . . . .	67
3.4 Conclusion . . . . .	74
<b>Conclusion générale</b>	<b>75</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>76</b>
<b>Articles de revues à comité de lecture</b>	<b>81</b>
<b>Actes de conférences</b>	<b>84</b>
<b>Rapports de recherche</b>	<b>87</b>
<b>Séminaires scientifiques</b>	<b>89</b>
<b>Encadrement doctoral</b>	<b>91</b>



# Introduction

Ce mémoire propose une synthèse des travaux de recherche que j'ai réalisés depuis mon arrivée au Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes Couplés (LMSSC - EA 3196) du Conservatoire National des Arts et Métiers en septembre 2011 en tant que maître de conférences. Ces travaux ont été menés en collaboration avec d'autres membres du laboratoire, des partenaires académiques aussi bien français qu'étrangers, mais également en partenariat avec des entreprises dans le cadre de contrats de recherche.

## Retour aux sources

Mon premier contact avec les problèmes d'identification de sources, qui consistent, très sommairement, à déterminer les causes à l'origine des données physiques que l'on mesure expérimentalement, remonte à l'époque de mon M2 Recherche pendant lequel j'ai contribué au développement de la méthode iPTF (pour *inverse Patch Transfer Functions*). Cette méthode d'identification des sources acoustiques vise à déterminer la vitesse particulaire normale à une surface à partir de mesures de pression à la surface d'une cavité acoustique virtuelle [J1, C1, C2, R1]. Bien que cette première expérience de la recherche et de la résolution des problèmes inverses m'ait profondément marqué, je me suis quelque peu éloigné de cette thématique dans les années qui ont suivi. Pendant mon doctorat [R2], je me suis ainsi intéressé à la modélisation vibro-acoustique des structures immergées sous écoulement turbulent [J2, J3, C3, C5, C6, S1, S2, S4] et à la synthèse expérimentale de la réponse d'une structure excitée par une couche limite turbulente à l'aide d'une antenne synthétique constituée d'un monopôle acoustique [J4, C4, C10, S3]. Plus tard, lors de mon post-doctorat, j'ai développé une interface logicielle permettant de calculer le rayonnement acoustique haute fréquence d'un système de freinage de TGV à partir de la méthode multipôle rapide [R3].

Fort de cette expérience acquise en modélisation et simulation numérique, j'aurais pu continuer dans cette voie de recherche. Cependant, à mon arrivée au LMSSC, mon projet scientifique s'articulait autour de deux axes de recherche complémentaires : l'identification des sources mécaniques et le contrôle vibratoire des structures. Au regard de mes expériences de recherche récentes, plus axées sur la modélisation et simulation de systèmes vibro-acoustiques, il est légitime de s'interroger sur ce que certains pourrait prendre pour une conversion thématique, alors qu'il ne s'agit finalement que d'un retour aux sources, et ce, dans tous les sens du terme. Outre une appétence particulière pour la résolution de problèmes mal posés, au sens de Hadamard, plusieurs raisons peuvent expliquer ce choix. Tout d'abord, une grande partie des efforts de recherche en dynamique des structures se sont focalisés sur la modélisation et le calcul de la réponse dynamique d'une structure soumise à des sollicitations parfaitement connues. Malheureusement, en pratique, les sources d'excitation sont souvent grossièrement ou partiellement connues. Par conséquent, une erreur dans la définition de l'excitation se propage à la réponse dynamique au travers du modèle, ce qui peut avoir un impact significatif sur l'analyse des résultats qui en découle. De ce fait, identifier les sources d'excitation permet d'établir des modèles d'excitation réalistes pour alimenter les modèles numériques. Cependant, le champ d'application des méthodes d'identification (ou de reconstruction) de sources est bien plus large que cela. En effet, l'étude des sources peut permettre, par exemple, de caractériser les liaisons (interfaces) d'un système mécanique ou encore d'analyser les mécanismes d'excitation des structures et les transferts d'énergie vibratoire au sein d'un système. Mais une connaissance fine des sources d'excitation peut également servir de base à la mise en œuvre d'une stratégie de contrôle vibratoire adaptée, car cela nous conduit

à nous poser les questions suivantes : Le contrôle doit-il être large bande ? Un contrôle à la source est-il envisageable ou souhaité ? Si oui, le contrôle doit-il être localisé ou distribué ? Si non, puis-je mettre en place un contrôle délocalisé ou sur quelles caractéristiques de la structure puis-je m'appuyer pour réaliser le contrôle ? Quels sont les paramètres de contrôle et comment les identifier ? Bref, autant de questions, qui peuvent être abordées par le prisme de l'étude des sources d'excitation et des problèmes inverses. C'est donc à partir de ces éléments de réflexion que s'est naturellement bâti mon projet scientifique autour de ces deux thématiques connexes que sont l'identification de sources et le contrôle vibratoire des structures et que l'on peut résumer, très schématiquement, comme **l'identification des sources mécaniques à l'origine des vibrations que l'on souhaite contrôler**. C'est donc dans cet esprit que je m'attache, depuis mon intégration au sein du LMSSC, à développer une recherche originale, que ce soit dans le cadre de contrats de recherche ou de collaborations académiques avec des chercheurs du laboratoire ou issus d'autres entités.

## Discours de la méthode

« *Pour me comprendre, il faudrait savoir qui je suis* » chantait Michel Berger. Dans le cas présent, ces paroles sont applicables à la démarche scientifique que j'ai adoptée comme fil conducteur de mes recherches. En effet, pour comprendre la manière dont je mène mes recherches, il est important de connaître les piliers sur lesquels est bâti l'ensemble de l'édifice scientifique. Concrètement, ma stratégie de recherche s'articule autour du triptyque *modélisation – simulation – expérimentation*.

La création d'un modèle d'une structure ou d'un système mécanique est le préalable nécessaire à la mise en place de toute stratégie d'identification de sources et de contrôle. En effet, la notion de modèle est fondamentale en mécanique, car son rôle est de traduire mathématiquement notre compréhension des phénomènes physiques observés expérimentalement. Par conséquent, si le modèle n'est pas suffisamment fidèle à la réalité, des écarts subsisteront entre les résultats de simulation et d'expérimentation, ce qui peut s'avérer préjudiciable en fonction des objectifs poursuivis. Dans le cadre de l'identification de sources mécaniques, tout ce qui n'est pas inclus dans le modèle sera considéré comme des actions mécaniques extérieures au système. Cet écart *modèle-réalité* peut être volontairement utilisé pour caractériser, par exemple, les efforts de réactions aux limites d'un système ou les efforts de liaisons dans un mécanisme. Cependant, si l'on ne cherche à identifier que les efforts extérieurs au système, alors le modèle se doit d'être le plus fidèle possible à la physique observée, dans la mesure où le modèle guide en partie la résolution du problème de reconstruction. Dans le cas du contrôle vibratoire, un modèle non-représentatif peut conduire à un mauvais dimensionnement du dispositif de contrôle ou à des conclusions erronées quant aux performances réelles du système.

L'aspect simulation est intimement lié aux modèles définis, dans la mesure où à un modèle peut correspondre une méthode de simulation *ad hoc*. Pour les problèmes d'identification, la simulation permet de générer des jeux de données permettant de valider les approches développées et d'en étudier le comportement et les performances. Pour le contrôle vibratoire, la simulation permet non seulement de tester l'efficacité potentielle de la stratégie de contrôle, mais également d'évaluer sa robustesse grâce à la mise en place d'études paramétriques.

Enfin, l'expérimentation est le dernier pilier sur lequel s'appuie ma démarche de recherche, puisque seule l'application d'une stratégie en conditions opérationnelles est capable de valider définitivement la pertinence d'une méthode d'identification ou de contrôle. Ceci est d'autant plus vrai que l'on souhaite appliquer ces techniques à des systèmes ou des structures industrielles, dont les conditions de fonctionnement sont parfois éloignées de celles, très maîtrisées, que nous permettent les simulations numériques. L'expérimentation est donc le juge de paix de toutes mes recherches, car elle constitue le dernier maillon de la chaîne *réel – modèle – écart*. C'est pourquoi, je mets un point d'honneur à valider expérimentalement toutes les techniques d'identification et de contrôle au développement desquelles j'ai contribué.

## Organisation du mémoire

Ce manuscrit propose une synthèse des recherches que j'ai menées jusqu'à présent sur le développement de stratégies d'identification de sources et de contrôle efficaces. Pour mener à bien cet objectif, ce mémoire est divisé en trois chapitres. Les chapitres 1 et 2 présentent un bilan de mes activités sur l'identification de sources par régularisation du problème inverse, tandis que le chapitre 3 présente mes activités dans le domaine du contrôle vibratoire.

Le chapitre 1 se focalise sur les méthodes développées pour résoudre le problème d'identification de sources dans le domaine fréquentiel. Ces travaux ont été majoritairement menés en collaboration avec mon collègue et ami Olivier de Smet (Maître de conférences au Cnam et membre du LMSSC). Dans ce chapitre, j'utiliserai le plus possible le formalisme Bayésien pour présenter les approches développées, car il permet d'expliquer de manière élégante les particularités des stratégies mises en œuvre, tout en mettant très clairement en évidence les hypothèses associées.

Bien entendu, les approches présentées dans le chapitre 1 ne sont pas limitées au domaine fréquentiel et peuvent s'étendre très naturellement au domaine temporel. Ces extensions font, en partie, l'objet du chapitre 2. Cependant, ce chapitre ne saurait présenter qu'une simple transposition des méthodes de régularisation proposées dans le domaine fréquentiel. En effet, la reconstruction de sources dans le domaine temporel présentent quelques spécificités, liées notamment à la définition du modèle de reconstruction, qui peut être abordée sous différents angles et dont la stabilité peut dépendre de la discrétisation temporelle choisie. Cela nous a ainsi conduit à définir un nouveau modèle de reconstruction et à nous interroger sur les différentes stratégies applicables en temporel. C'est pourquoi, outre l'adaptation des approches par régularisation développées initialement pour des applications fréquentielles, les approches par filtrage de Kalman ont été étudiées par le biais de l'étude de différentes situations que l'on rencontre fréquemment en pratique lorsque l'on souhaite reconstruire les sources d'excitation. Ces travaux, menés dans le cadre de contrats de recherche avec le Centre National d'Études Spatiales (CNES), ont permis d'aboutir à des résultats originaux, qui ouvrent la voie à de futurs projets, axés sur la reconstruction de sources défilant à très hautes vitesses.

Le chapitre 3 résume les recherches réalisées dans le cadre du co-encadrement de la thèse de doctorat de Boris Lossouarn sur la réduction passive de vibrations par couplage de la structure à contrôler à un réseau électrique analogue. Ce chapitre vise à introduire les concepts clés de la démarche proposée, les principaux résultats, ainsi que quelques exemples de validations expérimentales, qui, à notre connaissance, font partie des premières à avoir été réalisées pour ce type de stratégie de contrôle.

Enfin, parce que la recherche consiste à constamment envisager le futur tout en portant un regard sur les travaux passés pour aller toujours plus loin<sup>2</sup>, ce mémoire se clôt sur un chapitre dédié aux projets scientifiques que je compte mener et développer à courts, moyens et longs termes.

---

2. Ceci fait référence à la célèbre phrase écrite par Isaac Newton à Robert Hooke : « *Si j'ai vu un peu plus loin, c'est parce que j'étais juché sur les épaules de Géants* »



# Chapitre 1

## Identification de sources mécaniques dans le domaine fréquentiel

Le problème d'identification de sources mécaniques est un problème inverse mal posé au sens de Hadamard. En particulier, cela signifie que l'existence d'une solution unique et stable n'est pas assurée. Lorsque j'ai initié mes recherches sur l'identification de sources mécaniques dans le domaine fréquentiel au début de l'année 2012, plusieurs stratégies avaient été développées pour remédier à ce problème. Pratiquement, ces dernières se répartissent en deux grandes catégories, définies en fonction du modèle de reconstruction utilisé pour guider la résolution du problème inverse. La première catégorie correspond à des approches locales basées sur l'utilisation de l'équation de mouvement de la structure considérée. Parmi ces travaux, on peut ainsi citer la méthode RIFF (pour *Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée*) consistant en l'application d'un fenêtrage, puis d'un filtrage de la distribution d'effort à identifier [PG95, PLTP09] ou encore la méthode proposée par Zhang et Adin Mann III basée sur l'utilisation de l'intensité structurale [ZI96]. La seconde catégorie de méthodes s'appuie, quant à elle, sur une description du comportement dynamique global du système à partir de la connaissance de sa matrice des fonctions de transfert. Parmi les stratégies les plus populaires, on retrouve notamment celles basées sur la TSVD (pour *Truncated Singular Value Decomposition*) [PS84, Ver97, JVT99, LJ06]. Cependant, l'approche la plus communément adoptée consiste à inclure, dans la formulation du problème inverse, de l'information *a priori* sur les sources à identifier pour contraindre l'espace des solutions admissibles. Pour cela, le formalisme Bayésien est généralement adopté, car il offre un cadre mathématique rigoureux permettant de combiner des informations probabilistes et mécaniques. Parmi toutes les approches dérivant de la statistique Bayésienne, les plus connues sont certainement les méthodes de régularisation de type Tikhonov [Tik63, TT03, LPLP05, Ren11]. Malheureusement, toutes les méthodes évoquées précédemment conduisent généralement à un lissage systématique des solutions régularisées, ce qui n'est pas souhaitable lorsque la structure est excitée par des sources localisées. Pour pallier ce problème, plusieurs approches ont été proposées. Ainsi, Renzi et al. ont par exemple utilisé l'algorithme de Richardson-Lucy<sup>1</sup> pour raffiner la solution obtenue à partir de la régularisation de Tikhonov [Ren11]. Cependant, cette procédure impose une contrainte de positivité sur la solution, ce qui implique une perte des relations de phase entre les sources identifiées. Une autre solution, proposée par Chardon et Daudet, repose sur une minimisation sous contrainte de la norme  $\ell_1$  du champ exciteur [CD12], afin de forcer la parcimonie de la solution. Enfin, il est important de citer les travaux de Guillaume et al. sur l'identification de sources d'excitation localisées, qui repose sur le calcul itératif de la solution à partir d'une forme particulière de pseudo-inverse pondérée [GPVS02, PVGO03]. La principale caractéristique de cette approche réside dans le calcul de la matrice de pondération qui est effectué de manière à minimiser la norme  $\ell_q$  ( $q \rightarrow 0$ ) des efforts à identifier sur toute la bande de fréquences considérée.

Sans être exhaustif, cet état de l'art reflète assez fidèlement le corpus de méthodes disponibles pour identifier les sources d'excitation mécaniques à l'époque où j'ai initié mes premières recherches

---

1. Du point de vue Bayésien, cette approche consiste à supposer un modèle de bruit suivant une loi de Poisson et une distribution uniforme pour le champ d'effort à identifier.

sur le sujet. Par conséquent, les approches proposées par la communauté mécanicienne (au sens large) ne me semblaient pas suffisamment flexibles pour exploiter pleinement les informations disponibles a priori sur la nature du bruit affectant les données et sur le type de sources à reconstruire (localisées ou réparties). Pour cela, seul le cadre Bayésien me paraissait à même d’apporter une réponse adaptée, car il permet, comme nous l’avons évoqué précédemment, d’obtenir les approches les plus couramment utilisées pour résoudre les problèmes d’identification de sources. D’autre part, ce formalisme m’ouvrait des possibilités bien plus larges que simplement l’obtention d’estimateurs ponctuels, puisqu’il permet d’inférer l’ensemble des densités de probabilités des paramètres du problème inverse. Dans le domaine de l’identification de sources mécaniques, tout le potentiel et l’intérêt de l’approche Bayésienne ont été clairement mis en évidence par Zhang et al. [ZAF12]. Ce travail me servirait plus tard de base pour proposer une inférence Bayésienne permettant d’évaluer notamment la robustesse des approches que nous avons développées. Cependant, à l’orée de l’année 2012, tout ceci n’était pas encore d’actualité et ma principale préoccupation était de trouver une méthode de régularisation de type Tikhonov répondant à mes objectifs du moment. Je suis donc parti en quête de cette fameuse méthode de régularisation en m’intéressant aux approches développées dans d’autres communautés scientifiques. Néanmoins, l’étude bibliographique menée sur l’identification de sources mécaniques m’avait déjà clairement montré que la notion de norme était la clé de mon problème. C’est ainsi que j’ai découvert des méthodes de régularisation non-convexes de type Tikhonov, basée sur la minimisation de la norme  $\ell_q$  ( $q \in ]0, 1[$ ) de la solution recherchée [CS07, NNZC08, Gra10, LW11, HW11]. Ces approches avaient été développées par la communauté du traitement du signal et de l’image afin d’obtenir une meilleure reconstruction des discontinuités d’un signal ou d’une image comparée à celle obtenue à partir d’une minimisation en norme  $\ell_1$  ou  $\ell_2$ . Il s’agissait là du point de départ de mes travaux de recherche...

## 1.1 Travail précurseur : La régularisation de Tikhonov généralisée

Articles : [J5, J12]

Communication : [C8]

Ce premier travail de recherche porte sur le développement d’une stratégie de régularisation originale permettant d’exploiter l’information disponible *a priori* aussi bien sur la nature du bruit affectant les données mesurées que sur le type de sources à identifier. C’est pourquoi, cette méthode a été baptisée *régularisation de Tikhonov généralisée*. On peut considérer le développement de cette stratégie de régularisation comme le travail précurseur de ma recherche, dans la mesure où il annonce, au travers des limitations qu’il présente, les approches que nous avons proposées par la suite.

### 1.1.1 Formulation du problème d’identification

Considérons la situation générale dans laquelle le champ vibratoire  $\mathbf{Y}$ , mesuré à la surface d’une structure, est produit par un champ exciteur inconnu  $\mathbf{F}$ . Lorsque la structure est linéaire invariante, son comportement vibratoire est complètement déterminé par la connaissance de sa matrice des fonctions de transfert  $\mathbf{H}$ , reliant le champ vibratoire  $\mathbf{Y}$  au champ exciteur  $\mathbf{F}$ . Si l’on suppose, par ailleurs, que le champ vibratoire mesuré est corrompu par un bruit additif  $\mathbf{N}$ , alors le champ vibratoire  $\mathbf{Y}$  peut être déterminé, à une fréquence donnée, à partir de la relation suivante :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{F} + \mathbf{N}. \quad (1.1)$$

**Remarque** - Le bruit  $\mathbf{N}$  est issu de deux contributions indépendantes. La première est liée aux erreurs de mesure, puisque les capteurs utilisés pour réaliser les mesures sont imparfaits. Cette contribution est généralement modélisée par un bruit additif. La seconde contribution est associée aux erreurs de modèle dans le cas où la matrice des fonctions de transfert  $\mathbf{H}$  est déterminée à partir d’un modèle analytique ou numérique de la structure. Dans ce cas, le bruit de modèle reflète l’imperfection du modèle utilisé pour réaliser le calcul. Si les erreurs de modèle sont suffisamment faibles, il est raisonnable de les intégrer au bruit de mesure [ZAF12].

L'objectif du problème d'identification de sources est de reconstruire le champ excitateur inconnu  $\mathbf{F}$  à partir du champ vibratoire  $\mathbf{Y}$  mesuré à la surface de la structure. Pour cela, comme nous l'avons évoqué dans l'introduction, le cadre Bayésien est ici adopté, car il offre un cadre mathématique rigoureux permettant de combiner des informations probabilistes et mécaniques. Le modèle Bayésien est un modèle d'incertitude, dans lequel tous les paramètres du problème sont supposés aléatoires. L'incertitude sur chaque paramètre est ainsi représentée par une distribution de probabilité, qui décrit l'état de connaissance ou *a priori* sur ce paramètre. Du point de vue mathématique, la formulation Bayésienne du problème d'identification de source s'appuie sur la règle de Bayes :

$$p(\mathbf{F}|\mathbf{Y}) \propto p(\mathbf{Y}|\mathbf{F})p(\mathbf{F}), \quad (1.2)$$

où

- $p(\mathbf{F}|\mathbf{Y})$  est la distribution de probabilité *a posteriori*, définissant la probabilité d'observer le champ excitateur  $\mathbf{F}$  étant donné un champ vibratoire  $\mathbf{Y}$ . En d'autres termes, elle définit ce qui est connu sur le champ excitateur après avoir mesuré le champ vibratoire ;
- $p(\mathbf{Y}|\mathbf{F})$  est la fonction de vraisemblance, définissant la probabilité d'observer le champ vibratoire mesuré  $\mathbf{Y}$  étant donné un champ excitateur  $\mathbf{F}$ . Elle traduit donc l'incertitude associée à la mesure du champ vibratoire ;
- $p(\mathbf{F})$  est la distribution de probabilité *a priori*, définissant la probabilité d'observer le champ excitateur avant que le champ vibratoire  $\mathbf{Y}$  ne soit mesuré. Elle reflète donc notre connaissance *a priori* du champ excitateur à identifier.

Dans le cadre de ce travail de recherche, on cherche le champ excitateur  $\hat{\mathbf{F}}$  le plus probable étant donné le champ vibratoire mesuré  $\mathbf{Y}$ . Du point de vue Bayésien, cela revient à trouver un estimateur ponctuel de  $\mathbf{F}$  qui soit un mode de la distribution de probabilité *a posteriori*. Mathématiquement, cela correspond au calcul de l'estimateur du maximum *a posteriori*, défini tel que :

$$\hat{\mathbf{F}} = \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmax}} p(\mathbf{Y}|\mathbf{F})p(\mathbf{F}). \quad (1.3)$$

En pratique, il est généralement plus simple de chercher une solution du problème dual, c'est-à-dire :

$$\hat{\mathbf{F}} = \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} -\ln p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}) - \ln p(\mathbf{F}). \quad (1.4)$$

D'après les équations qui précèdent, il est clair que plus l'information *a priori* reflète la nature du bruit et des sources à identifier, plus la probabilité *a posteriori* est grande. Partant de cette observation, on s'attend donc à obtenir des résultats pertinents en choisissant convenablement la fonction de vraisemblance et la distribution de probabilité *a priori*.

Le choix de la fonction de vraisemblance s'effectue en se rappelant qu'elle traduit l'incertitude associée à la mesure du champ vibratoire  $\mathbf{Y}$ . Par définition, cette incertitude est principalement liée au bruit de mesure  $\mathbf{N}$ . Par conséquent, la fonction de vraisemblance  $p(\mathbf{Y}|\mathbf{F})$  peut se réécrire sous la forme :

$$p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}) = p(\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}|\mathbf{N}), \quad (1.5)$$

ce qui traduit la probabilité d'obtenir  $\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F} = \mathbf{0}$  étant donné le bruit de mesure  $\mathbf{N}$ . En d'autres termes, la fonction de vraisemblance mesure la fidélité aux données mesurées du modèle vibratoire, correspondant au champ vibratoire non bruité  $\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{F}$ . Ainsi, la fonction de vraisemblance peut également s'écrire :

$$p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}) = p(\mathbf{N}), \quad (1.6)$$

où  $p(\mathbf{N})$  est la distribution de probabilité *a priori* du bruit, représentant la connaissance *a priori* de l'expérimentateur sur la nature du bruit affectant les données mesurées.

Si le bruit est supposé spatialement blanc et provenant de multiples causes indépendantes, alors la distribution  $p(\mathbf{N})$  peut être représentée par une loi normale multivariée de moyenne nulle et de paramètre de précision  $\tau_n$ . Par suite, la fonction de vraisemblance s'écrit :

$$p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}) \propto \exp \left[ -\tau_n \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 \right]. \quad (1.7)$$

Concernant maintenant le choix de la densité de probabilité *a priori*, nous avons vu qu'elle traduisait l'incertitude associée au champ non observable  $\mathbf{F}$ . Il s'agit donc d'un modèle d'expertise, qui peut être vu comme une mesure de la connaissance *a priori* que l'on possède sur le champ excitateur  $\mathbf{F}$ . Pour pouvoir identifier un champ excitateur pouvant être aussi bien localisé que réparti, nous avons supposé que les composantes du champ excitateur étaient des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi normale généralisée de moyenne nulle. Ce faisant, la distribution de probabilité *a priori* s'écrit :

$$p(\mathbf{F}) \propto \exp \left[ -\tau_s \|\mathbf{F}\|_q^q \right], \quad (1.8)$$

où

- $\tau_s$  est le paramètre d'échelle de la distribution, qui peut être vu comme le paramètre de précision de la distribution ;
- $q$  est le paramètre de forme de la distribution ;
- $\|\bullet\|_q$  est la norme  $\ell_q$  (ou quasi-norme si  $q < 1$ ).

Avant d'aller plus loin, arrêtons-nous un instant sur le choix de la valeur du paramètre de forme  $q$ , afin de bien comprendre le choix d'une loi normale généralisée comme distribution *a priori*. Pratiquement, la valeur du paramètre de forme conditionne l'*a priori* sur le type de sources à identifier. En effet, comme le montre l'analyse de la forme du cercle unité pour différentes valeurs de  $q$  présenté en Fig. 1.1, plus la valeur du paramètre de forme est petite, plus on favorise la parcimonie de la solution. À l'inverse, plus elle est grande, plus on favorise des champs d'excitation répartis. À partir de cette observation, une règle de choix du paramètre  $q$  peut être établie. Ainsi, dans le cas où le champ à identifier est réparti, on prendra  $q \geq 2$ . *A contrario*, si l'on souhaite reconstruire un champ d'excitation localisé ou parcimonieux, on choisira préférentiellement  $q \leq 1$ .

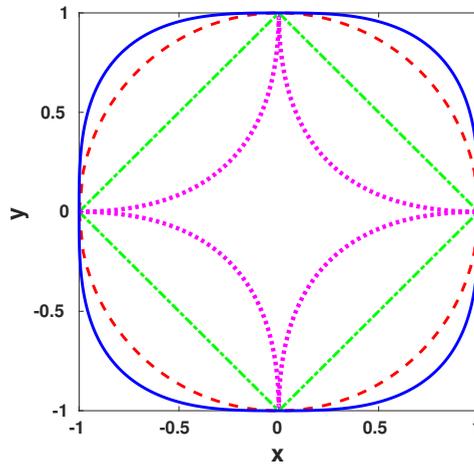


FIGURE 1.1 – Cercle unité  $|x|^q + |y|^q = 1$  pour différentes valeur de  $q$  - (—)  $q = 3$ , (---)  $q = 2$ , (— · —)  $q = 1$  et (· · ·)  $q = 0.5$

Au final, à partir du choix des distributions de probabilité effectué précédemment, on en déduit l'expression générale du problème d'identification définissant la régularisation de Tikhonov généralisée :

$$\hat{\mathbf{F}} = \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} \left\| \mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F} \right\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{F}\|_q^q, \quad (1.9)$$

où  $\lambda = \tau_s/\tau_n$  est le paramètre de régularisation de la méthode.

### 1.1.2 Résolution du problème d'identification

Bien que la formulation précédente soit relativement flexible pour décrire notre connaissance *a priori* des sources à identifier, la résolution du problème de minimisation ne peut se faire que de manière itérative, dans la mesure où la solution de ce dernier ne possède pas de forme explicite. Pour cela, je souhaitais implémenter un algorithme suffisamment général pour calculer la solution du problème quelque soit la valeur du paramètre de forme  $q$ . C'est pour satisfaire ces exigences que mon choix s'est porté sur l'algorithme IRLS (pour *Iteratively Reweighted Least Squares*) [Bjo96, RW06]. Dans ce qui suit, j'ai choisi de détailler la procédure de résolution, car il me semble important de présenter l'approche dans son ensemble, de la formulation à sa résolution. Cependant, ce choix s'explique également par le fait que cet algorithme est à la base de la résolution de toutes les formulations du problème d'identification que nous avons proposées ultérieurement. C'est pourquoi, seules les principales modifications et adaptations de l'algorithme introduit dans cette section seront présentées lors de la description des méthodes d'identification proposées dans la suite de ce manuscrit.

L'idée de base derrière l'algorithme IRLS est de remplacer la résolution directe du problème de minimisation donné par l'équation (1.9) par un processus itératif équivalent possédant une solution explicite et unique à chaque itération. Pour cela, la norme  $\ell_q$  est réécrite sous la forme d'une norme  $\ell_2$  pondérée, c'est-à-dire :

$$\forall q, \quad \|\mathbf{F}\|_q^q = \|\mathbf{W}^{1/2} \mathbf{F}\|_2^2, \quad (1.10)$$

où  $\mathbf{W} = \mathbf{W}(\mathbf{F}, q)$  est une matrice de pondération diagonale, définie positive.

Comme la matrice de pondération dépend explicitement de  $\mathbf{F}$  et de  $q$ , l'égalité précédente ne peut pas être vérifiée directement. Cela justifie donc l'usage d'une procédure itérative pour résoudre le problème d'identification tel que défini dans la section précédente. Par suite, dans le cadre d'un processus itératif, l'objectif est de trouver la solution  $\widehat{\mathbf{F}}^{(k+1)}$  à l'itération  $k+1$  à partir de la solution  $\widehat{\mathbf{F}}^{(k)}$  obtenue à l'itération précédente en fixant  $\mathbf{W}^{(k)} = \mathbf{W}(\widehat{\mathbf{F}}^{(k)}, q)$ , de manière à retrouver l'égalité (1.10) lorsque le processus itératif à converger. En appliquant cette idée à notre problème, cela signifie que l'on va mettre en place un processus itératif équivalent dont la solution  $\widehat{\mathbf{F}}^{(k+1)}$  à l'itération  $k+1$  est solution du problème de minimisation suivant :

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{F}}^{(k+1)} &= \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 + \lambda^{(k+1)} \left\| \mathbf{W}^{(k)1/2} \mathbf{F} \right\|_2^2 \\ &= \left( \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \lambda^{(k+1)} \mathbf{W}^{(k)} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{Y}, \end{aligned} \quad (1.11)$$

où le paramètre de régularisation  $\lambda^{(k+1)}$  est mis à jour à chaque itération à partir de méthodes de sélection automatique comme le principe de la courbe en L [Han98], la validation croisée généralisée (GCV) [GHW79] ou encore l'estimateur Bayésien [PAL15].

Dans les algorithmes de type IRLS, la matrice de pondération  $\mathbf{W}^{(k)}$  est définie telle que :

$$\mathbf{W}^{(k)} = \operatorname{diag} \left( w_1^{(k)}, \dots, w_j^{(k)}, \dots, w_N^{(k)} \right), \quad (1.12)$$

où  $N$  est le nombre de points de reconstruction du champ d'excitation. Dans la relation qui précède, les coefficients de pondération  $w_j^{(k)}$  sont tels que :

$$w_j^{(k)} = \max \left( \epsilon, \left| f_j^{(k)} \right| \right)^{q-2}, \quad (1.13)$$

où  $f_j^{(k)}$  est la  $j^{\text{ième}}$  composante du vecteur  $\widehat{\mathbf{F}}^{(k)}$  et  $\epsilon$  est un paramètre d'amortissement permettant d'éviter d'avoir des pondérations infinies lorsque  $\left| f_j^{(k)} \right| \rightarrow 0$  et  $q < 2$ . En pratique, le paramètre d'amortissement est choisi une fois pour toute durant la phase d'initialisation de l'algorithme de manière à ce que 5% des valeurs de  $\left| \widehat{\mathbf{F}}^{(0)} \right|$  soient inférieures ou égales à  $\epsilon$  [RW06].

Pour finir, l'algorithme IRLS étant, par définition, itératif, il reste à définir une solution initiale et un critère d'arrêt. Le choix de la solution initiale est l'un des points clés de la convergence de l'algorithme vers une solution mécaniquement pertinente, dans la mesure où la fonctionnelle à minimiser est non convexe si  $q < 1$ <sup>2</sup>. Une bonne solution initiale est une solution du problème, éventuellement grossière, simple à calculer, mais suffisamment proche de la solution réelle pour assurer la convergence du processus itératif. Ces conditions sont remplies par la solution de la régularisation de Tikhonov, à savoir :

$$\begin{aligned}\widehat{\mathbf{F}}^{(0)} &= \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 + \lambda^{(0)} \|\mathbf{F}\|_2^2 \\ &= \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \lambda^{(0)} \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{Y},\end{aligned}\tag{1.14}$$

où  $\lambda^{(0)}$  est le paramètre de régularisation initial. Concernant la définition du critère d'arrêt, un choix naturel consiste à arrêter le processus itératif lorsque la variation relative du paramètre de régularisation  $\lambda^{(k)}$  entre deux itérations successive est inférieure à une certaine tolérance, fixée ici à  $10^{-8}$ .

**Remarque** - Dans l'article original [J5], le paramètre de régularisation  $\lambda^{(k)}$  est supposé constant au cours des itérations afin de réduire les temps associés à son calcul qui s'appuie sur une décomposition en valeurs singulières de la matrice des fonctions de transfert  $\mathbf{H}$ . Pour cela, le paramètre de régularisation est sélectionné une fois pour toute lors de la phase d'initialisation de l'algorithme et correspond au paramètre de régularisation associé au calcul de la solution initiale, à savoir  $\lambda^{(0)}$ . Cependant, une étude plus fine, présentée dans [J11], montre que ce choix n'est viable que si le rapport  $\lambda^{(0)}/\lambda^{N_i}$  ( $N_i$  : nombre d'itération nécessaire pour atteindre la convergence) est de l'ordre de 10 au maximum. Si tel n'est pas le cas, alors la solution obtenue est de piètre qualité. Malheureusement, il est extrêmement difficile, voire impossible, de savoir *a priori* si l'on se trouve dans une configuration favorable. C'est pourquoi, cette stratégie a été totalement abandonnée par la suite et que nous recommandons dorénavant de toujours faire varier le paramètre de régularisation au cours des itérations lorsque  $q \neq 2$ .

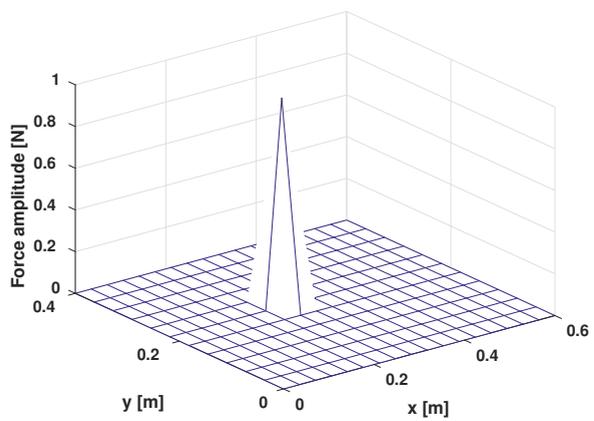
### 1.1.3 Applications

Pour démontrer la pertinence de la régularisation de Tikhonov généralisée pour traiter les problèmes d'identification de sources, deux exemples d'application, l'un numérique, l'autre expérimental, sont proposés dans cette section.

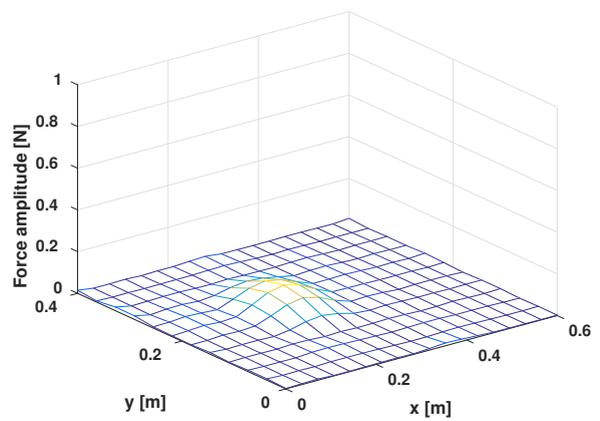
#### Expérience numérique

On s'intéresse ici à l'identification d'une force harmonique ponctuelle d'amplitude unitaire excitant une plaque d'acier à bords libres à une fréquence de 350 Hz. L'application de la régularisation de Tikhonov généralisée à partir du champ de déplacement bruité par un bruit additif Gaussien (SNR : 30 dB) et pour différentes valeurs de paramètre de forme  $q$  est présenté en Figure 1.2. Cette figure montre clairement l'importance du choix du paramètre  $q$  et son impact sur la qualité de la solution identifiée. En effet, on constate que dans le cas de la régularisation de Tikhonov, correspondant au cas  $q = 2$ , le champ d'effort reconstruit est réparti, c'est-à-dire que la position de la force peut être correctement estimée, alors que son amplitude est fortement sous-estimée. Au contraire, lorsque l'on choisit la valeur du paramètre de forme de manière à privilégier une solution parcimonieuse, ici  $q = 0.5$ , on constate que le champ d'effort reconstruit est en très bon accord avec le champ d'effort à identifier.

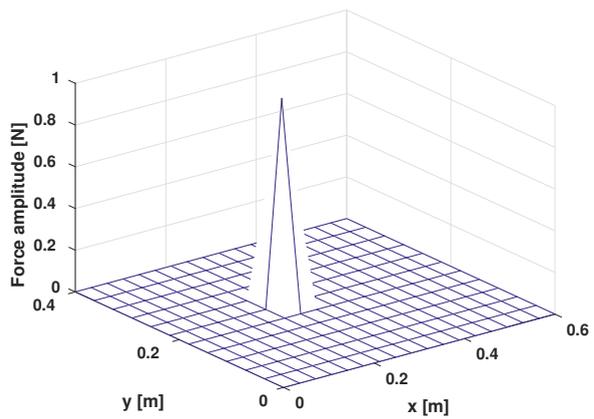
2. Cela signifie que la fonctionnelle ne possède pas nécessairement un unique minimiseur, dans la mesure où la fonctionnelle peut alors présenter des minima locaux



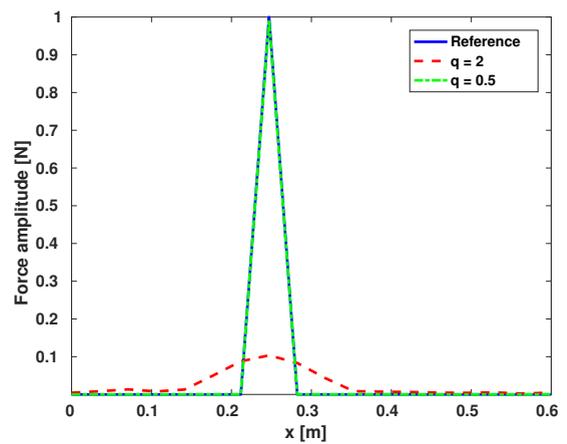
(a) Référence



(b) Régularisation de Tikhonov ( $q = 2$ )



(c) Régularisation de Tikhonov généralisée ( $q = 0.5$ )



(d) Vue en coupe

FIGURE 1.2 – Champ d'effort reconstruit à 350 Hz à partir du champ de déplacement bruité pour un SNR de 30 dB

## Validation expérimentale

Dans la référence [J11], la régularisation de Tikhonov généralisée a été appliquée à une plaque d'acier suspendue excitée par un pot vibrant muni d'un capteur d'effort et alimenté par un bruit blanc [cf. Figure 1.3].

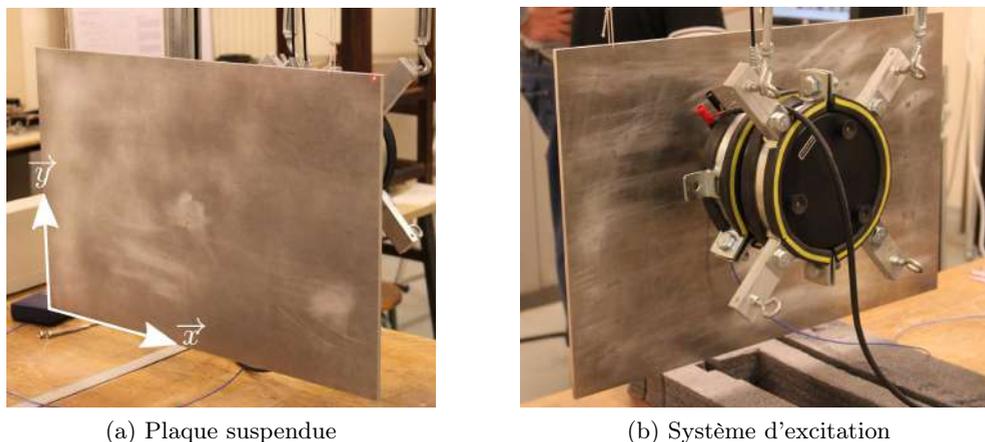


FIGURE 1.3 – Montage expérimental

L'application de régularisation de Tikhonov généralisée pour  $q = 0.5$  est présentée en Figure 1.4. L'analyse des résultats montre qu'en dehors des fréquences de résonance la régularisation de Tikhonov généralisée permet non seulement de localiser la position de la source d'excitation, mais également de quantifier correctement son amplitude. Au niveau des fréquences de résonance, les résultats ne sont généralement pas aussi bons qu'espérés. Cependant, ce constat n'est pas spécifique à l'approche proposée, puisqu'au niveau des fréquences de résonance il n'y a pas unicité de la solution<sup>3</sup>. Cela peut s'expliquer par le fait que pour des structures faiblement amorties la réponse vibratoire aux fréquences de résonance est majoritairement guidée par ses modes propres de vibration. Dit autrement, aux résonances de la structure, le champ vibratoire a la forme de la déformée propre correspondante. Ce résultat en demi-teinte peut également être partiellement associé aux erreurs de modèles, dans la mesure où le modèle éléments finis utilisé pour calculer la matrice des fonctions de transfert  $\mathbf{H}$  n'a pas été mis à jour à partir des mesures vibratoires réalisées.

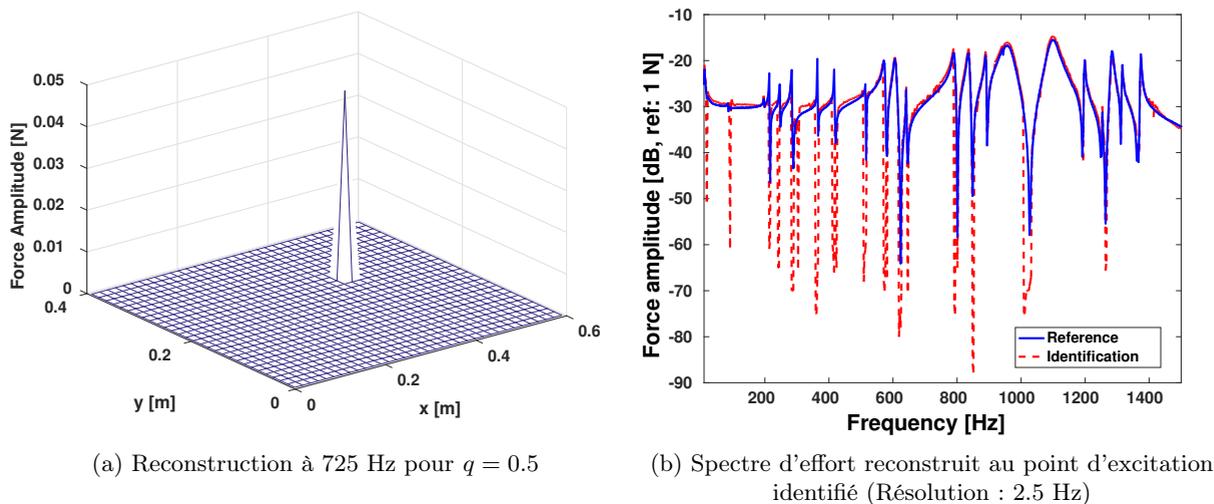


FIGURE 1.4 – Champ d'effort reconstruit à partir du champ de vitesse mesuré par vibrométrie laser

3. On peut également montrer analytiquement qu'aux résonances d'un système faiblement amorti la force nécessaire pour créer le mouvement mesuré est pratiquement nulle. En pratique, il arrive également que les non-linéarités d'un pot vibrant deviennent importantes aux fréquences de résonance, ce qui accroît les erreurs de modèle.

### 1.1.4 Limitations

Malgré des résultats prometteurs, il est très vite apparu que la régularisation de Tikhonov généralisée, telle que je l'avais introduite dans la référence [J5], présentait cinq limitations potentiellement problématiques :

1. La distribution de probabilité *a priori* utilisée définit un *a priori* global, ce qui signifie que l'on suppose que la structure est excitée sur toute la zone d'identification par un seul type de sources. Par conséquent, lorsque la structure est excitée par des sources de types différents (par exemple, localisées et réparties), la qualité du champ d'excitation identifié n'est pas satisfaisante, puisque l'*a priori* sur la distribution spatiale des sources n'est parfaitement adaptée à aucun type de sources. Ce problème est illustré en Figure 1.5 sur le cas d'une plaque simplement appuyée sur ses quatre bords pour laquelle on cherche à identifier l'effort excitateur et les efforts de réaction aux limites.

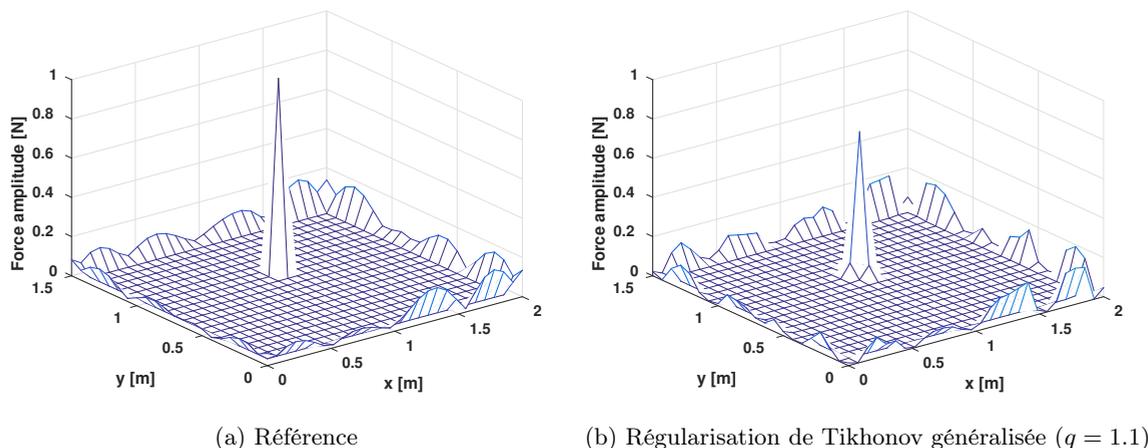


FIGURE 1.5 – Champ d'effort reconstruit sur une plaque simplement appuyée

2. Les performances de l'algorithme de résolution, en termes de temps de calcul, sont significativement impactées par le calcul et la mise à jour du paramètre de régularisation  $\lambda^{(k)}$  à chaque itération. Ceci est dû aux procédures de sélection automatique du paramètre de régularisation qui s'appuient généralement sur la décomposition en valeurs singulières de la matrice des fonctions de transfert  $\mathbf{H}$ . En effet, il est connu que cette opération est d'autant plus coûteuse que la dimension du problème est grande [TI97].
3. Lorsque les données mesurées sont extrêmement bruitées, la qualité de l'identification obtenue par la régularisation de Tikhonov généralisée est limitée. Ce problème est illustré en Figure 1.6 sur le cas d'une poutre libre-libre, dont le champ excitateur est reconstruit à partir du champ de déplacement bruité de manière à obtenir un SNR de 13 dB.

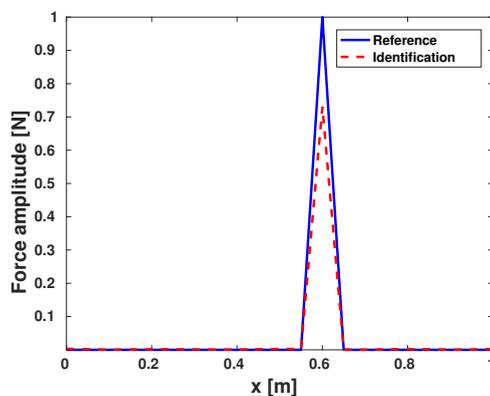


FIGURE 1.6 – Champ d'effort reconstruit sur une poutre libre-libre pour  $q = 0.5$  à partir d'un champ de déplacement bruité de SNR 13 dB

4. Lorsque l'on souhaite reconstruire à la fois le champ et le spectre d'excitation, il est clair que l'approche proposée est limitée aux cas où le type de source et le spectre d'excitation partagent les mêmes caractéristiques comme la parcimonie ou à ceux pour lesquels le vecteur d'excitation a les caractéristiques voulues<sup>4</sup>.
5. La régularisation de Tikhonov généralisée ne fournit qu'un estimateur ponctuel du champ d'excitation à reconstruire. Par conséquent, il est difficile, sauf pour le cas  $q = 2$ , d'évaluer la robustesse de la solution obtenue. D'autre part, tous les exemples présentés précédemment ont pointé du doigt la criticité du choix du paramètre de forme  $q$ . Cependant, choisir *a priori* une valeur pertinente est loin d'être une tâche facile pour un utilisateur peu expérimenté, dans la mesure où seule une analyse approfondie du système mécanique permet d'obtenir des informations sur la position et le type de sources à identifier. Malheureusement, ceci ne garantit pas que le paramètre choisi soit le plus adapté au problème traité.

Comme on peut le voir au travers des différentes questions soulevées ici, la régularisation de Tikhonov généralisée ne permet pas de traiter tous les problèmes d'identification de sources auxquels on peut être confronté en pratique. Ces questions ne pouvant rester sans réponses, j'ai décidé de poursuivre mes recherches, avec la collaboration de mon collègue Olivier De Smet, afin d'apporter à chaque problématique une solution adaptée. C'est donc dans ce contexte et dans cette optique que toutes les méthodes présentées dans la suite de ce chapitre ont été développées.

## 1.2 Prise en compte d'*a priori* locaux

Article : [J8]

Communications : [C7, C9]

Séminaire : [S5]

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la régularisation de Tikhonov généralisée ne permet d'introduire qu'un *a priori* global sur le champ d'excitation à identifier. Autrement dit, lorsque la structure est excitée par plusieurs sources de natures différentes, la qualité de reconstruction obtenue à partir de la régularisation de Tikhonov généralisée est nécessairement limitée, car l'information disponible sur les sources à identifier n'est pas pleinement exploitée. Pour pallier ce problème, nous avons amendé la stratégie initialement proposée, de manière à pleinement tirer parti de l'information disponible localement sur le type des sources à reconstruire.

### 1.2.1 Formulation et résolution du problème d'identification

Pour obtenir la formulation désirée et ainsi exploiter l'information locale disponible sur le type de sources excitant la structure, il suffit de modifier la distribution de probabilité *a priori* dans la relation (1.4) définissant la solution la plus probable au sens Bayésien.

Dans le cadre du travail présenté dans l'article [J8], on suppose que la structure considérée est excitée en différentes zones par des champs d'excitation non corrélés de natures différentes. Par suite, les champs excitateurs locaux  $\mathbf{F}_r$ , ainsi définis, peuvent être considérés comme des vecteurs aléatoires indépendants. De ce fait, la distribution de probabilité *a priori* peut s'écrire sous la forme :

$$p(\mathbf{F}) = \prod_{r=1}^R p(\mathbf{F}_r), \quad (1.15)$$

où  $R$  est le nombre de zones considérées et  $p(\mathbf{F}_r)$  est la distribution locale de probabilité, traduisant la connaissance *a priori* de l'expert sur le type de source à identifier dans la zone  $r$ .

---

4. Un exemple typique est celui de la reconstruction du champ et du spectre d'excitation d'une force ponctuelle large bande sur un grand nombre de point d'identification.

Comme nous l'avons fait pour la régularisation de Tikhonov généralisée, on suppose que les champs excitateurs locaux  $\mathbf{F}_r$  suivent des lois normales généralisées de moyenne nulle, de paramètre d'échelle  $\tau_{sr}$  et de paramètre de forme  $q_r$  :

$$p(\mathbf{F}_r) \propto \exp \left[ -\tau_{sr} \|\mathbf{F}_r\|_{q_r}^{q_r} \right]. \quad (1.16)$$

L'introduction de cette distribution de probabilité *a priori* dans le calcul de l'estimateur du maximum *a posteriori* [cf. Équation (1.4)] conduit à la formulation d'un problème d'identification exploitant l'information disponible *a priori* sur le type de sources excitant un structure, à savoir :

$$\hat{\mathbf{F}} = \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 + \sum_{r=1}^R \lambda_r \|\mathbf{F}_r\|_{q_r}^{q_r}, \quad (1.17)$$

où  $\lambda_r = \tau_{sr}/\tau_n$  est le paramètre de régularisation associé à la zone  $r$ .

À ce stade, on dispose donc de  $2R$  paramètres ( $\lambda_r, q_r$ ) pour traduire notre connaissance *a priori* sur le problème. Cependant, pour simplifier le problème, nous avons choisi de réduire le nombre de paramètres de régularisation en imposant l'égalité de ces derniers pour toutes les zones, ce qui revient à ne travailler qu'avec un seul et unique paramètre de régularisation  $\lambda$ . Au final, le problème d'identification s'écrit :

$$\hat{\mathbf{F}} = \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 + \lambda \sum_{r=1}^R \|\mathbf{F}_r\|_{q_r}^{q_r}. \quad (1.18)$$

Du point de vue de la résolution, la prise en compte d'*a priori* locaux ne nécessite qu'une adaptation mineure de l'algorithme IRLS présenté dans la section 1.1.2, puisqu'il suffit de calculer des matrices de pondérations locales  $\mathbf{W}_r^{(k)}$  pour chaque zone  $r$  [cf. Équations (1.12) et (1.13)] et de construire ensuite une matrice de pondération globale  $\mathbf{W}^{(k)}$ , définie telle que :

$$\mathbf{W}^{(k)} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_1^{(k)} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{W}_R^{(k)} \end{pmatrix}. \quad (1.19)$$

**Remarque** - L'hypothèse d'indépendance des champs excitateurs locaux et de chacune des composantes de ces derniers est une hypothèse forte. Cependant, l'étude de la littérature nous apprend que ce type de formulation donne de bons résultats lorsque les composantes du champ d'excitation sont effectivement indépendantes, mais aussi lorsqu'une dépendance fonctionnelle existe entre ces composantes (ce qui est le cas par exemple lorsque l'on cherche à identifier les sources à l'intérieur de la zone d'identification et les efforts de réaction aux limites associés) [Ris01].

## 1.2.2 Application

Comme nous l'avons clairement mis en évidence en Figure 1.5, la définition d'un *a priori* global pour toute la zone d'identification ne permet pas d'obtenir une reconstruction quantitativement satisfaisante, lorsque l'on cherche par exemple à identifier une force ponctuelle unitaire excitant une plaque simplement appuyée ainsi que les forces de réaction aux limites associées. Dans ce cas, pour améliorer le résultat obtenu, la structure est divisée en deux zones d'identification : une zone centrale contenant la force ponctuelle, dans laquelle la solution est supposée parcimonieuse ( $q_1 = 0.5$ ), et une zone correspondant aux limites de la plaque, dans laquelle on privilégie une solution répartie ( $q_2 = 2$ ) [cf. Figure 1.7].

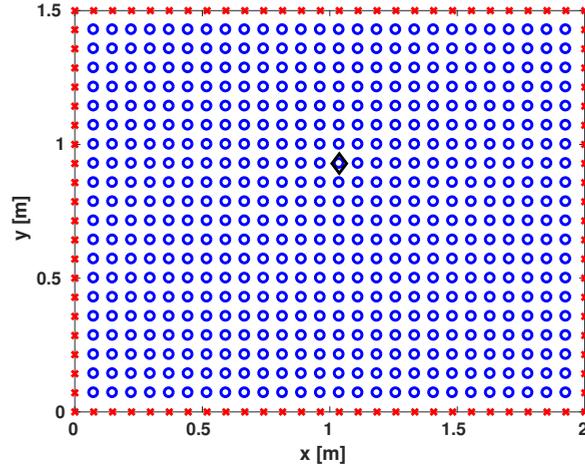


FIGURE 1.7 – Définition des zones d’identification – ( $\circ$ ) zone 1 : solution parcimonieuse, ( $\times$ ) zone 2 : solution répartie et ( $\diamond$ ) position de la force ponctuelle

La Figure 1.8 présente le champ excitateur obtenu à partir de la régularisation de Tikhonov généralisée intégrant la prise en compte d’*a priori* locaux. Ce résultat montre clairement le bénéfice que l’on peut tirer d’une telle approche en termes de qualité de reconstruction comparé à une reconstruction réalisée à partir d’un *a priori* global défini sur toute la zone d’identification [cf. Figure 1.5]. On notera, à toutes fins utiles, qu’une validation expérimentale de cette approche a été présentée dans l’article [J8].

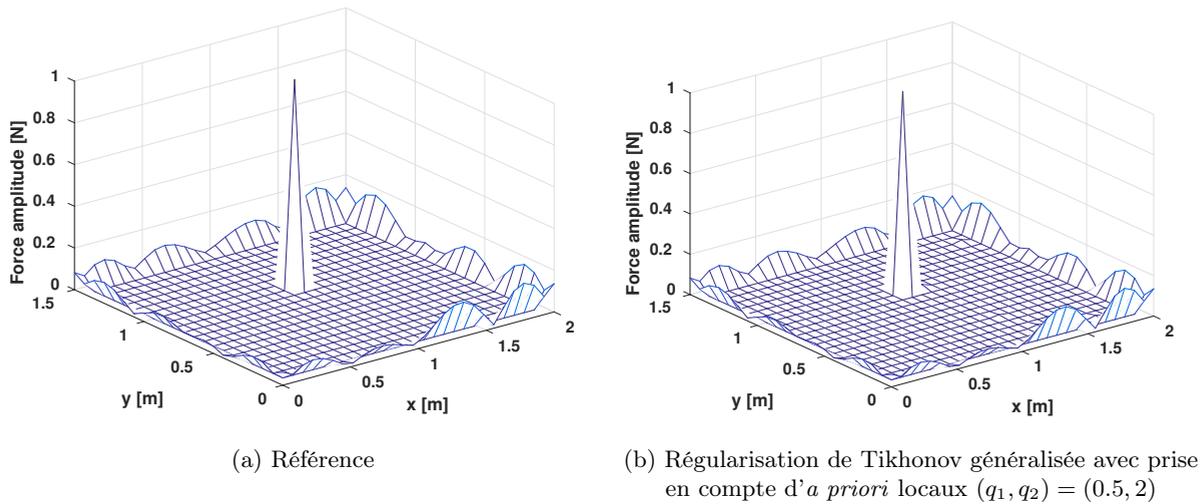


FIGURE 1.8 – Champ d’effort reconstruit sur une plaque simplement appuyée à partir du champ de déplacement bruité pour un SNR de 30 dB

**Remarque** - Pour ne pas alourdir inutilement la présentation des différentes approches proposées dans la suite de ce chapitre, ces dernières seront introduites en ne considérant qu’une seule zone d’identification. Il est toutefois important de noter que cette approche par zone d’identification est tout à fait générique et peut donc aisément s’appliquer à toutes les méthodes décrites dans la suite de ce document comme nous l’avons fait, par exemple, dans les articles [J11, J15].

## 1.3 Réduction des temps de calcul

Articles : [J12, J16]

Communication : [C13]

Séminaire : [S5]

D'une manière générale, les méthodes de régularisation de type Tikhonov, comme celles présentées précédemment, sont un cas particulier d'une approche appelée régularisation additive<sup>5</sup>. Formellement, la régularisation additive se définit à partir de la formulation suivante [Nik02, Gra10] :

$$\hat{\mathbf{F}} = \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} \mathcal{F}(\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}) + \lambda \mathcal{R}(\mathbf{F}),$$

où

- $\mathcal{F}(\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F})$  est appelé terme de fidélité aux données, car il contrôle *a priori* sur le biais observé (i.e. le bruit) entre les données mesurées et les données estimées à partir du modèle de reconstruction ;
- $\mathcal{R}(\mathbf{F})$  est appelé terme de régularisation, car il contrôle *a priori* sur les sources à identifier ;
- $\lambda$  est le paramètre de régularisation qui règle le compromis entre les termes de fidélité aux données et le terme de régularisation. Si l'on considère le problème inverse comme un problème de minimisation sans contraintes, le paramètre de régularisation s'interprète alors comme un multiplicateur de Lagrange.

Malgré leur efficacité, les approches additives reposent sur la détermination du paramètre de régularisation  $\lambda$ . Pour cela, différentes procédures de sélection ont été développées, comme le principe de décroissance de Morozov [Sch93], la validation croisée généralisée [GHW79], l'estimateur Bayésien [PAL15] ou encore le principe de la courbe en L [Han98]. Il faut toutefois noter que ces approches peuvent présenter un coût de calcul important, puisqu'elles sont basées soit sur le calcul de la racine d'une certaine équation, soit sur la minimisation d'une fonctionnelle ou encore sur la détermination de la courbure maximale d'une certaine courbe. Ce coût de calcul est en grande partie lié à l'utilisation de la décomposition en valeurs singulières de la matrice des fonctions de transfert  $\mathbf{H}$  lors de la mise en œuvre pratique de ces procédures de sélection. C'est pourquoi, il peut être intéressant de développer une méthode de régularisation permettant de s'affranchir de l'utilisation de ces procédures de sélection de manière à réduire les temps de calculs des solutions régularisées. Ce prérequis est rempli par les méthodes de régularisation dites multiplicatives [BBA99, BAF03, ABHB04, LJ10, Rod11], pour lesquelles le terme de régularisation  $\mathcal{R}(\mathbf{F})$  est introduit sous la forme d'une contrainte multiplicative. Pratiquement, cela signifie que le champ d'excitation est solution du problème de minimisation suivant :

$$\hat{\mathbf{F}} = \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} \mathcal{F}(\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}) \cdot \mathcal{R}(\mathbf{F}). \quad (1.20)$$

**Remarque** - Bien que la régularisation multiplicative en tant que formulation d'un problème inverse ait été introduite par van den Berg et al. (notamment dans [BBA99]), ce type de fonctionnelle avait déjà été utilisé par Regińska dans [Reg96] pour estimer la valeur du paramètre de régularisation optimal.

### 1.3.1 Formulation et caractéristiques de la régularisation multiplicative

Dans le cadre de ce travail de recherche, nous avons introduit une forme particulière de régularisation multiplicative, basée sur les travaux menés précédemment sur la régularisation de Tikhonov généralisée et ses variantes. En effet, la régularisation multiplicative que nous avons proposée est construite à partir des termes de fidélité aux données et de régularisation définis lors de l'établissement

5. Cette terminologie s'explique par le fait que le terme de régularisation apparaît sous la forme d'une contrainte additive.

de la régularisation de Tikhonov généralisée. Autrement dit, la régularisation multiplicative introduite dans [J8, J16, C13] s'écrit lorsque l'on ne considère qu'une seule zone d'identification :

$$\widehat{\mathbf{F}} = \underset{\mathbf{F} \setminus \{\mathbf{0}\}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 \cdot \|\mathbf{F}\|_q^q. \quad (1.21)$$

La régularisation multiplicative possède plusieurs caractéristiques remarquables. Tout d'abord, on peut noter que la solution  $\widehat{\mathbf{F}} = \mathbf{0}$  est exclue de la recherche, bien qu'elle corresponde au minimum global de la fonctionnelle considérée. En effet, comme on ne s'intéresse qu'à des systèmes linéaires, si le champ vibratoire mesuré est non nul à une fréquence donnée, alors le champ d'excitation à cette même fréquence est nécessairement non nul. Ensuite, la solution du problème (1.21) s'obtient à partir de la condition d'optimalité de premier ordre, qui est ici donnée par :

$$2\mathbf{H}^H \mathbf{H} - 2\mathbf{H}^H \mathbf{Y} + q\alpha(\widehat{\mathbf{F}}) \left[ \left| \widehat{\mathbf{F}} \right|^{q-2} \circ \widehat{\mathbf{F}} \right] = \mathbf{0}, \quad (1.22)$$

où  $\circ$  désigne le produit matriciel de Hadamard et  $\alpha(\widehat{\mathbf{F}})$  est le paramètre de régularisation de l'approche multiplicative, défini tel que :

$$\alpha(\widehat{\mathbf{F}}) = \frac{\|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\widehat{\mathbf{F}}\|_2^2}{\|\widehat{\mathbf{F}}\|_q^q}. \quad (1.23)$$

Les deux relations précédentes montrent clairement que la solution de la régularisation multiplicative ne peut s'obtenir que de manière itérative quelque soit la valeur du paramètre  $q$ . Deux raisons à cela. D'une part, dans le cas où  $q \neq 2$ , la fonctionnelle à minimiser ne possède pas de solution explicite. D'autre part, quelque soit la valeur du paramètre  $q$ , le paramètre de régularisation de l'approche multiplicative  $\alpha(\widehat{\mathbf{F}})$  dépend explicitement de la solution régularisée  $\widehat{\mathbf{F}}$ . Cette dernière propriété constitue l'atout principal de la régularisation multiplicative par rapport à la régularisation additive, dans la mesure où, dans le cadre d'un processus itératif, le paramètre de régularisation  $\alpha$  est mis à jour automatiquement tout au long du processus de résolution sans nécessité l'utilisation de procédures de sélection coûteuses en temps de calcul. C'est pourquoi, le paramètre  $\alpha$  est nommé paramètre de régularisation adaptatif.

### 1.3.2 Résolution du problème d'identification

Du point de vue de la résolution, le fait que le calcul de la solution de la régularisation multiplicative nécessite la mise en place d'un processus itératif n'est pas un problème en soit, dans la mesure où la solution peut être aisément obtenue à partir de l'algorithme IRLS utilisé jusqu'à présent. En effet, à l'itération  $k + 1$  de l'algorithme IRLS le champ excitateur  $\widehat{\mathbf{F}}^{(k+1)}$  est solution du problème de minimisation suivant :

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{F}}^{(k+1)} &= \underset{\mathbf{F} \setminus \{\mathbf{0}\}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 \cdot \left\| \mathbf{W}^{(k)1/2} \mathbf{F} \right\|_2^2 \\ &= \left( \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \alpha^{(k+1)} \mathbf{W}^{(k)} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{Y}, \end{aligned} \quad (1.24)$$

où le paramètre de régularisation adaptatif est défini tel que :

$$\alpha^{(k+1)} := \frac{\|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\widehat{\mathbf{F}}^{(k)}\|_2^2}{\left\| \mathbf{W}^{(k)1/2} \widehat{\mathbf{F}}^{(k)} \right\|_2^2}. \quad (1.25)$$

**Remarque** - Le lecteur attentif notera que la solution explicite donnée dans la relation précédente n'est pas strictement la solution du problème de minimisation à l'itération  $k + 1$ . En effet, la résolution de ce problème nécessite théoriquement la mise en place d'un second processus de résolution itératif. Nous avons montré dans l'article [J16] que le paramètre de régularisation adaptatif défini dans l'équation (1.25) correspondait en fait à celui obtenu après la première itération du second processus itératif. Nous avons également mis en évidence dans ce papier qu'arrêter le processus itératif interne après la première itération ou aller jusqu'à convergence n'avait pas d'impact significatif sur la qualité de la solution régularisée.

Comme le montre les relations précédentes, la régularisation multiplicative permet donc de s'affranchir de l'utilisation des procédures standard de sélection du paramètre de régularisation. En théorie, cette approche permet ainsi de réduire significativement les temps de calcul de la solution régularisée, car la mise à jour du paramètre de régularisation adaptatif  $\alpha^{(k)}$  est moins coûteuse que celle du paramètre de régularisation  $\lambda^{(k)}$ . Pour assurer des performances maximales, la clé de la résolution réside dans le choix de la solution initiale. En effet, comme pour la régularisation de Tikhonov généralisée, la solution initiale est la solution de la régularisation de Tikhonov, c'est-à-dire :

$$\widehat{\mathbf{F}}^{(0)} = \left( \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \alpha^{(0)} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{Y}. \quad (1.26)$$

Cependant, pour préserver les avantages de la régularisation multiplicative, il faut que le paramètre de régularisation adaptatif initial puisse être estimé sans utiliser de procédure de sélection automatique. En pratique, cela s'avère être une tâche délicate, car l'ordre de grandeur du paramètre de régularisation optimal est généralement difficile à déterminer à partir des seules données mesurées. Pour éviter ce problème, nous avons proposé une procédure heuristique pour déterminer une valeur raisonnable de  $\alpha^{(0)}$ , qui se décline comme suit :

1. Trouver des estimations de la plus grande et de la plus petite valeur singulière de  $\mathbf{H}$ ,  $\widehat{\sigma}_1$  et  $\widehat{\sigma}_n$ . Mathématiquement, celles-ci sont données par les relations suivantes :

$$\widehat{\sigma}_1 = \sqrt{\|\mathbf{H}\|_\infty \|\mathbf{H}\|_1} \quad \text{et} \quad \widehat{\sigma}_n = \frac{\widehat{\sigma}_1}{\widehat{\kappa}(\mathbf{H})}, \quad (1.27)$$

où  $\widehat{\kappa}(\mathbf{H})$  est un estimateur du conditionnement en norme 2.

2. Définir un ensemble  $S_{\alpha_0}$  de valeurs possible de  $\alpha^{(0)} \in [\widehat{\sigma}_n, \widehat{\sigma}_1]$  en utilisant un pas logarithmique constant pour tenir compte de la décroissance des valeurs singulières.
3. Choisir  $\alpha^{(0)} = \text{median}(S_{\alpha_0})$ .

### 1.3.3 Lien entre régularisation additive et multiplicative

Une question qui est souvent revenue lors de discussions que j'ai pu avoir avec des collègues à propos de la régularisation multiplicative était son lien avec la régularisation additive. Dans le cas où  $q = 2$ , nous avons montré dans [J11] que la solution de la régularisation multiplicative correspondait à l'un des points de la courbe en L pour lequel le coefficient directeur de la tangente à la courbe vaut  $-1$ . Mais ceci n'est au fond qu'un indice d'un lien formel plus profond entre les deux types de régularisation. Pour mettre en évidence ce lien, je vais m'appuyer, une nouvelle fois, sur le formalisme Bayésien. Il faut noter ici que ce qui suit est une contribution originale de ce mémoire.

Commençons par considérer la procédure de calcul de la solution à partir de la régularisation multiplicative lorsque  $q = 2$ . Dans ce cas, la résolution s'effectue de la manière suivante :

1. **Initialisation** - Estimer  $\alpha^{(0)}$  et calculer  $\widehat{\mathbf{F}}^{(0)}$ .
2. **Itération** - Pour  $k = 1, \dots, N_k$ , calculer  $\alpha^{(k)}$  et le champ excitateur  $\widehat{\mathbf{F}}^{(k)}$  à partir des relations suivantes :

$$\alpha^{(k)} = \frac{\|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\widehat{\mathbf{F}}^{(k-1)}\|_2^2}{\|\widehat{\mathbf{F}}^{(k-1)}\|_2^2} \quad \text{et} \quad \widehat{\mathbf{F}}^{(k)} = \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \alpha^{(k)} \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{Y}. \quad (1.28)$$

3. **Convergence** - Répéter l'étape 2 jusqu'à convergence.

À première vue, il n'y a pas de relation évidente avec la régularisation additive associée. C'est à ce stade que le formalisme Bayésien nous offre une réponse aussi élégante qu'évidente. En effet, reprenons la formulation Bayésienne utilisée pour établir la régularisation de Tikhonov généralisée dans le cas où  $q = 2$ , à savoir :

$$p(\mathbf{F}|\mathbf{Y}, \tau_n, \tau_s) \propto p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}, \tau_n) p(\mathbf{F}|\tau_s), \quad (1.29)$$

où la fonction de vraisemblance et la distribution de probabilité *a priori* sont données par :

$$p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}, \tau_n) = \left[\frac{\tau_n}{\pi}\right]^N \exp[-\tau_n \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2] \quad \text{et} \quad p(\mathbf{F}|\tau_s) = \left[\frac{\tau_s}{\pi}\right]^M \exp[-\tau_s \|\mathbf{F}\|_2^2], \quad (1.30)$$

où  $N$  est le nombre de points de mesure et  $M$  est le nombre de point d'identification.

Cette formulation du problème inverse suppose que les paramètres de précision  $\tau_n$  et  $\tau_s$  soient une donnée du problème. Cependant, comme nous l'avons vu, cela implique, dans le cas du calcul de la solution au sens du maximum *a posteriori*, l'utilisation de procédures externes de type courbe en L pour déterminer le paramètre de régularisation « optimal ». Considérons, au contraire, que ces paramètres sont également des inconnues du problème. Dans ce cas, la formulation Bayésienne du problème devient :

$$p(\mathbf{F}, \tau_n, \tau_s|\mathbf{Y}) \propto p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}, \tau_n) p(\mathbf{F}|\tau_s) p(\tau_n) p(\tau_s). \quad (1.31)$$

Ici, nous allons supposer que toutes les valeurs des paramètres  $\tau_n$  et  $\tau_s$  sont équiprobables<sup>6</sup>, c'est-à-dire :

$$p(\tau_n) \propto 1 \quad \text{et} \quad p(\tau_s) \propto 1. \quad (1.32)$$

Par suite, nous allons chercher les paramètres les plus probables étant donné le champ vibratoire mesuré  $\mathbf{Y}$ . Autrement dit, nous cherchons l'estimateur du maximum *a posteriori* suivant :

$$\left(\widehat{\mathbf{F}}, \widehat{\tau}_n, \widehat{\tau}_s\right) = \underset{(\mathbf{F}, \tau_n, \tau_s)}{\operatorname{argmax}} p(\mathbf{F}, \tau_n, \tau_s|\mathbf{Y}). \quad (1.33)$$

Tous calculs faits, on trouve :

$$\widehat{\mathbf{F}} = \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \widehat{\lambda} \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{Y}, \quad \widehat{\tau}_n = \frac{N}{\|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\widehat{\mathbf{F}}\|_2^2} \quad \text{et} \quad \widehat{\tau}_s = \frac{M}{\|\widehat{\mathbf{F}}\|_2^2}, \quad (1.34)$$

où le paramètre de régularisation  $\widehat{\lambda}$  est défini tel que :

$$\widehat{\lambda} = \frac{\widehat{\tau}_s}{\widehat{\tau}_n} = \frac{M}{N} \frac{\|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\widehat{\mathbf{F}}\|_2^2}{\|\widehat{\mathbf{F}}\|_2^2}. \quad (1.35)$$

Par suite, pour trouver la solution du problème défini par les relations (1.34), une procédure itérative doit être mise en place. Pratiquement, la résolution s'effectue comme suit :

---

6. Contrairement à ce que l'on pourrait penser, ceci ne traduit absolument pas l'absence d'information sur les paramètres à identifier. En effet, la distribution uniforme n'est pas une distribution non informative, car l'application d'un changement de variable modifie sa forme.

1. **Initialisation** - Estimer  $\widehat{\lambda}^{(0)}$  et calculer  $\widehat{\mathbf{F}}^{(0)}$ .
2. **Itération** - Pour  $k = 1, \dots, N_k$ , calculer  $\widehat{\lambda}^{(k)}$  et le champ excitateur  $\widehat{\mathbf{F}}^{(k)}$  à partir des relations suivantes :

$$\widehat{\lambda}^{(k)} = \frac{M}{N} \frac{\left\| \mathbf{Y} - \mathbf{H} \widehat{\mathbf{F}}^{(k-1)} \right\|_2^2}{\left\| \widehat{\mathbf{F}}^{(k-1)} \right\|_2^2}. \quad \text{et} \quad \widehat{\mathbf{F}}^{(k)} = \left( \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \widehat{\lambda}^{(k)} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{Y}. \quad (1.36)$$

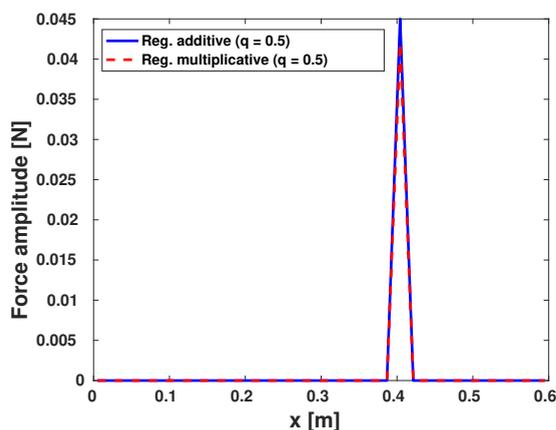
3. **Convergence** - Répéter l'étape 2 jusqu'à convergence.

La procédure de résolution présentée ci-dessus montre clairement que la régularisation multiplicative est liée à la régularisation additive par l'intermédiaire de leur paramètre de régularisation respectif puisque ces derniers sont liés par la relation <sup>7</sup> :

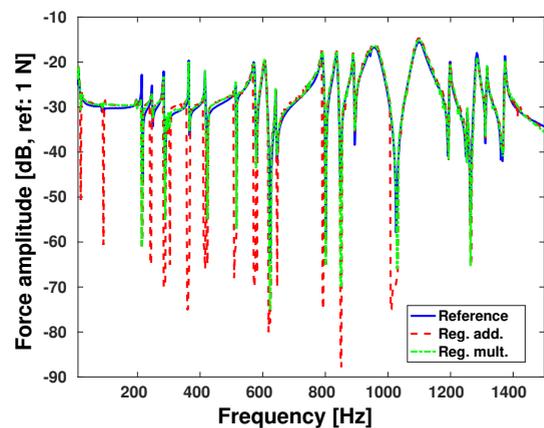
$$\widehat{\lambda}^{(k)} = \frac{M}{N} \alpha^{(k)}. \quad (1.37)$$

### 1.3.4 Application

Le principal objectif de la régularisation multiplicative était de réduire drastiquement les temps de résolution tout en préservant la qualité des solutions régularisées. Autrement dit, l'idée était de démontrer que la régularisation multiplicative pouvait constituer une alternative crédible à la régularisation additive. Pour cela, des comparaisons numériques et expérimentales ont été réalisées. L'un des exemples les plus significatifs est l'application de la régularisation multiplicative à la validation expérimentale proposée en section 1.1.3. Dans ce cas, l'analyse des résultats présentés en Figure 1.9 montre que la qualité de la solution identifiée à partir de la régularisation multiplicative et de la régularisation de Tikhonov généralisée est globalement similaire, bien qu'à certaines fréquences, notamment aux fréquences de résonance de la structure, la régularisation multiplicative fournisse une solution plus pertinente au regard des niveaux d'efforts à identifier. Plus intéressant, peut-être, est l'analyse des temps de calculs de chaque approche pour obtenir la solution régularisée. En effet, dans le cas présent, la régularisation multiplicative est environ 10 fois plus rapide que la régularisation de Tikhonov généralisée (7h contre 78h), ce qui répond à l'objectif initial visé par la régularisation multiplicative.



(a) Vue en coupe du champ d'effort reconstruit à 725 Hz – Référence : 42 mN, Régularisation additive : 45 mN, Régularisation multiplicative : 42 mN



(b) Spectre d'effort reconstruit au point d'excitation identifié (Résolution : 2.5 Hz)

FIGURE 1.9 – Comparaison du champ d'effort reconstruit expérimentalement à partir de la régularisation multiplicative et de la régularisation de Tikhonov généralisée

7. On notera que cette relation est valable pour tout  $q$  et se généralise à un nombre quelconque de zones.

## 1.4 Reconstruction à partir de mesures extrêmement bruitées

Article : [J17]

Communication : [C26]

La régularisation de Tikhonov généralisée et la régularisation multiplicative affichent leur limite lorsque les mesures utilisées pour l'identification sont extrêmement bruitées. Plus globalement, lorsque la qualité de la solution identifiée n'est pas satisfaisante, la démarche généralement adoptée est de raffiner la solution initialement obtenue à partir des approches utilisées en première intention. Dans la littérature, une technique qui répond à cette définition est la régularisation de Tikhonov itérée [KC79, Han98]. De manière générale, elle se définit comme suit :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{F}}^{(0)} = \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{F}}^{(k)} = \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 + \lambda^{(k)} \|\mathbf{F} - \hat{\mathbf{F}}^{(k-1)}\|_2^2 \quad \text{pour } k \geq 1 \end{cases} \quad (1.38)$$

Formellement, la formulation précédente est qualifiée de non stationnaire, car la valeur paramètre de régularisation change à chaque itération. Dans le cas contraire, l'approche est dite stationnaire. D'un point de vue pratique, la régularisation de Tikhonov itérée peut être conçue comme un raffinement itératif d'une solution initiale obtenue après application de la régularisation de Tikhonov standard. Par conséquent, cette approche conduit, même après raffinement à des solutions globalement réparties, comme l'illustre la Figure 1.10 présentant le champ d'effort identifié à partir de la régularisation de Tikhonov itérée sur une poutre à bords libres.

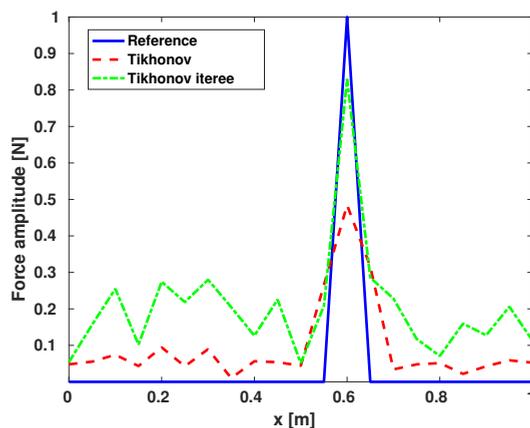


FIGURE 1.10 – Champ d'effort reconstruit à partir de la régularisation de Tikhonov itérée stationnaire à partir d'un champ de déplacement bruité de SNR 13 dB

Pour pallier ce problème, nous avons récemment proposé une régularisation multiplicative itérée, dont l'objectif principal est de combiner les avantages de la régularisation multiplicative et de la régularisation de Tikhonov itérée.

**Remarque** - Les approches proposées précédemment, tout comme, par exemple, l'approche proposée par Renzi et al. dans [Ren11] n'entrent pas, selon moi, dans la catégorie des stratégies de raffinement de solutions, car elles sont toutes basées sur une formulation du problème inverse dont le but n'est pas de raffiner une solution préalablement calculée, mais plutôt de traduire mathématiquement les informations disponibles *a priori* sur le problème. Cependant, ce point de vue peut ne pas faire l'unanimité si l'on considère que la résolution pratique de ces formulations, basée sur l'implémentation de procédure itérative, nécessite, de fait, la définition d'une solution initiale.

### 1.4.1 Formulation du problème d'identification

Par analogie avec la régularisation de Tikhonov itérée, la régularisation multiplicative itérée se formalise comme suit :

$$\begin{cases} \widehat{\mathbf{F}}^{(0)} = \mathbf{0} \\ \widehat{\mathbf{F}}^{(k)} = \underset{\mathbf{F} \setminus \{\widehat{\mathbf{F}}^{(k-1)}\}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 \cdot \|\mathbf{F} - \widehat{\mathbf{F}}^{(k-1)}\|_q^q \quad \text{pour } k \geq 1. \end{cases} \quad (1.39)$$

Cette formulation naturelle de la régularisation multiplicative itérée est clairement non stationnaire, car le paramètre de régularisation adaptatif de la méthode va évoluer à chaque itération  $k$ . Malheureusement, aussi naturelle et directe soit elle, cette version non stationnaire ne permet pas de raffiner la solution initiale calculée à l'itération  $k = 1$ . Comme nous l'avons montré dans l'article [J17], cela s'explique par le fait qu'à partir de la seconde itération, *i.e.*  $k = 2$ , la valeur du paramètre de régularisation est de l'ordre de  $10^{10}$ , ce qui signifie que l'on a nécessairement  $\widehat{\mathbf{F}}^{(k)} \approx \widehat{\mathbf{F}}^{(1)}$  pour  $k \geq 2$ . Ce résultat peut s'expliquer par le fait que le paramètre de régularisation est adapté de manière optimale dans le but de trouver une solution qui minimise la solution résiduelle  $\mathbf{F} - \widehat{\mathbf{F}}^{(k-1)}$ .

Partant de ce constat assez désarmant, nous avons proposé une variante stationnaire de la régularisation multiplicative itérée, qui ne présente *a priori* pas ce problème, puisque le paramètre de régularisation est constant au cours des itérations. Mathématiquement, cette variante stationnaire s'écrit :

$$\begin{cases} \widehat{\mathbf{F}}^{(0)} = \mathbf{0} \\ \left(\widehat{\mathbf{F}}^{(1)}, \overline{\mathbf{W}}, \overline{\alpha}\right) = \underset{\mathbf{F} \setminus \{\widehat{\mathbf{F}}^{(0)}\}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 \cdot \|\mathbf{F}\|_q^q \quad \text{pour } k = 1 \\ \widehat{\mathbf{F}}^{(k)} = \underset{\mathbf{F}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 + \overline{\alpha} \left\| \overline{\mathbf{W}}^{1/2} \left(\mathbf{F} - \widehat{\mathbf{F}}^{(k-1)}\right) \right\|_2^2 \quad \text{pour } k \geq 2 \end{cases}. \quad (1.40)$$

Par conséquent, l'approche stationnaire consiste à calculer pour  $k \geq 2$  la solution d'une régularisation de Tikhonov pondérée, dont le paramètre de régularisation et les coefficients de la matrice de pondération correspondent aux valeurs retournées par l'algorithme de résolution à l'issue du calcul de la solution à la première itération par régularisation multiplicative. D'autre part, il est important de noter que l'approche stationnaire permet de développer une procédure de résolution numériquement efficace. En effet, pour  $k \geq 2$ , la solution explicite du problème s'écrit :

$$\widehat{\mathbf{F}}^{(k)} = [\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \overline{\alpha} \overline{\mathbf{W}}]^{-1} \left[ \mathbf{H}^H \mathbf{Y} + \overline{\alpha} \overline{\mathbf{W}} \widehat{\mathbf{F}}^{(k-1)} \right]. \quad (1.41)$$

Autrement dit, à partir de  $k \geq 2$ , seule la matrice  $\mathbf{A} = \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \overline{\alpha} \overline{\mathbf{W}}$  doit être inversée pour calculer la solution raffinée. Par suite, si la matrice  $\mathbf{A}$  est factorisée en utilisant, par exemple, une décomposition LU, alors le calcul global de la solution à partir de  $k = 2$  est pratiquement aussi coûteux que celui de la solution à la première itération, ce qui est intéressant en terme de temps de calcul.

Enfin, par souci d'exhaustivité, il est important d'explicitier le critère d'arrêt de la procédure de raffinement. Dans ce travail, le critère d'arrêt est lié à la variation relative de la fonctionnelle :

$$J(\widehat{\mathbf{F}}^{(k)}) = \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\widehat{\mathbf{F}}^{(k)}\|_2^2 + \overline{\alpha} \left\| \overline{\mathbf{W}}^{1/2} \left(\widehat{\mathbf{F}}^{(k)} - \widehat{\mathbf{F}}^{(k-1)}\right) \right\|_2^2 \quad (1.42)$$

entre deux itérations successives. Ici, la procédure est arrêtée lorsque la variation relative de la fonctionnelle, définie précédemment, atteint une certaine tolérance, fixée à  $10^{-2}$ . En pratique, cela permet de limiter les temps de calculs tout en assurant une qualité de reconstruction très satisfaisante.

## 1.4.2 Application

Pour montrer l'intérêt et le potentiel de la régularisation itérée stationnaire, reprenons l'exemple de la Figure 1.10, dans lequel on s'intéresse à l'identification d'une force ponctuelle unitaire excitant une poutre à bords libres à partir d'un champ de déplacement bruité, dont le rapport signal-à-bruit (SNR) est de 13 dB. Dans les résultats présentés en Figure 1.11, on constate, comme cela était le cas pour la régularisation de Tikhonov généralisée, que la régularisation multiplicative ordinaire présente ses limites, car, bien que la source soit parfaitement localisée, son amplitude est, en revanche, largement sous-estimée. C'est dans cette situation particulière que l'on comprend l'intérêt de la régularisation multiplicative itérée stationnaire, puisque, sur cette application, son utilisation permet d'obtenir un gain de l'ordre de 25% sur l'amplitude de la force à identifier.

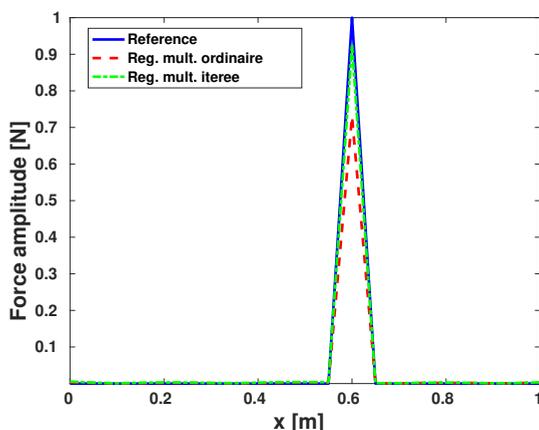


FIGURE 1.11 – Champ d'effort reconstruit à partir de la régularisation multiplicative itérée stationnaire à partir d'un champ de déplacement bruité de SNR 13 dB

**Remarque** - Les différentes validations que nous avons présentées dans les références [J17, C26] montrent, sans grande surprise, que la régularisation multiplicative itérée stationnaire n'apporte aucun gain sur la qualité de la solution reconstruite lorsque les données mesurées sont relativement propres. C'est pourquoi, son champ d'application peut se limiter aux cas où on estime que la qualité des mesures n'est pas suffisante pour obtenir une estimation pertinente du champ à identifier.

## 1.5 Reconstruction espace-fréquence

Article : [J14]

Communications : [C17, C22]

Jusqu'à présent, les méthodes proposées ne permettent pas d'exploiter pleinement les informations disponibles à la fois sur le type des sources à identifier et sur les caractéristiques fréquentielles de leur spectre. En effet, l'analyse des termes de régularisation montre que les approches développées sont globalement limitées aux cas où le spectre et la distribution spatiale des sources partagent des caractéristiques communes ou que le vecteur d'excitation à identifier possède les caractéristiques voulues. Or, l'intégration dans le processus de reconstruction des informations disponibles sur le spectre d'excitation, qui peuvent être obtenues grâce à l'analyse des données mesurées, peut potentiellement permettre d'améliorer la qualité globale des champs d'excitation identifiés. Ceci a, en particulier, été montré par Rezayat et al. [RNP<sup>+</sup>16], qui ont proposé une régularisation additive s'appuyant sur un terme de régularisation construit à partir de la norme mixte  $\ell_{2,1}$  pour identifier des sources ponctuelles large bande. Dans les travaux présentés dans les références [J14, C17, C22], nous avons approfondi cette idée, dans l'optique d'apporter à la formulation du problème inverse cette flexibilité qui m'est

si chère. Pour cela, nous avons proposé un terme de régularisation basé sur l'utilisation de la norme mixte  $\ell_{p,q}$ . Capitalisant sur les connaissances acquises au travers des différentes méthodes que nous avons développées jusqu'alors, nous avons proposé une régularisation multiplicative espace-fréquence (EF) pour identifier conjointement le champ d'excitation et le spectre fréquentiel associé.

### 1.5.1 Formulation et résolution du problème d'identification

La mise en place de la régularisation espace-fréquence nécessite la définition préalable d'un modèle linéaire de reconstruction global incluant toutes les fréquences d'intérêt. Par construction, ce modèle s'écrit :

$$\bar{\mathbf{Y}} = \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{F}}, \quad (1.43)$$

où  $\bar{\mathbf{H}} = \text{diag}[\mathbf{H}(f_1), \dots, \mathbf{H}(f_{N_f})]$ ,  $\bar{\mathbf{Y}} = [\mathbf{Y}(f_1)^T, \dots, \mathbf{Y}(f_{N_f})^T]^T$  ( $N_f$  : Nombre de fréquences étudiées).

Une fois le modèle de reconstruction mis en place, on peut développer une stratégie de régularisation adaptée. Dans le cadre de ces travaux, on cherche le champ excitateur  $\hat{\bar{\mathbf{F}}}$  solution de la régularisation multiplicative espace-fréquence suivante :

$$\hat{\bar{\mathbf{F}}} = \underset{\bar{\mathbf{F}} \setminus \{\mathbf{0}\}}{\text{argmin}} \left\| \bar{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{F}} \right\|_2^2 \cdot \left\| \bar{\mathbf{F}} \right\|_{p,q}^q. \quad (1.44)$$

La spécificité de l'approche réside dans la définition du terme de régularisation, basée sur la norme mixte  $\ell_{p,q}$ , qui introduit un couplage explicite entre les coefficients du vecteur  $\bar{\mathbf{F}}$ , ce qui permet de promouvoir certaines structures observées sur des signaux réels. Pour illustrer cette propriété particulière des normes mixtes, il faut commencer par expliciter l'expression du terme de régularisation. Formellement, ce dernier s'écrit :

$$\left\| \bar{\mathbf{F}} \right\|_{p,q}^q = \sum_{i=1}^M \left( \sum_{j=1}^{N_f} |F_{ij}|^p \right)^{\frac{q}{p}}. \quad (1.45)$$

Pour aller plus loin, les normes mixtes étant des normes matricielles, il est intéressant de représenter le vecteur  $\bar{\mathbf{F}}$  sous forme de matrice, dont les lignes correspondent au spectre d'excitation en un point particulier et les colonnes au champ d'excitation à une fréquence particulière :

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} F_1(f_1) & \cdots & F_1(f_j) & \cdots & F_1(f_{N_f}) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ F_i(f_1) & \cdots & F_i(f_j) & \cdots & F_i(f_{N_f}) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ F_M(f_1) & \cdots & F_M(f_j) & \cdots & F_M(f_{N_f}) \end{bmatrix}. \quad (1.46)$$

Par suite, si l'on pose  $(p, q) = (2, 1)$ , cela implique que les colonnes de la matrice  $\bar{\mathbf{F}}$  sont supposées creuses (espace) alors que les lignes sont supposées pleines (fréquences). En d'autres termes, on favorise la parcimonie spatiale du champ d'excitation (sources localisées) et la continuité de son spectre fréquentiel (signal d'excitation large bande). Par conséquent, le terme de régularisation proposé permet une très grande flexibilité, dans la mesure où il permet de traiter différentes distributions spatiales de sources et différents type de signaux d'excitation dans un cadre formel unique.

Du point de vue de la résolution, la procédure se base sur l'algorithme IRLS et ne nécessite qu'une adaptation marginale de ce dernier, puisqu'il suffit de ne modifier que le calcul des coefficients de la matrice de pondération  $\mathbf{W}^{(k)}$ . En pratique, ces derniers sont définis par la relation :

$$W_I^{(k)} = W_i^{s(k)} \cdot W_{i,j}^{f(k)}, \quad (1.47)$$

où  $I = j + N_f(i-1)$  est un indice global, tandis que  $W_i^{s(k)}$  et  $W_{i,j}^{f(k)}$  sont les coefficients de pondération associés aux domaines spatial ( $s$ ) et fréquentiel ( $f$ ). Les expressions de ces coefficients ne sont pas données ici par souci de concision, mais peuvent être trouvées dans la référence [J14].

## 1.5.2 Applications

La prise en compte de l'information disponible sur la nature des signaux d'excitation peut avoir un impact significatif sur la qualité des solutions identifiées. C'est ce que nous avons pu vérifier lors de l'application de la régularisation multiplicative espace-fréquence au cas d'une poutre simplement appuyée excitée par une force ponctuelle unitaire large bande. Les résultats présentés en Figures 1.12 et 1.13 montrent clairement le gain obtenu grâce à l'approche espace-fréquence par rapport à la régularisation multiplicative ordinaire, réalisant l'identification fréquence par fréquence.

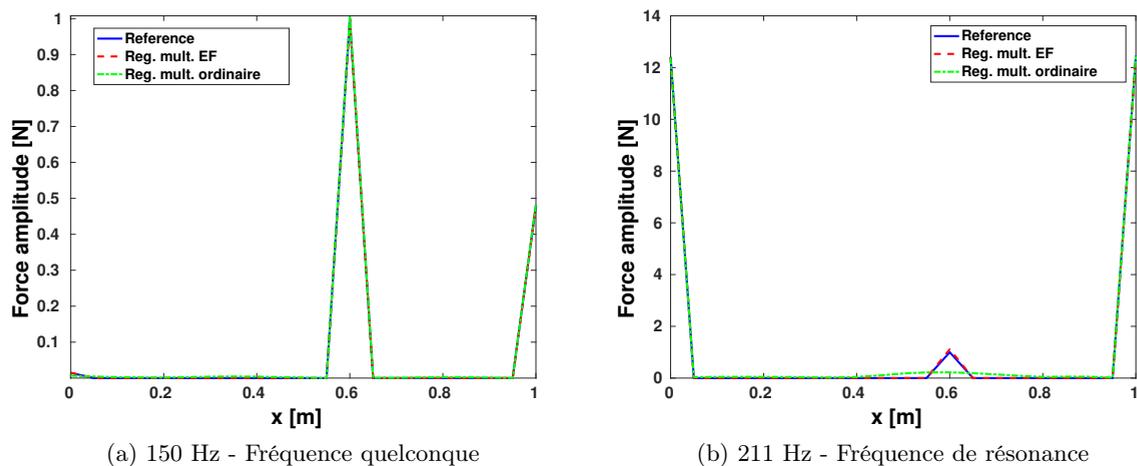


FIGURE 1.12 – Reconstruction spatiale à partir de la régularisation multiplicative espace-fréquence pour  $(p, q) = (2, 0.5)$

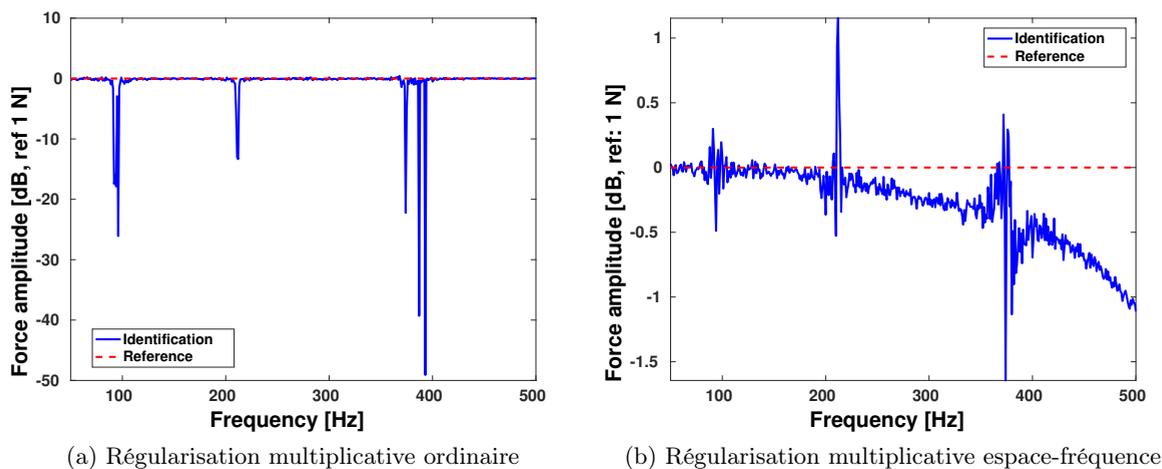


FIGURE 1.13 – Reconstruction du spectre d'excitation à partir de la régularisation multiplicative espace-fréquence pour  $(p, q) = (2, 0.5)$

Cependant, nous avons observé lors de la validation expérimentale de la méthode sur une plaque à bords libres [*c.f.* section 1.1.3], qu'en fonction de la bande de fréquence choisie, la régularisation multiplicative espace-fréquence pouvait conduire à des résultats similaires à ceux obtenus avec une résolution fréquence par fréquence du problème d'identification à partir d'une régularisation multiplicative ordinaire [*c.f.* Figure 1.14].

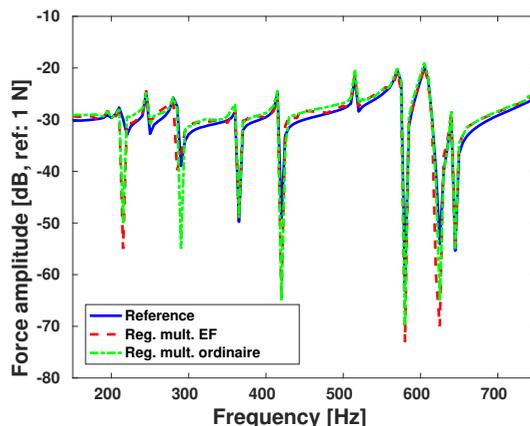


FIGURE 1.14 – Reconstruction expérimentale du spectre d’excitation à partir de la régularisation multiplicative espace-fréquence pour  $(p, q) = (2, 0.5)$  (Résolution : 5 Hz)

Nous avons donc conclu de ces différentes analyses que la régularisation multiplicative espace-fréquence peut soit améliorer significativement la qualité des résultats identifiés, soit, dans le pire des cas, fournir des résultats similaires à ceux d’une régularisation multiplicative ordinaire. Mais plus important, peut-être, nous en avons conclu que cette approche était potentiellement plus adaptée à l’identification de sources dans le domaine temporel, car, compte tenu que la formulation du problème inverse en temps nécessite généralement la prise en compte de tous les pas de temps simultanément, cette approche peut permettre d’obtenir de meilleurs résultats qu’avec les méthodes classiques tout en affichant des temps de calculs comparables, voire inférieurs.

## 1.6 Robustesse des solutions et estimation du paramètre de forme optimal

Article : [J15]

Communication : [C25]

L’un des principaux problèmes des approches développées précédemment et, d’une manière générale, des approches par régularisation, est qu’elles ne fournissent qu’un estimateur ponctuel du champ exciteur<sup>8</sup>. Par conséquent, nous n’avons bien souvent aucune information sur l’incertitude associée à la solution identifiée étant donnée le champ vibratoire mesuré, le modèle mécanique choisi et le paramètre de régularisation estimé. Or, cette information est d’un intérêt capital dans un contexte industriel, car il est important de garantir la robustesse et la qualité du résultat obtenu. Pour pallier ce problème, le cadre Bayésien peut être exploité pleinement afin d’obtenir aussi bien des intervalles de crédibilité sur les paramètres du problème que d’autres indicateurs statistiques comme la solution moyenne, médiane ou la plus probable.

Dans le contexte de l’identification de sources mécaniques, cette richesse du formalisme Bayésien a parfaitement été mise en lumière par Zhang et al. [ZAF12] et, plus récemment, par Faure et al. [FAAP17]. Les résultats présentés dans ces travaux ont démontré la flexibilité de l’approche Bayésienne pour tenir compte des incertitudes du modèle mécanique utilisé, mais également la puissance de l’inférence Bayésienne pour permettre une exploration efficace de la densité de probabilité *a posteriori* sur les paramètres inconnus du modèle probabiliste. C’est notamment cette dernière particularité qui nous a conduit à approfondir notre exploitation du formalisme Bayésien pour obtenir, outre le champ d’excitation le plus probable, des informations plus précises sur les distributions de probabilité associées à chacun des paramètres du problème, dont le paramètre de forme  $q$ . En effet, nous avons montré

8. Même si dans le cas de la régularisation standard, la matrice de covariance associée à la solution régularisée peut être aisément obtenue.

que le choix de ce paramètre était crucial dans l'obtention d'une solution mécaniquement pertinente. Cependant, ce choix n'est pas évident au premier abord, car il repose essentiellement sur l'expertise de la personne qui réalise la reconstruction. Il existe donc une incertitude sur le choix de ce paramètre, qu'il convient d'intégrer dans la formulation du problème inverse.

### 1.6.1 Formulation Bayésienne du problème d'identification

Pour définir la formulation Bayésienne la plus générale possible au regard des différents paramètres que nous avons identifiés lors de nos études précédentes, nous sommes repartis de la formulation Bayésienne ayant servi à l'établissement de la régularisation de Tikhonov généralisée, à savoir :

$$p(\mathbf{F}|\mathbf{Y}, \tau_n, \tau_s, q) \propto p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}, \tau_n) p(\mathbf{F}|\tau_s, q). \quad (1.48)$$

La formulation précédente peut, bien évidemment, servir de base pour obtenir la distribution de probabilité sur le champ excitateur  $\mathbf{F}$  étant donné le champ vibratoire mesuré  $\mathbf{Y}$ , mais aussi et surtout les valeurs des paramètres de précision,  $\tau_n$  et  $\tau_s$ , et du paramètre de forme  $q$ . Autrement dit, le résultat et les conclusions de l'inférence sont fortement conditionnés au choix préalable du jeu de paramètres  $(\tau_n, \tau_s, q)$ . On saura donc dire si la solution ainsi obtenue est robuste pour un jeu de paramètres donnés. En revanche, il nous sera impossible d'assurer que cette solution est la meilleure que l'on puisse espérer, à moins de tester toutes les combinaisons possibles de paramètres. C'est pourquoi, nous avons considéré l'ensemble  $(\tau_n, \tau_s, q)$  comme des paramètres aléatoires indépendants, ce qui permet de limiter les biais lors de l'inférence, dans la mesure où ces paramètres sont alors décrits par leur distribution de probabilité *a priori* et non plus par leur valeur fixée préalablement par l'utilisateur. Par suite, la formulation Bayésienne du problème d'identification que nous avons établie pour répondre à nos besoins spécifiques s'écrit :

$$p(\mathbf{F}, \tau_n, \tau_s, q|\mathbf{Y}) \propto p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}, \tau_n) p(\mathbf{F}|\tau_s, q) p(\tau_n) p(\tau_s) p(q), \quad (1.49)$$

où  $p(\tau_n)$ ,  $p(\tau_s)$  et  $p(q)$  sont les distributions de probabilité *a priori* associées, respectivement, aux paramètres  $\tau_n$ ,  $\tau_s$  et  $q$ .

Pour pouvoir réaliser l'inférence Bayésienne, il reste à préciser les différentes distributions de probabilité intervenant dans la formulation du problème inverse. Dans le cadre de ce travail, les distributions de probabilités sont définis comme suit :

- La fonction de vraisemblance  $p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}, \tau_n)$  décrit l'information dont on dispose *a priori* sur le bruit affectant le champ vibratoire mesuré. Comme nous l'avons expliqué précédemment, on suppose ici que le bruit affectant les données est un bruit blanc Gaussien de moyenne nulle et de paramètre de précision  $\tau_n$  :

$$p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}, \tau_n) = \left[ \frac{\tau_n}{\pi} \right]^N \exp \left[ -\tau_n \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 \right], \quad (1.50)$$

où  $N$  est le nombre de points de mesure.

- La distribution de probabilité *a priori* sur le champ excitateur  $\mathbf{F}$  traduit notre connaissance *a priori* du type de sources excitant la structure. Pour obtenir la régularisation de Tikhonov généralisée, nous avons utilisé une loi normale généralisée, de moyenne nulle et de paramètre d'échelle  $\tau_s$ , dans le but d'identifier des sources aussi bien localisées que réparties. Cependant, derrière ce choix se cache une hypothèse que nous n'avons pas exprimé jusqu'à présent. En effet, la définition que nous avons utilisée suppose que le vecteur d'excitation  $\mathbf{F}$  soit un vecteur aléatoire réel. Dans ce cas, la distribution de probabilité *a priori* s'écrit :

$$p(\mathbf{F}|\tau_s, q) = \left[ \frac{q}{2\Gamma(1/q)} \right]^M \tau_s^{\frac{M}{q}} \exp \left[ -\tau_s \|\mathbf{F}\|_q^q \right], \quad (1.51)$$

où  $\Gamma(x)$  est la fonction gamma.

- La distribution de probabilité *a priori* sur les paramètres  $\tau_n$  et  $\tau_s$  traduit notre connaissance *a priori* sur ces derniers. Ces paramètres étant à support positif, nous avons opté pour une loi Gamma, ce qui est un choix usuel pour ce type de paramètre. Mathématiquement, elle s'écrit :

$$\mathcal{G}(\tau|\alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \tau^{\alpha-1} \exp(-\beta \tau) \quad \text{avec } \alpha > 0, \beta > 0, \quad (1.52)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement le paramètre de forme et d'intensité de la distribution.

- La distribution de probabilité *a priori* sur le paramètre de forme  $q$  permet de traduire mathématiquement l'information disponible sur ce paramètre. La seule information dont on dispose sur ce dernier est qu'il est positif et borné. En effet, les études que nous avons menées sur les approches par régularisation ont montré que choisir le paramètre de forme dans l'intervalle  $]0, 2]$  permettait de traiter la majorité des situations rencontrées en pratique. C'est pourquoi, notre choix s'est porté sur une loi Gamma tronquée, définie telle que :

$$\mathcal{G}_T(q|\alpha, \beta, l_b, u_b) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\gamma(\alpha, \beta u_b) - \gamma(\alpha, \beta l_b)} \mathcal{G}(q|\alpha, \beta) \mathbb{I}_{[l_b, u_b]}(q), \quad (1.53)$$

où :

- $\mathcal{G}(q|\alpha, \beta)$  est la loi gamma définie par l'équation (1.52) ;
- $\mathbb{I}_{[l_b, u_b]}(x)$  est la fonction de troncature définie entre la borne inférieure  $l_b$  et la borne supérieure  $u_b$ . Cette fonction s'écrit :

$$\mathbb{I}_{[l_b, u_b]}(q) = \begin{cases} 1 & \text{si } q \in [l_b, u_b] ; \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} ; \quad (1.54)$$

- $\gamma(s, x) = \int_0^x t^{s-1} \exp(-t) dt$  est la fonction gamma incomplète inférieure.

Pour finir, on peut noter que le choix des différentes distributions, notamment celui des lois Gamma, a été fait pour des raisons de commodité mathématique, car d'autres distributions auraient théoriquement pu répondre à nos besoins. En effet, ce choix repose essentiellement sur le fait que la loi gamma est la loi conjuguée de la loi normale pour le paramètre de précision. Le principal intérêt des lois conjuguées est de simplifier l'inférence, car elles correspondent généralement à des lois de probabilité classiques pour lesquelles un générateur de nombres aléatoires existe déjà. Cette spécificité rend plus efficace l'implémentation des méthodes de type Monte-Carlo par chaînes de Markov.

## 1.6.2 Procédure de résolution

D'une manière générale, le formalisme Bayésien est adopté parce qu'il permet de quantifier les incertitudes sur les paramètres inconnus du problème. Dans une certaine mesure, ce problème consiste à déterminer la forme de la distribution de probabilité *a posteriori*  $p(\mathbf{F}, \tau_n, \tau_s, q|\mathbf{Y})$  dans les régions de forte probabilité, puisqu'il intègre toute l'information disponible sur les paramètres à identifier. Malheureusement, la résolution analytique de ce problème est en générale impossible en raison de la dimension de l'espace des paramètres. Une solution alternative est de discrétiser l'espace des paramètres pour explorer la distribution de probabilité *a posteriori*. Une manière efficace de réaliser cette exploration consiste à échantillonner la distribution de probabilité *a posteriori* à l'aide de méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov.

Dans ce travail, nous avons implémenté un échantillonneur de Gibbs [GG84], dont l'idée est d'échantillonner la distribution de probabilité *a posteriori* en échantillonnant chaque variable à partir de sa distribution de probabilité conditionnelle étant donnée les valeurs actuelles des autres variables. Techniquement, l'échantillonneur de Gibbs peut se décomposer en trois étapes :

1. Pour  $k = 0$ , initialiser  $q^{(0)}$ ,  $\tau_n^{(0)}$ ,  $\tau_s^{(0)}$  et  $\mathbf{F}^{(0)}$  ;
2. Tirer  $N_s$  échantillons à partir des distributions de probabilités conditionnelles
 

**pour**  $k = 1 : N_s$

  - a. Tirer  $q^{(k)} \sim p\left(q|\mathbf{Y}, \mathbf{F}^{(k-1)}, \tau_n^{(k-1)}, \tau_s^{(k-1)}\right)$  ;
  - b. Tirer  $\tau_s^{(k)} \sim p\left(\tau_s|\mathbf{Y}, \mathbf{F}^{(k-1)}, \tau_n^{(k-1)}, q^{(k)}\right)$  ;
  - c. Tirer  $\tau_n^{(k)} \sim p\left(\tau_n|\mathbf{Y}, \mathbf{F}^{(k-1)}, \tau_s^{(k)}, q^{(k)}\right)$  ;
  - d. Tirer  $\mathbf{F}^{(k)} \sim p\left(\mathbf{F}|\mathbf{Y}, \tau_n^{(k)}, \tau_s^{(k)}, q^{(k)}\right)$  ;

**fin**
3. Évaluer la convergence des chaînes de Markov.

L'implémentation de l'échantillonneur de Gibbs nécessite quelques commentaires. Tout d'abord, lors de la phase d'initialisation, les paramètres peuvent être théoriquement initialisés de manière totalement aléatoire. Cependant, cela peut conduire à de longs temps de chauffe (*burn-in*), ce qui signifie que les chaînes de Markov explorent lentement le support de la distribution de probabilité *a posteriori* avant d'atteindre leur régime stationnaire. Dans cette phase, les chaînes de Markov présentent un faible taux de mixage. Pour limiter ce temps de chauffe, nous avons choisi d'initialiser l'échantillonneur en un point étant raisonnablement situé dans la région de forte probabilité de la distribution *a posteriori* [J15]. Ensuite, une attention particulière doit être portée au tirage des échantillons à partir des distributions de probabilités conditionnelles. En effet, alors que les échantillons pour les paramètres de précision  $\tau_n$  et  $\tau_s$  sont facilement obtenus, car les distributions conditionnelles associées sont des lois Gamma, le tirage des échantillons pour le paramètre de forme  $q^{(k)}$  et le vecteur d'excitation  $\mathbf{F}^{(k)}$  est plus délicat, car les distributions conditionnelles associées ne sont pas standard. Dans le cas du paramètre de forme  $q$ , la distribution de probabilité conditionnelle s'écrit :

$$p(q|\mathbf{Y}, \mathbf{F}, \tau_n, \tau_s) \propto \frac{\tau_s^q}{\Gamma(1/q)^M} q^{\alpha+M-1} \exp[-\beta q - \tau_s \|\mathbf{F}\|_q^q] \mathbb{I}_{[l_b, u_b]}(q). \quad (1.55)$$

Pour tirer des échantillons à partir de cette distribution de probabilité, nous avons utilisé une procédure d'échantillonnage basée sur un algorithme de Monte-Carlo Hamiltonien, qui permet d'explorer plus efficacement l'espace des probabilités qu'un algorithme de Metropolis-Hastings par exemple [Nea11]. Concernant maintenant le vecteur d'excitation  $\mathbf{F}$ , la distribution de probabilité conditionnelle est de la forme :

$$p(\mathbf{F}|\mathbf{Y}, \tau_n, \tau_s, q) \propto \exp\left[-\tau_n \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 - \tau_s \|\mathbf{F}\|_q^q\right]. \quad (1.56)$$

Dans ce cas, nous avons proposé une approximation normale autour du mode de la distribution conditionnelle, afin d'utiliser par la suite un générateur de vecteur aléatoire gaussien classique. Formellement, cela consiste à approcher la distribution de probabilité conditionnelle par une distribution Gaussienne multivariée complexe de moyenne  $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{F}}$  et de matrice de covariance  $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{F}}$ . En pratique, l'idée est calculer, grâce à l'algorithme IRLS, une matrice de pondération  $\mathbf{W}$ , telle que :

$$p(\mathbf{F}|\mathbf{Y}, \tau_n, \tau_s, q) \propto \exp\left[-\tau_n \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{F}\|_2^2 - \tau_s \|\mathbf{W}^{1/2} \mathbf{F}\|_2^2\right] \propto \mathcal{N}_c(\mathbf{F}|\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{F}}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{F}}), \quad (1.57)$$

où  $\mathcal{N}_c(\mathbf{F}|\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{F}}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{F}})$  une distribution Gaussienne multivariée complexe de moyenne  $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{F}} = \tau_n \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{F}} \mathbf{H}^H \mathbf{Y}$  et de matrice de covariance  $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{F}} = (\tau_n \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \tau_s \mathbf{W})^{-1}$ .

**Remarque** - La procédure d'échantillonnage de la distribution de probabilité conditionnelle associée à  $\mathbf{F}$  et basée sur l'approximation normale s'est avérée être celle nous permettant d'obtenir le meilleur mixage des chaînes de Markov. Cependant, nous ne savons pas si, malgré la pertinence des résultats obtenus, elle converge bien vers la distribution de probabilité conditionnelle. C'est pourquoi, nous avons également utilisé un algorithme de Metropolis à marche aléatoire et un algorithme de Monte-Carlo Hamiltonien. Malheureusement, ces deux algorithmes ont conduit à des problèmes de convergence des chaînes en raison d'une difficulté à trouver les bons paramètres de réglage associés à chacun d'eux.

Enfin, une dernière remarque peut être faite sur l'évaluation de la convergence des chaînes de Markov. Ici, nous avons choisi de contrôler la convergence des chaînes associées au paramètre de forme  $q$  et aux paramètres de précision  $\tau_n$  et  $\tau_s$ . Pour cela, nous avons dans un premier temps appliqué le diagnostic de Raftery-Lewis [RL92] à chaque chaîne, afin de déterminer le temps de chauffe et la longueur totale des chaînes. Dans un second temps, nous avons appliqué le critère de Geweke [Gew92] aux chaînes résultant de l'étape précédente pour juger de la convergence de l'échantillonneur vers la distribution stationnaire.

### 1.6.3 Application

Pour illustrer la pertinence de la formulation Bayésienne proposée et de l'échantillonneur de Gibbs associé, considérons le cas d'une poutre libre-libre excitée à 350 Hz par deux forces ponctuelles unitaires situées à proximité l'une de l'autre. Les seules données dont nous disposons sont la matrice des fonctions de transfert de la structure et le champ vibratoire bruité par un bruit additif Gaussien (SNR : 34 dB) [C25]. Pour explorer la distribution de probabilité *a posteriori*,  $10^5$  échantillons ont été tirés pour chacun des paramètres du modèle Bayésien. Les résultats de l'inférence, ainsi réalisée, sont présentés en Figure 1.15 et dans le tableau 1.1. L'analyse des résultats obtenus montre que la procédure développée permet de fournir non seulement des estimations ponctuelles des paramètres du modèle Bayésien, mais également une quantification de l'incertitude *a posteriori* associée à chacun d'eux. En particulier, on peut noter que la médiane du champ d'effort reconstruit est en très bon accord avec le champ de référence. De même, la zone définissant l'intervalle de crédibilité (IC) à 95% étant étroite, cela nous indique que le champ d'effort reconstruit est hautement probable étant donné le modèle mécanique et le champ vibratoire mesuré.

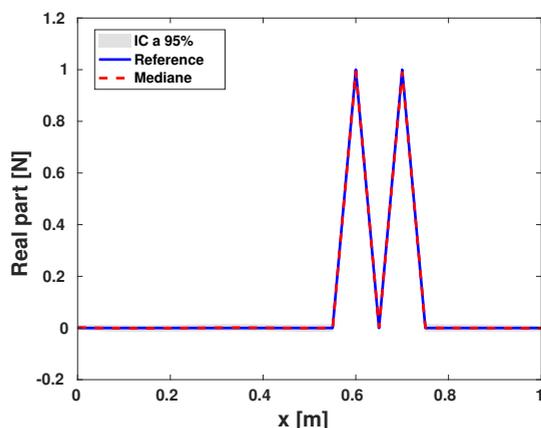


FIGURE 1.15 – Partie réelle du vecteur d'effort identifié par inférence Bayésienne

Paramètre	Médiane	IC à 95%
$F_1$	0.995	[0.959, 1.033]
$F_2$	0.992	[0.952, 1.030]
$\tau_n$	$5.02 \times 10^{15}$	$[3.02, 7.84] \times 10^{15}$
$\tau_s$	11.51	[8.62, 14.80]
$q$	0.26	[0.14, 0.44]

TABLE 1.1 – Résumé des résultats de l'inférence Bayésienne

Pour finir, il est intéressant de noter qu'une validation expérimentale présentée dans la référence [J15] nous a permis de montrer qu'au niveau des fréquences de résonance, l'incertitude *a posteriori* sur les paramètres est plus grande qu'à une fréquence quelconque. Cette observation nous rassure quant à la pertinence de l'approche, dans la mesure où, aux fréquences de résonance, il n'y a pas unicité de la solution car la réponse de la structure est guidée par ses modes de vibrations<sup>9</sup>.

9. Autrement dit, la matrice des fonctions de transfert est singulière.

## 1.7 Conclusion

À mon arrivée au LMSSC, je me suis inséré dans la thématique *Caractérisation des sources et contrôle du bruit* du laboratoire, qui regroupait jusqu'alors des activités de recherches orientées notamment sur le développement de méthodes de caractérisation de sources acoustiques. Ainsi, aucune recherche n'était menée sur l'identification de sources mécaniques. C'est pourquoi, il m'a semblé naturel, pour pouvoir développer en autonomie des travaux originaux, d'explorer cette voie de recherche, qui est actuellement très active dans la communauté dynamique des structures. Dans ce contexte concurrentiel, nous avons apporté des réponses originales au problème de l'identification des sources mécaniques dans le domaine fréquentiel. L'idée centrale des travaux que nous avons menés consiste à utiliser au mieux l'information disponible *a priori* sur la nature des sources à identifier. Ainsi, les premiers travaux publiés sur le sujet ont porté sur le développement de la régularisation de Tikhonov généralisée, qui est une stratégie de régularisation permettant d'identifier aussi bien des sources localisées que réparties grâce à la définition d'un terme de régularisation exprimé sous la forme d'une norme  $\ell_q$ . Cependant, il est rapidement apparu que cette méthode de régularisation présentait un certain nombre de limitations.

La première d'entre elles concernait le caractère global du terme de régularisation qui suppose qu'un seul type de sources excite la structure. La réponse que nous avons apportée à ce problème consiste à introduire dans la formulation du problème inverse des *a priori* locaux, qui permettent d'améliorer significativement la qualité de l'identification lorsqu'une structure est excitée par des sources de types différents.

La seconde limitation était liée au calcul du paramètre de régularisation de la méthode, qui peut s'avérer coûteux en temps de calcul en fonction de la taille du problème inverse. Pour contourner cette difficulté, nous avons introduit, dans le contexte de l'identification de sources, la régularisation multiplicative, qui est une approche plus performante que les approches additives classiques (de type Tikhonov) en termes de temps de calcul et de ressources mémoire nécessaires, tout en fournissant des reconstructions d'excellente qualité.

Cependant, quelque soit le type de régularisation envisagé, une dégradation notable de la qualité des solutions identifiées est observée lorsque les données vibratoires sont extrêmement bruitées. Ce constat nous a conduit à proposer une régularisation multiplicative itérée, dont la version stationnaire permet pour un coût de calcul relativement faible d'améliorer sensiblement la qualité des solutions reconstruites.

Dans le même ordre d'idée, les approches décrites jusqu'ici ne permettaient pas de tenir compte des caractéristiques spectrales des efforts appliqués (continuité du spectre pour les sources large bande, par exemple), dans la mesure où le problème est généralement résolu fréquence par fréquence. Pour prendre en compte cette information, nous avons introduit un terme de régularisation espace-fréquence basé sur l'utilisation d'une norme mixte  $\ell_{p,q}$ . Grâce à ce type de terme de régularisation, il devient alors possible de promouvoir la parcimonie spatiale et la continuité spectrale. Nous avons ainsi montré que les approches par régularisation qui en résulte permettent notamment de mieux identifier les sources d'excitation au niveau des fréquences de résonance d'une structure.

Enfin, l'une des questions revenant régulièrement dans les rapports des papiers publiés et lors des conférences auxquelles j'ai participé était liée à la robustesse des solutions obtenues et au choix des paramètres de norme. Sur ce dernier point, bien que nous ayons fourni dans nos publications des règles de choix *a priori* de ce paramètre crucial, ces dernières semblent difficiles à appliquer pour un utilisateur non averti. D'autre part, même appliquées correctement, ces règles heuristiques ne nous assurent pas que les paramètres choisis sont optimaux au regard de notre problème. C'est pourquoi, nous avons proposé une formulation Bayésienne du problème d'identification, dont le principal objectif et la principale vertu est de permettre l'estimation de tous les paramètres du modèle, comme le champ d'effort ou les paramètres de normes, et de quantifier les incertitudes qui leurs sont associées. Ce dernier aspect est fondamental du point de vue industriel, car il nous permet d'obtenir une information sur la confiance que l'on peut avoir sur les résultats obtenus compte tenu des informations disponibles *a priori* (données mesurées + informations contextuelles).

## Chapitre 2

# Identification de sources transitoires

Les travaux présentés dans ce chapitre ont été effectués dans le cadre de deux contrats de recherche commandités par le Centre national d'études spatiales (CNES) sur l'identification de chocs pyrotechniques lors de la séparation de sous-structures mécaniques. Pour le CNES, l'objectif à moyen terme est d'établir un modèle macroscopique de choc synthétique dans le but de dimensionner à l'aide de simulations numériques les structures spatiales subissant une découpe pyrotechnique. Le principal avantage d'un tel modèle est d'éviter la modélisation complète du système pyrotechnique (loi d'état de l'explosif, modèle de plastification et de rupture de la structure, *etc.*). Pour le laboratoire, l'objectif de cette collaboration est de valoriser, dans le cadre d'un transfert industriel, les recherches menées sur l'identification de sources dans le domaine fréquentiel en adaptant les méthodes développées à l'identification de sources transitoires.

Cependant, avant de se lancer tête baissée dans la bataille, nous avons pris du recul pour étudier la littérature existante sur l'identification de sources mécaniques dans le domaine temporel, afin de proposer un positionnement original sur cette thématique [R4]. Une analyse approfondie de la littérature montre que, hormis quelques stratégies particulières, mais néanmoins intéressantes comme les méthodes s'appuyant sur la programmation dynamique [Tru78, Nor06] ou la méthode des champs virtuels<sup>1</sup> [DRB17], les stratégies d'identification les plus couramment utilisées de nos jours sont certainement les approches par régularisation [JBH03, GF14, AB15, QZG<sup>+</sup>17] et le filtrage de Kalman [LRR<sup>+</sup>12, ACP15, MLN<sup>+</sup>15, NCD15]. En pratique, ces deux types de stratégies n'opèrent pas dans les mêmes contextes, puisque le filtrage de Kalman est une approche en ligne (calcul pas de temps par pas de temps), alors que les approches par régularisation, basées sur des modèles de convolution, sont des stratégies hors-lignes, du fait des ressources et des temps de calculs nécessaires. Ces différences sont intimement liées aux hypothèses de travail utilisées par les deux approches, puisqu'avec un filtre de Kalman on fait des hypothèses sur l'évolution du système, alors que les approches par régularisation permettent d'introduire des hypothèses sur la nature du signal temporel et/ou sur la répartition spatiale du champ d'excitation.

Malgré une littérature foisonnante et des résultats convaincants, il s'est avéré à l'issue de notre étude bibliographique que certaines voies de recherches n'avaient pas encore été pleinement exploitées ou nécessitaient quelques approfondissements. Parmi ce vaste champ de recherche, nous nous sommes intéressés à trois problématiques particulières :

### 1. Construction du modèle dynamique de la structure

Que ce soit pour les approches par régularisation ou par filtre de Kalman, la définition du modèle dynamique est l'un des éléments clés du succès de la résolution du problème d'identification. En effet, dans la littérature dédiée, la construction de ces modèles reposent généralement sur l'hypothèse de constance de l'excitation sur un pas de temps [JBH03, LPG<sup>+</sup>12]. De ce fait, pour que le modèle soit représentatif du comportement dynamique du système, il faut que le pas de temps choisi pour la discrétisation temporelle soit suffisamment petit. Pour pallier ce

---

1. Cette méthode peut être considérée comme une extension ou une généralisation de la méthode RIFF, même si la manière d'introduire les deux méthodes semble à première vue bien différente.

problème, nous avons proposé de construire le modèle dynamique à partir d’une représentation d’état discrétisée du système basée sur la méthode  $\alpha$ -généralisée, qui est un schéma d’intégration temporelle qui présente l’avantage d’être inconditionnellement stable et de posséder une précision du second ordre [CH93].

## 2. Approches par régularisation

Ainsi que nous l’avons observé dans le domaine fréquentiel, les approches utilisées dans le domaine temporel, comme la régularisation en norme  $\ell_2$  (Tikhonov) ou en norme  $\ell_1$  (LASSO), peuvent conduire à des reconstructions imprécises lorsque les sources à identifier ne partagent pas les mêmes caractéristiques spatiales et temporelles ou que le vecteur d’excitation n’a pas les caractéristiques voulues. Dans ce cas, il est important d’exploiter au mieux les informations dont on dispose *a priori* sur la nature des signaux d’excitation et sur la distribution spatiale des sources pour pouvoir améliorer la qualité des résultats obtenus. Pour répondre à cette exigence, nous avons introduit la régularisation multiplicative espace-temps, qui est une extension naturelle de l’approche espace-fréquence présentée dans le chapitre précédent. D’autre part, on peut noter que la régularisation multiplicative présente tout son sens dans le domaine temporel, dans la mesure où, à puissance de calcul égale, elle permet de traiter des problèmes de plus grande dimension que les approches additives, car elle ne requiert pas l’utilisation de la SVD (pour *Singular Value Decomposition*) pour le calcul du paramètre de régularisation.

## 3. Filtre de Kalman

Les filtres de type Kalman sont maintenant utilisés depuis une vingtaine d’années en dynamique des structures pour estimer conjointement l’état et la commande (l’excitation) d’un système mécanique. L’un des points clés de ces stratégies est généralement le choix des paramètres de réglage du filtre. Bien que certains critères *a posteriori* commencent à émerger, cette problématique n’a été abordée que superficiellement dans la littérature. Il a notamment été montré que la norme de l’innovation pouvait être utilisée à cette fin. Plus précisément, les meilleures estimations sont obtenues pour les paramètres de réglage minimisant la moyenne quadratique de l’innovation [ACP15, PONL18]. Cependant, à notre connaissance, la pertinence de cet indicateur n’a pas été expliquée à partir d’arguments théoriques. Ce point particulier a retenu toute notre attention et a fait l’objet d’une étude spécifique. D’autre part, certains auteurs ont proposé un ensemble de règles, dérivées de la théorie du contrôle, qui garantissent l’identifiabilité, la stabilité et l’unicité des quantités estimées. Malheureusement, ces règles ne permettent pas d’assurer le succès de l’estimation en présence de bruit, car elles établissent la faisabilité du processus d’inversion pour une configuration expérimentale donnée (position, nombre et type de capteurs) d’un point de vue algorithmique uniquement. Aussi, nous nous sommes intéressés à l’applicabilité des approches de type Kalman dans certaines situations rencontrées assez fréquemment en pratique.

Les différentes problématiques et éléments de réponse évoqués précédemment donnent un aperçu des recherches que nous avons menées sur l’identification de sources mécaniques dans le domaine temporel. Dans ce qui suit, je vais m’attacher à détailler plus précisément nos contributions à cette thématique, afin de mettre en avant les aspects les plus originaux de notre recherche.

### 2.1 Construction du modèle dynamique de la structure

Articles : [J18, J19]

Rapports de recherche : [R7, R8]

La définition du modèle dynamique est un élément clé du succès des stratégies d’identification de sources, car elle conditionne en grande partie la qualité des résultats obtenus. Dans l’idéal, le modèle se doit de décrire le plus fidèlement possible le comportement dynamique de la structure, afin de

limiter l'influence des erreurs de modèles. Comme souvent en dynamique des structures, plusieurs approches sont possibles pour établir le modèle dynamique d'une structure. Ici, nous avons opté pour une représentation d'état discrétisée du système dynamique, car cette dernière peut être utilisée aussi bien dans le cadre des approches par convolution que par filtre de Kalman. D'autre part, nous sommes enclins à penser qu'une telle représentation permet de traiter différents types de données cinématiques (déplacement, vitesse, accélération ou déformations) d'une manière simple, efficace et pratique.

Pour établir la représentation d'état discrétisée d'un système dynamique, on commence généralement par définir une partition régulière du domaine temporel entre un instant initial  $t_0$  et un instant final  $t_f$ , pour laquelle le pas de temps entre deux instants  $t_k$  et  $t_{k+1}$  est noté  $h$  ( $h = t_{k+1} - t_k$ ). Pour ce type de partition, l'approche la plus répandue pour discrétiser la représentation d'état d'un système dynamique linéaire à temps continu est celle dite du bloqueur d'ordre 0, qui suppose que la commande (ou l'excitation)  $\mathbf{f}(t)$  est constante sur un pas de temps [LRR<sup>+</sup>12]. Bien que largement utilisé, ce modèle est conditionnellement stable et ses performances dépendent fortement de la fréquence d'échantillonnage. Partant de ce constat, Liu et al. ont proposé une représentation d'état discrétisée basée sur le schéma d'intégration de Newmark, qui est inconditionnellement stable et possède une précision du second ordre pour un jeu de paramètre bien choisi (en l'occurrence  $\gamma = 1/2$  et  $\beta = 1/4$ ) [LLZX14]. Cependant, cette approche ne permet pas d'introduire de l'amortissement numérique sur la réponse des modes hautes fréquences du modèle. Par conséquent, si ces modes sont mal discrétisés spatialement que temporellement, leur prise en compte dans le calcul de la réponse conduit à des erreurs sur les champs calculés [CH93]. Une façon pratique d'introduire de l'amortissement numérique dans le schéma de Newmark est de choisir les paramètres  $\gamma$  et  $\beta$  tels que :

$$\gamma = \frac{1}{2} + \alpha \quad \text{et} \quad \beta = \frac{1}{4}(1 + \alpha^2), \quad (2.1)$$

ce qui correspond au schéma HHT proposé par Hughes et al. [Hug83].

Bien qu'attractif, le schéma HHT ne présente qu'une précision du premier ordre. Pour résoudre ce problème, *i.e.* introduire de l'amortissement numérique tout en conservant une précision du second ordre, un certain nombre de schémas ont été développés. L'un des plus généraux est le schéma  $\alpha$ -généralisé [CH93], qui inclut les schémas de la famille Newmark, le schéma HHT [Hug83] ou le schéma WBZ [WBZ81]. Pour un choix adapté de paramètres, le schéma  $\alpha$ -généralisé est inconditionnellement stable, présente une précision du second ordre et minimise l'amortissement numérique basse fréquence pour un niveau donné d'amortissement haute fréquence. C'est pourquoi, nous avons proposé d'étendre l'approche proposée par Liu et al., afin d'obtenir une représentation d'état discrétisée du système dynamique basée sur le schéma  $\alpha$ -généralisé.

## Équation d'état

Pour obtenir l'équation d'état à partir du modèle  $\alpha$ -généralisé pour un système mécanique décrit par ses matrices de masse, raideur et amortissement ( $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}$ ), on doit partir des relations suivantes [EBB02] :

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}}_{k+1-\alpha_m} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{d}}_{k+1-\alpha_f} + \mathbf{K} \mathbf{d}_{k+1-\alpha_f} = \mathbf{S}_f \mathbf{f}_{k+1-\alpha_f}, \quad (2.2a)$$

$$\dot{\mathbf{d}}_{k+1} = \dot{\mathbf{d}}_k + (1 - \gamma) h \ddot{\mathbf{d}}_k + \gamma h \ddot{\mathbf{d}}_{k+1}, \quad (2.2b)$$

$$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{d}_k + h \dot{\mathbf{d}}_k + \left( \frac{1}{2} - \beta \right) h^2 \ddot{\mathbf{d}}_k + \beta h^2 \ddot{\mathbf{d}}_{k+1}, \quad (2.2c)$$

où  $\gamma$  et  $\beta$  sont les paramètres de la méthode de Newmark,  $\alpha_m$  et  $\alpha_f$  sont deux paramètres de moyennage associés aux forces d'inertie et aux efforts intérieurs/extérieurs, tandis que  $\mathbf{d}_k = \mathbf{d}(t_k)$  et  $\mathbf{f}_k = \mathbf{f}(t_k)$  sont, respectivement, les vecteurs des déplacements et d'excitation à l'instant  $t_k$ ,  $\mathbf{S}_f$  étant la matrice de sélection des degrés de liberté d'excitation. Dans l'équation précédente, la quantité  $\mathbf{d}_{k+1-\alpha}$  est définie comme suit :

$$\mathbf{d}_{k+1-\alpha} = (1 - \alpha) \mathbf{d}_{k+1} + \alpha \mathbf{d}_k. \quad (2.3)$$

Pour les systèmes linéaires, il est courant d'utiliser un modèle réduit sur base modale pour limiter les temps de calcul. À cet égard, lorsque le vecteur de déplacement est projeté sur la base des modes propres de la structure, on obtient le système d'équations suivant :

$$\ddot{\mathbf{q}}_{k+1-\alpha_m} + \mathbf{Z}_n \dot{\mathbf{q}}_{k+1-\alpha_f} + \mathbf{\Omega}_n^2 \mathbf{q}_{k+1-\alpha_f} = \mathbf{\Phi}_n^T \mathbf{S}_f \mathbf{f}_{k+1-\alpha_f}, \quad (2.4a)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+1} = \dot{\mathbf{q}}_k + (1 - \gamma) h \ddot{\mathbf{q}}_k + \gamma h \ddot{\mathbf{q}}_{k+1}, \quad (2.4b)$$

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + h \dot{\mathbf{q}}_k + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) h^2 \ddot{\mathbf{q}}_k + \beta h^2 \ddot{\mathbf{q}}_{k+1}, \quad (2.4c)$$

où  $\mathbf{q}_k$  est le vecteur des coordonnées généralisées,  $\mathbf{\Phi}_n$  est la matrice des déformées propres normalisées par rapport à la matrice de masse,  $\mathbf{\Omega}_n = \text{diag}(\omega_1, \dots, \omega_n)$  et  $\mathbf{Z}_n = \text{diag}(2\xi_1 \omega_1, \dots, 2\xi_n \omega_n)$ . Ici,  $\omega_n$  et  $\xi_n$  sont respectivement la pulsation de résonance et le taux d'amortissement modal du mode  $n$ .

Pour obtenir l'équation d'état du système dynamique, l'idée est alors d'exprimer les coordonnées généralisées  $\mathbf{q}_{k+1}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_{k+1}$  et  $\ddot{\mathbf{q}}_{k+1}$  en fonction des coordonnées généralisées  $\mathbf{q}_k$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_k$  et  $\ddot{\mathbf{q}}_k$  et des vecteurs d'excitation aux instants  $t_k$  et  $t_{k+1}$ , à savoir  $\mathbf{f}_k$  et  $\mathbf{f}_{k+1}$ . Tous calculs faits et en définissant le vecteur d'état  $\mathbf{x}_k$  tel que  $\mathbf{x}_k = [\mathbf{q}_k^T \ \dot{\mathbf{q}}_k^T \ \ddot{\mathbf{q}}_k^T]^T$ , on en déduit l'équation d'état suivante :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{x}_k + \mathbf{B}^+ \mathbf{f}_{k+1} + \mathbf{B}^- \mathbf{f}_k, \quad (2.5)$$

où l'expression des matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}^+$  et  $\mathbf{B}^-$  peut être trouvées dans les références [J18, J19, R7].

Finalement, il est important de noter, pour être tout à fait complet, que l'équation d'état définie précédemment est inconditionnellement stable et possède une précision du second ordre pourvu que [CH93] :

$$\alpha_f = \frac{\rho_\infty}{1 + \rho_\infty}, \quad \alpha_m = 3\alpha_f - 1, \quad \gamma = \frac{1}{2} + \alpha_f - \alpha_m \quad \text{et} \quad \beta = \frac{1}{4} (1 + \alpha_f - \alpha_m)^2, \quad (2.6)$$

où  $\rho_\infty$  est le rayon spectral compris dans l'intervalle  $[0, 1]$ . Dans le cadre des validations numériques et expérimentales que nous avons menées,  $\rho_\infty = 1$ .

### Équation d'observation

L'équation d'observation décrit classiquement la relation entre les données mesurées et l'état du système dynamique et s'écrit généralement :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k &= \mathbf{S}_d \mathbf{d}_k + \mathbf{S}_v \dot{\mathbf{d}}_k + \mathbf{S}_a \ddot{\mathbf{d}}_k \\ &= \mathbf{S}_d \mathbf{\Phi}_n \mathbf{q}_k + \mathbf{S}_v \mathbf{\Phi}_n \dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{S}_a \mathbf{\Phi}_n \ddot{\mathbf{q}}_k, \end{aligned} \quad (2.7)$$

où  $\mathbf{y}_k$  est le vecteur de sortie et  $\mathbf{S}_d$ ,  $\mathbf{S}_v$  et  $\mathbf{S}_a$  sont, respectivement, les matrices de sélection des déplacements, vitesses et accélérations mesurées sur la structure.

Au final, en considérant le vecteur d'état défini précédemment, l'équation d'observation s'écrit :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{O} \mathbf{x}_k, \quad (2.8)$$

où  $\mathbf{O} = [\mathbf{S}_d, \mathbf{S}_v, \mathbf{S}_a] \mathbf{\Phi}_n$ .

### Représentation d'état du système dynamique

À partir des équations d'état et d'observation présentées précédemment, on obtient la représentation d'état du modèle dynamique basée sur la méthode  $\alpha$ -généralisée, à savoir :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{x}_k + \mathbf{B}^+ \mathbf{f}_{k+1} + \mathbf{B}^- \mathbf{f}_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{O} \mathbf{x}_k \end{cases}. \quad (2.9)$$

## 2.2 Approches par régularisation

Articles : [J18]

Communication : [C28]

Rapports de recherche : [R5, R6, R7, R8]

L'application des stratégies de régularisation, développées initialement dans le domaine fréquentiel et présentée dans le chapitre 1, nécessite la définition d'un modèle de reconstruction de la forme  $\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{F}$ . Pour obtenir un tel modèle à partir de la représentation par espace d'état décrite dans la section précédente, il suffit de noter que le vecteur d'état  $\mathbf{x}_k$  peut s'écrire pour  $k \geq 1$  :

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}^k \mathbf{x}_0 + \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{B}^- \mathbf{f}_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \mathbf{A}^{k-j-1} \mathbf{B} \mathbf{f}_j + \mathbf{B}^+ \mathbf{f}_k, \quad (2.10)$$

où  $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{B}^+ + \mathbf{B}^-$  et  $\mathbf{x}_0$  et  $\mathbf{f}_0$  sont les vecteurs d'état et de commande supposés connus à l'instant initial  $k = 0$ .

Par suite, le vecteur de sortie (ou de mesure)  $\mathbf{y}_k$  s'écrit pour  $k = 1, \dots, n$  ( $n$  : nombre d'échantillons temporels) :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{O}\mathbf{A}^k \mathbf{x}_0 + \mathbf{O}\mathbf{A}^{k-1} \mathbf{B}^- \mathbf{f}_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \mathbf{O}\mathbf{A}^{k-j-1} \mathbf{B} \mathbf{f}_j + \mathbf{O}\mathbf{B}^+ \mathbf{f}_k. \quad (2.11)$$

Le modèle de reconstruction est alors donné par la relation :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{F}, \quad (2.12)$$

où :

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \mathbf{y}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}\mathbf{A} \\ \mathbf{O}\mathbf{A}^2 \\ \mathbf{O}\mathbf{A}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{O}\mathbf{A}^n \end{bmatrix} \mathbf{x}_0 - \begin{bmatrix} \mathbf{O}\mathbf{B}^- \\ \mathbf{O}\mathbf{A}\mathbf{B}^- \\ \mathbf{O}\mathbf{A}^2\mathbf{B}^- \\ \vdots \\ \mathbf{O}\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}^- \end{bmatrix} \mathbf{f}_0, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}\mathbf{B}^- & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{O}\mathbf{B} & \mathbf{O}\mathbf{B}^- & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{O}\mathbf{A}^{n-2}\mathbf{B} & \mathbf{O}\mathbf{A}^{n-3}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{O}\mathbf{B}^- \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_n \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Ce modèle étant établi nous avons pu appliquer certaines des stratégies développées dans le contexte fréquentiel pour traiter certains types de problèmes fréquemment étudiés dans la littérature pour leur intérêt pratique. Cependant, il est important de souligner que, compte tenu de la structure du modèle de reconstruction, le problème d'identification peut être potentiellement de grande dimension, ce qui peut limiter l'utilisation des méthodes de régularisation additive en raison du coût de calcul prohibitif associé. C'est pourquoi, nous avons employé les approches multiplicatives, dont les coûts de calcul et les ressources mémoire nécessaires permettent de résoudre des problèmes de plus grandes dimensions.

### 2.2.1 Identification d'une charge défilante par régularisation multiplicative

L'identification d'un choc pyrotechnique, qui était l'objectif ambitieux visé par les travaux commandités par le CNES, peut être vu comme un problème d'identification de source défilante. Ce problème particulier a été abondamment étudié dans la littérature [LZ11]. Le cas du choc pyrotechnique est néanmoins très spécifique, dans la mesure où la source se déplace à plus de 7000 m/s avec des niveaux d'excitation très importants. Pour traiter ce problème, il faut donc que la stratégie de reconstruction utilisée soit suffisamment robuste. Cependant, avant de s'attaquer frontalement à ce problème, nous avons cherché à évaluer les capacités des stratégies que nous avons développées pour identifier des sources de faible amplitude défilant à faible vitesse.

Parmi les stratégies disponibles, nous avons opté pour la régularisation multiplicative, que nous avons appliquée à l'identification d'une force ponctuelle unitaire défilant à 45 m/s sur une poutre simplement appuyée à ses deux extrémités à partir de neuf mesures de déplacement (SNR : 30 dB). Pour établir le modèle de reconstruction, nous avons utilisé un modèle éléments finis de la structure composé de 51 éléments poutre. De ce fait, l'une des principales difficultés de ce problème réside dans sa dimension, dans la mesure où l'on souhaite identifier à un instant donnée la position et l'amplitude de la force. Cela peut donc conduire à l'inversion de systèmes de grande taille, ce qui a une incidence néfaste sur les temps de calculs. Pour réduire significativement la taille des systèmes à inverser, on peut chercher à exploiter les caractéristiques de la source à identifier. En effet, on sait que dans le cas d'un chargement défilant seuls un ou deux nœuds du maillage sont susceptibles de faire apparaître, à un instant donné, une composante d'effort non nulle. De ce fait, si la vitesse de défilement est connue, on peut traquer la source, ce qui permet de réduire grandement la taille du système à inverser. Formellement, cela revient à définir un vecteur d'excitation réduit  $\tilde{\mathbf{F}}$  tel que :

$$\mathbf{F} = \mathbf{S} \tilde{\mathbf{F}} \quad \text{avec} \quad \mathbf{S} = \text{diag}(\mathbf{S}_0, \dots, \mathbf{S}_n), \quad (2.14)$$

où  $\mathbf{S}_k$  est la matrice de sélection élémentaire définie à l'instant  $k$ . Par construction, c'est une matrice diagonale ayant pour valeurs 1 au niveau des nœuds actifs et 0 ailleurs.

Par suite, le modèle de reconstruction réduit s'écrit [LZ11] :

$$\mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{F}}, \quad (2.15)$$

où  $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H} \mathbf{S}$  est la matrice réduite des réponses impulsionnelles.

L'utilisation d'un modèle de reconstruction réduit a une incidence directe sur la définition des paramètres de norme des stratégies de régularisation que nous avons développées. En effet, la réduction du vecteur d'excitation obtenu en traquant la position de la source fait passer d'un vecteur d'effort global  $\mathbf{F}$  très parcimonieux à un vecteur d'effort réduit  $\tilde{\mathbf{F}}$  contenant très peu de valeurs nulles. Par conséquent, le problème d'identification revient à rechercher un champ d'effort réduit, solution du problème de minimisation suivant :

$$\hat{\tilde{\mathbf{F}}} = \underset{\tilde{\mathbf{F}}}{\text{argmin}} \left\| \mathbf{Y} - \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{F}} \right\|_2^2 \cdot \left\| \tilde{\mathbf{F}} \right\|_2^2. \quad (2.16)$$

Le résultat de l'identification présenté en Figure 2.1 est globalement satisfaisant, car l'amplitude du chargement reconstruit est de l'ordre de grandeur du chargement appliqué. On peut en revanche noter des écarts plus importants sur les derniers pas de temps. Néanmoins, ce résultat est en accord avec ceux que l'on peut trouver dans la littérature existante [LZ11].

## 2.2.2 Identification d'un coup de marteau par régularisation multiplicative espace-temps

Pour identifier simultanément la position et le signal temporel d'une source d'excitation transitoire, une approche naturelle consiste à appliquer la régularisation espace-temps, qui est le strict analogue pour les applications dans le domaine temporel de la régularisation espace-fréquence. De ce fait, la régularisation espace-temps est définie par le problème de minimisation suivant :

$$\hat{\mathbf{F}} = \underset{\mathbf{F} \setminus \{0\}}{\text{argmin}} \left\| \mathbf{Y} - \mathbf{H} \mathbf{F} \right\|_2^2 \cdot \left\| \mathbf{F} \right\|_{p,q}^q, \quad (2.17)$$

où les paramètres de normes  $p$  et  $q$  contrôlent, respectivement, *a priori* sur la nature des signaux d'excitation et le type de sources excitant la structure. Ainsi, à titre d'exemple, si l'on pose  $(p, q) = (2, 1)$ , cela signifie que l'on favorise la parcimonie spatiale du champ d'excitation et la continuité du signal temporel.

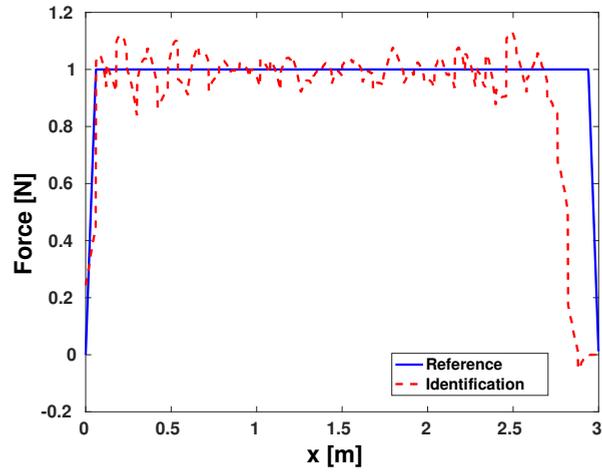


FIGURE 2.1 – Identification du chargement défilant appliqué

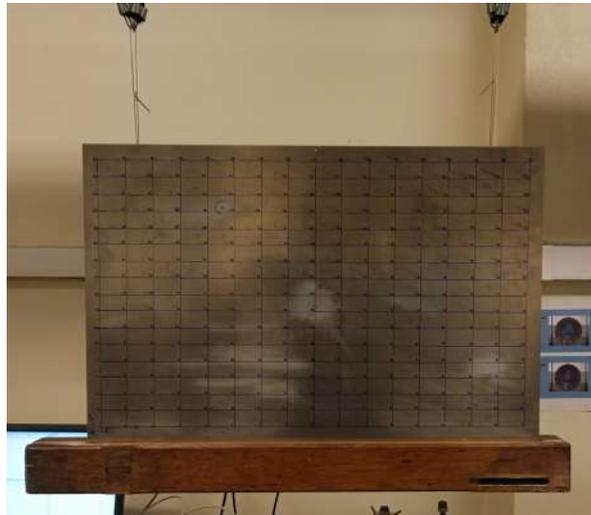


FIGURE 2.2 – Structure étudiée

Pour tester la validité de cette approche, nous avons cherché à identifier expérimentalement un coup de marteau porté sur la structure présentée en Figure 2.2 à partir de mesures accélérométriques.

Pour mener à bien l'identification, nous avons tout d'abord réalisé une analyse modale expérimentale pour identifier les modes propres de la structure et ainsi construire le modèle de reconstruction. Ensuite, nous avons défini la configuration d'essai, consistant à mesurer, en quatre points de la structure, les accélérations résultant d'une excitation par marteau d'impact non colocalisée avec l'un des points de mesures. Il faut par ailleurs noter ici que, par souci de cohérence, les points d'excitation (nœud 236) et de mesures (nœuds 19, 66, 153, 228) correspondent à des nœuds du maillage défini pour réaliser l'analyse modale expérimentale [cf. Figure 2.3].

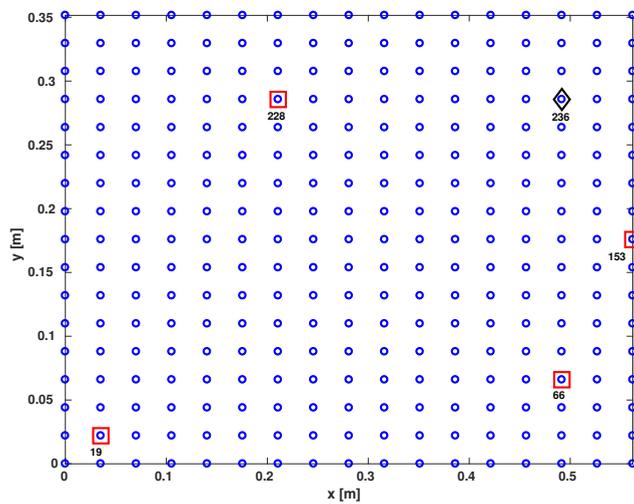
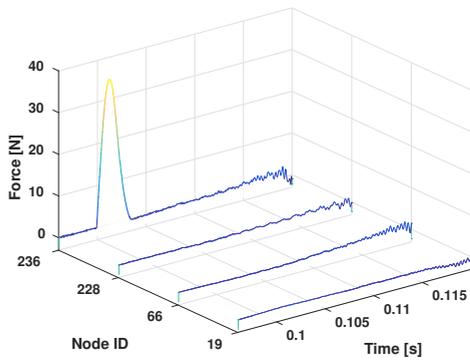


FIGURE 2.3 – Définition de la configuration d'essai – (○) Points du maillage utilisé pour l'analyse modale expérimentale, (□) Points de mesure accélérométrique et (◇) Point d'excitation

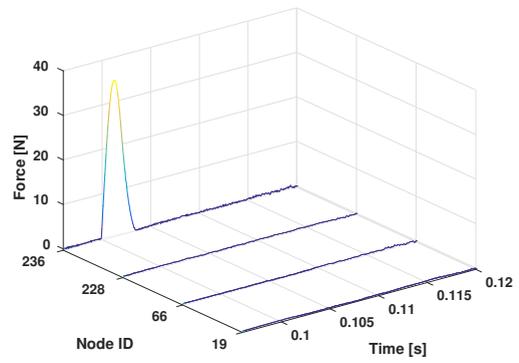
Concernant la configuration d'identification nous avons choisi d'effectuer la reconstruction aux nœuds 19, 66, 228 (Points de mesure) et 236 (Point d'excitation) du maillage utilisé lors de l'analyse modale expérimentale [cf. Figure 2.3].

Pour analyser les performances de la régularisation espace-temps en conditions opérationnelles, nous l'avons comparée avec la régularisation multiplicative ordinaire pour  $q = 2$  et  $q = 1$ , qui sont les valeurs généralement utilisées dans la littérature pour définir le terme de régularisation. Nous avons ainsi commencé par identifier le champ d'effort sur un intervalle de 24 ms, ce qui est assez long au regard de la durée de l'impact. Dans ce cas, on constate que les trois approches donnent des résultats très similaires et en très bon accord avec le champ cible [cf. Figure 2.4].

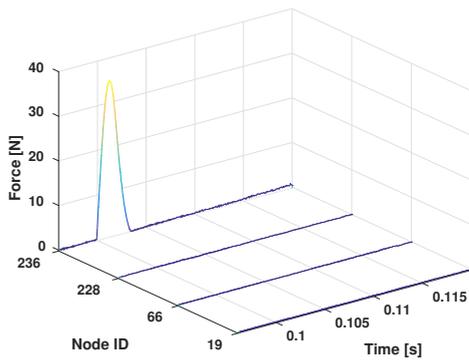
Cependant, lorsque la durée de reconstruction est plus courte, les résultats obtenus diffèrent de façon significative. En effet, lorsque les reconstructions sont réalisées sur 5.4 ms, seule la régularisation espace-temps donne une solution correcte [cf. Figure 2.5]. Ce second résultat montre clairement qu'exploiter simultanément les caractéristiques spatio-temporelles des sources d'excitation est bénéfique en termes de qualité et de robustesse des solutions identifiées. Cette validation montre également que l'utilisation d'approches plus classiques nécessite une expertise importante, liée à l'étude minutieuse des signaux mesurés et du banc d'essai pour déterminer la stratégie de régularisation et le temps de reconstruction les plus adaptés.



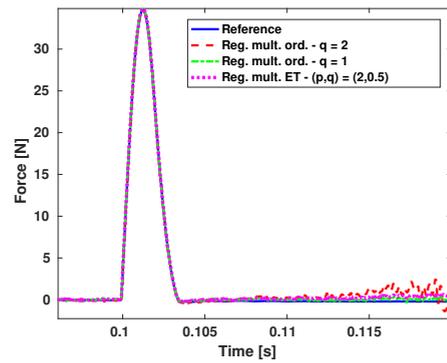
(a) Régularisation multiplicative ordinaire  $q = 2$



(b) Régularisation multiplicative ordinaire  $q = 1$

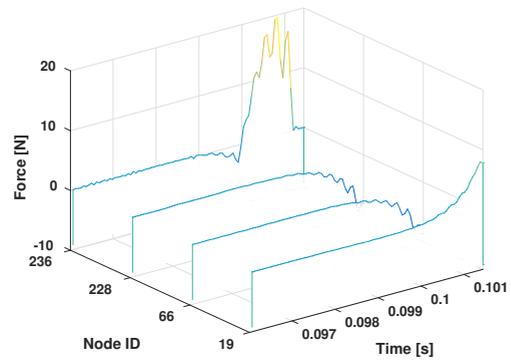
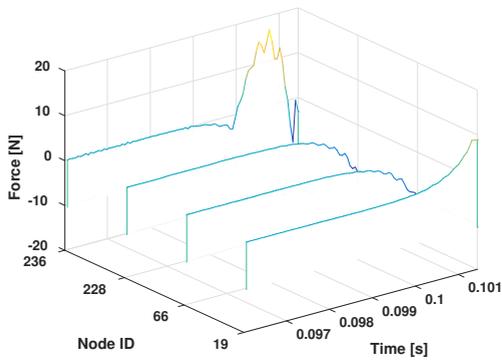


(c) Régularisation multiplicative espace-temps  
 $(p, q) = (2, 0.5)$

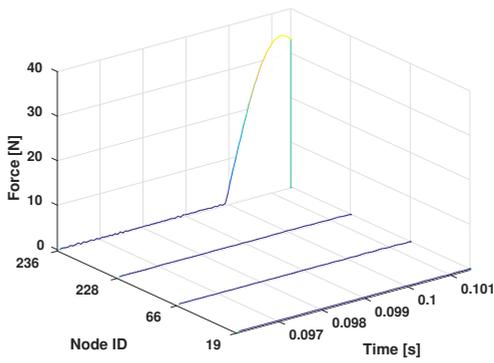


(d)

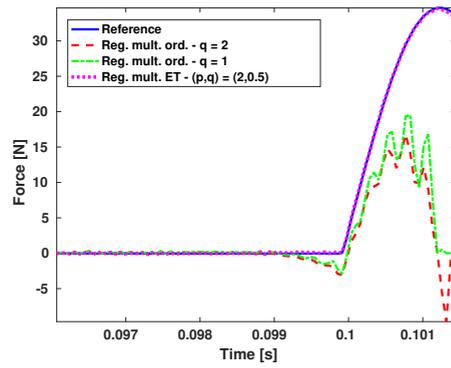
FIGURE 2.4 – Reconstruction du champ d'excitation correspondant au coup de marteau sur une durée de 24 ms



(a) Régularisation multiplicative ordinaire  $q = 2$  (b) Régularisation multiplicative ordinaire  $q = 1$



(c) Régularisation multiplicative espace-temps  
 $(p, q) = (2, 0.5)$



(d)

FIGURE 2.5 – Reconstruction du champ d'excitation correspondant au coup de marteau sur une durée de 5.4 ms

## 2.3 Filtre de Kalman

Articles : [J19]

Rapports de recherche : [R7, R8]

Un filtre de Kalman est un estimateur Bayésien récursif de l'état d'un système permettant de tenir compte des incertitudes sur le modèle d'évolution et les données mesurées qui s'appuie sur la représentation d'état du système dynamique considéré. Dans notre cas, la représentation d'état permettant de mettre en place un filtre de Kalman s'écrit :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{x}_k + \mathbf{B}^+ \mathbf{f}_{k+1} + \mathbf{B}^- \mathbf{f}_k + \mathbf{w}_k^{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{O} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{cases}, \quad (2.18)$$

où  $\mathbf{w}_k^{\mathbf{x}}$  est le bruit d'évolution Gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance  $\mathbf{Q}_{\mathbf{x}}$ , tandis que  $\mathbf{v}_k$  est le bruit de mesure gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance  $\mathbf{R}$ . Pratiquement, le bruit d'évolution modélise l'incertitude sur l'évolution du système au cours du temps. Ce terme traduit soit le bruit sur les capteurs d'entrée (*i.e.* lié à la commande), soit la confiance que l'on a dans le modèle. Le bruit de mesure modélise, quant à lui, le processus de mesure.

Cette formulation du problème dynamique est non standard, car le calcul du vecteur d'état à l'instant  $k + 1$  à partir de l'équation d'évolution nécessite la connaissance du vecteur de commande aux instants  $k$  et  $k + 1$ . Il est toutefois possible de se ramener à une représentation d'état classique en introduisant l'état réduit  $\bar{\mathbf{x}}_{k+1}$ , défini tel que [Nor06] :

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{x}_k + \mathbf{B}^- \mathbf{f}_k + \mathbf{w}_k^{\mathbf{x}}. \quad (2.19)$$

En introduisant cette relation dans l'équation (2.18), on obtient la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B} \mathbf{f}_k + \mathbf{w}_k^{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{O} \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{D} \mathbf{f}_k + \mathbf{v}_k \end{cases}, \quad (2.20)$$

où  $\mathbf{B} = \mathbf{A} \mathbf{B}^+ + \mathbf{B}^-$  et  $\mathbf{D} = \mathbf{O} \mathbf{B}^+$ .

Après une étude approfondie de la littérature, puis l'implémentation et la comparaison de différents filtres, notre choix s'est porté sur la méthode AKF (pour *Augmented Kalman Filter*) proposée par Lourens et al. [LRR<sup>+</sup>12]. Le choix de cette approche repose non seulement sur les performances du filtre, mais également sur ses fondements théoriques, dans la mesure où l'approche AKF permet d'utiliser un filtre de Kalman classique, qui peut être obtenu à partir de considérations bayésiennes [Sä13].

Formellement, l'approche AKF consiste à inclure la commande dans le vecteur d'état, de manière à construire un état augmenté. Pour cela, une équation d'évolution fictive de la commande doit être introduite. Généralement, cette équation d'évolution s'écrit [LRR<sup>+</sup>12] :

$$\mathbf{f}_{k+1} = \mathbf{f}_k + \mathbf{w}_k^{\mathbf{f}}, \quad (2.21)$$

où  $\mathbf{w}_k^{\mathbf{f}}$  est un bruit Gaussien de moyenne nulle est de matrice de covariance  $\mathbf{Q}_{\mathbf{f}}$ .

Par suite, en définissant l'état augmenté tel que :

$$\mathbf{x}_k^{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_k \\ \mathbf{f}_k \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

la représentation d'état du système devient :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1}^{\mathbf{a}} = \mathbf{A}_{\mathbf{a}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{a}} + \mathbf{w}_k^{\mathbf{a}} \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{O}_{\mathbf{a}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{a}} + \mathbf{v}_k \end{cases}, \quad (2.23)$$

avec :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{O}_{\mathbf{a}} = [\mathbf{O} \quad \mathbf{D}], \quad \mathbf{w}_k^{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^{\mathbf{x}} \\ \mathbf{w}_k^{\mathbf{f}} \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

### 2.3.1 Algorithme de filtrage

Comme expliqué dans la section précédente, la formulation par vecteur d'état augmenté permet d'utiliser un filtre de Kalman classique. L'algorithme de filtrage se décompose donc comme suit :

#### 1. Initialisation à $t_0$

- Estimation de l'état initial  $\hat{\mathbf{x}}_0^{\mathbf{a}}$  et de sa matrice de covariance  $\mathbf{P}_0^{\mathbf{a}}$ ;
- Définition des matrices de covariance  $\mathbf{Q}_a$  et  $\mathbf{R}$  associées aux bruits d'évolution  $\mathbf{w}_k^{\mathbf{a}}$  et de mesure  $\mathbf{v}_k$

#### 2. Filtrage au temps $t_k$ pour $k = 1, \dots, n$

- Prédiction de l'état et de sa matrice de covariance

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_k^{\mathbf{a}-} &= \mathbf{A}_a \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^{\mathbf{a}}, \\ \mathbf{P}_k^{\mathbf{a}-} &= \mathbf{A}_a \mathbf{P}_{k-1}^{\mathbf{a}} \mathbf{A}_a^T + \mathbf{Q}_a.\end{aligned}\tag{2.25}$$

- Mise à jour de l'état et de sa matrice de covariance

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k^{\mathbf{a}-} \mathbf{O}_a^T (\mathbf{O}_a \mathbf{P}_k^{\mathbf{a}-} \mathbf{O}_a^T + \mathbf{R})^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_k^{\mathbf{a}} &= \mathbf{x}_k^{\mathbf{a}-} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{O}_a \mathbf{x}_k^{\mathbf{a}-}), \\ \mathbf{P}_k^{\mathbf{a}} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{O}_a) \mathbf{P}_k^{\mathbf{a}-}.\end{aligned}\tag{2.26}$$

L'implémentation d'un filtre de Kalman nécessite quelques remarques et commentaires, essentiellement liés à la phase d'initialisation du filtre. Tout d'abord, l'estimation de l'état initial  $\hat{\mathbf{x}}_0^{\mathbf{a}}$  implique la connaissance de l'état réduit et de la commande à l'instant initial. En pratique, l'état initial n'est pas connu, c'est pourquoi on pose généralement  $\hat{\mathbf{x}}_0^{\mathbf{a}} = \mathbf{0}$ . Cela suppose donc que la structure soit initialement au repos, *i.e.*  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$  et  $\mathbf{f}_0 = \mathbf{0}$ . Ensuite, il faut définir la matrice de covariance associée à l'état initial  $\mathbf{P}_0^{\mathbf{a}}$ . En l'absence de toute connaissance *a priori* cette matrice est choisie diagonale et de la forme :

$$\mathbf{P}_0^{\mathbf{a}} = \sigma_0^2 \mathbf{I}.\tag{2.27}$$

Cette matrice traduit la confiance que l'on a sur l'estimation de l'état initial. Dès lors, si l'on pense que l'estimation de l'état initial est loin de la réalité, alors  $\sigma_0^2$  doit être grand (typiquement  $10^3$ ). À l'inverse, si l'on pense que l'estimation de l'état initial est proche de la réalité, alors  $\sigma_0^2$  doit être proche de zéro (typiquement  $10^{-6}$ ).

Le succès du filtrage dépend également de la définition des matrices de covariances  $\mathbf{Q}_a$  et  $\mathbf{R}$ . Ces matrices traduisent la confiance que l'on a respectivement dans le modèle d'évolution et dans le modèle d'observation. Généralement, ces matrices sont choisies diagonales en l'absence d'informations *a priori*, ce qui signifie que les bruits d'évolution et de mesure sont supposés blancs. Les termes diagonaux de la matrice  $\mathbf{R}$ , associée au bruit de mesure  $\mathbf{v}_k$ , peuvent être estimés à partir des mesures. Pour simplifier l'étude, on supposera que la matrice de covariance  $\mathbf{R}$  s'écrit :

$$\mathbf{R} = \sigma_r^2 \mathbf{I},\tag{2.28}$$

où  $\sigma_r^2$  peut être vu comme la variance du bruit de mesure.

En revanche, les composantes de la matrices  $\mathbf{Q}_a$  sont plus difficiles à déterminer. D'une manière générale, la matrice  $\mathbf{Q}_a$  s'écrit :

$$\mathbf{Q}_a = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_f^2 \mathbf{I} \end{bmatrix}.\tag{2.29}$$

Ainsi,  $\sigma_x^2$  traduit la confiance dans le modèle d'évolution associé à l'état  $\mathbf{x}_k$ , tandis que  $\sigma_f^2$  traduit la confiance dans le modèle d'évolution de la commande  $\mathbf{f}_k$ .  $\sigma_f^2$  joue ici le rôle de paramètre de régularisation. Sa valeur influence grandement la qualité des résultats. Toute la problématique consiste donc à déterminer la valeur de ce paramètre étant donné les valeurs des variances  $\sigma_x^2$  et  $\sigma_r^2$ .

### 2.3.2 Choix du paramètre de régularisation $\sigma_f^2$

En pratique, le choix *a priori* d'une valeur optimale de  $\sigma_f^2$  est une tâche complexe dans la mesure où cette valeur, si elle existe, dépend des valeurs de  $\sigma_x^2$  et  $\sigma_r^2$ . On peut cependant envisager la mise en place d'une procédure de sélection automatique, à l'image du principe de la courbe en L, pour lequel on propose différentes valeurs du paramètre de régularisation et l'on choisit celle qui maximise la courbure de la courbe en L. Ici, l'idée est de chercher la valeur optimal  $\hat{\sigma}_f^2$  telle que :

$$\hat{\sigma}_f^2 = \underset{\sigma_f^2}{\operatorname{argmin}} J(\sigma_f^2 | \sigma_x^2, \sigma_r^2), \quad (2.30)$$

où  $J(\sigma_f^2 | \sigma_x^2, \sigma_r^2)$  est une certaine fonctionnelle.

Il s'agit dès lors de trouver une métrique permettant de respecter la relation précédente. Dans la littérature sur les filtres de Kalman, certains auteurs ont proposé d'utiliser l'innovation  $\mathbf{i}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{O}_a \mathbf{x}_k^{\mathbf{a}-}$  comme mesure d'erreur en définissant la fonctionnelle  $J(\sigma_f^2 | \sigma_x^2, \sigma_r^2)$  telle que [ACP15, PONL18] :

$$J(\sigma_f^2 | \sigma_x^2, \sigma_r^2) = \sum_{k=1}^{n_t} \|\mathbf{y}_k - \mathbf{O}_a \mathbf{x}_k^{\mathbf{a}-}\|_2^2. \quad (2.31)$$

Cependant, à notre connaissance, la pertinence de cet indicateur n'a pas été clairement expliquée. Pour apporter des éléments de réponses, nous sommes repartis de la définition d'un filtre de Kalman en termes Bayésiens [Hau12, Sä13]. L'analyse présentée dans la référence [J19] nous a permis d'expliquer pourquoi l'innovation est un outil permettant de régler un filtre de Kalman, dans la mesure où l'innovation est une variable aléatoire Gaussienne de moyenne nulle et de matrice de covariance  $\mathbf{S}_k = \mathbf{O}_a \mathbf{P}_k^{\mathbf{a}-} \mathbf{O}_a^T + \mathbf{R}$ , qui peut être vue comme une mesure de l'information apportée par une nouvelle mesure ou comme l'erreur de prédiction des données mesurées à partir de la prédiction de l'état courant. Par conséquent, en choisissant le paramètre  $\sigma_f^2$  minimisant la moyenne quadratique de l'innovation, comme proposé dans l'équation (2.31), on cherche finalement le paramètre permettant de minimiser l'erreur de prédiction de l'état et donc la correction nécessaire à apporter lors de la phase de mise à jour de l'état<sup>2</sup>. On évite ainsi de sur-corriger puis de sous-corriger l'état d'un pas de temps à un autre.

D'un point de vue numérique, la recherche du paramètre optimal nécessite le calcul de la fonctionnelle  $J(\sigma_f^2 | \sigma_x^2, \sigma_r^2)$  pour un certain nombre de valeurs possibles de  $\sigma_f^2$ . Pour rendre cette approche efficace en termes de temps de calcul, les calculs des fonctionnelles  $J(\sigma_f^2 | \sigma_x^2, \sigma_r^2)$  ont été parallélisés.

**Remarque** - À partir d'une série d'expériences numériques, nous avons montré que cette procédure de sélection du paramètre  $\sigma_f^2$  permettait de définir la solution optimale en termes de filtrage du bruit de mesure [J19].

### 2.3.3 Applicabilité des filtres de Kalman à l'identification de sources

Les filtres de type de Kalman sont utilisés depuis une vingtaine d'années en dynamique des structures pour estimer conjointement l'état et la commande d'un système. Cependant, ce n'est qu'à partir de 2012 et les travaux menés à KU Leuven sur cette thématique que des règles, issues de la théorie du contrôle, ont émergé pour évaluer la faisabilité du processus d'inversion pour une configuration expérimentale donnée [LPG<sup>+</sup>12, MLN<sup>+</sup>15, NCD15]. Ces critères garantissent *a priori* l'identifiabilité (observabilité, contrôlabilité, inversibilité sans délais), la stabilité et l'unicité des quantités estimées. Cependant, ces règles, liées à l'ordre du modèle et aux configurations de capteurs, ne permettent pas de garantir le succès de l'estimation en présence de bruit, car elles n'établissent la faisabilité de l'estimation que d'un point de vue algorithmique. Par conséquent, certaines questions pratiques restent

2. Il semble en effet plus simple de corriger l'estimation de l'état lorsque l'erreur de prédiction est faible.

partiellement documentés. De même, la violation de ces règles en termes de réglage du filtre ou de qualité des résultats n'est que rarement illustrée. Dans le cadre de nos travaux de recherche, nous avons étudié l'applicabilité des filtres de Kalman dans certaines situations apparaissant fréquemment lorsque l'on traite de problèmes d'identification de sources. En particulier, nous avons cherché à répondre aux questions suivantes :

1. Les données mesurées sont-elles équivalentes du point de vue de l'identification ?
2. L'identification temps-réel est-elle possible ?
3. Les mesures doivent-elles être colocalisées avec les excitations ?

Pour répondre à ces différentes questions, nous avons simulé numériquement une expérience menée sur une poutre simplement appuyée excitée par un coup de marteau. On se propose, dans ce qui suit, de résumer et d'illustrer les conclusions de cette étude.

### 1. Les données mesurées sont-elles équivalentes du point de vue de l'identification ?

Dans le domaine fréquentiel, les données cinématiques, comme le déplacement, la vitesse ou l'accélération peuvent être utilisées indistinctement pour résoudre le problème d'identification. Malheureusement, ceci n'est pas le cas dans le domaine temporel, comme on peut le voir en Figure 2.6, présentant les reconstructions obtenues à partir de mesures de déplacement, de vitesse ou d'accélération colocalisées avec les points de reconstruction, dont l'un d'entre eux correspond au point d'excitation.

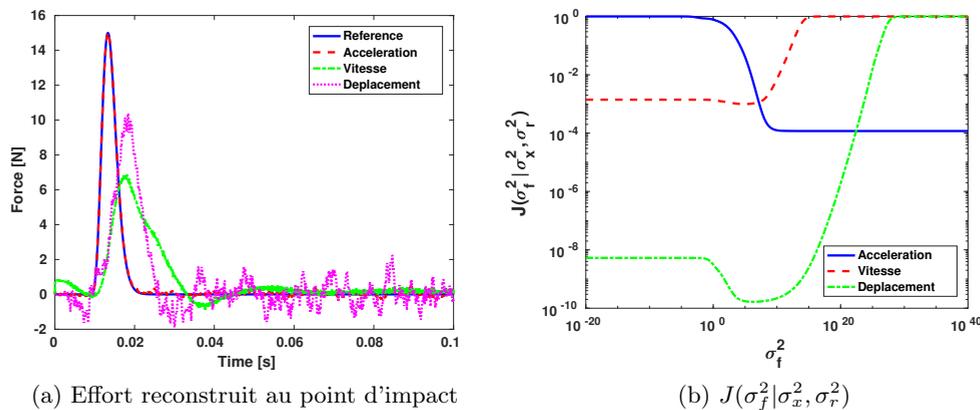


FIGURE 2.6 – Reconstruction de l'excitation au point d'impact à partir de mesures de déplacement, de vitesse ou d'accélération

La figure précédente montre clairement que le type de données utilisées pour estimer les sources a une grande influence sur la qualité du champ d'excitation estimé par le filtre de Kalman. Cela nous a conduit à conclure que si l'on ne devait utiliser qu'un seul type de données, les mesures d'accélération serait le meilleur choix. D'autre part, il est déconseillé d'utiliser des données de vitesse ou de déplacement seules, car l'analyse de la forme de la fonctionnelle et des résultats d'identification présenté en Figure 2.6 montre qu'il est très difficile de régler convenablement le filtre pour obtenir une solution acceptable. Il faut noter ici que cette conclusion n'est pas spécifique aux filtres de Kalman, dans la mesure où nous avons obtenu le même type de résultats avec les approches par régularisation, même si, dans certains cas néanmoins, l'utilisation de données de déplacement conduit à des résultats satisfaisants [cf. section 2.2.1].

**Remarque** - Ce résultat nous a conduit à nous interroger sur l'influence de la représentation d'état utilisée pour alimenter le filtre. Pour cela, nous avons refait les calculs avec une représentation d'état discrétisée à partir de l'approche du bloqueur d'ordre 0 [J19]. La discrétisation temporelle étant suffisante, les résultats obtenus sont similaires pour des reconstructions effectuées à partir de mesures de

déplacement ou d'accélération. En revanche, lorsque l'on utilise des mesures de vitesse, le réglage du paramètre  $\sigma_f^2$  est délicat, dans la mesure où la fonctionnelle  $J(\sigma_f^2 | \sigma_x^2, \sigma_r^2)$  présente des minima locaux. D'un point de vue pratique, cela peut conduire à l'obtention d'un champ d'effort extrêmement bruité.

## 2. L'identification temps-réel est-elle possible ?

L'un des intérêts des approches par filtre de Kalman est la possibilité de réaliser des estimations en temps réel. Cependant, comme nous l'avons montré précédemment, la qualité de l'identification est fortement dépendante du choix du paramètre  $\sigma_f^2$ , qui ne peut pas être *a priori* arbitraire, car elle est liée aux valeurs des paramètres  $\sigma_x^2$  et  $\sigma_r^2$ . Cependant, l'analyse de la forme fonctionnelle  $J(\sigma_f^2 | \sigma_x^2, \sigma_r^2)$  obtenue à partir de mesures d'accélération [cf. Figure 2.6b] montre qu'il est probablement possible de choisir *a priori* une valeur de  $\sigma_f^2$  permettant de reconstruire en temps réel le champ d'effort appliqué. Dans ce cas, cependant, le problème est alors de déterminer la relation que doivent satisfaire les paramètres  $\sigma_x^2$ ,  $\sigma_r^2$  et  $\sigma_f^2$  pour atteindre l'objectif visé. En déterminant l'ensemble des triplets optimaux  $(\hat{\sigma}_x^2, \hat{\sigma}_r^2, \hat{\sigma}_f^2)$ , grâce au critère du minimum de la moyenne quadratique de l'innovation, nous avons conclu que l'estimation du champ d'excitation est pratiquement insensible au choix des paramètres de variance pourvu que :

$$\sigma_x^2 \ll \sigma_r^2 \leq \sigma_f^2. \quad (2.32)$$

En pratique, lorsque cette condition est remplie, l'identification temps-réel du champ d'excitation à partir de mesures accélérométriques est possible. Ceci est illustré en Figure 2.7.

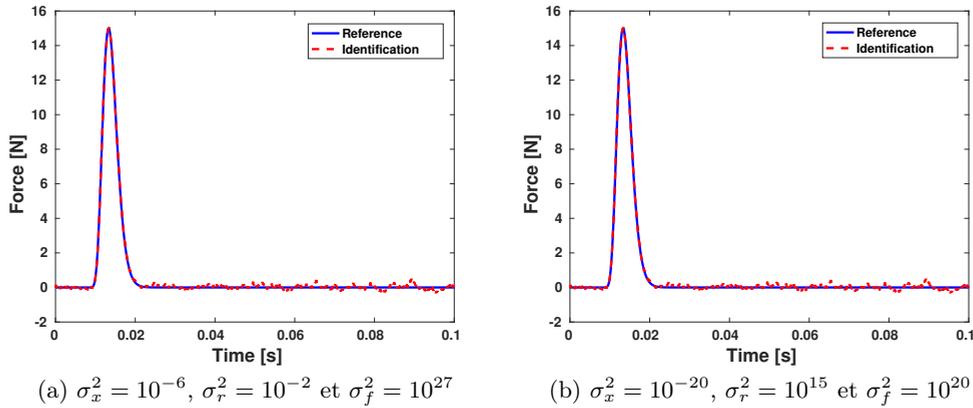


FIGURE 2.7 – Signal d'excitation reconstruit au point d'impact à partir de mesures d'accélération pour différents triplet  $(\sigma_x^2, \sigma_r^2, \sigma_f^2)$

La relation (2.32) est, en fait, assez logique, puisque  $\sigma_r^2$  doit nécessairement être inférieur à  $\sigma_f^2$  pour éviter un filtrage trop important du champ d'excitation estimé. En effet, choisir  $\sigma_f^2 < \sigma_r^2$  implique que l'on accorde une plus grande confiance à l'équation d'évolution fictive de l'excitation donnée par la relation (2.21) qu'à l'équation d'observation (et donc aux mesures). Autrement dit, dans cette situation, le filtre essaye de respecter du mieux possible la relation  $\mathbf{u}_{k+1} \approx \mathbf{u}_k$ . D'autre part,  $\sigma_x^2$  doit obligatoirement être inférieur à  $\sigma_r^2$ , car le processus d'estimation est très sensible aux bruits de mesure. Par conséquent, accorder une confiance plus grande à l'équation d'état qu'à l'équation d'observation permet d'aider le filtre à estimer correctement les quantités d'intérêt. Cela suppose, bien sûr, qu'un modèle fiable de la structure est disponible.

**Remarque** - Sur le long terme, on observe une dérive du champ d'excitation identifié à partir de données accélérométriques. Pour pallier ce problème bien connu des spécialistes du domaine, deux solutions sont possibles pour stabiliser le processus. La première solution consiste à utiliser des mesures de déplacement et d'accélération colocalisées. Lorsqu'il n'est pas possible de mesurer physiquement les

déplacements, une autre solution consiste à utiliser des déplacements fictifs colocalisés avec les mesures d'accélération [NCD15].

### 3. Les mesures doivent-elles être colocalisées avec les excitations ?

La réponse à cette question est importante d'un point de vue pratique, car il n'est pas toujours possible de réaliser les mesures au niveau des points d'excitation. Néanmoins, dans la majeure partie des articles publiés dans la littérature, au moins l'une des mesures est colocalisée ou dans le voisinage très proche des sources d'excitations réelles. Or, Lourens et al. [LRR<sup>+</sup>12] ont observé que la violation de cette condition implicite conduisait à une dégradation de la qualité des résultats. Ce problème est illustré en Figure 2.8. L'analyse de cette figure montre qu'en configuration non-colocalisée un retard est observé sur le signal d'effort reconstruit. Lourens et al. ont associé ce comportement pathologique à l'augmentation du nombre de conditionnement de la matrice d'observabilité. Dans l'exemple présenté en Figure 2.8, il s'avère que cette explication ne tient pas, car le nombre de conditionnement de la matrice d'observabilité obtenu à partir des configurations colocalisée ou non-colocalisée est du même ordre de grandeur. Cependant, il est clair que le mauvais conditionnement du problème est tel qu'une perturbation des paramètres de reconstruction suffit à affecter fortement la qualité des quantités identifiées, ce qui est le cas ici car la configuration de mesure n'est pas optimale du point de vue du problème inverse. Physiquement, ce retard observé est probablement lié au retard introduit entre l'excitation et les réponses mesurées et semble être inhérent à la résolution du problème inverse par filtre de Kalman qui s'effectue pas de temps par pas de temps (il semble donc que ce retard soit difficile à rattraper). Par ailleurs, comme le montre la Figure 2.8b, il ne semble pas raisonnable d'envisager une identification temps-réel en configuration non-colocalisée, car déterminer *a priori* une valeur optimale du paramètre  $\sigma_f^2$  étant donnée des valeurs fixées des paramètres  $\sigma_x^2$  et  $\sigma_r^2$  relève plus de la chance que de l'expertise.

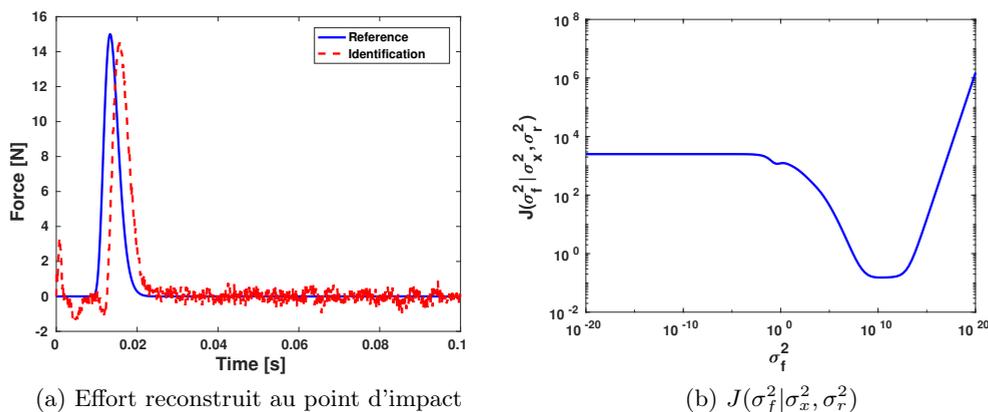


FIGURE 2.8 – Reconstruction de l'excitation au point d'impact à partir de mesures d'accélération en configuration non-colocalisée

**Remarque** - Une problématique connexe est l'identification des sources lorsque le problème est sous-déterminé. Comme nous l'avons montré dans la référence [J19], les résultats obtenus sont de piètre qualité, ce qui était une conclusion attendue au regard des résultats obtenus précédemment. Une manière de traiter les problèmes sous-déterminés est de contraindre le problème. Malheureusement, les approches par filtre de Kalman n'introduisent pas d'hypothèses sur la distribution spatiale des sources ou sur la nature des signaux d'excitation. À cet égard, les filtres de Kalman ne semblent pas être les meilleures approches pour traiter les problèmes d'identification sous-déterminés. Pour cela, il est préférable d'utiliser des approches de type « Kalman smoothing », qui utilisent l'information sur plusieurs pas de temps simultanément [MGL18].

## 2.4 Conclusion

Pour identifier les sources d'actions mécaniques dans le domaine temporel, les approches par régularisation et par filtre de Kalman sont, à notre connaissance, les approches les plus utilisées à l'heure actuelle. Cependant, ces approches sont conceptuellement très différentes, ce qui implique qu'elles aient chacune leurs spécificités. Ainsi, le choix de la stratégie d'identification à adopter doit donc se faire sur la base des avantages et des inconvénients propres à chacune d'elle. Voici quelques éléments de décision, établis à partir des différentes études que nous avons menées au cours de nos deux collaborations avec le CNES sur l'identification de sources transitoires :

### — *Approches par régularisation*

#### ▷ Avantages

- Exploitation de l'information disponible *a priori* sur les sources à identifier ;
- Peu sensible à la configuration d'essai (sous réserve d'une configuration d'essai permettant de recueillir suffisamment d'informations).

#### ▷ Inconvénients

- Approche hors-ligne (calcul sur plusieurs pas de temps simultanément) ;
- Choix délicat des paramètres de norme pour des utilisateurs inexpérimentés.

### — *Approches par filtre de Kalman*

#### ▷ Avantages

- Absence d'hypothèses sur les caractéristiques des sources à identifier ;
- Approche en ligne (calcul pas de temps par pas temps).

#### ▷ Inconvénients

- Mesure colocalisée avec l'excitation nécessaire (ou au plus proche de l'excitation) ;
- Réglage potentiellement délicat des paramètres du filtre.

Du point de vue scientifique, plusieurs contributions ont été apportées. La première d'entre elles concerne le développement d'une représentation d'état du système dynamique basé sur la méthode  $\alpha$ -généralisée. Le principal intérêt de cette représentation est d'être inconditionnellement stable, de présenter une précision du second ordre et d'introduire de l'amortissement numérique sur les modes haute fréquences du modèle, qui sont généralement mal discrétisés (spatialement et/ou temporellement). Cette approche permet donc théoriquement d'utiliser une discrétisation temporelle moins fine qu'avec des approches de type bloqueur d'ordre 0. Cette représentation d'état nous a ensuite servi de base pour alimenter les approches par régularisation et par filtre de Kalman que nous avons déployées par la suite. La seconde contribution est relative à l'application des méthodes de régularisation que nous avons développées dans le domaine fréquentiel à la reconstruction de sources transitoires. En particulier, nous avons montré tout le potentiel de la régularisation multiplicative espace-temps en termes de qualité et de robustesse des solutions identifiées par rapport à des stratégies de régularisation plus classiques. Enfin, l'étude que nous avons menée sur l'applicabilité des filtres de Kalman nous a permis, grâce à l'analyse de quelques situations concrètes couramment rencontrées en pratique, de mieux en cerner certaines limites, même s'il reste bien d'autres questions à traiter.



## Chapitre 3

# Contrôle vibratoire des structures par couplage analogue

À mon arrivée au LMSSC en septembre 2011, j'ai concentré mes efforts de recherche sur les problématiques d'identification de sources mécaniques. Ce n'est finalement que deux ans plus tard que j'ai commencé à aborder la problématique du contrôle vibratoire des structures dans le cadre du co-encadrement de la thèse de Boris Lossouarn, dirigée par Jean-François Deü [T1]. L'idée de cette thèse était d'étendre les travaux menés au laboratoire depuis de nombreuses années sur le contrôle unimodal par shunt résonant (qui est une compétence historique et reconnue du laboratoire [BD01, Duc09, Sé11, Sil14, Thi16]), au contrôle multimodal des structures par réseau électrique analogue passif.

Les réseaux (ou circuits) électriques analogues sont apparus en dynamique des structures dans les années 1930-1940 [Bus34, Kro44, Blo45, Mac49]. À une époque où la méthode des éléments finis n'existait pas encore et l'informatique moderne était dans sa prime enfance, les réseaux électriques analogues étaient conçus pour simuler le comportement statique et dynamique des structures mécaniques. Mais avec l'avènement de l'informatique et des méthodes numériques dans les années 1950-1960, l'utilisation des réseaux électriques analogues en dynamique des structures a peu à peu disparu<sup>1</sup>. Au tournant des années 2000, les réseaux électriques analogues ont fait leur retour grâce à un groupe de chercheurs italiens de la Sapienza qui a montré qu'un contrôle vibratoire multimodal des structures pouvait être obtenu à l'aide d'un réseau électrique, analogue à la structure à contrôler, connecté à cette dernière par l'intermédiaire d'un ensemble de patches piézoélectriques permettant de réaliser le couplage électromécanique [AdP02, dPV03]. Des solutions de contrôle par réseau analogue passif ont ainsi été proposées pour des poutres et des plaques [PdM04, AAdP05]. Cependant, les résultats présentés dans ces papiers restent théoriques et prennent en compte un réseau électrique homogénéisé, ce qui s'éloigne des applications pratiques pour lesquelles le nombre de composants électriques est limité.

Pour aller vers l'application pratique de ce type de stratégie de contrôle, qui est basée sur des transferts d'énergie de la structure mécanique vers le réseau électrique analogue, plusieurs problématiques ont été traitées dans la thèse de Boris Lossouarn :

### 1. Développement de modèles électromécaniques

Comme nous l'avons vu précédemment, les résultats théoriques relatifs au couplage multimodal sont basés sur l'obtention d'un continuum électrique, ce qui n'est pas le cas en pratique. L'objectif était donc ici de développer des modèles électromécaniques qui intègrent le caractère discret du réseau électrique analogue, tout en conservant la continuité du système mécanique. Ce type de modélisation permet ainsi de dimensionner le réseau électrique analogue à l'aide d'un ensemble de simulations numériques réalistes.

---

1. L'exemple le plus emblématique est celui de R. H. MacNeal qui a participé dans le cadre de sa thèse de doctorat au développement de circuits analogues de structures mécaniques (CalTech analog computer), puis cofondé MSC Software Corporation à l'origine de MSC Nastran.

## 2. Conception de réseaux électriques analogues purement passifs

La plupart des validations expérimentales présentées dans la littérature du contrôle vibratoire par couplage électromécanique s'appuient généralement sur l'utilisation de composants synthétiques, qui doivent être alimentés en énergie. Pour le contrôle vibratoire des structures par réseau électrique analogue, l'utilisation de composants synthétiques semblent difficilement envisageable, en raison du nombre de composants nécessaire pour définir l'analogue électrique d'une structure mécanique. D'autre part, il a été montré dès les années 40 que les réseaux électriques analogues pouvaient être construits à partir de composants purement passifs. C'est pourquoi, nous avons choisi dans cette thèse de concevoir les réseaux électriques analogues à partir de composants électriques purement passifs, de manière à avoir une stratégie de contrôle multimodale fonctionnant de façon totalement autonome et ne nécessitant pas l'utilisation d'une électronique embarquée.

**Remarque** - La notion de composant purement passif est fondamentale dans le cadre de cette thèse. En effet, il semblait couramment admis dans la littérature que les composants électriques passifs ne permettaient pas d'atteindre les spécifications voulues [FBM03, MBH<sup>+</sup>15], ou que, s'ils le permettaient, c'était au prix de l'encombrement et/ou de la masse des composants [CRDC10, WCW11]. Nous avons ainsi démontré dans cette thèse que cette croyance n'était pas fondée, car tout dépend en pratique de l'énergie à stocker dans le composant et des matériaux choisis pour le réaliser.

Ce débat sur l'utilisation de composants passifs nous a ramené à la question de la définition d'un système actif/passif. En effet, on pourrait dire qu'un système de contrôle est passif dès lors qu'il n'apporte pas d'énergie au système (*i.e.* que le bilan énergétique global est neutre) et que les composants, bien que synthétiques, sont auto-alimentés (par des systèmes de récupération d'énergie par exemple). Cependant, une telle définition masque les spécificités des différentes stratégies de contrôle existant dans la littérature. Après analyse, nous pouvons considérer qu'un système de contrôle est :

- **Actif**, s'il repose entièrement sur une source d'alimentation extérieure pour alimenter les capteurs et les actionneurs qui le compose et qu'il dispose d'une loi de commande adaptée ;
- **Passif**, s'il ne nécessite aucune source d'alimentation extérieure et ne génère pas d'instabilités dans le système à contrôler ;
- **Semi-actif**, si les composants qui le compose nécessitent une source d'énergie externe (par exemple une batterie qui stocke localement l'énergie) et peuvent générer des instabilités dans le système à contrôler (condensateurs à capacité négative par exemple) ;
- **Semi-passif**, si les composants qui le compose nécessitent une source d'énergie externe, mais ne génèrent pas d'instabilités dans le système à contrôler (inductances synthétiques par exemple).

Dans le cas présent, les composants (inductances et transformateurs) nécessaires à la conception des réseaux électriques analogues ont été fabriqués à la main à l'aide d'une bobine de fil conducteur enroulée autour d'un circuit magnétique. Par conséquent, la stratégie de contrôle par réseau analogue proposée dans la thèse est donc bien, au regard des définitions précédentes, purement passive.

## 3. Validation expérimentale de la stratégie de contrôle

Une fois la topologie du réseau électrique analogue de la structure déterminée et le dimensionnement des composants des constituants réalisés, il est possible de développer un démonstrateur permettant d'évaluer les performances réelles de la stratégie de contrôle en conditions opérationnelles. À notre connaissance, les démonstrateurs présentés dans la thèse font partie des premières validations expérimentales des stratégies de contrôle multimodal des structures par couplage analogue.

Dans la suite de ce chapitre, je me propose de présenter de manière synthétique la démarche théorique utilisée pour obtenir les modèles électromécaniques de structures mécaniques de type barres,

poutres et plaques, ainsi que les principaux résultats expérimentaux découlant de l'application pratique de la stratégie de contrôle vibratoire par réseau électrique analogue.

### 3.1 Principe du contrôle vibratoire par couplage analogue

Lorsqu'une source extérieure excite une structure mécanique sur ces résonances, ou aux environs de ces dernières, de forts niveaux vibratoires sont généralement observés. Pour les réduire, on peut, tout d'abord, chercher à agir directement sur la source d'excitation. Si cela n'est pas possible et que l'excitation est à bande étroite, on peut alors envisager de modifier la conception de la structure (matériau, géométrie, ...) de manière à modifier sa masse et/ou sa raideur pour que la fréquence d'excitation ne coïncide plus avec l'une des fréquences de résonance de la structure. Lorsque l'excitation est large bande et qu'il n'est pas possible d'agir à la source, on peut faire appel au contrôle analogue.

Le contrôle analogue consiste à coupler à la structure à contrôler un système secondaire (mécanique, électrique ou autre) possédant les mêmes caractéristiques modales que cette dernière. L'exemple le plus simple de contrôle analogue est l'amortisseur à masse accordée pour les systèmes à un degré de liberté comme celui présenté en Figure 3.1a [Har40], qui consiste à coupler au système à contrôler un système analogue de même fréquence de résonance mais de masse négligeable devant celle de la structure maîtresse<sup>2</sup>. L'analyse de la réponse vibratoire correspondante est intéressante à plusieurs titres [cf. Figure 3.1b]. Tout d'abord, on constate que lorsque le système analogue non amorti est correctement réglé, l'amplitude vibratoire du système maître (*i.e.* de la structure à contrôler) est nulle à la fréquence de résonance du système non contrôlé, ce qui traduit un transfert d'énergie du système maître vers son analogue modal. En revanche, deux résonances de fortes amplitudes (ici infinies) apparaissent de part et d'autre du pic de résonance du système maître seul, ce qui est problématique dans le cas d'une excitation large bande. Pour dissiper cette énergie vibratoire, il est alors nécessaire de rajouter un amortisseur au sein du système analogue. Ce faisant, on obtient finalement un compromis entre la réduction du niveau vibratoire au niveau de la résonance du système maître seul et les niveaux vibratoires mesurés au niveau des deux fréquences de résonance du système couplé.

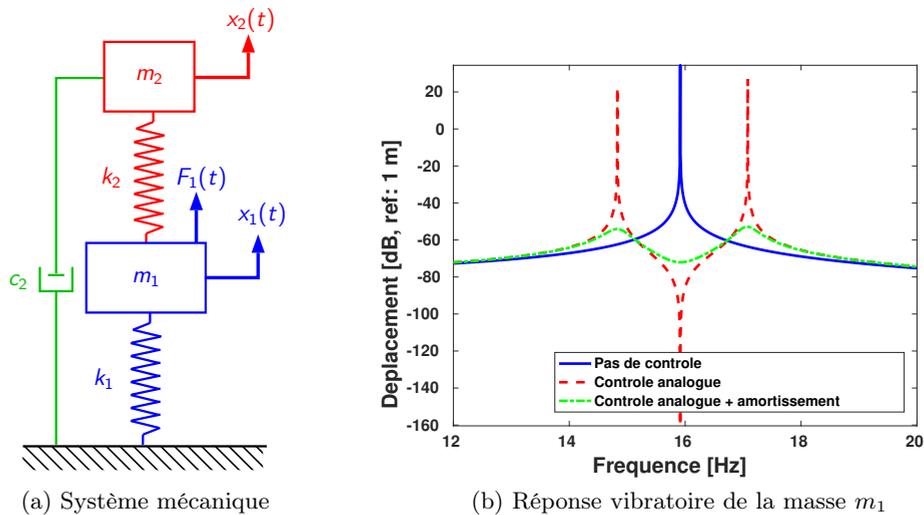


FIGURE 3.1 – Contrôle analogue unimodal

**Remarque** - Le système mécanique analogue présenté en Figure 3.1a est l'analogue du shunt résonant utilisé au laboratoire qui est constitué d'un condensateur (patch piézoélectrique) en parallèle d'une inductance et d'une résistance montées en série [T1, J10].

2. Cette contrainte pratique sur la masse du système secondaire a pour but de limiter l'augmentation de la masse totale du système.

L'objectif des travaux de doctorat présentés dans ce manuscrit était d'étendre le concept de système analogue, utilisé jusqu'alors pour réaliser un contrôle unimodal des vibrations de structures (exemple du contrôle par shunt résonant), à des systèmes à plusieurs degrés de liberté pour obtenir un amortisseur à masse accordée multimodal. Pour cela, il faut définir un système analogue possédant les mêmes caractéristiques modales que le système à contrôler, *i.e.* possédant les mêmes fréquences de résonance et les mêmes déformées modales, de manière à maximiser les échanges d'énergie entre les deux systèmes. Le principe du contrôle analogue multimodal est illustré en Figure 3.2a, où la structure à contrôler est couplée à son analogue muni d'amortisseurs dont le but est de dissiper l'énergie vibratoire transférée à ce dernier par la structure maîtresse. Comme le montrent les résultats présentés en Figure 3.2b, le couplage d'une structure à son analogue permet de définir un amortisseur à masse accordée multimodal.

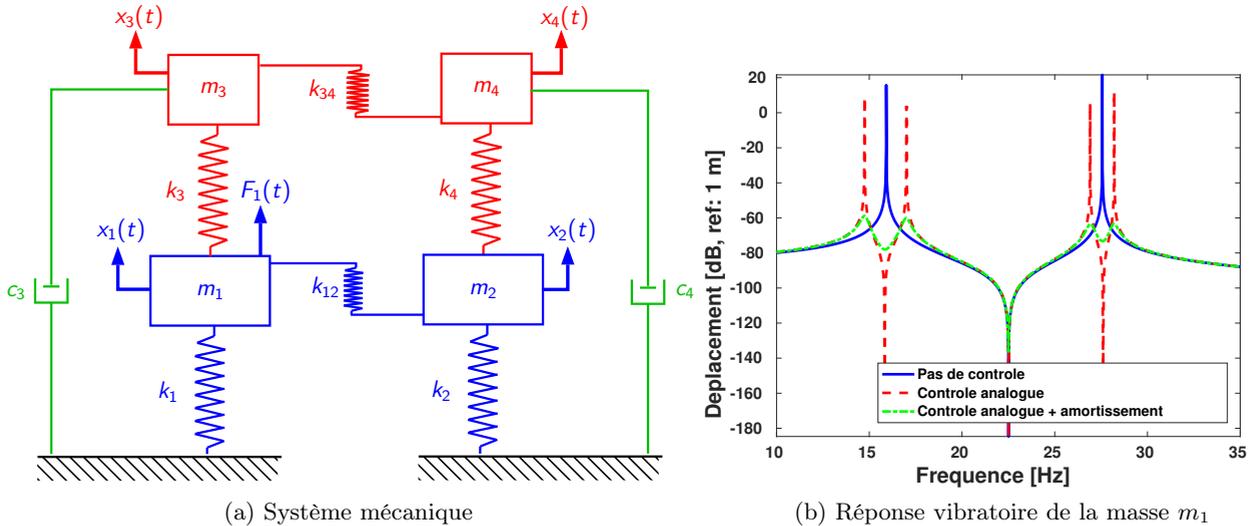


FIGURE 3.2 – Contrôle analogue multimodal

Pour des structures continues, la réalisation pratique d'un analogue modal mécanique paraît difficilement envisageable, car trop complexe. Une alternative crédible consiste à coupler la structure à contrôler à un réseau électrique analogue par l'intermédiaire de patches piézoélectriques. Cette approche permet de réduire la complexité de mise en œuvre, mais elle ne permet un contrôle multimodal de la structure que sur une bande de fréquences limitée à cause de la nature discrète du réseau électrique analogue. De fait, la stratégie de contrôle analogue détaillée dans la suite de ce manuscrit est essentiellement adaptée au contrôle des premiers modes de vibrations d'une structure.

## 3.2 Modélisation électromécanique de structures 1D et 2D

Une structure mécanique couplée à son analogue électrique peut être assimilée à un milieu périodique. Autrement dit, cela signifie qu'un système électromécanique 1D ou 2D est composé d'une cellule élémentaire électromécanique qui se répète périodiquement suivant une ou deux directions de l'espace. Cette approche de la modélisation permet d'avoir une vision locale du problème. En pratique, la modélisation électromécanique d'une structure, quelle soit 1D ou 2D, suit toujours la démarche suivante :

1. Discrétisation des équations d'équilibre d'une portion de structure par différences finies et application de l'analogie électromécanique directe<sup>3</sup> pour obtenir la cellule élémentaire électrique analogue ;
2. Définition de la cellule élémentaire électromécanique ;

3. L'analogie directe consiste à faire correspondre la vitesse mécanique au courant électrique et une force mécanique à une tension électrique.

3. Définition de la condition de couplage analogue permettant dimensionner les composants électriques constituant la cellule élémentaire électrique. Associée à la définition de conditions aux limites analogues, le respect de la condition de couplage analogue permet, en utilisant un nombre suffisant de cellules élémentaires, de créer un réseau électrique présentant les mêmes fréquences propres et déformées propres que la structure à contrôler ;
4. Calcul la réponse de la structure complète à partir d'une méthode de résolution adaptée et, ainsi, évaluer les performances potentielles de la stratégie de contrôle.

### 3.2.1 Structures 1D – Barres et poutres

Articles : [J6, J7, J13]

Communications : [C11, C12, C14, C15, C16, C21, C24]

#### 1. Cellule élémentaire électrique analogue

Pour une structure de type barre, le processus d'obtention de la cellule élémentaire électrique analogue est schématisé en Figure 3.3. En pratique, on considère une portion de barre de longueur  $a$ , de module d'Young  $Y$ , de masse volumique  $\rho$  et de section  $S$ . La discrétisation des équations d'équilibre de cette cellule élémentaire par différences finies, nous permet d'obtenir la cellule élémentaire correspondante, constituée de deux demi-masses  $m/2$  reliées entre elles par un ressort de raideur  $K$ . En appliquant finalement l'analogie électromécanique directe, pour laquelle une inductance est analogue à une masse et une capacité est analogue à l'inverse d'une raideur, on en déduit la cellule électrique élémentaire analogue à une barre en traction-compression. Cette dernière est donc composée de deux demi-inductances  $L/2$  connectées à la terre à travers un condensateur de capacité  $C$ .

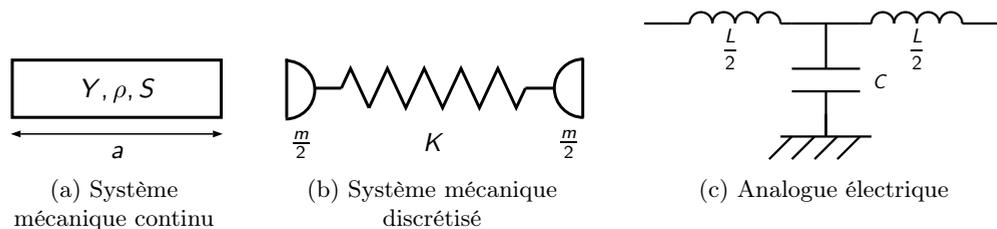


FIGURE 3.3 – Cellule élémentaire électrique analogue à une barre en traction compression

Pour un système de type poutre, le processus d'obtention de la cellule élémentaire électrique analogue est schématisé en Figure 3.4. Si l'on opte pour un modèle d'Euler-Bernoulli, le modèle discrétisé correspondant est composé de deux barres rigides sans masse de longueur  $a/2$  liées entre elles par une liaison pivot, au centre de laquelle sont localisés une masse  $m$  et un ressort de torsion de raideur  $K_\theta$ . Du point de vue modélisation, les barres rigides permettent de traduire la relation existant entre le déplacement transverse et la rotation de la section droite. En appliquant alors l'analogie électromécanique directe, on obtient la cellule élémentaire analogue à une poutre d'Euler-Bernoulli, qui fait apparaître en plus de l'inductance  $L$  et du condensateur  $C$ , deux transformateurs de rapport  $\hat{a}/2$  correspondant aux analogues électriques des deux barres rigides.

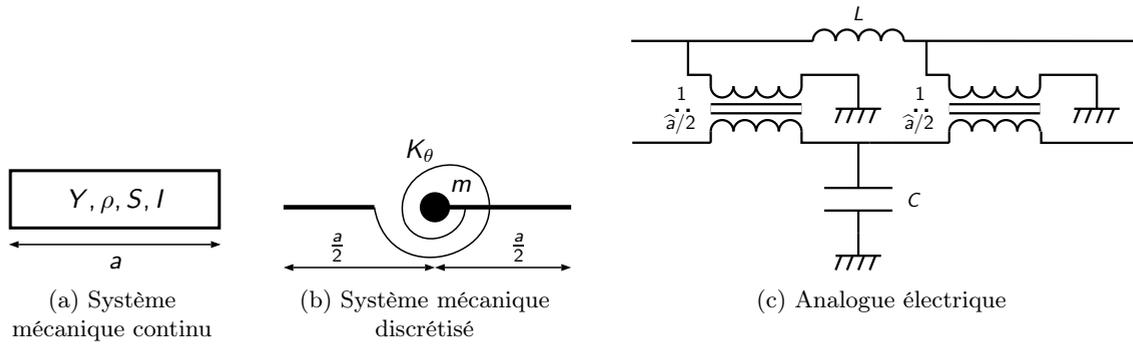


FIGURE 3.4 – Cellule élémentaire électrique analogue à une poutre en flexion

## 2. Cellule élémentaire électromécanique

La cellule élémentaire électromécanique est obtenue en connectant la cellule élémentaire électrique analogue à la cellule élémentaire mécanique par l'intermédiaire de patches piézoélectriques, comme présenté en Figure 3.5. On peut noter ici que le condensateur de capacité  $C$  n'apparaît plus ici explicitement dans la représentation de la cellule élémentaire électromécanique, car les patches piézoélectriques étant équivalents à des condensateurs dans le domaine électrique, aucun condensateur externe au système n'est requis pour mettre en œuvre le réseau électrique analogue. On peut également noter que les patches piézoélectriques sont ici connectés en parallèle, cela signifie qu'il faut qu'ils soient polarisés dans la même direction pour une barre en traction-compression ( $\uparrow\downarrow$ ) et dans la direction opposées ( $\uparrow\uparrow$ ) pour une poutre en flexion.

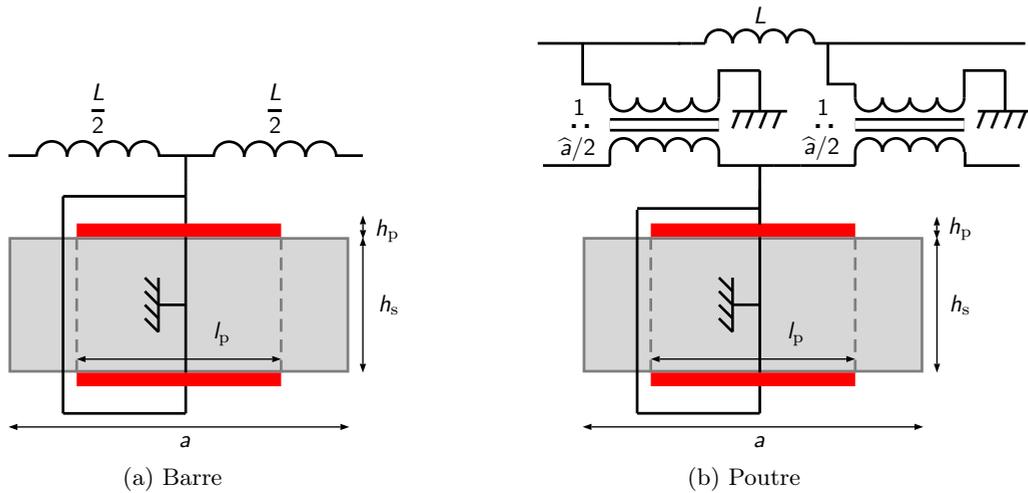


FIGURE 3.5 – Cellules électromécaniques élémentaires pour des structures 1D

### 3. Condition de couplage analogue

L'objectif du couplage analogue est de synthétiser un réseau électrique passif capable d'approximer les modes de la structure à contrôler. Il doit donc présenter les mêmes fréquences de résonance et les mêmes déformées propres que la structure considérée dans la bande de fréquences d'intérêt. Pour cela, la première condition est d'imposer des connections électriques aux extrémités du réseau analogue aux conditions aux limites de la structure. Ensuite, il faut que la relation de dispersion du milieu électrique analogue approxime la relation de dispersion du milieu mécanique<sup>4</sup>. Pour une barre en traction-compression, cette condition est vérifiée lorsque :

$$\frac{1}{LC} = \frac{K^E}{m}, \quad (3.1)$$

où  $K^E$  est la raideur de la représentation discrète d'une portion de barre munie de patches piézoélectriques court-circuités et  $m$  est la masse de cette même portion de barre. La capacité piézoélectrique  $C$  est imposée par la géométrie et le matériau des patches et de la cellule élémentaire. Par suite, c'est l'inductance  $L$  qui est choisie de façon à satisfaire le couplage analogue.

Pour une poutre en flexion, la condition de couplage analogue est vérifiée lorsque :

$$\frac{1}{\hat{a}^2} \frac{1}{LC} = \frac{1}{a^2} \frac{K_\theta^E}{m}, \quad (3.2)$$

où  $\hat{a}$  est le rapport de transformation des transformateurs du réseau électrique.  $K_\theta^E$  est la raideur de flexion de la représentation discrète d'une portion de poutre munie de patches piézoélectriques court-circuités,  $m$  est la masse de cette même portion de poutre, tandis que  $a$  est la longueur de la portion de poutre définissant la cellule élémentaire. Comme pour la barre en traction-compression, la capacité piézoélectrique  $C$  est imposée par la définition de la cellule élémentaire et les caractéristiques des patches piézoélectriques. De ce fait, le réglage du réseau analogue s'effectue à partir du choix de l'inductance  $L$  et du rapport de transformation  $\hat{a}$ .

### 4. Réponse du système électromécanique couplé

La condition de couplage analogue se base sur un modèle discrétisé du problème électromécanique. Cependant, le milieu mécanique étant en réalité continu, il est alors nécessaire de choisir un nombre suffisant de cellules élémentaires afin de tendre vers un continuum électrique représentant l'analogue de la structure considérée. Néanmoins, en pratique, le nombre de patches, et donc de cellules élémentaires, est limité. Dans ce cas, la validité du modèle électromécanique discret peut être remise en question. C'est pourquoi, différents modèles semi-continus ont été proposés pour modéliser de façon plus réaliste le couplage d'un réseau électrique discret à une structure mécanique continue.

Pour les structures de type barre ou poutre, trois modèles ont été développés pour la cellule élémentaire mécanique munie de patches piézoélectriques : un modèle complètement homogénéisé de la cellule, un modèle homogénéisé par morceau tenant compte de la discontinuité mécanique liée à la présence des patches piézoélectriques sur la structure et un modèle éléments finis, basé sur un modèle de poutre stratifiée piézoélectrique développé au laboratoire [TDD09], permettant, si besoin, de calculer les modes du système couplé [*c.f.* Figure 3.6].

À partir des cellules élémentaires électromécaniques ainsi définies, le calcul de la réponse vibratoire de l'ensemble de la structure est réalisé à partir d'une formulation par matrice de transfert. Le principe générale de cette approche consiste à définir des vecteurs d'état  $\mathbf{x}_L$  et  $\mathbf{x}_R$  aux extrémités gauche ( $L$ ) et droite ( $R$ ) de la cellule élémentaire de manière à avoir :

$$\mathbf{x}_R = \mathbf{T} \mathbf{x}_L, \quad (3.3)$$

---

4. Plus précisément, il faut que le nombre d'onde adimensionné  $ka$  soit le même dans les deux milieux discrétisés.

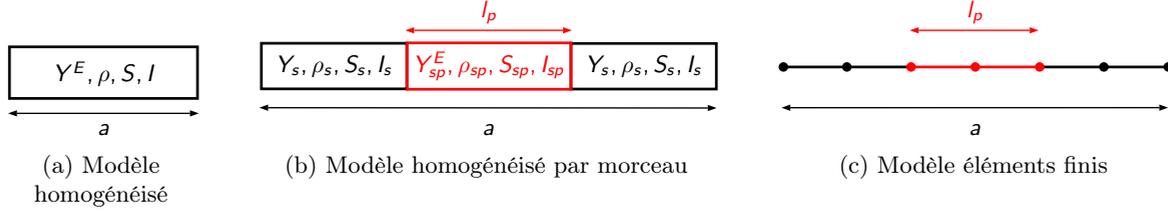


FIGURE 3.6 – Modélisation de la partie mécanique du problème couplé

où  $\mathbf{T}$  est la matrice de transfert de la cellule élémentaire.

Comme par définition, les cellules élémentaires sont identiques, elles possèdent donc la même matrice de transfert  $\mathbf{T}$ . Par conséquent, le vecteur d'état  $\mathbf{x}_{\mathbf{R}}^{(n)}$  à l'extrémité droite de la  $n^{\text{ième}}$  cellule élémentaire est obtenu à partir du vecteur d'état  $\mathbf{x}_{\mathbf{L}}^{(0)}$  défini à l'extrémité gauche de la première cellule en élevant à la puissance  $n$  la matrice de transfert  $\mathbf{T}$ , c'est-à-dire :

$$\mathbf{x}_{\mathbf{R}}^{(n)} = \mathbf{T}^n \mathbf{x}_{\mathbf{L}}^{(0)}. \quad (3.4)$$

Bien que cette façon d'appréhender le calcul de la réponse des structures périodiques soit assez classique [Ben89, GG97, MDBH05, Gos12], le calcul du vecteur d'état  $\mathbf{x}_{\mathbf{R}}^{(n)}$  à partir de la relation (3.4) est un problème mal conditionné. Par conséquent, des instabilités numériques peuvent apparaître lorsque l'on monte en fréquence ou lorsque que le nombre de cellules élémentaires augmente. Pour pallier cette difficulté, nous avons utilisé une formulation numérique stable du problème électromécanique couplé par matrice de transfert basée sur une transformation de Ricatti du vecteur d'état [HP78, Ste10].

Les réponses vibratoires obtenues à partir de ces différents modèles sont présentés en Figure 3.7 pour une barre en traction-compression et une poutre en flexion. Dans les deux cas, la structure considérée est constituée de 20 cellules élémentaires. Ces figures montrent ainsi que dans les gammes de fréquences visées par le contrôle analogue, *i.e.* à des longueurs d'onde très grandes devant la dimension de la cellule élémentaire, les trois modèles donnent des résultats similaires. Les différences apparaissent à plus haute fréquence avec la présence de bande d'arrêt plus ou moins marquées, lorsque la longueur d'onde du phénomène vibratoire est proche de la longueur de la cellule élémentaire. Ce résultat, somme toute logique, ne présente pas d'intérêt particulier pour la problématique traitée ici, dans la mesure où l'on se situe en dehors de la plage opérationnelle du contrôle analogue (le réseau électrique analogue n'étant plus représentatif de la dynamique de la structure à contrôler). Ceci se vérifie à partir de la Figure 3.7 sur laquelle nous avons présenté les résultats du calcul de la réponse vibratoire obtenue à partir d'une cellule élémentaire mécanique munie de patches piézoélectriques complètement discrétisée. L'analyse des résultats montre que le modèle discret (et donc l'analogie électrique) ne permet pas de prendre en compte le phénomène de désaccordage entre les résonances électriques du réseau discret et les résonances mécanique de la structure continue au-delà d'une fréquence correspondant à un critère de l'ordre de 10 cellules élémentaires par longueur d'onde<sup>5</sup>. À la lumière de ce résultat, on constate donc que le nombre de cellule élémentaire est conditionné par le nombre de modes à contrôler. Ainsi, plus le nombre de modes à contrôler est important, plus le nombre de cellules élémentaires est élevé. Enfin, les résultats précédents montrent tout l'intérêt de définir un modèle de cellule élémentaire électromécanique semi-continu pour dimensionner le réseau électrique analogue, le nombre de patches piézoélectriques nécessaires et évaluer les performances potentielles du système de contrôle.

5. Ce désaccordage est lié à l'erreur de discrétisation du schéma aux différences finies utilisé pour définir le réseau électrique analogue.

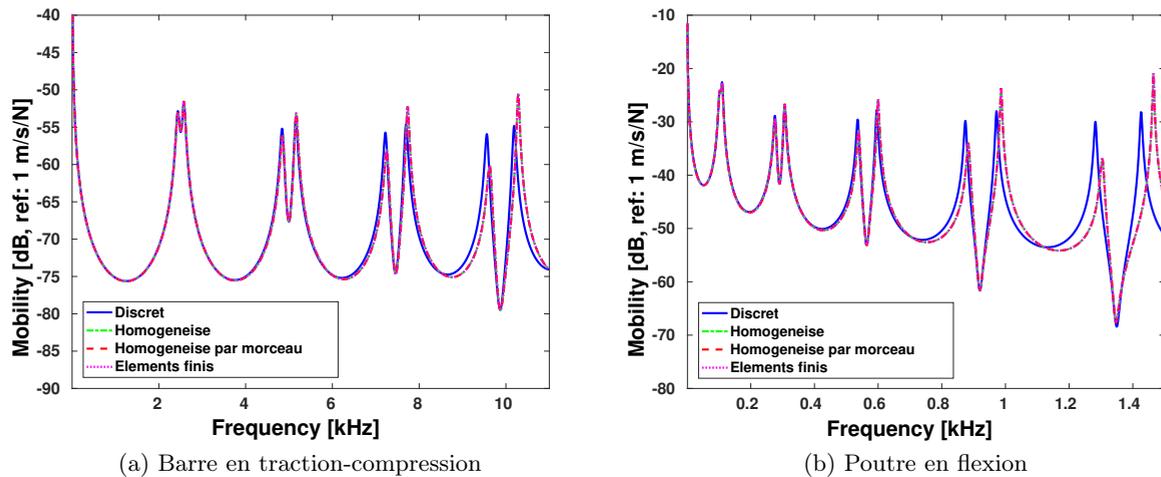


FIGURE 3.7 – Réponse vibratoire d’une structure 1D couplée à son analogue électrique

**Remarque** - L’établissement du modèle éléments finis de la cellule élémentaire électromécanique nous a conduit à définir les équivalents électriques des matrices de masse et de raideur du réseau analogue. Il est de ce fait possible de calculer les modes propres du réseau électrique analogue et ainsi disposer d’un outil supplémentaire pour son dimensionnement.

### 3.2.2 Structures 2D – Plaques minces

Articles : [J9, J12]

Communications : [C16, C18, C20, C23]

#### 1. Cellule élémentaire électrique analogue

La définition de la cellule élémentaire électrique analogue repose sur la discrétisation par différences finies des équations d’équilibre d’une plaque de Kirchhoff-Love. Pour ce type de structure, Alessandrini et al. [AAp05] ont proposé un réseau analogue pour le contrôle multimodal constitué d’un grand nombre de composants électriques, ce qui rend difficile sa réalisation pratique. Partant de ce constat, nous avons proposé une topologie de réseau plus simple en reconsidérant les équations d’équilibre de la structure et en considérant une cellule élémentaire carrée. En utilisant ainsi la même procédure que celle déployée pour les barres et les poutres, nous avons obtenu le réseau électrique analogue présenté en Figure 3.8. On peut noter que cette cellule élémentaire est une extension bidimensionnelle de l’analogie électrique d’une poutre en flexion. D’un point de vue topologique, cette cellule élémentaire analogue est composée d’une inductance, d’un condensateur, de quatre transformateurs de rapport  $\hat{a}/2$  permettant d’assurer l’analogie électrique correspondant au mouvement de flexion et d’un cinquième transformateur de rapport 1 assurant l’unicité du déplacement au centre de la cellule (au travers de l’équation associée à l’application principe fondamental de la dynamique appliqué au centre de la cellule).

#### 2. Cellule élémentaire électromécanique

La cellule élémentaire électromécanique est obtenue en connectant la cellule élémentaire électrique analogue à la cellule élémentaire mécanique par l’intermédiaire d’un patch piézoélectrique. Du point de vue mécanique, la cellule élémentaire mécanique munie d’un patch piézoélectrique est représentée par un modèle de plaque stratifiée, comme présenté en Figure 3.9. Du point de vue électrique, il n’est pas nécessaire d’ajouter d’éléments capacitifs externes, car on peut bénéficier de la capacité piézoélectriques offertes par les patches.

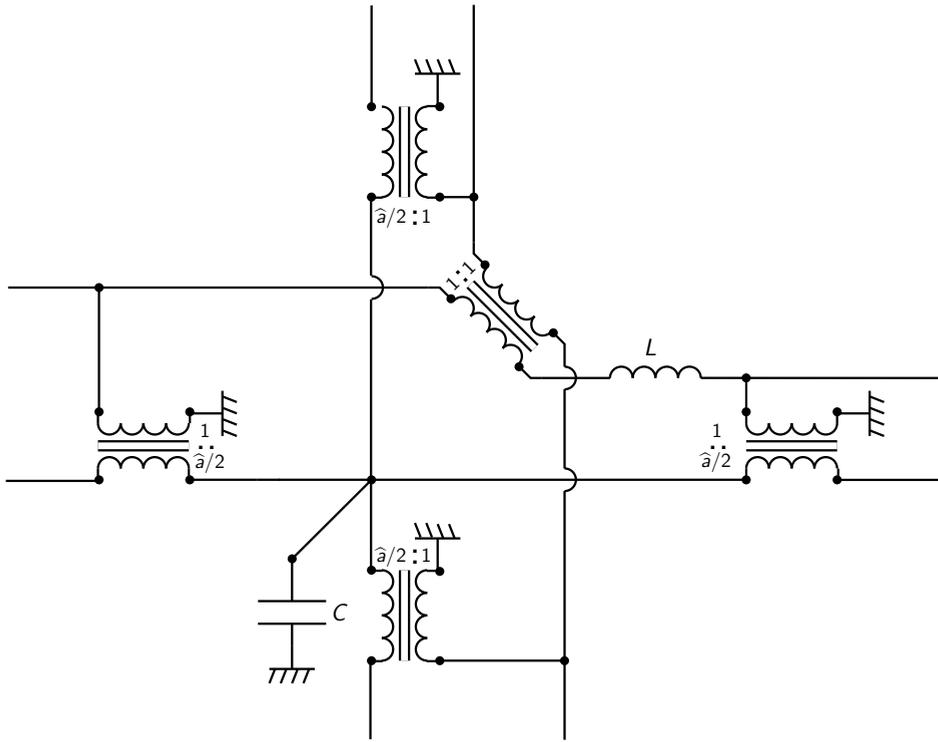


FIGURE 3.8 – Cellule élémentaire électrique analogue pour une plaque de Kirchhoff-Love

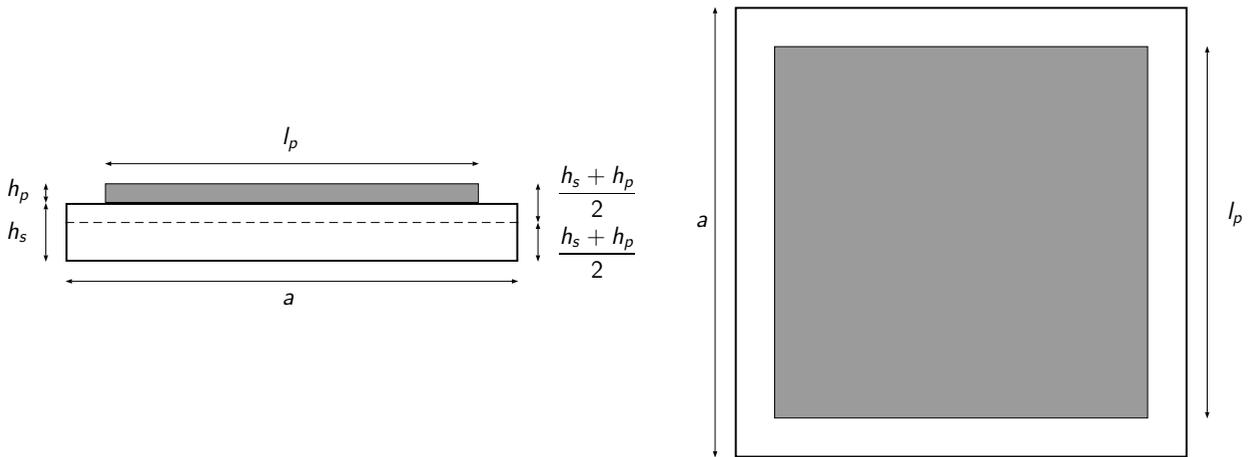


FIGURE 3.9 – Cellule élémentaire mécanique stratifiée

### 3. Condition de couplage analogue

Le réseau électrique analogue doit être capable d'approcher au mieux les modes de la structure à contrôler. Pour cela, il faut que l'égalité des relations de dispersion des milieux mécaniques et électriques discrétisés soit vérifiée. Formellement, la condition de couplage analogue s'écrit :

$$\frac{1}{\hat{a}} \frac{1}{LC} = \frac{1}{a} \frac{D^E}{m}, \quad (3.5)$$

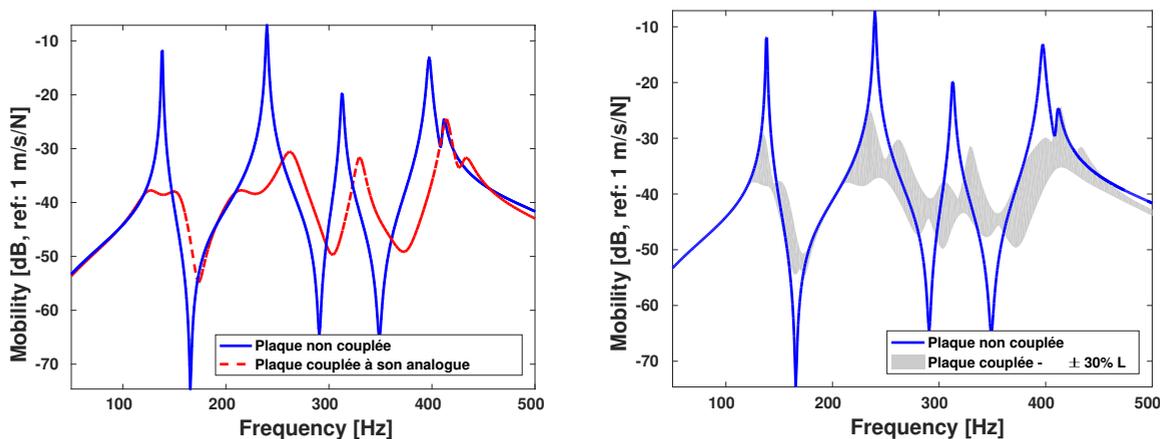
où  $D^E$  est la raideur de flexion de la représentation discrète d'un élément de plaque stratifiée et  $m$  est la masse totale de cet élément. Ici, la capacité  $C$  est apportée par le patch piézoélectrique et dépend de la géométrie et du matériau du patch et de la cellule élémentaire. Par conséquent, le réglage du réseau analogue s'effectue, comme pour une poutre, à partir du choix de l'inductance  $L$  et du rapport de transformation  $\hat{a}$ .

Associée à des conditions aux limites électriques analogues à celles de la structure à contrôler et en utilisant un nombre suffisant de cellules élémentaires, la condition de couplage modal permet de générer des modes électriques possédant les mêmes fréquences de résonance et les mêmes déformées propres que la plaque à contrôler.

#### 4. Réponse du système électromécanique couplé

Pour calculer la réponse du système électromécanique couplé, nous avons utilisé un modèle de cellule élémentaire électromécanique complètement discrétisé, construit à partir d'une procédure d'assemblage classique de type éléments finis des matrices élémentaires électromécaniques. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment le modèle électromécanique discret n'est valable que pour des longueurs d'ondes grandes devant la dimension caractéristique de la cellule élémentaire, ce qui correspond à environ 10 cellules élémentaires par longueur d'onde.

À partir de ce modèle discrétisé de cellule élémentaire électromécanique, nous avons obtenu la réponse vibratoire d'une plaque encastrée couplée à son réseau analogue électrique présentée en Figure 3.10a. Cette figure montre qu'il est possible de réduire d'une dizaine de dB en moyenne l'amplitude de la réponse vibratoire de la structure aux fréquences de résonance considérées<sup>6</sup>. Plus intéressant peut-être sont les résultats de l'étude de sensibilité du contrôle analogue que nous avons menée. À titre d'exemple, nous avons utilisé le modèle développé pour évaluer l'influence d'une variation de  $\pm 30\%$  la valeur de l'inductance  $L$  du réseau électrique analogue. Comme le montre la Figure 3.10b, on observe toujours dans ce cas une réduction significative des niveaux vibratoires aux fréquences de résonance de la structure, ce qui prouve la robustesse du système de contrôle analogue.



(a) Réponse vibratoire pour un réseau électrique analogue bien réglé

(b) Sensibilité du contrôle analogue pour une variation de  $\pm 30\%$  de la valeur de l'inductance  $L$

FIGURE 3.10 – Réponse vibratoire d'une plaque encastrée couplée à son analogue électrique

### 3.3 Mise en œuvre expérimentale

Lors de la thèse, plusieurs démonstrateurs ont été développés pour démontrer l'applicabilité du contrôle multimodal analogue. À notre connaissance, ces démonstrateurs font partie des premières réalisations pratiques de ce type de stratégie de contrôle. Dans la suite de cette partie, je mettrai l'accent sur les principaux éléments à prendre en compte pour implémenter avec succès une solution de contrôle par couplage analogue.

6. Pour obtenir de telles performances, des résistances ont été rajoutées dans le réseau électrique analogue de manière à dissiper par effet Joule l'énergie mécanique transférée au réseau par l'intermédiaire des patches piézoélectriques.

### 3.3.1 Dimensionnement des composants du réseau électrique analogue

Articles : [J10, J12]

Communication : [C19]

L'une des étapes importantes dans la réalisation pratique d'un analogue électrique est le dimensionnement des composants qui le constitue. Au regard des différentes topologies de réseau électriques analogues présentées précédemment, un soin particulier doit être porté au dimensionnement des inductances et des transformateurs constituant les différents réseaux. En effet, les composants réels sont non-idéaux, ce qui signifie que des éléments parasites, comme de la résistance par exemple, peuvent nuire aux performances de la stratégie de contrôle analogue. C'est pourquoi, il est fondamental de disposer d'un modèle réaliste des composants électriques réels, afin de dimensionner le composant (et ses éléments parasites) de manière à ce qu'il se rapproche le plus possible du composant idéal.

#### Dimensionnement des inductances

La plupart des inductances passives que l'on trouve dans le commerce présentent généralement deux limitations importantes. La première est liée aux valeurs d'inductance proposées, qui peuvent être bien inférieures à celles nécessaires pour réaliser le contrôle. Ceci est par exemple le cas lors du contrôle unimodal d'une structure à l'aide d'un shunt résonant. La seconde est liée à la résistance du composant liée au bobinage, qui peut être supérieure à la valeur optimale requise pour le contrôle. Partant de ce constat, nous avons décidé de concevoir et fabriquer nos propres inductances. Cependant, il semble communément admis que l'obtention d'une inductance de forte valeur à partir d'un composant passif ne pouvait se faire qu'au prix d'un composant de grande dimension ou de masse importante, ce qui explique notamment l'emploi quasi systématique de composants synthétiques. Or, cet *a priori* n'est pas fondé, car la dimension et la masse du composant sont étroitement liées à l'énergie à stocker dans le composant et des matériaux choisis pour le réaliser. Ainsi, comme dans les applications de contrôle vibratoire que nous avons mises en œuvre au laboratoire, les niveaux relevés sont généralement faibles, il n'est pas nécessaire de stocker beaucoup d'énergie dans le composant. De ce fait, il est possible d'envisager d'obtenir des inductances de fortes valeurs à partir de composants de dimension et de masse raisonnables.

D'un point de vue théorique, un modèle d'inductance non-idéale est présenté en Figure 3.11. Ce modèle fait apparaître, en plus de l'inductance  $L_0$  visée, deux résistances parasites : une résistance série  $R_s$  et une résistance parallèle  $R_p$ . La résistance série  $R_s$  est liée aux pertes par effet Joule dans le fil de cuivre utilisé pour réaliser le bobinage. La résistance  $R_p$  est, quant à elle, liée aux pertes dans le matériau magnétique autour duquel on enroule le fil conducteur. Dans les applications pratiques, il est nécessaire de dimensionner le composant de manière à ce que la résistance série  $R_s$  soit très inférieure à la résistance optimale nécessaire pour amortir les résonances du système électromécanique couplés et, ainsi, assurer un contrôle multimodal efficace.

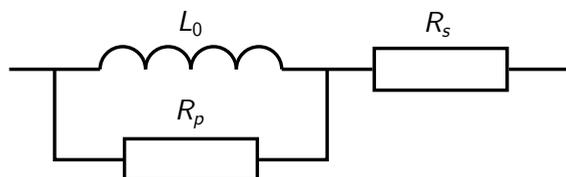


FIGURE 3.11 – Modèle d'inductance non-idéale

D'un point de vue pratique, nous nous sommes tournés vers des circuits magnétiques à haute perméabilité qui permettent d'atteindre des valeurs d'inductance élevées avec un bobinage à nombre de tours limité (*i.e.* permettant d'avoir une valeur de  $R_s$  faibles devant la résistance optimale). Dans le cadre de cette thèse, deux circuits magnétiques ont été considérés : un pot en ferrite et un tore nanocristallin [*cf.* Figure 3.12]. Le premier type de circuit magnétique permet d'obtenir aisément des

inductances d'une dizaine de Henry, alors que le second permet d'atteindre des valeurs d'inductance d'une centaine de Henry.

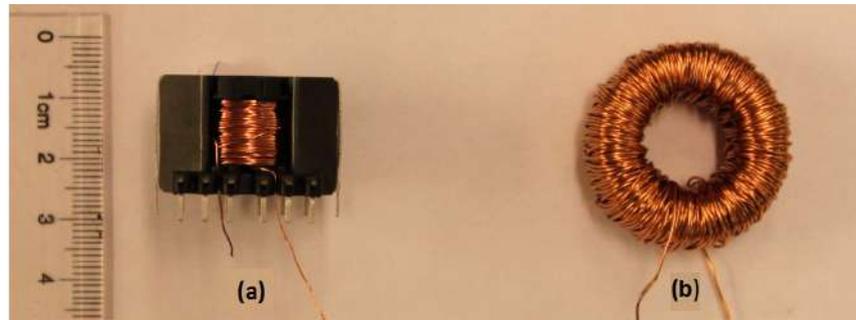


FIGURE 3.12 – Exemple d'inductances fabriquées - (a) Inductance bobinée sur un pot en ferrite et (b) Inductance bobinée sur un tore nanocristallin

Pour tester les performances de ces deux types d'inductance en condition opérationnelle, nous les avons employé dans le cadre du contrôle unimodal d'une poutre encastrée-libre par shunt résonant [cf. Figure 3.13].

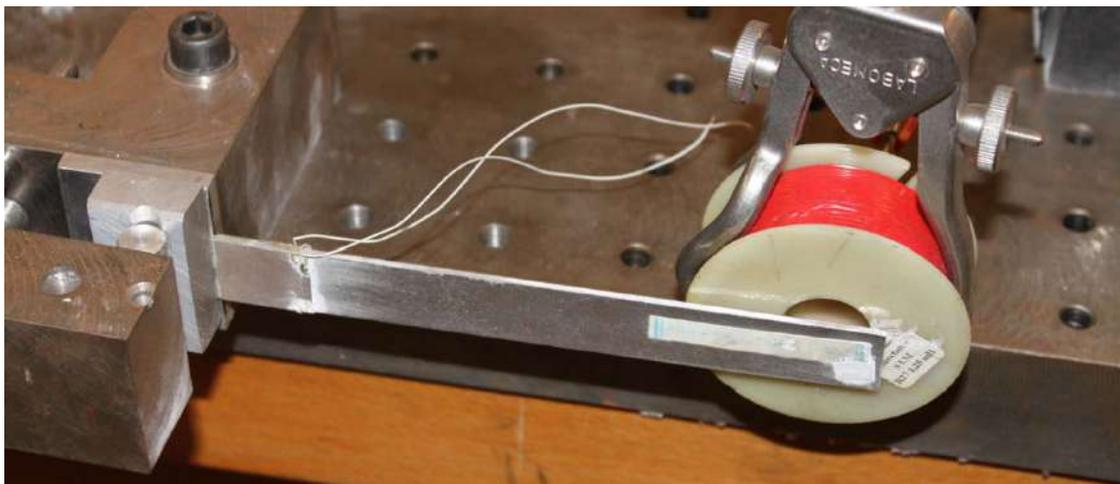
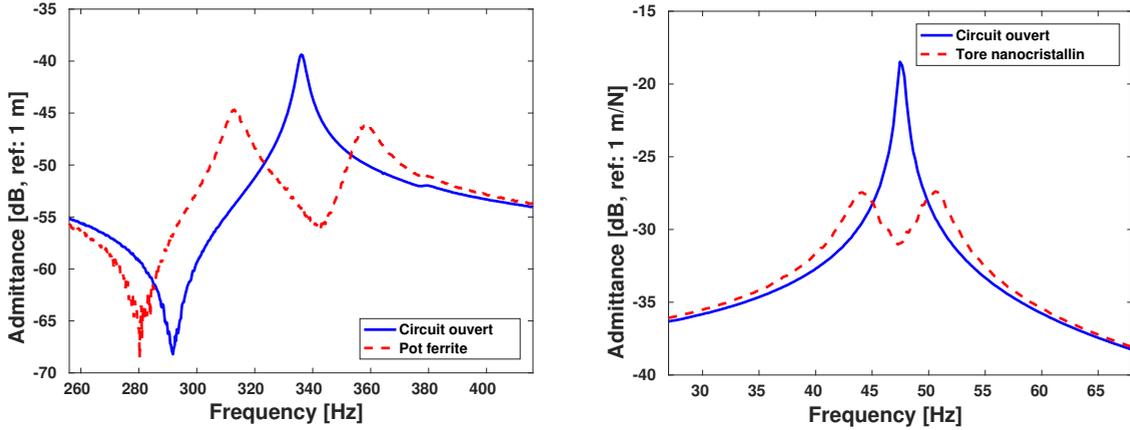


FIGURE 3.13 – Mise en œuvre expérimentale – Poutre encastrée-libre munie d'une paire de patches piézoélectriques

La Figure 3.14a présente le résultat du contrôle par shunt résonant du second mode de flexion de la poutre considérée en utilisant une inductance bobinée sur un pot en ferrite de type RM, qui permet d'atteindre les 6.5 H requis pour le contrôle. La Figure 3.14b présente, quant à elle, le résultat du contrôle par shunt résonant du premier mode de flexion de la poutre pour lequel il est nécessaire d'utiliser un tore nanocristallin pour obtenir les 330 H nécessaires au contrôle<sup>7</sup>. Dans les deux cas, les résultats obtenus montrent qu'il est possible de concevoir des composants permettant de mettre en application une stratégie de contrôle purement passive.

7. En pratique, un pot en ferrite pourrait être utilisé en bobinant l'inductance avec un fil plus fin. Cela requiert cependant l'usage d'une bobineuse que nous n'avons pas encore au moment de ces comparaisons.



(a) Contrôle du second mode à l'aide d'une inductance bobinée sur un pot en ferrite de type RM 10

(b) Contrôle du premier mode à l'aide d'une inductance bobinée sur un tore nanocristallin

FIGURE 3.14 – Contrôle unimodal d'une poutre encastree-libre par shunt résonant

## Dimensionnement des transformateurs

Les transformateurs réels sont loin du modèle de transformateur idéal en raison des effets parasites liés à leur réalisation pratique. Il existe dans la littérature de nombreux modèles de transformateur non-idéal [Mul97, McL04]. À partir de considérations pratiques liées aux applications présentées dans le cadre de la thèse, il est apparu suffisant d'utiliser le modèle simplifié de transformateur présenté en Figure 3.15. Ce modèle de composant fait apparaître une résistance série  $R_s^T$  qui traduit les pertes par effet Joule dans les deux bobinages du transformateur, un condensateur de capacité  $C_w^T$  qui apparaît lorsque les deux bobinages du transformateur sont en contact et une inductance magnétisante  $L_m^T$  qui est associée à l'interaction du champ magnétique des deux bobinages au sein du circuit magnétique (fermé) autour duquel sont enroulés les fils conducteurs.

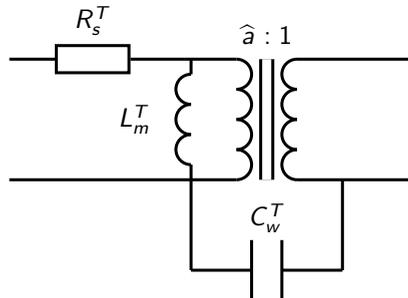


FIGURE 3.15 – Modèle simplifié de transformateur non-idéal

La conception d'un transformateur nécessite de prendre en compte les éléments parasites  $R_s^T$ ,  $C_w^T$  et  $L_m^T$ , qui peuvent ruiner les performances de la stratégie de contrôle s'ils ne sont pas dimensionnés correctement. Ainsi, le dimensionnement de la résistance série  $R_s^T$  peut être intégré dans le processus d'optimisation de l'amortissement des résonances afin de ne pas recourir à des résistances externes, et donc, des composants supplémentaires. La capacité  $C_w^T$  doit être minimisée pour éviter une augmentation de la valeur total de la capacité du réseau qui induirait une réduction des performances d'amortissement [BMF03]. Pour cela, il faut assurer une isolation électrique suffisante (à l'aide d'un ruban adhésif isolant par exemple) entre le bobinage primaire et le bobinage secondaire du transformateur. Enfin, l'inductance magnétisante doit être maximisée pour forcer le courant à s'écouler dans le bobinage primaire et ainsi se rapprocher du comportement du transformateur idéal. Une règle pratique consiste à choisir, pour un circuit magnétique donné, le nombre de tour du bobinage primaire pour que l'inductance magnétisante soit supérieure à 50  $\hat{a}$  fois l'inductance  $L$  du réseau électrique analogue.

### 3.3.2 Applications

Articles : [J6, J7, J9, J12]

Communications : [C11, C12, C15, C16, C18, C20, C23]

Le concept de contrôle des vibrations par couplage à un réseau électrique analogue a été validé expérimentalement sur des structures académiques de type barre, poutre et plaque. L'objectif principal de ces démonstrateurs était de montrer qu'il est possible avec des réseaux analogues bien réglés de réaliser un contrôle multimodal purement passif.

#### Barre en traction-compression

Cette première validation expérimentale a été réalisée sur une barre libre-libre munie de 20 paires de patches piézoélectriques et couplée à son réseau électrique analogue, qui est constitué par une ligne d'inductances, permettant de contrôler les quatre premiers modes de la structure. Du point de vue pratique, la barre est excitée à l'une de ses extrémités par un pot vibrant, tandis que la vitesse vibratoire est mesurée à l'autre extrémité à l'aide d'un vibromètre laser [cf. Figure 3.16].

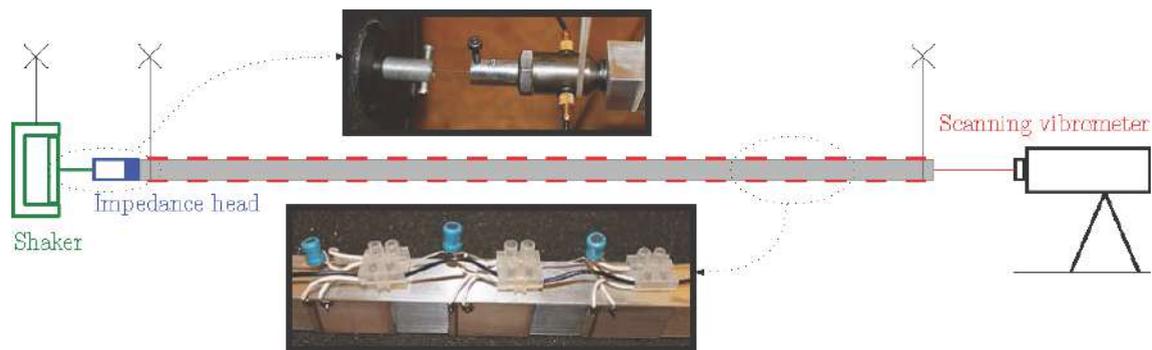


FIGURE 3.16 – Illustration du dispositif expérimental utilisé pour le contrôle analogue d'une barre en traction-compression

La fonction de réponse en fréquence, présentée en Figure 3.17, permet d'évaluer les performances du dispositif de contrôle analogue. On constate que pour la structure étudiée et sans résistances électriques ajoutées, l'amplitude vibratoire est réduite de plus de 20 dB au niveau des fréquences de résonance des quatre premiers modes de la barre. Cette figure met également en évidence la pertinence du modèle électromécanique basé sur une formulation par matrice de transfert, car le résultat de la simulation numérique de l'expérience est en excellente adéquation avec la mesure réalisée.

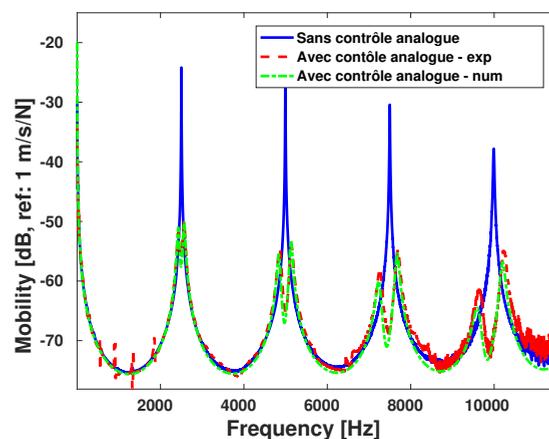


FIGURE 3.17 – Contrôle analogue appliqué à une barre en traction compression

## Poutre en flexion

Le démonstrateur utilisé pour valider la stratégie de contrôle sur une poutre en flexion est constitué d'une poutre libre-libre munie de 20 paires de patches piézoélectriques et couplée à son réseau électrique analogue, présenté en Figure 3.20b, permettant de contrôler les quatre premiers modes de la structure. Du point de vue pratique, la poutre est excitée à l'une de ses extrémités par un pot vibrant, tandis que la vitesse vibratoire est mesurée à l'autre extrémité à l'aide d'un vibromètre laser [cf. Figure 3.20a].

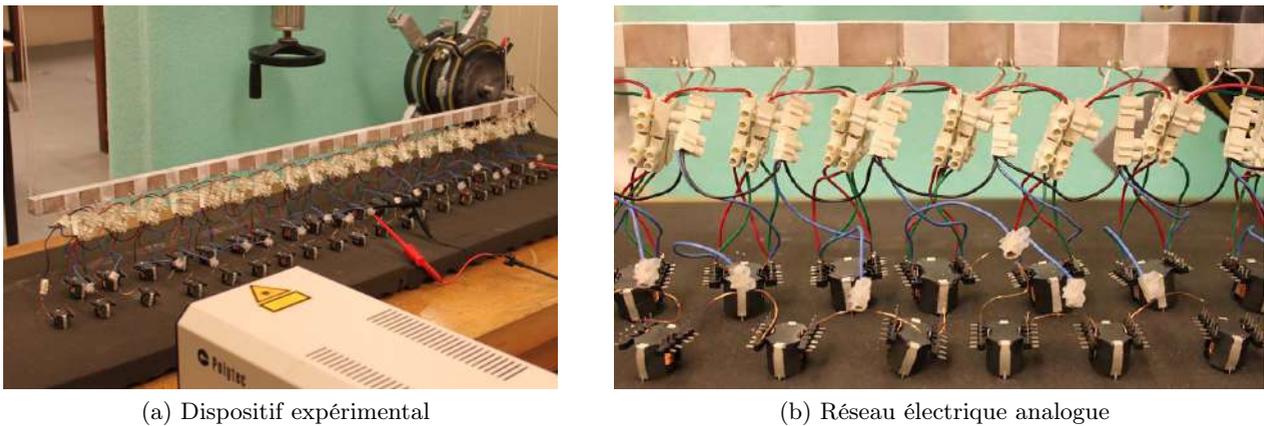


FIGURE 3.18 – Illustration du dispositif expérimental utilisé pour le contrôle analogue d'une poutre en flexion

Les résultats présentés en Figure 3.19 illustrent les performances de la stratégie de contrôle analogue dans le cas d'une poutre en flexion. On constate ainsi que le dispositif de contrôle permet d'obtenir une réduction de l'ordre de 10 dB en moyenne sur les quatre premiers modes de vibrations de la poutre. Enfin, comme dans le cas de la barre en traction-compression, le résultat de la simulation numérique de l'expérience démontre toute la pertinence et l'intérêt du modèle électromécanique développé dans l'optique de dimensionner le réseau électrique analogue et évaluer *a priori* ses performances en conditions opérationnelles.

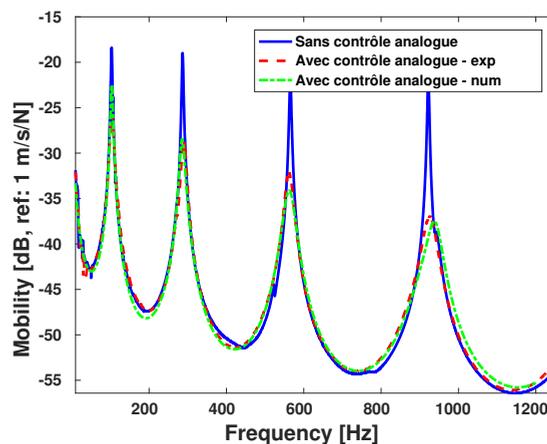


FIGURE 3.19 – Contrôle analogue appliqué à une poutre en flexion

## Plaque mince

Ce troisième démonstrateur a été réalisé dans le cadre d'une collaboration avec le professeur Kenneth Cunefare lors d'une visite de neuf mois de Boris Lossouarn à l'*Integrated Acoustics Laboratory* de

Georgia Tech. Le démonstrateur proposé est constitué d'une plaque mince encastrée sur ses quatre bords et couplée à son réseau électrique analogue par l'intermédiaire de 20 patches piézoélectriques (donc 20 cellules élémentaires) [cf. Figure 3.20]. Concernant la génération et la mesure des signaux vibratoires, un pot vibrant excite la plaque en un point donné, tandis qu'un vibromètre laser est utilisé pour mesurer le champ vibratoire.

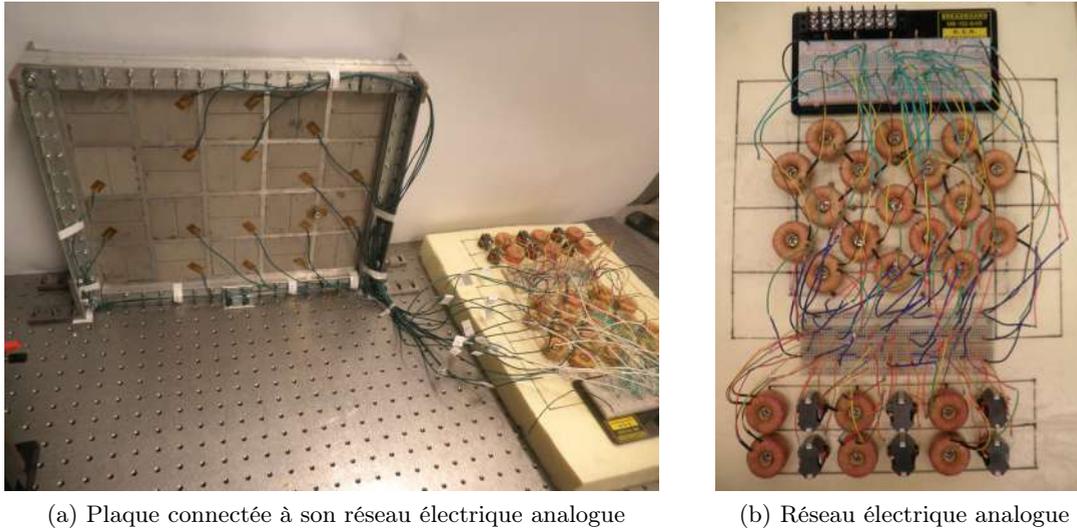


FIGURE 3.20 – Illustration du dispositif expérimental utilisé pour le contrôle analogue d'une plaque mince

Comme nous avons pu l'observer précédemment, la Figure 3.21 montre que le couplage de la plaque à son réseau électrique analogue permet, s'il est bien dimensionné, de créer l'équivalent d'un système à masse accordée multimodal, dont l'amplitude des résonances sont amorties grâce à l'amortissement apportée par les résistances internes des composants constituant le réseau. D'une manière générale, on arrive ici à atteindre des réductions de l'ordre de 20 dB sur l'ensemble des modes considérés. Enfin, on constate que le modèle électromécanique du dispositif de contrôle permet de représenter de façon réaliste la réponse de la structure contrôlée, ce qui permet d'envisager l'utilisation de ce modèle pour dimensionner le réseau électrique analogue.

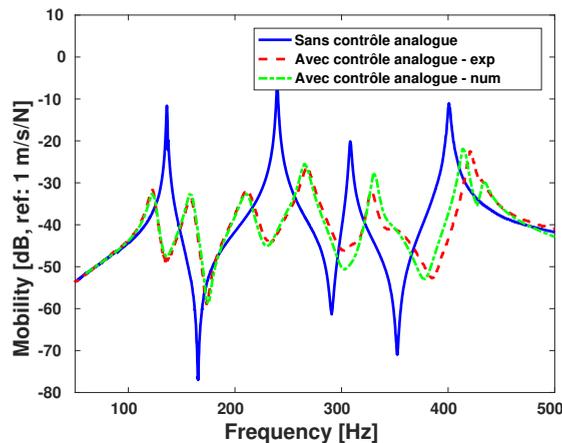


FIGURE 3.21 – Contrôle analogue appliqué à une plaque mince

## 3.4 Conclusion

Ce co-encadrement de thèse m'a permis de faire une première incursion dans le domaine du contrôle vibratoire, qui était l'un des deux piliers de mon projet d'intégration au sein du LMSSC. Le résumé de ces travaux de recherche offre un aperçu conceptuel du contrôle vibratoire des structures par couplage à un réseau électrique analogue. L'un des objectifs principaux de ces travaux était de démontrer la possibilité de mettre en œuvre une stratégie de contrôle multimodal des vibrations à partir d'un dispositif purement passif. Parmi les contributions scientifiques importantes apportées à cette thématique de recherche, on peut notamment citer la conception et la fabrication d'inductances de fortes valeurs ayant une masse et un encombrement limités, ce qui va à l'encontre de ce qui était généralement admis jusqu'ici dans la communauté. Un autre apport important de la thèse a été le développement de trois démonstrateurs mettant en évidence, pour la première fois, la faisabilité pratique et la pertinence de cette stratégie de contrôle originale. Nous avons ainsi montré qu'une réduction significative des niveaux vibratoires pouvait être obtenue pour une quantité de matériau piézoélectrique ajoutée à la structure à contrôler relativement faible. À l'heure actuelle, le contrôle par couplage analogue n'est pas encore pleinement arrivé à maturité, dans la mesure où certaines questions comme celles, par exemple, de la définition de réseau électrique analogue pour des structures plus complexes ou de la fiabilité de cette stratégie sur le long terme restent ouvertes.

# Conclusion générale

Résumer huit années d'une carrière que l'on a pas vu passer n'est pas chose aisée, surtout pour quelqu'un comme moi, qui aime expliquer par le menu mes travaux pour les rendre accessible au plus grand nombre. Au travers de ce document, j'ai donc tenté de retranscrire le plus succinctement, mais le plus clairement possible, les principales motivations des travaux de recherche auxquels j'ai participé et contribué, ainsi que les idées directrices qui les ont animés.

L'habilitation à diriger des recherches mesure l'aptitude du candidat à développer en autonomie et à encadrer dans un futur immédiat des travaux de recherches originaux au travers de ses expériences de recherche passées. À cet égard, ce mémoire se devait d'établir un bilan factuel de mes activités antérieures pour proposer un projet scientifique cohérent et réaliste. Il ressort clairement de la lecture des différents chapitres de ce mémoire que ma première partie de carrière s'est essentiellement focalisée sur des aspects méthodologiques et conceptuels. Dans le nouveau chapitre qui s'ouvre, je souhaite que mes activités de recherche soient résolument tournées vers l'applicatif, et ce, en lien étroit avec l'industrie. En effet, la confrontation au contexte industriel des méthodes que j'ai contribué à développer est fondamentale pour déterminer le potentiel réel de ces dernières en conditions opérationnelles et envisager d'éventuelles évolutions ou de nouvelles approches. Mon souhait à court terme est de valoriser mes recherches et en développer de nouvelles sur l'étude des problèmes inverses en mécanique, afin de sortir les approches développées de la quiétude du laboratoire et les appliquer sur des structures plus complexes en tenant compte des contraintes industrielles (faible nombre de capteurs, environnements parfois extrêmes, forts niveaux d'excitation, signaux très fortement bruités, ...). À plus long terme, je souhaite renforcer et enrichir mon expertise sur le contrôle vibratoire des structures, et plus particulièrement, des structures assemblées, car les systèmes mécaniques que l'on retrouve dans la vie courante sont rarement monoblocs, mais plutôt constitués de l'assemblage de plusieurs pièces. Ce type d'étude peut par exemple permettre de déterminer les performances d'une stratégie de contrôle compte tenu des incertitudes associées au système (excitations, process d'assemblage, matériaux constitutifs, ...).

Enfin, obtenir l'habilitation à diriger des recherches me permettrait de gagner une nouvelle autonomie dans mes orientations et choix scientifiques<sup>8</sup>, ainsi que de nouvelles responsabilités dans la vie du laboratoire. Ce dernier diplôme, qui est la plus haute qualification universitaire que l'on puisse avoir, n'est ni la fin ni l'aboutissement de quelque chose, mais le début d'une nouvelle aventure qui s'annonce passionnante.

---

8. Même si je dois saluer ici la confiance exceptionnelle que m'a accordée Jean-François Deü dès mon arrivée au laboratoire en m'autorisant à explorer des voies de recherches qui me semblait pertinente (tout en restant dans le cadre des thématiques du laboratoire).



# Bibliographie

- [AAdP05] S. Alessandroni, U. Andreaus, F. dell’Isola, and M. Porfiri. A passive electric controller for multimodal vibrations of thin plates. *Computers & Structures*, 83 (15-16) :1236–1250, 2005.
- [AB15] A. Kazemi Amiri and C. Bucher. Derivation of a new parametric impulse response matrix utilized for nodal wind load identification by response measurement. *Journal of Sound and Vibration*, 344 :101–113, 2015.
- [ABHB04] A. Abubakar, P. M. Van Den Berg, T. M. Habashy, and H. Braunish. A multiplicative regularization approach for deblurring problems. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13 :1524–1532, 2004.
- [ACP15] S. Eftekhar Azam, E. Chatzi, and C. Papadimitriou. A dual Kalman filter approach for state estimation via output-only acceleration measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 60-61 :866–886, 2015.
- [AdP02] S. Alessandroni, F. dell’Isola, and M. Porfiri. A revival of electric analogs for vibrating mechanical systems aimed to their efficient control by pzt actuators. *International Journal of Solids and Structures*, 39 (20) :5295–5324, 2002.
- [BAF03] P. M. Van Den Berg, A. Abubakar, and J. T. Fokkema. Multiplicative regularization for contrast profile inversion. *Radio Science*, 38 :8022–8031, 2003.
- [BBA99] P. M. Van Den Berg, A. L. Van Broekhoven, and A. Abubakar. Extended contrast source inversion. *Inverse Problems*, 15 :1325–1344, 1999.
- [BD01] A. Benjeddou and J.-F. Deü. Piezoelectric transverse shear actuation and sensing of plates, part 1 : A three-dimensional mixed state space formulation. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 12 (7) :435–449, 2001.
- [Ben89] M. S. Bennett. *Free wave propagation in orthogonally stiffened cylinders*. Phd thesis, University of Connecticut, 1989.
- [Bjo96] A. Bjorck. *Numerical Methods for Least-Squares Problems*. SIAM, Philadelphia, 1996.
- [Blo45] A. Bloch. Electromechanical analogies and their use for the analysis of mechanical and electromechanical systems. *Journal of the Institution of Electrical Engineers - Part I : General*, 92 (52) :157–169, 1945.
- [BMF03] S. Behrens, S. O. R. Moheimani, and A. J. Flemming. Reducing the inductance requirements of piezoelectric shunt damping. *Smart Materials and Structures*, 12 :57–64, 2003.
- [Bus34] V. Bush. Structural analysis by electric circuits of elastic structures. *Journal of the Franklin Institute*, 217 (3) :289–329, 1934.
- [CD12] G. Chardon and L. Daudet. Narrowband source localization in an unknown reverberant environment using wavefield sparse decomposition. In *Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing 2012*, Kyoto, Japan, 2012.
- [CH93] J. Chung and G. M. Hulbert. A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation : The generalized- $\alpha$  method. *Journal of Applied Mechanics*, 60 :371–375, 1993.
- [CRDC10] F. Casadei, M. Ruzzene, L. Dozio, and K. A. Cunefare. Broadband vibration control through periodic arrays of resonant shunts : experimental investigation on plates. *Smart Materials and Structures*, 19 (1) :015002 (13 pp.), 2010.

- [CS07] R. Chartrand and V. Stavena. Nonconvex regularization for image segmentation. In *Proceedings of International Conference on Image Processing, Computer Vision and Pattern Recognition (IPCV) 2007*, Las Vegas, USA, 2007.
- [dPV03] F. dell’Isola, M. Porfiri, and S. Vidoli. Piezo-electromechanical (pem) structures : passive vibration control using distributed piezoelectric transducers. *Comptes Rendus Mécanique*, 331 (1) :69–76, 2003.
- [DRB17] P. O’ Donoughue, O. Robin, and A. Berry. Time-resolved identification of mechanical loadings on plates using the virtual fields method and deflectometry measurements. *Strain*, pages e12258 – 14 pages, 2017.
- [Duc09] J. Ducarne. *Modélisation et optimisation de dispositifs non-linéaires d’amortissement de structures par systèmes piézoélectriques commutés*. Thèse de doctorat, Conservatoire National des Arts et Métiers, 2009.
- [EBB02] S. Erlicher, L. Bonaventura, and O. Bursi. The analysis of the generalized- $\alpha$  method for non-linear dynamic problems. *Computational Mechanics*, 28 :83–104, 2002.
- [FAAP17] C. Faure, F. Ablitzer, J. Antoni, and C. Pezerat. Empirical and fully bayesian approaches for the identification of vibration sources from transverse displacement measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 94 :180–201, 2017.
- [FBM03] A. J. Fleming, S. Behrens, and S. O. R. Moheimani. Reducing the inductance requirements of piezoelectric shunt damping systems. *Smart Materials and Structures*, 12 (1) :57–64, 2003.
- [Gew92] J. Geweke. Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculating posterior moments. In J. M. Bernardo, J. O. Berger, A. P. Dawiv, and A. F. M. Smith, editors, *Bayesian Statistics 4 : Proceedings of the Fourth Valencia International Meeting*, pages 169–193, 1992.
- [GF14] D. Ginsberg and C. P. Fritzen. New approach for impact detection by finding sparse solution. In *Proceedings of ISMA 2014*, 2014.
- [GG84] S. Geman and D. Geman. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-6 (6) :721–741, 1984.
- [GG97] L. Gry and C. Gontier. Dynamic modelling of railway track : A periodic model based on a generalized beam formulation. *Journal of Sound and Vibration*, 199 (4) :531–558, 1997.
- [GHW79] G. H. Golub, M. Heath, and G. Wahba. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics*, 21 (2) :215–223, 1979.
- [Gos12] G. Gosse. *Rayonnement acoustique d’une structure périodique de type batterie à ailettes - Application aux pompes à chaleur*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2012.
- [GPVS02] P. Guillaume, E. Parloo, P. Verboven, and G. De Sitter. An inverse method for the identification of localized excitation sources. In *Proceedings of the 20th International Modal Analysis Conference*, Los Angeles, USA, 2002.
- [Gra10] M. Grasmair. Non-convex sparse regularization. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 365 (1) :19–28, 2010.
- [Han98] P. C. Hansen. *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems : Numerical Aspects of Linear Inversion*. SIAM, 1998.
- [Har40] J. P. Den Hartog. *Mechanical Vibrations*. McGraw-Hill Book Company, 2nd edition edition, 1940.
- [Hau12] A. J. Haug. *Bayesian Estimation and Tracking - A practical guide*. Wiley, 2012.
- [HP78] G. C. Horner and W. D. Pilkey. The ricatti transer matrix method. *Journal of Mechanical Design*, 100 (2) :297–302, 1978.
- [Hug83] T. J. R. Hughes. *Computational methods for transient analysis*, chapter Analysis of transient algorithms with particular reference to stability behavior, pages 67–155. North-Holland, 1983.

- [HW11] M. Hintermuller and T. Wu. Nonconvex  $TV^q$ -models in image restoration : Analysis and a trust-region regularization based superlinearly convergent solver. Technical report, Institute of Mathematics and Scientific Computing, University of Graz, 2011.
- [JBH03] E. Jacquelin, A. Bennani, and P. Hamelin. Force reconstruction : analysis and regularization of a deconvolution. *Journal of Sound and Vibration*, 265 :81–107, 2003.
- [JVT99] M. H. A. Janssens, J. W. Verheij, and D. J. Thompson. The use of an equivalent forces method for the experimental quantification of structural sound transmission in ships. *Journal of Sound and Vibration*, 226 (2) :305–328, 1999.
- [KC79] J. T. King and D. Chillingworth. Approximation of generalized inverses by iterated regularization. *Numerical Functional Analysis and Optimization*, 1 :5 :499–513, 1979.
- [Kro44] G. Kron. Tensorial analysis and equivalent circuits of elastic structures. *Journal of the Franklin Institute*, 238 (6) :399–442, 1944.
- [LJ06] Y. Liu and W. Steve Shepard Jr. Reducing the impact of measurement errors when reconstructing dynamic forces. *Journal of Vibration and Acoustics*, 128 :586–593, 2006.
- [LJ10] L. L. Li and B. Jafarpour. Effective solution of nonlinear subsurface flow inverse problems in sparse bases. *Inverse Problems*, 26 :105016 (1–24), 2010.
- [LLZX14] K. Liu, S. S. Law, X. Q. Zhu, and Y. Xia. Explicit form of an implicit method for inverse force identification. *Journal of Sound and Vibration*, 333 :730–744, 2014.
- [LPG<sup>+</sup>12] E. Lourens, C. Papadimitriou, S. Gillijns, E. Reynders, G. De Roeck, and G. Lombaert. Joint input-response estimation for structural systems based on reduced-order models and vibration data from a limited number of sensors. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 29 :310–327, 2012.
- [LPLP05] Q. Leclere, C. Pezerat, B. Laulagnet, and L. Polac. Indirect measurement of main bearing loads in an operating diesel engine. *Journal of Sound and Vibration*, 286 (1-2) :341–361, 2005.
- [LRR<sup>+</sup>12] E. Lourens, E. Reynders, G. De Roeck, G. Degrande, and G. Lombaert. An augmented Kalman filter for force identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 27 :446–460, 2012.
- [LW11] M.-J. Lai and J. Wang. An unconstrained  $l_q$  minimization with  $0 < q \leq 1$  for sparse solution of under-determined linear systems. *SIAM Journal on Optimization*, 21 (1) :82, 2011.
- [LZ11] S.-S. Law and X.-Q. Zhu. *Moving loads - Dynamic analysis and Identification techniques*. CRC Press, 2011.
- [Mac49] R. H. MacNeal. *The solution of partial differential equations by means of electrical networks*. Phd thesis, California Institute of Technology, 1949.
- [MBH<sup>+</sup>15] B. Mokrani, R. Bastaitis, M. Horodincea, I. Romanescu, I. Burda, R. Vigiúé, and A. Preumont. Parallel piezoelectric shunt damping of rotationally periodic structures. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2015 :162782 (12 pp.), 2015.
- [McL04] C. W. T. McLyman. *Transformer and Inductor Design Handbook*. CRC Press, 2004.
- [MDBH05] B. R. Mace, D. Duhamel, M. J. Brennan, and L. Hinke. Finite element prediction of wave motion in structural waveguides. *Journal of the Acoustical Society of America*, 117 (5) :2835–2843, 2005.
- [MGL18] K. Maes, S. Gillijns, and G. Lombaert. A smoothing algorithm for joint input-state estimation in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 98 :292–309, 2018.
- [MLN<sup>+</sup>15] K. Maes, E. Lourens, K. Van Nimmen, E. Reynders, G. De Roeck, and G. Lombaert. Design of sensor networks for instantaneous inversion of modal reduced order models in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 52-53 :628–644, 2015.

- [Mul97] B. Multon. Modèles électriques du transformateur électromagnétique. *Revue 3EI*, pages 31–36, 1997.
- [NCD15] F. Naets, J. Cuadrado, and W. Desmet. Stable force identification in structural dynamics using Kalman filtering and dummy-measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 50-51 :235–248, 2015.
- [Nea11] R. M. Neal. *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*, chapter MCMC using Hamiltonian Dynamics, pages 113–160. Chapman and Hall/CRC Press, 2011.
- [Nik02] M. Nikolova. Minimizers of cost-functions involving non-smooth data-fidelity terms. application to the processing of outliers. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 40 (3) :965–994, 2002.
- [NNZC08] M. Nikolova, M. K. Ng, S. Zhang, and W.-K. Ching. Efficient reconstruction of piecewise constant images using nonsmooth nonconvex minimization. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 1 (1) :2–25, 2008.
- [Nor06] L. J. L. Nordström. A dynamic programming algorithm for input estimation on linear time-variant systems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 195 :6407–6427, 2006.
- [PAL15] A. Pereira, J. Antoni, and Q. Leclere. Empirical bayesian regularization of the inverse acoustic problem. *Applied Acoustics*, 97 :11–29, 2015.
- [PdM04] M. Porfiri, F. dell’Isola, and F. M. Frattale Mascioli. Circuit analog of a beam and its application to multimodal vibration damping, using piezoelectric transducers. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 32 (4) :167–198, 2004.
- [PG95] C. Pezerat and J. L. Guyader. Two inverse methods for localization of external sources exciting a beam. *Acta Acustica*, 3 :1–10, 1995.
- [PLTP09] C. Pezerat, Q. Leclère, N. Totaro, and M. Pachebat. Identification of vibration excitations from acoustic measurements using nearfield acoustic holography and the force analysis technique. *Journal of Sound and Vibration*, 326 :540–556, 2009.
- [PONL18] O. W. Petersen, O. Oiseth, T. S. Nord, and E. Lourens. Estimation of the full-field dynamic response of a floating bridge using Kalman-type filtering algorithms. *Mechanical Systems and Signal processing*, 107 :12–28, 2018.
- [PS84] R. E. Powell and W. Seering. Multichannel structural inverse filtering. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, 106 :22–28, 1984.
- [PVGO03] E. Parloo, P. Verbiven, P. Guillaume, and M. Van Overmeire. Force identification by means of in-operation modal models. *Journal of Sound and Vibration*, 262 (1) :161–173, 2003.
- [QZG<sup>+</sup>17] B. Qiao, X. Zhang, J. Gao, R. Liu, and X. Chen. Sparse deconvolution for the large-scale ill-posed inverse problem of impact force reconstruction. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 83 :93–115, 2017.
- [Reg96] T. Reginska. A regularization parameter in discrete ill-posed problems. *SIAM J. Sci. Comput.*, 17 :740–749, 1996.
- [Ren11] C. Renzi. *Identification Expérimentale de Sources vibratoires par Résolution du problème Inverse modelisé par un opérateur Eléments Finis local (Vibratory sources identification by solving the inverse problem modeled by a local Finite Element operator)*. PhD Thesis, INSA de Lyon, 2011.
- [Ris01] I. Rish. An empirical study of the naive bayes classifier. In *Proceedings of the IJCAI 2001 Workshop on Empirical Methods in Artificial Intelligence*, Seattle, USA, 2001.
- [RL92] A. E. Raftery and S. M. Lewis. One long run with diagnostics : Implementation strategies for markov chain monte carlo. *Statistical Science*, 7 (4) :493–497, 1992.
- [RNP<sup>+</sup>16] A. Rezayat, V. Nassiri, B. De Pauw, J. Ertveldt, S. Vanlanduit, and P. Guillaume. Identification of dynamic forces using group-sparsity in frequency domain. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 70 :756–768, 2016.

- [Rod11] J. A. Orozco Rodriguez. *Regularization for inverse problems*. PhD thesis, University of Minnesota, 2011.
- [RW06] P. Rodriguez and B. Wohlberg. An iteratively weighted norm algorithm for total variation regularization. In *Proceedings of the 2006 Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, Pacific Grove, USA, 2006.
- [Sch93] O. Scherzer. The use of Morozov’s discrepancy principle for Tikhonov regularization for solving nonlinear ill-posed problems. *Computing*, 51 :45–60, 1993.
- [Sil14] L. Pereira Da Silva. *Atténuation du bruit et des vibrations de structures minces par dispositifs piézoélectriques passifs : Modèles numériques d’ordre réduit et optimisation*. Thèse de doctorat, Conservatoire National des Arts et Métiers, 2014.
- [Ste10] N. Stephen. On the riccati transfer matrix method for repetitive structures. *Mechanics Research Communications*, 37 (7) :663–665, 2010.
- [Sä13] S. Särkka. *Bayesian filtering and smoothing*. Cambridge University Press, 2013.
- [Sé11] A. Sénéchal. *Réduction de vibrations de structure complexe par shunts piézoélectriques. Application aux turbomachines*. Thèse de doctorat, Conservatoire National des Arts et Métiers, 2011.
- [TDD09] O. Thomas, J.-F. Deü, and J. Ducarne. Vibrations of an elastic structure with shunted piezoelectric patches : Efficient finite element formulation and electromechanical coupling coefficients. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 80 (2) :235–268, 2009.
- [Thi16] O. Thierry. *Réduction des vibrations de structures composites complexes par dispositifs piézoélectriques shuntés. Application aux aubes de turbomachines*. Thèse de doctorat, Conservatoire National des Arts et Métiers, 2016.
- [TI97] L. N. Trefethen and D. Bau III. *Numerical Linear Algebra*. SIAM, Philadelphia, 1997.
- [Tik63] A. N. Tikhonov. Regularization of incorrectly posed problems. *Soviet Mathematics*, 4 :1624–1627, 1963.
- [Tru78] D. M. Trujillo. Application of dynamic programming to the general inverse problem. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 12 :613–624, 1978.
- [TT03] A. N. Thite and D. J. Thompson. The quantification of structure-borne transmission paths by inverse methods. part 1 : Improved singular value rejection methods. *Journal of Sound and Vibration*, 264 (2) :411–431, 2003.
- [Ver97] J. W. Verheij. Inverse and reciprocity methods for machinery noise source characterization and sound path quantification part 1 : Sources. *International Journal of Acoustics and Vibration*, 2 (1) :11–20, 1997.
- [WBZ81] W. L. Wood, M. Bossak, and O. C. Zienkiewicz. An Alpha Modification of Newmark’s Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 15 :1562–1566, 1981.
- [WCW11] G. Wang, S. Chen, and J. Wen. Low-frequency locally resonant band gaps induced by arrays of resonant shunts with antoniou’s circuit : experimental investigation on beams. *Smart Materials and Structures*, 20 (1) :015026 (7 pp.), 2011.
- [ZAF12] E. Zhang, J. Antoni, and P. Feissel. Bayesian force reconstruction with an uncertain model. *Journal of Sound and Vibration*, 331 :798–814, 2012.
- [ZI96] Y. Zhang and J. A. Mann III. Examples of using structural intensity and the force distribution to study vibrating plates. *Journal of the Acoustical Society of America*, 99 (1) :354–361, 1996.



# Articles de revues à comité de lecture

- [J1] M. Aucejo, N. Totaro, J.-L. Guyader. Identification of source velocities on 3D structures in non-anechoic environments : Theoretical background and experimental validation of the inverse Patch Transfer Functions method. *Journal of Sound and Vibration*, 329 (18) : 3691-3708, 2010.
- [J2] M. Aucejo, L. Maxit, N. Totaro and J.-L. Guyader. Convergence acceleration using the residual shape technique when solving structure-acoustic coupling with the Patch Transfer Functions method. *Computers & Structures*, 88 (11-12) : 728-736, 2010.
- [J3] L. Maxit, M. Aucejo, J.-L. Guyader. Improving the patch transfer function approach for fluid-structure modelling in heavy fluid. *Journal of Vibration and Acoustics*, 134 (5) : 051011 (14 pages), 2012.
- [J4] M. Aucejo, L. Maxit, J.-L. Guyader. Experimental simulation of turbulent boundary layer induced vibrations by using a synthetic array. *Journal of Sound and Vibration*, 331 (16) : 3824-3843, 2012.
- [J5] M. Aucejo. Structural source identification using a generalized Tikhonov regularization. *Journal of Sound and Vibration*, 333 (22) : 5693-5707, 2014.
- [J6] B. Lossouarn, M. Aucejo, J.-F. Deü. Multimodal coupling of periodic lattices and application to rod vibration damping with a piezoelectric network. *Smart Materials and Structures*, 24 (4) : 045018 (13 pages), 2015.
- [J7] B. Lossouarn, J.-F. Deü, M. Aucejo. Multimodal vibration damping of a beam with a periodic array of piezoelectric patches connected to a passive electrical network. *Smart Materials and Structures*, 24 (11) : 115037 (14 pages), 2015.
- [J8] M. Aucejo, O. De Smet. Bayesian source identification using local priors. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 66-67 : 120-136, 2016.
- [J9] B. Lossouarn, J.-F. Deü, M. Aucejo, K. A. Cunefare. Multimodal vibration damping of a plate by piezoelectric coupling to its analogous electrical network. *Smart Materials and Structures*, 25 (11) : 115042 (15 pages), 2016.
- [J10] B. Lossouarn, M. Aucejo, J.-F. Deü, B. Multon. Design of inductors with high inductance values for resonant piezoelectric damping. *Sensors and Actuators A : Physical*, 259 (1) : 68-76, 2017.
- [J11] M. Aucejo, O. De Smet. A multiplicative regularization for force reconstruction. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 85 : 730-745, 2017.
- [J12] B. Lossouarn, M. Aucejo, J.-F. Deü, K. A. Cunefare. Design of a passive electrical analogue for piezoelectric damping of a plate. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 29 (7), 1301-1314, 2018.
- [J13] B. Lossouarn, M. Aucejo, J.-F. Deü. Electromechanical wave finite element method for interconnected piezoelectric waveguides. *Computers & Structures*, 199 : 46-56, 2018.
- [J14] M. Aucejo, O. De Smet. A space-frequency multiplicative regularization for force reconstruction problems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 104 : 1-18, 2018.
- [J15] M. Aucejo, O. De Smet. On a full Bayesian inference for force reconstruction problems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 104 : 36-59, 2018.
- [J16] M. Aucejo, O. De Smet. Further investigation on "A multiplicative regularization for force reconstruction". *Mechanical Systems and Signal Processing*, 104 : 487-493, 2018.

- [J17] M. Aucejo, O. De Smet. An iterated multiplicative regularization for force reconstruction problems. *Journal of Sound and Vibration*, 437, 16-28, 2018.
- [J18] M. Aucejo, O. De Smet, J.-F. Deü. On a Space-time regularization for force reconstruction problems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 118, 549-567, 2019.
- [J19] M. Aucejo, O. De Smet, J.-F. Deü. Practical issues on the applicability of Kalman filtering for reconstructing mechanical sources in structural dynamics. *Journal of Sound and Vibration*, 442, 45-70, 2019.
- [J20] M. Aucejo, O. De Smet. An optimal Bayesian regularization for force reconstruction problems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 126 : 98–115, 2019.

# Actes de conférences

- [C1] M. Aucejo, N. Totaro, J.-L. Guyader. Identification of source velocities with Inverse Patch Transfer Functions method. *Proceedings of Acoustics'08*, Paris, France, June 29 - July 4, 2008.
- [C2] M. Aucejo, N. Totaro, J.-L. Guyader. Identification of source velocities in presence of correlated sources with the inverse Patch Transfer Functions (iPTF) method. *Proceedings of the Noise and Vibration : Emerging Methods conference, NOVEM 2009*, Oxford, United Kingdom, April 5-8, 2009.
- [C3] M. Aucejo, L. Maxit, N. Totaro, J.-L. Guyader. Introduction of residual modes concept in the Patch Transfer Functions method to model the structure-acoustic coupling in heavy fluid. *Proceedings of the 16<sup>th</sup> International Congress on Sound and Vibration, ICSV16*, Krakow, Poland, July 5-9, 2009.
- [C4] M. Aucejo, L. Maxit, J.-L. Guyader. Utilisation d'une antenne synthétique pour simuler l'effet d'une couche limite turbulente. *Actes du 10<sup>ème</sup> Congrès Français d'Acoustique, CFA 2010*, Lyon, France, 12-16 avril 2010.
- [C5] L. Maxit, M. Aucejo, N. Totaro, J.-L. Guyader. Modélisation de l'interaction structure-fluide lourd par l'approche PTF (Patch Transfer Functions). *Actes du 10<sup>ème</sup> Congrès Français d'Acoustique, CFA 2010*, Lyon, France, 12-16 avril 2010.
- [C6] L. Maxit, M. Aucejo, J.-L. Guyader. Modelling of sound transmission through ship structures using the Patch Transfer Functions approach. *Proceedings of the 40<sup>th</sup> International Congress and Exposition on Noise Control Engineering, INTER-NOISE 2011*, Osaka, Japan, September 4-7, 2011.
- [C7] M. Aucejo, O. de Smet. Identification de sources vibratoires par approche bayésienne : Apport des a priori locaux suivant une loi normale généralisée. *Actes du 21<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, CFM 2013*, Bordeaux, France, 26-30 août 2013.
- [C8] O. de Smet, M. Aucejo. Bayesian structural source identification using generalized Gaussian priors. *Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Conference on Vibration Problems, ICOVP 2013*, Lisbon, Portugal, September 9-12, 2013.
- [C9] M. Aucejo, O. de Smet. Bayesian structural source identification using local generalized Gaussian priors. *Proceedings of the 42<sup>nd</sup> International Congress and Exposition on Noise Control Engineering, INTER-NOISE 2013*, Innsbruck, Austria, September 15-18, 2013.
- [C10] M. Aucejo, L. Maxit, J.-L. Guyader. A source scanning technique for simulating TBL-induced vibrations measurements. *Proceedings of Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects, Flinovia*, Roma, Italy, November 11-13, 2013.
- [C11] B. Lossouarn, M. Aucejo, J.-F. Deü. Wave propagation in coupled periodic lattices and application to vibration attenuation through a piezoelectric network. *Actes du 19<sup>ème</sup> Colloque Vibrations, Chocs et Bruit, VCB 2014, ou 19<sup>th</sup> Symposium Vibrations, Shocks and Noise, VISHNO 2014*, Aix-en-Provence, Bouches-du-Rhône, France, 17-19 juin 2014.
- [C12] B. Lossouarn, J.-F. Deü, M. Aucejo. Wave propagation in coupled periodic lattices and application to vibration attenuation through a piezoelectric network. *Proceedings of the 26<sup>th</sup> International Conference on Noise and Vibration Engineering, ISMA 2014*, Leuven, Belgium, September 15-17, 2014.

- [C13] M. Aucejo, O. De Smet. Identification de sources mécaniques par régularisation multiplicative. *Actes du 22ème Congrès Français de Mécanique, CFM 2015*, Lyon, France, 24-28 août 2015.
- [C14] J.-F. Deü, B. Lossouarn, M. Aucejo. Comparison of electromechanical transfer matrix models for passive damping involving an array of shunted piezoelectric patches. *Proceedings of the 22nd International Congress on Sound and Vibration, ICSV 22*, Florence, Italy, July 12-16, 2015.
- [C15] B. Lossouarn, M. Aucejo, J.-F. Deü. Multimodal vibration damping through a periodic array of piezoelectric patches connected to a passive network. *Proceedings of the SPIE Smart Structures/NDE 2015*, San Diego, California, USA, March 8-12, 2015.
- [C16] B. Lossouarn, M. Aucejo, K. Cunefare, J.-F. Deü. Amortissement multimodal par couplage piézoélectrique à un analogue électrique passif. *Actes du 13ème Congrès Français d'Acoustique joint avec le 20ème colloque Vibrations, SHocks and NOise, CFA/VISHNO 2016*, Le Mans, Sarthe, France, 11-15 avril 2016.
- [C17] M. Aucejo, O. De Smet. Identification de sources vibratoires par régularisation multiplicative espace-fréquence. *Actes du 13ème Congrès Français d'Acoustique joint avec le 20ème colloque Vibrations, SHocks and NOise, CFA/VISHNO 2016*, Le Mans, Sarthe, France, 11-15 avril 2016.
- [C18] B. Lossouarn, K. A. Cunefare, M. Aucejo, J.-F. Deü. Robustness of a multimodal piezoelectric damping involving the electrical analogue of a plate. *Proceedings of the SPIE Smart Structures/NDE 2016*, Las Vegas, Nevada, USA, March 20-24, 2016.
- [C19] B. Lossouarn, O. Thierry, M. Aucejo, J.-F. Deü. Comparison of passive inductor designs for piezoelectric shunt damping. *Proceedings of the SPIE Smart Structures/NDE 2016*, Las Vegas, Nevada, USA, March 20-24, 2016.
- [C20] B. Lossouarn, K.A. Cunefare, M. Aucejo, J.-F. Deü. Multimodal damping of a plate with a passive piezoelectric network. *Proceedings of the 34th IMAC Conference and Exposition on Structural Dynamics of Multiphysical Systems*, IMAC XXXIV, Orlando, Florida, USA, January 25-28, 2016.
- [C21] B. Lossouarn, M. Aucejo, J.-F. Deü. Transverse wave propagation in a one-dimensional structure coupled to its electrical analogue : Comparison of transfer matrix models. *Proceedings of the VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, the ECCOMAS Congress 2016*, Hersonissos, Crete, Greece, June 5-10, 2016.
- [C22] M. Aucejo, O. De Smet. On a space-frequency regularization for source reconstruction. *Proceedings of the 13th International Conference on Motion and Vibration Control and of the 12th International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics, MOVIC RASD 2016*, Southampton, UK, July 3-6, 2016.
- [C23] B. Lossouarn, K. A. Cunefare, M. Aucejo, J.-F. Deü. Amortissement vibratoire multimodal de plaques par couplage à leurs réseaux piézoélectriques analogues. *Actes du 23ème Congrès Français de Mécanique, CFM 2017*, Lille, France, 28 août - 1er septembre 2017.
- [C24] B. Lossouarn, M. Aucejo, J.-F. Deü. Wave finite element method for electromechanical periodic waveguides. *Proceedings of the 8th ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials, SMART 2017, in conjunction with the 6th International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering, SMN 2017*, Madrid, Spain, June 5-8, 2017.
- [C25] M. Aucejo, O. De Smet. Bayesian formulations for force reconstruction problems. *Proceedings of the 2nd International Conference on Uncertainty Quantification in Computational Sciences and Engineering, UNCECOMP 2017*, Rhodes Island, Greece, June 15-17, 2017.
- [C26] M. Aucejo, O. De Smet. A stationary iterated multiplicative regularization for force reconstruction problems. *Proceedings of the Noise and Vibration : Emerging Methods conference, NOVEM 2018*, Ibiza, Spain, May 7-9, 2018.
- [C27] O. Robin, A. Berry, N. Atalla, M. Aucejo, B. Lossouarn, L. Rouleau, J.-F. Deü, C. Marchetto, L. Maxit. Setting up plane and thin panels with representative simply supported boundary conditions : Comparative results and applications in three laboratories. *Proceedings of the 47th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering, INTER-NOISE 2018*, Chicago, Illinois, USA, August 26-29, 2018.

- [C28] M. Aucejo, O. De Smet, J.-F. Deü. On the interest of a space-time regularization for reconstructing excitation sources. *Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics, RASD 2019*, Lyon, France, April 15-17, 2019.



# Rapports de recherches

- [R1] M. Aucejo. *Identification de vitesses de sources par PTF inverse*. Mémoire de M2 Recherche, INSA de Lyon - LVA, 2007 (117 pages).
- [R2] M. Aucejo. *Vibro-acoustique des structures immergées sous écoulements turbulents*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon - LVA, 2010 (166 pages).
- [R3] M. Aucejo, D. Duhamel, H. Yin. *Calcul numérique de rayonnement acoustique haute fréquence : application au crissement de frein*. Rapport de recherche, École des Ponts ParisTech - Laboratoire Navier, 2011 (69 pages). *Projet ACOUFREN (Outils d'aide à la spécification et à la conception de freins à disques ferroviaires optimisés vis-à-vis du crissement)*.
- [R4] M. Aucejo, O. De Smet, J.-F. Deü. *Identification de sources vibratoires transitoires : application à la découpe pyrotechnique - Lot 1 : Étude bibliographique*. Rapport de recherche, Cnam Paris - LMSSC, 2015 (24 pages). *Contrat de collaboration recherche avec le Cnes*.
- [R5] M. Aucejo, O. De Smet, J.-F. Deü. *Identification de sources vibratoires transitoires : application à la découpe pyrotechnique - Lot 2 : Développement d'une méthode d'identification de sources vibratoires dans le domaine temporel*. Rapport de recherche, Cnam Paris - LMSSC, 2016 (20 pages). *Contrat de collaboration recherche avec le Cnes*.
- [R6] M. Aucejo, O. De Smet, J.-F. Deü. *Identification de sources vibratoires transitoires : application à la découpe pyrotechnique - Lot 3 : Identification de chargement défilant - Application à un cas académique*. Rapport de recherche, Cnam Paris - LMSSC, 2016 (25 pages). *Contrat de collaboration recherche avec le Cnes*.
- [R7] M. Aucejo, O. De Smet, J.-F. Deü. *Identification expérimentale de sources vibratoires transitoires : application pratique à la découpe pyrotechnique de structures industrielles - Lot 1 : Développement du modèle de reconstruction*. Rapport de recherche, Cnam Paris - LMSSC, 2017 (58 pages). *Contrat de collaboration recherche avec le Cnes*.
- [R8] M. Aucejo, O. De Smet, J.-F. Deü. *Identification expérimentale de sources vibratoires transitoires : application pratique à la découpe pyrotechnique de structures industrielles - Lot 2 : Validation expérimentale*. Rapport de recherche, Cnam Paris - LMSSC, 2017 (16 pages). *Contrat de collaboration recherche avec le Cnes*.
- [R9] R. Ruiz, L. Laurent, M. Aucejo. *Analyse vibratoire de structure 3D en vue du contrôle passif par patches piézoélectriques - Lot 1 : Étude bibliographique*. Rapport de recherche, Cnam Paris - LMSSC, 2018 (37 pages). *Contrat de collaboration recherche avec Air Liquide Advanced Technologies*.
- [R10] L. Laurent, M. Aucejo. *Analyse vibratoire de structure 3D en vue du contrôle passif par patches piézoélectriques - Lot 2 : Rapport final*. Rapport de recherche, Cnam Paris - LMSSC, 2018 (56 pages). *Contrat de collaboration recherche avec Air Liquide Advanced Technologies*.



# Séminaires scientifiques

- [S1] M. Aucejo, L. Maxit, J.-L. Guyader. *Prévisions en basses et moyennes fréquences du bruit hydrodynamique sous dôme Sonar par sous-structuration du problème fluide-structure*. Journée SFA acoustique sous-marine, Marseille, France, 2008.
- [S2] M. Aucejo, L. Maxit, J.-L. Guyader. *Prédiction du bruit hydrodynamique par sous-structuration du problème vibro-acoustique sur la base de fonctions de transferts réduites multi-échelles*. Séminaire DGA - BEC. Val-de-Rueil, France, 2008.
- [S3] M. Aucejo, L. Maxit, J.-L. Guyader. *Simulation expérimentale de la réponse d'une structure sous écoulement turbulent*. Journées d'étude Acoustique et applications navales. Lyon, France, 2011.
- [S4] M. Aucejo. *Vibro-acoustics of immersed structures subjected to Turbulent Boundary Layer excitation*. Séminaire de laboratoire, The Marcus Wallenberg Laboratory for Sound and Vibration Research (MWL), KTH, Stockholm, Suède, 2012.
- [S5] M. Aucejo. *Identifications de sources mécaniques stationnaires ou transitoires*. Séminaire de laboratoire, Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme (LMNO), Université de Caen, Caen, France, 2016.
- [S6] C. Marcadet, M. Aucejo, O. De Smet. *Nouvel outil d'estimation d'analyse modale utilisant la méthode "Rational Fraction Polynomial" dans le domaine Z*. Journées Nationales de l'Environnement Mécanique - ASTELAB 2018, EDF LAB, Palaiseau, France, 2018.



# Encadrement doctoral

- [T1] B. Lossouarn. *Amortissement vibratoire multimodal de structures couplées à leurs réseaux piézo-électriques analogues*. Thèse de doctorat, Cnam Paris - LMSSC, 2016 (234 pages). Taux d'encadrement : 50%.
- [M1] H. Tang. *Développement de l'approche CTF (Condensed Transfer Functions) pour simuler le comportement vibro-acoustique des systèmes complexes*. Mémoire de Master 2 Recherche, INSA de Lyon - LVA, 2013 (51 pages). Taux d'encadrement : 25% (Cet encadrement s'est effectué dans le cadre des développements de mes travaux de doctorat).
- [M2] W. Tong. *Static and dynamic analysis of structures using Digital Image Correlation*. Master 2 International, Cnam Paris - LMSSC, 2016 (32 pages). Taux d'encadrement : 100%.
- [M3] R. Ruiz. *Analyse vibratoire d'un compresseur en 3D en vue du contrôle passif par patches piézoélectriques*. Mémoire d'ingénieur Cnam, Cnam Paris - LMSSC, 2018 (70 pages). Taux d'encadrement : 50%.