



**HAL**  
open science

# Histoire de la Relativité Générale d'Einstein: Développement Conceptuel de la Théorie

Patrick R. Girard

► **To cite this version:**

Patrick R. Girard. Histoire de la Relativité Générale d'Einstein: Développement Conceptuel de la Théorie. Sciences de l'Homme et Société. University of Wisconsin-Madison USA, 1981. Français. NNT: . tel-02321688

**HAL Id: tel-02321688**

**<https://hal.science/tel-02321688>**

Submitted on 21 Oct 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





Ph.D. Thesis (U.S.A.)

THE CONCEPTUAL DEVELOPMENT OF EINSTEIN'S  
GENERAL THEORY OF RELATIVITY

by

PATRICK RALPH GIRARD

University of Wisconsin-Madison, Graduate School

Major Department : History of Science

Minor : Physics

Thesis Reading Committee :

Major Professor : Daniel M. Siegel

Geoffrey Joseph

Robert March

Date of Examination : 24 November 1981

---

This is an authorized facsimile  
printed by microfilm/xerography on acid-free paper  
in 1982 by  
**UNIVERSITY MICROFILMS INTERNATIONAL**  
Ann Arbor, Michigan, U.S.A.  
London, England

Microfilmed by Univ. of Wisconsin-Madison 82-05530  
Memorial Library. Collection Maintenance Office

GIRARD, Patrick Ralph  
THE CONCEPTUAL DEVELOPMENT OF EINSTEIN'S GENERAL  
THEORY OF RELATIVITY

The University of Wisconsin-Madison, Ph.D., 1981

University Microfilms International Ann Arbor, Michigan 48106

© 1981 Patrick Ralph Girard

(This title card prepared by the University of Wisconsin)

PLEASE NOTE:

The negative microfilm copy of this dissertation was prepared and inspected by the school granting the degree. We are using this film without further inspection or change. If there are any questions about the film content, please write directly to the school.

UNIVERSITY MICROFILMS

THE CONCEPTUAL DEVELOPMENT OF EINSTEIN'S  
GENERAL THEORY OF RELATIVITY

A thesis submitted to the Graduate School of the  
University of Wisconsin-Madison in partial fulfillment of  
the requirements for the degree of Doctor of Philosophy

by

PATRICK RALPH GIRARD

Degree to be awarded: December 19 81 May 19      August 19     

Approved by Thesis Reading Committee:

Daniel M. Siegel  
Major Professor

11/24/81  
Date of Examination

Gary S. Jones

RWM

Robert M. Bick  
Dean, Graduate School

THE CONCEPTUAL DEVELOPMENT OF EINSTEIN'S  
GENERAL THEORY OF RELATIVITY

by

PATRICK RALPH GIRARD

A thesis submitted in partial fulfillment of the  
requirements for the degree of

DOCTOR OF PHILOSOPHY  
(History of Science)

at the

UNIVERSITY OF WISCONSIN-MADISON

1981

© Copyright by Patrick Ralph Girard 1981  
All Rights Reserved

## ACKNOWLEDGMENTS

I would like to thank Daniel Siegel for his overall advice and particularly for the many hours he spent on editorial work because of my restricted knowledge of the English language. I am also grateful for his patience with certain philosophical views somewhat in contrast with his own. Further thanks go to Geoffrey Joseph and Robert March for a few suggestions. Finally, I want to thank the Physics Department of the University of Wisconsin-Madison, in particular C. H. Blanchard, for financial support in the form of a Teaching Assistantship while this dissertation was in progress, Charles Goebel for reading an early draft of the dissertation, and Jeanne Zwaska for typing the manuscript.

## TABLE OF CONTENTS

	Page
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPTER	
I. THE SPECIAL THEORY OF RELATIVITY . . . . .	4
A. Einstein and the Development of the Special Theory of Relativity . . . . .	4
1. Historical Background of the Principles of STR . . . . .	5
2. Einstein's Approach . . . . .	11
a. Einstein's early doubts about the concept of absolute velocity . . . . .	12
b. Vain attempts to reconcile electromagnetism with the principle of relativity . . . . .	23
c. Rejection of the ether . . . . .	25
d. Epistemological breakthrough . . . . .	28
3. Einstein's Achievement . . . . .	31
B. Einstein's Epistemological Dissatisfaction with STR . . . . .	35
1. Historical Debate about the Concept of Absolute Acceleration . . . . .	37
2. Einstein's Rejection of the Concept of Absolute Acceleration . . . . .	41
II. THE EXTENSION OF THE SPECIAL THEORY OF RELATIVITY VIA THE EQUIVALENCE PRINCIPLE (1907-1912) . . . . .	43
A. Early Use of the Equivalence Principle (1907-1911) . . . . .	43

## CHAPTER

## Page

1.	The Idea of the Equivalence Principle . . . . .	43
a.	From the relativity of electric and magnetic fields to the relativity of the gravitational field . . . . .	43
b.	From the relativity of the gravitational field to the equivalence principle . . . . .	48
2.	Extension of the Principle of Relativity to Uniformly Accelerated Systems . . . . .	55
a.	Space and time in a uniformly accelerated reference system . . . . .	58
b.	Electromagnetic effects in a uniform gravitational field . . . . .	63
3.	Full Confidence in the Equivalence Principle and in a General Relativity (1911) . . . . .	67
B.	Further Use of the Equivalence Principle: The Static Theory of Gravitation . . . . .	82
1.	Historical Background . . . . .	82
a.	Prerelativistic theories of gravitation . . . . .	82
b.	The force laws of Poincaré and Minkowski . . . . .	85
c.	Einstein's relativistic field approach . . . . .	92
d.	Abraham's theories . . . . .	97
e.	Nordström's and Mie's theories . . . . .	104

CHAPTER	Page
2. Einstein's Static Theory of Gravitation . . . . .	109
a. Development of the theory . . . . .	110
b. Consequences . . . . .	114
c. Problems and modifications of the theory . . . . .	120
d. Debate with Max Abraham . . . . .	122
III. FIRST SKETCH OF THE GENERAL THEORY OF RELATIVITY (1913-1915) . . . . .	131
A. Historical Remarks on Tensor Calculus . . . . .	132
1. Tensors with Respect to the Groups $O(3)$ and $O(4)$ . . . . .	133
2. Tensors with Respect to the Groups Associated with a Quadratic Differential Form . . . . .	141
B. The Einstein-Grossmann Tensor Theory (1913) . . . . .	147
1. The Generally Covariant Equation of Motion . . . . .	148
2. The Linearly Covariant Field Equations . . . . .	158
3. Consequences of the Theory . . . . .	166
a. The Newtonian gravitational field approximation . . . . .	166
b. The relativity of inertia . . . . .	169
C. Further Elaboration of the Theory . . . . .	175
1. The Problem of the Covariance of the Field Equations . . . . .	175
2. New Hope for an Extended Covariance of the Field Equations . . . . .	182

CHAPTER	Page
D. Einstein's Philosophical Views and the Reception of the Theory . . . . .	187
1. Einstein's Epistemological Idealism . . . . .	187
2. Reception of the Theory . . . . .	204
IV. THE GENERAL THEORY OF RELATIVITY (1915-1917)	214
A. The Generally Covariant Theory (1915-1916) . . . . .	215
1. The Return to the Riemann-Christoffel Tensor . . . . .	215
2. The Generally Covariant Field Equations . . . . .	222
a. Covariant field equations with respect to transformations of Jacobian 1 . . . . .	223
b. Generally covariant field equations with the assumption $T^{\mu}_{\mu} = 0$ . . . . .	231
c. Generally covariant field equations without the assumption $T^{\mu}_{\mu} = 0$ . . . . .	233
B. Consequences of the Theory and Experimental Verification . . . . .	240
1. First Order Effects: Newton's Law of Gravitation, Deflection of Light Rays, Behavior of Clocks and Rods in a Gravitational Field . . . . .	240
2. Second Order Effect: Residual Precession of the Perihelion of Mercury . . . . .	245
3. Experimental Verification . . . . .	248
C. Extension of the Theory: The Cosmological Constant (1917) . . . . .	255

CHAPTER	vii
	Page
1. Einstein's Epistemological Dissatisfaction . . . . .	255
a. Epistemological background . . . . .	255
b. The problem of the relativity of inertia . . . . .	263
2. Modification of the Field Equations . . . . .	265
CONCLUSION . . . . .	275
APPENDIX: EINSTEIN'S PRIORITY IN THE MATTER OF THE FIELD EQUATIONS . . . . .	277
BIBLIOGRAPHY . . . . .	294

## INTRODUCTION

Among all the physical theories developed by Albert Einstein, the general theory of relativity (GTR) is generally considered as his masterpiece. This theory has yielded the most successful treatment of gravitation known so far, and has, to the present day (1981), brilliantly withstood all the experimental tests to which it has been submitted, while many competing theories have been eliminated.

Despite its success, the history of the general theory of relativity has received much less attention than the history of the special theory. Two basic circumstances are probably responsible for this. First, between the 1930s and the 1950s, the general theory of relativity was relatively neglected by the scientists themselves because experimental methods had not yet reached the sophistication required for the further study of general-relativistic effects. Second, the technicality of the subject matter has hindered historical study of GTR.

Though various aspects of the history of the general theory of relativity have been treated

elsewhere,<sup>1</sup> no comprehensive, detailed historical account of the successive stages in the development of the general theory of relativity has, to my knowledge, been published. It is the purpose of this dissertation to fill that gap. The dissertation will not only analyze the mathematical development of the theory in detail, from 1907 to 1917, but will also pay close attention to Einstein's motivations. Though it is generally known that Einstein was motivated by epistemological reasons in the development of GTR, this is the first time that this claim is thoroughly documented. By 1905, Einstein had already successfully applied epistemological considerations to physics: it was his rejection of the concept of absolute time that made the special theory of relativity (STR) possible. Einstein's next move was to attempt to eliminate the concept of absolute space (in particular the concept of absolute acceleration) by extending the principle of relativity.

In order to show the continuity of Einstein's concerns in the development of STR and GTR, I will in the

---

<sup>1</sup>See in particular Jagdish Mehra, Einstein, Hilbert, and the Theory of Gravitation: Historical Origins of General Relativity Theory (Dordrecht, Holland/Boston, U.S.A.: D. Reidel, 1974). I shall argue against Mehra's claim that Hilbert discovered the field equations independently of Einstein. For other accounts, see the bibliography.

first chapter briefly review the development of the special theory of relativity, and analyze Einstein's dissatisfaction with that theory. I will then deal with: Einstein's first attempts to extend the special theory of relativity via the equivalence principle (1907-1912); the first sketch of the general theory of relativity (1913-1915); and finally, the general theory of relativity as articulated through 1917, when Einstein introduced the cosmological term in his 1915 field equations.



Histoire de la Relativité Générale d'Einstein :  
Développement Conceptuel de la Théorie

Patrick R. Girard

Juillet 2008



# Avant-propos

La théorie de la relativité générale a donné à l'humanité le meilleur traitement de la gravitation à ce jour et constitue le chef-d'oeuvre d'Einstein. Négligée par les scientifiques eux-mêmes durant la première moitié du 20<sup>ième</sup> siècle, suite à la difficulté inhérente du sujet et aux difficultés expérimentales de vérification, cette théorie a reçu moins d'attention de la part des historiens de science que la théorie de la relativité restreinte.

L'objet de cet ouvrage est de combler cette lacune en fournissant pour la première fois, à notre connaissance, une étude détaillée de l'ensemble du développement conceptuel de la théorie de la relativité générale d'Einstein.

Après un bref examen de la théorie de la relativité restreinte, l'ouvrage décrit en détail le développement conceptuel de la théorie, la formulation du principe d'équivalence en 1907 et ses premières applications, la théorie d'Einstein-Grossmann en 1913 et la théorie généralement covariante. Une attention particulière est portée aux motivations épistémologiques d'Einstein qui sont analysées en détail.

Le livre s'adresse aux étudiants, professeurs, scientifiques, historiens des sciences, épistémologues et à tous ceux intéressés par l'histoire des théories physiques.

L'ouvrage est une traduction, augmentée de tableaux explicatifs, de la thèse de Patrick R. Girard, "The Conceptual Development of Einstein's General Theory of Relativity", The University of Wisconsin-Madison, Ph.D. 1981.

Je remercie très chaleureusement le Professeur Bernard Balland, fondateur de la Collection des sciences appliquées de l'INSA de Lyon, pour une lecture attentive du manuscrit, ses suggestions fort utiles et son soutien.

D'autres remerciements vont à Daniel M. Siegel, Charles Goebel, C. H. Blanchard et John Neu de l'Université de Wisconsin-Madison, U.S.A..

Patrick R. Girard  
Lyon, Juillet 2008



# Table des matières

<b>Avant-propos</b>	<b>iii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2 La théorie de la relativité restreinte</b>	<b>3</b>
2.1 Einstein et le développement de la théorie de la relativité restreinte	3
2.1.1 Antécédents historiques des principes de la relativité restreinte . . . . .	4
2.1.2 L'approche d'Einstein . . . . .	8
2.1.3 Réalisation d'Einstein . . . . .	18
2.2 Dissatisfaction épistémologique d'Einstein vis à vis de la théorie de la relativité restreinte . . . . .	21
2.2.1 Débat historique sur le concept d'accélération absolue . . . . .	22
2.2.2 Rejet d'Einstein du concept d'accélération absolue . . . . .	24
<b>3 Extension de la relativité restreinte via le principe d'équivalence (1907 – 1912)</b>	<b>27</b>
3.1 Premières utilisations du principe d'équivalence (1907 – 1911) . . . . .	27
3.1.1 L'idée du principe d'équivalence . . . . .	27
3.1.2 Extension du principe de relativité aux systèmes accélérés	36
3.1.3 Pleine confiance dans le principe d'équivalence et dans une relativité générale (1911) . . . . .	42
3.2 Autre utilisation du principe d'équivalence : la théorie statique de la gravitation . . . . .	50
3.2.1 Antécédents historiques . . . . .	50
3.2.2 Théorie statique de la gravitation d'Einstein . . . . .	62
<b>4 Première ébauche de la théorie de la relativité générale (1913 – 1915)</b>	<b>75</b>
4.1 Remarques historiques sur le calcul tensoriel . . . . .	76
4.1.1 Tenseurs par rapport aux groupes $O(3)$ et $O(4)$ . . . . .	76
4.1.2 Tenseurs par rapport aux groupes associés à une forme différentielle quadratique . . . . .	79
4.2 Théorie d'Einstein-Grossmann (1913) . . . . .	87

4.2.1	Les équations du mouvement généralement covariantes . . .	87
4.2.2	Les équations de champ linéairement covariantes . . . . .	93
4.2.3	Conséquences de la théorie . . . . .	97
4.3	Elaboration ultérieure de la théorie . . . . .	101
4.3.1	Problème de la covariance des équations de champ . . . . .	101
4.3.2	Nouvel espoir pour une covariance étendue des équations de champ . . . . .	104
4.4	Conceptions philosophiques d'Einstein et réception de la théorie .	106
4.4.1	Idéalisme épistémologique d'Einstein . . . . .	106
4.4.2	Accueil de la théorie . . . . .	114
<b>5</b>	<b>Théorie de la relativité générale (1915 – 1917)</b>	<b>119</b>
5.1	Théorie généralement covariante (1915-1916) . . . . .	119
5.1.1	Retour au tenseur de Riemann-Christoffel . . . . .	119
5.1.2	Equations de champ généralement covariantes . . . . .	123
5.2	Conséquences de la théorie et vérifications expérimentales . . . .	132
5.2.1	Effets du premier ordre : loi de gravitation de Newton, déviations des rayons lumineux, comportement d'horloges et d'étalons de longueurs dans un champ de gravitation .	132
5.2.2	Effet du deuxième ordre : précession résiduelle du périhélie de Mercure . . . . .	134
5.2.3	Vérifications expérimentales . . . . .	136
5.3	Extension de la théorie : la constante cosmologique (1917) . . . .	139
5.3.1	Insatisfaction épistémologique d'Einstein . . . . .	139
5.3.2	Modification des équations de champ . . . . .	144
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>149</b>
<b>A</b>	<b>Priorité d'Einstein au sujet des équations de champ<sup>1</sup></b>	<b>151</b>
<b>B</b>	<b>Personnages principaux</b>	<b>159</b>
B.1	SOURCES PRIMAIRES . . . . .	161
B.2	SOURCES SECONDAIRES . . . . .	178

---

<sup>1</sup>Les lignes ci-dessous ont été écrites avant la découverte récente du texte original de la conférence d'Hilbert et reflètent la situation qui a prévalu durant la majeure partie du vingtième siècle. Voir la note de bas de page à la fin de cette annexe.

# Chapitre 1

## Introduction

Parmi les théories physiques développées par Albert Einstein, la théorie de la relativité générale est généralement considérée comme son chef-d'oeuvre. Cette théorie a donné le meilleur traitement de la gravitation à ce jour et a brillamment réussi les tests expérimentaux auxquels elle a été soumise, alors que de nombreuses théories rivales ont été éliminées.

En dépit de son succès, l'histoire de la théorie de la relativité générale a reçu moins d'attention que l'histoire de la relativité restreinte. Deux circonstances sont sans doute responsables de cela. Tout d'abord, entre les années 1930 et 1950, la théorie de la relativité générale a été relativement négligée par les scientifiques eux-mêmes parce que les méthodes expérimentales n'avaient pas encore atteint le degré de sophistication nécessaire à l'étude plus poussée des effets de la relativité générale. Deuxièmement, la difficulté scientifique inhérente du sujet a gêné l'étude historique de la relativité générale.

Bien que divers aspects de l'histoire de la théorie de la relativité générale aient été traités ailleurs,<sup>1</sup> aucune étude historique étendue et détaillée des étapes successives du développement de la théorie de la relativité générale n'a, à notre connaissance, été publiée. C'est l'objet de cet ouvrage de combler cette lacune. L'ouvrage va non seulement analyser en détail le développement mathématique de la théorie, de 1907 à 1917, mais va également examiner attentivement les motivations d'Einstein. Bien qu'il soit généralement connu qu'Einstein fut motivé par des raisons épistémologiques au cours du développement de la relativité générale, ceci est la première fois que cette assertion est documentée de façon approfondie. En 1905, Einstein avait déjà appliqué avec succès des considérations épistémologiques à la physique : ce fut son rejet du concept de temps absolu qui rendit la relativité restreinte possible. L'étape suivante d'Einstein fut d'essayer d'éliminer le concept d'espace absolu (en particulier le concept d'accélération absolue) en étendant le principe de relativité.

---

<sup>1</sup>Voir en particulier Jagdish Mehra, *Einstein, Hilbert, and the Theory of Gravitation : Historical Origins of General Relativity Theory* (Dordrecht, Holland/Boston, U.S.A. : D. Reidel, 1974). Nous argumenterons contre l'assertion qu'Hilbert découvrit les équations de champ indépendamment d'Einstein. Pour d'autres récits, voir la bibliographie.

Afin de montrer la continuité des motivations d'Einstein dans le développement de la relativité restreinte et de la théorie de la relativité générale, nous passerons brièvement en revue le développement de la théorie de la relativité restreinte, et analyserons la dissatisfaction d'Einstein vis à vis de cette théorie. Nous traiterons ensuite : des premiers essais d'Einstein pour étendre la théorie de la relativité restreinte à l'aide du principe d'équivalence (1907–1912) ; la première ébauche de la théorie de la relativité générale (1913–1915) ; et finalement, la théorie de la relativité générale jusqu'en 1917, quand Einstein introduisit la constante cosmologique dans ses équations de champ de 1915.

## Chapitre 2

# La théorie de la relativité restreinte

### 2.1 Einstein et le développement de la théorie de la relativité restreinte

Parmi les divers récits de l'origine de la théorie de la relativité restreinte, nombreux sont ceux qui ont attribué une influence décisive sur le travail d'Einstein à un résultat expérimental ou à une théorie physique antérieure. Ce faisant, beaucoup d'exposés ont sous-estimé (sinon ignoré) le rôle crucial joué par des considérations épistémologiques lors du développement de la théorie d'Einstein. Ce fut le mérite de Tetu Hirose d'avoir fondamentalement réévalué ce rôle.<sup>1</sup> Dans son article, Hirose argumente que la réfutation par Mach de la conception mécaniste du monde fut la contribution la plus fondamentale au développement de la théorie de la relativité restreinte. Ce n'est pas notre objet ici de discuter en détail une influence spécifique sur Einstein mais plutôt d'analyser le développement de la théorie de la relativité restreinte d'après le point de vue d'Einstein lui-même. Ceci montrera dans quelle mesure la théorie de la relativité restreinte fut principalement un succès épistémologique et permettra de comprendre les préoccupations épistémologiques d'Einstein dans le développement de la théorie de la relativité générale. Après un bref aperçu historique des principes de la théorie de la relativité restreinte, nous analyserons l'approche d'Einstein et son accomplissement.

---

<sup>1</sup>Tetu Hirose, "The Ether Problem, the Mechanistic Worldview, and the Origins of the Theory of Relativity," *Historical Studies in the Physical Sciences*, 7 (1976), 3-82. Voir également : les articles sur la relativité dans Gerald Holton, *Thematic Origins of Scientific Thought, Kepler to Einstein* (Cambridge : Harvard University Press, 1973) ; Arthur I. Miller, *Albert Einstein's Special Theory of Relativity : Emergence (1905) and Early Interpretation (1905-1911)* (Reading, MA : Addison-Wesley, 1981).

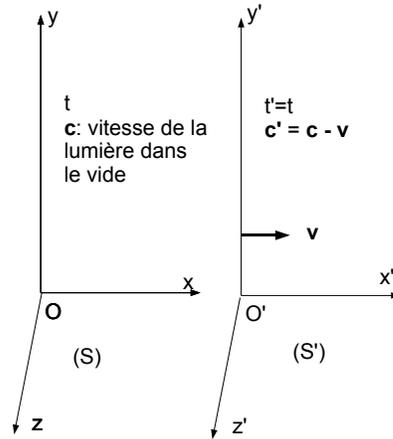


Fig. 2.1: Transformation de Galilée (mécanique classique)

### 2.1.1 Antécédents historiques des principes de la relativité restreinte

Deux principes de base ont constitué les fondations de la théorie de la relativité restreinte : (1) le principe de relativité qui énonce que les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels galiléens ; et (2) le principe de la constance de la vitesse de la lumière dans le vide qui énonce que la vitesse de la lumière dans un référentiel inertiel est égale à une certaine valeur  $c$  qui est indépendante du mouvement de la source.<sup>2</sup> Ces deux principes ont des antécédents historiques significatifs avant le 20<sup>e</sup> siècle.

<sup>2</sup>Albert Einstein, "Zur Elektrodynamik bewegter Körper," *Annalen der Physik*, **17** (1905) 895.

**Encadré 1. Mécanique classique***Temps absolu ; espace absolu**Trois postulats :*

a) la loi de l'inertie;

b)  $\vec{f} = m\vec{\gamma}$ ;

c) principe de l'action de et de la réaction;

⇒ *principe de relativité* : les lois de la mécanique gardent la même forme (covariance) dans deux référentiels galiléens reliés par une transformation de Galilée.

*transformation de Galilée* (voir Fig. 2.1) :

$$\begin{aligned}t' &= t \\x' &= x - vt \\y' &= y \\z' &= z\end{aligned}$$

inversement

$$\begin{aligned}t &= t' \\x &= x' + vt' \\y &= y' \\z &= z'\end{aligned}$$

*métrique (euclidienne) :*

$$\begin{aligned}ds^2 &= dx^2 + dy^2 + dz^2 \\&= ds'^2\end{aligned}$$

⇒ durée absolue;

⇒ longueur absolue;

⇒ vitesse de la lumière dans le vide relative :  $\mathbf{c}' = \mathbf{c} - \mathbf{v}$ ;

⇒ équations de Maxwell (forme non covariante dans une transformation de Galilée).

Un principe de relativité en mécanique avait déjà été utilisé par Christian Huygens et avait été solidement intégré dans la théorie de la mécanique d'Isaac Newton en 1687. La théorie ondulatoire de la lumière d'Augustin Fresnel et plus tard la théorie électromagnétique de J. C. Maxwell constituaient une remise en cause potentielle du principe de relativité, car il apparut probable que les lois optiques et électromagnétiques devaient être différentes dans des référentiels en mouvement par rapport à l'éther. Fresnel, toutefois, montra qu'au premier ordre près (en  $v/c$ ), un principe de relativité en optique devait être valide dans de tels référentiels si l'on admettait que la lumière était partiellement entraînée dans un corps transparent avec la vitesse  $(1 - \frac{1}{n^2})v$  où  $v$  est la projection de la vitesse du corps sur la direction de propagation de l'onde et  $n$  l'indice de réfraction du corps.<sup>3</sup> Cette hypothèse, qui fut connue plus tard sous le nom de principe de Fresnel<sup>4</sup> fut confirmée par les expériences de A. H. Fizeau,<sup>5</sup> M. Hoek,<sup>6</sup> G. B. Airy,<sup>7</sup> et en particulier par les expériences étendues de E. Mascart,<sup>8</sup> qui reçut le Grand Prix des sciences mathématiques proposé par l'Académie des Sciences à Paris en 1872. Dans le rapport du comité, l'impossibilité, prédite par le principe de Fresnel, de déceler l'influence du mouvement de la Terre dans les phénomènes optiques avec des sources terrestres fut déjà interprétée comme indiquant la possibilité d'existence d'une loi générale de la nature opposée au succès de telles expériences.<sup>9</sup>

En 1892, H. A. Lorentz réussit à déduire le coefficient d'entraînement partiel de Fresnel pour des corps transparents, dans le cadre de sa théorie de l'électron fondée sur les équations de Maxwell.<sup>10</sup> Comme la théorie de Fresnel, la théorie de Lorentz admettait l'existence d'un éther au repos. En 1895, Lorentz essaya d'étendre la théorie de l'électron aux phénomènes électriques aussi bien qu'optiques pour des corps en mouvement.<sup>11</sup> En introduisant une nouvelle variable

<sup>3</sup>Augustin J. Fresnel, "Sur l'influence du mouvement terrestre dans quelques phénomènes d'optique," *Annales de chimie et de physique*, **9** (1818); *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel* (Paris, 1866); **2**, 627-36; voir également Ronald Newburgh, "Fresnel Drag and the Principle of Relativity," *Isis*, **65** (1974), 379-86.

<sup>4</sup>Prix décernés, Année 1872.-Prix extraordinaires. Grand prix des sciences mathématiques. Rapport lu et adopté dans la séance du 14 juillet 1873," *Comptes rendus*, **79** (1874), 1532-33.

<sup>5</sup>A. H. L. Fizeau, "Sur les hypothèses relatives à l'éther lumineux, et sur une expérience qui paraît démontrer que le mouvement des corps change la vitesse avec laquelle la lumière se propage dans leur intérieur," *Comptes rendus*, **33** (1851), 349-55.

<sup>6</sup>M. Hoek, "Détermination de la vitesse avec laquelle est entraînée une onde lumineuse traversant un milieu en mouvement," *Arch. néerl.*, **3** (1868), 180-85; "Détermination de la vitesse avec laquelle est entraîné un rayon lumineux traversant un milieu en mouvement," *Arch. néerl.*, **4** (1869), 443-50.

<sup>7</sup>G. B. Airy, "On a Supposed Alteration in the Amount of Astronomical Aberration of Light, Produced by the Passage of Light Through a Considerable Thickness of Refractive Medium," *Phil. Mag.* **43** (1872), 310-13; "Additional Note to the Paper 'On a Supposed Alteration . . .,'" *Phil. Mag.*, **45** (1873), 306.

<sup>8</sup>E. Mascart, "Sur les modifications qu'éprouve la lumière par suite du mouvement de la source lumineuse et du mouvement de l'observateur," *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, **1** (1872), 157-214, première partie; *ibid.*, **3** (1874), 363-420, deuxième partie.

<sup>9</sup>"Prix décernés," p. 1533.

<sup>10</sup>H. A. Lorentz, "La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants," *Arch. néerl.*, **25** (1892), 363-551.

<sup>11</sup>H. A. Lorentz, *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in be-*

## 2.1. EINSTEIN ET LE DÉVELOPPEMENT DE LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE 7

mathématique auxiliaire  $t' = t - \frac{vx}{c^2}$  qu'il appela le "temps local" et en utilisant la transformation de Galilée

$$x' = x - vt, y' = y, z' = z$$

(avec les conventions usuelles pour l'orientation des axes), Lorentz réussit à obtenir une relativité au premier ordre (en  $v/c$ ) pour les équations de Maxwell et pour la force de Lorentz. La théorie de Lorentz de 1895 expliquait avec succès l'échec de presque toutes les tentatives pour détecter le mouvement de la Terre relativement à l'éther, excepté quelques expériences du second ordre—en particulier l'expérience de Michelson-Morley (1887)—pour lesquelles Lorentz introduisit des hypothèses ad hoc auxiliaires comme l'hypothèse de la contraction de Lorentz-Fitzgerald. Plus tard, réagissant à la critique d'Henri Poincaré et à l'importance accrue des expériences du second ordre, Lorentz essaya de trouver une explication unique pour justifier l'absence d'effets pour n'importe quel ordre. Sa théorie de 1904<sup>12</sup> approcha du but en accumulant les hypothèses, mais Lorentz ne parvint jamais à une stricte covariance (c'est à dire à avoir la même forme de toutes les équations dans n'importe quel référentiel inertiel) comme cela apparaît dans sa propre formulation de 1915 :

A part l'audace fascinante de son point de départ, la théorie d'Einstein a un autre réel avantage sur la mienne. Tandis que je n'ai pas réussi à obtenir pour les équations dans un référentiel mobile *exactement* la même forme que celle pour un référentiel fixe, Einstein à réussi à accomplir ceci au moyen d'un système de variables légèrement différent de celui que j'ai introduit.<sup>13</sup>

Les théories de Lorentz furent plutôt non relativistes dans leur esprit. Pour Lorentz, sa variable de temps local n'avait pas de sens physique pour lui jusqu'en 1915 comme cela apparaît dans ses propres remarques :

La principale cause de mon échec [d'arriver à la même simplicité que celle qu'Einstein donna à l'électromagnétisme] fut de garder l'idée que la variable  $t$  ne pouvait être considérée que comme le temps véritable et que mon temps local  $t'$  ne devait être regardé comme rien d'autre qu'une variable mathématique auxiliaire.<sup>14</sup>

Par ailleurs, jusqu'en 1915 au moins, Lorentz croyait dans l'existence de l'éther.<sup>15</sup>

---

*wegten Körpern* (Leiden, 1895); dans H. A. Lorentz, *Collected Papers* (The Hague : Martinus Nijhoff, 1937), **5**, 1-137.

<sup>12</sup>H. A. Lorentz, "Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light," *Proceedings of the Academy of Sciences of Amsterdam*, **6** (1904); réimpression à partir de la version anglaise dans H. A. Lorentz, A. Einstein et al., *The Principle of Relativity*, with notes by A. Sommerfeld, trans. W. Perrett and G. B. Jeffery (1923; rpt. New York : Dover, 1952).

<sup>13</sup>H. A. Lorentz, *The Theory of Electrons*, 2nd ed. (1915; rpt. New York : Dover, 1952), p. 230, par. 194. Accentué dans l'original.

<sup>14</sup>Ibid., p. 321, par. 72.

<sup>15</sup>Ibid., p. 230, par. 194.

Poincaré, de son côté, était prêt à rejeter l'éther<sup>16</sup> et doit être crédité de la formulation explicite du principe de relativité en 1904.<sup>17</sup>

En ce qui concerne la constance de la vitesse de la lumière, le premier pas important se produisit en 1676 quand Ole Römer trouva que la vitesse de la lumière avait une valeur finie et calcula sa valeur d'après les observations astronomiques. Le résultat de Römer fut confirmé en 1727 par James Bradley à l'aide de l'effet d'aberration. Dans leurs calculs, les deux hommes assumaient implicitement une constance (dans l'espace et dans le temps) de la vitesse de la lumière dans le vide. La théorie ondulatoire de Fresnel devait faire de la constance de la vitesse de la lumière relativement à l'éther optique (quels que soient la direction et le mouvement de la source optique) une hypothèse naturelle. Une telle hypothèse était manifestement en conflit avec les prédictions de la théorie corpusculaire de la lumière selon laquelle la vitesse de la lumière dans un référentiel d'inertie devait dépendre du mouvement de la source. Le principe de Fresnel de relativité optique impliquait que la vitesse de la lumière était la même (au premier ordre en  $v/c$ ) pour tous les référentiels galiléens. La constance de la vitesse de la lumière dans un référentiel galiléen donné fut confirmé par de nombreuses expériences, en particulier par celles de Mascart (1872 – 74)<sup>18</sup>, et devint un pilier de la théorie de l'électron de Lorentz de 1895 qui fut largement acceptée. Lorentz étendit progressivement le principe de relativité du premier ordre (en  $v/c$ ) aux autres ordres avant 1905.

Ainsi en 1905, les deux principes de la relativité restreinte existaient déjà dans une certaine mesure. Pourtant, ce fut seulement Einstein qui devait réunir ces deux principes en un édifice théorique entièrement nouveau.

### 2.1.2 L'approche d'Einstein

Einstein, en diverses occasions, a expliqué comment il a développé la théorie de la relativité restreinte. Le récit le plus précoce et le plus détaillé fut donné par l'ami d'Einstein, Max Wertheimer, qui autour de 1916 l'interrogea de façon très détaillée sur l'évolution concrète de ses pensées au cours du développement de la relativité restreinte. Ce récit, ainsi que les autres récits disponibles et les articles scientifiques d'Einstein permettent la reconstruction suivante.<sup>19</sup>

<sup>16</sup>Henri Poincaré, *La Science et l'Hypothèse* (1902 ; rpt. Paris : Flammarion, 1968), p. 215.

<sup>17</sup>Henri Poincaré, "L'état actuel et l'avenir de la physique mathématique," *Bulletin des Sciences Mathématiques*, **28** (1904), 306. Pour plus de détails sur les contributions de Poincaré à la théorie de la relativité restreinte, voir G. H. Keswani, "Origin and Concept of Relativity," *British Journal for the Philosophy of Science*, **15** (1965), 286-306 ; **16** (1965), 19-32.

<sup>18</sup>Mascart, "Sur les modifications."

<sup>19</sup>Max Wertheimer, "Einstein : The Thinking that led to the Theory of Relativity," dans Max Wertheimer, *Productive Thinking*, enl. ed. edited by Michael Wertheimer (New York : Harper & Brothers, 1959), chap. 10, pp. 213-33. Pour une liste des récits d'Einstein, voir Hirose, "Ether Problem" (1976), pp. 52-53.

### Doutes précoces d'Einstein sur le concept de vitesse absolue

Il semble que déjà à l'âge de 16 ans, Einstein eut des doutes sur l'idée d'une vitesse absolue.<sup>20</sup> Se demandant à quoi ressemblerait un rayon de lumière pour un observateur poursuivant le rayon avec la vitesse  $c$  (vitesse de la lumière dans le vide), Einstein remarqua plus tard

Dès le départ, il m'apparut intuitivement évident que du point de vue d'un tel observateur, tout devrait se passer suivant les mêmes lois que pour un observateur au repos par rapport à la Terre. Sinon, comment le premier observateur pourrait-il savoir c'est à dire déterminer qu'il est en mouvement uniforme rapide?<sup>21</sup>

Le passage révèle que la première notion d'Einstein sur le principe de relativité était liée à des doutes qu'il pouvait y avoir une telle chose qu'une vitesse absolue. La mécanique avait déjà confirmé le principe de relativité pour des référentiels galiléens. Que le principe de relativité soit exact pour la mécanique et inexact dans un autre domaine apparut à Einstein comme "*a priori* peu probable"<sup>22</sup>

Deux ans après qu'il fût entré à l'Institut Polytechnique fédéral de Zürich, Einstein essaya de développer un appareil destiné à mesurer la vitesse absolue de la Terre par rapport à l'éther. Le projet d'Einstein toutefois échoua, car il n'eut pas la possibilité de construire l'appareil et parce que "le scepticisme de ses professeurs était trop grand, l'esprit d'entreprise trop faible."<sup>23</sup> En fait, le désir d'Einstein de concevoir cette expérience "était toujours accompagné d'un doute sur la réalité du phénomène"<sup>24</sup> (à savoir la possibilité de détecter la vitesse absolue de la Terre).

Les doutes d'Einstein sur le concept de vitesse absolue devaient bientôt trouver un support expérimental dans l'expérience de l'induction de Faraday. Dans un manuscrit intitulé (en traduction française) *Idées fondamentales et Méthode de la théorie de la relativité, présentées dans leur développement*, découvert par Gerald Holton, et datant d'après lui de 1919 ou peu après, Einstein reconnaît que cette expérience joua un rôle fondamental dans la construction de la relativité restreinte :

D'après Faraday, lors du mouvement relatif d'un aimant par rapport à un circuit conducteur, un courant électrique est induit dans ce dernier. Le phénomène est le même, que l'on déplace l'aimant ou le conducteur ; seul compte le mouvement relatif, d'après la théorie de Maxwell-Lorentz. Toutefois, l'interprétation théorique du phénomène, dans ces deux cas est très différente ...

---

<sup>20</sup>Wertheimer, "Einstein," p. 215.

<sup>21</sup>Einstein, "Autobiographical Notes," dans *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, ed. Paul A. Schilpp, 3rd ed. (La Salle, IL : Open Court, 1969), 1, 53. Trans. Paul A. Schilpp.

<sup>22</sup>Albert Einstein, *Relativity, the Special and the General Theory*, authorized trans. by Robert W. Lawson (New York ; Crown, 1961), p. 14. Accentué dans l'original.

<sup>23</sup>Anton Reiser, *Albert Einstein : A Biographical Portrait* (New York : Albert & Charles Boni, 1930), p. 52.

<sup>24</sup>Wertheimer, "Einstein," p. 214.

La pensée que l'on ait affaire à deux cas fondamentalement différents fut pour moi insupportable [war mir unerträglich]. La différence entre ces deux cas ne pouvait pas être réelle, mais seulement selon ma conviction, une différence dans le choix du référentiel. Vu de l'aimant, il n'y avait certainement pas de champ électrique [tandis que] vu du circuit conducteur il y en avait certainement un. L'existence d'un champ électrique était par conséquent relative, dépendant du mouvement du référentiel utilisé et une réalité objective ne pouvait être accordée seulement aux *champs électrique et magnétique, ensemble*, indépendamment de l'état de mouvement relatif de l'observateur ou du référentiel. Le phénomène de l'induction électromagnétique me força à postuler le principe de relativité (restreinte).<sup>25</sup>

Le passage révèle que l'idée de vitesse absolue était insupportable pour Einstein et qu'il voyait dans l'expérience de l'induction une confirmation de son point de vue. En fait, l'expérience le conduisit à postuler le principe de relativité. Cette association d'idées est encore plus clairement exprimée dans l'article original d'Einstein de 1905 :

Des exemples de cette sorte [comme celui de l'expérience de l'induction de Faraday], ainsi que les essais infructueux de découverte d'un mouvement quelconque de la Terre par rapport au "milieu de la lumière" suggèrent que les phénomènes de l'électrodynamique ainsi que ceux de la mécanique ne possèdent pas de propriétés associées à l'idée de repos absolu. Ils suggèrent plutôt, comme cela a déjà été montré au premier ordre près que les mêmes lois de l'électrodynamique et de l'optique seront valables dans tous les référentiels pour lesquels les équations de la mécanique sont valides. Nous élèverons cette conjecture (dont le contenu sera appelé ci-après le principe de relativité) au rang de postulat.<sup>26</sup>

Il est probable qu'Einstein apprit l'existence de l'effet d'induction de Faraday durant ses premières années d'études à l'Institut Polytechnique de Zürich, via le

<sup>25</sup>Gerald Holton, "Finding Favor with the Angel of the Lord : Notes toward the Psychological Study of Scientific Genius," in *The Interaction between Science and Philosophy*, ed. Yehuda Elkana (Atlantic Highlands, NJ : Humanities Press, 1974), pp. 369-70 ; trans. G. Holton ; le document est maintenant localisé aux Einstein Archives au Princeton Institute for Advanced Study.

<sup>26</sup>

"Beispiele ähnlicher Art, sowie die misslungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum 'Lichtmedium' zu konstatieren, führen zu der Vermutung, dass dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften entsprechen, sondern dass vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Grössen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden 'Prinzip der Relativität' genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben," Einstein, "Zur Elektrodynamik bewegter Körper" (1905), p. 891 ; trans. from Lorentz et al., *The Principle of Relativity*, pp. 37-38.

cursum ou bien par ses propres lectures de Kirchhoff, Helmholtz, Föppl, etc..<sup>27</sup> Ainsi ce fut probablement vers cette date qu'Einstein devint convaincu de la validité du principe de relativité. Pourtant, le principe de relativité n'est en aucun cas une conséquence logique de l'expérience d'induction de Faraday. En fait, la plupart des gens à l'époque ne virent pas ce qu'Einstein vit. Pour eux il y avait manifestement deux situations différentes alors que pour Einstein il n'y en avait qu'une. Ainsi, si Einstein fut convaincu par l'expérience, ce ne fut pas par ce qu'il y voyait une conséquence nécessaire d'un principe de relativité déjà intuitivement évident. Ceci explique pourquoi dans son article de 1905, Einstein ne s'attarde pas beaucoup sur l'expérience de l'induction étant donné qu'il ne s'agissait que d'une illustration parmi d'autres d'un principe de relativité posé *a priori*, principe qui selon la méthode hypothético-déductive utilisée par Einstein durant toute sa vie n'avait pas à être justifié à l'avance.

Si l'expérience de l'induction de Faraday ne pouvait que confirmer mais non conduire logiquement au principe de relativité d'Einstein, il faut regarder ailleurs pour expliquer la transition d'Einstein de ses doutes précoces sur le concept de vitesse absolue à sa ferme conviction que le principe de relativité était probablement vrai. Ici, ce fut sans aucun doute, l'influence épistémologique de Ernst Mach qui fut décisive. Dans ses "Notes autobiographiques", Einstein reconnaît cette influence :

Pour ainsi dire, tous les physiciens du siècle dernier voyaient dans la mécanique une fondation solide et définitive de toute la physique, oui vraiment de toute science naturelle, ...

Ce fut Ernst Mach qui dans son Histoire de la Mécanique, ébranla cette foi dogmatique; ce livre exerça sur moi une profonde influence à cet égard lorsque j'étais étudiant. Je vois la grandeur de Mach dans son incorruptible scepticisme et son indépendance; dans mes jeunes années toutefois, la position épistémologique de Mach m'influença également considérablement.<sup>28</sup>

Ce fut son ami Michele Besso qui recommanda, en 1897 ou 1898, la lecture des ouvrages de Mach.<sup>29</sup> A cette époque, Einstein lut attentivement la *Mécanique* de Mach;<sup>30</sup> il devait la lire de nouveau ainsi que l'*Analyse des Sensations*<sup>31</sup> durant

<sup>27</sup> Gerald Holton, "Influences on Einstein's early work in relativity theory," *The American Scholar*, **37** (1967-68), 59-79; réimpression sous une forme légèrement condensée dans Holton, *Thematic Origins of Scientific Thought*, pp. 197-217.

<sup>28</sup> Einstein, "Autobiographical Notes," p. 21; trans. P. A. Schilpp.

<sup>29</sup> Besso to Einstein, Oct.-Dec. 1947; dans Albert Einstein and Michele Besso, *Correspondance 1903-1955*, trans., notes, and introduction by Pierre Speziali (Paris: Hermann, 1972), p. 386. Pour des informations biographiques sur Ernst Mach, voir John T. Blackmore, *Ernst Mach: His Work, Life, and Influence* (Berkeley: University of California Press, 1972); Erwin Hiebert, "Ernst Mach," *Dictionary of Scientific Biography* (1973), **8**, 595-607.

<sup>30</sup> Ernst Mach, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt* (Leipzig, 1983); *The Science of Mechanics: A Critical and Historical Account of Its Development*, English trans. from the 9th German ed. by Thomas J. McCormack, 6th American ed., with new intro. by Karl Menger (LaSalle, IL: Open Court, 1960)

<sup>31</sup> Ernst Mach, *Beiträge zur Analyse der Empfindungen* (Jena, 1886); *The Analysis of Sensations and the Relation of the Physical to the Psychological*, trans. from the 1st German ed. by C. M. Williams, rev. and supp. from the 5th German ed. by Sydney Waterlow, paperback.

des discussions philosophiques régulières qu'il eut avec ses amis Konrad Habicht et Maurice Solovine à Berne, autour de 1902. Parmi les autres livres discutés par ce groupe, qui se nommait "l'Académie Olympia", figurent le livre d'Henri Poincaré *La Science et l'Hypothèse* (1902) et celui de David Hume *Treatise of Human Nature*. Concernant ce dernier, la discussion porta sur les conceptions d'Hume de substance et de causalité.<sup>32</sup> Bien que Poincaré et Hume influencèrent Einstein, ce fut Mach qui devait être l'élément central dans sa pensée.

Dans la préface de la première édition allemande de sa *Mécanique*, Mach indiqua l'intention de l'ouvrage "Le présent ouvrage n'est pas un manuel destiné à l'enseignement des théorèmes de la mécanique. On y trouvera plutôt un travail d'explication critique animé d'un esprit *antimétaphysique*"<sup>33</sup> Parmi les obscurités métaphysiques que Mach souhaitait éliminer, figuraient les concepts de masse absolue, de temps absolu, d'espace absolu et de mouvement absolu. Mach raisonna qu'étant donné qu'aucun de ces concepts n'était défini en termes de grandeurs observables, tous ces concepts étaient nécessairement de nature métaphysique et donc, dans son opinion, devaient être éliminés de la science. A propos du concept de mouvement absolu, Mach écrivit, par exemple, "un mouvement peut, par rapport à un autre, être uniforme. Mais la question de savoir si un mouvement est uniforme *en lui-même* est dénuée de sens."<sup>34</sup> Concernant le concept de temps absolu, Mach le rejetta comme étant "une vaine conception métaphysique"<sup>35</sup> Le désir de Mach d'éliminer la métaphysique de la physique et particulièrement son affirmation que la connaissance scientifique est restreinte à ce qui peut être observé-voire, que le monde consiste seulement dans nos perceptions<sup>36</sup>—doivent être considérés dans la tradition philosophique idéaliste comme une réaction contre l'interprétation matérialiste de la physique qui dominait à la fin du dix-neuvième siècle. Nous définirons le matérialisme comme étant l'affirmation qu'il n'y a pas de Dieu, que la matière existe par elle-même et ne résulte pas de la création d'un esprit. Par idéalisme métaphysique, nous entendrons l'affirmation que Dieu existe et que la matière est une création de Dieu. Avec l'essor de la philosophie matérialiste, peu après la Révolution Scientifique, certains idéalistes métaphysiques comme l'évêque George Berkeley adoptèrent une forme restreinte d'idéalisme, à savoir un idéalisme épistémologique afin de dissocier la science de la philosophie matérialiste. Par idéalisme épistémologique, nous entendrons l'affirmation que la connaissance est restreinte au domaine de la conscience humaine. Ainsi Berkeley affirmait qu'étant donné que la connaissance scientifique ne peut être déduite que d'observations humaines, tout concept allant au-delà, comme une matière existant par elle-même indépendamment de tout esprit, est étrangère à la science. Ceci permit à Berkeley de montrer que le matérialisme était essentiellement une position métaphysique,

<sup>32</sup>Albert Einstein, *Lettres à Maurice Solovine* (Paris : Gauthier-Villars, 1956), intro. by M. Solovine, p. VIII. Voir également Carl Seelig, *Albert Einstein : Leben und Werk eines Genius unserer Zeit* (Zürich : Europa Verlag, 1960), pp. 91-93.

<sup>33</sup>Mach, *Science of Mechanics*, p. xxii.

<sup>34</sup>Ibid., p. 273. Accentué dans l'original.

<sup>35</sup>Ibid.

<sup>36</sup>Mach, *Analysis of Sensations*, p. 12.

tandis que sa croyance en l'existence de Dieu (considéré comme la source des perceptions humaines) demeurait non affectée.

Dans ses ouvrages, Berkeley développa longuement son idéalisme épistémologique. En 1710, il écrivit par exemple "l'absolue existence de choses non pensantes sont des mots sans signification ou incluant une contradiction,"<sup>37</sup> ou : "Je n'argumente pas contre l'existence d'aucune chose que nous puissions appréhender soit par les sens soit par la réflexion. . . . La seule chose dont nous nions l'existence, est celle que les philosophes appellent matière ou substance corporelle."<sup>38</sup> et plus loin :

Quelle puissante amie la substance matérielle a été aux athées de tous les siècles, il est inutile de le rappeler. Tous leurs systèmes monstrueux en dépendent si visiblement, et si nécessairement que, si l'on enlève cette pierre angulaire, tout l'édifice ne peut plus que s'effondrer à terre.<sup>39</sup>

La dernière citation montre que l'une, en fait la principale, des motivations de Berkeley était de miner la philosophie matérialiste.

Parmi les disciples éminents de l'idéalisme épistémologique de Berkeley figurent David Hume au 18<sup>e</sup> siècle et Ernst Mach au 19<sup>e</sup> siècle. En ce qui concerne la matière, Hume écrivit : "L'idée de substance . . . n'est rien d'autre qu'un ensemble d'idées simples, qui sont unies par l'imagination, et auxquelles est attaché un nom particulier,"<sup>40</sup> tandis que pour Mach : "Objet, corps, matière, ne sont rien en dehors de la combinaison des éléments, les couleurs, sons, et ainsi de suite, rien à part leur soi-disant attributs."<sup>41</sup> Mach, dans ses jeunes années, avait adopté l'idéalisme de Berkeley<sup>42</sup> et plus tard il devait remarquer que de toutes les approches de son point de vue, celle procédant de l'idéalisme lui paraissait encore le chemin le plus court et le plus naturel.<sup>43</sup> Contrairement à Berkeley, Mach toutefois, ne devait pas se prononcer publiquement sur la cause des "éléments" et concentra son attention sur leurs relations. Ceci lui permit d'adopter une attitude antimétaphysique globale. Comme toutefois, à la fin du 19<sup>e</sup> siècle, l'interprétation matérialiste de la physique était devenue prédominante, le point de vue antimétaphysique de Mach signifiait essentiellement une attitude antimatérialiste. Ceci est confirmé par le fait que tous les concepts ab-

<sup>37</sup> George Berkeley, *A Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge* (1710), dans *Berkeley : Essay, Principles, Dialogues with Selections from other Writings*, ed. Mary Whiton Calkins (New York : Charles Scribner's Sons, 1929), p. 137, par. 24. Accentué dans l'original.

<sup>38</sup> Ibid., p. 142, par. 35.

<sup>39</sup> Ibid., p. 176, par. 92

<sup>40</sup> David Hume, *A Treatise of Human Nature* (1739-40), rpt. from the original edition in 3 vols, and ed., with an analytical index, by L. A. Selby-Bigge (Oxford : Clarendon, 1888, rpt. 1975), p. 16.

<sup>41</sup> "Das Ding, der Körper, die Materie ist nichts ausser dem Zusammenhang der Elemente, der Farben, Töne u.s.w., ausser den sogenannten Merkmalen." Mach, *Analysis of Sensations*, pp. 6-7.

<sup>42</sup> Ernst Mach, "Die Leitgedanken meiner naturwissenschaftlichen Erkenntnislehre und ihre Aufnahme durch die Zeitgenossen," *Physikalische Zeitschrift*, 11 (1910), 599-606, sur 603. Voir également Mach, *Analysis of Sensations*, p. 362 ; Blackmore, Ernst Mach, pp. 26-27.

<sup>43</sup> Mach, *Analysis of Sensations*, p. 362.

solus rejetés par Mach étaient ou bien matérialistes par nature ou avaient acquis des connotations matérialistes la fin du 19<sup>e</sup> siècle.

Mach non seulement mit à jour certains éléments métaphysiques qui avaient infiltré la physique, mais proposa également des solutions concrètes. Ainsi il proposa la définition opérationnelle suivante de la masse : "On appelle rapport des masses de deux corps l'inverse, pris en signe contraire, du rapport de leurs accélérations réciproques,"<sup>44</sup> et définit la force comme le produit de la masse par l'accélération. Ces définitions sont devenues standard dans les manuels contemporains, la dernière étant l'actuelle définition internationale de la force.

L'influence de Mach fut considérable. Sa *Mécanique* (1883) devint immédiatement influente dans les milieux scientifiques du monde entier,<sup>45</sup> et vers 1897 (ou 1898), lorsqu'Einstein la lut, une troisième édition avait déjà été publiée. Sous l'influence de Mach et Hume, Einstein devait adopter un fort idéalisme épistémologique. En attendant, le ferme rejet de Mach de quantités absolues, devait incontestablement renforcer les doutes d'Einstein sur le concept de vitesse absolue et soutenir sa conviction dans un principe de relativité.

### Vains essais de réconciliation de l'électromagnétisme avec le principe de relativité

La conviction d'Einstein dans la validité du principe de relativité ne devait pas le faire progresser durant de nombreuses années. Comme il l'écrivit plus tard,

La difficulté qui devait être surmontée était la constance de la vitesse de la lumière dans le vide que je pensais tout d'abord devoir abandonner. C'est seulement après des années d'efforts, que je réalisai que la difficulté résidait dans l'arbitraire des concepts cinématiques fondamentaux.<sup>46</sup>

Comme les équations de Maxwell ne sont pas invariantes sous une transformation de Galilée, Einstein pensa tout d'abord les modifier en renonçant à la constance de la vitesse de la lumière (c'est à dire en faisant dépendre la vitesse de la lumière du mouvement de la source de lumière). Ces essais, toutefois, qui eurent lieu entre 1898 et 1903, et pour l'essentiel après l'obtention de son diplôme en 1900, ne le conduisirent nulle part. A cette date, Einstein avait acquis quelques connaissances de la théorie électromagnétique de Maxwell à travers ses lectures de Kirchhoff, Helmholtz, Hertz, etc.<sup>47</sup> Einstein se familiarisa également avec la synthèse des formulations de Maxwell et celle du continent de la théorie électromagnétique que H. A. Lorentz avait développée en 1892<sup>48</sup> et 1895.<sup>49</sup> La théorie de l'électron de Lorentz simplifiait l'électromagnétisme en postulant

<sup>44</sup>Mach, *Science of Mechanics*, p. 303.

<sup>45</sup>Blackmore, *Ernst Mach*, p. 117.

<sup>46</sup>Holton, "Finding Favor with the Angel," p. 370 ; cette citation apparaît dans une note de bas de page du document mentionné ci-dessus.

<sup>47</sup>Einstein, "Autobiographical Notes," p. 15.

<sup>48</sup>Lorentz, "La théorie électromagnétique" (1892).

<sup>49</sup>Lorentz, *Versuch einer Theorie* (1895).

l'existence d'un éther au repos et en séparant les champs des sources. La théorie montrait également qu'il était possible de concilier un principe de relativité du premier ordre avec un principe de constance de la vitesse de la lumière du même ordre. Cette théorie pourtant, la meilleure de l'époque, ne résolvait pas le problème d'Einstein puisqu'elle ne permettait pas d'obtenir une covariance au second ordre (en  $v/c$ ) des équations de Maxwell et infirmait donc le principe de relativité en permettant, en principe, la détermination d'une vitesse absolue. L'hypothèse de la contraction des corps que Lorentz introduisit pour expliquer le résultat négatif de Michelson-Morley (1887) fut ressentie par Einstein comme étant une hypothèse ad hoc<sup>50</sup> puisqu'Einstein était déjà convaincu de la stricte validité du principe de relativité (pour n'importe quel ordre d'approximation). Ainsi, si tant est qu'Einstein fit attention à l'expérience de Michelson-Morley mentionnée dans le livre de Lorentz de 1895, il ne fut pas surpris par le résultat mais s'y attendait contrairement à Lorentz.<sup>51</sup>

### Rejet de la notion d'éther

Einstein devait bientôt abandonner l'éther de Lorentz ; ceci à un moment où pour la plupart des scientifiques l'existence de l'éther paraissait plus certaine que jamais. Ainsi, dans son excellent manuel publié en 1902, O. D. Chwolson écrivait : "La probabilité de l'hypothèse de l'existence de cet agent est proche de la certitude. Nous appellerons cet agent, l'éther."<sup>52</sup>

A part la critique dévastatrice de Mach de la pensée mécaniste, Einstein avait une autre raison de rejeter l'éther venant des travaux de Planck, couronnés de succès de 1900. Dans ces travaux, Planck avait introduit une quantification de l'énergie d'oscillateurs électriques qui était plutôt incompatible d'une part avec les lois de la mécanique classique, d'autre part avec les lois de l'électromagnétisme.<sup>53</sup> Ceci renforça l'idée d'Einstein que les lois électromagnétiques n'étaient peut-être pas d'une validité stricte, mais pouvaient être en défaut à l'échelle microscopique. Cette conviction, combinée aux résultats de ses propres recherches en mécanique statistique,<sup>54</sup> conduisit Einstein à une théorie corpusculaire de la

<sup>50</sup>Wertheimer, "Einstein," p. 218 ; Albert Einstein, "Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung," *Physikalische Zeitschrift*, **10** (1909), 819.

<sup>51</sup>Wertheimer, "Einstein," p. 217 ; Robert S. Shankland, "Conversations with Albert Einstein," *American Journal of Physics*, **31** (1963), 55.

<sup>52</sup>"Die Wahrscheinlichkeit der Hypothese von der Existenz dieses einen Agens grenzt ausserordentlich nahe an Gewissheit. Dieses Agens wollen wir den Äther nennen," O. D. Chwolson, *Lehrbuch der Physik* (Braunschweig, 1902), **1**, 9. Nos traductions, sauf indication contraire. Pour plus de détails sur les conceptions de l'éther autour de 1900, voir *Conceptions of Ether : Studies in the history of ether theories, 1740-1900*, eds. G. N. Cantor and M. J. S. Hodge (Cambridge University Press, 1981).

<sup>53</sup>Einstein, "Autobiographical Notes," p. 53.

<sup>54</sup>Albert Einstein, "Kinetische Theorie des Wärmegleichgewichtes und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik," *Annalen der Physik*, **9** (1902), 417-33 ; "Eine Theorie der Grundlagen der Thermodynamik," *ibid.*, **11** (1903), 170-87 ; "Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme," *ibid.*, **14** (1904), 354-62. Voir également M. J. Klein, "Thermodynamics in Einstein's Thought," *Science*, **157** (4 Aug. 1967), 509-16

lumière.<sup>55</sup> Les investigations quantiques d'Einstein devaient ultimement aboutir au premier de ses trois fameux articles de 1905.<sup>56</sup> Concernant le problème de relativité d'Einstein, une théorie corpusculaire avait l'avantage d'éliminer le concept d'éther, qui s'opposait si fortement au principe de relativité. Mais en même temps, une théorie corpusculaire rendait le principe de la constance de la vitesse de la lumière (quel que soit le mouvement de la source) plus du tout évident. A cette époque toutefois, Einstein connaissait l'importance de ce principe à cause de son propre échec de pouvoir s'en passer et particulièrement à cause des recherches de Lorentz.<sup>57</sup>

### Résolution épistémologique

L'échec d'Einstein d'aboutir à une synthèse des principes de relativité et de la constance de la lumière le conduisit à une analyse plus profonde du problème. Einstein essaya de comprendre ce qui se passe durant la mesure d'une vitesse en général et en conséquence en vint à examiner le concept de temps.<sup>58</sup> Sa démarche suivante fut d'associer le concept de temps au concept de simultanéité. Poincaré avait déjà associé ces deux concepts dans son livre *La Science et l'Hypothèse* (1902), qu'Einstein avait lu avec ses amis Habicht et Solovine à Berne. Dans cet ouvrage, Poincaré écrit :

2. Il n'y a pas de temps absolu ; dire que deux durées sont égales, c'est une assertion qui n'a par elle-même aucun sens et qui n'en peut acquérir un que par convention ;

3. Non seulement nous n'avons pas l'intuition directe de l'égalité de deux durées, mais nous n'avons même pas celle de la simultanéité de deux événements qui se produisent en des théâtres différents.<sup>59</sup>

Une fois qu'il eut pris conscience du rôle du concept de simultanéité dans la définition du temps, l'idéalisme épistémologique d'Einstein le conduisit à exiger une définition opérationnelle de ce concept. Dans son livre *La Relativité, La Théorie de la Relativité restreinte et générale* écrit en 1916 et présentant les idées principales "en gros, dans l'ordre et la connexion dans lesquels elles ont réellement pris naissance,"<sup>60</sup> Einstein écrit : "Cette notion [de simultanéité] n'existe pour le physicien que s'il a trouvé la possibilité de vérifier, dans le cas concret, si elle est ou si elle n'est pas exacte. Nous avons donc besoin d'une définition de la simultanéité."<sup>61</sup> L'exigence d'une définition du concept de si-

<sup>55</sup>Shankland, "Conversations with Albert Einstein" (1963), p. 49.

<sup>56</sup>Albert Einstein, "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt," *Annalen der Physik*, **17** (1905), 132-48.

<sup>57</sup>Einstein, *Relativity, Special and General Theory*, p. 19. A. Einstein, *La Relativité : La Théorie de la Relativité restreinte et générale ; La Relativité et le problème de l'espace* (Paris : Petite Bibliothèque Payot, 1956), p. 28.

<sup>58</sup>Wertheimer, "Einstein," p. 219.

<sup>59</sup>Henri Poincaré, *La Science et l'Hypothèse* (Paris : Flammarion, 1968), pp. 111-112. Henri Poincaré, *Science and Hypothesis*, with a preface by J. Larmor, unabridged republication of the first English trans. (1905, rpt. New York : Dover, 1952), p. 90.

<sup>60</sup>Einstein, *La Relativité*, préface, pp. 5-6.

<sup>61</sup>Ibid., p. 31.

## 2.1. EINSTEIN ET LE DÉVELOPPEMENT DE LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE 17

multanéité qui résultait de l'idéalisme épistémologique qu'Einstein avait adopté de David Hume et de Ernst Mach, devait déjà conduire Einstein à la solution de son problème. Dans son autobiographie, Einstein reconnut cette dette :

toutes les tentatives de clarifier ce paradoxe [de l'apparent manque de relativité en électromagnétisme] de façon satisfaisante devaient être condamnées à l'échec aussi longtemps que l'axiome du caractère absolu du temps, resp., de simultanéité était ancré dans l'inconscient. En clair, reconnaître cet axiome et son caractère arbitraire constitue déjà la solution du problème. La réflexion critique qui était nécessaire pour la découverte de ce point central fut aidée de façon décisive, dans mon cas, par la lecture des écrits philosophiques de David Hume et de Ernst Mach.<sup>62</sup>

Bien que Hume et Mach avaient critiqué l'usage de concepts absolus, c'est Einstein qui devait montrer comment une telle attitude antimétaphysique pouvait conduire à une révolution scientifique. La définition d'Einstein de la simultanéité en termes de rayons lumineux conduisit non seulement au rejet du concept de temps absolu mais également au rejet du concept de longueur absolue puisque la mesure d'une longueur d'une tige en mouvement implique deux mesures simultanées (détermination simultanée de la position des extrémités de la tige). Ceci montra à Einstein que de nouvelles relations de transformations entre des référentiels inertiels en mouvement étaient nécessaires. Afin de les déterminer, Einstein chercha un invariant et essaya tout d'abord d'en trouver un en adoptant des hypothèses physiques plausibles à propos de la matière.<sup>63</sup> Après l'échec de ces essais, Einstein abandonna cette approche et se tourna vers une théorie fondée sur des principes comme la thermodynamique.<sup>64</sup> Les deux principes de la thermodynamique peuvent être formulés comme des principes d'impossibilité de construction d'un *perpetuum mobile* de la première et deuxième espèce. Ces deux principes s'énoncent respectivement comme suit.

1. Il est impossible de construire une machine produisant continuellement du travail sans lui fournir de l'énergie de l'extérieur.
2. Il n'existe pas de machine périodique dont le résultat serait de produire du travail mécanique à partir du refroidissement d'un réservoir de chaleur.<sup>65</sup>

Le deuxième principe exclut l'existence d'un paquebot naviguant sur une mer chaude et rejetant dans son sillage des paquets de glace (en accord avec le principe de la conservation de l'énergie). Il vint à l'idée d'Einstein que la vitesse de la lumière dont la constance peut être exprimée comme l'impossibilité expérimentale de mesurer une vitesse de la lumière différente pour une source en mouvement pourrait servir d'invariant. Par ailleurs, le choix d'Einstein de la vitesse de la lumière comme invariant fut motivé par des résultats expérimentaux

<sup>62</sup>Einstein, "Autobiographical Notes," p. 53.

<sup>63</sup>Wertheimer, "Einstein," p. 223.

<sup>64</sup>Einstein, "Autobiographical Notes," p. 53.

<sup>65</sup>Christian Gerthsen, *Physik* (Berlin : Volk und Wissenschaft, 1948), pp. 54, 190.

et par l'idée d'Einstein que la vitesse de la lumière pourrait être la vitesse la plus grande qui puisse exister.<sup>66</sup>

A partir du principe de relativité et du principe de la constance de la vitesse de la lumière, Einstein parvint à déduire des relations de transformations (appelées maintenant les transformations de Lorentz) donnant les relations de Lorentz de 1895 comme cas limite.<sup>67</sup> Par ailleurs, le formalisme d'Einstein confirmait l'hypothèse de contraction de Lorentz. Lorentz, par conséquent, avait été dans la bonne direction. Son hypothèse de contraction toutefois, n'était plus une supposition ad hoc mais devenait dans la théorie d'Einstein une conséquence logique d'un effet cinématique.

### 2.1.3 Réalisation d'Einstein

Nous avons vu que les deux principes de la théorie de la relativité restreinte existaient plus ou moins en 1905. On pourrait même argumenter que les théories de Lorentz et de Poincaré contenaient la plupart des éléments de la théorie de la relativité restreinte à cette date.<sup>68</sup> Même si *tous* les éléments de la théorie de la relativité restreinte avaient existé en 1905, le mérite d'avoir construit la théorie de la relativité restreinte irait tout de même à Einstein. A cet égard, le cas de la théorie d'Einstein est quelque peu semblable au cas des théories de mécanique et de gravitation de Newton.<sup>69</sup> L'ensemble des trois principes de la théorie de la mécanique de Newton (le principe d'inertie, la loi de force, le principe de l'action et la réaction) existaient plus ou moins séparément autour de 1687. En ce qui concerne la loi de gravitation de Newton, Robert Hooke avait fourni les idées centrales : l'idée que dans un référentiel d'inertie un mouvement curviligne devait être analysé à l'aide d'une seule force au lieu de deux ; l'idée d'une force inversement proportionnelle en  $r^2$  ; etc. Pourtant, le mérite des théories de mécanique et de gravitation revient à Newton. Pourquoi ? Simplement pour la même raison qu'un tableau de peintre est signé par l'artiste et non pas par les fabricants de peinture ou de toile. Dans la même mesure qu'un tableau transcende ses éléments, il en est de même d'une théorie physique qui est un système hautement intégré et non pas simplement un ensemble d'éléments disjoints ou d'intuitions vagues. L'une des raisons du caractère unique de la théorie d'Einstein est que bien que Lorentz et Poincaré réalisèrent le caractère nécessaire du principe de relativité et du principe de la constance de la vitesse de la lumière, ce fut seulement Einstein qui montra concrètement comment ces deux principes étaient *suffisants* pour construire une théorie cohérente. L'élaboration d'une théorie ressemble quelque peu à l'assemblage des morceaux d'un puzzle

<sup>66</sup>Wertheimer, "Einstein," p. 224.

<sup>67</sup>Ibid.

<sup>68</sup>Edmund Whittaker, *A History of the Theories of Aether and Electricity. The Modern Theories 1900-1926* (1953 ; rpt. New York : Humanities Press, 1973), **2**, chap.2 ; G. H. Keswani, "Origin and Concept of Relativity," *British Journal for the Philosophy of Science*, **15** (1965), 286-306 ; **16** (1965), 19-32 ; **16** (1965), 273-94 ; Heinrich Lange, *Geschichte der Grundlagen der Physik* (Freiburg, München : Verlag Karl Alber, 1954), **1**, chap. 10.

<sup>69</sup>Voir par exemple I. B. Cohen, "Newton, Isaac," *Dictionary of Scientific Biography* (1974), **10**, 42-101.

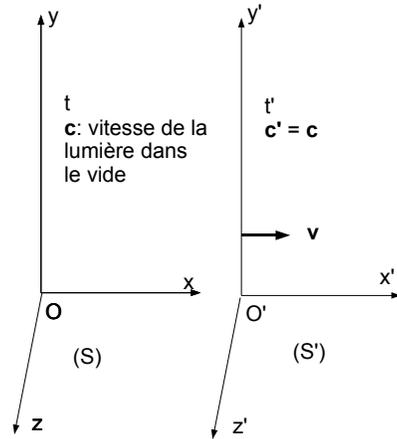


Fig. 2.2: Transformation de Lorentz (relativité restreinte)

dans lequel toutefois (contrairement au puzzle de l'enfant) tous les éléments ne sont pas nécessaires ni peut-être suffisants. Ceci fait apparaître clairement qu'un effort créatif majeur est nécessaire dans la conception d'une théorie et montre que les éléments d'une théorie "expliquent" l'origine de cette dernière aussi peu (ou autant) que le marbre explique l'origine d'une statue. Bien qu'Einstein indiqua dans une lettre à Carl Seelig en 1955,<sup>70</sup> qu'il ne connaissait que les travaux de Lorentz de 1892 et de 1895<sup>71</sup> mais pas ceux de son article de 1904<sup>72</sup> ni de son élaboration par Poincaré,<sup>73</sup> l'originalité de la théorie d'Einstein demeurerait intacte même si Einstein avait utilisé tous les éléments de ces théories.

<sup>70</sup>Einstein à Carl Seelig, 19 February 1955. Publié par Carl Seelig dans *Technische Rundschau*, **47** no. 20 (1955), cité en partie par Max Born, "Physics and Relativity," a lecture given at the International Relativity Conference in Berne on 16 July 1955, dans Max Born, *Physics in My Generation* (New York : Springer-Verlag, 1969), p. 104.

<sup>71</sup>Specifically : Lorentz, "La théorie électromagnétique" (1892) ; Lorentz, *Versuch einer Theorie* (1895).

<sup>72</sup>Lorentz, "Electromagnetic phenomena" (1904).

<sup>73</sup>Henri Poincaré, "Sur la Dynamique de l'électron," *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, **140** (1905), 1504-08, dans Henri Poincaré, *Oeuvres* (Paris : Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>, 1954), **9**, 489-493 ; Henri Poincaré, "Sur la Dynamique de l'Electron," *Rend. Circ. Mat. Palermo*, **21** (1906), 129-76, dans *Oeuvres*, **9**, 494-550.

**Encadré 2. Relativité restreinte***Temps relatif; espace relatif*

Deux postulats :

a) Principe de relativité : les lois de la physique sont les mêmes dans deux référentiels galiléens reliés par une transformation de Lorentz

b) Principe de la constance de la vitesse de la lumière dans le vide (indépendamment du mouvement de la source).

*transformation de Lorentz* (voir Fig. 2.2) :

$$\begin{aligned}t' &= \frac{\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\x' &= \frac{(x - vt)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\y' &= y \\z' &= z\end{aligned}$$

inversement

$$\begin{aligned}t &= \frac{\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\x &= \frac{(x' + vt')}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\y &= y' \\z &= z'\end{aligned}$$

*métrique (pseudo-euclidienne) :*

$$\begin{aligned}ds^2 &= c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \\&= ds'^2\end{aligned}$$

⇒ durée relative;

⇒ longueur relative;

⇒ vitesse de la lumière dans le vide :  $\mathbf{c}' = \mathbf{c}$ ;

⇒ équations de Maxwell (forme covariante dans une transformation de Lorentz).

## 2.2. DISSATISFACTION ÉPISTÉMOLOGIQUE D'EINSTEIN VIS À VIS DE LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ

Pourtant, en fait, nous avons quelque peu exagéré la similitude des éléments de la théorie d'Einstein avec ceux des théories de Lorentz et de Poincaré. Cette similitude est seulement superficielle. Tandis que pour Lorentz et Poincaré le principe de relativité était fortement lié à l'électromagnétisme, ce ne fut pas le cas pour Einstein. Les formules de transformation d'Einstein étaient purement d'origine cinématique et par conséquent valable pour toute théorie tandis que pour la théorie de Lorentz elles provenaient des équations de Maxwell et étaient par conséquent seulement valable dans ce contexte.<sup>74</sup> Ceci montre la supériorité de la théorie d'Einstein qui est une théorie traitant de théories plutôt qu'une théorie spécifique. La plus grande originalité de la théorie d'Einstein réside dans son rejet du concept de temps absolu. Comme nous l'avons vu, la critique épistémologique de Mach, Hume et Poincaré influencèrent fortement Einstein et furent certainement la plus importante contribution au développement de la théorie de la relativité restreinte. Pourtant, Einstein, alla au-delà des réflexions de tous ses contemporains en montrant comment des questions épistémologiques pouvaient conduire à une théorie physique concrète. La théorie d'Einstein, en retour, devait renforcer la révolution épistémologique en rendant le concept de masse inerte relative par rapport au mouvement de l'observateur.<sup>75</sup> L'étape suivante d'Einstein fut d'essayer d'éliminer le concept d'accélération absolue de la physique ce qui devait conduire à la théorie de la relativité générale.

## 2.2 Dissatisfaction épistémologique d'Einstein vis à vis de la théorie de la relativité restreinte

Quand Einstein eut développé la théorie de la relativité restreinte en 1905, il était clair pour lui que sa théorie n'était pas parfaite d'un point de vue épistémologique puisque le principe de relativité ne s'appliquait qu'aux référentiels inertiels et donc distinguait ces référentiels de tous les autres, sans bonne raison. Einstein décrivit lui-même son point de vue comme suit :

Lorsque via la théorie de la relativité restreinte, je suis arrivé à l'équivalence de tous les systèmes dits inertiels pour la formulation des lois naturelles (1905), la question de savoir s'il n'y avait pas une équivalence plus grande des systèmes de coordonnées se posa, c'est le moins que l'on puisse dire, naturellement. En d'autres termes, si l'on ne peut attribuer au concept de vitesse qu'une signification relative, devons nous persévérer à traiter l'accélération comme un concept absolu?

---

<sup>74</sup>Einstein à Seelig, 19 February 1955, dans Born, *Physics in My Generation*, p. 104. Voir également T. Kahan, "Sur les origines de la théorie de la relativité restreinte," *Revue d'Histoire des Sciences*, **12** (1959), 159-65.

<sup>75</sup>Albert Einstein, "Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?" *Annalen der Physik*, **18** (1905) 639-41 ; "Das Prinzip von der Erhaltung der Schwerpunktsbewegung und die Trägheit der Energie," *ibid.*, **20** (1906), 627-33 ; "Über die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie," *ibid.*, **23** (1907), 371-84.

D'un point de vue purement cinématique, il n'y avait pas de doute concernant la relativité de tous les mouvements quels qu'ils soient ; mais d'un point de vue physique, les systèmes inertiels semblaient occuper une place privilégiée, ce qui faisait apparaître artificiel l'usage des autres systèmes de coordonnées.

J'étais bien sûr familier avec la conception de Mach selon laquelle ce à quoi la résistance inertielle s'oppose n'est pas l'accélération en tant que telle mais l'accélération par rapport aux masses des autres corps existants dans le monde. Il y avait quelque chose de fascinant pour moi dans cette idée, mais elle ne fournit pas de base pratique pour une nouvelle théorie.

Je fis un pas vers la solution du problème seulement lorsque j'essayai de traiter la loi de gravitation dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte.<sup>76</sup>

Nous analyserons le rejet d'Einstein du concept d'accélération absolue après un bref aperçu historique de ce concept.

### 2.2.1 Débat historique sur le concept d'accélération absolue

Les concepts de mouvement absolu et en particulier d'accélération absolue furent introduits par Isaac Newton en 1687 via le concept d'espace absolu qu'il définit comme suit :

L'espace absolu, de par sa propre nature, sans relation avec rien d'extérieur, reste toujours semblable et immobile. L'espace relatif est quelque dimension mobile ou mesure de l'espace absolu.<sup>77</sup>

Ensuite il définit le mouvement absolu (relatif) comme la translation d'une position absolue (relative) à une autre, et ajouta : "Les effets qui distinguent le mouvement absolu d'un mouvement relatif sont les forces centrifuges à partir de l'axe, du mouvement circulaire."<sup>78</sup> Comme preuve expérimentale, Newton présenta sa fameuse expérience du seau d'eau. L'argumentation est la suivante : supposons un seau d'eau rempli d'eau et mis en rotation. Quand le mouvement démarre, l'eau n'est pas encore en mouvement et la surface de l'eau est plane. Lorsque, après un moment, l'eau et le récipient tournent à la même vitesse, il n'y a pas de mouvement relatif, la surface de l'eau est parabolique à cause des forces centrifuges. Finalement, lorsque le seau est arrêté, l'eau continue de tourner pendant un moment et sa surface reste parabolique durant ce temps. Dans les première et dernière phases, bien qu'il y ait mouvement relatif entre l'eau et le récipient, les forces centrifuges n'apparaissent que dans la dernière phase. Dans la phase intermédiaire, il n'y a pas de mouvement relatif, pourtant des

<sup>76</sup>Alber Einstein, "Notes on the Origin of the General Theory of Relativity," dans Albert Einstein, *Ideas and Opinions* (1954 ; rpt. New York : Dell, 1976), p. 279.

<sup>77</sup>Isaac Newton, *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, trans. Motte, revised by F. Cajori (Berkeley : University of California Press, 1962), p. 6.

<sup>78</sup>Ibid., p.10.

## 2.2. DISSATISFACTION ÉPISTÉMOLOGIQUE D'EINSTEIN VIS À VIS DE LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ

forces centrifuges sont présentes. Ainsi, remarque Newton, les forces centrifuges dans l'eau ne sont pas produites par le simple mouvement relatif entre l'eau et le récipient mais seulement par la rotation véritable de l'eau par rapport à l'espace absolu. En conséquence, conclut-il, les forces centrifuges fournissent un moyen de distinguer le mouvement absolu du mouvement relatif.<sup>79</sup> L'expérience du seau d'eau de Newton n'établit pas les propriétés d'indépendance absolue, d'immutabilité, d'immobilité qui proviennent plutôt de la philosophie propre de Newton qui considérait l'espace absolu comme le sensorium de Dieu.<sup>80</sup>

Certains allèrent même jusqu'à considérer l'espace comme Dieu lui-même. L'évêque George Berkeley rejeta cette identification ainsi que la croyance "qu'il y a quelque chose à côté de Dieu qui est éternel, non créé, infini, indivisible, immuable" comme étant des "notions pernicieuses et absurdes."<sup>81</sup> Comme Gottfried Leibniz et Christiaan Huygens avant lui,<sup>82</sup> Berkeley essaya de surmonter les arguments de Newton en redéfinissant le concept de mouvement.<sup>83</sup> En 1721, il proposa de remplacer le concept d'espace absolu par un espace relatif, défini en termes d'étoiles au repos.<sup>84</sup> Une telle définition, tout en étant en accord avec les résultats expérimentaux établis, rendait conceptuellement possible la détermination du comportement inertiel des corps par les astres plutôt que par l'espace absolu. Leonhard Euler, un défenseur du concept d'espace absolu, n'aima pas l'idée et écrivit : "Ce serait une proposition bien étrange & contraire à quantité d'autres dogmes de la Métaphysique, de dire, que les étoiles fixes dirigent les corps dans leur inertie."<sup>85</sup>

Plus d'un siècle plus tard, Ernst Mach réintroduisit l'argument d'une influence des astres sur le comportement inertiel des corps et le présenta de façon scientifique dans sa *Mécanique* (1883). Mach fut le premier à présenter une nouvelle interprétation physique de l'expérience du seau d'eau de Newton qu'il décrivit comme suit :

L'expérience du vase rempli d'eau animé d'un mouvement de rotation nous apprend que la rotation relative de l'eau par rapport au vase n'éveille pas de forces centrifuges apparentes, mais que celles-ci sont éveillées par son mouvement relatif par rapport à la masse de la terre et aux autres corps célestes ; elle ne nous apprend rien de plus. Personne ne pourrait dire ce que l'expérience aurait donné si la paroi du vase avait été rendue plus épaisse et plus massive, jusqu'à avoir

---

<sup>79</sup>Ibid., pp. 10-11.

<sup>80</sup>Isaac Newton, *Opticks*, based on the 4th ed., London, 1730 (New York : Dover, 1952), Query 28, p. 370 ; Query 31, p. 403. Voir également H. G. Alexandre ed., *The Leibniz-Clarke Correspondence* (1956 ; rpt. New York : Barnes & Noble, 1976), introduction, pp. XV-XVI, XXXIV ; Max Jammer, *Concepts of Space*, 2nd ed. (Cambridge, MA : Harvard University Press, 1969), chap. 4.

<sup>81</sup>Berkeley, *Principles of Human Knowledge*, dans *Berkeley : Essay, Principles* (1929), p. 191, par. 117.

<sup>82</sup>Jammer, *Concepts of Space* (1969), pp. 119-25.

<sup>83</sup>Berkeley, *Principles*, pp. 188-90, pars. 114-15.

<sup>84</sup>George Berkeley, *De Motu*, dans David M. Armstrong ed., *Berkeley's Philosophical Writings* (New York : Macmillan, 1965), p. 270, par. 64.

<sup>85</sup>Leonhard Euler, "Réflexions sur l'Espace et le Temps," *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres*, Berlin (1748), p. 328.

une épaisseur de plusieurs lieues. Nous n'avons devant nous qu'une expérience unique et nous avons à la mettre d'accord avec l'ensemble des faits qui nous sont connus, mais non pas avec les fictions que l'on imagine.<sup>86</sup>

Ainsi Mach suggéra que les forces centrifuges pourraient être produites par des interactions (dont il ne précisa pas la nature) entre des masses, plutôt que par une rotation absolue. Nous appellerons cette hypothèse "l'hypothèse de Mach". De même, Mach considéra le mouvement inertiel rectiligne comme étant relatif aux masses éloignées.<sup>87</sup> L'hypothèse de Mach devait stimuler Einstein dans son rejet du concept d'accélération absolue.

### 2.2.2 Rejet d'Einstein du concept d'accélération absolue

Les remarques d'Einstein citées ci-dessus indiquent que sa préoccupation initiale pour développer la relativité générale fut d'étendre la relativité restreinte en éliminant le concept d'accélération absolue (i.e. d'espace absolue). Einstein exprima la même opinion à plusieurs occasions.<sup>88</sup> Cette opinion est aussi confirmée par Anton Reiser,<sup>89</sup> Wolfgang Pauli,<sup>90</sup> Arnold Sommerfeld,<sup>91</sup> et Cornelius Lanczos,<sup>92</sup> pour mentionner seulement quelques personnes. Nous verrons que le rejet d'Einstein du concept d'accélération absolue apparaît explicitement dans de nombreux articles d'Einstein. En fait ce fut une préoccupation durant toute sa vie. Ainsi en 1953, Einstein écrivit dans la préface de l'ouvrage, *Concepts of Space* de Max Jammer :

Cela exigea un rude effort pour arriver au concept d'espace indépendant et absolu, indispensable pour le développement théorique. Cela n'a pas demandé moins d'efforts acharnés ensuite pour dépasser ce concept - - un processus qui n'est probablement en aucun cas encore achevé. . .

La victoire sur le concept d'accélération absolue ou sur le concept de référentiel inertiel devint possible seulement par ce que le concept

<sup>86</sup>Mach, *La Mécanique*, p. 225. Mach, *Science of Mechanics*, p. 284.

<sup>87</sup>Ibid., *Science of Mechanics*, pp. 286-87.

<sup>88</sup>(a) Albert Einstein, "Fundamental Ideas and Problems of the Theory of Relativity," lecture delivered to the Nordic Assembly of Naturalists at Gothenburg, 11 July 1923, dans *Nobel Lectures, Physics, 1901-1921*, published for the Nobel Foundation (New York : Elsevier, 1967), pp. 482-90, particulièrement pp. 485-86, 488, 489 ; (b) Einstein, *Relativity, Special and General Theory*, pp. 70-73 ; (c) Einstein, "Autobiographical Notes," pp. 26, 28, 62. (d) Albert Einstein, "Autobiographische Skizze," dans Carl Seelig, *Helle Zeit-Dunkle Zeit* (Zürich : Europa Verlag, 1956), p. 13.

<sup>89</sup>Reiser, *Albert Einstein* (1930), pp. 109-13, en particulier pp. 109-10.

<sup>90</sup>Wolfgang Pauli, *Theory of Relativity*, trans. G. Field with supplementary notes by the author (London : New York : Pergamon, 1958), pp. 142-43.

<sup>91</sup>Arnold Sommerfeld, "Kurzer Bericht über die allgemeine Relativitätstheorie und ihre Prüfung an der Erfahrung," *Archiv für Elektrotechnik*, Berlin, **9** (1921), 391-99, dans Arnold Sommerfeld, *Gesammelte Schriften* (Braunschweig : Friedr. Vieweg & Sohn, 1968), **2**, 270-78 on 273-74.

<sup>92</sup>Cornelius Lanczos, *Space through the Ages : The Evolution of Geometrical Ideas from Pythagoras to Hilbert and Einstein* (London, New York : Academic, 1970), p. 94.

## 2.2. DISSATISFACTION ÉPISTÉMOLOGIQUE D'EINSTEIN VIS À VIS DE LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ

d'objet matériel fut graduellement remplacé, en tant que concept fondamental de la physique, par celui de champ.<sup>93</sup>

A quelques mois seulement de sa mort, Einstein écrivit encore : "La caractérisation logique la plus claire de la théorie de la relativité générale peut être formulée comme suit : c'est la théorie qui évite l'introduction du système inertiel."<sup>94</sup> Le rejet épistémologique d'Einstein du concept d'accélération absolue devait le motiver pour étendre la théorie de la relativité générale en 1907.

---

<sup>93</sup> Albert Einstein, preface of Jammer, *Concepts of Space* (1969), p. XV.

<sup>94</sup> Albert Einstein and B. Kaufman, "A New Form of the General Relativistic Field Equations," *Annals of Mathematics*, **62** (1955), 128, dans Albert Einstein, *Edition of Einstein's Scientific Papers*, Microfilm edition (New York : Readex Microprint, 1960).



## Chapitre 3

# Extension de la relativité restreinte via le principe d'équivalence (1907 – 1912)

En 1907, Einstein devait entreprendre la première tentative pour généraliser la théorie de la relativité restreinte via le principe d'équivalence qui postule une équivalence physique complète entre un référentiel uniformément accéléré et un système inertiel ayant un champ de gravitation uniforme. Dans la première partie de ce chapitre, nous analyserons comment Einstein arriva à l'idée de principe d'équivalence, la signification que ce principe eut pour lui et l'usage qu'il en fit jusqu'en 1911. Dans la deuxième partie du chapitre, nous examinerons l'utilisation d'Einstein du principe d'équivalence dans le développement d'une théorie statique de la gravitation. La théorie statique de la gravitation prépara la transition vers la théorie de la relativité générale en permettant à Einstein d'arriver à l'équation du mouvement définitive, ce qui conditionna à son tour le cadre Riemannien de la théorie de la relativité générale.

### 3.1 Premières utilisations du principe d'équivalence (1907 – 1911)

#### 3.1.1 L'idée du principe d'équivalence

##### De la relativité des champs électrique et magnétique à la relativité du champ gravitationnel

Einstein décrit lui-même comment il arriva à l'idée du principe d'équivalence dans un passage d'un manuscrit, découvert par Gerald Holton, qui a déjà été cité en partie dans le premier chapitre. Après avoir mentionné l'expérience d'induction de Faraday et l'existence relative des champs électrique et

magnétique dans la théorie de la relativité restreinte, Einstein poursuivit :

Lorsque, durant l'année 1907, je travaillais à un article de synthèse sur la théorie de la relativité restreinte pour *Handbuch für Radioaktivität und Elektronik*, j'essayai de modifier la théorie de gravitation de Newton de telle manière qu'elle puisse s'insérer dans la théorie [de la relativité]. Des tentatives en ce sens montrèrent la possibilité de mener à bien cette entreprise mais elles ne me satisfirent pas car elles reposaient sur des hypothèses sans bases physiques. A ce stade me vint la plus heureuse pensée de ma vie, sous la forme suivante :

Comme pour le champ électrique dans l'induction électromagnétique, le champ gravitationnel n'a de même qu'une existence relative. Car si l'on considère un observateur en chute libre, par exemple du toit d'une maison, il n'existe pas pour lui durant la chute de champ gravitationnel du moins dans son immédiate proximité. Car si l'observateur lâche quelques objets, ils resteront relativement à lui-même dans un état de repos, ou dans un état de mouvement uniforme, indépendamment de leur nature chimique ou physique particulière. (Dans cette analyse, il faut bien sûr négliger la résistance de l'air.) L'observateur est par conséquent justifié de considérer son état comme étant celui du "repos."

L'extraordinairement curieuse loi expérimentale que tous les corps dans le même champ gravitationnel tombent avec la même accélération recevait soudainement à travers cette considération une profonde signification physique. Car si un seul objet tombait différemment dans un champ gravitationnel que les autres, l'observateur pourrait discerner par ce moyen qu'il est dans un champ gravitationnel et qu'il est en train de tomber dans celui-ci. Mais si un tel objet n'existe pas, comme l'expérience l'a confirmée avec grande précision, l'observateur manque de raison objective pour considérer qu'il tombe dans un champ gravitationnel. Plutôt, il est en droit de considérer son état comme étant celui du repos, et son environnement (en ce qui concerne la gravitation) comme étant sans champ.

Le fait expérimental de l'indépendance de l'accélération au cours d'une chute libre, par rapport au matériau, est par conséquent un argument puissant pour dire que le postulat de relativité doit être étendu à des systèmes de coordonnées qui se déplacent de façon non-uniforme les uns par rapport aux autres.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Gerald Holton, "Finding Favor with the Angel of the Lord : Notes toward the Psychobiographical Study of Scientific Genius," dans *The Interaction Between Science and Philosophy*, Yehuda Elkana ed., G. Holton trans. (Atlantic Highlands, NJ : Humanities Press, 1974), pp. 370-71. Le document est localisé aux Einstein Archives au Princeton Institute for Advanced Study. Une autre traduction de G. Holton du passage ci-dessus est donnée dans Albert Rothenberg, "Einstein's Creative Thinking and the General Theory of Relativity : A Documented Report," *Am. J. Psychiatry*, **136** (1979), 39.

### 3.1. PREMIÈRES UTILISATIONS DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE (1907–1911)29

La citation montre que bien qu'Einstein pensa à une théorie relativiste de la gravitation pendant qu'il était en train d'écrire un article de synthèse<sup>2</sup> sur la théorie de la relativité restreinte, l'idée de la relativité du champ gravitationnel était plutôt indépendante de cette théorie car elle provenait d'une extension de la relativité des champs électrique et magnétique au champ gravitationnel en général. L'influence de l'analogie électromagnétique dans la genèse de l'idée de la relativité du champ gravitationnel est confirmée par Anton Reiser.<sup>3</sup> Par ailleurs, dans son article de synthèse, Einstein discuta en effet de la relativité des champs électrique et magnétique et indiqua que ces deux champs n'ont pas "d'existence par eux-mêmes"<sup>4</sup> car chacun d'eux peut être annulé séparément, dans des cas spécifiques, par un choix approprié du référentiel. Réfléchissant au sujet de la gravitation, Einstein en vint naturellement à examiner la relativité du champ gravitationnel et trouva que celle-ci était en fait plus grande que celle du champ électromagnétique (c'est-à-dire les deux champs électrique et magnétique ensemble) dans des cas spécifiques. Ainsi, on peut faire disparaître complètement un champ gravitationnel uniforme dans un ascenseur en chute libre, tandis que ceci n'est pas possible dans le cas du champ électromagnétique à cause des invariants  $[\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2]$  et  $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})$ , où  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  sont respectivement le champ électrique et l'induction magnétique.

---

<sup>2</sup>Albert Einstein, "Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen," *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, **4** (1907), 411-462 ; **5** (1908), 98-99.

<sup>3</sup>Anton Reiser, *Albert Einstein : A Biographical Portrait* (New York : Albert & Charles Boni, 1930), pp. 110-112.

<sup>4</sup>Einstein, "Relativitätsprinzip und Folgerungen" (1907), p. 429.

**Encadré 3. Principe d'équivalence (1907)**

1) Relativité du champ électromagnétique (voir Fig. 3.1) :

$$E'_x = E_x, E'_y = \frac{(E_y - B_z v)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, E'_z = \frac{(E_z + B_y v)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$B'_x = B_x, B'_y = \frac{(B_y + \frac{E_z v}{c^2})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, B'_z = \frac{(B_z - \frac{E_y v}{c^2})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

et inversement

$$E_x = E'_x, E_y = \frac{(E'_y + B'_z v)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, E_z = \frac{(E'_z - B'_y v)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$B_x = B'_x, B_y = \frac{(B'_y - \frac{E'_z v}{c^2})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, B_z = \frac{(B'_z + \frac{E'_y v}{c^2})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

invariants relativistes :

$$\frac{(\vec{E})^2}{c^2} - (\vec{B})^2, \frac{2(\vec{E}) \cdot (\vec{B})}{c}$$

2) Relativité du champ gravitationnel (voir Fig. 3.2)

⇒ annulation locale du champ gravitationnel dans un ascenseur en chute libre;

⇒ **Principe d'équivalence** entre un champ gravitationnel uniforme et un système uniformément accéléré;

⇒ hypothèse d'une équivalence totale (mécanique, électromagnétique, etc.).

Etude d'un système accéléré et application du principe d'équivalence :

⇒ masse inerte = masse gravitationnelle;

⇒ déviation des rayons lumineux dans un champ gravitationnel;

⇒ décalage spectral des raies dans un champ gravitationnel.

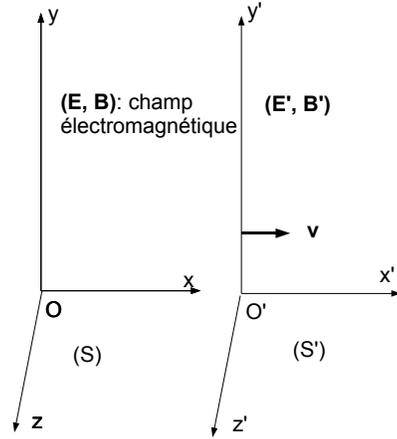


Fig. 3.1: Relativité du champ électromagnétique en relativité restreinte

D'après Carl Seelig, Einstein avait déjà réfléchi dans sa jeunesse à la situation d'un homme dans un ascenseur en chute libre.<sup>5</sup> Mach aussi avait déjà été intéressé par la question et dans sa *Mécanique* traita avec quelques détails de systèmes référentiels en chute libre : "Laissons tomber la table librement ; la pression qui s'exerçait sur elle cesse",<sup>6</sup> et plus loin,

Lorsque nous sautons ou que nous tombons d'une certaine hauteur, nous éprouvons une sensation particulière qui doit provenir de la cessation des pressions que les particules du corps (le sang, etc.) exercent par leur poids les unes sur les autres. Si nous étions brusquement transportés sur une autre planète plus petite nous éprouverions la sensation d'un sol se dérochant sous nos pieds. Transportés sur une planète plus grande, nous éprouverions une sensation d'ascension perpétuelle comme celle ressentie dans les tremblements de terre.<sup>7</sup>

Le dernier passage mentionne clairement l'analogie physique entre un champ gravitationnel constant et un référentiel accéléré. Mach décrivit également des

<sup>5</sup>Carl Seelig, *Albert Einstein : Leben und Werk eines Genies unserer Zeit* (Zürich : Europa Verlag, 1960) p. 118.

<sup>6</sup>Ernst Mach, *La Mécanique*, p. 199 ; *Science of Mechanics*, chap. 2, sec. 4, p. 251.

<sup>7</sup>Ibid., *La Mécanique*, p. 200 ; *Science of Mechanics*, p. 252.

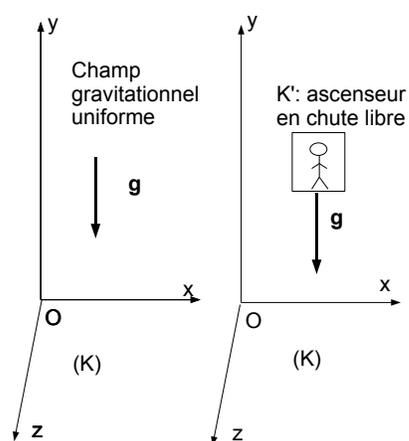


Fig. 3.2: Relativité du champ gravitationnel (le champ gravitationnel s'annule localement dans l'ascenseur en chute libre)

expériences illustrant la diminution de poids apparent d'un corps en chute libre.<sup>8</sup> Bien que ce fut la relativité des champs électrique et magnétique qui fut l'élément central dans l'idée d'Einstein de la relativité du champ gravitationnel, les exemples de Mach reflètent un intérêt assez général pour ces questions.

### De la relativité du champ gravitationnel au principe d'équivalence

Bien qu'Einstein ne fit pas mention d'un système de référence en chute libre dans ses premiers articles, la transition de l'idée de la relativité du champ gravitationnel au principe d'équivalence fut probablement la suivante. Comme Einstein souhaitait étendre le principe de relativité aux systèmes accélérés et qu'un système en chute libre se comporte comme un système inertiel pour les expériences mécaniques (si l'on admet une stricte égalité des accélérations de tous les corps en un point donné du champ gravitationnel), l'idée vint à Einstein de considérer un système en chute libre comme un système inertiel au repos pour des expériences de toute nature (mécanique, électrique, etc.). Si cela était vrai, alors le principe de relativité pouvait être étendu à un tel mouvement accéléré. L'idée d'Einstein toutefois, supposait qu'un champ d'accélération uniforme était exactement annulé par le champ de gravitation pour toute expérience arbitraire, ce qui signifiait que le champ d'accélération devait être physiquement équivalent à un champ gravitationnel uniforme. Ce fut précisément la formulation qu'Einstein donna au principe d'équivalence ; il devait utiliser cette formulation durant tout le développement de la théorie de la relativité générale. Einstein, initialement, n'utilisa pas le terme "principe d'équivalence," mais introduisit le principe comme une hypothèse qu'il appela en 1912, "l'hypothèse d'équivalence."<sup>9</sup>

La principale signification du principe d'équivalence pour Einstein était qu'il étendait le principe de relativité aux systèmes uniformément accélérés et offrait ainsi la perspective d'une relativité générale. Nous avons vu que pour un système, suffisamment petit, en chute libre ceci est effectivement le cas. Pour un champ d'accélération uniforme d'origine arbitraire, ceci est également vrai à cause de l'équivalence postulée avec un système inertiel contenant un champ de gravitation uniforme pour lequel le principe de relativité pouvait légitimement être supposé valide. Une autre raison très liée à l'intérêt d'Einstein pour le principe d'équivalence était qu'il éliminait le concept d'accélération absolue<sup>10</sup> en permettant de considérer un champ d'accélération uniforme comme un réel champ de gravitation créé par des masses lointaines.<sup>11</sup> En fait, de ce point de vue, le principe d'équivalence était simplement un cas particulier de l'hypothèse de Mach qui supposait que tout champ inertiel (i.e., champ d'accélération) était un champ physique créé par des interactions mutuelles. Tandis que Mach avait

<sup>8</sup>Ibid., *Science of Mechanics*, pp. 252-253.

<sup>9</sup>Albert Einstein, "Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes," *Annalen der Physik*, **38** (1912) 355-69, sur 355.

<sup>10</sup>Albert Einstein, "Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes," *Annalen der Physik*, **35** (1911), 898-908, sur 899 ; voir également Albert Einstein, "Autobiographical Notes," dans Paul Arthur Schlipp ed., *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, 3rd ed. (La Salle, IL : Open Court, 1969), **1**, p. 66.

<sup>11</sup>Einstein, "Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes," p. 356

laissé la question de la nature des interactions ouverte, Einstein, en admettant qu'un champ inertiel uniforme était identique avec un champ de gravitation, avait opté pour une solution restreinte et spécifique du problème.

Ce fut la confiance d'Einstein dans le principe d'équivalence, pour les raisons évoquées ci-dessus, qui le conduisit à croire dans la stricte égalité des accélérations de tous les corps en chute libre dans un champ gravitationnel (en un endroit donné), ceci à un moment où cette stricte égalité était devenue incertaine aussi bien d'un point de vue expérimental que d'un point de vue théorique. Cette égalité peut également être exprimée comme l'égalité des masses inerte et gravitationnelle. Que l'égalité d'accélération dans un champ de gravitation uniforme soit une conséquence nécessaire du principe d'équivalence découle immédiatement du fait que, par définition, tous les corps ont la même accélération dans un champ inertiel uniforme.

Bien que cette égalité d'accélération dans un champ de gravitation était connue pour être généralement vraie, les expériences de H. Landolt<sup>12</sup> et Adolf Heydweiller<sup>13</sup> au tournant du siècle semblaient jeter quelques doutes sur celle-ci. Heydweiller, par exemple, produisit des expériences chimiques dans des récipients scellés, et trouva une perte de masse suite à ces réactions dans certains cas. Ainsi le poids semblait dépendre de la composition chimique de la substance et, si l'on admettait que la masse inerte est constante, ceci impliquait que l'accélération gravitationnelle dépendait de la structure chimique du corps, en contradiction avec les expériences d'Isaac Newton,<sup>14</sup> de Friedrich Wilhelm Bessel<sup>15</sup> et Roland Eötvös.<sup>16</sup> Le défi principal à l'hypothèse de l'égalité de l'accélération devait toutefois venir du côté théorique avec le développement de la théorie de la relativité restreinte. La relativité restreinte avait montré que la masse inerte dépendait de la vitesse mais n'avait pas répondu à la question de savoir si la masse gravitationnelle augmentait également avec la vitesse et si oui si elle augmentait proportionnellement à la masse inerte. Toutes les expériences antérieures concernaient seulement des vitesses faibles et donc étaient sans réponse sur cette question. Max Planck, écrivant en juin 1907, penchait vers l'abandon de la proportionalité entre les masses inerte et gravitationnelle et vers l'idée que le rayonnement n'avait pas de masse gravitationnelle du tout.<sup>17</sup> En

<sup>12</sup>H. Landolt, "Untersuchungen über etwaige Änderungen des Gesamtgewichtes chemisch sich umsetzender Körper," *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, part 1 (1893), 301-334; en particulier p. 303; H. Landolt, "Miscellaneous," *Naturwissenschaftliche Rundschau*, **15** (1900), 66.

<sup>13</sup>Adolf Heydweiller, "Ueber Gewichtsänderungen bei chemischer und physikalischer Umsetzung," *Annalen der Physik*, **5** (1901), 394-420.

<sup>14</sup>Isaac Newton, *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, trans. Motte, revised by F. Cajori (Berkeley : University of California Press, 1962), **2**, 411-412, Book III, Proposition VI, Theorem VI; voir également : **1**, 303-304, Book II, Proposition XXIV, Theorem XIX.

<sup>15</sup>Friedrich Wilhelm Bessel, "Versuche über die Kraft, mit welcher die Erde Körper von verschiedener Beschaffenheit anzieht," *Annalen der Physik und Chemie*, **25** (1832), 401-417.

<sup>16</sup>Roland von Eötvös, "Über die Anziehung der Erde auf verschiedene Substanzen," *Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn*, **8** (Oct. 1889-Oct. 1890, pub. 1891), 65-68. Voir également, *ibid.*, pp. 448, 450.

<sup>17</sup>Max Planck, "Zur Dynamik bewegter Systeme," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, **29** (1907), 542-570, dans Max Planck, *Physikalische*

### 3.1. PREMIÈRES UTILISATIONS DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE (1907–1911)35

1908, Poincaré écrivait qu'il n'y avait pas moyen de trancher la question pour le moment.<sup>18</sup> Gustav Mie,<sup>19</sup> jusqu'en 1913 rejetait encore l'idée d'une égalité des masses inerte et gravitationnelle.

Les substances radioactives fournirent un nouveau moyen pour savoir si l'énergie avait un poids ou non. Comme une substance radioactive émet de l'énergie, la masse inerte devrait diminuer. Si l'énergie n'a pas de poids alors le poids de la substance devrait rester le même et en conséquence on devrait s'attendre à ce que le rapport masse inerte sur le poids change au cours du temps. Une telle expérience fut en fait réalisée en 1910 par L. Southern qui compara le rapport masse inerte sur poids pour l'oxyde d'uranium avec le rapport masse inerte sur poids de l'oxyde de plomb.<sup>20</sup> Il trouva que la différence relative était inférieure à 1/200000.

Avant cette expérience toutefois, les expériences de Landolt et Heydweiller ainsi que les nouvelles découvertes en électricité et en radioactivité avaient conduit la Faculté de philosophie de Göttingen de proposer le prix Benecke en 1909 pour "une investigation sur la proportionalité de l'inertie et du poids." Roland von Eötvös et le géophysicien Desider Pekár, tous les deux de l'Université de Budapest, ainsi que Eugen Fekete de Göttingen, entreprirent une série d'expériences qui, en particulier, infirmèrent les résultats de Landolt et Heydweiller et remportèrent le premier prix. Rien ne fut publié à l'époque car de nouvelles expériences promettaient une précision encore plus grande. Ce ne fut que lorsque la théorie d'Einstein de la relativité générale eut donné une signification nouvelle à de telles expériences que Pekár, en 1919, publia un récit des expériences de 1909<sup>21</sup> puisque celles-ci confirmaient le principe d'équivalence. Une version abrégée du rapport remis pour le prix fut publiée en 1922.<sup>22</sup>

Quand Einstein formula le principe d'équivalence en 1907, il n'était pas au courant des expériences d'Eötvös de 1890,<sup>23</sup> qu'il mentionna pour la première fois en 1913,<sup>24</sup> mais il savait bien sûr que la question de savoir si l'énergie a du poids ou non était une question ouverte. En fait, Einstein devait traiter cette question deux fois, en 1907 et en 1911. En 1907, Einstein était probablement au courant de l'inclination de Planck à considérer que l'énergie de rayonne-

---

*Abhandlungen und Vorträge* (Braunschweig : Friedr. Vieweg & Sohn, 1958), **2**, 179-180.

<sup>18</sup>Henri Poincaré, "La Dynamique de l'Electron," *Revue générale des Sciences pures et appliquées*, **19** (1908), 386-402 ; dans H. Poincaré, *Oeuvres* (Paris : Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>, 1954), **9**, 577.

<sup>19</sup>Albert Einstein, "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblem," *Physikalische Zeitschrift*, **14** (1913), 1249-1266, on 1266.

<sup>20</sup>L. Southern, "A Determination of the Ratio Mass to Weight for a Radioactive Substance," *Proc. Roy. Soc. London*, **84** (1910), 325-344.

<sup>21</sup>Desider Pekár, "Das Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität," *Die Naturwissenschaften*, **7** (1919), 327-331.

<sup>22</sup>R. V. Eötvös, D. Pekár, and E. Fekete, "Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität," *Annalen der Physik*, **68** (1922), 11-66.

<sup>23</sup>Albert Einstein, "Notes on the Origin of the General Theory of Relativity," dans Albert Einstein, *Ideas and Opinions* (1954 ; rpt. New York : Dell, 1976), p. 280.

<sup>24</sup>Albert Einstein et Marcel Grossmann, "Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation," *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, **62** (1913), 225.

ment était dénuée de poids puisqu'il mentionne l'article de Planck dans son propre article.<sup>25</sup> En dépit de l'incertitude concernant l'égalité des masses inerte et gravitationnelle, Einstein croyait dans une stricte égalité des deux masses car c'était une conséquence nécessaire du principe d'équivalence. En tant que telle, l'égalité des masses inerte et gravitationnelle devenait une précondition nécessaire mais pas suffisante à l'extension de la théorie de la relativité restreinte.<sup>26</sup> Dans quelques unes de ses descriptions ultérieures,<sup>27</sup> Einstein ne mentionna pas le rôle que joua l'idée de la relativité du champ gravitationnel dans le développement du principe d'équivalence et, en conséquence, insista davantage sur l'égalité des masses inerte et gravitationnelle, en dépit du fait que le principe d'équivalence ne découle pas logiquement de cette égalité. Dans ses jeunes années toutefois, Einstein considéra le principe d'équivalence comme étant plus fondamental : deux fois, en 1907 et en 1911, il dérivait l'égalité des masses inerte et gravitationnelle de celui-ci.

### 3.1.2 Extension du principe de relativité aux systèmes accélérés

A la fin de 1907 fut publié l'article d'Einstein "Le principe de relativité et les conséquences déduites de celui-ci".<sup>28</sup> L'article était essentiellement un article de synthèse traitant des conséquences du principe de relativité. Les quatre premières sections de l'article traitent respectivement de la cinématique, électrodynamique, la mécanique des points matériels (électrons), la mécanique et la thermodynamique des systèmes matériels. La cinquième et dernière section est intitulée : "Principe de relativité et gravitation." C'est dans cette section qu'Einstein énonça pour la première fois le principe d'équivalence, en essayant d'utiliser ce dernier pour étendre le principe de relativité aux systèmes uniformément accélérés. Il faut remarquer que bien que l'article traite d'effets gravitationnels à travers le principe d'équivalence, son objet n'est pas de trouver une extension relativiste de la loi gravitationnelle de Newton. En fait, ni cette dernière ni aucune autre relation de force gravitationnelle ou de champ gravitationnel n'est mentionnée.

Einstein commença par remarquer que jusqu'ici le principe de relativité n'a été utilisé que dans des systèmes non accélérés et pose la question : "Est-il concevable que le principe de relativité s'applique également à des systèmes accélérés les uns par rapport aux autres?"<sup>29</sup> Comme l'article était un article de synthèse, Einstein fut conscient que ce n'était pas l'endroit approprié pour traiter en détail cette question nouvelle de l'extension du principe de relativité ; néanmoins,

<sup>25</sup>Einstein, "Relativitätsprinzip und Folgerungen" (1907), p. 414.

<sup>26</sup>Ceci est confirmé par David Reichinstein, *Albert Einstein : sein Lebensbild und seine Weltanschauung*, 3<sup>e</sup> éd. (Prague : Selbstverlag des Verfassers, 1935), p. 230.

<sup>27</sup>Einstein : "Notes on the Origin of the General Theory," p. 280; Einstein, "Autobiographical Notes," p. 64.

<sup>28</sup>Einstein, "Relativitätsprinzip und Folgerungen" (1907).

<sup>29</sup>"Ist es denkbar, dass das Prinzip der Relativität auch für Systeme gilt, welche relativ zu einander beschleunigt sind?" *ibid.*, p. 454.

### 3.1. PREMIÈRES UTILISATIONS DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE (1907–1911)37

il voulait prendre position vis à vis de celle-ci car il sentait que quiconque développait les conséquences du principe de relativité poserait nécessairement cette question. Einstein ensuite considéra le cas le plus simple de système accéléré : un système uniformément accéléré. Einstein remarqua qu'étant donné que tous les corps ont la même accélération dans un tel système, la situation est par conséquent physiquement équivalente à un système galiléen avec un champ gravitationnel uniforme. Observant que cette équivalence était généralement vraie en mécanique (pour des vitesses faibles) et ne voyant pas d'évidence à une restriction à la mécanique, Einstein postula une équivalence physique complète - mécanique, électromagnétique, etc. - entre un système uniformément accéléré et un système galiléen possédant un champ de gravitation uniforme, ajoutant que "cette hypothèse étend le principe de relativité au cas d'un système ayant un mouvement rectiligne uniformément accéléré."<sup>30</sup> Einstein remarqua également que la valeur heuristique de ce postulat résidait dans la possibilité de remplacer un champ gravitationnel uniforme par un système uniformément accéléré qui peut être traité théoriquement dans une certaine mesure.

#### Espace et temps dans un système uniformément accéléré

L'étape suivante d'Einstein fut d'analyser les concepts d'espace et de temps dans un système uniformément accéléré. Einstein ne définit pas soigneusement le concept d'accélération uniforme. Dans la théorie de la relativité restreinte, l'accélération dépend de la vitesse et par conséquent l'accélération mesurée dans un système accéléré n'est pas la même que l'accélération mesurée par rapport à un système galiléen fixe. Ainsi, la signification du terme "accélération uniforme" doit être précisée, ce que ne fit pas Einstein. Einstein rectifia cette imprécision plus tard<sup>31</sup> en remarquant que dans son article de 1907 le terme "accélération uniforme" doit être pris dans le sens d'une accélération constante par rapport à un système galiléen momentanément au repos par rapport au système accéléré.<sup>32</sup> En dépit de l'imprécision du concept d'accélération uniforme, l'article d'Einstein réussit néanmoins à être cohérent à cause de l'ordre d'approximation choisi.

L'analyse d'Einstein des concepts d'espace et de temps dans un système uniformément accéléré commença par la question de savoir si oui ou non l'accélération influence la forme des corps. La question était d'importance car l'accélération pourrait en conséquence affecter les longueurs des règles de mesure ou le rythme des horloges. D'après la symétrie du problème, Einstein raisonna qu'une telle influence, si elle existait, ne pouvait être qu'une dilatation constante dans la direction de l'accélération (et les directions perpendiculaires à celle-ci) et supposa que cette dilatation était une fonction paire de l'accélération. Dans ce cas, l'hypothétique dilatation peut être négligée si le second et autres ordres

---

<sup>30</sup>"Diese Annahme erweitert das Prinzip der Relativität auf den Fall der gleichförmig beschleunigten Translationsbewegung des Bezugssystem," *ibid.*, p. 454.

<sup>31</sup>Albert Einstein, "Berichtigungen," *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, 5 (1908), 99.

<sup>32</sup>Ce type d'accélération fut appelé plus tard accélération uniforme dans le sens de Max Born.

plus élevés de l'accélération sont négligeables. Ayant adopté cette approximation pour le reste de l'article, Einstein négligea toute influence spécifique de l'accélération sur la forme des règles ou sur le rythme des horloges. Cette approximation avait la conséquence importante qu'un système uniformément accéléré pouvait être considéré comme physiquement équivalent à un système galiléen instantané momentanément au repos par rapport au système accéléré.

Le référentiel instantané galiléen permit à Einstein d'introduire ce qu'il appela le "temps" du système uniformément accéléré. Comme ce dernier système, à chaque instant, est équivalent au système galiléen instantané, une synchronisation et donc un temps peut être défini à travers tout le système accéléré à chaque instant. En accord avec l'usage moderne, nous appellerons ce temps le temps du système de coordonnées. Einstein définit le temps du système de coordonnées comme le temps donné par l'horloge située à l'origine du système accéléré qui est synchrone (selon la définition ci-dessus) avec l'événement. À côté du temps du système de coordonnées, Einstein introduisit également ce qu'il appela le "temps local" du système accéléré, qui est simplement donné par les horloges locales. Nous appellerons ce temps le temps propre. Einstein remarqua que les temps propres de deux événements en des points séparés pourraient être les mêmes sans que les événements soient synchrones selon la définition ci-dessus. Ainsi, par exemple, si les horloges locales du système accéléré  $\Sigma$  sont synchrones par rapport à un référentiel galiléen fixe  $S$  momentanément au repos par rapport à  $\Sigma$ , ces horloges resteront synchrones par rapport à  $S$  car ayant des mouvements identiques. Les horloges locales, toutefois, ne resteront pas synchronisées par rapport au référentiel galiléen instantané  $S'$  coïncidant avec  $\Sigma$  à des instants ultérieurs, à cause de la relativité de la simultanéité en relativité restreinte. Ainsi pour des temps propres identiques en des endroits différents, les temps du système de coordonnées seront en général différents et réciproquement. Le temps du système de coordonnées doit être utilisé chaque fois qu'une synchronisation entre des événements se produisant en des endroits différents intervient ; le temps propre est adéquat quand des événements locaux sont examinés.

En ce qui concerne la relation entre le temps propre et le temps du système de coordonnées, Einstein l'établit comme suit. Considérons les systèmes  $\Sigma(\xi, \tau, \sigma)$ ,  $S(x, t)$ ,  $S'(x', t')$ , où  $\tau$  est le temps du système de coordonnées et  $\sigma$  le temps propre, et supposons que les horloges locales soient synchrones par rapport à  $S$  comme indiqué ci-dessus (voir Fig. 3.3). Si deux événements sont synchrones par rapport à  $S'$  (et donc par rapport à  $\Sigma$ ) alors

$$t_1 - \frac{v}{c^2}x_1 = t_2 - \frac{v}{c^2}x_2.$$

En négligeant tous les termes en  $\tau^2$  et  $v^2$  on obtient par ailleurs :

$$x_2 - x_1 = x'_2 - x'_1 = \xi_2 - \xi_1,$$

$$t_1 = \sigma_1 = \tau,$$

$$t_2 = \sigma_2,$$

3.1. PREMIÈRES UTILISATIONS DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE (1907–1911)39

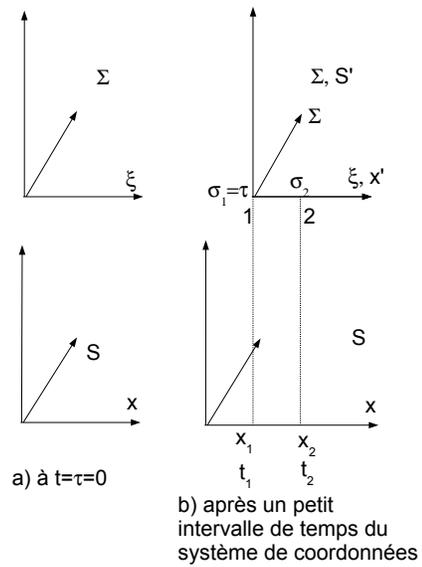


Fig. 3.3: Relation entre le temps propre et le temps du système de coordonnées ; l'accélération est le long de l'axe  $Ox$ .

et

$$v = \gamma t_1 = \gamma \tau,$$

où  $\gamma$  est l'accélération. D'où

$$\sigma_2 - \sigma_1 = \frac{\gamma \tau}{c^2} (\xi_2 - \xi_1);$$

en remplaçant  $\sigma_2$  et  $\xi_2 - \xi_1$  par  $\sigma$  et  $\xi$  respectivement, Einstein finalement obtint la relation

$$\sigma = \tau \left( 1 + \frac{\gamma \xi}{c^2} \right),$$

qui est valable pour de petits  $\tau$  et  $\xi$ .

À l'origine des coordonnées spatiales du système uniformément accéléré ( $\xi = 0$ ), le temps propre correspond au temps du système de coordonnées, alors que pour un point  $P$  ( $\xi \neq 0$ ) le temps propre  $\sigma$  est supérieur au temps du système de coordonnées. Par conséquent, si deux horloges locales, placées respectivement à l'origine et au point  $P$ , sont comparées en n'importe quel point du système accéléré à un temps du système de coordonnées donné, l'horloge au point  $P$  apparaîtra aller plus vite qu'une horloge située à l'origine. En appliquant le principe d'équivalence, ceci devient vrai dans un champ de gravitation uniforme. Dans ce cas, la formule ci-dessus peut être réécrite sous la forme

$$\sigma = \tau \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right),$$

où  $\Phi = \gamma \varepsilon$  correspond au potentiel gravitationnel. Plus le potentiel gravitationnel est grand, plus rapide est l'horloge locale et plus généralement, le phénomène local. Comme le potentiel gravitationnel à la surface du Soleil est plus faible qu'à la surface de la Terre, et en admettant que la formule ci-dessus reste valable dans un champ de gravitation non uniforme, il s'ensuit que les horloges locales sur le Soleil devraient fonctionner plus lentement que les mêmes horloges sur Terre. Einstein conclut que la longueur d'onde d'un spectre d'absorption ou d'émission dans le spectre solaire devrait être environ  $(1 + 2.10^{-6})$  fois plus grande que la longueur d'onde de la lumière émise par les mêmes atomes sur Terre, mais apparemment il ne connaissait pas d'expérience susceptible de confirmer sa prédiction.

### Effets électromagnétiques dans un champ gravitationnel uniforme

Einstein finalement examina l'influence de la gravitation sur les processus électromagnétiques. Son idée était d'obtenir deux systèmes modifiés des équations de Maxwell pour le système uniformément accéléré, l'un utilisant le temps propre, l'autre le temps du système de coordonnées et ensuite d'en examiner les conséquences gravitationnelles via le principe d'équivalence. Les résultats principaux d'Einstein furent que la vitesse de la lumière dans un champ de gravitation uniforme est égale à  $c \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right)$  si le temps du système de coordonnées est utilisé et qu'une énergie  $E$  a une masse gravitationnelle  $E/c^2$ , égale à sa masse inerte.

Du premier résultat, Einstein conclut que les rayons lumineux se propageant dans une autre direction que l'axe  $\xi$  doivent subir une déviation dans un champ gravitationnel. Il trouva toutefois que l'effet était si petit sur Terre qu'il n'avait pas d'espoir de pouvoir le vérifier. (A cette date, Einstein n'avait pas encore l'idée d'utiliser une éclipse solaire pour tester la déviation.) En ce qui concerne le deuxième résultat, il est intéressant de noter qu'Einstein déduisit la gravité de l'énergie du principe d'équivalence. Ceci montre qu'Einstein considérait le principe d'équivalence plus fondamental qu'une vérification expérimentale de l'égalité des masses inerte et gravitationnelle dont il aurait pu avoir connaissance. La raison de la confiance d'Einstein dans le principe d'équivalence était qu'il voyait dans ce principe un moyen d'étendre la relativité restreinte, comme nous l'avons vu précédemment.

Les dérivations d'Einstein de la vitesse de la lumière et de la masse gravitationnelle de l'énergie étaient en fait superflues. L'égalité des masses inerte et gravitationnelle découle directement, sans démarche supplémentaire, de l'identité ontologique postulée d'un champ d'accélération uniforme avec un champ de gravitation uniforme. La vitesse de la lumière variable est, par ailleurs, une conséquence directe de la définition du temps du système de coordonnées. Tant que le temps propre est utilisé, la vitesse de la lumière est partout égale à  $c$  dans le système accéléré. Si le temps du système de coordonnées  $\tau = \sigma \left(1 - \frac{\Phi}{c^2}\right)$  est utilisé, alors la vitesse de la lumière est égale à

$$c' = \frac{L}{\tau} = \frac{L}{\sigma \left(1 - \frac{\Phi}{c^2}\right)} = c \left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right)$$

(où  $L$  est une longueur) et varie donc avec la position. Einstein devait prendre conscience de ces dérivations améliorées en 1911, comme nous le verrons.

Le premier essai d'Einstein de généraliser la théorie de la relativité restreinte ne fut pas très concluant et souleva plus de questions qu'il ne donna de réponses. Einstein apparemment n'avait pas d'espoir immédiat de vérifier le principe d'équivalence. Par ailleurs, la théorie des systèmes accélérés devait s'avérer être plutôt subtile et difficile. Même dans le cas simple du mouvement accéléré uniforme et une approximation du premier ordre, il fallait introduire un nouveau concept de temps, i.e. le temps du système de coordonnées, qui n'était pas directement donné par la lecture d'horloges. Ainsi, le temps global du système de coordonnées devenait une construction conceptuelle sans signification physique immédiate. Plus tard, Einstein réalisa que la situation était même pire et que même le concept de coordonnées spatiales n'avait plus de signification immédiate. Cela demanda à Einstein de nombreuses années avant qu'il put clarifier la situation. Aussi, il n'est pas surprenant qu'Einstein se tourna en 1908 vers un but plus immédiat : l'intégration de la gravitation dans la théorie de la relativité restreinte. Einstein, toutefois, devint rapidement convaincu qu'une telle tentative était sans espoir car elle semblait conduire à une remise en cause de la stricte égalité entre les masses inertielle et gravitationnelle, et donc à une contradiction avec le principe d'équivalence ; il ne publia rien à l'époque. En fait, Einstein probablement réalisa déjà, à ce moment, qu'étant donné que le principe d'équivalence prédit une vitesse de la lumière variable, il aurait à choisir

tôt ou tard entre la théorie de la relativité restreinte et une théorie plus générale intégrant le principe d'équivalence. Einstein devait opter pour le second choix, ce qui explique sa renonciation plutôt rapide à sa tentative de développer une théorie relativiste de la gravitation dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte. Nous analyserons la brève tentative d'Einstein ainsi que les tentatives d'autres personnes pour intégrer la gravitation dans la théorie de la relativité restreinte dans la deuxième partie de ce chapitre.

### 3.1.3 Pleine confiance dans le principe d'équivalence et dans une relativité générale (1911)

Lorsqu'Einstein écrivit l'article de synthèse de 1907, il était encore employé au bureau des brevets à Berne et devait y rester encore deux années. Durant cette même année 1907, Einstein fit une demande de poste comme Privatdozent à l'Université de Berne où une chaire de physique théorique avait été créée en 1906. Einstein envoya son article révolutionnaire de 1905 sur la théorie restreinte, mais celui-ci fut rejeté comme étant insatisfaisant.<sup>33</sup> Une autre tentative, l'année suivante, fut couronnée de succès et Einstein commença à enseigner à la rentrée de 1908. Comme les cours d'Einstein n'étaient pas très brillants à l'époque, la perspective d'un poste de professeur était plutôt mince.<sup>34</sup> La situation devait toutefois changer radicalement en 1909, quand les contributions scientifiques d'Einstein commencèrent à recevoir une notoriété publique. Au cours de cette année, Einstein reçut un doctorat honorifique de l'Université de Genève en juillet,<sup>35</sup> fut invité à la conférence des Naturforscher à Salzburg en septembre,<sup>36</sup> et devint un professeur associé en physique théorique à l'Université de Zürich en octobre.<sup>37</sup> A partir de ce moment, les universités devaient rivaliser d'efforts pour inclure Einstein dans leur corps enseignant. Einstein enseigna seulement trois semestres à l'Université de Zürich puis, autour de Pâques 1911, fut nommé à l'Université de Prague, où il devint professeur en physique théorique. Cette université était celle où Mach avait été actif durant 28 ans (1867 – 1895).<sup>38</sup>

La nomination d'Einstein à Prague fut étroitement associée à l'influence philosophique de Mach. La personne décisive dans la procédure de nomination, le physicien Anton Lampa, un ancien étudiant de Mach et un ardent supporter de la philosophie positiviste de Mach, proposa la nomination d'Einstein en partie parce qu'il pensait que l'enseignement d'Einstein incorporerait la ligne de pensée de Mach.<sup>39</sup> Mach, qui était à la retraite à Vienne à l'époque, avait été en correspondance avec Einstein depuis 1909. Quatre lettres (toutes d'Einstein à Mach) sont connues. Dans la première lettre, datée d'août 1909, Einstein écrivit :

<sup>33</sup>Seelig, Albert Einstein (1960), p. 150.

<sup>34</sup>Ibid., pp. 154-55.

<sup>35</sup>Ibid., 157-60.

<sup>36</sup>Ibid., p. 145.

<sup>37</sup>Ibid., pp. 162-68.

<sup>38</sup>Erwin Hiebert, "E. Mach," *Dictionary of Scientific Biography*, 8 (1973), p. 596.

<sup>39</sup>Philippe Frank, *Einstein : His Life and Times*, rev. ed. (New York : Alfred A. Knopf, 1953), p. 78.

### 3.1. PREMIÈRES UTILISATIONS DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE (1907–1911)43

Je vous remercie beaucoup pour la conférence sur la conservation de l'énergie que vous m'avez envoyée et que j'ai déjà lue avec soin. Par ailleurs je connais très bien, bien sûr, vos oeuvres majeures, et parmi celles-ci c'est la Mécanique que j'admire le plus. Vous avez eu une telle influence sur les conceptions épistémologiques de la jeune génération de physiciens que même vos opposants actuels tels que Mr Planck, l'un des physiciens, auraient certainement été appelés "Machiens", selon le point de vue général qu'ils avaient il y a quelques décennies.

Comme je ne vois pas comment vous remercier, je vous envoie quelques uns de mes articles. En particulier, je vous prie de bien vouloir regarder brièvement celui sur le mouvement Brownien, car il y a là un mouvement que l'on croit devoir interpréter comme une "agitation thermique".<sup>40</sup>

De la lettre il apparaît que Mach était intéressé par la théorie de la relativité restreinte et avait envoyé l'une de ses publications à Einstein, à un moment où celui-ci était encore Privatdozent à Berne. Dans la seconde communication (carte postale datée du 17 août 1909), Einstein écrivit :

Votre aimable lettre m'a énormément fait plaisir. Ce que vous m'avez communiqué sur vous personnellement m'était déjà connu ainsi qu'à tous les amis de la science. J'admire votre grande énergie.

... Je suis très content que la théorie de la relativité restreinte vous fasse plaisir. Malheureusement, je n'ai plus de tirés à part de l'article de synthèse que j'ai publié dans le *Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik*.

Vous remerciant encore pour votre aimable lettre, je reste votre respectueux élève. A.E.<sup>41</sup>

---

40

"Ich danke Ihnen bestens für den mir übersandten Vortrag über das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit, den ich bereits mit Sorgfalt durchgelesen habe. Im übrigen kenne ich natürlich Ihre Hauptwerke recht gut, von denen ich dasjenige über die Mechanik am meisten bewundere. Sie haben auf die erkenntnistheoretischen Auffassungen der jüngeren Physiker-Generation einen solchen Einfluss gehabt, dass sogar Ihre heutigen Gegner, wie z. B. Herr Planck, von einem der Physiker, wie sie vor einigen Jahrzehnten im Ganzen waren, ohne Zweifel für 'Machianer' erklärt würden.

Weil ich nicht weiss, wie ich mich Ihnen sonst dankbar zeigen soll, schicke ich Ihnen einige meiner Abhandlungen. Besonders möchte ich Sie bitten, sich das über die Brown'sche Bewegung kurz anzusehen, weil hier eine Bewegung vorliegt, die man als 'Wärmebewegung' deuten zu müssen glaubt," Friedrich Herneck, "Die Beziehungen zwischen Einstein und Mach, dokumentarisch dargestellt," *Wissenschaftliche Zeitschrift der Friedrich Schiller Universität Jena*, **15** (1966), p. 6.

41

"Ihr freundlicher Brief hat mich ungemein gefreut und nicht minder die Abhandlung. Was Sie mir Persönliches von sich mitteilen, war mir schon alles bekannt, wie allen Freunden der Wissenschaft. Ich bewundere Ihre grosse Energie.

La lettre exprime l'admiration d'Einstein pour Mach et révèle également que Mach, à cette période, voyait avec plaisir la théorie de la relativité restreinte. Philippe Frank, qui visita Mach en 1910, avait eu l'impression que Mach était en complet accord avec cette théorie.<sup>42</sup> Il est probable que l'attitude initialement amicale de Mach à l'égard de la théorie de la relativité restreinte influença la décision de Lampa de proposer la nomination d'Einstein.

Le transfert à Prague signifiait une meilleure situation financière pour Einstein dont le salaire à Zürich n'avait pas été très supérieur à celui de l'Office des brevets. Cela signifiait également de meilleures conditions de travail, car Einstein avait maintenant accès à une excellente bibliothèque. Ce fut à Prague, en juin 1911, qu'Einstein termina l'article "Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes" [Sur l'influence de la gravitation sur la propagation de la lumière].<sup>43</sup> Dans l'introduction de l'article, Einstein déclara qu'il revenait sur le sujet de l'influence de la gravitation sur la propagation de la lumière parce que son analyse de 1907 ne le satisfaisait plus et particulièrement parce qu'il réalisait maintenant que sa prédiction de la déviation de la lumière dans un champ gravitationnel pouvait être testée expérimentalement durant une éclipse solaire. Tandis qu'en 1907 Einstein n'avait pas d'espoir de tester le principe d'équivalence, l'idée de l'éclipse solaire ramena ce principe dans le domaine de la confirmation expérimentale. Ce fut probablement le test de l'éclipse qui donna à Einstein la pleine conviction dans la validité du principe d'équivalence et de la nécessité d'une théorie de la relativité générale. Ainsi, dans une lettre à Carl Seelig, Einstein écrivit que la pleine conviction sur ces sujets vint avec l'article de 1911 sur la déviation de la lumière.

En ce qui concerne la théorie de la relativité générale, il est encore moins possible de parler d'une date de naissance. La première idée décisive vint en 1911 (principe d'équivalence). Le titre de la publication correspondante est "Sur l'influence de la gravitation sur la propagation de la lumière," ("Annalen der Physik," 1911). A partir de ce moment là, la conviction de la théorie de la relativité générale fut présente.<sup>44</sup>

---

Es scheint, dass ich Ihnen die Abhandlungen zu senden vergessen habe. Aber sie gehen nun zusammen mit der Karte ab. Es freut mich sehr, dass Sie Vergnügen an der Relativitätstheorie haben. Leider habe ich keine Exemplare mehr von der zusammenfassenden Arbeit, die ich im Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik darüber publiziert habe.

Indem ich Ihnen nochmals herzlich danke für Ihren freundlichen Brief verbleibe ich Ihr verehrender Schüler. A.E." *ibid.*, p.7

<sup>42</sup>Ibid.

<sup>43</sup>Albert Einstein, "Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes," *Annalen der Physik*, **35** (1911), 898-908.

<sup>44</sup>"Bei der Allgemeinen Relativitätstheorie kann man erst recht nicht von einem Geburtstag sprechen. Die erste entscheidende Idee kam in 1911 (Äquivalenzprinzip). Der Titel der betreffenden Publication ist 'Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes' ('Annalen der Physik,' 1911). Von da an war die Überzeugung der Allgemeinen Relativitätstheorie vorhanden," Seelig, *Einstein* (1960), p. 114.

### 3.1. PREMIÈRES UTILISATIONS DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE (1907–1911)<sup>45</sup>

Bien qu'Einstein fut pleinement convaincu de la validité du principe d'équivalence en 1911, il fut conscient que ses collègues ne partageraient probablement pas sa conviction immédiatement. Dans la première section de l'article, Einstein essaya de justifier le principe d'équivalence le mieux qu'il put mais fut conscient de la difficulté de la tâche. L'un des arguments qu'Einstein donna en faveur du principe d'équivalence était que ce dernier donnait une "interprétation très satisfaisante"<sup>45</sup> de l'égalité expérimentale de l'accélération des corps en chute libre dans un champ de gravitation uniforme. Einstein ne mentionna aucune expérience précise mais considéra que l'égalité ci-dessus était bien établie. Einstein admit, toutefois, que l'égalité d'accélération des corps en chute libre ne peut justifier, au plus, qu'un principe d'équivalence mécanique, tandis que le pouvoir heuristique du principe d'équivalence reposait précisément dans l'équivalence totale. Un autre argument présenté par Einstein était que le principe d'équivalence éliminait le concept d'accélération absolue, car il permettait de considérer un champ d'accélération uniforme comme un champ de gravitation uniforme. Ainsi il écrivit :

Avec cette conception [d'une exacte équivalence physique] on ne peut pas parler de *l'accélération absolue* du système de référence pas plus que l'on ne peut parler de la *vitesse absolue* d'un système dans la théorie de la relativité habituelle.<sup>46</sup>

Einstein ajouta dans une note de bas de page qu'il est bien sûr impossible de transformer un champ de gravitation arbitraire via un seul état de mouvement du référentiel, comme il est impossible de transformer à l'état de repos tous les points d'un milieu en mouvement quelconque à l'aide d'une transformation de Lorentz dans la relativité restreinte.

Comme autre argument en faveur du principe d'équivalence Einstein, dans la deuxième section de l'article, déduit la masse gravitationnelle de l'énergie de considérations relativistes et du principe d'équivalence. Ici encore, comme dans la dérivation de 1907, on peut s'interroger sur l'utilité de l'argument étant donné que, comme Einstein l'indiqua lui-même, le principe d'équivalence conduit immédiatement à une masse pesante de l'énergie : si l'énergie a une masse inertielle donnée dans un système uniformément accéléré, alors elle a automatiquement la même masse pesante dans un champ de gravitation uniforme. Concernant la question de savoir pourquoi après tout, l'énergie devrait avoir une masse gravitationnelle, Einstein remarqua que si la masse gravitationnelle d'un corps était indépendante de son contenu d'énergie, l'accélération d'un corps dans le même champ de gravitation devrait être différente pour des contenus d'énergie différents. Par ailleurs, la masse gravitationnelle serait toujours conservée dans

---

<sup>45</sup>Einstein, "Einfluss der Schwerkraft," p. 899.

<sup>46</sup>

"Mann kann bei dieser Auffassung ebensowenig von der *absoluten Beschleunigung* des Bezugssystems sprechen, wie man nach der gewöhnlichen Relativitätstheorie von der *absoluten Geschwindigkeit* eines Systems reden kann," *ibid.*, p. 899. Accentué dans l'original.

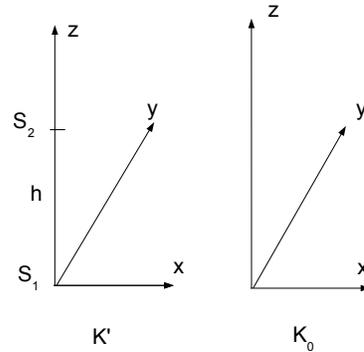


Fig. 3.4: Système uniformément accéléré  $K'$  (l'accélération est le long de l'axe  $Oz$ )

un sens prérelativiste au lieu de satisfaire un principe de conservation d'énergie plus large comme dans le cas de la masse inertielle. Une telle asymétrie semblait hautement improbable à Einstein.<sup>47</sup> Ceci, ainsi que son intérêt pour le principe d'équivalence, probablement explique pourquoi Einstein admit une stricte égalité des masses inertielle et gravitationnelle, qu'il présenta ensuite comme support pour le principe d'équivalence.

Dans la troisième section de l'article de 1911, Einstein donna une dérivation simplifiée de la vitesse de la lumière dans un champ de gravitation uniforme. Tandis qu'en 1907 Einstein avait obtenu la vitesse de la lumière à partir d'équations de Maxwell modifiées, il devait maintenant déduire celle-ci directement de la relation entre le temps du système de coordonnées et le temps local. Considérons un système uniformément accéléré  $K'$ , avec l'accélération  $\gamma$  le long de l'axe  $z$ , et un système galiléen  $K_0$  (voir Fig. 3.4).

À l'instant initial, le système  $K'$  est supposé être au repos par rapport à  $K_0$ ; par ailleurs, les instruments de mesure situés aux points  $S_1$  et  $S_2$  de  $K'$  sont supposés être petits par rapport à la distance  $h$  entre ces deux points. Si, à l'origine des temps,  $S_2$  envoie une radiation de fréquence  $\nu_2$  (mesurée localement au point  $S_2$ ) dans la direction de  $S_1$ ,  $S_1$  recevra en première approximation une

<sup>47</sup>Ibid., p. 901.

### 3.1. PREMIÈRES UTILISATIONS DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE (1907–1911)47

radiation de fréquence

$$\nu_1 = \nu_2 \left( 1 + \frac{\gamma h}{c^2} \right)$$

(mesurée localement) à cause de l'effet Doppler résultant de la vitesse  $\gamma \frac{h}{c}$  (par rapport à  $K_0$ ) acquise par  $S_1$  durant le temps de propagation de la radiation. En appliquant le principe d'équivalence, il en est de même dans un champ de gravitation uniforme et la relation ci-dessus devient

$$\nu_1 = \nu_2 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right),$$

où  $\Phi$  est le potentiel de gravitation de  $S_2$  relativement à  $S_1$ . Si  $S_2$  est un point du Soleil, il s'ensuit qu'un décalage vers le rouge doit être observé sur Terre (car  $\Phi < 0$ ). Einstein mentionna qu'un tel décalage vers le rouge a en effet été observé par L. E. Jewell,<sup>48</sup> et en particulier par Ch. Fabry et H. Boisson,<sup>49</sup> mais ajouta que ces auteurs avaient attribué ce décalage à un effet de pression.

Du résultat que le nombre d'oscillations émises et reçues par unité de temps propre est différent, Einstein conclua qu'un nouveau temps (i.e., le temps du système de coordonnées), défini de sorte que le nombre d'oscillations entre  $S_2$  et  $S_1$  soit indépendant de la valeur du temps, devait être introduit dans le référentiel. Autrement, les lois de la physique ne seraient pas invariantes par rapport à une translation de temps. Spécifiquement, Einstein indiqua que l'horloge au point  $S_2$  devait être modifiée de sorte à fonctionner  $(1 + \frac{\Phi}{c^2})$  fois plus lentement que l'horloge au point  $S_1$ , quand les deux horloges sont comparées au même endroit. Dans ce cas la fréquence émise en  $S_2$  et mesurée là-bas devient égale à  $\nu_2 (1 + \frac{\Phi}{c^2})$  et est donc égale à la fréquence reçue en  $S_1$ . De même, la vitesse de la lumière en  $S_2$  devient maintenant

$$c = c_0 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right)$$

où  $c_0$  est la vitesse de la lumière en  $S_1$  (Einstein, admit ici encore que la vitesse de la lumière, mesurée localement par l'horloge propre, a la même valeur partout dans le référentiel). Il faut remarquer que dans toutes les considérations ci-dessus, Einstein comme il le fit en 1907, supposa que l'accélération ou le champ gravitationnel sont sans effet intrinsèque sur les horloges ou les règles, i.e., il considéra les règles comme étant rigides et les horloges parfaites.

De la variation de la vitesse de la lumière dans le *vide* avec le potentiel de gravitation il s'ensuit que, comme dans le cas d'un milieu avec un indice de

<sup>48</sup>L. E. Jewell, "The coincidence of solar and metallic lines, a study of the appearance of lines in the spectra of the electric arc and the sun," *The Astrophysical Journal*, **3** (1896), 90-113; résumé de E. Bouty, même titre, *Journal de physique Théorique et Appliquée*, **6** (1897), 84. L. E. Jewell, J. F. Mohler, and W. J. Humphreys, "Note on the pressure of the reversing layer of the solar atmosphere," *The Astrophysical Journal*, **3** (1896), 138; résumé de E. Bouty, même titre, *Journal de Physique Théorique et Appliquée*, **6** (1897), 84-85.

<sup>49</sup>Ch. Fabry et H. Boisson, "Comparaison des raies du spectre de l'arc électrique et du Soleil. Pression de la couche renversante de l'atmosphère solaire." *Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences* (Paris), **148** (1909), 688-690.

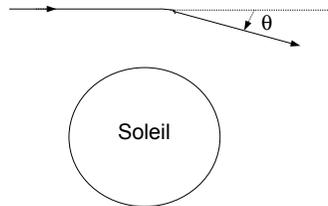


Fig. 3.5: Déviation de rayons lumineux près du Soleil.

réfraction variable dans lequel les rayons lumineux sont déviés vers les régions de plus fort indice de réfraction, les rayons lumineux dans un champ de gravitation sont déviés vers les régions de plus faible potentiel gravitationnel. En utilisant le principe d'Huygens, Einstein trouva que les rayons lumineux tangents au Soleil devraient être déviés d'un angle  $\theta = 0,83''$  (secondes d'arc) et il proposa d'utiliser les étoiles comme sources lumineuses durant une éclipse totale du Soleil (voir Fig. 3.5).

Il est intéressant de noter que J. Soldner en 1801, en considérant la lumière comme étant composée de particules soumises aux lois de Newton trouva une déviation de  $0,84''$  secondes d'arc près du Soleil.<sup>50</sup> Einstein demanda aux astronomes de s'intéresser à la question de la déviation des rayons lumineux dans un champ gravitationnel, "même si les considérations ci-dessus apparaissent insuffisamment fondées ou même aventureuses"<sup>51</sup>, car, indépendamment de toute

<sup>50</sup>J. Soldner, "Über die Ablenkung eines Lichtstrahls von seiner geradlinigen Bewegung durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem er nahe vorbeigeht," *Berliner Astronomisches Jahrb.*, **1804**, p. 161 ; réimpression en partie avec des commentaires de P. Lenard, même titre, *Annalen der Physik*, **65** (1921), 593-604.

<sup>51</sup>"auch wenn die im vorigen gegebenen Überlegungen ungenügend fundiert oder gar abenteuerlich erscheinen sollten," Einstein, "Einfluss der Schwerkraft" (1911), p. 908 ; cette citation a curieusement été omise dans la traduction anglaise dans A. Einstein, H. A. Lorentz et al., *The Principle of Relativity*, W. Perrett and G. B. Jeffery trans. (1923 ; rpt. New York : Dover, 1952), p. 108.

### 3.1. PREMIÈRES UTILISATIONS DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE (1907–1911)49

théorie, la vérification en question avait son intérêt intrinsèque propre d'après lui. Einstein avait pleinement conscience que sa théorie, en particulier le principe d'équivalence, pouvait apparaître comme plutôt spéculative à ses contemporains.

La première personne qui devint activement impliquée dans la vérification expérimentale des effets déduits du principe d'équivalence fut Erwin Finlay Freundlich.<sup>52</sup> Freundlich avait étudié les mathématiques, la physique et l'astronomie à l'Université de Göttingen et avait en 1910 obtenu un doctorat en mathématiques de cette université sous la direction de Felix Klein.<sup>53</sup> Le 1 juillet 1910, il fut nommé assistant à l'Observatoire Royal à Berlin. Freundlich était entré en contact avec Einstein via Leo Wenzel Pollak, Préparateur à l'Université allemande de Prague, durant la visite que fit ce dernier à l'Observatoire de Berlin en août 1911.<sup>54</sup> Einstein, peu de temps après, demanda à Pollak de transmettre à Freundlich les épreuves de son article "Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes" [Sur l'influence de la gravitation sur la propagation de la lumière]<sup>55</sup> qui fut publié le 1 septembre 1911 et demanda à Freundlich de vérifier la déviation de rayons lumineux dans un champ gravitationnel.<sup>56</sup> Freundlich écrivit ensuite à des Observatoires dans le monde entier, leur demandant d'envoyer des plaques photographiques d'éclipses totales du Soleil. C. D. Perrine de Cordoba (Argentine) même promit de prendre des photographies spéciales durant l'éclipse solaire d'octobre 1912, mais en fut empêché à cause de mauvaises conditions météorologiques.<sup>57</sup> Avec les plaques photographiques qu'il reçut, Freundlich ne put toutefois vérifier la déviation des rayons lumineux à cause d'une mise au point insuffisante des images des étoiles et également parce que le Soleil n'était pas centré sur les plaques, rendant impossible, en particulier, la mise en évidence de la déviation double pour des étoiles situées de chaque côté du Soleil. En 1913, dans un court article décrivant l'effet de déviation de la lumière, Freundlich communiqua les résultats négatifs obtenus jusqu'alors et demanda aux astronomes et Observatoires de prendre des photographies d'éclipses solaires futures, en particulier, de l'éclipse à venir d'août 1914.<sup>58</sup> Avant tout test expérimental, Einstein devait utiliser le principe d'équivalence pour développer sa théorie statique de la gravitation.

---

<sup>52</sup>Albert Einstein, préface à Erwin Freundlich, *Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie*, 2<sup>e</sup> ed. (Berlin : J. Springer, 1917).

<sup>53</sup>Pour des informations biographiques et sur la relation de Freundlich avec Einstein, voir Eric Forbes, "Freundlich, E. F.," *Dictionary of Scientific Biography*, 5 (1972), 181-84, et Lewis Robert Pyenson, "The Goettingen Reception of Einstein's General Theory of Relativity" (Ph. D. dissertation, John Hopkins University, 1974), pp. 313-38. Pour une liste complète des publications de Freundlich, voir H. von Klüber, "Erwin Finlay-Freundlich," *Astronomische Nachrichten*, 288 (May 1964-Dec. 1965), 281-86.

<sup>54</sup>Pyenson, "Goettingen Reception", diss., p. 315.

<sup>55</sup>Albert Einstein, *Annalen der Physik*, 35 (1911), 898-908.

<sup>56</sup>Erwin Freundlich, "Über einen Versuch, die von A. Einstein vermutete Ablenkung des Lichtes in Gravitationsfeldern zu prüfen," *Astronomische Nachrichten*, 193, no. 4628 (1913), cols. 369-72, sur col. 369.

<sup>57</sup>Ibid., col. 371. Voir également John Earman and Clark Glymour, "Relativity and Eclipses : The British Eclipse Expeditions of 1919 and Their Predecessors," *Historical Studies in the Physical Sciences*, 11, part 1, (1980), 49-85, sur 61-62.

<sup>58</sup>Freundlich, "Ablenkung des Lichtes" (1913).

## 3.2 Autre utilisation du principe d'équivalence : la théorie statique de la gravitation

La théorie statique de la gravitation d'Einstein devait ouvrir de nouveaux horizons en matière de théories gravitationnelles dans la mesure où elle était fondée sur le principe d'équivalence et n'essayait pas d'intégrer la gravitation dans le théorie de la relativité restreinte. Nous examinerons la théorie statique de la gravitation d'Einstein après avoir examiné brièvement les tentatives pré-relativistes et relativistes restreintes (incluant en particulier un essai non publié d'Einstein) pour améliorer la théorie de la gravitation de Newton au début du vingtième siècle.<sup>59</sup>

### 3.2.1 Antécédents historiques

#### Théories de gravitation prérelativistes

Quand Newton présenta sa loi de gravitation en 1687,<sup>60</sup> il fut parfaitement conscient qu'il ne donnait pas "d'explication" de la gravitation. En fait, le concept d'action instantanée à distance parut absurde à la plupart des gens, Newton inclus. Aussi, des efforts furent faits immédiatement pour interpréter la loi de gravitation, couronnée de succès, à l'aide de modèles mécaniques décrivant la gravitation comme une déformation (théorie statique) ou comme un effet cinétique (théorie dynamique).<sup>61</sup> Avec l'apparition des théories électromagnétiques dans la seconde moitié du 19<sup>e</sup> siècle, il devint naturel d'essayer de réduire la gravitation à un formalisme électromagnétique. Par ailleurs, à cette époque, on savait qu'il existait des écarts expérimentaux par rapport à la loi de Newton, le plus important concernant la précession inexplicée du périhélie de Mercure; ceci fut découvert par Urbain Le Verrier et avoisinait près de 40'' par siècle. Parmi les autres écarts figuraient des anomalies dans le mouvement de Vénus et de Mars et dans le mouvement de la comète d'Encke.<sup>62</sup> Tout ceci suggérait clairement que la théorie de Newton pouvait peut-être être remplacée par une meilleure théorie.

<sup>59</sup>Pour des articles de synthèse voir (a) P. Drude, "Ueber Fernwirkungen," *Annalen der Physik*, **62** (1897), I-XLIX; (b) J. Zenneck, "Gravitation," *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, V, part 1, 2, (1901), pp. 25-67; S. Oppenheim, "Kritik des Newtonschen Gravitationsgesetzes," *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, VI, part 2, 22 (article complété en 1920; Leipzig, 1922-1934), pp. 80-158. Voir également Pyenson, "Goettingen Reception," diss.; J. D. North, *The Measure of the Universe : A History of Modern Cosmology* (Oxford : Clarendon, 1965).

<sup>60</sup>Isaac Newton, *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, trans. Motte, rev. by F. Cajori (Berkeley : University of California Press, 1962), Book III, Propositions I-VII, pp. 406-15.

<sup>61</sup>Voir par exemple Drude, "Fernwirkungen"; Walther Ritz, "Die Gravitation," *Scientia*, **5** (1909), 241-55.

<sup>62</sup>S. Newcomb, *The Elements of the Four Inner Planets and the Fundamental Constants of Astronomy, Supplement to the American Ephemeris and Nautical Almanac for 1897* (Washington, 1895).

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

En 1900, H. A. Lorentz essaya de résoudre le problème du périhélie de Mercure en intégrant la gravitation dans sa théorie de l'électron.<sup>63</sup> Sa théorie fit usage d'une hypothèse déjà utilisée par O. F. Mossotti et Friedrich Zöllner,<sup>64</sup> qui stipule que l'attraction entre des charges électriques de signes opposés est légèrement plus grande que la répulsion entre des charges de même signe. Cette différence de magnitude des forces électriques conduit à une attraction nette entre des corps neutres au repos, le champ gravitationnel  $\vec{E}_g$  étant la résultante des deux sortes de champ électrique. A chaque sorte de champ électrique correspond dans le cas dynamique une induction magnétique, dont la résultante produit un champ gravitationnel  $\vec{B}_g$ . Ainsi, le champ gravitationnel est décrit par deux vecteurs  $\vec{E}_g$  et  $\vec{B}_g$  satisfaisant des équations de champ analogues aux équations de Maxwell. La loi de force est donnée par  $\vec{F} = m [\vec{E}_g + \vec{v} \wedge \vec{B}_g]$  et donc dépend de la vitesse de la particule. Une des difficultés d'une telle théorie, déjà mentionnée par Maxwell,<sup>65</sup> est que la densité volumique d'énergie  $u = -\frac{1}{2} \left[ (\vec{E}_g)^2 + (\vec{B}_g)^2 \right]$  est négative. Ceci implique que l'énergie d'une région contenant un champ gravitationnel est plus petite que la même région vide. Ainsi lorsqu'une onde de gravitation pénètre une région vide, de l'énergie est supposée sortir en direction opposée. La théorie de Lorentz ne parvint pas à réaliser l'objectif qu'elle s'était fixé, à savoir la résolution du problème de la précession du périhélie de Mercure. Par ailleurs, en dépit du formalisme électromagnétique, elle n'était pas encore relativiste car la vitesse absolue du système solaire apparaissait dans la loi de force de gravitation de Lorentz.<sup>66</sup>

#### Les lois de force gravitationnelle de Poincaré et Minkowski

La première tentative pour formuler une théorie relativiste de la gravitation fut faite par Henri Poincaré. Son approche, qui utilise des arguments de la théorie des groupes, apparaît particulièrement originale, même encore aujourd'hui. Un résumé de la théorie de Poincaré fut lu devant l'Académie des Sciences à Paris le 5 juin 1905<sup>67</sup>, avant la soumission par Einstein de son article de 1905 sur la relativité restreinte, et l'entière théorie fut terminée en juillet 1905, avant la publication de l'article d'Einstein en septembre; l'article de Poincaré toutefois,

<sup>63</sup>H. A. Lorentz, "Considérations sur la pesanteur," *Versl. Kon. Akad. Wetensch. Amsterdam*, **8** (1900), 603, dans H. A. Lorentz, *Collected Papers* (The Hague : Martinus Nijhoff, 1937), **5**, 198-215.

<sup>64</sup>O. F. Mossotti, *Sur les forces qui régissent la constitution intérieure des corps* (Turin, 1836); F. Zöllner, *Erklärung der universellen Gravitation* (Leipzig, 1882).

<sup>65</sup>J. C. Maxwell, "A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field," *Roy. Soc. Trans.*, **155** (1865), 492, dans J. C. Maxwell, *Scientific Papers* (Cambridge, 1890), **1**, 570-71.

<sup>66</sup>H. A. Lorentz, "Considérations sur la pesanteur," pp. 212-15; voir également F. Kottler, "Gravitation und Relativitätstheorie," *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, VI, part 2, 22a (1922), p. 170.

<sup>67</sup>Henri Poincaré, "Sur la Dynamique de l'Electron," *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, **140** (1905), 1504-08, dans Henri Poincaré, *Oeuvres* (Paris, 1954), **9**, 489-93.

ne fut publié qu'en 1906.<sup>68</sup> L'importance historique de la théorie de Poincaré réside dans le fait qu'entre 1905 et 1911 aucune loi de force gravitationnelle relativiste majeure ne fut développée qui ne fut pas déjà contenue dans les formules données par Poincaré. L'objet de Poincaré dans son article fut de discuter ce qu'il appela la transformation de Lorentz<sup>69</sup> d'un point de vue de la théorie des groupes afin d'améliorer la base théorique de la théorie de Lorentz de 1904.<sup>70</sup> En même temps, Poincaré voulait analyser les conséquences, en particulier en ce qui concerne la gravitation, de l'hypothèse de Lorentz que toutes les forces, quelle que soit leur origine, se transforment comme les forces électromagnétiques dans un changement de système inertiel. Ainsi, Poincaré se proposait de trouver une force de gravitation, invariante par transformation de Lorentz, et donnant la loi de force de Newton comme approximation pour de faibles vitesses des corps. Poincaré analysa le problème du point de vue le plus général et supposa que la force  $\vec{F}$  exercé par le corps  $A$  (situé au point  $\vec{r}_0 + \vec{r}$  au temps  $t_0 + t$ ) sur le corps  $B$  (situé au point  $\vec{r}_0$  au temps  $t_0$ ) au temps  $t_0$  dépendait de la position et de la vitesse  $\vec{v}_B$  de  $B$  au temps  $t_0$  et de la position et vitesse  $\vec{v}_A$  de  $A$  au temps  $t_0 + t$  ( $t < 0$ ).<sup>71</sup> Ainsi la force était a priori une fonction de  $t, \vec{r}, \vec{v}_A,$  et  $\vec{v}_B$ . Par ailleurs, Poincaré supposa que l'interaction gravitationnelle avait une vitesse de propagation finie et satisfaisait une équation de propagation du type

$$\Phi(t, r, \vec{v}_A, \vec{v}_B) = 0.$$

L'étape suivante de Poincaré fut de trouver les invariants du groupe de Lorentz qui sont :

$$r^2 - t^2, \frac{t - \vec{r} \cdot \vec{v}_A}{\sqrt{1 - v_A^2}}, \frac{t - \vec{r} \cdot \vec{v}_B}{\sqrt{1 - v_B^2}}, \frac{1 - \vec{v}_A \cdot \vec{v}_B}{\sqrt{(1 - v_A^2)(1 - v_B^2)}}$$

(avec  $c = 1$ ), et remarqua que les quatre quantités :

$$q = (-r; \vec{r}),$$

$$f = (k_0 T; k_0 \vec{F}),$$

$$u_B = (k_0; k_0 \vec{v}_B),$$

$$u_A = (k_1; k_1 \vec{v}_A),$$

$$\left[ \text{avec } k_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - v_B^2}}, k_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - v_A^2}} \text{ et } T = \vec{F} \cdot \vec{v}_B \right]$$

<sup>68</sup> Henri Poincaré, "Sur la Dynamique de l'Electron," *Rend. Circ. Mat. Palermo*, **21** (1906), 129-76, dans *Oeuvres* (1954) **9**, 494-550.

<sup>69</sup> Ibid., p. 490.

<sup>70</sup> H. A. Lorentz, "Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light," *Proceedings of the Academy of Sciences of Amsterdam*, **6** (1904), 809; dans H. A. Lorentz, A. Einstein, et al., *The Principle of Relativity* (1923; rpt. New York : Dover, 1952), pp. 9-32.

<sup>71</sup> Poincaré utilisa une notation en termes de composantes au lieu de la notation vectorielle utilisée ici.

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

se transforment de la même manière que la transformation de Lorentz. Ce faisant, Poincaré introduisit ce qu'Arnold Sommerfeld devait appeler plus tard des quadrivecteurs.<sup>72</sup> Comme l'équation de propagation est a priori une fonction des invariants du groupe de Lorentz, Poincaré choisit pour  $\Phi$  la fonction  $r^2 - t^2 = 0$ , et retint la solution  $t = -r$ . Cette équation de propagation implique que la vitesse de propagation est la vitesse de la lumière. Pour la quadriforce, Poincaré adopta la combinaison linéaire

$$f = \alpha q + \beta u_B + \gamma u_A$$

où les coefficients  $\alpha, \beta, \gamma$  sont des fonctions inconnues des invariants. En faisant diverses approximations en ce qui concerne les vitesses et les accélérations ( $\frac{v^2}{c^2} \ll 1, c^2 \gg$  accélération x distance), Poincaré finalement obtint pour la force de gravitation relativiste l'expression

$$f = \frac{q}{B^3} - \frac{A}{B^3} u_A,$$

avec  $A = -r_1 + \vec{r} \cdot (\vec{v}_A - \vec{v}_B)$  et  $B = -r_1; \vec{r}_0 + \vec{r}_1$  est la position du corps attirant au temps  $t_0$ . Il s'ensuit que la force ordinaire  $\vec{F}$  est composée de deux forces : une qui est parallèle au vecteur reliant les deux points ; l'autre qui est parallèle à la vitesse du corps attirant. Comme mentionné ci-dessus, les positions et vitesses respectives des corps  $A$  et  $B$  sont les positions et vitesses lorsque l'onde gravitationnelle (Poincaré parle d'une "onde gravifique"<sup>73</sup>) quitte le corps  $A$  et atteint le corps  $B$ . Poincaré remarqua que la solution ci-dessus n'est pas unique et montra que beaucoup d'autres sont possibles. Par ailleurs, il établit que la force  $\vec{F}$  peut être réécrite de telle manière qu'elle révèle une analogie avec la force électromagnétique. Concernant la question de savoir si ces formules étaient en accord avec les observations astronomiques, Poincaré formula l'espoir que la différence (de l'ordre de  $\frac{v^2}{c^2}$ ) par rapport à la loi de Newton ne serait pas trop grande et reporta la décision finale à une discussion plus approfondie.<sup>74</sup>

Trois années plus tard, en 1908, Poincaré devait revenir à la gravitation. A cette époque, il y avait encore des doutes au sujet de la théorie d'Einstein. En effet, Einstein dans son article de 1907 admettait que les expériences de Walter Kaufmann étaient en bien meilleur accord avec les théories de l'électron de Max Abraham et A. H. Bucherer qu'avec sa propre théorie.<sup>75</sup> Toutefois, en dépit des résultats expérimentaux négatifs, Einstein demeurait convaincu de la validité de sa théorie à cause de la plus grande généralité de ses axiomes. Planck<sup>76</sup> et Poincaré<sup>77</sup> également émirent des doutes sur les expériences à cause

<sup>72</sup>A. Sommerfeld, "Zur Relativitätstheorie. I. Vierdimensionale Vektoralgebra," *Annalen der Physik*, **32** (1910), 749-76, dans Arnold Sommerfeld, *Gesammelte Schriften*, F. Sauter ed. (Braunschweig : Friedr. Vieweg & Sohn, 1968), **2**, 190.

<sup>73</sup>Poincaré, "Sur la Dynamique de l'Electron," p. 548.

<sup>74</sup>Ibid., p. 550.

<sup>75</sup>Einstein, "Relativitätssprinzip und Folgerungen" (1907), p. 439.

<sup>76</sup>Max Planck, "Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik," *Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, **4** (1906), 136, dans Planck, *Abhandlungen* (Braunschweig, 1958), **2**, p. 115.

<sup>77</sup>Henri Poincaré, "La Dynamique de l'Electron," *Revue générale des Sciences pures et*

de l'harmonie fournie par le principe de relativité. Ainsi la théorie d'Einstein fut regardée favorablement avant même qu'elle fût confirmée. Ceci fit apparaître le besoin d'une théorie relativiste de la gravitation vers 1908. Cette année là, Poincaré examina plusieurs théories gravitationnelles reposant respectivement sur : (a) l'hypothèse d'Abraham d'électrons indéformables et la loi de gravitation de Newton; (b) l'hypothèse de Lorentz d'électrons déformables et la loi de gravitation de Newton; et (c) l'hypothèse de Lorentz d'électrons déformables et une loi de gravitation relativiste.<sup>78</sup> Sa conclusion fut qu'aucune de ces théories ne pouvait rendre compte de la précession du périhélie de Mercure. Peut-être comme alternative, Poincaré discuta une théorie cinétique relativiste de la gravitation sur le modèle de la théorie de Lesage. Le verdict négatif fut encore plus définitif dans ce cas, Poincaré ayant trouvé que la température de la Terre devrait s'accroître de  $10^{13}$  degrés à chaque seconde selon cette théorie!<sup>79</sup>

En 1908, Hermann Minkowski traita également la question d'une loi de force gravitationnelle relativiste.<sup>80</sup> Au lieu de déduire cette dernière de considérations générales, Minkowski procéda simplement par analogie avec la force électromagnétique relativiste entre deux électrons remplaçant le produit des charges par le produit négatif des masses. La loi de force de Minkowski fut un cas particulier de la loi de force de Poincaré, comme Sommerfeld le montra en 1910.<sup>81</sup> Ni la théorie gravitationnelle de Poincaré, ni celle de Minkowski, fondées sur une loi de force, furent capables de rendre compte de la précession du périhélie de Mercure.

### Essai de champ gravitationnel relativiste d'Einstein

A la fin de 1907, Einstein fit une tentative pour développer une théorie de gravitation relativiste. D'après le manuscrit de Gerald Holton cité précédemment, Einstein fit un pas dans cette direction pendant qu'il rédigeait l'article de synthèse. Par ailleurs, dans une lettre à son ami Conrad Habicht, datant de Noël 1907, Einstein écrivit :

Durant les mois d'octobre et de novembre, je fus très occupé avec un article en partie de synthèse et en partie nouveau ["Relativitätsprinzip und Folgerungen"] sur le principe de relativité ... Maintenant je suis occupé avec une considération également relativiste sur la loi de gravitation avec laquelle j'espère expliquer les variations séculaires encore inexpliquées du mouvement du périhélie de Mercure.

---

*appliquées*, **19**, (1908), 386-402, dans Poincaré, *Oeuvres*, **9**, (1954), 572.

<sup>78</sup>Ibid., *Oeuvres*, **9**, 580-81.

<sup>79</sup>Ibid., p. 586.

<sup>80</sup>H. Minkowski, "Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern," *Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse*, 1908, pp. 53-111, dans H. Minkowski, *Gesammelte Abhandlungen von Hermann Minkowski*, ed. David Hilbert avec la collaboration de Andreas Speiser et Hermann Weyl (1911; rpt. New York : Chelsea, 1967), 2 vol. in one, **2**, 401-04.

<sup>81</sup>A. Sommerfeld, "Zur Relativitätstheorie. II. Vierdimensionale Vektoranalysis," *Annalen der Physik*, **33**, (1910), 649-89, dans Sommerfeld, *Gesammelte Schriften* (Braunschweig, 1968), **2**, 252-57.

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

Jusqu'à présent, cela ne semble pas toutefois réussir.<sup>82</sup>

Comme, d'après les divers récits d'Einstein,<sup>83</sup> ce fut en 1908 qu'Einstein devint convaincu que la gravitation ne pouvait pas être intégrée dans la théorie de la relativité restreinte, les tentatives d'Einstein pour trouver une théorie relativiste de la gravitation dans le cadre de la relativité restreinte eurent probablement lieu entre fin 1907 et fin 1908.

Au lieu d'essayer de trouver une généralisation relativiste de la loi de gravitation de Newton, comme le firent Poincaré et Minkowski, Einstein aborda le problème d'un point de vue de la théorie des champs et chercha une extension relativiste de l'équation de champ de Poisson et de l'équation du mouvement d'une particule dans un champ gravitationnel. Que la théorie de Newton fût insatisfaisante en relativité restreinte résultait du rejet du concept de temps absolu (i.e., de simultanéité absolue) et par conséquent également du concept d'interaction instantanée étant donné qu'une interaction instantanée dans un référentiel n'est plus instantanée dans un autre référentiel. En conséquence, la loi de gravitation de Newton qui suppose une interaction instantanée entre les masses n'est plus adaptée en relativité restreinte. Einstein obtint une loi de champ relativiste en ajoutant un terme  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$  à l'équation de Poisson de façon à obtenir l'équation

$$\square \Phi = 4\pi G\rho,$$

où  $\square$  est l'opérateur

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

$\Phi$  le potentiel gravitationnel,  $\rho$  la masse volumique de la matière au repos, et  $G$  la constante gravitationnelle.<sup>84</sup> En ce qui concerne la généralisation relativiste de l'équation du mouvement classique

$$\vec{F} = -m \overrightarrow{\text{grad}} \Phi,$$

nous ne savons pas comment Einstein procéda. Nous savons seulement qu'Einstein trouva que l'accélération gravitationnelle de la particule variait avec son énergie interne et, en particulier, avec sa vitesse horizontale.

D'après Einstein, ce fut le résultat que l'accélération dépendait de la vitesse qui le conduisit à abandonner, en 1908, sa tentative d'intégrer la gravitation dans la théorie de la relativité restreinte.<sup>85</sup> En fait l'échec spécifique d'Einstein

<sup>82</sup>"In den Monaten Oktober und November war ich sehr stark beschäftigt mit einer teils referierenden, teils Neues behandelnden Arbeit über das Relativitätsprinzip. ... Jetzt bin ich mit einer ebenfalls relativitätstheoretischen Betrachtung über das Gravitationsgesetz beschäftigt, mit der ich die noch unerklärten säkularen Änderungen der Perihellänge des Merkur zu erklären hoffe. Bis jetzt scheint es aber nicht zu gelingen," A. Einstein, lettre à C. Habicht, Noël 1907, dans C. Seelig, *Albert Einstein* (Zürich : Europa Verlag, 1960), pp. 127-28.

<sup>83</sup>Einstein, "Autobiographical Notes," p. 67 ; voir également : Einstein, "Notes on the Origin of the General Theory," pp. 280-81.

<sup>84</sup>Einstein, "Notes on the Origin of the General Theory," p. 280 ; Einstein, "Autobiographical Notes," p. 62.

<sup>85</sup>Einstein, "Autobiographical Notes," p. 65 ; Einstein, "Notes on the Origin of the General Theory," p. 280.

n'impliquait pas nécessairement que la relativité restreinte était un cadre inadéquat pour une théorie de la gravitation étant donné que Gustav Nordström devait développer, dans le cadre de la relativité restreinte, une théorie de la gravitation qui satisfaisait à l'égalité des masses inertielle et gravitationnelle dans une certaine mesure. Pourquoi donc, le fondateur de la relativité restreinte fut-il si rapidement convaincu, contrairement à la plupart de ses contemporains, que la relativité restreinte était un cadre inadéquat pour la gravitation (et ceci en dépit de la circonstance qu'à cette époque Einstein ne connaissait pas les expériences d'Eötvös sur l'égalité de l'accélération des corps en chute libre)? La raison est qu'Einstein avait souhaité généraliser le principe de relativité dès le début. Ainsi fut-il naturellement incliné à attacher une grande importance à l'outil qui offrait la perspective d'atteindre ce but, à savoir le principe d'équivalence. Cette association du principe d'équivalence avec la généralisation du principe de relativité apparaît explicitement dans l'article de synthèse de 1907 comme nous l'avons vu, ainsi que dans la plupart des récits ultérieurs d'Einstein. Ainsi Einstein écrivit par exemple :

Si ce principe tenait bon pour n'importe quel événement (le "principe d'équivalence") ceci était une indication que le principe de relativité nécessitait d'être étendu aux systèmes de coordonnées en mouvement non-uniforme les uns par rapport aux autres, si nous devons obtenir une théorie naturelle des champs de gravitation. De telles réflexions m'occupèrent de 1908 à 1911, et je cherchais à en tirer des conclusions spéciales, desquelles je ne propose pas d'en parler ici. Pour le moment la chose importante était que la découverte d'une théorie raisonnable de la gravitation ne pouvait être espérée que d'une extension du principe de relativité.

Ce dont on avait besoin, c'était de formuler une théorie dont les équations gardaient la même forme dans le cas de transformations non-linéaires de coordonnées. Dans quelle mesure ceci s'appliquait aux transformations arbitraires (continues) de coordonnées ou bien, seulement à certaines, je ne pouvais pas le dire pour le moment.<sup>86</sup>

Etant donné que le principe d'équivalence prédisait des conséquences allant clairement au-delà de la relativité restreinte, telle qu'une vitesse de la lumière variable, Einstein fut conscient qu'il avait à choisir entre la relativité restreinte et la perspective d'une théorie relativiste plus générale incorporant le principe d'équivalence. Comme Einstein voulait de toute façon généraliser le principe de relativité, il opta pour le second choix. Qu'Einstein fut effectivement concerné par la généralisation du principe de relativité durant les années 1908-1911 apparaît dans une lettre du 29 septembre 1909 à Arnold Sommerfeld, dans laquelle Einstein écrivit :

Le traitement du corps rigide en rotation uniforme me semble d'une grande importance à cause de l'extension du principe de rela-

---

<sup>86</sup>Einstein, "Notes on the Origin of the General Theory," pp. 280-81 ; voir également Albert Einstein, "Autobiographische Skizze," dans Carl Seelig, *Helle Zeit-Dunkle Zeit* (Zürich : Europa-Verlag, 1956), p. 13.

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

tivité aux systèmes en rotation uniforme selon des lignes de pensée analogues à celles que j'ai essayées de développer pour la translation uniformément accélérée dans la dernière section de mon article dans *Zeitschrift für Radioaktivität*.<sup>87</sup>

L'espoir d'Einstein de développer une théorie générale de la relativité via le principe d'équivalence explique pourquoi il n'insista pas pour trouver une théorie de la gravitation dans le cadre de la relativité restreinte. En dépit de la renonciation personnelle précoce d'Einstein, plusieurs essais furent faits plus tard pour trouver une théorie relativiste (restreinte) de la gravitation, les principaux étant ceux de Max Abraham, Gunnar Nordström et Gustav Mie.

#### Théories d'Abraham

En décembre 1911, Max Abraham initia une nouvelle approche de la gravitation en utilisant l'idée d'Einstein d'une vitesse de la lumière variable. L'influence historique de la théorie d'Abraham fut qu'elle incita Einstein à développer sa théorie statique de la gravitation deux mois plus tard. Bien que l'approche d'Einstein fut complètement indépendante de celle d'Abraham, Einstein probablement profita du niveau mathématique d'Abraham, en particulier de la présentation claire d'Abraham du concept de tenseur impulsion-énergie d'un champ.

Max Abraham<sup>88</sup> était né en 1875 à Danzig, étudia à Berlin sous Max Planck et après l'obtention de son diplôme devint son assistant. En 1900, Abraham alla à Göttingen où il enseigna comme Privatdozent jusqu'en 1909. Ce fut durant son séjour à Göttingen qu'Abraham développa sa théorie de l'électron rigide qui au début (contrairement à la théorie d'Einstein) semblait être confirmée par les expériences de Bucherer ; à cette époque Abraham écrivit également le manuel en deux volumes *Theorie der Elektrizität* qui devint l'ouvrage de référence en électrodynamique en Allemagne. Le premier fut une adaptation de l'ouvrage de Föppl *Einführung in die Maxwell'sche Theorie der Elektrizität* [Introduction à la Théorie de l'Electricité de Maxwell] ; le second volume traita du rayonnement électromagnétique. Ce fut Abraham qui donna à l'électromagnétisme classique sa forme vectorielle moderne. Abraham avait été l'un des adeptes précoces de l'usage des vecteurs en physique et écrivit le premier article de synthèse sur les vecteurs en 1901.<sup>89</sup> Pourtant, en dépit de ses réalisations remarquables, Abraham devait rester Privatdozent durant neuf années à cause de son caractère

<sup>87</sup>"Die Behandlung des gleichförmig rotierenden starren Körpers scheint mir von grosser Wichtigkeit wegen einer Ausdehnung des Relativitätsprinzips auf gleichförmig rotierende Systeme nach analogen Gedankengänge, wie ich sie im letzten meiner in der *Zeitschr. f. Radioaktivit.* publizierten Abhandlung für gleichförmig beschleunigte Translation durchzuführen versucht habe," John Stachel, "Einstein and the Rigidly Rotating Disc," dans Alan Held, ed., *General Relativity and Gravitation : One Hundred Years after the Birth of Albert Einstein*, 2 vols. (New York : Plenum, 1980), 1, 2.

<sup>88</sup>M. Born et M. v. Laue, "Max Abraham," *Physikalische Zeitschrift*, 24 (1923), 49-53, dans Max Born, *Ausgewählte Abhandlungen* (Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht, 1963), 2, 599-603 ; S. Goldberg, "Abraham, Max," *Dictionary of Scientific Biography* (1970), 1, 23-25.

<sup>89</sup>Max Abraham, "Geometrische Grundbegriffe," *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, 4, part 3, article complété en 1901, pp. 3-47.

quelque peu polémique. Abraham simplement ne pouvait résister de critiquer ses collègues pour des raisons scientifiques ou personnelles. Ce trait personnel lui avait attiré de nombreux ennemis et explique pourquoi un scientifique aussi compétent ne put trouver un poste adéquat en Allemagne. En 1909, Abraham finalement accepta un poste de professeur en mécanique théorique à Milan où il devait rester jusqu'à ce que la guerre l'oblige à quitter l'Italie en 1915. Abraham lui-même délicatement reconnut son inclination à la polémique. A la question "Comment cela se passe-t-il avec vos collègues à Milan?" Abraham répondit, "Superbement, je ne maîtrise pas encore la langue tout à fait."<sup>90</sup>

Ce fut durant la période à Milan qu'Abraham développa ses théories de la gravitation et entra dans un débat avec Einstein. Abraham n'avait jamais aimé la théorie de la relativité restreinte d'Einstein parce qu'elle remettait directement en cause la conception électromagnétique du monde et en particulier l'éther absolu. D'après Max Born et Max von Laue, Abraham "aimait son éther absolu, ses équations de champ, son électron rigide, comme un jeune aime son premier amour, dont la mémoire ne peut être effacée par aucune autre expérience."<sup>91</sup> Pourtant, en dépit de sa forte antipathie pour la théorie d'Einstein, Abraham vint à l'accepter pour quelque temps et fit même des contributions importantes au développement de l'électrodynamique de Minkowski, en particulier en ce qui concerne le tenseur impulsion-énergie et sa symétrie.<sup>92</sup> Par ailleurs, lorsqu'Abraham présenta sa première théorie de la gravitation, il pensa tout d'abord qu'elle satisfaisait au principe de relativité.<sup>93</sup> La théorie d'Abraham était fondée sur l'équation de champ suivante

$$\square\Phi = 4\pi G\rho,$$

(avec  $\square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ ) où  $G$  est la constante de gravitation,  $\rho$  la masse volumique de la matière au repos,  $\Phi$  le potentiel gravitationnel qu'Abraham supposa être invariant par rapport à des quadri-rotations. L'équation du mouvement par unité de masse était

$$F = -Grad\Phi,$$

où  $Grad$  représente le quadri-opérateur  $\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial(ict)}\right)$ . Supposant une vitesse de la lumière variable, Abraham fut capable de déduire la relation d'Einstein entre le potentiel gravitationnel et la vitesse de la lumière sans utiliser le principe d'équivalence. Abraham procéda comme suit. Différentiant l'identité

$$\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dict}{d\tau}\right)^2 = -c^2$$

<sup>90</sup>"Vortrefflich, ich beherrsche die Sprache noch nicht so ganz," Born et v. Laue, "Max Abraham," dans Born, *Abhandlungen*, **2**, 603.

<sup>91</sup>Ibid., p. 602.

<sup>92</sup>Max Abraham, "Sull'Elettrodinamica Di Minkowski," *Rendiconti del circolo matematico di Palermo*, **30** (1910), 33-46; "Zur Frage der Symmetrie des elektromagnetischen Spannungstensor," *Annalen der Physik*, **44** (1914), 537-44.

<sup>93</sup>Max Abraham, "Zur Theorie der Gravitation," *Physikalische Zeitschrift*, **13** (1912), 1-5, sur p. 1.

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

par rapport au temps propre  $\tau$ , et utilisant l'équation du mouvement, Abraham obtint la relation :

$$d\Phi = cdc \quad (3.1)$$

et, après intégration,

$$\frac{c^2 - c_0^2}{2} = \Phi - \Phi_0.$$

Négligeant les termes en  $\left(\frac{\Phi}{c^2}\right)^2$ , Abraham finalement obtint la formule d'Einstein

$$c = c_0 \left(1 + \frac{\Phi - \Phi_0}{c^2}\right).$$

Ainsi la théorie d'Abraham donnait la déviation des rayons lumineux dans un champ gravitationnel prédite par Einstein mais sans utiliser le principe d'équivalence. Dans le même article, Abraham analysa la conservation de l'impulsion et de l'énergie à l'aide d'un tenseur symétrique d'impulsion-énergie qui, en particulier, donnait une densité d'énergie volumique positive et résolvait ainsi le problème inhérent aux anciennes théories vectorielles de la gravitation. Initialement, Abraham réussit à déduire la conservation de l'énergie seulement pour une vitesse de la lumière constante, mais il retira cette restriction peu de temps après.<sup>94</sup>

Dans trois autres articles,<sup>95</sup> Abraham examina diverses conséquences de sa théorie. En particulier, Abraham conclut de la relation (3.1) que sa théorie satisfaisait à la covariance de Lorentz seulement pour des domaines d'espace-temps limités, étant donné que  $\Phi$  était supposé être un invariant.<sup>96</sup> Einstein devait critiquer cette assertion en montrant que dès que l'on renonçait à la constance de la vitesse de la lumière, la covariance de Lorentz n'existait plus même pour des domaines infinitésimaux d'espace-temps. Abraham également trouva que la force gravitationnelle entre deux particules en mouvement est indépendante de la vitesse de la particule attirée.<sup>97</sup> Ceci pouvait être attendu dès le début, étant donné que la vitesse de la particule attirée n'entre pas explicitement dans l'équation du mouvement. Abraham n'élabora pas mais plus tard, sous l'influence d'Einstein, il réalisa qu'une telle force était insatisfaisante car elle conduisait à une accélération gravitationnelle dépendant de la vitesse du corps attiré. Ulérieurement, Abraham devait développer une dernière théorie plutôt élaborée qui supposait également une vitesse de la lumière variable et était spécialement conçue pour incorporer l'égalité de l'accélération gravitationnelle.<sup>98</sup> La théorie toutefois, ne satisfaisait ni le principe de relativité ni le principe d'équivalence

<sup>94</sup>Max Abraham, "Die Erhaltung der Energie und der Materie im Schwerkraftfelde," *Physikalische Zeitschrift*, **13** (1912), 311-14.

<sup>95</sup>Max Abraham, "Das Elementargesetz der Gravitation," *Physikalische Zeitschrift*, **13** (1912), 4-5; "Der freie Fall," *ibid.*, 310-11; "Erhaltung der Energie" (1912), 311-14.

<sup>96</sup>Abraham, "Erhaltung der Energie" (1912), p. 312.

<sup>97</sup>Abraham, "Das Elementargesetz der Gravitation," p. 5.

<sup>98</sup>Max Abraham, "Das Gravitationsfeld," *Physikalische Zeitschrift*, **13** (1912; date de réception : 12 juillet 1912), 793-97; "Eine neue Gravitationstheorie," Conférence donnée le 19 octobre 1912 à la Società italiana per il progresso delle scienze, *Archiv der Mathematik und Physik*, Leipzig, 3<sup>e</sup> série, **20** (1912), 193-209, trad. par l'auteur.

d'Einstein, deux principes qu'Abraham était prêt à rejeter.<sup>99</sup> Pour Einstein, la théorie d'Abraham apparaissait solide logiquement mais plutôt artificielle. Dans une lettre datée du 29 octobre 1912, Einstein écrivit

La nouvelle théorie d'Abraham est certes, autant que je puisse voir, logiquement correcte, mais seulement un avorton [Missgeburt] de l'embarras. L'actuelle théorie de la relativité n'est certainement pas aussi fausse qu'Abraham le croit.<sup>100</sup>

### Théories de Nordström et de Mie

Tandis que les théories d'Abraham et d'Einstein renoncèrent à la constance de la vitesse de la lumière, les théories de Nordström et de Mie supposaient la validité de ce postulat et du principe de relativité. L'importance historique de la seconde théorie de Nordström fut qu'Einstein la considéra comme étant la principale rivale de la théorie d'Einstein-Grossmann. La théorie de Mie, par contre, est un exemple de théorie qui rejeta dès le départ la stricte égalité des masses inertielle et gravitationnelle. Par ailleurs, la dérivation de la théorie de Mie à partir d'invariants relativistes fut plutôt originale et devait influencer David Hilbert dans son approche de la gravitation. Bien que les théories de Nordström et de Mie furent développées seulement après la publication de la théorie statique de la gravitation d'Einstein de 1912, nous allons brièvement les analyser pour montrer le caractère unique de l'approche d'Einstein.

Gunnar Nordström<sup>101</sup> (1881 – 1923) était né à Helsinki, étudia dans cette ville ainsi qu'à Göttingen (1906 – 1907) et obtint son doctorat à Helsinki en 1909. De 1910 à 1918, Nordström enseigna comme professeur associé à l'Université d'Helsinki. Face aux difficultés que soulevaient les théories d'Abraham et d'Einstein au sujet du principe de relativité, Nordström proposa de maintenir les deux postulats de la relativité restreinte. Sa première théorie, qui fut achevée en octobre 1912, fut fondée comme la théorie d'Abraham sur l'équation de champ

$$\square\Phi = 4\pi G\rho,$$

et l'équation du mouvement pour l'unité de masse,

$$F = -Grad\Phi,$$

où  $\rho$  est la masse volumique au repos,  $F$  la quadriforce et  $Grad$  le quadrigra-

<sup>99</sup> Abraham, "Das Gravitationsfeld" (1912), p. 794; "Eine neue Gravitationstheorie" (1912), p. 209.

<sup>100</sup> "Abrahams neue Theorie ist zwar, soweit ich sehe, logisch richtig, aber nur eine Missgeburt der Verlegenheit. So falsch, wie Abraham meint, ist die bisherige Relativitätstheorie sicherlich nicht," Einstein à Sommerfeld, 29 Octobre 1912, dans Albert Einstein und Arnold Sommerfeld, *Briefwechsel*, Armin Hermann ed. (Basel : Schwabe, 1968), p. 26.

<sup>101</sup> Pour des informations biographiques voir Hjalmar Tallqvist, "Gunnar Nordström," Finska Vetenskaps-Societeten, Helsingfors, Minnesteckningar och Föredrag, **3** (1924), 14 pp.; J. C. Poggenhoff, *Biographisch-literarisches Handwörterbuch für Mathematik, Astronomie, Physik ...*, **5** (1926), 911-12; *Ibid.*, **6** (1938), 1875.

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

dient.<sup>102</sup> Comme la vitesse de la lumière est supposée être constante, la quadri-vitesse doit être perpendiculaire à la quadriaccélération. Pour satisfaire à cette condition, Nordström adopta une masse variable et trouva que la masse variait suivant la formule

$$m = m_0 e^{\frac{\Phi}{c^2}}.$$

Dans un appendice, Nordström fit remarquer qu'Einstein lui avait écrit, en indiquant qu'il avait déjà examiné une telle théorie mais qu'il l'avait rejeté parce qu'il avait trouvé que l'accélération gravitationnelle d'un corps en rotation différait de celle d'un corps sans rotation. Nordström remarqua toutefois que la différence était trop faible pour pouvoir être détectée expérimentalement. Il admit que sa théorie ne satisfaisait pas au principe d'équivalence d'Einstein mais il n'y vit aucune raison pour abandonner sa théorie. En fait, Nordström pensait que le principe d'équivalence présentait de sérieuses difficultés : "bien que l'hypothèse d'Einstein soit extraordinairement ingénieuse, elle présente néanmoins de sérieuses difficultés."<sup>103</sup> Nordström ne spécifia pas ces difficultés. Il devait confirmer l'objection d'Einstein dans un autre article, où il trouva également que dans un champ gravitationnel statique, l'accélération d'une particule décroissait avec sa vitesse, indépendamment de la direction de la vitesse.<sup>104</sup>

Dans une deuxième théorie,<sup>105</sup> qu'il acheva à Zürich en juillet 1913, Nordström essaya de satisfaire davantage à l'égalité des masses inertielle et gravitationnelle. A cet effet, sur une proposition de von Laue et Einstein, il définit la masse volumique au repos de la matière comme étant proportionnelle à la trace du tenseur impulsion-énergie de la matière. Il introduisit également un "facteur gravitationnel"  $g(\Phi)$  dans l'équation de champ et dans l'équation du mouvement, qui devinrent respectivement

$$\square\Phi = g(\Phi)\rho,$$

$$F = -g(\Phi)\rho\text{Grad}\Phi,$$

où  $F$  est la quadriforce volumique. Nordström détermina la fonction  $g(\Phi)$  de telle manière que pour un système matériel au repos dans un champ de gravitation statique, l'égalité de l'accélération gravitationnelle soit assurée et obtint la relation

$$g(\Phi) = \frac{c^2}{\Phi}.$$

En conséquence, les équations de base de la théorie de Nordström devinrent

$$\Phi\square\Phi = c^2\rho,$$

<sup>102</sup>Gunnar Nordström, "Relativitätsprinzip und Gravitation," *Physikalische Zeitschrift*, **13** (1912), 1126-29, sur 1126.

<sup>103</sup>"Obwohl die Einsteinsche Hypothese ausserordentlich geistreich ist, bietet sie doch anderseits grosse Schwierigkeiten," *ibid.*, p. 1129.

<sup>104</sup>Gunnar Nordström, "Träge und schwere Masse in der Relativitätsmechanik," *Annalen der Physik*, **40** (1913), 856-78, sur 878.

<sup>105</sup>Gunnar Nordström, "Zur Theorie der Gravitation vom Standpunkt des Relativitätsprinzips," *Annalen der Physik*, **42** (1913), 533-54.

$$F = -c^2 \rho \frac{\text{Grad}\Phi}{\Phi}.$$

Nordström établit que l'égalité de l'accélération était également valable pour des corps en rotation, mais non pour un corps lancé horizontalement pour lequel il trouva que l'accélération était plus faible que pour le corps au repos.<sup>106</sup> Ainsi l'universelle égalité de l'accélération gravitationnelle prédite par le principe d'équivalence ne fut pas encore incorporée dans la théorie de Nordström.

La théorie de Gustav Mie,<sup>107</sup> de son côté, rejetait d'emblée l'idée d'une stricte égalité de l'accélération gravitationnelle. Mie, qui était né en 1868 et était un professeur titulaire de physique à l'Université de Greifswald de 1905 à 1916, voulut initialement développer une théorie générale, relativiste, du champ électromagnétique de la matière, dans laquelle les électrons étaient considérés comme des singularités du champ. Son idée était de formuler un invariant relativiste, qu'il appella "fonction de Hamilton"<sup>108</sup>, à l'aide des champs électrique et magnétique et la quadridensité de courant, et de déduire des équations de champ relativistes en différentiant. Initialement, Mie avait espéré expliquer les effets gravitationnels dans le cadre de sa conception électromagnétique du monde mais à la fin trouva que ceci n'était pas possible.<sup>109</sup> Ainsi, il se vit obligé d'ajouter d'autres variables. Il supposa également que la masse gravitationnelle était proportionnelle non pas à l'énergie du corps mais à la fonction de Hamilton. Ceci rendit le rapport des masses inerte et gravitationnelle dépendant de la température. Mie remarqua toutefois, que la différence était trop faible pour être détectée expérimentalement.<sup>110</sup>

### 3.2.2 Théorie statique de la gravitation d'Einstein

A Prague, en février 1912, Einstein devait développer une théorie statique de la gravitation qui fut fondamentalement différente de toutes les autres théories gravitationnelles de l'époque, en ce sens qu'elle fut fondée sur le principe d'équivalence plutôt que sur une hypothétique équation de champ ou équation de mouvement. Une autre différence importante fut qu'Einstein, adoptant une vitesse de la lumière variable, savait que la covariance de Lorentz ne serait plus valable en général même pour des domaines d'espace-temps infinitésimaux.<sup>111</sup> Ainsi, bien loin de chercher à intégrer la gravitation dans la relativité restreinte Einstein, pleinement conscient, quittait le cadre restreint de la relativité restreinte et était en train de s'aventurer en territoire inconnu. Einstein espérait que les transformations autorisées incluraient des transformations plus générales que les transformations de Lorentz,<sup>112</sup> mais à cette date, c'était plus un

<sup>106</sup>Ibid., p. 554.

<sup>107</sup>Gustav Mie, "Grundlagen einer Theorie der Materie. I," *Annalen der Physik*, **37** (1912), 511-534; même titre, "II," *ibid.*, **39** (1912), 1-40; même titre, "III," *ibid.*, **40** (1913), 1-66.

<sup>108</sup>Mie, "Grundlagen, I," p. 523.

<sup>109</sup>Mie, "Grundlagen, III," p. 5.

<sup>110</sup>Ibid., p. 64.

<sup>111</sup>Albert Einstein, "Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes," *Annalen der Physik*, **38** (1912), 355-68, sur 368-69.

<sup>112</sup>Ibid., p. 369.

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

espoir qu'une certitude. Pour éviter de perdre pied, Einstein procéda prudemment, restreignant la discussion au cas du champ gravitationnel statique. La principale motivation extérieure pour Einstein fut probablement le fait, qu'à cette période, Max Abraham avait déjà utilisé l'idée d'Einstein d'une vitesse de la lumière variable pour développer sa propre théorie de la gravitation. La critique d'Einstein de la théorie d'Abraham devait conduire à un débat public qui obligea les deux hommes à clarifier leurs propres idées. La signification historique principale de la théorie statique de la gravitation d'Einstein fut que son équation du mouvement devait conduire Einstein à l'équation définitive du mouvement dans la théorie de la relativité générale. Cette dernière équation du mouvement, à son tour, devait déterminer le cadre Riemannien de la théorie de la relativité générale.

#### Développement de la théorie

Dans l'introduction du premier article sur la théorie statique, Einstein réaffirma son attachement au principe d'équivalence en dépit du fait que cela limitait la validité de la constance de la vitesse de la lumière, et ainsi de la relativité restreinte, à des domaines où le potentiel gravitationnel était constant. Einstein écrivit :

Dans mon opinion du moins, l'hypothèse que le "champ d'accélération" est un cas particulier d'un champ gravitationnel a une telle forte probabilité, en particulier en ce qui concerne les conséquences déjà déduites dans le premier article sur la masse gravitationnelle du contenu d'énergie, qu'un développement détaillé de ses conséquences semble être indiqué.<sup>113</sup>

La formulation du passage révèle clairement une ligne de pensée machienne, en ce qu'Einstein considère un champ d'accélération comme étant un champ physique réel, et plus spécifiquement un champ de gravitation. Pour ceux qui auraient pu s'interroger sur la source d'un tel champ de gravitation, Einstein indiqua dans une note sur la page suivante que "les masses qui produisent ce champ [champ d'accélération uniforme] doivent être considérées comme étant situées à l'infini."<sup>114</sup> A l'aide de considérations spatio-temporelles dans un référentiel uniformément accéléré et du principe d'équivalence, Einstein devait déduire les deux éléments centraux de sa théorie : l'équation du champ donnant le champ en fonction de la distribution de matière ; et l'équation du mouvement d'une particule matérielle dans un champ donné. Comme variable de champ, Einstein adopta la vitesse de la lumière, qu'il supposa être constante dans le temps étant donné que la théorie se limitait au cas statique.

Einstein établit tout d'abord les relations de transformations au second ordre près (par rapport au temps du système de coordonnées  $t$ ) entre un référentiel uniformément accéléré  $K(x, y, z, t)$  (dans le sens de Born) et un référentiel inertiel fixe  $\Sigma(\xi, \eta, \zeta, \tau)$  ; (voir Fig. 3.6).

<sup>113</sup>Einstein, "Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes" (1912), p. 355.

<sup>114</sup>Ibid., p. 356.

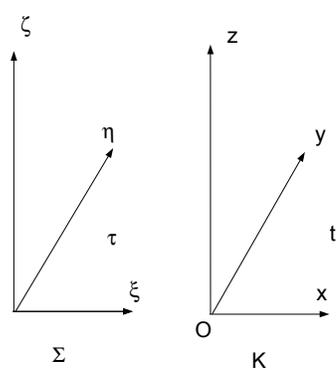


Fig. 3.6: Système uniformément accéléré  $K$  (l'accélération est le long de l'axe  $Ox$ )

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

Ici encore, Einstein supposa que l'accélération n'avait pas d'influence sur les longueurs des objets du système et trouva les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\xi &= x + \frac{ac}{2}t^2, \\ \eta &= y, \\ \zeta &= z, \\ \tau &= ct,\end{aligned}$$

où  $c = c_0 + ax$  est la vitesse de la lumière dans  $K$ , et  $a$  une constante; le temps  $\tau$  est mesuré de telle façon que la vitesse de la lumière dans  $\Sigma$  soit égale à 1.

Ayant obtenu la vitesse de la lumière dans le référentiel accéléré, Einstein chercha une équation différentielle (analogue à l'équation de Poisson) que satisfait la fonction  $c = c_0 + ax$  et trouva immédiatement l'équation

$$\Delta c = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} = 0.$$

En appliquant le principe d'équivalence, cette équation devint l'équation de champ gravitationnel d'une théorie statique de la gravitation dans le vide. En présence de matière, Einstein généralisa l'équation qui devint

$$\Delta c = kc\rho$$

où  $k$  est une constante universelle et  $\rho$  la masse volumique de la matière, qu'Einstein définit indépendamment de  $c$  à l'aide de la convention qu'une masse de  $1\text{cm}^3$  d'eau est égale à 1, quel que soit le potentiel gravitationnel.<sup>115</sup>

Pour déterminer l'équation du mouvement d'une particule matérielle dans un champ gravitationnel donné, Einstein tout d'abord établit l'équation du mouvement d'une particule libre dans un référentiel accéléré en appliquant les équations de transformations à un mouvement rectiligne inertiel dans  $\Sigma$ . Ayant obtenu l'expression analytique du mouvement dans  $K$ , Einstein ensuite en inféra l'équation différentielle

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{c^2} \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = -\frac{1}{c} \overrightarrow{\text{grad}} c.$$

Via le principe d'équivalence, cette équation devint l'équation du mouvement d'une particule dans un champ de gravitation statique. En multipliant l'équation du mouvement par  $\frac{c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ , qu'il montra être une constante du mouvement, Einstein récrit l'équation sous la forme

$$\frac{d}{dt} \left( \gamma \frac{m}{c} \vec{v} \right) = -\gamma m \overrightarrow{\text{grad}} c,$$

où  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ .

---

<sup>115</sup>Ibid., 360.

Einstein interpréta la grandeur  $\gamma \frac{m}{c} \vec{v}$  comme étant l'impulsion de la particule, et le terme à droite de l'équation comme la force exercée par le champ de gravitation sur la particule. Concernant l'énergie de la particule, Einstein la définit comme égale à  $\gamma mc$ .<sup>116</sup>

### Conséquences

En mars 1912, Einstein examina diverses conséquences électromagnétiques et thermiques<sup>117</sup> de sa théorie statique de la gravitation et déduisit d'autres conséquences dans un article "Gibt es eine Gravitationswirkung, die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist?" [Existe-t-il une action gravitationnelle analogue à l'induction électrodynamique?],<sup>118</sup> qui montre explicitement qu'Einstein était préoccupé par les idées de Mach sur l'inertie. Comme les conséquences électromagnétiques et thermiques n'eurent pas d'influence particulière, nous examinerons seulement les dernières conséquences qui constitueront le fondement de ce qu'Einstein appela plus tard la relativité de l'inertie. L'article d'Einstein sur l'induction gravitationnelle a dû être écrit avant mai 1912 car Einstein signala que les équations du mouvement de la théorie statique de la gravitation n'avaient pas encore été publiées.

Dans l'article, Einstein posa la question de savoir si une particule  $P$  au repos dans une sphère massive creuse  $K$  est soumise à une force induite si la sphère est accélérée (voir Fig. 3.7). Pour répondre à la question, Einstein établit tout d'abord que la masse  $M$  de la sphère influence la masse  $m$  d'une particule située en son centre. Qualitativement, l'effet peut être compris de la manière suivante ; de la définition de l'impulsion d'une particule,  $\gamma \frac{m}{c} \vec{v}$ , il s'ensuit que sa masse inerte au repos est donnée par  $\frac{m}{c}$ , ou  $m \frac{c_0}{c}$  dans des dimensions standard, si  $c_0$  est une vitesse donnée. Comme la sphère creuse modifie la valeur de  $c$ , elle influence par là la masse de la particule. De l'équation du mouvement et de la définition usuelle du potentiel de gravitation,

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\overrightarrow{grad} \Phi,$$

Einstein, pour de faibles vitesses, obtint la relation

$$\overrightarrow{grad} \Phi = c \overrightarrow{grad} c,$$

qui après intégration donne, en première approximation

$$\begin{aligned} \frac{c_0}{c} &= \left( 1 - \frac{\Phi_0 - \Phi}{c_0^2} \right) \\ &= 1 - \frac{kM}{Rc_0^2}, \end{aligned}$$

<sup>116</sup>Les dimensions des grandeurs d'Einstein diffèrent des usuelles à cause du choix  $c = 1$  dans  $\Sigma$ .

<sup>117</sup>Albert Einstein, "Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes," *Annalen der Physik*, **38** (1912), 443-58.

<sup>118</sup>Albert Einstein, "Gibt es eine Gravitationswirkung die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist?" *Vierteljahrsschrift für gerichtliche Medizin und öffentliches Sanitätswesen*, 3<sup>e</sup> sér., **44** (1912), 37-40.

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

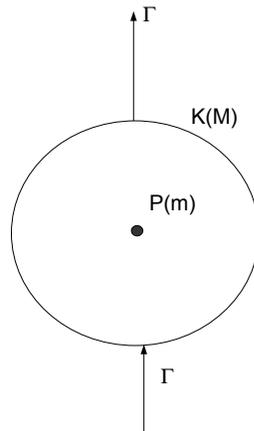


Fig. 3.7: Sphère massive creuse accélérée.

où  $R$  est le rayon de la sphère et  $c_0$  la vitesse de la lumière à l'infini. Ainsi, la nouvelle masse inerte de la particule en présence de la sphère est

$$m' = m + k \frac{mM}{Rc_0^2},$$

où  $m$  représente la masse inerte de la particule quand elle est seule à l'infini. A propos de cet effet Einstein remarqua :

Le résultat est en lui-même d'un grand intérêt. Il montre que la présence de la sphère inertielle  $K$  accroît la masse inerte de la particule ponctuelle  $P$  enfermée. Ceci suggère l'idée que toute l'inertie d'un point matériel pourrait être un effet de la présence de toutes les autres masses, fondé sur une sorte d'interaction avec elles.

Il ajouta dans une note, "Ceci est précisément le point de vue qu'Ernst Mach dans ses pénétrantes investigations, a émis sur le sujet."<sup>119</sup> Dans la même note, Einstein renvoya le lecteur au second chapitre de la *Mécanique* de Mach. Ceci fut la première fois où Einstein mentionna le nom de Mach dans un de ses articles. Nous avons vu qu'Einstein avait été en correspondance avec Mach depuis 1909. Einstein rendit également visite à Mach à Vienne, probablement en 1911 ou au

---

<sup>119</sup>Ibid., p. 39.

début de 1912.<sup>120</sup> A partir de ce moment, le nom de Mach devait apparaître fréquemment dans les articles d'Einstein.

Après avoir montré également que la masse de la sphère creuse est augmentée par la présence de la particule, Einstein finalement en vint à la question de savoir si une force induite s'exerce sur la particule lorsque la sphère creuse est accélérée. Si tel était le cas, la particule exercerait une force opposée sur la sphère creuse à cause de l'égalité de l'action de la réaction. Ainsi Einstein supposa que la force extérieure totale  $\vec{F}$  qui doit être appliquée à la sphère creuse afin de lui communiquer une accélération  $\vec{\Gamma}$  et l'éventuelle accélération  $\vec{\gamma}$  à la particule est de la forme

$$\vec{F} = A\vec{\Gamma} + \alpha\vec{\gamma},$$

où  $A$  et  $\alpha$  sont des coefficients à déterminer. De façon similaire, si une force extérieure totale  $\vec{f}$  est exercée sur la particule et lui communique une accélération  $\vec{\gamma}$  et l'éventuelle accélération  $\vec{\Gamma}$  à la sphère creuse alors on a

$$\vec{f} = a\vec{\gamma} + \alpha\vec{\Gamma},$$

où le coefficient  $\alpha$  est le même que celui au-dessus à cause de l'égalité de l'action et de la réaction. Pour déterminer les trois coefficients  $A$ ,  $a$  et  $\alpha$ , Einstein examina trois cas particuliers :

1. La sphère creuse et la particule ont la même accélération  $\gamma$ , conduisant à l'équation

$$\vec{F} + \vec{f} = (A + a + 2\alpha)\vec{\gamma} = \left(M + m - \frac{kMm}{Rc^2}\right)\vec{\gamma},$$

où l'expression entre parenthèses à droite est la masse inertielle de tout le système (i.e., sa masse au repos divisée par  $c^2$ ), et où  $c$  est la vitesse de la lumière au point de localisation du système.

2. Seule la particule est accélérée et la sphère est maintenue au repos; ainsi

$$\vec{f} = a\vec{\gamma} = \left(m + \frac{kMm}{Rc^2}\right)\vec{\gamma},$$

où l'expression entre parenthèses est la masse inerte de la particule en présence de la sphère.

3. Seule la sphère creuse est accélérée et la particule est maintenue au repos; ainsi

$$\vec{F} = A\vec{\Gamma} = \left(M + \frac{kMm}{Rc^2}\right)\vec{\Gamma},$$

où l'expression entre parenthèses est la masse de la sphère en présence de la particule.

<sup>120</sup>Herneck, "Beziehungen zwischen Einstein und Mach," p. 8; voir également I. B. Cohen, Interview of Einstein with I. B. Cohen, *Scientific American*, **193**, no. 1 (July 1955), 68-73, sur 72-73; P. Franck, Einstein (1953), pp. 104-105.

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

De ces équations, il s'ensuit que

$$\alpha = -\frac{3kMm}{2Rc^2}.$$

Ainsi, si seulement la sphère est accélérée, la force qui doit être exercée sur la particule pour la maintenir au repos est égale à  $\vec{f} = \alpha \vec{\Gamma}$ . Einstein conclua que la force induite par la sphère sur la particule est égale à  $-\alpha \vec{\Gamma}$  et est par conséquent dans la même direction que l'accélération de la sphère (car  $\alpha$  est négatif), contrairement à l'effet similaire entre charges électriques de même signe. Par conséquent, il apparut que la théorie d'Einstein confirmait dans une certaine mesure l'idée de Mach que la masse inerte et les forces inertielles sont relatives par rapport à d'autres corps. Nous verrons qu'Einstein devait attribuer une grande signification à de tels effets.

#### Problèmes et modification de la théorie

En mars 1912, peu de temps après avoir présenté sa théorie statique de la gravitation, Einstein exprima des doutes concernant la validité de l'ensemble de la théorie parce que l'équation du mouvement, prise avec l'équation du champ, était en contradiction avec la conservation de l'impulsion.<sup>121</sup> Plus précisément, Einstein trouva que pour la matière au repos, qu'il supposa être fixée sur une structure rigide dépourvue de masse, l'intégrale sur tout l'espace (avec  $c$  constant à l'infini),

$$\begin{aligned} \int \vec{F} d\tau &= - \int \rho \overrightarrow{grad} c d\tau \\ &= -\frac{1}{k} \int \frac{\Delta c}{c} \overrightarrow{grad} c d\tau, \end{aligned}$$

où  $\vec{F}$  est la force volumique agissant sur la matière, n'était pas nulle en général à cause de la dernière intégrale. Pour obtenir une intégrale nulle, Einstein essaya tout d'abord d'attribuer une masse gravitationnelle aux contraintes de la structure rigide, mais il trouva que ceci était en contradiction avec l'égalité des masses inertielle et gravitationnelle. L'étape suivante d'Einstein fut d'examiner les hypothèses de base de sa théorie, i.e., l'équation du mouvement et l'équation de champ. Comme l'expression de la force est une conséquence directe de l'équation du mouvement, une modification de la première exigeait une modification de la seconde. Einstein, toutefois, montra qu'il serait plutôt difficile de modifier l'équation du mouvement à moins de renoncer au point central de toute la théorie, i.e., la détermination du potentiel gravitationnel par la vitesse de la lumière  $c$ .

Concernant la modification de l'équation du mouvement, Einstein transforma tout d'abord l'intégrale ci-dessus et inféra que l'équation de champ

$$c \Delta c - \frac{1}{2} \left( \overrightarrow{grad} c \right)^2 = kc^2 \rho$$

<sup>121</sup>Einstein, "Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes," p. 453.

rendrait l'intégrale nulle. Einstein, toutefois, indiqua qu'il était réticent à faire ce pas car cela semblait restreindre l'usage du principe d'équivalence à des domaines infinitésimaux.<sup>122</sup> Einstein ne donna pas d'explication spécifique, mais il semble avoir conclu de la nouvelle théorie que la relation linéaire

$$c = c_0 + ax,$$

qui résultait du principe d'équivalence, ne pouvait être maintenue que localement car le coefficient  $a$  devenait maintenant une fonction des coordonnées. En conséquence, le domaine de validité du principe d'équivalence devenait également plus restreint. Einstein remarqua que l'équation du mouvement d'une particule matérielle restait inchangée, car sa déduction utilisait seulement les relations de transformation pour un domaine infinitésimal. Il réussit également à interpréter le terme supplémentaire  $\frac{1}{2k} \frac{(\text{grad } c)^2}{c}$  comme une densité volumique d'énergie du champ gravitationnel, mais il ne devait pas faire usage de la nouvelle équation de champ. A cette date, il apparut alors qu'avec sa théorie statique de la gravitation Einstein avait abandonné la constance de la vitesse de la lumière, la covariance de Lorentz (même pour des domaines infinitésimaux) et le principe d'équivalence macroscopique. De tels renoncements ou limitations pouvaient devenir des cibles tentantes pour la critique comme le débat entre Einstein et Abraham devait le montrer.

### Débat avec Max Abraham

Entre juin et août 1912, un débat public eut lieu entre Einstein et Abraham qui débuta avec la remarque d'Einstein que "sa conception [d'Abraham] du temps et de l'espace est déjà inacceptable d'un point de vue purement mathématique."<sup>123</sup> Einstein étaya son assertion en montrant que dès lors que l'on renonce à la constance de la vitesse de la lumière il ne peut exister d'invariance de Lorentz même pour des domaines infinitésimaux d'espace-temps, contrairement à ce qu'Abraham avait initialement pensé. Einstein raisonna de la façon suivante : s'il y a une transformation de Lorentz pour un domaine infinitésimal, alors on a les relations

$$dx' = \gamma(dx - vdt),$$

et

$$dt' = \gamma\left(-\frac{v}{c^2}dx + dt\right),$$

avec  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Comme  $dx'$  et  $dt'$  doivent être des différentielles totales, il s'ensuit que l'on doit avoir les relations

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma) = -\frac{\partial}{\partial x}(\gamma v),$$

<sup>122</sup>Ibid., p. 456.

<sup>123</sup>Einstein, "Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes," p. 355.

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

et

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\gamma \frac{v}{c^2} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (\gamma).$$

Si dans le système non primé le champ de gravitation est statique, alors  $c$  est une fonction de  $x$  mais pas de  $t$ . Si le système primé est, par exemple, un système se déplaçant avec une vitesse uniforme, alors  $v$  (pour  $x$  constant) doit être indépendant de  $t$ . Ainsi les termes à gauche doivent être nuls et donc ceux de droite également. L'annulation de ces derniers, toutefois, est impossible dans le cas d'une fonction arbitraire  $c(x)$ , ce qui conclut la démonstration.

Abraham répondit aux critiques d'Einstein en rejetant le principe de relativité et la théorie de la relativité dans son ensemble. Il argumenta que si Einstein s'était convaincu lui-même que la constance de la vitesse de la lumière devait être abandonnée afin d'arriver à une théorie cohérente de la gravitation et que si le fondateur de la théorie de la relativité avait même montré que le principe de relativité est incohérent avec une telle théorie alors il était clair qu'Einstein lui-même avait donné "le coup de grâce" (den Gnadenstoss) à la théorie de la relativité.<sup>124</sup> En fait, Abraham était plutôt content de ce développement et ne cacha pas sa satisfaction :

Celui qui, comme l'auteur, a dû avertir de façon répétée contre le chant des sirènes de cette théorie [relativité restreinte], peut avec une légitime satisfaction accueillir le fait, que son propre fondateur s'est maintenu convaincu lui-même qu'elle est insoutenable.<sup>125</sup>

Modestement, Abraham ajouta que s'il s'était permis de polémiquer contre un travail aussi méritoire que le dernier article d'Einstein, c'était seulement à cause de la critique qu'Einstein avait "asséné" à sa théorie (celle d'Abraham) de la gravitation. Abraham non seulement rejeta le principe de relativité de la relativité restreinte, mais proposa même de distinguer parmi tous les référentiels celui dans lequel le champ gravitationnel est statique. Il proposa d'appeler ce dernier, référentiel "absolu", et voyait dans celui-ci évidence pour l'existence de l'éther.<sup>126</sup> En ce qui concerne l'égalité des masses inerte et gravitationnelle, Abraham fut convaincu par Einstein de son importance et était prêt à considérer celle-ci comme un postulat de base d'une nouvelle théorie de la gravitation. Pourtant, contrairement à Einstein, Abraham ne voyait nullement le besoin d'associer celle-ci à la "contestable 'hypothèse de l'équivalence.'"<sup>127</sup> A la fin de 1912, Abraham devait en effet développer une seconde théorie de la gravitation, incorporant l'égalité des masses inerte et gravitationnelle, mais non le principe de relativité.<sup>128</sup>

---

<sup>124</sup>Max Abraham, "Relativität und Gravitation. Erwiderung auf eine Bemerkung des Hrn. A. Einstein," *Annalen der Physik*, **38** (1912), 1056-58, sur 1056.

<sup>125</sup>"Wer, wie der Verfasser, wiederholt vor den Sirenenklängen dieser Theorie hat warnen müssen, der darf es mit Genugtuung begrüßen, dass ihr Urheber selbst sich nunmehr von ihrer Unhaltbarkeit überzeugt hat," *ibid.*, p. 1056.

<sup>126</sup>*Ibid.*, p. 1058

<sup>127</sup>Max Abraham, "Nochmals Relativität und Gravitation. Bemerkung zu A. Einsteins Erwiderung," *Annalen der Physik*, **39** (1912), 444-48, sur 446.

<sup>128</sup>Abraham, "Das Gravitationsfeld," pp. 793-97.

L'accusation d'Abraham qu'Einstein avait lui-même donné le coup de grâce à la théorie de la relativité restreinte obligea Einstein à présenter sa propre position vis à vis de la théorie. Dans sa réponse, en juillet 1912, Einstein réaffirma son soutien au principe de relativité qu'il formula maintenant de la façon suivante :

Soit  $\Sigma$  un système isolé par rapport à tous les autres systèmes physiques (dans le sens du langage usuel de la physique), et supposons  $\Sigma$  muni d'un système de coordonnées  $K$ , tel que les lois satisfaites par les variations spatio-temporelles de  $\Sigma$  soient aussi simples que possible ; alors il existe une infinité de systèmes de coordonnées par rapport auxquels ces lois restent les mêmes, à savoir tous les systèmes de coordonnées qui, relativement à  $K$ , sont en mouvement rectiligne uniforme.<sup>129</sup>

Einstein mentionna que l'on pouvait également définir un principe de relativité par rapport à tout l'Univers mais que ce dernier était au-delà de la confirmation expérimentale. Adoptant la première formulation, - - qu'il reformula dans la forme abrégée suivante "La vitesse relative du système de référence  $K$  par rapport au système restant  $U$  n'entre pas dans les lois physiques"<sup>130</sup> - - Einstein remarqua que de puissants arguments devraient être présentés avant que l'on puisse douter de ce principe de relativité. Il souligna de façon répétée qu'il ne voyait aucune raison pour un tel doute et fit savoir clairement combien important était pour lui ce principe en rejetant toute théorie qui ne l'incluerait pas :

Les considérations esquissées ci-dessus impliquent, à mon avis, que toute théorie doit être rejetée qui distingue un référentiel d'un autre en mouvement de translation uniforme par rapport au premier.<sup>131</sup>

En conséquence, Einstein rejeta la tentative d'Abraham de distinguer parmi tous les référentiels celui où le champ gravitationnel est statique.

Au sujet du second principe de la relativité restreinte, i.e., le principe de la constance de la vitesse de la lumière, qui dit qu'il existe un référentiel  $K$  dans lequel la vitesse de la lumière dans le vide est égale à la valeur universelle  $c$  quel

<sup>129</sup>"Es sei  $\Sigma$  ein von allen übrigen physikalischen Systemen (im Sinne der geläufigen Sprache der Physik) isoliertes System, und es sei  $\Sigma$  auf ein solches Koordinatensystem  $K$  bezogen, dass die Gesetze, welchen die räumlich-zeitlichen Änderungen von  $\Sigma$  gehorchen, möglichst einfache werden ; dann gibt es unendlich viele Koordinatensysteme, in bezug auf welche jene Gesetze die gleichen sind, nämlich alle diejenigen Koordinatensysteme, die sich relativ zu  $K$  in gleichförmiger Translationsbewegung befinden," Albert Einstein, "Relativität und Gravitation. Erwiderung auf eine Bemerkung von M. Abraham." *Annalen der Physik*, **38** (1912 ; date de réception : 4 juillet 1912), 1060.

<sup>130</sup>Ibid., p. 1061.

<sup>131</sup>"Die im vorigen angedeuteten Überlegungen bringen es nach meiner Ansicht mit sich, dass jede Theorie abzulehnen ist, welche *ein* Bezugssystem gegenüber den relativ zu ihm in gleichförmiger Translation befindlichen Bezugssystemen auszeichnet," *ibid.*, p. 1061. Accentué dans l'original.

### 3.2. AUTRE UTILISATION DU PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE : LA THÉORIE STATIQUE DE LA GRAVITATION

que soit le mouvement de la source de lumière par rapport à  $K$ , Einstein remarqua qu'il pensait que sa validité était limitée à des domaines spatio-temporels ayant un potentiel gravitationnel constant. Einstein croyait que quelque chose de la relativité restreinte devait clairement être abandonné étant donné qu'il s'avérait impossible d'intégrer la gravitation dans la relativité restreinte sans remettre en cause l'égalité des masses inerte et gravitationnelle. Il n'interpréta pas toutefois cette situation comme signifiant un échec du principe de relativité, mais voyait dans celle-ci seulement la nécessité de limiter la validité du principe de la constance de la lumière à des domaines spatio-temporels de potentiel gravitationnel constant. Ainsi il affirma que la relativité restreinte était toujours valide dans ce domaine restreint.

Le fait que la propre théorie statique de la gravitation d'Einstein ne satisfasse pas à une invariance de Lorentz locale ne pouvait pas vraiment être porté à charge contre le principe de relativité, car Einstein était bien conscient du caractère restreint et provisoire de cette théorie. Einstein savait qu'un système conceptuel plus général et relativiste satisfaisant à l'égalité des masses inerte et pesante aurait à être développé. Il écrivit : "la tâche du futur proche doit être de développer un schéma théorique relativiste, dans lequel l'équivalence entre les masses inerte et pesante trouve son expression."<sup>132</sup> Einstein mentionna qu'avec sa théorie statique de la gravitation il avait eu l'intention de faire une contribution vers ce but. Einstein admit qu'il n'a pu utiliser qu'un principe d'équivalence local et était incapable de donner une raison satisfaisante à cela. Pourtant, en dépit de cette limitation, il n'était pas prêt à suivre Abraham et à abandonner le principe d'équivalence dans son ensemble.

A côté de la gravité de l'énergie, Einstein avait une autre raison de tenir au principe d'équivalence, à savoir la perspective d'une relativité générale. Il écrivit :

D'un autre côté, le principe d'équivalence ouvre la perspective intéressante que les équations d'une théorie relativiste incorporant la gravitation pourraient être invariantes par rapport à des transformations de systèmes accélérés (ou en rotation). Toutefois, le chemin vers ce but semble être très difficile.<sup>133</sup>

Parmi les difficultés qui freinèrent son progrès vers ce but en juillet 1912, Einstein mentionna la prévisible perte de signification physique immédiate des coordonnées spatio-temporelles et le fait qu'il ne connaissait pas encore la forme des transformations générales d'espace-temps. Einstein avait déjà rencontré la perte de signification physique à propos de la coordonnée de temps mais maintenant les coordonnées spatiales étaient également affectées. Face à ces difficultés, Einstein demanda publiquement de l'aide à ses collègues : "Je voudrais demander

<sup>132</sup>"Aufgabe der nächsten Zukunft muss es sein, ein relativitätstheoretisches Schema zu schaffen in welchem die Äquivalenz zwischen träger und schwerer Masse ihren Ausdruck findet," *ibid.*, p. 1063.

<sup>133</sup>"Andererseits eröffnet uns dies Äquivalenzprinzip die interessante Perspektive, dass die Gleichungen einer auch die Gravitation umfassenden Relativitätstheorie auch bezüglich Beschleunigungs- (und Drehungs-) Transformationen invariant sein dürften. Allerdings scheint der Weg zu diesem Ziele ein recht schwieriger zu sein," *ibid.*, p. 1063.

à tous les collègues, de s'essayer à ce problème important.<sup>134</sup> L'appel d'Einstein à une collaboration devait recevoir une réponse positive de son ami mathématicien Marcel Grossmann, qui introduisit Einstein au calcul différentiel absolu, qui devait transformer, dans une certaine mesure, le rêve d'Einstein d'une relativité générale en réalité.

---

<sup>134</sup>"Ich möchte alle Fachgenossen bitten, sich an diesem wichtigen Problem zu versuchen," *ibid.*, p. 1064.

## Chapitre 4

# Première ébauche de la théorie de la relativité générale (1913 – 1915)

A la fin du semestre d'été de 1912, Einstein retourna de Prague à Zürich, où il fut nommé professeur Ordinarius à l'Eidgenössische Technische Hochschule (ETH) de Zürich. A Prague, le mathématicien Georg Pick, l'un des plus proches collègues d'Einstein là-bas, avait suggéré à Einstein l'utilisation du calcul différentiel de Ricci et Levi-Civita afin de résoudre ses difficultés mathématiques pour étendre la relativité restreinte.<sup>1</sup> A Zürich, son ami Marcel Grossmann, qui avait prêté ses notes de cours à Einstein lorsqu'il était étudiant et qui était devenu professeur de mathématiques à l'ETH, répondit immédiatement avec enthousiasme à la demande d'Einstein sur le sujet. En 1913, Einstein et Grossmann présentèrent une première ébauche d'une théorie de la relativité générale. Une équation de mouvement de covariance générale fut obtenue mais les équations de champ étaient non généralement covariantes. Peu de temps après, Einstein refit une tentative pour trouver des équations de champ généralement covariantes qui fut caractérisée par une alternance d'espoirs et de déceptions. Einstein essaya d'analyser rationnellement son échec puis crut qu'il pouvait atteindre une covariance satisfaisante pour ses équations de champ de 1913 ; enfin, en 1915, il réalisa que ce n'était pas le cas et abandonna les équations de champ de 1913.

Après quelques remarques historiques sur le calcul tensoriel, nous examinerons la théorie d'Einstein-Grossmann de 1913, en particulier en ce qui concerne le développement de l'équation du mouvement, et les principales conséquences de la théorie. Nous analyserons ensuite l'élaboration ultérieure d'Einstein de la théorie et passerons brièvement en revue sa réception.

---

<sup>1</sup>Philipp Frank, *Einstein, His Life and Times* (New York : Alfred A. Knopf, 1953), p. 82.

## 4.1 Remarques historiques sur le calcul tensoriel

Les tenseurs constituant des représentations de groupes, le concept de tenseur est défini relativement à un groupe spécifique.<sup>2</sup> Historiquement, le concept de tenseur est entré en physique par deux voies distinctes. Suivant l'une des voies, les physiciens Josiah Williard Gibbs et Woldemar Voigt introduisirent le concept de tenseur comme une extension du calcul vectoriel, qui fut lui-même un développement du calcul des quaternions d'Hamilton. Ces tenseurs furent initialement définis par rapport au groupe des rotations dans l'espace tridimensionnel et furent ensuite généralisés en tenseurs par rapport au groupe des rotations dans l'espace quadridimensionnel. Suivant la nomenclature standard, nous appellerons ces groupes  $O(3)$  et  $O(4)$  respectivement (la lettre  $O$  désignant les transformations orthogonales). Sur l'autre voie de développement des tenseurs, le mathématicien Elwin Bruno Christoffel, en 1868, posa les fondations mathématiques d'un calcul tensoriel par rapport à un groupe plus général, à savoir le groupe des transformations associé à une forme différentielle quadratique. Les considérations de Christoffel furent utilisées en 1900 par Ricci et Levi-Civita pour développer ce qu'ils appelèrent le "calcul différentiel absolu." Nous analyserons successivement ces deux voies de développement.

### 4.1.1 Tenseurs par rapport aux groupes $O(3)$ et $O(4)$

Comme les vecteurs et les tenseurs par rapport aux groupes  $O(3)$  et  $O(4)$  furent historiquement enracinés dans le calcul des quaternions de William Rowan Hamilton, nous présenterons tout d'abord brièvement les quaternions.<sup>3</sup> L'influence du calcul des quaternions d'Hamilton se reflète dans la terminologie actuelle : les termes scalaire,<sup>4</sup> vecteur,<sup>5</sup> et tenseur<sup>6</sup> furent tous introduits par Hamilton; les deux premiers termes ont gardé le sens qu'Hamilton leur avait attribué, tandis que le sens du dernier terme fut généralisé par Voigt qui lui donna la signification actuelle. La découverte des quaternions par Hamilton résulta de son désir de généraliser les nombres complexes. Introduisant des ensembles ordonnés de quatre nombres réels (ou complexes)  $q = (d, a, b, c)$  qu'il appela quaternions (resp. biquaternions) et écrivant  $q = d + ai + bj + ck$ , Hamilton analysa les propriétés de  $1, i, j, k$ , et découvrit en 1843<sup>7</sup> ce qui est

<sup>2</sup>Voir Paul Kustaanheimo, *On the equivalence of some calculi of transformable quantities*, *Societas Scientiarum Fennica : Commentationes Physico-Mathematicae*, **17**, no. 9 (1955), p. 4; Eric Lord, *Tensors, Relativity and Cosmology* (New Delhi : Tata McGraw-Hill, 1976), chaps. 1, 2.

<sup>3</sup>Sur le rôle joué par les quaternions dans le développement du calcul vectoriel, voir Michael J. Crowe, *A History of Vector Analysis : The Evolution of the Idea of a Vectoriel System* (Notre Dame, London : University of Notre Dame Press, 1967).

<sup>4</sup>William Rowan Hamilton, "On Quaternions, or on a New System of Imaginaries in Algebra," *Philosophical Magazine*, **29** (1846), 26-27; mentionné par Crowe, *History of Vector Analysis*, pp. 31-32.

<sup>5</sup>Ibid.

<sup>6</sup>William Rowan Hamilton, *Lectures on Quaternions* (Dublin, 1853), p. 57, par. 63.

<sup>7</sup>Pour un récit de la découverte, voir Thomas L. Hankins, *Sir William Rowan Hamilton* (Baltimore and London : Johns Hopkins University Press, 1980), chap. 7; voir également

maintenant appelé le groupe des quaternions, qui est constitué des 8 éléments :  $\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k$ , avec la règle de multiplication :

$$\begin{aligned} i^2 &= j^2 = k^2 = -1 \\ ij &= k, jk = i, ki = j \\ ji &= -k, kj = -i, ik = -j. \end{aligned}$$

Réciproquement, la règle de multiplication d'Hamilton de l'algèbre des quaternions peut être obtenue à partir de la table de multiplication du groupe des quaternions (en identifiant  $a(-i)$  avec  $-a(i)$ , etc.). Hamilton appela  $d$  la "partie scalaire" du quaternion  $q$ ,  $(a, b, c)$  la partie "vectorielle," et la grandeur  $\sqrt{d^2 + a^2 + b^2 + c^2}$  le "tenseur de  $q$ ."

En dépit de la conviction d'Hamilton de l'utilité des quaternions pour les applications physiques, qui fut partagée en particulier par Peter Guthrie Tait et James Clerk Maxwell (ce dernier fit usage des quaternions dans son ouvrage "Treatise on Electricity and Magnetism), la plupart des physiciens ne ressentirent pas le besoin d'un outil mathématique aussi abstrait dans leur science. L'influence de Maxwell, Tait et d'autres, combinée à l'importance grandissante de l'électromagnétisme, stimula toutefois le développement d'un calcul des quaternions pour les applications pratiques, à savoir le calcul vectoriel, en particulier par Josiah Willard Gibbs. Gibbs sépara la partie scalaire de la partie vectorielle du quaternion et introduisit deux sortes de produit : le produit scalaire et le produit vectoriel à la place d'un produit quaternionien. Gibbs fit également usage des fonctions linéaires de quaternions d'Hamilton et introduisit des opérateurs qu'il appela des dyades ("dyadics") qui sont équivalentes aux tenseurs modernes par rapport au groupe  $O(3)$ . Dans la notation de Gibbs,<sup>8</sup> l'équation

$$\vec{r}' = \Phi \cdot \vec{r},$$

où  $\Phi$  est la dyade opérant sur  $\vec{r}$ , correspondait à l'équation linéaire suivante :

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z, \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z, \\ z' &= a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z, \end{aligned}$$

où les coefficients  $a_{ij}$  sont des nombres. L'ensemble des coefficients  $a_{ij}$  est aujourd'hui appelé un tenseur d'ordre 2. Au dix-neuvième siècle, de telles fonctions linéaires furent utilisées dans les théories de l'élasticité, de l'hydrodynamique et de l'électricité. Gibbs<sup>9</sup> introduisit le terme de "tenseur droit" ("right tensor") pour une dyade correspondant à une tension pure.

Crowe (1967), chap. 2.

<sup>8</sup>Josiah Willard Gibbs and E. B. Wilson, *Vector Analysis* (New Haven : Yale University Press, 1901), p. 265.

<sup>9</sup>Josiah Willard Gibbs, *Elements of Vector Analysis* (New Haven, 1881-84, non publié), p. 57 ; mentionné par Max Abraham, "Geometrische Grundbegriffe," *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, IV*, partie 3 (article complété en 1901), p. 28.

Ce fut précisément le problème de description des élongations qui, au tournant du siècle, conduisit le physicien théoricien et cristallographe Woldemar Voigt à rechercher un nouvel outil mathématique qui permettrait de décrire les contraintes et tensions des cristaux. Comme une élongation le long d'un axe est caractérisée par un nombre et une direction sans orientation, un vecteur est inapproprié pour décrire un tel état car  $\vec{a}$  et  $-\vec{a}$  sont des vecteurs essentiellement différents. Ainsi Voigt, qui n'était pas au courant du travail (imprimé en privé) de Gibbs, introduisit ce qu'il appela les tenseurs : un tenseur est caractérisé par un nombre sans orientation.<sup>10</sup> En ce qui concerne le choix du terme "tenseur," Voigt adopta le terme d'Hamilton car il considérait la nouvelle signification comme une extension de l'ancienne;<sup>11</sup> tandis que pour Hamilton le tenseur était une magnitude, pour Voigt il signifiait une magnitude plus une direction. Comme une déformation quelconque pure peut être caractérisée par trois tenseurs dans trois directions perpendiculaires, Voigt introduisit le terme "triplet de tenseur"<sup>12</sup> ("tensor triple") et définit ce dernier en termes de six composantes indépendantes dans un système de coordonnées arbitraires.<sup>13</sup> Voigt<sup>14</sup> devait bientôt écrire ces composantes dans la notation standard :  $T_{xx}, T_{yy}, T_{zz}, T_{yz}, T_{zx}, T_{xy}$  et introduisit également des tenseurs d'ordre plus élevé.<sup>15</sup> Le "triplet de tenseur" de Voigt correspond à un tenseur symétrique. Les dyades de Gibbs et les tenseurs de Voigt constituaient des représentations du groupe des rotations  $SO(3)$ .

L'étape suivante dans cette ligne de développement fut l'introduction par Poincaré de ce que Sommerfeld<sup>16</sup> appela plus tard des quadrivecteurs, qui par construction constituaient une représentation du groupe linéaire pseudo-orthogonal de transformations laissant  $x^2 + y^2 + z^2 - t^2$  invariant. (Ce groupe correspond à  $O(3, 1)$  et fut appelé par Poincaré le groupe de Lorentz.<sup>17</sup>) Il faut remarquer que Voigt,<sup>18</sup> en 1887, avait déjà fait usage de la transformation de Lorentz.

Hermann Minkowski, à la suite de Poincaré et Einstein, prit l'invariance relativiste au sérieux et dériva les équations électrodynamiques fondamentales pour des corps en mouvement à partir d'un formalisme quadridimensionnel invariant par transformation de Lorentz. Comme avec Poincaré, le formalisme quadridimensionnel associait les coordonnées spatiales et la coordonnée temporelle à

<sup>10</sup>Woldemar Voigt, *Die fundamentalen Eigenschaften der Krystalle in Elementarer Darstellung* (Leipzig, 1898), p. 20.

<sup>11</sup>Ibid., préface, p. VI.

<sup>12</sup>Ibid., p. 22.

<sup>13</sup>Ibid., p. 23.

<sup>14</sup>W. Voigt, "Etwas über Tensoranalysis," *Nachr. Ges. Gött.*, math.-physikalische Klasse (1904), pp. 495-513, sur p. 499.

<sup>15</sup>W. Voigt, "Ueber die Parameter der Krystallphysik und über gerichtete Grössen höherer Ordnung," *Gött. Nachr.*, Heft 4 (1900), pp. 355-79, sur p. 358; Voigt, "Tensoranalysis" p. 499.

<sup>16</sup>Arnold Sommerfeld, "Zur Relativitätstherorie, I. Vierdimensionale Vektoralgebra," *Annalen der Physik*, **32** (1910), 749-76, dans Arnold Sommerfeld, *Gesammelte Schriften*, ed. F. Sauter (Braunschweig : Friedr. Vieweg & Sohn, 1968), **2**, 190.

<sup>17</sup>Henri Poincaré, "Sur la Dynamique de l'Electron," *Rend. Circ. Mat. Palermo*, **21** (1906), 129-76, dans Henri Poincaré, *Oeuvres* (Paris, 1954), **9**, 547.

<sup>18</sup>W. Voigt, "Über das Doppler'sche Princip," *Nachr. Ges. Gött.*, (1887), pp. 44-51, sur p. 45. L'article fut réimprimé dans *Physikalische Zeitschrift*, **16** (1915), 381-86.

l'intérieur d'une nouvelle quadri-grandeur que Minkowski<sup>19</sup> écrivit  $(x, y, z, it)$  ou  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$ . Par l'introduction du nombre complexe  $i$ , l'invariant de Lorentz  $x^2 + y^2 + z^2 - t^2$  pouvait être écrit  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ . En conséquence, une transformation de Lorentz pouvait être considérée comme une rotation dans un quadri-espace. Il semble probable que Minkowski vint à l'idée d'utiliser la norme  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$  via le calcul des quaternions où cette quantité joue un rôle majeur. La connaissance des quaternions de Minkowski est confirmée par le fait que dans une note de bas de page dans le même article où il introduisit le formalisme quadridimensionnel, il suggéra que l'on aurait pu penser à utiliser le calcul des quaternions plutôt que le calcul matriciel adopté dans l'article.<sup>20</sup> En fait, le quadrivecteur de Minkowski  $(x, y, z, it)$  était simplement un cas particulier des quaternions complexes déjà utilisés par Hamilton (qu'Hamilton appela biquaternions).<sup>21</sup> L'importance historique du travail de Minkowski en physique fut qu'il conduisit au développement du calcul tensoriel quadridimensionnel. Initialement, Einstein avait été plutôt critique vis à vis du travail de Minkowski : d'après Max Born, Einstein, autour de 1909, ne voyait dans le travail de Minkowski guère plus que des "accessoires mathématiques superflus" (überflüssiges mathematisches Beiwerk).<sup>22</sup> Plus tard, Einstein reconnaîtra toutefois que sans le calcul tensoriel quadridimensionnel, la relativité générale n'aurait pas été possible.<sup>23</sup> Le calcul tensoriel quadridimensionnel devait constituer le fondement mathématique à partir duquel Einstein put apprécier l'utilité potentielle du calcul tensoriel généralement covariant. En effet, dans ce contexte, ce dernier devait apparaître comme une extension naturelle du calcul tensoriel par rapport à  $O(4)$ .

#### 4.1.2 Tenseurs par rapport aux groupes associés à une forme différentielle quadratique

La base théorique du calcul différentiel absolu de Ricci et Levi-Civita fut développée par Elwin Bruno Christoffel dans son article de 1869 intitulé "Ueber die Transformation der homogenen Differentialausdrücke zweiten Grades."<sup>24</sup> Là, Christoffel introduisit le concept que Ricci appela plus tard la dérivée cova-

<sup>19</sup>Hermann Minkowski, "Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern," *Nachr. Ges. Gött.*, math.-physikalische Klasse, (1908), pp. 53-111, dans Hermann Minkowski, *Gesammelte Abhandlungen*, ed. D. Hilbert (Leipzig, 1911; rpt. New York : Chelsea, 1967), 2 vols. in one, **2**, 354.

<sup>20</sup>Minkowski, *Abhandlungen*, **2**, 375.

<sup>21</sup>William Rowan Hamilton, *Elements of Quaternions*, ed. C. J. Joly, 3rd ed. (London, 2nd ed., 1899; rpt. New York : Chelsea, 1969), **1**, 133.

<sup>22</sup>Max Born, "Erinnerungen an Hermann Minkowski zur 50. Wiederkehr seines Todestages," *Naturwiss.*, **46** (1959), 501-05, dans Max Born, *Ausgewählte Abhandlungen* (Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht, 1963), **2**, 688.

<sup>23</sup>Einstein to Besso, 6 Jan. 1948, *ibid.*, p. 391.

<sup>24</sup>E. B. Christoffel, "Ueber die Transformation der homogenen Differentialausdrücke zweiten Grades," *Crelle's Journal*, **70** (1869), 46-70, dans E. B. Christoffel, *Gesammelte mathematische Abhandlungen*, ed. L. Maurer (Leipzig-Berlin, 1910), **I**, 352-77.

riante<sup>25</sup> et donna également une expression analytique de ce qui fut appelé plus tard le tenseur de courbure de Riemann-Christoffel. Avant Christoffel, Bernhard Riemann avait introduit ce dernier concept dans son *Habilitationschrift* de 1854, qui fut publiée seulement après sa mort.<sup>26</sup> Christoffel mentionna brièvement le travail de Riemann tout à la fin de son article, mais apparemment développa ses considérations indépendamment de celui-ci.

Le problème de Christoffel fut le suivant. Si les variables  $x^i$  d'une expression différentielle<sup>27</sup>  $ds^2 = \omega_{ik} dx^i dx^k$ , où  $\omega_{ik}$  sont des fonctions arbitraires de  $x^i$ , sont remplacées par un autre ensemble de variables indépendantes  $x'^i$ , on obtient une nouvelle expression différentielle  $ds'^2 = \omega'_{ik} dx'^i dx'^k$  telle que  $ds^2 = ds'^2$ . Si par ailleurs, on part des expressions différentielles  $ds^2, ds'^2$  avec des coefficients  $\omega_{ik}, \omega'_{ik}$  donnés, la question se pose de savoir s'il existe des transformations  $x^\mu = x'^\mu(x'^\sigma)$  telles que  $ds^2 = ds'^2$  et si oui, quelles sont les conditions auxquelles ces transformations doivent satisfaire. D'après la théorie algébrique des invariants, il s'ensuit que les transformations  $x^\mu = x'^\mu(x'^\sigma)$  doivent satisfaire la condition  $E' = r^2 E$  où  $E'$  et  $E$  sont les déterminants des  $\omega'_{ik}$  et  $\omega_{ik}$  respectivement, et où  $r$  est le Jacobien de la transformation. La condition ci-dessus serait suffisante si  $\omega_{ik}, \omega'_{ik}$  étaient constants. Dans le cas présent, toutefois, d'autres conditions doivent être satisfaites de façon à ce que les  $dx^\mu$  puissent être des différentielles totales. A l'aide d'opérations de différentiation, Christoffel trouva que les conditions nécessaires et suffisantes (à part les conditions initiales) imposées à ces transformations sont données par

$$\frac{\partial^2 x^r}{\partial x'^\alpha \partial x'^\beta} + \Gamma_{ik}^r \frac{\partial x^i}{\partial x'^\alpha} \frac{\partial x^k}{\partial x'^\beta} = \Gamma_{\alpha\beta}^{\lambda} \frac{\partial x^r}{\partial x'^\lambda} \quad (4.1)$$

où  $\Gamma_{il}^r = \sum_k \frac{E_{rk}}{E} \Gamma_{k,il}$ ,  $E_{rk}$  étant le cofacteur de  $\omega_{rk}$  dans  $E$ , et

$$\Gamma_{k,il} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial \omega_{lk}}{\partial x^i} - \frac{\partial \omega_{il}}{\partial x^k} \right].$$

Les coefficients  $\Gamma_{ik}^r, \Gamma_{k,il}$  que Christoffel écrivit respectivement  $\begin{pmatrix} ik \\ r \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} il \\ k \end{bmatrix}$  sont maintenant appelés les symboles de Christoffel.

La condition (4.1) permet à Christoffel d'introduire le concept de dérivée covariante comme suit. A partir du postulat de l'invariance de  $ds^2 = \omega_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = ds'^2$ , Christoffel remarqua que la loi de transformation des  $\omega_{\mu\nu}$  est donnée par

$$\omega'_{\mu\nu} = \omega_{\alpha\beta} u_\mu^\alpha u_\nu^\beta,$$

<sup>25</sup>G. Ricci, "Sulla derivazione covariante ad una forma quadratica differenziale." *Rendiconti Accad. Lincei* (4), **3**, part I (1887), 15-18.

<sup>26</sup>B. Riemann, "Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen," *Habilitationschrift*, 1854, *Abhandlungen der Königlich-Preussischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, vol. 13, dans B. Riemann, *Gesammelte Mathematische Werke und Wissenschaftlicher Nachlass*, ed. Heinrich Weber, 2nd ed. (Leipzig, 1892), pp. 272-87.

<sup>27</sup>A partir de maintenant, nous adopterons la convention de sommation introduite par Einstein en 1916; chaque fois qu'un indice apparaît deux fois, une fois en position supérieure et une fois en position inférieure, une sommation sur cet indice est supposée être faite.

où  $u_\mu^\alpha = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu}$ . Ceci est la relation qu'Einstein devait adopter pour la définition du tenseur  $\omega_{ik}$ . De cette définition, qui entraîne l'invariance de  $ds^2$  et des définitions similaires pour les autres tenseurs, il s'ensuit que les tenseurs constituent une représentation du groupe des transformations pour lesquelles  $ds^2$  un invariant. Dans la théorie de la relativité générale, c'est le groupe des transformations arbitraires de l'espace-temps quadridimensionnel. Nous l'appellerons, le groupe de la relativité générale. Christoffel considéra ensuite une forme différentielle générale

$$G_\mu = \sum_{i_1 i_2 \dots i_\mu} (i_1 i_2 \dots i_\mu) dx^{i_1} dx^{i_2} \dots dx^{i_\mu},$$

où les coefficients (qui sont des tenseurs du type  $T_{i_1 i_2 \dots i_\mu}$ ) sont des fonctions dérivées des  $\omega_{\mu\nu}$ . La loi de transformation des coefficients de  $G_\mu$  est

$$(\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_\mu)' = \sum_{i_1 i_2 \dots i_\mu} (i_1 i_2 \dots i_\mu) u_{\alpha_1}^{i_1} u_{\alpha_2}^{i_2} \dots u_{\alpha_\mu}^{i_\mu}.$$

En prenant la dérivée  $\frac{\partial(\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_\mu)}{\partial x'^\alpha}$ , et en remplaçant les dérivées secondes  $\frac{\partial^2 x^\lambda}{\partial x'^\alpha \partial x'^{\alpha_s}}$  à l'aide de l'équation (4.1), Christoffel, après réarrangement des termes des deux côtés de l'équation, obtint la relation<sup>28</sup>

$$(\alpha \alpha_1 \dots \alpha_\mu)' = \sum_{i_1 \dots i_\mu} (ii_1 \dots i_\mu) u_\alpha^i u_{\alpha_1}^{i_1} \dots u_{\alpha_\mu}^{i_\mu} \quad (4.2)$$

où

$$(ii_1 i_2 \dots i_\mu) = \frac{\partial(i_1 i_2 \dots i_\mu)}{\partial x^i} - \sum_\lambda [\Gamma_{ii_1}^\lambda (\lambda i_2 \dots i_\mu) + \Gamma_{ii_2}^\lambda (i_1 \lambda \dots i_\mu) + \dots] \quad (4.3)$$

et similairement pour  $(ii_1 \dots i_\mu)'$ . Ainsi d'un "système de relations de transformations d'ordre  $\mu$ " Christoffel obtint un système de relations de transformations  $\mu + 1$ . La relation (4.3) est la définition de la dérivée covariante d'un tenseur covariant  $(i_1 i_2 \dots i_\mu)$  et l'équation (4.2) montre que la dérivée covariante se transforme comme un tenseur.

Dans le même article, Christoffel analysa les conditions d'intégrabilité du système d'équations (4.1). Il trouva que ce dernier système est intégrable si la relation suivante est satisfaite

$$(\alpha \delta \beta \gamma)' = \sum_{ghik} (gkhi) u_\alpha^g u_\beta^h u_\gamma^i u_\delta^k,$$

où

$$\begin{aligned} (gkhi) &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \omega_{gi}}{\partial x^h \partial x^k} + \frac{\partial^2 \omega_{hk}}{\partial x^g \partial x^i} - \frac{\partial^2 \omega_{gh}}{\partial x^i \partial x^k} - \frac{\partial^2 \omega_{ik}}{\partial x^g \partial x^h} \right) \\ &+ \sum_{\alpha\beta} \frac{E_{\alpha\beta}}{E} (\Gamma_{\alpha,gi} \Gamma_{\beta,hk} - \Gamma_{\alpha,gh} \Gamma_{\beta,ik}). \end{aligned}$$

<sup>28</sup>Christoffel "Differentialausdrücke (1869), p. 363.

L'expression  $(gkhi)$  est le tenseur de Riemann-Christoffel<sup>29</sup> (ou tenseur de courbure) qui est le fondement des équations d'Einstein finales.

---

<sup>29</sup>Le terme est utilisé par Einstein et A. D. Fokker, "Die Nordströmsche Gravitationstheorie vom Standpunkt des absoluten Differentialkalküls," *Annalen der Physik*, **44** (1914), 321-28, sur 328.

**Encadré 4. Tenseurs du premier ordre**

Espace pseudo-euclidien (coordonnées curvilignes) ou espace Riemannien.  
Transformation du système de coordonnées (fonction continue quelconque)

$$(x^0, x^1, x^2, x^3) \rightarrow (x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)$$

$$x^i = f^i(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)$$

$$dx^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} dx'^k$$

(avec la convention de sommation d'Einstein sur  $k$ );  
invariant :

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = g'_{ik} dx'^i dx'^k.$$

1) Quadrivecteur contravariant :  $A^i$

$$A^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} A'^k$$

et réciproquement

$$A'^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^k} A^k$$

2) Quadrivecteur covariant :  $A_i$

$$A_i = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} A'_k$$

réciproquement

$$A'_i = \frac{\partial x^k}{\partial x'^i} A_k$$

exemple : ( avec  $\varphi$  : scalaire)

$$A_i = \frac{\partial \varphi}{\partial x^i} = \frac{\partial \varphi}{\partial x'^k} \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} A'_k$$

$\Rightarrow$  invariant

$$A^i B_i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} \frac{\partial x'^m}{\partial x^i} A'^k B'_m = \delta_k^m A'^k B'_m = A'^k B'_k$$

(avec  $\frac{\partial x^i}{\partial x^k} = \delta_k^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} \frac{\partial x'^m}{\partial x^k}$ )

**Encadré 5. Tenseurs du second ordre**

Espace pseudo-euclidien (coordonnées curvilignes) ou espace Riemannien.  
Transformation du système de coordonnées (fonction continue quelconque)

$$(x^0, x^1, x^2, x^3) \rightarrow (x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)$$

$$x^i = f^i(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)$$

$$dx^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} dx'^k$$

(avec la convention de sommation d'Einstein sur  $k$ );  
invariant :

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = g'_{ik} dx'^i dx'^k.$$

1a) Tenseur contravariant d'ordre deux :  $A^{ik}$  ( $i, k \in 0, 1, 2, 3$ )

$$A^{ik} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^l} \frac{\partial x^k}{\partial x'^m} A'^{lm}$$

et réciproquement

$$A'^{ik} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^l} \frac{\partial x'^k}{\partial x^m} A^{lm}$$

b) Tenseur covariant d'ordre deux :  $A_{ik}$

$$A_{ik} = \frac{\partial x'^l}{\partial x^i} \frac{\partial x'^m}{\partial x^k} A'_{lm}$$

réciproquement

$$A'_{ik} = \frac{\partial x^l}{\partial x'^i} \frac{\partial x^m}{\partial x'^k} A_{lm}$$

$\Rightarrow$  invariant

$$A^{ik} B_{ik} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^l} \frac{\partial x^k}{\partial x'^m} \frac{\partial x'^p}{\partial x^i} \frac{\partial x'^q}{\partial x^k} A'^{lm} B'_{pq} = \delta_l^p \delta_m^q A'^{lm} B'_{pq} = A'^{pq} B'_{pq}$$

(avec  $\frac{\partial x'^p}{\partial x'^i} = \delta_l^p = \frac{\partial x'^p}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial x'^l}$ )

c) Tenseur mixte

$$A^i_k = \frac{\partial x^i}{\partial x'^l} \frac{\partial x'^m}{\partial x^k} A^l_m$$

réciproquement

$$A'^i_k = \frac{\partial x'^i}{\partial x^l} \frac{\partial x^m}{\partial x'^k} A^l_m$$

2) Autres relations

$$A^i = g^{ik} A_k, A_i = g_{ik} A^k$$

$$g_{ik} g^{kl} = \delta_i^l$$

Le concept de dérivée covariante de Christoffel fut utilisé par Gregorio Ricci-Curbastro pour développer ce qu'il appela "le calcul différentiel absolu." Ensemble avec Tullio Levi-Civita, ils publièrent un mémoire de synthèse<sup>30</sup> dans lequel ils développèrent diverses applications (analytiques, géométriques, mécaniques, et physiques) du calcul tensoriel. Les travaux de Christoffel et ceux de Ricci et Levi-Civita doivent être vus dans le contexte des recherches faites dans le domaine mathématique de la théorie des invariants associés à une forme différentielle quadratique qui était un domaine de recherche actif autour du tournant du siècle dernier. Ainsi Marcel Grossmann était naturellement au courant de celui-ci. En 1908, J. Edmund Wright fit une exposition d'ensemble du domaine en mentionnant en particulier la méthode utilisée par Christoffel, Ricci et Levi-Civita et celles utilisées par Lie et Maschke.<sup>31</sup>

---

<sup>30</sup>G. Ricci et T. Levi-Civita, "Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications," *Mathematische Annalen*, **54** (1901), 125-201 ; pour des commentaires, voir Robert Hermann, Ricci and Levi-Civita's tensor analysis paper : translation, comments and additional material (Brookline, MA : Math Sci Press, 1975).

<sup>31</sup>Joseph Edmund Wright, *Invariants of Quadratic Differential Forms* (1908 ; rpt. New York : Hafner, 1972).

**Encadré 6. Dérivée covariante**

Espace pseudo-euclidien (coordonnées curvilignes) ou espace Riemannien

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k.$$

1) Différentielle covariante d'un vecteur contravariant

$$\begin{aligned} DA^i &= \left( \frac{\partial A^i}{\partial x^l} + \Gamma_{kl}^i A^k \right) dx^l \\ &= A^i{}_{;l} dx^l \end{aligned}$$

d'où la dérivée covariante

$$A^i{}_{;l} = \frac{\partial A^i}{\partial x^l} + \Gamma_{kl}^i A^k$$

2) Différentielle covariante d'un vecteur covariant

$$\begin{aligned} DA_i &= \left( \frac{\partial A_i}{\partial x^l} - \Gamma_{kl}^i A_k \right) dx^l \\ &= A_{i;l} dx^l \end{aligned}$$

d'où la dérivée covariante

$$A_{i;l} = \frac{\partial A_i}{\partial x^l} - \Gamma_{il}^k A_k$$

avec les symboles de Christoffel :

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^{im} \left( \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{i,kl} &= g_{im} \Gamma_{kl}^m \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{il}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i} \right) \end{aligned}$$

La première application physique du calcul tensoriel de Ricci et Levi-Civita fut faite par Friedrich Kottler, qui en 1912 développa des équations électromagnétiques covariantes<sup>32</sup> comme une généralisation naturelle des conceptions de Minkowski. L'article fut publié quand Einstein et Grossmann étaient déjà en train de travailler à leur article conjoint de 1913.<sup>33</sup>

## 4.2 Théorie d'Einstein-Grossmann (1913)

Les efforts d'Einstein et de Grossmann pour développer une théorie de la relativité générale devaient aboutir à un article intitulé "Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation" [Ebauche d'une théorie de la relativité généralisée et d'une théorie de la gravitation],<sup>34</sup> auquel nous référerons sous le nom d'article Entwurf. L'article est en deux parties : une partie physique écrite par Einstein et une partie mathématique écrite par Grossmann. Ce fut dans cet article qu'Einstein devait mentionner l'expérience d'Eötvös sur l'égalité des masses inerte et gravitationnelle pour la première fois ; il devait mentionner ces expériences fréquemment par la suite, comme support du principe d'équivalence. Nous analyserons successivement le développement de l'équation du mouvement, de l'équation du champ, et des principaux résultats de la théorie.

### 4.2.1 Les équations du mouvement généralement covariantes

Une étape décisive vers les équations du mouvement généralement covariantes fut la découverte d'Einstein que l'équation du mouvement de sa théorie statique pouvait être déduite du principe d'Hamilton de façon particulièrement simple. La découverte a dû se produire entre mars et mai 1912, i.e., durant l'intervalle de temps entre la soumission et la publication de l'article d'Einstein "Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes"<sup>35</sup> étant donné que l'objet de la découverte apparaît dans un addendum qui fut publié en même temps que l'article. Dans l'addendum, Einstein montra que l'équation du mouvement d'une particule libre dans un champ statique gravitationnel peut être exprimée sous la forme simple suivante

$$\delta \left( \int \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} \right) = 0$$

où  $c$  est une fonction des coordonnées spatiales. Einstein commenta :

<sup>32</sup>Friedrich Kottler, "Über die Raumzeitlinien der Minkowski'schen Welt," *Sitzungsber. Ak. Wiss. Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Section IIa*, partie 2, **121** (1912), 1659-1759.

<sup>33</sup>Albert Einstein et Marcel Grossmann, "Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation," *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, **62** (1913), 225-61, sur 245.

<sup>34</sup>Ibid.

<sup>35</sup>Albert Einstein, "Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes," *Annalen der Physik*, **38** (1912), 443-58, sur 458.

Il est apparent - - comme Planck l'a déjà montré pour la théorie de la relativité ordinaire - -, que les équations de la mécanique analytique ont une signification qui va bien au-delà de la mécanique newtonienne. L'équation hamiltonienne [ci-dessus] laisse deviner comment les équations du mouvement du point matériel sont constituées dans un champ gravitationnel dynamique.<sup>36</sup>

Comme Planck,<sup>37</sup> en 1906, avait montré que l'équation ci-dessus (avec  $c$  constant) représente l'équation du mouvement d'une particule libre dans la théorie de la relativité restreinte, la similarité des équations était frappante. Ainsi l'équation du mouvement de la théorie statique de la gravitation apparut comme une extension naturelle de l'équation d'une particule libre dans la théorie de la relativité restreinte.

De l'article Entwurf, comme nous le verrons, il apparaît que l'étape suivante d'Einstein fut de supposer qu'une équation du type  $\delta \int ds = 0$ , où  $ds$  est un certain invariant à déterminer, représentait l'équation du mouvement d'une particule dans un champ de gravitation dynamique. Einstein put aisément avoir quelque idée de la forme du  $ds$  en prenant le  $ds$  de la théorie statique et en faisant une transformation de Lorentz, ou quelque autre transformation qui transformerait le champ de gravitation statique en un champ dynamique. Il réalisa ainsi que davantage de fonctions entreraient dans le  $ds$  que simplement  $c^2$ . C'est probablement dans ce sens que la remarque d'Einstein dans l'addendum doit être interprétée. Pourtant, en juillet 1912, nous avons vu qu'Einstein ne connaissait pas encore la forme des transformations de coordonnées les plus générales et demanda de l'aide à ses collègues à ce sujet. Ainsi, à cette époque, Einstein probablement ne savait pas encore de façon certaine que l'invariant qu'il recherchait était la forme différentielle quadratique :  $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ . Mais au moins Einstein savait dans quelle direction il fallait regarder et quelle genre de questions il fallait poser.

---

<sup>36</sup>"Auch hier zeigt sich - - wie dies für die gewöhnliche Relativitätstheorie von Planck dargetan wurde - -, dass den Gleichungen der analytischen Mechanik eine über die Newtonsche Mechanik weit hinausreichende Bedeutung zukommt. Die zuletzt hingeschriebene Hamiltonsche Gleichung lässt ahnen, wie die Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes im dynamischen Gravitationsfelde gebaut sind," *ibid.*, p. 458.

<sup>37</sup>Max Planck, "Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik," *Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, **4** (1906), 136-41, in Max Planck, *Physikalische Abhandlungen und Vorträge* (Braunschweig : Friedr. Vieweg & Sohn, 1958), **2**, 119.

**Encadré 7. Equation du mouvement en relativité générale**

Espace pseudo-euclidien (coordonnées curvilignes) ou espace Riemannien.

1) Mouvement inertiel en relativité restreinte

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

$$-mc\delta \int ds = 0$$

$$\Rightarrow \frac{du^i}{ds} = 0$$

(avec  $u^i = \frac{dx^i}{ds}$  la quadrivitesse).

2) Géodésique en relativité générale

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k.$$

$$-mc\delta \int ds = 0$$

$$\Rightarrow \frac{Du^i}{ds} = 0$$

(avec  $u^i = \frac{dx^i}{ds}$  la quadrivitesse)

$$\Rightarrow \frac{du^i}{ds} + \Gamma_{kl}^i u^k u^l = 0$$

ou

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0$$

Marcel Grossmann devait fournir des réponses aux questions d'Einstein. Grossmann<sup>38</sup> était né en 1878 à Budapest, étudia avec Einstein au ETH de Zürich et devint en 1907 professeur de géométrie descriptive au ETH. Grossmann était un ami proche d'Einstein et avait aidé ce dernier non seulement par ses notes de cours au ETH mais particulièrement par la recommandation de son père d'Einstein au directeur de l'office des brevets à Berne. Einstein estima que sans cette recommandation il n'aurait probablement pas obtenu ce poste vital pour lui.<sup>39</sup> Grossmann avait écrit ses premiers articles sur la géométrie non-euclidienne et pouvait informer immédiatement Einstein du rôle majeur qu'avaient les formes différentielles quadratiques en mathématiques aussi bien d'un point de vue algébrique que géométrique. En introduisant Einstein au calcul tensoriel développé par Christoffel, Ricci, et Levi-Civita, Grossmann sans aucun doute économisa à Einstein beaucoup de temps à rechercher dans la littérature. Les deux hommes devaient publier deux articles avant que leur collaboration ne soit interrompue par la guerre. Bien que nous ayons mentionné la théorie Entwurf comme la théorie d'Einstein-Grossmann, Einstein doit néanmoins être considéré comme le découvreur de la théorie car c'était lui qui dirigeait la recherche. Les collègues d'Einstein mentionèrent généralement la théorie comme la théorie d'Einstein ce que nous feront également. Dans une lettre à Sommerfeld, Einstein décrivit ce qu'il vit comme étant la contribution de Grossmann : "Grossmann ne demandera jamais à être considéré comme un co-découvreur. Il m'a aidé seulement à m'orienter dans la littérature mathématique, mais n'apporta rien de matériel aux résultats."<sup>40</sup> La dernière phrase sous-estime peut-être un peu la contribution de l'expertise mathématique de Grossmann.

Ainsi, à la fin de 1912, guidé par Grossmann, Einstein savait que l'invariant pour l'équation du mouvement était de la forme  $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$  et que les  $g_{\mu\nu}$  pouvaient être interprétés comme la métrique d'un espace riemannien. A cette date, Vladimir Varićak avait déjà présenté une interprétation non-euclidienne de Lobachevsky de la relativité restreinte.<sup>41</sup> Einstein était probablement au courant des idées de Varićak car il écrivit une réponse à un article de Varićak sur un autre sujet à peu près à la même date.<sup>42</sup> A part l'équation du mouvement, Einstein

<sup>38</sup>Pour une information biographique voir J. J. Burckhardt, "Grossmann, Marcel," *Dictionary of Scientific Biography*, 5 (1972), 554-55; Louis Kollros, "Prof. Dr. Marcel Grossmann," *Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft*, 118 (1937), 325-29; Walter Saxer, "Marcel Grossmann" *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich*, 81 (1936), 322-26.

<sup>39</sup>Einstein à Besso, 6 mars 1952, *Correspondance* (1972), pp. 464-65; voir également Seelig, *Einstein* (1960), pp. 86-87.

<sup>40</sup>"Grossmann wird niemals darauf Anspruch machen, als Mitentdecker zu gelten. Er half mir nur bei der Orientierung über die mathematische Litteratur, trug aber materiell nichts zu den Ergebnissen bei," Einstein à Sommerfeld, 15 juillet 1915, dans Albert Einstein et Arnold Sommerfeld, *Briefwechsel*, ed. Armin Hermann (Basel : Schwabe, 1968), p. 30.

<sup>41</sup>Vladimir Varićak, "Anwendung der Lobatschewskijschen Geometrie in der Relativtheorie," *Physikalische Zeitschrift*, 11 (1910), 93-96; "Die Relativtheorie und die Lobatschewskijsche Geometrie," *ibid.*, pp. 287-93; voir également Vladimir Varićak, "Über die nichteuclidische Interpretation der Relativtheorie," *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, Leipzig, 21 (1912), 103-27.

<sup>42</sup>Albert Einstein, "Zum Ehrenfest'schen Paradoxon," *Physikalische Zeitschrift*, 12 (1911), 509-10; réponse à Vladimir Varićak, même titre, *ibid.*, p. 169-70.

avait une autre raison de s'intéresser à un espace non-euclidien, à savoir que pour un corps en rotation, la géométrie euclidienne n'était plus valide.<sup>43</sup> Comme Einstein voulait inclure les rotations parmi les transformations autorisées, des espaces non-euclidiens devaient donc être examinés.

L'importance de la formulation hamiltonienne de l'équation du mouvement de la théorie statique d'Einstein vers la transition de l'équation généralement covariante est confirmée par le fait qu'Einstein consacra la première section de l'article Entwurf à ce sujet. La section, intitulée "Equations du mouvement d'une particule matérielle dans un champ de gravitation statique," reproduisit les arguments présentés dans l'addendum, mais dans l'ordre inverse. Maintenant, Einstein présenta l'équation du mouvement d'une particule dans un champ de gravitation statique comme une extension naturelle de l'équation du mouvement d'une particule libre dans la relativité restreinte :  $\delta \int ds = 0$  où  $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ , la différence étant que  $c$  devint une fonction des coordonnées spatiales dans la théorie statique au lieu d'être une constante. Dans la deuxième section de l'article Entwurf, Einstein introduisit l'équation du mouvement d'une particule dans un champ gravitationnel arbitraire comme une extension de l'équation du mouvement dans un champ gravitationnel statique. Considérant une transformation arbitraire  $x^\mu \rightarrow x'^\mu(x^\mu)$ , Einstein observa que l'équation du mouvement d'une particule dans un champ gravitationnel statique serait transformée en l'équation  $\delta \int ds' = 0$  avec  $ds'^2 = g'_{\mu\nu} dx'^\mu dx'^\nu$  où les coefficients  $g'_{\mu\nu}$  qui sont symétriques en  $\mu, \nu$  sont des fonctions des coordonnées. Comme, physiquement, la transformation ci-dessus correspond au passage d'un champ statique à un champ dynamique, Einstein associa les  $g'_{\mu\nu}$  à un champ de gravitation dynamique. L'étape suivante d'Einstein fut de supposer que n'importe quel champ de gravitation pouvait être caractérisé par dix fonctions  $g_{\mu\nu}$ . Ainsi, la théorie statique et la relativité restreinte devinrent des cas particuliers avec

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c^2 \end{bmatrix},$$

$\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$  où  $c$  est une fonction de  $x, y, z$  dans le premier cas et une constante dans le second. Par ailleurs, Einstein supposa maintenant que l'équation du mouvement  $\delta \int ds = 0$ , où  $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ , était valide pour n'importe quel champ gravitationnel. Cette dernière équation du mouvement est la même dans n'importe quel référentiel seulement si  $ds$  est un invariant. Dans la théorie de la relativité restreinte le postulat de l'invariance de  $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$  est équivalent au principe de relativité restreint. En postulant l'invariance de  $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ , ce qui implique que  $g_{\mu\nu}$  est un tenseur, Einstein rendit son équation du mouvement généralement covariante. Par ailleurs, le calcul tensoriel permit maintenant à Einstein de formuler des équations de champ généralement covariantes (i.e., des équations qui gardent la même forme sous le groupe des

<sup>43</sup> Albert Einstein, "Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes," *Annalen der Physik*, **38** (1912), 355-69, sur 356.

transformations de la relativité générale) simplement en écrivant des équations tensorielles.

Bien que le postulat de l'invariance de  $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$  ait pu apparaître comme une étape assez directe, celui-ci avait de sérieuses conséquences, dont Einstein était pleinement conscient, en ce qui concerne la signification des coordonnées d'espace-temps. Dans la théorie de la relativité restreinte,  $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$  est calculé en mesurant  $dt$  et  $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$  directement avec des instruments. Avec la nouvelle métrique  $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ , où les  $g_{\mu\nu}$  qui représentent le champ gravitationnel sont supposés être donnés, la longueur propre d'un règle infinitésimale n'est plus déterminée seulement par  $dx^1, dx^2, dx^3$ , mais également par les potentiels  $g_{11}, g_{22}, g_{33}, g_{12}, g_{13}, g_{23}$ . De même, le temps propre n'est pas donné par  $dx^4$  mais par  $ds^2 = g_{44}(dx^4)^2$ . Ainsi les coordonnées  $x^1, x^2, x^3, x^4$  n'ont plus de signification physique immédiate.<sup>44</sup> En ce qui concerne la coordonnée  $x^4$ , c'était déjà le cas dans la théorie statique de la gravitation d'Einstein comme nous l'avons vu.

A partir de ce qu'Einstein appela la fonction d'Hamilton (maintenant usuellement appelé lagrangien),  $H = -m \frac{ds}{dt}$ , Einstein dérivait ensuite les expressions de la quantité de mouvement et de l'énergie d'une particule dans un champ gravitationnel ainsi que l'expression de la force exercée par le champ de gravitation sur la particule. En généralisant ces expressions au cas d'une distribution continue de matière et en introduisant le tenseur impulsion-énergie de la distribution matérielle :  $T^{\mu\nu} = \rho_0 \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}$ , où  $\rho_0$  est la masse volumique de la matière au repos, Einstein finalement trouva pour les densités volumiques d'impulsion, d'énergie, et de force, respectivement :

$$\frac{J_x}{V} = -\sqrt{-g}g_{1\mu}T^{\mu 4}, \text{ etc.}$$

$$-\frac{E}{V} = -\sqrt{-g}g_{4\mu}T^{\mu 4},$$

et

$$\frac{K_x}{V} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^1}T^{\mu\nu} \text{ etc.}$$

En ce qui concerne la conservation de l'énergie-impulsion de la matière, Einstein s'attendait à ce qu'elle soit de la forme  $(\sqrt{-g}g_{\sigma\mu}T^{\mu\nu})_{;\nu} = 0$  ou, explicitement

$$\sum_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\nu} (\sqrt{-g}g_{\sigma\mu}T^{\mu\nu}) - \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} \sqrt{-g} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} T^{\mu\nu} = 0,$$

$\sigma = 1, 2, 3, 4$ , et où le point-virgule représente la dérivation covariante. Cette équation résultait d'une généralisation des équations de conservation correspondantes  $T^{\mu\nu}_{;\mu} = 0$  (la virgule représentant la dérivée ordinaire) de la relativité restreinte. Concernant la signification physique des termes des équations ci-dessus, Einstein considéra la première somme comme représentant les dérivées de la

<sup>44</sup>Einstein/Grossmann, "Entwurf" (1913), pp. 230-31.

distribution d'énergie-impulsion de la matière et la seconde somme comme exprimant l'action du champ gravitationnel sur la matière.<sup>45</sup> En septembre 1913, Einstein devait réécrire l'équation ci-dessus sous la forme suivante<sup>46</sup>

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu} T_\sigma^{\nu} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} g^{\mu\tau} \right) T_\tau^{\nu},$$

où  $T_\sigma^{\nu} = \sqrt{-g} g_{\sigma\mu} T^{\mu\nu}$ .

Comme le terme à droite représente la quadriforce du champ gravitationnel sur la matière, Einstein vint à regarder l'expression

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} g^{\mu\tau} \right)$$

comme "l'expression naturelle des composantes du champ gravitationnel."<sup>47</sup> Cette interprétation devait gêner l'utilisation fructueuse d'Einstein du tenseur de courbure de Riemann-Christoffel par la suite car cela le conduisit à exprimer ce tenseur à l'aide des composantes ci-dessus, ce qui complique grandement les formules.

#### 4.2.2 Les équations de champ linéairement covariantes

Une fois qu'Einstein eut développé l'équation du mouvement, son objectif suivant fut de trouver des équations de champ déterminant le champ gravitationnel  $g_{\mu\nu}$  en fonction d'un tenseur impulsion-énergie  $T^{\mu\nu}$  de la matière donné. Ici, toutefois, le chemin n'était pas déterminé de façon unique comme pour l'équation du mouvement. Nous présenterons tout d'abord les hypothèses d'Einstein avant d'analyser le développement des équations de champ.

Einstein supposa tout d'abord que les équations de champ étaient de la forme  $\Gamma^{\mu\nu} = \chi T^{\mu\nu}$ , où  $\chi$  est une constante et  $\Gamma^{\mu\nu}$  un tenseur contravariant de rang 2 obtenu par différentiation du tenseur fondamental  $g_{\mu\nu}$ . Par analogie avec l'équation de Poisson  $\Delta\Phi = 4\pi k\rho$ , Einstein exigea que l'équation différentielle soit d'ordre 2. Comme le tenseur de courbure de Riemann-Christoffel, qui devait ultimement conduire aux équations de champ finales, est précisément un tenseur différentiel d'ordre deux, Einstein et Grossmann essayèrent d'utiliser ce dernier. Pourtant, ils pensèrent qu'ils avaient plusieurs raisons de ne pas l'utiliser. Premièrement, ils pensèrent que le tenseur de courbure ne se réduisait pas à  $\Delta\Phi$  pour un champ gravitationnel infiniment petit statique.<sup>48</sup> Deuxièmement, ils crurent que les lois de conservation n'étaient pas satisfaites.<sup>49</sup> Finalement,

<sup>45</sup>Ibid., p. 233.

<sup>46</sup>Albert Einstein, "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems," *Physikalische Zeitschrift*, **14** (1913), 1249-66, sur 1257.

<sup>47</sup>Albert Einstein, "Zur allgemeinen Relativitätstheorie," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, partie 2 (1915), pp. 777, 778-86, sur p. 782.

<sup>48</sup>Einstein/Grossmann, "Entwurf," pp. 233, 257; voir également Einstein à Sommerfeld, 28 Nov. 1915, *Briefwechsel* (1968), p. 33; Einstein à Besso, 10 Déc. 1915, *Correspondance* (1972), p. 60.

<sup>49</sup>Einstein à Besso, 10 Déc. 1915, *Correspondance* (1972), p. 60.

d'après un étudiant qui rendit visite à Einstein en mai 1917, Einstein hésitait à utiliser le tenseur de courbure parce qu'il ne pouvait pas y discerner une signification physique immédiate.<sup>50</sup> Ce relatif manque de motivation conduisit peut-être à un manque de persévérance qui les empêcha de découvrir leurs erreurs. Ces erreurs devaient coûter à Einstein trois années de travail extrêmement difficile jusqu'à ce qu'il retourna finalement au tenseur de courbure et l'utilisa avec succès.

En attendant, les alternatives qu'Einstein et Grossmann virent furent que les équations différentielles étaient d'un ordre supérieur ou bien que les expressions  $\Gamma^{\mu\nu}$  étaient des tenseurs seulement par rapport à un groupe restreint de transformations.<sup>51</sup> Einstein rejeta la première option parce qu'il la considérait comme prématurée. En conséquence, il se vit obligé d'opter pour une covariance restreinte des équations de champ.<sup>52</sup> En dépit du fait qu'il renonçait à la covariance générale, Einstein avait néanmoins l'espoir d'aboutir à la relativité générale. Ces deux concepts étaient distincts dans l'esprit d'Einstein : par relativité générale, Einstein, comme il devait l'expliquer plus tard, entendait une covariance des lois physiques vis à vis des transformations correspondant aux mouvements relatifs du système de référence dans l'espace à trois dimensions,<sup>53</sup> tandis que par covariance générale il entendait une covariance par rapport aux transformations arbitraires de l'espace quadridimensionnel. Bien qu'une relativité générale fût hautement plausible pour Einstein pour des raisons épistémologiques, il n'avait pas de bonne justification pour l'exigence d'une covariance générale à par le fait qu'elle contenait la relativité générale. Dans l'article Entwurf, Einstein reconnut le manque de justificatif pour la covariance générale : "Il faut par ailleurs remarquer, que nous n'avons pas du tout d'éléments [Anhaltspunkte] pour une covariance générale des équations de la gravitation."<sup>54</sup>

Ayant opté pour une covariance restreinte des équations de champ, Einstein ne sut pas exactement quel groupe de covariance il devait adopter. Comme la théorie de la relativité restreinte postule une covariance par rapport aux transformations linéaires orthogonales, Einstein exigea que le groupe des transformations linéaires soit inclus dans le groupe de covariance.<sup>55</sup> Pour trouver un tenseur  $\Gamma^{\mu\nu}$  par rapport aux transformations linéaires, Einstein essaya tout d'abord d'utiliser la relation  $div(grad\Phi) = \Delta\Phi$  comme principe conducteur. Les deux opérations, le gradient et la divergence peuvent être étendus à des tenseurs généraux. Ainsi le gradient d'un tenseur  $T^{\mu\nu}$  correspond à  $\Gamma^{\mu\nu}_{;\nu}$ . Einstein initialement, essaya d'appliquer ces opérations au tenseur fondamental  $g_{\mu\nu}$  mais comme  $g_{\mu\nu;\sigma} = 0$  est identiquement nul, aucun tenseur ne put être obtenu. Ensuite, Einstein essaya une approche similaire mais avec des tenseurs par rapport au groupe des transformations linéaires. Procédant cette fois avec

<sup>50</sup>Seelig, *Einstein* (1960), p. 260.

<sup>51</sup>Einstein/Grossmann, "Entwurf," pp. 233-34, 257.

<sup>52</sup>Ibid., p. 234.

<sup>53</sup>Albert Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie," *Annalen der Physik*, **49** (1916), 769-822, sur 772 et 776.

<sup>54</sup>"Es ist übrigens hervorzuheben, dass wir keinerlei Anhaltspunkte für eine allgemeine Kovarianz der Gravitationsgleichungen haben," Einstein, "Entwurf," p. 234.

<sup>55</sup>Ibid., p. 234.

des dérivées ordinaires au lieu de dérivées covariantes, il obtint les équations de champ suivantes

$$\Gamma^{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left[ g^{\alpha\beta} \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x^\beta} \right] = \chi T^{\mu\nu},$$

et trouva qu'elles donnaient la théorie de la gravitation de Newton en première approximation.

En conséquence, il semblait que la relation ci-dessus pouvait être considérée comme un bon candidat pour les équations de champ. Einstein remarqua, toutefois, que d'autres tenseurs par rapport au groupe linéaire tels que

$$\frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^\mu} \frac{\partial g^{\alpha\beta}}{\partial x^\nu}$$

pouvaient entrer dans l'équation étant donné que de tels tenseurs disparaîtraient dans l'approximation ci-dessus. Afin de déterminer de tels termes et ainsi les équations de champ, Einstein fit usage des lois de conservation de l'énergie-impulsion pour la matière et le champ. L'idée d'Einstein fut la suivante. Comme il connaissait les expressions des densités volumiques de l'impulsion et de l'énergie transférées par le champ de gravitation à la matière, en écrivant les équations de conservation il serait capable de déterminer les équations du champ. Pour illustrer sa méthode, Einstein donna un exemple électrostatique. Si  $\rho$  est la charge volumique, la densité d'impulsion transférée par unité de temps à la matière est

$$\frac{dp_\nu}{dt} = -\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\rho,$$

où  $\Phi$  est le potentiel électrostatique. Une solution au problème de trouver une équation de de champ satisfaisant la conservation de l'impulsion est l'équation  $\Delta\Phi = -\rho$ , car la relation

$$\frac{dp_\nu}{dt} = -\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\rho = \frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\Delta\Phi \quad (\nu = 1, 2, 3)$$

peut être réécrite sous la forme

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} (T^{\sigma\mu} + t^{\sigma\mu}) = 0 \quad (4.4)$$

en utilisant l'identité

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\Delta\Phi = \sum_\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left( \frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu} \frac{\partial\Phi}{\partial x^\mu} \right) - \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left[ \frac{1}{2} \sum_\mu \left( \frac{\partial\Phi}{\partial x^\mu} \right)^2 \right]. \quad (4.5)$$

Les équations (4.4), qui contiennent les tenseurs d'énergie-impulsion  $T^{\sigma\mu}$  et  $t^{\sigma\mu}$ , relatifs à la matière et au champ respectivement, sont les équations de conservation de l'impulsion et de l'énergie. Par ailleurs, si n'importe quel terme des équations (4.5) est connu alors les autres termes peuvent être déterminés.

Einstein procéda de façon similaire pour résoudre le problème de trouver les équations de champ  $\Gamma^{\mu\nu} = \chi T^{\mu\nu}$ . Il savait que les densités volumiques d'impulsion et d'énergie transférées du champ gravitationnel à la matière étaient données par

$$\frac{1}{2}\sqrt{-g}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}T^{\mu\nu},$$

ou, de façon équivalente,  $\frac{1}{2\chi}\sqrt{-g}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}\Gamma^{\mu\nu}$ . D'autre part, de ses résultats précédents, il supposa que  $\Gamma^{\mu\nu}$  contenait le terme

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left(g^{\alpha\beta}\frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x^\beta}\right),$$

ainsi que d'autres termes disparaissant en première approximation. En réécrivant le terme connu de  $\Gamma^{\mu\nu}$  à l'aide de quotients différentiels, Einstein et Grossmann aboutirent à l'identité

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu}(\sqrt{-g}g_{\sigma\mu}\chi t^{\mu\nu}) = \frac{1}{2}\sqrt{-g}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}(-\Delta^{\mu\nu}(g) + \chi t^{\mu\nu}). \quad (4.6)$$

où

$$-2\chi t^{\mu\nu} = \left(g^{\alpha\mu}g^{\beta\nu}\frac{\partial g_{\tau\rho}}{\partial x^\alpha}\frac{\partial g^{\tau\rho}}{\partial x^\beta} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\frac{\partial g_{\tau\rho}}{\partial x^\alpha}\frac{\partial g^{\tau\rho}}{\partial x^\beta}\right)$$

(Einstein appela  $t^{\mu\nu}$  le "tenseur contravariant d'impulsion-énergie du champ gravitationnel,"<sup>56</sup>) et

$$\Delta^{\mu\nu}(g) = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left(g^{\alpha\beta}\sqrt{-g}\frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x^\beta}\right) - g^{\alpha\beta}g_{\tau\rho}\frac{\partial g^{\mu\tau}}{\partial x^\alpha}\frac{\partial g^{\nu\rho}}{\partial x^\beta}.$$

En prenant pour  $\Gamma^{\mu\nu}$  l'expression  $\Gamma^{\mu\nu} = \Delta^{\mu\nu}(g) - \chi t^{\mu\nu}$ , Einstein finalement obtint les équations de champ gravitationnel suivantes :

$$\Delta^{\mu\nu}(g) = \chi(T^{\mu\nu} + t^{\mu\nu}).$$

En ajoutant l'équation de conservation de l'impulsion-énergie de la matière

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu}(\sqrt{-g}g_{\sigma\mu}T^{\mu\nu}) - \frac{1}{2}\sqrt{-g}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}T^{\mu\nu} = 0$$

à l'équation (4.6), Einstein obtint l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu}[\sqrt{-g}g_{\sigma\mu}(T^{\mu\nu} + t^{\mu\nu})] = 0 \quad (\sigma = 1, 2, 3, 4)$$

qui montra que les lois de conservation de l'impulsion-énergie pour la matière et le champ ensemble sont effectivement satisfaites. A ce stade, Einstein avait développé des équations de champ en accord avec les lois de conservation et pouvait maintenant passer aux conséquences de la théorie.

<sup>56</sup>Ibid., p. 238

### 4.2.3 Conséquences de la théorie

Dans l'article Entwurf, Einstein n'analysa aucune solution des équations de champ, mais simplement illustra sa théorie en donnant les équations électromagnétiques sous une forme généralement covariante,<sup>57</sup> ce que Friedrich Kottler avait déjà fait avant lui. Parmi les conséquences de sa théorie qu'Einstein devait présenter les mois suivants, figurent l'approximation newtonienne du champ de gravitation, incluant la déviation des rayons lumineux et le décalage vers le rouge, et la relativité de l'inertie.

#### Approximation newtonienne du champ de gravitation

A la conférence intitulée "85 Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte" à Vienne (21-28 septembre 1913), Einstein<sup>58</sup>, le 23 septembre 1913, dérivait le champ de gravitation de Newton de ses équations de champ comme suit. Dans la théorie de la relativité restreinte, les  $g_{\mu\nu}$  ont les valeurs  $\eta_{\mu\nu}$ , où

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Si l'on considère un champ de gravitation faible,  $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}^*$ , avec  $|g_{\mu\nu}^*| \ll |\eta_{\mu\nu}|$ , les équations de champ deviennent, en première approximation

$$\square g_{\mu\nu}^* = \chi T_{\mu\nu},$$

où  $T_{\mu\nu}$  est le tenseur impulsion-énergie de la distribution de masses. Pour obtenir la théorie de gravitation de Newton, Einstein introduisit plusieurs hypothèses :

1. la vitesse des masses produisant le champ est négligée (i.e., le champ est considéré comme étant statique) ;
2. dans l'équation du mouvement, seuls des termes du premier ordre relatifs à la vitesse et à l'accélération du point matériel ont besoin d'être pris en compte ;
3. les  $g_{\mu\nu}^*$  s'annulent à l'infini.

De ces hypothèses il s'ensuit que seule la composante  $T_{44} = \rho_0 c^2$ , ( $\rho_0$  étant la masse volumique au repos) est différente de zéro, ce qui conduisit Einstein aux équations suivantes :

$$\Delta g_{\mu\nu}^* = 0 \text{ (excepté pour } \mu = \nu = 4),$$

$$\Delta g_{44}^* = \chi c^2 \rho_0.$$

La solution est immédiate :

$$g_{\mu\nu}^* = 0 \text{ (excepté pour } \mu = \nu = 4),$$

<sup>57</sup>Ibid., pp. 240-42.

<sup>58</sup>Einstein, "Zum Gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems" (1913).

$$g_{44}^* = \frac{\chi c^2}{4\pi} \int_{\text{3 vol}} \frac{\rho_0 dV}{r}$$

où  $r$  est la distance entre  $dV$  et le point du champ. Comme l'équation du mouvement est donnée par  $\delta \int H dt = 0$  avec  $H = -m \frac{ds}{dt}$  et  $ds = dt \sqrt{g_{44} - v^2}$ , ou de façon équivalente,

$$\ddot{x} = -\frac{1}{2} \frac{\partial g_{44}^*}{\partial x},$$

Einstein conclua que ceci est l'équation du mouvement de Newton si la constante  $\chi$  est prise égale à  $\chi = \frac{8\pi K}{c^2}$  où  $K$  est la constante de gravitation usuelle.

Avec la même approximation, Einstein trouva pour l'intervalle d'espace-temps élémentaire

$$ds = \sqrt{-dx^2 - dy^2 - dz^2 + g_{44} dt^2},$$

avec  $g_{44} = c^2 \left(1 - \frac{\chi}{4\pi} \int \frac{\rho_0 dV}{r}\right)$ . De l'intervalle d'espace-temps élémentaire, Einstein conclua que la distance de coordonnées ( $dt = 0$ ) est égale à la distance naturelle mais que le rythme des horloges, qui dépend du facteur  $\frac{ds}{dt} = \sqrt{g_{44}}$  (avec  $dx = dy = dz = 0$ ), est influencé par le potentiel gravitationnel. Si des masses sont présentes dans le voisinage d'une horloge, elle va plus lentement. De façon similaire, Einstein trouva que la vitesse de la lumière, qui est donnée par

$$\left( \sqrt{\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2}} \right)_{ds=0} = \sqrt{g_{44}},$$

dépend du potentiel gravitationnel mais est indépendante de la direction de propagation. De ceci il conclua que les rayons lumineux ont une trajectoire courbe dans un champ gravitationnel.

### Relativité de l'inertie

Nous avons vu qu'Einstein avait déjà examiné la question de la variation de l'inertie en 1912 dans le cadre de sa théorie statique de la gravitation. Dans la première section de l'article Entwurf, dans lequel il donna une formulation Hamiltonienne de l'équation du mouvement de la théorie statique, Einstein revint sur le sujet. Partant du Lagrangien

$$H = -\frac{ds}{dt} m = -m \sqrt{c^2 - v^2},$$

Einstein obtint l'impulsion et l'énergie d'une particule matérielle :

$$p_x = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} = \frac{m \dot{x}}{\sqrt{c^2 - v^2}}, \text{ etc.},$$

$$E = \frac{\partial H}{\partial \vec{v}} \cdot \vec{v} - H = \frac{mv^2}{\sqrt{c^2 - v^2}} + m \sqrt{c^2 - v^2}.$$

Ces formules se réduisant, pour de faibles vitesses, à

$$p_x = \frac{m}{c} \dot{x}, \text{ etc.},$$

$$E - mc = \frac{1}{2} \frac{mv^2}{c},$$

il s'ensuit que l'impulsion et l'énergie sont proportionnelles au facteur  $m/c$ , qui correspond à la masse inerte de la particule ( $m$  étant la masse au repos, qu'Einstein supposa être indépendante du potentiel gravitationnel). Si des masses sont apportées dans le voisinage d'une particule matérielle,  $c$  diminue et par conséquent l'inertie du point matériel est augmentée. A cela Einstein remarqua : "Ceci est en accord avec l'idée audacieuse de Mach que l'inertie est due à une interaction du point matériel considéré avec tous les autres."<sup>59</sup>

A la question de savoir si la nouvelle théorie donnait des résultats similaires, Einstein devait répondre positivement durant une conférence qu'il donna au rassemblement annuel de la Schweizer Naturforschende Gesellschaft à Frauenfeld le 9 septembre 1913.<sup>60</sup> La conférence fut intitulée "Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie" [Fondements physiques d'une théorie de la gravitation], et présenta les résultats principaux de la théorie de gravitation développée dans l'article Entwurf. Dans la conclusion de sa communication Einstein fit remarquer que la théorie éliminait "un défaut épistémologique" souligné par Ernst Mach, à savoir, le concept d'accélération absolue, en rendant l'inertie relative à la présence d'autres corps.<sup>61</sup> Plus spécifiquement, Einstein remarqua que le rejet du concept d'accélération absolue conduisait à exiger ce qu'il appella la "relativité de l'inertie,"<sup>62</sup> à savoir, que l'inertie d'un corps  $A$  s'accroît en présence d'autres corps  $B$  et que l'accroissement disparaît lorsque les masses  $B$  et  $A$  sont soumises à la même accélération. Einstein indiqua, sans preuve, que sa théorie satisfaisait à la relativité de l'inertie, et termina sa conférence en disant que "cette circonstance constitue l'un des plus importants soutiens de la théorie esquissée ici."<sup>63</sup>

Einstein devait revenir longuement sur la relativité de l'inertie à la 85<sup>ième</sup> Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte à Vienne le 23 Septembre

<sup>59</sup>"Es passt dies zu Machs kühnem Gedanken, dass die Trägheit in einer Wechselwirkung des betrachteten Massenpunktes mit allen übrigen ihren Ursprung habe," *ibid.*, p. 228.

<sup>60</sup>Albert Einstein, "Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie," *Naturforschende Gesellschaft, Zürich, Vierteljahrsschrift*, **58** (1913), 284-90, sur p. 290.

<sup>61</sup>"Durch die skizzierte Theorie wird ein erkenntnistheoretischer Mangel beseitigt, der nicht nur der ursprünglichen Relativitätstheorie, sondern auch der Galilei'schen Mechanik anhaftet und insbesondere von E. Mach betont worden ist. Es ist einleuchtend, dass dem Begriff der Beschleunigung eines materiellen Punktes ebensowenig eine absolute Bedeutung zugeschrieben werden kann wie demjenigen der Geschwindigkeit. Beschleunigung kann nur definiert werden als Relativbeschleunigung eines Punktes gegenüber andern Körpern. Dieser Umstand lässt es als sinnlos erscheinen, einem Körper einen Widerstand gegen eine Beschleunigung schlechthin zuzuschreiben (Trägheitswiderstand der Körper im Sinne der klassischen Mechanik); es wird vielmehr gefordert werden müssen, dass das Auftreten eines Trägheitswiderstandes an die Relativbeschleunigung des betrachteten Körpers gegenüber andern Körpern geknüpft sei," *ibid.*, p. 290.

<sup>62</sup>*Ibid.*

<sup>63</sup>"Dieser Umstand bildet eine der wichtigsten Stützen der skizzierten Theorie," *ibid.*

1913. Là, il devait étayer l'assertion faite deux semaines plus tôt que la relativité de l'inertie découlait de sa nouvelle théorie. Son approche fut cette fois encore de partir du Lagrangien

$$H = -m \frac{ds}{dt} = -m \sqrt{g_{44} - v^2}$$

d'une particule dans un champ de gravitation Newtonien avec

$$g_{44} = c^2 \left[ 1 - \frac{\chi}{4\pi} \int \frac{\rho_0 dv}{r} \right],$$

et de déduire l'impulsion et l'énergie d'une particule ayant une faible vitesse. De ces dernières expressions, Einstein trouva que la masse inertielle d'une particule est donnée par

$$\frac{m}{c} \left[ 1 + \frac{\chi}{8\pi} \int \frac{\rho_0 dv}{r} \right]$$

et donc s'accroît quand des masses sont présentes dans son voisinage. Einstein décrit le résultat comme étant d'un "grand intérêt théorique"<sup>64</sup> car, d'après lui, l'augmentation d'inertie ci-dessus rendait plausible l'idée que toute l'inertie d'un point matériel puisse être déterminée par les autres masses. Einstein ensuite exprima de nouveau sa conviction que le concept d'accélération absolue était une notion absurde étant donné que l'on ne peut parler du mouvement d'un corps que par rapport à d'autres corps ; il renvoya le public à la *Mécanique* de Mach et ajouta que, bien qu'il s'attendait à la relativité de l'inertie "a priori", il ne pensait pas qu'elle était une "nécessité logique"<sup>65</sup> (i.e., une nécessité scientifique), mais affirma qu'une théorie incorporant la relativité de l'inertie devait être préférée à une théorie introduisant des référentiels inertiels privilégiés.

Einstein montra également que sa théorie non seulement donnait un accroissement de l'inertie d'une particule  $A$  en présence d'autres masses  $B, C$  mais également une disparition de l'effet quand la particule  $A$  et les masses  $B, C$  sont soumises ensemble à la même accélération. Plus spécifiquement, Einstein montra que l'accélération des masses  $B, C$  induit sur  $A$  une force qui est dans le même sens et direction que leur accélération commune. Il trouva également que le plan d'oscillation d'un pendule dans une cavité en rotation est soumis à un mouvement de précession dans le même sens que la rotation.<sup>66</sup> Du point de vue d'Einstein cet effet devait également être prévu de la relativité de l'inertie, et il trouva très satisfaisant que la théorie fut en accord également sur ce point, bien qu'il réalisa que l'effet était trop petit pour être observable par des moyens terrestres ou astronomiques.

L'importance qu'Einstein attachait à l'implémentation de la relativité de l'inertie est clairement révélée dans la conclusion de la conférence, où Einstein évoqua la relativité de l'inertie comme un avantage décisif de sa théorie sur la théorie

<sup>64</sup>Einstein, "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems," p. 1260.

<sup>65</sup>Ibid., p. 1261.

<sup>66</sup>Ibid., pp. 1261-62.

rivale de Nordström.<sup>67</sup> Einstein devait répéter cet argument lors d'une conférence donnée à Zürich le 9 février 1914.<sup>68</sup> Expérimentalement, Einstein espérait que l'éclipse d'août 1914 permettrait de trancher entre les deux théories, car elle fournissait un test pour la déviation des rayons lumineux.

## 4.3 Elaboration ultérieure de la théorie

### 4.3.1 Problème de la covariance des équations de champ

En dépit du désir d'Einstein de développer une théorie généralement covariante,<sup>69</sup> nous avons vu qu'Einstein et Grossmann furent incapables d'obtenir des équations de champ généralement covariantes, en particulier parce qu'ils pensèrent que le tenseur de Riemann-Christoffel, qui était l'outil mathématique le plus probable pour de telles équations, ne donnait pas l'approximation de Newton.<sup>70</sup> Ils savaient que les équations qu'ils avaient obtenues étaient covariantes par rapport à des transformations linéaires, ils avaient construit au moins cela, mais ils ne savaient pas jusqu'où le groupe de covariance actuel des équations de champ pourrait aller au delà du groupe linéaire.<sup>71</sup> Einstein considéra la question de l'existence d'un groupe de covariance plus étendu comme étant "la plus importante"<sup>72</sup> parmi les considérations traitées dans l'article.

A partir du fait qu'il avait été capable de formuler une équation de conservation de l'énergie-impulsion généralement covariante, Einstein fut incliné à postuler une covariance générale pour toutes les équations physiques exceptées pour celles de la gravitation. Au début, il relia le caractère particulier de cette dernière au fait que seules les équations du champ gravitationnel sont autorisées à contenir des dérivées secondes du tenseur fondamental.<sup>73</sup> Cherchant une raison plus profonde, Einstein élaborait peu de temps après ce qu'il crut être une preuve de l'impossibilité d'équations de champ généralement covariantes. La preuve était fondée sur l'exigence que le champ soit uniquement déterminé par la distribution de matière ( $T_{\mu\nu}$ ). Einstein probablement développa la preuve supposée fin août ou début septembre 1913; il en fit mention dans une conférence qu'il donna le 9 septembre 1913,<sup>74</sup> et indiqua à la fin du mois qu'il avait élaboré cette preuve durant "les jours récents."<sup>75</sup> L'argumentation est donnée complètement dans les remarques qu'Einstein ajouta à l'article Entwurf et est la

<sup>67</sup>Ibid., p. 1262.

<sup>68</sup>Albert Einstein, "Zur Theorie der Gravitation," *Naturforschende Gesellschaft, Zürich, Vierteljahrsschrift*, **59** (1914), 4-6, sur 5-6.

<sup>69</sup>Pour une analyse détaillée d'un point de vue philosophique contemporain, voir John Earman and Clark Glymour, "Lost in the Tensors: Einstein's Struggles with Covariance Principles 1912-1916," *Studies in History and Philosophy of Science*, **9** (1978), 251-78.

<sup>70</sup>Einstein à Sommerfeld, 28 Nov. 1915, dans Einstein/Sommerfeld, *Briefwechsel* (1968), p. 33; Einstein à Besso, 10 Déc. 1915, dans Einstein/Besso, *Correspondance* (1972), p. 60.

<sup>71</sup>Einstein, "Entwurf," p. 240.

<sup>72</sup>Ibid.

<sup>73</sup>Ibid.

<sup>74</sup>Einstein, "Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie" (1913), p. 289.

<sup>75</sup>Einstein, "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems" (1913), p. 1257.

suivante. Soit un domaine d'espace-temps  $L$  tel que les composantes du tenseur impulsion-énergie  $T^{\mu\nu}$  s'annulent à l'intérieur de  $L$  et ont des valeurs arbitraires à l'extérieur de  $L$ ; ces composantes  $T^{\mu\nu}$  déterminent les  $g_{\mu\nu}$  partout. Si l'on introduit un nouveau système de coordonnées  $x'^{\mu}$  à la place de l'ancien  $x^{\mu}$  et tel que  $x'^{\mu} = x^{\mu}$  à l'extérieur de  $L$  et  $x'^{\mu} \neq x^{\mu}$  (au moins pour une partie de  $L$  et pour au moins un indice) alors il s'ensuit que  $g'^{\mu\nu} \neq g^{\mu\nu}$  (pour une partie de  $L$ ). Comme  $T'^{\mu\nu} = T^{\mu\nu} = 0$  (à l'intérieur de  $L$ ) et  $T'^{\mu\nu} = T^{\mu\nu}$  (à l'extérieur de  $L$  à cause de  $x'^{\mu} = x^{\mu}$ ), Einstein conclua que si l'on postule une covariance générale, une distribution de matière unique peut donner deux systèmes différents de  $g_{\mu\nu}$ . Ainsi, le champ gravitationnel n'est pas déterminé de manière unique et, selon Einstein, ceci était en contradiction avec le principe de causalité.<sup>76</sup>

Dans son empressement à vouloir expliquer son échec de développer des équations de champ généralement covariantes, Einstein avait simplement fait un usage erroné du calcul tensoriel.<sup>77</sup> Dans une transformation de coordonnées,  $g_{\mu\nu}$  est transformé en  $g'_{\mu\nu}$  mais il s'agit toujours du même champ (par définition d'un tenseur). Einstein, toutefois, ainsi que les opposants à sa théorie, devaient se référer à cet argument de façon répétée<sup>78</sup> durant l'année suivante. En octobre 1914, Einstein donna une version modifiée de l'argument.<sup>79</sup> Il indiqua maintenant de façon correcte que  $g_{\mu\nu}(x_k)$  et  $g'_{\mu\nu}(x'_k)$  représentent le même champ gravitationnel, mais ajouta qu'un nouveau champ gravitationnel  $g'_{\mu\nu}(x_k)$  peut être obtenu en remplaçant les  $x'_k$  par les  $x_k$  dans  $g'_{\mu\nu}(x'_k)$ . Si  $g_{\mu\nu}(x_k)$  est une solution des équations de champ, alors il en est de même de  $g'_{\mu\nu}(x'_k)$ , ainsi que de  $g'_{\mu\nu}(x_k)$ . Einstein en conclua que deux champs gravitationnels différents,  $g_{\mu\nu}(x_k)$  et  $g'_{\mu\nu}(x_k)$ , relatifs au même système de coordonnées, avec les mêmes conditions aux limites, sont solutions des mêmes équations différentielles; ainsi, dans son opinion, le principe de causalité était de nouveau enfreint. Cet argument est également faux, comme Einstein s'en rendit compte plus tard : dans une lettre à Besso datée du 3 janvier 1916, Einstein indiqua que ce qui était faux dans ce nouvel argument était que cela n'avait pas de sens de concevoir deux solutions dans le même espace.<sup>80</sup>

En septembre 1913, Einstein présenta un autre argument contre la covariance générale. Postulant que les lois de conservation d'énergie-impulsion pour la distribution de matière  $T^{\nu}_{\sigma}$  ensemble avec le champ  $t^{\nu}_{\sigma}$  étaient sans doute de

<sup>76</sup>Einstein, "Entwurf," p. 260.

<sup>77</sup>Earman/Glymour, "Lost in the Tensors"; Banesh Hoffmann, "Einstein and Tensors", *Tensor*, **26** (1972), 157-62.

<sup>78</sup>Einstein, "Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie" (1913), p. 289; "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems" (1913), p. 1257; "Prinzipielles zur verallgemeinerten Relativitätstheorie und Gravitationstheorie," *Physikalische Zeitschrift*, **15** (1914), 176-80, sur 178; Albert Einstein et Marcel Grossmann, "Kovarianzeigenschaften der Feldgleichungen der auf die verallgemeinerte Relativitätstheorie gegründeten Gravitationstheorie," *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, **63** (1914), 215-25, sur 217-18.

<sup>79</sup>Albert Einstein, "Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, partie 2 (1914), pp. 1030-85, sur p. 1067.

<sup>80</sup>Einstein à Besso, 3 janvier 1916, *Correspondance* (1972), p. 63.

la forme

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu} (T_\sigma^\nu + t_\sigma^\nu) = 0,$$

et en supposant que  $t_\sigma^\nu$  est un tenseur, Einstein remarqua que de telles équations n'étaient probablement covariantes que par rapport à des transformations linéaires des coordonnées.<sup>81</sup> Comme les équations de champ doivent être cohérentes avec les lois de conservation, Einstein conclua que la covariance des équations de champ est probablement restreinte aux transformations linéaires. A la fin de 1913 et début 1914, Einstein, dans ses articles, présenta cette conclusion comme une certitude.<sup>82</sup> De même, dans une lettre de nouvel an à Mach, écrite probablement autour du nouvel an 1913/14, Einstein écrivit :

Pour commencer, les événements sont décrits en termes de quatre coordonnées d'espace-temps entièrement arbitraires. Ces dernières doivent ensuite, si les lois de conservation d'impulsion-énergie sont supposées être satisfaites, être spécialisées de telle sorte que seules des transformations linéaires conduisent d'un référentiel légitime à un autre.<sup>83</sup>

Plus tard, Einstein devait réaliser que ce qui était inexact dans l'argument ci-dessus était que le  $t_\sigma^\nu$  du champ n'est pas nécessairement un tenseur.

Bien que les premiers arguments d'Einstein contre la covariance générale n'excluaient pas la possibilité d'une relativité générale (i.e., une covariance par rapport à des transformations entre des mouvements physiques tridimensionnels des référentiels), ce dernier argument semblait écarter définitivement cette possibilité étant donné que la restriction à des transformations linéaires aurait exclu les transformations accélérées. En fait, d'après Einstein, quelques uns de ses collègues étaient déjà prêts à rejeter la théorie à cause de son incapacité à produire des équations de champ généralement covariantes : "et ceci est la raison pourquoi les collègues pensent qu'il est nécessaire de passer la corde au cou de notre théorie."<sup>84</sup> Einstein, toutefois, n'était pas disposé à renoncer, et

<sup>81</sup>Einstein, "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems" (1913), p. 1258.

<sup>82</sup>Einstein, "Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie" (1913), p. 289 ; "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems" (1913), p. 1258 ; "Entwurf" (1913), addendum, p. 260 ; "Prinzipielles" (1914), p. 178 ; voir également un brouillon de lettre de Besso à Einstein, 20 mars 1914, *Correspondance* (Paris, 1972), p. 55.

<sup>83</sup>"Das Geschehen wird zunächst auf vier ganz willkürliche raum-zeitliche Variable bezogen. Diese müssen dann, wenn den Erhaltungssätzen des Impulses und der Energie Genüge geleistet werden soll, derart spezialisiert werden, dass nur (ganz) lineare Substitutionen von einem berechtigten Bezugssystem zu einem andern führen." Einstein à Mach, lettre de nouvel an, dans Friedrich Herneck, "Die Beziehungen zwischen Einstein und Mach dokumentarisch dargestellt," *Wissenschaftliche Zeitschrift der Friedrich-Schiller-Universität Jena*, **15** (1966), 1-14, sur 8 ; Herneck (p. 8) donne l'année 1912/13 comme la date probable de la lettre ; voir également Friedrich Herneck, "Zum Briefwechsel Albert Einsteins mit Ernst Mach," *Forschungen und Fortschritte*, **37** (1963), 239-43, sur 241-42. Pour nous, la date 1913/14 semble plus probable car Einstein parle de sa certitude d'une spécialisation à des transformations linéaires ; Einstein a eu cette certitude autour de 1913/14. Voir également John T. Blackmore, *Ernst Mach* (Berkeley : University of California Press, 1972), p. 255.

<sup>84</sup>"und dieser Umstand ist es, aus dem die Fachkollegen unserer Theorie den verhängnisvollen Strick drehen zu sollen glauben," Einstein, "Prinzipielles" (1914), p. 177.

en janvier 1914 interpréta la situation plutôt délicate de la façon suivante. Il argumenta qu'en principe il devrait exister des équations de champ généralement covariantes correspondant à ses propres équations de champ, si la théorie devait avoir un contenu physique, mais pensa que pour diverses raisons (détermination unique des  $g_{\mu\nu}$  et des lois de conservation) la covariance des équations de champ se restreignait aux transformations linéaires.<sup>85</sup> Dans sa lettre de nouvel an à Mach, Einstein exprima une idée similaire : "Avec l'aide de la loi de conservation de l'énergie, le référentiel est pour ainsi dire adapté au monde existant et perd sa nébuleuse existence, a priori."<sup>86</sup> Ainsi, Einstein pensait que des raisons physiques en particulier restreignaient le groupe de covariance à posteriori. Bien qu'Einstein, durant l'année 1914 et une grande partie de 1915, devait rester convaincu que les lois de conservation restreignaient le groupe de covariance, il devait bientôt lever la restriction aux transformations linéaires, qui malgré sa pensée quelque peu hasardeuse sur l'existence d'équations de champ généralement covariantes aurait signifié un coup sévère à son programme de relativité générale.

### 4.3.2 Nouvel espoir pour une covariance étendue des équations de champ

En mars 1914, avant son départ de Zurich pour Berlin à la fin du mois, Einstein pensait qu'il pouvait étendre le groupe de covariance des équations de champ. Dans une lettre à Besso, datant du début de mars 1914, Einstein indiqua qu'après "d'horribles" efforts, il était enfin parvenu aux résultats immédiats suivants. Des équations de champ de gravitation

$$\left( \sqrt{-g} g^{\alpha\beta} g_{\sigma\mu} \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x^\beta} \right)_{,\alpha} = k (T_\sigma^\nu + t_\sigma^\nu),$$

et des lois de conservation,

$$(T_\sigma^\nu + t_\sigma^\nu)_{,\nu} = 0,$$

Einstein déduisit la condition suivante :

$$\left( \sqrt{-g} g^{\alpha\beta} g_{\sigma\mu} \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x^\beta} \right)_{,\alpha,\nu} = 0 \quad (4.7)$$

qu'il interpréta maintenant comme une condition restreignant le choix du système de référence. Einstein indiqua ensuite qu'il avait prouvé que les équations de champ sont valables pour tout système de référence satisfaisant la condition ci-dessus et conclua :

De ceci il s'ensuit qu'il y a des transformations accélérées de forme variée qui transforment les équations en elles-mêmes (par

<sup>85</sup>Ibid., p. 178.

<sup>86</sup>"Das Bezugssystem ist der bestehenden Welt mit Hilfe des Energiesatzes sozusagen angemessen und verliert seine nebulose apriorische Existenz," Herneck, "Beziehungen zwischen Einstein und Mach" (1966), p. 8.

exemple des rotations), de sorte que l'hypothèse d'équivalence s'applique dans sa forme originelle, dans une plus grande mesure que cela n'était attendu.<sup>87</sup>

Ainsi, maintenant, Einstein croyait que les transformations accélérées étaient incluses dans le groupe de covariance des équations de champ.

Einstein devait présenter son nouveau résultat dans le deuxième et dernier article qu'il écrivit avec Grossmann (la collaboration ayant été interrompue par le départ d'Einstein pour Berlin et la guerre).<sup>88</sup> Dans l'introduction de l'article, Einstein indiqua deux raisons pour lesquelles la question de l'existence d'une covariance étendue des équations de champ était importante pour lui : tout d'abord, la réponse déciderait dans quelle mesure l'idée de base de la relativité restreinte pouvait être généralisée et serait donc d'une "grande signification pour la doctrine [Lehre] de l'espace et du temps"<sup>89</sup> ; deuxièmement, la réponse permettrait d'évaluer le contenu physique de la théorie. Concernant le dernier point, Einstein expliqua que le principe d'équivalence est particulièrement convaincant seulement si un champ d'accélération peut être interprété comme un champ de gravitation "réel", i.e., si des transformations d'accélération, qui sont non linéaires, sont admises parmi les transformations légitimes. En conséquence, Einstein était anxieux de voir au moins les transformations d'accélération incluses dans le groupe de covariance des équations de champ. En fait, il pensait que c'était maintenant le cas. Comme dans sa lettre à Besso, Einstein indiqua que des transformations d'accélération de "diverses sortes"<sup>90</sup> étaient maintenant incluses dans le groupe de covariance, bien qu'il ne spécifia pas lesquelles. Dans une note de bas de page,<sup>91</sup> Einstein retira l'argument qu'il avait donné précédemment au sujet d'une restriction aux transformations linéaires à cause des lois de conservation et indiqua correctement que la distribution d'énergie-impulsion du champ  $t_{\sigma}^{\nu}$  ne devait pas être nécessairement un tenseur généralement covariant.

Dans la partie centrale de l'article, Einstein et Grossmann établirent la covariance des équations de champ vis à vis de transformations entre des systèmes de coordonnées satisfaisant la condition (4.7). Ils appelèrent de tels systèmes de coordonnées des systèmes de coordonnées adaptés ("angepasst") et toute transformation entre eux une transformation légitime ("berechtigt").<sup>92</sup> Afin d'établir la covariance des équations de champ vis à vis des transformations légitimes, Einstein et Grossmann utilisèrent une formulation hamiltonienne des

<sup>87</sup>"Hieraus geht hervor, dass es Beschleunigungstransformationen mannigfaltigster Art gibt, welche die Gleichungen in sich selbst transformieren (z.B. auch Rotation), sodass die Äquivalenzhypothese in ihrer ursprünglichsten Form gewahrt ist, sogar in ungeahnt weitgehendem Masse," Einstein à Besso, mars 1914, dans *Correspondance* (1972), p. 53, voir également les commentaires, *ibid.*, p. 55.

<sup>88</sup>Einstein et Grossmann, "Kovarianzeigenschaften" (1914), 215-25. D'après la notation utilisée dans l'article et pour d'autres raisons logiques, il apparaît que cet article a été écrit avant l'article d'Einstein "Formale Grundlage" (1914).

<sup>89</sup>Einstein/Grossmann, "Kovarianzeigenschaften," p. 215.

<sup>90</sup>*Ibid.*, p. 216.

<sup>91</sup>*Ibid.*, p. 218.

<sup>92</sup>*Ibid.*, p. 221.

équations de champ et établirent la covariance de l'intégrale de l'action. Dans la conclusion, Einstein et Grossmann admirèrent que les considérations ci-dessus ne rendaient pas la signification des systèmes de coordonnées adaptés et des transformations légitimes entièrement claire mais indiquaient que la théorie devenait plus convaincante grâce à cette covariance élargie. En fait, la covariance élargie semble avoir été grandement illusoire étant donné qu'en 1915 Einstein devait rejeter les équations de champ en partie parce que le champ gravitationnel dans un système en rotation uniforme ne satisfaisait pas aux équations de champ.

Jusqu'à présent Einstein et Grossmann avaient montré que les équations de champ pouvaient être déduites d'un certain lagrangien et que ce dernier était covariant vis à vis des transformations légitimes. En conséquence, les équations de champ possédaient la même covariance. Le 29 octobre 1914, Einstein pensa qu'il pouvait déduire le lagrangien lui-même d'une façon naturelle et ainsi fournir une meilleure déduction de ses équations de champ de 1913.<sup>93</sup> Après une démonstration plutôt élaborée, Einstein pensa qu'il avait finalement atteint cet objectif. Ainsi il apparut qu'après deux années de durs efforts Einstein avait finalement obtenu une théorie satisfaisante. Un an après toutefois, Einstein devait abandonner l'ensemble de la théorie quand il trouva des conséquences insatisfaisantes des équations de champ et réalisa que sa dérivation du lagrangien avait été défectueuse.

## 4.4 Conceptions philosophiques d'Einstein et réception de la théorie

Bien que nous ayons traité jusqu'à présent essentiellement du développement mathématique de la théorie d'Einstein, les efforts d'Einstein doivent être considérés dans le cadre global de ses conceptions épistémologiques. Ces dernières expliquent dans une certaine mesure la réception plutôt négative de la théorie. Nous examinerons successivement ces deux aspects.

### 4.4.1 Idéalisme épistémologique d'Einstein

Vers 1913, Einstein fut encore essentiellement un idéaliste épistémologique. Il y a diverses évidences à cela. Ainsi, en 1912, Einstein signa un manifeste appelant à la création d'une association ayant pour but le développement de théories positivistes (i.e., des théories épistémologiquement idéalistes). Le manifeste, qui fut signé entre autres, par Föppl, Freud, Hilbert, Klein, Mach, Popper, von Seeliger, et Petzoldt, contient en particulier les extraits suivants :

Depuis longtemps le besoin s'est fait sentir d'une philosophie qui se développerait d'une manière naturelle à partir des faits et problèmes des sciences de la nature. La conception mécaniste de la nature ne remplit plus ce besoin....

<sup>93</sup>Einstein, "Formale Grundlage" (1914).

#### 4.4. CONCEPTIONS PHILOSOPHIQUES D'EINSTEIN ET RÉCEPTION DE LA THÉORIE 107

... à partir même des sciences de la nature, s'est développé un point de vue strictement empirique et positiviste tout à fait indifférent à la spéculation métaphysique et aux soi-disantes doctrines critiques, transcendantales. Ses principes ne sont pas encore toutefois acceptés dans leurs significations et relations systématiques essentielles par une grande partie des cercles scientifiques.

... Dans la théorie de la relativité, elle [la physique] touche à l'une des questions essentielles de l'épistémologie : Peut-on atteindre un savoir absolu ou seulement relatif ? Vraiment : un savoir absolu est-il concevable ? Cela conduit directement ici à la question de la place de l'homme dans le monde, à celle du lien entre la pensée avec le cerveau. Qu'est-ce que la pensée ? Que sont les concepts ? Que sont les lois ? ...

Ceux qui s'intéressent à ces recherches progressistes trouveront profitable d'avoir une association scientifique se déclarant opposée à toute démarche métaphysique et ayant pour premier principe l'établissement stricte et aussi complète que possible des faits dans tous les domaines de la recherche et dans le développement de l'organisation et de la technique. Toutes les théories et exigences doivent reposer exclusivement sur la base des faits et trouver en eux leur critère ultime.<sup>94</sup>

Le manifeste révèle clairement une attitude antimétaphysique qui fut la source du rejet d'Einstein des grandeurs absolues comme le concept d'espace absolu.

Un autre élément corroborant l'idéalisme épistémologique d'Einstein autour de 1913 est fourni par la correspondance Einstein-Mach. Einstein avait envoyé l'article Entwurf à Mach et le 25 juin 1913 écrivit à ce dernier que l'éclipse solaire de 1914 devait fournir un test pour le principe d'équivalence en montrant si oui ou non les rayons lumineux sont déviés par le Soleil. Dans le cas d'une réponse positive, Einstein remarqua,

Alors vos recherches inspirées des fondations de la mécanique -en dépit des critiques injustifiées de Planck- recevront une splendide confirmation. Car il en découle de façon nécessaire que l'inertie trouve son origine dans une sorte d'interaction avec les corps, tout à fait dans le sens de vos réflexions sur l'expérience du seau de Newton.<sup>95</sup>

Einstein étaya son affirmation en renvoyant à son article Entwurf et en mentionnant que de la théorie il découlait que : (a) une cavité accélérée induit une

---

<sup>94</sup>"Notes and News," *The Journal of Philosophy, Psychology, and Scientific Methods*, 9 (1912), 419-20.

<sup>95</sup>"Wenn ja, so erfahren Ihre genialen Untersuchungen über die Grundlagen der Mechanik-Plancks ungerechtfertigter Kritik zum Trotz- eine glänzende Bestätigung. Denn es ergibt sich mit Notwendigkeit, dass die Trägheit in einer Art Wechselwirkung der Körper ihren Ursprung hat, ganz im Sinne Ihrer Überlegungen zum Newtonschen Eimerversuch," Herneck, "Beziehungen zwischen Einstein und Mach" (1966), p. 9 ; traduction en anglais dans Blackmore, *Ernst Mach* (1972), p. 254.

force sur une particule à l'intérieur; (b) une cavité en rotation (par rapport aux étoiles fixes) induit un champ de Coriolis à l'intérieur de la cavité. En conclusion, Einstein écrivit, "C'est une grande joie pour moi d'être en mesure de vous communiquer ceci car la critique de Planck m'a toujours parue grandement injustifiée."<sup>96</sup> La lettre exprime clairement la joie d'Einstein de voir que sa théorie était en accord avec les idées de Mach en ce qu'elle prédisait la relativité de l'inertie, du moins dans une certaine mesure. Elle montre également qu'Einstein était du côté de Mach dans le débat Mach-Planck, sur lequel nous reviendrons.

Dans une autre lettre de nouvel an non datée, qui fut probablement écrite pour les raisons indiquées ci-dessus autour de 1913/14, Einstein écrivit :

Je suis très heureux de l'intérêt amical que vous portez à la nouvelle théorie. Les difficultés mathématiques, que l'on rencontre dans le développement de ces idées sont malheureusement également très grandes pour moi. Cela me fait extrêmement plaisir que dans le développement de la théorie, la profondeur et l'importance de vos réflexions sur les fondements de la mécanique classique deviennent manifestes. Même maintenant, je ne peux comprendre comment Planck, pour lequel par ailleurs j'ai une très grande estime, a apporté si peu de compréhension à vos efforts. Son attitude envers ma nouvelle théorie [de relativité générale] est d'ailleurs également une attitude de refus.

Je ne peux le critiquer sur ce point. En effet jusqu'à maintenant, cet argument épistémologique est le seul que je puisse avancer en faveur de ma théorie. Pour moi, il est absurde d'attribuer à "l'espace" des propriétés physiques. L'ensemble des masses produit un champ  $G_{\mu\nu}$  [champ  $g_{\mu\nu}$ ] (champ de gravitation) qui de son côté gouverne l'évolution de tous les phénomènes incluant la propagation des rayons lumineux et le comportement des étalons de longueur et des horloges.<sup>97</sup>

---

<sup>96</sup>"Es ist mir eine grosse Freude, Ihnen dies mitteilen zu können, zumal jene Kritik Plancks mir schon immer höchst ungerechtfertigt erschienen war," Herneck, "Beziehungen zwischen Einstein und Mach" (1966), p. 9.

<sup>97</sup>

"Ich freue mich sehr über das freundliche Interesse, das Sie der neuen Theorie entgegenbringen. Die mathematischen Schwierigkeiten, auf die man bei Verfolgung dieser Gedanken stösst, sind leider auch für mich sehr grosse. Es freut mich ausserordentlich, dass bei der Entwicklung der Theorie die Tiefe und Wichtigkeit Ihrer Untersuchungen über das Fundament der klassischen Mechanik offenkundig wird. Ich kann heute noch nicht begreifen, wie Planck, den ich sonst wie kaum einen zweiten hochschätzen gelernt habe, Ihren Bestrebungen so wenig Verständnis entgegenbringen konnte. Er steht übrigens auch meiner neuen Theorie ablehnend gegenüber.

Ich kann ihm das nicht verargen. Denn bis jetzt ist jenes erkenntnistheoretische Argument das Einzige, was ich zugunsten meiner neuen Theorie vorbringen kann. Für mich ist es absurd, dem 'Raum' physikalische Eigenschaften zuzuschreiben. Die Gesamtheit der Massen erzeugt ein  $G_{\mu\nu}$ -Feld (Gravitationsfeld), das seinerseits den Ablauf aller Vorgänge, auch die Ausbreitung der Lichtstrahlen und das

#### 4.4. CONCEPTIONS PHILOSOPHIQUES D'EINSTEIN ET RÉCEPTION DE LA THÉORIE 109

La lettre révèle que Mach était intéressé par la théorie Entwurf, et plus important qu'Einstein considérait le rejet épistémologique du concept d'espace absolu comme le principal argument qu'il pouvait avancer en faveur de sa théorie. Pour Einstein il était "absurde" d'attribuer des propriétés physiques à l'espace lui-même. Nous verrons que cette conviction épistémologique devait conduire Einstein, en 1917, à introduire le terme cosmologique dans ses équations de champ. Ce fut la même exigence philosophique qui était à la base de la conception de l'inertie d'Einstein selon laquelle un corps ne devrait pas avoir d'inertie par lui-même mais seulement relativement à d'autres corps. Le rejet des propriétés absolues facilita également l'abandon par Einstein du principe de la constance de la vitesse de la lumière. Il écrivit : "Cela me semble incroyablement évolutif de n'importe quel phénomène (par exemple, celui de la propagation de la lumière) puisse être conçue comme étant indépendante de tous les autres phénomènes dans le monde."<sup>98</sup> Einstein devait répéter maintes fois son rejet des propriétés absolues de l'espace (i.e., d'accélération absolue) dans ses publications scientifiques.<sup>99</sup>

La lettre d'Einstein de nouvel an à Mach indique également que Planck était contre la théorie Entwurf. L'opposition de Planck doit être considérée dans le contexte du débat Mach-Planck. Le point central du débat concernait l'utilité de la métaphysique en physique. Initialement, Planck avait été un adepte enthousiaste de Mach, mais plus tard il changea son point de vue car contrairement à Mach qui rejetait toute métaphysique (aussi bien matérialiste qu'idéaliste) en science, Planck en vint à l'idée qu'ultimement la physique ne pouvait pas se dispenser de l'idée métaphysique d'une réalité objective existant indépendamment de l'observateur.<sup>100</sup> En 1908, Planck devait défendre ce point de vue en opposition avec la ligne de pensée de Mach, allant jusqu'à sous-entendre que Mach, qui

---

Verhalten der Massstäbe und Uhren regiert," *ibid.*, p. 8.

Si la datation de la lettre est correcte, alors il semble que Mach exprimait encore une attitude amicale envers la théorie Entwurf dans sa correspondance avec Einstein, après même que Mach eût décliné, en juillet 1913, d'adopter pour lui-même la relativité restreinte dans la préface de son livre : Ernst Mach, *Die Prinzipien der physikalischen Optik, Historisch und erkenntnispsychologisch entwickelt* (Leipzig : J. A. Barth, 1921). Le contenu de la préface ne fut connu d'Einstein qu'après la publication du livre en 1921.

<sup>98</sup>"Es erscheint mir unglaublich, dass der Ablauf irgendeines Vorganges (z.B. der der Lichtausbreitung im Vakuum) als unabhängig von allem übrigen Geschehen in der Welt aufgefasst werden könne," Einstein, "Prinzipielles" (1914), p. 176.

<sup>99</sup>Durant la période 1913-15, de tels affirmations se trouvent dans Einstein, "Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie" (1913), p. 290 ; "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems" (1913), p. 1255 ; "Prinzipielles" (1914), p. 176 ; "Zur Theorie der Gravitation" (1914), p. v ; "Formale Grundlage" (1914), pp. 1031-32.

<sup>100</sup>"Zählte ich mich doch in meiner Kieler Zeit (1885-1889) zu den entschiedenen Anhängern der Machschen Philosophie, die, wie ich gerne anerkenne, eine starke Wirkung auf mein physikalisches Denken ausgeübt hat. Aber ich habe mich später von ihr abgewendet, hauptsächlich, weil ich zur der Ansicht gelangte, dass die Machsche Naturphilosophie ihr glänzendes Versprechen, das ihr wohl die meisten Anhänger zugeführt hat : Die Eliminierung aller metaphysischen Elemente aus der physikalischen Erkenntnislehre, keineswegs einzulösen vermag," Max Planck, "Zur Machschen Theorie der physikalischen Erkenntnis," *Physikalische Zeitschrift*, **11** (1910), 1186-90, sur 1187.

était âgé de 70 ans et à moitié paralysé, était un "faux prophète".<sup>101</sup> Mach<sup>102</sup> répondit avec dignité et réserve et ne donna pas suite à la réponse de Planck.<sup>103</sup> Dans cette dernière réponse, Planck, en particulier, attaqua l'idée de Mach d'une relativité de tous les mouvements de rotation comme étant "physiquement totalement inutile."<sup>104</sup> Il argumenta qu'une telle conception va à l'encontre du résultat qu'une vitesse angulaire d'un corps infiniment éloigné (avec un axe de rotation à distance finie) ne peut être finie (Planck apparemment supposa une vitesse finie du corps) et remettrait en cause le grand progrès apporté par la conception Copernicienne du monde. Comme la théorie d'Einstein essayait précisément d'incorporer l'idée de Mach d'une relativité générale, on peut aisément comprendre pourquoi Planck, initialement, était fortement contre.

La différence entre les positions philosophiques de Mach et de Planck était celle existant entre l'idéalisme épistémologique et l'idéalisme métaphysique. Tandis que Mach s'était restreint (au moins en public) à un idéalisme épistémologique, Planck avait évolué vers un idéalisme métaphysique ce qui explique son concept de réalité. Planck avait grandi dans une famille religieuse et avait d'éminents professeurs de théologie (grand-père et arrière grand-père) parmi ses ancêtres.<sup>105</sup> Dans ses lettres à l'historien de religion Alfred Bertholet, Planck reconnut que depuis son enfance, il avait maintenu une forte croyance dans un Dieu tout puissant et bienveillant.<sup>106</sup> Il apparaît que le monde pour Planck étant une création de Dieu et comme Dieu a une existence objective au-delà des perceptions des êtres humains, il était naturel pour Planck de croire que le monde possédait également des traits objectifs existant indépendamment des perceptions humaines. En effet pour Planck, de tels traits objectifs et plus spécifiquement, la structure permanente derrière la diversité des phénomènes constituaient son concept de réalité.<sup>107</sup> En fait, dans ses dernières années, Planck vint à associer cette structure permanente du monde avec Dieu lui-même et évolua vers une conception panthéiste du monde dans le sens de Spinoza et de Goethe.<sup>108</sup> Ainsi

<sup>101</sup>M. Planck, "Die Einheit des physikalischen Weltbildes," *Physikalische Zeitschrift*, **10** (1909), 62-75; Conférence donnée le 9 décembre 1908 dans la naturwissenschaftliche Fakultät des Studentenkörpers, Universität Leiden, dans Max Planck, *Physikalische Abhandlungen und Vorträge* (Braunschweig, 1958), **3**, 29.

<sup>102</sup>Ernst Mach, "Die Leigedanken meiner naturwissenschaftlichen Erkenntnislehre und ihre Aufnahme durch die Zeitgenossen," *Physikalische Zeitschrift*, **11** (1910), 599-606.

<sup>103</sup>Planck, "Zur Machschen Theorie der physikalischen Erkenntnis," (1910).

<sup>104</sup>Ibid., p. 1189.

<sup>105</sup>Hans Hartmann, *Max Planck : als Mensch und Denker* (Berlin : Verlag Karl Siegmund, 1938), p. 13-14.

<sup>106</sup>Alfred Bertholet, "Erinnerungen an Max Planck," *Physikalische Blätter*, **4** (1948), 161-80 sur 162.

<sup>107</sup>"Das konstante einheitliche Weltbild ist aber gerade, wie ich zu zeigen versucht habe, das feste Ziel, dem sich die wirkliche Naturwissenschaft in allen ihren Wandlungen fortwährend annähert, ... Dieses Konstante, von jeder menschlichen, überhaupt jeder intellektuellen Individualität Unabhängige ist nun eben das, was wir das Reale nennen," Planck "Die Einheit des physikalischen Weltbildes," dans Planck, *Abhandlungen*, **3**, 27.

<sup>108</sup>Friedrich Herneck, "Ein Brief Max Plancks über sein Verhältnis zum Gottesglauben," *Forschungen und Fortschritte*, **32** (1958), 364-66, sur 366; "Bermerkungen zur Religiosität Max Planck," *Physikalische Blätter*, **16** (1960), 382-84, sur 384; Lise Meitner, "Max Planck als Mensch," *Die Naturwissenschaften*, **45** (1958), 406-08, sur 408.

#### 4.4. CONCEPTIONS PHILOSOPHIQUES D'EINSTEIN ET RÉCEPTION DE LA THÉORIE 111

Planck écrivit : "Par conséquent, rien ne nous empêche et notre désir d'une conception unifiée du monde l'exige, d'identifier les deux forces effectives universelles et pourtant mystérieuses, l'ordre du monde de la science et le Dieu de la religion."<sup>109</sup>

Parallèlement à l'évolution philosophique de Planck de l'idéalisme épistémologique vers un idéalisme métaphysique, Einstein devait lui aussi évoluer vers un idéalisme métaphysique au cours de ses dernières années. Bien qu'Einstein ne fut pas religieux dans le sens d'une pratique de rites religieux, Einstein durant toute sa vie fut fortement convaincu que le monde était le résultat d'un esprit supérieur.<sup>110</sup> Déjà dans son enfance, Einstein associait l'harmonie du monde avec Dieu et développa des conceptions religieuses proches du panthéisme de Spinoza.<sup>111</sup> Ceci est confirmé par la déclaration ultérieure d'Einstein : "Je crois dans le Dieu de Spinoza, qui se révèle dans l'harmonie du monde," et plus loin, "La conception de Spinoza a toujours été proche pour moi et j'ai toujours admiré cet homme et son enseignement."<sup>112</sup> Comme le panthéisme identifie Dieu et la nature, il s'ensuit que si Dieu est considéré comme esprit, alors la nature est également esprit d'une certaine façon. Qu'Einstein considérait Dieu comme esprit résulte explicitement de sa remarque énoncée vers 1927 : "Ma religiosité consiste dans l'humble admiration de l'esprit infiniment supérieur qui se révèle lui-même dans le peu que nous, avec notre faible et incertain entendement, pouvons saisir de la réalité."<sup>113</sup> En conséquence, la position philosophique d'Einstein était celle de l'idéalisme métaphysique dans lequel la réalité est non seulement de type esprit mais est fortement reliée à Dieu lui-même.

Comme pour Planck, l'idéalisme métaphysique d'Einstein était la source de sa croyance dans une existence indépendante du monde par rapport à l'esprit humain. Comme Dieu était étroitement associé à l'Univers, il existait des principes objectifs que le rôle du scientifique était de découvrir. Pour Einstein, trouver ces principes était semblable à deviner les pensées de Dieu sur l'Univers. Cette formulation est confirmée par Max Born, qui en parlant d'Einstein, écrivit : "Il

---

<sup>109</sup>"Nichts hindert uns also, und unser nach einer einheitlichen Weltanschauung verlangender Erkenntnistrieb fordert es, die beiden überall wirksamen und doch geheimnisvollen Mächte, die Weltordnung der Naturwissenschaft und der Gott der Religion, miteinander zu identifizieren. Danach ist die Gottheit, die der religiöse Mensch mit seinen anschaulichen Symbolen sich nahezubringen sucht, wesensgleich mit der naturgesetzlichen Macht, von der dem forschenden Menschen die Sinnesempfindungen bis zu einem gewissen Grade Kunde geben," Max Planck, "Religion und Naturwissenschaft," Conférence, donnée au Baltikum, mai 1937, dans Max Planck, *Vorträge und Erinnerungen*, 5ème ed. élargie de *Wege zur Physikalischen Erkenntnis* (Stuttgart : S. Hirzel Verlag, 1949), p. 331.

<sup>110</sup>Carl Seelig, *Albert Einstein* (Zürich : Europa Verlag, 1960), p. 111.

<sup>111</sup>Anton Reiser, *Albert Einstein : A Biographical Portrait* (New York : Albert & Charles Boni, 1930), pp. 28-30 ; voir également Einstein, "Autobiographical Notes," pp. 3-5.

<sup>112</sup>"Ich glaube an Spinozas Gott, der sich in der Harmonie des Seienden offenbart"; "Die spinozistische Auffassung ist mir immer nahe gewesen und ich habe diesen Mann und seine Lehre stets bewundert," cité par Seelig, *Albert Einstein* (1960), p. 258.

<sup>113</sup>"Meine Religiosität besteht in einer demütigen Bewunderung des unendlich Überlegenen Geistes, der sich in dem Wenigen offenbart, was wir mit unserer schwachen und hilfälligen Vernunft von der Wirklichkeit zu erkennen vermögen," traduction en anglais et original en allemand dans Helen Dukas and Banesh Hoffmann, *Albert Einstein, the Human Side* (Princeton, NJ : Princeton University Press, 1979), p. 66.

croyait dans le pouvoir de la raison de deviner les lois selon lesquelles Dieu a construit le monde."<sup>114</sup> De même, Arnold Sommerfeld, un autre proche d'Einstein écrivit : "De nombreuses fois, lorsqu'une nouvelle théorie lui apparaissait arbitraire ou forcée, il remarquait : 'Dieu ne fait rien de tel.' J'ai souvent senti et également occasionnellement indiqué qu'Einstein est en particulière étroite relation avec le Dieu de Spinoza."<sup>115</sup> On pourrait peut-être penser que de telles remarques ne s'appliquent à Einstein que durant ses dernières années. En fait, il apparaît qu'Einstein pratiqua cette sorte de jeu de devinette durant toute sa carrière. Ainsi, en 1905, dans une lettre à Habicht, Einstein écrivit : "La réflexion est amusante et fascinante; mais dans quelle mesure Dieu ne rigole pas à ce sujet et s'est moqué de moi, je ne le sais pas."<sup>116</sup>

La croyance d'Einstein dans la possibilité de deviner les principes premiers d'une théorie explique pourquoi il ne pensait pas qu'il y avait une façon systématique de les trouver. Ainsi, le 2 juillet 1914, dans son discours inaugural à l'Académie de Berlin, après avoir décrit la méthode du théoricien comme consistant a) à rechercher les principes premiers, et b) à développer les conséquences de ces principes, Einstein distingua la première activité de la seconde comme suit :

La première des tâches mentionnées; à savoir, la formulation des principes, qui doivent servir de base à la déduction, est d'une toute autre nature. Ici, il n'y a pas de méthode que l'on peut apprendre, de méthode systématique pour atteindre l'objectif. Pour obtenir ces principes généraux, le chercheur doit plutôt écouter aux portes de la nature afin d'apercevoir des traits généraux dans de grands ensembles de faits expérimentaux et susceptibles d'une formulation précise.<sup>117</sup>

Le passage montre que pour Einstein la découverte des principes était essentiellement un processus personnel, intuitif et non systématique consistant dans une écoute sympathique de la nature. Quatre années plus tard, Einstein devait insister sur le même point : "La tâche suprême du physicien est d'arriver à ces lois universelles élémentaires à partir desquelles le cosmos peut être reconstruit par pure déduction. Il n'y a pas de chemin logique vers ces lois; seule

<sup>114</sup>Max Born, "Physics and Relativity," conférence donnée lors de l'International Relativity Conference à Berne le 16 juillet 1955, dans Max Born, *Physics in My Generation*, 2nd revised ed. (New York : Springer, 1969), p. 114.

<sup>115</sup>Arnold Sommerfeld, "To Albert Einstein's Seventieth Birthday," dans Schilpp, *Albert Einstein*, 1, 103.

<sup>116</sup>"Die Überlegung ist lustig und bestechend; aber ob der Hergott nicht darüber lacht und mich an der Nase herumgeführt hat, das kann ich nicht wissen," Einstein à Conrad Habicht, pas de date, dans Seelig, *Albert Einstein* (1960), p. 126.

<sup>117</sup>"Die erste der genannten Aufgaben, nämlich jene, die Prinzipie aufzustellen, welche der Deduktion als Basis dienen sollen, ist von ganz anderer Art. Hier gibt es keine erlernbare, systematisch anwendbare Methode, die zum Ziele führt. Der Forscher muss vielmehr der Natur jene allgemeinen Prinzipie gleichsam ablauschen, indem er an grösseren Komplexen von Erfahrungstatsachen gewisse allgemeine Züge erschaut, die sich scharf formulieren lassen," Albert Einstein, "Antrittsrede," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, partie 2 (1914), pp. 739-42, sur p. 740.

l'intuition, reposant sur une compréhension sympathique de l'expérience, peut les atteindre."<sup>118</sup> Dans sa communication inaugurale à l'Académie de Berlin en 1914, Einstein étaya ses vues sur la créativité du théoricien en prenant l'exemple contemporain de son époque du rayonnement thermique. Bien que les données expérimentales fussent là et la loi précise du rayonnement thermique fut connue, les principes d'une nouvelle "mécanique" demeuraient absents en dépit de tous les efforts et devaient le rester durant une autre décennie. D'un autre côté, Einstein présenta la théorie de la relativité générale comme un cas dans lequel un principe clairement formulé existait sans que les données expérimentales soient là pour vérifier les conséquences. La principale justification d'Einstein du principe de relativité générale était qu'il éliminait ce qu'il percevait comme un défaut de la théorie de la relativité restreinte, à savoir le fait qu'elle privilégiait des mouvements uniformes par rapport à des mouvements accélérés.<sup>119</sup>

Einstein devait revenir aux considérations épistémologiques qui l'avaient conduit à développer la théorie de la relativité générale dans son premier article scientifique à l'Académie de Berlin.<sup>120</sup> Maintenant, en tant que membre éminent de l'Académie, Einstein se sentait libre de discuter longuement de tels sujets épistémologiques au début même de ses articles. Einstein justifia une théorie de la relativité générale comme suit : comme tous les référentiels sont équivalents d'un point de vue cinématique, cela semble injustifié de privilégier les systèmes d'inertie par rapport aux autres; en conséquence, une généralisation de la théorie de la relativité restreinte s'impose. L'argument de Newton sur les forces centrifuges, semble toutefois contredire une telle possibilité puisqu'il montre que des systèmes cinématiquement équivalents ne sont pas nécessairement dynamiquement équivalents, ce à quoi Einstein répondit :

Cet argument toutefois- -comme E. Mach en particulier l'a montré- -n'est pas valable. Nous n'avons pas à attribuer l'existence de forces centrifuges nécessairement à un mouvement de  $K'$  [récipient en rotation uniforme]; nous pouvons plutôt aussi bien les attribuer au mouvement relatif moyen des masses éloignées environnantes par rapport à  $K'$ , et traiter  $K'$  comme étant au 'repos'.<sup>121</sup>

Einstein remarqua que le fait que les lois de la mécanique et de la gravitation de Newton ne permettent pas une telle interprétation des forces centrifuges à l'aide de l'hypothèse de Mach pourrait bien être dû à des déficiences de la théorie de Newton. Einstein vit un argument important en faveur de la relativité rotationnelle dans le fait qu'il n'y a pas moyen de distinguer un champ centrifuge d'un

<sup>118</sup> Albert Einstein, "Pinciples of Research," allocution donnée lors de la célébration du soixantième anniversaire de Max Planck (1918) devant la Société de physique de Berlin, dans Albert Einstein, *Ideas and Opinions* (1954 ; rpt., New York : Dell, 1976), p. 221.

<sup>119</sup> Einstein, "Antrittsrede" (1914), pp. 741-42.

<sup>120</sup> Einstein, "Formale Grundlage" (1914).

<sup>121</sup> "Dies Argument ist aber- -wie insbesondere E. Mach ausgeführt hat- -nicht stichhaltig. Die Existenz jener Zentrifugalkräfte brauchen wir nämlich nicht notwendig auf eine Bewegung von  $K'$  [récipient en rotation uniforme] zurückzuführen; wir können sie vielmehr ebensogut zurückführen auf die durchschnittliche Rotationsbewegung der ponderablen Massen der Umgebung in bezug auf  $K'$ , wobei wir  $K'$  als 'ruhend' behandeln," *ibid.*, p. 1031.

champ gravitationnel étant donné que les forces centrifuges et gravitationnelles sont toutes les deux proportionnelles à la même constante de la masse. Ainsi un champ centrifuge d'un système en rotation peut être considéré via l'hypothèse de Mach comme un champ physique (gravitationnel) dans le même système, considéré au repos. Einstein remarqua qu'il y a un parallèle entre ce cas et la situation en relativité restreinte, où une force magnétique ( $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ ) agissant sur une charge électrique en mouvement dans un champ magnétique peut être considérée comme une force électrique ( $q\vec{E}$ ) dans le référentiel propre de la particule<sup>122</sup> (les forces magnétique et électrique correspondant respectivement aux forces centrifuge et gravitationnelle). Les considérations ci-dessus montrent clairement que la motivation principale d'Einstein dans le développement de sa théorie était d'éliminer le concept d'espace absolu. A la fin de son article, Einstein mentionna de nouveau la relativité de l'inertie comme étant complètement en accord avec "l'esprit" (*Geist*) de sa théorie, selon lequel l'espace ne peut avoir de propriétés physiques propres.<sup>123</sup>

En résumé : Einstein autour de 1913 était toujours principalement un idéaliste épistémologique désirant éliminer des propriétés absolues de la physique à cause de leur nature métaphysique. Le succès de la relativité restreinte avait en effet montré la fécondité d'une telle position épistémologique. Pourtant, l'idéalisme épistémologique d'Einstein ne fut qu'un moyen dans une conception du monde plus large, fondée sur sa croyance en Dieu, et qui devait évoluer de plus en plus explicitement vers un idéalisme métaphysique.<sup>124</sup>

#### 4.4.2 Accueil de la théorie

Bien que l'accueil de la théorie d'Einstein soit quelque peu en dehors du cadre de cet ouvrage et a été traitée dans une certaine mesure ailleurs,<sup>125</sup> nous allons néanmoins dire quelques mots à ce sujet afin de montrer que la théorie Entwurf d'Einstein a, dans son ensemble, été accueilli plutôt négativement par ses collègues, en particulier par Gustav Mie, Max Planck et Max Abraham.

La réception négative débuta à la 85<sup>ième</sup> Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte à Vienne en septembre 1913,<sup>126</sup> à laquelle Einstein avait été invité pour donner un résumé de sa nouvelle théorie. A une époque où il y avait encore des doutes sur la validité du principe de relativité restreinte, la difficile tâche d'Einstein était de présenter une théorie que quelques personnes pouvaient considérer comme étant encore plus incompréhensible, et qui était fondée sur l'idée épistémologique d'une relativité générale. Ceci explique pourquoi Einstein décida de procéder prudemment. Il devait d'abord commencer avec un

<sup>122</sup>Ibid., p. 1032.

<sup>123</sup>Ibid., p. 1085.

<sup>124</sup>Comparer avec Gerald Holton, "Mach, Einstein, and the Search for Reality," *Deadalus*, Spring 1968, pp. 636-73 ; dans Gerald Holton, *Thematic Origins of Scientific Thought* (Cambridge, MA : Harvard University Press, 1973), pp. 219-59.

<sup>125</sup>Lewis Robert Pyenson, "The Goettingen Reception of Einstein's General Theory of Relativity" (Ph.D. dissertation, Johns Hopkins University, 1974).

<sup>126</sup>Einstein, "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems" (1913).

ensemble d'exigences raisonnables et ensuite présenter sa théorie comme ayant ces caractéristiques, ainsi que d'autres supplémentaires, comme celle incorporant la relativité générale, du moins dans une certaine mesure, et la relativité de l'inertie. Ainsi, au début de sa conférence Einstein mentionna quatre hypothèses plausibles que l'on pouvait postuler (mais qu'il n'était pas nécessaire d'exiger toutes ensemble) pour une théorie de la gravitation :

1. la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie ;
2. l'égalité de la masse inerte et gravitationnelle pour des systèmes fermés ;
3. la validité du principe de relativité restreinte ;
4. l'indépendance des lois physiques vis à vis de la valeur absolue du potentiel de gravitation.

Einstein était conscient du fait que, à part la première hypothèse, les autres n'étaient pas encore universellement acceptées : "Je suis pleinement conscient de la circonstance que les postulats 2-4 ressemblent plus à une foi scientifique qu'à un fondement sûr."<sup>127</sup>

Comme exemples de théories gravitationnelles, Einstein devait discuter de la seconde théorie scalaire de Nordström et de la théorie Entwurf, qu'il considérait comme étant les généralisations les "plus naturelles" de la théorie de Newton.<sup>128</sup> Dans son article Entwurf, Einstein avait déjà examiné la possibilité d'une théorie scalaire de la gravitation mais l'avait rejetée principalement à cause de sa conviction que le principe de relativité était valide par rapport à un groupe beaucoup plus étendu que le groupe des transformations linéaires orthogonales.<sup>129</sup> A la conférence de Vienne, Einstein ne pouvait pas utiliser cet argument car il n'avait pas inclus l'exigence d'une relativité générale parmi ses quatre hypothèses plausibles. Einstein devait examiner en détail la deuxième théorie de Nordström non encore publiée à cette date.<sup>130</sup> Bien que cette théorie ne donnait pas une déviation des rayons lumineux dans un champ gravitationnel à cause de la constance postulée de la vitesse de la lumière, Einstein montra que cette théorie satisfaisait aux quatre exigences plausibles. La seule objection qu'Einstein exprima fut que bien que la théorie prédisait une influence de l'inertie d'une particule de la part des autres corps, l'inertie ne paraissait pas être "causé" par ces derniers car l'inertie augmentait lors du retrait des autres corps.<sup>131</sup> En fait, en l'absence de décision expérimentale sur la déviation des rayons lumineux dans un champ gravitationnel, c'était le seul argument qu'Einstein pouvait avancer en faveur de sa théorie. En 1914, Einstein et A. D. Fokker

<sup>127</sup> "Ich bin mir des Umstandes wohl bewusst dass die Postulate 2-4 mehr einem wissenschaftlichen Glaubensbekenntnis als einem gesicherten Fundamente ähnlich sind," *ibid.*, p. 1251.

<sup>128</sup> *Ibid.*

<sup>129</sup> "Ich muss freilich zugeben, dass für mich das wirksamste Argument dafür, dass eine derartige Theorie [théorie scalaire] zu verwerfen sei, auf der Überzeugung beruht, dass die Relativität nicht nur orthogonalen linearen Substitutionen gegenüber besteht, sondern einer viel weiteren Substitutionsgruppe gegenüber," Einstein/Grossmann, "Entwurf" (1913), p. 244.

<sup>130</sup> Gunnar Nordström, "Zur Theorie der Gravitation vom Standpunkt des Relativitätsprinzips," *Annalen der Physik*, **42** (1913), 533-54.

<sup>131</sup> Einstein, "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems" (1913), p. 1254.

montrèrent que la théorie de Nordström pouvait même être formulée sous une forme généralement covariante.<sup>132</sup> En conséquence, la théorie scalaire de Nordström, beaucoup plus simple, apparut comme une sérieuse rivale à la théorie Entwurf. Aussi tardivement qu'en 1917, Max von Laue devait encore écrire un article de synthèse défendant la théorie gravitationnelle de Nordström.<sup>133</sup>

Bien qu'Einstein considérait la seconde théorie de Nordström comme étant la principale rivale de sa propre théorie et avait traité exclusivement de cette théorie et de la théorie Entwurf lors de sa présentation à Vienne, d'autres physiciens comme Gustav Mie et Max Abraham ne partageaient pas ce point de vue et argumentèrent en faveur de leur propres théories de gravitation. Ceci les conduisit à une analyse critique de la théorie d'Einstein à laquelle se joignit Max Planck. La critique de tous ces physiciens montre que la plupart des hypothèses de base d'Einstein furent perçues comme étant plutôt incertaines à l'époque. La critique de Mie concernait principalement l'hypothèse de la stricte égalité des masses inerte et gravitationnelle et la tentative d'Einstein d'étendre le principe de relativité. Vis à vis de l'égalité des masses inerte et gravitationnelle, Mie fit une distinction entre une égalité stricte et une égalité cohérente avec les expériences. Il rejetait l'idée d'une stricte égalité et ne pensait pas que l'on pouvait construire une théorie sur celle-ci : "J'ai en effet abandonné le principe d'une identité des masses inerte et gravitationnelle et ne crois pas que l'on peut fonder une théorie sur celle-ci."<sup>134</sup> Mie pensait que le rapport des masses inerte et gravitationnelle dépendait de facteurs tels que la vitesse du corps et sa température et croyait qu'il avait de bons arguments pour son point de vue.<sup>135</sup> Les arguments de Mie sont compliqués et ne reçurent pas de réponse directe d'Einstein. Le point intéressant est que les arguments de Mie illustrent la diversité des réponses à l'égalité expérimentale des masses inerte et gravitationnelle. Loin d'en déduire une stricte égalité théorique<sup>136</sup> comme le fit Einstein, Mie pensait qu'une telle égalité stricte était en fait théoriquement impossible dans le cas général mais il acceptait bien sûr une égalité restreinte en accord avec l'expérimentation. Ainsi, Mie argumentait que sa théorie, bien qu'elle n'incorporait pas une stricte égalité des deux types de masses, était néanmoins cohérente avec les résultats expérimentaux.

La seconde critique de Mie concernait le principe de relativité générale d'Einstein, bien qu'il fut conscient du fait que la théorie d'Einstein ne l'incorporait

<sup>132</sup>Albert Einstein et A. D. Fokker, "Die Nordströmsche Gravitationstheorie vom Standpunkt des absoluten Differentialkalküls," *Annalen der Physik*, **44** (1914), 321-28, sur 328.

<sup>133</sup>M. v. Laue, "Die Nordströmsche Gravitationstheorie (Bericht)," *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, **14** (1917), 263-313.

<sup>134</sup>Ich habe allerdings das Prinzip von der Identität der schweren und der trägen Masse fallen gelassen und glaube auch, dass man darauf keine Theorie gründen kann," Einstein, "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems" (1913), Discussion, p. 1266.

<sup>135</sup>Gustav Mie, "Bemerkungen zu der Einsteinschen Gravitationstheorie, I, II," *Physikalische Zeitschrift*, **15** (1914), 115-22 et 169-76, sur 118.

<sup>136</sup>Comme une égalité expérimentale ne peut induire une égalité mathématique, la position de Mie est logiquement correcte. Une position similaire fut adopté par Gustav Robert Kirchhoff concernant sa loi de radiation qu'il justifia théoriquement plutôt qu'expérimentalement ; voir par exemple Daniel M. Siegel, "Balfour Steward and Gustav Robert Kirchhoff : Two Independent Approaches to 'Kirchhoff's Radiation law,'" *Isis*, **67** (1976), 565-600.

#### 4.4. CONCEPTIONS PHILOSOPHIQUES D'EINSTEIN ET RÉCEPTION DE LA THÉORIE 117

pas pleinement. A la conférence de Vienne, durant laquelle Einstein présenta sa théorie en septembre 1913, Mie présenta son objection de la façon suivante :

J'ai compris de la présentation de tout à l'heure de Mr Einstein, comme s'il souhaitait développer davantage une idée Machienne, selon laquelle il serait ... impossible de détecter des accélérations absolues. Contre une telle conception d'un principe de relativité généralisée, on se doit toutefois, en tant que physicien, élever de très sérieuses objections.<sup>137</sup>

Comme illustration de son objection, Mie discuta le cas d'un train sur rails isolé de l'extérieur. D'après le point de vue classique, les secousses ressenties à l'intérieur par les voyageurs sont attribuées aux effets d'inertie dus au mouvement irrégulier du train. Si l'on accepte le principe de relativité générale alors le train est considéré comme étant au repos et les secousses sont attribuées à des effets gravitationnels dus au mouvement irrégulier des masses entourant le train. Mie admit que mathématiquement ce point de vue pouvait être très commode mais rejeta celui-ci comme étant physiquement non plausible.<sup>138</sup> Plus tard, Mie tira des arguments en faveur de sa position de la soi-disante preuve développée par Einstein lui-même sur l'impossibilité d'équations de champ complètement covariantes.<sup>139</sup>

Comme Mie, Max Planck croyait que l'idée d'une relativité générale était physiquement incorrecte et invoqua également la soi-disante preuve d'Einstein contre cette idée. Planck devait formuler son opposition publiquement précisément à l'occasion du discours inaugural d'Einstein à l'Académie de Berlin le 2 juillet 1914. A l'affirmation d'Einstein que la relativité restreinte est insatisfaisante parce qu'elle privilégie le mouvement uniforme, Planck répondit que l'on pouvait également être de l'opinion opposée et voir dans la préférence de la relativité restreinte pour le mouvement uniforme une caractéristique précieuse de la théorie.<sup>140</sup> Il remarqua que la loi de gravitation de Newton n'est pas perçue comme insatisfaisante parce que le nombre 2 y apparaît comme un nombre privilégié; plutôt, les physiciens relient ce nombre aux trois dimensions de l'espace (i.e., à la symétrie sphérique). De même, Planck se demanda si la préférence pour le mouvement uniforme n'était pas reliée à la position privilégiée de la ligne droite par rapport à toutes les autres lignes spatiales. Bien que les objections de Planck furent formulées de façon très prudente en cette circonstance solennelle pour éviter d'offenser Einstein, le fait que Planck néanmoins men-

---

<sup>137</sup>"Ich habe eben in seinem Vortrag Herrn Einstein so verstanden, als ob er eine Machsche Idee weiter verfolgen wollte, wonach es auch nicht möglich sein dürfte, die Beschleunigungen absolut nachzuweisen. Gegen eine solche Auffassung des verallgemeinerten Relativitätsprinzips muss man aber als Physiker sehr schwerwiegende Bedenken erheben," Einstein, "Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems" (1913), p. 1264.

<sup>138</sup>Ibid. Sur la réponse ultérieure d'Einstein sur l'exemple du train, voir A. Einstein, "Dialog über Einwände gegen die Relativitätstheorie," *Die Naturwissenschaften*, 6 (1918), 697-702, sur 700 f.

<sup>139</sup>Mie, "Bemerkungen II" (1914), p. 176.

<sup>140</sup>Max Planck, réponse au discours inaugural d'Einstein, *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, partie 2, 1914, pp. 742-44, sur p. 743.

tionna ses objections ce jour là indique combien ce sujet était important pour lui.

Parmi les critiques de la théorie d'Einstein, le plus expert était sans aucun doute Max Abraham. Nous avons vu que, contrairement à Mie et Nordström, Abraham dans sa seconde théorie rejetait le principe de relativité et la constance de la vitesse de la lumière mais acceptait l'idée d'une stricte égalité des masses inertielle et gravitationnelle.<sup>141</sup> Par ailleurs, Abraham partageait les doutes sur le principe d'équivalence. Dans son article de synthèse sur les théories de gravitation,<sup>142</sup> achevé en décembre 1914, Abraham nota en particulier qu'Einstein voyait dans l'implémentation de la relativité de l'inertie un avantage décisif de sa théorie tensorielle vis à vis des théories scalaires. Abraham argumenta toutefois, que la relativité de l'inertie n'était pas quantitativement réalisée dans la théorie Entwurf sauf à postuler l'existence d'énormes masses invisibles.<sup>143</sup> Pour Abraham, l'introduction de telles masses hypothétiques était aussi critiquable que l'introduction de l'hypothétique Ether. En conséquence, Abraham conclut qu'il n'y avait pas de raison pour opter pour une théorie tensorielle et ajouta non sans humour que les théories scalaires devaient être préférées au nom de "l'économie de pensée" de Mach.<sup>144</sup>

En résumé, les principales raisons de la réception globalement négative de la théorie Entwurf furent : (a) l'existence de théories scalaires plus simples, (b) le rejet plus ou moins général de l'idée d'un principe de relativité générale, et (c) l'imperfection de la théorie Entwurf. A la fin de 1914, Einstein pensa qu'il avait réussi à réduire l'imperfection de la théorie en élargissant soi-disant le groupe de covariance des équations de champ et en donnant ce qu'il croyait être une dérivation naturelle des équations de champ. Ceci lui donna une confiance accrue dans la validité de la théorie, jusqu'à ce que soudainement, il abandonna l'ensemble des équations de champ en faveur de nouvelles à la fin de 1915.

---

<sup>141</sup>Max Abraham, "Neuere Gravitationstheorien," *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, **11** (1914), 470-520.

<sup>142</sup>Ibid.

<sup>143</sup>Ibid., p. 520.

<sup>144</sup>Ibid., p. 520.

## Chapitre 5

# Théorie de la relativité générale (1915 – 1917)

En novembre 1915, Einstein devait finalement aboutir à une théorie généralement covariante. Les équations de champ obtenues sont les équations standard en usage aujourd'hui. En ce sens, on peut parler des équations d'Einstein définitives. Einstein, toutefois, ne fut pas entièrement satisfait avec elles et en 1917 proposa des équations généralisées contenant un terme supplémentaire, le terme cosmologique. Einstein devait garder ces équations durant de nombreuses années et ce ne fut qu'après la découverte de l'expansion de l'Univers à la fin des années 1920 et de nouveaux développements théoriques dans les années 1930 qu'il abandonna le terme supplémentaire. L'épisode des équations de champ modifiées ne fut pas vain, toutefois, puisqu'il conduisit au développement de cosmologies relativistes. Une autre raison pour analyser le développement de la théorie d'Einstein de 1917 est que cela éclaire les motivations de base qui animèrent Einstein durant ces années là.

### 5.1 Théorie généralement covariante (1915-1916)

#### 5.1.1 Retour au tenseur de Riemann-Christoffel

Ayant développé à la fin de 1914 ce qu'il pensait être une dérivation naturelle des équations de champ gravitationnel de la théorie Entwurf, Einstein devait rester convaincu de la validité de cette théorie durant la majeure partie de 1915. La satisfaction d'Einstein apparaît dans une lettre qu'il écrivit à un étudiant en mai 1915 : "D'avoir réellement atteint ce but [relativité générale] est la plus grande satisfaction de ma vie, bien qu'aucun collègue ne reconnaisse la profondeur et la nécessité de ce chemin."<sup>1</sup> Dans la même lettre, Einstein indiqua également que

---

<sup>1</sup>"Dies Ziel [Allgemeine Relativität] nun wirklich erreicht zu haben, ist die höchste Befriedigung meines Lebens, wenn auch kein Fachgenosse die Tiefe und Notwendigkeit dieses Weges bis jetzt erkannt hat," Einstein à Carl Seelig, 31 mai 1915, dans Carl Seelig, *Albert Einstein*

l'un des importants tests expérimentaux, à savoir le décalage spectral dans un champ gravitationnel (l'autre test étant la déviation des rayons lumineux dans un champ gravitationnel) avait déjà été "brillamment confirmé." Bien que cette assertion soit quelque peu en contraste avec la présentation plus prudente qu'il donna à l'Académie de Berlin le 25 mars 1915,<sup>2</sup> Einstein avait en effet quelques indications de succès à cette date. En plus de ces bonnes nouvelles, Einstein eut également le plaisir de voir sa théorie bien comprise lors d'une conférence qu'il donna à Göttingen durant l'été 1915. Ainsi, dans une lettre à Arnold Sommerfeld datée du 15 juillet 1915, Einstein écrivit : "A Göttingen, j'ai eu la grande joie de voir tout compris et même dans le détail. Je suis très enthousiasmé par Hilbert. Un grand homme! Je suis curieux de connaître votre opinion."<sup>3</sup> Dans la même lettre, Einstein après quelque hésitation initiale, exprima également son consentement à accepter la proposition de Sommerfeld d'inclure quelques articles d'Einstein sur la relativité générale dans une nouvelle édition du livre *Das Relativitätssprinzip* (publié initialement en 1913), dont Sommerfeld était l'éditeur. L'hésitation initiale d'Einstein était due au fait qu'il considérait qu'aucun de ses articles ne donnait une exposition complète de la théorie; Einstein par ailleurs exprima son intention d'écrire un livre d'introduction à la théorie de la relativité avec une présentation visant la relativité générale dès le début.<sup>4</sup> Tout ceci indique qu'Einstein avait encore une pleine confiance dans sa théorie durant l'été 1915.

La confiance d'Einstein devait persister jusqu'en octobre 1915, lorsque soudainement il réalisa que sa théorie était intenable. Sur une carte postale à David Hilbert, datée du 7 novembre 1915, Einstein indiqua qu'il a été conscient depuis "environ quatre semaines" que sa dérivation de 1914 des équations de champ était "illusoire."<sup>5</sup> Par ailleurs, dans une lettre à Sommerfeld datée du 29 novembre 1915, Einstein expliqua en détail les raisons qui le conduisirent à abandonner sa théorie :

1. Je prouvai que le champ gravitationnel dans un système en rotation uniforme ne satisfait pas aux équations de champ.
2. Le mouvement du périhélie de Mercure donnait 18" au lieu de 45" par siècle.
3. La considération de covariance de mon article de l'année der-

(Zürich : Europa Verlag, 1960), p. 240.

<sup>2</sup>A. Einstein, "Über den Grundgedanken der allgemeinen Relativitätstheorie und Anwendung dieser Theorie in der Astronomie," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, partie 1 (1915), p. 315 ; ceci est juste un résumé. Le sujet est également discuté dans une lettre à Besso, 12 février 1915, dans Albert Einstein et Michele Besso, *Correspondance 1903-1955* (Paris : Hermann, 1972), p. 57.

<sup>3</sup>"In Göttingen hatte ich die grosse Freude, alles bis ins Einzelne verstanden zu sehen. Von Hilbert bin ich ganz begeistert. Ein bedeutender Mann! Ich bin auf Ihre Meinung sehr neugierig," Einstein à Sommerfeld, 15 juillet 1915, dans Albert Einstein et Arnold Sommerfeld, *Briefwechsel*, ed. Armin Hermann (Basel : Schwabe, 1968), p. 30.

<sup>4</sup>Ibid.

<sup>5</sup>Einstein Papers, Princeton University Press, microfilm reel I.B.1, no 13. Cité par J. Earman, C. Glymour, "Einstein and Hilbert : Two Months in the History of General Relativity," *Archive for the History of Exact Sciences*, 19 (1978), 291-308, sur 294.

nière ne donne pas la fonction hamiltonienne  $H$ . Elle permet, si elle est généralisée correctement, une fonction arbitraire  $H$ . De cela il découlait que la covariance par rapport aux systèmes de coordonnées "adaptés" était un coup d'épée dans l'eau.<sup>6</sup>

Einstein mentionna les mêmes trois raisons dans une lettre à H. A. Lorentz en janvier 1916, mais intervertit les éléments (1) et (2).<sup>7</sup> Etant donné qu'avec Sommerfeld, Einstein se sentait à l'aise pour discuter de ses idées, il est possible que l'ordre des raisons qu'Einstein donna à Sommerfeld représente la séquence dans l'ordre historique. Si tel est le cas, la séquence des événements semble avoir été la suivante. Ayant, dans son article de 1914 à l'Académie de Berlin, fortement argumenté en faveur d'un groupe de covariance contenant en particulier les transformations de rotation,<sup>8</sup> il fut naturel pour Einstein, bien que cela ne fût peut-être pas immédiat d'un point de vue mathématique, d'examiner si ses équations de champ avaient effectivement une telle covariance. Trouvant que ce n'était pas le cas, Einstein décida probablement de tester la théorie sur la précession du périhélie de Mercure. Rencontrant de nouveau un échec, Einstein a dû venir à un examen critique de ce qu'il pensait être une dérivation "naturelle" des équations de champ et trouva qu'elle était défectueuse.

L'idée suivante d'Einstein fut alors la suivante :

Après que toute confiance dans les résultats et la méthode de la théorie antérieure eut ainsi disparu, je vis clairement, que seule une théorie généralement covariante, i.e., une théorie utilisant les covariants de Riemann pouvait donner une solution satisfaisante.<sup>9</sup>

Ayant complètement perdu confiance dans ses équations de champ antérieures, Einstein décida d'en trouver de nouvelles. Cette fois, toutefois, il devait s'assurer d'un groupe de covariance satisfaisant dès le départ en utilisant le tenseur de Riemann-Christoffel. La pertinence de ce tenseur pour trouver des équations de champ impliquant les  $g_{\mu\nu}$  et leurs dérivées premières et secondes provenait du résultat mathématique que tout tenseur déduit des  $g_{\mu\nu}$  et leurs dérivées peut être obtenu à partir du tenseur de Riemann-Christoffel. Nous avons vu qu'Einstein et Marcel Grossmann étaient pleinement conscients de cela dès le

<sup>6</sup>"1) Ich bewies, dass das Gravitationsfeld auf einem gleichförmig rotierenden System den Feldgleichungen nicht genügt.

2) Die Bewegung des Merkur-Perihels ergab sich zu 18" statt 45" pro Jahrhundert.

3) Die Kovarianzbetrachtung in meiner Arbeit vom letzten Jahre liefert die Hamilton-Funktion  $H$  nicht. Sie lässt, wenn sie sachgemäss verallgemeinert wird, ein beliebiges  $H$  zu. Daraus ergab sich, dass die Kovarianz bezüglich 'angepasster' Koordinatensysteme ein Schlag ins Wasser war," Einstein à Sommerfeld, 28 novembre 1915, *Briefwechsel* (1968), pp. 32-33.

<sup>7</sup>Einstein à Lorentz, 1 janvier 1916, Einstein Papers, Princeton University, microfilm reel I.B. 1, no. 16 ; mentionné par Earman/Glymour, "Einstein and Hilbert," p. 295.

<sup>8</sup>A. Einstein, "Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie," *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, partie 2 (1914), pp. 1030-85, sur pp. 1031-32, 1068.

<sup>9</sup>"Nachdem so jedes Vertrauen in Resultate und Methode der früheren Theorie gewichen war, sah ich klar, dass nur einen Anschluss an die allgemeine Kovarianten-theorie, d.h. an Riemann's Kovariante, eine befriedigende Lösung gefunden werden konnte," Einstein à Sommerfeld, 28 novembre 1915, *Briefwechsel* (1968), p. 33.

départ et avaient déjà envisagé d'utiliser le tenseur de courbure dans l'article Entwurf de 1913. Pourtant, ils pensèrent qu'ils avaient plusieurs raisons contre son usage.

Durant les années 1913 – 15, Einstein devait graduellement surmonter les objections contre l'utilisation du tenseur de Riemann-Christoffel. L'échec d'obtention de la théorie de Newton comme approximation fut surmonté en février 1914, quand Einstein et A. D. Fokker donnèrent une formulation généralement covariante de la théorie de Nordström en utilisant le tenseur de Riemann. Dans une note de bas de page, Einstein et Fokker indiquèrent sans élaboration que l'objection concernant l'approximation newtonienne avait été trouvée invalide.<sup>10</sup> Comme la théorie scalaire de gravitation de Nordström, qui donnait la théorie gravitationnelle de Newton comme approximation, était dérivée dans l'article via le scalaire de courbure, l'objection ci-dessus avait en effet été réfutée dans ce cas. Ensuite, Einstein probablement généralisa la réfutation au cas d'une théorie tensorielle. On peut peut-être se demander pourquoi Einstein, ayant utilisé avec succès le tenseur de Riemann-Christoffel, n'essaya pas immédiatement de développer des équations de champ gravitationnelles à partir du tenseur de courbure. La raison est qu'à cette étape, Einstein était convaincu de la validité de ses équations de champ antérieures et cherchait, tout au plus, une connection éventuelle de ces dernières avec le tenseur de courbure. Trouver une telle connection n'était certainement pas évident si tant est qu'elle existe.

Ce qui apparemment empêcha, en particulier, l'utilisation plus étendue du tenseur de courbure par Einstein à cette date était qu'il l'écrivait en terme des  $g_{\mu\nu}$  au lieu des symboles de Christoffel car, comme nous l'avons vu, il considérait les quantités

$$\frac{1}{2} \left( g^{\tau\mu} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$$

comme étant les composantes "naturelles" du champ de gravitation.<sup>11</sup> En novembre 1914, Einstein défendait encore ce point de vue<sup>12</sup> en dépit du fait qu'à cette date, il écrivait des équations de conservation et, encore plus important, les équations du mouvement en terme des symboles de Christoffel. Ce fut la première fois qu'Einstein donna l'équation du mouvement sous la forme standard :

$$\frac{d^2 x^\tau}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\tau \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

( $s$  étant le temps propre), tandis que précédemment, Einstein avait utilisé des expressions moins simples contenant explicitement les  $g_{\mu\nu}$ . Einstein, à cette étape, réalisa que les symboles de Christoffel pouvaient être considérés comme les composantes du champ gravitationnel<sup>13</sup> mais il pensait avoir des arguments

<sup>10</sup>Albert Einstein et A. D. Fokker, "Die Nordströmsche Gravitationstheorie vom Standpunkt des absoluten Differentialskalküls," *Annalen der Physik*, **44** (1914), 321-28, sur 328.

<sup>11</sup>A. Einstein, "Zur allgemeinen Relativitätstheorie," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, partie 2 (1915), pp. 777, 778-86, supplément, pp. 789, 799-801, sur 782.

<sup>12</sup>A. Einstein, "Formale Grundlage" (1914), pp. 1058, 1060-61.

<sup>13</sup>Ibid., p. 1060.

contraires. Ce ne fut qu'un an plus tard qu'Einstein devait inverser sa position, un changement qui cette fois devait couronner de succès l'utilisation du tenseur de Riemann-Christoffel à cause des simplifications que cela introduisait dans les formules.

### 5.1.2 Equations de champ généralement covariantes

Bien qu'en novembre 1915 Einstein eut surmonté les objections contre l'utilisation du tenseur de Riemann-Christoffel, Einstein ne devait pas obtenir des équations de champ généralement covariantes immédiatement mais ne devait les obtenir qu'après d'intenses efforts, qui eurent lieu durant le mois de novembre 1915. L'intensité des efforts est révélée par la fréquence des communications d'Einstein à l'Académie De Berlin (une par session hebdomadaire régulière), et fut probablement due en partie par l'excitation d'Einstein de se sentir proche du but longuement désiré et peut-être aussi par quelque crainte que, suite à des indications données à David Hilbert, ce dernier ne l'anticipe de quelque façon. Trois phases peuvent être distinguées dans les efforts d'Einstein, que nous examinerons successivement ci-dessous. Dans la première phase, Einstein restreignit le groupe de covariance à des transformations de Jacobien égal à 1 ; dans la seconde et la troisième phase, Einstein atteignit une covariance générale, au début avec l'aide d'une hypothèse ad hoc et finalement sans.

#### Equations de champ généralement covariantes par rapport à des transformations de Jacobien égal à 1

Les résultats de la première phase des efforts d'Einstein pour de nouvelles équations de champ de gravitation furent publiés dans un article intitulé "Zur allgemeinen Relativitätstheorie"<sup>14</sup> [Sur la théorie de la relativité générale], qui fut présenté à la réunion générale de l'Académie Prussienne des Sciences le 4 novembre 1915. Einstein commença l'article avec les remarques suivantes : "Ces dernières années, je me suis efforcé de développer une théorie de la relativité générale sur la supposition d'une relativité incluant des mouvements non uniformes. Je croyais avoir trouvé la seule loi de gravitation compatible avec ... le postulat de relativité générale."<sup>15</sup> Il expliqua ensuite pourquoi il abandonna ses équations de champ antérieures, en indiquant qu'il avait trouvé sa précédente dérivation des équations de champ<sup>16</sup> illusoire et qu'en conséquence, il perdit complètement confiance dans les équations de champ. Cherchant une façon naturelle de restreindre les possibilités théoriques, il retourna vers l'exigence d'une covariance générale des équations de champ qu'il avait abandonnée à regret, "le coeur gros,"<sup>17</sup> trois ans auparavant. En fait, la raison d'Einstein d'abandonner

<sup>14</sup>Einstein, "Zur allgemeinen Relativitätstheorie" (1915).

<sup>15</sup>"In den letzten Jahren war ich bemüht, auf die Voraussetzung der Relativität auch nicht gleichförmiger Bewegungen eine allgemeine Relativitätstheorie zu gründen. Ich glaubte in der Tat, das einzige Gravitationsgesetz gefunden zu haben, das dem sinngemäss gefassten, allgemeinen Relativitätspostulate entspricht." Ibid., p. 785.

<sup>16</sup>Einstein, "Formale Grundlage" (1914), pp. 1066-77.

<sup>17</sup>Einstein, "Zur allgemeinen Relativitätstheorie" (1915), p. 778.

ses équations de champ précédentes n'est pas convaincante. L'échec d'une justification particulière des équations de champ n'impliquait pas que ces équations de champ étaient fausses. Curieusement, Einstein ne mentionna pas dans l'article que les précédentes équations de champ ne donnaient pas la valeur correcte de la précession du périhélie de Mercure. La raison de cette omission était probablement qu'Einstein ne savait pas encore de façon certaine à ce moment si les nouvelles équations de champ donneraient une meilleure valeur de la précession du périhélie que les anciennes.

Le postulat fondamental de l'article était le postulat de covariance de toutes les équations par rapport aux transformations de Jacobien égal à 1.<sup>18</sup> Bien qu'Einstein n'élabora pas sur le choix de ce postulat, il apparaît qu'Einstein était motivé par son désir de voir incluses les rotations et les transformations accélérées dans le groupe de covariance afin d'éviter toute déception supplémentaire concernant la covariance de la théorie; nous avons vu que l'absence de covariance rotationnelle fut la première raison mentionnée par Einstein à Sommerfeld pour abandonner les équations de champ. En effet, dans la conclusion de l'article, Einstein devait vérifier explicitement que les rotations et les transformations accélérées étaient incluses dans le groupe de covariance. Ce fut cette relativité étendue qui probablement justifia aux yeux d'Einstein le titre de l'article "Sur la théorie de la relativité générale" en dépit du fait que la théorie n'était pas encore généralement covariante.

A côté de la relativité étendue, le postulat de covariance avait également l'avantage d'introduire diverses simplifications dans les formules. Comme

$$d\tau' = \frac{\partial (x'^1 \dots x'^4)}{\partial (x^1 \dots x^4)} d\tau,$$

il s'ensuit que  $d\tau' = d\tau$  et également  $\sqrt{-g'} = \sqrt{-g}$  (avec  $g = |g_{\mu\nu}|$ ) à cause de l'invariance de  $\sqrt{-g}d\tau$ . L'invariance de  $\sqrt{-g}$ , par ailleurs, entraîne que le symbole de Christoffel contracté  $\Gamma_{s\tau}^s = \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^\tau}$  est un tenseur (par rapport au groupe de covariance considéré ici), ce qui conduit à une expression simplifiée du tenseur de Riemann contracté. Einstein introduisit ce dernier comme suit. Cherchant un tenseur de rang deux obtenu à partir des  $g_{\mu\nu}$  et de leurs dérivées premières et secondes, Einstein indiqua que les "mathématiques enseignent" que tous les tenseurs de ce type peuvent être déduits du tenseur de Riemann-Christoffel. Comme ce dernier est un tenseur de rang quatre, Einstein fit la seule contraction possible (à cause des diverses symétries) et obtint le tenseur

$$G_{im} = R_{im} + S_{im},$$

avec :

$$R_{im} = \frac{\partial \Gamma_{im}^l}{\partial x^l} + \Gamma_{il}^\rho \Gamma_{\rho m}^l,$$

$$S_{im} = -\frac{\partial \Gamma_{il}^l}{\partial x^m} - \Gamma_{im}^\rho \Gamma_{\rho l}^l,$$

---

<sup>18</sup>Ibid., p. 779.

et où

$$\Gamma_{kl}^m = \frac{1}{2} g^{mi} \left( \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{li}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i} \right)$$

sont les symboles de Christoffel standard.<sup>19</sup> A partir du résultat que  $\Gamma_{il}^l$  est un tenseur, il s'ensuit que  $S_{im}$  est un tenseur car c'est la dérivée covariante de  $\Gamma_{il}^l$ . De là, Einstein aboutit à la conclusion que  $R_{im}$  est également un tenseur à cause du caractère tensoriel de  $S_{im}$  et  $G_{im}$ .

Après avoir expliqué en détail son changement de position depuis sa conviction antérieure que

$$\frac{1}{2} g^{\tau\mu} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha}$$

représentait "l'expression naturelle des composantes du champ gravitationnel"<sup>20</sup> à sa nouvelle conviction que les symboles de Christoffel devaient jouer ce rôle à cause de leur symétrie et de leur présence dans l'équation du mouvement, Einstein introduisit, sans justification, les équations de champ suivantes

$$R_{\mu\nu} = -\chi T_{\mu\nu},$$

ou explicitement

$$-\frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\alpha}{\partial x^\alpha} + \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\beta = -\chi T_{\mu\nu}. \quad (5.1)$$

Le choix d'Einstein des équations de champ semble avoir été motivé par son intention initiale de postuler que  $\sqrt{-g} = 1$  (qui est un choix naturel étant donné que la relativité restreinte est supposée être valide localement) car dans ce cas  $S_{im} = 0$ . Plus tard, toutefois, il trouva qu'il ne pouvait pas postuler  $\sqrt{-g} = 1$  et décida alors d'introduire les équations de champ sans justification.<sup>21</sup> Einstein devait retirer l'objection contre l'utilisation de la condition  $\sqrt{-g} = 1$  dans son article suivant, et devait adopter cette condition de façon permanente ensuite.

Des équations de champ, Einstein déduisit les équations de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement sous la forme

$$\frac{\partial}{\partial x^\lambda} (T_\sigma^\lambda + t_\sigma^\lambda) = 0$$

où

$$t_\sigma^\lambda = \frac{1}{2} \delta_\sigma^\lambda g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\beta - g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\sigma}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\lambda.$$

Einstein appela  $t_\sigma^\lambda$  le "tenseur d'énergie" du champ de gravitation mais fut conscient que ce n'était un tenseur que par rapport à des transformations linéaires. Il obtint deux autres relations en multipliant les équations de champ (5.1) respectivement par  $g^{\mu\nu}$  (avec une sommation sur  $\mu, \nu$ ) et  $g^{\nu\lambda}$  avec une sommation sur  $\nu$ ). Généralisant légèrement la seconde équation ainsi obtenue

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left( \frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} - g^{\sigma\tau} \Gamma_{\sigma\beta}^\alpha \Gamma_{\tau\alpha}^\beta \right) = 0$$

<sup>19</sup> Les  $\Gamma_{kl}^m$  d'Einstein ont le signe opposé.

<sup>20</sup> Einstein, "Zur allgemeinen Relativitätstheorie" (1915), p. 782.

<sup>21</sup> Ibid., p. 778.

à l'exigence

$$\frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} - g^{\sigma\tau} \Gamma_{\sigma\beta}^\alpha \Gamma_{\tau\alpha}^\beta = 0, \quad (5.2)$$

et appliquant ceci à la première relation, Einstein obtint pour cette dernière

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left( g^{\alpha\beta} \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^\beta} \right) = -\chi T_\sigma^\sigma.$$

De cette équation, Einstein conclua : "il est impossible de choisir le système de coordonnées de telle façon, que  $\sqrt{-g}$  devienne égal à 1 ; car le scalaire du tenseur d'énergie ne peut être rendu égal à zéro."<sup>22</sup> Cette remarque rend probable qu'Einstein avait initialement considéré d'adopter la condition  $\sqrt{-g} = 1$  quand il développa les équations de champ.

Concernant les conséquences de sa théorie, Einstein montra qu'elle donnait la loi de Newton en première approximation comme suit. De la relation (5.2), Einstein obtint en première approximation

$$\frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} = 0.$$

Adoptant la solution  $\frac{\partial g^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} = 0$ , il trouva pour les équations de champ (en première approximation)

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial (x^\alpha)^2} = \chi T_{\mu\nu} \quad (x^4 = ict),$$

qui donne l'équation de Poisson pour  $\mu, \nu = 4$ . L'enthousiasme d'Einstein pour la théorie apparaît dans sa remarque : "La magie de cette théorie ne manquera pas de toucher quiconque l'a réellement comprise ; la théorie représente un réel triomphe de la méthode du calcul différentiel général développé par Gauss, Riemann, Christoffel, Ricci et Levi-Civiter [sic]."<sup>23</sup>

### Equations de champ généralement covariantes avec l'hypothèse $T_\mu^\mu = 0$

Einstein devait retirer l'objection contre l'usage de systèmes de coordonnées tels que  $\sqrt{-g} = 1$  dans un addendum à son article "Zur allgemeinen Relativitätstheorie," qu'il présenta à l'Académie des Sciences de Berlin le 11 novembre 1915.<sup>24</sup> Le retrait de cet obstacle devait permettre à Einstein de développer des équations de champ généralement covariantes mais ne fut réalisé que par l'introduction d'une hypothèse osée, à savoir le postulat que le tenseur d'impulsion-énergie contracté  $T_\mu^\mu$  s'annule pour la matière. Dans l'introduction de l'addendum, Einstein reconnaissait l'audace de cette hypothèse mais était

<sup>22</sup>Ibid., p. 785.

<sup>23</sup>"Dem Zauber dieser Theorie wird sich kaum jemand entziehen können, der sie wirklich erfasst hat ; sie bedeutet einen wahren Triumph der durch GAUSS, RIEMANN, CHRISTOFFEL, RICCI und LEVI-CIVITER [sic] begründeten Methode des allgemeinen Differentialkalküls," ibid., p. 779.

<sup>24</sup>Ibid., Nachtrag, pp. 799-801.

prêt à faire ce pas afin de donner à la théorie une "structure logique encore plus ferme."<sup>25</sup>

Einstein essaya de justifier le postulat  $T_\mu^\mu = 0$  pour la matière de la manière suivante. Tandis que pour le champ électromagnétique  $T_\mu^\mu = 0$ , pour la matière, le scalaire du tenseur énergie-impulsion ne s'annule pas en général. Einstein remarqua ensuite : "Il faut maintenant se rappeler, que d'après notre connaissance, 'la matière' ne doit pas être considérée comme quelque chose de primitivement donné ou physiquement simple. En effet, il y en a même, d'un nombre non négligeable, qui espèrent réduire la matière à des processus purement électromagnétiques."<sup>26</sup> Adoptant en partie une telle conception électromagnétique du monde, Einstein raisonna ensuite comme suit. Si l'on considère la matière ordinaire comme étant composée de matière électromagnétique (pour laquelle  $T_\mu^\mu = 0$  dans une conception électromagnétique du monde) et de champs gravitationnels (pour lesquels  $t_\mu^\mu \neq 0$ ), alors on pourrait avoir pour l'ensemble de la matière  $T_\mu^\mu + t_\mu^\mu \neq 0$ . Comme dans les équations de champ de gravitation  $T_\mu^\mu$  représente la matière sans le champ gravitationnel, l'hypothèse  $T_\mu^\mu = 0$ , apparaît plausible dans une telle conception du monde. Einstein, toutefois, en fin de compte ne fonda pas son avis sur les considérations ci-dessus mais postula simplement la nullité de  $T_\mu^\mu = 0$ ; il remarqua que les conséquences de cette hypothèse constituaient un fort soutien à l'idée de champs de gravitation moléculaires.

Concernant les équations de champ, Einstein proposa les équations de champ généralement covariantes

$$G_{\mu\nu} = -\chi T_{\mu\nu},$$

qui, après restriction à des systèmes de coordonnées tels que  $\sqrt{-g} = 1$ , donnaient les équations précédentes, à savoir  $R_{\mu\nu} = -\chi T_{\mu\nu}$ . Ainsi, l'hypothèse d'Einstein  $T_\mu^\mu = 0$  conduisait en effet à une théorie intégrée car : (a) elle éliminait la restriction arbitraire à une covariance vis à vis d'un groupe de transformations de Jacobien égal à 1 ; (b) elle éliminait l'arbitraire dans le choix des équations de champ précédentes ; (c) des systèmes de coordonnées tels que  $\sqrt{-g} = 1$  étaient maintenant autorisés. L'hypothèse  $T_\mu^\mu = 0$  elle-même, toutefois, était plutôt bancal et laissait Einstein un peu gêné. Il devait la retirer deux semaines plus tard.

### Equations de champ généralement covariantes sans l'hypothèse $T_\mu^\mu = 0$

A la session du 25 novembre 1915, Einstein communiqua un article intitulé "Die Feldgleichungen der Gravitation"<sup>27</sup> [Les équations de champ de la gravitation], dans lequel il réussit à retirer l'hypothèse ad hoc  $T_\mu^\mu = 0$  tout en maintenant la covariance générale des équations de champ. Avec cet article,

<sup>25</sup>Ibid., p. 799.

<sup>26</sup>"Es ist nun daran zu erinnern, dass nach unseren Erkenntnissen die 'Materie' nicht als ein primitiv Gegebenes, physikalisch Einfaches aufzufassen ist. Es gibt sogar nicht wenige, die hoffen, die Materie auf rein elektromagnetische Vorgänge reduzieren zu können," Ibid., p. 799.

<sup>27</sup>A. Einstein, "Die Feldgleichungen der Gravitation," Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin, partie 2 (1915), pp. 843, 844-47.

la théorie d'Einstein de la relativité générale, dans sa forme classique, fut finalement achevée. Dans le court article de quatre pages, Einstein, après avoir retracé le développement des équations de champ généralement covariantes, indiqua qu'il avait trouvé récemment que l'on pouvait procéder sans l'hypothèse  $T_{\mu}^{\mu} = 0$  en introduisant le tenseur impulsion-énergie d'une façon légèrement différente dans les équations de champ. Pour ces dernières, Einstein adopta les équations

$$G_{im} = -\chi \left( T_{im} - \frac{1}{2} g_{im} T \right),$$

où  $T = T_{\mu}^{\mu}$  est le scalaire du tenseur impulsion-énergie de la matière et  $G_{im} = R_{im} + S_{im}$ , avec

$$R_{im} = \frac{\partial \Gamma_{im}^l}{\partial x^l} + \Gamma_{il}^{\rho} \Gamma_{m\rho}^l,$$

et

$$S_{im} = -\frac{\partial \Gamma_{il}^l}{\partial x^m} - \Gamma_{im}^{\rho} \Gamma_{\rho l}^l.$$

En choisissant un système de coordonnées tel que  $\sqrt{-g} = 1$  ces équations de champ se réduisent à

$$R_{im} = -\chi \left( T_{im} - \frac{1}{2} g_{im} T \right). \quad (5.3)$$

Einstein indiqua que les raisons qui le conduisirent à introduire le terme supplémentaire  $\frac{1}{2} \chi g_{im} T$  dans les équations de champ résultaient de considérations complètement analogues à celles données dans son premier article de novembre.<sup>28</sup> S'appuyant sur le fond sur sa présentation précédente, Einstein donna les indications suivantes. En multipliant les équations de champ (5.3) par  $g^{im}$  et en sommant sur  $i$  et  $m$ , Einstein obtint l'équation

$$\frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\beta}} - \chi (T + t) = 0 \quad (5.4)$$

où  $t = t_{\sigma}^{\sigma}$ . Einstein fit ressortir le fait que le tenseur impulsion-énergie du champ de gravitation entre dans cette équation de la même façon que le tenseur impulsion-énergie de la matière ce qui, comme il le fit remarquer, n'était pas le cas dans son traitement antérieur. Finalement, se référant à la dérivation de l'équation

$$\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left( \frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\beta}} - g^{\sigma\tau} \Gamma_{\sigma\beta}^{\alpha} \Gamma_{\tau\alpha}^{\beta} \right) = 0 \quad (5.5)$$

du même article, Einstein trouva qu'elle devait être remplacée par l'équation

$$\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left( \frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\beta}} - \chi (T + t) \right) = 0.$$

<sup>28</sup>Einstein, "Zur allgemeinen Relativitätstheorie" (1915).

Einstein conclua que cette équation étant automatiquement satisfaite à cause de l'équation (5.4), il s'ensuit qu'aucune restriction n'est imposée au tenseur impulsion-énergie de la matière exceptée celle des équations de conservation.

Des indications d'Einstein, il apparaît qu'il vint à introduire le terme  $\frac{1}{2}\chi g_{im}T$  dans les équations de champ de la façon suivante. Comme il désirait éliminer l'hypothèse  $T_\mu^\mu = 0$ , tout en gardant des équations de champ généralement covariantes, il retourna naturellement à la source du problème, à savoir, les considérations de la section 3 de son article "Zur allgemeinen Relativitätstheorie." Là, comme nous l'avons vu ci-dessus, Einstein avait multiplié les équations de champ<sup>29</sup>

$$\frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\alpha}{\partial x^\alpha} + \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\beta = -\chi T_{\mu\nu}$$

par  $g^{\mu\nu}$  (avec une contraction sur  $\mu$  et  $\nu$ ) et  $g^{\mu\nu}$  (avec une contraction sur  $\nu$ ) et avait respectivement obtenu les équations :<sup>30</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} (-g^{\sigma\tau} \Gamma_{\sigma\beta}^\alpha \Gamma_{\tau\alpha}^\beta) + \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left( g^{\alpha\beta} \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^\beta} \right) &= -\chi T_\sigma^\sigma, \\ \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (g^{\nu\lambda} \Gamma_{\mu\nu}^\alpha) - \frac{1}{2} \delta_\mu^\lambda \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\beta &= -\chi \left( T_\mu^\lambda + \frac{1}{\chi} t_\mu^\lambda \right). \end{aligned}$$

Adoptant la restriction  $\sqrt{-g} = 1$  et en utilisant la définition de  $t_\sigma^\lambda$  donnée dans la même section, Einstein probablement récrivit ces équations respectivement sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} + \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left( g^{\alpha\beta} \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^\beta} \right) &= -\chi T + t, \\ \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (g^{\nu\lambda} \Gamma_{\mu\nu}^\alpha) &= -\chi \left( T_\mu^\lambda + \frac{1}{\chi} t_\mu^\lambda \right) + \frac{1}{2} \delta_\mu^\lambda t. \end{aligned}$$

En redéfinissant  $t_\mu^\lambda$  comme  $\chi t_\mu^\lambda$  ces équations deviennent respectivement :

$$\frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} = \chi (-T + t), \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} (g^{\nu\lambda} \Gamma_{\mu\nu}^\alpha) = -\chi (T_\mu^\lambda + t_\mu^\lambda) + \frac{1}{2} \delta_\mu^\lambda \chi t. \quad (5.7)$$

Les deux équations révèlent une asymétrie suspecte en  $t$  et  $T$  qu'Einstein essaya probablement d'éliminer. Une tentative immédiate est d'ajouter  $\frac{1}{2} \delta_\mu^\lambda \chi t$  au membre droit de (5.7). Dans ce cas, en utilisant

$$\frac{\partial}{\partial x^\lambda} (T_\sigma^\lambda + t_\sigma^\lambda) = 0,$$

<sup>29</sup>Pour rester proche de la notation d'Einstein originale, nous allons temporairement utiliser dans ce paragraphe les  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$  d'Einstein qui ont le signe opposé des symboles de Christoffel standard.

<sup>30</sup>Dans l'article d'Einstein, le facteur  $1/\chi$  du membre droit de la seconde équation est manquant.

cette dernière équation, après divers réarrangements, devient

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[ \frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} - \chi(t+T) \right] = 0, \quad (5.8)$$

et remplace l'équation (5.5). L'analogie de l'expression entre parenthèses de l'équation (5.8) avec l'équation (5.6) est frappante. En ajoutant  $2\chi T$  au membre droit de (5.6), l'équation (5.8) est automatiquement satisfaite et, en conséquence, la condition qui conduisit Einstein à introduire l'hypothèse  $T_\mu^\mu = 0$  disparaissait.

Finalement, cela a dû être facile pour Einstein d'inférer les modifications des équations de champ que le terme supplémentaire rendait nécessaires en multipliant les équations de champ par  $g^{\mu\nu}$  (avec une contraction sur  $\mu$  et  $\nu$ ). Afin d'obtenir  $2\chi T = \frac{1}{2}g^{im}(g_{im}\chi T)$ , un terme  $\frac{1}{2}g_{im}\chi T$  doit être ajouté au membre droit de l'équation de champ  $R_{im} = -\chi T_{im}$ . Une fois la modification de l'équation de champ obtenue, il restait à Einstein la tâche de s'assurer que le terme supplémentaire n'avait pas de conséquences indésirables pour la théorie. Ainsi, la transition vers les équations de champ finales semble avoir été assez naturelle et fut conditionnée essentiellement par le travail antérieur d'Einstein. Qu'Einstein, en fait, semble avoir suivi le chemin décrit ci-dessus est étayé par les remarques d'Einstein dans son article de synthèse qu'il devait écrire quelques mois plus tard.<sup>31</sup>

A peu près au même moment qu'Einstein présenta ses équations de champ du 25 novembre, David Hilbert,<sup>32</sup> dans une conférence, présenta des équations similaires qu'il dérivait de l'invariant de courbure (i.e., le double du tenseur de Riemann-Christoffel contracté). L'approche d'Hilbert n'était pas indépendante de celle d'Einstein étant donné qu'il apparaît qu'Hilbert eut l'idée d'utiliser l'invariant de courbure d'Einstein, au plus tard par les épreuves de l'article d'Einstein du 4 novembre 1915 qu'Einstein avait envoyé à Hilbert au début de novembre.<sup>33</sup> Pour un mathématicien expert en théorie des invariants, et de plus, familier de l'utilisation par Gustav Mie des invariants en physique, il fut alors facile de déduire des équations de champ de l'invariant de courbure. En tout état de cause, Hilbert ne revendiqua jamais aucune priorité pour les équations de champ. Bien que les équations de champ doivent être considérées comme celles d'Einstein, la formulation d'Hilbert constitua une dérivation mathématique élégante des équations de champ. Une autre contribution d'Hilbert fut de montrer que les équations de champ donnaient quatre identités, les identités de Bianchi.<sup>34</sup>

<sup>31</sup>A. Einstein, "Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie," *Annalen der Physik*, **49** (1916), 769-822, sur 806-07.

<sup>32</sup>David Hilbert, "Die Grundlagen der Physik, I," *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, mathematisch-physikalische Klasse (1915), pp. 395-407.

<sup>33</sup>Pour une analyse détaillée, voir l'annexe.

<sup>34</sup>Voir Jagdish Mehra, *Einstein, Hilbert, and the Theory of Gravitation* (Dordrecht, Holland/Boston, USA : D. Reidel, 1974), pp. 49-50.

**Encadré 8. Equations de champ d'Einstein**

Espace de Riemann (avec courbure, sans torsion) :

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k.$$

Tenseur de Riemann :

$$R^i{}_{klm} = \frac{\partial \Gamma^i{}_{km}}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma^i{}_{kl}}{\partial x^m} + \Gamma^i{}_{nl} \Gamma^n{}_{km} - \Gamma^i{}_{nm} \Gamma^n{}_{kl}$$

Tenseur de Ricci :

$$\begin{aligned} R_{ik} &= R^l{}_{ilk} \\ &= \frac{\partial \Gamma^l{}_{ik}}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma^l{}_{il}}{\partial x^k} + \Gamma^l{}_{ik} \Gamma^m{}_{lm} - \Gamma^m{}_{il} \Gamma^l{}_{km} \end{aligned}$$

Courbure :

$$R = g^{ik} R_{ik}$$

Equations d'Einstein :

$$R_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} \left( T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T \right)$$

(avec  $T_{ik}$  tenseur impulsion-énergie de la matière et  $T = T^i{}_i$ ,  $G$  : constante gravitationnelle)

## 5.2 Conséquences de la théorie et vérifications expérimentales

Parmi les principales conséquences de la théorie qu'Einstein développa durant 1915–16 figurent des effets du premier et du second ordre. Einstein aborda ces effets le 18 novembre 1915<sup>35</sup> et en mars 1916 dans un article de synthèse étendu.<sup>36</sup> Comme les dérivations de novembre impliquaient seulement les équations de champ dans le vide, elles demeurèrent valides par rapport aux équations de champ définitives.

### 5.2.1 Effets du premier ordre : loi de gravitation de Newton, déviation des rayons lumineux, comportement d'horloges et d'étalons de longueurs dans un champ de gravitation

Einstein définit l'approximation du premier ordre comme correspondant à une métrique  $g_{\mu\nu}$  différant de la métrique de la relativité restreinte

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(avec  $x^4 = ct$ ) seulement par des termes du premier ordre<sup>37</sup>

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}, |\gamma_{\mu\nu}| \ll |\eta_{\mu\nu}|.$$

Il imposa d'autres restrictions aux  $g_{\mu\nu}$  comme suit :

1. tous les  $g_{\mu\nu}$  sont indépendants du temps (cas statique) ;
2. la solution est spatialement symétrique autour de l'origine des coordonnées ;
3.  $g_{\rho 4} = g_{4\rho} = 0$  pour  $\rho = 1, 2, 3$  (ces coefficients interviennent, par exemple dans un référentiel en rotation<sup>38</sup>) ;
4. les  $g_{\mu\nu}$  tendent vers  $\eta_{\mu\nu}$  à l'infini spatial (conditions aux limites).

Einstein considéra également le soleil comme étant à l'origine du système de coordonnées et supposa que ce dernier est tel que  $g = |g_{\mu\nu}| = -1$ .

Avec ces hypothèses, les équations de champ

$$-\frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}}{\partial x^{\alpha}} + \Gamma_{\mu\beta}^{\alpha} \Gamma_{\nu\alpha}^{\beta} = 0,$$

<sup>35</sup>A. Einstein, "Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften*, Berlin, partie 2 (1915), pp. 831-39.

<sup>36</sup>A. Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" (1916).

<sup>37</sup>Einstein, "Perihelbewegung des Merkur" (1915), p. 833.

<sup>38</sup>Max Abraham, "Neuere Gravitationstheorien," *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, 11 (1914), 470-520, sur 512.

se réduisent en première approximation à

$$\frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}}{\partial x^{\alpha}} = 0.$$

Einstein proposa la solution

$$g_{\rho\sigma} = -\delta_{\rho\sigma} - \alpha \frac{x^{\rho} x^{\sigma}}{r^3} \quad (\rho, \sigma = 1, 2, 3),$$

$$g_{44} = 1 - \frac{\alpha}{r}$$

où  $\alpha$  est une constante d'intégration. A partir des  $g_{\mu\nu}$ , Einstein calcula ensuite les symboles de Christoffel :

$$\Gamma_{\rho\sigma}^{\tau} = -\alpha \left( \delta_{\rho\sigma} \frac{x^{\tau}}{r^2} - \frac{3}{2} \frac{x^{\rho} x^{\sigma} x^{\tau}}{r^5} \right),$$

$$\Gamma_{44}^{\sigma} = \Gamma_{4\sigma}^4 = -\frac{\alpha}{2} \frac{x^{\sigma}}{r^3}.$$

Concernant l'équation du mouvement,

$$\frac{d^2 x^{\nu}}{ds^2} = \Gamma_{\sigma\tau}^{\nu} \frac{dx^{\sigma}}{ds} \frac{dx^{\tau}}{ds},$$

Einstein supposa la vitesse du corps en mouvement petite par rapport à la vitesse de la lumière et obtint

$$\frac{d^2 x^{\nu}}{ds^2} = \Gamma_{44}^{\nu} = -\frac{\alpha}{2} \frac{x^{\nu}}{r^3} \quad (\nu = 1, 2, 3),$$

$$\frac{d^2 x^4}{ds^2} = 0.$$

En supposant  $s \simeq x^4$ , les trois premières équations correspondent à l'équation de Newton  $a^i = KM \frac{x^i}{r^3}$  avec  $\alpha = \frac{2KM}{c^2}$ ; comme  $\Gamma_{44}^{\nu} \simeq \frac{1}{2} \frac{\partial g_{44}}{\partial x^{\nu}}$ , il s'ensuit que seul  $g_{44}$  est nécessaire pour obtenir la loi de gravitation de Newton.

Le fait que déjà en première approximation,  $g_{11}, g_{22}, g_{33}$  soient différents de zéro, conduit à d'autres effets tels que la déviation de rayons lumineux et les effets du champ de gravitation sur les horloges et les longueurs des objets. Pour la déviation des rayons lumineux, Einstein trouva une valeur double de celle obtenue précédemment avec la théorie Entwurf. Ainsi, pour un rayon lumineux rasant le soleil, il trouva une déviation de  $1,7''$  (au lieu de  $0,85''$  précédemment).<sup>39</sup> Einstein déduisit les effets comme suit. De l'équation de propagation des rayons lumineux,  $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} = 0$ , qui est une généralisation de l'équation de la relativité restreinte pour les rayons lumineux  $ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} = 0$ , Einstein calcula pour une déviation donnée (i.e., pour des rapports donnés  $dx^1 : dx^2 : dx^3$ )

<sup>39</sup>Einstein, "Perihelbewegung des Merkur," p. 834.

les composantes  $dx^1/dx^4$ ,  $dx^2/dx^4$ ,  $dx^3/dx^4$ , et obtint ainsi la vitesse de la lumière. Comme la vitesse de la lumière dépend des  $g_{\mu\nu}$ , la situation est similaire à celle d'un milieu ayant un indice de réfraction variable; dans les deux cas, la déviation résultante des rayons lumineux est obtenue en appliquant le principe d'Huygens.

Concernant les effets du champ gravitationnel sur les horloges et les règles, Einstein les établit de la façon suivante.<sup>40</sup> Considérant une horloge au repos à l'origine des coordonnées [ $dx^1 = dx^2 = dx^3 = 0$ ,  $ds^2 = g_{44} (dx^4)^2$ ] et adoptant une unité de temps propre  $ds = 1$ , Einstein obtint, en première approximation, pour le temps du système de coordonnées,

$$dx^4 = \frac{1}{\sqrt{g_{44}}} = 1 + \frac{K}{c^2} \int \frac{\rho d\tau}{r},$$

où  $\rho$  est la masse volumique et  $d\tau$  un élément de volume tridimensionnel. En conséquence,  $dx^4$  s'accroît si des masses sont apportées dans le voisinage de l'horloge, ce qui conduisit Einstein de conclure que l'horloge ralentit (i.e., pour un intervalle de temps propre donné, les temps du système de coordonnées diffèrent; en conséquence, pour un même intervalle de temps du système de coordonnées, les intervalles de temps propres indiqués par les horloges différeront). Une conséquence de ceci est que les lignes spectrales solaires doivent apparaître décalées vers le rouge lorsqu'elles sont observées sur la Terre. Concernant l'effet du champ gravitationnel sur la longueur des objets physiques, Einstein procéda de façon similaire. Si une tige de longueur unité ( $ds^2 = -1$ ) est placée radialement sur le soleil le long de l'axe des  $x^1$ , sa longueur de coordonnée  $dx^1$  est donnée par

$$ds^2 = -1 = g_{11} (dx^1)^2 \quad (dx^2 = dx^3 = dx^4 = 0),$$

et donc

$$dx^1 = 1 - \frac{\alpha}{2r}$$

car

$$g_{11} = - \left( 1 + \frac{\alpha}{r} \right).$$

De là, il s'ensuit que la tige apparaît contractée dans sa direction radiale. Si la tige est placée tangentiellement à la position  $x^1 = r$  (avec  $x^2 = x^3 = 0$ ,  $dx^1 = dx^3 = dx^4 = 0$ ), alors  $ds^2 = -1 = g_{22} (dx^2)^2$ , et comme  $g_{22} = -1$ , il n'y a pas d'influence sur la tige dans cette direction.

## 5.2.2 Effet du deuxième ordre : précession résiduelle du périhélie de Mercure

Dans son article du 18 novembre,<sup>41</sup> Einstein déduisit la précession résiduelle du périhélie de Mercure (i.e., la précession qui ne pouvait pas être expliquée sur

<sup>40</sup>Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" (1915), pp. 818-20.

<sup>41</sup>Einstein, "Perihelbewegung des Merkur" (1915).

la base de la théorie de Newton) à partir de la solution du second ordre des équations de champ et de l'équation du mouvement au second ordre. Pour ces dernières équations, Einstein trouva après diverses approximations

$$\frac{d^2 x^\nu}{ds^2} = -\frac{\alpha x^\nu}{2 r^3} \left[ 1 + \frac{\alpha}{r} + 2u^2 - 3 \left( \frac{dr}{ds} \right)^2 \right] \quad (5.9)$$

pour  $\nu = 1, 2, 3$ , avec

$$u^2 = \frac{dr^2 + r^2 d\Phi^2}{ds^2}$$

et où  $r$  est la distance de la planète au soleil; pour la quatrième coordonnée (qui n'a besoin d'être donnée qu'au premier ordre près), il obtint

$$\frac{dx^4}{ds} = 1 + \frac{\alpha}{r}.$$

Après divers changements de variables, Einstein intégra l'équation (5.9) et trouva que durant une période de révolution, le périhélie d'une planète devrait avancer dans la direction de révolution de la planète de

$$\epsilon = 24\pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)},$$

où  $a$  est le demi-grand axe,  $e$  l'excentricité, et  $T$  la période de révolution. Dans le cas de Mercure, Einstein calcula cette précession et trouva une valeur de  $43''$  par siècle. Comparant cette valeur à la valeur astronomique de la précession résiduelle,  $45'' \pm 5''$ , Einstein conclua avec satisfaction que l'accord était complet. Dans le cas de la Terre et de Mars, Einstein trouva que les valeurs calculées, respectivement  $4''$  et  $1''$ , différaient des valeurs, respectivement  $11''$  et  $9''$ , obtenues à partir des mesures astronomiques. Einstein, toutefois, avait des raisons pour douter des dernières valeurs sur la base des domaines d'incertitudes fournis par Newcomb (communiqués à Einstein par Erwin Freundlich) et argumenta que l'avance du périhélie ne semblait réellement établie que dans le cas de Mercure.

La solution approchée d'Einstein des équations de champ fut confirmée début 1916 par l'astronome Karl Schwarzschild qui, dans deux articles,<sup>42</sup> donna des solutions exactes des équations de champ pour un point matériel et une sphère de fluide incompressible agissant comme sources. Dans le premier article, Schwarzschild, adoptant les hypothèses générales d'Einstein (concernant la métrique, etc.), dérivait la métrique d'un champ ayant une symétrie sphérique créée par un point matériel, maintenant connue sous le nom de métrique de Schwarzschild

$$ds^2 = \left( 1 - \frac{\alpha}{R} \right) dt^2 - \frac{dR^2}{1 - \frac{\alpha}{R}} - R^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),$$

<sup>42</sup>K. Schwarzschild, "Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, partie 1 (1916), pp. 42, 189-96; "Über das Gravitationsfeld einer Kugel inkompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theorie," *ibid.*, pp. 313, 424-34.

avec  $R = (r^3 + \alpha^3)^{\frac{1}{3}}$  et où  $\alpha$  est une constante dépendant de la masse du point matériel. L'article non seulement confirma la solution approchée d'Einstein des équations de champ mais également établit son caractère nécessaire, tandis qu'Einstein n'en avait établi que son caractère suffisant. Dans le second article, Schwarzschild examina, en particulier, les conséquences de ce qui est maintenant connu sous le nom de "rayon de Schwarzschild." Si une étoile composée d'un fluide incompressible d'une certaine masse a un rayon inférieur au rayon de Schwarzschild, l'étoile s'effondre et devient un trou noir, une solution que Schwarzschild, à l'époque, trouva physiquement dénuée de signification étant donné qu'elle impliquait une pression infinie au centre. Pour le soleil, Schwarzschild trouva la valeur du rayon égale à  $3km$ .<sup>43</sup>

### 5.2.3 Vérifications expérimentales

Nous avons déjà mentionné les efforts précoces d'Erwin Freundlich pour vérifier les prédictions du principe d'équivalence. En fait, d'après Einstein, Freundlich fut le seul supporter actif de la relativité générale ; dans une lettre à Sommerfeld datée du 2 février 1916, Einstein écrivit : "Freundl [ich] fut le seul collègue qui m'ait activement soutenu jusqu'à présent dans mes efforts dans le domaine de la relativité générale."<sup>44</sup> Einstein devait mentionner les articles de Freundlich à plusieurs reprises<sup>45</sup> et écrivit également une préface au livre de Freundlich, *Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie*, publié en 1916.<sup>46</sup>

Freundlich organisa une expédition en Russie pour l'éclipse solaire d'août 1914, mais ni lui ni Einstein ne purent obtenir un financement aussi bien de l'Observatoire de Berlin que de l'Académie de Berlin. Le financement finalement vint de sources privées, du chimiste Emil Fischer et de l'industriel Krupp.<sup>47</sup> Concernant les résultats de l'éclipse, Einstein, apparemment les attendit avec un certain détachement. En 1912, à la question d'un étudiant demandant si ce n'était pas angoissant ("quälend") pour lui d'avoir à attendre des années la prochaine éclipse solaire, Einstein répondit "Ah, vous savez, celui qui, comme moi, a dû jeter tant de choses, sur lesquelles il a cogité, dans la corbeille à papier, celui-là n'est plus aussi impatient de savoir, si en fin de compte il a raison ou non."<sup>48</sup> La réponse d'Einstein suggère que ses publications ne constituèrent probablement que le sommet de l'iceberg et qu'une grande partie de ses

<sup>43</sup>Schwarzschild, "Gravitationsfeld einer Kugel," p. 434.

<sup>44</sup>"Freundl [ich] war der einzige Fachgenosse, der mich bis jetzt in meinen Bestrebungen auf dem Gebiete der allgemeinen Relativität wirksam unterstützte," Einstein à Sommerfeld, 2 fév. 1916, *Briefwechsel* (1968), p. 39.

<sup>45</sup>Einstein, "Über den Grundgedanken und Anwendung" (1915), p. 315 ; "Perihelbewegung des Merkur" (1915), pp. 831, 839 ; "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" (1916), p. 820.

<sup>46</sup>Erwin Freundlich, *Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie*, 2<sup>ième</sup> ed. augmentée et revue (Berlin : J. Springer, 1917).

<sup>47</sup>Lewis R. Pyenson, "The Goettingen Reception of Einstein's General Theory of Relativity" (Ph. D. dissertation, Johns Hopkins University, 1974), pp. 324-25.

<sup>48</sup>"Ach wissen Sie, wer wie ich soviel vom dem, an dem er herumgegrübelt hat, in den Papierkorb schmeissen musste, ist nicht mehr so darauf versessen, zu wissen, ob man nun recht behalten wird oder nicht, " dans Seelig, *Albert Einstein* (1960), p. 169.

efforts, en fin de compte, finirent à la corbeille à papier. Ayant les yeux fixés sur des objectifs lointains, Einstein ne se sentait pas menacé par des échecs temporaires et était déterminé à continuer la recherche. Par ailleurs, une fois qu'Einstein avait une théorie montrant une certaine cohérence interne suffisante, sa confiance dans la théorie pouvait survivre à des revers expérimentaux isolés. Ainsi, dans une lettre à Michele Besso, écrite probablement au début de mars 1914, Einstein écrivit : "Maintenant je suis pleinement satisfait et ne doute plus de la justesse de tout le système, que l'observation de l'éclipse solaire réussisse ou non. Le bon sens de la chose est trop évident."<sup>49</sup> L'expédition de l'éclipse solaire de Freundlich en Russie devait, toutefois, s'effondrer lorsque la guerre éclata, Freundlich lui-même devenant un prisonnier pour une courte période. Si l'expédition avait été un succès, exactement le double de la déviation prédite aurait été observé, car les équations d'Einstein étaient encore insatisfaisantes à cette date.

En 1914, Freundlich attira également l'attention sur la prédiction d'un décalage des lignes spectrales dans un champ gravitationnel.<sup>50</sup> Freundlich, initialement, eut l'impression que l'effet existait mais dans un autre article,<sup>51</sup> indiqua que les données de Schwarzschild<sup>52</sup> semblaient aller dans la direction contraire. Dans son article, Freundlich trouva néanmoins un soutien limité pour un décalage spectral pour certaines étoiles, auquel Einstein se référa deux fois.<sup>53</sup>

Concernant la précession du périhélie de Mercure, Freundlich en 1915 essaya d'établir sa nature anormale en montrant qu'elle ne pouvait pas être expliquée sur la base de la théorie de Newton.<sup>54</sup> La question était importante pour Einstein, qui référa à l'article de Freundlich comme étant un "article remarquable" ("beachtenswerten Aufsatz"<sup>55</sup>) car seule l'absence d'une bonne explication pouvait justifier la recherche d'une meilleure.<sup>56</sup> Pour établir son cas, Freundlich attaqua un récent essai d'explication de l'anomalie, du distingué astronome Hugo

<sup>49</sup>"Nun bin ich vollkommen befriedigt und zweifle nicht mehr an der Richtigkeit des ganzen Systems, mag die Beobachtung der Sonnenfinsternis gelingen oder nicht. Die Vernunft der Sache ist zu evident," Einstein à Besso, mars 1914, *Correspondance* (1972), p. 53.

<sup>50</sup>Erwin Freundlich, "Über die Verschiebung der Sonnenlinien nach dem roten Ende auf Grund der Hypothesen von Einstein und Nordström," *Physikalische Zeitschrift*, (1914), **15**, 369-71; "Über die Verschiebung der Sonnenlinien nach dem roten Ende des Spektrums auf Grund der Äquivalenzhypothese von Einstein," *Astronomische Nachrichten*, **198**, no. 4742 (1914), cols. 265-70.

<sup>51</sup>Erwin Freundlich, "Über die Gravitationsverschiebung der Spektrallinien bei Fixsternen," *Physikalische Zeitschrift*, **16** (1915), 115-17.

<sup>52</sup>K. Schwarzschild, "Über die Verschiebungen der Bande bei 3883 Å im Sonnenspektrum," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften*, Berlin, partie 2 (1914), pp. 1201-13.

<sup>53</sup>Einstein, "Über den Grundgedanken und Anwendung" (1915), p. 315; "Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" (1916), p. 820.

<sup>54</sup>Erwin Freundlich, "Über die Erklärung der Anomalien im Planeten-system durch die Gravitationswirkung interplanetarer Massen," *Astronomische Nachrichten*, **201**, no. 4803 (1915), cols. 49-56.

<sup>55</sup>Einstein, "Perihelbewegung des Merkur" (1915), p. 831.

<sup>56</sup>Pour une analyse des diverses tentatives d'explication, voir Warren Z. Watson, "An Historical Analysis of the Theoretical Solutions to the Problem of the Advance of the Perihelion of Mercury" (Ph.D. dissertation, University of Wisconsin, 1969)

von Seeliger, qui avait trouvé un large soutien.<sup>57</sup> En 1916, von Seeliger, qui fut de 1902 à 1916 le président de la Société astronomique allemande,<sup>58</sup> avait essayé d'expliquer la précession résiduelle du périhélie de Mercure en faisant certaines hypothèses sur la densité des particules produisant la lumière zodiacale.<sup>59</sup> Von Seeliger défendit sa théorie<sup>60</sup> contre les critiques de Freundlich et, par la suite, critiqua Freundlich pour une erreur de calcul que ce dernier fit dans un autre article, le résultat de tout ceci étant que les relations de Freundlich avec la communauté astronomique devinrent plutôt tendues. Einstein défendit Freundlich<sup>61</sup> et plus tard l'aïda à trouver un emploi adéquat.

Concernant les vérifications ultérieures de la relativité générale, celles-ci sont en dehors de l'objet de ce livre. En bref, durant la période de 1915 au début des années 1950, seule la prédiction de la précession anormale du périhélie de Mercure semblait être établie de façon sûre. Bien que la déviation des rayons lumineux semblait vérifiée en 1919,<sup>62</sup> d'autres tests d'éclipses jusqu'en 1952 donnèrent une variété de résultats qui ne reproduisèrent pas le succès initial. La vérification du décalage des lignes spectrales, qui fut sujet à controverse dès le début devait le rester durant de nombreuses décennies.<sup>63</sup> Au début des années 1950, l'expérimentation scientifique devait finalement atteindre le degré de sophistication nécessaire pour la relativité générale et aujourd'hui les trois tests classiques ont été confirmés. De nouveaux tests tels que le décalage temporel des signaux lumineux (fondé sur la variation de  $c$  dans un champ gravitationnel) et la précession géodésique ont été confirmés et d'autres tels que la détection d'ondes gravitationnelles et l'effet Lense-Thirring sont en cours de vérification.<sup>64</sup>

<sup>57</sup> Freundlich, "Anomalien im Planetensystem" (1915), col. 50.

<sup>58</sup> F. Schmeidler, "Seeliger, Hugo von," *Dictionary of Scientific Biography*, **12** (1975), 282-83, sur 282.

<sup>59</sup> H. V. Seeliger, "Das Zodiaklicht und die empirischen Glieder in der Bewegung der inneren Planeten," *Sitzungsberichte der K. B. Akademie der Wissenschaften, München, mathematisch-physikalische Klasse*, **36** (1906), 595-622.

<sup>60</sup> H. v. Seeliger, "Über die Anomalien in der Bewegung der inneren Planeten," *Astronomische Nachrichten*, **201** (1915), cols. 273-80.

<sup>61</sup> Einstein à Sommerfeld, 2 fév. 1916, *Briefwechsel* (1968), pp. 38-39.

<sup>62</sup> D. F. Moyer, "Revolution in Science : the 1919 Eclipse Test of General Relativity," dans *On the Path of Albert Einstein*, eds. Arnold Perlmutter and Linda F. Scott (New York : Plenum, 1979), pp. 55-101.

<sup>63</sup> John Earman and Clark Glymour, "The Gravitational Red Shift as a Test of General Relativity : History and Analysis," *Studies in History and Philosophie of Science*, **11** (1980), 175-214. Voir également E. Forbes, "A History of the Solar Red Shift Problem," *Annals of Science*, **17** (1961), 129-164.

<sup>64</sup> Voir par exemple : (a) Irwin I. Shapiro, "Experimental Challenges Posed by the General Theory of Relativity," dans *Some Strangeness in the Proportion*, ed. Harry Woolf (Reading, MA : Addison-Wesley, 1980), pp. 115-36 ; (b) Ramanath Cowsik, "Relativity Experiments in Space," dans *Gravitation, Quanta and the Universe*, eds. A. R. Prasanna, J. V. Narlikar, C. V. Vishveshawara (New York : John Wiley & Sons, 1980), pp. 18-40 ; (c) C. M. Will, "The confrontation between gravitation theory and experiment," dans *General Relativity : An Einstein Centenary Survey*, eds. S. W. Hawking, W. Israel (Cambridge : Cambridge University Press, 1979), chap. 2, pp. 24-89. (d) D. H. Douglass and V. B. Braginsky, "Gravitational-radiation experiments," *ibid.*, chap. 3, pp. 90-137 ; (e) C. W. F. Everitt, "Gravitation, Relativity, and Precise Experimentation," dans *Proceedings of the First Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*, ed. Remo Ruffini (Amsterdam : North-Holland, 1977), pp. 545-615 ; (f) pour des références sur des tests jusqu'en 1964, voir Marie-Antoinette Tonnelat, *Les vérifica-*

## 5.3 Extension de la théorie : la constante cosmologique (1917)

Bien que la théorie d'Einstein de 1915 fut (et est toujours) couronnée de succès, Einstein ne fut pas entièrement satisfait de sa théorie et, en 1917, modifia les équations de champ. Nous examinerons successivement l'insatisfaction d'Einstein et la modification des équations de champ.

### 5.3.1 Insatisfaction épistémologique d'Einstein

#### Arrière-fond épistémologique

Nous avons vu qu'Einstein fut guidé par des considérations épistémologiques durant le développement des deux théories, de la relativité restreinte et de la relativité générale. Dans le cas de la relativité restreinte, ce fut le rejet du concept de temps absolu qui finalement conduisit à la théorie, tandis que dans le cas de la relativité générale, ce fut le rejet du concept d'espace absolu qui motiva Einstein. L'intérêt d'Einstein pour, et la défense, de considérations épistémologiques comme guides pour la physique théorique n'est probablement nulle part mieux exprimé que dans son eulogie à Ernst Mach,<sup>65</sup> qui décéda le 19 février 1916. Là, Einstein décrit Mach comme un homme "qui eut une influence majeure sur l'orientation épistémologique des scientifiques de notre temps."<sup>66</sup>

Rejetant la critique implicite de quelques collègues qui argumentaient qu'il y avait des choses plus importantes à faire que des recherches épistémologiques, Einstein remarqua que toute personne qui s'intéresse à la science non seulement pour des raisons superficielles, est naturellement portée à se poser des questions épistémologiques concernant le but de la science, le contenu de vérité de ses résultats, et l'importance relative à attribuer à ses divers développements.<sup>67</sup> Einstein ajouta que la "vérité" (Wahrheit) dans ces questions devait être continuellement reformulée par des "caractères forts" (kräftigen Naturen) sous peine de disparaître complètement.<sup>68</sup> Einstein fit comprendre clairement que loin d'être un "vain jeu" (müßige Spielerei), il considérait les analyses historiques de concepts familiers, qui souvent conduisent à une appréciation des limites de ces concepts, comme étant d'une grande importance pour le progrès de la science. Einstein remarqua que de telles analyses apparaissent souvent au spécialiste scientifique comme étant "superflues, pompeuses, voire même ridicules";<sup>69</sup> pourtant, lorsque le progrès scientifique rend une évolution nécessaire des concepts, il ajouta :

Alors, ceux qui n'ont pas utilisé leurs propres concepts de façon correcte, protestent vigoureusement et se plaignent d'une menace

---

*tions expérimentales de la Relativité Générale* (Paris : Masson et Cie, 1964), pp. 279-98.

<sup>65</sup> A. Einstein, "Ernst Mach," *Physikalische Zeitschrift*, **17** (1916), 101-04.

<sup>66</sup> Ibid., p. 101.

<sup>67</sup> Ibid.

<sup>68</sup> Ibid., pp. 101-02

<sup>69</sup> "Überflüssig, gepreizt, zuweilen gar lächerlich," *ibid.*, p. 102.

revolutionnaire sur les biens les plus sacrés. Au milieu de ces cris, se mêlent ensuite les voix de certains philosophes qui pensent ne pas pouvoir se dispenser de tel concept particulier parce qu'ils l'avaient placé dans leur coffret à bijoux de l'"absolu", de l'"a priori" ou simplement parce qu'ils avaient proclamé son immutabilité comme un principe.<sup>70</sup>

Einstein ajouta qu'il était bien sûr en train de référer en particulier aux concepts d'espace et de temps absolu et à d'autres concepts de la mécanique qui furent modifiés par la relativité restreinte. Einstein reconnut l'influence décisive qu'eurent les épistémologistes sur ce développement : "Personne ne peut le retirer des épistémologistes qu'ils ont aplani les chemins de ce développement ; en ce qui me concerne je sais du moins, que je fus très stimulé directement et indirectement, en particulier par Hume et Mach."<sup>71</sup> Einstein renvoya le lecteur aux sections 6 et 7 du second chapitre de la *Mécanique* de Mach, où il indiqua que l'on trouverait des pensées "présentées de façon magistrale qui ne sont encore, en aucune façon, devenues le bien commun des physiciens" ;<sup>72</sup> Einstein cita longuement quelques "perles" (einige Rosinen) traitant des concepts de temps absolu, d'espace absolu et la critique "très intéressante" de l'expérience du seau de Newton. La conclusion d'Einstein fut qu'il considérait Mach comme un précurseur de la théorie de la relativité restreinte et de la théorie de la relativité générale :

Les lignes citées montrent que Mach a reconnu clairement les points faibles de la mécanique classique et ne fut pas très éloigné à exiger une théorie de la relativité générale, et ceci il y a déjà presque un demi-siècle ! Il n'est pas improbable, que Mach aurait pu arriver à la théorie de la relativité ...

Les considérations sur l'expérience du seau de Newton montrent combien proche dans sa pensée était l'exigence d'une relativité dans le sens général (relativité de l'accélération).<sup>73</sup>

<sup>70</sup>"Dann erheben diejenigen, welche den eigenen Begriffen gegenüber nicht reinlich verfahren sind, energischen Protest und klagen über revolutionäre Bedrohung der heiligsten Güter. In dies Geschrei mischen sich dann die Stimmen derjenigen Philosophen, welche jenen Begriff nicht entbehren zu können glauben, weil sie ihn in ihr Schatzkästlein des "absoluten" des "a priori" oder kurz derart eingereiht hatten, dass sie dessen prinzipielle Unabänderlichkeit proklamiert hatten," *ibid.*, p. 102.

<sup>71</sup>"Niemand kann es den Erkenntnistheoretikern nehmen, dass sie der Entwicklung hier die Wege geebnet haben ; von mir selbst weiss ich mindestens, dass ich insbesondere durch Hume und Mach direkt und indirekt sehr gefördert worden bin," *ibid.*, p. 102.

<sup>72</sup>"Meisterhaft dargelegt, die noch keineswegs Gemeingut der Physiker geworden sind," *ibid.*, p. 102.

<sup>73</sup>

"Die zitierten Zeilen zeigen, dass Mach die schwachen Seiten der klassischen Mechanik klar erkannt hat und nicht weit davon entfernt war, eine allgemeine Relativitätstheorie zu fordern, und dies schon vor fast einem halben Jahrhundert ! Es ist nicht unwahrscheinlich, dass Mach auf die Relativitätstheorie gekommen wäre, ...

Die Betrachtungen über Newtons Eimerversuch zeigen, wie nahe seinem Geiste die Forderung der Relativität im allgemeineren Sinne (Relativität der Beschleunigung)

D'après Einstein, ce qui empêcha Mach de développer les théories de la relativité restreinte et générale fut, dans le premier cas, que Mach ne ressentit pas la nécessité d'une nouvelle définition de la simultanéité pour des événements spatialement séparés, parce que la constance de la vitesse de la lumière n'avait pas encore attiré suffisamment l'attention; dans le cas de la relativité générale, Einstein attribua l'opportunité perdue à un manque de prise de conscience que l'idée de l'égalité des masses inerte et gravitationnelle appelle à une extension du principe de relativité, à cause de l'impossibilité de distinguer un champ d'accélération inertiel d'un champ de gravitation.<sup>74</sup>

A peu près à la même date qu'Einstein écrivit l'éloge funèbre, il compléta également son article de synthèse de 1916 sur la relativité générale.<sup>75</sup> L'article de synthèse, qui devint la version standard de la relativité générale, confirme l'importance de considérations épistémologiques dans le développement de la relativité générale. Là, Einstein présenta de nouveau l'élimination du concept d'espace absolu (accélération absolue) comme l'argument principal pour une extension du principe de la relativité restreinte, et adopta l'hypothèse de Mach comme solution au "défaut épistémologique inhérent"<sup>76</sup> de la mécanique classique et de la théorie de la relativité restreinte, à savoir l'incapacité à fournir une explication causale de l'origine des effets d'inertie.

Pour illustrer son point de vue, Einstein revint à un exemple favori.<sup>77</sup> Soient  $S_1$  et  $S_2$  deux masses de fluides identiques initialement au repos (voir Fig. 5.1); si  $S_2$  est en rotation, deux observateurs placés respectivement sur  $S_1$  et  $S_2$  observeront la même valeur de la vitesse relative de rotation, pourtant le premier observateur trouvera que  $S_1$  est une sphère alors que le second observateur trouvera que  $S_2$  est un ellipsoïde. Cherchant la cause de cet effet, Einstein remarqua que si elle doit être épistémologiquement correcte la cause doit se référer à un fait expérimental observable. En conséquence, Einstein rejeta l'explication de Newton en terme d'espace absolu comme fournissant seulement une "cause fictive"<sup>78</sup> et présenta ses propres conclusions comme suit :

Nous devons admettre que les lois générales du mouvement qui en particulier déterminent les formes de  $S_1$  et  $S_2$ , doivent être telles que le comportement mécanique de  $S_1$  et  $S_2$  est en partie déterminé, dans des aspects tout à fait essentiels, par des masses distantes que nous n'avons pas incluses dans le système considéré. Ces masses distantes et leurs mouvements relatifs à  $S_1$  et  $S_2$  doivent alors être regardés comme le siège des causes (qui doivent être observables) de la différence de comportement de nos corps  $S_1$  et  $S_2$ .<sup>79</sup>

---

gungen) lag," *ibid.*, p. 103.

<sup>74</sup>Ibid.

<sup>75</sup>Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" (1916), pp. 769-822.

<sup>76</sup>Ibid., p. 771.

<sup>77</sup>A. Einstein, "Zum Relativitätsproblem," *Scientia* (Bologna), **15** (1914), 337-48, sur 344-46.

<sup>78</sup>Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" (1916), p. 771.

<sup>79</sup>Ibid., p. 772; trad. en anglais par W. Perrett et G.B. Jeffery, dans Lorentz, Einstein et al., *The Principle of Relativity* (New York : Dover, 1952), p. 113.

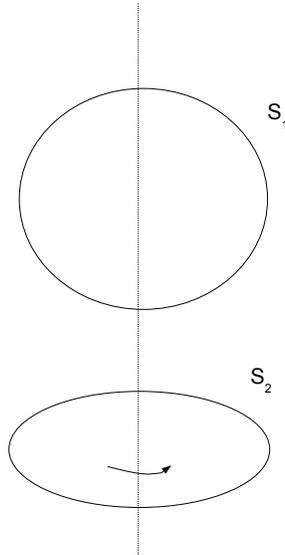


Fig. 5.1: Rotation relative de deux masses fluides

Ainsi, Einstein adopta l'hypothèse de Mach, c'est à dire la supposition que le mouvement relatif des masses fluides par rapport aux étoiles éloignées est la cause des forces inertielles.

Comme l'objectif de l'hypothèse de Mach est d'éliminer le concept d'espace absolu, Einstein remarqua qu'une relativité générale doit être postulée en même temps si des systèmes privilégiés ne doivent pas être introduits de nouveau. Einstein formula le principe de relativité générale de la façon suivante : "Les lois de la physique doivent être d'une telle nature qu'ils s'appliquent aux référentiels en mouvement quelconque."<sup>80</sup> Quelques pages plus loin, Einstein définit également le principe de covariance générale : "Les lois générales de la nature doivent être exprimées par des équations valables pour tous les systèmes de coordonnées, c'est à dire, qui sont covariantes par rapport à toute transformation (généralement covariante)."<sup>81</sup> Spécifiant la différence entre ce qu'il entendait par relativité générale et covariance générale, Einstein indiqua que la première référait à tous les mouvements relatifs de systèmes de coordonnées tridimensionnels tandis que la seconde référait à toute transformation quadridimensionnelle. En exigeant une covariance générale, la relativité générale était

<sup>80</sup>Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" (1916), p. 772 ; trad. en anglais dans *Principle of Relativity* (1952), p. 113.

<sup>81</sup>Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" (1916), p. 776 ; trad. en anglais dans *Principle of Relativity* (1952), p. 117.

automatiquement satisfaite. A part "l'argument épistémologique de poids,"<sup>82</sup> mentionné ci-dessus, Einstein présenta également l'égalité des masses inertielle et gravitationnelle comme autre évidence pour le besoin de généraliser la théorie de la relativité restreinte; de nouveau il indiqua que l'impossibilité de distinguer un champ inertielle d'un champ gravitationnel, rend le concept d'accélération absolue dépourvu de signification.<sup>83</sup>

Einstein apparemment pensait que sa théorie en étant généralement covariante éliminait les concepts d'espace absolu et de temps absolu. Ainsi le 18 novembre 1915, il remarqua que la théorie "dérobe" (beraubt) au temps et à l'espace "la dernière trace de réalité objective";<sup>84</sup> il fit une remarque similaire dans son article de synthèse de 1916.<sup>85</sup> La joie d'Einstein d'avoir atteint, en particulier, la covariance générale apparaît sur une carte postale, datée du 10 décembre 1915, à Besso : "Les rêves les plus audacieux ont maintenant été réalisés. La covariance générale. Mouvement du périhélie de Mercure, merveilleusement précis."<sup>86</sup> Quant à la relativité de l'inertie, Einstein devait bientôt vérifier si sa théorie rendait compte de cet effet.

### Problème de la relativité de l'inertie

Qu'Einstein fut concerné par la relativité de l'inertie au début de 1916, apparaît clairement dans une communication faite à l'Académie de Berlin le 23 mars 1916. Là, Einstein discuta, parmi d'autres sujets, l'effet que la rotation de la Terre a sur le pendule de Foucault selon la nouvelle théorie.<sup>87</sup> De même, sur une carte postale à Besso, Einstein expliqua comment trouver les champs de Coriolis et centrifuge créés par un anneau en rotation.<sup>88</sup>

La signification historique de la relativité de l'inertie durant cette période fut qu'elle conduisit Einstein vers des considérations cosmologiques qui à leur tour le conduisirent à modifier les équations de champ; dans une lettre à Besso datée du 14 mai 1916, Einstein écrivit : "Par rapport à la gravitation, je cherche maintenant les conditions aux limites à l'infini; c'est après tout intéressant de considérer dans quelle mesure un monde fini peut exister, à savoir, un monde d'extension fini, dans lequel toute inertie est vraiment relative."<sup>89</sup> Le problème

<sup>82</sup>Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" (1916), p. 772.

<sup>83</sup>Ibid., pp. 772-73.

<sup>84</sup>"Durch welche Zeit und Raum der letzten Spur objektiver Realität beraubt werden," dans Einstein, "Perihelbewegung des Merkur" (1915), p. 831.

<sup>85</sup>Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" (1916), p. 776.

<sup>86</sup>"Die kühnsten Träume sind nun in Erfüllung gegangen. Allgemeine Kovarianz. Perihelbewegung des Merkur wunderbar genau," Einstein à Besso, 10 Déc. 1915, *Correspondance* (1972), p. 60.

<sup>87</sup>A. Einstein, "Über einige anschauliche Überlegungen aus dem Gebiete der Relativitätstheorie," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, partie 1 (1916), p. 423.

<sup>88</sup>Einstein à Besso, 31 juillet 1916, *Correspondance* (1972), p. 77; voir également Einstein à Besso, 31 décembre 1916, *ibid.*, p. 86.

<sup>89</sup>"In der Gravitation suche ich nun nach den Grenzbedingungen im Unendlichen; es ist doch interessant, sich zu überlegen, inwiefern es eine endliche Welt gibt, d.h. eine Welt von natürlich gemessener endlicher Ausdehnung, in der wirklich alle Trägheit relativ ist," Einstein à Besso, 14 mai 1916, *Correspondance* (1972) p. 69.

d'Einstein était le suivant. Les équations de champ gravitationnelles étant des équations différentielles, des conditions aux limites doivent être données pour déterminer la solution. Jusqu'à présent, dans le problème du mouvement planétaire, Einstein avait simplement postulé que les  $g_{\mu\nu}$  avaient pour valeurs celles de la relativité restreinte à l'infini spatial. Pour une distribution étendue de matière, toutefois, de telles conditions aux limites sont insatisfaisantes du point de vue de la relativité de l'inertie étant donné que l'inertie d'un corps (qui dépend des  $g_{\mu\nu}$ ) ne s'annulerait pas à l'infini. Einstein, toutefois, ne devait pas trouver de conditions aux limites appropriées. L'alternative qu'il proposa fut un univers clos; dans une autre lettre à Besso, Einstein remarqua que le point principal à ce sujet était d'obtenir que les  $g_{\mu\nu}$  soient causalement déterminés par la matière de l'Univers afin de s'assurer la relativité de l'inertie.<sup>90</sup>

### 5.3.2 Modification des équations de champ

Le 8 février 1917, Einstein argumenta en faveur d'un univers spatialement clos et d'une modification des équations de champ dans un article intitulé "Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie"<sup>91</sup> [Considérations cosmologiques sur la théorie de la relativité générale]. L'article traite de deux thèmes principaux : (a) le problème des conditions aux limites dans la relativité générale; (b) la solution qu'Einstein adopta pour ce problème, à savoir un univers spatialement clos qui, du point de vue d'Einstein, rendait nécessaire une modification des équations de champ.

Afin d'illustrer le problème des conditions aux limites et la modification des équations de champ, Einstein présenta tout d'abord le cas de la cosmologie newtonienne de la façon suivante. Partant du fait bien connu que l'équation différentielle de Poisson  $\Delta\Phi = 4\pi K\rho$  détermine une solution seulement si des conditions aux limites sont données, Einstein indiqua que pour ces dernières la condition  $\Phi \rightarrow$  constante à l'infini spatial est généralement adoptée. Einstein remarqua toutefois, que ce n'est pas "du tout a priori évident"<sup>92</sup> que de telles conditions aux limites puissent être utilisées pour un usage cosmologique. En effet, la conclusion personnelle d'Einstein était que de telles conditions ne conviennent pas. Adoptant, toutefois, pour le moment la condition aux limites ci-dessus, Einstein analysa ses conséquences cosmologiques newtoniennes. Si  $\Phi \rightarrow$  constante, à l'infini spatial, ceci implique que  $\rho$  doit tendre vers zéro plus rapidement que  $1/r^2$ . En conséquence, le monde ressemble à une île finie dans un univers infini vide. Comme un tel monde perdrait de l'énergie par radiation et par la fuite d'étoiles, on pourrait au moins rendre la diffusion d'étoiles impossible en postulant un très grand potentiel gravitationnel à l'infini spatial. Einstein, toutefois, rejetta cette solution comme étant contraire aux faibles vitesses des étoiles observées à l'époque. Einstein prit le résultat d'observation des faibles

<sup>90</sup>Einstein à Besso, Déc. 1916, *Correspondance* (1972), p. 96.

<sup>91</sup>A. Einstein, "Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, partie 1 (1917), pp. 142-52.

<sup>92</sup>Ibid., p. 142.

vitesse d'étoiles (qui fut trouvé erroné à la fin des années 1920) très au sérieux et référé quatre fois à celui-ci comme étant un fait bien établi.<sup>93</sup> A part cette objection, il indiqua également que le modèle d'île finie doit déjà être rejeté pour des raisons statistiques car un quotient fini des potentiels de gravitation entraîne un quotient fini des masses volumiques (dans le cas d'un équilibre statistique). Si  $\rho$  est nul à l'infini, il doit l'être également au centre de l'île. Ainsi, il n'y a pas de solution dans le système newtonien. Se plaçant lui-même en dehors du système newtonien, Einstein présenta ensuite un autre essai non relativiste afin de préparer le lecteur à l'introduction, à la fin de l'article, d'un terme supplémentaire dans les équations de champ de la relativité générale. L'idée d'Einstein fut d'adopter l'équation de Poisson modifiée  $\Delta\Phi - \lambda\Phi = 4\pi K\rho$ , qui rend possible un univers infini de masse volumique uniforme (avec un potentiel constant  $\Phi = -\frac{4\pi K}{\lambda}\rho_0$  à l'infini spatial).

Concernant les conditions aux limites dans la relativité générale, Einstein décrit la "route quelque peu difficile et sinueuse"<sup>94</sup> par laquelle il essaya en vain de trouver des conditions aux limites satisfaisantes. Einstein indiqua que la ligne directrice qu'il suivit fut la relativité de l'inertie :

L'opinion que j'avais jusqu'à récemment sur les conditions aux limites à adopter à l'infini spatial reposait sur les considérations suivantes. Dans une théorie relativiste cohérente il ne peut y avoir d'inertie *relativement à "l'espace,"* mais seulement une inertie des masses *relativement entre elles.* Si donc, j'éloigne une masse suffisamment loin de toutes les autres masses de l'univers, son inertie doit tomber à zéro.<sup>95</sup>

Mathématiquement, Einstein essaya d'incorporer la relativité de l'inertie comme suit. Postulant une métrique isotropique de la forme

$$ds^2 = -A(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + Bdx_4^2,$$

où  $A$  et  $B$  sont des fonctions des coordonnées, avec la restriction simplificatrice  $\sqrt{-g} = 1 = \sqrt{A^3 B}$ , Einstein obtint respectivement pour l'énergie (dans le cas du repos) et l'impulsion (en première approximation et pour de faibles vitesses) d'une particule

$$E = m\sqrt{B};$$

$$P_1 = m\frac{A}{\sqrt{B}}\frac{dx_1}{dx_4}, P_2 = m\frac{A}{\sqrt{B}}\frac{dx_2}{dx_4}, P_3 = m\frac{A}{\sqrt{B}}\frac{dx_3}{dx_4}.$$

De ces expressions il découle que l'inertie d'une particule est donnée par

$$m\frac{A}{\sqrt{B}},$$

<sup>93</sup>Ibid., pp. 143, 146 148, 152.

<sup>94</sup>"Etwas indirekten und holperigen Wege," *ibid.*, p. 144.

<sup>95</sup>"Meine bis vor kurzem gehegte Meinung über die im räumlich Unendlichen zu setzenden Grenzbedingungen fusste auf folgenden Überlegungen. In einer konsequenten Relativitätstheorie kann es keine Trägheit *gegenüber dem 'Raume'* geben, sondern nur eine Trägheit der Massen gegeneinander. Wenn ich daher eine Masse von allen anderen Massen der Welt räumlich genügend entferne, so muss ihre Trägheit zu Null herabsinken," *ibid.*, p. 145, accentué dans l'original; trad. en anglais dans *The Principle of Relativity* (1952), p. 180.

où  $m$  est une constante indépendante de la position. Si l'inertie doit décroître vers zéro à l'infini spatial comme le suggère la relativité de l'inertie, alors on doit avoir la condition aux limites  $A \rightarrow 0, B \rightarrow \infty$  (car  $\sqrt{A^3 B} = 1$ ). La condition  $B \rightarrow \infty$  implique, toutefois, que l'énergie (potentielle)  $m\sqrt{B}$  devienne infinie à l'infini ce qui, d'après Einstein était en contradiction avec les faibles vitesses observées des étoiles.<sup>96</sup> Finalement, ce fut ce fait expérimental (erroné) qui anéantit la tentative d'Einstein.

Ayant admis l'échec, Einstein vit deux autres options : (a) celle d'adopter la métrique de la relativité restreinte comme condition aux limites à l'infini spatial ; (b) celle de renoncer à des conditions aux limites généralement valides et de postuler des conditions aux limites spécifiques dans chaque cas. Einstein rejeta la possibilité (a) car elle privilégiait un système de référence, ce qui était contraire à l'esprit du principe de relativité, et également parce que cela était en opposition à la relativité de l'inertie. Une objection supplémentaire contre (a) vint de considérations statistiques similaires à celles du cas newtonien. Concernant la possibilité (b), Einstein ne l'aima pas car elle signifiait le renoncement à une solution générale, et il ne vit en elle qu'une solution ultime.

Ayant rejeté toutes ces approches, Einstein raisonna que si l'univers était spatialement clos, alors il n'y aurait pas besoin du tout de conditions aux limites. Einstein trouva que la métrique correspondant au modèle de monde fini ne satisfaisait pas aux équations de champ de 1915 mais à des équations légèrement modifiées

$$R_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\kappa \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right).$$

Ces équations généralement covariantes étaient compatibles avec les données expérimentales accessibles de l'époque et les équations de conservation de l'énergie-impulsion. Dans la conclusion de l'article, Einstein fit l'intéressante remarque que même sans le coefficient  $\lambda$  (maintenant appelé constante cosmologique), il y aurait une courbure positive de l'espace et que  $\lambda$  était seulement nécessaire pour assurer une distribution quasi-statique de la matière comme le demandait le "fait" des faibles vitesses des étoiles.<sup>97</sup>

A part la question des conditions aux limites, Einstein avait une autre raison pour modifier les équations de champ de 1915. Comme ces équations permettent la solution  $g_{\mu\nu} = \text{constant}$  pour  $T_{\mu\nu} = 0$ , cette métrique peut exister en l'absence de toute matière. En conséquence, il existait des propriétés inertielles (déterminées par  $g_{\mu\nu}$ ) non reliées à la matière, ce qui n'était pas acceptable pour Einstein à cause de la violation de la relativité de l'inertie. Ainsi, dans une lettre à De Sitter datée du 24 mars 1917, Einstein écrivit :

Dans mon opinion, il serait insatisfaisant s'il existait un monde concevable sans matière. Le champ  $g_{\mu\nu}$  doit plutôt être *déterminé par la matière, et disparaître en l'absence de cette dernière*. Ceci est l'essence, de ce que j'entends par l'exigence de la relativité de

<sup>96</sup>Einstein, "Kosmologische Betrachtungen" (1917), p. 146.

<sup>97</sup>Ibid., p. 152.

l'inertie."<sup>98</sup>

Initialement, Einstein<sup>99</sup> avait espéré que ses nouvelles équations de champ ne permettraient pas l'existence d'un univers vide (i.e., n'auraient pas de solution  $g_{\mu\nu}$  pour  $T_{\mu\nu} = 0$ ); mais De Sitter<sup>100</sup> montra qu'Einstein s'était trompé sur ce point. Plus tard, suite à la découverte par Hubble de l'expansion de l'univers et le travail théorique de A. Friedman,<sup>101</sup> Einstein proposa de laisser tomber le terme cosmologique au nom d'une "économie logique."<sup>102</sup>

En 1918, dans un article intitulé "Prinzipielle zur allgemeinen Relativitätstheorie," Einstein devait élever la relativité de l'inertie au rang de principe indépendant, auquel il donna le nom de "principe de Mach," et qui était sur un pied d'égalité avec le principe de covariance générale et le principe d'équivalence. Einstein définit le principe de Mach comme suit :

Le champ  $G_{\mu\nu}$  [tenseur  $g_{\mu\nu}$ ] est complètement déterminé par les masses des corps. Comme la masse et l'énergie sont identiques d'après les résultats de la théorie de la relativité restreinte et comme l'énergie est formellement décrite par le tenseur d'énergie symétrique ( $T_{\mu\nu}$ ) de la matière, ceci signifie que le champ  $G$  dépend et est déterminé par le tenseur énergie de la matière.<sup>103</sup>

Einstein fit remarquer que les trois principes ci-dessus n'étaient pas du tout indépendants les uns des autres et indiqua dans une note de bas de page que jusqu'à présent il n'avait pas distingué le principe de covariance générale du principe de Mach; ceci, de son point de vue, avait eu un effet de confusion. Einstein justifia le terme de "principe de Mach," en indiquant que le principe était une généralisation de l'exigence de Mach que l'inertie soit réduite à des interactions entre les corps.<sup>104</sup> Einstein admit que son allégeance au principe

<sup>98</sup>"Es wäre nach meiner Meinung unbefriedigend, wenn es eine denkbare Welt ohne Materie gäbe. Das  $g_{\mu\nu}$ -Feld soll vielmehr durch die Materie bedingt sein, ohne dieselbe nicht bestehen können. Das ist der Kern dessen, was ich unter der Forderung von der Relativität der Trägheit verstehe," W. De Sitter, "On the relativity of inertia. Remarks concerning EINSTEIN's latest hypothesis," *Proc. K. Akad. Wet., Amsterdam, Section Sciences*, **19** (1917), 1217-25, sur 1225; voir également C. Kahn and F. Kahn, "Letters from Einstein to De Sitter on the nature of the Universe," *Nature*, **257** (9 Oct. 1975), 451-54.

<sup>99</sup>A. Einstein, "Prinzipielle zur allgemeinen Relativitätstheorie," *Annalen der Physik*, **55** (1918), 241-44, sur 243.

<sup>100</sup>W. De Sitter, "On Einstein's Theory of Gravitation, and Its Astronomical Consequences," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **78** (Nov. 1917), 3-28, sur 7.

<sup>101</sup>A. Friedman, "über die Krümmung des Raumes," *Zeitschrift für Physik*, **10** (1922), 377-86; "Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes," *ibid.*, **21** (1924), 326-32; voir également A. Einstein, "Zum kosmologischen Problem der allgemeinen Relativitätstheorie," *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin*, (1931), pp. 235-37.

<sup>102</sup>Albert Einstein, *The Meaning of Relativity*, 5th ed. (1956; rpt. Princeton, NJ : Princeton University Press, 1974), p. 127.

<sup>103</sup>"Machsches Prinzip : Das  $G$ -Feld ist restlos durch die Massen der Körper bestimmt. Da Masse und Energie nach den Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie das gleiche sind und die Energie formal durch den symmetrischen Energie-tensor ( $T_{\mu\nu}$ ) beschrieben wird, so besagt dies, dass das  $G$ -Feld durch den Energietensor der Materie bedingt und bestimmt sei," Einstein, "Prinzipielle zur allgemeinen Relativitätstheorie" (1918), pp. 241-42.

<sup>104</sup>*Ibid.*, p. 241.

de Mach n'était pas largement partagée par ses collègues, mais reconnut qu'il le considérait lui-même comme "absolument nécessaire."<sup>105</sup> Durant plusieurs années, Einstein devait donner au principe de Mach une place centrale dans ses publications.<sup>106</sup> Plus tard, il proposa de renoncer au principe de Mach comme postulat indépendant car il pensait que dans une théorie de champ unifié il n'y aurait pas de distinction entre la matière et le champ et que, par conséquent, la question de l'influence de la première sur le second n'aurait plus de sens.<sup>107</sup> D'après le nombre d'articles toujours publiés sur divers "principes de Mach," il apparaît que le principe sous une forme ou une autre a survécu au rejet ultérieur d'Einstein et reste un sujet de débat actif.

---

<sup>105</sup>Ibid., p. 242.

<sup>106</sup>Voir par exemple la conférence du Prix Nobel d'Einstein, "Fundamental ideas and problems of the theory of relativity," conférence donnée devant la Nordic Assembly of Naturalists à Gothenburg, 11 juillet 1923. Dans *Nobel Lectures, Physics, 1901-1921*, published for the Nobel Foundation (Amsterdam : Elsevier, 1967), pp. 482-90, en particulier p. 489.

<sup>107</sup>Gerald Holton, "Mach, Einstein, and the Search for Reality," dans Gerald Holton, *Thematic Origins of Scientific Thought* (Cambridge, MA : Harvard University Press, 1973), p. 227 ; voir également Einstein, *The Meaning of Relativity*, p. 140.

## Chapitre 6

# Conclusion

L'objet de cet ouvrage a été de tracer le développement et les motivations qui conduisirent Einstein à la théorie de la relativité générale. Nous avons vu qu'Einstein fut motivé essentiellement par son rejet épistémologique du concept d'espace absolu (accélération absolue). Ceci le conduisit à exiger une extension de la théorie de la relativité restreinte ce qui, à son tour, le mena dans une certaine mesure au principe d'équivalence. Durant les années 1907 – 1912, Einstein développa diverses conséquences du principe d'équivalence et élaborait une théorie statique de la gravitation sur celui-ci. L'équation du mouvement de cette théorie conduisit Einstein à l'équation définitive du mouvement qui conditionna le cadre Riemannien et tensoriel de la théorie d'Einstein-Grossmann de 1913. Après diverses erreurs et d'énormes efforts, Einstein, en 1915, réussit, en dépit d'un scepticisme étendu de la communauté de physique, à développer des équations de champ généralement covariantes, qui s'avèreront extrêmement fructueuses. En 1917, Einstein généralisa ces équations à cause de son désir d'incorporer le principe de la relativité de l'inertie. Bien que la question de savoir si la théorie de la relativité générale a éliminé ou non le concept d'espace absolu reste un sujet de débat, il apparaît que l'idéalisme épistémologique d'Einstein (rejetant le temps absolu et l'espace absolu) a été deux fois très fructueux puisqu'il donna avec le talent théorique et les intuitions physiques d'Einstein au vingtième siècle deux de ses théories majeures : la théorie de la relativité restreinte et la théorie de la relativité générale.

Girard

## Annexe A

# Priorité d'Einstein au sujet des équations de champ<sup>1</sup>

Bien que la majorité des physiciens attribuent correctement la priorité des équations de champ à Einstein, la question de la priorité entre Einstein et Hilbert est parfois soulevée. Ainsi nous analyserons brièvement cette question dans le but de l'exactitude historique. Peu de temps avant la communication d'Einstein à l'Académie de Berlin le 25 novembre 1915, David Hilbert donna une conférence à la Mathematische Gesellschaft à Göttingen dans laquelle il élaborait une ambitieuse théorie donnant en particulier des équations de champ généralement covariantes. La conférence semble avoir eu lieu le 20 ou le 23 novembre. (La version imprimée de la conférence indique "Présenté à la session du 20 novembre 1915"<sup>2</sup> tandis qu'Hilbert sur une carte postale à Einstein datée du 14 novembre donne le 23 novembre comme date de la conférence.<sup>3</sup>) Comme Hilbert apparemment ne mentionna pas Einstein durant la conférence mais le fit amplement dans la version imprimée, cette dernière fut clairement une version révisée. Par conséquent, ayant seulement ce document de disponible nous ne savons pas de façon certaine quelles équations de champ furent données durant la conférence mais pouvons seulement supposer qu'elles sont les mêmes que celles de la version imprimée, ce qui semble probable.

Cette supposition ayant été usuellement faite, l'apparente similarité des équations de champ d'Hilbert avec les équations définitives d'Einstein a conduit à diverses déclarations de priorité. Ainsi, Hermann Weyl, dans son livre de 1918, indiqua qu'Hilbert avait formulé les équations de champ de la gravita-

---

<sup>1</sup>Les lignes ci-dessous ont été écrites avant la découverte récente du texte original de la conférence d'Hilbert et reflètent la situation qui a prévalu durant la majeure partie du vingtième siècle. Voir la note de bas de page à la fin de cette annexe.

<sup>2</sup>David Hilbert, "Die Grundlagen der Physik, I," *Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-physikalische Klasse* (1915), pp. 395-407, sur p. 395.

<sup>3</sup>John Earman and Clark Glymour, "Einstein and Hilbert : Two Months in the History of General Relativity," *Archive for History of Exact Sciences*, **19** (1978), 291-308, sur 301 ; les auteurs n'ont pas d'explication au sujet de cette différence de date.

tion "à peu près en même temps qu'Einstein, bien que seulement dans le cadre de la théorie de Mie";<sup>4</sup> Wolfgang Pauli, en 1921, alla plus loin et écrivit "en même temps qu'Einstein, et indépendamment, Hilbert formula les équations de champ généralement covariantes."<sup>5</sup> De même, Pascual Jordan dans son livre *Schwerkraft und Weltall* parle des équations d'Einstein-Hilbert.<sup>6</sup> Plus récemment, l'affirmation de découverte indépendante a été rejetée par Eugene Guth<sup>7</sup> qui y réfère comme étant un "mythe" mais fut reprise par Jagdish Mehra qui écrivit "Durant la troisième période, 1915 – 16, les équations de champ de la gravitation furent formulées par Einstein, furent déduites indépendamment par Hilbert ...,"<sup>8</sup> et plus loin, ajouta : "Il ne peut y avoir de doute que la dérivation d'Hilbert fut totalement indépendante."<sup>9</sup> La question de l'origine des équations de champ fut analysée en détail par John Earman et Clark Glymour,<sup>10</sup> qui de façon surprenante laissèrent l'issue de découverte indépendante sans réponse et même suggérèrent la possibilité d'une influence d'Hilbert sur Einstein en ce qui concerne le rejet d'Einstein de la théorie d'Einstein-Grossmann et la découverte des équations de champ finales. Nous adopterons la position d'Hilbert lui-même et de Guth et montrerons : (a) que la priorité des équations de champ appartient à Einstein; (b) que la suggestion d'une influence d'Hilbert sur Einstein est essentiellement infondée. Nous examinerons successivement les déclarations de découverte simultanée et indépendante et les suggestions d'une influence d'Hilbert sur Einstein.

L'expression "découverte simultanée" impliquant que la découverte concerne le même objet approximativement au même moment, il faut tout d'abord remarquer que la théorie de Hilbert dans son ensemble était fondamentalement différente de celle d'Einstein. Tandis que la théorie d'Einstein, en 1915, traitait seulement de la gravitation, la théorie d'Hilbert, en essayant de faire la synthèse des idées de Gustav Mie et d'Einstein, visait, comme l'indique le titre de l'article "Die Grundlagen der Physik" ("Les fondements de la physique"), à déduire toute la physique à partir de deux axiomes, à savoir :

Axiome I (Axiome de Mie sur la fonction d'Univers) : *La loi de*

<sup>4</sup>"Etwa gleichzeitig mit Einstein, wenn auch nur im Rahmen der Mieschen Theorie," Hermann Weyl, *Raum, Zeit, Materie : Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie* (Berlin : Verlag von Julius Springer, 1918), p. 230, note de bas de page n°5, chap. 4. Voir également H. Weyl, "Zu David Hilberts siebzigsten Geburtstag," *Die Naturwissenschaften*, **20** (1932), 57-58, sur 58; "50 Jahre Relativitätstheorie," *ibid.*, **38** (1951), 73-83, sur 80.

<sup>5</sup>Wolfgang Pauli, *Theory of Relativity*, trans. by G. Field with supplementary notes by the author (London, New York : Pergamon, 1958), p. 145, note de bas de page 277. La même assertion est faite par Max Born, "Hilbert und die Physik," *Die Naturwissenschaften*, **10** (1922), 88-93, dans Max Born, *Ausgewählte Abhandlungen* (Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht, 1963), **2**, 594.

<sup>6</sup>Pascual Jordan, *Schwerkraft und Weltall*, 2nd ed. (Braunschweig : Vieweg und Sohn, 1955), pp. 65, 68.

<sup>7</sup>Eugene Guth, "Contribution to the History of Einstein's Geometry as a Branch of Physics," dans *Relativity*, eds. Moshe Carmeli, Stuart I. Fickler, Louis Witten (New York : Plenum, 1970), pp. 161-207, sur pp. 183-84.

<sup>8</sup>Jagdish Mehra, *Einstein, Hilbert and the Theory of Gravitation* (Dordrecht, Holland/Boston, U.S.A. : D. Reidel, 1974), p. 2.

<sup>9</sup>*Ibid.*, p. 25.

<sup>10</sup>Earman/Glymour, "Einstein and Hilbert," pp. 291-308.

*l'évolution physique est déterminée par la fonction d'Univers  $H$ , qui contient les termes suivants :*

$$(1) g_{\mu\nu}, g_{\mu\nu l} = \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial w_l}, g_{\mu\nu lk} = \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial w_l \partial w_k}$$

$$(2) q_s, q_{sl} = \frac{\partial q_s}{\partial w_l} \quad (l, k = 1, 2, 3, 4);$$

*la variation de l'intégrale*

$$\int H \sqrt{g} dw \quad (g = |g_{\mu\nu}|, dw = dw_1 dw_2 dw_3 dw_4)$$

*doit s'annuler pour les 14 potentiels  $g_{\mu\nu}, q_s$ .*

Axiome II (Axiome de l'invariance générale) :

*La fonction d'Univers  $H$  est un invariant par rapport à des transformations arbitraires des paramètres d'Univers  $w_s$ .<sup>12</sup>*

Les grands espoirs qu'Hilbert exprima pour sa théorie dans la conclusion du premier article<sup>13</sup> ne devaient pas se réaliser et la théorie dans son ensemble fut un échec, contrairement à la théorie plus modeste d'Einstein.

Bien que les théories d'Hilbert et d'Einstein furent différentes, les équations de champ gravitationnelles d'Hilbert apparaissent comme étant très similaires des équations de champ d'Einstein. En appliquant un principe variationnel à l'invariant  $H = K + L$ , où  $K$  est la courbure Riemannienne et  $L$ , un invariant non précisé initialement, Hilbert obtint les équations de champ<sup>14</sup>

$$\sqrt{g} \left( K_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \right) = - \frac{\partial \sqrt{g} L}{\partial g^{\mu\nu}} \quad (\text{A.1})$$

où  $K_{\mu\nu}$  est le tenseur contracté de Riemann-Christoffel. Ces équations doivent être comparées aux équations de champ finales d'Einstein

$$G_{\mu\nu} = -\chi \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right). \quad (\text{A.2})$$

Comme,  $G_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}$ , les deux équations sont les mêmes si

$$-\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} L}{\partial g^{\mu\nu}} + \frac{1}{2} K g_{\mu\nu}$$

peut être identifié avec  $-\chi T_{\mu\nu} + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T$ . En multipliant (A.1) et (A.2) par  $g^{\mu\nu}$  et en sommant sur  $\mu, \nu$  on obtient respectivement

$$(K - 2K) = -\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} L}{\partial g^{\mu\nu}} g^{\mu\nu} = -K,$$

$$G = -\chi (T - 2T) = \chi T.$$

De la relation  $G = K$ , il s'ensuit que l'identification est complète si  $\chi T$  est identique à

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} L}{\partial g^{\mu\nu}} g^{\mu\nu},$$

<sup>12</sup>Hilbert, "Die Grundlagen der Physik, I" (1915), p. 396.

<sup>13</sup>Ibid., p. 407.

<sup>14</sup>Ibid., p. 404.

et  $\chi T_{\mu\nu}$  à

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} L}{\partial g^{\mu\nu}},$$

la deuxième condition contenant la première. Ceci, toutefois, n'est pas le cas. Cherchant un invariant indépendant de  $g_{\mu\nu}$  pour  $L$ , Hilbert adopta, de façon plutôt arbitraire, les deux invariants les plus simples (parmi quatre) donnés par G. Mie.<sup>15</sup> Par ailleurs, tandis que les invariants de Mie furent des invariants par rapport aux transformations de Lorentz, Hilbert supposa qu'ils satisfaisaient à une invariance générale (par rapport au groupe de la théorie de la relativité générale). En tout état de cause, l'invariant  $L$  de Hilbert contient seulement les potentiels électromagnétiques tandis que le  $T_{\mu\nu}$  final d'Einstein représentait la matière macroscopiquement sans référence à une conception électromagnétique du monde. Ainsi, comme l'ont souligné correctement Earman et Glymour,<sup>16</sup> les équations de champ d'Hilbert ne sont pas les mêmes que les équations d'Einstein. D'un autre côté, on pourrait peut-être argumenter qu'étant donné que

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} L}{\partial g^{\mu\nu}}$$

est équivalent à un tenseur impulsion-énergie, la différence ci-dessus est seulement mineure et, qu'oubliant pour le moment ce point, les équations de champ d'Hilbert et d'Einstein sont fondamentalement identiques.

Adoptons pour le moment cette position et examinons si au moins Hilbert a découvert ses équations de champ indépendamment d'Einstein. Comme les équations de champ d'Hilbert furent déduites de l'invariant de courbure via un principe variationnel, le point crucial à examiner est de savoir comme Hilbert arriva à cet invariant. Nous argumenterons qu'Hilbert vint à cet invariant de courbure via Einstein. L'argumentation est la suivante. En 1913, Einstein et Grossmann avaient déjà envisagé d'utiliser le tenseur de Riemann-Christoffel mais, comme nous l'avons vu ci-dessus, avaient de sérieuses raisons contre cette utilisation. Durant la majeure partie de 1915, Einstein pensa qu'il avait une théorie satisfaisante et ne chercha pas une nouvelle. Cette théorie fut apparemment bien reçue à Göttingen lors d'une conférence qu'Einstein donna durant l'été. A cette date, Einstein n'avait pas besoin du tenseur de Riemann-Christoffel et n'avait peut-être pas encore entièrement surmonté toutes les objections contre son usage. Hilbert, à moins d'avoir été guidé par des conversations privées avec Einstein, avait encore moins de raisons pour envisager de l'utiliser puisqu'il avait devant lui une théorie apparemment satisfaisante qui n'en faisait pas usage. Comment Hilbert aurait-il pu deviner, a priori, avant novembre 1915, qu'il y avait quelque chose de physiquement significatif dans l'invariant de courbure? H. A. Lorentz, qui le 30 janvier 1915, présenta une dérivation des équations de champ d'Einstein de 1914 d'un principe variationnel n'a certainement pas eu

<sup>15</sup>Ibid., p. 407.

<sup>16</sup>Earman/Glymour, "Einstein and Hilbert," p. 303.

cette idée.<sup>17</sup> Même si Hilbert l'a eue, quel sens aurait-il pu donner aux équations de champ résultantes puisqu'elles auraient été différentes des équations d'Einstein-Grossmann.

Cette situation, toutefois, devait changer radicalement lorsqu'Einstein présenta le 4 novembre 1915 son article dans lequel il déduisit ses équations de champ du tenseur de Riemann-Christoffel. Sur une carte postale à Hilbert datée du 7 novembre, Einstein indiqua qu'il envoyait en même temps les épreuves de son article du 4 novembre à Hilbert et conclua avec les remarques : "Je suis curieux de voir si vous serez bien disposé vis à vis de cette solution."<sup>19</sup> Il est très probable, à moins d'avoir été guidé par d'autres échanges d'informations antérieurs avec Einstein, qu'Hilbert eut l'idée d'utiliser l'invariant de courbure à partir de cet article. Comme Hilbert était un expert en théorie des invariants et, par ailleurs, était familier de l'utilisation d'invariants par Mie en physique, ce fut évident pour lui de voir que l'essentiel de l'approche d'Einstein reposait sur l'usage de l'invariant de courbure qui est le seul invariant scalaire pouvant être déduit linéairement du tenseur de Riemann-Christoffel. Une fois que l'invariant par rapport à un certain groupe de transformations est connu, des équations de champ peuvent être déduites immédiatement d'un principe variationnel ce que fit précisément Hilbert.

D'autres correspondances étendues avec Einstein ont dû conforter Hilbert dans sa conviction qu'il était sur la bonne voie. Le 12 novembre, le jour suivant la présentation de son addendum, Einstein remercia Hilbert de son "aimable lettre" (qui probablement répondait à la lettre d'Einstein du 4 novembre) et lui indiqua qu'il avait obtenu des équations de champ généralement covariantes.<sup>20</sup> Le 14 novembre, les investigations d'Hilbert avaient progressé à un point tel qu'il invita Einstein à assister à une conférence le 23 novembre. Trop fatigué par ses propres efforts pour y assister et également, pour cause de maladie, Einstein déclina la proposition le 15 novembre et demanda à Hilbert de lui envoyer les épreuves de la conférence.<sup>21</sup> Le 18 novembre, Einstein écrivit à Hilbert, que d'après son point de vue les équations d'Hilbert correspondaient à ses propres équations du 11 novembre et indiqua également qu'il avait déduit la valeur correcte de la précession séculaire du périhélie de Mercure, un résultat pour lequel Hilbert congratula Einstein le jour suivant.<sup>22</sup>

Cet échange d'information amical entre Hilbert et Einstein se termina probablement de façon abrupte lorsqu'Einstein apprit qu'Hilbert avait donné la conférence annoncée présentant les équations de champ gravitationnel sans mentionner la contribution d'Einstein. Einstein fut probablement très en colère et en

<sup>17</sup>H. A. Lorentz, "On Hamilton's principle in Einstein's theory of gravitation," original dans *Versl. Kon. Wetensch. Amsterdam*, **23** (1915), 1073 ; trad. en anglais : *Proc. Roy. Acad. Amsterdam, Section of Sciences*, **19**, part 1 (1915), 751-65, dans H. A. Lorentz, *Collected Papers* (1937), **5**, 229-45.

<sup>19</sup>Einstein Papers, Princeton University, microfilm reel I. B. 1, no. 13 ; cité et traduit en anglais par Earman/Glymour, "Einstein and Hilbert," p. 297.

<sup>20</sup>Einstein Papers, Princeton University Press, microfilm reel I.B. 1, no. 13 ; mentionné par Earman/Glymour, "Einstein and Hilbert," pp. 299, 301.

<sup>21</sup>Ibid., p. 301.

<sup>22</sup>Ibid., pp. 301-302.

tout cas profondément offensé à cause de la confiance qu'il avait accordée à Hilbert. Le ressentiment d'Einstein transparaît à travers une lettre datée du 20 décembre 1915 qu'il écrivit à Hilbert :

A cette occasion je veux pendre l'opportunité de vous dire encore quelque chose, qui m'est très important. Il y a eu entre nous un certain froid, dont je ne veux pas analyser la cause ici. J'ai lutté contre le sentiment d'amertume associé à cela et avec un complet succès. Je pense à vous de nouveau avec une amitié sans ombre et vous demande d'essayer de faire la même chose pour moi. C'est vraiment dommage quand deux personnes, qui ont réussi à s'élever au-dessus de ce triste monde, n'arrivent pas mutuellement à se procurer de la joie.<sup>23</sup>

Ne pas avoir mentionné Einstein dans sa conférence fut une sérieuse erreur de la part d'Hilbert, car ce dernier, sans aucun doute, eut l'idée d'utiliser l'invariant de courbure via Einstein et très probablement par les épreuves du premier article d'Einstein de novembre qu'Einstein avait généreusement envoyé à Hilbert. Comme Einstein envoya les épreuves le 7 novembre et que l'article fut publié le 11 novembre, Hilbert a dû gagner au moins quatre jours. Sans ces jours supplémentaires, il est probable qu'Hilbert n'aurait pas été en mesure de présenter ses équations de champ avant Einstein. Il n'est pas clair pourquoi Hilbert fit une telle erreur. E. Guth mentionne la "légendaire"<sup>24</sup> distraction d'Hilbert à ce propos.

En tout cas, Hilbert essaya de rectifier l'erreur du mieux qu'il put. Dans la version imprimée de sa conférence, il mentionne tous les articles d'Einstein de novembre sur la gravitation incluant celui présentant les équations de champ finales. Par ailleurs, il donna crédit à Einstein pour l'idée de la covariance générale qui trouva son expression dans le second axiome d'Hilbert et remarqua, à propos des équations de champ gravitationnelles obtenues dans l'article, qu'elles semblaient en accord avec "l'audacieuse théorie de la relativité générale développée par Einstein dans ses derniers articles."<sup>25</sup> Hilbert ne réclama jamais aucune priorité au sujet des équations de champ et admit librement et fréquemment au cours de ses conférences que "la grande idée physique fut celle d'Einstein."<sup>26</sup> D'après Philipp Frank, Hilbert déclara une fois :

<sup>23</sup>"Bei dieser Gelegenheit drängt es mich dazu, Ihnen noch etwas zu sagen, was mir wichtiger ist.

Es ist zwischen uns eine gewisse Verstimmung gewesen, deren Ursache ich nicht analysieren will. Gegen das damit verbundene Gefühl der Bitterkeit habe ich gekämpft, und zwar mit vollständigem Erfolge. Ich gedenke Ihrer wieder in ungetrübter Freundlichkeit, und bitte Sie, dasselbe bis [sic] mir zu versuchen. Es ist objectiv [?] schade, wenn sich zwei wirkliche Kerle, die sich aus dieser schäbigen Welt etwas herausgearbeitet haben, nicht gegenseitig zur Freude erreichen," Einstein Papers, Princeton University, microfilm reel I.B. 1, no. 13; original et traduction en anglais dans Earman/Glymour, "Einstein and Hilbert," p. 306.

<sup>24</sup>Guth, "Contribution to the History," p. 184.

<sup>25</sup>Hilbert, "Die Grundlagen der Physik, I," p. 405.

<sup>26</sup>Born, "Hilbert," pp. 594-95; voir également Constance Reid, *Hilbert* (Berlin, New York : Springer-Verlag, 1970), pp. 141-42.

Chaque garçon dans les rues de notre Göttingen mathématique comprend plus sur la géométrie quadridimensionnelle qu'Einstein. Pourtant, en dépit de cela, Einstein fit le travail et non les mathématiciens.<sup>27</sup>

D'après Max Born, ce qu'Hilbert considéra comme sa contribution fut d'avoir montré que parmi les  $n$  équations différentielles (impliquant les coordonnées de l'espace-temps), obtenues à l'aide d'un principe variationnel, il y en avait toujours 4 qui étaient une conséquence des  $n - 4$ .<sup>29</sup> Ce fut probablement la version imprimée de la conférence d'Hilbert et (ou) peut-être d'autres signes de bonne volonté qui incitèrent Einstein en décembre à accepter d'oublier l'incident de la conférence. La conclusion de tout ceci est que les équations de champ gravitationnelles doivent (et en général le sont) appelées les équations d'Einstein. A Hilbert revient le crédit d'avoir présenté une autre formulation mathématique des intuitions physiques d'Einstein.

Finalement nous allons brièvement analyser la suggestion d'Earman et Glymour qu'Einstein aurait pu avoir reçu quelque aide d'Hilbert : (a) dans son rejet de la théorie Einstein-Grossmann et (b) dans la formulation de ses équations de champ finales. Dans la conclusion de leur article "Einstein et Hilbert ...," les auteurs résument leurs suggestions comme suit :

L'évidence de la correspondance soulève la possibilité qu'HILBERT fut en partie responsable d'avoir augmenté la dissatisfaction d'EINSTEIN à propos de la théorie d'EINSTEIN-GROSSMANN, et suggère, mais ne prouve pas, que les résultats d'HILBERT déterminèrent la transition d'EINSTEIN de (14)  $[G_{im} = \chi T_{im}]$  à (18)  $[G_{im} = \chi (T_{im} - \frac{1}{2}g_{im}T)]$ .<sup>30</sup>

L'"évidence" donnée pour (a) est la carte postale datée du 7 novembre 1917 qu'Einstein avait envoyée à Hilbert. D'après Earman et Glymour cette carte postale "soulève l'intrigante possibilité qu'HILBERT fut le semeur de doute de la semence [du doute contre la théorie Einstein-Grossmann]."<sup>31</sup> Sur la carte postale, Einstein indiqua que Sommerfeld lui avait écrit dans une lettre qu'Hilbert avait soulevé quelques objections contre l'article de synthèse de 1914.<sup>32</sup> En dépit du fait que les objections en question ne sont pas connues, il n'y pas de raison de croire que les objections d'Hilbert furent "la semence du doute." Plutôt, comme nous l'avons vu ci-dessus, il apparaît de la lettre d'Einstein à Sommerfeld datée du 28 novembre 1915 (ainsi que de la lettre à Lorentz datée du 1 janvier 1916) que la découverte du caractère défectueux de la dérivation pourrait en fait être venue après qu'Einstein eut découvert que la théorie ne satisfaisait pas à la relativité rotationnelle et ne donnait pas la précession correcte du périhélie de Mercure. A ce stade, la théorie était probablement déjà morte

<sup>27</sup> Philipp Frank, *Einstein, His Life and Times* (New York : Alfred A. Knopf, 1953), p. 206.

<sup>29</sup> Born, "Hilbert," pp. 595-96 ; voir également Hilbert, "Die Grundlagen der Physik, I," p. 397.

<sup>30</sup> Earman/Glymour, "Einstein and Hilbert," p. 307.

<sup>31</sup> Ibid., p. 296.

<sup>32</sup> Einstein, "Formale Grundlage" (1914).

dans l'esprit d'Einstein. De toute façon, comme déjà mentionné, le caractère éroné d'une dérivation, faite a posteriori, n'implique pas l'invalidité des équations de champ. Il est probable que les arguments d'Hilbert simplement confirmèrent ce qu'Einstein avait déjà suspecté, à savoir que la dérivation ne pouvait pas être bonne étant donné les deux autres échecs. Concernant la suggestion (b), les auteurs s'appuient sur l'hypothèse qu'Hilbert communiqua les équations de champ de la version imprimée à Einstein avant le 25 novembre 1915 mais ne précisent pas comment Einstein aurait pu avoir été influencé. Nous avons vu qu'Einstein croyait que les équations communiquées par Hilbert étaient équivalentes aux siennes. Einstein n'analysa peut-être même pas la théorie d'Hilbert avec attention car il n'aimait pas l'approche globale d'Hilbert. Sur une carte postale à Paul Ehrenfest datée du 24 mai 1916, Einstein écrivit : "Je n'aime pas la formulation d'Hilbert. Elle est inutilement trop spécialisée en ce qui concerne la matière, inutilement trop compliquée, pas honnête (=Gaussien) dans son développement (tentative de jouer au surhomme en cachant les méthodes)." <sup>33</sup> De toute façon, il n'y a pas d'évidence que l'approche d'Hilbert influença Einstein. Par ailleurs, nous avons vu que la transition d'Einstein des équations de champ  $G_{\mu\nu} = -\chi T_{\mu\nu}$  aux équations finales  $G_{\mu\nu} = -\chi (T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T)$  fut complètement naturelle. Ainsi, la suggestion ci-dessus peut être rejetée de façon raisonnable comme étant insuffisamment fondée. Hilbert, à part son faux pas initial, ne peut être blâmé des réclamations de priorité ultérieures en sa faveur. Tant que la correspondance Einstein-Hilbert fut inaccessible, ces assertions pouvaient avoir quelque plausibilité ce qui, à notre avis, n'est plus possible. <sup>34</sup>

---

<sup>33</sup>"Hilberts Darstellung gefällt mir nicht. Sie ist unnötig speziell, was die Materie anbelangt, unnötig kompliziert, nicht ehrlich (=gaussisch) im Aufbau (Vorspiegelung des Übermenschen durch Verschleierung der Methoden)," Einstein à Ehrenfest, 24 mai 1916, dans Carl Seelig, *Albert Einstein* (1960), p. 276.

<sup>34</sup>Un article récent a mis à jour le manuscrit original de la conférence d'Hilbert : Leo Corry et al., "Belated Decision in the Hilbert-Einstein Priority Dispute", *Science*, **278**, 1270-1273 (1997). L'article montre que les équations d'Hilbert de sa conférence ne sont pas covariantes et ne sont pas celles d'Einstein, mettant un terme définitif à ce débat en faveur d'Einstein.

## Annexe B

### Personnages principaux

Abraham, Max (1875 – 1922)  
Berkeley, George Bishop (1685 – 1753)  
Born, Max (1882 – 1970)  
Christoffel, Elwin Bruno (1829 – 1900)  
Einstein, Albert (1878 – 1955)  
Eötvös, Roland Baron von (1848 – 1919)  
Freundlich, Erwin (1885 – 1964)  
Friedman, Aleksandr (1888 – 1925)  
Grossmann, Marcel (1878 – 1936)  
Herglotz, Gustav (1881 – 1953)  
Hilbert, David (1862 – 1943)  
Hume, David (1711 – 1776)  
Klein, Felix (1849 – 1925)  
Kottler, Friedrich (1886 – 1965)  
Laue, Max von (1879 – 1960)  
Levi-Civita, Tulio (1873 – 1941)  
Lipschitz, Rudolf (1832 – 1903)  
Lorentz, Hendrik Antoon (1853 – 1928)  
Mach, Ernst (1838 – 1916)  
Mie, Gustav (1868 – 1957)  
Minkowski, Hermann (1864 – 1909)  
Nordström, Gunnar (1881 – 1923)  
Petzoldt, Joseph (1862 – 1929)  
Planck, Max (1858 – 1947)  
Poincaré, Henri (1854 – 1912)  
Ricci-Curbastro, Gregorio (1853 – 1925)  
Riemann, Bernhard (1826 – 1866)  
Schwarzschild, Karl (1873 – 1916)  
Seeliger, Hugo von (1849 – 1924)  
Sitter, Willem de (1872 – 1934)  
Sommerfeld, Arnold (1868 – 1951)

Varičák, Vladimír (1865 – 1942)

Voigt, Woldemar (1850 – 1919)

# Bibliographie

## B.1 SOURCES PRIMAIRES

- [1] M. ABRAHAM, 1901, Geometrische Grundbegriffe. *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, **4**, partie 3, pp. 3-47 (article complété en 1901).
- [2] M. ABRAHAM, 1909, Zur elektromagnetischen Mechanik. *Physikalische Zeitschrift* **10**, 737-741.
- [3] M. ABRAHAM, 1909, Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, **28**, 1-28.
- [4] M. ABRAHAM, 1910, Die Bewegungsgleichungen eines Massenteilchens in der Relativtheorie. *Physikalische Zeitschrift* **11**, 527-530.
- [5] M. ABRAHAM, 1910, Sull'Elettrodinamica Di Minkowski. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, **30**, 33-46.
- [6] M. ABRAHAM, 1912, Relativität und Gravitation. Erwiderung auf eine Bemerkung des Hrn. A. Einstein. *Annalen der Physik*, **38**, 1056-1058.
- [7] M. ABRAHAM, 1912, Nochmals Relativität und Gravitation. Bemerkungen zu A. Einsteins Erwiderung. *Annalen der Physik*, **39**, 444-448.
- [8] M. ABRAHAM, 1912, Una nuova teoria della gravitazione. *Nuovo Cimento*, ser. 6, **4** (1912), 459. En allemand : Eine neue Gravitationstheorie, *Archiv der Mathematik und Physik, Leipzig*, ser. 3, **20** (1912), 193-209.
- [9] M. ABRAHAM, 1912, Zur Theorie der Gravitation. *Physikalische Zeitschrift*, **13**, 1-4.
- [10] M. ABRAHAM, 1912, Das Elementargesetz der Gravitation. *Physikalische Zeitschrift*, **13**, 4-5.
- [11] M. ABRAHAM, 1912, Der freie Fall. *Physikalische Zeitschrift*, **13**, 310-311.
- [12] M. ABRAHAM, 1912, Die Erhaltung der Energie und der Materie im Schwerkräftfeld. *Physikalische Zeitschrift*, **13**, 311-314.
- [13] M. ABRAHAM, 1912, Das Gravitationsfeld. *Physikalische Zeitschrift*, **13**, 793-797.
- [14] M. ABRAHAM, 1914, Zur Frage der Symmetrie des elektromagnetischen Spannungstensor. *Annalen der Physik*, **44**, 537-544.

- [15] M. ABRAHAM, 1914, Neuere Gravitationstheorien. *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, **11**, 470-520.
- [16] M. ABRAHAM, 1914, Die Neue Mechanik. *Scientia*, Bologna, **15**, 8-27.
- [17] M. ABRAHAM, 1914, Sur le problème de la Relativité. *Scientia*, Bologna, **16**, 101-103.
- [18] M. BEHACKER, 1913, Der freie Fall und die Planetenbewegung in Nordströms Gravitationstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, **14**, 989-992.
- [19] G. BERKELEY, 1975, *Philosophical Works : Including the works on vision*. Intro. and notes by M. R. Ayers. London : Dent, 1975 ; Totowa, NJ : Rowan and Littlefield, 1975.
- [20] F. W. BESSEL, 1832, Versuche über die Kraft, mit welcher die Erde Körper von verschiedener Beschaffenheit anzieht. *Annalen der Physik und Chemie*, **25**, 401-417.
- [21] M. BORN, 1909, Die träge Masse und das Relativitätsprinzip. *Annalen der Physik*, **28**, 571-584.
- [22] M. BORN, 1909, Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips. *Annalen der Physik*, **30**, 1-56.
- [23] M. BORN, 1909, Über die Dynamik des Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips. *Physikalische Zeitschrift*, **10**, 814-817.
- [24] M. BORN, 1914, Der Impuls-Energie-Satz in der Elektrodynamik von Gustav Mie. *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, math.-physikalische Klasse*, pp. 23-36.
- [25] M. BORN, 1916, Einsteins Theorie der Gravitation und der allgemeinen Relativität. *Physikalische Zeitschrift*, **17**, 51-59.
- [26] M. BORN, 1922, Hilbert und die Physik. *Die Naturwissenschaften*, **10** (1922), 88-93. Dans Born (1963), *Abhandlungen*, **2**, 584-598.
- [27] M. BORN ET MAX VON LAUE, 1923, Max Abraham. *Physikalische Zeitschrift*, **24**, 49-53.
- [28] M. BORN, 1959, Erinnerungen an Hermann Minkowski zur 50. Wiederkehr seines Todestages. *Die Naturwissenschaften*, **46** (1959), 501-505. Dans Born (1963), *Abhandlungen*, **2**, 678-690.
- [29] M. BORN, 1963, *Ausgewählte Abhandlungen*. 2 vols. Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht.
- [30] M. BRILLOUIN, 1913, Propos sceptiques au sujet du principe de relativité. *Scientia*, Bologna, **13**, 10-26.
- [31] J. CARLEBACH, 1912, *Die Geschichte des Trägheitssatzes im Lichte des Relativitätsprinzips*. Berlin : Weidmannsche Buchhandlung, 24 pp.
- [32] E. B. CHRISTOFFEL, 1869, Ueber die Transformation der homogenen Differentialausdrücke zweiten Grades. *Journal für reine und angewandte Mathematik* (Crelle's Journal), **70** (1869), 46-70. Dans E. B. Christoffel, *Gesammelte Mathematische Abhandlungen*, ed. L. Maurer, **1**, 352-77. Leipzig, Berlin : Teubner, 1910.

- [33] P. DRUDE, 1897, Ueber Fernwirkungen. *Annalen der Physik*, **62**, pp. I-XLIX et p. 693 (Nachtrag).
- [34] A. EINSTEIN, 1902, Kinetische Theorie des Wärmeleichgewichtes und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik. *Annalen der Physik*, **9**, 417–433.
- [35] A. EINSTEIN, 1903, Eine Theorie der Grundlagen der Thermodynamik. *Annalen der Physik*, **11**, 170–187.
- [36] A. EINSTEIN, 1904, Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme. *Annalen der Physik*, **14**, 354–362.
- [37] A. EINSTEIN, 1905, Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. *Annalen der Physik*, **17**, 132–148.
- [38] A. EINSTEIN, 1905, Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, **17**, 891–921.
- [39] A. EINSTEIN, 1905, Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig? *Annalen der Physik*, **18**, 639–641.
- [40] A. EINSTEIN, 1906, Das Prinzip von der Erhaltung der Schwerpunktsbewegung und die Trägheit der Energie. *Annalen der Physik*, **20**, 627–633.
- [41] A. EINSTEIN, 1907, Über die Möglichkeit einer neuen Prüfung des Relativitätsprinzips. *Annalen der Physik*, **23**, 197–198.
- [42] A. EINSTEIN, 1907, Über die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie. *Annalen der Physik*, **23**, 371–384.
- [43] A. EINSTEIN, 1907, Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen. *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, **4**, 411–462, **5**, 98–99 (Berichtigungen).
- [44] A. EINSTEIN ET J. LAUB, 1908, Über die elektromagnetischen Grundgleichungen für bewegte Körper. *Annalen der Physik*, **26**, 532–540; **27**, 232 (Berichtigung).
- [45] A. EINSTEIN ET J. LAUB, 1908, Über die im elektromagnetischen Felde auf ruhende Körper ausgeübten ponderomotorischen Kräfte. *Annalen der Physik*, **26**, 541–550.
- [46] A. EINSTEIN ET J. LAUB, 1909, Bemerkungen zu unserer Arbeit : "Über die elektromagnetischen Grundgleichungen für bewegte Körper". *Annalen der Physik*, **28**, 445–447.
- [47] A. EINSTEIN, 1909, Bemerkung zu der Arbeit von D. Mirimanoff : "Über die Grundgleichungen ..." *Annalen der Physik*, **28**, 885–888.
- [48] A. EINSTEIN, 1909, Über die Entwicklung unserer Anschauungen über des Wesen und die Konstitution der Strahlung. *Physikalische Zeitschrift*, **10**, 817–825.
- [49] A. EINSTEIN, 1910, Le principe de relativité et ses conséquences dans la physique moderne. *Archives des sciences physiques et naturelles*, ser. 4, **29**, 5–28 et 125–144. Traducteur E. Guillaume.

- [50] A. EINSTEIN, 1911, Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes. *Annalen der Physik*, **35**, 898–908.
- [51] A. EINSTEIN, 1911, Relativitätstheorie. *Naturforschende Gesellschaft, Zürich, Vierteljahrsschrift*, **56**, 1-14.
- [52] A. EINSTEIN, 1911, Zum Ehrenfest'schen Paradoxon. *Physikalische Zeitschrift*, **12**, 509-510.
- [53] A. EINSTEIN, 1912, Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes. *Annalen der Physik*, **38**, 355-369.
- [54] A. EINSTEIN, 1912, Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes. *Annalen der Physik*, **38**, 443-458.
- [55] A. EINSTEIN, 1912, Relativität und Gravitation. Erwiderung auf eine Bemerkung von M. Abraham. *Annalen der Physik*, **38**, 1059-1064.
- [56] A. EINSTEIN, 1912, Bemerkung zu Abrahams vorangehender Auseinandersetzung "Nochmals Relativität und Gravitation." *Annalen der Physik*, **39**, 704.
- [57] A. EINSTEIN, 1912, Cosignataire d'un manifeste positiviste. Dans Notes and News. *Journal of Philosophy, Psychology, and Scientific Methods*, **9** (18 juillet 1912), 419-420.
- [58] A. EINSTEIN, 1912, Gibt es eine Gravitationswirkung die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist? *Vierteljahrsschrift für gerichtliche Medizin und öffentliches Sanitätswesen*, ser. 3, **44**, 37-40.
- [59] A. EINSTEIN, 1913, Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation. I. Physikalischer Teil von A. Einstein. II. Mathematischer Teil von M. Grossmann. Leipzig : Teubner, 1913; und *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, **62**, 225-261.
- [60] A. EINSTEIN, 1913, Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie. *Naturforschende Gesellschaft, Zürich, Vierteljahrsschrift*, **58**, 284-290.
- [61] A. EINSTEIN, 1913, Max Planck als Forscher. *Die Naturwissenschaften*, **1**, 1077-1079.
- [62] A. EINSTEIN, 1913, Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems. *Physikalische Zeitschrift*, **14**, 1249-1266.
- [63] A. EINSTEIN ET A. D. FOKKER, 1914, Die Nordströmsche Gravitationstheorie vom Standpunkt des absoluten Differentialkalküls. *Annalen der Physik*, **44**, 321-328.
- [64] A. EINSTEIN, 1914, Zur Theorie der Gravitation. *Naturforschende Gesellschaft, Zürich, Vierteljahrsschrift*, **59**, 4-6.
- [65] A. EINSTEIN, 1914, [Analyse de] H. A. Lorentz : Das Relativitätsprinzip. *Die Naturwissenschaften*, **2**, 1018.
- [66] A. EINSTEIN, 1914, Nachträgliche Antwort auf eine Frage von Reissner. *Physikalische Zeitschrift*, **15**, 108-110.
- [67] A. EINSTEIN, 1914, Prinzipielles zur verallgemeinerten Relativitätstheorie und Gravitationstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, **15**, 176-180

- [68] A. EINSTEIN, 1914, Antrittsrede. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 2, pp. 739-742.
- [69] A. EINSTEIN, 1914, Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 2, pp. 965, 1030-1085.
- [70] A. EINSTEIN, 1914, Zum Relativitätsproblem. *Scientia, Bologna*, **15**, 337-348.
- [71] A. EINSTEIN, 1914, Vom Relativitätsprinzip. *Vossische Zeitung*, 26 avril 1914, pp. 33-34.
- [72] A. EINSTEIN ET M. GROSSMANN 1914, Kovarianzeigenschaften der Feldgleichungen der auf die verallgemeinerte Relativitätstheorie gegründeten Gravitationstheorie. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, **63**, 215-225.
- [73] A. EINSTEIN, 1915, Die Relativitätstheorie. Dans *Die Physik*, ed. E. Lecher, pp. 703-713. Leipzig : Teubner, 1915.
- [74] A. EINSTEIN, 1915, Über den Grundgedanken der allgemeinen Relativitätstheorie und Anwendung dieser Theorie in der Astronomie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, p. 315. Ceci est seulement un résumé.
- [75] A. EINSTEIN, 1915, Zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 2, pp. 777, 778-786; pp. 789, 799-801 (Nachtrag).
- [76] A. EINSTEIN, 1915, Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 2, pp. 803, 831-839.
- [77] A. EINSTEIN, 1915, Die Feldgleichungen der Gravitation. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 2, pp. 843, 844-847.
- [78] A. EINSTEIN, 1916, Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. Leipzig : Barth, 1916; et *Annalen der Physik*, **49**, 769-822.
- [79] A. EINSTEIN, 1916, Über Friedrich Kottlers Abhandlung : "Über Einsteins Äquivalenzhypothese und die Gravitation." *Annalen der Physik*, **51**, 639-642.
- [80] A. EINSTEIN, 1916, Ernst Mach. *Physikalische Zeitschrift*, **17**, 101-104.
- [81] A. EINSTEIN, 1916, Eine neue formale Deutung der Maxwell'schen Feldgleichungen der Elektrodynamik. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 165, 184-188.
- [82] A. EINSTEIN, 1916, Über einige anschauliche Überlegungen aus dem Gebiete der Relativitätstheorie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, p. 423. Ceci est seulement un résumé.
- [83] A. EINSTEIN, 1916, Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 671, 688-696.

- [84] A. EINSTEIN, 1916, Gedächtnisrede auf Karl Schwarzschild. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, 768-770.
- [85] A. EINSTEIN, 1916, Hamiltonsches Prinzip und allgemeine Relativitätstheorie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 2, pp. 1097, 1111-1116.
- [86] A. EINSTEIN, 1917, *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, gemeinverständlich*. Braunschweig : Vieweg, 1917. *Relativity, the Special and the General Theory*, trans. from the 5th German edition by R. W. Lawson, New York : Crown, 1961.
- [87] A. EINSTEIN, 1917, Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 141, 141-152.
- [88] A. EINSTEIN, 1917, Eine Ableitung des Theorems von Jacobi. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 2, pp. 606-608.
- [89] A. EINSTEIN, 1918, Principles of Research (Motiv des Forschens). Dans *Ideas and Opinions*, (1976), pp. 219-222.
- [90] A. EINSTEIN, 1918, Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, **55**, 241-244.
- [91] A. EINSTEIN, 1918, Bemerkung zu Gehrckes Notiz "Über den Äther.". *Deutsche Physikalische Gesellschaft, Verhandlungen*, **20**, 261.
- [92] A. EINSTEIN, 1918, [Analyse de] H. Weyl : Raum, Zeit, Materie. *Die Naturwissenschaften*, **6**, 373.
- [93] A. EINSTEIN, 1918, Dialog über Einwände gegen die Relativitätstheorie. *Die Naturwissenschaften*, **6**, 697-702.
- [94] A. EINSTEIN, 1918, Notiz zu Schrödingers Arbeit "Die Energiekomponenten des Gravitationsfeldes." *Physikalische Zeitschrift*, **19**, 115-116.
- [95] A. EINSTEIN, 1918, Bemerkung zu Herrn Schrödingers Notiz "Über ein Lösungssystem der allgemein kovarianten Gravitationsgleichungen." *Physikalische Zeitschrift*, **19**, 165-166.
- [96] A. EINSTEIN, 1918, Über Gravitationswellen. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 154-167.
- [97] A. EINSTEIN, 1918, Kritisches zu einer von Hr. De Sitter gegebenen Lösung der Gravitationsgleichungen. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 270-272.
- [98] A. EINSTEIN, 1918, Der Energiesatz in der allgemeinen Relativitätstheorie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 448-459.
- [99] A. EINSTEIN, 1919, What Is the Theory of Relativity? Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 222-227.
- [100] A. EINSTEIN, 1919, Prüfung der allgemeinen Relativitätstheorie. *Die Naturwissenschaften*, **7**, 776.

- [101] A. EINSTEIN, 1919, Spielen Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle? *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 349-356.
- [102] A. EINSTEIN, 1919, Bemerkung über periodische Schwankungen der Mondlänge, welche bisher nach der Newtonschen Mechanik nicht erklärbar schienen. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 433-436.
- [103] A. EINSTEIN, 1919, Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie vom Standpunkte des kosmologischen Problems und des Problems der Konstitution der Materie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 463.
- [104] A. EINSTEIN, 1920, Inwiefern lässt sich die moderne Gravitationstheorie ohne die Relativität begründen? *Die Naturwissenschaften*, **8**, 1010-1011.
- [105] A. EINSTEIN, 1921, Geometry and Experience. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 227-240.
- [106] A. EINSTEIN, 1921, On the Theory of Relativity. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 240-243.
- [107] A. EINSTEIN, 1922, La théorie de la relativité. *Bulletin de la Société française de Philosophie*, **22**, 91-113, sur pp. 97, 98, 101, 107, et 111-112. En partie, également dans Einstein and the Philosophies of Kant and Mach. *Nature*, **112** (1923), 253.
- [108] A. EINSTEIN, 1922, Bemerkung zu der Arbeit von A. Friedmann : Über die Krümmung des Raumes. *Zeitschrift für Physik*, **11**, 326.
- [109] A. EINSTEIN, 1923, Fundamental Ideas and Problems of the Theory of Relativity. Lecture delivered to the Nordic Assembly of Naturalists at Gothenburg, 11 July 1923. Dans *Nobel Lectures, Physics, 1901-1921*, published for the Nobel Foundation, pp. 482-490. Amsterdam : Elsevier, 1967.
- [110] A. EINSTEIN, 1925, Die Relativitätstheorie. Dans *Die Physik*, ed. E. Lecher, 2<sup>ième</sup> édition révisée, pp. 783-797. Leipzig : Teubner, 1925.
- [111] A. EINSTEIN, 1927, The Mechanics of Newton and Their Influence on the Development of Theoretical Physics. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 247-255.
- [112] A. EINSTEIN, 1929, On Scientific Truth. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 255-256.
- [113] A. EINSTEIN, 1929, Space-Time. *Encyclopaedia Britannica*, 14th ed. **21** (1929), 105-108.
- [114] A. EINSTEIN, 1930, Religion and Science. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 46-49.
- [115] A. EINSTEIN, 1931, Zum kosmologischen Problem der allgemeinen Relativitätstheorie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, pp. 235-237.

- [116] A. EINSTEIN, 1934, The Religious Spirit of Science. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 49-50.
- [117] A. EINSTEIN, 1934, The Problem of Space, Ether, and the Field in Physics. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 270-278.
- [118] A. EINSTEIN, 1934, Notes on the Origin of the General Theory of Relativity. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 279-283.
- [119] A. EINSTEIN, 1936, Physics and Reality. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 283-315.
- [120] A. EINSTEIN, 1939-1940, Science and Religion. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 50-58.
- [121] A. EINSTEIN, 1940, The Fundamentals of Theoretical Physics. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 315-326.
- [122] A. EINSTEIN, 1944, Remarks on Bertrand Russell's Theory of Knowledge. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 29-35.
- [123] A. EINSTEIN, 1946, Autobiographical Notes. Dans *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, ed. Paul A. Schilpp, 3rd ed., 1, 2-95. La Salle, IL : Open Court, 1969.
- [124] A. EINSTEIN, 1948, Religion and Science : Irreconcilable? Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 58-61.
- [125] A. EINSTEIN, 1949, Reply to Criticism. Dans *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, ed. Paul A. Schilpp, 3rd ed., 2, 665-688. La Salle, IL : Open Court, 1970.
- [126] A. EINSTEIN, 1950, On the Generalized Theory of Gravitation. Dans *Ideas and Opinions* (1976), pp. 332-346.
- [127] A. EINSTEIN, 1956, Autobiographische Skizze. Dans *Helle Zeit-Dunkle Zeit*, ed. Carl Seelig, pp. 9-17. Zürich : Europa-Verlag, 1956.
- [128] A. EINSTEIN, 1956, *Lettres à Maurice Solovine*. Paris : Gauthier-Villars.
- [129] A. EINSTEIN, 1956, *The Meaning of Relativity*. 5th ed. Rpt. Princeton, NJ : Princeton University Press, 1974.
- [130] A. EINSTEIN, 1960, *Edition of Einstein's Scientific Papers, Microfilm edition*. New York : Readex Microprint.
- [131] A. EINSTEIN ET A. SOMMERFELD, 1968, *Briefwechsel : Sechzig Briefe aus dem goldenen Zeitalter der modernen Physik*. Ed. et commentaires par Armin Hermann. Basel : Schwabe.
- [132] A. EINSTEIN ET M. BESSO, 1972, *Correspondance 1903-1955*. Trad., notes et introduction par Pierre Speziali. Paris : Hermann.
- [133] A. EINSTEIN, 1976, *Ideas and Opinions*. Based on *Mein Weltbild*, ed. by Carl Seelig, and other sources. New translations and revisions by S. Bargmann. Rpt. New York : Dell, 1976.
- [134] A. EINSTEIN, 1977, *Mein Weltbild*, Ed. revue et augmentée, ed. Carl Seelig. Frankfurt/M; Berlin; Wien : Ullstein, 1977.

- [135] A. EINSTEIN, 1987, *The Collected Papers of Albert Einstein. Volume 1, The Early Years, 1879-1902*, ed. J. Stachel et al. . Princeton : Princeton University Press, 1987.
- [136] A. EINSTEIN, 1989, *The Collected Papers of Albert Einstein. Volume 2, The Swiss Years : Writings, 1900-1909*, ed. J. Stachel et al. . Princeton : Princeton University Press, 1989.
- [137] A. EINSTEIN, 1989-1993, *Oeuvres*, ed. F. Balibar, 6 volumes. Paris : Editions du Seuil.
- [138] A. EINSTEIN, 1992, *The Collected Papers of Albert Einstein. Volume 3, The Swiss Years : Writings, 1909-1911*, ed. M. J. Klein et al. . Princeton : Princeton University Press, 1992.
- [139] A. EINSTEIN, 1993, *The Collected Papers of Albert Einstein. Volume 5, The Swiss Years, Correspondence, 1902-1914*, ed. M. J. Klein et al. . Princeton : Princeton University Press, 1993.
- [140] A. EINSTEIN, 1995, *The Collected Papers of Albert Einstein. Volume 4, The Swiss Years : Writings, 1912-1914*, ed. M. J. Klein et al. . Princeton : Princeton University Press, 1995.
- [141] A. EINSTEIN, 1996, *The Collected Papers of Albert Einstein. Volume 6, The Berlin Years : Writings, 1914-1917*, ed. M. J. Klein et al. . Princeton : Princeton University Press, 1996.
- [142] A. EINSTEIN, 1996, *The Einstein-Besso working manuscript : A crucial stage in the development of the general theory of relativity*. New York : Christie's.
- [143] A. EINSTEIN, 1998, *The Collected Papers of Albert Einstein. Two Volumes 8A-B, The Berlin Years, Correspondence, 1914-1917*, ed. M. J. Klein et al. . Princeton : Princeton University Press, 1998.
- [144] R. VON EÖTVÖS, 1890, Über die Anziehung der Erde auf verschiedene Substanzen. *Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn*, **8**, 65-68 ; voir également pp. 448-449, 450.
- [145] R. VON EÖTVÖS, 1896, Untersuchungen über Gravitation und Erdmagnetismus. *Annalen der Physik und Chemie*, **59**, 354-400.
- [146] R. VON EÖTVÖS, D. PEKAR ET E. FEKETE, 1922, Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität. *Annalen der Physik*, **68**, 11-66.
- [147] A. D. FOKKER, 1915, A summary of Einstein and Grossmann's theory of gravitation. *Philosophical Magazine*, **29**, 77-96.
- [148] P. FRANK, 1917, Die Bedeutung der physikalischen Erkenntnistheorie Machs für des Geistesleben der Gegenwart. *Die Naturwissenschaften*, **5**, 65-72.
- [149] E. FREUNDLICH, 1913, Über einen Versuch, die von A. Einstein vermutete Ablenkung des Lichtes in Gravitationsfeldern zu prüfen. *Astronomische Nachrichten*, **193**, no. 4628, cols. 369-372.

- [150] E. FREUNDLICH, 1913, Zur Frage der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. *Physikalische Zeitschrift*, **14**, 835-838.
- [151] E. FREUNDLICH, 1914, Über die Verschiebung der Sonnenlinien nach dem roten Ende des Spektrums auf Grund der Äquivalenzhypothese von Einstein. *Astronomische Nachrichten*, **198**, no. 4742, cols. 265-270.
- [152] E. FREUNDLICH, 1914, Über die Verschiebung der Sonnenlinien nach dem roten Ende auf Grund der Hypothesen von Einstein und Nordström. *Physikalische Zeitschrift*, **15**, 369-371.
- [153] E. FREUNDLICH, 1915, Über die Erklärung der Anomalien im Planetensystem durch die Gravitationswirkung interplanetarer Massen. *Astronomische Nachrichten*, **201**, no. 4803, cols. 49-56.
- [154] E. FREUNDLICH, 1915, Über die Gravitationsverschiebung der Spektrallinien bei Fixsternen. *Physikalische Zeitschrift*, **16**, 115-117.
- [155] E. FREUNDLICH, 1916, *Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie*. Berlin : J. Springer.
- [156] E. FREUNDLICH, 1919, Zur Prüfung der allgemeinen Relativitätstheorie. *Die Naturwissenschaften*, **7**, 629-636.
- [157] E. FREUNDLICH, 1920, Zu dem Aufsatz "Die Physik als geometrische Notwendigkeit" von Arthur Haas. *Die Naturwissenschaften*, **8**, 234-235.
- [158] E. FREUNDLICH, 1920, Der Bericht der englischen Sonnenfinsternisexpedition über die Ablenkung des Lichtes im Gravitationsfelde der Sonne. *Die Naturwissenschaften*, **8**, 667-673.
- [159] B. ET I. FRIEDLAENDER, 1896, *Absolute oder relative Bewegung*. Berlin : Leonhard Simion.
- [160] A. FRIEDMAN, 1922, Über die Krümmung des Raumes. *Zeitschrift für Physik*, **10**, 377-386.
- [161] A. FRIEDMAN, 1924, Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter Krümmung des Raumes. *Zeitschrift für Physik*, **21**, 326-332.
- [162] E. GEHRCKE, 1918, Über den Äther. *Deutsche Physikalische Gesellschaft, Verhandlungen*, **20**, 165-169.
- [163] M. GROSSMANN, 1913, Mathematische Begriffsbildungen zur Gravitationstheorie. *Naturforschende Gesellschaft, Zürich, Vierteljahrsschrift*, **58**, 291-297.
- [164] G. HERGLOTZ, 1911, Über die Mechanik des deformierbaren Körpers vom Standpunkte der Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, **36**, 493-533.
- [165] G. HERGLOTZ, 1916, Zur Einsteinschen Gravitationstheorie. *Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig, math. phys. Kl.*, **68**, 199-203.
- [166] A. HEYDWEILLER, 1901, Ueber Gewichtsänderungen bei chemischer und physikalischer Umsetzung. *Annalen der Physik*, **5**, 394-420.

- [167] D. HILBERT, 1915, Die Grundlagen der Physik. I. *Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, math.-physikalische Klasse*, 1915, pp. 395-407; partie II, *ibid.*, 1917, pp. 53-76.
- [168] W. HOFMANN, 1904, *Kritische Beleuchtung der beiden Grundbegriffe der Mechanik : Bewegung und Trägheit, und daraus gezogene Folgerungen betreffs der Achsendrehung der Erde und des Foucaultschen Pendelversuches*. Wien, Leipzig : M. Kuppitsch, 43 pp.
- [169] D. HUME, 1888, *A Treatise of Human Nature* (1739-40). Ed. L. A. Selby-Bigge. Oxford : Clarendon, 1888, rpt. 1975.
- [170] J. ISHIWARA, 1912, Zur Theorie der Gravitation. *Physikalische Zeitschrift*, **13**, 1189-93.
- [171] J. ISHIWARA, 1914, Grundlagen einer relativistischen Gravitationstheorie. I. II. *Physikalische Zeitschrift*, **15**, 294-8 et 506-10.
- [172] G. JAUMANN, 1912, Theorie der Gravitation. *Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Wien*, sec. IIa, partie 1, pp. 95-182.
- [173] F. KLEIN, 1917, Zu Hilberts erster Note über die Grundlagen der Physik. *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, math.-physikalische Klasse*, pp. 469-482.
- [174] F. KOTTLER, 1912, Über die Raumzeitlinien der Minkowski'schen Welt. *Sitzungsberichte der Ak. Wiss. Wien*, sec. IIa, partie 2, **121**, 1659-1759.
- [175] F. KOTTLER, 1914, Relativitätsprinzip und beschleunigte Bewegung. *Annalen der Physik*, **44**, 701-48.
- [176] F. KOTTLER, 1914, Fallende Bezugssysteme vom Standpunkte des Relativitätsprinzips. *Annalen der Physik*, **45**, 481-516.
- [177] F. KOTTLER, 1916, Über Einsteins Äquivalenzhypothese und die Gravitation. *Annalen der Physik*, **50**, 955-972.
- [178] F. KOTTLER, 1922, Gravitation und Relativitätstheorie. *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, VI. 2, 22a, pp. 159-237.
- [179] E. KRETSCHMANN, 1915, Über die prinzipielle Bestimmbarkeit der berechtigten Bezugssysteme beliebiger Relativitätstheorien. I. *Annalen der Physik*, **48** (1915), 907-942; II, *ibid.*, 943-82.
- [180] E. KRETSCHMANN, 1917, Über den physikalischen Sinn der Relativitätspostulate, A. Einsteins neue und seine ursprüngliche Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, **53**, 575-614.
- [181] H. LANDOLT, 1893, Untersuchungen über etwaige Änderungen des Gesamtgewichtes chemisch sich umsetzender Körper. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 301-334.
- [182] M. VON LAUE, 1911, *Das Relativitätsprinzip*. Braunschweig : Vieweg.
- [183] M. VON LAUE, 1911, Zur Dynamik der Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, **35**, 524-542.

- [184] M. VON LAUE, 1917, Die Nordströmsche Gravitationstheorie (Bericht). *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, **14**, 263-313.
- [185] R. LIPSCHITZ, 1869, Untersuchungen in Betreff der ganzen homogenen Functionen von  $n$  Differentialen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **70**, 71-102.
- [186] R. LIPSCHITZ, 1870, Entwicklung einiger Eigenschaften der quadratischen Formen von  $n$  Differentialen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **71**, 274-287 et 288-295.
- [187] R. LIPSCHITZ, 1870, Fortgesetzte Untersuchungen in Betreff der ganzen Functionen von  $n$  Differentialen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **72**, 1-56.
- [188] R. LIPSCHITZ, 1877, Bemerkungen zu dem Princip des kleinsten Zwanges. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **82**, 316-342.
- [189] H. A. LORENTZ, 1892, La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants. *Archives Néerlandaises*, **25**, 363-551. Dans Lorentz, *Collected Papers*, **2**, 164-343.
- [190] H. A. LORENTZ, 1895, *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern*. Leiden, 1895. Dans Lorentz, *Collected Papers*, **5**, 1-137.
- [191] H. A. LORENTZ, 1900, Considérations sur la pesanteur. *Versl. Kon. Akad. Wetensch., Amsterdam*, **8**, 603. Dans Lorentz, *Collected Papers*, **5**, 198-215.
- [192] H. A. LORENTZ, 1904, Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light. *Proceedings of the Academy of Sciences of Amsterdam*, **6** (1904). rpt. in Lorentz, et al. (1923), *The Principle of Relativity*.
- [193] H. A. LORENTZ, 1910, Alte und Neue Fragen der Physik. *Physikalische Zeitschrift*, **11**, 1234. Dans Lorentz, *Collected Papers*, **7**, 205-257.
- [194] H. A. LORENTZ, 1914, Das Relativitätsprinzip : Drei Vorlesungen gehalten in Teyler's Stiftung zu Haarlem. Révisé par W. H. Keesom. Leipzig, Berlin : Teubner, 1914. Dans *Beihefte zur Zeitschrift für Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen*, **45** (1914).
- [195] H. A. LORENTZ, 1914, La gravitation. *Scientia, Bologna*, **16**, 28-59. Dans Lorentz, *Collected Papers*, **7**, 116-146.
- [196] H. A. LORENTZ, 1915, On Hamilton's principle in Einstein's theory of gravitation. *Versl. Kon. Akad. Wetensch., Amsterdam*, **23**, 1073. Trad. en anglais dans *Proc. Roy. Acad. Amsterdam, Section of Sciences*, **19** (1915). Dans Lorentz, *Collected Papers*, **5**, 229-245.
- [197] H. A. LORENTZ, A. EINSTEIN ET AL., 1923, *The Principle of Relativity*. Notes by A. Sommerfeld, trans. W. Perrett and G. B. Jeffery. Rpt. New York : Dover, 1952. Première édition allemande 1913.
- [198] H. A. LORENTZ, 1934-1939, *Collected Papers*. The Hague : Martinus Nijhoff.

- [199] E. MACH, 1883, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*. Leipzig, 1883. *The Science of Mechanics : A Critical and Historical Account of Its Development*, English trans. from the 9th German ed. by T. J. McCormack, 6th American ed. La Salle, IL : Open Court, 1960.
- [200] E. MACH, 1886, *Beiträge zur Analyse der Empfindungen*. Jena, 1886. *The Analysis of Sensations and the Relation of the Physical to the Psychical*, trans. from the 1st German ed. by C. M. Williams, rev. and supp. from the 5th German ed. by Waterlow, paperback ed. New York : Dover, 1959.
- [201] E. MACH, 1905, *Erkenntnis und Irrtum : Skizzen zur Psychologie der Forschung*. Leipzig, 1905. *Knowledge and Error : Sketches on the Psychology of Enquiry*, intro. par Erwin Hiebert, trad. par T. J. McCormack et P. Foulkes. Dordrecht, Boston : Reidel, 1976.
- [202] E. MACH, 1910, Die Leitgedanken meiner naturwissenschaftlichen Erkenntnislehre und ihre Aufnahme durch die Zeitgenossen. *Physikalische Zeitschrift*, **11**, 599-606.
- [203] E. MACH, 1921, *Die Prinzipien der physikalischen Optik : Historisch und erkenntnispsychologisch entwickelt*. Leipzig : J. A. Barth, 1921. *The Principles of Physical Optics* : New York : Dover, n.d.
- [204] E. MACH, 1978, *Wissenschaftliche Kommunikation : Die Korrespondenz Ernst Machs*. Ed. Joachim Thiele. Kastellaun : A. Henn.
- [205] G. MIE, 1912, Grundlagen einer Theorie der Materie. I. II. III. *Annalen der Physik*, **37** (1912), 511-534 ; **39** (1912), 1-40 ; **40** (1913), 1-66.
- [206] G. MIE, 1914, Bemerkungen zu der Einsteinschen Gravitationstheorie. I. II. *Physikalische Zeitschrift*, **15** (1912), 115-122 et 169-176.
- [207] H. MINKOWSKI, 1907, Das Relativitätsprinzip. Conférence donnée à la Math. Ges. Göttingen le 5 November 1907, publiée par Arnold Sommerfeld, *Annalen der Physik*, **47** (1915), 927-938.
- [208] H. MINKOWSKI, 1908, Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern. *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, math.-physikalische Klasse*, 1908, pp. 53-111. Dans *Gesammelte Abhandlungen* (1967), **2**, 352-404.
- [209] H. MINKOWSKI, 1908, Raum und Zeit. Conférence donnée à la 80ième Naturforscher-Versammlung à Cologne le 21 Septembre 1908. Dans *Physikalische Zeitschrift*, **10** (1909), 104-111 ; *Gesammelte Abhandlungen* (1967), **2**, 431-444.
- [210] H. MINKOWSKI, 1967, *Gesammelte Abhandlungen*. Ed. David Hilbert, avec la collaboration d'Andreas Speiser et Hermann Weyl. Leipzig, 1911 ; rpt. New York : Chelsea, 1967. Deux vols. en un.
- [211] S. MOHOROVIČIĆ, 1913, Beitrag zur nichteuklidischen Interpretation der Relativtheorie. *Physikalische Zeitschrift*, **14**, 988-989.
- [212] A. MÜLLER, 1911, Das Problem des absoluten Raumes und seine Beziehung zum allgemeinen Raumproblem. Braunschweig : Vieweg.

- [213] K. NEISSER, 1907, *Ptolemäus oder Kopernikus? Eine Studie über die Bewegung der Erde und über den Begriff der Bewegung*. Leipzig : J. A. Barth.
- [214] G. NORDSTÖM, 1912, Relativitätsprinzip und Gravitation. *Physikalische Zeitschrift*, **13**, 1126-1129.
- [215] G. NORDSTÖM, 1913, Träge und schwere Masse in der Relativitätsmechanik. *Annalen der Physik*, **40**, 856-878.
- [216] G. NORDSTÖM, 1913, Zur Theorie der Gravitation vom Standpunkt des Relativitätsprinzip. *Annalen der Physik*, **42**, 533-554.
- [217] G. NORDSTÖM, 1914, Die Fallgesetze und Planetenbewegung in der Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, **43**, 1101-10.
- [218] G. NORDSTÖM, 1914, Ueber den Energiesatz in der Gravitationstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, **15**, 375-380.
- [219] G. NORDSTÖM, 1914, Über die Möglichkeit, das elektromagnetische Feld und das Gravitationsfeld zu vereinigen. *Physikalische Zeitschrift*, **15**, 504-506.
- [220] G. NORDSTÖM, 1917, Einstein's theory of gravitation and Herglotz's mechanics of continua. *Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Amsterdam, Proceedings of the Section Sciences*, **19**, part 2, 884-891.
- [221] S. OPPENHEIM, 1920, Kritik des Newtonschen Gravitationsgesetzes. *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, **6**, part 2, 22, pp. 80-158 (article complété en 1920 ; Leipzig, 1922-1934).
- [222] W. PAULI, 1958, *Theory of Relativity*. Trans. by G. Field with supplementary notes by the author. London, New York : Pergamon.
- [223] D. PEKÁR, 1919, Das Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität. *Die Naturwissenschaften*, **7**, 327-331.
- [224] J. PETZOLDT, 1908, Die Gebiete der absoluten und relativen Bewegung. *Annalen der Naturphilosophie*, **7**, 29-62.
- [225] J. PETZOLDT, 1912, *Das Weltproblem vom Standpunkte des relativistischen Positivismus aus, historisch-kritisch dargestellt*. 2ième ed. augmentée, Leipzig : Teubner.
- [226] J. PETZOLDT, 1912, Die Relativitätstheorie im erkenntnistheoretischen Zusammenhang des relativistischen Positivismus. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, **14**, 1055-1064.
- [227] M. PLANCK, 1906, Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik. *Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, **4**, 136-141. Dans Planck (1958), *Abhandlungen*, **2**, 115-120.
- [228] M. PLANCK, 1907, Zur Dynamik bewegter Systeme. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, **29**, 542-570. Dans Planck (1958), *Abhandlungen*, **2**, 176-209.
- [229] M. PLANCK, 1909, Die Einheit des physikalischen Weltbildes. *Physikalische Zeitschrift*, **10**, 62-75. Dans Planck (1958), *Abhandlungen*, **3**, 6-29.

- [230] M. PLANCK, 1910, Die Stellung der neueren Physik zur mechanischen Naturanschauung. *Physikalische Zeitschrift*, **11**, 922-932. Dans Planck (1958), *Abhandlungen*, **3**, 30-46.
- [231] M. PLANCK, 1910, Zur Machschen Theorie der physikalischen Erkenntnis. *Physikalische Zeitschrift*, **11**, 1186-90.
- [232] M. PLANCK, 1910, Gleichförmige Rotation und Lorentz-Kontraktion. *Physikalische Zeitschrift*, **12**, 294.
- [233] M. PLANCK, 1937, Religion und Naturwissenschaft. Dans Max Planck, *Vorträge und Erinnerungen*, 5ième ed. augmentée de *Wege zur Physikalischen Erkenntnis*, ed. populaire, pp. 318-333. Stuttgart : S. Hirzel Verlag, 1949.
- [234] M. PLANCK, 1958, *Physikalische Abhandlungen und Vorträge*, 3 vols. Braunschweig : Vieweg.
- [235] H. POINCARÉ, 1902, *La Science et l'Hypothèse*, Réimpression Paris : Flammarion, 1968. *Science and Hypothesis*, trans. W. J. G. 1905, rpt. New York : Dover, 1952.
- [236] H. POINCARÉ, 1904, L'état actuel et l'avenir de la physique mathématique. *Bulletin des Sciences Mathématiques*, **28**, 302-324.
- [237] H. POINCARÉ, 1905, Sur la Dynamique de l'Electron. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, **140**, 1504-1508. Dans Poincaré, *Oeuvres*, **9**, 489-493.
- [238] H. POINCARÉ, 1906, Sur la Dynamique de l'Electron. *Rend. Circ. Mat. Palermo*, **21** (1906), 129-176. Dans Poincaré, *Oeuvres*, **9**, 494-550.
- [239] H. POINCARÉ, 1908, La Dynamique de l'Electron. *Revue générale des sciences pures et appliquées*, **19**, 386-402. Dans Poincaré, *Oeuvres*, **9**, 551-586.
- [240] H. POINCARÉ, 1916-1956, *Oeuvres de Henri Poincaré*. 11 vols. Paris : Gauthier-Villars, 1916-1956.
- [241] H. REISSNER, 1914, Über die Relativität der Beschleunigungen in der Mechanik. *Physikalische Zeitschrift*, **15**, 371-375.
- [242] G. RICCI, 1887, Sulla derivazione covariante ad una forma quadratica differenziale. *Rendiconti Accad. Lincei*, ser. 4, **3**, partie 1, 15-18.
- [243] G. RICCI ET T. LEVI-CIVITA, 1901, Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications. *Mathematische Annalen*, **54**, 125-201. Trad. dans Robert Hermann, *Ricci and Levi-Civita's Tensor Analysis Paper : translation, comments and additional material*. Brookline, MA : Math Sci Press, 1975.
- [244] B. RIEMANN, 1854, Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen (Habilitationsschrift, 1954). *Abhandlungen der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, vol. 13. Dans B. Riemann, *Gesammelte Mathematische Werke und Wissenschaftlicher Nachlass*, ed. Heinrich Weber, 2ième ed. pp. 272-287. Leipzig, 1892.

- [245] W. RITZ, 1909, Die Gravitation. *Scientia*, Bologna, **5**, 241-255.
- [246] L. ROUGIER, 1914, L'utilisation de la Géométrie non-euclidienne dans la Physique de la Relativité. *L'Enseignement Mathématique*, **16**, 5-18.
- [247] G. SAGNAC, 1913, L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme. *Comptes-rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences*, Paris, **157**, 708-710.
- [248] G. SAGNAC, 1913, Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant. *Comptes-rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences*, Paris, **157**, 1410-1413.
- [249] M. SCHLICK, 1917, *Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik : Zur Einführung in das Verständnis der allgemeinen Relativitätstheorie*, Berlin : Springer.
- [250] E. SCHRÖDINGER, 1918, Die Energiekomponenten des Gravitationsfeldes. *Physikalische Zeitschrift*, **19**, 4-7.
- [251] K. SCHWARZSCHILD, 1914, Über Diffusion und Absorption in der Sonnenatmosphäre. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 2, pp. 1183-1200.
- [252] K. SCHWARZSCHILD, 1914, Über die Verschiebung der Bande bei 3883A im Sonnenspektrum. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 2, pp. 1201-1213.
- [253] K. SCHWARZSCHILD, 1916, Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 42, 189-196.
- [254] K. SCHWARZSCHILD, 1916, Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theorie. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, partie 1, pp. 313, 424-434.
- [255] H. VON SEELIGER, 1906, Über die sogenannte absolute Bewegung. *Sitzungsberichte, math.-phys. Klasse. K. B. Akademie der Wissenschaften, München*, **36**, 85-137.
- [256] H. VON SEELIGER, 1906, Das Zodiakallicht und die empirischen Glieder in der Bewegung der inneren Planeten. *Sitzungsberichte, math.-phys. Klasse. K. B. Akademie der Wissenschaften, München*, **36**, 595-622.
- [257] H. VON SEELIGER, 1915, Über die Anomalien in der Bewegung der inneren Planeten. *Astronomische Nachrichten*, **201**, cols. 273-280.
- [258] H. VON SEELIGER, 1916, Über die Gravitationswirkung auf die Spektrallinien. *Astronomische Nachrichten*, **202**, cols. 83-86.
- [259] W. DE SITTER, 1911, On the bearing of the principle of relativity on gravitational astronomy. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, London*, **71**, 388-415.

- [260] W. DE SITTER, 1917, On the relativity of inertia : Remarks concerning EINSTEIN's latest hypothesis. *Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Amsterdam, Proceedings of the Section of Sciences*, **19**, 1217-1225.
- [261] W. DE SITTER, 1917, On Einstein's theory of gravitation, and its astronomical consequences. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, London*, **78**, 3-28.
- [262] W. DE SITTER, 1918, On the curvature of space. *Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Amsterdam, Proceedings of the Section of Sciences*, **20**, 229-243.
- [263] A. SOMMERFELD, 1910, Zur Relativitätstheorie I : Vierdimensionale Vektoralgebra. *Annalen der Physik*, **32**, 749-776. Dans Sommerfeld (1968), *Schriften*, **2**, 189-216.
- [264] A. SOMMERFELD, 1910, Zur Relativitätstheorie II : Vierdimensionale Vektoralgebra. *Annalen der Physik*, **33**, 649-689. Dans Sommerfeld (1968), *Schriften*, **2**, 217-257.
- [265] A. SOMMERFELD, 1968, *Gesammelte Schriften*, Ed. F. Sauter, 4 vols. Braunschweig : Vieweg.
- [266] L. SOUTHERNS, 1910, Determination of the Ratio of Mass to Weight for a Radioactive Substance. *Proc. Roy. Soc. London*, **84**, 325-344.
- [267] E. STUDY, 1914, *Die realistische Weltanschauung und die Lehre vom Raume : Geometrie, Anschauung und Erfahrung*. Braunschweig : Vieweg.
- [268] V. VARIČAK, 1910, Anwendung der Lobatschewskijschen Geometrie in der Relativtheorie. *Physikalische Zeitschrift*, **11**, 93-96.
- [269] V. VARIČAK, 1910, Die Relativtheorie und die Lobatschewskijsche Geometrie. *Physikalische Zeitschrift*, **11**, 287-293.
- [270] V. VARIČAK, 1911, Zum Ehrenfest'schen Paradoxon. *Physikalische Zeitschrift*, **12**, 169-170.
- [271] V. VARIČAK, 1912, Über die nichteuklidische Interpretation der Relativtheorie. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Leipzig*, **21**, 103-127.
- [272] W. VOIGT, 1904, Etwas über Tensoranalysis. *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, math.-physikalische Klasse*, pp. 495-513.
- [273] A. VOSS, 1901, Die Prinzipien der rationellen Mechanik. *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, **4**, partie 1, pp. 3-121 (article complété en 1901 ; 1901-1908).
- [274] H. WEYL, 1924, Massenträgheit und Kosmos : Ein Dialog. *Die Naturwissenschaften*, **12**, 197-204.
- [275] H. WEYL, 1932, Zu David Hilberts siebzigsten Geburtstag. *Die Naturwissenschaften*, **20**, 57-58.
- [276] A. WILKENS, 1906, Zur Gravitationstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, **7**, 846-850.

- [277] F. J. DE WISNIEWSKI, 1913, Zur Minkowskischen Mechanik. *Annalen der Physik*, **40**, 387-390, et 668-676.
- [278] J. E. WRIGHT, 1908, *Invariants of Quadratic Differential Forms*. Cambridge University Press, 1908. Rpt. New York : Hafner, 1972.
- [279] J. ZENNECK, 1901, Gravitation. *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, **5**, partie 1, 2, pp. 25-67 (1901).

## B.2 SOURCES SECONDAIRES

- [280] P. G. BERGMANN, 1956, Fifty Years of Relativity. *Science*, **123**, 487-494.
- [281] P. G. BERGMANN, 1976,, *Introduction to the Theory of Relativity*. Préface d'Albert Einstein. New York : Dover.
- [282] G. D. BIRKHOFF, 1944, Newtonian and Other Forms of Gravitational Theory : II. Relativistic Theories. *Scientific Monthly*, **58**, 136-140.
- [283] J. T. BLACKMORE, 1972, *Ernst Mach : His Work, Life and Influence*. Berkeley : University of California Press.
- [284] N. BONI, M. RUSS, D. H. LAURENCE, 1960, *A Bibliographical Checklist and Index to the Published Writings of Albert Einstein*. Paterson, NJ : Pageant Books.
- [285] M. BORN, 1955, Physics and Relativity. Dans Max Born, *Physics in My Generation*, 1969.
- [286] M. BORN, 1965, *Einstein's Theory of Relativity*. Rev. ed. New York : Dover.
- [287] D. R. BRILL ET R. C. PERISHO, 1968, Resource Letter GR-1 on General Relativity. *American Journal of Physics*, **36**, 85-92.
- [288] S. CHANDRASEKHAR, 1979, Einstein and General Relativity : Historical Perspectives. *American Journal of Physics*, **47**, 212-217.
- [289] S. CHANDRASEKHAR, 1980, The General Theory of Relativity : The First Thirty Years. *Contemporary Physics*, **21**, 429-449.
- [290] L. CORRY, J. RENN ET J. STACHEL, 1997, Belated Decision in the Hilbert-Einstein Priority Dispute. *Science*, **278**, pp. 1270-1273.
- [291] HONG-YEE CHIU ET W. F. HOFFMANN 1964, *Gravitation and Relativity*. New York, Amsterdam : W. A. Benjamin.
- [292] J. T. COMBRIDGE, 1965, *Bibliography of Relativity and Gravitation Theory, 1921-1937*. London : King's College.
- [293] M. J. CROWE, 1967, *A History of Vector Analysis : The Evolution of the Idea of a Vectorial System*. Notre Dame, London : University of Notre Dame Press.
- [294] R. H. DICKE, 1961, The Eötvös Experiment. *Scientific American*, **205**, 84-94.

- [295] H. DUKAS ET B. HOFFMANN, 1979, *Albert Einstein, The Human Side : New Glimpses from his Archives*. Princeton, NJ : Princeton University Press.
- [296] J. EARMAN ET C. GLYMOUR, 1978, Einstein and Hilbert : Two Months in the History of General Relativity. *Archive for the History of Exact Sciences*, **19**, 291-308.
- [297] J. EARMAN ET C. GLYMOUR, 1978, Lost in the Tensors : Einstein's Struggles with Covariance Principles 1912-1916. *Studies in History and Philosophy of Science*, **9**, 251-78.
- [298] J. EARMAN ET C. GLYMOUR, 1980, Relativity and Eclipses : The British Eclipse Expeditions of 1919 and Their Predecessors. *Historical Studies in the Physical Sciences*, **11**, part 1, 49-85.
- [299] J. EARMAN ET C. GLYMOUR, 1980, The Gravitational Red Shift as a Test of General Relativity : History and Analysis. *Studies in History and Philosophy of Science*, **11**, 175-214.
- [300] J. EARMAN, M. J. JANSSEN ET J. D. NORTON, 1993, *The Attraction of Gravitation : New Studies in the History of General Relativity*. Einstein Studies, Vol. 5. Boston, Basel, Berlin : Birkhäuser, 1993.
- [301] A. S. EDDINGTON, 1975, *The Mathematical Theory of Relativity*. 3rd ed. New York : Chelsea.
- [302] L. P. EISENHART, 1926, *Riemannian Geometry*. Princeton : Princeton University Press.
- [303] J. EISENSTAEDT, ET A. J. KOX, 1992, *Studies in the history of general relativity : based on the proceedings of the 2nd International Conference on the history of general relativity, Luminy, France, 1988*. Einstein Studies, Vol. 3. Boston, Basel, Berlin : Birkhäuser, 1992.
- [304] J. EISENSTAEDT, 2003, *Einstein et la relativité générale : Les chemins de l'espace-temps*. Paris : CNRS Editions.
- [305] E. FORBES, 1961, A History of the Solar Red Shift Problem. *Annals of Science*, **17**, 129-164.
- [306] P. FRANK, 1953, *Einstein, His Life and Times*. Trans. from a German manuscript by George Rosen, edited and revised by Shuichi Kusaka with a new introduction. New York : Alfred A. Knopf. (First published 1947.)
- [307] P. GALISON, 1979, Minkowski's Space-Time : From Visual Thinking to the Absolute World. *Historical Studies in the Physical Sciences*, **10**, 85-121.
- [308] A. GOSZTONYI, 1976, *Der Raum : Geschichte seiner Probleme in Philosophie und Wissenschaften*. 2 vols. Freiburg : Alber.
- [309] J. C. GRAVES, 1971, *The Conceptual Foundations of Contemporary Relativity Theory*. Cambridge, MA : M.I.T. Press.
- [310] A. GRÜNBAUM, 1973, *Philosophical Problems of Space and Time*. 2nd enl. ed. Dordrecht, Boston : Reidel.

- [311] E. GUTH, 1970, Contribution to the History of Einstein's Geometry as a Branch of Physics. Dans *Relativity*, eds. Moshe Carmeli, Stuart I, Fickler, Louis Witten, pp. 161-207. New York : Plenum.
- [312] A. L. HARVEY, 1965, Brief Review of Lorentz-Covariant Scalar Theories of Gravitation. *American Journal of Physics*, **33**, 449-460.
- [313] K. HENTSCHEL, 1994, Erwin Finlay Freundlich and testing Einstein's theory of relativity. *Archive for History of Exact Sciences*, **47**, pp. 143-201.
- [314] F. HERNECK, 1963, Zum Briefwechsel Albert Einsteins mit Ernst Mach (Mit zwei unveröffentlichten Einstein-Briefen). *Forschungen und Fortschritte*, **37**, 239-243.
- [315] F. HERNECK, 1966, Die Beziehungen zwischen Einstein und Mach, dokumentarisch dargestellt. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Friedrich-Schiller-Universität Jena*, **15**, 1-14.
- [316] F. HERNECK, 1976, *Einstein und sein Weltbild (Aufsätze und Vorträge on F. Herneck)*. Berlin : Buchverlag Der Morgen.
- [317] E. N. HIEBERT, 1973, Ernst Mach. Dans *Dictionary of Scientific Biography*, ed. C. C. Gillispie, **8**, 595-607. New York : Scribner, 1973.
- [318] T. HIROSIGE, 1968, Theory of Relativity and the Ether. *Japanese Studies in the History of Science*, no. 7, pp 37-53.
- [319] T. HIROSIGE, 1976, The Ether Problem, the Mechanistic Worldview, and the Origins of the Theory of Relativity. *Historical Studies in the Physical Sciences*, **7**, 3-82.
- [320] B. HOFFMANN ET H. DUKAS, 1972, *Albert Einstein : Creator and Rebel*. New York : Viking.
- [321] B. HOFFMANN, 1972, Einstein and Tensors. *Tensor*, **26**, 157-162.
- [322] B. HOFFMANN, 1976, Albert Einstein. *Leo Baeck Inst. Yearbook*, **21**, 279-288.
- [323] G. HOLTON, 1962, Resource Letter SRT-1 on Special Relativity Theory. *American Journal of Physics*, **30**, 462-469.
- [324] G. HOLTON, 1969, Einstein and the "Crucial" Experiment. *American Journal of Physics*, **37**, 968-982.
- [325] G. HOLTON, 1973, *Thematic Origins of Scientific Thought, Kepler to Einstein*, Cambridge : Harvard University Press (les dates d'origine des essais sont données entre parenthèses),
1. On the Origins of the Special Theory of Relativity, pp. 165-183 (1960)
  2. Influences on Einstein's Early Work, pp. 197-217 (1967)
  3. Mach, Einstein, and the Search for Reality, pp. 219-259 (1968)
  4. Einstein, Michelson, and the "Crucial" Experiment, pp. 261-352 (1969)
  5. On Trying to Understand Scientific Genius, pp. 353-380 (1971).

- [326] G. HOLTON, 1974, Finding Favor with the Angel of the Lord : Notes Toward the Psychobiographical Study of Scientific Genius. In *The Interaction Between Science and Philosophy*. Ed. Yehuda Elkana, pp. 349-387. Atlantic Highlands, NJ : Humanities Press.
- [327] H. HÖNL, 1966, Zur Geschichte des Machschen Prinzips. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Friedrich-Schiller-Universität Jena*, **15**, 25-36.
- [328] H. HÖNL, 1979, Albert Einstein und Ernst Mach. *Physikalische Blätter*, **35**, 485-494.
- [329] H. HÖNL, 1981, Wahrheit und Irrwege der Einsteinschen Gravitationstheorie. *Physikalische Blätter*, **37**, 25-32.
- [330] J. ILLY, 1979, Albert Einstein in Prague. *Isis*, **70**, 76-84.
- [331] J. ILLY, 1981, Revolutions in a Revolution. *Studies in History and Philosophy of Science*, **12** (Sept. 1981), 175-210.
- [332] M. JAMMER, 1969, *Concepts of Space : The History of Theories of Space in Physics*. 2nd ed. Cambridge, MA : Harvard University Press.
- [333] P. JANICH, 1979, Die erkenntnistheoretischen Quellen Einsteins. Dans *Einstein Symposium Berlin*, eds. H. Nelkowski, A. Hermann, et al., pp. 412-427. Berlin, Heidelberg : Springer.
- [334] T. KAHAN, 1959, Sur les origines de la théorie de la relativité restreinte. *Revue d'Histoire des Sciences*, **12**, 159-165.
- [335] C. KAHN ET F. KAHN, 1975, Letters from Einstein to de Sitter on the Nature of the Universe. *Nature*, **257**, 451-454.
- [336] G. H. KESWANI, 1965, Origin and Concept of Relativity. *British Journal for the Philosophy of Science*, **15**, 286-306 ; **16**, 19-32 et 273-294.
- [337] A. KLEINERT, 1975, Anton Lampa und Albert Einstein : Die Neubesetzung der physikalischen Lehrstühle an der deutschen Universität Prag 1909 und 1910. *Gesnerus*, **32**, nos. 3-4, 285-292.
- [338] P. KUSTAAHEIMO, 1955, On the Equivalence of Some Calculi of Transformable Quantities. *Societas Scientiarum Fennica, Commentationes Physico-Mathematicae*, **17**, no. 9, 1-35.
- [339] C. LANCZOS, 1965, *Albert Einstein and the Cosmic World Order*. New York : Interscience.
- [340] C. LANCZOS, 1970, *Space through the Ages : The Evolution of Geometrical Ideas from Pythagoras to Hilbert and Einstein*. London, New York : Academic.
- [341] C. LANCZOS, 1972, Einstein's Path from the Special to General Relativity. Dans *General Relativity : Papers in Honour of J. L. Synge*, ed. L. O'Riifeartaigh, pp. 5-19. Oxford : Clarendon.
- [342] C. LANCZOS, 1974, *The Einstein Decade (1905-1915)*. London : Elek Science.
- [343] D. F. LAWLEN, 1967, *An Introduction to Tensor Calculus and Relativity*. 2nd ed. London : Methuen and Science Paperbacks.

- [344] M. LECAT, 1924, *Bibliographie de la Relativité*. Bruxelles : Maurice Larmertin.
- [345] T. LEVI-CIVITA, 1926, *The Absolute Differential Calculus (Calculus of Tensors)*. Ed. Enrico Persico, trans. M. Long. Rpt. New York : Dover, 1977.
- [346] E. A. LORD, 1976, *Tensors, Relativity and Cosmology*. New Dehli : Tata McGraw-Hill.
- [347] D. MARIANOFF ET P. WAYNE, 1944, *Einstein : An Intimate Study of a Great Man*. New York : Doubleday.
- [348] J. MEHRA, 1974, *Einstein, Hilbert, and the Theory of Gravitation : Historical Origins of General Relativity Theory*. Dordrecht, Holland ; Boston, U.S.A. : D. Reidel.
- [349] A. I. MILLER, 1981, *Albert Einstein's Special Theory of Relativity : Emergence (1905) and Early Interpretation (1905-1911)*. Reading, MA : Addison-Wesley.
- [350] C. W. MISNER, K. S. THORNE ET J. A. WHEELER, 1973, *Gravitation*. San Francisco : W. H. Freeman.
- [351] D. F. MOYER, 1979, Revolutions in Science : The 1919 Eclipse Test of General Relativity. Dans *On the Path of Albert Einstein*. Eds. Arnold Perlmutter and Linda F. Scott. New York : Plenum.
- [352] J. D. NORTH, 1965, *The Measure of the Universe : A History of Modern Cosmology*. Oxford : Clarendon.
- [353] H. C. OHANIAN, 1976, *Gravitation and Spacetime*. New York : W. W. Norton.
- [354] L. R. PYENSON, 1974, The Goettingen Reception of Einstein's General Theory of Relativity. Ph.D. dissertation, Johns Hopkins University.
- [355] L. R. PYENSON, 1975, La réception de la relativité généralisée : Disciplinary et institutionnalisation en physique. *Revue d'Histoire des Sciences et de leurs Applications*, **28**, 61-73.
- [356] L. R. PYENSON, 1976, Einstein's Early Scientific Collaboration. *Studies in History and Philosophy of Science*, **7**, 83-123.
- [357] L. R. PYENSON, 1977, Hermann Minkowski and Einstein's Special Theory of Relativity. *Archive for History of Exact Sciences*, **17**, 73-95.
- [358] H. REICHENBACH, 1958, *The Philosophy of Space and Time*. Trans. M. Reichenbach and J. Freund. New York : Dover.
- [359] D. REICHINSTEIN, 1935, *Albert Einstein : Sein Lebensbild und seine Weltanschauung*. 3ième ed. augmentée, Prag : Selbstverlag.
- [360] C. REID, 1970, *Hilbert*. Berlin, New York : Springer.
- [361] A. REISER, 1930, *Albert Einstein : A Biographical Portrait*. New York : Albert & Charles Boni.
- [362] W. RINDLER, 1977, *Essential Relativity, Special, General, and Cosmological*. 2nd ed. New York, Heidelberg, Berlin : Springer.

- [363] A. ROTHENBERG, 1979, Einstein's Creative Thinking and the General Theory of Relativity : A Documented Report. *American Journal of Psychiatry*, **136**, 38-43.
- [364] P. A. SCHILPP ED., 1969-70, *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*. 3rd ed., 2 vols. LaSalle, IL : Open Court.
- [365] E. SCHRÖDINGER, 1954, *Space-Time Structure*. Cambridge : Cambridge University Press.
- [366] C. SEELIG, 1956, *Helle Zeit-Dunkle Zeit ; in memoriam Albert Einstein*. Zürich : Europa Verlag.
- [367] C. SEELIG, 1960, *Albert Einstein : Leben und Werk eines Genies unserer Zeit*. Zürich : Europa Verlag.
- [368] W. C. SEWELL, 1975, Einstein, Mach and the General Theory of Relativity. Ph.D. dissertation, Case Western Reserve University.
- [369] R. U. SEXL ET H. K. URBANTKE, 1975, *Gravitation und Kosmologie : eine Einführung in die allgemeine Relativitätstheorie*. Mannheim, Wien, Zürich : Bibliographisches Institut.
- [370] R. S. SHANKLAND, 1963, Conversations with Albert Einstein. *American Journal of Physics*, **31** (1963), 47-57 ; *ibid.*, **41** (1973), 895-901.
- [371] M. C. SHIELDS, 1970, Bibliography of the Writings of Albert Einstein to May 1951. Dans *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, ed. P. A. Schilpp, 3rd ed., **2**, 691-760. La Salle, IL : Open Court.
- [372] D. M. Y. SOMMERVILLE, 1911, *Bibliography of Non-Euclidean Geometry*. London, 1911. Rpt. New York : Chelsea, 1970.
- [373] J. STACHEL, 1979, The Genesis of General Relativity. Dans *Einstein Symposium Berlin*, eds. H. Nelkowski, A. Hermann, H. Poser, R. Schrader, and R. Seiler, pp. 428-442. Berlin, Heidelberg, New York : Springer.
- [374] J. STACHEL, 1980, Einstein and the Rigidly Rotating Disc. Dans *General Relativity and Gravitation : One Hundred Years after the Birth of Albert Einstein*, ed. Alan Held, **1**, 1-15. New York : Plenum.
- [375] J. STACHEL, D. HOWARD, EDS., 1989, *Einstein and the history of general relativity : based on the proceedings of the 1986 Osgood Hill Conference, North Andover, Massachusetts, 8-11 May 1986*. Boston, Basel, Berlin : Birkhäuser, 1989.
- [376] D. J. STRUIK, 1922, *Grundzüge der Mehrdimensionalen Differentialgeometrie in Direkter Darstellung*. Berlin : Springer. Contient une bibliographie étendue sur le calcul différentiel.
- [377] G. E. TAUBER, 1979, *Albert Einstein's Theory of General Relativity : 60 Years of Its Influence on Man and the Universe*. New York : Crown.
- [378] M-A. TONNELAT, 1971, *Histoire du Principe de Relativité*. Paris : Flammarion.
- [379] H.-J. TREDER, 1974, *Philosophische Probleme des Physikalischen Raumes : Gravitation, Geometrie, Kosmologie und Relativität*. Berlin : Akademie-Verlag.

- [380] A. V. VASILIEV, 1924, *Space, Time, Motion : An Historical Introduction to the General Theory of Relativity*. Traduit du russe par H. M. Lucas et C. P. Sanger, avec une introduction de Bertrand Russel. London : Chatto and Windus.
- [381] O. VEBLÉN, 1927, *Invariants of Quadratic Differential Forms*. Cambridge : University Press.
- [382] V. VIZGIN, 1977, On the Road to the Relativity Theory of Gravitation (1900-1911). *Soviet Studies in the History of Science*, pp. 135-146. Moscow : Social Sciences Today.
- [383] W. Z. WATSON, 1969, An Historical Analysis of the Theoretical Solutions to the Problem of the Advance of the Perihelion of Mercury. Ph.D. dissertation, University of Wisconsin.
- [384] E. WEIL, 1960, *Albert Einstein, 14 March 1879-18th April 1955 (Princeton, NJ) : A Bibliography of His Scientific Papers, 1901-1954*. London : Robert Stockwell.
- [385] S. WEINBERG, 1972, *Gravitation and Cosmology : Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. New York : Wiley.
- [386] M. WERTHEIMER, 1959, Einstein : The Thinking that Led to the Theory of Relativity. Dans Max Wertheimer, *Productive Thinking*, enl. ed. edited by Michael Wertheimer, chap. 10, pp. 213-33. New York : Harper & Brothers.
- [387] H. WEYL, 1951, 50 Jahre Relativitätstheorie. *Die Naturwissenschaften*, **38**, 73-83.
- [388] H. WEYL, 1952, *Space-Time-Matter*. Trans. H. L. Brose. New York : Dover.
- [389] E. WHITTAKER, 1953, *A History of the Theories of Aether and Electricity : The Modern Theories 1900-1926*. Vol. 2. Rpt. New York : Humanities, 1973.

# Index

- éclipse solaire, 44
- Abraham, 53, 57, 71, 118
- accélération absolue, 22, 24
- accélération uniforme, 37
- Airy, 6
- Berkeley, 23
- Bessel, 34
- Besso, 11, 137, 143
- Boisson, 47
- Born, 157
- Born, accélération uniforme, 63
- Bradley, 8
- Bucherer, 53
- Christoffel, 76, 79
- Chwolson, 15
- constante cosmologique, 146
- contraction de Lorentz-Fitzgerald, 7
- courbure, 146
- dérivée covariante, 80, 81
- dyades, 77
- Eötvös, 34, 35, 56, 87
- Earman, 152
- espace absolu, 22
- Euler, 23
- expansion de l'univers, 147
- Föppl, 57, 106
- Fabry, 47
- Faraday, 27
- Fekete, 35
- Fizeau, 6
- Fokker, 115, 122
- Frank, 44, 156
- Fresnel, 6, 8
- Freud, 106
- Freundlich, 49, 135, 136
- Friedman, 147
- Gibbs, 76, 77
- Glymour, 152
- gravité, de l'énergie, 41
- gravitation, théorie statique, 50
- Grossmann, 74, 75, 90
- groupe de Lorentz, 78
- Guth, 152
- Habicht, 12
- Hamilton, 76
- Heydweiller, 34
- Hilbert, 60, 106, 120, 123, 130, 151
- Hirosige, 3
- Hoek, 6
- Holton, 9, 27, 54
- Hooke, 18
- Hubble, 147
- Hume, 12, 13, 140
- Huygens, 6
- hypothèse de Lorentz, 15
- hypothèse de Mach, 142
- idéalisme, épistémologique, 12
- idéalisme, métaphysique, 12
- idéalisme, 110
- Jewell, 47
- Jordan, 152
- Kaufmannn, 53
- Klein, 106
- Kottler, 87

- Lampa, 42  
 Landolt, 34  
 Le Verrier, 50  
 Levi-Civita, 76  
 Lorentz, 6, 14, 121, 154  
  
 métrique de Schwarzschild, 135  
 Mach, 11, 13, 23, 31, 42, 67, 106, 107, 140  
 Mascart, 6, 8  
 masse, gravitationnelle, 34  
 masse, inerte, 34  
 matérialisme, philosophique, 12  
 Maxwell, 6, 51, 77  
 Mehra, 152  
 Michelson-Morley, expérience de, 7  
 Mie, 35, 60, 62, 116  
 Minkowski, 54, 58, 78  
 Mossotti, 51  
  
 Newcomb, 135  
 Newton, 6, 18, 34  
 Nordström, 56, 60, 122  
  
 périhélie de Mercure, 134  
 Pauli, 152  
 Pekár, 35  
 Perrine de Cordoba, 49  
 Petzoldt, 106  
 Pick, 75  
 Planck, 15, 34, 43, 88, 109  
 Poincaré, 8, 16, 51, 78  
 Poisson, 55  
 Pollak, 49  
 Popper, 106  
 principe d'équivalence, 27, 33, 45  
 principe d'Huygens, 48  
 principe de Fresnel, 6  
 principe de Mach, 147  
 principe de relativité, 4  
  
 quadriforce, 53  
 quadrivecteur, 53, 78  
 quaternions, 76  
  
 Römer, 8  
 rayon de Schwarzschild, 136  
  
 rayons lumineux, déviation, 41  
 Reiser, 29  
 relativité de l'inertie, 100, 143  
 Ricci, 76, 85  
 Riemann, 80  
  
 scalaire, 76  
 Schwarzschild, 135  
 Seelig, 31, 44  
 Seeliger, von, 106, 138  
 simultanéité, concept de, 16  
 Sitter, de, 146  
 Soldner, 48  
 Solovine, 12  
 Sommerfeld, 53, 56, 78, 120  
 Southern, 35  
 Spinoza, 111  
 symboles de Christoffel, 122  
  
 temps absolu, 21  
 temps propre, 38  
 temps, du système de coordonnées, 38  
 tenseur, 76, 81  
 tenseur de courbure, 80  
 tenseur de Riemann-Christoffel, 82, 121  
 tenseur impulsion-énergie, 58  
 théorie des groupes, 52  
 théorie, de l'électron rigide, 57  
 thermodynamique, principes, 17  
  
 Varičak, 90  
 vecteur, 57, 76  
 vitesse de la lumière, constance, 4, 8  
 Voigt, 76, 78  
  
 Wertheimer, 8  
 Weyl, 151  
 Wright, 85  
  
 Zöllner, 51