



**HAL**  
open science

# Etude de l'influence de la propreté électrostatique du satellite sur les mesures du champ électrique basse fréquence de Taranis

Oriol Jorba Ferro

► **To cite this version:**

Oriol Jorba Ferro. Etude de l'influence de la propreté électrostatique du satellite sur les mesures du champ électrique basse fréquence de Taranis. Sciences de l'ingénieur [physics]. UNIVERSITE DE TOULOUSE, 2018. Français. NNT: . tel-02291037

**HAL Id: tel-02291037**

**<https://hal.science/tel-02291037>**

Submitted on 18 Sep 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE



**En vue de l'obtention du  
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**  
Délivré par l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace

---

**Présentée et soutenue par  
Oriol JORBA FERRO**

Le 17 décembre 2018

**Étude de l'influence de la propriété électrostatique du  
satellite sur les mesures du champ électrique basse  
fréquence de TARANIS**

---

Ecole doctorale : **GEET - Génie Electrique Electronique et Télécommunications :**  
**du système au nanosystème**

Spécialité : **Ingénierie des Plasmas**

Unité de recherche :  
**ISAE-ONERA OLIMPES Optronique, Laser, Imagerie Physique et  
Environnement Spatial**

Thèse dirigée par  
**Elena SERAN et Sébastien HESS**

Jury

**M. Richard MARCHAND, Rapporteur**  
**M. Fabrice MOTTEZ, Rapporteur**  
**M. Laurent GARRIGUES, Examineur**  
**Mme Elena SERAN, Directrice de thèse**  
**M. Sébastien HESS, Co-encadrant de thèse**



# Table des matières

<b>Présentation générale</b>	<b>1</b>
<b>I État de l'art</b>	<b>5</b>
<b>1 Projet TARANIS</b>	<b>7</b>
1.1 Phénomènes ciblés par TARANIS . . . . .	8
1.1.1 Farfadets . . . . .	9
1.1.2 Elfes . . . . .	9
1.1.3 Jets Bleus . . . . .	10
1.2 Instruments de la Charge Utile à modéliser . . . . .	10
1.2.1 Instrument IME-BF . . . . .	10
1.2.2 Instrument SI . . . . .	12
<b>2 Environnement Spatial</b>	<b>13</b>
2.1 Introduction à l'environnement Spatial . . . . .	13
2.1.1 Effets de l'environnement . . . . .	14
2.1.2 Sources de plasma . . . . .	15
2.2 Plasmas . . . . .	19
2.2.1 Effets collectifs . . . . .	19
2.2.2 Interactions individuelles . . . . .	22
2.2.3 Différents types de Plasmas . . . . .	25
2.3 L'Orbite Basse . . . . .	26
2.3.1 Environnement typique . . . . .	28
2.3.2 Pire-cas en orbites polaires du point de vue de la charge	32
<b>3 Équilibre électrostatique du satellite</b>	<b>37</b>
3.1 Formation de la gaine plasma . . . . .	38
3.1.1 Surface plane . . . . .	38
3.1.2 Approximation de Child-Langmuir . . . . .	38
3.1.3 Surfaces courbes . . . . .	41
3.2 Collection de courant par un objet polarisé . . . . .	42
3.2.1 L'approche orbitale (OML) . . . . .	42
3.2.2 L'approche radiale : Rayon d'absorption . . . . .	45

---

3.2.3	Théorie de collection unifiée : Laframboise . . . . .	46
3.2.4	Plasma dérivant . . . . .	47
3.3	Charge de surface et effets . . . . .	52
3.3.1	Collection des électrons et ions ambiants . . . . .	53
3.3.2	Effet des photoélectrons . . . . .	54
3.3.3	Émission secondaire . . . . .	55
3.3.4	Autres sources des courant . . . . .	58
3.4	Charge équipotentielle . . . . .	59
3.4.1	Orbite Géostationnaire (GEO) . . . . .	60
3.4.2	Orbite Basse (LEO) . . . . .	60
3.5	Charge différentielle . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Simulation numérique des plasmas spatiaux</b>	<b>65</b>
4.1	Approche cinétique . . . . .	66
4.1.1	Problème à N-corps . . . . .	66
4.1.2	Approche statistique : macroparticules . . . . .	67
4.1.3	Méthode Particle-In-Cell (PIC) . . . . .	69
4.2	Approche fluide . . . . .	78
4.2.1	Equation d'état . . . . .	79
4.2.2	Approximation des plasmas isothermes . . . . .	79
4.3	Cas électrostatique : Solveur de Poisson . . . . .	80
4.3.1	Conditions aux limites . . . . .	81
4.3.2	Formulation faible . . . . .	82
4.3.3	Formulation variationnelle discrète : Maillage . . . . .	83
4.4	Approche hybride : Poisson non-linéaire . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Problématique et objectifs de la thèse</b>	<b>87</b>
5.1	Modélisation de TARANIS . . . . .	87
5.2	Modèle du plasma ionosphérique . . . . .	88
5.3	Simulation hybride . . . . .	90
5.3.1	Simulation avec peu des particules . . . . .	90
5.3.2	Simulation plus précise . . . . .	91
5.4	Conclusion . . . . .	93
<b>II</b>	<b>Travaux et résultats</b>	<b>97</b>
<b>6</b>	<b>Méthode couplée</b>	<b>99</b>
6.1	Introduction . . . . .	99
6.2	Description du modèle . . . . .	100
6.2.1	Moments initiaux . . . . .	100
6.2.2	Calcul du courant . . . . .	101
6.2.3	Evolution de la densité . . . . .	104
6.3	Intégration de la méthode couplée . . . . .	105

6.3.1	Performances de la méthode . . . . .	105
6.4	Validation : Sonde sphérique polarisée . . . . .	107
6.5	Validation : Satellite TARANIS . . . . .	111
6.6	Conclusion . . . . .	112
<b>7</b>	<b>Simulations de TARANIS</b>	<b>119</b>
7.1	Modélisation du TARANIS . . . . .	119
7.2	Résultats . . . . .	119
7.2.1	Influence de l'orientation des panneaux solaires . . . . .	120
7.2.2	Influence du ruban adhésif Kapton . . . . .	121
7.2.3	Impact de l'environnement . . . . .	123
7.3	Impact de la photoémission . . . . .	124
7.4	Conclusion . . . . .	125
<b>8</b>	<b>Simulations de la Sonde Ionique</b>	<b>133</b>
8.1	Introduction . . . . .	133
8.2	Modélisation du la sonde ionique . . . . .	134
8.3	Potentiel fixé par rapport au satellite . . . . .	139
8.3.1	Influence de la densité . . . . .	139
8.3.2	Influence du potentiel fixé . . . . .	142
8.3.3	Calibration de la sonde ionique . . . . .	147
8.4	Potentiel fixé par rapport le cylindre flottant . . . . .	151
8.4.1	Validation de la calibration . . . . .	151
8.5	Conclusion . . . . .	151
<b>9</b>	<b>Simulations de l'instrument IME-BF</b>	<b>157</b>
9.1	Introduction . . . . .	157
9.2	Modélisation de la sonde IME-BF . . . . .	159
9.2.1	Géométrie simplifiée et maillage . . . . .	159
9.2.2	Paramètres . . . . .	159
9.2.3	Justification de l'utilisation de l'approche hybride . . . . .	160
9.3	Résultats . . . . .	161
9.3.1	Influence du courant injecté . . . . .	161
9.3.2	Influence des paramètres du plasma . . . . .	163
9.3.3	Impact de la température . . . . .	172
9.3.4	Influence de la photoémission . . . . .	175
9.4	Discussion . . . . .	178
9.4.1	Courant porté par les électrons . . . . .	179
9.4.2	Courant porté par les ions . . . . .	180
9.4.3	Potentiel de la sonde . . . . .	181
9.4.4	Calibration . . . . .	182
9.5	Conclusion . . . . .	182

---

<b>10 Méthode <math>\delta f</math></b>	<b>187</b>
10.1 Introduction . . . . .	187
10.2 Description de la méthode . . . . .	188
10.2.1 La méthode $\delta f$ -PIC . . . . .	188
10.2.2 Bruit de la méthode . . . . .	191
10.2.3 Mise à jour de la fonction $f_0$ . . . . .	191
10.3 Validation : Sonde sphérique polarisée . . . . .	192
10.4 Validation de la mise à jour des moments de $f_0$ . . . . .	193
10.5 Validation : Satellite TARANIS . . . . .	195
10.6 Conclusion . . . . .	196
<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>205</b>
<b>Annexes</b>	<b>208</b>
A Équations électromagnétiques . . . . .	208
A.1 Équations de Maxwell . . . . .	208
B Paramètres orbitaux . . . . .	208
C Plasmas . . . . .	209
C.1 Onde acoustique ionique . . . . .	209
C.2 Fréquence plasma . . . . .	210
C.3 Fréquence cyclotron et Rayon de Larmor . . . . .	211
C.4 Ondes d'Alfvén . . . . .	212
C.5 Fonction de distribution . . . . .	212
C.6 Equation de Boltzmann . . . . .	214
C.7 Équation de Vlasov . . . . .	215
C.8 Grandeurs macroscopiques du plasma . . . . .	216
C.9 Moments de l'équation de Vlasov . . . . .	216
D Article publié . . . . .	219

# Présentation générale

Les satellites en orbite terrestre se déplacent dans le plasma ionosphérique, un mélange de particules chargées et de particules neutres. Les électrons et les ions issus de ce plasma, ainsi que les émissions Ultra-Violettes (UV) en provenance du soleil, interagissent avec les surfaces du satellite et modifient sa charge électrostatique. Cette charge peut induire elle-même des décharges électrostatiques aux conséquences allant de perturbations électromagnétiques (fausses commandes par exemple) à la perte du satellite. En orbites de basse altitude (LEO) l'énergie cinétique et thermique du plasma est généralement faible et les satellites vont rarement présenter des décharges importantes. Néanmoins, les missions scientifiques qui embarquent des instruments très performants et précis peuvent être affectés par cette interaction satellite-plasma-émissions UV.

En particulier, les satellites qui orbitent en LEO sont soumis aux régimes mesosoniques - la vitesse du satellite est plus rapide que les ondes acoustiques d'ions, mais beaucoup plus lente que la vitesse thermique des électrons - cette interaction conduit à une perturbation dans le plasma local et à la génération d'une onde de choc, ce qui entraîne la raréfaction du plasma dans l'écoulement en aval et une compression en amont. Ces changements modifient les courants de surface et ont donc un effet sur la charge électrique globale du satellite. La collection des ions est augmentée sur les surfaces avant, alors que celle sur les surfaces arrière est réduite. Cette différence des ions collectés engendre une charge électrique différentielle entre les surfaces arrière et avant. Dans le sillage proche de la sonde les ions thermiques sont exclus parce qu'ils ne possèdent pas une vitesse suffisante pour entrer dans cette région depuis le côté aval. D'autre part, les électrons ont une vitesse thermique suffisante, mais à cause de la charge qui est créée quand ils entrent dans le sillage sans les ions, ils sont repoussés.

L'objectif de cette thèse est d'étudier et d'améliorer la compréhension des interactions entre un plasma ionosphérique et un satellite, au point de pouvoir calibrer les instruments embarqués sur le satellite TARANIS avec une précision inférieure à la sensibilité de l'instrument. C'est-à-dire pouvoir prévoir les perturbations auxquelles seront soumis les instruments à bord de TARANIS en fonction de l'environnement et des matériaux présents à la surface du satellite et ses appendices.

Le projet TARANIS et ses instruments embarqués plus sensibles à la charge électrostatique du satellite sont présentés dans le chapitre 1. Ensuite, dans le chapitre 2 on présente une introduction à l'environnement spatial et leur impact aux satellites dans des orbites terrestres à basse altitude. Nous présentons également les différents mécanismes qui affectent la charge électrostatique des satellites dans le chapitre 3 et les différentes relations théoriques et analytiques sur les principes des interactions satellite/plasma. Néanmoins, pour pouvoir caractériser le plasma ionosphérique et prévoir les différentes perturbations susceptibles d'affecter les instruments ou/et le satellite il est nécessaire d'effectuer des simulations. Un plasma peut être modélisé à partir d'une approche cinétique, d'une approche fluide ou d'une combinaison des deux (approche hybride). Dans le chapitre 4 nous présentons une étude des différentes approches utilisées pour la simulation des plasmas spatiaux.

L'approche cinétique est la manière la plus fondamentale de décrire un plasma en suivant les particules qui en font partie dans l'espace des phases et en résolvant l'équation de Vlasov, alors que les approches fluides sont basées en l'étude des grandeurs macroscopiques (densité, vitesse, température, etc..) à la suite d'une série d'approximations et hypothèses. Pour cela, l'approche cinétique est souvent plus précise physiquement mais aussi beaucoup plus coûteuse en ressources de calcul. De plus, les méthodes cinétiques génèrent du bruit statistique qui est également très coûteux à réduire.

Les logiciels de simulation actuels, tel que le code SPIS (Spacecraft Plasma Interaction System), permettent de calculer la charge électrostatique autour des véhicules spatiaux et leur interaction avec l'environnement spatial en tenant compte de la géométrie tridimensionnelle du satellite et de ses différents matériaux. SPIS est capable d'utiliser des approches cinétiques : Particle-In-Cell, fluides : Poisson-Boltzmann ou des approches hybrides. Cependant aucun schéma numérique n'est parfaitement adapté à la réalisation de simulations à très faible bruit pour des satellites orbitant dans le plasma ionosphérique et dans un temps de calcul admissible. Cette problématique est présentée en détail dans le chapitre 5 avec des simulations du satellite TARANIS utilisant les différentes approches actuelles.

Pour résoudre ce problème, dans une première partie j'ai développé et mis en œuvre une méthode de simulation à partir d'un couplage entre la méthode cinétique Particle-In-Cell et l'approximation fluide-analytique de Poisson-Boltzmann. La méthode proposée, appelée méthode couplée, est présente dans le chapitre 6. Elle présente les avantages des méthodes analytiques en termes de bruit statistique et de ressources de calcul sans souffrir de certaines de leurs limitations. Concrètement, les solutions apportées en terme de potentiel de surface et courant sont très similaires à la solution cinétique.

Dans une seconde partie, nous avons utilisé cette méthode pour effectuer des simulations à faible bruit du satellite TARANIS complet, en regardant

l'influence de l'environnement, l'orientation des panneaux solaires et de la quantité de ruban adhésif Kapton utilisé à la surface du satellite. Ces simulations (chapitre 7) ont permis de confirmer que l'impact des choix techniques réalisés lors de l'assemblage de TARANIS n'excède pas les marges autorisées.

Ensuite, nous avons pu caractériser l'influence de ces paramètres sur les instruments les plus sensibles au plasma ionosphérique : la sonde ionique et l'instrument IME-BF qui ont été simulés séparément.

La sonde ionique consiste en une sonde de Langmuir qui a comme objectif d'extraire le plus d'information du plasma ionosphérique à partir d'une caractéristique courant-tension mesurée. L'instrument IME-BF est constitué de deux capteurs sphériques, montés aux extrémités de deux bras de 4 m sortant du corps de TARANIS. Les résultats et calibration des instruments sont présentés dans les chapitres 8 et 9.

Enfin, j'ai développé une nouvelle méthode de simulation, basée sur la méthode cinétique PIC- $\delta f$  perturbative, laquelle permet de s'approcher de la solution cinétique en partant d'une fonction de distribution analytique, tout en limitant le coût en calculs. L'approche couplée est utilisée pour calculer cette distribution analytique et les trajectoires des particules de la méthode  $\delta f$  permettent d'actualiser les moments de cette distribution et de réduire le bruit au cours de la simulation.

Cette méthode a été utilisée pour simuler le satellite TARANIS complet et nous avons montré que ce schéma permet de réduire le bruit de la simulation en utilisant les mêmes ressources de calcul. Cette approche permettait également d'analyser l'effet global de chacun des instruments sur TARANIS dans une simulation partagée, ce qui est très coûteux avec des méthodes cinétiques traditionnelles. Les résultats sont montrés dans le chapitre 10.



Première partie

État de l'art



# Chapitre 1

## Projet TARANIS

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Phénomènes ciblés par TARANIS . . . . .</b>	<b>8</b>
1.1.1	Farfadets . . . . .	9
1.1.2	Elfes . . . . .	9
1.1.3	Jets Bleus . . . . .	10
<b>1.2</b>	<b>Instruments de la Charge Utile à modéliser . . . . .</b>	<b>10</b>
1.2.1	Instrument IME-BF . . . . .	10
1.2.2	Instrument SI . . . . .	12

---

TARANIS est un microsatellite du CNES (Centre national d'Études Spatiales) en phase d'intégration. La mission TARANIS est dédiée à l'étude des différents phénomènes physiques associés aux orages atmosphériques [1] : les événements lumineux transitoires (Transient Luminous Event, TLE), les émissions de photons gamma (Terrestrial Gamma ray Flashes, TGF), les émissions d'électrons énergétiques, ainsi que les ondes électro-magnétiques. Lors des phases de développement, de tests et d'exploitation en vol, le projet utilisera les moyens de la filière de microsatellites MYRIADE du CNES.

La charge utile de TARANIS est composée de 8 instruments scientifiques [2] : un détecteur d'électrons énergétiques, un détecteur de gammas, une caméra et des photomètres, une antenne électrique de haute fréquence, un magnétomètre, un instrument de mesure du champ électrique basse fréquence (IME-BF) et des ions thermiques (SI). Ces instruments sont conçus pour fonctionner 2 ans (minimum) en orbite avec une cadence de 12 orbites par jour. Le projet est actuellement en phase D et le lancement est prévu fin 2019. Le satellite sera placé en orbite héliosynchrone, quasi-polaire, à environ 700 *km* d'altitude.

Les instruments scientifiques vont fonctionner entre  $-60^\circ$  et  $60^\circ$  de latitude géographique. Le survol des régions polaires sera utilisé pour les manœuvres du satellite et de sa charge technologique (roue d'inertie, panneaux solaires, etc.). Pour minimiser le volume des données transmis au

sol, la plupart du temps les instruments vont fonctionner un mode "Survey". Les phénomènes extrêmement rapides du type TLE/TGF seront détectés à bord par un des instruments "déclencheurs", qui transmettra l'alerte à tous les instruments de la charge utile. Suite à l'alerte, chaque instrument va effectuer ces mesures en mode "Event", un mode avec une haute cadence et une datation des données précise (de l'ordre de la microseconde). Pour avoir la possibilité de corréler les données enregistrées à bord avec les observations au sol, une correction d'horloge interne du satellite est effectuée périodiquement depuis le sol.

## 1.1 Phénomènes ciblés par TARANIS

Les TLEs sont des phénomènes de fluorescence optique provoqués par des décharges électriques au-dessus des systèmes orageux, entre 20 et 100 km d'altitude, qui sont encore aujourd'hui peu connus et mal modélisés. Il y a plusieurs classes de TLEs : farfadets, elfes et jets illustrées dans la figure 1.1 ci-dessous.

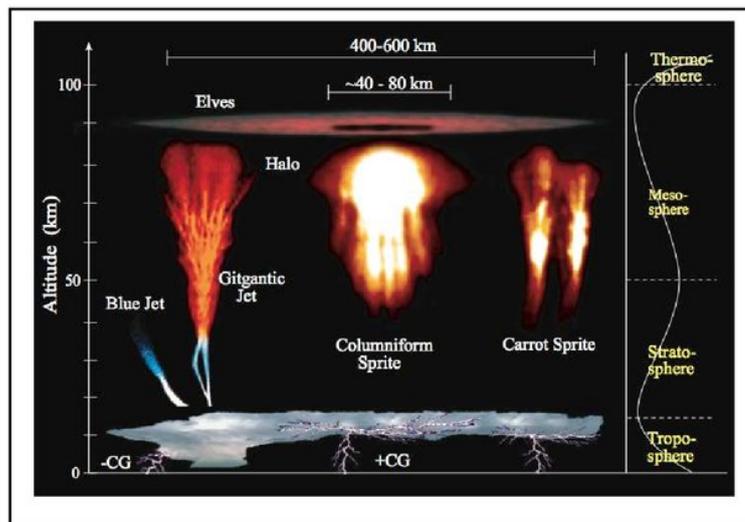


FIGURE 1.1 – Différent classes des TLEs, tiré de [3].

Les TGFs sont les émissions électromagnétiques très énergétiques (allant jusqu'à 30 MeV) déclenchées par les systèmes orageux dans l'atmosphère terrestre. Elles ont été découvertes en 1991 par le satellite CGRO (Compton Gamma Ray Observatory), qui était conçu pour capter des émissions gammas extraterrestres énergétiques. Chaque événement de ce type dure en moyenne 0.2 – 3.5 millisecondes et est accompagné par des électrons énergétiques accélérés vers l'ionosphère. Plusieurs observations indiquent que ces faisceaux d'électrons traversent l'ionosphère, se dirigent le long des

lignes du champ magnétique terrestre et peuvent effectuer plusieurs aller-retours entre les hémisphères Nord et Sud. Ces électrons contribuent à un peuplement des ceintures de radiation et à une augmentation du taux d'ionisation dans l'atmosphère [4].

### 1.1.1 Farfadets

Les farfadets (*sprites*, en anglais) sont des phénomènes lumineux à structure filamentaire engendrés dans la thermosphère et propagés à travers la mésosphère vers la stratosphère. Ils sont généralement déclenchés par les décharges de foudre positive entre un nuage orageux et le sol, bien que des sprites générés par des éclairs au sol négatifs aient également été observés [5]. Les farfadets peuvent être déplacés horizontalement jusqu'à 50 km de l'emplacement du coup de foudre sous-jacent, avec un retard de quelques millisecondes à la suite de la foudre.

Il existe plusieurs mécanismes qui puissent expliquer leur formation. Parmi eux on trouve :

- a) Un champ électrique quasi-statique (de l'ordre de 10 MV/m) qui génère un claquage de l'air ;
- b) Une cascade d'électrons relativistes déclenchée par le rayonnement cosmique. Cette avalanche pourrait produire un rayonnement d'émissions X et secondaires par bremsstrahlung. L'observation fortuite du satellite CGRO d'émissions X et gamma en provenance de l'atmosphère terrestre confirme ce dernier modèle et indique que les deux phénomènes, TGFs et farfadets, peuvent être liés.

Ils ont été observés également dans les couches supérieures de l'atmosphère de Vénus, Jupiter et Neptune [6].

### 1.1.2 Elfes

Les elfes (Emission of Light and Very low-frequency perturbations from Electromagnetic pulse Sources, *elves*, en anglais) sont engendrés dans la basse thermosphère et prennent la forme de disques en expansion avec des diamètres qui atteignent 400 km. Ces disques semblent être générés par les décharges électriques (éclairs) dans la basse atmosphère (troposphère). Les ondes et électrons énergétiques provoqués par l'éclair se propagent dans toutes les directions [7].

Lorsqu'ils atteignent une altitude d'environ 100 km, les molécules d'azote de l'atmosphère s'illuminent suite à leur excitation lors de collisions avec les électrons énergétiques. La forme de disque observée est due à l'intersection entre les trajectoires des électrons et cette couche plane de l'atmosphère. Ils peuvent être également liés aux phénomènes TGFs [8].

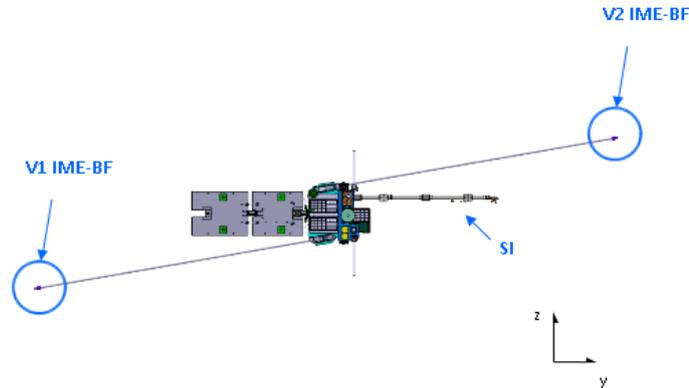


FIGURE 1.2 – La position de chaque instruments au bord de TARANIS.

### 1.1.3 Jets Bleus

Les Jets sont des lueurs, généralement bleues, montant des nuages orageux vers la stratosphère. Ils se projettent à partir du sommet d'un cumulonimbus, au-dessus d'un orage, souvent sous la forme d'un cône étroit d'angle de  $15^\circ$  et atteint l'altitude de 40 – 50 kilomètres. De plus, alors que les farfadets sont associés à une activité significative des éclairs, les jets bleus ne semblent pas être directement déclenchés par ces derniers. Ils sont souvent observés lors de la précipitation de grêlons. Les jets sont aussi plus brillants que les farfadets. La couleur bleue des Jets est attribuée aux émissions du diazote moléculaire (neutre et/ou ionisé). Les jets bleus sont plus rares que les farfadets et ils ont plusieurs variantes, parmi lesquels les Jets géants, qui ont une ascension similaire au Jet, mais qui peuvent atteindre une altitude de 70 *km* et se divisent en différentes branches à partir de 40 *km*.

## 1.2 Instruments de la Charge Utile à modéliser

### 1.2.1 Instrument IME-BF

Le champ électrique continu à bord de TARANIS est mesuré par l'instrument IME-BF (figure 1.3) développé au LATMOS [9]. Les deux senseurs d'IME-BF sont montés sur des bras de 4 *m* de longueur chacun.

Chaque senseur de l'IME-BF mesure le potentiel électrique continu de  $-10\text{ V}$  à  $+10\text{ V}$ . La sensibilité de l'instrument est de  $0.5\text{ mV}$  et la précision sur la mesure du potentiel est de  $\pm 10\text{ mV}$ . Ces mesures sont faites par rapport au potentiel de référence du satellite. Si la distribution de charges électriques sur les surfaces externes du satellite donne la même contribution aux potentiels électriques mesurés par les deux senseurs de l'IME-BF, la différence des potentiels mesurés par les senseurs est



FIGURE 1.3 – Photographie d'un des deux senseurs IME-BF qui sont à environ  $4\text{ m}$  du corps du TARANIS.

directement proportionnelle au champ électrique dans le milieu. Si ce n'est pas le cas, la distribution des charges électriques du satellite doit être modélisée et retranchée aux mesures ensuite pour calculer le champ électrique. En prenant en compte que l'amplitude du champ électrique continu dans l'ionosphère varie entre quelques dizaines et quelques centaines de  $\text{mV/m}$ , une asymétrie des charges de quelques dizaines de  $\text{pC}$  devra être prise en considération.

Dans le plasma ionosphérique une gaine est formée autour de chaque senseur. Cette gaine a une épaisseur de quelques centimètres (voire de dizaines de centimètres) et elle comporte un plasma avec des propriétés différentes de ceux du plasma ambiant. Les propriétés électriques de la gaine, estimées à partir de la calibration périodique de l'instrument le long de

l'orbite, sont utilisées pour corriger le potentiel mesuré par chaque senseur. Ces corrections sont valables si le plasma est le même autour des deux senseurs. Si ce n'est pas le cas (par exemple, dans les conditions où un des deux senseurs est situé dans l'ombre du satellite), alors des corrections doivent être calculées à partir du modèle issue de cette thèse.

### 1.2.2 Instrument SI

La Sonde Ionique (SI) est un type de Sonde de Langmuir à potentiel fixe développée au LATMOS en collaboration avec le GSFC/NASA. L'instrument, accommodé sur le bras IMM (figure 1.3), est composé d'un senseur sphérique polarisé négativement par rapport au potentiel du satellite ou par rapport au potentiel du senseur cylindrique flottant (figure 1.4). Le courant mesuré par le senseur sphérique dépend de la densité du plasma, de la composition d'ions, de la température des ions, ainsi que du potentiel du satellite et de la vitesse du satellite par rapport au plasma. Pour estimer la densité du plasma à partir des mesures de la SI, un modèle analytique sera utilisé. Les paramètres de ce modèle seront ajustés en utilisant les résultats des simulations numériques effectuées dans cette thèse.

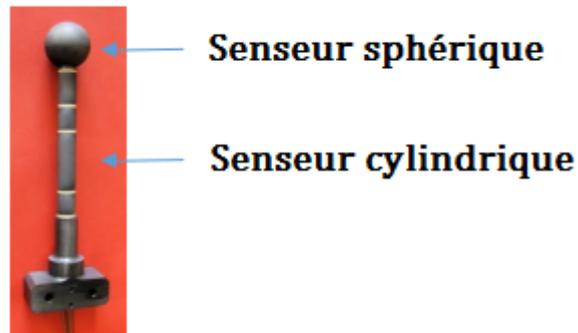


FIGURE 1.4 – La sonde ionique

## Chapitre 2

# Environnement Spatial

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction à l'environnement Spatial . . . . .</b>	<b>13</b>
2.1.1	Effets de l'environnement . . . . .	14
2.1.2	Sources de plasma . . . . .	15
<b>2.2</b>	<b>Plasmas . . . . .</b>	<b>19</b>
2.2.1	Effets collectifs . . . . .	19
2.2.2	Interactions individuelles . . . . .	22
2.2.3	Différents types de Plasmas . . . . .	25
<b>2.3</b>	<b>L'Orbite Basse . . . . .</b>	<b>26</b>
2.3.1	Environnement typique . . . . .	28
2.3.2	Pire-cas en orbites polaires du point de vue de la charge . . . . .	32

---

Jusqu'en 1946, tout ce que les scientifiques avaient déduit sur l'espace était basé sur des observations à partir de la Terre. Avec le début de l'ère spatiale, de nombreuses fusées-sondes de haute altitude puis des satellites se sont succédés pour améliorer nos connaissances dans le domaine de l'environnement spatial. L'une des premières découvertes faites par les premiers satellites était qu'un nombre étonnamment élevé de particules chargées étaient piégées dans le champ magnétique terrestre [10]. Les instruments à bord du satellite des États-Unis Explorer 1 a permis de déterminer que la Terre est encerclée par des ceintures de radiations appelées ceintures de Van Allen. D'autres caractéristiques de l'environnement spatial, certaines anticipées et d'autres inattendues, ont également été rencontrées par ces premières sondes.

## 2.1 Introduction à l'environnement Spatial

Lorsqu'un satellite part dans l'espace, il y trouve des conditions physiques différant radicalement de celles qui règnent sur Terre. Il est

important de les connaître de la manière la plus précise, afin d'anticiper l'apparition de problèmes sur les missions et les engins spatiaux. Les effets de l'environnement spatial sur les satellites peuvent provenir du rayonnement cosmique, des débris et micrométéorites, de l'atmosphère et du plasma spatial.

### **2.1.1 Effets de l'environnement**

#### **Effets des rayonnements**

Les effets des rayonnements sur les missions spatiales sont très différents en fonction de l'orbite. Les satellites qui sont en orbite basse (Low Earth Orbit, LEO) sont protégés par la magnétosphère des particules chargées d'origine solaire et des rayons cosmiques provenant de l'espace interstellaire. Les véhicules spatiaux opérant en orbite géostationnaire (Geostationary Earth Orbit, GEO) qui peuvent éventuellement être en dehors de la magnétosphère ou les missions interplanétaires reçoivent un rayonnement beaucoup plus intense. Les rayons cosmiques et les ions énergétiques pénètrent les circuits intégrés embarqués et engendrent des événements appelés Single Event Effect (SEE), lesquels peuvent aller des modifications des données ou de fausses commandes à la perte du satellite. Le rayonnement solaire peut entraîner également une élévation de la température sur les parties éclairées du satellite, alors que les parties ombragées se refroidissent sous le point de congélation des fluides comme l'eau ou le combustible du propulseur. Les batteries, les composants électroniques, les panneaux solaires, les éléments de propulsion et les instruments ont une plage de température de fonctionnement qui doit être respectée. Des techniques passives et actives du contrôle thermique doivent être mises en place pour prendre en compte ces contraintes.

#### **Effets des débris et micrométéorites**

Malgré la petite taille de la plupart des débris et micrométéorites, la vitesse vertigineuse à laquelle ils se déplacent en fait une menace sérieuse pour toute mission. De plus, dès qu'ils entrent en collision avec les panneaux solaires ils provoquent la génération d'un plasma de forte densité, lequel peut engendrer des événements électriques qui peuvent endommager les panneaux solaires et le satellite [11].

#### **Effet du vide spatial et de l'atmosphère**

Le dégazage des surfaces du satellite dû au vide spatial crée un nuage de contaminants qui accompagne le satellite. Ce nuage peut contaminer les surfaces et modifier leurs caractéristiques thermiques et électriques [12]. De plus, l'interaction chimique des contaminants avec la haute atmosphère

en orbite basse peut amplifier le problème. Des couches de plusieurs micromètres de contamination ont pu être observées après 10 ans en LEO [13]. La concentration d'oxygène atomique, très présent dans les orbites basses, altère les matériaux de surface en les oxydant [14].

En orbites basses l'effet de freinage atmosphérique ne peut pas être négligé car il modifie constamment l'orbite du satellite. Sur une orbite à 700 km d'altitude, les satellites descendent de plusieurs mètres par jour. Leur altitude doit être surveillée et rétablie régulièrement à sa valeur nominale. En contrepartie, beaucoup de satellites en LEO utilisent ce freinage pour effectuer la désorbitation et certains pays le requièrent <sup>1</sup>.

### Effets du plasma spatial

L'environnement plasma est principalement composé d'ions chargés positivement <sup>2</sup> et d'électrons chargés négativement. Leur densité et énergie thermique varie avec l'activité solaire et l'altitude. En raison des différentes vitesses des ions positifs et des électrons négatifs, des matériaux de surfaces et du rayonnement solaire la charge électrique du satellite n'est pas homogène. Cela peut générer des différences de potentiel qui peuvent entraîner des arcs électriques et des courants parasites dans les panneaux solaires [15]. Ces effets de charge ont également une influence sur les mesures des instruments embarquées.

Cette thèse s'intéresse aux effets du plasma spatial et leurs interactions avec le satellite. Pour cela, les différentes sources de plasma du système solaire doivent être caractérisées.

### 2.1.2 Sources de plasma

#### Le soleil

Le soleil génère constamment de l'énergie à partir de réactions nucléaires qui convertissent l'hydrogène en hélium. Une partie de la perte de masse au cours de ces réactions correspond à l'énergie rayonnée par le soleil.

A l'extérieur de la surface du soleil, une atmosphère est formée. Les couches de l'atmosphère solaire sont appelées chromosphère, zone de transition et couronne. Dans ces régions le plasma a une température très supérieure à la température de la surface du soleil, appelé photosphère. Dans la couronne la température du plasma atteint plusieurs millions de Kelvins et avec une densité d'environ  $10^{15} m^{-3}$ . Aujourd'hui nous savons

---

1. En France, tous les satellites lancés depuis le territoire français doivent être conçus pour désorbiter à la fin de leur mission spatiale.

2. Les ions chargés négativement sont parfois présents, surtout dans les couches inférieures des ionosphères planétaires à cause des réactions chimiques, mais dans la plupart des plasmas spatiaux sont considérés négligeables.

qu'une partie de l'échauffement de la couronne est due à la reconnexion magnétique, mais le phénomène d'échauffement global de cette couche est encore inconnu [16]. Des particules du plasma vont être accélérées dans cette zone et éjectées suivant les lignes de champ magnétique du soleil pour former le vent solaire. L'activité magnétique du soleil est souvent reliée au nombre de tâches solaires à la surface qui suivent un cycle de 11 ans. Elles sont liées aux événements solaires de forte activité magnétique, comme les boucles coronales, les protubérances solaires, les éruptions solaires ou les éjections de masse coronale (CME).

Les CME sont des éjections d'une grande quantité de matière accompagnée d'un champ magnétique assez puissant. Le plasma éjecté est surtout composé d'électrons et de protons de haute énergie. Lorsque l'éjection est dirigée vers la Terre, la pression de la masse en mouvement provoque une tempête géomagnétique qui peut perturber le champ magnétique terrestre et entraîner des risques importants pour les missions spatiales.

### **Le vent solaire et la magnétosphère**

A la suite de collisions thermiques dans la couronne et à des événements liés au champ magnétique solaire, les particules s'échappent de la couronne solaire avec une vitesse qui varie entre  $400 \text{ km.s}^{-1}$  et  $1000 \text{ km.s}^{-1}$ . Le vent solaire est ainsi le plasma émis par la couronne solaire. Il est composé surtout d'électrons et de protons avec une quantité mineure (autour de 10%) de particules alpha et d'ions lourds. Le vent solaire s'étend dans la dernière région de l'atmosphère solaire, appelé héliosphère. L'héliosphère comprend l'espace depuis la couronne à environ  $0.1 \text{ UA}$ , où  $\text{UA}$  est l'unité astronomique de longueur (i.e. la distance moyenne de la terre au soleil), jusqu'à plus de  $50 \text{ UA}$ . On considère que l'héliosphère commence quand la vitesse du vent solaire est supérieure à la vitesse d'Alfvén (voir Annexe C.4) et à la vitesse sonique (voir Annexe C.1)). Dans la plupart du système solaire le vent solaire est donc super-alfvéenique et supersonique.

Les particules du vent solaire sont couplées aux lignes du champ magnétique, et quand il interagit avec le champ magnétique terrestre la plupart d'entre elles sont réfléchies à cause des forces de Lorentz. Il existe donc une frontière appelée la magnétopause entre le champ magnétique terrestre et le vent solaire, à laquelle la pression du champ magnétique terrestre est équilibrée par rapport à la pression dynamique du vent solaire. Cette frontière est très dynamique, mais se situe généralement à environ 6 rayons terrestres du côté jour et à 200 rayons terrestres du côté nuit. Le caractère supersonique du vent solaire crée une onde de choc en amont de l'obstacle que représente le dipôle magnétique terrestre (figure 2.1). L'équilibre entre les pressions du vent solaire et du champ magnétique donne à la magnétosphère cette dissymétrie avec une extension considérable du côté

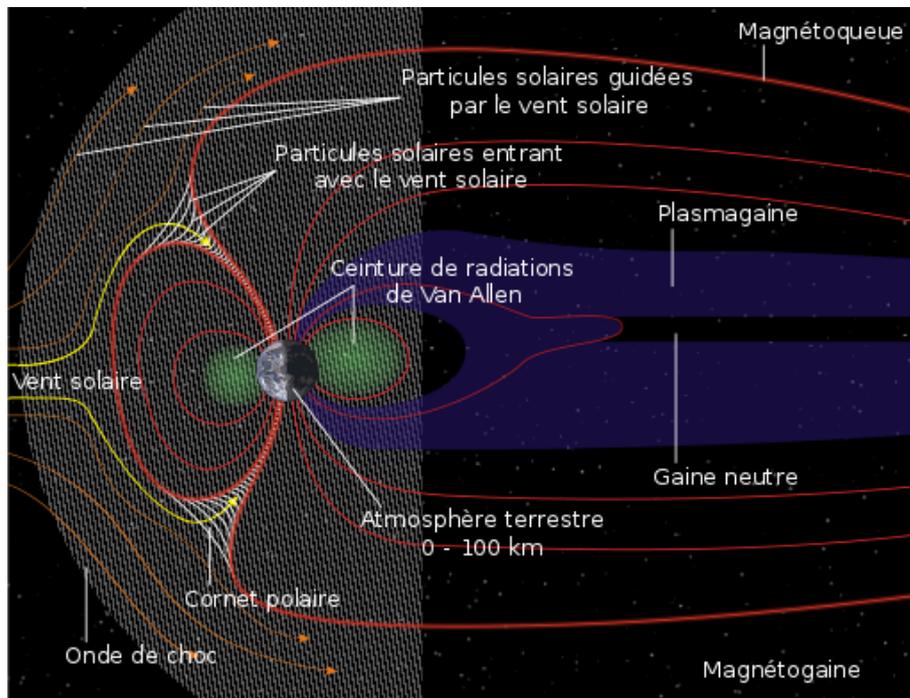


FIGURE 2.1 – Structure de la magnétosphère

nuit, appelé magnétoqueue.

La magnétosphère n'est pas totalement isolée du vent solaire, environ 1 % du flux de matière arrivant en amont de la face diurne parvient à traverser la magnétopause. Cela constitue une source de plasma pour l'alimentation des aurores et des ceintures de radiation.

### Les ceintures de radiation et les aurores

La configuration des lignes de champ magnétique terrestre et les effets de la reconnexion magnétique dans la magnétopause permettent aux particules du vent solaire d'accéder dans la magnétosphère.

Dans la magnétosphère il existe une structure de plasma piégé, c'est-à-dire des particules effectuant un mouvement permanent le long des lignes du champ magnétique terrestre, oscillant entre les pôles nord et sud. Ces zones sont appelées ceintures de Van Allen ou ceintures de radiation.

La ceinture interne est située entre 1.000 et 10.000 *km* avec un maximum de flux situé à environ 3.000 *km* d'altitude. Elle est principalement constituée de protons de haute énergie. Cette ceinture est beaucoup plus près de la surface de la Terre dans une zone appelée anomalie magnétique de l'Atlantique Sud (SAA) et les satellites d'orbite basse (LEO) peuvent être affectés. Cette anomalie s'explique par le fait que l'axe magnétique de la

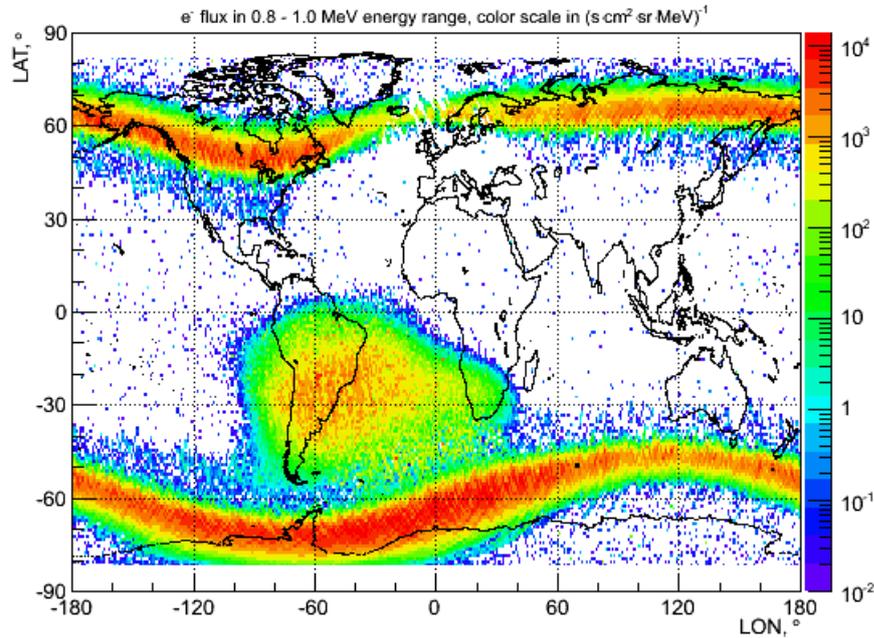


FIGURE 2.2 – Anomalie magnétique de l’Atlantique Sud (SAA). Concrètement on montre le flux d’électrons moyen dans l’intervalle  $0.8 - 1.0 \text{ MeV}$  mesuré par le télescope EPT entre le 29 mai et 20 août de 2013 à  $800 \text{ km}$  d’altitude à bord du satellite Proba V (ESA) [19].

Terre est décalé par rapport l’axe de rotation.

La ceinture externe est située entre  $13.000$  et  $60.000 \text{ km}$  d’altitude, avec le maximum de flux situé à environ  $25.000 \text{ km}$ . Elle est principalement constituée d’électrons de haute énergie.

### L’ionosphère

La haute atmosphère terrestre est composée de plusieurs couches : la troposphère, la stratosphère, la mésosphère, la thermosphère et l’exosphère. Les cinq premières vont jusqu’à  $700 \text{ km}$  d’altitude alors que l’exosphère s’étend jusqu’à environ  $10000 \text{ km}$  d’altitude.

Sur l’hémisphère ensoleillé de la Terre, le rayonnement ultraviolet (UV) provenant du soleil pénètre dans l’atmosphère, en ionisant et en excitant les molécules présentes. Il en résulte un équilibre entre l’augmentation de la densité et l’augmentation de l’absorption qui conduit à la formation d’une couche, l’ionosphère. Étant un plasma très dynamique, les propriétés de l’ionosphère varient avec l’altitude, la latitude, l’heure du jour et le cycle des taches solaires [17]. Les perturbations géomagnétiques locales peuvent également causer des variations difficiles à prévoir. Malgré cela

les caractéristiques générales de l'ionosphère peuvent être décrites avec des modèles simples. [18]

La limite inférieure de l'ionosphère est plutôt arbitraire car la densité du plasma diminue avec l'augmentation de la densité atmosphérique. Historiquement, on a statué que l'ionosphère commençait à environ 50 *km* de la surface, parce que c'est l'altitude où la densité du plasma devient suffisante pour influencer sensiblement la propagation des ondes radio. Il n'y a pas de limite supérieure distincte, mais 2000 *km* est généralement utilisée pour la plupart des applications pratiques.

## 2.2 Plasmas

Un plasma est un fluide partiellement ou totalement ionisé. Il est composé d'une collection des particules chargées, donc d'électrons et d'ions et éventuellement d'espèces neutres. Les plasmas sont extrêmement répandus dans l'Univers puisqu'ils représentent plus de 99% de la matière connue.

Les constituants de ce plasma sont influencés par les champs électriques et magnétiques. Dans le même temps les particules chargées modifient de manière auto-cohérente ces mêmes champs. A basse température, les ions et électrons ont tendance à se recombiner et former des atomes neutres, en conséquence des hautes températures sont souvent nécessaires pour maintenir le degré d'ionisation. Les plasmas sont le résultat de deux tendances contradictoires et complémentaires, une tendance au désordre due à l'agitation thermique et une tendance à l'organisation due à l'aspect collectif des interactions électromagnétiques.

Ces deux tendances permettent aux plasmas de rester sous forme ionisée, tout en restant globalement neutres.

### 2.2.1 Effets collectifs

Dans un plasma, les interactions qui interviennent entre particules sont principalement électromagnétiques et fondamentalement différentes des collisions gazeuses. A la différence des interactions entre les particules neutres, ces interactions sont à longue portée ( $\sim 1/r^2$ ). Une particule donnée dans un plasma est sensible à un voisin très proche mais elle est aussi sensible à toutes les autres particules via les champs électromagnétiques qu'elles créent. On parle d'interaction collective lorsque, dans une région donnée, une particule est soumise principalement au champ moyen créé par toutes les autres. Cela se produit aux échelles où l'on observe une neutralité moyenne appelée quasi-neutralité.

### Quasi-neutralité

Les charges négatives sont attirées par les charges positives et réciproquement. Cette tendance naturelle implique que statistiquement, chaque charge va s'entourer d'un nuage de charges de signes opposés, assurant la neutralité de l'ensemble.

Cette neutralité ne devient apparente qu'aux échelles plus grandes que la taille de ce "nuage", tandis qu'à des échelles plus petites, les charges positives et négatives qui composent le plasma peuvent donner naissance à des régions chargées. Cette taille du "nuage" est une des longueurs caractéristiques du plasma, appelée Longueur de Debye  $\lambda_D$ .

L'origine physique de cette longueur peut être trouvée grâce à l'équation de Poisson. Dans un plasma avec  $N$  populations d'espèces chargées différentes on peut exprimer le laplacien du potentiel  $\phi$  comme :

$$-\Delta\phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i n_i(\mathbf{x}) \quad (2.1)$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide et  $n_i(\mathbf{x})$  la densité électrique de l'espèce  $i$ . En supposant le champ magnétique nul et des populations isotropes et en négligeant leur inertie, les populations de particules chargées suivront la relation de Boltzmann (voir Annexe C.65). Dans ces conditions l'équation de Poisson 2.1 devient :

$$-\Delta\phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i n_i^0 \exp\left(-\frac{q_i \phi}{k_B T_i}\right) \quad (2.2)$$

où  $q_i$  et  $T_i$  sont respectivement la charge électrique et la température de la population  $i$ , et  $k_B$  est la constante de Boltzmann.

Pour les systèmes à hautes températures  $q_i \phi \ll k_B T_i$ , l'exponentielle peut être développée en une série de Taylor :

$$\exp\left(-\frac{q_i \phi}{k_B T_i}\right) \approx 1 - \frac{q_i \phi}{k_B T_i} \quad (2.3)$$

Par conséquent, l'équation 2.2 linéarisée donne :

$$\Delta\phi - \left(\sum_{i=1}^N \frac{q_i n_i^0}{\epsilon_0 k_B T_i}\right) \phi = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i n_i^0 \quad (2.4)$$

Lorsqu'on cherche la longueur caractéristique pour laquelle le plasma est neutre, le terme de droite disparaît, et l'équation de Poisson devient :

$$\Delta\phi - \lambda_D^{-2} \phi = 0 \quad (2.5)$$

où  $\lambda_D$  est la longueur de Debye :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B}{\sum_{i=1}^N n_i^0 q_i^2 / T_i}} \quad (2.6)$$

Le terme ionique est souvent abandonné<sup>3</sup>, donnant la longueur de Debye électronique :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e^0 e^2}} \quad (2.7)$$

La longueur de Debye est donc la distance au-delà de laquelle le champ électrique dû à une particule chargée est masqué par le mouvement collectif des particules du plasma. Sur des échelles plus grandes que la longueur de Debye, le plasma répond collectivement à une charge donnée, à une perturbation de charge ou à un champ électrique imposé. La longueur de Debye est donc la longueur maximale sur laquelle le plasma peut s'écarter significativement de la neutralité de charge. En d'autres termes, les plasmas qui sont significativement plus grands que la longueur de Debye sont électriquement neutres.

Ce processus de quasi-neutralité est tout à la fois dynamique et statistique et représente un équilibre entre deux tendances antagonistes, la force Coulombienne qui tend à rapprocher les électrons des ions positifs, souvent considérés, en raison de leur masse, comme statiques par rapport aux électrons et l'agitation thermique qui tend à lisser toutes les accumulations de charge.

### Fréquence du plasma et ondes

Si l'on introduit une perturbation locale de la quasi-neutralité du plasma, celui-ci va avoir tendance à revenir vers l'état d'équilibre de neutralité. L'inertie faible mais finie des particules chargées dans le plasma provoque une réponse collective en forme d'oscillations ou d'ondes.

Lorsque la fréquence caractéristique de cette perturbation est suffisamment faible, les électrons et les ions peuvent se déplacer rapidement par rapport à la perturbation et leurs réponses sont adiabatiques, ce qui va provoquer un écrantage de Debye.

Néanmoins, lorsque la fréquence caractéristique des perturbations augmente, l'inertie des particules chargées devient importante. Si la fréquence de perturbation dépasse la fréquence inertielle correspondante, on obtient une réponse inertielle plutôt qu'adiabatique. Parce que les ions

---

3. Bien que cette affirmation ne soit valide que lorsque la mobilité des ions est négligeable par rapport à l'échelle temporelle du processus.

sont beaucoup plus massifs que les électrons,<sup>4</sup> leur fréquence inertielle caractéristique est généralement beaucoup plus faible que pour les électrons dans les plasmas. Ce mode propre de basse fréquence représente une onde de type longitudinal appelé onde acoustique ionique (voir Annexe C.1) avec une vitesse :

$$v_s = \sqrt{\frac{k_B(ZT_e + \gamma_i T_i)}{m_i}} \quad (2.8)$$

D'autre part, le mode propre correspondant à la faible inertie des électrons, et donc à une fréquence beaucoup plus élevée, permet d'obtenir une estimation d'une autre propriété caractéristique des plasmas : la fréquence d'oscillation fondamentale des électrons, souvent appelée fréquence plasma ou fréquence de Langmuir (voir Annexe C.2) :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m_e}} \quad (2.9)$$

Les oscillations sont dues à l'équilibre entre l'agitation thermique des électrons et les forces attractives de Coulomb. Les électrons ont tendance à sortir de la zone quasi-neutre du plasma grâce à leur agitation thermique, alors que les ions, beaucoup plus massifs, n'ont pas cette mobilité. Si un électron est déplacé en dehors la zone quasi-neutre du plasma, les ions à l'intérieur de cette zone vont exercer des forces de coulomb qui vont les attirer. Il peut être compris aussi comme la fréquence d'oscillation d'un plasma où la fluctuation thermique sépare les électrons des ions par une longueur de Debye :

$$\omega_p = \frac{v_{th}^e}{\lambda_D} \quad (2.10)$$

où  $v_{th}^e = \sqrt{\frac{2k_B T_e}{m_e}}$  est la vitesse thermique des électrons.

En dehors de ces deux modes que nous avons mentionnés ci-dessous, beaucoup d'autres sont présents dans le plasma, en particulier dans les plasmas magnétisés.

### 2.2.2 Interactions individuelles

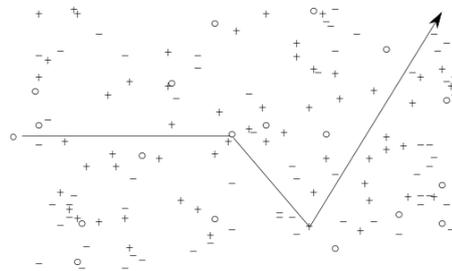
Les interactions individuelles s'appuient sur la nature microscopique des particules formant le plasma, elles peuvent être classées sous les termes généraux de collisions (pour les particules neutres) ou de collisions de Coulomb (parmi les particules chargées).

---

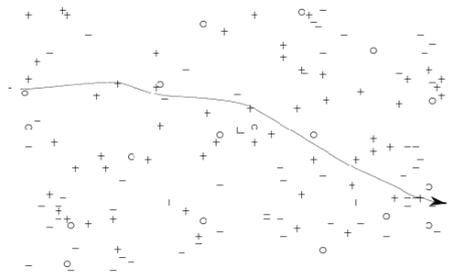
4. La masse d'un ion est au moins 1836 fois supérieur à celle d'un électron.

Les caractéristiques et les effets des collisions Coulombiennes entre des particules chargées dans un plasma sont très différents de ceux des collisions entre particules neutres. Les différences fondamentales peuvent être illustrées en examinant les trajectoires de particules neutres et chargées (figure 2.3) lorsqu'elles se déplacent dans un gaz partiellement ionisé.

Les particules neutres se déplacent le long des trajectoires en ligne droite entre deux collisions successives (figure 2.3(a)). Les collisions ont lieu lorsque des atomes ou des molécules neutres se trouvent très proches d'une autre particule (neutre ou chargée), car elles sont gouvernées par les forces d'interaction de Van der Waals, lesquelles sont proportionnelles à  $\sim r^{-7}$ . Dans ce cas, le champ électrique associé au potentiel atomique est fort et fait dévier la particule neutre dans une direction aléatoire.



(a) Trajectoire d'une particule neutre



(b) Trajectoire d'une particule chargée

FIGURE 2.3 – La trajectoire d'une particule neutre (2.3(a)) et d'une particule chargée (2.3(b)) dans un gaz partiellement ionisé.

En revanche, quand une particule chargée se déplace dans un gaz ionisé, elle est soumise simultanément au champ électrique de l'ensemble des particules chargées voisines et son mouvement est modifié (en direction et en vitesse) à proximité de chacune d'elles, les plus proches produisant les plus grandes déflexions 2.3(b). Un libre parcours moyen d'une particule chargée dans un plasma est défini comme la distance moyenne pour laquelle la somme des déviations successives est égal à  $90^\circ$ . Les interactions coulombiennes ion-

électron devient la direction des électrons et modifient le module de vitesse des ions, car les ions sont beaucoup plus massifs. Ce type de collision est régi par les lois de diffusion de Rutherford et contrôle la conductivité électrique et thermique des plasmas complètement ionisés.

La fréquence de collision électron-ion pour les collisions de Coulomb est donnée par [48] :

$$\langle \nu_{ei} \rangle = 2.9 \cdot 10^{-12} \frac{n_e \ln \Lambda}{(T_e(eV))^{3/2}} \quad (2.11)$$

où  $n_e$  est la densité électronique,  $T_e$  est la température électronique et  $\ln \Lambda$  est appelé "le logarithme de Coulomb" donné par [48] :

$$\ln \Lambda = 23 - \frac{1}{2} \ln \left( \frac{10^{-6} n_e}{(T_e(eV))^3} \right) \quad (2.12)$$

De plus, la fréquence de collision électron-électron pour les collisions coulombiennes est donnée par [48] :

$$\langle \nu_{ee} \rangle = 5 \cdot 10^{-12} \frac{n_e \ln \Lambda}{(T_e(eV))^{3/2}} \quad (2.13)$$

En considérant la quasi-neutralité ( $n_e = Z n_i$ ), la fréquence de collision ion-ion peut être trouvée dans [49] comme :

$$\langle \nu_{ii} \rangle = Z^4 \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} \langle \nu_{ee} \rangle \quad (2.14)$$

où  $Z$  est le numéro de charge ionique. Dans les environnements où la composition neutre n'est pas négligeable, lorsqu'une particule chargée entre en collision avec un atome neutre elle peut subir une collision élastique ou inélastique. La fréquence des collisions entre les électrons et les neutres est écrite comme :

$$\langle \nu_{en} \rangle = n_n \sigma_{en} \langle v \rangle \approx n_n \sigma_{en} \sqrt{\frac{8k_B T_e}{\pi m_e}} \quad (2.15)$$

où  $\sigma_{en}$  est la section efficace de diffusion électron-neutre et dépend des atomes neutres et de la température de l'électron. Une approximation de cette relation a été trouvée expérimentalement dans [36]. Elle s'écrit comme :

$$\langle \nu_{en} \rangle \approx 6 \cdot 10^{-15} n_n \sqrt{T_e(eV)} \quad (2.16)$$

où  $n_n$  est la densité des neutres. La fréquence des collisions entre les ions et les neutres se trouve dans [50] comme :

$$\langle \nu_{in} \rangle = 2.6 \cdot 10^{-15} (n_n + n_i) A^{-1/2} \quad (2.17)$$

où  $A$  désigne la masse moléculaire neutre moyenne en unités de masse atomique.

### 2.2.3 Différents types de Plasmas

Les plasmas peuvent être décrits à partir de beaucoup de grandeurs caractéristiques différentes, comme la température, la densité, le degré d'ionisation, le nombre de collisions, l'influence des différentes forces ou à partir de la forme, de la masse et de la charge des particules composant le plasma.

Un des paramètres qui permet de différencier le plasma est "le paramètre plasma". Il est défini comme :

$$\Lambda = 4\pi n \lambda_D^3 = 3N_D \quad (2.18)$$

$N_D$  étant le nombre de particules dans une sphère de Debye. Si  $\Lambda \ll 1$  le nombre de particules dans la sphère de Debye n'est pas suffisant pour appliquer des concepts statistiques. Dans ce cas, la longueur de Debye n'est pas non plus significative.

On peut également définir le paramètre de couplage du plasma  $\Gamma$  comme le rapport de l'énergie coulombienne à l'énergie cinétique. L'énergie potentielle électrique étant définie comme :

$$|\langle E_p \rangle| = n \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \langle r \rangle} \quad (2.19)$$

étant  $\langle r \rangle \approx n^{-1/3}$  la distance inter-particules moyenne. Ainsi, en considérant un plasma suivant une distribution maxwellienne (voir Annexe C.5), l'énergie cinétique moyenne peut être exprimée comme :

$$\langle E_c \rangle = \frac{3}{2} n k_B T \quad (2.20)$$

Puis, le paramètre du couplage du plasma :

$$\Gamma = \frac{|\langle E_p \rangle|}{\langle E_c \rangle} = \frac{n^{1/3} e^2}{6\pi\epsilon_0 k_B T} \sim \Lambda^{-2/3} \quad (2.21)$$

Par conséquent, lorsque  $\Gamma \ll 1$  (donc  $\Lambda \gg 1$ ) le plasma est faiblement couplé car le désordre prédomine, et l'influence électrostatique est beaucoup plus faible que celle cinétique. Presque tous les plasmas spatiaux sont faiblement couplés, comme on peut le voir sur la figure 2.4.

Dans le cas contraire, lorsque  $\Gamma > 1$  (donc  $\Lambda < 1$ ) le plasma est fortement couplé et l'interaction entre particules est plus significative que leurs mouvements cinétiques. Ces types des plasmas ont tendance à être froids et denses. Dans ce type de plasmas on trouve par exemple la matière dégénérée sur laquelle les effets quantiques deviennent très importants. Ce type de matière partage des caractéristiques communes à la fois aux comportements solides et gazeux.

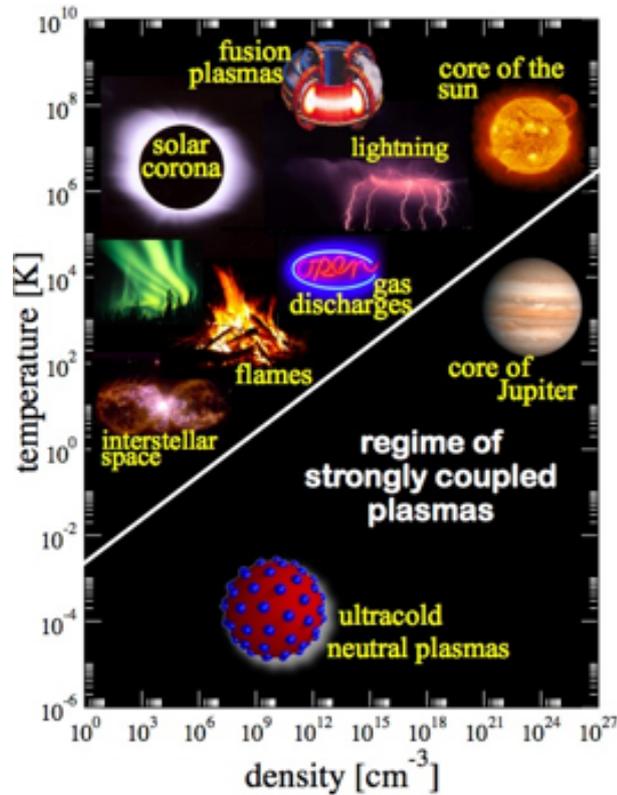


FIGURE 2.4 – Exemples de plasmas produits en laboratoire ou trouvés dans la nature, tiré de [91]

### 2.3 L'Orbite Basse

En suivant l'orbite de TARANIS - une orbite héliosynchrone à 700 km d'altitude, voir figure 2.5 - on observe que le satellite traversera différentes zones qui devront être étudiées séparément : les zones polaires, l'anomalie de l'Atlantique sud ainsi que les zones où le plasma ionosphérique ne sera pas perturbé.

Le plasma ionosphérique aux latitudes aurorales est caractérisé par un grand réservoir de plasma à haute densité, très froid, qui tend à supprimer les effets de charge en fournissant une source de courant suffisamment neutralisante. Il existe cependant des particules très énergétiques (notamment des électrons) qui sont amenées à subir des accélérations qui atteignent des énergies de à plusieurs dizaines de  $keV$ . Les événements plus importants dans les zones aurorales se situent dans des zones où le plasma ionosphérique a une faible densité et côté nuit car ni les photoélectrons ni le plasma ambiant ne peuvent alors neutraliser le flux électronique de haute énergie. Phillip C. Anderson a enregistré 1253 événements de 100 V ou plus en 12 ans de données satellites DMSP (1989-

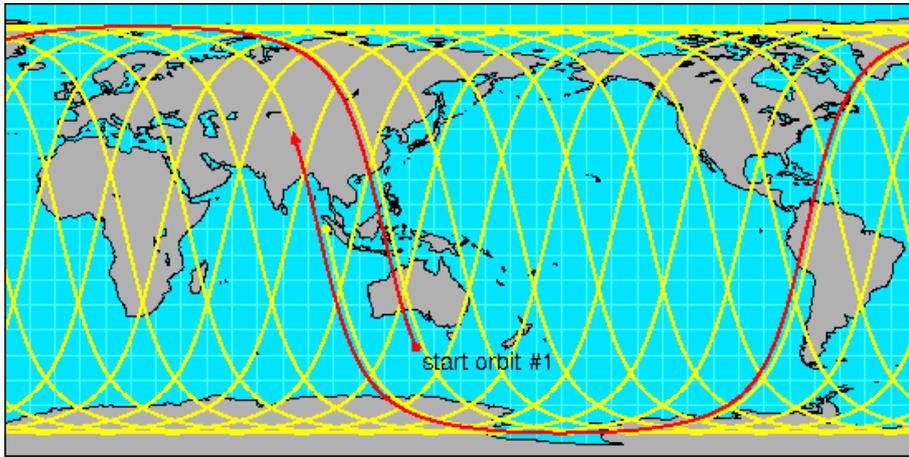


FIGURE 2.5 – Orbite héliosynchrone similaire à l’orbite de TARANIS. La ligne rouge indique le trajet d’une orbite à partir d’un point de départ arbitraire, alors que le jaune représente les orbites futures.

2001) [22].

La figure 2.6 illustre les événements enregistrés en fonction de la longitude et latitude géomagnétique.

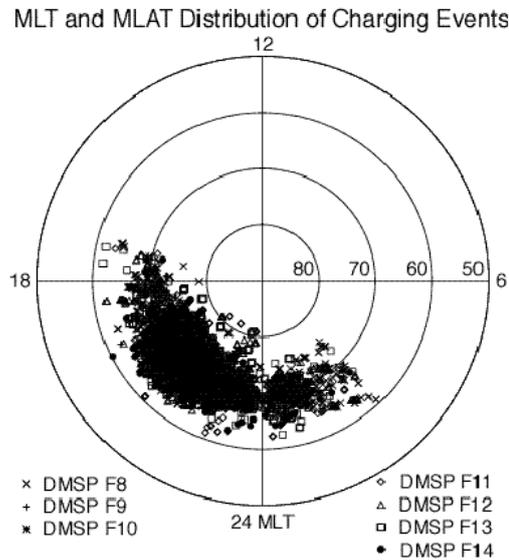


FIGURE 2.6 – Événements en fonction de la longitude et latitude géomagnétique entre 1989 et 2001.

Dans [22], Anderson a aussi montré la forte dépendance de ces événements avec le cycle solaire (illustré dans la figure 2.7), montrant que le maximum des événements a eu lieu au minimum solaire lorsque la

densité ionosphérique est de plusieurs ordres de grandeur inférieure à celle en maximum solaire.

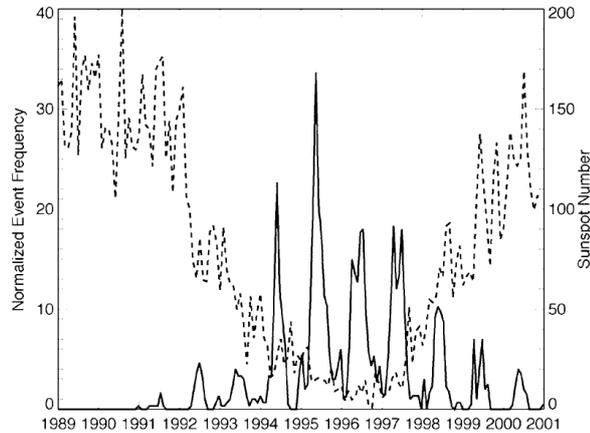


FIGURE 2.7 – Nombre des événements (ligne continue) et le nombre de taches solaires mensuel moyen (ligne pointillée). La fréquence des événements a été normalisée en déterminant le nombre d'événements qui ont eu lieu en périodes de 25 jours et en divisant par le nombre des satellites surveillés pendant la même période.

Le calcul de l'activité solaire est fondé sur le nombre de tâches qui sont observées depuis la terre, à plus de tâches, plus d'activité solaire. Selon les prévisions la prochaine période de taches solaires minimales s'étend de l'hiver 2016/2017 à l'hiver 2024/2025.

La mission de TARANIS aura lieu, selon la date fixée aujourd'hui, entre la fin 2019 et 2022-2024 ce qui correspond à un minimum solaire (comme la mission DEMETER du CNES, 2004-2010). La figure 2.8 montre le cycle solaire à partir de la moyenne mensuelle de taches solaires observées depuis la Terre et leur prévision, ainsi que la durée de la mission DEMETER et la durée prévue de la mission TARANIS.

### 2.3.1 Environnement typique

La densité, la température et la composition des populations de l'ionosphère sont très variables en fonction de l'altitude, de la latitude géomagnétique, du flux solaire et du temps local. La figure 2.9 montre un profil de densité électronique typique en fonction de l'altitude. On peut observer que la densité électronique à une altitude de  $700\text{ km}$  varie entre  $10^{10} - 5 \cdot 10^{11}\text{ m}^{-3}$ .

La figure 2.9 montre les profils de densité d'oxygène atomique ( $O^+$ ) et d'hydrogène atomique ( $H^+$ ) mesurés en fonction de l'altitude entre les latitudes  $20^\circ$  et  $40^\circ$  et 10 et 14 LT (temps local). Les cercles noirs sont les

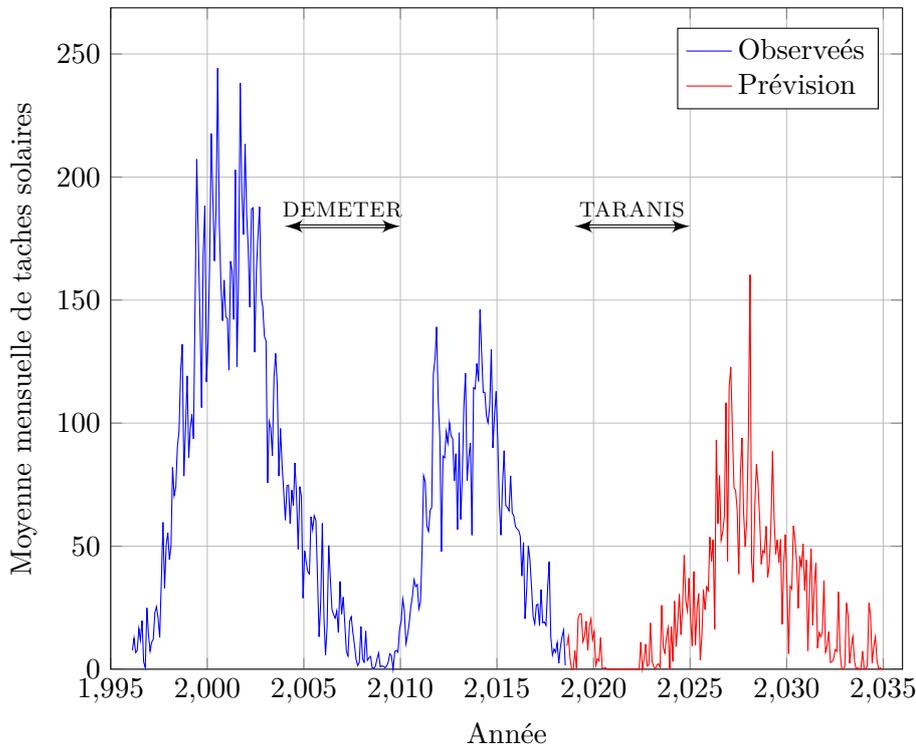


FIGURE 2.8 – Moyenne mensuelle de taches solaires observées depuis la Terre et leur prévision. La mission de TARANIS est prévue dans un minimum solaire.

moyennes en intervalles de  $50\text{ km}$ . On peut observer que l'oxygène atomique a une densité entre  $10^{10} - 5 \cdot 10^{11}$ , alors que la densité de l'hydrogène atomique est plus faible : entre  $10^9$  et  $5 \cdot 10^{10}$ . Les autres types d'ions qu'on peut trouver dans l'ionosphère ( $He^+$ ,  $N^+$ ,  $NO^+$ ,  $N_2^+$ ,  $O_2^+$ , etc...) ont une densité plus faible à  $700\text{ km}$  et seront négligés car leur effet sur la charge du satellite peut être considérée négligeable.

Les données sur l'environnement ont été mesurées par le microsatellite DEMETER du CNES [23]. La moyenne des mesures de densité, température et composition en 2009 sont illustrés en fonction de l'heure locale magnétique (MLT) et de la latitude dans les tableaux 2.1 et 2.2. Le même type d'environnement est prévu en 2021 pour la mission TARANIS.

Au vu de la variété d'environnements, on va considérer 64 environnements différents pour pouvoir faire une analyse quantitative et qualitative de la charge du satellite en LEO. Nous avons pris en compte les paramètres illustrés dans le tableau 2.3 et leur possibles combinaisons.

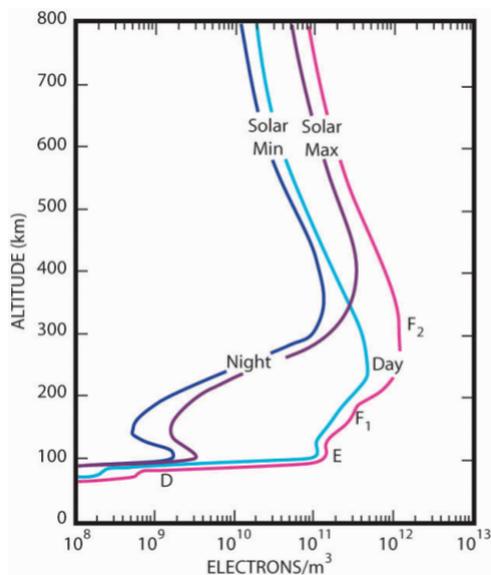


FIGURE 2.9 – Profil de densité électronique typique en fonction de l'altitude, de l'heure solaire et du cycle solaire.

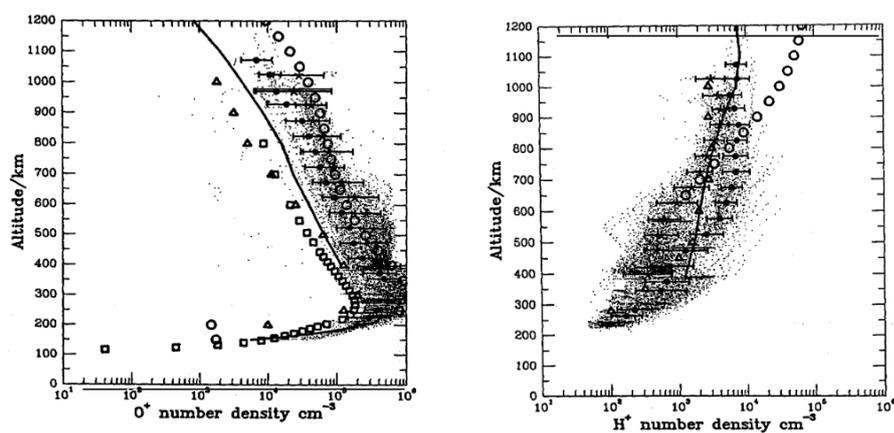


FIGURE 2.10 – Densité d'oxygène et hydrogène atomique en fonction de la hauteur entre les latitudes  $20^\circ$  et  $40^\circ$  et 10 et 14 LST (temps sidéral). Tiré de [20]

Horaire	Densité ( $m^{-3}$ )			Composition $O^+$			Température (eV)		
	$-45^\circ$	0	$45^\circ$	$-45^\circ$	0	$45^\circ$	$-45^\circ$	0	$45^\circ$
03	$1.10^9$	$1.10^9$	$2.10^9$	0.833	0.666	0.909	0.1	0.05	0.07
06	$4.10^8$	$2.10^8$	$4.10^8$	0.231	0.5	0.75	0.15	0.05	0.07
09	$2.10^8$	$2.10^8$	$3.10^8$	0.833	0.666	0.333	0.15	0.05	0.07
12	$1.10^{10}$	$1.10^{10}$	$2.10^8$	$> 0.99$	$> 0.99$	0.5	0.17	0.05	0.07

TABLE 2.1 – Mesures de l'environnement plasma du satellite DEMETER en 2009, de nuit.

Horaire	Densité ( $m^{-3}$ )			Composition $O^+$			Température (eV)		
	$-45^\circ$	0	$45^\circ$	$-45^\circ$	0	$45^\circ$	$-45^\circ$	0	$45^\circ$
03	$1.10^{10}$	$1.10^{10}$	$5.10^9$	$> 0.909$	0.833	$> 0.909$	0.15	0.2	0.17
06	$1.10^{10}$	$4.10^9$	$5.10^8$	$> 0.909$	0.8	0.6	0.2	0.2	0.1
09	$1.10^{10}$	$1.10^{10}$	$5.10^9$	0.909	0.833	$> 0.99$	0.17	0.15	0.15
12	$4.10^9$	$2.10^{10}$	$2.10^{10}$	0.75	0.909	$> 0.99$	0.15	0.2	0.23

TABLE 2.2 – Mesures de l'environnement plasma du satellite DEMETER en 2009, de jour.

Paramètre	Valeurs
Densité	$10^9, 10^{10}, 10^{11}$ et $10^{12} m^{-3}$
Température	0.1 et 0.2 eV
Composition d' $O^+$	1, 0.5 et 0
Flux solaire	$1360.8 W.m^{-2}$ (jour) et nuit

TABLE 2.3 – Paramètres ionosphériques pour un environnement typique.

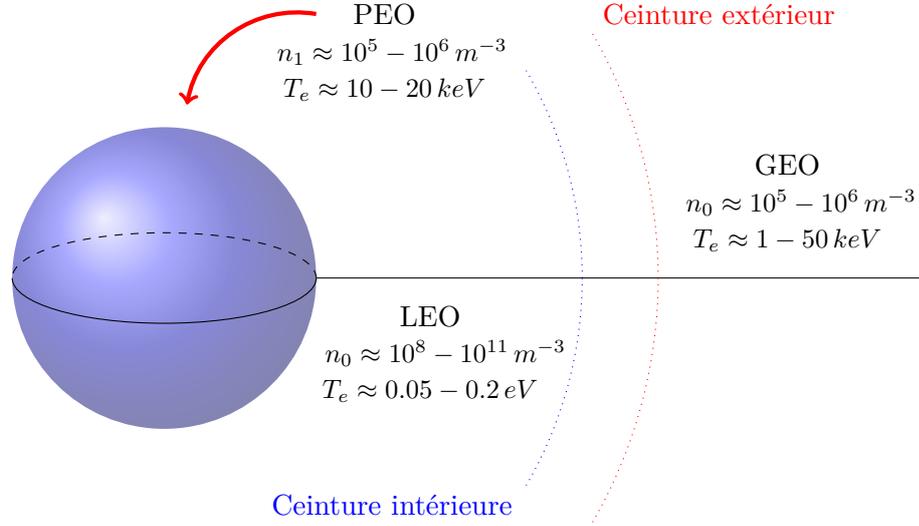


FIGURE 2.11 – Propriétés du plasma spatial autour de la terre et pour les principales orbites terrestres : LEO, GEO et PEO.

### 2.3.2 Pire-cas en orbites polaires du point de vue de la charge

Bien qu'il existe beaucoup de données dans la littérature, il n'y a pas de pire scénario unique défini pour les orbites terrestres polaires (PEO). Néanmoins, plusieurs standards différents peuvent être trouvés dans la littérature, dont les principaux paramètres diffèrent fortement entre eux bien qu'ils soient issus des mêmes mesures effectuées par la mission DMSP.

En ce qui concerne ces différentes normes et données, une analyse sera effectuée pour savoir quelle norme ou scénario sera adapté pour le pire des cas qui pourrait se produire en orbite.

#### Standard de l'ESA

L'agence spatiale européenne (ESA) définit le pire-cas dans une orbite polaire dans le standard ECSS (European Cooperation for Space Standardization) ECSS-E-ST-10-04C [21].

Leur standard définit la distribution des électrons énergétiques par cette distribution :

$$f(E) = \begin{cases} 3.9 \cdot 10^{-18} \text{ s}^3 \text{ m}^{-6} & \text{if } E \leq 17.44 \text{ keV} \\ n_0 \left( \frac{m_e}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E-E_0}{k T_0}\right) & \text{if } E > 17.44 \text{ keV} \end{cases} \quad (2.22)$$

où  $E_0 = 17.44 \text{ keV}$ ,  $n_0 = 1.13 \cdot 10^6 \text{ m}^{-3}$  et  $T_0 = 3.96 \text{ keV}$ .

Population	$n_1 (cm^{-3})$	$k_B T_1 (keV)$	$n_2 (cm^{-3})$	$k_B T_2 (keV)$
Électrons	2.67	3.1	0.625	25.1
Protons	0.6	0.2	1.2	28

TABLE 2.4 – Paramètres de la bi-maxwellienne représenté par l'équation 2.23 selon USAF

Population	Énergie typique	Densité de courant typique ( $A.m^{-2}$ )
Électrons ambiants	0.1 eV – 0.2 eV	$10^{-5} - 0.1$
Ions ambiants	0.1 eV – 0.2 eV	$10^{-6} - 10^{-3}$
Electrons énergétiques	100 eV – 10 keV	$10^{-8} - 10^{-3}$

TABLE 2.5 – Valeurs typiques d'énergie et densité de courant selon la JAXA.

Ajouté à une faible densité du plasma ambiant :  $n_0 = 1.25 \cdot 10^8 m^{-3}$  et  $T_0 = 0.2 eV$ .

Ce travail a été basé sur une étude de Yeh et Gussenhoven [24] regardant les plus graves événements sur le Defense Meteorological Satellite Program (DMSP) qui ont eu lieu en 1983.

### Standard des États Unis d'Amérique

Le standard MIL-STD-1809 des États Unis d'Amérique est donné par l'Air Force (USAF) [27]. Leur standard considère que les électrons et protons dans une orbite polaire avec une altitude supérieur à 150 km et dans des orbites à haute altitude (supérieures à 25.000 km) peuvent être représentés, comme pire-cas, à partir d'une fonction de distribution bi-maxwellienne :

$$f(E) = n_1 \left( \frac{m}{2\pi k_B T_1} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E}{k_B T_1}\right) + n_2 \left( \frac{m}{2\pi k_B T_2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E}{k_B T_2}\right) \quad (2.23)$$

Les paramètres des deux populations (électrons et protons) sont donnés dans le tableau 2.4.

### Standard de la JAXA

Le standard de l'agence d'exploration aérospatiale japonaise (JAXA) sur le chargement et le déchargement des engins spatiaux JERG-2-211A [28] définit une gamme de valeurs typiques pour le plasma ionosphérique et les électrons énergétiques qui précipitent sur les orbites PEO, ces valeurs sont indiqués dans le tableau 2.5.

La norme japonaise est basée sur l'analyse réalisée par la constellation DMSP.

### Comparaison des standards

Les trois agences ont basé leur pire-cas sur les événements enregistrés par les satellites DMSP, notamment sur l'événement observé le 31 décembre 1983 [25], lequel a duré 62 secondes et au cours desquelles le potentiel du satellite avait atteint  $-462 V$ . Les principaux paramètres de cet événement sont détaillés dans le tableau 2.6.

Paramètres	Valeur
Densité d'ions	$12.2 \text{ cm}^{-3}$
Flux des électrons	$2.39 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$
Flux des électrons ( $E > 14 \text{ keV}$ )	$2.33 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$
Flux d'ions	$1.48 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$

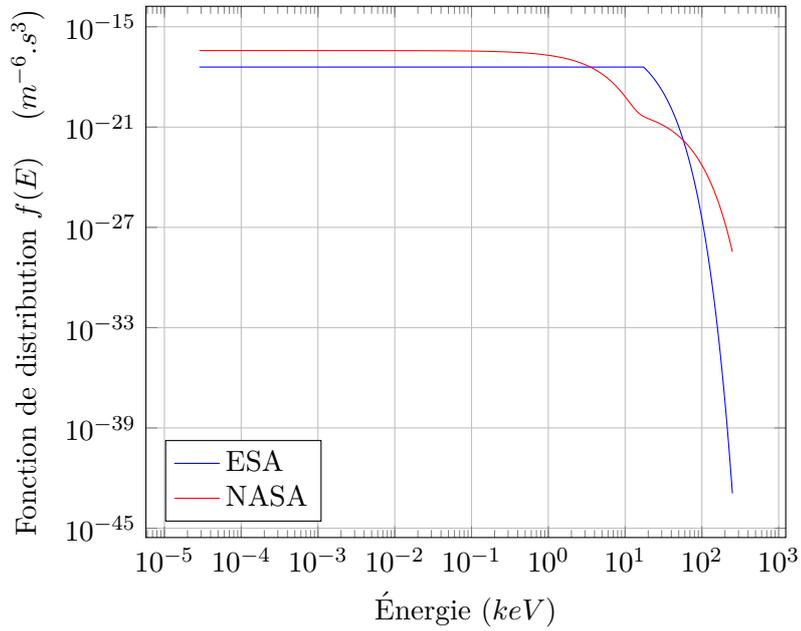
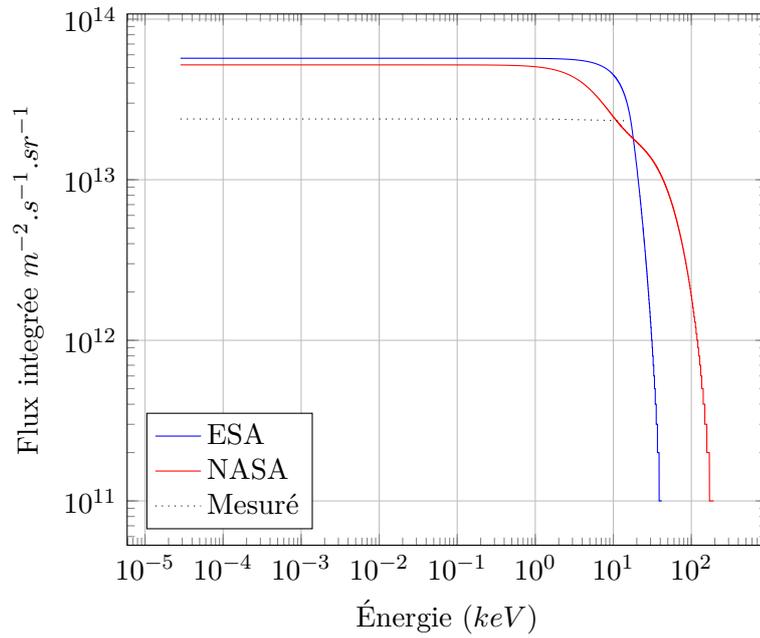
TABLE 2.6 – Grandeurs observées par le satellite DMSP pour une événement qui a chargé le satellite jusqu'à  $-462 V$  le 31 décembre 1983.

Le standard de l'agence spatiale européenne part d'une fonction de distribution constante pour des énergies  $E < 17.44 \text{ keV}$  et le standard américain ne considère pas le plasma ambiant de haute densité et de faible énergie, lequel a une importance majeure en orbites polaires lorsqu'il neutralise l'effet des particules énergétiques.

La figure 2.12(a) montre la fonction de distribution des électrons donnée par les standards européen et l'américain. La figure 2.12(b) illustre le flux intégré de ces fonctions de distributions par stéradian. Le flux intégré a été calculé à partir de la relation suivante :

$$\Phi(E) = \frac{8\pi}{m^2} \int_E^\infty E f(E) dE \quad (2.24)$$

On peut observer que le flux intégré de la fonction de distribution donnée par le standard européen est supérieur au flux donné par le standard américain et au pire-cas mesuré et pris comme référence (voir tableau 2.6). On prendra comme référence de pire-cas pour nos simulations la fonction de distribution du standard européen.

(a) Fonction de distribution  $f(E)$ 

(b) Flux intégrée en fonction de l'énergie

FIGURE 2.12 – Fonction de distribution et leur flux intégré des électrons énergétiques selon les standard européen et américain.



## Chapitre 3

# Équilibre électrostatique du satellite

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Formation de la gaine plasma . . . . .</b>	<b>38</b>
3.1.1	Surface plane . . . . .	38
3.1.2	Approximation de Child-Langmuir . . . . .	38
3.1.3	Surfaces courbes . . . . .	41
<b>3.2</b>	<b>Collection de courant par un objet polarisé . . .</b>	<b>42</b>
3.2.1	L'approche orbitale (OML) . . . . .	42
3.2.2	L'approche radiale : Rayon d'absorption . . . . .	45
3.2.3	Théorie de collection unifiée : Laframboise . . . . .	46
3.2.4	Plasma dérivant . . . . .	47
<b>3.3</b>	<b>Charge de surface et effets . . . . .</b>	<b>52</b>
3.3.1	Collection des électrons et ions ambiants . . . . .	53
3.3.2	Effet des photoélectrons . . . . .	54
3.3.3	Émission secondaire . . . . .	55
3.3.4	Autres sources des courant . . . . .	58
<b>3.4</b>	<b>Charge équipotentielle . . . . .</b>	<b>59</b>
3.4.1	Orbite Géostationnaire (GEO) . . . . .	60
3.4.2	Orbite Basse (LEO) . . . . .	60
<b>3.5</b>	<b>Charge différentielle . . . . .</b>	<b>61</b>

---

Un satellite se déplaçant dans un plasma est généralement chargé électriquement, et à son tour cette charge électrique perturbe le plasma local. L'étude des différents mécanismes qui affectent cette charge électrique est appelée *Spacecraft Charging*. Une compréhension approfondie de ces mécanismes est importante pour assurer un bon fonctionnement des systèmes et du satellite en orbite au cours de leur vie utile et pour estimer les possibles perturbations des paramètres du plasma mesurés à bord du satellite.

### 3.1 Formation de la gaine plasma

Un corps (conducteur ou isolant électrique) plongé dans un plasma se charge électriquement. Pour compenser cette charge, une couche non neutre est formée autour de ce corps. Cette couche, appelée gaine plasma a des propriétés différentes de celles du plasma ambiant.

Lorsque les ions et les électrons frappent la surface externe d'un corps, ils sont collectés par cette surface. Parce que les électrons ont des vitesses thermiques beaucoup plus élevées que les ions, ils effectuent plus de collisions avec la surface et cette dernière se charge négativement. Cette charge négative accélère les ions vers la surface et repousse les électrons. Le système tend rapidement vers un équilibre entre les flux ioniques et électroniques et donc vers un potentiel d'équilibre de la surface  $\phi_w$ .

Cette différence de potentiel par rapport au plasma non-perturbé fait que la quasi-neutralité dans la gaine n'est plus respectée.

#### 3.1.1 Surface plane

La Figure 3.1 montre la variation du potentiel et de la densité du plasma (électrons et ions) autour d'une surface plane chargée négativement. On note que les densités d'électrons et d'ions dans la gaine ne suivent plus la quasi-neutralité. On peut distinguer trois régions :

- Une région du plasma non-perturbée où la quasi-neutralité est respectée.
- Une pré-gaine ou région de la transition, à l'intérieur de laquelle le plasma est accéléré ou ralenti par les gradients du potentiel et dans laquelle les densités électroniques et ioniques diminuent légèrement.
- Une gaine caractérisée par une forte chute du potentiel et de la densité du plasma. La taille de la gaine est contrôlée par la vitesse caractéristique des ions, la vitesse de Bohm  $u_B$  :

$$u_B = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} \quad (3.1)$$

Tous les ions qui sont transférés de la pré-gaine à la gaine doivent avoir une vitesse égale ou supérieure à la vitesse de Bohm. Si les ions dans le plasma non-perturbé sont déjà super-soniques (donc ayant une vitesse supérieure à la vitesse de Bohm), la pré-gaine n'existe plus et la taille de la gaine  $x_s$  diminue.

#### 3.1.2 Approximation de Child-Langmuir

Si la surface d'un corps plongé dans un plasma est polarisée à un potentiel suffisamment négatif, la densité des électrons dans la gaine et la vitesse de dérive des ions peuvent être négligés. Dans ce cas, on peut résoudre

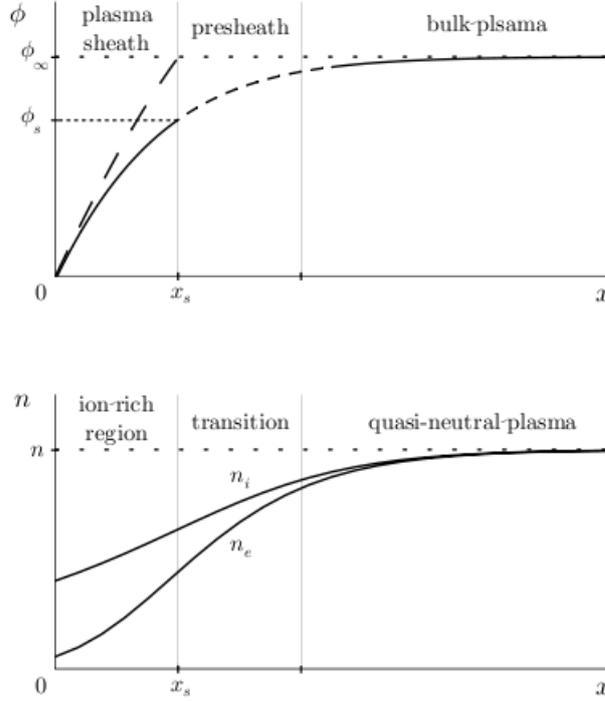


FIGURE 3.1 – Variation du potentiel (en haut) et de la densité d'électrons et d'ions (en bas) autour d'une surface plane chargée négativement.

l'équation de Poisson pour obtenir la densité de courant ionique collecté sur la surface :

$$j_i = \frac{4}{9x_s^2} n_0 e \lambda_D^2 v_{th}^i \eta_w^{3/2} \quad (3.2)$$

où  $\eta_w = -\frac{e\phi_w}{k_B T_i}$  et  $x_s$  est l'épaisseur de la gaine. Si la vitesse de dérive des ions est négligeable par rapport à leur vitesse thermique, la vitesse des ions à la surface extérieure de la gaine est égale à la vitesse de Bohm ( $u_B$ ) et le courant s'exprime comme  $j_i^0 = en_0 u_B$ . La taille de la gaine dans ces conditions est égale à :

$$x_s = \frac{2^{5/4}}{3} \eta^{3/4} \lambda_D \quad (3.3)$$

Dans le cas opposé, quand la vitesse de dérive des ions est supersonique (i.e.  $V_0 > V_s$ ), la taille de la gaine peut être calculée à partir des hypothèses suivantes :

- Le plasma est non-collisionnel et unidimensionnel.
- Les ions sont mono-énergétiques.
- Le potentiel à la surface est négatif et les électrons ne vont pas jouer significativement sur la taille de la gaine.

— A une distance  $x = x_s$  de la paroi le plasma est non-perturbé, donc pour  $x = 0$  :  $\phi(0) = 0$  et  $\mathbf{E}(0) = 0$ .

Donc les ions ont une vitesse initiale  $V_0$  et vont suivre les équations de conservation du flot et d'énergie :

$$\frac{1}{2}m_i V_0 = \frac{1}{2}m_i V_i(x) + q_i \phi(x) \quad (3.4)$$

$$n_0 V_0 = n_i(x) V_i(x) \quad (3.5)$$

En résolvant le système ci-dessus, on peut trouver la densité des ions comme :

$$n_i(x) = \frac{n_0}{\sqrt{1 - \frac{2e\phi(x)}{k_B T_i M^2}}} \quad (3.6)$$

où  $M = \frac{V_0}{u_B}$ . Ensuite on applique l'équation de Poisson :

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{en_0}{\epsilon_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2e\phi(x)}{k_B T_i M^2}}} \quad (3.7)$$

On introduit les grandeurs adimensionnelles  $\eta = -\frac{e\phi}{k_B T_i}$  et  $s = \frac{x}{\lambda_D}$  :

$$\frac{d^2\eta}{ds^2} = \left(1 + \frac{2\eta}{M^2}\right)^{-1/2} \quad (3.8)$$

On multiplie à chaque côté par  $\frac{d\eta}{ds}$  et on intègre :

$$\int_0^s \frac{d^2\eta}{ds^2} \frac{d\eta}{ds} ds = \int_0^s \left(1 + \frac{2\eta}{M^2}\right)^{-1/2} \frac{d\eta}{ds} ds \quad (3.9)$$

Donc,

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\eta}{ds}\right)^2 = \frac{1}{M^2} \left[ \left(1 + \frac{2\eta}{M^2}\right)^{1/2} - 1 \right] \quad (3.10)$$

Si on fait un changement de variable  $y = \sqrt{1 + \frac{2\eta}{M^2}}$ ,  $d\eta = M^2 y dy$  :

$$\int_1^y \frac{y dy}{\sqrt{y-1}} = \frac{\sqrt{2}}{M} \int_0^s ds \quad (3.11)$$

Finalement :

$$s = \frac{\sqrt{2}}{3} M \sqrt{y-1} (y+2) \quad (3.12)$$

Il faut noter que lorsque  $y \gg 1$  et  $M = 1$  on obtient le résultat classique [54]

$$s \approx \frac{2^{5/4}}{3} \eta^{3/4} \quad (3.13)$$

Aussi on peut noter que pour  $y \rightarrow 1$ , donc  $M \rightarrow \infty$  la taille de la gainé converge vers :

$$s_\infty = \lim_{y \rightarrow 1} \frac{2}{3} \eta^{1/2} \frac{y+2}{\sqrt{y+1}} = \sqrt{2\eta} \quad (3.14)$$

$$x_s = \frac{\sqrt{2}}{3} M \sqrt{\left(1 + \frac{2\eta_w}{M^2}\right)^{1/2} - 1} \left( \left(1 + \frac{2\eta_w}{M^2}\right)^{1/2} + 2 \right) \lambda_D \quad (3.15)$$

où  $M = \frac{V_0}{u_B}$  est le nombre de Mach. La figure 3.2 montre la variation de la taille de la gainé normalisée à la longueur de Debye  $x_s/\lambda_D$  en fonction du nombre de Mach  $M$  pour différentes valeurs du potentiel de la surface normalisé à la température plasma  $\eta_w$ .

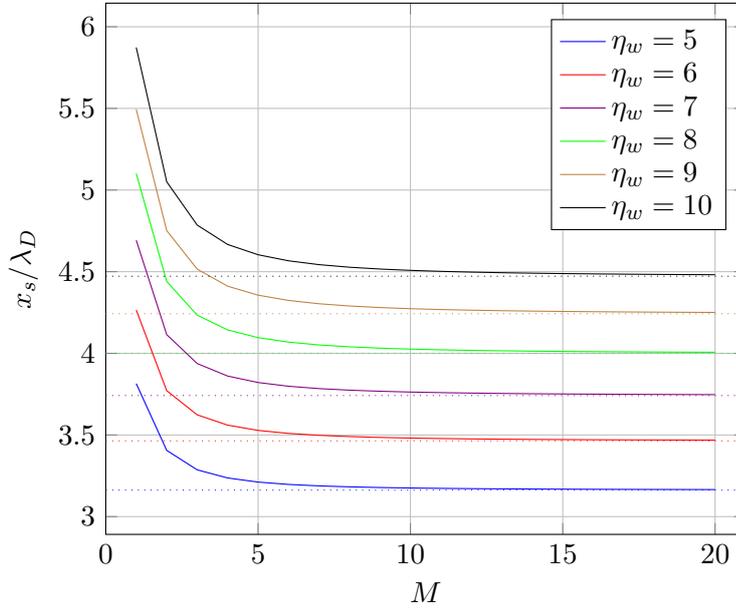


FIGURE 3.2 – Variation de la taille de la gainé normalisée à la longueur de Debye en fonction du nombre de Mach pour différentes valeurs du potentiel de la surface, normalisé à la température du plasma. Les droites en pointillés ci-dessus indiquent les tailles de gainé quand  $M \rightarrow \infty$  ( $x_s = \sqrt{2\eta_w}\lambda_D$ ).

### 3.1.3 Surfaces courbes

Dans le cas des surfaces courbées, les estimations analytiques sont beaucoup plus complexes [29] et la résolution numérique est plus appropriée.

Dans ce cas, la gainé est dépendante de la courbure de la surface, de la longueur de Debye, du potentiel de surface et de la vitesse de dérive.

### 3.2 Collection de courant par un objet polarisé

Un objet polarisé dans un plasma va interagir avec les composants du plasma en les attirant ou en les repoussant à travers la région de la gaine et de la pré-gaine. Le courant collecté est très dépendant du potentiel de polarisation, de la géométrie de l'objet et des caractéristiques du plasma.

La forme de la caractéristique courant-tension permet de déduire des informations sur les grandeurs caractéristiques des populations qui composent le plasma comme leur densité et température et est typiquement utilisé par les sondes pour diagnostiquer localement le plasma.

Les lois de collection de courant ont été dérivées avec différents niveaux de complexité en fonction de la géométrie de l'objet : plane, cylindrique ou sphérique.

Le courant collecté par un objet sphérique en fonction de la taille de la gaine  $x_s$  a été dérivé par Langmuir [30] en considérant un plasma maxwellien avec  $\eta_p = \frac{q_\alpha \phi_p}{k_B T_e} \geq 0$  :

$$I_\alpha = I_{th} \left[ \left( 1 + \frac{x_s}{r_p} \right)^2 - \frac{x_s (2r_p + x_s)}{r_p^2} \exp \left( - \frac{r_p^2}{x_s (2r_p + x_s)} \eta_p \right) \right] \quad \text{pour } \eta_p > 0 \quad (3.16)$$

où  $I_{th} = \frac{q_\alpha n_0 V_{th}^\alpha}{2\sqrt{\pi}} A_p$ ,  $A_p$  étant la surface de la sonde. La figure 3.3 montre les résultats de cette équation en fonction de la taille de la gaine par rapport la taille de la sonde  $\kappa = \frac{x_s}{r_p}$ .

Néanmoins, l'équation 3.16 n'est généralement pas utilisée car la taille de la gaine  $x_s$  en coordonnées sphériques est difficile à calculer. De nombreuses lois analytiques ont été développées pour modéliser la collection des courants d'ions et d'électrons par différents types des sondes : planes, cylindriques ou sphériques.

Pour un plasma maxwellien répulsif ( $\eta_p < 0$ ) la collection de courant ne dépend pas de la taille de la gaine ni de la géométrie de l'objet et est relativement simple à calculer :

$$I_\alpha = I_{th} \exp(\eta_p) \quad \text{pour } \eta_p < 0 \quad (3.17)$$

#### 3.2.1 L'approche orbitale (OML)

L'approche Orbital-Motion-Limited (OML) a été étudiée par Mott-Smith et Langmuir [30] et consiste à considérer que les particules ont un mouvement orbital autour de la surface d'une sonde avec une gaine plasma beaucoup plus grande que la sonde  $\lambda_D \gg r_p$ .

Cette approche consiste à calculer la trajectoire orbitale d'une particule chargée  $\alpha$  dans un plasma non-collisionnel autour d'une surface en se basant sur la conservation de l'énergie et du moment angulaire de la particule :

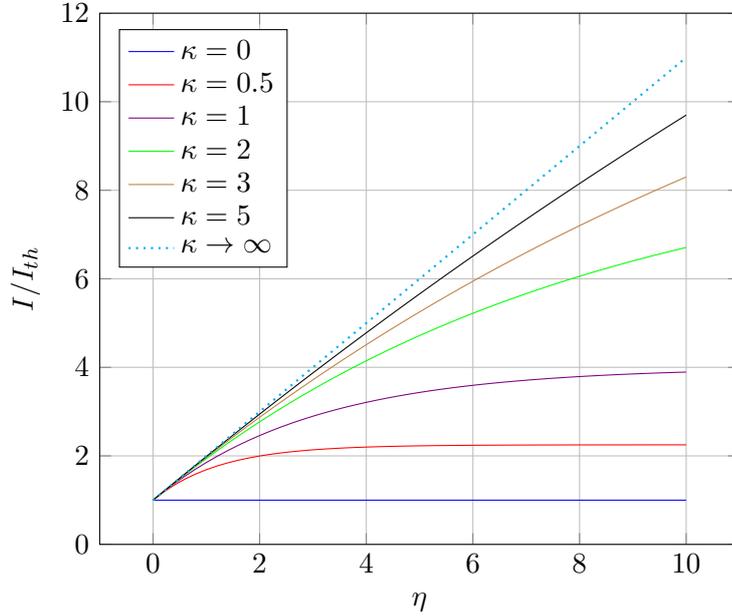


FIGURE 3.3 – Résultat de l'équation 3.16 pour différentes tailles de sondes sphériques avec  $\kappa = \frac{x_s}{r_p}$ . L'approche OML est marquée avec la courbe en pointillé.

$$\frac{1}{2}m_\alpha V_0^2 + q_\alpha \phi_0 = \frac{1}{2}m_\alpha (V_t^2 + V_r^2) + q_\alpha \phi(r) \quad (3.18)$$

$$V_t^0 r = V_t r_p \quad (3.19)$$

où  $r_p$  est le rayon de la sonde. Avec  $\phi_0 = 0$  et  $V_t^0 \approx V_0$  on peut introduire le paramètre d'impact  $h$  :

$$h = r_p \sqrt{1 - \frac{2q_\alpha \phi_p}{V_0^2}} \quad (3.20)$$

où  $\phi_p$  est le potentiel à la surface de la sonde. La figure 3.4 montre une représentation illustrant le paramètre  $h$ , qui selon la théorie OML correspond au paramètre d'impact pour lequel toutes les particules avec une énergie initiale  $E_i \leq \frac{1}{2}m_\alpha V_0^2$  et  $r_\alpha \leq h$  vont être collectées par la sonde.

On peut ainsi calculer la densité de courant collecté par la sonde comme :

$$\mathbf{j}_\alpha = q_\alpha \int_{\mathbb{R}^k} \left(1 - \frac{2q_\alpha \phi_p(\mathbf{x})}{m\mathbf{v}^2}\right)^{(k-1)/2} \mathbf{v} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}^k \quad (3.21)$$

où  $k = 1$  est une sonde plane,  $k = 2$  est un cylindre et  $k = 3$  une sphère.

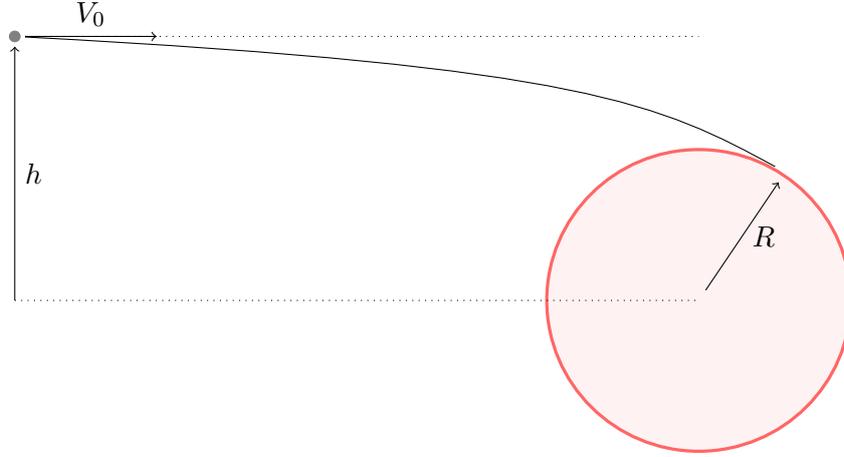


FIGURE 3.4 – Schéma de l'approche OML.

Pour un plasma maxwellien (voir Annexe C.5) et isotrope on trouve aux limites de la gaine les lois suivantes de collection de courant pour une sonde sphérique :

$$I_\alpha = \frac{2\pi r_p^2}{\sqrt{\pi}} q_\alpha n_0 V_{th}^\alpha (1 + \eta_p) \quad \text{pour } \eta_p > 0 \quad (3.22)$$

où  $\eta_p = -\frac{q_\alpha \phi_p}{k_B T_e}$  est le potentiel normalisé à la surface de la sonde. La figure 3.5 montre la caractéristique  $I - V$  d'une sonde de Langmuir en fonction de sa géométrie. Le courant est normalisé par rapport à  $I_{th} = \frac{q_\alpha n_0 V_{th}^\alpha}{2\sqrt{\pi}} A_p$ , où  $A_p$  est la surface de la sonde.

L'approche OML est valable seulement si la taille de la gaine est grande. Si on applique la limite  $\frac{x_s}{r_p} \rightarrow \infty$  sur l'équation 3.16 on retrouve la même relation que ci-dessus. Cette tendance est illustrée sur la figure 3.3.

Cette approche est donc limitée lorsque la taille de la gaine devient du même ordre de grandeur que la taille de la sonde (donc  $\lambda_D \sim r_p$ ), car les effets de gaine deviennent très importants. L'erreur relative de cette approche peut être approximée comme :

$$\varepsilon \approx \frac{\eta_p^2}{\kappa(\kappa + 2)(1 + \eta_p) + \eta_p^2} \quad (3.23)$$

Pour  $\kappa = \frac{x_s}{r_p}$ . Avec  $x_s$  la taille de la gaine, qui peut être approximée par l'équation 3.3<sup>1</sup>.

1. Même si est une approximation plane, lorsqu'à  $x_s \sim r_p$  la longueur de Debye devient petite par rapport la sonde et on peut considérer un espace quasi-plane.

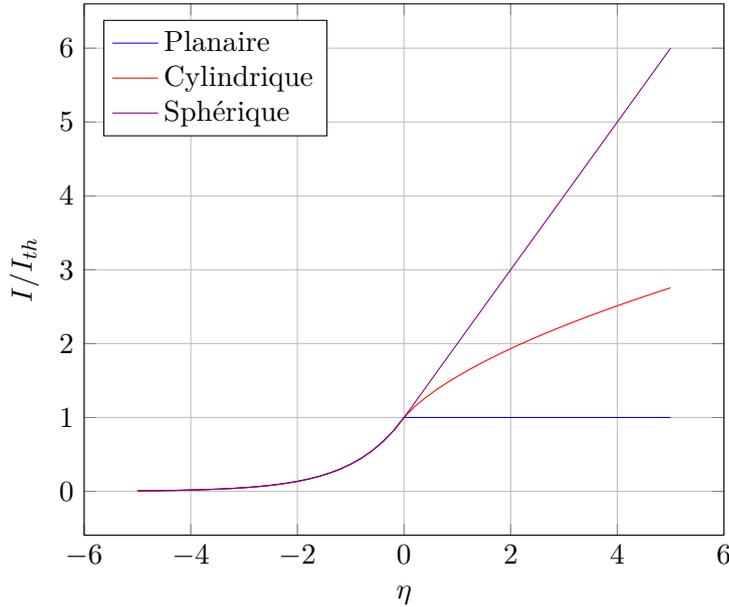


FIGURE 3.5 – Caractéristique  $I - V$  d'une sonde de Langmuir en fonction de sa géométrie et selon l'approche OML.

En orbite terrestre géostationnaire (GEO) on peut toujours utiliser l'approche OML car la longueur de Debye est plus grande que le satellite lui-même, néanmoins en orbite basse (LEO) cette approche n'est pas toujours valable car la longueur de Debye est typiquement de l'ordre du centimètre.

### 3.2.2 L'approche radiale : Rayon d'absorption

L'approche radiale considère que les particules attirées à l'intérieur de ce qu'on appelle un rayon d'absorption  $r_A$  sont collectées par la sonde et leur vitesse tangentielle s'annule à cause des gradients de potentiel. Cet effet est particulièrement important lorsque la longueur de Debye  $\lambda_D$  est petite par rapport à la taille de la sonde. Cette approche, qui néglige les effets orbitaux des particules chargées a été introduite par Allen-Boyd-Reynolds [32] (ABR). Suivant une approche similaire à Child-Langmuir mais en coordonnées sphériques la théorie ABR suppose que l'évolution du potentiel dans la gaine suit l'équation suivante :

$$\frac{d}{d\rho} \left( \rho^2 \frac{d\eta}{d\rho} \right) = \frac{I}{\sqrt{\eta}} - \exp(-\eta) \quad \text{pour } \eta > 0 \quad (3.24)$$

où  $I$  est le courant collecté par la sonde et  $\rho = \frac{r}{\lambda_D}$  le rayon adimensionné.

### 3.2.3 Théorie de collection unifiée : Laframboise

Les premiers travaux qui ont considéré la formation d'une gaine et les mouvements orbitaux des particules ont été réalisés par Bernstein et Rabinowitz, pour une distribution isotrope d'ions mono-énergétiques [33]. Ensuite, Laframboise a affiné ces calculs pour une distribution Maxwellienne [34]. Ces travaux se basent sur un rayon d'absorption qui n'est plus constant comme pour la théorie ABR. Le rayon  $r_A(\beta)$  adimensionnée est fonction de l'énergie des ions  $\beta = \frac{T_i}{T_e}$  et peut être calculé en résolvant l'équation suivante :

$$\left(\frac{r_A}{r_p}\right)^2 = 4 \exp(-\eta_p) \sqrt{1 + \frac{\eta_A}{\beta}} \left( \sqrt{1 + \frac{\eta_p}{\beta}} - \exp(-\eta_p) \right) \quad (3.25)$$

où  $\eta_A$  est le potentiel adimensionné à  $r = r_A$  et calculé à partir la relation suivante :

$$\sqrt{1 + \frac{\eta_A}{\beta}} = 2 \exp(-\eta_A) \quad (3.26)$$

Une représentation du rayon d'absorption est montrée sur la figure 3.6.

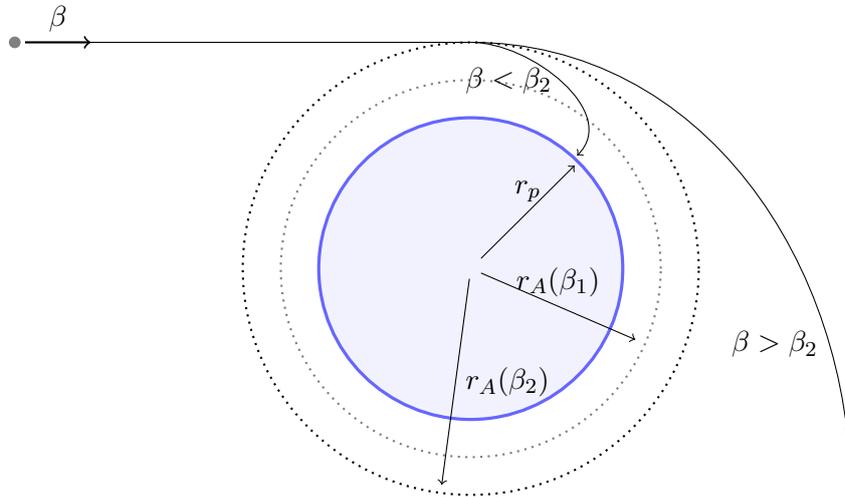


FIGURE 3.6 – Représentation du rayon d'absorption avec  $\beta_1 > \beta_2$ . Les particules qui rentrent dans le rayon d'absorption avec une énergie  $\beta$  inférieure au seuil  $\beta_2$ , seront capturées et leur vitesse va devenir rapidement radiale.

Pour une sphère les équations de Laframboise mènent à résoudre le système d'équations suivant :

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} \left( \rho^2 \frac{d\eta}{d\rho} \right) = \frac{1}{2} \sqrt{1+\eta} + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\eta}{\beta} - \frac{4I}{\sqrt{\beta}\rho^2} \right) - \exp(-\eta) \quad \text{pour } \rho > \rho_A \quad (3.27)$$

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} \left( \rho^2 \frac{d\eta}{d\rho} \right) = \frac{1}{2} \sqrt{1+\eta} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\eta}{\beta} - \frac{4I}{\sqrt{\beta}\rho^2} \right) - \exp(-\eta) \quad \text{pour } \rho < \rho_A \quad (3.28)$$

où  $\rho_A = \frac{r_A}{\lambda_D}$ . La figure 3.7 montre le courant collecté par les sondes sphériques par rapport au potentiel de polarisation  $\eta_p$  et de sa taille par rapport la longueur de Debye  $\rho_p$ .

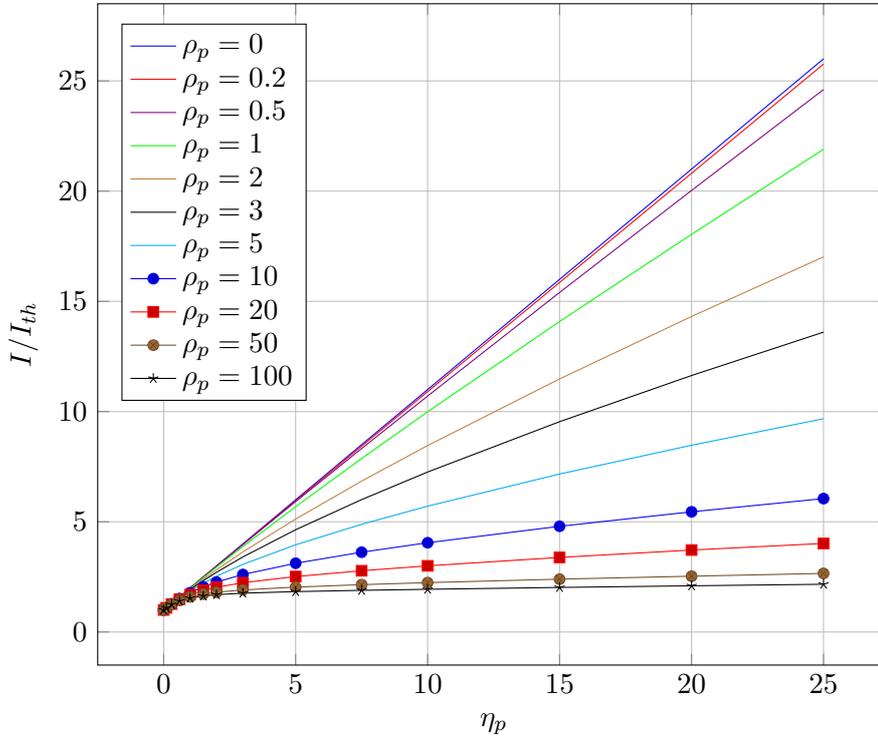


FIGURE 3.7 – Solutions de l'équation 3.28 pour  $\beta = 1$  et pour différentes sondes sphériques  $\rho_p = \frac{r_p}{\lambda_D}$  polarisées à un potentiel  $\eta_p$ .

Résoudre ces équations est assez complexe et elles ne sont que très rarement résolues pour calibrer des sondes. On utilise principalement le modèle OML quand  $\rho_p < 1$  ou des lois expérimentales du type  $I \approx a(\eta)^b$ .

### 3.2.4 Plasma dérivant

Des sondes sont souvent mises dans des plasmas avec une vitesse de dérive qui est comparable ou supérieure à la vitesse thermique de certaines

de ces espèces (typiquement l'ionosphère lorsque les ions thermiques ont une vitesse inférieure au satellite). La fonction de distribution du plasma peut être représentée comme :

$$f_\alpha = n_0 \left( \frac{m_\alpha}{2\pi k_B T_\alpha} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{(\mathbf{v} - \mathbf{V}_0)^2}{V_{th\alpha}^2} \right) \quad (3.29)$$

Il n'y a pas de résultats exacts pour ce type de distribution, juste des approximations. Ici, le rapport entre la vitesse de dérive et la vitesse thermique  $V_{th}$  va être représentée par un nombre de Mach :

$$M = \frac{V_0}{V_{th}} \quad (3.30)$$

**Mach très élevé  $M \gg 1$**

Dans le cas où le nombre de Mach est très élevé, la fonction de distribution 3.29 peut être approximée comme  $f_\alpha \approx n_0 \delta(\mathbf{v} - \mathbf{V}_0)$ . Donc, le courant collecté par une sonde sphérique de rayon  $r_p$  est :

$$I_\alpha = \pi r_p^2 q_\alpha n_0 V_0 \left( 1 + \frac{\eta}{M^2} \right) \quad (3.31)$$

L'équation 3.31 représente un flot de particules à une vitesse constante  $\mathbf{V}_0$ .

**Cas répulsif**

Quand le potentiel est répulsif  $\eta < 0$  le courant collecté ne dépend pas de la gaine plasma et peut être représenté par la relation suivante :

$$\frac{I_\alpha}{I_{th}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\sqrt{-\eta}}^\infty s (s^2 + \eta) ds \int_0^\pi \sin(\theta) \exp \left( - (s^2 + M^2 + sM \cos(\theta)) \right) d\theta \quad (3.32)$$

où  $s = \frac{\|\mathbf{v}\|}{V_{th\alpha}}$ . L'équation 3.32 se traduit par des fonctions sphériques de Bessel pouvant être intégrées pour donner :

$$I_\alpha = \frac{I_{th\alpha}}{2M} \left\{ \sqrt{\pi} \left( \frac{1}{2} + M^2 + \eta \right) \left( \frac{\text{erf}(\gamma_+) - \text{erf}(\gamma_-)}{2} \right) + \frac{\gamma_+}{2} \exp(-\gamma_-^2) - \frac{\gamma_-}{2} \exp(-\gamma_+^2) \right\} \quad (3.33)$$

où  $\gamma_- = \sqrt{-\eta} - M$  et  $\gamma_+ = \sqrt{-\eta} + M$  et  $\text{erf}(x)$  est la fonction d'erreur :

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-x^2) dx \quad (3.34)$$

Lorsque  $M \rightarrow 0$  l'équation 3.33 dérive vers l'équation 3.17 :

$$I = I_{th} \exp(\eta) \quad \text{pour} \quad \eta < 0 \quad (3.35)$$

**Approche OML :**  $\frac{x_s}{r_p} \rightarrow \infty$

Dans la limite  $\frac{x_s}{r_p} \rightarrow \infty$  - aussi appelée limite OML - on prend la fonction de distribution exprimé dans l'équation 3.29 et on l'introduit dans l'équation 3.21. Hoegy [39] a dérivé l'équation suivante en supposant que le champ autour de la sonde est symétrique pour  $\eta > 0$  :

$$I_\alpha = \frac{I_{th\alpha}}{2} \left[ \frac{\sqrt{\pi}}{M} \left( \frac{1}{2} + M^2 + \eta \right) \operatorname{erf}(M) + \exp(-M^2) \right] \quad (3.36)$$

On peut noter, que lorsque  $M \rightarrow 0$  la fonction d'erreur est approximée comme  $\operatorname{erf}(M) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}}M$  et l'équation 3.36 dérive vers l'équation stationnaire du régime OML :

$$I = I_{th} (1 + \eta) \quad \text{pour} \quad \eta > 0 \quad (3.37)$$

Dans le cas contraire, quand  $M \rightarrow \infty$  la fonction d'erreur est égal à l'unité et les équations 3.36 et 3.33 donnent le même résultat que l'équation 3.31 :

$$\lim_{M \rightarrow \infty} I_\alpha \approx \frac{I_{th}}{2} \sqrt{\pi} M \left( 1 + \frac{\eta}{M^2} + \frac{1}{2M^2} \right) \approx \frac{A_p}{4} q_\alpha n_0 V_0 \left( 1 + \frac{\eta}{M^2} \right) \quad (3.38)$$

**Approche saturée :**  $\frac{x_s}{r_p} \rightarrow 0$

Lorsque la taille de la gaine devient négligeable par rapport à la sonde, on s'approche du courant de saturation. Le courant de saturation ne dépend plus du potentiel de surface et dans un plasma non-dérivant est égal au courant thermique  $I_{th}$ . Pour un plasma dérivant L.E. Wharton [40] a calculé ce courant comme :

$$I_{sat} = I_{th} \left[ \frac{\sqrt{\pi}}{2M} \left( \frac{1}{2} + M^2 \right) \operatorname{erf}(M) + \frac{1}{2} \exp(-M^2) \right] \quad (3.39)$$

Qui selon [41] peut être approximé comme :

$$I_{sat} = I_{th} \sqrt{1 + \frac{\pi}{4} M^2} \quad (3.40)$$

En pratique ces équations ne sont pas toujours respectées. Nous avons simulé pour différentes vitesses la valeur des courants ioniques collectés sur

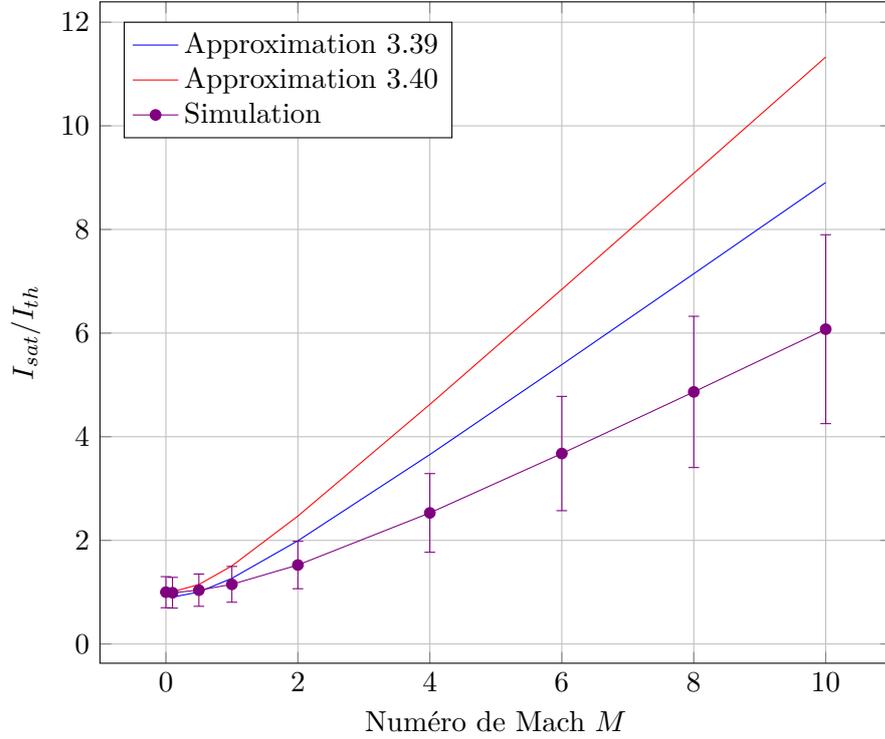


FIGURE 3.8 – Les approximations du courant de saturation des équations 3.39 et 3.40 et les résultats simulés pour  $\frac{\lambda_D}{r_p} \approx 5 \cdot 10^{-5}$  et le potentiel de la sonde imposé à 0V avec leur bruit associé.

une sonde sphérique avec une taille très grande par rapport à la gaine. Les résultats de cette simulation sont montrés sur la figure 3.8.

Hutchinson [42] a considéré que la variation angulaire du flot de densité  $\Gamma$  peut être approximé par une droite :  $\Gamma(M, \cos(\theta)) - \Gamma(0, 0) \sim -M \cos(\theta)$ , où  $\theta$  est l'angle par rapport à la vitesse de dérive. Avec cette formulation on obtient :

$$\Gamma(M, \cos(\theta)) = \Gamma_0 \exp\left(\frac{1}{2}M [K_u (1 - \cos(\theta)) - K_d (1 + \cos(\theta))]\right) \quad (3.41)$$

Avec le rapport entre le flux maximal face avant ( $\theta = \pi$ ) et le flux minimum face arrière ( $\theta = 0$ ) étant :

$$\frac{\Gamma_{max}}{\Gamma_{min}} = \exp(M(K_u + K_d)) \quad (3.42)$$

Cette forme de résultat est très approximative et l'erreur est d'autant plus grande que le nombre de Mach est grand (surtout face arrière :  $\cos(\theta) \geq 0$ ), mais cela nous permet de pouvoir approximer ce cas particulier. Si on

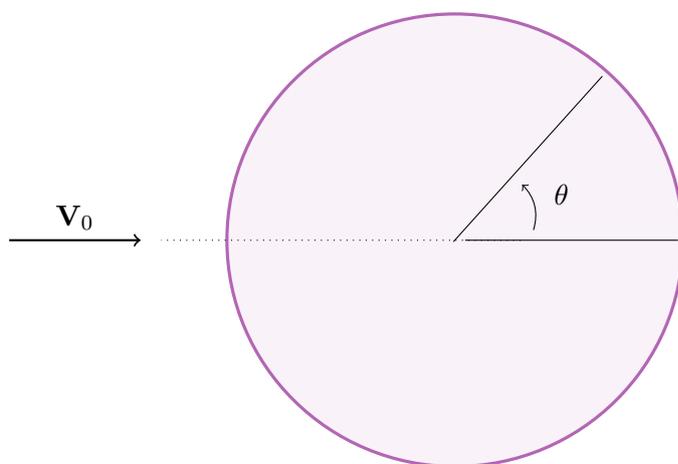


FIGURE 3.9 – Sphère avec une vitesse relative au plasma  $\mathbf{V}_0$ . On peut considérer comme approximation que la variation du flux angulaire est proportionnelle à une droite en fonction de  $\cos(\theta)$ .

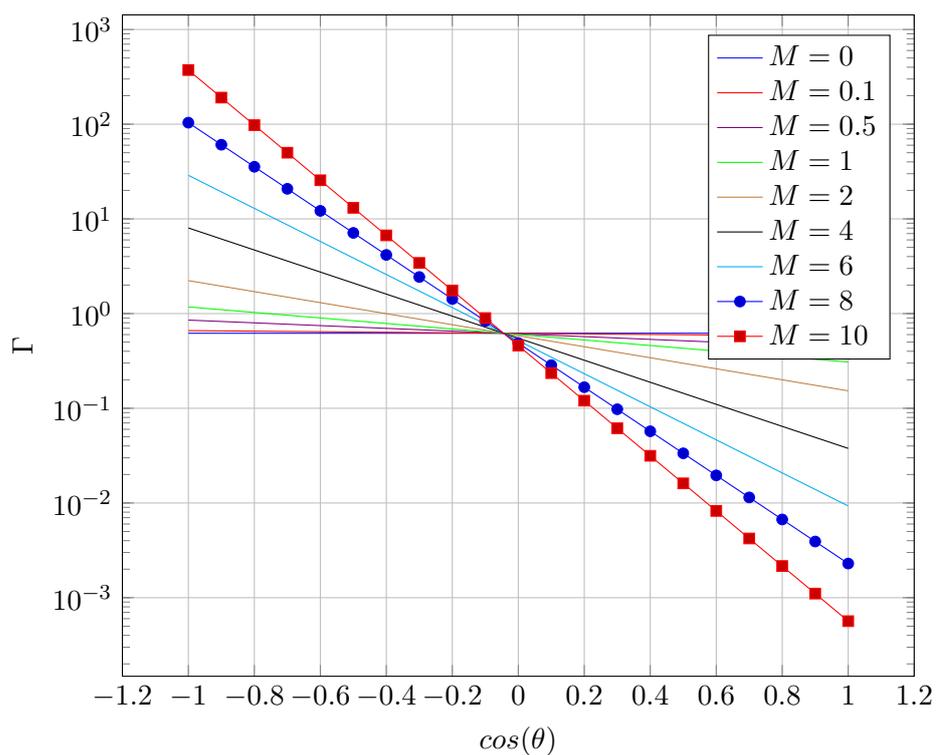


FIGURE 3.10 – Flux des densités sur une sphère en fonction du cosinus de l'angle  $\cos(\theta)$ , pour  $\Gamma_0 = 0.62$ ,  $K_u = 0.64$  et  $K_d = 0.70$ .

intègre ce flot sur toute la surface de la sphère, on peut trouver le courant de collection en fonction de trois variables à ajuster :

$$I = I_{th} \frac{2\Gamma_0}{M(K_u + K_d)} \{ \exp(MK_u) - \exp(-Mkd) \} \quad (3.43)$$

### Cas général

Dans le cas où on connaît le rayon de la gaine  $a \approx r_p + x_s$ , Wharton [40] à dérivé l'équation suivante pour un plasma dérivant :

$$\begin{aligned} \frac{I}{I_{th}} = & \left( \frac{a}{r_p} \right)^2 \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2M} \left( \frac{1}{2} + M^2 \right) \operatorname{erf}(M) + \frac{\sqrt{\pi}}{2M} \eta \Psi(M_-, M_+) + \frac{1}{2} \exp(-M^2) \right\} \\ & + \left( 1 - \frac{a^2}{r_p^2} \right) \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2M} \left( \frac{1}{2} + M^2 + \eta \right) \Psi(M_-, M_+) + \frac{M_+}{4M} \exp(-M_-^2) + \frac{M_-}{4M} \exp(-M_+^2) \right\} \end{aligned} \quad (3.44)$$

où

$$M_- = M - \gamma\sqrt{\eta} \quad , \quad M_+ = M + \gamma\sqrt{\eta} \quad , \quad \gamma = \sqrt{\frac{a^2}{r_p^2} - 1}$$

et

$$\Psi(x, y) = \frac{\operatorname{erf}(x) + \operatorname{erf}(y)}{2}$$

Si on impose  $\frac{a}{r_p} \rightarrow 1$  sur l'équation 3.44, on retrouve le courant saturé de l'équation 3.39.

### 3.3 Charge de surface et effets des différentes populations

Le processus de charge du satellite est représenté par la relation caractéristique d'un condensateur :

$$I_T(t) = C_{sat} \frac{d\phi_{sc}(t)}{dt} \quad (3.45)$$

où  $C_{sat}$  est la capacitance du satellite. Lorsque le potentiel du satellite  $\phi_{sc}$  atteint l'équilibre le courant total est nul. Donc, le processus physique fondamental est celui du bilan de courants : à l'équilibre, sur chaque élément de surface isolée les sommes des courants sont égales à zéro. L'équation de base exprimant cet équilibre s'exprime de la forme suivante :

$$I_T = I_e(\phi_{sc}) - \{ I_i(\phi_{sc}) + I_{Se}(\phi_{sc}) + I_A(\phi_{sc}) + I_{ph}(\phi_{sc}) \} = 0 \quad (3.46)$$

où les plus importants sont le courant des particules de plasma ambiant (électrons  $I_e$  et ions  $I_i$ ), la photoémission  $I_{ph}$  et l'émission d'électrons secondaires  $I_{Se}$ . Parfois des sources actives de courant  $I_A$  comme des faisceaux de particules chargées ou des propulseurs ioniques peuvent également avoir un effet important. Les courants à la surface sont également affectés par les champs magnétiques et électriques locaux, qui modifient le mouvement des particules chargées.

Les surfaces diélectriques, l'anisotropie du plasma ambiant ou des flux d'émission/photoémission peuvent créer des gradients de potentiel de surface qui peuvent aussi affecter l'équilibre du courant en créant des barrières de potentiel. [47]

### 3.3.1 Collection des électrons et ions ambiants

La fonction de distribution Maxwellienne (voir Annexe C.5) est souvent un point de départ utile pour décrire les conditions du plasma ambiant. Si on considère un objet plongé dans un plasma maxwellien avec un potentiel de surface par rapport au plasma négatif  $\phi < 0$  et on applique l'approche OML (donc on suppose que le satellite est petit par rapport la longueur de Debye :  $L < \lambda_D$ ) les courants de surface électronique et ionique collectés sont approximés comme :

$$J_e(\phi) = J_e^0 \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right) \quad \text{avec} \quad J_e^0 = \frac{1}{2} e n_e^0 \sqrt{\frac{2k_B T_e}{\pi m_e}} \quad (3.47)$$

$$J_i(\phi) = J_i^0 \left(1 - \frac{q_i \phi}{k_B T_i}\right) \quad \text{avec} \quad J_i^0 = \frac{1}{2} q_i n_i^0 \sqrt{\frac{2k_B T_i}{\pi m_i}} \quad (3.48)$$

avec  $\phi = \phi(\mathbf{x}, t) = \phi_{sc}$  le potentiel du satellite,  $q_i$  la charge électrique des ions (typiquement  $q_i = e$ ) et  $T_\alpha$ ,  $n_\alpha^0$ ,  $m_\alpha$  les températures, densités et masse électronique ( $\alpha = e$ ) et ionique ( $\alpha = i$ ). La surface de collection électronique est  $A_e = A_{sc}$ , avec  $A_{sc}$  la surface du satellite. Donc le courant électronique collecté est :

$$I_e = \oint_{A_{sc}} J_e dA = J_e A_{sc} \quad (3.49)$$

Alors que la collection d'électrons peut être considérée quasi-isotrope pour la quasi-totalité des trajectoires de sondes spatiales dans les environnements naturels, ce n'est pas toujours le cas pour les ions. **En LEO** les satellites se déplacent souvent avec une vitesse de dérive supersonique par rapport aux ions thermiques et la plupart des ions sont collectés par la surface avant  $A_{ram}$ . En plus, dans ce cas les ions ne sont plus représentables comme une distribution maxwellienne isotrope. Le cas d'un satellite ou d'une surface immergée dans le plasma avec une géométrie simple (planaire,

cylindrique ou sphérique) a été discutée dans le chapitre 3.2.4. Pour une géométrie quelconque, on peut considérer en première approximation les ions supersoniques comme mono-énergétiques avec une vitesse  $V_{sc}^2$ . Dans ce cas le courant ionique collecté :

$$I_i = q_i n_i^0 V_{sc} \left( 1 - \frac{2q_i \phi}{m_i V_{sc}^2} \right) A_{ram} \quad (3.50)$$

**En GEO** l'énergie des ions est de l'ordre de plusieurs *keV*. Par conséquent la vitesse thermique des ions est élevée par rapport à la vitesse propre du satellite. Dans ce cas, le courant ionique collecté est de façon similaire aux électrons :

$$I_i = \oint_{A_{sc}} J_i dA = J_i A_{sc} \quad (3.51)$$

### 3.3.2 Effet des photoélectrons

Les photoélectrons sont des électrons émis par des surfaces qui sont exposées aux radiations solaires UVs. Le courant des photoélectrons est fonction du flux solaire, de l'angle d'incidence, des propriétés des matériaux à la surface (notamment leur réflectance), leur travail de sortie et du potentiel de surface  $\phi_{sc}$  [55].

Les détails du spectre changent avec l'activité solaire et peuvent varier considérablement si la lumière du soleil atteignant le satellite est atténuée par l'atmosphère. Les mesures du spectre d'énergie solaire  $S(\omega)$  sont tracées en fonction de l'énergie (ou de la longueur d'onde) dans la figure 3.11.

Le rendement photoélectrique  $Y(\omega)$  est le nombre d'électrons émis par photon pour une énergie du photon incident donnée  $\omega$  et est obtenu expérimentalement pour chaque matériau [56].

La densité de courant pour une surface avec un potentiel négatif par rapport au plasma est calculé comme :

$$J_{PH} = \int_0^\infty S(\omega) Y(\omega) d\omega \quad (3.52)$$

Ensuite,

$$I_{PH} = J_{PH} A_{PH} \quad (3.53)$$

avec  $A_{PH}$  la surface normale des photons incidents.

Typiquement, ce courant va rendre le potentiel des surfaces côté jour plus positif que les surfaces côté-nuit et une charge différentielle va se développer.

---

2. Généralement vrai pour l'oxygène atomique  $O^+$  car  $V_{sc} \gg V_s$ .

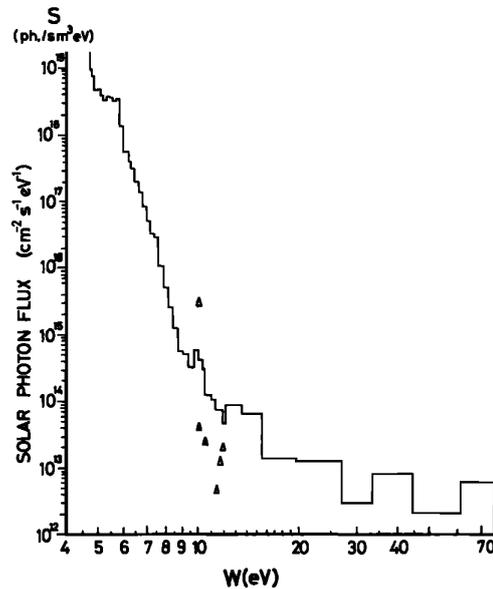


FIGURE 3.11 – Spectre d'énergie solaire.

Les surfaces les plus positives (en relatif) du satellite peuvent parfois atteindre un potentiel positif par rapport au plasma en créant une barrière de potentiel pour les photoélectrons émis, lesquels sont re-attirés par la surface en réduisant sensiblement l'effet de leur émission. Cela dépend du spectre d'énergie des photoélectrons émis, ce qui est différent pour chaque matériau. A 1  $AU$  et pour un flux solaire moyen de  $1360 W.m^{-2}$  le courant de densité des photoélectrons varie entre 4 et  $42 \mu A.m^{-2}$  en fonction du matériau.

### 3.3.3 Émission secondaire

L'impact des électrons et des ions ambiants sur la surface d'un satellite engendre des électrons rétrodiffusés et secondaires<sup>3</sup>. Ces flux, bien que souvent négligés dans les calculs de charge, peuvent dépasser les flux incidents dans certaines circonstances.

La particule incidente peut entrer en collision élastique avec plusieurs autres atomes et ressortir du matériau, ce qu'on appelle émission rétrodiffusée. Elle peut aussi perdre son énergie et la transmettre à d'autres électrons présents dans le matériau qui, par ce processus d'excitation, s'échapperont de la surface, ce que l'on appelle émission secondaire.

3. Les flux d'ions rétrodiffusés et secondaires sont souvent négligeables.

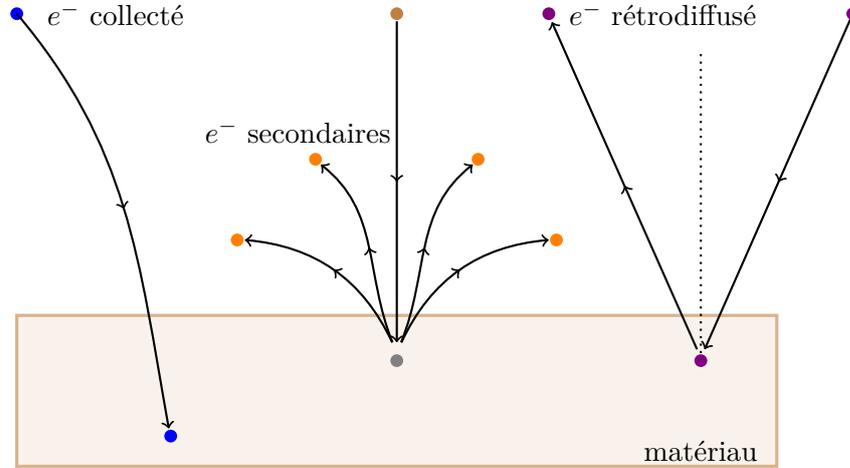


FIGURE 3.12 – Représentation des différents réactions du matériau face aux électrons incidents. Un électron incident peut être soit collecté (à gauche), rétrodiffusé (à droite) ou déclencher une émission d'un ou plusieurs électrons.

### Émissions secondaires

L'équation pour la densité de courant due à l'émission secondaire en supposant un flux isotrope et en négligeant d'autres variations angulaires est : [57]

$$\mathbf{J}_{S_\alpha} = \frac{2\pi q_\alpha}{m_\alpha^2} \int_0^\infty dE' \int_0^\infty g_\alpha(E, E') \delta_\alpha E f_\alpha(E) dE \quad (3.54)$$

avec  $\mathbf{J}_{S_\alpha}$  le flux d'électrons secondaires dû aux espèces incidentes  $\alpha$  (des électrons ou des ions),  $g_\alpha$  le spectre d'émission des électrons secondaires dû aux populations incidentes  $\alpha$ ,  $E$  l'énergie des électrons incidents et  $E'$  l'énergie des électrons secondaires,  $f_\alpha$  la fonction de distribution des particules incidentes en surface et  $\delta_\alpha$ , le coefficient d'émission d'électrons secondaires représentant le nombre d'électrons secondaires qui sont créés par chaque particule incidente.

Ce coefficient  $\delta_\alpha$  est propre à chaque matériau et est fonction de plusieurs paramètres :

- Propriétés du matériau (épaisseur, rugosité, composition, propreté, ...).
- L'énergie de l'espèce incidente à l'impact. Pour chaque matériau, il existe un rendement maximum  $\delta_\alpha^{max}$  pour une énergie d'incident spécifique  $E_\delta$ .
- L'angle par rapport à la normale des particules incidentes.

Plusieurs auteurs ont proposé des approximations semi-empiriques pour

le coefficient d'émission secondaire  $\delta_\alpha$  [58] :

$$\frac{\delta_\alpha}{\delta_{max}} = 1.379 \frac{1}{\left(1.844 \frac{E}{E_{\delta_{max}}}\right)^{n-1}} \left(1 - \exp\left(-\left(1.844 \frac{E_i}{E_{\delta_{max}}}\right)^n\right)\right) \quad (3.55)$$

où  $n$  est l'augmentation de la profondeur de pénétration en fonction de l'énergie. Selon la loi de Thomson-Whiddington [59] les métaux ont un coefficient  $n \leq 2$ . D'autres auteurs ont proposé des valeurs expérimentales comme 1.35 pour l'oxyde d'aluminium  $Al_2O_3$  et  $E > 300 eV$  [60] ou 1.66 pour des films d'aluminium et  $E > 2 keV$  [61]. Vaughan [62] a proposé des lois expérimentales pour prendre en compte l'angle par rapport à la surface des particules incidentes et la charge de la surface cible.

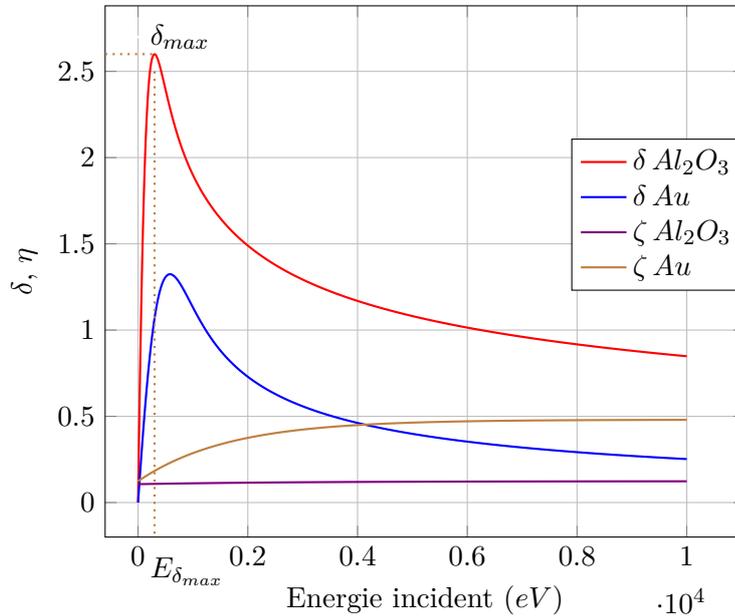


FIGURE 3.13 – Coefficients d'émission secondaire  $\delta$  et rétrodiffusion  $\zeta$  en fonction de l'énergie des particules incidentes  $E$  pour l'oxyde d'aluminium et l'or.

Des études d'émission secondaire à très faible énergie sont très rares et lorsque les données sont disponibles, les résultats sont souvent en désaccord [63]. Cela est due principalement à la difficulté technique de mesurer les secondaires lorsqu'ils ont une énergie telle qu'ils sont facilement perturbés par les champs électriques et/ou magnétiques.

### Émission d'électrons rétrodiffusés

Les électrons rétrodiffusés sont les électrons résultant de l'impact d'un électron primaire avec une surface. Quand l'électron primaire rentre en

collision avec les atomes de la surface, il y a une probabilité  $\zeta$  qu'il soit rétrodiffusé. La densité de courant pour les électrons rétrodiffusés est donnée par [64] :

$$\mathbf{J}_{BS_e} = \frac{2\pi q_e}{m_e^2} \int_0^\infty dE' \int_0^\infty \zeta(E, E', \theta) E f_e(E) dE \quad (3.56)$$

où  $\zeta$  est le rendement de rétrodiffusion électronique mesuré pour une particule incidente d'énergie  $E$  et avec un angle par rapport à la normale de la surface  $\theta$  et une particule sortant d'énergie  $E'$ .

La courbe de rendement de rétrodiffusion électronique  $\zeta$  peut être approximée par une fonction de la forme [65] :

$$\zeta(E) \approx A - B \exp(-CE) \quad (3.57)$$

où  $A, B$  et  $C$  sont des coefficients déterminés expérimentalement pour chaque matériau de surface.

D'autres auteurs ont proposé des modèles plus détaillés pour décrire la probabilité qu'un électron soit rétrodiffusé à partir du calcul théorique du libre parcours moyen des collisions inélastiques [66] ou à partir des méthodes basées sur des simulations de Monte-Carlo [67].

### 3.3.4 Autres sources des courants

Des ions contaminants, dus aux propulseurs (ioniques ou chimiques) ou au dégazage des matériaux des satellites peuvent être piégés à l'intérieur de la gaine du satellite et déposés sur des surfaces chargées négativement. Cet effet réduit le rendement des propulseurs plasma et la durée de vie du satellite. Les panneaux solaires peuvent être endommagés pendant la mise à poste du satellite à cause de l'érosion due aux ions accélérés vers les connecteurs métalliques entre les cellules solaires.

Des sources actives de particules (ions ou électrons) sont utilisées pour contrôler le potentiel du satellite (Active Spacecraft Potential Control, ASPOC) et pour atténuer les risques ou les effets de la charge électrique. Les ASPOCs sont utilisés pour l'étude de la magnétosphère terrestre et du vent solaire à bord des missions Clusters (ESA) et Magnetospheric Multiscale Mission (NASA) [68]. Ils ont été conçus pour émettre des ions lorsque le potentiel positif du satellite pourrait impacter les mesures car dans certains cas les ions n'ont pas suffisamment d'énergie pour être collectés par les instruments et les photoélectrons collectés vont bruyé les mesures. Les données des ASPOC ont également été utilisées pour estimer les conditions du plasma ambiant et les caractéristiques des photoélectrons [69].

### 3.4 Charge équipotentielle

La capacité électrique du satellite  $C_{sat}$  peut être approximée en fonction de la longueur de Debye  $\lambda_D$ , de la longueur caractéristique du satellite  $L_{sc}$  et de sa surface  $A_{sc}$  :

$$C_{sat} \approx A\epsilon_0 \left( \frac{1}{L_{sc}} + \frac{1}{\lambda_D} \right) \quad (3.58)$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide. En considérant un potentiel  $\phi_{sc}$  uniforme à la surface du satellite, et en considérant une charge de surface  $Q = C_{sat}\phi_{sc}$  le courant total peut être exprimé comme :

$$I_T = \frac{dQ}{dt} = C_{sat} \frac{d\phi_{sc}}{dt} \quad (3.59)$$

L'équation 3.59 a une solution à l'équilibre :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I_T = 0 \quad (3.60)$$

Prenant  $\phi_{sc}^0$  comme la solution à l'équilibre et  $\delta\phi_{sc}$  une perturbation du potentiel de surface :

$$\phi_{sc} = \phi_{sc}^0 + \delta\phi_{sc} \quad (3.61)$$

Donc au premier ordre du développement en série de Taylor :

$$I_T(\phi_{sc}) = I_T(\phi_{sc}^0) + \frac{\partial I_T}{\partial \phi_{sc}} \delta\phi_{sc} \quad (3.62)$$

Avec  $I_T(\phi_{sc}^0) = 0$  on peut trouver la solution :

$$\phi_{sc} \approx \phi_{sc}^0 \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \quad (3.63)$$

où

$$\tau = \frac{C_{sat}}{\left. \frac{\partial I_T}{\partial \phi_{sc}} \right|_{\phi_{sc}=\phi_{sc}^0}} \quad (3.64)$$

est le temps caractéristique de charge. Nous pouvons obtenir une idée approximative du potentiel d'équilibre ( $I_T \rightarrow 0$ ) en fonction de différentes orbites.

### 3.4.1 Orbite Géostationnaire (GEO)

En GEO les ions ambiants peuvent être approximés par une distribution Maxwellienne dont le courant collecté est donné par l'équation 3.51. En considérant qu'il y a plusieurs populations d'ions et une seule d'électrons et en prenant  $\eta = -\frac{e\phi}{k_B T_e}$  nous pouvons développer l'équation 3.46 comme :

$$f(\eta) = J_e^0 \exp(-\eta) A_{sc} - \sum_i J_i^0 \left(1 + \frac{1}{\beta_i} \eta\right) A_{sc} + I_{sec} = 0 \quad (3.65)$$

où  $I_{sec} = I_{Se} + I_A + I_{ph}$  et  $\beta_i = \frac{T_i}{T_e}$ . On peut isoler  $\eta$  avec une méthode itérative de Newton :

$$\eta^{n+1} = \eta^n - \frac{f(\eta^n)}{f'(\eta^n)} \quad (3.66)$$

Donc,

$$\eta^{n+1} = \eta^n + \frac{\exp(-\eta^n) - \sum_i \frac{n_i}{n_0} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \beta_i \left(1 + \frac{1}{\beta_i} \eta^n\right) + \frac{I_{sec}}{A_{sc} J_e^0}}{\exp(-\eta^n) + \sum_i \frac{n_i}{n_0} \sqrt{\frac{1}{\beta_i} \frac{m_e}{m_i}}} \quad (3.67)$$

En GEO, l'espèce ionique majoritaire est  $H^+$ . Donc en supposant 100% d'ions  $H^+$ ,  $I_{sec} = 0$  et  $\beta_i = 1$  le potentiel normalisé converge vers  $\eta_\infty \approx 2.505$ .

Néanmoins ce résultat est très approximé car les courants de secondaires  $I_{sec}$  sont importants à cause de l'effet combiné de :

- la basse densité du plasma ambiant qui rend très important les effets de photoémission ou des sources artificielles et,
- la haute énergie du plasma ambiant qui fait que les effets d'émission secondaire soient importants.

En prenant en compte que normalement la température des particules en GEO varie entre 1 keV et 50 keV, le potentiel de surface atteint souvent plusieurs dizaines de keV négatifs par rapport au plasma.

### 3.4.2 Orbite Basse (LEO)

En LEO, les ions ambiants peuvent être approximés dans le repère du satellite par une distribution Maxwellienne dérivante. Si la vitesse du satellite  $V_{sc}$  est élevée par rapport à la vitesse thermique des ions, le courant collecté peut être approximé par l'équation 3.50. En procédant de la même façon que pour l'orbite GEO on trouve que :

$$f(\eta) = J_e^0 \exp(-\eta) A_{sc} - \sum_i e n_i V_{sc} \left(1 + \frac{2k_B T_e}{m_i V_{sc}^2} \eta\right) A_{ram_i} + I_{sec} = 0 \quad (3.68)$$

Si on applique encore une fois la méthode de Newton :

$$\eta^{n+1} = \eta^n + \frac{\exp(-\eta^n) - 2 \sum_i \frac{n_i}{n_0} \sqrt{\pi \beta_i \frac{m_e}{m_i}} M_i \left( 1 + \frac{1}{\beta_i M_i^2} \eta^n \right) \frac{A_{ram_i}}{A_{sc}} + \frac{J_{sc}^0}{J_e^0 A_{sc}}}{\exp(-\eta^n) + 2 \sum_i \frac{n_i}{n_0} \sqrt{\pi \frac{m_i}{m_e}} \frac{1}{\sqrt{\beta_i M_i}} \frac{A_{ram_i}}{A_{sc}}} \quad (3.69)$$

La figure 3.14 montre le potentiel normalisé à l'équilibre  $\eta$  pour  $\beta = 1$  en fonction de la composition ionique. Ici, on a considéré que l'environnement ionique est formé seulement par des ions  $H^+$  et  $O^+$ . Les calculs ont été faits en supposant  $M_{O^+} = 4$  et  $M_{H^+} = 8$ . Comme ordre de grandeur cela correspond respectivement à  $T_{O^+} = 0.293 \text{ eV}$  et  $T_{H^+} = 0.073 \text{ eV}$  pour une vitesse de  $V_{sc} = 7.5 \text{ km.s}^{-1}$ .

On peut observer que le potentiel normalisé en LEO est typiquement entre  $\eta \approx 3 - 4$ , c'est-à-dire entre  $-0.3V$  et  $-1.2V$ . Cela explique que les potentiels qu'on attend en LEO sont beaucoup moins dangereux pour le satellite qu'en GEO. Néanmoins dans des zones spécifiques (les zones polaires) la quantité de particules énergétiques peut devenir importante par rapport au plasma ambiant et le potentiel du satellite peut atteindre jusqu'à plusieurs centaines voire milliers de volts négatifs.

### 3.5 Charge différentielle

Si la surface du satellite a des composants ou des surfaces à des tensions différentes, le satellite est dans une situation de charge différentielle. Cela peut entraîner plusieurs problèmes qui vont d'une perturbation des mesures des instruments embarqués à un endommagement de la structure du satellite. Ce type de charge peut provoquer localement des champs électriques intenses qui sont générateurs de décharges électrostatiques. Cette charge peut aussi modifier la valeur de la charge absolue  $\phi_{sc}$ , en créant une barrière de potentiel négatif empêchant l'émission d'électrons de basse énergie.

La charge différentielle est principalement due à :

- la présence de matériaux diélectriques sur la surface du satellite, avec des propriétés électriques différentes,
- l'effet de la photoémission,
- la non-isotropie du plasma ambiant, typique en LEO.

La charge diélectrique (voir la représentation équivalente de cette surface sur la figure 3.15) peut être exprimée comme :

$$I = I_1 + I_2 = C_d \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} \quad (3.70)$$

étant  $R$  la résistance diélectrique (en tenant compte de la résistivité globale, de la résistivité de surface et de la conductivité induite par le

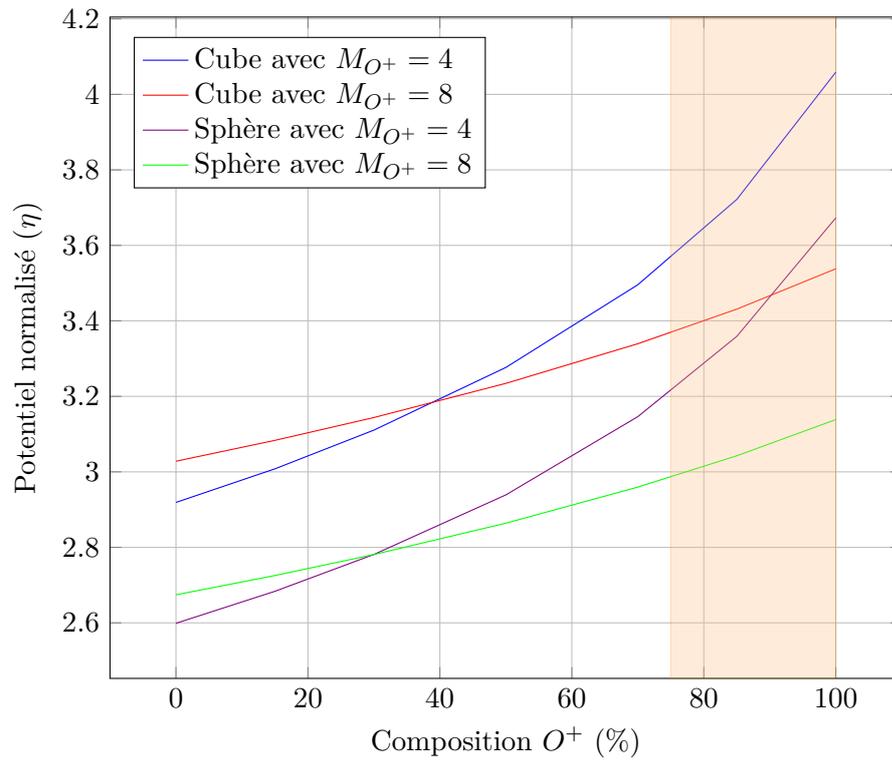


FIGURE 3.14 – Potentiel normalisé à l'équilibre en fonction de la composition ionique pour une Cube ( $\frac{A_{ram}}{A_{sc}} = 1/6$ ), une sphère ( $\frac{A_{ram}}{A_{sc}} = 1/4$ ) et différents nombres de Mach  $M$ . La partie orange est la composition typique d' $O^+$  des hauteurs comprises entre 300 et 900 km.

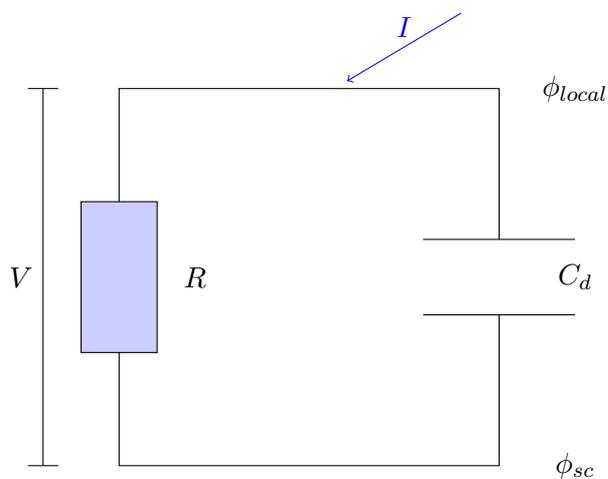


FIGURE 3.15 – Représentation simplifiée d’une surface diélectrique exposée au plasma et au potentiel au sol du satellite  $\phi_{sc}$ .

rayonnement),  $V$  le potentiel entre la surface extérieure exposée au plasma et la surface du sol ( $V = \phi_{local} - \phi_{terre}$ ) et  $C_d$  la capacité diélectrique exprimée par :

$$C_d = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (3.71)$$

où  $\epsilon_r$  est la permittivité relative du matériau (normalisée par rapport à la permittivité du vide :  $\epsilon_r = 1$ ),  $A$  est la surface du diélectrique et  $d$  est son épaisseur. En résolvant l’équation 3.70 on trouve le temps caractéristique des surfaces diélectriques :

$$\tau = RC_d \quad (3.72)$$



## Chapitre 4

# Simulation numérique des plasmas spatiaux

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Approche cinétique</b>	<b>66</b>
4.1.1	Problème à N-corps	66
4.1.2	Approche statistique : macroparticules	67
4.1.3	Méthode Particle-In-Cell (PIC)	69
<b>4.2</b>	<b>Approche fluide</b>	<b>78</b>
4.2.1	Equation d'état	79
4.2.2	Approximation des plasmas isothermes	79
<b>4.3</b>	<b>Cas électrostatique : Solveur de Poisson</b>	<b>80</b>
4.3.1	Conditions aux limites	81
4.3.2	Formulation faible	82
4.3.3	Formulation variationnelle discrète : Maillage	83
<b>4.4</b>	<b>Approche hybride : Poisson non-linéaire</b>	<b>84</b>

---

Les modèles de plasma se répartissent en trois grandes catégories : cinétique, fluide et hybride. Des modèles cinétiques sont nécessaires pour résoudre les phénomènes à de petites échelles spatiales et temporelles et lorsque les fonctions de distribution des vitesses des espèces commencent à s'écarter d'une distribution maxwellienne. Des modèles fluides sont utilisés pour décrire les phénomènes macroscopiques du plasma et résoudre l'évolution des moments macroscopiques (densité, vitesse moyenne, température, etc...) dans le temps et dans l'espace. Les modèles hybrides reposent sur une combinaison de modèles cinétiques et fluides dans lesquels une espèce (e.g. des ions) peut être modélisée à partir d'une approche cinétique tandis que les autres espèces (e.g. des électrons) peuvent être approchés à partir d'une approximation fluide.

## 4.1 Approche cinétique

L'approche dite cinétique est la plus proche de la réalité physique. Elle considère un plasma comme un système composé par  $N$  particules chargées interagissant au travers de champs électriques et magnétiques. Chaque particule  $p$ , située à  $\mathbf{x}_p$  et avec une vitesse  $\mathbf{v}_p$  sera soumise à une force de Lorentz :

$$\mathbf{F}_p = q_p (\mathbf{E}(\mathbf{x}_p, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}_p, t)) \quad (4.1)$$

où  $q_p$  est la charge de la particule  $p$  et  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  sont les champs électrique et magnétique, respectivement. Ainsi, en négligeant les effets relativistes, les trajectoires des particules peuvent être calculées comme :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}_p}{dt} = \mathbf{v}_p & \text{pour } p = \{1, \dots, N\} \\ \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \frac{1}{m_p} (\mathbf{F}_p + \mathbf{F}_{ext}) & \text{pour } p = \{1, \dots, N\} \end{cases} \quad (4.2)$$

où  $m_p$  est la masse de la particule  $p$  et  $F_{ext}$  une force externe (e.g. une force gravitationnelle) qu'on ne considérera pas dans la suite.

### 4.1.1 Problème à N-corps

Le problème à  $N$  corps consiste à résoudre les équations du mouvement de Newton de  $N$  corps interagissant au travers de forces électromagnétiques. L'évolution est discrétisée temporellement avec un pas de temps  $\Delta t$  tel que chaque particule ne bouge que d'une petite distance. Ce type d'approche est appelée aussi Particle-Particle (PP), lorsque les forces interagissant entre toutes les particules sont recalculées chaque pas de temps. Donc, l'équation du mouvement peut être écrite comme <sup>1</sup> :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_p^{n+1} = \mathbf{x}_p^n + \Delta t \mathbf{v}_p^n & \text{pour } p = \{1, \dots, N\} \\ \mathbf{v}_p^{n+1} = \mathbf{v}_p^n + \frac{\Delta t}{m_p} \mathbf{F}_p & \text{pour } p = \{1, \dots, N\} \end{cases} \quad (4.3)$$

Le coût principal de cette approche est le calcul de chaque force qui nécessite de sommer toutes interactions particule à particule :

$$\mathbf{F}_p = \sum_{p'=1}^N F_{pp'} = \frac{q_p}{4\pi} \sum_{p'=1}^N \frac{q_{p'}}{|\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_{p'}|^3} \cdot \left\{ \frac{\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_{p'}}{\epsilon_0} + \mu_0 \mathbf{v}_p \times (\mathbf{v}_{p'} \times (\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_{p'})) \right\} \quad (4.4)$$

---

1. D'autres discrétisations des équations du mouvement sont souvent utilisés (e.g. Leap-Frog, Runge-Kutta, etc.).

Si on néglige le champ magnétique, l'interaction particule-particule due au champ électrique induit devient plus simple :

$$\mathbf{F}_p = \sum_{p'=1}^N \frac{q_p q_{p'}}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_{p'}}{|\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_{p'}|^3} \quad (4.5)$$

Une fois la force calculée, les nouvelles vitesses et positions peuvent être calculées et le cycle peut être répété indéfiniment. Pour les systèmes fortement couplés où le nombre de particules par cube de Debye est faible, cette approche est réalisable et utilisée dans plusieurs domaines (e.g. dans des études de dynamique moléculaire [74]).

Néanmoins, les approches à  $N$ -corps ne peuvent pas être pratiquées pour les systèmes faiblement couplés (voir Annexe 2.4) où le nombre de particules est très important. Au fur et à mesure que le nombre de particules augmente, le coût augmente de façon quadratique ( $\mathcal{O}(N^2)$ ) et rend l'effort de calcul ingérable. Des algorithmes en arbre comme la simulation de Barnes-Hut permettent cependant de réduire la complexité à  $\mathcal{O}(N \log(N))$ . [71]

#### 4.1.2 Approche statistique : macroparticules

Dans les plasmas faiblement couplés le nombre de particules à suivre  $N$  est normalement très grand. Dans le même temps, une approche à  $N$  corps contient trop d'information pour être efficacement utilisable. Afin d'obtenir une description macroscopique du plasma, une approche statistique est souvent utilisée.

Afin de rendre les simulations aussi efficaces que possible, on utilise des macroparticules. Une macroparticule est une particule numérique qui représente de nombreuses particules réelles; il peut s'agir de millions d'électrons ou d'ions dans le cas d'une simulation de plasma ou d'un élément vortex dans une simulation de fluide. Il est permis de redimensionner le nombre de particules car la force de Lorentz dépend uniquement du rapport de la charge au rapport de masse, de sorte qu'une macroparticule suivra la même trajectoire qu'une particule réelle.

Le nombre de particules réelles correspondant à une macroparticule doit être choisi de manière à pouvoir recueillir suffisamment de statistiques sur le mouvement des particules.

L'évolution de la fonction de distribution dans l'espace de phase,  $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ , définie comme la densité de nombre de particules  $p$  par unité d'élément de l'espace des phases  $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  (voir Annexe C.5), est régie par l'équation de Vlasov (voir Annexe C.76). La formulation mathématique de l'approche statistique réside dans la représentation de la fonction de distribution comme une somme de volumes de l'espace des phases mobiles

$f_\beta(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ , appelées particules numériques ou macroparticules.

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_{\beta} f_{\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_{\beta} p_{\beta} S_{\mathbf{x}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}(t)) S_{\mathbf{v}}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\beta}(t)) \quad (4.6)$$

où  $p_{\beta}$  est le poids de la macroparticule  $\beta$  (donc le nombre des particules réelles pour chaque particule numérique,  $S_{\mathbf{x}}$  et  $S_{\mathbf{v}}$  sont les fonctions de forme pour les particules numériques.

Les propriétés de la fonction de forme sont :

- Le support de la fonction de forme est compact, pour décrire une petite partie de l'espace de phase.
- Leur intégrale est unitaire :

$$\int_{\mathbf{R}^3} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) d\mathbf{x} = 1 \quad (4.7)$$

- La fonction est symétrique :  $S_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b) = S_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_b - \mathbf{x}_a)$
- $S(\mathbf{x}) = S(x_1)S(x_2)S(x_3)$

Le choix de la distribution de Dirac dans l'espace de vitesse n'est pas essentiel mais typiquement utilisé :

$$S_{\mathbf{v}}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\beta}) = \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\beta}) \quad (4.8)$$

Les premiers codes cinétiques statistiques étaient basés sur l'utilisation de la distribution de Dirac pour la fonction de forme spatiale. Néanmoins cela conduit à des instabilités [72]. Aujourd'hui les approches statistiques sont basées sur l'utilisation d'autres fonctions de forme pour décrire la forme des macroparticules. Parmi les différentes fonctions de forme utilisées les fonctions b-spline sont très répandues. Les fonctions b-spline sont une série de fonctions consécutives d'ordre supérieur obtenues l'une de l'autre par intégration : [73]

$$b_l(t) = \int_{-\infty}^{\infty} b_{l-1}(\alpha) b_0(t - \alpha) d\alpha \quad (4.9)$$

avec la première fonction b-spline définit comme :

$$b_0(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } \|t\| \leq 1/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.10)$$

La figure 4.1 montre les premières trois ordres des fonctions b-spline.

La fonction de forme basée sous les fonctions b-spline d'ordre  $l$  est définie comme :

$$S(x - x_{\beta}) = \frac{1}{\Delta_{\beta}} b_l \left( \frac{x - x_{\beta}}{\Delta_{\beta}} \right) \quad (4.11)$$

où  $\Delta_{\beta}$  est la taille de la particule numérique  $\beta$ .

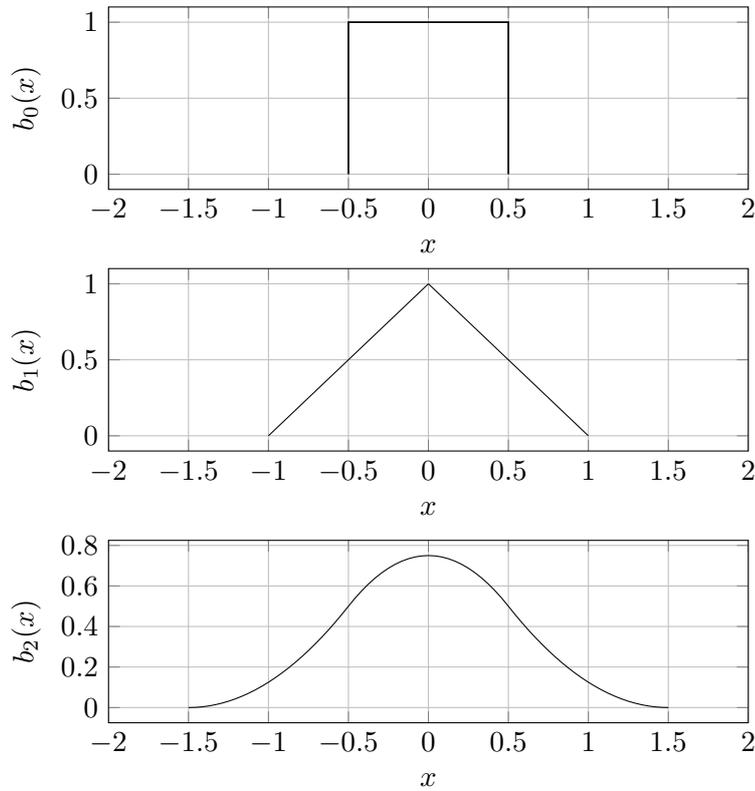


FIGURE 4.1 – Premières trois ordres des fonctions b-spline.

### 4.1.3 Méthode Particle-In-Cell (PIC)

La méthode Particle-In-Cell (PIC) est utilisée pour modéliser un plasma dont le comportement varie sur différentes plages d'échelles spatiales. Macroscopiquement, la dynamique est décrite par les équations de Maxwell, alors que microscopiquement elle est modélisée par un ensemble de particules numériques. Les particules numériques sont suivies dans un espace de phase  $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ , alors que les moments de la distribution (densité, courant) sont calculés simultanément sur des points de maillage stationnaires. Ensuite, ces moments sont utilisés pour résoudre les équations macroscopiques et calculer les champs électromagnétiques  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ , ainsi que le potentiel  $\phi$ .

Les forces sont donc appliquées à chaque particule en fonction de la cellule ou nœud dans laquelle elle se trouve. La figure 4.2 montre le schéma global de l'approche Particle-In-Cell (PIC).

#### Calcul de moments et discrétisation spatiale

En prenant la fonction de distribution 4.6, la densité de chargée (voir Annexe C.80) et de courant (voir Annexe C.81) peuvent être décrits

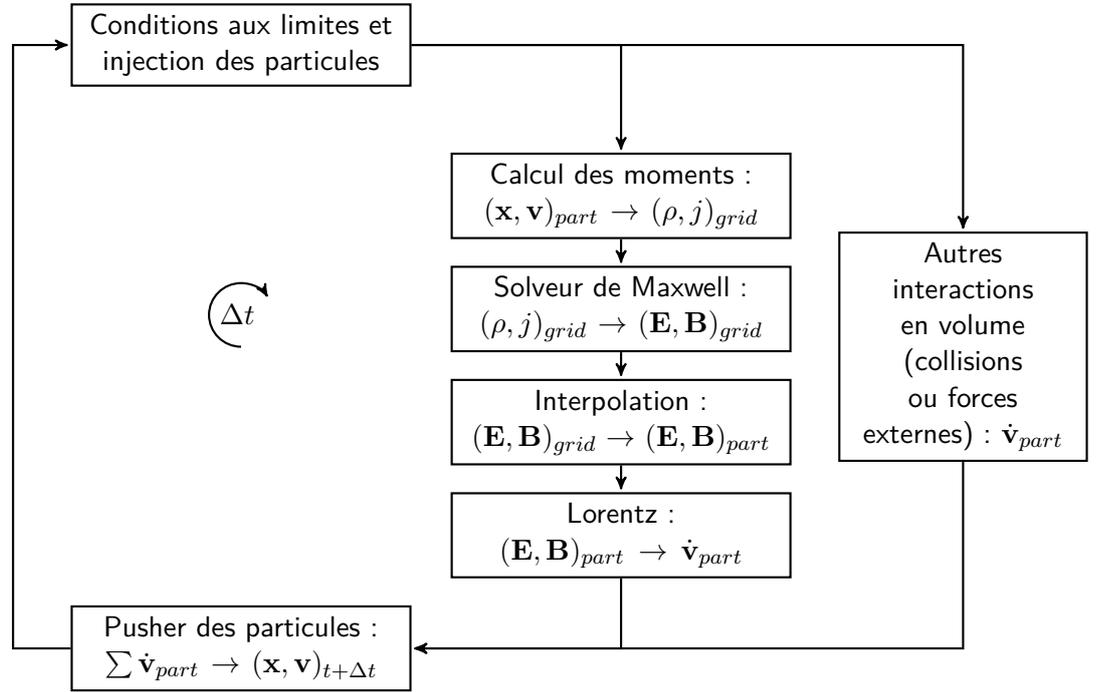


FIGURE 4.2 – Schéma du processus et des différents blocs dans une approche PIC.

comme<sup>2</sup> :

$$\rho_\alpha(\mathbf{x}, t) = q_\alpha \int_{\mathbb{R}^3} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} = q_\alpha \sum_{\beta} p_\beta S_{\mathbf{x}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\beta(t)) \quad (4.12)$$

$$j_\alpha(\mathbf{x}, t) = q_\alpha \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{v} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} = q_\alpha \sum_{\beta} p_\beta \mathbf{v}_\beta(t) S_{\mathbf{x}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\beta(t)) \quad (4.13)$$

où  $\alpha$  représente les différentes populations d'électrons ou d'ions.

On utilise la méthode des volumes finis pour la discrétisation spatiale des moments  $\mathbf{M}$  à l'aide d'un maillage avec  $N_m$  cellules. Par conséquent dans chaque cellule  $K_c$  le valeur moyenne est calculée comme :

$$\rho_c(t) = \frac{1}{V(K_c)} \int_{K_c} \rho(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \quad \text{pour } c = 1, \dots, N_m \quad (4.14)$$

où  $V(K_c) = \int_{K_c} d\mathbf{x}$  est le volume de la cellule  $K_c$ . Utilisant l'équation

2. On a considéré que la fonction de forme dans l'espace de vitesse  $S_{\mathbf{v}}$  est une distribution de Dirac.

4.12 la densité de charge moyenne dans chaque cellule  $\rho_c$  est définie comme :

$$\rho_c(t) = \frac{1}{V(K_c)} \sum_{\alpha} q_{\alpha} \sum_{\beta} p_{\beta} W_c(\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_{\beta}(t)) \quad (4.15)$$

où  $\mathbf{x}_c$  et  $W_c$  sont le barycentre et la fonction d'interpolation de l'élément  $K_c$ , respectivement. Cette fonction d'interpolation est définie comme :

$$W_c(x_c - x_a) = \int_{\mathbb{R}} S(x_c - x_a) b_0 \left( \frac{x_c - x_a}{\Delta x} \right) dx \quad (4.16)$$

Si on considère que la taille d'une particule numérique est égal à la taille de la cellule  $\Delta_{\beta} = \Delta x$  et si la fonction de forme est une b-spline d'ordre  $b_l$  et à partir de la propriété 4.9 la fonction de distribution est simplifié :

$$W(x_c - x_{\beta}) = b_{l+1} \left( \frac{x_c - x_{\beta}}{\Delta x} \right) \quad (4.17)$$

Typiquement la fonction de forme des particules est une spline d'ordre zéro  $b_0$ , donc la fonction d'interpolation  $W$  est juste une interpolation linéaire dans l'élément  $K_c$ .

Une fois la densité de charge déposée sur tous les barycentres des éléments du maillage il ne reste qu'à calculer le potentiel  $\phi$ , le champ électrique  $\mathbf{E}$  et le champ magnétique  $\mathbf{B}$  à partir des équations de Maxwell (voir Annexe A.1).

Dans le logiciel SPIS, au lieu de centrer les moments sur les barycentres des éléments  $K_c$  le logiciel centre les moments sur les nœuds dans un maillage tétraédrique non-structuré. Cette approche à plusieurs avantages :

- Dans un maillage en 3D non-structuré il y a beaucoup moins de nœuds que de cellules (parfois autour d'un ordre de grandeur).
- La déposition de charge est plus simple : la charge d'une particule dans un tétraèdre sera déposée sur les 4 nœuds proportionnellement à ses coordonnées barycentriques.
- la formulation est plus simple pour résoudre l'équation de Poisson.

### Discrétisation des équations de mouvement

Il existe plusieurs schémas pour la discrétisation des équations de Newton. Néanmoins, étant donné le très grand nombre de particules habituellement utilisées, l'utilisation de schémas implicites peut entraîner des simulations trop longues.

- Algorithme Leap-Frog.

L'algorithme le plus simple et de loin le plus utilisé est appelé algorithme Leap-Frog. La position des particules et l'accélération sont calculées à

l'instant  $t^n$  avec un pas de temps  $\Delta t$ . Les vitesses sont calculées aux temps intermédiaires  $t^{n+1/2} = t^n + \Delta t/2$  :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_\beta^{n+1} = \mathbf{x}_\beta^n + \Delta t \mathbf{v}_\beta^{n+1/2} \\ \mathbf{v}_\beta^{n+3/2} = \mathbf{v}_\beta^{n+1/2} + \Delta t \frac{q_\beta}{m_\beta} \left( \mathbf{E}(\mathbf{x}_\beta^{n+1}) + \mathbf{v}_\beta^{n+1/2} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}_\beta^{n+1}) \right) \end{cases} \quad (4.18)$$

Cet échelonnement de la vitesse est réalisé en décalant la vitesse initiale du premier cycle de temps d'un demi-pas de temps en utilisant une méthode explicite :

$$\mathbf{v}_\beta^{1/2} = \mathbf{v}_\beta^0 + \Delta t \frac{q_\beta}{m_\beta} \left( \mathbf{E}(\mathbf{x}_\beta^0) + \mathbf{v}_\beta^0 \times \mathbf{B}(\mathbf{x}_\beta^0) \right) \quad (4.19)$$

- *Précision* :

Bien que ce schéma soit codé en premier ordre, le déplacement de la vitesse vers  $t^{n+1/2}$  le rend précis au deuxième ordre. [75]

- *Stabilité* :

En considérant un oscillateur à plasma en  $1D$ , les électrons oscillent autour d'un ion stationnaire à la fréquence plasma fondamentale  $\omega_p$  (voir Annexe C.2). Par conséquent l'équation à résoudre est :

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -\omega_p x(t) \quad (4.20)$$

Si on considère un schéma Leap-Frog en  $1D$  :

$$\frac{x^{n+1} - 2x^n + x^{n-1}}{\Delta t^2} = -\omega_p x^n \quad (4.21)$$

Lequel peut être rapidement résolu en supposant que leur solution à cette forme :

$$x^n = A \exp(-i\omega t^n) \quad (4.22)$$

où  $A$  est la valeur initiale et  $\omega$  est l'inconnu. Dans l'équation 4.21 on trouve :

$$1 - \cos(\omega \Delta t) = \frac{\omega_p^2 \Delta t^2}{2} \rightarrow \sin\left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right) = \pm \frac{\omega_p \Delta t}{2} \quad (4.23)$$

Ce schéma est stable pour  $\omega_p \Delta t \leq 2$  et quand  $\omega_p \Delta t \ll 1$ ,  $\omega \approx \omega_p$ . Or, pour une simulation efficace les pas de temps choisis sont souvent  $\omega_p \Delta t <$

0.2. Cette différence est en partie due à l'erreur de phase accumulée. A partir d'une série de Taylor autour  $\omega_p$  l'équation 4.23 devient :

$$\frac{\omega \Delta t}{2} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(2j)!}{4^j (j!)^2 (2j+1)} \left( \frac{\omega_p \Delta t}{2} \right)^{2j+1} \approx \frac{\omega_p \Delta t}{2} \left[ 1 + \frac{1}{6} \left( \frac{\omega_p \Delta t}{2} \right)^2 + \mathcal{O}(\Delta t^4) \right] \quad (4.24)$$

L'erreur de phase  $\Delta\varphi$  accumulé à la fin de  $N_t$  pas de temps est :

$$\Delta\varphi = N_t \Delta t (\omega - \omega_p) \approx \frac{1}{24} N_t (\omega_p \Delta t)^3 \quad (4.25)$$

Même si l'avance de phase est de troisième ordre il faut en tenir compte, surtout si la simulation est de longue durée, donc  $N_t$  est grand.

- Méthodes de type Runge-Kutta.

L'approche de Runge-Kutta est une méthode fractionnaire : en plus des valeurs de  $t$  données par la discrétisation  $t^n = t_0 + n\Delta t$ , on introduit des valeurs intermédiaires. Les approches explicites à  $s$  étapes sont typiquement utilisées :

$$\frac{dv}{dt} = F(v, t) \quad \rightarrow \quad v_{n+1} = v_n + \Delta t \sum_{i=1}^s b_i k_i \quad (4.26)$$

où

$$\begin{aligned} k_i &= F(\mu_i, t_i) \\ \mu_i &= v_n + \sum_{j=0}^i \alpha_{ij} k_j \\ t_i &= t_0 + c_i \Delta t \end{aligned}$$

La matrice  $\alpha_{ij}$  est appelé la matrice de Runge-Kutta, alors que  $b_i$  et  $c_i$  sont les poids et nœuds de Runge-Kutta, respectivement. Normalement ces constantes sont schématisées sur un tableau appelé tableau de Butcher :

Le nombre d'étapes  $s$  est lié à l'ordre du schéma, donc plus il y aura d'étapes plus précise sera l'approche de Runge-Kutta.

Il y a un sous-groupe des méthodes de Runge-Kutta appelées méthodes embarquées. Ces méthodes permettent de contrôler l'erreur avec l'utilisation d'un pas de temps adaptatif.

Cela est effectué à partir de deux méthodes, une à l'ordre  $p$  et une autre à l'ordre  $p-1$ . La valeur de la méthode à l'ordre  $p-1$  est donnée par :

$$v_{n+1}^* = v_n + \Delta t \sum_{i=1}^s b_i^* k_i \quad (4.27)$$

$c_1$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	$\dots$	$\alpha_{1s}$	$c_1$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	$\dots$	$\alpha_{1s}$
$c_2$	$\alpha_{21}$	$\alpha_{22}$	$\dots$	$\alpha_{2s}$	$c_2$	$\alpha_{21}$	$\alpha_{22}$	$\dots$	$\alpha_{2s}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$c_s$	$\alpha_{s1}$	$\alpha_{s2}$	$\dots$	$\alpha_{ss}$	$c_s$	$\alpha_{s1}$	$\alpha_{s2}$	$\dots$	$\alpha_{ss}$
	$b_1$	$b_2$	$\dots$	$b_s$		$b_1$	$b_2$	$\dots$	$b_s$
						$b_1^*$	$b_2^*$	$\dots$	$b_s^*$

TABLE 4.1 – Tableau de Butcher pour l’approche Runge-Kutta (gauche) et pour l’approche Runge-Kutta embarqué (droite)

où les valeurs  $k_i$  sont les mêmes que pour l’ordre supérieur, ce qui résulte en un calcul de l’erreur assez simple :

$$e_{n+1} = v_{n+1} - v_{n+1}^* = \Delta t \sum_{i=1}^s (b_i - b_i^*) k_i \quad (4.28)$$

Le tableau de Butcher pour ce type de méthodes est schématisé dans le tableau 4.1.

L’habileté de cette approche est de permettre de changer le pas de temps en fonction des contraintes locales du problème. Pour une trajectoire assez ”lisse”, le pas de temps peut être augmenté (normalement d’environ un ordre de grandeur ou plus), alors que dans des régions avec des changements brusques, le pas de temps est réduit sensiblement.

Ce type de méthode est utilisé dans SPIS (concrètement, la méthode Runge-Kutta Cash-Karp [76]). L’algorithme utilisé consiste en une approche de cinquième ordre avec des équations embarquées de quatrième ordre.

- Intégration exacte : Cas électrostatique.

Si le champ magnétique n’est pas présent et que le champ électrique est uniforme dans chaque cellule l’intégration des trajectoires des particules est assez triviale :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_\beta(t^{n+1}) = \mathbf{v}_\beta(t^n) + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E} \Delta t & \forall \beta \\ \mathbf{x}_\beta(t^{n+1}) = \mathbf{x}_\beta(t^n) + \mathbf{v}_\beta(t^n) \Delta t + \frac{q_\alpha}{2m_\alpha} \mathbf{E} \Delta t^2 & \forall \beta \end{cases} \quad (4.29)$$

La difficulté de cette approche consiste à calculer les intersections entre les trajectoires et les faces des cellules.

Cette approche est aussi utilisée dans SPIS quand il n’y a pas de champ magnétique  $\mathbf{B}$  et le champ électrique est uniforme.

- Intégration exacte : Champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  uniformes.

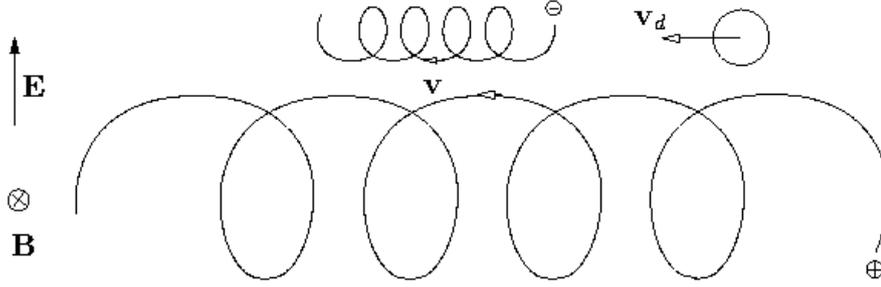


FIGURE 4.3 – Trajectoire des particules chargées soumises à des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  uniformes, tiré de [77].

Dans ce cas, la vitesse de chaque particule est décomposée en une composante parallèle au champ magnétique  $\mathbf{v}_{\parallel}$  et une autre composante perpendiculaire  $\mathbf{v}_{\perp}$  :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp} \quad (4.30)$$

L'évolution de la vitesse parallèle au champ magnétique  $\mathbf{B}$  est simplement :

$$\mathbf{v}_{\parallel}(t^{n+1}) = \mathbf{v}_{\parallel}(t^n) + q\mathbf{E}_{\parallel}\Delta t \quad (4.31)$$

où  $\mathbf{E}_{\parallel}$  est la composant du champ électrique parallèle au champ magnétique.

L'évolution de la composante perpendiculaire est la superposition de deux mouvements : le mouvement rotationnel à la pulsation cyclotron  $\omega_c$  (voir Annexe C.3) due au champ magnétique, appelé vitesse cyclotronique  $\mathbf{v}_c$  et à la dérivé électrique de champs croisés  $\mathbf{v}_d$ . Le mouvement cyclotronique est décrit mathématiquement comme :

$$\mathbf{x}_c(t^{n+1}) = \mathbf{x}_c(t^n) + r_L (\cos(\omega_c\Delta t) \mathbf{i}_{\perp} + \sin(\omega_c\Delta t) \mathbf{j}_{\perp}) \quad (4.32)$$

où  $r_L$  est le rayon de Larmor (voir Annexe C.3) et  $\mathbf{i}_{\perp}$  et  $\mathbf{j}_{\perp}$  sont deux vecteurs perpendiculaires entre eux, unitaires et dans le plan perpendiculaire à la direction du champ magnétique  $\mathbf{B}$ . La vitesse cyclotronique est donc :

$$\mathbf{v}_c(t^{n+1}) = r_L\omega_c (\sin(\omega_c\Delta t) \mathbf{i}_{\perp} - \cos(\omega_c\Delta t) \mathbf{j}_{\perp}) \quad (4.33)$$

D'autre part, la vitesse de champs croisés est écrite comme :

$$\mathbf{v}_d = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\|\mathbf{B}\|^2} \quad (4.34)$$

Donc l'évolution de la vitesse perpendiculaire au champ magnétique  $\mathbf{v}_\perp$  est :

$$\mathbf{v}_\perp(t^{n+1}) = r_L \omega_c (\sin(\omega_c \Delta t) \mathbf{i}_\perp - \cos(\omega_c \Delta t) \mathbf{j}_\perp) + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\|\mathbf{B}\|^2} \quad (4.35)$$

Cette vitesse de dérive ne dépend que des champs électromagnétiques, c'est-à-dire, toutes les particules indépendamment de leur charge et leur masse vont subir la même vitesse  $\mathbf{v}_d$  dans chaque tétraèdre.

Cette approche est utilisée dans SPIS quand localement il y a un champ électrique uniforme  $\mathbf{E}$  et un champ magnétique externe et uniforme  $\mathbf{B}$ .

### Conditions aux limites : injection et absorption

La méthode PIC a deux ensembles de conditions aux limites : les conditions aux limites de l'équation de Poisson pour les grandeurs macroscopiques et les conditions aux limites des particules numériques.

Les macroparticules qui sortent du domaine de calcul peuvent être soit réfléchies soit réinjectées périodiquement ou absorbées (voir figure 4.4).

La réflexion des particules consiste en la réinjection de la même particule avec le même angle avec la normale de la surface au bord, alors que l'injection périodique consiste en la réinjection de la même particule avec la même vitesse aux bords opposés.

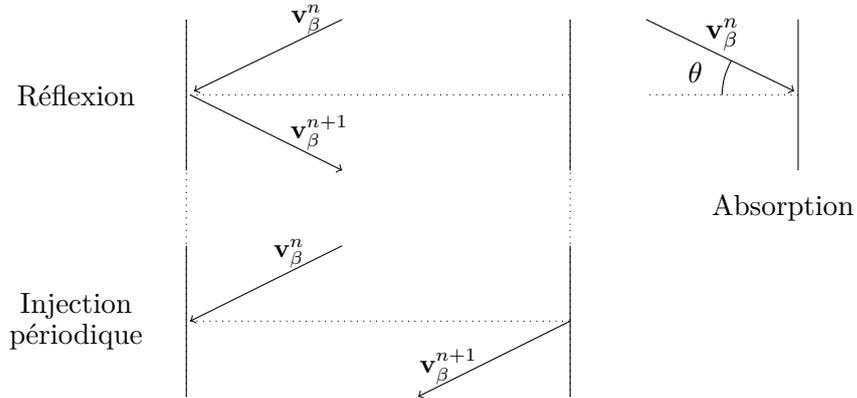


FIGURE 4.4 – Les trois types des conditions aux limites des particules numériques.

L'absorption est l'élimination de la particule dans l'espace de volume. Typiquement, la particule absorbée est utilisée lorsqu'on veut étudier l'interaction entre une surface et le plasma. La particule absorbée va créer un courant sur la surface et va faire évoluer le potentiel de surface. Le courant

collecté est calculé à partir de l'équation suivante :

$$J_\alpha(\mathbf{x}, t) = q_\alpha n_{sc}(\mathbf{x}, t) \mathbf{V}_{pic}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n} \quad (4.36)$$

où  $n_{sc}(\mathbf{x}, t)$  est la densité à la surface,  $\mathbf{V}_{pic}(\mathbf{x}, t)$  est le moment vitesse sur la surface et  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal à la surface.

Des calculs plus complexes peuvent aussi évaluer si la macroparticule impactant sur la surface va produire de l'émission secondaire.

Dans le logiciel SPIS l'absorption est utilisée. Pour les bords extérieurs on reinjecte des particules constamment, alors que pour les surfaces des satellites on utilise une tâche pour calculer quelles particules sont collectées par les surfaces et leur taux d'émission électronique. Puis l'émission secondaire est traitée comme une autre espèce  $\alpha'$  dans l'espace de volume.

### Effet du maillage

À partir de l'équation de Poisson :

$$\Delta\phi(\mathbf{x}) - \frac{1}{\epsilon_0}\rho(\mathbf{x}) \quad (4.37)$$

Si on suppose que la solution est périodique  $\phi(\mathbf{x}) = \phi(L + \mathbf{x})$  la solution peut être facilement trouvée en appliquant la transformée de Fourier :

$$\phi(\mathbf{k}) = \frac{\rho(\mathbf{k})}{\epsilon_0 k^2} \quad \rightarrow \quad E(\mathbf{k}) = \frac{\mathbf{i}\rho(\mathbf{k})}{\epsilon_0 k} \quad (4.38)$$

De la même façon, on peut trouver la solution à partir d'un schéma numérique de l'équation de Poisson en 1D :

$$\frac{\phi_{j+1} - 2\phi_j + \phi_{j-1}}{\Delta x^2} = -\frac{1}{\epsilon_0}\rho_j \quad (4.39)$$

Sachant que la transformée inverse du potentiel est :

$$\phi_j = \sum_{n=-N_m/2}^{N_g/2} \phi(\mathbf{k}) \exp(\mathbf{i} n k_0 x_j) \quad (4.40)$$

Avec  $k_0 = \frac{2\pi}{L}$  étant le vecteur d'onde le plus bas. Birdsall et Landon [78] (chapitre 2) ont transformé l'équation 4.39 dans l'espace de Fourier :

$$\phi(\mathbf{k}) = \frac{\rho(\mathbf{k})}{\epsilon_0 \kappa(\mathbf{k})^2} \quad (4.41)$$

Avec

$$\kappa(\mathbf{k}) = \mathbf{k} \frac{\sin\left(\frac{\mathbf{k}\Delta x}{2}\right)}{\frac{\mathbf{k}\Delta x}{2}} \quad (4.42)$$

Avec  $\mathbf{k}\Delta x \rightarrow 0$  l'équation 4.41 tend vers la solution non-discrète 4.38.

Dans le cas d'un plasma maxwellien et non-magnétisé Birdsall et Landon [78] (chapitre 12) trouvent l'équation de dispersion :

$$\epsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{2\kappa(\mathbf{k})^2 v_{th}^2} \sum_p \|S(\mathbf{k}_p)\|^2 \frac{\kappa(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{k}_p}{\mathbf{k}_p^2} Z' \left( \frac{\omega}{\sqrt{2}\|\mathbf{k}_p\|v_{th}} \right) \quad (4.43)$$

où  $Z$  est la fonction plasma de dispersion [80] :

$$Z(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{t - \alpha} dt \quad (4.44)$$

Avec l'équation de dispersion on peut évaluer le couplage des différentes perturbations avec différents longueurs d'onde. En particulier, on peut noter que les fluctuations à petite longueur d'onde peuvent engendrer une augmentation des modes avec longueur d'ondes plus longues (même plus grands que  $\Delta x$ ).

Puis, la partie imaginaire de l'équation de dispersion :

$$\text{Im}\{\epsilon(\mathbf{k}, \omega)\} = -\pi \frac{\omega_p^2}{\kappa(\mathbf{k})^2} \sum_p S(\mathbf{k}_p)^2 \frac{\kappa(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{k}_p}{\mathbf{k}_p^2} \frac{\partial f_0(\omega/\mathbf{k}_p)}{\partial v} \quad (4.45)$$

La solution numérique de l'équation dispersion montre qu'on peut avoir une instabilité non-physique (i.e.  $\text{Im}\{\epsilon_0(\mathbf{k}, \omega)\} < 0$ ) lorsque  $\Delta x \sim \lambda_D$ . Cette instabilité est due au couplage à partir du repliement de spectre ("aliasing") d'un mode non-amorti  $\omega/\mathbf{k} \gg v_{th}$  avec un mode à la fréquence de résonance  $\omega/\mathbf{k}_p \sim v_{th}$ . La restriction des modèles PIC est donc  $\Delta x < \lambda_D$ .

### Bruit des simulations

La principal contrainte de la méthode Particle-In-Cell est le bruit généré. Hammett [79] a analysé les fluctuations du potentiel :

$$\left\langle \left\| \frac{e\Phi}{T} \right\|^2 \right\rangle \propto \frac{\langle p_\beta^2 \rangle}{N_p} \quad (4.46)$$

où  $\Phi$  est le potentiel fluctuant,  $\langle p_\beta^2 \rangle$  est le poids carré moyen des particules et  $N_p$  est le nombre de particules dans la simulation.

## 4.2 Approche fluide

Pour réduire la complexité de la description cinétique le modèle fluide décrit le plasma à partir de grandeurs macroscopiques (i.e. moments de

la distribution tels que la densité, la vitesse moyenne, l'énergie moyenne, etc...) (voir Annexe C.8). Les équations pour les grandeurs macroscopiques, appelées équations fluides, sont obtenues en prenant les moments de l'équation de Vlasov (voir Annexe C.88 et Annexe C.97) :

$$\begin{cases} \frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla n_\alpha \mathbf{V}_\alpha = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{V}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{V}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{V}_\alpha + \frac{1}{n_\alpha m_\alpha} \nabla \cdot P_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{V}_\alpha \times \mathbf{B}) \end{cases} \quad (4.47)$$

Chaque équation d'évolution d'une grandeur physique représentée par un tenseur d'ordre  $n$  engendre une nouvelle grandeur physique représentée par un tenseur d'ordre  $n + 1$  (la densité  $n_\alpha$  est une scalaire, la vitesse fluide  $\mathbf{V}_\alpha$  est un vecteur, le tenseur de pression  $P_\alpha$  est d'ordre 2). Cette situation introduit plus de variables que d'équations, donc les équations fluides ne sont pas fermées.

Pour fermer correctement le problème, on doit rajouter une équation d'ordre supérieure à partir d'hypothèses physiques.

#### 4.2.1 Equation d'état

Dans un plasma isotrope non-magnétisé les anisotropies sont faibles de sorte que le tenseur de pression s'écrit :

$$P_\alpha(\mathbf{x}, t) = p_\alpha(\mathbf{x}, t) \mathbf{I} \quad (4.48)$$

où  $\mathbf{I}$  est la matrice identité. De plus, chaque composante du plasma vérifie l'équation d'état des gaz parfaits :

$$p_\alpha(\mathbf{x}, t) = n(\mathbf{x}, t) k_B T_\alpha(\mathbf{x}, t) \quad (4.49)$$

#### 4.2.2 Approximation des plasmas isothermes

Si on suppose que la température  $T_\alpha$  est constante, l'équation de conservation du quantité de mouvement peut être simplifiée comme :

$$\frac{\partial \mathbf{V}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{V}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{V}_\alpha + \frac{k_B T_\alpha}{n_\alpha m_\alpha} \nabla n_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E} \quad (4.50)$$

Dans un cadre cinétique, on peut justifier que cette approximation est pertinente dans la limite où la vitesse de phase des perturbations est faible devant la vitesse thermique :  $\omega/\mathbf{k} \ll v_{th}$ .

Si on néglige les termes convectifs et l'inertie des particules on obtient :

$$k_B T_\alpha \nabla (\ln(n_\alpha)) = -q_\alpha \nabla \phi \quad (4.51)$$

En intégrant cette équation on retrouve la relation de Boltzmann :

$$n_\alpha(\mathbf{x}, t) = n_0 \exp\left(-\frac{q\phi(\mathbf{x}, t)}{k_B T_\alpha}\right) \quad (4.52)$$

où

$$n_0 = \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \infty} n_\alpha(\mathbf{x}, t) \quad \text{et} \quad \phi_0 = \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \infty} \phi(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (4.53)$$

Cette relation stipule que les particules électriquement chargées répondront aux champs électrostatiques en changeant la densité de particules pour préserver la pression dans le système. Par conséquent, les électrons auront une plus grande densité car le potentiel électrique est positif, et vice versa pour les ions.

Cette relation représente la fermeture la plus simple et elle est souvent utilisée dans SPIS pour les électrons car de cette façon ils sont facilement introduits de forme implicite dans l'équation de Poisson.

Néanmoins, elle est valable seulement quand  $q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t) > 0$ . Quand le potentiel est légèrement attractif  $q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t) < 0$  on peut appliquer une série de Taylor au premier degré comme approximation :

$$n_\alpha(\mathbf{x}, t) = n_0 \left(1 - \frac{q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)}{k_B T_\alpha}\right) \quad (4.54)$$

### 4.3 Cas électrostatique : Solveur de Poisson

Si on considère que le champ magnétique  $\mathbf{B}$  est constant, l'équation de Maxwell-Faraday (voir Annexe 28) devient :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (4.55)$$

Puis, sachant que le champ électrique  $\mathbf{E}$  est irrotationnel, on peut définir le potentiel électrique comme un scalaire :

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad \rightarrow \quad \Delta \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (4.56)$$

Puis, considérant un environnement plasma composé de  $N$  populations et appliquant l'équation de Poisson 4.56 :

$$\Delta \phi = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\alpha=1}^N \rho_\alpha \quad (4.57)$$

où la densité  $\rho_\alpha$  est le premier moment de la fonction de distribution :

$$\rho_\alpha = q_\alpha \int_{\mathbb{R}^3} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (4.58)$$

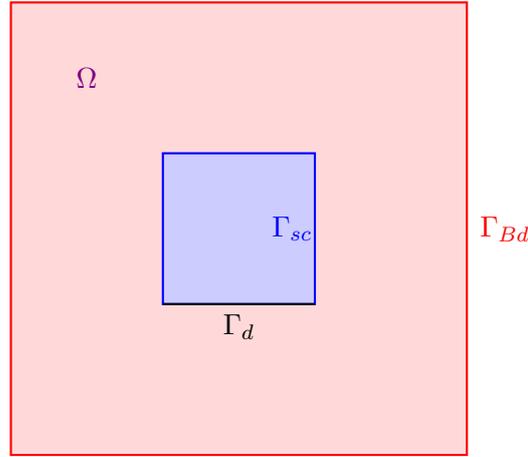


FIGURE 4.5 – Représentation du problème avec les différentes conditions aux limites. Le domaine de calcul  $\Omega$  est représenté par la partie rouge, alors que le satellite est représenté en bleu. Les bords du domaine de calcul sont avec l'extérieur  $\Gamma_{bd}$  et avec le satellite  $\Gamma_{sc}$  et les surfaces diélectriques  $\Gamma_d$ .

#### 4.3.1 Conditions aux limites

Le domaine de calcul du plasma est représenté par  $\Omega \in \mathbb{R}^3$ . Les conditions aux limites de l'équation de Poisson peuvent être Dirichlet, Neumann ou un mélange de celles-ci appelé conditions de Robin (ou Fourier). La condition aux limites de Dirichlet est utilisée lorsqu'on impose les valeurs que la solution doit vérifier sur la frontière, alors que la condition aux limites de Neumann impose les valeurs des dérivées normales à la frontière, représentés par  $\partial_n$ .

Pour la limite externe  $\Gamma_{Bd} \in \mathbb{R}^2$  on utilise Robin, alors que pour la surface du satellite  $\Gamma_{sc} \in \mathbb{R}^2$  on utilise Dirichlet. Le potentiel de surface  $\phi_{SC}$  est calculé sur chaque pas de temps à partir du bilan de courants suivant :

$$\frac{d\phi_{SC}}{dt} = \sum_{j=1}^N \oint \frac{J_j}{C_{SC}} dS \quad (4.59)$$

où  $C_{SC}$  est la capacitance du satellite et  $J_j$  la densité de courant de la population  $j$  dans la surface  $dS$ . Pour les surfaces du satellite qui sont diélectriques  $\Gamma_d \in \mathbb{R}^2$  on impose la condition de Neumann (i.e. le potentiel normal à la surface). Suite à ces conditions aux limites, l'équation 4.57 se

lit comme suit :

$$\begin{cases} -\Delta\phi = g & \forall \mathbf{x} \in \Omega \\ \partial_n\phi(\mathbf{x}, t) + \gamma\phi(\mathbf{x}, t) = r & \forall \mathbf{x} \in \Gamma_{Bd} \\ \phi(\mathbf{x}, t) = \phi_{sc}(\mathbf{x}, t) & \forall \mathbf{x} \in \Gamma_{sc} \\ \partial_n\phi(\mathbf{x}, t) = h & \forall \mathbf{x} \in \Gamma_d \end{cases} \quad (4.60)$$

où  $\gamma$  et  $r$  sont des fonctions définies en  $\Gamma_{bd}$ . La fonction  $\gamma$  doit être strictement non négative et  $r$  est typiquement fixé à 0. Le potentiel de surface du satellite  $\phi_{sc}$  et la composante du champ électrique normale aux surfaces diélectriques  $h$  sont connus. La fonction  $g$  est la partie droite de l'équation de Poisson :

$$g = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{j=1}^N q_j n_j \quad (4.61)$$

### 4.3.2 Formulation faible

Si on suppose que  $g$  est dans l'espace des fonctions de carré intégrable  $g \in L^2(\Omega)$  l'équation de Poisson 4.60 peut être exprimée avec une formulation variationnelle (aussi appelé formulation faible) :

$$\int_{\Omega} \nabla\phi \nabla v \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_{Bd}} \gamma\phi v \, ds = \int_{\Omega} g v \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_{Bd}} r v \, ds + \int_{\Gamma_d} h v \, ds \quad (4.62)$$

où  $v$  est une fonction test dans l'espace de Sobolev  $v \in \mathcal{H}^1(\Omega)$ . L'espace de Sobolev est l'espace des fonctions dont elles-mêmes et leurs dérivées partielles sont dans  $L^2$ . On suppose que la fonction  $v$  est nulle sur la partie de frontière où des conditions de Dirichlet sont imposées ; on a donc  $v = 0$  sur  $\Gamma_{SC}$ .

La formulation faible peut être écrite sous la forme :

$$a(\phi, v) = l(v) \quad (4.63)$$

Si la solution  $\phi \in \mathcal{H}^1$  et à l'aide des inégalités de Cauchy-Schwarz et de Poincaré on trouve :

—  $a$  est bilinéaire :

$$a(k_1(\phi_1 + \phi_2), k_2(v_1 + v_2)) = k_1 k_2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a(\phi_i, v_j) \quad (4.64)$$

—  $a$  est continue :

$$|a(u, v)| \leq (1 + |\gamma|\alpha^2) \|\nabla\phi\|_{L^2(\Omega)} \|\nabla v\|_{L^2(\Omega)} < +\infty \quad (4.65)$$

où  $\alpha > 0$  est une constante.

—  $a$  est coercive (pour  $r \geq 0$ ) :

$$a(\phi, \phi) \geq \|\nabla \phi\|_{L^2(\Omega)}^2 \quad (4.66)$$

—  $l$  est linéaire :  $l(k(v_1 + v_2)) = k(l(v_1) + l(v_2))$  et continue :

$$|l(v)| \leq (|g| + \alpha|r| + \alpha'|h|) \|v\|_{L^2(\Omega)} < +\infty \quad (4.67)$$

Sous ces propriétés on peut vérifier à partir du théorème de Lax-Milgram [81] que la solution  $\phi$  existe et qu'elle est unique.

### 4.3.3 Formulation variationnelle discrète : Maillage

Le maillage non structuré du domaine de calcul  $\Omega$  est un ensemble fini de tétraèdres  $T_h$  tel que :

$$\Omega = \bigcup_h T_h \quad (4.68)$$

où  $T_h \cap T_{h'}$  est le noeud, arête ou face d'intersection entre  $T_h$  et  $T_{h'}$ . La solution approximée  $\phi^h$  est la solution approximée de l'équation 4.63. Elle est dans l'espace de dimension  $N_h$  des fonctions continues  $\phi^h \in V^h$ . Étant  $\{\lambda_i\}_{i=1, \dots, N_h}$  une base de  $V^h$ , la solution  $\phi$  et la fonction test  $v$  peuvent s'exprimer comme :

$$\phi(\mathbf{x}, t) \approx \sum_{i=1}^{N_h} \phi_i(t) \lambda_i(\mathbf{x}) \quad \phi \in V^h \quad (4.69)$$

$$v(\mathbf{x}) \approx \sum_{i=j}^{N_h} v_j \lambda_j(\mathbf{x}) \quad v \in V^h \quad (4.70)$$

où les fonctions de base  $\lambda_i$  sont caractérisées par les relations :  $\lambda_i(\mathbf{x}_j) = \delta_{ij}$ , où  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecher :

$$\begin{cases} \delta_{ij} = 1 & \text{si } i = j \\ \delta_{ij} = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.71)$$

Puis,

$$\sum_{i=1}^{N_h} \phi_i \left( \int_{\Omega} \nabla \lambda_i \nabla \lambda_j \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_{Bd}} \gamma \lambda_i \lambda_j \, ds \right) = \int_{\Omega} g \lambda_j \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_{Bd}} r \lambda_j \, ds + \int_{\Gamma_d} h \lambda_j \, ds \quad (4.72)$$

Pour  $i = 1, \dots, N_h$ . Ceci peut être facilement réécrit comme un système algébrique linéaire :

$$\sum_i^{N_d} a(\lambda_i, \lambda_j) \phi_j = l(\lambda_j) \quad \text{pour } j = 1, \dots, N_h \quad \rightarrow \quad \mathbf{A}\phi = L \quad (4.73)$$

où  $\mathbf{A}$  est la matrice de rigidité de taille  $N_h \times N_h$ . Chaque composant de la matrice peut être calculé comme :

$$A_{ij} = \int_{\Omega} \nabla \lambda_i \nabla \lambda_j \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_{Bd}} \gamma \lambda_i \lambda_j \, d\mathbf{s} = \sum_h \left( \int_{T_h} \nabla \lambda_i \nabla \lambda_j \, d\mathbf{x} + \int_{T_h \cap \Gamma_{Bd}} \gamma \lambda_i \lambda_j \, d\mathbf{s} \right) \quad (4.74)$$

Alors que chaque composant du vecteur  $L$  est calculé de façon similaire

$$L_j = \sum_h \left( \int_{T_h} g \lambda_j \, d\mathbf{x} + \int_{T_h \cap \Gamma_{Bd}} r \lambda_j \, d\mathbf{s} + \int_{T_h \cap \Gamma_d} h \lambda_j \, d\mathbf{s} \right) \quad (4.75)$$

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre un système linéaire comme 4.73, regroupées dans [70]. Dans le logiciel SPIS on utilise un algorithme basé sur une méthode du gradient conjugué. Le préconditionnement utilisé est configurable depuis le logiciel mais par défaut on utilise la matrice tridiagonale de  $\mathbf{A}$ .

#### 4.4 Approche hybride : Poisson non-linéaire

Bien que le modèle cinétique décrit la physique avec précision, il est plus complexe (et dans le cas des simulations numériques, plus gourmand en calcul) que le modèle fluide. Le modèle hybride est une combinaison de modèles fluides et cinétiques, traitant certains composants du système comme un fluide et d'autres d'un point de vue cinétique. La dynamique des ions étant souvent beaucoup plus lente que celle des électrons, ces derniers sont introduits de façon implicite dans l'équation de Poisson alors que les ions sont introduits explicitement avec une approche cinétique.

En supposant que  $K$  populations sont implicites et suivaient la relation de Boltzmann l'équation de Poisson sera modifiée comme :

$$\Delta \phi = -\frac{1}{\epsilon_0} \left( \sum_{i=1}^{N-k} q_i n_i + \sum_{k=1}^K q_k n_k^0 \exp\left(\frac{-q_k(\phi)}{k_B T_k}\right) \right) \quad (4.76)$$

Cette équation est non-linéaire. Avec les mêmes conditions aux limites que 4.60 et la même nomenclature, Poisson non-linéaire peut être écrit comme :

$$\begin{cases} -\Delta \phi - \sum_k A_k \exp\{-a_k \phi\} = g & \forall \mathbf{x} \in \Omega \\ \partial_n \phi(\mathbf{x}, t) + \gamma \phi(\mathbf{x}, t) = r & \forall \mathbf{x} \in \Gamma_{Bd} \\ \phi(\mathbf{x}, t) = \phi_{SC}(\mathbf{x}, t) & \forall \mathbf{x} \in \Gamma_{sc} \\ \partial_n \phi(\mathbf{x}, t) = h & \forall \mathbf{x} \in \Gamma_d \end{cases} \quad (4.77)$$

où  $A_k = \frac{q_k n_k^0}{\epsilon_0}$ ,  $a_k = \frac{q_k}{k_B T_k}$  et  $g = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^{N-k} q_i n_i$ .

L'équation 4.77 est réécrite en utilisant une formulation faible :

$$\int_{\Omega} \nabla \phi \nabla v \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_{Bd}} \gamma \phi v \, ds - \sum_k \int_{\Omega} A_k \exp(-a_k \phi) v \, d\mathbf{x} = \int_{\Omega} g v \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_{Bd}} r v \, ds + \int_{\Gamma_d} h v \, ds \quad (4.78)$$

Ensuite, avec la formulation faible discrète :

$$\sum_{i=1}^{N_d} a(\lambda_i, \lambda_j) \phi_i + m(\phi_j) = l(\lambda_j) \quad \text{pour } j = 1, \dots, N_h \quad (4.79)$$

Avec  $m(\phi_j)$  :

$$\begin{aligned} m(\phi_j) &= \sum_k A_k \int_{\Omega} \exp\left(-a_k \sum_i \phi_i \lambda_i\right) \lambda_j \, d\mathbf{x} = \sum_k A_k \int_{\Omega} \left(\prod_i \exp(-a_k \phi_i \lambda_i)\right) \lambda_j \, d\mathbf{x} = \\ &= \sum_k A_k \int_{\Omega} \sum_i \Psi_{ij} \, d\mathbf{x} \quad \text{pour } j = 1, \dots, N_h \end{aligned} \quad (4.80)$$

où la fonction  $\Psi_{ij}$  est décrite comme :

$$\Psi_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } \lambda_i \lambda_j = 0 \\ \exp(-a_k \phi_i) & \text{si } \lambda_i \lambda_j = 1 \end{cases} \quad (4.81)$$

Finalement l'équation 4.77 peut être donc écrite comme un système algébrique non-linéaire :

$$\mathbf{A}\phi + \mathbf{M}(\phi) = L \quad (4.82)$$

où chaque composant de la matrice  $M$  s'écrit :

$$M_{ij}(\phi) = \begin{cases} \sum_k \sum_h A_k \exp(-a_k \phi_j) \int_{\Gamma_h} \lambda_j \, d\mathbf{x} & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (4.83)$$

En notant  $\mathbf{F}(\phi) = \mathbf{A}\phi + \mathbf{M}(\phi) - L$  le système non-linéaire peut être résolu en utilisant la méthode de Newton :

$$\phi^{n+1} = \phi^n - [\mathbf{J}(\phi^n)]^{-1} \mathbf{F}(\phi^n) \quad (4.84)$$

où  $\mathbf{J}(\phi)$  est la matrice Jacobienne de  $\mathbf{F}(\phi)$ , laquelle s'exprime comme :

$$J(\phi^n) \cdot \delta\phi = \mathbf{A}\delta\phi + \sum_k A_k a_k \exp(a_k \phi^n) \delta\phi \quad (4.85)$$

On remarque donc que la jacobienne est uniformément continue et coercive, ce qui garantit l'existence d'au moins d'une solution. L'unicité et la forme de la solution a été analysée par [82] pour toute fonction  $m(\phi)$  monotone et par [83] pour l'équation de Poisson-Boltzmann.



# Chapitre 5

## Problématique et objectifs de la thèse

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Modélisation de TARANIS</b>	<b>87</b>
<b>5.2</b>	<b>Modèle du plasma ionosphérique</b>	<b>88</b>
<b>5.3</b>	<b>Simulation hybride</b>	<b>90</b>
5.3.1	Simulation avec peu des particules	90
5.3.2	Simulation plus précise	91
<b>5.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>93</b>

---

L'objectif de cette thèse est d'étudier et d'améliorer la compréhension des interactions entre un plasma ionosphérique et un satellite, afin de pouvoir calibrer les instruments embarqués sur TARANIS avec une précision inférieure à la sensibilité de l'instrument. C'est-à-dire pouvoir prévoir les perturbations auxquelles seront soumis les instruments à bord de TARANIS en fonction de l'environnement et matériaux utilisés.

Pour arriver à ces niveaux de précision pour une simulation 3D du satellite complet, une approche classique nécessiterait de simuler les trajectoires de trop de particules numériques. Dans ce chapitre nous montrerons la problématique de cette thèse et la difficulté d'arriver à nos objectifs utilisant des méthodes traditionnelles.

Concrètement, on montre que les méthodes cinétiques classiquement employées dans SPIS engendrent un bruit statistique qui est non-négligeable et supérieur à la sensibilité des instruments embarqués.

### 5.1 Modélisation de TARANIS

Pour effectuer une simulation de TARANIS, on doit caractériser tous les matériaux et éléments du satellite qui pourraient avoir une influence sur la charge globale du satellite. Le tableau 5.1 illustre les différents matériaux

Élément	Matériau
Sondes IME-BF	Graphite
Bras IME-BF	Aluminium
Coverglass des panneaux solaires	Oxyde d'indium-étain (ITO)
Panneaux solaires	Peinture blanche
Bras IMM	Peinture noir
Corps de TARANIS	Isolation multicouche (MLI) noir

TABLE 5.1 – Principaux éléments du satellite et leurs matériaux de surface.

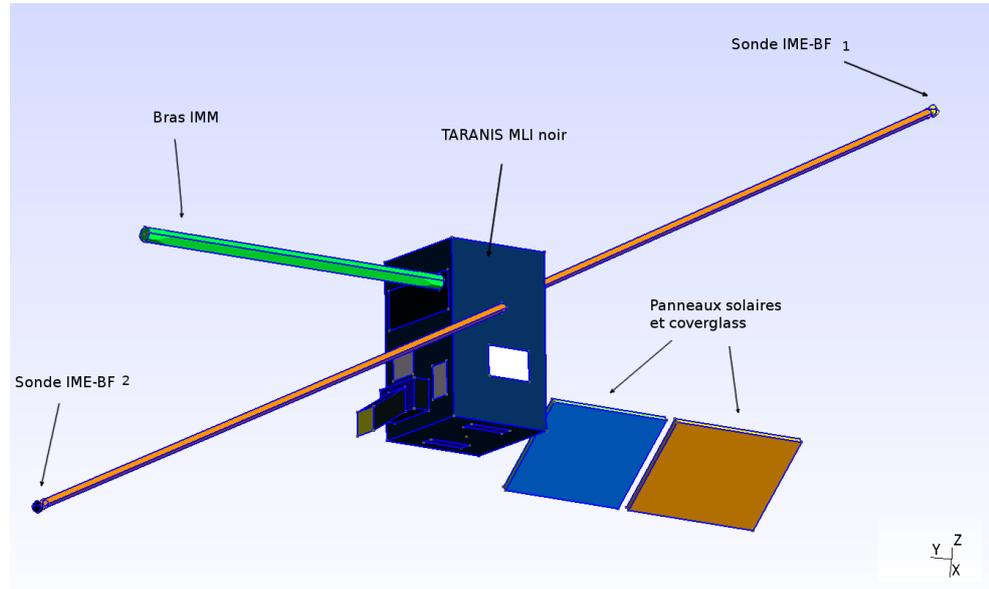


FIGURE 5.1 – Représentation du modèle de TARANIS utilisé dans cette simulation.

utilisés dans notre simulation pour représenter TARANIS et la figure 5.1 montre leur positions. La sonde IME-BF 1 est celle qui est sur le côté des panneaux solaires, alors que la sonde IME-BF 2 est sur l'autre côté.

La boîte de simulation est une sphère  $12\text{ m}$  de diamètre. Elle est choisie telle que les sondes IME-BF situées à  $4\text{ m}$  du corps du TARANIS soient suffisamment loin des bords pour que ces dernières ne les perturbent pas. La vitesse du satellite est de  $7.5\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$  en direction à l'axe  $z$  (voir Annexe B).

## 5.2 Modèle du plasma ionosphérique

On peut utiliser deux types d'approches pour simuler le satellite TARANIS. L'approche full-PIC et l'approche hybride.

Densité ( $m^{-3}$ )	Longueur de Debye	$\min(N_t)$	Temps estimée (années)
$1 \cdot 10^9$	10.51 <i>cm</i>	$7.78 \cdot 10^5$	0.122
$1 \cdot 10^{10}$	3.32 <i>cm</i>	$2.46 \cdot 10^7$	3.87
$1 \cdot 10^{11}$	1.05 <i>cm</i>	$7.78 \cdot 10^8$	12.22
$1 \cdot 10^{12}$	3.32 <i>mm</i>	$2.47 \cdot 10^{10}$	38.67

TABLE 5.2 – Tétraèdres nécessaires pour assurer la stabilité d’une simulation full-PIC pour différentes densités avec  $T = 0.2 eV$  et temps nécessaire pour effectuer une simulation TARANIS avec 100 particules par maille.

L’approche full-PIC consiste à simuler les populations des électrons et des ions suivant une approche PIC (voir chapitre 4.1.3). Dans ce type d’approche la taille des mailles doit être inférieure à la longueur de Debye  $\lambda_D$ . Pour que la simulation soit convergente, le nombre de tétraèdres nécessaires avec cette approche est estimé à :

$$\min(N_t) \approx \frac{V_{boite} - V_{Sat}}{(\lambda_D)^3} \quad (5.1)$$

Dans le tableau 5.2 on montre le nombre de tétraèdres nécessaires pour assurer une simulation en orbite basse en fonction des différentes densités et pour une température de  $0.2 eV$ . On observe que le nombre de tétraèdres varie énormément en fonction de l’environnement. Le tableau donne également une estimation du temps de simulation utilisant 100 particules par maille<sup>1</sup>.

On peut voir que les ressources et le temps de calcul pour une simulation full-PIC sont très élevés. La deuxième approche, l’approche hybride consiste à simuler les ions avec une approche PIC alors que les électrons sont simulés avec une approximation de Poisson-Boltzmann (voir le chapitre 4.4). Cela permet de gagner en temps de calcul, ressources et bruit. Par contre, cette approche part d’une série d’hypothèses qui ne sont pas forcément valables dans tous les cas.

Nous avons utilisé cette deuxième approche. Pour justifier ce choix nous avons réalisé plusieurs simulations avec les deux méthodes et on a comparé les résultats. La comparaison a été effectuée avec l’instrument IME-BF dans le chapitre 9.2.3. Nous avons observé que pour une plage de potentiels de  $-1 V$  à  $0 V$  la différence moyenne entre les deux modèles est d’environ  $7 mV$ . Cela est calculé sans prendre en compte la différence entre les niveaux de bruit des deux approches (le bruit des simulations full-PIC avec 50 particules

1. L’estimation du temps de calcul a été estimé à partir d’un processeur Intel Xeon E5 – 1607 v2 3 GHz.

par maille est d'environ  $20\text{ mV}$ ).

Donc, avec une erreur relativement faible l'approche hybride est toujours justifiée que les potentiels soient négatifs ou légèrement positifs.

### 5.3 Simulation hybride

Le maillage utilisé est de 505.458 tétraèdres. Dans une approche hybride les conditions de stabilité sont beaucoup moins restrictives que dans l'approche full-PIC. Dans ce cas la taille des mailles peut être supérieure à la longueur de Debye. Néanmoins, vu qu'elle est une des longueurs caractéristiques du plasma, les mailles doivent être du même ordre de grandeur. Dans cette section on va présenter deux simulations de TARANIS. Une avec peu de particules et une autre avec un nombre important de particules pour pouvoir ensuite comparer le niveau de bruit et précision des résultats avec des autres méthodes. L'environnement choisi pour les deux simulations est le suivant :  $n_0 = 1.10^9\text{ m}^{-3}$ ,  $T = 0.2\text{ eV}$ , en éclipse et avec une seule population d'ions  $O^+$ .

#### 5.3.1 Simulation avec peu des particules

Dans cette section on va présenter une simulation du microsatellite TARANIS avec peu de particules. Nous avons utilisé 10 particules par maille. Au total il y a environ 5 millions de particules dans tout le domaine de la simulation. Le temps nécessaire pour réaliser cette simulation a été de 97 minutes.

La figure 5.2 montre le potentiel du satellite et des deux sondes IME-BF en fonction du temps. On peut observer que le bruit de la simulation est trop important pour connaître le potentiel de convergence avec précision. C'est particulièrement vrai pour les sondes sphériques IME-BF. Dans cette simulation le potentiel des sondes IME-BF 1 et 2 sont respectivement de  $-718.7 \pm 82.9\text{ mV}$  et de  $-692 \pm 89.4\text{ mV}$ , alors que le potentiel du satellite est de  $-704 \pm 3.32\text{ mV}$ .

La distribution en volume du potentiel autour du satellite TARANIS est illustré sur la figure 5.3. On observe que le bruit est très important dans l'ensemble du domaine de simulation.

Les densités ionique et électronique autour de TARANIS sont montrées sur la figure 5.4. On observe également du bruit sur la densité ionique, et un sillage bien représenté.

Comme prévu, la simulation est trop bruitée pour pouvoir calibrer les instruments correctement en utilisant juste 10 particules par maille.

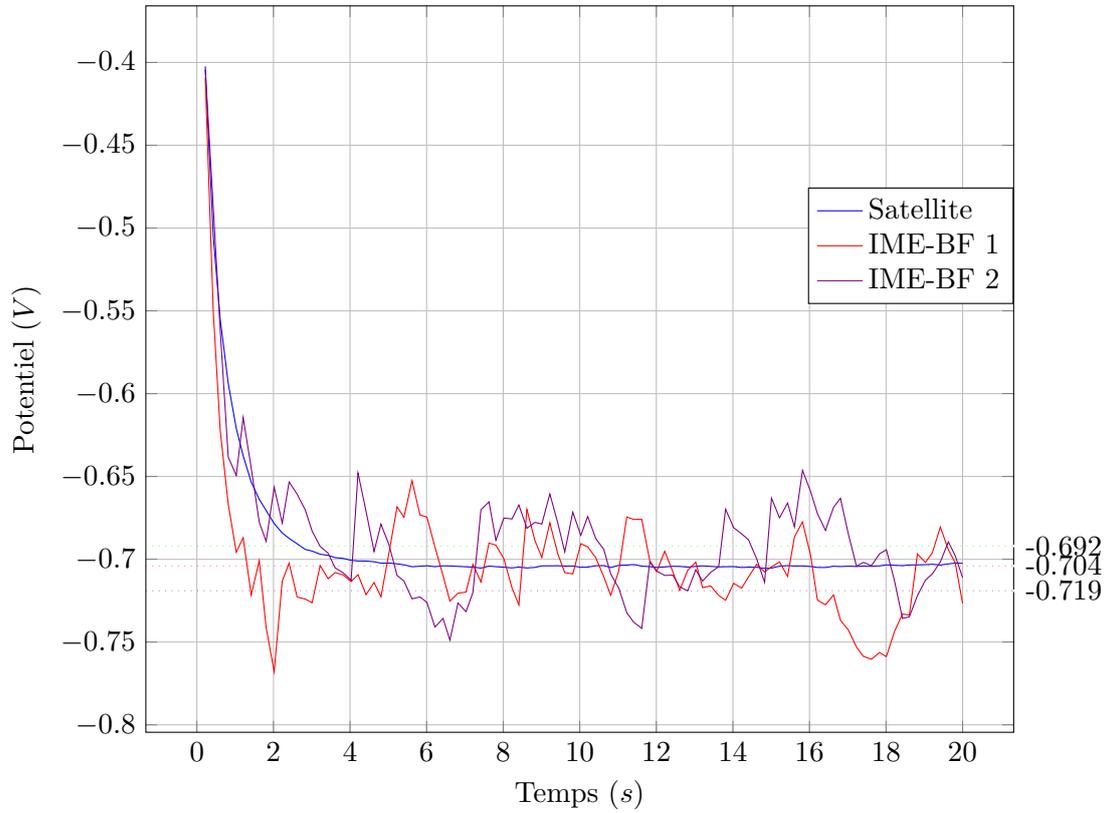


FIGURE 5.2 – Potentiel (V) du satellite et des sondes IME-BF en fonction du temps (s) avec  $T = 0.2 eV$ ,  $n_0 = 1.0 \cdot 10^9 m^{-3}$  utilisant 5 millions des particules.

### 5.3.2 Simulation plus précise

Dans cette section on présentera une simulation qui est plus précise que la précédente. Pour cette simulation on a utilisé 100 particules par maille, donc environ 50 millions de particules dans tout le domaine de simulation et le temps nécessaire pour réaliser cette simulation est de 25 heures. La figure 5.5 montre la variation temporelle du potentiel de TARANIS.

Dans cette simulation le potentiel des sondes IME-BF 1 et 2 sont respectivement de  $-706.6 \pm 3.51 mV$  et de  $-704.9 \pm 3.23 mV$ , alors que le potentiel du satellite est de  $-704.3 \pm 0.62 mV$ . Le niveau de bruit est proche de la résolution de l'instrument IME-BF, néanmoins la réduction du bruit au-delà de cette simulation nécessite trop de ressources de calcul. De plus, pour une densité plus élevée le maillage devra être plus fin et la simulation plus longue.

Le potentiel autour du satellite TARANIS est montré sur la figure 5.6, alors que les distributions en volumes des densités ionique et électronique

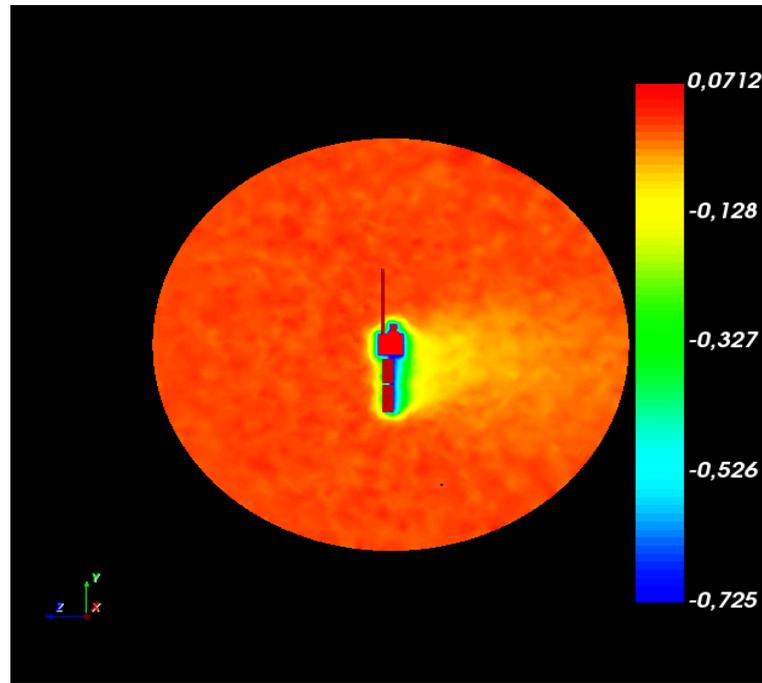


FIGURE 5.3 – Potentiel ( $V$ ) autour de TARANIS pour une simulation hybride avec 5 millions des particules utilisés

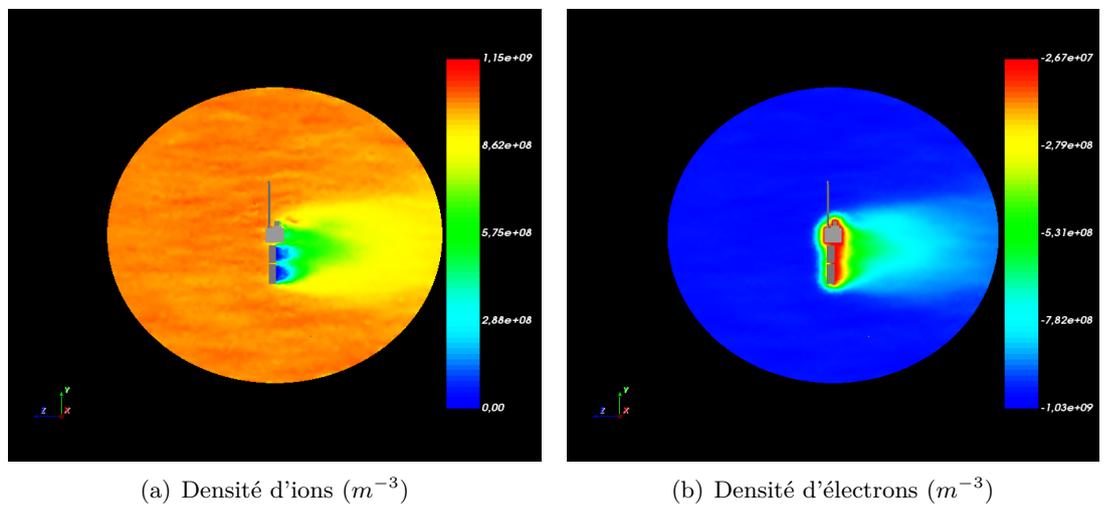


FIGURE 5.4 – Densité ionique et électronique ( $m^{-3}$ ) autour du satellite TARANIS pour une simulation hybride avec 5 millions des particules utilisés

sont montrées sur la figure 5.7. On observe que le bruit en volume a presque

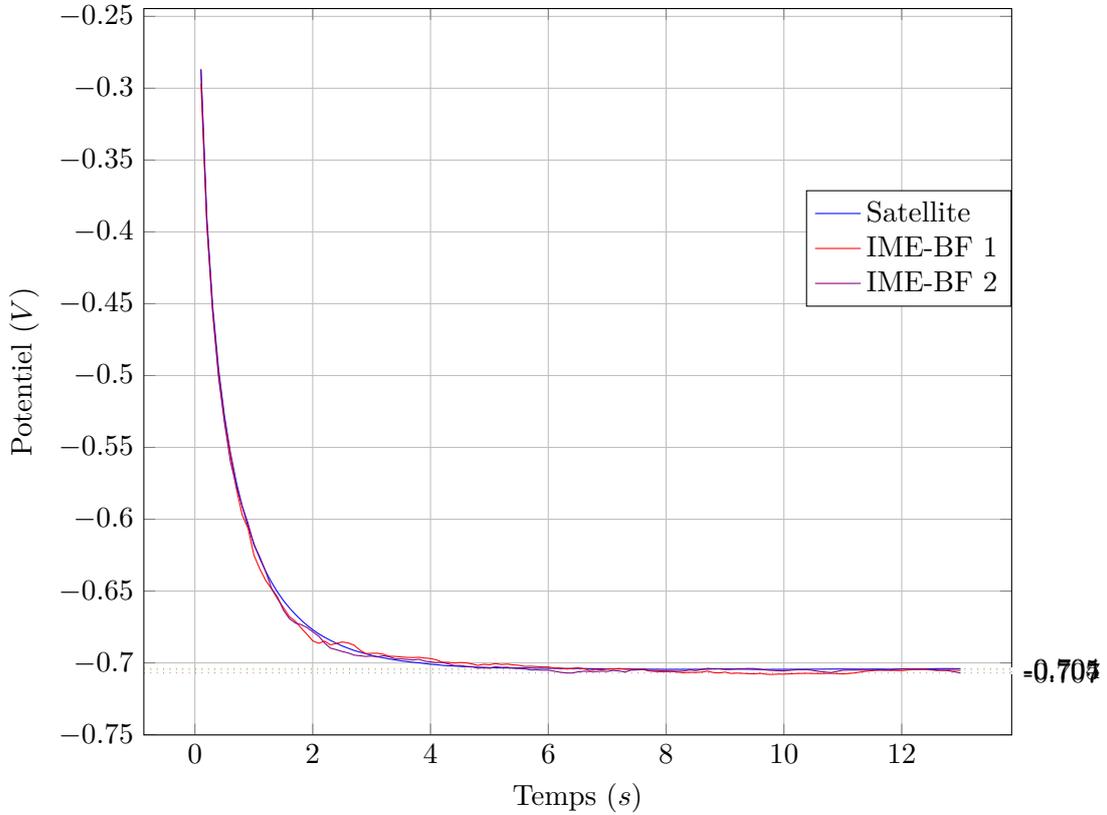


FIGURE 5.5 – Potentiel (V) du satellite et des sondes IME-BF en fonction du temps (s) avec  $T = 0.2 \text{ eV}$ ,  $n_0 = 1.0 \cdot 10^9 \text{ m}^{-3}$  utilisant 50 millions des particules.

disparu par rapport à la simulation précédente.

## 5.4 Conclusion

Ce chapitre montre le problématique principale de cette thèse : pour arriver à connaître les perturbations de l'interaction plasma-satellite sur les instruments embarqués il faut une approche numérique qui soit, à la fois, rapide, fiable, précise et à faible bruit, car à partir des moyens de calcul conventionnels nous n'avons pas des résultats convaincants.

Dans cette thèse, je me suis intéressé à deux méthodes numériques : la méthode couplée et la méthode PIC- $\delta f$  perturbative. Ces méthodes ont été développées et intégrées dans le logiciel SPIS et elles seront disponibles dans une prochaine version de la version communautaire du logiciel. La méthode couplée est présente dans le prochain chapitre alors que la méthode PIC- $\delta f$  perturbative est présenté dans le chapitre 10.

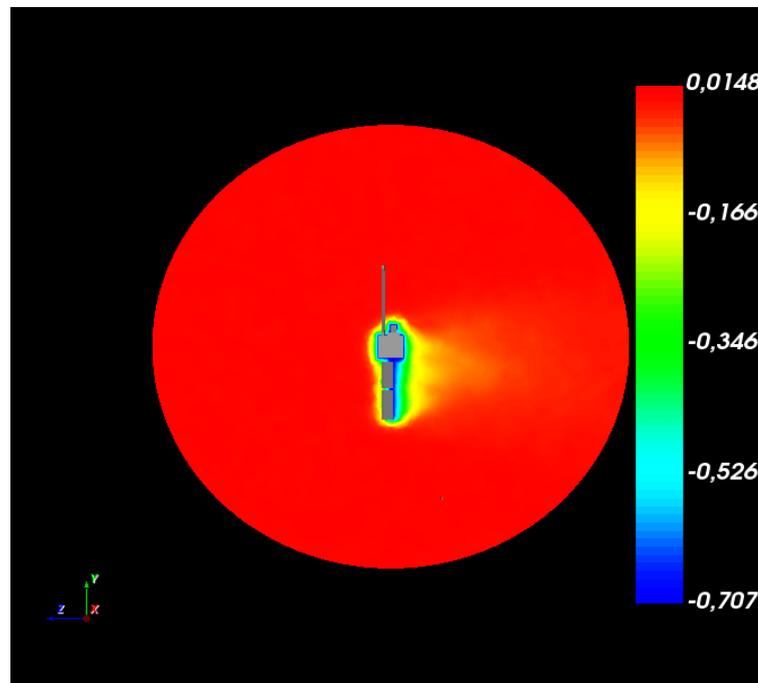


FIGURE 5.6 – Potentiel ( $V$ ) autour de TARANIS pour une simulation hybride avec 50 millions des particules utilisées.

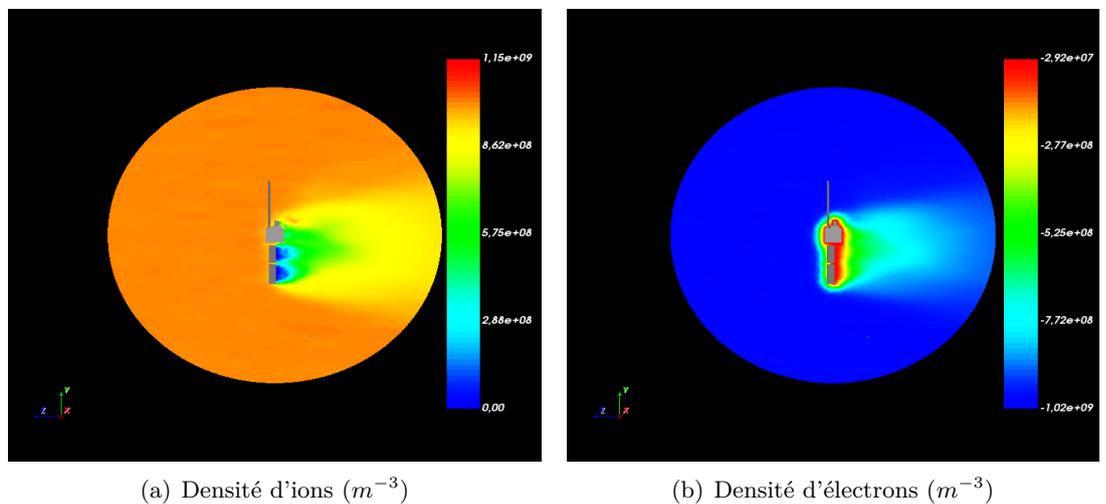


FIGURE 5.7 – Densité ionique et électronique ( $m^{-3}$ ) autour du satellite TARANIS pour une simulation hybride avec 50 millions des particules utilisées.

Utilisant ces méthodes numériques nous avons pu simuler le satellite

complet (chapitre 7) et ses instruments (chapitres 8 et 9). Les résultats de ces simulations sont également montrés dans leurs chapitres respectifs.



Deuxième partie

Travaux et résultats



# Chapitre 6

## Méthode couplée

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>99</b>
<b>6.2</b>	<b>Description du modèle</b>	<b>100</b>
6.2.1	Moments initiaux	100
6.2.2	Calcul du courant	101
6.2.3	Evolution de la densité	104
<b>6.3</b>	<b>Intégration de la méthode couplée</b>	<b>105</b>
6.3.1	Performances de la méthode	105
<b>6.4</b>	<b>Validation : Sonde sphérique polarisée</b>	<b>107</b>
<b>6.5</b>	<b>Validation : Satellite TARANIS</b>	<b>111</b>
<b>6.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>112</b>

---

### 6.1 Introduction

Le logiciel SPIS permet d'effectuer des simulations plasma en utilisant différents schémas numériques. Chacun de ces schémas est adapté à des environnements et des espèces particuliers, mais aucune des méthodes implementées dans SPIS existantes n'est parfaitement adaptée à la réalisation de simulations satellites dans le plasma ionosphérique avec un faible bruit statistique. Le plasma ionosphérique peut être modélisé avec précision en utilisant une approche hybride : les ions sont modélisés à partir d'une approche cinétique (Particle-In-Cell) et les électrons à partir d'une approche fluide. Néanmoins, l'approche cinétique des ions est souvent très coûteuse et génère trop de bruit statistique. En revanche, l'approximation de Poisson-Boltzmann analytique est de loin moins exigeante en calcul et ne génère pas de bruit statistique, mais elle n'est pas capable de simuler correctement les ions ionosphérique, car un ensemble d'hypothèses majeures est écarté (parmi lesquelles la vitesse du satellite par rapport au plasma).

La charge des satellites en orbite terrestre basse (LEO) soit généralement considérée comme insignifiante car le plasma ionosphérique dense et froid empêche le développement de fortes différences de potentiel. Néanmoins les satellites scientifiques comme TARANIS portent des instruments très sensibles dont les mesures peuvent être impactées par la charge du satellite. Afin d'évaluer l'effet de la charge sur les mesures, des simulations seront effectuées à l'aide du logiciel SPIS.

J'ai construit un algorithme couplé basé sur les méthodes PIC et Poisson-Boltzmann. Cet algorithme a été publié dans IEEE Transactions of Plasma Science (voir Annexe D).

La méthode numérique développée consiste à calculer des moments à potentiel nul d'une distribution de Maxwell-Boltzmann (densité, vitesse moyenne et température) en utilisant un schéma PIC, puis à simuler l'évolution de cette distribution en utilisant l'approximation de Poisson-Boltzmann. La méthode proposée présente les avantages des méthodes analytiques en termes de bruit et de ressources informatiques sans souffrir de certaines de ses limites.

## 6.2 Description du modèle

La méthode couplée suppose que l'effet du champ électrique est faible par rapport à l'effet de l'inertie des particules d'une espèce plasma, de sorte que les deux effets peuvent être calculés séparément. Cela suppose que les trajectoires des particules ne sont pas fortement perturbées par les champs électriques. La méthode consiste à initialiser l'algorithme en utilisant une distribution cinétique pour calculer les premiers moments d'une distribution maxwellienne avec une vitesse de dérive (densité, vitesse et température) pour un potentiel des surfaces fixe (dans ce cas, zéro). Ensuite, ces moments sont intégrés dans un ensemble d'équations Poisson-Boltzmann avec une vitesse de dérive. Le but de cette méthode est de combiner les avantages des méthodes analytiques en termes de bruit et de ressources informatiques et de trouver une solution appropriée sans utiliser d'algorithmes cinétiques coûteux (en dehors de l'initialisation).

### 6.2.1 Moments initiaux

Nous commençons par simuler le mouvement des particules dans un domaine de simulation où le potentiel est partout fixé à  $0 V$ , c'est-à-dire que les particules suivent des trajectoires balistiques. Le moment de la distribution des particules ne dépend que des obstacles que les particules peuvent rencontrer le long de leurs trajectoires. Cela permet de modéliser le sillage derrière la sonde dans un cas neutre sans collision. Les moments de densité et de vitesse sont calculés comme :

$$n_{pic}(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t_0) d\mathbf{v} = \sum_{\beta} p_{\beta} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \quad (6.1)$$

$$\mathbf{V}_{pic}(\mathbf{x}) = \frac{1}{n_{pic}(\mathbf{x})} \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{v} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t_0) d\mathbf{v} = \frac{1}{n_{pic}(\mathbf{x})} \sum_{\beta} \mathbf{v}_{\beta} p_{\beta} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \quad (6.2)$$

$$T_{pic}(\mathbf{x}) = \frac{m_{\alpha}}{3n_{pic}(\mathbf{x})k_B} \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{v}'^2 d\mathbf{v} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t_0) d\mathbf{v} = \frac{m_{\alpha}}{3n_{pic}(\mathbf{x})k_B} \sum_{\beta} \mathbf{v}'_{\beta}^2 p_{\beta} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \quad (6.3)$$

où  $p_{\beta}$  est le poids relatif de la macroparticule  $\beta$ ,  $S(\mathbf{x})$  une fonction de forme et  $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{V}_{pic}(\mathbf{x})$  la vitesse relative par rapport la vitesse moyenne dans la position  $\mathbf{x}$ . La figure 6.1 montre la densité  $n_{pic}(\mathbf{x})$  autour d'une sonde sphérique en mouvement et illustre les capacités de la méthode couplée pour des satellites qui ont une vitesse supersonique par rapport le plasma.

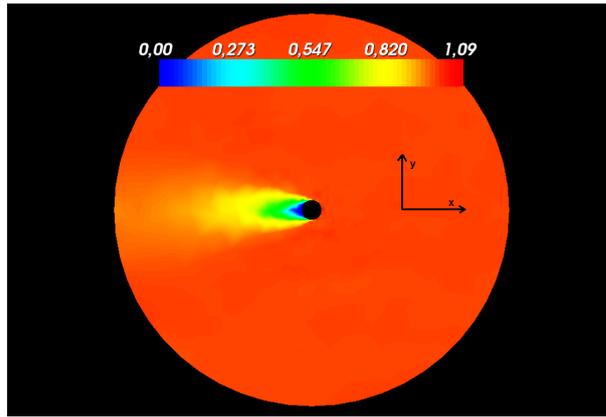


FIGURE 6.1 – Distribution de densité normalisée  $n_{pic}(\mathbf{x})/n_0$  autour d'une sonde sphérique de rayon  $r = \lambda_D$  se déplaçant dans un plasma ionosphérique avec une vitesse supersonique de  $V_{sc} = 4V_{th_i}$ .

Les figures 6.2 et 6.3 montrent respectivement les moments vitesse<sup>1</sup> et température. La phase d'initialisation de la méthode couplée capture la formation du sillage. Ces moments serviront à initialiser un modèle analytique de Poisson-Boltzmann.

### 6.2.2 Calcul du courant

Nous supposons que le plasma peut être modélisé partout dans le domaine de simulation par une distribution maxwellienne locale avec une

1. Le moment vitesse est une champ vectoriel. Ici, on montre le module des vecteurs.

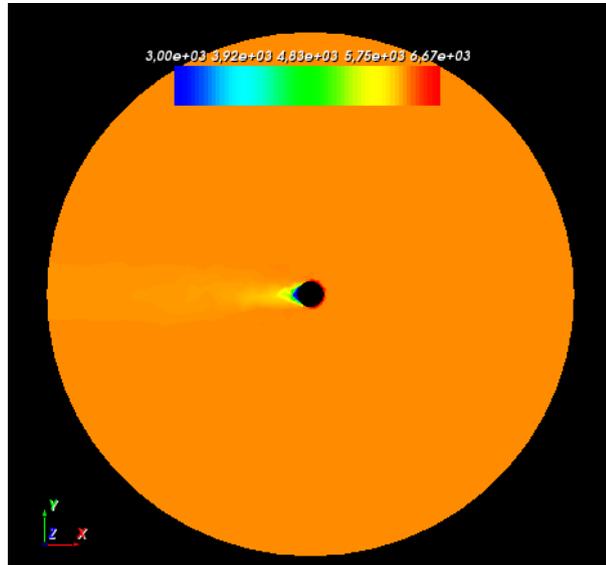


FIGURE 6.2 – Moment vitesse calculé à partir de l'équation 6.2, autour d'une sonde sphérique de rayon  $r = \lambda_D$  se déplaçant dans un plasma ionosphérique avec une vitesse supersonique de  $V_{sc} = 4V_{th_i}$ .

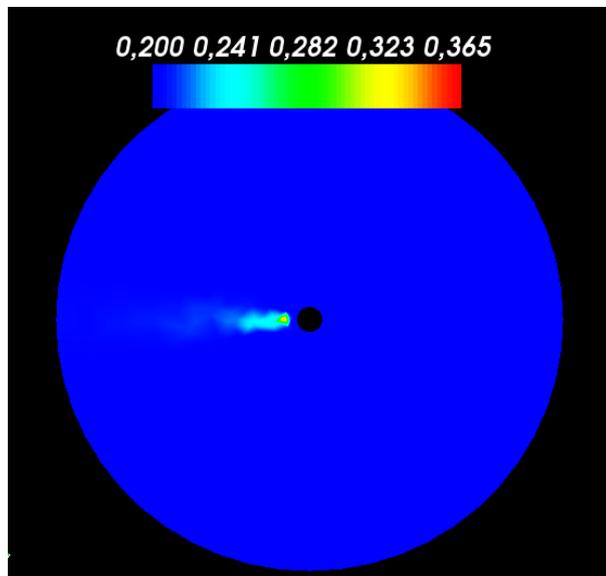


FIGURE 6.3 – Moment température calculé à partir de l'équation 6.3, autour d'une sonde sphérique de rayon  $r = \lambda_D$  se déplaçant dans un plasma ionosphérique avec une vitesse supersonique de  $V_{sc} = 4V_{th_i}$ .

vitesse de dérive :

$$f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = n_\alpha(\mathbf{x}, t) \left( \frac{m_\alpha}{2\pi k_B T_\alpha(\mathbf{x})} \right)^{3/2} \exp \left[ -\frac{m_\alpha (\mathbf{v} - \mathbf{v}_d(\mathbf{x}))^2}{2k_B T_\alpha(\mathbf{x})} \right] \quad (6.4)$$

avec  $V_{th_\alpha}$  la vitesse thermique et  $\mathbf{v}_d(\mathbf{x})$  la vitesse de dérive. Ceci est une approximation car la fonction de distribution s'écarte significativement d'une distribution maxwellienne dans le sillage de la sonde. Néanmoins, compte tenu des fortes densités de plasma ambiant en LEO, les ondes de Langmuir ont tendance à se développer et à thermaliser le plasma sur de petites échelles, de sorte que cette approximation, au premier ordre, est relativement bien vérifiée dans la plupart des cas. Néanmoins, cette méthode n'est pas adaptée pour les applications nécessitant d'une bonne description du plasma dans le sillage. En utilisant cette distribution, le flux de courant à travers une surface peut être calculé comme suit [30] :

$$J_\alpha^{1D}(\mathbf{x}, t) = \frac{q_\alpha n_{pic}(\mathbf{x}) V_{th_\alpha}}{2\sqrt{\pi}} \left\{ \exp(-\chi^2) + \sqrt{\pi} \frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}}{V_{th_\alpha}} (1 + \operatorname{erf}(\chi)) \right\} \quad (6.5)$$

où  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal  $\operatorname{erf}(\mathbf{x})$  est la fonction d'erreur et  $\chi$  peut être définie comme :

$$\chi(\mathbf{x}, t) = \frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}}{V_{th_\alpha}} - \operatorname{sgn}(q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)) \sqrt{\frac{|q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)|}{k_B T_\alpha}} \quad (6.6)$$

avec  $\operatorname{sgn}(\mathbf{x})$  la fonction signe. Comme le courant sur une surface calculé en utilisant la distribution cinétique doit être le même que celui donné par l'équation 6.5 lorsque le potentiel est nul, la vitesse de dérive  $v_d(\mathbf{x})$  peut être déterminée en résolvant la relation suivante :

$$\mathbf{V}_{pic}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} = \frac{V_{th_\alpha}}{2\sqrt{\pi}} \left\{ \exp \left( -\frac{\|\mathbf{v}_d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}\|^2}{V_{th_\alpha}^2} \right) + \sqrt{\pi} \frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}}{V_{th_\alpha}} \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}}{V_{th_\alpha}} \right) \right) \right\} \quad (6.7)$$

Étant donné que le flux d'ions que nous modélisons à l'aide de cette méthode est supersonique, le courant peut être considéré comme un courant 1-D. Ainsi, pour les potentiels répulsifs, le courant sur les surfaces de la sonde sont donnés par l'équation 6.5.

Pour des potentiels attractifs, la gaine de plasma formée autour de la sonde joue un rôle sur la collection des courants et son effet doit être

modélisé. En première approximation, on peut considérer que l'effet principal de la gaine est d'augmenter le courant collecté. Dans une approximation de gaine épaisse, c'est-à-dire que la taille du satellite est inférieure à la taille de la gaine, la densité de courant à travers une surface peut être calculée en utilisant la théorie Orbit-Motion-Limited (OML) :

$$J_\alpha(\mathbf{x}, t) = q_\alpha n_\alpha \int_{\mathbb{R}^3} \left(1 - \frac{2q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)}{m_\alpha \mathbf{v}^2}\right) \mathbf{v} f(v) d\mathbf{v} \approx J_\alpha^{1D}(\phi) \left(1 - \frac{q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)}{\varepsilon(\mathbf{x})}\right) \quad (6.8)$$

avec  $\varepsilon(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} m_\alpha \mathbf{v}_{pic}^2$ .

La loi OML dérive de l'intégration des trajectoires des particules au voisinage d'une surface attractive et suppose que la capacité de la particule à atteindre la surface est plus limitée par des considérations d'orbite de particules que par la taille de la gaine. Ceci est bien adapté au cas d'une petite sonde polarisée (par rapport à la longueur de Debye) circulant dans le plasma ionosphérique, mais pour la simulation d'un satellite complet en LEO, une approximation à gaine mince comme l'approximation de Child-Langmuir doit être utilisée à la place.

### 6.2.3 Evolution de la densité

L'approximation fluide pour les potentiels attractifs  $q_\alpha \phi < 0$  utilisés dans la méthode de Poisson-Boltzmann intégrée dans SPIS est la suivante :

$$n(\mathbf{x}, t) \approx n_0 \left(1 - \frac{q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)}{k_B T_\alpha}\right) \quad (6.9)$$

Néanmoins, elle n'est pas adaptée pour modéliser une distribution maxwellienne avec une vitesse de dérive. Dans ces cas, on peut supposer que les ions sont fortement supersoniques et que la dimensionnalité du problème soit considérée comme unidimensionnelle en première approximation. Nous pouvons alors utiliser la conservation du courant dans la direction de la vitesse de dérive pour déterminer la variation de densité due au potentiel. Le courant  $1D$  calculé à l'aide des moments de simulation à  $0V$  est donné par l'équation 6.5. Dans ce cas, l'espèce sera accélérée de telle façon que leur vitesse de dérive  $\mathbf{v}_1$  est donnée par la suivante relation :

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{x}, t) = V_{th\alpha} \sqrt{\left(\frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x})}{V_{th\alpha}}\right)^2 - \frac{q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)}{k_B T_\alpha}} \quad (6.10)$$

Ensuite, le courant peut être estimé sur la base de la nouvelle vitesse de dérive  $\mathbf{v}_1$ . Puis la densité  $n_\alpha(\mathbf{x}, t)$  :

$$n_\alpha(\mathbf{x}, t) = n_{pic}(\mathbf{x}) \frac{\exp\{-\chi^2\} + \sqrt{\pi} \frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x})}{V_{th\alpha}} \{1 + \operatorname{erf}(\chi)\}}{\exp\{-\chi^2\} + \sqrt{\pi} \frac{\mathbf{v}_1(\mathbf{x}, t)}{V_{th\alpha}} \{1 + \operatorname{erf}(\chi)\}} \quad (6.11)$$

L'équation 6.11 est précise en dehors de la gaine et pour des potentiels tels que  $v_1^2 > 0$ . Dans la gaine, le terme OML doit être considéré, tandis que pour les potentiels répulsifs la relation de Boltzmann est utilisée.

Dans le logiciel SPIS, l'équation de Poisson 2.1 est résolue en introduisant des termes source explicites ou implicites. Les densités des populations implicites sont définies par des expressions analytiques, qui sont fonction du potentiel, typiquement la relation de Boltzmann. Les densités des populations implicites sont donc centrées dans le temps. Les populations explicites, en revanche, sont calculées sur le maillage en utilisant les valeurs de potentiel précédentes. Par conséquent, le centrage des populations explicites est décalé dans le temps par rapport au potentiel.

$$\Delta\phi(\mathbf{x}, t^{n+1}) + \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{j=0}^{Implicit} \rho_j(\mathbf{x}, t^{n+1}) = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=0}^{Explicit} \rho_i(\mathbf{x}, t^n) \quad (6.12)$$

### 6.3 Intégration de la méthode couplée

L'intégration de la méthode couplée sur le logiciel SPIS est présentée par l'algorithme 1, décrit à la page suivante.

#### 6.3.1 Performances de la méthode

Dans cette section, on estime le gain de ressources de calcul entre la méthode couplée et une méthode PIC. Dans ce cas, le coût CPU d'une approche PIC 3D avec  $n_t = t_{simu}/\Delta t$  étant le nombre de pas de temps utilisé pour finir la simulation.

$$CPU_{pic} \approx 6n_t N_m \left( \frac{L}{\Delta x} \right)^3 \quad (6.13)$$

où  $(L/\Delta x)^3$  est le nombre de cellules et  $N_m$  est le nombre de particules par cellule.

Le coût de la méthode couplée est la somme des deux coûts : un coût d'initialisation  $CPU_{init}$  qui sert à calculer les moments de la distribution avec une approche cinétique similaire à la méthode PIC et le coût du calcul de la densité dans tous les nœuds de la simulation  $CPU_n$  laquelle peut être approximée par :

$$CPU_n \approx n'_t N_{noeuds} \approx \frac{1}{7} n'_t \left( \frac{L}{\Delta x} \right)^3 \quad (6.14)$$

où  $N_{noeuds}$  est le nombre de nœuds. Si on suppose que les deux méthodes

**Algorithme 1** : Intégration de la méthode couplée dans SPIS

**Initialisation** : Pour une population simulée avec la méthode couplée, les moments initiaux sont calculés à partir d'une distribution cinétique :  $n_{pic}(\mathbf{x})$  en utilisant l'équation 6.1,  $\mathbf{V}_{pic}(\mathbf{x})$  en utilisant l'équation 6.2 et  $v_d(\mathbf{x})$  en utilisant l'équation 6.7.

**pour**  $t^n < t_{simu}$  **faire**

**Calcul des densités des populations explicites**  $\rho_i(\mathbf{x}, t^n)$  :

- a) Dans le cas où la population  $i$  suit une approche PIC, la relation 6.1 est utilisée.
- b) Dans le cas où la population  $i$  est simulée à partir de la méthode couplée, l'équation 6.11 est utilisée.

**Calcul des courants collectés ou émis par la surface du satellite** :

- a) Si la population  $i$  est simulée à partir d'une approximation de Maxwell-Boltzmann, et le nouveau courant est calculé à partir de la théorie OML.
- b) Si la population  $i$  suit une approche PIC, l'équation 4.36 est utilisée :
- c) Pour une population  $i$  simulée avec la méthode couplée, l'équation 6.8 est utilisée quand la surface du satellite est attractive et l'équation 6.5 quand elle est répulsive.

**Calcul du nouveau potentiel de surface** à partir des nouveaux courants utilisant l'équation 4.59.

**Calcul du nouveau potentiel partout le domaine** à partir de l'équation de Poisson 6.12, et  $n \rightarrow n + 1$ .

**fin**

utilisent le même nombre d'itérations temporelles et spatiales<sup>2</sup> et le rapport entre éléments du maillage et nœuds est de 7 contre 1, le coût fluide peut être exprimé comme :

$$CPU_n \approx \frac{1}{42N_m} CPU_{PIC} \quad (6.15)$$

Pour une simulation à faible bruit, le nombre de particules par maille  $N_m$  est très grand. Donc le rapport entre les deux méthodes est approximé

2. On pourrait avoir choisi des paramètres plus performants car les conditions de stabilité sont beaucoup plus robustes.

par :

$$\frac{CPU_{CM}}{CPU_{pic}} = \frac{CPU_{init}}{CPU_{PIC}} + \frac{1}{42N_m} \approx \frac{CPU_{init}}{CPU_{PIC}} \quad (6.16)$$

C'est à dire que le coût de la simulation de l'évolution en temps est totalement négligeable devant le coût de l'initialisation. Pour l'initialisation, on considère que le potentiel est nul dans tout le domaine, cela nous permet de pouvoir prendre des pas de temps et d'espace beaucoup plus grands qui dépendent plus de la géométrie du satellite que des critères de stabilité.

$$\frac{CPU_{CM}}{CPU_{pic}} \approx \frac{n_{t_{init}}}{n_{t_{pic}}} \left( \frac{\Delta x_{pic}}{\Delta x_{init}} \right)^3 \quad (6.17)$$

De plus, les moments initiaux peuvent être gardés pour être utilisés dans une nouvelle simulation qui utilise le même maillage, population et nombre de Mach, mais la densité peut être différente. La densité sauvegardée est normalisée par rapport  $n_0$  pour être étalonnée en fonction de la nouvelle densité. Cela est très important, car en utilisant cette méthode on peut réduire énormément le nombre de simulations cinétiques à faire lorsqu'on veut faire une étude paramétrique des différentes configurations courant/tension de l'instrument en orbite.

## 6.4 Validation : Sonde sphérique polarisée

Pour la validation du modèle, on a simulé une sonde sphérique de 4 cm de diamètre plongée dans le plasma ionosphérique avec les paramètres illustrés dans le tableau 6.1.

Populations	Densité ( $m^{-3}$ )	Température (eV)
Électrons	$2.8 \cdot 10^{10}$	0.2
Ions O+	$2.8 \cdot 10^{10}$	0.2

TABLE 6.1 – Paramètres ionosphériques pris en compte pour la validation du modèle.

Le plasma se déplace dans la direction  $-x$  à une vitesse  $V_{plasma} = 4V_{th_i} \approx 6190 m.s^{-1}$ .

Les électrons sont simulés en utilisant une approximation Maxwell-Boltzmann, ce qui est valable puisque la vitesse thermique des électrons est beaucoup plus élevée que la vitesse de la sonde  $V_{sc}$ . Pour simuler les ions, trois modèles différents ont été utilisés : l'approche PIC, l'approximation Maxwell-Boltzmann et la méthode couplée.

Afin d'éviter toute interférence entre la gaine de plasma formée autour de la sonde et les bords de la boîte de simulation (voir figure 6.1), ces bords

sont situés à une distance du centre de la sonde beaucoup plus grande que l'extension de la gaine. Ainsi, la boîte de simulation a été choisie pour être une sphère de rayon  $40\text{ cm}$ , ce qui équivaut à  $20\lambda_D$ , où  $\lambda_D$  est la longueur de Debye.

Pour assurer la stabilité et la précision du calcul le maillage caractéristique moyen doit être de l'ordre de la longueur de Debye, qui dans ce cas sera d'environ  $2\text{ cm}$ . Un maillage de tétraèdre non structuré contenant 21017 cellules est donc utilisé. Pour les algorithmes cinétiques 21 millions de macroparticules ont été utilisées ( $\sim 1000\text{ particules/cellule}$ ) fournissant une solution à faible bruit (environ 1% d'erreur).

Dans le tableau 6.2 nous présentons le temps de simulation nécessaire pour calculer le potentiel flottant de la sonde en utilisant les trois méthodes mentionnées ci-dessus.

Simulation	Temps d'initialisation	Temps de calcul	Temps total
PIC	-	17h	17h
Poisson-Boltzmann	-	154 s	154 s
<b>Méthode couplée</b>	<b>20 min</b>	<b>168 s</b>	<b>23 min</b>

TABLE 6.2 – Temps de simulation requis pour calculer le potentiel de flottement de la sonde avec un processeur Intel Xeon E5 – 1607 v23 GHz.

Dans la figure 6.4 on présente le courant ionique collecté en fonction de la polarisation de la sonde. La courbe rouge représente la solution de la méthode couplée, alors que les courbes bleue et violette représentent respectivement la solution de l'approche PIC et de l'approximation Maxwell-Boltzmann. Les courants sont normalisés par le courant ionique collecté par une sonde à un potentiel nul (i.e.  $J_0 = 2n_0e\sqrt{\pi}R^2V_{thi}$ ) et les potentiels sont normalisés à la température du plasma.

On observe une très bonne corrélation entre les résultats PIC et la méthode couplée jusqu'à un potentiel de polarisation négatif d'environ  $-7k_B T/e$ . Pour des potentiels plus négatifs, les courants estimés avec ces deux méthodes s'écartent légèrement. Comme prévu, l'approximation de Poisson-Boltzmann n'est pas appropriée pour les cas de simulations où  $q\phi \gg k_B T$ .

La figure 6.5 représente les variations du courant total : la somme des courants ionique et électronique collectés par la sonde sphérique en fonction du potentiel de la sonde. Le courant est normalisé au flux de courant thermique total :  $j_0^* = 2n_0e\sqrt{\pi}R^2(V_{thi} - V_{the})$ . Il existe une bonne correspondance entre les deux méthodes de calcul du courant total et du potentiel flottant de la sonde.

Les figures 6.6 et 6.7 montrent respectivement les densités des espèces plasma (ions et électrons) et la variation du potentiel le long de l'axe  $x$ , parallèle à la vitesse de dérive du plasma. La distance selon  $x$  est normalisée

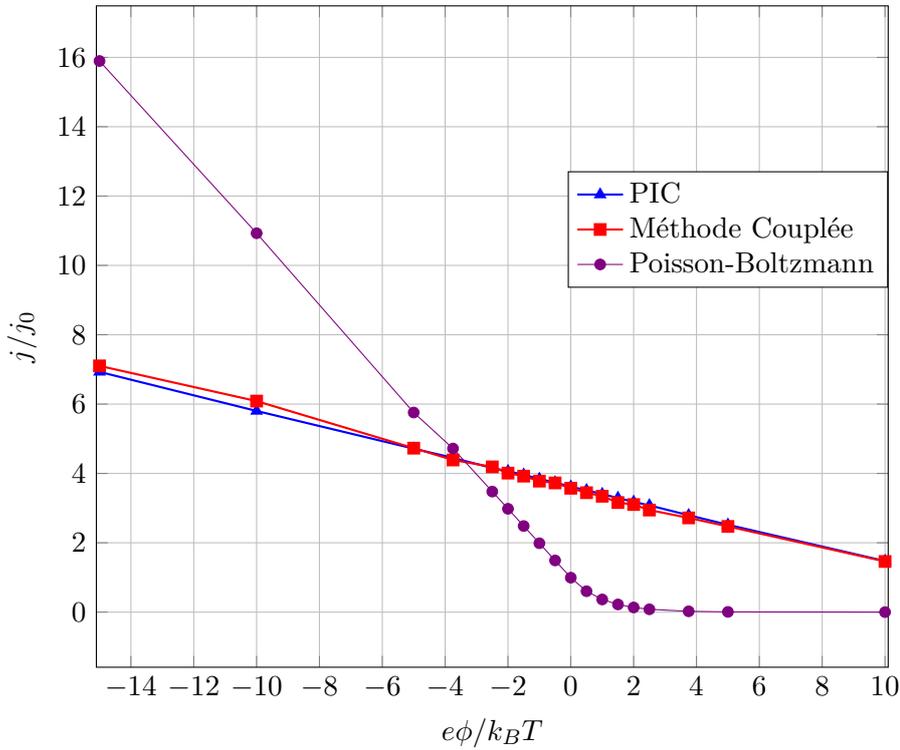


FIGURE 6.4 – Courant ionique normalisé  $j/j_0$  par rapport au potentiel normalisé de la sonde sphérique  $e\phi/k_B T$ , calculé à partir de l'approche PIC, l'approximation Poisson-Boltzmann et la méthode couplée. Les paramètres plasma étant le suivants :  $T = 0.2 \text{ eV}$ ,  $n_0 = 2.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$  and  $V_{sc} = 4V_{th_i}$ .

par la longueur de Debye, alors que les densités ionique et électronique sont normalisées par la densité du plasma non-perturbé  $n_0$ . Trois cas sont représentés sur ces figures, à savoir (a)  $-k_B T/q$ , (b)  $-10k_B T/q$  et (c) au potentiel flottant. Les résultats de l'approche PIC sont montrés par les courbes en pointillés et ceux de la méthode couplée en lignes continues.

Les distributions de densité ionique et électronique le long de l'axe  $x$  obtenues par les deux méthodes sont proches pour le potentiel  $\phi = -k_B T/q$ , car le potentiel de la sonde n'est pas suffisamment élevé pour perturber considérablement le plasma autour de la sonde. Dès que le potentiel de polarisation est plus élevé, le plasma est plus perturbé et les résultats des deux méthodes s'écartent. Nous pouvons surtout observer cet écart pour le potentiel de perturbation  $\phi = -10 k_B T/q$ .

Pour les potentiels de polarisation de la sonde bas, les trajectoires des particules ne sont pas fortement modifiées. Par contre, pour des potentiels plus élevés, l'effet ne peut plus être négligé. La figure 6.8 illustre

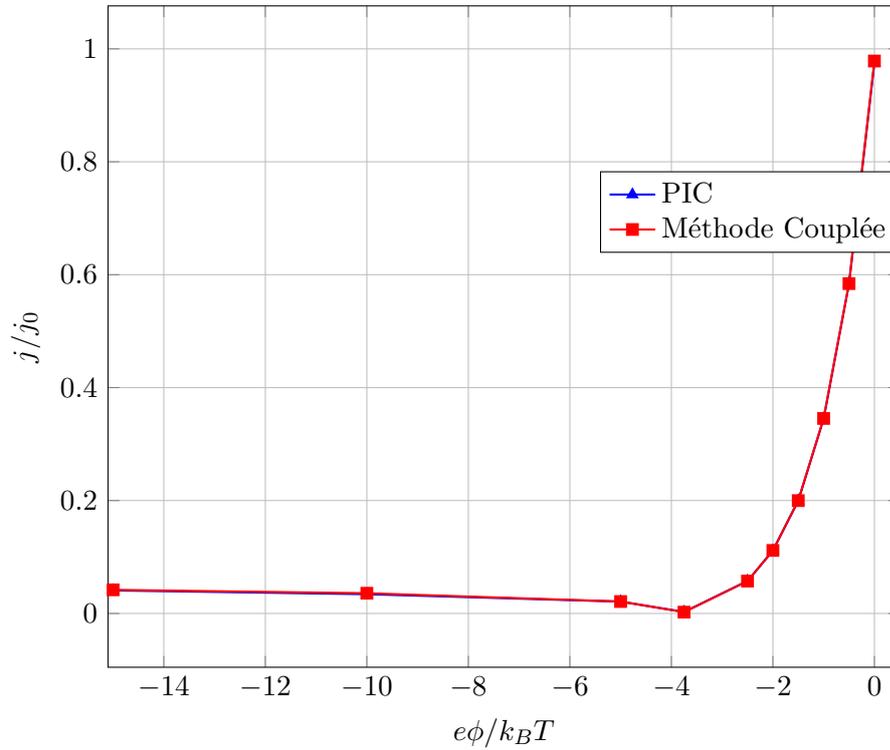


FIGURE 6.5 – Courant total normalisé  $j/j_0^*$  par rapport au potentiel normalisé de la sonde sphérique  $e\phi/k_B T$ , calculé à partir de l'approche PIC et la méthode couplée. Les paramètres plasma étant identiques à ceux de la figure 6.4.

les trajectoires des ions traversant l'espace autour d'une sonde sphérique polarisée négativement [90] et la focalisation des ions sur le sillage, ce qui permet d'expliquer l'augmentation des particules d'ions sur le sillage. Cet augmentation de densité au sillage explique aussi la surestimation du potentiel donnée par la méthode couplée dans cette zone. Cette charge positive locale dans le sillage fait que les électrons se déplacent vers l'avant pour neutraliser le plasma, augmentant également la densité d'électrons dans le sillage.

Cet effet est particulièrement visible dans le cas utilisé pour valider la méthode car la sonde est à l'échelle de la longueur de Debye : les fortes déviations se produisent dans la gaine autour de l'objet qui ne dépasse pas quelques longueurs de Debye. Pour un satellite complet, qui est des centaines de fois plus grand que la longueur de Debye, cet effet ne serait pas aussi visible.

La méthode couplée n'est pas capable de simuler et de caractériser correctement la focalisation des ions, l'hypothèse majeure de notre méthode

étant que le potentiel du satellite reste faible (c'est-à-dire beaucoup plus faible que l'énergie moyenne des particules de plasma) pour toute la simulation. Néanmoins, la variation de la densité du plasma dans la région de sillage a un impact limité sur le courant collecté par la sonde, puisque la principale contribution aux courants collectés proviennent des flux de plasma en amont. La figure 6.9 illustre la distribution de la densité de courant ionique collectée à la surface d'une sonde flottante, calculée avec la méthode couplée (sonde à gauche) et avec un modèle PIC (sonde à droite). Nous pouvons observer une bonne corrélation entre les deux méthodes. Un léger écart est observé sur le courant collecté en aval, car les particules PIC se verront légèrement attirées par le potentiel du satellite, augmentant ainsi la densité en aval. La méthode couplée ne peut pas calculer cet effet car la densité calculée initialement est généralement zéro en aval. J'ai développé un autre algorithme pour corriger les faiblesses de la méthode couplée, présenté dans le chapitre 10.

## 6.5 Validation : Satellite TARANIS

La validation de la méthode couplée dans le cas d'un satellite complet est effectuée à partir du satellite TARANIS. Dans cette section on compare la simulation hybride effectuée dans le chapitre 5.3.2 avec une simulation utilisant la méthode couplée. La simulation est réalisée avec les mêmes paramètres d'environnement et avec le même maillage dont contient 505.458 tétraèdres. Pour l'initialisation de la méthode couplée nous avons utilisé également 100 particules par maille. Le temps d'initialisation a été particulièrement long, environ 55h. Cependant, le temps de calcul n'a été que de 13 min.

La variation temporelle du potentiel est montrée dans la figure 6.10. Il n'y a pas de bruit sur le potentiel car les deux courants (électronique et ionique) sont calculés de forme semi-analytique. Le potentiel du satellite est de  $-701.5 mV$  alors que les sondes IME-BF 1 et IME-BF 2 ont respectivement un potentiel de  $-707.4 mV$  et  $-707.3 mV$ , très proches de ceux obtenus avec la simulation hybride.

Le potentiel autour du satellite TARANIS est montré sur la figure 6.11, alors que les densités ionique et électronique sont montrées dans la figure 6.12. On observe que le bruit a complètement disparu et que les sillages sont un peu exagérés par rapport à la simulation originale (PIC). Cet effet est dû à ce qu'on ne prend pas en compte l'influence du potentiel sur les trajectoires des particules.

## 6.6 Conclusion

Dans cette section, nous avons présenté et décrit l'intégration d'une méthode couplée PIC-Poisson-Boltzmann permettant de calculer le courant collecté par une sonde sphérique dans un plasma dense circulant à une vitesse supersonique. Cette méthode permet d'obtenir des résultats similaires à ceux obtenus avec la simulation PIC en utilisant beaucoup moins de ressources de calcul et peut être considérée comme un outil permettant de simuler la collection et le potentiel électrique des satellites dans un environnement LEO.

La méthode couplée est capable d'estimer correctement le courant collecté par un objet pour des potentiels attractifs et répulsifs, mais la densité autour de l'objet n'est pas calculée avec précision, car il existe des facteurs clés qui ne sont pas pris en compte.

Nous avons négligé l'effet du champ magnétique. Bien que cela puisse être partiellement pris en compte dans le calcul du moment initial, le couplage des champs électrostatique et magnétique introduit généralement de fortes modifications des trajectoires des particules qui ne peuvent pas être prises en compte avec précision par la présente méthode.

Nous pouvons calculer une première approximation de la variation de la densité et de la vitesse à l'aide des équations fluides du plasma (voir 4.2) mais elles ne permettent pas de calculer avec précision les distributions dans la région du sillage. C'est la principale limitation de notre méthode : les effets cinétiques résultant des trajectoires des particules ne sont calculés qu'une seule fois dans toute la simulation, de sorte que la méthode est précise alors que les trajectoires des particules ne sont pas significativement modifiées.

Une solution consiste à utiliser un nombre limité de particules PIC au cours de la simulation pour mettre à jour périodiquement les moments PIC initiaux. De telles modifications mises en œuvre dans la méthode couplée devraient améliorer la présente méthode et mieux décrire les régions du plasma présentant de forts effets cinétiques. Il restera bénéfique par rapport à une simulation PIC car l'évolution du moment peut être lissée dans le temps, permettant ainsi de conserver une simulation à faible bruit en utilisant une quantité limitée de particules.

Une autre limitation de notre méthode est l'hypothèse de la distribution maxwellienne avec une vitesse de dérive, laquelle n'est pas précise partout dans le domaine de la simulation (en particulier dans la région du sillage). Une solution à ce problème est proposée dans le chapitre 10.

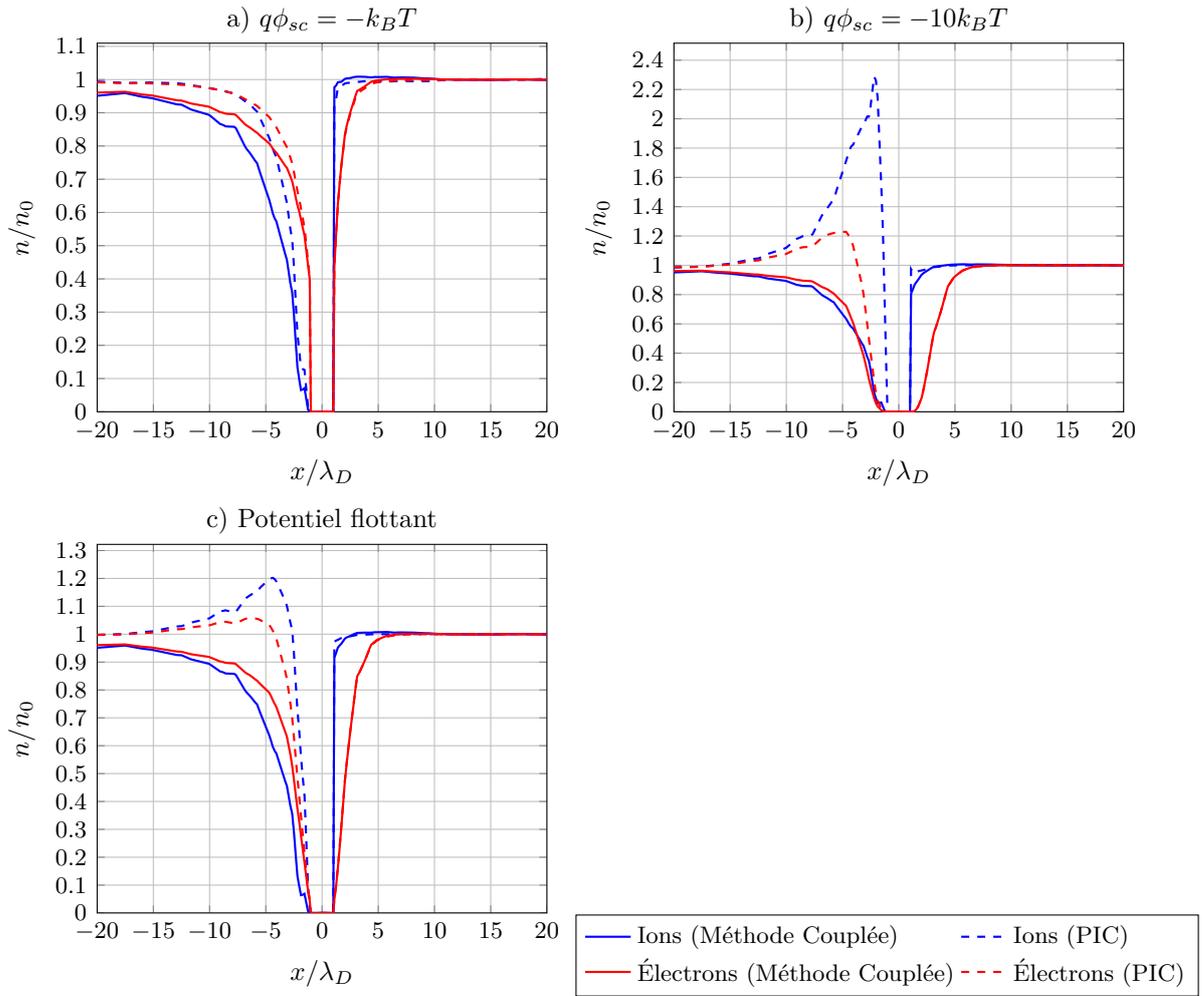


FIGURE 6.6 – Distribution de la densité ionique et électronique le long de l'axe  $x$  calculée à partir d'une approche PIC et de la méthode couplée, pour différentes valeurs de potentiels négatifs. Les paramètres plasma étant les suivants :  $T = 0.2 \text{ eV}$ ,  $n_0 = 2.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$  and  $V_{sc} = 4V_{th_i}$ .

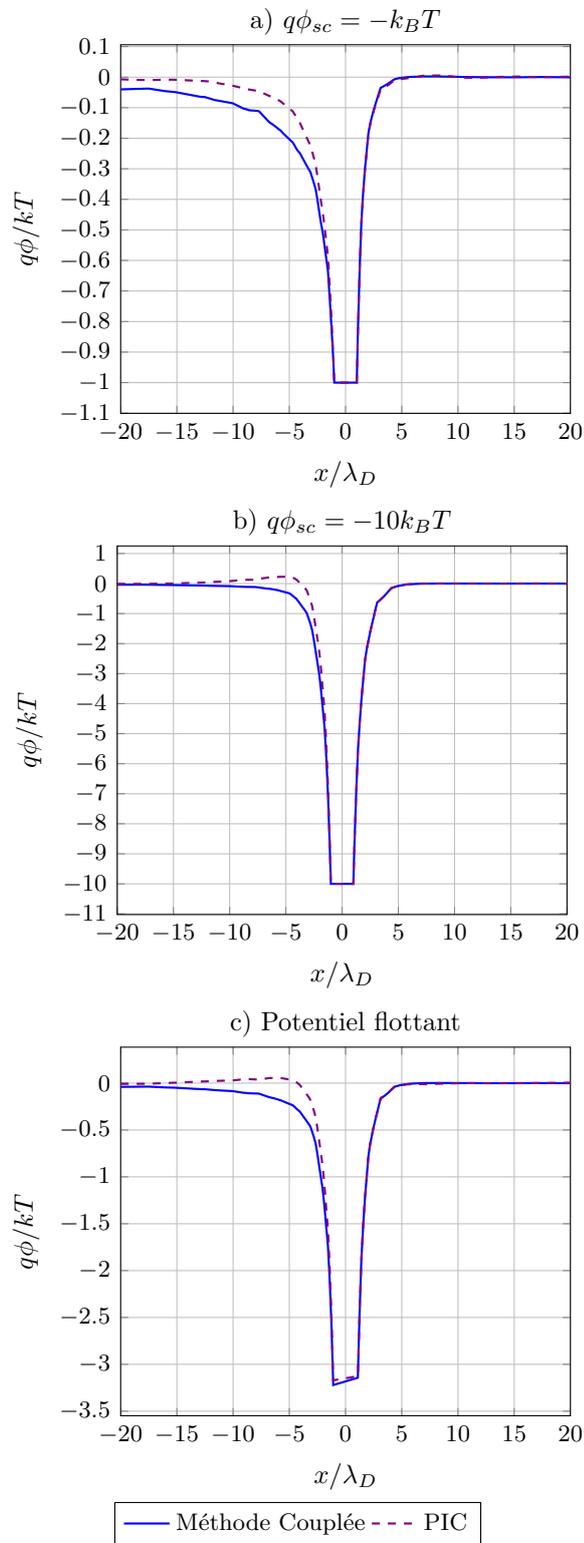


FIGURE 6.7 – Distribution du potentiel normalisé le long de l’axe  $x$  calculée à partir d’une approche PIC et de la méthode couplée, pour différentes valeurs de potentiels négatifs. Les paramètres plasma étant identiques à ceux de la figure 6.6.

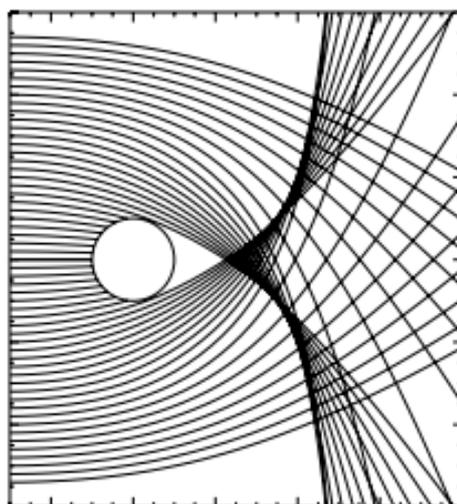


FIGURE 6.8 – Trajectoires de particules chargées positivement passant à côté d'une sphère chargée négativement [90].

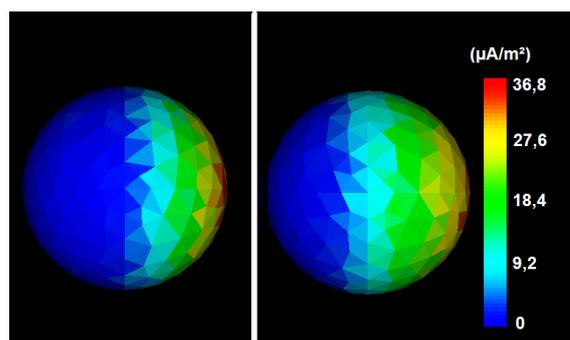


FIGURE 6.9 – Distribution de la densité de courant ionique collectée (en  $\mu A.m^{-2}$ ) à la surface d'une sonde flottante, calculée avec la méthode couplée (sonde à gauche) et en utilisant l'algorithme PIC (sonde à droite).

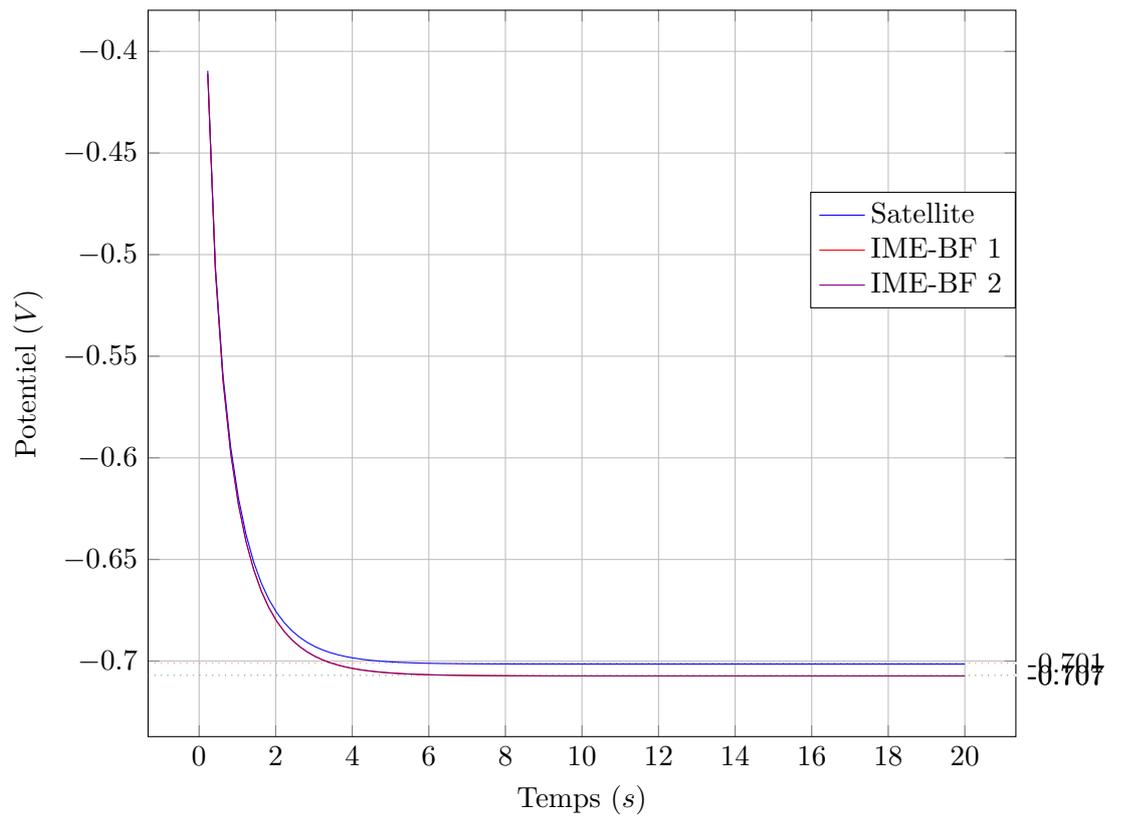


FIGURE 6.10 – Potentiel (V) du satellite et des sondes IME-BF en fonction du temps (s) avec  $T = 0.2 eV$ ,  $n_0 = 1.0 \cdot 10^9 m^{-3}$  en utilisant la méthode couplée.

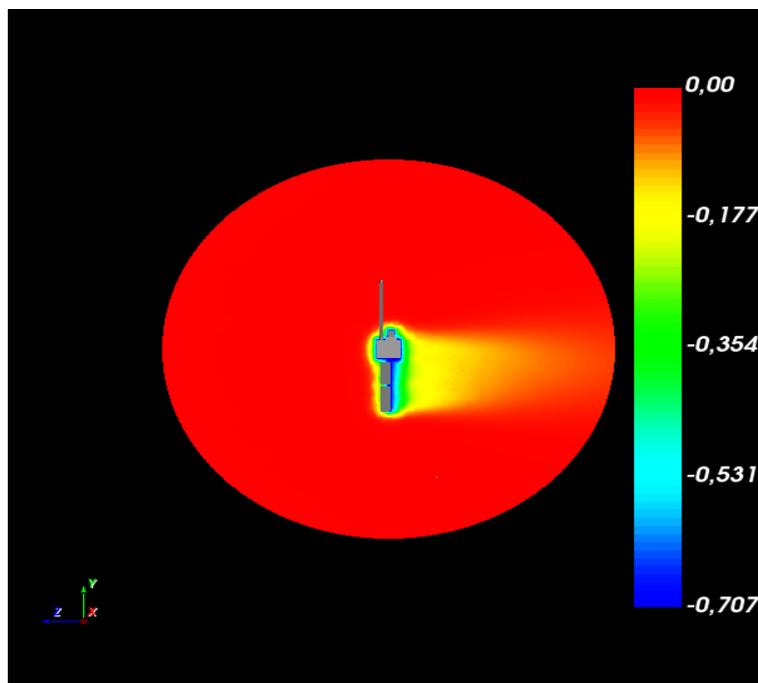


FIGURE 6.11 – Potentiel ( $V$ ) autour de TARANIS en utilisant la méthode couplée.

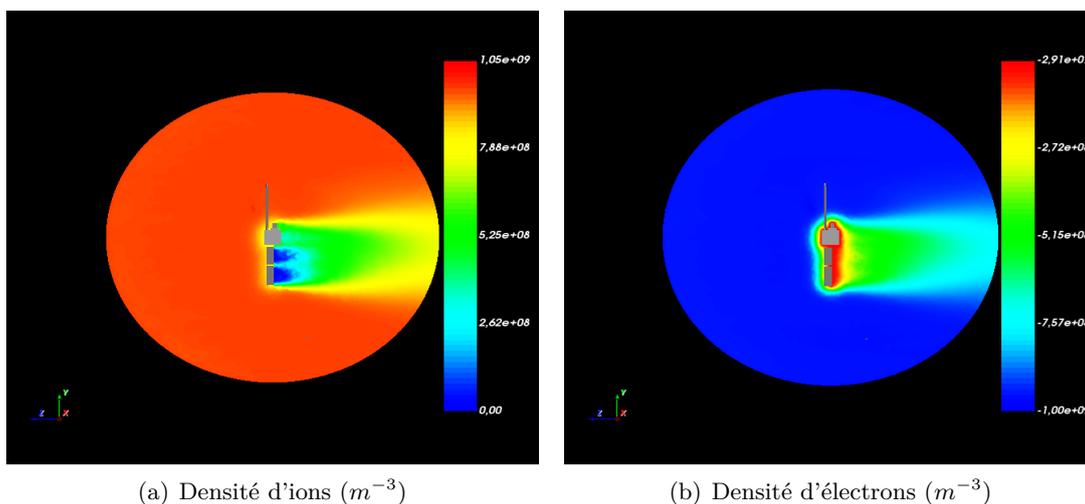


FIGURE 6.12 – Densité ionique et électronique ( $m^{-3}$ ) autour du satellite TARANIS en utilisant la méthode couplée.



# Chapitre 7

## Simulations de TARANIS

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Modélisation du TARANIS</b>	<b>119</b>
<b>7.2</b>	<b>Résultats</b>	<b>119</b>
7.2.1	Influence de l'orientation des panneaux solaires	120
7.2.2	Influence du ruban adhésif Kapton	121
7.2.3	Impact de l'environnement	123
<b>7.3</b>	<b>Impact de la photoémission</b>	<b>124</b>
<b>7.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>125</b>

---

### 7.1 Modélisation du TARANIS

Dans ce chapitre nous allons discuter les différentes simulations du microsatellite TARANIS que nous avons effectué et les résultats qu'on a obtenu. Dans un premier temps nous avons regardé l'influence de l'orientation des panneaux solaires sur le potentiel du satellite et les sondes IME-BF. Ensuite, nous avons simulé le satellite en fonction de la quantité de ruban adhésif Kapton à sa surface. Enfin, nous avons simulé le satellite pour plusieurs environnements différents en modifiant des paramètres tels que la température, densité ou composition ionique.

La modélisation du microsatellite TARANIS a été effectuée à partir des mêmes matériaux et éléments que nous avons utilisé dans le chapitre 5.1. La sonde IME-BF 1 est celle qui est sur le côté des panneaux solaires alors que la sonde IME-BF 2 est sur l'autre côté.

### 7.2 Résultats

Dans cette section on va analyser les différents éléments et paramètres ionosphériques qui vont potentiellement avoir une influence sur l'effet de charge du microsatellite TARANIS et des sondes IME-BF. La durée moyenne

des simulations, après l'initialisation de la méthode couplée, a été d'environ 13 *min* côté nuit et 145 *min* côté soleil. Nous avons effectué en total 38 simulations.

Dans cette partie nous avons deux objectifs.

- Connaître le potentiel de TARANIS en fonction de l'environnement, qui sera particulièrement important lorsque nous simulons les instruments séparément.
- Caractériser et connaître les possibles perturbations du plasma autour des sondes IME-BF.

### 7.2.1 Influence de l'orientation des panneaux solaires

Pour améliorer le rendement des panneaux solaires, ils peuvent tourner dans l'axe  $y$  (repère TARANIS) ayant comme objectif que le vecteur normal des panneaux soit toujours en direction au soleil. En fonction de l'orientation des panneaux solaires la dynamique des photoélectrons va être modifiée et résulter en une différence de potentiel du satellite ou de ses instruments. Nous avons tracé l'influence de l'orientation des panneaux solaires dans la figure 7.1 pour un environnement ionosphérique avec les paramètres suivants :  $n_0 = 1.10^9 m^{-3}$ ,  $T = 0.2 eV$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$  et côté soleil. Les photoélectrons sont simulés à partir d'une approche PIC et on a supposé que le soleil est dans la direction normale à la surface des panneaux solaires. On peut voir que dans ce cas le potentiel du satellite est plus bas quand l'orientation des panneaux solaires est de  $180^\circ$ . Cela est dû aux ions  $O^+$ , car leur vecteur vitesse de dérive est également perpendiculaire aux panneaux solaires et donc, le courant collecté est supérieur.

Dans la même figure on observe également le potentiel des sondes IME-BF en fonction de l'orientation des panneaux solaires, lorsque les sondes sont à une grande distance par rapport au corps du satellite, l'influence de l'orientation est plutôt faible. Néanmoins, on recherche une différence inférieure au  $mV$ . On observe une différence plus grande en particulier pour une orientation de  $45^\circ$ .

Nous avons regardé les courants qui vont être collectés ou émis par les sondes et on a pu remarquer une corrélation avec les photoélectrons collectés par la sonde IME-BF 2, correspondant à celle qui est dans le côté des panneaux. La figure 7.2 montre les différences de potentiel entre les sondes IME-BF en fonction de l'orientation des panneaux solaires lorsque le satellite est face à cet environnement. Les photoélectrons qui sont émis par les panneaux solaire vont créer des différences de potentiel de quelques  $mV$  avec l'autre sonde.

L'influence de la photoémission est inversement proportionnelle à la densité. Donc, à une densité plus faible leur effet sera plus petit et à une densité plus élevée, plus grande. Dans ces simulations on observe la plus grande différence quand l'orientation des panneaux solaires est de  $45^\circ$ .

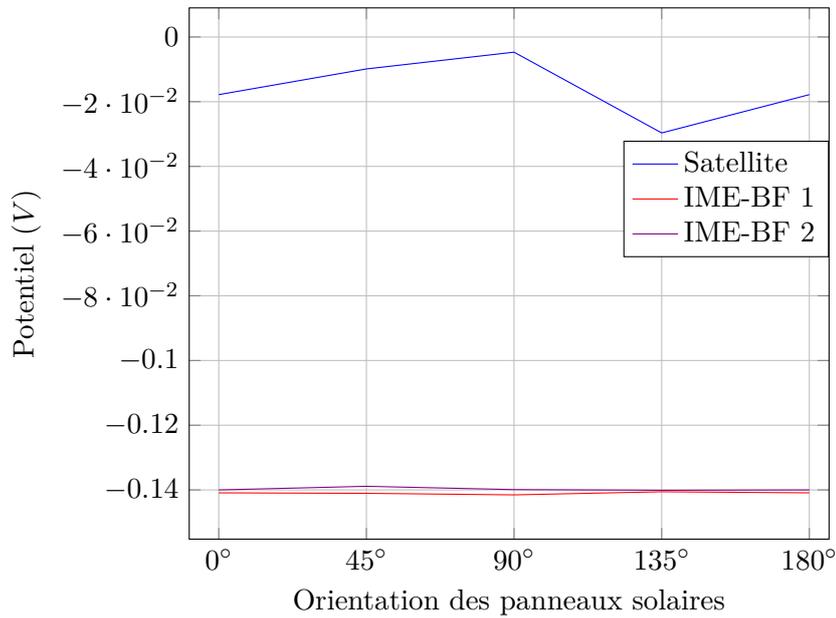


FIGURE 7.1 – Potentiel du satellite et des instruments IME-BF en fonction de l’orientation face à un environnement ionosphérique avec les caractéristiques suivantes :  $n_0 = 1.10^9 m^{-3}$ ,  $T = 0.1 eV$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$  et côté soleil.

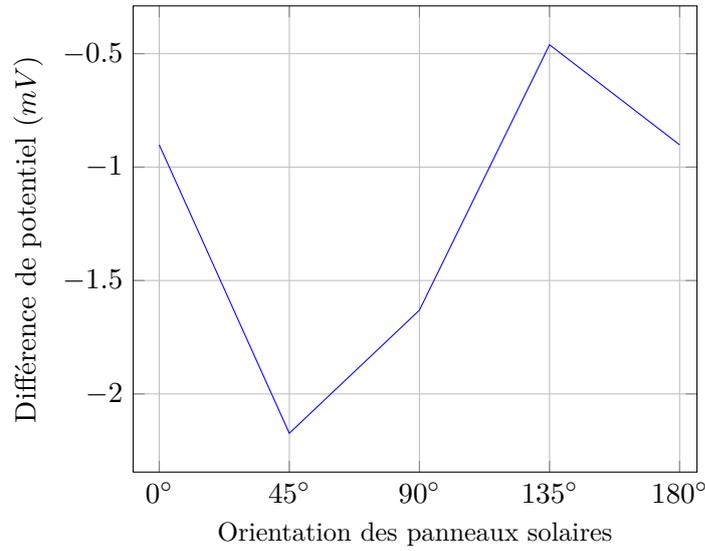
Dorénavant, nous allons utiliser cette configuration des panneaux solaires.

### 7.2.2 Influence du ruban adhésif Kapton

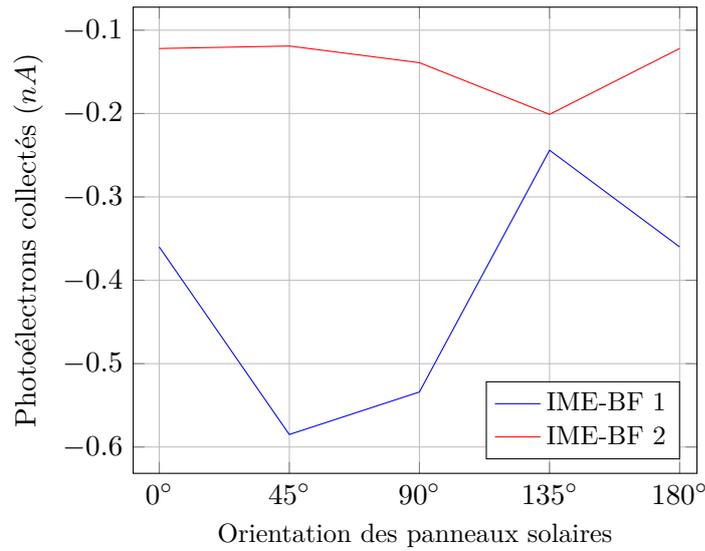
Le ruban adhésif Kapton est très utilisé dans l’industrie spatial pour ses propriétés thermiques, car il est stable dans une plage de températures très étendue. Néanmoins, c’est un matériau isolant et il peut modifier l’état de charge du satellite. Cette étude est effectuée à la suite d’une demande du LATMOS validée par le CNES afin de connaître l’impact des rubans adhésifs Kapton présents à la surface du satellite sur les mesures du champ électrique.

La figure 7.3 montre l’évolution du potentiel en fonction de la surface d’adhésif Kapton utilisée. Dans ce cas, l’environnement ionosphérique été la suivante :  $n_0 = 1.10^9 m^{-3}$ ,  $T = 0.2 eV$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$  et côté soleil. Les positions du Kapton ont été déterminées aléatoirement sur le surface MLI du satellite et le bras IMM.

On peut observer le potentiel du satellite monte en fonction de la surface couverte par du de Kapton, alors que le potentiel des sondes IME-BF n’est pas trop influencé par la quantité de Kapton. Cependant, nous avons tracé la différence de potentiel par rapport la quantité de Kapton utilisé dans la figure 7.4. On peut observer que la différence de potentiel devient



(a) Différence de potentiel



(b) Courant des photoélectrons collectés

FIGURE 7.2 – Influence de l'orientation des panneaux solaire sur les deux sondes IME-BF. Différence entre le potentiel (figure 7.2(a)) et photoélectrons collectés (figure 7.2(b)) face à un environnement ionosphérique avec les caractéristiques suivantes :  $n_0 = 1.10^9 m^{-3}$ ,  $T = 0.2 eV$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$  et côté soleil.

légèrement plus grande quand on utilise plus de Kapton, néanmoins la différence est assez négligeable. Entre 10% et 100% de Kapton utilisé on

observe qu'environ  $0.5\text{ mV}$  de différence sur la différence de potentiel entre les deux sondes IME-BF.

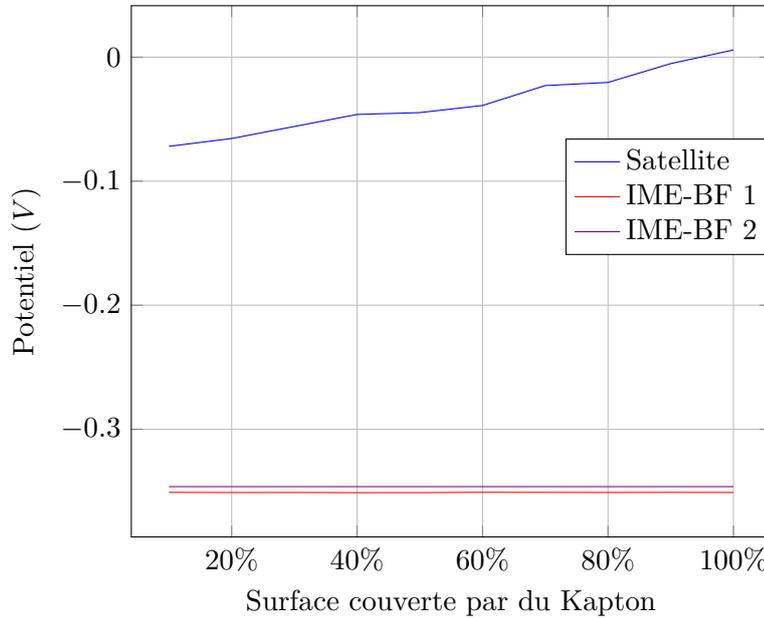


FIGURE 7.3 – Potentiel du satellite et des senseurs IME-BF en fonction du % de Kapton dans la surface du satellite et du bras IMM face à un environnement ionosphérique avec les caractéristiques suivantes :  $n_0 = 1.10^9\text{ m}^{-3}$ ,  $T = 0.2\text{ eV}$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$  et côté soleil.

### 7.2.3 Impact de l'environnement

Nous montrons dans les figures 7.5 et 7.6 le potentiel du satellite et des senseurs IME-BF en fonction de la composition ionique. Nous avons considéré qu'on était côté nuit pour ne pas prendre en compte l'effet des photoélectrons et ne garder que l'effet de l'environnement. On observe que lorsque la composition est formée par plus d'ions  $H^+$  le potentiel d'équilibre monte. Cet effet est dû à la vitesse thermique des ions hydrogène qui est supérieure aux ions oxygène atomique, ce qui fait que le courant ionique collecté soit supérieur et en conséquence le potentiel d'équilibre monte.

D'autre part, on observe que les potentiels des sondes sont légèrement inférieurs à ceux du satellite et la différence entre elles pratiquement nulle. Néanmoins, dans la figure 7.7 nous avons tracé la différence des deux sondes en fonction la composition ionique et pour une température de  $T = 0.1\text{ eV}$  et  $T = 0.2\text{ eV}$ . On montre que les différences de potentiel entre les deux sondes IME-BF dues au plasma ambiant sont extrêmement petites ( $V_2 - V_1 < 1\text{ mV}$ ). On observe également que lorsqu'on analyse un environnement plus

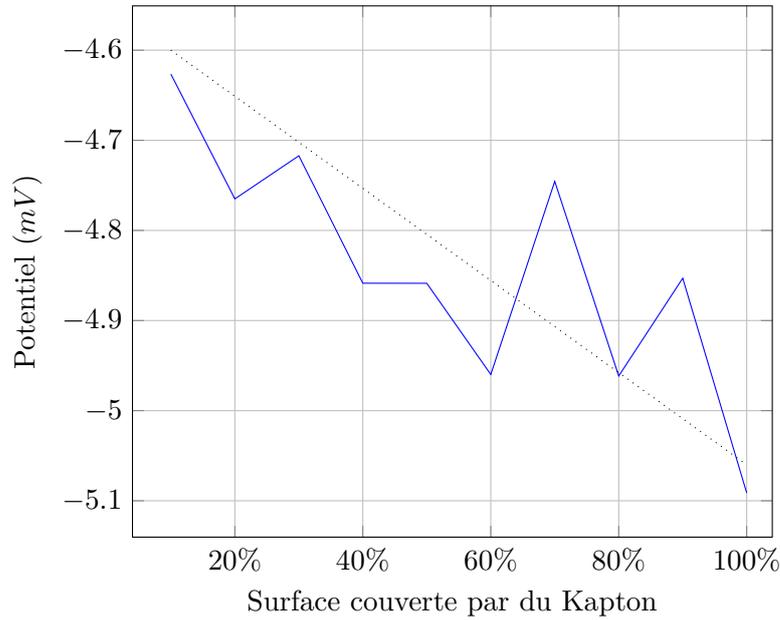


FIGURE 7.4 – Différence de potentiel des senseurs IME-BF en fonction du % de Kapton dans la surface du satellite et du bras IMM face à un environnement ionosphérique avec les caractéristiques suivantes :  $n_0 = 1.10^9 m^{-3}$ ,  $T = 0.2 eV$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$  et côté soleil.

dense en hydrogène atomique cette différence augmente. Ce résultat montre que les ions  $H^+$  seront plus facilement collectés par la sonde IME-BF 2 par rapport à la sonde IME-BF 1. Cela peut être expliqué par l'asymétrie du satellite créée par l'effet des panneaux solaires. Les ions  $H^+$  étant plus légers seront plus facilement déviés que les ions  $O^+$ .

La figure 7.8 montre l'évolution du potentiel du satellite en fonction de la densité du plasma ambiant. On peut voir que la densité n'a pas une influence directe sur le potentiel du côté nuit car les courants ioniques et électroniques sont proportionnels à la densité.

### 7.3 Impact de la photoémission

Nous montrons dans les figures 7.9 et 7.10 le potentiel du satellite et des senseurs IME-BF en fonction de la composition ionique du côté jour pour une densité de  $1.10^9 m^{-3}$ . Dans ce cas, les ions ne contrôlent pas la dynamique de charge du satellite car leur courant est un ordre de grandeur plus petit que le courant de photoémission. Cela rend le potentiel du satellite pratiquement constant en fonction de la composition ionique. D'autre part, les sondes IME-BF ayant une surface efficace de photoémission plus faible et un potentiel plus négatif vont être légèrement influencés par la composition

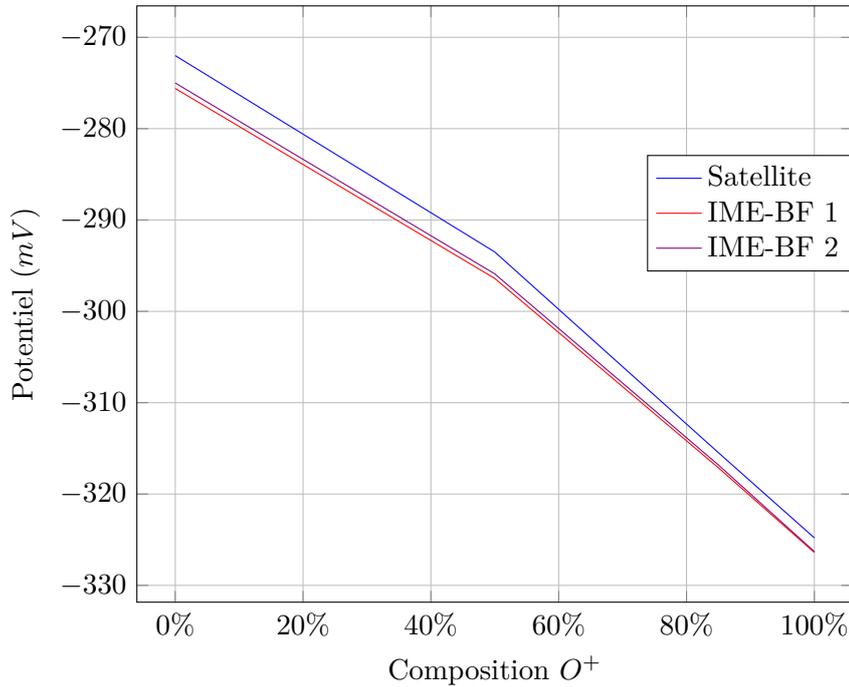


FIGURE 7.5 – Potentiel du satellite et des sondes IME-BF en fonction de la composition ionique pour une température de  $T = 0.1 eV$ , côté nuit.

ionique.

On observe qu’avec une température  $T = 0.1 eV$  la différence de potentiel entre les sondes IME-BF est d’environ  $2.5 - 3 mV$  alors que pour une température de  $T = 0.2 eV$  la différence est d’environ  $4.5 - 5 mV$ .

Néanmoins, l’effet de la photoémission n’est important que pour environnements à faible densité. Nous avons tracé l’évolution du potentiel du satellite et des sondes IME-BF en fonction de la densité du plasma ambiant sur les figures 7.11 et 7.12. On peut voir que dès qu’on monte en densité le potentiel du satellite et des sondes s’approchent de plus en plus au potentiel du côté nuit.

## 7.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons analysé et modélisé le satellite TARANIS et les sondes IME-BF. Dans une première partie nous avons regardé l’influence de l’orientation des panneaux solaires quand le satellite est côté jour et leur impact sur les sondes IME-BF. Nous avons pu observer que la différence de potentiel des sondes IME-BF est principalement causée par la photoémission et que les orientations autour de  $45^\circ$  auront un impact plus important sur les sondes IME-BF à  $4 m$  de distance.

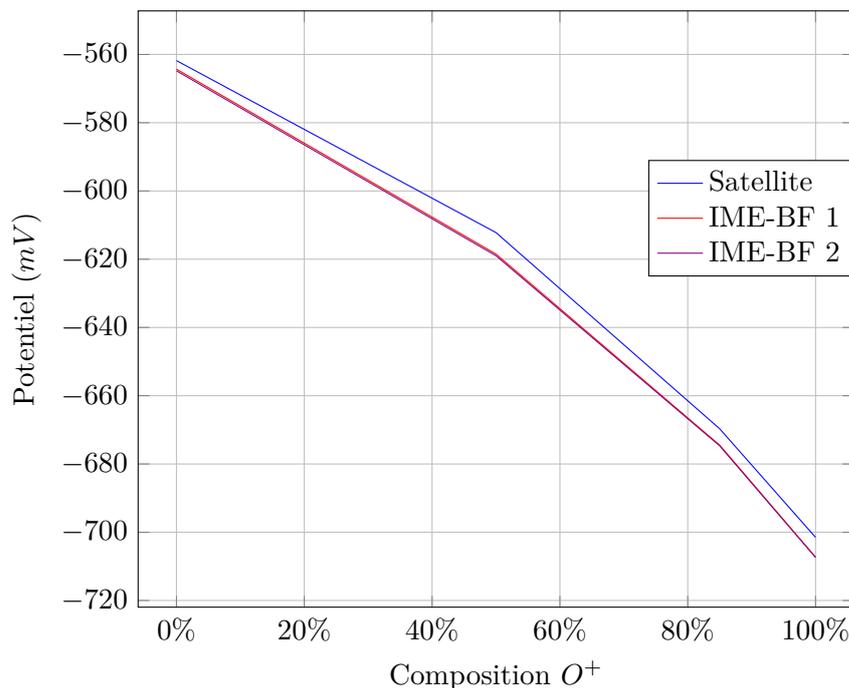


FIGURE 7.6 – Potentiel du satellite et des sondes IME-BF en fonction de la composition ionique pour une température de  $T = 0.2 eV$ , côté nuit.

Ensuite, nous avons analysé l'impact de la quantité de ruban adhésif Kapton sur les mesures des sondes. Même si l'effet est très petit, nous avons observé une que lorsque l'on a plus de Kapton, la différence de potentiel entre les sondes est plus grande.

Dans une dernière partie nous avons calculé les différents potentiels du satellite en fonction des paramètres ionosphériques : densité, température, composition ionique du côté nuit. On a pu montrer que les différences de potentiel entre les sondes à cause de l'environnement sont très petites et très dépendantes de la composition ionique.

On observe que l'environnement plasma et la photoémission vont avoir tendance à faire diminuer le potentiel de la sonde IME-BF 1 par rapport à la sonde IME-BF 2. La photoémission des panneaux solaires aura une tendance plus élevée à être collectée par la sonde IME-BF 1, notamment dans des angles où la normale à la surface est vers la même zone que la sonde ( $40^\circ - 50^\circ$ ).

L'effet d'avoir les panneaux solaires plus proches de cette sonde crée une asymétrie du satellite importante et modifie la collection des espèces ioniques. Notamment une partie des ions sont attirés par les panneaux solaires et de ce fait le flux d'ions vers la sonde IME-BF 1 sera plus petite que par rapport à la sonde IME-BF 2. Cette tendance permet d'expliquer

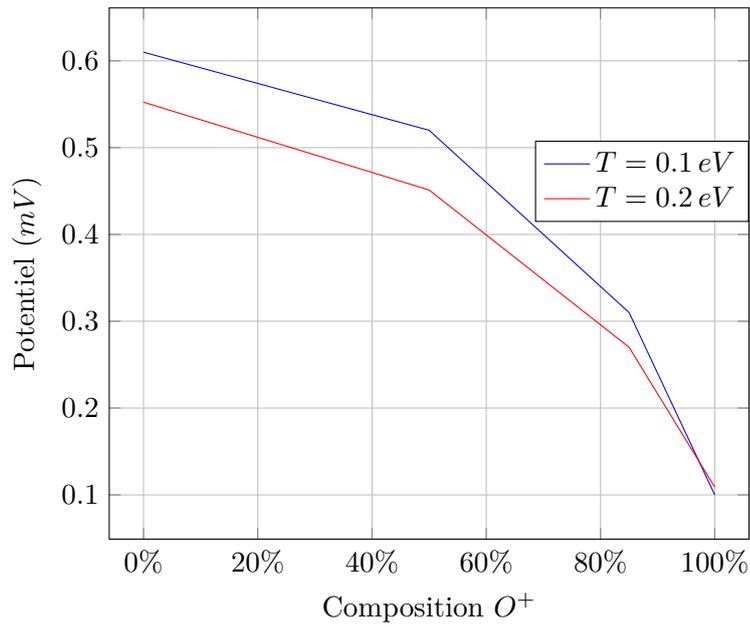


FIGURE 7.7 – Différence entre le potentiel des sondes IME-BF en fonction de la composition ionique pour une densité de  $1 \cdot 10^9 m^{-3}$  et pour températures  $T = 0.1 eV$  et  $T = 0.2 eV$ , côté nuit.

pourquoi les ions  $H^+$  seront plus affectés lorsqu'ils sont plus légers la déviation de leur trajectoire est plus simple.

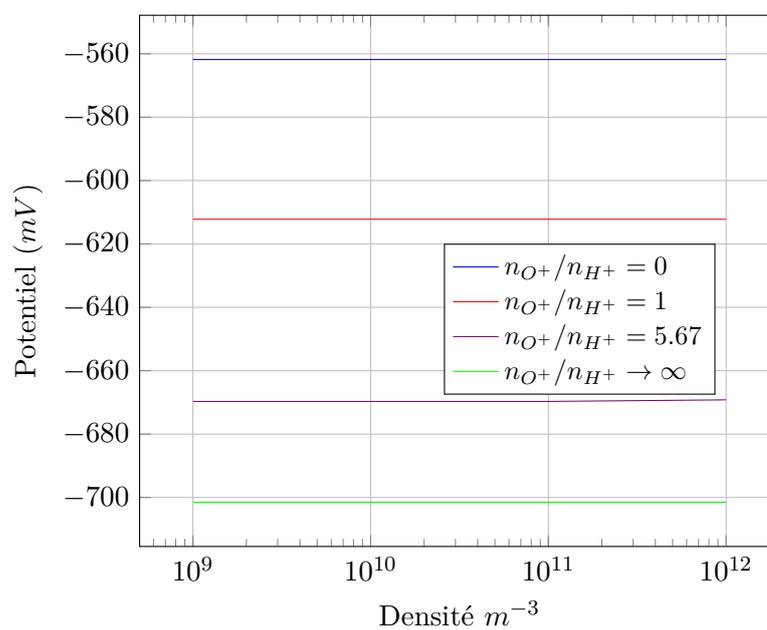


FIGURE 7.8 – Potentiel du satellite en fonction de la densité du plasma ambiant et des composition ioniques suivantes :  $n_{O^+}/n_{H^+} = 0$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} = 5.67$  et  $n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$  et pour une température de  $T = 0.2 eV$ , côté nuit.

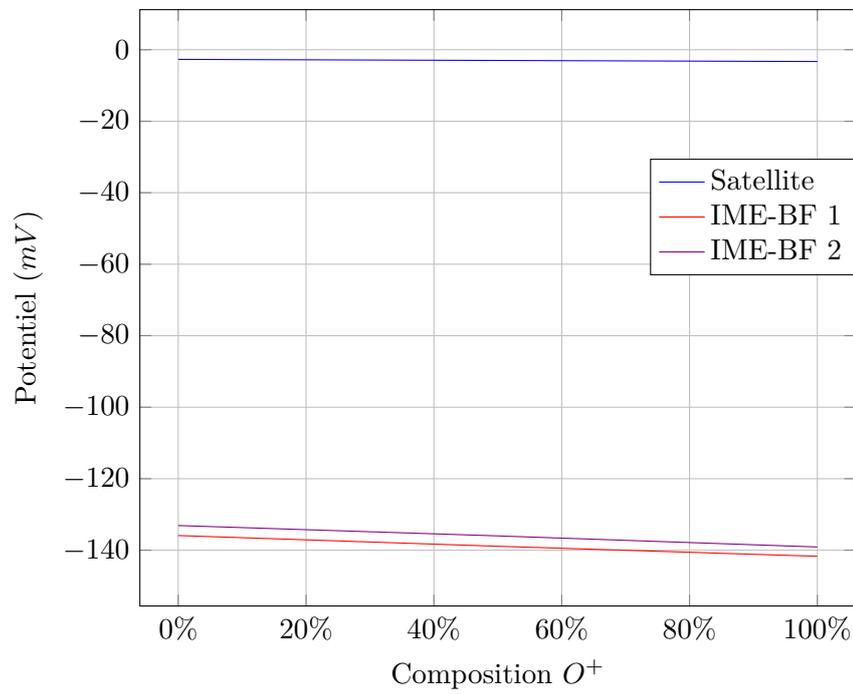


FIGURE 7.9 – Potentiel du satellite et des sondes IME-BF en fonction de la composition ionique pour une température de  $0.1 eV$ , côté jour.

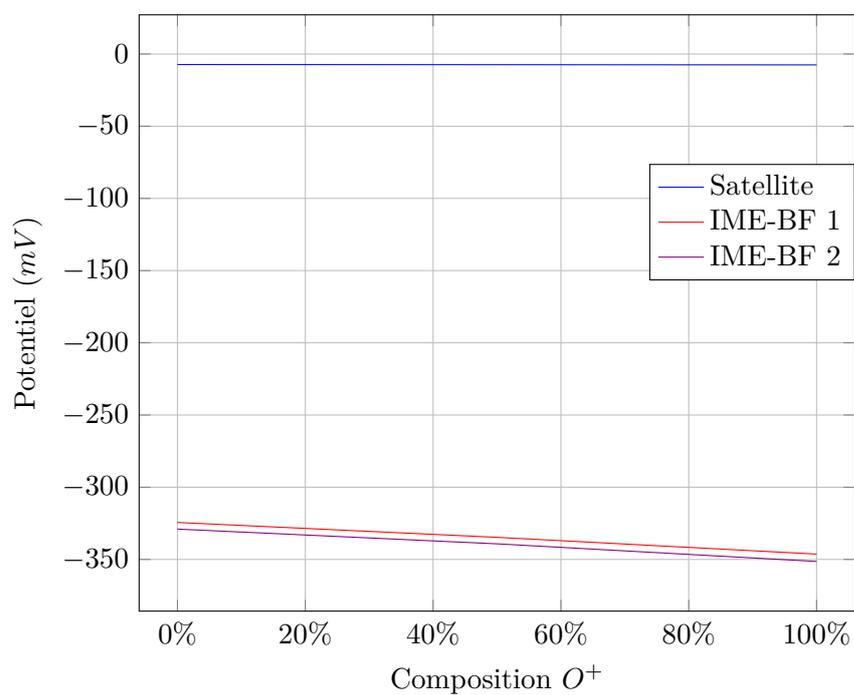


FIGURE 7.10 – Potentiel du satellite et des sondes IME-BF en fonction de la composition ionique pour une température de  $0.2 eV$ , côté jour.

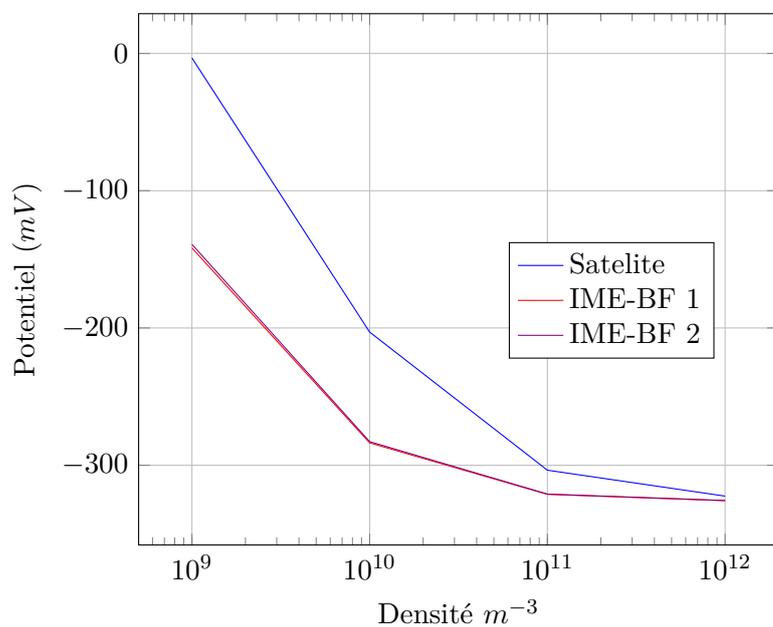


FIGURE 7.11 – Potentiel du satellite et des sondes IME-BF en fonction de la densité du plasma ambiant. La composition ionique est  $n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$  et pour une température de  $0.1 eV$ , côté jour.

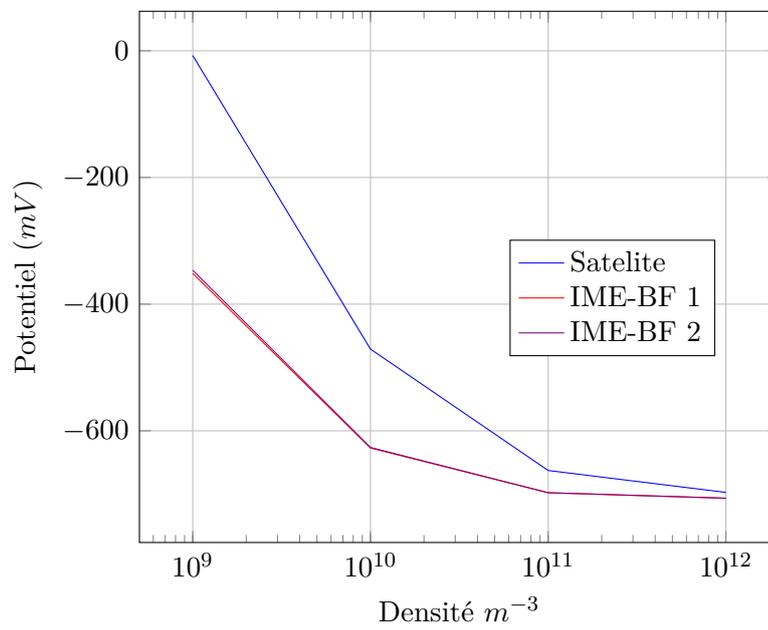


FIGURE 7.12 – Potentiel du satellite et des sondes IME-BF en fonction de la densité du plasma ambiant. La composition ionique est  $n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$  et pour une température de  $0.2 eV$ , côté jour.



# Chapitre 8

## Simulations de la Sonde Ionique

### Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>133</b>
<b>8.2</b>	<b>Modélisation du la sonde ionique</b>	<b>134</b>
<b>8.3</b>	<b>Potentiel fixé par rapport au satellite</b>	<b>139</b>
8.3.1	Influence de la densité	139
8.3.2	Influence du potentiel fixé	142
8.3.3	Calibration de la sonde ionique	147
<b>8.4</b>	<b>Potentiel fixé par rapport le cylindre flottant</b>	<b>151</b>
8.4.1	Validation de la calibration	151
<b>8.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>151</b>

---

### 8.1 Introduction

La Sonde Ionique (SI) est une sonde de Langmuir à potentiel fixe développée en coopération entre le LATMOS en collaboration avec le GSFC/NASA. L'instrument, accommodé sur le bras IMM (figure 8.1) est composé d'un senseur sphérique polarisé négativement par rapport au potentiel du satellite ou par rapport au potentiel d'un senseur cylindrique flottant. Quatre potentiels de polarisation sont utilisés en orbite :  $-1.975 V$ ,  $-3.95 V$ ,  $-5.925 V$  et  $-7.9 V$ .

Le courant mesuré par le senseur sphérique est fonction de la densité du plasma, de la composition d'ions, de la température, ainsi que du potentiel du satellite et de la vitesse du satellite par rapport au plasma. Pour estimer la densité du plasma à partir des mesures de la SI effectués en orbite, un modèle analytique sera utilisé. Les paramètres de ce modèle seront ajustés en utilisant les résultats de la simulation numérique présentés dans ce chapitre.

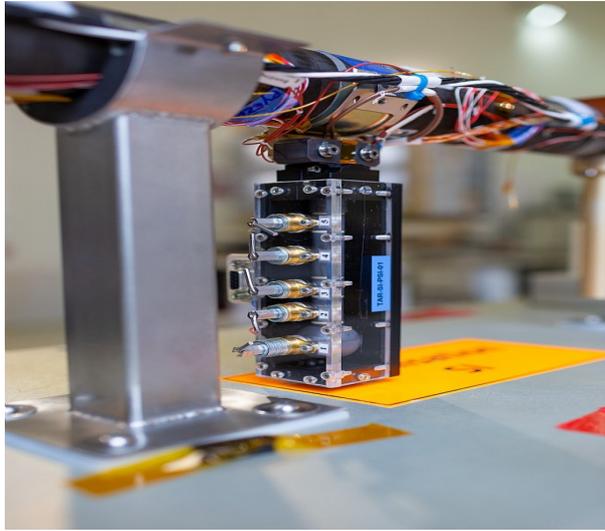


FIGURE 8.1 – La sonde ionique (avec sa protection) accommodé sur le bras IMM. Photographie réalisé lors des essais AIT (assemblage, intégration et essais) de la charge utile du TARANIS au CNES.

## 8.2 Modélisation du la sonde ionique

L'instrument SI est illustré dans la figure 8.2 et consiste en 6 éléments géométriques différenciés :

- a) Une sonde sphérique (nœud 1) de  $25\text{ mm}$  de diamètre qui mesure le courant collecté. Elle peut avoir un potentiel fixé par rapport le cylindre flottant ou par rapport au satellite (ici, le bras IMM).
- b) Un garde (ou *bootstrap*) de la sonde, en forme cylindrique ( $10\text{ mm}$  de diamètre et  $18\text{ mm}$  de longueur). Il est monté à l'extrémité de la sonde sphérique et au même potentiel pour réduire l'influence du potentiel du bras (donc, du satellite).
- c) Un cylindre flottant de  $10\text{ mm}$  de diamètre et  $32\text{ mm}$  de longueur. Appart le satellite, il est le seul élément qui va rester flottant.
- d) Deux cylindres de  $10\text{ mm}$  de diamètre et  $12\text{ mm}$  de longueur lesquels vont actuer comme de gardes (ou *bootstraps*) du cylindre, donc ils sont au même potentiel que le cylindre flottant.
- e) Une tige cylindrique de  $12\text{ mm}$  de diamètre et  $25\text{ mm}$  de longueur. Elle est au même potentiel que le bras IMM.

Tous les éléments sont recouverts avec du AlTiN et sont conducteurs. En plus de ces composants, nous avons simulé une partie du bras IMM, lequel a  $80\text{ mm}$  de diamètre et est recouvert de MLI noir. Il faut noter que le repère montré en 8.2 n'est pas le même que le repère du satellite. Dans le repère

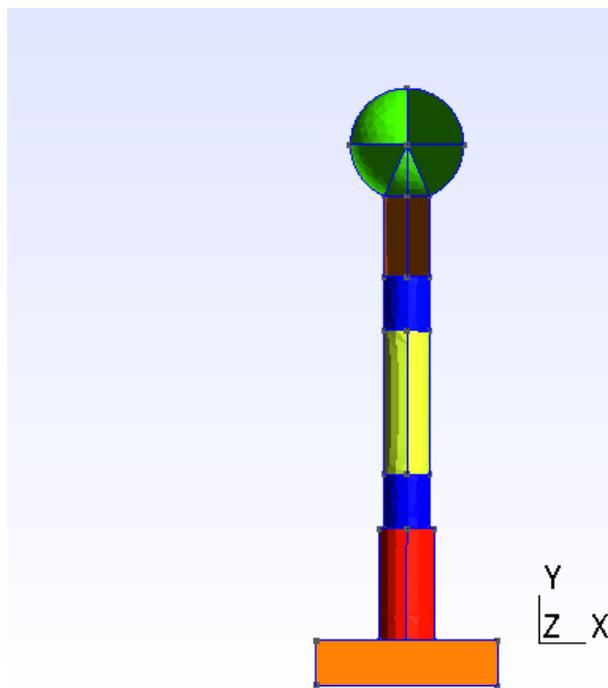


FIGURE 8.2 – Représentation de la sonde ionique et ces éléments. Les repères utilisés sont différents de ceux utilisés pour la simulation de TARANIS. Le satellite se déplace vers  $+z$  et la Terre est vers  $+y$ .

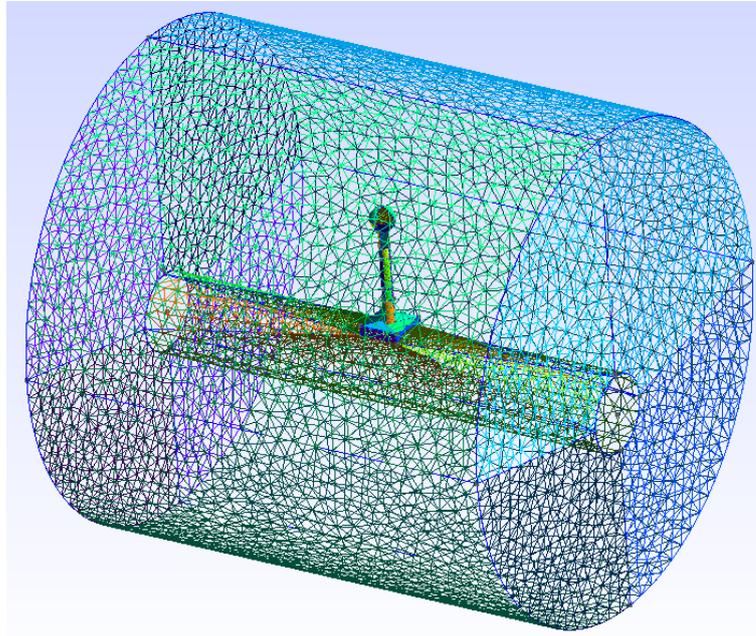


FIGURE 8.3 – Maillage utilisé pour simuler la sonde ionique accommodé sur le bras IMM.

utilisé ici, le centre de la Terre sera toujours dirigé vers  $+\mathbf{y}$ , alors que le bras IMM suivra l'axe  $\mathbf{x}$ . Le vecteur vitesse du satellite est dirigé vers  $+\mathbf{z}$  avec une vitesse de  $7.5 \text{ km.s}^{-1}$  (voir Annexe B). Le maillage utilisé pour simuler la sonde ionique est composé de 149.147 tétraèdres et il est représenté dans la figure 8.3.

Nous avons simulé les électrons comme étant fluides (donc, suivant l'approximation de Poisson-Boltzmann) et les ions avec une approche PIC. Nous avons utilisé 50 particules par maille, donc environ 7.5 millions de particules par population cinétique. Le potentiel du bras IMM est fixé au potentiel flottant de TARANIS calculé auparavant (voir 7.2 ou 9.1). On va d'abord montrer une simulation de la sonde et ensuite on caractérisera les paramètres qui ont une influence en orbite. Nous avons considéré l'environnement suivant :  $n_0 = 1.10^{10} \text{ m}^{-3}$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$  et côté nuit (donc sans photoémissions). Toutes les populations du plasma (électrons, ions  $H^+$  et ions  $O^+$ ) ont une température  $T = 0.2 \text{ eV}$ . L'électrode sphérique est polarisée à  $V = -1.975 \text{ V}$  par rapport au potentiel du bras IMM. Le potentiel du bras est fixé à  $-0.612 \text{ V}$ .

L'évolution temporelle du potentiel de la sonde ionique et du cylindre flottant sont montrés dans la figure 8.4. Le potentiel de la sonde ionique est constant, alors que le potentiel du cylindre converge à un potentiel d'environ  $-0.625 \text{ V}$ .

Dans la figure 8.5, on montre les courants collectés par la sonde ionique et

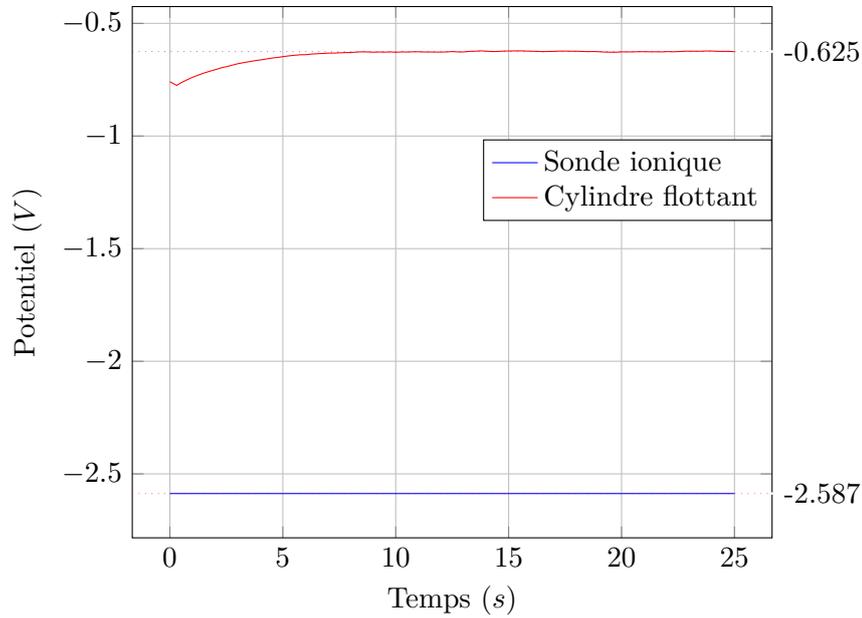


FIGURE 8.4 – Evolution temporelle du potentiel (V) de la sonde ionique et de l'électrode cylindrique flottant.

le cylindre flottant pour cet environnement et dans le tableau 8.1 on montre les résultats de convergence de ces courants.

Population	Courant Sonde ionique (A)	Courant Cylindre flottant (A)
Ions $O^+$	$4.31 \cdot 10^{-9}$	$1.42 \cdot 10^{-9}$
Ions $H^+$	$2.08 \cdot 10^{-8}$	$7.14 \cdot 10^{-10}$
électrons	$-2.53 \cdot 10^{-13}$	$-1.95 \cdot 10^{-9}$

TABLE 8.1 – Courant collecté des ions  $H^+$ ,  $O^+$  et d'électrons sur la sonde ionique polarisé à  $1.975 V$  et le cylindre flottant pour les paramètres ionosphériques suivantes :  $T = 0.2 eV$ ,  $n_0 = 1 \cdot 10^{10}$  et  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ .

Dans des conditions identiques, les ions hydrogène et oxygène se comportent différemment, conséquemment la composition ionique peut modifier le courants collectés sur la sonde ionique et le potentiel flottant du satellite et du cylindre. Les ions d'oxygène sont plus lourds que l'hydrogène et en conséquence leur vitesse thermique est plus faible. De ce fait le courant collecté est également plus faible par rapport les ions  $H^+$ . Dans cette simulation on peut observer que le courant d'hydrogène est environ 5 fois plus grand que le courant d'oxygène atomique pour la sonde ionique et environ deux fois plus grand pour le cylindre. Cet effet indique que la différence entre les deux courants devient plus grande lorsque le potentiel devient plus négatif. En effet, si on considère comme première approximation

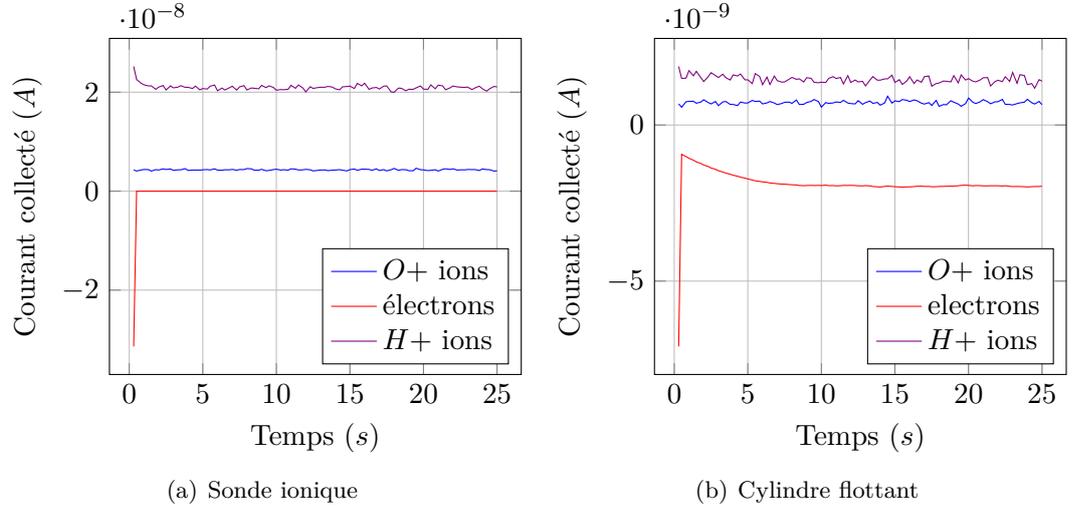


FIGURE 8.5 – Evolution temporelle des courants collectés des différentes espèces d’ions ( $H^+$  et  $O^+$ ) et des électrons collectés sur la sonde ionique (à gauche) et sur le cylindre flottant (à droite) pour les paramètres ionosphériques suivantes :  $T = 0.2 \text{ eV}$ ,  $n_0 = 1 \cdot 10^{10}$  et  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ . La sonde ionique est polarisée à  $-1.975 \text{ V}$ .

que les ions sont très supersoniques le rapport entre les courants est la relation suivante<sup>1</sup> :

$$\frac{I_{H^+}}{I_{O^+}} \approx \frac{1 - \alpha_{O^+}}{\alpha_{O^+}} \frac{1 + \eta/M_{H^+}^2}{1 + \eta/M_{O^+}^2} = \frac{1 - \alpha_{O^+}}{\alpha_{O^+}} \frac{1 + \eta/M_{H^+}^2}{1 + \eta/(16M_{H^+}^2)} \quad (8.1)$$

où  $\alpha_{O^+} = n_{O^+}/n_0$  est la concentration relative d’ions oxygène. Si on considère le cas  $\alpha_{O^+} = 1/2$  on observe que lorsque le potentiel est nul le rapport des courants ionique est égale à l’unité et lorsque le potentiel normalisé tend vers l’infinie  $\eta \rightarrow \infty$  le rapport est égal à 16 (donc au rapport de masses).

Cette tendance peut être également expliquée à cause de la différence de masse entre les ions  $O^+$  et les ions  $H^+$ . Les ions oxygène, étant plus massifs, sont moins sensibles au changement de leur vitesse. En conséquence la différence de potentiel aura une influence mineure par rapport aux ions hydrogène. En utilisant l’approximation de l’équation 8.1 on peut calculer les ratios entre les courants ioniques et le cylindre qui sont respectivement

1. Il faut noter que les ions d’hydrogène avec une température de  $T = 0.2 \text{ eV}$  ont un numéro de Mach de  $M_{H^+} \approx 1.21$ , donc l’approximation qu’on a utilisé est très grossière.

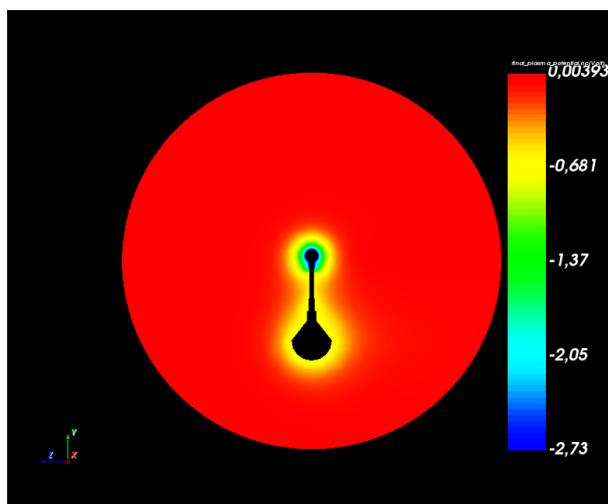


FIGURE 8.6 – Potentiel autour la sonde ionique polarisé à  $-1.975 V$  par rapport au bras IMM pour les paramètres ionosphériques suivantes :  $T = 0.2 eV$ ,  $n_0 = 1 \cdot 10^{10}$  et  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ . Sans photoémission.

5.35 et 2.75. Ces valeurs sont cohérentes avec les valeurs obtenues dans la simulation.

Le distribution du potentiel en volume et les densités ioniques et électronique sont montrés, respectivement, dans les figures 8.6, 8.7 et 8.8.

Dans ce chapitre on caractérise les différents éléments qui ont une influence sur la sonde ionique. Au vu de la quantité de paramètres à caractériser, j'ai créé un script qui lance des simulations automatiquement une fois la simulation précédente est finalisé. Avec ce script j'ai pu réaliser 168 simulations de la sonde ionique. La durée moyenne d'une simulation de l'instrument SI a été d'environ  $55 min$  en utilisant le processeur Intel (R) Core i7-4790S  $3.20 GHz$ .

## 8.3 Potentiel fixé par rapport au satellite

Dans cette section nous analysons l'influence du potentiel de polarisation de la sonde sphérique et des paramètres du plasma ambiant sur les courants collectés par la sonde sphérique.

Dans la plage de températures considérés les potentiels de la sonde normalisés à la température par rapport plasma sont assez élevés ( $\eta = -\frac{e\phi}{k_B T} > 10$ ). Le courant électronique peut être considéré négligeable.

### 8.3.1 Influence de la densité

Nous nous intéressons maintenant à l'influence de la densité sur le courant ionique collecté des différents espèces conformant le plasma dans

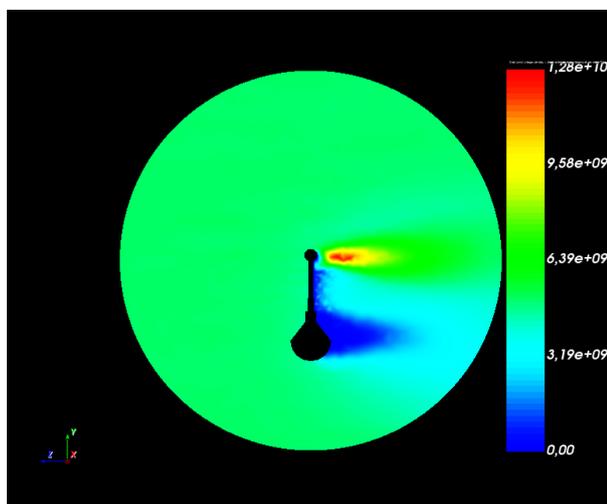
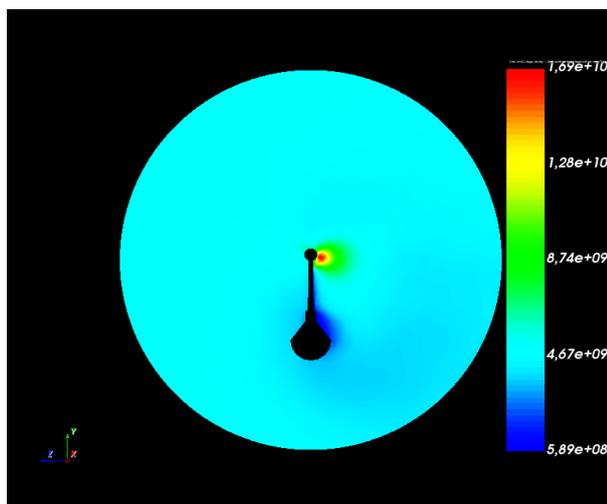
(a) Ions  $O^+$ (b) Ions  $H^+$ 

FIGURE 8.7 – Densités ioniques des ions  $O^+$  et  $H^+$  autour la sonde ionique polarisé à  $-1.975 V$  par rapport au bras IMM (à  $-0.612 V$ ) pour les paramètres ionosphériques suivantes :  $T = 0.2 eV$ ,  $n_0 = 1.10^{10}$  et  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ . Sans photoémission.

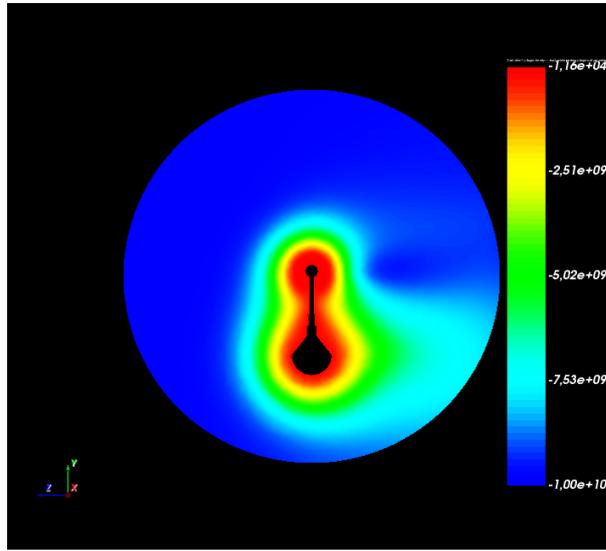


FIGURE 8.8 – Densité électronique autour la sonde ionique polarisé à  $-1.975 V$  par rapport au bras IMM (à  $-0.612 V$ ) pour les paramètres ionosphériques suivantes :  $T = 0.2 eV$ ,  $n_0 = 1.10^{10}$  et  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ . Sans photoémission.

la figure 8.9 pour un potentiel de la sonde fixé à  $-5.925 V$  par rapport au satellite, différentes compositions et températures. Les valeurs des courants sont également montrés dans le tableau 8.2.

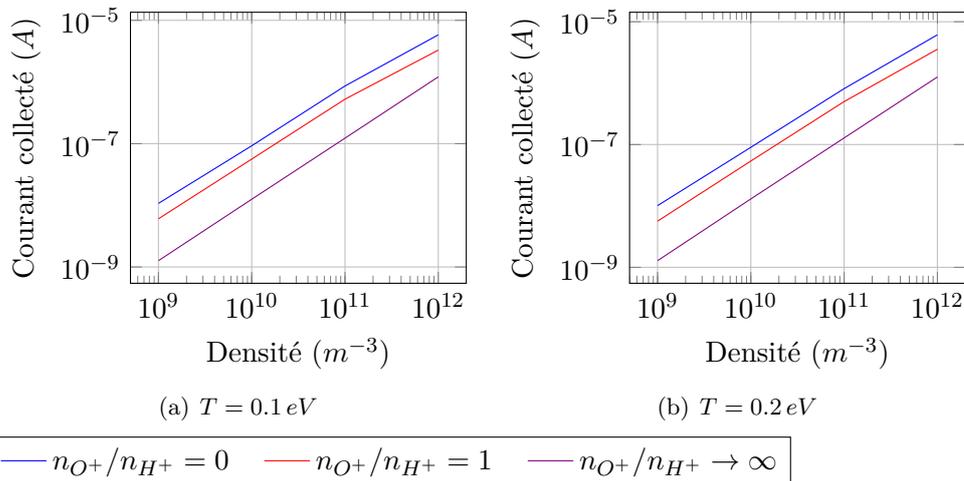


FIGURE 8.9 – Courant collecté par la sonde ionique (A) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) pour un potentiel fixé à  $-5.925 V$  et pour différentes compositions ioniques et températures.

$T = 0.1 \text{ eV}$			
Densité ( $m^{-3}$ )	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
$1.0 \cdot 10^9$	$1.07 \cdot 10^{-8}$	$6.04 \cdot 10^{-9}$	$1.26 \cdot 10^{-9}$
$1.0 \cdot 10^{10}$	$9.23 \cdot 10^{-8}$	$5.61 \cdot 10^{-8}$	$1.25 \cdot 10^{-8}$
$1.0 \cdot 10^{11}$	$8.60 \cdot 10^{-7}$	$5.25 \cdot 10^{-7}$	$1.22 \cdot 10^{-7}$
$1.0 \cdot 10^{12}$	$5.81 \cdot 10^{-6}$	$3.28 \cdot 10^{-6}$	$1.21 \cdot 10^{-6}$
$T = 0.2 \text{ eV}$			
Densité ( $m^{-3}$ )	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
$1.0 \cdot 10^9$	$1.01 \cdot 10^{-8}$	$5.64 \cdot 10^{-9}$	$1.28 \cdot 10^{-9}$
$1.0 \cdot 10^{10}$	$9.00 \cdot 10^{-8}$	$5.38 \cdot 10^{-8}$	$1.29 \cdot 10^{-8}$
$1.0 \cdot 10^{11}$	$8.12 \cdot 10^{-7}$	$4.99 \cdot 10^{-7}$	$1.27 \cdot 10^{-7}$
$1.0 \cdot 10^{12}$	$6.11 \cdot 10^{-6}$	$3.56 \cdot 10^{-6}$	$1.25 \cdot 10^{-6}$

TABLE 8.2 – Courant collecté par la sonde ionique ( $A$ ) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) pour un potentiel fixé à  $-5.925 \text{ V}$  et pour différentes compositions ioniques les suivantes températures :  $T = 0.1 \text{ eV}$  et  $0.2 \text{ eV}$ .

Dans le chapitre 3.2, nous avons analysé le courant collecté par une sonde à un potentiel donné. Dans ce chapitre nous avons expliqué que selon la loi OML le courant ionique et électronique sont proportionnels à la densité du plasma. Cependant, dans nos simulations on observe que les courants ne sont pas exactement proportionnels à la densité. Cet effet est particulièrement important pour l'hydrogène atomique dans des environnement denses. Par exemple dans une densité de  $1.0 \cdot 10^{12} m^{-3}$ , le courant est presque deux fois plus faible que celui calculé utilisant l'approche OML et en considérant que le courant est proportionnel à la densité.

Lorsque la taille de la gaine devient du même ordre de grandeur que la longueur de Debye, les effets de la gaine autour la sonde sont très importants et il ne sont pas pris en compte dans le modèle OML. Pour pouvoir comprendre mieux ce qui s'est passé nous avons effectué des simulations d'une sonde sphérique du même taille que la sonde ionique pour différentes densités et dans une plasma dérivant. Nous avons mesuré le courant d'ions  $H^+$  collecté par la sonde et on l'a divisé par la densité ambiante. Le résultat qu'on a trouvé c'est montré dans la figure 8.10. On voit clairement que les densités  $10^{10} - 10^{12} m^{-3}$  sont au début du changement de régime, entre la partie à faible densité où le régime OML est respecté et la partie de haute densité où une régime similaire à Child-Langmuir rend constant le rapport entre courant-densité encore une fois.

### 8.3.2 Influence du potentiel fixé

Le potentiel fixé de la sonde ionique joue un rôle très important sur le courant mesuré par la sonde. Les différents courants ioniques sont montrés en fonction du potentiel fixé par la sonde et la température dans les

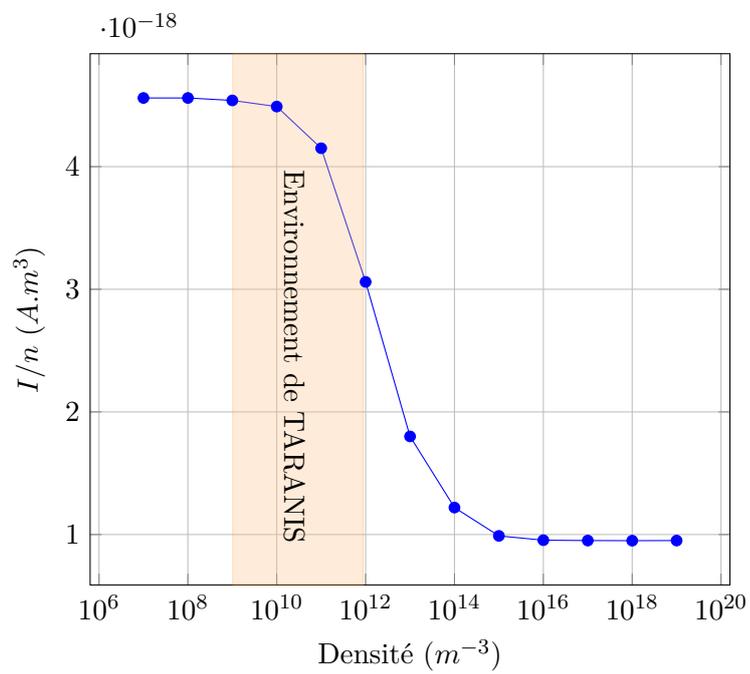


FIGURE 8.10 – Courant collecté normalisé ( $I/n$ ) par une sonde sphérique de 25 mm de diamètre en fonction de la densité ambiante. La température est de  $T = 0.2 eV$  et la composition ionique  $n_O^+/n_H^+ = 0$ .

figures 8.11, 8.12, 8.13 et 8.14, lesquelles correspondent respectivement aux densités  $1.10^9 m^{-3}$ ,  $1.10^{10} m^{-3}$ ,  $1.10^{11} m^{-3}$  et  $1.10^{12} m^{-3}$ . Les valeurs de ces courants sont également présentés dans les tableaux 8.3, 8.4, 8.5 et 8.6.

On observe que dans tous les cas le courant collecté varie quasi-linéairement avec le potentiel de polarisation à une densité et température donnée.

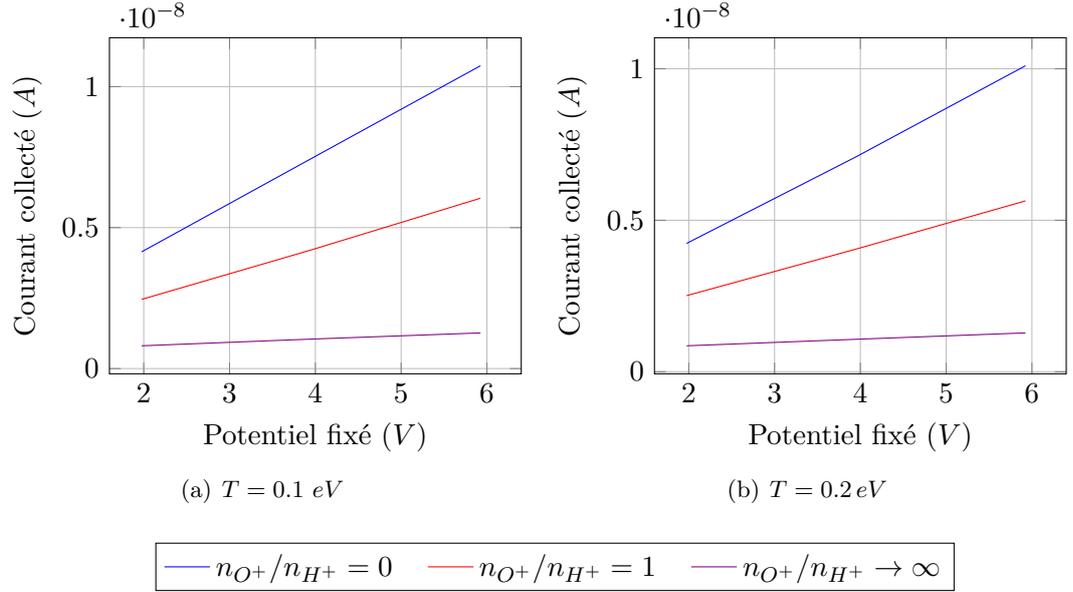


FIGURE 8.11 – Courant ionique de la sonde ionique (A) par rapport le potentiel fixé (en valeur absolue, V), pour différentes compositions ioniques et une densité de  $1.10^9 m^{-3}$ .

Nous pouvons mettre en évidence que les courants collectés sont souvent linéaires par rapport le potentiel fixé de la sonde. Dans une plasma thermique le courant augmente dès qu'on augmente la température du plasma, mais ce n'est pas toujours le cas pour les plasmas dérivants. Le rapport de courants entre une température  $T_1$  et une autre  $T_2$  en considérant une espèce avec un nombre de Mach élevé est (donc utilisant la relation 3.31) :

$$\frac{I_1}{I_2} \approx \left( \frac{M_2}{M_1} \right)^2 \frac{M_1^2 + \eta_1}{M_2^2 + \eta_2} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right) \frac{\frac{mV_0^2}{2k_B T_1} + \frac{-e\phi_1}{k_B T_1}}{\frac{mV_0^2}{2k_B T_2} + \frac{-e\phi_2}{k_B T_2}} = \frac{\frac{1}{2}mV_0^2 - e\phi_1}{\frac{1}{2}mV_0^2 - e\phi_2} \quad (8.2)$$

On observe que si  $\phi_1 = \phi_2$  le rapport entre les deux courants est le même et la température a peu d'influence. Cet effet est observé dans nos simulations car les courants collectés à une température de  $T = 0.1 eV$  sont presque les mêmes que ces collectés à une température de  $T = 0.2 eV$ .

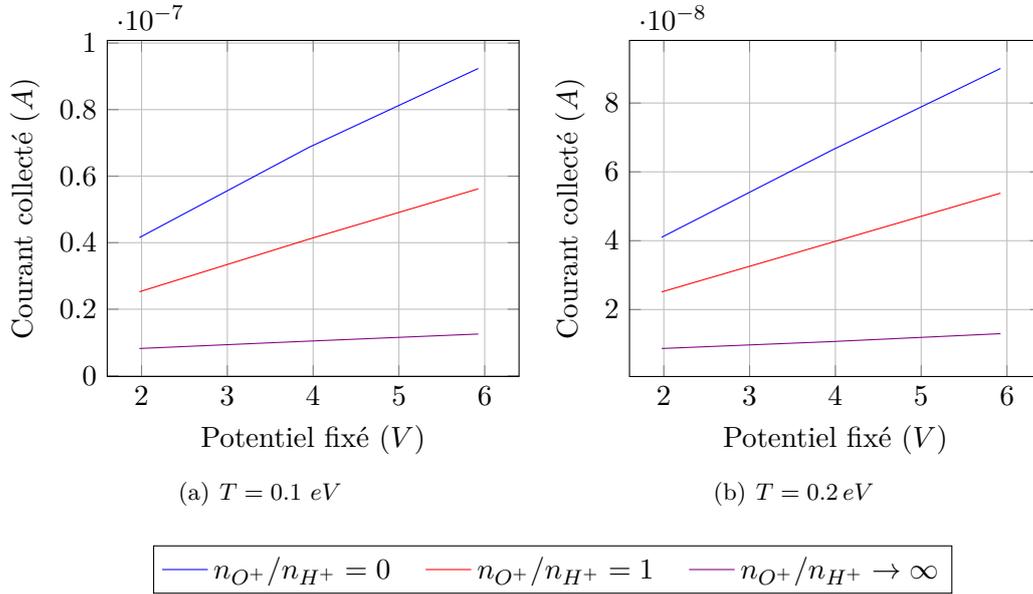


FIGURE 8.12 – Courant ionique de la sonde ionique (A) par rapport le potentiel fixé (en valeur absolue, V), pour différentes compositions ioniques et une densité de  $1.10^{10} \text{ m}^{-3}$ .

Néanmoins, il y a toujours une petite différence. Cette différence est due a que la sonde a un potentiel relatif par rapport le potentiel flottant du satellite, lequel en revanche est très dépendant de la température. Or, cette différence devient plus faible lorsque le potentiel fixé est plus grand.

$T = 0.1 \text{ eV}$			
Potentiel fixé (V)	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
1.975	$4.13 \cdot 10^{-9}$	$2.45 \cdot 10^{-9}$	$8.08 \cdot 10^{-10}$
3.95	$7.44 \cdot 10^{-9}$	$4.20 \cdot 10^{-9}$	$1.04 \cdot 10^{-9}$
5.925	$1.07 \cdot 10^{-8}$	$6.04 \cdot 10^{-9}$	$1.26 \cdot 10^{-9}$
$T = 0.2 \text{ eV}$			
Potentiel fixé (V)	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
1.975	$4.23 \cdot 10^{-9}$	$2.51 \cdot 10^{-9}$	$8.55 \cdot 10^{-10}$
3.95	$7.09 \cdot 10^{-9}$	$4.04 \cdot 10^{-9}$	$1.07 \cdot 10^{-9}$
5.925	$1.01 \cdot 10^{-8}$	$5.64 \cdot 10^{-9}$	$1.28 \cdot 10^{-9}$

TABLE 8.3 – Courant collecté (A) par la sonde ionique par rapport le potentiel fixé (en valeur absolue, V) pour différentes compositions ioniques et pour une densité de  $1.10^9 \text{ m}^{-3}$ .

La figure 8.15 montré la variation du potentiel du cylindre flottant par rapport aux potentiels fixés (en valeur absolue) de la sonde ionique pour

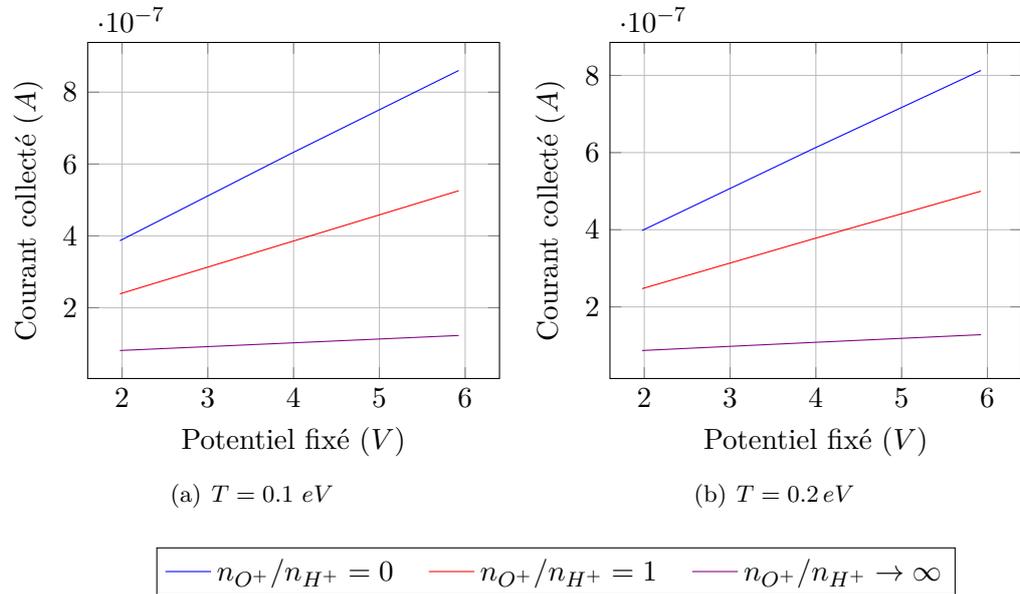


FIGURE 8.13 – Courant ionique de la sonde ionique (A) par rapport le potentiel fixé (en valeur absolue, V), pour différentes compositions ioniques et une densité de  $1.10^{11} \text{ m}^{-3}$ .

$T = 0.1 \text{ eV}$			
Potentiel fixé (V)	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
1.975	$4.15 \cdot 10^{-8}$	$2.52 \cdot 10^{-8}$	$8.18 \cdot 10^{-9}$
3.95	$6.86 \cdot 10^{-8}$	$4.10 \cdot 10^{-8}$	$1.04 \cdot 10^{-8}$
5.925	$9.23 \cdot 10^{-8}$	$5.61 \cdot 10^{-8}$	$1.25 \cdot 10^{-8}$
$T = 0.2 \text{ eV}$			
Potentiel fixé (V)	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
1.975	$4.10 \cdot 10^{-8}$	$2.51 \cdot 10^{-8}$	$8.68 \cdot 10^{-9}$
3.95	$6.61 \cdot 10^{-8}$	$3.94 \cdot 10^{-8}$	$1.06 \cdot 10^{-8}$
5.925	$9.00 \cdot 10^{-8}$	$5.38 \cdot 10^{-8}$	$1.29 \cdot 10^{-8}$

TABLE 8.4 – Courant collecté (A) par la sonde ionique par rapport le potentiel fixé (en valeur absolue, V) pour différentes compositions ioniques et pour une densité de  $1.10^{10} \text{ m}^{-3}$ .

un environnement avec les suivantes caractéristiques :  $n_0 = 1.10^{11} \text{ m}^{-3}$  et  $T = 0.1 \text{ eV}$ . On observe que dès que le potentiel de la sonde ionique devient plus négatif la gaine plasma de la sonde est suffisamment grande pour affecter la collection des courants du cylindre. Cela est plus évident pour les ions  $H^+$  que pour les ions  $O^+$  à cause de leur différence de masse.

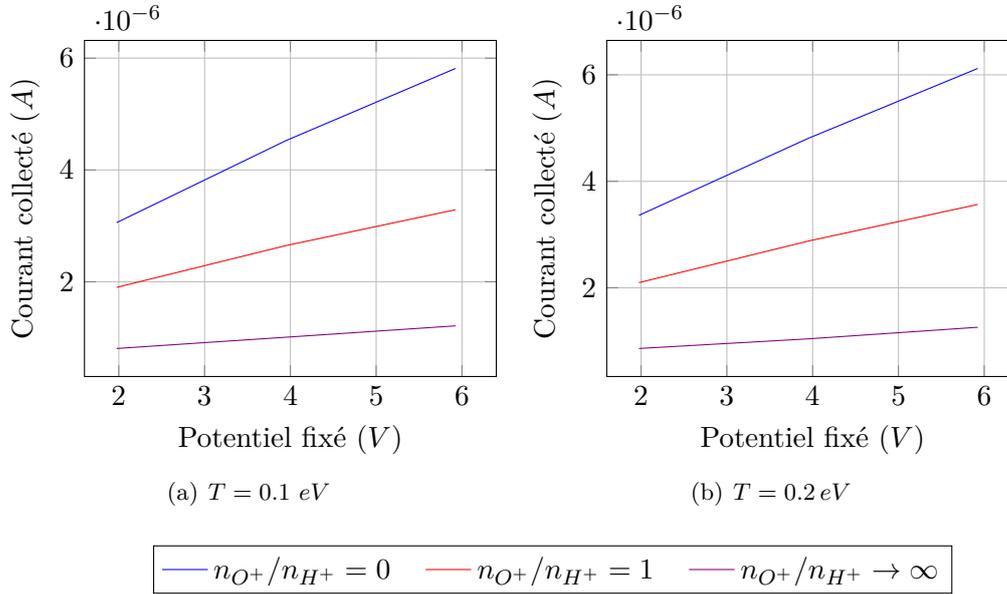


FIGURE 8.14 – Courant ionique de la sonde ionique (A) par rapport le potentiel fixé (en valeur absolue, V), pour différentes compositions ioniques et une densité de  $1.10^{12} \text{ m}^{-3}$ .

$T = 0.1 \text{ eV}$			
Potentiel fixé (V)	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
1.975	$3.86 \cdot 10^{-7}$	$2.38 \cdot 10^{-7}$	$8.10 \cdot 10^{-8}$
3.95	$6.26 \cdot 10^{-7}$	$3.82 \cdot 10^{-7}$	$1.01 \cdot 10^{-7}$
5.925	$8.60 \cdot 10^{-7}$	$5.25 \cdot 10^{-7}$	$1.22 \cdot 10^{-7}$
$T = 0.2 \text{ eV}$			
Potentiel fixé (V)	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
1.975	$3.98 \cdot 10^{-7}$	$2.47 \cdot 10^{-7}$	$8.69 \cdot 10^{-8}$
3.95	$6.07 \cdot 10^{-7}$	$3.75 \cdot 10^{-7}$	$1.07 \cdot 10^{-7}$
5.925	$8.12 \cdot 10^{-7}$	$4.99 \cdot 10^{-7}$	$1.27 \cdot 10^{-7}$

TABLE 8.5 – Courant collecté (A) par la sonde ionique par rapport le potentiel fixé (en valeur absolue, V) pour différentes compositions ioniques et pour une densité de  $1.10^{11} \text{ m}^{-3}$ .

### 8.3.3 Calibration de la sonde ionique

Pour pouvoir analyser correctement les résultats, on propose ici une relation analytique entre les courants collectés par la sonde sphérique et son potentiel de polarisation.

Pour pouvoir calibrer correctement la sonde ionique, on doit supposer que le courant de toutes les populations a une relation analytique en

$T = 0.1 \text{ eV}$			
Potentiel fixé (V)	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
1.975	$3.05 \cdot 10^{-6}$	$1.89 \cdot 10^{-6}$	$8.05 \cdot 10^{-7}$
3.95	$4.52 \cdot 10^{-6}$	$2.64 \cdot 10^{-6}$	$1.00 \cdot 10^{-6}$
5.925	$5.81 \cdot 10^{-6}$	$3.28 \cdot 10^{-6}$	$1.21 \cdot 10^{-6}$

$T = 0.2 \text{ eV}$			
Potentiel fixé (V)	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
1.975	$3.36 \cdot 10^{-6}$	$2.09 \cdot 10^{-6}$	$8.60 \cdot 10^{-7}$
3.95	$4.80 \cdot 10^{-6}$	$2.87 \cdot 10^{-6}$	$1.04 \cdot 10^{-6}$
5.925	$6.11 \cdot 10^{-6}$	$3.56 \cdot 10^{-6}$	$1.25 \cdot 10^{-6}$

TABLE 8.6 – Courant collecté (A) par la sonde ionique par rapport le potentiel fixé (en valeur absolue, V) pour différentes compositions ioniques et pour une densité de  $1.10^{12} \text{ m}^{-3}$ .

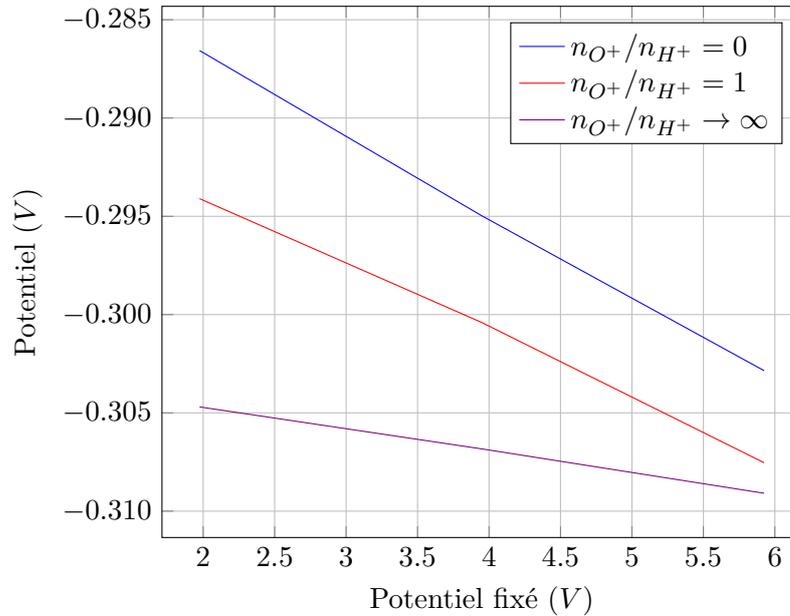


FIGURE 8.15 – Potentiel du cylindre flottant (V) par rapport aux potentiels de polarisation de la sonde ionique (V) et pour différentes compositions ioniques avec  $T = 0.1 \text{ eV}$  et une densité de  $1.0 \cdot 10^{11} \text{ (m}^{-3}\text{)}$ . Les potentiel sont par rapport le plasma.

fonction du potentiel polarisé de la sonde et de l'environnement présent. En conséquence, toutes les populations seront traitées indépendamment. Avec toutes les simulations effectuées à faible bruit, nous avons des données suffisantes pour avoir un bon statistique. La façon d'aborder le problème est très similaire pour toutes les populations :

- On part d'une forme analytique du courant collecté qui dépend de l'environnement, du potentiel et des variables physiques ou géométriques à déterminer :

$$I_i = I(\eta, \alpha, n, T, x) \quad (8.3)$$

où  $x = x_1, x_2, \dots, x_n$  sont les paramètres à régler. Il faut noter que tous les paramètres qu'on introduit ont un sens physique ou géométrique.

- On développe une fonction  $f$  à minimiser qui ne dépend que du paramètre  $x$  et représente l'erreur relative moyenne :

$$f(x) = \frac{1}{N_{sim}} \sum_{s=1}^{N_{sim}} \left| \frac{I_s(\eta_s, \alpha_s, n_s, T_s) - I(\eta_s, \alpha_s, n_s, T_s, x)}{I_s(\eta_s, \alpha_s, n_s, T_s)} \right| \quad (8.4)$$

- A partir d'un algorithme génétique qu'on a développé on cherche à trouver les variables  $x$  telles qui résoudre le problème  $x = \text{argmin} f(x)$ .

### Courant porté par les électrons

Le courant porté par les électrons thermiques et collecté par la sonde polarisée négativement peut être écrit dans la forme suivante :

$$I_e = -\kappa e n_0 \sqrt{\frac{k_B T}{2\pi m_e}} A_p \exp(-\eta) \quad (8.5)$$

où  $\eta = -\frac{e\phi}{k_B T_e}$  et  $\kappa$  est une constante géométrique. Cette constante géométrique est utilisée pour estimer deux facteurs différents :

- On suppose que la sonde ionique est une sphère ( $A_p = 4\pi R^2$ ), alors qu'il y a une partie qui est masquée par le cylindre qui est attaché à la sonde. En prenant en compte les dimensions de la tige cylindrique qui cache une partie de la sonde sphérique, on peut estimer analytiquement la surface de la sonde en contact avec le plasma,  $A_p^r$  :

$$\frac{A_p^r}{A_p} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2} \right) \approx 0.9582 \quad (8.6)$$

où  $a = 5 \text{ mm}$  est le rayon de la tige et  $R = 12.5 \text{ mm}$  le rayon de la sonde.

- Nous avons utilisé 215 tétraèdres pour caractériser la surface de sonde, alors qu'étant une sphère les facettes du maillage sous-estime l'aire simulé.

Nous avons trouvé qu'avec  $\kappa \approx 0.9337$  l'erreur moyenne relative est seulement de  $f(\kappa) = 5.8 \cdot 10^{-6}$ . Cette faible valeur de l'erreur est facilement explicable car on utilise la même formule analytique dans les simulations.

### Courant porté par les ions d'oxygène atomique

Les ions d'oxygène atomique ont un nombre de Mach élevée. En conséquence le courant porté par ces ions et collecté par la sonde polarisé peut être écrite dans la forme suivante :

$$I_{O^+} = \kappa \frac{1}{4} A_p e n_0 V_0 \left( 1 + \eta / M_{O^+}^2 \right) \quad (8.7)$$

où  $\kappa$  est aussi une facteur géométrique et  $A_p = 4\pi R^2$ . Nous avons trouvé que pour  $\kappa \approx 0.9074$  l'erreur moyenne relative est de  $f(\kappa) = 0.016$ . Il faut noter que le facteur géométrique est très similaire à celui des électrons.

### Courant porté par les ions d'hydrogène atomique

L'estimation analytique du courant porté par les ion d'hydrogène atomique est plus compliqué pour deux raisons. D'abord, l'approximation OML (figure 8.10) n'est valable que pour une densité du plasma faible (i.e.  $10^9 - 10^{10} m^{-3}$ ). Pour des densités supérieures à  $10^{10} m^{-3}$  l'écart entre l'approximation OML et le courant simulé dévient important. Ensuite, le nombre de Mach est proche de l'unité.

On doit trouver une relation analytique qui pourrait s'appliquer à chaque régime. L'équation que nous avons proposée est représentée de la forme suivante :

$$I_{H^+} = (1 - \beta) I_{OML} + \beta I_{sat} \quad (8.8)$$

où  $\beta$  est une fonction qui doit être égal à l'unité quand on est dans le régime OML et égale à zéro quand on rentre en régime de saturation. Nous avons proposé une fonction  $\beta$  de la forme suivante :

$$\beta = \exp\left(-\gamma (\lambda_D / r_p)^2\right) \quad (8.9)$$

où  $\gamma$  est un paramètre à ajuster et  $r_s$  est le rayon de la sonde sphérique. Les courants dans l'approximation OML et de saturation sont calculés comme suit :

$$I_{OML} = \kappa_1 I_{th} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2M_{H^+}} \left( \frac{1}{2} + M_{H^+}^2 + \eta \right) \operatorname{erf}(M_{H^+}) + \frac{1}{2} \exp\left(-M_{H^+}^2\right) \right) \quad (8.10)$$

$$I_{sat} = \kappa_2 I_{th} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2M_{H^+}} \left( \frac{1}{2} + M_{H^+}^2 \right) \operatorname{erf}(M_{H^+}^+) + \frac{1}{2} \exp\left(-M_{H^+}^2\right) \right) \quad (8.11)$$

Où  $\kappa_1$  et  $\kappa_2$  sont des coefficients géométriques. Avec ce type de relation nous avons trouvé une erreur relative moyenne de  $f(\gamma, \kappa_1, \kappa_2) = 0.065$  correspondant à  $\gamma = 6.7552$ ,  $\kappa_1 = 0.7233$  et  $\kappa_2 = 7.2292$ .

## 8.4 Potentiel fixé par rapport le cylindre flottant

Comme mentionné dans l'introduction, il existe deux possibilités de polarisation de la sonde sphérique : par rapport au potentiel du satellite ou par rapport au potentiel de la sonde cylindrique flottant. Dans cette section nous analysons l'impact du changement de la référence de polarisation de la sonde sphérique sur sa réponse. Nous avons récupéré les potentiels flottants du cylindre calculés précédemment et on les a fixés. Les potentiels de la sonde en fonction du potentiel fixé (en valeur absolue) pour différentes compositions ioniques et densités sont montrés dans la figure 8.17.

Nous avons supposé que potentiel flottant du cylindre est également perturbé quand le potentiel est fixé par rapport au cylindre que quand il est fixé par rapport au satellite. Cela est cohérent car les potentiels flottants du satellite et du cylindre sont du même ordre de grandeur, alors que le potentiel de la sonde est souvent beaucoup plus élevé. Avec ces simulations on validera les relations que nous avons trouvé précédemment pour estimer les courants ioniques.

Nous avons tracé le courant ionique collecté dans la figure 8.17 par rapport le potentiel fixé et pour différentes compositions et densités. On observe que la différence des courants collectés est très petite par rapport le cas avec le potentiel flottant par rapport le satellite. Cela est évident car le potentiel flottant du cylindre est relativement très proche à celle du satellite flottant.

### 8.4.1 Validation de la calibration

Nous avons comparé la valeur des courants ioniques calculés à partir des relations 8.7 et 8.8 par rapport la valeur des courants trouvés lors des simulations quand la sonde ionique est polarisé par rapport la tige cylindrique. Nous présentons les résultats des courants d'ions oxygène et d'ions hydrogène respectivement dans les figures 8.7 et 8.8. L'erreur moyenne relative est 5.03% pour le courant d'ions oxygène et 8.74% pour celui d'ions hydrogène.

## 8.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats de simulation de la Sonde Ionique dans les différentes conditions du plasma. Nous avons analysé l'influence des paramètres du plasma et du potentiel de polarisation sur le courant collecté par la sonde sphérique et proposé un modèle analytique pour calculer ces courants. Ces études ont permis de mettre en évidence l'importance de la densité et de la composition du plasma sur le courant collecté par la sonde, ainsi que leur potentiel de polarisation par rapport au satellite ou à la tige cylindrique. Les résultats de ces travaux seront utilisés

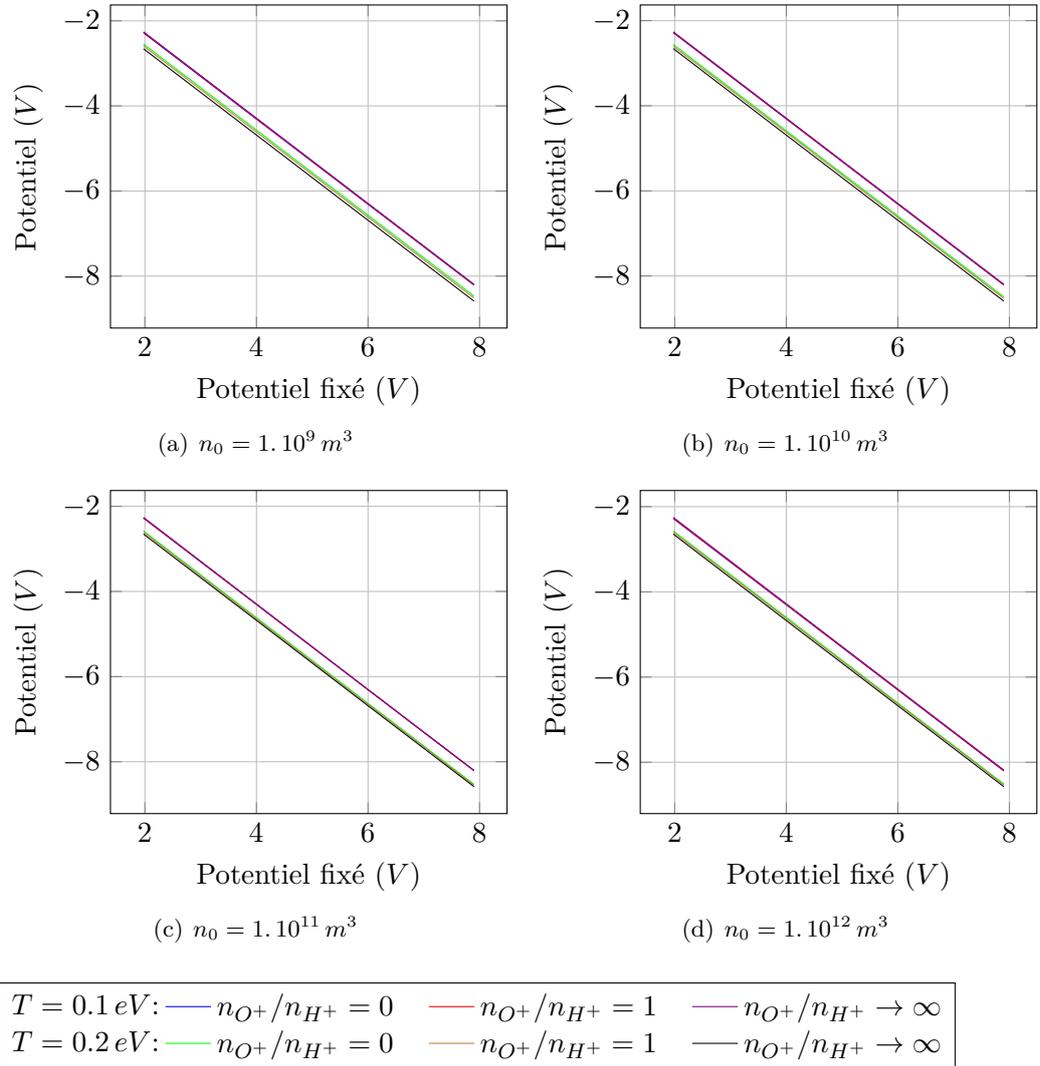


FIGURE 8.16 – Potentiel de la sonde ionique ( $A$ ) par rapport le potentiel fixé (en valeur absolue,  $V$ ) pour différentes compositions ioniques et densités. Le potentiel de la sonde est fixé par rapport le cylindre flottant.

pour estimer la densité du plasma à partir du courant mesuré en orbite par la sonde ionique en fixant certains paramètres comme la composition du plasma ou le potentiel du satellite.

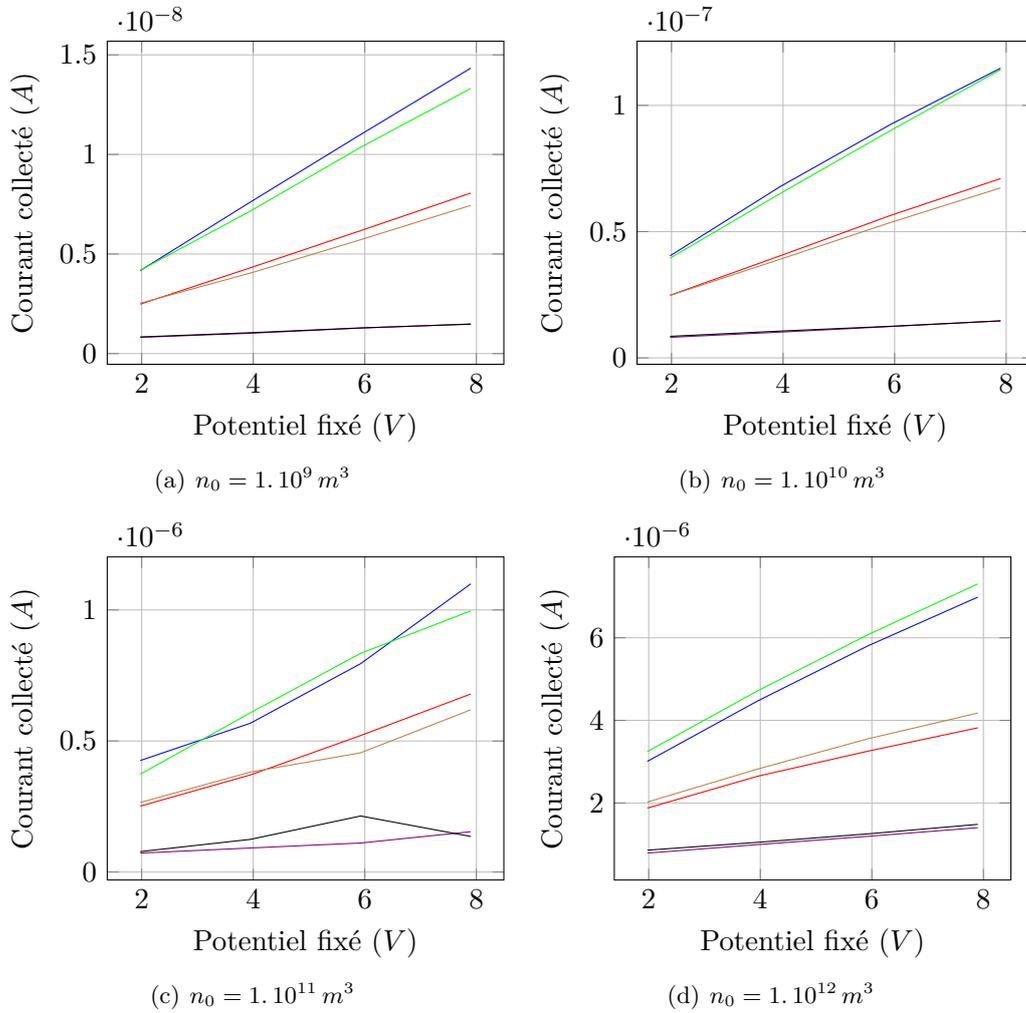


FIGURE 8.17 – Courant ionique collecté par la sonde ionique (A) par rapport le potentiel fixé (en valeur absolue, V) pour différentes compositions ioniques et densités. Le potentiel de la sonde est fixé par rapport le cylindre flottant.

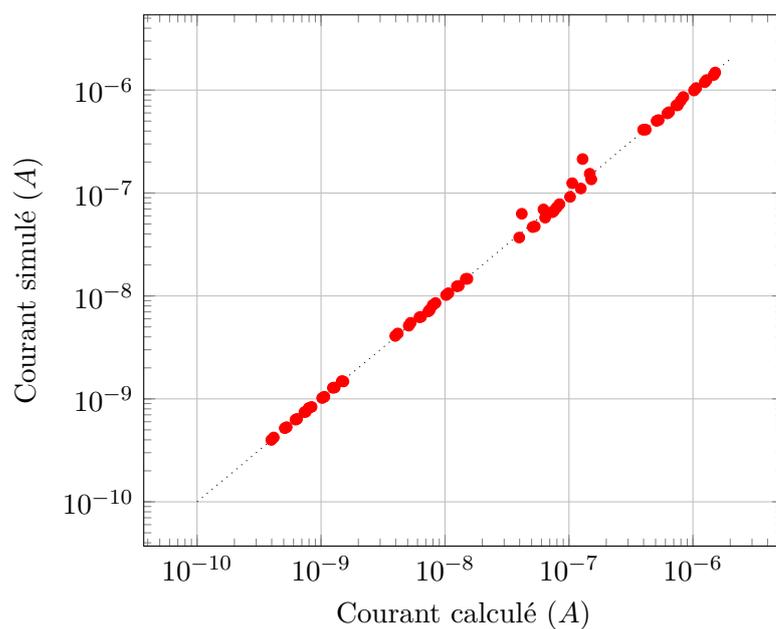


FIGURE 8.18 – Courant collecté d'ions oxygène ( $A$ ) trouvés à partir des simulations dans l'axe  $y$  par rapport aux courants ( $A$ ) calculés à partir de données de l'environnement et du potentiel fixé de la sonde dans l'axe  $x$ . L'erreur moyenne relative est d'environ 5%.

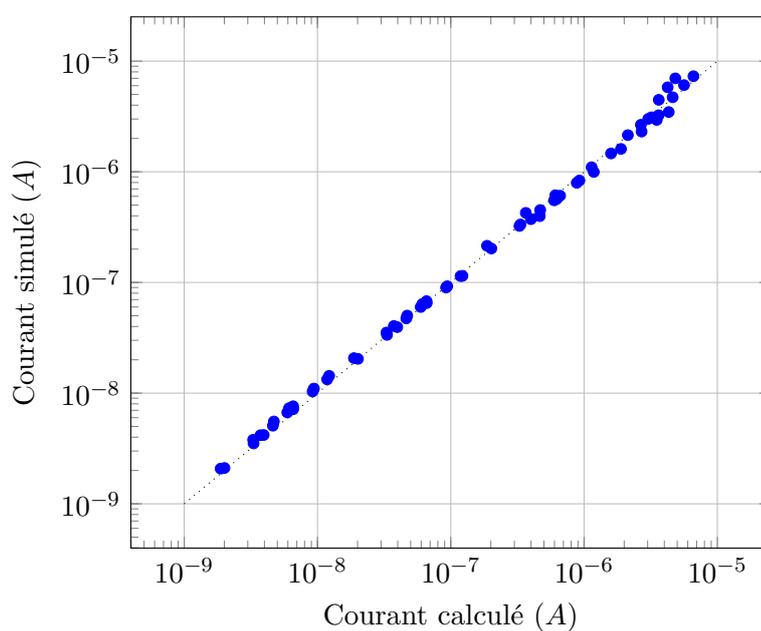


FIGURE 8.19 – Courant collecté d'ions hydrogène ( $A$ ) trouvés à partir des simulations dans l'axe  $y$  par rapport aux courants ( $A$ ) calculés à partir de données de l'environnement et du potentiel fixé de la sonde dans l'axe  $x$ .  
L'erreur moyenne relative est d'environ 8.74%.



## Chapitre 9

# Simulations de l'instrument IME-BF

### Sommaire

---

<b>9.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>157</b>
<b>9.2</b>	<b>Modélisation de la sonde IME-BF</b>	<b>159</b>
9.2.1	Géométrie simplifiée et maillage	159
9.2.2	Paramètres	159
9.2.3	Justification de l'utilisation de l'approche hybride	160
<b>9.3</b>	<b>Résultats</b>	<b>161</b>
9.3.1	Influence du courant injecté	161
9.3.2	Influence des paramètres du plasma	163
9.3.3	Impact de la température	172
9.3.4	Influence de la photoémission	175
<b>9.4</b>	<b>Discussion</b>	<b>178</b>
9.4.1	Courant porté par les électrons	179
9.4.2	Courant porté par les ions	180
9.4.3	Potentiel de la sonde	181
9.4.4	Calibration	182
<b>9.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>182</b>

---

### 9.1 Introduction

L'objectif de cette section est de modéliser la réponse de chaque senseur de l'instrument IME-BF dans les différentes conditions du plasma rencontrées en orbite du satellite TARANIS et d'analyser l'impact du courant injecté sur l'impédance de la gaine du plasma autour de chaque senseur. Chaque senseur sphérique de 6 *cm* en diamètre et ses « bootstraps » cylindriques de diamètre 17 *mm* et de longueur de 30 *mm* sont fabriqués en aluminium et couverts de peinture conductrice DAG 213 (époxy de carbone).

Les senseurs sont montés sur les bras. Le bras est relié électriquement à la masse mécanique du satellite et est isolé de son senseur. Le matériau des bras est du CuBe et le traitement de surface du MoS2 (pour la simplicité, nous considérons le bras en aluminium). Les bootstraps sont maintenus au potentiel de la sphère. Leur rôle est de réduire les perturbations engendrées par le bras. La configuration de chaque senseur est illustrée sur la figure 9.1.

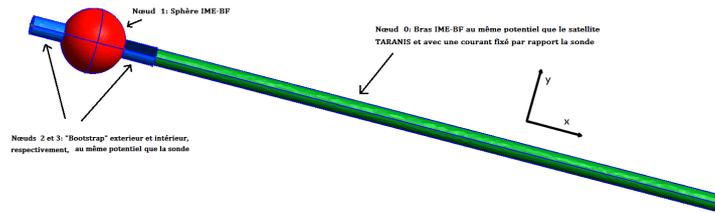


FIGURE 9.1 – Représentation de l'instrument IME-BF (senseur et une partie du bras), les nœuds électriques et leurs potentiels.

Pour contrôler l'impédance de la gaine du plasma autour du senseur, un courant continu et alternatif est injecté dans le plasma. Le courant continu est injecté en permanence et son amplitude est ajustable entre  $-31$  et  $445$   $nA$ . 32 valeurs de ce courant sont stockées à bord et peuvent être choisies par une télécommande en envoyant un numéro entre 0 et 31. Les valeurs du courant sont définies en  $nA$  comme :

$$I = -30.66 + 15.33n \text{ nA} \quad (9.1)$$

Le courant alternatif est injecté périodiquement le long de l'orbite. Le rôle de ce courant est de déterminer les propriétés de la gaine du plasma. La gaine du plasma est déterminée par le courant injecté, mais aussi par la densité, la température et la composition du plasma, ainsi que la photoémission d'ultra-violet en provenance du soleil. Dans ce chapitre nous analysons l'impact de chacun de ces paramètres sur l'impédance de la gaine et le potentiel du senseur IME-BF. La résistance équivalente de la gaine est un paramètre utilisé par le LATMOS et peut être représenté comme :

$$R_g = \partial \frac{\phi_{sonde} - \phi_{sat}}{\partial I} \quad (9.2)$$

Où  $\phi_{sonde}$  et  $\phi_{sat}$  sont respectivement les potentiels de la sonde IME-BF et du satellite.

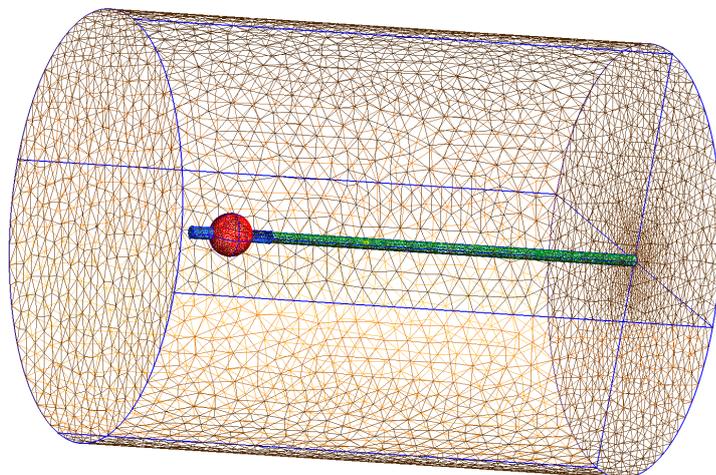


FIGURE 9.2 – Le maillage et géométrie utilisés pour simuler le senseur IME-BF avec son bras.

## 9.2 Modélisation de la sonde IME-BF

### 9.2.1 Géométrie simplifiée et maillage

Pour réduire le temps des simulations nous avons considéré le bras d'une longueur de  $0.52\text{ m}$  (à la place de  $4\text{ m}$ ) avec un diamètre qui varie entre  $15\text{ mm}$  à la jonction avec le senseur (ou plus précisément avec son bootstrap) et  $16.43\text{ mm}$  à l'extrémité opposée. Cette simplification est justifiée car la longueur de Debye est de l'ordre du centimètre. Le domaine de la simulation est donc défini par la longueur du bras et représente un cylindre avec un diamètre de  $60\text{ cm}$  et une hauteur de  $80\text{ cm}$ . La taille caractéristique de chaque maille est de  $12.015\text{ mm}$ , qui correspond à  $0.114 - 4.266$  longueurs de Debye suivant les conditions du plasma modélisées. Chaque maille est un tétraèdre non-structuré. Le nombre de mailles est de  $1.2 \cdot 10^5$ .

### 9.2.2 Paramètres

Le potentiel du bras a été considéré comme constant et égal aux valeurs obtenues précédemment dans les simulations du satellite entier (voir 7.2). Ces potentiels sont indiqués dans les tableaux 9.1 et 9.2.

Dans nos simulations, la vitesse relative plasma-senseur a été fixé à  $7.5\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$  (voir Annexe B). Le satellite se déplace dans la direction  $+z$  (le repère est illustré dans la figure 9.1).

Pour simuler l'instrument nous utilisons la méthode hybride. Les électrons sont modélisés avec une approche fluide de Poisson-Boltzmann, alors que les ions oxygène et hydrogène sont simulés avec le méthode cinétique. Utilisant l'approche PIC on introduit environ 50 particules

Potentiel du satellite ( $mV$ )				
Température ( $eV$ )	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 5.67$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
0.1	-272	-293.5	-315.48	-324.8
0.2	-561.8	-612.2	-669.7	-701.5

TABLE 9.1 – Potentiel du satellite calculé en fonction de la composition ionique et de la température du plasma, côté nuit.

Potentiel du satellite ( $mV$ )				
Température ( $eV$ )	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 5.67$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
0.1	-2.7	-3	-3.2	-3.3
0.2	-7.3	-7.4	-7.49	-7.54

TABLE 9.2 – Potentiel du satellite calculé en fonction de la composition et de la température pour une densité de  $1 \cdot 10^9 m^{-3}$  du côté jour.

numériques par maille, donc en total on en obtient environ 6 millions dans tout le domaine de la simulation. L'utilisation de l'approche fluide pour les électrons est justifiée pour les potentiels de surface négatifs, alors que pour les potentiels positifs il faut estimer la précision des résultats.

### 9.2.3 Justification de l'utilisation de l'approche hybride

Pour justifier la validité du modèle hybride, nous avons comparé ces résultats avec les résultats des simulations entièrement cinétiques (appelées full-PIC). L'approche full-PIC consiste à simuler les populations des électrons et des ions suivant une approche PIC (voir chapitre 4.1.3), alors que dans l'approche hybride les électrons suivent une approche fluide (e.g. une approximation de Poisson-Boltzmann) et les ions sont simulés utilisant une approche cinétique (voir chapitre 4.4).

Les simulations ont été effectuées pour une densité du plasma de  $10^9 m^{-3}$  et différentes températures, compositions et courants injectés. Les potentiels obtenus dans le modèle hybride par rapport aux potentiels calculés par la méthode full-PIC sont présentés dans la figure 9.3.

L'écart moyen entre les potentiels calculés par les deux modèles est d'environ  $13 mV$ , avec  $7 mV$  pour les potentiels négatifs et  $32 mV$  pour les potentiels positifs. Il faut remarquer que les simulations full-PIC sont plus bruitées par rapport aux simulations hybrides. En moyenne, le bruit des simulations full-PIC est d'environ  $20 mV$  alors que pour les simulations hybrides il est d'environ  $2.2 mV$ .

L'approche hybride sous-estime la valeur du potentiel quand il est très positif. Quand le potentiel devient très positif on prendra l'approche full-PIC comme référence, sinon, on utilisera les valeurs de l'approche hybride.

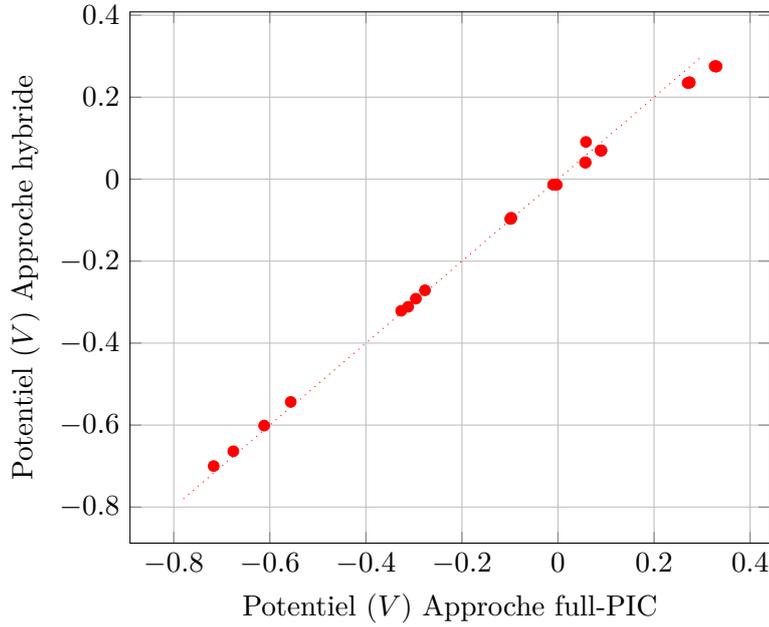


FIGURE 9.3 – Les potentiels obtenus utilisant la méthode hybride par rapport aux potentiels calculés par la méthode full-PIC.

Les potentiels ne sont positifs que pour des valeurs de densité faibles pour lesquelles les électrons peuvent être simulés en utilisant un approche cinétique.

## 9.3 Résultats

Dans cette section nous analysons en détail l'influence des différents paramètres sur les mesures de l'instrument IME-BF. Au vu de la quantité importante de paramètres j'ai développé un script identique à celui utilisé pour les simulations de la Sonde Ionique. Avec ce script j'ai pu réaliser 194 simulations du senseur IME-BF. La durée moyenne de chaque simulation est d'environ 210 min.

### 9.3.1 Influence du courant injecté

Le courant injecté a un effet très importante sur le potentiel de la sonde, surtout face à un environnement peu dense. C'est le seul paramètre de la sonde que nous pouvons modifier librement une fois le satellite en orbite. On va d'abord montrer une simulation du senseur IME-BF et ensuite on caractérisera le courant injecté pour différents environnements.

Considérons l'environnement suivant :  $n_0 = 1 \cdot 10^{10} m^{-3}$ ,  $T = 0.2 eV$  et  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$  et en absence de photoémission. Le potentiel du bras est fixé

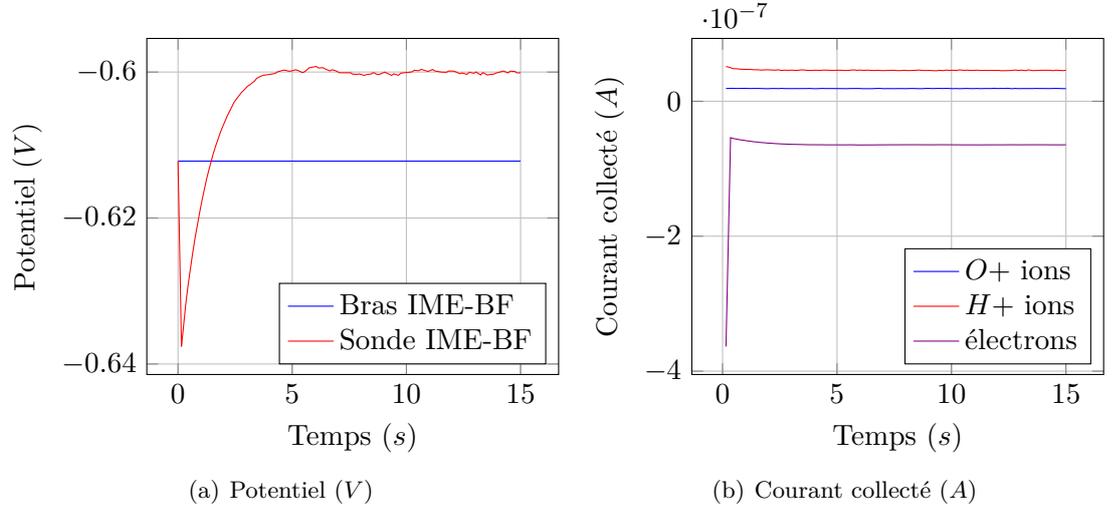


FIGURE 9.4 – Potentiel (V) et courant collecté (A) des différents nœuds électriques de l'instrument IME-BF en fonction du temps  $s$ . Les paramètres ionosphériques étant  $n_0 = 1.10^{10} m^{-3}$ ,  $T = 0.2 eV$  et  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ .

à  $-612.2 mV$  (voir le tableau 9.1).

Nous avons considéré que l'instrument est en éclipse (donc pas de photoémission) et que le courant injecté est zéro (donc à partir l'équation 9.1 la télécommande est égal à  $n = 2$ ). La figure 9.4 montre l'évolution temporelle du potentiel du senseur et des courants ionique et électronique collectés par la sphère. On constate que la sonde IME-BF atteint rapidement son potentiel d'équilibre, i.e. environ  $600 mV$ , légèrement inférieur au potentiel du bras IME-BF qui est au même potentiel que du satellite.

Le courant ionique est dominé par les ions d'hydrogène, lesquels sont plus légers et ont une vitesse thermique plus élevée. Le courant d'ions ( $O^+$  et  $H^+$ ) est de  $64.5 nA$ , alors que le courant électronique est de  $-64.5 nA$ . On observe que le bilan des courants est nul et par conséquent le potentiel de la sonde atteint sa valeur d'équilibre.

Le potentiel et les densités des différentes populations autour de l'instrument IME-BF sont montrés sur les figures 9.5 et 9.6. On observe une différence significative entre le sillage d'oxygène et d'hydrogène. Le sillage de l'oxygène est beaucoup plus prononcé par rapport au sillage de l'hydrogène. Cette différence est due principalement à la différence de masse entre les deux populations ioniques. Le rapport du nombre de Mach à la même température est simplement  $M_{O^+} = \sqrt{\frac{m_{O^+}}{m_{H^+}}} M_{H^+} \approx 4M_{H^+}$ .

On observe également, à différence de l'oxygène, une augmentation de la densité d'ions  $H^+$  dans le sillage. Cela est dû à la différence de masse. Étant au même potentiel, les ions plus légers sont plus accélérés que les ions lourds. Dans ce cas, l'accélération est 16 fois plus grande. On peut observer

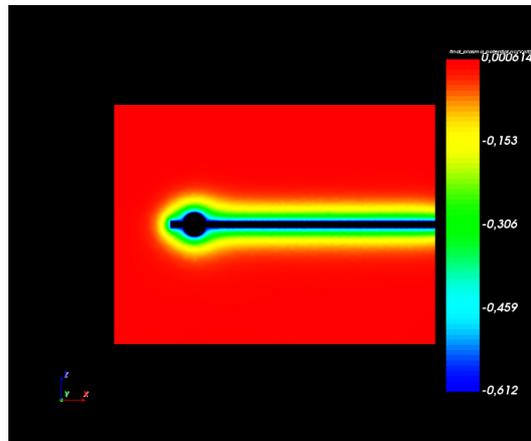


FIGURE 9.5 – Potentiel ( $V$ ) autour de l'instrument IME-BF.

également que la quantité d'ions  $H^+$  est modifiée en fonction de la position. On peut observer également que la forme du sillage change à l'interface entre le capteur et son bras. Cet effet est dû au potentiel du bras, qui est plus élevé que celui du capteur. Cette différence de potentiel est expliquée de manière analytique dans le chapitre 3.4.2.

De plus, une absence d'ions  $O^+$  au commencement du sillage. Par contre, la densité des ions  $H^+$  ne subit qu'une légère diminution car leur vitesse thermique est plus élevée et les ions  $H^+$  arrivent à repeupler le commencement du sillage. Certains sont collectés sur la surface en aval.

Le potentiel de la sonde IME-BF en fonction de la densité pour les courants injectés suivants :  $-30\text{ nA}$ ,  $100\text{ nA}$ ,  $200\text{ nA}$  et  $400\text{ nA}$  est montré, respectivement, dans les figures 9.7, 9.8, 9.9 et 9.10, pour différentes compositions ioniques et températures. On observe que les courants positifs vont rendre le potentiel du capteur plus positif alors que les courants négatifs le rendront plus négatif. On peut également remarquer que la variation du potentiel du capteur IME-BF due à la densité est très dépendante de la densité. Plus la densité est faible, plus facilement on peut modifier le potentiel. Cela est dû à ce que les courants des ions et électrons sont généralement proportionnels à la densité.

### 9.3.2 Influence des paramètres du plasma

Dans ce chapitre nous analysons l'influence de différents paramètres du plasma (comme la densité, la composition et la température) sur les courants collectés et les potentiels mesurés.

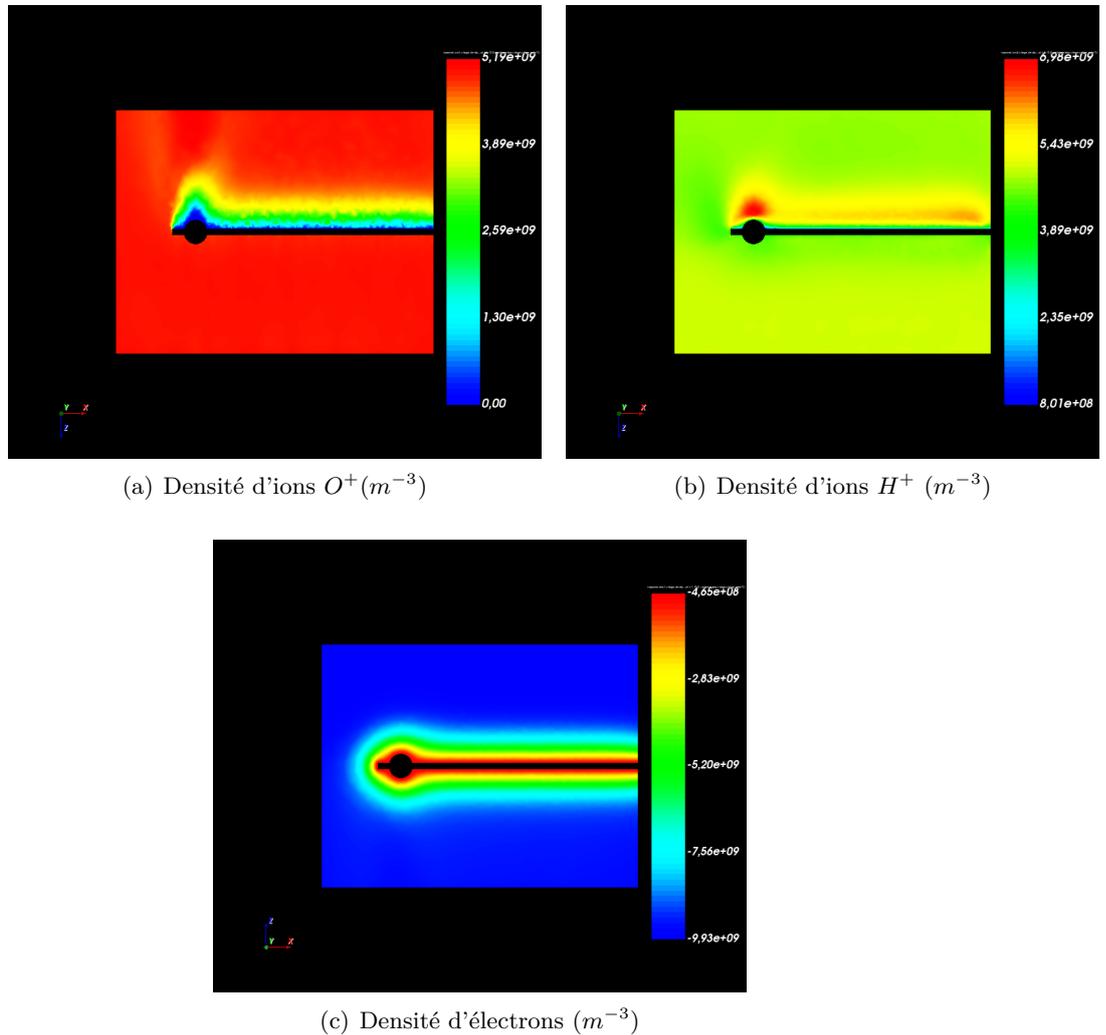


FIGURE 9.6 – Densité ionique et électronique ( $m^{-3}$ ) autour de l'instrument IME-BF.

### Impact de la densité et de la composition d'ions

Dans des conditions identiques, les ions d'hydrogène et d'oxygène se comportent différemment. La composition ionique peut ainsi modifier les courants collectés et le potentiel de l'instrument IME-BF. Les ions d'oxygène sont plus lourds que celles d'hydrogène et en conséquence leur vitesse thermique est plus faible. De ce fait, le courant collecté est plus faible que pour les ions  $H^+$ . De plus, les ions d'hydrogène atomique sont collectés sur toutes les surfaces de la sonde, alors que les ions  $O^+$  sont très supersoniques et ne sont collectés que par les surfaces en amont. Lors de parcours dans la

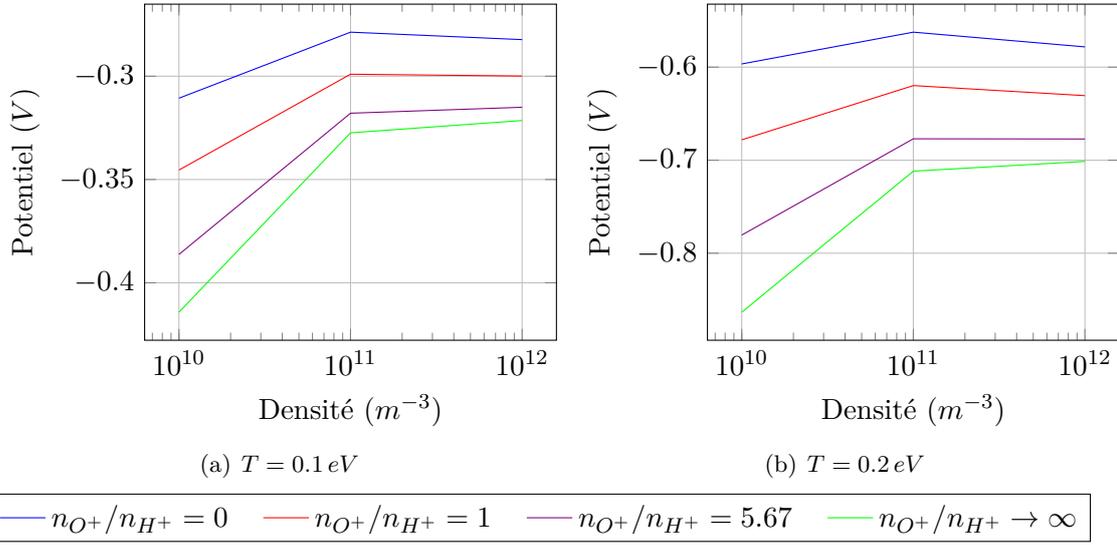


FIGURE 9.7 – Potentiel du senseur IME-BF (V) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) pour différentes compositions d'ions et un courant injecté de  $-30 \text{ nA}$ . Les valeurs à une densité  $1 \cdot 10^9 \text{ m}^{-3}$  sont montrés dans la section 9.3.2.

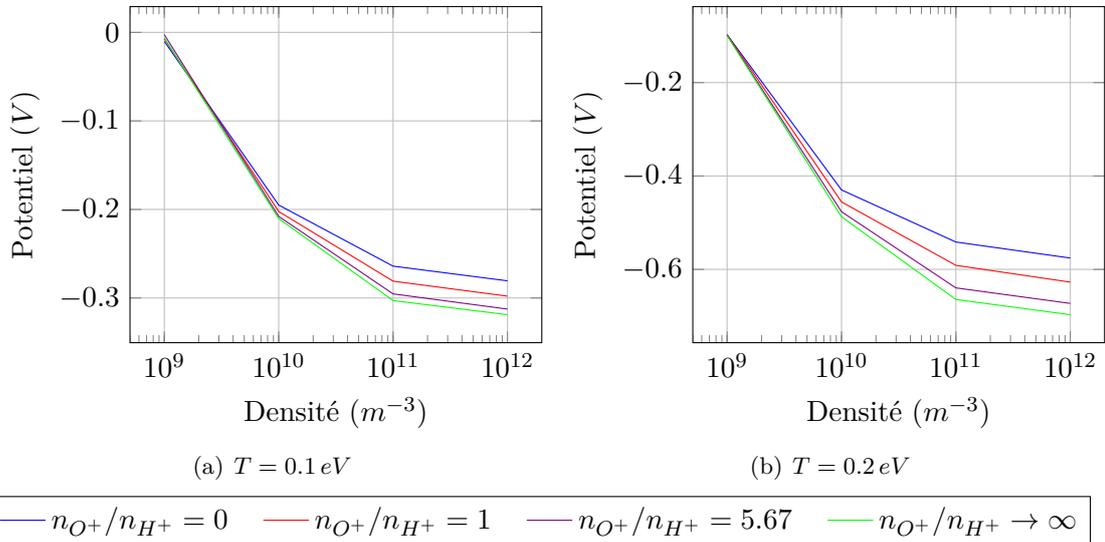


FIGURE 9.8 – Potentiel du senseur IME-BF (V) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) pour différentes compositions d'ions et un courant injecté de  $100 \text{ nA}$ .

gaine autour du senseur négativement chargé, les ions  $H^+$  vont avoir une vitesse plus élevée que les ions  $O^+$  et donc la contribution des ions hydrogène sur le courant collecté est à priori plus importante.

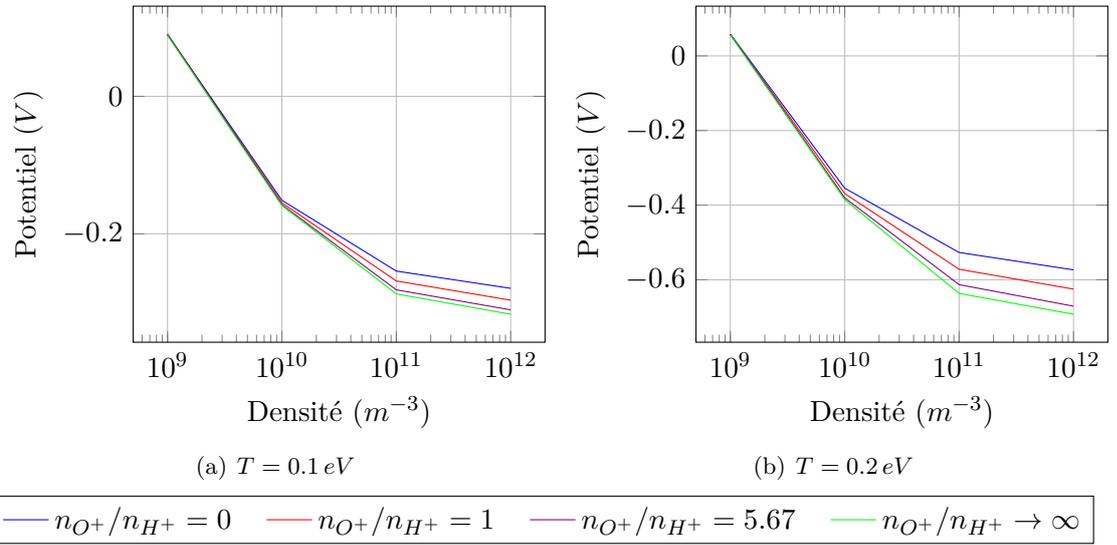


FIGURE 9.9 – Potentiel du senseur IME-BF (V) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) pour différentes compositions d'ions et un courant injecté de 200 nA.

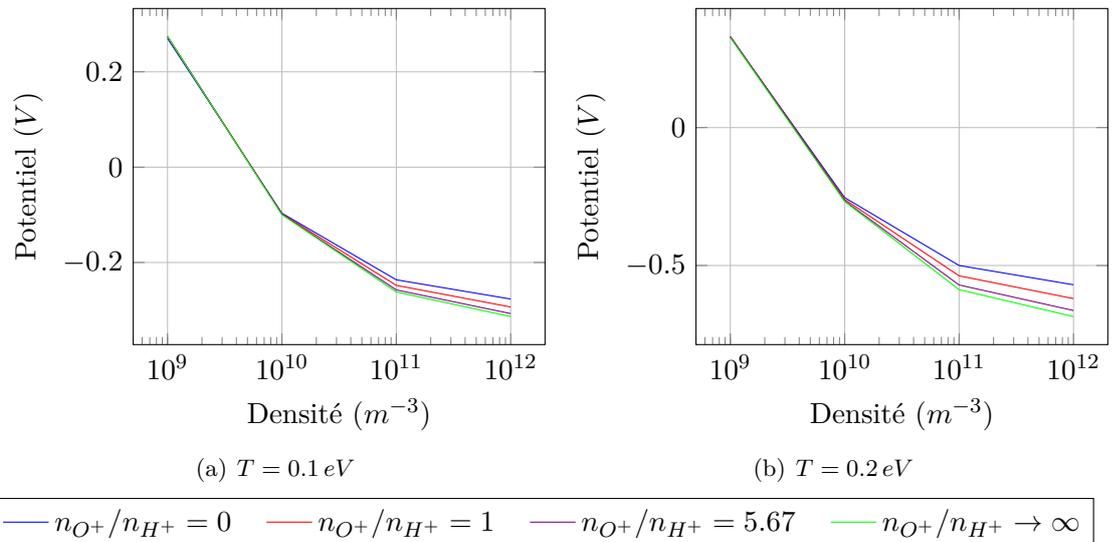


FIGURE 9.10 – Potentiel du senseur IME-BF (V) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) pour différentes compositions d'ions et un courant injecté de 400 nA.

Nous montrons dans les figures 9.11 et 9.12 l'influence de la densité par rapport le potentiel de la sonde IME-BF pour des températures de 0.1 eV et 0.2 eV et pour quatre compositions ioniques différentes :  $n_{O^+}/n_{H^+} = 0$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} = 5.67$  et  $n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$ , sans photoémission et avec un courant d'injection nul.

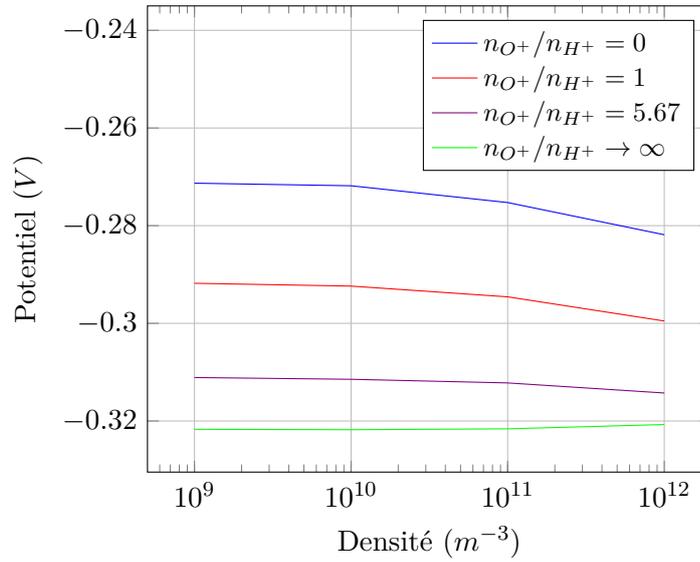


FIGURE 9.11 – Potentiel de surface de la sonde IME-BF (V) par rapport à la densité et pour différentes compositions d'ions. La température de toutes les populations est de  $0.1 \text{ eV}$ . Sans photoémission.

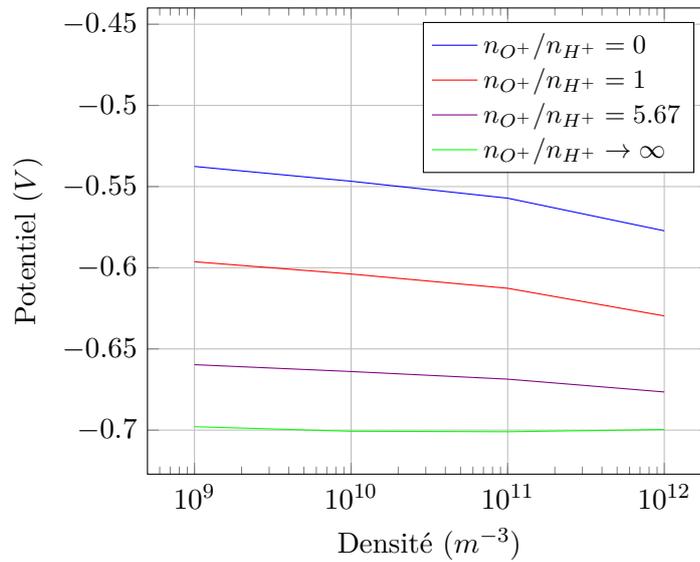


FIGURE 9.12 – Potentiel de surface de la sonde IME-BF (V) par rapport à la densité et pour différentes compositions ioniques. La température des toutes les populations est  $0.2 \text{ eV}$ . Sans photoémission.

On observe que dès qu'on monte en densité, le potentiel de la sonde IME-BF est modifié différemment en fonction de la composition ionique.

Dans les cas des où il n'y a que des ions oxygène le potentiel est constant, alors que pour des compositions avec des ions hydrogène diminue. Cette variation est donc proportionnelle à la quantité relative d'ions hydrogène dans la simulation. Comme dans le cas de la sonde ionique (voir 8.3.1), la sonde IME-BF est aussi influencée par le changement du régime et les lois OML ne sont pas toujours valables. Dans ce cas, les courants d'ions  $H^+$  sont relativement affectés, alors que pour les ions plus lourds ( $O^+$ ) le régime OML est toujours valable (i.e. le courant est proportionnel à la densité). Le courant ionique collecté par la sonde IME-BF est montré dans les tableaux 9.3 et 9.4. On observe que le courant d'ions hydrogène est généralement 1.5 – 2.3 fois plus important que le courant d'ions oxygène.

Si on suppose que le courant d'hydrogène est proportionnel à la densité nous atteignons environ 20% d'erreur relatif. Cette différence, même si elle est mineur que dans le cas de la sonde ionique, doit être pris en compte pour la calibration de la sonde.

Densité ( $m^{-3}$ )	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 5.67$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
$1.0 \cdot 10^9$	$6.10 \cdot 10^{-9}$	$4.9 \cdot 10^{-9}$	$3.99 \cdot 10^{-9}$	$3.56 \cdot 10^{-9}$
$1.0 \cdot 10^{10}$	$6.16 \cdot 10^{-8}$	$4.93 \cdot 10^{-8}$	$3.99 \cdot 10^{-8}$	$3.55 \cdot 10^{-8}$
$1.0 \cdot 10^{11}$	$6.00 \cdot 10^{-7}$	$4.85 \cdot 10^{-7}$	$3.98 \cdot 10^{-7}$	$3.58 \cdot 10^{-7}$
$1.0 \cdot 10^{12}$	$5.53 \cdot 10^{-6}$	$4.55 \cdot 10^{-6}$	$3.87 \cdot 10^{-6}$	$3.61 \cdot 10^{-6}$

TABLE 9.3 – Courant ionique collecté par la sphère IME-BF (A) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) et pour différentes compositions d'ions. La température de toutes les populations est de  $T = 0.1 eV$ . Sans photoémission UV.

Densité ( $m^{-3}$ )	$n_{O^+}/n_{H^+} = 0$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 1$	$n_{O^+}/n_{H^+} = 5.67$	$n_{O^+}/n_{H^+} \rightarrow \infty$
$1.0 \cdot 10^9$	$8.94 \cdot 10^{-9}$	$6.59 \cdot 10^{-9}$	$4.72 \cdot 10^{-9}$	$3.83 \cdot 10^{-9}$
$1.0 \cdot 10^{10}$	$8.71 \cdot 10^{-8}$	$6.42 \cdot 10^{-8}$	$4.66 \cdot 10^{-8}$	$3.82 \cdot 10^{-8}$
$1.0 \cdot 10^{11}$	$8.33 \cdot 10^{-7}$	$6.19 \cdot 10^{-7}$	$4.58 \cdot 10^{-7}$	$3.83 \cdot 10^{-7}$
$1.0 \cdot 10^{12}$	$7.44 \cdot 10^{-6}$	$5.61 \cdot 10^{-6}$	$4.37 \cdot 10^{-6}$	$3.84 \cdot 10^{-6}$

TABLE 9.4 – Courant ionique collecté par la sphère IME-BF (A) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) et pour différentes compositions d'oxygène atomique  $O^+$ . La température de toutes les populations est de  $T = 0.2 eV$ . Sans photoémission UV.

Les figures 9.13 et 9.14 montrent la variation du potentiel du senseur en fonction du courant injecté dans le plasma avec une densité de  $1 \cdot 10^9 m^{-3}$ , une température de  $0.1 eV$  et  $0.2 eV$ , ainsi que pour des compositions d'ions

différentes. Nous pouvons remarquer les trois choses suivantes :

- a) Dès que le potentiel devient positif, la composition ionique n'a plus beaucoup d'effet. Cela est logique, car il y a beaucoup moins d'ions qui ont l'énergie suffisante pour vaincre l'énergie potentielle de la sonde et être collectés.
- b) Pour un courant d'injection d'environ  $100 \text{ nA}$  pour une température de  $0.1 \text{ eV}$  et de  $160 \text{ nA}$  pour une température de  $0.2 \text{ eV}$  la gaine du plasma est détruite et le potentiel du senseur est égal au potentiel du plasma. Il faut remarquer que cela varie également en fonction de la densité.
- c) Il y a une variation très importante du potentiel par rapport la composition ionique lorsqu'on injecte un courant négatif. Si nous sommes intéressés à avoir une idée de la composition ionique en orbite ces valeurs du courant d'injection peuvent être testés en vol. Pour les potentiels suffisamment négatifs, les électrons sont repoussés de la surface du senseur et le potentiel normalisé est proportionnel au nombre de Mach des ions dérivants au carré. Utilisant l'équation 3.69 l'approximation du potentiel est :

$$\phi \approx \frac{T}{e} \frac{1 + I/I_0}{\sum_i \alpha_i / M_i^2} \quad \text{quand} \quad \frac{e\phi}{k_B T} \ll -1 \quad (9.3)$$

où  $I_0 = \kappa \frac{1}{4} e n_0 V_0 A_p$  est le courant quand  $M \gg 1$  et le potentiel est nul,  $I$  est le courant par télécommande,  $\alpha_i = n_i / n_0$  est la fraction d'ions  $i$  et  $\kappa = 1.079$  un facteur géométrique adimensionnel et que nous avons supposé constant. Ce coefficient reflète du fait qu'une partie de la surface de la sphère IME-BF est cachée par ses bootstraps et les effets de calculer une surface sphérique à partir d'un maillage <sup>1</sup>.

Si on développe encore plus l'équation 9.3 on trouve que le potentiel ne dépend plus de la température du plasma, mais seulement de la composition ionique.

$$\phi \approx \frac{V_0^2}{2e} \left( \frac{1 + I/I_0}{\sum_i \alpha_i / m_i} \right) \approx \frac{m_{H^+} V_0^2}{2e} \left( \frac{1 + I/I_0}{1 - 15/16 \alpha_{O^+}} \right) \quad (9.4)$$

Sur les figures 9.13 et 9.14 la solution 9.4 est comparée avec la solution numérique pour le courant d'injection  $-30 \text{ nA}$ . On observe que les résultats sont très proches.

---

1. La valeur de  $\kappa$  devrait être inférieur à 1 si toutes les populations étaient très supersoniques. Ce n'est pas le cas des ions hydrogène qui auront une surface de collection plus grande.

La dynamique de mesures des potentiels DC de l'instrument IME-BF est de  $-10\text{ V}$  à  $10\text{ V}$  par rapport le potentiel du satellite. A priori, cette dynamique ne permet pas d'effectuer les mesures du potentiel dans le plasma pour tout le plage de compositions ioniques. Utilisant la relation 9.4 nous avons calculé qu'on peut mesurer qu'un environnement avec une composition  $\alpha_{O^+} \leq 0.84$  pour  $T = 0.1\text{ eV}$  et  $\alpha_{O^+} \leq 0.85$  pour  $T = 0.2\text{ eV}$ . Cette différence est du à que le potentiel du satellite varie en fonction de la température.

Pour éviter la saturation du senseur dans ces conditions, nous proposons de choisir un courant d'injection plus faible, i.e.  $-15.33\text{ nA}$ . Dans ce cas-là et toujours pour la même densité du plasma, les amplitudes du potentiel du senseur sont plus faibles et varient entre  $-0.9$  et  $-14.5\text{ V}$ . Le potentiel de  $-10\text{ V}$  par rapport le satellite est atteint lorsque la composition d'ions oxygène est  $\alpha_{O^+} \leq 0.973$  pour une température de  $T = 0.1\text{ eV}$  et  $\alpha \leq 0.977$  pour une température de  $T = 0.2, \text{ eV}$ .

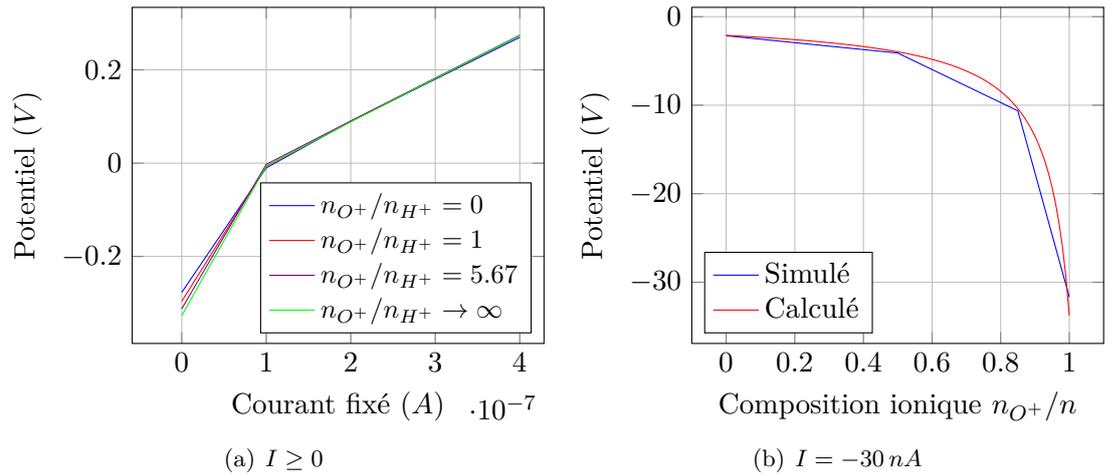


FIGURE 9.13 – Potentiel de la sphère IME-BF (V) par rapport du courant injecté (A), pour différentes compositions ioniques. La température des espèces est de  $0.1\text{ eV}$  et la densité  $1 \cdot 10^9\text{ m}^{-3}$ . L'approximation du potentiel quand  $I = -30\text{ nA}$  a été effectué à partir de l'équation 9.4.

Le potentiel de la sonde IME-BF en fonction du courant injecté pour des densités  $1 \cdot 10^{10}\text{ m}^{-3}$ ,  $1 \cdot 10^{11}\text{ m}^{-3}$  et  $1 \cdot 10^{12}\text{ m}^{-3}$  est montré, respectivement, dans les figures 9.15, 9.16 et 9.17, pour différentes compositions ioniques et températures. On observe clairement que dans des environnements denses le potentiel du senseur reste négatif indépendamment de la valeur du courant injecté et donc la plage de courants dont nous disposons on n'arrive pas à annuler la gaine plasma. Par contre, la résistance équivalente de la gaine présentée (voir figures 9.18, 9.19 et 9.20) diminue avec l'augmentation de la

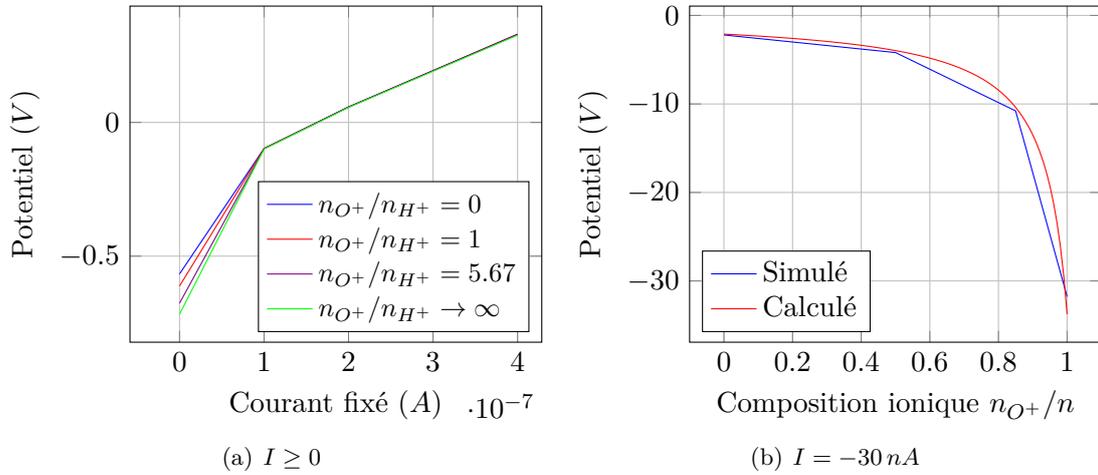


FIGURE 9.14 – Potentiel de la sphère IME-BF (V) par rapport du courant injecté (A), pour différentes compositions ioniques. La température des espèces était de  $0.2 eV$  et la densité  $1 \cdot 10^9 m^{-3}$ . L'approximation du potentiel quand  $I = -30 nA$  a été effectué à partir de l'équation 9.4

densité. Ces valeurs de la résistance, mesurées en orbite et comparées aux résultats de nos simulations, permettront de connaître les paramètres du plasma ambiant et estimer (si nécessaire) les perturbations du potentiel du senseur engendrées par la gaine.

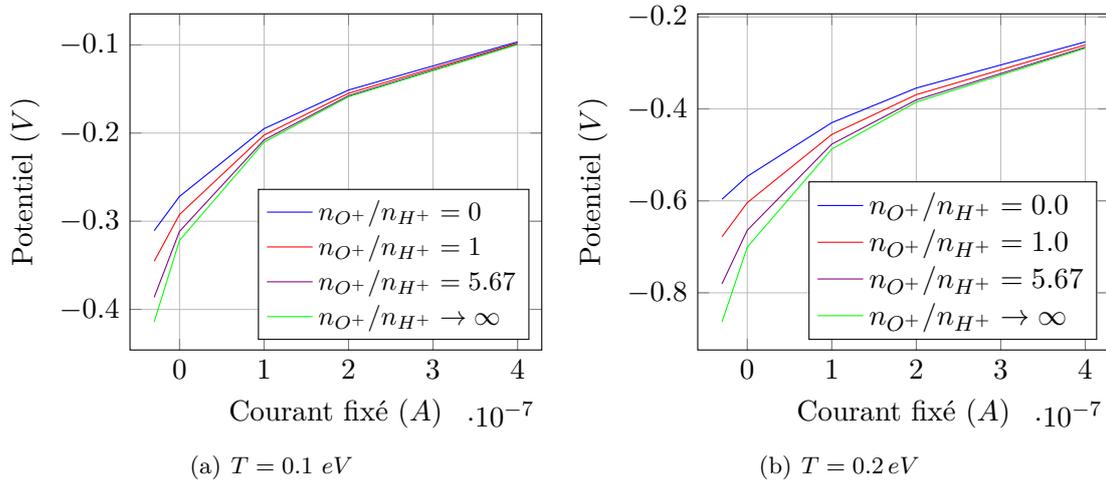


FIGURE 9.15 – Potentiel de la sphère IME-BF (V) par rapport le courant injecté (A), pour différentes compositions ioniques et une densité de  $1 \cdot 10^{10} m^{-3}$ .

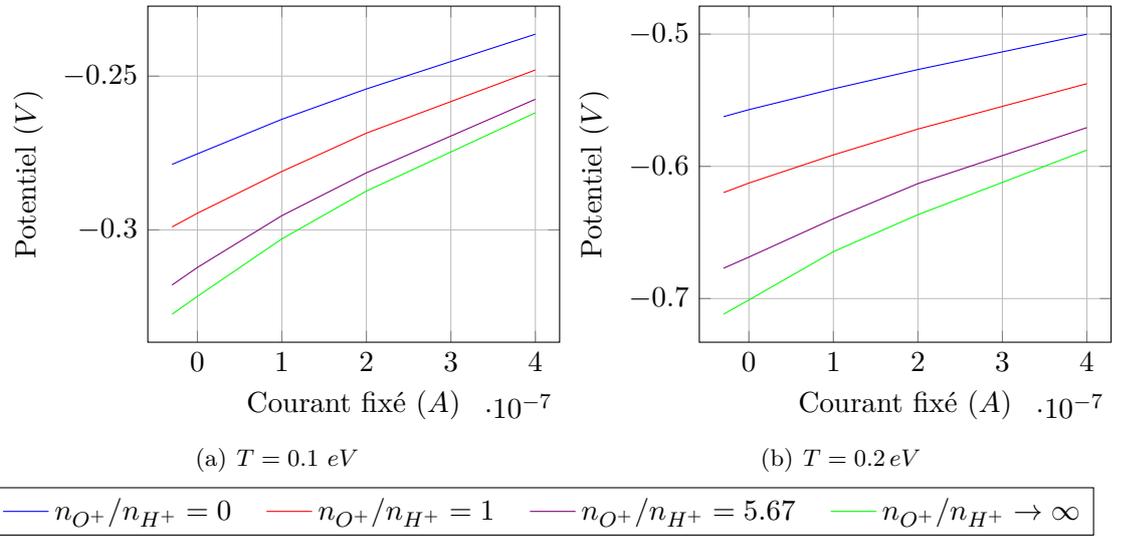


FIGURE 9.16 – Potentiel de la sphère IME-BF (V) par rapport le courant injecté (A), pour différentes compositions ioniques et une densité de  $1.10^{11} \text{ m}^{-3}$ .

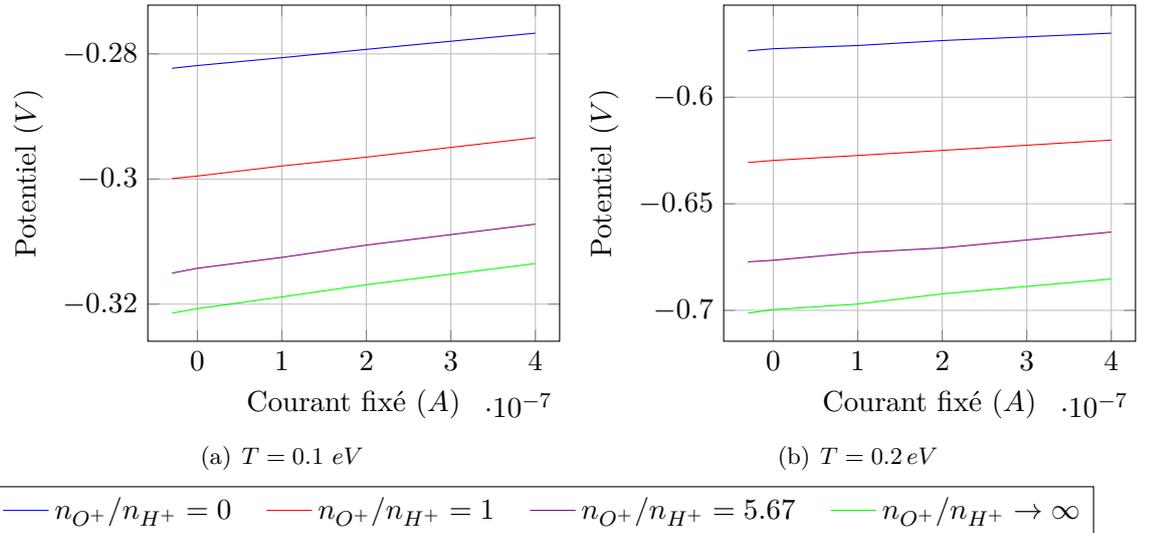


FIGURE 9.17 – Potentiel de la sphère IME-BF (V) par rapport le courant injecté (A), pour différentes compositions ioniques et une densité de  $1.10^{12} \text{ m}^{-3}$ .

### 9.3.3 Impact de la température

La température des espèces conformant le plasma joue un rôle primordial car elle est normalement considérée comme proportionnelle au potentiel.

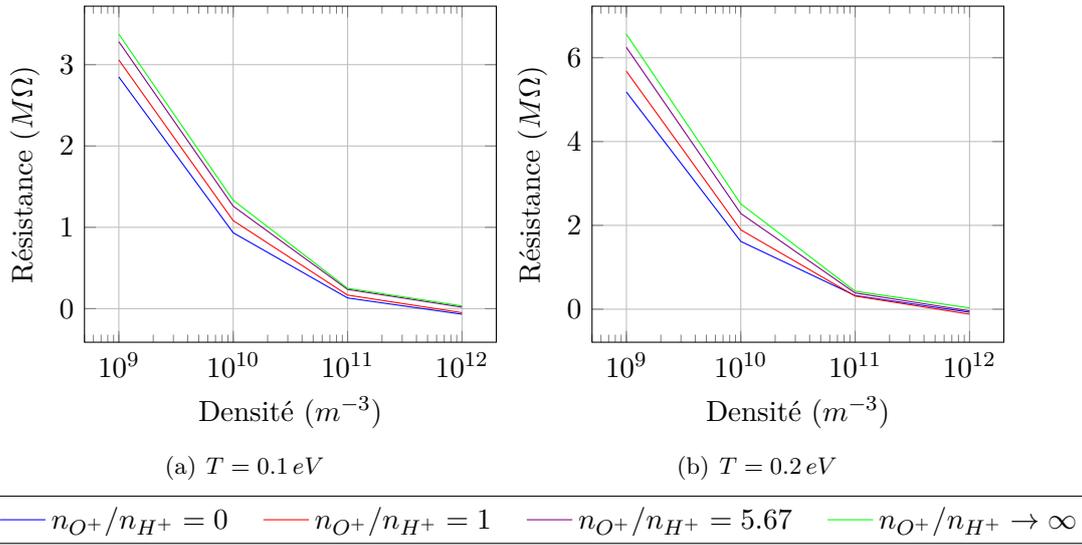


FIGURE 9.18 – Résistance équivalente de la gaine ( $M\Omega$ ) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) pour différentes compositions d'ions et un courant injecté de  $100 \text{ nA}$ .

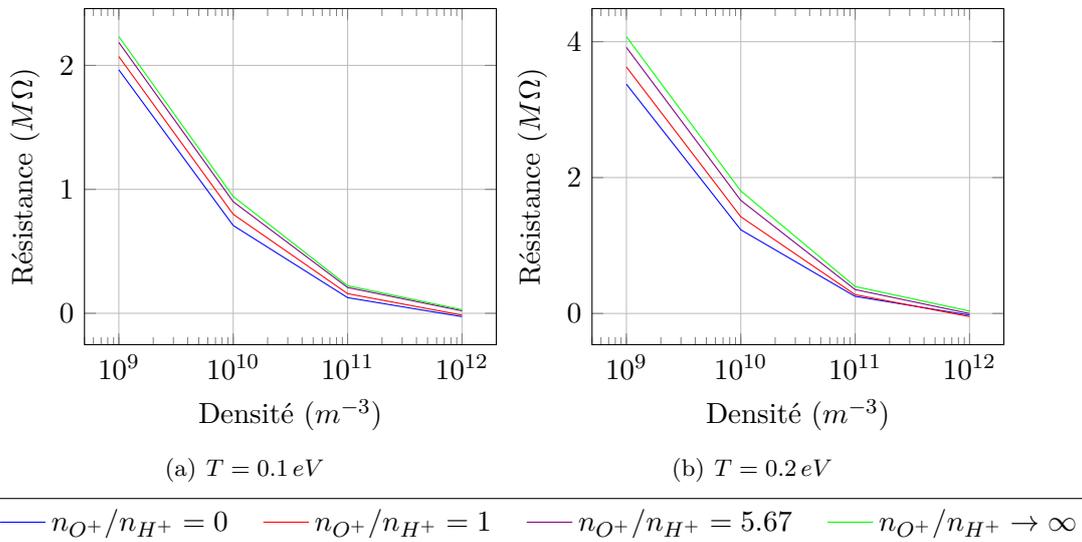


FIGURE 9.19 – Résistance équivalente de la gaine ( $M\Omega$ ) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) pour différentes compositions d'ions et un courant injecté de  $200 \text{ nA}$ .

Donc plus la température du plasma est élevée plus le potentiel du capteur est négatif. L'exemple présenté sur la figure 9.21 illustre la variation du potentiel du capteur IME-BF par rapport à la température pour différentes

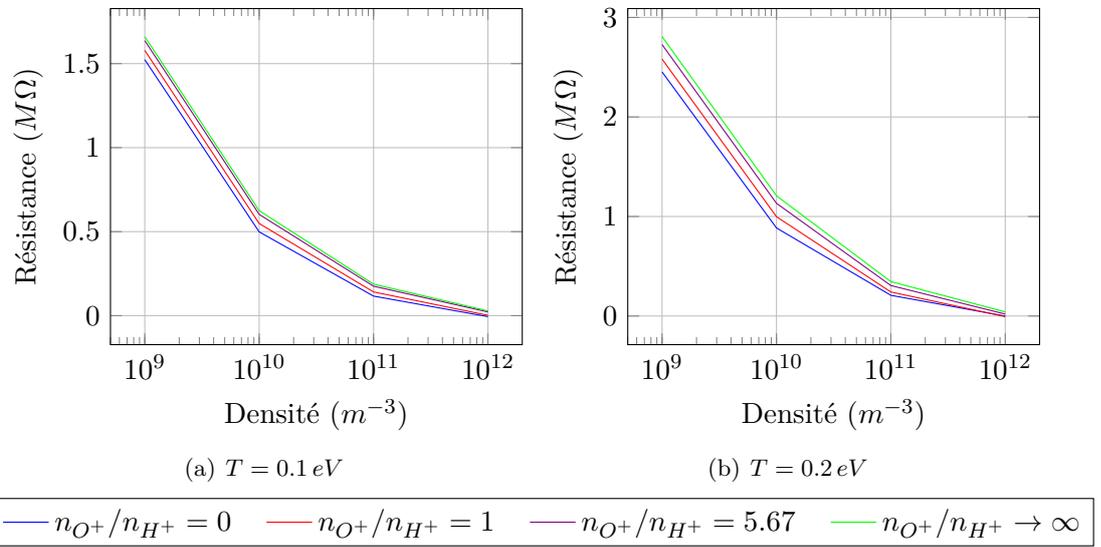


FIGURE 9.20 – Résistance équivalente de la gaine ( $M\Omega$ ) par rapport à la densité ( $m^{-3}$ ) pour différentes compositions d'ions et un courant injecté de  $400 nA$ .

compositions d'ions et pour une densité de  $1 \cdot 10^9 m^{-3}$ . On observe également qu'elle est quasi-linéaire et dépendante de la composition d'ions.

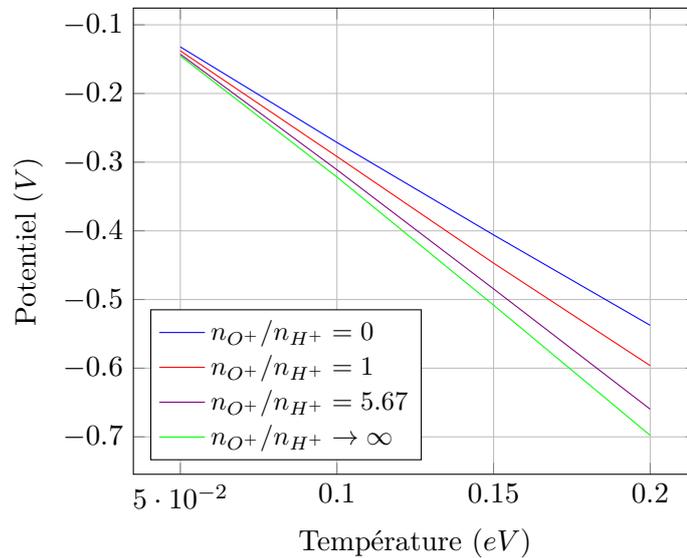


FIGURE 9.21 – Potentiel de surface du senseur IME-BF ( $V$ ) par rapport la température et pour différentes compositions d'ions.

### 9.3.4 Influence de la photoémission

Les photoémissions UV en contact avec les structures du satellite et ses senseurs génèrent au départ des photoélectrons sur leurs surfaces exposées au soleil (voir 3.3.2). Dans un environnement peu dense, les courants portés par ces photoélectrons peuvent être plus importants que le courant d'ions. Dans cette section, nous analysons l'impact de ces courants sur le potentiel du senseur IME-BF. Pour analyser correctement la photoémission, on doit la considérer comme la somme de deux courants antagonistes : un courant positif et constant<sup>2</sup> qui représente les électrons lesquels vont quitter la surface avec plusieurs  $eV$  d'énergie et un autre courant de photoélectrons qui sont collectés par la surface. C'est à cause de cette dynamique entre les deux courants que les satellites vont rarement présenter des potentiels très positifs par rapport au plasma.

Pour donner un exemple, sur les figures 9.22 et 9.23 nous avons tracé, respectivement, l'évolution temporelle du potentiel du senseur IME-BF et de l'ensemble des courants collectés ou émis par le senseur avec l'environnement suivante :  $n_0 = 1 \cdot 10^9 m^{-3}$ ,  $T = 0.1 eV$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ , du côté jour et un courant injecté de  $-30 nA$ . Le soleil est situé dans l'axe  $+z$ . On observe que le potentiel du senseur converge à un potentiel d'environ  $-318 mV$ . On peut mettre en évidence que dans des mêmes conditions ionosphériques et du courant injecté, mais du côté nuit on obtient un potentiel du senseur d'environ  $4.19 V$  (voir figure 9.14), donc dix fois plus négatif.

On peut remarquer que le courant de photoélectrons est très supérieur aux courants d'ions. En conséquence, dans des environnements à faible densité et en présence de photoémission le potentiel du senseur sera surtout défini par la balance entre les électrons thermiques, les photoélectrons et le courant injecté.

Nous avons tracé les potentiels de la sonde IME-BF en fonction du courant injecté pour une densité de  $1 \cdot 10^9 m^{-3}$  et températures  $0.1 eV$  et  $0.2 eV$ , respectivement, sur la figure 9.24. On constate que le potentiel du senseur atteint le même potentiel du plasma pour un courant d'injection environ  $40 nA$  plus faible par rapport aux résultats obtenus dans les mêmes conditions mais sans photoémission (figures 9.13 et 9.14). La résistance équivalente est également plus faible.

Le courant correspondant aux photoélectrons émis par la surface peut être considéré comme constant pour deux raisons. D'abord, les variations temporelles de l'irradiance du flux solaire sont de l'ordre de 0.1%. Deuxièmement, la surface du senseur sphérique exposée au soleil reste quasiment la même le long de l'orbite. Néanmoins, le courant de photoélectrons collectés dépend du potentiel de la sonde, du potentiel et

---

2. Les variations du flux solaire sont négligés.

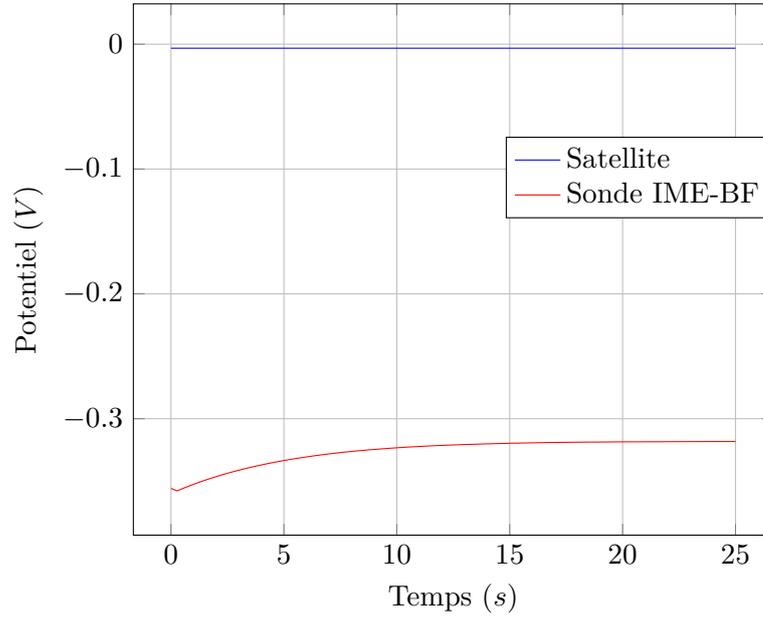


FIGURE 9.22 – Evolution temporelle du potentiel du capteur IME-BF et du satellite avec les paramètres ionosphériques suivantes :  
 $n_0 = 1 \cdot 10^9 \text{ m}^{-3}$ ,  $T = 0.1 \text{ eV}$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ , coté jour et un courant injecté de  $-30 \text{ nA}$ . Le potentiel de la sonde converge vers  $-318 \text{ mV}$ .

géométrie du satellite, ainsi que de l'orientation des panneaux solaires et de l'environnement plasma. Dans le chapitre 7, nous avons analysé l'impact de plusieurs de ces paramètres.

Dans la figure 9.24 on observe ainsi que le potentiel du capteur IME-BF augmente lorsque la température monte, ce qui est probablement contre-intuitif car les électrons ont alors une vitesse thermique plus élevée ce qui généralement rend le potentiel de surface plus négatif. Pour expliquer cette dynamique de charge on doit prendre en compte qu'elle est contrôlée par les électrons, mais aussi pour les courants d'injection et les photoélectrons. Une approximation très approximative entre le potentiel du capteur et les courants est donnée ci-dessous :

$$\phi \approx \frac{k_B T}{e} \left( \frac{I + I_{ph}}{J_e^0 A_p} - 1 \right) \quad \phi \geq 0 \quad (9.5)$$

où  $J_e^0 = en_0 \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_e}}$  est la densité de courant thermique des électrons et  $I_{ph}$  le courant dû à la photoémission. Pour les courants fixés, l'équation 9.5 est de la forme suivante :

$$e\phi \approx \frac{\sqrt{2\pi m_e} (I + I_{ph})}{en_0} \sqrt{k_B T} - k_B T \quad (9.6)$$

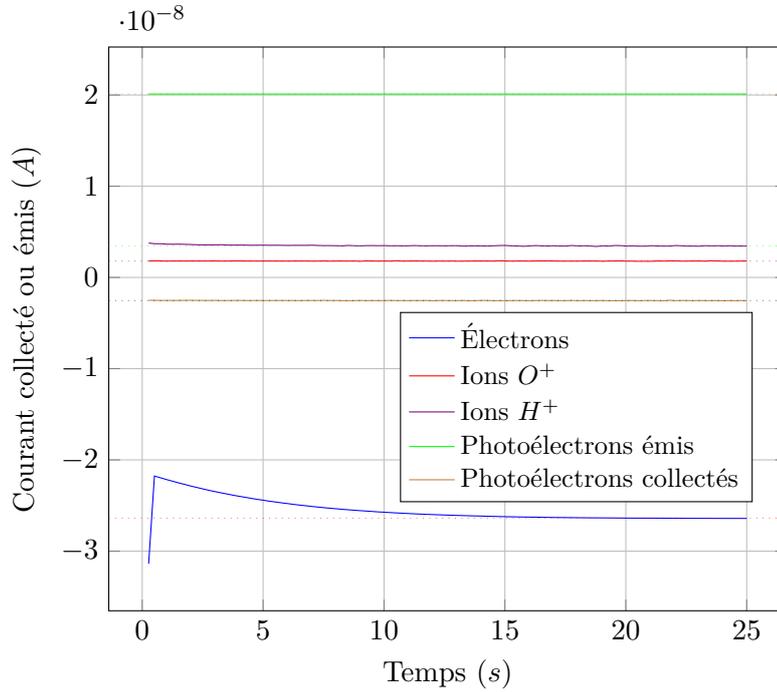


FIGURE 9.23 – Courants électronique et ioniques collectés, ainsi que les courants de photoélectrons émis et collectés par la sonde IME-BF avec les paramètres ionosphériques suivantes :  
 $n_0 = 1 \cdot 10^9 \text{ m}^{-3}$ ,  $T = 0.1 \text{ eV}$ ,  $n_{O^+}/n_{H^+} = 1$ , coté jour et un courant injecté de  $-30 \text{ nA}$ . Potentiel du bras fixé à  $-3 \text{ mV}$ .

Donc, il existe une courant  $I + I_{ph}$  pour lequel la relation 9.6 devient croissante en fonction de la température. Nous avons calculé le courant injecté dont le potentiel devient plus positif avec une température de  $T_2 = 0.2 \text{ eV}$  qu'avec une température de  $T_1 = 0.1 \text{ eV}$  comme :

$$I + I_{ph} \geq \frac{en_0}{2\pi m_e} \left( \frac{T_2 - T_1}{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}} \right) \approx 231.5 \text{ nA} \quad (9.7)$$

Ce qui est cohérent avec nos simulations (voir figure 9.24).

Le courant porté par les photoélectrons collectés représente environ 10 – 20% du courant porté par le photoélectrons émis de la surface du senseur. Dans un environnement dense la contribution des courants de photoélectrons dans la balance des courants devient faible, voire négligeable. De plus, avec une augmentation de la densité, la taille de la gaine du plasma diminue et les photoélectrons, ayant une énergie plus élevée par rapport à celle du plasma thermique, s'échappent facilement de la surface.

Pour mieux illustrer l'impact des photoélectrons collectés nous avons représenté sur la figure 9.25 le courant porté par ces photoélectrons par

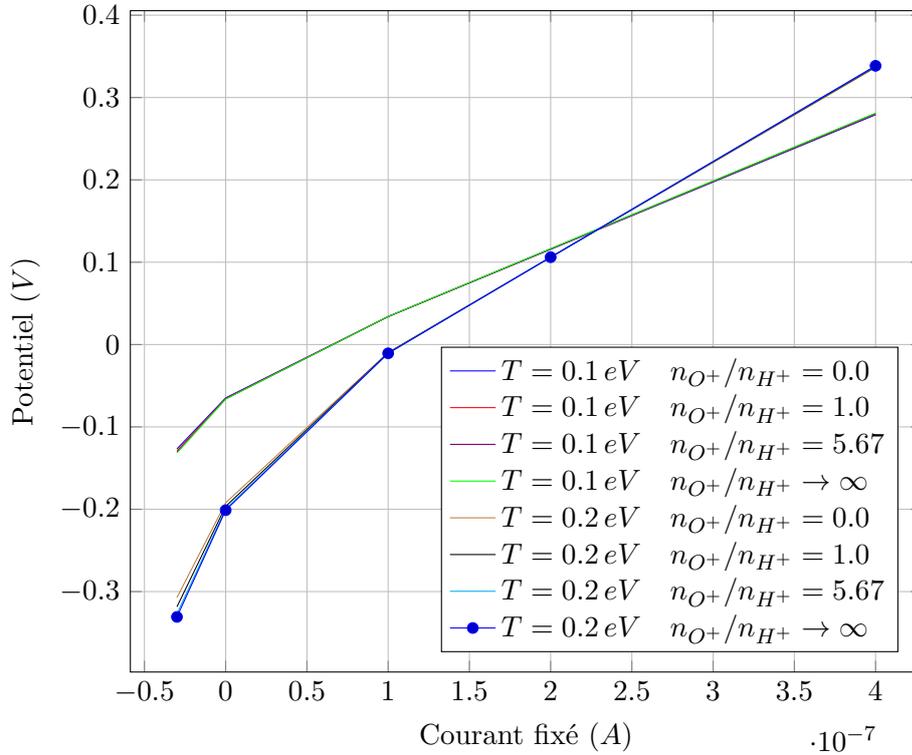


FIGURE 9.24 – Potentiel de la sonde IME-BF (V) par rapport à les courants fixés et pour différentes compositions ionique avec températures de  $T = 0.1 eV$  et  $T = 0.2 eV$ , une densité de  $1.0 \cdot 10^9 (m^{-3})$  et du côté jour. Potentiel du bras fixé en fonction de l'environnement (voir le tableau 9.2).

rapport au potentiel du senseur IME-BF pour une densité de  $1 \cdot 10^9 m^3$  et pour températures de  $0.1 eV$  et  $0.2 eV$ . Ce courant monte en amplitude lorsque le potentiel du senseur devient de plus en plus positif.

Néanmoins, de la même façon que les courants injectés, dès qu'on est dans des environnements plus denses la photoémission a une position plus faible sur les effets de charge.

## 9.4 Discussion

Dans cette section nous développons les équations analytiques pour calculer le courant porté par chaque espèce du plasma en fonction du potentiel du senseur. Nous avons traité tous les courants séparément à partir des données de toutes les simulations de la même façon qu'on a fait avec la sonde ionique (voir 8.3.3). Nous avons utilisé un facteur géométrique pour les courants d'électrons et ions  $O^+$  et un développement un peu plus complexe pour les ions  $H^+$ . A la différence de la sonde ionique nous avons considéré

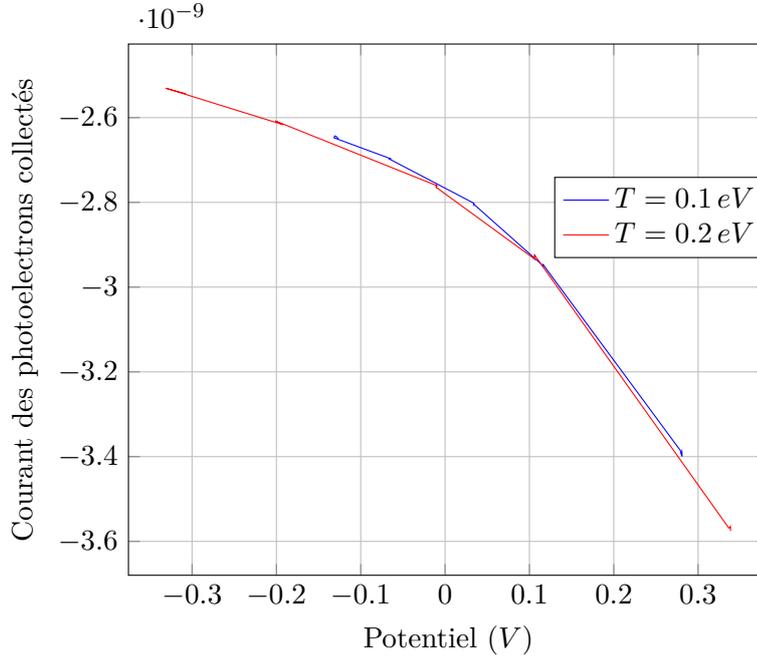


FIGURE 9.25 – Courant de photoélectrons collectés en fonction du potentiel de surface du senseur IME-BF pour une densité de  $1 \cdot 10^9 \text{ m}^{-3}$  et des températures du plasma ambiant  $T = 0.1 \text{ eV}$  et  $T = 0.2 \text{ eV}$ .

le cas où les potentiels sont positifs.

#### 9.4.1 Courant porté par les électrons

Suivant le signe du potentiel du senseur, le courant porté par les électrons thermiques peut être représenté par la relation suivante :

$$I_e = -\kappa en_0 \sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi m_e}} A_p \exp(-\eta) \quad \text{quand } \eta \geq 0 \quad (9.8)$$

$$I_e = -\kappa en_0 \sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi m_e}} A_p (1 - \eta) \quad \text{quand } \eta < 0 \quad (9.9)$$

avec  $\eta = -\frac{e\phi}{k_B T_e}$ . Nous avons utilisé la même paramètre géométrique  $\kappa$  pour le deux cas. Nous trouvons que le valeur optimal de  $\kappa \approx 0.9568$  et l'erreur relative moyenne est d'environ  $f(\kappa) = 5.24 \cdot 10^{-4}$ .

## 9.4.2 Courant porté par les ions

### Ions oxygène atomique

Grace au nombre de Mach élevé, le courant porté par les ions d'oxygène atomique le potentiel du senseur peut être défini en fonction du potentiel comme :

$$I_{O^+} = \kappa \frac{1}{4} A_p e n_0 V_0 \left( 1 + \eta / M_{O^+}^2 \right) \quad (9.10)$$

avec  $\eta = -\frac{e\phi}{k_B T_e}$ . Nous trouvons que la valeur optimale de  $\kappa \approx 0.9874$  et l'erreur relative moyenne est d'environ  $f(\kappa) = 0.0051$ . Cette équation reste valable même si le potentiel devient positif car les ions  $O^+$  ont une énergie très élevée et leur courant ne sera pas trop perturbé.

### Ions hydrogène atomique

Le courant d'ions hydrogène est représenté par deux équations. Une quand le potentiel est négatif et une autre quand le potentiel est positif. Le courant d'ions hydrogène, comme dans le cas de la sonde ionique, est le plus complexe à exprimer analytiquement. Pour les potentiels négatifs nous avons utilisé la même relation que nous avons utilisé pour la sonde ionique :

$$I_{H^+} = (1 - \beta) I_{OML} + \beta I_{sat} \quad \text{avec} \quad \beta = \exp\left(-\gamma (\lambda_D / r_p)^2\right) \quad (9.11)$$

et

$$I_{OML} = \kappa_1 I_{th_{H^+}} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2M_{H^+}} \left( \frac{1}{2} + M_{H^+}^2 + \eta \right) \operatorname{erf}(M_{H^+}) + \frac{1}{2} \exp\left(-M_{H^+}^2\right) \right) \quad (9.12)$$

$$I_{sat} = \kappa_2 I_{th_{H^+}} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2M_{H^+}} \left( \frac{1}{2} + M_{H^+}^2 \right) \operatorname{erf}(M_{H^+}^+) + \frac{1}{2} \exp\left(-M_{H^+}^2\right) \right) \quad (9.13)$$

avec  $\eta = -\frac{e\phi}{k_B T_e}$ . Nous avons trouvé que l'erreur relative moyenne dans ce cas est de  $f(\gamma, \kappa_1, \kappa_2) = 0.013$  avec  $\gamma \approx 5.086$ ,  $\kappa_1 = 0.8559$  et  $\kappa_2 = 2.435$ .

Pour les potentiels positifs nous avons modifié l'équation analytique car utilisant la relation 9.11 l'erreur moyenne est d'environ 60%. Quand le potentiel devient positif nous proposons d'exprimer le courant d'hydrogène comme une somme de trois courants :

$$I_{H^+} = I_{OML} + \beta I_{sat} + I_{rep} \quad \text{avec} \quad \beta = \exp\left(-\gamma (\lambda_D / r_p)^2\right) \quad (9.14)$$

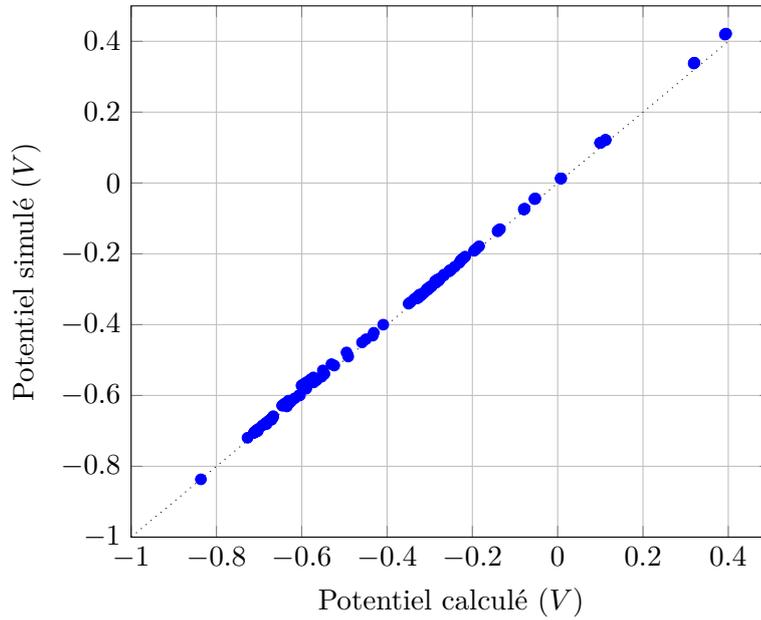


FIGURE 9.26 – Potentiels (V) trouvés à partir des simulations dans l’axe  $y$  par rapport aux potentiels (V) calculés à partir de données de l’environnement dans l’axe  $x$ . L’erreur moyenne est d’environ  $8.7\text{ mV}$ .

avec  $I_{rep}$  étant le courant répulsif lequel est représenté par l’équation 3.33 et  $I_{oml}$  et  $I_{sat}$  étant décrits précédemment. Dans ce cas, avec  $\gamma = -3.078 \cdot 10^{-4}$ ,  $\kappa_1 = -0.2436$  et  $\kappa_2 = 0.0861$  nous arrivons à avoir une erreur relative moyenne de  $f(\gamma, \kappa_1, \kappa_2) \approx 0.1388$ . Il faut noter que dans ce cas, l’erreur statistique est probablement supérieur car nous avons moins des simulations dont le potentiel est positif.

### 9.4.3 Potentiel de la sonde

Le potentiel du senseur IME-BF en équilibre peut être trouvé en sachant que le bilan des courants est égal à zéro. Le potentiel est calculé ensuite itérativement utilisant une méthode de Newton :

$$\eta^{n+1} = \eta^n - \frac{f(\eta)}{f'(\eta)} \quad (9.15)$$

où  $f(\eta) = I_e(\eta) + I_{H^+}(\eta) + I_{O^+}(\eta) + I + I_{ph}(\eta)$ . L’erreur moyenne est d’environ  $8.7\text{ mV}$ . La figure 9.26 présente le potentiel simulé par rapport le potentiel trouvé en utilisant la relation 9.15. Par rapport aux résultats de simulations on le potentiel senseur calculé analytiquement a une précision de  $8.7\text{ mV}$ .

### 9.4.4 Calibration

La calibration de senseur IME-BF consiste à envoyer périodiquement le long de l'orbite un courant alternatif additionné au courant continu. A partir du potentiel alternatif mesuré et courant alternatif injecté on estime la résistance de la gaine. Cette résistance est utilisée pour retrouver la réponse en fréquence (jusqu'à  $1\text{ MHz}$ ) du senseur IME-BF ainsi qu'estimer les paramètres du plasma.

Nous avons tracé la résistance équivalente de la gaine du plasma en fonction du courant injecté dans les figures 9.27, 9.28, 9.29 et 9.30 pour les densités respectives suivants :  $1\ 10^9\ m^{-3}$ ,  $1\ 10^{10}\ m^{-3}$ ,  $1\ 10^{11}\ m^{-3}$  et  $1\ 10^{12}\ m^{-3}$ . On remarque que la résistance décroît quand on augmente le courant injecté et qu'elle est quasiment proportionnelle à la température et inversement proportionnelle à la densité.

Pour les potentiels positifs on remarque que la résistance devient constante. En effet, en développant l'équation 9.5 quand le potentiel est très positif on peut calculer analytiquement la résistance de la gaine comme :

$$R_g \approx \frac{\partial \phi}{\partial I} = \frac{k_b T_e}{e^2 n_0 \sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi m_e}} A_p}, \quad \phi \geq 0 \quad (9.16)$$

Utilisant l'équation 9.16 on trouve que la résistance équivalente pour une densité de  $1\ 10^9\ m^{-3}$  est d'environ  $1.037\ M\Omega$  pour une température de  $0.1\ eV$  et  $1.466\ M\Omega$  pour une température de  $0.2\ eV$ . Nous pouvons voir dans la figure 9.27 que les valeurs de résistance équivalente sont très proches à ces calculés utilisant l'équation 9.16. Plus précisément nous avons trouvé environ  $1.08\ M\Omega$  pour une température de  $0.1\ eV$  et  $1.53\ M\Omega$  pour une température de  $T = 0.2\ eV$ . Quand le potentiel est négative et supposant que les ions sont supersoniques  $M \gg 1$  la résistance peut être approximé par la relation suivante :

$$R_g \approx \frac{4k_B T_e}{e^2 n_0 A_p V_0 \left( \sum_i \frac{\alpha_i}{M_i^2} - \sqrt{\frac{8k_B T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right) \right)}, \quad \phi \leq 0 \quad (9.17)$$

## 9.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté et analysé les résultats de simulation de l'instrument IME-BF. Le senseur IME-BF a été modélisé séparément du satellite, le potentiel du bras a été fixé égal au potentiel du satellite calculé auparavant et dans les mêmes conditions du plasma et photoémissions UV. L'objectif principal de ces simulations a été d'analyser la variation du potentiel du senseur et de la résistance équivalente de la gaine en fonction du courant injecté à travers le senseur dans le plasma. Nous avons

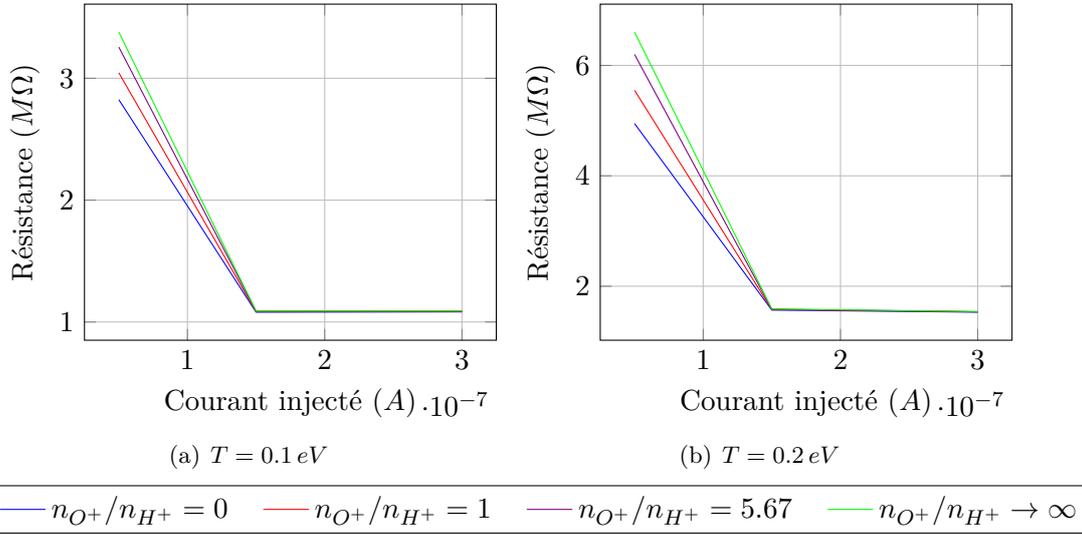


FIGURE 9.27 – Résistance équivalente de la gaine ( $M\Omega$ ) par rapport au courant injecté ( $A$ ) pour différentes compositions d'ions et une densité de  $1.10^9 \text{ m}^{-3}$ .

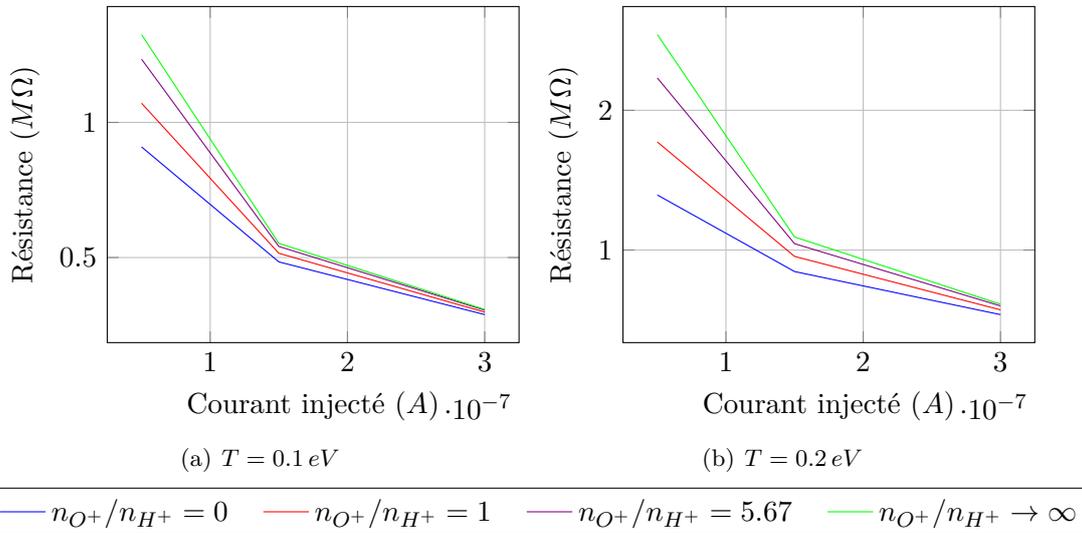


FIGURE 9.28 – Résistance équivalente de la gaine ( $M\Omega$ ) par rapport au courant injecté ( $A$ ) pour différentes compositions d'ions et une densité de  $1.10^{10} \text{ m}^{-3}$ .

créé une base des données avec les résultats de simulations qui permettra de comparer nos calculs avec les mesures du senseur en orbite, de choisir le courant d'injection en fonction des conditions du plasma et photoémissions UV et d'utiliser les mesures de la résistance pour estimer la température du

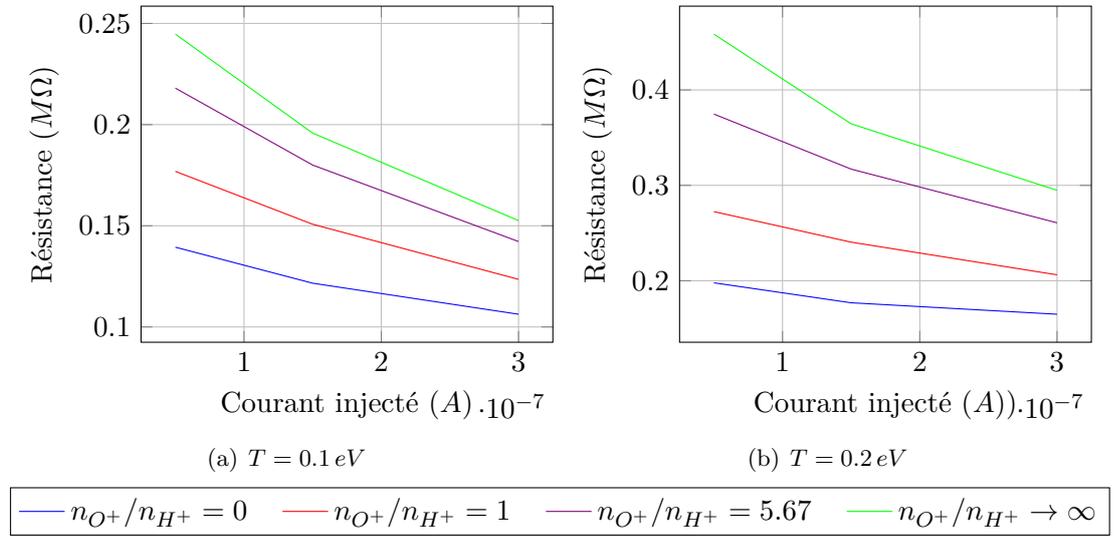


FIGURE 9.29 – Résistance équivalente de la gaine ( $M\Omega$ ) par rapport au courant injecté ( $A$ ) pour différentes compositions d'ions et une densité de  $1 \cdot 10^{11} m^{-3}$ .

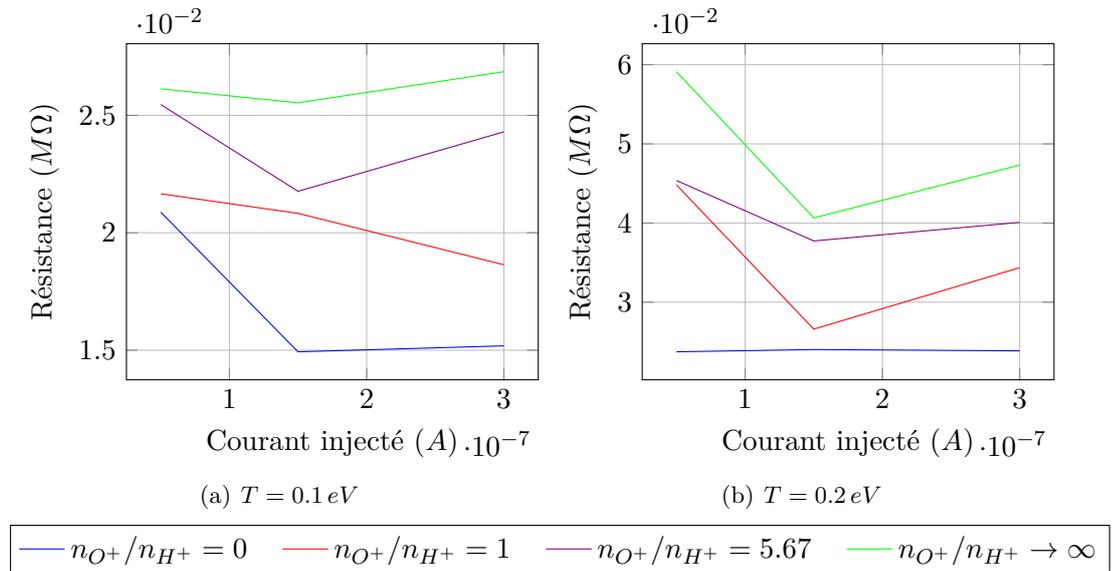


FIGURE 9.30 – Résistance équivalente de la gaine ( $M\Omega$ ) par rapport au courant injecté ( $A$ ) pour différentes compositions d'ions et une densité de  $1 \cdot 10^{12} m^{-3}$ .

plasma. Nous avons également proposé un modèle analytique pour calculer les courants qui circulent dans le plasma autour du capteur et une méthode itérative pour calculer le potentiel du capteur. En analysant la variation du

---

potentiel du senseur en fonction du courant injecté et dans les différentes conditions du plasma et photoémissions, nous avons conclu que

- dans un environnement à faible densité, le courant injecté peut détruire complètement la gaine du plasma,
- dans une plasma dense les valeurs du courant injecté ne sont pas suffisamment élevées pour la détruire,
- la résistance de la gaine mesurée en orbite, en principe, permettra d'estimer les paramètres du plasma,
- en présence de photoémissions UV et dans une environnement à faible densité le courant porté par les ions thermiques est négligeable par rapport au courant porté par les photoélectrons émis de la surface du senseur,
- la composition d'ions a peu d'impact sur le potentiel du senseur lorsque le courant injecté est positif,
- pour un courant d'injection négatif le potentiel du senseur peut dépasser  $-10 V$  et est influencé fortement par la composition d'ions.



# Chapitre 10

## Méthode $\delta f$

### Sommaire

---

<b>10.1 Introduction</b>	<b>187</b>
<b>10.2 Description de la méthode</b>	<b>188</b>
10.2.1 La méthode $\delta f$ -PIC	188
10.2.2 Bruit de la méthode	191
10.2.3 Mise à jour de la fonction $f_0$	191
<b>10.3 Validation : Sonde sphérique polarisée</b>	<b>192</b>
<b>10.4 Validation de la mise à jour des moments de <math>f_0</math></b>	<b>193</b>
<b>10.5 Validation : Satellite TARANIS</b>	<b>195</b>
<b>10.6 Conclusion</b>	<b>196</b>

---

### 10.1 Introduction

La méthode  $\delta f$  consiste à séparer la fonction de distribution en deux distributions. La distribution de base  $f_0$  qui est analytique ou tabulée (en général une fonction de distribution Maxwellienne) et une fonction de distribution perturbée qu'on appelle  $\delta f$ . La distribution perturbée sera exprimée avec une formulation hybride Vlasov-Particle-In-Cell qui consiste à suivre des particules au cours du temps ayant des poids variables dans le temps, au contraire de l'approche PIC qui considère que les poids des particules sont constants. Avec ce type d'approche on peut tenir compte des effets cinétiques qui sont impossibles à calculer avec une approche fluide ou avec la méthode couplée.

Cette technique réduit sensiblement les ressources de calcul et/ou le bruit par rapport à une méthode PIC, puisque seule la partie perturbée de la fonction de distribution est représentée par des particules tandis que la fonction de distribution de base  $f_0$  est analytique, tabulée ou calculée à l'aide d'autres méthodes (par exemple la méthode couplée). L'amplitude du bruit est pondérée par l'amplitude de la fonction perturbation  $\delta f$  par rapport

à celle de la distribution totale  $f$ . Cette méthode permet donc de réduire le nombre de particules nécessaires pour simuler le plasma par rapport à une simulation PIC traditionnelle à condition que la distribution de base  $f_0$  soit proche de la distribution totale.

Si on utilise la méthode couplée pour calculer la distribution de base on peut rajouter encore un niveau de complexité en utilisant les particules numériques de la méthode PIC- $\delta f$  pour mettre à jour les moments de la distribution  $f_0$  utilisés dans la méthode couplée. Avec cette approche, la fonction de base  $f_0$  varie au cours du temps pour se rapprocher plus de la fonction réelle  $f$ .

## 10.2 Description de la méthode

### 10.2.1 La méthode $\delta f$ -PIC

La méthode  $\delta f$  a été développée par Richard D. Sydora [85] et consiste à séparer la fonction de distribution  $f$  en une fonction de base  $f_0$  et une fonction perturbée  $\delta f$  :

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = f_0(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \delta f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \quad (10.1)$$

Nous supposons que la fonction de base est partiellement connue et proche de la fonction de distribution réelle  $f$ . De plus, on suppose que la fonction de distribution  $\delta f$  est calculée en utilisant une approche cinétique :

$$\delta f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_{i=1}^{N \text{ particles}} \omega_i(t) S_{\mathbf{x}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)) S_{\mathbf{v}}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_i(t)) \quad (10.2)$$

où  $\omega_i$ ,  $\mathbf{x}_i(t)$  et  $\mathbf{v}_i(t)$  sont le poids, la position et la vitesse à l'instant  $t$  de la particule  $i$ .  $S_{\mathbf{x}}$  et  $S_{\mathbf{v}}$  sont les fonctions de forme d'espace et de vitesse.

Dans les plasmas non collisionnels, le théorème de Liouville affirme que la fonction de distribution  $f$  est constante sur les trajectoires des particules :

$$\frac{df(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i, t)}{dt} = 0 \quad \forall i \quad (10.3)$$

Nous supposons que la fonction de distribution  $f$  et  $\delta f$  sont le produit d'un poids de fonction et d'une fonction marqueur  $g$  :

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = p(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)g(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \quad (10.4)$$

$$\delta f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = w(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)g(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \quad (10.5)$$

La fonction  $g$  représente la position et la vitesse des particules et elle est constante dans un repère lagrangien (lorsque  $(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = (\mathbf{x}_i(t), \mathbf{v}_i(t))$ ) :

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_{i=1}^{N_{particules}} S_{\mathbf{x}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)) S_{\mathbf{v}}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_i(t)) \quad (10.6)$$

En dérivant  $\delta f$  dans un repère lagrangien, on obtient :

$$\frac{d\delta f(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i, t)}{dt} = g(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i, t) \frac{d\omega(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i, t)}{dt} \quad \forall i \quad (10.7)$$

De plus, en combinant les équations 10.2, 10.4 et 10.5 la distribution  $g$  peut être exprimée comme suit :

$$(p(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) - \omega(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)) g(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = f_0(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \quad (10.8)$$

Le poids  $p_i$  représente le poids que nous utiliserons dans un algorithme PIC standard. Il est constant suivant un repère lagrangien. Si on considère que tous les poids sont égaux, les poids  $p_i$  peuvent être exprimés simplement comme :

$$p_i = \frac{n_0 V_{sim}}{N_p} \quad \forall i \quad (10.9)$$

où  $V_{sim}$  est le volume du domaine de simulation et  $N_p$  le nombre de particules impliquées dans la simulation. En utilisant 10.3, 10.7 et 10.8 dans un repère lagrangien, on obtient :

$$\frac{d\omega_i(t)}{dt} = - (p_i - \omega_i(t)) \left[ \frac{1}{f_0(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i, t)} \frac{df_0(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i, t)}{dt} \right] \quad \forall i \quad (10.10)$$

et  $\omega_i(0) = 0 \quad \forall i$ . Plusieurs schémas numériques pourraient être utilisés pour résoudre 10.10. En utilisant la nomenclature  $t^n = n\delta t$  et  $\omega_i(t^n) = \omega_i^n$ , on peut réorganiser l'équation comme :

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} \frac{-1}{p_i - \omega_i} \frac{d\omega_i(t)}{dt} dt = \int_{t^n}^{t^{n+1}} \frac{d}{dt} (\ln(f_0(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i, t))) dt \quad (10.11)$$

Ensuite la solution exacte de l'intégrale est :

$$\omega_i^{n+1} = p_i - (p_i - \omega_i^n) \frac{f_0(\mathbf{x}_i^{n+1}, \mathbf{v}^{n+1})}{f_0(\mathbf{x}_i^n, \mathbf{v}^i)} \quad (10.12)$$

Alternativement, on peut appliquer la méthodes des différences finies à l'équation 10.10 :

$$\frac{\omega_i^{n+1} - \omega_i^n}{\Delta t} = - \left( p_i - \omega_i^{n+1/2} \right) \frac{f_0(\mathbf{x}^{n+1}, \mathbf{v}^{n+1}) - f_0(\mathbf{x}^n, \mathbf{v}^n)}{\Delta t f_0(\mathbf{x}^{n+1/2}, \mathbf{v}^{n+1/2})} \quad (10.13)$$

Nous devons souligner le cas où  $f_0$  est égal à zéro (par exemple, dans une zone vide). Dans ce cas,  $\delta f$  est égal à la distribution  $f : w_i^{n+1} = p_i$ .

Par conséquent, la méthode  $\delta f$  consiste à calculer l'équation de poids pour chaque pas de particule et de temps, en plus des six équations permettant de calculer la position et la vitesse, ainsi que les effets liés à la fonction de distribution de base  $f_0$ .

La figure 10.1 illustre l'exemple de deux fonctions distribution en fonction d'une vitesse adimensionnalisé  $v/v_{th}$  en une direction. La courbe rouge représente la fonction de distribution de base  $f_0$ , alors que la courbe bleue représente la fonction de distribution perturbée  $\delta f$ , laquelle est représenté par une approche PIC. Les principaux moments de la fonction de base  $f_0$  sont dénotés comme  $n_0$ ,  $\mathbf{V}_0$  et  $T_0$ , alors que pour la distribution perturbée  $\delta f$  seront dénotés comme :  $\delta n$ ,  $\delta \mathbf{V}$  et  $\delta T$  et ils sont calculés à partir des relations suivantes :

$$\delta n = \sum_{\beta} \omega_{\beta} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \quad (10.14)$$

$$\delta \mathbf{V} = \frac{1}{\delta n} \sum_{\beta} \omega_{\beta} \mathbf{V}_{\beta} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \quad (10.15)$$

$$\delta T = \frac{m_{\alpha}}{3\delta n k_B} \sum_{\beta} \omega_{\beta} (\mathbf{V}_{\beta} - \delta \mathbf{V})^2 S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \quad (10.16)$$

Lorsque le poids  $\omega_{\beta}$  peut être parfois zéro nous utilisons le poids  $p_{\beta}$  des particules pour normaliser le moment vitesse et température :

$$\hat{n} = \sum_{\beta} p_{\beta} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \quad (10.17)$$

$$\delta \mathbf{V}' = \frac{1}{\hat{n}} \sum_{\beta} p_{\beta} \mathbf{V}_{\beta} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \quad (10.18)$$

$$\delta T' = \frac{m_{\alpha}}{3\hat{n} k_B} \sum_{\beta} p_{\beta} (\mathbf{V}_{\beta} - \delta \mathbf{V}')^2 S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \quad (10.19)$$

où  $\hat{n}$  est la même densité que l'on aurait calculé utilisant une approche PIC. En théorie utilisant une infinité des particules dans l'approche  $\delta f$  la somme des poids de particules devrait être égal à zéro, mais en pratique ce n'est pas le cas. Pour cela, on doit prendre en compte s'il y a un possible écart entre la distribution de base  $f_0$  et la distribution réel  $f$ . Si l'écart est nul, la densité  $\delta n$  peut être calculé utilisant l'équation 10.14. Néanmoins, si il existe un écart entre les deux distribution la densité  $|\delta n| < \left| \sum_{\beta} \omega_{\beta} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \right|$ . Pour corriger cet effet on utilise cette approximation :

$$\delta n' = \delta n \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \left| \frac{\delta \mathbf{V} - \mathbf{V}_{f_0}}{v_{th}} \right| \right) \right) \quad (10.20)$$

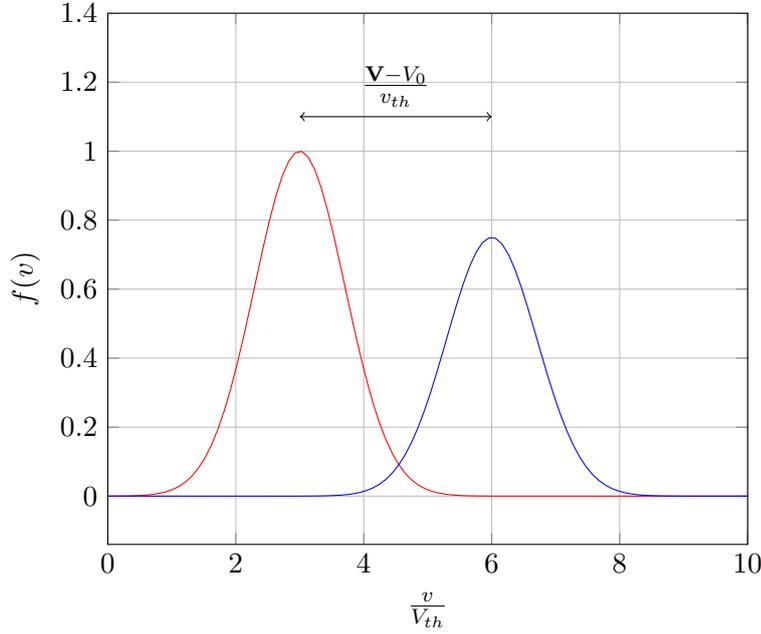


FIGURE 10.1 – Exemples de fonctions de distribution en fonction d’une vitesse adimensionnée  $v/v_{th}$  en une direction. En rouge la distribution de base  $f_0$  et en bleu la distribution  $f$ .

où  $\mathbf{V}_{f_0}$  est la vitesse moyenne de la distribution de base  $f_0$ .

La densité est introduite explicitement dans l’équation de Poisson et le moment vitesse est utilisé pour calculer le courant à travers les surfaces de la simulation.

### 10.2.2 Bruit de la méthode

Le surcoût apparent lié à l’utilisation d’une équation supplémentaire ne reflète pas la réduction du bruit pouvant être obtenue avec une fonction de distribution de base  $f_0$  proche de la fonction de distribution réelle  $f$ . Dans cette méthode, le bruit induit dans le potentiel est estimé comme suit :

$$\delta V_{\delta f} \approx \left\| \frac{\delta f}{f} \right\| \delta V_{pic} \quad (10.21)$$

Cette méthode fonctionne pour tous les types de fonctions de distribution de base analytiques, et le bruit est réduit en tant que  $\|\delta f/f\| < 1$ .

### 10.2.3 Mise à jour de la fonction $f_0$

Le bruit de la méthode  $\delta f$  devient plus petit lorsque  $f \approx f_0$ . Pour bénéficier de cet effet, nous avons étudié la possibilité de mettre à jour les

moments de  $f_0$  à partir des moments des particules utilisées pour modéliser  $\delta f$ . La modification de la fonction de distribution est lissée dans le temps pour éviter des possibles irrégularités et singularités.

Le nouveau moment densité dans la  $k$ -itération de la mise à jour de la distribution  $f_0$  est simplement :

$$n_0(\mathbf{x}, t^{k+1}) = n_0(\mathbf{x}, t^k) + \tau \delta n'(\mathbf{x}) \quad (10.22)$$

où  $0 \leq \tau \leq 1$  est le coefficient de lissage pour le moment densité. Cette densité doit être positive  $n_0(\mathbf{x}, t) \geq 0$ .

Le moment de vitesse moyenne est mis à jour de forme similaire :

$$\mathbf{V}_0(\mathbf{x}, t^{k+1}) = \mathbf{V}_0(\mathbf{x}, t^k) + \sigma \max(v_{th}, |\delta \mathbf{V}'(\mathbf{x})|) \text{sgn}(\delta \mathbf{V}'(\mathbf{x})) \quad (10.23)$$

où  $0 \leq \sigma < \tau$  est le coefficient de lissage pour le moment vitesse et  $n$  est la densité totale. La variation de vitesse moyenne dans chaque direction est limitée à la vitesse thermique.

La température est aussi mise à jour suivant l'équation suivante :

$$T_0(\mathbf{x}, t^{k+1}) = T_0(\mathbf{x}, t^k) + \sigma^2 \delta T'(\mathbf{x}) \quad (10.24)$$

L'intégration de la méthode  $\delta f$  et de la mise à jour des moments sur le logiciel SPIS est présentée par l'algorithme 2.

### 10.3 Validation : Sonde sphérique polarisée

Pour la validation du modèle on a choisi le même problème que pour valider la méthode couplée (voir la section 6.4). On simule donc une sonde sphérique de 4 cm de diamètre plongée dans le plasma ionosphérique à partir de la méthode  $\delta f$  et on va comparer les résultats avec l'approche PIC. On a utilisé 10 particules par maille.

Dans ce cas, la distribution de basse  $f_0$  est calculée à partir de la méthode couplée, donc on va utiliser les moments initiaux qu'on avait déjà calculés dans le chapitre précédent.

La figure 10.2 illustre le potentiel de la sonde en fonction du temps. On a utilisé 10 particules par maille dans les deux approches (donc 210.000 particules en total). On observe que le niveau de bruit est supérieur avec la méthode PIC. Le potentiel est calculé avec la méthode PIC à environ 10.2 mV de bruit alors que pour la méthode  $\delta f$  le bruit est de 2.1 mV. On atteint donc une réduction de bruit importante en utilisant le même nombre de particules.

Par contre, la méthode  $\delta f$  surestime le courant ionique collecté. On trouve un courant d'environ 6% supérieur par rapport la méthode PIC,

**Algorithme 2** : Intégration de la méthode  $\delta f$  dans SPIS

---

**Entrées** : Fonction analytique, tabulée ou à calculer  $f_0$  et le nombre d'itérations  $N_a$  avant la mise à jour de la fonction  $f_0$ .

**pour**  $t^n < t_{simu}$  **faire**

**Calcul des densités et courants à partir de la fonction de base  $f_0$ .**

**pour** *tous les particules  $\beta$*  **faire**

Pousser la particule à partir d'un schéma PIC et calculer le nouveau poids  $\omega_\beta$  utilisant l'équation 10.12.

**fin**

**Calcul des moments de la fonction  $\delta f$  et des courants collectés ou émis par la surface du satellite**

**si**  $n \bmod (N_a) = 0$  **alors**

Mise à jour de la distribution de base  $f_0$  à partir des moments calculés à partir de l'approche cinétique  $\delta f$  à partir des équations 10.22, 10.23 et 10.24.

**fin**

**Calcul du nouveau potentiel de surface à partir du bilan de courants et en volume à partir de l'équation de Poisson et  $n \rightarrow n + 1$ .**

**fin**

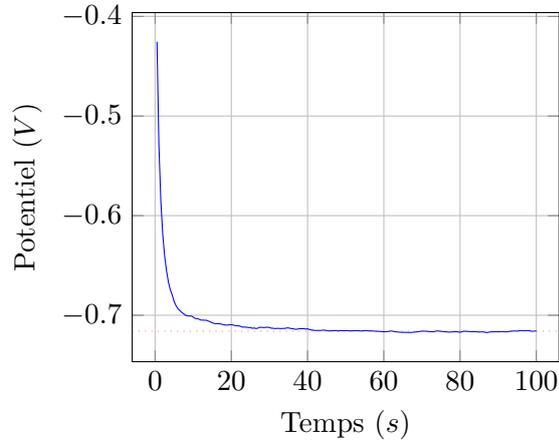
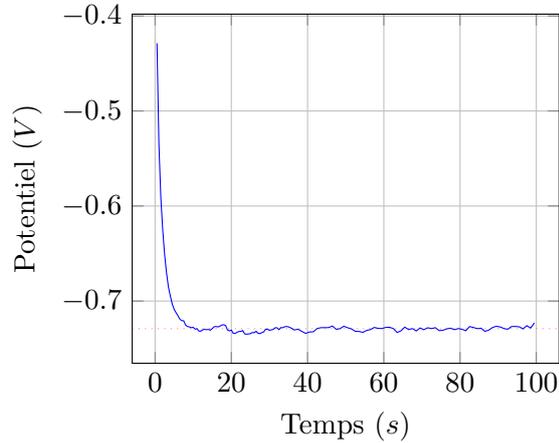
---

ce qui fait modifier le potentiel flottant. Cela est due au fait de que l'on calcule le courant avec la méthode couplée, avec lequel on obtient une très bonne estimation du courant collecté et ensuite on rajoute le courant calculé par la méthode  $\delta f$ . Dans la discussion nous allons discuter plus sur cette problématique et des possibles solutions.

On a effectué trois simulations de la méthode  $\delta f$  correspondant à trois cas différents de polarisation :  $\phi = -k_B T/e$ ,  $\phi = -10k_B T/e$  et avec le potentiel flottant et on les a comparés à une simulation PIC. Dans la figure 10.3 on montre la distribution de densité électronique et ionique le long de l'axe  $x$  pour les différents potentiels de la sonde. Nous pouvons observer que le pic du sillage est plutôt bien représenté, alors qu'on sous-estime la densité aux bords.

## 10.4 Validation de la mise à jour des moments de $f_0$

Pour la validation de la mise à jour des moments de  $f_0$  on a choisi de simuler une sonde sphérique de 25 mm de diamètre (elle a la même taille que la sonde ionique, voir chapitre 8) dans un plasma ionosphérique dérivant

(a) Méthode  $\delta f$ 

(b) Approche PIC

FIGURE 10.2 – Potentiel de la sonde en fonction du temps calculé à partir de la méthode  $\delta f$  et de l'approche PIC. Pour les deux approches on a utilisé le même nombre de particules. Les paramètres plasma étant les suivants :  $T = 0.2 \text{ eV}$ ,  $n_0 = 2.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$  and  $V_{sc} = 4V_{th_i}$ .

avec  $T = 0.2 \text{ eV}$ ,  $n_0 = 1 \cdot 10^{10}$  et une vitesse de dérive de  $7.5 \text{ km.s}^{-1}$ . Les ions sont composés uniquement d'oxygène.

Premièrement nous avons simulé les ions autour de la sonde avec une approche Particle-In-Cell. La figure 10.5 montre la densité ionique autour de la sonde sphérique en utilisant cette approche. On peut voir que le sillage dans cette simulation est très important. Ce type de sillage est normal lorsque la taille de la sonde est du même ordre de grandeur que la longueur de Debye.

Ensuite, nous avons utilisé la méthode  $\delta f$  pour simuler la même sonde

avec l'objectif de comparer les résultats. Notamment on veut comparer la densité ionique et voir la dynamique de la distribution de base  $f_0$  en fonction des moments calculés par la distribution  $\delta f$ . La figure 10.6 illustre le moment densité calculé à partir de la distribution de base  $f_0$  à plusieurs reprises. Dans un premier temps, à  $t = 0s$  nous observons que la distribution de densité est celle d'un fluide neutre. Ensuite, à  $t = 6s$  on observe une légère variation de densité autour de la sonde. En particulier, les ions sont accélérés vers la sonde et leur densité descend. De même, la queue du sillage est plus proche de la sonde car les ions qui sont de passage sont déviés et attirés vers le potentiel négatif de la sonde.

Dans  $t = 26s$  on observe très clairement que la même forme de sillage qu'on a vu dans l'approche PIC est en train de se former, et dans  $t = 36s$  on peut affirmer que la densité de la distribution de base, est très similaire à l'approche PIC.

En conséquence la distribution  $f_0 \approx f$  et  $\delta f/f \ll 1$ . Dans la figure 10.7 nous avons tracé le rapport entre la distribution perturbée  $\delta f$  et la fonction  $f$ . Le rapport a été calculé comme :

$$\left\| \frac{\delta f}{f} \right\| = \frac{\sum_i \omega_i}{\sum_i p_i} \quad (10.25)$$

Où  $\omega_i$  et  $p_i$  sont, respectivement, les poids de la particule  $i$  à partir de l'approche  $\delta f$  et de l'approche PIC standard.

Sur la même figure nous pouvons voir des petites perturbations tous les 5 – 6 s correspondant aux instants où on met à jour la distribution de base. En conséquence, vu que la distribution  $f_0$  est proche de la solution, le bruit de la simulation va être réduit.

## 10.5 Validation : Satellite TARANIS

On a simulé le satellite TARANIS complet avec les sondes IME-BF avec la méthode  $\delta f$ . Nous avons utilisé comme fonction de départ  $f_0$ , celle qui a été calculée avec la méthode couplée. On a utilisé 100 particules par maille, donc environ 50 millions de particules dans toute la simulation et le temps nécessaire pour réaliser cette simulation a été de 23 heures. La figure 10.8 montre la variation temporelle du potentiel de TARANIS. Le potentiel de convergence est également montré ci-dessous, dans le tableau 10.1.

On peut mettre en évidence que le bruit des sondes IME-BF est réduit par rapport à la simulation cinétique. Néanmoins, on observe que le potentiel que nous avons obtenu n'est pas le même qu'avec une approche cinétique. Les valeurs qu'on a obtenu avec une approche PIC étant autour de  $-705 mV$  on a une erreur d'environ  $37 mV$ . En plus, le potentiel du satellite n'a pas encore convergé et de ce fait, l'erreur qu'on a mesuré est plus élevée que l'erreur utilisant l'approche PIC.

	Potentiel ( $mV$ )	Bruit ( $mV$ )
Satellite	-668.6	6.70
IME-BF 1	-666.1	1.51
IME-BF 2	-667.5	3.46

TABLE 10.1 – Valeurs du potentiel ( $V$ ) du satellite et des sondes IME-BF une fois qu'ils ont convergé en utilisant la méthode  $\delta f$  et leur bruit associé. Les paramètres ionosphériques étant  $T = 0.2 eV$ ,  $n_0 = 1.0 \cdot 10^9 m^{-3}$

La distribution de potentiel, densité électronique et ionique sont montrés respectivement sur les figures 10.9 et 10.10. On observe que le sillage est plutôt bien représenté, alors que l'on a constaté des zones de surdensité dans chaque côté du satellite, juste en aval, que nous n'avons pas vu sur l'approche PIC.

Le fait d'avoir une erreur sur le potentiel est dû à ce que nous calculons le courant avec la méthode couplée auquel on ajoute le courant calculé avec la méthode  $\delta f$ , alors que la méthode couplée seule permet de calculer une très bonne approximation (voir chapitre 6) . Dans une prochaine étape il faudrait vérifier si un calcul combiné des deux est plus intéressant qu'une simple somme, ou si la méthode  $\delta f$  est plus adaptée pour calculer uniquement la densité et la méthode couplée uniquement le courant. On discutera des prochaines étapes dans la discussion.

## 10.6 Conclusion

Dans cette section, nous avons présenté et décrit la méthode  $\delta f$  permettant de calculer la partie perturbée d'une fonction de distribution en partant d'une fonction de distribution analytique. Cet algorithme consiste à suivre des particules au cours du temps ayant des poids variables dans le temps, au contraire de l'approche PIC qui considère que les poids des particules sont constants. Bien que l'utilisation d'une distribution PIC supplémentaire introduise un bruit statistique, l'amplitude du bruit est pondérée par l'amplitude de la distribution perturbée par rapport à celle de la distribution totale. Cette approche permet de réduire le nombre de particules nécessaires pour simuler le plasma par rapport à une simulation PIC traditionnelle et de réaliser des simulation 3D efficaces, précises et à faible bruit.

Dans une deuxième partie nous avons présenté la mise à jour de la fonction de distribution analytique de départ à partir des moments calculés à partir des particules de la distribution perturbée. Ensuite nous avons décrit l'intégration de cette méthode sur le logiciel SPIS.

Ensuite, nous avons présenté la validation du modèle à partir d'une sonde sphérique plongée dans un plasma ionosphérique. On a comparé les résultats

---

avec les résultats obtenus utilisant une approche PIC et on a constaté que les deux résultats étaient très similaires, ayant utilisé beaucoup moins de particules pour la méthode  $\delta f$ . La validation de la mise à jour des moments de la distribution analytique a été effectuée avec une deuxième sonde. Nous avons pu observer que la densité d'ions calculée uniquement avec la partie analytique s'approche de plus en plus du résultat cinétique. Ce résultat est très important car la partie analytique génère moins de bruit, et les moments qu'on actualise sont filtrés et lissés au cours du temps.

Enfin, nous avons simulé le satellite TARANIS complet. On a observé que le bruit par rapport la méthode cinétique est réduit, mais les valeurs du potentiel une fois convergées ne sont pas égaux à celles obtenues en utilisant l'approche PIC. De plus, on observe une différence de densité dans certaines zones. Une partie du problème vient du fait que la méthode  $\delta f$  surdimensionne les parties qui vont subir des accélérations importantes, car elles ne sont pas prises en compte par la méthode couplée ou les méthodes analytiques. Si les particules  $\delta f$  ont un poids trop important à la surface du satellite il est possible que le courant soit surdimensionné et bruité.

De plus, la méthode couplée est déjà optimisée pour calculer une bonne approximation du courant et le courant à rajouter devrait être pratiquement nul. Une autre option est utilisée les deux méthodes indépendamment : une pour calculer la densité et l'autre pour le courant. Nous avons effectué ce type d'approche et on obtient de bons résultats à faible bruit (voir figure 10.11).

Une autre problématique de cette méthode est la stabilité. On peut s'attendre à observer des altérations importantes des moments, ou même des instabilités, au cours du temps car l'actualisation des moments n'est pas centrée en temps. Néanmoins, les résultats à petite échelle n'ont pas montré de telles instabilités.

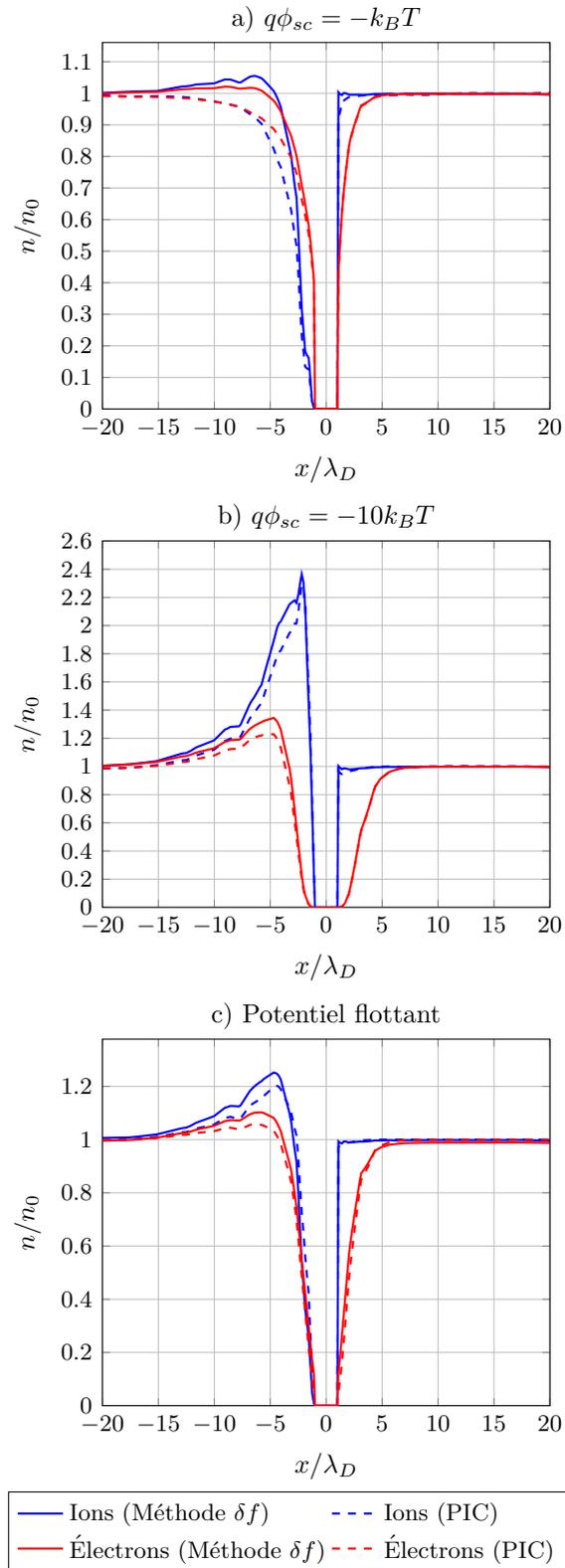
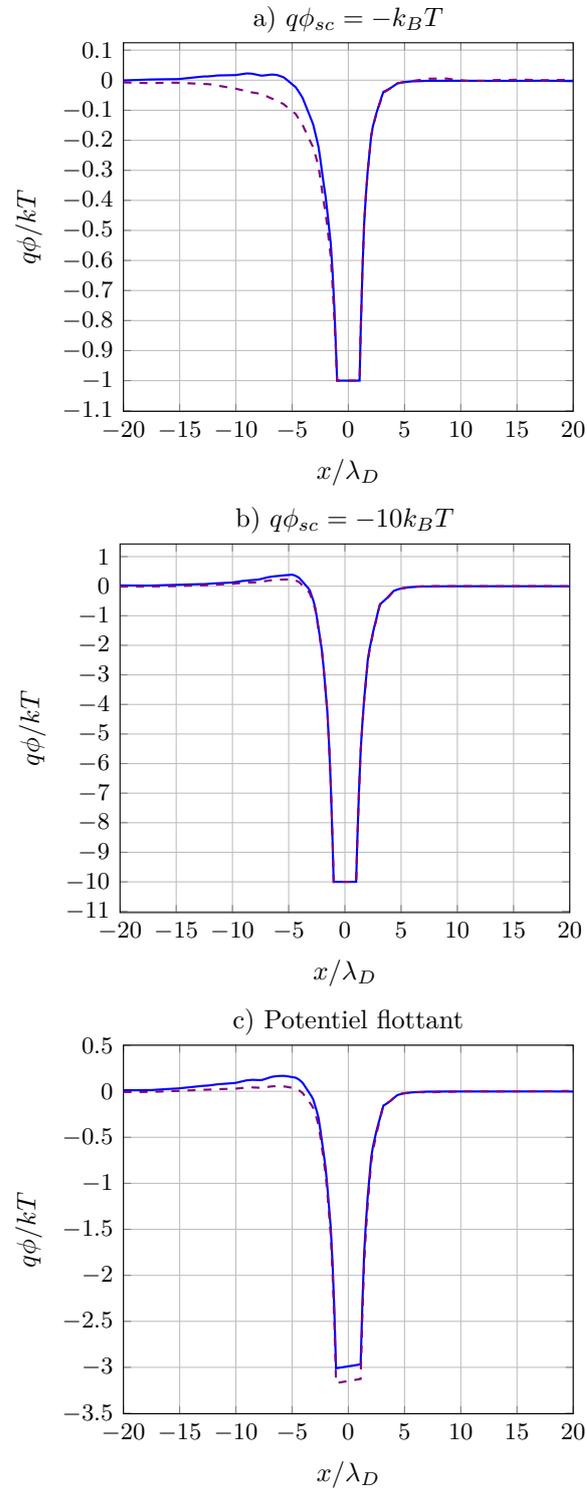


FIGURE 10.3 – Distribution de la densité ionique et électronique le long de l'axe  $x$  calculé à partir d'une approche PIC et de la méthode  $\delta f$ , pour différentes valeurs de potentiels négatifs. Les paramètres plasma étant les suivants :  $T = 0.2 \text{ eV}$ ,  $n_0 = 2.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$  et  $V_{sc} = 4V_{th_i}$ .



— Méthode  $\delta f$  - - - PIC

FIGURE 10.4 – Distribution du potentiel normalisé le long de l'axe  $x$  calculé à partir d'une approche PIC et de la méthode  $\delta f$ , pour différentes valeurs de potentiels négatifs. Les paramètres plasma étant identiques à ceux de la figure 6.6.

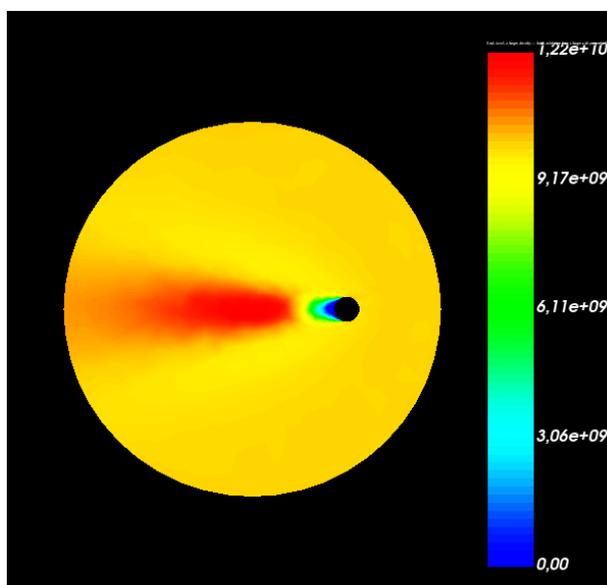


FIGURE 10.5 – Densité d'ions autour de la sonde ionique utilisant une approche PIC.

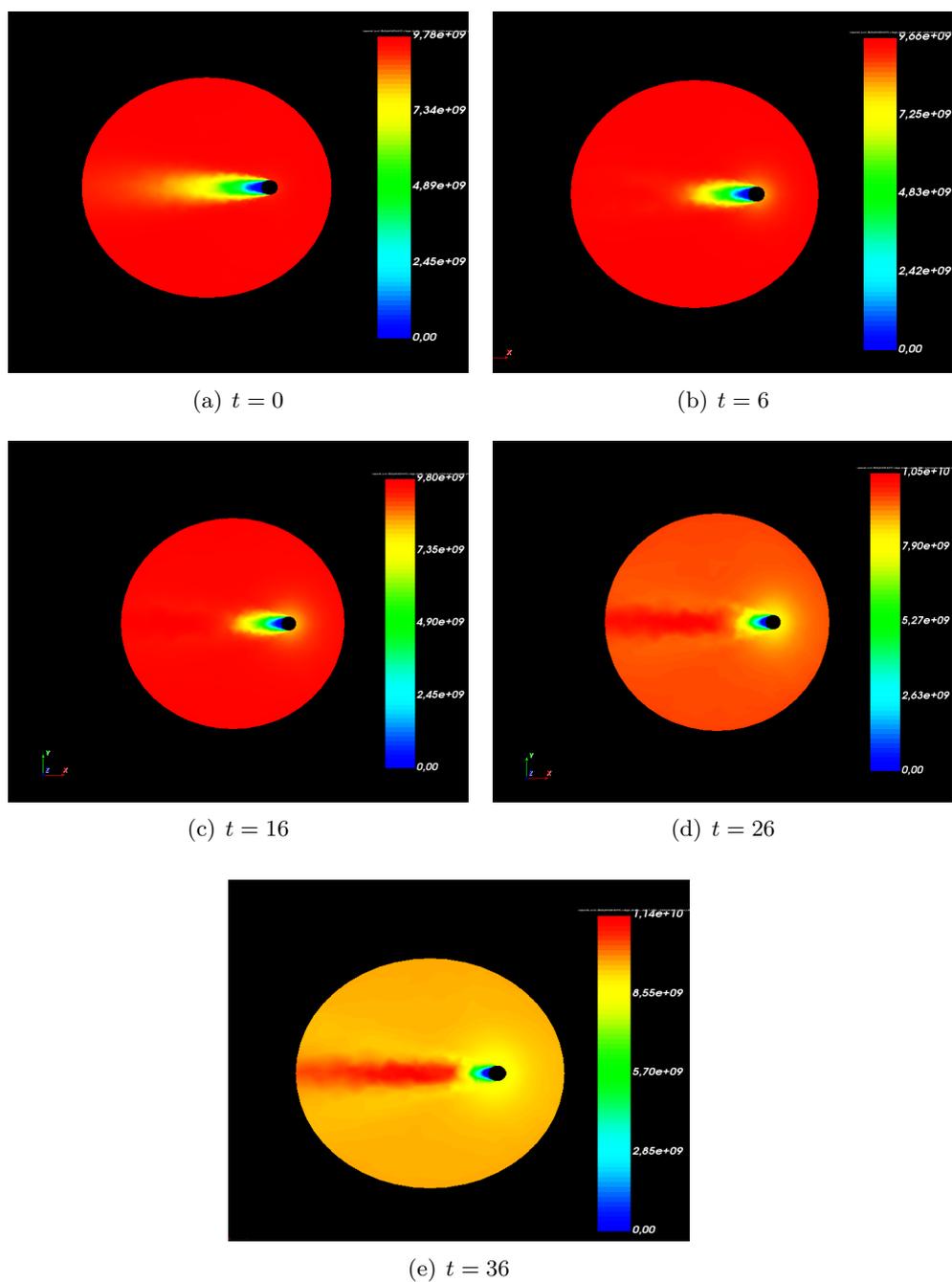


FIGURE 10.6 – Illustration du moment densité de la distribution de base  $f_0$  au cours du temps et de la mise à jour de cette fonction de distribution.

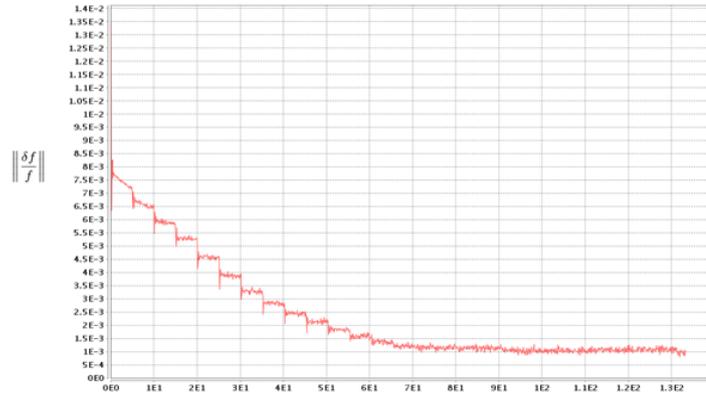


FIGURE 10.7 – Rapport entre la distribution perturbée  $\delta f$  et la distribution réelle  $f$ . Plus petit est le rapport, moins il y a de bruit dans la simulation. Chaque saut correspond à une actualisation de  $f_0$ .

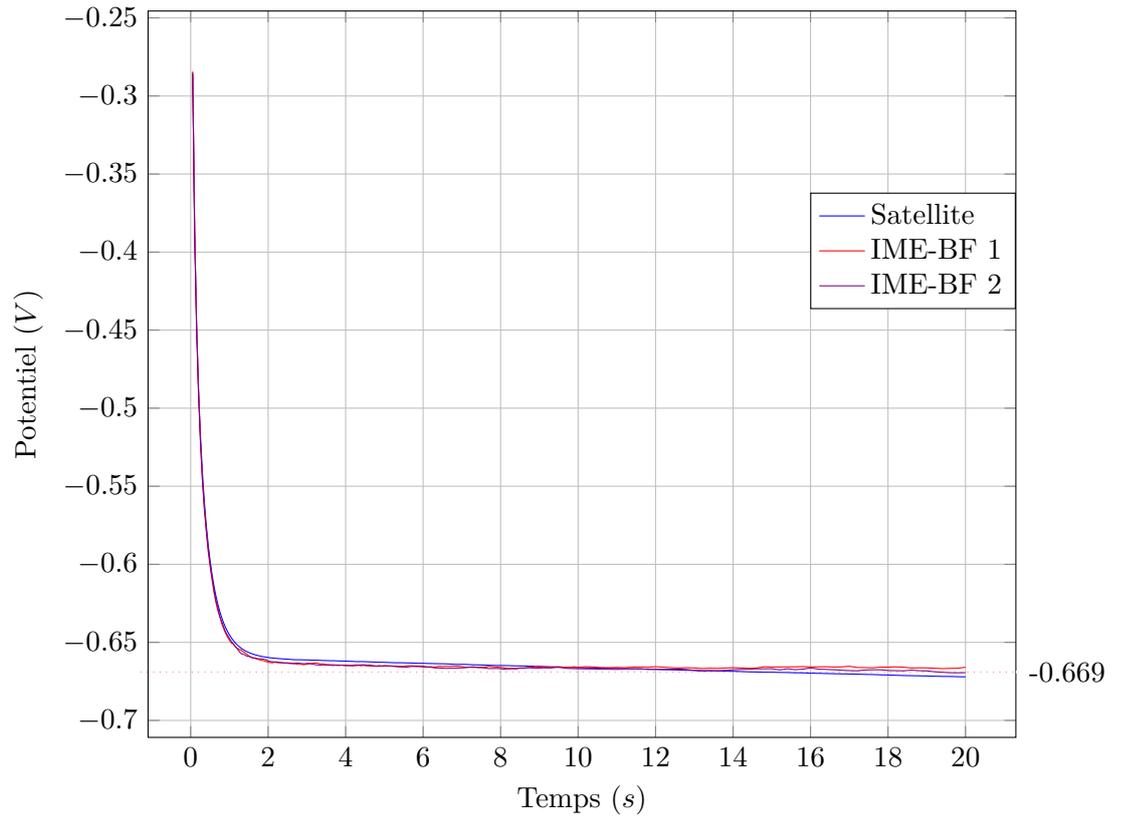


FIGURE 10.8 – Potentiel (V) du satellite et des sondes IME-BF en fonction du temps (s) avec  $T = 0.2 \text{ eV}$ ,  $n_0 = 1.0 \cdot 10^9 \text{ m}^{-3}$  utilisant la méthode  $\delta f$ .

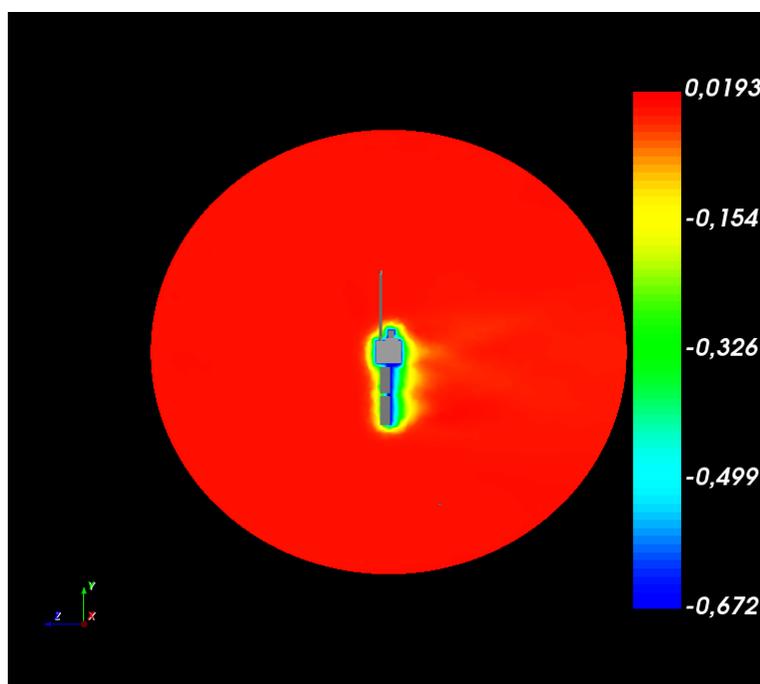


FIGURE 10.9 – Potentiel ( $V$ ) autour de TARANIS utilisant la méthode  $\delta f$ .

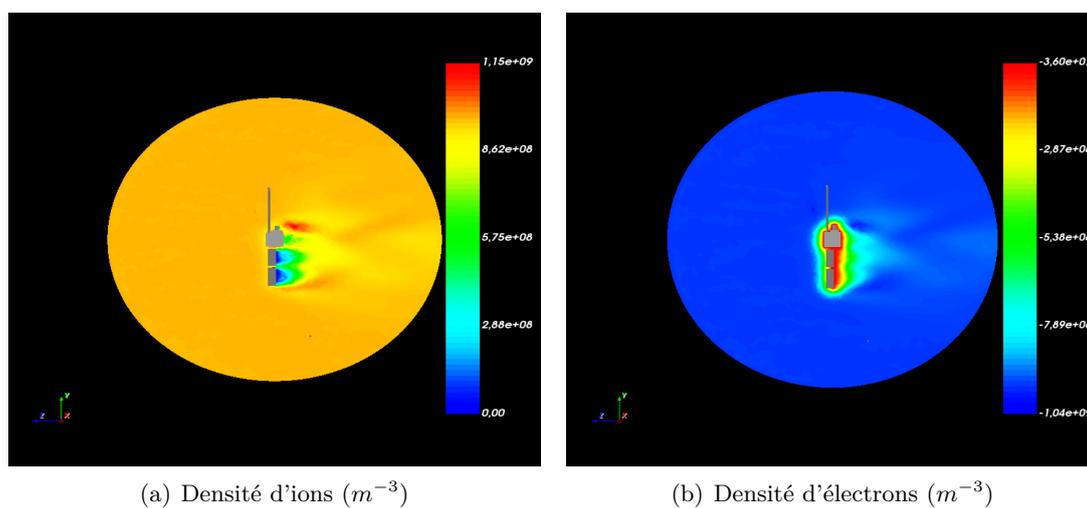


FIGURE 10.10 – Densité ionique et électronique ( $m^{-3}$ ) autour du satellite TARANIS utilisant la méthode  $\delta f$ .

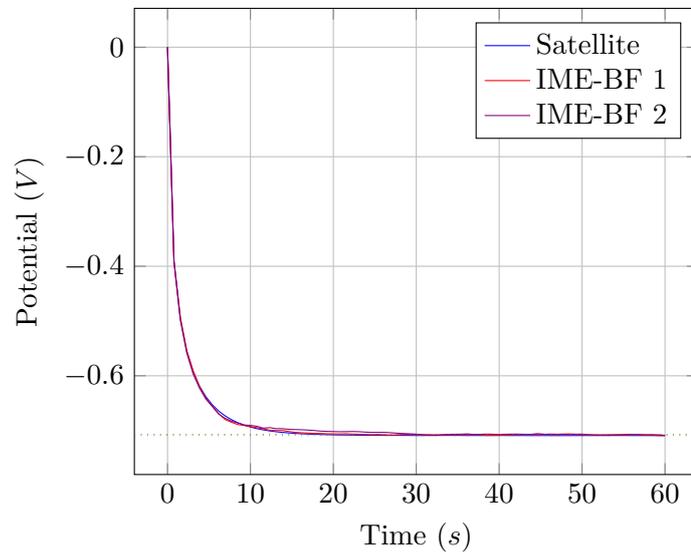


FIGURE 10.11 – Variation temporelle du potentiel ( $V$ ) du satellite TARANIS et des senseurs IME-BF calculée avec la méthode  $\delta f$ . Le courant a été calculé seulement avec la méthode couplée.

# Conclusion et perspectives

Cette thèse s'est déroulée en deux parties : une partie numérique et une partie simulation et calibration des instruments.

Dans la partie numérique, nous avons développé et intégré sur le logiciel SPIS différents outils pour étudier l'interaction entre un plasma ionosphérique et un satellite.

D'une part, la méthode couplée permet de réduire le bruit et les ressources de calcul en utilisant une distribution maxwellienne locale en calculant les moments de la distribution à partir d'une approche cinétique.

D'autre part, la méthode PIC- $\delta f$  perturbative permet de réduire le bruit des simulations cinétiques à partir d'une fonction de distribution de base proche à la distribution réelle. Dans notre algorithme nous avons proposé d'utiliser la méthode couplée pour calculer cette fonction de distribution de base et on a montré un possible développement pour la mise à jour de cette fonction afin de réduire le bruit des simulations au cours du temps.

Une large gamme d'applications en orbite basse ou face au vent solaire est envisageable à partir des modèles que nous avons présentés. En particulier, nous trouvons très intéressant, d'un point de vue ingénieur, l'utilisation de la méthode couplée pour optimiser le choix de matériaux et la configuration des différents éléments du satellite. D'autre part, la méthode  $\delta f$  en tant que reformulation de l'approche PIC, résulte en une réduction des ressources et du bruit numérique. Néanmoins, une étude de la stabilité, centrage et optimisation de cette mise à jour permettrait également de réduire considérablement le niveau de bruit, ressources de calcul et la correction de possibles instabilités ou perturbations.

Cette thèse ouvre également de nouvelles perspectives quant aux futurs développements du logiciel SPIS et des modèles numériques proposés. Dans une première partie, une approche plus performante pourrait être mise en place pour l'initialisation de la Maxwellienne locale utilisée dans la méthode couplée. Une approche à partir des facteurs de forme ou la résolution des équations fluides résulterait en une réduction des ressources de calcul importante. De même, la méthode  $\delta f$  pourrait être reformulée pour ajouter l'effet du champ magnétique et/ou des collisions avec des particules chargées et neutres.

Finalement nous avons utilisé ces méthodes pour simuler le

comportement du satellite TARANIS face à différentes configurations de matériaux, géométries et environnements. Nous avons également utilisé ces résultats pour étudier l'influence du satellite sur deux des instruments embarqués sur TARANIS.

D'une part, nous avons simulé la sonde ionique : une sonde polarisée négativement par rapport au satellite dont la caractéristique courant-tension mesure des paramètres du plasma ambiant. Nous avons effectué une étude paramétrique des grandeurs qui vont avoir une influence sur le courant collecté : composition ionique, densité, température et polarisation de la sonde. Nous avons également réalisé un algorithme d'optimisation pour déduire des relations analytiques qui arrivent à prévoir le courant collecté pour les ions oxygène et hydrogène. Notre modèle analytique donne une idée de la composition ionique et de la densité du plasma, alors que la mesure de la température est plus compliquée : la problématique est que les ions ont une énergie plus liée à leur vitesse de dérive qu'à leur agitation thermique.

D'autre part, nous avons simulé un capteur de l'instrument IME-BF qui mesure le champ électrique basse fréquence. Pour effectuer des mesures plus propres on peut également modifier le potentiel du capteur et l'épaisseur de la gaine du plasma en injectant un courant du satellite vers la sonde. L'objectif de ces simulations est de connaître la réponse des courants injectés et déterminer s'il est possible de connaître les propriétés du plasma ambiant. En particulier, on est intéressés à connaître la résistance équivalente de la gaine en fonction des propriétés du plasma ionosphérique. Nous avons étudié l'influence de la densité du plasma ambiant, de la composition ionique, de la température des espèces, de la photoémission et du courant injecté.

De la même manière que pour la sonde ionique, nous avons déduit des relations analytiques de chacun des courants collectés à partir d'un algorithme d'optimisation. À partir de ces relations nous avons calculé le potentiel de la sonde analytiquement avec une erreur moyenne de  $8.7mV$  par rapport à nos simulations.

Avec la calibration de ces instruments nous avons étudié le comportement des ions oxygène et hydrogène lorsqu'ils sont supersoniques et entre deux régimes de gaine. Les effets du champ magnétique et des collisions ont été négligés. Négliger les collisions entre particules chargées est justifié pour des faibles densités mais pour les environnements ionosphériques plus denses celles-ci peuvent avoir un impact non-négligeable sur les mesures. De la même façon, l'effet du champ magnétique est important lorsque l'on fait une étude du satellite complet. Alors que le champ magnétique pour les ions oxygène n'aura pas beaucoup d'influence car leur rayon de Larmor est de plusieurs dizaines de mètres ce n'est pas le cas pour les ions hydrogène dont le rayon de Larmor est de plusieurs mètres. Donc, une perspective de cette étude pourrait être l'analyse de collisions entre particules chargées et du champ magnétique sur les mesures des instruments et sur le potentiel de TARANIS.

Les modèles d'étalonnage des instruments de TARANIS établis au cours de cette thèse permettront des avancées sur la caractérisation et compréhension du plasma ionosphérique et aux phénomènes TLEs et TGFs pour lesquels le satellite TARANIS a été conçu.

Avec le retour des expériences en orbite, il serait très intéressant de regarder l'influence des paramètres et analyser la corrélation (ou pas) avec les simulations que nous avons réalisé et les résultats que nous avons obtenu.

# ANNEXES

---

## A Équations électromagnétiques

### A.1 Équations de Maxwell

Les équations de Maxwell constituent un ensemble d'équations aux dérivées partielles qui, combinées à la loi de Lorentz, constituent la base de l'électrodynamique classique.

$$\text{Équation de Maxwell-Gauss} \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (26)$$

$$\text{Équation de Maxwell-Thomson} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (27)$$

$$\text{Équation de Maxwell-Faraday} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (28)$$

$$\text{Équation de Maxwell-Ampere} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (29)$$

où  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  sont respectivement la permittivité et la perméabilité du vide.

## B Paramètres orbitaux

Le demi-grand axe peut être calculé comme :

$$a = R_t + h = 7071 \text{ km} \quad (30)$$

étant  $R_t = 6371 \text{ km}$  le rayon moyen de la terre et  $h$  l'altitude moyenne de l'orbite.

Ensuite, en utilisant la troisième loi de Kepler, nous calculons la période orbital  $T$  :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 5916.9 \text{ sec} = 1 \text{ h } 38 \text{ min } 37 \text{ sec} \quad (31)$$

où  $\mu = GM = 398600 \text{ km}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ . Puis, la vitesse moyenne de l'orbite peut être calculée en prenant comme repère le centre de la terre :

$$v = \frac{2\pi a}{T} = 7.50 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \quad (32)$$

En utilisant une analyse des perturbations orbitales on trouve l'équation décrivant la variation de la longitude du noeud ascendant, notée  $\Omega$ , qui correspond à l'angle de précession :

$$\Delta\Omega = -2\pi \frac{J_2}{\mu} \frac{3}{2} \cos i \quad (33)$$

où  $J_2 = 1.7555 \cdot 10^{10} \text{ km}^5 \cdot \text{s}^{-2}$  est le coefficient lié à l'aplatissement de la terre sur les pôles,  $p$  est le demi latus rectum de l'orbite (considérant donc une orbite circulaire, est égal au demi-grand axe  $a$ ), et  $i$  est l'inclinaison de l'orbite.

Le noeud ascendant d'une orbite héliosynchrone dérive dans le sens direct de  $360^\circ$  par an dans le plan équatorial. Avec cette vitesse de précision on peut calculer facilement l'inclinaison de l'orbite :

$$i \approx \arccos \left( -\frac{\rho \sqrt{\mu}}{\frac{3}{2} J_2} a^{\frac{7}{2}} \right) = \arccos \left( -\frac{a^{7/2}}{2.0945 \cdot 10^{14}} \right) = 98.16^\circ \quad (34)$$

L'orbite est donc quasi-polaire et légèrement rétrograde.

## C Plasmas

### C.1 Onde acoustique ionique

Les collisions de contact entre molécules sont à l'origine des ondes de pression dans un gaz neutre. Ces ondes sont caractérisées par leur vitesse de propagation : la vitesse du son. Considérons les suivantes hypothèses :

- a) Plasma non collisionnel et unidimensionnel
- b) Neutralité
- c) Champs externes nuls
- d) Électrons boltzmanniens
- e) Plasma considéré comme gaz idéal et que leurs perturbations de pression sont polytropes.

Les vitesses moyennes  $\mathbf{V}_\alpha$  des électrons et ions sont les mêmes au cours du temps à cause de la neutralité qu'on impose.

Si on prend l'équation de quantité de mouvement pour les électrons et ions :

$$m_e \left( \frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + (\mathbf{V}_e \cdot \nabla) \mathbf{V}_e \right) = -e\mathbf{E} - \frac{1}{n_e} \nabla P_e \quad (35)$$

$$m_i \left( \frac{\partial \mathbf{V}_i}{\partial t} + (\mathbf{V}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}_i \right) = +Ze\mathbf{E} - \frac{1}{n_i} \nabla P_i \quad (36)$$

Donc avec  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_e = \mathbf{V}_i$  et  $n = n_e = n_i$  on trouve le champ électrique  $\mathbf{E}$  :

$$\mathbf{E} = \frac{m_e \nabla P_i - m_i \nabla P_e}{ne(Zm_e + m_i)} \approx -\frac{1}{ne} \nabla P_e \quad (37)$$

On introduit les champ électrique  $\mathbf{E}$  dans l'équation 36 :

$$m_i n \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right) = -\nabla (P_i + ZP_e) \quad (38)$$

Comme les perturbations des pressions des électrons et ions sont polytropes, elles peuvent être représentées comme  $\nabla P_\alpha = \gamma_\alpha k_B \nabla T_\alpha$ , où  $\gamma$  est l'indice adiabatique. Pour les électrons on peut considérer que leur transformation est isotherme, donc  $\gamma_e = 1$ .

Le système à résoudre est donc :

$$m_i n \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right) = -k_B (\gamma_i T_i + ZT_e) \nabla n \quad (39)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{V}) = 0 \quad (40)$$

On pose  $n = n_0 + \tilde{n}$  et  $\mathbf{V} = \mathbf{v}$ . Si on considère que les perturbations de  $\tilde{n}$  et  $\mathbf{V}$  seront proportionnelles à  $\exp(i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}))$ , le système 40 sur une base de Fourier reste :

$$i\omega m_i n_0 \mathbf{V} = i\mathbf{k} k_B (\gamma_i T_i + ZT_e) \tilde{n} \quad (41)$$

$$i\omega \tilde{n} - i\mathbf{k} n_0 \mathbf{V} = 0 \quad (42)$$

Finalement, la résolution de ce système :

$$v_s = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{k_B (\gamma_i T_i + ZT_e)}{m_i}} \quad (43)$$

Il faut noter que la vitesse de groupe et la vitesse de phase est la même lorsque  $\frac{d\omega}{dk} = v_s$ .

## C.2 Fréquence plasma

La fréquence plasma est la fréquence caractéristique des oscillations des charges dues à l'effet combiné de l'agitation thermique qui pousse les particules les plus légères (les électrons) à sortir de l'espace quasi-neutre et aux forces attractives de Coulomb.

On peut montrer que ces oscillations se produisent à partir des hypothèses suivantes :

- a) Les ions sont statiques par rapport aux électrons, car leur masse est beaucoup plus grande.
- b) Pas de champs extérieurs :  $\mathbf{B} = 0$  et  $\mathbf{E}_0 = 0$
- c) l'agitation thermique négligée  $\Delta P \approx 0$ .
- d) Les collisions et les termes convectifs sont aussi négligés.

En utilisant l'équation de continuité C.88, l'équation de la quantité de mouvement C.97 et l'équation de Poisson 2.1 :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{v}_e) = 0 \quad (44)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} = \frac{e}{m_e} \mathbf{E} \quad (45)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_e) \quad (46)$$

Initialement, la région limitée reste neutre, donc  $n_e = n_i = n_0$ , appliquant ainsi une petite perturbation :  $n_e = n_0 + \tilde{n}_e$  :

$$\frac{\partial \tilde{n}_e}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot (\tilde{\mathbf{v}}_e) = 0 \quad (47)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}_e}{\partial t} = \frac{e}{m_e} \tilde{\mathbf{E}} \quad (48)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{e}{\epsilon_0} \tilde{n}_e \quad (49)$$

Ainsi, en utilisant l'équation 48 et 49 :

$$\nabla \cdot \left( \frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}_e}{\partial t} \right) = \frac{e}{m_e} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{e^2}{m_e \epsilon_0} \tilde{n}_e \quad (50)$$

En conséquence, considérant que  $\nabla \cdot \left( \frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}_e}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_e)$  :

$$\frac{\partial^2 \tilde{n}_e}{\partial t^2} + n_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_e) = \frac{\partial^2 \tilde{n}_e}{\partial t^2} - \frac{n_0 e^2}{m_e \epsilon_0} \tilde{n}_e = 0 \quad (51)$$

Et finalement,

$$\omega_p^2 = \frac{n_0 e^2}{m_e \epsilon_0} \quad (52)$$

### C.3 Fréquence cyclotron et Rayon de Larmor

La fréquence cyclotron ou gyrofréquence est la fréquence d'une particule chargée se déplaçant perpendiculairement à la direction d'un champ magnétique uniforme  $\mathbf{B}$  (magnitude et direction constantes). Puisque ce

mouvement est toujours circulaire, la fréquence du cyclotron est donnée par l'égalité de la force centripète et de la force magnétique de Lorentz :

$$\frac{mv_{\perp}^2}{r} = qBv_{\perp} \quad (53)$$

Donc, la fréquence cyclotron s'écrit comme :

$$\omega_c = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad (54)$$

Et le rayon de Larmor est le rayon de ce mouvement circulaire. Il s'écrit comme :

$$r_L = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} \quad (55)$$

où  $B$  est le champ magnétique,  $m$  la masse et  $v_{\perp}$  la vitesse perpendiculaire aux champ magnétique.

#### C.4 Ondes d'Alfvén

Une onde d'Alfvén dans un plasma est une oscillation progressive des ions et du champ magnétique qui se propage à basse fréquence, comparée à la fréquence cyclotron (voir Annexe C.3). La vitesse de propagation d'une onde d'Alfvén  $v_A$  est donnée par :

$$v_A = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 n_0 m}} \quad (56)$$

où  $B$  est le champ magnétique,  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du plasma,  $n_0$  la densité et  $m$  la masse de l'espèce plasma.

#### C.5 Fonction de distribution

Le mouvement d'une particule de masse  $m$  est défini par sa position  $\mathbf{x}$  et sa vitesse  $\mathbf{v}$  dans une dimension d'espace  $N$ . Chaque particule est donc représentée par un point dans l'espace de phase  $(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \in \mathbb{R}^{2N}$ . La densité de probabilité des points de cet espace  $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  au temps  $t$  est proportionnelle à la fonction de distribution  $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \in \mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R}^+$ . Par conséquent,  $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)d\mathbf{x}d\mathbf{v}$  représente le nombre de particules au temps  $t$  dans l'espace avec des coordonnées comprises entre  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$  et la vitesse entre  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$ .

### Distribution Maxwellienne en vitesse

La distribution de Maxwell (ou Maxwell-Boltzmann) décrit la distribution des vitesses de particules en équilibre thermique donnée par la mécanique statistique.

$$f_{\alpha}^0(\mathbf{v}) = \left( \frac{m_{\alpha}}{2\pi k_B T_{\alpha}} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m_{\alpha} \|\mathbf{v}\|^2}{2k_B T_{\alpha}} \right) \quad (\text{C.57})$$

Étant une distribution de probabilité, le moment d'ordre zéro est l'unité :

$$\int_{\mathbb{R}^N} f_{\alpha}^0 d\mathbf{v} = 1 \quad (\text{C.58})$$

La vitesse moyenne<sup>1</sup> peut être obtenue dès le premier instant de la distribution Maxwell :

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} f_{\alpha}^0 d\mathbf{v} = \sqrt{\frac{8k_B T_{\alpha}}{\pi m_{\alpha}}} \quad (\text{C.59})$$

La vitesse quadratique moyenne est le moment de vitesse de second ordre :

$$\sqrt{\langle \mathbf{v}^2 \rangle} = \left( \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v}^2 f_{\alpha}^0 d\mathbf{v} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{3k_B T_{\alpha}}{m_{\alpha}}} \quad (\text{C.60})$$

L'énergie cinétique moyenne :

$$E_{\alpha}^{av} = \left\langle \frac{1}{2} m_{\alpha} \mathbf{v}^2 \right\rangle = \frac{1}{2} m_{\alpha} \langle \mathbf{v}^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T_{\alpha} \quad (\text{C.61})$$

La vitesse thermique est la vitesse la plus probable de la fonction de distribution :

$$v_{th}^{\alpha} = \sqrt{\frac{2k_B T_{\alpha}}{m_{\alpha}}} \quad (\text{C.62})$$

### Rélation de Boltzmann

En utilisant l'équation de quantité de mouvement C.97 et négligeant les termes convectifs et en l'absence de champs magnétiques, l'équation s'écrit :

$$m_{\alpha} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\frac{1}{n_{\alpha}} \nabla \cdot P_{\alpha} + q_{\alpha} \mathbf{E} \quad (\text{C.63})$$

1. Si nous ne considérons pas la norme du vecteur vitesse, la vitesse moyenne est nulle car la distribution des vitesses est isotrope

Puis, en considérant un plasma isotrope respectant la loi des gaz parfaits en équilibre thermique  $\nabla \cdot P_\alpha = \nabla p_\alpha = k_B T_\alpha \nabla n_\alpha$  et supposant que l'inertie des particules est négligeable :

$$0 = -k_B T_\alpha \nabla (\ln(n_\alpha)) - q_\alpha \nabla \phi \quad (\text{C.64})$$

intégrant les deux côtés on obtient la relation de Boltzmann :

$$n_\alpha(\mathbf{x}) = n_\alpha^0 \exp\left(-\frac{q\phi(\mathbf{x})}{k_B T_\alpha}\right) \quad (\text{C.65})$$

où  $\phi$  est le potentiel par rapport au plasma non perturbé avec une densité  $n_\alpha^0$ .

### Fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann

Considérant la distribution de vitesse de Maxwell et la distribution de densité de Boltzmann :

$$f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = n_\alpha(\mathbf{x}, t) f_\alpha^0(\mathbf{v}) = n_\alpha^0 \exp\left(-\frac{q\phi(\mathbf{x}, t)}{k_B T_\alpha}\right) \left(\frac{m_\alpha}{2\pi k_B T_\alpha}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_\alpha \|\mathbf{v}\|^2}{2k_B T_\alpha}\right) \quad (\text{C.66})$$

Par conséquent, en considérant l'énergie d'une seule particule  $E = \frac{1}{2} m_\alpha \|\mathbf{v}\|^2 + q\phi$ , la distribution de Maxwell Boltzmann peut s'écrire ainsi :

$$f_\alpha = n_\alpha^0 \left(\frac{m_\alpha}{2\pi k_B T_\alpha}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E}{k_B T_\alpha}\right) \quad (\text{C.67})$$

L'expression indique que seulement les électrons les plus rapides peuvent surmonter la barrière de potentiel et pénétrer dans les régions à potentiel négatif. En d'autres termes, la densité électronique est épuisée dans les régions où le potentiel électrique est négatif.

### C.6 Equation de Boltzmann

Considérant  $N \leq 3$  et supposant que la vitesse et l'accélération de chaque particule sont finies dans l'espace de phase, de dimension  $2N$ , et qu'il n'y a pas de collisions, ces "points" se déplacent sur des trajectoires continues et  $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$  obéissant l'équation de Liouville :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{x}, \mathbf{v}} \cdot [(\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{v}})f] = 0 \quad (\text{C.68})$$

La vitesse et l'accélération sont respectivement  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{x}}$  et  $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}$ . En développant l'équation C.68 on trouve :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + f \nabla_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f + f \nabla_{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = 0 \quad (\text{C.69})$$

avec  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{v}$  soient variables indépendantes dans l'espace de phase :  $\nabla_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{v} = 0$  et considérant l'hypothèse suivante :

$$\nabla_{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{a} = 0 \quad (\text{C.70})$$

Résulte en l'équation de Boltzmann dans un milieu non-collisionnel :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f + \mathbf{a} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = 0 \quad (\text{C.71})$$

Par conséquent, nous pouvons démontrer que la dérivé de temps total de  $f$  est nulle :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\mathbf{x}}{dt} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f + \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = 0 \quad (\text{C.72})$$

Pour les plasmas collisionnels, l'hypothèse C.70 ne peut pas être démontrée. Dans ce cas on introduit un opérateur  $Q(f)$  du côté droit de l'équation C.71 :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f + \mathbf{a} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = Q(f) \quad (\text{C.73})$$

## C.7 Équation de Vlasov

Si les particules ne sont soumises qu'à des forces électromagnétiques et que les effets relativistes sont négligés, l'accélération des particules est de la forme suivante :

$$\mathbf{a} = \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (\text{C.74})$$

Donc, l'hypothèse C.70 est démontrée :

$$\nabla_{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{a} = \frac{q}{m} \nabla_{\mathbf{v}} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \frac{q}{m} \mathbf{B} \cdot (\nabla_{\mathbf{v}} \times \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{C.75})$$

étant le champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  indépendants de la vitesse  $\mathbf{v}$ . L'équation de Vlasov-Boltzmann pour un plasma non-collisionnel est écrite comme :

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_{\alpha} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha} = 0 \quad (\text{C.76})$$

où  $\alpha$  représente les différentes populations d'électrons ou d'ions,  $q_{\alpha}$  et  $m_{\alpha}$  sont respectivement la charge et la masse des espèces  $\alpha$ .

## C.8 Grandeurs macroscopiques du plasma

Les propriétés observables d'un système de particules sont obtenues par le biais de quantités moyennées sur une fonction de distribution. Les paramètres physiques sont donc obtenus par les moments de la fonction de distribution  $f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ . Par conséquent,

- Densité

$$n_\alpha(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbb{R}^N} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (\text{C.77})$$

- Vitesse moyenne

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{n_\alpha(\mathbf{x}, t)} \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (\text{C.78})$$

- Pression

$$P_\alpha = m_\alpha \int_{\mathbb{R}^N} (\mathbf{V}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{v}) \otimes (\mathbf{V}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{v}) f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (\text{C.79})$$

Nous pouvons également définir certains paramètres électromagnétiques :

- Densité de charge

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_\alpha q_\alpha \int_{\mathbb{R}^N} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} = \sum_\alpha q_\alpha n_\alpha \quad (\text{C.80})$$

Normalement, on peut l'écrire comme :  $\rho(\mathbf{x}, t) = e(n_i - n_e)$  où  $n_i$  et  $n_e$  sont respectivement la densité en ions et en électrons.

- Densité de courant

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = \sum_\alpha q_\alpha \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} = \sum_\alpha q_\alpha n_\alpha \mathbf{V} \quad (\text{C.81})$$

De même, on peut l'écrire comme :  $\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = e(n_i \mathbf{V}_i - n_e \mathbf{V}_e)$

## C.9 Moments de l'équation de Vlasov

Les équations résultants des moments de l'équation de Vlasov sont connues sous le nom d'équations de transport macroscopiques et constituent le fondement de la description fluide d'un plasma.

### Équation de continuité

L'équation de continuité peut être obtenue en intégrant l'équation de Vlasov-Boltzmann.

$$\int_{\mathbb{R}^N} \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} d\mathbf{v} + \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_\alpha d\mathbf{v} + \int_{\mathbb{R}^N} \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha d\mathbf{v} = 0 \quad (\text{C.82})$$

Le terme principal de l'équation peut être calculé comme :

$$\int_{\mathbb{R}^N} \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} d\mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathbb{R}^N} f_\alpha d\mathbf{v} = \frac{\partial n_\alpha}{\partial t} \quad (\text{C.83})$$

Comme  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{v}$  sont indépendantes,  $\mathbf{v}$  n'est pas affecté par le gradient :

$$\int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_\alpha d\mathbf{v} = \nabla_{\mathbf{x}} \cdot \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} f_\alpha d\mathbf{v} = \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (n_\alpha \mathbf{V}) \quad (\text{C.84})$$

Le troisième terme est calculé en appliquant  $\nabla \cdot (a\mathbf{B}) = a\nabla \cdot \mathbf{B} + \mathbf{B} \cdot \nabla a$  :

$$\int_{\mathbb{R}^N} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha d\mathbf{v} = \int_{\mathbb{R}^N} \nabla_{\mathbf{v}} \cdot ((\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) f_\alpha) d\mathbf{v} - \int_{\mathbb{R}^N} \nabla_{\mathbf{v}} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) f_\alpha d\mathbf{v} = 0 \quad (\text{C.85})$$

Le premier terme de l'équation C.85 est calculé en considérant  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  séparément : le terme du champ électrique  $\mathbf{E}$  disparaît lorsqu'on utilise le théorème de divergence de Gauss dans l'espace de vitesse car  $\mathbf{v} \rightarrow \pm\infty \Rightarrow f_\alpha \rightarrow 0$  :

$$\int_{\mathbb{R}^N} \nabla_{\mathbf{v}} \cdot ((\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) f_\alpha) d\mathbf{v} = \int_{\partial\mathbb{R}^N} \mathbf{E} f_\alpha dS + \int_{\mathbb{R}^N} \nabla_{\mathbf{v}} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) f_\alpha d\mathbf{v} = 0 \quad (\text{C.86})$$

Utilisant la même simplification que dans l'équation précédente :

$$\int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha d\mathbf{v} = \int_{\partial\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \times \mathbf{B} f_\alpha dS - \int_{\mathbb{R}^N} \nabla_{\mathbf{v}} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) f_\alpha d\mathbf{v} = 0 \quad (\text{C.87})$$

Le premier terme à droite de l'équation précédente disparaît car  $\mathbf{v} f_\alpha$  tend vers zéro quand  $\|\mathbf{v}\| \rightarrow \infty$ .<sup>2</sup>

Enfin, l'équation de continuité :

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{V}) = 0 \quad (\text{C.88})$$

### Equation de quantité de mouvement

L'équation de quantité de mouvement est obtenue à partir du moment de première ordre de l'équation de Vlasov :

$$\int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} d\mathbf{v} + \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_\alpha d\mathbf{v} + \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha d\mathbf{v} = 0 \quad (\text{C.89})$$

2. Normalement, la fonction de distribution suit cette relation :  $f_\alpha \propto \exp(-\|\mathbf{v}\|^2)$ .

où  $\mathbf{v}$  est indépendant de  $t$ , le premier terme est obtenu comme :

$$\int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} d\mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} f_\alpha d\mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial t} (n_\alpha \mathbf{V}) \quad (\text{C.90})$$

Le deuxième terme peut être exprimé en termes d'un tenseur de dyad  $\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}$  comme :

The second term can be expressed in terms of the  $\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}$  dyad tensor as :

$$\int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_\alpha d\mathbf{v} = \nabla_{\mathbf{x}} \cdot \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} f_\alpha d\mathbf{v} - \int_{\mathbb{R}^N} \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) f_\alpha d\mathbf{v} \quad (\text{C.91})$$

Puis, avec  $\mathbf{v}$  étant indépendant et en utilisant  $\mathbf{v} \otimes \mathbf{v} = (\mathbf{v} - \mathbf{V}) \otimes (\mathbf{v} - \mathbf{V}) - \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} + \mathbf{V} \otimes \mathbf{v} + \mathbf{v} \otimes \mathbf{V}$  :

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_\alpha d\mathbf{v} &= \nabla_{\mathbf{x}} \cdot \left\{ \int_{\mathbb{R}^N} (\mathbf{v} - \mathbf{V}) \otimes (\mathbf{v} - \mathbf{V}) f_\alpha d\mathbf{v} - \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} \int_{\mathbb{R}^N} f_\alpha d\mathbf{v} \right\} \\ &\quad + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot \left\{ \mathbf{V} \otimes \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} f_\alpha d\mathbf{v} + \left( \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} f_\alpha d\mathbf{v} \right) \otimes \mathbf{V} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.92})$$

Donc,

$$\int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_\alpha d\mathbf{v} = \nabla_{\mathbf{x}} \cdot \left( \frac{P_\alpha}{m_\alpha} + n_\alpha \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} \right) \quad (\text{C.93})$$

Le troisième terme de l'équation C.89 est obtenu en appliquant  $\nabla(a\mathbf{BC}) = (\mathbf{BC})\nabla a + a\mathbf{B}\nabla \cdot \mathbf{C} + a\mathbf{C}\nabla \cdot \mathbf{B}$  et intégrant par parties :

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha d\mathbf{v} &= \int_{\partial\mathbb{R}^N} \mathbf{v} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) f_\alpha dS - \int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} \nabla_{\mathbf{v}} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) f_\alpha d\mathbf{v} \\ &\quad - \int_{\mathbb{R}^N} \nabla_{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{v} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) f_\alpha d\mathbf{v} \end{aligned} \quad (\text{C.94})$$

Le premier et second termes de l'équation C.94 sont nuls car  $\mathbf{v} \rightarrow \pm\infty \implies \|\mathbf{v}\|^n f_\alpha \rightarrow 0 \quad \forall n < \infty$  et à cause de la relation C.75. Puis,

$$\int_{\mathbb{R}^N} \mathbf{v} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha d\mathbf{v} = - \int_{\mathbb{R}^N} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) f_\alpha d\mathbf{v} = - (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) n_\alpha \quad (\text{C.95})$$

Donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_\alpha \mathbf{V}) + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot \left( \frac{P_\alpha}{m_\alpha} + n_\alpha \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} \right) = (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) n_\alpha \quad (\text{C.96})$$

Applicant  $\nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) = (\nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{V})) \mathbf{V} + n_\alpha (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V}$ , l'équation de continuité (C.88) et en divisant par la densité, on obtient l'équation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = - \frac{1}{n_\alpha m_\alpha} \nabla \cdot P_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (\text{C.97})$$

## **D Article publié**

# Coupled Fluid-Kinetic Numerical Method to Model Spacecraft Charging in LEO

Oriol Jorba Ferro<sup>1</sup>, Sebastien Hess, Elena Seran, Christophe Bastien-Thiry, Denis Payan<sup>2</sup>

**Abstract**—Although spacecraft charging in low Earth orbit is generally regarded as insignificant because the cold dense ionospheric plasma prevents the development of strong potential differences, scientific satellites (e.g., Centre National d'Études Spatiales TARANIS satellite) carry very sensitive instruments, the measurements by which may be impacted by the charging of the spacecraft. In order to assess the effect of the spacecraft charging on the measurements, simulations will be performed using the Spacecraft Plasma Interaction System (SPIS) software. Different numerical schemes are implemented in the SPIS, but none is perfectly fit to perform very low-noise simulations for satellites in ionospheric plasma within an admissible computation time. In this paper, a coupling between the Poisson–Boltzmann approximation and the particle-in-cell schema is proposed. This results in having the advantages of the analytic methods in terms of statistical noise and computational resources without suffering from some of their limitations.

**Index Terms**—Ionosphere, Langmuir Probe, low Earth orbit satellites, plasma applications, simulation.

## I. INTRODUCTION

THE interaction between a moving body and stationary plasma is a long-standing problem which has numerous practical applications, such as spacecraft charging. For supersonic flows at low Earth orbit (LEO)—when the spacecraft velocity with respect to plasma is higher than the ion acoustic velocity but much slower than the electron thermal velocity—this interaction leads to a strong disturbance in the local plasma. A wake is generated, resulting in plasma rarefaction in the downstream flow and a compression upstream. These changes modify the surface currents and, therefore, have an effect on the overall electric charging of the spacecraft. On the ram surfaces, the ion collection is increased while on the rear surfaces, it is reduced. This results in a differential electric

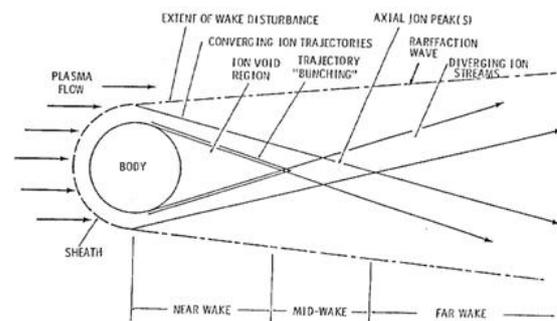


Fig. 1. Schematic of wake structure around an object at relative motion with respect to a plasma [1].

charging between the rear and ram surfaces. In the wake directly adjacent to the spacecraft, thermal ions are excluded because the thermal velocity is not sufficient to refill this region from the sides (see Fig. 1). On the other hand, electrons have sufficient thermal velocity to refill the wake, but the electric field induced by the space charge prevents them to completely fill the near wake region. As a result, a depleted region appears in the wake, which extent depends on the spacecraft velocity relative to the ion acoustic velocity  $C_s$  and the object size [2], [3].

The Spacecraft Plasma Interaction System (SPIS) software provides a toolkit for spacecraft-plasma interactions and spacecraft charging modeling. It mainly consists in a 3-D electrostatic plasma simulation using both free space and the spacecraft surfaces as the numerical domain. Distribution of the electric potential and charges on the spacecraft surface is deduced from the balance of the electric currents that circulate at the plasma-surface interface. The SPIS allows the plasma simulations to be performed using different numerical schemes. Each of these schemes is adapted for particular environments and species [4], but none of the existing SPIS methods is perfectly fit to perform satellite simulations in the ionospheric dense and cold plasma with a low statistical noise. Ionospheric plasma can be accurately modeled using a particle-in-cell (PIC) algorithm. Nevertheless, its computation is very costly and generates too much statistical noise. On the other hand, the analytic Poisson–Boltzmann approximation is by far less computation demanding and does not generate statistical noise, but is not able to simulate the ionospheric plasma correctly, since a set of major hypotheses is discarded (among them the velocity of the spacecraft relative to the plasma).

Assuming that the electrostatic potential perturbation is not significantly larger than the kinetic energy of the plasma

Manuscript received July 29, 2016; revised March 3, 2017 and October 6, 2017; accepted December 12, 2017. Date of publication February 22, 2018; date of current version March 8, 2018. This work was supported by the ONERA-CNES collaboration. The review of this paper was arranged by Senior Editor D. Rodgers. (Corresponding author: Oriol Jorba Ferro.)

O. Jorba Ferro and S. Hess are with the Office National d'Études et Recherches Aéronautiques, 31000 Toulouse, France (e-mail: oriol.jorba\_ferro@onera.fr; sebastien.hess@onera.fr).

E. Seran is with the Laboratoire Atmosphères, Milieux, Observations Spatiales, CNRS-IPSL-UPMC-UVSQ, 75252 Paris, France (e-mail: elena.seran@latmos.ipsl.fr).

C. Bastien-Thiry and D. Payan are with the Centre National d'Études Spatiales, 31401 Toulouse, France (e-mail: christophe.bastien-thiry@cnes.fr; denis.payan@cnes.fr).

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/TPS.2018.2798297

species, which is generally true in LEO, we built a coupled algorithm based on the PIC and Poisson–Boltzmann methods. The developed numerical method consists in computing zero-potential moments of a Maxwell–Boltzmann distribution (density and mean velocity) using a PIC schema, and subsequently simulate the evolution of this distribution using the Poisson–Boltzmann approximation. The proposed method has the advantages of analytic methods in terms of noise and computational resources without suffering from some of its limitations.

## II. MODEL DESCRIPTION

### A. Numerical Problem

General problem that arises in space plasma simulations is computing the plasma electrostatic potential,  $\phi$ , by solving the Poisson equation over the computational domain from source terms—the charge densities of each plasma species,  $\rho_\alpha$ —which themselves depend on the potential

$$\Delta\phi = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\alpha=1}^{\text{species}} \rho_\alpha \quad (1)$$

$$\rho_\alpha(\mathbf{x}) = q_\alpha \sum_{i=1}^{\text{particles}} S(\mathbf{X}_i - \mathbf{x}) \quad (2)$$

$$\frac{d^2\mathbf{X}_i}{dt^2} = -\frac{q_i}{m_i} \nabla\phi \quad (3)$$

where  $\mathbf{X}_i$ ,  $q_i$ , and  $m_i$  are the particle positions, charge, and mass, respectively, and  $S(\mathbf{x})$  is the particle shape function. In the general case, the problem is nonlinear and nonlocal as the charge density depends on the potential integrated along each plasma particle trajectory. In order to have a complete description of the plasma behavior, it is needed to compute each particle trajectory, coupling the potential and the particle motion with space and time resolutions that are constrained by characteristics scales, i.e., Debye length and electron plasma frequency, respectively.

Boundary conditions are needed to close (1) to (3), both for the potential and for the particle distributions. In the particular case of the simulation of a spacecraft in space plasma, this requires defining the spacecraft potential, i.e., the internal boundary of the simulation domain, and to use a computational domain large enough to assume a zero potential and undisturbed plasma on its external boundaries. Given the spacecraft sizes and the characteristic scales to resolve, this leads to computationally demanding simulations. The spacecraft surface potential,  $\phi_{SC}$  is calculated from the balance of the electric currents,  $J_\alpha$ , collected and emitted by the spacecraft surface [(4)] and its recomputed for each time step

$$\frac{d\phi_{SC}}{dt} = \sum_{\alpha=1}^{\text{species}} \oint \frac{J_\alpha}{C_{SC}} dS \quad (4)$$

where  $C_{SC}$  is the spacecraft capacitance. The charging time of the spacecraft introduces a new time scale. However, for simulations aiming at computing the equilibrium (steady state) potential of the spacecraft, the spacecraft capacitance in (4) can be regarded as a purely numerical factor, which allows to

adjust this charging time scale in such a way that it ensures the simulation stability (large enough so that the spacecraft potential varies slowly compared with the evolution of the plasma potential) and that it is not numerically demanding (small enough so that the simulation does not stand for too long).

In the following, we present two methods solving the problem that are well known and implemented in the SPIS: the PIC method and the Poisson–Boltzmann approximation. Benefits and constraints of these methods will be discussed. Then, we present a coupled method that aims at accumulating the benefits of both methods while mitigating their constraints.

### B. SPIS Built-In Models

1) *Particle-In-Cell*: The PIC is a kinetic algorithm that consists in solving the nonlinear system by computing the trajectory of the particles in a continuous space, and thus, interpolates the main moments—density and mean velocity—into a mesh. Therefore, by solving the Poisson equation, the mean electrostatic force can be computed in each mesh cell and integrated along all particles trajectories. This interpolation avoids computing the direct interaction between each pairs of particles. The computation of the particle motion and charge density is shifted by a half-time step (leapfrog scheme [5]) with respect to the computation of the potential and the particle velocity. The PIC method, thus, requires resolving the characteristic scales of the plasma, usually with a cell size smaller than half the Debye length and a time step smaller than a tenth of the plasma angular frequency [6].

In order to avoid the computation of the motion of all the particles composing the plasma, the PIC scheme uses macroparticles that model a batch of physical particles with close characteristics in the phase space as a single numerical particle with averaged characteristics. This assumption is generally suitable in most of the PIC simulations and reduces significantly the computation demands. Nevertheless, as the number of numerical particles is much lower than in real plasma, the numerical simulations are noisier than the plasma that they tend to model. Hence, the PIC simulations induce a statistical noise to the computed electric potentials whose amplitude  $\delta V$  is inversely proportional to square root of number of particles involved in simulation  $N_m$ :

$$\delta V \sim \frac{k_B T_\alpha}{\sqrt{N_m}} \quad (5)$$

here  $k_B$  is the Boltzmann's constant and  $T_\alpha$  is the temperature of  $\alpha$ th species of particles.

2) *Poisson–Boltzmann Approximation*: This method is based on the assumption that the plasma is at rest and is found in a local thermal equilibrium. In this case, the distributions of the plasma species are Maxwellian. Neglecting the convective derivative and magnetic field, the momentum equation can be written as

$$m_\alpha \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\frac{1}{n_\alpha} \nabla \cdot P_\alpha + q_\alpha \mathbf{E} \quad (6)$$

where considering an isotropic plasma following the ideal gas law in thermal equilibrium  $\nabla \cdot P_\alpha = \nabla P_\alpha = k_B T_\alpha \nabla n_\alpha$  and

assuming negligible the particle inertia ( $m_\alpha \approx 0$ ) (6) becomes

$$-k_B T_\alpha \nabla (\ln(n_\alpha)) - q_\alpha \nabla \phi = 0. \quad (7)$$

Integrating this equation produces the Boltzmann relation:

$$n_\alpha(\mathbf{x}, t) = n_\alpha^0 \exp\left(-\frac{q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)}{k_B T_\alpha}\right) \quad (8)$$

where  $n_\alpha^0$  is the density, where the potential  $\phi$  is zero. For repulsive potentials, this equation is valid, as particles are gradually reflected away as their kinetic energy becomes smaller than the potential energy: in no case does this repulsive potential introduce a bulk drift to the species, so that the assumptions are verified.

This relationship states that electrically  $\alpha$  charged particles will respond to electrostatic fields by changing their density to preserve the pressure in the system. Therefore, for positive electric potential the electron density is larger and the positive ion density is lower.

Nevertheless, (8) is not applicable for attractive potentials since the attractive potential brings kinetic energy to all particles, introducing a drift of the distribution that is in contradiction with the method assumptions. In this case, the SPIS built-in method assumes a density proportional to the current computed from the orbital-motion-limited (OML) model

$$n_\alpha(\mathbf{x}, t) = n_\alpha^0 \left(1 - \frac{q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)}{k_B T}\right). \quad (9)$$

This relation is a relatively good approximation as long as the potential does not introduce a bulk drift larger than the thermal velocity, but it is not applicable for a drifting distribution. Nevertheless, in the range where the approximation is applicable, it allows to compute the current on the surfaces as the thermal velocity time the density

$$J_\alpha(\mathbf{x}, t) = q_\alpha \int_{\Omega_{sc}} \mathbf{v} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} = q_\alpha n_\alpha(\mathbf{x}, t) \sqrt{\frac{k_B T_\alpha}{2\pi m_\alpha}}. \quad (10)$$

The advantages and the drawbacks of these methods when compared with the PIC method are obvious: there is no statistical noise related to the number of particles per cells (hence, a single integration per cell is needed rather than one per particle). Moreover, introducing (8) and (9) in (1) allows to solve the coupled potential-plasma system implicitly (which allows to get rid of the limitation on the characteristics scale resolution). However, the inertia-less assumption strictly forbids using this method to simulate any system in which inertia has a preeminent role, which is obviously the case from spacecraft drifting in plasma.

### C. Coupled Method

The coupled method assumes that the effect of the electric field potential is negligible when compared with the effect of inertia in such a way that the two effects can be computed separately, i.e., when the trajectories of the particles are not strongly perturbed by the electric fields. It consists in initializing the algorithm using a kinetic distribution for computing the density and velocity moments for a fixed spacecraft

potential (in this case, zero), and consequently integrate them into a local drifted Poisson–Boltzmann set of equations. The aim of this method is to combine the advantages of the analytic methods in term of noise and computational resources and found a right solution without using costly kinetic algorithms.

1) *Density and Velocity Initial Moments*: We first run a particle simulation in a simulation domain, where the potential is everywhere fixed to 0 V, i.e., the particles follow ballistic trajectories. The moment of the particle distribution only depends on the obstacles the particles may encounter along their trajectories. This allows modeling the wake behind the probe in a neutral noncollisional case. The density and velocity moments are computed as

$$n_{pic}(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t^0) d\mathbf{v} = \sum_{\beta} w_{\beta} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}) \quad (11)$$

$$\mathbf{V}_{pic}(\mathbf{x}) = \frac{1}{n_{pic}(\mathbf{x})} \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{v} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t^0) d\mathbf{v} = \sum_{\beta} \mathbf{V}_{\beta} w_{\beta} S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\beta}). \quad (12)$$

Being  $w_{\beta}$  the relative weight of the macroparticle  $\beta$  and  $S(\mathbf{x})$  a spline function. Fig. 2 shows  $n_{pic}(\mathbf{x})$  around a spherical probe in motion, and shows the capabilities of the coupled method on supersonic spacecraft velocities, as it captures and is able to simulate the wake formation. These moments will serve to initialize an analytic Poisson–Boltzmann model.

2) *Current Equation*: We assume that the plasma can be modeled by a drifting Maxwellian distribution everywhere in the simulation

$$f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = n_\alpha(\mathbf{x}, t) (\sqrt{\pi} V_{th_\alpha})^{-3} \exp\left[-\left(\frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_d(\mathbf{x})}{V_{th_\alpha}}\right)^2\right] \quad (13)$$

with  $V_{th_\alpha}$  the thermal velocity, defined in this paper as:  $V_{th_\alpha} = (2 k_B T_\alpha / m_\alpha)^{1/2}$  and  $\mathbf{v}_d(\mathbf{x})$  the drift velocity. This is an approximation, as the distribution function can deviate from a pure Maxwellian distribution in the wake of the probe. Nonetheless, given the large plasma densities in LEO, Langmuir waves tend to develop and to thermalize the plasma over small scales, so that this approximation is relatively well verified as a first-order approximation in most of the cases. Nonetheless, applications requiring a good description of the distribution in the wake would require a more complex method than that presented in this paper (see Section V). Using this distribution, the current flux through a surface in one dimension can be computed as [7]:

$$J_\alpha^{1D}(\mathbf{x}, t) = \frac{q_\alpha n_{pic}(\mathbf{x}) V_{th_\alpha}}{2\sqrt{\pi}} \times \left\{ \exp(-\chi^2) + \sqrt{\pi} \frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}}{V_{th_\alpha}} (1 + \operatorname{erf}(\chi)) \right\} \quad (14)$$

where  $\mathbf{n}$  is the normal vector to the surface,  $\operatorname{erf}(\mathbf{x})$  is the error function, and  $\chi$  can be defined as

$$\chi(\mathbf{x}, t) = \frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}}{V_{th_\alpha}} - \operatorname{sgn}(q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)) \sqrt{\frac{|q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)|}{k_B T_\alpha}} \quad (15)$$

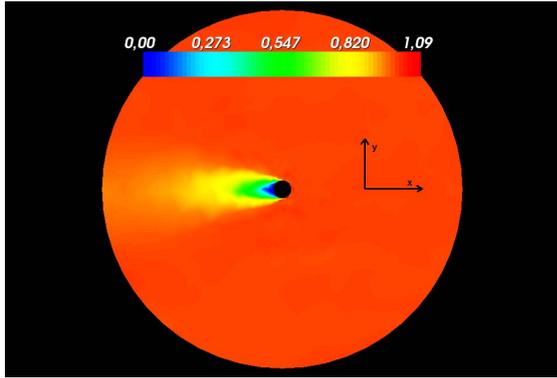


Fig. 2. Normalized density distribution  $n_{\text{pic}}(\mathbf{x})/n_0$  around a spherical probe of radius  $\lambda_D$  moving in ionospheric plasma with a supersonic speed of  $V_{\text{sc}} = 4 V_{\text{th}_i}$ .

where  $\text{sgn}(\mathbf{x})$  is the sign function. As the spacecraft current computed using the kinetic distribution should be the same that the one given by (14) when the potential is equal to zero, and the drift velocity  $v_d(\mathbf{x})$  can be determined by solving the following relation:

$$\mathbf{V}_{\text{pic}}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} = \frac{V_{\text{th}_\alpha}}{2\sqrt{\pi}} \left\{ \exp\left(-\frac{\|\mathbf{v}_d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}\|^2}{V_{\text{th}_\alpha}^2}\right) + \sqrt{\pi} \frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}}{V_{\text{th}_\alpha}} \left(1 + \text{erf}\left(\frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}}{V_{\text{th}_\alpha}}\right)\right) \right\}. \quad (16)$$

Since the ion flow we model using this method is highly supersonic, the current can be approximated as a 1-D current. Thus, for repulsive potentials, the current on the probe surfaces is given by (14).

For attractive potentials, the plasma sheath formed around the probe plays a role on the current collection and its effect has to be modeled. As a first approximation, we can consider that the main effect of the sheath is to increase the dimensionality of the current collection law. In a thick sheath approximation, i.e., that the spacecraft size is smaller than the sheath size, the current density through a surface can be computed using the OML theory [8]:

$$J_\alpha(\mathbf{x}, t) = J_\alpha^{1D} \left(1 - \frac{q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)}{\varepsilon(\mathbf{x})}\right) \quad (17)$$

with  $\varepsilon(\mathbf{x}) = (1/2)m\|\mathbf{V}_{\text{pic}}(\mathbf{x})\|^2$ .

The OML law is derived from the integration of the particle trajectories in the vicinity of an attractive surface and assuming that the ability of particle to reach the surface is more limited by particle orbit considerations than by the sheath size [8]. This is well adapted to the case of a small (with respect to Debye length) polarized probe flowing in ionospheric plasma, but for the simulation of a whole spacecraft in LEO, a thin-sheath approximation such as the Child-Langmuir approximation [9] could be used instead.

3) *Plasma Density Evolution*: The OML approximation for attractive potentials used in the Poisson–Boltzmann method built in the SPIS is not adapted to model a drifting Maxwellian

distribution. In the cases we consider, the ions flow is highly supersonic and the dimensionality of the problem can be considered to be 1-D as a first approximation. In this case, we can use the conservation of the current in 1-D to determine the density variation due to the potential. The 1-D current computed using 0-V simulation moments is given by (14). We approximate the accelerated distribution as a Maxwellian distribution drifting at a velocity  $\mathbf{v}_1(\mathbf{x})$

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{x}, t) = V_{\text{th}_\alpha} \sqrt{\left(\frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x})}{V_{\text{th}_\alpha}}\right)^2 - \frac{q_\alpha \phi(\mathbf{x}, t)}{k_B T_\alpha}}. \quad (18)$$

Then, the current can be estimated based on  $\mathbf{v}_1$  and the local density  $n_\alpha(\mathbf{x}, t)$

$$n_\alpha(\mathbf{x}, t) = n_{\text{pic}}(\mathbf{x}) \frac{\exp(-\chi^2) + \sqrt{\pi} \frac{\mathbf{v}_d(\mathbf{x})}{V_{\text{th}_\alpha}} \{1 + \text{erf}(\chi)\}}{\exp(-\chi^2) + \sqrt{\pi} \frac{\mathbf{v}_1(\mathbf{x}, t)}{V_{\text{th}_\alpha}} \{1 + \text{erf}(\chi)\}}. \quad (19)$$

This equation is accurate outside the sheath for potentials, such as  $\mathbf{v}_1^2 > 0$  (i.e., for drifting ions). In the sheath, the OML term should be considered, while for large repulsive potentials the Boltzmann relation [(8)] is used.

The density is then introduced explicitly into the Poisson equation [(1)], while the current flux is used for computing the internal boundary condition [(4)].

### III. ALGORITHM

We present the algorithm used for a spacecraft-plasma interaction simulation and the integration of the coupled method. A diagram of this algorithm is presented in Fig. 3.

#### 1) Initialization.

a) For a population simulated with the coupled method, the initial moments are computed from a kinetic distribution:  $n_{\text{pic}}(\mathbf{x})$  using (11),  $\mathbf{V}_{\text{pic}}(\mathbf{x})$  using (12), and  $v_d(\mathbf{x})$  using (16).

2) In the SPIS, the Poisson equation [(1)] is solved by introducing explicit or implicit source terms. Implicit population densities are defined by analytical expressions, which are function of the potential. They are solved together with the potential, and they are centered in time. Explicit populations, on the other hand, are PIC or analytical expressions that are computed on the mesh using the previous values of potential. Therefore, explicit populations centering is shifted in time relative to the potential<sup>1</sup>

$$\Delta\phi(\mathbf{x}, t^{n+1}) + \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{j=0}^{\text{Implicit}} \rho_j(\mathbf{x}, t^{n+1}) = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=0}^{\text{Explicit}} \rho_i(\mathbf{x}, t^{n+\frac{1}{2}}). \quad (20)$$

<sup>1</sup>PIC populations are computed using a Leapfrog integration scheme, in which they are shifted by a half time step. In the other hand, fluid explicit populations are shifted by a full time step, which does not impact convergence as fluid populations are inertialess.

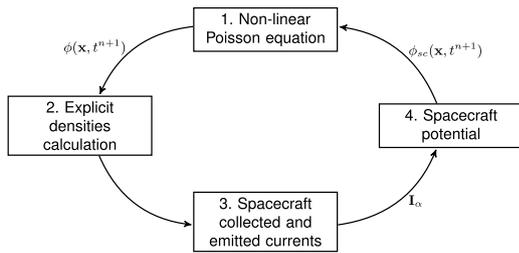


Fig. 3. Spacecraft charging simulation schema.

 TABLE I  
 IONOSPHERIC PLASMA PARAMETERS

Populations	Density ( $m^{-3}$ )	Temperature (eV)
Electrons	$2.8 \cdot 10^{10}$	0.2
Ions $O^+$	$2.8 \cdot 10^{10}$	0.2

- 3) Computation of explicit densities  $\rho_i(\mathbf{x}, t^{n+1})$ , using the computed potential  $\phi(\mathbf{x}, t^{n+1})$ .
  - a) For a population simulated with the coupled method, (19) is used.
  - b) For a population simulated using a PIC approach, (11) is used.
- 4) Computation of the collected or emitted currents by the spacecraft surface  $\mathbf{I}_\alpha = \oint J_\alpha dS$ .
  - a) For a population simulated with the coupled method the spacecraft surface current  $J$ , is computed using (14) for repulsive potentials or (17) for attractive ones.
  - b) For a population simulated using the Maxwell–Boltzmann approximation, (10) is used.
  - c) For a population simulated using a PIC approach, the following relation is used:

$$J_\alpha(\mathbf{x}, t) = q_\alpha n_{sc}(\mathbf{x}, t) \mathbf{V}_{pic}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n} \quad (21)$$

where  $n_{sc}(\mathbf{x}, t)$  is the spacecraft surface density,  $\mathbf{V}_{pic}(\mathbf{x}, t)$  is computed using (12), and  $\mathbf{n}$  is the normal vector to the spacecraft surface.

- 5) Computation of the new internal boundary condition (i.e., the spacecraft potential) using (4) and closing the iteration scheme.

#### IV. VALIDATION

In order to validate our method, we use an example presented in our previous paper [10] i.e., example of a spherical Langmuir probe in a flowing plasma.

##### A. Parameters, Geometry and Mesh

The spherical probe of a diameter of 4 cm is immersed in ionospheric plasma following the parameters indicated in Table I.

The spacecraft or probe moves in the  $x$ -direction with a velocity  $V_{sc}$  that relates the ion thermal velocity as  $V_{sc} = 4 V_{th_i} \approx 6190 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

The electrons are simulated using a Maxwell–Boltzmann approximation, which is valid since the electron thermal

 TABLE II  
 SIMULATION TIMES REQUIRED FOR COMPUTING THE FLOATING POTENTIAL OF THE PROBE USING AN INTEL XEON E5-1607 v2 3-GHz PROCESSOR

Simulation	Initialization time	Computing time	Total time
PIC	-	17h	17h
Poisson-Boltzmann	-	154 s	154 s
<b>Coupled method</b>	<b>20 min</b>	<b>168 s</b>	<b>23 min</b>

velocity is much higher than the probe velocity. To simulate the ions, three different models were used, i.e., the coupled method, the PIC, and the Maxwell–Boltzmann approximation. In order to prevent the interference between the plasma sheath formed around the probe and the boundaries of the simulation box (see Fig. 2), these boundaries are located at a distance from the probe’s center much larger than the sheath extent. Thus, the simulation box was chosen to be a sphere of radius 40 cm, which is equivalent to  $20\lambda_D$ , where  $\lambda_D$  is the Debye length.

To ensure computational stability and accuracy, the mean characteristic mesh size must be of the order of Debye length, which in this case will be about 2 cm. Hence, a non-structured tetrahedron mesh, containing 21 017 cells is used. For the kinetic algorithms, 21 million superparticles were used ( $\sim 1000$  particles/cell), providing a low-noise solution [about 3% of error according to (5)].

##### B. Results

With aim to validate our method, we present, in this section, different solutions for a spherical Langmuir probe in a flowing plasma obtained with our coupled method and compare these solutions with results of the PIC model and Poisson–Boltzmann approximation. In Table II we present the simulation time required for computing the probe floating potential using the three above-mentioned methods.

In Fig. 4, the ion current collected by the probe versus applied potential is presented. Red line shows the coupled solution, while blue and violet represent, respectively, the PIC and the Poisson–Boltzmann results. The currents are normalized to the thermal ion current collected by a 0-V probe, i.e.,  $j_0 = 2n_0 e \sqrt{\pi} R^2 V_{th_i}$  and the potentials are normalized to the plasma temperature. Good correlation between the coupled and the PIC methods is observed down to the negative polarization potential of about  $-7kT/q$ . For higher potentials, the currents, estimated with these two methods, slightly deviate. As expected, the Poisson–Boltzmann approximation is not appropriate for such simulation cases.

Fig. 5 represents the variations of the total (ion and electron) current collected by the spherical probe as a function of the probe potential. The current, in this case, is normalized to the total thermal current flux:  $j_0^* = 2n_0 e \sqrt{\pi} R^2 (V_{th_i} - V_{th_e})$ . There is a good match between the two methods for computing the total current, and therefore, for calculating the floating potential of the probe.

Figs. 6 and 7 show, respectively, the ion and electron density and potential variation along the  $x$ -axis, which is parallel to the plasma drift velocity. Distance along  $x$ -axis is normalized

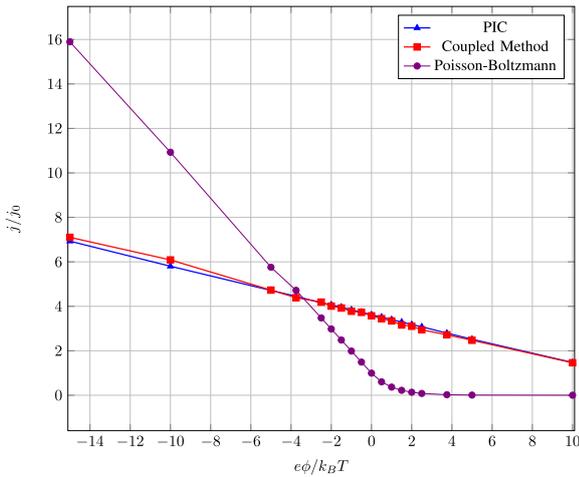


Fig. 4. Normalized ion current versus normalized potential of spherical probe are computed using the coupled, PIC, and Poisson–Boltzmann methods. Ionospheric plasma parameters are the following:  $T = 0.2$  eV,  $n_0 = 2.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ , and  $V_{sc} = 4V_{th_i}$ .

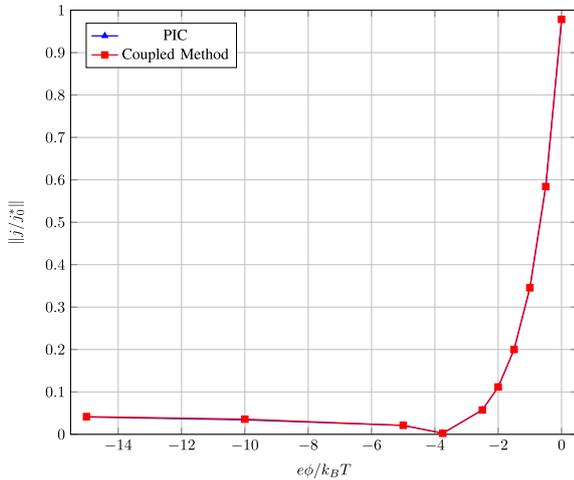


Fig. 5. Total collected current for an ionospheric plasma:  $T = 0.2$  eV,  $n_0 = 2.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ , and  $V_{sc} = 4V_{th_i}$  using the coupled method and a PIC algorithm for attractive potentials.

by the Debye length, the ion, and electron densities by the density of nonperturbed plasma  $n_a^0$  and the potential by the plasma temperature. Three cases are shown in Figs. 6 and 7, i.e., (a)  $-k_B T/q$ , (b)  $-10k_B T/q$ , and (c) floating potential. The PIC results are represented by the dashed line and coupled solution by the solid line.

The ionic and electronic density distributions inside the sheath obtained by the two methods are close to each other for potential  $q\phi = -k_B T$ , as the probe potential is not high enough to disturb considerably the plasma around the probe. Nevertheless, the density distribution found significantly different for stronger polarization potentials ( $q\phi_{sc} = -10k_B T$ ).

For low spacecraft potentials the particles trajectories are not strongly modified, but for larger potentials the effect cannot be neglected anymore. Fig. 8 shows the trajectories of ions passing through a negatively polarized spherical probe [10] and explains the increase of ion particles on the wake, and

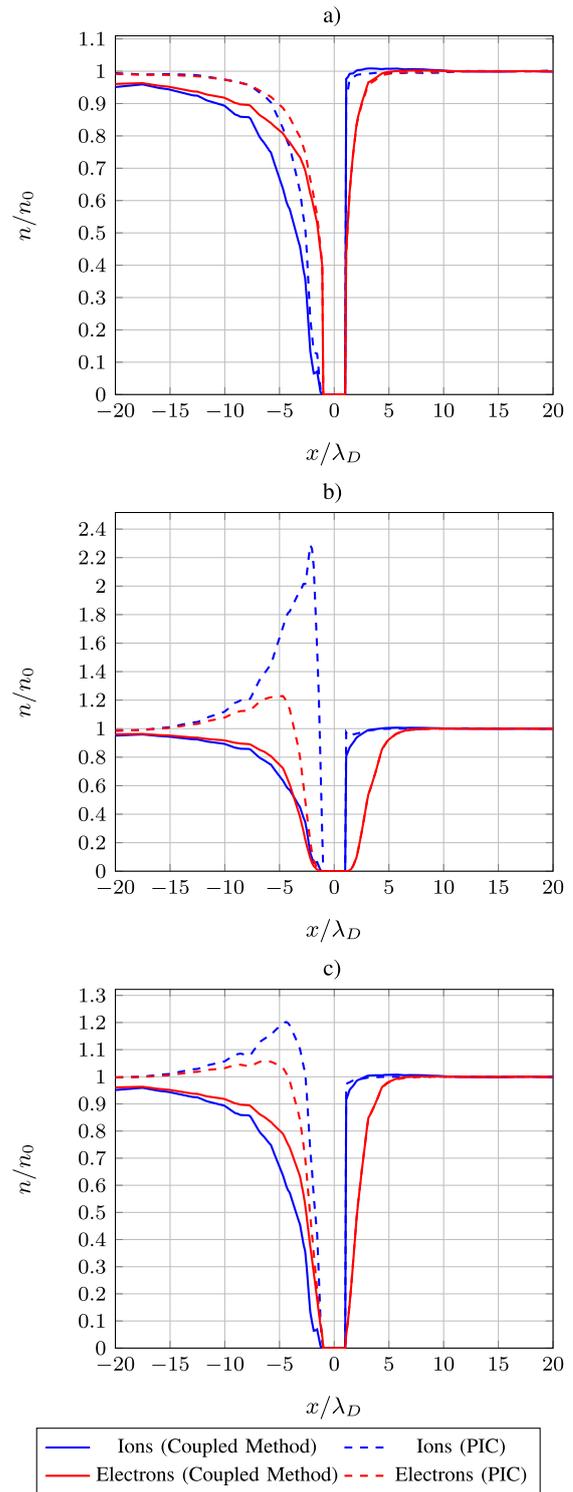


Fig. 6. Ion and electron density distribution along the  $x$ -axis calculated using PIC and coupled methods, for different values of negative potentials. Plasma parameters are chosen to be:  $T = 0.2$  eV,  $n_0 = 2.8 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ , and  $V_{sc} = 4 V_{th_i}$ , and the probe radius equals to  $\lambda_D = 2$  cm. (a)  $q\phi_{sc} = -k_B T$ . (b)  $q\phi_{sc} = -10 k_B T$ . (c) Floating potential.

thus, the overestimation of the potential in the wake given by the coupled method. This effect is particularly visible in the case we use to validate the method as the probe is of the scale of the Debye length: the strong deviations occur in the sheath

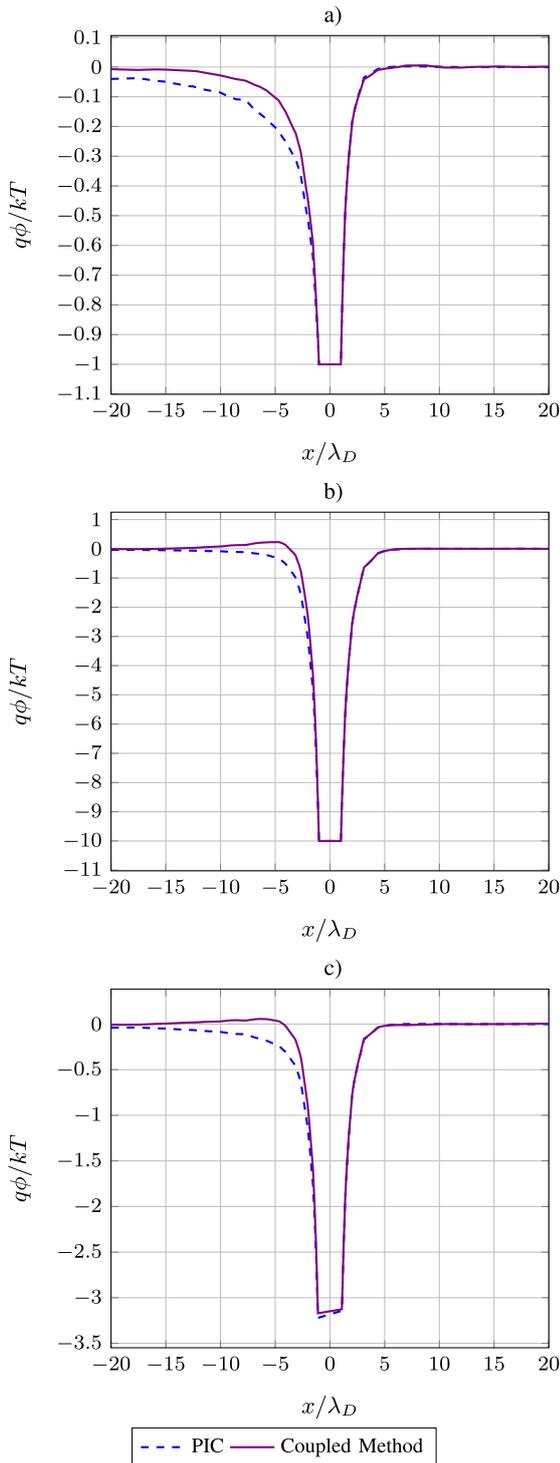


Fig. 7. Potential distribution along the  $x$ -axis calculated using PIC and coupled methods, for different values of negative potentials. Plasma parameters are identical to those of Fig. 6. (a)  $q\phi_{sc} = -k_B T$ . (b)  $q\phi_{sc} = -10k_B T$ . (c) Floating potential.

around the object that extend by no more than a few Debye lengths. For a full spacecraft, that is hundreds of times larger, this effect would not be as visible.

The accumulation of ions on the wake creates a local positive charge and electrons moves forward to neutralize the plasma, increasing the electron density in the wake too.

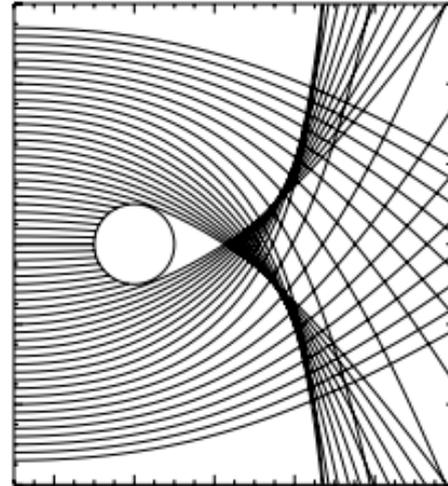


Fig. 8. Trajectories of positive charged particles passing through a negative charged sphere [10].

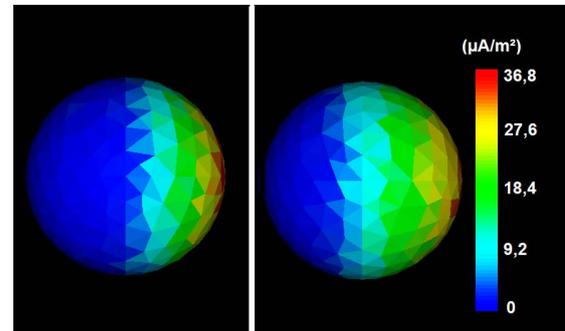


Fig. 9. Collected ion current density distribution (in  $\mu A \cdot m^{-2}$ ) on the surface of a floating probe, computed with the coupled method (left probe) and using the PIC algorithm (right probe).

The coupled method is not able to simulate and characterize these phenomena properly, as the major hypothesis of our method is that the spacecraft potential remains low (i.e., much smaller than the mean energy of plasma particles) for all the simulation. Nevertheless, the variation of the plasma density in the wake region have a limited impact on the current collected by the probe, since the main contribution to the collected currents comes from the upstream plasma flows. Fig. 9 shows the collected ion current density distribution on the surface of a floating probe, computed with the coupled method (left probe), and with a PIC model (right probe). We can observe a good correlation between both methods. A small discrepancy on the downstream collected current as PIC particles will see themselves slightly attracted by the spacecraft potential, increasing the downstream density. The coupled method cannot compute this effect as the density computed initially is generally zero downstream.

## V. DISCUSSION

We presented in this paper a coupled PIC-Poisson-Boltzmann method that allows us to compute the current collected by a spherical probe in dense plasma flowing at supersonic velocity. This method allows to obtain results similar to those obtained with a PIC simulation, using much

less computational resources and can be considered as a tool to simulate the current collection and electric potential of larger objects (i.e., spacecraft) in an LEO environment.

The coupled method is able to correctly estimate the current collected by an object for attractive and repulsive potentials, but the density around the object is not as accurately computed, as they are some key factors that are not taking into account yet.

In this paper, we neglected the effect of the magnetic field. While it could be partly taken into account in the initial moment computation, the coupling of the electrostatic and magnetic fields usually introduce strong modifications of the particle trajectories that cannot be accurately taken into account by the present method.

Using fluid plasma equations [11], we can compute a first approximation of the density and velocity variation, but fluid equations alone do not allow to accurately compute the distributions in the wake region, where kinetic effects become important. This is the principal limitation to our method: the kinetic effects arising from the particles trajectories are only computed once, so that the method is accurate while the particles trajectories are not significantly modified.

A solution is to use a limited amount of PIC particles in the course of the simulation to periodically update the initial PIC moments. Such modifications implemented in the coupled method are expected to improve the present method and to better describe the plasma regions with strong kinetic effects. It will still remain beneficial compared with a PIC simulation, because the moment evolution can be smoothed in time, thus allowing keeping a low noise simulation using a limited amount of particles.

Another limitation to our method is the drifting Maxwellian distribution assumption, which may not be accurate everywhere in the simulation domain, and in particular not in the wake region. A  $\delta f$ -algorithm [12], alleviates this problem by simulating the nonMaxwellian part of the distribution using PIC particles having time-variable weights. Although the use of an additional PIC distribution introduces a statistical noise, the amplitude of the noise is weighted by the amplitude of the nonMaxwellian perturbation relative to that of the whole distribution. This approach allows reducing the number of particle needed to simulate the plasma compared with a traditional PIC simulation. Moreover, the  $\delta f$  particles can be used to update the Poisson–Boltzmann moments.

Thus, the next step toward the accurate simulation of spacecraft in LEO will be to couple the method presented here with a  $\delta f$ -PIC algorithm.

## REFERENCES

- [1] G. B. Giffin, "Analysis of the ion current collection in the plasma wake during the charging hazards and wake studies (CHAWS) experiment," M.S. thesis, Dept. Aeronautics Astronautics, Massachusetts Inst. Technol., Cambridge, MA, USA, 1997. [Online]. Available: <http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/9870#files-area>
- [2] D. E. Hastings, "A review of plasma interactions with spacecraft in low Earth orbit," *J. Geophys. Res.*, vol. 100, pp. 14457–14483, Aug. 1995.
- [3] E. Engwall, A. I. Eriksson, and J. Forest, "Wake formation behind positively charged spacecraft in flowing tenuous plasmas," *Phys. Plasmas*, vol. 13, no. 6, p. 062904, 2006.
- [4] B. Thiébaud *et al.*, "SPIS 5.1: An innovative approach for spacecraft plasma modeling," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 43, no. 9, pp. 2782–2788, Sep. 2015.
- [5] C. K. Birdsall and A. B. Langdon, *Plasma Physics Via Computer Simulation*. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1985.
- [6] A. B. Langdon and C. K. Birdsall, "Theory of plasma simulation using finite-size particles," *Phys. Fluids*, vol. 13, pp. 2115–2122, Aug. 1970.
- [7] H. M. Mott-Smith and I. Langmuir, "The theory of collectors in gaseous discharges," *Phys. Rev.*, vol. 28, p. 727, Oct. 1926.
- [8] E. C. Whipple, "Potentials of surfaces in space," *Rep. Prog. Phys.*, vol. 44, no. 11, p. 1197, 1981.
- [9] D. Morris and B. Gilchrist, "Electron field emission and the space charge limit: techniques and tradeoffs," in *Proc. 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propuls. Conf. Exhib., Joint Propuls. Conf.*, Jul. 2003, p. 4792.
- [10] E. Séran, J.-J. Berthelot, F. Z. Saouri, and J.-P. Lebreton, "The spherical segmented Langmuir probe in a flowing thermal plasma: Numerical model of the current collection," *Ann. Geophys.*, vol. 23, pp. 1723–1733, 2005.
- [11] P. Colella, R. M. Dorr, and D. D. Wake, "Numerical solution of plasma fluid equations using locally refined grids," *J. Comput. Phys.*, vol. 152, pp. 550–583, Jul. 1999.
- [12] S. Hess and F. Mottez, "How to improve the diagnosis of kinetic energy in  $\delta f$  PIC codes," *J. Comput. Phys.*, vol. 228, no. 18, pp. 6670–6681, 2009.

**Authors'** photographs and biographies not available at the time of publication.



# Bibliographie

- [1] FRANÇOIS LEFEUVRE, ELISABETH BLANC, JEAN-LOUIS PINÇON, ROBERT ROUSSEL-DUPRÉ, DAVID LAWRENCE, JEAN-ANDRÉ SAUVAUD, JEAN-LOUIS RAUCH, HERVÉ DE FERAUDY ET DOMINIQUE LAGOUTTE, "TARANIS- A Satellite Project Dedicated to the Physics of TLEs and TGFs", *Space Science Reviews Vol. 137, Issue 1-4, pp. 301-315* Juillet 2008.
- [2] ELISABETH BLANC, F. LEFEUVRE, R. ROUSSEL-DUPRÉ ET J.A. SAUVAUD, "TARANIS: A microsatellite project dedicated to the study of impulsive transfers of energy between the Earth atmosphere, the ionosphere, and the magnetosphere", *Advances in Space Research* Vol. 40, Issue 8, pp. 1268-1275.
- [3] ELISABETH BLANC, THOMAS FARGES, AUGUSTIN JEHL, RENAUD BINET ET AL., "Taranis MCP: a joint instrument for accurate monitoring of transient luminous event in the upper atmosphere", *International Conference of Space Optics- ICSO 2012* Ajaccio, France, 2012.
- [4] V. V. SURKOV ET M. HAYAKAWA, "Underlying mechanisms of transient luminous events: a review", *Annales Geophysicae*, 30. pp. 1185-1212 2012.
- [5] GAOPENG LU, STEVEN A. CUMMER, RICHARD J. BLAKESLEE, STEPHANIE WEISS ET WILLIAM H. BEASLEY, "Lightning morphology and impulse charge moment change of high peak current negative strokes", *Journal of Geophysical Research Vol. 117, Issue D4* Fevrier 2012.
- [6] D. DUBROVIN, S. NIJDAM, E.M. VAN VELDHUIZEN, U. EBERT, Y. YAIR ET C. PRICE, "Sprite discharges on Venus, Jupiter and Saturn: a Laboratory Investigation in Planetary Gas Mixtures", *XIV International Conference on Atmospheric Electricity* Rio de Janeiro, Brazil, 2011.
- [7] U.S. INAN, S.A. CUMMER ET R. A. MARSHALL, "A survey of ELF and VLF research on lightning-ionosphere interactions and causative discharges", *Journal of Geophysical Research Vol. 115, Issue 16* Juin 2010.

- [8] NINGYU LIU, JOSEPH R. DWYER ET , "Elves Accompanying Terrestrial Gamma Ray Flashes", *Journal of Geophysical Research Vol. 122, Issue 10, pp. 10563-10576* Septembre 2017.
- [9] ELENA SERAN, "Propriétés Electriques d'Environnements Ionisés", *HDR en Physique Atmosphérique et Océanique. Université Pierre et Marie Curie* 2015.
- [10] JAMES A. VAN ALLEN, "Radiation Belts around Earth", *Scientific American vol. 200, pp. 39-46* 1959.
- [11] Y. AKAHOSHI, T. NAKAMURA, S. FUKUSHIGE, N. FURUSAWA, Y. MACHIDA, T. KOURA, K. WATANABE, S. HOSODA, T. FUJITA, M. CHO, "Influence of space debris impact on solar array under power generation", *International Journal of Impact Engineering Vol. 35, Issue 12, pp. 1678-1682* December 2008.
- [12] JOHN J. SCIALDONE, "Self Contamination and Environment of an Orbiting Spacecraft", *NASA Technical Note TN D-6645* Mai 1972.
- [13] BRUCE A. BANKS, KIM K. DE GROH, SHARON K. MILLER ET CHRISTY ANNE HAYTAS, "Consequences of atomic oxygen interaction with silicone and silicone contamination on surfaces in low earth orbit", *Proc. SPIE 3784, Rough Surface Scattering and Contamination* 1999.
- [14] M. RAJA REDDY, "Effect of low earth atomic oxygen on spacecraft materials", *Journal of Materials Science Vol. 30, pp. 281-307* 1995.
- [15] A. GERHARD, W. STEINS, M. SIGUIER, V. INGUIMBERT, P. SARRAILH, M. SEVOZ ET C. BAUR, "Degradation of solar cells due to in orbit electrostatic discharge?", *Spacecraft Charging Technology Conference 2014* Pasadena, États Unis, 2014.
- [16] M. VELLI, F. PUCCI, F. RAPPAZZO ET A. TENERANI, "Models of coronal heating, turbulence and fast reconnection", *Philosophical Transactions Royal Society A Vol. 373* Avril 2015.
- [17] DOMINIQUE FONTAINE, "Structure and dynamics of the Earth's polar ionosphere: recent results inferred from incoherent scatter sounders", *Plasma Sources Science and Technology Vol. 11 A113-A119* 2002.
- [18] AMERICAN NATIONAL STANDARD ANSI/AIAA G-034-1998, "Guide to Reference and Standard Ionosphere Models", *American National Standards Institute USA*, 1999.
- [19] V. PIERRARD, G. LOPEZ ROSSON, K. BORREMANS, J. LEMAIRE, J. MAES, S. BONNEWIJN, E. VAN RANBEECK, E. NEEFS, M. CYAMUKUNGU, S. BENCK, L. BONNET, S. BORISOV, J. CABRERA, G. GRÉGOIRE, C. SEMAILLE, G. CREVE, J. DE SAERDELEER, B. DESOETE, F. PREUD'HOMME, M. ANCIAUX, A. HELDERWEIRT, K. LITEFTI, N. BRUN, D. PAUWELS, C. QUEVRIN, D. MOREAU, R. PUNKKINEN, E. VALTOVEN, W.

- HAJDAS, P. NIEMINEN, "The Energetic Particle Telescope: First Results", *Space Science Reviews* 184, pp. 87-106 November 2014.
- [20] W. R. HOEGY, J.M. GREBOWSKY ET L.H. BRACE, "Ionospheric ion composition from Satellite measurements made during 1970-1980: Altitude profiles", *Advances in Space Research* 11(10) pp. 173-182, 1991.
- [21] EUROPEAN SPACE AGENCY, "Space engineering: Space Environment ECSS-E-ST-10-04C", *ESA/ESTEC* Novembre 2008.
- [22] PHILIP C. ANDERSON, "Characteristics of spacecraft charging in low Earth orbit", *Journal of Geophysical Research* Vol. 117 A07308, 2012.
- [23] E. SERAN, H.U. FREY, M. FILLINGIM, J.-J. BERTHELIER, R. POTTELETTE ET G. PARKS, "Demeter high resolution observations of the ionospheric thermal plasma response to magnetospheric energy input during the magnetic storm of November 2004", *Annals of Geophysics*, Vol. 25, pp. 2503-2511 2007.
- [24] YEH H. ET M.S. GUSSENHOVEN, "The statistical Electron Environment for Defense Meteorological Satellite Program Eclipse Charging", *Journal of Geophysical Research* Vol. 92 pp. 7705-7715, 1987.
- [25] M.S. GUSSENHOVEN, D.A. HARDY, F. RICH ET W.J. BURKE, "High-Level Spacecraft Charging in the Low-Altitude Polar Auroral Environment", *Journal of Geophysical Research* Vol. 90 pp. 11009-11023, 1985.
- [26] V. A. DAVIS, M. J. MANDELL, D.C. FERGUSON ET D.L. COOKE, "Modeling of DMSP surface charging events", *IEEE Transactions on Plasma Science* Vol. 45 pp. 1906-1914, 2017.
- [27] UNITED STATES AIR FORCE, "Military Standard: Space Environment for USAF Space Vehicles MIL-STD-1809", *Department of The Air Force. Washington, D.C.* Fevrier 1991.
- [28] JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY, "Design Standard: Spacecraft Charging and Discharging JERG-2-211A", *Safety and Mission Assurance Department, Japan* Mai 2012.
- [29] J. BASU ET C. SEN, "Sheath Thickness for a Cylindrical or Spherical Probe Placed in a Plasma", *Japanese Journal of Applied Physics* 12 pp. 1081, 1972.
- [30] H. MOTT-SMITH ET I. LANGMUIR, "The Theory of Collectors in Gaseous Discharges", *Physical Review* 28 October, 1926.
- [31] J. E. ALLEN, "Probe theory - the orbital motion approach", *Physica Scripta*. Vol. 45 pp. 497-503, 1992.
- [32] J.E. ALLEN, R.L.F. BOYD ET P. REYNOLDS, "The Collection of Positive Ions by a Probe Immersed in a Plasma", *Proceedings of the Physical Society B* 70 London, 1957.

- [33] IRA B. BERNSTEIN ET IRVING B. RABINOWITZ, "Theory of Electrostatic Probes in a Low-Density Plasma", *The Physics of Fluids 2* pp. 112-121, 1959.
- [34] JAMES G. LAFRAMBOISE, "Theory of spherical and cylindrical Langmuir probes in a collisionless, Maxwellian Plasma at rest", *University of Toronto Institute for Aerospace Studies, Report No. 100* June, 1966.
- [35] HENRY B. GARRET ET ALBERT C. WHITTLESEY, "Guide to Mitigating Spacecraft Charging effects", *Wiley* 2012.
- [36] JEAN-MARCEL RAX, "Physique des Plasmas", *Sciences SUP, Dunod* pp. 118 , Paris 2005.
- [37] WOLFGANG BAUMJOHANN ET RUDOLF A. TREUMANN, "Basic Space Plasma Physics", *Imperial College Press* London. 1996.
- [38] VEGA PROGRAMME OFFICE, "Educational Payload on the Vega Maiden Flight-Call For CubeSat Proposals", *European Space Agency* 2008.
- [39] WALTER R. HOEGY ET LARRY H. BRACE, "Use of Langmuir probes in non-Maxwellian space plasmas", *Review of Scientific instruments 70, Number 7* pp. 3015-3024, July 1999.
- [40] L. E. WHARTON ET W.R. HOEGY, "Current to moving spherical and cylindrical electrostatic probes", *Journal of Applied Physics 44* June 1971.
- [41] U. FAHLSEON, "Theory of electric field measurements conducted in the magnetosphere with electric probes", *Space Science Reviews, Volume 7, Issue 2-3* pp. 238-262, 1967.
- [42] I.H. HUTCHINSON, "Ion collection by a sphere in a flowing plasma: I. Quasineutral", *Plasma Physics and Controlled Fusion 44* pp. 1953-1977, 2002.
- [43] JAMES ARMSTRONG, CRAIG CASEY, GLENN CREAMER AND GILBERT DUTCHOVER, "Pointing Control for Low Altitude Triple Cubesat Space Darts", *U.S. Naval Research Laboratory* 2009.
- [44] JEAN BESTER, BEN GROENEWALD AND RICHARDT WILKINSON, "Electrical power system for a 3U CubeSat nanosatellite incorporating peak power tracking with dual redundant control", *Cape Peninsula University of Technology* 2012.
- [45] CONSTANTINE KAKOYIANNIS AND PHILIP CONSTANTINOU, "Electrically Small Microstrip Antennas Targeting Miniaturized Satellites: the CubeSat Paradigm", *Mobile Radio Communications Laboratory* Athens, Greece. 2010.
- [46] PUMPKIN INCORPORATED, "Pumpkin CubeSat kit Price List ", San Francisco, USA.

- 
- [47] H. B. GARRET, "The Charging of Spacecraft Surfaces", *Reviews of Geophysics and Space Physics* vol.19, no. 4, pp. 577-616. November 1981.
- [48] DAN M. GOEBEL AND IRA KATZ, "Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall Thrusters", *Jet Propulsion Laboratory California Institute of Technology* pp. 58. March 2008.
- [49] DAVID L. BOOK, "NRL Plasma Formulary", *Naval Research Laboratory* Washington D.C.. 1987.
- [50] MICHAEL KELLEY, "The Earth's Ionosphere Plasma Physics & Electrodynamics", *Conrell Univeristy* Cornell University, Ithaca, NY, USA. May 2009.
- [51] SPACE ENVIRONMENT STANDARD, "ECSS-E-ST-10-04C", *ESA Requirements and Standards Division* 15 November 2008.
- [52] AMERICAN NATIONAL STANDARD, "Guide to Reference and Standard Ionosphere Models", *American Institute of Aeronautics and Astronautics* July 1999.
- [53] DALE C. FERGUSON AND BARBARA GARDNER, "Modelling International Space Station (ISS) Floating Potentials", *40th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit sponsored by the American Institute of Aeronautics and Astronautics* May 2002.
- [54] CHILD C. D, "Discharge From Hot CaO", *Physical Review : Series I*, 32 (5) pp. 492-511 1911.
- [55] A. A. LUCAS, "Fundamental processes in particle and photon interactions with surfaces", *Surface Physics Division, European Space Research and Technology Centre* Noordwijk, The Netherlands. 1973.
- [56] RÉJEAN J.L. GRARD, "Properties of the Satellite Photoelectron Sheath Derived from Photoemission Laboratory Measurements", *Space Science Department, European Space Research and Technology Centre* Noordwijk, The Netherlands. 1973.
- [57] EDLEN C. WHIPPLE, "Potentials of surfaces in space", *Center for Astrophysics and Space Science, University of California at San Diego* California, USA. 1981.
- [58] GERALD F. DIONNE, "Effects of secondary electron scattering on secondary emission yield curves", *Journal of Applied Physics* Vol. 44 pp. 5361 2003.
- [59] D.R. BHAWALKAR, "An Explanation of the Maximum in Secondary Electron Emission from Metals", *Proceedings of the Indian Academy of Sciences A* 6 pp. 74, 1937.
- [60] J. R. YOUNG, "Penetration of Electrons in Aluminium Oxide Films", *Physical Review* 103 pp. 292, 1956.

- [61] R.O. LANE ET D. J. ZAFFARANO, "Transmission of 0 – 40 keV Electrons by Thin Films with Application to  $\beta$ -Ray Spectroscopy", *Physical Review* 94 pp. 960, 1954.
- [62] J. RODNEY M. VAUGHAN, "A New Formula for Secondary Emission Yield", *IEEE Transactions on electron devices* 36 pp. 1963, Septembre 1989.
- [63] M. BELJAH, J. ROUPIE, O. JBARA, J. PUECH, N. BALCON ET D. PAYAN, "Electron emission at very low electron impact energy: Experimental and Monte-Carlo results", *Report CERN-2013-002*, pp. 137-139 2013.
- [64] SHERMAN E. DEFOREST, "Spacecraft Charging at Synchronous Orbit", *Physics department, University of California California, USA*. 1972.
- [65] S. M. L. PROKOPENKO ET J. G. LAFRAMBOISE, "High-Voltage Differential Charging of Geostationary Spacecraft", *Journal of Geophysical Research* 85 pp. 4125, 1980.
- [66] A. JABLONSKI, "Angular distribution of elastic electron backscattering from surfaces: determination of the electron inelastic mean free path", *Journal of Physics D : Applied Physics* 47 2013.
- [67] IVAN T. DIMOV, EMANOUTIL I. ATANASSOV ET MARIYA K. DURCHOVA, "An Improved Monte Carlo Algorithm for Elastic Electron Backscattering from Surfaces", *LSSC 2001. LNCS, vol. 2179*, pp. 141-148 2001.
- [68] K. TORKAR, R. NAKAMURA, M. TAJMAR, S. SCHARLEMANN, H. JESZENSKY, G. LAKY, G. FREMUTH, C. P. ESCOUBET ET K. SVENES, "Active Spacecraft Potential Control Investigation", *Space Science Review Vol. 199, Issue 1-4*, pp. 515-544 2016.
- [69] M. ANDRIOPOULOU, R. NAKAMURA, K. TORKAR, W. BAUMJOHANN, R. B. TORBERT, P.-A. LINDQVIST, Y. V. KHOTYAINTSEV, J. DORELLI, J. L. BURCH, ET C. T. RUSSELL, "Study of the spacecraft potential under active control and plasma density estimates during the MMS commissioning phase", *Geophysical Research Letters Vol. 43, Issue 10*, pp. 4858-4864 2016.
- [70] MARTIN H. GUTKNECHT, "A Brief Introduction to Krylov Space Methods for Solving Linear Systems", *ETH Zurich* 2007.
- [71] R.W. HOCKNEY ET J.W. EASTWOOD, "Computer Simulation Using Particles", *KAEA Culham and Reading University* 2009.
- [72] JOHN M. DAWSON, "Plasma Oscillations of a Large Number of Electron Beams", *Project Matterhorn, Princeton University New Jersey*, 1959.
- [73] CARL DE BOOR, "B(asic)-Spline Basics", *United States Army* 1998.

- 
- [74] JINFENG LIAO ET EDWARD SHURYAK, "Strongly coupled plasma with electric and magnetic charges", *Department of Physics and Astronomy, State University of New York New York, United States*. 2018.
- [75] PETER YOUNG, "The leapfrog method and other "symplectic" algorithms for integrating Newton's laws of motion", *Oxford University* April, 2014..
- [76] J.R. CASH ET ALAN H. HARP, "A Variable Order Runge-Kutta Method for Initial Value Problems with Rapidly Varying Right-Hand Sides", *ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 16, No. 3, PP. 201-222* September 1990.
- [77] IAN HUTCHINSON, "Lectures Notes on Introduction to Plasma Physics", *Massachusetts Institute of Technology* 2003.
- [78] C. K. BIRDSALL ET A. B. LANGDON, "Plasma Physics via Computer Simulation", *Adam Hilger* Bristol, Philadelphia and New York, 1991.
- [79] W. M. NEVIS, G. W. HAMMETT, A. M. DIMITS, W. DORLAND, D. E. SHUMAKER, "Discrete particle noise in particle-in-cell simulations of plasma microturbulence", *Physics of Plasmas 12, 122305* Decembre 2005.
- [80] BURTON D. FRIED ET SAMUEL D. CONTE, "The Plasma Dispersion Function", *Academic Press* New York, 1961.
- [81] LIPMAN BERS, SALOMON BOCHNER, FRITZ JOHN, P. D. LAX ET A. N. MILGRAM, "In Contributions to the Theory of Partial Differential Equations", *IX. Parabolic Equations pp. 167-190* Princeton, 1955.
- [82] HAÏM BREZIS, MOSHE MARCUS, AUGUSTO C. PONCE, "Nonlinear Elliptic Equations with Measures revisited", *Mathematical Aspects of Nonlinear Dispersive Equations, Annals of Math. Studies, vol. 163, Princeton Univ. Press* Princeton, NJ (2007).
- [83] M. J. HOLST, "The Poisson-Boltzmann Equation. Analysis and Multilevel Numerical Solution", *PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign Urbana-Champaign IL, USA*. 1994.
- [84] ORIOL JORBA FERRO, SÉBASTIEN HESS, ELENA SERAN, CHRISTOPHE BASTIEN-THIRY ET DENIS PAYAN, "Coupled Fluid-Kinetic Numerical Method to Model Spacecraft Charging in LEO", *IEEE Transaction on Plasma Science Vol. 46, Issue 3, pp. 651-658* Fevrier 2018.
- [85] R. D. SYDORA, " $\delta f$  Particle-in-Cell Plasma Simulation Model: Properties and Applications", *Department of Physics, University of Alberta Alberta, Canada*. 2007.

- [86] R. D. SYDORA, "Low-noise electromagnetic and relativistic particle-in-cell plasma simulation models", *Department of Physics, University of Alberta Alberta, Canada*. 1999.
- [87] JEAN-FRANÇOIS ROUSSEL, FRANÇOIS ROGIER, GUILLAUME DUFOUR, JEAN-CHARLES MATÉO-VÉLEZ, JULIEN FOREST, ALAIN HILGERS, DAVID RODGERS, LAURENCE GIRARD ET DENIS PAYAN, "SPIS Open-Source Code: Methods, Capabilities, Achievements, and Prospects", *IEEE transactions on plasma science* October 2008.
- [88] IGOR MANUILSKIY ET W. W. LEE, "The Split-Weight Particle Simulation Scheme for Plasmas", *Plasma Physics Laboratory, Princeton University Princeton, USA*. 1999.
- [89] ROBERT A. BOND ET TIMOTHY A. FIELD, "LEOPOLD Space Environment Parameter Generation", *AEA Technology Culham Laboratory* 1990.
- [90] E. SÉRAN, J.-J. BERTHELIER, F.Z. SAOURI ET J.-P. LEBRETON, "The spherical segmented Langmuir probe in a flowing thermal plasma: Numerical model of the current collection", *Annales Geophysicae, Vol. 23, pp. 1723-1733* 2003.
- [91] RONALD REDMER, "Physical Properties of dense, low-temperature plasmas", *Physics Reports Vol. 282, Issues 2-3, pp. 35-157* Avril 1997.