



**HAL**  
open science

# FONDEMENTS THÉORIQUES POUR LA SIMULATION DE SYSTÈMES COMPLEXES EN GÉOGRAPHIE (Volume I - Recherche)

Patrice Langlois

► **To cite this version:**

Patrice Langlois. FONDEMENTS THÉORIQUES POUR LA SIMULATION DE SYSTÈMES COMPLEXES EN GÉOGRAPHIE (Volume I - Recherche). Géographie. Université de Rouen Normandie, 2007. tel-02285047

**HAL Id: tel-02285047**

**<https://hal.science/tel-02285047>**

Submitted on 19 Sep 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Rouen, UFR des Lettres et Sciences humaines  
UMR IDEES – CNRS 6228

# *Mémoire d'habilitation à diriger des recherches*

Arrêté ministériel du 23 novembre 1998

## **Volume I**

### **RECHERCHE**

#### **FONDEMENTS THEORIQUES POUR LA SIMULATION DE SYSTEMES COMPLEXES EN GEOGRAPHIE**

Présenté et soutenu publiquement par

**Patrice Langlois**

Mont-Saint-Aignan, le 13 novembre 2007

#### **Jury**

Denise Pumain, Professeur à l'université Paris 1 (rapporteur)

André Dauphiné, Professeur à l'université de Nice (rapporteur)

Léna Sanders, Directrice de Recherche à l'UMR Géographie-cités, Paris

Giovanni Rabino, Professeur au Politecnico di Milano

Daniel Delahaye, Professeur à l'université de Caen

Yves Guermond, Professeur émérite à l'université de Rouen.(rapporteur)



## Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement Yves Guermond qui m'a poussé, puis encouragé tout au long de cette année à préparer ce mémoire d'HDR, qui m'a apporté au fil de notre longue collaboration un enthousiasme et une confiance sans faille.

Je remercie chaleureusement aussi Michel Bussi, directeur de l'UMR IDEES, qui a insisté aussi à m'engager dans cette voie et avec qui j'ai travaillé avec plaisir.

En particulier je remercie Giovanni Rabino de venir de si loin et de prendre le courage d'étudier un mémoire qui n'est pas dans sa langue.

Je remercie André Dauphiné, qui me fait l'honneur de venir à Rouen pour parler de complexité en géographie.

Je remercie beaucoup aussi Denise Pumain de prendre une fois de plus le temps de venir à nous et de s'investir dans ce mémoire.

A Léna Sanders, avec qui nous avons eu beaucoup de discussions constructives dans diverses réunions, je lui adresse mes remerciements de prendre le temps de travailler sur ce mémoire.

Je remercie grandement Daniel Delahaye, avec qui j'ai passé de longues heures pour concevoir et améliorer ces modèles et que je remercie de venir à mon jury.

Je ne saurais trop remercier aussi Eric Daudé, avec qui j'ai eu tant de discussions constructives et approfondies sur la modélisation, qui a eu le courage et pris la disponibilité de relire jusqu'au dernier moment mon mémoire.

Je remercie Bernard Elissalde, Dominique Goyat, Edwige Dubos-Paillard et tous ceux qui ont travaillé avec moi sur la modélisation en géographie et qui m'ont permis de développer les idées de ce mémoire.

Je remercie également Denis Phan, d'avoir su animer et faire dialoguer ensemble tant de spécialistes de disciplines différentes, qui m'ont apporté des idées et des connaissances fructueuses.

Je remercie à ce sujet particulièrement les philosophes Frédéric Nef, et Frank Varenne, qui m'ont aidé à comprendre un peu mieux la philosophie et son intérêt en modélisation, au cours des séminaires SMASHS.

Je n'oublie pas non plus Sylvie Vérité qui m'a bien aidé dans la constitution du volume des articles.

Enfin, un dernier mot tendre à mon épouse Roberte qui a su me supporter pendant ces mois de travail et traquer dans sa relecture attentive les moindres virgules en trop.

à mes deux enfants Amandine et Vincent que j'aime tant.

## Avant-propos

La géographie est au cœur de la complexité en sciences humaines et sociales, telle qu'André Dauphiné la décrit dans [DAU03]. Initiée par Tobler et Hägerstrand en géographie, l'utilisation des automates cellulaires, puis celle des systèmes multi-agents, s'est développée dans de nombreux domaines comme la physique, la biologie et l'informatique [WEIS89], [BRIO01]. Ainsi, de nombreux travaux ont contribué à appliquer ces outils informatiques et théoriques au domaine plus spécifiquement géographique. Ils se poursuivent aujourd'hui, dans différentes équipes, comme le groupe de géosimulation, les travaux du RIKS, de CASA, le politechnico de Milan, et, en France, à l'université de Strasbourg ou de Paris sur les simulations urbaines (SIMBOGOTA) ou les réseaux de villes (SIMPOP), mais nous ne ferons pas ici un inventaire.

La géographie est aussi la science de l'échelle intermédiaire, celle du présent et du proche, celle qui est directement accessible à nos sens. Elle est le carrefour des échelles inférieures et supérieures entre les atomes et les étoiles, entre les passés et les futurs lointains. Elle croise presque tous les domaines scientifiques, de la physique (sciences de la terre) à la sociologie en passant par les sciences de vie, de l'homme et de la nature. Contrairement à la physique atomique ou à l'astronomie qui construisent des représentations et expliquent des phénomènes inaccessibles à nos sens, la géographie se situe à un niveau d'observation intermédiaire qui est directement accessible à nos sens et facilement observable. De ce fait la théorisation, forcément simplificatrice, se confronte directement au spectacle de la complexité infinie de la réalité et rend d'autant plus facilement critiquables les constructions simplifiées que sont les théories ou les modèles.

La géographie est ancrée par essence dans l'espace. La carte géographique en est l'expression directe. Lorsqu'on s'intéresse à des processus complexes, la prise en compte de l'emboîtement des niveaux d'organisation s'avère nécessaire à la compréhension des phénomènes. La modélisation ajoute de plus une dimension fondamentale à l'expression de la dynamique, celle du temps. La représentation multi-échelles dans l'espace oblige alors à aborder les différents niveaux de temporalité des processus en jeu.

Le contenu de ce mémoire va tenter de répondre à ce défi de la complexité géographique. Complexité caractérisée à la fois par sa position de carrefour des sciences physique et de l'homme, et par sa position intermédiaire dans les niveaux d'organisation du réel, aussi bien spatiaux que temporels.

## Sommaire

AVANT-PROPOS .....	1
INTRODUCTION.....	3
CONSTRUCTION DU DOCUMENT .....	6
REMARQUES SUR LES NOTATIONS UTILISEES.....	6

<b>PARTIE I - LA STRUCTURATION DE L'ESPACE GEOGRAPHIQUE.....</b>	<b>8</b>
--	----------

CHAPITRE 1 - LES CONCEPTS DE STRUCTURE ET DE SYSTEME .....	10
1.1 LA NOTION DE STRUCTURE .....	10
1.2 LE PARADIGME SYSTEMIQUE .....	13
1.3 LA NOTION D'ORGANISATION .....	15
1.4 L'INTERACTION SPATIALE.....	24
1.5 PREMIERE DEFINITION DE LA NOTION DE SYSTEME SPATIAL .....	36
CHAPITRE 2 - L'ESPACE ET LA GEOMETRIE .....	37
2.1 DIFFERENTES THEORIES DE L'ESPACE .....	37
2.2 LA GEOMETRIE ET SES STRUCTURES DE DONNEES.....	47
2.3 GEOMETRIE « NETTE », GEOMETRIE « FLOUE ».....	60
CHAPITRE 3 - LES STRUCTURES TOPOLOGIQUES : COMMENT S'ORGANISENT LES OBJETS EN SYSTEMES SPATIAUX .....	65
3.1 LA TOPOLOGIE .....	65
3.2 METRIQUES ET TOPOLOGIES .....	65
3.3 TOPOLOGIE CALCULEE, TOPOLOGIE STRUCTURELLE .....	68
3.4 LA HIERARCHISATION .....	73
CHAPITRE 4 - LA MATIERE ET LES OBJETS GEOGRAPHIQUES .....	74
4.1 LA MATIERE GEOGRAPHIQUE .....	74
4.2 LA NOTION D'OBSERVATION.....	76
4.3 L'OBJET GEOGRAPHIQUE: DEFINITIONS ET PRINCIPES.....	77
CHAPITRE 5 - LE TEMPS ET LA DYNAMIQUE .....	88
5.1 LE TEMPS .....	88
5.2 LES TEMPORALITES.....	90
5.3 EVENEMENTS, PROCESSUS.....	93
5.4 DECOMPOSITION D'UN PROCESSUS COMPLEXE .....	100
5.5 UN CHOIX EPISTEMIQUE : LA DEPENDANCE RECIPROQUE ENTRE LES NIVEAUX DE COMPLEXITE D'UN PHENOMENE.....	101
CONCLUSION : ETAPES DE L'ONTOGENESE.....	104

<b>PARTIE 2 - LA MODELISATION PAR AUTOMATES CELLULAIRES.....</b>	<b>106</b>
--	------------

CHAPITRE 1 - CONCEPT ET FORMALISATION D'UN AC.....	107
1.1 LE PARADIGME D'AUTOMATE CELLULAIRE.....	107
1.2 LA NOTION D'AUTOMATE A ETATS FINIS .....	109
1.3 AUTOMATE DE MEALY ET DE MOORE.....	109
1.4 DIFFERENTES DECOMPOSITIONS DES FONCTIONS D'UNE CELLULE .....	110
1.5 AUTOMATE A SEUIL, AUTOMATE A FENETRE.....	112
1.6 NIVEAU MICRO ET AUTOMATE STOCHASTIQUE.....	113
1.7 NIVEAU MACRO ET AUTOMATE DETERMINISTE .....	113
1.8 DEFINITION GENERALE D'UN AUTOMATE CELLULAIRE GEOGRAPHIQUE.....	113

1.9	DIFFERENTS MODES D'ORDONNANCEMENT DES TACHES INTERNES AU SYSTEME.....	116
1.10	CONDITIONS POUR QUE CETTE CLASSE DE MODELES SUPPORTE LES INTERACTIONS.....	117
1.11	ESPACE ASSOCIE A UN AUTOMATE CELLULAIRE GEOGRAPHIQUE .....	120
1.12	TOPOLOGIE ET OPERATEUR DE VOISINAGE D'UN ACG.....	121
1.13	LA NOTION DE COUCHE CELLULAIRE .....	121
1.14	MODELES D'ACG HIERARCHISES .....	121
<b>CHAPITRE 2 - EXEMPLES DE MODELES D'AUTOMATES CELLULAIRE GEOGRAPHIQUES .....</b>		<b>123</b>
2.1	SPACELLE, AUTOMATE CELLULAIRE MULTICOUCHES .....	123
2.2	EXEMPLE : LE MODELE D'EVOLUTION DE L'AGGLOMERATION ROUENNAISE .....	130
2.3	RUICELLS .....	136
2.4	GEOCELLS .....	150
<b>CONCLUSION .....</b>		<b>173</b>
<b>PARTIE 3 – UN MODELE GENERAL DE SYSTEME A AGENTS GEOGRAPHIQUES 174</b>		
<b>INTRODUCTION.....</b>		<b>175</b>
<b>CHAPITRE 1 - PRESENTATION DU PROJET DE PLATEFORME DE SIMULATION</b>		<b>177</b>
1.1	LE PROGRAMME MAGEO .....	177
1.2	LE PROGRAMME MOSAIIC .....	178
<b>CHAPITRE 2 - APPROCHE THEORIQUE DE LA PLATEFORME. ....</b>		<b>179</b>
2.1	LA NOTION DE SYSTEME A AGENTS GEOGRAPHIQUES.....	181
2.2	LA NOTION D'AGENT GEOGRAPHIQUE .....	184
2.3	FORMALISATION DE LA NOTION D'ORGANISATION.....	190
2.4	LA FORMALISATION DU COMPORTEMENT .....	198
2.5	FORMALISATION DU MODELE GENERAL AOC.....	207
2.6	EXEMPLE DU MODELE DE SCHELLING .....	207
<b>CHAPITRE 3 - CONCLUSION ET ETAPES SUIVANTES .....</b>		<b>211</b>
3.1	LANGAGES ET MANIPULATION DES CONNAISSANCES .....	211
3.2	PLUSIEURS NIVEAUX DE LANGAGE.....	211
3.3	LA GENERATION DE LANGAGES .....	212
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>		<b>216</b>
<b>SIGLES ET ACRONYMES .....</b>		<b>224</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>		<b>225</b>
<b>INDEX DES FIGURES .....</b>		<b>230</b>
<b>TABLE DES MATIERES .....</b>		<b>232</b>

# Introduction

Le travail présenté ici, s'inscrit dans deux projets de recherche et poursuit de ce fait deux objectifs principaux qui s'articulent en une démarche unique et cohérente. Le premier objectif de cette réflexion s'inscrit dans le programme de recherche COS-MA-GEMS (Coordonné par Denis Phan) financé par l'ANR. Il a pour but de constituer un corpus d'ontologies communes à différentes disciplines des sciences humaines et sociales, en vue du développement de modèles à base de systèmes multi-agents. Il rassemble des philosophes, des mathématiciens, des sociologues, des économistes et des géographes. Mon travail, à travers ce programme, consiste à élaborer une ontologie formelle des objets géographiques qui peut constituer un point de départ d'une géographie théorique. Nous ne prenons pas ici le terme d'ontologie dans sa signification informatique qui est assez restrictive mais dans son acception philosophique, où une ontologie décrit l'essence des choses, décrit ce « qui est ».

Le deuxième objectif de cette réflexion consiste à étudier les bases théoriques d'un outil générique de simulation de systèmes géographiques complexes. Cette démarche s'insère dans un deuxième programme de recherche, MAGEO (coordonné par Eric Daudé), financé par l'ANR, dont l'objectif est la conception et le développement d'une plateforme de simulation multi-agents pour la géographie. Cet outil devrait permettre aux géographes intéressés par la simulation, de modéliser des problèmes de manière plus efficace ou encore de simuler des modèles qu'ils n'auraient pas envisagés de traiter.

Ces deux approches sont complémentaires et s'articulent en un travail ayant une cohérence interne, basée sur la construction progressive de ses objets. Partant des concepts les plus généraux, nous abordons différentes approches mathématiques de la notion d'espace, ainsi que les concepts très généraux de structure, d'organisation, d'interaction, de matière, d'objet et de temps. Après avoir fait une synthèse des outils de modélisations à base d'automates cellulaires géographiques (ACG), nous pouvons dégager un modèle général d'ACG qui s'appuie sur les objets précédemment construits. Puis nous le généralisons pour construire le modèle général d'un système à agents géographiques (SAG), basé sur le triptyque Agent–Organisation–Comportement, où l'objet géographique apparaît comme une entité duale, relative et autoréférente.

Notre premier objectif est donc de construire les bases d'une théorie générale des objets géographiques. Ce travail prenant une forme qu'on pourrait qualifier d'ontologie formelle de la géographie, dans le sens où l'on ne cherche pas à donner puis à décrire la liste des types d'objets géographiques existants, mais à dégager des classes, des structures, des principes et propriétés générales de ces objets. Nous formaliserons la manière dont les objets géographiques s'organisent, la manière dont ils fonctionnent, les opérations qui permettent de les faire évoluer, de les transformer, de les combiner. Nous utilisons aussi pour cela un langage qui peut être tantôt celui des mathématiques tantôt celui de l'informatique. Ce discours formel sera associé au vocabulaire et aux concepts de la géographie, afin de lui conférer une sémantique. Après avoir explicité « ce qui est » et comment s'organise l'univers des objets géographiques, notre objectif final est de concevoir et d'implémenter cette vision théorique dans un système technologique forcément réducteur, capable de réifier cette ontologie formelle à travers une classe de modèles exécutables adaptée aux problématiques des systèmes complexes en géographie.

Pour réaliser cette ontologie formelle, nous pensons que cette démarche théorique doit être formalisée mathématiquement car cela permet d'élaborer une construction totalement

indépendante de toute contrainte technologique fournissant un cadre théorique rigoureux éprouvé et reconnu. Cela permet ainsi, dans un premier temps, de penser les objets géographiques selon une démarche tournée vers la compréhension de la réalité, même si celle-ci reste simplificatrice. Les outils mathématiques permettent par exemple de penser le continu ou l'infini sans se préoccuper des limitations de l'ordinateur dans lequel, finalement, tout doit être explicité<sup>1</sup>, énuméré et fini. Nous avons besoin d'un cadre théorique plus souple pour formaliser cette construction.

En premier lieu, la théorie des ensembles et de la logique des prédicats forme un socle élémentaire aujourd'hui reconnu pour toute formalisation mathématique. Nous sommes maintenant loin de ces grandes interrogations des débuts de cette théorie initiée par Cantor, au début du XIX<sup>e</sup> siècle. Epoque où des paradoxes fondamentaux ébranlèrent son édifice axiomatique. La théorie des ensembles a alors conquis sa maturité en prenant conscience de ses limites, par exemple en sachant faire la distinction entre ce qu'est un ensemble et ce qui n'en est pas un (qu'on appellera alors famille ou collection). La notion d'ensemble ne se définit pas formellement, c'est une définition première de la théorie. Néanmoins la famille de tous les ensembles n'est pas un ensemble, car un ensemble doit être défini clairement, soit par la liste exhaustive et non redondante de ses éléments, (il est alors défini en extension), soit par une propriété logique caractéristique de ses éléments, (il est alors défini en compréhension). Une autre règle essentielle est nécessaire pour ne pas que la théorie soit contradictoire. Elle porte sur la relation d'appartenance : un ensemble ne peut pas appartenir à lui-même. Par contre, la notion de sous-ensemble donne naissance à la relation d'inclusion qui est une relation d'ordre définie sur l'ensemble  $\mathcal{P}(E)$  des parties d'un ensemble  $E$ . La relation d'inclusion est réflexive, contrairement à celle d'appartenance qui est antiréflexive. Ainsi, en théorie des ensembles, un ensemble se contient toujours lui-même mais n'appartient jamais à lui-même. Avec ces précautions, le paradoxe de Russel n'existe plus. En effet, ce paradoxe reposait sur un « ensemble » particulier, formé de tous les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes. Le paradoxe venait du fait que cet « ensemble » ne pouvait, ni se contenir lui-même ni ne pas se contenir. Ces améliorations sont réunies avec d'autres dans l'axiomatique de Zermelo-Fraenkel. Elle confère à cette théorie une grande solidité. Même si elle n'est pas la seule qui soit à la base d'une théorie des ensembles, elle est très largement utilisée aujourd'hui, accompagnée éventuellement d'autres axiomes complémentaires comme l'axiome du choix ou l'hypothèse du continu. Quelques autres théories des ensembles ont été formalisées, comme la théorie des types (Whitehead, Russell) ou la théorie des classes (von Neumann, Gödel). Malgré leurs différences, ces théories apparaissent maintenant comme des traductions convergentes d'une même réalité mathématique. D'autres tentatives d'axiomatisation se sont développées dans des directions plus éloignées dont certaines ont été formalisées. C'est le cas de la méréologie qui est plutôt une théorie logique, formalisée par le logicien Stanisław Leśniewski (1886–1939). Il ne nous semble pas qu'elle constitue une avancée plus féconde pour notre travail que la théorie des ensembles « standard ». Par exemple, un des principes fort du paradigme de la complexité, est que le tout est plus que ses parties. En théorie des ensembles, comme en méréologie, cette affirmation est fautive. La définition d'un système complexe doit donc reposer sur un concept plus riche qu'un simple ensemble formé d'éléments (et de parties). C'est cet enrichissement que nous proposons de construire, qui n'est en rien contradictoire avec l'utilisation de la théorie des ensembles.

---

<sup>1</sup> Contrairement aux mathématiques qui sont basées à la fois sur une construction syntaxique implicite, (une définition une fois posée, est supposée connue par la suite) et sur des contenus eux aussi implicites. Par exemple, on ne connaît de l'ensemble des nombres réels que ceux qu'on peut formuler ou expliciter, mais il existe une infinité de nombres qu'on n'explicitera jamais. Beaucoup d'objets mathématiques sont implicitement définis par des théorèmes d'existence, mais on ne sait pas ou on ne peut pas toujours les construire effectivement.

De plus, cette construction ontologique ne se borne pas à la seule utilisation de la théorie des ensembles, tout l'édifice de l'algèbre, de la géométrie, de la topologie et de l'analyse dont la cohérence et le langage s'appuient sur la théorie des ensembles, pourra nous être utile à divers degrés. Néanmoins, nous ne cherchons pas ici à élaborer une nouvelle théorie mathématique, formée d'une suite de théorèmes et de démonstrations. Nous ne cherchons pas non plus à élaborer de nouveaux axiomes. Nous utiliserons seulement le langage mathématique de manière à définir les objets et montrer la cohérence des entités de notre ontologie. Aussi, le niveau de connaissance mathématique utilisé restera élémentaire.

Afin de préciser cette démarche de construction ontologique dans le domaine géographique, on partira du « néant » des localisations, constitué de ce qui reste du monde lorsqu'on ne garde que les localisations, les coordonnées. Ce « néant » est formalisé par « l'espace »<sup>2</sup> de la géométrie, vide de toute matière, de tout contenu. Il permet de construire des formes géométriques et de les mettre en relation à travers la topologie pour construire des objets abstraits plus complexes. Cependant l'essence profonde des objets n'apparaît qu'avec l'introduction du concept de matière-énergie. Comment la matière peut-elle se formaliser dans cet espace géométrique ? Un point, une ligne, une surface existent-ils encore lorsque l'espace devient matériel ? Nous examinerons enfin, comment la prise en compte du temps permet de construire des faits et des comportements. Elle permet par exemple de faire naître se développer et mourir des êtres, qu'ils soient physiques, vivants, sociaux ou imaginaires. Elle permet d'ajouter à la diversité de la réalité spatiale, la profondeur de l'histoire et l'incertitude des devenirs. Ainsi, il apparaît que le triptyque espace-temps-matière est le cadre conceptuel sur lequel se base cette construction ontologique.

Les concepts d'agent et d'organisation sont également au cœur de la construction des objets géographiques. Ils définissent un être constitué d'une face externe lui permettant d'agir vers le monde et qu'il perçoit comme formé d'une diversité d'autres objets-agents de la même conception. Il est constitué aussi d'une face interne présentant l'objet comme une organisation tournée vers la profondeur récursive de son intérieur dont les composants sont encore des objets-agents formant système. Ces deux facettes expriment l'interaction fondamentale, l'essence même de l'objet, où s'affrontent les comportements venant des profondeurs de l'être contre ceux qu'impliquent les réalités extérieures. Cette ontologie sera appelée (Agent-Organisation-Comportement) ou AOC. Si elle semble proche de la démarche AGR (Agent-Groupe-Rôle) de Jacques Ferber, AOC contient cette dualité agent-organisation et intègre cette autoréférence et les environnements – externe et interne – qui en découlent. L'intérêt essentiel de cette structure pour la géographie vient du fait qu'elle exprime bien une vision systémique multi-échelle. De plus, elle permet de bien identifier les limites à la fois extérieures et intérieures d'un modèle. Ainsi, on peut souvent identifier trois niveaux de modélisation (mais ce nombre n'est pas limitatif), macro, méso et micro. Le niveau macro, limité par l'enveloppe de l'agent global qui contient l'organisation de plus haut niveau. Dans cet environnement est construit le niveau principal des objets du système, celui qui contient les objets qu'on étudie, constitué du niveau méso. Ces objets sont eux-mêmes structurés par des objets dits terminaux, c'est-à-dire qui ne sont pas décomposables en objets plus élémentaires, c'est le niveau particulière ou niveau micro. Rien n'empêche d'ajouter d'autres niveaux si le problème le demande.

Même si nous n'abordons pas ces étapes dans ce mémoire, nous ne négligeons pas pour autant les méthodes de conception de l'informatique, depuis les langages de conception comme UML ou SADT, jusqu'à l'algorithmique et aux structures de données informatiques. Si elles

---

<sup>2</sup> Nous employons ce terme de manière volontairement ambiguë pour évoquer à la fois le domaine disciplinaire qu'est la géométrie, mais aussi pour indiquer qu'on se situe dans un espace physique formalisé mathématiquement.

n'ont pas la puissance d'expression du discours mathématique, à cause de leur caractère schématique et simplificateur, elles ont en revanche une puissance élevée de communication par une explicitation directe<sup>3</sup>. Ceci est important dans un contexte pluridisciplinaire. De plus la formalisation conceptuelle permet de passer rapidement à la programmation informatique, pour répondre à l'objectif de réaliser une plate-forme de simulation basée sur cette ontologie.

Ces deux démarches de formalisation, mathématique et informatique, ne sont pas antagonistes mais complémentaires et s'enrichissent mutuellement de sens lorsqu'elles renvoient l'une à l'autre la description d'un même objet de la réalité géographique. Notre méthode sera donc de présenter le plus souvent un objet ou un concept sous la forme d'une description dans le discours habituel du géographe, puis de le formaliser mathématiquement, et/ou de voir comment cela peut se traduire dans le cadre d'une formalisation informatique conceptuelle, structurelle ou même algorithmique.

L'objectif final, extérieur à ce mémoire, devra déboucher sur la conception et la réalisation d'une plate-forme évolutive et modulaire de modélisation/simulation orientée géographie, contenant un langage de spécification de modèles (plus précisément, plusieurs niveaux de langage selon le niveau d'accès à la plate-forme). La classe des modèles capable d'être réifiés par ce langage sera conforme à cette ontologie formelle. Une fois la plate-forme construite, celle-ci devra permettre à un modélisateur géographe de spécifier un modèle par des outils interactifs simples, utilisant un langage à la fois graphique et à base de règles, de construire ou d'importer depuis un SIG la configuration initiale d'une scène géographique. Elle devra ensuite être capable de compiler le modèle et de lancer différentes simulations par le moteur de la plate-forme, afin d'extraire différentes observations permettant de tester des hypothèses et d'en vérifier la pertinence. A ce (haut) niveau d'accès pour la simulation, il doit exister plusieurs autres accès de plus bas niveau, permettant d'enrichir les fonctionnalités par l'adjonction de modules « métier » ou encore de faire évoluer le méta-modèle et le langage, modifiant ainsi la classe des modèles susceptible d'être traitée.

### ***Construction du document***

Le document présent se divise en trois parties, d'abord une première partie qui développe la formalisation mathématique des concepts et des objets généraux de la géographie : observation, espace, temps, matière, objets, organisation, interaction, etc. Puis une seconde partie où nous faisons une synthèse de nos réalisations dans le domaine des automates cellulaires se terminant par un modèle théorique général d'Automate Cellulaire Géographique (ACG). Enfin, une troisième partie où nous élaborons le modèle général de système à agents géographiques (SAG), qui constitue la base théorique de la future plateforme.

### ***Remarques sur les notations utilisées***

Nous pouvons écrire en général une formule ou une suite de calcul sous deux formes :

---

<sup>3</sup> au sens où il n'est pas nécessaire d'avoir une culture préalable du domaine, car ayant pris connaissance des règles syntaxiques très simple de ces langages semi-graphiques, tout est alors explicité sur un seul niveau, alors que les mathématiques, utilisent des définitions, des opérations et des théorèmes, qui relèvent d'une construction sémantique hiérarchisée, dont les niveaux inférieurs sont supposés acquis par le lecteur. Tout comme le discours philosophique, le discours mathématique est fortement implicite. Alors qu'en informatique, l'objectif final est toujours de programmer un ordinateur, auquel il faut tout expliciter dans les plus fins détails, car ce n'est qu'une machine. Néanmoins, c'est précisément le but de l'informatique que de donner à l'ordinateur une certaine « culture humaine » préalable, pour qu'on puisse communiquer avec lui de manière moins mécanique

-soit en langage mathématique, où les symboles sont écrits en italique. L'opération de multiplication y est sous-entendue (ou plus rarement indiquée par un point). Le symbole « = » indique l'égalité au sens mathématique du terme : les membres de gauche et de droite de l'égalité sont deux expressions d'une même quantité ou d'un même élément. Les entités sont souvent représentées par un caractère latin ou grec, avec des indices. On utilise des symboles particuliers pour les opérations (sommation, intégration, barre de fraction, racine carrée, etc.).

Par exemple :

$$y = y_{\min} + jP_y$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

-soit en langage algorithmique, écrit en police « courrier » où nous utilisons souvent une syntaxe proche du langage pascal (francisé ou non). La multiplication est alors représentée par une étoile. Le symbole d'égalité « = » est ici une opération logique, qui donne le résultat « vrai » si les membres de gauche et de droite représentent la même quantité ou qualité, et donne « faux » sinon. Il ne faut pas confondre le symbole d'égalité avec celui d'affectation, noté « := » ou quelquefois par une flèche « ← ». Les expressions « a := b+c » ou « a ← b+c » signifient qu'on lit les valeurs contenues dans les emplacements de mémoire nommés b et c, qu'on effectue l'addition b+c et qu'on écrit (ou mémorise) le résultat dans l'emplacement mémoire nommé a. Il n'y a pas de symboles spéciaux (grecs, etc). Les entités sont souvent nommées par des chaînes de plusieurs caractères. Le point représente un séparateur entre une entité complexe (un objet) et un composant de cette entité (un attribut, une propriété, une méthode).

Par exemple, les deux formules ci-dessus pourraient s'écrire alors :

```
y := MNT.yMin + j*MNT.PasY ;
```

où « yMin » et « PasY » sont des champs de l'objet « MNT ». On peut avoir aussi une écriture de type algorithmique, comme l'exemple suivant qui calcule la moyenne des valeurs contenues dans le tableau X :

```
MoyX :=0 ;
pour i :=1 à n faire
    MoyX := MoyX + X[i]
fin ;
MoyX := MoyX/n
```

# Partie I - La structuration de l'espace géographique

*La géométrie et le mouvement sont les deux problèmes inséparables de la théorie géographique. Quel que soit le type de mouvement, il laisse son empreinte sur la surface terrestre, c'est-à-dire qu'il produit une géométrie. A son tour, la géométrie produit des mouvements : les circulations dans les états sont créées par les frontières nationales, et elles contribuent en retour à créer ces frontières...*

*William BUNGE*

## Introduction

Le **concept d'espace géographique**, finalement assez récent, est utilisé d'abord par des géographes et des économistes spatiaux depuis la fin du 19<sup>e</sup> siècle, comme von Thünen, Weber, Lösch, Christaller et bien d'autres. Il se caractérise surtout par la prise en compte à travers l'étude des réseaux, des localisations, des distances et des surfaces terrestres. Apparaissent alors des « distances fonctionnelles » qui ne sont plus exprimées en kilomètres, mais en coût de transport, en temps de parcours, en énergie dépensée, etc. Les surfaces ne sont plus seulement mesurées en hectares ou en km<sup>2</sup> mais en effectifs de population, en densités, en revenus. Ainsi, l'espace géographique apparaît comme chargé de toute sa « matière géographique », naturelle ou construite, humaine, sociale. C'est un espace d'activités diversifiées qui consomme de l'énergie, qui possède donc une dimension économique. Il apparaît alors avec une sorte de « rugosité » qui exprime le degré de difficulté à parcourir l'espace fondamentalement hétérogène. Ceci a donné différents types de représentations cartographiques où l'espace géométrique est déformé pour mieux visualiser cette rugosité spatiale à travers les méthodes d'anamorphose (Tobler, Charlton, Cauvin-Raymond, Langlois, etc.).

Le concept d'espace n'est pas non plus totalement étranger à celui d'**objet géographique**, employé depuis longtemps en géographie humaine. Nous reprendrons cette notion d'objet géographique qui possède une définition précise et plus concrète en géomatique. Par ailleurs, la notion d'objet est aussi un concept central en informatique, par la place importante qu'occupent les langages orientés-objets, bien adaptés à la modélisation multi-agents. Dans le contexte de la modélisation de phénomènes géographiques, l'utilisation du terme d'objet risque donc d'apporter un peu de confusion. Néanmoins, nous l'utilisons ici non pas en référence à la programmation orientée-objet, mais dans un sens « physique » général, systémique et auto-référentiel. Nous montrerons que l'objet est le concept central à travers lequel se structurent les notions premières d'espace, de temps et de matière-énergie, et se présente aussi comme l'interface entre les niveaux d'observation et de modélisation du réel.

L'objet n'est pas pris seulement dans son sens d'élément matériel inanimé, mais couvre tout le champ disciplinaire, car nous pensons que les mêmes principes élémentaires de structuration et de fonctionnement sont applicables du caillou au groupe social. Les différences importantes entre objets viennent seulement des différences de niveaux de complexité, et non

parce qu'ils relèveraient d'essences ou de principes épistémiques fondamentalement différents, en particulier entre les objets inanimés et les êtres vivants. On doit donc pouvoir les formaliser et les programmer avec les mêmes méthodes, avec le même langage de modélisation dans la même plate-forme informatique de modélisation.

Dans le cadre d'une réflexion sur la conception d'une plate-forme de modélisation, nous devons avoir une formalisation conceptuelle et mathématique claire des concepts d'espace, de structure spatiale, d'objets et de systèmes spatiaux. Ensuite, nous pourrions aborder les notions de dynamique, de processus, de comportement, qui donneront aux objets le statut d'agent.

## Chapitre 1 - Les concepts de structure et de système

### 1.1 La notion de structure

Selon les termes de Raymond Boudon, « la structure apparaît à la fois indispensable à toutes les sciences humaines, comme en témoigne la fréquence croissante de son emploi, et difficilement cernable ». Parmi les définitions données par l'Encyclopædia Universalis, quatre concernent notre propos :

1. Organisation complexe (structure administrative)
2. Manière dont des choses (abstraites ou concrètes) sont organisées pour former un ensemble
3. En philosophie, ensemble stable d'éléments interdépendants tels que chacun n'est ce qu'il est que dans et par sa relation avec les autres
4. En mathématiques, ensemble muni de certaines relations ou de lois de composition.

Remarquons à quel point ces définitions convergent vers notre propos. La première réintroduit la complexité, la deuxième renvoie à la notion d'ensemble organisé. La troisième, dans une version simplifiée, renvoie aux théories structuralistes (Saussure, Merleau-Ponty, Piaget, Lévi-Strauss, etc.), mais n'est pas contradictoire avec la manière dont les mathématiques la formalise à travers la quatrième définition. De plus, elle renvoie à une posture contemporaine consistant à ne définir un objet, non par ses propriétés intrinsèques, mais par ses liens extérieurs. Sa fonction est définie par ce qu'il consomme et produit à l'extérieur et non par son contenu ni par son mécanisme interne de fonctionnement. C'est en particulier tout le paradigme systémique de la *boîte noire*.

#### 1.1.1 En mathématique et en physique

##### *La structure mathématique de groupe et les invariants physiques*

Il est intéressant de regarder comment les mathématiques abordent cette notion de structure. Il existe une grande diversité de significations qui sont plus ou moins générales mais chacune très précisément définie, comme il se doit en mathématique. La définition la plus générale est la suivante : ***une structure est un ensemble muni de relations entre ses éléments.*** Dans le cas d'une structure algébrique, ce sont les opérations (addition, multiplication, etc.) qui définissent ces liens entre éléments. Ainsi, le nombre 5 est relié au couple de nombres (2, 3) par l'opération d'addition. Mais ce sont surtout les propriétés des opérations qui sont importantes (commutativité, associativité, etc.). L'exemple de la ***structure de groupe***<sup>4</sup> est emblématique car elle est à la fois simple et joue en mathématique et en physique un rôle fondamental, traduisant certaines propriétés d'***invariance*** et de ***symétrie*** dans les phénomènes naturels. On parle ainsi de l'invariance en géométrie euclidienne par le groupe des déplacements (translations et rotations) qui opère sur les points de l'espace (espace affine), ou par le groupe des rotations qui opère sur les vecteurs (les vecteurs étant déjà invariants par translation). Cela signifie qu'un

---

<sup>4</sup> Un groupe est un ensemble G sur lequel est défini une opération interne appelée addition, notée +, qui possède les propriétés.

1) d'associativité : pour tous éléments a, b, c, de G,  $a + (b + c) = (a + b) + c$ ,

2) d'existence d'un élément neutre : noté e, qui vérifie, pour tout élément a de G,  $e + a = a + e = a$ ,

3) tout élément x de G possède un symétrique x', (appelé aussi opposé et noté alors -x), tel que  $x + x' = x' + x = e$

Par exemple, l'ensemble Z des nombres entiers relatifs muni de l'addition est un groupe (qui est de plus commutatif, car pour tous entiers relatifs a et b, l'addition vérifie :  $a + b = b + a$ ).

objet rigide, par exemple une boîte de largeur  $x$ , de profondeur  $y$  et de hauteur  $z$ , ne change pas de dimension (sa diagonale dont la longueur  $l$  est calculée par le théorème de Pythagore :  $l^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ). Cela se traduit par *l'invariance* de la longueur  $l$  lorsqu'on opère des déplacements de la boîte.

La structure de groupe peut s'enrichir si l'on ajoute d'autres opérations comme la multiplication, le produit scalaire, etc. On voit fleurir alors une nuée de structures algébriques aux noms faussement imagés, comme module, anneau, corps, algèbre, espace vectoriel, espace topologique, espace de Hilbert, etc. Toutes ces structures jouent en mathématique comme en physique un rôle tout à fait essentiel d'économie intellectuelle. Si l'on peut établir une bijection entre deux ensembles d'objets (souvent dans des domaines très différents), qui respectent en plus leur structure algébrique respective (on parle alors d'isomorphisme), on peut alors appliquer tous les résultats acquis dans un domaine à l'autre domaine. De plus, chacun des domaines éclaire l'autre sous une nouvelle représentation et améliore ainsi la compréhension de chacun d'eux.

### 1.1.2 En informatique

En informatique aussi la notion de structure est fondamentale, mais se présente de manière très différente qu'en mathématique. Dans les langages de programmation, elle apparaît à deux niveaux : les structures de contrôle et les structures de données. Les *structures de contrôle* permettent d'organiser la séquence des instructions d'un programme pour que leur exécution suive un ordre particulier, non séquentiel. Ces structures organisent les instructions par blocs, et permettent d'opérer un contrôle de l'exécution de ce bloc. En particulier, la structure de contrôle, dite *conditionnelle*, permet d'exécuter ou de sauter une séquence d'instructions selon qu'une condition est réalisée ou non [*si condition alors action*], la *boucle* permet quant à elle de répéter l'exécution d'une séquence contenue dans un bloc tant qu'une condition reste vraie [*tant que condition faire action*]. On a démontré que tout algorithme pouvait se programmer avec un langage n'ayant que ces deux structures de contrôle (en plus de la séquence simple d'instructions). Les langages de programmation permettent aussi de partager le code en différentes parties, appelées sous-programmes, qui permettent de clarifier et d'optimiser la taille d'un programme en créant ainsi des composants ou des modules qu'on peut appeler à volonté. De plus, les blocs de contrôle, comme les sous-programmes, peuvent s'emboîter récursivement. Les langages qui possèdent ces caractéristiques sont dits *langages structurés*. Le langage Algol (*algorithmic oriented language*), défini en 1958 par des européens, fut le premier langage de programmation parfaitement structuré et indépendant des machines. Aujourd'hui, tous les langages de programmation généralistes sont structurés.

Mais ce qui nous intéresse plus ici sont les possibilités qu'offre un langage de pouvoir créer et manipuler des *structures de données* plus ou moins complexes. Une structure de données est décrite en général par un *type* qui définit la manière de stocker différentes informations. Par exemple un *tableau* est une structure qui permet de stocker plusieurs fois le même type d'information. On accède alors à ces informations par l'intermédiaire d'un ou plusieurs indices selon la dimension du tableau, Ainsi si *Temperatures* est un tableau doublement indicé de 1 à 31 et de janvier à décembre, et contenant des nombres réels, la notation *T[9, novembre]* désigne la température correspondant à la date du 9 novembre. Le type *Adresse*, est un assemblage de 5 champs d'information inscrits dans un certain ordre : le nom (de type chaîne de caractères), suivi d'un numéro de voie (entier), d'un nom de voie (chaîne de caractères), d'un code postal (suite de 5 chiffres), d'un nom de commune (chaîne de caractères) et d'un nom de pays (chaîne de caractères). En langage Delphi (ou Pascal), dérivé moderne de l'algol que nous utilisons, un grand nombre de structures de données peuvent être créées par le

programmeur. Le type « Adresse » qu’on vient de décrire peut se déclarer comme un assemblage de différents champs de données (nommé **record**) de la manière suivante :

```
Adresse = record
  NomProprio   :string ;
  NumVoie      :integer ;
  NomVoie      :string ;
  CodePostal   :10000..99999 ;
  NomCommune   :string ;
  Pays         :string ;
End;
```

La structure de donnée étant déclarée, on peut utiliser des variables de ce type qui allouent la place mémoire et permet de stocker des données à l’intérieur. Par exemple, si *MonAdresse* est une variable de type *Adresse*, on peut affecter une valeur 7 au numéro de voie par l’instruction *MonAdresse.numVoie:=7*

La **structuration par objets**, qui est un perfectionnement de la structure classique de **record**, est autorisée aussi par le langage Delphi qui est un langage orienté-objet. Elle permet non seulement de définir des champs de données comme un **record** mais permet aussi « d’encapsuler » dans la structure ses propres méthodes de comportement. De plus, ayant défini une classe d’objet, on peut définir par **héritage** des sous-classes de celle-ci. La sous-classe hérite alors de tout ce qu’il y a dans la classe ancêtre et on peut lui ajouter des données et des méthodes spécifiques. Ce style de programmation est évidemment très adapté à la programmation d’agents.

Lorsque nous parlerons de structure d’un agent ou d’autres entités, sauf mention contraire, ce sera avant tout en référence au concept de structure de données que nous ferons appel. Néanmoins, aux diverses étapes de la conception, nous n’avons généralement pas besoin d’explicitement une structure comme ci-dessus, nous exprimons alors celles-ci avec un langage de modélisation conceptuelle comme UML (*Unified Modeling Language*)

### 1.1.3 Dans les Sciences Humaines et Sociales

A partir de la fin des années 50, la référence au concept de *structure* est générale, dans le champ des sciences humaines. De ce fait, le structuralisme, qui se développe dans les années soixante, n’est pas une école de pensée facilement identifiable. Il est à la fois pluridisciplinaire et transdisciplinaire, voire interdisciplinaire. Les sciences humaines cherchent à travers le structuralisme, à dégager un concept général de *structure*, mais on assiste en fait à une thématization de ce concept qui relève de rationalités hétérogènes à travers les diverses disciplines de SHS. C’est pourquoi il est le plus souvent perçu comme un concept polymorphe. A travers lui, est recherché une recombinaison des savoirs, un rapprochement entre les sciences. Il laisse poindre à ses débuts une volonté de renouveler les formes et les représentations, de dégager les liens et les relations entre différentes structures. Le structuralisme tente de dégager une légitimité à la science de l’homme qui la rapprocherait des sciences dites « dures » afin de dépasser la coupure entre culture scientifique et culture lettrée. Ainsi avec le concept de *structure* s’est développée l’illusion qu’il existe une unité entre les divers paradigmes des sciences humaines.

Par ailleurs si l’on se rapporte à l’étymologie du mot « structure », on observe qu’il est composé de « structura » construire. Il s’agit bien d’étudier une construction de la connaissance, du savoir et de rapprocher ainsi les sciences entre elles grâce à l’utilisation d’un même concept. Or, comme nous l’avons observé précédemment chaque discipline a donné une forme différente au concept de structure, mais le structuralisme a lui-même modifié chaque discipline en orientant fortement leur évolution, en renouvelant les représentations et en décloisonnant les

disciplines entre elles. Néanmoins on ne saurait prétendre à une homogénéité des principes méthodologiques et épistémologiques qui s'appliquerait de la même manière à toutes les sciences humaines. Il n'y a donc pas de définition commune au concept de *structure* en sciences humaines et sociales.

La géographie humaine n'échappe pas non plus à la structure. Dans [BAI91], Rodolphe de Konink la définit par « un arrangement d'éléments ordonnés en vue du fonctionnement de l'ensemble », et Hubert Beguin par l'« ensemble des proportions, relations et dispositions spatiales, des éléments et sous-ensembles d'un système » mais si le terme est employé un peu partout (structure urbaine, agraire, paysagère, etc.), il apparaît rarement dans un cadre formalisé et reste essentiellement descriptif. Il faudra attendre les années 1980 avec l'introduction en France des idées de Forrester [FOR80], pour voir apparaître une véritable modélisation formalisée des modèles géographiques [CHAM84], [UVE84].

## **1.2 Le paradigme systémique**

La systémique utilise aussi la notion de structure mais va plus loin en la rendant dynamique. La modélisation sous-entend presque toujours la notion de système. Modéliser n'est-il pas construire un système ? Mais nous employons le terme de système dans différents contextes qu'il est bon de distinguer. L'univers du réel se présente à nous d'abord par nos sens et par nos observations scientifiques, il n'est pas (et ne sera jamais) connu de nous qu'à travers nos filtres perceptifs. Lorsque nous tentons de comprendre ou d'expliquer une portion de cet univers, nous pouvons d'abord l'identifier comme étant un « système réel », qui est à ce stade informel, non expliqué, mais seulement délimité, plus ou moins explicité par une représentation issue de l'observation, associé à une problématique, un projet scientifique. Le « système réel » est extérieur à nous, existe indépendamment des observations que l'on peut faire, de la conscience qu'on peut en avoir. Pour devenir scientifique, il doit dépasser le niveau de l'observation brute et individuelle, il doit se structurer et se rattacher à un copus de connaissances antérieures lui donnant un sens, puis il doit trouver une existence sociale qui vient de la multiplicité et de l'indépendance des observations corroborantes à son égard. Cette existence peut alors se concrétiser par une formalisation dans un cadre théorique, exprimé en langage naturel, algorithmique, graphique, mathématique ou autre langage symbolique. Claude Bernard, en 1865 disait déjà : « les systèmes ne sont pas dans la nature mais dans l'esprit des hommes ».

### **1.2.1 Le triangle systémique**

Progressivement le système se formalise, s'élabore, à travers la démarche scientifique de modélisation avec des allers et retours vers l'observation ou l'expérimentation afin de devenir un objet appartenant à l'univers de la connaissance. Mais pour ce faire, on simplifie de plusieurs manières la complexité inextricable de la réalité. On simplifie à travers la problématique et les hypothèses de départ où les choix thématiques restreignent l'espace d'étude aussi bien en extension qu'en profondeur. Par l'observation, ensuite, on ne peut retenir qu'une petite portion de réalité. Si bien qu'on ne sélectionne d'emblée qu'une image clairesmée de cette réalité brute. Ensuite intervient un autre mode de simplification, celle de la formalisation scientifique qui tente de faire rentrer l'observation par une économie de pensée, dans un cadre théorique déjà connu (quitte éventuellement à le faire évoluer) à travers un formalisme concis et simplificateur, permettant ainsi de relier cette réalité dans un schéma de relations sémantiques connues qui lui donnera du sens.

De plus, le progrès des technologies et en particulier de l'informatique, offre aujourd'hui au chercheur la possibilité de prolonger la construction purement intellectuelle du système, par une construction matérielle, (comme une expérience de laboratoire, une maquette ou une

machine), ou encore par une construction virtuelle, purement informationnelle, à travers un logiciel. Ces constructions lui permettent de s'en faire alors une représentation plus précise.

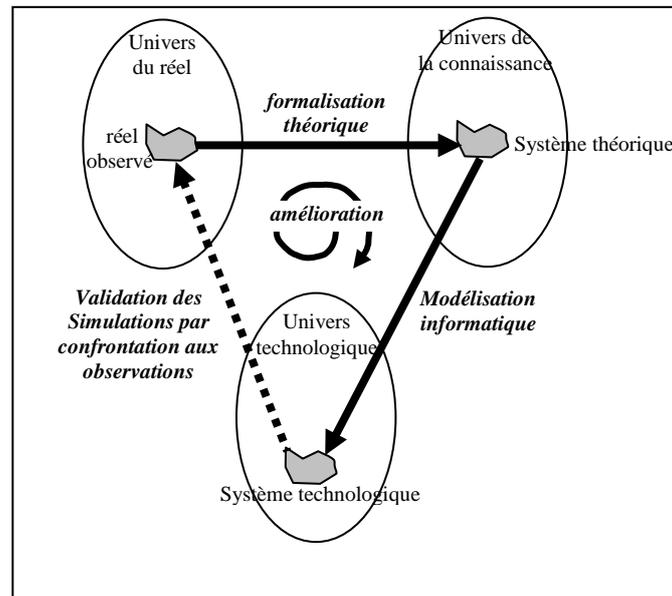


figure 1. Les trois univers de systèmes

Cette possibilité de simuler le fonctionnement du système dans un ordinateur possède une grande souplesse car elle permet d'envisager un grand nombre de paramétrages, de faire varier les conditions initiales, même de manière irréaliste, et d'en voir rapidement les conséquences, ce qui ne peut être expérimenté en général dans la réalité (simulations météorologiques, simulations sociales, etc.). Ceci permet alors de faire évoluer le modèle de manière incrémentale par confrontations et validations successives avec l'observation [GDDL04].

Ces trois visages d'un même système observé, théorique et technologique, ne doivent pas être confondus. Ils donnent lieu à deux formes de modélisation : théorique pour la première, informatique pour la seconde. En géographie, lorsqu'on parle d'un système, par exemple le système administratif français, on fait référence au réel, car même s'il est entièrement construit par l'homme, aucune personne ne le connaît complètement, sachant que des millions d'hommes, depuis des siècles, ont participé à sa construction pour aboutir à son état actuel. Il est porté par une « conscience » collective, sociale, historique, à la fois intellectuelle et technologique à travers les fonctionnaires, les livres, les ordinateurs, les réseaux, les infrastructures de cette société. Et pourtant, nul n'est sensé ignorer la loi... Chacun de nous doit posséder une représentation mentale de ce système. On peut en élaborer un modèle partiel, intellectuel ou technologique qui sera souvent d'autant plus incomplet qu'il sera formalisé. Si le modèle théorique a pour objectif premier de comprendre le système réel, le modèle informatique peut avoir plusieurs objectifs : Il peut tenter de mimer au mieux le système réel (éventuellement par d'autres méthodes que le modèle théorique) dans une approche utilitaire sans forcément vouloir le comprendre mieux (prévisions météorologiques, climatiques, hydrologiques, essais nucléaires, régulation du trafic, etc.). Il peut également appuyer, prolonger la construction du système théorique en respectant ses simplifications afin d'aider la démarche théorique de compréhension. Cela permet de valider le comportement, ou certaines propriétés du système théorique, sans vouloir coller nécessairement à la réalité. Bien souvent, la modélisation trouve un chemin intermédiaire entre ces deux approches, sachant malheureusement, que plus un modèle s'approche de la réalité, moins il est explicatif et devient compliqué, mais plus il est explicatif, plus il s'en éloigne par son dépouillement.

### 1.2.2 Le tout est plus que ses parties

Le paradigme systémique repose en partie sur l'affirmation attribuée à Durkheim que dans un système, *le tout est plus grand que la somme de ses parties*. Par cette proposition on exprime le fait que la théorie des ensembles n'est pas suffisante pour formaliser la notion de système, car il ne suffit pas de faire la réunion ou la somme des comportements individuels pour obtenir celui de l'ensemble. Elle exprime ainsi le manque d'une notion fondamentale, celle d'interaction.

Cette proposition sous-entend qu'en procédant à une approche réductionniste, on perd, en découpant le problème en parties, la richesse globale des relations et interdépendances entre les composantes du système, ce qui justifierait la démarche holistique. Il faut quand même rappeler que ce découpage n'est pas forcément destructeur, bien au contraire. Il permet, en individualisant des niveaux successifs de découpage du système, de formaliser clairement les interactions entre les composants du bas niveau, permettant ainsi de construire le comportement du système au niveau haut. Dans un aller-retour méthodologique de descente et de montée entre les niveaux, on peut prendre en compte à la fois le découpage simplificateur et la reconstruction des interactions redonnant la cohésion globale. L'émergence peut alors survenir comme conséquence des comportements individuels. Décomposer pour simplifier n'est donc pas suffisant, ce n'est cependant pas une raison pour ne plus le faire. C'est le principe du constructivisme.

### 1.3 La notion d'organisation

La théorie des ensembles permet en grande partie de formaliser la notion de système, tout au moins en ce qui concerne sa structure et son organisation. Dans le contexte systémique *la notion de structure apparaît comme ce qui reste invariant dans le système*. La structure est ce qui permet à la fois de définir le « moule » de ses entités constituantes et de servir de *référentiel local* à ce qui va être dynamique dans le système.

Cette manière de voir est compatible en informatique, avec la notion de structure statique<sup>5</sup> de données, qui définit la manière permanente dont les informations sont stockées, alors que ces informations vont évoluer au cours de l'exécution.

*La notion d'organisation prolonge celle de structure par le fait qu'une organisation est une structure constituée d'un ensemble d'entités (ou organes) en interaction. Elle peut donc posséder une certaine évolutivité.*

La nuance conceptuelle entre structure et organisation est principalement ce qui différencie la notion d'automate cellulaire (AC) de celle de système multi-agents (SMA). En effet, dans un AC, les cellules sont liées entre elles par une structure permanente de voisinage, alors que dans un SMA, les agents sont reliés entre eux de manière dynamique. Par exemple, si un agent est mobile, son voisinage va varier au cours de son déplacement. Néanmoins on parlera souvent d'organisation spatiale sans nécessairement que celle-ci évolue significativement au cours du temps d'étude (on peut toujours dire qu'elle possède une dynamique stationnaire...).

Ce qui devient invariant dans une organisation c'est l'ensemble des règles ou des lois de cette organisation qui décide des liens possibles ou admissibles entre les éléments. Cette manière d'organiser possède en général des degrés de liberté dans la construction et peut aboutir à une combinatoire gigantesque des formes possibles.

<sup>5</sup> Par opposition aux structures dynamiques de données qui sont définies pour pouvoir varier en cours d'exécution du programme pour s'adapter aux données, comme une liste, un arbre, un graphe, etc. (voir exemple ReseauHydro)

### 1.3.1 Structure et organisation

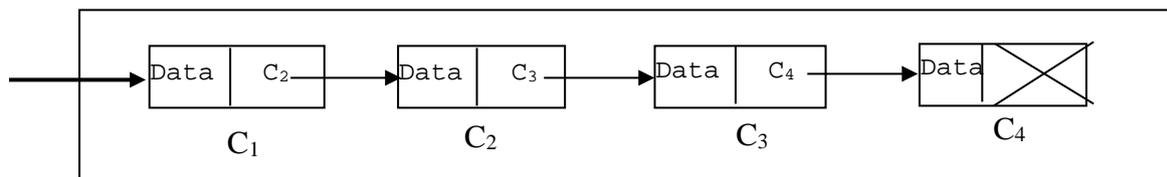
L'organisation possède plusieurs formes possibles, le système peut ainsi passer de l'une à l'autre selon son évolution. Cette notion est comparable, en informatique, aux structures dynamiques de données. Par exemple, un arbre binaire n'a pas une structure définie à l'avance. Il possède des entités de base que sont les branches et les feuilles et **des règles de construction**. Règle 1 : un arbre commence par une feuille (appelée la racine !). Règle 2 : à une feuille peuvent être associées au plus deux branches (lorsqu'il est binaire) qui « pointent » chacune vers une nouvelle feuille. Règle 3 : une feuille qui n'a pas de branche est dite feuille terminale. Avec ces règles, une infinité d'arbres binaires peuvent être construits. On peut aussi modifier un arbre binaire en un autre, par certaines opérations qui respectent les règles d'organisation. Par exemple, on peut permuter deux branches attachées à une même feuille, on obtient alors un autre arbre binaire.

On utilise souvent en informatique pour représenter une organisation en mémoire, des **structures de données récursives**, c'est-à-dire des structures qui font référence à elles-mêmes. C'est la façon la plus élégante de créer des **structures dynamiques de données**, c'est-à-dire des structures qui sont créées au moment de l'exécution du programme et dont les éléments qui la compose peuvent varier d'un instant à l'autre. Cela permet de représenter des organisations réelles qui peuvent être très complexes. On les utilise par exemple, pour modéliser des objets géographiques complexes comme des partitions zonales (parcellaire, découpage administratif, courbes de niveau, etc.) ou des réseaux (routier, hydrographique, etc.). Mais examinons d'abord quelques exemples simples d'organisation.

### 1.3.2 Organisations séquentielles

Une des plus courantes et des plus simples est l'organisation séquentielle. Elle vérifie une **relation d'ordre total**. Les éléments sont rangés comme une suite indicée. On peut utiliser une structure de données appelée **liste** qui est simplement un tableau dont la  $i^{\text{ème}}$  case contient une référence au  $i^{\text{ème}}$  objet. Si le nombre d'éléments reste fixe et connu d'avance, on utilise un tableau statique, dimensionné dans le programme, ce qui est assez rare. Sinon on utilise un tableau dynamique qui peut être dimensionné et redimensionné en cours d'exécution du programme pour s'adapter aux données. Si l'on doit manipuler souvent des insertions, des suppressions, des départs et des entrées dans la séquence d'objets, comme, par exemple, pour modéliser un file de d'attente, une file de voiture, etc. on utilise une **chaîne** (on dit aussi **liste chaînée**), formée d'une séquence de chaînons qui peuvent facilement se détacher et se recombinaer à d'autres:

```
TypeChainon = Class
  Data : ...données du chainon... ;
  ChainonSuisvant : TypeChainon
End ;
```



Une chaîne est alors mémorisée par l'adresse du premier chaînon de la liste. Pour parcourir toute la chaîne séquentiellement, il suffit d'invoquer le ChainonSuisvant. Cela donne un algorithme du type suivant, qui est plus rapide d'exécution que de parcourir un tableau  $T[i]$ , où le processeur doit faire un calcul d'indice pour retrouver l'adresse de l'objet stocké dans la case  $i$  du tableau :

```

Procedure TraiterListe(Chaine :TypeChainon);
Begin
  While Chaine<>nil do begin
    { Traiter Chaine.data };
    Chaine :=Chaine.ChainonSuivant
  End ;
End ;

```

Pour insérer un nouveau chaînon dans une liste après un chaînon donné C, on peut utiliser la procédure `InsererNouveauChainonApres`:

```

procedure InsererNouveauChainonApres(C,NouveauChainon :TypeChainon);
Begin
  if (C<>nil) and (NouveauChainon<>nil) then begin
NouveauChainon.ChainonSuivant := C.ChainonSuivant;
C.ChainonSuivant := NouveauChainon ;
  End
End ;

```

Pour supprimer un chaînon de la liste situé après un chaînon donné c, on peut utiliser la fonction `RetirerChainonApres`, qui renvoie le chaînon extrait de la chaîne :

```

Function RetirerChainonApres(C :TypeChainon) : TypeChainon;
Begin
  if (C<>nil) and (C.ChainonSuivant<>nil) then begin
    Result:= C.ChainonSuivant ;
    C.ChainonSuivant := C.ChainonSuivant.ChainonSuivant;//sauter chaînon
    Result.ChainonSuivant :=nil //on déconnecte la suite de la chaîne
  End
  Else
    Result := nil;
  End ;

```

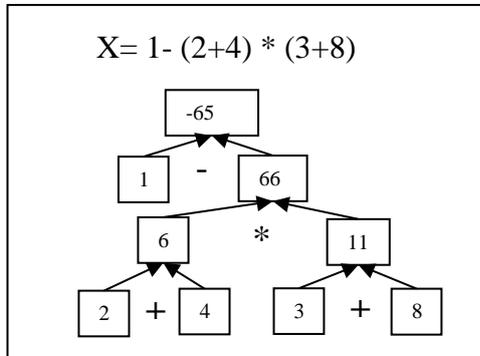
### 1.3.3 Organisation en classes, partitions

Un autre type très simple d'organisation est celle d'un ensemble d'objets partitionné en plusieurs classes. Ce genre d'organisation est associé à *une relation d'équivalence*. Elle est d'une grande importance par ses propriétés mathématiques (réflexive, symétrique et transitive). A partir des caractéristiques (stockées dans ses attributs), des éléments ou objets d'un ensemble, on peut être amené à utiliser une relation d'équivalence qui induit alors une *partition de l'ensemble en classes* (dites classes d'équivalence pour la relation). Ainsi, dans une classe donnée, tous les éléments sont liés deux à deux par cette relation, mais deux éléments de deux classes différentes ne peuvent être liés. Par exemple la relation « ... a le même métier que ... » est une relation d'équivalence qui partitionne les individus en classes selon leur métier. La technique de structuration informatique d'une telle relation est de définir une liste des classes. Et chaque classe est elle-même constituée de la liste des éléments de sa classe. Une telle organisation est donc représentée souvent par une liste de listes. Si les éléments sont souvent amenés à changer de classe, ces listes peuvent être des listes chaînées. Ceci évite de devoir décaler les éléments d'un tableau à chaque opération d'ajout ou de suppression.

Remarquons qu'une partition n'est pas forcément explicitée dans une structure de données. Elle peut être définie par un attribut qui permet de savoir à quelle classe appartient l'objet. Par exemple, l'ensemble des communes de France est partitionné en départements. Il suffit de mettre dans chaque objet commune, un attribut « CodeDépartement » afin de régler le

problème. Tout dépend des traitements qui sont associés à la partition. Par exemple, si l'on a souvent besoin d'extraire toutes les communes d'un même département, on a intérêt à avoir une structure explicite pour éviter de rechercher à chaque fois dans toute la base de données, les objets concernés.

### 1.3.4 Organisations en arbres



Une organisation est rarement complètement ordonnée, c'est-à-dire purement séquentielle. Par exemple une expression arithmétique combinant des multiplications et des additions avec des parenthèses, même si on l'écrit de manière séquentielle, possède une organisation qui ne l'est pas. En effet, ce qui importe est « l'ordre » dans lequel on peut effectuer les calculs pour obtenir un résultat correct.

Par exemple si on veut calculer l'expression numérique :  $1 - (2 + 4) * (3 + 8)$ , on ne peut pas effectuer les opérations dans l'ordre de lecture, car il faut effectuer la multiplication avant les additions et les soustractions et suivre « l'ordre » des parenthèses. L'organisation des calculs s'exprime sous forme d'un arbre binaire, où les feuilles terminales contiennent les valeurs de l'expression. Chaque opération combine deux feuilles pour obtenir un résultat intermédiaire stocké dans la feuille de niveau supérieur, jusqu'à obtenir le résultat final de -65, dans la racine de l'arbre, comme le montre la figure ci-dessus.

Pour structurer une telle organisation, on peut utiliser la classe d'objet suivante, qui est récursive, puisque les champs « ValeurGauche » et « ValeurDroite » sont aussi des objets du même type.

```

ClasseArbreDeCalcul = class
  Resultat :real ;
  ValeurGauche : ClasseArbreDeCalcul;
  Opération : (Aucune, Additionner, Soustraire, Multiplier, Diviser);
  ValeurDroite : ClasseArbreDeCalcul;
  Procedure Calculer ;
End;
```

Si la feuille est terminale, les champs « ValeurGauche » et « ValeurDroite » ne pointent sur rien (ils contiennent la valeur conventionnelle **nil**). L'opération sélectionnée est alors « Aucune » et le champ « Resultat » contient une valeur numérique de l'expression, par exemple 2. Si la feuille n'est pas terminale, ses deux champs « ValeurGauche » et « ValeurDroite » pointent vers deux feuilles inférieures. Le calcul de l'expression, s'effectue alors à partir d'un appel à la méthode `Calculer` de la racine de l'arbre. Cette méthode examine si la feuille est terminale, auquel cas il n'y a rien à faire puisque le champ résultat contient déjà une valeur, sinon elle fait appel aux méthodes `calculer` des feuilles `ValeurGauche` et `ValeurDroite` qui permet de calculer de proche en proche le résultat de chaque feuille inférieure, enfin elle pourra effectuer sa propre opération à partir des résultats stockés dans les feuilles `ValeurGauche` et `ValeurDroite`.

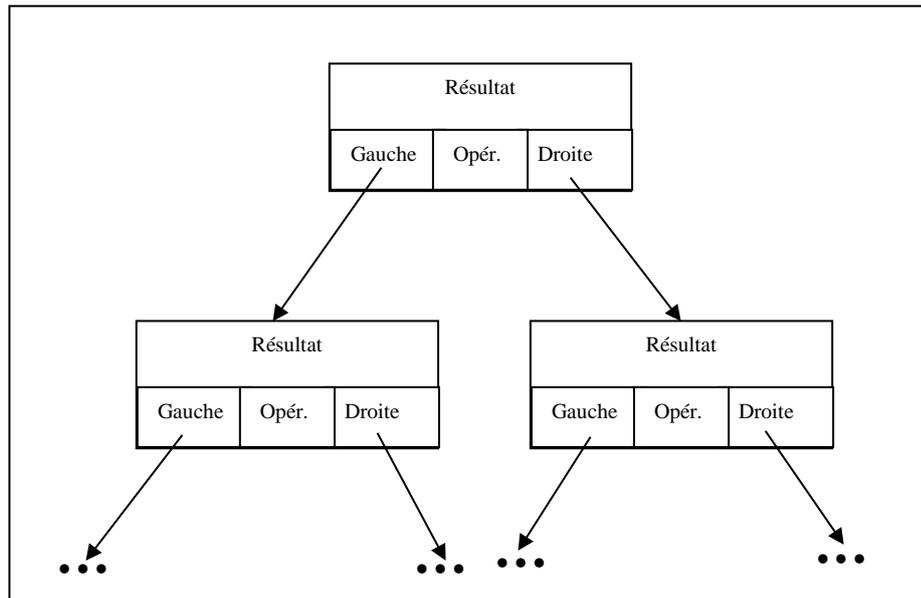
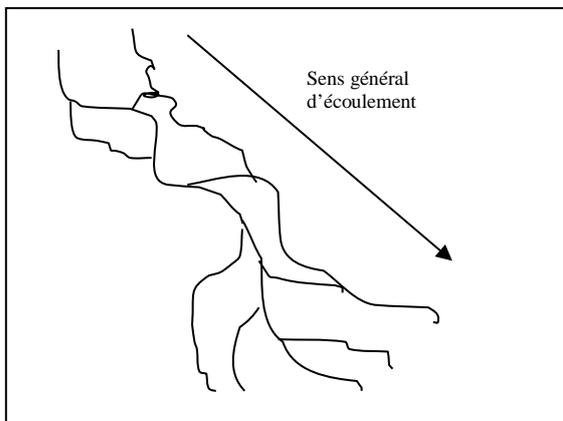


figure 2. Structure d'arbre binaire pour mémoriser une expression arithmétique

### 1.3.5 Organisation en réseau



Prenons maintenant un exemple géographique, celui d'un réseau hydrographique, comme un fleuve. Son organisation est plus complexe. Depuis les sources jusqu'à l'embouchure du fleuve, les différents affluents se raccordent par confluences successives. Mais l'organisation est moins stricte que précédemment car les confluences ne sont pas nécessairement binaires. De plus, certains tronçons peuvent se séparer puis se raccorder à nouveau en aval. Nous ne

sommes donc plus en présence d'une organisation en forme d'arbre. Cette organisation possède néanmoins des règles strictes qui doivent être vérifiées. Chaque tronçon possède un sens d'écoulement unique, il y a donc pour chaque tronçon une extrémité entrante (amont) et une extrémité sortante (avale). Un point de raccordement connecte au moins trois tronçons. Lorsque trois tronçons ou plus se raccordent, il faut qu'il y ait au moins un tronçon entrant et au moins un tronçon sortant au point de raccordement. Enfin, il ne doit pas y avoir de boucles dans le réseau (comme dans la fontaine de Escher dessinée en trompe-l'œil) : une goutte qui coule dans le fleuve ne peut passer plusieurs fois par le même tronçon. Le réseau doit alors vérifier les propriétés d'un ordre partiel pour la relation « ... est en amont de ... ». Une telle organisation doit contenir une procédure pour valider ces règles en vérifiant chacune de ces propriétés. La plus complexe est celle qui vérifie l'absence de boucles. On tente pour cela de construire une relation d'ordre total (en numérotant tous les tronçons) de manière à ce qu'un tronçon de

numéro donné coule toujours vers des tronçons de numéros supérieurs. Si une impossibilité de construction apparaît, c'est qu'il y a une circularité dans le réseau qu'il faut corriger.

La structure de données d'un tel type d'objet géographique peut avoir des formes et des constitutions très variées. De manière très économique, on peut la représenter par la classe `ReseauHydro` où un tronçon est connecté vers l'aval à son sous-réseau aval, et reçoit de l'amont ses affluents, qui sont chacun des réseaux de même type. Cela donne la structure :

```
TypeTronçon = record
  axe : array of points3D ;
  largeurMoyenne : real ;
  { etc. }
End ;

ClasseReseauHydro = class
  Tronçon      : TypeTronçon ;
  ConflueVers : ClasseReseauHydro ;
  Affluents   : array of ClasseReseauHydro ;
  Property longueurTronçon:real read CalcLongueur ;
  Function CalculDebitDeSortie(ApportExt:real):real ;
End ;
```

On voit que la structure `ClasseReseauHydro` est définie de manière récursive car les champs `ConflueVers` et `Affluents` font référence à la structure `ClasseReseauHydro` elle-même. Elle possède un champ de donnée, `Tronçon`, qui définit la géométrie d'une portion du réseau située entre deux confluences, un champ `ConflueVers` qui référence un objet `ClasseReseauHydro`, et `Affluents` qui contient le tableau dynamique de tous les sous-réseaux sont ses affluents. Ensuite, la propriété `LongueurTronçon` permet de renvoyer après calcul, la longueur du tronçon défini par les points stockés dans le champ `axe`. Enfin la fonction `CalculDebitDeSortie` permet de calculer le débit de sortie du tronçon, à partir d'un apport extérieur (pluie, ruissellement, etc.) et des débits de sortie calculés (récursivement) par chacun de ses affluents.

### 1.3.6 Organisations hiérarchisées

Une hiérarchie est une organisation plus complexe qu'une partition. En effet, si l'on considère le système comme constitué de « briques élémentaires » reliées entre elles, le système apparaît d'abord comme un ensemble  $E$  d'éléments  $e_1, e_2, \dots, e_n$ . Mais ces briques peuvent elles-mêmes être considérées comme des ensembles formés d'éléments de plus bas niveaux et ainsi de suite. On arrive alors à la notion de hiérarchie formée d'une suite de partitions de plus en plus fines d'un même ensemble. C'est une organisation courante des éléments d'un système, mais elle engendre déjà une grande complexité car la combinatoire de ces hiérarchies est immensément plus grande que celle des parties d'un ensemble (pour un ensemble de 10 éléments, il y a 2,5 milliards de hiérarchies complètes différentes!). On formalise ces objets en introduisant la notion de treillis qui généralise celle de hiérarchie.

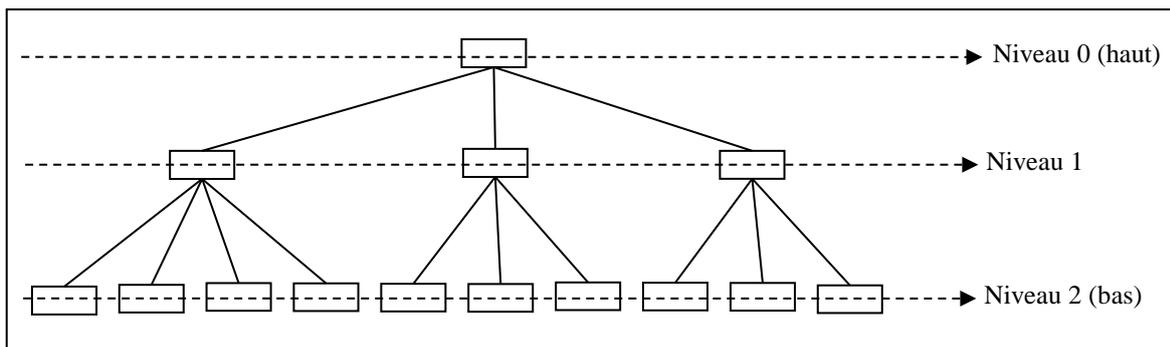
La hiérarchie est qualifiée souvent d'organisation « verticale », car elle représente souvent les niveaux emboîtés de partitions administratives d'un territoire, comme les régions, départements, cantons, communes pour la France. On associe souvent à chaque niveau d'une organisation verticale, une structure « horizontale » formée des voisinages entre les éléments qui joue un rôle important en modélisation géographique.

On peut associer à une hiérarchie une structure de données dynamique de type arbre équilibré, c'est-à-dire dont toutes les branches sont de même longueur. Par contre les feuilles qui représentent les « briques » sont de degré variable. La longueur commune de toutes les

branches, indique la profondeur de la hiérarchie, c'est-à-dire le nombre de couches successives sur lesquelles on a effectué une partition.

Une autre structure est souvent utilisée, (qu'on pourrait appeler couches hiérarchisées) plus conforme à l'organisation en couches successives. Les objets de chaque niveau sont organisés en liste, ce qui permet d'accéder directement aux objets d'un niveau donné. Ensuite Chaque objet possède un lien montant (au plus), qui pointe sur l'objet « parent » situé au niveau immédiatement au-dessus de lui. Enfin chaque objet possède une liste de liens descendants qui pointe vers ses enfants du niveau immédiatement inférieur. Une telle structure peut, par exemple, s'écrire :

```
ClassObjetGeo = class
  IdObjet   : integer; // identifiant général de l'objet
  Data     : TData;   // accès à ses données
  Geom     : TGeom;   // accès à sa géométrie
  IdCouche  : integer; // n° d'ordre dans sa couche
  IdNiveau  : integer; // n° de niveau dans la hiérarchie
  Voisins  : list of ClassObjetGeo; // liens topologiques dans sa couche
  Parent   : ClassObjetGeo; // référence vers son parent (nil si aucun)
  Enfants  : list of ClassObjetGeo; // liens vers ses enfants(nil si aucun)
  { ... ici, ses méthodes de comportement ... }
End ;
ClassCouche = list of ClassObjetGeo;
ClassHierarchieDeCouches = List of ClassCouche;
```



### 1.3.7 L'utilisation de la théorie des graphes pour les organisations complexes.

Les structures d'ordre, d'équivalence ou de hiérarchie ne sont pas les seules qui puissent organiser un système. D'autres types d'organisations n'ayant pas de propriétés mathématiques particulières ou au contraire, ayant des propriétés très complexes, sont aussi utilisés pour organiser un système. On utilise alors la théorie des graphes comme cadre théorique pour manipuler ces structures. En particulier, nous verrons dans le chapitre sur les relations topologiques, des structures de données efficaces, basées sur la théorie des graphes.

Ainsi, la théorie des ensembles, comme celles des graphes à travers la notion de relation, fournit les outils essentiels de formalisation des liens entre composantes d'un système.

On remarque que les structures mathématiques concernent surtout des « systèmes simples », en ce sens que les éléments, même s'ils sont souvent en nombre infini, sont à la fois tous différents (distincts) mais identiques dans leurs propriétés relatives à la structure. Ils ont tous le même « comportement » vis-à-vis des règles opératoires. La réalité est évidemment plus

complexe car formée d'éléments diversifiés aussi bien en contenu qu'en comportement. Elle doit alors être simplifiée à l'extrême pour qu'on puisse utiliser ces structures. Néanmoins, leur utilisation permet d'expliquer correctement des phénomènes complexes très généraux qui ne dépendent pas trop de ces variations. Par exemple dans l'étude de la gravitation, il est inutile de connaître la composition, la forme ou la couleur des objets en action, tous les objets sont seulement caractérisés par leur position, leur vitesse et leur masse et on peut utiliser une théorie mathématique très générale pour formaliser et expliquer ce phénomène, sans garder toute la complexité réelle, inutile pour expliquer la gravitation.

### 1.3.8 Complexité d'une organisation, du déterminisme au chaos.

Le concept d'organisation apparaît comme une des caractéristiques de la notion de complexité. En effet, une organisation définie par des règles permet à un système de se construire progressivement, de se transformer dans le temps en vue de s'adapter aux conditions environnementales changeantes afin de répondre à des objectifs qui eux-mêmes sont en évolution. On arrive à cette propriété fréquente des systèmes complexes qui s'exprime par le fait que la seule manière de modéliser, de prévoir ou d'expliquer sa forme et son état à un instant donné, est de reproduire la suite de toutes les étapes de sa construction. C'est le cas d'une croissance urbaine, ou encore celle d'un arbre. Cette propriété provient souvent du grand nombre de degrés de liberté de l'organisation qui entraîne une combinatoire quasi-infinie de ses formes possibles, si bien qu'à chaque étape de la construction, un grand nombre de choix équiprobables sont admissibles pour construire l'étape suivante.

Notons néanmoins, que cette complexité maximale (au sens de la complexité algorithmique de Kolmogorov - Chaitin) n'est pas toujours le résultat d'une grande liberté du système. Pour illustrer ce cas, on peut rappeler ici l'exemple de la suite logistique, suite intéressante par sa simplicité. On pourra se reporter à [LAN07] pour plus de détails. Un terme de la suite se calcule à partir du précédent par la règle de calcul suivante :

$$x_{n+1} = x_n + r \cdot x_n \cdot (1 - x_n) \quad (1)$$

La suite  $(x_0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots)$  représente l'évolution d'une organisation, où chaque terme représente l'état de l'organisation à un instant donné. Cette suite est étudiée ici de manière purement théorique, en dehors de toute modélisation physique. Néanmoins elle est utilisée souvent pour représenter le modèle d'évolution d'une grandeur physique alimentée par une ressource limitée, comme dans l'exemple d'une épidémie. Dans ce cas,  $x_n$  est la proportion de personnes infectées dans une population, à condition que  $r$  reste dans des limites raisonnables. Ainsi, la valeur de  $r$  ne doit pas produire en une seule itération une proportion de population infectée  $x_{n+1}$  supérieure à 1, ce qui exclu dans ce cas d'utilisation, l'apparition du chaos. Dans le cas général, la construction de cette organisation ne possède qu'un seul degré de liberté qui correspond au choix de sa valeur initiale  $x_0$  (après avoir fixé le paramètre de croissance  $r$ ). De plus, cette organisation ne possède qu'une seule règle déterministe, c'est-à-dire que la relation qui permet de calculer  $x_{n+1}$  à partir de  $x_n$  est une fonction ne donnant aucun degré de liberté pour le choix de  $x_{n+1}$ , connaissant  $x_n$ . Cet exemple est remarquable, car selon la valeur de  $r$ , soit la mesure de la complexité est très faible, soit elle est maximale. En effet, pour des valeurs positives de  $r$  mais assez petites devant 1, il existe une manière très simple de « prévoir » le terme  $x_n$ . Il suffit d'utiliser la formule suivante qui correspond à la résolution de l'équation différentielle associée à cette suite. On a alors :

$$x_n \cong \frac{1}{1 + C e^{-r \cdot n}} \quad \text{avec } C = \frac{1 - x_0}{x_0}$$

Toutefois, nous avons écrit « prévoir » et non « calculer » pour exprimer que cette formule ne donne qu’une approximation de la valeur de  $x_n$ . Celle-ci sera d’autant meilleure que  $r$  est proche de 0. La seule valeur de  $r$  pour laquelle on sache calculer exactement  $x_n$ , à partir de  $n$  est la valeur  $r = 1$ . Dans ce cas, on a en effet exactement :

$$x_n = 1 - (1 - x_0)^{2^n}$$

Pour les valeurs de  $r$  supérieures à 1, et surtout pour des valeurs supérieures à 2,6 la suite logistique, bien que parfaitement déterministe, devient totalement imprévisible. C’est l’exemple le plus simple de chaos déterministe. La seule manière de calculer un terme  $x_n$  est alors de partir de  $x_0$  et de reconstruire avec la règle (1), chaque terme de la suite jusqu’à  $x_n$ . L’algorithme de construction est alors de taille maximale, ce qui en fait une organisation de complexité maximale.

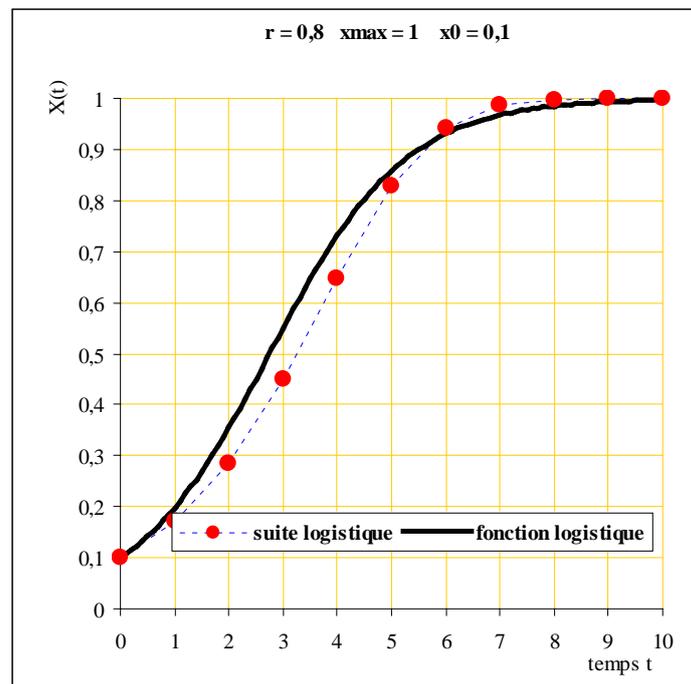


figure 3. Comparaison entre suite et fonction logistique

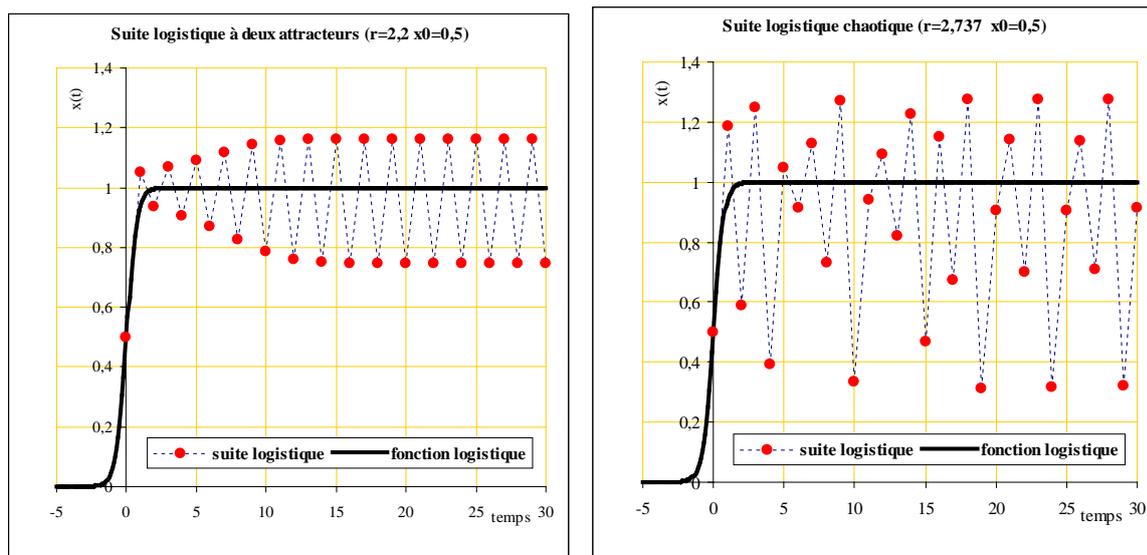


figure 4. Comportements complexes de la suite logistique

#### 1.4 L'interaction spatiale

Il faut approfondir ici la notion d'interaction spatiale qui entre dans la définition que nous avons donnée (cf §1.3) d'une organisation (voir par exemple « interaction » sur le site hypergéô, dans [HYP06]). Cette notion semble apparaître chez Kant, (dans la *Critique*) pour donner un fondement *a priori* aux principes de Newton. Selon ce principe, toutes choses apparaissant comme simultanées dans l'espace sont par essence en action réciproque. Nous reviendrons sur cette affirmation néanmoins mise à mal par la théorie de la relativité. Cependant la notion d'interaction en physique, comme en sciences humaines, n'a pas pour autant perdu de son importance.

François Durand-Dastès [Dur 84] définit l'*interaction spatiale* par le fait que « *les contenus des lieux agissent les uns sur les autres par une série de relations réciproques* ». Pour préciser ce concept nous dirons qu'une interaction spatiale, définie sur un ensemble d'objets géographiques (ceux du système), est le résultat macroscopique d'une multitude d'interactions élémentaires de « particules » qui transforment progressivement les objets du système. Ces particules mobiles peuvent être des individus, des objets matériels, des idées ou des informations qui se transforment, croissent, se déplacent dans l'espace. Le concept d'interaction permet de relier ici deux niveaux conceptuels non encore connectés dans notre réflexion, celui des objets géographiques et celui des particules (ou des individus).

La croissance d'une ville sur un ou plusieurs siècles résulte de l'agitation incessante d'un nuage de citadins-particules qui naissent, grandissent et meurent, et qui, chaque jour, circulent entre leur domicile, leur travail ou leurs loisirs. Mais ce qui intéresse surtout la géographie, c'est qu'ils construisent et démolissent des routes, des maisons, des usines, et font ainsi évoluer la ville dans son occupation du sol, dans son développement spatial.

Lorsqu'un flux de personnes va de son domicile à son travail, cela provoque (entre autres choses) une diminution simultanée de la masse de population dans les zones de résidence et une augmentation du même nombre dans les zones d'emploi, avec une transition caractérisée par une augmentation du flux de circulation sur le réseau de transport. Cela se traduit au niveau géographique de la ville par une interaction entre les zones de résidence et les zones d'emploi,

interaction qui peut s'exprimer de différentes manières selon ce qu'on cherche à étudier. Si l'on s'intéresse au nombre de personnes présentes dans les différentes zones à chaque instant, on peut y voir une sorte de phénomène de marée diurne oscillant entre les zones de résidence et d'emploi. Si l'on observe le système selon une temporalité plus longue, des processus plus globaux peuvent s'exprimer : l'homme cherche à économiser ses dépenses de trajet, en temps et en énergie. Il cherche aussi les lieux les plus favorables pour chaque activité. Ainsi, apparaît une dynamique des zones elles-mêmes, où l'interaction se manifeste globalement par un champ de forces croisées entre les zones de résidence, d'emploi, de services et périurbaines. Les différents types de zones « cherchent » à la fois à se rapprocher les unes des autres pour économiser le transport mais aussi à s'éloigner pour trouver des conditions meilleures. On assiste alors à un phénomène de diffusion urbaine, irrégulier dans son amplitude et sa localisation, pulsé ou non. L'interaction apparaît alors comme un jeu d'influences mutuelles entre lieux d'usages différenciés, plus ou moins voisins, influences qui poussent progressivement ces lieux à en modifier leur usage.

Ces interactions peuvent se formaliser au niveau macroscopique par une combinaison de processus d'accroissement démographique, économique, de conversion d'usage, de migrations centrifuges et centripètes, de différenciation voire de ségrégation, etc. La combinaison est tantôt plus favorable à l'un ou à l'autre de ces processus, en fonction de conditions internes auquel le processus peut devenir subitement très sensible ou d'événements externes qui sont le plus souvent impossibles à prévoir ou à prendre en compte. Ainsi, l'évolution du système se présente plus comme une multitude de trajectoires possibles qui s'ouvrent à chaque instant, que comme une trajectoire unique, déterministe qu'il faut recalculer de temps en temps.

Prenons encore un exemple : la modélisation d'une épidémie ou d'une pandémie. On peut l'étudier au niveau d'un système géographique formé des principales villes du monde (par exemple). Le phénomène « pandémie » se propage donc de ville en ville. Une ville est considérée comme touchée, s'il y existe au moins une personne infectée. La compréhension de l'évolution de l'épidémie repose sur l'effectif de population de chaque ville et de la compréhension l'interaction définie entre les villes par les flux d'individus qui transitent (modèle gravitaire) [GOU93]. Sachant qu'un individu quelconque a une certaine probabilité d'être infecté, on peut ainsi modéliser le phénomène. Mais une compréhension plus fine peut être acquise si l'on prend en compte un deuxième système, à un niveau plus fin où les objets (les hôtes) sont maintenant les humains et les particules d'interaction, les germes pathogènes qui se reproduisent chez l'individu et transitent entre les individus pour les infecter. Ceci permet de modéliser l'interaction, matérialisée ici par le processus de contamination entre les individus, à partir du processus de propagation de l'agent infectieux (durée d'incubation, durée de contagion, mode de transmission, etc.). Il y a dans cet exemple, la possibilité de structurer le système selon trois niveaux hiérarchiques d'objets : les villes, les individus et les germes pathogènes ainsi que par deux processus de diffusion qui mettent en jeu chacun deux niveaux : villes-individus et individus-germes.

Nous pensons que l'étude de la notion d'interaction est fondamentale pour tenter de construire un ensemble minimal d'opérateurs de base de la dynamique d'un système spatial. Aussi, nous proposons dans ce qui suit une formalisation mathématique de la notion d'interaction à plusieurs niveaux d'observation. Cette formalisation est assez dépouillée des détails matériels. Pour revenir au concret, nous verrons ensuite comment cette définition prend corps à travers des exemples géographiques simples.

L'idée d'interaction suppose une action réciproque et simultanée entre deux objets. Alors, le passage d'une particule d'un objet A à un objet B peut-il être considéré comme le modèle minimal de base d'une interaction élémentaire ? Ou doit-il y avoir simultanément passage d'une

autre particule de  $B$  vers  $A$  ? Nous pensons que la propriété fondamentale qui caractérise l'interaction ne vient pas du fait qu'on utilise des particules, mais repose sur le fait que deux objets (ou plus) changent d'état *simultanément*. La notion de simultanéité que nous utilisons ici doit être bien comprise. Ce double changement d'état n'est pas forcément instantané, il se produit dans un intervalle de temps  $[t_1, t_2]$  qui peut être assez long, mais c'est au cours de cet intervalle de temps commun aux deux objets, qu'ils vont tous les deux changer d'état. De même l'interaction entre deux objets ne signifie pas qu'ils sont en contact spatial, mais plus généralement ***il existe un intervalle d'espace-temps commun dans lequel les objets vont changer d'état***. La question qui reste à trancher est : les deux objets changent-ils d'état lors du transfert d'une particule de l'un dans l'autre ? Il faut pour cela, évidemment, que les objets soient sensibles à la présence des particules, c'est-à-dire que leur état change lorsqu'une particule  $m$  arrive dans l'objet  $A$ , (en  $t_1 : m \notin A \rightarrow$  en  $t_2 : m \in A$ ) et lorsqu'une particule  $m$  part de l'objet  $A$  (en  $t_1 : m \in A \rightarrow$  en  $t_2 : m \notin A$ ). Par exemple, si l'état des objets est calculé par le nombre de particules présentes en leur sein, l'état de  $A$  n'est pas forcément sensible au départ d'une particule vers  $B$ , si ce départ est accompagné d'une arrivée concomitante d'une particule venant de  $B$ , puisque l'échange ne modifie pas l'effectif des deux objets. Par contre le passage d'une seule particule de  $A$  vers  $B$ , se traduit bien par le changement simultané des états des deux objets car à l'instant  $t_1$  l'état de  $A$  contient «  $m \in A$  » et l'état de  $B$  contient «  $m \notin B$  » alors qu'à l'instant  $t_2$ , ces deux états ont changé puisque l'état de  $A$  contient maintenant «  $m \notin A$  » et l'état de  $B$  contient «  $m \in B$  ». De plus, on peut bien parler dans ce cas d'action réciproque entre  $A$  et  $B$ , car le passage de la particule  $m$  de  $A$  vers  $B$ , (représentée par l'action  $m \in A \rightarrow m \in B$ ) s'accompagne d'une action réciproque de  $B$  vers  $A$  de passage d'une particule « en creux » (représentée par l'action  $m \in B \rightarrow m \in A$ ), qui exprime le fait que la place vide laissée par  $m$  passe de  $B$  vers  $A$ .

Remarquons que cette double action n'est pas satisfaite en informatique lorsqu'on affecte une variable  $A$  par le contenu d'une variable  $B$ , qu'on peut écrire :  $A := B$ . Car l'état de  $A$  est bien modifié, mais pas celui de  $B$ . Cette remarque s'applique aussi en modélisation lorsqu'on écrit un message dans une sortie ou lorsqu'on lit une entrée d'un module (comme un agent ou une cellule), dans tous ces cas il n'y a pas interaction, car une des deux entités seulement change d'état.

Si l'interaction élémentaire est avant tout caractérisée par le changement d'état simultané de deux objets, pourquoi a-t-on besoin d'introduire des particules ? Nous en avons besoin parce que nous pensons que deux objets ne peuvent pas changer d'état de manière simultanée et systématique sans qu'il n'y ait aucun lien entre eux. Pour que deux objets puissent entrer en interaction, il faut qu'il y ait un médiateur qui matérialise cette interaction entre eux. Le concept de particule est alors un moyen simple d'introduire cette médiation. La physique moderne a montré qu'à cette notion discrète de particule était toujours associée un concept continu ou relationnel, dual du premier : celui de champ. Le champ exprime de manière vectorielle comment s'organisent les particules, comment se relie les particules dans l'espace-temps, mais le champ à son tour est organisé par les particules.

Nous aboutirons aussi à une vision duale de la notion de particule en faisant un détour par les graphes et la théorie des catégories. En effet, nous nous apercevrons qu'un ensemble d'objets en interaction est un (multi)graphe dans lequel les flèches sont associées aux particules médiatrices de l'interaction et que la notion de simulation construite comme un ensemble de configurations en interactions est une catégorie. Ainsi, la particule acquiert par ce détour une signification duale très générale de point-flèche qui rappelle que la physique utilise aussi de manière duale la notion de particule et de champ.

Nous allons dans ce qui suit, formaliser l'interaction sous trois formes:

- la forme macro (agrégée) par la mesure  $m_i$  des ensembles de particules médiatrices présentes dans chaque objet  $e_i$ , avant et après l’interaction. La définition macroscopique suppose que les particules ne sont pas identifiables et jouent des rôles interchangeables, seule leur quantité est observable sous forme d’effectif  $m_i$ , de masse ou toute autre mesure de la quantité de particule.
- la forme micro (désagrégée) par un graphe d’interaction entre les objets. Dans cette forme, les particules sont individualisées dans les objets par la liste exhaustive de celles-ci.
- la forme meso (intermédiaire) par la matrice du graphe d’interaction qui perd l’individualité des particules, mais garde le détail des déplacements des particules au cours de l’interaction. Cette forme intermédiaire relie la forme micro à la forme macro et permet le calcul d’une forme à l’autre.

#### 1.4.1 Définition de l’interaction macroscopique

Soient  $E$  et  $M$  deux ensembles, où  $E$  est formé de  $n$  objets géographiques disjoints  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ , les objets étant considérés ici comme de simples réceptacles à particules et  $M$  ensemble des médiateurs, constitué des particules qui participent à l’état des objets (sachant que, selon le principe de séparation, toute particule ne peut appartenir en même temps qu’à un objet au plus). On dit que les objets sont en **interaction spatiale** relativement à  $M$ , s’il existe un processus  $f$  (c’est-à-dire une fonction qui, à partir d’un état des objets de  $E$  à l’instant  $t$  transforme ces états à l’instant  $t'$  suivant)

$$f: \mathbf{N}^n \rightarrow \mathbf{N}^n$$

tel que

$$f(x) = x'$$

avec  $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \in \mathbf{N}^n$  et  $x' = (x'_1, \dots, x'_i, \dots, x'_n) \in \mathbf{N}^n$

$x$  et  $x'$  sont donc des suites de  $n$  entiers indicés par les objets de  $E$  où  $x_i$  est le nombre de particules contenues dans l’objet  $e_i$  à l’instant  $t$  et  $x'_i$  à l’instant  $t'$ .

La transformation  $f$  est paramétrée par deux vecteurs  $m$  et  $m'$  de  $\mathbf{N}^n$  :

$m = (m_1, m_2, \dots, m_n) \in \mathbf{N}^n$  et  $m' = (m'_1, m'_2, \dots, m'_n) \in \mathbf{N}^n$ , où  $m_i$  représente le nombre de particules qui sortent de l’objet  $i$  vers les autres objets et les  $m'_i$  le nombre de particules qui entrent depuis les autres objets, au cours de l’interaction.

On utilise la notation condensée suivante :  $f \equiv \langle m | m' \rangle_E$  (1)

ou la notation développée :  $f \equiv (m_1, \dots, m_i, \dots, m_n) \rightarrow (m'_1, \dots, m'_i, \dots, m'_n)$  (2)

La fonction  $f$  se calcule alors par la formule vectorielle simple :  $f(x) = x' = x - m + m'$

L’interaction  $f$  est dite **conservative** si :

$$\sum_{i=1}^n m_i = \sum_{i=1}^n m'_i,$$

on a alors :

$$\forall (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \in \mathbb{N}^n, \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x'_i$$

Lorsque  $n=2$ , on parle d'interaction binaire, lorsque  $n=1$ , on parle seulement d'action (ou d'interaction dégénérée)

$m_i$  est l'effectif d'un ensemble  $s_i$  de particules inclus dans l'objet  $e_i$  qui est transformé à l'instant suivant, en un autre ensemble de particule  $s'_i$  d'effectif  $m'_i$ . Les éléments de la famille d'ensembles  $s_i$  d'une part et celles formées des  $s'_i$  d'autre part, selon le principe de séparation, restent disjoints deux à deux. Si l'interaction est conservative, les  $s_i$  et les  $s'_i$  forment deux partitions du même ensemble  $s$  de particules :

$$s = \bigcup_{i=1}^n s_i = \bigcup_{i=1}^n s'_i$$

$$(i \neq j) \Rightarrow (s_i \cap s_j = \emptyset) \text{ et } (s'_i \cap s'_j = \emptyset)$$

Un tel processus se manifeste donc au cours du temps par des échanges de particules entre les objets. La transformation  $f$  s'effectue de la manière suivante : parmi les  $x_i$  particules présentes dans l'objet  $e_i$ ,  $m_i$  particules sont redistribuées entre les autres objets pendant que  $m'_i$  arrivent des autres vers  $e_i$ . Pour que la transformation  $f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  puisse être appliquée, il faut donc que les conditions initiales suivantes soient respectées :

$$m_1 \leq x_1, \dots, m_i \leq x_i, \dots, m_n \leq x_n$$

ce qui signifie qu'il existe des entiers naturels  $r_1, \dots, r_i, \dots, r_n$  qui représentent les effectifs des particules restantes, c'est-à-dire ne participant pas à l'interaction :

$$x_1 = r_1 + m_1, \dots, x_i = r_i + m_i, \dots, x_n = r_n + m_n \text{ et}$$

$$x'_1 = r_1 + m'_1, \dots, x'_i = r_i + m'_i, \dots, x'_n = r_n + m'_n \text{ telles que}$$

$$f(r_1 + m_1, \dots, r_i + m_i, \dots, r_n + m_n) = (r_1 + m'_1, \dots, r_i + m'_i, \dots, r_n + m'_n)$$

Soit on se place de manière à ce que ces conditions soient toujours satisfaites, par exemple en prenant des valeurs des  $x_i$  toujours plus grandes que le plus grand des  $m_i$  et  $m'_i$ . soit on effectue à minima, c'est-à-dire que si on doit déplacer  $m_i$  particules alors que  $x_i < m_i$ , on ne déplace que le nombre de particules qui est disponible, soit  $\text{Min}(m_i, x_i)$ , ce qui diminue d'autant le nombre de particules reçues par les autre objets, c'est-à-dire les valeurs  $m'_i$ . A moins de connaître exactement les déplacements élémentaires, particules par particules, il n'est pas possible de calculer exactement comment se répartissent les diminutions des  $m'_i$ . On peut par exemple diminuer uniformément les  $m'_i$  ou proportionnellement à leur valeur.

D'autres conditions peuvent être demandées comme une capacité maximale  $M_i$  de contenance des objets  $e_i$ , ce qui donne alors, pour tout  $i$  :

$$m_i \leq x_i \leq \text{Min}(M_i, M_i + m_i - m'_i)$$

#### 1.4.2 Les quatre (inter)actions élémentaires

Il existe quatre types d'interactions élémentaires :

- L'action **vide**  $\varepsilon$  qui laisse inchangé l'état des objets de  $E$  entre deux instants successifs. C'est l'application identique :  $\varepsilon(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$

- La **création** d'une particule dans l'objet  $e_i$  notée  $c_i$  qui s'exprime par

$$c_i(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_i+1, \dots, x_n)$$

et qui peut se représenter par l’action

$$\exists m \in M, (m \notin e_i) \xrightarrow{c_i} (m \in e_i)$$

- La **suppression** d’une particule dans l’objet  $e_i$  définie par

$$s_i(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_i-1, \dots, x_n).$$

$$\exists m \in M, (m \in e_i) \xrightarrow{s_i} (m \notin e_i)$$

Les processus  $c_i$  et  $s_i$  sont inverses l’un de l’autre.

- Le **déplacement** d’une particule quelconque depuis l’objet  $e_i$  vers l’objet  $e_j$  notée  $d_{ij}$ , qui correspond à l’interaction binaire :

$$d_{ij}(x_1, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_i-1, \dots, x_j+1, \dots, x_n)$$

$$\exists m \in M, (m \in e_i, m \notin e_j) \xrightarrow{d_{ij}} (m \notin e_i, m \in e_j)$$

Les déplacements  $d_{ij}$  et  $d_{ji}$  sont inverses l’un de l’autre.

Remarquons que toutes ces interactions élémentaires peuvent être considérées comme des déplacements élémentaires particuliers: En effet, il suffit d’ajouter un objet virtuel  $e_0$  qui représente le stock de particules de  $M$  non utilisé par les objets de  $E$ , une création dans  $e_i$  est alors un déplacement de  $e_0$  vers  $e_i$  :  $c_i = d_{0i}$ , une suppression est un déplacement de  $e_i$  vers  $e_0$  :  $s_i = d_{i0}$  et l’action vide un déplacement sur place dans n’importe quel objet  $i$ , soit :  $\varepsilon = d_{ii}$ .

Remarquons aussi que l’adjonction de cet objet  $e_0$  à  $E$  rend toute interaction conservative.

### 1.4.3 L’interaction microscopique comme multigraphe

Au niveau microscopique (individu-centré), on considère les particules comme des objets identifiés (ce qui n’était pas le cas précédemment) et éventuellement de différents types (par exemple des proies et des prédateurs). Posons pour cela  $M = \{p_1, p_2, \dots, p_K\}$ . Considérons l’interaction comme conservative, puisque nous avons vu que cela ne restreignait pas la généralité du concept.

Pour formaliser l’interaction au niveau des particules, on peut associer à chaque particule médiatrice  $m$  un objet d’origine, sa source  $s(m) = a$  et un objet de destination, sa cible  $c(m) = b$ , qui représentent la trajectoire de  $m$  au cours de l’interaction, pouvant être stationnaire si  $a = b$ . Mais chaque déplacement  $m : a \rightarrow b$  résulte de l’application d’une règle d’interaction qui dépend du contexte global des particules dans les objets.

L’ensemble de ces couples détermine exactement l’interaction de manière microscopique pouvant être formalisé par un multigraphe  $G(E, M, f)$ , au sens où nous l’avons défini dans [LAN94], dont *les sommets sont les objets de  $E$ , les arcs sont associés aux particules*. Chaque arc représente la trajectoire d’une particule  $m$  depuis son sommet initial vers son sommet final, formant un couple (objet source de  $m$ , objet cible de  $m$ ) =  $(s(m), c(m))$ . C’est la fonction  $f$  d’accrochage de  $M \rightarrow E \times E$  qui calcule ces couples, par :

$$f(m) = (s(m), c(m)).$$

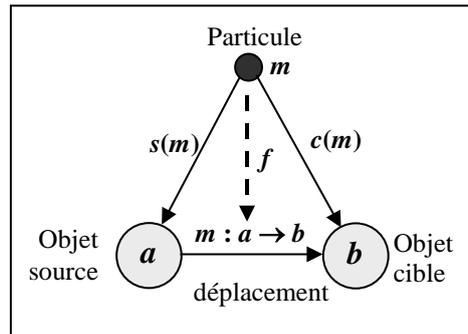


figure 5. *La dualité particule-flèche*

A travers le graphe d'interaction les particules apparaissent maintenant sous une autre forme : celle d'une d'action de déplacement élémentaire d'une particule depuis un objet-source vers un objet-cible, qu'on note  $m : a \rightarrow b$ , et qu'on appelle une flèche. On a ainsi une dualité (particule – flèche). Le graphe d'interaction peut donc aussi être défini comme un ensemble de flèches :  $G(E, M, f) = \{(m : a \rightarrow b) \in M \times E \times E \mid f(m) = (a, b)\}$ . Lorsque les interactions se succèdent dans le temps, les flèches deviennent des trajectoires de particules.

Remarquons que pour toutes les particules de  $M$ , même celles qui ne participent pas à l'interaction, on peut toujours leur associer un objet, le cas échéant, en créant un objet virtuel  $e_0$ , qui représente le stock des particules n'étant pas utilisées par les objets  $e_1, \dots, e_n$  du système.

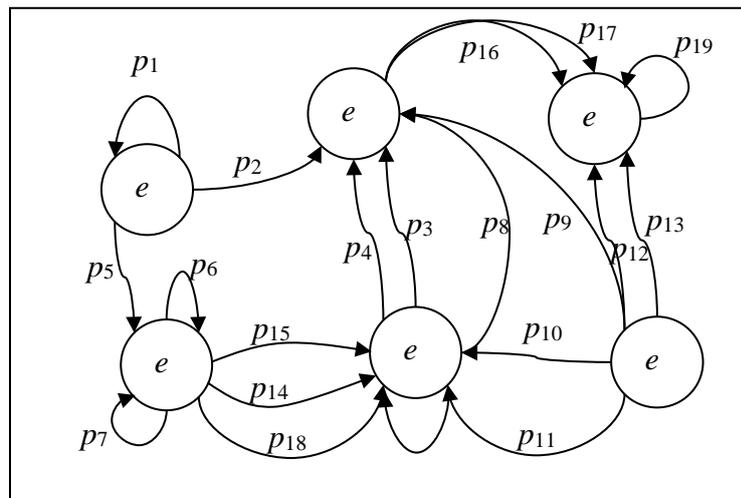


figure 6. *Graphe d'interaction*

La composition de deux graphes  $G(S_G, A_G, g)$  et  $H(S_H, A_H, h)$  est un graphe  $F(S_F, A_F, f)$  où les sommets de  $F$  sont définis par la réunion des sommets de  $G$  et  $H$ :  $S_F = S_G \cup S_H$ , les arcs de  $F$  sont définis par la réunion des arcs de  $G$  et  $H$ :  $A_F = A_G \cup A_H$ , la fonction d'accrochage  $f$  est définie par : Pour tout  $a \in A_G$  et tout  $b \in A_H$ , si  $c_g(a) = s_h(b)$  alors, on dit que les arcs  $a$  et  $b$  sont composables et on définit un arc  $c = ab$  de  $A_F$  tel que :  $f(c) = (s_g(a), c_h(b))$ .

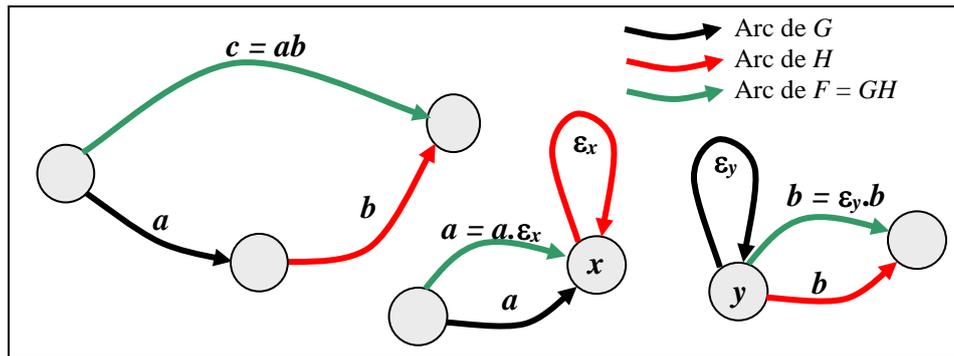


figure 7. Composition de deux graphes

#### 1.4.4 La composition d'interactions successives

Pour prendre en compte la dynamique d'un système dont la structure est basée sur un ensemble  $E$  d'objets dans lesquels évolue un ensemble  $M$  de particules au cours du temps, on peut utiliser une famille d'interactions dépendant d'un paramètre  $t$  qui représente le temps. Ce paramètre prend ses valeurs successives dans un ensemble  $B_T = \{t_0, t_1, \dots, t_i, \dots\}$ .

A tout instant  $t$  de  $B_T$ , on peut localiser chaque particule  $m$  dans un objet par la fonction  $L : B_T \times M \rightarrow E$ , où  $L(t, m) = e \in E$ . et réciproquement, l'état  $S_e$  d'un objet  $e$  est un vecteur booléen de dimension  $K$  associé à la présence des particules en son sein, avec :  $S_e(i) = 1$  si la particule  $p_i \in e$  et  $S_e(i) = 0$  si  $p_i \notin e$ .

Si  $t$ ,  $t'$  et  $t''$  sont trois instants successifs de  $B_T$ , considérons l'interaction  $G$  qui définit l'évolution du système entre les instants  $t$  et  $t'$  et  $H$  l'évolution entre les instants  $t'$  et  $t''$ . L'état initial des objets de  $H$  est donc égal à l'état final de  $G$ . Dans ce cas, on dit que les interactions  $G$  et  $H$  sont successives ou composables.

On associe à l'interaction  $G$  le graphe  $G(E, M, g)$  et à  $H$  le graphe  $H(E, M, h)$ , où  $M$  sont les particules médiatrices. Eventuellement, certaines particules sont stationnaires dans  $G$  (entre  $t$  et  $t'$ ) et d'autres sont stationnaires dans  $H$  (entre  $t'$  et  $t''$ ).

Le fait que les interactions  $G$  et  $H$  soient successives s'exprime par le fait que pour toute particule  $m$  sa localisation à l'instant intermédiaire  $t'$  est à la fois la source de  $h$  et la cible de  $g$ , soit :  $s_h(m) = c_g(m)$ . Ainsi, chaque particule  $m$  définit deux arcs  $g(m)$  et  $h(m)$ , un dans chaque graphe, qui sont consécutifs et dont la composition  $f(m) = gh(m) = (s_g(m), c_h(m))$  est la trajectoire de  $m$  entre les instants  $t$  et  $t''$ .

L'interaction  $F$  résultant de la composition des graphes  $G$  et  $H$ , notée  $F = H \circ G$ , ou en notation multiplicative  $F = GH$ ,

#### 1.4.5 Les configurations et les trajectoires comme catégories.

Rappelons la définition d'une catégorie :

Une catégorie  $C$  est constituée par la donnée de :

a) une classe  $Ob(C)$  d'objets et une classe  $Fl(C)$  de flèches ;

b) deux applications  $s$  et  $b$  de  $Fl(C)$  dans  $Ob(C)$

$s : f \in Fl(C) \rightarrow a \in Ob(C)$ , tel que  $s(f) = a$  est la source de  $f$

$b : f \in Fl(C) \rightarrow b \in Ob(C)$ , tel que  $b(f) = b$  est le but de  $f$

pour tout couple  $(A, B)$  d'objets, on note  $Hom(A, B)$  la classe des flèches  $f$  de source  $s(f) = A$  et de but  $b(f) = B$  ; si  $f \in Hom(A, B)$ , on écrit  $f : A \rightarrow B$  ou  $A \xrightarrow{f} B$  ;

c) une application qui associe à tout couple  $(g, f)$  de flèches composables, i.e. telles que  $s(g) = b(f)$ , une flèche composée, notée  $gf$  ou  $fg$ , de source  $s(f)$  et de but  $b(g)$ .

Ces données sont soumises aux deux axiomes suivants :

(C. 1) Pour tout objet  $a$ , il existe une flèche unité  $1_a : a \rightarrow a$ , telle que  $1_a \circ f = f$ , et  $g \circ 1_a = g$ , pour toute flèche  $f$  de but  $a$  et toute flèche  $g$  de source  $a$  ;

(C. 2) Si  $f : a \rightarrow b$ ,  $g : b \rightarrow c$  et  $h : c \rightarrow d$ , alors  $(hg)f = h(gf)$ .

On appelle **configuration**  $C_t(E, M)$  à un instant  $t \in B_T$ , l'état de l'ensemble des objets de  $E$ , par rapport au médiateur  $M$ . et **trajectoire**  $T_m(E, B_T)$  d'une particule  $m \in M$ , la suite des localisations de  $m$  dans  $E$ , lorsque  $t$  décrit la base de temps  $B_T$

$$\forall t \in B_T, C_t(E, M) = \{S_e \in \mathcal{F}(M) / (m \in S_e) \Leftrightarrow (L(t, m) = e), e \in E\}$$

$$\forall m \in M, T_m(E, B_T) = (e \in E / e = L(t, m), t \in B_T)$$

À l'ensemble des configurations de  $C_t(E, M)$  considérée comme objets on associe les graphes d'interaction  $G_{ik}$  considérées comme flèches  $G_{ik} : C_{t_i} \rightarrow C_{t_k}$ , et définis de la manière suivante. A chaque intervalle  $[t_i, t_k]$  de temps tel que  $t_i \leq t_k$  sont des instants de la base de temps  $B_T$ , on associe le graphe  $G_{ik}$  défini par  $(E, M, f_{ik})$ , où  $f_{ik}(m) = (L(t_i, m), L(t_k, m))$ . A tout objet  $C_t$  on associe la flèche identité  $G_{ii} : C_{t_i} \rightarrow C_{t_i}$ . De plus, on est en droit de faire l'hypothèse de transitivité, c'est-à-dire que toute décomposition par rapport à des temps intermédiaires  $t_j$  ou  $t_{j'}$  situés entre  $t_i$  et  $t_k$ , donnerait deux interactions telles que  $G_{ik} = G_{ij} \cdot G_{jk} = G_{ij'} \cdot G_{j'k}$  ce qui veut dire que si on a :  $t_i \leq t_j \leq t_{j'} \leq t_k$  alors  $G_{ij} \cdot (G_{jj'} \cdot G_{j'k}) = (G_{ij} \cdot G_{jj'}) \cdot G_{j'k}$ . L'ensemble  $C(E, M, B_T) = \{C_t, G_{ik}\}$  des objets constitués des configurations  $C_t$ , pour  $t \in B_T$ , et des flèches  $G_{ik} : C_{t_i} \rightarrow C_{t_k}$ , constitués des graphes d'interaction, vérifie la définition d'une catégorie.

Il en découle qu'une trajectoire  $T_m$  est aussi une catégorie, comme restriction de  $M$  à une seule particule  $\{m\}$  de la catégorie précédente :  $T_m = C(E, \{m\}, B_T)$ . L'ensemble des objets correspond aux différentes localisations de  $m$  au cours du temps, et les flèches sont les arcs de  $G_{ij}$  identifiés par  $m$ , soit  $f_{ij} : L(t_i, m) \rightarrow L(t_j, m)$  pour  $t_i \leq t_j$ .

#### 1.4.6 Représentation matricielle de niveau intermédiaire

A un niveau intermédiaire, on peut aussi exprimer l'interaction  $f_{<m|m'>}$  sous forme d'une matrice carrée  $n \times n$  où le terme de ligne  $i$  et de colonne  $j$  contient le nombre de particules passant de l'objet  $i$  à l'objet  $j$ . La somme des termes de la ligne  $i$  étant égale à  $m_i$  et la somme des termes de la colonne  $j$  étant égale à  $m'_j$ .

Pour relier cette représentation à celle du niveau microscopique, chaque flèche  $f(k)=(i, j)$ , peut se représenter par une matrice carrée de dimension  $n$ , possédant des 0 partout sauf un 1 sur la case de ligne  $i$  et de colonne  $j$ . Par sommation de ces matrices élémentaires de déplacement

sur toutes les flèches  $k$ , on obtient la matrice carrée  $G = [g_{ij}]$  du graphe  $G(E, M, f)$  de dimension  $n$  (le nombre d'objets), qui contient en  $g_{ij}$  la multiplicité de l'arc  $(i, j)$ . Nous ne sommes plus tout à fait ici au niveau microscopique (car nous avons perdu l'identité des particules), mais nous gardons le détail des déplacements élémentaires qui construit l'interaction.

Par exemple, la matrice du graphe  $G$  correspondant à l'exemple de la figure 6, est :

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

A partir de cette matrice  $G$  on peut facilement calculer l'interaction macroscopique  $f_{\langle m|m' \rangle}$ . En notant  ${}^tG$  la matrice transposée de  $G$  (obtenue par échange des lignes et des colonnes) et par  $\mathbf{1}$  le vecteur constitué que de 1, on peut remarquer que le vecteur  $m = (m_1, m_2, \dots, m_n)$  est obtenu par la somme des lignes de  $G$ , ou encore par le produit  $G \cdot \mathbf{1}$  et que le vecteur  $m' = (m'_1, m'_2, \dots, m'_n)$  est obtenu par la somme des colonnes de  $G$  obtenu aussi par le produit  ${}^tG \cdot \mathbf{1}$ . La fonction  $f(x) = x - m + m'$  peut donc s'écrire à partir de  $G$  par :

$$f(x) = x + ({}^tG - G) \cdot \mathbf{1}$$

avec l'exemple de la figure, on obtient une interaction agrégée  $f$  définie par les vecteurs

$$m = (3, 2, 1, 5, 4, 5) \text{ et } m' = (1, 5, 5, 0, 6, 3)$$

$$\text{Telle que : } f : (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \rightarrow (x_1 - 2, x_2 + 3, x_3 + 4, x_4 - 5, x_5 + 2, x_6 - 2)$$

### 1.4.7 Exemples d'interactions

#### *Flux et transport*

Le **flux** ou le **transport** d'une quantité ou d'un ensemble  $m$  de particules entre un objet  $s$  et un objet  $c$  se caractérisent tous deux par une flèche  $m : s \rightarrow c$ , qui traduit le fait, qu'entre les instants  $t$  et  $t'$ , il y a passage de  $m$  de la source  $s$  vers la cible  $c$ . Ce passage s'accompagne simultanément du passage « en négatif » et en sens contraire de l'absence de  $m$  entre  $c$  et  $s$ .

Plus précisément, dans le cas d'une modélisation de flux ou de transport, l'état des objets cible et source, peuvent posséder un état quantitatif indiquant le stock (de particules) dans chaque objet, noté  $x$  pour la source  $s$  et  $y$  pour la cible  $c$ . Le passage d'une quantité  $m$  se traduit alors par le fait de retirer la quantité  $m$  à  $x$  pour l'ajouter à  $y$ , à condition que le stock soit suffisant dans la source et qu'il ne dépasse pas la capacité de stockage ( $y_{max}$ ) dans la cible :

$$\text{si } (x \geq m) \text{ et } (y + m \leq y_{max}) \text{ alors } f_{sc} : (x, y) \rightarrow (x - m, y + m)$$

Cette interaction possède une propriété d'invariance : il y a conservation de la quantité globale puisque :  $x + y = (x - m) + (y + m)$

#### *Le mouvement d'un objet dans l'espace*

Un objet en mouvement quitte un lieu pour en atteindre un autre. Un mouvement élémentaire entre les instants successifs  $t$  et  $t'$  est donc le déplacement d'un grain de matière  $m$  entre un lieu de départ  $s$  et un lieu d'arrivée  $c$ . Remarquons qu'on peut voir aussi ce mouvement, de manière duale mais équivalente, comme un flux de grains d'espace  $m$  à travers les parties  $s$

et  $c$  d'un même objet matériel. Le mouvement s'exprime donc par une interaction identique à un transport ou un flux.

### **La collision entre deux objets :**

Si le mouvement peut être considéré comme un échange de grains de matière entre deux localisations, la collision peut se voir comme un conflit de localisation entre deux objets matériels qui va produire un échange de quantités de mouvement entre les deux objets avec invariance de la quantité globale de mouvement. Soient  $s$  et  $c$  deux objets mobiles élémentaires, considérons l'ensemble des quantités de mouvement de type  $mV$ , où  $m$  est la masse de l'objet et  $V$  son vecteur vitesse. S'ils entrent en collision en un point de contact  $p$ , il y a alors interaction de choc entre ces deux objets. A l'instant  $t$ , juste avant le choc, les deux objets possèdent des quantités de mouvement  $q_1 = m_1V_1$  et  $q_2 = m_2V_2$ . A l'instant  $t'$  juste après le choc, ils possèdent d'autres quantités de mouvement :  $q'_1 = m'_1V'_1$  et  $q'_2 = m'_2V'_2$ . Ces valeurs dépendent de la caractéristique du choc (mou, élastique, destructif, cohésif), Ce processus d'interaction est symétrique car  $f_{s,c} = f_{c,s}$ :

$$f_{s,c} : (q_1, q_2) \rightarrow (q'_1, q'_2)$$

il est conservatif puisque dans un choc (en négligeant la transformation en chaleur) il y a conservation de la quantité de mouvement :  $q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$ . En cas de choc élastique, il y a même conservation de l'énergie cinétique globale et de la masse globale.

### **Cumul par confluence**

Soient  $n$  objets spatiaux  $e_0, e_1, e_2, \dots, e_{n-1}$ . Les objets  $e_1, e_2, \dots, e_{n-1}$ , sont dits « amont » et « se jettent » dans  $e_0$  qui est dit « aval ». A l'instant  $t$ , l'objet aval  $e_0$  ne contient rien et les objets amont possèdent une quantité quelconque  $m_i$ , dont le total vaut  $m$ . à l'instant  $t'$  suivant, les quantités  $m_i$  se sont cumulées dans  $e_0$  donnant une quantité  $m_0 = m_1 + \dots + m_{n-1}$ . L'interaction s'exprime alors par:

$$f_{e_0, e_1, e_2, \dots, e_{n-1}} : (0, m_1, m_2, \dots, m_{n-1}) \rightarrow (m_1 + \dots + m_{n-1}, 0, \dots, 0)$$

Ce modèle très simple d'interaction qui se produit par exemple lors de la confluence de plusieurs cours d'eau n'est pas réversible, puisque les quantités initiales sont quelconques et non mémorisées (à moins d'être marquée, une particule d'eau ne sait plus de quel affluent elle provient). D'une manière générale les transformations basées sur des sommes ou des produits ne sont pas réversibles puisque un même nombre peut être obtenu par somme ou par produit d'un grand nombre de manières différentes.

Cette interaction est **décomposable** en une suite  $f_i$  d'interactions binaires indépendantes de transport d'une quantité  $m_i$  depuis un objet amont  $e_i$  vers l'objet aval  $e_0$ . Ce n'est donc pas une interaction élémentaire, et n'a pas d'intérêt pour constituer une base d'interactions. La suite des interactions élémentaires peut s'écrire :  $f = f_1 f_2 \dots f_{n-1}$ , avec :

$$f_i : (e_i.v \subset m_i) \rightarrow (e_0.v \subset m_i)$$

### **Distribution centrifuge**

Soient  $n$  objets spatiaux et contigus  $e_0, e_1, e_2, \dots, e_{n-1}$  où  $e_0$  est central, les autres sont ses voisins directs. Chaque objet ayant une part de surface  $p_0, p_1, \dots, p_{n-1}$  par rapport à la surface totale (ou tout autre pondération normalisée). A l'instant  $t$ , l'objet  $e_0$  possède toutes les particules, soit une quantité  $m$ , et les autres aucune, à l'instant  $t'$  suivant : les particules ont été

distribuées sur les objets  $e_1, e_2, \dots, e_{n-1}$  recevant une quantité proportionnelle à leur poids d'accueil, ce qui s'exprime par :  $m'_i = m \frac{p_i}{1 - p_0}$

L'interaction s'exprime alors:

$$f_{e_0, e_1, e_2, \dots, e_{n-1}} : (m, 0, 0, \dots, 0) \rightarrow (0, m'_1, m'_2, \dots, m'_{n-1})$$

Cette interaction, vue au niveau agrégé (où l'état de l'objet est une variable représentant la quantité de particules), peut se construire au niveau élémentaire par un tirage aléatoire sur chaque particule  $x$  présente dans  $e_0$ , selon une loi de probabilité pour qu'elle arrive dans  $e_i$  définie par :

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, n-1\}, P(x \in e_i) = \frac{p_i}{1 - p_0}$$

Néanmoins, même si cette transformation est décomposable comme dans l'exemple précédent en  $m$  interactions élémentaires, ces **interactions élémentaires ne sont pas indépendantes**. En effet, le tirage dépend d'une loi de probabilité qui est construite avec les poids  $p_i$ . Or ces poids ne sont pas indépendants entre eux puisque leur somme vaut 1 (leur calcul dépend de la somme de tous) et il faut pour les construire, connaître tous les objets  $e_i$  en même temps.

### **Egalisation par vases communicants**

Soient  $n$  objets spatiaux contigus  $e_0, e_1, e_2, \dots, e_{n-1}$ . Chaque objet ayant une part de surface  $p_0, p_1, \dots, p_{n-1}$  par rapport à la surface totale (ou tout autre pondération normalisée). A l'instant  $t$ , les objets possèdent une quantité de particules quelconque  $m_i$ , dont le total vaut  $m$ . à l'instant  $t'$  suivant, les particules se sont redistribuées entre les objets proportionnellement à leur poids d'accueil, l'interaction s'exprime alors par:

$$f_{e_0, e_1, e_2, \dots, e_{n-1}} : (m_0, m_1, \dots, m_{n-1}) \rightarrow (mp_0, mp_1, \dots, mp_{n-1})$$

C'est ce modèle assez général d'interaction dit des « vases communicants » qui se produit lorsqu'on met en communication des vases cylindriques de différents diamètres remplis d'un liquide, leur niveau s'égalise alors pour donner des volumes proportionnels à leur surface de base.

Cette transformation n'est pas réversible, puisque les niveaux initiaux sont quelconques et non mémorisés.

Ici aussi en modélisation individu-centrée, on peut réaliser cette interaction par  $m$  tirages successifs d'une particule  $x$  selon la probabilité :

$$\forall i \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}, P(x \in e_i) = p_i$$

Enfin, cette interaction est **indécomposable** en interactions plus élémentaires, car le volume d'égalisation de chaque vase dépend à la fois du volume initial de tous les vases (donnant le volume total  $m$ ) et de la proportion de surface de base de chacun des vases par rapport à la surface totale, donnant les poids :  $p_i = \frac{s_i}{\sum_{i=1}^n s_i}$

### 1.5 Première définition de la notion de système spatial

Les notions de structure et d'organisation telles que nous les utilisons dans la construction du concept de système sont d'abord mathématiques, il en découlera ensuite une traduction informatique. En première approche, un système est un ensemble d'objets  $S$  muni de deux structures : une *structure organisationnelle*, qui définit les liens spatiaux entre les objets, et une *structure évolutionnelle* qui définit des liens temporels, c'est-à-dire la dépendance entre le système à l'instant  $t$  et le système aux instants  $t'$  précédents  $t$ , ce qui en fait un système dynamique.

Par exemple, une organisation simple mais qui a fait ses preuves, est de disposer les objets régulièrement dans un espace discret de dimension 2, aux nœuds  $(i, j)$  d'un réseau de points formant des carrés et de prendre comme structure organisationnelle les liens de contiguïté entre objets (4 ou 8 voisins). Comme structure évolutionnelle simple, on prend un temps discret ( $t$  est un entier), et l'état d'un objet à l'instant  $t+1$  est calculé uniquement à partir de l'état de ses voisins à l'instant  $t$  précédent. C'est le concept d'automate cellulaire. On pourrait généraliser la structure en tenant compte de voisins plus éloignés dans l'espace mais aussi dans le temps. Nous y reviendrons en détail plus loin.

Bien des systèmes géographiques réels, du fait de leur complexité, ne peuvent se modéliser mathématiquement de manière aussi simple. Nous devons donc tenter de définir la notion de système spatial, ou géosystème, dans un but plus opératoire, c'est-à-dire permettant une construction informatique en vue de simulations qui tient compte aussi bien de la diversité des objets et de leur organisation et des interactions qui le composent et le font évoluer, sans oublier le plus important : la problématique dans laquelle s'insère cette démarche de modélisation. La simulation doit apporter des résultats suffisamment proches d'une réalité que l'on cherche à comprendre.

Pour dépasser la notion d'élément d'un ensemble, trop abstraite pour manipuler un système géographique, nous généraliserons cette notion à travers celle d'*objet géographique*.

*Un objet (ou agent) géographique possède un identifiant, des variables d'état, il appartient à une organisation spatiale (ou environnement) qui lui donne sa forme et sa localisation par sa géométrie et ses liens de voisinage par sa topologie. Il possède enfin un comportement, qui dépend à la fois de sa place dans une organisation sociale et dans son environnement avec lesquels il interagit.*

Après avoir analysé ces différents aspects spatiaux de l'objet, l'espace dans lequel il évolue, sa géométrie et sa topologie, nous pourrions définir de manière plus précise la notion de système spatial ou géosystème.

## Chapitre 2 - L'espace et la géométrie

### 2.1 Différentes théories de l'espace

Depuis Euclide, Pythagore, Hérodote, Eratosthène et autres géomètres-géographes, notre espace est modélisé mathématiquement dans le cadre de la géométrie euclidienne. Les anciens avaient parfaitement vu les bateaux disparaître progressivement à l'horizon. Ils avaient compris que la terre était ronde. Eratosthène calcula même le premier la circonférence de la sphère terrestre. Néanmoins, le fait que la terre soit ronde n'empêche pas que l'espace dans lequel elle est plongée avec l'univers tout entier, puisse être euclidien. C'est ce qu'on a considéré avec Copernic, Kepler et Newton bien avant la théorie de relativité.

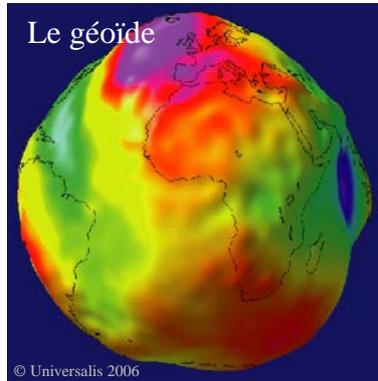
Aujourd'hui, un certain nombre de modèles d'espace sont disponibles. Il ne faut pas les confondre. Chacun correspond à un niveau d'échelle ou de précision. Certains sont des modèles purement mathématiques, d'autres sont des modèles physiques. On peut distinguer ainsi :

- la géométrie de l'univers tout entier, modélisée avec la relativité générale, par un espace non euclidien de dimension 4 courbé par les masses. Cet espace est localement euclidien (par exemple au niveau terrestre, il est euclidien avec une très grande précision)
- la géométrie de la surface terrestre se modélise très bien comme une surface courbe de dimension 2 plongée dans cet espace euclidien de dimension 3. Il existe dans ce cadre plusieurs modèles géométriques, plus ou moins raffinés, de cette surface terrestre: la sphère, les ellipsoïdes, les géoïdes.
- Ces modèles de surface courbe peuvent être localement confondus avec un plan, par exemple à l'échelle d'une ville.
- Pour une échelle inférieure (niveau national par exemple), cette surface terrestre (avec son relief) peut être projetée sur un plan (avec les altitudes en élévation) par des transformations mathématiques qui minimisent les déformations (par exemple la projection conique conforme de Lambert)

En effet, le rayon terrestre étant environ de  $R = \frac{40\,000}{2\pi} = 6366 \text{ km}$ , on peut facilement calculer qu'en confondant localement la surface de la sphère avec sa projection sur le plan tangent en ce lieu, pour un point écarté de 10 km du point de tangence, on fait une erreur de distance horizontale inférieure à 10 cm (qu'on réduit de moitié avec un plan sécant qui répartit les erreurs), soit une erreur relative inférieure au millionième. Avec des projections plus sophistiquées on atteint une précision bien supérieure.

Les théories les plus récentes comme la relativité, n'invalident pas les plus anciennes. Mais nous connaissons mieux aujourd'hui les limites et les échelles de validité de ces différentes théories. Nous savons que la surface terrestre peut très correctement se modéliser par une surface plane, tant que nous restons à une échelle locale (celle de la parcelle de terrain ou même de la ville). Jusqu'à quelques dizaines ou centaines de km, la modélisation par une portion de surface sphérique donne une précision très suffisante pour la plupart des usages (urbanisme, transport, navigation etc.). Puis pour des usages plus précis ou plus globaux, nous devons passer à un modèle terrestre de type ellipsoïdal, où l'on peut modéliser une localisation bidimensionnelle avec une précision inférieure au décimètre. Nous raisonnons encore ici avec un modèle galiléo-newtonnien où le temps est absolu et le référentiel d'espace lié à la terre (référentiel géodésique). Pour des usages encore plus fins, comme la construction de grands ouvrages (barrages, lignes ferroviaires à grande vitesse) pour lesquels la verticalité ou le plan d'altitude zéro sont importants, on doit se référer au géoïde, qui suit de très près les irrégularités

gravitationnelles de la terre, par une surface légèrement bosselée, qui peut atteindre plusieurs dizaines de mètres d'écart d'altitude avec l'ellipsoïde. Enfin, avec la navigation par GPS<sup>6</sup> ou les mesures géodésiques par DGPS<sup>7</sup>, on n'obtient une précision tridimensionnelle inférieure au décimètre sur l'ensemble du globe qu'au prix de calculs relativistes, qui prennent en compte la



liaison fondamentale entre le temps et l'espace. En effet, le principe du positionnement d'un récepteur GPS, est basé sur la synchronisation extrêmement précise du temps entre les horloges embarquées dans les 24 satellites du système. Chaque satellite émet des « tops » horaires synchronisés. Un récepteur GPS capte ces signaux avec un très léger décalage horaire, dû au temps de parcours de la lumière, ce qui permet de calculer les distances entre les satellites visibles et le récepteur. Ainsi, connaissant la position précise des satellites, le récepteur en déduit sa position.

Pour éviter les déformations, on devrait représenter la surface courbe du globe terrestre sur un support lui-même courbe, comme les globes terrestres. Mais le cartographe préfère déformer un peu la réalité et projeter le monde sur un plan. On obtient les mappemondes et les cartes en projection qui présentent évidemment de nombreux avantages pratiques. Cette opération nécessite une bonne connaissance de la géométrie pour conserver certaines propriétés fondamentales selon l'usage qu'on veut faire de la carte. Par exemple, pour la navigation, il faut que les angles soient respectés, pour pouvoir calculer des caps à suivre, une carte vérifiant cette propriété est dite *conforme*. Mais dans ce cas l'échelle locale de la carte varie d'un point à un autre. Si au contraire, on souhaite préserver les échelles, la projection est dite *équivalente*. On peut aussi construire des projections (dites *aphylactiques*) qui réalisent un compromis entre ces deux propriétés. Mais l'on ne peut évidemment pas garder toutes les propriétés géométriques initiales lorsqu'on déforme une surface. Nous ne décrirons pas ici la géométrie des projections, qui nous entraînerait dans des développements hors de propos ici. Ces calculs relèvent de la géodésie et sont maintenant bien intégrés dans les outils actuels de traitement de l'information géographique que sont les SIG (Systèmes d'Information Géographique).

Avant de rentrer plus en détails dans la structuration informatique des informations spatiales, nous devons réfléchir au concept même d'espace en examinant comment les différents modèles mathématiques que les mathématiciens ou les physiciens ont développés depuis l'antiquité, ont fait évoluer cette conception. Cela nous permettra de discuter de la pertinence géographique de l'utilisation de tel ou tel modèle mathématique pour représenter l'espace, faire des calculs géométriques ou structurer les objets dans l'espace.

### 2.1.1 Les modèles euclidiens

Rappelons d'abord ce qu'est un modèle euclidien, car un abus de langage nous fait confondre souvent deux objets mathématiques distincts, l'espace Euclidien et l'espace Affine. Un espace euclidien  $V^n$  est un espace vectoriel, qui est donc un *ensemble de vecteurs*. L'exposant  $n$  indique la dimension de l'espace. Le qualificatif *euclidien* vient du fait que cet espace (en plus de l'addition des vecteurs et de la multiplication d'un vecteur par un réel) est muni d'un *produit scalaire* (qui associe à deux vecteurs un nombre réel) à partir duquel on construit la notion de longueur d'un vecteur  $X$ , qu'on appelle aussi norme de  $X$ , notée  $\|X\|$ , qui

<sup>6</sup> GPS : Global Positioning System

<sup>7</sup> DGPS : GPS différentiel

doit être positive ou nulle. Avec la norme on construit une métrique de l'espace par  $d(X, Y) = \|Y-X\|$ .

Mais l'espace physique qui nous entoure, celui qui sert au géographe à définir les localisations, ne peut être modélisé par un espace euclidien comme défini ci-dessus, car les localisations ne sont pas des vecteurs mais des points. Le modèle adapté correspond en fait à la notion d'*espace affine*  $E^n$ , car c'est véritablement un ensemble de points. Néanmoins tout espace affine est associé à un espace vectoriel euclidien, par exemple  $V^3$  si c'est l'espace tridimensionnel, car tout vecteur  $\vec{V}$  de  $V^3$  définit une translation, qui transforme chaque point  $P$  de l'espace affine en un point  $P'$  unique, avec  $\overrightarrow{PP'} = \vec{V}$ . Ainsi, chaque point de l'espace affine  $E^3$  est défini par ses coordonnées par rapport à un repère  $(O, X, Y, Z)$  où  $O$  est le point origine et  $(X, Y, Z)$  une base de l'espace vectoriel  $V^3$ . Remarquons qu'on peut établir une bijection<sup>8</sup> entre les points et les vecteurs, puisque à tout point  $P$  on peut associer de manière unique le vecteur  $\vec{v} = \overrightarrow{OP}$ . C'est peut-être pour cela qu'il existe une confusion assez répandue entre espace euclidien et espace affine. Une différence conceptuelle fondamentale entre ces deux types d'espaces se caractérise par le fait qu'un vecteur est invariant par translation, contrairement à un point.

Un modèle euclidien se réfère donc autant à l'espace vectoriel euclidien qu'à l'espace affine des points qui lui est associé, car ce qui unit ces deux modèles est la métrique choisie. Un modèle euclidien sous-entend donc la manière dont le produit scalaire est défini pour donner la métrique de l'espace.

### 2.1.2 Espaces métriques

En fait, toutes les métriques ne sont pas euclidiennes. Ce qui signifie que la notion d'espace métrique est un concept plus large que celle d'espace euclidien. Formellement, un espace métrique est un ensemble  $E$  dans lequel on a défini une application  $d$  qui associe à tout couple  $(x, y)$  d'éléments de  $E$ , un nombre réel positif ou nul, noté  $d(x, y)$  qui est la distance entre  $x$  et  $y$ . Cette application  $d$ , doit vérifier les trois propriétés élémentaires suivantes:

- 1)  $(x = y) \Leftrightarrow (d(x, y) = 0)$
- 2)  $d(x, y) = d(y, x)$
- 3)  $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$

Selon la manière dont la distance est définie, elle sera ou non euclidienne selon qu'on pourra l'associer ou non à un produit scalaire. Il faut insister ici, à l'occasion de cette définition, sur l'ambiguïté du terme de distance en géographie. Ce terme est utilisé pour signifier la longueur d'un trajet particulier à parcourir pour se rendre en un lieu et n'a donc pas forcément un caractère de minimalité, comme c'est le cas pour une métrique. Cette utilisation est très différente de la notion de distance comme nous venons de la définir. La distance en géographie dépend donc du parcours effectué, par exemple sur un réseau routier. Or, mathématiquement, la distance ne dépend que des points de départ et d'arrivée. C'est une propriété intrinsèque à l'espace. En géographie, presque aucune des propriétés définissant une distance ne sont exactement respectées. En effet, il est fréquent que la longueur d'un trajet ne soit pas symétrique, que l'inégalité triangulaire ne soit pas vérifiée. Par exemple, il peut être plus court en montagne pour aller d'un village A à un village B, situé dans une autre vallée, de faire un détour par un village C en aval des deux premiers, plutôt que de franchir un trajet direct AB par un col très sinueux. En fait, le concept mathématique de distance n'est pas en rapport avec le

<sup>8</sup> Une bijection entre deux ensembles A et B est une relation un à un, c'est-à-dire qu'à chaque élément de A est associé un seul élément de B et réciproquement.

fait que le trajet soit direct ou non. Sa caractéristique fondamentale est sa propriété de minimalité, donc dans cet exemple, la distance entre A et B sur le réseau est celle dont le trajet est le plus court. Ce trajet passe dans ce cas par C, on a donc strictement  $d(A,B) = d(A,C) + d(C,B)$ , l'inégalité triangulaire est donc respectée. Pour lever cette ambiguïté terminologique, on utilisera souvent le terme de métrique pour le concept mathématique et celui de distance (ou mieux, de distance géographique) pour la version « molle » du concept (longueur d'un trajet).

On voit donc que la distance géographique doit plutôt se modéliser au sein d'un graphe, pour se conformer au fait qu'elle est liée à un réseau. En effet, on peut définir une vraie métrique sur les sommets d'un graphe simple non orienté, où la distance  $d(i, j)$  entre les sommets  $i$  et  $j$  est la longueur du plus court chemin allant joignant  $i$  et  $j$ . Cette longueur étant comptée en nombre d'arcs du chemin. Encore mieux, mais plus complexe, si l'on passe du graphe au réseau, on affecte alors une longueur à chaque arc. On considère alors comme espace, non plus les seuls sommets du graphe mais l'ensemble de tous les points du réseau constitué non seulement des sommets du graphe, mais aussi des points formant les lignes continues reliant les sommets. Sur cet espace complexe qu'est un réseau linéaire géographique, formé d'un ensemble de lignes continues et connectées entre elles par leurs extrémités, la distance géographique possède encore toutes les propriétés d'une métrique avec en plus, un réalisme très approché. Nous reviendrons plus loin, sur les structures de réseau géographique.

### 2.1.3 Espaces normés

Nous avons vu que les métriques, définies par des propriétés très générales, ne sont pas forcément euclidiennes, c'est-à-dire liées à un produit scalaire. Elles peuvent être construites par exemple, à partir d'une norme, ou d'une semi-norme. Rappelons qu'une norme, définie dans un espace vectoriel, sert à mesurer la longueur des vecteurs.

Formellement une norme est une application qui associe à chaque vecteur  $x$  d'un espace vectoriel  $V$ , un nombre réel positif,  $p(x)$  vérifiant les 4 propriétés élémentaires suivantes, pour tout réel  $\lambda$  et tout vecteur  $x$  de  $V$ :

- 1) Positivité :  $p(x) \geq 0$
- 2) Homogénéité :  $p(\lambda x) = |\lambda|p(x)$
- 3) Inégalité triangulaire :  $p(x + y) \leq p(x) + p(y)$
- 4) Séparation : Si  $x = 0$  alors  $p(x)=0$

Un espace vectoriel  $V$ , muni d'une norme, est appelé *espace normé*. Lorsqu'on manipule une norme particulière, toujours la même, on la note en général  $\|x\|$ . Si la quatrième propriété n'est pas vérifiée, on a seulement ce qu'on appelle une semi-norme.

Dans l'espace vectoriel  $\mathbf{R}^n$ , des vecteurs à  $n$  coordonnées réelles, un exemple classique de normes est constituée de la famille (infinie) des normes suivantes qui dépendent du paramètre réel  $p$ , et définies par :

$$\|x\|_p = \left( \sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p}$$

L'espace vectoriel, munie d'une telle norme, s'appelle espace  $l^p$ . Toute norme permet de construire immédiatement une métrique par :

$$d_p(x, y) = \|y - x\|_p$$

D'où, avec  $x$  et  $y$  qui sont deux vecteurs de coordonnées  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  et  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$  :

$$d_p(x, y) = \left( \sum_{i=1}^n |y_i - x_i|^p \right)^{1/p}$$

Cette métrique n'est euclidienne que pour  $p = 2$  où on retrouve la distance euclidienne usuelle  $d_2(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2}$ . C'est la seule métrique qui soit apte à mesurer correctement les distances entre deux points de notre espace physique quotidien, comme les mensurations d'un objet (avec  $n = 3$ ).

En plus de la valeur  $p = 2$ , quelques autres valeurs de  $p$  particulières, comme  $p = 1$  et  $p = \infty$ , fournissent des exemples d'espaces  $l^p$  non euclidiens, qui possèdent pourtant une certaine connexion avec la réalité géographique.

### **Métrique de Manhattan**

Pour  $p = 1$  la norme d'un vecteur est simplement la somme des valeurs absolues de ses coordonnées. Cela donne l'espace  $l^1$ , dont la métrique notée  $d_1$  s'écrit:

$$d_1(x, y) = \sum_{i=1}^n |y_i - x_i|$$

Est utilisée parfois en géographie sous le nom de distance de Manhattan....

### **Métrique du max**

Lorsqu'on fait tendre  $p$  vers l'infini, on peut montrer que la distance peut s'exprimer à la limite par

$$d_\infty(x, y) = \text{Sup}_{i=1, n} \{|y_i - x_i|\}$$

Ne croyons pas pour autant qu'il n'existe qu'une seule métrique euclidienne, correspondant à la géométrie, qui serait calquée sur l'espace réel. On peut en effet définir mathématiquement autant de métriques euclidiennes qu'on veut. Par exemple,

$d_\Lambda(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \lambda_i (y_i - x_i)^2}$  où la suite  $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$  de coefficients positifs  $\lambda_i$  pondère chaque dimension de l'espace, constitue une famille infinie de métriques qui sont toutes euclidiennes.

#### **2.1.4 Espaces pseudo-euclidiens**

Par contre, si on donne aux  $\lambda_i$  des valeurs qui peuvent être négatives, on risque d'obtenir une somme négative sous la racine carrée. On est amené à cette situation en théorie de la

relativité restreinte, où l'on a une pondération  $\Lambda = (1, -1, -1, -1)$ . La première dimension étant celle du temps, les trois autres, sont celles d'espace. On est alors contraint de généraliser la notion de distance aux nombres complexes. Ainsi il existe bien un produit scalaire, mais la distance entre deux points peut être imaginaire. Un tel espace sera appelé pseudo-euclidien.

***La relativité restreinte ou comment fusionner les concepts de temps et d'espace.***

Dans la théorie de la relativité (restreinte) on se place dans l'espace (dit de Minkowski) à 4 dimensions. Le **groupe de Poincaré**, est défini par le fait qu'il laisse invariant la distance  $s$  au carré de deux points (spatio-temporels), ce qui se traduit par

$$s^2 = t^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \quad (2).$$

Où les trois coordonnées d'espace  $x$ ,  $y$  et  $z$ , sont exprimées en mètres et la coordonnée  $t$ , tout en étant liée au temps **représente aussi une distance** exprimée en mètres. Elle exprime en effet le **temps-lumière**<sup>9</sup> qui est la **distance** parcourue par la lumière pendant l'intervalle de temps donné. On choisit comme unité de temps le **mètre-lumière** qui est le temps mis par la lumière pour parcourir un mètre. Avec ces unités la vitesse de la lumière  $c$  est alors égale à 1. Les quatre dimensions de l'espace de la relativité sont donc homogènes et toutes exprimées dans la même unité, le mètre. Il est fondamental en effet, pour qu'un espace ait une consistance physique, que les différentes dimensions de cet espace soient de même nature et exprimées avec la même unité. Sinon que signifierait par exemple une rotation dans cet espace?

Nous voyons ici le bouleversement épistémologique que représente cette théorie par rapport à la vision Galiléo-newtonnienne. D'abord, avec l'espace de Minkowski, nous quittons l'espace purement euclidien pour un espace pseudo-euclidien qui reste encore « linéaire » mais qui se caractérise par une distance entre deux points qui peut être réelle ou imaginaire. En effet, dans la formule (2), la grandeur  $s^2$  peut être négative, sa racine carrée qui est la distance cherchée, est alors imaginaire. Dans ce cas, cela signifie que les deux points sont inobservables l'un par l'autre, car leur distance spatiale  $l = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  est supérieure au temps-lumière  $t$  qui les sépare. Ce qui a pour effet qu'un signal lumineux lancé par l'un n'a pas le temps d'arriver à l'autre dans l'intervalle de temps  $t$ . Ensuite, la dimension temporelle  $t$ , qui était totalement séparée et indépendante des dimensions spatiales dans la théorie de Newton, devient une véritable dimension supplémentaire de l'espace dans la théorie relativiste. Ainsi, mon espace réel, celui que j'observe par mes sens, ici et dans le présent, est représenté d'après la formule (2) par une hypersurface d'équation  $s = 0$ . Pour se représenter facilement sa forme, on peut faire des coupes dans cette surface en fixant une valeur dans une dimension, on obtient alors une surface à deux dimensions, accessible à notre représentation courante. Ainsi, chaque coupe selon une valeur de  $t$  est une surface sphérique, de rayon  $t = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  centrée sur l'origine (donc sur moi qui suis l'observateur). Elle est constituée des points, dont la lumière met le temps  $t$  à parvenir à mon œil. Par exemple, lorsque je regarde le ciel la nuit, je vois simultanément le bout de mon nez ( $l = t = 0$ ) ainsi que la lune telle qu'elle était 2,5 secondes auparavant, car sa lumière a mis 2,5 secondes à me parvenir, je vois également la galaxie d'Andromède telle qu'elle était il y a 2 millions d'années car située à 2 millions d'années-lumière de moi, etc. Dans une telle conception, qui est celle de la relativité restreinte, l'univers tout entier apparaît comme un hypervolume sphérique en expansion dont le rayon augmente comme l'âge de l'univers. Si l'univers existe depuis toujours, alors sa taille est infinie. D'après le modèle standard, on pense

<sup>9</sup> Si l'on garde la seconde comme unité de temps il faut remplacer  $t^2$  par  $c^2 t^2$  dans la formule (2)

plutôt que l'univers possède une origine d'espace-temps qui lui donne actuellement un rayon de 13,7 milliards d'années-lumière.

Remarquons que les quatre coordonnées  $t, x, y, z$  que nous avons exprimées en mètres, pourraient tout aussi bien s'exprimer en unités de temps. En effet, deux observateurs obtiennent toujours la même valeur  $c$  (qui vaut 1 avec nos unités) lorsqu'ils mesurent la vitesse de la lumière dans le vide et ceci, quelle que soit la différence de vitesse entre les repères de mesure. A chaque mètre parcouru par la lumière correspond un temps d'un mètre-lumière mis pour le parcourir, quelque soit la vitesse de l'observateur qui mesure. Les coordonnées  $x, y$  et  $z$  peuvent donc aussi s'exprimer par le temps nécessaire à la lumière pour parcourir les distances correspondantes. Ainsi, dans la théorie de la relativité, **le temps est l'espace et l'espace est temps**. Néanmoins, ceci ne veut pas dire que la dimension temporelle de l'espace joue le même rôle que les trois autres dimensions spatiales. Il y a en effet une dissymétrie du temps due à son signe positif dans la formule (2), alors que les trois coordonnées d'espace ont un signe négatif<sup>10</sup>.

### ***Le concept de réalité newtonienne mis à mal par la relativité***

Contrairement à la relativité, la théorie newtonienne considère le temps comme indépendant des dimensions d'espace. L'espace newtonien est clairement tridimensionnel. Le temps apparaît comme une variable permettant de prendre en compte la dynamique. La localisation des objets est alors une fonction du temps  $t \rightarrow (X(t), Y(t), Z(t))$ . La réalité « instantanée » newtonienne, qui reste largement notre réalité intuitive, est représentée par l'état de la totalité des objets de l'espace tridimensionnel à l'instant présent  $t$ . Cette vision reste valable dans notre environnement proche, parce que les temps de parcours de la lumière sont quasi nuls. Mais pour une vision plus vaste, **cette réalité newtonienne instantanée est tout simplement inobservable** car on ne peut voir la galaxie d'Andromède telle qu'elle est dans le présent puisque sa lumière met deux millions d'années avant de nous parvenir.

### **2.1.5 Espaces de Riemann**

La version « molle » du concept de distance géographique, qui s'adapte à un terrain accidenté, peut être formalisée rigoureusement en particulier, lorsqu'on évolue dans un espace « courbé » dans lequel la géométrie euclidienne échoue. L'exemple le plus parlant est celui de la surface terrestre qu'on peut modéliser simplement par la surface d'une sphère. Pour faire des calculs, on peut plonger cet espace courbe dans un espace euclidien de dimension supérieure, mais il est possible aussi de rester dans cet espace bidimensionnel courbe et d'y construire une géométrie qui lui est propre. Celle-ci est alors très différente de la géométrie classique. Les axiomes euclidiens n'y sont plus valables, les parallèles finissent par se croiser, la somme des angles d'un triangle vaut plus que  $180^\circ$ , etc. C'est le grand mathématicien Gauss qui formalisa le premier ce type d'espace et permit à Riemann d'approfondir ce concept à travers la géométrie différentielle. On arrive ainsi à la notion d'espace **espace riemannien** qui est un espace courbe localement euclidien, donc c'est un espace assez régulier pour pouvoir confondre au voisinage d'un point sa surface avec son plan tangent. Pour faire les calculs on se base sur le fait que pour des distances infiniment petites  $ds$  on peut encore utiliser le théorème de pythagore :  $ds^2 = dx^2 + dy^2$ .

Gauss débuta ainsi à la fois une révolution mathématique en montrant qu'on pouvait très bien refuser l'axiome des parallèles d'Euclide, ainsi qu'une révolution épistémologique en

<sup>10</sup> La suite des signes + ou -, de la formule (1) constitue la signature de l'espace de Minkowski utilisé, qui est donc ici (+ - - -). Remarquons que cette signature est conventionnelle, dans la mesure où on pourrait prendre aussi, (- + + +), ce qu'à fait initialement Einstein. Mais dans ce cas, les valeurs imaginaires de la distance correspondraient aux distances observables, ce qui est moins intuitif.

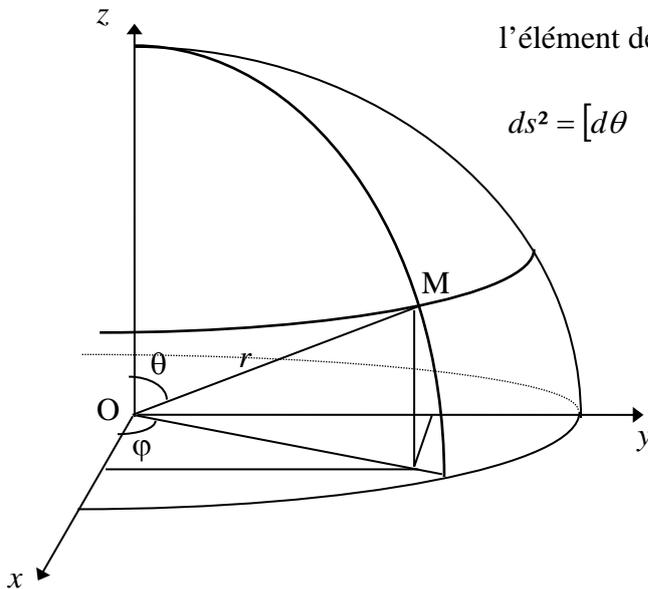
libérant l'espace de « l'apriorisme<sup>11</sup> » Kantien, qui aboutit plus tard aux conceptions de l'espace physique complètement nouvelles avec Poincaré et Einstein

Dans un espace de Riemann la notion de métrique est conservée mais ne peut plus s'appuyer sur la notion de droite qui disparaît au profit du concept plus général de géodésique. **La géodésique est la trajectoire minimale, la plus « tendue » entre deux points** de cet espace courbe. En d'autres termes, pour aller d'un point A à un point B, parmi tous les trajets continus possibles reliant A à B, celui qui est le plus court empreinte par définition une géodésique. Sur la sphère terrestre, c'est l'arc de grand cercle (donc centré au centre de la sphère) et passant par les points A et B qui correspond à la géodésique, on l'appelle aussi ligne orthodromique. Par exemple le tenseur métrique  $G$  sur une surface sphérique est donné par :

$$G = g_{ij} = \begin{bmatrix} r^2 & 0 \\ 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

l'élément de géodésique est défini par le produit :

$$ds^2 = \begin{bmatrix} d\theta & d\varphi \end{bmatrix} \times G \times \begin{bmatrix} d\theta \\ d\varphi \end{bmatrix} = r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta \cdot d\varphi^2$$



### **La relativité générale ou comment disparaît l'attraction universelle.**

Faisons un pas supplémentaire dans la physique relativiste pour franchir une autre étape conceptuelle, celle de la relativité générale qui est en fait une théorie de la gravitation. Ce concept est souvent utilisé en géographie, puisque nous utilisons souvent le modèle gravitaire (loi de Reilly) pour modéliser l'attraction qu'opèrent les villes sur l'espace qui les entoure, par exemple. Le contexte d'utilisation en géographie est évidemment très éloigné de celui de la physique relativiste, mais une bonne connaissance du modèle physique peut donner des idées pour la géographie. Nous avons vu que la relativité restreinte a créé une liaison entre le temps et l'espace, (ainsi d'ailleurs qu'une équivalence entre énergie et masse). La relativité générale construit une autre liaison fondamentale, celle qui relie la masse d'un corps à l'espace qui l'entoure. Ce lien s'appelle **champ de gravitation**. Le champ de gravitation décrit comment l'énergie associée à la masse d'un corps se traduit par une contraction de l'espace autour de lui.

<sup>11</sup> Dans la *Critique* (1781), Kant confère aux principes de Newton un fondement *a priori* par l'introduction d'une interaction généralisée : « toutes les substances, en tant qu'elles sont simultanées, sont dans une communauté générale (c'est-à-dire dans une action réciproque) ». Dans l'édition de 1787 il nuance en écrivant : « toutes les substances, en tant qu'elles peuvent être perçues comme simultanées dans l'espace, sont dans une action réciproque générale ». Cette précision devient presque choquante, car elle relie l'interaction entre les substances de l'univers à la perception humaine de la simultanéité.

La déformation étant d'autant plus importante que sa masse est grande et qu'on est proche du corps. De ce fait, la « force d'attraction », chose très mystérieuse de la théorie de Newton s'éclaire... en disparaissant. Quelle est cette fameuse force qui agit à distance entre les corps et qui fait tomber les pommes sur nos têtes? Comment se peut-il que les choses puissent agir les unes sur les autres, à distance, sans que rien ne se passe entre elles. En somme, l'attraction universelle serait-elle une interaction sans médiateur ? Cela tient-il de la magie ? Pourtant on s'en est accommodé pendant plusieurs siècles... et encore aujourd'hui, cette conception est tellement ancrée dans notre culture classique qu'on l'accepte sans réfléchir. Il a fallu attendre Einstein et la relativité générale pour supprimer cette force magique. Nous savons maintenant que tout corps en mouvement se déplace en fait « tout droit » devant lui, c'est-à-dire en suivant les lignes géodésiques de l'espace. Mais il se fait que cet espace est déformé conformément au champ de gravitation engendré par les corps qui sont présents. Les lignes géodésiques ne sont plus des droites. L'espace est un peu comme une membrane élastique tendue, déformée par la masse des objets qui s'y déplacent. Le modèle de trajectoire d'un corps obtenu par cette théorie est presque le même que celui calculé par Kepler et Newton, mais pas tout à fait. La première expérience qui démontra la supériorité de la théorie de la gravitation d'Einstein sur celle de Newton, concerne la mesure précise de l'orbite de Mercure.

Ainsi, l'espace n'est plus seulement, comme dans la théorie classique, un conteneur neutre qui préexiste aux objets qu'il contient, ces objets étant indépendants de lui. La relativité générale implique que les objets *forment* l'espace-temps en le déformant. L'espace-temps n'existerait pas sans eux. Pour reprendre l'exemple du ciel étoilé, notre univers est courbé par la totalité des masses qu'il contient, tellement courbé qu'il se referme peut-être sur lui-même.

La grande nouveauté de la relativité générale est donc *le concept de champ* qui décrit la manière dont l'espace est déformé par l'énergie de la matière. Le champ gravitationnel devient une entité indécomposable et fondatrice de la réalité physique. Mais il n'est pas le seul, on a aussi le champ électromagnétique, le champ de force nucléaire faible et le champ de force nucléaire forte. La physique fondamentale est devenue une théorie des champs. Un champ résulte d'un processus d'interaction, possédant chacune son médiateur : le photon pour l'interaction électromagnétique, qui unifie les interactions entre les charges électriques, le magnétisme et la lumière. Les bosons W pour l'interaction nucléaire faible, responsable de la désintégration  $\beta$ , son champ est limité au noyau atomique. Les gluons sont les médiateurs de l'interaction nucléaire forte qui a lieu entre les quarks, composants ultimes de la matière, décrits par la chromodynamique quantique. Enfin, le médiateur de l'interaction gravitationnelle, le graviton reste encore hypothétique.

### 2.1.6 Espaces topologiques

En géographie, l'espace représenté par le sol ne possède pas cette continuité qui permet d'utiliser des outils mathématiques comme les espaces de Riemann. Nous avons vu que bien souvent même une métrique euclidienne est encore trop contraignante. On peut alors affaiblir encore les propriétés de l'espace pour ne garder que la notion de voisinage d'un lieu, comme concept structurant de l'espace. On arrive alors à la notion d'espace topologique. Ainsi, l'ensemble des voisinages des points d'un espace constitue ce qu'on appelle la topologie de l'espace. On peut partir de la métrique (lorsqu'il y en a une) pour définir la notion de voisinage d'un point : c'est un disque centré sur ce point.  $Vois_r(x) = \{y \mid d(x, y) < r\}$ . Mais la notion de voisinage peut se définir par des propriétés générales, sans avoir nécessairement recours à une métrique. On arrive alors à la définition suivante :

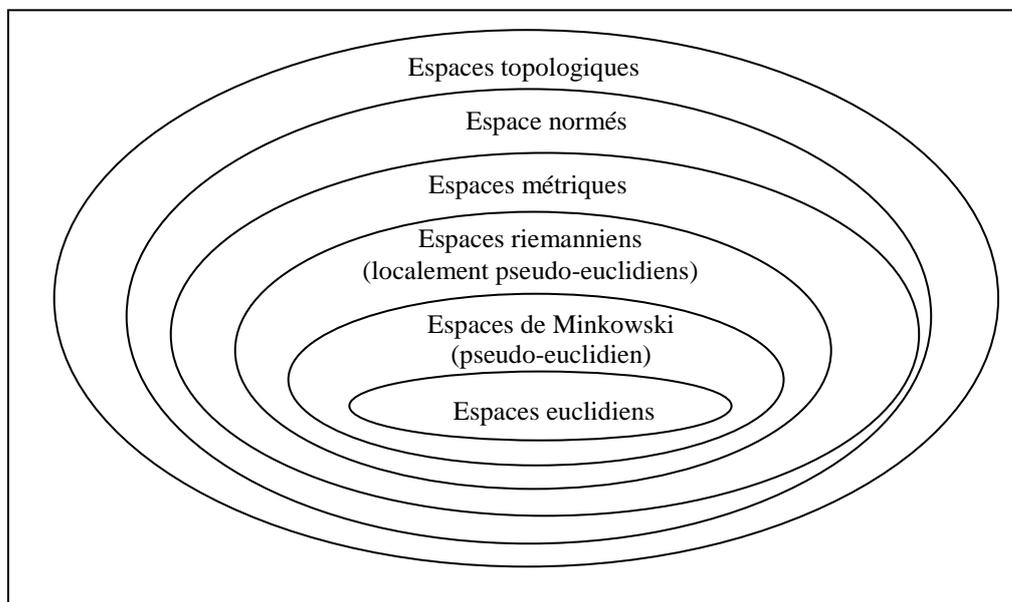
Un *espace topologique* est un ensemble *E* muni d'une famille de parties appelées *voisinages de x*, qui vérifie les propriétés élémentaires suivantes :

- tout voisinage de  $x$  contient  $x$
- tout sous-ensemble de  $E$  qui contient un voisinage de  $x$  est un voisinage de  $x$
- l'intersection d'un nombre fini de voisinages de  $x$  est un voisinage de  $x$
- pour tout voisinage  $v$  de  $x$ , il existe un voisinage  $w$  de  $x$  tel que  $v$  soit voisinage de chacun des points de  $w$ .

La notion d'espace topologique est beaucoup moins contraignante que tous les types précédents d'espace, Elle les englobe donc tous.

La notion première de voisinage dans un espace topologique  $E$  permet de reconstruire des notions familières comme celles d'ouvert et de fermé, comme la notion de frontière, d'intérieur, etc. **Un ouvert** est une partie de  $E$  qui est voisinage de chacun de ses points. **Un fermé** est une partie de  $E$  dont le complémentaire est un ouvert. On peut facilement en déduire les propriétés suivantes : L'ensemble vide  $\emptyset$  et l'ensemble  $E$  tout entier sont à la fois ouverts et fermés. Toute réunion d'ouverts est un ouvert, toute intersection d'un nombre fini d'ouverts est un ouvert. Par passage au complémentaire on en déduit que toute intersection de fermés est un fermé, toute réunion finie de fermés est un fermé. **La frontière d'une partie  $A$**  de  $E$  est l'ensemble des points de  $E$  dont tout voisinage contient au moins un point de  $A$  et un point du complémentaire de  $A$ . On peut définir ensuite la notion d'**intérieur d'une partie  $A$**  : c'est  $A$  privé de sa frontière. L'intérieur de  $A$  est toujours un ouvert. Inversement lorsqu'on réunit  $A$  et sa frontière, on obtient un fermé, appelé **fermeture de  $A$** . etc.

De proche en proche, nous avons construit un emboîtement de concepts d'espaces de plus en plus généraux dont nous aurons besoin par la suite, en particulier lorsque nous parlerons de topologie.



**figure 8. Emboîtement des concepts d'espace**

### 2.1.7 A propos de l'égalité dans un espace

Notons que tous les espaces reposent sur le concept d'ensemble. Or dans un ensemble deux éléments  $A$  et  $B$  sont égaux si ce sont deux manières différentes de désigner le même élément. Pour structurer les figures géométriques, comme une ligne polygonale, nous utiliserons la

notion de suite, par exemple une ligne polygonale peut se définir à partir de la suite de ses sommets. Dans le concept de suite, rien n'interdit de faire apparaître plusieurs fois un même élément à des rangs différents (ce qui est interdit lorsqu'on décrit un ensemble en extension, c'est-à-dire par la liste de tous ses éléments). Par exemple dans la suite de points  $(P_0, P_1, \dots, P_i, \dots, P_n)$ , tous les termes sont distincts (par leur position dans la suite) mais il se peut que certains points soient égaux s'ils désignent la même localisation. De même, pour étudier l'intersection de deux figures ou pour vérifier la propriété de planarité, on est amené à poser l'existence de points différents bien que possédant la même localisation. Par exemple lorsque deux segments  $S_1$  et  $S_2$  se coupent en  $P$  on peut attacher un point  $P_1$  au segment  $S_1$  et  $P_2$  au segment  $S_2$ , qui ont la même localisation que  $P$ . On est donc en droit d'écrire  $P_1 = P_2 = P$ . Néanmoins les points  $P_1$  et  $P_2$  sont conceptuellement et objectivement distincts (ils sont mémorisés par exemple dans des mémoires différentes au niveau informatique). Le symbole « d'égalité » représente ici, non pas l'identité, mais une relation d'équivalence entre des points qui ont même localisation et ne signifie pas qu'ils représentent forcément le même « objet ». En géométrie algorithmique on est donc amené à différencier les notions de « point » et de « localisation » dans un espace. Deux points différents peuvent avoir la même localisation, mais deux localisations différentes ne peuvent pas contenir un même point.

## 2.2 La géométrie et ses structures de données

Après cette revue des différents types d'espaces dont certains nous seront utiles par la suite, nous nous plaçons maintenant dans le contexte courant de la géomatique qui suppose (sauf mention contraire) que les informations spatiales issues de la surface terrestre sont représentées dans un espace euclidien après avoir effectué éventuellement une projection. Nous considérons alors que la surface potentielle d'altitude zéro du domaine terrestre étudié est ramenée à une portion de plan, exprimée dans un repère orthonormé dont l'axe des  $x$  est orienté vers l'est, l'axe des  $y$  vers le nord et l'axe des  $z$  (s'il y a lieu) orienté à la verticale vers le haut. Nous sommes alors dans un contexte de géométrie plane (2D), ou éventuellement volumique (3D) mais le plus souvent, on se situe dans un modèle intermédiaire, appelé modèle en élévation ou  $2D\frac{1}{2}$ . Examinons comment les informations spatiales sont modélisées mathématiquement, puis à quelles structures de données elles donnent naissance pour les traitements informatiques.

La géométrie décrit en général les limites des objets par ses différents contours. Pour un objet surfacique, chaque contour est le plus souvent représenté par un polygone fermé, qu'on peut représenter par la suite des coordonnées de ses sommets. Un objet surfacique peut être constitué de  $n$  parties disjointes qui seront décrites par  $n$  contours extérieurs. Dans chaque partie connexe, il peut y avoir des trous qui sont décrits par des contours internes. Il faut pouvoir distinguer les contours internes des contours externes, en particulier pour les calculs de surfaces et pour les algorithmes de localisation (un point  $P$  appartient-il à l'objet  $Q$  ?), ce qui nécessite de structurer les différents contours dans une structure d'arbre plus ou moins complexe. Ce choix descriptif, appelé *description vectorielle* de la géométrie, tend à définir l'objet par sa forme, ses limites. Son contenu se construit ensuite en identifiant quels sont les grains intérieurs aux limites. Mais on pourrait aussi définir l'objet d'abord par son contenu et en déduire ensuite ses limites par agrégation des grains de contenu souhaités. Une telle description (dite *raster* ou *image*) est caractéristique du traitement d'image, où un objet sera défini par un ensemble de pixels, c'est-à-dire par son intérieur, et non par ses limites. Une troisième manière de décrire la géométrie est la description par *maillage* de l'espace, qui est intermédiaire entre les deux précédentes. Cette description présente l'avantage de pouvoir décrire l'espace géographique de manière continue, sans nécessairement différencier des objets. Cela est utile lorsqu'on dispose d'une information spatiale quantitative (altitude, température, etc.) mesurée en certains points de l'espace (les nœuds du maillage). Néanmoins, cette information est continue dans la réalité,

c'est-à-dire qu'elle existe en tout point de l'espace. Le maillage permet alors de définir une interpolation spatiale, c'est-à-dire une fonction continue par morceaux (chaque morceau étant un élément de surface, une maille), avec des conditions de continuité aux bords de chaque morceau ainsi qu'aux bords du domaine. Dans une telle représentation, le découpage en objets spatiaux peut alors se faire soit par délimitation de courbes de niveaux (isolignes), soit par une étude morphologique de la surface par la mise en évidence de singularités : minima locaux, sommets, crêtes, thalwegs, cols. On construit les objets morphologiques en les structurant autour de ces singularités : réseaux d'écoulement, plateaux, pentes, monts, bassins, etc.

### 2.2.1 Structures planes

#### *Structuration des points*

Un point  $P$  est décrit par ses coordonnées  $(x, y)$  cartésiennes dans un repère orthonormé (qui reste en général implicite). Un ensemble quelconque de points (un semis) est mémorisé dans un tableau de coordonnées (ou une table, si on utilise une base de données) du type :

```
TPoint2D = record
  x, y : real
end;
```

```
TSemisDePoints2D = array of TPoint2D;
```

Si  $Pts$  est une variable de type  $TSemisDePoints2D$ , la notation  $Pts[i].x$  désigne l'abscisse du  $i^{\text{ème}}$  point du tableau  $Pts$ .

On associe éventuellement à un point une élévation  $z$ . Rappelons qu'on exprime parfois un point dans d'autres systèmes de coordonnées, comme les coordonnées cylindriques : rayon  $r$  et angle  $\alpha$ , avec la relation de passage  $\begin{cases} x = r \cos \alpha \\ y = r \sin \alpha \end{cases}$  ce qui peut être utile pour modéliser un point

mobile par une succession de petits vecteurs de déplacement, exprimés dans un repère mobile attaché au point et exprimés en coordonnées cylindriques : un pas de déplacement  $r$  et un angle de déplacement  $\alpha$  par rapport au vecteur précédent (pris comme axe des  $x$  du repère mobile). Cette manière de modéliser la position d'un point mobile s'appelle « tortue graphique ». Il y a alors un repère cartésien fixe de référence pour définir le domaine et un repère mobile attaché à chaque mobile du domaine.

#### *Structuration des lignes polygonales*

La géométrie des lignes s'appuie sur celle des points. Pour exprimer qu'une ligne  $L$  contient potentiellement une infinité de points, on utilise un paramètre  $\lambda$  qui varie dans un certain intervalle réel et une fonction  $f$  qui associe à chaque valeur de  $\lambda$  un point unique  $P = f(\lambda)$  de la ligne  $L$ .

La plus simple des lignes est le segment de droite. Il est entièrement déterminé par la donnée de deux points  $P_1$  et  $P_2$  qui sont ses sommets extrémité. Le segment est alors l'ensemble de tous les points  $P$  vérifiant :  $P = (1 - \lambda)P_1 + \lambda P_2$  où  $\lambda$  varie dans l'intervalle réel  $[0, 1]$ . On voit que si  $\lambda$  est nul,  $P = P_1$ , si  $\lambda = 1$  on a  $P = P_2$ , et si  $\lambda$  est intermédiaire, le point  $P$  est intérieur au segment, et ses coordonnées valent  $\begin{cases} x = (1 - \lambda)x_1 + \lambda x_2 \\ y = (1 - \lambda)y_1 + \lambda y_2 \end{cases}$

En mettant bout à bout plusieurs segments, on construit une ligne polygonale. Le modèle paramétrique en découle directement : Une ligne polygonale est entièrement déterminée par la donnée de la suite<sup>12</sup> de ses sommets numérotée à partir de zéro :

$$L = (P_0, P_1, \dots, P_i, \dots, P_n)$$

La ligne est définie par l’ensemble des points  $P = (x, y)$  associés au paramètre  $\lambda$  varie dans l’intervalle réel  $[0, n]$  et vérifiant :

$$P = (1 - \alpha)P_i + \alpha P_{i+1}$$

où  $\alpha = Dec(\lambda)$  est la partie décimale de  $\lambda$  et  $i = Ent(\lambda)$  sa partie entière.

Le paramètre  $\lambda$  vaut 0 lorsque  $P$  coïncide avec  $P_0$  et  $n$  quand il coïncide avec  $P_n$ . Lorsque  $\lambda$  correspond à une valeur entière  $i$  il coïncide avec un sommet  $P_i$ . Sinon, il se trouve sur un point quelconque de la ligne, à l’intérieur d’un segment.

#### **Contrainte** de planarité d’une ligne.

En géomatique, il faut éviter qu’une même localisation soit définie de plusieurs manières, présentant alors une certaine ambiguïté. Ceci peut arriver pour une ligne si elle se recoupe elle-même. Dans ce cas, à une telle intersection, deux valeurs distinctes du paramètre  $\lambda$  sont associées à la même localisation. Pour vérifier qu’il n’y a pas de recoupement, une méthode doit vérifier pour chaque paire de côtés distincts  $[P_i, P_{i+1}[$  et  $[P_j, P_{j+1}[$  qu’ils ne s’intersectent pas. Nous appelons *planarité* d’une ligne sa propriété de ne pas se recouper elle-même.

#### **Contrainte de fermeture** d’une ligne

Nous pouvons avoir aussi besoin d’une autre propriété, dite de *fermeture* et qui consiste à faire coïncider le point initial  $P_0$  avec le point final  $P_n$ .

Ces deux propriétés, planarité et fermeture, vont nous permettre de pouvoir utiliser une ligne pour délimiter une surface connexe. Mais avant d’y venir, nous pouvons modéliser la notion de ligne polygonale par les structures suivantes, d’abord celle de rectangle englobant (TRect2D), puis celle de ligne polygonale (CLignePolygonale2D):

```

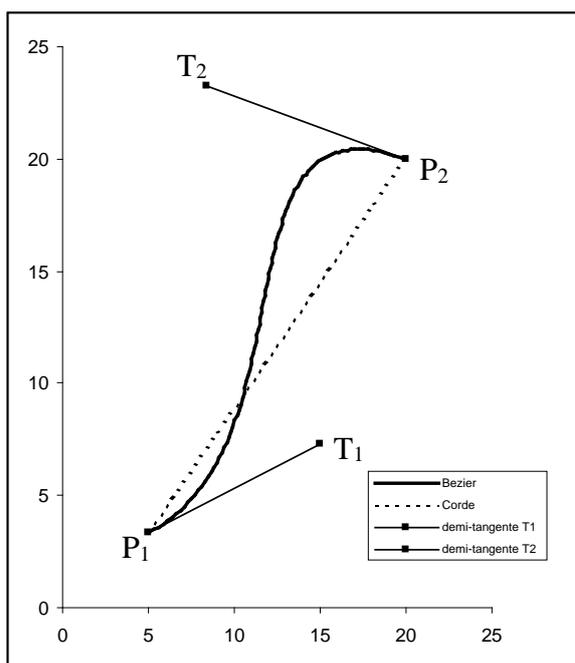
TRect2D = record
  Xmin, Ymin, Xmax, Ymax: real;
End ;

CLignePolygonale2D = class
  Sommets : array of TPoint2D; // la suite des sommets
  Z : array of real; // élévations éventuelles
  nS : integer; // nombre de segments, numérotés de 0 à nS-1
  // les sommets et les Z sont numérotés de 0 à nS
  BoiteEnglobante: TRect2D // le rectangle englobant la ligne
  Lambda : real; // paramètre de position, varie de 0 à nS
  P(lambda : real) : TPoint2D; // Point d'abscisse curviligne Lambda
Function Longueur(Lambda : real) : real; // longueur de la ligne
  // entre P(0) et P(Lambda)
Function Elevation(Lambda: real): real;
Function AbsCurv(Long: real): real; // renvoie lambda pour une
  // longueur donnée
Function EstPlanaire : boolean
Function EstFermee : boolean

```

<sup>12</sup> Une suite est ordonnée, contrairement à un ensemble

End ;



### Structuration des lignes courbes (modèle de Bézier)

Un segment de Bézier dans le plan permet de tracer une courbe, comme par exemple avec le logiciel de dessin Adobe Illustrator©. Cette figure se définit à partir de deux points extrémité  $P_1$  et  $P_2$  et deux autres points  $T_1$  et  $T_2$  appelés demi-tangentes. La figure ci-dessous montre un exemple de segment de Bézier.

figure 9. Tracé (sous Excel) d'un segment de Bézier

On peut ensuite, associer plusieurs segments de Bézier en raccordant à la fois une extrémité ( $P_1$  ou  $P_2$ ) et la demi tangente correspondante ( $T_1$  ou  $T_2$ ) avec une extrémité de l'autre segment et sa demi-tangente correspondante, de préférence dans la même direction pour qu'il n'y ait pas de discontinuité de pente.

La représentation paramétrique de cette courbe est donnée par la formule suivante :

$$P(\lambda) = (1 - \lambda)^3 P_1 + \lambda^3 P_2 + 3\lambda(1 - \lambda)^2 T_1 + 3\lambda^2(1 - \lambda) T_2$$

Lorsque le paramètre  $\lambda$  varie entre 0 et 1 le point  $P(\lambda) = \begin{pmatrix} x(\lambda) \\ y(\lambda) \end{pmatrix}$  varie entre  $P_1$  et  $P_2$  en décrivant la courbe continue tangente aux vecteurs  $\overrightarrow{P_1 T_1}$  et  $\overrightarrow{P_2 T_2}$  comme sur la figure 9.

Les lignes courbes sont peu utilisées en géomatique, car elles entraînent des calculs complexes pour les mesures de surfaces, de périmètres, pour calculer des intersections, pour savoir si un point est dans une zone, etc. On préfère discrétiser les lignes pour en faire des lignes polygonales pour lesquelles les traitements sont plus simples et plus rapides.

### Les surfaces planes

Une *surface polygonale simple* est représentée par une ligne polygonale fermée non croisée, qu'on appelle son contour ou son bord. Cette représentation est suffisante pour représenter la plupart des parcelles et portions de territoires utilisées en géographie, mais on rencontre néanmoins assez souvent des surfaces géographiques non connexes ou qui possèdent des trous. On est donc amené à envisager des structures géométriques plus complexes pour s'adapter à tous les cas de figure. Ainsi, nous appelons *zone*, une surface plane constituée de plusieurs contours polygonaux fermés et non croisés en eux-mêmes et dans leur ensemble. Une zone, peut être définie par un seul contour si elle est pleine, mais elle peut aussi avoir des

contours internes délimitant des trous, ou avoir plusieurs contours externes si elle n'est pas connexe (pensons aux limites d'un département breton qui possède des îles). Nous verrons dans les structures topologiques qu'un contour peut lui-même être découpé en plusieurs morceaux, lorsqu'ils sont associés aux arcs d'un graphe.

**Contrainte d'orientation :** les contours sont enregistrés dans le sens trigonométrique positif s'ils sont externes et dans le sens négatif s'ils sont internes (ainsi un observateur qui se déplace le long d'un contour, dans le sens d'enregistrement des points, voit toujours l'intérieur de la zone à sa gauche. Cette précaution permet un calcul de surface plus facile (les pleins correspondent à des surfaces positives et les trous à des surfaces négatives. La surface de la zone est alors la somme des surfaces (algébriques) associées à tous les contours de la zone.

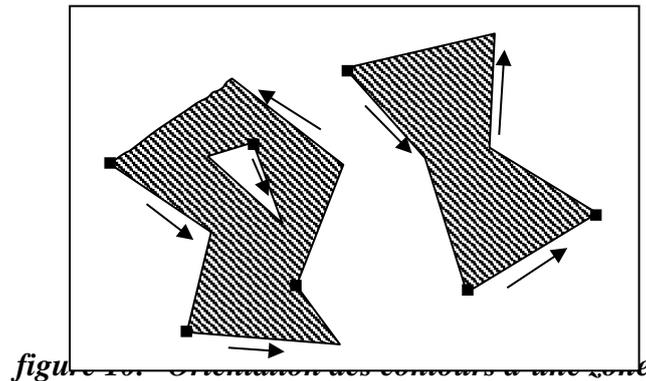


figure 2.01 Orientation des contours d'une zone

Nous définirons plus loin (dans la partie topologie) les structures de données associées aux zones. Elles dépendent des différentes formes d'organisation spatiales d'un ensemble de zones. Un ensemble de zones doit être organisé c'est-à-dire répondre à certaines règles ou contraintes entre celles-ci. Il est très rare en effet, d'avoir à manipuler un ensemble de zones totalement inorganisées, où plusieurs zones peuvent avoir des parties communes, où des lieux peuvent être couverts par aucune zone, etc. En géographie, on utilise couramment fréquemment trois types d'organisation zonale : - **ensemble zonal disjonctif** formé de zones essentiellement disjointes, - **ensemble zonal adjonctif** formé de zones adjacentes, - **ensemble zonal conjonctif** formé de zones emboîtées. Par exemple un ensemble zonal disjonctif peut servir à représenter les emprises de bâtiments dans un cadastre, car les bâtiments sont à priori sans contact les uns avec les autres. Parfois deux bâtiments peuvent être mitoyens, mais en aucun cas ils peuvent s'interpénétrer. L'ensemble des communes d'un département peut être pris comme exemple typique d'un ensemble zonal adjonctif. Les communes sont adjacentes à d'autres communes et ne peuvent se chevaucher, de plus la réunion des communes constitue le territoire exact du département. C'est pratiquement une partition de l'espace du département. Une autre forme de partition zonale fréquente qui donne alors un ensemble zonal conjonctif, résulte des zones situées entre des contours emboîtés les uns dans les autres. L'exemple le plus parlant est celui d'un réseau d'isolignes, comme les courbes de niveau d'un terrain. Ces deux types de partitions zonales se distinguent par le fait que dans le premier cas, deux contours peuvent avoir une partie commune (s'ils sont adjacents), alors que dans le deuxième c'est interdit, par contre ils peuvent être emboîtés ce qui n'arrive pas dans le premier cas (ou exceptionnellement).

### 2.2.2 Le modèle en élévation ( $2D^{1/2}$ )

L'espace bidimensionnel (et son repère implicite) est celui qui permet de localiser les objets et les lieux par des coordonnées  $(x, y)$ , de décrire leur forme extérieure (limites), mais aussi parfois d'en décrire la forme intérieure, par l'élévation  $(z)$  associée à chaque point  $(x, y)$ . Par exemple lorsqu'on décrit un terrain avec son relief.

Nous pouvons aussi utiliser un espace tridimensionnel. Nous devons faire la différence entre un modèle géométrique purement volumique (de dimension 3, appelé souvent modèle 3D) et un modèle géométrique de terrain (noté souvent 2D½ ou modèle en élévation). En effet, dans un modèle 3D, on se situe dans un espace affine<sup>13</sup> de dimension 3. Les points sont donc repérés par des triplets de coordonnées  $(x, y, z)$  indépendants. Par exemple, dans un tel espace, la surface sphérique de rayon  $r$  centrée à l'origine est définie par l'ensemble des points  $P = (x, y, z)$  qui vérifient :  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ . Cette sphère se projette sur le plan horizontal  $z = 0$  en un cercle (aussi de rayon  $r$ ). On sait alors qu'une droite verticale passant par un point quelconque  $(x, y)$  intérieur au cercle, traverse la sphère en deux points distincts de hauteur  $z$  et  $-z$ , vérifiant  $z = \pm\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}$ . Dans un modèle en élévation (2D½), on se situe dans un espace à deux dimensions (un plan) et pour modéliser le relief, on construit une fonction qui associe à tout point  $(x, y)$  du plan une valeur  $z$ , qui représente l'élévation de ce point. Le relief apparaît alors comme un attribut de l'espace et non comme une véritable dimension. Avec ce modèle on ne peut modéliser qu'une demi sphère, par exemple :  $z = \sqrt{r^2 - x^2 - y^2}$ . Dans ce modèle d'espace, on est incapable de faire la différence entre un croisement de deux routes au même niveau et un croisement par l'intermédiaire d'un pont, puisque chaque lieu n'est défini que par une seule élévation. Néanmoins, pour la modélisation d'un terrain, le modèle 2D½ est suffisant pour la grande majorité des applications. Il a l'avantage d'être simple et économe en mémoire. En effet sa structure de données peut se définir par un simple tableau à deux indices (une grille d'altitudes) et une méthode d'interpolation (décrite par la fonction `Elevation`) qui permet d'évaluer l'élévation d'un point quelconque du domaine. Cela peut se traduire par la structure suivante (CMNT comme Classe des objets de type MNT) :

```
CMNT = class
  Grid : array [0..iMax, 0..jMax] of real; //la grille d'altitudes
  Xmin, Ymin, Xmax, Ymax: real;           //le domaine géographique
  pasX, pasY: real;                       //les pas de la grille
  Function Elevation(x,y:real):real;     //la fonction d'interpolation
End;
```

On pourrait aussi ajouter des angles d'inclinaison des axes, mais cette pratique étant très rare, nous ne compliquerons pas la présentation ici. Les coordonnées géographiques et l'altitude d'un point  $(i, j)$  de la grille sont définies par les instructions suivantes:

```
Xi := Xmin + i*PasX
Yj := Ymin + j*PasY
Zij := Grid[i, j]
```

Lorsqu'on se donne un point géographique  $P=(x, y)$  quelconque (mais appartenant au domaine), la fonction `Elevation` calcule son altitude de la manière suivante. Il faut d'abord trouver le carreau de la grille qui contient ce point : il est entre les points  $(i, j)$  et  $(i+1, j+1)$  qui contient  $(x, y)$  et qui sont donnés par :

```
u := (X-XMin)/PasX
v := (Y-Ymin)/PasY
i := Ent(u)
j := Ent(v)
```

<sup>13</sup> Rappelons qu'un espace euclidien  $E^n$  est un espace vectoriel, qui est un *ensemble de vecteurs*. L'exposant  $n$  indique la dimension de l'espace. Il est dit *euclidien* car il est muni d'un *produit scalaire* (qui associe à deux vecteurs un nombre réel) à partir duquel on construit la notion de longueur d'un vecteur  $X$  (ou norme de  $X$ , notée  $\|X\|$ , qui doit être positive ou nulle) et une métrique  $d(X, Y) = \|Y-X\|$ . Un espace affine est un ensemble de points, il est associé à un espace vectoriel. L'espace physique (classique) qui nous entoure se modélise par un *espace affine* associé à  $E^3$ . Chaque point est défini par ses coordonnées par rapport à un repère  $(O, X, Y, Z)$  où  $O$  est le point origine et  $(X, Y, Z)$  est une base de  $E^3$ . Il est associé à l'espace *euclidien*  $E^3$  car tout vecteur  $V$  de  $E^3$  définit une translation, qui transforme chaque point  $P$  en un point  $P'$  unique.

$$\begin{aligned} dx &:= \text{Dec}(u) \\ dy &:= \text{Dec}(v) \end{aligned}$$

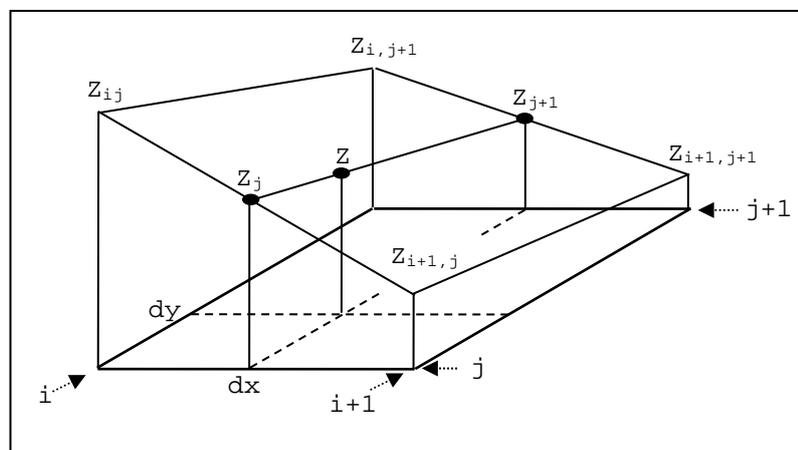
où  $\text{Ent}(u)$  représente la partie entière et  $\text{Dec}(u)$  la partie décimale de  $u$ .  $dx$  et  $dy$ , représentent alors les coordonnées du point P relatives au repère local du carreau  $(i, j)$  (voir figure 11). Le calcul de l’altitude  $Z$  de P peut se faire par interpolation linéaire entre les quatre points du carreau de la grille qui contient P.

On interpole d’abord le long de la ligne  $j$ , ce qui donne  $Z_j$  puis le long de ligne  $j+1$ , ce qui donne  $Z_{j+1}$ , enfin on interpole sur la ligne entre  $Z_j$  et  $Z_{j+1}$  pour avoir la valeur finale  $Z$  qui est renvoyée par la fonction Elevation:

$$\begin{aligned} Z_j &:= (1-dx) * Z_{i,j} + dx * Z_{i+1,j} \\ Z_{j+1} &:= (1-dx) * Z_{i,j+1} + dx * Z_{i+1,j+1} \\ Z &:= (1-dy) * Z_j + dy * Z_{j+1} \end{aligned}$$

L’inconvénient de ce type d’interpolation est d’une part l’aspect anguleux de la surface obtenue, d’autre part la relative complexité de la surface d’interpolation d’un carreau qui n’est pas plane (sauf configuration particulière).

L’aspect anguleux, pour être supprimé demande de réaliser une interpolation non linéaire de manière à ce que les facettes aient les mêmes plans tangents sur les bords de raccordement communs. Il existe de nombreuses méthodes, qui demandent toutes beaucoup de calculs, comme les splines ou les courbes de Bézier. Elles sont utilisées notamment en CFAO pour concevoir les carrosseries de voitures ou d’avions qui doivent avoir un aspect très lisse [LEO91]. Mais les surfaces géographiques étant si peu régulières, il n’est pas justifié de faire une interpolation plus qu’une autre. Autant choisir alors la plus simple, qui est l’interpolation linéaire.



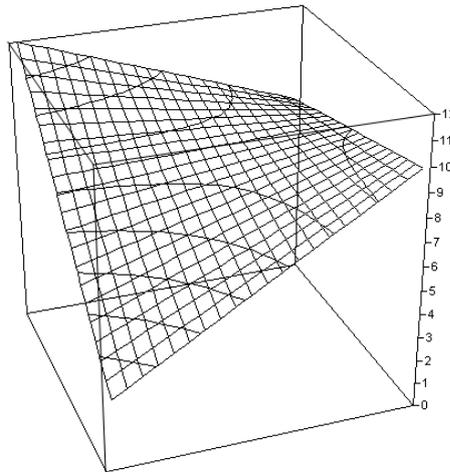
**figure 11. Interpolation linéaire de surface**

En ce qui concerne l’aspect non plan de la surface du carreau, la méthode d’interpolation (regarder la figure 11) montre comment elle est construite : Il suffit de faire « glisser » la « règle »  $[Z_j, Z_{j+1}]$  le long des segments  $[Z_{i,j}, Z_{i+1,j}]$  et  $[Z_{i,j+1}, Z_{i+1,j+1}]$  pour engendrer toute la surface. D’où le nom de surface réglée. Cette surface n’étant pas plane, certains calculs sont assez complexes, comme le calcul d’une courbe de niveau  $h$  qui est une hyperbole (voir figure 12). Ces opérations deviennent assez lourdes lorsqu’on doit les répéter sur tous les carreaux du domaine. On peut montrer que dans le carreau  $(i, j)$  l’équation de cette hyperbole de niveau  $h$  est donnée par :

$$y = \frac{h - ax - z_{ij}}{bx + c} \quad \text{où} \quad \begin{cases} a = z_{i+1,j} - z_{ij} \\ b = (z_{i+1,j+1} - z_{i,j+1}) - (z_{i+1,j} - z_{ij}) \\ c = z_{i,j+1} - z_{ij} \end{cases}$$

Elle possède les deux asymptotes suivantes :

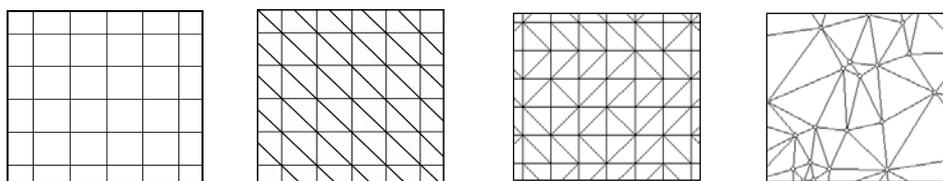
$$\begin{cases} x = -\frac{c}{b} \\ y = -\frac{a}{b} \end{cases}$$



**figure 12. surface réglée avec courbes de niveau**

Pour simplifier encore la modélisation des surfaces en élévation, on se ramène souvent à des facettes planes. Il faut alors organiser les points selon une triangulation du domaine. Lorsque les données sont fournies sous forme de grille, comme ci-dessus, il convient de partager chaque carreau en deux triangles rectangles. Au moins deux types d'organisation sont possibles. Soit on choisit toujours la même diagonale pour tous les carreaux, soit on choisit la meilleure diagonale pour un certain critère. Par exemple, si on utilise le modèle de surface dans un contexte hydrologique, on choisit la diagonale la plus basse (mesurée en son centre), de manière à éviter de créer des barrières à l'écoulement qui sont des artefacts. Dans le cas de triangles rectangles, la méthode d'interpolation reste inspirée de la méthode précédente adaptée au triangle rectangle. Considérons un triangle  $ABC$  rectangle en  $A$ , avec  $AB$  parallèle aux  $x$  et  $AC$  aux  $y$ , tous deux de longueurs 1. La formule d'interpolation pour calculer l'élévation  $z$  d'un point  $P = (x, y)$  intérieur au triangle  $ABC$  est alors:

$$z = (1-x)(1-y)z_A + (1-x)yz_B + xz_C$$



carrés

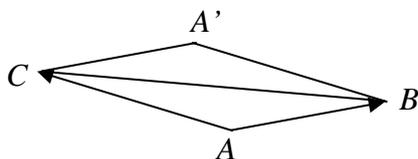
Triangles rectangles homogènes	triangles rectangles hétérogènes (hydrologie)	triangulation de Delaunay
--------------------------------------	--	------------------------------

**figure 13. Maillage simple d'un domaine**

On peut aussi utiliser une autre méthode, un peu plus complexe mais qui a l'avantage d'être plus générale, car elle s'applique aux triangles quelconques. En effet, il arrive souvent que les altitudes soient connues sur un semis de points quelconques. Par exemple, c'est ce qu'on obtient lorsqu'on numérise un semis de points à partir des courbes de niveau d'une carte topographique. Après triangulation du domaine par une méthode de triangulation (la méthode de Delaunay étant optimale car elle minimise la granularité [BOI95], mais nous reviendrons plus loin sur les maillages de l'espace), on obtient un maillage en triangles irréguliers (TIN) dont les sommets sont le semis initialement saisi.

### **Retour sur une méthode élémentaire de calcul géométrique**

Avant de calculer l'élévation d'un point quelconque situé dans un triangle du maillage, nous devons rappeler une méthode élémentaire de calcul. Cette méthode utilise des opérations géométriques qui sont à la base de beaucoup de calculs en géomatique, et plus généralement en géométrie algorithmique. Nous présentons rapidement ces méthodes élémentaires car elles ne sont malheureusement pas enseignées dans l'enseignement secondaire (et généralement pas par la suite non plus...). Par exemple, tout lycéen à qui l'on demande de trouver l'aire d'un triangle, dira qu'il faut multiplier la base par la hauteur et diviser le tout par 2. C'est vrai... Mais il y a une difficulté à utiliser ce calcul dans la réalité et particulièrement en géomatique, car en général on ne connaît ni la hauteur ni la base, et leur évaluation à partir des coordonnées des sommets demande des calculs assez long. En fait, calculer la surface d'un triangle est beaucoup plus simple quand on utilise une opération appelée *déterminant*, (qu'on appelle aussi *produit en croix*) :



Soit un triangle  $ABC$  quelconque. On peut aussi le représenter par deux vecteurs :  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ . Ces deux vecteurs déterminent un quatrième point  $A'$ , par translation de  $B$  selon  $\overrightarrow{AC}$ . On obtient un parallélogramme  $ABA'C$  dont on peut calculer facilement l'aire à partir des coordonnées des 3 points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

Prenons un repère local d'origine  $A$ . Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  ayant pour coordonnées respectives  $(x_B, y_B)$  et  $(x_C, y_C)$ , l'aire du parallélogramme est alors donnée par :

$$\text{Aire}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = |x_B y_C - x_C y_B| \quad (1)$$

L'expression de droite est mise en valeur absolue pour garantir une valeur positive à l'aire du parallélogramme, mais il peut être utile de connaître aussi le signe de cette expression car il

correspond à l'orientation de l'angle des deux vecteurs, (par rapport au sens trigonométrique). C'est cette expression qu'on appelle *déterminant de deux vecteurs* et qu'on note :

$$\text{Det}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = x_B y_C - x_C y_B$$

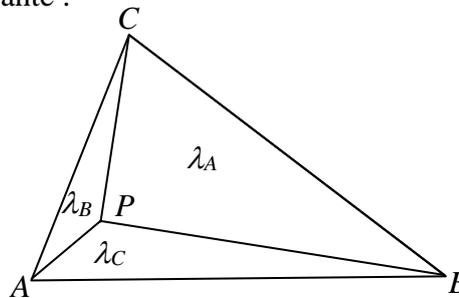
Comme l'aire du triangle  $ABC$  est la moitié de celle du parallélogramme, on en déduit immédiatement l'aire du triangle. Nous avons avantage à généraliser la notion « d'aire absolue » comme définie en (1) en *aire algébrique*, en utilisant la formule (2) sans valeur absolue, ce qui donne simultanément l'aire précédente (par sa valeur absolue) et l'orientation (par son signe). Nous écrivons alors :

$$\text{Aire}(ABC) = \frac{1}{2} \text{Det}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{x_B y_C - x_C y_B}{2} \quad (2)$$

### Calcul de l'élévation d'un point dans une triangulation quelconque

Appliquons maintenant ceci au calcul de l'élévation dans un triangle quelconque  $ABC$  dont les sommets ont les élévations  $z_A$ ,  $z_B$  et  $z_C$ . On utilise la technique des *coordonnées barycentriques*. A tout point  $P$  du plan, on associe trois nombres,  $\lambda_A$ ,  $\lambda_B$  et  $\lambda_C$  relativement au triangle  $ABC$  et définis de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta = \text{Aire}(ABC) \\ \lambda_A = \frac{\text{Aire}(PBC)}{\Delta} \\ \lambda_B = \frac{\text{Aire}(PAC)}{\Delta} \\ \lambda_C = \frac{\text{Aire}(PBA)}{\Delta} \end{array} \right.$$



On remarque d'abord qu'on a nécessairement par construction :

$$\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C = 1$$

Ce qui permet de calculer rapidement un coefficient connaissant les deux autres. De plus, si ces trois nombres sont strictement compris entre 0 et 1, alors le point  $P$  est intérieur au triangle. Si la coordonnée barycentrique d'un sommet est nulle,  $P$  se trouve sur le côté opposé, par exemple, si  $\lambda_A = 0$ , alors  $P$  se trouve sur le côté  $BC$ . Si deux coordonnées sont nulles,  $P$  est égal au troisième sommet, par exemple, si  $\lambda_A = \lambda_B = 0$ , alors  $P=C$ . Enfin si une des coordonnées au moins est négative, alors le point  $P$  est extérieur au triangle. Donc ces coordonnées permettent de décider facilement si un point  $P$  est dans un triangle ou non. Pour finir, cette méthode nous permet d'interpoler linéairement l'élévation du point  $P$  intérieur au triangle, de façon très simple par :

$$z_P = \sum_{S \in \{A, B, C\}} \lambda_s z_s = \lambda_A z_A + \lambda_B z_B + \lambda_C z_C$$

Un calcul d'élévation par cette méthode demande 18 opérations arithmétiques élémentaires, ce qui est à peine supérieur au cas particulier où les triangles sont rectangles.

Nous ne développerons pas tout de suite les différentes méthodes de maillage qu'on peut appliquer à un domaine spatial. Nous n'avons abordé ici que les cas simples utilisés pour interpoler la troisième dimension dans un MNT. Nous aborderons le problème général du maillage dans l'organisation topologique de l'espace.

Nous avons décrit comment modéliser en  $2D\frac{1}{2}$  la surface du sol qui est un continuum spatial contenant potentiellement une infinité de points. Nous avons construit pour cela la structure de données `CMNT`, qui modélise ce continuum forcément par un nombre fini d'informations : les points d'appuis de la grille dont on connaît l'élévation (stockés dans le tableau `GRID`) et une méthode d'interpolation (la fonction `Elevation`) permettant d'en déduire l'élévation d'un point quelconque  $P = (x, y)$ .

Avant de passer à la modélisation du contenu matériel de l'espace, à travers les objets, il nous reste à décrire la géométrie de l'enveloppe extérieure de ces objets. Que ces objets soient décrits en projection plane (2D) ou en élévation ( $2D\frac{1}{2}$ ), ils restent surfaciques donc décrits dans l'espace bidimensionnel. Même si la modélisation volumique 3D prend de plus en plus d'importance dans quelques domaines où elle se justifie (notamment en aménagement urbain), cette dernière est encore très minoritaire dans la plupart des applications géomatiques et des simulations géographiques et nous ne la décrivons pas ici.

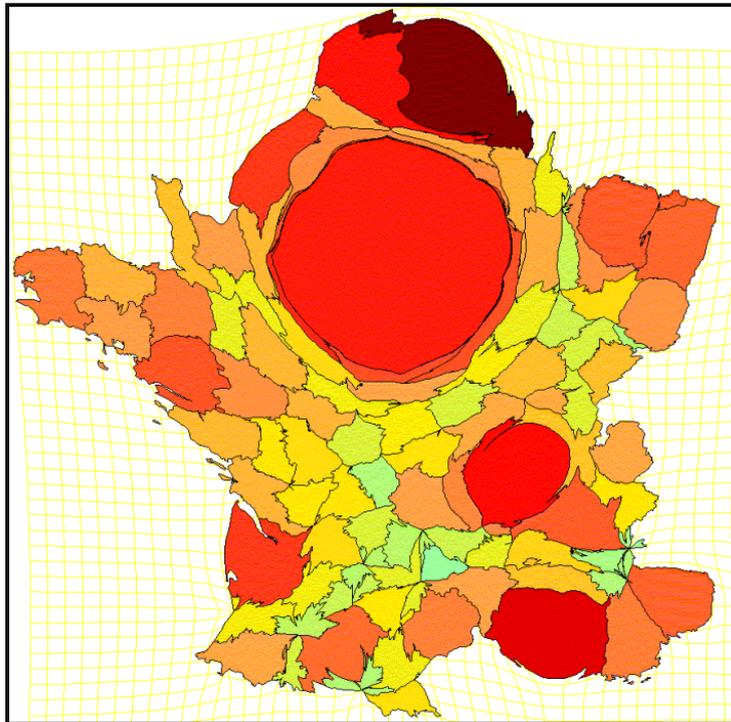
Un objet, avant de devenir géographique, est d'abord géométrique. Il se modélise donc par des ensembles de points vérifiant certaines propriétés caractéristiques, un tel ensemble s'appelle une figure. On les regroupe selon trois types dimensionnels classiques, les points (dimension nulle), les lignes (dimension 1, ce qui signifie qu'on peut les décrire par un seul paramètre) et les surfaces (de dimension 2, décrits par deux paramètres).

### 2.2.3 Espace non euclidien, anamorphoses et champ de gravitation

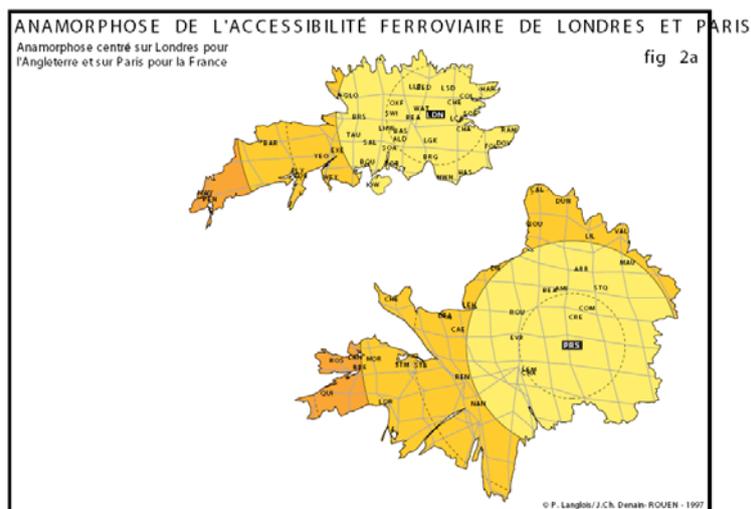
Nous avons utilisé cette idée du champ de gravitation en géographie pour représenter des cartes en anamorphose [LAN03]. Mais il ne faut jamais plaquer directement à un autre domaine, une théorie qui est valide dans un domaine donné. Nous nous servons seulement d'une vague analogie au niveau des concepts, et nous reconstruisons une théorie adaptée aux hypothèses du nouveau domaine.

Ainsi, en géographie, l'espace matériel n'est pas homogène, mais pas pour les mêmes raisons qu'en physique. L'espace géographique est perçu bien souvent comme le temps qu'on met à le parcourir. Dans ce cas, comme pour la relativité, on est tenté de représenter la distance avec le temps de parcours. Cela aboutit à une première forme de cartographie par anamorphose, dite vectorielle, car associée à un champ vectoriel de déformation appliqué à tout l'espace. En effet, on dispose d'un semis de points (les villes d'un réseau routier, les stations d'un réseau de transport, etc.) à partir d'un point particulier (une ville de référence, qui sert de point de départ des déplacements), on calcule des distances déformées aux autres points pour les rendre proportionnelles aux temps de parcours, selon un mode de transport donné. On associe alors à chacun des points un vecteur de déformation. Par continuité de l'espace autour des points, on calcule aussi, par interpolation, les vecteurs de déformation en tout point de l'espace. On a donc créé un champ vectoriel de déformation sur tout l'espace de la carte. Ce champ va permettre de calculer la déformation de tout l'espace de la carte et donner ainsi le résultat de l'anamorphose. Dans le second type d'anamorphose, dite scalaire, nous voulons exprimer par une carte les valeurs d'une variable quantitative relative associée à des zones de l'espace plutôt que de faire une cartographie choroplèthe, ou en points proportionnels. On déforme alors la superficie de chaque zone pour la rendre proportionnelle à la valeur qui lui est associée. Si l'on veut que la superficie globale de la carte soit conservée, certaines zones vont être contractées et d'autres dilatées. Pour effectuer cette opération, on calcule un champ de gravitation appliqué à tout l'espace qui résulte de l'action des « masses » localisées au centre de chaque zone. Ces « masses » sont ici positives ou négatives selon qu'on veut dilater ou contracter l'espace autour du point. L'espace étant considéré comme une sorte de membrane élastique, la déformation est construite de la manière suivante : l'introduction d'un point de masse positive correspond à l'introduction dans la membrane d'un disque de surface proportionnelle à cette masse. Au-delà

du disque, l'espace est déformé mais conserve sa surface. L'introduction d'un point de masse négative est modélisée en retirant de la membrane un disque de superficie proportionnelle à sa masse, le reste de la superficie étant conservée. La somme algébrique des masses étant nulle, les surfaces insérées ou supprimées conservent au final la surface totale de la membrane. La combinaison de l'effet de l'ensemble des points produit un champ de déformation de l'espace qui dilate ou contracte localement l'espace de manière à produire l'effet désiré au niveau des zones. Nous reviendrons plus loin sur ces méthodes.



*figure 14. Cartes en anamorphose scalaire.*

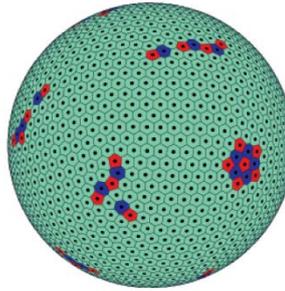


*figure 15. Carte en anamorphose vectorielle*

#### 2.2.4 Les morphologies possibles d'un espace fini mais sans limites.

Lorsque je regarde au plus profond du ciel, les rayons qui arrivent à moi ont suivi une très longue courbe qui commence aux premiers instants où l'univers est devenu transparent à la lumière (le fond diffus cosmologique). Si l'on imagine un instant que l'âge de l'univers est infini et que l'espace est plus ou moins en équilibre gravitationnel, l'univers tout entier serait replié sur lui-même en un immense patatoïde quadridimensionnel dans lequel les rayons lumineux tourneraient indéfiniment. Comme le physicien J.P. Luminet en fait l'hypothèse dans [LUM01], l'univers serait alors de volume fini, bien que sans limites car les bords seraient repliés sur eux-mêmes, (pensez à la surface de la sphère terrestre qui, elle aussi, est de surface courbée sur elle-même, finie et sans limite mais de dimension 2).

En modélisation, nous utilisons parfois une telle morphologie de fermeture de l'univers pour éviter les effets de bord aux limites du domaine. Par exemple, dans un domaine rectangulaire composé de cellules carrées, chaque cellule possède huit voisins, sauf sur les bords. Pour éviter cet inconvénient, on referme alors le domaine lui-même. On peut décider par exemple, que le voisin de droite d'une cellule du bord droit est la cellule du bord gauche qui se trouve sur la même ligne. De cette manière on referme le bord droit sur le bord gauche, le domaine devient cylindrique. De même, on rend voisines les cellules du bord supérieur aux cellules du bord inférieur. Cela revient à raccorder le bord supérieur du cylindre à son bord inférieur. On obtient ainsi une morphologie de type torique au domaine. Mais il y a encore d'autres manières de refermer l'espace sur lui-même. Supposons que l'on ait maillé un domaine circulaire. Pour refermer ce domaine, le tore n'est pas adapté. On peut considérer que chaque maille du bord est voisine de la maille diamétralement opposée. Après raccordement, la morphologie obtenue s'appelle *plan projectif*. Elle ne peut être construite par pliage d'une feuille de papier comme on peut le faire pour la morphologie torique, car le papier devrait alors se traverser lui-même. On obtient en effet une sorte de ruban de Mœbius dont le bord (unique) est étiré et « soudé » sur lui-même et réduit à un point. L'espace projectif ne peut se construire correctement (c'est-à-dire sans que la surface ne se traverse elle-même) que dans un espace à quatre dimensions... On peut alors essayer une autre méthode, par exemple en décidant que tous les points du bord sont tous voisins entre eux et raccordés en un point polaire. On obtient alors une surface topologiquement équivalente à la sphère, mais le domaine possède alors une singularité puisque les cellules du pôle possèdent un grand nombre de voisines, contrairement aux autres. On sait qu'il est impossible de trouver un maillage régulier de la sphère, constitué de cellules de même forme, sauf pour 4, 6, 8 et 12 mailles qui correspondent aux seuls polyèdres réguliers inscriptibles dans la sphère : tétraèdre, cube, octaèdre et dodécaèdre. Habituellement on utilise en géographie un maillage de la sphère terrestre basé sur le découpage en méridiens et parallèles. Cela donne des mailles en quadrilatères qui ont l'inconvénient d'être de formes et de surfaces inégales, chaque maille ayant huit voisines. Mais ici aussi, les deux pôles constituent des singularités puisque les mailles qui touchent les pôles sont triangulaires et possèdent chacune 362 voisines au lieu de 8 (si on prend des méridiens espacés de un degré). On peut améliorer ce maillage de la surface de la sphère pour se rapprocher d'un maillage régulier mais il est impossible d'obtenir un maillage de la sphère complètement régulier (sauf pour les 4 cas déjà donnés). Il existe des algorithmes qui permettent néanmoins de définir un maillage d'un nombre  $n$  quelconque de mailles. Ces mailles sont pratiquement toutes de surfaces égales et presque toutes de même forme, mais quelques unes sont forcément différentes pour que l'ensemble puisse couvrir la sphère. [HAR04]



*figure 16. Maillage d'une sphère selon l'algorithme de Hardin et Saff (les mailles en rouge ou bleu montrent les irrégularités)*

### 2.3 Géométrie « nette », géométrie « floue »

La théorie des ensembles repose sur une logique classique bivaluée « Faux » et « Vrai » ou « 0 » et « 1 ». Ainsi, à tout ensemble  $A$  (d'un univers  $E$ , par exemple les points du plan euclidien) on peut associer une fonction caractéristique de cet ensemble, notée  $f_A$ , qui associe à tout élément  $x$  de  $E$  une valeur dans  $\{0, 1\}$  telle que  $f_A(x) = 1$  si  $x \in A$  et  $f_A(x) = 0$  sinon. Cela donne une géométrie « nette ».

On peut aussi prendre une logique plus générale, continue, où une valeur de vérité peut passer continûment du faux au vrai, par une infinité de valeurs de vérités intermédiaires entre le complètement faux (0) et le complètement vrai (1). L'ensemble des valeurs de vérité est alors constitué de l'intervalle réel  $[0, 1]$ . Et la fonction caractéristique d'un ensemble sera elle aussi à valeurs dans  $[0, 1]$ .

En utilisant cette logique continue, on peut définir des ensembles flous (théorie développée initialement par L. I. Zadeh en 1965). Pour cela on définit une fonction d'appartenance  $f_A(x)$  d'un élément  $x$  à l'ensemble  $A$ , qui varie de « n'appartient pas du tout » et qui correspond à 0 jusqu'à « appartient complètement », qui correspond à la valeur 1. Dans la théorie des ensembles flous, l'ensemble vide «  $\emptyset$  » et l'ensemble plein «  $E$  » restent des ensembles au sens classique du terme. On appelle coupure selon la valeur  $a$  ou ***a-coupure*** dans l'ensemble flou  $A$ , l'ensemble (au sens classique) dont les éléments vérifient :  $f_A(x) \geq a$ , et on appelle ***support*** de  $A$ , noté  $S(A)$ , la 0-coupure de  $A$ , et le ***noyau*** de  $A$ , noté  $NOY(A)$ , la 1-coupure de  $A$ . Cette fonction doit si possible respecter les propriétés élémentaires des opérations ensemblistes d'intersection  $A \cap B$ , de réunion  $A \cup B$  et de passage au complémentaire  $C(A)$ . Ces propriétés constituent une structure appelée ***algèbre de Boole*** sur l'ensemble  $\mathcal{F}(E)$  des parties de  $E$ . On aimerait qu'une telle structure, vérifiée pour les ensembles classiques, se généralise aux parties floues de  $E$ . Pour cela il faut définir les opérations de complémentation (notée  $\neg f$ ), de réunion ( $f \vee g$ ) et d'intersection ( $f \wedge g$ ) entre les fonctions d'appartenance de parties floues et vérifier les 9 axiomes de toute algèbre de Boole. Ainsi, quelles que soient les parties floues  $A$ ,  $B$  et  $C$  de  $E$  on doit avoir:

$$\neg f_A = f_{C(A)}$$

$$f_A \wedge f_B = f_{A \cap B}$$

$$f_A \vee f_B = f_{A \cup B}$$

$$1. f_A \wedge f_B = f_B \wedge f_A \text{ et } f_A \vee f_B = f_B \vee f_A \quad (\text{commutativité})$$

$$2. f_A \wedge (f_B \wedge f_C) = (f_A \wedge f_B) \wedge f_C \text{ et } f_A \vee (f_B \vee f_C) = (f_A \vee f_B) \vee f_C \quad (\text{associativité})$$

3.  $(f_A \wedge f_B) \vee f_B = f_B$  et  $(f_A \vee f_B) \wedge f_B = f_B$ , (la réunion absorbe l'intersection et réciproquement)
4.  $f_A \wedge (f_B \vee f_C) = (f_A \wedge f_B) \vee (f_A \wedge f_C)$ , (distributivité de  $\cap$  sur  $\cup$ )
5.  $f_A \vee (f_B \wedge f_C) = (f_A \vee f_B) \wedge (f_A \vee f_C)$ , (distributivité de  $\cup$  sur  $\cap$ )
6.  $f_A \wedge \neg f_A \equiv 0$  (principe de non-contradiction)
7.  $f_A \vee \neg f_A \equiv 1$  (principe du tiers-exclu)
8.  $f_{\emptyset} \vee f_A = f_A$  ( $\emptyset$  est neutre pour l'union)
9.  $f_E \wedge f_A = f_A$  (E est neutre pour l'intersection)

les propriétés (8, 9 et 3) entraînent l'idempotence de  $\wedge$  et  $\vee$ :

$$f_A \wedge f_A = (f_{\emptyset} \vee f_A) \wedge f_A = f_A.$$

$$f_A \vee f_A = (f_E \wedge f_A) \vee f_A = f_A$$

On doit en plus respecter l'ordre d'inclusion :  $(A \subset B) \Leftrightarrow (f_A \leq f_B)$

Malheureusement, on peut démontrer qu'il n'existe en fait aucune fonction  $f$  qui respecte toutes ces propriétés simultanément...

Pour sortir de ce mauvais pas, je propose de distinguer deux concepts différents qui sont confondus pour des ensembles classiques dans l'opération de passage au complémentaire. En effet, je propose de distinguer le **reste** de A dans E, noté  $R(A)$ , et la **négation** de A dans E, notée  $N(A)$ . Ces deux opérations remplaçant le complémentaire, sachant qu'elles sont identiques pour des ensembles non flous : si A est non-flou alors  $C(A) = N(A) = R(A)$ .

Le reste de A dans E est l'ensemble classique, défini par la fonction d'appartenance  $Rf_A$ :

$$Rf_A(x) = f_{R(A)}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } f_A(x) = 1 \\ 1 & \text{si } f_A(x) < 1 \end{cases} \text{ donc } R(A) \text{ est le complémentaire du noyau de } A$$

La négation de A dans E est définie par la fonction d'appartenance  $Nf_A$ :

$$Nf_A(x) = f_{N(A)}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } f_A(x) > 0 \\ 1 & \text{si } f_A(x) = 0 \end{cases} \text{ donc } N(A) \text{ est le complémentaire du support de } A.$$

On constate facilement que la négation de A est contenue dans le reste de A, puisqu'en passant au complémentaire, le support de A est inclus dans le noyau de A

On peut reformuler maintenant les deux principes importants du tiers-exclu et de non-contradiction, de la manière suivante :

$$6'. f_A \wedge Nf_A \equiv 0 : \text{principe de non-contradiction flou}$$

$$7'. f_A \vee Rf_A \equiv 1 : \text{principe du tiers-exclu flou}$$

Si nous adoptons ces deux derniers principes 6' et 7' (en remplacement des énoncés 6 et 7), en nommant cette nouvelle structure une « pseudo-algèbre de Boole », il est alors possible de construire des fonctions  $f_A \wedge f_B$  et  $f_A \vee f_B$  qui vérifient tous les axiomes d'une « pseudo-algèbre de Boole ». En effet, si l'on adopte les définitions simples suivantes de la réunion et de

l’intersection:  $f_A \wedge f_B(x) = \text{Inf}\{f_A(x), f_B(x)\}$  et  $f_A \vee f_B(x) = \text{Sup}\{f_A(x), f_B(x)\}$ , elles définissent bien avec les opérations de négation et de reste, une pseudo-algèbre de Boole sur l’ensemble des parties floues de  $E$ .

Cette manière de définir la réunion et l’intersection floue, prouve qu’il existe au moins une pseudo-algèbre de Boole sur les parties floues de  $E$ . Néanmoins, pour appliquer cette théorie à la géographie, il faut pouvoir donner une signification physique aux opérations qu’on effectue, ce qui n’est pas évident pour les opérations « Inf » et « Sup » associées à l’intersection et à la réunion floue. Nous allons donc nous placer maintenant dans un contexte géographique et faire des hypothèses cohérentes avec ce contexte, afin de définir les opérations floues de complémentation, de réunion et d’intersection dans un sous-ensemble particulier de parties floues de  $E$  qui respectent les axiomes d’une l’algèbre de Boole. Nous allons développer ces hypothèses à partir de l’exemple de l’occupation du sol qui pourra se généraliser.

Nous schématisons la réalité à travers une partition d’un domaine géographique donné  $D$ , en mailles régulières de même forme et de même surface (comme des triangles équilatéraux, des carrés ou des hexagones). Le domaine géographique est donc modélisé par un ensemble  $E = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  de lieux qui sont les mailles, qui partitionnent le domaine spatial  $D$  étudié. On a donc:

$$D = \bigcup_{i=1, \dots, n} x_i \quad \text{et} \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\}, (i \neq j) \Rightarrow (x_i \cap x_j = \emptyset)$$

Si nous étudions l’occupation du sol du domaine  $D$ , nous devons définir un ensemble  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$  des valeurs exhaustives possibles d’occupation du sol du domaine  $D$ , contenant des valeurs comme, « habitat collectif », « habitat pavillonnaire », « industrie », « agriculture », « forêt », etc.

Si nous raisonnons en théorie des ensembles classique, nous définissons une variable descriptive qualitative, c’est-à-dire une fonction  $m$  qui associe à chaque maille  $x$  une valeur unique d’occupation  $s$  appartenant à  $S$ . Cette fonction définit alors sur  $E$  une partition en classes d’occupation du sol. Par exemple, tous les lieux d’habitat collectif forment une de ces classes. La fonction réciproque  $m^{-1}$  associe à chaque valeur  $s$  d’occupation du sol, l’ensemble  $A_s$  des lieux qui possèdent cette occupation. L’ensemble  $E$  est donc partitionné en classes d’équivalences  $A_s = m^{-1}(s)$ . Cette méthode est souvent suffisante, mais on sait qu’elle relève d’une simplification importante de la réalité. On sait en effet que sur une maille (prenons-la de un hectare, pour fixer les idées), si on la considère occupée par de l’habitat pavillonnaire, on sait que cela ne représente que le mode *prépondérant* d’occupation, mais qu’on peut y trouver éventuellement un immeuble ou deux, peut-être un peu de commerce, qu’un des coins de la maille est occupé par une portion de la grande zone d’activité située à proximité, etc. On peut alors être amené à préciser de manière plus fine cette étude de l’occupation du sol. Soit on reste dans le domaine des ensembles classiques (ou ensembles nets) en affinant le découpage, en prenant par exemple des carreaux de 10m au lieu de 100m, soit on passe en théorie des ensembles flous, parce qu’on ne connaît pas (ou qu’on ne souhaite pas affiner) la localisation des éléments d’occupation du sol, voulant prendre en compte une mixité d’occupation dans chaque maille. Pour modéliser cette nouvelle situation, on peut associer à chaque lieu  $x$ , un vecteur  $p = (p_1, p_2, \dots, p_k)$  par la fonction vectorielle  $M : E \rightarrow [0,1]^k$  qui associe à chaque maille  $x$ , les proportions de surface occupées par les valeurs successives  $s_1, s_2, \dots, s_k$  d’occupation du sol définies dans l’ensemble  $S$ . Les valeurs  $p_1, p_2, \dots, p_k$  étant des réels compris entre 0 et 1 vérifiant  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ . On peut aisément considérer ces proportions de manière probabiliste,

comme étant les probabilités de présence des différents modes d'occupation dans la maille  $x$  (voir « notion de variable quantique, partie 2 §2.4.3). Ainsi modélisée, chaque valeur  $i$  d'occupation du sol est distribuée de manière floue dans l'espace  $D$ . L'ensemble  $A_i$  est une partie floue de  $D$ . Les mailles où la proportion  $p_i$  vaut 1 constitue le **noyau** de  $A_i$ , les mailles où  $p_i > 0$  constitue le **support** de  $A_i$ . La fonction d'appartenance  $f_{A_i}$  à l'ensemble flou  $A_i$  est définie par la projection de  $M$  selon sa  $i^{\text{ème}}$  dimension (notée  $M_i$ ), qui donne pour chaque maille  $x$  la proportion  $p_i = M_i(x)$  de sa surface occupée selon le  $i^{\text{ème}}$  mode d'occupation du sol.

Considérons maintenant  $(\mathcal{F}(S), \wedge, \vee, \neg)$  l'algèbre de Boole des parties floues de  $E$  engendrées par les parties  $A_i$  où  $i \in S$ , c'est-à-dire les parties floues résultant d'une combinaison quelconque de réunions floues ( $\vee$ ), d'intersections floues ( $\wedge$ ) ou de complémentations floues ( $\neg$ ) de telles parties  $A_i$ . Pour cela il suffit de montrer qu'à chaque opération floue sur  $\mathcal{F}(S)$  correspond une opération nette sur  $\mathcal{P}(S)$  et qu'ainsi, il y a un isomorphisme entre les algèbres de Boole  $(\mathcal{F}(S), \wedge, \vee, \neg)$  et  $(\mathcal{P}(S), \cap, \cup, C)$ . La question qui se pose est de savoir comment doivent être définies dans ce contexte les trois opérations floues dans l'ensemble  $\mathcal{F}(S)$ , de manière à ce qu'elles correspondent aux mêmes opérations (nettes) dans  $\mathcal{P}(S)$ . Constatons d'abord que dans une maille, la somme des proportions  $p_s$  valant toujours 1, cela signifie qu'on a fait l'hypothèse sous-jacente d'*impénétrabilité de la matière* (que nous verrons plus loin, voir §4.3.7), ce qui entraîne qu'un même grain d'espace (aussi petit soit-il) ne peut être occupé, matérialisé, que d'une seule façon. On parlera de *modalités exclusives* pour la variable d'occupation. Sous ces hypothèses, on peut construire précisément les trois opérations ensemblistes de la manière suivante :

Soit l'ensemble flou  $A_s$  où  $s$  est une partie de  $S$ . La fonction d'appartenance notée  $f_{A_s}(x)$  étant constituée de la réunion de plusieurs modes élémentaires (donc distincts) d'occupation du sol. La proportion globale de surface occupée par ces différents modes dans une maille  $x$  sera la somme des proportions  $p_i$  où  $i$  parcourt tous les éléments de  $s$ . Ce qui s'exprime par la fonction d'appartenance suivante,  $\forall x \in E$  :

$$f_{A_s}(x) = \sum_{i \in s} p_i(x) = \sum_{i \in s} f_{A_i}(x)$$

De plus, on pose

$$\begin{aligned} f_{\emptyset}(x) &= 0 \\ f_E(x) &= 1 \end{aligned}$$

Soient les ensembles flous  $A_s$  et  $A_t$  où  $s$  et  $t$  sont des parties quelconques de  $S$ , dont les fonctions d'appartenance notées  $f_{A_s}(x)$  et  $f_{A_t}(x)$  sont définies comme ci-dessus. On définit alors :

**L'intersection** : Lorsqu'on fait une somme portant sur les éléments de l'intersection de deux ensembles, il faut faire la somme des éléments communs aux deux ensembles. S'il n'y en a pas, le résultat est l'ensemble vide dont la fonction d'appartenance est identiquement nulle, sinon :

$$f_{A_s} \wedge f_{A_t}(x) = \sum_{i \in s \cap t} p_i(x) = \sum_{i \in s \cap t} f_{A_i}(x) = f_{A_{s \cap t}}(x)$$

Donc :

$$f_{A_s} \wedge f_{A_t} = f_{A_{s \cap t}}$$

**La réunion** : on pose :  $f_{A_s} \vee f_{A_t}(x) = \sum_{i \in s \cup t} p_i(x) = f_{A_{s \cup t}}(x)$

Donc la fonction d'appartenance de la réunion de  $A_s$  et  $A_t$  est définie par :

$$f_{A_s} \vee f_{A_t} = f_{A_s \cup t}$$

**La complémentation** : la fonction d'appartenance  $\neg f_{A_s}$  du complémentaire  $C(A_s)$  de l'ensemble flou  $A_s$  est définie par :

$$\neg f_{A_s}(x) = f_{C(A_s)}(x) = 1 - f_{A_s}(x) = 1 - \sum_{i \in S} p_i(x) = \sum_{i \in C(S)} p_i(x) = f_{A_{c(S)}}(x)$$

Donc :

$$\neg f_{A_s} = 1 - f_{A_s} = f_{A_{c(S)}}$$

On peut vérifier facilement que la tribu  $\mathcal{F}(S)$  des ensembles flous associés à  $S$ , ainsi définie, est munie d'une véritable structure d'algèbre de Boole (et non d'une pseudo-algèbre), puisqu'elle vérifie les 9 propriétés données ci-dessus.

Cet exemple peut se généraliser en prenant des lieux aussi petits que l'on veut, on arrive alors à un champ vectoriel qui associe à tout point  $x$  de l'espace un vecteur  $p(x)$  de proportions ou de probabilités de présence de  $k$  modalités d'occupation du sol, avec toujours  $\sum_{i=1, \dots, k} p_i(x) = 1$ .

Cet exemple peut se généraliser aussi en prenant une variable  $y$  quantitative continue sur un segment  $S$  de réels comme l'altitude. En chaque lieu  $x$  on dispose d'une distribution des fréquences de  $y$  en ce lieu notée  $p(x, y)$  associée à toute valeur  $y$  de  $S$  telle que  $\int_S p(x, y) dy = 1$ .

En chaque lieu  $x$ , on peut mesurer la valeur moyenne de  $y$  en ce lieu par :  $m(x) = \int_S yp(x, y) dy$ .

On peut aussi discrétiser  $S$  en  $k$  intervalles disjoints, formant des classes d'altitudes  $s_1, s_2, \dots, s_k$ . De cette manière on se ramène au problème précédent en considérant les ensembles flous d'altitude  $A_i$  avec les fréquences  $p_i(x) = \int_{s_i} yp(x, y) dy$  en chaque lieu  $x$  de la classe d'altitude  $i$ .

Après avoir formalisé les différents types d'espaces et la géométrie des objets, nous pouvons aborder les relations entre ces objets, en particulier les relations de voisinage. C'est l'objet de la topologie.

## Chapitre 3 - Les structures topologiques : comment s'organisent les objets en systèmes spatiaux

### 3.1 La topologie

La *topologie*<sup>14</sup> d'un ensemble d'objets géographiques est la structure qui permet d'organiser les liens de proximité, de voisinage, entre les objets. Par exemple, dans une partition zonale (comme un découpage administratif) il est intéressant, pour pouvoir gérer les interactions, de connaître automatiquement les voisins directs de chaque zone. Pour cela on structure les zones non plus sous forme de contours polygonaux, mais sous forme d'arcs-frontières entre zones (d'où le nom d'ARC/INFO, pour un SIG bien connu). Chaque arc relie deux sommets  $P_i$  et  $P_j$  et sépare deux faces contiguës  $F_g$  et  $F_d$ . L'ensemble des arcs est alors structuré selon un modèle de graphe planaire topologique. Mais le graphe des arcs peut servir aussi à structurer un réseau de transport. Il est alors intéressant de connaître pour chaque sommet, dans quel ordre partent les arcs accrochés à ce sommet. Cette information peut être aussi organisée à partir des arcs en retenant pour chaque arc, quel est l'arc suivant en tournant à gauche autour de son sommet final et quel est l'arc précédent sur son sommet initial, en tournant à droite. On obtient alors une structure appelée « carte combinatoire » [DUF88], [GRO89]. Ces deux structurations topologiques peuvent cohabiter pour structurer un niveau de description d'objets géographiques, que ce soit un réseau linéaire, une partition zonale de l'espace [LAN94] ou un maillage d'un MNT [LD02].

### 3.2 Métriques et topologies

Comme on se situe la plupart du temps dans un espace euclidien, la métrique euclidienne peut être utilisée pour définir la notion de voisinage dans un ensemble  $E$  d'objets géométriques. Mais nous utilisons aussi d'autres métriques pour structurer les voisinages en particulier pour les maillages réguliers.

Le voisinage  $V_i$  de l'objet  $i$  est alors défini par l'ensemble des objets situés à une distance inférieure à  $r$  de l'objet  $i$  :

$$V_i = \{O_j \in E \mid d(O_i, O_j) < r\}$$

On peut prendre comme critère de distance entre objets, soit la distance minimale entre deux points des deux objets, soit la distance maximale, mais lorsque les objets sont des mailles (triangles, carrés, hexagones, etc.) on se contente souvent la distance entre les centres de mailles car elles sont alors jugées très petites devant la taille du domaine d'étude.

Que le maillage soit régulier ou non, sa structure de voisinage est définie comme l'ensemble des informations nécessaires à une maille quelconque pour trouver ses voisins. Dans un maillage régulier, la structure est très simple et sera décrite par un ensemble de vecteurs de décalage qui, appliqués aux coordonnées d'une maille, donneront par translation les coordonnées des mailles voisines. Comme nous le verrons plus loin, cette structure et l'algorithme très simple qui permet de les calculer constituent l'*opérateur de voisinage*. Il est très utilisé dans les automates cellulaires. Dans le cas d'un maillage irrégulier, nous décrirons une structure de données plus complexe, dite topologique, qui est associée à la géométrie des mailles pour permettre de retrouver les voisins.

---

<sup>14</sup> Le terme de topologie, employé en géomatique, est différent de la notion d'espace topologique comme définie dans le paragraphe 2.1.6, néanmoins on y retrouve les mêmes notions de frontière et de voisinage, mais l'objectif est ici de décrire les structures de données qui découlent des propriétés mathématiques.

Dans un maillage régulier (carrées ou même hexagonales), on peut utiliser plusieurs topologies de voisinages. A chaque type de voisinage correspond une métrique associée qui induit cette topologie. Ainsi on dispose d’un choix entre trois distances courantes qui induisent trois types de voisinages distincts. Ces trois distances dérivent d’ailleurs d’une même famille dépendant d’un paramètre  $p$ , dite distances de Minkowski, que nous avons présentées dans le paragraphe 2.1.3 :

$$d_p(A, B) = \left( \sum_{i=1}^n |b_i - a_i|^p \right)^{1/p}$$

où  $A$  et  $B$  sont des points dans un espace de dimension  $n$ , avec  $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  et  $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ . Cette famille de distances permet d’exprimer ces trois distances, en dimension 2, dans un même formalisme :

a) Avec le paramètre  $p = 1$ , on obtient la distance  $d_1$ , appelée souvent en géographie distance de Manhattan, car elle induit un espace où l’on ne peut se déplacer que dans les deux directions : horizontale et verticale. Elle est donc bien adaptée à un maillage carré. Elle s’exprime en dimension 2, par :

$$d_1(A, B) = |b_1 - a_1| + |b_2 - a_2|$$

Elle correspond, dans un maillage carré, à un voisinage élémentaire (de rayon 1) possédant quatre voisins (figure 17). Ce type est appelé *voisinage de von Neumann* ou  $V_4$ .

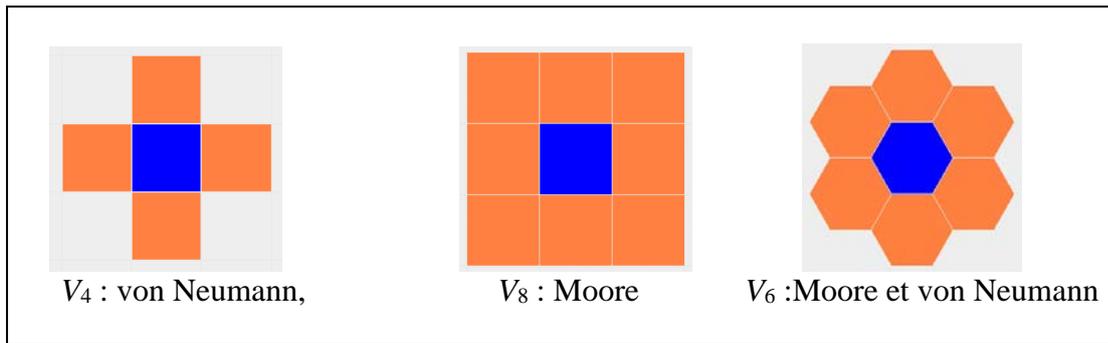
b) Avec le paramètre  $p = 2$ , on obtient la distance euclidienne classique  $d_2$ , qui est celle d’un espace isotrope. Elle correspond mieux à la distance physique usuelle :

$$d_2(A, B) = \sqrt{|b_1 - a_1|^2 + |b_2 - a_2|^2}$$

Dans un espace discret comme celui d’un réseau cellulaire carré ou hexagonal, (figure 17) elle permet de définir un voisinage centré sur une cellule de coordonnées entières  $(i_0, j_0)$  comme étant un disque  $D$  de rayon  $R$  centré en  $(i_0, j_0)$ .  $D$  est l’ensemble des points  $(i, j)$  du réseau qui vérifient

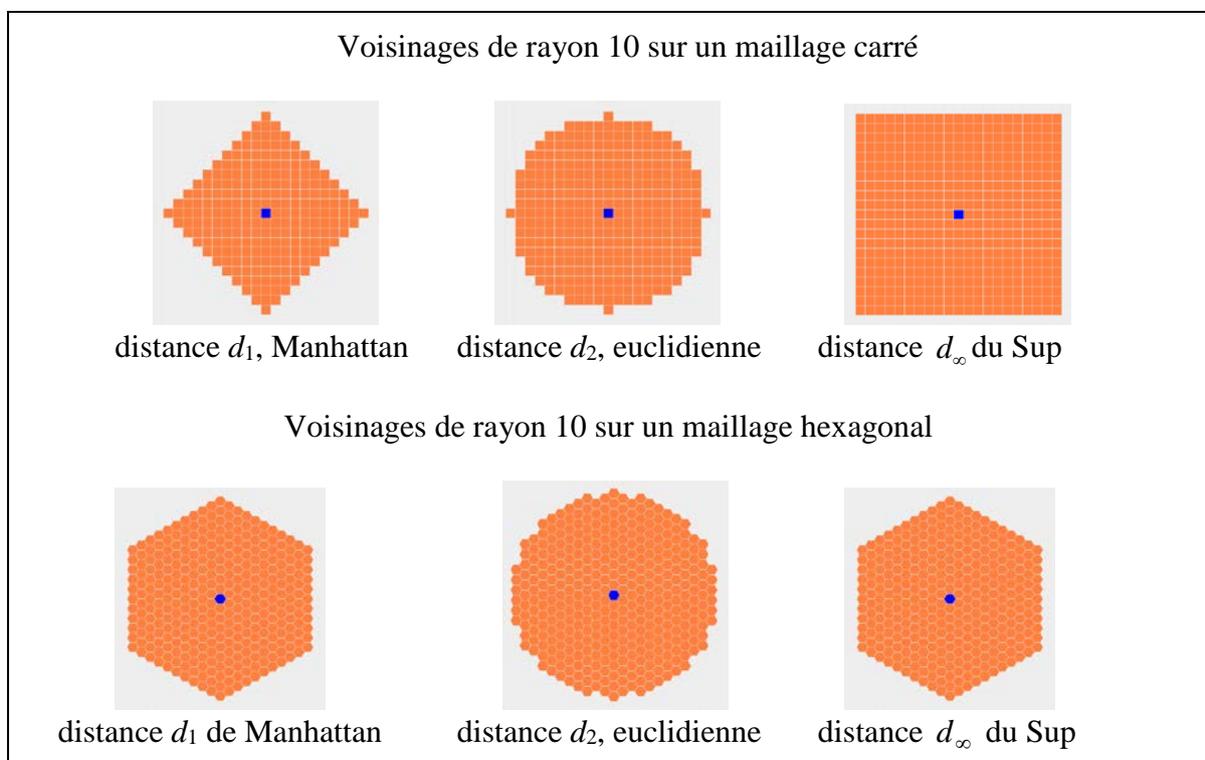
$$\sqrt{(i - i_0)^2 + (j - j_0)^2} \leq R$$

Ainsi la cellule  $(i, j)$  appartient au voisinage si son centre est dans le disque  $D$ . Nous pouvons généraliser cela à des cellules surfaciques de formes quelconques, à condition de définir un centre à chaque cellule. En supposant que la taille des cellules est petite devant celle du domaine d’étude entier, on peut alors utiliser la même règle, néanmoins les centres ne sont pas aussi évidents à définir lorsque les cellules sont de forme quelconque. Il n’y a pas de méthode idéale pour calculer un centre. On sait que le centre de gravité de la surface, aussi bien que le barycentre des sommets du polygone (ce qui n’est pas équivalent), peuvent l’un comme l’autre être situés en dehors de la surface lorsque celle-ci n’est pas convexe. On pourrait utiliser le centre du plus grand cercle inscrit dans la surface, mais c’est un algorithme complexe et la solution n’est pas toujours unique... Dans ces conditions, on se contente souvent de la méthode la plus simple, qui est le centre du plus petit rectangle dont les côtés sont parallèles aux axes et qui englobe la surface (dite boîte englobante), sachant qu’en dernier ressort, on peut corriger manuellement la position du centre dans les cas où il serait mal placé...



**figure 17. Voisinages élémentaires de von Neumann et de Moore**

c) Enfin, la distance  $d_\infty(A, B) = \text{Sup}(|b_1 - a_1|, |b_2 - a_2|)$  est la limite de la formule de Minkowski lorsque  $p$  tend vers l'infini, appelée aussi distance du *Sup*. Pour un rayon égal à 1, et des cellules carrées, elle donne un voisinage à 8 voisins, appelé *voisinage de Moore* ou  $V_8$



**figure 18. Voisinages d'ordre 10 de von Neumann et de Moore**

Les voisinages sont dits élémentaires lorsque le rayon du disque vaut 1. S'il vaut  $n$  fois la taille d'une maille, il est dit d'ordre  $n$ .

	<i>Distance</i>	<i>Voisinage dans un maillage carré</i>	<i>Voisinage dans un maillage hexagonal</i>	<i>Généralisation du voisinage dans un maillage quelconque</i>
$d_1$	Distance de Manhattan	von Neumann ( $V_4$ )	$V_6$	Contiguïté avec des frontières de dimension 1
$d_2$	Distance euclidienne	Disques discrets	$V_6$	Cellules dont le centre est dans le disque de rayon R
$d_\infty$	Distance du Sup	Moore ( $V_8$ )	$V_6$	Contiguïté de dimension 0 ou 1

figure 19. Tableau de récapitulation des distances et des voisinages associés

### 3.3 Topologie calculée, topologie structurelle

Selon la structure des objets géométriques utilisés, les liens topologiques peuvent être calculés à la volée (c'est-à-dire au moment où le programme en a besoin) ou être stockés dans une structure de donnée. Pour un maillage régulier, en carrés ou hexagones, il est simple de calculer les voisins d'une maille. Qu'elle soit calculée ou mémorisée dans une structure de voisinage, la liste des voisins d'un objet donné est constituée par un algorithme qu'on appelle : *opérateur de voisinage*.

#### 3.3.1 Maillage en carrés

Dans un maillage carré, souvent utilisé dans un automate cellulaire, les mailles (associées aux cellules) sont disposées dans un tableau à deux dimensions. L'opérateur de voisinage est la fonction qui permet d'associer à une maille  $(i, j)$  quelconque, l'ensemble de ses voisines. Pour un voisinage de von Neumann ( $V_4$ ), cet opérateur est constitué de 4 vecteurs de translation :

$$V_4 = \{(0,1), (0,-1), (-1,0), (1,0)\}$$

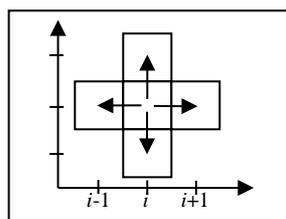


figure 20. Les 4 translations de l'opérateur de voisinage

Ils permettent d'obtenir les quatre cellules situées au-dessus, au-dessous, à gauche et à droite de la cellule  $(i, j)$  de référence, par décalage des indices. Ainsi, si l'on applique l'opérateur de voisinage à une cellule quelconque  $(i, j)$ , on lui ajoute le premier vecteur de décalage  $(0, 1)$  pour obtenir le premier voisin :  $(i, j) + (0, 1) = (i, j+1)$ , ce qui donne le voisin situé au dessus de  $(i, j)$  et on fait de même pour les trois autres. L'opérateur de voisinage  $V_4$  appliqué à la cellule  $(i, j)$  donne alors la liste de ses quatre voisins :

$$V_4(i, j) = \{(i, j+1), (i, j-1), (i-1, j), (i+1, j)\}$$

Il faut aussi tenir compte des effets de bords par des tests sur les valeurs de  $i$  et de  $j$  pour savoir si la cellule est à la limite du domaine. Dans ce cas, certains voisins n'existent pas. Il se peut aussi que le domaine soit fermé lui-même, selon une certaine morphologie, le domaine est alors

sans limite bien que de surface finie. C’est le cas de la sphère, du tore, ou d’autres types de morphologies que nous avons évoqués dans le paragraphe 2.2.3, dans ce cas, c’est l’opérateur de voisinage qui se charge de déterminer les voisins associés à une cellule située en limite de “saturation”.

### 3.3.2 Maillage hexagonal

Dans un maillage hexagonal, on peut aussi utiliser un tableau à deux dimensions pour mémoriser les valeurs des mailles. Les vecteurs de décalage de l’opérateur de voisinage de rayon  $R$  sont exprimés dans le repère  $(U, V)$  du réseau (voir figure 20). Ceci est nécessaire, car dans le repère  $(X, Y)$  les décalages sont différents selon que le centre est en colonne paire ou impaire. On calcule exactement tous les points du voisinage en balayant les trois secteurs angulaires entre les axes à  $120^\circ$  :  $U, V$  et  $W = -(U+V)$  :

- secteur entre  $U$  et  $V$  :  $OP = uU + vV$ , pour  $u$  variant de 1 à  $R$  et pour  $v$  variant de 0 à  $R$  ;
- secteur entre  $V$  et  $W$  :  $OP = vV + wW = vV + w(-U-V) = -wU + (v-w)V$ , pour  $v$  variant de 1 à  $R$  et  $w$  variant de 0 à  $R$  ;
- secteur entre  $W$  et  $U$  :  $OP = wW + uU = w(-U-V) + uU = (u-w)U - wV$ , pour  $w$  variant de 1 à  $R$  et  $u$  variant de 0 à  $R$  ;

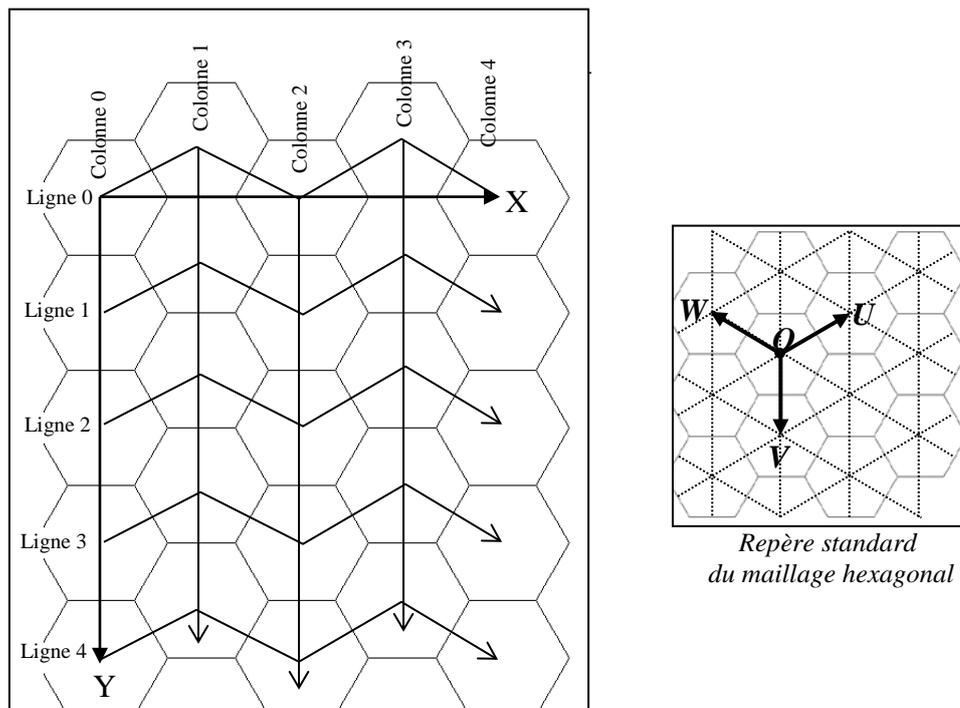
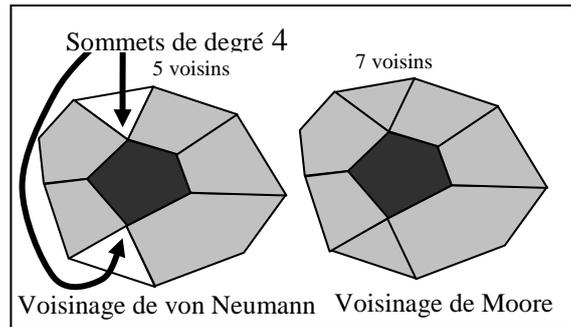


figure 21. Structure du maillage hexagonal

### 3.3.3 Structure de voisinage pour un maillage irrégulier

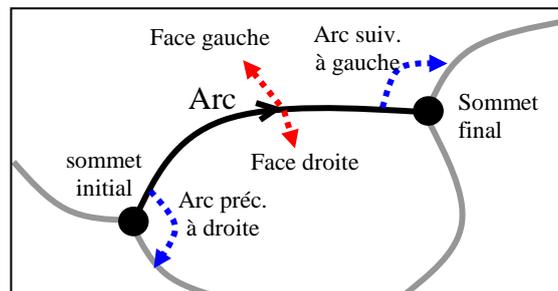
On peut généraliser à un maillage irrégulier (telle une carte zonale) les deux types de voisinages de von Neumann et de Moore définis pour un maillage carré, en remarquant que celui de von Neumann ne considère comme voisins, que les mailles possédant une arête commune avec la maille centrale, alors que celui de Moore considère aussi celles qui sont en contact seulement par un sommet. Cette propriété se traduit simplement en théorie des graphes en utilisant le degré des sommets, qui est le nombre d’arêtes attachées à ce sommet. Dans le cas où deux mailles ne sont en contact que par un sommet, ce sommet est nécessairement de degré 4 au moins. On utilisera ce critère sur un maillage irrégulier (voir figure 22).



*figure 22. Voisinages de Moore et von Neumann pour un maillage quelconque*

Il faut remarquer néanmoins que dans un maillage quelconque, les sommets de degré supérieur à 3 sont très rares, il n'y a donc pas de différence sensible entre ces deux types de voisinages sur une carte zonale géographique.

Le maillage étant considéré comme un graphe planaire topologique [BER82], un arc a donc deux propriétés topologiques duales et complémentaires : relier deux *sommets* et séparer deux *faces*. On utilise aussi le *sommet* qui, lui aussi, possède deux propriétés topologiques duales et complémentaires: il ordonne la succession des arcs qui lui sont attachés et il ordonne la succession des *faces* qui le touche [LAN94]. Ces propriétés se traduisent par quatre informations associées à chaque arc qu'on résume dans la figure 23 : son sommet initial, son sommet final, sa face à gauche et sa face à droite, l'arc suivant à gauche (en tournant autour du sommet final) et l'arc précédent à droite (en tournant autour du sommet initial).



*figure 23. Les 4 relations topologiques*

Cette organisation donne naissance au modèle entité-association de la figure 24, qui représente l'ensemble des relations topologiques, auxquelles devront s'ajouter les structures géométriques. Ces relations permettent d'en déduire les tables qui sont représentées dans la figure 25.

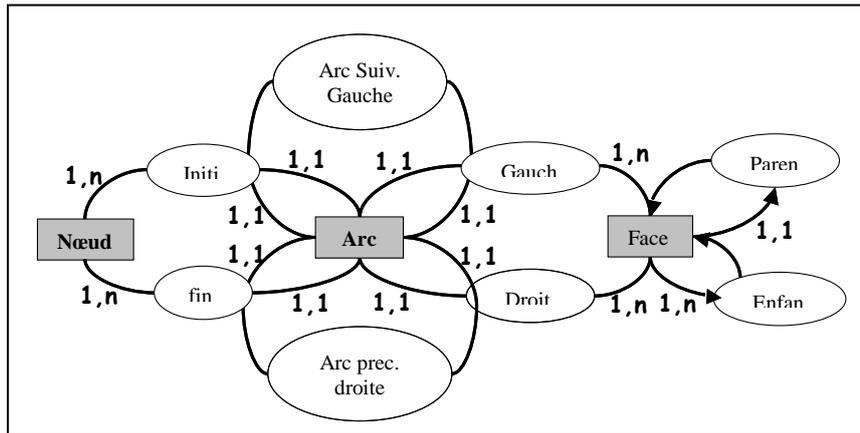


figure 24. Modèle conceptuel (simplifié) de la structure topologique

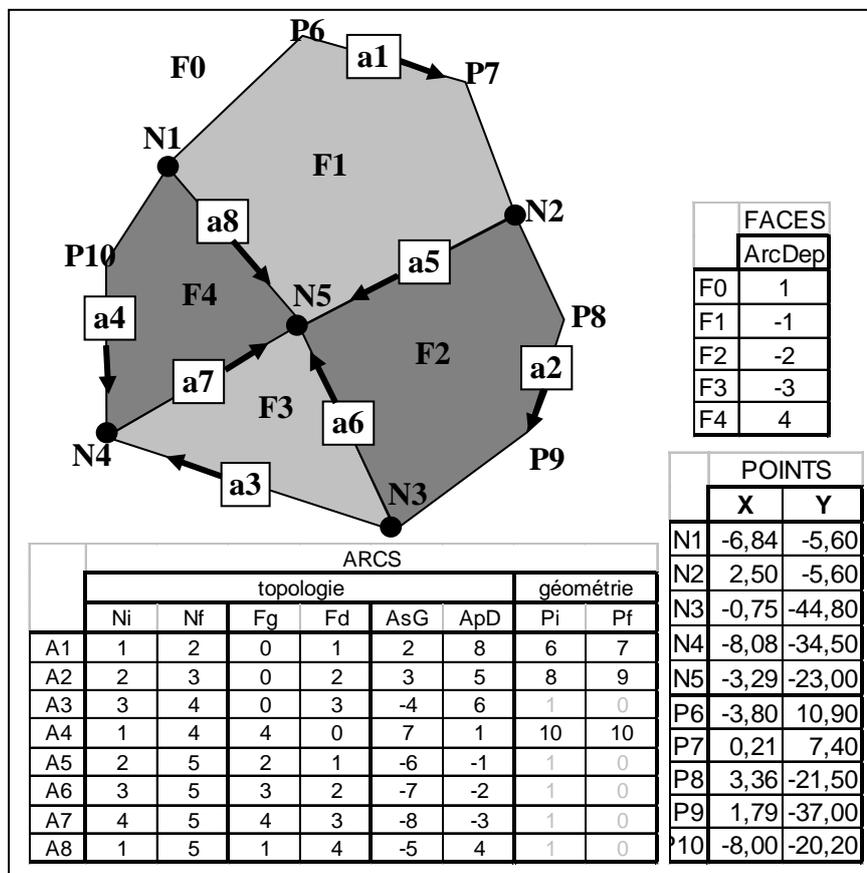


figure 25. Exemple de codage de la structure topologique

### 3.3.4 Opérateur de voisinage d’un maillage irrégulier

Dans cette structure les arcs sont signés, c’est-à-dire que l’arc  $-a$  et l’arc  $a$  sont parcourus en sens contraire. En utilisant les notations de la figure 25, on a les propriétés suivantes:

$$AsG(-a) = ApD(a) \text{ et } Fg(-a) = Fd(a)$$

ce qui permet de calculer les arcs d’une face  $f$  donnée à partir de l’arc d’entrée référencé dans le tableau des faces. En utilisant de manière répétitive l’opérateur  $AsG$  « arc suivant à gauche », on construit la liste bouclée des arcs d’un contour de face.

Exemple : pour calculer les arcs qui constituent le contour de la face n° 1: on part de l'arc -1 qui est donné dans la table des faces, sur la ligne de la face n°1 (notée F1 dans la table)

$$\text{Arcs}(1) = \{-1, \text{AsG}(-1), \text{AsG}(\text{AsG}(-1))\} = \{-1, 8, -5\}$$

Ainsi, on peut définir l'*opérateur de voisinage* de la manière suivante. On commence par calculer la liste des arcs du contour de la face comme précédemment, puis on prend la « Face droite » (*Fd*) de chacun des arcs de cette liste.

Exemple : pour calculer les voisins de la zone 1, on part de la liste obtenue dans l'exemple précédent :

$$\text{Arcs}(1) = \{-1, 8, -5\}$$

Les faces voisines sont les faces droites de ces arcs :

$$\text{Vois}(1) = \{\text{Fd}(-1), \text{Fd}(8), \text{Fd}(-5)\} = \{0, 4, 2\}$$

### 3.3.5 Modèle « vecteur-topologique » d'un maillage de zones quelconques.

Le modèle topologique précédent ne remplit pas toujours toutes les conditions rencontrées dans la réalité du découpage géographique. En effet, dans la plupart des découpages administratifs, comme celui des communes, on peut rencontrer des cas qui dépassent les capacités de codage de celui-ci. Par exemple, lorsque le territoire communal se divise en plusieurs parties non connexes entre elles, comme les communes littorales qui possèdent des îles, ou lorsque la commune possède des trous, qui correspondent à des portions d'autres communes englobées. On rencontre aussi ce problème de multiplicité des contours des zones de manière encore plus massive, lorsqu'on divise un territoire par rapport à des isolignes (par exemple, les courbes de niveau) Il faut alors généraliser un peu le modèle de la figure 25. Au lieu d'avoir un tableau de « faces » qui donne un arc d'entrée pour chaque face, il faut le remplacer par une liste des arcs d'entrée, chaque arc d'entrée permettant d'accéder à un contour de la face, avec un sens différent selon que c'est un contour externe ou interne de la zone. Ce modèle de zonage, qui répond à pratiquement à tous les cas particuliers rencontrés dans la réalité, sera appelé par la suite « vecteur-topologique ». Il est décrit en détail dans [LANG94].

### 3.3.6 Modèle topologique de réseau

Un réseau géographique est un système formé de deux types d'entités spatiales, des nœuds et des tronçons. Les tronçons étant connectés aux nœuds, on peut naturellement utiliser une structure de multigraphe pour modéliser les liens entre les entités d'un réseau. Ainsi le graphe  $G = (S, A, f)$ , où  $S$  est l'ensemble des sommets,  $A$  l'ensemble des arcs et  $f$  la fonction d'accrochage telle que  $f: A \rightarrow S \times S$ , où la fonction  $f$  associe à chaque arc  $a \in A$ , un sommet initial  $s_1 \in S$  et un sommet final  $s_2 \in S$ , ainsi  $f(a) = (s_1, s_2)$ . On associe donc un sommet du graphe à chaque nœud et un tronçon à chaque arc. Mais dans un réseau on cherche à circuler, à naviguer le plus naturellement possible. Etant situé sur un arc, on veut donc trouver directement les arcs qui lui sont connectés. Mais cette relation doit être spatialement structurée pour être efficace. En effet, lorsqu'on circule dans une ville, on emprunte des rues qui aboutissent à des places, mais il est important de savoir, pour les rues de chaque place, comment elles sont ordonnées autour de cette place et pour chaque pôté de maisons, quelle suite d'arcs en fait le tour. On peut montrer qu'il suffit de ne retenir qu'une seule information pour chaque sens de parcours de l'arc qui est l'arc suivant quand on tourne immédiatement à gauche ; comme il y a deux manières de parcourir un arc (sens positif ou négatif) on retient l'Arc suivant à Gauche (AsG) dans les deux sens de parcours. Pour le sens négatif, on dira "Arc précédent à Droite" (ApD), c'est-à-dire :  $\text{ApD}(a) = \text{AsG}(-a)$ . Cette structure de données est connue sous le nom de DCEL (pour Doubly Connected Edge List). Ainsi structurée, la topologie réseau permet de connaître très rapidement l'ordre des arcs entrants (signés) sur un sommet donné  $s$ , à partir d'un arc donné  $a_1$  entrant sur

s. Le suivant à gauche de  $a_1$  est donc  $AsG(a_1)$ , mais il est sortant, l’arc entrant suivant à gauche est donc  $a_2 = -AsG(a_1)$ . Le suivant de  $a_2$  est  $a_3 = -AsG(a_2)$ , et ainsi de suite, jusqu’à retomber sur  $a_1$ . La bijection  $AsG$  permet aussi de définir des circuits minima correspondants aux “pâtés de maisons” associés au réseau. Il suffit d’enchaîner la bijection  $AsG$  à partir d’un arc  $a_1$  par  $a_{i+1} = AsG(a_i)$  jusqu’à retomber sur  $a_1$  (voir figure 24).

### **3.4 La hiérarchisation**

La *hiérarchisation* d’emboîtement des objets géométriques peut aussi être nécessaire, lorsque plusieurs niveaux d’échelle d’objets sont présents dans le système. L’exemple type est la hiérarchisation du zonage administratif français : en communes, cantons, départements, régions, état. On organise alors les objets par couches successives d’échelles. Chaque couche contient les objets d’une échelle donnée et des liens « verticaux » de type « est inclus dans » permettent de mémoriser ou calculer la relation d’emboîtement.

## Chapitre 4 - La matière et les objets géographiques

### 4.1 La matière géographique

Pour modéliser le réel géographique, il faut néanmoins aller un peu plus loin que l'espace purement géométrique qui est un espace vide, donc abstrait. Il faut maintenant prendre en compte la matière. Nous utilisons le terme *matière* dans le sens général de contenu associé à une portion continue d'espace. C'est aussi bien la matière au sens physique du terme que les différentes formes d'énergie, les constructions humaines, les être vivants qui peuplent un lieu, voire même des représentations abstraites attachées aux territoires, comme les limites de propriétés, de territoires administratifs, les règlements territoriaux, les coutumes, les idées, les informations liées à l'espace, etc.

L'espace géographique est donc cette association, ce couplage, entre les éléments matériels et l'ensemble des localisations terrestres. L'espace n'est pas le vide qu'il y a entre les choses, la matière est dans tout l'espace. L'espace est la propriété de la matière qui permet d'appréhender la diversité infinie de ses éléments. Elle permet aussi d'identifier et de différencier ces ensembles de « grains matériels » significatifs que sont les objets.

De plus, la réalité présente étant emportée dans un continuum de changement, l'espace matériel doit être associé à une succession d'états, ordonnée par la relation « x est avant y », qui donne naissance au concept de temps que nous aborderons au chapitre suivant. Il permet de formaliser le changement spatial dont le mouvement est une conséquence. Ainsi, le triptyque espace-temps-matière constitue le paradigme de toute formalisation de la réalité, donc aussi de la réalité géographique.

#### 4.1.1 Le champ matériel

Pour enrichir l'espace géométrique  $E$  de la notion de matière, on peut associer à chaque point de localisation une valeur décrivant la matière associée à ce point, c'est la notion de *champ matériel*. Mais l'espace ayant la puissance du continu, on peut concevoir une infinité de valeurs matérielles différentes entre deux points aussi proches que l'on veut, ce qui risque, si l'on ne suppose pas quelque hypothèse de régularité, de rendre impossible la description du domaine qui serait dans ces conditions totalement inobservable car infiniment complexes.

##### définition d'un champ matériel

Un champ matériel est une fonction  $f : E \rightarrow M$  qui associe à tout point  $P$  d'un domaine  $D$  de l'espace  $E$ , une valeur  $v = f(P)$  associée à ce point  $P$ .

Il existe des définitions plus abstraites et plus restrictives de la notion de champ, comme la notion de champ vectoriel en géométrie différentielle, mais nous n'avons pas besoin ici d'un tel niveau de mathématisation.

L'ensemble  $M$  des valeurs descriptives peut être de type très différent, cela peut être aussi bien le type de matière associée à chaque point ou une valeur numérique (populations, densités, températures) voire même vectorielle (vent dominant, pesanteur, déformation), décrivant les propriétés de la distribution matérielle en chaque point.

Un champ matériel apparaît ici comme une représentation théorique continue de la matière mais généralement non directement représentable en extension. L'observation d'une distribution matérielle aboutit à extraire, à construire une représentation plus simple, mais plus claire, différenciée car discrète. Ceci provient de l'instrument (œil, capteur, ordinateur, etc.) qui

ne peut acquérir, restituer, traiter, assimiler qu'un nombre fini d'informations à partir d'une réalité infiniment diversifiée.

#### 4.1.2 L'hypothèse de différenciation spatiale et temporelle de la matière

Différencier, c'est être capable de distinguer des choses différentes en des lieux différents ou à des instants différents. La différenciation est un concept relatif à une observation. On ne distingue pas un couvert végétal de la même manière, selon qu'on l'observe depuis un satellite avec ses yeux ou avec une loupe. Cette propriété est dépendante de l'échelle d'observation, mais elle dépend aussi du processus d'acquisition de l'instrument. Par exemple, on ne voit pas la même chose si l'on « regarde » dans l'ultraviolet ou dans les longueurs d'onde radar. Cette constatation s'étend aussi à l'observation utilisée en géographie humaine, qui est plus institutionnelle comme dans le cas de la réalisation d'une enquête, le calcul d'un PIB ou d'un taux de chômage.

La différenciation porte aussi sur l'observation d'un même lieu à des instants différents. Pour pouvoir observer l'évolution ou la stabilité d'un phénomène localisé, il faut qu'il existe, pendant la durée du phénomène, un intervalle de temps (ou un pas de temps) suffisamment petit (en rapport à la temporalité du phénomène étudié), pendant lequel le contenu du lieu observé n'est pas infiniment variable dans le temps mais au contraire, puisse être considéré comme stationnaire pendant cet intervalle de temps, ceci afin de pouvoir l'évaluer. On doit donc faire l'hypothèse que les objets géographiques ne sont pas infiniment complexes et variables et possèdent une homogénéité spatio-temporelle suffisante qui autorise une discrétisation de l'espace-temps en grains matériels ayant à la fois une extension spatiale et temporelle non nulle.

Nous reviendrons plus loin sur le concept d'observation pour le préciser, mais formalisons ici la propriété de *différenciation spatio-temporelle*. On doit poser cette hypothèse pour pouvoir passer d'un champ matériel quelconque à une vision discrète de la matière, sans laquelle l'observation du réel ne peut se construire :

##### Hypothèse de différenciation spatio-temporelle :

*En tout point et à tout instant du domaine observé de l'espace-temps où se trouve de la matière, il existe un voisinage de volume et de durée non nuls, dans lequel la distribution matérielle est suffisamment régulière pour qu'on puisse « choisir » une valeur unique qui décrive correctement la matière dans ce voisinage. Un tel voisinage autour d'un point sera appelé grain matériel.*

Cette propriété se traduit donc par deux choses, d'abord la possibilité de découper le domaine étudié en grains d'espace et de temps, ensuite la possibilité d'associer à chacun de ces grains une valeur descriptive de la matière qui soit une bonne traduction de la matière contenue dans ce grain. On constatera la ressemblance de cette hypothèse avec l'axiome du choix dans la théorie axiomatisée des ensembles.

Nous indiquons ici de manière plus formelle cette hypothèse pour l'espace seulement, car nous avons besoin de l'utiliser d'abord en dehors du temps (ou pour un instant donné) :

##### Propriété de différenciation spatiale

*Soit  $f$  un champ matériel défini sur un domaine  $D$  de  $E$  et à valeur dans  $M$ . On dit que  $f$  possède la propriété de différenciation spatiale dans  $D$ , s'il existe une partition de  $D$ , appelée granularité  $\mathcal{C} = \{A_i\}_{i=1, \dots, n}$ , et une application  $m : \mathcal{C} \rightarrow M$  telle que la valeur  $m(A_i)$  soit déterminée de manière unique par  $f(A_i)$ .*

Prenons l'exemple d'un champ d'altitudes, en somme un modèle numérique de terrain. Supposons que les grains soient les carreaux de 10 m de côté issus d'un découpage du domaine selon une grille régulière. Si on suppose (hypothèse de différenciation spatiale) que les altitudes ne sont pas trop fluctuantes dans un même carreau, on peut associer à chaque carreau  $A_{ij}$  une valeur matérielle unique  $m(A_{ij})$  comme la moyenne de toutes altitudes réelles présentes dans le carreau. On voit que si les carreaux sont trop grands, ou la variabilité de l'altitude est trop grande, les fluctuations sont telles que la moyenne n'a plus forcément de sens ou même impossible à observer.

L'application  $m$  est ce qui résulte de l'acquisition par l'instrument au cours de l'observation de la réalité représentée par  $f$ . Pour cela, on peut appeler  $m$  *fonction d'acquisition*.

Notons que le principe de différenciation n'est pas en contradiction avec la richesse de la composition matérielle. En effet, le fait que la valeur descriptive des points d'un même grain soit unique, n'empêche pas de décrire une situation matérielle complexe, par exemple, si une forêt est un mélange de  $n$  types d'essences on peut décrire la composition forestière de la forêt selon le nombre de pieds à l'hectare de chacune des essences par l'ensemble  $M = \mathbb{R}^n$  où chaque valeur de  $M$  est un vecteur  $m = (d_1, d_2, \dots, d_n)$  donnant les densités de chaque essence. On voit aussi dans cet exemple que la granularité de l'espace envisagée est l'hectare, et que la description de cette forêt serait toute autre si l'on observait chaque centimètre carré de terrain.

Le principe de différenciation n'empêche pas de décrire une matière comme un mélange, mais oblige à une unicité de la description associée à chaque grain.

## 4.2 La notion d'observation

La différenciation de la matière est relative à l'observateur et au moyen d'observation. Nous utilisons ce terme *d'observation* dans un sens très général, comme une extension d'un acte de perception humaine, dans une volonté de comprendre ou de décrire une certaine portion déterminée de la réalité, donc plutôt comme un processus de description d'une portion de l'espace-temps-matière. Ce processus peut être complexe, comprenant des moyens de perception (l'œil pour décrire un paysage, analyser une carte) des moyens technologiques, (chaîne d'arpenteur, ordinateur, satellite), des moyens institutionnels (l'INSEE pour recenser la population), des moyens scientifiques (la photogrammétrie numérique, la statistique, le traitement du signal, la cartographie, etc.). Nous nommerons « instrument » l'ensemble des moyens mis en œuvre pour une observation. L'observation n'est pas forcément explicative, mais elle doit être intelligible pour permettre l'émergence des objets. Car c'est bien finalement par un processus cognitif que les objets émergent du continuum espace-temps-matière. Le Mont-Blanc est une montagne, cet objet existe indépendamment de l'homme dans sa matière, mais pas dans sa délimitation, son identité. Remarquons, comme beaucoup de termes en 'tion', que l'observation exprime à la fois le processus et son résultat. Par la suite, c'est plutôt le résultat que nous utilisons.

La matière apparaît d'abord comme différenciée en grains par le processus même d'observation. Il crée donc une granularité à partir de la distribution spatiale de la matière. Elle est déterminée par son pouvoir séparateur (écart minimal entre deux grains matériels distincts) mais l'observation influe aussi sur le choix thématique de description de la matière.

On voit que la capacité de différenciation spatiale (ou temporelle) est liée à l'existence même d'un instrument capable d'observer. Cette capacité n'est donc pas une propriété intrinsèque à la matière. On tente de construire des instruments de plus en plus précis, mais il semble impossible de pouvoir en fabriquer un, capable de restituer une quantité infinie d'informations. Néanmoins, le caractère discret de toute observation n'est pas en contradiction

avec le fait qu'un ensemble d'observations puisse être cohérent avec une théorie du monde qui soit continue. Ceci peut s'effectuer en construisant la fonction d'acquisition  $m$  à partir du champ matériel théorique  $f$  continu.

Mais ici nous nous intéressons surtout à une formalisation du résultat de l'observation qui soit compatible avec le caractère discret de toute représentation instrumentale et en particulier informatique.

Pour résumer, une observation est une opération qui prend sa donnée dans la réalité et aboutit à un résultat qui est un ensemble fini d'informations. Ainsi, un processus d'observation comprend toujours :

- 1) un *observé* ou *champ d'observation* qui est un domaine de la réalité matérielle spatio-temporelle,
- 2) un *observatoire* ou instrument, que ce soit l'œil, un satellite de télédétection ou l'infrastructure nécessaire à un recensement de population. Il détermine une granularité spatiale (ou spatio-temporelle). Il comprend la partie purement instrumentale mais aussi l'infrastructure humaine et le traitement scientifique et technique jusqu'à la mise en forme finale de l'information, aboutissant à une représentation intelligible par rapport à l'objectif d'observation attendu.
- 3) le résultat de l'observation est constitué de l'ensemble fini des valeurs descriptives matérielles associées aux grains.
- 4) et un *observateur* qui fixe en amont du processus le point de vue à la fois thématique, l'étendue (emprise spatiale) et le niveau de granularité qu'il souhaite observer (par son choix de l'instrument et le paramétrage instrumental) et en aval qui organise, interprète, en définissant des objets et valide le résultat par rapport à son point de vue et ses attentes.

#### **Définition formelle d'une observation**

Une **observation** est définie par un quadruplet  $(D, \mathcal{G}, M, m)$  formée d'un **domaine d'observation**  $D$  qui est une partie de l'espace euclidien  $E$ , d'une **granularité** définie par une famille finie  $\mathcal{G} = \{A_i\}_{i=1, \dots, n}$  de parties formant une partition de  $D$ , d'un ensemble descriptif  $M$  et d'une application  $m$  qui associe à chaque grain  $A_i$  de  $\mathcal{G}$  une valeur matérielle  $m_i$  de  $M$ . L'application  $m$  est appelée **variable matérielle** ou **variable descriptive**.

L'introduction de la matière dans l'espace ajoute en quelque sorte trois nouvelles « dimensions<sup>15</sup> » : une dimension « verticale » d'empilement des thèmes sous lesquels on peut aborder la matière, une dimension « horizontale » dans la diversité des valeurs possibles de la matière pour un thème donné, et enfin une dimension en « profondeur », celle des échelles, qui fait apparaître en un lieu selon l'échelle d'observation, de nouveaux thèmes de description avec de nouvelles valeurs de répartition, c'est-à-dire une composition différente de la matière propre à chaque échelle d'observation.

### **4.3 L'objet géographique: Définitions et principes**

Un **objet géographique** est relatif à une observation. Il n'est pas une donnée intrinsèque à l'observation, mais se construit à partir d'elle. Un objet géographique est une entité localisée à

<sup>15</sup> Le terme dimension n'est pas pris ici dans son sens algébrique, mais d'un point de vue descriptif.

la « surface<sup>16</sup> » de la terre. Il peut être statique (en position comme en contenu), mobile (dynamique en position), déformable (dynamique dans sa forme) ou simplement évolutif (dynamique seulement dans son contenu matériel). Néanmoins, de nombreux objets géographiques évoluent aussi dans l'espace, aussi bien en localisation qu'en forme, sans être considérés comme mobile. Pensons à l'évolution des méandres d'un fleuve, à l'évolution des systèmes de villes [PUM06], à l'avancée d'un front pionnier, aux fluctuations des aires de chalandise. Ces objets géographiques « non-mobiles » ne peuvent pas vraiment être qualifiés de mobiles, car même s'ils se déplacent, la temporalité dans laquelle apparaît ce déplacement est très grande devant des mobiles courants comme les avions, les voitures, les piétons ou même l'eau des fleuves. La mobilité, et de manière plus générale, toute dynamique de l'objet est donc relative à une temporalité. De plus, nombre de « grands » objets géographiques restent attachés à une structure de forme (morphologie) ou de voisinage (topologique) dont l'évolution est d'une temporalité d'un ordre encore supérieur. Pour ces « grands » objets, nous pouvons émettre l'hypothèse (simplificatrice) que si leur forme peut se modifier lentement, leurs structures topologique et/ou morphologique restent invariantes. La structure topologique peut se représenter par le graphe des liens de voisinage, la morphologie peut aussi se représenter par un graphe, appelé squelette en morphologie mathématique [SCH94]. Ces liens de voisinage restent beaucoup plus stables que leur forme géométrique. Il y a quelques cas qui contredisent cette hypothèse, comme l'évolution de la propriété foncière. En effet le parcellaire cadastral évolue d'abord dans son contenu (à travers les changements de propriétaires et l'évolution des constructions sur les parcelles), mais elle évolue aussi plutôt dans sa morpho-topologie (ce qui entraîne une évolution de ses formes) par trois types d'opérations principales : partage d'une parcelle en plusieurs, fusion de plusieurs parcelles, qui sont des opérations courantes d'évolution progressive du parcellaire, puis le remembrement global d'une ensemble de parcelles qui correspond à une action « catastrophique » dans le continuum des opérations courantes de partage-fusion. Donc un objet géographique peut se déformer légèrement sans perdre sa structure topologique (connexité, frontières, voisinages). Nous approfondirons dans la troisième partie, le concept ici très vague de « grand » objet géographique, en introduisant le concept de « localisateur ».

Mais la question de la « géographicit  » d'un objet est-elle pour autant résolue ? Tout objet présent sur terre est-il nécessairement géographique ? D'après notre définition précédente, le théoricien répondra : oui... Mais le géographe thématicien répondra sûrement que l'objet n'est géographique qu'à partir du moment où il le considère comme tel, c'est-à-dire quand il le prend comme objet d'étude... Néanmoins, restons dans la théorie et continuons à préciser cette définition, avant de la formaliser.

L'objet géographique est délimité. La plus simple des limites étant le contour géométrique (ligne polygonale fermée en représentation surfacique, enveloppe surfacique polyédrique en représentation volumique), qui donne alors à la fois une forme et une localisation à l'objet (typiquement la parcelle cadastrale délimitée physiquement par sa clôture, ou le bâtiment par ses murs). Mais les limites, tout en étant précises, peuvent être abstraites (limite communale, limite des eaux territoriales). Elles peuvent aussi être imprécises (limite urbaine, limite forestière) car définies au moyen d'un critère subjectif ou d'un calcul arbitraire. Par exemple, on pourrait définir cette limite par un seuil de densité de bâti ou d'arbres, mais en plus du choix du seuil, le résultat dépend aussi du grain avec lequel on mesure la densité (par km<sup>2</sup>, par hectare, par m<sup>2</sup> ?). La limite peut être définie par autre chose qu'une ligne géométrique. Cela peut être une limite floue (voir théorie des ensembles fous), une limite fractale (la côte bretonne), une

---

<sup>16</sup> La surface est prise ici dans un sens très large, car elle englobe aussi bien l'atmosphère, la biosphère, les terres émergées et immergées, les mers et les océans, les fonds marins, le sous-sol de la terre et des mers.

limite stochastique (zone d'aléa définie par une densité de probabilité de survenance), une interface entre différents processus d'influence, de potentiel, d'attractivité (aire de chalandise).

Enfin, l'objet est identifié syntaxiquement par son nom. En informatique cela doit être un identifiant qui le particularise en le différenciant des autres, et le relie sémantiquement à un signifiant, c'est-à-dire à au moins une représentation cognitive qui peut être « primaire » ou plus élaborée scientifiquement.

En somme, étant élaboré à partir d'une observation, un objet géographique est relatif à un choix thématique, territorial, temporel, scalaire (échelles aussi bien d'espace que de temps) et relié à un signifiant par son nom, relativement à une problématique ou un usage.

Dans ce sens, le concept d'objet géographique non-mobile est pratiquement équivalent à celui de lieu et s'oppose en ce sens aux autres objets géographiques. Un nuage, une voiture, un piéton, une goutte d'eau, un virus, ne seraient pas des lieux, soit parce qu'ils sont mobiles ou fluctuants à l'échelle de temps considérée, soit parce qu'ils sont insignifiants au niveau d'échelle utilisé. On les appelle alors souvent des *individus* ou des *particules*. Ces objets sont utilisés en géographie, puisqu'ils sont localisés, mais ni leur structure interne ni leur mécanisme interne de fonctionnement ne nous intéresse plus, seule leur action sur l'environnement est prise en compte. Cela n'empêche qu'ils peuvent être essentiels pour comprendre un phénomène géographique car ils sont souvent les médiateurs de l'interaction spatiale. L'étude du comportement d'un piéton ou d'un automobiliste concerne la psychologie ou la sociologie, mais l'action individuelle et surtout l'effet de masse qu'entraîne ces comportements dans son rapport avec les rues, les habitations, les lieux d'emploi, concerne directement la géographie. Ils sont à l'origine de l'émergence des phénomènes géographiques. Nous préciserons plus loin encore ces concepts d'objet géographique et de particules.

La modélisation géographique, le plus souvent, peut se passer de descendre jusqu'à la particule. Au lieu de considérer chaque arbre individuellement dans une parcelle forestière, on ne garde le plus souvent qu'une variable qui mémorise le nombre d'arbres ou, si l'on souhaite plus de précision, on mémorise un vecteur de valeurs qui donne l'effectif d'arbres, ou le pourcentage de surface utilisée pour chaque type d'essence, chaque classe d'âge, etc. Mais les progrès dans la capacité de stockage et de traitement informatique permettent, si cela est utile pour le problème, de descendre à l'individu-arbre pour en modéliser le comportement. Même si chaque individu reste décrit sommairement, on peut facilement donner à chacun, une personnalité propre, comme un rythme de croissance différencié, qui influencera mais pourra aussi être influencé par son milieu et provoquer au niveau de la parcelle, l'émergence d'une caractéristique impossible à réaliser avec une description globale.

Une question difficile dans une problématique géographique est de savoir quels sont les objets qui répondent le mieux à un problème afin de le formaliser et de le traiter. Se posent les questions du choix de l'échelle et du découpage. *A priori* l'espace géographique peut être envisagé comme un continuum spatial possédant des plages assez homogènes en termes de description. Ces plages sont séparées par des ruptures, des discontinuités, des frontières. D'autre part, il y a plusieurs plans de description ou d'observation de cet espace, on peut considérer le plan purement radiométrique (vue satellitale) ou bien d'occupation du sol (*Corine land-cover*), ou géomorphologique, politico-administratif, sociologique etc. Chacun de ces plans peuvent avoir leur propre découpage pertinent. C'est tout l'avantage d'utiliser un système d'information géographique (SIG) pour pouvoir stocker, superposer et combiner ces différents découpages géométriquement incompatibles d'un même espace.

On peut donc distinguer trois catégories de décomposition de l'espace, qui sont associées à trois types d'éléments qui les constituent. Il y a d'abord celui de l'unité spatiale principale,

qui va donner *l'objet géographique* significatif. Cela peut être les îlots urbains dans une ville, les parcelles agricoles dans un paysage rural. Ensuite, celui des « *grains* » qui constitue la couverture d'observation continue la plus fine en dessous duquel on ne différencie plus les contenus. Des exemples peuvent être pris comme : la portion de terrain correspondant à un pixel d'une image, la maille d'un modèle numérique de terrain, la motte de terre du champ... Enfin, le niveau des « *particules* » qui sont des grains d'une autre nature, car l'espace physique n'est pas seulement un continuum spatio-temporel passif, il peut contenir aussi des entités mobiles, voire éphémères dans le temps. Cela peut être les molécules d'eau qui circulent de l'atmosphère à la mer en passant par les rivières, les nappes phréatiques, les glaciers ou les banquises. Cela peut être les grains de sable qui modèlent et remodelent le relief du désert, les automobiles qui circulent sur un réseau routier, les habitants d'une ville, etc. Cela peut représenter aussi des entités informationnelles, énergétiques, biologiques, comme les transactions financières, les électrons dans un réseau électrique, les messages d'information qui circulent de bouche à bouche entre les membres d'un groupe social, ou par les médias (journaux, radio, télévision, internet), les virus de la grippe, etc. Ces grains fluctuants, que nous appelons particules, n'ont alors plus les propriétés de stabilité topologique qui caractérisent les objets géographiques.

#### 4.3.1 L'identification.

Identifier un objet c'est reconnaître dans une observation que des grains plus ou moins connexes forment un tout qui émerge en se différenciant localement des grains voisins et auquel on va donner un sens global. On conserve ce lien identitaire entre la réalité observée et sa signification à travers une dénomination. Cette identification n'est pas neutre ni absolue, elle dépend en amont de l'observation et en aval de l'espace sémantique dans lequel il s'intègre. Il y a au moins trois manières de définir cette relation d'identification qui entraînent trois conceptions différentes de la notion d'objet géographique, selon le principe choisi (voir §4.3.5, §4.3.6, §4.3.7).

Pour dire que la relation d'identification  $\varphi$  associe certains grains de  $\mathcal{G}$  à certains noms de l'ensemble des noms  $J$ , on écrit mathématiquement  $\varphi: \mathcal{G} \rightarrow J$ . Si on considère un grain quelconque  $A$  de l'ensemble  $\mathcal{G}$ , et un nom quelconque  $j$  de l'ensemble des noms  $J$ ,  $\varphi(A)$  est le sous-ensemble des éléments des  $J$  qui sont reliés à  $A$ . La relation réciproque  $\varphi^{-1}$  est déduite de  $\varphi$  en inversant le sens des liens où  $\varphi^{-1}(j)$  est l'ensemble des grains associés au nom  $j$  par cette relation réciproque. La relation réciproque vérifie :  $(A \in \varphi^{-1}(j)) \Leftrightarrow (j \in \varphi(A))$

#### 4.3.2 Le support spatial d'un objet

Chaque objet  $j$  possède un *support spatial*  $S_j$  qui est la partie de  $D$  constituée par la réunion des grains de l'objet  $j$ . Par abus de langage on l'appelle souvent *localisation* de l'objet :

$$S_j = \bigcup_{A \in \varphi^{-1}(j)} A$$

#### 4.3.3 Le contenu matériel d'un objet

Le contenu matériel de l'objet  $j$ , est la partie de  $M$  formée de la réunion des contenus  $m(A)$  des grains de  $j$  :

$$C_j = \bigcup_{A \in \varphi^{-1}(j)} m(A)$$

#### 4.3.4 Objet géographique matériel et couche d'objets

Cette définition reste pour l'instant atemporelle.

##### **Définitions:**

*Étant donné une observation  $O = (D, \mathcal{C}, M, m)$  de domaine  $D$ , de granularité  $\mathcal{C} = \{A_i\}_{i=1, \dots, n}$ , un ensemble de noms  $J$  et une relation d'identification  $\varphi : \mathcal{C} \rightarrow J$ . Un **objet géographique matériel** de nom  $j$  est défini par le couple  $(S_j, C_j)$  formé de son support et de son contenu.*

*L'application  $f$  qui, à chaque nom  $j$  de  $J$ , associe l'objet  $(S_j, C_j)$  est appelée **couche d'objets matériels** relative à l'observation  $O$*

Cette définition, qui exprime un objet par la description exhaustive brute de tous ses grains matériel, pourra être simplifiée en remplaçant cette description par une évaluation d'ensemble de sa « valeur » matérielle. Néanmoins, une telle définition permet aussi de formaliser un objet d'une autre manière, par regroupements de certains grains en composants internes à l'objet, ce que nous verrons dans le principe d'emboîtement (voir §4.3.9).

#### 4.3.5 Le principe de séparation

Si l'on décide que la relation d'identification  $\varphi : \mathcal{C} \rightarrow J$  est une fonction, ce qui est pratique, en particulier pour un codage informatique, car elle définit alors un identifiant de l'objet, mais restrictif par rapport aux situations que l'on peut rencontrer dans la réalité. Cela impose que chaque grain matériel soit attribué à un objet au plus. Le choix de prendre une *fonction* pour traduire la relation d'identification n'est donc pas neutre. Elle traduit l'hypothèse fondamentale que les objets sont spatialement séparés, disjoints, ne partagent aucune matière si petite soit-elle, c'est *l'hypothèse de séparation des objets*. De plus, le choix d'une *fonction* et non d'une *application* autorise que certains grains de matière n'appartiennent à aucun objet, il reste alors des espaces matériels qu'on peut appeler interstitiels. En fait, on peut toujours ramener  $\varphi$  à une application en associant un nom spécial ( $j=0$  par exemple) aux grains interstitiels. Dans ces conditions, la réunion des supports d'objets coïncide alors avec le domaine  $D$  et comme ils sont disjoints deux à deux, les supports d'objets  $S_j$  forment une partition de  $D$ . Ce qui s'exprime aussi par le fait que  $\varphi$  induit sur  $\mathcal{C}$  une relation d'équivalence « .. appartient au même objet que... » dont les classes d'équivalence sont les supports  $S_j$ .

#### 4.3.6 Le principe de mélange

Dans certaines problématiques géographiques, il peut être utile d'affaiblir ce principe de séparation et d'autoriser la possibilité aux objets de s'interpénétrer, de partager certains grains matériels, donc de se mélanger dans l'espace. La relation d'identification n'est plus alors fonctionnelle et certains grains peuvent appartenir à plusieurs objets, il y a ambiguïté de localisation des objets. On ne peut plus parler de partition du domaine ni de classes d'équivalences. C'est le cas des aires d'influence, comme les aires culturelles, les aires ethniques, ou même de l'intercommunalité. Un groupement de communes, un SIVOM, un syndicat mixte, est un sous-ensemble de communes liées par la gestion d'une même activité, comme le ramassage des ordures ménagères. Mais chaque commune peut appartenir à plusieurs groupements intercommunaux d'où le recouvrement important de ce genre d'objets entre eux. Nous qualifierons les objets géographiques de cette catégorie de « *mélangeables* » ou de « *pénétrables* ». Les supports  $S_j$  constituent alors seulement un recouvrement du domaine, mais non une partition.

#### 4.3.7 Le principe d'impénétrabilité

Entre ces deux principes extrêmes, soit de séparation totale soit de mélange possible entre les objets, existe une situation intermédiaire, intéressante en géographie mais plus complexe à formaliser. C'est le fait que deux objets peuvent être à la fois séparés et indissociables. En utilisant une analogie biologique, on peut parler d'une sorte de *nexus*, c'est-à-dire le fait que deux « cellules » mettent en commun une partie de leur « membrane » externe pour n'en faire qu'une seule entité jouant à la fois le rôle de filtre de communication et de frontière séparatrice. Même si les objets géographiques ont rarement des « membranes » au sens physique du terme, la notion de frontière entre deux objets joue, en géographie, un rôle fondamental. Même si elles sont le plus souvent abstraites, comme une limite communale, elles structurent l'usage social de l'espace et de ce fait jouent un rôle dans l'évolution de l'occupation du sol. Comment aurait évolué le paysage urbain français dans un système communal sans frontières ?

Pour formaliser correctement cette notion de frontière géographique entre deux zones, aucun des deux principes précédents ne convient, car il serait souhaitable que la frontière soit commune aux deux entités. Aussi l'hypothèse de séparation ne convient pas, mais l'hypothèse de mélange est trop permissive car la frontière ne doit représenter qu'une infime portion de l'objet. Nous devons donc munir l'espace géographique d'une structure d'espace topologique pour nous permettre de manipuler le concept de frontière (voir §2.1.6) à partir des grains matériels. Si l'on veut de plus imposer des règles quant à la limitation relative de taille de la frontière, les objets de notre espace devront être mesurables.

*Le principe d'impénétrabilité exprime donc que deux objets quelconques sont, soit totalement séparés, soit possèdent une frontière mitoyenne*, mais ne peuvent s'interpénétrer au-delà de cette frontière. Formellement, *l'hypothèse d'impénétrabilité exprime que les intérieurs de deux objets quelconques doivent toujours être disjoints*. Ils peuvent seulement partager leur frontière, mais la mesure de celle-ci doit être négligeable devant celle de l'objet.

Un espace euclidien peut être muni facilement d'une mesure de base (volume pour les solides, aire pour les surfaces, longueur pour les lignes) et d'une topologie naturelle<sup>17</sup>. Dans un plan, par exemple, topologiquement on peut considérer un carré comme un objet ouvert c'est-à-dire constitué des points de sa surface en excluant sa frontière formée de ses 4 côtés. Deux carrés adjacents sont alors totalement disjoints, bien qu'infiniment proches. Cette représentation satisfait le principe de séparation. On peut aussi considérer les carrés comme des objets fermés, c'est-à-dire contenant leur frontière. Dans ce cas, les deux carrés adjacents ne sont pas disjoints, ils partagent leur côté commun. Si l'on observe maintenant la réalité géographique, un bâtiment serait topologiquement un objet *fermé* (comme défini en §2.1.6) car il comprend ses murs, alors qu'une ville serait plutôt un objet *ouvert*... à moins qu'elle soit enfermée dans ses fortifications.

En ce qui concerne la mesure de la frontière, plaçons-nous encore dans le plan. Deux segments consécutifs d'une ligne polygonale partagent une extrémité commune qui est leur point frontière. Deux carrés adjacents partagent un segment frontière, le côté commun. Dans un pavage de cubes dans un espace 3D, deux cubes adjacents ont une frontière surfacique carrée. Dans un pavage d'hypercubes dans un espace 4D, la frontière est un cube c'est-à-dire tridimensionnelle. La mesure de la frontière est toujours nulle par rapport à celle des entités

---

<sup>17</sup> Nous ne voulons pas ici entrer dans les détails techniques de la théorie mathématique qui est sous-jacente, mais disons que cette topologie naturelle (dite borélienne) utilise comme voisinages d'un point, les disques centrés sur ce point de rayons aussi petits que l'on veut.

qu'elle sépare. Car la frontière est de dimension  $n-1$  si les objets qu'elle réunit en les séparant sont de dimension  $n$ .

C'est ce principe d'imperméabilité que l'on retiendra dans la suite, sauf mention contraire, car c'est le plus riche sans avoir les inconvénients de l'ambiguïté spatiale. C'est avec lui qu'on peut donner une formalisation des structures de données topologiques déjà exposées (Chapitre 3 -) qui soit cohérente avec la théorie des espaces topologiques présentés dans le paragraphe 2.1.6.

#### 4.3.8 La dimensionnalité d'un objet

Dans l'espace euclidien tridimensionnel  $E$ , le domaine d'étude  $D$  peut être une partie de dimension 3, (comme une scène de montagnes en élévation) mais il peut être aussi une surface de projection (la surface d'un ellipsoïde ou un plan). Bien que dans la réalité tous les objets matériels, les maisons, les arbres, etc. soient tous tridimensionnels, lorsque ceux-ci sont de hauteur suffisamment petite devant l'étendue des deux autres dimensions terrestre, on considère leur hauteur comme nulle. Ce qui en fait des objets bidimensionnels (surfaciques) inclus dans la surface de l'ellipsoïde ou dans le plan. Il faut alors les mesurer comme des surfaces. De même, lorsque certains objets sont suffisamment peu hauts et peu larges devant leur longueur, comme des routes ou des cours d'eau, on peut les exprimer comme des objets linéaires, et d'autres comme des points. Bien que modélisés en dimension 1, 2 ou 3, ces objets sont plongés dans un espace de référence qui peut être soit tridimensionnel soit bidimensionnel si l'on raisonne en projection. Il ne faut donc pas confondre la dimensionnalité de l'objet, (volumique, surfacique, linéaire ou ponctuel) et celle du référentiel (de l'espace euclidien) dans lequel il est inclus. Par exemple, si une route est représentée par un objet linéaire, le fait qu'elle soit dans  $R^2$  ou dans  $R^3$  est différent, car sa longueur dans le premier cas ne va pas tenir compte des montées et des descentes, elle sera donc plus longue dans  $R^3$  que dans  $R^2$ .

#### 4.3.9 Principe d'emboîtement

Un objet peut se concevoir ou s'observer comme formé de différents constituants internes. Les constituants peuvent être perçus à un niveau plus fin d'observation soit comme des objets signifiants pour l'observateur, soit comme des grains matériels différenciés. Un objet se construit aussi de l'extérieur par les contraintes spatiales qu'il entretient avec ses voisins et toutes les interactions qu'il peut avoir avec les autres objets du domaine, voire même avec des influences extérieures. On doit alors faire l'***hypothèse d'un principe d'identité de constitution entre l'intérieur et l'extérieur***. L'intérieur d'un objet peut devenir alors le domaine d'observation des objets du niveau inférieur qui le constitue. On arrive alors à faire l'***hypothèse de la possibilité de construire des objets issus de plusieurs niveaux d'observations, où un objet est constitué lui-même d'objets plus fins, selon un principe d'emboîtement récursif, situé entre deux niveaux extrêmes d'observation***.

Le principe d'emboîtement est rendu utile pour plusieurs raisons, la principale étant que beaucoup de problématiques géographiques sont par essence ***multiscales***. Par exemple, l'étude des structures européennes repose sur l'emboîtement de plusieurs niveaux de découpage administratifs qui correspondent chacune à des enjeux politiques et économiques distincts mais interdépendants. De même l'hydrologie, aussi bien à travers l'étude des cours d'eau que des bassins versants, montre un espace qui possède une structuration hiérarchisée très significative, ainsi on pourrait citer bien d'autres exemples encore. Une autre raison, d'ordre épistémologique peut pousser à utiliser l'emboîtement des niveaux, c'est la modélisation dans une perspective ***réductionniste*** essayant d'expliquer les couches de hauts niveaux (petites échelles) à partir des lois (plus simples) tout en régissant les objets les plus élémentaires de la couche de bas niveau. Une troisième raison, quasiment opposée à la précédente, serait une modélisation dans laquelle

ou voudrait affirmer une perspective *émérgentiste* correspondant à une posture selon laquelle les lois régissant les objets de niveau supérieur ne sont pas déductibles des lois faisant fonctionner les objets des niveaux inférieurs [LAU07].

La description de ces interactions ne s'explique, en général, qu'à travers une dynamique qui peut être expliquée par des lois physiques (évolution du relief par les lois conjuguées de l'érosion et de la tectonique des plaques) ou des lois sociales (évolution d'une population, d'un habitat, d'un paysage, en fonction de la culture de l'organisation politique, économique, sociale, etc. du groupe). Ces lois, qu'elles soient physiques ou sociales, ne sont pas « inscrites » dans l'espace, mais elles peuvent se traduire quelquefois par des fonctions qui permettent de décrire les objets ou les relations entre objets, dans l'espace-temps (de manière synchronique et diachronique). Ceci nous amènera à considérer la notion de système géographique pour prendre en compte cet aspect plus globalisant, organisationnel, phénoménologique des objets.

#### 4.3.10 Objet géographique évalué

Considérons toujours une observation  $O = (D, \mathcal{C}, M, m)$  de domaine  $D$  dans un espace euclidien  $E$  de dimension 2 ou 3, et une couche d'objets matériels  $f: j \rightarrow (S_j, C_j)$ . Avec l'hypothèse d'imperméabilité des objets, on peut donc décomposer le domaine d'étude en un ensemble fini  $S$  de supports fermés  $S_1, S_2, \dots, S_n$ , indicés par les éléments de  $J$ . Sachant que l'intersection de deux supports  $S_i$  et  $S_j$  n'est pas vide lorsqu'elle constitue la *frontière* entre les objets  $i$  et  $j$ , mais doit néanmoins rester de mesure nulle (volume si on est en 3D, surface si on est en 2D). En plus des supports, on a aussi les descriptions matérielles respectives  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , des objets. Mais, généralement, elle n'est pas utilisée en tant que telle, car c'est la liste exhaustive des contenus matériels des grains de chaque objet. On résume alors chaque contenu  $C_j$  par (au moins) une valeur qui peut être quantitative, (une mesure), ou par une valeur qualitative, nommée ici valeur descriptive  $v_j$ . Cette opération peut être formalisée finalement par une application  $g$  qui associe à chaque objet  $j$  le couple  $(S_j, v_j)$ , formé de son support spatial et sa valeur descriptive. Cette fonction constitue le modèle mathématique d'une couche géographique (s'il y a ambiguïté possible on peut préciser « couche d'objets géographiques évalués »).

##### Définition

Une *couche géographique* est un ensemble d'objets géographiques évalués. Ces objets ont le même ensemble d'identifiants  $J$ , le même référentiel spatial  $E$  (à priori euclidien) et le même espace de description  $V$ .

Formellement, une couche géographique est définie par une application  $g$  de  $J$  vers  $\mathcal{A}(D) \times V$  qui associe à chaque identifiant d'objet  $j$ , le couple  $(S_j, v_j)$  formé du support spatial de l'objet (qui est une partie de  $D$ ) et de sa valeur descriptive (qui est un élément de  $V$ ). Si ce n'est pas précisé, on suppose que l'hypothèse d'imperméabilité des objets est respectée.

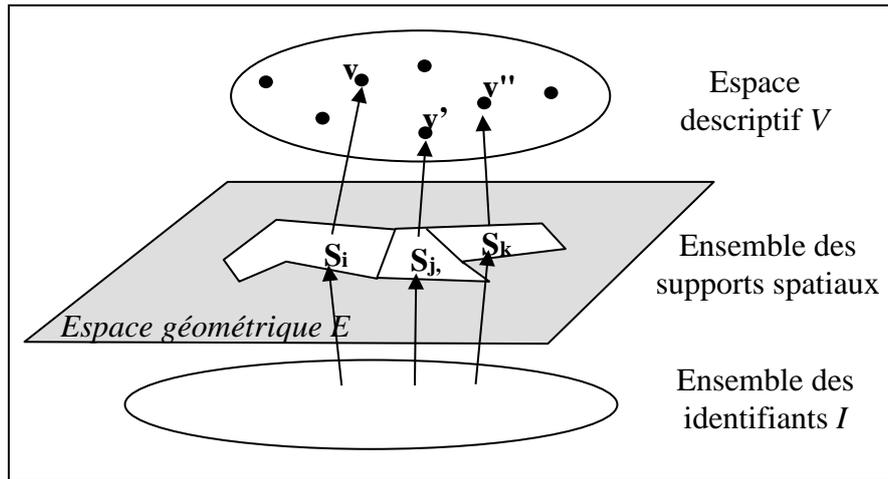


figure 26. Modèle formel d'objet géographique

#### 4.3.11 Les formes de description de l'objet

La description par valuation contient en général plusieurs descripteurs qui sont communs aux objets d'une même classe. Par exemple, le contenu d'un objet de type « bâtiment d'habitation » peut être décrit par sa surface habitable, sa hauteur, le nombre d'étages, le nombre de pièces, son année de construction, son prix de vente actuel, etc. Ces descripteurs sont modélisés mathématiquement par des variables et informatiquement pas des attributs ou des propriétés<sup>18</sup>. L'ensemble des valeurs de ces variables à un instant donné, s'appelle l'*état de l'objet*. De ce fait on appelle souvent ces variables des *variables d'état*.

Lorsque l'objet  $j$  possède une description globale  $x_j$  qui résulte, dans un souci de simplification, d'une opération de sommation, de combinaison ou d'agrégation des valeurs matérielles de chacun de ses grains, il en résulte une application  $X : J \rightarrow V$  appelée *variable descriptive*, où  $x_j = X(j)$  est la description matérielle globale de l'objet  $j$  à un instant donné.  $x_j$  est un élément de  $V$ , qui peut être un ensemble de données qualitatives ou quantitatives.

Il arrive souvent que l'espace de description soit multidimensionnel car constitué d'un produit cartésien de plusieurs domaines de valeurs :  $V = V_1 \times V_2 \times \dots \times V_p$ . Une variable descriptive  $X$  est alors un  $n$ -uplet (on dit aussi un *tuple*) de valeurs descriptives élémentaires (numérique, logique, textuelle, etc.). On formalise ce type de description par une matrice  $X$  (ou un tableau), où  $x_i^j = X_i(j)$ . Ici la ligne  $j$  décrit l'état de l'objet  $j$  et la colonne  $i$  constitue la  $i^{\text{ième}}$  *variable d'état* de la couche d'objets (qu'on appelle souvent un *thème*). Il arrive qu'on distingue dans cette matrice des sous-ensembles de variables concernant un même domaine descriptif (ex : population des communes décrite selon chaque CSP) appelés *thématiques*.

Pour prendre un exemple simple et courant de valuation à partir de l'objet brut décrit en extension par ses grains, considérons une observation  $O = (D, \mathcal{C}, M, m)$  où  $\mathcal{C} = \{A_i\}_{i=1, \dots, n}$  où  $m$  est une mesure. Le support d'un objet  $j$  est alors mesurable et sa valeur descriptive peut être, par exemple, le volume de son support calculé par la somme des volumes de ses grains:

<sup>18</sup> Une propriété, en programmation orientée objet est un attribut qui n'est accessible qu'à travers une fonction de lecture ou une procédure de modification permettant d'en protéger le contenu ou d'effectuer des vérifications, des traitements annexes lors de la modification de la valeur.

$$X(j) = m(S_j) = \sum_{\phi(A_i)=j} m(A_i)$$

Une variable d'état possède un type qui décrit comment l'information est codée. Nous ne détaillerons pas les différents types élémentaires de données qui sont supposés connus (entier, réel, logique, énumérations, chaîne de caractères, etc.) et qui permettent de coder des états aussi bien qualitatifs que quantitatifs.

Une variable d'état peut aussi contenir une information sur la sémantique de cette variable (appelée souvent métadonnée). On peut distinguer par exemple si une variable d'état représente un contenu matériel, énergétique ou informationnel car le traitement peut différer. Par exemple, lors d'une agrégation ou d'une désagrégation entre objets, lors de la transformation d'un type de contenu en un autre, lors de la croissance ou la décroissance d'un état, lors d'un échange et plus généralement lors d'une interaction entre plusieurs objets, les différents types de contenu vont se comporter de manière différente selon l'opération effectuée. Pour des variables codant de la matière, elles sont souvent accompagnées d'une règle d'invariance globale de la masse des objets en jeu. Pour les variables codant de l'énergie ou du travail, elles sont souvent accompagnées de règles de transformation en relation avec d'autres variables.

D'autres modes de description d'un objet peuvent être définis :

- Description en *intention* : Pour simplifier la description, il arrive qu'on « externalise » toutes ou certaines de ses parties par l'intermédiaire de variables typologiques ou taxonomiques. Celles-ci permettent d'associer une description complexe connue de l'utilisateur à une dénomination qui la résume et qui est affectée à la variable. Par exemple, on peut décrire les bâtiments d'habitation par une seule variable typologique dont la valeur résume de multiples attributs quantitatifs.

- Description en *compréhension* : Ce mode de description nécessite l'utilisation de méthodes<sup>19</sup> pour évaluer des expressions numériques, des calculs plus ou moins complexes pouvant aller jusqu'à la résolution d'équations. Il peut être formé aussi d'expressions logiques ou de règles organisationnelles. Ce mode de description est fréquent aussi bien dans une démarche d'analyse qu'en simulation. Nous serons amenés à utiliser ce type de description pour décrire le comportement de l'objet en tant qu'agent.

- Description *systémique* : Un objet peut enfin être décrit, dans une vision systémique, comme une organisation d'objets plus fins qui le constitue. Nous serons amenés à utiliser ce type de description pour décrire la dynamique d'une organisation à travers les interactions entre les agents qui la compose.

Une commune peut être décrite comme constituée de parcelles cadastrales. Ces parcelles sont modélisées dans une couche d'objets différente de celle des communes. Ainsi, l'objet « commune » contiendra une liste des références des objets « parcelles » qui le constituent et éventuellement des règles organisationnelles relatives à ces parcelles. Rappelons qu'une organisation peut être décrite de manière structurelle (voir § 1.3.1) et/ou par des règles de contrainte ou de construction qui fixent les possibilités de combinaison et les degrés de liberté de l'organisation.

Dans le cadre du développement d'une plate-forme de simulation, il devra être possible de décrire tout objet selon l'un des modes décrits ci-dessus et même de pouvoir les cumuler dans le même objet.

---

<sup>19</sup> Le terme de méthode est pris ici au sens de la programmation orientée objet. C'est un sous-programme interne à l'objet (une procédure ou une fonction) qui contient un algorithme pour effectuer un traitement particulier.

La description interne de l'objet est aussi essentielle que sa forme. On distingue deux niveaux de description d'un objet, la partie de la description qui est commune à tous les objets d'une même classe, c'est sa *structure*, dont on peut faire l'économie dans la description individuelle, et la partie qui différencie l'objet des autres, c'est son *contenu* qui est propre à chaque élément de la classe (on parle aussi d'*instance* de classe, de réalisation ou de réification). La description des objets selon une hiérarchie de classes « orientée-objet » permet de tenir compte au mieux de la différenciation progressive des caractéristiques des objets, depuis les classes les plus génériques vers les objets les plus diversifiés. Cette hiérarchisation de la description ne doit évidemment pas être confondue avec la hiérarchie d'organisation par emboîtement des objets élémentaires en objets plus complexes.

## Chapitre 5 - Le temps et la dynamique

*« Comment donc ces deux temps, le passé et l'avenir, sont-ils puisque le passé n'est plus et que l'avenir n'est pas encore ? Quant au présent, s'il était toujours présent, s'il n'allait pas rejoindre le passé, il ne serait pas du temps, il serait l'éternité » Saint-Augustin, Confessions, XI, 14*

### 5.1 Le temps

Certaines positions philosophiques extrêmes comme le « présentisme » affirment que le temps n'existe pas, que ce n'est pas une réalité objective, que seul le présent fait partie de la réalité, le temps n'étant qu'une construction mentale de l'homme pour ordonner la succession des événements et quantifier leur écart par la durée. Le problème qui se pose alors, surtout depuis la théorie de la relativité, est le fait que ce que nous appelons le présent, c'est-à-dire ce qui nous apparaît comme simultané en tant qu'observateur (du présent) positionné précisément en un lieu, n'est que l'information provenant du passé des autres objets. Ce passé est d'autant plus éloigné que ces objets sont lointains (nous avons pris l'exemple dans le §2.1.4 de la lune située à 2,5 secondes-lumière que nous voyons en même temps que la galaxie d'Andromède à 2 millions d'années-lumière). Non seulement cette information présente provient de passés différents, mais l'ordre d'arrivée de cette information est différent pour un observateur placé à un autre endroit. Nous sommes bien obligés dans ces conditions de considérer que le passé existe puisqu'il est une réalité que nous voyons au présent (nous ne voyons même que lui). Chaque lieu possède un temps qui lui est propre car le présent d'un lieu ne dépend que du passé des autres lieux. La théorie de la relativité a prouvé que cet éloignement temporel qu'est le passé d'un objet observé est strictement proportionnel à son éloignement spatial, quelle que soit la vitesse de l'observateur. Ainsi, distance et temps expriment finalement le même concept : le temps est un concept d'éloignement au même titre que la distance. D'ailleurs la théorie de la relativité utilise un véritable espace à quatre dimensions dont toutes les dimensions sont exprimées dans la même unité qui peut être indifféremment exprimée en temps ou en distance.

Dans notre petit monde terrestre, où la communication lumineuse est quasi instantanée par rapport à nos vitesses de déplacement, nous avons l'impression de percevoir notre réalité spatiale comme synchrone. Ce qui signifie que tous les lieux peuvent synchroniser leur horloge avec la même valeur d'un paramètre réel  $t$ , qui est alors un temps absolu. Ceci est faux en toute rigueur, mais tellement proche de la vérité qu'il ne s'en distingue pas. Ainsi, la géographie se situant dans des conditions où la théorie de la relativité est réductible à celle de Galilée et Newton, on pourra formaliser le temps indépendant du lieu pour décrire l'évolution matérielle ou la trajectoire d'un objet. Par exemple, si un objet mobile est représenté par son état matériel  $m$  et par sa position  $x, y, z$  dans un repère donné, on pourra considérer le temps comme un paramètre permettant de décrire l'évolution de cet objet au cours du temps par une fonction vectorielle  $F$  qui associe à chaque valeur réelle du temps  $t$  le vecteur  $F(t) = (m(t), x(t), y(t), z(t))$ . Le temps n'est donc pas ici considéré comme une dimension supplémentaire donnant à notre espace physique une quatrième dimension. Pour cela, il faudrait lui donner un véritable statut de dimension géométrique, ajoutant ainsi un degré de liberté supplémentaire aux mouvements. Il faudrait pouvoir donner un sens par exemple aux rotations en quatre dimensions. N'oublions pas non plus qu'ajouter une dimension temporelle à l'espace, transforme la dynamique d'un objet en une trajectoire spatio-temporelle statique. Elle masque ainsi la « flèche du temps » et donne l'illusion de la réversibilité, comme pour les autres dimensions. Notre espace physique terrestre est résolument tridimensionnel.

Il peut y avoir une légère confusion sur le mot « temps » si l'on ne distingue pas tout de suite l'ambiguïté possible entre le temps pris au sens de « durée », comme dans la phrase « j'ai mis le même temps à écrire ces deux phrases », et le temps pris au sens de « instant », comme dans la phrase « je n'ai pas écrit ces deux phrases en même temps ». On fait souvent la distinction entre les deux sens selon que l'article est indéfini ou non: « *un* temps » ou « *le* temps ». Le premier indique un *instant* qui est représenté par un nombre réel  $t$  à partir d'une origine absolue bien qu'arbitraire. Le second correspond à une *durée*, c'est-à-dire une différence (ou un écart) entre deux instants  $t_2-t_1$ . Notons que ces deux significations se rejoignent lorsqu'elles expriment la durée depuis l'origine des temps.

En informatique et dans l'univers de la simulation, nous devons distinguer dans le langage au moins quatre formes de temps : le temps réel, le temps physique et le temps logique et le temps formel.

*Le temps réel* est celui qui est produit par une véritable horloge donnant le temps de la réalité. Ceci n'empêche pas que ce temps soit utilisé dans certains modèles, dits « modèles temps réel » lorsqu'ils doivent s'accorder avec des phénomènes réels (par exemple, logiciels d'aide à la navigation, de contrôle de processus chimiques, etc.).

*Le temps physique* est produit par l'horloge (véritable) de l'ordinateur, les impulsions produites sont utilisées par une simulation pour cadencer le temps de cette simulation, mais sans rapport avec la réalité (par exemple, les impulsions produites toutes les millisecondes peuvent servir à simuler des jours ou des années).

*Le temps logique* est un temps produit par la simulation elle-même, sans cadencement d'une véritable horloge mais produit par l'incrémentement d'une variable  $\tau$  dans une boucle, de la forme  $\tau := \tau + d\tau$ . Pour plus de clarté et sauf mention contraire, nous présenterons des modèles utilisant un temps logique.

*Le temps formel* est un temps théorique, formalisé mathématiquement, donc indépendant de toute représentation informatique comme un algorithme ou un langage de programmation.

Il ne faut pas confondre unité de temps et pas de temps. On peut avoir une unité de temps basée sur l'année et un pas de temps  $dt$  valant 1 jour. Le pas de temps n'est pas toujours un multiple ou un sous-multiple de l'unité.

#### **Définition du temps général (formel)**

*L'ensemble des temps est formalisé par l'ensemble des nombres réels. Il exprime donc un continuum : entre deux instants distincts tels que  $t_1 < t_2$ , on peut toujours trouver un temps intermédiaire  $t$  tel que  $t_1 < t < t_2$ . De plus, il a un sens (la flèche du temps) : si  $t$  est l'instant présent, écrire :  $t_1 < t < t_2$  signifie que  $t_1$  est passé et que  $t_2$  est futur.*

Le temps considéré comme un continuum est discutable, et nous utiliserons aussi la vision discrète du temps, comme « sous-produit » de la vision continue. Mais, me semble-t-il, la conceptualisation la plus fine ne peut faire le choix que du continu, dans la mesure où toute vision discrète d'une grandeur totalement ordonnée (comme le temps) ne prend sens que par rapport à un continuum qui crée l'espace (ici la durée) entre les valeurs successives. En somme, on ne perçoit le caractère discret de deux entiers successifs que rapport à l'existence d'un intervalle continu qui les sépare. Ne pouvant décider dans l'absolu jusqu'à quelle limite une durée ne peut plus être divisée en deux, il est plus simple de ne pas en fixer et de prendre un temps général continu. Néanmoins, pour chaque phénomène, le temps possédera sa propre granularité à travers la notion de temporalité.

## 5.2 Les temporalités

Pour caractériser l'évolution spatiale et matérielle des objets géographiques, nous utilisons le terme de « phénomène » dans le sens d'une observation empirique, d'un changement qui se déroule dans le temps et l'espace. Le terme de phénomène renvoie donc à la réalité géographique non formalisée, à l'univers du réel (voir figure 1). Cela peut être une inondation, la croissance d'une ville, la diffusion d'une épidémie, etc. Nous utiliserons aussi le terme de « processus » comme un concept plus formalisé, mathématisé (donc simplifié, mais quantifié) d'un phénomène. Le phénomène possède un caractère globalisant, alors qu'un processus sous-entend une décomposition du phénomène en une succession ordonnée d'évènements ou d'actions.

Le temps ne peut pas toujours être pris comme un absolu pour l'étude des phénomènes. Nous introduisons pour cela la notion de *temporalité* relative à un phénomène. Elle exprime comment ce phénomène « utilise » le temps pour se structurer. On pourrait même dire, lorsque ce phénomène est la vie d'un être humain, que cette structuration détermine la conscience qu'il a du temps (Bergson utilise plutôt le terme de « durée » pour exprimer le temps conscient et « temporalité » pour le temps mathématique, et il utilise le terme de « rythme » pour ce que j'appelle « temporalité ». Il écrit à ce sujet: « *Il n'y a pas un rythme unique de la durée ; on peut imaginer bien des rythmes différents, qui, plus lents ou plus rapides, mesureraient le degré de tension ou de relâchement des consciences* », Bergson, Matière et mémoire).

La temporalité englobe à la fois l'ordre de grandeur de la durée globale du phénomène et le pas de temps minimal pour que son évolution reste détectable. La temporalité d'un phénomène est au temps ce que l'échelle géographique est à l'espace. Par exemple, un feu de forêt n'a pas la même temporalité que la régénération de cette même forêt. Le feu de forêt dure quelques heures avec une dynamique très rapide, alors que la régénération de la forêt se compte en décennies. Le pas de temps utilisé pour l'incendie, par exemple la seconde, n'a plus de signification pour le phénomène de régénération. De même, la temporalité d'un être vivant n'est pas compatible avec celle de son espèce. La durée de vie de la première est même le pas de temps de la seconde, les deux phénomènes ont alors des temporalités emboîtées.

Une temporalité est donc caractérisée par un intervalle de vie, un pas de temps minimal (ou granularité temporelle) une base de temps et support d'activité:

### 5.2.1 Intervalle de vie $T$

L'intervalle de vie  $T$  du phénomène, est l'ensemble des réels  $t$  entre l'instant de sa naissance  $t_{\min}$  et celui de sa mort  $t_{\max}$ , dont l'amplitude  $a = t_{\max} - t_{\min}$ , est sa durée de vie. On a donc  $T = [t_{\min}, t_{\max}]$

### 5.2.2 Le pas de temps minimal $dt$

Le pas de temps minimal du phénomène exprime l'intervalle minimal  $dt$  de différenciation temporelle du phénomène. C'est la durée minimale à partir de laquelle on peut mesurer une différence significative entre les instants  $t$  et  $t+dt$ , lors de l'observation du phénomène. Le pas  $dt$  exprime la granularité temporelle du phénomène. Cette durée est comme un instantané photographique qui correspond au temps d'ouverture de l'obturateur de l'appareil d'observation du phénomène. Durant cette ouverture, les mouvements se dessinent en une seule image. Plus les objets sont en mouvement rapide, mieux se dessine leur trajectoire mais moins leur position est précise, comme une sorte de principe d'incertitude, version macroscopique.

### 5.2.3 La base de temps $B_T$

La base de temps du phénomène est un sous-ensemble  $B_T$  de  $T$  utilisé pour simuler le temps du phénomène. Si le phénomène est continu, un modèle mathématique du phénomène peut utiliser tout l'intervalle réel  $T$ , et construire une fonction continue  $f:T \rightarrow V$ , comme le débit d'un fleuve en fonction du temps. Lorsqu'on modélise informatiquement ce modèle on devra passer à une représentation discrète de  $T$ . On pourra prendre une base de temps (linéaire) de pas  $\Delta t$  qui devra vérifier  $\Delta t \geq dt$ , en découpant  $T$  selon ce pas  $\Delta t$  :

$$B_T = \{t_k \in T / t_k = t_{\min} + k.\Delta t, k \in \{0,1,\dots,K\}\}.$$

$K$  étant le plus grand entier inférieur ou égal à  $T/\Delta t$ . En somme la base de temps est une discrétisation de l'intervalle de vie  $T$ , permettant d'obtenir une suite finie  $t_0, t_1, \dots, t_k, \dots, t_K$  des instants consécutifs de simulation du phénomène. Dans un algorithme, la base de temps est parcourue par une boucle sur le compteur  $k$  variant de 0 à  $K$ . Si la base de temps est linéaire comme ci-dessus, les temps  $t_k$  peuvent être calculés simplement par exemple, selon l'algorithme suivant, qui contient un appel à une procédure « traiter » non explicitée rassemblant tout ce qui doit être effectué à chaque instant  $t$  de la base de temps:

```
Procédure de traitement à pas constant :
  Entrées = Tmin, Tmax, DeltaT : reels ;
début
  t := Tmin
  K := ent((Tmax-Tmin)/dt)
  Pour i := 1 à K faire
    Traiter(t, Deltat) ; //évolution entre t et t+deltat
    t := t + DeltaT
  fin
fin
```

Si la base de temps est quelconque on suppose qu'elle est préalablement mémorisée dans un tableau Bt,

```
Procédure de traitement à pas quelconque :
  Entrées = Bt : tableau[0..K] de réels ;
début
  t :=TMin ; //identique à Bt[0]
  Pour i := 1 à K faire
    Deltat := Bt[i]-t;
    Traiter(t, deltat) ; //évolution entre t et t+deltat
    t := t+Deltat
  fin
fin
```

Si l'instant suivant dépend des évènements pouvant survenir à partir du contexte présent, on peut calculer la base de temps au fur et à mesure de la simulation par un algorithme du type suivant.

```
Procédure de traitement à pas contextuel :
  Entrées = Tmin, Tmax : reels ;
début
  t := Tmin ;
  Stop := false ;
  répéter
    Evt := CalculerEvenementSuivant(t, deltat, ...) ;
    Traiter(Evt, t, deltat) ;
  jusqu'à (t>Tmax) ou Stop
fin
```

Si le temps est produit par les impulsions de l'horloge de l'ordinateur, donc le temps physique, l'instant présent  $t$  et le pas de temps  $\Delta t$  qui s'est écoulé depuis l'instant précédent, dépend du temps réel qui a été utilisé par la machine pour faire les calculs précédents et répondre aux événements survenus dans le système. La base de temps est définie au fur et à mesure de la simulation par l'horloge qui fournit la suite des instants réels attribués à la simulation pour faire ses traitements. Cela donne un algorithme du type suivant.

Procédure de traitement à temps physique:

Début

Stop := false ;

répéter

  Evs := InterrogerEvenements ;

  InterrogerHorlogeMachine( $t, \Delta t$ );

  Traiter(Evs,  $t, \Delta t$ ); //évolution entre  $t - \Delta t$  et  $t$

**jusqu'à** ( $t > T_{max}$ ) ou Stop

fin

Ainsi, un phénomène possède deux limites temporelles : - une limite externe : le phénomène n'existe pas<sup>20</sup> avant sa naissance, ni après sa mort. - une limite interne : il n'existe pas non plus si on l'observe pendant une durée trop courte, inférieure à  $dt$  (par exemple, quelle est la signification du phénomène d'évolution du climat planétaire, sur une période de 1 an ou même de 10 ans, sachant que la terre existe depuis 4,5 milliards d'années ?).

#### 5.2.4 Support d'activité d'un phénomène $\sigma$

Nous appelons support d'activité l'ensemble des temps (de  $T$ ) pendant lesquels le phénomène est actif (c'est-à-dire est défini, se manifeste). La base de temps est incluse dans le support d'activité. Si le phénomène est observé à travers un processus explicite  $f : I \times T \rightarrow D \times V$ , le support d'activité correspond au domaine de définition de la fonction  $f$ .

Le support d'activité d'un phénomène peut être exprimé par sa fonction caractéristique, c'est-à-dire la fonction binaire (ou booléenne) qui, pour tout objet  $i$ , associe à toute valeur du temps  $t$  de l'intervalle  $T$ , la valeur 1 (ou « vrai ») si  $f_i$  est active à cet instant, et 0 (ou « faux ») sinon. Nous appellerons **fonction d'activité**  $\sigma_i$ , cette fonction caractéristique  $\sigma_i : T \rightarrow \{0,1\}$  qui indique pour quelles valeurs de  $t$  le phénomène est actif pour l'objet  $i$  (remarquons que la relation réciproque  $\sigma_i^{-1}(1)$  donne les valeurs du temps pendant lequel  $f_i$  est active).

Plusieurs cas de figures se présentent:

#### 5.2.5 Phénomène à support discret (ou ponctuel) :

Si le phénomène n'est actif qu'à certains instants précis ( $t_0, t_1, \dots, t_k, \dots, t_n$ ) de son intervalle de vie  $T$ , on dit qu'il est à support de temps discret (ou ponctuel). Cela peut être un processus de financement d'un projet qui se produit à des instants réguliers et ponctuels, un phénomène orageux constitué d'une série temporelle et localisée de décharges électriques, etc. Ces phénomènes ne sont donc actifs temporellement que selon des instants disjoints et de durées courtes. Leur succession dans le temps peut être périodique, selon une base de temps linéaire ou aléatoire (générée selon une certaine loi de probabilité, uniforme, gaussienne, etc.). Elle peut être aussi en progression linéaire, géométrique, ou logistique, ou selon tout autre algorithme adapté au phénomène étudié.

<sup>20</sup> En termes de dynamique on pourrait dire que le phénomène est *stationnaire*

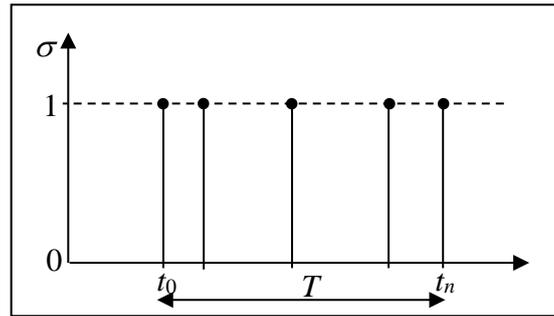


figure 27. Support temporel ponctuel

### 5.2.6 Phénomène à support continu ou continu par morceaux

Un phénomène à support continu est actif pendant toute sa vie. Dans certains cas il n'est actif que pendant certains intervalles de temps disjoints entre eux. On dira alors qu'il est à support continu par morceaux (ou discontinu). Un phénomène à support discontinu peut être périodique, sinon il est dit intermittent. Les phénomènes saisonniers sont périodiques, les périodes de pluie sont intermittentes, etc. On ne détaillera pas plus les phénomènes intermittents, car ils peuvent se décomposer en plusieurs phénomènes à support continu.

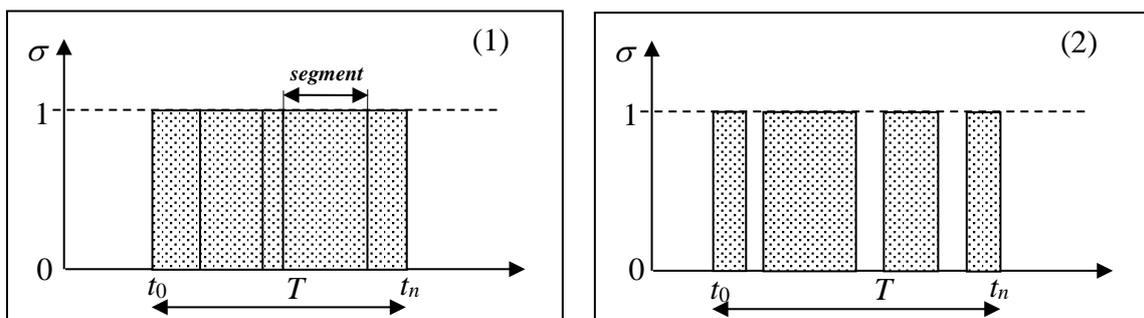


figure 28. Support temporel continu(1) ou discontinu(2)

Pour résumer, la temporalité d'un phénomène spatial  $\varphi$ , portant sur un ensemble  $I$  d'objets localisés dans le domaine  $D$ , se définit par un intervalle de vie  $T$ , un pas de temps  $dt$ , un support temporel d'activité  $\tau : I \times T \rightarrow \{0,1\}$ . On peut donc noter une temporalité par:

$$\mathcal{T}(\varphi) = (T, dt, B_T, \tau)$$

La temporalité possède son équivalent spatial : Un phénomène géographique contient une extension spatiale, c'est-à-dire sa limite externe et une granularité, c'est-à-dire sa limite interne, car on ne descend pas à l'intérieur des grains.

## 5.3 Evènements, Processus

Un phénomène possède aussi une structure ou une organisation temporelle qui se caractérise par une succession d'évènements. Un évènement est un fait qui apparaît à un instant précis et possède éventuellement une certaine durée. Si sa durée ne dépasse pas  $dt$ , on dit que l'évènement est instantané ou discret. Ce peut être un éclair, l'arrivée d'une personne dans une file d'attente, un changement de régime dans le débit d'un fleuve ou l'arrivée d'une glaciation dans l'histoire du climat terrestre. D'une manière générale, pour un phénomène continu, cela correspond souvent à une rupture de pente ou à une discontinuité dans le processus décrivant le phénomène.

De manière plus formelle, considérons une couche d'objets  $\{O_i \mid i \in I\}$  définie sur un domaine  $D$  d'un espace de localisation  $E$  et un espace d'états  $V$ . Soit  $T$  un intervalle de temps et  $B_T$  une base de temps de  $T$ . On peut proposer les définitions suivantes :

**Événement spatial :**

Un événement spatial  $e$  est défini par un instant  $t$ , une localisation  $x$ , la description  $s$  d'un fait et éventuellement par une durée de l'évènement  $\Delta t$ . C'est donc un triplet :  $e = (t, x, s)$  si l'évènement est **discret**, ou un quadruplet  $e = (t, \Delta t, x, s)$  s'il est **durable**. Eventuellement, un événement peut être inexistant (noté «  $\emptyset$  » ou « — »).

Notons que dans un système dynamique, une **transition de phase est un événement discret et une phase est un événement durable**. Par exemple, la collision entre deux particules est un événement discret, ainsi que le début ou la fin d'une interaction comme la transmission d'un message ou une action venant de l'extérieur du système (une crise pétrolière pour un système urbain, un clic souris pour un système de simulation sur ordinateur). Une phase de déplacement linéaire d'une particule entre deux chocs est un événement durable.

On utilise les notations suivantes :

$I = \{1, 2, \dots, n\}$  l'ensemble des numéros (ou identifiants) des objets

$B_T = (t_0, t_1, \dots, t_k, \dots, t_K)$ , la suite des temps successifs définissant la base de temps de  $T$

$o_{i,k} = (x_{i,k}, y_{i,k})$  l'objet  $i$  à l'instant  $t_k$  de  $B_T$ , défini par sa localisation  $x_{i,k} \subset D$  et son état  $y_{i,k} \in V$

$o_k = \{o_{i,k} \mid i \in I\}$  configuration objet de la couche à l'instant  $t_k$ .

$e_{i,k} = (t_k, x_{i,k}, y_{i,k}) = (t_k, o_{i,k})$  l'évènement discret relatif à l'objet  $i$  et à l'instant  $t_k$  de  $B_T$

$e_k = \{e_{i,k} \mid i \in I\}$  configuration (globale) de la couche à l'instant  $t_k$ .

$e_{i\bullet} = (e_{i,k} \mid t_k \in B_T)$  trajectoire (globale) de l'objet  $i$

$x_{\bullet,k} = \{x_{i,t_k} \mid i \in I\}$  configuration spatiale (ou externe) de la couche à l'instant  $t_k$

$y_{\bullet,k} = \{y_{i,t_k} \mid i \in I\}$  configuration matérielle (ou interne) de la couche à l'instant  $t_k$

$x_{i\bullet} = (x_{i,t_k} \mid t_k \in B_T)$  trajectoire spatiale (ou externe) de l'objet  $i$

$y_{i\bullet} = (y_{i,t_k} \mid t_k \in B_T)$  trajectoire matérielle (ou interne) de l'objet  $i$

Un événement discret  $e_{i,k}$  relatif à l'objet  $i$  au temps  $t_k$ , ne sera pas forcément défini pour un autre objet  $j$  au même instant, on aura alors  $e_{j,k} = \emptyset$ . Ainsi, la matrice des évènements (où chaque ligne correspond à un objet et chaque colonne à une valeur de la base de temps), pourra être assez creuse.

**Processus explicite :**

On appelle processus explicite, une fonction  $f: I \times T \rightarrow \mathcal{P}(D) \times V$  telle qu'à chaque objet  $i$  et à chaque instant  $t$ , elle donne la localisation  $x_{i,t} \subset D$  et l'état  $y_{i,t} \in V$  de cet objet. Pour un objet  $i$  donné, on note  $f_i: T \rightarrow \mathcal{P}(D) \times V$  le processus restreint à l'objet  $i$ . On a donc

$$f(i, t_k) = f_i(t_k) = o_{i,k} = (x_{i,k}, y_{i,k})$$

Un processus explicite est souvent la marque d'un système simple, puisque la position et l'état de chaque objet sont calculables directement à chaque instant. Lorsque le système est complexe, le processus devient en général itératif et on ne peut plus calculer directement un état de la couche d'objet du système sans calculer d'abord tous les états précédents.

La définition proposée est adaptée à un point de vue théorique dans la mesure où  $f$  est définie dans l'intervalle continu  $T$ , ce qui représente *a priori* une infinité de valeurs de  $f$ . Pour un traitement informatique, on restreint le calcul du processus à une base de temps  $B_T$  au lieu de  $T$ , ce qui correspond alors à un nombre fini de calculs de  $f$ . Lorsque le phénomène est modélisable par une équation différentielle (ou un système d'équation aux dérivées partielles), il se peut que ce système possède une solution, ce qui donne alors une fonction explicite au modèle. C'est le cas par exemple du modèle logistique (voir figure 3).

**Processus itératif :**

On appelle processus itératif relatif à une base de temps  $B_T$  et à une configuration initiale  $e_{\bullet,0}$ , une fonction  $f: B_T \times \mathcal{P}(D) \times V \rightarrow B_T \times \mathcal{P}(D) \times V$  qui permet de calculer la configuration  $e_{\bullet,k+1}$ , à partir de la configuration précédente  $e_{\bullet,k}$  pour tout  $k = 1, 2, \dots, K$ .

On peut formaliser une simulation par la définition suivante :

**Simulation :**

On appelle simulation sur la base de temps  $B_T$  depuis une configuration initiale  $e_{\bullet,0}$ , selon le processus  $f$ , la partie de  $B_T \times \mathcal{P}(D) \times V$  formée des événements  $e_{i,k}$  relatifs à tous les objets  $I$  et tous les instants de  $B_T$ . On peut projeter la simulation selon une **vue diachronique**  $Dia(i) = e_{i,\bullet}$  pour un objet  $i \in I$  (qu'on appelle aussi **trajectoire** de  $i$ ), ou selon une **vue synchronique**  $Syn(k) = e_{\bullet,k}$  à un instant  $t_k$  (ou **configuration** de la couche à l'instant  $t_k$ ).

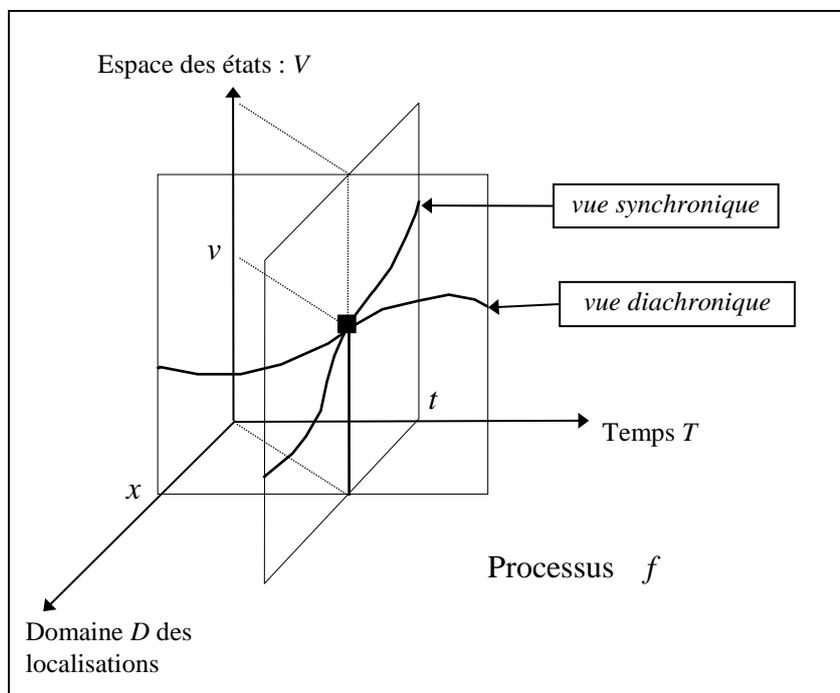


figure 29. Vues synchronique et diachronique d'un processus

Lorsque l'espace des états est  $\mathbb{R}$ , la simulation correspond au graphe du processus qu'on peut représenter sur un plan dont l'axe des abscisses est le temps, et celui des ordonnées l'état. C'est ce qui est représenté sur la figure 30.

### 5.3.1 Discrétisation morphologique d'un phénomène

Lorsque le support est continu, on peut quand même découper l'intervalle  $T$  en un certain nombre de segments adjacents dont les sommets correspondent à des événements discrets. On peut évidemment utiliser une discrétisation selon une base de temps uniforme. Mais on peut aussi utiliser des événements singuliers qui structurent le phénomène. Ils correspondent aux changements de régime ou de phases du phénomène (ou des catastrophes selon R. Thom). Dans le cas d'un phénomène simple représenté par une fonction continue  $f$  cela correspond aux discontinuités de la dérivée première ou seconde de  $f$ . A partir de ces événements structurants, on peut construire un modèle du phénomène. Dans l'exemple de la figure 30-2, on a calculé une fonction linéaire par morceaux (mais on pourrait utiliser une interpolation plus sophistiquée comme une spline ou une courbe de Bézier). Cette méthode peut être plus économique puisqu'elle utilise des événements plus espacés dans le temps, donc moins de pas de traitement. Mais chaque *pas* peut demander des calculs plus complexes (car les événements structurants ne sont pas toujours simples à calculer, voir le modèle des boules de billard décrit ci-dessous qui illustre les deux méthodes). Dans le cas linéaire (comme sur la figure 30-2), les événements sont alors représentés par des triplets  $e_i = (t_i, y_i, y'_i)$  où  $y'_i = (y_{i+1} - y_i)/dt$  correspond à la dérivée à droite de  $f$  à l'instant  $t_i$  (qui est la pente entre les points  $i$  et  $i+1$ ). Les valeurs de  $y$  situées entre deux instants  $t_i$  et  $t_{i+1}$  sont alors calculées par interpolation linéaire :  $y(t) = (t-t_i)y'_i + y_i$

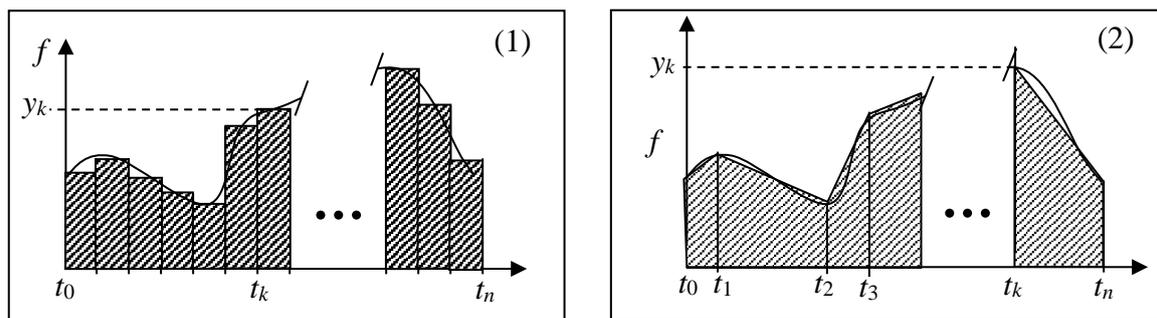


figure 30. (1):discrétisation uniforme. (2):discrétisation par les événements

### 5.3.2 Exemple des boules de billard

Un exemple typique un peu plus complexe qu'une simple fonction  $f$  permet de mieux comprendre le choix de la discrétisation du phénomène pour choisir une base de temps. Considérons le système formé d'un plateau de billard (ne parlons pas trop des bandes pour simplifier l'exposé) et de  $n$  boules en mouvement sur ce plateau. On représente le système par les positions à chaque instant  $t$  des  $n$  boules (supposées de même poids et de même rayon  $r$ ). Chaque boule  $i$  est définie à l'instant  $t$  par deux entités : sa position  $P_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$  et son vecteur vitesse ou, ce qui revient au même, un déplacement élémentaire  $dP_i(t) = (dx_i(t), dy_i(t))$  au cours d'un pas de temps élémentaire  $dt$ . Le vecteur vitesse  $\vec{v}$  s'en déduit alors par :  $\vec{v} = (\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt})$ . On peut donc définir l'état de la boule  $i$  à l'instant  $t$  par un vecteur à 4 dimensions :  $b_i(t) = (x_i(t), y_i(t), dx_i(t), dy_i(t))$ .

La dynamique du système est structurée par une suite d'événements discrets de type collision entre deux boules ou rebond d'une boule sur une bande. Ces événements correspondent à des points singuliers de l'espace des états du système qui sont d'ailleurs très sensibles aux conditions initiales. Entre deux transitions de phases consécutives, la dynamique du système est déterministe et sa forme, linéaire. Le phénomène est donc décomposable en un

graphe d'interactions dont les sommets sont des collisions (entre deux boules en un lieu), et des rebonds (entre une boule, une bande en un lieu) reliées par des phases de déplacement linéaire (entre deux lieux et une boule).

Il n'y a pas de collision entre les boules  $i$  et  $j$  tant que leur distance vérifie :  $dist(P_i, P_j) > 2r$ . Il reste alors à calculer dans combien de temps arrivera le prochain événement. Sachant que le temps  $t$  représente le présent, on cherche à calculer le temps futur  $\lambda$  qui doit s'écouler avant la prochaine collision. Pour tous les couples de boules  $(i, j)$  vérifiant  $i < j$  on doit donc chercher la valeur  $\lambda_{ij} > 0$  par résolution de l'équation du second degré :  $dist(Q_i(\lambda_{ij}), Q_j(\lambda_{ij}))^2 - 4r^2 = 0$ , où  $Q_i(\lambda)$  représente la position future de la boule  $i$  à l'instant  $t + \lambda$ , soit :  $Q_i(\lambda) = P_i(t) + \lambda dP_i(t)$ . Il faut retenir la plus petite valeur, si elle existe parmi toutes les valeurs  $\lambda_{ij}$  trouvées, celle-ci correspond au laps de temps de la prochaine collision. S'il n'y a aucune solution, cela signifie que le système continuera d'évoluer de manière déterministe sans aucune collision (nous avons volontairement oublié les bandes, qui jouent ici un rôle important dans le confinement des boules dans un espace restreint). Tout sera à recalculer après cette collision puisque les trajectoires des boules auront changé. On voit que si  $n$  est important, le nombre d'équations à résoudre étant de  $n(n-1)/2$ , les calculs pour déterminer l'instant d'un événement peut être considérable, par exemple il faut 4950 équations à résoudre à chaque événement pour un jeu de cent boules.

On voit dans cet exemple que la dynamique du système est entièrement structurée par les événements discrets de collision, à partir desquels on recalcule de nouvelles trajectoires. Entre deux événements, le calcul de l'état du système est très simple car linéaire, déterministe. Par contre, il est impossible de prévoir par un calcul direct, l'état du système au bout d'un temps quelconque. La seule solution est de reconstituer pas à pas la suite des changements de phases qui correspondent aux collisions successives, ce qui en fait un système complexe.

Cette manière de modéliser la dynamique s'appelle un **système à événements discrets** (noté DEVS dans [ZEI00]). Nous préférons néanmoins notre dénomination de **modèle à discrétisation morphologique**, plus explicite, car nous remarquons qu'on aurait pu discrétiser le problème de manière uniforme en utilisant un pas constant  $dt$ . En effet, il suffit de calculer un pas de temps assez petit pour que des collisions ne puissent pas échapper au modèle. Comme la quantité de mouvement (ainsi d'ailleurs que l'énergie cinétique) reste invariante après une collision, il suffit de calculer le pas de temps  $dt$  au départ pour que le pas de déplacement de toute boule soit nettement inférieur au rayon  $r$ . Dans ces conditions, il suffit de tester à chaque pas si la condition  $dist(P_i, P_j) > 2r$  est respectée, sinon il y a une collision entre  $i$  et  $j$ . Comme les boules ne peuvent pas parcourir plus d'un rayon à chaque pas de temps, contrairement au cas précédent, on peut améliorer la complexité du traitement par un procédé qui consiste à réaliser un carroyage du plateau (selon un pas au moins égal au diamètre des boules) dans lequel on référence la présence des boules dans chaque carreau. Cela évite de tester des collisions entre des boules éloignées. L'algorithme consiste alors, pour chaque pas de temps, à faire deux boucles : pour chaque boule  $i$  on teste les collisions possibles par rapport aux boules du même carreau ou des voisins. S'il y en a, on calcule les nouveaux vecteurs de déplacement des boules concernées. Puis, pour chaque boule  $i$  on calcule le point suivant de sa trajectoire par translation :  $P_i(t + dt) = P_i(t) + dt dP_i(t)$  et on met à jour sa position dans le carroyage.

La procédure générale, traduisant le processus itératif à événements discrets de cet exemple, peut se traduire en langage Delphi par la procédure « JouerBoules » suivante, dont nous ne décrivons que la trame simplifiée en y explicitant la variable temps  $t$ . Dans un programme réel, l'avancement du temps peut être pris en charge par l'horloge du système (par l'intermédiaire d'un objet *timer* ou *cadenceur*). Cela produit alors un temps de simulation plus

compatible avec l’écoulement réel du temps, mais son exposé algorithmique est plus technique, donc moins clair.

La procédure décrite ici fait appel à d’autres procédures, comme « ProchainEvenement », « AvancerBoules », « TraiterCollision » et « TraiterRebond », dont nous ne décrivons pas les détails pour ne pas alourdir l’exposé. A titre comparatif, nous donnons à la suite, l’autre forme d’algorithme à discrétisation uniforme du temps.

// Algorithme 1 : Méthode à discrétisation morphologique

```
procedure TJeudeBoules.JouerBoules;
var deltat:double;
    Evt:TEvenement;
    Bi,Bj:TBoule;
Begin
    stop:=false;
    t:=TMin;
    while (not Stop) and (t<=TMax) do begin
        Evt:=ProchainEvenement(Deltat,Bi,Bj);
        AvancerBoules(Deltat);
        t:=t+Deltat;
        case Evt of
            ArretDuJeu : Stop :=true ;
            Collision   : TraiterCollision(Bi,Bj);
            Rebond      : TraiterRebond(Bi);
        end;
    end;
end;
```

//Algorithme 2 : Méthode à discrétisation uniforme

```
procedure TJeudeBoules.JouerBoules;
var
    c:TCarreau;
    ListEvts,Le:TListEvts;
    Evt:TEvenement;
Begin
    stop:=false;
    t:=Tmin;
    ListEvts:= TListEvts.Create;
    while (not Stop)and (t<=Tmax) do begin
        //détecter évènements dans les carreaux
        for c in Carreaux do begin
            Le:=CollisionsOuRebondsDans(c);
            ListEvts.ConcatenerAvec(Le);
        end;
        //Traiter les évènements
        for Evt in ListeEvt do begin
            with Evt do begin
                case typeEvt of
                    ArretDuJeu : Stop :=true ;
                    Collision   : TraiterCollision(Bi,Bj);
                    Rebond      : TraiterRebond(Bi);
                end;//case
            end;//with
        end;//for Evt
        ListEvts.Clear ;
        if not Stop then begin
            AvancerBoules(dt);
            t:=t+dt;
        end;//if
    end;//while
```

`end; //proc JouerBoules`

Ces deux méthodes de modélisation possèdent chacune leurs avantages respectifs. Dans un modèle à discrétisation morphologique, on minimise le nombre d'évènements à calculer mais chacun demande beaucoup de calculs, de l'ordre de  $n^2$ . Dans la deuxième, on a plus d'évènements car le pas de temps  $dt$  est plus court, mais le nombre de calculs est réduit car on peut référencer les boules dans un carroyage. Ce qui limite beaucoup de nombre de calculs à chaque étape qui devient de l'ordre de  $n$ . Lorsqu'on augmente le nombre de boules, la méthode de discrétisation uniforme devient plus efficace à un certain moment puisque le nombre d'opérations augmente moins vite dans celle-ci que dans la première. Néanmoins, cette dernière peut être assez imprécise lorsqu'il y a plusieurs collisions dans le même pas de temps  $dt$  et dans le même carreau, à moins de réutiliser localement la méthode morphologique.

### 5.3.3 Temporalité d'un processus spatial

Un phénomène géographique évolue rarement de la même manière en chaque lieu. D'une part les évènements structurants ne sont pas forcément synchrones, mais de plus, certains lieux ou certaines trajectoires peuvent apparaître comme spatialement singuliers, comme dans le cas d'une ligne de partage des eaux, de l'avancement d'un front froid, etc.

Pour définir la temporalité d'un phénomène spatialisé dans un domaine  $D$ , on prendra comme intervalle de vie les bornes extrêmes des intervalles de vie du phénomène en chacun des lieux et comme pas de temps commun le plus petit pas de temps des différents lieux.

On peut ensuite envisager la modélisation sous deux points de vue :

1) Référentiel fixe (attaché aux lieux, comme dans l'algorithme 2 ci-dessus) : soit on considère que le phénomène touche les lieux  $i$  de l'ensemble  $I$  et qu'il est composé de phénomènes locaux se déroulant en parallèle en chacun des lieux considérés comme les objets du modèle. Chaque phénomène local est exprimé par un processus  $f_i : T \rightarrow V$  stationnaire dans l'espace, qui donne l'état du lieu  $i$  à chaque instant.

2) Référentiel mobile (attaché aux objets, comme dans l'algorithme 1 ci-dessus): Soit on considère que le phénomène est composé d'objets mobiles  $i$  de l'ensemble  $I$  qui se déplacent dans l'espace  $D$  au cours du temps selon un processus de la forme  $f_i : T \rightarrow D \times V$ , qui donne la position  $x_i$  et l'état  $y_i$  de l'objet mobile  $i$  au cours du temps. Ces deux points de vue dépendent du problème à traiter et peuvent se compléter mutuellement (exemple des boules de billard)

Que le référentiel soit fixe ou mobile, l'activité sera une fonction de deux variables à valeur binaire :  $\tau : I \times T \rightarrow \{0,1\}$  donnant l'activité de l'objet  $i$  à l'instant  $t$ . Si le référentiel est fixe, les objets  $i$  sont attachés aux lieux et leur localisation  $x_i$  est constante.

#### *Dualité des espaces de la modélisation : espace interne – espace externe des objets*

L'espace interne de modélisation est l'espace abstrait dans lequel on représente les états des objets d'une même classe. Il est appelé aussi espace des phases. Cet espace interne est l'espace de référence de l'objet dans lequel son identité et sa structure restent invariants. Sa trajectoire au cours du temps retrace dans cet espace son évolution interne, l'histoire de ses états. C'est dans cet espace qu'on peut observer et analyser les bifurcations, les attracteurs dans les trajectoires de ces objets. Dans l'exemple des boules de billard, c'est l'espace  $\mathbb{R}^4$  dans lequel le système se décrit par  $n$  vecteurs  $b_i = (x_i, y_i, dx_i, dy_i)$  qui évoluent au cours du temps.

L'espace externe est l'espace concret, géographique, dans lequel les objets du système sont localisés et occupent un certain volume, une certaine place. Ces objets peuvent entrer en conflit

selon les contraintes spatiales (zones interdites, présence d'autres objets, etc.). Dans cet espace, les objets ne sont que des entités globales dont la localisation peut varier. Dans l'exemple, c'est le plateau du billard qu'on peut modéliser par une zone rectangulaire dont les coordonnées sont une partie de  $\mathbb{R}^2$  contenant une infinité de points (par exemple une portion plane de 100 sur 100). Mais pour gérer les collisions, nous avons partitionné ce domaine selon un maillage en carreaux  $C_{ij}$ . Par exemple, si les boules ont un rayon  $r = 5$ , on peut prendre 100 carreaux de 10 sur 10. A chaque carreau  $C_{ij}$  on associe la liste  $L_{ij}$  des numéros de boules dont le centre appartient au carreau. Chaque carreau ne peut contenir qu'un nombre limité de boules. Dans notre cas, si l'on exclut le bord droit et le bord inférieur de chaque carreau pour avoir une partition du domaine, le nombre de boules est limité à trois par carreau. Mais comme il peut y avoir contact avec des boules des 9 carreaux voisins, pour une boule donnée, on peut être amené à tester un maximum de 26 autres boules, présentent dans son voisinage. En général, il y en aura beaucoup moins sachant que le nombre maximum de boules pouvant simultanément toucher une boule donnée n'est que de 6.

On voit qu'en fait, le véritable espace externe utilisé pour la localisation des boules n'est qu'un espace discret de couples d'entiers, constitué des indices  $(i, j)$  de carreaux. Chaque couple  $(i, j)$  est associé à un carreau et à la liste  $L(i, j)$  des numéros de boules présentes dans ce carreau.

Dans la plupart des modèles, ces deux espaces – interne et externe – sont interdépendants et jouent tous les deux un rôle important et complémentaire dans la simulation<sup>21</sup>. En effet, l'espace externe gère les problèmes de contraintes de localisation, ici la coprésence d'objets en un même lieu pour détecter les collisions, alors que l'espace interne gère les problèmes de changement d'état, c'est-à-dire ce qui se modifie dans le comportement des objets lorsqu'une collision est détectée.

### ***Retour sur l'interaction***

Cette interdépendance entre les deux espaces se traduit par une relation dans les deux sens entre l'état et la localisation des objets qui permet de modéliser correctement les interactions à travers les comportements. En effet, chaque lieu connaît les objets présents en ce lieu et chaque objet connaît sa localisation, même si les localisations ne sont pas forcément de même nature du point de vue de l'objet ou du lieu. Cela est rendu nécessaire par le fait que les deux espaces doivent nécessairement être discrets pour pouvoir faire des traitements en un temps fini.

Ainsi à travers l'exemple des boules de billard, les déplacements et les collisions sont deux catégories d'interactions qui apparaissent comme duales dans le sens suivant. Le déplacement d'un objet est une interaction entre un lieu de départ et un lieu d'arrivée dont le médiateur est l'objet, alors qu'une collision est une interaction symétrique entre deux objets dont le médiateur est le lieu de collision (qui refuse la coprésence). On observe que c'est le médiateur qui déclenche l'interaction.

## **5.4 Décomposition d'un processus complexe**

Dans un système à plusieurs niveaux d'objets hiérarchisés (composants-composés), les temporalités des composants sont emboîtées aussi dans leur composé. La temporalité des composants est alors liée aussi bien aux échelles spatiales que temporelles. Ainsi, lorsqu'un objet contient plusieurs composants qui s'exécutent en mode séquentiel, la somme des pas de temps des différents composants doit être inférieure au pas de temps de l'objet. Si les composants s'exécutent en mode parallèle, le pas de temps de l'objet doit être supérieur au plus

---

<sup>21</sup> On a vu qu'avec une modélisation par discrétisation morphologique, l'espace des localisations ne joue pas de rôle important, tout est traité dans l'espace des phases.

grand pas de temps de ses composants. Mais, en plus de ce *découpage spatial* (en composants), on doit aussi envisager un *découpage fonctionnel* (en sous-processus) et un *découpage temporel* (en phases de vie).

Dans le cas d'un processus complexe, comme la vie d'un individu (considéré dans sa totalité et non à travers des composants), on doit envisager son évolution globale comme résultant de la combinaison de processus plus élémentaires associés à l'évolution de certaines fonctions, elles-mêmes associées à certains états. Ces sous-processus possèdent chacun leur propre dynamique. Par exemple, un individu est caractérisé par un processus de développement intellectuel, de développement physique, de développement psychoaffectif, d'évolution sociale (études, professions), biologique (reproduction, maladies, mort), etc.

Ensuite, pour chacun de ces sous-processus, on décompose son intervalle de vie  $T$  en phases séquentielles  $T_i$ . La suite  $(T_1, T_2, \dots, T_k)$  de ces phases de vie est appelée cycle de vie du processus et constitue une quasi-partition<sup>22</sup> de  $T$ . De plus, il peut y avoir des contraintes d'ordonnancement et de synchronisation entre les phases de différents sous-processus.

Le cycle d'évolution d'une fonction (associé à une variable d'état ou à un groupe de variables) se décompose d'abord en phases principales (de premier niveau), comme l'enfance, la phase adulte, la vieillesse. Chacune de ces phases possède une durée, qui varie d'un individu à l'autre, mais dont la loi statistique est en général connue au niveau de la population. Chaque phase peut elle-même se décomposer en cycles plus élémentaires associés à une temporalité plus fine. Par exemple, une phase de vie professionnelle peut se décomposer en sous-phases correspondant à l'évolution de carrière (grades). Chaque grade peut se décomposer en cycles périodiques (phases annuelles), elles-mêmes se décomposant en saisons, puis en semaines, en jours, en heures... Selon le niveau de temporalité choisi pour l'observation du processus, certains niveaux de décomposition du processus ne sont pas significatifs, même si dans la réalité tous les niveaux contribuent à la dynamique du processus. Par exemple, la dynamique heure par heure du processus n'est pas significative pour observer l'évolution de carrière et réciproquement. Il faut donc, pour chaque niveau, savoir faire émerger c'est-à-dire savoir construire algorithmiquement (ceci avant la simulation) une dynamique propre à ce niveau pour ne pas nécessairement avoir besoin de faire appel aux mécanismes des niveaux inférieurs. Par exemple, dans le cas d'une simulation urbaine, à un niveau général de simulation, on peut modéliser la circulation par un algorithme de flux dans lequel les véhicules sont résumés par une variable de stock dans chaque tronçon qui évolue avec le temps. A un niveau plus fin, on peut faire appel au niveau des individus, où la dynamique du stock dans un tronçon est calculée à partir de la liste effective d'agents-véhicules, qui par leur comportement individuel donnent la dynamique au système.

### **5.5 Un choix épistémique : la dépendance réciproque entre les niveaux de complexité d'un phénomène.**

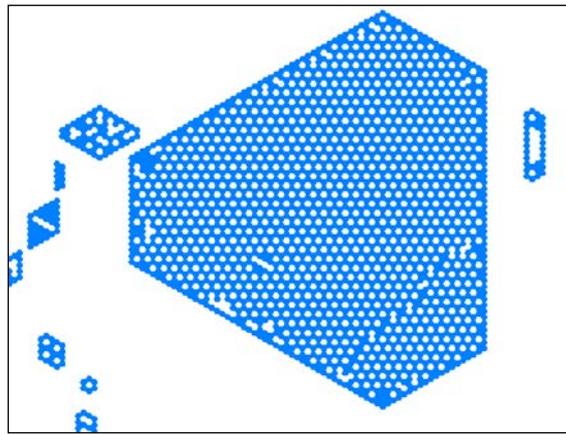
Se pose ici une question importante : la dynamique d'un processus est-elle déterminée en fin de compte par les mécanismes des niveaux les plus fins, ou bien peut-on envisager que chaque niveau soit influencé par tous les niveaux, plus fins *et* moins fins ?

On peut penser que les mécanismes et les structures d'un certain niveau de réalité sont la conséquence de mécanismes et de structures des niveaux inférieurs d'organisation. Néanmoins, ce n'est généralement pas le moyen le plus simple de donner une intelligibilité, de décrire, ou

---

<sup>22</sup> C'est en toute rigueur un recouvrement, mais seulement aux extrémités. En effet, une phase possède une extrémité terminale commune avec l'extrémité initiale de la phase suivante, ce grain de temps commun constitue la transition entre ces deux phases. C'est une frontière temporelle au même titre que la frontière spatiale entre deux supports d'objet.

d'expliquer ce niveau de réalité. Il se dégage en fait de chaque niveau une cohérence propre se traduisant par des lois émergentes, spécifiques à ce niveau et qui sont difficilement déductibles des niveaux inférieurs (voire impossibles selon les termes de Robert Laughlin, prix Nobel de physique [LAU07]) : il est plus simple en chimie de réfléchir en termes de structures moléculaires et de lois de combinaisons de ces structures, plutôt qu'en termes de particules élémentaires et de théorie quantique. D'ailleurs, on ne sait pas vraiment le faire, car on ne comprend pas tous les mécanismes chimiques en termes de physique des particules. De même la thermodynamique résulte des mécanismes de chocs, de mouvements browniens et de vibrations moléculaires. Il est plus simple d'utiliser l'effet statistique émergent qui résulte de cette agitation, la chaleur, et qui obéit à des lois plus simples. Il ne faut donc pas confondre mécanismes sous-jacents et lois opératoires à un niveau. Nous montrons par exemple (figure 31) l'émergence d'un phénomène de cristallisation en utilisant un automate cellulaire très simple (le jeu de la vie adapté à des cellules hexagonales).



*figure 31. Emergence d'une structure cristallisée*

L'hypothèse réductionniste semblerait plutôt adaptée aux systèmes simples car dans les systèmes complexes, il ne faut pas nécessairement descendre dans les niveaux inférieurs pour trouver des lois plus simples permettant d'expliquer un niveau donné. Ceci même si l'on admet que ces lois ne sont que la conséquence des mécanismes combinés, agrégés, moyennés, des niveaux inférieurs. Néanmoins, on peut aller plus loin et considérer que même cette dernière affirmation pourrait être réfutée parce qu'un niveau donné de fonctionnement n'est pas engendré seulement à partir des niveaux inférieurs, mais peut dépendre aussi à des niveaux supérieurs (émergence de second ordre selon N. Gilbert). Cela se passe comme si la systémo-génèse ne se produisait pas de manière ascendante, par complexification progressive, mais à plusieurs niveaux d'échelle en même temps, créant des dépendances à la fois ascendantes et descendantes.

En effet, un niveau d'observation de la réalité est caractérisé par certains objets soumis à des interactions identifiables et quantifiables à ce niveau. Mais lorsqu'on décompose ces objets pour descendre à un niveau d'observation inférieur, ces interactions ne sont plus ni identifiables ni quantifiables à ce niveau. De ce fait, il sera impossible de les expliquer à ce niveau de finesse. Par exemple, l'ouverture d'une porte peut provoquer une turbulence de l'air présente dans une pièce. Cette perturbation n'a plus aucun sens si l'on raisonne au niveau individuel des chocs élastiques entre molécules d'air produisant le mouvement brownien, car si l'énergie globale de cette perturbation est quantifiable au niveau macroscopique, son impact énergétique sur une molécule d'air parmi les milliards de milliards de molécules qui entrent dans le système est non quantifiable et n'a donc pas de sens. Il sera donc impossible de modéliser ni d'expliquer ce

courant d'air en termes moléculaires, puisqu'il n'a pas d'existence à ce niveau. Ainsi le global n'est pas toujours réductible au local.

Dans une société, le comportement d'un individu résulte d'un compromis entre les contraintes externes venant de la société, de son environnement, et les contraintes internes produites par sa physiologie et sa conscience. Par exemple, sur une route, le comportement de l'automobiliste est avant tout dicté par les règles propres au réseau, c'est-à-dire par les obstacles et la forme de la route, par la signalisation, les autres usagers autant que par son humeur et sa psychologie, même si de légères variations peuvent en résulter (et beaucoup plus rarement des accidents...). On pourrait donner des exemples similaires en linguistique entre les phrases et les mots, entre les mots et les phonèmes etc. Rappelons-nous aussi que les romains adaptaient la durée de l'heure à la saison, en divisant la durée du jour en 12 heures et celle de la nuit aussi en 12 heures. Ainsi en été, les heures de jour étaient plus longues que les heures de nuit, et l'inverse en hiver. Dans leur système, la temporalité journalière (macroscopique) déterminait les temporalités de niveau inférieur. Il en est de même pour certains phénomènes tels que la gravitation qui ne devient sensible qu'à des niveaux très agrégés de la matière afin d'agir sur des niveaux plus fins, comme les courants de marée ou la croissance des plantes.

## Chapitre 6 - Conclusion : étapes de l'ontogénèse

Nous avons présenté dans cette partie, une réflexion théorique qui a tenté de formaliser les différents concepts et objets de la géographie, selon une progression allant du plus général (donc aussi du plus abstrait) au plus précis relativement à notre objectif. Ainsi, nous avons commencé par présenter la notion générale de structure, concept très utilisé aussi bien dans les sciences « dures », mathématique, physique, informatique, que dans les sciences humaines (par exemple à travers le structuralisme). Ce chapitre nous a permis de réfléchir en particulier sur un concept fondamental en géographie, l'interaction, dont nous avons tenté de définir formellement la structure, en la dépouillant de toute référence concrète ou particulière. Cette formalisation peut être ainsi appliquée à un champ aussi vaste que possible. Ce chapitre a été l'occasion aussi de rappeler et de préciser notre conception de la notion de système et d'organisation. Nous avons continué notre démarche par la présentation de la notion d'espace, notion très vaste qui recouvre des significations fort différentes et dont la distinction est très utile en géographie. En mathématique, la notion d'espace recouvre évidemment celle de l'espace physique tel qu'il est utilisé en géographie. Ce type d'espace est très bien théorisé à travers la géométrie des espaces euclidiens. Mais les espaces topologiques jouent aussi un rôle important dans la structuration des informations géographiques, car ils sont beaucoup plus généraux que l'espace euclidien, ne contiennent plus de localisations ni de métriques. Les éléments d'un tel espace peuvent être utilisés dans des contextes très variés comme les réseaux, les maillages, ou même les espaces sociaux. Cela vient du fait que les espaces topologiques définissent des liens entre les éléments et non les éléments eux-mêmes par des localisations précises. Ce sont donc des espaces plus informels, plus « malléables », adaptés au qualitatif plus qu'au quantitatif, plus relatifs qu'absolus.

A l'autre bout de l'échelle de complexité des espaces, vient l'espace euclidien, formalisé par la géométrie du même nom. Il sert de modèle non pas de la totalité de l'espace physique mais seulement pour définir la position et la forme des objets. Ce n'est en quelque sorte qu'un « néant des localisations ». Le modèle doit se complexifier par l'introduction de la notion de matière-énergie, c'est-à-dire tout ce qui contribue à différencier les lieux, à « charger » (de matière et de sens) les éléments de cet espace. Pour continuer cette construction, nous introduisons les objets géographiques comme nécessaires à la différenciation spatiale de la matière qui permet de la rendre observable et intelligible. Nous pouvons animer alors ces objets en introduisant le temps, la dynamique, à travers les notions d'évènement et de processus. Pour terminer cette complexification, nous mettons les objets en relation à travers un système dynamique.

Le contenu d'un objet, que nous avons d'abord décrit de manière statique et sans interaction avec son environnement, est ensuite approfondi grâce à la dimension temporelle, en lui donnant une dynamique et une capacité d'interaction avec son environnement. Il sera généralisé en ce sens dans la troisième partie, à travers la notion d'agent.

Nous pouvons ainsi résumer les étapes actuelles de genèse de l'objet à partir du réel, que nous appelons *démarche d'ontogénèse*. Nous avons évoqué plusieurs moyens de description qui peuvent d'ailleurs se combiner. D'abord nous avons décrit l'objet comme résultant d'un double processus d'observation et d'identification. L'observation qui sélectionne depuis le magma compact mais intelligible du réel, une portion choisie relativement à un objectif, à travers une première représentation dans un domaine discrétisé de l'espace-temps-matière. Puis identifie dans celui-ci des objets par rapport à ses propriétés physiques et à la problématique de l'observateur. Les objets qui résultent de ce processus apparaissent d'abord dans leur extension matérielle. Deux voies, qui ne sont pas exclusives s'offrent alors pour continuer l'exploration :

la synthèse ou l'approfondissement. Soit de cette diversité première se construit un modèle unifié de l'objet par une description synthétique ou une propriété globale. Cette construction étant le résultat d'un processus cognitif de synthèse ou de simplification, issu ou non d'une théorie, ou encore le résultat d'un processus physique révélé directement par le moyen d'observation. La deuxième voie d'exploration se présente comme une plongée dans l'objet, un approfondissement qui le fait apparaître comme un système formé d'entités plus simples et en interaction. Cet approfondissement peut nécessiter d'autres observations pour accéder à des niveaux plus fins de granularité.

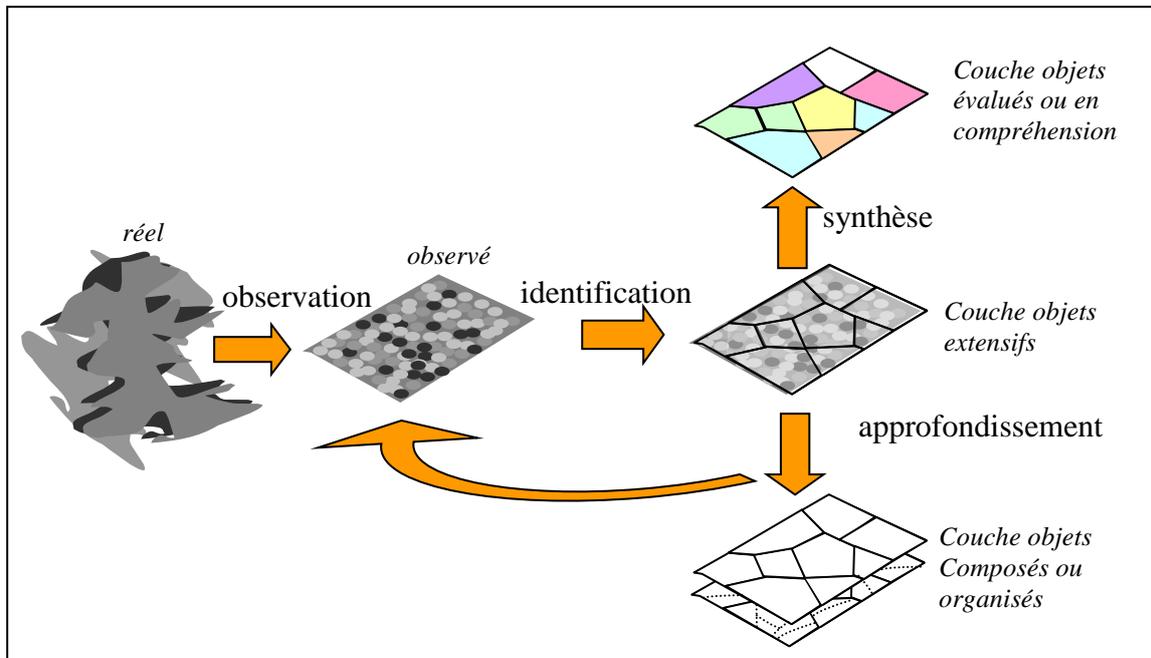


figure 32. La démarche d'ontogénèse

A la suite de ce processus d'ontogénèse (figure 32), l'objet apparaît sous au moins quatre formes de plus en plus sophistiquées : (1) Sous sa forme brute, en extension. (2) Sous sa forme globalisée : c'est la description par *valuation* qui donne son *état*, par des valeurs associées à des variables d'état. (3) Sous forme de description en *compréhension*, lorsque son contenu global est décrit par une propriété (mathématique ou logique ou algorithmique) qui caractérise son contenu à un instant donné dans un processus comportemental. Ces deux formes ne sont pas exclusives et coexistent la plupart du temps dans la description du même objet. Nous pouvons encore décrire un objet par une référence à une description externe supposée connue de l'utilisateur, c'est la description *implicite* ou en *intention*. (4) Enfin, nous pouvons décrire un objet par son organisation formée de ses constituants internes (ses composants ou organes) et la manière dont ils s'organisent entre eux, c'est une description qu'on pourrait appeler *organisationnelle* ou *systémique*.

Dans les deux parties suivantes, nous allons continuer cette progression par la description d'objets géographiques insérés dans un système dynamique. Cette description se fera à travers la construction de modèles de simulation. Nous définiront d'abord des modèles dont les objets sont immobiles, leur dynamique ne portant que sur l'évolution de leur état. C'est le paradigme des automates cellulaires. La troisième partie généralisera ce type de modèle en intégrant la mobilité pour aboutir aux systèmes à agents géographiques.

## **Partie 2 - La modélisation par automates cellulaires**

## Chapitre 1 - Concept et formalisation d'un AC

Le domaine des automates cellulaires, qui peut être considéré comme inclus dans celui des systèmes multi-agents comme nous le précisons plus loin, possède de nombreuses façons de se définir. Cela tient d'abord au fait que, selon le contexte plus ou moins technique ou théorique de la rédaction, il peut se présenter à différents niveaux de formalisation. Mais cette diversité de définitions vient aussi de l'utilisation des automates cellulaires dans une large gamme de disciplines et de thématiques, chaque application privilégiant ou ajoutant ses spécifications particulières. C'est le cas en géographie où l'on parlera alors d'*automate cellulaire géographique* (ACG) pour caractériser à la fois les spécifications particulières de ces automates et leur domaine d'application.

On peut aborder ce paradigme par un niveau de spécification très général, purement conceptuel, où l'on présente seulement les principes de base. On peut aussi considérer une description au niveau purement mathématique, puisque les automates cellulaires constituent aujourd'hui un thème de recherche actif dans ce domaine, [WOL02],[DEL01], [OLL02]. De ce point de vue, l'automate cellulaire est un objet très abstrait et très général, possédant une infinité d'éléments, très dépouillé dans ses attributs. Par exemple, les cellules n'ont pas de forme géométrique, ce sont seulement des entités abstraites toutes identiques, identifiées par leur position dans un réseau de liens de voisinage. Le niveau mathématique ne retient donc que le minimum de spécifications et se place dans un cadre possédant le minimum de contraintes extérieures, comme les limites du domaine, pour pouvoir mieux étudier les propriétés générales de ces objets.

De manière plus constructive, un automate cellulaire peut aussi se définir, non plus comme un concept formel, mais comme une réalisation informatique concrète à travers un programme informatique qui met en application ce concept à travers un algorithme. Entre ces deux niveaux, mathématique et informatique, il existe des constructions intermédiaires. En particulier lorsque le domaine de la réalité que l'on cherche à modéliser est complexe, on utilise des niveaux de spécification et de modélisation intermédiaires plus ou moins abstraits et généraux. Ces niveaux de spécification possèdent leur propre langage de formalisation, comme UML.

### 1.1 Le paradigme d'automate cellulaire

Un automate cellulaire (ou AC) est une machine formelle ou technologique qui permet de représenter un système spatio-temporel avec une dynamique en général discrète. Un AC est lui-même un système dont les composants sont appelés des cellules. Chaque cellule est un automate (le plus souvent à nombre fini d'états) qui est connecté à d'autres cellules (ses voisines) formant ainsi un réseau d'automates [WEI89]. Les caractéristiques de ce réseau constituent sa *topologie*. On appelle configuration (ou état global) de l'automate, le motif des états des cellules du réseau à un instant donné. La configuration initiale est celle qui correspond à l'instant initial de la simulation. Elle est donnée a priori. Le « mécanisme » de l'automate, c'est-à-dire la fonctionnalité qui lui confère une dynamique, est représenté par une fonction, un algorithme, ou même un mécanisme électronique lui permettant de calculer son état global à un instant donné à partir de son état à l'instant précédent. Un automate cellulaire est donc « animé » par un processus itératif, très propice à la modélisation des systèmes complexes.

En utilisant le sens particulier que donne Eric Ramat ([AMB06] p. 57 ou Zeigler [ZEI00]) au mot *paradigme*, comme étant un ensemble de concepts, de lois et de moyens visant à définir une collection de modèles, on peut dire que la notion d'automate cellulaire est bien, dans ce

sens, un paradigme. Elle permet en effet, de donner un cadre conceptuel et théorique à une classe de modèles relevant du paradigme d'automate cellulaire. Nous allons tenter de définir les limites plus ou moins nettes de ce cadre conceptuel, dans la mesure où la plupart des applications à bases d'AC ne relèvent que partiellement de ce paradigme. Pour cela, nous commençons par une présentation formalisée de la notion d'automate à états finis qui permettra, par couplage dans un réseau de  $n$  automates appelés *cellules*, de définir un automate cellulaire.

Une des questions que nous devons aborder est celle de la distinction, de la limite, entre le paradigme d'automate cellulaire géographique (ACG) et celui de système d'agents spatialisés (SAS). Dans notre travail de modélisation, nous avons utilisé le terme d'automate cellulaire géographique pour qualifier des modèles très différents (nous verrons des exemples plus loin, comme SpaCelle, RuiCells, GeoCells). Aussi donnerons-nous une définition large de ce paradigme comme étant un système à composants localisés et couplés, éventuellement hiérarchisés. On nomme ces composants : cellules, car ils sont un peu à l'image des cellules biologiques d'un tissu vivant. Ces composants sont spatialement collés les uns aux autres, remplissant l'espace du système et ne peuvent donc se déplacer. C'est ce qui distingue la cellule de l'agent. Pour ce dernier en effet, sa structure de voisinage peut varier dans le temps et lui permet donc une plus grande souplesse comportementale. Ainsi, un agent peut être mobile, son environnement va alors changer au cours de ses déplacements. Alors que la configuration de voisinage d'une cellule fait partie de la structure invariante du système dans un automate cellulaire, dans un SMA cette structure passe dans le domaine de la dynamique du système. De plus, lorsque les composants du système sont hiérarchisés, un agent peut être élément d'un composant donné, à l'instant  $t_1$  et passer dans un autre composant à l'instant  $t_2$ . L'agent doit donc être capable de recalculer à tout instant non seulement ses voisins (au même niveau hiérarchique) mais aussi ses composants internes et le composant hôte dans lequel il se situe et être capable d'adapter ses fonctions comportementales en conséquence. Les fonctions qui décrivent le comportement de l'agent doivent donc tenir compte de la variabilité des composants de son voisinage. Les fonctions d'acquisition et de sortie doivent donc être des fonctions dont la liste des paramètres d'entrée et de sortie est elle-même variable. Par exemple, un agent mobile dans un espace plan doit pouvoir calculer quels sont les agents suffisamment proches pour être capables d'entrer en interaction avec lui. Cette proximité peut être physique (assez proches pour pouvoir dialoguer), et/ou sociale (partager un langage commun permettant de se comprendre et des intérêts ou des objectifs assez proches pour interagir). Enfin, un agent pouvant changer d'environnement doit être également capable de changer de comportement (de rôle) selon le milieu dans lequel il interagit. On voit donc en quoi le paradigme de système d'agents est plus général que celui de systèmes de cellules.

De plus, on distinguera particulièrement deux catégories d'automates cellulaires. En effet, dans beaucoup d'exemples classiques comme le jeu de la vie, les cellules sont purement réactives, c'est-à-dire qu'elles sont seulement capables de changer d'état à partir de l'influence de l'environnement, alors que d'autres modèles d'automates contiennent des cellules qui sont capables en se transformant elles-mêmes d'agir simultanément sur d'autres cellules. En somme, dans cette deuxième catégorie de systèmes, deux (ou plusieurs) cellules sont capables d'interagir entre elles. Nous appellerons donc la première catégorie de systèmes, celle des automates à cellules réactives (ou AC réactif : ACR) et la deuxième, celles des automates à cellules interactives (ACI). Avec un automate de la deuxième catégorie, on peut par exemple gérer un flux comme dans RuiCells, ou gérer des déplacements comme dans le modèle de Schelling. Ces fonctionnalités ne peuvent être prises en compte dans un automate purement réactif comme SpaCelle.

Examinons maintenant la notion d'automate avant de les coupler en réseau pour en faire un automate cellulaire.

## 1.2 La notion d'automate à états finis

Un automate à états finis est un objet mathématique que nous présentons d'abord intuitivement pour mieux en comprendre ensuite la formalisation. On doit imaginer un appareil qui a au moins un canal d'entrée et au moins un canal de sortie, raccordés à une boîte qui contient un mécanisme autonome. Un canal d'entrée reçoit une à une, séquentiellement, des informations codées avec des symboles qui constituent l'alphabet d'entrée. Cet alphabet, selon l'utilisation concrète qu'on en fait, permet aussi bien de coder des informations qualitatives que quantitatives. De même, le canal de sortie émet des symboles écrits dans un alphabet de sortie. Enfin, la boîte contient un moyen de représentation interne, une mémoire, capable de contenir un symbole, ou une configuration<sup>23</sup> de valeurs des variables d'état de l'automate, appelé *état* de l'automate. Les trois alphabets, d'entrée, de sortie et d'états, sont discrets. Ils ne contiennent qu'un nombre fini de symboles. La valeur d'une entrée, d'une sortie, ou d'un état peut être logique (binaire), quantitative (entier, réel), qualitative ou purement symbolique (formelle). Elle peut être aussi constituée d'un vecteur d'entrées (ou de sorties) élémentaires. Lorsqu'il y a plusieurs canaux d'entrée ou de sortie, l'ensemble des valeurs d'entrée est alors constitué du produit cartésien des ensembles associés à chaque entrée élémentaire.

Le mécanisme interne de l'automate se compose d'une ou deux fonctions. La première fonction toujours présente lorsque l'automate est interactif, permet de renvoyer une valeur en sortie, calculée en fonction de l'entrée et de l'état de l'automate. C'est la *fonction de sortie*. La deuxième fonction, est capable de lire à un instant donné  $t$  la valeur d'entrée présente et de modifier l'état de l'automate en fonction de cette entrée et de l'état précédent. C'est la *fonction de transition*.

Les symboles d'entrée, d'état et de sortie peuvent, dans le cas le plus général, appartenir à des alphabets différents. Mais, dans une version simplifiée, utilisée en particulier dans les automates cellulaires, on utilise le même alphabet pour les trois. Le mécanisme de sortie est implicite et ne consiste qu'à rendre l'état de l'automate visible pour ses voisins. Il se réduit alors à la seule fonction de transition.

On voit donc qu'un automate à états finis est un système élémentaire qui peut servir à la construction d'un système complexe par connexion de plusieurs automates. Les sorties des uns sont connectées aux entrées des autres. Pour pouvoir connecter plusieurs automates, il faut les synchroniser entre eux, d'où la nécessité de définir un temps commun et un mécanisme global d'ordonnement de l'activité des automates et de la circulation de l'information entre eux. On obtient alors un réseau d'automates [Wei 89].

## 1.3 Automate de Mealy et de Moore

On peut maintenant définir formellement, la notion d'automate à états finis ou *automate de Mealy*, comme une structure  $M = (S, A, B, H, T)$  où  $S$  est l'alphabet des états,  $A$  l'alphabet d'entrée,  $B$  celui de sortie,  $H$  la fonction de sortie, qui est une application de  $A^n \times S$  vers  $B^k$ , où  $n$  est le nombre d'entrées,  $k$  est le nombre de sorties, et qui est telle que :

$$H(a_1, a_2, \dots, a_n, s) = (b_1, b_2, \dots, b_k)$$

où  $b_1, b_2, \dots, b_k$  sont les  $k$  valeurs de sortie de l'automate.

<sup>23</sup> La notion de configuration ou un motif, généralise la notion de séquence qui permet de composer des mots ou des nombres selon une suite de symboles. Une configuration de symbole n'est pas nécessairement linéaire, séquentielle, mais s'organise de manière générale selon un graphe dont les sommets sont les symboles. Par exemple une grille de mots croisés est une configuration (ou un motif, *pattern* en anglais) de lettres.

Enfin  $T$  la fonction de transition qui est une application de  $A^n \times S$  vers  $S$ , et qui est telle que :

$$T(a_1, a_2, \dots, a_n, s) = s'$$

où  $s'$  est le nouvel état calculé à partir des  $n$  valeurs d'entrée et de l'état précédent.

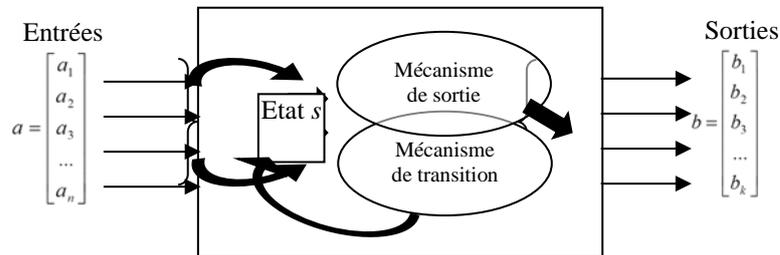


figure 33. Schéma général d'un automate

Fonctionnement : A l'instant discret  $t$ , l'automate étant dans l'état  $s(t)$ , l'arrivée d'un vecteur d'entrée  $a(t)$  permet de calculer le vecteur de sortie  $b(t)$  en appliquant la fonction  $H$  et fait passer l'automate dans un nouvel état  $s(t+1)$  par l'application de la fonction de transition  $T$ .

L'automate sera décrit donc par les deux processus itératifs :

$$b(t+1) = H(a(t), s(t))$$

$$s(t+1) = T(a(t), s(t))$$

Pour fonctionner, ces processus devront disposer à l'instant  $t=0$  d'une valeur initiale d'état et d'entrée :

$$s(0) = s_0 \text{ et } a(0) = a_0$$

Ces processus, avec ses valeurs initiales définissent un **systeme dynamique deterministe à temps discret**.

Si la sortie  $b$  ne dépend pas de l'entrée  $a$  dans  $H$ , on parle d'*automate de Moore*.

Très souvent, et ce sera le cas pour les automates cellulaires, la fonction de sortie est réduite à la simple communication de l'état vers l'extérieur, c'est la fonction identité. On omet alors la fonction  $H$  dans le modèle, qui devient sous-entendue. Dans ce cas, on a aussi  $B = S$  car les symboles de sortie sont les états. De plus, comme souvent les sorties d'un automate servent d'entrée à un autre automate, on prend aussi  $A = S$ , si bien qu'il ne reste qu'un seul ensemble de symboles qui sert à la fois d'entrées, d'états et de sorties. **Un automate de Moore simplifié**  $M$  se résume alors à la donnée de l'ensemble  $S$  des états et du mécanisme  $T$  de transition :  $M = (S, T)$ .

#### 1.4 Différentes décompositions des fonctions d'une cellule

Jusqu'ici nous avons distingué deux fonctionnalités principales  $H$  (fonction de sortie) et  $T$  (fonction de transition) constituant le mécanisme d'une cellule. Ceci est un modèle conceptuel général, mais en pratique ces deux fonctionnalités ne sont pas toujours implémentées par des procédures bien différenciées. Lorsque le modèle est assez simple le mécanisme cellulaire  $M$

est souvent écrit sous forme d'un seul algorithme qui décrit globalement les deux fonctionnalités. Il arrive aussi que ce mécanisme  $M$  soit décomposé différemment pour répondre à certaines exigences ou parce que c'est plus simple. Par exemple, dans certains modèles, il n'est pas nécessaire de définir autant de valeurs d'entrées qu'il y a de cellules en entrées. Par exemple, pour le jeu de la vie, on a besoin de connaître seulement le *nombre* de cellules en vie parmi les 8 cellules du voisinage, et non la liste des états de toutes ces cellules. Ainsi, la fonction de transition  $T$  se décompose souvent en deux étapes assez indépendantes.

La première étape est la fonction  $f$  d'évaluation de l'environnement de la cellule. Dans le cas du jeu de la vie, elle compte simplement le nombre de voisins qui sont en vie. Dans le cas de RuiCells qui gère un flux d'arrivée d'eau, elle fait la somme des volumes d'eau qui arrivent des cellules amont ou de l'extérieur (précipitations). Dans le cas du modèle de Schelling elle compte le nombre de voisins « étrangers », c'est-à-dire ceux qui ne sont pas de la même catégorie que la cellule. Dans chacun de ces exemples, la fonction d'évaluation renvoie une valeur réelle unique  $q$  qui sert d'entrée aux étapes suivantes du mécanisme. On a  $f(a_{i1}, \dots, a_{ik}) = q$ . On voit que  $f$  dépend de la conformation de l'environnement et prend en entrée une liste  $(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ik})$  de valeurs indicées par les identifiants des cellules voisines de la cellule  $i$  considérée. La longueur de cette liste est a priori variable dans l'espace (selon la position de la cellule) ou même, pourra varier dans le temps lorsque nous considérerons des systèmes multi-agents.

La deuxième étape est celle de la décision  $g$  qui est fonction de la valeur de  $q$  et de l'état  $s$  de la cellule,  $g$  définit le nouvel état  $s' = g(q, s)$  que la cellule prendra au pas de temps suivant. On voit que la fonction de décision reste indépendante de la variabilité de structure de l'environnement. L'état de la cellule peut parfois être soumis à une autre fonction, la transition interne  $g'$ , qui ne dépend pas des entrées, ni a fortiori de son évaluation, mais seulement de la « vie intérieure » de la cellule. Cette fonction est utilisée par exemple dans SpaCelle pour calculer « la force de vie » déduite des règles de vie de la cellule qui décroît linéairement tout au long de sa vie. Elle ne dépend donc pas de l'environnement, contrairement à la transition externe  $g$  qui est prise en charge par les règles de transitions dépendantes de l'environnement. On retrouve aussi cette fonction  $g'$  dans le modèle « GeoCells – Europe » qui gère deux processus antagonistes : la croissance interne de chaque région et la transition externe  $g$  de diffusion des richesses entre les régions. Ces deux transitions, interne et externe, sont d'ailleurs compatibles avec le modèle DEVS (voir [ZEI00]).

Une décomposition peut être souvent effectuée pour la fonction de sortie  $H$ , qui dépend aussi, dans le cas général, des entrées de la cellule. On peut utiliser alors la même fonction d'évaluation  $f$  que précédemment, et on calcule les sorties à partir du résultat  $q$  et de l'état  $s$ . Bien souvent même, le calcul des sorties ne dépend pas des entrées mais du seul état interne, (les cellules sont alors des automates de Moore). Enfin, il peut être possible dans de nombreux modèles de décomposer aussi le calcul des sorties en deux étapes, une première étape  $h(q, s) = v$  qui calcule l'action globale  $v$  indépendamment de l'environnement, et une fonction  $r(v) = (b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ik})$  qui renvoie une liste de valeurs à envoyer dans les sorties. Cette fonction  $r$  s'adapte à la variabilité (dans l'espace ou dans le temps) des sorties, en redistribuant cette action globale sur chacune des sorties. On peut résumer ces différentes simplifications dans le schéma de la figure 34 ci-dessous.

Par exemple, dans RuiCells, on commence par évaluer le volume global de sortie, fonction qui est indépendante du contexte de sortie, puis dans la deuxième étape, on distribue ce volume dans les sorties selon une règle de redistribution dépendant du contexte. Dans le cas du jeu de la vie, la fonction  $H$  n'est pas explicitée dans la mesure où l'automate est purement réactif.  $H$  revient simplement à présenter en sortie l'état  $s$  de la cellule. Dans ce cas cela revient à dire que

H se décompose en  $h$  suivi de  $r$ , où  $h$  est la fonction identité :  $h(s) = s$  et  $r$  ne fait pas grand chose, puisqu'elle affecte l'état  $s$  à toutes les sorties :  $r(s) = (s, s, \dots, s)$ .

Si l'automate est homogène, toutes les cellules ont la même structure et possèdent les mêmes mécanismes. On peut alors supprimer l'indice  $i$  des mécanismes  $T$  et  $H$ . Dans le cas contraire, l'AC est hétérogène et on doit conserver l'indice  $i$ .

On peut se reporter par exemple à [DEL98] ou [Oll02] pour des exposés plus rigoureusement mathématiques.

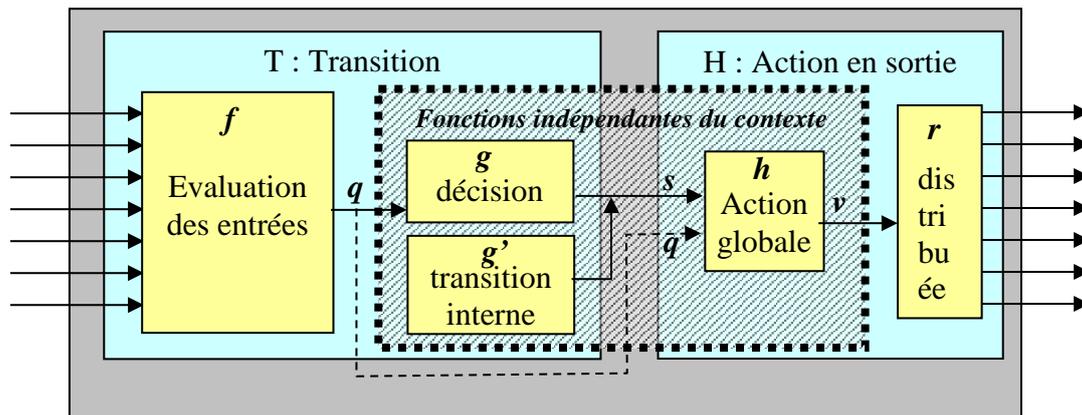


figure 34. Décomposition du mécanisme de cellule en quatre fonctions : évaluation, décision, action globale et distribution

### 1.5 Automate à seuil, automate à fenêtre

Les automates à seuils sont très utilisés, notamment dans les réseaux de neurones. C'est un automate simplifié à valeurs binaires. Il possède  $n$  entrées où  $a_i(t)$  est la valeur de l'entrée  $i$  au temps  $t$ . Pour simplifier l'écriture, on note  $a_0(t)$  l'état de la cellule à l'instant  $t$  (comme si l'état était la première des entrées), à chaque entrée  $i$  est associée un poids  $p_i$  (c'est un réel, appelé poids synaptique dans un réseau de neurones),  $p_0$  étant le poids de l'état de l'automate et  $\Theta$  un seuil d'excitabilité. Le niveau d'excitation est défini par une combinaison linéaire des entrées et de l'état. Si le niveau d'excitation est inférieur au seuil  $\Theta$  alors l'état reste égal à 0 (non excité), sinon il passe à 1 (excité). Ainsi, on calcule le nouvel état (qui est aussi la sortie) par

$$a_0(t+1) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Theta \leq \sum_{i=0}^n p_i a_i(t) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les automates à fenêtre sont souvent utilisés aussi. L'état devient excité lorsque la valeur d'une combinaison linéaire des états appartient à un intervalle compris entre un seuil minimal  $\Theta_{\min}$  et maximal  $\Theta_{\max}$  :

$$a_0(t+1) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Theta_{\min} \leq \sum_{i=0}^n p_i a_i(t) \leq \Theta_{\max} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le cas le plus simple d'automate à fenêtre, utilisé par exemple dans le jeu de la vie, est celui où les poids  $p_i$  valent tous 1. Le niveau d'excitation est alors simplement l'effectif de voisins excités.

## 1.6 Niveau micro et Automate stochastique

Dans le cas où le mécanisme de transition n'est plus déterministe mais aléatoire, ce qui est fréquent en sciences sociales où l'on peut être amené à modéliser un système au niveau de l'individu, on utilise une *probabilité de transition*. Au lieu d'associer à chaque valeur de  $x$ , une valeur unique  $y$  comme le fait une fonction, on associe à chaque valeur de  $x$  toutes les valeurs possibles de  $y$ , mais chaque valeur  $y$  ne se réalise, pour un  $x$  donné, que selon une certaine probabilité  $\pi(x, y)$ . Cette fonction  $\pi : S \times S \rightarrow [0..1]$  s'appelle une probabilité de transition. Celle-ci peut être vue comme une généralisation de la notion de fonction. En effet, si pour une valeur donnée de  $x$  la probabilité  $\pi(x, y)$  vaut 1, pour une certaine valeur de  $y$  et vaut 0 pour toutes les autres, on retrouve la notion habituelle de fonction.

Par exemple, prenons un réseau de  $n$  automates (identifiés par leur numéro) qui modélise des flux de transport (comptés en nombre de véhicules), où les nœuds contiennent chacun un stock, le stock global du système restant constant. Relions chaque automate à tous les autres. Chacun possède un état  $s_i(t)$  qui représente le stock de l'automate  $i$  à l'instant  $t$ . La probabilité  $\pi(i, j)$  est la probabilité qu'un élément du site  $i$  passe en  $j$ . Connaissant ces probabilités, on peut procéder par tirage de Monte-Carlo pour faire évoluer le processus.

## 1.7 Niveau macro et automate déterministe

Si les effectifs sont très grands, alors la loi des grands nombres joue et on peut passer à un modèle agrégé qui redevient déterministe. Ainsi, le nouveau stock est égal au stock précédent diminué des sorties et augmenté des entrées, ce qui s'écrit en fait simplement par :

$$s_j(t+1) = \sum_{i=1}^n \pi(i, j) s_i(t)$$

Si l'on appelle  $s(t)$ , le vecteur-ligne des  $n$  états à l'instant  $t$ , et  $T$  la matrice de transition contenant les  $\pi(i, j)$ , le calcul de  $s(t+1)$  se fait alors avec le produit matriciel suivant :

$$s(t+1) = s(t).T$$

Ce type de formulation a été très étudié en théorie des probabilités à travers la notion de chaîne de Markov.

## 1.8 Définition générale d'un automate cellulaire géographique

Nous pouvons aborder maintenant la définition générale du paradigme d'automate cellulaire géographique.

Un automate cellulaire géographique  $R$  est un système formé de composants appelés *cellules* qui communiquent entre elles et éventuellement avec l'extérieur. Il est défini par les entités suivantes:

$$R = (\mathcal{T}, E, D, S, In, Out, A, B, L, \{C_i\}_{i \in L}, M), \text{ où:}$$

$\mathcal{T}$ : la base de temps, décrite par la variable temporelle  $t$ , prend une succession de valeurs discrètes à partir de la valeur initiale  $t_0$ , au cours d'une simulation. La dynamique du modèle est donc dirigée par le temps et non par les événements, comme décrit par [ZEI00] dans DEVS (Discrete Event System).

$E$  : l'espace de localisation.

$D \subset E$  : le domaine cellulaire.

$S$ : ensemble général des états

$In$  : ensemble des identifiants des intrants dans le système (ports d'entrée),

$Out$  : ensemble des identifiants des extrants du système (ports de sortie),

$A$  : ensemble des valeurs d'entrée dans le système

$B$  : ensemble des valeurs de sortie du système

$L$  : ensemble des identifiants (ou indices) de cellules et ayant  $N$  éléments.

$C_i = (G_i, S_i, In_i, Out_i, A_i, B_i, M_i)$  : la  $i^{\text{ème}}$  cellule, où :

$G_i \subset E$  : est la **localisation géographique** de la cellule, qui peut être ponctuelle ou surfacique.  $G_i$  est appelé dans ce cas **support spatial**. La réunion de tous les  $G_i$  donne le domaine cellulaire :  $D = \bigcup_{i \in L} G_i$

$S_i \subset S$ : ensemble des états possibles de la cellule  $i$

$In_i \subset L \cup In$  : ensemble des intrants dans  $i$  qui proviennent des autres cellules ( $L$ ) ou des intrants dans le système ( $In$ ). La partie de  $In_i$  ne contenant que des références de cellules est appelée **voisinage d'entrée** de  $i$  :  $V_i = In_i \cap L$

$Out_i \subset L \cup Out$  : ensemble des extrants de  $i$  qui proviennent des autres cellules ou des extrants du système. La partie de  $Out_i$  ne contenant que des références de cellules est appelée **voisinage de sortie** de  $i$  :  $W_i = Out_i \cap L$ .

Remarques :

1) Il y a beaucoup de modèles pour lesquels chaque cellule possède le même voisinage d'entrée et de sortie, c'est le cas du jeu de la vie. On a alors pour tout  $i$  :  $In_i = Out_i$ . Cependant dans un modèle comme RuiCells, ces deux types de voisinages sont bien distincts : le voisinage d'entrée d'une cellule est constitué des cellules directement en amont qui s'écoulent dans la cellule, alors que le voisinage de sortie est constitué des cellules immédiatement en aval.

2) Dans un souci de clarté, nous considérons ici que  $In_i$  (et de même pour  $Out_i$ ) n'est formé que de références de cellules, c'est-à-dire soit d'une adresse mémoire, soit d'un identifiant. Ceci n'est valable que si les cellules ne communiquent qu'un seul type d'information, par exemple de l'eau pour un modèle hydrologique, cas le plus fréquent. le modèle doit néanmoins être un peu complexifié lorsque les cellules peuvent communiquer différents types d'information. Il faut alors ajouter une référence de registre à affecter.

$A_i \subset A$  : ensemble des valeurs possibles d'entrée dans la cellule  $i$ ,

$B_i \subset B$ : ensemble des valeurs possibles de sortie de la cellule  $i$ ,

$M_i$  : mécanisme de la cellule  $i$  (englobant  $H$  et  $T$ ). C'est un processus itératif qui calcule à chaque pas de temps, une nouvelle configuration de la cellule  $i$ . Une configuration de cellule étant définie, à un instant donné, par ses valeurs d'entrée, son état et ses valeurs de sortie. C'est donc une suite du type  $(a_1, \dots, a_n, s_i, b_1, \dots, b_m)$  où les termes en  $a$  appartiennent à  $A_i$ . Ce sont les valeurs d'entrée qui proviennent des cellules du voisinage de  $i$  référencées dans  $In_i$ . Les termes en  $b$  appartiennent à  $B_i$ . Ce sont les valeurs de sortie reliées aux cellules du voisinage de sortie, référencées dans  $Out_i$ . La suite  $(a_1, \dots, a_n, s_i, b_1, \dots, b_k)$  appartient donc au produit cartésien :

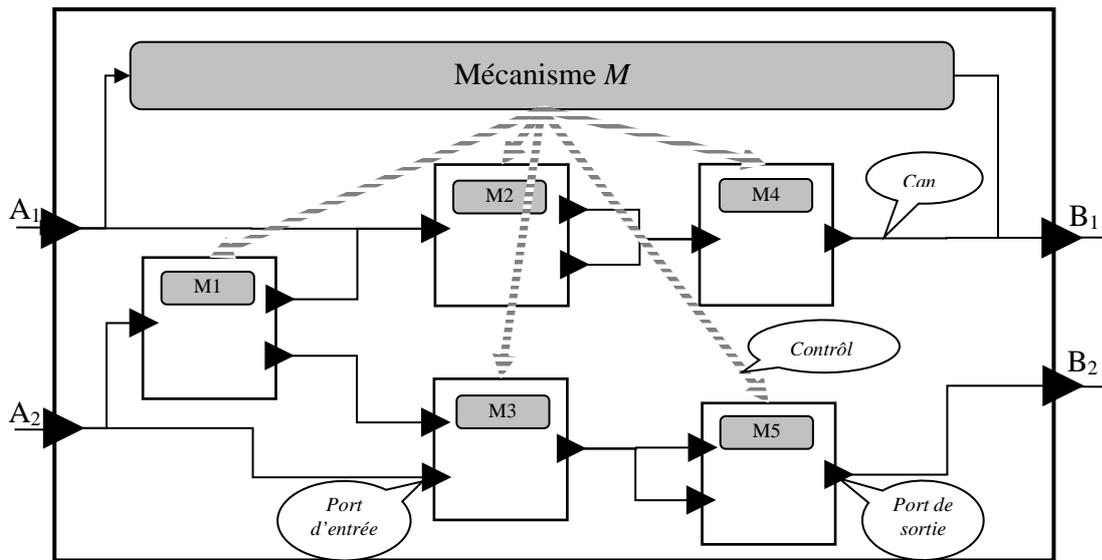
$$A_{ij_1} \times A_{ij_2} \times \dots \times A_{ij_n} \times S_i \times B_{ik_1} \times B_{ik_2} \times \dots \times B_{ik_m} = \prod_{j \in In_i} A_{ij} \times S_i \times \prod_{k \in Out_i} B_{ik}$$

où  $A_{ij} \subset A_i$ . L'indice  $j$  indique que cette entrée est associée à la cellule  $j$  référencée dans la liste  $In_i$ . Il en est de même pour les sorties :  $B_{ik} \subset B_i$  avec  $k \in Out_i$ . Tout ceci permet donc de définir globalement le mécanisme  $M_i$  comme un processus itératif opérant dans l'ensemble des configurations de la cellule  $i$ , par :

$$M_i : \prod_{j \in In_i} A_{ij} \times S_i \times \prod_{k \in Out_i} B_{ik} \rightarrow \prod_{j \in In_i} A_{ij} \times S_i \times \prod_{k \in Out_i} B_{ik}$$

$M$  : mécanisme global de l'automate, à temps discret. Il permet de gérer le processus itératif global du système. Ce mécanisme permet de passer d'une configuration globale à la configuration suivante. Une configuration globale étant constituée, pour un instant donné  $t$ , des valeurs d'entrée dans le système, des valeurs d'état de toutes les cellules et des valeurs de sortie du système. Seul, le mécanisme  $M$  de plus haut niveau permet de faire avancer le temps de  $t$  à sa valeur suivante  $t'$  dans la base de temps  $\mathcal{T}$ . Ce mécanisme calcule, à partir d'une configuration globale à l'instant  $t$ , la configuration globale à l'instant suivant. Ainsi on peut écrire :

$$M : \mathcal{T} \times \prod_{i \in L} A \times S_i \times B \rightarrow \mathcal{T} \times \prod_{i \in L} A \times S_i \times B$$



**figure 35. Schéma d'un modèle avec ses composants (cellules) ses ports d'entrées et sorties, ses canaux, ses mécanismes, ses contrôles**

Si nous appelons  $C_t$  la configuration à l'instant  $t$  et  $C_{t'}$  celle à l'instant  $t'$ , on peut alors écrire le processus itératif global sous la forme :

$$M(C_t) = C_{t'}$$

Le mécanisme  $M$  gère la manière dont doivent se succéder l'exécution des fonctions élémentaires de chaque cellule dans l'intervalle de temps d'une itération.

## 1.9 Différents modes d'ordonnement des tâches internes au système.

Les tâches à effectuer par le système sont celles qui consistent à exécuter les mécanismes de ses différents composants et de gérer correctement la communication entre les composants et la communication avec l'extérieur du système.

On peut envisager plusieurs méthodes d'ordonnement possibles de ces tâches. La plus classique est celle qui correspond à l'exécution simultanée de toutes les cellules. Nous l'appelons mécanisme synchrone ou *mode synchrone*. Comme un tel mécanisme est en général pris en charge par un ordinateur de bureau, qui n'est qu'une machine séquentielle, il faut simuler un fonctionnement parallèle par un algorithme séquentiel.

Nous utilisons les mêmes notations que ci-dessus, avec les indices mis entre parenthèse. Ainsi une cellule  $C(i)$  possède un état  $s$ , un vecteur d'entrée  $a$  et un vecteur de sortie  $b$ .  $a(k)$  est la valeur d'entrée venant du composant  $k$  et  $b(k)$  la valeur de sortie vers le composant  $k$  (qui peut être une cellule ou un port d'entrée dans le système). Pour éviter les conflits, chaque entrée élémentaire du vecteur d'entrée n'est associée qu'à une sortie élémentaire d'une cellule.

On peut procéder de la manière suivante :

```

Algorithme d'ordonnement synchrone (réactif) :
Debut
  //phase 1 : transformation intra-cellulaire
  Pour tout  $i$  de  $L$  faire
    Avec  $C(i)$  faire
      //calcul du vecteur de sortie  $b$  de  $C(i)$ 
       $b := H(a,s)$ 
      //calcul du nouvel état
       $s := T(a,s)$ 
    finAvec
  finPour
  //phase 2 : communication inter-cellulaire
  Pour tout  $i$  de  $L$  faire
    //transfert du vecteur de sortie  $b$  de  $C(i)$ ,
    //vers les vecteurs d'entrée  $a$  des cellules voisines de  $i$ 
    Pour tout  $j$  de  $C(i).out$  faire
       $C(j).a(i) := C(i).b(j)$ 
    finPour
  finPour
   $t := t + dt$  // avancement du temps selon la base de temps
Fin

```

Cet algorithme applique d'abord les fonctions  $H$  et  $T$  à toutes les cellules  $i$ , où  $T$  fait changer l'état de la cellule  $i$  et où  $H$  calcule son nouveau vecteur de sortie. Ce nouvel état ne peut pas être utilisé par les cellules voisines pour calculer leur propre transition puisqu'il est encapsulé dans chaque cellule (protégé par son interface). Il n'est donc pas utile de le mémoriser dans une deuxième variable d'état de la cellule, alors que c'est nécessaire lorsque les cellules ont un accès direct aux états de leurs voisines.

En ce qui concerne la fonction de sortie  $H$  de  $C(i)$ , un problème pourrait apparaître si plusieurs cellules voulaient modifier différemment, et en même temps, une même cellule faisant partie de leur voisinage de sortie. C'est pour cela qu'on définit pour chaque cellule, autant de valeurs de sorties qu'elle a de voisins en sortie. Ainsi, dans la phase 2 de communication, on doit effectuer un transfert des valeurs de sortie de la cellule  $i$  vers les entrées des cellules connectées à ces sorties :

$$\forall i \in L, \forall j \in Out(i), C_j.a_i \leftarrow C_i.b_j$$

Une deuxième méthode d'ordonnement des tâches consiste à exécuter les cellules les unes après les autres. Cet ordonnancement est dit séquentiel ou *asynchrone*. Le mécanisme *M* doit donc définir un ordre de priorité d'exécution des différentes cellules. Cela peut être le même ordre à chaque itération. Pour éviter un biais dû au fait que les cellules gardent la même priorité tout au long de la simulation, le mécanisme *M* peut changer l'ordre d'exécution à chaque itération, par un tirage aléatoire (sans remise) de l'ordre de passage. Ainsi chaque cellule est exécutée une fois et une seule à chaque itération. Enfin, dans les cas où le phénomène à modéliser est plus « mou », on peut faire un tirage aléatoire avec remise, appelé *mode aléatoire*. Dans ce cas, à chaque itération il y a toujours *N* exécutions de cellules, mais une cellule donnée peut être exécutée plusieurs fois au détriment d'autres qui ne sont pas exécutées. Cela peut se résumer par l'algorithme suivant :

**Algorithme** d'ordonnement asynchrone (réactif):

**Debut**

**Pour tout** *i* **de** *L* **faire**

//on calcule un ordre de priorité d'exécution des cellules

*P(i)* := ordre de priorité de *i*

**finPour**

**Pour** *k=1* à *N* **faire**

*i* := *P(k)*

**Avec** *C(i)* **faire**

//on calcule le vecteur de sortie *b* de *C(i)*

*b* := *H(a,s)*

//on calcule le nouvel état de *C(i)*

*s* := *T(a,s)*

//on transfère le vecteur de sortie *b* de *C(i)*,

//vers les vecteurs d'entrée *a* des cellules voisines de *i*

**Pour tout** *j* **de** *out* **faire**

*C(j).a(i)* := *b(j)*

**finPour**

**finAvec**

**finPour**

*t* := *t* + *dt* // avancement du temps selon la base de temps

**Fin**

## 1.10 Conditions pour que cette classe de modèles supporte les interactions

La classe de modèles ACG, telle que nous venons de la définir, répond à une volonté de modularité des composants (ici les cellules) d'un système. Cette modularité se caractérise d'abord par une encapsulation des composants à l'intérieur d'une « membrane » ou interface, qui procure une indépendance entre les composants par « encapsulation » du contenu (les variables d'état) et du comportement. Cette interface est formée de points d'entrée et de sortie dans le composant, appelés *ports*. Ils permettent d'explicitier ce qui entre et ce qui sort, mais ils permettent aussi de filtrer, d'ordonner, de temporiser les flux d'information ou de matière qui transitent entre les cellules. La présence de l'interface empêche un composant source *i* de modifier directement le contenu d'un composant cible *j*. Chaque composant possède donc une certaine autonomie tout en ayant une connaissance de son environnement limitée par ses entrées et une capacité d'action limitée par ses sorties.

D'autre part, la capacité d'interaction d'un composant nécessite qu'une action d'un composant *i* vers un composant *j* soit associée à une action réciproque et concomitante de *j* vers

*i*. Il faut donc donner aux canaux du système, reliant les sorties des cellules aux entrées d'autres cellules, des fonctionnalités capables de répondre à cette exigence.

Par exemple, imaginons un modèle assez général fonctionnant en mode synchrone, gérant des déplacements au hasard de particules indifférenciées qui sautent (toutes ensemble) de cellules en cellules voisines. L'état  $s$  de chaque cellule est un nombre entier naturel qui comptabilise le nombre de particules qu'elle contient. Selon notre structure avec interface, la cellule  $i$  n'envoie pas directement une particule dans la cellule  $j$  (en soustrayant de 1 son état et ajoutant 1 à celui de  $j$ ), mais soustrait 1 à son état et place 1 dans le registre  $b(j)$  du port de sortie qui pointe vers  $j$ . Dans la phase de communication, les contenus des registres de sorties sont envoyés dans les registres d'entrée des cellules cibles, donc le 1 présent en  $C(i).b(j)$  se retrouve en entrée dans  $C(j).a(i)$ . A l'instant suivant, la cellule  $j$  cumule à son état les valeurs présentes dans ses registres d'entrée. Ainsi, la valeur 1 présente dans  $C(j).a(i)$  va être ajoutée à l'état  $s$  de la cellule  $j$ . La différence fondamentale entre l'accès direct et le passage par une interface est le décalage temporel produit par l'étape transitoire de passage dans le réseau de communication entre cellules, alors que c'est instantané dans le processus d'accès direct. Ce type de déplacement est donc correctement modélisable dans notre classe de modèles.

Le problème se complique lorsqu'on ajoute des contraintes aux déplacements. Par exemple, supposons que les cellules, formant un carroyage infini pour ne pas avoir à traiter les effets de bord, ne doivent pas contenir plus d'une particule à la fois. Imaginons un processus de déplacement aléatoire dans lequel une particule peut rester en place ou sauter dans une des 8 cellules voisines avec la même probabilité. Deux situations embarrassantes peuvent se produire :

1) une particule a choisi de sauter dans une cellule qui est occupée, mais on ne sait pas si la particule occupante va, ou ne va pas, sauter ailleurs dans le même temps. Ce qui libèrerait la place.

2) deux particules, voire plus, ont choisi de sauter en même temps dans la même case qui est libre. On est ici en présence d'interactions nécessitant une certaine coopération entre les cellules pour pouvoir respecter la contrainte. Car on imagine bien que si toutes les particules sautent en même temps en visant une cellule voisine au hasard, cela ne va pas bien se passer... Pour régler le conflit généralisé qui est sur le point de se produire on peut, soit changer de mode d'ordonnancement, soit ajouter au système une propriété bidirectionnelle permettant une véritable interaction entre les cellules.

Evoquons d'abord la méthode la plus simple. Elle consiste à passer en mode asynchrone et en accès direct aux états (donc les cellules n'ont plus de ports d'entrée ni de sortie). Dans ce cas, le problème est résolu simplement puisqu'il n'y a qu'un saut à la fois.

Maintenant, regardons de plus près le cas où l'on veut conserver le système modulaire avec interface et rester en mode synchrone. On peut utiliser le réseau de communication comme un « tunnel » d'attente pour les particules en cours de saut. Il faut de plus rendre les canaux plus « sensibles » de la manière suivante : Toute cellule  $i$  peut « envoyer » une particule dans une sortie qui communique avec une cellule  $j$ . Mais cet envoi est conditionné par la capacité du canal à recevoir cette particule. Par exemple, on peut décider qu'une particule, au plus, peut être en attente dans le canal. Dans ce cas, si la sortie  $C(i).b(j)$  vaut déjà 1, on ne peut y envoyer une nouvelle particule. La cellule  $i$  doit donc lire le contenu de la sortie avant d'y écrire. Dans la phase de communication, une grandeur placée en sortie est déplacée dans le registre d'entrée  $C(j).a(i)$  de la cellule située à l'autre bout du canal, c'est-à-dire qu'elle est supprimée de la sortie en mettant  $C(i).b(j)$  à 0, pour être écrite dans l'entrée de la cellule cible. Mais encore une fois ce transfert ne peut se faire que si le registre d'entrée était également vide. Enfin, la cellule cible

doit pouvoir « extraire » une valeur présente en entrée. Cette extraction n'est pas seulement une opération de lecture, elle doit modifier le registre d'entrée de la cellule en retirant sa valeur du registre. Ainsi, l'interaction se caractérise non seulement par le fait (évident) qu'on puisse écrire dans une sortie, mais aussi qu'on puisse lire une sortie avant d'y écrire, ainsi que par le fait qu'on puisse lire une entrée avant d'effectuer l'opération d'extraction de la grandeur qui s'y trouve. De cette manière l'opération de transport dans le canal depuis la cellule source vers la cellule cible s'accompagne simultanément d'une opération « en creux » et en sens inverse, de libération du canal. Cette propriété bidirectionnelle dans un canal orienté est suffisante pour permettre la plupart des interactions entre deux cellules. En mode synchrone, un lien de canal se présente alors comme une file d'attente de capacité 2. Il peut être ramené à une capacité de 1 en mode asynchrone car il n'y a pas besoin dans ce cas, de mémorisation transitoire. Il faut une action concertée en sortie de cellule pour entrer une particule dans la file d'attente du canal, si elle est libre, et une action pour sortir une particule de la file, si elle est présente, effectuée par cellule cible dans l'entrée correspondante.

Examinons le comportement du système en mode synchrone. Pour exécuter la cellule  $i$ , deux cas se présentent : soit  $i$  est occupée ( $s = 1$ ) soit elle ne l'est pas ( $s = 0$ ) :

- Si elle est occupée, elle tente un saut. Pour cela elle effectue un tirage au sort d'une valeur  $k$  entre 0 et 8. Si  $k = 0$ , elle reste sur place. Sinon elle choisit le  $k$ -ième voisin de la liste Out qui pointe vers une cellule, par exemple  $j$ . Dans ce cas, elle regarde si le canal de  $i$  vers  $j$  est libre (c'est-à-dire si la sortie  $b(j)=0$ ). Dans l'affirmative, elle met 1 dans  $b(j)$  ce qui signifie qu'elle se met en attente dans le canal et change d'état en passant  $s$  à 0, sinon (c'est-à-dire si  $b(j)=1$ ) elle abandonne sa tentative de saut en laissant  $s$  à 1.

- Si elle est inoccupée, la cellule compte les particules en entrée pour voir s'il y a des sauts en attente d'arriver. Si plusieurs sauts sont présents dans les entrées, elle fait un tirage au sort pour en choisir un, par exemple  $a(k)$ , elle met alors cette entrée à zéro pour libérer la place dans le canal et met son état  $s$  à 1 pour achever le déplacement.

Cet algorithme est exécuté pour toutes les cellules.

Puis, dans la phase de communication on effectue pour toutes les cellules  $C(i)$  et pour toutes les sorties  $b(j)$  de  $C(i)$  : Si  $C(i).b(j) = 1$  et  $C(j).a(i) = 0$  alors on échange leur valeur.

Ainsi, certaines particules placées dans les canaux par les cellules sources apparaissent maintenant en entrée de leur cible pour l'itération suivante.

On formalise donc l'interaction de déplacement d'une particule  $m$  depuis une cellule  $i$  vers une cellule  $j$ , par l'échange des particules ( $m$ ) et ( $\emptyset$ ) entre les cellules  $i$  et  $j$ . Cela se traduit par l'expression :

$$(C_i.s = m ; C_j.s = \emptyset) \rightarrow (C_i.s = \emptyset ; C_j.s = m)$$

Du fait de l'encapsulation, cette interaction s'effectue en réalité par composition de trois interactions élémentaires:

$$(C_i.s = m ; C_i.b_j = \emptyset) \rightarrow (C_i.s = \emptyset ; C_i.b_j = m)$$

$$(C_i.b_j = m ; C_j.a_i = \emptyset) \rightarrow (C_i.b_j = \emptyset ; C_j.a_i = m)$$

$$(C_j.a_i = m ; C_j.s = \emptyset) \rightarrow (C_j.a_i = \emptyset ; C_j.s = m)$$

De manière plus précise, cela donne l'algorithme d'ordonnancement suivant :

Algorithme d'ordonnancement synchrone (interactif) :

```

// exemple du cheminement aléatoire de particules
// avec les contraintes :
// 1) chaque cellule peut contenir au plus 1 particule
// 2) chaque lien peut contenir dans chaque sens une particule au plus

//phase de transformation intra-cellulaire
Debut
  Pour tout i de L faire
    Avec C(i) faire
      Si s=1 alors //on peut envoyer
        k := random(9) //donne un entier entre 0 et 8
        Si k>0 alors
          j := Out(k) // la k-ième voisine
          Si b(j)=0 alors
            b(j):=1 ; s:=0 //première interaction
          FinSi
        FinSi
      FinSi
      Si s=0 alors //on peut recevoir
        n := 0 ;
        Pour tout j de In faire
          n := n + a(j)
        FinPour
        //n = nbr de particules qui sont en entrée
        Si n>0 alors
          k := random(n)+1 //donne un entier entre 1 et n
          m := 0
          Pour tout j de In faire
            m := m + a(j)
            //on cherche l'entrée de la k-ième particule :
            si m=k alors
              a(j):=0 ; s := 1 ; //troisième interaction
              SortieDeBoucle
            FinSi
          FinPour
        FinSi
      FinSi
    finAvec
  finPour
//phase de communication inter-cellulaire
Pour tout i de L faire
  Pour tout j de C(i).out faire
    Si (C(i).b(j)=1) et (C(j).a(i)=0) alors
      C(i).b(j):=0 ; C(j).a(i):=1 // deuxième interaction
    FinSi
  finPour
finPour
t := t +dt // avancement du temps selon la base de temps
fin

```

Moyennant une gestion bidirectionnelle de chaque canal, on peut donc utiliser cette classe de modèles pour gérer des interactions spatiales.

### 1.11 Espace associé à un Automate Cellulaire Géographique

L'espace associé à un ACG engendre une structure spatiale du réseau cellulaire qui dépend d'abord de la dimension de cet espace. Par exemple, si l'espace est unidimensionnel, les cellules peuvent être considérées comme rangées sur une ligne où chaque cellule ne possède que deux voisins directs : le précédent et le suivant. Un seul indice suffit alors à numéroter les cellules pour pouvoir les localiser. Dans un espace à deux dimensions, il faudra deux indices pour localiser rapidement une cellule. Dans un espace de dimension  $d$ , il en faudra  $d$ .

L'espace associé peut être un continuum (comme un espace euclidien), mais les cellules peuvent être référencées par rapport à un réseau géographique existant (réseau routier, hydrographique, aérien, etc.), ou encore par rapport à un *maillage* régulier (ou non) de l'espace. Ainsi, on parlera de cellules ponctuelles, linéaires ou surfaciques, selon le type de support de l'objet géographique auquel on associe une dynamique dans le système.

En géographie, on utilise le plus souvent un espace de dimension deux, ou  $2d\frac{1}{2}$  comme c'est le cas dans une modélisation de terrain<sup>24</sup> [LAN02].

### 1.12 Topologie et opérateur de voisinage d'un ACG

On pourra se reporter au chapitre 3 de la partie 1, dans lequel sont développés les structures topologiques et les opérateurs de voisinage associés à ces structures.

### 1.13 La notion de couche cellulaire

Afin de modéliser des phénomènes spatiaux complexes qui utilisent des informations spatiales de différents types, on est amené à utiliser des cellules hétérogènes. Les différents types de cellules sont associés en général aux différents types d'objets spatiaux, définis le plus souvent dans différentes couches d'objets géographiques issus de SIG. On appelle alors *couche cellulaire (homogène)* un ensemble de cellules qui sont toutes du même type et qui sont associées à une même couche d'objets géographiques. Par exemple, si le réseau cellulaire est associé à un maillage de l'espace géographique, chaque maille de la couche géographique est associée bijectivement à une cellule de la couche cellulaire. Ainsi, cette jointure permet de récupérer les valeurs initiales des cellules depuis les attributs des objets géographiques.

Toutefois, cette appellation de couche doit être précisée pour ne pas amener à une certaine confusion. Une couche évoque aussi un empilement possible avec d'autres couches qui couvrent le même domaine spatial. Le nom de *couverture* est utilisé dans la terminologie du logiciel Arc/Info pour indiquer qu'à tout point  $P$  du domaine, correspond au moins un objet  $O$  tel que  $P$  appartient au support de  $O$ . C'est ce qu'on appelle mathématiquement, un *recouvrement* du domaine. Dans certaines applications (comme RuiCells) on peut avoir besoin de plusieurs types de cellules pour recouvrir le domaine : des cellules surfaciques, des cellules linéaires (les talwegs, les arêtes) des cellules ponctuelles (les sommets, les cuvettes). Un tel ensemble de cellules constitue alors une *couverture hétérogène*, elle-même formée de 3 *couches homogènes* que sont les surfaces, les talwegs et les cuvettes.

### 1.14 Modèles d'ACG hiérarchisés

Le fait qu'un automate cellulaire géographique, ou même un SIG, soit multicouche ne signifie pas qu'il soit pour autant hiérarchisé. La hiérarchisation peut se situer à plusieurs niveaux : par emboîtement spatial, emboîtement temporel, par hiérarchie de contrôle ou enfin par les trois à la fois, ce qu'on appellera emboîtement total.

#### 1.14.1 Hiérarchisation spatiale

Une cellule  $C_1$  qui contient une cellule  $C_2$  ne contrôle pas forcément celle-ci, mais possède au moins une certaine influence contextuelle sur elle. Par exemple dans RuiCells, une cellule surfacique  $C_1$  peut contenir une cellule  $C_2$  de type « aménagement » comme une haie ou un barrage.  $C_2$  possède un fonctionnement propre au même titre que les autres cellules, mais les

<sup>24</sup> La dimension  $2d\frac{1}{2}$  signifie qu'il y a dépendance fonctionnelle de la troisième dimension ( $z$ ) par rapport aux deux premières ( $x$  et  $y$ ) : pour chaque couple  $(x,y)$  du plan ne correspond qu'une seule altitude  $z$ . C'est le cas notamment de la modélisation de l'altitude ou la hauteur dans les modèles numériques de terrain. Alors que ce n'est pas le cas d'un véritable objet 3D (par exemple une verticale qui traverse un objet sphérique rencontre deux fois la surface).

flux qu'elle reçoit et envoie viennent de  $C_1$ . De plus  $C_2$  influence en retour le comportement extérieur de  $C_1$ . Cela revient à dire que parmi les entrées et les sorties d'une cellule comme  $C_1$ , certaines sont orientées vers l'extérieur et d'autres vers l'intérieur. (figure 36)

### 1.14.2 Hiérarchisation temporelle

Lorsqu'un processus géré par un composant se décompose en une série de processus gérés par des composants plus élémentaires qui s'ordonnent en séquence ou en parallèle, on décompose le pas de temps  $dt$  du processus général en autant de pas de temps qu'il y a de sous-processus qui le compose. Par exemple, pour une succession en séquence de  $k$  sous-processus, on a :  $dt = dt_1 + dt_2 + \dots + dt_k$ , où chaque  $dt_i$  est le pas de temps dans lequel s'exécute le  $i$ -ième processus. D'une manière générale, si le pas de temps  $dt_i$  est inclus dans le pas de temps général  $dt$ , il y a emboîtement des temporalités des deux processus. Ce qui ne signifie pas forcément que les composants soient spatialement emboîtés. Mais dans le cas où il y a à la fois emboîtement spatial et temporel, les entités composantes sont souvent appelées des organes de l'entité composée.

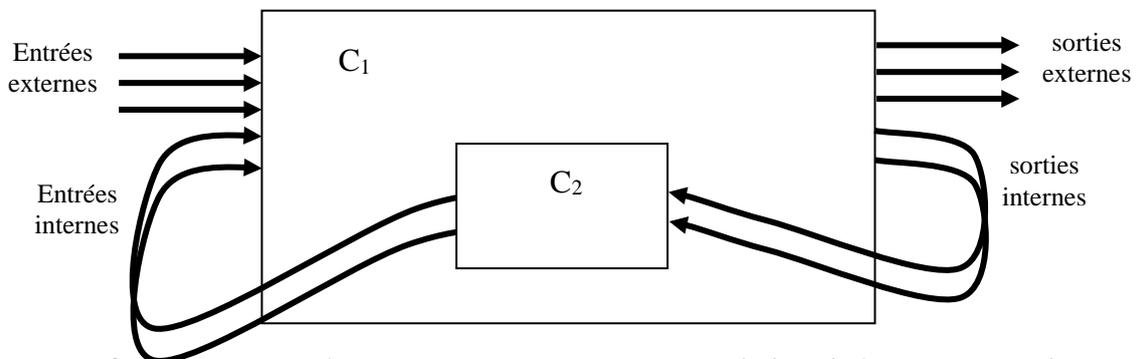


figure 36. Entrées-sorties internes et externes de l'emboîtement spatial

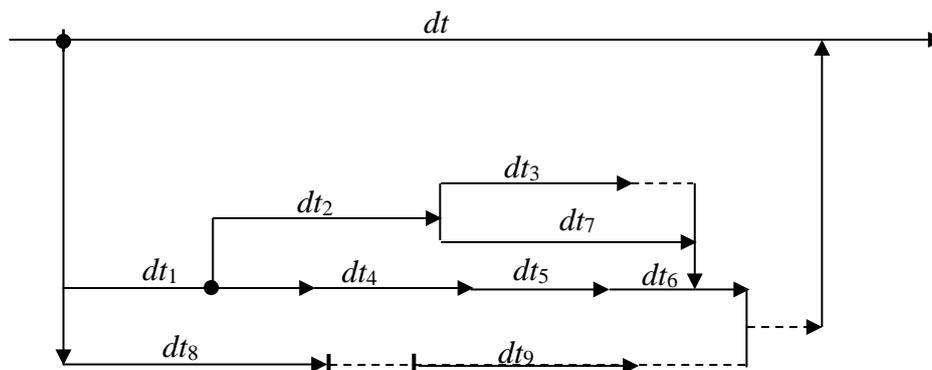


figure 37. Emboîtement temporel de processus

### 1.14.3 Hiérarchisation du contrôle

Enfin la hiérarchisation peut concerner seulement le contrôle de processus comme par exemple, une hiérarchie de pouvoir entre individus d'une même société, ou encore une hiérarchie de contrôle d'un processus de fabrication dans l'industrie. Il n'y a pas forcément ni emboîtement des entités ni emboîtement temporel de leurs processus, mais seulement une dépendance hiérarchisée des comportements entre ceux qui donnent des ordres ou qui valident, et d'autres qui exécutent.

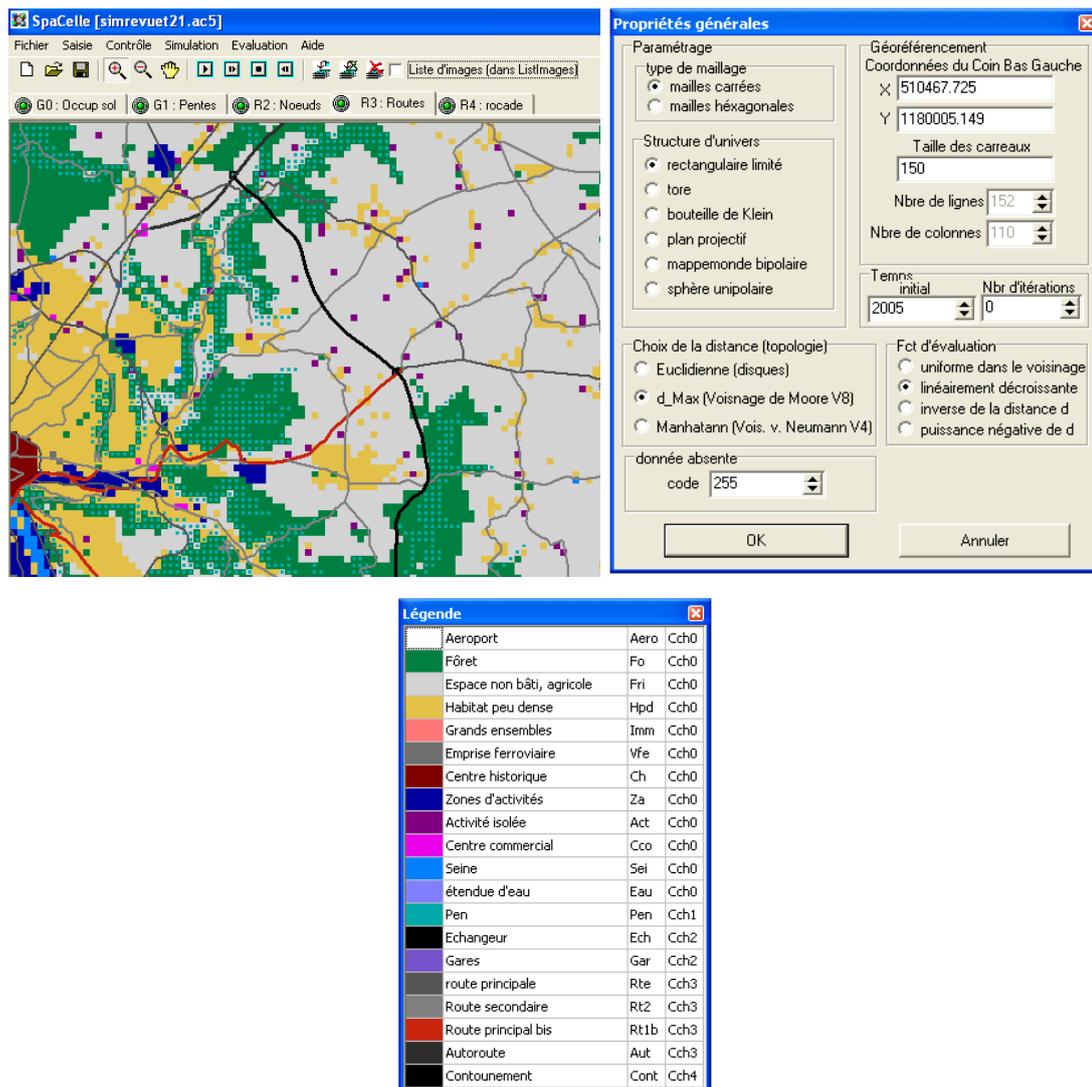
## Chapitre 2 - Exemples de modèles d'automates *cellulaire géographique*

Nous présentons ici trois exemples de modèles utilisant à divers degrés le paradigme d'automate cellulaire géographique. SpaCelle est un ACG dont les spécifications sont celles d'un automate cellulaire, à états discrets, à temps discret et purement réactif. L'utilisateur peut alors définir un modèle entièrement déterministe ou y introduire une composante stochastique plus ou moins grande. Sa particularité est son langage de modélisation de la dynamique du modèle, lui donnant un champ d'utilisation assez large. RuiCells se situe en quelque sorte « aux antipodes » de SpaCelle, dans la mesure où c'est un automate très spécialisé, à états continus et à temps continu. Comme il gère des flux non contraints, on ne peut plus le mettre dans la catégorie des automates réactifs. Néanmoins il ne gère que des interactions faibles (non coopératives). Enfin, nous évoquerons GéoCells à travers les modèles « Europe15 » et « Votes ». GéoCells est un ACG multicouches hiérarchisé, à cellules de formes quelconques (polygonales). Les liens de voisinage sont engendrés par la topologie de voisinage associée à chaque couche d'objets mais aussi par les liens d'emboîtement hiérarchiques entre les couches.

### 2.1 SpaCelle, automate cellulaire multicouches

#### 2.1.1 Présentation

SpaCelle, décrit dans [DUB03], est une mini-plateforme à base d'automate cellulaire géographique. C'est-à-dire une application permettant à l'utilisateur de décrire entièrement son modèle par importation de données (comme des couches d'information géographique) ou saisie graphique. Un langage à base de règles lui permet de décrire la dynamique du système. SpaCelle fonctionne selon un certain nombre de principes généraux qui constituent son *méta-modèle*. Celui-ci est implémenté sous forme « de cadre de travail », ou *framework*, capable de recevoir un modèle écrit par l'utilisateur dans un langage particulier propre à SpaCelle, mais aussi un ensemble de paramètres directement accessibles par l'interface utilisateur, qui permettent de configurer les entrées, les contrôles externes et les sorties du modèle pour produire des simulations. Ainsi, les paramètres de choix généraux (taille du domaine, mode d'exécution, etc.) sont accessibles dans des fenêtres de dialogue. Le langage de description des couches, des états et de la dynamique de l'AC, permet de configurer l'espace et le comportement dynamique du modèle. Enfin, il faut alimenter le modèle en entrée par une configuration initiale des états, par saisie directe sur l'écran ou importation de données. On peut alors procéder à des simulations, et observer certaines sorties du modèle dynamique en cours d'exécution (listes d'images, graphiques, etc.).



### 2.1.2 Le choix de la métrique et la notion de voisinage dans SpaCelle.

Pour créer un modèle, l'utilisateur doit choisir entre trois métriques de Minkowsky,  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_\infty$ . La métrique  $d_1$  est plus connue chez les géographes sous le nom de distance de Manhattan,  $d_2$  est la distance euclidienne classique et  $d_\infty$  est la distance de Chebyshev ou distance du max (voir § 3.2 : métriques et topologies):

- métrique générale  $d_p$  de Minkowsky :

$$d_p(A, B) = \left( \sum_{i=1}^n |b_i - a_i|^p \right)^{1/p}$$

- métrique  $d_1$  de Manhattan, qui donne les voisinages de von Neumann :

$$d_1(A, B) = |x_B - x_A| + |y_B - y_A|$$

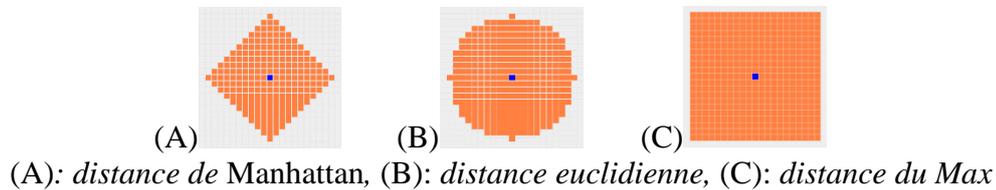
- métrique  $d_2$  ou euclidienne :

$$d_2(A, B) = \sqrt{|x_B - x_A|^2 + |y_B - y_A|^2}$$

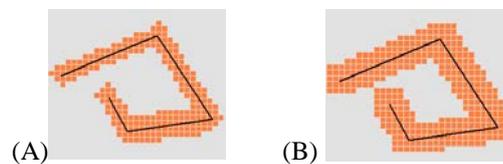
- métrique  $d_\infty$  ou du max, qui donne les voisinages de Moore:

$$d_\infty(A, B) = \text{Max}(|x_B - x_A|, |y_B - y_A|)$$

La topologie de voisinage est commune à toutes les couches cellulaires du modèle et est associée à la métrique choisie. Ce n'est donc pas une topologie de contiguïté entre objets mais une topologie de proximité. Ainsi, dans SpaCelle, Le voisinage de rayon  $R$  relatif à une cellule  $C$  est l'ensemble des cellules situées à une distance inférieure ou égale à  $R$  de la cellule  $C$ . Le voisinage étant calculé avec la métrique du modèle, sa forme dépend donc de celle-ci, comme on peut le voir sur les deux figures suivantes.



**figure 38.** Voisinages de rayon  $R = 10$  sur un maillage carré



**figure 39.** Voisinages d'une cellule linéaire dans une couche cellulaire

### 2.1.3 Les structures d'univers

Les automates cellulaires proposent souvent un choix en ce qui concerne la manière dont on souhaite traiter les voisinages en bordure de domaine. Lorsqu'on ne craint pas des effets perturbateurs dus au fait que les bords du domaine sont topologiquement particuliers, on peut garder un domaine fermé et limité dans l'espace. Par contre, il peut être souhaitable dans d'autres modèles, de ne pas introduire une réaction différente des cellules du bord. Dans ce cas, on connecte topologiquement les cellules du bord gauche à celles du bord droit situées sur la même horizontale, ainsi que les cellules du bord supérieur à celles du bord inférieur, situées sur la même verticale. C'est le modèle torique de l'univers. On obtient alors un domaine illimité bien que de surface finie. On pourra se reporter au paragraphe 2.2.4 pour plus de détails concernant les morphologies d'univers possibles.

### 2.1.4 La définition du comportement cellulaire sous SpaCelle

Chaque cellule se caractérise par un « comportement » commun à toutes les cellules d'une même couche. Il est défini par un double mécanisme de transition *interne et externe*.

Pour modéliser un phénomène géographique, le mécanisme de transition externe peut être complexe. Pour le définir avec un maximum de souplesse, on exprimera ce mécanisme par une suite de règles indépendantes appelées **règles de transition**. Par exemple pour le jeu de la vie, on doit exprimer deux règles de transition : celle qui fait passer une cellule de l'état 0 (mort) à l'état 1 (vie) et celle qui la fait passer de l'état 1 à l'état 0. Si on note «  $a > b$  », la transition d'un état  $a$  vers un état  $b$ , et si  $n_v$  représente le nombre de cellules vivantes dans le voisinage de 8 cellules, nous pouvons alors exprimer le mécanisme de transition du « jeu de la vie » par les deux règles suivantes :

$$\begin{aligned} 0 &> 1 \text{ lorsque } n_v = 3 \\ 1 &> 0 \text{ lorsque } n_v \notin [2,3] \end{aligned}$$

Dans tous les autres cas, il n'y aura pas de changement d'état de la cellule. Cette manière d'écrire est régie dans SpaCelle par une syntaxe particulière à laquelle il faut se conformer pour que le système puisse l'interpréter correctement. La syntaxe générale de toute règle est de la forme suivante :

$$\text{EtatInitial} > \text{EtatFinal} = \text{Pertinence} \quad (\text{formule 2})$$

La partie « *EtatInitial* > *EtatFinal* » est la partie *action* de la règle c'est-à-dire le changement d'état ou transition. Le symbole « = » sépare simplement les deux parties de la règle, sans autre signification. La partie « *Pertinence* » permet d'évaluer la pertinence (la force) de la transition. Elle se présente sous la forme d'une expression dont l'évaluation pour une cellule donnée, à un instant donné, est un nombre réel entre 0 et 1.

### 2.1.5 Structure générale d'un modèle

L'utilisateur peut soit charger un modèle existant depuis un fichier pour le modifier et l'exécuter, soit définir de toute pièce un nouveau modèle. Dans ce cas, il doit d'abord définir la structure du système : les différentes couches puis, pour chaque couche, les états possibles et, pour chaque état, son identifiant, son nom, sa couleur ainsi que la forme du symbole associé.

Il doit aussi pour chaque couche définir la configuration initiale.

Enfin, il doit saisir les règles de transition de son modèle. Ces règles constituent la base des connaissances de la dynamique du modèle. Il doit aussi définir la forme et la taille du domaine, la géométrie des cellules (maillage en carrés ou en hexagones), le mode de fonctionnement global des cellules (synchrone, asynchrone, ou aléatoire). Il doit aussi choisir la métrique (topologie) et la fonction de pondération de l'interaction en fonction de la distance applicable à son modèle. (voir § 9.1.8)

### 2.1.6 Structure d'une cellule et des couches cellulaires

Une cellule est un automate Moore simplifié et possède une variable d'état qui est qualitative (par exemple, le type d'occupation du sol). La version 5 de SpaCelle permet de définir des cellules hétérogènes à travers plusieurs couches cellulaires. De plus, il est possible de définir des couches de différents types: maillage carré, hexagonal, couche d'objets linéaires ou ponctuels. Chaque cellule est alors associée à une maille, une ligne ou à un point de la couche.

Les cellules d'un même type sont regroupées dans une même couche cellulaire caractérisée par un ensemble d'états et une forme cellulaire. Celle-ci peut être surfacique (maille carrée ou hexagonale), linéaire (chaque cellule est alors un tronçon de réseau), ou ponctuelle (par exemple des points d'entrée d'autoroute, des gares, etc.).

Le domaine peut être recouvert par plusieurs couches cellulaires dont chacune possède sa propre dynamique ou demeurer statique. Chaque couche est capable d'influencer la dynamique des autres couches car les règles permettent de combiner des informations relatives à plusieurs couches.

### 2.1.7 Le comportement cellulaire, naissance, vie et mort, loi de la règle la plus pertinente

Une cellule munie d'un certain état peut être considérée comme un agent. Un agent mémorise son âge, c'est-à-dire le nombre de pas de temps écoulés depuis qu'elle a acquis son état actuel. L'âge de l'agent conditionne sa « force de vie » qui lui permet de conserver son état. Elle vaut 1 à sa naissance et décroît linéairement jusqu'à 0 à sa mort naturelle. Au cours du temps, cette « force de vie » diminue et souffre de plus en plus de la concurrence des « forces

environnementales ». Un agent peut ainsi mourir prématurément si une des forces environnementales qui agit sur lui, dépasse sa propre force de vie.

Lorsqu'une cellule prend un nouvel état, cela correspond à la naissance d'un agent cellulaire qui est alors affecté d'une durée maximale de vie (dans cet état). Cette durée de vie dépend de sa classe (DI : durée infinie, DF : durée fixée, DA : durée aléatoire selon une espérance de vie et un écart-type). Si l'agent atteint l'âge de sa mort naturelle, il change d'état et prend l'état de mort défini dans la règle de vie de sa classe.

Le comportement cellulaire est basé sur un *principe décisionnel unique* : parmi les règles applicables à un instant donné pour une cellule, *c'est la règle la plus pertinente qui s'applique toujours*. Chaque règle qui s'applique à un agent cellulaire calcule une valeur qui s'interprète comme une *force* ou une *pertinence*. C'est celle dont la valeur est maximale qui est exécutée. Si plusieurs règles atteignent le maximum, une seule règle est retenue parmi celles-ci par tirage aléatoire. En d'autres termes, ce principe choisit la règle associée à la plus grande valeur entre la « force de vie » d'une cellule et les « forces environnementales » émanant des autres cellules. Ce choix décide à chaque instant quelle action de transition devra s'appliquer à la cellule.

On voit que ce mécanisme est très différent d'une description algorithmique du comportement cellulaire ou d'une description par règles d'inférences logiques. La base de règles n'est pas une liste d'instructions du type « si *condition* alors *action* ». A chaque instant et pour chaque cellule, une seule règle d'action (la plus pertinente) est choisie et exécutée. Ainsi, l'ordre des règles n'a aucune importance, certaines peuvent être inutiles, elles peuvent même être contradictoires car le jeu de la concurrence fera toujours son choix.

### 2.1.8 Fonctionnement déterministe ou stochastique

Le mécanisme de décision est généralement déterministe, sauf en cas d'égalité entre les règles les plus pertinentes. D'autre part la durée de vie des agents cellulaires peut être choisie de façon déterministe ou aléatoire. Il existe aussi des fonctions spéciales qui déclenchent des événements, soit à un instant tiré aléatoirement, soit à une date définie. Ces fonctions événementielles, par combinaison avec d'autres fonctions d'évaluation, permettent d'introduire une dose d'aléatoire. Enfin, même si les cellules possèdent une durée de vie fixe, leur âge à l'instant initial est défini de manière aléatoire par le programme.

Ainsi, le modélisateur peut faire son choix entre un modèle complètement déterministe (comme le jeu de la vie), fortement stochastique (comme le modèle de discrimination socio-spatial de Schelling par exemple), ou un modèle ayant à la fois une composante déterministe et une certaine dose d'aléatoire.

### 2.1.9 Ecriture des règles

Les règles suivent toutes la forme syntaxique donnée en formule 2. Néanmoins on distingue deux catégories : les règles de vie (et donc aussi de mort) qui permettent de faire évoluer une cellule de manière interne sans rapport avec l'environnement, et les règles de transition qui décrivent les changements possibles de l'état d'une cellule par rapport aux actions de l'environnement. On aurait pu appeler ces deux formes de transition : règles de transition interne et règles de transition externe.

Par exemple, la règle de vie « Pav > Fri = DA(100 ; 25) » signifie que la classe « Pav » (type pavillonnaire), devient « Fri » (une friche) après sa « mort » et possède une durée de vie aléatoire (DA), selon une espérance de vie de 100 ans et un écart-type de 25 ans.

Pour les règles de transition, la partie « pertinence » est une expression formée d'une combinaison de *fonctions d'évaluation spatiale*. Ces dernières s'écrivent le plus souvent sous

la forme  $F(X ; R)$ . Elles permettent d'évaluer pour chaque cellule, la pertinence de la transition qui peut s'interpréter aussi comme la « force environnementale » générée par les agents de type  $X$  (industrie, habitats dense, etc.) dans un voisinage de rayon  $R$  autour de la cellule. Il existe une vingtaine de fonctions prédéfinies. Par exemple, la fonction «  $EV(\text{Ind}+\text{Com} ; 5)$  » évalue s'il existe au moins un agent de type « industrie » ou « commerce » dans le voisinage de rayon 5. Cette fonction renvoie 1 si la proposition est vraie et 0 sinon. La fonction «  $PV(\text{Ind} ; 3)$  » ( $PV$  pour Proportion dans le Voisinage) calcule une valeur qui vaut 1 si 100% des cellules voisines sont de l'industrie, et qui décroît vers 0 comme la proportion de cellules « industrie » dans le voisinage.

La phrase : « une friche peut devenir pavillonnaire s'il existe déjà du pavillonnaire ou du commerce dans le voisinage et, s'il n'y a pas d'industrie dans un voisinage un peu plus éloigné » se traduit par la règle de transition suivante :

$$\text{Fri} > \text{Pav} = EV(\text{Pav} + \text{Com} ; 3) * ZV(\text{Ind} ; 5)$$

La conjonction « et » de l'expression se traduit par une multiplication notée « \* », alors qu'un « ou » se traduit par une addition « + ». Les valeurs 3 et 5 représentent les rayons des deux voisinages envisagés. On peut expérimenter plusieurs valeurs de rayon avant de fixer celle qui convient le mieux.

### 2.1.10 Calcul de la pertinence d'une règle de transition

D'une manière plus générale, la pertinence est une expression qui se présente sous la forme générale d'une combinaison linéaire ayant la forme suivante :

$$\text{Pertinence} = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + \dots + \lambda_k P_k$$

Chaque terme  $P_i$  est un produit de symboles  $f_{ij}$  qui représentent des appels à des fonctions prédéfinies.  $P_i = f_{i1} * f_{i2} * \dots * f_{ih}$ . Les symboles  $\lambda_i$  sont des coefficients entiers facultatifs permettant de donner un poids relatif aux différents termes de l'expression.

Chaque fonction  $f_{ij}$  réalise un calcul qui dépend du contenu d'un voisinage de rayon  $R$ . Certaines fonctions sont binaires, c'est-à-dire qu'elles renvoient 0 si c'est faux, et 1 si c'est vrai. Par exemple, la fonction  $EV(X, R)$  renvoie 1 s'il existe au moins une cellule de type  $X$  dans un rayon  $R$  autour de la cellule considérée. D'autres fonctions renvoient une valeur réelle entre 0 et 1 : par exemple la fonction  $PV(X, R)$  renvoie la proportion de cellule de type  $X$  dans le voisinage de rayon  $R$  autour de la cellule. Remarquons que cette valeur dépend aussi du choix de la fonction d'interaction choisie qui décroît avec la distance.

Pour que le résultat de l'expression soit toujours dans l'intervalle réel  $[0, 1]$ , l'expression calculée en interne est normalisée en divisant par la somme des coefficients. Ainsi l'expression effectivement calculée est une moyenne pondérée:

$$v = \frac{\lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + \dots + \lambda_k P_k}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k}$$

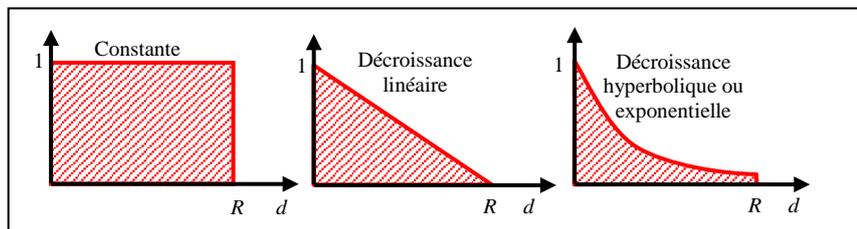
Une fois compilée, cette expression donne naissance à une structure arborescente chargée de faire le calcul de la pertinence de la règle qui dépend de l'état de l'environnement de la cellule au moment du calcul.

### 2.1.11 Evaluation stricte ou floue d'un voisinage

Les fonctions continues prédéfinies de type spatial (comme PV) qui sont de la forme  $F(X, R)$  évaluent leur voisinage, soit en considérant tous les voisins de la même manière (pondération constante), soit en utilisant une pondération décroissante en fonction de la distance. L'utilisateur a le choix entre quatre pondérations : constante :  $g(d) = 1$ , linéairement décroissante :  $g(d) = 1-d/R$ , décroissance hyperbolique :  $g(d) = 1/(d+1)$  ou plus généralement en décroissance exponentielle :  $g(d) = (d+1)^k$ .

L'évaluation de  $F(X, R)$  sur un voisinage de rayon  $R$ , est définie par une fonction  $f$  qui calcule la densité d'agents de type  $X$  sur le cercle de rayon  $d \leq R$ . Le résultat  $F(X, R)$  est la moyenne de ces densités pondérée par  $g$ :

$$F(X, R) = \frac{\sum_{d=0}^R g(d) f(d, X)}{\sum_{d=0}^R g(d)}$$



(a) Les fonctions de pondération  $g(d)$  de la distance

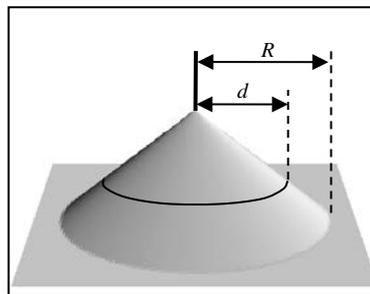


figure 40. (b) Evaluation d'un voisinage pondéré linéairement

### 2.1.12 La base de connaissances

La base de connaissances contient la description des états et des règles. Elle est divisée en trois parties (correspondant à trois fenêtres de saisie): définition des états, définition des règles de vie (si nécessaire) et définition des règles de transition.

Dans le cas d'un modèle très simple comme le jeu de la vie, il suffit de définir deux états (V: vie et M: mort). Aucune règle de vie n'est ici nécessaire et deux règles de transition sont définies par :

$$\begin{aligned} M > V &= NV(V;1;3) \\ V > M &= SV(V;1;2;3) \end{aligned}$$

La première règle signifie que toute cellule morte (M) prend vie (V) lorsque, dans son voisinage de rayon 1, il y a 3 cellules vivantes (la fonction NV signifie : Nombre de Voisins). La deuxième règle dit que toute cellule ne reste vivante (V) que si le nombre de ses voisins vivants est dans l'intervalle [2 ; 3]. Dans le jeu de la vie, il faut aussi fixer certains paramètres

comme le type de voisinage qui est de type Moore, le mode de fonctionnement qui doit être synchrone et la forme de la maille qui doit être carrée. Ces paramètres sont fixés dans une fenêtre de dialogue où il faut cocher les choix.

### 2.1.13 Le méta-modèle SpaCelle

Le méta-modèle de SpaCelle permet de proposer au modélisateur un niveau de spécification de son modèle plus simple que le niveau algorithmique puisque le méta-modèle contient déjà l'algorithme général de fonctionnement d'un automate cellulaire. Il ne lui reste plus qu'à décrire le mécanisme de transition à travers les règles de vie et de transition.

Le fonctionnement du méta-modèle, sur lequel se greffe le modèle défini par l'utilisateur, est le suivant : à chaque instant  $t$  et pour chaque cellule d'état  $s$ , il évalue la pertinence des règles de transition  $R_0, R_1, \dots, R_i, \dots, R_k$  dont le premier membre `EtatInitial` est  $s$ . Si c'est la force de vie ( $R_0$ ) de la cellule qui est la plus pertinente, la cellule reste en l'état, si c'est une des forces  $R_i$ , (pour  $i > 0$ ), la cellule meurt prématurément et son état devient `EtatFinal` de la règle  $R_i$ .

### 2.1.14 Les sorties

Le logiciel permet de sélectionner un certain nombre de sorties lui permettant d'observer le comportement du modèle en cours ou après la simulation :

- Cartes des configurations successives avec enregistrement possible de la suite d'images (permettant de faire le film de la simulation).
- Observation globale de la dynamique par des graphiques d'évolution de la fréquence des états.
- Observation locale qui visualise les règles applicables à chaque cellule et leur pertinence.
- Observation de la fréquence d'utilisation des différentes règles au cours d'une simulation, ce qui permet d'analyser le rôle et l'importance de chaque règle au cours de la simulation.
- On peut aussi enregistrer une configuration finale ou intermédiaire en format « grid », ce qui permet de réutiliser les résultats dans un SIG ou dans un logiciel de comparaison de carte comme « Map Comparison Kit » [HAG05].

## 2.2 Exemple : Le modèle d'évolution de l'agglomération rouennaise

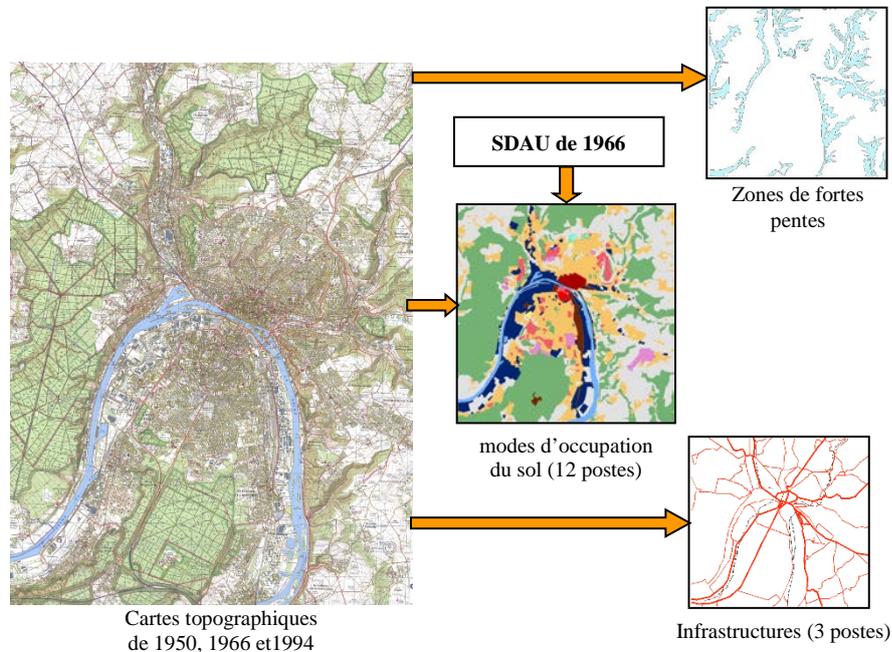
La dynamique d'urbanisation de l'espace rouennais a été modélisée par E. Dubos-Paillard afin de simuler la croissance de l'agglomération entre 1950 et 1994. [DUB03], [GDL04]. Le modèle a pu être confronté à la dynamique réelle d'évolution, validant ainsi la pertinence de ce type de méthode. Cela a permis, plus récemment, de réaliser des simulations à partir de différents scénarios d'aménagement d'un contournement à l'Est de l'agglomération rouennaise [GUE07].

### 2.2.1 De la carte à l'automate cellulaire

Les modes d'occupation de l'espace observé ont été définis à partir de cartes topographiques disponibles à différentes dates (1950, 1966 et 1994). Les informations obtenues ont pu être affinées grâce à une carte issue du SDAU de 1966 présentant précisément la localisation des différentes fonctions dans l'espace étudié.

Pour chaque année observée, nous avons extrait 3 couches d'informations comportant respectivement les modes d'occupation du sol, les secteurs à fortes pentes et les principaux axes de transport qui ont été isolés dans une couche de type linéaire (figure 41). Ces informations

géographiques ont permis de définir les états des cellules des différentes couches de l'automate. Dans notre modèle, seule la couche des pentes reste statique, les deux autres, c'est-à-dire celle des axes de transport et celle comportant les modes d'occupation de l'espace, possèdent une dynamique gérée par le modèle. L'espace cellulaire se présente donc sous la forme d'une grille de 121 lignes et 127 colonnes constituée de cellules carrées de 150m de côté (soit 2,25 hectares), soit un total de 15367 cellules (soit 345,75 km<sup>2</sup>).



*figure 41. Construction des couches de l'automate*

### 2.2.2 La base de règles

La base contient 16 types d'agents-cellules dont les durées vie peuvent être, soit infinies (fleuve, forêt, grands équipements, etc.), soit aléatoires (espaces non bâtis, habitat individuel, zones industrielles, etc.). Ces derniers ont une espérance de vie qui varie entre 20 ans et 100 ans avec un écart type maximal de 30 ans. Elle contient aussi 36 règles de transition d'importance inégale qui n'agissent pas nécessairement sur l'ensemble de la période. Ainsi, les règles concernant les grands ensembles deviennent inactives à compter du début des années 1970.

En revanche, les règles sur l'apparition des centres commerciaux, le développement de la périurbanisation, la création des parcs tertiaires se déclenchent respectivement au milieu des années 1960, au début des années 1970 et au milieu des années 1980. D'une manière générale, les règles utilisées se divisent en 3 catégories:

- Des règles principales d'apparition des formes d'occupation du sol
- Des règles de cohérence spatiale
- Des règles d'aléa « encadré »

Nous ne détaillerons pas ici le détail de ces règles. Nous détaillons seulement à titre d'exemple une de ces règles afin de montrer la richesse et la souplesse de modélisation qu'offre le langage. L'exemple est choisi parmi les règles du type 1 qui contiennent l'essentiel des

connaissances et des hypothèses sur les mécanismes de la croissance urbaine. Elles représentent 40% des règles de la base.

$$F_{ri > H_{pd}} = PV(H_{pd} + Ch + Hd + Eqp + Imm; 10; 0.58; 1) * AV(Z_i; 1) * ZV(Pen; 2) * ZV(Afe; 1) * AV(Sei + Vfe; 2) * PV(Imm; 1; 0; 0.25) * PV(Z_i + Vfe; 6; 0; 0.1)$$

Cette règle peut être interprétée de la façon suivante : l'espace non bâti peut devenir de l'habitat peu dense ( $F_{ri} > H_{pd}$ ) lorsque c'est déjà sensiblement urbanisé dans un rayon de 1,5km, s'il n'y a pas à proximité immédiate de zone industrielle ( $Z_i$ ), de relief ( $Pen$ ), de voie ferrée ( $Afe + Vfe$ ) ou encore la Seine ( $Sei$ ). Il faut également que la proportion de grands ensembles ( $Imm$ ) ne soit pas trop grande au sein des cellules voisines et que la densité d'industries ( $Z_i$ ) soit faible dans un rayon de 900m.

### 2.2.3 Evolution observée de l'espace rouennais entre 1950 et 1994

La comparaison de l'occupation du sol effectuée par Edwige Dubos-Paillard (EDP) montre qu'entre 1950 et 1994 près de 18% des cellules ont changé d'état en 45 ans (figure 42). L'analyse de la carte de 1966 permet de distinguer deux périodes notablement différentes. Entre 1950 et 1966, à peine 5% des cellules change d'état du fait d'une faible extension du bâti qui se fait principalement sur les périphéries de l'espace aggloméré. Elle prend surtout la forme de grands ensembles donnant lieu à de nouveaux quartiers localisés le plus souvent sur des terrains bon marché (comme Canteleu) et à un habitat individuel qui s'étend principalement vers le sud de l'agglomération. Les industries apparaissent principalement en aval de Rouen, dans la zone industrialo-portuaire.

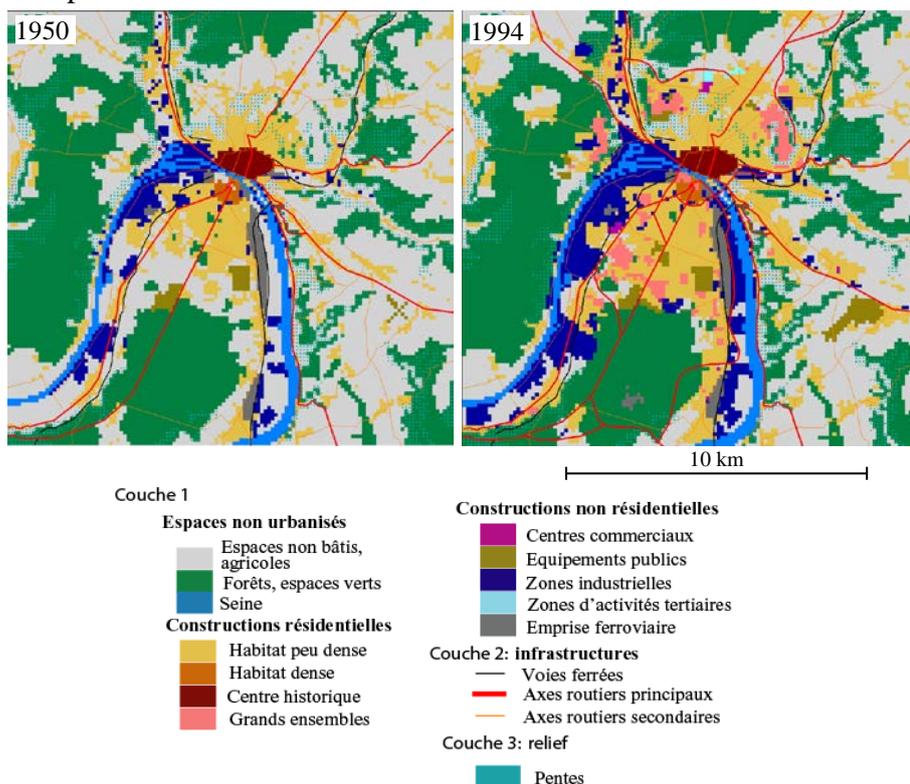


figure 42. Situation observée en 1950 et 1994

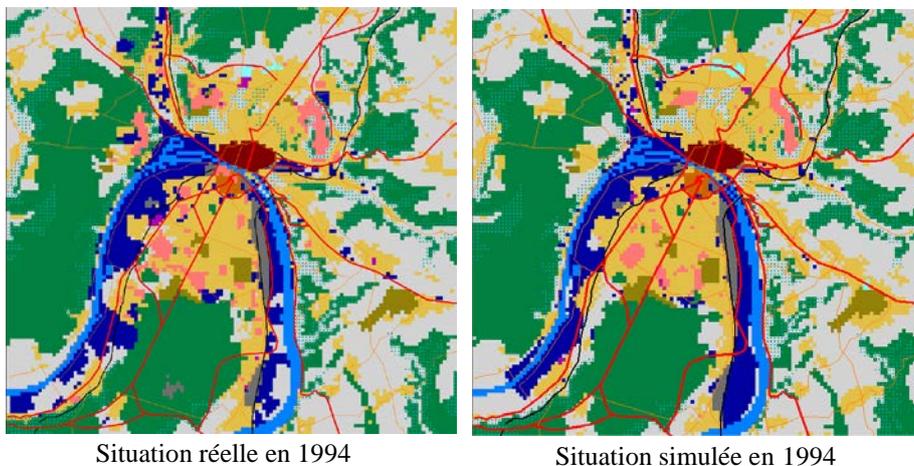
La période 1966-1994 connaît davantage de modifications puisque 15,4% des cellules changent d'état. Celles-ci touchent en premier lieu l'habitat individuel qui continue à s'étendre sur les pourtours de l'espace aggloméré mais aussi, à partir des années 1970, autour des villages ruraux (périurbanisation). Les grands ensembles connaissent une croissance limitée puisqu'au début des années 1970, ils sont quasiment tous achevés. L'industrie progresse également. La

zone industrialo-portuaire, en aval de Rouen, continue de se développer vers le sud. Au cours des années 1970, en bordure de Seine, une vaste zone d'activité apparaît en amont de Rouen.

C'est durant cette période que se développent les centres commerciaux, des zones d'activités dédiées principalement aux fonctions tertiaires qui se localisent au Nord de l'agglomération. Enfin le réseau routier se développe notablement après 1966.

### ***Résultats et validation de la simulation entre 1950 et 1994***

L'état des lieux de l'évolution de l'espace rouennais a permis d'alimenter les règles de notre modèle. Celles-ci définissent des contraintes spatiales fortes, laissant néanmoins certains degrés de liberté. Cette liberté s'exprime à travers une composante stochastique qui permet d'obtenir des résultats légèrement différents à chaque simulation. Nous présentons ici, un exemple de simulation entre 1950 et 1994.



***figure 43. Comparaison entre situation observée et simulée en 1994***

La figure 43 compare les situations observées et simulées en 1994. D'un point de vu global, on constate que la situation simulée est assez proche de la situation observée. Dans le détail, on remarque que dans la situation simulée, l'habitat s'est un peu plus développé vers les périphéries Nord et Est. Cela s'explique en partie par la proximité des principaux axes routiers, infrastructure considérée comme un facteur important du développement de l'habitat dans les espaces périurbains. On peut aussi constater que l'industrie s'est principalement développée en amont de Rouen (cf situation simulée), alors qu'en aval, la situation est plutôt inverse. Enfin, on note que quelques configurations spatiales n'émergent pas de la simulation, même en faisant varier légèrement les contraintes des différentes règles de transition.

L'exemple le plus significatif est celui des grands ensembles localisés sur le plateau situé à l'Ouest du centre-ville (Canteleu). Ces grands ensembles ont été construits sur un espace entouré de forêts, mal relié au centre de l'agglomération, en retrait des axes routiers principaux et de l'habitat individuel. Il s'avère que l'explication de cette implantation est spatialement illogique. Elle tient surtout à une volonté politique et au très faible coût des terrains qui ont pu être acquis pour seulement 0,15 euro le mètre carré.

### ***Validation statistique : L'apport des méthodes Kappa et Fuzzy Kappa***

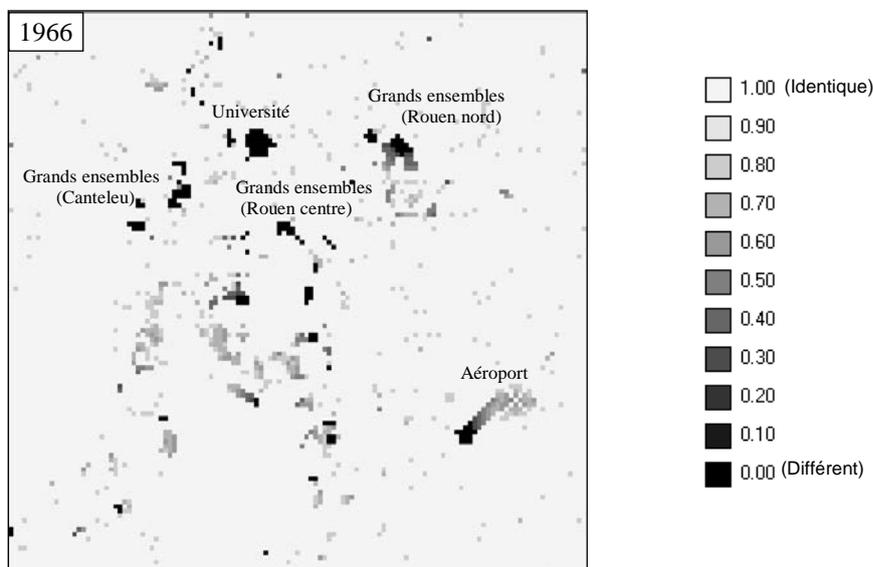
Plusieurs méthodes de validation ont été utilisées par E.D.P. de manière à comparer deux cartes. Ces méthodes, plus ou moins strictes, servent à mesurer la pertinence du modèle retenu mais permettent également de l'améliorer. Elle a utilisé en particulier des méthodes de « map

*comparison* », développées par le groupe RIKS<sup>25</sup> [HAG05], comme la méthode du « coefficient de Kappa » basée sur la comparaison de cellule à cellule et une méthode de « Kappa floue » qui compare la carte simulée à un voisinage plus ou moins large de la carte observée. En plus, on peut choisir un degré de similitude entre les états, selon une matrice de dissimilarité entre les différents types d'occupation du sol.

Globalement les résultats du coefficient Kappa sont corrects en 1966. Les écarts observés portent moins sur le nombre de cellules que sur leur localisation. Il faut cependant relativiser ce résultat dans la mesure où, dans la simulation retenue, plusieurs grands ensembles apparaissent et se développent au cours des pas de temps suivants. Ainsi, le coefficient s'améliore notablement en 1994 alors qu'il est moins bon pour quasiment tous les autres modes d'occupation de l'espace, voire mauvais dans le cas des centres commerciaux qui ne représentent que quelques cellules dans le domaine observé.

La méthode « Kappa floue » donne lieu à une cartographie dont il ressort en 1966 que les principaux écarts entre réel et simulé sont dus, soit à la création ou l'extension de grands équipements (aéroport au sud-est, université au nord), soit à la réalisation de grands ensembles qui n'apparaissent pas dans la simulation (figure 44). Concernant les grands ensembles les situations sont variables. Pour Rouen-nord, il s'agit seulement d'un décalage temporel. En revanche, pour Canteleu et Rouen-centre le modèle utilisé n'est pas en mesure de les faire apparaître, d'où leur mise en évidence sur les cartes de 1966 et 1994.

En 1994, Le coefficient Fuzzy kappa est de 0.701. Il est certes moins bon que celui de 1966 (0.896) mais reflète la complexité de l'évolution urbaine après 1966. Outre les grands ensembles évoqués ci-dessus, on peut noter que dans l'ensemble, les espaces industriels sont légèrement sous-représentés, surtout en aval de Rouen, tandis que l'habitat peu dense est surreprésenté ce qui doit conduire à une amélioration du paramétrage des règles concernant ces deux modes d'occupation de l'espace.



<sup>25</sup> Research Institute for Knowledge Systems, voir le site: <http://www.riks.nl/>

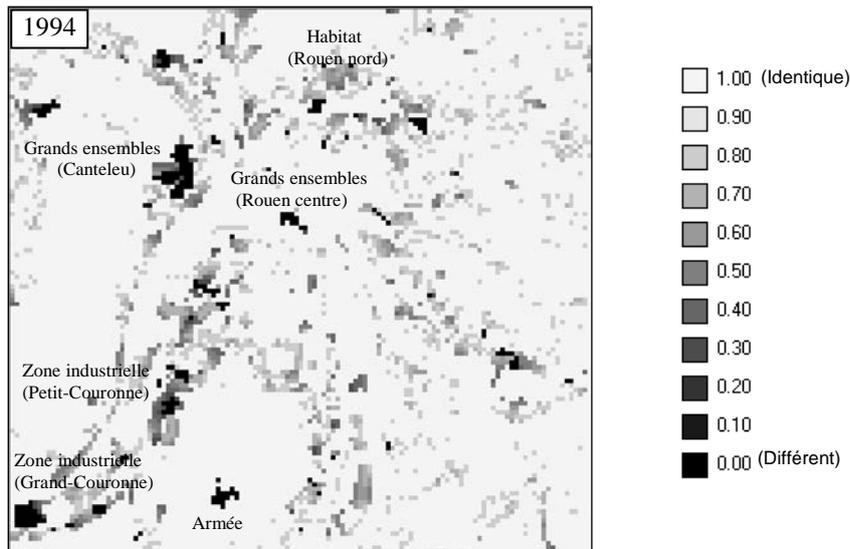


figure 44. *Comparaison entre cartes observée et simulée par la méthode « Kappa floue »*

#### 2.2.4 Bilan actuel d'utilisation de SpaCelle

L'apport de la version 5 de SpaCelle, par rapport aux versions précédentes, provient des possibilités de la modélisation multicouches et de la possibilité de définir des couches linéaires de réseau possédant une dynamique temporelle et une topologie. En effet, dans les premières versions du logiciel qui était monocouche, une route devait être représentée dans la couche cellulaire par une juxtaposition de cellules entières. Ce qui prenait une surface souvent considérable par rapport à la réalité et empêchait de représenter le type d'occupation du sol sur ces surfaces. De même les zones de forte pente ne pouvaient avoir que l'état « forte pente ». En séparant les informations en plusieurs couches cellulaires indépendantes, mais aussi en couches d'objets linéaires ou ponctuels, on peut modéliser séparément la dynamique de chaque couche mais aussi leurs interactions. Ainsi, le réseau se développe en fonction de l'occupation du sol tandis que le réseau stimule en retour ce développement. Par contre, des couches plus statiques, comme le relief, permettent de moduler efficacement la dynamique de développement sans gêner la couche ayant la dynamique principale.

Le deuxième point concerne la validation. Les possibilités offertes pour la comparaison d'un espace observé et d'un espace simulé ont pour but premier la validation du modèle retenu. Des facilités d'export en format « grid » permettent d'utiliser des logiciels de comparaisons de cartes, d'analyse spatiale, afin de valider ou de faire évoluer un modèle.

A travers les modèles d'évolution urbaine de l'agglomération de Rouen, notre démarche a été avant tout de montrer que la dynamique du système complexe qu'est la ville, peut s'exprimer en termes de règles assez « naturelles » de transition spatiales. Ceci sans avoir recours à des systèmes d'équations complexes, à la signification et au paramétrage souvent obscurs. Ainsi, ce genre de modèle peut être un outil efficace d'aide à la décision et de prospective. En effet, les aménageurs et les politiques ont besoin d'avoir une vision à court et à moyen terme de leur territoire, selon une logique neutre (les règles spatiales s'appliquent partout de la même manière) et indépendante des projets d'aménagement. L'automate cellulaire peut répondre à cette attente, non pas en proposant une image statique du territoire observé à une échéance donnée, mais en proposant différents scénarios d'évolution en fonction d'hypothèses d'aménagements et de dynamiques spatiales. Ces simulations, qui sont des expériences fictives d'évolution, aideront le décideur dans ses choix d'aménagement. C'est ce que nous avons

réalisé avec Yves Guermond et Edwige Dubos-Paillard, en collaboration avec la CAR et SCOT sur les effets de la mise en place d'un contournement à l'Est de Rouen sur le développement de l'urbanisation.

Cette présentation n'épuise évidemment pas les travaux de recherches en simulation urbaine par automates cellulaires. Notre but n'ayant pas été de faire un point quelconque sur ces recherches nombreuses. Néanmoins nous avons laissé quelques repères en bibliographie, comme [BAT05] [BEN04] [CLA97] [COL98] [COL98] [COU97] [LP97][RAB02][WEU97].

### 2.3 RuiCells

Ce modèle est beaucoup plus complexe que le précédent. Il a été développé pour modéliser et simuler des phénomènes de crues turbides intenses qui provoquent régulièrement des dégâts catastrophiques par coulées de boue dans des bassins versants habituellement secs (voir photos ci-dessous). Ce modèle a été utilisé dans plusieurs travaux de recherche, notamment dans les programmes EPR<sup>26</sup>, GESSOL<sup>27</sup> 2000 et GESSOL 2003, en collaboration avec l'INRA, et dans l'ACI complexité (projet SYMBAD) avec la collaboration du laboratoire GEOPHEN de l'université de Caen. Tous ces programmes sont pilotés par D. Delahaye (tout du moins pour la partie universitaire). Il a été utilisé aussi dans divers travaux de thèses d'informaticiens (W Jaziri) ou de géographes (D. Gaillard, J. Douvinet). On trouvera des descriptions plus complètes de ce modèle et de ses applications dans [LAN02], [DEL02] et [DEL05].

Les caractéristiques de ces crues turbides :

- Des crues de vallons secs
- Des **dégâts catastrophiques**



Vallée de l'Autreberthe (76) en mai 2000



Hautot sur mer (76)  
en juin 2005



Ancrétiéville-Saint-Victor (76) en mai 2000



Essôme sur Marne (76) en juillet 2001



La Vaujouette (76) en janvier 1995



St Martin de Boscherville  
(76) en juin 1997



Trouville (14) en juin 2003

*figure 45. Exemples de crues turbides*

<sup>26</sup> Programme EPR : évaluation et prise en compte des risques, juin 2001, proposé par le Ministère de l'environnement et de l'aménagement du territoire.

<sup>27</sup> Programmes GESSOL : gestion du patrimoine sol, du Ministère de l'environnement et de l'aménagement du territoire.

### 2.3.1 Présentation du modèle

RuiCells possède un modèle conceptuel conforme à la description générale présentée en 8.1.8. La structure de l'automate est construite à partir d'un modèle numérique de terrain dont la structure est elle-même assez complexe. Un ensemble de points en 3D servent de base à une triangulation, irrégulière ou semi-régulière, selon sa provenance. Dans les utilisations courantes, ces points sont importés interactivement de MNT formant un réseau de points carrés au pas de 50m. Chaque carré est décomposé en deux triangles rectangles, avec sa diagonale la plus basse, afin d'introduire le moins possible d'artefacts à l'écoulement en fond de talweg. (Voir figure 47). De manière à pouvoir construire efficacement un graphe d'écoulement, nous structurons cette triangulation selon un graphe RZ-topologique [LAN94] appliqué à une triangulation, structure basée sur le couplage du graphe et de son dual, et sur le principe des cartes combinatoires [GRO89], [DAV91].

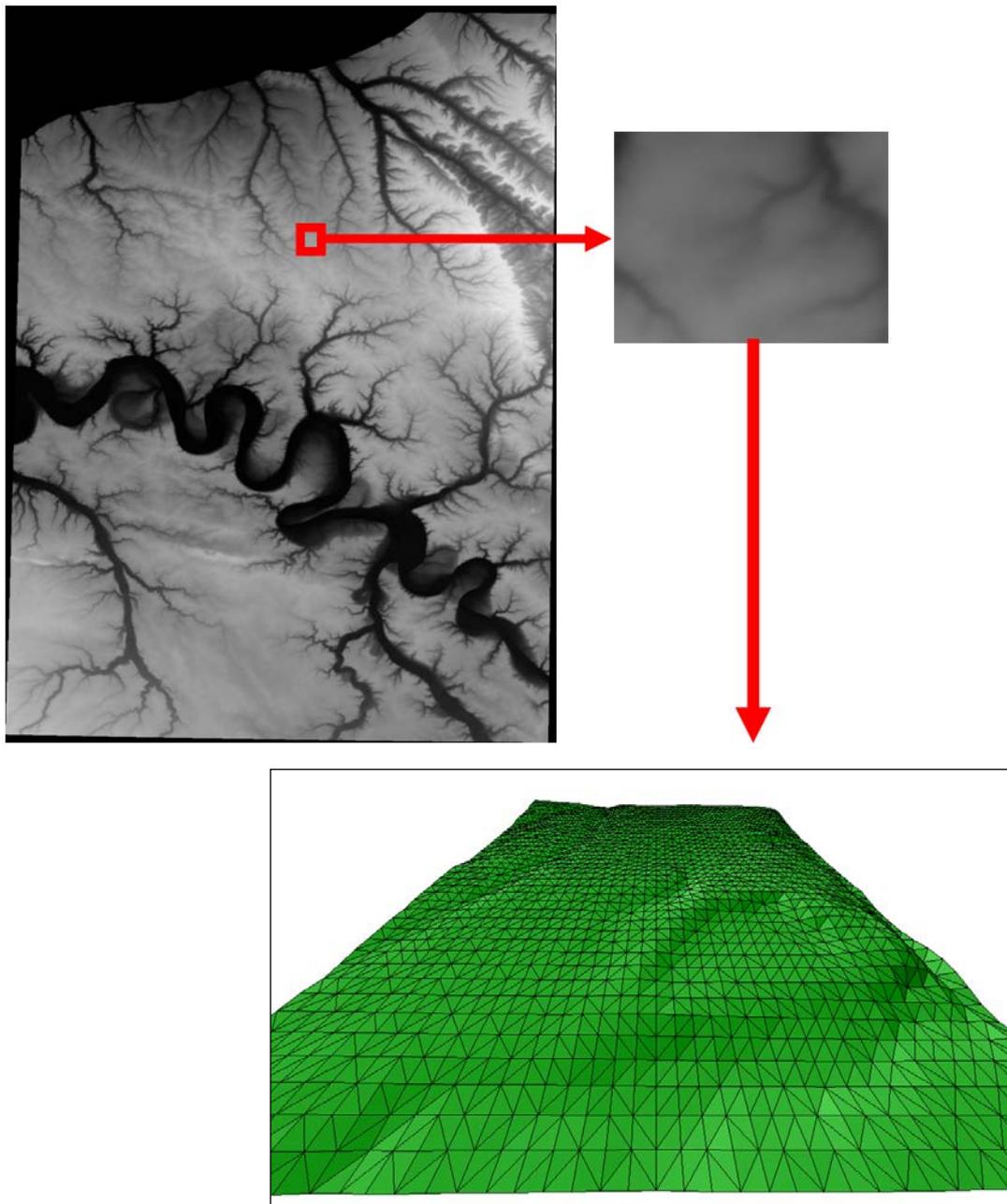
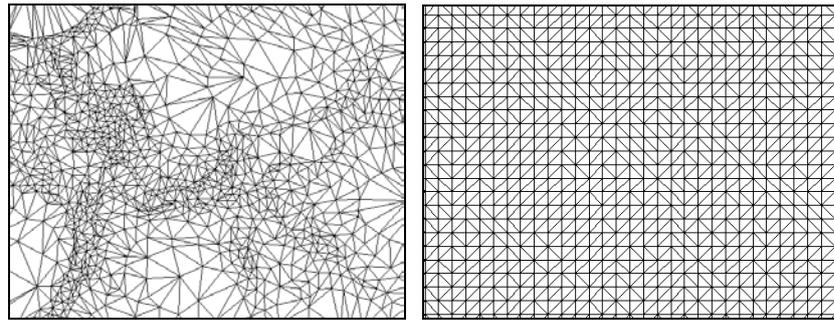
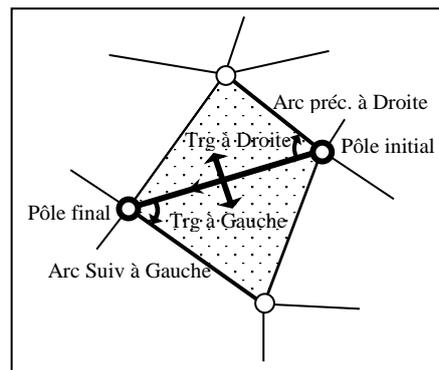


figure 46. Procédé de création d'un modèle de surface



(A) triangulation de Delaunay (B) triangulation semi-régulière

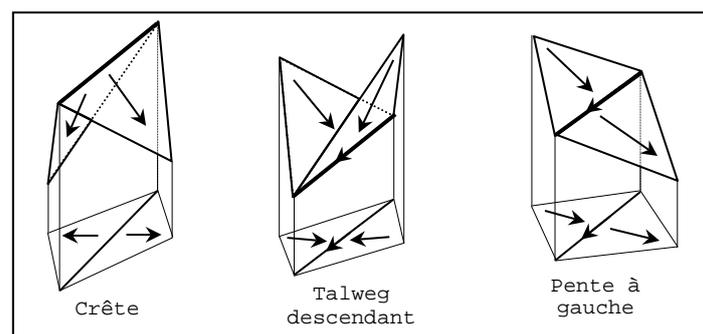
**figure 47. Deux modes de triangulation**



**figure 48. Structuration de la triangulation en graphe RZ-topologique**

Ce premier niveau de structuration conduit à caractériser des entités morphologiques dans ce graphe, de manière à identifier plus facilement les éléments utiles dans la dynamique d'écoulement. Nous distinguons ainsi onze types morphologiques associés aux arcs du graphe dont quelques uns sont présentés dans la figure 49:

```
TypeMorphoArc = (Crete, PenteAGauche, PenteADroite, ThalwegMontant,
ThalwegDescendant, RebordGauche, RebordDroit, FondGauche, FondDroit, Plat,
LimiteExterne);
```



**figure 49. Exemples de morphologies locales d'un arc**

Lorsque les arcs ont leur attribut morphologique, on peut construire une première couche cellulaire attachée au MNT qui est constituée de trois types de cellules :

- les cellules surfaciques associées aux triangles,
- des cellules linéaires associées aux arêtes de type talweg,

- des cellules de cuvette qui sont associées aux minima locaux. Remarquons qu'un minimum local dans une surface n'est pas toujours un point (sommet de triangle), mais peut être constitué d'une arête, d'un triangle, voire même d'un ensemble de triangles dont tous les sommets sont à une même altitude et entourés de points plus hauts. Dans tous ces cas, la dynamique de l'eau qui s'accumule au fond d'une telle dépression dans la surface, est gérée globalement par une cellule spéciale (la cuvette). Celle-ci gère le volume total associé à cette dépression mais aussi le débordement de cette masse d'eau, par le col le plus bas repéré autour de cette cuvette.

Une première difficulté se présente lorsque deux (ou plusieurs) cuvettes se déversent réciproquement l'une dans l'autre. Il faut alors réunir ces deux cellules-cuvette par une troisième dans laquelle se cumule le volume des deux premières. Cette dernière doit alors calculer le col déversoir commun situé plus haut que les deux premières (voir figure 50). Dans les cas de reliefs complexes, il peut se construire toute une hiérarchie de bassins de déversement. Il peut néanmoins apparaître rarement des cycles ternaires ou quaternaires de déversements réciproques. Ceux-ci ne peuvent être détectés automatiquement par le logiciel et qui nécessitent alors une intervention manuelle.

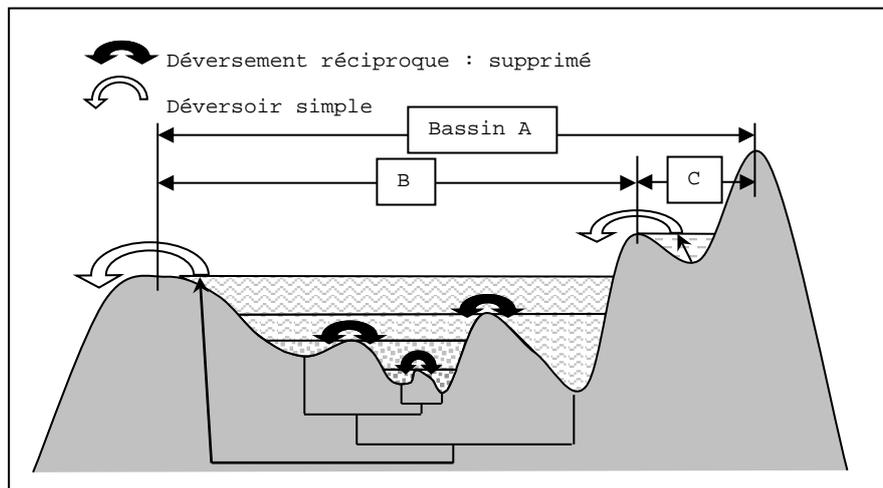


figure 50. Structure d'emboîtement de bassins

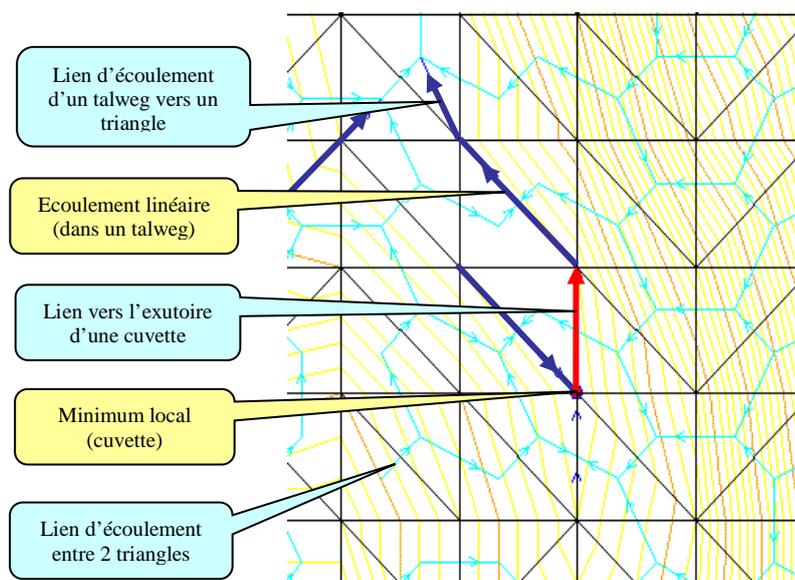


figure 51. Extrait du graphe d'écoulement



suivante de haie qui lui est connectée. C'est alors une sortie externe de la haie vers une entrée externe d'une autre cellule de haie.

Ainsi, les arcs du graphe d'écoulement, mais aussi les liens d'écoulement qui existent entre les cellules topographiques et les cellules d'aménagement, définissent des canaux d'entrée-sortie entre les cellules dont la structure est présentée dans la figure 52.

On voit que toutes les entrées (internes ou externes) se cumulent dans un même registre (Ve) et que, quel que soit le moteur de la cellule, celui-ci calcule une valeur globale de sortie (Vs). Cette valeur est ensuite distribuée vers les cellules de sortie, proportionnellement à des coefficients de distribution  $q_i$  qui sont pré-calculés et dont la somme vaut 1. Si l'utilisateur ne veut pas prendre en compte les aménagements, les coefficients des sorties internes sont mis à zéro et les coefficients externes réévalués en conséquence. Le mode de calcul de ces coefficients est visible dans la figure suivante. Il repose sur le fait qu'à chaque pas de temps, le flux d'eau présent dans un triangle descend dans le sens de la pente d'un certain vecteur  $dl$ . Si ce flux rencontre un segment qui correspond, soit à un côté de sortie du triangle (sortie externe), soit à une portion de haie (sortie interne) présente dans le triangle, le volume capté par le triangle sera proportionnel à la longueur  $L$  du segment projeté dans la direction orthogonale à la ligne de pente. Soit  $L = d \cdot \sin \alpha$  où  $d$  est la longueur du segment en projection plane et  $\alpha$  l'angle que fait le segment par rapport à la ligne de pente.

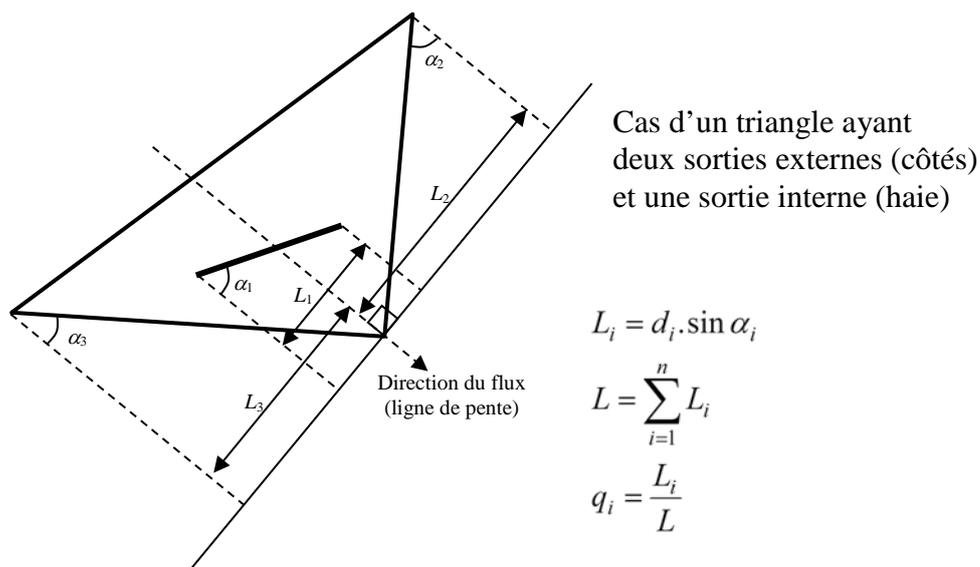


figure 53. Calcul des coefficients de sortie d'un triangle

### 2.3.3 Le fonctionnement

Après chargement des différentes couches de données, les cellules de l'automate sont construites automatiquement et l'utilisateur peut choisir entre quatre types de simulation. Pour chaque type de simulation, un moteur adapté est connecté à chaque cellule.

0 – somme des surfaces amont : permet de faire des simulations comparatives de la forme de différents bassins et de calculer des indices morphométriques [DEL02], [DOUV07]

1 – ruissellement avec débits d'infiltration

2 – ruissellement comme un pourcentage de la pluie : ne nécessite pas de données d'occupation du sol, permet par exemple de calculer des hydrogrammes unitaires en des points de mesure choisis par l'utilisateur.

3 – ruissellement avec coefficients d'interception, d'imbibition et vitesse d'infiltration.

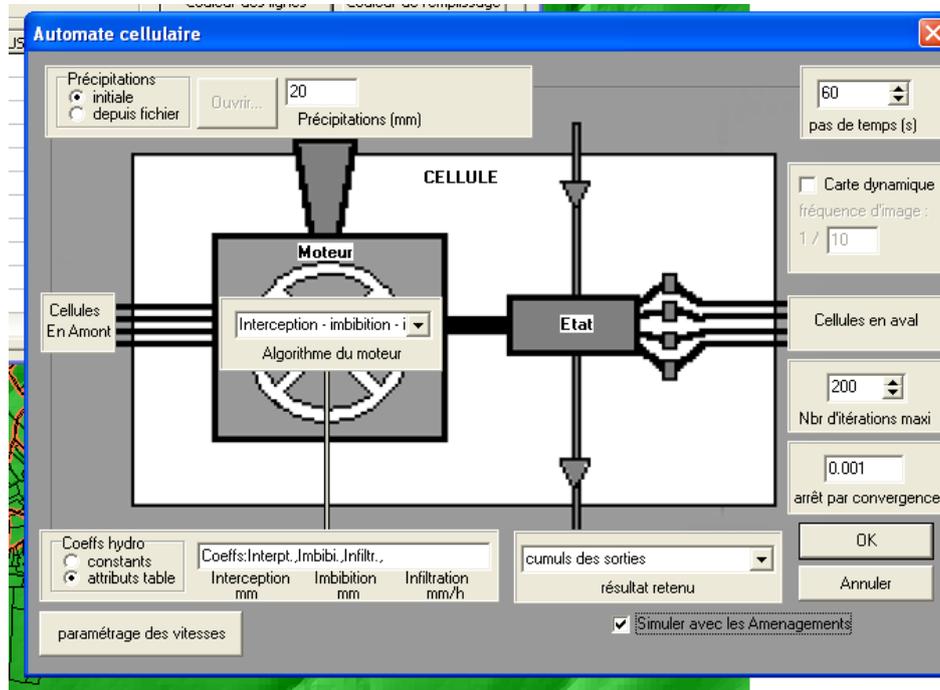


figure 54. Tableau de bord pour le paramétrage des simulations

Pour les trois derniers moteurs, les données peuvent être globales (constantes sur toutes les cellules) ou différenciées (issues des valeurs d'attribut des tables). De plus, on peut aussi choisir un événement pluvieux simplifié (défini par une hauteur d'eau tombée à l'instant initial) ou par un événement pluvieux complexe, se déroulant dans le temps en cours de simulation, dont les débits sont décrits dans un fichier selon un certain pas de temps. Enfin on peut choisir ou non de prendre en compte les aménagements de surface dans la simulation.

Le moteur n°3 est celui qui prend en compte tous les paramètres hydrologiques. Les cellules surfaciques sont affectées du moteur qui gère un modèle hydrologique d'écoulement que nous allons décrire plus loin (résumé dans la figure 58).

Le fonctionnement global de l'automate gère les flux de circulation d'eau entre les cellules de manière synchrone, la structure de voisinage utilisée ici étant définie par le graphe d'écoulement. A chaque itération, qui correspond à un pas de temps  $dt$ , l'automate procède en deux phases :

- une phase de transition pendant laquelle chaque cellule calcule son volume global de sortie ( $V_s$ ). Cette quantité est distribuée vers les sorties proportionnellement aux coefficients de distributions  $q_i$ , soit vers les cellules de l'aval, soit vers les cellules interne (aménagements). Elle calcule aussi son nouvel état à l'instant  $t + dt$  qui est constitué de trois composantes ( $V_i$ ,  $V_r$ ,  $V_b$ ): où  $V_i$  est le volume d'eau intercepté (restant dans la végétation, après apport des précipitations et retrait du surplus qui arrive au sol),  $V_r$  : volume d'eau restant en surface (après sortie et imbibition) et  $V_b$  : volume d'eau imbibé (restant après infiltration).

- une phase de communication où les sorties (calculées dans la phase précédente) sont communiquées aux entrées des cellules en aval, par cumul dans leur registre d'entrée.

### **Modèle d'écoulement surfacique**

Le volume global de sortie ( $V_s$ ) calculé par une cellule (nous ne détaillerons ici que le modèle concernant les cellules de type surfacique), entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , dépend :

- de la vitesse  $v(t)$  de la lame d'eau orientée selon l'axe de plus grande pente (noté  $\vec{y}$ )
- sa section de sortie  $S$  projetée perpendiculairement à  $Y$  et
- de la longueur du pas de temps  $dt$  (réglable par l'utilisateur).

On a donc :

$$V_s(t, t + dt) = v(t) \cdot S(t) \cdot dt$$

La vitesse d'écoulement  $v(t) = \frac{dy(t)}{dt}$  où  $dy(t)$  est la longueur de déplacement de la lame d'eau dans le temps  $dt$ . Cette longueur dépend de la pente et de la hauteur de la lame d'eau. Le modèle de vitesse dépend de plusieurs paramètres que l'utilisateur peut modifier avant chaque simulation (voir figure 57). La section de sortie  $S(t)$  est calculée par la hauteur  $h(t)$  de la lame multipliée par la longueur de sortie  $L$  déjà calculée sur la figure 53, soit  $S(t) = h(t) \times L$ . Pendant l'intervalle de temps  $[t, t + dt]$ , la hauteur  $h$  d'eau est considérée comme homogène sur l'élément de surface et correspond au volume libre  $V(t)$  présent en surface, avec  $h(t) = V(t)/Surf$ . Le volume de sortie vaut donc :

$$V_s(t, t + dt) = v(t) \cdot h(t) \cdot L \cdot dt = v(t) \cdot \frac{V(t)}{Surf} \cdot L \cdot dy(t)$$

### **Calcul de la vitesse d'écoulement**

Lorsque quelques millimètres d'eau ruissellent dans une prairie ou une culture, nous sommes loin d'un fonctionnement laminaire idéal. Les modèles mathématiques classiques (comme les équations de St Venant) ne sont plus vraiment applicables. Nous devons faire ici un choix pragmatique, celui de la simplicité et de la souplesse. La remarque la plus simple part de l'action de la pesanteur d'une masse sur un plan incliné. L'accélération  $\Gamma$  qui s'applique à cet objet ne dépend pas de sa masse et suit la loi :

$$\Gamma = kg \sin \alpha$$

où  $g$  est la force de pesanteur,  $k$  une constante et  $\alpha$  l'angle du plan incliné. Ce qui signifie qu'en l'absence de frottement, la vitesse augmente proportionnellement au temps et au sinus de l'angle de pente. On peut penser que dans notre cas, la rugosité importante du terrain stabilise rapidement la vitesse mais qu'à terrain égal, cette vitesse de stabilisation reste proportionnelle au facteur  $\sin \alpha$  dû à la pente.

En ce qui concerne l'influence de la hauteur d'eau, les équations dérivées de Saint-Venant, sembleraient donner une vitesse proportionnelle à la racine carrée de la hauteur. En effet, le modèle physique d'écoulement à régime constant exprime le couple  $(h, v)$  en fonction du débit  $Q$  et la pente  $\theta$

$$v = \sqrt[3]{\frac{8gQ\theta}{f}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{fQ^2}{8g\theta}}$$

où :

$v$  : vitesse d'écoulement du flux (m/s)

$f$  : coefficient de frottement,

$h$  : hauteur de la lame d'eau (m)

$\theta$  : l'angle de pente (radians)

$g = 9,81$ : force de gravité (m/s<sup>2</sup>)

On peut en déduire la variation de  $v$  en fonction de  $h$  :  $v = \sqrt{\frac{8gh\theta}{f}} = \sqrt{Kh\theta}$

avec  $K=8g/f$  supposé constant.

Cependant, cette formule qui donne la vitesse en fonction de la hauteur est trompeuse car elle vient d'un modèle qui calcule simultanément la hauteur et la vitesse à partir du débit d'une lame d'eau sur un plan incliné. Dans ce modèle la hauteur n'est donc pas la cause de la vitesse mais covarie avec elle en fonction du débit. Or, nous ne connaissons pas le débit  $Q$  (c'est justement ce qu'on veut modéliser). De plus, la hauteur d'eau est très petite (quelques millimètres ou centimètres) devant l'étendue de la surface, la pente est faible (quelques degrés) et surtout la rugosité du terrain très grande devant la quantité d'eau. Nous avons donc préféré choisir un modèle linéaire par morceaux facilement paramétrable.

Ainsi, on utilise une fonction  $v$  de deux variables,  $h$  et  $u$ , où  $h$  est la hauteur d'eau et  $u = \sin\alpha$  que nous appellerons ici « pente » par abus de langage (car traditionnellement c'est plutôt la tangente de  $\alpha$ ), où chaque variable est paramétrable (en tout 6 paramètres). La fonction  $v$  est définie comme une combinaison de fonctions linéaires par morceaux pour chacune des variables. Ce choix n'est pas définitif, on peut facilement changer de fonction. Il nous a semblé, Daniel Delahaye et moi-même, qu'un modèle paramétrable pourrait s'adapter directement à des mesures de vitesse faites sur le terrain et permettrait de fixer des valeurs précises à ces paramètres.

Nous avons donc fait les hypothèses simples suivantes : nous considérons que la rugosité du sol amène l'eau à couler à vitesse constante pour une pente et une hauteur d'eau fixes, que cette vitesse varie proportionnellement à l'inclinaison ( $u$ ) et à la hauteur d'eau ( $h$ ) dans l'élément. On considère aussi que la vitesse de sortie de l'eau est la même qu'à l'intérieur de l'élément. Ainsi, les débits d'entrée et de sortie n'étant pas forcément égaux, il peut se produire une variation de hauteur d'eau au cours du temps  $dt$ , produisant en  $t+dt$  une modification de la vitesse de sortie.

On se donne une pente maximum de validité du modèle, par exemple 45°, qui donne une valeur  $u_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , on définit ensuite une vitesse maximale  $v_0$  d'écoulement en pente nulle et une vitesse  $v_I$  d'écoulement en pente maximale pour la hauteur  $k_{11}$

hauteur d'eau minimale à partir de laquelle se déclenche un écoulement en pente nulle	$k_{00} =$	1
hauteur d'eau minimale à partir de laquelle se déclenche un écoulement en pente maxi	$k_{01} =$	0,1
hauteur d'eau de stabilisation de la vitesse d'écoulement en pente nulle	$k_{10} =$	50
hauteur d'eau de stabilisation de la vitesse d'écoulement en pente maximale	$k_{11} =$	100
vitesse minimale d'écoulement	$v_0 =$	0,2
vitesse maximale d'écoulement	$v_1 =$	60

figure 55. Signification des différents paramètres du modèle de vitesse

Avec les 6 constantes,  $k_{00}$ ,  $k_{10}$ ,  $k_{01}$ ,  $k_{11}$ ,  $v_0$  et  $v_1$  décrites dans le tableau de la figure 55, on en déduit, pour une pente relative  $p = u/u_{max}$  comprise entre 0 et 1, les valeurs  $h_0$ ,  $h_1$  des seuils de déclenchement et de stabilisation de l'écoulement ainsi qu'une vitesse maximale  $v_u$  (correspondant à la hauteur  $h_1$ ), définie par une fonction linéaire de  $p$  entre  $v_0$  et  $v_1$ . Ainsi:

$$p = \frac{u}{u_{max}}$$

$$h_0 = k_{00}(1-p) + k_{01}p$$

$$h_1 = k_{10}(1-p) + k_{11}p$$

$$v_u = v_0(1-p) + v_1p$$

Si l'on exprime maintenant que, à pente égale, la vitesse est proportionnelle à la hauteur d'eau. Si, de plus, on tient compte des 3 morceaux linéaires, on obtient alors le modèle définitif de vitesse, doublement linéaire :

$$v(h, u) = \begin{cases} (h < h_0) \Rightarrow (v(h, u) = v_0) \\ (h \in [h_0, h_1]) \Rightarrow (v(h, u) = v_0(1-l) + v_u l) \\ (h > h_1) \Rightarrow (v(h, u) = v_u) \end{cases}$$

$$\text{avec : } l = \frac{h - h_0}{h_1 - h_0}$$

Ce qui peut se visualiser par les courbes suivantes :

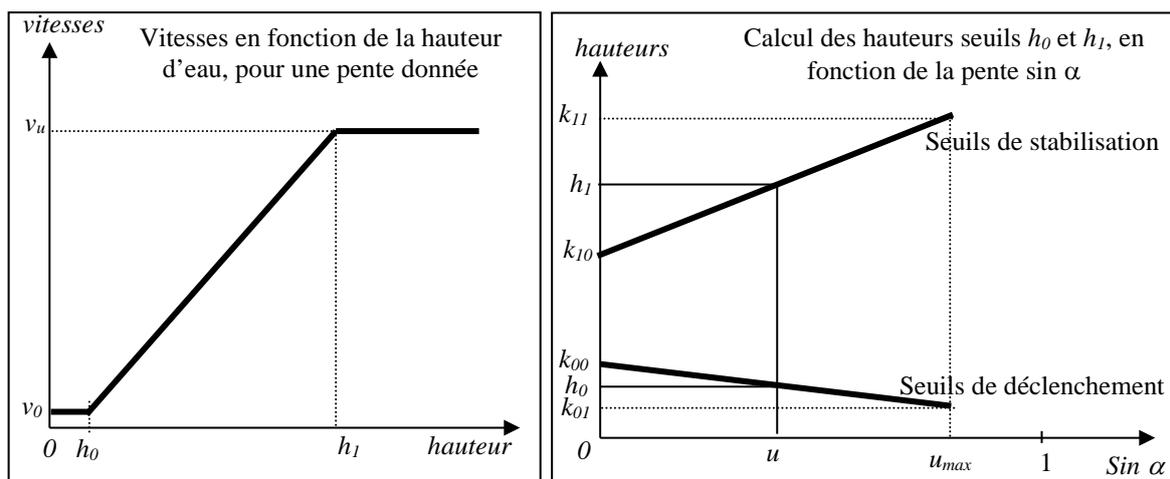
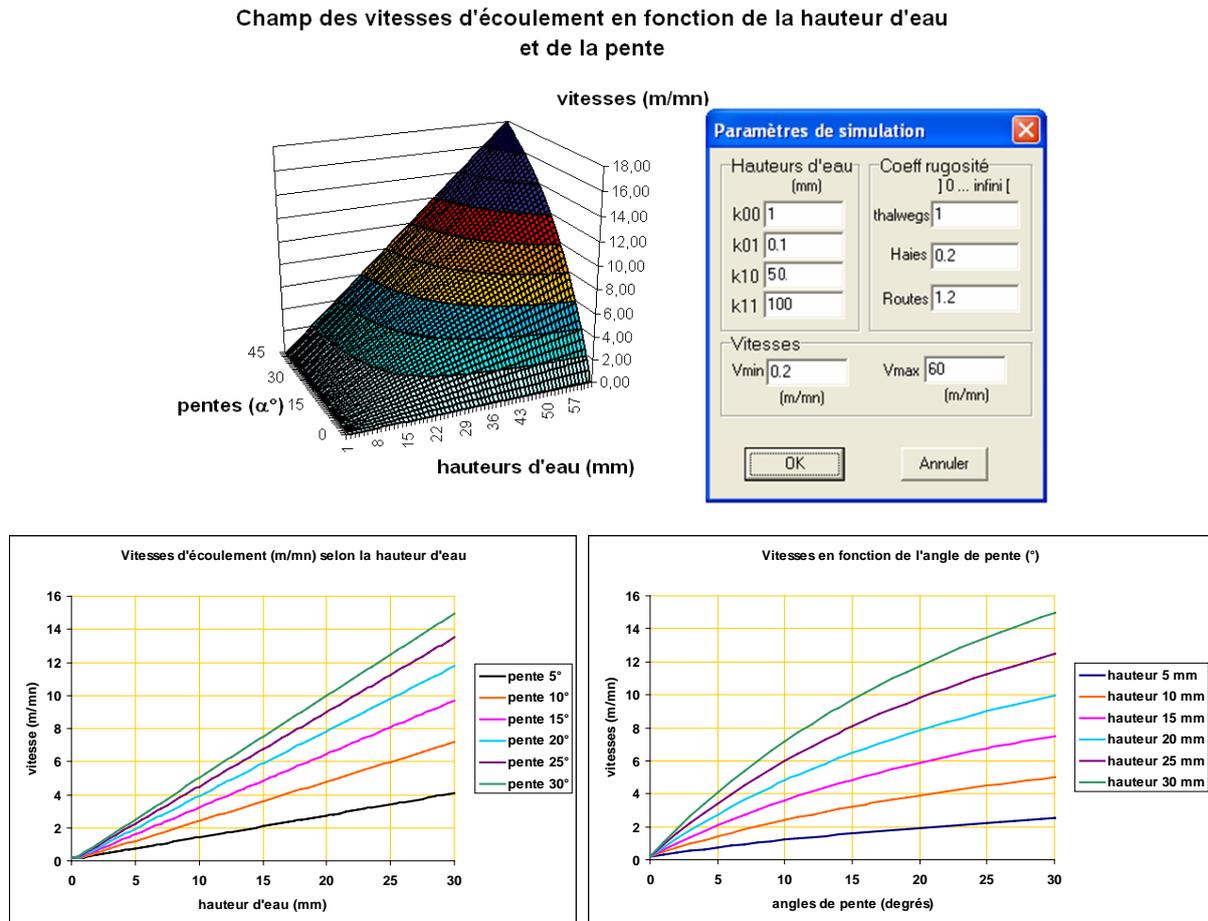


figure 56. Modèle de vitesse



*figure 57. Exemple de paramétrage du modèle de vitesse d'écoulement*

### **Modèles hydrologiques associés aux différents types de cellules**

Le modèle de calcul de la vitesse d'écoulement surfacique étant expliqué, nous pouvons aborder le modèle hydrologique appliqué dans chaque cellule. Il y a en fait, trois modèles : celui appliqué aux cellules surfaciques, le deuxième aux cellules linéaires et le dernier aux cellules-cuvettes.

Nous ne détaillerons ici que le modèle surfacique. Pour calculer le volume global de sortie d'une cellule, on prend en compte à chaque itération de pas de temps  $dt$ :

- les entrées : le volume de précipitation, le cumul des entrées d'eau venant des cellules amont et des cellules internes d'aménagement qui débordent
- l'état précédent de la cellule contenant : le volume d'eau intercepté par la végétation, le volume d'eau libre en surface de la cellule et le volume imbibé.

Le volume global de sortie se calcule par étapes : d'abord en calculant ce qui tombe de la végétation après que celle-ci ait reçue la pluie, sachant qu'elle possède une certaine capacité d'interception. Ensuite, on calcule ce qui reste en surface après avoir déduit une certaine capacité d'imbibition et une certaine vitesse l'infiltration. Le volume restant en surface se traduit une hauteur d'eau. Cette hauteur d'eau, combinée à la pente, permet de calculer sa vitesse de descente, d'où l'on déduit, selon le pas de temps  $dt$ , le volume global de sortie  $V_s$ . Ce volume est ensuite distribué dans les différentes sorties comme nous l'avons déjà expliqué. Le schéma suivant résume ce modèle.

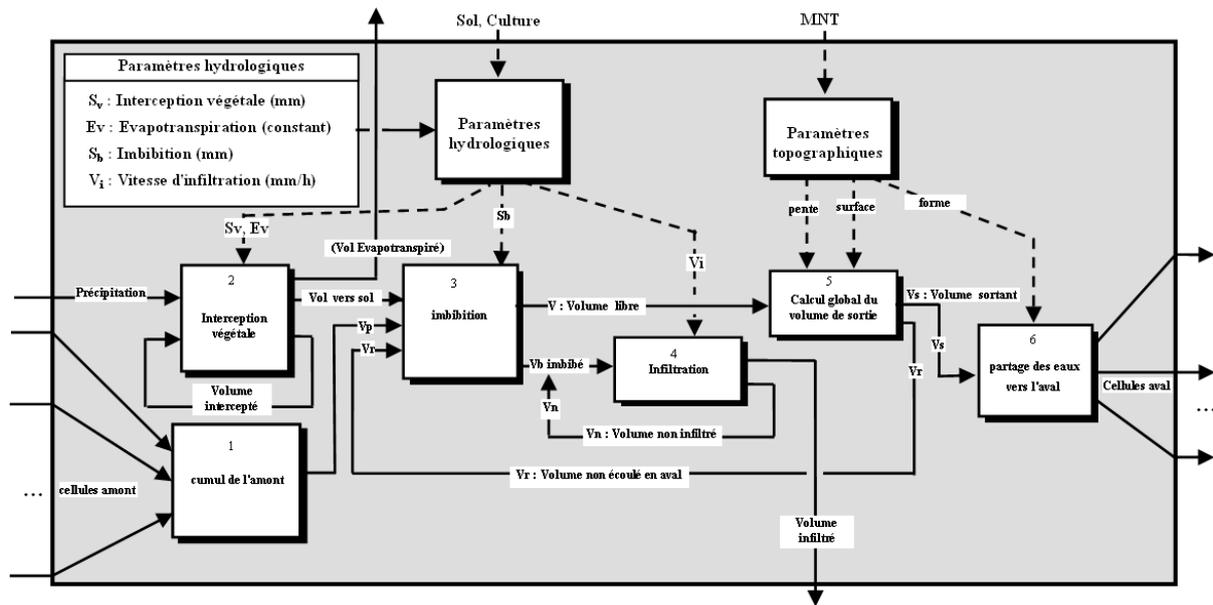


figure 58. Modèle hydrologique d'une cellule surfacique

### 2.3.4 Les sorties

Le logiciel permet de cartographier dynamiquement l'évolution des variables dans le temps, de sortir diverses cartes et graphiques comme des hydrogrammes affectés à des points de mesure définis par l'utilisateur, des courbes de précipitations. Il permet de calculer la forme et la surface d'un bassin, de dessiner les courbes de niveau et de plus grande pente, des cartes avec ombrage, de représenter un bassin en vue perspective 3D. Nous présentons dans les figures suivantes, quelques exemples de sorties.

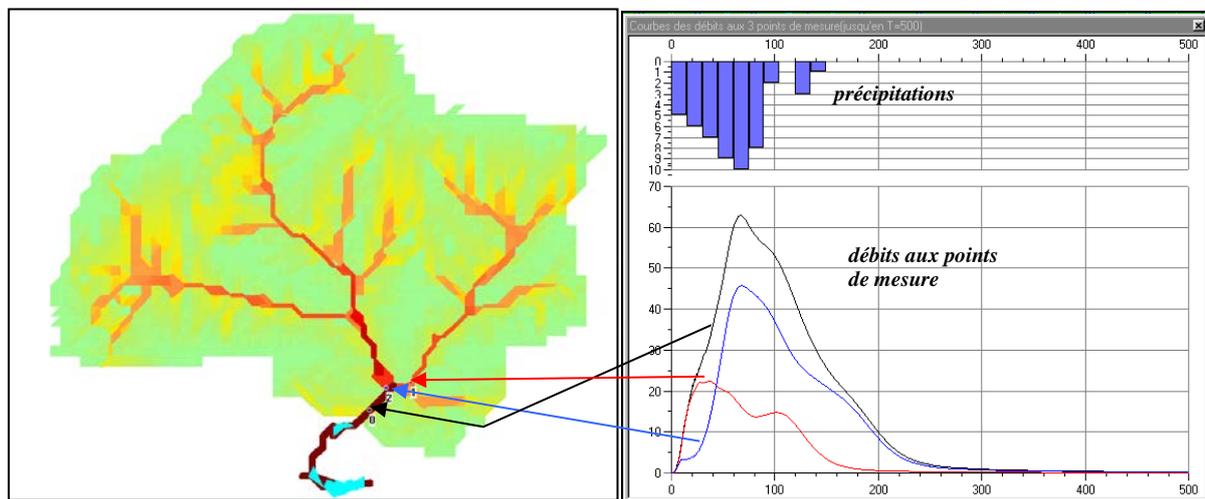


figure 59. Carte et hydrogrammes en différents points de mesure d'un bassin-versant

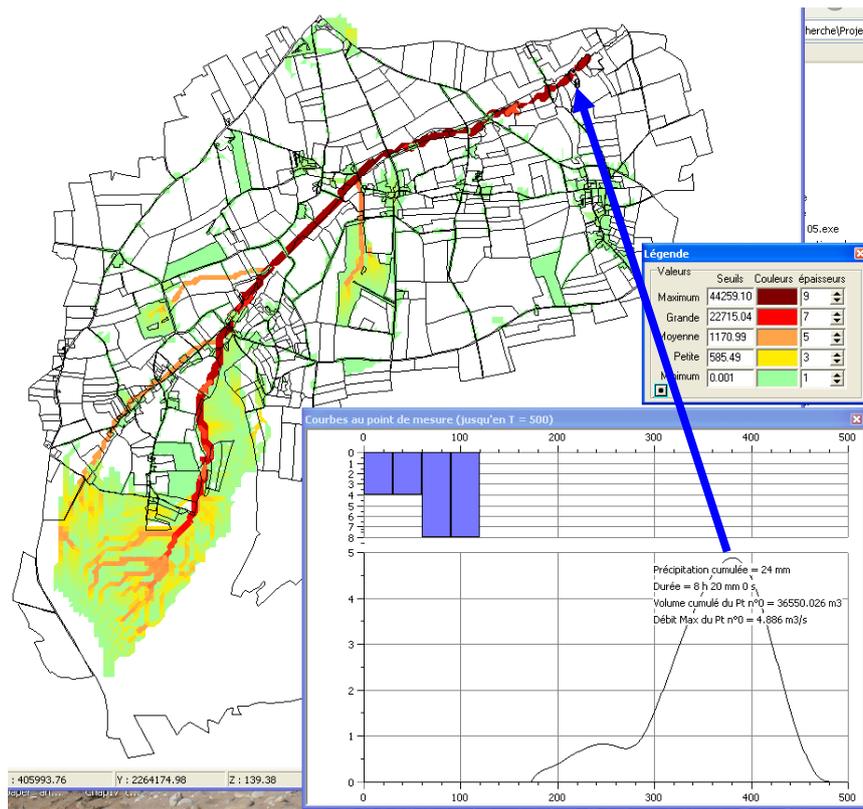
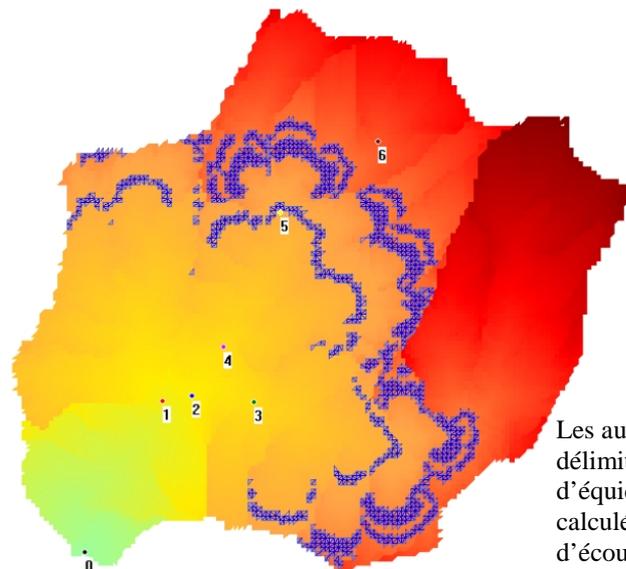
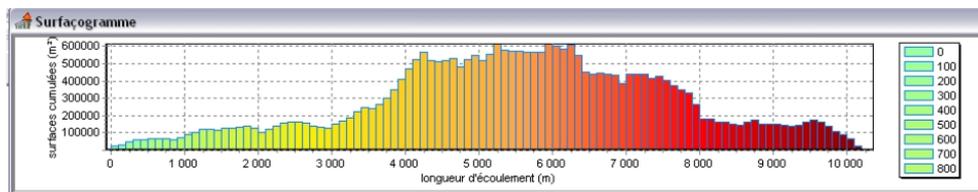


figure 60. Simulation prenant en compte l'utilisation du sol



Les auréoles bleues délimitent des zones d'équidistance à l'exutoire, calculées selon le chemin d'écoulement

figure 61. Etude morphométrique : « surfaçogramme » qui classe les surfaces en fonction de leur distance au point de mesure 0 (exutoire)

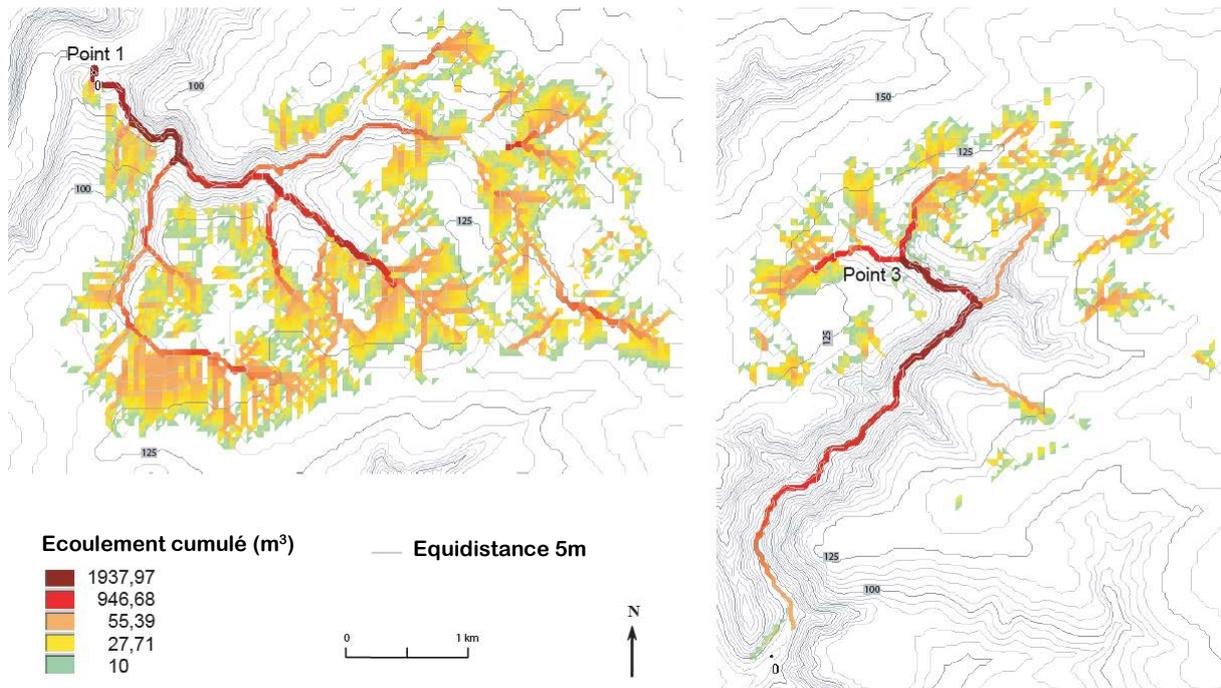


figure 62. Comparaison de deux bassins par rapport à sa capacité d'infiltration lors de pluies d'hiver

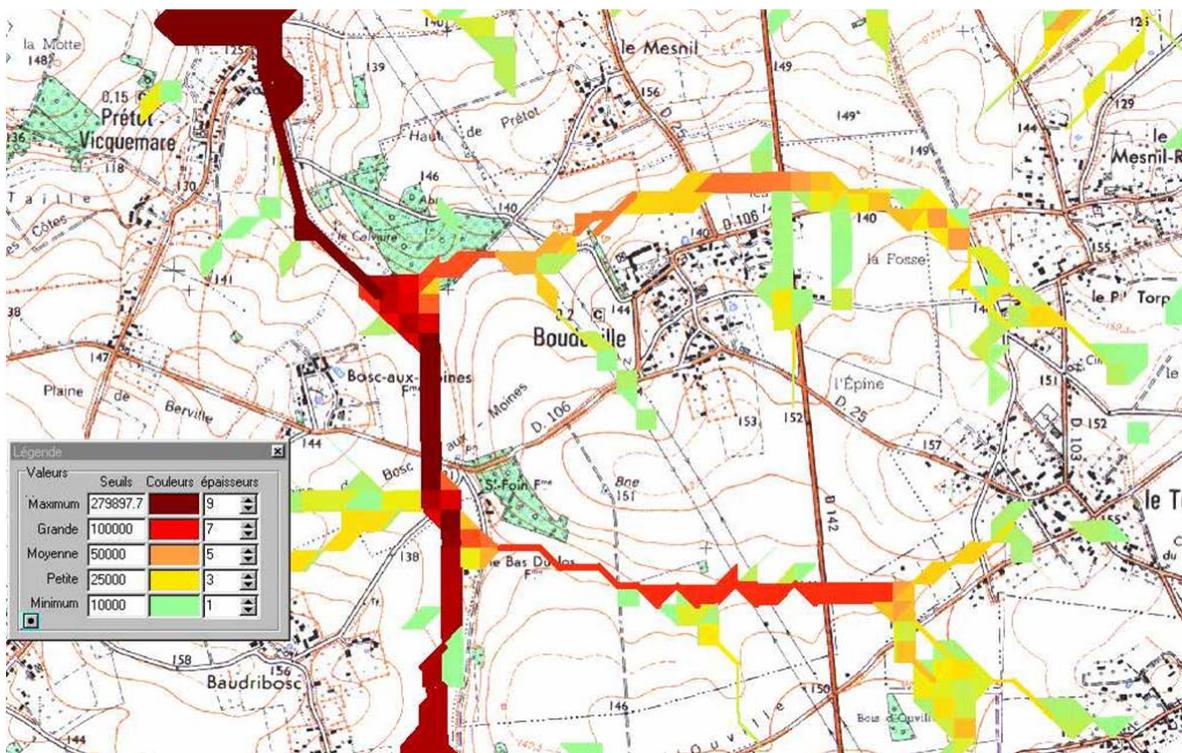


figure 63. Simulation de ruissellement sur fond topographique

## 2.4 GeoCells

Après les modèles SpaCelle et RuiCells, GéoCells est une première étape de généralisation afin d'aboutir à une plateforme de simulation à base d'automate cellulaire et d'agents géographiques que nous décrivons dans la dernière partie. GéoCells a pour ambition d'être plus complet que SpaCelle en termes de structuration des objets géographiques, sans être aussi spécialisé que RuiCells. GéoCells n'est pas vraiment une plateforme, mais plutôt une application générique formée d'un ensemble d'unités spécialisées, capable de recevoir différents modèles, à condition de programmer un minimum.

Nous décrivons ici, deux modèles construits à partir de GéoCells. Le premier modélise la diffusion des comportements de vote en France. Ce travail, effectué en collaboration avec Michel Bussi et Céline Colange, utilise le modèle « GéoCells-Votes » qui concerne la géographie électorale [BUS05]. Le deuxième a été créé pour modéliser les effets sur la convergence européenne des politiques d'aide européenne à travers les subventions distribuées par le FEDER. Il s'inscrit dans un travail de recherche coordonné par Bernard Elissalde, [ELI05] [ELI06] dans le cadre de l'ACI Complexité (2003-2006), dans lequel Dominique Goyat, en stage de fin d'études d'ingénieur informatique du CNAM, a programmé le modèle dit « GéoCells-Europe ». On trouvera beaucoup plus de précisions dans le mémoire d'ingénieur de Dominique Goyat. [GOY06]

Nous commençons par décrire le modèle générique GeoCells, puis nous indiquons les spécificités de chacun des deux modèles dérivés.

### 2.4.1 Le modèle générique GeoCells

#### *Structures de cellule et de couche cellulaire*

Le concept formel strict d'automate cellulaire définit une cellule comme purement réactive ; celle-ci ne sait donc pas faire autre chose que de changer son état en fonction de son environnement et de son état précédent. Néanmoins, dans un sens plus large, une cellule devient un agent pouvant posséder un comportement complexe, comme gérer un flux (RuiCells) ou des interactions plus complexes. C'est ce que peut faire la membrane d'une cellule biologique qui est à la fois, une frontière séparant l'intérieur de l'extérieur et un filtre contrôlant des flux de matière, d'énergie et d'information avec son environnement

Le modèle cellulaire strict (tel que celui de SpaCelle) a été généralisé dans diverses directions. D'abord pour s'adapter à la diversité des données attributaires, telles qu'on les rencontre dans un SIG, ainsi qu'aux formes variées des objets géographiques, ponctuels en réseau ou non, linéaires en réseau ou non, surfaciques maillés ou non. On doit donc généraliser le contenu et la forme de la cellule pour traiter des entités géographiques quelconques : parcelles agricoles, cadastre, unités urbaines, réseaux routiers, aériens, etc. Les formes de type (multi)-polygonales et polylinéaires doivent ainsi être utilisables directement comme support géométrique d'une couche cellulaire et être associées à une table attributaire contenant des informations descriptives quelconques.

Le système est basé sur un ensemble de couches d'information géographiques, généralement importées d'un SIG. Chaque couche est constituée d'objets d'une même classe. A chaque couche d'information et à chaque objet de cette couche, correspond une cellule qui possède, en plus de ses caractéristiques « physiques » (localisation, forme, dimension...), la connaissance de son voisinage et surtout sa dynamique comportementale.

Chaque classe cellulaire possède donc de manière générique :

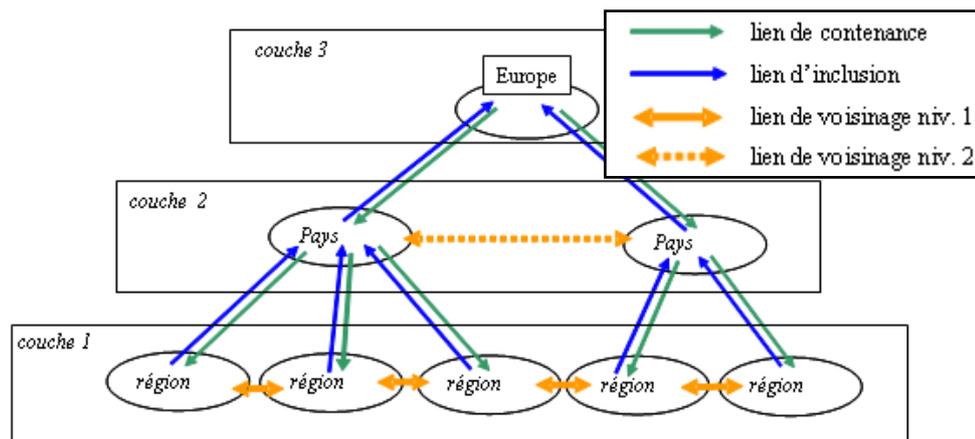
- des attributs et propriétés génériques (identifiant, périmètre, surface, etc...),

- des relations topologiques de voisinage avec les cellules de la couche,
- des relations hiérarchiques père-enfant entre couches pour gérer l’emboîtement spatial des objets.

Les fonctions comportementales sont à développer en fonction du modèle à appliquer.

La structure du modèle générique est basée sur la notion de graphe RZ-topologique définie dans [LAN94] et rapidement décrite dans la première partie. Cette structure a déjà été utilisée dans RuiCells pour les triangulations. Elle est développée ici dans toute sa généralité puisque les mailles sont maintenant des surfaces polygonales généralisées, pouvant contenir plusieurs parties connexes et des trous. Ces caractéristiques sont nécessaires pour pouvoir s’adapter aux différents découpages géographiques dans lesquels on trouve toujours des cas particuliers qui n’entrent pas dans le schéma simple de mailles limitées par un seul contour. De plus cette structure permet de définir non seulement des couches d’objets surfaciques, mais aussi des couches réseau où les cellules peuvent être soit les nœuds, soit les tronçons.

Le modèle prend donc en compte les relations de voisinage et les relations hiérarchiques existant entre les couches comme celles explicitées sur le schéma ci-dessous (figure 64). Néanmoins, rien n’interdit de mettre en œuvre d’autres relations entre les cellules de différentes couches, comme par exemple des relations de transport aérien qui ne correspondent pas aux liens de voisinages prédéfinis.



**figure 64. Hiérarchie des couches cellulaires**

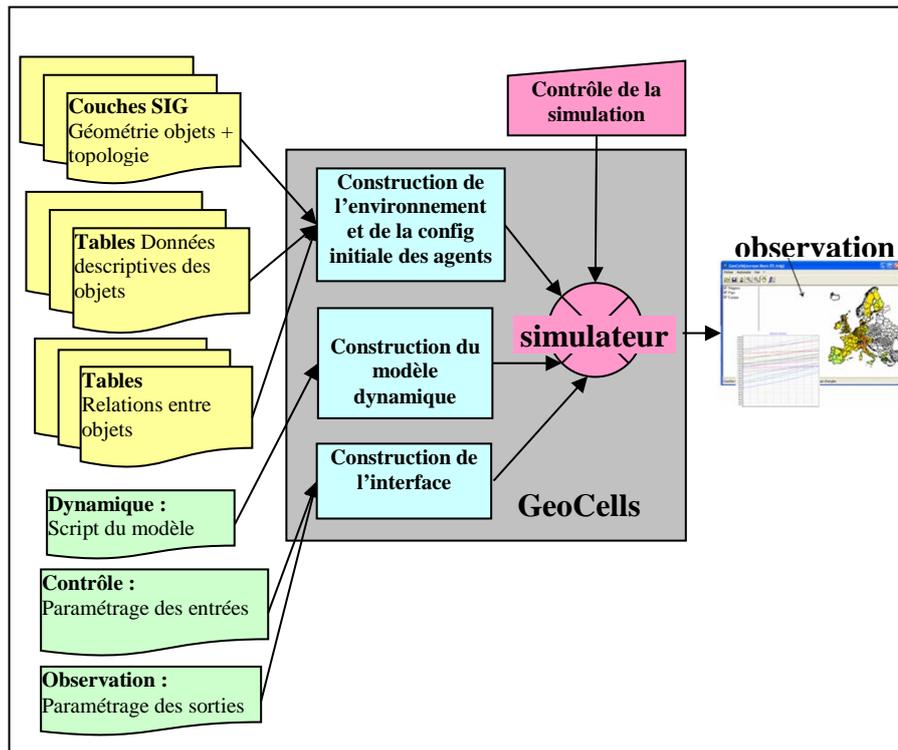
### ***Etapes de construction d’un modèle et principes de fonctionnement***

Les différentes étapes de construction d’un modèle, visibles sur la figure 65, sont les suivantes :

1 – Le modélisateur programme la dynamique du modèle souhaité et les éléments d’interface relatifs à l’interaction simulateur–utilisateur,

2 – Il met au point un ensemble d’informations descriptives sous forme de couches SIG, qui servira de cadre géographique, définissant la structuration spatiale du système qui reste fixe au cours de la simulation, et des données qui alimenteront la configuration initiale du modèle.

3 – La simulation permet d’observer le comportement du modèle au moyen de l’interface de sortie et de visualisation des résultats permettant des observations diachroniques (trajectoires d’évolution) ou synchroniques (cartes).



*figure 65. Principe de fonctionnement de GeoCells*

Le schéma général de fonctionnement est celui d'un système dont les composants sont autonomes et encapsulés dans une interface de communication avec l'extérieur. Celle-ci est formée de ports d'entrées-sorties et de canaux qui les relient. Elle est donc conforme au modèle général décrit au paragraphe 1.1.8 avec en plus un emboîtement hiérarchisé possible entre composants.

### **Comportement dynamique**

On peut définir un comportement cellulaire différent selon la couche, mais le comportement est le même au sein d'une couche (même si la diversité des états initiaux et de la position des cellules dans le système produisent des trajectoires individuelles qui peuvent évidemment être très variables d'une cellule à une autre). Les cellules peuvent interagir avec les cellules voisines de la couche et les cellules hiérarchiquement liées des autres couches. Ces liens permettent de réaliser des échanges discrets de messages ou d'objets, ou de gérer des flux globalisés.

Chaque cellule possède un rythme de vie, modélisé par des itérations dont chacune peut se décomposer en quatre phases de traitement:

- évaluation de l'environnement à partir des entrées,
- calcul des valeurs de sortie, en fonction de l'état et de l'évaluation de l'environnement
- calcul du changement d'état interne,
- communication ou transfert des valeurs stockées dans les registres de sortie des cellules vers les registres d'entrées des cellules auxquelles elles sont reliées.

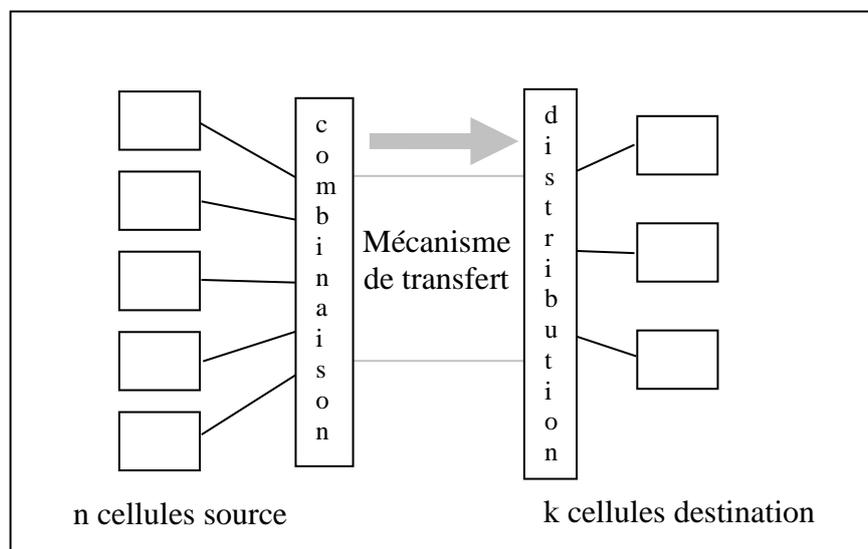
Notons (à nouveau) la différence importante entre communication et transfert. La communication (typiquement d'un message) ne nécessite pas d'interaction entre la source et la cible. Par contre le transfert, (par exemple d'un objet), nécessaire dans le cas d'une interaction

élémentaire entre deux cellules, ne peut se faire que si les cellules sont capables de réaliser des opérations d'échange dans les ports d'entrées-sorties. Ce qui nécessite non seulement de pouvoir lire ses entrées mais aussi d'y écrire.

Décrites de cette manière, la cellule peut posséder un comportement assimilable à celui d'un agent. Nous conservons néanmoins le terme de cellule car les liens entre cellules sont définis dans la structure du système (donc invariants). Ceci constitue la différence fondamentale avec la notion d'agent dont les liens qu'il entretient avec les autres et l'environnement, sont variables dans le temps.

### ***La notion de canal***

Pour gérer les liens entre cellules, la notion de canal est implémentée. Un canal est une entité orientée, composée d'une origine et d'une destination. L'origine comme la destination sont des objets – qu'on peut appeler *ports* – contenant chacun une référence de cellule, une référence de registre dans cette cellule (mémoire d'entrée ou de sortie) et une valeur (ou une file d'attente de valeurs dans le cas le plus général). La source du canal est un ensemble de ports de sortie de cellules et la destination est un ensemble de ports d'entrée d'autres cellules. Enfin, chaque port de la source contient au moins un lien vers un port de la destination. Un canal est donc une relation de cardinalité de type  $n - k$ , c'est-à-dire que le canal sert à envoyer quelque chose de  $n$  cellules vers  $k$  cellules. Pour cela, il faut donner au canal un comportement lui permettant de gérer le transfert des  $n$  registres de sortie de cellules vers les  $k$  registres d'entrée de la destination. Par exemple, considérons un canal de type réseau aérien défini sur une couche de cellules « pays ». Chaque pays contient autant de ports d'entrées et de sorties qu'il possède d'aéroports internationaux. Ce canal doit gérer le transit de passagers entre les pays, mais les liens pertinents sont les lignes aériennes entre deux aéroports. A chaque pas de temps, le nombre de passagers qui est parti de l'aéroport A du pays  $i$  pour aller vers l'aéroport B du pays  $j$  est transféré à travers le lien (A, B), c'est-à-dire déduit de la sortie A et cumulé dans l'entrée B. Les cellules-pays peuvent alors faire le bilan d'entrées et sorties en parcourant leurs différents ports d'entrée et de sortie.



***figure 66. Structure de canal***

Un canal a été introduit lorsqu'il a été nécessaire d'implémenter le caractère multicouche du système avec la souplesse exigée par la nature multiforme des données échangées, associée, selon les modèles, à la possible pluralité des flux. Cet objet est généré et dimensionné

automatiquement. Chaque cellule possède les références des entrées et sorties relatives aux canaux qui la concernent et ce, pour chaque action de communication (informationnelle et/ou énergétique). De ce fait, elle connaît son environnement et dialogue avec lui. La notion de canal est abstraite mais peut être associée dans certains cas à un réseau physique localisé comme un réseau routier.

### *L'interface de commande*

*figure 67. Interface de commande des paramètres du modèle*

Selon les besoins, à chaque paramètre influent du modèle est associé un composant d'interface sous forme, par exemple d'un curseur, d'un bouton radio, d'une liste déroulante ou d'une case à cocher, donnant la possibilité à l'initialisation d'en modifier la valeur. L'ensemble de ces composants dynamiques, associés à un certain nombre de composants structurels de dialogue (menus, boîtes de dialogues, etc.), forme l'interface de commande du simulateur (figure 67).

### ***Champ d'utilisation de GeoCells***

GeoCells peut être utilisé en particulier pour des modèles de diffusion spatiale, de transport ou de propagation de grandeurs (physiques ou non). Les interactions peuvent être générées par voisinage-contact (ex : frontières entre cellules d'une même couche) et/ou par des règles de transport, en intercalant un ou plusieurs canaux, éventuellement associés à des réseaux géographiques. On peut également y adjoindre des comportements relatifs à des échanges hiérarchisés. Dans l'exemple GeoCells-Europe, nous mettons en œuvre à la fois des flux d'échanges économiques hiérarchisés et de la diffusion par voisinage. Dans « GeoCells-Votes », on décrit un modèle de diffusion du comportement de vote. Comportement qui est décrit par une variable d'un type particulier, ni vraiment quantitative, ni vraiment qualitative, nous la nommerons ici « quantique »...

#### **2.4.2 Le modèle GeoCells-Europe**

Ce modèle a été développé par Dominique Goyat, dans le cadre de son mémoire d'ingénieur [GOY07] et pour répondre à une action de recherche pilotée par Bernard Elissalde dans le cadre de l'ACI Complexité.

##### ***Position du problème (d'après B.Elissalde)***

« La question de l'effort de solidarité entre les Etats membres et entre les régions ainsi que leur adéquation avec les principes de cohésion affichés dans les textes et les traités européens, est au centre des débats sur la politique régionale européenne. L'interrogation principale porte sur la capacité des politiques publiques européennes à rectifier les inégalités produites par le marché unique. Comment dans une Union en faible croissance économique, améliorer la redistribution et l'équité territoriale? Dans un tel contexte économique, faut-il plafonner l'effort de solidarité des pays riches ou au contraire l'accentuer pour accélérer le rattrapage des régions en retard? [...]

Outre le problème de l'efficacité des Fonds structurels européens, ce décalage entre les niveaux d'échelle, pose pour le futur la question des solutions à mobiliser afin de résorber des écarts de développement significativement accrus par le passage progressif de quinze à vingt sept membres dans l'Union. L'utilisation d'une plate-forme de simulation par automates cellulaires a pour objectif de répondre à la question de savoir, à quelles conditions (de paramétrage en termes d'effort de redistribution budgétaires), selon quelle durée des programmes d'aides, et selon quels niveaux d'objectifs de réduction, de convergence ou de rattrapage, les politiques de solidarité européenne pourraient être efficaces.

Deux hypothèses peuvent être envisagées: soit les résultats des programmes d'aides au niveau européens sont imputables à d'autres facteurs tels que les effets différenciés des conjonctures nationales propres à chaque pays (n'oublions pas que les aides régionales fonctionnent selon le principe de l'additionnalité), soit la sélectivité des dynamiques de croissance serait imputable à la position relative de la région dans un ensemble spatial plus vaste affecté lui-même par une situation de croissance ou de stagnation. Par rapport aux analyses présentées plus haut, nous avons donc ajouté l'hypothèse que les effets de voisinage entre les régions jouaient un rôle dans la propagation de la croissance ou la réduction des inégalités.

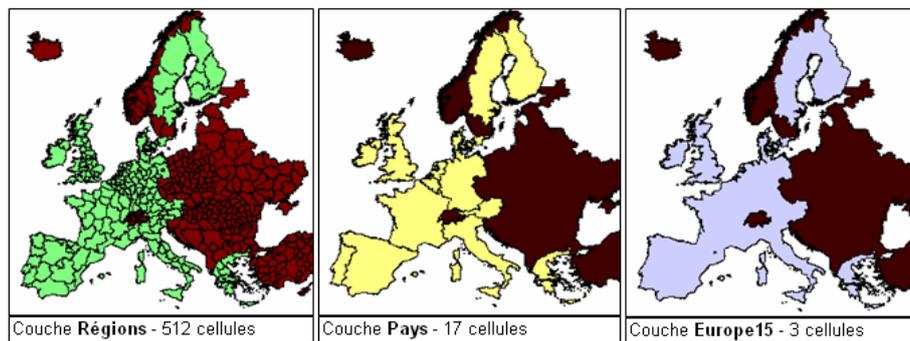
Pour toutes ces raisons, nous nous associons à R.Geyer [GEY03], pour considérer que l'Union Européenne présente certaines caractéristiques spécifiques d'un système complexe. La dynamique spatiale de l'Union européenne prendrait ainsi l'allure d'un système en partie auto-organisé où la réactivité des unités spatiales se comporterait de façon plus ou moins autonome par rapport aux impulsions redistributives de la Commission qui, elle, présuppose et tente de

démontrer dans les rapports sur la cohésion, l'importance fondamentale des effets immédiatement positifs des aides régionales. »

### ***Présentation de l'application***

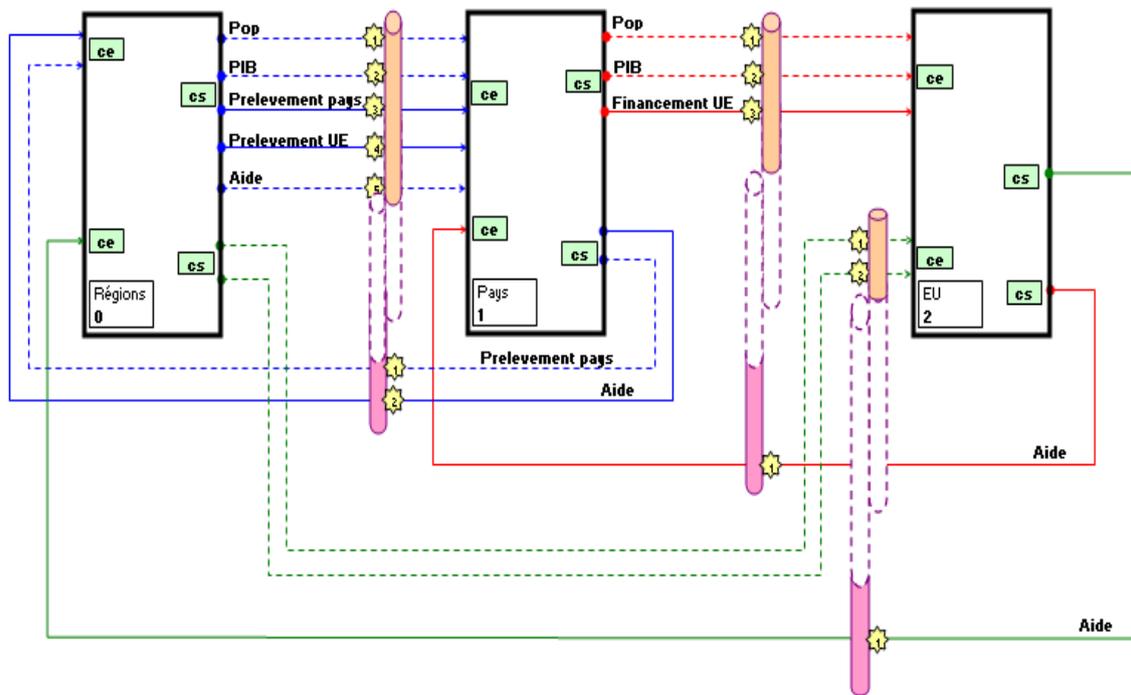
Cette application a pour objectif de modéliser l'évolution du PIB/Habitant dans l'Europe des 15 et l'influence, dans cette évolution, du jeu des différentes aides accordées au titre de la politique régionale (FEDER). La plate-forme se compose des trois couches topologiques:

- Les régions administratives niveau NUTS2 (512 cellules : 511 régions + 1 cellule représentant l'extérieur)
- Les pays (17 cellules : 15 cellules pays + 1 cellule reste de l'Europe + 1 cellule « extérieur »)
- L'UE (3 cellules : 1 cellule Europe15 + 1 cellule reste de l'Europe + 1 cellule « extérieur »).



***figure 68. Les couches cellulaires***

L'automate prend en compte l'ensemble des cellules mais ne fait interagir que les cellules souhaitées (en couleurs claires). Nous avons représenté sur le schéma suivant les flux entre ces trois couches cellulaires (pour simplifier le schéma, les flux intra-couches, entre voisins, ne sont pas représentés) :



## Légende :



Couche cellulaire  
son identifiant et  
son numéro d'ordre

**ce** Indice du canal d'entrée  
dans la liste des entrées  
de la couche cellulaire

**cs** Indice du canal de sortie  
dans la liste des sorties  
de la couche cellulaire



2 canaux  
★ Indice-position de la donnée  
dans un canal



Flux



Information

**Pop, Aide UE** Libellé de la donnée

figure 69. définition des canaux du modèle Europe

Le schéma de la figure 69 tiré de [GOY07] permet de visualiser les flux budgétaires (entrées et sorties) utilisés dans le modèle entre les trois niveaux d'intervention de la politique régionale européenne, ainsi que l'information disponible pour chaque cellule à chaque pas de temps. Un des intérêts de ce schéma est de mettre en évidence la présence des canaux de communication entre les différentes couches cellulaires (tubes colorés). Visibles aussi sur le schéma, pour une cellule donnée, les références de chacun des canaux la mettant en relation avec l'extérieur.

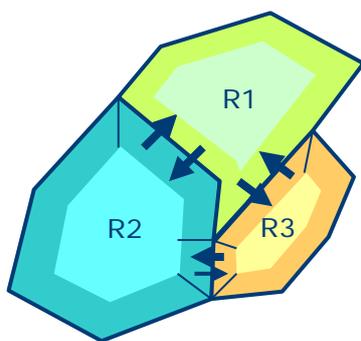
### Les données et paramètres du modèle

Compte tenu des données disponibles pour l'ensemble des régions NUTS2 de l'Union à quinze membres, le modèle a retenu comme indicateur principal d'observation, l'évolution du PIB par habitant de chaque région européenne. L'évolution de cette grandeur uniquement liée à l'évolution du PIB (car nous avons fait le choix d'une population constante), est soumise à plusieurs influences, traduites sous forme de paramètres réglables avant chaque simulation:

- Le taux d'évolution du PIB est, soit spécifique à la région, soit identique à l'ensemble des régions d'un même pays, soit, par simple hypothèse, identique pour l'ensemble des régions.
- Les modalités de l'intervention publique comprennent les mécanismes relatifs aux prélèvements (Pays et UE), aux aides liées à la politique régionale, tels que les seuils d'éligibilité (75%) aux Fonds structurels.
- Il a été tenu compte du poids du budget européen, stabilisé autour du seuil des 1% du PIB total (seuil atteint depuis 1984) de l'UE depuis quinze ans. A partir de cette enveloppe moyenne les simulations ont pu faire varier le poids du budget communautaire de 0,5% % du PIB total de l'UE

- Il a également été tenu compte du principe d'additionnalité entre les Etats et l'Union européenne dans le financement des Fonds structurels, ainsi que de la variabilité de l'importance relative de la politique régionale dans les dépenses communautaires.
- Enfin, la règle des 4% maximum du poids des aides européennes dans le PIB d'une région ou d'un Etat a été appliquée.

A ces principes officiellement entérinés par la Commission Européenne, nous avons ajouté à notre modèle un paramètre de dynamique spatiale: l'hypothèse du rôle des interactions spatiales et des effets de contiguïté dans les trajectoires des régions. La diffusion par contact avec les régions voisines, rendue possible par le fonctionnement de l'automate cellulaire, s'effectue donc naturellement dans un sens ou dans l'autre. Le principe de pondération retenu pour réaliser cette diffusion, est celui de la longueur relative de la frontière séparant deux régions par rapport à la longueur totale des frontières de la cellule (hors façades maritime). La diffusion vers une région voisine sera proportionnelle à la fois au poids de sa frontière et à une proportion de sa population supposée accessible à cette diffusion. La grandeur qui est diffusée est de la richesse (PIB), mais l'objectif recherché par les cellules est d'atteindre un niveau de vie équivalent au voisin (PIB/hab). La vitesse de diffusion pour atteindre cet objectif dépend de l'écart de niveau de vie entre les régions voisines. Les modèles de croissance régionale développés par les économistes analysent la région comme une unité autonome et ignorent les phénomènes d'interaction spatiale liés aux effets de proximité, de voisinage ou de contiguïté. Ce qui se passe dans les régions voisines est négligé, alors que la sensibilité à la distance des échanges et des migrations est très grande. Plusieurs travaux ont montré que l'interaction économique et l'interaction territoriale agissaient de façon multiplicative [HEY01] et quelques constats empiriques évaluant le degré d'auto-corrélation spatiale, en matière de PIB par habitant, entre les régions européennes confirment la pertinence de la démarche [ELI05]. L'existence de noyaux territoriaux correspondant à des aires régionales ou à des espaces nationaux ayant des caractéristiques de développement et de trajectoires proches corrobore cette idée. Alors qu'existe une situation de compétition spatiale entre les activités et entre les unités territoriales, la prise en compte des phénomènes de contagion, de mimétisme, de rapports de force liés aux effets de voisinage s'avère ainsi indispensable.



Explicitons le modèle de diffusion un peu particulier que nous avons utilisé. La cellule a pour **objectif** d'homogénéiser son niveau de vie (Pib/h) par rapport à ses voisines, par diffusion de sa richesse (Pib). Si l'on pose pour la région  $i$  :  $X_i = \text{PIB}_i$ ,  $P_i = \text{POP}_i$  et  $Y_i = X_i/P_i$

Si pour deux régions  $i$  et  $j$  on a :  $Y_i > Y_j$  alors  $X_i P_j - X_j P_i > 0$

Pour que  $i$  et  $j$  aient un niveau de vie plus proches l'un de l'autre, une partie  $dX_{ij}$  de richesse passe de  $X_i$  en  $X_j$

$$X'_i = X_i - dX_{ij}$$

$$X'_j = X_j + dX_{ij}$$

Ce transfert laisse donc invariant le PIB global.

Il faut que l'on ait encore  $Y'_i > Y'_j$  après redistribution dans le couple  $(i, j)$  :

$$(X_i - dX_{ij})/P_i > (X_j + dX_{ij})/P_j$$

$$(X_i - dX_{ij})P_j - (X_j + dX_{ij})P_i > 0$$

$$(X_i P_j - X_j P_i) > dX_{ij} \cdot (P_i + P_j)$$

$$dX_{ij} < (X_i P_j - X_j P_i) / (P_i + P_j)$$

On utilise un facteur  $k_{ij}$  où  $0 < k_{ij} < 1$  qui définit  $dX_{ij}$  comme une proportion du second membre:

$$dX_{ij} = k_{ij} \cdot (X_i P_j - X_j P_i) / (P_i + P_j),$$

Dans le cas d'un graphe de voisinage simple, on peut prendre par exemple  $k_{ij} = 1/n_i$  où  $n_i$  est le nombre de voisins de  $i$

Dans le cas d'un graphe plus général, comme le graphe de contiguïté généralisé, on peut prendre  $k_{ij} = 1/d_{ij}$  où  $d_{ij}$  est la distance de contiguïté entre  $i$  et  $j$ . L'augmentation de  $X_i$  à l'instant  $t$  est alors  $dX_i$  égal à la somme des  $dX_{ij}$  sur toutes les régions  $j$ , divisé par la somme des  $k_{ij}$ :

$$dX_i = \frac{\sum_{j=1}^n k_{ij} \frac{X_i P_j - X_j P_i}{P_i + P_j}}{\sum_{j=1}^n k_{ij}}$$

Par ailleurs, en tenant compte de la croissance interne  $C_i$  de chaque région  $i$  on obtient la formule finale:

$$X_i(t+1) = X_i(t) \cdot C_i + dX_i(t)$$

### **La question de la convergence des régions**

Pour évaluer les conséquences des différents réglages des paramètres cités plus haut sur les résultats des simulations nous avons utilisé le concept de convergence et deux indicateurs afin d'affiner les diagnostics sur la réalité de l'atténuation des disparités entre les régions européennes. A la suite d'autres travaux économiques [BEI00] Beine et Docquier proposent trois déclinaisons de cette idée de convergence:

- la convergence absolue qui suppose que les revenus par tête convergeraient les uns vers les autres, indépendamment des conditions initiales et des politiques menées.
- la convergence conditionnelle qui fait l'hypothèse que des territoires identiques en termes de croissance démographique, de politiques publiques, mais avec des conditions initiales différentes sont supposées converger vers un même état stationnaire les uns par rapport aux autres.
- la convergence des « clubs » fait l'hypothèse que la convergence ne se réalise pas de manière globale mais par groupes de régions. Les revenus par tête ne convergeraient pas à un rythme identique pour toutes les régions mais par groupes de régions qui se démarqueraient par une dynamique de croissance originale.

Du côté de l'évaluation, nous avons retenu la distinction de Sala-i-Martin [SAL96] qui oppose :

- la sigma convergence  $C_\sigma$  mesurant l'évolution de la dispersion relative du PIB/habitant sur  $n$  années, calculée comme l'écart de variation annuel du coefficient de variation entre deux périodes  $t_0$  et  $t_n$ , où  $m_i$  est la moyenne des PIB de l'année  $i$  et  $\sigma_i$  son écart-type, on a donc:

$$C_\sigma = \frac{\frac{\sigma_n}{m_n} - \frac{\sigma_0}{m_0}}{n}$$

- la bêta convergence  $C_\beta$  qui mesure le rapport entre la variation (logarithmique) du PIB/hab au cours d'une période donnée par rapport au niveau initial.

Si l'on appelle

$$x_k = \log PIB_{k0}$$

le log népérien du PIB de la région  $k$  pour l'année initiale  $t_0$  et

$$y_k = \log(PIB_{ki}) - \log(PIB_{k0}) = \log\left(\frac{PIB_{ki}}{PIB_{k0}}\right)$$

la variation logarithmique relative du PIB de  $k$  entre  $t_0$  et  $t_i$ , la beta convergence entre deux périodes  $t_0$  et  $t_n$ , est alors définie par la pente  $a$  de la droite d'ajustement  $Y = aX + b$  de la variable  $Y = \{y_k\}_{k=1,\dots,K}$  par rapport à la variable  $X = \{x_k\}_{k=1,\dots,K}$ , ainsi, on peut écrire :

$$C_\beta = \frac{Cov(X, Y)}{Var(X)}$$

Remarquons que plus ces indicateurs sont négatifs, plus ils indiquent une meilleure convergence.

### **Validation**

Cette validation a été effectuée par Bernard Elissalde. Nous en reproduisons ici l'analyse, le schéma et les cartes suivantes.

« Afin de tester la validité du modèle, une des premières priorités a été de tenter « d'étalonner » les résultats du simulateur par rapport aux évolutions réelles des régions. Nous avons donc comparé, compte tenu des données les plus récentes disponibles, les résultats réels du PIB/habitant en 2004, avec des simulations sur 8 ans de 1996 à 2004 (voir figure 70). Il ressort de la comparaison entre les évolutions simulées et observées que le modèle présente un important degré de crédibilité, tant dans ses résultats d'ensemble (valeurs du coefficient de détermination) que pour des régions prises individuellement. Pour certains réglages du simulateur, les écarts entre le simulé et l'observé, révèlent des résultats tendanciellement significatifs. Ils sous-estiment les valeurs finales des grandes régions métropolitaines (Bruxelles, Londres, Hambourg, Ile de France, etc) et au contraire surestiment celles des régions les moins développées (Alentejo, Epire, Calabre, Estrémadure). Ces résultats reproduits sur le graphique correspondent à des réglages incluant un taux de diffusion du PIB par voisinage de 10%. En répétant des simulations sur la même période avec un taux de diffusion réduit à 5%, mais avec un doublement du budget communautaire (2% du PIB) assorti d'une augmentation substantielle des aides régionales dans ledit budget, on parvient à un résultat d'ensemble qui, cette fois-ci sous-estime, à une ou deux exceptions près, l'ensemble des valeurs du PIB/hab des régions. Plus on réduit le taux de diffusion du PIB d'une région à l'autre, et plus la sous-estimation est importante. Plusieurs interprétations peuvent être suggérées. Il semble que la simulation se rapproche davantage de la réalité, lorsqu'elle intègre un degré important de perméabilité des PIB des régions voisines (à travers le taux de diffusion) rendant compte indirectement des échanges et des interdépendances entre elles. Il semble d'autre part, nécessaire de s'interroger sur l'impact global (et non pas au seul niveau d'une région particulière) des politiques structurelles par rapport aux dynamiques générales de co-évolution de l'ensemble des régions de l'Europe des Quinze. De ces résultats, il ressort que des réductions des disparités sont potentiellement plausibles pour les régions éligibles aux Fonds européens et que les options des politiques régionales européennes relèvent de choix entre égalitarisme par rééquilibrages, équité sans bouleversement hiérarchique, et absence de solidarité.

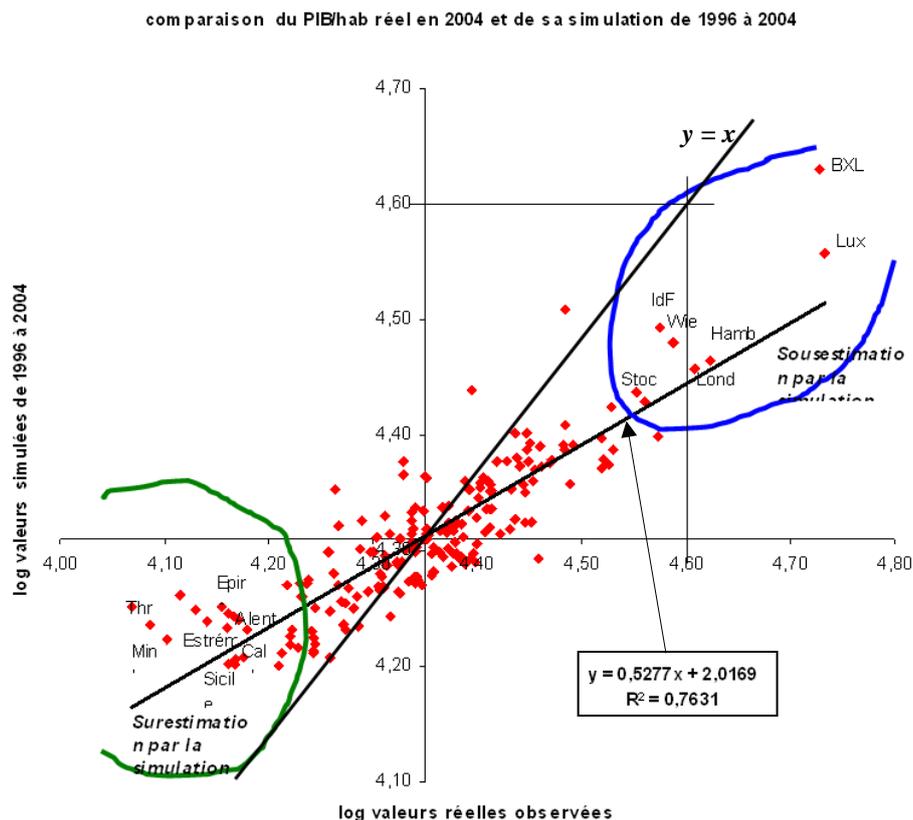


figure 70. comparaison entre valeurs observées et simulées

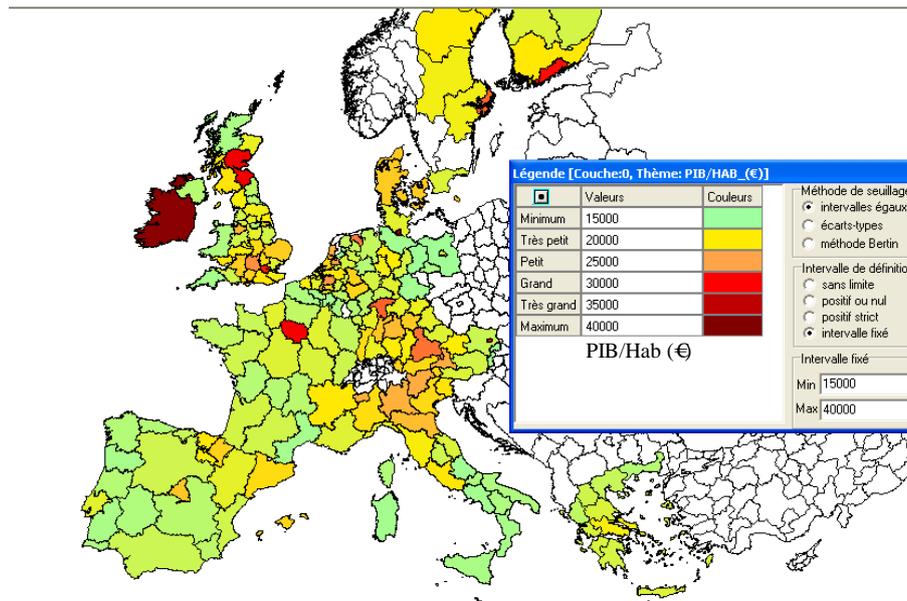
Plus de quatre cents simulations ont été réalisées à partir des valeurs de population et de PIB de 1996. Elles peuvent être classées en trois grandes catégories de scénarios. Ce type de démarche rejoint celles réalisées à partir de scénarios «qualitatifs» sur les nécessités d'un développement polycentrique pour tenter d'amoinrir le poids de la « dorsale médio-européenne ».

Nous ne pouvons détailler ici les résultats de l'analyse de ces simulations, qui peuvent être examinés dans [ELI07], mais les résultats indiquent clairement que les associations les plus significatives sont celles intégrant les variables de durée et d'interactions par effet de contiguïté ou celles regroupant à la fois ces deux variables avec un volume important de Fonds européens distribués. Contrairement aux programmations courtes et aux changements fréquents de critères d'éligibilité, ces simulations permettent de démontrer que seules la pérennité des politiques menées pendant des périodes supérieures à la vingtaine d'années, garantit une forte réduction des disparités. Par rapport aux modèles existants, l'intégration dans le simulateur d'une variable représentant les phénomènes de voisinage et de perméabilité de la croissance du PIB, joue un rôle fondamental dans les variations de la convergence entre les régions européennes. Même si le poids des variables de redistribution apparaît second par rapport aux facteurs locaux de développement (voisinage avec des régions fortes), l'augmentation de l'effort budgétaire de l'UE ne doit pas être considérée comme quantité négligeable. L'augmentation du budget communautaire et l'accroissement des sommes disponibles pour les aides régionales se traduit par une amélioration régulière des indicateurs de beta convergence (valeurs de plus en plus négatives). La distribution différenciée des Fonds européens permet aux régions les moins développées d'améliorer leurs revenus d'une période à une autre. De son côté, la sigma convergence montre une réactivité plus faible, voire même inverse, aux mêmes stimulations budgétaires, indiquant par là que l'amélioration des performances des régions en retard ne

ralentit pas la croissance des régions fortes et donc n'est pas synonyme de réductions globales des inégalités.

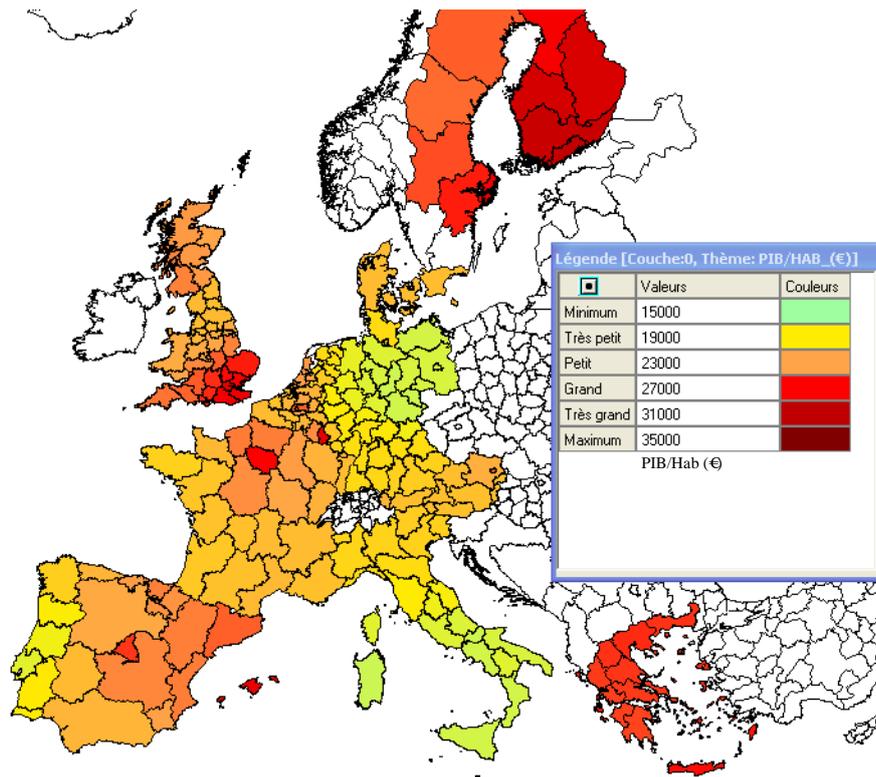
Au total les variations de volume des Fonds structurels européens, simulés dans des limites crédibles au niveau des décisions politiques, influent médiocrement sur la réduction des disparités des niveaux de développement des régions européennes, même si par ailleurs ces fonds publics peuvent s'avérer essentiels pour une région prise individuellement.

La cartographie des différents types de simulation concrétise l'impact sur la répartition géographique des modes de cohésion territoriale choisie par chacune des options :



*figure 71. Carte 1*

Cette première carte reproduit le résultat d'une situation où les valeurs de la beta convergence et de la sigma-convergence évoluent de façon totalement opposée. La simulation porte sur un budget communautaire porté à 2% du PIB pendant une durée de 10ans avec, par hypothèse, une absence totale de diffusion du PIB par contiguïté entre régions voisines. Cela donne une bonne sigma avec une faible dispersion des revenus entre régions, puisque les régions en retard ont vu progresser leur PIB/hab, mais par contre, une mauvaise beta-convergence, car les PIB/hab de l'ensemble des régions, mis à part quelques régions métropolitaines, n'ont que faiblement progressé.



*figure 72. Carte 2*

Ce second type de réglage porte sur une durée de 25 ans avec un budget représentant 2% du PIB des Quinze, et un taux de diffusion par voisinage de 40%. Les résultats de ce type de réglage affichent une bonne beta-convergence et une mauvaise sigma-convergence. Représentatif d'une croissance inégalitaire, ce réglage manifeste une certaine efficacité au niveau national, mais s'affirme moins homogène au niveau européen. Le fort taux de diffusion du PIB entre régions contigües reflète l'importance de l'intégration croissante des espaces européens. Il produit des phénomènes d'agrégation de régions prospères par élargissements à partir, bien souvent, des régions métropolitaines : Bassin Parisien, sud de l'Angleterre, nord-est de l'Espagne (d'où des valeurs élevées de beta convergence). Mais à l'inverse les effets de voisinage fonctionnent aussi entre zones de régions périphériques et pauvres qui ne sortent pas de leur retard, (d'où un mauvaise sigma convergence). La croissance se développe par grappes de régions, mais les écarts de développement ne se réduisent pas globalement.

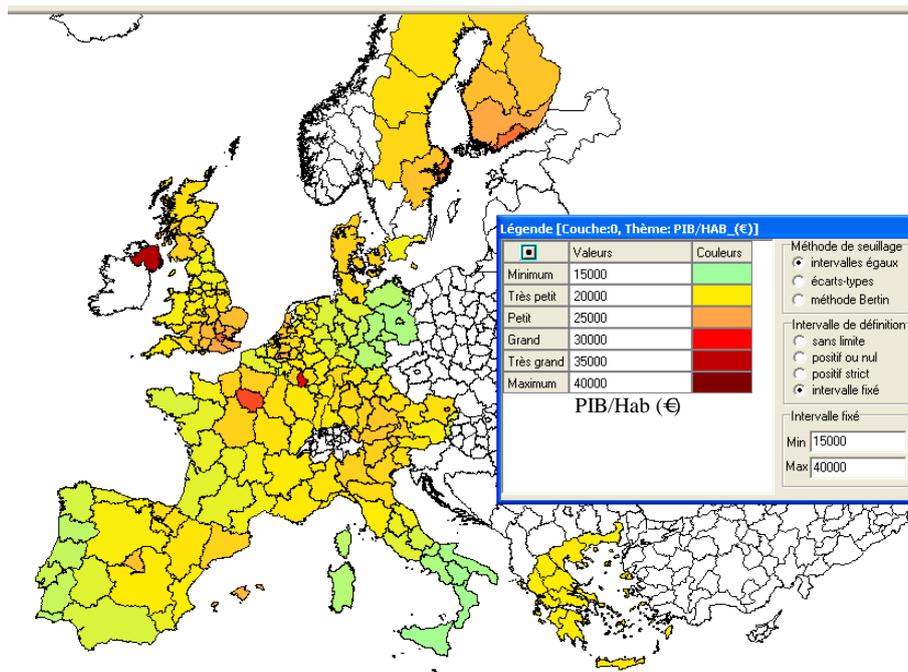


figure 73. Carte 3

Cette troisième carte représente le résultat de réglages combinant des valeurs de beta et de sigma convergence proches l'une de l'autre assurant une progression moyenne des régions défavorisées et une réduction des disparités globales. Elle est obtenue avec une durée d'application des politiques de 15 ans seulement, s'appuyant sur un doublement du budget européen, en y consacrant la moitié à la politique régionale. Tandis que la diffusion par intégration des économies des régions voisines porte sur 30% du PIB. Il s'agit ici d'une tentative de compromis cherchant à concilier les effets bénéfiques de chacune des deux types de convergence. De ce réglage émerge une configuration de l'espace européen relativement homogène et dominé par quelques très grandes métropoles (Londres, Paris, Bruxelles, Luxembourg, Stockholm) dont le niveau de développement se détache nettement du reste des régions. »

#### ***Bilan d'utilisation du modèle (selon B. Elissalde)***

« A partir de deux indicateurs, en théorie complémentaires, et couramment utilisés dans la littérature sur la convergence des régions, l'introduction d'une variable de propagation de la croissance par contiguïté, a modifié les scénarios attendus élaborés par les initiateurs des politiques communautaires. Cette introduction de l'interaction spatiale par voisinage transforme les projections déterministes des politiques communautaires en un système d'unités régionales réagissant selon une complexité multi-niveaux et multi-localisée. L'auto-organisation qui en résulte n'est que très rarement porteuse de convergence aussi bien à l'échelle d'un groupe de régions qu'à celle de l'espace européen tout entier.

L'utilisation de l'automate cellulaire GéoCells est une tentative pour simuler les effets combinés du rôle des interactions de voisinage et des variations de la politique régionale européenne sur la réduction des inégalités et sur la cohésion globale de l'ensemble européen. L'organisation multi-couches de GéoCells est adaptée à la spécificité du fonctionnement de cette politique impliquant un transfert de ressources entre les Etats membres via le budget de l'Union européenne et des effets de voisinage liés à l'intégration de l'espace européen. Partis du double constat que la dynamique spatiale de l'Union européenne reflétait un mode de croissance inégalitaire et fortement polarisé dans lequel un tiers des régions européennes produit les deux tiers du PIB communautaire, et que les aides structurelles n'avaient pas, dans ce contexte, les

conséquences attendues au niveau régional, nous avons tenté de rechercher à optimiser les combinaisons de durée et de niveau de dépenses publiques pour rendre probable la réduction des disparités. Le modèle GéoCells a contribué à mettre en lumière l'incidence des interactions spatiales et la complexité qu'induisent les diagnostics portés par deux types d'indicateurs de convergence économique. Le fait que toutes les composantes du système régional européen co-évoluent par interactions entre les niveaux d'échelle et entre les régions voisines, rend difficile la co-incidence entre amélioration de la croissance de l'ensemble et réduction des disparités entre les régions. C'est pourtant à ces conditions que la politique de cohésion, qui constitue l'un des piliers de la construction européenne sera susceptible de répondre aux défis de l'intégration territoriale dans une Union élargie. Il existe, au contraire, une forte probabilité d'une pérennisation d'un mode de croissance inégalitaire fondé sur les économies d'agglomération et partiellement compensé par des fonds de redistribution. »

### 2.4.3 Le modèle GéoCells-Votes

Ce modèle a été exposé dans [BUS05]. Nous reprendrons quelques éléments de cet article pour présenter le contexte du modèle « GeoCells-Votes ». Nous détaillerons plus particulièrement la partie modélisation qui est peu développée dans l'article.

#### *Position du problème*

Le comportement électoral a toujours fait l'objet de tentatives de modélisations théoriques et/ou mathématiques. En particulier, les courants extrémistes ont été le support de tentatives de modélisation visant à comprendre comment un nombre significatif d'électeurs modérés, voire une majorité, peut basculer dans un comportement considéré comme "extrême". Le débat a été relancé récemment à partir de travaux de Duffuant G, Amblard F, Weisbuch G. et Faure T. publiés dans le *Journal of Societies and Social Simulation*, sur la modélisation théorique de la diffusion des idées d'extrême droite. [DUF02], [RAN03]

L'objectif de ces tentatives de modélisation du comportement extrémiste est de comprendre les mécanismes de l'entraînement d'une opinion individuelle sur une autre, mais surtout de simuler les conséquences collectives de ces entraînements interpersonnels. Les théories de la complexité appliquées aux sciences sociales et les outils de modélisation récents (Systèmes Multi-agents, Automates cellulaires...) autorisent des progrès nouveaux dans ce champ de recherche. Deux effets ont été pris en compte dans le modèle de Duffuant & al. La proximité idéologique ou d'opinion et la proximité spatiale. L'opinion des plus extrêmes étant codée par des valeurs proches de 1 ou de -1 et les centristes par une valeur proche de 0 ; d'autre part, sont prises en compte l'assurance ou l'incertitude que les individus ont de leurs opinions. Le modèle met alors en relation les individus : deux individus ayant des opinions proches ont plus de chance d'entrer en contact, mais celui des deux qui possède la plus forte assurance en son opinion influence l'autre. Différentes simulations montrent un processus de radicalisation des individus modérés, notamment les plus malléables dans leur opinion et les plus en contact avec les extrémistes. L'effet d'entraînement passe aussi, dans leur modèle, par un effet de voisinage à travers un carroyage abstrait. Les simulations mettent en évidence comment après plusieurs itérations apparaissent des régions pro ou anti extrémistes très différenciées.

Evidemment, pour un géographe, il est tentant de passer à un modèle plus conforme à la réalité géographique en utilisant le véritable maillage des cantons français comme composants du système, et en partant d'une configuration basée sur des pôles de diffusion, déterminés à l'avance. Ce type de modèle est une alternative nouvelle aux modèles classiques de « corrélation écologique ». Ils n'ont jamais donné de très bons résultats et ont même tendance à être de plus en plus éloignés d'une réalité sociale qui s'écarte, dans les démocraties occidentales, des appartenances communautaires, en particulier des appartenances héritées. Il

est vrai que les cartes françaises de répartition des catégories socioprofessionnelles ne correspondent pas véritablement aux cartes de répartition des suffrages pour les différents partis. Cependant, il existe des liens indirects : les corrélations CSP/vote peuvent ne pas fonctionner nationalement, mais très bien fonctionner dans certaines régions. Pour le Front national, le calcul des coefficients de corrélation avec quelques variables socio-économiques pour chaque région à l'échelle du canton le démontre.

Ainsi, cette explication "économique" du vote ne semble pas aujourd'hui suffisante. Nous avons donc tenté de faire évoluer ces cartes de votes théoriques pour chaque parti par des critères purement spatiaux. Cette évolution est générée par des pôles géographiques de diffusion définis pour chaque parti. Ce qui modifie le comportement électoral par contagion auréolaire. L'hypothèse suppose qu'il existe pour chaque parti des pôles géographiques qui s'expliquent diversement : lieu d'élection locale de leaders influents, zone de conflit, héritage historique, structure particulière socioculturelle, religieuse, économique... Le vote pour les différents partis (ou plutôt le "survote" par rapport à la moyenne nationale) se diffuserait par proximité spatiale à partir de ces pôles. Nous reprenons ici l'hypothèse de Le Bras (2001), déjà évoquée par Key ou Cox (1969)<sup>28</sup>. La simple observation des cartes électorales françaises semble valider cette hypothèse, puisque la structuration spatiale des votes apparaît très forte. Elle est mesurable par exemple par des indices d'autocorrélation, toujours plus élevés pour les variables électorales que pour les seules variables sociales. La carte du vote Front national en offre un exemple particulièrement spectaculaire.

Pour tester notre méthode, nous utiliserons les données du recensement de 1999, et les données électorales des élections présidentielles de 2002, pour l'ensemble de la France, à l'échelle cantonale.

### *Hypothèses de modélisation*

Notre modèle n'est pas individu-centré à l'image de celui de Duffuant & al. mais, comme souvent en géographie, on se situe à un niveau méso où les composants du système sont des unités géographiques, ici les cantons. Le type d'individu que nous allons décrire n'a donc rien à voir avec un électeur. L'« agent » correspond ici, à l'entité agrégée dont le comportement résulte des comportements théoriques de vote de chacun des électeurs d'un canton.

Nous supposons, qu'il y a  $J$  candidats nationaux identifiés par un numéro de 1 à  $J$ , qui restent donc identiques pour tous les cantons, et on suppose qu'ils le sont aussi dans le temps, ou tout au moins qu'il y a toujours le même nombre  $J$  de formations politiques. Après un vote (théorique), on peut représenter l'état du canton  $i$  par le vecteur  $V_i = (v_{i0}, v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iJ})$  dans lequel  $v_{ij}$  est le nombre de voix du canton  $i$  pour le candidat  $j > 0$ . On peut aussi avoir un terme  $v_{i0}$  qui représente le nombre d'abstentions. En termes de comportement électoral, nous nous intéressons plutôt à la proportion de voix obtenues par les différents candidats, ce qui permet d'annuler l'effet de taille du canton. On peut alors utiliser le vecteur défini par les proportions  $p_{ij}$  :

$$\text{Soit } p_{ij} = \frac{v_{ij}}{\sum_{j=0}^J v_{ij}}, \text{ pour } j = 0, \dots, J, \text{ si l'on veut tenir compte des abstentions.}$$

<sup>28</sup> COX K.R (1969), « The voting decision in a spatial context », *Progress in Geography*, n°1, pp 81-117.

$$\text{Soit } p_{ij} = \frac{v_{ij}}{\sum_{j=1}^J v_{ij}} \text{ pour } j = 1, \dots, J, \text{ sinon.}$$

Dans les deux cas on obtient un vecteur normalisé, c'est-à-dire dont la somme des termes vaut 1.

Dans la suite de l'exposé, nous ne tiendrons pas compte de l'abstention. On considère donc pour chaque canton  $i$ , un vote comme étant un vecteur, appelé *vecteur de vote* ou *variable de vote* (ou vote tout court s'il n'y a pas de confusion) :

$$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iJ}) \in \mathbf{R}^J.$$

### *Notion de variable quantique*

Avant d'exposer le modèle lui-même, nous nous attarderons un peu sur un type de variable d'état particulier qui va nous servir à représenter les comportements de vote. Ce type de variable est d'ailleurs très fréquent en géographie, bien qu'il ne soit jamais caractérisé en tant que tel. Nous donnerons quelques exemples.

L'état d'un canton  $i$  peut se représenter de deux manières :

1) à une échelle micro : de manière détaillée et complexe par le vecteur  $P_i$  où tous les candidats sont pris en compte simultanément. A chaque modalité (candidat) est alors associée une variable quantitative à travers les pourcentages de vote qu'elle prend sur les différentes unités spatiales (ici les cantons).

2) à une échelle macro : de manière simplifiée et qualitative, par le seul candidat élu  $k$  qui possède la proportion maximale de voix.

Remarquons qu'un tel type de variable descriptive est très fréquent en géographie (et ailleurs), mais qu'il n'est jamais étudié dans sa spécificité. Par exemple, dans le modèle « Agglo de Rouen » de SpaCelle, on affecte à chaque cellule un mode d'occupation du sol. Mais on sait très bien que cette valeur qualitative n'est qu'une simplification, car elle n'est que la modalité prépondérante dans la portion de surface étudiée ; on sait que la réalité est plus complexe et que dans une maille donnée, on n'a pas uniquement par exemple de l'habitat dense, mais aussi un peu de commerce, un peu d'habitat pavillonnaire, quelques portions de route, etc. On pourrait donc, comme pour les votes, remplacer cette valeur qualitative unique par la liste de toutes les modalités affectées chacune d'un poids, qui peut être ici un pourcentage de surface. Dans d'autres cas cela peut être une probabilité de présence, un pourcentage de mélange, etc. Selon le type de représentation, cette variable peut donc apparaître soit comme qualitative avec une modalité unique (et donc considérée comme certaine) qui correspond à la modalité prépondérante de la variable, ou soit comme possédant toutes les modalités à la fois, mais avec une pondération ou une probabilité. Cette situation possède une certaine analogie (avec un grand écart de contexte et de théorie) avec les variables utilisées en théorie quantique qui peuvent simultanément prendre plusieurs états en même temps. Cependant dès qu'on l'observe à un niveau macro, on ne mesure plus qu'un seul état (propriété de décohérence). En tant que variable qui n'est ni vraiment qualitative ni vraiment quantitative, nous l'appellerons ici *variable quantique* (avec mes excuses aux physiciens...).

### *Méthode de diffusion*

Le modèle de diffusion consiste à modifier de proche en proche, l'influence combinée des différents candidats à partir de pôles. On en déduit ensuite le comportement électoral de chaque

canton  $i$ . Ce comportement est décrit dans chaque cellule-canton par une matrice carrée  $J \times J$ , notée  $C = [c_{kj}]$ , où le terme  $c_{kj}$  de ligne  $k$  et de colonne  $j$  représente l'évolution d'influence du candidat  $k$  pour le candidat  $j$ . Cette matrice  $C$  permet de calculer l'évolution du comportement d'un canton entre deux votes successifs ou de corriger par une composante de diffusion, un vote théorique modélisé par combinaison linéaire de variables explicatives socio-économiques. En effet, si pour un canton donné, on note  $Q = (q_1, \dots, q_J)$  le nouveau vecteur de vote, calculé à partir de  $P = (p_1, \dots, p_J)$  qui correspond à un vote précédent, ou à un voté théorique, on a, par multiplication par la matrice de comportement  $Q = CP$ . Ce qui correspond en détail aux calculs, pour tout  $k = 1, \dots, J$ :

$$q_k = \sum_{j=1}^J c_{kj} p_j$$

On voit que si on prend  $c_{kj} = p$  avec le reste de la ligne  $k$  valant 0, seules les voix précédentes du candidat  $j$  vont alimenter le candidat  $k$ . Si  $j = k$ , et que  $p = 1$ , pour tous les candidats, il y a alors report parfait d'un vote à l'autre sur chaque candidat. Cela correspond à la matrice identité  $I$ , dont la diagonale est formée de 1 avec des 0 partout ailleurs. Elle correspond au comportement neutre qui laisse invariant tout vecteur de vote  $P$  lorsqu'on le multiplie par  $I$ :

$$I.P = P$$

Pour que la propriété de normalité,  $\sum_{j=1}^J p_j = 1$  soit respectée pour tout vecteur de vote  $P$ ,

on doit respecter aussi une condition sur la forme de la matrice de comportement : la somme de chacune de ses colonnes doit valoir 1. Dans ces conditions, quel que soit le vecteur de vote normalisé  $P$ , le vecteur de vote  $Q$ , obtenu par  $Q = CP$  est normalisé aussi. Une colonne  $j$  de la matrice de comportement contient les proportions avec lesquelles se redistribue les voix du candidat  $j$  sur les autres candidats, d'un vote sur l'autre. D'autre part, la somme des termes d'une ligne  $k$  correspond à l'influence globale du candidat  $k$ , qui est comprise entre 0 et  $J$ . Si elle vaut  $J$ , la ligne  $k$  n'est alors formée que de 1 (et les autres lignes sont nulles). Tous les votes sont alors concentrés sur le candidat  $k$ .

Pour simuler l'évolution du comportement électoral par contagion à partir d'un vote théorique, on effectue un certain nombre d'itérations qui n'ont pas directement de signification temporelle mais qui servent à construire l'influence des pôles à travers l'espace national par contagion progressive de canton en canton. Plutôt que d'utiliser le nombre d'itérations (donc plus ou moins le temps) pour limiter cette influence, nous réglons les facteurs de diffusion  $r_k$  en conséquence, et nous faisons le nombre d'itérations nécessaires pour que le phénomène se stabilise. On considère alors que la construction de la « carte d'influence » est achevée, on peut en déduire la matrice de comportement de chaque canton et ainsi calculer l'élection dans chaque canton en multipliant la matrice de comportement par le vecteur de vote théorique de ce canton, on obtient alors le nouvel état du canton.

Si un canton  $i$  est considéré (par choix du modélisateur) comme pôle de diffusion pour un certain candidat (ou parti)  $k$ , ce pôle est caractérisé par une influence d'une certaine intensité  $d_k \in [0, 1]$  et un certain facteur d'amortissement de la diffusion  $a_k \in [0, 1]$ . On munit donc chaque cellule  $i$  de deux vecteurs  $D_i$  et  $A_i$  de dimension  $J$ , où les  $D_i$  sont initialisées à 0, sauf pour les pôles d'influence. Les  $A_i$  sont constants pour toutes les cellules, avec en coordonnée  $k$  la valeur d'amortissement du candidat  $k$  :  $A_i[k] = a_k$ . Pour les cellules qui sont pôles d'influence et pour donner au candidat  $k$  un rôle prédominant, on place l'intensité  $d_k$  en coordonnée  $k$  :  $D_i[k] = d_k$ .

Pour calculer le vecteur d'intensité  $D_i$  d'une cellule quelconque  $i$ , on calcule pour chacune de ses cellules voisines  $j$  et pour chaque candidat  $k$ , celle qui a la plus forte influence en tenant compte de son amortissement:

$$D_i[k] = \text{Max}(x \mid x = A_j[k]D_j[k], j \in \text{Vois}(i))$$

On effectue ainsi pour toutes les cellules un certain nombre d'itérations, de manière à ce que la diffusion des vecteurs d'influence  $D$  opère progressivement de cellule en cellule depuis les pôles. Les itérations s'arrêtent lorsque le processus se stabilise.

On arrive alors à l'étape de calcul du comportement électoral de chaque cellule.

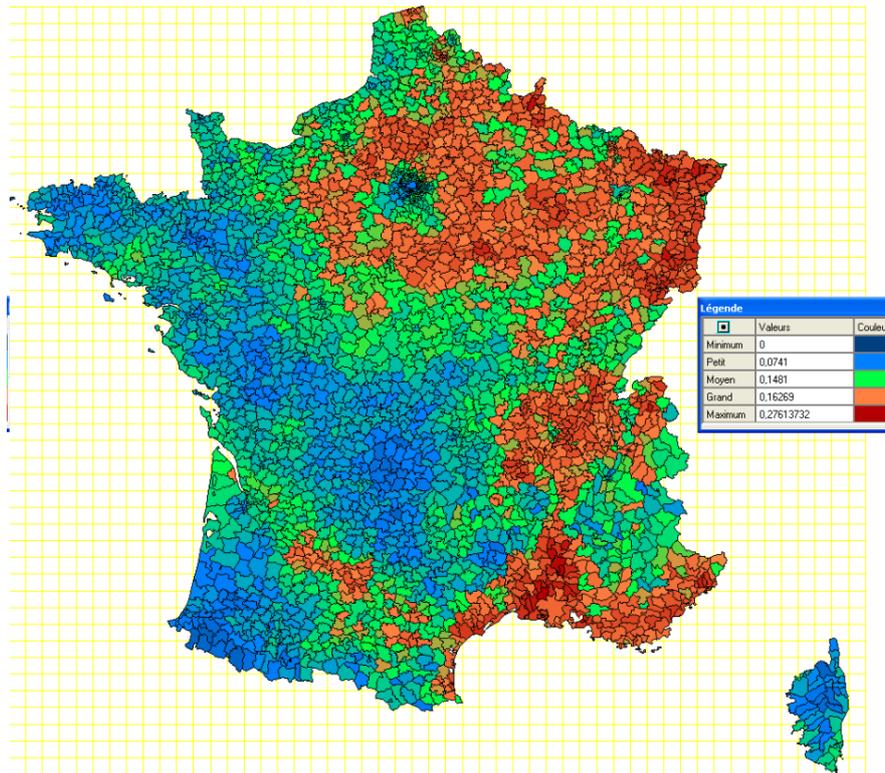
On peut imaginer différentes hypothèses pour répercuter aux autres candidats un supplément d'influence du candidat  $k$  par rapport à un vote précédent (ou théorique). Par exemple, on pourrait utiliser une influence du même type que dans le modèle de Duffuant & al. Cependant pour ne pas tout compliquer en même temps, nous avons préféré faire l'hypothèse d'une répercussion uniforme sur les autres partis. Ainsi, si le candidat  $k$  possède un supplément d'influence  $d_k$ , on doit diminuer celle des autres partis de la valeur  $d_k/(J-1)$  pour rester à somme nulle (et que la colonne  $k$  reste à somme 1). Ainsi, la matrice  $C$  du canton est modifiée dans sa colonne  $k$  de la manière suivante :

$$C = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & -d_k/(J-1) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & -d_k/(J-1) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ \dots & \dots & \dots & 1+d_k & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ \dots & \dots & \dots & -d_k/(J-1) & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

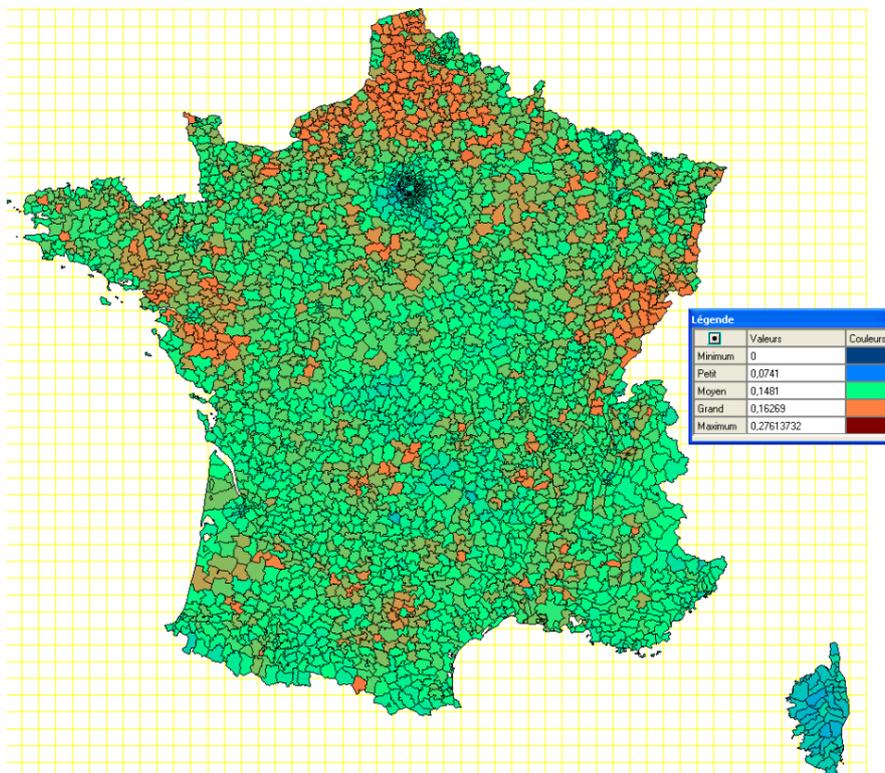
Il ne reste plus qu'à réaliser, pour chaque cellule  $i$ , le nouveau vote  $Q$  avec cette nouvelle matrice  $C$ , par le produit matriciel:  $Q = CP$

### **Les résultats**

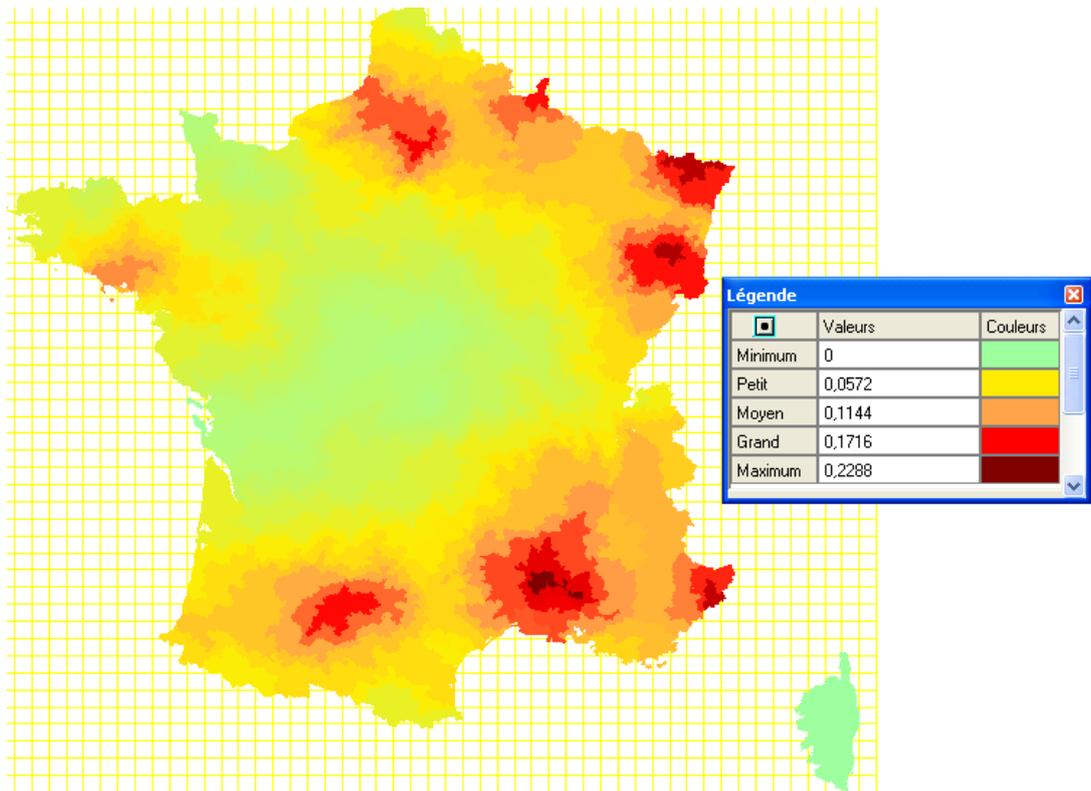
Nous présentons, dans quatre cartes suivantes, la manière dont le modèle de diffusion peut corriger une première approche théorique, calculée par combinaison linéaire de variables explicatives socio-économiques (figure 75). Cette diffusion dépend évidemment de la localisation des choix des pôles à partir desquels elle s'effectue et des paramètres (intensité et amortissement) de cette diffusion, c'est ce qui est présenté dans la figure 76. Même si l'intérêt était focalisé particulièrement sur le comportement électoral de l'extrême droite, la simulation traite simultanément l'ensemble des candidats, et produit un résultat sur cet ensemble. Le résultat combiné des deux modèles donne une carte beaucoup plus ressemblante que la carte observée (figure 74) que la carte théorique obtenue avec une méthode classique. Nous avons utilisé uniquement des pôles d'influence positive, mais on perçoit très bien dans la carte réelle que certaines grandes métropoles (Paris et Lyon) possèdent une influence négative (centrifuge) et qu'il existe aussi des influences qui se propagent de manière non isotrope dans l'espace géographique ou dans l'espace d'influence entre les candidats. Il reste donc beaucoup de pistes à creuser et d'hypothèses à tester à travers des simulations.



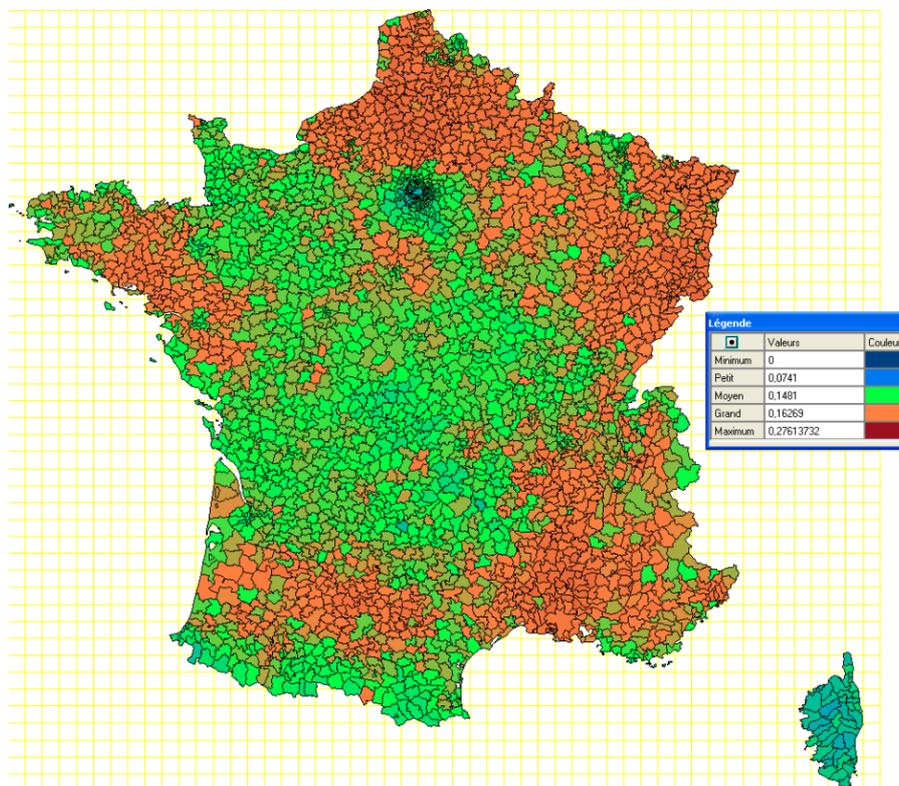
*figure 74. Vote d'extrême droite (présidentielles 2002) – pourcentages observés*



*figure 75. Vote d'extrême droite – pourcentages théoriques*



*figure 76. Modèle d'influence des pôles d'extrême droite*



*figure 77. Vote d'extrême droite – Carte théorique modifiée par le modèle de diffusion*

La simulation très inégale des partis à partir de ce modèle, construit uniquement sur un vote théorique et quelques pôles de diffusion, met paradoxalement en évidence la spécificité de l'extrême droite.

Le principal apport de ce travail est en effet de confirmer que la simulation fonctionne particulièrement bien pour le Front national. Ce parti a fait l'objet de nombreuses études et hypothèses explicatives. La clé de l'explication de la carte du vote Front national en France semble se situer à la fois sur un contexte socioéconomique favorable (présence d'ouvriers, chômage...) et une diffusion spatiale par proximité.

La simulation par proximité spatiale semble mieux fonctionner pour ce parti "neuf", qui ne possède pas d'implantations régionales historiques liées à des leaders influents ou des "substrats culturels". Il n'a pu se diffuser que par une concurrence locale avec les autres partis précédemment implantés. Ces résultats vont donc dans le sens d'une diffusion par proximité du Front national, selon des logiques assez simples d'entraînement par voisinage. Elles pourraient alors confirmer les théories des "sociophysiciens", qui mettent en évidence la capacité des opinions individuelles extrémistes "certaines" à convaincre les opinions individuelles modérées "incertaines".

Afin d'aller plus loin, on pourrait améliorer le modèle pour le Front national en intégrant non plus, des pôles de diffusion basés sur le vote réel, mais des contextes pouvant favoriser l'émergence d'un courant extrémiste : concentration d'étrangers, concentration de la précarité sociale, concentration de l'insécurité...

Enfin, il serait évidemment utile de tester la même simulation sur d'autres partis extrémistes européens afin d'observer s'il existe ou non des similitudes avec le modèle français concernant leur organisation spatiale.

## Conclusion

Après un exposé théorique du paradigme d'automate cellulaire, nous avons présenté dans cette partie, un certain nombre d'exemples concrets de modèles à base d'automates cellulaires géographiques (ACG) qui ont été élaborés au sein de l'équipe MTG de l'UMR IDEES. Les structures topologiques et les dynamiques de ces modèles s'appuient sur les développements théoriques de la première partie. En particulier, nous avons explicité les propriétés que doit vérifier un modèle ACG pour pouvoir prendre en compte l'interaction spatiale, telle que nous l'avons définie dans la première partie.

Nous n'avons pas synthétisé ici toutes les formes de modélisations mises au point et utilisées dans notre laboratoire. En particulier les modèles à base d'anamorphose n'ont pas été abordés ici car ils entrent dans une catégorie de modèles assez éloignée du paradigme d'automate cellulaire.

Néanmoins, les modèles exposés sont d'une grande diversité. En effet, depuis un modèle comme SpaCelle, basé sur des états qualitatifs (les cellules sont des automates à états finis), à temps discret, et au comportement purement réactif, nous passons au modèle RuiCells, basé sur des flux continus qui s'écoulent sur un modèle de terrain en élévation, lui-même continu. Les cellules ont un comportement interactif complexe, avec des voisinages distincts en entrée et en sortie. De plus, les cellules peuvent avoir des composants internes actifs, représentant les aménagements de surface. Enfin, nous passons à un modèle encore plus général avec GéoCells, basé sur un maillage cellulaire topologique de forme quelconque et structuré selon des couches hiérarchisées. Nous avons appliqué ce modèle à plusieurs thèmes de géographie humaine : l'évaluation de la politique d'aide européenne à travers les fonds structurels et la diffusion des comportements de vote.

Ainsi, l'expérience acquise par la diversité et la complexité des modèles d'ACG que nous avons développés, nous a permis de formaliser un modèle général d'automate cellulaire géographique, qui sera pris comme point de départ dans la troisième partie, pour élaborer un modèle général de systèmes à agents géographiques (SAG).

## **Partie 3 – Un modèle général de système à agents géographiques**

## Introduction

La première partie de ce travail a permis de faire le point sur les aspects théoriques de la géographie à travers une réflexion ontologique. Nous avons proposé une construction des objets dans une démarche de complexification progressive (ontogénèse). En dehors de son intérêt théorique, cette ontologie formelle a aussi un objectif concret : jeter les bases conceptuelles d'une plateforme de simulation, adaptée aux problèmes des géographes. L'approche ontologique dans ce contexte a pour but de définir une catégorie de modèles, un paradigme, permettant de ne pas trop limiter le champ des modèles possibles, de ne pas ajouter trop de contraintes superflues dues à de mauvais choix théoriques, conceptuels ou techniques, d'obtenir un outil simple et « naturel » pour l'utilisateur géographe, qui n'est ni informaticien, ni mathématicien. Mais tout ceci est un peu idéal, car cette démarche se confronte aussi à une difficulté qui va en sens contraire : aboutir à quelque chose d'opérationnel en un temps raisonnable... Pour cela, nous procéderons par petits pas, depuis des outils connus et validés par les utilisateurs, comme ceux que nous avons présentés dans la deuxième partie, en visant une construction idéale, nourrie de tous les travaux actuels, très riches en idées et concepts nouveaux, mais que nous mettrons en rapport avec ce que nous maîtrisons aussi bien en termes théoriques que techniques.

Nous commencerons par définir la notion de système à agents géographiques, comme généralisant la définition d'un automate cellulaire géographique donnée en §1.8 de la deuxième partie. Ayant ensuite établi les différentes caractéristiques et propriétés attendues des modèles que nous voulons pouvoir construire et simuler à travers cette plate-forme, nous analyserons alors si le modèle général répond à ces attentes, sinon quelles spécifications supplémentaires faut-il définir pour y répondre.

Cette plate-forme doit donner au modélisateur géographe le moyen d'implémenter des modèles dynamiques dans des problématiques et des thématiques spatiales très variées, en ayant à connaître un minimum de technique informatiques spécifiques. L'idée de base est de mettre à sa disposition des objets ou des entités génériques qu'il connaît déjà, soit dans sa discipline, soit parmi les outils méthodologiques qu'il utilise couramment comme les SIG, (couches d'objets géographiques, cartes vectorielles, tables attributaires, requêtes, formules de calcul qu'on peut rencontrer dans un tableur ou dans un SGBD). Ces entités, une fois importées ou construites sur place, sont combinées dans l'espace et dynamisées. Des opérateurs permettant de construire des interactions spatiales et des combinaisons de processus, devons être définis en petit nombre, dans l'objectif de permettre une combinatoire la plus grande possible. Tout ceci nécessite donc au préalable de faire les choix suivants portant sur :

- des structures mathématiques et de données, nécessaires à la modélisation de phénomènes spatiaux ;
- des méthodes relatives aux agents, dans la philosophie individus-centrées : autonomie partielle, interaction environnementale avec connaissance limitée de soi et de l'environnement, comportements résultant d'une hiérarchisation spatiale des agents, comportements non totalement rationnels résultant d'une évaluation imparfaite de l'environnement et de l'histoire de l'agent, dose d'aléatoire dans la décision. Tout ceci peut se résumer à plusieurs axes de réflexion, devant aboutir à des choix techniques portant notamment sur :
- des méthodes d'évaluation de l'environnement par l'agent ;
- des méthodes de décision (résultant de l'évaluation) et d'aléas dans le comportement des agents ;
- des méthodes d'action, de réaction, et d'interactions entre agents et avec l'environnement ;

- la modélisation du temps et des temporalités des agents dans un système multi-échelles et hiérarchisé (multi-niveaux) d'agents.

Il s'agira également de bien expliciter la base d'actions élémentaires. Par exemple : la croissance intrinsèque d'un état. Nous examinerons si le concept d'interaction tel que nous l'avons formalisé dans la première partie permet d'englober les phénomènes inter-agents, comme les flux ou la diffusion (transmettant des agents-particules, de la matière, de l'énergie ou de l'information) ainsi que la mobilité des agents. Ces briques élémentaires devront ensuite se combiner : quels sont les opérateurs de combinaison ou de choix de ces actions qui permettent de générer une classe assez étendue de comportements possibles des agents et du modèle ?

Dans une étape de conception informatique extérieure à ce mémoire, il s'agira de choisir une architecture du système et des méthodes informatiques permettant de mettre en œuvre les dynamiques spatiales, de la modularité, de l'encapsulation des agents, etc. Ceci passe aussi par la définition des modes d'entrée, de contrôle, de visualisation, d'observation et d'analyse du système par l'utilisateur.

Le schéma général dans lequel nous allons faire entrer notre modèle général est basé sur le triptyque AOC, (Agent-Organisation-Comportement). Nous analyserons ce schéma et montrerons en quoi il répond globalement aux attentes énoncées ci-dessus.

Nous donnerons quelques indications sur les problèmes de langage que pose la réalisation d'un outil adapté à des modélisateurs non-informaticiens. Nous évoquerons les différents niveaux de langage qui permettront à différentes catégories d'utilisateurs de définir des modèles mais également d'étendre les fonctionnalités de la plateforme ou de communiquer des modèles vers (ou depuis) d'autres environnements.

## Chapitre 1 - Présentation du projet de plateforme de simulation

Ce projet de plateforme s'inscrit dans deux actions de recherche complémentaires MAGEO financée par l'ANR et MOSAIIC financée par la région dans le cadre de la MRSH. MAGEO est le projet central de conception et de réalisation de la plateforme. MOSAIIC est à la fois une extension de MAGEO mais aussi un travail préparatoire permettant de réaliser une première maquette du projet final, à travers un exemple orienté vers les risques spatialisés, en particulier pour étudier le comportement de panique urbaine provoqué par un accident industriel.

### 1.1 Le programme MAGEO

La modélisation et la simulation de systèmes géographiques complexes (géographie artificielle) ouvrent de nombreuses perspectives et s'insèrent aussi bien dans des préoccupations de recherche fondamentale que dans les problématiques des acteurs privés ou publics de l'aménagement. L'utilisation des méthodes associées au paradigme des systèmes complexes, tels les automates cellulaires et les systèmes multi-agents, nécessite cependant un niveau de compétence informatique élevé, ce qui constitue un frein à leur diffusion au sein de la communauté des géographes et ne favorise donc pas le transfert de connaissances vers les acteurs territoriaux soucieux de produire des simulations prospectives. Le projet MAGéo a pour but de palier à cette lacune.

MAGéo a pour objectif de créer un environnement de modélisation qui permet de développer des modèles de simulation spatialisés, en combinant les fonctionnalités des systèmes d'information géographique, d'automate cellulaire et de système multi-agents. Cette plateforme doit permettre l'utilisation de données géographiques structurées dans les systèmes d'information géographique et de données qualitatives et quantitatives en provenance de tableurs par exemple. Les couvertures topologiques apparaissent ainsi, dans un premier temps, comme le support spatial sur lequel s'exerce la dynamique du système étudié. Ce peut être un environnement monocouche ou multicouches, hiérarchisées ou non, combinant des éléments surfaciques, ponctuels et linéaires. L'environnement du système, le support spatial, est potentiellement dynamique. Cette dynamique de l'environnement peut-être gérée au travers des fonctionnalités d'un automate cellulaire. Enfin les entités du système à modéliser, qui peuvent être elles-mêmes constituées de différentes couches d'objets géographiques fixes ou mobiles, sont gérées au travers des fonctionnalités d'un système multi-agents. Ces agents informatiques doivent offrir un cadre permettant de modéliser des procédures d'interactions (communication directe), de mémorisation, d'évaluation, de déplacement etc.

L'originalité de cette plateforme par rapport aux autres plateformes, outre les fonctionnalités spatiales qu'elle contient et le couplage avec les méthodologies individus-centrées, provient du langage de modélisation utilisé. L'objectif est en effet de mettre à la disposition du chercheur ou de l'aménageur une plateforme de simulation qui ne nécessite pas une connaissance poussée en programmation informatique. Le langage utilisateur est donc une combinaison de niveaux de langages de manipulation des objets adaptés aux compétences et aux besoins du modélisateur. Il est ainsi possible, dans les champs d'application de la plateforme, de réaliser des modèles de simulation en utilisant un langage graphique et/ou sous forme de règles, alors qu'un utilisateur averti pourra étendre les fonctionnalités de la plateforme en intégrant, selon un protocole de programmation, des modules supplémentaires et ce à moindre coût.

## **1.2 Le programme MOSAIIC**

Pour élaborer et tester les potentialités de la plateforme, un champ d'application a été retenu, celui de la simulation des comportements humains face à la propagation d'un nuage toxique en milieu urbain. La constitution des bases de données spatiales et sociales nécessaires à la réalisation de cette application test est financé dans le cadre d'un projet de l'Institut Régional des Sciences Humaines et Sociales de la Haute-Normandie. Le lien avec la plateforme de MAGEO se fera principalement sous la forme de la construction du langage de manipulation des connaissances permettant de réaliser le modèle de simulations expérimentales.

MOSAIIC est une plateforme de simulation dédiée Risques Industriels. Cette plateforme une fois finalisée sera une composante de MAGEO, mais elle doit constituer dans un premier temps le rôle de maquette de la plateforme finale, dont il s'agira, par le biais des partenaires du projet IRSHS, de promouvoir l'utilisation auprès d'acteurs privés (bureaux d'étude) et parapublics (agences d'urbanisme par exemple).

## Chapitre 2 - Approche théorique de la plateforme.

La conception de toute application informatique demande un minimum de réflexion conceptuelle, s'appuyant à la fois sur des bases théoriques et un cahier des charges répondant à des objectifs clairs. Dans le cas d'une plateforme, nous sommes à un niveau d'abstraction supplémentaire dans la mesure où elle ne simule pas un modèle particulier mais contient un ensemble d'outils pour concevoir, générer, simuler et observer des modèles d'une certaine catégorie. C'est donc un outil générique. Il faut alors bien concevoir le système de manière à permettre que la classe des modèles simulables soit la plus étendue possible, chaque modèle étant construit par combinaison d'entités élémentaires et d'opérateurs, si possible simples et en petit nombre. Ainsi, nous proposons un schéma de définition d'une plateforme, comme constituée principalement de deux modules : un éditeur de modèle et un simulateur, selon le schéma de la figure 78.

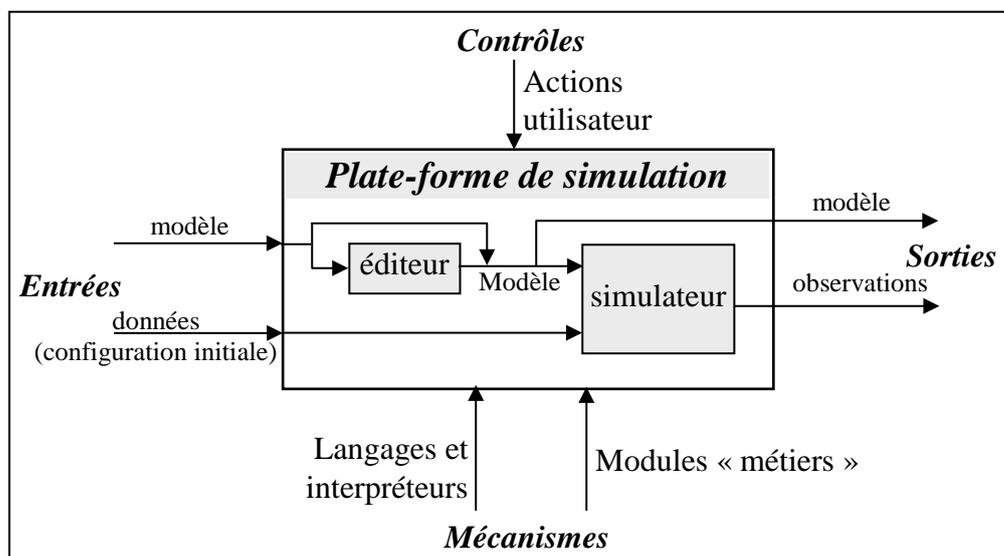


figure 78. Schéma général d'une plateforme de simulation

D'autre part, il faut que la plateforme fournisse un cadre théorique au modélisateur dans lequel il puisse penser son modèle et le formaliser dans un langage cohérent par rapport à ce cadre théorique. Ce dernier doit donc être facilement transposable à sa discipline, à ses thématiques, à ses méthodes, à son langage et donc proche de sa manière de penser, comme on a pu le montrer avec le langage à base de règles de SpaCelle. Il doit offrir un ensemble de concepts à la fois assez abstraits pour que le modélisateur puisse les concrétiser dans son domaine, mais pas trop pour qu'il puisse les intégrer facilement. Enfin, le contexte théorique de la plateforme ne doit pas être alourdi et obscurci par des aspects techniques purement informatiques, qui n'ont rien à voir en général avec la problématique du modélisateur.

Le contexte théorique est formé de concepts, d'entités élémentaires et d'opérateurs, qui doivent être adaptés au système de pensée du modélisateur géographe, aux problématiques qui sont les siennes. Un certain nombre de langages de manipulation d'agents, développés par des chercheurs en informatique, même s'ils présentent un intérêt théorique certain, nous apparaissent très décalés par rapport à cet objectif. Par contre, un paradigme général du type AGR (Agent-Groupe-Rôle) développé par J. Ferber, constitue une approche à la fois simple et très adaptable à de nombreuses problématiques. Notre réflexion semble se fixer sur un paradigme très proche de celui-ci, qui englobe dans le concept de groupe, en plus de la notion de « société » d'agents, celle « d'environnement » qui représente le milieu dans lequel

« vivent » les agents. Quelques travaux ont déjà exploré cette voie comme ceux de Parunak et Odell, [PAR 02] ou le modèle AGRE (avec « E » pour environnement) proposé dans [FER05].

Nous présentons ici une approche un peu différente. Par une appellation qui n'est pas encore tout à fait contrôlée, nous pourrions nommer cette approche par l'acronyme AOC (Agent-Organisation-Comportement). Le concept d'agent, dans le contexte AOC, s'applique aussi bien à des individus sociaux qu'à des entités permettant de structurer l'environnement. Par exemple, dans une application qui simule des transports, l'environnement est formé d'un réseau sur lequel se déplacent des agents mobiles. Nous sommes en présence ici de deux organisations, dont l'une est spatiale, le réseau et l'autre plus sociale, l'ensemble des mobiles. Le réseau est un ensemble d'agents géographiques : axes de communication, nœuds, lieux de chargement et déchargement, etc. Ces agents sont en (inter)relation (ici topologique). Les agents mobiles appartiennent à divers « groupes sociaux » qui peuvent être hiérarchisées ou non. A chaque groupe est associé un certain nombre de comportements caractéristiques et de relations entre les agents. Mais un mobile « appartient<sup>29</sup> » aussi, par sa localisation, à une entité de son environnement (une route, un lieu de chargement, etc.), qui détermine ou contraint son activité. Ainsi les agents sociaux comme les agents environnementaux interagissent entre eux, enfin les agents sociaux interagissent avec les agents environnementaux, car le processus de mobilité est une interaction étroite et complexe entre le réseau et les mobiles. Si bien qu'il n'y a pas lieu de distinguer fondamentalement les agents « sociaux » des agents « environnementaux ». La distinction apparaît seulement dans le fait que les agents sociaux sont localisés à priori dans l'environnement et pas le contraire.

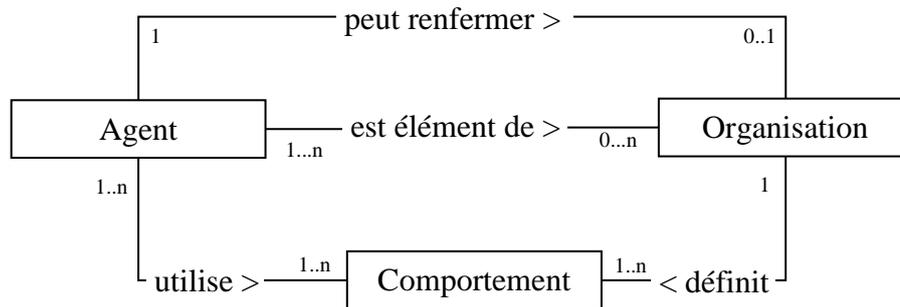
Si le principe précédent du tout agent est un point de vue satisfaisant pour le concepteur de la plateforme, il faut réfléchir néanmoins, à la manière de présenter ces deux catégories d'agents aux modélisateurs (qui seront les utilisateurs de la plateforme), car les agents environnementaux ont en général un comportement beaucoup plus élémentaire que les agents sociaux.

Ajoutons un concept supplémentaire au paradigme AOC par rapport à AGR : nous voulons qu'il soit autoréférent (les informaticiens diraient récursif). En effet, une organisation est un ensemble d'agents en interaction, mais un agent peut lui-même être le lieu d'une organisation interne formée d'agents plus élémentaires qui le composent et le font agir. Les notions d'organisation et d'agent apparaissent alors comme des représentations duales d'un même concept, celui de système. En effet, vu de l'extérieur le système est représenté dans son unité et son individualité, il forme un tout, c'est un agent. Vu de l'intérieur, le système est représenté comme une organisation d'agents qui le compose et qui interagissent entre eux. A un niveau encore plus interne, ces agents peuvent eux-mêmes être des organisations. Mais la descente a forcément une fin et les agents terminaux sont des agents élémentaires indécomposables. Pour illustrer ceci à travers l'exemple du réseau de transport, un agent mobile peut être lui-même considéré comme une organisation constituée, à un moment donné, d'un véhicule, d'un conducteur et d'un ensemble de marchandises localisées dans le camion. Cette organisation va fluctuer dans le temps, selon la localisation sur le réseau. Les trajectoires des camions, des conducteurs et des marchandises, sont liées les unes aux autres mais restent distinctes. Les agents s'associent en organisations temporaires et se dissocient pour s'associer avec d'autres,

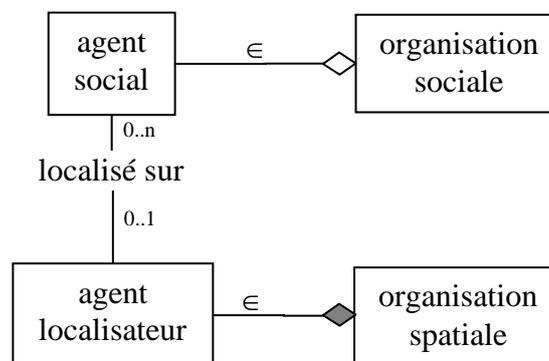
---

<sup>29</sup> La notion d'appartenance (d'un élément à un ensemble) est une notion très générale et fondamentale en mathématique. Mais elle manque de précision dans le contexte géographique, en effet, dire qu'un objet géographique (par exemple une voiture) appartient à une entité plus large (par exemple un tronçon de route) est ambigu car cette appartenance est très différente du caillou qui fait partie du revêtement de cette même route. La voiture n'est pas un constituant structurel de la route, aussi bien au niveau spatial : il est *sur* la route (donc finalement en dehors de) et non dedans, qu'au niveau temporel : il n'est que passagèrement présent sur cette route.

au rythme des chargements et déchargements de marchandise, aux changements de conducteur, etc.



A - Schéma UML du paradigme AOC



B - Schéma UML – prise en compte de l'environnement

figure 79. Schéma AOC

## 2.1 La notion de système à agents géographiques

Nous allons examiner ici quelles sont les modifications à apporter au modèle général de système géographique composé de cellules (ACG) pour arriver à celui de système d'agents géographiques (SAG). La différence essentielle (mais est-ce la seule ?) vient du fait qu'un agent doit pouvoir varier ses liens avec son environnement interne ou externe, c'est-à-dire avec les autres agents, qu'ils soient intérieurs ou extérieurs. Cette modification permet par exemple de définir des agents mobiles, ce qui est essentiel en géographie.

### 2.1.1 Rappels

#### Définition d'un Automate Cellulaire Géographique

Un automate cellulaire géographique  $\mathcal{R}$  est un système formé de composants appelés *cellules*, qui communiquent entre elles, et éventuellement avec l'extérieur. Il est défini par les entités suivantes:

$$\mathcal{R} = (\mathcal{T}, E, D, S, In, Out, A, B, L, \{C_i\}_{i \in L}, M), \text{ où:}$$

- $\mathcal{T}$ : base de temps.
- $E$  : espace de localisation.
- $D \subset E$  : domaine cellulaire.
- $S$ : ensemble général des états

- $In$  : ensemble des ports d'entrée dans le système
- $Out$  : ensemble des ports de sortie du système
- $A$  : ensemble des valeurs d'entrée dans le système
- $B$  : ensemble des valeurs de sortie du système
- $L$  : ensemble des identifiants (ou indices) de cellules et ayant  $N$  éléments.
- $C_i = (G_i, S_i, In_i, Out_i, A_i, B_i, M_i)$  : la  $i^{\text{ième}}$  cellule, où :
- $G_i \subset E$  : est la localisation géographique ou le support spatial de la cellule
- $S_i \subset S$  : ensemble des états possibles de la cellule  $i$
- $In_i \subset L \cup In$  : ensemble des intrants dans  $i$ , qui proviennent des autres cellules ( $L$ ) ou des intrants dans le système ( $In$ ).
- $Out_i \subset L \cup Out$  : ensemble des extrants de  $i$  vers d'autres cellules ou sorties du système.
- $A_i \subset A$  : ensemble des valeurs d'entrée dans la cellule  $i$ ,
- $B_i \subset B$  : ensemble des valeurs de sortie de la cellule  $i$ ,
- $M_i$  : mécanisme de la cellule  $i$ . C'est un processus itératif qui calcule à chaque pas de temps, une nouvelle configuration de la cellule à partir de la précédente.
- $M$  : mécanisme global de l'automate permettant de gérer le processus itératif global du système.

Avant de continuer plus en avant dans cette formalisation, arrêtons-nous un instant sur le concept de « port » dont nous aurons souvent besoin par la suite. C'est au départ une notion informatique, mais la reprenons ici en tant que concept général. En quelque sorte, les ports sont aux agents ce que les pores sont à la peau : des points de passage, de communication, d'échange, d'interaction, entre l'intérieur et l'extérieur d'un objet ou d'un système, ils font partie intégrante de l'interface (de la membrane) qui à la fois sépare et met en relation contrôlée deux milieux voisins, comme un poste frontière.

### **La notion de port**

Plus formellement, un **port** permet le passage d'information à travers une interface. Un port est chargé de contrôler l'information à la fois dans son contenu, son débit, sa provenance et sa destination. Formellement on pourrait définir un port  $p$  par les entités suivantes:

$p = (IdPort, StatutPort, EtatPort, AHote, TData, Vois, LData, LFonc)$ , où

$IdPort$ , le nom du port,

$StatutPort$ , (entrée, sortie, entrée-sortie)

$EtatPort$ , (vide, prêt, occupé)

$AHote$ , l'agent qui contient le port

$TData$ , le type de donnée, qu'il véhicule

$Vois$ , l'opérateur de voisinage, qui calcule et/ou mémorise la liste des adresses des entités connectées au port. Assez souvent, l'opérateur de voisinage est commun à tous les ports de l'agent, il se trouve alors au niveau de l'agent lui-même. Nous l'avons néanmoins formalisé au niveau du port, dans un souci de plus grande généralité.

$LData$ , la file d'attente des informations disponibles sur le port

$LFonc$ , la liste des fonctions gérant les données du port (consulter, retirer, ajouter, envoyer, vider, etc.)

Selon les circonstances, ce modèle de port peut être plus ou moins simplifié.

Nous verrons par la suite toute l'importance de ce concept, dans sa fonction de séparation qui amène à la notion d'autonomie de l'agent et formalisée à travers « l'encapsulation » et dans sa fonction de lien, à travers son rôle dans l'interaction spatiale.

### 2.1.2 Nécessité de généraliser la notion de processus

Dans ce modèle général, le graphe de communication entre les cellules, défini par les liens tissés entre les ports de sortie et d'entrée, est invariant. Dans un système multi-agents on doit se donner les moyens de rendre ces liens variables au cours du temps. Cela implique des méthodes pour les recalculer à chaque pas de temps et des méthodes capables de traiter des listes variables de paramètres d'entrée et sortie.

Le nombre de liens étant variable dans le temps, le concept de processus attaché lui-même à celui de mécanisme cellulaire, doit être revu. En effet, on formalise en général un processus par une fonction déterministe ou aléatoire ayant pour paramètres une suite de variables d'entrée, d'état et le temps, et pour résultat une suite de variables de sortie. Le nombre et l'ordre de ces variables doivent rester fixes, seul leur contenu varie au cours du temps. Dans le cas d'un agent, on doit donc manipuler des processus ayant un nombre variable de paramètres aussi bien en entrée qu'en sortie, il faut donc formaliser autrement une telle entité.

Par exemple, lorsqu'on modélise un agent-poisson qui se déplace dans l'eau, le modélisateur peut décider qu'il a besoin de repérer et de distinguer de manière vitale trois types d'entrées : les obstacles, les proies et les prédateurs. Au cours de ses déplacements, ces types d'objets ne sont pas tous présents et quand ils sont présents leur nombre est variable. Pour formaliser ce problème, au lieu de la notion de variable on va utiliser la notion de liste. Une liste est une suite de valeurs ou d'objets d'un même type, sa longueur est le nombre de ses termes et peut être nulle. Eventuellement, les termes d'une liste peuvent eux-mêmes être des listes. Ainsi, pour tenir compte de cette variabilité de l'environnement d'un agent, on généralise la notion de fonction de plusieurs variables par celle de *fonction de listes*, qui au lieu de prendre un nombre fixé de variables d'entrée et modifier un nombre fixé des variables de sortie, prends maintenant un nombre fixé de listes en entrée et modifie un nombre fixé de listes en sortie. Chaque liste est d'un type défini, mais peut contenir un nombre de valeurs quelconque (y compris nul). Le traitement interne d'une fonction de listes est plus complexe qu'une fonction de variables. Très souvent, une liste commence par être évaluée globalement pour donner une valeur unique avant de traiter les autres données. Les évaluations courantes de listes de valeurs quantitatives sont la somme de ses termes, la moyenne, le maximum, le minimum, les combinaisons linéaires avec certains coefficients... sachant qu'il faut toujours prévoir le cas particulier de la liste vide. Lorsque la liste contient des valeurs qualitatives, on évalue souvent la présence-absence de termes dans la liste, sa longueur, on peut aussi réaliser un tri selon une relation d'ordre donnée, une fusion des données par concaténation de messages, une recherche d'un motif donné, cela peut être aussi une évaluation syntaxique, selon une grammaire donnée, dans le cas de messages structurés au sein d'un langage.

Dans l'exemple du poisson, le contenu de la liste des obstacles peut être constitué d'une suite de localisations relatives en coordonnées sphériques (distance et angles par rapport au repère du poisson), il faut alors un traitement itératif sur les localisations de la liste pour en déduire une évaluation globale de la situation permettant de choisir une nouvelle direction de cheminement, ou si c'est la liste des localisations de proies, la direction de la proie la plus proche, etc. Ensuite, lorsque les trois listes, obstacles, proies et prédateurs sont évaluées, une décision comportementale entre plusieurs actions possibles doit être effectuée entre cheminer, manger, fuir... selon leur pertinence relative du moment.

La structure et le mécanisme d'une cellule doivent se compliquer un peu pour répondre à cette nouvelle exigence de variabilité, qu'on va formaliser à travers la notion d'*agent*. En théorie des systèmes, la structure est définie comme la partie invariante d'un système, mais la structure est aussi ce qui constitue les liens (physiques, logiques ou sociaux) entre les objets. Nous devons alors changer un peu de vocabulaire pour parler plutôt d'*organisation* pour désigner une structure qui évolue dans le temps et de *comportement* à la place de mécanisme, pour se rapprocher un peu plus du paradigme de la complexité et du vivant, non déterministe, résultant d'une combinaison de plusieurs fonctions : d'acquisition des entrées, évaluation, mémorisation, décision par rapport à des objectifs, laquelle débouche vers une action, une réaction ou une interaction avec l'environnement.

Il ne faut pas confondre *fonctionnement* d'un phénomène et *compréhension* de ce phénomène. Les mécanismes de fonctionnement réels, quelle que soit leur complexité, se ramènent toujours, à la physique des particules, aux phénomènes ondulatoires, aux champs de forces, etc. Evidemment, ce niveau de fonctionnement ultime de la réalité, n'est pas celui qui permet de le comprendre. Car la compréhension doit se faire au niveau de *l'émergence* du phénomène. C'est donc à ce niveau que se construit une théorie véritablement efficace en termes de compréhension. La neurologie ne pourra jamais nous permettre de comprendre la théorie de la relativité d'Einstein ou l'art de la fugue chez Bach, pourtant elle a été produite par le fonctionnement de leur cerveau. Inversement, le niveau de l'émergence d'un phénomène, n'est pas le bon niveau pour le faire fonctionner. En modélisation, on utilisera souvent un niveau de décomposition nettement plus fin pour pouvoir prendre en compte une certaine complexité à la fois dans la diversité des objets utilisés et la combinatoire de leurs interactions.

## **2.2 La notion d'agent géographique**

### **2.2.1 Quand l'objet géographique devient agent**

L'objet géographique, déjà défini dans la première partie, peut être aussi bien une goutte de pluie, une parcelle de terrain, un camion, un être humain, un bassin versant, voire une nation entière. Chaque objet possède une emprise spatiale, une description matérielle, mais dès que l'objet s'anime, évolue, se transforme, par des interactions avec son environnement, par un comportement propre, il peut être considéré comme un agent. L'emprise spatiale de l'objet (appelé aussi son *support*) permet de donner une unité et une identité à l'agent, en délimitant son intérieur de son extérieur. La description d'un agent peut être multiple dans la mesure où elle peut rassembler des observations émanant de différents points de vue thématiques et de différentes échelles. Une description est dite « terminale » si elle constitue le dernier niveau de description de l'objet. Elle peut être aussi « non-terminale » si l'objet est considéré lui-même comme un système composé d'objets plus élémentaires en interactions, il possède alors une double description, globale en tant qu'objet, et éclatée en tant que système formé de ses composants internes. La notion d'environnement de l'agent-objet indique qu'il est dépendant des objets proches de lui en termes spatial (contraintes spatiales, frontières, contacts, distances, accessibilités) ou social (groupe social, liens économiques, de pouvoirs etc.).

Les éléments du système sont donc maintenant des agents, généralisant la notion de cellule, qui constituait l'élément de base d'une structure invariante dans le temps, le maillage cellulaire de l'ACG. Les agents au contraire, « vivent » dans une structure mouvante, évolutive, qu'on appelle organisation du système, et cette organisation n'évolue pas seulement par les influences extérieures, mais résulte surtout de l'action ou de l'interaction entre les agents. Notons ici, l'inversion de vocabulaire par rapport à la sociologie où l'acteur social est capable de faire évoluer l'organisation, contrairement à l'agent qui se contente d'agir en se conformant aux règles sociales. On pourrait s'en sortir en disant que l'agent informatique ne peut pas modifier le modèle lui-même, contrairement à un véritable acteur social. L'agent informatique ne peut

qu'évoluer dans le monde qu'a construit le modélisateur. Même si ce monde possède une combinatoire telle qu'il est impossible d'envisager toutes les configurations possibles, l'émergence de structures nouvelles reste circonscrite aux objets et aux règles du modèle.

Néanmoins, nous pensons qu'il existe un saut épistémologique entre une organisation d'agents informatiques et une organisation sociale, par le fait même que la première est une construction de la connaissance et que la seconde fait partie du monde réel. Il n'y a pas que des degrés de complexité et de diversité qui les différencient. La société, comme toute autre réalité, est à jamais inaccessible dans sa totalité et sa profondeur, contrairement au modèle dont le modélisateur est le Créateur Tout-Puissant. La société, comme les atomes ou les étoiles ne sont accessibles que par le filtre de nos observations et de nos capacités cognitives. Ne pouvant recouvrir l'univers complet de notre connaissance, nous ne pouvons nous connaître nous-mêmes et encore moins la société.

### 2.2.2 Dynamique de l'agent

Le « comportement » est ce qui élève l'objet au niveau d'agent. Cette notion ne renvoie pas nécessairement à une intelligence de l'agent au sens anthropomorphique du terme, mais décrit sa capacité à changer au cours du temps. Cette dynamique peut être simple, purement déterministe (agent réactif) ou plus complexe, non linéaire, non déterministe. Par exemple l'agent peut choisir une action par rapport à ce qu'il perçoit de son environnement ou aux contraintes aussi bien externes qu'internes qui agissent sur lui. La notion de comportement généralise la notion de rationalité limitée très utilisée par les économistes, en définissant le comportement comme la capacité limitée de l'agent-objet à la fois à connaître son espace proche, mais aussi à se connaître lui-même, son passé récent, son présent, ses objectifs (futur lointain) et à utiliser cette connaissance limitée pour « décider » de son futur proche. *L'agent-objet est donc au centre d'un voisinage spatio-temporel limité à la fois vers l'extérieur et vers l'intérieur, entre son passé et son futur proches.* En effet, il s'étend dans l'espace depuis les limites extérieures de son environnement et descend jusqu'aux limites intérieures définies par ses composants terminaux (qui sont des boîtes noires). Son voisinage possède aussi une étendue temporelle qui va de son passé proche à son futur proche. Ce voisinage permet à l'objet de définir son identité et la dynamique de son comportement.

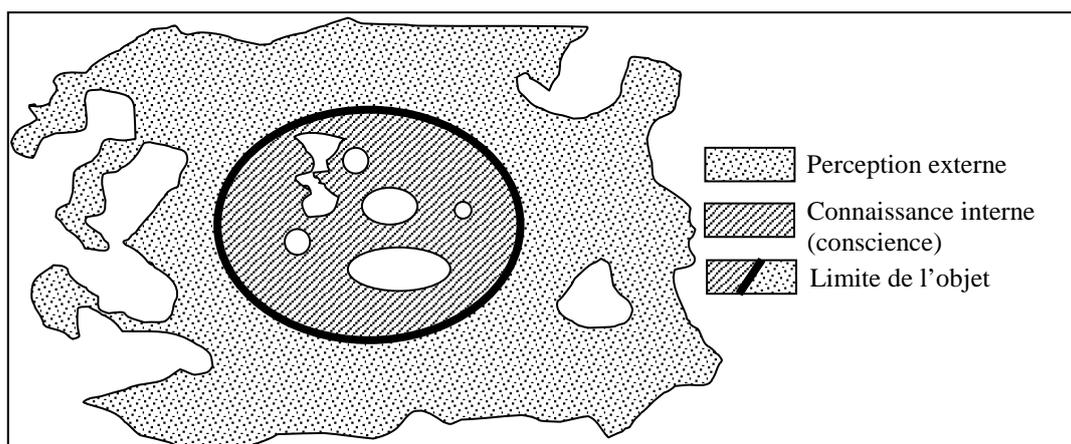


figure 80. Représentation de l'environnement interne et externe d'un objet

### 2.2.3 La dualité agent-organisation

L'objet géographique présente donc un aspect dual selon le point de vue sous lequel on l'observe. Dans sa globalité extérieure – qui lui confère une intégrité matérielle, spatiale,

temporelle et une identité comportementale – il sera appelé agent. Dans sa complexité intérieure il sera décrit comme un système ou une organisation (décrit plus loin, §2.3).

L'interface entre la vision agent et la vision organisation d'un même objet est spatialisé, c'est la limite géométrique entre l'extérieur et l'intérieur de l'objet, sa frontière ou sa membrane externe, lieu des échanges contrôlés, mais aussi lieu de séparation entre deux mondes, entre deux niveaux de description. L'interface est aussi le moyen de protéger l'intégrité de l'individu contre les agressions externes, mais elle est source de limitations diverses, aussi bien en termes de contraintes spatiales qu'en termes d'activités et de connaissance du monde extérieur. Depuis toujours l'homme a tenté d'agrandir son interface de contact avec le monde extérieur, cela se manifeste aussi bien à travers les outils qui agrandissent ou renforcent ses bras : de la lance du guerrier au missile de croisière, du marteau à la foreuse de tunnel, ou ses jambes : depuis les échasses, le bateau, l'automobile, l'avion et la fusée, qu'à travers ses moyens d'observation, du verre de lunette au télescope spatial, ou à travers ses extensions intellectuelles, depuis les tablettes d'argile, le livre, la machine à calculer, l'ordinateur et la toile internet. L'homme a plus de mal à « agrandir sa conscience vers l'intérieur », même si la médecine, la biologie, la psychanalyse ont fait des progrès sensibles dans ce sens.

En ce qui concerne la modélisation, nous considérerons aussi que l'agent de base, selon les circonstances, peut agrandir ses compétences selon le milieu dans lequel il se trouve, comme l'homme qui « s'entoure » d'une automobile lorsqu'il se déplace sur le réseau routier, puis agrandit ses bras ou son cerveau lorsqu'il prend en charge sa machine-outil ou son ordinateur une fois arrivé au travail. Ainsi, c'est à travers la notion d'organisation qui décrit « les conditions de vie » de l'agent dans un groupe ou dans un lieu que l'on va modéliser les différents comportements que l'agent peut (ou doit) acquérir en fonction du groupe ou du lieu dans lequel il est à un moment donné.

Les deux faces duales de l'objet sont indispensables à la description du monde vu comme un système complexe d'emboîtement de niveaux d'observation, où l'objet apparaît maintenant comme le médiateur de l'interaction à la fois entre les éléments de chaque niveau et entre les niveaux d'organisation du monde.

Prenons deux exemples. D'abord le modèle d'agent « humain ». L'homme possède d'une part une enveloppe externe munie d'organes d'acquisition (vue, toucher, etc.), capables d'observer le monde extérieur et d'organes de sortie (membres, voix) capables d'agir sur le monde, et d'autre part une enveloppe interne, plus abstraite, qui limite de manière très importante la conscience que nous avons de nous-mêmes. En effet, nos capacités de connaître à chaque instant l'état interne de nos milliards de cellules et d'agir directement sur elles sont extrêmement faibles. Parmi les millions de milliards de processus biologiques qui fonctionnent dans les cellules de notre corps, nous ne maîtrisons que quelques neurones de notre cortex qui nous permettent d'accéder à notre mémoire et de commander quelques actions. Pourtant c'est déjà beaucoup, et aucune machine n'est sur le point de l'égaliser. Nous ne comprenons pas comment se forme et se structure notre pensée, comment viennent nos idées et encore moins pourquoi nous en avons.

Comme second exemple, prenons un territoire, objet éminemment géographique, possédant une limite administrative clairement définie. Cette frontière délimite une portion de la surface terrestre, qui renferme des paysages, des ressources, des infrastructures, des populations, des sous-territoires (communes, parcelles...), etc. Lorsqu'on veut modéliser un tel territoire par un agent, on doit considérer son environnement extérieur, formé des territoires connexes de même niveau, ses voisins, on doit connaître aussi le domaine de niveau supérieur qui le contient et auquel il est assujéti (par exemple le territoire national si c'est une région).

Comme pour l'exemple précédent, on doit considérer les « limites » internes de ce territoire, qui dépend évidemment de la problématique sous laquelle on l'envisage. On doit définir un niveau de granularité des objets composant ce territoire (par exemple les cantons si le territoire est un département vu sous l'angle électoral, les parcelles forestières si le territoire est une forêt envisagée sous l'angle de sa gestion, les bâtiments et infrastructures publiques si c'est de l'aménagement). Ce niveau doit être pertinent relativement au point de vue que l'on a choisi. De plus, il peut être utile de prendre en compte les agents-particules plus mobiles (populations, marchandises, flux financiers, etc.) qui utilisent ces composants qui sont, pour certains, les véritables acteurs du système jouant un rôle essentiel dans la dynamique d'ensemble, car ce sont les médiateurs des interactions entre les composants internes du système.

#### 2.2.4 Formalisation de l'agent géographique

Tout agent  $a_i$  localisé dans un espace  $E$  peut se décrire par la structure générale suivante:

$a_i = (G_i, S_i, In_i, Out_i, O_i, M_i)$ , où :

$G_i \subset E$  : est la localisation géographique appelée encore support spatial de l'agent. Elle est formée d'un point de  $E$  au plus simple, ou d'un ensemble de points (une ligne, une surface, un volume) qui constituent son support spatial.

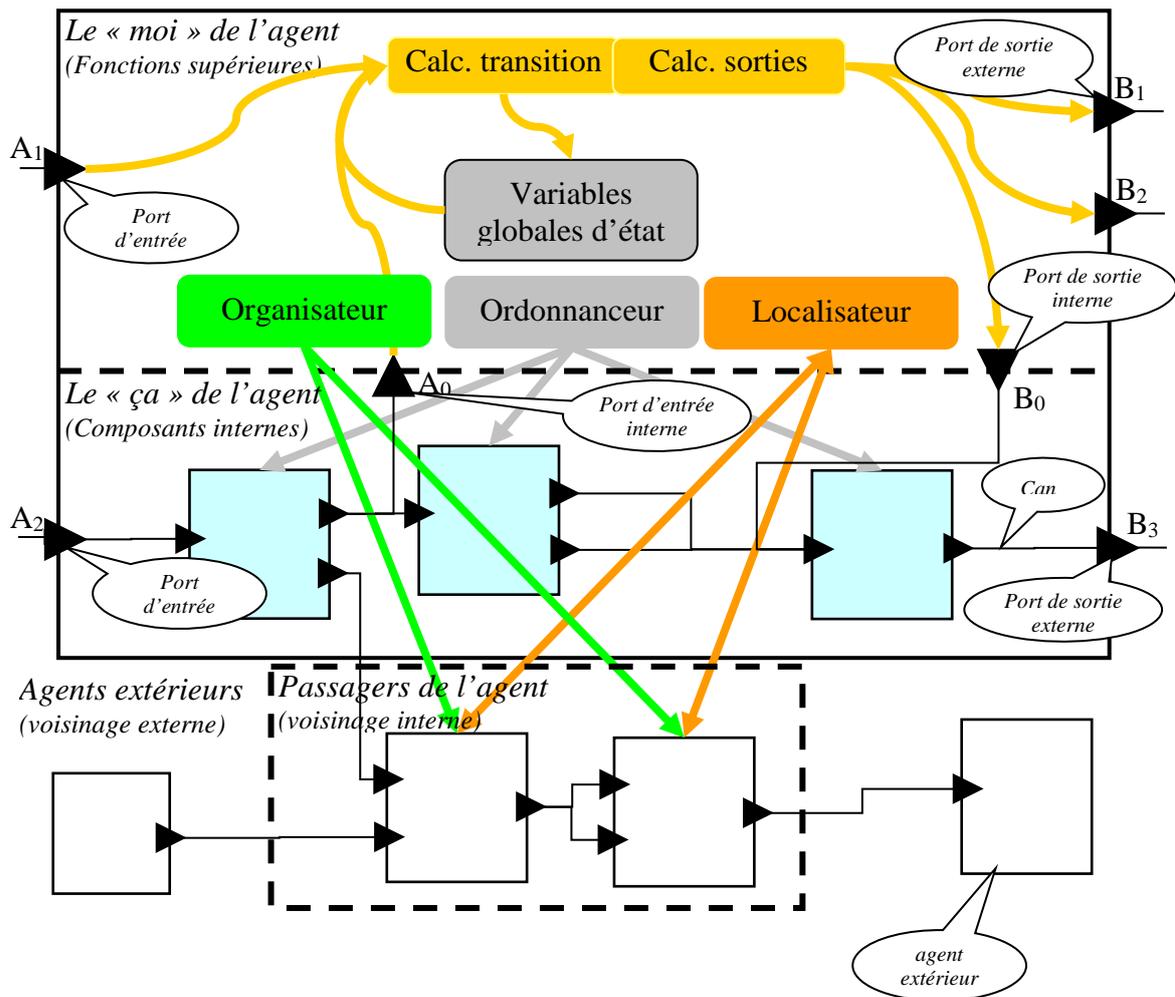
$S_i$  : Liste des variables d'état (se structurant informatiquement en attributs et propriétés). On peut imaginer la possibilité d'ajouter pour chaque variable d'état un niveau de droits d'accès par d'autres agents (qui peut être une alternative à l'utilisation l'encapsulation par des ports) : en lecture, en écriture, privé ou public. L'ensemble  $V_i$  des états possibles de l'agent  $a_i$ , est un ensemble formel, constitué de toutes les configurations de valeurs possibles pouvant être prises par les variables d'état de l'agent au cours du temps.

$In_i$  : ensemble des ports d'entrée de l'agent  $a_i$  assurant l'arrivée de données qui proviennent des ports de sortie des autres agents ( $L-\{a_i\}$ ) ou des intrants dans le système ( $In$ ). On peut distinguer des ports *externes* et *internes*. Un port est externe lorsqu'il communique avec un agent externe (incluant les passagers), il est interne lorsqu'il communique avec un de ses composants.  $A_i$  est ensemble formel de toutes des valeurs d'entrée possibles dans l'agent  $a_i$ ,

$Out_i$  : ensemble des ports de sortie de l'agent  $a_i$  assurant l'envoi de données vers les ports d'entrée des autres agents ( $L-\{a_i\}$ ) ou vers des extrants du système ( $Out$ ). Un port est dit *interne* s'il permet de communiquer avec un composant (donc interne) de  $a_i$ , sinon il est dit *externe*. De même, on peut avoir des ports de sortie externes et internes.  $B_i$  est l'ensemble formel de toutes les valeurs possibles de sortie de l'agent  $a_i$ ,

$O_i$  : la liste (vide si c'est un agent terminal) qui est composée des différentes organisations internes à l'agent (décrites plus loin).

$M_i$  : liste des mécanismes comportementaux de l'agent  $a_i$  qui se déclenchent selon les événements et produit son comportement effectif au cours d'un pas de temps par une nouvelle configuration de l'agent. Lorsque l'agent est un composant d'une organisation, la liste  $M_i$  s'adjoint des comportements additifs selon son statut ou sa position dans l'organisation (rôles pour une organisation sociale, opérateurs spatiaux pour une organisation spatiale).



**figure 81.** Schéma d'un modèle d'agent avec ses composants, ses passagers, ses ports d'entrée et de sortie, ses canaux, ses états, ses mécanismes, ses contrôleurs.

On distingue dans cette figure des ports externes (comme A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub>) et des ports internes (comme A<sub>0</sub> ou B<sub>0</sub>). Pour ne pas alourdir plus le schéma ci-dessus, nous n'avons pas mentionné le mécanisme de communication permettant de transférer les valeurs stockées dans les ports de sortie des agents, vers les ports d'entrée des agents qui leurs sont associés.

### **La double encapsulation de l'agent.**

La propriété d'**encapsulation** donne à l'agent à la fois une autonomie comportementale en interdisant que des agents extérieurs viennent directement consulter ou même agir sur son état interne, mais elle limite aussi l'agent dans sa connaissance des autres et de lui-même, à travers ce qu'il est capable d'observer dans son voisinage (ses entrées) ce qu'il retient consciemment dans sa mémoire (ses états) et ce qu'il fait (ses comportements). L'encapsulation est réalisée en définissant une interface explicite à l'agent. Lorsque l'agent est complexe, cette interface peut se composer en fait de deux enveloppes ou membranes l'une externe et l'autre interne, qui délimitent trois univers relatifs à l'agent :

- l'**extérieur** de l'agent constitué des agents situés dans son voisinage, plus précisément de son environnement (c'est-à-dire de son voisinage et des évènements venant de l'extérieur du système), on peut aussi mettre, dans une signification plus large du terme « extérieur », son environnement perceptible et tout ce qui est au delà qui est donc imperceptible.

- le « *moi* », constitue le niveau interne supérieur de l'agent : sa mémoire directement accessible (ses variables d'état), son comportement « conscient » (c'est-à-dire celui qu'il contrôle directement), ainsi que ses valeurs d'entrées (stimuli) et ses valeurs de sortie (résultant de ses actions). Nous verrons que le comportement de l'agent peut se décomposer en deux niveaux, les mécanismes comportementaux propres à l'agent (le « en moi », acquis à sa naissance) et ses comportements acquis socialement (en quelque sorte le « surmoi », pour rester dans la métaphore psychanalytique).

- le « *ça* » est l'intérieur profond de l'agent (l'inconscient profond dirait la psychanalyse...). Il n'existe que si l'agent est complexe. Le « *ça* » est constitué d'un système formé premièrement de différentes *organisations* (ou couches organisationnelles), deuxièmement comprend aussi des agents liés appelés *composants*, qui appartiennent chacun à une et une seule organisation du système, et troisièmement il contient des agents libres appelés *passagers*, qui ne peuvent pas sortir du système, mais qui y naissent, y meurent et se déplacent *sur* les différents composants des organisations du système. Un passager peut « appartenir à » — ou plus précisément être *positionné sur* — plusieurs organisations simultanément. La position peut être spatiale, c'est alors une localisation relative qui désigne le composant sur lequel il se trouve. Un composant qui peut recevoir des passagers localisés est appelé *localisateur* et fait partie d'une organisation spatiale. La position peut être aussi sociale, si le composant (ou groupe) fait partie d'une organisation sociale. On voit que le moi de l'agent n'a qu'une « conscience » très faible de ses composants internes, car il n'y accède que par l'intermédiaire de son enveloppe interne qui communique avec l'enveloppe externe de chaque composant, il n'en connaît donc pas l'état et ne maîtrise pas ses fonctions internes. Le moi de l'agent n'a pas forcément « conscience » non plus de ses passagers, qui ne communiquent pas nécessairement avec lui. Si un passager communique avec son agent hôte, ça ne peut être que par les entrées externe de l'agent, puisque le passager est *sur* et non pas *dans* l'agent, (sur sa surface, externe ou interne, comme des microbes sur les parois intestinales...)

La première enveloppe, dite *externe*, sépare le monde extérieur de l'intérieur de l'agent. Cette enveloppe se concrétise par des *ports d'entrée et de sortie externes*, qui permettent de communiquer avec les agents extérieurs, avec les variables externes du système, ainsi qu'avec les passagers de l'agent.

L'intérieur de l'agent est lui-même constitué de deux parties le « moi » et le « ça ». La deuxième enveloppe dite *interne* sépare alors le « moi » du « ça ». Cette enveloppe se concrétise par des *ports d'entrée et de sortie internes*, qui permettent de communiquer avec les composants de l'agent.

**Remarque.** Cette métaphore qui nous entraîne dans le champ psychanalytique n'est peut-être pas très propice à ancrer l'agent dans la sémantique géographique... En particulier, on pourrait croire qu'elle cherche à promouvoir un caractère fortement humain et cognitif à l'agent qui pourrait ainsi avoir des « états d'âme » et des refoulements... Telle n'est pas notre volonté. Ce vocabulaire doit donc rester provisoire en attendant mieux. Il fournit seulement un vocabulaire court, pratique et efficace, à condition de ne pas tomber dans le piège anthropomorphique. Après la métaphore du vivant qui a alimenté largement la théorie des systèmes distribués (cellules, comportement, perception, stimulus, mémoire, action, etc.) nous ne faisons que l'alimenter un peu plus...

Dans certains modèles très simples, on peut se passer de l'encapsulation qui alourdit la structure du modèle. Par exemple dans le jeu de la vie, une cellule communique directement son état aux voisins sans passer par des ports de sorties de la cellule qui communiquerait avec des ports d'entrée des cellules voisines, l'état est alors *public* (en lecture). Par contre,

l'encapsulation est intéressante dans la modélisation de systèmes complexes, car elle explicite ce qui sort et ce qui entre dans chaque agent, en externe comme en interne. Elle rend ainsi plus facile l'analyse et de développement des différentes parties d'un système et de son fonctionnement (c'est la propriété de modularité).

### ***Ordre d'exécution des tâches d'un agent***

Pour définir sa nouvelle configuration, l'agent  $a_i$ , doit effectuer dans un certain ordre les tâches principales de son comportement. Pour chaque type de tâche, plusieurs mécanismes comportementaux peuvent être utilisés. Un choix est alors fait après évaluation. On peut ainsi dégager presque toujours l'ordre suivant des tâches de l'agent, qui généralise l'ordre utilisé dans [BEN04]. Nous verrons que selon les modes d'exécution, cet ordre variera légèrement.

#### ***1) Calcul de sa localisation :***

S'il est mobile (et s'il doit se déplacer), il calcule sa nouvelle localisation en fonction de sa dynamique de déplacement et en interaction avec son localisateur. Cette opération modifie non seulement la localisation de l'agent, mais du même coup et sans rien faire, celle de tous ses composants et de tous ses passagers qui sont référencés relativement à cet agent, (mais attention aux coordonnées absolues, qui elles, devront être mises à jour).

#### ***2) Calcul de son voisinage***

Il peut ensuite calculer (s'il s'est déplacé), par le (ou les) opérateur(s) de voisinage, la liste de ses nouveaux voisins externes à connecter à ses ports d'entrée et celle pour ses ports de sortie. Cette opération peut éventuellement être effectuée par un comportement additif venant de l'organisation dans laquelle évolue le mobile.

#### ***3) Calcul de son fonctionnement interne***

Puis, si c'est un composé (c'est-à-dire un agent non terminal), il gère éventuellement (voir §2.4.4) l'ordonnancement de l'exécution de ses différentes organisations le composant, ce qui va modifier éventuellement ses valeurs d'entrée internes.

#### ***4) Calcul de ses sorties***

Il calcule ses valeurs de sortie en fonction de ses valeurs d'entrée et de son état actuel.

#### ***5) Calcul de son nouvel état***

Enfin, il calcule son nouvel état en fonction de ses valeurs d'entrée et de son état actuels.

#### ***6) Transfert des sorties vers les entrées***

Transfert des valeurs des sorties de l'agent vers les entrées associées. Cette opération peut être lancée, soit par l'agent lui-même en mode asynchrone, soit par l'ordonnanceur de l'organisation qui contient l'agent en mode synchrone.

## **2.3 Formalisation de la notion d'organisation**

### **2.3.1 Retour sur le concept d'organisation**

Nous avons déjà introduit cette notion dans le paragraphe 1.3 de la première partie. Nous allons ici préciser ce concept dans le cas d'une organisation d'agents. Nous avons vu qu'une organisation était beaucoup plus qu'un ensemble. En ce qui concerne une organisation d'agents, elle possède en général deux catégories d'agents : des *composants* et des *passagers*.

Comme nous l'avons évoqué dans le paragraphe précédent, les composants sont des agents structurels constitutifs de l'organisation, comme les murs de la maison, les fonctions régaliennes de l'état, les groupes sociaux d'une population ou les voies de circulation d'un réseau routier. On les appelle les *composants* (ou les *constituants* ou les *organes*) de

l'organisation. Les composants peuvent être homogènes ou hétérogènes (tous de même type ou de types différents). Les composants sont organisés selon une structuration dynamique (ordre, partition, hiérarchie, arbre, graphe topologique, etc.).

Une organisation (ou un ensemble d'organisations) peut posséder aussi des agents *passagers*, qui empruntent, utilisent l'organisation, éventuellement la font évoluer. Ce sont les habitants de la maison, les fonctionnaires de l'état, les individus appartenant à différents groupes sociaux, les véhicules sur le réseau routier, etc. Un passager occupe toujours une position (sociale ou spatiale) dans l'organisation, qui est celle du composant sur lequel il se trouve (son hôte). Ainsi on a toujours une relation d'emboîtement : Organisation  $\supset$  composants  $\supset$  passagers. Chaque type de composant offre à ses passagers des comportements additifs, permettant à chaque passager d'ajouter à ses comportements individuels, des comportements adaptés à son environnement spatial ou social, pour appliquer les règles et contraintes propres au composant et d'évoluer dans celui-ci. Chaque composant est de plus capable d'autoriser (ou refuser) l'arrivée, le départ, la création ou la suppression d'un nouvel agent comme passager. L'organisation est capable de gérer les communications et les interactions entre tous les agents de l'organisation, passagers ou composants. Elle est capable d'ordonner, de contrôler mais aussi peut-être de synthétiser leurs activités en son sein pour produire un comportement global répondant aux objectifs de l'agent global encapsulant l'organisation (le « père » ou l'agent-hôte de l'organisation).

Il se peut qu'un agent ne soit pas observable de l'intérieur, apparaissant comme une boîte noire agissante mais dont l'organisation interne est inconnue ou inexistante. Si de plus on ne veut pas individualiser les différentes instances de ce type d'agent (même si informatiquement ils sont individualisables), ils sont alors souvent nommés *particules*, ce sont des objets terminaux dans la mesure où ils correspondent à la fin de la récursion d'emboîtement agent-organisation. Un objet peut aussi ne pas être visible de l'extérieur. C'est alors le système tout entier, le modèle global, c'est l'agent-racine qui contient tous les autres.

### 2.3.2 Organisations sociales et organisations spatiales

Nous distinguerons deux catégories fondamentales d'organisations dans le modèle AOC, les organisations spatiales et les organisations sociales. Dans un modèle, elles ne sont pas exclusives, au contraire elles sont généralement présentes toutes les deux, les agents évoluent alors dans une organisation socio-spatiale.

Dans une *organisation sociale*, les composants capables d'accueillir des passagers peuvent être appelés *groupes* et les comportements additifs (ou externes) des *rôles* (pour utiliser le vocabulaire du modèle AGR décrit par J. Ferber [FER03], [FER98]). Le terme « social » doit être pris dans un sens abstrait, dégagé de tout anthropomorphisme. Il signifie qu'on considère un ensemble d'éléments (des humains, des objets matériels, des idées, etc.) différenciés, individualisés et organisés.

Un groupe est un ensemble (fixe ou non) d'individus, ayant des caractéristiques et des fonctions communes. Un individu peut appartenir à plusieurs groupes. Un *rôle* est un ensemble de règles comportementales qui correspond à une fonction particulière du groupe (par exemple, le rôle de chef dans une tribu), au sein d'une organisation sociale. L'agent acquiert donc un rôle de manière externe, alors qu'un *comportement* est une dynamique essentiellement interne, que l'agent possède indépendamment de sa position sociale ou spatiale. Par exemple une personne dans une voiture qui circule sur une route, est affectée du rôle d'automobiliste et doit en suivre les règles, celles-ci pouvant parfois entrer en conflit avec son comportement personnel. Tout

agent qui arrive dans un groupe va devoir endosser un rôle de ce groupe, c'est-à-dire un ensemble de règles comportementales qui lui sont imposées de l'extérieur par l'activité qui lui correspond. Comme un agent peut appartenir à plusieurs groupes, il peut donc posséder à certains moments plusieurs rôles en plus de son comportement interne, ce dernier pouvant éventuellement entrer en conflit avec ses rôles.

Par exemple Paul se rattache à la fois à son groupe familial, à son groupe d'amis, à ses collègues de travail, à sa corporation, aux amateurs de poker, etc. Mais un camion X se rattache aussi au groupe des camions de l'entreprise Y, au groupe des véhicules de plus de 30 tonnes, etc. Si les groupes sont souvent définis une fois pour toutes dans un modèle, les éléments (agents) de ces groupes sont appelés « passagers » car ils peuvent entrer ou sortir facilement de ces groupes. A chaque groupe on associe une liste des agents appartenant à ce groupe, ainsi qu'une liste de « compétences » ou « d'additifs comportementaux » (les rôles) formés d'attributs, de propriétés et de méthodes, que les agents arrivant dans l'organisation peuvent utiliser selon leur rôle. Chaque groupe de l'organisation possède aussi des règles d'action, d'interaction, de contrôles, de communication ou de coordination entre les agents munis de ces compétences. Elles ne dépendent pas de la localisation spatiale des agents, mais de leur « position sociale ». On peut aussi définir une *distance sociale*, par la distance séparant deux groupes sur le graphe de groupe. Dans le cas d'une structure hiérarchique des groupes, on peut définir la distance sociale entre deux individus par la métrique (ou l'ultra-métrique) induite par cette hiérarchie. Nous indiquerons plus loin différents types d'organisations sociales.

Dans une *organisation spatiale*, les composants sont des objets géographiques structurés géométriquement et topologiquement. S'ils sont capables de localiser d'autres objets localisés (les passagers), on les appelle des *localisateurs*. Les comportements additifs des localisateurs sont appelés parfois des *opérateurs spatiaux* et les passagers des *mobiles*, ou dans certaines conditions des *particules*. L'organisation spatiale est basée sur la localisation, la forme et les liens topologiques existants entre ses composants. Une organisation spatiale peut être par exemple, le découpage administratif d'un territoire (les communes d'un département), un réseau routier (formé de nœuds de connexion et de tronçons linéaires reliant ces nœuds), un semis ponctuel de villes, etc. Une organisation possède toujours un agent « parent », qui est son référent dans lequel tous les composants de l'organisation sont stockés. Normalement un composant possède un agent parent au plus. Néanmoins, on pourrait imaginer un composant possédant plusieurs parents, comme un composant frontière, véritable *nexus*<sup>30</sup> entre différents territoires. Ce type de structuration existe géométriquement (dans une couche zonale, un arc frontière est commun à deux zones) néanmoins ceci est à éviter au niveau des agents car cela génère des conflits dus aux contrôles multiples des différents pères sur un même composant.

Un agent n'est localisé que relativement à un localisateur qui lui fournit un moyen de localisation. Le localisateur universel implicite est l'espace  $E$  qui fournit à tout agent localisé une localisation absolue. Ensuite chaque type de localisateur fournit un moyen de localisation supplémentaire avec les méthodes et les contraintes qui lui sont propres.

Nous indiquerons plus loin la hiérarchie de classes de différentes organisations spatiales, mais d'une manière générale, une telle organisation se formalise de la même manière qu'une organisation sociale.

### 2.3.3 Formalisation.

Qu'elle soit sociale ou spatiale, une organisation  $O_i$ , peut être définie par la donnée de :

---

<sup>30</sup> Nexus, terme médical désignant la fusion localisée des feuillettes externes des membranes plasmiques entre deux cellules

$O_i = (IdOrg, TypeOrg, AParent, LTOnt, LTDesc, LMOrg, LCompAdd, GCompos)$ , où

$IdOrg$  est l'identificateur de l'organisation,

$TypeOrg$ , est le type d'organisation,

$AParent$ , l'agent hôte contenant directement l'instance  $O_i$  de l'organisation.

$LTOnt$ , la liste des références de tables descriptives de l'ontologie, définissant les différents types de catégories, de composants et de passagers et donnant les relations sémantiques entre catégories, composants et passagers. (Cette liste pourra être réduite, aux types de catégories, pour des organisations prédéfinies dans le système)

$LTDesc$ , la liste des références de tables contenant la géométrie (si elle est spatiale) et les contenus descriptifs des composants de l'organisation, qui permettra d'initialiser une instance de l'organisation.

$LMOrg$ , la liste des méthodes permettant à l'organisation de se gérer. (mécanismes d'ordonnancement de l'exécution des composants, des mécanismes d'interaction, régulation du trafic des passagers, etc.)

$LCompAdd$ , la liste, par composant, des comportements additifs destinés à être utilisés par les passagers de ces composants.

$GCompos$ , le graphe contenant la structuration des composants par catégories, construite à partir de l'ontologie entre catégories, composants et passagers ( $LTOnt$ ) et des tables descriptives ( $LTDesc$ ).

Selon le type d'organisation et l'instance, certaines de ces listes peuvent éventuellement être vides.

Rappelons que lorsqu'un composant est un localisateur ou un groupe, il mémorise les localisations de tous les passagers qui sont sur son « territoire »

Dans la mesure du possible, dans une plateforme de simulation, on pourra prédéfinir un certain nombre d'organisations sociales et spatiales typiques, il ne sera pas nécessaire de fournir l'ontologie complète de ces organisations, mais seulement d'associer les classes d'agents du modèle aux différentes entités abstraites de cette ontologie selon son type.

#### 2.3.4 Existence logique et existence physique des objets et des organisations.

En informatique on distingue nettement ce qui est une *déclaration* d'objet (ou de classe) d'une *instance* d'objet (d'une certaine classe). Une déclaration de classe définit les propriétés caractéristiques d'un ensemble d'objets, mais ces objets n'existent pas encore physiquement, ils n'ont qu'une existence logique ou formelle définie par leur structure. Pour faire exister un ou plusieurs objets de cette classe, il faut les instancier, c'est-à-dire leur donner une existence réelle dans l'ordinateur, par l'allocation d'un emplacement mémoire réservé, permettant de stocker le contenu informationnel des différents champs de cet objet. Après avoir existé un certain temps et rempli sa tâche, un objet peut être détruit, en libérant la mémoire qui contenait ses propres informations. Un objet peut se détruire lui-même, mais ne peut pas se créer lui-même, car il faudrait pour cela qu'il existe avant même d'exister...

Se pose de même le problème de l'organisation. Il faut bien distinguer la définition logique d'une organisation de sa réalisation. Par exemple, considérons une organisation de type famille. Elle est composée de différents groupes, qui peuvent être de différents types (famille restreinte (ou ménage), famille élargie, recomposée, etc.) et des agents de type « personne » pouvant

prendre certains rôles : père, mère, enfant (se déclinant éventuellement en fille ou fils), et munie de relations de parenté entre des individus ayant certains rôles: « x est le père de y », « u est le frère de v », etc. Certaines de ces relations vérifient certaines propriétés logiques et peuvent ainsi se déduire d'autres relations: par exemple :

**SI** ((x est le fils de y) **ET** (z est la fille de y)) **ALORS** ((x est le frère de z) **ET** (z est la sœur de x))

Ces rôles et ces relations ne préjugent pas de l'existence réelle d'une famille. Pour instancier une famille, il faut alors instancier des agents, leur donner un ou plusieurs rôles: Paul (rôle de père), Marie (rôle de mère), Johnny (rôle de fils et de père), Julie (rôle de fille) et définir des liens de parentés. Johnny est fils de Paul et Marie, Johnny est père de Julie, etc.

L'organisation est définie logiquement dans le modèle par ses groupes, ses rôles et ses relations à travers un graphe sémantique (ontologie informatique), qui reste invariant tout au long d'une simulation. L'organisation ne se réalise concrètement que lorsque des agents sont instanciés, endossent des rôles et établissent des liens concrets entre eux, qui peuvent varier en cours de simulation, tout en restant conformes aux règles de l'organisation.

### 2.3.5 Deux exemples d'organisation

Un réseau linéaire (par exemple routier) est constitué de deux catégories de composants spatiaux, les *nœuds* et les *tronçons*, construites sur une ontologie définissant les liens sémantiques entre ces catégories : elles peuvent être définies par la table des classes d'agents qui sont des nœuds, (par exemple, « place », « croisement », « rond-point », éventuellement aucune) la table des classes d'agents capables d'être des tronçons (comme « rue », « route », « autoroute », éventuellement aucune) et (éventuellement, si l'organisation n'est pas prédéfinie) un schéma définissant les liens entre les nœuds et les tronçons (un tronçon possède un et un seul nœud initial, et un et un seul nœud final). On devra ensuite préciser les comportements additifs associés aux nœuds et aux tronçons. On disposera dans le graphe *GCompos* de la liste des instances d'agent qui sont des nœuds, de celle qui sont des tronçons et avec quels nœuds ils sont reliés. Si les nœuds ou les tronçons sont des localisateurs de véhicules, chaque agent-nœud et chaque agent-tronçon contient la liste des véhicules présents à chaque instant en son sein et chaque passager (ici un véhicule) contient une localisation sur le réseau, c'est-à-dire une référence de son localisateur. Ainsi, lors d'un déplacement, l'interaction peut s'effectuer rapidement entre les trois acteurs concernés: le passager, le lieu de départ et le lieu d'arrivée.

Pour modéliser une organisation sociale ne prenant en compte que la notion de famille restreinte, ou de ménage, le modèle ne contiendra qu'une seule catégorie de groupe : le *ménage*. La population est alors structurée en différents ménages, contenant soit un adulte célibataire (ou veuf), soit un couple de parents et leurs enfants éventuels à charge. Les ménages évoluent au cours du temps, puisqu'un enfant naît puis devient un jour parent, il sort alors du ménage de ses parents pour fonder son propre ménage. Le fait que les familles se recomposent complique la situation car si les parents sont séparés, un enfant peut « osciller » entre deux ménages, ayant une mère dans un ménage et un père dans un autre (néanmoins on doit supposer qu'à un instant donné, il n'est à la charge que d'un seul parent si ceux-ci sont dans des ménages différents). Les participants à un ménage adoptent un rôle unique au sein du ménage : célibataire, père, mère, fils ou fille (ou célibataire, parent, enfant si l'on ne tient pas compte du sexe), en supposant que le rôle de parent soit le même vis-à-vis des enfants issus du couple qu'envers ceux issus d'une autre union.

La formalisation de cette organisation sociale est réduite à une seule catégorie de groupe social : le *ménage*. La liste *LTDesc* des références de tables descriptives de l'organisation pourrait contenir (par exemple) la table RP de la relation parentale décrivant

chaque individu: RP(nom de l'individu, son sexe, son père, sa mère, son père est-il à charge, sa mère est-elle à charge). Et la table RC de la relation de couple RC(conjoint, conjointe). Ces deux tables relationnelles permettant de construire l'ensemble des ménages, sachant qu'un ménage est alors, soit un individu qui n'est pas en couple et qui n'est pas à charge de ses parents, soit un couple avec éventuellement les enfants qui sont à leur charge (du père, de la mère ou des deux), sachant qu'on doit avoir les contraintes d'intégrité suivantes : 1) un individu qui est en couple est supposé ne plus être à la charge de ses parents. 2) à un instant donné, un individu n'est à la charge au plus, que d'un seul parent si ceux-ci sont dans des ménages différents. Dans ces conditions l'organisation en ménages est à chaque instant, une partition de la population. Chaque agent ménage contient la liste des différents individus le composant.

*L'interaction socio-spatiale* consiste à impliquer des agents à la fois dans une ou plusieurs organisations sociales et dans une ou plusieurs organisations spatiales. Par exemple, une population urbaine formée d'agents (hommes et femmes) qui naissent, grandissent, vieillissent et meurent, font partie d'une ville qui comprend deux organisations spatiales : une couche de bâti (surfacique), comprenant des lieux d'habitations, de travail, et de services et un réseau routier (linéaire), formé de nœuds et de tronçons, sur lequel ces agents circulent (en tant que passagers). Ces agents appartiennent aussi à diverses organisations sociales, par exemple l'une formant des ménages, et l'autre des activités. Pour le réseau, les *agents-localisateurs* que sont les tronçons et les nœuds possèdent des « additifs comportementaux » destinés aux agents humains qui vont emprunter ce réseau. Ces additifs comportementaux représentent à la fois les engins de circulation qui augmentent les capacités comportementales des individus (piéton, vélo, moto, auto, etc.) leur dictant les lois de la circulation, les méthodes de localisation et de déplacement sur le réseau : comment se croiser à un carrefour, comment prendre un virage sur un tronçon, coordination du trafic, contraintes d'encombrement, etc. Ainsi, différents agents sociaux localisés (habitants) ayant une appartenance multiple et variable à divers groupes sociaux et spatiaux, interagissent entre eux et avec les agents spatiaux, rues, maisons, entreprises, etc.

### 2.3.6 Organisations spatiales prédéfinies

Une organisation est un ensemble d'agents structurés soit par des relations sociales, soit par des relations spatiales (topologie). Un agent libre, (c'est-à-dire n'étant composant structurel d'aucune organisation), peut être référencé comme passager dans plusieurs organisations. Ainsi il peut avoir plusieurs positions sociales (rôles) et/ou plusieurs localisations dans des localisateurs géographiques (localisation absolue dans l'espace E, localisation sur une route, dans une commune, un département, etc.) et ces positions ou localisations peuvent changer en cours de simulation, du fait de sa mobilité.

En ce qui concerne les organisations spatiales les plus fréquentes, elles seront prédéfinies dans la plateforme. Mais toutes les autres, celles qui sont particulières à un modèle, devront pouvoir être définies aussi. Ces organisations prédéfinies sont issues des couches d'informations d'objets géographiques que l'on rencontre dans les SIG. Elles sont composées souvent de plusieurs catégories d'objets. Pour chaque catégorie, on devra choisir ou non d'associer des agents permettant ainsi de spécifier une dynamique d'évolution et d'interaction de ces objets.

Malgré le nombre assez important de types d'organisations spatiales, elles reposent sur très peu de structures différentes de couches d'objets, on peut citer les modèles de maillage régulier dans lesquels les formes, les localisations comme les voisinages sont tous générés par algorithmes à partir de très peu de données enregistrées et le modèle vecteur-topologique (décrit dans la partie 1, §3.3.5) dans lequel toutes les informations (formes des mailles, localisation et

relations de voisinages entre composants nœuds, arcs, faces), sont mémorisées dans une structure de données.

On peut catégoriser ces différents types d'organisations spatiales par rapport à plusieurs critères :

- le type de structure géo-topologique. On peut distinguer au moins trois catégories de types, qui correspondent à des structures de données SIG fondamentalement différentes : structures régulières, structures irrégulières non topologiques, structures irrégulières topologiques. Les structures régulières reposent sur très peu de données dans la mesure où la régularité géométrique permet de reconstituer l'information par un algorithme de type « raster ». Par exemple, un carroyage, pour être construit en mémoire ou affiché, ne nécessite que la donnée d'un point origine des localisations, d'une taille de carreau, d'un nombre de lignes et de colonnes. A partir de ces informations, et de la liste des valeurs associées aux carreaux, un algorithme très simple permet de générer les coordonnées des différents sommets du carroyage et de leur associer sa valeur ;

- la dimension de l'espace 2D, 3D, qui donne le nombre de coordonnées des points ;

- la manière dont les composants sont agencés dans l'espace (selon un principe régulier pouvant être décrit par un algorithme simple, ou irrégulier où chaque objet doit être décrit individuellement) ;

- le type de voisinage, lui-même induit par la métrique définie sur l'espace :

- o voisinages de contiguïté d'ordre  $n$ , ce sont les voisins situés à distance  $n$  sur le graphe de contiguïté ;
- o voisinages métriques, ce sont les voisins situés à une certaine distance  $x$  maximale du centroïde de l'objet et selon un certain critère d'appartenance au voisinage ;
- o distance au centre (un objet appartient au voisinage si son centroïde appartient au disque de rayon  $x$ ) ;
- o distance de contenance (un objet appartient au voisinage si tous ses points appartiennent au disque de rayon  $x$ ) ;
- o distance d'empiètement (un objet appartient au voisinage si au moins un de ses points appartient au disque de rayons  $x$ ).

Notons que nous ne décrivons pas ici les passagers, mais les composants structurels de l'organisation. Chaque agent-composant peut ensuite accueillir des passagers, si c'est un localisateur.

Nous décrivons dans le schéma suivant, les différents types, mais aussi les paramètres et caractéristiques qui permettent de définir une organisation spatiale.

### Organisations spatiales

**Choix du type:** (présentés ici en trois catégories)

**Regulières:** modèle algorithmique, type raster GRID avec une table de données codée avec un entier ou un réel, type SpaCelle  
(restrictions : coordonnées uniquement en 2D)

- 1 : triangles équilatéraux,
- 2 : carrés,
- 3 : rectangles,
- 4 : hexagones

**Irregulières non topologiques :** modèle spaghetti

- 5 : Points : Liste de points indépendants
- 6 : Lignes : Liste de lignes polygonales ouvertes indépendantes
- 7 : Surfaces : Liste de lignes polygonales fermées non croisées

indépendantes (deux zones peuvent s'intersecter)

8 : Zonage non topologique : liste de lignes polygonales fermées non croisées mais jointives entre elles (deux zones contigües ont des sommets distincts, mais leurs coordonnées sont égales)

**Irregulières topologiques** : basé sur le modèle RZ vecteur-topologique

9 : Réseau linéaire topologique (formé de nœuds et de tronçons)

10 : Triangulations (TIN)

11 : Triangulation Delaunay (critère d'optimisation)

12 : Carroyages irréguliers

13 : Hexagonages irréguliers

14 : Maillages de faces polygonales simples (chaque face est limitée par un polygone à un seul bord non croisé, donc face connexe et sans trou)

15 : Maillage choroplèthe (chaque face est limitée par un polygone généralisé à plusieurs bords non croisés, donc les faces peuvent être en plusieurs parties connexes et avec des trous)

16 : Maillage isoplèthe (systèmes de bandes emboîtées limitées par des isolignes, pouvant contenir des points qui correspondent à des minima ou des maxima locaux)

**Sélection des types de composants associés à une classe d'agents :**

(choix multiple possible, selon les éléments disponibles)

Sommets, Centroides de faces, Côtés, Faces

**Choix de la dimension des coordonnées :**

2D, 3D

**Choix de la métrique :**

$d_c$  : la distance de contigüité est relative à un graphe, c'est le nombre d'arcs minimum entre deux sommets du graphe. Ce peut être la distance entre les sommets d'un graphe, ou la distance entre faces, relativement au graphe dual.

$d_R$  : la distance (curviligne) de déplacement sur un réseau linéaire topologique, c'est la longueur minimale entre deux points quelconques du réseau.

$d_1$  : distance (à vol d'oiseau) de type manhattan

$d_2$  : distance euclidienne (à vol d'oiseau)

$d_x$  : distance du max (à vol d'oiseau)

**Choix de l'opérateur de voisinage :**

- par englobement
- par empiètement
- de centre à centre

Avec la combinatoire des différents choix, cela donne un nombre théorique maximum de  $16 \times 4 \times 2 \times 3 = 384$  organisations possibles, mais pratiquement, plusieurs combinaisons de paramètres sont interdites (par exemple, on ne peut choisir le 3D pour une organisation raster (régulière), et l'on ne peut choisir les « faces » comme type de composant, pour des organisations qui n'en contiennent pas (Points, lignes, réseau topologique), etc.

La définition d'une organisation spatiale par l'utilisateur de la plateforme, devra se faire dans un langage spécialisé, dont la syntaxe pourra permettre de notifier les différents paramètres de définition d'une organisation. De plus, ceci devra permettre de fixer (ou de choisir dans une liste), les différentes classes d'agents associées aux différents composants, de définir les comportements additifs et les types de passagers qui peuvent se localiser dans ces composants.

L'étude des organisations spatiales peut donner lieu à diverses implémentations comme des hiérarchies d'objets ou des schémas XML. Notons dans ce sens les travaux de normalisation

(ISO 19136) et notamment le langage GML (Géographic Markup language) qui fait partie d'une famille d'une quarantaine de normes relatives à l'information géographique, gérée par le groupe TC 211 de l'ISO. La plupart d'entre elles se présentent sous forme de spécification xml-schéma.

### 2.3.7 Organisations sociales prédéfinies

Deux types d'organisations sociales de base semblent fréquentes, la partition et la hiérarchie. Néanmoins, la grande diversité des structures sociales susceptibles d'être utilisées dans un modèle géographique nous font penser que la définition d'une telle organisation passe le plus souvent par une description complète des relations et règles qui la constituent, à travers une ontologie informatique.

La partition : rappelons qu'une partition d'un ensemble  $E$  est une famille  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  de parties de  $E$  telles que deux parties distinctes quelconques  $A_i$  et  $A_j$  sont toujours disjointes ( $A_i \cap A_j = \emptyset$ ) et que la réunion des parties donne  $E$  tout entier ( $\bigcup_{i=1, \dots, n} A_i = E$ ). Une partition peut

aussi être définie par une relation d'équivalence portant sur les éléments de  $E$ , les éléments de la partition sont alors les classes d'équivalence de cette relation. Par exemple, une relation d'égalité d'un attribut descriptif à différentes valeurs qualitatives (catégories sociales) est un exemple classique de partitionnement en classes, mais comme nous l'avons vu dans l'exemple des ménages (§ 2.4.5), la constitution d'une partition n'est pas toujours aussi simple.

La hiérarchie : est aussi une organisation sociale fréquente, où deux parties distinctes quelconques  $A_i$  et  $A_j$  sont soit disjointes ( $A_i \cap A_j = \emptyset$ ), soit l'une est emboîtée dans l'autre ( $A_i \subset A_j$ , soit  $A_j \subset A_i$ ). Cette organisation est fréquente dans le monde de l'entreprise ou des administrations, par la division en services, eux-mêmes divisés en sous-services, etc. D'une manière générale, toute ontologie de type taxonomie est génératrice d'une hiérarchie.

## 2.4 La formalisation du comportement

Le comportement effectif d'un agent résulte de l'exécution de différentes fonctions ou procédures, disons mécanismes comportementaux, qu'il possède structurellement ou qu'il acquiert en se confrontant à la société ou à son environnement. Le comportement qui émane de l'individu sera formalisé par les mécanismes comportementaux propres de l'agent et ceux qui émanent de la société et de l'environnement seront formalisés par les comportements additifs spécifiques à une organisation. Il existe une grande variété de comportements. Les plus simples sont les comportements purement réactifs, qui se modélisent par des mécanismes de type fonctionnel (au sens mathématique du terme, c'est-à-dire que pour une valeur d'entrée donnée, le mécanisme fournit toujours le même résultat). Ce type de mécanisme produit un comportement purement déterministe de l'agent. Le futur se construit alors de manière fonctionnelle par continuité avec le passé, tel le camion lancé sur la route droite (et sans obstacles) qui poursuit sa route future, dans le même sens et la même direction que le passé, selon les lois de l'inertie.

Mais le plus souvent, et en particulier en géographie humaine, le comportement des agents est non déterministe. Les algorithmes utilisent alors des méthodes de tirage aléatoire, dites de *Monte-Carlo*<sup>31</sup> selon une loi de probabilité donnée. Le caractère aléatoire peut intervenir dans une décision entre plusieurs choix ou dans la fixation d'une grandeur. Par exemple, un agent peut évaluer la pertinence de diverses actions devant une situation donnée. Si une des actions

---

<sup>31</sup> La méthode de Monte-Carlo consiste à simuler le tirage de nombres au hasard comme au jeu de la roulette. Elles sont basées sur la génération de nombres pseudo-aléatoires, appelés ainsi car ils sont générés par des méthodes de calcul purement déterministes mais fournissent des séries de nombres distribués selon une loi de probabilité uniforme.

possibles est nettement plus pertinente que les autres, la décision est simple, c'est celle-ci qui est exécutée. Mais la fonction d'évaluation peut être peu précise ou peu discriminante. Plusieurs actions (voire toutes) peuvent ainsi arriver à égalité de pertinence. Dans ce cas un tirage aléatoire selon une loi uniforme, parmi les ex-æquo permettra de choisir l'action qui sera finalement exécutée. Si l'algorithme prenait toujours le premier venu en cas d'égalité, le comportement resterait déterministe et ferait apparaître un biais dans le fonctionnement. Concernant la fixation d'une valeur, prenons par exemple l'intensité d'une action en réponse à un stimulus. Concernant les être vivants, cette réponse est rarement totalement déterministe, elle présente une certaine latitude de valeurs autour d'une valeur moyenne. Plutôt que de modéliser cette réponse de manière déterministe, on utilise alors un tirage au sort à partir d'une loi de probabilité gaussienne de moyenne  $m$  et d'écart-type  $\sigma$ . Ainsi les tirages aléatoires permettent de simuler des comportements qui ne sont plus tout à fait fonctionnels, ni totalement erratiques, mais reflètent une certaine logique d'action, tout en préservant des degrés de liberté plus ou moins grands. Cette caractéristique est le propre des comportements complexes, que l'on rencontre dans la vie réelle.

Dans une approche à temps discret que nous utiliserons ici, où à chaque pas de temps les entrées de tous les agents sont alimentées, le cadre général de tout comportement élémentaire se formalise par un triplet : évaluation-décision-action, que nous avons déjà décrit (partie 2, §1.1.2). Par contre, dans un contexte à événements discrets, que nous ne développerons pas ici, il faudrait utiliser un schéma plus complexe du type : événement-acquisition-évaluation-décision-action, l'action étant porteuse elle-même, si elle a lieu, d'un nouvel événement.

Remarquons que lorsque l'état de l'agent propose plusieurs actions possibles ( $a_1, a_2, \dots, a_n$ ), celles-ci sont d'abord toutes évaluées dans le but de choisir la plus pertinente qui seule, sera exécutée. Cette évaluation ( $q_1, q_2, \dots, q_n$ ) dépend évidemment de l'état de l'agent, mais surtout de la manière dont il perçoit son environnement aussi bien externe qu'interne.

Donnons quelques précisions sur les trois termes du triptyque évaluation-décision-action :

### 2.4.1 L'évaluation

L'évaluation est une procédure de calcul dont le résultat est une valeur quantitative  $q$  (appelée pertinence) calculée à un instant donné par l'agent à partir de ses entrées (externes, internes) et relativement à une action possible. Ce calcul n'a qu'un seul résultat possible si l'agent est déterministe et ne peut agir que d'une seule manière. Dans le cas d'un comportement complexe, plusieurs actions sont envisageables à partir d'une configuration donnée de l'agent (état interne + valeurs en entrées). Par exemple, si l'on imagine un agent jouant aux échecs (contre un autre), à partir de l'état de l'échiquier, plusieurs déplacements de pièces sont envisageables au coup suivant. Chaque déplacement  $i$  possède une certaine pertinence  $q_i$  qui résulte de l'évaluation du jeu sous l'hypothèse de ce déplacement. L'action effectuée sera choisie parmi les actions possibles qui réalisent la pertinence maximale. Les actions possibles (écrites sous forme de règles dans SpaCelle), ne dépendent que de l'état interne de l'agent, mais ce dernier dépend lui-même, de son état précédent, de ses entrées et du temps. En particulier, il est fréquent en géographie, de faire dépendre le comportement de l'agent, d'un rythme ou d'un enchaînement d'activité (décrit par un schéma d'activités), qui provoque des changements de l'état interne de l'agent, selon le temps ou le délai d'achèvement de telle activité.

### 2.4.2 La décision

La décision résulte des pertinences des diverses actions possibles. C'est une procédure qui consiste à faire le choix d'une action parmi plusieurs possibles. Le choix est déterministe si une seule pertinence est maximale, sinon un tirage aléatoire est fait parmi les actions de pertinences maximales.

La fonction de choix, à partir de la liste des évaluations associées à chaque identifiant d'action, renvoie l'identifiant de l'action ainsi sélectionnée :

```

Fonction Choix (ListeEval :TListe) : entier ;
Début
  QMax :=-1 ;
  ListeMax :=TListe.creer ;
  Pour tout q de ListeEval faire
    Si q.val>=QMax alors
      QMax := q.val
    sinon
      ListeMax.Add(q)
    finSinon
  finPour ;
  si ListeMax.compte =1 alors
    Choix := ListeMax[0].Id
  Sinon
    k := Random(ListeMax.compte); //choisit un nbr entre 0 et ListeMax.compte-1
    Choix := ListeMax[k].Id
fin

```

### 2.4.3 L'action

L'action est engendrée par l'appel à un sous-programme modélisant cette action (fonction ou procédure) qui exécute un changement d'état et/ou des sorties de l'agent.

Des actions complémentaires comme la mémorisation et la restitution de faits ou d'expériences permettant de faire des évaluations comparées entre faits présents et passés, peuvent aussi accompagner ce triptyque et donner des fonctionnalités plus cognitives et adaptatives aux agents. Mais dans un contexte de modélisation géographique on se trouve rarement dans la nécessité de décrire les agents avec de fortes capacités cognitives. On préfère souvent définir des agents aux comportements assez simples, l'intérêt du modèle (ses capacités d'émergence explicatives) venant du nombre d'agents en interaction ou de la complexité organisationnelle.

L'action de certains agents (médiateurs) peut produire de l'interaction, c'est-à-dire des actions simultanées entre d'autres agents, qui sont les partenaires de cette interaction.

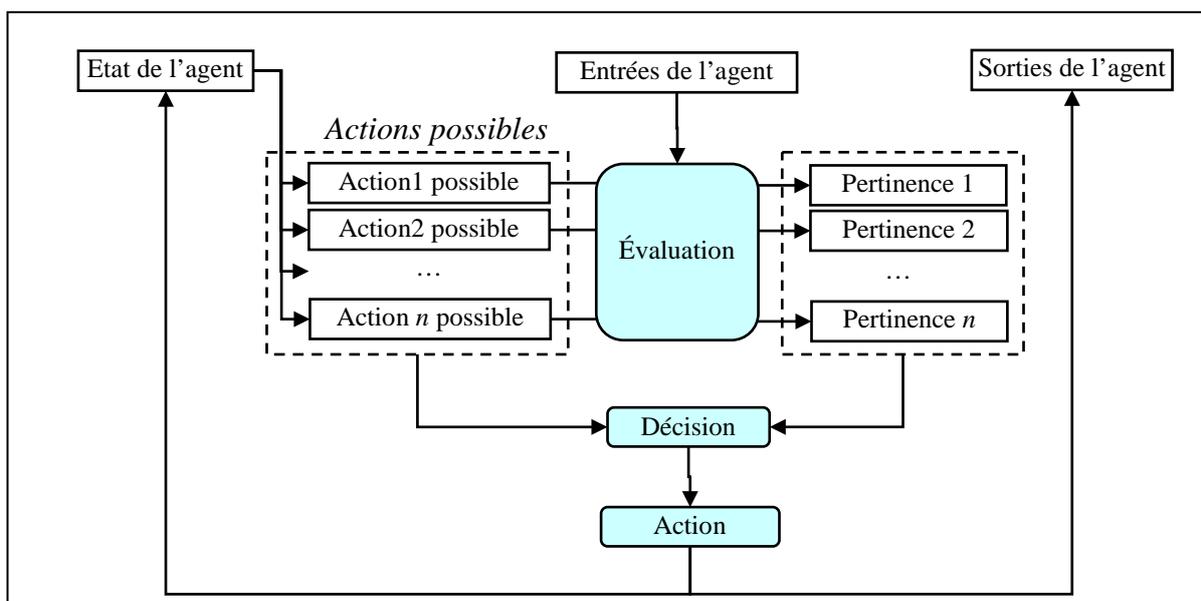


figure 82. Schéma général de comportement élémentaire : (évaluation, décision, action)

#### 2.4.4 Formalisation d'un comportement élémentaire

Pour généraliser le principe de fonctionnement de SpaCelle, on peut garder l'idée que les différents mécanismes comportementaux d'un agent  $a$ , sont regroupés par rapport à une variable d'état qualitative  $s$  qui peut prendre les états  $(s_1, s_2, \dots, s_n)$  qu'on pourrait appeler « états comportementaux » possibles de l'agent. Par exemple, ils peuvent être associés à différents moments de la journée de l'agent, moments qui sont éventuellement structurés dans un graphe d'activités. Autre exemple, si le comportement concerne un mécanisme de déplacement d'un mobile, ces états peuvent représenter différentes stratégies de déplacement comme (déplacement aléatoire, déplacement selon trajet mémorisé, déplacement de fuite devant un danger, etc.).

On associe donc à tout état comportemental  $s_k$  une liste de règles  $LR_k$ . Chaque règle  $r$  de  $LR_k$  étant définie par un couple évaluation-action, noté  $r = (f, g)$ , où  $f$  est une fonction d'évaluation qui prend en entrée : les valeurs d'entrée des différents ports (appartenant à  $A$ ) et l'état interne de l'agent (appartenant à  $V$ ) et qui renvoie une valeur de pertinence  $q$  de l'action à exécuter, cette valeur appartient à un intervalle  $I$  des réels. En général on prend  $I = [0..1]$ . Ainsi, l'évaluation est une fonction de la forme  $f : A \times V \rightarrow I$ . Le mécanisme d'action est de la forme  $g : A \times V \times I \rightarrow B \times V$ . Ce mécanisme peut dépendre des valeurs d'entrée dans l'agent (dans  $A$ ), de son état (dans  $V$ ), mais éventuellement aussi de l'évaluation  $q$  (dans  $I$ ) qui a déjà été calculée par  $f$  ce qui évite souvent d'exploiter à nouveau les entrées de l'agent.

Le mécanisme  $g$  de l'action élémentaire à effectuer, qu'il soit social (rôle) ou individuel, peut se définir en fonction de la catégorie de tâche dans lequel il se situe, que nous avons définies en §2.3.2 : tâche de déplacement-localisation, de construction du voisinage, de fonctionnement interne, de sorties, de calcul d'état interne, ou de transfert.

##### 1) Mécanismes de déplacement-localisation

Le déplacement d'un mobile (au cours d'un pas de temps) est une interaction binaire entre un lieu de départ et un lieu d'arrivée. Les mécanismes de déplacement d'un agent mobile sont toujours associés à une organisation (en tant que comportement additif ou rôle) dont les composants sont des localisateurs (ou groupes). Ces mécanismes mettent en jeu trois entités. Le mobile et le lieu de départ qui sont donnés et le lieu d'arrivée est le résultat, mais en fait, au cours du déplacement, l'état des trois entités va être modifié : le lieu de départ qui perd la localisation du mobile, le lieu d'arrivée qui le gagne et le mobile qui a changé de localisation et qui doit donc reconstruire son environnement. Il se peut aussi que le composant de départ et celui d'arrivée soient les mêmes, mais ça ne change pas le principe général.

Pour préciser ceci par un exemple, considérons une organisation spatiale de type réseau (par exemple le réseau routier d'une ville), contenant des nœuds (croisements, places, ronds-points, etc.) et des tronçons (rues, boulevards, etc.). Ce réseau est capable d'accueillir des agents mobiles (voitures, vélos, bus, etc.), par l'intermédiaire de ses composants qui sont des localisateurs. En fait, on peut imaginer que derrière ces véhicules divers, ce sont toujours des agents humains qui se déplacent. On peut imaginer que le rôle de conducteur de voiture affecté à une personne qui veut circuler d'un point à un autre du réseau, se trouve automatiquement associé à une « extension corporelle » que constitue la voiture qu'il utilise. Dans la plateforme de modélisation, cette extension corporelle correspond à un ensemble de comportements additifs qu'acquiert l'individu en entrant sur le réseau, regroupés par exemple sous le nom « voiture ». Le comportement « voiture » sera présent dans les composants de type nœuds comme dans ceux de type tronçons, mais ils peuvent être assez différents l'un de l'autre. En effet, arrivé à un nœud par un tronçon donné, l'automobiliste doit faire un choix, car plusieurs directions s'offrent à lui. De plus, il va croiser d'autres véhicules qu'il devra éviter. Sur un

tronçon, il doit suivre sa voie de circulation en s'adaptant à la forme et à la longueur du tracé de cette voie, et en restant à distance des autres véhicules.

Un composant spatial possède une géométrie et des attributs descriptifs, qui proviennent en général d'un SIG. Mais il doit contenir en plus des données et des mécanismes propres à son statut de localisateur, permettant au moins la localisation et le déplacement de ses passagers. Ainsi, un tronçon contient une géométrie (ligne polygonale) et des attributs descriptifs comme la vitesse maximale autorisée, une longueur totale et un angle qui indique la direction générale pour atteindre l'autre nœud, une liste de voies de circulation et pour chaque voie la largeur et le sens de circulation, etc. Il peut comporter aussi une liste de mobiliers urbains localisés sur le tronçon, comme des feux de circulation, des panneaux de limitations... En plus de ces données constitutives, le tronçon doit contenir en tant que localisateur, la liste des véhicules localisés pour chaque voie. Pour chaque véhicule, sa position relative sur le tronçon, sa longueur, sa vitesse, son agent-conducteur et la liste de ses agents-passagers, etc. Ces données vont permettre aux véhicules du tronçon de connaître (en plus de leur localisation absolue  $(x, y)$  dans l'espace), leur localisation relative  $l$  sur le tronçon, qui est son abscisse curviligne relative à l'origine du tronçon. Chaque véhicule déduit aussi, à partir de la liste ordonnée des véhicules, celui qui est juste devant lui et peut en déduire la distance qui le sépare de lui et régler sa vitesse pour ne pas entrer en collision. Le véhicule doit aussi, connaissant sa localisation relative  $l$  comparer celle-ci avec les positions des mobiliers urbains pour tenir compte des informations sur la conduite à tenir : s'arrêter au feu rouge, ralentir, etc.

Un nœud contient sa géométrie (au moins un point) et la liste des tronçons (en ordre polaire) qui sont connectés à lui (voir réseau topologique, §3.3.6 partie 1). Il peut aussi posséder pour chacun des départs de tronçons, des pancartes signalant des directions de sorties de la ville ou des lieux publics (parkings, mairie, centre commercial, etc.). Ainsi, un véhicule arrivé sur le nœud peut lire les pancartes. Si c'est la première fois qu'il emprunte ce trajet, il peut utiliser ces informations pour se diriger et les mémoriser. Il peut aussi contenir des procédures de choix du tronçon à prendre par rapport à l'objectif qu'il cherche à atteindre (point d'arrivée). Par exemple, selon une stratégie locale de déplacement (simple, mais pas forcément optimale), il peut choisir le tronçon dont la direction se rapproche le plus de celle du point d'arrivée, ou bien, si c'est un trajet courant, ou s'il a calculé et mémorisé son trajet suite à une stratégie globale d'optimisation (algorithme de plus court chemin par exemple), il choisit le tronçon qui correspond à celui de la liste qu'il a mémorisé, etc.

Bien d'autres techniques de cheminement dans le réseau peuvent ainsi être associées aux différents composants, à l'usage des véhicules qui l'empruntent, voir par exemple [LEU06]. Mais, à titre indicatif, montrons comment pourrait se déclarer (pour plus de clarté, nous utilisons ici une syntaxe francisée non standardisée) un comportement additif de déplacement sur un réseau :

```
Organisation Ville ComposéDe (rue, boulevard, place) PassagerementDe
(voiture, piéton) Hote AgentVille type ResVectTopo ;
```

```
Composant tronçon pour (rue, boulevard) Localisateur de (voiture,
piéton) ;
```

```
  Mecanismes Deplacement pour voiture ;
```

```
  Interface
```

```
    //Attributs :
```

```
    Orig, Dest : Composant ; //nœud ou tronçon
```

```
    //Méthodes :
```

```
  Fonction AvancementAleatoire(loc, vitesse:reel):reel;
```

```
  Fonction AvancementProgrammé(loc, vitesse:reel);
```

```

memo :TListe):reel;
Fonction FuitePanique(loc,vitesse:reel;
Source:TPoint):reel;
Fonction AvancementVersCible(loc,vitesse:reel;
Objectif:TPoint):reel;
//renvoie une nouvelle localisation, à partir de la vitesse du
//mobile
Procédure CalculLieuArrivée(
NouvelleLoc:reel ;
var locCorrigée :reel ;
LieuArrivée :Composant) ;
(* si la nouvelle localisation est en dehors du composant
Orig, elle calcule le composant voisin Dest qui correspond à
cette nouvelle localisation, et réévalue la localisation dans
ce nouveau composant d'arrivée *)
Implementation
...
FinMecanismes

Mecanismes marche pour piéton ;
Interface
...
Implementation
...
FinMecanismes
FinComposant

Composant Nœud ;
...
FinComposant ;
...
// relations entre composants
// mécanisme ordonnanceur
...
FinOrganisation ;

```

## 2) Mécanismes de construction du voisinage

Dans la mesure où un agent peut être mobile, il doit faire appel en cas de déplacement, à son opérateur de voisinage. Nous ne décrirons pas plus ces mécanismes déjà présentés (voir 3.3, partie 1).

## 3) Mécanismes de fonctionnement du ça (ou mécanismes organisationnels)

Ils sont définis au niveau d'une organisation (ou d'un ensemble de couches organisationnelles) et servent à coordonner les actions individuelles des agents de cette organisation. Nous nous intéressons en premier lieu aux mécanismes d'interaction (étudiés formellement dans la première partie) qui mettent en jeu simultanément un ensemble d'agents partenaires (souvent des composants) et un ensemble de particules ou de variables médiatrices. L'interaction, en effet, est une action de groupe, elle nécessite donc une définition organisationnelle, qui assure la compatibilité des objectifs, des échanges entre individus, la coordination, la coopération, le respect de contraintes, de règles ou de lois s'appliquant à l'ensemble des partenaires impliqués, même si ceux-ci possèdent une certaine diversité individuelle. C'est alors tout l'intérêt de disposer pour cela d'organisations qui définissent un cadre collectif et en particulier des comportements additifs adaptés au problème, que les passagers de l'organisation pourront s'approprier pour effectuer ce travail collectif.

Ces mécanismes correspondent à l'exécution des organisations structurant les composants internes de l'agent. D'abord un agent peut contenir plusieurs organisations et il peut exister des

dépendances plus ou moins fortes entre elles. Par exemple, une couche réseau routier d'une ville possède des liens avec la couche de bâti, (par exemple, on peut définir des faces au graphe topologique du réseau qui contiendra des liens vers les objets du bâti). Il faut savoir dans quel ordre exécuter ces différentes couches organisationnelles. Ensuite, un agent peut contenir des passagers participant à plusieurs de ses organisations, par exemple, si on dispose d'une couche réseau, d'une couche de bâti et d'une couche sociale, on définira comme passagers des agents « citoyens » qui seront passagers des trois couches organisationnelles précédentes. Un citoyen pourra passer de la couche bâti à la couche réseau puis retourner à la couche bâti, lorsqu'il ira au travail le matin, il changera peut-être aussi de rôle social (par exemple de père à automobiliste puis à ouvrier). Il faut donc examiner comment les composants sont exécutés, mais aussi comment les passagers sont exécutés puisqu'ils ne sont que partiellement sous la dépendance des composants qui les reçoivent et possèdent une certaine autonomie. Les passagers doivent être définis à un niveau d'agent d'où ils ne puissent sortir (par exemple la ville). Se pose aussi le problème des temporalités des composants et des passagers par rapport à celles du composé.

Si le système fonctionne à temps discret avec des agents encapsulés, la durée du pas de temps d'un agent doit comprendre l'exécution de son moi (niveau supérieur de l'agent), mais aussi celle du ça (les organisations incluses dans l'agent). Il faut alors distinguer le cas d'un fonctionnement synchrone (parallèle), ou asynchrone (séquentiel) ou encore mixte (dans lequel, certains niveaux sont synchrones, d'autres asynchrones).

#### ***Fonctionnement synchrone***

Si le fonctionnement est synchrone, cela revient à considérer pour la simulation, un seul niveau de temporalité où chaque pas de temps correspond à un intervalle  $[t, t+dt[$  qui est commun à tous les agents du ça (composants comme passagers). Le fonctionnement parallèle est simulé algorithmiquement par deux phases de calcul, portant chacune sur tous les agents. La première phase est l'exécution séquentielle<sup>32</sup> de tous les agents, avec la même valeur  $t$  du temps initial (cette exécution comprenant elle-même les étapes de calcul ordonnées : localisation, voisinage, sorties, états). L'ordre d'exécution des agents n'importe pas puisque l'encapsulation les rend indépendants les uns des autres. A l'issue de cette première phase, les états et les ports de sortie de tous les agents sont dans l'état temporel  $t+dt$ , alors que les entrées ne sont pas encore mises à jour. La deuxième phase est celle de transfert des valeurs de sortie de tous les agents vers les entrées connectées à ces sorties. A la fin de cette phase, les entrées de tous les agents sont aussi dans l'état temporel  $t+dt$ . Les agents sont alors tous synchronisés pour passer à l'instant suivant.

On voit que dans cette opération, les agents internes ont bien changé en même temps que l'agent hôte, mais celui-ci ne pourra tenir compte de ce changement interne qu'au pas de temps suivant, au même titre que les agents externes. Ce fonctionnement n'est pas irréaliste, car aussi bien dans un être vivant que dans une machine technologique, l'information met toujours un certain temps à arriver des différents organes ou composants périphériques à la conscience ou au contrôle central.

#### ***Fonctionnement asynchrone***

Si le fonctionnement d'un agent  $A$  est asynchrone, considérons un niveau donné de temporalité de  $A$ , qui doit s'exécuter dans l'intervalle  $\Delta t = [t, t+dt[$ . Les  $n$  composants (et passagers) directs  $A_i$  de  $A$ , seront exécutés dans des intervalles  $\Delta t_i$  disjoints entre eux et inclus dans  $\Delta t$ . Par exemple :  $\Delta t_i = [t_i, t_{i+1}[$ , où  $t \leq t_1$ ,  $t_i < t_{i+1}$  et  $t_{n+1} \leq t+dt$ . L'intervalle de temps du

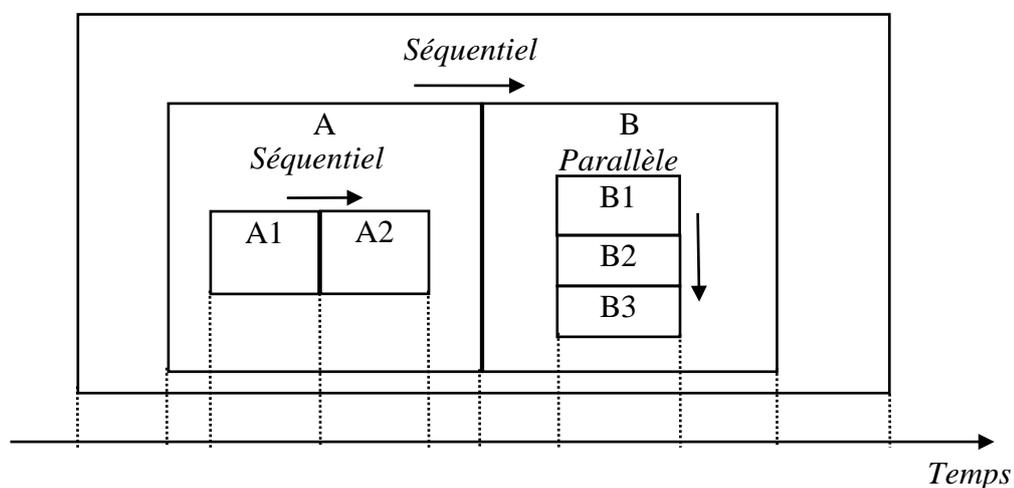
---

<sup>32</sup> faute de disposer d'un ordinateur parallèle

niveau des composants est alors en moyenne  $n$  fois plus petit qu'au niveau de l'agent A. Nous sommes dans une autre temporalité. En fonctionnement séquentiel, on doit respecter l'ordre d'exécution des agents. En effet, les modifications de sorties d'un agent qui vient d'être exécuté doivent être prises en compte immédiatement par les entrées de ceux qui vont s'exécuter juste après lui. On doit alors exécuter les agents en une seule phase de calcul. L'agent de plus haut niveau s'exécute en premier : Localisation, Voisinage, Intérieur, cette dernière étape faisant elle-même appel à l'exécution des agents qui le composent (et récursivement les agents des niveaux encore plus inférieurs finissent par s'exécuter). Lorsque l'étape de calcul des agents intérieurs est finie, l'agent hôte continue par le calcul de ses sorties, de ses états, puis le transfert des sorties. En mode séquentiel, on remarque que les agents du ça sont exécutés avant son niveau supérieur (le moi), Ainsi, l'agent calcule ses sorties et son nouvel état avec des entrées internes qui ont été mises à jour par ses composants. Il y a donc à la fois contrôle descendant du niveau supérieur vers les niveaux internes et remontée depuis l'intérieur vers le supérieur, des modifications internes de l'agent.

### ***Fonctionnement mixte***

Dans le cas général, on souhaite que certaines actions soient effectuées séquentiellement, alors que d'autres sont effectuées en parallèle. Pour pouvoir combiner les deux types de fonctionnement, il faut structurer les organisations dans des agents de manière à ce que les composants d'une même organisation soient dans le même mode de fonctionnement. Grâce à l'encapsulation, qui rend le fonctionnement d'un agent et de ses composants, indépendant à la fois des agents extérieurs et des agents intérieurs aux composants eux-mêmes. Par exemple, un agent principal est en mode asynchrone, il contient une organisation en deux composants A et B, qui s'exécutent successivement, A est un agent également en mode asynchrone, donc ses composants A1 et A2 s'exécutent successivement, mais l'agent B est en mode synchrone, ses trois composants B1, B2 et B3, s'exécutent en même temps.



***figure 83. Schéma de fonctionnement mixte***

#### ***4) Mécanismes de fonctionnement externe***

Ils correspondent aux calculs des sorties externes, c'est-à-dire aux actions de haut niveau de l'agent dirigées vers l'extérieur.

#### ***5) Mécanismes de fonctionnement du moi***

Ils correspondent aux calculs des états internes. Ils ne posent pas trop de problèmes lorsque les agents sont encapsulés car ils sont alors indépendants du *fonctionnement* des autres agents,

même s'ils utilisent en entrée les informations émanant de ces autres agents. Ce sont par exemple les fonctions d'évolution d'un état quantitatif à variable temporelle, dépendant d'un petit nombre de paramètres, comme les fonctions linéaires, affines, polynômiales de faible degré, croissances exponentielles, logistiques, évolution périodiques sinusoïdales, etc. Dans une plateforme, l'interface de définition de ce genre de transformation peut faire appel à un outil intégré de génération de fonction, permettant de définir une fonction par la saisie de sa courbe (point par point), ou par un interpréteur de formule.

### *Exemples*

#### *Flux, diffusion*

Ils y a des interactions plus complexes que le déplacement d'un véhicule, qui mettent en jeu  $n$  partenaires qui se partagent un ensemble de particules du même type. Ce sont les phénomènes de flux, de diffusion, d'attraction, de répulsion ; ce sont des processus de répartition selon une loi donnée. Ces mécanismes utilisent des médiateurs qui sont soit des agents-particules en approche individu-centré, soit des variables de flux lors d'une approche plus macroscopique. Le médiateur représente de la matière, de l'énergie ou de l'information, agrégée ou non, qui circule entre les agents partenaires. Voir par exemple [LAN07].

#### *Transactions commerciales*

Ils y a des interactions encore plus complexes qui mettent en jeu  $n$  partenaires sur lesquels agissent plusieurs types de particules. On peut citer dans ce cadre les processus de marché, qui mettent en jeu au moins deux types de médiateurs, des produits et des prix, entre un certain nombre d'agents potentiellement acheteurs ou vendeurs. Une interaction élémentaire de type transaction commerciale, est définie entre deux partenaires, un vendeur et un acheteur, et entre deux médiateurs : un produit et une somme d'argent. L'interaction consiste en deux déplacements synchronisés ou successifs. L'action de fourniture qui fait passer le droit d'usage du produit du vendeur à l'acheteur et l'action de paiement qui fait passer la somme d'argent (correspondante au prix de vente du produit) de l'acheteur au vendeur. Mais la dynamique du processus entre  $n$  partenaires se complexifie si l'on tient compte du processus de fixation des prix (le but des vendeurs, pour un produit donné, étant de maximiser leur gain et celui des acheteurs de minimiser leur dépense et de satisfaire leur besoin). Les prix dépendent alors de l'équilibre entre l'offre et la demande. De plus, toute transaction nécessite un mode d'organisation qui a elle-même un coût. Le processus global ne peut alors se réduire à une somme de transactions élémentaires indépendantes. Un autre exemple pourrait être celui d'un processus de production, comme l'extraction et la vente d'un produit par une entreprise. La première interaction contient trois types d'agents partenaires, un site d'extraction, une entreprise et des agents travailleurs (au sein de l'entreprise), et trois types de particules : des produits (de l'extraction) et des salaires et de la force de travail. Le processus d'extraction extrait des produits du site vers l'entreprise, en quantité proportionnelle à la force de travail prise aux travailleurs, qui sont en retour payés en salaires par l'entreprise. Pour que les travailleurs puissent être payés par l'entreprise, il faut qu'un deuxième processus d'interaction fonctionne entre l'entreprise et des acheteurs, par lequel les produits sont vendus, et payés en retour par les acheteurs à l'entreprise, laquelle peut alors payer ses travailleurs. Une telle formalisation, au niveau agrégé, peut se faire par exemple, en utilisant un formalisme de type forrestérien des systèmes dynamiques comme le langage « stella » [PRO05]. Au niveau individu-centré, c'est le comportement individuel des agents (partenaires et particules) ainsi que des règles et contraintes collectives (au niveau de l'organisation) qui permettent de modéliser ces processus complexes.

En effet, l'interaction ne peut pas se définir seulement au niveau du comportement individuel de l'agent, car c'est une action de groupe, elle nécessite donc une définition

organisationnelle, qui assure la compatibilité des objectifs, des échanges entre individus, la coordination, la coopération, le respect de contraintes, de règles ou de lois s'appliquant à l'ensemble des partenaires impliqués, même si ceux-ci possèdent une certaine diversité individuelle. C'est alors tout l'intérêt de disposer pour cela d'organisations qui définissent un cadre collectif et en particulier des comportements additifs adaptés au problème, que les passagers de l'organisation pourront s'approprier pour effectuer ce travail collectif.

## 2.5 Formalisation du modèle général AOC

Après ces précisions sur les notions d'agent, d'organisation et de comportement, précisant les fondements du modèle AOC, nous pouvons résumer le modèle général de système à agents géographiques (SAG) répondant à ces objectifs.

Un Système à Agents Géographiques de type AOC, noté  $\mathcal{R}$  est un système défini récursivement, formé d'entités localisées appelés *agents*, qui communiquent ou interagissent entre eux, et éventuellement avec l'extérieur. Il est récursif dans le sens où il se compose au plus haut niveau d'un seul agent représentant l'organisation globale du système, lequel contient d'autres agents qui sont eux-mêmes, soit des organisations, soit des agents terminaux, c'est-à-dire non composés eux-mêmes d'autres agents. Cette structure récursive se transforme dans le temps de la simulation par la mobilité, la naissance ou la mort de certains agents.

Le système  $\mathcal{R}$  est défini formellement de la manière suivante:

$\mathcal{R} = (\mathcal{T}, E, d, L, In, Out, a_0)$ , où:

- $T$  : base de temps.
- $E$  : espace de localisation.
- $d$  : métrique associée à  $E$
- $L$  : ensemble des agents réalisés dans le système.
- $In$  : ensemble (fixe au cours d'une simulation) des ports d'entrée dans le système (qui peut se concrétiser en informatique par l'interface utilisateur : boutons, cases à cocher, curseurs, etc.), où l'on appelle souvent  $A$  l'ensemble virtuel des valeurs possibles d'entrée dans le système
- $Out$  : ensemble (fixe au cours d'une simulation) des ports de sortie du système (dans une application informatique, c'est l'interface de sortie permettant l'observation de la simulation: graphiques, cartes, etc.), où l'on appelle souvent  $B$  l'ensemble virtuel des valeurs possibles de sortie du système
- $a_0$  : unique agent-organisation (élément de  $L$ ) de plus haut niveau du système, représentant le modèle global.

## 2.6 Exemple du modèle de Schelling

Sans formaliser complètement le modèle, nous pouvons déjà voir comment peuvent se concrétiser les différentes entités du modèle formel, à travers l'exemple simple du modèle de Schelling. Nous avons développé et comparé dans [AMB06] trois versions du même modèle de Schelling, selon trois plateformes distinctes. Rappelons néanmoins rapidement les principes de ce modèle. Une ville abstraite, représentée par un quadrillage dans lequel chaque carreau représente une habitation, est composée de deux catégories d'habitants A et B. Chaque maison peut être inhabitée ou habitée par une famille de type A ou de type B. Les voisins d'une maison sont les huit maisons situées directement autour (sauf pour les bords où il peut y en avoir moins). A l'instant initial, chaque maison est affectée au hasard par une famille de type A, de type B ou

reste inoccupée. Les familles possèdent un seuil de tolérance maximum  $s$  à la présence « d'étrangers » dans son voisinage, c'est-à-dire d'une autre catégorie qu'elle. Si une famille dépasse ce seuil, elle déménage et s'installe au hasard dans une maison inoccupée. Le système s'arrête si toutes les familles sont satisfaites à un moment donné, sinon le système est arrêté au bout d'un nombre d'itérations fixé (une itération consiste à « traiter » toutes les maisons de la ville, et de faire déménager la famille présente si elle est insatisfaite). Selon le seuil choisi, on constate ou non une ségrégation spatiale des familles. L'intérêt pédagogique de ce modèle est de montrer que la ségrégation peut se produire malgré un seuil élevé de tolérance des habitants, montrant ainsi qu'il n'est pas nécessaire que les habitants soient racistes pour qu'ils aboutissent néanmoins à une ségrégation spatiale.

Sans construire véritablement le modèle, montrons simplement comment les différentes entités formelles de  $\mathcal{R} = (\mathcal{T}, E, d, L, In, Out, A, B, a_0)$  peuvent se concrétiser:

- $\mathcal{T}$ : base de temps : on prend un temps abstrait de type discret, représenté par les nombres entiers :  $\mathcal{T} = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- $E$ : espace de localisation. On utilise un espace de localisation le plus simple possible, qui est celui induit par un carroyage de  $n_C$  colonnes et  $n_L$  lignes, où chaque carreau peut être localisé par un couple  $(x, y)$  donnant son numéro  $x$  de colonne et son numéro  $y$  de ligne. L'espace  $E$  est donc constitué de l'ensemble de ces couples, c'est-à-dire le produit cartésien des deux intervalles d'entiers  $[1..n_C]$  et  $[1..n_L]$ .
- donc  $E = \{ (x, y) / x \in [1..n_C] \text{ et } y \in [1..n_L] \} = [1..n_C] \times [1..n_L]$
- $d$ : Conjointement au choix de l'espace, on doit choisir une métrique, ici on prend la métrique  $d_\infty$  qui induit des voisinages de Moore (8 voisins) pour un carroyage.
- $L$ : ensemble des agents réalisés dans le système : on aura besoin d'instancier 3 classes d'agents, une ville, des maisons et des familles. Pour fixer les idées disons qu'on instancie une ville de 10 000 maisons distribuées dans un carroyage de 100 sur 100, puis 9000 familles, ce qui laissera 1000 maisons inoccupées.
- $In$ : ensemble des ports d'entrée dans le système : on peut mettre en entrée le seuil de tolérance (noté `Seuil`) que l'utilisateur doit fixer avant de commencer une simulation (dans une application informatique, cela peut correspondre à un curseur)
- $Out$ : ensemble des ports de sortie du système : cela peut correspondre à l'affichage de la configuration globale du système, par une image du carroyage à trois couleurs associées à l'état d'une maison : inoccupée, habitée par un type de famille A ou par un type de famille B. Mais on pourrait aussi sortir un indicateur d'agrégation comme dans [AMB06]
- $A$ : ensemble des valeurs d'entrée dans le système : toute valeur réelle du seuil entre 0% et 100%
- $B$ : ensemble des valeurs de sortie du système : toutes les images 100 sur 100 à trois couleurs, selon la légende définie dans  $Out$
- $a_0$ : unique agent-organisation de plus haut niveau du système : La ville, utilisant deux organisations :
- une organisation spatiale de type carroyage,
- une organisation sociale composée d'agents de type Famille, réparti en deux groupes, les A et les B.

Description des différents agents :

- Agent  $v$ : Ville
- $G = \emptyset$ , aucune localisation
- $S = \emptyset$ , aucun état
- $In = Out = \emptyset$ , aucune entrée ni sortie
- $A = B = \emptyset$ , aucune valeurs d'entrée/sortie
- $L_c = 10000$  maisons

- $Lp= 9000$  familles
- $O_1$  = organisation spatiale de type carroyage 100 par 100 de maisons qui inclus l'opérateur de voisinage  $Vois(m)$  qui renvoie la liste des maisons voisines de  $m$  (selon la métrique  $d$ , définie sur l'espace  $E$ )
- $O_2$  = organisation sociale notée « *segreg* » de type partition en 2 groupes A et B de familles, qu'on pourrait imaginer définir selon la syntaxe suivante :

**Organisation Segreg de Familles type partition**

**Groupe DesA**

```

IdGroupe = A // champ additif de toute famille du groupe A
rôle testerLesB pour m:Maisons // comportement additif du groupe A
  p ← Card(x de Vois(m) | x.IdGroupe=B )
  p ← p/8
  Si p > seuil alors
    m.S ← insatisfait
  sinon
    m.S ← satisfait
  finSinon
finRole
finGroupe

```

**Groupe DesB**

```

IdGroupe = B // champ additif de toute famille du groupe B
rôle testerLesA pour m:Maisons // comportement additif du groupe B
  p ← Card(x de Vois(m) | x.IdGroupe=A )
  p ← p/8
  Si p > seuil alors
    m.S ← insatisfait
  sinon
    m.S ← satisfait
  finSinon
finRole
finGroupe

```

**FinOrganisation**

- liste des mécanismes comportementaux de la ville  $v$ :
- $M_{add} = \emptyset$ , vide
- $M_1$  = initialisation
- $M_2$  = simuler
- $M_3$  = itération
- $M_4$  = déménagement
- $M_5$  = finalisation
- Par exemple, le mécanisme d'itération  $M_3$  consiste à lancer l'exécution pour chaque maison  $m$  de la ville, de l'agent famille si la maison est occupée. Ce qui pourrait se traduire par l'algorithme suivant :

```

pour tout m de v faire
  si m.s ≠ ∅ alors
    m.L.execute
  FinSi
finFaire

```

- Le mécanisme de déménagement  $M_2$  consiste à choisir une maison au hasard dans la liste des maisons inoccupées et de renvoyer son adresse. (nous ne détaillerons ici pas cette méthode).

- Agent  $m$  : Maisons (qui est un localisateur)
- $G$  = localisation  $(x,y)$  dans  $E$
- $S = \emptyset$ , aucun
- $In = Out = \{u \in \text{Maisons} / d_\infty(m, u) = 1\}$ , (voisinage de Moore)
- $Lc = \emptyset$ , pas de composants
- $Lp$  = liste (des passagers) : vide si la maison est inoccupée ou liste contenant une seule référence de famille, si la maison est occupée
- $O = \emptyset$ , aucune organisation
- $M_{add} = \emptyset$ , vide
- $M$  = comportement :
  - La fonction *Déménager* qui renvoie l'adresse d'une nouvelle maison inoccupée.
- Agent  $f$  : Familles
- $G$  = localisation  $m$  : Maisons
- $S$  = (insatisfait, satisfait),
- $In = Out = \emptyset$ , aucune
- $A=B=\emptyset$ , aucune
- $L = \emptyset$ , aucune
- $O = \emptyset$ , aucune organisation
- $M_{add}$  : liste des additifs : ici selon le rôle du groupe A ou B:
- $M_1$  : comportement *execute* :
 

```

Si IdGroupe=A alors
  TesterLesB
sinon Si IdGroupe=B alors
  TesterLesA
FinSi
Si S=insatisfait alors
  G ← G.Déménager
FinSi

```

## Chapitre 3 - Conclusion et étapes suivantes

Nous avons présenté dans cette troisième partie le niveau théorique d'un modèle général de système à agents géographiques, que nous avons appelé AOC (Agent, Organisation, Comportement). Ce modèle ayant pour objectif de construire une plateforme opérationnelle de simulation géographique, il reste un certain nombre d'étapes avant d'aboutir à une telle réalisation, de conception informatique et de programmation. Nous n'aborderons pas ici ces étapes car elles utilisent des techniques informatiques qui sont nettement en dehors de la sphère géographique. Nous ne ferons qu'évoquer certains points de conception qui nous semblent importants. En particulier, l'un d'entre eux concerne les langages utilisés au sein de la plateforme.

### 3.1 Langages et manipulation des connaissances

Un aspect fondamental de la conception de la plateforme concerne la manière d'exprimer, de formaliser, un système complexe (géographique, et si possible plus général) que ce soit sous forme de modèle multi-agents ou d'automate cellulaire (qu'on peut rassembler sous la dénomination de modèle distribué). En effet, ces systèmes distribués sont des programmes informatiques souvent forts complexes. Leur contenu exact ne peut s'exprimer que sous forme d'un code-source informatique qui peut être long et compliqué. De plus chaque plateforme possède son propre langage et un environnement particulier. Il est donc difficile de communiquer le contenu d'un modèle, que ce soit dans un article, pour le faire tourner sur une autre plateforme, ou pour pouvoir étudier ses propriétés mathématiques, le comparer avec d'autres modèles, le transformer, etc.

Cela renvoie donc au problème de la définition d'un langage susceptible de pouvoir formaliser un modèle distribué à la fois simplement, profondément et dans un langage facilement partageable entre diverses disciplines. Notre projet repose notamment sur la mise en place d'un langage simple, si possible non algorithmique, comme nous avons pu le faire dans la plateforme SpaCelle dans un contexte d'automate cellulaire. Le langage SpaCelle se compose en effet d'un ensemble de règles comportementales, indépendantes, éventuellement contradictoires, exprimées dans un ordre quelconque. Ainsi, l'acquisition d'un tel langage demande très peu d'investissement intellectuel à un non informaticien (de l'ordre d'une demi-heure), mais son champ d'application reste limité.

### 3.2 Plusieurs niveaux de langage

On ne peut demander à un seul langage de tout faire. Aussi, faut-il distinguer en fait, plusieurs niveaux de langage. Le premier niveau est celui du *langage utilisateur*. Il sert à concevoir un modèle et à le formaliser, aidé par un éditeur spécialisé qui est logiquement indépendant du simulateur de la plateforme. A ce niveau, on imagine qu'une grande part du langage puisse être une combinaison de symboles graphiques (des boîtes, des flèches, des icônes divers, etc.) et de phrases exprimant par exemple les règles de comportement. Ce niveau de langage est soumis à une première traduction qui produit un modèle écrit dans un langage homogène, entièrement textuel. C'est le niveau du *langage de simulation*. C'est aussi le niveau d'entrée par lecture de fichier et d'enregistrement du simulateur de la plateforme, c'est aussi celui qui peut être transmis à une autre plateforme. Un troisième niveau de langage est celui des règles syntaxiques permettant de produire le modèle général de la plateforme, c'est le *langage du méta-modèle* ou *métalangage de simulation*. Ce niveau de langage permet deux choses : d'une part de valider syntaxiquement tout modèle de simulation compatible avec le méta-modèle. Cette validation peut même se faire avant même que la plateforme existe, ou pour communiquer avec une autre plateforme. Le méta-modèle donne une signification aux modèles

et permet de le valider syntaxiquement. D'autre part, la traduction du méta-modèle donne le code-source de l'interpréteur de modèles. On est alors arrivé au niveau du langage de programmation de la plateforme (Delphi). La compilation de ce code-source donne alors l'interpréteur de modèles, ou simulateur, qui est le cœur de la plateforme. On est arrivé au niveau du code-machine, exécutable par l'ordinateur.

### **3.3 La génération de langages**

Dans cette analyse des niveaux de langage, on doit aussi distinguer deux cycles conceptuels différents, celui du cycle de vie d'un modèle et celui du cycle de vie de la plateforme. Dans la phase de conception de la plateforme, ces deux cycles de vie fonctionnent en parallèle et s'alimentent mutuellement. (voir le schéma de la figure 84)

Dans une première phase du travail, nous travaillons sur le couple (langage de simulation – métalangage). Pour cela nous explorons un certain nombre de techniques de génération de langages susceptibles de fournir des solutions pour la conception du langage de simulation.

Nous avons exploré deux types de techniques qui présentent chacun leurs avantages.

#### **3.3.1 Les compilateurs de compilateur de langage : métalangages BNF (Backus-Naur form) ou EBNF (Extended Backus-Naur form).**

Nous avons exploré le langage (E)BNF qui permet d'exprimer la grammaire d'un langage pouvant servir à l'expression d'un modèle de la plateforme. BNF est un métalangage qui exprime la grammaire d'un langage sous forme de règles de production. Il existe des outils logiciels, comme Lex et Yacc, [LEV92] permettant d'éditer et de contrôler la syntaxe des règles, c'est l'analyseur syntaxique (Lex), lorsque la syntaxe est correcte, on peut générer automatiquement le code-source de l'interpréteur ou du compilateur de ce langage, cet outil est appelé compilateur de compilateur (Yacc). Cela permet après compilation de ce code-source, d'obtenir le simulateur, c'est-à-dire l'interpréteur des modèles de la plateforme. Nous avons réalisé un certain nombre de tests (effectués par Dominique Goyat, au cours de son stage de fin d'études d'ingénieur CNAM), qui ont montré quelques difficultés opérationnelles, notamment dans la lourdeur et la rigueur des contraintes d'expression de la grammaire, l'opacité des méthodes et le manque de convivialité et de documentation de ces outils dont l'implémentation est un peu ancienne. Mais de nouvelles versions de ces outils viennent de paraître, peut-être mieux adaptées à notre environnement, qu'il nous faut encore tester.

#### **3.3.2 La famille des langages XML**

Nous avons exploré aussi les possibilités considérables qu'offrent le couple de langages XML et XML-schema. Le langage XML, qui est une recommandation du W3C (*World Wide Web Consortium*) est présent dans de très nombreux domaines. Par exemple en géographie, le langage GML (Géographic Markup language) est une norme (ISO 19136) qui fait partie d'une famille d'une quarantaine de normes relatives à l'information géographique, gérée par l'ISO/TC221. La plupart d'entre elles se présentent sous forme de spécification xml-schéma. Le langage XML est un langage très général, puisqu'il constitue simplement un système de « parenthésage » sémantique de l'information, dans le sens où chaque couple de « parenthèses », appelé *balise*, possède un nom qui peut être relié à une signification de l'information qu'elle encapsule. Ce langage permet donc de donner à un texte (par essence séquentiel) une structure arborescente d'une grande richesse expressive. Lorsqu'on associe un fichier XSD (acronyme signifiant « Xml Schema Définition ») à un fichier XML, on lui impose une structure syntaxique et sémantique particulière, adaptée à l'expression d'un domaine. Un schéma XML sert en quelque sorte à la fois de grammaire et de vocabulaire (qu'on appelle dans

ce contexte un espace de nommage), permettant de valider une « instance » XML, c'est-à-dire un texte XML se conformant aux règles de son schéma syntaxique XSD. Par ailleurs, on voit que ce travail se connecte aussi au programme de recherche sur les ontologies du projet CO-SMA-GEM dans lequel nous sommes impliqués.

Le langage XML est utilisé normalement pour structurer des données. Dans le cas d'une plateforme de simulation la donnée est ici un couple (modèle, configuration initiale). Se pose le problème de savoir si ce langage est apte à décrire correctement un modèle dynamique complexe. Nous pensons que la structure arborescente de ce langage, et les possibilités très vastes qu'offrent les schémas XML, sont tout à fait susceptibles de répondre à cette exigence d'expression des modèles complexes, comme l'a montré Vincent Ginot dans [GIN05].

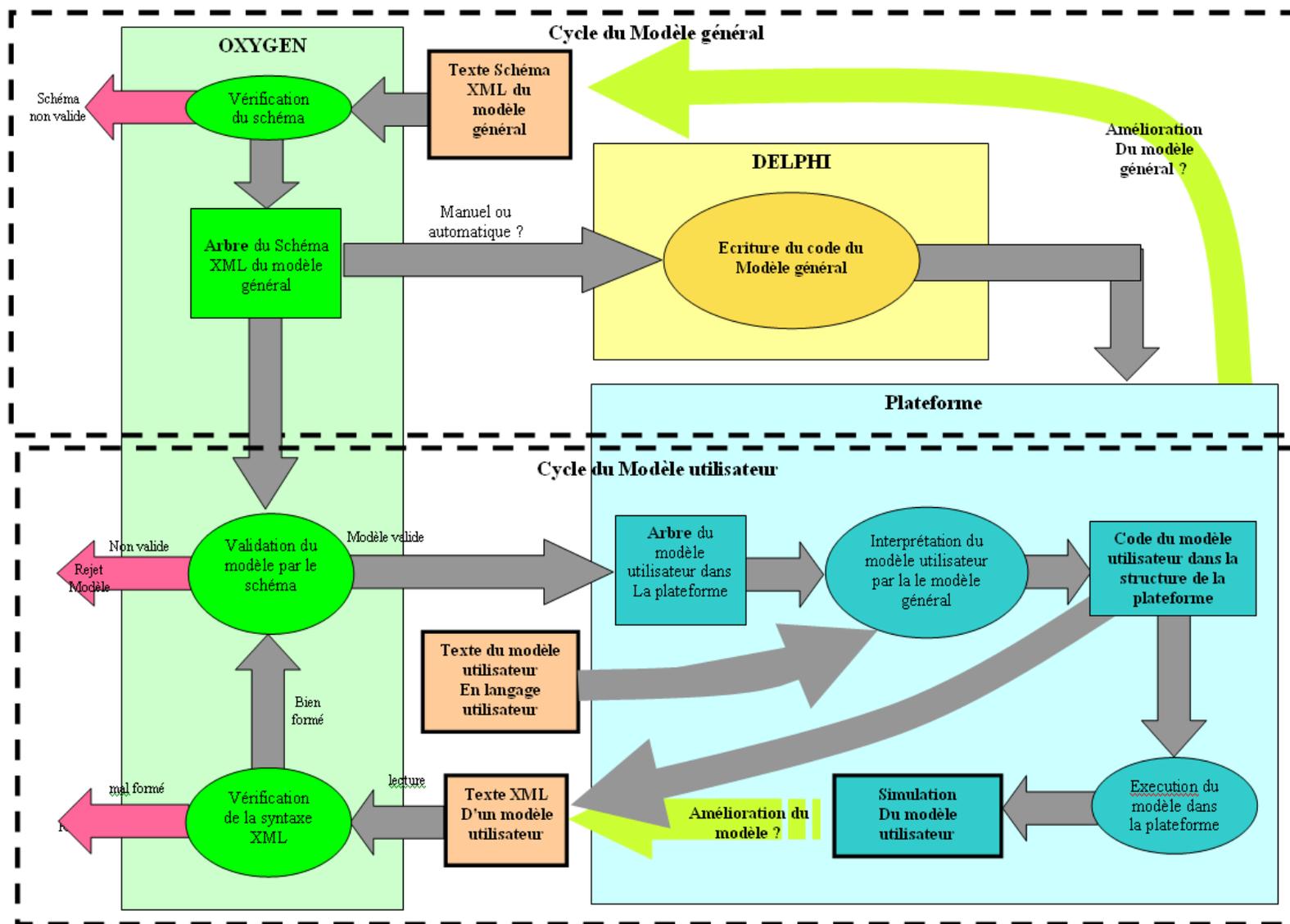


figure 84. Cycles de développement simultané du modèle général et des instances de modèles

Pour valider cette idée, nous avons écrit plusieurs modèles dynamiques en langage xml, puis nous avons conçu un schéma du méta-modèle général de la plateforme (en format XSD). Ce schéma général n'est qu'une première version d'évaluation, qui est destiné à évoluer. Pour permettre une montée en puissance progressive et efficace du modèle général et de la plateforme, nous avons élaboré une stratégie, sous forme de cycle de vie. Ainsi la plateforme est destinée à évoluer en même temps que la diversité et la complexité de modèles qu'elle sera capable de traiter. Nous résumons cela dans un diagramme (figure 84) rassemblant à la fois le cycle de conception et le cycle de fonctionnement de la plateforme dans cette perspective de montée en puissance de la plateforme. Une architecture de développement qui pourrait être retenue comprend un outil « Oxygen » pour l'édition et la validation des modèles XML suivant le schéma du modèle général écrit en XSD, une plateforme de développement (BDS 2006 Architect) qui intègre l'architecture logicielle sous UML, les outils XML, et la programmation orientée objet en langage Delphi. Les outils de développement devront permettre de convertir le schéma en code-source orienté objet, permettant de générer le moteur de la plateforme, auquel devra s'adjoindre un certain nombre de modules « métier », auxquels font appel les modèles à exécuter. Le langage XML, ne sera certainement pas le langage utilisateur, mais pourrait être le langage de modélisation, accompagné de son schéma d'interprétation. L'avantage de cette stratégie est la grande souplesse évolutive d'une telle plateforme.

En ce qui concerne le choix du langage utilisateur, un grand nombre de langages graphiques existent déjà pour modéliser divers domaines, comme UML et AUML (Agent Unified Modeling Language), SADT (Structured Analysis Design Technique), Stella pour la modélisation des systèmes dynamiques, MadKit dans le domaine multi-agents, etc. On doit penser à associer à ce niveau graphique, un niveau plus textuel, pour l'évaluation des situations ou la définition des comportements. Une étude sera effectuée pour définir les spécifications d'un tel langage et chercher quelles syntaxes correspondent le mieux à nos exigences.

## Conclusion générale

A l'issue de ce travail essentiellement théorique, un certain nombre d'idées ont été développées et analysées. Nous voudrions ici, en guise de conclusion, y revenir en les synthétisant. En particulier, la démarche générale de réflexion ontologique peut être mieux explicitée. De même, notre réflexion sur les objets géographiques, qui revient dans de nombreux endroits du texte doit être récapitulée ici et précisée.

Nous avons présenté une démarche de réflexion avec une progression allant du plus général (donc aussi du plus abstrait) au plus précis relativement à notre objectif. Ainsi, nous avons commencé par présenter la notion générale de structure, concept très utilisé aussi bien dans les sciences « dures », mathématique, physique, informatique, que dans les sciences humaines (par exemple à travers le structuralisme). Ce chapitre nous a permis de réfléchir en particulier sur un concept fondamental en géographie, l'interaction, dont nous avons tenté de définir formellement la structure, en la dépouillant de toute référence concrète ou particulière. Cette formalisation ainsi peut être appliquée à un champ aussi vaste que possible. Ce chapitre a été l'occasion aussi de rappeler et de préciser notre conception de la notion de système et d'organisation. Nous avons continué notre démarche par la présentation de la notion d'espace, notion très vaste qui recouvre des significations fort différentes et dont la distinction est très utile en géographie. En mathématique, la notion d'espace recouvre évidemment celle de l'espace physique tel qu'il est utilisé en géographie. Ce type d'espace est très bien théorisé à travers la géométrie des espaces euclidiens. Mais les espaces topologiques jouent aussi un rôle important dans la structuration des informations géographiques, comme les réseaux ou les maillages. Après l'espace géométrique, qui n'est que le modèle d'un « néant des localisations », nous introduisons la notion de matière-énergie, c'est-à-dire tout ce qui contribue à différencier les lieux, à « charger » (de matière et de sens) les éléments de cet espace. Pour continuer cette construction, nous introduisons les objets géographiques comme nécessaires à la différenciation spatiale de la matière qui permet de la rendre observable et intelligible. Nous pouvons animer alors ces objets en introduisant le temps, la dynamique, à travers les notions d'évènement et de processus. Pour terminer cette complexification, nous mettons les objets en relation à travers un système dynamique.

Cette démarche basée sur une complexification ontologique progressive, peut également se présenter autrement, selon une vision plus synthétique, à travers la distinction de trois mondes (différents de ceux définis dans la théorie des trois mondes de Popper, qui a eu peu de succès).

Le premier monde est celui du réel. Celui qui nous préexiste, celui qui est la source de nos perceptions, et préexiste donc aussi à la réflexion et au discours. On peut néanmoins émettre une théorie du réel, comme constitué d'un continuum infiniment complexe, où règne avant tout le hasard et l'indéterminé. Un réel constitué d'un magma d'une infinie diversité matérielle et de phénomènes, dans lequel on doit supposer qu'il existe quelques régularités et permanences, quelque intelligibilité, puisqu'il a permis à l'homme d'y vivre, d'y agir et d'y développer une intelligence rationnelle.

Le deuxième monde est celui des représentations. C'est celui qui découle de nos perceptions naturelles, de nos observations, de nos mesures instrumentales qui ne sont que des extensions perceptives de notre corps. C'est donc un monde d'information fluctuant, transitoire, et surtout, un monde relatif à l'observateur. Le terme d'observateur étant pris dans le sens

général de point de vue, qu'il soit individuel, social, disciplinaire, etc. L'observateur est celui qui fixe un domaine d'étude, un niveau d'échelle d'observation, un ensemble de thématiques.

En géographie par exemple, le domaine d'observation est celui de la « surface » terrestre, comprenant l'atmosphère, les terres, les océans, la biosphère, dans laquelle se trouvent les hommes et les sociétés. Le domaine de la géographie étant directement accessible à la perception naturelle de l'homme, cela rend plus difficile l'élaboration de théories formalisées, dans la mesure où celles-ci sont en concurrence avec les représentations issues des perceptions naturelles, alors que l'astronomie ou la physique des particules, étant éloignées des perceptions naturelles, ne se heurtent pas directement à la simplification des représentations mathématisées de la réalité. Le domaine d'observation de la géographie est en intersection forte avec toutes les disciplines des SHS, d'où l'intérêt d'une réflexion ontologique interdisciplinaire, que nous avons entreprise à travers le programme de recherche COSMAGEMS<sup>33</sup>.

Le deuxième monde est composé de représentations particulières du monde réel. Ces représentations peuvent être issues de la perception humaine (image mentale), ou des acquisitions et mesures instrumentales (photo, température,...), voire institutionnelles (sondage, recensement de population, ...). Nous avons formalisé (§4.2 de la partie 1) ces représentations, utilisées dans un but scientifique, sous le nom d'*observation*, terme qui recouvre à la fois, l'action d'observer le réel et le résultat de cette action. Comme le premier monde, celui du réel, ne nous est accessible qu'à travers nos représentations, nous ne pouvons le connaître en tant que tel. Ainsi toute construction scientifique du réel ne peut passer que par l'observation, même les mathématiques qu'on peut construire en observant la rationalité de notre pensée elle-même. C'est par l'accumulation, la diversité, le croisement, la synthèse logique des observations, que l'on peut tenter de reconstruire formellement le réel. Ce qui nous amène au monde suivant.

Dans notre démarche, le troisième monde est celui de la connaissance. Ce monde ne préexiste pas à l'homme, il se construit intellectuellement par la réflexion individuelle. C'est celui où les représentations perçues prennent un sens pour l'individu à travers une structure construite et reconnue socialement. Le sens est défini par une mise en relation de différentes représentations particulières de différents types (visuelles, auditives, tactiles, olfactives), reliées à la fois entre elles et avec des états intérieurs (émotions, sentiments, souvenirs, habitudes) et avec des représentations plus abstraites (objets, symboles, mots, phrases, concepts, paradigmes, archétypes, règles sociales), ...

Parmi les connaissances, certaines sont volontairement plus structurées, plus formalisées que d'autres, c'est le cas des connaissances scientifiques, rassemblées sous forme de théories et reconnues par une communauté scientifique. Ces connaissances s'appuient elles-mêmes sur un ensemble de conventions sociales de présupposés épistémiques qui changent selon les époques et les cultures et rendent plus ou moins propices le développement de théories nouvelles. Ainsi, la connaissance sort de la sphère individuelle. C'est maintenant une construction sociale, grâce à l'écriture, puis aux livres et aux autres moyens d'accès et de partage de la connaissance individuelle. La connaissance constituant une immense mémoire collective, elle a permis le développement de la recherche moderne. A travers la science, la connaissance est devenue une intelligence sociale mondialisée dépassant largement l'individu, ce qui en constitue aussi le danger, par l'utilisation que peut en faire certains pouvoirs ou groupes malveillants ou ignorants des conséquences.

---

<sup>33</sup> COSMAGEMS : Corpus d'Ontologies pour Systèmes Multi-Agents en Géographie, Economie, Marketing et Sociologie. Programme financé par l'ANR et coordonné par Denis Phan.

On peut maintenant introduire la notion d'objet comme se situant à l'interface de ces trois mondes. La notion d'objet apparaît en effet comme ayant une essence à la fois matérielle et cognitive. Matérielle car elle implique un lien vers le réel à travers l'observation d'une parcelle de l'espace-temps-matière. Cognitive par le lien d'identification et de différenciation qu'elle crée entre cette perception matérielle et le monde de la connaissance. L'objet est donc une relation entre le premier monde et le troisième. La construction de cette relation est opérée dans le deuxième monde. C'est donc un monde transitoire que celui de l'observation, de la perception. Il joue le rôle de médiateur entre le magma du réel et l'abstraction du construit scientifique. Ainsi, on en arrive naturellement à la notion d'objet géographique (§4.3 partie 1)

Pour se rapprocher d'une théorie des objets géographiques, les objets s'organisent en systèmes dynamiques que nous formalisons dans la deuxième partie à travers la notion d'automate cellulaire géographique.

Enfin, dans la troisième partie on a élaboré un modèle général de système à agents géographique, basé sur trois entités fondamentales du système : l'agent, l'organisation et le comportement. Dans ce cadre, l'objet géographique se complexifie pour devenir un agent organisé, par le fait qu'il se « comportementalise » et s'organise. Il devient alors un concept dual et relatif : agent vu de l'extérieur et système organisé vu de l'intérieur.

Cette dualité entraîne plusieurs conséquences théoriques. D'abord l'autoréférence car l'organisation de l'agent étant elle-même composée d'agents, un agent est donc fait d'agents. Ainsi, un modèle dans sa globalité extérieure est vu comme un agent, et dans le détail de son intérieur il est vu comme une organisation d'agents. Ensuite, cette dualité pouvant se réitérer, apparaît la possibilité d'une structuration multi-niveaux d'un modèle. Enfin, dans une autre conséquence de cette dualité, il apparaît nécessaire de voir l'agent comme composé de deux niveaux : le niveau supérieur qui est celui des fonctions que l'agent contrôle directement et le niveau inférieur qui est celui de l'organisation interne des composants de l'agent, que l'agent ne contrôle pas directement.

En effet, le niveau supérieur est constitué de sa mémoire et de ses mécanismes comportementaux supérieurs, c'est-à-dire directement accessibles et sous son contrôle direct. La mémoire de l'agent est définie par ses variables d'états et les propriétés qui permettent d'y accéder. Les mécanismes comportementaux se répartissent en différentes catégories : la perception, l'évaluation, la décision, et l'action. Le niveau inférieur, participe fortement au comportement de l'agent, mais il n'a pas accès direct ni à la mémoire ni aux mécanismes de ce niveau, il n'en contrôle que partiellement le déclenchement et en reçoit les conséquences en retour par ses liens internes. Ce niveau inférieur est celui des constituants internes de l'agent qui peuvent s'organiser de manière très complexe et sur plusieurs niveaux (de plus en plus profonds et finalement, de plus en plus inconscients).

Dans cette formalisation en triptyque AOC (agent-organisation-comportement), et du fait de la dualité, chaque entité se décompose elle-même en deux catégories : nous distinguons deux catégories d'agents constituants : les passagers et les composants, deux types de mécanismes comportementaux : les comportements propres, émanant de l'agent-individu et les comportements additifs, émanant de l'agent-organisation. Nous distinguons enfin deux types d'organisations : l'organisation spatiale, et l'organisation sociale.

Il se dégage de cette construction une variété d'objets géographiques qui sont des catégories relatives au modèle ou au problème traité, et non une catégorisation absolue des objets.

Néanmoins, dans un modèle géographique, tout objet doit appartenir à au moins une de ces catégories. On peut distinguer 5 catégories d'entités géographiques, dont les deux dernières ne sont pas des objets:

- 1 - Les composants
- 2 - Les localisateurs
- 3 - Les passagers
- 4 - Les particules
- 5 - Les interactions
- 6 - Les flux

**1 - Les composants** : Ce sont les objets constituant la substance ou la structure d'une (et une seule) entité plus complexe, l'organisation, elle-même incluse dans un agent-hôte unique, appelé composé ou parent du composant. La disparition d'un composant détruit la cohérence du composé et réciproquement.

**2 - Les localisateurs** : Ce sont des objets localisés qui sont des composants d'une organisation spatiale. Ils servent à localiser de manière relative d'autres objets, appelés ses «passagers». Alors que les passagers sont transitoires, externes et libres, les composants sont structurels, internes et permanents. Pour les passagers, un localisateur est un référentiel. Les localisateurs définissent un cadre comportemental d'usage de leur espace (contraintes de localisation, types de passagers, règles d'usage, etc.). Un localisateur généralise la notion de lieu. Pour le gestionnaire forestier, la forêt est un localisateur d'arbres, pour le promeneur la forêt est composée d'arbres. Pour le citadin, la ville est composée de rues, les rues sont des localisateurs de véhicules qui sont eux-mêmes des localisateurs de passagers et/ou de marchandises.

**3 - Les passagers** : Ce sont des objets éphémères ou mobiles qui sont localisés dans au moins un localisateur. Ils sont donc transitoires pour le localisateur. Ils possèdent un certain degré de liberté dans le localisateur. Un objet ne peut être à la fois composant et passager d'un même localisateur.

**4 - Les particules** : Ce sont des objets terminaux localisés mais non localisateurs, ils sont individualisés mais non différenciés dans leur comportement de classe, considérés comme éléments d'une population statistique. Ils génèrent des processus collectifs comme l'interaction et les flux.

**5 - Les interactions** : Une interaction est formée d'un ensemble de composants et d'un ensemble de particules d'un même système organisé. Les particules étant mobiles entre les composants, elles provoquent une évolution dans l'état du système.

**6 - Les flux** : Un flux est une entité considérée de manière agrégée et continue comme un fluide, dont la dynamique résulte du comportement collectif mais localisé d'un ensemble de particules. Un flux est formalisé par un ensemble de variables d'état de même type réparti dans les objets localisateurs de ce flux.

La vision autoréférente (récursive) de l'objet me paraît essentielle en géographie, car c'est une discipline qui jongle avec les échelles d'observation. Ces échelles peuvent être prises en compte dans les SIG à travers différentes couches d'informations. Mais la structuration AOC permet de définir des liens « verticaux » forts entre les entités de ces couches. Cette multi-représentation des objets, produit une complexité spécifique à la géographie, lieu des interactions, des émergences et de l'auto-organisation. La vision organisationnelle à la fois sociale et spatiale est également importante dans notre construction, car elle permet la prise en compte des interactions socio-spatiales, fondamentale en géographie humaine.



## **Sigles et acronymes**

ACG : Automate Cellulaire Géographique

EPR : programme de recherche : évaluation et prise en compte des risques, juin 2001, proposé par le Ministère de l'environnement et de l'aménagement du territoire.

CFAO : Construction et Fabrication assistée par ordinateur

DGPS : GPS différentiel

GESSOL : programme de recherche : gestion du patrimoine sol, du Ministère de l'environnement et de l'aménagement du territoire.

GPS : Global Positioning System

MNT : Modèle Numérique de terrain

SIG (ou GIS en anglais): Système d'Information Géographique

TIN : Triangulation Irregular Network.

## Références bibliographiques

[AMB06] : F. Amblard, D. Phan (dir), *Modélisation et simulation multi-agents, applications pour les Sciences de l'Homme et de la Société*, 446 pages, Ed Hermes-Science, 2006. Nous avons rédigé et coordonné, avec E. Daudé, la troisième partie (trois chapitres) : « introduction à la modélisation multi-agents des systèmes complexes en géographie »

[AU 92] : Aho A., Ullman J., *Concepts fondamentaux de l'informatique*, Dunod Paris 1992.

[BAI91] : Bailly A. et Al., *Les concepts de la géographie humaine*, 247pages, Masson 1991

[BEA92] : Beauquier D., Berstel J., Chretienne Ph, *Eléments d'algorithmique* Masson, Paris 1992.

[BEI00] : Beine.M, Docquier.F (eds), 2000, *Croissance et convergence économique des régions*, De Boek, université

[BEJ00] : Bejan A., *Shape and structure from Engineering to nature*, Cambridge University Press, 2000.

[BEN04] : Benenson I., Torrens, P., *Géosimulation, Automated-based modeling of urban phenomena*, 287 pages, Ed. Wiley, 2004

[BER82] : Berge C., *graphes*, 400 pages, Paris, 1982.

[BOI95] : Boissonat Jean-Daniel, Yvinec Mariette, *Géométrie algorithmique*, Paris 1995.

[BRIO01] : JP Briot , Y. Demazeau, *Principes et architecture des systèmes multi-agents*, 2001, éd. Hermes

[BUN62] : BUNGE William , *Theoretical Geography*. 1962

[BUS05] : Bussi M., Langlois P., Daudé E., « Modéliser la diffusion spatiale de l'extrême droite : une expérimentation sur le Front national en France ». Colloque AFSP, Paris, 2005.

[CHAI03] : Chaitin G., « L'univers est-il intelligible ? » *La recherche*, n°370, pp34-41, décembre 2003.

[CHAI87] : Chaitin G., *Algorithmic information theory* (1ère édition), Cambridge University Press, 1987 (3ème édition, 2003).

[CHAM84] : Chamussy H., Charre J., Guerin JP., Le Berre M., Uvetta P., Une expérience de modélisation dynamique en Géographie pour les interventions en aménagement du territoire : le modèle « Amoral », in *Analyse de système en Géographie*, Y. Guermond (dir.), Presses universitaires de Lyon, 1984.

[BAT05] : Batty M., *Cities and complexity: understanding cities with cellular automata, agent-based models, and fractals*, MIT Press, 648p, 2005

[BEN04] : Benenson I, Torrens, P., *Geosimulation ; Automata\_based modeling of urban phenomena*, J.Wiley, 287p, 2004.

[BL 04] Bussi M., Langlois P., Daudé E., « Modéliser la diffusion spatiale de l'extrême droite : une expérimentation sur le front national en France », *Colloque de l'AFSP*, Paris, 19 pages, (<http://www.afsp.msh-paris.fr/activite/diversafsp/collasp04/collafspassp0904.html>), 2004.

[CLA97] : Clarke K.C., Hoppen S. and Gaydos I., «A self-modifying cellular automaton model of historical urbanization in the San Francisco Bay area», *Environment and Planning B*, 24, pp.247-261, 1997

[COL98] : Colonna A., Distephano V., Lombardo S., Papini L., Rabino A., «Learning cellular automata: modelling urban modelling», *Proceedings of the 3rd International conference on GeoComputation*, 1998.

[COU97] : Couclelis H., «From cellular automata to urban models: new principles for model development and implementation », *Environment and Planning B*, 24, pp.165-174,1997

[DAU03] : Dauphine A., *Les théories de la complexité chez les géographes*, Ed. Anthropos-Economica, Paris, 2003.

[DAU04] : Daudé E., « Apports de la simulation multi-agents à l'étude des processus de diffusion », *Cybergeo*, n°255, 12 pages, 2004

[DAU05] : Daudé E., « Systèmes Multi-Agents pour la Simulation en Géographie : vers une Géographie Artificielle », chap. 13 de GUERMOND Y dir. *Modélisations en géographie, déterminismes et complexités*, Londres, Hermès-Sciences, p.355-382, 2005.

[DAV91] : David B., *Modélisation, représentation et gestion d'information géographique*, thèse de l'université Paris 6, 1991

[DEL02] : Delahaye D., *Apport de l'analyse spatiale en Géomorphologie. Modélisation et approche multiscalaire des risques*. Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université de Rouen, 471 p. 2002

[DEL05] : Delahaye D., (2005) – Modélisation d'un système spatiale complexe : le bassin versant. In *modélisation en géographie, déterminisme et complexités* sous la direction Yves Guermond, Hermes ed. 235-259.

[DEL98] : Delorme Marianne, An introduction to cellular automata, Research report n°98-37, ENS Lyon, LIP, 1998.

[DOU07] : Douvinet J., Delahaye D., Langlois P., Nouveaux indices morphométriques pour quantifier la réponse hydrologique des bassins versants, Colloque SAGEO juin 2007

[DUB03] : E.Dubos-Paillard, Y.Guermond, P.Langlois, Analyse de l'évolution urbaine par automate cellulaire : le modèle SpaCelle, *L'espace géographique*, p357-380, vol 32 n°4, 2003

[DUF02] : Duffuant G, Amblard F, Weisbuch G and Faure T., (2002), "How can extremism prevail ? A study based on the relative agreement interaction model", *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, vol 5, n°4, octobre 2002, 25 p ;

[DUF88] : Dufour J.-F., « Spécification progressive d'une algèbre pour manipuler les cartes topologiques orientées » - in *Actes de PIXIM 88*, pp 61-80, 1988.

[DUR84] : Durand-Dastes F., « Systèmes et localisations: problèmes théoriques et formels »; colloque Géopoint Avignon, Groupe Dupont, 1984.

[ELI05] : Elissalde B., Goyat D., Langlois P., *Modelling Complexity in Geography. Application of the Geocells Project to the Impact of Regional Aid on European Space*. Colloque ECTQG05, Tomar, Portugal, 10-13 Septembre 2005

[ELI05] : Elissalde B., « Temporalités et modélisation des dynamiques régionales : le cas de l'Union Européenne » in *Modélisations géographie, Déterminismes et complexités*, Guermond Y.(dir), Hermès-Science, 2005.

[ELI06] : Elissalde B. et al, *Géopolitique de l'Europe*, ed. Nathan, 2006

[FOR80] : Forrester J. *Principes des systèmes*, traduit de l'américain par P. Sylvestre-Baron, Presses Universitaires de Lyon. 1980

[FOT00] : A.S. Fotheringham, C. Brunson, M. Charlton, *Quantitative Geography*, 2000, Sage publications London

[FRO95] : Frodeveaux C., Gaudel MC, Soria M., Types de données et algorithmes, Ediscience, Paris 1995.

[GEY03] : Geyer.R, « European integration, complexity and the revision of theory », *Journal of Common Market Studies*, vol41, 1, 2003.

[GIN05] : Ginot V, Richard H., XML, un langage pour la description de modèles multi-agents, programmes par composants. Rapport de recherche INRA-MIA, Avignon, 2005

[GRO89] : Gross C., Opérations topologiques et géométriques sur les multicartes combinatoires; application à la cartographie thématique - thèse Univ. Strasbourg 1, avril 89.

[GDL04] : Guermond Y., Delahaye D., Dubos-Paillard E., Langlois P., "From modelling to experiment", *GeoJournal*, ed. Kluwer Academic Publishers, vol. 59, iss.3, pp.171-176(6), 2004

[GUE05] : Guermond Y. (dir), *Modélisations en géographie : déterminismes et complexités*, Hermes-Science fin 2005.

[GUE07] : Guermond Y. (dir), *Rouen, une agglomération oubliée*, Larmattan 2007 (en préparation).

[GOU93] : Gould Peter, *The Slow Plague, A Geography of the AIDS Pandemic*. Blackwell, 1993

[GOY07] : Goyat D., « Etude d'une plate-forme de modélisation-simulation multi-agent dédiée aux systèmes complexes en géographie », mémoire d'ingénieur CNAM en informatique, Rouen, 2007

[GRA95] A. Gräf, TP Lex and Yacc: A compiler generator toolset for Turbo Pascal, *Journal of Communication and Cognition - Artificial Intelligence (CCAI journal)*, 12(4), 1995, pp. 383-424.

[GRO89] : Gross C., Opérations topologiques et géométriques sur les multicartes combinatoires, thèse de l'université Strasbourg 1, 1989

[HAG05] : Hagen-Zanker A., Straatman B., Uijee I., «Further developments of a fuzzy set map comparaison approach », *International Journal of Geographical Information Science*, Vol 19, N° 7, pp 769-785, August 2005.

[HEY01] : Heylen.C et al, *Transports de marchandises par la route au niveau régional*, Eurostat, Commission européenne, 2001.

[HYP06] : site hypergéométrie, coordonné par B. Elissalde, <http://hypergeo.free.fr>

[HAR04] : Hardin D.P., Saff E.B., Discertizing Manifolds via Minimizing Energy Points, Notices of the AMS, vol 51, n° 10, 2004.

[LAN94] : Langlois P., « Formalisation des concepts topologiques en géomatique », Revue internationale de géomatique, Vol 4, n° 2 - pp 181 à 205, 1994.

[LAN02] : Langlois P., D.Delahaye, RuiCells : automate cellulaire pour la simulation du ruissellement de surface. *Revue Internationale de Géomatique*, pages 461-487, vol 12, n°4,2002.

[LAN03] : Langlois P., Anamorphose par transformation pseudo-équivalente, Actes du Colloque ThéoQuant, Besançon, 2003.

[LAN05a] : Langlois P., Complexité et systèmes spatiaux, in *Modélisations en géographie, déterminismes et complexités*, chap. 11, p.299-319, Y Guermond (dir.), Ed. Hermès-Sciences, Londres, 2005.

[LAN05b] : Langlois P., Les automates cellulaires pour la modélisation des systèmes spatiaux, in *Modélisations géographie, Déterminismes et complexités*, Chap. 12, pp 321-352, Y. Guermond (dir), Ed Hermès-Sciences, Londres, 2005

[LAN07] : P. Langlois, E. Daudé. Concepts et modélisations de la diffusion géographique, *Cybergeo*, 2007

[LEV92] : John R. Levine, Tony Mason, Doug Brown Paperback, Lex & Yacc, 366 pages, 1992, ed. O'Reilly & Associates, ISBN: 1565920007.

[LP 97] : Langlois A., Phipps M., Automates cellulaires, application à la simulation urbaine, Hermès, Paris 1997.

[LAU07] : R. Laughlin, Les lois de la physique ressemblent à un tableau impressionniste, la recherche, *La Recherche*, n°405, pp 38-41, février 2007

[LEM91] : Lemoigne JL., La modélisation des systèmes complexes, Paris, 1991.

[LEO91] : Léon JC., Modélisation et construction de surfaces pour la CFAO, Paris 1991.

[LEU06] : Leurent F., Structures de réseau et modèles de cheminement, Ed. Tec & doc Lavoisier, 2006

[LUM01] : Luminet JP., *L'espace chiffonné*, Fayard, 2001

[LR05] : Langlois P., Reguer D., La place du modèle et de la modélisation en Sciences Humaines et sociales, chap. 1 de GUERMOND Y dir. *Modélisations en géographie, déterminismes et complexités*, Londres, Hermès-Sciences, p.35-48, 2005.

[MOR 77] : Morin E., La méthode – Tome 1, La Nature de la Nature, Paris, 1977.

[OLL02] : Ollinger Nicolas, Automates cellulaires : structures, Thèse de l'école normale supérieure de Lyon, 2002

[PEG 01] : Peguy C.-P., Espace, temps, complexité, vers une metagéographie, Paris, 2001.

[POI 03] : Poirier H., « La théorie constructale, clé des formes parfaites », Science et Vie, pp 44- 65, n°1034, Nov 2003.

[PRO05] : Damienne Provitolo, « Un exemple d'effets de dominos : la panique dans les catastrophes urbaines », *Cybergeo*, Systèmes, Modélisation, Géostatistiques, article 328, mis en ligne 29 nov 2005, modifié le 01 fév 2007, (<http://www.cybergeo.eu/index2991.html>).

[PUM06] : Pumain D., Systèmes de villes et niveaux d'organisation, in *Morphogénèse, l'origine des formes*, Bourguin P. Lesne A. Chap. 13, p238-263, Ed. Belin, 2006.

[PUM06] : Pumain D., Bretagnoles A., Ghisse B., *Modelling the futures of cities*, Proceedings of the European conference on complexe systems, Oxford 2006.

[RAB02] : Rabino G.A., Laghi A. "Urban Cellular Automata : The inverse problem" in Bandini S., Chopard B. Tomassini M. (ed.). Cellular Automata : 5<sup>th</sup> International Conference on Cellular Automata for Research and Industry. ACRI 2002. Genève. Octobre 9-11. *Lecture Notes in Computer Science*. Londres, Springer-Verlag, p349-356.

[RAN03] : Von Randow G., "When the centre becomes radical", Journal of Artificial Societies and Social Simulation, vol 6, n°1, 3 p, 2003

[SAL96] : Salah-i-Martin,X, « Regional Cohesion: Evidence and Theories of Regional Growth and Convergence », *European Economic Review*, n°40, 1996.

[SAN02] : Sanders L., *Modèles en Analyse Spatiale*, Collec. Traité IGAT, Hermes, 2001

[SAN05] : Sanders L., Les modèles agent en géographie urbaine, in Amblard F., Phan D. (dir),. *Modélisation et simulation multi-agents ; applications pour les Sciences de l'Homme et de la Société*, Hermès-Lavoisier, p151-168

[SCE78] : SCHELLING T., 1978, *Micromotives and Macrobehavior*, Norton, New-York, *La tyrannie des petites décisions*, Paris, Presses Universitaires de France,1980.

[SCH94] : Schmitt M., Mattiou J., *Morphologie mathématique*, Masson , Paris 1994

[SIL94] Nino Silverio, Réaliser un compilateur: Les outils Lex et Yacc, Éditions Eyrolles, France, 1994, ISBN 2-212-08834-5]

[UVE84] : Uvetta P., Comment construire un modèle, in *Analyse de système en Géographie*, Y. Guermond (dir.), Presses universitaires de Lyon, 1984.

[WEU97] : White R., Engelen G. and Uljee I., «The use of Constrained Cellular Automata for high-resolution modelling of urban land use dynamics », *Environment and Planning B*, 24, pp.323-343,1997.

[WEI89] : Weisbuch G., *Dynamique des systèmes complexes, Une introduction aux réseaux d'automates*, Ed. InterEditions/Ed. du CNRS, Paris, 1989.

[WOL02] : Wolfram S., *A new kind of science*, 2002.

[Zei00] : B Zeigler, H. Praehofer, T. Gon Kim, *Theory of Modeling and Simulation*, 2000, ed. Academic Press.

## Index des figures

FIGURE 1.	LES TROIS UNIVERS DE SYSTEMES .....	14
FIGURE 2.	STRUCTURE D'ARBRE BINAIRE POUR MEMORISER UNE EXPRESSION ARITHMETIQUE .....	19
FIGURE 3.	COMPARAISON ENTRE SUITE ET FONCTION LOGISTIQUE .....	23
FIGURE 4.	COMPORTEMENTS COMPLEXES DE LA SUITE LOGISTIQUE .....	24
FIGURE 5.	LA DUALITE PARTICULE-FLECHE .....	30
FIGURE 6.	GRAPHE D'INTERACTION .....	30
FIGURE 7.	COMPOSITION DE DEUX GRAPHEES .....	31
FIGURE 8.	EMBOITEMENT DES CONCEPTS D'ESPACE .....	46
FIGURE 9.	TRACE (SOUS EXCEL) D'UN SEGMENT DE BEZIER .....	50
FIGURE 10.	ORIENTATION DES CONTOURS D'UNE ZONE .....	51
FIGURE 11.	INTERPOLATION LINEAIRE DE SURFACE .....	53
FIGURE 12.	SURFACE REGLEE AVEC COURBES DE NIVEAU .....	54
FIGURE 13.	MAILLAGE SIMPLE D'UN DOMAINE .....	55
FIGURE 14.	CARTES EN ANAMORPHOSE SCALAIRE .....	58
FIGURE 15.	CARTE EN ANAMORPHOSE VECTORIELLE .....	58
FIGURE 16.	MAILLAGE D'UNE SPHERE SELON L'ALGORITHME DE HARDIN ET SAFF (LES MAILLES EN ROUGE OU BLEU MONTRENT LES IRREGULARITES) .....	60
FIGURE 17.	VOISINAGES ELEMENTAIRES DE VON NEUMANN ET DE MOORE .....	67
FIGURE 18.	VOISINAGES D'ORDRE 10 DE VON NEUMANN ET DE MOORE .....	67
FIGURE 19.	TABLEAU DE RECAPITULATION DES DISTANCES ET DES VOISINAGES ASSOCIES .....	68
FIGURE 20.	LES 4 TRANSLATIONS DE L'OPERATEUR DE VOISINAGE .....	68
FIGURE 21.	STRUCTURE DU MAILLAGE HEXAGONAL .....	69
FIGURE 22.	VOISINAGES DE MOORE ET VON NEUMANN POUR UN MAILLAGE QUELCONQUE .....	70
FIGURE 23.	LES 4 RELATIONS TOPOLOGIQUES .....	70
FIGURE 24.	MODELE CONCEPTUEL (SIMPLIFIE) DE LA STRUCTURE TOPOLOGIQUE .....	71
FIGURE 25.	EXEMPLE DE CODAGE DE LA STRUCTURE TOPOLOGIQUE .....	71
FIGURE 26.	MODELE FORMEL D'OBJET GEOGRAPHIQUE .....	85
FIGURE 27.	SUPPORT TEMPOREL PONCTUEL .....	93
FIGURE 28.	SUPPORT TEMPOREL CONTINU(1) OU DISCONTINU(2) .....	93
FIGURE 29.	VUES SYNCHRONIQUE ET DIACHRONIQUE D'UN PROCESSUS .....	95
FIGURE 30.	(1):DISCRETISATION UNIFORME. (2):DISCRETISATION PAR LES EVENEMENTS .....	96
FIGURE 31.	EMERGENCE D'UNE STRUCTURE CRISTALLISEE .....	102
FIGURE 32.	LA DEMARCHE D'ONTOGENESE .....	105
FIGURE 33.	SCHEMA GENERAL D'UN AUTOMATE .....	110
FIGURE 34.	DECOMPOSITION DU MECANISME DE CELLULE EN QUATRE FONCTIONS : EVALUATION, DECISION, ACTION GLOBALE ET DISTRIBUTION .....	112
FIGURE 35.	SCHEMA D'UN MODELE AVEC SES COMPOSANTS (CELLULES) SES PORTS D'ENTREES ET SORTIES, SES CANAUX, SES MECANISMES, SES CONTROLES .....	115
FIGURE 36.	ENTREES-SORTIES INTERNES ET EXTERNES DE L'EMBOITEMENT SPATIAL .....	122
FIGURE 37.	EMBOITEMENT TEMPOREL DE PROCESSUS .....	122
FIGURE 38.	VOISINAGES DE RAYON $R = 10$ SUR UN MAILLAGE CARRE .....	125
FIGURE 39.	VOISINAGES D'UNE CELLULE LINEAIRE DANS UNE COUCHE CELLULAIRE .....	125
FIGURE 40.	(B) EVALUATION D'UN VOISINAGE PONDERE LINEAIREMENT .....	129
FIGURE 41.	CONSTRUCTION DES COUCHES DE L'AUTOMATE .....	131
FIGURE 42.	SITUATION OBSERVEE EN 1950 ET 1994 .....	132
FIGURE 43.	COMPARAISON ENTRE SITUATION OBSERVEE ET SIMULEE EN 1994 .....	133
FIGURE 44.	COMPARAISON ENTRE CARTES OBSERVEE ET SIMULEE PAR LA METHODE « KAPPA FLOUE » .....	135
FIGURE 45.	EXEMPLES DE CRUES TURBIDES .....	136
FIGURE 46.	PROCEDE DE CREATION D'UN MODELE DE SURFACE .....	137
FIGURE 47.	DEUX MODES DE TRIANGULATION .....	138
FIGURE 48.	STRUCTURATION DE LA TRIANGULATION EN GRAPHE RZ-TOPOLOGIQUE .....	138
FIGURE 49.	EXEMPLES DE MORPHOLOGIES LOCALES D'UN ARC .....	138
FIGURE 50.	STRUCTURE D'EMBOITEMENT DE BASSINS .....	139
FIGURE 51.	EXTRAIT DU GRAPHE D'ECOULEMENT .....	139
FIGURE 52.	STRUCTURE DES ENTREES-SORTIES D'UNE CELLULE .....	140
FIGURE 53.	CALCUL DES COEFFICIENTS DE SORTIE D'UN TRIANGLE .....	141

FIGURE 54.	TABLEAU DE BORD POUR LE PARAMETRAGE DES SIMULATIONS .....	142
FIGURE 55.	SIGNIFICATION DES DIFFERENTS PARAMETRES DU MODELE DE VITESSE.....	145
FIGURE 56.	MODELE DE VITESSE .....	145
FIGURE 57.	EXEMPLE DE PARAMETRAGE DU MODELE DE VITESSE D'ECOULEMENT .....	146
FIGURE 58.	MODELE HYDROLOGIQUE D'UNE CELLULE SURFACIQUE .....	147
FIGURE 59.	CARTE ET HYDROGRAMMES EN DIFFERENTS POINTS DE MESURE D'UN BASSIN-VERSANT.....	147
FIGURE 60.	SIMULATION PRENANT EN COMPTE L'UTILISATION DU SOL .....	148
FIGURE 61.	ETUDE MORPHOMETRIQUE : « SURFAÇOGRAMME » QUI CLASSE LES SURFACES EN FONCTION DE LEUR DISTANCE AU POINT DE MESURE 0 (EXUTOIRE).....	148
FIGURE 62.	COMPARAISON DE DEUX BASSINS PAR RAPPORT A SA CAPACITE D'INFILTRATION LORS DE PLUIES D'HIVER	149
FIGURE 63.	SIMULATION DE RUISSELLEMENT SUR FOND TOPOGRAPHIQUE .....	149
FIGURE 64.	HIERARCHIE DES COUCHES CELLULAIRES .....	151
FIGURE 65.	PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE GEOCELLS .....	152
FIGURE 66.	STRUCTURE DE CANAL .....	153
FIGURE 67.	INTERFACE DE COMMANDE DES PARAMETRES DU MODELE .....	154
FIGURE 68.	LES COUCHES CELLULAIRES.....	156
FIGURE 69.	DEFINITION DES CANAUX DU MODELE EUROPE.....	157
FIGURE 70.	COMPARAISON ENTRE VALEURS OBSERVEES ET SIMULEES .....	161
FIGURE 71.	CARTE 1 .....	162
FIGURE 72.	CARTE 2 .....	163
FIGURE 73.	CARTE 3 .....	164
FIGURE 74.	VOTE D'EXTREME DROITE (PRESIDENTIELLES 2002) – POURCENTAGES OBSERVES .....	170
FIGURE 75.	VOTE D'EXTREME DROITE – POURCENTAGES THEORIQUES .....	170
FIGURE 76.	MODELE D'INFLUENCE DES POLES D'EXTREME DROITE.....	171
FIGURE 77.	VOTE D'EXTREME DROITE – CARTE THEORIQUE MODIFIEE PAR LE MODELE DE DIFFUSION .....	171
FIGURE 78.	SCHEMA GENERAL D'UNE PLATEFORME DE SIMULATION .....	179
FIGURE 79.	SCHEMA AOC.....	181
FIGURE 80.	REPRESENTATION DE L'ENVIRONNEMENT INTERNE ET EXTERNE D'UN OBJET .....	185
FIGURE 81.	SCHEMA D'UN MODELE D'AGENT AVEC SES COMPOSANTS, SES PASSAGERS, SES PORTS D'ENTREE ET DE SORTIE, SES CANAUX, SES ETATS, SES MECANISMES, SES CONTROLEURS. ....	188
FIGURE 82.	SCHEMA GENERAL DE COMPORTEMENT ELEMENTAIRE : (EVALUATION, DECISION, ACTION).....	200
FIGURE 83.	SCHEMA DE FONCTIONNEMENT MIXTE .....	205
FIGURE 84.	CYCLES DE DEVELOPPEMENT SIMULTANE DU MODELE GENERAL & DES INSTANCES DE MODELES	214

## Table des matières

AVANT-PROPOS .....	1
INTRODUCTION.....	3
CONSTRUCTION DU DOCUMENT .....	6
REMARQUES SUR LES NOTATIONS UTILISEES.....	6
PARTIE I - LA STRUCTURATION DE L'ESPACE GEOGRAPHIQUE.....	8
CHAPITRE 1 - LES CONCEPTS DE STRUCTURE ET DE SYSTEME .....	10
1.1 LA NOTION DE STRUCTURE .....	10
1.1.1 <i>En mathématique et en physique</i> .....	10
La structure mathématique de groupe et les invariants physiques .....	10
1.1.2 <i>En informatique</i> .....	11
1.1.3 <i>Dans les Sciences Humaines et Sociales</i> .....	12
1.2 LE PARADIGME SYSTEMIQUE .....	13
1.2.1 <i>Le triangle systémique</i> .....	13
1.2.2 <i>Le tout est plus que ses parties</i> .....	15
1.3 LA NOTION D'ORGANISATION .....	15
1.3.1 <i>Structure et organisation</i> .....	16
1.3.2 <i>Organisations séquentielles</i> .....	16
1.3.3 <i>Organisation en classes, partitions</i> .....	17
1.3.4 <i>Organisations en arbres</i> .....	18
1.3.5 <i>Organisation en réseau</i> .....	19
1.3.6 <i>Organisations hiérarchisées</i> .....	20
1.3.7 <i>L'utilisation de la théorie des graphes pour les organisations complexes</i> .....	21
1.3.8 <i>Complexité d'une organisation, du déterminisme au chaos</i> .....	22
1.4 L'INTERACTION SPATIALE.....	24
1.4.1 <i>Définition de l'interaction macroscopique</i> .....	27
1.4.2 <i>Les quatre (inter)actions élémentaires</i> .....	28
1.4.3 <i>L'interaction microscopique comme multigraphe</i> .....	29
1.4.4 <i>La composition d'interactions successives</i> .....	31
1.4.5 <i>Les configurations et les trajectoires comme catégories</i> .....	31
1.4.6 <i>Représentation matricielle de niveau intermédiaire</i> .....	32
1.4.7 <i>Exemples d'interactions</i> .....	33
Flux et transport.....	33
Le mouvement d'un objet dans l'espace.....	33
La collision entre deux objets : .....	34
Cumul par confluence.....	34
Distribution centrifuge.....	34
Egalisation par vases communicants .....	35
1.5 PREMIERE DEFINITION DE LA NOTION DE SYSTEME SPATIAL .....	36
CHAPITRE 2 - L'ESPACE ET LA GEOMETRIE .....	37
2.1 DIFFERENTES THEORIES DE L'ESPACE .....	37
2.1.1 <i>Les modèles euclidiens</i> .....	38
2.1.2 <i>Espaces métriques</i> .....	39
2.1.3 <i>Espaces normés</i> .....	40
Métrique de Manhattan.....	41
Métrique du max .....	41
2.1.4 <i>Espaces pseudo-euclidiens</i> .....	41
La relativité restreinte ou comment fusionner les concepts de temps et d'espace .....	42
Le concept de réalité newtonienne mis à mal par la relativité .....	43
2.1.5 <i>Espaces de Riemann</i> .....	43
La relativité générale ou comment disparaît l'attraction universelle .....	44
2.1.6 <i>Espaces topologiques</i> .....	45
2.1.7 <i>A propos de l'égalité dans un espace</i> .....	46
2.2 LA GEOMETRIE ET SES STRUCTURES DE DONNEES.....	47
2.2.1 <i>Structures planes</i> .....	48
Structuration des points .....	48

Structuration des lignes polygonales .....	48
Contrainte de planarité d'une ligne. ....	49
Contrainte de fermeture d'une ligne.....	49
Structuration des lignes courbes (modèle de Bézier).....	50
Les surfaces planes .....	50
2.2.2 <i>Le modèle en élévation (2D<sup>1/2</sup>)</i> .....	51
Retour sur une méthode élémentaire de calcul géométrique.....	55
Calcul de l'élévation d'un point dans une triangulation quelconque .....	56
2.2.3 <i>Espace non euclidien, anamorphoses et champ de gravitation</i> .....	57
2.2.4 <i>Les morphologies possibles d'un espace fini mais sans limites.</i> .....	58
2.3 GEOMETRIE « NETTE », GEOMETRIE « FLOUE ».....	60
<b>CHAPITRE 3 - LES STRUCTURES TOPOLOGIQUES : COMMENT S'ORGANISENT LES OBJETS EN SYSTEMES SPATIAUX .....</b>	<b>65</b>
3.1 LA TOPOLOGIE .....	65
3.2 METRIQUES ET TOPOLOGIES .....	65
3.3 TOPOLOGIE CALCULEE, TOPOLOGIE STRUCTURELLE .....	68
3.3.1 <i>Maillage en carrés</i> .....	68
3.3.2 <i>Maillage hexagonal</i> .....	69
3.3.3 <i>Structure de voisinage pour un maillage irrégulier</i> .....	69
3.3.4 <i>Opérateur de voisinage d'un maillage irrégulier</i> .....	71
3.3.5 <i>Modèle « vecteur-topologique » d'un maillage de zones quelconques.</i> .....	72
3.3.6 <i>Modèle topologique de réseau</i> .....	72
3.4 LA HIERARCHISATION .....	73
<b>CHAPITRE 4 - LA MATIERE ET LES OBJETS GEOGRAPHIQUES .....</b>	<b>74</b>
4.1 LA MATIERE GEOGRAPHIQUE .....	74
4.1.1 <i>Le champ matériel</i> .....	74
4.1.2 <i>L'hypothèse de différenciation spatiale et temporelle de la matière</i> .....	75
4.2 LA NOTION D'OBSERVATION .....	76
4.3 L'OBJET GEOGRAPHIQUE: DEFINITIONS ET PRINCIPES.....	77
4.3.1 <i>L'identification</i> .....	80
4.3.2 <i>Le support spatial d'un objet</i> .....	80
4.3.3 <i>Le contenu matériel d'un objet</i> .....	80
4.3.4 <i>Objet géographique matériel et couche d'objets</i> .....	81
4.3.5 <i>Le principe de séparation</i> .....	81
4.3.6 <i>Le principe de mélange</i> .....	81
4.3.7 <i>Le principe d'impénétrabilité</i> .....	82
4.3.8 <i>La dimensionnalité d'un d'objet</i> .....	83
4.3.9 <i>Principe d'emboîtement</i> .....	83
4.3.10 <i>Objet géographique évalué</i> .....	84
4.3.11 <i>Les formes de description de l'objet</i> .....	85
<b>CHAPITRE 5 - LE TEMPS ET LA DYNAMIQUE .....</b>	<b>88</b>
5.1 LE TEMPS .....	88
5.2 LES TEMPORALITES .....	90
5.2.1 <i>Intervalle de vie T</i> .....	90
5.2.2 <i>Le pas de temps minimal dt</i> .....	90
5.2.3 <i>La base de temps B<sub>T</sub></i> .....	91
5.2.4 <i>Support d'activité d'un phénomène σ</i> .....	92
5.2.5 <i>Phénomène à support discret (ou ponctuel) :</i> .....	92
5.2.6 <i>Phénomène à support continu ou continu par morceaux</i> .....	93
5.3 EVENEMENTS, PROCESSUS.....	93
5.3.1 <i>Discrétisation morphologique d'un phénomène</i> .....	96
5.3.2 <i>Exemple des boules de billard</i> .....	96
5.3.3 <i>Temporalité d'un processus spatial</i> .....	99
Dualité des espaces de la modélisation : espace interne – espace externe des objets.....	99
Retour sur l'interaction.....	100
5.4 DECOMPOSITION D'UN PROCESSUS COMPLEXE .....	100

5.5	UN CHOIX EPISTEMIQUE : LA DEPENDANCE RECIPROQUE ENTRE LES NIVEAUX DE COMPLEXITE D'UN PHENOMENE.....	101
	CHAPITRE 6 - CONCLUSION : ETAPES DE L'ONTOGENESE.....	104
	PARTIE 2 - LA MODELISATION PAR AUTOMATES CELLULAIRES.....	106
	CHAPITRE 1 - CONCEPT ET FORMALISATION D'UN AC.....	107
1.1	LE PARADIGME D'AUTOMATE CELLULAIRE.....	107
1.2	LA NOTION D'AUTOMATE A ETATS FINIS.....	109
1.3	AUTOMATE DE MEALY ET DE MOORE.....	109
1.4	DIFFERENTES DECOMPOSITIONS DES FONCTIONS D'UNE CELLULE.....	110
1.5	AUTOMATE A SEUIL, AUTOMATE A FENETRE.....	112
1.6	NIVEAU MICRO ET AUTOMATE STOCHASTIQUE.....	113
1.7	NIVEAU MACRO ET AUTOMATE DETERMINISTE.....	113
1.8	DEFINITION GENERALE D'UN AUTOMATE CELLULAIRE GEOGRAPHIQUE.....	113
1.9	DIFFERENTS MODES D'ORDONNANCEMENT DES TACHES INTERNES AU SYSTEME.....	116
1.10	CONDITIONS POUR QUE CETTE CLASSE DE MODELES SUPPORTE LES INTERACTIONS.....	117
1.11	ESPACE ASSOCIE A UN AUTOMATE CELLULAIRE GEOGRAPHIQUE.....	120
1.12	TOPOLOGIE ET OPERATEUR DE VOISINAGE D'UN ACG.....	121
1.13	LA NOTION DE COUCHE CELLULAIRE.....	121
1.14	MODELES D'ACG HIERARCHISES.....	121
1.14.1	<i>Hiérarchisation spatiale.....</i>	<i>121</i>
1.14.2	<i>Hiérarchisation temporelle.....</i>	<i>122</i>
1.14.3	<i>Hiérarchisation du contrôle.....</i>	<i>122</i>
	CHAPITRE 2 - EXEMPLES DE MODELES D'AUTOMATES <i>CELLULAIRE</i> <i>GEOGRAPHIQUES</i> .....	123
2.1	SPACELLE, AUTOMATE CELLULAIRE MULTICOUCHES.....	123
2.1.1	<i>Présentation.....</i>	<i>123</i>
2.1.2	<i>Le choix de la métrique et la notion de voisinage dans SpaCelle.....</i>	<i>124</i>
2.1.3	<i>Les structures d'univers.....</i>	<i>125</i>
2.1.4	<i>La définition du comportement cellulaire sous SpaCelle.....</i>	<i>125</i>
2.1.5	<i>Structure générale d'un modèle.....</i>	<i>126</i>
2.1.6	<i>Structure d'une cellule et des couches cellulaires.....</i>	<i>126</i>
2.1.7	<i>Le comportement cellulaire, naissance, vie et mort, loi de la règle la plus pertinente.....</i>	<i>126</i>
2.1.8	<i>Fonctionnement déterministe ou stochastique.....</i>	<i>127</i>
2.1.9	<i>Ecriture des règles.....</i>	<i>127</i>
2.1.10	<i>Calcul de la pertinence d'une règle de transition.....</i>	<i>128</i>
2.1.11	<i>Evaluation stricte ou floue d'un voisinage.....</i>	<i>129</i>
2.1.12	<i>La base de connaissances.....</i>	<i>129</i>
2.1.13	<i>Le méta-modèle SpaCelle.....</i>	<i>130</i>
2.1.14	<i>Les sorties.....</i>	<i>130</i>
2.2	EXEMPLE : LE MODELE D'EVOLUTION DE L'AGGLOMERATION ROUENNAISE.....	130
2.2.1	<i>De la carte à l'automate cellulaire.....</i>	<i>130</i>
2.2.2	<i>La base de règles.....</i>	<i>131</i>
2.2.3	<i>Evolution observée de l'espace rouennais entre 1950 et 1994.....</i>	<i>132</i>
	Résultats et validation de la simulation entre 1950 et 1994.....	133
	Validation statistique : L'apport des méthodes Kappa et Fuzzy Kappa.....	133
2.2.4	<i>Bilan actuel d'utilisation de SpaCelle.....</i>	<i>135</i>
2.3	RUICELLS.....	136
2.3.1	<i>Présentation du modèle.....</i>	<i>137</i>
2.3.2	<i>Prise en compte de l'occupation du sol et des aménagements de surface.....</i>	<i>140</i>
2.3.3	<i>Le fonctionnement.....</i>	<i>141</i>
	Modèle d'écoulement surfacique.....	143
	Calcul de la vitesse d'écoulement.....	143
	Modèles hydrologiques associés aux différents types de cellules.....	146
2.3.4	<i>Les sorties.....</i>	<i>147</i>
2.4	GEOCELLS.....	150

2.4.1	<i>Le modèle générique GeoCells</i> .....	150
	Structures de cellule et de couche cellulaire .....	150
	Etapes de construction d'un modèle et principes de fonctionnement .....	151
	Comportement dynamique .....	152
	La notion de canal .....	153
	L'interface de commande .....	154
	Champ d'utilisation de GeoCells.....	155
2.4.2	<i>Le modèle GeoCells-Europe</i> .....	155
	Position du problème (d'après B.Elissalde).....	155
	Présentation de l'application.....	156
	Les données et paramètres du modèle .....	157
	La question de la convergence des régions.....	159
	Validation .....	160
	Bilan d'utilisation du modèle (selon B. Elissalde).....	164
2.4.3	<i>Le modèle GéoCells-Votes</i> .....	165
	Position du problème .....	165
	Hypothèses de modélisation .....	166
	Notion de variable quantique.....	167
	Méthode de diffusion.....	167
	Les résultats.....	169
CONCLUSION .....		173
PARTIE 3 – UN MODELE GENERAL DE SYSTEME ..... A AGENTS GEOGRAPHIQUES		
.....		174
INTRODUCTION.....		175
CHAPITRE 1 - PRESENTATION DU PROJET DE PLATEFORME DE SIMULATION		177
1.1	LE PROGRAMME MAGEO .....	177
1.2	LE PROGRAMME MOSAIIC .....	178
CHAPITRE 2 - APPROCHE THEORIQUE DE LA PLATEFORME. ....		179
2.1	LA NOTION DE SYSTEME A AGENTS GEOGRAPHIQUES.....	181
2.1.1	<i>Rappels</i> .....	181
	Définition d'un Automate Cellulaire Géographique.....	181
	La notion de port .....	182
2.1.2	<i>Nécessité de généraliser la notion de processus</i> .....	183
2.2	LA NOTION D'AGENT GEOGRAPHIQUE.....	184
2.2.1	<i>Quand l'objet géographique devient agent</i> .....	184
2.2.2	<i>Dynamique de l'agent</i> .....	185
2.2.3	<i>La dualité agent-organisation</i> .....	185
2.2.4	<i>Formalisation de l'agent géographique</i> .....	187
	La double encapsulation de l'agent. ....	188
	Ordre d'exécution des tâches d'un agent .....	190
	1) Calcul de sa localisation :.....	190
	2) Calcul de son voisinage.....	190
	3) Calcul de son fonctionnement interne .....	190
	4) Calcul de ses sorties .....	190
	5) Calcul de son nouvel état .....	190
	6) Transfert des sorties vers les entrées .....	190
2.3	FORMALISATION DE LA NOTION D'ORGANISATION.....	190
2.3.1	<i>Retour sur le concept d'organisation</i> .....	190
2.3.2	<i>Organisations sociales et organisations spatiales</i> .....	191
2.3.3	<i>Formalisation</i> .....	192
2.3.4	<i>Existence logique et existence physique des objets et des organisations</i> .....	193
2.3.5	<i>Deux exemples d'organisation</i> .....	194
2.3.6	<i>Organisations spatiales prédéfinies</i> .....	195
2.3.7	<i>Organisations sociales prédéfinies</i> .....	198
2.4	LA FORMALISATION DU COMPORTEMENT .....	198
2.4.1	<i>L'évaluation</i> .....	199
2.4.2	<i>La décision</i> .....	199

2.4.3	<i>L'action</i> .....	200
2.4.4	<i>Formalisation d'un comportement élémentaire</i> .....	201
1)	Mécanismes de déplacement-localisation.....	201
2)	Mécanismes de construction du voisinage .....	203
3)	Mécanismes de fonctionnement du ça (ou mécanismes organisationnels).....	203
	Fonctionnement synchrone.....	204
	Fonctionnement asynchrone.....	204
	Fonctionnement mixte.....	205
4)	Mécanismes de fonctionnement externe.....	205
5)	Mécanismes de fonctionnement du moi .....	205
	Exemples .....	206
	Flux, diffusion .....	206
	Transactions commerciales .....	206
2.5	FORMALISATION DU MODELE GENERAL AOC.....	207
2.6	EXEMPLE DU MODELE DE SCHELLING .....	207
CHAPITRE 3 - CONCLUSION ET ETAPES SUIVANTES .....		211
3.1	LANGAGES ET MANIPULATION DES CONNAISSANCES .....	211
3.2	PLUSIEURS NIVEAUX DE LANGAGE.....	211
3.3	LA GENERATION DE LANGAGES .....	212
3.3.1	<i>Les compilateurs de compilateur de langage : métalangages BNF (Backus-Naur form) ou EBNF (Extended Backus-Naur form).</i> .....	212
3.3.2	<i>La famille des langages XML</i> .....	212
CONCLUSION GENERALE .....		216
BIBLIOGRAPHIE .....		225