



**HAL**  
open science

# Contribution au positionnement en temps réel par GPS : prédiction de la correction ionosphérique

Muhammad Sammuneh

► **To cite this version:**

Muhammad Sammuneh. Contribution au positionnement en temps réel par GPS : prédiction de la correction ionosphérique. Planète et Univers [physics]. Observatoire de Paris, 2003. Français. NNT : 2003OBSP0115 . tel-02167397

**HAL Id: tel-02167397**

**<https://hal.science/tel-02167397>**

Submitted on 27 Jun 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS  
EN DYNAMIQUE DES SYSTEMES GRAVITATIONNELS

Corrigé

## Contribution au positionnement en temps réel par GPS

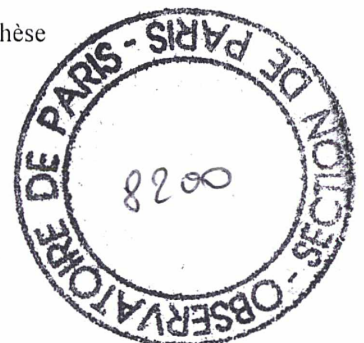
### Prédiction de la correction ionosphérique

*Présentée par*

**SAMMUNEH Muhammad Ali**

Soutenue à l'Observatoire de Paris  
le 15 décembre 2003, devant le jury composé de :

M. EXERTIER Pierre	(OCA)	Président
M. DIAMENT Michel	(IPGP)	Rapporteur
M. WARNANT René	(ORB)	Rapporteur
M. GAMBIS Daniel	(OP)	
M. HARMEL Alain	(IGN)	
Mme. FEISSEL-VERNIER Martine	(OP et LAREG)	Directrice de thèse





# Table des matières

<i>Table des matières</i> .....	1
<b>1 Chapitre I : Utilisations géodésiques du GPS</b> .....	<b>7</b>
<b>1.1 Notions de base du GPS</b> .....	<b>7</b>
1.1.1 Description du système.....	7
1.1.2 Visibilité et disponibilité des satellites.....	10
1.1.3 Géométrie des satellites.....	12
1.1.4 Temps GPS.....	13
<b>1.2 Signaux GPS et types de positionnement</b> .....	<b>14</b>
1.2.1 La construction du signal GPS.....	14
1.2.2 Observations de phase de l'onde porteuse.....	15
1.2.3 Observations issues du code (pseudo distances).....	15
1.2.4 Observations de code et observations de phase.....	16
1.2.5 Message du satellite.....	17
1.2.6 Positionnement absolu et positionnement relatif.....	18
1.2.7 Positionnement statique et positionnement cinématique.....	20
1.2.8 Traitement en temps réel et traitement après mission.....	21
<b>1.3 Modélisation et analyse des observations GPS</b> .....	<b>22</b>
1.3.1 Mesure de code.....	22
1.3.2 Mesure de phase.....	24
1.3.3 Simple et Double Différence.....	24
1.3.4 Stratégies d'analyse.....	25
<b>1.4 Poste d'erreurs</b> .....	<b>29</b>
1.4.1 Horloge du récepteur.....	29
1.4.2 Multitrajet.....	30
1.4.3 Bruit de mesure.....	31
1.4.4 Erreur de position de satellite.....	31
1.4.5 Erreurs de trajet du signal.....	32
<b>1.5 Le positionnement différentiel (DGPS)</b> .....	<b>34</b>
1.5.1 Principe du DGPS.....	34
1.5.2 Systèmes DGPS.....	35
<b>1.6 Les Réseaux permanents</b> .....	<b>36</b>
1.6.1 I'IGS.....	37
1.6.2 L'EPN, EUREF Permanent Network.....	43
1.6.3 RGP.....	44
<b>2 Chapitre II : L'ionosphère et ses effets sur le trajet du signal GPS</b> .....	<b>49</b>
<b>2.1 Les techniques de mesure de l'ionosphère</b> .....	<b>51</b>
2.1.1 Les sondages ionosphériques.....	51
2.1.2 Les radars.....	53
2.1.3 GPS.....	53

2.2	La réfraction ionosphérique du signal GPS.....	55
2.2.1	Vitesse de groupe et vitesse de phase.....	55
2.2.2	Le retard ionosphérique.....	58
2.3	Modélisation régionale du retard ionosphérique.....	61
2.4	Modélisation globale du retard ionosphérique.....	66
2.5	Effets ionosphériques relatifs.....	66
3	<i>Chapitre III : Statistiques des séries chronologiques</i> .....	69
3.1	Décomposition et filtrage.....	70
3.1.1	La décomposition.....	71
3.1.2	Le filtrage.....	72
3.2	La variance d'Allan.....	75
3.2.1	Bruit dans le domaine fréquentiel.....	76
3.2.2	Bruit dans le domaine du temps.....	77
3.2.3	Relation entre les domaines du temps et de la fréquence.....	78
3.3	La prédiction linéaire.....	80
4	<i>Chapitre IV : Analyse et prédiction du contenu électronique de l'ionosphère (TEC)</i> .....	85
4.1	Présentation des données.....	85
4.2	Choix d'une approche prédictive adaptée à la structure du signal.....	88
4.2.1	Description du signal.....	88
4.2.2	Les principes adoptés pour la prédiction.....	97
4.3	Recherche du prédicteur optimal.....	99
4.3.1	Prédiction autorégressive des composantes non cycliques (tendance et irrégulier).....	100
4.3.2	Prédiction de la variation diurne.....	102
4.3.3	Test d'horizon.....	104
4.3.4	La contribution de chacune des trois composantes et son effet sur la prédiction.....	107
4.4	Test du prédicteur sur les données d'une station RGP.....	109
4.4.1	Description du signal.....	109
4.4.2	Performance du prédicteur multicomposantes.....	113
	<i>Résumé et perspectives</i> .....	116
	<i>Annexe A : L'ionosphère</i> .....	119
	<i>Annexe B</i> .....	127
	<i>Liste des figures</i> .....	131
	<i>Liste des tables</i> .....	135
	<i>BIBLIOGRAPHIE</i> .....	137

## Introduction

La recherche que nous présentons dans ce mémoire se situe dans le contexte des applications du Global Positioning System (GPS) au positionnement relatif en temps réel. Les coordonnées d'un point inconnu observé avec un récepteur monofréquence GPS sont calculées relativement à une station de position connue. La précision du positionnement est affectée par plusieurs effets ou sources d'erreurs, tels que l'horloge du récepteur, les multitrajets, le bruit de mesure, l'erreur de position des satellites et les erreurs de trajet du signal. Nous avons étudié plus particulièrement l'ionosphère et ses effets sur le trajet du signal GPS. Pour les besoins des applications en temps réel il est nécessaire de prédire l'effet ionosphérique à un horizon de quelques heures à un jour. L'intérêt est de savoir jusqu'où on peut aller avec un récepteur monofréquence s'appuyant sur un réseau de référence bifréquence comme le RGP (Réseau GPS Permanent) qui peut diffuser des corrections ionosphériques en temps quasi-réel. Peut-on assurer la précision décimétrique du positionnement relatif d'un récepteur monofréquence, en ce qui concerne la correction ionosphérique ?

Les données dont nous disposons pour étudier cet aspect sont un modèle temporel empirique du contenu en électrons libres de l'ionosphère à l'échelle de la France. Ce modèle est construit au Service de Géodésie et Nivellement de l'Institut Géographique National à l'aide du logiciel Bernese 4.2, en s'appuyant sur les données ionosphériques GPS d'une quarantaine de stations IGS situées en Europe de l'Ouest. Nous appuyant sur l'étude des variations du contenu en électrons libres de l'ionosphère, nous allons développer un prédicteur optimisé afin de produire des corrections ionosphériques fiables. Après avoir déterminé les paramètres d'un tel modèle prédicteur, nous vérifions sa validité dans une situation plus proche des conditions opérationnelles : nous l'appliquons aux mesures ionosphériques obtenues avec l'une des stations GPS appelées à fournir les données de référence dans le futur système de positionnement différentiel français.



Nous présentons dans le chapitre I les notions de base du GPS : le signal, les types de positionnement, la modélisation et l'analyse des observations, les postes d'erreurs. Nous rappelons le principe du positionnement différentiel et nous décrivons les réseaux GPS permanents.

Le chapitre II est consacré à l'ionosphère et ses effets sur le trajet du signal GPS. Nous passons en revue les techniques de mesure de l'ionosphère, la réfraction ionosphérique du signal et la modélisation de l'ionosphère. Une évaluation de l'impact de la correction ionosphérique sur la précision de positionnement différentiel conclut ce chapitre.

Dans le chapitre III nous présentons les outils d'analyse statistiques pour les séries chronologiques : décomposition et filtrage, critères de stabilité et prédiction autoregressive.

Le chapitre IV présente l'analyse des mesures du contenu électronique de l'ionosphère et la mise au point d'un modèle prédictif adapté aux caractéristiques du signal.

Notons ici une différence importante de notre étude avec des recherches parallèles sur le positionnement différentiel au moyen de récepteurs bifréquences. On peut citer parmi les travaux les plus récents la thèse de Schaer (1999) intitulée « Mapping and Predicting the Earth's Ionosphere Using the Global Positioning System » et celle de Odijk (2002) « Fast Precise GPS Positioning in the Presence of Ionospheric Delays ». Ces études visent une précision centimétrique pour le positionnement en temps réel de récepteurs bifréquences en utilisant les mesures de phase. De notre côté nous avons orienté la recherche vers la précision décimétrique en utilisant les mesures GPS monofréquences de code ou de code lissé par la phase.

# **1 Chapitre I : Utilisations géodésiques du GPS**

## **1.1 Notions de base du GPS**

Le présent chapitre expose les notions de base du Global Positioning System (système de positionnement global). Le GPS permet d'obtenir toute une gamme de niveaux d'exactitude, compte tenu des types d'observations effectuées et des procédures suivies. En règle générale, plus le niveau d'exactitude doit être grand, plus le coût est élevé et plus le GPS est complexe à utiliser. Pour comprendre quelles techniques répondent le mieux à des besoins spécifiques il est important de saisir les concepts qui sous-tendent le GPS. Nous exposerons d'abord les éléments fondamentaux avant d'expliquer les composantes du signal des satellites GPS, les techniques générales de positionnement, la visibilité des satellites et les sources d'erreur dans le système.

### **1.1.1 Description du système**

Le GPS se compose d'une constellation de satellites émettant un signal de radionavigation, d'un segment de contrôle au sol qui gère le fonctionnement des satellites et, enfin, des utilisateurs avec récepteurs spécialisés qui utilisent les données des satellites pour répondre à une vaste gamme de besoins en positionnement (Figure 1-1). Le système a été mis en place par le ministère de la Défense des Etats-Unis (DoD) afin de répondre à des besoins de navigation et de positionnement pour la défense et, à titre de sous-produit, pour servir la communauté civile.

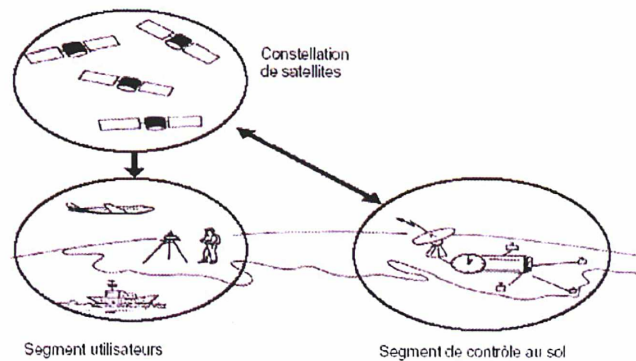


Figure 1.1 : Les trois segments du GPS

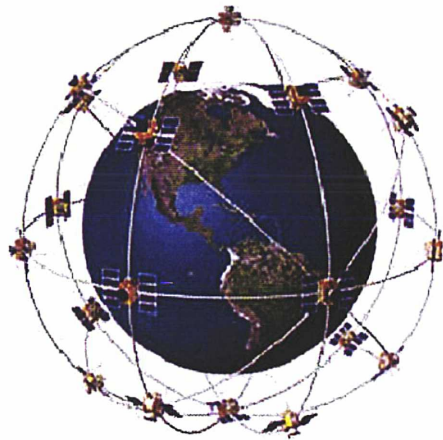


Figure 1-2 : Constellation des satellites du GPS

**La constellation** compte aujourd'hui 27 satellites du block II. Ce sont des satellites qui ont été lancés en 1989 et 1997. Ces satellites sont équipés de façon à pouvoir activer des dégradations volontaires du signal émis. Ils ont une durée de vie nominale de 7,5 ans. Leurs orbites sont :

- quasi circulaires,
- de rayon 26 500 km (soit à une altitude d'environ 20 200 km),
- de période égale à environ 11h 58 min.

Ils sont répartis dans six plans inclinés de  $55^\circ$  sur l'équateur. Cette inclinaison a été choisie afin d'optimiser la qualité de la constellation au-dessus des Etats-Unis.

Par contre dans les zones polaires les satellites sont très bas sur l'horizon, ce qui rend le positionnement plus difficile.

Chaque satellite reçoit et stocke des données en provenance du segment de contrôle, maintient une échelle du temps avec grande précision grâce à ses horloges atomiques embarquées, et transmet des signaux à la Terre.

**Le segment de contrôle** au sol (Figure 1-3) gère en permanence le système de satellites. Il compte cinq stations de poursuite réparties tout autour de la Terre, dont l'une, située à Colorado Springs, constitue la station maîtresse. Ce segment de contrôle suit tous les satellites, veille à ce qu'ils fonctionnent adéquatement et calcule leurs positions dans l'espace.

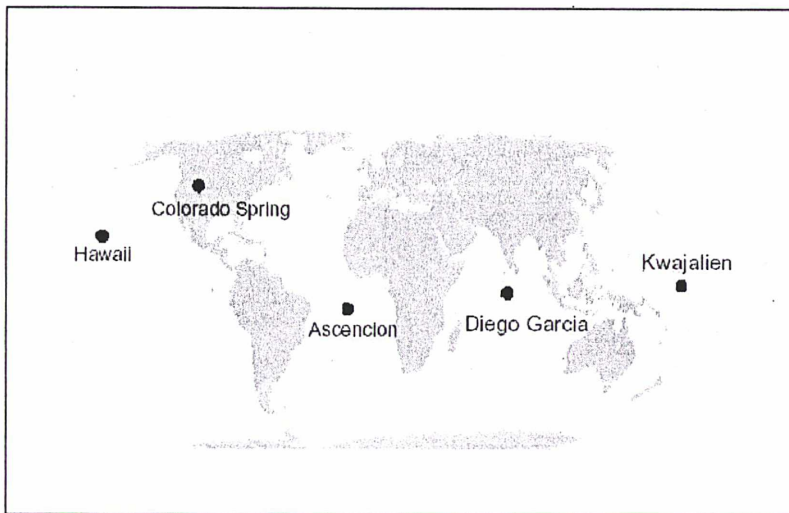


Figure 1-3 : Carte des stations du segment de contrôle

Si un satellite ne fonctionne pas correctement, le segment de contrôle au sol peut le déclarer «hors d'état de marche» et adopter les mesures nécessaires pour corriger le problème. Dans un tel cas, le satellite ne doit pas servir au positionnement avant d'être à nouveau déclaré fonctionnel. Les positions calculées des satellites permettent de dériver des paramètres qui servent à prévoir les positions futures de ces mêmes satellites. Ces paramètres, téléchargés depuis le segment de contrôle jusqu'aux satellites, sont appelés éphémérides.



**Le segment utilisateurs** est composé de l'ensemble des utilisateurs du système GPS. En mode navigation (souvent appelé "mode naturel"), on distingue deux types de service:

Le service SPS (Standart Positioning Service) :

Tous les utilisateurs disposant d'un récepteur GPS y ont accès. Ce mode est gratuit et anonyme, les propriétaires du système n'ont actuellement aucune possibilité de connaître le nombre d'utilisateurs ou de les identifier. Par contre les utilisateurs sont soumis aux dégradations volontaires du signal. Deux types de dégradations existent :

- la SA (Selective Avability) accès sélectif qui consiste à dégrader les performances nominales du système. **La SA n'est plus active depuis le 2 mai 2000.**
- L'AS (antispoofing) anti leurrage qui consiste à rendre indécodable une partie des informations transmises afin qu'elles ne puissent être reproduites. Concrètement, le code P originel est remplacé par Y, code inconnu.

Le service PPS (Precise positioning Service) :

Il est réservé aux militaires des Etats-Unis et à leurs alliés. Il consiste en l'utilisation de clés de décodage permettant d'éliminer les dégradations volontaires (SA et AS).

Presque tous les appareils de poursuite GPS se composent des mêmes éléments de base: une antenne, une section R.F. (radiofréquence), un microprocesseur, un panneau de commande et d'affichage (CDU), un enregistreur et un bloc d'alimentation. Ces composantes peuvent prendre la forme d'unités distinctes, être intégrées en une seule unité ou être partiellement intégrées.

### 1.1.2 Visibilité et disponibilité des satellites

Les utilisateurs du GPS doivent savoir quels satellites suivre à quel moment et où les trouver, pour obtenir les meilleurs résultats. La terminologie permettant de décrire la visibilité des satellites est présentée ci-après suivie d'un exposé sur leur géométrie, leurs azimuts et leurs hauteurs, sur l'accès sélectif et l'antileurrage (ou antibrouillage).

La figure 1-4 montre les principaux paramètres de visibilité locale, hauteur et angle de masquage.



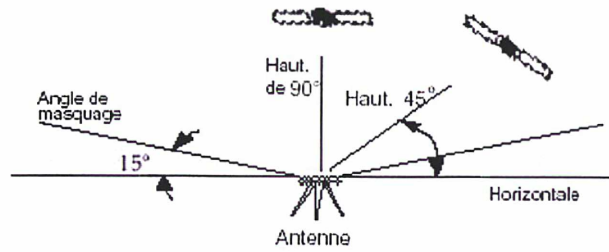


Figure 1.4 : Hauteurs et angles de masquage

La figure 1-5 montre en projection stéréographique la demi-sphère représentant le ciel au-dessus de Marne la Vallée et le passage des satellites durant 24 heures.

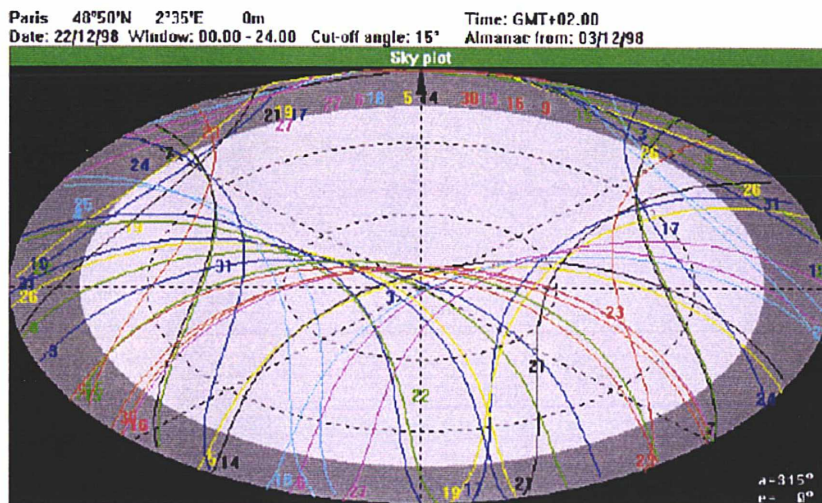


Figure 1.5 : Visibilité des satellites au-dessus de Marne la Vallée

Pour n'importe quel endroit sur la Terre, pour une date et une heure données, il est possible de prévoir quels satellites seront visibles ainsi que leur position dans le ciel. Cette prévision est réalisée au moyen d'un logiciel conçu à cette fin.

Beaucoup de récepteurs affichent l'information sur la disponibilité des satellites en vue et permettent de télécharger les fichiers d'almanach, qui contiennent des paramètres tronqués des orbites des satellites, ou encore des fichiers d'éphémérides radiodiffusés, qui contiennent les paramètres complets des orbites des satellites.

L'inclinaison de 55 degrés des orbites sur l'équateur fait apparaître dans le ciel une zone non couverte par le passage des satellites. A la latitude de la France, celle-ci se trouve au nord. En conséquence un masque au nord ne perturbera pas la réception des signaux GPS. Par contre la visibilité des satellites GPS au pôle Nord montre toute la difficulté de faire du GPS dans les zones extrêmes nord ou sud de la Terre. La faible élévation des satellites y rend le positionnement difficile.

### 1.1.3 Géométrie des satellites

La géométrie des satellites a une incidence directe sur l'exactitude du positionnement. Les conditions géométriques ne sont plus optimales lorsque les satellites sont regroupés dans un seul quadrant du ciel. Puisqu'elle contribue à l'exactitude du positionnement, la géométrie des satellites est quantifiée au moyen d'un paramètre de diminution de la précision d'origine géométrique (GDOP). La figure 1.6 fournit l'exemple d'un GDOP favorable et d'un autre, défavorable, selon la configuration des satellites.

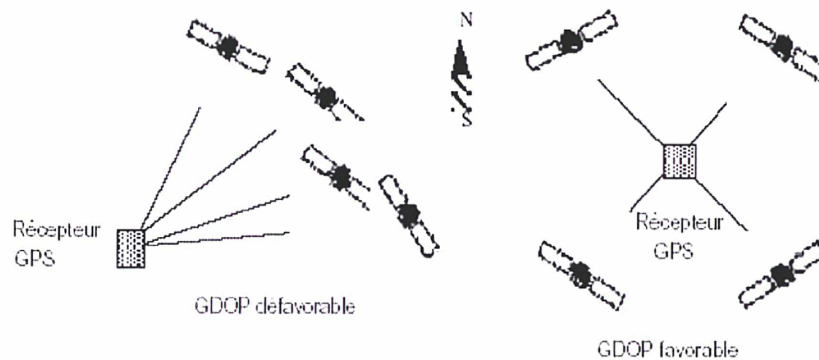


Figure 1.6 : Diminution de la précision d'origine géométrique (GDOP) défavorable et favorable

Le positionnement absolu le plus précis s'obtient lorsque les satellites sont bien répartis dans le ciel (p. ex. un satellite au zénith et les autres également répartis à une hauteur approximative de 20 degrés). En composant toutes les erreurs prévues sur les codes par le GDOP, l'utilisateur obtient une estimation du niveau de précision du positionnement absolu en fonction des quatre composantes estimées (trois coordonnées et le temps).

D'autres types de DOP (diminution de la précision) permettent d'obtenir des estimations de l'exactitude de la position, suivant l'horizontale et suivant la verticale comme l'indique le tableau 1-1.

Tableau 1-1 : Type de critères de diminution de précision (DOP)

Acronyme	Type	Composante(s) de la position
GDOP	Géométrie	Position 3D et temps
PDOP	Position	Position 3D
HDOP	Horizontale	Position horizontale 2D
VDOP	Verticale	Hauteur 1D

La plupart des progiciels GPS permettent de calculer les DOP avant une période d'observation. L'information nécessaire pour calculer les DOP est la même que celle qui est nécessaire pour le calcul de la disponibilité des satellites et l'établissement de la carte du ciel (c.-à-d. un fichier d'almanach ou d'éphémérides récent, la latitude et la longitude approximatives, la date et la période d'intérêt). Il faut noter une tendance générale à la baisse du DOP de la position (PDOP) au fur et à mesure qu'augmente le nombre de satellites disponibles, et inversement.

En positionnement GPS, plus le PDOP est faible, meilleurs sont les résultats obtenus. Un PDOP de 5 ou de 6 est habituellement recommandé comme limite supérieure pour le positionnement, en particulier pour de courtes périodes d'observation (p. ex. quelques minutes). En positionnement statique relatif sur de longues périodes (p. ex. supérieures à une heure), le PDOP est moins important étant donné que l'utilisateur tire alors profit non seulement de la configuration géométrique des satellites, mais également de la géométrie de leur trajectoire dans le ciel pendant la période d'observation.

#### 1.1.4 Temps GPS

Le centre de contrôle de Colorado Spring dispose d'environ 50 horloges atomiques à césium et de 12 masers à hydrogène qui contribuent à l'échelle de temps UTC (Le temps universel coordonné) de l'USNO (« United States Naval Observatory »).



La différence entre UTC (USNO) et UTC officiel créé par le BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) est au maximum de 10 nanosecondes. Le temps GPS est directement issu du temps UTC (USNO), au saut de seconde de UTC près, il en diffère de 100 nanosecondes au maximum. L'échelle de temps UTC n'est pas continue, en effet à cause du ralentissement de la vitesse de rotation de la Terre, des secondes intercalaires sont à rajouter tous les 18 mois environ à UTC. L'échelle de temps GPS est continue et ne tient pas compte des secondes intercalaires. On a donc une différence de secondes rondes entre UTC et UTC(GPS).

La localisation d'un événement s'effectue grâce à un numéro de semaine (WN « Week Number ») et au nombre de secondes écoulées depuis le début de la semaine. La semaine GPS commence le dimanche à 0h00. Le numéro de semaine est le nombre de semaines écoulées depuis le 06-01-1980 à 0h00.

## 1.2 Signaux GPS et types de positionnement

Chaque satellite GPS émet continuellement des signaux qui renferment une multitude de renseignements. Selon le type de positionnement effectué et l'exactitude souhaitée, un utilisateur peut n'être intéressé que par une partie des renseignements inclus dans le signal GPS. De même, un récepteur GPS donné peut n'utiliser qu'une partie des informations disponibles. Il importe donc de comprendre le contenu et l'utilisation des signaux GPS.

Les signaux GPS consistent en des ondes porteuses sur lesquelles sont transmis le code C/A d'accès libre, le code P ainsi que le message du satellite. Les différents types d'observations que permettent ces composantes sont décrits ci-dessous.

### 1.2.1 La construction du signal GPS

Les satellites GPS émettent un signal dont l'équation est (Spilker, 1980) :

$$S_{GPS}(t) = A_1 P(t) E(t) \cos(\omega_{L1} t) + A_1 C(t) E(t) \sin(\omega_{L1} t) + A_2 P(t) E(t) \cos(\omega_{L2} t) \quad (1-1)$$

avec  $A_1, A_2$ , respectivement l'amplitude des porteuses L1 et L2 ;

$P(t), C(t) = \{+1, -1\}$  respectivement l'état du code P et du code C/A ;

$E(t) = \{+1, -1\}$  le message de navigation ;

$\omega_{L1}, \omega_{L2}$  respectivement la fréquence des porteuses L1 et L2.

## 1.2.2 Observations de phase de l'onde porteuse

Les signaux des satellites GPS sont émis en permanence sur deux fréquences porteuses, 1575,42 et 1227,60 MHz, désignées respectivement par L1 et L2. Puisque les ondes radio se propagent dans l'espace à la vitesse de la lumière, la longueur d'onde des signaux porteurs GPS se calcule comme suit :

$$\lambda = c / f \quad (1-2)$$

Où  $\lambda$  représente la longueur d'onde (c.-à-d. la longueur d'un cycle) en mètres,  $c$ , la vitesse de la lumière en mètres par seconde et  $f$ , la fréquence porteuse en Hz (c.-à-d. le nombre de cycles par seconde).

Les récepteurs GPS, qui enregistrent les observations de phase, mesurent la fraction d'une longueur d'onde (c.-à-d. la longueur d'onde de 19 cm dans le cas de l'onde porteuse L1) dès qu'ils acquièrent le signal d'un satellite, puis additionnent de manière continue par la suite un nombre entier de cycles. A l'instant initial de l'acquisition, le nombre entier de cycles entre le satellite et le récepteur du signal est inconnu et de ce fait est appelé ambiguïté. Donc, l'observation de phase et l'ambiguïté de phase représentent ensemble la distance satellite-récepteur, d'où l'équation de base:  $\phi = \rho + N\lambda + \text{erreurs}$

Les codes et les messages des satellites sont acheminés sur l'onde porteuse par modulation. L'onde porteuse L1 est modulée par un code d'accès libre appelé code C/A, par un code précis appelé code P et par le message du satellite. L'onde porteuse L2 est modulée par le code P et par le message du satellite.

## 1.2.3 Observations issues du code (pseudo distances)

Ce sont les pseudo distances (communément appelées observations du code) qui permettent d'établir instantanément la position. Elles sont dérivées de la comparaison des codes transmis par le satellite et leur réplique générée par le récepteur. Les codes se composent d'une série d'éléments binaires de valeur 1 ou 0 appelés chips. Le code C/A présente une fréquence de 1,023 MHz et le code P, une fréquence de 10,23 MHz. La figure 1.7 présente des exemples des codes C/A et P.

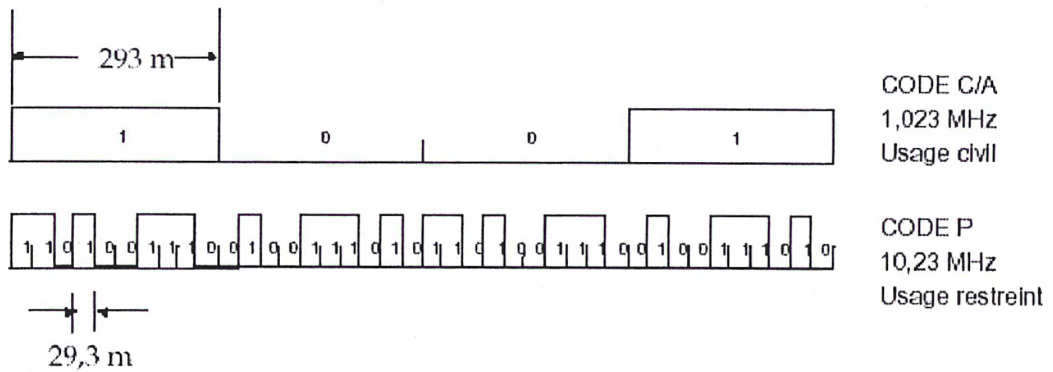


Figure 1.7 :Codes C/A et P

Les longueurs des segments du signal sont de 293 m pour le codes C/A et de 29,3 m pour le code P qui est généralement dix fois plus précis que le code C/A, cependant depuis le mois de janvier 1994, il n'est plus disponible à des fins civiles à moins d'une permission spéciale conformément aux politiques annoncées (McNeff, 1991); on ne peut donc envisager d'utiliser que le code C/A pour les applications civiles.

La **pseudodistance** est égale à la différence de temps entre le moment où le code est émis par un satellite et celui où il atteint un récepteur GPS, multipliée par la vitesse de la lumière :

$$P = c(t_r - t_t) \tag{1-3}$$

où P représente la pseudodistance, c, la vitesse de la lumière,  $t_r$  , le temps de réception du signal et  $t_t$ , le temps d'émission du signal.

#### 1.2.4 Observations de code et observations de phase

À ce stade, il est possible de comparer brièvement les codes et les observations de phase de l'onde porteuse. La longueur d'onde de la porteuse (19 cm dans le cas de L1) est bien moindre que la longueur des chips du code C/A (293 m) et peut donc être utilisée pour obtenir des positions d'une précision beaucoup plus grande que celle que permettent les codes.



En effet, le niveau de précision possible au moyen des codes est habituellement de l'ordre de quelques mètres alors que les observations de phase permettent un positionnement exact à quelques centimètres près. Cependant, si l'on compare les équations d'observations, on se rend immédiatement compte de la difficulté qu'il y a à employer les observations de phase plutôt que les codes.

Avec ces dernières, on mesure directement la distance satellite-récepteur. Avec les observations de phase, le terme d'ambiguïté (nombre de cycles entiers) doit être estimé avant que l'on puisse tirer avantage de la précision de cette observation. L'estimation de l'ambiguïté mène à des complexités dans l'utilisation des observations de phase, inexistantes avec les codes.

### 1.2.5 Message du satellite

Le message de navigation contient les informations suivantes :

- Une indication de temps, la semaine GPS et la date de synchronisation de l'horloge interne des récepteurs,
- les corrections d'horloge du satellite, qui permettent de convertir le temps satellite dans l'échelle de temps GPS à l'aide d'un polynôme d'ordre 2,
- les éphémérides du satellite,
- un modèle mondial d'ionosphère,
- la différence entre UTC et le temps GPS,
- les almanachs de l'ensemble des satellites opérationnels. Ces derniers sont des éphémérides et des corrections d'horloges dégradées. Les récepteurs les utilisent pour connaître approximativement la position des satellites dans le ciel, ce qui leur permet de les capter plus facilement et plus rapidement. Ils sont aussi utilisés par les logiciels pour les prédictions de passages de satellites en un lieu donné.

Les informations spécifiques à chaque satellite, comme les corrections d'horloge et les éphémérides des satellites, sont transmises en totalité toutes les 30 secondes sur une période de 18 secondes. Le message de navigation est, quant à lui, transmis dans sa totalité en 12 minutes et 30 secondes. Sa construction est la suivante (figure 1.8):

Contenu de la phrase 1	Corrections d'horloge	Ephémérides	éphémérides	Iono / UTC / almanachs	Iono / UTC / almanachs
Durée totale 30 s	6 sec	6 sec	6 sec	6 sec	6 sec
•					
•					
•					
Contenu de la phrase 1	Corrections d'horloge	Ephémérides	éphémérides	Iono / UTC / almanachs	Iono / UTC / almanachs
Durée totale 30 s	6 sec	6 sec	6 sec	6 sec	6 sec

} Nombre de phrases 25, pour une durée de 12,5 minutes

Figure 1.8 : schéma de la construction du message de navigation

Il se compose de 25 "phrases" de 1500 bits d'informations à la fréquence de 50 Hz. Chaque phrase est donc émise en 30 secondes. Chaque phrase est divisée en 5 "sous-phrases" de 300 bits chacune, émises en 6 secondes. Les sous-phrases non grisées contiennent les informations spécifiques au satellite sont répétées dans toutes les phrases. Les sous-phrases grisées contiennent les informations générales dont le contenu change à chaque phrase et est transmis en totalité en 12,5 minutes.

Jusqu'à présent, nous avons décrit les trois segments du GPS et les composantes des signaux diffusés par les satellites. Les principales méthodes de positionnement existantes peuvent maintenant être expliquées.

### 1.2.6 Positionnement absolu et positionnement relatif

Le positionnement au moyen du GPS peut s'effectuer de façon absolue ou de façon relative (Willis, 1989). En positionnement absolu, les coordonnées d'un récepteur en un point «inconnu» sont établies relativement au repère de référence des satellites d'après les positions connues des satellites GPS suivis. Dans le positionnement relatif, les coordonnées d'un récepteur en un point inconnu sont établies relativement à celles d'un récepteur en un point connu.



La figure 1.9 illustre la notion de positionnement absolu. Grâce aux éphémérides, la position de n'importe quel satellite à n'importe quel moment dans le temps peut être calculée.

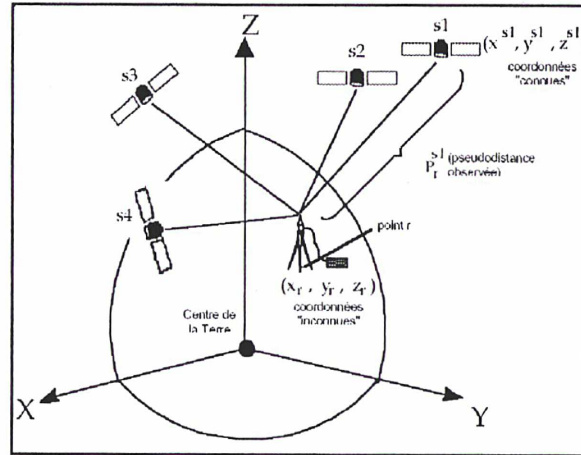


Figure 1.9 : Positionnement absolu

Sur la figure 1.9, s1, s2, s3 et s4 représentent quatre satellites différents qui sont suivis. La position de ceux-ci est donnée par rapport au centre de la Terre dans le système de coordonnées x, y et z. Les coordonnées de s1 sont notées (xs1, ys1, zs1). Les coordonnées de r, le point inconnu, relativement au centre de la Terre, sont (xr, yr, zr). La pseudodistance observée,  $P_r^{s1}$ , permet d'établir la relation entre les coordonnées connues du satellite 1 et les coordonnées inconnues du récepteur au moyen de l'équation d'un vecteur dans l'espace tridimensionnel :

$$P_r^{s1} = \sqrt{(X^{s1} - X_r)^2 + (Y^{s1} - Y_r)^2 + (Z^{s1} - Z_r)^2} + \text{erreurs} \quad (1-4)$$

Une équation similaire à celle décrivant la relation entre le satellite 1 et le récepteur, peut être formulée pour les différents satellites suivis. Avec un minimum de quatre satellites, toutes les inconnues (xr, yr, zr et un terme relié à la synchronisation des horloges qui fait partie des erreurs) peuvent être calculées.

La notion de positionnement relatif est illustrée à la figure (1.10). Plutôt que d'établir la position d'un point sur la Terre par rapport aux satellites (comme c'est le cas en positionnement absolu), la position d'un point sur la Terre est établie par rapport à celle d'un autre point connu.

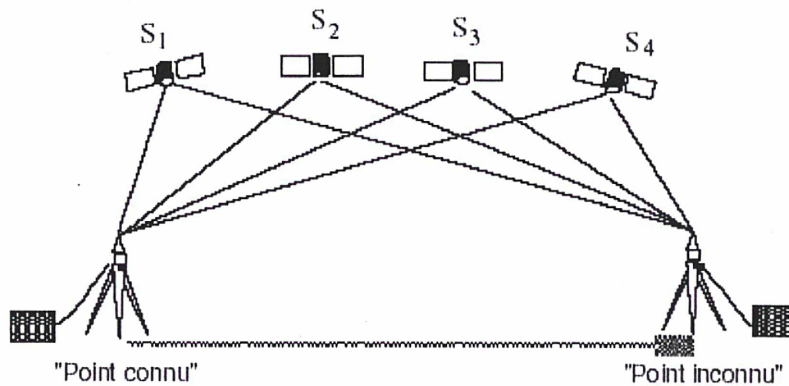


Figure 1.10 : Positionnement relatif

L'avantage du positionnement relatif sur le positionnement absolu réside dans la précision beaucoup plus grande qu'il permet, puisque la plupart des erreurs dans les observations GPS sont communes aux points «connu» et «inconnu» et peuvent être annulées durant le traitement des données si la distance entre les deux récepteurs est courte.

Les expressions positionnement différentiel et positionnement relatif sont parfois employées indifféremment l'une pour l'autre. Toutefois, le positionnement différentiel désigne le plus souvent un type particulier de positionnement relatif où on applique des corrections mesurées à un point de position «connue» aux observations effectuées en un autre, de position «inconnue».

### 1.2.7 Positionnement statique et positionnement cinématique

Le positionnement GPS peut être également dit statique ou cinématique. En positionnement statique, un récepteur GPS est stationnaire alors qu'en positionnement cinématique, le récepteur recueille les données GPS tout en se déplaçant. Noter qu'en positionnement cinématique relatif, le récepteur de contrôle, est stationnaire en un point connu alors qu'un second récepteur mobile se déplace suivant la trajectoire à positionner.

### 1.2.8 Traitement en temps réel et traitement après mission

Les positions GPS peuvent être obtenues par traitement en temps réel ou après mission. Dans le traitement en temps réel, les positions sont calculées presque instantanément et sur place. En traitement après mission (post-traitement), les données sont combinées et réduites une fois qu'elles ont toutes été recueillies.

En positionnement relatif en temps réel, un système de communication est indispensable pour transmettre les corrections du récepteur de contrôle à un récepteur mobile. Le traitement après mission d'un positionnement relatif exige le rassemblement après la période d'observation des données recueillies par tous les récepteurs. Même en positionnement absolu en temps réel, il reste nécessaire, pour beaucoup d'applications GPS, de télécharger les données dans une base de données propre à l'application de l'utilisateur.

Le positionnement absolu de très faible précision, basé sur les observations de codes et les éphémérides diffusées, est habituellement calculé par les récepteurs GPS en temps réel, tandis que le positionnement relatif de très grande précision, basé sur les observations de phase, est presque toujours le résultat d'un traitement après mission.

Les méthodes de positionnement qui permettent un niveau de précision se situant entre ces deux extrêmes offrent l'option de faire le traitement en temps réel ou après mission. Tout positionnement GPS peut être classé comme étant statique ou cinématique, absolu ou relatif, en temps réel ou après mission. Tous les utilisateurs du GPS, quel que soit le type de positionnement employé, doivent connaître les moments les plus favorables pour la collecte de données; ce qui nous renvoie aux questions de visibilité et de disponibilité des satellites.

### 1.3 Modélisation et analyse des observations GPS

#### 1.3.1 Mesure de code

La mesure de code  $P$  est une mesure de temps de parcours en secondes qui peut être transformée en pseudo-distance en mètres. On peut la décrire comme

$$P = \rho + \frac{I}{f^2} + T + m + c\delta t_{rec} - c\delta t_{sv} + v, \quad (1-5)$$

où

$\rho$  : distance entre le véhicule spatial **SV** (temps de transmission) et le récepteur (temps de réception),

$I$  : paramètre de retard ionosphérique (=40.30 TEC (le TEC est mesuré en électrons libres/ m<sup>2</sup>)),

$f$  : fréquence de signal porteuse (L1=1575.42 MHz, L2=1227.60 MHz),

$T$  : retard troposphérique (m),

$m$  : mesures de retard dû au multitrajet (m),

$c$  : vitesse de la lumière (m/s),

$\delta t_{rec}$  : erreur d'horloge de récepteur (s),

$\delta t_{sv}$  : erreur d'horloge de satellite (s),

$v$  : bruit de mesure (m).

TEC (« Total Electron Content ») est le contenu électronique total, qui est l'intégration de la densité des électrons libres en traversant l'ionosphère. L'unité de TEC est le TECU. 1 TECU=10<sup>16</sup> électrons/m<sup>2</sup>.

Le GPS génère une distance calculée entre le récepteur et le satellite. Le vecteur de distance vraie  $\vec{\rho}_v$  est

$$\vec{\rho}_v = P_{sv} - P_{rec}, \quad (1-6)$$

$P_{sv}$  est la position vraie du satellite au temps de transmission.  $P_{rec}$  est la position vraie du récepteur au temps de réception.

Le vecteur de distance calculé  $\vec{\rho}_c$  est

$$\vec{\rho}_c = P_{sv} - P_{rec}, \quad (1-7)$$



$P_{sv}$  est la position calculée du satellite au temps de transmission (de l'éphéméride).

$P_{rec}$  est la position nominale du récepteur au temps de réception.

L'erreur tridimensionnelle du vecteur de distance calculée ( $\delta\vec{\rho}$ ) est

$$\begin{aligned}\delta\vec{\rho} &\equiv \vec{\rho}_c - \vec{\rho}_v \\ &= (P_{sv} - P_{sv}) - (P_{rec} - P_{rec}) \\ &\equiv \delta P_{sv} - \delta P_{rec}\end{aligned}$$

ou

$$\delta\vec{\rho} = \vec{\rho}_v + \delta P_{sv} - \delta P_{rec}, \quad (1-8)$$

où  $\delta P_{sv}$  et  $\delta P_{rec}$  sont les erreurs relatives des positions calculées du satellite et du récepteur par rapport aux vraies positions.

Si les erreurs en position du satellite et du récepteur sont très petites par rapport au vecteur de distance vraie, les erreurs peuvent être projetées sur le vecteur distance pour obtenir des quantités scalaires (Hofmann-Wellenhof et al., 1997).

En équation forme

$$\begin{aligned}|\delta P_{sv}| &\ll |\vec{\rho}_v| \text{ et } |\delta P_{rec}| \ll |\vec{\rho}_v| \\ \rho_c &= |\vec{\rho}_c| = |\vec{\rho}_v + \delta P_{sv} - \delta P_{rec}| \\ &= |\vec{\rho}_v| + \delta P_{sv} - \delta P_{rec}\end{aligned} \quad (1-9)$$

où

$$\begin{aligned}\delta P_{sv} &= e \cdot \delta P_{sv}, \\ \delta P_{rec} &= e \cdot \delta P_{rec}, \text{ et } e = \vec{\rho}_c / |\vec{\rho}_c|\end{aligned}$$

La longueur  $\rho_c$  du vecteur de distance calculé peut être enlevée de la mesure de code pour générer la mesure de distance réduite  $\vec{P}$  :

$$\vec{P} = P - |\vec{\rho}_c| = \rho - \rho_c \quad (1-10)$$

Quand on exécute le positionnement standard de code GPS ou DGPS, la méthode utilisée normalement est de calculer  $\vec{P}$  avec position nominale de récepteur. Alors  $\vec{P}$  fournit une mesure d'erreur dans la position nominale du récepteur  $\delta P_{rec}$  qui elle peut être utilisée pour estimer cette erreur et corriger la position nominale jusqu'à ce que la convergence soit obtenue.

### 1.3.2 Mesure de phase

La mesure de phase GPS ( $\phi$ ) est exprimée en cycles :

$$\phi = \frac{1}{\lambda} \left( \rho - \frac{I}{f_2} + T + m + c\delta t_{rec} - c\delta t_{sv} + v \right) + N \quad (1-11)$$

Où,  $I$ ,  $f$ ,  $T$ ,  $m$ ,  $\delta t_{rec}$ ,  $\delta t_{sv}$ ,  $v$ , et  $c$  sont déjà décrits, et

$\lambda$  = longueur d'onde de L1 ou L2

$N$  = nombre entier inconnu de cycles que le récepteur ne peut pas mesurer (ambiguïté entière)

Il y a de nombreux termes en commun entre la mesure de code et celle de phase. Le nouveau terme est **l'ambiguïté entière  $N$** . En fait la mesure de phase n'est pas entièrement une mesure de distance. Car elle est une mesure de doppler accumulée à partir d'un moment donné où il y avait un nombre  $N$  de cycles indéterminés entre le satellite et le récepteur. Ce nombre n'apparaît pas dans la mesure de phase.

### 1.3.3 Simple et Double Différence

Pour commencer nous définissons le terme zéro différence  $\vec{P}_i^j$  comme la mesure de distance réduite de code entre le récepteur  $i$  et le satellite  $j$ .

La mesure de simple différence est générée par la différence simultanée de mesures entre deux stations et un satellite (figure 1.11).

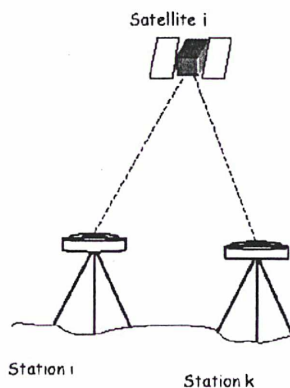


Figure 1.11 : La simple différence

$$\nabla \vec{P}_{ik}^j = \vec{P}_i^j - \vec{P}_k^j \quad (1-12)$$

La combinaison de mesures de simple différence entre deux récepteurs permet d'établir la mesure de double différence (figure 1.12).

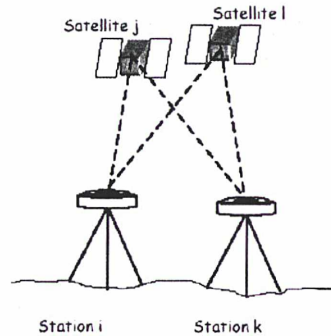


Figure 1.12 : La double différence

Cette combinaison permet d'éliminer les erreurs d'horloges des récepteurs et de réduire les effets des perturbations atmosphériques et des orbites.

$$\Delta \nabla \vec{P}_{ik}^{jl} = \nabla \vec{P}_{ik}^j - \nabla \vec{P}_{ik}^l \quad (1-13)$$

après simplification (Spilker, 1996)

$$\Delta \nabla \vec{P}_{ik}^{jl} = \Delta \nabla I_{ik}^{jl} / f^2 + \Delta \nabla T_{ik}^{jl} + \Delta \nabla m_{ik}^{jl} + \Delta \nabla v_{ik}^{jl} + \Delta \nabla \delta Psv_{ik}^{jl} - \Delta \nabla \delta Prec_{ik}^{jl} \quad (1-14)$$

Cette équation montre chaque source d'erreur présente dans la mesure de code double différence.

L'équation de mesure double différence en phase est

$$\Delta \nabla \vec{\theta}_{ab}^{xy} = \frac{1}{\lambda} (\Delta \nabla I_{ab}^{xy} / f^2 + \Delta \nabla T_{ab}^{xy} + \Delta \nabla m_{ab}^{xy} + \Delta \nabla v_{ab}^{xy} + \Delta \nabla \delta Psv_{ab}^{xy} - \Delta \nabla \delta Prec_{ab}^{xy}) + \Delta \nabla N_{ab}^{xy} \quad (1-15)$$

Où  $f$  est la fréquence de L1 ou L2, et  $\lambda = c/f$ .

### 1.3.4 Stratégies d'analyse

Il est utile de former les combinaisons linéaires des mesures de phase et/ ou de code afin d'analyser les informations des erreurs GPS.

### La combinaison *ionosphere free* $L_3$

La combinaison « ionosphere free »  $L_3$ , est une combinaison de mesures de phases effectuées sur les deux porteuses  $L_1$  et  $L_2$  qui élimine au premier ordre l'effet de la réfraction ionosphérique :

$$L_3 = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 L_1 - f_2^2 L_2) \quad (1-16)$$

Le même concept est appliqué dans le cas des mesures de code.

$$P_3 = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 P_1 - f_2^2 P_2) \quad (1-17)$$

En tenant compte de la double différence en mesures de phase et en négligeant la réfraction troposphérique  $\Delta\rho_{kl}^{ij}$  on peut écrire :

$$L_{3kl}^{ij} = \rho_{kl}^{ij} + B_{3kl}^{ij}, \quad (1-18)$$

où le biais  $B_{3kl}^{ij}$  peut être écrit sous la forme

$$B_{3kl}^{ij} = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 \lambda_1 n_{1kl}^{ij} - f_2^2 \lambda_2 n_{2kl}^{ij}) \quad (1-19)$$

Le biais ne peut être exposé sous la forme  $(\lambda_3 n_{3kl}^{ij})$ , où  $n_{3kl}^{ij}$  est une ambiguïté entière. Si nous connaissons la différence  $n_{5kl}^{ij} = n_{1kl}^{ij} - n_{2kl}^{ij}$  (appelée en anglais wide-lane ambiguity), nous pouvons écrire

$$B_{3kl}^{ij} = c \frac{f_2}{f_1^2 - f_2^2} n_{5kl}^{ij} + \frac{c}{f_1 + f_2} n_{1kl}^{ij}, \quad (1-20)$$

où le premier terme à droite est connu. La longueur d'onde  $\lambda_3$  est de 11 cm. C'est la raison pour laquelle on appelle l'ambiguïté inconnue  $n_{1kl}^{ij}$  dans l'Eq (1-20) « narrow-lane ambiguity. ». Cette combinaison comporte deux inconvénients (Hofmann-Wellenhof et al.,1997):

-le bruit qui lui est associé est environ trois fois supérieur au bruit des mesures individuelles.

-l'ambiguïté  $n_{3kl}^{ij}$  n'est pas entière.



### La combinaison geometry free L<sub>4</sub>

Cette combinaison est indépendante de l'effet de l'horloge du récepteur et la géométrie (orbites, coordonnées de station). Elle contient le retard ionosphérique, des effets multitrajet, et l'ambiguïté initiale de phase (qui n'est pas entière). On peut s'en servir pour estimer les modèles ionosphériques. La même combinaison est possible en utilisant les mesures de code. Elle s'exprime sous la forme :

$$L_4 = L_1 - L_2. \quad (1-21)$$

Nous détaillerons cette combinaison au chapitre II.

### La combinaison *wide-laning* L<sub>5</sub>

La combinaison linéaire

$$L_5 = \frac{1}{f_1 - f_2} (f_1 L_1 - f_2 L_2) \quad (1-22)$$

est utilisée pour fixer les sauts de cycle et résoudre l'ambiguïté dans le cas des mesures de phase. En négligeant la réfraction ionosphérique  $I_{kl}^{ij}$  et la réfraction troposphérique  $\Delta\rho_{kl}^{ij}$ , on obtient

$$L_{5kl}^{ij} = \rho_{kl}^{ij} + \underbrace{\frac{c}{f_1 - f_2}}_{\lambda_5} (n_{1kl}^{ij} - n_{2kl}^{ij}) \quad (1-23)$$

La longueur d'onde de  $\lambda_5$  est 86 cm qui est quatre fois plus grande que  $\lambda_1$  ou  $\lambda_2$ . C'est pourquoi cette combinaison est appelée *wide-laning*. De plus l'ambiguïté  $n_{5kl}^{ij}$  est entière

$$n_{5kl}^{ij} = n_{1kl}^{ij} - n_{2kl}^{ij} \quad (1-24)$$

En effet, dans les calculs de positions relatives par GPS, la résolution des ambiguïtés est l'un des problèmes les plus difficiles à surmonter. Le fait de pouvoir fixer les ambiguïtés à leur valeur entière est indispensable pour obtenir la meilleure précision.

## La combinaison Melbourne-Wübbena $L_6$

Cette combinaison est linéaire par rapport aux mesures de phase ( $L_1$  et  $L_2$ ) et aux mesures de code P ( $P_1$  et  $P_2$ ). (Melbourne, 1985). Elle élimine l'effet de l'ionosphère, de l'horloge et de la troposphère.

$$L_6 = \frac{1}{f_1 - f_2} (f_1 L_1 - f_2 L_2) - \frac{1}{f_1 + f_2} (f_1 P_1 - f_2 P_2) \quad (1-25)$$

Dans le cas des mesures en double différence on obtient

$$L_{6kl}^{ij} = \lambda_5 L_{5kl}^{ij} \quad (1-26)$$

Avec des mesures en code P cette combinaison peut être utilisée afin de résoudre l'ambiguïté en wide-lane  $n_{5kl}^{ij}$ . Dans le cas de zéro différence, la même combinaison linéaire donne

$$L_{6k}^i = \lambda_5 L_{5k}^i \quad (1-27)$$

qui signifie que cette combinaison linéaire peut être utilisée pour examiner les sauts de cycle dans le cas de mesures de zéro différence. En tout cas la différence  $n_{1k}^i - n_{2k}^i$  est le seul paramètre qu'on peut examiner dans cette méthode.

## 1.4 Poste d'erreurs

Les sources des erreurs restantes après l'utilisation de double différence sont décrites ci dessous.

### 1.4.1 Horloge du récepteur

Quoique les horloges des satellites soient extrêmement précises et stables, et malgré la vérification régulière de leur précision, de légères erreurs restent toujours possibles. Ces erreurs, couplées à de faibles erreurs dans le message de position diffusé du satellite, peuvent entraîner des erreurs de distance.

Le récepteur GPS peut mesurer la pseudo-distance  $P_k^i$  entre le satellite  $k$  et le satellite  $i$  à partir des observations du code. On réécrit l'équation (1-5) sous la forme (Beutler, 2000):

$$P_k^i = c((t + \delta_k) - (t - \tau + \delta^i)) \quad (1-28)$$

où

$t$  est le temps de réception du signal (en temps GPS)

$t_k$  est la lecture du temps de réception du signal par le récepteur  $k$  (en temps récepteur)

$\delta_k$  est l'erreur de l'horloge du récepteur  $k$  en temps GPS. Le temps de réception du signal doit être :  $t = t_k - \delta_k$

$\delta^i$  est l'erreur de l'horloge du satellite  $i$  en temps GPS.

$\tau$  est le temps de trajet du signal

$(t - \tau)$  temps d'émission du signal

$c$  est la vitesse de la lumière

La distance géométrique  $\rho_k^i$  sera écrite

$$\rho_k^i = c \tau \quad (1-29)$$

En utilisant le terme de distance géométrique  $\rho_k^i$  et en négligeant toutes les autres sources d'erreur, on a

$$P_k^i = \rho_k^i + c \delta_k - c \delta^i. \quad (1-30)$$

Le terme  $c\delta_k$  peut être éliminé en formant la différence des mesures de deux satellites (le terme  $c\delta^i$  peut être éliminé en utilisant la différence entre deux récepteurs). Ceci ne signifie pas, en tout cas, que l'erreur d'horloge  $\delta_k$  est éliminée complètement en faisant la différence. Il est bien évident que l'erreur de l'horloge  $\delta_k$  doit être connue pour corriger la lecture de l'horloge de récepteur  $t_k$

$$\rho_k^i(t) = \rho_k^i(t_k - \delta_k). \quad (1-31)$$

En dérivant cette équation par rapport au temps on obtient

$$d\rho_k^i = -\dot{\rho}_k^i d\delta_k, \quad (1-32)$$

où  $\dot{\rho}_k^i$  est la vitesse radiale du satellite par rapport au récepteur. Cette vitesse est égale à zéro quand le satellite est au point le plus proche. Par contre elle atteint  $900 \text{ m.s}^{-1}$  quand la distance zénithale  $z \approx 80^\circ$ .  $d\rho_k^i$  peut être interprété comme une erreur de la distance  $\rho_k^i$  en imposant  $-d\delta_k$  une erreur de synchronisation de l'horloge du récepteur avec le temps GPS. L'erreur  $|d\rho_k^i|$  sur la distance géométrique  $\rho_k^i$  générée par l'erreur de l'horloge du récepteur  $|d\delta_k|$  sera inférieure à 1mm si  $|d\delta_k|$  est inférieure à  $1 \mu\text{s}$  (Beutler, 2000).

#### 1.4.2 Multitrajet

L'erreur de Multitrajet se produit quand le signal GPS arrive au récepteur après plus d'un trajet à cause de réflexions près du récepteur. Cette erreur dépend des conditions autour de l'antenne et du type d'antenne. Le multitrajet est une erreur difficile à corriger, et il n'existe pas de modèle général. Il y a deux sortes de multitrajets :

##### Multitrajet de phase porteuse.

Le signal direct d'un satellite GPS vers un récepteur ( $S_D$ ) peut s'écrire comme

$$S_D = A \cos \varphi \quad (1-33)$$



Puis, chaque signal réfléchi ( $S_R$ ) sera décalé en phase en fonction de la configuration géométrique :

$$S_R = \alpha A \cos(\varphi + \delta\varphi). \quad (1-34)$$

En général, les signaux réfléchis peuvent être nombreux ( $n$ ) avec des facteurs d'atténuation  $\alpha_j$  et des décalages de phase  $\delta\varphi_j$ . Le signal total à l'antenne du récepteur ( $S$ ) est alors la superposition de tous ces signaux

$$S = A \cos\varphi + \sum_{j=1}^n \alpha_j A \cos(\varphi + \delta\varphi_j). \quad (1-35)$$

### Multitrajet de code

Le multitrajet de code ressemble au multitrajet de phase, mais l'effet est plus important. Le multitrajet a tendance à être plus faible pour la mesure du code P que pour la mesure du code CA. Plusieurs techniques de traitement du signal peuvent être utilisées afin de diminuer l'erreur de multitrajet de code. (Van Diredonck et al., 1992), (Leick, 1995).

#### 1.4.3 Bruit de mesure

Le bruit de mesure est tout bruit généré par le récepteur lui-même lors de la réception des mesures de code ou de phase. Le bruit peut être mesuré en utilisant le test « ligne de base nulle ». Dans ce test, le signal GPS venant d'une antenne va vers deux récepteurs. En utilisant la valeur de mesures réduites de ces deux récepteurs, tous les termes d'erreurs disparaissent sauf celui de bruit.

#### 1.4.4 Erreur de position de satellite

Les positions de satellites sont calculées à partir des messages de navigation radiodiffusés. Ces messages incluent les éléments orbitaux képlériens et les dérivées de ces éléments. Les messages de navigation radiodiffusés sont générés en utilisant les mesures des cinq stations du segment de contrôle. Ils sont mis à jour toutes les deux heures. Les erreurs de l'orbite radiodiffusée vont produire des erreurs dans les valeurs de la mesure de double différence.

Il est possible de déterminer les erreurs orbitales pour une période particulière en utilisant des orbites précises. Ces orbites sont calculées en utilisant plusieurs stations de référence sur plusieurs jours avant et après cette période particulière. L'erreur de position du satellite peut être calculée en faisant la différence entre les positions générées par l'orbite radiodiffusée et celles qui viennent de l'orbite précise. L'erreur de position de satellite en double différence est calculée par la projection de l'erreur orbitale en trois dimensions sur une ligne vectorielle entre les récepteurs et les satellites.

#### 1.4.5 Erreurs de trajet du signal

La mesure de distance d'un satellite repose sur l'hypothèse fondamentale que la vitesse de propagation du signal émis par le satellite est constante. Ce fait n'est vrai que dans le vide car cette vitesse change avec le déplacement du signal à travers des particules électriquement chargées de l'ionosphère terrestre, et ensuite à travers l'atmosphère neutre. On présente ici la troposphère avec son effet sur le signal GPS. L'ionosphère sera présentée en détail au chapitre II car elle est un élément principal de cette étude.

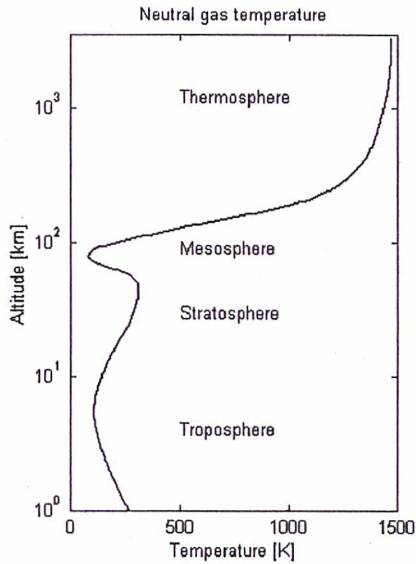
#### **La troposphère**

La troposphère est la couche basse de l'atmosphère, entre le sol et une altitude comprise entre 7 et 20 km. Elle produit une réduction variable de la vitesse de l'onde transmise, ce qui allonge le temps de parcours. C'est le retard troposphérique.

L'amplitude de la variation dépend essentiellement des conditions météorologiques (pression, température sèche, humidité) et de la hauteur du satellite. Le retard est minimum au zénith. La figure 1.13 montre ces conditions selon l'altitude.

La troposphère étant un milieu non dispersif, le retard troposphérique ne dépend pas de la fréquence. La modélisation du retard troposphérique se décompose en deux parties, une composante sèche qui représente 80% du retard et une composante humide qui représente 20% du retard.

C'est cette dernière qui est la plus mal modélisée. La valeur du retard troposphérique est d'environ 2,30 mètres au zénith de la mer et de plus de 20 mètres à 5 degrés de hauteur sur l'horizon.



A l'horizon la valeur du retard troposphérique peut atteindre plusieurs centaines de mètres et elle est impossible à modéliser.

Aujourd'hui la troposphère est le facteur limitant le plus la détermination précise de ligne de base. Son effet détériore surtout la détermination de la composante verticale.

Figure 1.13 : Profil de température de la Troposphère

On modélise le retard troposphérique à partir des données météorologiques (température sèche, humidité et pression) à la station sol pour une détermination absolue, ou aux deux stations sol pour une détermination relative et de l'élévation des satellites. Il existe de nombreux modèles dont voici une liste non exhaustive (Botton, 2001): Hopfield-Black, Hopfield-Kouba, Marini, Saastamoinen, CENT, Goad et Goodman.

Les modèles ne sont valables que pour des hauteurs supérieures à 10 à 15 degrés. Nous détaillons à titre d'exemple le modèle de Saastamoinen (Hofmann-Wellenhof et al., 1997):

$$\rho_{tropo} = \frac{0.00227}{\cos Z} \left( P + \left[ \left( \frac{1255}{T} \right) + 0.05 \right] \times e^{-B \tan^2 Z} \right) + \delta R \quad (1-36)$$

avec

- $\rho_{tropo}$  : le retard troposphérique total
- $Z$  : la distance zénithale du satellite
- $P$  : la pression atmosphérique au point observé
- $T$  : la valeur de la température absolue au point observé



- $e$  : la pression de vapeur d'eau au point observé
- $B$  : une constante qui dépend de l'altitude du point, sa valeur varie de 1,156 au niveau de la mer à 0,563 à 5000 m d'altitude.
- $\delta R$  : correction de distance troposphérique

Dans le cas d'un travail dans une région où les conditions météorologiques sont très spécifiques, il est possible de construire un modèle local. Dans ce cas on choisit une température, une humidité et une pression moyenne du lieu de travail à une altitude donnée. Puis à l'aide d'un modèle on extrapole les données météorologiques aux points à déterminer suivant leurs altitudes.

## 1.5 Le positionnement différentiel (DGPS)

Afin d'améliorer le positionnement, il est possible de faire des différences sur les mesures de code. Ce type de positionnement est appelé DGPS.

### 1.5.1 Principe du DGPS

Lors d'un calcul en temps différé le principe du positionnement est le même que pour la phase. On forme, à partir des observations de code, les simples et les doubles différences, ce qui permet d'estimer le vecteur entre les deux stations. Il faut bien sûr que la station de référence soit sur un point dont on connaît les coordonnées dans un repère conventionnel, par exemple l'ITRF. C'est du positionnement relatif.

En temps réel, le principe est différent. La station fixe va estimer à chaque instant sa position à partir des mesures de code, puis la comparer à la position "vraie". A partir de cet écart elle va estimer sur chaque mesure de code une correction pour ramener la position estimée à la même valeur que la position "vraie". Puis elle va transmettre ces corrections. Plusieurs types de vecteurs sont utilisés pour ces transmissions :

- en ondes radio à partir d'émetteurs au sol ou du système RDS
- le téléphone mobile GSM
- les satellites géostationnaires de communication.



Les corrections émises par les stations de référence sont le plus souvent au format RTCM SC 104 qui est reconnu internationalement. Il est donc possible d'utiliser des récepteurs de marques différentes pour la station de référence et pour les stations mobiles.

Ces corrections ne sont valables que localement sur quelques centaines de kilomètres autour de la station fixe. Au-delà, il y a décorrélation entre les erreurs de la station fixe et de la station mobile.

Par contre il est possible d'améliorer la qualité des corrections de la façon suivante

- utilisation non pas d'une station fixe mais d'un réseau de stations (principe du WaDGPS : Wide Area DGPS), ce qui permet de "cartographier" les corrections ;
- séparation des différentes causes d'erreurs (orbites, horloge des satellites, troposphère, ionosphère) ;
- estimation de corrections et de leur vitesse de variation.

En mode navigation la durée d'observation est de quelques dizaines de secondes pour la première position puis d'une position par époque d'observation tant que le récepteur ne perd pas le signal. La précision est la suivante : 0,5 à 3 m + 1,5 m par 150 km suivant le type de récepteur et le type de correction (Botton, 2001).

## 1.5.2 Systèmes DGPS

### **Les systèmes mondiaux**

Aujourd'hui, il existe des services mondiaux de diffusion de corrections GPS qui fonctionnent suivant le principe du WaDGPS (Wide Area DGPS).

Les corrections sont calculées à partir d'un réseau de stations et non pas d'une station isolée, d'où une meilleure qualité des corrections.

Il y a une décorrélation des sources d'erreurs : ionosphère, troposphère, horloges satellites et une cartographie de ces erreurs ainsi que l'estimation de la vitesse d'évolution de la correction au cours du temps.

On peut aussi utiliser la technique de la station de référence virtuelle (VRS : Virtual Reference Station). A partir des cartes de corrections transmises et de la vitesse d'évolution de la correction, le récepteur mobile reconstitue les corrections qui seraient fournies par une station fixe se trouvant à l'emplacement donné par ces coordonnées de navigation.

Deux systèmes existent aujourd'hui : LandStar développé par la société RACAL et Omnistar développé par la société Fugro. Ces services de corrections DGPS ont une couverture mondiale et fournissent 24h/24 des corrections qui sont retransmises par satellites géostationnaires. Un réseau de stations GPS transmet ces observations à un centre de contrôle, qui après calculs des corrections, les transmet à un satellite géostationnaire pour une diffusion cryptée. L'accès au service est payant.

### **Le futur réseau DGPS de l'IGN**

Depuis quelques années l'IGN cherche à mettre en place un réseau de transmission de correction DGPS. Deux produits ont été définis. Un produit "grand public" qui devrait donner une précision comprise entre 1 et 5 mètres en temps réel et qui n'a plus d'intérêt aujourd'hui, la SA étant désactivée.

L'IGN va donc fournir des corrections de meilleure qualité permettant une précision de localisation de quelques décimètres pour des applications professionnelles du type par exemple SIG (Système d'Information Géographique). Cette thèse vise à aider à atteindre ce but. Une description plus détaillée de ce service est faite dans la section Réseau Permanent RGP.

### ***1.6 Les Réseaux permanents***

Avant même que le système GPS ne soit complet et opérationnel, la Californie s'équipait d'un réseau de 100 stations permanentes destiné à surveiller les mouvements du sol autour de la faille de San Andreas. Ce réseau, tout comme celui du Japon qui rassemble plus de 600 sites, est principalement destiné à la prévention des risques sismiques (Petroveski et al., 2000).

Ce n'est pourtant pas son seul intérêt dans la mesure où des pays comme la Suède, l'Allemagne ou le Canada en sont équipés depuis déjà plusieurs années , au bénéfice principal du grand public (Seeber et al., 2000), (Lahaye et al., 1997).

Notre étude bibliographique a compris la recherche des modes de diffusion des corrections mais nous n'entrerons pas dans les détails opérationnels. Nombreuses références sur le principe de la station virtuelle ainsi que le concept des réseaux GPS sont disponibles dans la bibliographie (Enge et Tivari, 2001, Euler et al, 2001, Lachapelle et al, 2000, Muellerschoen et al, 2000, Orpen et Zwann, 2000, Martin et Jahn, 2000, Wubben et Willgalis, 2001).

Nous allons présenter trois réseaux et les services qui les accompagnent. Premièrement l'IGS (International GPS Service) qui est un service scientifique international auquel collaborent environ 200 laboratoires et instituts cartographiques à travers le monde. Deuxièmement le réseau européen EPN (EUREF Permanent Network), qui est une densification du réseau de l'IGS. Enfin le RGP (Réseau GPS Permanent) développé en France avec ses applications scientifiques et de production. Il sera le support du réseau DGPS français qui se met en place actuellement.

### 1.6.1 l'IGS

L'IGS est un service scientifique international qui soutient les activités de recherche en géodésie et en géophysique par GPS. Il a été créé sous l'égide de l'IAG (Association Internationale de Géodésie) en 1992. Son organisation est évoquée par la figure 1-14.





Figure 1-14: Organisation de l'IGS

L'IGS fournit à tout utilisateur GPS les produits principaux suivants (Botton, 2001) :

- trois types d'orbites précises (orbites prédites, orbites rapides et orbites finales précises);
- paramètres de rotation de la terre : les coordonnées du pôle et sa variation, la longueur du jour;
- les coordonnées, les vitesses ainsi que la matrice de variance-covariance des stations de poursuite permanentes de l'IGS;
- des corrections d'horloges des satellites GPS;
- le retard zénithal total (Zenith Total Delay (ZTD));
- un modèle empirique d'ionosphère.

Pour assurer la bonne marche de l'IGS la communauté scientifique internationale a mis en place une organisation stricte respectant un cahier des charges contraignant.



Chacun des 200 instituts a un rôle défini et contribue à l'une des tâches décrites ci-dessous :

- gérer une ou plusieurs stations GPS permanentes du réseau ;
- animer un centre de données, il en existe de trois types : opérationnel, régional et global ;
- être un centre d'analyse ou un centre d'analyse associé ;
- être le centre de coordination d'analyses ;
- le bureau central de l'IGS est confié au JPL (Jet Propulsion Laboratory) aux Etats-Unis ;

De plus il existe un « Governing Board » qui regroupe des représentants des diverses entités de l'IGS et des experts en géodésie. Il définit la stratégie de l'IGS.

Les stations permanentes (voir en figure 1-15 la carte du réseau) observent en continu l'ensemble des satellites et transmettent une fois par jour leurs observations. Pour cela, elles doivent être équipées de lignes spécialisées à haut débit reliées directement à Internet. La transmission est automatique.

Les stations sont équipées de récepteurs bifréquences, dont les antennes sont toutes de même type, des Dorne Margolin.

Les centres de données sont hiérarchisés en trois niveaux de compétences.

Il existe vingt centres opérationnels, qui ont la charge de :

- transformer les données dans le format international RINEX ;
- compresser le RINEX afin de faciliter les transferts ;
- archiver les données ;
- transmettre les données vers les centres de données régionaux qui ont la charge de :
  - collecter les données de plusieurs centres opérationnels,
  - archiver ces données,
  - transmettre aux centres de données globaux, les observations.

Il existe trois centres de données globaux (IGN, CDDIS, SIO) qui ont la charge de :

- archiver les données de toutes les stations IGS ;
- mettre à disposition les données pour les centres d'analyses ;
- collecter les produits IGS calculés par les centres d'analyses ;
- archiver les produits IGS.

Ces centres sont miroirs entre eux et disposent donc des mêmes données. Ils sont aussi officiellement les seuls portails d'accès aux produits IGS pour les utilisateurs. Les données de toutes les stations IGS, les produits IGS et de nombreuses informations complémentaires sur les sites, leur historique, le système GPS en général, le système GLONASS sont mis à disposition.

Il existe sept centres d'analyses qui sont chargés de calculer les produits de l'IGS (CODE, ESA, GFZ, EMR, JPL, SIO, NOAA). Les centres collectent et traitent les données de l'ensemble des stations, puis renvoient les produits calculés vers les centres globaux et le centre de coordination des analyses, qui élabore les produits officiels.

Les centres d'analyses associés sont en charge de la production d'un des produits IGS, par exemple le modèle d'ionosphère, et travaillent en association avec un centre d'analyse principal.

Le centre de coordination des analyses assiste les centres d'analyse, contrôle les produits de ceux-ci, combine les différents produits des centres d'analyses pour obtenir les produits IGS officiels.

Le Bureau central, responsable de la gestion de l'IGS, fait appliquer les directives du Governing Board, développe et maintient un serveur Web qui regroupe de nombreuses informations sur le GPS, sur l'IGS (Information sur le GPS, sur les données, sur les centres de l'IGS, sur le fonctionnement de l'IGS) et aujourd'hui sur GLONASS. Le Governing Board définit la politique générale de l'IGS.

L'IGS utilise un modèle global pour la production du modèle ionosphérique en s'appuyant sur les données des stations dans tout le monde (Schaer et al., 1999) .

Les produits ionosphériques sont calculés par CODE/AIUB (Center for Orbit Determination in Europe/Astronomical Institute of the University of Berne).

CODE est un centre d'analyse parmi les sept centres de l'IGS. Le logiciel de calcul est Bernese 4.2 et les produits existent sous format IONEX (IONosphere map EXchange) (Schaer et Gurtner, 1998).





Les valeurs du contenu total en électrons (TEC) sont stockées depuis l'année 1995. La tendance de ces valeurs ainsi que sa prédiction sont visualisées depuis 1995 (figure 1-17).

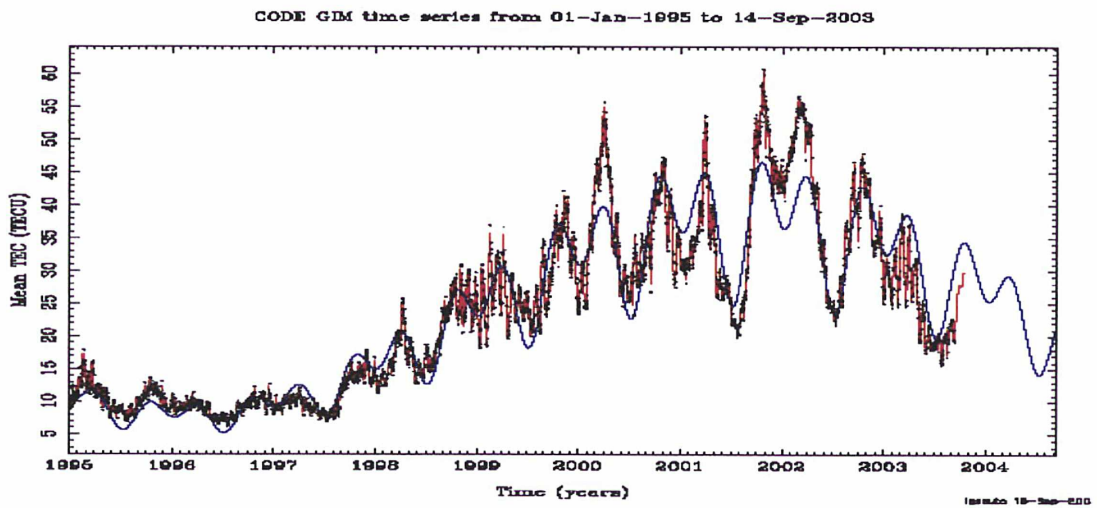


Figure 1-17: La tendance des valeurs moyennes du contenu total d'électron (TEC) entre 1995 et 2003 en bleu et la prédiction de ces valeurs par l'IGS en rouge.

De plus une prédiction de TEC à l'horizon d'un et de deux jours est produite par CODE à une échelle mondiale pour des cadences de deux heures (exemple figure 1-18).

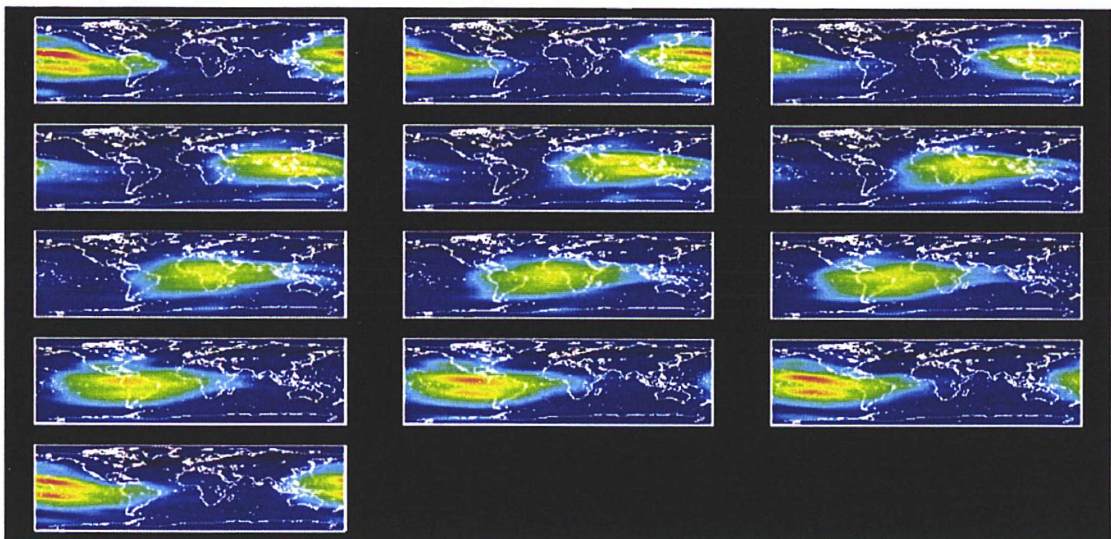


Figure 1-18: La prédiction de TEC de 0 heure à 24 heures toutes les deux heures par l'IGS.



### 1.6.2 L'EPN, EUREF Permanent Network

Le réseau européen permanent EPN a été mis en place en 1995 sous l'égide de la commission EUREF chargée de la maintenance du système de référence européen. C'est une densification du réseau de l'IGS (voir figure 1-19).

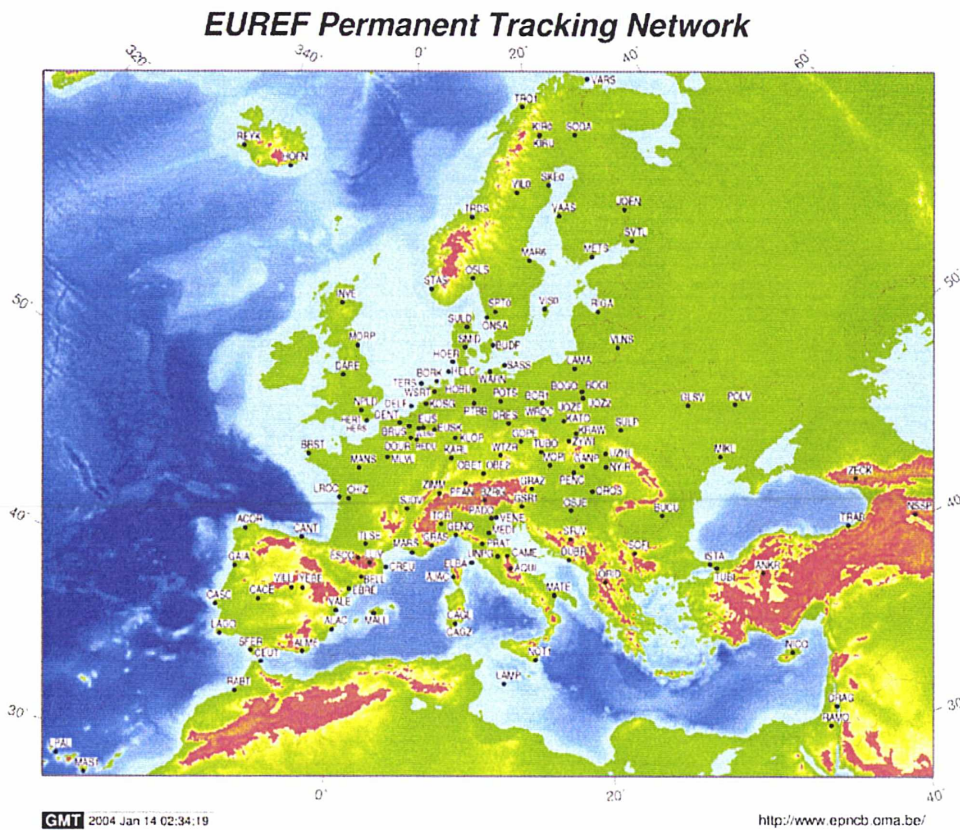


Figure 1-19: les stations de EUREF

Son objectif est double :

- maintenir le système de référence européen,
- permettre des densifications locales pour les pays européens.

Son organisation est calquée sur celle de l'IGS pour la gestion du réseau. Par contre, les centres d'analyses n'ont pas les mêmes buts. Ils sont chargés de calculer des solutions journalières et hebdomadaires pour des sous-ensembles de stations du réseau et ne produisent pas d'orbites, de corrections d'horloges ni de paramètres de rotation de la Terre. Ils utilisent les valeurs de ces quantités produites par l'IGS.

Comme nous le verrons dans le cas de la France, il existe au moins un centre d'analyse par pays qui traite les données d'un groupe de stations. Parmi celles-ci se trouvent les stations IGS et EPN du pays et certaines des pays limitrophes, ainsi que des stations permanentes nationales. Toutes ces solutions sont ensuite collectées par le centre de coordination des analyses qui les combine pour produire une solution hebdomadaire pour l'Europe.

Ces traitements en continu permettent une surveillance de l'ensemble des points. Ils sont une mine de renseignements pour les géophysiciens à la recherche de mouvements tectoniques.

Le réseau EPN regroupe 150 stations en Europe. Il existe, comme pour l'IGS, un site Web regroupant l'ensemble des informations sur ce réseau, dont l'adresse est : <http://homepage.oma.be/euref/>

### 1.6.3 RGP

Le RGP est un **Réseau de stations GPS Permanent** formant un canevas régulier (à terme) sur le territoire national et permettant la collecte des données GPS en continu . Il lui est associé un service gratuit de mise à disposition sur Internet des données GPS collectées. Ces données doivent pouvoir servir au plus grand nombre d'applications (scientifiques, topographiques ...), et à la réalisation et au maintien des systèmes de référence national, européen ETRS 89 et mondial ITRS.

Devant le nombre grandissant de réseaux de stations permanentes mis en place dans le monde ces dernières années, le Conseil National de l'Information Géographique (CNIG), instance ministérielle consultative créée pour aborder tous les problèmes de normalisation et de synthèse de production de données géographiques, a mis en place fin 1996 une cellule de réflexion sur ce sujet (Suing, 1999).

Cette cellule était composée de scientifiques (géophysiciens, géodésiens ...), de représentants des transports terrestres, ferroviaires, maritimes, d'utilisateurs militaires et civils (géomètre ...), mais également de fabricants de matériel.

On peut citer parmi les partenaires :



- l'institut Géographique National (IGN), le Laboratoire de Recherche en Géodésie (ENSG/ LAREG), l'Ecole Supérieure des Géomètres et Topographes (ESGT), le Service Hydrographique et Océanographique de la Marine (SHOM), l'Institut National des Sciences de l'Univers (INSU), Centre National d'Etudes Spatiales (CNES), l'Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), Météo France,
- la Direction de la Recherche et des Affaires Scientifiques et Techniques (DRAST/Ministère des transports), le Centre d'Etude Technique Maritime et Fluvial (CETMET), le Laboratoire Central de Ponts et chaussées (LCPC), la SNCF,
- l'Ordre des Géomètres Experts, France GPS, l'Association Française de Topographie (AFT),
- Dassault/Sercel, Leica, Trimble.

L'objectif principal était d'assurer un développement cohérent d'un réseau GPS en France, en accord avec les impératifs de coopération et d'échanges d'information du groupe de travail permanent « positionnement statique et dynamique » du CNIG.

Le LAREG Laboratoire de recherche en Géodésie de l'IGN, a donc été amené à mettre en place dès 1996 une expérience ayant pour but :

- de démontrer la faisabilité d'un tel réseau à des fins géodésiques ou de positionnement précis, et d'évaluer ainsi son impact sur la programmation de l'équipement géodésique national,
- de stimuler l'intérêt de la communauté scientifique nationale autour de ce réseau et de développer un réseau coopératif entre différents organismes, pour faire du RGP un service scientifique,
- d'apporter une contribution nationale aux réseaux EUREF et IGS,
- de stimuler des projets pilotes d'accompagnement susceptibles d'intéresser toute la communauté civile.

La coopération entre les différents organismes cités plus haut a permis de mettre en place un ensemble de stations GPS permanentes réparties sur le territoire français, ensemble qui répond à la spécification de rassembler au moins deux récepteurs bifréquences de chaque type courant (Leica, Trimble, Ashtech ...), dans le but d'en déterminer les performances comparées et les compatibilités. L'état du réseau en 2003 est illustré par la figure 1-20.

Il faut de plus signaler que tous les récepteurs sont équipés d'antennes Choke Ring dont la stabilité du centre de phases permet de limiter les erreurs de mesures de la composante verticale.

La responsabilité du développement et de l'exploitation du RGP est confiée au service de Géodésie et nivellement (SGN) de l'IGN depuis 1999.

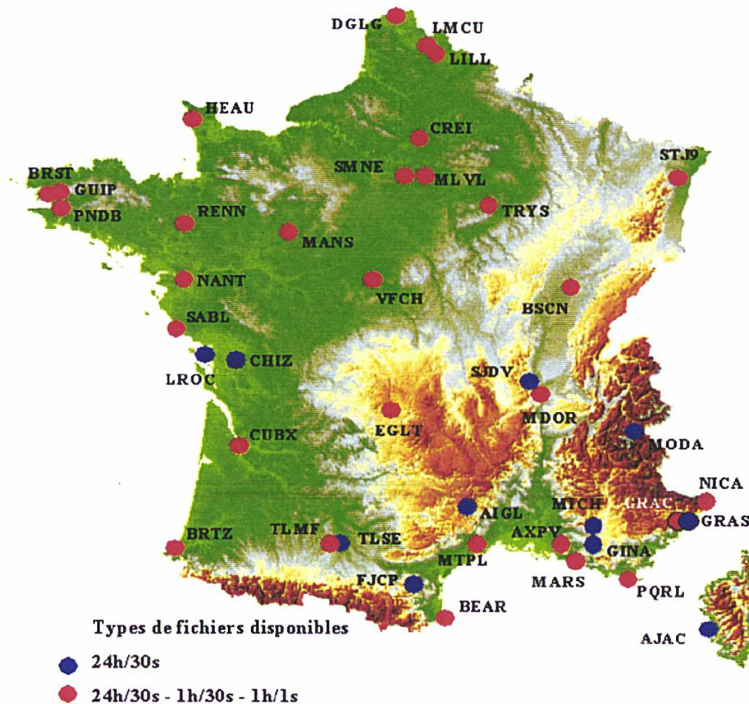


Figure 1-20: les stations GPS permanentes RGP en France

Les stations du RGP sont rattachées à un réseau qui permet de centraliser les données. Celles-ci sont collectées par des Centres de Réseau qui en contrôlent la qualité et les convertissent au format RINEX (standard international de fichier de données GPS) (Gurtner, 1994). Elles sont ensuite acheminées automatiquement (pendant la nuit) et archivées dans un serveur situé au LAREG à Marne la Vallée.

Les données sont conformes aux normes du service GPS International (IGS). Il s'agit de mesures de pseudo-distances et de phases sur les fréquences L1 et L2, échantillonnées toutes les 30 secondes et découpées en lots de 24 heures. De plus les échantillons de 30 secondes et une seconde en lots d'une heure sont disponibles pour certaines stations RGP. A noter que le partenariat avec Météo France permet également de collecter des données de qualité pour la météorologie au sol.



Les traitements sont effectués par le SGN avec le logiciel de recherche Bernese (version 4.2), développé par AIUB (Beutler et al., 2000). Ce logiciel permet un traitement dynamique et une compensation parfaitement adaptés au réseau. De plus, il dispose d'un haut degré d'automatisation potentielle et d'une modularité (plus de 100 programmes) qui permet d'accéder à de nombreux modèles (ionosphérique, troposphérique ...).

Le SGN diffuse sur internet : <http://lareg.ensg.ign.fr/RGP>:

- les données GPS converties au format RINEX, au plus 24 heures après leur arrivée sur le serveur. Ces données sont en particulier à disposition de l'IGS pour leur permettre d'établir leur propre solution combinée,
- la description des stations (fiches descriptives), le rattachement en RGF93, les photos des sites,
- les résultats du traitement hebdomadaire, ainsi que la contribution au réseau EUREF qui en est extraite,
- les séries temporelles sur ces solutions hebdomadaires pour chaque station intervenant dans le calcul, y compris certaines stations du réseau EUREF,
- des RGP mails, qui donnent des informations sur le déroulement du programme.

Il faut cependant remarquer que le principal mode d'utilisation du GPS tend à devenir le temps réel, et que la demande de précision s'accroît dans ce domaine.

Le système requiert actuellement :

- un récepteur fixe, communiquant par voie hertzienne la mesure de phase à un récepteur mobile,
- un récepteur mobile installé sur un point à déterminer, relié à un microcalculateur effectuant le traitement en temps réel.

Ce système, qui intéresse au plus haut point le secteur du génie civil et de la construction, est à l'heure actuelle en plein essor et susceptible d'intervenir sur bon nombre de chantiers : levés et implantations dynamiques, guidage d'engins de chantier ...

Dans notre travail, nous allons utiliser des données RGP en vue de produire un modèle de corrections ionosphériques au niveau de la France. De plus nous allons examiner la possibilité de prédire ces corrections et la fiabilité de cette prédiction. Le chapitre suivant explique l'ionosphère et ses effets sur le signal GPS. Cette description est importante pour introduire la modélisation et la prédiction de corrections ionosphériques.

## 2 Chapitre II : L'ionosphère et ses effets sur le trajet du signal GPS

L'**ionosphère** est une région de l'atmosphère située entre la mésosphère et la magnétosphère, c'est à dire entre 60 et 800 km d'altitude. Elle est constituée de gaz fortement ionisé à très faible pression (entre  $2 \cdot 10^{-2}$  mb et  $1 \cdot 10^{-8}$  mb) et à haute température (-20 à +1000°C).

La densité de l'air qui constitue l'atmosphère diminue à mesure que l'on s'éloigne de la surface du sol. Au-delà de 60 km d'altitude, l'atmosphère n'agit plus guère comme filtre du rayonnement solaire et cosmique, les rayons ultra-violet et X sont de plus en plus agressifs et provoquent une ionisation des molécules de gaz de l'air en arrachant des électrons aux atomes les constituant. Parmi les molécules d'air se trouvent donc des ions positifs (molécules ou atomes à qui il manque un ou plusieurs électrons) et des électrons libres.

Dans la partie basse de l'ionosphère la densité de molécules d'air est encore élevée, la promiscuité entre électrons et ions est grande et un électron peut retrouver rapidement un ion positif : la *recombinaison* est rapide. Dans les couches les plus hautes, la recombinaison est plus lente et l'ionisation ne diminue que lentement après que le rayonnement solaire se soit interrompu avec le coucher du Soleil.

Le sondeur vertical est une sorte de radar dont la fréquence est variable entre 1 et 30 MHz. L'émetteur envoie des impulsions très brèves qui sont réfléchies à une altitude dépendant de la fréquence et de la densité électronique dans l'ionosphère. La mesure du temps séparant l'impulsion émise et la réception de l'écho permet de calculer l'altitude à laquelle s'est effectuée la réflexion. Le tracé de cette altitude en fonction de la fréquence est un *ionogramme*.

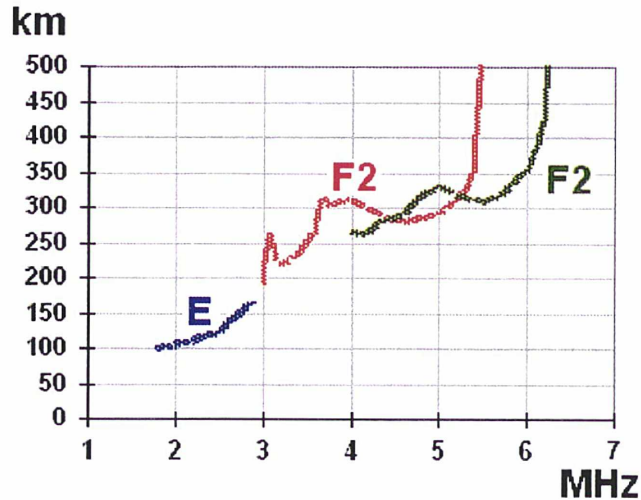


Figure 2-1: Les couches ionosphériques.

Depuis 1960, les satellites artificiels et sondes spatiales ont permis une meilleure compréhension des phénomènes ionosphériques.

On distingue généralement 3 couches aux propriétés particulières vis-à-vis de la propagation des ondes.

- *Couche D* : altitude de 60 à 90 km, pression 2 Pa, température  $-76^{\circ}\text{C}$  densité électronique  $10^4$ . Absorbante pour les ondes de fréquence inférieure à quelques MHz, elle disparaît immédiatement après le coucher du Soleil.

- *Couche E* : altitude de 90 à 120 km, pression 0,01 Pa, température  $-50^{\circ}\text{C}$  densité électronique  $10^5$ . Diurne et présente tout au long du cycle solaire. Elle réfléchit les ondes de quelques MHz jusqu'à une fréquence limite qui dépend de l'angle d'incidence de l'onde sur la couche et de la densité de celle-ci. Au moment du solstice d'été apparaissent parfois pendant quelques dizaines de minutes, voire quelques heures, des "nuages" fortement ionisés dans la couche E (on parle de *sporadique E* ou *Es*)

- *Couche F* : altitude de 120 à 800 km, pression  $1.10^{-4}$  Pa, température  $1000^{\circ}\text{C}$  densité électronique  $10^6$ . Constituée d'atomes d'oxygène, d'azote et d'hydrogène. Très dépendante de l'activité solaire, elle est particulièrement présente pendant les maxima du cycle solaire. Son altitude fluctue en fonction du rayonnement solaire;



la couche F se décompose pendant la journée en deux sous-couches F1 et F2. Elle disparaît la nuit plusieurs heures après le coucher du Soleil mais il arrive qu'elle persiste toute la nuit lors des maxima d'activité solaire. Comme pour la couche E, son rôle est essentiel pour la propagation des ondes courtes. (Pour plus de détail sur l'ionosphère voir l'annexe A).

## 2.1 Les techniques de mesure de l'ionosphère

En pratique, on utilise la notion de « Contenu électronique total » (Total Electron Content, TEC) qui est définie comme le nombre d'électrons libres contenus dans un cylindre de section unitaire ayant pour axe la ligne de visée vers le satellite et s'étendant sur le chemin séparant le satellite du récepteur. La couche ionosphérique se représente comme une couche fine à une altitude fixe. Le TEC est généralement mesuré en unités de *TEC* ou *TECU*. Où (un TECU =  $10^{16}$  électron/m<sup>2</sup>).

Nous allons présenter les différentes techniques qui permettent de mesurer le contenu électronique total de l'ionosphère, en nous référant à Warnant, (1996), Wild ,(1994), Royden et al.,(1984).

### 2.1.1 Les sondages ionosphériques

La densité électronique dans l'ionosphère,  $N_e$ , est fonction de l'altitude. D'autre part, on définit une fréquence critique,  $f_c$ , par :

$$f_c = \sqrt{\frac{eN_e}{4\pi^2 \varepsilon_0 m_e}} = 8.98 \sqrt{N_e} \quad (2-1)$$

Dans cette équation, la fréquence critique, qui est aussi appelée fréquence de plasma, est exprimée en Hertz et la densité électronique en électrons par mètre cube ; les symboles  $e$  et  $m_e$  représentent respectivement la charge et la masse d'un électron ;  $\varepsilon_0$ , est la permittivité du vide.

Le sens physique de cette fréquence critique est le suivant : soit une couche ionosphérique d'altitude  $h$  et de densité électronique égale à  $N_e$  ; à cette densité électronique (et donc à cette couche d'altitude  $h$ ) correspond une fréquence critique  $f_c$  ; supposons qu'une onde électromagnétique de fréquence  $f$  soit envoyée sur cette couche ionosphérique :

- pour  $f \leq f_c$ , l'onde est réfléchiée par la couche ;
- pour  $f > f_c$ , l'onde traverse la couche.

En particulier, le maximum de densité de la couche F2 est caractérisé par une fréquence critique appelée  $f_0F2$ . Aucune onde de fréquence inférieure à  $f_0F2$  ne peut traverser l'ionosphère.

Cette relation entre fréquence critique, densité électronique et altitude est à la base de la technique du sondage ionosphérique vertical. Dans le cadre de cette méthode expérimentale, une station au sol envoie des fréquences variant de 1 à 20 Mhz, avec une incidence verticale, sur l'ionosphère.

Puisque la densité électronique augmente avec l'altitude jusqu'au maximum de la couche  $F_2$ , l'onde incidente est réfléchiée par des couches de plus en plus hautes au fur et à mesure que la fréquence de cette onde augmente.

L'onde réfléchiée par l'ionosphère est captée par un récepteur au sol qui mesure le temps de parcours,  $T$ , correspondant une hauteur virtuelle,  $h'$ , définie par :

$$h' = \frac{cT}{2} \quad (2-2)$$

La hauteur virtuelle est l'altitude à laquelle le signal émis par la station au sol aurait été réfléchi si ce signal s'était propagé à la vitesse  $c$ . Le sondage vertical permet donc d'obtenir les fréquences critiques et partant, les densités électroniques dans l'ionosphère, en fonction de la hauteur virtuelle  $h'$ . Un tel graphique s'appelle un ionogramme. Des calculs complémentaires sont nécessaires pour obtenir le profil de densité électronique en fonction de l'altitude réelle. Cette technique expérimentale ne permet pas de sonder l'ionosphère au-dessus du maximum de densité de la couche F2 à partir de stations au sol.

### 2.1.2 Les radars

Cette méthode appelée « Thomson-scatter-sounding » est basée sur le principe de transmission verticale vers l'ionosphère d'ondes radio avec des fréquences plus hautes que la fréquence critique de la couche F2 (Kelley, 1989). Le champ électrique qui est traversé par cette fréquence crée une oscillation des électrons libres. Cette oscillation produit un signal (rayonnement secondaire) qui a la même fréquence que l'onde originale. L'intensité mesurée est proportionnelle au nombre d'électrons libres dans l'ionosphère car chaque électron transmet en retour d'une façon incohérente une petite quantité de l'énergie incidente. L'intensité du rayonnement secondaire est mesurée sur Terre par une antenne.

### 2.1.3 GPS

L'utilisation du signal GPS pour mesurer le contenu électronique total a été proposée par différents scientifiques, voir par exemple Royden et al.,(1984). Il existe deux méthodes principales :

A - Smith (1987) a proposé une méthode qui utilise un récepteur monofréquence. Le principe de cette méthode est d'observer les pseudodistances  $P_m$  et  $P_{m+1}$  pour deux époques  $t_m, t_{m+1}$ :

$$P_m = \rho_m + \frac{I_m}{f^2} + c\delta t_{svm} - c\delta t_{recm}, \quad (2-3)$$

$$P_{m+1} = \rho_{m+1} + \frac{I_{m+1}}{f^2} + c\delta t_{svm+1} - c\delta t_{recm+1} \quad (2-4)$$

et pour l'intervalle  $\Delta t = t_{m+1} - t_m$  on a le changement accumulé en phase :

$$\Delta \Phi_{\Delta t} = \Delta \rho_{\Delta t} - \left( \Delta \frac{I_{m+1}}{f^2} - \Delta \frac{I_m}{f^2} \right) + c\Delta t_{rec(\Delta t)} - c\Delta t_{sv, \Delta t} \quad (2-5)$$

où  $\Delta \rho_{\Delta t} = \rho_{m+1} - \rho_m$

on calcule la différence de retard ionosphérique entre les deux époques  $\Delta \frac{I_{\Delta t}}{f^2}$  en

utilisant les observations  $P_m, P_{m+1}$  et  $\Delta \Phi_{\Delta t}$  :

$$\begin{aligned} \Delta \frac{I_{\Delta t}}{f^2} &= \Delta \frac{I_{m+1}}{f^2} - \Delta \frac{I_m}{f^2} \\ &= (P_{m+1} - P_m - \Delta \Phi_{\Delta t}) / 2 \end{aligned} \quad (2-6)$$



la différence  $\Delta \frac{I_{\Delta t}}{f^2}$  est intégrée pendant 24 heures. La valeur initiale du contenu électronique total (valeur à deux heures locales.) est donnée par une prédiction standard comme par exemple le modèle de Klobuchar (1986). Ce choix rend cette méthode peu satisfaisante.

B – Une autre méthode s'appuie sur la combinaison geometry free  $L_4$  qui est formée à partir des observations bi-fréquences. Cette combinaison élimine tous les termes relatifs à la géométrie (distances) et aux horloges. Cependant elle dépend essentiellement de la réfraction ionosphérique et des retards différentiels de phase (Warnant, 1996).

Dans le cas des observations de code la réfraction ionosphérique pour chaque fréquence dépend du contenu électronique total (voir l'équation 2.5). Cette méthode est utilisée par Lanyi et al., (1987) pour l'étalonnage du contenu électronique total d'un réseau spatial (Deep Space Network DSN).

Dans le cas de l'utilisation des observations de phase la méthode sera biaisée par un terme inconnu qui est le terme de l'ambiguïté. On peut estimer cette ambiguïté en même temps que les paramètres du modèle ionosphérique (Wild et al., 1989). Sinon on peut utiliser les observations de code P pour étalonner cette ambiguïté (Lanyi et al., 1987). En ce cas il faut prendre en compte les effets de multitrajet (Bishop et al., 1985). La précision formelle de cette méthode est autour le 1 TEC (Lanyi et al., 1987). Cette méthode est utilisée pour estimer les séries temporelles de contenu électronique total que nous avons analysées en vue de les prédire.

## 2.2 La réfraction ionosphérique du signal GPS

La réfraction atmosphérique a pour effet d'incurver la direction de propagation du signal, de provoquer un retard dans la propagation des modulations et de une avance (ou un retard) dans la propagation des porteuses. Ce phénomène est lié, d'une part, à l'influence de l'atmosphère neutre (la troposphère) et d'autre part, à l'effet de l'atmosphère ionisée (on parle alors de réfraction ionosphérique) (Warnant, 1996).

### 2.2.1 Vitesse de groupe et vitesse de phase

Cette notion est importante pour comprendre la physique de la réfraction ionosphérique du signal GPS. En effet, il y a une vitesse de propagation dans l'ionosphère pour la phase de la porteuse (vitesse de phase), et une autre vitesse (vitesse de groupe) pour le code du signal GPS (Hofmann et al., 1997).

On rappelle la forme du signal GPS

$$S_{GPS}(t) = A_1 P(t) E(t) \cos(\omega_{L1} t) + A_1 C(t) E(t) \sin(\omega_{L1} t) + A_2 P(t) E(t) \cos(\omega_{L2} t) \quad (2-7)$$

où  $A_1, A_2$ , sont respectivement les amplitudes des porteuses L1 et L2 ;  
 $P(t), C(t) = \{+1, -1\}$  respectivement l'état du code P et du code C/A ;  
 $E(t) = \{+1, -1\}$  le message de navigation ;  
 $\omega_{L1}, \omega_{L2}$  respectivement les fréquences des porteuses L1 et L2.

Considérons une onde électromagnétique dans l'espace ayant une longueur d'onde  $\lambda$  et une fréquence  $f$ . Sa vitesse de phase est

$$\omega = 2\pi f, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad v_{ph} = \frac{\omega}{k},$$
$$v_{ph} = \lambda f. \quad (2-8)$$

Dans le cas du GPS, les ondes porteuses L1 et L2 se propagent avec la vitesse de phase.

La vitesse de groupe d'ondes ayant des fréquences légèrement différentes est :

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk},$$

$$v_{gr} = -\frac{df}{d\lambda} \lambda^2. \quad (2-9)$$

Cette vitesse est applicable sur les mesures de code en GPS.

Une relation entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe peut être dérivée en formant la différentielle totale de l'Eq (2-8)

$$dv_{ph} = f d\lambda + \lambda df \quad (2-10)$$

que l'on peut écrire

$$\frac{df}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda} \frac{dv_{ph}}{d\lambda} - \frac{f}{\lambda} \quad (2-11)$$

la substitution de 2-11 dans 2-9 donne

$$v_{gr} = -\lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda} + f \lambda \quad (2-12)$$

d'où finalement l'équation

$$v_{gr} = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda} \quad (2-13)$$

La vitesse de groupe est équivalente à la vitesse de phase dans un milieu non dispersif. En fait la propagation dans un milieu dépend de son indice de réfraction  $n$ . En général on obtient la vitesse de propagation par

$$v = \frac{c}{n} \quad (2-14)$$

alors

$$v_{ph} = \frac{c}{n_{ph}} \quad (2-15)$$

$$v_{gr} = \frac{c}{n_{gr}} \quad (2-16)$$

la différentiation de  $v_{ph}$  par rapport  $\lambda$  donne



$$\frac{dv_{ph}}{d\lambda} = -\frac{c}{n_{ph}^2} \frac{dn_{ph}}{d\lambda}, \quad (2-17)$$

en substituant les trois dernières équations dans (2-13) on aura

$$\frac{c}{n_{gr}} = \frac{c}{n_{ph}} + \lambda \frac{c}{n_{ph}^2} \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \quad (2-18)$$

ou

$$\frac{1}{n_{gr}} = \frac{1}{n_{ph}} \left(1 + \lambda \frac{1}{n_{ph}} \frac{dn_{ph}}{d\lambda}\right) \quad (2-19)$$

on peut inverser cette équation sous la forme suivante

$$n_{gr} = n_{ph} \left(1 - \lambda \frac{1}{n_{ph}} \frac{dn_{ph}}{d\lambda}\right) \quad (2-20)$$

Où l'approximation  $(1 + \varepsilon)^{-1} = 1 - \varepsilon$  est appliquée. Alors,

$$n_{gr} = n_{ph} - \lambda \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \quad (2-21)$$

est la modification de (2-13).

Une autre forme vient en différenciant la relation  $c = \lambda f$  par rapport au  $\lambda$  et  $f$ .

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{df}{f}, \quad (2-22)$$

et en substituant ce résultat dans (2-21) on aura

$$n_{gr} = n_{ph} + f \frac{dn_{ph}}{df} \quad (2-23)$$

Ces concepts de vitesse de groupe et de vitesse de phase trouvent leur application dans le traitement de données GPS.

## 2.2.2 Le retard ionosphérique

On rappelle que l'ionosphère forme plusieurs couches de 50 km jusqu'à 1000 km au-dessus de la Terre. C'est un milieu dispersif pour un signal électromagnétique tel que le signal GPS. Les mesures du code GPS se propagent comme un groupe. L'indice de réfraction peut être simplifié comme

$$n_{ph} = 1 + \frac{c_2}{f^2} + \frac{c_3}{f^3} + \frac{c_4}{f^4} + \dots \quad (2-24)$$

Les coefficients  $c_2, c_3, c_4$  ne dépendent pas uniquement de la fréquence mais de la quantité  $N_e$  (le nombre d'électrons dans un mètre cube qui reflète la densité des électrons le long du chemin de propagation). En négligeant les termes de 3<sup>ème</sup> ordre, on obtient

$$n_{ph} = 1 + \frac{c_2}{f^2}. \quad (2-25)$$

En différenciant cette équation

$$dn_{ph} = - \frac{2c_2}{f^3} df, \quad (2-26)$$

en substituant (2-25) et (2-26) dans (2-23) on obtient

$$n_{gr} = 1 + \frac{c_2}{f^2} - f \frac{2c_2}{f^3} \quad (2-27)$$

ou

$$n_{gr} = 1 - \frac{c_2}{f^2} \quad (2-28)$$

En comparant (2-28) et (2-25) on déduit qu'elles diffèrent par le signe positif ou négatif du coefficient  $c_2$ . On rappelle que ce coefficient ne dépend que de  $N_e$ . L'estimation de  $c_2$  est donnée par (Hartmann et Leitinger, 1984)

$$c_2 = -40.3 N_e \text{ [Hz}^2\text{]}, \quad (2-29)$$

où  $N_e$  est la densité électronique dans l'ionosphère (électrons/m<sup>3</sup>)

La relation  $n_{gr} > n_{ph}$  est toujours vraie car  $N_e$  est positif, d'où  $v_{gr} < v_{ph}$ . Par conséquent il y a un retard de groupe et une avance de phase.

De ce fait les mesures de code sont en retard cependant que celles de phase sont en avance. En d'autres termes la pseudodistance de code est plus longue, celle de phase est plus courte par rapport à la distance géométrique entre le satellite et le récepteur. La valeur absolue de la différence est la même dans les deux exemples. En adoptant le principe de Fermat, la distance mesurée  $s$  est définie par

$$s = \int n.ds \quad (2-30)$$

L'intégrale doit être calculée sur tout le parcours de propagation. La distance géométrique  $s_0$  sur la ligne droite entre le satellite et le récepteur est obtenue en remplaçant  $n$  par 1 :

$$s_0 = \int ds_0 \quad (2-31)$$

La différence  $\Delta^{Iono}$  entre la pseudo-distance mesurée et la distance géométrique est la réfraction ionosphérique

$$\Delta^{Iono} = \int n.ds - \int ds_0 \quad (2-32)$$

qui peut être écrite pour l'indice de réfraction de phase  $n_{ph}$  de (2-25)

$$\Delta_{ph}^{Iono} = \int \left( 1 + \frac{c_2}{f^2} \right) ds - \int ds_0 \quad (2-33)$$

et pour l'indice de réfraction de groupe  $n_{gr}$

$$\Delta_{gr}^{Iono} = \int \left( 1 - \frac{c_2}{f^2} \right) ds - \int ds_0 \quad (2-34)$$

on va simplifier les équations (2-33) et (2-34) en acceptant que  $ds$  soit égal à  $ds_0$ .

$$\Delta_{ph}^{Iono} = \int \frac{c_2}{f^2} ds_0 \quad \Delta_{gr}^{Iono} = - \int \frac{c_2}{f^2} ds_0 \quad (2-35)$$

On peut écrire en substituant (2-29).

$$\Delta_{ph}^{Iono} = - \frac{40.3}{f^2} \int N_e ds_0 \quad \Delta_{gr}^{Iono} = \frac{40.3}{f^2} \int N_e ds_0 \quad (2-36)$$

en définissant le TEC « Total Electron Content » on aura

$$TEC = \int N_e ds_0 \quad (\text{mesuré en } e^-/m^2) \quad (2-37)$$

En substituant (2-37) en (2-36) on a le résultat final en dimension de longueur



$$\Delta_{ph}^{Iono} = -\frac{40.3}{f^2} \text{ TEC en } e^-/m^2 \quad \Delta_{gr}^{Iono} = \frac{40.3}{f^2} \text{ TEC en } e^-/m^2 \quad (2-38)$$

on a donc le retard ionosphérique sur les observations GPS (Spilker, 1978)

$$\Delta_i^{Iono} = \frac{\pm 40.3}{f_i^2} \text{ TEC} = \frac{\pm I}{f_i^2} \text{ TEC} \quad (2-39)$$

$\Delta_i^{Iono}$  : le retard ionosphérique de la fréquence  $i$  en mètres.

$f_i$  : La fréquence de signal porteuse (1575.42 MHz pour L1, 1227.60 MHz pour L2)

+ : signe des observations de code / - : signe des observations de phase

$I$  : Paramètre de retard ionosphérique (=40.30 TEC).

Le tableau 2-1 présente la valeur du retard ionosphérique,  $\Delta_1^{Iono}$  et  $\Delta_2^{Iono}$ , pour un angle zénithal de 0° et différentes valeurs du TEC (Warnant ;1996) :

TEC=1 : valeur minimale que l'on peut rencontrer sur Terre ;

TEC=20 :valeur régulièrement observée à des latitudes moyennes en période de basse activité solaire ;

TEC=100 :valeur très souvent atteinte dans la région équatoriale.

TEC=200 :valeur maximale que l'on peut observer sur Terre.

Tableau 2-1 Réfraction ionosphérique en mètres pour les porteuses L1 et L2

TEC	$\Delta_1^{Iono}$	$\Delta_2^{Iono}$
1	0,16	0,27
20	3,25	5,35
100	16,42	26,74
200	32,48	53,48

Le tableau 2-2 donne une évaluation de l'erreur commise sur le trajet du signal en négligeant les termes en  $f^{-3}$  et  $f^{-4}$  dans le calcul du retard ionosphérique pour L1 et L2 ainsi que pour la combinaison *ionospheric free* (représentée par le symbole L1/L2). A nouveau, ce calcul est effectué pour un angle zénithal égal à 0° et pour plusieurs valeurs du TEC vertical (Warnant, 1996).

Tableau 2-2 Erreur commise sur le trajet du signal dans l'ionosphère en négligeant les termes en  $f^{-3}$  et  $f^{-4}$  dans le calcul de  $\Delta_i^{Iono}$ . Unité :mm

TEC	L1		L2		L1/L2	
	$f^{-3}$	$f^{-4}$	$f^{-3}$	$f^{-4}$	$f^{-3}$	$f^{-4}$
1	0,2	<0,1	0,4	<0,1	0,1	<0,1
20	3,6	<0,1	7,6	<0,1	2,6	<0,1
100	17,9	0,7	37,9	1,8	12,9	1,1
200	35,9	2,6	75,8	7,1	25,8	4,5

### 2.3 Modélisation régionale du retard ionosphérique

Dans notre étude, nous allons avoir à exprimer le TEC au voisinage d'un point de référence. Nous nous intéresserons donc à la structure régionale de l'ionosphère.

Nous avons vu dans l'équation (2-39) que la réfraction ionosphérique est

$$\Delta_i^{Iono} = \frac{\pm I}{f_i^2} \text{TEC} \quad ; i=1,2$$

Cette équation montre que la réfraction ionosphérique des observations GPS est obtenue par le nombre des électrons libres sur le chemin de signal entre le satellite et le récepteur. L'équation (2-39) est une approximation En effet, seuls les termes de premier ordre sont pris en compte le développement de la réfraction ionosphérique (Bruner et Gu.,1991).

Nous adoptons le modèle d'une couche mince sphérique (single-layer Model (**SLM**)) afin de modéliser le contenu électronique total de l'ionosphère (Georgiadiou et Klusberg, 1988). Le SLM est basé sur une approximation selon laquelle tous les électrons libres sont concentrés dans une couche sphérique d'épaisseur infinitésimale se situant à une distance **H** de la surface de Terre (figure 2-6). L'intersection entre la ligne de visée du satellite et cette couche est appelée le point ionosphérique (Ionospheric Point **IP**). La projection du point ionosphérique sur la surface de la Terre s'appelle le point subionosphérique (Sub-ionospheric point **SIP**).

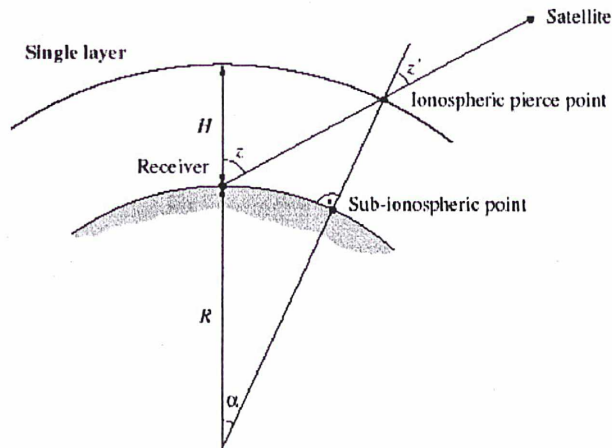


Figure 2-2 Définition des points ionosphériques (IP) et subionosphériques (SIP)

Puisque le satellite ne se trouve pas à la verticale du lieu d'observation, le contenu électronique total mesuré le long de cette ligne de visée est ramené à la verticale. On modélise alors le contenu vertical total d'électron TVEC. Par ailleurs les directions non zénithales donnent

$$\Delta_i^{Iono} = +/- (\cos z')^{-1} \frac{40.3}{f^2} \text{TVEC} \quad (2-40)$$

où

-  $z'$  est la distance zénithale de l'intersection P du signal venant du satellite S avec la couche ionosphérique (P le point ionosphérique).

- TVEC est la densité en surface des électrons sur la couche ionosphérique au point P, ou le contenu vertical total en électrons.

- +/- signifie l'influence ionosphérique de code  $+\Delta^{Iono}$  et de phase  $-\Delta^{Iono}$ .

On a selon la figure 2-6

$$\sin z' = \frac{R}{R + H} \sin z \quad (2-41)$$

Où  $R$  est le demi-diamètre moyen de la Terre,  $H$  est la hauteur moyenne de l'ionosphère au-dessus la Terre,  $z'$  et  $z$  sont les angles zénithaux au point ionosphérique IP et le site de l'observation. L'angle zénithal  $z$  peut être calculé à condition de connaître les coordonnées du site d'observation et la position du satellite observé. La valeur habituelle de  $H$  se situe entre 300 km et 400 km.



Gervaise et al. (1985) utilisent la hauteur de 300 km, Wild et al. (1989) prennent 350 km, et Finn et Matthewman (1989) conseillent l'utilisation de l'altitude de 400 km. Ces valeurs correspondent approximativement à l'altitude de la région F dans l'ionosphère. Les valeurs de TVEC résultant des satellites aux élévations basses sont affectées par le choix de l'altitude  $H$ . Par contre les valeurs TVEC aux élévations hautes sont très peu sensibles à  $H$

Nous présentons ci dessous le modèle de couche unique (SLM).

L'équation de mesure de phase  $\Phi_i$  en mètres pour L1 et L2 est :

$$\Phi_i = \rho - \frac{I}{f_i^2} + T + m_i + c \delta t_{rec} - c \delta t_{sv} + v_i + N_i \lambda_i \quad (2-42)$$

$i$  : indice de porteuse L

On regroupe les erreurs de trajet multiple  $m_i$  avec le bruit de mesure  $v_i$

$$R_i = m_i + v_i \quad (2-43)$$

L'équation d'observation de la combinaison  $L_4$  est obtenue en formant la différence entre la porteuse L1 et L2 exprimée en mètres.

$$\left( \frac{I}{f_1} - \frac{I}{f_2} \right) + (N_1 \lambda_1 - N_2 \lambda_2) - \Phi_4 = R_4 \quad (2-44)$$

Où  $\Phi_4 = \Phi_1 - \Phi_2$

$$R_4 = R_1 - R_2$$

On va définir les paramètres de l'ambiguïté  $N_1$  et  $N_2$  par une constante  $c$  (Wild, 1994):

$$c = (N_1 \lambda_1 - N_2 \lambda_2) \quad (2-45)$$

$$\left( \frac{I}{f_1} - \frac{I}{f_2} \right) + c - \Phi_4 = R_4 \quad (2-46)$$

On introduit l'équation (2-40) dans (2-46) et on obtient pour les observations de phase:

$$-(\cos z)^{-1} 40.3 \text{ TVEC} \left( \frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) + c - \Phi_4 = R_4 \quad (2-47)$$

En pratique la fonction  $(\cos z')^{-1}$  devient de moins en moins réaliste lorsque l'angle zénithal,  $Z'$ , croît. Pour cette raison, toutes les mesures correspondant à des angles zénithaux plus grands que  $70^\circ$  sont rejetées dans les calculs.

Le contenu vertical total en électrons TVEC est modélisé par un polynôme en latitude,  $\phi$ , et en angle horaire du soleil,  $S$  du point subionosphérique (Georgiadiou and Kleusberg, 1988), (Wild et al., 1989):

$$TVEC(S, \phi) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m E_{ij} (S - S_0)^i (\phi - \phi_0)^j \quad (2-48)$$

L'angle horaire du soleil ( $S$ ) est l'angle entre le soleil et le méridien de lieu (positif vers l'ouest). Et l'angle horaire du soleil est égal à l'heure locale du soleil LT moins 12 heures.

$$S = LT - 12^h \quad (2-49)$$

$$LT \approx UT + \lambda \quad (2-50)$$

-  $UT$  est le temps universel et  $\lambda$  est la longitude géographique. Les variations du TEC présentent un terme diurne prononcé, puisque  $s$  dans le modèle local du TEC est lié au temps solaire local.

-  $n, m$  sont les degrés maximum du développement bidimensionnel en série de Taylor en latitude  $\phi$  et en angle horaire du soleil  $S$ .

-  $\phi_0, S_0$  l'origine du développement.

L'introduction de l'équation (2-48) dans l'équation (2-47) donne des équations linéaires dans lesquelles les  $E_{nm}$  et la constante  $c$  sont des paramètres inconnus. Les paramètres  $E_{nm}$  et une constante  $c$  sont estimés pour chaque satellite et chaque récepteur par l'application de la méthode des moindres carrés, sur toutes les observations de tous les satellites à partir d'une ou plus d'une station.

Le choix des degrés optimaux ( $n, m$ ) du développement de la série de Taylor de l'équation (2-48), dépend du comportement de l'ionosphère dans le temps et dans l'espace. Les degrés trop élevés du développement affaiblissent l'exactitude des paramètres ionosphériques estimés  $E_{ij}$ . Dans le cas d'une région moins grande qu'un continent, le niveau de troncature recommandé (Wild, 1994) est un ou deux pour la latitude et deux à quatre pour l'angle horaire ( $n=1-2 ; m=2-4$ ).

Le modèle donné par « SLM » n'est pas très sensible au choix de l'altitude H de couche ionosphérique (figure 2-2 ).

Georgiadiou (1988) a montré que le changement de 100 km en altitude H (entre 300 et 400 km) provoque une erreur de 0,04 ppm de la longueur de base (la distance entre deux stations).

Le modèle de couche unique SLM ne prend en compte que la dépendance de la position du soleil (heure local), ce qui implique l'hypothèse que l'ionosphère est invariable dans un système de référence fixé à l'axe terre-soleil, au moins pendant quelques heures. On appelle ce modèle « ionosphère figée ». L'ionosphère est imaginée comme une enveloppe qui se déplace autour de la Terre en suivant le mouvement du soleil. Les variations ionosphériques qui dépendent du temps dans cette enveloppe ne sont pas modélisées par le SLM.

En pratique, les observations sont scindées en portions de 4 à 6 heures ; pour chacune de ces portions, un nouveau modèle de type (2-48) est calculé. En effet, un polynôme aussi simple ne peut pas modéliser un milieu aussi variable que l'ionosphère d'une manière satisfaisante pendant une période plus longue que 4 à 6 heures. Dans l'équation (2.47), on peut s'attendre à ce que des contributions mal modélisées du TEC viennent entacher d'erreur la détermination des résidus R. Cependant, l'utilisation de mesures issues de plusieurs satellites (c'est-à-dire correspondant à des points ionosphériques différents) et de plusieurs jours voire plusieurs mois de mesures permet d'atténuer l'effet de ces erreurs de modélisation. Cette affirmation est valable pour le calcul de modèles (2-48) lorsqu'ils sont utilisés pour le calcul des délais différentiels de groupe pour les codes (Warnant, 1996).

## 2.4 Modélisation globale du retard ionosphérique

On peut noter ici que l'IGS adopte ce modèle pour produire les cartes du retard ionosphérique à l'échelle mondiale. De plus les études de prédiction faites par CODE sont basées sur ce modèle.

Un modèle global du TEC est (Schaer 1999)

$$TVEC(S, \phi) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \tilde{P}_{ij}(\sin \phi) (a_{ij} \cos jS + b_{ij} \sin jS) \quad (2-51)$$

où  $n$  est le degré maximum du développement en harmoniques sphériques,

$\tilde{P}_{ij} = \Lambda(i, j)P_{ij}$  sont les fonctions normalisées de Legendre associées de degré  $i$  et l'ordre  $j$ , basées sur la fonction normalisée  $\Lambda(i, j)$  et les coefficients de Legendre  $P_{ij}$ .

$a_{ij}, b_{ij}$  sont les coefficients de TEC (inconnus) de l'harmonique sphérique, c-à-d, les paramètres de modèle ionosphérique global à estimer.

## 2.5 Effets ionosphériques relatifs

Dans cette section on décrit comment les conditions ionosphériques et la géométrie satellite-récepteur contribuent à l'erreur ionosphérique relative. Pour cette évaluation, la géométrie de couche simple de l'ionosphère est employée.

On écrit l'équation 2-40 pour le cas de mesures de code sous la forme :

$$t_{,j} = M(z') \cdot t_{v,j} \quad (2-52)$$

où  $t_{,j}$  est le retard ionosphérique à la position de récepteur  $j$ ,  $M(z') = 1/\cos z'$  est la fonction d'obliquité.  $t_{v,j}$  est le retard ionosphérique vertical à la position du point

sub-ionosphérique.  $t_{v,j} = \frac{40.3}{f^2} TVEC$



On peut simplifier les effets différentiels sous la forme suivante, qui comprend la dérivation en fonction de l'obliquité et en fonction de la distance.

$$dt = dM(z')_{i_v} + M(z')dt_v \quad (2-53)$$

La figure 2-3 montre le retard ionosphérique de l'équation simple différence entre deux récepteurs qui peut être écrite sous la forme suivante (Odijk 2002):

$$t_{12}^s = t_2^s - t_1^s = \underbrace{-\left(1/\cos z_1^{s'} - 1/\cos z_2^{s'}\right)t_{v,1}^s}_{\text{variation.de.l'obliquité}} + \underbrace{1/\cos z_2^{s'}\left(t_{v,2}^s - t_{v,1}^s\right)}_{\text{variation.du.TVEC}} \quad (2-54)$$

Le retard ionosphérique de simple différence peut être divisé en deux composantes. La variation de l'obliquité qui génère un effet d'échelle sur la ligne de base. La valeur de cette variance est affectée par la valeur du retard ionosphérique vertical dans la couche ionosphérique. La deuxième composante est la variation du retard ionosphérique vertical et qui dépend du retard ionosphérique relatif entre les deux récepteurs. Nous avons montré qu'un TECU sur la porteuse L1 révèle une erreur de 16 cm sur le positionnement absolu. Alors nous allons utiliser cette transformation dans la suite pour exprimer l'erreur différentielle en unité métrique.

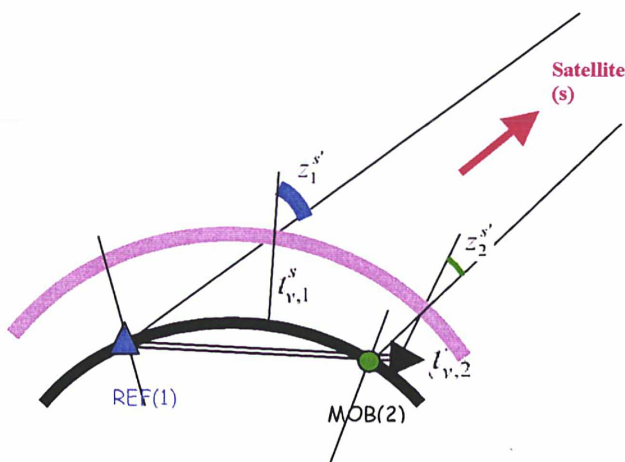


Figure 2-3: Le retard ionosphérique de simple différence.

#### Effet de la variation de l'obliquité.

La valeur la plus grande de l'effet de la variation de l'obliquité se produit pour un angle zénithal de 75° : un mètre de retard ionosphérique de variation de l'obliquité produit 0,6 mm par km de longueur de base (Odijk 2002). On peut dire alors que 10 TECU produise 0,96 mm/km. Ces valeurs en accord avec Beutler et al (1988).

## Effet de la variation du TVEC

Les variations du TVEC existent du fait que l'ionosphère n'est pas un milieu homogène. Ces gradients croissent dans la direction nord-sud à cause de la forte présence de contenu électronique à l'équateur et la faible présence au pôle, mais ils peuvent aussi être le résultat des TIDs. De plus la variation diurne du contenu électronique apporte des gradients horizontaux dans la direction est-ouest. La figure 2-4 montre l'amplification de 1 mm/km de gradient horizontal dans le retard ionosphérique de mesures GPS simple différence, pour différentes longueurs de bases.

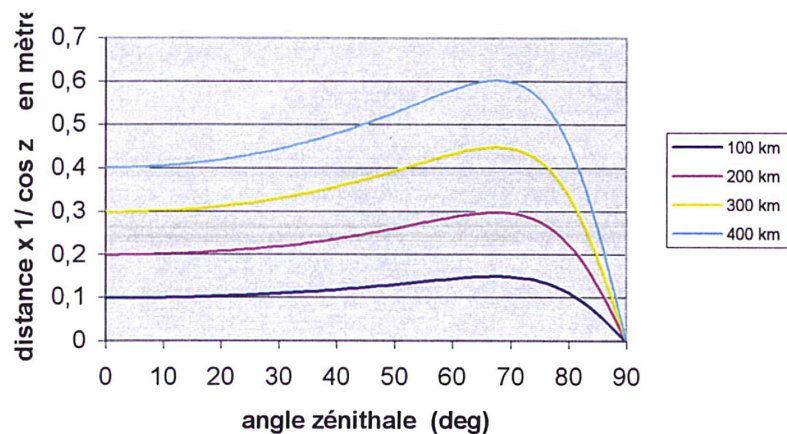


Figure 2-4: amplification de 1 mm/km de gradient horizontal dans le retard ionosphérique simple différence, pour différentes longueurs de bases.

L'équation utilisée pour tracer la figure 2-7 est celle de Van der Marel (1993) :

$$t_{v,2}^s - t_{v,1}^s = 10^{-3} \frac{\partial t_{v,1}^s}{\partial l} l_{12}^s \quad (2-55)$$

où  $\frac{\partial t_{v,1}^s}{\partial l}$  dénote le gradient horizontal (mm/km), et  $l_{12}^s$  est la distance entre les points ionosphériques (km). Cette figure montre que pour un angle zénithal de 70° on obtient les valeurs les plus grandes du gradient horizontal : 1mm/km de gradient horizontal donne une erreur de 1,6 mm par km de ligne de base. 1 TECU/km de gradient horizontal donne alors 26,29 mm par km de ligne de base. Ces valeurs seront utilisées dans le chapitre IV pour estimer l'effet de l'erreur de la prédiction de l'ionosphère sur le positionnement GPS.

### **3 Chapitre III : Statistiques des séries chronologiques**

Ce chapitre présente les éléments d'analyse statistique que nous avons utilisés dans le traitement de données. Ces éléments et les outils correspondants proviennent de deux domaines non géodésiques l'économie et la métrologie du temps et des fréquences.

On présente la méthode de décomposition d'une série chronologique et l'avantage de cette décomposition dans le traitement de données. Cette méthode est très utilisée dans le domaine de l'économie (Vaté, 1993, Bourbonnais et Terraza, 2000).

On a pris connaissance de la variance d'Allan à partir d'ouvrages spécialisés dans le temps-fréquence (Vernotte, 1991 et 2001 et Juompan-Yakam, 1994). La variance d'Allan permet de caractériser la nature du bruit dans une série chronologique.

Finalement on décrit les méthodes de prédiction utilisées (Press et al, 1992). La combinaison de méthodes issues de différentes disciplines nous était nécessaire pour traiter le problème géodésique qui nous était posé.

Une série temporelle ou encore « chronique » est une succession d'observations au cours du temps représentant un phénomène (dans notre cas les variations du contenu électronique total de l'ionosphère TEC). Pour la plupart des méthodes d'analyse de séries temporelles, le pas de temps de la série est considéré constant : une heure, un jour, un mois, un trimestre, une année. On suppose également que la série ne contient ni observations manquantes, ni valeurs aberrantes ou accidentelles sur toute la période d'observation.



Comme en pratique il y a des observations manquantes et des valeurs aberrantes, on applique des procédés empiriques pour résoudre cette difficulté :

- le repérage des valeurs considérées comme « anormales » procède soit de la connaissance des circonstances particulières qui en sont la cause, soit d'un jugement d'ordre statistique reposant sur la rareté de telles valeurs (pour cela, une règle pratique consiste à calculer l'écart type de la distribution des distances des observations à la moyenne ou à la tendance, et à fixer l'intervalle des valeurs normales à deux fois cet écart type de part et d'autre du niveau moyen).
- L'élimination d'une valeur aberrante peut être obtenue soit en supprimant cette donnée, mais en prenant garde que cette absence d'information ne soit pas traitée comme une valeur nulle, soit en la remplaçant par une valeur plausible compte tenu des valeurs voisines.

La valeur courante en  $t$  de la série est notée  $x_t$ , où  $t$  le temps est compris entre 1 et  $n$ , avec  $n$  étant le nombre total d'observations de la série temporelle. L'emploi de méthodes d'inférence statistique conduit à interpréter chaque observation  $x_t$  comme réalisation d'une variable aléatoire  $X_t$ , et la chronique  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  comme réalisation d'un processus aléatoire  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ .

On présente la méthode de décomposition d'une série chronologique et l'avantage de cette décomposition dans le traitement de données. Cette méthode est très utilisée dans le domaine de l'économie (Vaté, 1993, Bourbonnais et Terraza, 2000).

### **3.1 Décomposition et filtrage**

Les techniques traditionnelles de traitement des chroniques procèdent par décomposition puis recombinaison de la chronique pour effectuer la prévision. Cette approche suppose que la chronique puisse être décomposée en éléments simples (modélisables), et donc plus facilement prévisibles, pour ensuite être reconstituée pour donner la prévision de la chronique.



### 3.1.1 La décomposition

Les premières études sur les chroniques ont amené à considérer de façon standard quatre grandes composantes :

- La tendance ou « trend » notée  $T_t$ , censée décrire le mouvement de long terme, de fond ou encore structurel du phénomène. Ce mouvement est traditionnellement représenté par des formes analytiques simples : polynomiales, logarithmiques, exponentielles et cycliques.
- La composante cyclique notée  $C_t$ . Dans la plupart des travaux sur les séries temporelles, la tendance et le cycle sont regroupés en une seule composante appelée l'extra-saisonnier  $E_t$ .
- La composante saisonnière notée  $S_t$ , composante cyclique relativement régulière qui correspond souvent à des phénomènes particuliers.
- La composante résiduelle notée  $R_t$ . Elle rassemble tout ce que les autres composantes n'ont pu expliquer du phénomène observé. Elle contient donc de nombreuses fluctuations, en particulier accidentelles, dont le caractère est exceptionnel et imprévisible (scintillation). Comme par hypothèse ce type d'événement est censé être corrigé, le résidu présente – en général – une allure aléatoire plus ou moins stable autour de sa moyenne.

La technique de décomposition-recomposition repose, bien évidemment, sur un modèle qui l'autorise. Ce modèle porte le nom de schéma de décomposition. Il en existe essentiellement trois grands types :

- Le schéma additif qui suppose l'orthogonalité (indépendance) des différentes composantes. Il s'écrit :  $x_t = E_t + S_t + R_t$ . Dans ce schéma la saisonnalité est rigide en amplitude et en période.
- Le schéma multiplicatif :  $x_t = E_t * S_t + R_t$ , dans lequel la composante saisonnière est liée à l'extra-saisonnier (saisonnalité souple avec variation de l'amplitude au cours du temps).

- Le schéma multiplicatif :  $x_t = E_t * S_t * R_t$  (interaction générale des trois composantes). Il est commode puisque le logarithme de la chronique conduit au schéma additif.

Nous avons choisi le schéma additif en vue de prédire la réfraction ionosphérique. La saisonnalité diurne du retard ionosphérique, causée par la rotation de la Terre, a une cause strictement périodique.

### 3.1.2 Le filtrage

Un filtre est une transformation mathématique de la chronique. La chronique entrante porte le nom d'entrée du filtre et le résultat de la transformation (la chronique sortante) porte le nom de sortie.



Le filtre le plus utilisé pour désaisonnaliser une chronique est celui de la moyenne mobile.

La moyenne mobile simple est un filtre symétrique à horizon fini. Il s'agit d'une succession de moyennes arithmétiques de longueur choisie égale à  $L$  (appelée ordre de la moyenne mobile).

Les formules générales de filtrage par moyenne mobile symétrique sont les suivantes :

- si l'ordre de la moyenne mobile correspond à un nombre impair ( $L=2m+1$ , avec  $m \in \mathbb{N}^*$ ),

$$y_t = \frac{1}{2m+1} \left[ \sum_{i=-m}^{i=m} x_{t+i} \right]$$

- si l'ordre correspond à un nombre pair ( $L=2m$ , avec  $m \in \mathbb{N}^*$ ), il faut recourir à un artifice de calcul afin de faire correspondre le terme central  $x_t$  à la valeur de la moyenne mobile  $y_t$ .

$$y_t = \frac{1}{2m} \left[ \frac{1}{2} x_{t-m} + \sum_{i=-m+1}^{i=m-1} x_{t+i} + \frac{1}{2} x_{t+m} \right]$$

Les moyennes mobiles simples ont pour propriété d'éliminer une saisonnalité de période égale à l'ordre de la moyenne mobile, de laisser passer l'extra-saisonnalité et de lisser le résidu. Ces propriétés fondent les méthodes de désaisonnalisation utilisant ces filtres. Par construction, les moyennes mobiles sont plus courtes – en nombre d'observations – du fait de la perte de  $m$  valeurs aux extrémités de la chronique.

La désaisonnalisation par la moyenne mobile simple d'une chronique est souvent insuffisante pour diverses raisons (saisonnalité fluctuante, extra-saisonnalité complexe). Shiskin (1954) propose une méthode de désaisonnalisation utilisant, de façon itérative, plusieurs moyennes mobiles. Shiskin, chercheur au « Bureau of Census » des Etats-Unis a donné le nom de Census-1 à cette méthode. Depuis 1954, elle a connu de nombreuses améliorations : Census-2, Census-3 et en 1967 Shiskin associé à A.H. Young et J.C. Musgrave a proposé la version Census x 11 qui est la méthode la plus utilisée pour désaisonnaliser les séries temporelles. Nous avons choisi cette dernière version pour le traitement de données GPS dans cette étude.

Nous présentons l'algorithme simplifié, en cinq étapes, de la version de Census x 11 selon un schéma additif (Laroque, 1977).

a) première estimation de la composante saisonnière

Application d'une moyenne mobile ( $M^0$ ) centrée d'ordre 5 avec pour coefficients : 0,125 ; 0,250 ; 0,250 ; 0,250 ; 0,125 à la série  $x_t$ . Soit  $z_t$  la série filtrée (première estimation de la tendance) ; on calcule  $S1_t = x_t - z_t$  puis, de nouveau, on applique à la série  $S1_t$  une moyenne mobile ( $M^1$ ) centrée de 5 ans avec pour coefficients : 0,111 (en  $t-8$  et  $t+8$ ) ; 0,222 (en  $t-4$  et  $t+4$ ) ; 0,333 (en  $t$ ) ; (la somme des cinq valeurs étant divisée par 0,999). La série résultante est lissée par un filtre S de coefficients  $-0,125$  (en  $t-2$  et  $t+2$ ) ;  $-0,250$  (en  $t-1$  et  $t+1$ ) ; et  $0,750$  en  $t$ . La série filtrée est une première estimation des coefficients saisonniers  $CS1_t$ .



b) Première correction pour valeurs aberrantes

Pour chaque trimestre, l'écart-type  $\sigma_1$  de  $CS1_t$  est calculé et on corrige les valeurs de  $S1$ , à l'extérieur de l'intervalle  $CS1_t \pm \sigma_1$ . La nouvelle série ainsi obtenue est lissée par le filtre  $M^1$  puis par le filtre  $S$ . La série résultante est une deuxième estimation des coefficients saisonniers  $CS2_t$ , soit  $x_t^{CVS1} = x_t - CS2_t$ .

c) Estimation de la tendance

On applique à  $x_t^{CVS1}$  une moyenne mobile de Henderson d'ordre 5 ayant pour coefficient : -21 (en  $t-2$  et  $t+2$ ) ; 84(en  $t-1$  et  $t+1$ ) ; et 160 en  $t$ , le total étant divisé par 286. La série résultante  $zz_t$  est une nouvelle estimation de la tendance.

d) Evaluation finale de la composante saisonnière

L'estimation de la saisonnalité est donnée par :  $S2_t = x_t - zz_t$ , on lui applique une moyenne mobile de 7 ans de coefficients en 1 (en  $t-12$  et  $t+12$ ) ; 2(en  $t-8$  et  $t+8$ ) ; 3(en  $t$ ) ; afin d'obtenir une somme annuelle des coefficients nulle, on applique au résultat le filtre  $S$  et on appelle  $CS_t$  le résultat obtenu. Enfin, une dernière correction des valeurs aberrantes est effectuée sur la série CVS :  $x_t^{CVS2} = x_t - CS_t$ .

Toutes ces opérations sont itérées deux fois. Cette méthode utilise 21 moyennes mobiles dont il est démontré qu'elles se regroupent en une seule portant sur 28 valeurs de part et d'autre de l'instant considéré. Cette méthode d'analyse n'est applicable qu'à des séries plus longues que huit fois la saisonnalité considérée.

Dans les analyses de la saisonnalité, il est souvent nécessaire de travailler, non pas sur la série brute, mais sur la série débarrassée de sa tendance, car celle-ci peut fausser l'application des tests et estimations.

L'ajustement par les moindres carrés est possible lorsque la tendance possède une forme algébrique évidente, en particulier linéaire. Il est recommandé de ne pas l'effectuer sur la série brute, car la présence de la composante saisonnière est elle-même source d'erreur : si, par exemple, les creux saisonniers précèdent les pointes saisonnières, l'estimation de la pente est artificiellement augmentée.



### 3.2 La variance d'Allan

La plupart des références bibliographiques sur ce thème se trouvent dans le domaine de la métrologie du temps et des fréquences. Nous allons donc présenter la variance d'Allan en nous appuyant sur l'exemple d'un oscillateur. (Juompan-Yakam, 1990).

Le signal délivré par un oscillateur idéal de fréquence nominale  $\nu_0$  est de la forme

$$V(t) = V_0 \sin(2\pi\nu_0 t) \quad (3-1)$$

Le signal réel, évidemment perturbé, prend la forme

$$V(t) = (V_0 + \varepsilon(t)) \sin(2\pi\nu_0 t + \Phi(t)) \quad (3-2)$$

où  $\varepsilon(t)$  est la perturbation en amplitude et  $\Phi(t)$  la perturbation en phase, qui peut aussi être exprimée sous forme de perturbation en fréquence.

Ces anomalies ont des composantes déterministes et aléatoires. En supposant que les effets déterministes ont été éliminés par le mode opératoire et que la contribution de  $\varepsilon(t)$  aux fluctuations de fréquence est négligeable, nous retenons la forme réduite de l'équation (3-2)

$$V(t) = V_0 \sin(2\pi\nu_0 t + \varphi(t)) \quad (3-3)$$

Où  $\varphi(t)$  est la composante aléatoire du bruit de phase mesuré avec un phasemètre, en radian.

On définit  $x(t_k) = \frac{\varphi(t_k)}{2\pi\nu_0}$  comme l'écart de temps instantané mesuré entre le signal

nominal (eq 1) et celui répondant à l'équation (3-3).

La fréquence instantanée est

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} (2\pi\nu_0 t + \varphi(t)) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (3-4)$$

L'écart de fréquence instantanée est

$$\Delta\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (3-5)$$

Enfin, la fréquence normée instantanée est

$$y(t) = \frac{\nu(t) - \nu_0}{\nu_0} = \frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \quad (3-6)$$

Pratiquement, on s'intéresse aux valeurs moyennes de  $y(t)$  qui sont déduites soit des mesures d'un compteur numérique de fréquence, soit des mesures de  $x(t)$  ou de  $\varphi(t)$ . Ainsi, si  $\tau_0$  représente la pas d'échantillonnage de  $\varphi(t)$ , entre les époques  $t_k - \tau_0$  et  $t_k$  on aura

$$y_k = \frac{\varphi(t_k) - \varphi(t_k - \tau_0)}{2\pi\nu_0\tau_0} = \frac{x_k - x_{k-1}}{\tau_0} \quad (3-7)$$

En effet, on s'intéresse dans notre étude à la fréquence de TEC. Alors on se limite dans l'étude de bruit sur les bruits de fréquence.

### 3.2.1 Bruit dans le domaine fréquentiel

La fonction d'autocorrélation des données contient l'information de type de bruit. Il est utile de rendre l'autocorrélation visible en utilisant la transformée de Fourier. Un processus aléatoire  $b(t)$  dont la fonction d'autocorrélation est  $R_b(t)$ , a pour densité spectrale bilatérale  $S_b^{TS}(f)$  telle que

$$S_b^{TS}(f) = \text{TF}[R_b(t)] \text{ où TF est la Transformée de Fourier et TS=Two Sided}$$

$S_b^{TS}(f)$  étant par définition une fonction paire, on introduit la densité spectrale unilatérale de  $b(t)$ , notée  $S_b(f)$ , plus facile à calculer et plus évocatrice.

$$\begin{aligned} S_b(f) &= 2 S_b^{TS}(f) & \text{si } f \geq 0 \\ S_b(f) &= 0 & \text{si } f < 0 \end{aligned} \quad (3-8)$$

D'où, par définition de la Transformée de Fourier,

$$S_b(f) = 2 \int_0^{\infty} R_b(t) e^{-2i\pi ft} dt \quad (3-9)$$

On peut ainsi calculer  $S_x(f)$ ,  $S_y(f)$ ,  $S_{\Delta\nu}(f)$ ,  $S_\varphi(f)$

On a le lien entre la densité spectrale de fréquence et la densité spectrale de la dérivée de la fréquence (Vernotte 2001) :

$$S_y(f) = 4\pi^2 f^2 S_x(f) \quad (3-10)$$

La plupart des bruits peuvent être modélisés par une loi de puissance (Vernotte 1991):

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^{\alpha=0} h_{\alpha} f^{\alpha} \quad (3-11)$$

Où  $h_{\alpha}$  est un coefficient du niveau de bruit.

A chaque terme correspond la contribution d'un bruit précis :

$\alpha = -2$  marche aléatoire

$\alpha = -1$  bruit de scintillation

$\alpha = 0$  bruit blanc

### 3.2.2 Bruit dans le domaine du temps

Par commodité, on fait l'hypothèse que les bruits sont gaussiens.

Une variable aléatoire gaussienne peut être définie par deux grandeurs : la tendance centrale, caractérisée par la moyenne, et la dispersion, caractérisée par la variance. Si le nombre d'échantillons est infini, on aura accès aux grandeurs dites vraies (J uompan-Yakam 1994):

- la moyenne vraie des  $\bar{y}_k$ , notée  $\langle \bar{y}_k \rangle$ , où  $\langle \rangle$  signifie moyenne, calculée sur une infinité d'échantillons  $\bar{y}_k$
- la variance vraie de  $\bar{y}_k$ , notée

$$I^2(t) = \langle \bar{y}_k^2 \rangle - \langle \bar{y}_k \rangle^2. \quad (3-12)$$

Ne disposant jamais d'une infinité d'échantillons, on préfère à la variance vraie des estimateurs sans biais, c'est à dire dont l'espérance est la variance vraie  $I^2(t)$ . on obtient ainsi la moyenne expérimentale et la variance d'échantillon  $\sigma^2$ , avec  $E(\sigma^2) = I^2(t)$ .

$$\sigma^2(\bar{y}) = \langle (\bar{y} - \langle \bar{y} \rangle)^2 \rangle \quad (3-13)$$

$\bar{y}$  représente une valeur moyenne de  $y_k$  calculée sur la durée d'intégration souhaitée.



La moyenne  $\langle \rangle$ , calculée dans ce cas sur un nombre fini d'échantillons peut être obtenue de plusieurs façons. Il est recommandé d'utiliser la variance à deux échantillons adjacents, dite variance d'Allan pour limiter la sensibilité de l'estimateur aux basses fréquences, cette variance est définie par :

$$\sigma_y^2 = \left\langle \sum_{i=1}^2 \left( \bar{y}_i - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \bar{y}_j \right)^2 \right\rangle \quad (3-14)$$

soit, après développement,

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_2 - \bar{y}_1)^2 \rangle \quad (3-15)$$

où  $\bar{y}_2$  et  $\bar{y}_1$  sont deux échantillons adjacents de  $\bar{y}_k$ .

En fonction de l'écart de phase on a

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \left\langle \frac{1}{\tau^2} \sum (\bar{x}_{i+1} - 2\bar{x}_i + \bar{x}_{i-1})^2 \right\rangle \quad (3-16)$$

ainsi définie, la variance d'Allan a des propriétés particulières. En écrivant l'expression de la variance d'Allan dans le domaine fréquentiel, la modélisation des bruits en loi de puissance permet d'identifier les différents bruits par des pentes caractéristiques. Nous allons donc décrire la démarche permettant d'écrire la variance d'Allan dans le domaine fréquentiel.

### 3.2.3 Relation entre les domaines du temps et de la fréquence

Les fonctions de transfert permettent d'obtenir des caractéristiques temporelles à partir des échantillons fréquentiels.

- Expression de la variance vraie dans le domaine fréquentiel

$$I^2(\tau) = \int_0^{\infty} S_y(f) \left( \frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau} \right)^2 df \quad (3-17)$$

$I^2$  a la forme de l'énergie du signal correspondant à la sortie d'un filtre de fonction

de transfert  $\left( \frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau} \right)$ , recevant un signal d'entrée  $y(t)$ .

- Expression de la variance d'Allan dans le domaine fréquentiel

La variance à N échantillons, définie dans le domaine temporel s'écrit

$$\langle \sigma_y^2(N, T, \tau) \rangle = \frac{N}{N-1} \int_0^\infty S_y(f) \left( \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{\sin(N\pi f T)}{N \sin(\pi f T)} \right)^2 \right] df \quad (3-18)$$

Où N est le nombre d'échantillons  $\bar{y}$  à traiter (attention : généralement, N représentera le nombre de fréquences élémentaires  $y_k$  disponibles),

T est la durée séparant deux échantillons  $\bar{y}$

$\tau$  est l'intervalle de moyenne de  $\bar{y}$

La fonction de transfert varie comme  $[N(N+1)/3](\pi f T)^2$  pour  $N\pi f T \ll 1$ . (3-18)

est d'autant plus sensible aux basses fréquences que N est grand. Pour N tendant vers l'infini, (3-18) tend vers (3-17).

Pour N=2 on a :

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^\infty S_y(f) \frac{2 \sin^4(\pi f T)}{(\pi f T)} df \quad (3-19)$$

les équations (3-17), (3-18), et (3-19) permettent de passer de  $S_y(f)$  à  $\sigma_y^2(\tau)$ , mais elles ne sont pas facilement inversibles.

Une fois qu'on a exprimé la variance d'Allan dans le domaine fréquentiel, la modélisation des bruits en loi de puissance permet d'identifier les différents bruits par des pentes caractéristiques. Le tableau 3-1 rassemble les trois processus de bruit.

Tableau 3-1: Caractéristiques fonctionnelles des variances pour les trois processus de bruit

Nature de bruit	Caractéristiques de la représentation bi-logarithmique	
	$f^\alpha$	$\sigma_y^2(\tau)$
	$\alpha$	pente
Bruit blanc de fréquence	0	-1
Bruit de scintillation de fréquence	-1	0
Bruit de fréquence à marche aléatoire	-2	1

On s'intéresse à l'existence de bruit blanc dans le signal car ce bruit est stationnaire par excellence. Il en résulte qu'en sa présence, la moyenne arithmétique des observations fournit une médiane du signal débarrassée du bruit. Pour une prédiction du signal il suffirait de déterminer à chaque époque le polynôme des moindres carrés associé à un certain nombre d'observations précédentes (Juompan-Yakam 1994).

### 3.3 La prédiction linéaire

On commence tout d'abord avec une formule générale. Considérons  $\{y'_\alpha\}$  un ensemble de valeurs mesurées d'une quantité  $y$  où les valeurs vraies sont  $\{y_\alpha\}$ .

On peut écrire

$$y'_\alpha = y_\alpha + n_\alpha \quad (3-20)$$

où  $n_\alpha$  est le bruit de mesure ou l'erreur.

On utilise des indices grecs dans les équations pour dire que les données ne sont pas nécessairement équidistantes. Elles peuvent être des observations aléatoires en trois dimensions, par exemple. Supposons maintenant qu'on veut construire la « meilleure » estimation de la valeur vraie d'un certain point  $y_*$  à partir d'une combinaison linéaire des valeurs mesurées (connues) avec une certaine anomalie  $x_*$ .

$$y_* = \sum_{\alpha} d_{*\alpha} y'_\alpha + x_* \quad (3-21)$$

On veut donc trouver les coefficients  $d_{*\alpha}$  qui minimisent l'anomalie  $x_*$ . Les coefficients  $d_{*\alpha}$  ont une étoile qui indique la liaison avec le choix du point  $y_*$ . Dans le cas où  $y_*$  est une valeur parmi les valeurs  $y_\alpha$  existantes, le problème devient celui d'un filtrage optimal ou de l'estimation optimale. Dans l'autre cas où  $y_*$  est un point complètement nouveau, le problème est celui de la prédiction linéaire.

L'estimation par moindres carrés est une méthode statistique qui minimise l'anomalie  $x_*$ . Considérons que les crochets  $\langle \rangle$  représentent la moyenne statistique, alors on cherche  $d_{*\alpha}$  qui minimise  $x_*$ .

$$\begin{aligned} \langle x_*^2 \rangle &= \left\langle \left[ \sum_{\alpha} d_{*\alpha} (y_\alpha + n_\alpha) - y_* \right]^2 \right\rangle & (3-22) \\ &= \sum_{\alpha\beta} (\langle y_\alpha y_\beta \rangle + \langle n_\alpha n_\beta \rangle) d_{*\alpha} d_{*\beta} - 2 \sum_{\alpha} \langle y_* y_\alpha \rangle d_{*\alpha} + \langle y_*^2 \rangle \end{aligned}$$

On a admis jusqu'ici que le bruit n'est pas corrélé avec le signal ( $\langle n_\alpha y_\beta \rangle = 0$ ). Les quantités  $\langle y_\alpha y_\beta \rangle$ ,  $\langle y_* y_\alpha \rangle$  décrivent la structure de l'autocorrélation des données sous-jacentes. Les quantités  $\langle n_\alpha n_\beta \rangle$  décrivent les propriétés de l'autocorrélation du bruit. On est souvent dans le cas où le bruit est indépendant dans la série  $\langle n_\alpha n_\beta \rangle = \langle n_\alpha^2 \rangle \delta_{\alpha\beta}$ .

Il est utile de souligner que ces différentes corrélations correspondent à une expression matricielle :

$$\phi_{\alpha\beta} \equiv \langle y_\alpha y_\beta \rangle, \quad \phi_{*\alpha} \equiv \langle y_* y_\alpha \rangle, \quad \eta_{\alpha\beta} \equiv \langle n_\alpha n_\beta \rangle \text{ ou } \langle n_\alpha^2 \rangle \delta_{\alpha\beta}.$$

(3-23)

En dérivant l'équation (3-22) précédente par rapport à  $d_{*\alpha}$ , on obtient l'ensemble des équations linéaires,

$$\sum_{\beta} [\phi_{\alpha\beta} + \eta_{\alpha\beta}] d_{*\beta} = \phi_{*\alpha} \quad (3-24)$$

si l'on écrit la solution par inversion matricielle, alors l'équation d'estimation (3-21) devient (en négligeant l'anomalie  $x_*$ ),

$$y_* \approx \sum_{\alpha\beta} \phi_{*\alpha} [\phi_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu}]^{-1}_{\alpha\beta} y_\beta \quad (3-25)$$

à partir de l'équation (3-22) et (3-24) on peut calculer la valeur moyenne quadratique de l'anomalie à son minimum, noté  $\langle x_*^2 \rangle_0$ ,

$$\langle x_*^2 \rangle_0 = \langle y_*^2 \rangle - \sum_{\beta} d_{*\beta} \phi_{*\beta} = \langle y_*^2 \rangle - \sum_{\alpha\beta} \phi_{*\alpha} [\phi_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu}]^{-1}_{\alpha\beta} \phi_{*\beta}$$

(3-26)

Une conclusion générale montre l'augmentation dans la valeur de  $\langle x_*^2 \rangle$  si on n'utilise pas l'équation (3-21) avec les meilleures valeurs  $d_{*\beta}$  mais avec d'autres

valeurs  $\hat{d}_{*\beta}$ . L'équation (3-26) devient :

$$\langle x_*^2 \rangle = \langle x_*^2 \rangle_0 + \sum_{\alpha\beta} (\hat{d}_{*\alpha} - d_{*\alpha}) [\phi_{\alpha\beta} + \eta_{\alpha\beta}] (\hat{d}_{*\beta} - d_{*\beta}) \quad (3-27)$$



Le second terme est une forme quadratique, on peut constater donc que la croissance de l'anomalie est de second ordre par rapport à l'erreur sur l'estimation de  $d_{*\beta}$ .

La prédiction linéaire classique est le cas où les points de données  $y_\beta$  sont équidistants sur une ligne,  $y_i, i = 1, 2, \dots, N$ , et où l'on veut utiliser  $M$  valeurs consécutives de  $y_i$  afin de prédire la valeur de  $(M+1)$ . La série chronologique est supposée être stationnaire à L'autocorrélation  $\langle y_j y_k \rangle$  dépend de la différence  $|j-k|$ , et non pas de  $j$  ou  $k$  individuellement, de ce fait l'autocorrélation  $\phi$  a un seul indice,

$$\phi_j \equiv \langle y_i y_{i+j} \rangle \approx \frac{1}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} y_i y_{i+j} \quad (3-28)$$

Cette équation montre une manière d'utiliser les valeurs de l'ensemble de données pour estimer les composantes de l'autocorrélation. Dans la situation décrite, l'équation d'estimation est

$$y_n = \sum_{j=1}^M d_j y_{n-j} + x_n \quad (3-29)$$

L'équation (3-24) devient un ensemble de  $M$  équations pour  $M$  inconnues, qui sont les coefficients de la prédiction linéaire  $d_j$ ,

$$\sum_{j=1}^M \phi_{|j-k|} d_j = \phi_k \quad (k=1, \dots, M) \quad (3-30)$$

On peut noter que même si le bruit n'est pas explicitement inclus dans les équations (3-30), il peut être calculé dans la suite.  $\phi_0$ , est estimée par l'équation (3-28) en utilisant les valeurs mesurées  $y'_i$ . L'anomalie (erreur) moyenne quadratique est estimée par l'équation (3-26) :

$$\langle x_n^2 \rangle = \phi_0 - \phi_1 d_1 - \phi_2 d_2 - \dots - \phi_M d_M \quad (3-31)$$

L'utilisation de la prédiction linéaire exige tout d'abord le calcul de  $d_j$ , en utilisant les équations (3-28) et (3-30). Puis on applique l'équation (3-29) afin d'avoir une idée sur l'anomalie  $x_i$ . Si les anomalies sont petites, alors on peut continuer à appliquer l'équation (3-29) dans le futur en imaginant que l'anomalie inconnue du

« futur » est zéro. Dans cette application, l'équation (3-29) est une formule d'extrapolation. Cette extrapolation est, dans beaucoup de cas, plus forte qu'une extrapolation polynomiale simple.

On rappelle ici la nécessité de bien faire la distinction entre le terme « prédiction linéaire » et « extrapolation linéaire » ; la forme fonctionnelle générale utilisée par la prédiction linéaire est beaucoup plus complexe qu'une ligne droite ou même d'un polynôme d'ordre faible.

Cependant, pour réaliser sa pleine utilité, la prédiction linéaire doit être contrainte à une condition additionnelle : il faut garantir sa stabilité.

L'équation (3-29) est un cas spécial d'un filtre linéaire général. La condition nécessaire pour que l'équation (3-29) soit un prédicteur linéaire stable est que les  $N$  racines du polynôme caractéristique (3-32) soient à l'intérieur d'un cercle unitaire :

$$z^N - \sum_{j=1}^N d_j z^{N-j} = 0 \quad (3-32)$$

$$|z| \leq 1 \quad (3-33)$$

On revient sur le choix de  $M$ , le nombre des coefficients de la prédiction linéaire. On choisit  $M$  comme étant le nombre le plus petit possible (Press, 1998). Dans cette étude nous avons fixé  $M$  à trois.



## **4 Chapitre IV : Analyse et prédiction du contenu électronique de l'ionosphère (TEC)**

### **4.1 Présentation des données**

Nous avons utilisé des données de TEC provenant de deux sources : des modèles empiriques régionaux et des observations en station réalisées par l'IGN.

L'IGN publie les valeurs du retard ionosphérique toutes les heures, à partir de l'analyse d'un réseau de stations de récepteurs en Europe de l'Ouest. Les valeurs sont disponibles dans le site du RGP <ftp://arthuse.ign.fr>. Le modèle publié contient les six paramètres du modèle local de TEC pour chaque station IGN toutes les heures. Nous avons utilisé une projection de ces valeurs de  $E_{nm}$  à un point de référence qui se trouve au voisinage de St Mandé en France, avec pour coordonnées géographiques (2°30' E, 48°45' N). La figure 4-1 représente le modèle ionosphérique local disponible à l'IGN. Ce modèle est calculé par le sous-logiciel IONEST qui est un outil de logiciel géodésique BERNESE 4.2.

Par ailleurs on dispose de séries horaires des composantes du retard ionosphérique d'une station GPS permanente de l'IGN à St Mandé en France qui sont les paramètres du modèle calculés par le sous-logiciel IONEST. Nous avons expérimenté diverses méthodes de prédiction à partir des données de l'IGS. Les méthodes sélectionnées peuvent ensuite être testées sur les données de la station de St Mandé.



La figure 4-2 est un extrait des coefficients du modèle ionosphérique de la station SMNE à St-Mandé en France, résultats du logiciel IONEST/Bernese 4.2.

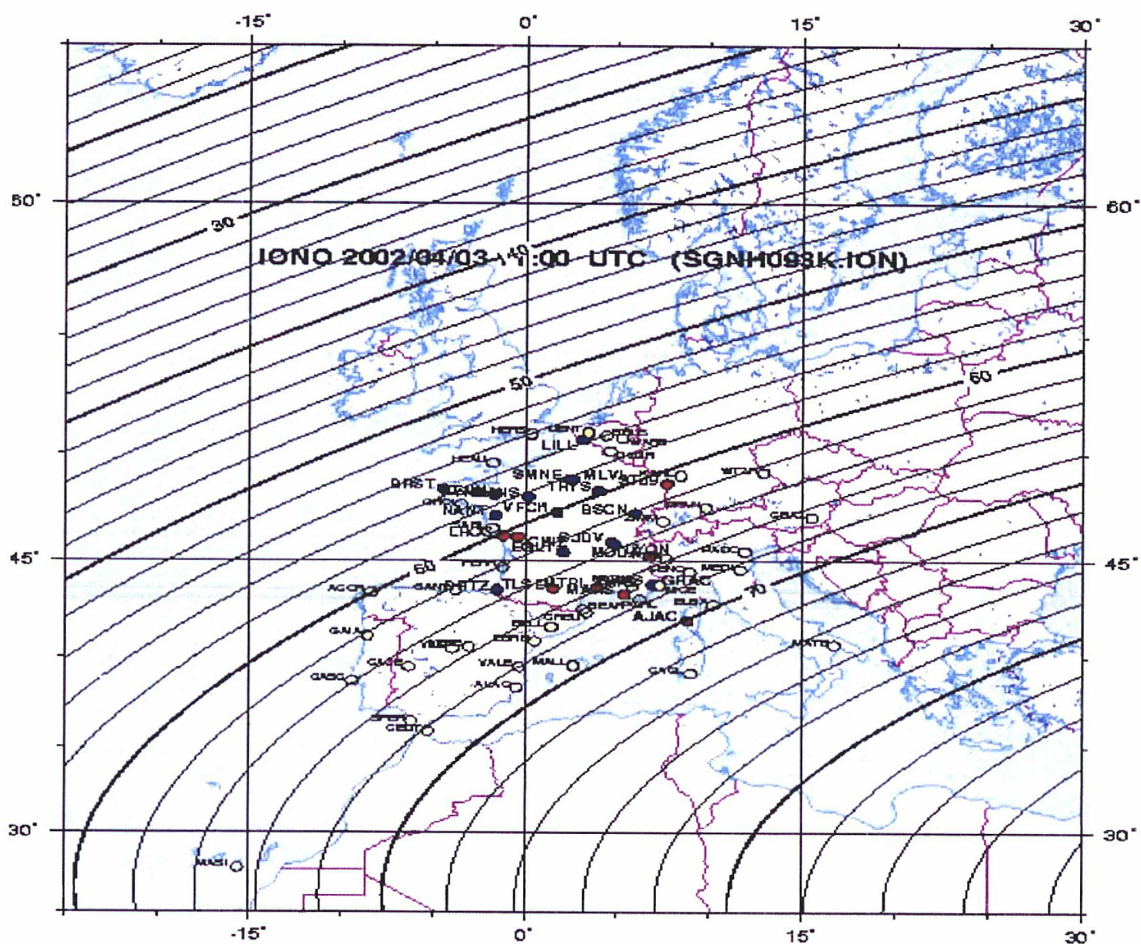


Figure 4-1:Modèle de l'Ionosphère local disponible à l'IGN, calculé par le logiciel IONEST/Bernese 4.2

L'étude du comportement temporel du retard ionosphérique nous montre l'existence des composantes cycliques d'un jour (diurne) qui est une composante largement prédominante, de vingt sept jours (rotation du soleil), saisonnière (été, automne, hiver, printemps), annuelle et le cycle de onze ans (l'activité solaire) (Warnant, 1996). Cette étude révèle aussi l'existence d'irrégularités dans le comportement du TEC (Travelling Ionospheric Disturbances TID) (Georges, 1968).

APR-02 11:42

```

-----
IONOSPHERE MODEL NUMBER           :    1
TYPE OF IONOSPHERE MODEL          :    1
ORIGIN OF DEVELOPMENT: TIME (UT)   (Y M D H) : 2002  4  3  9.5
                                LATITUDE (DEGREES) : 46.1005
                                LONGITUDE (DEGREES) : 3.8410
                                HEIGHT OF LAYER (KM) : 450
DEGREE OF DEVELOPMENT: TIME        :    2
                                LATITUDE          :    2
                                MIXED             :    2
NORMALIZATION FACTORS: LATITUDE (DEGREES) : 6.00
                                TIME (HOURS)       : 2.00
                                ELECTRON CONTENT    : 0.10D+18
APPLICABILITY FROM EPOCH          : 2002  4  3  7.0
                                TO EPOCH           : 2002  4  3 12.0

COEFFICIENTS:
DEG. LAT  DEG. TIME  COEFFICIENT  RMS
  0        0         0.51020427E+01  0.11318561E+00
  0        1         0.16971886E+01  0.42384990E-01
  0        2        -0.17629305E+00  0.58632061E-01
  1        0        -0.76288986E+00  0.70046790E-01
  1        1        -0.40762667E-01  0.65207034E-01
  2        0        -0.11598893E+00  0.35005689E-01
-1

```

Figure 4-2 : les coefficients du modèle ionosphérique extrait de la station SMNE à St-Mandé en France par le logiciel IONEST/Bernese 4.2.

Le modèle ionosphérique utilisé est celui de TVEC, le contenu vertical total d'électron qui est modélisé par un polynôme en latitude,  $\phi$ , et en angle horaire du soleil,  $S$ , du point subionosphérique (voir chapitre II).

$$TVEC(s, \phi) = E_{00} + E_{10}(s - s_0) + E_{01}(\phi - \phi_0) + E_{20}(s - s_0)^2 + E_{02}(\phi - \phi_0)^2 + E_{11}((s - s_0)(\phi - \phi_0)) \quad (4-1)$$

Les valeurs des coefficients  $E_{nm}$  (Figure 4-2) sont produites en imposant les valeurs de 2h ou 30° pour  $(s - s_0)$  et 6° pour  $(\phi - \phi_0)$  de l'équation 4-1 signifie une zone de deux heures en longitude et six degrés en latitude avec le point de référence de St Mandé en France, avec pour coordonnées géographiques (2°30' E, 48°45' N)

Le tableau 4-1 récapitule ces coefficients qui sont les données à traiter dans cette étude.

Tableau 4-1 : L'extrait des six coefficients de modèle ionosphérique calculé par IONEST/Bernese 4.2 à l'IGN le 3-avril-2002 en TECU/10. Les deux colonnes de gauche correspondent aux indices n et m.

COEFFICIENTS :

DEG. LAT	DEG. TIME	COEFFICIENT	RMS
0	0	0.51020427E+01	0.11318561E+00
0	1	0.16971886E+01	0.42384990E-01
0	2	-0.17629305E+00	0.58632061E-01
1	0	-0.76288986E+00	0.70046790E-01
1	1	-0.40762667E-01	0.65207034E-01
2	0	-0.11598893E+00	0.35005689E-01

## 4.2 Choix d'une approche prédictive adaptée à la structure du signal

L'analyse d'une série chronologique par des outils d'analyse statistique permet de mettre en évidence ses caractéristiques, ce qui permettra de proposer une approche prédictive appropriée. Pour cela nous utiliserons le logiciel d'analyse Crono\_vue (Feissel-Vernier, 2002). Ce logiciel permet de décomposer le signal en plusieurs composantes (tendance, cyclique, irrégulier). Il donne aussi des indications spectrales et statistiques sur le signal.

### 4.2.1 Description du signal

La décomposition de la série de  $E_{00}$  est présentée dans la figure 4-3. Le terme cyclique recherché est le terme diurne. La tendance est estimée par un filtre d'une fenêtre de dix jours. Après l'extraction de la tendance et de la composante cyclique de la série originale, le signal résiduel est la composante irrégulière.

La colonne centrale présente trois figures.

En haut, la série originale est en bleu et sa tendance en vert. La première composante du signal étudié est la tendance qui varie autour de 30 TECU. On note une composante linéaire de  $-11,7$  tecu/an. La figure 4-4 regroupe la colonne centrale des autres coefficients.



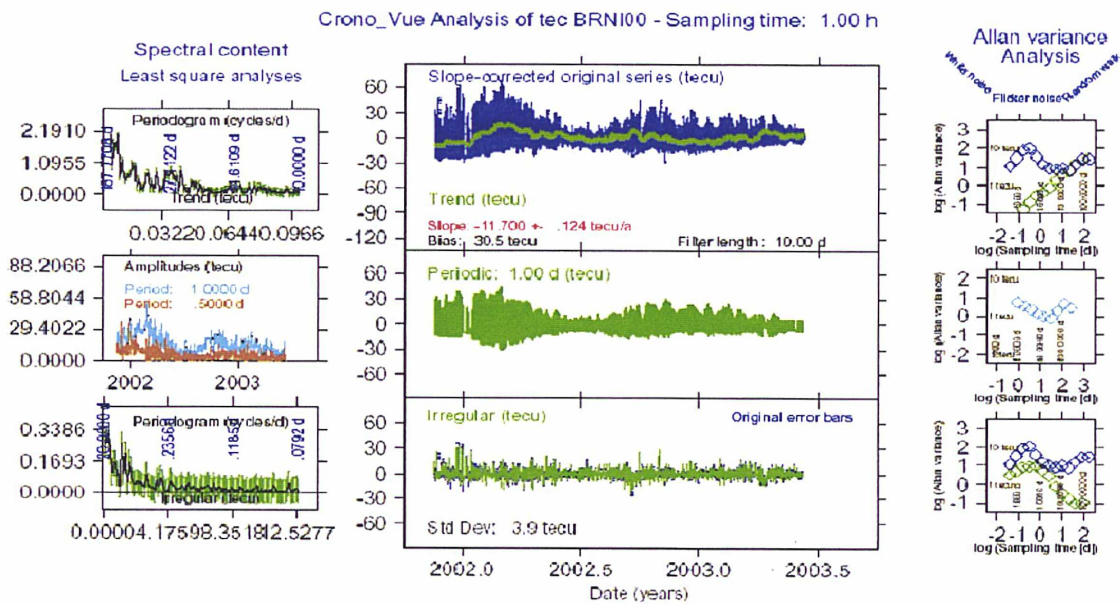


Figure 4-3 :Analyse de la série E<sub>00</sub> de l'IGN projetée à la position de St Mandé

L'analyse spectrale de la tendance se trouve dans la figure de gauche. Cette analyse révèle l'existence d'un cycle de vingt sept jours, période de la rotation du soleil autour de lui-même. Ce cycle apparaît aussi dans l'analyse spectrale des autres coefficients (E10, E20, E01, E02 et E11) comme le montre la figure 4-4.

Sur la figure 4-3, reproduite sur la figure 4-5, la bande horizontale centrale présente la composante cyclique et les variations de son amplitude (cadre de gauche). On constate des variations importantes de l'amplitude de la composante diurne.

Le bas de la figure 4-3, reproduit figure 4-6, présente la composante irrégulière, qui contient à la fois les variations rapides du TEC et le bruit de la mesure. L'écart type de cette composante est de 3,9 TECU.

Il n'y a pas de périodes distinctives dans l'irrégulier. De plus l'analyse spectrale (cadre de gauche) ne révèle pas de périodicité particulière.

La colonne de droite nous montre la variance d'Allan de la série originale (E<sub>00</sub>) et les trois composantes obtenues (tendance, cyclique et irrégulier).



Le tableau 4-2 récapitule les caractéristiques spectrales de chaque composante de E00.

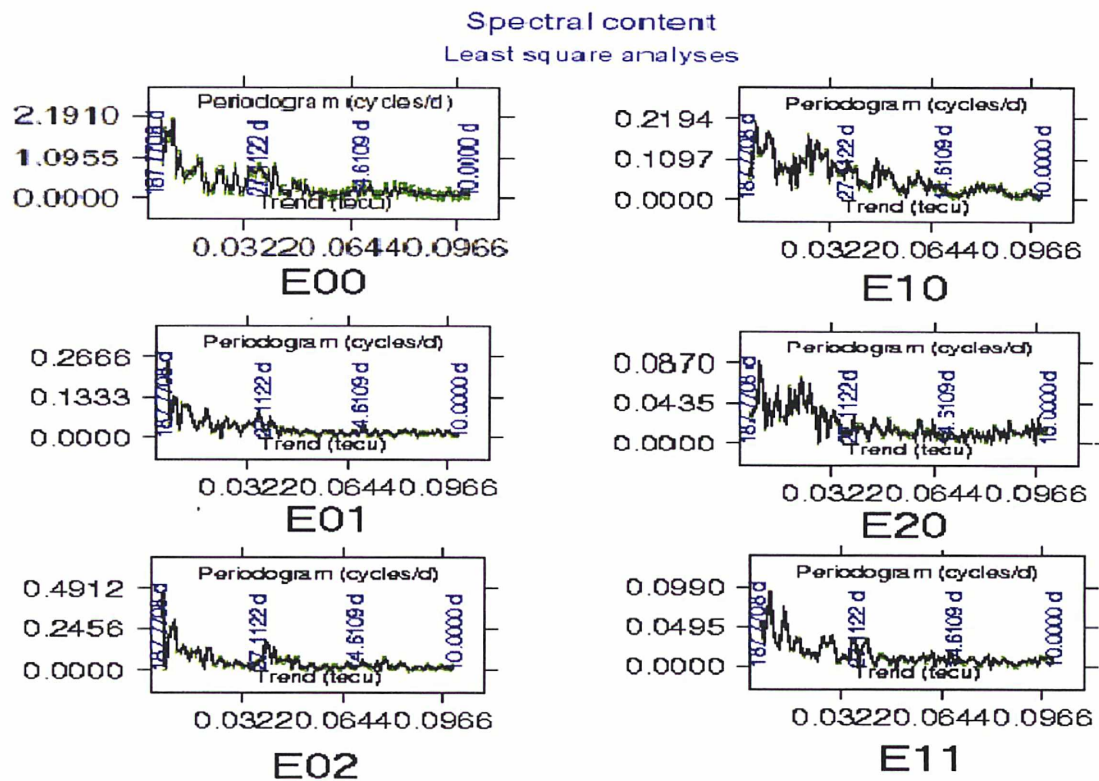


Figure 4-4 : le cycle solaire de 27 jours dans l'analyse spectrale des différents coefficients du modèle ionosphérique

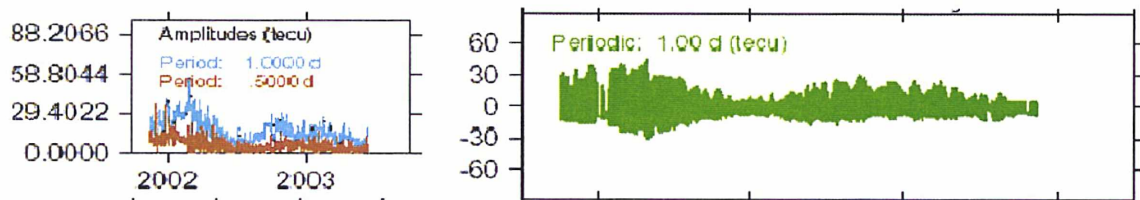


Figure 4-5: composante cyclique de E00 et les variations de son amplitude.

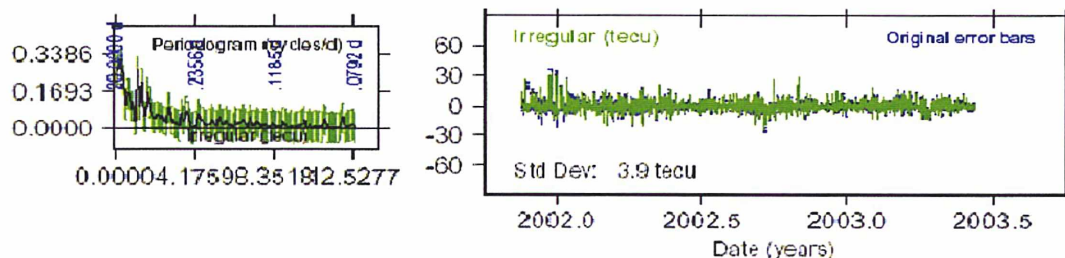

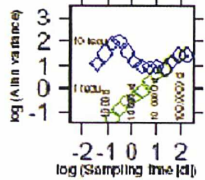
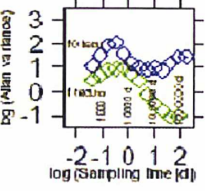
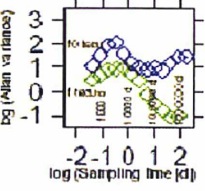


Figure 4-6 : La composante Irrégulière de E00 et l'analyse spectrale de haute fréquence.

Tableau 4-2. Types de bruit de la série E<sub>00</sub> et de ses composantes

	Bruit Blanc	Bruit de scintillation	Marche Aléatoire
<p><b>Série originale</b></p>  <p><b>Tendance</b></p>	12 heure – 5 jours	5 – 10 jours	10 jours – 200 jours
<p><b>Amplitude du Diurne</b></p> 	1 jour – 20 jours	_____	20 – 100 jours
<p><b>Irrégulier</b></p> 	1 jour – 100 jours	_____	1 heure – 24 heures

La variance d'Allan de l'amplitude de la composante diurne commence avec un bruit blanc jusqu'à dix jours. Ces résultats signifient que cette composante a une mémoire qui rend la prédiction possible avec un certain passé. Par contre la présence de marche aléatoire pour les autres composantes les rend peu prédictibles. La composante irrégulière a un bruit aléatoire au départ jusqu'à 24 heures.

L'analyse de la variance d'Allan des autres coefficients dans la figure 4-7 montre des caractéristiques spectrales très cohérentes avec celle de E00 jusque vers 10 jours. Noter que les coefficients E10, E20 et E11 conservent un bruit blanc jusqu'à 200 jours.

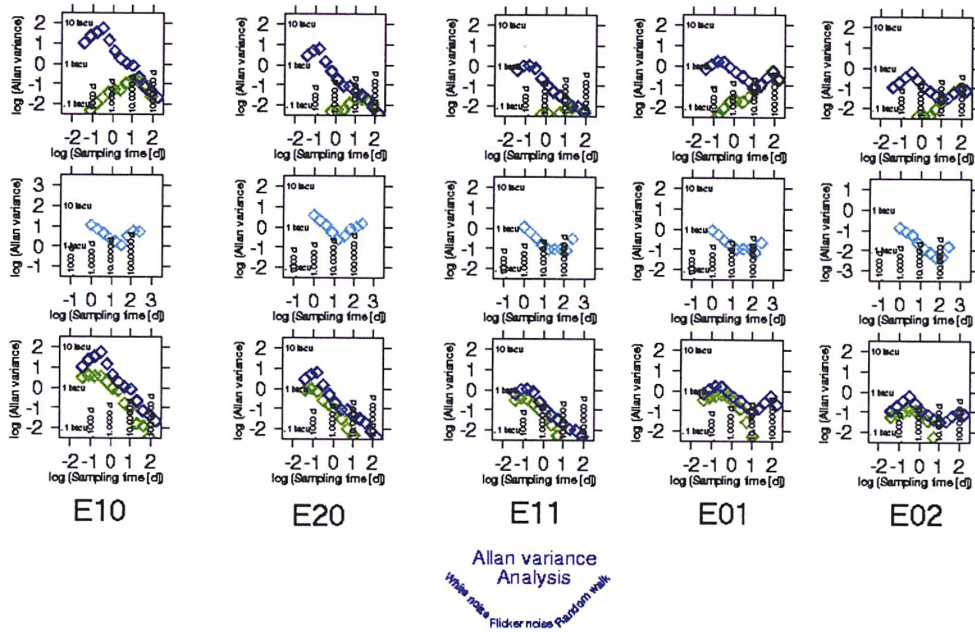


Figure 4-7: Analyse par la variance d'Allan de coefficients E10, E20, E11, E01 et E02

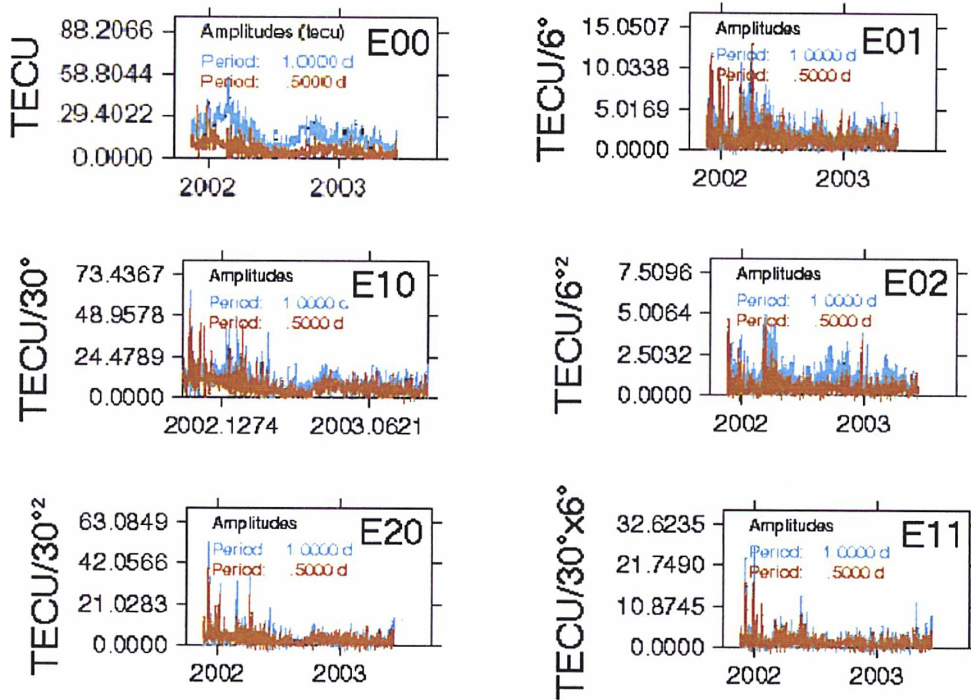


Figure 4-8 : L'amplitude du terme diurne de chaque coefficient du modèle ionosphérique.



La figure 4-8 montre le niveau de l'amplitude du terme diurne de chaque coefficient. On peut remarquer que ce niveau est le plus élevé dans le coefficient E00. par contre il est très petit pour les coefficients de deuxième degrés.

Dans la suite de cette étude, nous considérons les valeurs de ces coefficients ramenés à des distances de 1° en longitude comme en latitude, ce qui correspond à une distance proche de 80 km et 111 km (en France) de la station de référence. Le tableau 4-3 donne l'écart type de la composante irrégulière de chaque coefficient du modèle ramené à 1°.

Tableau 4-3: Les valeurs plancher de chaque coefficient du modèle ionosphérique.

Coefficient du Modèle	E00	E10	E01	E20	E02	E11
Unité	TECU	TECU/1°	TECU/1°	TECU/1° <sup>2</sup>	TECU/1° <sup>2</sup>	TECU/1°*1°
Ecart type	3,9	0,0833	0,217	0,0013	0,0014	0,005

Etant donné le faible niveau de coefficient de deux degrés (E20,E02 et E11), ils ne seront pas considérés dans notre étude.

Nous analysons maintenant en détail le signal temporel des coefficients E00, E10, E01. Pour E00, on peut distinguer quatre périodes de quatre mois en fonction de l'amplitude de la composante diurne et de sa stabilité dans la série originale.

- I- 2002.00 – 2002.33 (1/1/2002-30/4/2002)
- II- 2002.33 – 2002.66 (1/5/2002-31/8/2002)
- III- 2002.66 –2003.00 (1/9/2002-31/12/2002)
- IV- 2003.00 –2003.33 (1/1/2003-30/4/2003)

La figure 4-9 montre ces différentes périodes.

La considération de ces intervalles de temps permettra de juger de la performance de la prédiction dans des situations différentes de stabilité de la variation diurne.

Nous avons découpé la série originale de E00 en quatre segments de quatre mois et décomposé chaque nouvelle série pour examiner l'influence des amplitudes de diurne fortes sur le niveau de l'écart type de la composante irrégulière dans chaque période. Les décompositions sont illustrées par la figure 4-10.



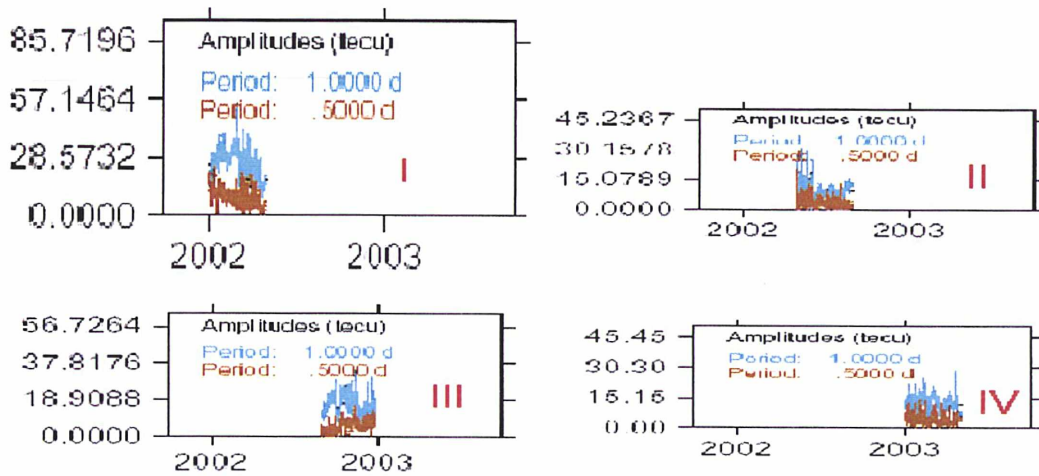
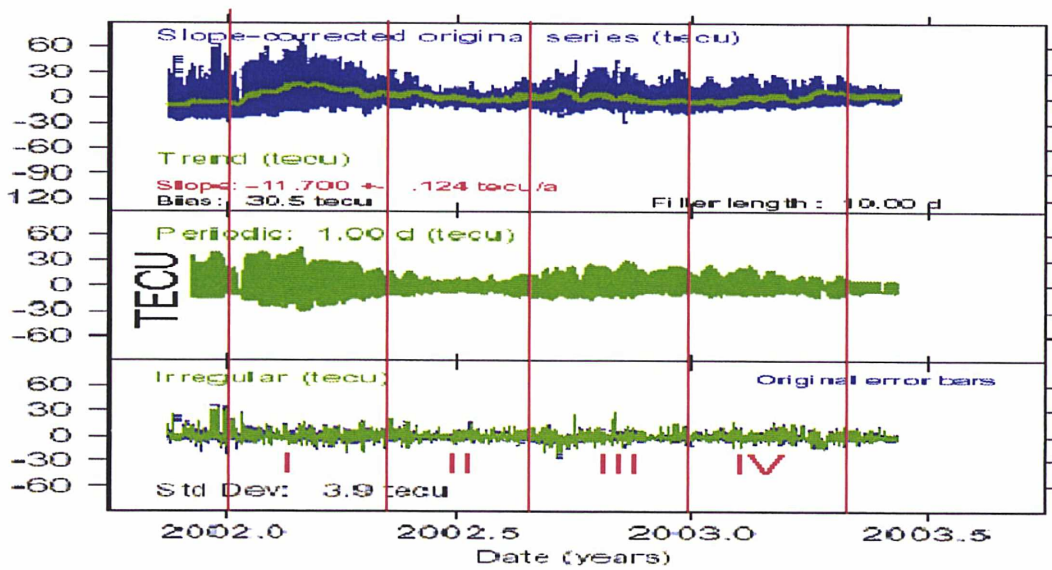


Figure 4-9: Les quatre périodes distinguées en fonction de l'amplitude et de la stabilité de la composante diurne

On remarque que la première et la troisième période ont des valeurs de l'écart type de la composante Irrégulière plus grandes que les deux autres périodes. Nous avons trouvé par ailleurs que l'amplitude de la composante diurne est caractéristique de la période. Cela nous ramène à considérer deux types de période selon leur niveau d'agitation de l'amplitude de la composante diurne : période agitée (I et III) et période calme (II et IV).

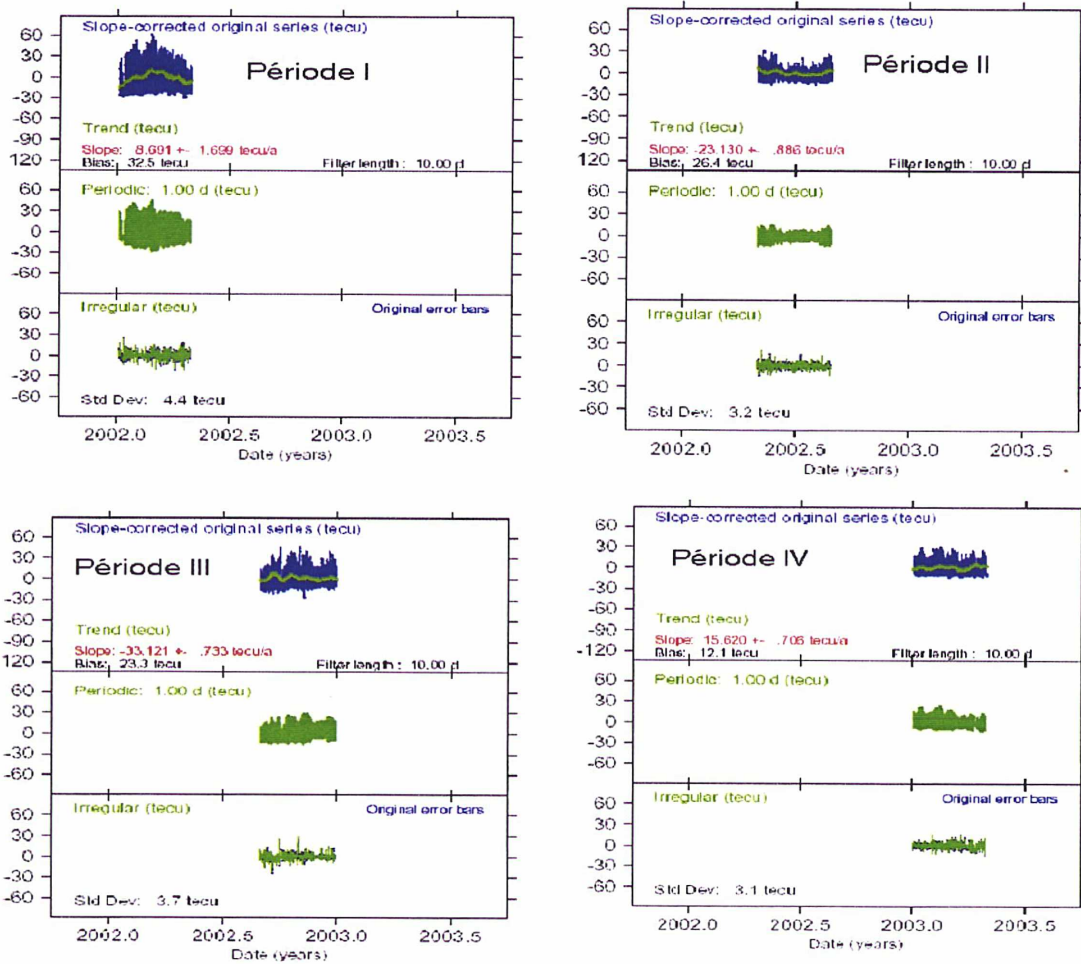


Figure 4-10: La décomposition par Crono\_Vue des quatre périodes désignées de E00.

Le tableau 4-4 récapitule l'écart type de la composante irrégulière de chaque période. Elles représentent une valeur plancher pour la performance du prédicteur recherché.

Tableau 4-4 : Ecart type de la composante Irrégulière selon les différentes périodes. Unité :TECU.

Période	I	II	III	IV
Ecart type de la composante Irrégulière	4,4	3,2	3,7	3,1

La figure 4-11 montre l'analyse de la variance d'Allan de E00 dans chaque période.

Les périodes calmes révèlent un bruit blanc très remarquable sur l'amplitude de la composante diurne, et plus proche du bruit de scintillation dans les autres périodes. Ceci présage une efficacité de prédiction meilleure dans les périodes calmes.

L'analyse de variance d'Allan de la tendance montre une marche aléatoire dès le début jusqu'à la fin. L'irrégulier ne commence à avoir un bruit blanc qu'à partir d'un jour et on peut faire le même constat pour la série originale dans toutes les périodes. Ce bruit blanc continue jusqu'à la fin dans la période IV qui est la plus calme.

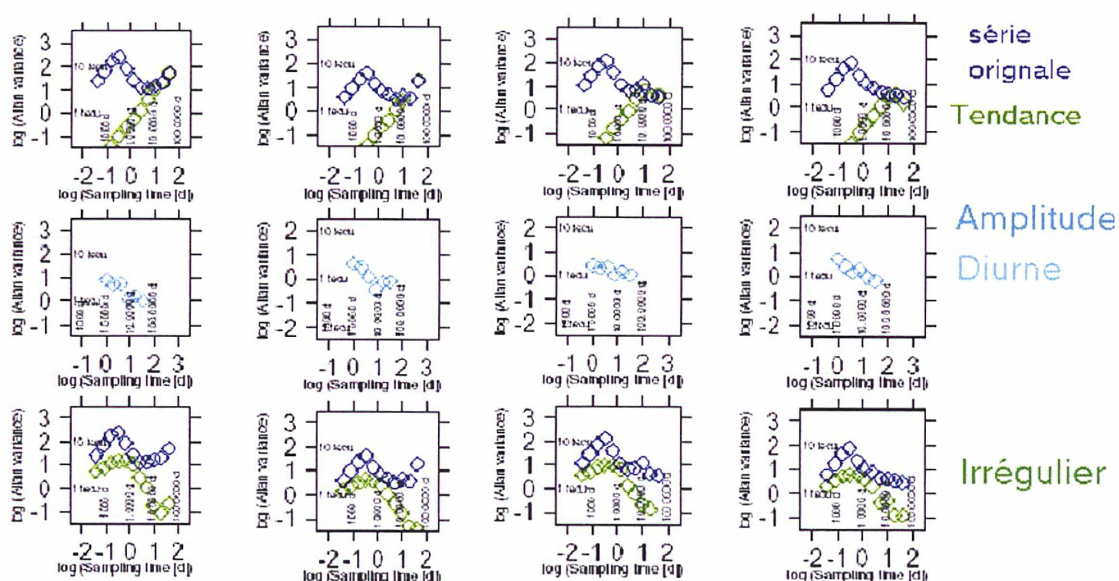


Figure 4-11: Analyse de la variance d'Allan de différentes périodes et l'écart type de la composante irrégulière.

La figure 4-12 montre encore une fois et d'une façon très claire l'existence de la période de 27 jours dans l'analyse spectrale des différentes périodes. Les périodes calmes (II,IV) montrent très bien cette période.







En ce qui concerne la composante cyclique dans la prédiction Multicomposante, le graphe d'Allan de l'amplitude de la composante diurne (fig. 4-3 et 4-7) nous montre la présence de bruit blanc jusqu'à une dizaine de jours. Cela nous amène à prédire l'amplitude du terme diurne par un filtre autorégressif sur ses composantes pour un certain nombre de cycles du passé. Nous avons testé deux durées : trois jours et neuf jours.

On appellera **prédiction Multicomposante III** la prédiction dont la composante diurne est prédite sur trois cycles, **prédiction Multicomposante IX** la prédiction dont la composante diurne est prédite sur neuf cycles.

La figure 4-13 illustre le gain en exactitude de prédiction lorsque l'on prédit le terme diurne séparément.

On voit que dès l'horizon de deux heures, la prédiction Multicomposante est meilleure que la prédiction Directe. L'erreur de la prédiction Directe a une signature diurne. Le niveau d'erreur à horizon de vingt-quatre heures reste largement supérieur à celui de la prédiction Multicomposante dans les deux sortes de période agitée (I) et calme (II). (Noter que l'échelle verticale entre la période agitée et calme est toujours différente pour toutes les figures dans cette étude).

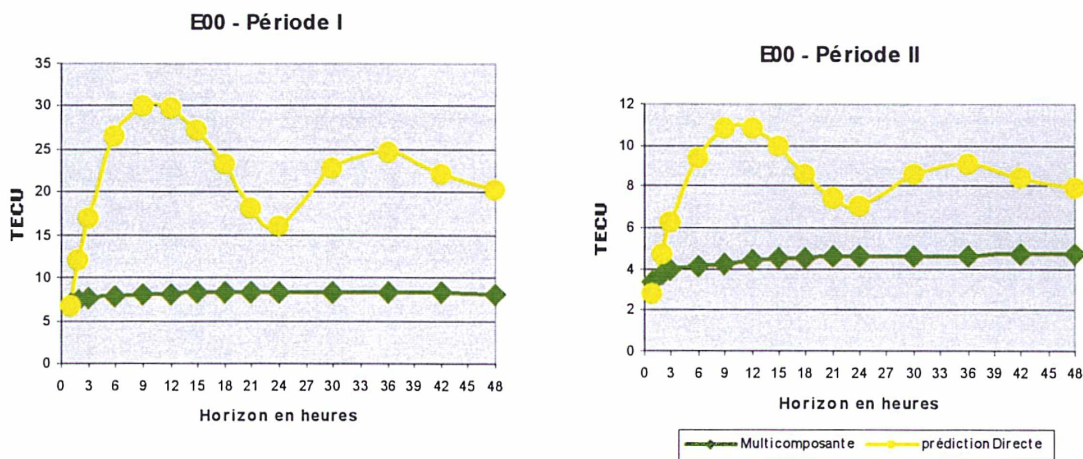


Figure 4-13: Exemple de l'erreur des prédictions Directe en jaune et Multicomposante en vert.

Dans ce qui suit, nous analyserons :

- La meilleure combinaison des durées de passé à considérer pour les différents éléments de la prédiction Multicomposante.
- La performance du prédicteur ainsi optimisé pour différents horizons de prédiction.

### **4.3 Recherche du prédicteur optimal**

Nous cherchons les réponses aux questions suivantes :

*1- La qualité de la prédiction de la tendance et de la composante irrégulière est liée directement au choix de la durée passée considérée. On s'interroge donc sur la durée passée nécessaire pour une prédiction efficace du signal total et de ses composantes « tendance et irrégulier ».*

*2- La prédiction de la composante diurne dépend du nombre de cycles utilisés. C'est pourquoi on cherche le nombre de cycles qui donne la meilleure prédiction de l'amplitude de la composante cyclique.*

*3- Une fois qu'on a déterminé la durée passée et le nombre de cycles qui donnent une meilleure prédiction, on s'intéresse à l'horizon de cette prédiction. A quel horizon de prédiction peut-on aller ?*

4- Après avoir déterminé le prédicteur optimal, nous nous interrogerons sur la contribution de chacune des trois composantes et son effet sur la prédiction.

#### 4.3.1 Prédiction autorégressive des composantes non cycliques (tendance et irrégulier)

Nous avons testé des durées passées de trois heures jusqu'à quarante-huit heures. L'examen de l'écart type de l'erreur des différentes prédictions nous aide à juger la performance de la durée passée optimale.

Nous présentons ici l'analyse détaillée de la prédiction du paramètre  $E_{00}$ . Nous plaçons à l'horizon de six heures, et nous considérons les deux intervalles de temps I, le plus agité et II, le plus calme. La prédiction Multicomposante III sert d'exemple de la prédiction Multicomposante en général. Les résultats de la prédiction Multicomposante IX sont disponibles en Annexe B.

La figure 4-14 montre l'écart type de l'erreur de la prédiction Multicomposante III pour l'horizon de six heures avec des durées passées différentes de trois à quarante-huit heures dans les périodes agitée I et calme II. L'écart type de l'erreur de la prédiction Multicomposante avec le passé de vingt-quatre heures montré dans la figure 4-14 est parmi les plus petits. De plus l'écart type converge à la durée passée de vingt-quatre heures surtout pour la période calme.

Nous avons mesuré un écart type de 4,4 TECU dans l'analyse de la composante irrégulière de la première période de  $E_{00}$  et 3,2 TECU pour la deuxième période. De ce fait nous avons tiré comme conclusion que l'erreur d'une prédiction à court terme ne dépassera probablement pas cette valeur plancher.

On peut fixer le choix de vingt-quatre heures comme la durée passée à adopter afin de prédire les deux composantes (tendance et irrégulier). L'analyse des autres périodes de  $E_{00}$  conduit à des résultats semblables (voir Annexe B).

D'une façon identique à la figure 4-14, nous montrons les figures de l'écart type de l'erreur de la prédiction Multicomposante de  $E_{10}$  et  $E_{01}$  pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes. (Figures 4-15, 4-16).

Nous avons donc optimisé le choix de la prédiction Multicomposante la durée passée de vingt quatre heures. On peut noter que l'utilisation d'un passé plus long que vingt quatre heures n'améliore pas la qualité de la prédiction.





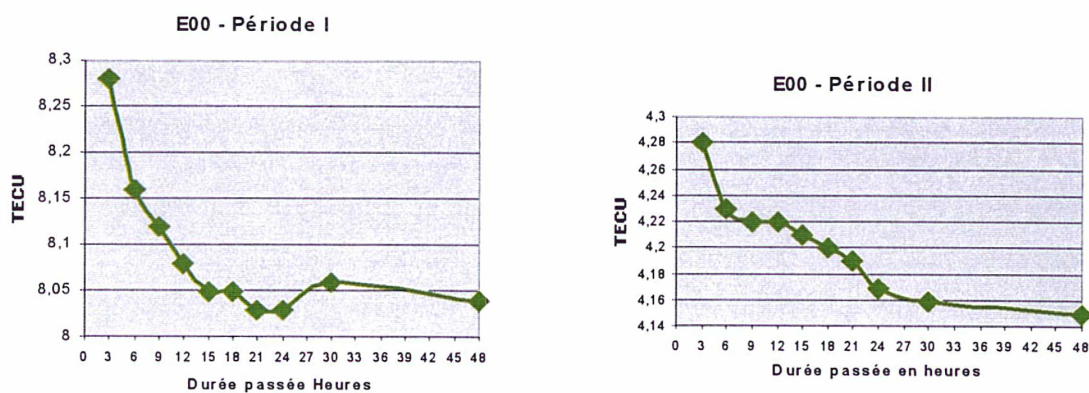


Figure 4-14: L'erreur de la prédiction Multicomposante III de E00 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes.

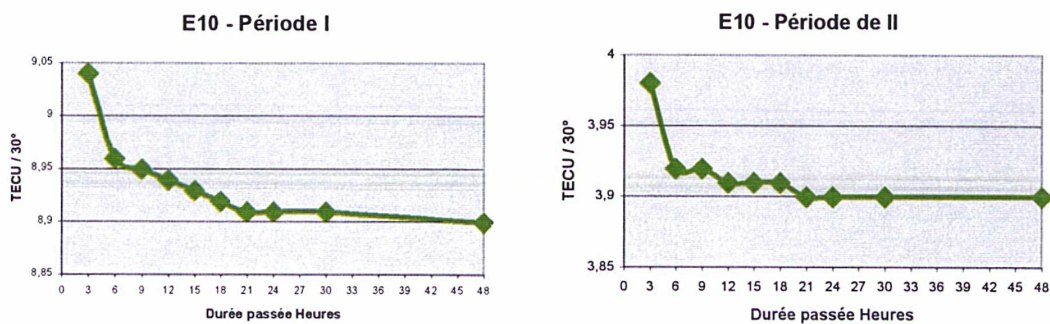


Figure 4-15: L'erreur de la prédiction Multicomposante III de E10 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes. (l'écart type de la composante irrégulière est 0,083 TECU/1°)

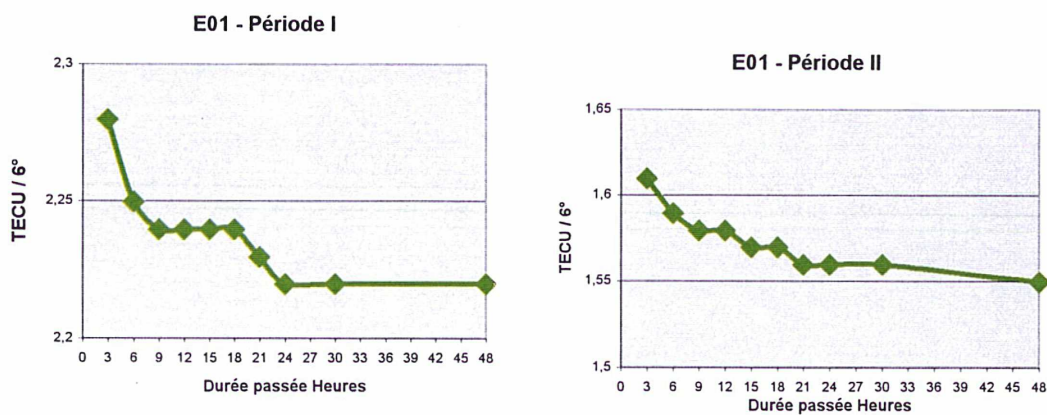


Figure 4-16: L'erreur de la prédiction Multicomposante III de E01 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes. (l'écart type de la composante irrégulière est 0,217 TECU/1°)



#### 4.3.2 Prédiction de la variation diurne

Une fois qu'on a sélectionné la durée passée de vingt-quatre heures pour prédire la tendance et l'irrégulier, on s'interroge sur le choix optimal de la durée passée en jours pour prédire la composante cyclique.

Nous fixons alors la durée passée de la tendance et la composante irrégulière à vingt-quatre heures et nous cherchons la différence entre la prédiction Multicomposante en utilisant trois et neuf jours de passé pour prédire la composante cyclique. La première période sert l'exemple d'une période agitée cependant la deuxième période sert l'exemple d'une période calme.

La figure 4-17 montre l'écart type de l'erreur de la prédiction Multicomposante III et de la Multicomposante IX de E00 pendant la première période et la deuxième période pour des horizons différents.

Il est vrai que la prédiction Multicomposante avec trois jours montre une légère amélioration. Mais on peut déduire qu'il n'y a pas vraiment de grande différence entre les deux choix dans l'écart type de l'erreur de la prédiction que nous impose l'utilisation de trois ou neuf jours pour prédire le terme cyclique. Nous examinons alors la réponse de la prédiction pour les autres coefficients du modèle ionosphérique. Les figures 4-18, 4-19 montrent l'écart type de l'erreur de la prédiction Multicomposante III et de la Multicomposante IX de E10 et E01 successivement dans une période agitée I et une autre période calme II avec des horizons différents.

Les résultats de la prédiction sur les coefficients E10 et E01 montrent que l'utilisation de neuf jours pour prédire l'amplitude du diurne donne toujours un niveau d'écart type de l'erreur plus petit que celui dans le cas où l'on utilise trois jours. C'est pourquoi nous avons sélectionné la prédiction Multicomposante IX. De plus la solidité de ce choix est beaucoup plus rassurante que celui de trois jours au point de vue opérationnel. Car le manque de données pendant un jour ou plus est malheureusement très fréquent dans la production du modèle ionosphérique.

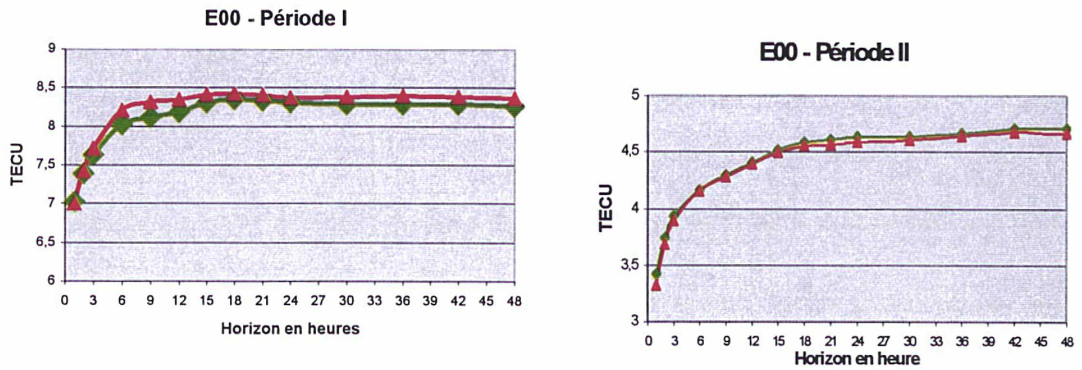


Figure 4-17: L'erreur de la prédiction Multicomposante III en vert et de la Multicomposante IX en rouge de E00-première et la deuxième période pour des horizons différents.

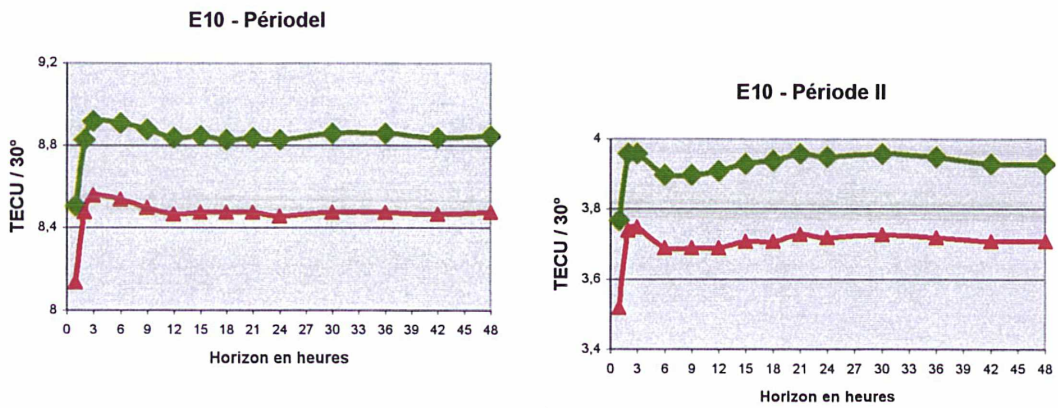


Figure 4-18: L'erreur de la prédiction Multicomposante III en vert et de la Multicomposante IX en rouge de E10-première et la deuxième période pour des horizons différents.

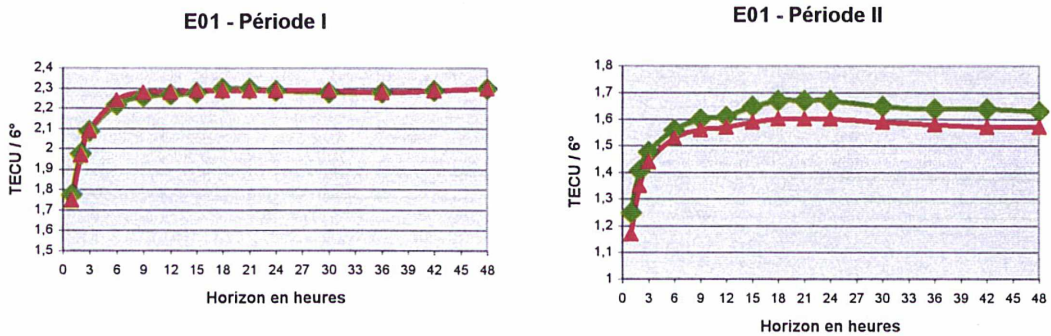


Figure 4-19: L'erreur de la prédiction Multicomposante III en vert et de la Multicomposante IX en rouge de E01-première et la deuxième période pour des horizons différents.

### 4.3.3 Test d'horizon

Nous avons jusqu'à présent adopté le choix d'une durée passée de vingt-quatre heures pour prédire la tendance et l'irrégulier, et le passé de neuf jours pour prédire la composante cyclique efficacement. La question qui se pose est maintenant :

*A quel horizon de prédiction peut-on aller ?*

Nous avons vu que la prédiction Directe sert très bien pour l'horizon d'une heure mais au delà d'une heure elle devient peu intéressante. Donc nous allons traiter le cas de la prédiction Multicomposante seulement.

Le niveau de l'écart type de l'erreur de la prédiction dépend du niveau de l'agitation de l'ionosphère. Alors nous allons présenter les résultats sur une période agitée I, et une autre période calme II. Les résultats des autres périodes sont disponibles en annexe B.

La figure 4-20 montre l'écart type de l'erreur de la prédiction Multicomposante IX de E00 dans les deux périodes I (en rouge) et II (en noir).

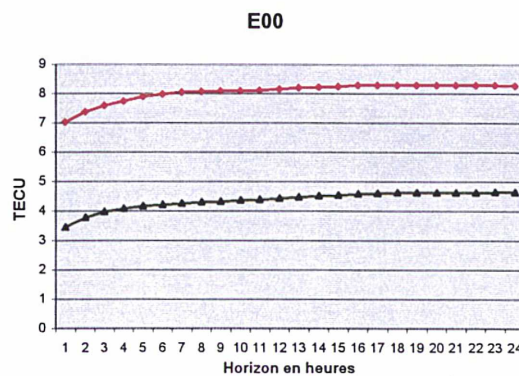


Figure 4-20 : L'erreur de la prédiction Multicomposante IX de E00 dans les différentes périodes pour un passé de 24 heures. En rouge : période agitée ; en noir : période calme.

Les deux périodes présentent d'une manière apparente des niveaux différents de précision. L'erreur de prédiction en période agitée commence avec sept TECU de précision et elle monte rapidement pour se stabiliser autour de huit TECU à l'horizon de six heures. Elle atteint 8,2 TECU pour l'horizon de vingt quatre heures. L'erreur de prédiction en période calme se stabilise à un niveau inférieur à 5 TECU.



La figure 4-21 présente le niveau de l'écart type de l'erreur de la prédiction Multicomposante pour les périodes calmes (en noir) et agitées (en rouge) des coefficients E10 et E01. Ces composantes montrent des caractéristiques semblables à celle de E00.

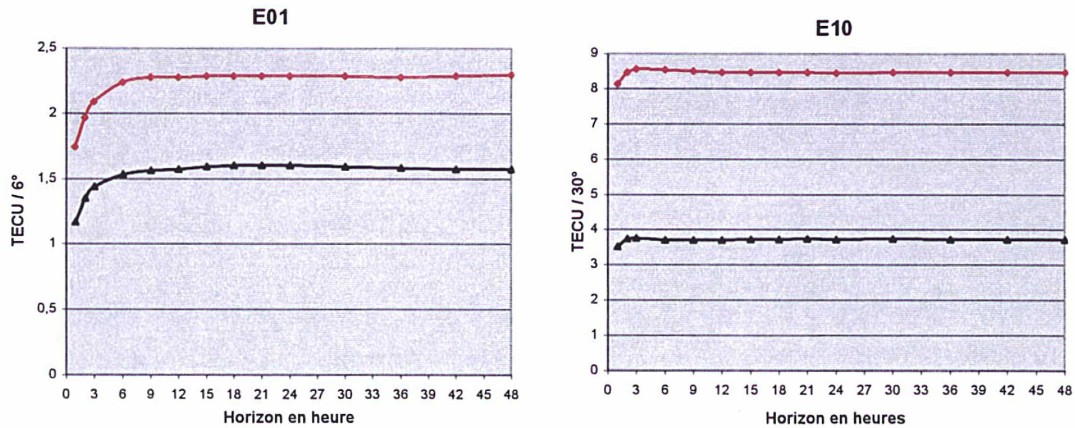


Figure 4-21: le niveau de l'écart type de l'erreur de la prédiction Multicomposante pour les périodes calmes ( en noir) et agitées (en rouge) des coefficients E10 et E01.

En conclusion de ces tests, nous adoptons le prédicteur Multicomposantes avec un passé de neuf jours pour la composante diurne et un passé de 24 heures pour le signal résiduel (tendance et irrégulier).

L'erreur de prédiction est légèrement croissante pour les horizons inférieurs à six heures. Elle est stable ensuite, au moins jusqu'à 48 heures d'horizon.

Le tableau 4-5 montre le niveau de l'erreur de prédiction dans une période agitée et une période calme pour les coefficients du modèle ionosphérique à l'horizon de six heures. Il montre aussi l'écart type de la composante irrégulière obtenu par Crono-Vue qui sert comme une valeur plancher de la prédiction. Il est clair que la période calme (II) montre une fiabilité plus grande au niveau de la prédiction que la période agitée (I). On peut dire alors qu'il faut faire toujours la distinction au niveau de l'agitation quand on veut juger le niveau de la prédiction.



Tableau 4-5 : Erreur de la prédiction Multicomposante IX. Unité TECU

Coefficient	Période agitée (I)	Période calme (II)	Valeur plancher moyenne
E00	8,0	4,2	3,9

Unité TECU/1° :

Coefficient	Période agitée (I)	Période calme (II)	Valeur plancher moyenne
E10	0,283	0,123	0,083
E01	0,367	0,25	0,217

Nous utilisons dans le tableau 4-6 les valeurs de transformation indiquées dans le chapitre II pour estimer l'ampleur de l'erreur de la prédiction de chaque coefficient en mode différentiel pour une ligne de base de 100 km.

Tableau 4-6 : Erreur sur le positionnement différentiel induite par la prédiction. Unité :mm/100 km

coefficient	Période agitée (I)	Période calme (II)	Valeur plancher moyenne
E00	77	40	37
E10	9	4	3
E01	8	6	5

L'erreur de la prédiction du coefficient E00 concerne la composante verticale dans l'équation 2-54, alors que les autres coefficients affectent le gradient horizontal dans la même équation. L'erreur sur les coefficients de deuxième degré est très petite (<1 mm/100 km).

#### 4.3.4 La contribution de chacune des trois composantes et son effet sur la prédiction.

La durée passée utilisée dans la prédiction Multicomposante sert à prédire la tendance et la composante irrégulière de la série originale. L'analyse de la variance d'Allan nous a montré que ces deux composantes ont une marche aléatoire qui les rend peu prédictibles. L'étude sur la contribution de la composante cyclique montre que son influence est plus importante que celle des deux autres composantes.

La figure 4-22 montre les différentes composantes de la prédiction Multicomposante. On voit qu'en négligeant la prédiction de la composante cyclique (en vert) l'erreur de la prédiction est autour de vingt TECU, ce qui représente trois fois le niveau de l'erreur de la prédiction Multicomposante. Négliger la tendance (en jaune) produit une erreur de trois TECU supplémentaires sur la prédiction Multicomposante. Par contre négliger la composante irrégulière (en rouge) n'affecte pas le niveau de l'erreur à partir de l'horizon de six heures.

Les figures 4-23, 4-24 montrent l'écart type de l'erreur de la prédiction Multicomposante et ses composantes de E10 et E01 successivement pour les périodes I et II. Ces coefficients montrent des résultats proches de ceux de E00

L'influence de la composante cyclique est toujours la plus grande sur ces deux composantes. Néanmoins la prédiction de la tendance améliore la prédiction Multicomposante dans le cas de E01. On peut constater que la négligence de la composante irrégulière dans la prédiction n'aggrave pas le niveau de l'erreur de la prédiction au delà de l'horizon de six heures.

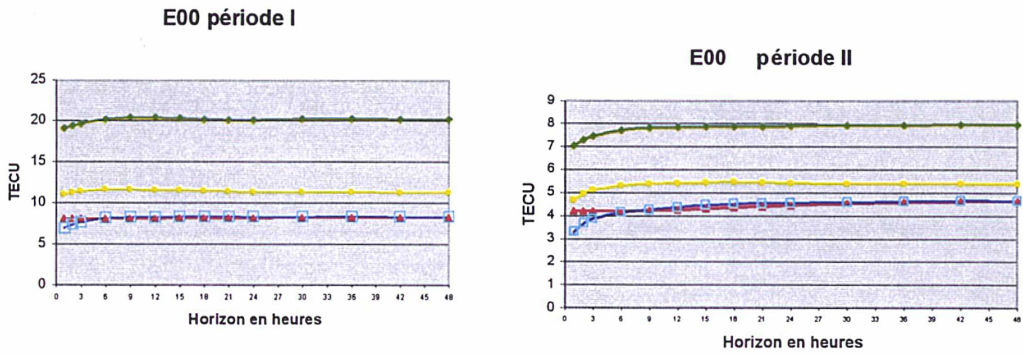


Figure 4-22: Erreur de la prédiction Multicomposante de E00 (en bleu) et ses composantes (Tendance en jaune, Irrégulier en rouge, Composante Cyclique en vert) pour les période I et II.

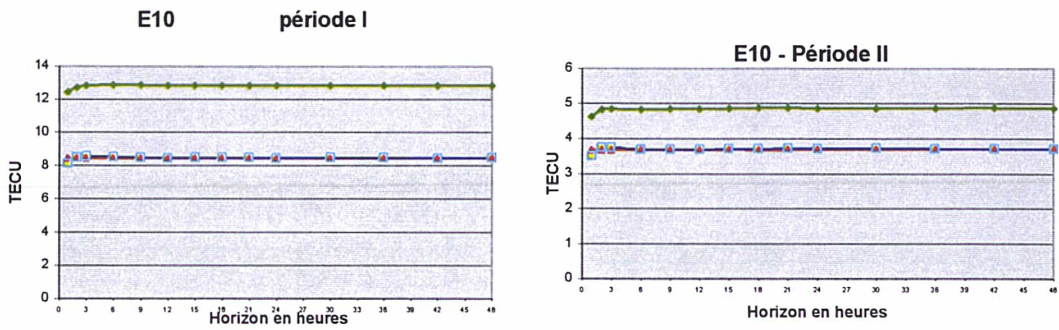


Figure 4-23: Erreur de la prédiction Multicomposante de E10 (en bleu) et ses composantes (Tendance en jaune, Irrégulier en rouge, Composante Cyclique en vert) pour les période I et II.

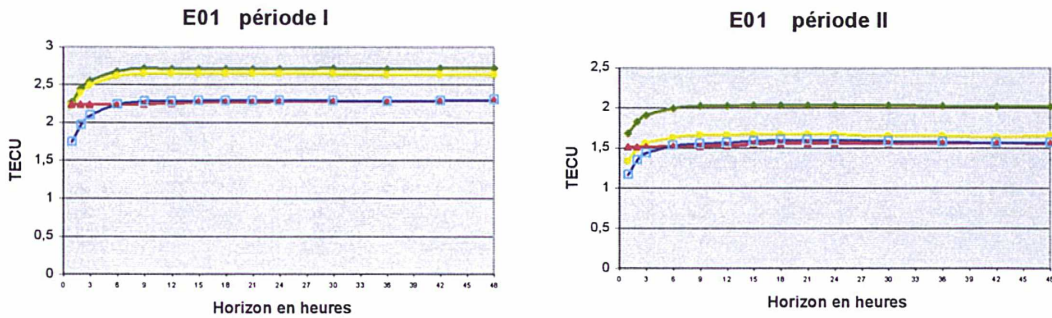


Figure 4-24: Erreur de la prédiction Multicomposante de E01 (en bleu) et ses composantes (Tendance en jaune, Irrégulier en rouge, Composante Cyclique en vert) pour les période I et II.



#### **4.4 Test du prédicteur sur les données d'une station RGP**

Ayant établi la performance de notre prédicteur sur la base des modèles régionaux établis par l'IGN, nous allons maintenant le tester sur une seule station GPS. Nous nous rapprochons ainsi des conditions de fonctionnement du positionnement GPS relatif à l'échelle de la France.

La station choisie est celle de St-Mandé (SMNE) qui est une station permanente du RGP. Nous avons obtenu des séries temporelle des coefficients de modèle ionosphérique à intervalle de 30 minutes pendant 18 mois. Notre étude se limitera au coefficient E00 de SMNE.

##### 4.4.1 Description du signal

Le SGN (Service de Géodésie et Nivellement) a produit les valeurs du retard ionosphérique toutes les trente minutes pendant la durée de vingt mois (novembre 2000 - juin 2002) , à partir d'une station du RGP qui se trouve à St Mandé (SMNE). Les valeurs sont disponibles dans le site du RGP <ftp://arthuse.ign.fr>. Le modèle publié contient les six paramètres du modèle local de TEC pour la station SMNE toutes les trente heures. Les coordonnées géographiques de St Mandé sont : (2°30' E,48°45' N).

La décomposition de la série de  $E_{00}$  de SMNE est présentée dans la figure 4-24. Le terme cyclique recherché est le terme diurne. La tendance est estimée par un filtre d'une fenêtre de dix jours. Après l'extraction de la tendance et de la composante cyclique de la série originale, le signal résiduel est la composante irrégulière.

La colonne centrale représente trois figures. En haut, la série originale est en bleu et sa tendance en vert. La première composante du signal étudié est la tendance qui varie autour de 20 TECU. On note une composante linéaire de 4,9 TECU/an, différente de celle observée sur les données régionales, qui portaient sur 2002,0-2003,5 (-12 TECU/an). Le signal lié à la rotation du soleil est d'une amplitude comparable à celui contenu dans les données régionales, mais il est marqué par le signal à basse fréquence, trois fois plus élevé que pour les données globales IGN.

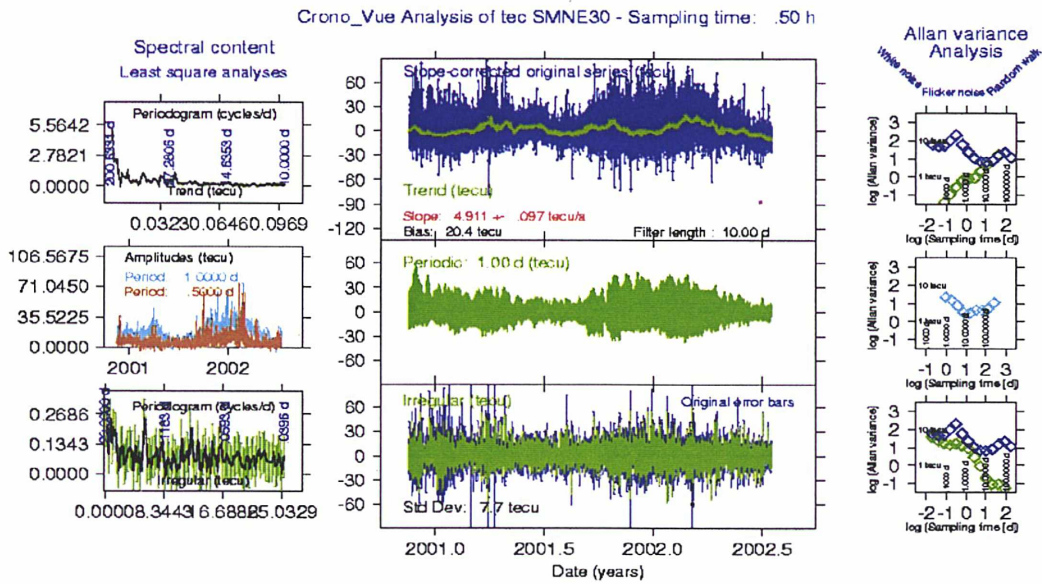


Figure 4-25 :Analyse de la série E<sub>00</sub> de SMNE.

Sur la figure 4-26, la bande horizontale centrale présente la composante cyclique et les variations de son amplitude (cadre de gauche). On constate des variations importantes de l'amplitude la composante diurne et de la composante semi diurne parfois importante, ce qui n'était pas le cas dans les données régionales.

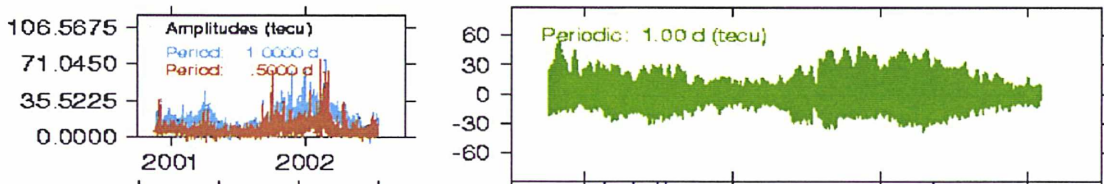


Figure 4-26: Composante cyclique de E<sub>00</sub> de SMNE et les variations de son amplitude.

Le bas de la figure 4-25, reproduit figure 4-27, présente la composante irrégulière, qui contient à la fois les variations rapides du TEC et le bruit de la mesure. L'écart type de cette composante est de 7,7 TECU soit environ le double de celui des données régionales.

Il n'y a pas de périodes distinctives dans l'irrégulier. De plus l'analyse spectrale (cadre de gauche) ne révèle pas une périodicité forte.

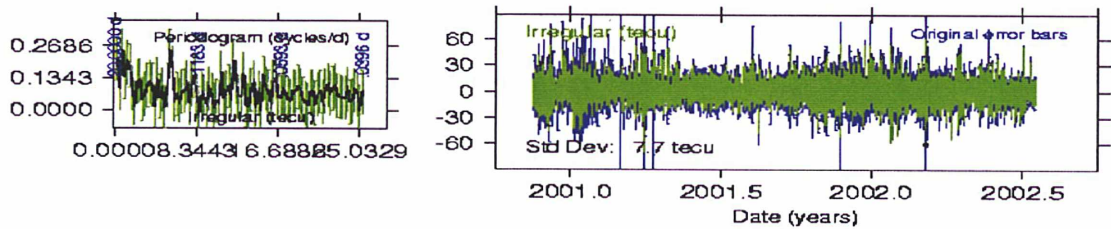


Figure 4-27 : La composante Irrégulière de E00 de SMNE et l'analyse spectrale de haute fréquence.

La colonne de droite nous montre la variation de la variance d'Allan de la série originale ( $E_{00}$ ) et des trois composantes obtenues (tendance, cyclique et irrégulier), qui à la même structure que celle du signal régional. Les choix de prédiction faits sur ces dernières données restent donc valables.

On peut distinguer des périodes différentes en fonction de l'amplitude de la composante diurne et de sa stabilité de trois à quatre mois dans la série originale. Cette périodicité est conforme avec l'influence saisonnière sur les valeurs de contenu total en électrons.

Il y a six mois en commun entre les données locales de St Mandé et les données régionales de IGN (janvier - juin 2002). Les trois premiers mois représentent une période agitée cependant le reste représente une période calme. Cela nous a conduits à appliquer le prédicteur optimal trouvé dans l'étude de la série IGN aux deux périodes de trois mois de données IGN et SMNE. Le but est d'estimer la performance de la prédiction Multicomposante sur les données SMNE et la comparer avec la prédiction des données IGN.

Il est intéressant de montrer l'écart type de la composante irrégulière dans tous les coefficients pour avoir une idée du niveau de valeur plancher de chaque coefficient. Ces valeurs donnent une idée sur les limites de la prédiction dans chaque coefficient.

La figure 4-28 montre la décomposition des données IGS et SMNE par Crono-Vue.



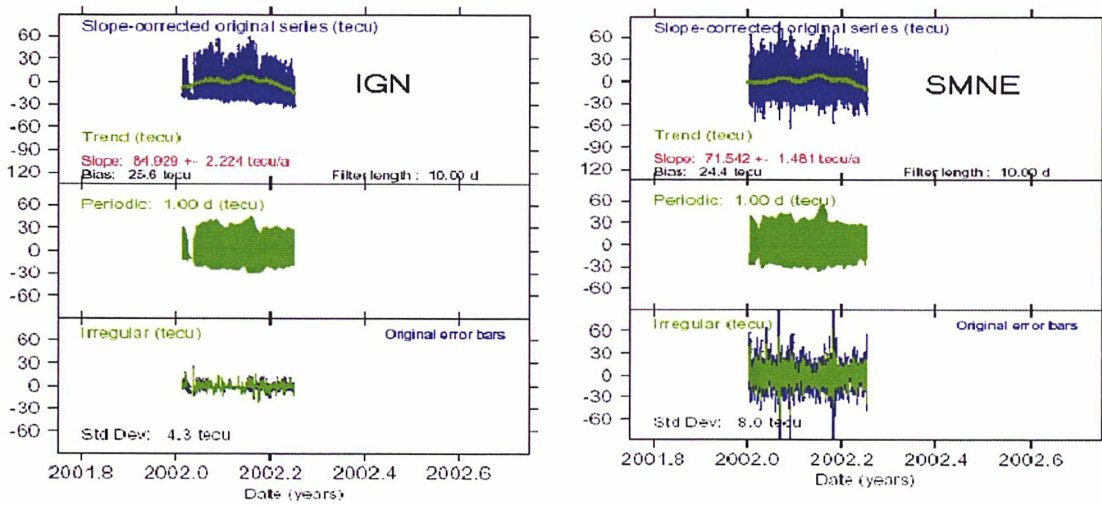


Figure 4-28 : la décomposition des données IGS et SMNE par Crono-Vue, période de janvier, février et mars 2002.

L'écart type de la composante irrégulière est de 4,3 TECU pour les données IGS et 8 TECU pour les données SMNE. On peut expliquer cette différence par le fait qu'on utilise une seule source des données pour SMNE cependant que la série IGS s'appuie sur une quarantaine de sources des données, les stations IGS de l'Europe de l'ouest. La même remarque est valable pour la deuxième période : nous avons 3,9 TECU pour les données IGS et 7 TECU pour SMNE.

La décomposition de la période de avril à juin est présentée par la figure 4-27.

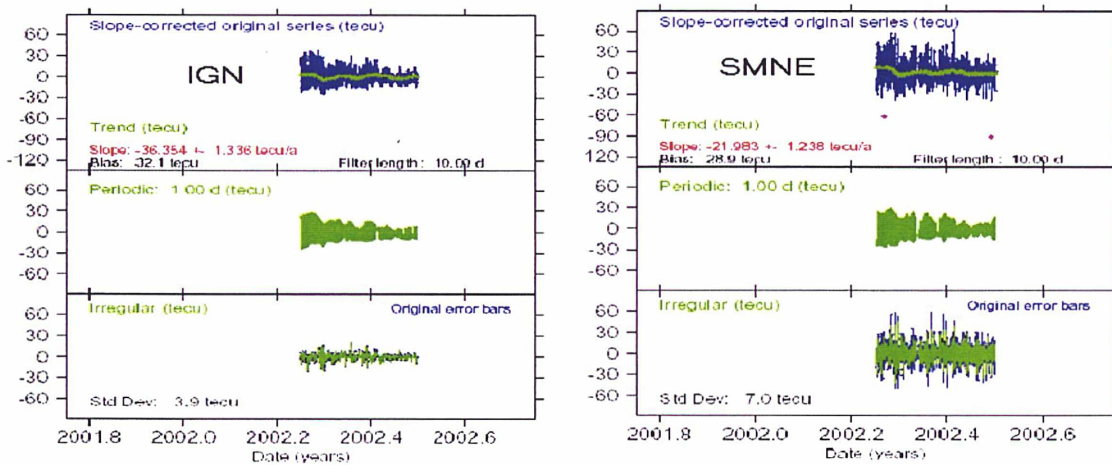


Figure 4-29 : La décomposition des données IGS et SMNE par Crono-Vue, période de avril, mai et juin 2002.

La figure 4-30 montre l'analyse de la variance d'Allan de chaque période et chaque type de données.

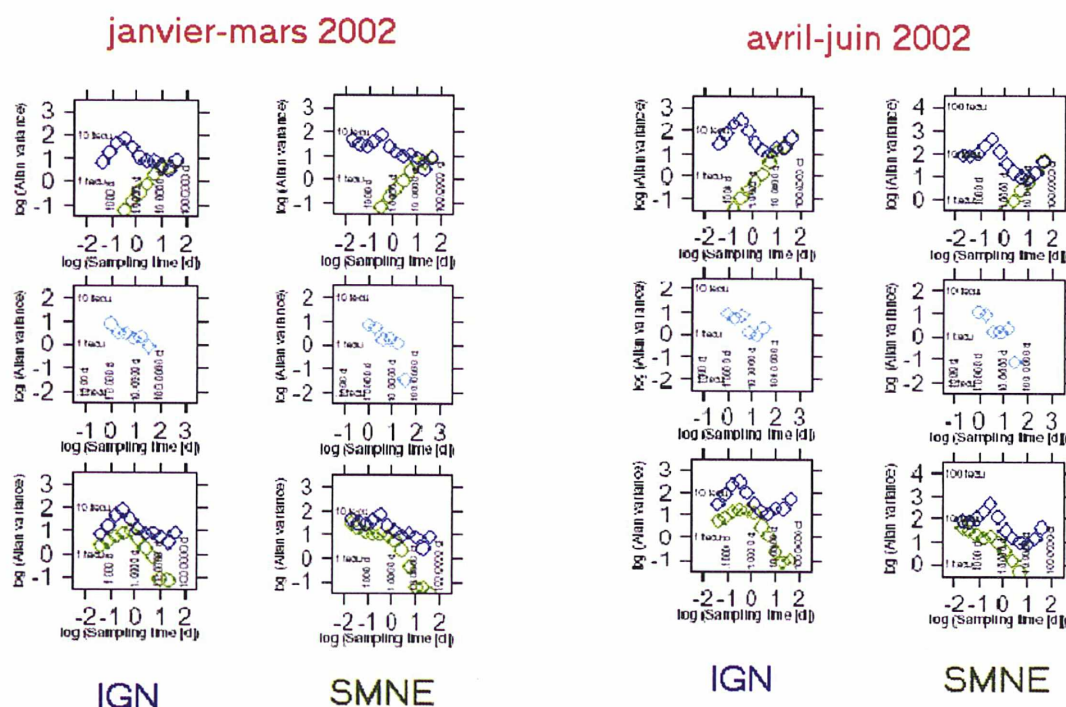


Figure 4-30: Analyse de la variance d'Allan de différentes périodes et l'écart type de la composante irrégulière.

Les analyses de la variance d'Allan révèlent un bruit blanc sur l'amplitude de la composante diurne, et plus proche du bruit de scintillation dans les autres composantes. La variance d'Allan de la tendance montre une marche aléatoire du début jusqu'à la fin. L'irrégulier ne commence à avoir un bruit blanc qu'à partir d'un jour et on peut faire le même constat pour la série originale dans toutes les périodes. Ce bruit blanc continue jusqu'à la fin.

#### 4.4.2 Performance du prédicteur multicomposantes

Nous appliquons aux données de SMNE le prédicteur optimal trouvé dans la recherche sur les données IGN, soit une durée passée de vingt-quatre heures pour prédire la tendance et l'irrégulière et neuf jours pour prédire la composante cyclique.

La figure 4-31 montre l'erreur de la prédiction Multicomposante sur les données IGN en vert et SMNE en jaune pendant les deux périodes.

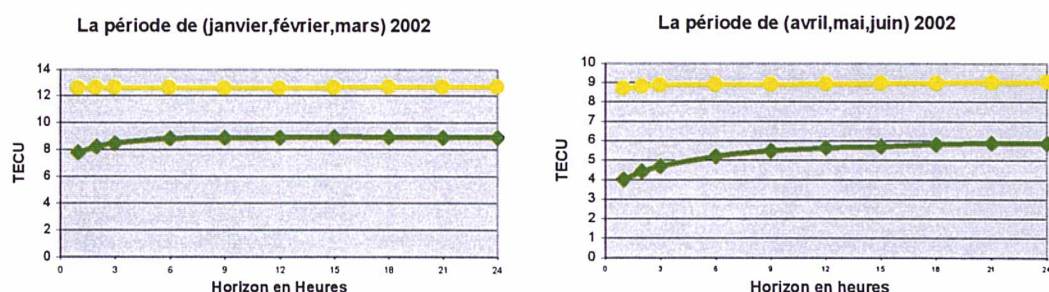


Figure 4-31: Erreur de la prédiction multicomposante sur les données IGN en vert et SMNE en jaune pendant les deux périodes.

Le niveau de l'écart type dans la période agitée est stable dans les deux cas à partir de six heures d'horizon. Le même constat est montré pour une période calme.

Le tableau 4-7 montre le niveau de l'erreur de la prédiction Multicomposante dans une période agitée et une période calme pour le coefficient E00 du modèle ionosphérique des données IGN et SMNE à l'horizon de six heures. Il montre aussi l'écart type de la composante irrégulière obtenu par Crono-Vue qui sert comme une valeur plancher de la prédiction. Les valeurs sont exprimées en TECU et en mm par 100 km de ligne de base.

Tableau 4-7 : Erreur de prédiction de la correction ionosphérique et erreur de positionnement induite

E00	Erreur de la prédiction (TECU)		Erreur induite sur le positionnement différentiel (mm par 100 km)	
	Janvier-Mars	Avril-Juin 2002	Janvier-Mars	Avril-Juin 2002
Prédiction SMNE	12,5	9	120	86
Plancher SMNE	8	7	77	67
Prédiction IGN	8,8	5,2	84	50
Plancher IGN	4,3	3,9	41	37



On remarque que le niveau de l'erreur de la prédiction est supérieur de 4,5 TECU au plancher pendant la période agitée. Cependant il ne le dépasse que de 2,3 TECU pendant la période calme.

La prédiction avec une seule source montre une augmentation de l'erreur de la prédiction de quatre TECU supplémentaire quelle que soit la période. La différence au niveau de l'erreur induite sur le positionnement différentiel est de 36mm/100 km pour la première comme pour la deuxième période.

## Résumé et perspectives

Nous avons étudié et mis au point un modèle prédicteur de la correction ionosphérique pour des horizons de une heure à 48 heures pour les applications de positionnement GPS avec un récepteur monofréquence en mode différentiel.

L'approche choisie consistait à prédire séparément la composante diurne du signal et sa composante résiduelle (tendance et irrégulier).

La qualité de la prédiction de la tendance et de la composante irrégulière est liée au choix de la durée passée considérée. Nous avons trouvé que l'erreur de la prédiction Multicomposante avec un passé de vingt-quatre heures est parmi les plus petites.

La prédiction de la composante diurne dépend du nombre de cycles passés utilisés. Les résultats de la prédiction sur les coefficients E10 et E01 montrent que l'utilisation de neuf jours pour prédire l'amplitude de la composante diurne donne toujours un niveau d'erreur plus petit que dans le cas où l'on utilise trois jours, bien que la prédiction de l'amplitude diurne du terme principal E00 soit précise dès l'utilisation d'un passé de trois jours. C'est pourquoi nous avons adopté le choix de neuf jours, ce qui offre en outre une plus grande robustesse opérationnelle en cas de manque de données.

Une fois déterminés la durée passée et le nombre de cycles qui donnent la meilleure prédiction, on s'est intéressé à l'horizon de cette prédiction. Nous montrons que l'erreur de prédiction augmente légèrement pour des horizons de une à six heures, puis se stabilise. Il est montré que les périodes calmes montrent une fiabilité plus grande au niveau de la prédiction que les périodes agitées. L'étude sur la contribution de la composante cyclique montre que son influence sur la prédiction est plus importante que celle des deux autres composantes.

Finalement, nous avons établi qu'un prédicteur utilisant neuf cycles pour la composante diurne et 24 heures pour la composante non cyclique assure une contribution de la correction ionosphérique à l'erreur de positionnement qui ne dépasse pas 12 cm/100 km jusqu'à un horizon de 2 jours. L'erreur de prédiction est plus faible dans les périodes de moindre activité ionosphérique.

La projection géographique de la correction est dominée par le comportement du terme principal E00. Pour les applications pratiques, l'utilisateur de nos résultats trouvera dans le chapitre IV et dans l'Annexe B le détail du comportement de l'ensemble des coefficients de la projection dans les cas de périodes calmes et agitées.

Pour une application éventuelle en Syrie, dont la surface est de 180000 km<sup>2</sup>, l'installation d'une ou deux stations GPS permanentes suffirait pour produire des corrections ionosphériques pour les utilisateurs DGPS. Cependant, comme les conditions ionosphériques sont assez différentes de celles de la France du fait de la proximité de l'Equateur, il serait nécessaire de disposer d'observations ionosphériques pendant une durée assez longue afin de déterminer le comportement ionosphérique au niveau de la Syrie. Notre méthode de recherche d'un modèle prédicteur pourrait alors y être appliquée.

Notre étude statistique portait sur les séries temporelles de mesures ionosphériques par GPS et ne concernait pas directement les phénomènes physiques en cause. Cependant, nous avons pu mettre en évidence plusieurs caractéristiques de ces phénomènes : effet du cycle solaire, bruit blanc de l'amplitude de la composante diurne dans les périodes calmes, bruit de scintillation dans les périodes agitées. Par contre la composante non cyclique du signal conserve les mêmes caractéristiques dans les périodes calmes et agitées : marche aléatoire jusqu'à un jour, puis bruit blanc de 1 à 200 jours, puis de nouveau marche aléatoire à long terme. Nous montrons que la majeure partie de l'instabilité du contenu électronique de l'ionosphère se produit dans la variation jour-nuit.



## Annexe A : L'ionosphère

Les notions de physique de l'ionosphère permettant une meilleure compréhension de termes dans les équations de la réfraction ionosphérique. Le travail effectué par M. René WARNANT pendant sa thèse présente très bien les descriptions classiques de l'ionosphère. Son travail est reproduit dans la suite.

L'ionosphère est la partie de la haute atmosphère où le taux d'ionisation est suffisant pour affecter la propagation des ondes électromagnétiques (Davies 1990). Cette ionisation est le résultat de trois phénomènes physiques ; le premier est créateur d'électrons libres, les deux autres destructeurs. Il s'agit de :

- la photoionisation : les rayonnements X et ultraviolets lointains émis par le soleil interagissent avec les atomes et les molécules neutres de l'atmosphère terrestre ; cette interaction est à l'origine de la formation d'ions positifs et d'électrons libres ;
- la recombinaison : les ions positifs et les électrons libres issus de la photoionisation se recombinent, formant ainsi des atomes et des molécules neutres ;
- la capture : les électrons libres se combinent avec des atomes et des molécules neutres pour donner naissance à des ions négatifs.

Les phénomènes de recombinaison et de capture peuvent se produire en permanence alors que la photoionisation dépend de l'intensité du rayonnement ultraviolet incident qui est, elle-même, fonction de l'heure locale, de l'altitude, de la saison et de l'activité solaire. Le bilan de ces trois phénomènes physiques se traduit par un changement continu de la densité électronique. Malgré l'absence de photoionisation pendant la nuit, le taux d'ionisation ne tombe pas à zéro, surtout à haute altitude en raison de la faible densité de matière.

L'ionosphère s'étend d'environ 50-60 km à 1000 km d'altitude. La région de l'atmosphère située au-delà de 1000 km d'altitude s'appelle la protonosphère. Elle est caractérisée par un taux d'ionisation proche de 100% et par une densité de matière très faible.

La figure a-I présente un profil en altitude de la densité électronique caractéristique pour une station située à une latitude moyenne lors d'une journée d'été. Dans ce profil, différentes couches peuvent être distinguées. Ces couches sont désignées pour les symboles D, E, F1 et F2. Pendant la nuit, les régions D, E et F1 disparaissent presque complètement.

La densité électronique dans l'ionosphère présente un maximum dans la couche F2. La hauteur de ce maximum est variable. Pour une station de latitude moyenne, il se situe généralement entre 250 et 450 km d'altitude.

La présence de ce maximum est liée à la conjonction de deux phénomènes (figure a-II):

- l'intensité du rayonnement ultraviolet solaire diminue au fur et à mesure de sa progression dans l'atmosphère terrestre à cause de l'absorption d'énergie par les hautes couches ;
- la densité de molécules neutres (et partant la fréquence de collision) augmente lorsque l'altitude diminue.

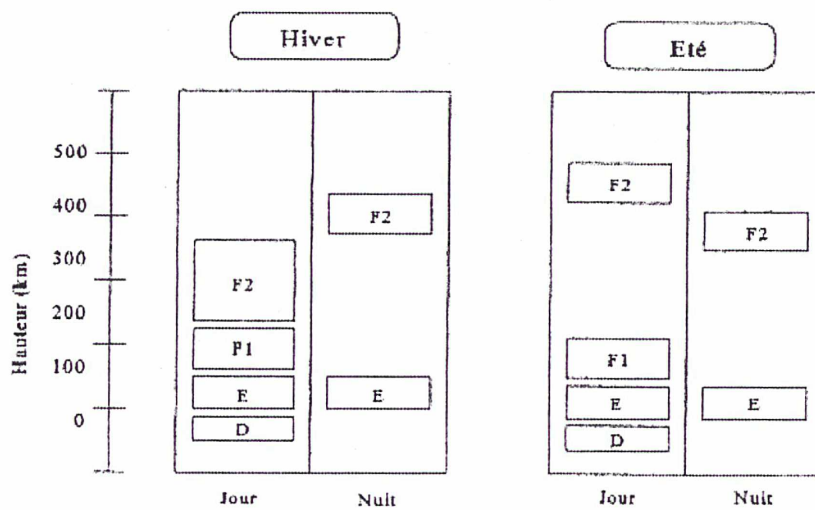


Figure a-I : Profil en altitude de la densité électronique caractéristique pour une station située à une latitude moyenne.

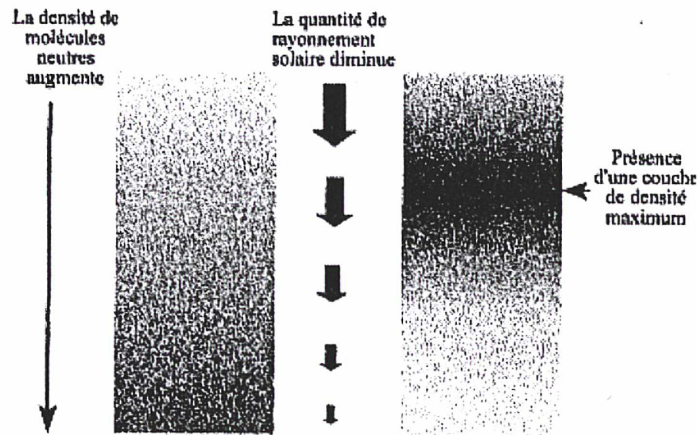


Figure a-II. :Formation d'une couche de densité maximum dans l'ionosphère.

### **Les variations du contenu électronique total**

Les particules chargées contenues dans le vent solaire se meuvent le long des lignes de force et pénètrent profondément dans l'atmosphère polaire jusqu'à atteindre la couche F. Ces particules de haute énergie entrent en collision avec les molécules neutres de l'atmosphère, donnant lieu à un phénomène d'ionisation par collision. La densité d'électrons libres est donc particulièrement sensible à toute variation dans l'activité solaire comme les éruptions solaires.

### **Variation diurne et saisonnière**

Puisque le rayonnement solaire est à la base de la formation de l'ionosphère, la densité électronique et le TEC subissent des variations en fonction de l'heure locale, de la saison, de la latitude, des activités géomagnétique et solaire. En effet, le contenu électronique total est généralement plus élevé :

- Le jour, avec un maximum entre 12h et 16h de temps local ;
- En hiver;
- En période de haute activité solaire ;

L'activité solaire varie suivant un cycle dont la durée est d'environ 11 ans. La quantité de rayonnement ultraviolet atteignant l'ionosphère est beaucoup plus importante lors du maximum de l'activité solaire. Le contenu électronique total de l'ionosphère est donc lié au cycle solaire. La communauté scientifique a défini différents indices permettant de caractériser l'activité solaire. L'un de ces indices est appelé nombre de Wolf ou « sunspot number », en anglais :



nombre de Wolf =  $10 \times$  nombre de groupes de taches solaires + nombre de taches individuelles.

Le nombre de Wolf est le résultat d'une moyenne pondérée d'observations effectuées dans un réseau mondial d'observatoires. Le dernier maximum d'activité solaire, d'une amplitude relativement modeste parmi les maxima de l'ère spatiale, s'est étalé sur les années 2000 à 2002. La figure a-3, qui montre l'activité solaire depuis 1995, peut être rapprochée de la figure 1-17. La variabilité du TEC présente une structure temporelle semblable à celle de l'activité solaire.

Le comportement du champ géomagnétique revêt une importance considérable dans la dynamique de l'ionosphère. En effet, une particule électrisée animée d'une vitesse non nulle décrit une spirale autour des lignes de force du champ magnétique ; elle ne peut se déplacer perpendiculairement à ces lignes de force. Par conséquent, le champ magnétique introduit une direction privilégiée pour la propagation des particules chargées dans l'ionosphère et, en particulier, pour l'oscillation des électrons libres sous l'effet d'une onde électromagnétique.

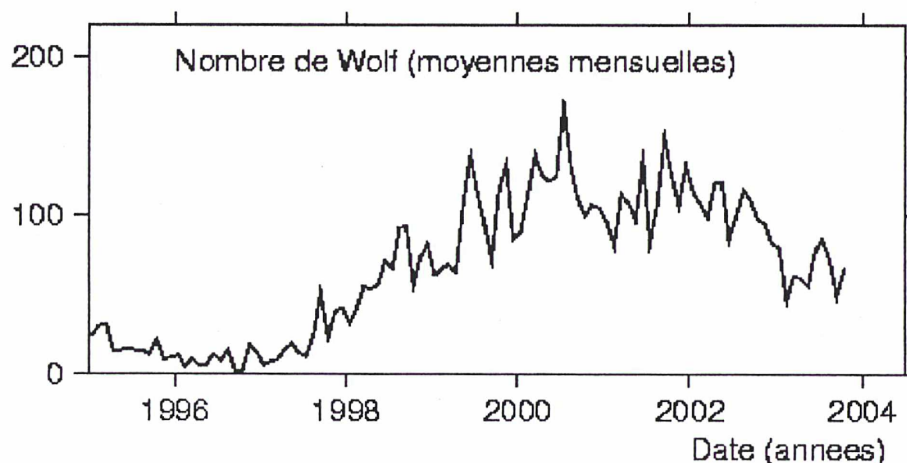


Figure a-III : Activité solaire depuis l'année 1995.

Le champ magnétique terrestre peut être approximé par un dipôle dont les pôles Sud et Nord ont respectivement pour coordonnées géographiques (79°N, 73°O) et (79°S, 110°E).

L'équateur magnétique, plan perpendiculaire à l'axe joignant ces deux pôles, forme un angle de  $11^\circ$  avec l'équateur géographique (figure a-IV). Les lignes de force du champ géomagnétique sont pratiquement parallèles à la surface de la Terre à l'équateur et quasi perpendiculaires à l'axe des pôles.

Le champ magnétique est trois fois plus intense aux pôles qu'à l'équateur. Pour caractériser le comportement en latitude des phénomènes liés à l'activité géomagnétique, les scientifiques utilisent généralement l'angle dip qui est l'angle que forme localement le champ magnétique avec le plan horizontal ; l'équateur dip est l'ensemble des points où l'angle dip est nul.

Différents indices sont utilisés pour quantifier la variabilité du champ magnétique terrestre. Par exemple, l'indice  $K_p$  caractérise la variabilité du champ magnétique à l'échelle planétaire ; il est calculé à partir des mesures effectuées par un réseau d'observatoires répartis dans le monde.  $K_p$  varie de 0 (activité calme) à 9 (activité fortement perturbée). Cet indice permet, entre autres, de détecter l'occurrence d'un orage magnétique.

Un orage magnétique, caractérisé par un indice  $K > 5$ , est une perturbation du champ magnétique terrestre d'une durée, variant de quelques heures à quelques jours, pendant laquelle le champ magnétique fluctue entre des limites beaucoup plus grandes qu'il ne le fait ordinairement.

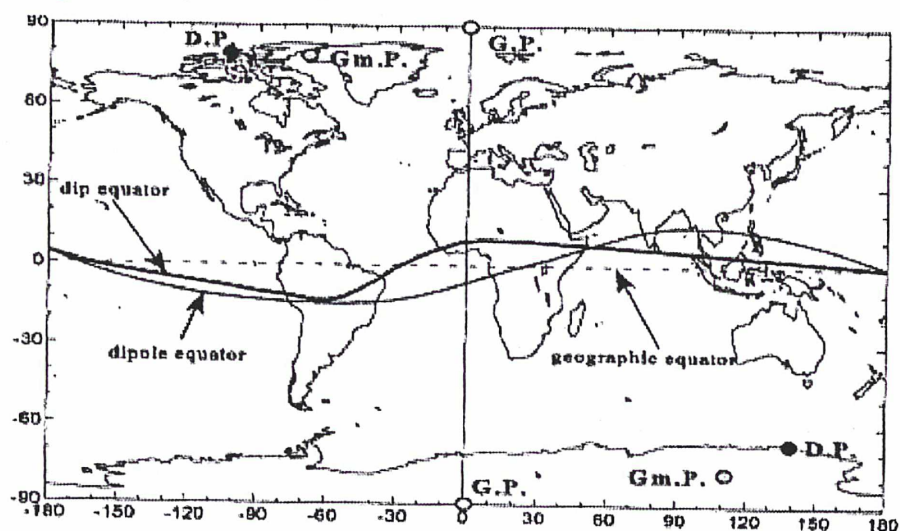


Figure a-IV : Carte représentant les pôles géographiques (GP), géomagnétiques (GmP) et dip (DP) ainsi que les équateurs qui leur sont associés

En latitude, l'ionosphère peut être divisée en trois grandes régions : la région polaire, la région des latitudes moyennes et la région équatoriale (figure a-V).

C'est dans la région équatoriale que les contenus électroniques les plus élevés sont rencontrés car le phénomène de photoionisation est d'autant plus efficace que l'angle zénithal du soleil s'approche de zéro. Dans la région équatoriale, le TEC connaît également de très forts gradients Nord-Sud et Est-Ouest, du fait que l'insolation est fortement dépendante de l'heure locale à ces latitudes. D'autre part, les gradients Nord-Sud sont dus à l'effet fontaine : sous l'influence des champs électrique et magnétique, les électrons libres formés par photoionisation à l'équateur s'élèvent et se déplacent le long des lignes de force du champ magnétique qui sont pratiquement horizontales à cette latitude ; ensuite, ces électrons redescendent au niveau de la couche F à des latitudes dip comprises entre  $10^\circ$  et  $20^\circ$  créant, ainsi, une zone de forte concentration électronique, appelée l'anomalie équatoriale.

La région polaire est la zone de l'ionosphère la plus imprévisible et la plus variable tant dans l'espace que dans le temps. En effet, dans la région polaire, les lignes de force du champ magnétique terrestre sont pratiquement perpendiculaires au plan horizontal.

La région des latitudes moyennes connaît des densités électroniques et des gradients spatio-temporels plus faibles. Cependant, même si le comportement moyen de l'ionosphère dans cette région est plus facilement modélisable, cette zone n'est pas exempte d'irrégularités.

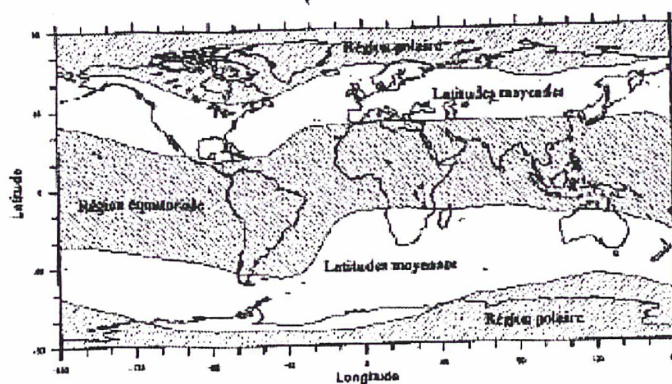


Figure a-V : Les différentes régions dans l'ionosphère



## Irrégularités

La description de toutes les sortes d'irrégularités dans le comportement de l'ionosphère n'entre pas dans les objectifs de ce travail. Le but de ce paragraphe est de présenter deux phénomènes qui ont une importance toute particulière en géodésie spatiale : il s'agit des scintillations et des perturbations ionosphériques défilantes (Travelling Ionospheric Disturbances, TIDs).

### Travelling Ionospheric Disturbances TIDs

Les TIDs sont des irrégularités dans la densité électronique de l'ionosphère qui se propagent à la manière d'une onde. L'existence des TIDs a été postulée dès les années 1920 pour expliquer la présence de perturbations dans les radiocommunications (Mimmo,1937),.(Munro,1949).

Les TIDs sont classées en trois catégories (Georges ;1968) qui se différencient essentiellement par leur vitesse de phase et leur longueur d'onde : il s'agit des Large-Scale TIDs (LSTIDs), des Medium-Scale TIDs (MSTIDs) et des Small-Scale TIDs (SSTIDs).

Le tableau a-I donne les caractéristiques de trois sortes de TIDs.

Tableau a-I: Caractéristiques des différents types de TIDs

	Longueur d'onde	Période	Vitesse de phase
LSTIDs	>1000 km	30 min à 3 heures	300 à 1000 m/s
MSTIDs	Plusieurs centaines de km	12 min à 1 heure	100-300 m/s
SSTIDs	Plusieurs dizaine de km	Quelque min	< 100 m/s

On verra que dans l'utilisation géodésique du signal GPS, l'utilisation des doubles différences repose sur l'hypothèse selon laquelle les gradients du TEC existant entre les stations GPS sont faibles. Cette hypothèse est généralement bien vérifiée sur des distances de 10 à 20 km. Cependant, vu leur longueur d'onde, les MSTIDs et SSTIDs créent des gradients dans le TEC qui peuvent atteindre plusieurs TECU même sur des distances d'une dizaine de kilomètres. Rappelons qu'un contenu électronique d'un TECU contribue pour 16 cm à l'erreur ionosphérique liée à la porteuse L1.

## Les scintillations

Les scintillations sont des variations rapides en amplitude et en phase de signaux électromagnétiques traversant l'ionosphère. L'apparition de scintillations est liée à la présence d'irrégularités de petite échelle dans la densité électronique (de quelques m à quelques km) qui affectent la propagation des ondes. Ce phénomène se manifeste essentiellement dans les régions polaire et équatoriale. En pratique, les scintillations en amplitude provoquent des pertes de signal (ou en d'autres termes des sauts de cycles) lorsque l'intensité de ce dernier tombe en dessous d'une valeur critique. En pratique, il est très difficile de savoir si un changement brutal dans la mesure de phase est dû à un saut de cycle ou à un phénomène de scintillation.

## Annexe B

I- L'Erreur de la prédiction Multicomposante III dans les périodes III et IV pour les coefficients E00, E10 et E01.

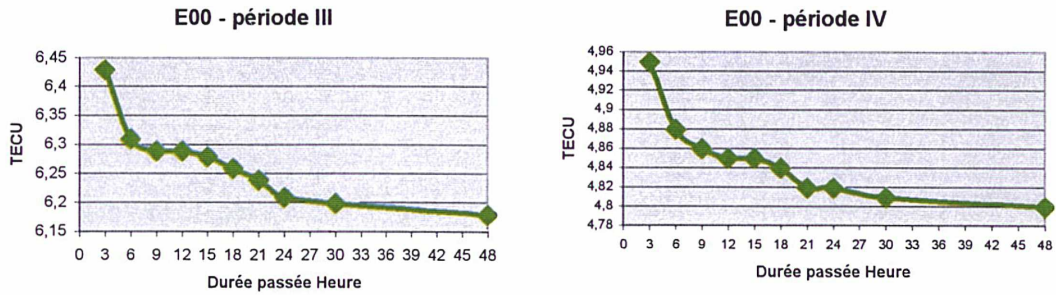


Figure b-1: Erreur de la prédiction Multicomposante III de E00 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.

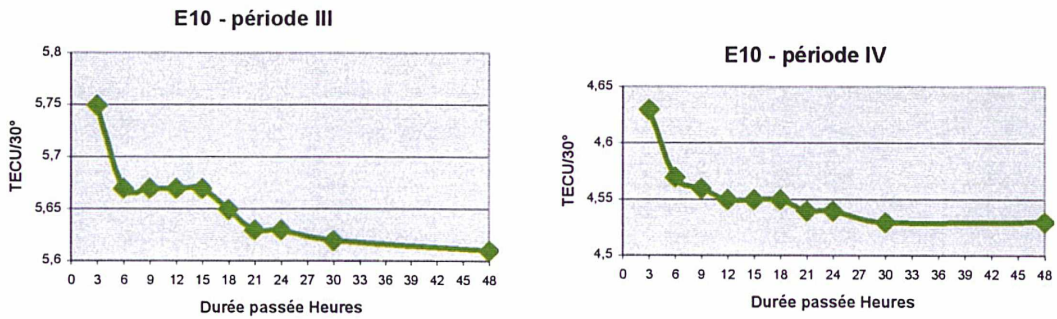


Figure b-2: Erreur de la prédiction Multicomposante III de E10 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.

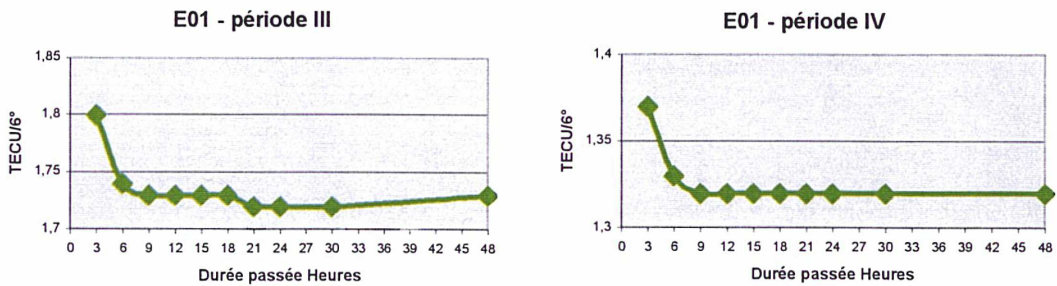


Figure b-3: Erreur de la prédiction Multicomposante III de E01 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.



II- L'Erreur de la prédiction Multicomposante IX dans les périodes I et II pour les coefficients E00, E10 et E01.

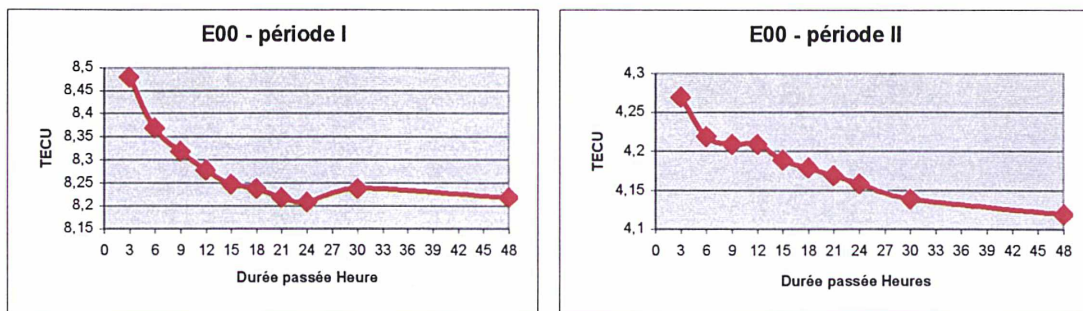


Figure b-4: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E00 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période I et II.

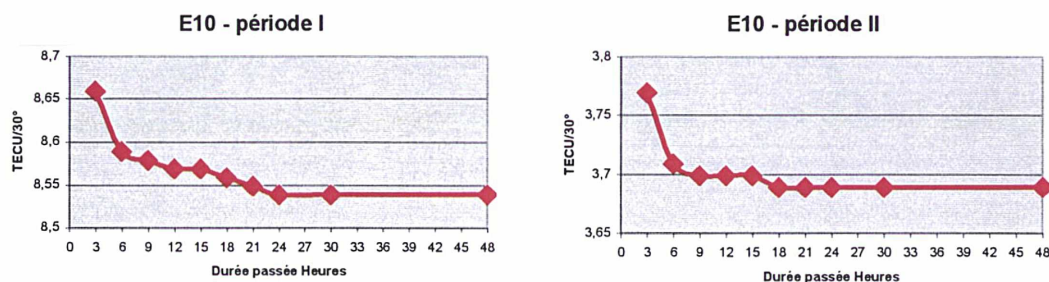


Figure b-5: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E10 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période I et II.

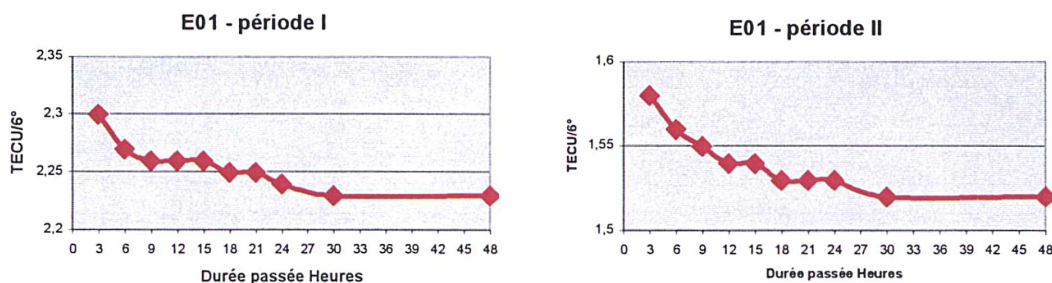


Figure b-6: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E01 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période I et II.

III- L'Erreur de la prédiction Multicomposante IX dans les périodes III et IV pour les coefficients E00, E10 et E01.

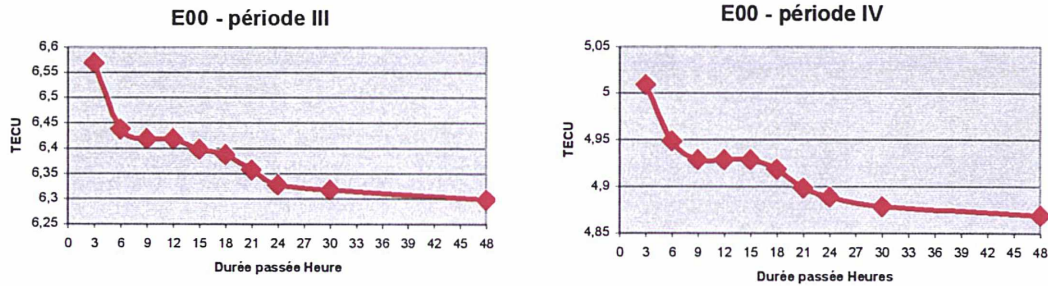


Figure b-7: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E00 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.

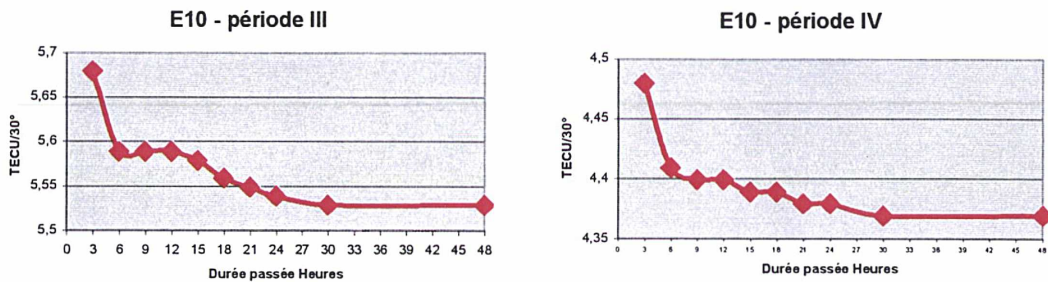


Figure b-8: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E10 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.

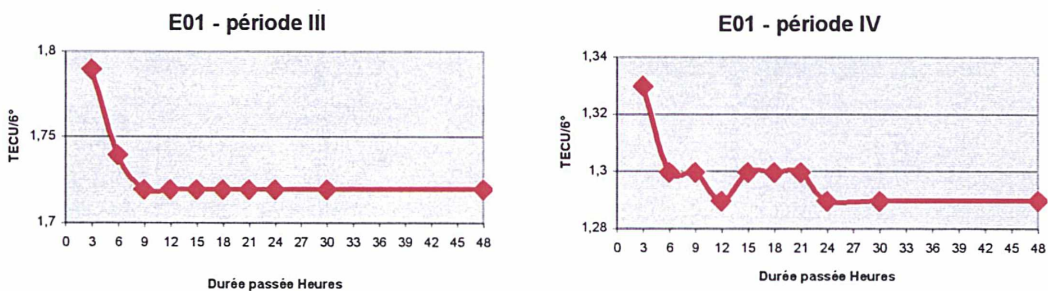


Figure b-9: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E01 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.

IV- Le niveau de l'erreur de la prédiction Multicomponate IX pour la période III (en vert) et IV (en jaune) des coefficients E00, E10 et E01.

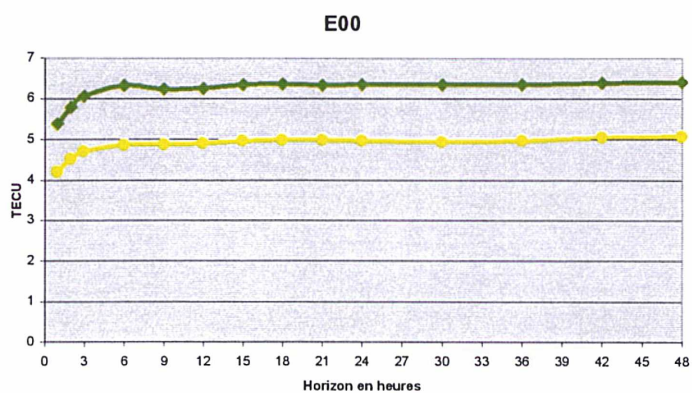


Figure b-10:Le niveau de l'erreur de la prédiction Multicomponate IX pour la période III ( en vert) et IV (en jaune) de E00.

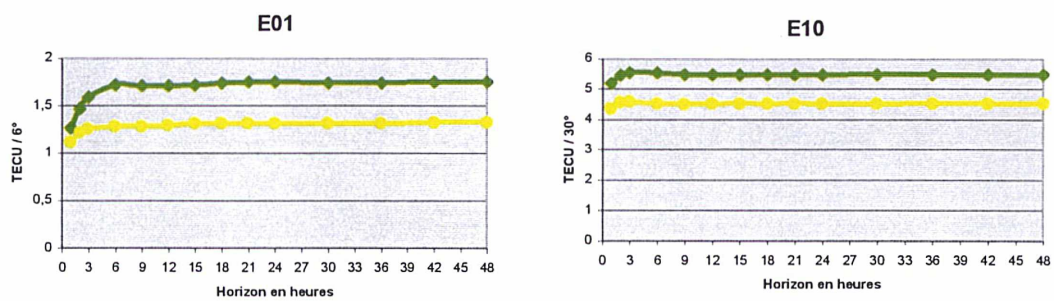


Figure b-11:Le niveau de l'erreur de la prédiction Multicomponate IX pour la période III ( en vert) et IV (en jaune) des coefficients E10 et E01.



## Liste des figures

<i>Figure 1.1 : Les trois segments du GPS.....</i>	<i>8</i>
<i>Figure 1-2 : Constellation des satellites du GPS.....</i>	<i>8</i>
<i>Figure 1-3 : Carte des stations du segment de contrôle.....</i>	<i>9</i>
<i>Figure 1.4 : Hauteurs et angles de masquage.....</i>	<i>11</i>
<i>Figure 1.5 : Visibilité des satellites au-dessus de Marne la Vallée.....</i>	<i>11</i>
<i>Figure 1.6 : Diminution de la précision d'origine géométrique (GDOP) défavorable et favorable.....</i>	<i>12</i>
<i>Figure 1.7 : Codes C/A et P.....</i>	<i>16</i>
<i>Figure 1.8 : schéma de la construction du message de navigation.....</i>	<i>18</i>
<i>Figure 1.9 : Positionnement absolu.....</i>	<i>19</i>
<i>Figure 1.10 : Positionnement relatif.....</i>	<i>20</i>
<i>Figure 1.11 : La simple différence.....</i>	<i>24</i>
<i>Figure 1.12 : La double différence.....</i>	<i>25</i>
<i>Figure 1.13 : Profil de température de la Troposphère.....</i>	<i>33</i>
<i>Figure 1-14: Organisation de l'IGS.....</i>	<i>38</i>
<i>Figure 1-15: les stations de IGS dans le monde.....</i>	<i>41</i>
<i>Figure 1-16: Valeurs de TEC le jour 278/2003 à 12 heure UT par un modèle global.....</i>	<i>41</i>
<i>Figure 1-17: La tendance des valeurs moyennes du contenu total d'électron (TEC) entre 1995 et 2003 en bleu et la prédiction de ces valeurs par l'IGS en rouge.....</i>	<i>42</i>
<i>Figure 1-18: La prédiction de TEC de 0 heure à 24 heures toutes les deux heures par l'IGS.....</i>	<i>42</i>
<i>Figure 1-19: les stations de EUREF.....</i>	<i>43</i>
<i>Figure 1-20: les stations GPS permanentes RGP en France.....</i>	<i>46</i>
<i>Figure 2-1: Les couches ionosphériques.....</i>	<i>50</i>
<i>Figure 2-2 Définition des points ionosphérique (IP) et subionosphérique (SIP).....</i>	<i>62</i>
<i>Figure 2-3: Le retard ionosphérique de simple différence.....</i>	<i>67</i>
<i>Figure 2-4: amplification de 1 mm/km de gradient horizontal dans le retard ionosphérique simple différence, pour différentes longueurs de bases.....</i>	<i>68</i>
<i>Figure 4-1:Modèle de l'Ionosphère local disponible à l'IGN, calculé par le logiciel IONEST/Bernese 4.2.....</i>	<i>86</i>
<i>Figure 4-2 : les coefficients du modèle ionosphérique extrait de la station SMNE à St-Mandé en France par le logiciel IONEST/Bernese 4.2.....</i>	<i>87</i>
<i>Figure 4-3 :Analyse de la série <math>E_{00}</math> de l'IGN projetée à la position de St Mandé.....</i>	<i>89</i>
<i>Figure 4-4 : le cycle solaire de 27 jours dans l'analyse spectrale des différents coefficients du modèle ionosphérique.....</i>	<i>90</i>
<i>Figure 4-5:composante cyclique de <math>E_{00}</math> et les variations de son amplitude.....</i>	<i>90</i>

<i>Figure 4-6 : La composante Irrégulière de E00 et l'analyse spectrale de haute fréquence. ....</i>	<i>91</i>
<i>Figure 4-7:Analyse par la variance d'Allan de coefficients E10, E20, E11, E01 et E02.....</i>	<i>92</i>
<i>Figure 4-8 : L'amplitude du terme diurne de chaque coefficient du modèle ionosphérique. ....</i>	<i>92</i>
<i>Figure 4-9:Les quatre périodes distinguées en fonction de l'amplitude et de la stabilité de la composante diurne.....</i>	<i>94</i>
<i>Figure 4-10: La décomposition par Crono_Vue des quatre périodes désignées de E00. ....</i>	<i>95</i>
<i>Figure 4-11: Analyse de la variance d'Allan de différentes périodes et l'écart type de la composante irrégulière. ....</i>	<i>96</i>
<i>Figure 4-12: Analyse spectrale des quatre périodes de coefficient E00.....</i>	<i>97</i>
<i>Figure 4-13:Exemple de l'erreur des prédictions Directe en jaune et Multicomposante en vert. ....</i>	<i>98</i>
<i>Figure 4-14: L'erreur de la prédiction Multicomposante III de E00 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes. ....</i>	<i>101</i>
<i>Figure 4-15: L'erreur de la prédiction Multicomposante III de E10 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes.(l'écart type de la composante irrégulière est 0,083 TECU/1°).....</i>	<i>101</i>
<i>Figure 4-16: L'erreur de la prédiction Multicomposante III de E01 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes.(l'écart type de la composante irrégulière est 0,217 TECU/1°).....</i>	<i>101</i>
<i>Figure 4-17: L'erreur de la prédiction Multicomposante III en vert et de la Multicomposante IX en rouge de E00-première et la deuxième période pour des horizons différents. ....</i>	<i>103</i>
<i>Figure 4-18: L'erreur de la prédiction Multicomposante III en vert et de la Multicomposante IX en rouge de E10-première et la deuxième période pour des horizons différents. ....</i>	<i>103</i>
<i>Figure 4-19: L'erreur de la prédiction Multicomposante III en vert et de la Multicomposante IX en rouge de E01-première et la deuxième période pour des horizons différents. ....</i>	<i>103</i>
<i>Figure 4-20 : L'erreur de la prédiction Multicomposante IX de E00 dans les différentes périodes pour un passé de 24 heures. En rouge : période agitée ; en noir : période calme.....</i>	<i>104</i>
<i>Figure 4-21:le niveau de l'écart type de l'erreur de la prédiction Multicomposante pour les périodes calmes ( en noir) et agités (en rouge) des coefficients E10 et E01.....</i>	<i>105</i>
<i>Figure 4-22: Erreur de la prédiction Multicomposante de E00 (en bleu)et ses composantes (Tendance en jaune, Irrégulier en rouge, Composante Cyclique en vert) pour les période I et II.....</i>	<i>108</i>
<i>Figure 4-23: Erreur de la prédiction Multicomposante de E10 (en bleu)et ses composantes (Tendance en jaune, Irrégulier en rouge, Composante Cyclique en vert) pour les période I et II.....</i>	<i>108</i>
<i>Figure 4-24: Erreur de la prédiction Multicomposante de E01 (en bleu)et ses composantes (Tendance en jaune, Irrégulier en rouge, Composante Cyclique en vert) pour les période I et II.....</i>	<i>108</i>
<i>Figure 4-25 :Analyse de la série E<sub>00</sub> de SMNE.....</i>	<i>110</i>
<i>Figure 4-26: Composante cyclique de E00 de SMNE et les variations de son amplitude. ....</i>	<i>110</i>
<i>Figure 4-27 : La composante Irrégulière de E00 de SMNE et l'analyse spectrale de haute fréquence. ....</i>	<i>111</i>
<i>Figure 4-28 :la décomposition des données IGS et SMNE par Crono-Vue, période de janvier, février et mars 2002.....</i>	<i>112</i>
<i>Figure 4-29 : La décomposition des données IGS et SMNE par Crono-Vue, période de avril, mai et juin 2002.....</i>	<i>112</i>



<i>Figure 4-30: Analyse de la variance d'Allan de différentes périodes et l'écart type de la composante irrégulière.</i>	113
<i>Figure 4-31: Erreur de la prédiction multicomposante sur les données IGN en vert et SMNE en jaune pendant les deux périodes.</i>	114
<i>Figure a-I : Profil en altitude de la densité électronique caractéristique pour une station située à une latitude moyenne.</i>	120
<i>Figure a-II. :Formation d'une couche de densité maximum dans l'ionosphère.</i>	121
<i>Figure a-III : Activité solaire depuis l'année 1995.</i>	122
<i>Figure a-IV : Carte représentant les pôles géographiques (GP), géomagnétiques (GmP) et dip (DP) ainsi que les équateurs qui leur sont associés.</i>	123
<i>Figure a-V : Les différentes régions dans l'ionosphère.</i>	124
<i>Figure b-1: Erreur de la prédiction Multicomposante III de E00 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.</i>	127
<i>Figure b-2: Erreur de la prédiction Multicomposante III de E10 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.</i>	127
<i>Figure b-3: Erreur de la prédiction Multicomposante III de E01 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.</i>	127
<i>Figure b-4: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E00 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période I et II.</i>	128
<i>Figure b-5: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E10 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période I et II.</i>	128
<i>Figure b-6: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E01 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période I et II.</i>	128
<i>Figure b-7: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E00 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.</i>	129
<i>Figure b-8: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E10 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.</i>	129
<i>Figure b-9: Erreur de la prédiction Multicomposante IX de E01 pour un horizon de six heures avec des durées passées différentes dans la période III et IV.</i>	129
<i>Figure b-10:Le niveau de l'erreur de la prédiction Multicomponate IX pour la période III ( en vert) et IV (en jaune) de E00.</i>	130
<i>Figure b-11:Le niveau de l'erreur de la prédiction Multicomponate IX pour la période III ( en vert) et IV (en jaune) des coefficients E10 et E01.</i>	130





## Liste des tables

<i>Tableau 1-1 : Type de critères de diminution de précision (DOP).....</i>	13
<i>Tableau 2-1 Réfraction ionosphérique en mètres pour les porteuses L1 et L2.....</i>	60
<i>Tableau 2-2 Erreur commise sur le trajet du signal dans l'ionosphère en négligeant les termes en <math>f^{-3}</math> et <math>f^{-4}</math> dans le calcul de <math>\Delta_i^{iono}</math>. Unité :mm.....</i>	61
<i>Tableau 3-1:Caractéristiques fonctionnelles des variances pour les trois processus de bruit.....</i>	79
<i>Tableau 4-1 : L'extrait des six coefficients de modèle ionosphérique calculé par IONEST/Bernese 4.2 à l'IGN le 3-avril-2002 en TECU/10. Les deux colonnes de gauche correspondent aux indices n et m. ....</i>	88
<i>Tableau 4-2. Types de bruit de la série <math>E_{00}</math> et de ses composantes.....</i>	91
<i>Tableau 4-3: Les valeurs planchers de chaque coefficient du modèle ionosphérique. ....</i>	93
<i>Tableau 4-4 : Ecart type de la composante Irrégulière selon les différentes périodes. Unité :TECU. ..</i>	95
<i>Tableau 4-5 :Erreur de la prédiction Multicomposante IX. Unité TECU.....</i>	106
<i>Tableau 4-6 : Erreur sur le positionnement différentiel induite par la prédiction. Unité :mm/100 km .....</i>	106
<i>Tableau 4-7 : Erreur de prédiction de la correction ionosphérique et erreur de positionnement induite .....</i>	114
<i>Tableau a-I: Caractéristiques des différents types de TIDs.....</i>	125





## BIBLIOGRAPHIE

Beutler G, Bauersima I, Grutner W, Rothacher M, Schildknecht T, Geiger A (1988) : Atmospheric refraction and other important biases in GPS carrier phase observations, GPS-papers presented by the Astronomical Institute of the University of Bern.

Beutler G et al., (2000) : Bernese GPS Software version 4.2. *Astronomisches Institut der Universität Bern (AIUB)*

Bishop G J, Klobuchar P H, Doherty P H (1985) : Multipath effects on the determination of absolute ionospheric time delay from GPS signals. *Radio Science*, Vol. 20, pp. 388-396.

Botton S (2001) :Présentation du système GPS. Ecole Nationale des Sciences Géographiques.

Bourbonnais R et Terraza M (2000) : Analyse des séries temporelles en économie. Presses Universitaires de France ISBN 2-13-049370-X.

Bruner K G, Gu M (1991) : An improved model for the dual frequency correction of GPS observations, *Manuscripta Geodetica*, 1, 205-214.

Devies K (1990) : Ionospheric Radio. IEEE Electromagnetic Wave Series, 31, Peter Peregrinus, London.

Enge P, Tiwari A (2001) : Data and sensitivity assistance for mobile users of GPS from the @Road reference network. Stanford university.

Euler H-J., Keenan C.R., Zebhauser B.E., and Wübbena G.(2001) : Study of a simplified approach in utilizing information from permanent reference station arrays, Proc 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Salt Lake City, USA, ION GPS-2001, September 11-14, 379-391.

Feissel-Vernier M (2002) :Crono\_Vue Regards croisés sur les séries chronologiques.  
[ftp://lareg.ensg.ign.fr/pub/martine/crono\\_vue](ftp://lareg.ensg.ign.fr/pub/martine/crono_vue)

Finn A, Matthewman J (1989) : A single frequency ionospheric refraction correction algorithm for TRANSIT and GPS. In : proceedings of the Fifth International Geodetic symposium on satellite positioning, Las Cruces, New Mexico, March 13-17, Vol 2 : 737-756.

Georges T M (1968) : HF doppler studies of travelling ionospheric disturbances, J. Atmos. Terr. Phys., 30, 735-746.

Georgiadiou Y and Kleusberg A (1988) : On the effect of ionospheric delay on geodetic relative GPS positioning. Manuscripta Geodaetica, Vol. 13, pp. 1-8.

Gervaise J, Mayoud M, Beutler G, Gurtner W (1985) : Test of GPS on the CERNLEP control network. In : Welsch WM, Lapine LA (eds) : Proceedings of the joint meeting of FIG study groups 5B and 5C on Inertial, Doppler and GPS measurements for National and Engineering survey, Munich, July 1-3. Schriftenreihe der Universität der Bundeswehr München, Vol 20-2 : 337-358.

Gurtner, W. (1994) : RINEX :The Receiver-Independent Exchange Format, GPS World, 5(7), pp. 48-52, July 1994.

Hartmann G K, Leitinger R (1984) : Range Errors due to Ionospheric and Tropospheric Effects for Signal Frequencies above 100 Mhz, Bulletin Géodésique, 58, 109-136.

Hofmann-Wellenhof B, Lichtenegger H, Collins J (1997) : GPS Theory and practice. Fourth revised edition, ISBN 3-211-82839-7 Springer-Verlag Wien New York.

Juompan-Yakam B (1990) : Modélisation des mouvements verticaux de la croûte terrestre : compensation cinématique des réseaux de nivellement. Mémoire de DEA Observatoire de Paris-ENSG-Univ. Paris VI.

Kelley M C (1989) : The Earth's ionosphere. Plasma physics and electrodynamics. International Geophysics Series, volume 43, Academic Press, New York.

Klobuchar, J.A. (1986). Design and characteristics of the GPS ionospheric time delay algorithm for single frequency users. Proceedings of the PLANS-86 conference, Las Vegas, Nevada, PP. 280-286.

Lachapelle G, Alves P, Fortes P L, Cannon M E (2000) : DGPS RTK Positioning Using a reference network. In :ION GPS-00 (session C3), Salt Lake City, September. pp. 19-22.

Lahaye F et al., (1997) : Canadian Active Control System Real-Time GPS correction service performance review. Presented at the 1997 National Technical Meeting of the Institute of Navigation, January 14-16, 1997, Santa Monica, CA.

Lanyi G E, Roth T, Neilan R E (1987) : A comparaison of Mapped and measured Total ionospheric electron content using GPS and Beacon satellite observations. The effect of the ionosphere on communication, navigation and surveillance systems, ionospheric effects symposium, 5-7 May 1987, pp. 135-143, Naval Research Laboratory.

Laroque, G. (1977) : Analyse d'une méthode de désaisonnalisation : le programme de X11 du US bureau of cencus, version trimestrielle, annales de l'INSEE, n°28.

Leick, A. (1995) : *GPS Satellite Surveying*. John Wiley and Sons, Inc., 2nd edition.



Martin S, Jahn C H (2000) : Experiences in set-up and usage of a geodetic real-time differential correction network. In : Earth Planets Space, Vol. 52, The society of geomagnetism and earth, planetary and space sciences, Japan.

McNeff, JG (1991) : GPS signal policy. Proceedings of ION GPS'91, Albuquerque, NM., réunion du 10 au 13 sept., The Institute of Navigation, Washington, D.C., p.33-37.

Melbourne, W. G. (1985), The Case for Ranging in GPS Based Geodetic Systems, in Proceedings 1st International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, edited by Clyde Goad, pp. 373-386, U.S. Department of Commerce, Rockville, Maryland.

Mimmo H R (1937) : The physics of the ionosphere, REV. Mod. Phys., 9, 1-43.

Muellerschoen R J, Bertiger W I, Lough M F, Stowers D, Dong D (2000) : An Internet-Based Global Differential GPS System, Initial Results. ION National Technical Meeting, Anaheim, CA, Jan, 2000

Munro G H (1949) : Short-period variations in the ionosphere, Nature, 163, 812-814.

Odijk D (2002) : Fast precise GPS positioning in the presence of ionospheric delays. Netherlands geodetic commission, Publications on geodesy, ISBN 90 6123 278 2 .

Orpen O, Zwann H (2000) : Dual frequency DGPS Service for combating ionospheric interference. Presented at GNSS 2000, Edinburgh, 1-4 May

Petroveski I et al., (2000) : New Flexible Network-based RTK Service in Japan. Proceeding of GPS 2000 (Salt Lake City, September), the Institute of Navigation, 1124-32.

Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, Flannery B P (1998) : Numerical Recipes in Fortran 77 : The art of scientific computing second edition vol 1, Cambridge university press, ISBN 0-521-43064-X.

Royden H N, Miller R B, Buengal L A (1984) : Comparaison of NAVSTAR satellite L band ionospheric calibrations with Faraday rotation measurements. Radio science, Vol. 19, No. 3.

Schaer S, Gurtner W (1998) : IONEX : The IONosphere Map Exchange Format Version 1. In : Proceedings of the IGS AC workshop, Darmstadt, Germany, February 9-11.

Schaer, S. (1999): Mapping and Predicting the Earth's Ionosphere Using the Global Positioning System, Dissertation, Astronomical Institute, University of Berne, Berne, Switzerland, 25 March 1999.

Seeber G et al., (2000) : Real-Time Satellite positioning on the Centimeter Level in the 21<sup>st</sup> Century using permanent reference stations. Paper given during the Nordic Geodetic Summerschool, Fevik, Norway.

Shiskin J.(1954) : Electronic computers and business indicators, National Bureau of Economic Research, occasional paper.

Skone, S., M.E. Cannon, K. Lochhead, P. Heroux and F. Lahaye, Performance evaluation of the NRCan wide area system, Canadian Aeronautics and Space Journal, 43, no.2, pp. 92-100, 1997.

Smith C A (1987) : Ionospheric TEC Estimation With a single-frequency GPS reciver. The effect of the ionosphere on communication, navigation and surveillance systems, Ionospheric effects symposium, 5-7 May 1987, PP. 145-150, Naval Reserch Laboratory.

Spilker JJ (1978) : GPS signal structure and performance characteristics. Navigation : The journal of the Institue of Navigation, Washington, Vol. 25, No. 2, pp. 121-146.

Spilker JJ (1980) : GPS signal structure and performance characteristics. In : The Institute of Navigation : Global Positioning System, vol 1 : 29-45.

Spilker JJ (1996) : GPS signal structure and theoretical performance. In : Parkinson BW, Spilker JJ (eds) : Global Positioning System : theory and applications. American Institute of Aeronautics, Washington DC, vol 1 : 57-119.

Suing M. (1999) : Les positions des stations du réseau GPS permanent. Mémoire du diplôme d'ingénieur ESGT.

Van Diredonck, A. J., Fenton, P., and Ford, T. (1992). Theory and Performance of Narrow Correlator Spacing in a GPS Receiver. *NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation*, 39(3):265-283.

Van der Marel H. (1993) : Modeling of GPS ionospheric delays for geodetic applications. URSI commission G meeting, Eindhoven, March 12,1993.

Vaté M (1993) : Statistique Chronologique et Prévision. Economica ISBN 2-7178-2507-X.

Vernotte F (1991) : Stabilité temporelle des oscillateurs : nouvelles variances, leurs propriétés, leurs applications. Thèse de doctorat, Univ. De Franche)Comté/Observatoire de Besançon, 1991.

Vernotte F (2001) : Uncertainties of drift coefficients and extrapolation errors: Application to clock error prediction. Vernotte et al. - E 1319 - Final Version - Metrologia - February 1, 2001

Warnant R (1996) : Etude du comportement du contenu électronique total et de ses irrégularités dans une région de latitude moyenne. Application aux calculs de positions relatives par le GPS. Thèse de doctorat, Observatoire Royal de Belgique.

Wild U, Beutler G, Gurtner W, Rotacher M (1989) : Estimating the ionosphere using one or more dual frequency GPS receivers. Proceeding of the fifth international



geodetic symposium on satellite positioning, Las Cruces, New Mexico, Vol. 2, pp. 724-736.

Wild U (1994) : Ionosphere and geodetic satellite systems : permanent GPS tracking data for modelling and monitoring, Thèse de Doctorat.

Willis P (1989) : Méthode de traitement de la phase GPS pour la localisation relative (statique et cinématique). Application à la géodésie. Thèse de Doctorat.

Wübbena, G., Willgalis, S. (2001): State Space Approach for Precise Real Time Positioning in GPS Reference Networks. Internat. Symp. on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation (KIS2001), Banff, Kanada, 72-79.

## Résumé

L'existence d'un réseau GPS permanent sur un territoire donné permet de réaliser un positionnement en temps réel à l'aide de récepteurs monofréquences mis en station pour des sessions d'observation de courte durée. L'objet de la recherche est l'élaboration d'une procédure optimale de prédiction du retard du signal GPS dû à la traversée de l'ionosphère, à partir de l'analyse des observations de stations bifréquences du réseau d'appui.

L'influence de l'ionosphère sur le trajet des signaux radioélectriques du système de navigation GPS est exprimée à l'aide du paramètre physique donnant le contenu total en électrons de la zone traversée. Le caractère dominant de ses variations temporelles en un lieu donné est un cycle diurne très marqué et d'amplitude irrégulière, dû à l'influence du rayonnement solaire.

La complexité du signal à prédire nous a amené à faire appel à des outils statistiques de traitement de séries temporelles empruntés principalement aux domaines de l'économétrie et de la métrologie des fréquences.

Nous avons deux séries de données à prédire dans cette étude. La première série est basée sur un réseau d'une quarantaine de stations en Europe de l'ouest. La deuxième est le résultat d'une seule station GPS en France.

Un prédicteur optimal des paramètres ionosphériques est obtenu par l'analyse de données du réseau. Ensuite il est testé sur les données de station. Le niveau maximum de l'erreur de positionnement due au prédicteur est équivalent à 12 cm pour une ligne de base de 100 km.

## Abstract

Permanent reference station networks are used all over the world for surveying applications requiring decimeter or centimeter accuracy. The well-known advantages provided by reference station array information include improved modeling of the remaining orbit, tropospheric and ionospheric biases. The influence of the ionosphere on the GPS signal is given by a physical parameter, the Total Electronic Content. The dominant factor of the temporal variations is a diurnal cycle resulting from the influence of solar radiation with irregular amplitude.

The goal of this work is the optimal prediction of the TEC for real time applications within 100 km of a reference station.

The complex structure of the signal to be predicted led us to borrow statistical methods for time series analysis from the fields of economy and the metrology of time and frequency.

We had two kinds of signals at our disposal for this study the first one is based on a network of forty stations in Western Europe. The second signal results from one GPS station in France.

An optimal predictor of the ionospheric parameters was derived from the analysis of the network signal and then tested on the station signal. The maximal error level of the predictor is equivalent to a 12 cm positioning error for a 100 km baseline.

## Remerciements

*Mille mercis.*

*Au Dieu, qui m'a accordé la vie, la santé et les capacités pour accomplir ce travail, en espérant qu'il l'acceptera.*

*A mes parents, qui m'ont élevé dans le respect et avec beaucoup d'amour.*

*A Michel KASSER, pour m'avoir accueilli au sein du Laboratoire de Recherche en Géodésie, et pour m'avoir soutenu pendant toutes ces années.*

*A Martine FEISSEL-VERNIER, qui a guidé mes recherches tout en me laissant l'entière initiative dans mon travail, et pour la confiance qu'elle m'a témoignée.*

*A Alain HARMEL, pour son aide logistique, ses informations techniques, sa gentillesse et le temps qu'il m'a consacré.*

*A mes rapporteurs, Michel DIAMENT et René WARNANT et aux autres membres du jury, Pierre EXERTIER et Daniel GAMBIS, pour avoir accepté de juger ce travail.*

*A tous les membres du LAREG, pour leur soutien moral et leur bonne humeur.*

*Enfin, je dédie cette thèse à mon épouse, Raghad, qui m'a soutenu tout au long de ce travail.*

