



**HAL**  
open science

# Méthodes de traitement de la phase GPS pour la localisation relative (statique et cinématique) : applications à la géodésie

Pascal Willis

► **To cite this version:**

Pascal Willis. Méthodes de traitement de la phase GPS pour la localisation relative (statique et cinématique) : applications à la géodésie. Planète et Univers [physics]. 1989-12-13, 1989. Français. NNT : 1989OBSP0028 . tel-02149957

**HAL Id: tel-02149957**

**<https://hal.science/tel-02149957>**

Submitted on 6 Jun 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT  
DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS  
(nouveau régime)

89 OBSP 0006

EN  
ASTRONOMIE FONDAMENTALE,  
MECANIQUE CELESTE  
ET GEODESIE

présentée par  
Pascal WILLIS



Sujet de la thèse:

Méthodes de traitement de la phase GPS  
pour la localisation relative (statique et cinématique).  
Applications à la géodésie.

Soutenue à l'Institut Géographique National, le 13 décembre 1989,  
devant le jury composé de:

Monsieur Jean CHAPRONT  
Monsieur François BARLIER  
Monsieur Bernard GUINOT  
Monsieur Claude BOUCHER  
Madame Anny CAZENAVE  
Monsieur François NOUEL

Président du jury  
Rapporteur  
Rapporteur  
Directeur de thèse

REMERCIEMENTS
---------------

Je voudrais tout particulièrement exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur Claude BOUCHER qui a guidé mes premiers pas en géodésie spatiale. C'est grâce à ses conseils judicieux et à ses encouragements que cette thèse a pu être achevée. Je le remercie sincèrement pour ses directives et pour sa patience jamais mise en défaut.

Je remercie également Messieurs François BARLIER et Bernard GUINOT pour avoir bien voulu lire la première version très provisoire de ce document. Leurs commentaires et leurs conseils m'ont été d'une très grande utilité.

Enfin, je voudrais remercier ici tous mes collègues du Service de Géodésie et de Nivellement de l'Institut Géographique National pour leur aide précieuse et particulièrement Monsieur Didier LARONCE qui a réalisé toutes les illustrations de ce document.

Je dédie cette thèse à ma femme dont la patience et le dévouement m'ont toujours soutenu dans toutes les étapes de ce travail.

INDEX DES MOTS CLES
---------------------

Ambiguïté entière (Integer ambiguity): Inconnue sur la détermination de la première mesure de phase. Cette inconnue est un entier car on ne peut mesurer que la partie décimale de la phase et le nombre de tours de phase depuis la mesure précédente.

Élément Képlérien: un des six paramètres d'une orbite Képlérienne (mouvement non perturbé): demi grand axe, excentricité, inclinaison, argument du périégée, ascension droite du noeud ascendant, anomalie moyenne.

Ionosphère: Partie la plus haute de l'atmosphère terrestre (entre 60 et 600 km d'altitude). C'est un milieu dispersif (la valeur du retard radio-électrique dû à la traversée de ce milieu dépend de la fréquence du signal).

Ligne de base (baseline): Ensemble de deux points. Les coordonnées de la ligne de base sont définies par les différences des coordonnées des deux points de la ligne de base.

Passage: Période de temps durant laquelle un satellite reste en visibilité d'un récepteur. Le passage dépend donc du choix du satellite considéré et du choix du récepteur considéré.

Phase GPS (phase): Phase de battement obtenue entre la phase reçue (générée par le satellite) et la phase générée par le récepteur à une fréquence voisine.

Point de référence: Point particulier d'un site (ex: centre de phase de l'antenne, point matérialisé au sol, borne,...).

Positionnement cinématique (Kinematic positioning): Détermination de la position d'un mobile (en temps réel ou en temps différé) en utilisant uniquement les mesures GPS d'une seule époque (pseudo-distances et/ou phases quasi-simultanées), sans connaître a priori les forces qui régissent son mouvement. Aucune hypothèse n'est faite sur la nature du mouvement.

**Positionnement dynamique** (Dynamic Positioning): Détermination de la position d'un mobile en utilisant les mesures GPS d'une seule époque (pseudo-distances et/ou phases quasi-simultanées) ainsi que la connaissance a priori des forces qui régissent son mouvement. Les équations de la dynamique fournissent une information supplémentaire par rapport au positionnement de type entièrement cinématique.

**Positionnement pseudo-cinématique** (Pseudo-kinematic positioning): Variante du positionnement cinématique dans laquelle on fait l'hypothèse que la trajectoire du mobile présente des noeuds (certains points seront restationnés plusieurs fois au cours du mouvement).

**Pseudo-distance** (Pseudo-range): mesure de la distance émetteur satellite-récepteur GPS biaisée à cause de la désynchronisation inévitable des deux horloges.

**Saut de cycle** (Cycle slip): nombre entier de tours (cycles) de la phase de battement "oubliés" par le compteur de tours. Ceci peut être dû soit à un mauvais fonctionnement du récepteur, soit à une interruption momentanée d'enregistrement des mesures due à la présence d'un masque radio-électrique entre le satellite et le récepteur.

**Session**: Période de temps durant laquelle un ou plusieurs satellites sont visibles par un ou plusieurs récepteurs.

**Site**: zone géographique dans laquelle tous les points du site sont rattachés entre eux (on connaît la différence de coordonnées entre tous ces points). Le site possède un point particulier qui est appelé point de référence du site.

**Top externe**: Symbole spécifique pouvant être introduit de manière externe (poire à tops) dans un fichier de mesures GPS. Généralement ce top est daté par l'horloge du récepteur et cette information supplémentaire est inscrite dans le fichier.

**Troposphère**: Partie la plus basse de l'atmosphère terrestre (altitude inférieure à 5 km aux pôles et inférieure à 18 km à l'équateur). C'est un milieu non dispersif (le retard radio-électrique dû à la traversée de ce milieu est indépendant de la fréquence du signal).

LISTE DES ABREVIATIONS
------------------------

<u>AS</u> :	Anti Spoofing
<u>BIH</u> :	Bureau International de l'Heure
<u>BTS</u> :	BIH Terrestrial System
<u>C/A</u> :	Coarse Acquisition
<u>DOD</u> :	Department of Defense
<u>GDOP</u> :	Geometric Dilution Of Precision
<u>GPS</u> :	Global Positioning System
<u>GRGS</u> :	Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale
<u>HDOP</u> :	Vertical Dilution Of Precision
<u>IERS</u> :	International Earth Rotation Service
<u>IGN</u> :	Institut Géographique National
<u>IRON</u> :	Inter Range Operation Number
<u>ITRF</u> :	IERS Terrestrial Reference Frame
<u>LLR</u> :	Lunar Laser Ranging
<u>LPTF</u> :	Laboratoire Primaire de Temps et Fréquences
<u>MTBF</u> :	Mean Time Before Failure
<u>NAVSTAR</u> :	NAVigation by Satellite Timing And Ranging
<u>NBS</u> :	National Bureau of Standard
<u>NGS</u> :	National Geodetic Survey
<u>NIST</u> :	National Institute of Standards and Technology
<u>NNSS</u> :	Navy Navigation Satellite System
<u>PDOP</u> :	Planimetric Dilution Of Precision
<u>PRN</u> :	Pseudo Random Noise
<u>RDOP</u> :	Relative Dilution Of Precision
<u>SA</u> :	Selective Availability
<u>SLR</u> :	Satellite Laser Ranging
<u>SNR</u> :	Signal to Noise Ratio
<u>UTC</u> :	Universal Time Coordinated
<u>USNO</u> :	United States Naval Observatory
<u>VLBI</u> :	Very Long Baseline Interferometry
<u>WGS84</u> :	World Geodetic system 1984
<u>WVR</u> :	Water Vapor Radiometer

LISTE DES SYMBOLES
--------------------

- $c$  = vitesse de la lumière.  
 $D\Phi$  = double différence (récepteur-récepteur, satellite-satellite)  
 $f_G$  = fréquence nominale du récepteur.  
 $f_S$  = fréquence nominale du satellite.  
 $K$  = ambiguïté entière.  
 $R$  = mesure de pseudo-distance GPS.  
 $S\Phi$  = simple différence (récepteur-récepteur)  
 $t^e$  = temps d'émission du signal (code ou phase) dans l'échelle de temps GPS, proche de UTC.  
 $t_S^e$  = instant d'émission du signal (code ou phase) dans l'échelle de temps du satellite.  
 $t^r$  = temps de réception du signal (code ou phase) dans l'échelle de temps GPS.  
 $t_G^r$  = instant de réception du signal (code ou phase) dans l'échelle de temps du récepteur.  
 $T\Phi$  = triple différence (récepteur-récepteur, satellite-satellite, époque-époque).  
 $\Delta\rho_{iono}$  = correction ionosphérique sur la distance relative au code (on a donc par convention:  $\Delta\rho_{iono} > 0$  ).  
 $\Delta\rho_{rel}$  = correction relativiste sur la distance.  
 $\Delta\rho_{tropo}$  = correction ionosphérique sur la distance.  
 $\Phi$  = phase GPS.  
 $\hat{\Phi}$  = valeur vraie (théorique) de la phase GPS.  
 $\Phi_S(t^e)$  = phase du signal émis du satellite à l'instant d'émission.  
 $\Phi_G(t^r)$  = phase de l'oscillateur interne du récepteur à l'instant de réception.  
 $\gamma$  = terme relativiste ( $\gamma=1$ ).  
 $\lambda = \frac{f_2}{f_1} = \frac{1.22760}{1.57542} = \frac{60}{77}$  = quotient des fréquences du système GPS.  
 $\rho$  = distance géométrique entre le centre de phase de l'antenne du satellite à l'instant d'émission et le centre de phase de l'antenne du récepteur à l'instant de réception (code ou phase).  
 $\theta$  = terme d'étalonnage intercanal.

## INTRODUCTION

La géodésie se définit comme l'étude de la forme de la Terre. Cette science, intimement liée aux mathématiques, est très ancienne puisque l'on sait que les Egyptiens de l'antiquité, puis après eux les Romains, mesuraient déjà les surfaces agricoles pour des besoins d'imposition foncière.

Pendant longtemps, la géodésie a surtout reposé sur l'utilisation des mesures d'angles dans l'espace et de quelques mesures de distances à courte portée pour imposer l'échelle de l'unité de longueur. En effet, s'il était très facile de réaliser une mesure d'angle avec une grande précision, entre deux points très éloignés, il était en revanche plus difficile de réaliser une mesure précise de distance. A l'apparition des distance-mètres (appareils électromagnétiques de mesures de distances), cette difficulté s'est estompée. Le principe de ces instruments est de réaliser une mesure de distance en déterminant le temps de propagation d'un signal entre ces deux points. En effet, les progrès de la technologie aidant, les mesures les plus précises sont actuellement les mesures de temps et, si l'on veut employer un vocabulaire plus correct, les mesures de durées (intervalles de temps entre deux instants). Néanmoins le problème de l'intervisibilité entre points restait entier.

Dès l'apparition des premiers satellites artificiels, à la fin des années 50, les géodésiens ont vu tout l'intérêt de mesures entre un ou plusieurs points au sol et le satellite. En effet, le satellite, durant son passage au-dessus de l'horizon, est visible depuis une zone très étendue de la surface terrestre. On peut ainsi enfin s'affranchir de cette condition d'intervisibilité si contraignante. La seule condition restante est que le satellite soit visible depuis le point au sol.

L'utilisation des satellites en géodésie a et aura encore un impact immédiat sur les utilisateurs de réseaux géodésiques (bâisseurs, cadastre,...): les coordonnées peuvent être exprimées dans un système mondial commun de précision, comme le système



terrestre de l'IERS (International Earth Rotation Service), et non plus uniquement dans un système local. De plus, la localisation même de ces points de référence géodésique va changer: s'étant affranchi de la condition d'intervisibilité des points du réseau, le géodésien peut désormais installer ses repères sur des lieux plus accessibles et plus facilement utilisables et non plus sur les points hauts et les sommets montagneux. Enfin, ces mesures satellitaires sont d'une nature différente car elles peuvent être de nature entièrement géométrique: les trois coordonnées de l'espace sont entièrement équivalentes. Jusqu'à présent la composante verticale (altitude du nivellement) était exprimée en tant qu'altitude de pesanteur: une surface équipotentielle possédait une altitude constante.

De nombreux systèmes de géodésie spatiale ont vu le jour, favorisés par le développement simultané d'ordinateurs de plus en plus performants tant en regard des capacités de stockage que de la vitesse des calculs. Citons les systèmes suivants (LEVALLOIS et al, 1988):

- le système TRANSIT/NNSS (Navy Navigation Satellite System), système militaire américain déclassifié depuis 1967 et basé sur la mesure de l'effet Doppler/Fizeau sur les fréquences nominales du système (150 MHz et 400 Mhz).

- les systèmes Laser satellite et Laser Lune, basés sur la mesure d'un temps de propagation aller-retour d'une impulsion laser entre un point au sol et un ensemble de rétroréfecteurs placés sur un satellite artificiel ou naturel de la Terre.

- le système VLBI (Very Long Baseline Interferometry), basé sur la mesure de la différence de temps de réception d'un signal radio-électrique provenant d'une source naturelle extragalactique (quasar), galactique (radio-étoile) ou encore artificielle (sonde). Ces mesures sont enregistrées à partir de deux radiotélescopes éloignés (typiquement, plusieurs milliers de kilomètres).

- le système NAVSTAR/GPS (NAVigation by Timing And Ranging/Global Positioning system) souvent appelé GPS.

Ce système de géodésie spatiale plus récent, puisqu'il n'est encore qu'en phase préopérationnelle, possède la spécificité de pouvoir fournir plusieurs types différents de mesures (temps de propagation de signaux radio-électriques "code" et "phase" sur une ou deux fréquences). Un des buts de ce travail est d'explicitier les différents types de mesures réalisables et surtout les différents modes de traitement de ces données. Pour cela, nous

nous sommes limités au cas le plus précis pour la géodésie qui concerne la localisation différentielle ou positionnement relatif (détermination de la différence de coordonnées tridimensionnelles  $DX$ ,  $DY$ ,  $DZ$  entre deux points dans un système géodésique mondial de précision). Dans le cadre de ces études, un logiciel de recherche, appelé GDVS (Géodésie par mesures de Distances et Variations de distances sur Satellites), a été développé pour étudier ces différents aspects.

Après une brève présentation générale du système GPS, ce document comporte en trois parties: la modélisation physique des différentes mesures du système GPS, les différentes méthodes de traitement des données dans le cas du positionnement statique (les deux points sont des points fixes) et , enfin, la localisation précise d'un récepteur mobile par rapport à un récepteur fixe et les applications potentielles de cette technique du positionnement cinématique de précision.

<p style="text-align: center;">CHAPITRE I</p> <p style="text-align: center;">PRESENTATION DU SYSTEME GPS</p>
--

Avant d'aborder l'essentiel de cette étude, il convient de faire un bref rappel sur le système GPS: ses buts, ses principes et ses potentialités concernant la localisation relative appliquée à la géodésie.

### I.1) Buts du système: historique

Dans le courant des années 60, le Département de la Défense Américain (DoD) a cherché à imaginer un nouveau système militaire de navigation plus performant afin de remplacer à terme le système TRANSIT/NNSS (système qui sera appelé à disparaître progressivement). Les spécifications essentielles qui ont imposé la dimension de l'effort à entreprendre à l'époque étaient les suivantes: ce système devait remplir toutes les conditions d'un système militaire (résistance aux tentatives de destruction et de brouillage intentionnel,...) et permettre, à tout instant, en tout endroit de la surface terrestre et de son environnement immédiat, de fournir à un utilisateur (fixe ou mobile) sa position et sa vitesse dans un système de référence mondial ainsi qu'une information de temps.

Dès 1978, les premiers satellites GPS prototypes ont été lancés sur orbite et ont pu être utilisés en vraie grandeur. Ce système est en partie déclassifié et peut être utilisé pour des applications civiles. Bien qu'étant au départ un système de navigation, de nombreux auteurs ont déjà démontré ses potentialités dans le domaine de la géodésie (GOAD et al, 1984; BEUTLER, 1986; WELLS et al, 1986).

Pour décrire commodément ce système de géodésie spatiale, il est habituel de le décomposer en trois entités distinctes: le segment spatial (les satellites), le segment de contrôle et le segment utilisateur.

## I.2) Le segment spatial

### I.2.1) Les satellites

Une des spécificités importante du système GPS est le dimensionnement important de ce projet spatial: à terme, la constellation des satellites GPS comportera en permanence 21 satellites ( + 3 satellites actifs de secours). Si l'on compare avec d'autres systèmes de géodésie spatiale (système TRANSIT/NNSS: 7 satellites, système Laser satellite: 3 satellites géodésiques + de nombreux satellites à buts océanographiques), on mesure mieux les efforts que les militaires américains vont devoir déployer, dans les années à venir, pour aboutir au système GPS complet.

Rem: Le nombre des satellites GPS a été augmenté récemment. Les premières études prévoyaient une constellation de 21 satellites (18 satellites + 3 satellites de secours). Actuellement, la configuration nominale des satellites GPS comporte 24 satellites (21 satellites + 3 satellites de secours).

La durée de vie de ces satellites étant estimée à 7,5 ans (MTBF), cela signifie, qu' en moyenne tous les 7 à 8 ans, le DoD devra relancer une nouvelle constellation de satellites.

Ces satellites, d'une masse d'environ 900 kg, seront placés sur une orbite quasi-circulaire, à une altitude d'environ 20 000 km (période de 12 heures sidérales), et seront disposés sur 6 plans dans l'espace faisant un angle de 55° avec le plan équatorial (figure 1).

Ce nombre important de satellites est dû à la contrainte principale du système (navigation instantanée, universelle et continue) qui impose d'avoir, en tout point du globe, à tout instant, au moins 4 satellites en visibilité (§ I.4.1). Le tableau 1 montre les dates prévisionnelles (au 1er Janvier 1989) des prochains lancements de satellites GPS (GPS Bulletin). Actuellement huit satellites expérimentaux ("block I") sont utilisables. Trois satellites opérationnels ("block II") ont déjà été lancés en 1989 et devraient bientôt être déclarés utilisables par le DoD.

Les fonctions que doivent assurer ces satellites GPS sont les suivantes:

- maintenir une échelle de temps très précise: c'est un des points cruciaux du système et l'un des points technologiques parmi les plus difficiles à réaliser. Pour atteindre ce but, deux horloges au césium et deux horloges au rubidium sont embarquées à

Figure 1

La future constellation opérationnelle  
des satellites GPS

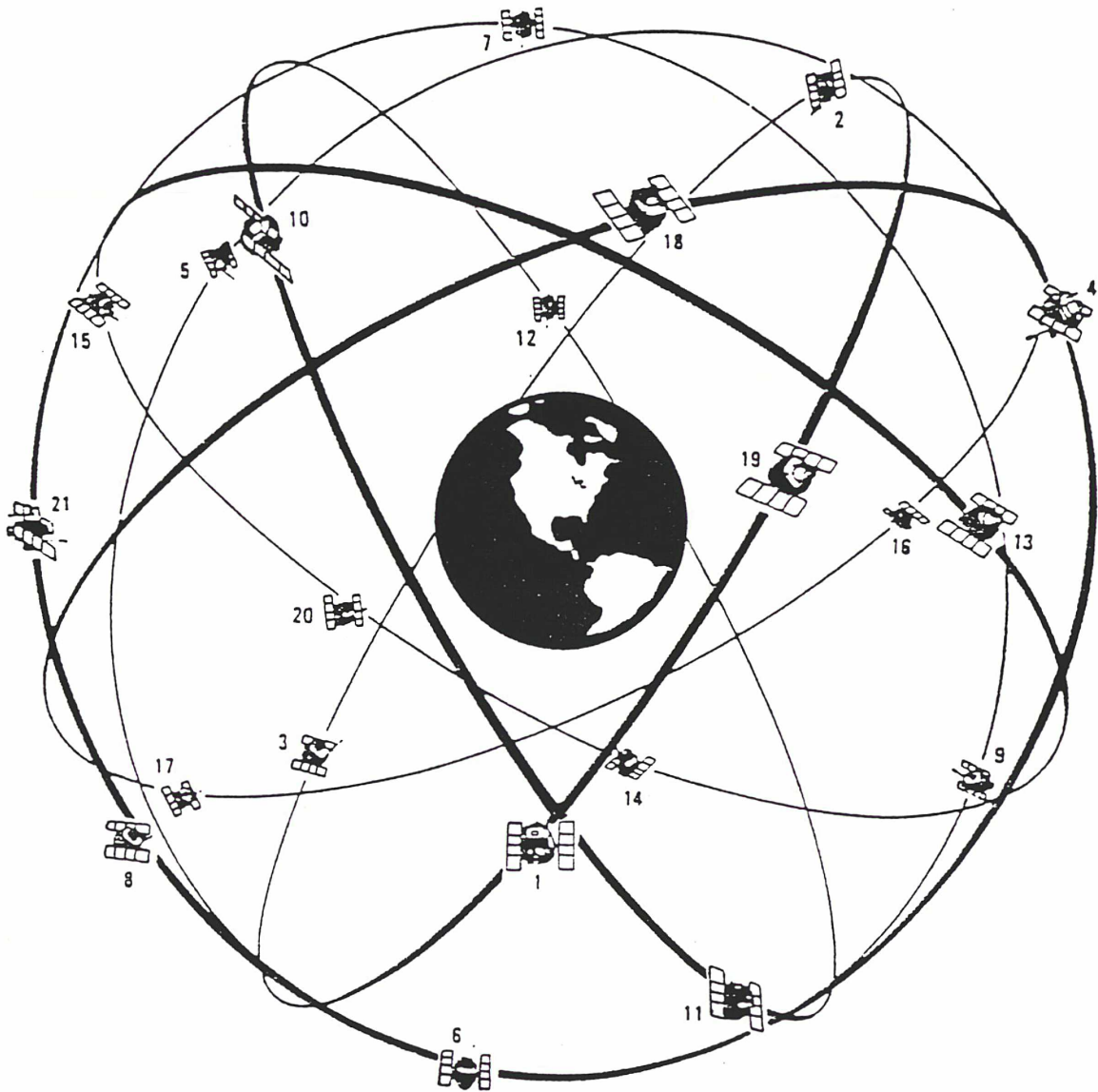
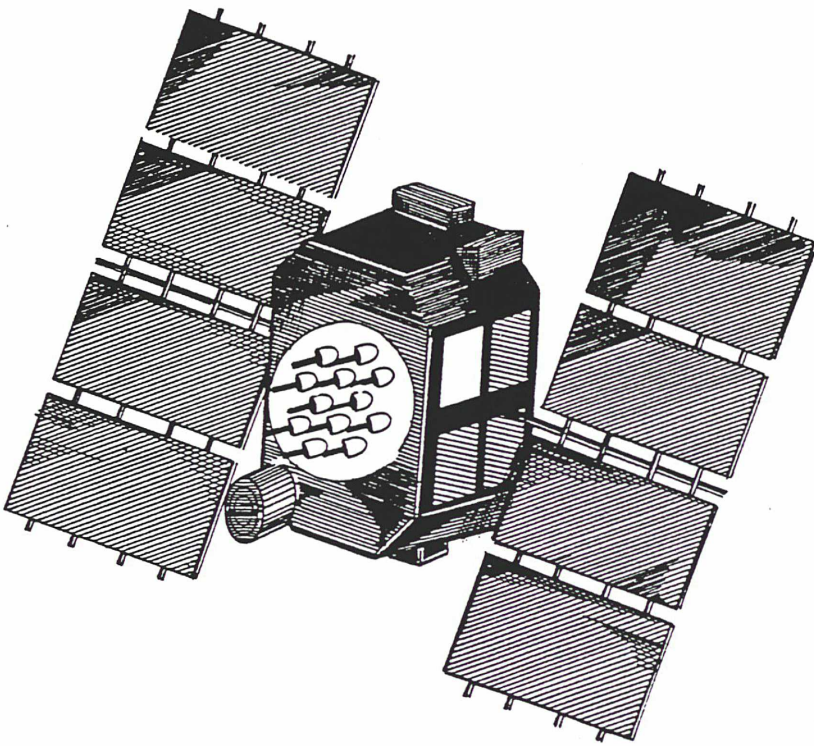


Figure 2  
Description du satellite GPS



n° SV du satellite	n° PRN du satellite	date de lancement
1	14	février 89
2	13	mai 89
3	16	juin-octobre 89
4	17	juin-octobre 89
5	18	juin-octobre 89
6	19	juin-octobre 89

n° SV du satellite	n° PRN du satellite	date de lancement
7	20	novembre-décembre 90
8	21	janvier 90
9	15	mars 90
10	22	juin 90
11	23	août 90
12	24	septembre 90

n° SV du satellite	n° PRN du satellite	date de lancement
13	25	novembre 90
14	26	janvier 91
15	27	mars 91
16	28	avril 91
17	29	juin 91
18	30	août 91

n° SV du satellite	n° PRN du satellite	date de lancement
19	31	octobre 91
20	32	janvier 92
21	33	avril 92
22	34	juillet 92

n° SV du satellite	n° PRN du satellite	date de lancement
23	35	octobre 92
24	36	janvier 93
25	37	avril 93
26	38	juillet 93

n° SV du satellite	n° PRN du satellite	date de lancement
27	39	janvier 94
28	40	juillet 94

Tableau 1  
Dates prévisionnelles de lancement des satellites block II  
du système GPS

Rem: Dans le cas du système GPS, il existe une double numérotation des satellites: Les numéros "SV" correspondent au numéro de lancement des satellites (c'est la numérotation recommandée par le Dod dans ses documents d'interface. Les numéros "PRN" correspondent à la numérotation utilisée dans les messages radio-diffusés par les satellites (c'est la numérotation adoptée dans les faits par les différents utilisateurs du système.



bord de chaque satellite (le temps du satellite étant défini à partir de l'une puis l'autre de ces horloges, en fonction des pannes successives).

- émettre deux signaux ultra-stables en fréquence, modulés en phase par des codes pseudo-aléatoires sur les deux fréquences spécifiques du système:  $L1 = 1,57542$  GHz et  $L2 = 1,22760$  GHz.

- recevoir et stocker l'information provenant du segment de contrôle.

- effectuer des manoeuvres orbitales limitées (grâce à de petites fusées d'appoint), en fonction des ordres du segment de contrôle: par exemple, une de ces manoeuvres possible consiste à remplacer sur son orbite un satellite défaillant par l'un des satellites de secours.

- effectuer à bord des calculs limités (microprocesseur).

- retransmettre de l'information au sol (message).

### I.2.2) Le message GPS

Sur les deux fréquences  $L1$  et  $L2$  est modulé un code particulier qui, lorsqu'il peut être décodé (ce qui est toujours le cas puisque ce code est déclassifié), fournit ce que l'on appelle le message des satellites.

Ce message se compose des éléments suivants d'information:

- prévision de l'orbite des satellites, provenant du segment de contrôle, afin de permettre aux utilisateurs d'effectuer des calculs de navigation en temps réel.

- information concernant la qualité des horloges des différents satellites et modèle de développement polynomial du comportement de ces horloges.

- information d'ordre général sur le système (dont les coefficients d'un modèle mondial de correction ionosphérique qui sera détaillé dans le chapitre II).

Rem: Ce message provient du segment de contrôle et peut donc être modifié volontairement afin de dégrader sciemment les performances du système en temps réel.

### I.2.3) Les codes pseudo-aléatoires

Sur les deux porteuses L1 et L2 sont modulés des codes pseudo-aléatoires notés C/A, P et, éventuellement, Y. Le tableau 2 montre l'absence ou l'existence de ces codes en fonction des deux fréquences ainsi que leurs principales caractéristiques.

nature du code pseudo-aléatoire	caractéristiques du code	fréquence L1 L1=1,57542 GHz	fréquence L2 L2=1,22460GHz
message	f=50 Hz	oui	oui
code C/A	f=1.023 MHz T=1 ms	oui	non <i>oui (en opt" sur L2)</i>
code P	f=10,23 MHz T=267 jours	oui	oui
code Y	classifié classifié	éventuellement	éventuellement

**Tableau 2**

Caractéristiques des codes pseudo-aléatoires sur les deux fréquences L1 et L2 du système GPS.

f est la fréquence du code

T est la durée de la séquence de répétition du code

Le codage correspond à une inversion éventuelle de phase (figure 3). Cet évènement précis est appelé "transition de code".

### I.3) Le segment de contrôle

Le segment de contrôle est l'ensemble des cinq stations au sol américaines (Hawaï, Colorado Springs, Ascencion, Diego Garcia, Kwajalein), représentées sur la figure 4, qui pilotent directement le système GPS.

Les fonctions principales du segment de contrôle sont les suivantes:

- posséder un récepteur GPS permettant d'enregistrer les signaux GPS sur les deux fréquences.

- effectuer sur le site des mesures météorologiques (température, pression, humidité).

Figure 3

Technique de modulation de la phase GPS  
par code pseudo-aléatoire

Codage (inversion de phase)

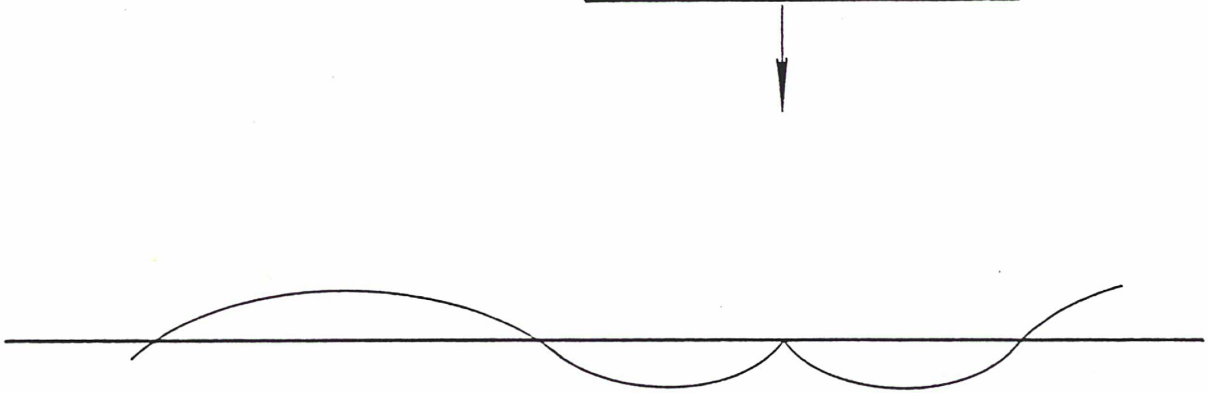
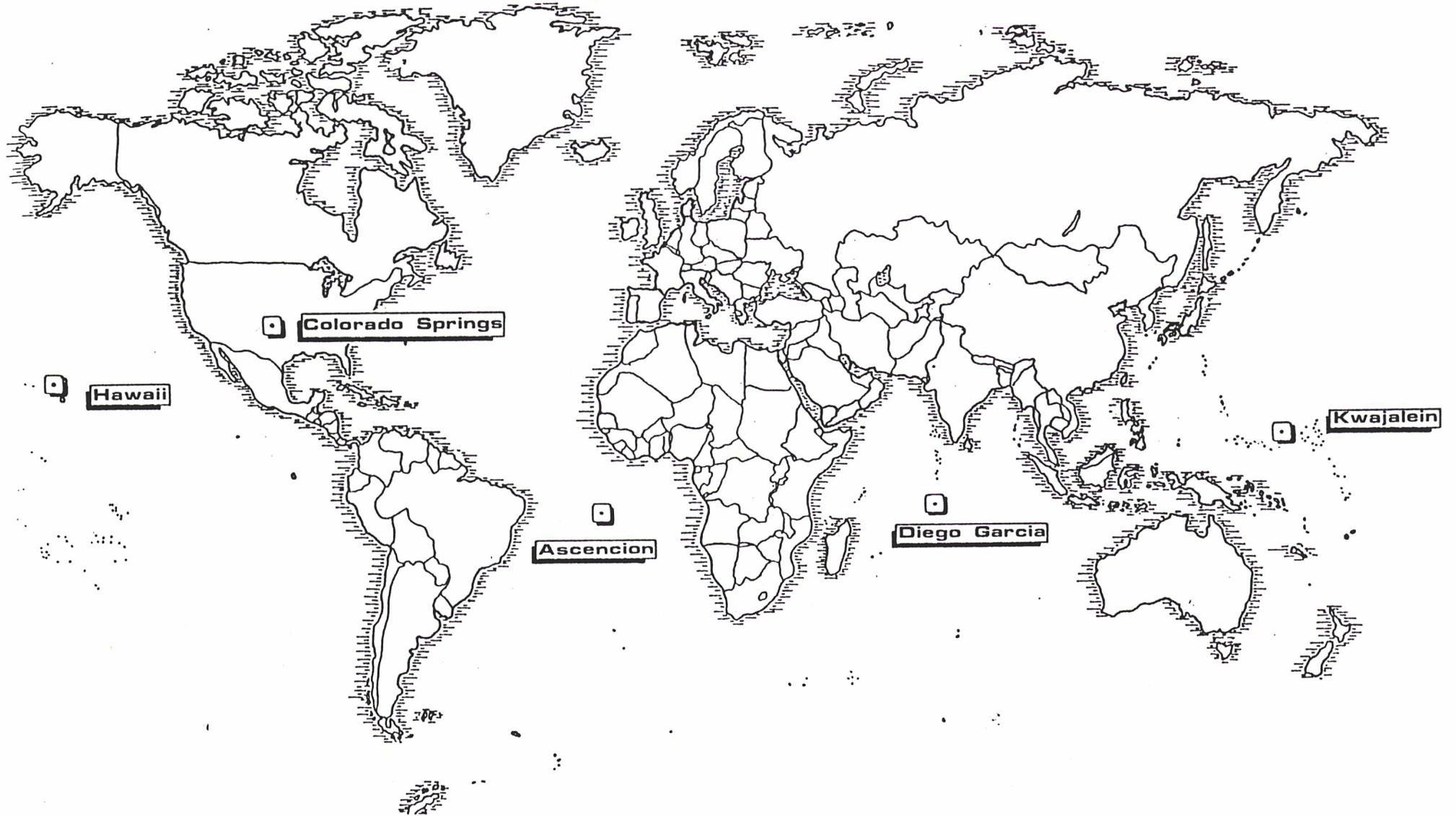


Figure 4

Le segment de contrôle du système GPS



- calculer et prédire les éphémérides des satellites ainsi que les coefficients des paramètres du polynôme d'horloge (pour Colorado Springs uniquement).

- envoyer les informations du message GPS aux satellites (uniquement Ascencion, Diego Garcia et Kwajalein).

#### I.4) Le segment utilisateur

Le segment utilisateur représente l'ensemble des utilisateurs civils et militaires du système GPS: c'est-à-dire toute personne possédant un récepteur adapté. Ces récepteurs peuvent enregistrer sur une ou deux fréquences (L1 et/ou L2) deux types de mesures: les pseudo-distances et les phases.

Un récepteur est appelé récepteur géodésique s'il peut enregistrer les mesures de phases GPS (mesures les plus précises) sur l'une, au moins, des deux fréquences.

##### I.4.1) Les mesures de pseudo-distances

Pour effectuer une mesure de pseudo-distance, il faut pouvoir disposer d'un récepteur qui génère un signal, proche en fréquence des signaux GPS, et modulé par un au moins des codes pseudo-aléatoires du système.

On effectue, au sein même de l'électronique du récepteur, une corrélation entre le signal généré par le récepteur et le signal reçu. Le maximum de corrélation correspond à une transition de code (figure 3) qui permet de déterminer sans ambiguïté le temps d'émission  $t_s^e$  de cet événement (dans l'échelle de temps du satellite). Il suffit alors de noter le temps affiché par l'horloge du récepteur, généralement un quartz de bonne qualité, pour déterminer le temps de réception  $t_r^e$  de cette transition de code particulière (dans l'échelle de temps du récepteur). On dispose donc d'une mesure non ambiguë du temps de propagation du signal (code), pour un événement très bien défini (transition de code particulière). Ce temps de propagation est un terme de propagation biaisé (déterminé à une constante près) car il comporte un terme dû au décalage d'horloge inévitable entre l'horloge du récepteur et celle du satellite.

Généralement, les récepteurs permettent d'enregistrer simultanément les mesures de pseudo-distances sur plusieurs satellites. Ceci est un avantage important car la constellation des satellites GPS est telle qu'il existe partout au moins quatre

satellites en visibilité d'un point quelconque de la Terre. Ceci peut être réalisé soit en parallèle par un récepteur multi-canal (tous les pseudo-distances des différents satellites sont mesurées simultanément, un canal électronique de mesure étant affecté à chaque satellite) soit de manière séquentielle par un récepteur de type "fast-switching" ou "low-switching" (les pseudo-distances des différents satellites sont mesurées les unes après les autres, de manière plus ou moins rapide, sur un ou plusieurs canaux électroniques de mesure).

Le récepteur identifie les signaux des différents satellites les uns par rapport aux autres en utilisant le fait que les décalages Doppler, dépendant de la vitesse radiale du satellite, sont tous différents. Il suffit donc de rechercher le signal dans une fenêtre de fréquences spécifique.

En fait, comme nous le verrons plus loin (§ II.2), la simultanéité des mesures peut être réalisée de plusieurs manières différentes, suivant le type de récepteur utilisé.

La précision des mesures de pseudo-distances est de l'ordre de plusieurs dizaines de centimètres, suivant le type de récepteur considéré, à l'exception du nouveau récepteur SNR 8 (développé par Osborne sur des spécifications techniques du JPL) qui permet d'effectuer des mesures de pseudo-distances précises (environ 10 cm).

#### I.4.2) Les mesures de phase GPS

La mesure de phase GPS correspond à la différence de la phase de battement entre le signal émis par le satellite et le signal généré au sein du récepteur (à fréquence voisine, décalée de quelques dizaines de KHz).

Cette mesure de phase est une mesure ambiguë car on ne peut mesurer que la partie décimale de la phase. La partie entière de la phase de battement (nombre de cycles complets) est une inconnue. En fait, on dispose de plus d'un compteur de tours qui permet de mesurer exactement le nombre de cycles entiers de la phase qui se sont écoulés depuis la dernière mesure de phase. Ce nombre est relativement petit puisque la phase de battement n'est que de quelques KHz. Pour la phase brute GPS cette mesure serait technologiquement impossible puisque la fréquence est de l'ordre du GHz (en 1s, le compteur de tours doit avoir détecté un milliard de tours).

On peut donc écrire que:

$$\Phi(t) = \varphi(t) + N(t) + K \quad (I.1)$$

Equation dans laquelle,  $\Phi(t)$  est la phase de battement GPS,  $\varphi(t)$  la mesure de la partie décimale de la phase,  $N(t)$  le nombre de tours écoulés depuis la première mesure (mesuré par le compteur de tours) et  $K$ , l'inconnue entière de la première mesure. Cette dernière inconnue est appelée ambiguïté entière. Nous verrons, dans la suite de ce travail, toute l'importance que l'on peut tirer du fait que ce paramètre n'est pas quelconque et qu'il ne peut prendre que des valeurs entières ( $K \in \mathbb{N}$ )

Rem: Par abus de langage, on appelle couramment mesure de phase GPS la somme des deux termes  $\varphi$  et  $N$ , mesurés par le récepteur.

En fait, l'équation (I.1) n'est pas toujours vérifiée. Lorsque , pour une raison ou pour une autre, le compteur de tours s'arrête (arrêt des enregistrements dû à un mauvais fonctionnement du récepteur ou dû à la présence d'un masque radio-électrique entre le satellite GPS et le récepteur), le raisonnement précédent n'est plus valable. L'inconnue  $K$  est différente et prend une nouvelle valeur  $K'$  à partir de cette époque. Pour des raisons qui seront exposées dans les chapitres suivants, il est plus commode d'introduire un saut de cycle  $S$ , tel que  $S = K' - K$ .

On a donc, avec ces nouvelles conventions:

$$\Phi = \Phi_{\text{mesuré}} + K \quad \text{avant le saut de cycle} \quad (I.2)$$

$$\Phi = \Phi_{\text{mesuré}} + K' \quad \text{après le saut de cycle}$$

Ce qui équivaut à:

$$\Phi = \Phi_{\text{mesuré}} + K \quad \text{avant le saut de cycle} \quad (I.3)$$

$$\Phi = \Phi_{\text{mesuré}} + K + S \quad \text{après le saut de cycle}$$

L'ambiguïté entière  $K$ , définie comme celle de la première mesure conserve une signification toujours identique pour toutes les mesures du passage du satellite. Dans le cas où plusieurs sauts de cycles consécutifs ( $S_i$ , pour  $i=1$  à  $n$ ) seraient présents dans les données, il faudrait remplacer le saut de cycle  $S$  de

l'équation (I.3) par  $\sum_{i=1}^p S_i$ .

La mesure de phase est la mesure la plus précise car il est technologiquement facile de mesurer la partie décimale d'une phase avec une précision de  $5 \times 10^{-3}$  cycles (soit environ 1 mm, puisque les fréquences sont de l'ordre du GHz). Néanmoins, c'est une mesure ambiguë puisque la constante K n'est pas mesurable directement.

La mesure de phase peut être effectuée, soit par un récepteur à code (permettant de mesurer aussi des pseudo-distances), soit par un récepteur sans code. Ces derniers types de récepteurs utilisent le fait qu'une transition de code correspond à une interversion éventuelle de sens de la porteuse (multiplication du signal par coefficient + 1 ou - 1). Lorsque l'on multiplie donc ce signal par lui-même (avec éventuellement un décalage en temps multiple de la transition), on annule donc l'effet du code.

Néanmoins, cette technologie, appelée "codeless" pour des raisons évidentes, à le double inconvénient de dégrader le bruit de la mesure (SNR) et aussi de diminuer, d'un facteur 2, la longueur d'onde du signal.

En effet:

$$2 \cos^2 \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) = 1 + \cos \left( 2 \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \right) = 1 + \cos \left( 2\pi \frac{x}{\left( \frac{\lambda}{2} \right)} \right) \quad (\text{I.4})$$

#### I.4.3) Exemples de récepteurs géodésiques

De nombreux récepteurs géodésiques existent actuellement sur le marché. Nous ne pouvons en donner ici une liste exhaustive. Néanmoins, afin que le lecteur puisse se faire une idée sur la grande diversité de leurs fonctionnements, nous présentons, dans le tableau 3, quelques exemples de ces récepteurs.

#### I.5) Contraintes d'utilisation du système GPS

Le système GPS, système entièrement développé par les militaires américains, présente certaines informations classifiées et aussi certaines limites d'utilisation pour la communauté scientifique internationale. Nous décrivons ici les principales contraintes qui existent pour les applications civiles du GPS.



nom du récepteur	nom du fabricant	type du récepteur	mesures effectuées
NR52	Sercel	mono-v parallèle 5 satellites	psd C1 phase L1
TI 4100	Texas Instr.	bi-v parallèle 4 satellites	psd P1 et P2 phase L1 et L2
WM 102	Wild Magnavox	bi-v parallèle 6 satellites	phase L1 et L2
4000 SLT	Trimble Nav.	bi-v parallèle 6 satellites	psd C1 phase L1 et L2
Ashtech XII L	Ashtech	bi-v parallèle tous les satellites	psd C1 phase L1 et L2
ROGUE SNR 8	Osborne	bi-v parallèle 8 satellites	psd C1, P1 et P2 phase L1 et L2

Tableau 3

Exemples de récepteurs GPS géodésiques du système GPS

psd = mesure de pseudo-distance

phase = mesure de phase de battement

### I.5.1) Accès sélectif (SA)

L' accès sélectif ("Selective Availability" ou SA) est une dégradation volontaire du système GPS qui sera appliquée sur tous les satellites "block II" (constellation opérationnelle). Elle a pour but de fournir deux types de services de localisation: le PPS (service précis), qui ne sera accessible qu'aux utilisateurs autorisés (militaires américains et certains grands organismes américains), et le SPS (service dégradé), qui sera accessible à tous les utilisateurs et dont la précision en mode navigation sera dégradée (jusqu'à 100 mètres).

La nature même de cette dégradation est, bien entendu, inconnue, mais on peut envisager plusieurs types de dégradation possibles:

- dégradation des éléments du message radio-diffusé (éphéméride des satellites, modèles d' horloges des satellites, paramètres du modèle global de correction ionosphérique)

- dégradation volontaire des performances des oscillateurs des satellites: ajout d'un déphasage complémentaire classifié à la phase de l'oscillateur. Ce déphasage est entièrement déterministe. Les utilisateurs militaires pourront donc l'éliminer entièrement par calcul. Les utilisateurs civils, qui ne disposeront pas de la connaissance de cette loi de déphasage, constateront un bruit supérieur sur les performances des oscillateurs des satellites GPS.

Tout ceci n'est qu'une spéculation. Néanmoins, on peut penser que, le but du SA étant simplement de dégrader les applications civiles de navigation en temps réel, il sera possible de retrouver par des post-traitements adaptés les précisions géodésiques du système pré-opérationnel actuel (en temps différé).

### I.5.3) Anti-brouillage (AS)

L' anti-brouillage ("Anti Spoofing" ou AS) est une autre dégradation volontaire du système GPS. Cette dégradation est destinée, quant à elle, à éviter le brouillage volontaire du système GPS par un utilisateur GPS qui renverrait en léger différé un signal proche du GPS (en fréquence et en code). Il consiste à rajouter un code au code P, qui devient alors code Y, sur les deux fréquences (L1 et L2) du système GPS.

En cas d' Anti-Brouillage, il sera donc impossible aux

utilisateurs civils qui ne connaissent pas le code Y (code classifié) d'effectuer des mesures précises de pseudo-distances sur la fréquence L2 et d'effectuer des mesures de phases sur la fréquence L2 (sauf si l'on dispose d'un récepteur "codeless" qui n'a pas besoin de générer le code).

On peut néanmoins penser que, sauf pour des tests ponctuels, l'Anti-Brouillage ne sera activé qu'en cas de crise mondiale grave.

On voit donc que les limitations du système GPS concerne principalement les applications en temps réel (navigation) et concerne peu les applications géodésiques (qui peuvent se contenter d'un calcul en temps différé). Seule, une crise mondiale grave pourrait empêcher l'utilisation géodésique du GPS.

CHAPITRE II

MODELISATION PHYSIQUE DES MESURES GPS

Afin de bien en préciser les limites actuelles, il nous a paru utile de détailler ici les modèles physiques des mesures GPS utilisés dans ce travail, en explicitant les notations et surtout les hypothèses sous-jacentes utilisées ainsi que les approximations. Cette démarche est très rarement adoptée, à l'exception de quelques auteurs (SOVERS, 1987), et les équations utilisées par les quelques logiciels de traitement des mesures de phase GPS ne sont souvent que des équations approchées, adaptées à un seul type de récepteur. Nous avons voulu montrer qu'il existe une modélisation physique des mesures indépendante du type de récepteur et que cette modélisation pourra être facilement utilisée pour des développements futurs (calcul d'orbite, contraintes stochastiques sur certains paramètres à estimer,...).

### II.1) Les échelles de temps

Trois échelles de temps co-existent dans le cas du GPS:

- $t$ : le temps (temps absolu dans l'hypothèse de la dynamique Newtonienne ou temps-coordonnée dans l'hypothèse de la relativité, dans un système local géocentrique). Cette variable est utilisée dans les équations de la dynamique pour dater les événements en absolu (en particulier les mesures). C'est un temps mesuré par une horloge parfaite située sur le géoïde (BOUCHER, 1989)

- $t_g$ : le temps exprimé dans l'échelle de temps du récepteur G. C'est un temps mesuré par l'horloge du récepteur G (temps propre dans le cadre de la relativité).

- $t_s$ : le temps exprimé dans l'échelle de temps du satellite S. C'est un temps mesuré par l'horloge du satellite S (temps propre dans le cadre de la relativité).

Ces trois échelles de temps peuvent être reliées entre elles par un développement polynomial complété d'un terme stochastique différent à chaque époque (terme dont le caractère stochastique est à définir, en fonction du comportement de l'horloge) et de termes relativistes éventuels.

Dans le cas de l'instant de réception du signal (noté  $t^r$ ) et de l'instant d'émission (noté  $t^e$ ), on peut écrire les équations suivantes, exprimées dans l'échelle de temps absolu:

$$t^r = t_G^r + A_G + B_G (t_G^r - t_G^0) + C_G (t_G^r - t_G^0)^2 + \epsilon_G (t^r) \quad (\text{II.1})$$

$$t^e = t_S^e + A_S + B_S (t_S^e - t_S^0) + C_S (t_S^e - t_S^0)^2 + \epsilon_S (t^e) + \Delta t_{re1} \quad (\text{II.2})$$

Ces deux équations constituent les équations d'horloge du récepteur G et du satellite S. On appelle paramètres d'horloge du récepteur G (resp. du satellite S) les termes  $A_G, B_G, C_G$  (respectivement  $A_S, B_S, C_S$ ). Ce développement polynomial représente physiquement une désynchronisation, une différence en fréquence par rapport à sa valeur nominale et une dérive en fréquence (due au vieillissement de l'oscillateur).

Dans le cas de l'horloge du satellite, il faut tenir compte en plus, du terme relativiste sur le temps (BOUCHER, 1985):

$$\Delta t_{re1} = F e \sqrt{a} \sin(E) \quad (\text{II.3})$$

équation dans laquelle:

F vaut  $-4,4428 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-\frac{1}{2}} \text{ s}$

e est l'excentricité de l'orbite

a est le demi-grand axe de l'orbite

E est l'anomalie excentrique

Ce terme, qui ne doit pas être confondu avec le terme relativiste de l'équation (II.4), est dépendant de l'excentricité de l'orbite du satellite. Dans le cas idéal d'une orbite parfaitement circulaire, ce terme serait nul.

Il existe, de plus, une autre équation, dite équation de propagation, qui lie les instants d'émission du signal (code ou phase) aux instants de réception, dans l'échelle de temps absolu:

$$t^r = t^e + \frac{\rho}{c} + \frac{\Delta \rho_{tropo}}{c} + \frac{\Delta \rho_{iono}}{c} + \frac{\Delta \rho_{rel}}{c} + \theta_{G,S} + \theta_S \quad (\text{II.4})$$

équation dans laquelle:

$c$  est la vitesse de la lumière dans le vide.

$\rho$  est la distance géométrique entre le centre de phase du satellite (à l'instant d'émission du signal) et le centre de phase du récepteur (à l'instant de réception), dans le même système de référence géocentrique non tournant.

Rem: Lorsque les coordonnées du récepteur et du satellite sont exprimées dans un système terrestre tournant (ce qui est souvent le cas), il faut, bien entendu, tenir compte de la correction d'aberration diurne.

$\Delta\rho_{\text{tropo}}$  est l'allongement du trajet radio-électrique, exprimé en mètres, dû à la traversée du milieu troposphérique. Cette correction est la même pour le code et la phase du signal (milieu non dispersif). Elle peut être:

- soit calculée à partir de modèles (HOPFIELD, 1968; MARINI, 1971; AZOULAY, 1976; BERADA-BABY, 1971),
- soit mesurée partiellement à l'aide de radiomètres à vapeur d'eau (WVR), appareils actuellement encore très coûteux qui ne mesurent que la composante humide de ce terme (partie la plus difficile à modéliser),
- soit modélisée au moment de la résolution des équations de mesures en imposant un caractère stochastique supplémentaire sur cette variable (bruit blanc, marche aléatoire,...), comme ce qui est déjà fait pour d'autres techniques de géodésie spatiale comme pour le VLBI, par exemple.

$\Delta\rho_{\text{iono}}$  est l'allongement du trajet radio-électrique, exprimé en mètres, dû à la traversée du milieu ionosphérique. Cette correction est la même en valeur absolue pour le code et la phase et est de signe opposé (milieu dispersif). De plus, la valeur de cet allongement est inversement proportionnel au carré de la fréquence du signal (§ II.4). Cette correction peut être:

- soit calculée à partir de modèles globaux (modèle global radio-diffusé par les satellites, modèle de BENT),
- soit déduite des mesures sur les deux fréquences du système GPS (§ II.4.2 et § II.4.3).
- soit calculée à partir de modèles régionaux obtenus à partir des mesures d'un autre système satellitaire de géodésie comme le TRANSIT/NNSS ou DORIS dans le futur (PETIT, 1987; BELEBNA, 1989).

Rem: Par convention,  $\Delta\rho_{\text{iono}}$  représente le retard correspondant au code ( $\Delta\rho_{\text{iono}} > 0$ ).

$\Delta\rho_{rel}$  est le terme de relativité sur la distance que l'on peut écrire sous la forme suivante (BOUCHER, 1985):

$$\Delta\rho_{rel} = (1+\gamma) \frac{\mu}{c^2} \text{Log} \left( \frac{r_E^e + r_R^r + \rho}{r_E^e + r_R^r - \rho} \right) \quad (\text{II.5})$$

équation dans laquelle:

$\mu$  est la constante géogravitationnelle.

$\gamma$  est un paramètre relativiste ( $\gamma=1$ ).

$r_E^e$  est la distance du satellite (à l'instant d'émission) au centre des masses de la Terre.

$r_R^r$  est la distance du récepteur (à l'instant de réception) au centre des masses de la Terre.

Rem: ce terme correctif provient de la courbure gravitationnelle due à la Terre.

$\theta_{G,S}$  est le retard électronique (groupe ou phase, suivant le type de mesure considéré) du récepteur pour le canal affecté au satellite.

$\theta_S$  est le retard électronique (groupe ou phase) du satellite.

Rem: Les termes de retard électronique sont étalonnés avant et après chaque session de mesures GPS en affectant un même satellite sur tous les canaux simultanément. Les mesures enregistrées diffèrent alors uniquement à cause de ces termes de retard. On mesure ainsi, par différence, les retards électroniques relatifs entre les différents canaux. Pour obtenir la valeur absolue de ce retard électronique, il faudrait déterminer cette valeur dans un laboratoire équipé en conséquence. De plus, certains récepteurs récents (ex. ASHTECH) imposent dans les spécifications de leur matériel que tous ces retards soient identiques ( $\theta_{G,S} = 0$ ).

## II.2) Les pseudo-distances

La mesure de pseudo-distance GPS notée R ("range"), est la différence entre le temps de réception (dans l'échelle de temps du récepteur) et du temps d'émission du code (dans l'échelle de temps du satellite), exprimée en mètres:

$$R = c (t_G^r - t_S^e) \quad (\text{II.6})$$

En utilisant les équations d'horloges (II.1), (II.2) et l'équation de propagation (II.3), on obtient la nouvelle équation (II.7) qui exprime la pseudo-distance par rapport à l'échelle de

temps récepteur uniquement (ce qui est une quantité directement mesurable) (WILLIS et al, 1985):

$$R = \rho + \Delta\rho_{tropo} + \Delta\rho_{iono} + \Delta\rho_{rel} - cK_G - c\Delta t_{SV} + c\theta_{G,S} + c\theta_S \quad (\text{II.7})$$

Avec les notations suivantes:

$$K_G = A_G + B_G(t_G^r - t_G^0) + C_G(t_G^r - t_G^0)^2 \quad (\text{II.8})$$

$K_G$  est le terme d'horloge récepteur

$$\Delta t_{SV} = -A_S - B_S(t_S^e - t_S^0) - C_S(t_S^e - t_S^0)^2 + \Delta t_{rel} \quad (\text{II.9})$$

$\Delta t_{SV}$  est le terme d'horloge satellite

$\Delta t_{rel}$  est le terme relativiste défini dans l'équation (II.3)

$\theta_{G,S}$  est le terme de retard électronique pseudo-distance du récepteur pour le canal affecté à la poursuite du satellite S. Ce terme est une constante du récepteur. Seule la différence des calibrations entre les canaux est utile car tout terme constant sera indiscernable du terme constant de l'horloge récepteur.

$\theta_S$  est le terme de retard électronique pseudo-distance du satellite.

Rem: Le message radio-diffusé fournit les constantes d'horloge des satellites GPS (paramètres du modèle de développement polynomial) avec les notations usuelles suivantes (ROCKWELL, 1984):

$$af_0 = -A_S, af_1 = -B_S, af_2 = -C_S, t_{oc} = t_S^0, TGD = \theta_S \quad (\text{II.10})$$

On voit donc, à partir de l'équation (II.7), que la pseudo-distance est une mesure de distance du satellite (émetteur) à la station au sol (récepteur), distance biaisée par les termes de propagation et les termes d'horloge; ce qui explique l'appellation de "pseudo-distance".

Cette mesure ne peut être effectuée que par des récepteurs générant le(s) code(s) GPS puisqu'elle est obtenue en corrélant le signal reçu provenant du satellite avec le signal généré par le récepteur. Il sera donc impossible de la réaliser dans l'avenir, pour la fréquence L2 (1,275 GHz) pendant une période d'anti-brouillage (§ I.5.2).

Elle peut être réalisée par le récepteur GPS de deux manières différentes:



- simultanéité au niveau de la réception: à une même époque de réception, les mesures sont faites simultanément sur tous les satellites. On mesure donc les temps d'émission  $t_S^e$ , dans l'échelle de temps des satellites. C'est le cas le plus fréquent (TI 4100, Trimble, Rogue, ...).

- simultanéité au niveau de l'émission: pour une même transition de code GPS (correspondant donc à une simultanéité d'émission du signal par les satellites GPS), on mesure la pseudo-distance par la détermination du temps de réception. On mesure donc en fait des temps de réception  $t_R^r$ . C'est le cas de quelques récepteurs (SerCel, Ashtech). Les temps de parcours satellite-récepteur étant différents pour chaque satellite, il n'y a donc plus de simultanéité des mesures de pseudo-distances à la réception.

Rem: La modélisation, présentée ci-dessus, reste applicable, bien évidemment, dans les deux cas de figure. Jusqu'à présent des données SERCEL et des données Texas Instruments ont été traitées avec le logiciel GDVS, sans modification du code FORTRAN. D'autres mesures provenant de récepteurs différents seront traitées dans un avenir proche.

La mesure de pseudo-distance est une mesure non ambiguë, qui ne peut être mesurée, actuellement qu'avec des précisions de quelques dizaines de centimètres. En effet, on recherche un pic de corrélation entre les deux signaux (reçu et généré) et ce maximum de corrélation est difficile à déterminer plus précisément. Seul le nouveau récepteur ROGUE, développé par le JPL, permet d'effectuer des mesures de pseudo-distances plus précises (environ 10 cm), en utilisant explicitement la connaissance du code P.

### II.3) Les phases GPS

La mesure de phase GPS est la différence de la phase émise par le satellite et la phase générée par le récepteur à une fréquence proche de celle(s) du GPS (fréquences L1 et/ou L2). La fréquence nominale du récepteur est décalée de quelques dizaines de KHz par rapport à la fréquence nominale du satellite, ce qui permet d'obtenir une phase de battement de fréquence moins élevée (on passe du Ghz à quelques dizaines de kHz), pour laquelle les mesures de phases sont technologiquement plus faciles. On peut donc écrire l'équation suivante:

$$\Phi(t_G^r) = f_S(t_S^e - t_S^0) - f_G(t_G^r - t_G^0) \quad (\text{II.11})$$

équation dans laquelle:

$f_s$  (respectivement  $f_G$ ) est la fréquence nominale de l' horloge satellite (respectivement du récepteur) et  $t_s^0$  (respectivement  $t_G^0$ ), l'époque de référence pour la phase du satellite (respectivement du récepteur).

De la même manière que pour le calcul de la pseudo-distance, il suffit de combiner les équations d'horloges (II.1), (II.2) et l'équation de propagation (II.3) pour pouvoir exprimer cette phase de battement uniquement en fonction de l'instant de réception dans l'échelle de temps récepteur ( $t_G^r$ ), qui est directement mesurable. On obtient ainsi (WILLIS et al, 1985):

$$\begin{aligned} \Phi(t_G) = & \Phi_{G,S}^0 + \Delta\omega (t_G^r - t_G^0) + f_s [C_G (t_G^r - t_G^0)^2 - C_S (t_G^r - t_S^0)^2] \\ & - f_s (1 + B_S) \frac{\rho}{c} - f_s \left[ \frac{\Delta\rho_{\text{tropo}} - \Delta\rho_{\text{iono}}}{c} \right] \\ & - f_s \frac{\Delta\rho_{\text{rel}}}{c} + f_s \Delta t_{\text{rel}} + \theta_{G,S} + \theta_S \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

En utilisant les notations des paragraphes précédents et en posant, par convention:

$$\Phi_{G,S}^0 = \Phi^0 + \alpha_G + \beta_S + K_{G,S} \quad (\text{II.13})$$

avec:

$\Phi^0$  est une constante.

$\alpha_G$  est une constante ne dépendant que du récepteur.

$\beta_S$  est une constante ne dépendant que du satellite.

$K_{G,S}$  est le terme d'ambiguïté entière (§ I.4.2), éventuellement corrigé, comme nous l'avons vu précédemment des sauts de cycles.

$$\Delta\omega = f_s (1 + B_G - B_S) - f_G \quad (\text{II.14})$$

$\Delta\omega$  est la fréquence de battement.

$\theta_{G,S}$  est le terme de retard électronique (phase) du récepteur pour le canal affecté à la poursuite du satellite S. Ce terme de retard peut être déterminé de la même manière que pour les pseudo-distances en affectant tous les canaux du récepteur à la poursuite d'un seul satellite. Ce qui est déterminé n'est en fait que la partie décimale des différences des termes de retard  $\theta_{G,S}$ . Cette donnée est suffisante car tout terme constant serait indiscernable du terme  $\alpha_G$ . A la différence des termes de retard

électronique pseudo-distance, la valeur de l'étalonnage pour la phase est différente d'une période d'enregistrement (session) à une autre, dès qu'il y a eu coupure d'enregistrement entre ces périodes (le récepteur a été éteint).

L'équation (II.12) nous montre que la phase GPS est donc la somme d'un terme constant, d'un terme de battement, d'un terme géométrique et de termes correctifs (propagation, relativité, retards électroniques).

#### II.4) Cas d'un récepteur GPS bi-fréquence

Un des termes de propagation (le terme dû à la traversée du milieu ionosphérique), peut être, comme nous l'avons dit précédemment calculé à partir des mesures sur les deux fréquences du système de géodésie spatiale en utilisant la propriété de dispersivité de ce milieu. Nous allons montrer comment ce résultat peut s'établir, dans le cas du système GPS.

L'allongement ionosphérique est inversement proportionnel au carré de la fréquence du signal:

$$\Delta\rho_{\text{iono}} = \frac{A}{f^2} \quad (\text{II.15})$$

équation dans laquelle, le terme est une constante qui dépend de la densité électronique le long du trajet de propagation.

Pour calculer l'allongement ionosphérique en fonction des mesures sur les deux fréquences du système GPS, nous allons d'abord démontrer un lemme préliminaire, montrant que, pour un instant de réception donné, la distance géométrique dépend peu des termes de propagation. Puis nous appliquerons ce lemme très général au cas particulier des mesures de pseudo-distances, puis à celui des mesures de phase de battement.

##### II.4.1) Lemme préliminaire

Soient deux signaux (code ou phase) arrivant au même instant  $t^r$ , et étant émis aux instants  $t_1^e$  et  $t_2^e$ . Pour chaque signal on note  $\Delta\rho_1$  et  $\Delta\rho_2$  les allongements dus à la traversée de l'atmosphère (ou autres termes correctifs) et  $\rho(t_1^e)$  et  $\rho(t_2^e)$  les distances géométriques entre le récepteur à l'instant  $t^r$  et le satellite aux instants  $t_1^e$  et  $t_2^e$ . Tous les temps sont exprimés en temps GPS, il faut donc corriger le temps  $t^r$  en temps GPS en utilisant la correction d'horloge récepteur dans le cas où l'on ne

dispose que de  $t_G^r$  (exprimé en temps récepteur). Ecrivons les équations de propagation:

$$c (t^r - t_1^e) = \rho(t_1^e) + \Delta\rho_1 \quad (\text{II.16})$$

$$c (t^r - t_2^e) = \rho(t_2^e) + \Delta\rho_2 \quad (\text{II.17})$$

Soit, en effectuant la différence terme à terme:

$$c (t_2^e - t_1^e) = \rho(t_1^e) - \rho(t_2^e) + \Delta\rho_1 - \Delta\rho_2 \quad (\text{II.18})$$

Si l'on suppose que  $\Delta\rho_1$  et  $\Delta\rho_2$  sont proches (à 100 m près), nous pouvons écrire que:

$$\rho(t_1^e) - \rho(t_2^e) = V_r \times (t_1^e - t_2^e) \quad (\text{II.19})$$

où,  $V_r$  est la vitesse radiale du satellite.

En effet, nous pouvons démontrer cette propriété de manière très simple:

$$\frac{\delta\rho}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta t} \sqrt{(X_S(t^e) - X_G)^2 + (Y_S(t^e) - Y_G)^2 + (Z_S(t^e) - Z_G)^2}$$

$$\frac{\delta\rho}{\delta t} = \frac{2(X_S(t^e) - X_G)V_X + 2(Y_S(t^e) - Y_G)V_Y + 2(Z_S(t^e) - Z_G)V_Z}{2\rho}$$

$$\frac{\delta\rho}{\delta t} = V_r \quad (\text{CQFD})$$

La vitesse radiale  $V_r$  du satellite (inférieure à 10 km/s) est négligeable devant la vitesse de la lumière (300 000 km/s), l'équation (II.19) peut donc s'écrire, de manière approchée:

$$t_2^e - t_1^e = \frac{\Delta\rho_1 - \Delta\rho_2}{c} \quad (\text{II.20})$$

Soit encore:

$$\rho(t_2^e) - \rho(t_1^e) = \frac{V_r}{c} (\Delta\rho_1 - \Delta\rho_2) \quad (\text{II.21})$$

Rem: Ce résultat reste valide dans le cas de signaux émis au même instant (cas des récepteurs fonctionnant en simultanéité satellite).

Appliquons maintenant ce résultat aux trois cas particuliers suivants:

- Cas 1: le signal 1 est un signal idéal dans le vide et le signal 2 correspond à la phase GPS:

$$\Delta\rho_1 = 0 \text{ et } \Delta\rho_2 = \Delta\rho_{\text{tropo}} + \Delta\rho_{\text{iono}} + \Delta\rho_{\text{rel}}$$

La différence des deux corrections de distances est donc inférieure à 150 m (le terme dominant est le terme ionosphérique). On a donc :

$$\rho_2 - \rho_1 < \frac{10^3}{3 \times 10^8} 150 = 0,5 \text{ mm}$$

Dans le calcul de la distance géométrique  $\rho$ , pour calculer la phase théorique GPS, on n'a pas besoin de connaître exactement le temps d'émission de la phase, il suffit de chercher  $t^e$ , tel que  $c(t^r - t^e) = \rho(t^e)$  pour assurer que la distance géométrique obtenue ne diffère pas de la distance géométrique vraie de plus de 0,5 mm. Cette équation peut être résolue facilement par méthode itérative, en construisant, par exemple, la suite  $t_1, t_2, \dots, t_n$  définie par :

$$\begin{aligned} t_1 &= t^r - 0,075 \text{ s} \\ t_{n+1} &= t^r + \frac{\rho(t_n)}{c} \end{aligned} \tag{II.22}$$

Rem: La durée  $0,075 \text{ s}$  correspond à la propagation d'un signal parcourant, à la vitesse de la lumière, une distance de 20 000 km (altitude approchée des satellites GPS). Elle peut donc être prise comme une excellente première approximation.

Cas 2: Le signal 1 correspond au code sur la fréquence L1 (pseudo-distance) et le signal 2 correspond au code sur la fréquence L2.

$$\Delta\rho_1 - \Delta\rho_2 = \frac{A}{f_1^2} - \frac{A}{f_2^2} = \frac{A}{f_1^2} \left( 1 - \frac{1}{\lambda^2} \right) = \Delta\rho_{\text{iono}}(L1) \times \left( 1 - \frac{1}{\lambda^2} \right)$$

$$\text{ou } \lambda = \frac{f_2}{f_1} = \frac{1,22760}{1,57542} = \frac{60}{77}$$

La différence des termes correctifs est donc inférieure à 100 mètres. La distance géométrique correspondant à la fréquence L1 et la distance géométrique correspondant à la fréquence L2 ne diffèrent pas de plus de 0,3 mm et leur différence peut donc être négligée devant le bruit de mesure. Soit avec des notations évidentes :

$$|\Delta\rho^{\text{code}}(L1) - \Delta\rho^{\text{code}}(L2)| < 0,3 \text{ mm} \tag{II.23}$$

Cas 3: Le signal 1 correspond à la phase sur la fréquence L1

et le signal L2 correspond à la phase sur la fréquence L2.

La différence des termes correctifs est l'opposée du terme correctif du cas 2 (les allongements ionosphériques codes et phases sont égaux en valeurs absolues et de signes opposés). On obtient donc un résultat similaire. La distance géométrique correspondant à la phase sur la fréquence L1 et la distance géométrique correspondant à la phase sur la fréquence L2 ne diffèrent pas de plus de 0,3 mm et leur différence peut donc être négligée devant le bruit de mesure. Soit avec des notations évidentes:

$$|\Delta\rho^{\text{phase}}(L1) - \Delta\rho^{\text{phase}}(L2)| < 0,3 \text{ mm} \quad (\text{II.24})$$

#### II.4.2) Correction ionosphérique pseudo-distance

Revenons maintenant au problème qui nous intéresse directement: comment obtenir une estimation de l'allongement ionosphérique en utilisant les mesures de pseudo-distances sur les deux fréquences du système GPS (L1 et L2)?

Ecrivons l'équation de modélisation physique de la mesure de pseudo-distance obtenue précédemment (équation II.7) et appliquons la au cas deux fréquences L1 et L2 (i=1, 2)

$$R^i = \rho^i + \Delta\rho_{\text{tropo}}^i + \Delta\rho_{\text{iono}}^i + \Delta\rho_{\text{rel}}^i - c K_G^i - c \Delta t_{\text{SV}}^i + \theta_{G,S}^i + \theta_S^i \quad (\text{II.25})$$

Effectuons les différences ces deux équations terme à terme en estimant, les uns après les autres, chacun des termes obtenus:

$R^1 - R^2$  est la différence des deux mesures de pseudo-distances, c'est le terme mesuré.

$\rho^1 - \rho^2$  est négligeable ( $< 0,3$  mm), d'après le lemme précédent appliqué au cas 2.

$\Delta\rho_{\text{tropo}}^1 - \Delta\rho_{\text{tropo}}^2$  est négligeable car la troposphère est un milieu non dispersif et que les deux temps d'émission des signaux sont proches.

$\Delta\rho_{\text{iono}}^1 - \Delta\rho_{\text{iono}}^2 = \frac{A}{f_1^2} - \frac{A}{f_2^2} = \frac{A}{f_1^2} \left( 1 - \frac{1}{\lambda^2} \right) = \Delta\rho_{\text{iono}}^1 \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2}$ , c'est le terme inconnu de l'équation.

$\Delta\rho_{\text{rel}}^1 - \Delta\rho_{\text{rel}}^2$  est négligeable car la position du satellite est quasiment identique.

$c (K_G^1 - K_G^2) = 0$  car les instants de réception sont identiques et qu'il n'y a qu'un seul oscillateur.

$c (\Delta t_{SV}^1 - \Delta t_{SV}^2)$  est négligeable car les temps d'émission diffèrent de moins de  $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  et que  $B_S < 10^{-11}$ .

$\theta_G^1 - \theta_G^2$  est non négligeable mais c'est un terme calculable puisque les termes de retard électronique sont mesurables.

On obtient donc:

$$R^1 - R^2 = \Delta\rho_{iono}^1 \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2} + \theta_G^1 - \theta_G^2 \quad (\text{II.26})$$

D'où, le résultat:

$$\Delta\rho_{iono}^1 = \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} ( (R^2 - R^1) - (\theta^2 - \theta^1) ) \quad (\text{II.27})$$

On constate que le bruit de mesure sur cette détermination est environ 6 fois plus élevé que le bruit de mesure sur la pseudo-distance seule ( d'un facteur exactement  $\frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} \sqrt{2}$  ).

Dans le cas où les deux centres de phase ne sont pas identiques, il suffit de corriger les mesures sur la deuxième fréquence (L2) pour les ramener à des mesures fictives relatives au centre de phase de la première fréquence (L1). La formule (II.27) peut alors être utilisée directement.

On peut, de plus, calculer la correction ionosphérique qu'il faudrait appliquer pour la deuxième fréquence (L2), en divisant par le terme  $\lambda^2$ . On obtient ainsi:

$$\Delta\rho_{iono}^2 = \frac{1}{1 - \lambda^2} ( (R^2 - R^1) - (\theta^2 - \theta^1) ) \quad (\text{II.28})$$

Rem: Ce terme est donné à titre purement indicatif, car il vaut toujours mieux utiliser les mesures géodésiques effectuées sur la fréquence la plus élevée (dans le cas du GPS, c'est L1). La deuxième fréquence (L2) ne sert en fait qu'à calculer le terme de propagation ionosphérique  $\Delta\rho_{iono}^1$ .

#### II.4.3) Correction ionosphérique phase

De la même manière, nous pouvons estimer la correction

ionosphérique sur la phase à partir des mesures de phase GPS sur les deux fréquences L1 et L2. Avec les notations du paragraphe précédent, et à partir des équations (II.12) et (II.13), nous obtenons, pour  $i=1$  à 2:

$$\begin{aligned}
 \Phi^i &= (\Phi^0)^i + \alpha_G^i + \beta_S^i + K_{G,S}^i + \Delta\omega^i (t_G^r - t_G^0) \\
 &+ f_S (C_G (t_G^r - t_G^0)^2 + af_2 (t_G^r - t_{oc})^2) \\
 &- f_S (1 - af_1) \frac{\rho^i}{c} \\
 &- f_S (1 + K_T) \frac{\Delta\rho_{tropo}^i}{c} \\
 &- f_S \frac{\Delta\rho_{iono}^i}{c} - f_S \frac{\Delta\rho_{rel}^i}{c} + \theta_{G,S}^i + \theta_S^i
 \end{aligned} \tag{II.29}$$

Effectuons, terme à terme, la différence pondérée suivante de ces deux équations: (1) -  $\lambda$  (2). Nous obtenons alors:

$\Phi^1 - \lambda \Phi^2$  est la quantité mesurable

$(\Phi^0)^1 - \lambda (\Phi^0)^2$  est une constante

$\alpha_G^1 - \lambda \alpha_G^2$  est une constante qui ne dépend que du récepteur

$\beta_S^1 - \lambda \beta_S^2$  est une constante qui ne dépend que du satellite

Les trois termes précédents sont constants. Comme nous le verrons par la suite, on ne peut calculer le terme ionosphérique qu'à une constante près. Nous pouvons donc les ignorer provisoirement. De plus, et cela sera expliqué en détail dans le paragraphe III.1, le traitement des données de phase GPS fait intervenir des différences de phase: tous ces termes constants sont donc amenés à disparaître dans les calculs ultérieurs.

$$(\Delta\omega^1 - \lambda \Delta\omega^2) (t_G^r - t_G^0) = (-f_G^1 + \lambda f_G^2) (t_G^r - t_G^0)$$

Dans le cas où les fréquences nominales du récepteur ne sont pas dans le même rapport que les fréquences nominales des satellites (par exemple, pour le TI 4100 de Texas Instrument), ce terme est non négligeable mais calculable exactement. Sinon ce terme est bien évidemment nul.

La différence des termes d'horloge est nulle car le temps de réception est identique.

La différence des termes de position est négligeable car



inférieure à  $10^{-2}$  cycles (c'est le lemme précédent appliqué au cas 3).

La différence des termes de propagation troposphérique et des termes relativistes est négligeable pour les mêmes raisons que pour les pseudo-distances.

$- f_S^1 \frac{\Delta\rho_{iono}^1}{c} + \lambda f_S^2 \frac{\Delta\rho_{iono}^2}{c} = - f_S^1 \frac{\Delta\rho_{iono}^1}{c} (1 - \lambda^2)$  c'est le terme inconnu de l'équation.

$\theta_{G,S}^1 - \lambda \theta_{G,S}^2$  est un terme non négligeable mais calculable (à partir des terme d'étalonnage des récepteurs).

On obtient donc, à une constante près:

$$\begin{aligned} \theta^1 - \lambda \phi^2 = & (- f_G^1 + \lambda f_G^2) (t_G^r - t_G^0) + K_{G,S}^1 - \lambda K_{G,S}^2 \\ & - f_S^1 \frac{\Delta\rho_{iono}^1}{c} (1 - \lambda^2) + \theta_{G,S}^1 - \lambda \theta_{G,S}^2 \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

D'où, toujours à une constante près:

$$\begin{aligned} \Delta\rho_{iono}^1 = & - \frac{c}{f_S^1} \frac{1}{1 - \lambda^2} ((\phi^1 - \lambda\phi^2) - (\theta_{G,S}^1 - \lambda\theta_{G,S}^2) - (K_{G,S}^1 - \lambda K_{G,S}^2)) \\ & + (f_G^1 - \lambda f_G^2) (t_G^r - t_G^0) \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Dans le cas où les deux centres de phase ne sont pas identiques, il suffit, comme dans le cas des pseudo-distances, de corriger les mesures sur la deuxième fréquence (L2) afin de les ramener à des mesures fictives relatives au centre de phase de la première fréquence (L1). La formule (II.31) peut alors être utilisée directement.

Rem: En cas de saut de cycle éventuel, il convient, bien évidemment de corriger les sauts de cycles dans les mesures afin de les faire disparaître. Si cette précaution élémentaire n'était pas prise, la formule précédente (II.31) resterait vérifiée à une constante près, cette constante dépendant de l'époque (elle ne serait constante que durant une période sans saut de cycle).

On peut, de plus, calculer la correction qu'il faudrait appliquer à la phase L2, en posant:

$$\Delta\rho_{iono}^2 = \frac{1}{\lambda^2} \Delta\rho_{iono}^1$$

En conclusion, après avoir donné les équations de mesure

des pseudo-distances (équation (II.7)), des phases (équation (II.12)), ainsi que les corrections qu'il faudrait appliquer dans le cas de récepteurs bi-fréquence (équations (II.27) et (II.31)), nous pouvons aborder maintenant les méthodes de traitement des données de phase GPS dans le cas de la localisation relative statique ainsi que dans le cas de la localisation relative cinématique de précision.

<p>CHAPITRE III</p> <p>POSITIONNEMENT RELATIF STATIQUE PAR GPS</p>
--

Le positionnement relatif statique par GPS consiste à déterminer, à partir des mesures de phases enregistrées par deux récepteurs pendant un certain temps, la position relative de ces deux points (différence de coordonnées dans un repère tridimensionnel). Ce type de localisation, à l'inverse du positionnement cinématique (chapitre IV), suppose que les deux récepteurs restent en station sur des points fixes pendant une durée déterminée.

Plusieurs techniques de calcul sont possibles pour obtenir ce résultat. Après avoir rappelé brièvement ces différentes techniques et leurs avantages respectifs, nous décrirons les différents problèmes qu'elles soulèvent, tant du point de vue théorique que du point de vue pratique. Nous expliciterons ici les différentes solutions théoriques qui existent pour résoudre ces problèmes.

Puis, après avoir décrit le logiciel de localisation par GPS que nous avons développé dans le cadre de cette recherche (logiciel GDVS), nous étudierons un certain nombre de facteurs, parmi les plus importants pour la localisation relative (durée minimale d'observation, choix de la période d'échantillonnage des mesures, nombre minimal de satellites à prendre en compte,...).

Enfin, nous dégagerons un certain nombre de critères objectifs permettant d'estimer la qualité des résultats GPS (ambiguïtés entières, sauts de cycles, écarts types a posteriori,...).

En conclusion, nous donnerons les résultats obtenus en utilisant le logiciel GDVS appliqué à des cas très différents (distances entre points allant de 0 à 100 km).

### III.1) Les techniques de traitement des phases

#### III.1.1) Les phases brutes

A partir de la modélisation physique de la mesure de phase développée dans le chapitre précédent, la première idée qui vient à l'esprit est d'utiliser directement cette modélisation dans le calcul. Le problème principal de cette technique est que toute erreur dans la modélisation va intervenir directement sur la qualité de la localisation. En particulier, le terme stochastique de l'horloge récepteur ( $\epsilon_G$ ) est un terme inconnu à chaque époque. De plus, on sera très sensible aux erreurs sur la modélisation des horloges et la position des satellites (qualité de l'orbite utilisée). Ceci explique que cette méthode ait été très peu développée.

Néanmoins, cette méthode est celle qui est la plus proche de la modélisation de la phase GPS. Elle pourrait avoir un réel intérêt si on imposait un caractère stochastique (processus de Markov, par exemple) sur le comportement des horloges, sur certains paramètres de correction troposphérique ainsi que des contraintes sur l'orbite des satellites (relaxation d'orbite ou utilisation d'un intégrateur numérique).

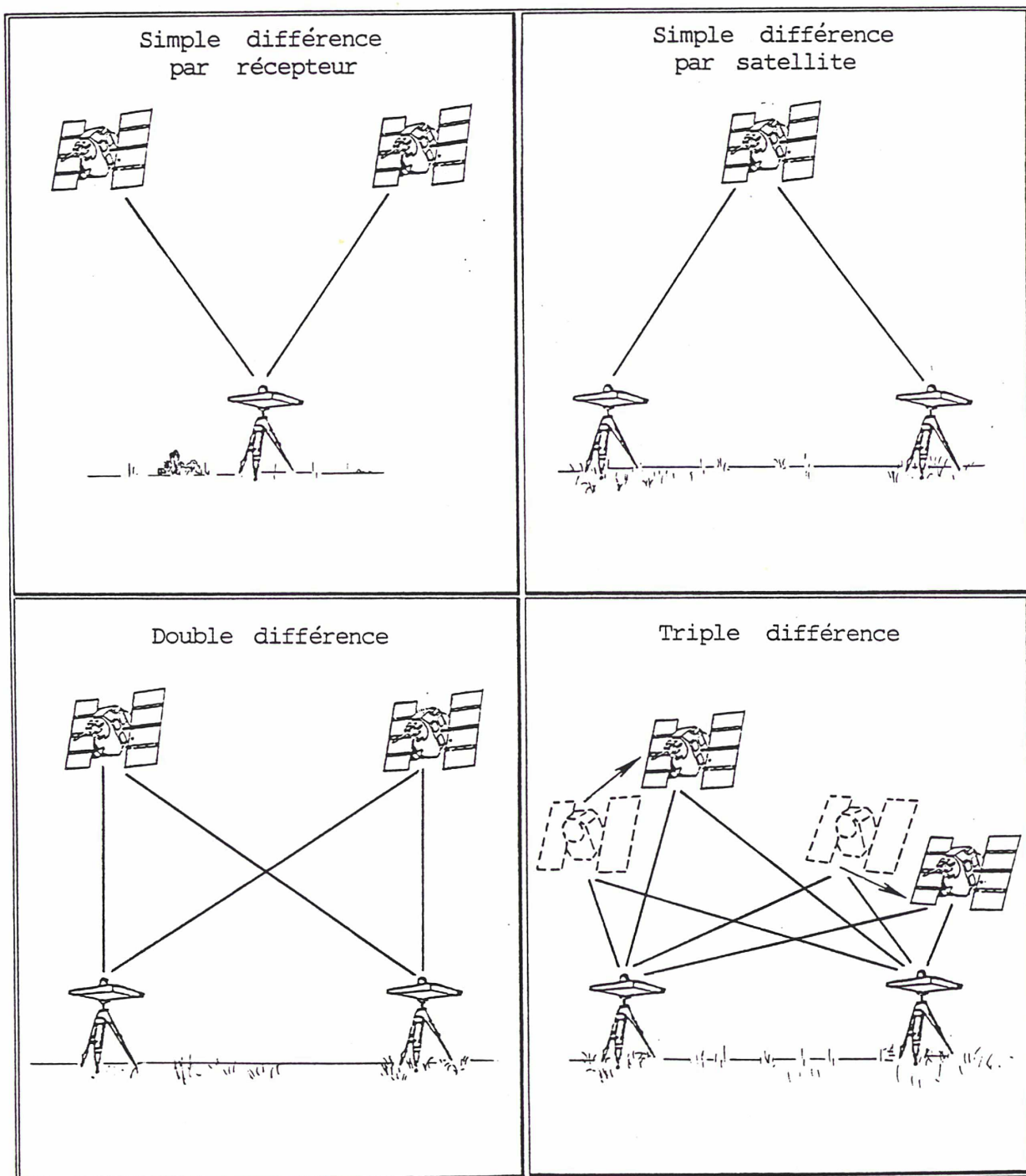
Pour éliminer certains paramètres indésirables ou l'effet de mauvaises modélisations, on préfère généralement traiter des différences d'observations GPS (vis-à-vis de l'époque, du satellite ou du récepteur).

Lorsque l'on considère maintenant non plus un récepteur et un satellite à une époque particulière, mais un ensemble de  $M$  récepteurs GPS ( $G_m$ , pour  $m = 1$  à  $M$ ) observant simultanément  $N$  satellites ( $S_n$ , pour  $n = 1$  à  $N$ ), pendant  $P$  époques ( $t_p$ ,  $p = 1$  à  $P$ ), on peut former à partir de toutes ces mesures de nombreuses différences (REMONDI, 1985), dont nous allons rappeler ici les définitions ainsi que leurs différents avantages respectifs. La figure 5 représente l'ensemble de tous les types de différences de mesures de phase qui peuvent être utilisées.

#### III.1.2) Simplees différences

Plusieurs types de simples différences (notées  $S\phi$ ) sont possibles, en particulier:

Figure 5  
Méthodes de traitement des mesures GPS  
par différences



- simples différences par époque:

$$S\Phi_{G,s}(t_p) = \Phi_{G,s}(t_p) - \Phi_{G,s}(t_1) \quad \text{pour } p = 1 \text{ à } P \quad (\text{III.1})$$

Cette différence permet de s'affranchir de l'inconnue d'ambiguïté entière. Elle correspond à la mesure d'effet Doppler. C'est un compte Doppler analogue à celui qui est effectué par les récepteurs du système TRANSIT/NNSS (la date de début de comptage correspond à  $t_1$  et la date de fin de comptage correspond à  $t_p$ ). Ce type de différence n'est pratiquement jamais utilisé. En effet, une différence par rapport au temps est très pénalisante car elle dégrade la précision du positionnement (les dérivées partielles par rapport aux coordonnées varient peu dans le temps, la différence est donc faible).

- simples différences par récepteur:

$$S\Phi_{G,s_n}(t) = \Phi_{G,s_n}(t) - \Phi_{G,s_1}(t) \quad \text{pour } n = 1 \text{ à } N \quad (\text{III.2})$$

Cette différence permet de réduire les effets d'horloge récepteur mal modélisés. Ce type de différences est aussi très peu utilisé car on reste très sensible aux erreurs d'horloge des satellites ainsi qu'aux erreurs d'orbite.

- simples différences par satellite:

$$S\Phi_{G_m,s}(t) = \Phi_{G_m,s}(t) - \Phi_{G_1,s}(t) \quad \text{pour } m = 1 \text{ à } M \quad (\text{III.3})$$

Cette différence permet de réduire les effets d'horloge des satellites mal modélisés, ainsi que de réduire les erreurs orbite des satellites, et les problèmes de propagation mal modélisés.

Nous voyons donc qu'aucune de ces simples différences n'est pleinement satisfaisante.

### III.1.3) Les doubles différences

Les doubles différences (notées  $D\Phi$ ) sont obtenues en effectuant simultanément les différences en fonction des récepteurs et des satellites. On obtient donc la définition suivante:

$$D\Phi_{G_m,s_n}(t) = S\Phi_{G_m,s_n}(t) - S\Phi_{G_1,s_n}(t)$$

soit, encore, de manière développée:

$$\begin{aligned}
 D\Phi_{G_m, S_n}(t) &= (\Phi_{G_m, S_n}(t) - \Phi_{G_m, S_1}(t)) \\
 &\quad - (\Phi_{G_1, S_n}(t) - \Phi_{G_1, S_1}(t))
 \end{aligned}
 \tag{III.4}$$

Cette formulation est celle qui est la plus couramment utilisée car elle permet de s'affranchir, pour une grande partie, des effets mal modélisés des horloges récepteurs et satellites ainsi que de la mauvaise position approchée des satellites et des termes de propagation mal modélisés. C'est celle qui est utilisée dans la plupart des logiciels de localisation (en particulier pour le GDVS, en mode standard).

Par contre, comme nous le verrons dans le paragraphe III.2, elle fait apparaître un problème indésirable de corrélation de ces nouvelles "pseudo mesures"  $D\Phi$ .

#### III.1.4) Les triples différences

Les triples différences (notées  $T\Phi$ ) sont les différences par époque des doubles différences. Par définition:

$$T\Phi_{G_m, S_n}(t_p) = D\Phi_{G_m, S_n}(t_p) - D\Phi_{G_m, S_n}(t_1)$$

Soit, encore sous forme développée:

$$\begin{aligned}
 T\Phi_{G_m, S_n}(t_p) &= (\Phi_{G_m, S_n}(t_p) - \Phi_{G_1, S_n}(t_p)) \\
 &\quad - (\Phi_{G_m, S_1}(t_p) - \Phi_{G_1, S_1}(t_p)) \\
 &\quad - (\Phi_{G_m, S_n}(t_1) - \Phi_{G_1, S_n}(t_1)) \\
 &\quad + (\Phi_{G_m, S_1}(t_1) - \Phi_{G_1, S_1}(t_1))
 \end{aligned}
 \tag{III.5}$$

Cette différence en temps possède tous les avantages de la double différence et fait, de plus, disparaître l'inconnue d'ambiguïté entière. En fait, cette méthode est surtout utilisée pour détecter les sauts de cycles. En effet, si on appelle  $S$  un saut de cycle qui se produit à l'instant  $t_q$ , il est facile de constater que l'on a, pour ce récepteur et ce satellite particulier, les propriétés suivantes:

$$\Phi_{G_m, S_n}^{\text{mesuré}}(t_p) = \Phi_{G_m, S_n}^{\text{vrai}}(t_p) \quad \text{pour } t_p \leq t_q$$

$$\Phi_{G_m, S_n}^{\text{mesuré}}(t_p) = \Phi_{G_m, S_n}^{\text{vrai}}(t_p) + S \quad \text{pour } t_p > t_q$$

On en déduit que:

$$S\Phi_{G_m, S_n}^{\text{mesuré}}(t_p) = S\Phi_{G_m, S_n}^{\text{vrai}}(t_p) \quad \text{pour } t_p \neq t_q$$

$$S\Phi_{G_m, S_n}^{\text{mesuré}}(t_q) = S\Phi_{G_m, S_n}^{\text{vrai}}(t_q) + S$$

Et donc, pour les triples différences, impliquant ce récepteur et ce satellite:

$$T\Phi_{G_m, S_n}^{\text{mesuré}}(t_p) = T\Phi_{G_m, S_n}^{\text{vrai}}(t_p) \quad \text{pour } t_p \neq t_q \quad (\text{III.6})$$

$$T\Phi_{G_m, S_n}^{\text{mesuré}}(t_q) = T\Phi_{G_m, S_n}^{\text{vrai}}(t_q) + C$$

Si l'on cherche à résoudre les triples différences par la méthode des moindres carrés, la présence d'un saut de cycle sera détectée par l'existence d'une triple différence aberrante (résidu très important). De plus, si l'on dispose d'une position approchée même médiocre, il n'est pas nécessaire de calculer la solution moindres carrés, il suffit d'effectuer ce test sur les triples différences avant compensation et non pas sur les résidus. Ce dernier point est important, car on n'a pas vraiment besoin de former les triples différences, il suffit de comparer les doubles différences de manière consécutive, les unes par rapport aux autres.

Rem: Ces méthodes de traitement par différences d'observations (simples différences, doubles différences, triples différences) sont quelquefois appelées, à tort, méthodes interférométriques. Ce terme est inexact, car le terme interférométrique suppose la recherche de franges d'interférence et sous-entend donc, d'une certaine manière, l'utilisation d'une technique de corrélation entre deux signaux. Ce n'est pas le cas ici puisque l'on effectue simplement des différences d'observations terme à terme. Il existe, par contre, une méthode interférométrique utilisée dans la technique GPS. Cette technique est mise en oeuvre dans la partie électronique de récepteurs pour mesurer les pseudo-distances (on cherche le retard qui fournit le maximum de corrélation entre le signal reçu et le signal généré par le récepteur (§ I.4.1)).

## III.2) La corrélation des différences d'observations

### III.2.1) Mise en évidence de la corrélation

Notons  $e_{m,n}(t) = \Phi_{G_m, S_n}(t) - \hat{\Phi}_{G_m, S_n}(t)$ , l'erreur de la mesure de phase relative au récepteur  $G_m$  et au satellite  $S_n$ . Nous utilisons la notation  $\hat{x}$  pour désigner la valeur théorique de la



quantité mesurée  $x$  (variable aléatoire).

$e_{m,n}$  peut s'écrire sous la forme:

$$e_{m,n}(t) = a_m(t) + b_n(t) + \epsilon_{m,n}(t) + \eta_{m,n}(t) \quad (\text{III.7})$$

équation dans laquelle:

$a_m(t)$  représente l'erreur due au récepteur (stabilité de l'oscillateur local).

$b_n(t)$  représente l'erreur due au satellite (stabilité de l'oscillateur à bord).

$\epsilon_{m,n}(t)$  représente l'erreur due à la mesure (bruit électronique du canal).

$\eta_{m,n}(t)$  représente les erreurs dues aux mauvaises modélisations (en particulier les termes de correction de propagation).

Si l'on fait l'hypothèse que le terme d'erreur prédominant est dû au bruit des mesures ( $e_{m,n} \approx \epsilon_{m,n}$ ), on peut alors faire l'hypothèse que les erreurs  $e_{m,n}(t)$  sont indépendantes. Nous ne traiterons ici, dans cette étude que ce cas simple. Il faut néanmoins remarquer que lorsque les erreurs sur la propagation sont mal prises en compte, les erreurs  $e_{m,n}(t)$  sont alors dépendantes car c'est le terme  $\eta_{m,n}(t)$  qui devient prépondérant.

Si l'on note  $\delta$  le symbole de Dirac, tel que:

$$\begin{aligned} \delta_i &= 1 & \text{si } i=0 \\ \delta_i &= 0 & \text{si } i \neq 0 \end{aligned}$$

On a donc, pour une époque donnée, en tenant compte de l'hypothèse d'indépendance des erreurs  $e_{m,n}(t)$ :

$$E(e_{m,n} e_{p,q}) = \delta_{m-p} \delta_{n-q} \sigma^2 \quad (\text{III.8})$$

équation dans laquelle:

$E(x)$  représente l'espérance mathématique de la variable aléatoire  $x$ .

$\sigma$  représente le bruit de mesure (supposé commun pour tous les canaux de tous les récepteurs dans un souci de simplification).

L'espérance mathématique de l'équation (III.8) n'est non nulle que pour la mesure correspondant au même récepteur et au même satellite. La matrice variance-covariance est une matrice diagonale. Cherchons maintenant à calculer la corrélation entre deux mesures de simples différences:

Par définition:

$$\begin{aligned} S\Phi_{G_m, S_n}(t) - S\hat{\Phi}_{G_m, S_n} &= (\Phi_{G_m, S_n} - \hat{\Phi}_{G_m, S_n}) - (\Phi_{G_m, S_1} - \hat{\Phi}_{G_m, S_1}) \\ &= e_{m, n} - e_{m, 1} \end{aligned}$$

D' où:

$$\begin{aligned} E(S\Phi_{G_m, S_n} - S\hat{\Phi}_{G_m, S_n})(S\Phi_{G_p, S_q} - S\hat{\Phi}_{G_p, S_q}) &= E(e_{m, n} - e_{m, 1})(e_{p, q} - e_{p, 1}) \\ &= (\delta_{m-p} + \delta_{n-q} - \delta_{m-p} - \delta_{m-p} + \delta_{m-p}) \sigma^2 \\ &= \delta_{m-p} (1 + \delta_{n-q}) \sigma^2 \quad (\text{III.9}) \end{aligned}$$

On en déduit donc la forme de la matrice C de corrélation des simples différences (dans le cas particulier de 4 récepteurs, soit 3 lignes de base, enregistrant chacun 5 satellites, soit 4 simples différences):

$$C = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Rem: Les paramètres estimés ont été classés par récepteur puis par canal. Ceci signifie que les quatre premiers paramètres correspondent aux quatre doubles différences de la première ligne de base.

On voit donc que la matrice de corrélation des doubles différences n'est plus une matrice diagonale. On n'a donc plus le droit de choisir pour matrice des poids des moindres carrés la matrice Id (matrice Identité).

Il existe plusieurs méthodes pour contourner ce problème, méthodes que nous allons développer en détail dans les paragraphes suivants. Tout d'abord, il s'agit d'estimer numériquement le

problème de la corrélation en essayant de chiffrer l'impact sur les résultats du mauvais choix de la matrice des poids (en prenant malgré tout la matrice Id comme matrice des poids). Ce choix de matrice des poids est très intéressant, d'un point de vue informatique, car il permet d'effectuer les calculs de manière séquentielle, sans pour autant avoir à conserver en mémoire centrale la matrice complète des relations d'observations. C'est ce qui explique que de nombreux logiciels ne tiennent pas compte de ce problème.

Pour cela, nous allons traiter les mesures d'une même ligne de base de plusieurs manières différentes, en permutant l'ordre des satellites de manière aléatoire. Les tableaux 4 et 5 résument ces résultats.

La ligne de base choisie correspond aux stations SERCEL Tour Est (cible) et MATRA (cible) de la mission BASEM (tests SERCEL de Janvier-Février 1988) pour la deuxième session du 28 Janvier 1988. La distance entre ces deux points est approximativement de 2,7 km. Nous n'avons conservé que les mesures pour lesquelles les 5 satellites sont captés simultanément (période de 21h 44m 15s à 22h 21m 15s (TU)). En effet, si nous n'avions pas pris cette précaution élémentaire, un autre problème serait apparu: lorsqu'un satellite n'est pas capté, on fait disparaître une ou deux doubles différences, suivant le choix de l'ordre des satellites à prendre en compte dans le calcul.

Les tableaux 4 et 5 montrent les résultats obtenus (différences des différences de coordonnées par rapport aux différences de coordonnées de référence) en modifiant l'ordre des satellites, soit en estimant les ambiguïtés entières  $K$  à leurs valeurs réelles, soit en les fixant à leurs valeurs entières.

On constate que lorsque les ambiguïtés entières  $K$  ne sont pas fixées, les écarts observés sont de l'ordre de plusieurs centimètres (jusqu'à 4,3 cm) soit plusieurs fois l'écart type estimé a posteriori (jusqu'à 3,1 fois). Dans ces chiffres seul l'effet de la corrélation est pris en compte. En effet, nous nous contentons de comparer uniquement la dispersion de ces résultats (écarts par rapport à la moyenne).

Lorsque les ambiguïtés entières  $K$  sont fixées à leurs valeurs entières correspondantes (entier le plus proche, voir § III.5.1), on constate que les écarts à la moyenne sont alors inférieurs à 0,7 cm. En revanche cet écart est très supérieur à l'écart type estimé a posteriori (jusqu'à 7 fois supérieur). Nous

ordre des satellites	RMS(m)	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)
3,9,11,12,13	0,007	-0,037 0,012	0,043 0.014	0,010 0.004
3,11,13,9,12	0,007	0,002 0,007	0,004 0.011	-0,009 0.003
9,3,11,12,13	0,008	-0,018 0,014	0,025 0.017	0,009 0.006
9,11,13,3,12	0,008	0,014 0,007	-0,038 0,013	-0,012 0,006
11,3,9,12,13	0,008	0,000 0,008	0,012 0,009	0,003 0,003
11,9,13,3,12	0,008	0,016 0,006	-0,013 0,014	0,001 0,006
12,3,9,11,13	0,008	-0,009 0,009	-0,013 0,012	0,001 0,004
12,9,13,3,11	0,008	0,014 0,006	-0,002 0,011	-0,004 0,003
13,3,9,11,12	0,008	0,013 0,009	-0,014 0,012	0,007 0,004
13,9,12,3,11	0,008	0,010 0,006	-0,008 0,008	-0,002 0,003

Tableau 4

Etude de l'effet numérique de la non-prise en compte  
des corrélations des doubles différences:  
Comparaison entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières non fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)  
Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)  
Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session  
Période des observations: de 21h 44m 15s à 22h 21m 15 s  
Durée des observations: 37 minutes à 5 satellites  
Echantillonnage 15 s  
Ambiguïtés entières non fixées  
Référence: moyenne des estimations

$$\left\{ \begin{array}{l} DX = -1385,078 \text{ m} \\ DY = -2011,451 \text{ m} \\ DZ = 1217,829 \text{ m} \end{array} \right.$$

ordre des satellites	RMS(m)	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)
3,9,11,12,13	0,008	-0,003 0,001	0,000 0,001	-0,004 0,001
3,11,13,9,12	0,009	0,002 0,001	0,000 0,002	0,001 0,001
9,3,11,12,13	0,009	-0,005 0,001	0,001 0,001	-0,006 0,001
9,11,13,3,12	0,009	0,003 0,001	0,003 0,002	0,003 0,001
11,3,9,12,13	0,009	-0,007 0,001	-0,003 0,001	-0,006 0,001
11,9,13,3,12	0,008	0,005 0,001	0,001 0,001	0,004 0,001
12,3,9,11,13	0,009	0,002 0,001	0,001 0,001	0,000 0,001
12,9,13,3,11	0,009	0,003 0,001	0,002 0,001	0,003 0,001
13,3,9,11,12	0,009	0,000 0,001	0,000 0,001	0,003 0,001
13,9,12,3,11	0,009	-0,004 0,002	-0,006 0,002	-0,002 0,001

Tableau 5

Etude de l'effet numérique de la non-prise en compte  
des corrélations des doubles différences:  
Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Période des observations: de 21h 44m 15s à 22h 21m 15 s

Durée des observations: 37 minutes à 5 satellites

Echantillonnage 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: moyenne des estimations

$$\left\{ \begin{array}{l} DX = -1385,024 \text{ m} \\ DY = -2011,466 \text{ m} \\ DZ = 1217,845 \text{ m} \end{array} \right.$$

verrons plus tard que cet écart type estimé est très optimiste (§ III.5.3).

Nous voyons donc que le fait de prendre la matrice Id comme matrice des poids facilite les calculs mais que ce choix dégrade relativement peu la qualité des résultats. Ceci produit, pour une ligne de base de 3 km, une variation de plusieurs centimètres, lorsque les ambiguïtés entières sont seulement estimées, et de quelques millimètres lorsqu'elles sont fixées à leurs valeurs entières (estimation de type géodésique).

Ceci explique en partie aussi le fait que la plupart des logiciels ne prennent pas en compte ce problème de corrélation des différences d'observations (doubles différences).

Néanmoins, il existe de nombreuses méthodes pour résoudre ce problème de manière rigoureuse. La première consiste à calculer analytiquement la matrice des poids qu'il faudrait appliquer pour que le problème des moindres carrés soit posé de manière rigoureuse.

### III.2.2) Calcul de la matrice des poids

Pour calculer la matrice de poids qu'il faudrait appliquer aux mesures de simples différences, il suffit de savoir inverser chacun des blocs de cette matrice. Si l'on note  $\mathbb{1}_r$  la matrice de r lignes et r colonnes dont les coefficients sont tous des 1, il suffit de savoir inverser la matrice  $C_i = (Id_r + \mathbb{1}_r)$ . Pour cela, il suffit de remarquer que la matrice  $\mathbb{1}_r$ , qui est visiblement non inversible, est telle que  $\mathbb{1}_r^2 = r \mathbb{1}_r$ . On peut chercher  $C_i^{-1}$  sous la forme:

$$C_i^{-1} = \alpha Id_r + \beta \mathbb{1}_r$$

On obtient alors les deux conditions suivantes:

$$\alpha = 1$$

$$\alpha + \beta(1+r) = 0$$

On a donc trouvé l'inverse de la matrice  $C_i$  :

$$C_i^{-1} = Id_r - \frac{1}{1+r} \mathbb{1}_r \quad (\text{III.11})$$

équation dans laquelle, r représente le nombre de colonnes de la matrice  $C_i$ . C'est donc le nombre de simples différences que

l'on peut former à partir des mesures d'un seul récepteur. On a donc  $r = c - 1$  où  $c$  est le nombre de canaux du récepteur (nombre de satellites qu'il peut capter simultanément).

On voit donc qu'il est possible de calculer mathématiquement la matrice des poids qu'il faudrait appliquer aux mesures de simples différences. Ce calcul peut être généralisé facilement au cas des doubles différences, en utilisant deux fois la même technique.

Il faut néanmoins noter que pour calculer la matrice normale des moindres carrés, si l'on tient compte des corrélations des simples différences, il faut pouvoir garder en mémoire centrale de l'ordinateur toutes les observations de phases GPS car la matrice de poids est une matrice pleine. Ce dernier point est très pénalisant, surtout si l'on désire effectuer ces calculs sur un micro-ordinateur portable de terrain. C'est aussi une des raisons pour laquelle on ne tient généralement pas compte de ces corrélations. Il est pourtant possible, comme nous allons le voir, d'utiliser d'autres procédés de calcul pour créer des différences d'observations non corrélées.

Rem: Pour calculer la matrice des poids on a utilisé une méthode de pivot pour calculer les doubles différences ( $\phi_m - \phi_1$ ). On peut refaire le même calcul pour le cas d'une méthode dite circulaire ( $\phi_{m+1} - \phi_m$ ). On obtient alors un résultat du même type avec une matrice plus compliquée à exprimer.

### III.2.3) Méthode sans différence

Prenons le cas de la simple différence. Nous avons vu que si l'on utilise comme nouvelle observation la simple différence, on introduit artificiellement des corrélations dans le nouveau problème des moindres carrés. Une autre idée très intéressante consiste à poser:

$$\phi_{G,s}(t) = S\phi_{G,s}(t) + \phi_{G,1}(t) \quad (\text{III.12})$$

Dans cette équation,  $\phi_{G,s}(t)$  reste la mesure qui sera prise comme observation pour les moindres carrés alors que  $\phi_{G,1}(t)$  est considérée comme une nouvelle inconnue du système. Prenons le cas d'une seule époque et d'un récepteur à  $c$  canaux. Au lieu de résoudre le système de  $(c-1)$  observations corrélées de simples différences à 3 paramètres (les inconnues de position), on va chercher à résoudre le système des  $c$  observations non corrélées de phases à 4 inconnues (les inconnues de position et l'inconnue

$\Phi_{G,1}(t)$ . Les observations étant les phases brutes, il n'y a pas de corrélation entre les observables. Le problème est mathématiquement identique au système d'équations de mesure des simples différences mais on a fait disparaître (de manière mathématiquement exacte) la corrélation.

Par contre, à chaque nouvelle époque, on rajoute une inconnue supplémentaire. Afin de ne pas arriver à un nombre total d'inconnues trop important, il convient d'utiliser la méthode d'élimination partielle de GAUSS qui fait disparaître cette inconnue d'époque avant de résoudre le système normal.

De la même manière, on peut généraliser cette technique pour le cas des doubles différences, en posant (GOAD, 1985):

$$\Phi_{G,s} = D\Phi_{G,s} + \Phi_{G,1} + \Phi_{1,s} - \Phi_{1,1} \quad (\text{III.13})$$

Dans cette méthode, on rajoute pour chaque époque  $n+p+1$  inconnues (si  $n$  est le nombre de récepteurs utilisés et  $p$  le nombre de satellites enregistrés simultanément).

De la même manière, cette méthode permet de s'affranchir du problème de la corrélation des différences. On n'a plus besoin de garder la matrice des observations en mémoire centrale. Il suffit de traiter les observations de manière séquentielle. De plus, en cas de données manquantes (décrochage temporaire d'un des satellites) toutes les différences sont effectivement prises en compte.

L'inconvénient de cette méthode résidant dans le nombre croissant des inconnues ( $c$  nouvelles inconnues par époque) peut être contourné en utilisant la technique d'élimination partielle des inconnues par méthode d'élimination partielle de GAUSS.

Rem: Cette méthode appelée "sans différence" (non-differenced) ne doit pas être confondue avec la méthode de la phase brute. En effet cette méthode est malgré tout une méthode par différence. Pour s'en convaincre il suffit d'étudier le cas d'une donnée manquante. Dans le cas de la simple différence on ne pourrait pas créer de différence. Dans le cas de la phase brute, la phase sera prise en considération et aura une influence sur le résultat. Dans le cas "sans différence", on crée bien une observation mais cette observation contient un paramètre inconnu. Elle ne modifie donc pas le résultat. On est bien dans un cas analogue à celui de la simple différence.



### III.2.4) Orthogonalisation de GRAM-SCHMIDT

Enfin, il est possible de créer d'autres types de différences qui sont, par contre, non corrélées. C'est la méthode d'orthogonalisation de GRAM-SCHMIDT. On définit:

$$GS\phi_{G_m, S_n} = \sqrt{\frac{n}{n+1}} \left( \phi_{G_m, S_{n+1}} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi_{G_m, S_i} \right) \quad (\text{III.14})$$

On voit facilement que les différences GS $\phi$  possèdent tous les avantages des simples différences: une erreur constante sur les mesures de phases disparaît dans la différence. De plus, on montre aisément, par le calcul que ces différences sont non corrélées (par construction).

Pour les doubles différences, on utilise cette technique deux fois (BOCK et al, 1985), en posant:

$$DGS\phi_{G_m, S_n} = \sqrt{\frac{m}{m+1}} \left( GS\phi_{G_{m+1}, S_n} - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m GS\phi_{G_i, S_n} \right) \quad (\text{III.15})$$

Cette méthode présente tous les avantages de la méthode "sans différence" sans présenter l'inconvénient du nombre croissant d'inconnues. Par contre elle est un peu plus difficile à mettre en oeuvre de manière informatique.

### III.3) Description sommaire du logiciel GDVS

Le logiciel GDVS (Géodésie par mesures de Distances et Variations de distances sur Satellites) est le programme de recherche en géodésie spatiale de l'IGN, développé dans le cadre de cette thèse (DE MOEGEN, 1985; WILLIS, 1985). Ce logiciel, écrit en Fortran 77 sur ordinateur compatible VAX, permettra, à terme, de traiter plusieurs types de mesures de géodésie spatiale (GPS, Doppler/TRANSIT, DORIS). Il a été conçu de manière modulaire. Certains modules sont communs à plusieurs techniques de géodésie spatiale. D'autres modules sont spécifiques à la technique utilisée (modélisation de la mesure, lecture des données, ...). Nous n'aborderons ici, dans le cadre de ce travail, que la partie relative au GPS.

Le but du GDVS est de permettre d'effectuer des simulations ou des traitements de mesures réelles GPS pour des besoins de recherche. La modélisation physique des mesures GPS est rigoureusement celle décrite dans les paragraphes II.2 et II.3.

Cette modélisation restant vraie pour tout les types de récepteurs GPS , le logiciel a donc la possibilité de traiter les mesures de différents types d'instruments (soit par type de récepteur soit en mélangeant les différents types de récepteurs). La méthode d'estimation utilisée est celle des moindres carrés.

Ce logiciel étant assez important (environ 20 000 lignes FORTRAN), nous ne pouvons donner ici qu'une idée générale de la structure du logiciel et du déroulement de son exécution.

Les données sont organisées en fichiers par type de données (mesures brutes, mesures formatées, orbite des satellites, options de calculs, matrice des moindres carrés, résultats de position, etc...). Cette organisation est telle que, pour un même jeu de données, plusieurs types de calcul sont possibles. Ce logiciel étant un logiciel de recherche, il existe toujours , à chaque étape du calcul, un grand nombre d'options qu' il faut sélectionner. Il est, bien entendu, évident que la plupart de ces options peuvent être sélectionnées par défaut, dans un mode de calcul automatique, afin de faciliter la tâche de l'opérateur. Tous les programmes sont désignés par un numéro du type suivant: GDVSXYZTU. X,Y,Z,T,U sont des nombres choisis en tenant compte des conventions suivantes: X représente la nature de la technique de géodésie spatiale (1=NNSS, 2=GPS, 3=DORIS, 0=sous-programme commun à toutes les techniques,...), Y représente le mode de traitement (1=prétraitement, 2=traitement, 3=post-traitement, analyse des résultats,...), Z,T,U représentent l'ordre chronologique de développement des différents modules.

La figure 6 explique de manière synthétique l'enchaînement logique des fonctions du logiciel mises en oeuvre pour le traitement d'une campagne de mesure GPS (plusieurs récepteurs, pendant plusieurs jours sur des sites, a priori, différents).

- Formatage des données (programme GDVS21110). Ce programme est spécifique à chaque type de récepteur GPS. Il permet de relire les données enregistrées, de les interpréter et de les retranscrire dans le format standard GDVS. La figure 7 représente les différents types de données qui sont relues à partir du support physique d'enregistrement (cassette numérique, disquette informatique, mémoire de masse intégrée dans le récepteur). Les données reformatées sont alors archivées dans la base de données (mesures de phases et de pseudo-distances, éléments pseudo-Képlériens qui permettent ensuite de calculer l'orbite des satellites GPS à partir du programme GDVS21003, paramètres radio-diffusés des horloges des satellites et paramètres du modèle de correction ionosphérique radio-diffusé).

Figure 6  
TRAITEMENT DES DONNEES  
POUR UNE CAMPAGNE GPS

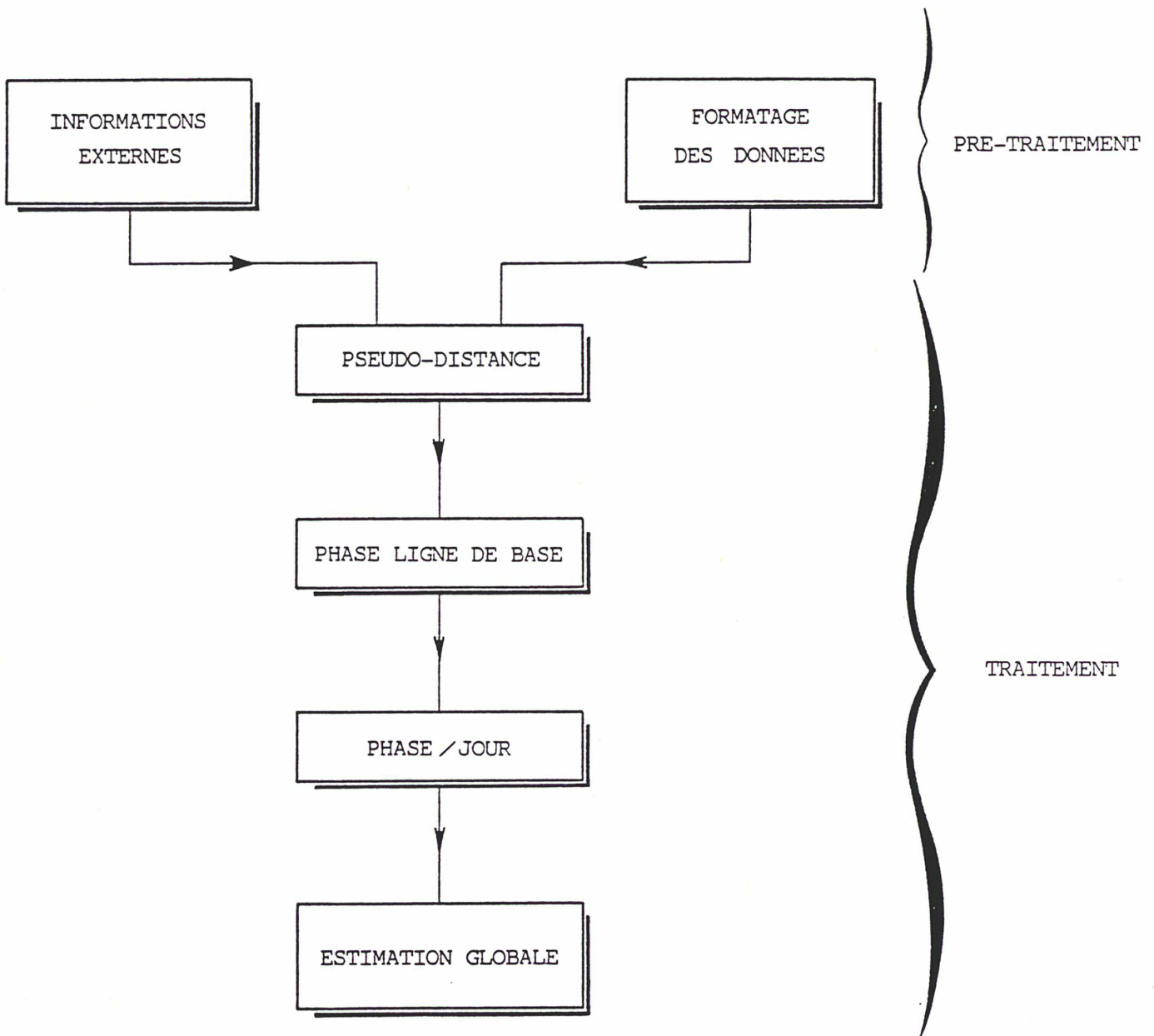


Figure 7  
FORMATAGE  
DES DONNEES GPS

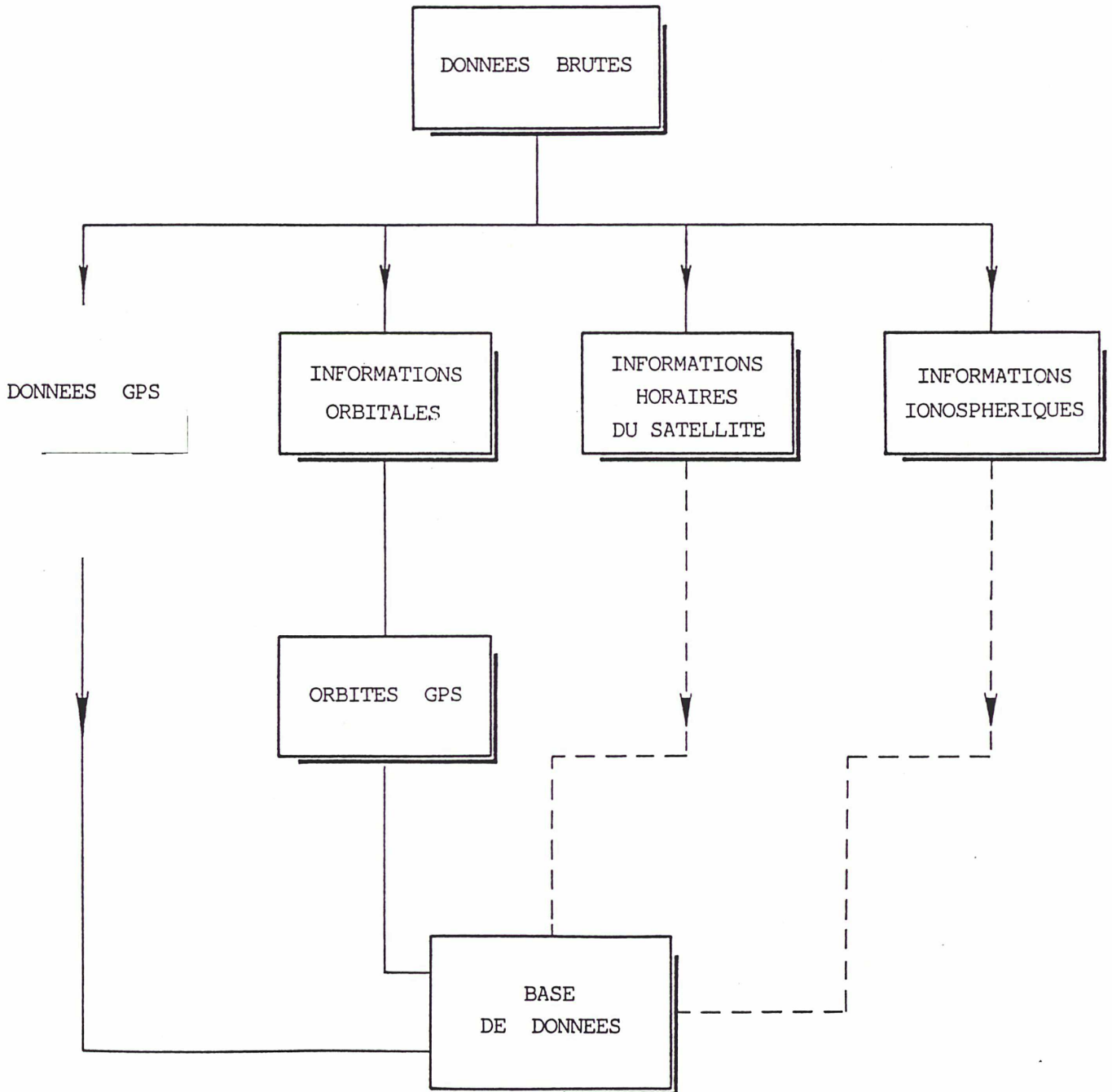
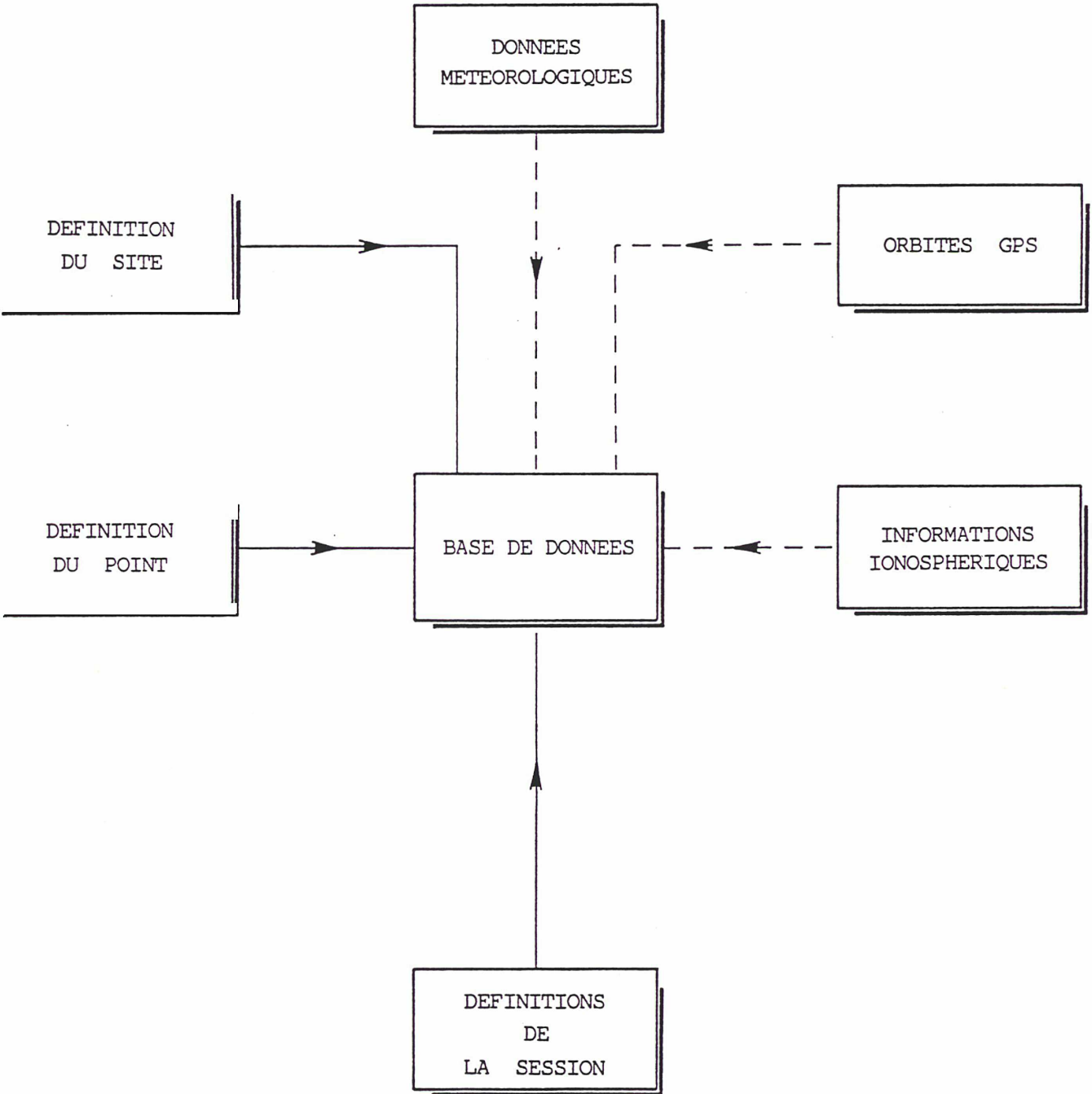


Figure 8  
LES INFORMATIONS  
DE TYPE EXTERNE



- Insertion, dans la base de données, des informations de type externe aux mesures (programme GDVS21020). La figure 8 représente les différents types d'informations externes:

\* Définition des sites: nom du site, désignation exacte du point de référence du site, désignation exacte des points, valeur des rattachements géodésiques entre les différents points du site et le point de référence.

\* Définition des sessions: date de début et date de fin de la session, nom du fichier des éphémérides et des paramètres d'horloges radio-diffusés par les satellites, paramètres du modèle de correction ionosphérique radio-diffusé dans le message GPS.

\* Définition des stations dans chaque session: numéro et type des récepteurs et des antennes, nom du fichier des mesures, éléments météorologiques disponibles (pression, température, humidité), étalonnages électroniques éventuels (code et phase) entre les canaux d'un même récepteur GPS.

- Calcul des pseudo-distances (programme GDVS2202). Ce calcul (figure 9) est effectué point par point et par session. Il permet tout d'abord de vérifier la position approchée dont on disposait au départ du calcul et, dans certains cas bien précis, de fournir une meilleure position approchée. De plus, il permet d'estimer les paramètres de l'horloge interne du récepteur, paramètres qui sont alors introduits dans la base de données, pour être réutilisés plus tard dans les calculs de phase.

- Calcul des phases (programme GDVS2250, GDVS2310 puis GDVS2320). Ce calcul (figure 10) est effectué en général ligne de base par ligne de base pour chaque session. On crée d'abord les relations d'observations des phases en mode double-différence (§ III.1.3): terme calculé-terme observé, matrice des dérivées partielles. On résout ensuite le système par moindres carrés en sauvegardant la matrice normale (ce qui permet ainsi de pouvoir cumuler plusieurs lignes de base et plusieurs sessions, sans perte de temps). Les paramètres estimés sont les inconnues de positions (X, Y, Z) de l'une des deux stations de la ligne de base, les ambiguïtés entières (K) et les éventuels sauts de cycles. Lorsque les ambiguïtés entières et les sauts de cycles sont fixés à leur valeur entière, on stocke la matrice normale des relations d'observations (au sens des moindres carrés).

Rem: Les lignes de base sont choisies de manière à minimiser les distances, afin de pouvoir fixer les ambiguïtés entières (§ III.5.1) et de manière à former un ensemble de lignes de base indépendantes (pour n récepteurs, on forme (n-1) lignes de base). On choisit donc une méthode circulaire pour les stations, alors que l'on utilise une méthode de pivot pour les satellites.

Figure 9  
LES CALCULS  
DE PSEUDO-DISTANCES

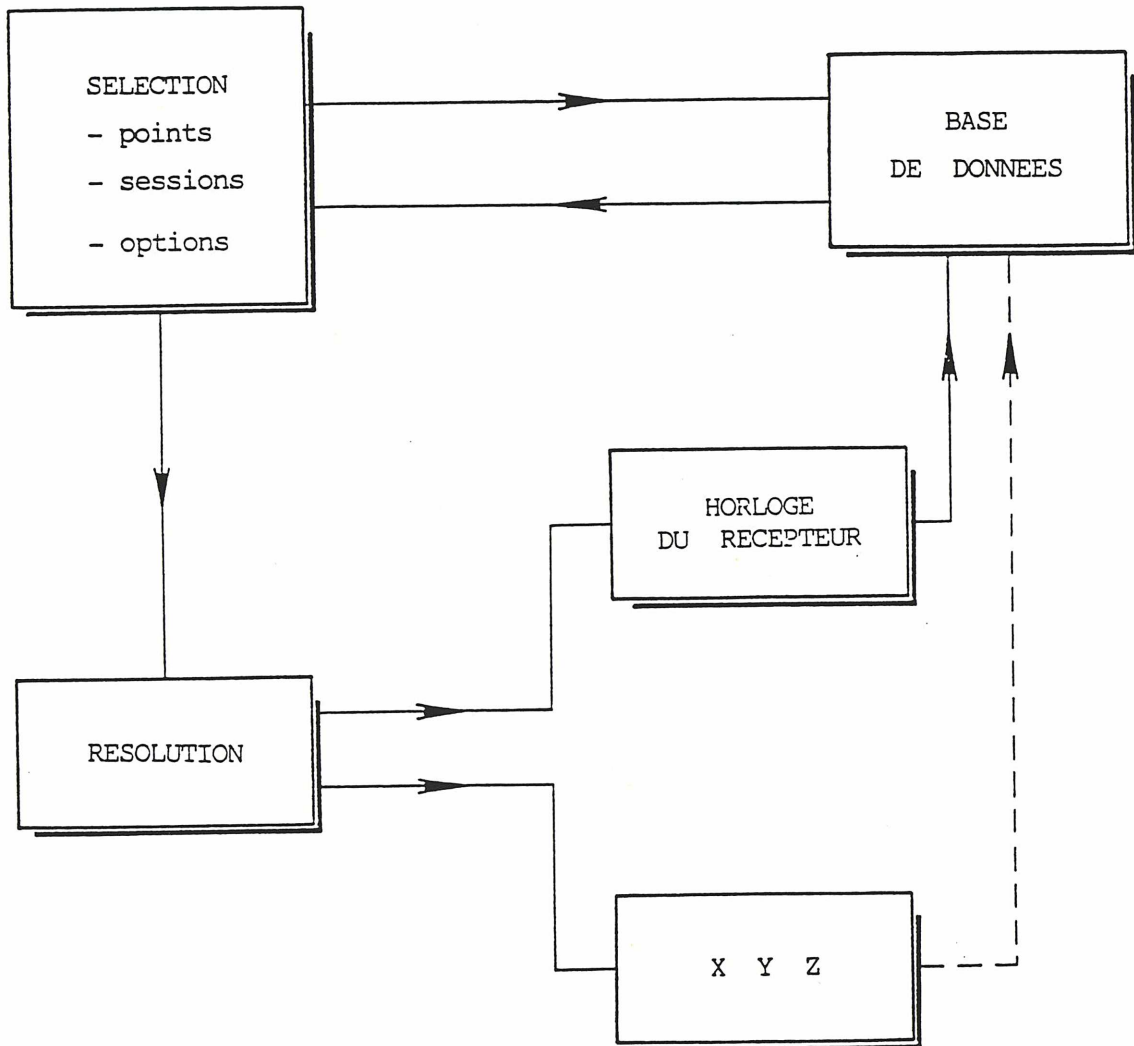
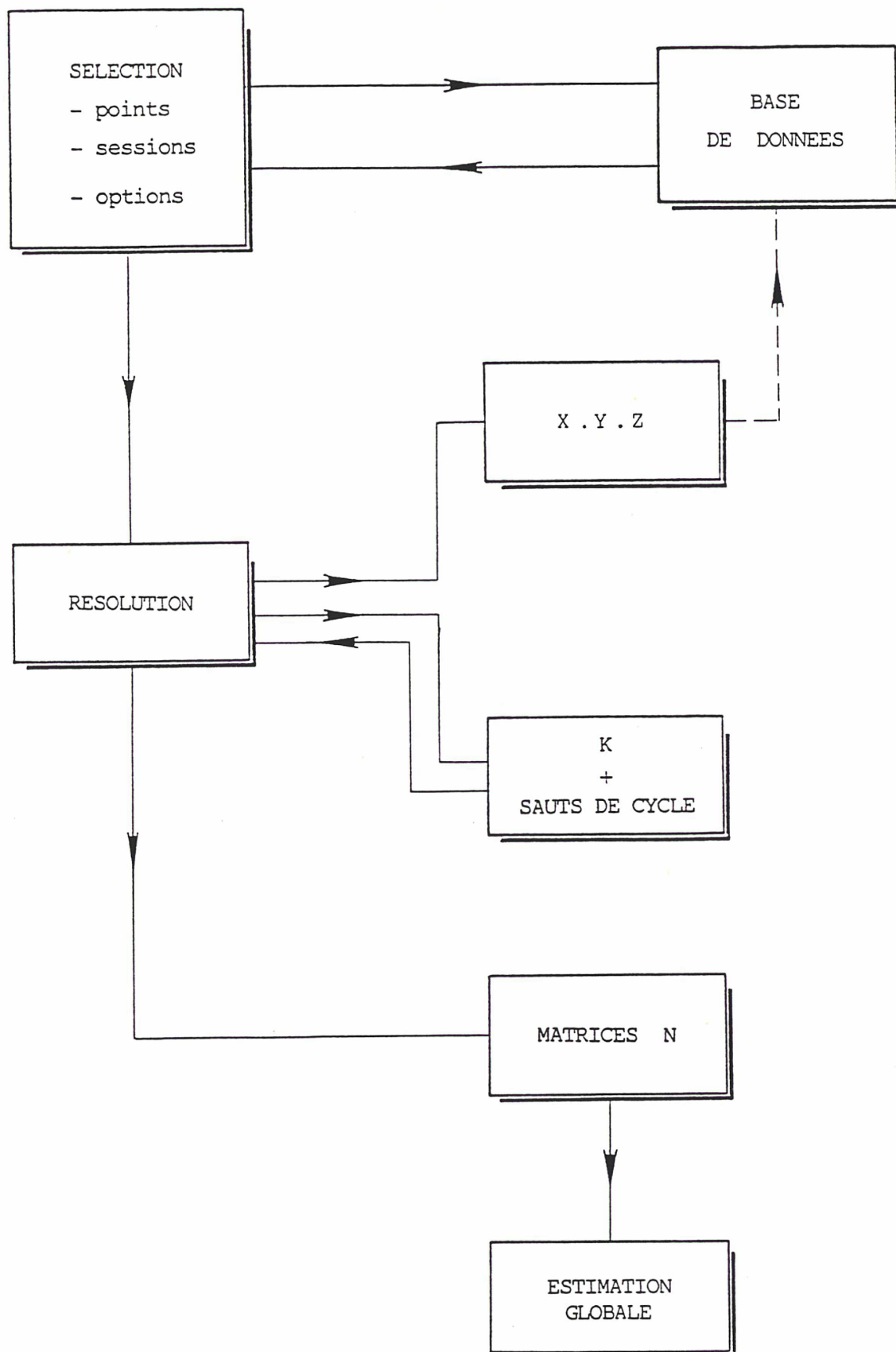


Figure 10  
LES CALCULS DE PHASES  
DE BATTEMENT GPS





- Calcul global par jour (programme GDVS2330). A partir des matrices normales élémentaires déterminées précédemment, on obtient par cumul (au sens des moindres carrés), la matrice normale relative à toutes les observations de la journée (tous les récepteurs et toutes les sessions). On regroupe ainsi toutes les mesures des différentes sessions de la journée.

- Estimation globale (programme GDVS2330). A partir des matrices normales par journées, on obtient, par cumul, la matrice globale de toutes les mesures de phases GPS de la campagne d'observation. On résoud alors cette matrice normale afin d'obtenir le jeu final de coordonnées des points de référence de tous les sites stationnés. Ce jeu final de coordonnées correspond à la meilleure estimation des coordonnées des sites que l'on puisse obtenir en utilisant l'ensemble de toutes les mesures GPS disponibles de la mission considérée.

Rem: Le calcul pourrait être effectué en une seule fois, sans passer par l'étape calcul par lignes de base et l'étape calcul par journées, mais l'expérience a prouvé qu'il était plus facile de détecter un problème pour une ligne de base et pour une session particulière que de le détecter sur le calcul global qui a tendance à atténuer certains effets. De plus, certains problèmes (mauvaise position approchée) implique le recalcul automatique de l'ensemble des données mises en cause (§ III.4.5). Il vaut donc mieux avoir à retraiter un sous-ensemble des mesures plutôt que d'avoir à retraiter l'ensemble de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

### III.4) Critères d'observation des satellites GPS

Ce logiciel a été utilisé pour traiter de nombreuses campagnes GPS et aussi surtout pour estimer la qualité des résultats d'expérience ou de simulations d'expérience. Nous décrivons dans ce paragraphe une synthèse des résultats obtenus dans la caractérisation des critères d'observation des satellites GPS (durée minimale d'observation, sélection des satellites,...).

#### III.4.1) Durée minimale d'observation

L'un des critères principaux d'une campagne de mesures GPS est le choix de la durée des observations. Nous avons vu que la mesure de phase est une mesure ambiguë. Il est donc impossible de déterminer une position instantanée en utilisant les phases GPS (si l'on ne connaît pas la valeur des ambiguïtés entières par ailleurs): il faut donc attendre! Nous allons essayer d'estimer la durée optimale d'observation (durée minimale sans dégradation

des performances). Les conclusions de cette étude auront une répercussion immédiate sur la productivité du GPS en tant que technique géodésique puisque cet élément d'information permettra d'en déduire le nombre de points déterminables par jour. Plus cette durée sera courte, plus le GPS sera efficace.

Pour étudier ce problème, nous avons considéré des mesures réelles GPS dont nous n'avons pris qu'une partie de durée variable (sélection de la première mesure réelle à la mesure de l'époque  $t_q$ ,  $t_q$  étant la variable). Les mesures correspondent à la ligne de base SERCEL Tour Est(cible)-MATRA(cible) de la mission BASEM (tests SERCEL). Nous avons tronqué le début des observations de manière à ne prendre en compte que la partie des observations relative à 5 satellites. On aura donc ainsi, toujours le même nombre de mesure par époque.

De la même manière que précédemment, nous avons étudié ce problème dans les deux cas suivants:

- cas n° 1: les ambiguïtés entières ne sont pas fixées (figure 11).

- cas n° 2: les ambiguïtés entières sont fixées à leur valeur théorique entière (figure 12).

Lorsque les ambiguïtés entières ne sont pas fixées, on constate sur la figure 11 que la précision du GPS s'améliore avec la durée des observations: il y a convergence vers la solution de référence. Cette précision ne s'améliore plus que très lentement à partir d'une durée de 15 minutes. La précision se stabilise alors autour de 1 à 2 centimètres (pour une localisation relative entre deux points distants d'environ 2,7 km). La convergence est très nette, surtout au début de la session. Les écarts types diminuent eux aussi, ce qui était prévisible puisque l'on augmente le nombre de mesures prises en compte dans la solution des moindres carrés.

Lorsque les ambiguïtés sont fixées, on constate sur la figure 12, qu' à partir de quelques minutes de mesures (5 à 10 minutes), la précision ne s'améliore plus et reste de l'ordre de quelques millimètres. La solution de référence choisie est aussi la solution obtenue en compensant toutes les mesures de toutes les sessions et de toutes les journées. Nous verrons plus tard que l'exactitude de cette solution est aussi de quelques millimètres. Les écarts types estimés sont eux d' environ un millimètre.

Nous en concluons que, dès que l'on peut fixer les ambiguïtés entières, une durée de quelques minutes peut être suffisante (à 5 satellites). De plus, pour des durées même très brèves (même pour une époque de mesure, c'est donc du positionnement instantané) la précision est de l'ordre de 1 à 2

Figure 11  
 Convergence de la solution GPS  
 en fonction de la durée des observations  
 (Ambiguïtés entières non fixées)

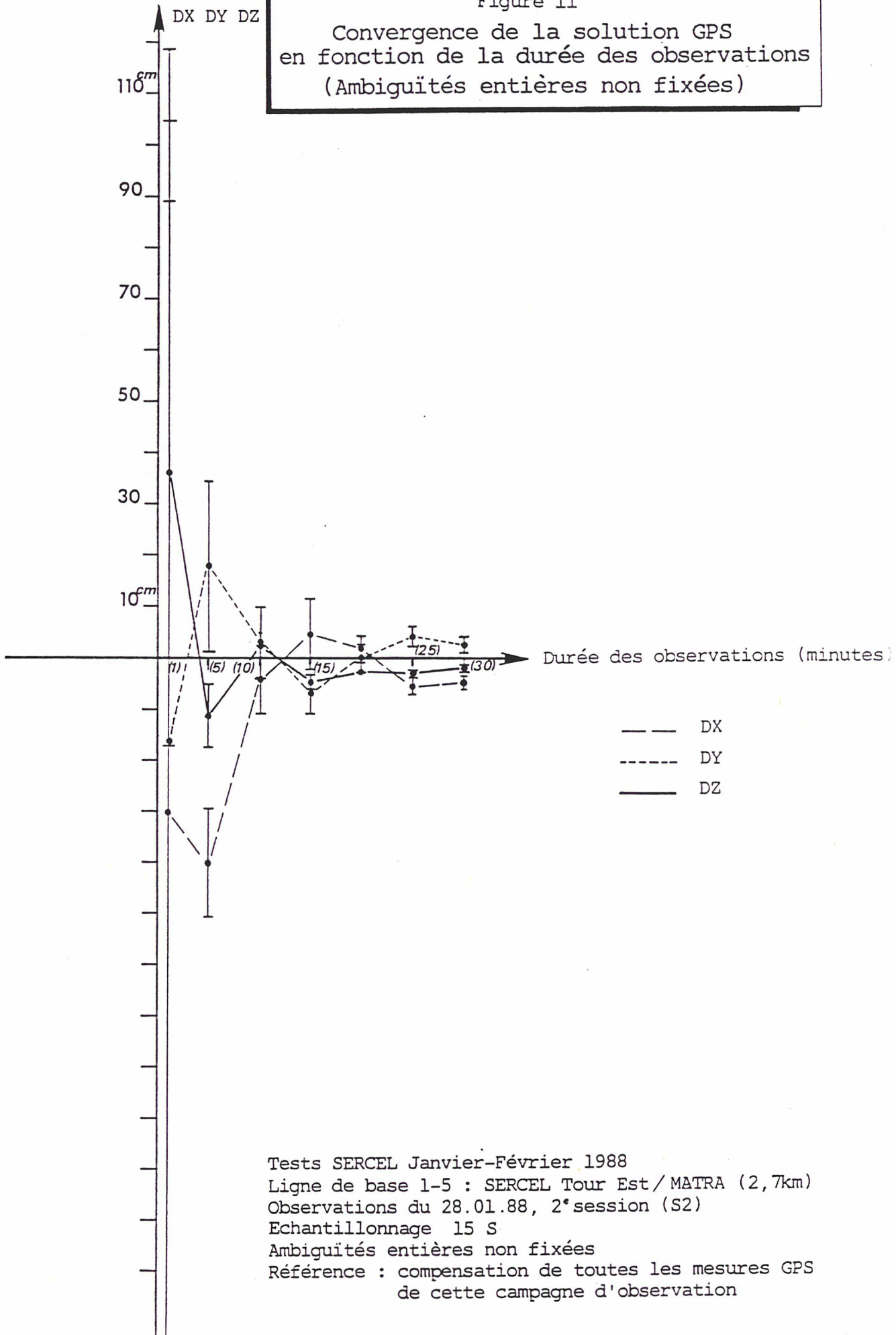
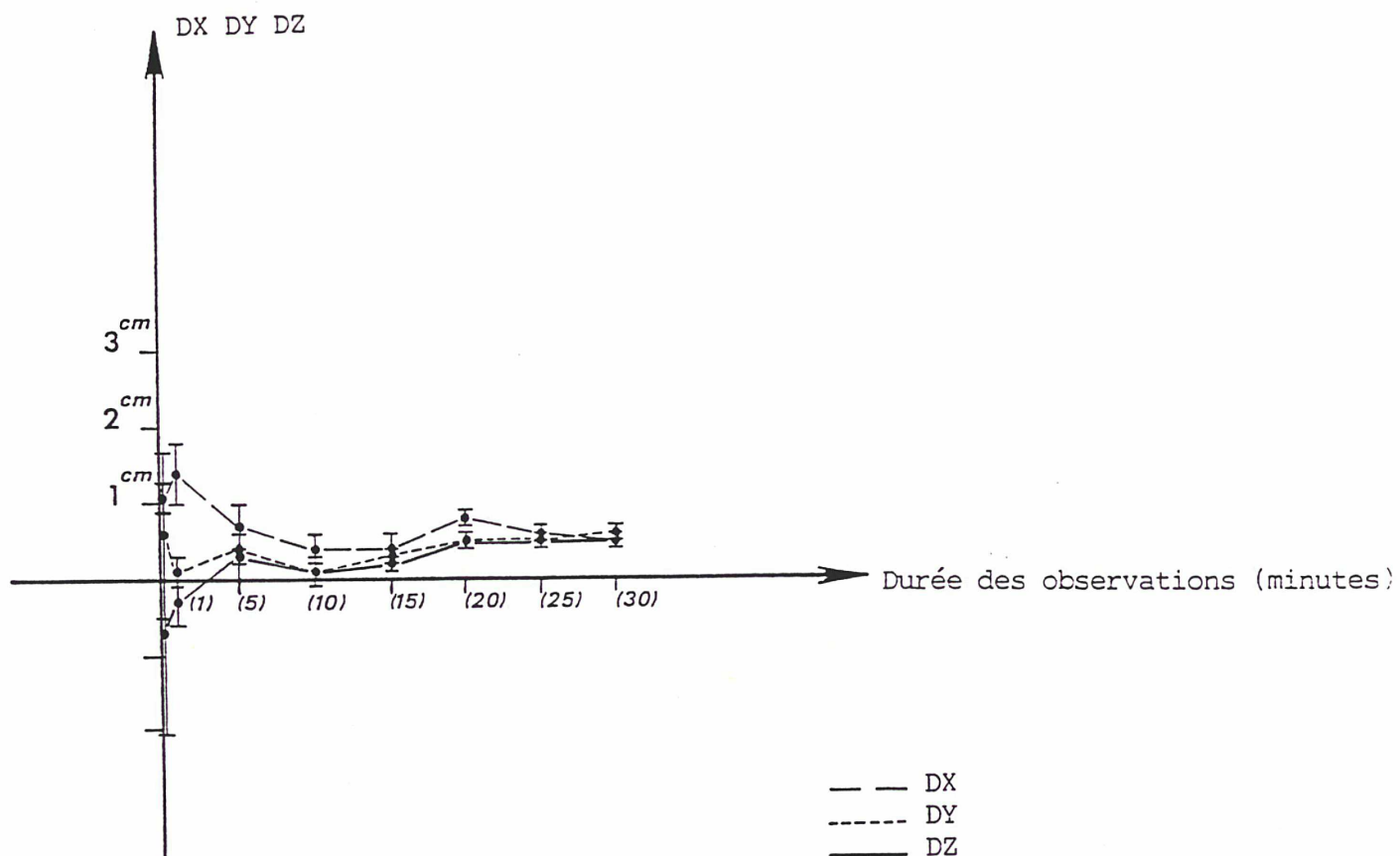


Figure 12  
 Convergence de la solution GPS  
 en fonction de la durée des observations  
 (Ambiguïtés entières fixées)



#### TESTS

Tests SERCEL Janvier-Février 1988

Ligne de base 1-5 : SERCEL Tour Est/ MATRA (2,7km)

Observations du 28 01 88, 2<sup>e</sup> session (S2)

Echantillonnage 15 S

Ambiguïtés entières fixées

Référence : compensation de toutes les mesures GPS  
 de cette campagne d'observation

centimètres. Ce dernier point est particulièrement important et sera étudié en détail dans le chapitre IV.

Le problème de la durée des observations est donc un faux problème. La vraie question à laquelle il faut pouvoir répondre est la suivante: au bout de combien de temps, la géométrie du système récepteurs-satellites a-t-elle suffisamment évolué pour permettre de déterminer avec certitude la vraie valeur (entière) des ambiguïtés entières?

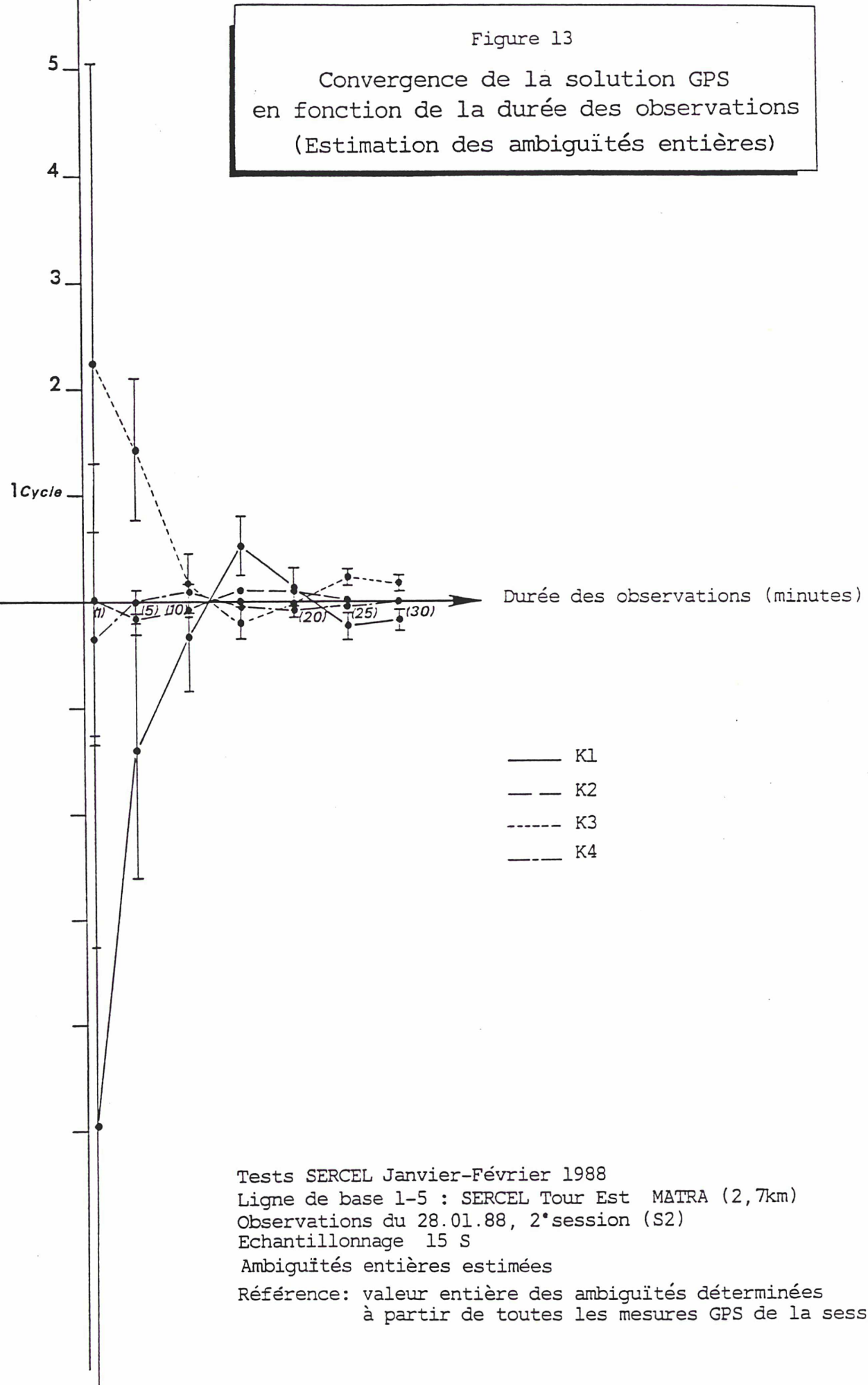
Pour cela, la figure 13 nous donne des éléments de réponse. En effet, puisque nous sommes dans le cas d'une simulation, nous connaissons par ailleurs la valeur nominale des ambiguïtés entières (obtenue par le calcul de toutes les mesures). Nous avons indiqué dans cette figure la différence entre les ambiguïtés estimées à partir d'un sous-ensemble des mesures (durée plus réduite) et leurs valeurs nominales respectives. Nous avons aussi indiqué, pour ces paramètres, la valeur des écarts types estimé a posteriori en fonction de la durée des observations réellement prises en compte dans le calcul.

On constate, au vu des résultats présentés dans cette figure, que, dès que l'on dispose de 5 minutes d'observations, on peut fixer les ambiguïtés entières en plusieurs itérations (§ III.5.1). Cette durée pourrait paraître suffisante. En fait, l'expérience a prouvé qu'il est dangereux de fixer les ambiguïtés entières en plusieurs itérations. On augmente ainsi le risque d'erreur (fixation à une mauvaise valeur). Si l'on tient compte du critère qui consiste à pouvoir fixer toutes les ambiguïtés entières simultanément, il faut alors environ 20 minutes de mesures. C'est ce dernier critère qui a été retenu.

D'une manière générale, cette valeur peut être affinée et prédite avant les observations. En effet, il suffit de calculer la durée suffisante qui soit telle que les écarts types a posteriori de toutes les ambiguïtés entières soient inférieurs à 0,300 cycle. Ceci peut être calculé facilement avant les observations car pour estimer les écarts types a posteriori, on n'a besoin que de la matrice des dérivées partielles (et non de celle des observations réelles) et que pour ce calcul, la position du satellite provenant des almanachs (prévision d'orbite à moyen terme obtenue par extrapolation) est tout à fait suffisante.

Il faut, de plus, tempérer cette méthode en prévoyant une marge de sécurité pour les observations de terrain afin d'éviter les problèmes classiques de perte de données ou d'accrochage tardif d'un satellite. De plus, cette étude a été effectuée dans l'hypothèse où l'on enregistre en permanence les mesures de phase

.K1 K2 K3 K4



relatives à cinq satellites. Dans le cas où l'on disposerait d'un nombre de satellites plus réduit, il faudrait attendre plus longtemps.

Nous en concluons qu'une durée de 30 minutes (à 5 satellites) est amplement suffisante pour des lignes de base de quelques kilomètres et que de plus, il existe une possibilité de calcul a priori (simulation) qui permet de déterminer la valeur exacte de cette durée en fonction de la longueur de la ligne de base et de la constellation des satellites sélectionnés.

#### III.4.2) Période d'échantillonnage des mesures GPS

L'un des problèmes du GPS est la quantité de données à traiter. En effet, certains récepteurs ont des cadences d'enregistrement des mesures très rapides (une mesure toutes les 0,6 seconde pour le NR52 de SERCEL, par exemple). Ceci impliquerait de traiter  $4 \frac{3600}{0,6} = 24\ 000$  observations de doubles différences pour une seule session d'une heure à deux récepteurs. Ce grand nombre de données poserait des problèmes tant pour le stockage et l'archivage que pour la durée des calculs de localisation. Les récepteurs peuvent, en général, modifier leur période d'échantillonnage (qui reste malgré tout un multiple de la période minimale d'échantillonnage qui dépend totalement du type de matériel utilisé). Il faut donc déterminer la durée optimale d'échantillonnage qu'il faut choisir, c'est-à-dire la période d'échantillonnage la plus longue possible qui ne dégrade pas la qualité des résultats.

Rem: Il ne faut pas confondre ce procédé d'échantillonnage avec la technique des points normaux qui est utilisée dans d'autres techniques de géodésie spatiale (comme la Télémétrie Laser). Lorsque l'on échantillonne, on rejette arbitrairement toute une partie des mesures. Dans la technique des points normaux, on utilise toutes les mesures, que l'on moyenne au sens des moindres carrés. Le but de cette technique est de réduire le bruit des mesures (par moyenne). Cela est très utile dans le cas de la télémétrie Laser, mais serait inutile dans le cas du GPS car les bruits de mesures (millimétriques) sont déjà faibles par rapport aux systématismes résiduels.

Pour déterminer la période optimale d'échantillonnage, nous avons effectué des simulations à partir d'un fichier de mesures réelles déjà échantillonnées à quinze secondes que nous avons rééchantillonné en prenant une mesure toutes les n mesures (n étant le paramètre que l'on fait varier dans cette simulation).

C'est donc bien un échantillonnage, on effectue ni lissage ni moyenne, on élimine simplement certaines mesures de manière très artificielle. On obtient exactement les observations réelles qui auraient été effectuées si le récepteur avait été échantillonné de manière différente.

Les tableaux 6 et 7 montrent les résultats obtenus en fonction de la durée d'échantillonnage des mesures pour une ligne de base de 2,7 km dans les deux cas suivants: ambiguïtés entières estimées et non fixées et ambiguïtés entières fixées.

Lorsque les ambiguïtés entières ne sont pas fixées, on constate, ce qui était tout à fait prévisible, que les résidus (RMS) demeurent pratiquement inchangés. De plus, les écarts types a posteriori diminuent lorsque la durée d'échantillonnage diminue puisque le nombre d'observations de doubles différences augmente en rapport inverse. En comparant ces résultats avec les valeurs de référence (obtenues en cumulant plusieurs sessions d'observations GPS d'environ une heure), on constate que les différences diminuent aussi en fonction de la cadence des enregistrements. On aurait donc tendance à dire qu'il faut la cadence la plus élevée possible ce qui produirait donc un jeu de données à traiter très volumineux.

Lorsque l'on fixe les ambiguïtés entières, et cela est toujours possible (on dispose de plus de 30 minutes d'observations à 5 satellites), on obtient une conclusion très différente. En effet, lorsque les ambiguïtés entières sont fixées, les écarts types a posteriori sont très peu modifiés par la cadence d'enregistrement. En outre, les différences observées dans le tableau 7 restent de l'ordre de quelques millimètres et varient peu. De plus, si l'on compare ces résultats avec la solution obtenue pour un échantillonnage de 15 secondes, on constate que pour des échantillonnages de 15 secondes à 1 minute, il n'y a pas de différence notable sur les résultats obtenus (au millimètre près). Par contre, le temps de calcul est, lui, très différent: on passe de 12 minutes 20 secondes CPU à 3 minutes 36 secondes CPU (soit un facteur 4 qui est aussi le facteur entre les deux nombres d'observations). Dans ce temps de calcul nous incluons la préparation des données (relecture des données, mise sous format GDVS et nouvel échantillonnage), le premier calcul (ambiguïtés entières non fixées) et le ou les itération(s) nécessaires pour fixer toutes les ambiguïtés entières. Ce temps de calcul doit être considéré comme un maximum puisque le logiciel GDVS n'est pas optimisé (on calcule beaucoup de petites corrections), qu'il faut recalculer à chaque fois les résidus des moindres carrés et que les accès aux données n'ont pas été optimisés (afin de conserver



période d'échantillonnage	RMS (m) $n_{obs}$	DX (m) $\sigma_x$ (m)	DY (m) $\sigma_y$ (m)	DZ (m) $\sigma_z$ (m)
15 s	0,007 1117	-0,018 0,005	0,007 0,005	-0,008 0,003
30 s	0,007 558	-0,016 0,007	0,004 0,006	-0,010 0,002
45 s	0,007 373	-0,012 0,008	0,002 0,008	-0,008 0,003
1 mn	0,007 279	-0,016 0,009	0,003 0,009	-0,009 0,003
2 mn	0,007 139	-0,013 0,013	0,004 0,012	-0,005 0,005
5 mn	0,007 57	-0,010 0,018	-0,020 0,017	-0,025 0,006
10 mn	0,006 30	-0,015 0,018	-0,011 0,017	-0,022 0,007
15 mn	0,007 18	0,030 0,036	-0,055 0,036	-0,035 0,012
20 mn	0,005 16	-0,020 0,017	-0,006 0,016	-0,022 0,007

Tableau 6

Etude de la période d'échantillonnage des mesures de phase GPS  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 (ambiguïtés entières non fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure

Echantillonnage variable

Ambiguïtés entières non fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne  
 d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DX = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

période d'échantillonnage	CPU (minutes)	RMS(m) $n_{obs}$	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)
15 s	12:20	0,007 1117	-0,004 0,001	0,001 0,001	0,000 0,001
30 s	6:27	0,007 558	-0,004 0,001	0,001 0,001	0,000 0,001
45 s	4:33	0,007 373	-0,005 0,001	0,001 0,001	-0,001 0,001
1 mn	3:36	0,007 279	-0,004 0,001	0,001 0,001	0,000 0,002
2 mn	2:11	0,007 139	0,003 0,002	0,002 0,002	0,002 0,002
5 mn	1:49	0,007 57	-0,005 0,003	0,000 0,003	-0,001 0,003
10 mn	1:04	0,006 30	-0,006 0,003	0,001 0,003	0,002 0,004
15 mn	1:30	0,007 18	0,001 0,005	0,000 0,005	-0,005 0,005
20 mn	1:02	0,005 16	-0,004 0,004	0,003 0,004	0,002 0,005

Tableau 7

Etude de la période d'échantillonnage des mesures de phase GPS  
Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure

Echantillonnage variable

Ambiguïtés entières fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne  
d'observation.

$$\begin{cases} DX = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{cases}$$

une plus grande souplesse pour le traitement des différents récepteurs).

Nous en concluons donc qu'une période d'échantillonnage de 45 secondes est parfaitement suffisante: les résultats sont identiques au millimètre près et le temps de calcul devient très acceptable. On peut remarquer au passage que cette valeur correspond au choix fait par le TI4100 de Texas Instruments.

### III.4.3) Nombre minimal de satellites

Le nombre de satellites que peut capter un récepteur GPS est une quantité très variable suivant les constructeurs (typiquement entre 4 et 12). C'est aussi un des éléments déterminants dans le prix de ces matériels. Il convient donc de s'interroger sur la nécessité d'enregistrer les signaux d'un grand nombre de satellites GPS simultanément. De plus, il arrive souvent que certains satellites ne soient pas captés ou que l'on soit obligé actuellement de travailler pendant une période durant laquelle peu de satellites sont en visibilité (constellation provisoire et incomplète des satellites GPS).

Nous avons mené une étude cherchant à estimer le gain de précision que l'on peut obtenir en positionnement statique en fonction du nombre de satellites que l'on peut capter.

Pour cela nous sommes partis de données réelles (base SERCEL Tour Est/MATRA du 28/01/88 session S2) et nous avons calculé ces données de phase en mode doubles différences pour toutes les combinaisons possibles de deux satellites (10 combinaisons), de trois satellites (10 combinaisons), de quatre satellites (5 combinaisons). Nous avons ensuite comparé ces résultats avec les résultats déjà obtenus à cinq satellites pour toutes les sessions disponibles de cette ligne de base (10 sessions). A chaque essai, nous avons déterminé les résultats obtenus lorsque les ambiguïtés entières sont estimées et lorsque les ambiguïtés entières sont fixées à leur valeur entière (connue à partir du traitement à cinq satellites). Pour chaque essai, nous avons cherché à déterminer si ces ambiguïtés entières peuvent être fixées à partir des seules mesures de l'essai. Les tableaux suivants (tableaux 8 à 15) montrent les différents résultats obtenus pour ces positionnements dégradés. L'ensemble de résultats est présenté de manière synthétique dans le tableau 16.

Jour	Session	RMS(m) n <sub>obs</sub>	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)
28/1/88	S1	0,007 1310	-0,047 0,006	0,011 0,002	0,001 0,002
28/1/88	S2	0,007 112	-0,018 0,005	0,007 0,005	-0,008 0,002
29/1/88	S1	0,007 461	-0,019 0,010	0,002 0,003	-0,003 0,003
29/1/88	S2	0,006 1050	0,019 0,004	-0,014 0,004	-0,001 0,002
30/1/88	S1	0,008 1317	-0,026 0,006	0,004 0,002	0,001 0,002
30/1/88	S2	0,010 1068	-0,001 0,008	0,011 0,008	0,013 0,003
31/1/88	S1	0,006 1322	0,001 0,005	-0,006 0,002	-0,004 0,002
31/1/88	S2	0,006 1065	-0,003 0,004	0,009 0,004	0,003 0,002

Tableau 8

Etude de la localisation relative à cinq satellites:  
 Etude de la répétabilité des résultats GPS par session.  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 (ambiguïtés entières non fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

Echantillonnage 15 s

Ambiguïtés entières non fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

$$\begin{cases} DX = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{cases}$$

Jour	Session	RMS(m) n <sub>obs</sub>	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)	n <sub>iter</sub>
28/1/88	S1	0,007 1310	-0,009 0,001	-0,004 0,001	-0,007 0,001	1
28/1/88	S2	0,007 112	-0,004 0,001	0,001 0,001	0,000 0,001	1
29/1/88	S1	0,007 461	-0,002 0,002	-0,004 0,001	-0,007 0,003	1
29/1/88	S2	0,006 1050	0,004 0,001	0,007 0,001	0,007 0,001	1
30/1/88	S1	0,008 1317	-0,001 0,001	-0,003 0,001	-0,002 0,001	1
30/1/88	S2	0,011 1068	0,005 0,001	0,005 0,003	0,004 0,003	2
31/1/88	S1	0,006 1322	0,000 0,001	-0,003 0,001	-0,002 0,001	1
31/1/88	S2	0,006 1065	0,002 0,001	0,004 0,001	0,005 0,001	1

Tableau 9

Etude de la localisation relative à cinq satellites:  
 Etude de la répétabilité des résultats GPS par session.  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 (ambiguïtés entières fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

Echantillonnage 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DX = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

### Localisation à cinq satellites:

Les tableaux 8 et 9 montrent les résultats obtenus pour la même ligne de base et pour plusieurs sessions différentes d'observations GPS. On constate que lorsque les ambiguïtés entières ne sont pas fixées les différences observées sur les positions par rapport aux positions de référence sont typiquement de l'ordre de 1 à 2 centimètres et ne dépassent jamais 5 centimètres. Les écarts types a posteriori sont plus optimistes car ils indiquent des précisions de 0,3 à 0,5 millimètre.

Pour toutes les sessions, il est possible de fixer les inconnues d'ambiguïtés à leur valeur entière. Ceci améliore de beaucoup les résultats de localisation car les différences observées par rapport aux positions de référence sont alors typiquement de l'ordre de 0,5 centimètre et toujours inférieures au centimètre. Les écarts types a posteriori diminuent d'un facteur 4 pour être pratiquement toujours égaux à 0,1 centimètre.

### Localisation à quatre satellites:

Lorsque l'on ne considère que les mesures de la deuxième session du 28 Janvier 1988 et que l'on ne prend en compte que quatre satellites sur les cinq réellement enregistrés, on constate (tableau 10) que lorsque les ambiguïtés entières sont estimées, les écarts observés par rapport aux positions de référence sont toujours de l'ordre de 1 à 2 centimètres. Les écarts types a posteriori sont de l'ordre de 0,5 centimètre et toujours inférieurs au centimètre.

Dans tous les cas de figures, on peut fixer les ambiguïtés à leur valeur entière. Les résultats s'améliorent alors très nettement (tableau 11) puisque les écarts observés par rapport aux positions de référence sont alors de 0,3 à 0,5 centimètre et toujours inférieurs au centimètre. Les écarts types a posteriori sont pratiquement tous de 1 millimètre. Il n'y a donc pas beaucoup de différences par rapport à la localisation à cinq satellites.

### Localisation à trois satellites:

Par contre, lorsque l'on ne prend en compte que les doubles différences de trois satellites, les résultats se dégradent rapidement.

Lorsque les ambiguïtés entières sont estimées

satellites sélectionnés	RMS (m) $n_{obs}$	DX (m) $\sigma_x$ (m)	DY (m) $\sigma_y$ (m)	DZ (m) $\sigma_z$ (m)
9,11,12,13	0,008 484	-0,020 0,007	0,010 0,006	-0,008 0,003
3,11,12,13	0,006 602	0,007 0,004	-0,008 0,004	-0,004 0,002
3,9,12,13	0,006 535	0,013 0,004	-0,016 0,008	-0,007 0,004
3,9,11,12	0,008 367	-0,050 0,012	0,037 0,011	-0,009 0,004
3,9,11,13	0,008 366	0,003 0,008	0,008 0,021	0,002 0,007

Tableau 10

Etude de la localisation relative à quatre satellites:

Etude de la répétabilité des résultats GPS.

Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières non fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure à 4 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières non fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne  
d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DX = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

satellites sélectionnés	RMS(m) $n_{obs}$	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)	$n_{iter}$
9,11,12,13	0,008 484	-0,004 0,001	-0,001 0,001	-0,002 0,001	1
3,11,12,13	0,006 602	0,000 0,001	0,008 0,001	0,006 0,001	1
3,9,12,13	0,006 535	0,009 0,002	0,010 0,001	0,010 0,001	1
3,9,11,12	0,008 367	0,002 0,002	0,000 0,001	0,010 0,002	1
3,9,11,13	0,008 366	-0,004 0,001	-0,001 0,001	0,003 0,001	2

Tableau 11

Etude de la localisation relative à quatre satellites:  
 Etude de la répétabilité des résultats GPS.  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 (ambiguïtés entières fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure à 4 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DY = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$



satellites sélectionnés	RMS(m) $n_{obs}$	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)
11,12,13	0,007 358	-0,013 0,009	0,005 0,008	-0,007 0,003
9,12,13	0,006 318	0,016 0,010	-0,003 0,005	0,004 0,004
9,11,13	0,008 292	-0,100 0,029	0,131 0,040	0,000 0,003
9,11,12	0,008 292	-0,151 0,021	0,097 0,015	-0,061 0,010
3,12,13	0,005 384	0,011 0,004	-0,005 0,011	0,000 0,006
3,11,13	0,009 380	-0,041 0,014	0,170 0,059	-0,033 0,011
3,11,12	0,008 280	-0,112 0,020	0,115 0,024	0,053 0,014
3,9,13	0,008 279	-0,027 0,042	0,183 0,197	0,016 0,026
3,9,12	0,008 201	-0,137 0,132	0,017 0,010	0,006 0,013
3,9,11	0,008 201	-0,153 0,028	0,253 0,046	0,033 0,009

Tableau 12

Etude de la localisation relative à trois satellites:

Etude de la répétabilité des résultats GPS.

Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières non fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure à 3 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières non fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne  
d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DY = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

satellites sélectionnés	RMS(m) $n_{obs}$	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)	$n_{iter}$
11,12,13	0,007 358	-0,004 0,001	-0,003 0,002	-0,007 0,001	1
9,12,13	0,006 318	0,012 0,002	-0,001 0,002	0,003 0,003	1
9,11,13	0,008 292	-0,002 0,001	-0,016 0,004	-0,005 0,003	-
9,11,12	0,008 292	-0,002 0,001	0,003 0,003	0,008 0,004	-
3,12,13	0,005 384	0,007 0,003	0,011 0,001	0,009 0,001	1
3,11,13	0,009 380	-0,014 0,002	0,051 0,007	-0,020 0,003	1
3,11,12	0,009 280	-0,005 0,001	-0,002 0,002	0,002 0,001	-
3,9,13	0,008 279	0,004 0,003	0,001 0,003	0,011 0,001	-
3,9,12	0,008 201	-0,011 0,005	-0,006 0,003	0,001 0,002	2
3,9,11	0,009 201	-0,018 0,006	-0,004 0,002	-0,010 0,005	-

Tableau 13

Etude de la localisation relative à trois satellites:

Etude de la répétabilité des résultats GPS.

Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure à 3 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne  
d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DY = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

satellites sélectionnés	RMS(m) n <sub>obs</sub>	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)
3,9	0,009 75	69,217 212,200	76,374 232,600	1,968 5,893
3,11	0,009 114	-2,427 0,789	5,196 1,781	0,910 0,279
3,12	0,006 140	-2,808 1,893	-2,342 1,659	-1,249 0,879
3,13	0,006 140	0,656 0,433	-2,979 1,943	-0,458 0,340
9,11	0,006 126	3,188 0,584	5,509 0,921	6,059 1,053
9,12	0,006 126	1,628 1,557	-0,517 0,497	0,295 0,282
9,13	0,007 126	0,975 2,218	1,716 3,960	0,679 1,555
11,12	0,007 166	-0,731 0,201	-0,451 0,174	-2,331 0,750
11,13	0,008 166	-0,843 0,280	1,893 0,545	-0,121 0,020
12,13	0,005 192	0,442 0,295	0,623 0,433	0,670 0,461

Tableau 14

Etude de la localisation relative à deux satellites:

Etude de la répétabilité des résultats GPS.

Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières non fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure à 2 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières non fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne  
d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DY = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

satellites sélectionnés	RMS(m) $n_{obs}$	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)	$n_{iter}$
3,9	0,009 75	-4,034 2,995	0,072 2,885	-0,066 0,043	-
3,11	0,009 114	-0,010 0,003	-0,255 0,082	0,057 0,022	-
3,12	0,006 140	-0,637 0,179	-0,436 0,126	-0,240 0,069	-
3,13	0,006 140	0,010 0,004	-0,077 0,042	0,049 0,020	-
9,11	0,007 126	-0,334 0,065	-0,052 0,093	-0,300 0,105	-
9,12	0,006 126	0,012 0,093	-0,001 0,006	0,003 0,019	-
9,13	0,007 126	0,055 0,370	0,068 0,592	0,032 0,242	-
11,12	0,008 166	0,053 0,015	0,200 0,053	0,543 0,142	-
11,13	0,008 166	-0,062 0,010	0,385 0,065	-0,075 0,012	-
12,13	0,006 192	0,085 0,080	0,095 0,108	0,109 0,119	1

Tableau 15

Etude de la localisation relative à deux satellites:

Etude de la répétabilité des résultats GPS.

Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure à 2 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne  
d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DY = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

(tableau 12), les écarts observés par rapport aux positions de référence deviennent de l'ordre de 5 à 10 centimètres (et toujours inférieurs à 25 centimètres). Les écarts types a posteriori se dégradent d'un facteur 5 à 10 environ et se trouvent compris entre 1 et 5 centimètres.

Il n'est alors presque plus possible de fixer les ambiguïtés entières (5 essais réussis sur 10, essais correspondant aux durées les plus longues). Lorsque l'on fixe malgré tout les ambiguïtés entières aux valeurs exactes (déduites de l'étude à cinq satellites), les résultats s'améliorent alors car les écarts observés par rapport aux positions de référence (tableau 13) sont de l'ordre de 1 à 2 centimètres et toujours inférieurs à 2 centimètres. Les écarts types a posteriori sont de l'ordre de 0,3 centimètre.

#### Localisation à deux satellites:

Lorsque l'on conduit cette étude à son terme en étudiant la localisation à deux satellites, on constate que lorsque les ambiguïtés entières ne sont pas fixées (tableau 14), les écarts observés par rapport aux positions de référence sont de l'ordre de 1 à 2 mètres et toujours inférieurs à 6 mètres. Les écarts types a posteriori sont compris entre 20 centimètres et 2 mètres.

Il devient alors quasiment impossible de fixer les ambiguïtés entières (1 cas sur 10). Lorsque l'on fixe malgré tout (tableau 15) les ambiguïtés entières à leur valeur (déduite de la session à cinq satellites), les résultats s'améliorent sensiblement puisque les écarts observés par rapport aux positions de référence sont alors de l'ordre de 20 à 30 centimètres.

Rem: Le cas qui semble aberrant du couple de satellite (3,9) correspond à un essai pour lequel le nombre de données est très faible (75 doubles différences soit 19 minutes d'observations communes à deux satellites).

#### Conclusions des essais de localisation dégradée:

Le tableau 16 résume de manière synthétique l'ensemble des résultats présentés précédemment. Nous en concluons que la localisation à 4 ou 5 satellites est quasiment équivalente du point de vue de la précision. Néanmoins, plus le nombre de satellites est important, plus la durée minimum d'observation nécessaire pour pouvoir fixer les ambiguïtés entières diminue. On peut donc dire qu'un nombre de satellites captés plus important

nombre de satellites	ambiguïtés fixées	écart max /référence	écart type a posteriori	$\frac{K_{fixés}}{K_{total}}$
5	Non	5 cm	0,4 cm	0
5	Oui	1 cm	0,1 cm	10/10
4	Non	5 cm	0,6 cm	0
4	Oui	1 cm	0,1 cm	5/5
3	Non	25 cm	3 cm	0
3	Oui	2 cm	0,3 cm	5/10
2	Non	6 m	1 m	0
2	Oui	50 cm	0,2 m	1/10

Tableau 16

Etude de la localisation relative dégradée  
en fonction du nombre de satellites  
Etude de la répétabilité des résultats GPS.  
(synthèse des tableaux 8 à 15)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure

Echantillonnage: 15 s

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DX = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

permet de faciliter les opérations de terrain (durée d'observation plus courte) et d'obtenir une plus grande confiance dans les résultats (on fixe plus de paramètres). Les précisions obtenues pour 4 ou 5 satellites sont pratiquement équivalentes.

Dans le cas de la localisation dégradée à trois satellites, une heure d'observation paraît être une durée insuffisante pour pouvoir fixer toutes les ambiguïtés entières (taux de réussite de 50%). De plus, même lorsque l'on fixe les ambiguïtés entières, les résultats sont dégradés d'un facteur 2 à 3.

Dans le cas extrême de la localisation à deux satellites, une heure de mesures est encore une durée très insuffisante pour pouvoir fixer les ambiguïtés entières (taux de réussite de 10%). De plus, les résultats sont encore plus dégradés (facteur 20 par rapport à la localisation dégradée à trois satellites).

On voit donc tout l'intérêt d'une constellation GPS importante qui assurera en permanence la visibilité simultanée d'au moins quatre satellites en tout endroit du globe. En attendant l'opérationnalité définitive de ce système, l'étude précédente fournit des ordres de grandeur pour la qualité des résultats de positionnement statique dégradé lorsque peu de satellites sont utilisables.

#### III.4.4) Choix des satellites

Il s'avère donc qu'une des conditions permettant d'obtenir un positionnement géodésique de qualité est de pouvoir observer simultanément au moins quatre satellites GPS. Les récepteurs ayant un nombre limité de canaux de mesure, il faut actuellement effectuer une sélection des satellites. Il est donc justifié de se demander sur quels critères doit s'opérer cette sélection.

Un des critères possibles de cette sélection est de favoriser la meilleure géométrie du système récepteurs-satellites. Certains auteurs ont développé ce type de test (GOAD, 1988). Il suffit de calculer un terme appelé RDOP (Relative Dillution of Precision). Ce terme correspond à la trace de la matrice normale des moindres carrés et peut être calculé avant les opérations de terrain à partir de positions approchées des récepteurs et de positions approchées des satellites (orbites extrapolées).

Une autre voie possible que nous suggérons ici consiste à s'intéresser à la spécificité de la localisation relative statique et en particulier aux ambiguïtés entières. Nous avons déjà vu que

le fait de pouvoir fixer les ambiguïtés entières à leur valeur théorique entière est un des critères essentiels (nous le démontrerons d'ailleurs de manière théorique dans le paragraphe III.5.1). Notre suggestion est de calculer un terme que nous appellerons par analogie le terme KDOP. Ce terme est aussi calculable à partir de la matrice normale approchée. Il permettrait de déterminer si les écarts types calculés a posteriori  $\sigma_k$  sont tous suffisamment petits ( $\sigma_k < 0,3$  cycle) pour permettre de fixer les ambiguïtés entières. Ce terme peut aussi être calculé avant les opérations de terrain et pourrait permettre de choisir entre plusieurs sélections possibles de satellites.

Rem: ce terme pourrait évidemment permettre aussi de déterminer la durée minimale d'observation.

#### III.4.5) Influence des positions approchées

Enfin, il existe un problème trop souvent ignoré, ou simplement méconnu, que nous voulons essayer d'évoquer ici: le problème du choix des coordonnées approchées des récepteurs GPS.

Pour résoudre le système des moindres carrés des observations de doubles différences, on effectue toujours une linéarisation préalable du système autour des valeurs approchées des variables. Lorsque cette valeur approchée est trop "lointaine", on introduit alors une erreur involontaire dans le système fonctionnel (erreur du second ordre).

Considérant les positions comme paramètres, cet effet peut provenir de deux causes différentes:

1er cas: la position approchée du point estimé de la ligne de base est mal connue.

2ème cas: la position relative du point estimé de la ligne de base par rapport au point fixé est très bien connue, par contre leurs positions absolues respectives sont très mal connues.

Le premier cas est facile à résoudre car il suffit d'itérer le calcul en recommençant la linéarisation autour de la nouvelle valeur de ces paramètres de position. Par contre, il faut déterminer la différence maximale que l'on peut autoriser entre la valeur approchée (a priori) et la valeur estimée (après calcul) qui ne nécessite pas de recalcul.

Le deuxième cas est plus difficile à résoudre et très concret. En effet, dans le cas du GPS en mode navigation



(localisation en temps réel à partir des pseudo-distances seules), les positions provenant du calcul sont actuellement connues à une précision décimétrique. De plus, dans l'avenir, avec l'arrivée de la dégradation SA (accès sélectif), cette précision devrait se dégrader et devenir de l'ordre de la centaine de mètres. Il convient donc de savoir si une position absolue inexacte de plusieurs dizaines de mètres, mais une position relative exacte (obtenue par recalcul, voir cas n° 1) dégrade de beaucoup le positionnement relatif obtenu par les observations de doubles différences de phase GPS.

Pour cela, nous sommes partis, une fois encore, de données réelles GPS (tests SERCEL BASEM du 28/01/88) et nous avons modifié artificiellement la position approchée du ou des points de la ligne de base SERCEL Tour Est-MATRA (environ 2,7 km).

#### Simulations du 1er cas:

Le tableau 17 montre les résultats obtenus lorsque les ambiguïtés entières ne sont pas fixées mais seulement estimées. On constate que les variations obtenues sur les résultats sont de l'ordre de 1 à 2 millimètres, par rapport à la solution obtenue pour les positions exactes (0,0,0), et ceci, même pour des erreurs de positions de 100 mètres.

Le tableau 18 montre ces mêmes résultats lorsque l'on a fixé les ambiguïtés à leur valeur entière. La différence maximum est alors de 1 millimètre (pour une distance de 2,7 km).

Nous en concluons donc qu'il est inutile de refaire une compensation en linéarisant à partir des nouvelles positions approchées tant que la différence entre les coordonnées estimées et les coordonnées initiales du point estimé de la ligne de base ne dépasse pas 10 mètres.

#### Simulations du 2ème cas:

De la même manière, nous avons cette fois modifié simultanément (et de façon cohérente) la position approchée des deux points de la ligne de base. Le tableau 19 montre les résultats obtenus lorsque les ambiguïtés entières ne sont pas encore fixées. Les différences observées sont de l'ordre de quelques millimètres à 1 centimètre.

Lorsque l'on fixe les ambiguïtés entières (tableau 20), ces écarts diminuent jusqu'à 1,2 centimètres (par rapport à la

$(\delta X, \delta Y, \delta Z)$	RMS(m) n	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)
(0,0,0)	0,007 1115	0,000 0,005	0,000 0,005	0,000 0,005
(10,0,0)	0,007 1115	0,000 0,005	0,001 0,005	0,000 0,005
(0,10,0)	0,007 1115	0,000 0,005	0,000 0,005	0,000 0,005
(0,0,10)	0,007 1115	0,001 0,005	0,000 0,005	0,000 0,005
(20,0,0)	0,007 1115	0,000 0,005	0,000 0,005	0,000 0,005
(0,20,0)	0,007 1115	0,000 0,005	0,000 0,005	0,000 0,005
(0,0,20)	0,007 1115	0,001 0,005	0,000 0,005	0,000 0,005
(100,0,0)	0,007 1115	0,001 0,005	-0,001 0,005	0,000 0,005
(0,100,0)	0,007 1115	0,001 0,005	0,001 0,005	0,000 0,005
(0,0,100)	0,007 1115	0,000 0,005	0,001 0,005	0,000 0,005

Tableau 17

Etude de l'influence de la position approchée  
d'un des deux points de la ligne de base: cas n° 1  
Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières non fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières non fixées

Référence: solution obtenue sans décalage de position

$$\begin{cases} DY = -1385,043 & \text{m} \\ DY = -2011,460 & \text{m} \\ DZ = 1217,831 & \text{m} \end{cases}$$

$(\delta X, \delta Y, \delta Z)$	RMS(m) n	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)	$n_{iter}$
(0,0,0)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	0,000 0,001	1
(10,0,0)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	0,000 0,001	1
(0,10,0)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	0,000 0,001	1
(0,0,10)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	0,000 0,001	1
(20,0,0)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	0,000 0,001	1
(0,20,0)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	0,000 0,001	1
(0,0,20)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	0,000 0,001	1
(100,0,0)	0,007 1115	0,000 0,001	-0,001 0,001	0,000 0,001	1
(0,100,0)	0,007 1115	0,001 0,001	0,000 0,001	0,000 0,001	1
(0,0,100)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	0,000 0,001	1

Tableau 18

Etude de l'influence de la position approchée  
d'un des deux points de la ligne de base: cas n° 1  
Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: solution obtenue sans décalage de position

$$\begin{cases} DY = -1385,043 & \text{m} \\ DY = -2011,460 & \text{m} \\ DZ = 1217,831 & \text{m} \end{cases}$$

( $\delta X, \delta Y, \delta Z$ )	RMS(m) n	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)
(0,0,0)	0,007 1115	0,000 0,005	0,000 0,005	0,000 0,005
(10,0,0)	0,007 1115	0,000 0,005	0,000 0,005	-0,001 0,005
(0,10,0)	0,007 1115	0,001 0,005	0,000 0,005	-0,001 0,005
(0,0,10)	0,007 1115	0,001 0,005	0,001 0,005	0,001 0,005
(20,0,0)	0,007 1115	-0,001 0,005	0,001 0,005	-0,002 0,005
(0,20,0)	0,007 1115	0,002 0,005	0,001 0,005	-0,001 0,005
(0,0,20)	0,007 1115	0,002 0,005	-0,001 0,005	0,001 0,005
(100,0,0)	0,007 1115	-0,005 0,005	0,005 0,005	-0,008 0,005
(0,100,0)	0,007 1115	0,012 0,005	-0,005 0,005	-0,007 0,005
(0,0,100)	0,007 1115	0,007 0,005	0,012 0,005	0,008 0,005

Tableau 19

Etude de l'influence de la position approchée  
des deux points de la ligne de base: cas n° 2  
Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières non fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)  
Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)  
Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session  
Durée des observations: 1 heure à 5 satellites  
Echantillonnage: 15 s  
Ambiguïtés entières non fixées  
Référence: solution obtenue sans décalage de position

$$\left\{ \begin{array}{l} DY = -1385,029 \text{ m} \\ DY = -2011,466 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

( $\delta X, \delta Y, \delta Z$ )	RMS(m) n	DX(m) $\sigma_x$ (m)	DY(m) $\sigma_y$ (m)	DZ(m) $\sigma_z$ (m)	$n_{iter}$
(0,0,0)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	0,000 0,001	1
(10,0,0)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	-0,001 0,001	1
(0,10,0)	0,007 1115	0,000 0,001	0,001 0,001	0,000 0,001	1
(0,0,10)	0,007 1115	0,001 0,001	0,001 0,001	0,001 0,001	1
(20,0,0)	0,007 1115	0,000 0,001	0,000 0,001	-0,002 0,001	1
(0,20,0)	0,007 1115	0,001 0,001	0,002 0,001	0,000 0,001	1
(0,0,20)	0,007 1115	0,001 0,001	0,002 0,001	0,001 0,001	1
(100,0,0)	0,007 1115	-0,001 0,001	-0,002 0,001	-0,010 0,001	1
(0,100,0)	0,007 1115	0,004 0,001	0,011 0,001	-0,001 0,001	1
(0,0,100)	0,007 1115	0,006 0,001	0,009 0,001	0,006 0,001	1

Tableau 20

Etude de l'influence de la position approchée  
des deux points de la ligne de base: cas n° 2  
Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
et les différences de coordonnées de référence  
(ambiguïtés entières fixées)

Tests SERCEL Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est(cible)/MATRA(cible) (2,7 km)

Observations du 28 Janvier 1988, deuxième session

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: solution obtenue sans décalage de position

$$\left\{ \begin{array}{l} DY = -1385,029 \text{ m} \\ DY = -2011,466 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

solution non perturbée (0,0,0)). Jusqu'à 20 mètres, cet écart n'excède pas 1 à 2 millimètres.

Nous en concluons donc que la position absolue approchée des points fixes sera un facteur de précision non négligeable lorsque la solution de type navigation obtenue à partir des pseudo-distances GPS ne fournira plus une précision décimétrique (plusieurs dizaines de mètres). De plus, l'erreur induite est quasi indétectable sur les résultats de phase GPS puisque cette coordonnée est fixée. On n'aura donc plus intérêt à prendre la solution navigation GPS (point isolé calculé à partir des pseudo-distances) comme position approchée pour le calcul des phase mais plutôt la meilleure position possible WGS84 (système de référence dans lequel sont exprimées les orbites radio-diffusées). Pour cette position, une précision de 10 à 20 mètres en absolu est suffisante.

### III.5) Critères de qualité de la localisation relative statique par GPS

Après avoir décrit les conditions nécessaires à la localisation géodésique, nous allons étudier différents facteurs qui peuvent servir d'indicateurs de la qualité de la localisation relative statique par GPS.

#### III.5.1) Les ambiguïtés entières

L'un des aspects du GPS de précision réside, comme nous l'avons déjà remarqué dans les résultats précédents, dans la possibilité de fixer ou non les ambiguïtés entières à leur valeur théorique entière. Ce résultat est d'ailleurs aussi important pour les applications statiques (gain important en précision) que pour les applications cinématiques (contrainte incontournable de la méthode, voir chapitre IV).

Nous allons tout d'abord montrer qu'il est théoriquement important, et que cela est justifié, de pouvoir fixer les ambiguïtés entières. Cette démarche est d'ailleurs originale car très souvent ces affirmations sont considérées comme étant évidentes. Il s'avère que lorsque l'on se pose effectivement la question au niveau théorique, la réponse, même si elle reste intuitive, doit être démontrée avec soin.

Avant d'aborder la démonstration de ces propositions, nous allons commencer par démontrer deux lemmes importants.

Lemme III.1:

$$\text{Min}_{K \in \mathbb{N}^p} ((BK-L)^t (BK-L)) = \text{nint}((B^t B)^{-1} B^t L) \quad (\text{III.16})$$

Equation dans laquelle:

K désigne le vecteur des ambiguïtés entières,  
 B la matrice des dérivées partielles par rapport aux inconnues K,  
 L le vecteur des mesures (terme observé moins terme calculé)  
 nint(x) est la fonction définie par l'entier le plus proche de x (en cas d'équivoque, nint(x) n'est pas défini, par exemple, x=0,5).

Ce lemme signifie que la solution des moindres carrés sur l'ensemble des entiers (N) peut être obtenue en résolvant le problème sur  $\mathbb{R}$   $((B^t B)^{-1} B^t L)$  puis en prenant l'entier le plus proche

Démonstration du lemme III.1:

$$\text{Posons } K = (B^t B)^{-1} B^t L + U$$

On a:

$$f(K) = (BK-L)^t (BK-L) = (BU-ML)^t (BU-ML)$$

En posant  $M = I - B(B^t B)^{-1} B^t L$

M est une matrice symétrique ( $M^t=M$ ) et idempotente ( $M^2=M$ ) et, de plus, telle que  $B^t M = 0$ .

$$f(K) = U^t B^t B U + L^t M L - 2U^t B^t M L$$

$$f(K) = U^t B^t B U + L^t M L$$

Dans un espace à une seule dimension, K serait un scalaire et on chercherait le minimum de la fonction  $f(k) = ak^2 + b$ , a et b étant deux constantes, pour k prenant des valeurs de la forme  $k_0 + n$  (n étant un entier). Ce minimum est donc obtenu pour la plus petite valeur de U telle que K soit un entier. On a donc démontré le lemme précédent. Dans le cas, où il existerait deux valeurs possibles (cas x=0,5), ces deux valeurs fourniraient un minimum et seraient donc indiscernables.

Lemme III.2:

Min  $((AX+BK-L)^t(AX+BK-L))$  est obtenu pour les vecteurs suivants:  
 $X \in \mathbb{R}$   
 $K \in \mathbb{N}$

pour  $\bar{K} = \text{nint}((B^t MB)^{-1} B^t ML)$   
 et  $\bar{X} = (A^t A)^{-1} A^t (L - B\bar{K})$

avec  $M = I - A(A^t A)^{-1} A^t$

Ce lemme signifie que pour chercher le minimum sur  $\mathbb{R}^p \times \mathbb{N}^r$ , il suffit de chercher le minimum sur  $\mathbb{R}^{n+p}$  (problème classique des moindres carrés), puis de prendre ensuite, pour  $\bar{K}$  le vecteur entier le plus proche de l'estimation classique des moindres carrés. Enfin, il suffit de résoudre à nouveau le système des moindres carrés en fixant  $K$  à cette valeur.

Démonstration du lemme III.2:

Si l'on résout le problème des moindres carrés pour toutes les valeurs entières, la solution des moindres carrés doit satisfaire le système suivant (équations normales):

$$\begin{pmatrix} A^t A & A^t B \\ B^t A & B^t B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{K} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^t L \\ B^t L \end{pmatrix} \quad (\text{III.17})$$

D'où, en multipliant le premier bloc d'équations par  $-B^t A(A^t A)^{-1}$  et en sommant avec le deuxième bloc d'équations, on fait disparaître l'inconnue  $\bar{X}$ . On obtient:

$$(-B^t A(A^t A)^{-1} B + B^t B) \bar{K} = (-B^t A(A^t A)^{-1} A^t + B) L$$

Soit encore, avec les notations précédentes:

$$B^t M B \bar{K} = B^t M A^t L$$

En réinjectant alors ce résultat dans le premier bloc d'équations on obtient bien:

$$\bar{X} = (A^t A)^{-1} A^t (L - B\bar{K})$$

Reprenons le problème initial.  $K$  étant fixé, le minimum pour  $X$  correspond à la solution des moindres carrés. On a donc le minimum pour:

$$X = (A^t A)^{-1} A^t (L - BK)$$



La fonction  $f(X,K)$  vaut donc:

$$(-A(A^t A)^{-1} A^t B K - (I - A(A^t A)^{-1} A^t L))^t \quad (-A(A^t A)^{-1} A^t B K - (I - A(A^t A)^{-1} A^t L))$$

En utilisant, le lemme précédent, il suffit donc de rechercher la solution sur  $\mathbb{R}$  (solution classique des moindres carrés, puis d'en prendre le vecteur valeur entière le plus proche. On obtient donc la valeur suivante pour  $\bar{K}$ :

$$\bar{K} = \text{rint}((B^t M B)^{-1} B^t M L)$$

Il suffit ensuite de prendre pour  $\bar{X}$  la valeur correspondante. Le lemme III.2 est donc ainsi démontré.

Nous venons donc de démontrer qu'il est parfaitement justifié de chercher d'abord les ambiguïtés entières sur  $\mathbb{R}^p$ , en résolvant le système classique des moindres carrés, puis de résoudre ce même système après avoir fixé les ambiguïtés à leurs valeurs entières.

Ce dernier point est très important car dès que l'on fixe ces entiers, on réduit le nombre de paramètres estimés. On contraint donc fortement le système, ce qui a pour effet immédiat de faire diminuer les écarts types a posteriori des inconnues de position. D'un point de vue numérique, le fait de fixer les entiers permet de gagner un facteur 3 à 10 sur la qualité des résultats de positionnement (§ III.5.3). C'est donc un point très important.

Il faut donc maintenant déterminer le critère (test) qui permette de choisir si l'on peut et si l'on doit fixer les ambiguïtés à leur valeur entière.

Dans le cas où les erreurs de mesures sont supposées centrées et Gaussiennes, on sait que les variables  $\frac{\bar{K}_i - \dot{K}_i}{\sigma_{K_i}}$  suivent une loi du  $\chi^2$ . On obtient donc le test suivant:

$$|\bar{K}_i - E(\bar{K}_i)| < 3 \sigma_{K_i} \quad (\text{III.18})$$

où  $\bar{K}_i$  est la valeur estimée et  $\sigma_{K_i}$  l'écart type a posteriori de la  $i$ ème ambiguïté entière.

En fait nous avons modifié légèrement ce test pour prendre en compte les deux phénomènes suivants:

- lorsque  $\sigma_{k_i}^- > 0,300$  cycle, il peut y avoir deux entiers dans le domaine de tolérance. Il y a donc un doute possible.

- lorsque  $\sigma_{k_i}^- < 0,008$  cycle, ceci est trop optimiste car on sait parfaitement que les bruits de mesure de la phase sont de l'ordre de 0,005 cycle (1 mm). Ceci revient à prendre en compte le fait que lorsque le nombre de mesures est très important l'estimation des écarts types a posteriori par moindres carrés tend vers 0 (ce qui est donc trop optimiste car il reste toujours des biais résiduels).

Le test s'écrit donc alors:

si  $|\bar{K}_i - E(\bar{K}_i)| < 3 \text{ Sup}(\sigma_{k_i}^-, 0,008 \text{ cycle})$  alors  $\bar{K}_i$  peut et doit être fixé

et  $\sigma_{k_i}^- < 0,300$  cycle (III.19)

Les ambiguïtés entières peuvent être fixées toutes simultanément ou de manière séquentielle. En général, il vaut mieux pouvoir les fixer simultanément car on peut ainsi éviter certaines confusions possibles. On constate de plus que lorsque les ambiguïtés entières sont fixées à leur valeur entière les résidus n'augmentent que très sensiblement (de 10 à 20% maximum).

Le fait de fixer les ambiguïtés améliore très fortement la qualité des résultats. De plus, il améliore aussi la confiance que l'on peut avoir dans ce résultat puisqu'il impose une forte contrainte supplémentaire sur le problème des moindres carrés.

Néanmoins, comme nous le verrons par la suite, il est quelquefois impossible de fixer les ambiguïtés entières. Lorsque les erreurs de mesures ne sont plus centrées (correction de propagation mal modélisée, orbite des satellites de mauvaise qualité,...), ce biais de mesure sera incorporé dans l'ambiguïté entière. En effet, ce biais possède, au sens des moindres carrés, la même signature (constante) que l'inconnue d'ambiguïté. On peut donc se rendre compte de ce problème de deux manières différentes:

- le test précédent échoue pour une ou plusieurs ambiguïtés entières (on ne peut pas fixer toutes les ambiguïtés entières).

- le test précédent réussit pour toutes les ambiguïtés

entières mais les résidus sont beaucoup plus importants après avoir fixé les entiers qu'avant (de plus de 20%).

Dans ces deux cas, on n'a pas le droit de fixer les ambiguïtés entières. La solution GPS à conserver est la solution pour laquelle toutes les ambiguïtés entières sont estimées et non fixées. Néanmoins ce résultat ne peut plus être considéré comme une bonne solution géodésique (dégradation des résultats).

Rem: Le premier cas peut aussi signifier que l'étalonnage inter-canal était mauvais (ce qui aurait le même effet qu'une erreur constante sur les mesures).

### III.5.2) Les sauts de cycles

De la même manière que pour les ambiguïtés entières, il existe un test simple permettant de répondre à la question suivante: peut-on et doit-on fixer les sauts de cycles?

$$\begin{aligned} |\bar{S}_i - E(\bar{S}_i)| &< \text{Sup}(\sigma_{\bar{S}_i}, 0,008 \text{ cycle}) \\ \text{et } \sigma_{\bar{S}_i} &< 0,300 \text{ cycle} \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

De la même manière, il convient de toujours fixer les sauts de cycles à leur valeur entière. Il n'y a aucune raison que le saut soit non entier. De plus, il convient de fixer tous les sauts de cycles avant de chercher à fixer les ambiguïtés entières. Cette méthode permet d'améliorer les écarts types a posteriori sur les ambiguïtés entières et s'appuie sur le fait que les sauts de cycles sont toujours des entiers alors que les ambiguïtés entières peuvent, comme nous l'avons vu, être perturbées par d'autres facteurs (mauvaise modélisation, orbite de qualité dégradée,...).

Rem: Dans certains cas, si l'on n'y fait pas attention, une mauvaise mesure peut être interprétée comme deux sauts de cycles consécutifs pour lesquels la valeur est +S et -S (S étant une valeur parfaitement aléatoire et non plus un entier). Il faut donc effectuer le test de rejet de mesures aberrantes avant de détecter d'éventuels sauts de cycles. Dans le cas du GPS les mesures aberrantes sont pratiquement inexistantes (les récepteurs sont d'une grande fiabilité). A titre d'exemple, nous pouvons citer le récepteur ROGUE, pour lequel les spécifications techniques imposent d'avoir moins de un saut de cycle (dû au récepteur et non à un masque) pour au moins mille heures de mesures.

### III.6) Les résultats obtenus

Afin de montrer les possibilités du système GPS pour la localisation relative, nous présentons ici les résultats obtenus correspondant à une campagne d'observations organisée par la SERCEL en Janvier et Février 1988 (BOTTON et al, 1988). Cette campagne d'observation possède l'avantage d'être un test réel du GPS en mode relatif statique car elle représente un nombre significatif de résultats pour des distances entre points stationnés très variées (entre 0 m et 340 km).

Cette campagne s'est déroulée principalement aux alentours de Nantes, à proximité du site de Carquefou, pendant une période allant du 8 Janvier au 21 Février 1988. Les récepteurs utilisés étaient des récepteurs du type NR52 (récepteur géodésique mono-fréquence développé par SERCEL). Durant cette campagne trois à quatre récepteurs ont été utilisés simultanément.

Les observations GPS ont eu lieu durant la nuit (seule période d'observation à cinq satellites à cette époque). Le tableau 21 représente les heures exactes des sessions d'observations GPS.

session	heure (TU)	satellites n° PRN
S1	19h30-21h10	6,8,9,11,12
S2	21h15-23h00	3,9,11,12,13

**Tableau 21**

Présentation des sessions d'observations des satellites GPS  
Campagne d'observations SERCEL, Janvier-Février 1988

Les mesures de phases et de pseudo-distances étaient enregistrées toutes les 15 secondes (mode compacté du récepteur). Trois étalonnages inter-canal étaient réalisés chaque jour. On dispose donc chaque jour de deux sessions GPS d'une durée d'environ 1 heure et demie chacune, obtenue pour des sélections de satellites différentes.

Les calculs présentés ici ont été obtenus à partir du logiciel GPS en utilisant les orbites opérationnelles des satellites GPS (orbites du message) et le modèle ionosphérique (dont les paramètres sont aussi radio-diffusés par les satellites).

### III.6.1) Lignes de base très courtes ( $D < 10$ m)

Dans un premier temps, les trois récepteurs ont été connectés sur une même antenne. Le tableau 22 montre les résultats obtenus par session pour ligne de base correspondant aux deux premiers récepteurs. La valeur théorique de cette ligne de base est donc:  $DX = DY = DZ = 0$  (antenne unique). On peut donc ainsi vérifier l'exactitude des résultats GPS à très courte distance. L'écart effectivement constaté est de l'ordre de 2 mm (à  $1 \sigma$ ).

Dans un deuxième temps, les trois récepteurs ont été connectés à des antennes différentes situées à quelques mètres. Le tableau 23 montre les résultats obtenus pour une distance de 3,7 m. En comparant les différentes estimations avec la solution de référence (obtenue en cumulant toutes les mesures GPS effectuées sur plusieurs jours et sur plusieurs choix de satellites), nous mettons ainsi en évidence une répétitivité des résultats GPS de l'ordre de 2 mm (à  $1 \sigma$ ).

### III.6.2) Lignes de base courtes ( $D \approx 3$ km)

Les mêmes tests ont été réalisés pour des distances de l'ordre de quelques kilomètres. Les tableaux 24 et 25 montrent les résultats obtenus pour deux de ces lignes de base (1,2 km et 3,7 km). On constate que les résidus de mesure (RMS) ont augmenté par rapport aux mêmes résidus obtenus pour des lignes de base beaucoup plus courtes. La répétabilité se dégrade aussi légèrement.

### III.6.3) Lignes de base longues ( $D \approx 10$ km)

Pour des distances encore plus grandes, les mêmes conclusions peuvent être obtenues (tableaux 26 et 27). Il est néanmoins toujours possible (et légitime) de fixer les paramètres d'ambiguïtés à leurs valeurs entières.

### III.6.4) Lignes de base très longues ( $D > 100$ km)

Pour des distances encore plus importantes (environ 340 km), il n'est plus possible de fixer les ambiguïtés entières: les systématismes résiduels deviennent trop importants. On peut néanmoins constater que les valeurs obtenues sont de l'ordre de quelques dizaines de centimètres (1,1 m au maximum), ce qui est une bonne répétabilité pour de telles distances. Ce "bon"

Jour	Session	RMS(m)	DX(m)	DY(m)	DZ(m)	D(m)
8/1/88	S2	0,002	0,000	0,001	0,001	0,001
9/1/88	S1	0,004	-0,002	0,002	0,010	0,010
9/1/88	S2	0,006	0,001	0,006	0,001	0,007
10/1/88	S1	0,002	-0,001	0,000	-0,001	0,001
10/1/88	S2	0,002	0,000	0,002	-0,001	0,002

**Tableau 22**

Etude de la répétabilité des résultats GPS  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 Ligne de base 1-1 (0 m)

Tests SERCEL, Janvier-Février 1988 (mission BASE0)  
 Ligne de base 1-1: SERCEL Tour Est / SERCEL Tour Est (0 m)  
 Durée des observations: 1 heure à 5 satellites  
 Echantillonnage: 15 s  
 Ambiguïtés entières fixées  
 Référence: valeur nominale de la ligne de base.

{ DX = 0,000 m  
 { DY = 0,000 m  
 { DZ = 0,000 m

Jour	Session	RMS(m)	DX(m)	DY(m)	DZ(m)	D(m)
14/1/88	S1	0,001	0,000	-0,003	-0,001	-0,001
14/1/88	S2	0,001	0,001	0,003	0,003	0,002
15/1/88	S1	0,001	-0,001	-0,002	0,001	-0,001
15/1/88	S2	0,001	-0,001	0,003	0,002	0,002
16/1/88	S1	0,001	-0,005	-0,002	-0,002	-0,002
17/1/88	S1	0,001	0,000	0,001	0,000	0,000
17/1/88	S2	0,001	-0,001	0,002	0,001	0,000

**Tableau 23**

Etude de la répétabilité des résultats GPS  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 Ligne de base 1-11 (3,7 m)

Tests SERCEL, Janvier-Février 1988 (mission Basetc)

Ligne de base 1-11: SERCEL Tour Est / SERCEL Tour Est (3,7 m)

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DX = 2,935 \text{ m} \\ DY = 2,001 \text{ m} \\ DZ = -0,919 \text{ m} \end{array} \right.$$

Jour	Session	RMS(m)	DX(m)	DY(m)	DZ(m)	D(m)
28/1/88	S1	0,005	-0,001	0,002	-0,003	0,001
28/1/88	S2	0,006	0,000	0,003	-0,001	0,000
29/1/88	S1	0,007	-0,018	0,005	-0,004	-0,011
29/1/88	S2	0,010	0,024	-0,003	0,027	0,001
30/1/88	S1	0,006	0,000	0,001	-0,003	0,002
30/1/88	S2	0,012	-0,004	-0,012	-0,007	0,009
31/1/88	S1	0,006	-0,004	0,001	-0,003	-0,001
31/1/88	S2	0,006	-0,001	0,006	-0,002	-0,002

Tableau 24

Etude de la répétabilité des résultats GPS  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 Ligne de base 1-4 (1,2 km)

Tests SERCEL, Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-4: SERCEL Tour Est / AGFA (1,2 km)

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

$$\begin{cases} DX = 703,202 \text{ m} \\ DY = -663,302 \text{ m} \\ DZ = -677,479 \text{ m} \end{cases}$$



Jour	Session	RMS(m)	DX(m)	DY(m)	DZ(m)	D(m)
28/1/88	S2	0,007	-0,004	0,001	0,000	0,002
29/1/88	S1	0,008	-0,002	-0,004	-0,007	0,001
29/1/88	S2	0,006	0,003	0,007	0,007	-0,004
30/1/88	S1	0,008	- 0,001	-0,003	-0,002	0,002
31/1/88	S1	0,006	0,001	-0,003	0,002	0,001
31/1/88	S2	0,006	0,002	0,004	0,004	-0,002

**Tableau 25**

Etude de la répétabilité des résultats GPS  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 Ligne de base 1-5 (2,7 km)

Tests SERCEL, Janvier-Février 1988 (mission BASEM)

Ligne de base 1-5: SERCEL Tour Est / MATRA (2,7 km)

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DX = -1385,025 \text{ m} \\ DY = -2011,467 \text{ m} \\ DZ = 1217,839 \text{ m} \end{array} \right.$$

Jour	Session	RMS(m)	DX(m)	DY(m)	DZ(m)	D(m)
3/2/88	S1	0,010	0,057	0,016	-0,026	-0,029
3/2/88	S2	0,008	0,040	0,026	-0,021	0,021
4/2/88	S1	0,010	0,032	0,013	-0,024	-0,024
4/2/88	S2	0,011	0,047	0,040	-0,029	-0,029
9/2/88	S1	0,015	-0,069	0,072	0,077	0,104
9/2/88	S2	0,020	0,043	0,008	0,035	-0,022
19/2/88	S1	0,007	-0,138	-0,065	0,031	0,116
19/2/88	S2	0,008	-0,027	0,014	-0,158	-0,013
20/2/88	S1	0,006	-0,057	-0,059	0,033	0,065
20/2/88	S2	0,005	0,083	0,060	-0,001	-0,022

Tableau 26

Etude de la répétabilité des résultats GPS  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 Ligne de base 1-6 (14,1 km)

Tests SERCEL, Janvier-Février 1988 (missions BASEL1, BASEL2, BASEL3)

Ligne de base 1-6: SERCEL Tour Est / CASSON (14,1 km)

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DX = -9846,996 \text{ m} \\ DY = -4696,163 \text{ m} \\ DZ = 9011,335 \text{ m} \end{array} \right.$$

Jour	Session	RMS(m)	DX(m)	DY(m)	DZ(m)	D(m)
2/2/88	S1	0,011	-0,009	-0,021	-0,107	-0,069
2/2/88	S2	0,012	-0,025	-0,017	-0,097	-0,061
4/2/88	S1	0,010	-0,002	-0,016	-0,105	-0,066
4/2/88	S2	0,011	0,009	-0,005	-0,083	-0,062
15/2/88	S1	0,008	0,122	-0,027	0,044	-0,063
15/2/88	S2	0,012	-0,014	0,092	0,104	0,097
16/2/88	S1	0,008	0,216	-0,062	0,028	-0,142
16/2/88	S2	0,020	0,049	0,029	0,083	0,027
17/2/88	S1	0,006	-0,075	0,002	0,042	0,082
17/2/88	S2	0,008	-0,017	0,007	0,029	0,033
18/2/88	S1	0,010	0,079	-0,039	0,021	-0,051
18/2/88	S2	0,007	-0,039	0,039	0,033	0,059
19/2/88	S1	0,007	-0,096	0,011	0,025	0,088
19/2/88	S2	0,008	-0,127	-0,073	-0,114	-0,001
20/2/88	S1	0,008	0,042	-0,013	0,025	-0,016
20/2/88	S2	0,008	-0,042	0,018	0,017	0,090

Tableau 27

Etude de la répétabilité des résultats GPS  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 Ligne de base 1-7 (19,7 km)

Tests SERCEL, Janvier-Février 1988 (mission BASEL1 et BASEL3)

Ligne de base 1-7: SERCEL Tour Est / Les Touches (19,7 km)

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

$$\begin{cases} DX = -14033,515 \text{ m} \\ DY = 4460,203 \text{ m} \\ DZ = 13036,000 \text{ m} \end{cases}$$

Jour	Session	RMS(m)	DX(m)	DY(m)	DZ(m)	D(m)
15/2/88	S1	0,021	0,510	-0,076	0,126	-0,227
15/2/88	S2	0,060	0,406	-0,381	-0,063	-0,512
16/2/88	S1	0,049	1,083	-0,224	0,152	-0,567
16/2/88	S2	0,023	0,014	0,137	-0,047	0,089
17/2/88	S1	0,036	0,103	0,077	0,202	0,089
17/2/88	S2	0,039	-0,109	0,094	-0,081	0,089

Tableau 28

Etude de la répétabilité des résultats GPS  
 Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées  
 et les différences de coordonnées de référence  
 Ligne de base 1-9 (340 km)

Tests SERCEL, Janvier-Février 1988 (missions BASEL3)

Ligne de base 1-9: SERCEL Tour Est / Saint-Mandé (340 km)

Durée des observations: 1 heure à 5 satellites

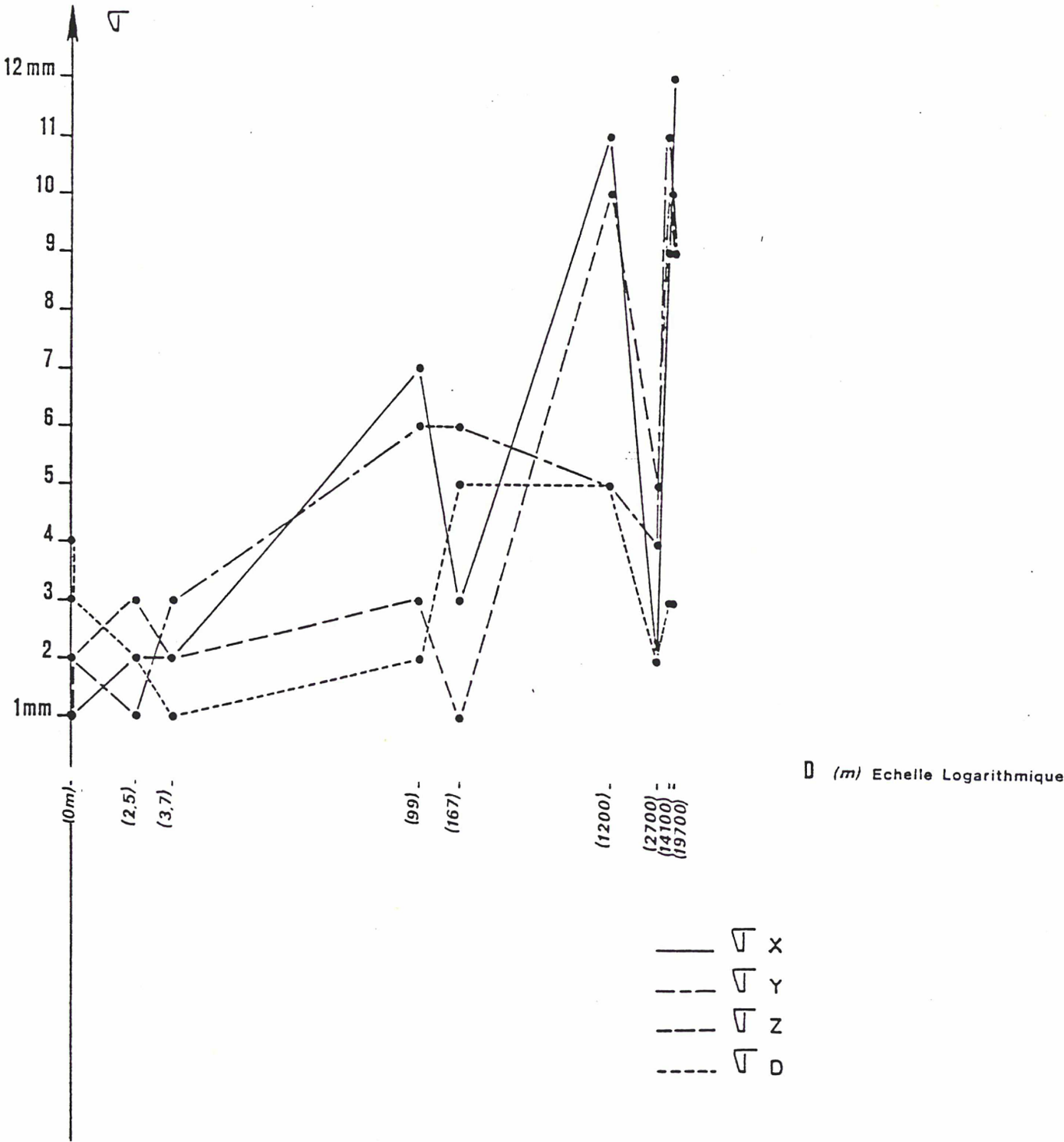
Echantillonnage: 15 s

Ambiguïtés entières non fixées

Référence: compensation de toutes les mesures GPS de la campagne d'observation.

$$\left\{ \begin{array}{l} DX = -132619,035 \text{ m} \\ DY = 290754,131 \text{ m} \\ DZ = 117154,191 \text{ m} \end{array} \right.$$

Figure 14  
 Résultats de la localisation relative  
 statique par GPS Tests SERCEL Janvier Février 1988  
 Etude de la répétabilité des résultats  
 en fonction de la longueur de la ligne de base



$\sqrt{x}$   $\sqrt{y}$   $\sqrt{z}$  : Ecartes types suivant X,Y,Z:Dispersion des résultats par rapport à la valeur moyenne

$\sqrt{D}$  : Ecartes types sur la distance:Dispersion des résultats par rapport à la valeur moyenne

D : Distance de la ligne de base

résultat, obtenu à partir de mesures de phases de récepteur mono-fréquence et en utilisant les orbites opérationnelles radio-diffusées, s'explique par des conditions ionosphériques favorables (observations de nuit) et une orbite opérationnelle de bonne qualité.

#### III.6.4) Conclusions des essais de localisation statique

Afin d'obtenir une vue plus synthétique de ces résultats, nous avons calculé (figure 14) les écarts types de la dispersion des résultats obtenus par session par rapport à la valeur de référence obtenue en combinant toutes les mesures GPS en une seule compensation. On observe donc la répétabilité des résultats GPS obtenus par session, pour différents jours et avec des sélections différentes de satellites.

Les résultats que nous avons obtenus sont les suivants:

- la répétabilité des résultats GPS, obtenue pour des récepteurs mono-fréquence à l'aide des orbites opérationnelles, peut être estimée à  $2 \cdot 10^{-6} \times D$  (où D est la distance entre les deux points de la ligne de base) avec une terme d'erreur constant de 2 mm.

- on constate sur la figure 14 une meilleure répétabilité pour les distances entre points que pour les différences de coordonnées (DX, DY, DZ). Ceci provient des termes de propagation qui sont mal corrigés pour des distances importantes. Ceci est très analogue aux résultats trouvés pour la technique VLBI, où l'on constate aussi qu'une grande partie de ces erreurs dans la composante verticale de la ligne de base.

- au-delà d'une vingtaine de kilomètres, il n'est plus justifié de fixer les paramètres d'ambiguïtés à leurs valeurs entières, car les systématismes résiduels (termes de propagation mal corrigés) deviennent de plus en plus importants. Ceci dégrade beaucoup la qualité des résultats.

- néanmoins ces résultats sont probablement optimistes car ils ont été réalisés dans des conditions favorables (observations de nuit, orbite opérationnelle de bonne qualité, accès sélectif (SA) non encore activé).

CHAPITRE IV

POSITIONNEMENT RELATIF CINEMATIQUE PAR GPS

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la mesure de phase GPS permet d'obtenir un positionnement relatif de grande précision. Néanmoins, le fait que le récepteur soit obligé de rester en poste fixe pendant un certain temps peut apparaître comme une contrainte pour certaines applications.

On peut, bien entendu obtenir un positionnement cinématique à partir des mesures de pseudo-distances puisque, dans leur cas, les mesures étant non ambiguës, cette contrainte n'existe pas. Ce type de localisation peut être obtenue sur un véhicule (voiture, bateau, avion,...). Un récepteur, conçu pour des applications cinématiques, peut être soumis à des accélérations importantes (plusieurs fois celle de la gravité, suivant les caractéristiques techniques du couple antenne-récepteur).

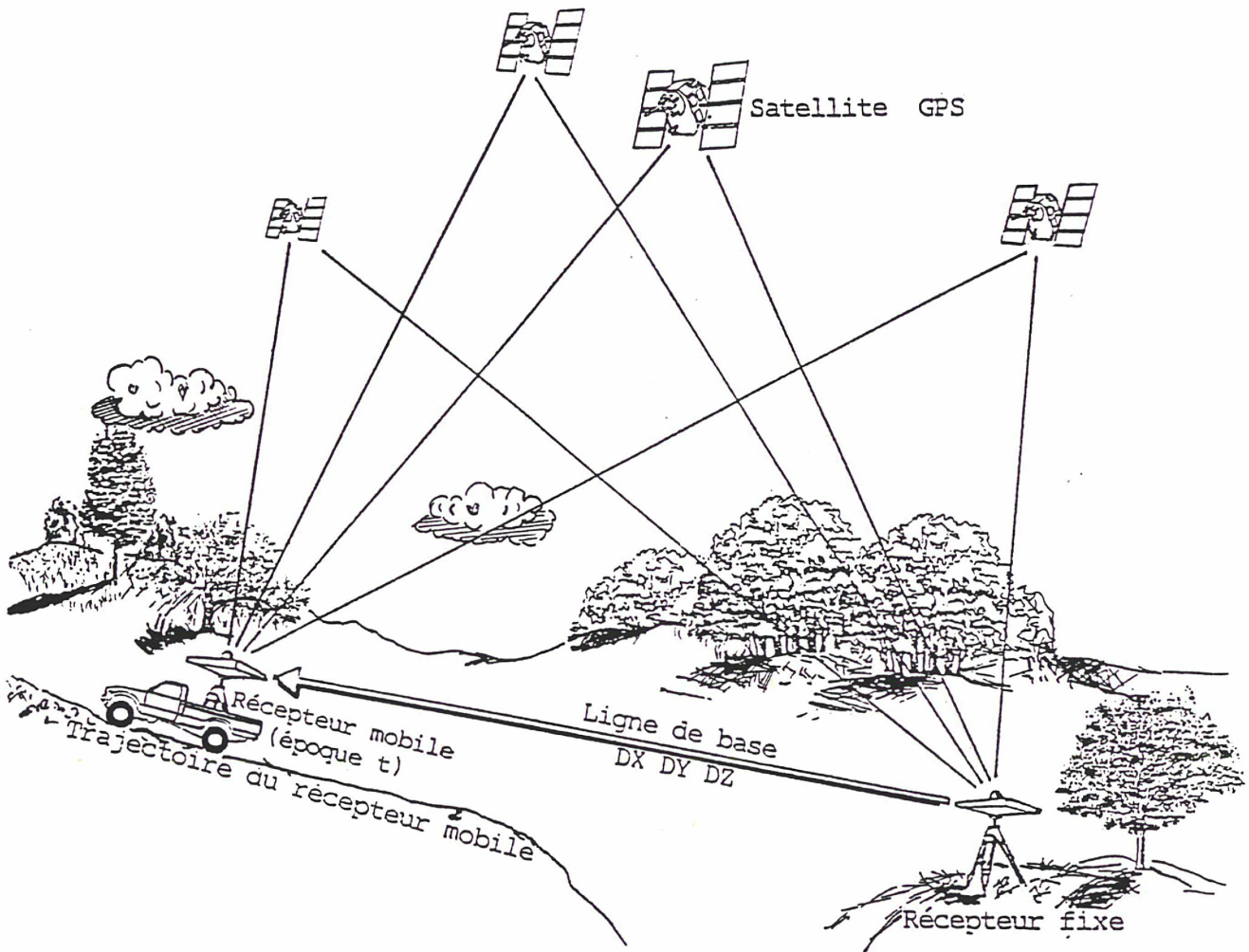
On distingue généralement, dans ce cas, trois types de méthodes possibles (WILLIS et al, 1988a):

1) Navigation: Un récepteur isolé calcule sa position instantanée, en temps réel, à partir des seules mesures de pseudo-distances et des éléments du message radio-diffusé. Les précisions obtenues sont de l'ordre de 10 à 100 mètres (en absolu), suivant la qualité des orbites radio-diffusées et du modèle de correction ionosphérique utilisé (SEC et al, 1989). Le traitement peut éventuellement être effectué en temps différé.

2) Navigation différentielle: On dispose d'un récepteur fixe (station maître) et d'un récepteur mobile (station esclave), enregistrant tous les deux les mesures de pseudo-distances. Le récepteur maître retransmet (par un procédé de télécommunication de données à définir: système radio-électrique terrestre, système satellitaire, temps différé,...) des données au(x) récepteur(s) mobile(s). Ces données peuvent être soit les résidus observés sur

Figure 15

## LOCALISATION RELATIVE CINEMATIQUE PAR GPS





les coordonnées de la station fixe (en estimant uniquement l'inconnue d'horloge), soit les résidus observés sur les mesures de pseudo-distances (ce qui est totalement équivalent à retransmettre les mesures elles-mêmes, mais qui permet un gain très important sur la quantité de données à retransmettre). Les précisions sont de l'ordre de 1 à 10 mètres, suivant les constellations GPS sélectionnées (influence du GDOP) (SEC et al, 1989) et suivant le type de matériel utilisé (NARD et al, 1987a).

3) Trajectographie: Dans le cas du traitement en mode navigation différentielle, lorsque les deux récepteurs enregistrent en plus les mesures de phases, il est possible de lisser les mesures de pseudo-distances avec ces mesures de phases ("Doppler Integrated Pseudo-range"). Lorsqu'on traite ces nouvelles mesures entemps différé, en imposant des contraintes de continuité sur la trajectoire du récepteur mobile, on peut obtenir alors des résultats de l'ordre de 50 centimètres à 1 mètre (NARD et al, 1987).

Néanmoins les résultats obtenus ne descendent guère en dessous de la barre des 50 centimètres en relatif. Le point que nous évoquons dans cette thèse est l'utilisation exclusive des mesures de phases GPS dans le but d'obtenir un positionnement cinématique centimétrique.

Si l'on considère l'équation (II.12), on s'aperçoit que lorsque l'on ne prend en compte que les mesures d'une même époque de  $C$  satellites (nombre de canaux dans le cas d'un récepteur à architecture parallèle) on dispose d'un système de  $(C-1)$  équations à  $(C+2)$  inconnues ( $(C-1)$  ambiguïtés entières + 3 inconnues de position). Le système est donc nettement sous-déterminé: il y a plus d'inconnues que de mesures! Si par un moyen ou par autre, les valeurs des ambiguïtés entières  $K$  étaient connues, on disposerait alors d'un système de  $(C-1)$  équations à 3 inconnues (les inconnues de position). Il suffirait donc de capter simultanément 4 satellites GPS, comme dans le cas des pseudo-distances, pour obtenir un positionnement instantané.

Pour que cette localisation soit, de plus, effectuée en temps réel, il faudrait adjoindre au GPS un système de transmission des données (système radio-électrique satellitaire ou terrestre). En effet, il faut pouvoir disposer en temps réel des mesures du récepteur fixe (récepteur de référence), ou, ce qui revient au même, les résidus de mesures observées sur le récepteur de référence.

De plus, et c'est là, le point essentiel, dès que ces valeurs d'ambiguïtés entières sont connues à un instant donné,

elles restent utilisables pour toutes les époques ultérieures (tant qu'il n'y a pas de saut de cycles).

Le but est donc d'initialiser le processus par un procédé spécial. Nous allons présenter plusieurs méthodes opératoires qui permettent de lever cette indétermination sur la valeur des ambiguïtés entières. Nous donnerons la définition de ces procédés en insistant sur leur réalisation pratique et leur justification théorique avant de présenter les résultats obtenus dans le cadre de cette étude.

#### IV.1) Procédures opératoires

##### IV.1.1) Détermination des ambiguïtés entières sur une ligne de base connue

Lorsque l'on inverse le problème et que l'on connaît, a priori, la position précise des deux points de la ligne de base, les mesures d'une seule époque fournissent un système de  $(C - 1)$  observations à  $(C - 1)$  inconnues (les ambiguïtés entières).

On dispose ainsi d'une méthode simple pour l'utilisation du GPS en mode cinématique:

- dans un premier temps, les deux récepteurs sont stationnés sur des points connus à l'avance. Ce rattachement géodésique des deux points de la ligne de base peut être effectué par des mesures géodésiques traditionnelles précédentes ou par des mesures GPS statiques (chapitre III) avant déplacement de l'antenne mobile. Les mesures de la première époque servent à déterminer la valeur des ambiguïtés entières  $K$ .

- dans un deuxième temps (tableau 29), on peut déplacer le deuxième récepteur. Ensuite, les mesures de chaque époque servent à déterminer la position relative de l'antenne mobile par rapport à celle de l'antenne fixe (référence).

En ce qui concerne l'application à la géodésie, les points qui doivent être déterminés sont des points fixes, matérialisés au sol. On déplace donc le récepteur mobile de point en point.

On peut d'ailleurs se contenter de ne traiter que les mesures effectués sur les points stationnés, sans déterminer la trajectoire entre les différents points. Pour faciliter cette présélection des mesures de phase GPS, il suffit d'introduire dans les fichiers d'observations du récepteur mobile des "tops

durée	30 mn	1 s	1 s	1 s	1 s	1 s
récepteur fixe	1	1	1	1	1	1
récepteur mobile	2	3	4	5	6	7

Détermination des ambiguïtés entières  
sur une ligne de base connue

durée	1 s	1 s	1 s	1 s	1 s	1 s
récepteur fixe	2	1	1	1	1	1
récepteur mobile	1	2	3	4	5	6

Permutation des antennes de deux récepteurs GPS

durée	1 s	1 s	1 s	1 s	1 s	1 s
récepteur fixe	1	1	1	1	1	1
récepteur mobile	2	3	4	5	6	2

GPS en mode pseudo-cinématique

durée	1 s	1 s	1 s	1 s	1 s	1 s
récepteur fixe	1	1	1	1	1	1
récepteur mobile	2	3	4	5	6	7

GPS en mode cinématique total

Tableau 29

Procédés opératoires du GPS en mode cinématique de précision

externes": on note dans le fichier la date correspondant au point géodésique stationné. Certains récepteurs comme le NR52 de SERCEL ont cette possibilité, ce qui facilite beaucoup le traitement ultérieur de ces données.

#### IV.1.2) Permutation des antennes

Une autre technique, (REMONDI, 1985b), sous le nom de permutation d'antennes ("swapping antennae") est décrite également dans le tableau 29.

Les deux récepteurs, étant proches l'un de l'autre, on permute dans un premier temps, les deux antennes: l'antenne qui se trouvait sur le point 1 est amenée physiquement sur le point 2 pendant que l'antenne qui se trouvait sur le point 2 est déplacée sur le point 1.

Si on note  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  les différences, en coordonnées cartésiennes, entre la position exacte (inconnue par nature) et la position approchée de la station 2 (obtenue, par exemple, à partir des résultats pseudo-distances), on a, au premier ordre:

$$D\phi^m (\text{avant}) = D\phi^c + \frac{\partial (D\phi)}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial (D\phi)}{\partial Y} \Delta Y + \frac{\partial (D\phi)}{\partial Z} \Delta Z + K \quad (\text{IV.1})$$

$$D\phi^m (\text{après}) = D\phi^c + \frac{\partial (D\phi)}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial (D\phi)}{\partial Y} \Delta Y + \frac{\partial (D\phi)}{\partial Z} \Delta Z - K \quad (\text{IV.2})$$

Equations dans lesquelles:

$D\phi^m$  est la double différence des phases mesurées (avant et après la permutation des antennes).

$D\phi^c$  est la double différence des phases calculées (donc identique avant et après la permutation des antennes).

$\frac{\partial}{\partial X}$  représente la dérivée partielle par rapport à la variable X .

Rem: Si la permutation se fait relativement vite (antennes proches, les dérivées partielles sont peu modifiées (bien qu'elles varient dans le temps)).

K représente les ambiguïtés entières et dépend donc uniquement des récepteurs et non des points stationnés.

Les inconnues de position et les inconnues entières K, ont une signature différente (au sens des moindres carrés) au cours de la permutation physique des antennes. En effectuant la différence

des équations (IV.1) et (IV.2), on fait disparaître les inconnues de position  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  et l'on obtient, en divisant par 2, la valeur des ambiguïtés entières:

$$K = \frac{1}{2} [(D\phi^m(\text{avant}) - D\phi^c(\text{avant})) - (D\phi^m(\text{après}) - D\phi^c(\text{après}))] \quad (\text{IV.3})$$

On peut donc déterminer l'inconnue K à partir des seules mesures de phases (en mode doubles différences), avant et après la permutation, en ne connaissant qu'une valeur très approchée de la position des deux antennes.

La suite de cette procédure opératoire demeure la même. On transporte l'antenne du récepteur mobile de points en points. De plus, on peut répéter cette opération de permutation d'antenne à n'importe quel moment des observations (voir § IV.3). Par contre, dès que l'on dispose de plus de deux récepteurs, la procédure devient plus laborieuse à réaliser.

#### IV.1.3) Pseudo-cinématique

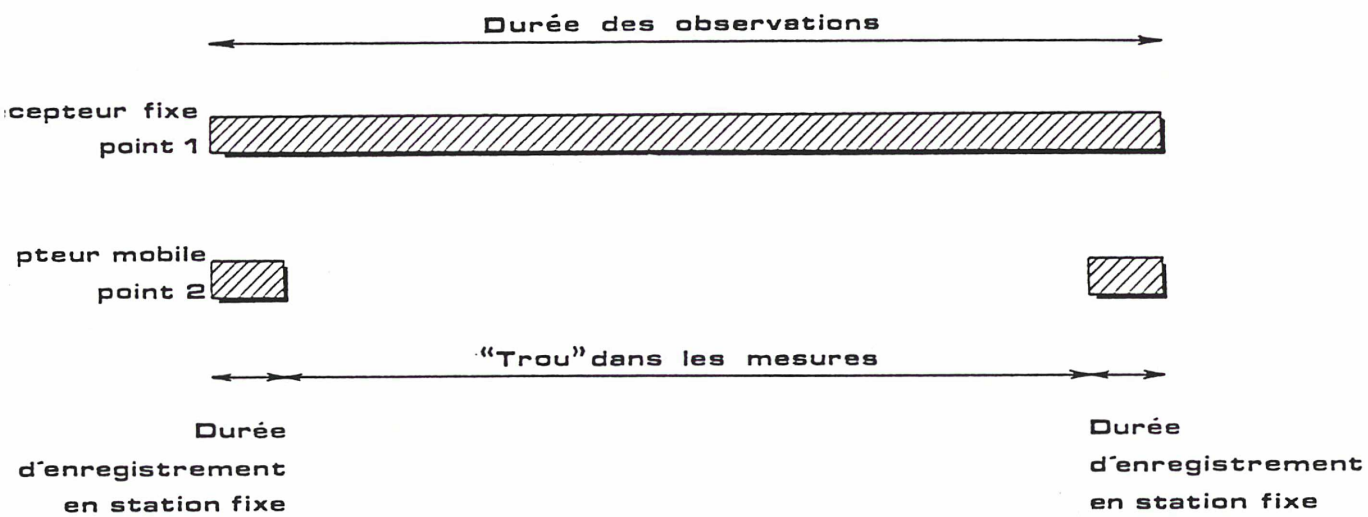
Enfin, une méthode originale, que nous préconisons pour des applications à la géodésie, également décrite dans le tableau 29, est la méthode dite pseudo-cinématique (REMONDI, 1988).

Dans cette méthode, on restationne, à un moment quelconque des opérations de terrain GPS, un point déjà stationné auparavant par l'antenne mobile. On traite ensuite, uniquement, l'ensemble des mesures relatives à ce point (d'où l'intérêt, comme dans le cas de la méthode précédente, de pouvoir introduire des "tops externes" dans les fichiers d'enregistrement des mesures).

L'ensemble de ces mesures est, en fait, identique à un fichier de mesures GPS provenant de récepteurs statiques (chapitre III) dans lequel toutes les mesures entre la première et la dernière auraient été perdues. Par contre, ces mesures, qui auraient été "effaçées" n'auraient pas engendré de sauts de cycles, comme cela aurait été le cas si le récepteur avait été arrêté. Tout ce passe donc, comme si il y avait un "trou" dans le fichier des données enregistrées par le récepteur mobile. La figure 16 représente schématiquement les données réellement enregistrées, pour la station 2, dans le cas du GPS pseudo-cinématique.

Concernant ce jeu de mesures, elles peuvent être traitées en mode doubles différences avec un logiciel standard de géodésie par GPS légèrement modifié. Avec les mêmes notations que celles du

Figure 16  
Mesures GPS réellement enregistrées  
en mode pseudo-cinématique



paragraphe précédent, on obtient un ensemble de  $2(C - 1)$  équations à  $3 + (C - 1)$  inconnues (3 inconnues de position et  $(C - 1)$  inconnues d'ambiguïtés entières  $K$ ):

$$D\phi^m = D\phi^c + \frac{\partial(D\phi)}{\partial X} DX + \frac{\partial(D\phi)}{\partial Y} DY + \frac{\partial(D\phi)}{\partial Z} DZ + K \quad (\text{IV.4})$$

Dans le cas où  $2(C - 1) \leq 3 + (C - 1)$ , c'est à dire  $C \geq 4$ , le système est déterminé (sans redondance) ou sur-déterminé. Dès que l'on dispose d'un récepteur pouvant capter 4 satellites GPS simultanément (ce qui est pratiquement toujours le cas), on peut appliquer ce genre de positionnement.

En fait, ce premier critère indique seulement que l'on peut déterminer une valeur pour les entiers  $K$ . Si cette valeur est suffisamment précise, on pourra effectivement déterminer la vraie valeur (entière) des ambiguïtés entières. On comprend facilement que, lorsque ces deux époques de mesures sont trop rapprochées, les dérivées partielles restent pratiquement constantes et que le système d'équations va être très mal conditionné (déterminant voisin de zéro). C'est ce qui explique aussi que, pour le positionnement statique, on ne se contente pas uniquement des deux premières mesures, mais plutôt de plusieurs dizaines de minutes à une heure (chapitre III).

On peut donc se demander quelles sont les conditions optimales qu'il faut respecter (durée d'enregistrement minimale en station fixe et "trou" minimum dans les observations). Pour mener à bien cette étude, il n'est pas nécessaire de faire ces essais de déplacement d'antennes en grandeur réelle sur le terrain. Il suffit de partir de mesures réelles, enregistrées dans le cadre d'une mission de GPS statique, et de ne pas tenir compte des mesures qui auraient eu lieu pendant le déplacement hypothétique de l'antenne mobile. C'est cette simulation originale qui a été effectuée et dont les résultats sont présentés dans le paragraphe IV.3.1.

#### IV.1.4) Cinématique total

Enfin, une autre possibilité, non encore entièrement exploitée à sa juste valeur, ne nécessite pas de restationner les mêmes points. Pour cela, il suffit de stationner un nombre de points suffisants avec le récepteur mobile et de traiter toutes les mesures en bloc par moindres carrés. En effet, si on observe  $p$  points différents avec le récepteur mobile. Si  $c$  est le nombre de canaux de ce récepteur (nombre de satellites que l'on peut capter simultanément), alors, en considérant toutes les équations

de doubles différences, on dispose d'un système de  $p \times (c-1)$  équations à  $3 \times p + (c - 1)$  inconnues.

En comparant simplement le nombre de mesures de doubles différences disponibles par rapport au nombre de paramètres à déterminer, on en déduit que:

Lorsque  $p < \frac{c-1}{c-4}$ , le système est sous-déterminé

Lorsque  $p = \frac{c-1}{c-4}$ , le système est soluble sans redondance

Lorsque  $p > \frac{c-1}{c-4}$ , le système est sur-déterminé

Il est important de voir que lorsque le nombre de canaux est grand, cette valeur tend vers 1 sans jamais l'atteindre. Pour assurer une redondance, il suffit de déterminer deux points différents. Le tableau suivant montre le nombre de points nécessaires qu'il faut stationner en mode cinématique total pour avoir une redondance en fonction du nombre de canaux du récepteur.

nombre de canaux du récepteur	nombre minimal de points à stationner
$\leq 4$	impossible
5	4
6	3
7	3
$\geq 8$	2

Tableau 30

Etude du nombre minimal de points à stationner (sans réobservation) en mode cinématique total, pour obtenir une redondance d'information, en fonction du nombre de satellites que peut capter le récepteur.

On constate que le nombre élevé de satellites captés est un élément important dans le cas de ce type de localisation où l'on n'exige pas que certains points soient restationnés.

La même remarque s'applique aussi à ce type de localisation: le nombre de points minimal à stationner (présenté dans le tableau 30) est une condition nécessaire mais non suffisante. La durée de la session d'observation reste encore un facteur déterminant.



#### IV.2) Le problème des sauts de cycles

Toutes les techniques précédentes, présentées dans le paragraphe IV.1, possèdent une faiblesse évidente: la présence d'un saut de cycle au cours du déplacement de l'antenne mobile remet en question les techniques présentées précédemment. En effet, dès qu'il y a un saut de cycle sur l'un des satellites, les méthodes précédentes ne sont plus valables, car on introduit une nouvelle inconnue dans le système. Le système des moindres carrés peut donc devenir sous-déterminé et donc insoluble.

Un saut de cycle est dû à la perte momentanée de la mesure de phase. Cette perte peut provenir d'une cause interne ou externe au récepteur.

- cause interne: Certains récepteurs ne permettent pas d'obtenir un positionnement cinématique car dès que l'on déplace l'antenne on perd la phase. Dans le cas de l'ancien TI4100 (Texas Instruments), il faut modifier la largeur de bande du récepteur ("bandwith"), et donc détériorer volontairement les mesures car on augmente ainsi le bruit des mesures. Dans le cas du TR5S (ou maintenant du NR52) de SERCEL, la bande d'asservissement de la phase est dynamique, aucune modification n'est nécessaire. On peut donc considérer qu'un bon récepteur GPS cinématique ne doit pas engendrer ce type de problème. Il faut noter que certains couples antenne-récepteur (de type géodésique) ne permettent pas le mode cinématique car dès que l'antenne bouge de plus de quelques centimètres, il y a perte du signal GPS.

- cause externe: C'est la cause la plus fréquente sur un bon récepteur (couple antenne-récepteur). Elle est due à la présence d'un masque radio-électrique entre l'un des satellites et l'un des récepteurs. Le compteur de tours s'arrête temporairement. Le nombre de tours écoulés durant cette période d'interruption est égal à la valeur du saut de cycle. Cet effet de masque est surtout important en ville (murs des maisons) et dans les zones boisées (routes bordées d'arbres, forêts).

Néanmoins, le problème des sauts de cycles peut être résolu dans une grande majorité des cas. Il faut déjà remarquer que lorsque le récepteur dispose de 5 canaux, le saut de cycle est immédiatement détecté (4 doubles différences pour 3 inconnues). Néanmoins, il y a qu'une seule redondance, on peut donc détecter le problème, mais on ne peut pas savoir quelle est la double différence qui est entachée du saut de cycle. Lorsque l'on dispose d'un récepteur possédant 6 canaux, on peut détecter la présence du saut de cycle et de plus déterminer la double différence en cause.

On voit donc que l'avenir appartiendra certainement, pour les applications de type cinématique, aux récepteurs GPS possédant plus de 6 canaux. Néanmoins, le nombre de canaux possédera une limite supérieure ultime qui sera donnée par le nombre maximum de satellites GPS visibles simultanément depuis un point au sol.

De plus, certains procédés opératoires peuvent être itérés. Par exemple, dans le cas du mode pseudo-cinématique, on peut restationner chaque point plus de deux fois. Dans le cas de la permutation des antennes, on peut effectuer plusieurs fois ce type d'opération au cours d'une même session. Quelques récepteurs peuvent détecter en temps réel la présence d'un saut de cycle. On peut donc imaginer pour l'avenir un système, sous forme de message visuel ou sonore, incorporé dans le récepteur, qui indiquerait à l'opérateur la présence d'un saut de cycle. Il suffirait alors à l'opérateur de revenir sur le dernier point stationné (mode pseudo-cinématique) en utilisant un itinéraire plus dégagé ou d'effectuer une nouvelle permutation d'antenne.

#### IV.3) Les résultats obtenus

##### IV.3.1) Simulations du positionnement cinématique

Avant d'effectuer des tests en vraie grandeur, nous avons conduit une série de simulations afin de déterminer les facteurs importants et les conditions nécessaires au bon déroulement de l'expérience. Un de ces aspects est de déterminer si ce type de localisation est possible et d'en déterminer ses spécifications techniques (durée minimale d'observation, redondance à respecter, ...).

Pour cela, nous avons utilisé des données réelles GPS déjà enregistrées au cours du test SERCEL (Mission BASEM, deuxième session du 28/01/88), déjà traitées en mode statique pour une ligne de base d'environ 2,7 km (SERCEL Tour Est-MATRA). Nous avons choisi cette distance car elle nous semble correspondre à une distance optimale d'utilisation de ce procédé. En effet, comme nous l'avons déjà vu, lorsque la distance entre les deux points est trop importante (supérieure à quelques dizaines de kilomètres), on ne peut plus et on ne doit plus fixer les ambiguïtés entières en utilisant l'orbite radio-diffusée. Nous n'avons sélectionné dans ce jeu de mesures de phases que les mesures correspondant à la période durant laquelle les cinq satellites GPS sont effectivement captés en permanence. Nous avons imposé cette condition supplémentaire afin de ne pas perturber notre étude par la perte provisoire d'un ou plusieurs satellites

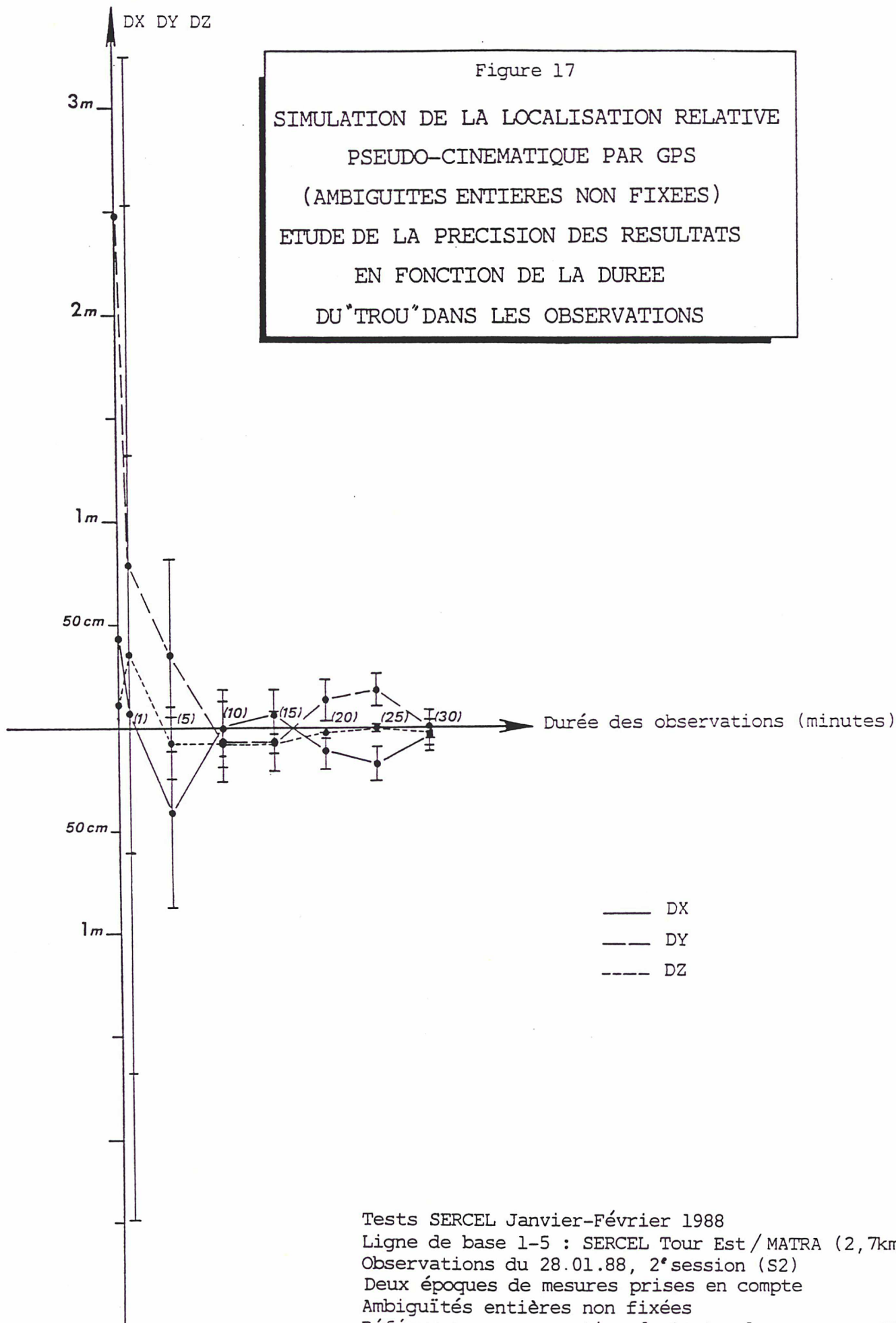
au cours de la période d'observations, ce qui aurait pour effet de modifier dramatiquement la géométrie du système et qui ne permettrait donc pas d'obtenir des conclusions fiables.

Ensuite, nous n'avons conservé dans ce nouveau jeu de données que deux époques. Ces deux époques sont séparées par un "trou" d'observation dont nous avons fait varier la durée au cours de nos simulations. On peut considérer qu'entre ces deux époques, l'un des deux récepteurs a été déplacé puis est revenu restationner le même point (positionnement de type pseudo-cinématique).

Nous disposons donc pour chaque simulation de très peu d'observations pour positionner cette ligne de base: 2 époques à 5 satellites, soit encore 8 doubles différences pour 7 inconnues ( $X, Y, Z, K_1, K_2, K_3, K_4$ ).

La figure 17 montre les résultats obtenus avant de fixer les inconnues d'ambiguïtés entières à leur valeur entière. On observe une convergence très rapide vers la solution de référence (solution GPS obtenue à partir de toutes les mesures de phases de la campagne d'observation). On constate que plus le trou est important, plus l'estimation est précise (les écarts types a posteriori diminuent d'un facteur 100 de 2 mètres à 2 centimètres). On voit donc que l'effet de géométrie des satellites est très important puisque le nombre d'observations reste inchangé. Il faut que les satellites aient suffisamment bougé par rapport aux récepteurs GPS pour que le positionnement soit précis.

De plus, comme nous avons déjà traité ces mesures de phase en mode statique (en cumulant une heure de mesures), nous connaissons exactement la valeur des ambiguïtés entières. La figure 18 montre les résultats obtenus en fixant les inconnues d'ambiguïté à leur valeur entière. On vérifie par ailleurs que la valeur des résidus (RMS) a été peu modifiée: il était donc bien légitime de fixer la valeur de ces ambiguïtés entières. Par contre, on constate désormais que les écarts types a posteriori sont très peu modifiés par la durée de la période entre les deux époques d'observations. Les écarts types a posteriori restent compris entre 0,4 et 1,2 centimètres. On n'a donc plus ce facteur 100 d'amélioration de la précision que l'on trouvait avant de fixer les ambiguïtés entières. Dès que l'on a pu fixer les ambiguïtés entières, c'est alors le nombre d'observations qui devient important pour la qualité du positionnement. Par contre tant que l'on ne peut pas fixer les ambiguïtés entières c'est la durée de la période entre la première et la dernière observation qui est importante.



Tests SERCEL Janvier-Février 1988

Ligne de base 1-5 : SERCEL Tour Est / MATRA (2,7km)

Observations du 28.01.88, 2<sup>e</sup> session (S2)

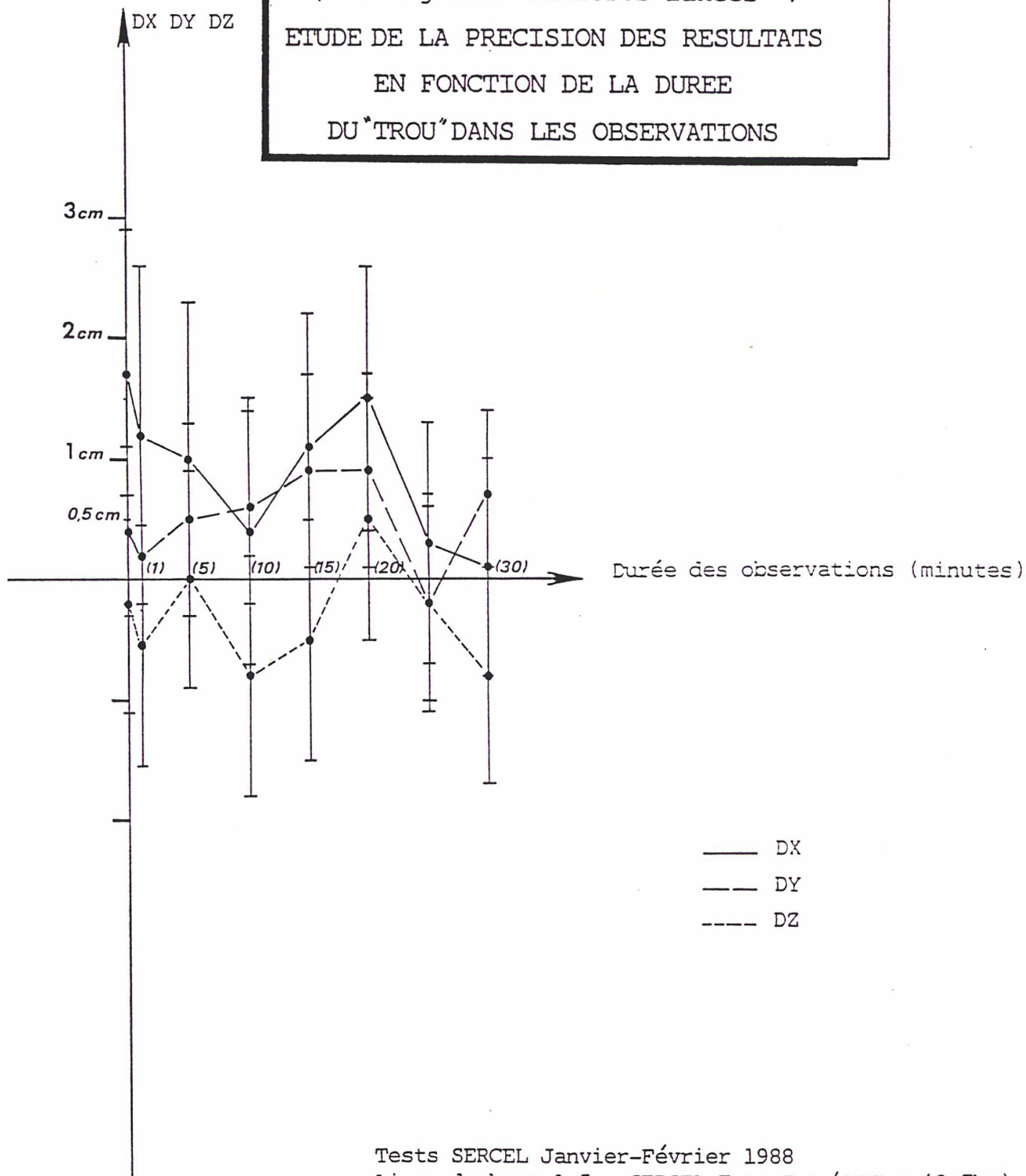
Deux époques de mesures prises en compte

Ambiguïtés entières non fixées

Référence : compensation de toutes les mesures GPS  
de cette campagne d'observation

Figure 18

SIMULATION DE LA LOCALISATION RELATIVE  
PSEUDO-CINEMATIQUE PAR GPS  
( Ambiguïtés entières fixées )  
ETUDE DE LA PRECISION DES RESULTATS  
EN FONCTION DE LA DUREE  
DU "TROU" DANS LES OBSERVATIONS



Tests SERCEL Janvier-Février 1988  
Ligne de base 1-5 : SERCEL Tour Est / MATRA (2,7km)  
Observations du 28.01.88, 2<sup>e</sup> session (S2)  
Deux époques de mesures prises en compte  
Ambiguïtés entières fixées  
Référence : compensation de toutes les mesures GPS  
de cette campagne d'observation

La comparaison de ces résultats avec les coordonnées de référence indique que les écarts sont millimétriques (de quelques millimètres à 1 centimètre). On constate donc une détérioration de la qualité des résultats dans un facteur 2 à 3 par rapport au positionnement statique (il faut noter que cela revient à comparer les résultats obtenus à partir des mesures d'une seule époque d'observation aux résultats obtenus à partir des mesures d'une session d'une heure d'observation).

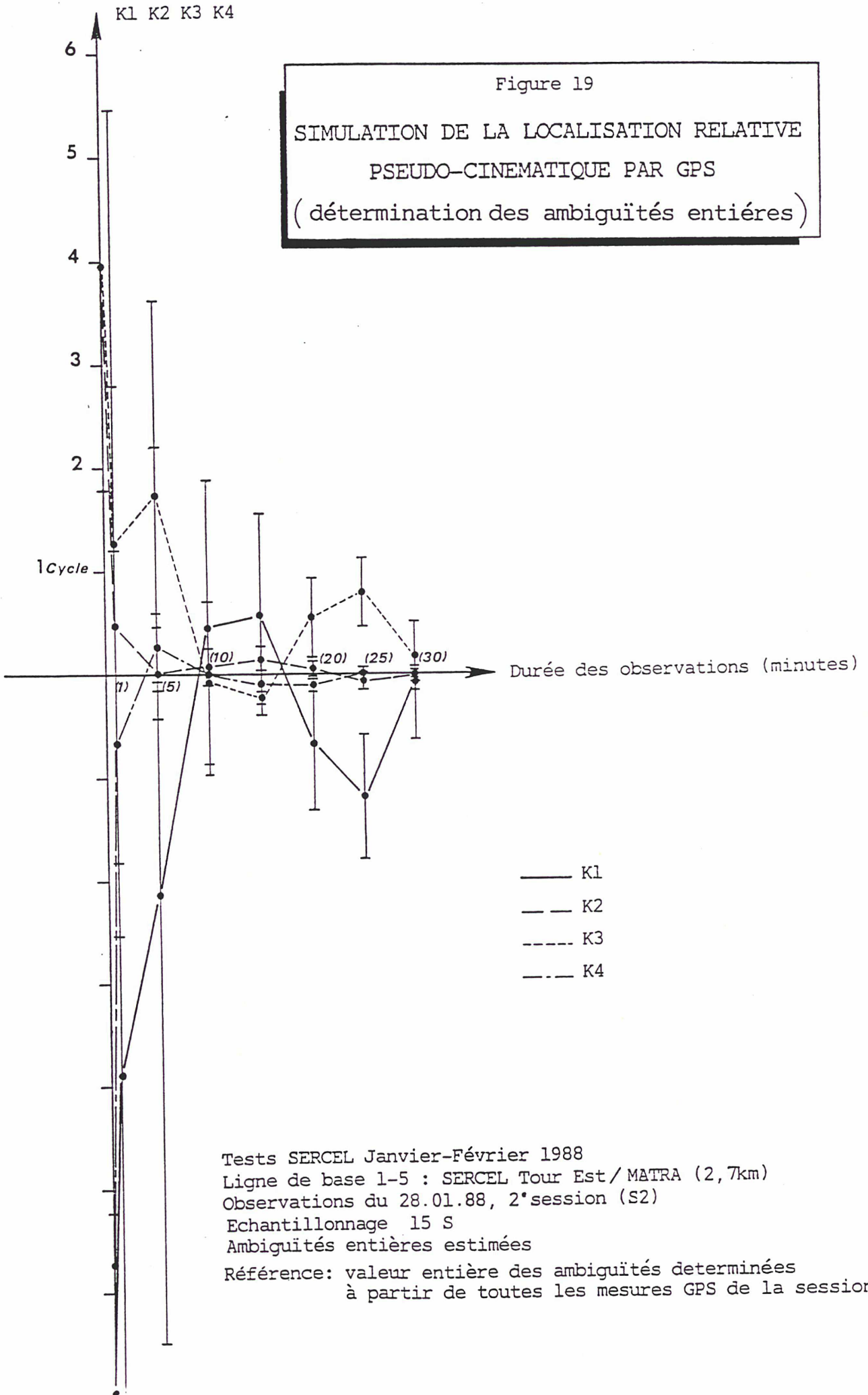
Enfin pour terminer l'analyse de ces résultats de simulations, il convient de s'interroger pour savoir si on aurait pu déterminer la valeur de ces ambiguïtés entières dans le cas où cette information ne serait pas disponible: peut-on, à partir de ces 8 mesures uniquement, déterminer la valeur exacte de ces ambiguïtés entières? On a utilisé le même test que celui employé pour le GPS statique (à partir de la valeur des écarts types a posteriori). On constate qu' à partir d'une quinzaine de minutes, on est pratiquement sûr de pouvoir fixer toutes les ambiguïtés entières (en plusieurs itérations successives) et cela à partir des mesures de phase GPS de deux époques seulement.

On peut analyser plus finement ce résultat, en regardant la valeur des ambiguïtés entières estimées ainsi que leur écart type a posteriori. A partir de ces résultats, présentés dans la figure 19, on constate qu'après 15 minutes, deux ambiguïtés sur quatre ont un écart type a posteriori inférieur à 0,3 cycle (donc a priori fixables à la première itération). On peut donc considérer alors que l'on va pouvoir fixer toutes les ambiguïtés entières en plusieurs itérations. En effet, à chaque itération, on fixe au moins une nouvelle inconnue, on contraint donc très fortement le problème des moindres carrés, ce qui a pour effet immédiat d'améliorer la précision sur l'estimation des autres paramètres. De plus, au delà de 30 minutes, toutes les ambiguïtés entières ont leur écart type a posteriori inférieur à 0,3 cycle dès le premier calcul. On pourra donc les fixer toutes simultanément dès la première itération.

Rem: on constate en outre que les écarts types a posteriori sont très différents suivants les couples de satellites choisis. Il existe donc un choix optimal qui permet d'obtenir ces écarts types minimaux (soit réaliser cette condition pour 50% d'entre eux, soit la réaliser pour leur moyenne quadratique). Dans le cas du GPS cinématique, ce choix permettra de fixer les ambiguïtés entières plus rapidement. On peut, de plus considérer qu'il suffit que trois ambiguïtés sur quatre soient fixables après le premier calcul, pour obtenir le résultat précédent en plusieurs itérations.

Figure 19

SIMULATION DE LA LOCALISATION RELATIVE  
PSEUDO-CINEMATIQUE PAR GPS  
(détermination des ambiguïtés entières)



Nous en concluons que toutes ces simulations démontrent la possibilité d'un positionnement cinématique de précision (dégradé seulement d'un facteur 2 à 3 par rapport au positionnement statique). Le point important, pour obtenir ce type de positionnement est que l'on puisse fixer les ambiguïtés entières. Pour cela, il suffit de revenir stationner exactement le même point après une durée d'au moins quinze minutes (mode pseudo-cinématique). La précision des résultats dépend alors peu de la durée entre ces deux époques d'observations. Elle dépend surtout du nombre d'observations (nombre de satellites que l'on peut capter simultanément et nombre de réoccupations du point). Il reste donc maintenant à démontrer ce résultat en vraie grandeur. On sait désormais qu'il n'est pas nécessaire de stationner chaque point pendant longtemps (une seule époque suffit en théorie!), par contre il faudra observer chaque point très souvent afin d'obtenir une population statistiquement significative de résultats. De plus, les essais en vraie grandeur devraient faire apparaître le problème de sauts de cycles éventuels qui n'a pas été simulé ici.

#### IV.3.2) Test cinématique, Saint-Mandé: Mai 1988

Afin de valider les performances du GPS cinématique, une première expérience a été effectuée en vraie grandeur sur le site de Saint-Mandé pour des distances très courtes. Le but de cette première expérience était de démontrer la faisabilité du GPS cinématique et surtout d'obtenir une population statistique importante de résultats afin de pouvoir en tirer des conclusions significatives sur l'exactitude de la localisation

##### Présentation de la campagne d'observations

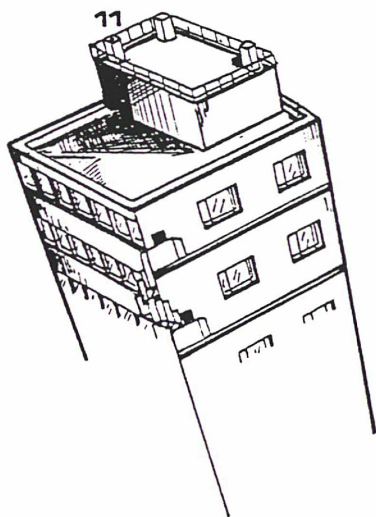
Un premier test, sur le même site, avait déjà eu lieu les 6 et 7 Octobre 1987, mais certains problèmes opératoires avaient réduit de manière importante la population statistique des résultats. Néanmoins ce premier test avait démontré la faisabilité de la méthode (WILLIS, 1988). Nous ne décrivons donc ici que les résultats, plus significatifs, du deuxième test de Mai 1988 (WILLIS, 1988b).

Ce test GPS a été réalisé sur le site de l'IGN à Saint-Mandé. Un récepteur fixe se trouvait en permanence sur la Tour de l'IGN (point n° 11), pendant que l'antenne du deuxième récepteur était déplacée de point en point sur le bâtiment de la Logistique (points n° 2, 3, 4 et 6). L'antenne du deuxième récepteur restait en station pendant quelques minutes sur chaque point avant d'être redéplacée vers les points suivants (on pourra donc traiter le jeu de données en mode pseudo-cinématique). La distance entre l'antenne fixe et l'antenne mobile est de l'ordre



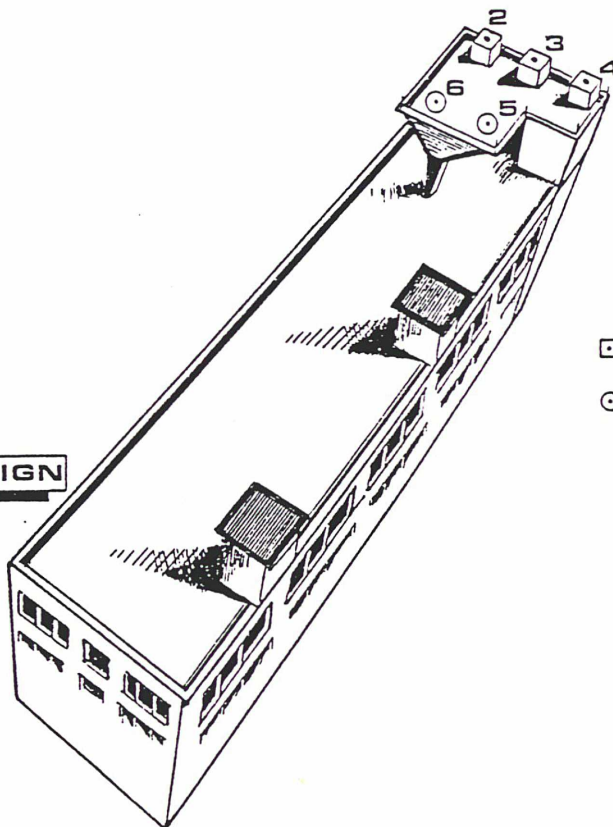
Figure 20

Répartition géographique des points stationnés  
Expérience cinématique des 24 et 25 Mai 1988  
IGN Saint-Mandé



TOUR IGN

LOGISTIQUE IGN



- ▣ Pilier
- ⊙ Cible au sol

de la centaine de mètres environ. La figure 20 décrit le site de Saint-Mandé ainsi que la répartition géographique des points stationnés au cours de ce test. Les récepteurs utilisés étaient les récepteurs NR52 (n° 32 et 33) de la firme SERCEL, appartenant à l'IGN. Les observations se sont déroulées sur deux jours, les 24 et 25 Mai 1988. Afin de lever de possibles doutes sur des systématismes éventuels dûs au choix des constellations GPS utilisées, plusieurs constellations différentes ont été observées. Au total 7 satellites (PRN n°3, 6, 8, 9, 11, 12, 13) ont été observés par sous-ensembles de 5 satellites (le NR52 ne possédant que 5 canaux).

Les tableaux suivants décrivent les observations effectuées au cours des deux journées (tableaux 31, 32 et 33), en indiquant à chaque instant, le point sur lequel se trouvait l'antenne mobile ainsi que la constellation des satellites sélectionnés pour les mesures, et la durée approximative des observations GPS. Les mesures de pseudo-distances et de phases ont été effectuées à une cadence de 0,6 seconde et, chaque jour, un étalonnage inter-canal était effectué avant et après les mesures.

Afin de pouvoir repérer facilement le début et la fin des observations, correspondant à la mise en station de l'antenne mobile au-dessus d'un des points géodésiques de la Logistique, des labels (\*T) ont été introduits directement dans les fichiers de mesures enregistrées à l'aide d'une poire à "tops externes" par les opérateurs de terrain. De plus, par précaution, les heures correspondantes étaient lues et notées, au fur et à mesure, afin d'éviter tout problème au niveau des calculs.

Au total, chaque point de la Logistique a été stationné 5 fois le 24 Mai et 10 fois le 25 Mai. Ceci représente donc, au total, une détermination de 60 lignes de base indépendantes.

#### Présentation des calculs

Les calculs ont été réalisés avec le logiciel GDVS. Les données de phases ont été traitées en mode doubles différences. Les points étant distants de 100 mètres, nous avons utilisé les orbites radio-diffusées des satellites GPS ainsi que les paramètres ionosphériques radio-diffusés. Afin de tester le positionnement cinématique, deux calculs ont été effectués pour chaque ligne de base:

- 1er calcul (calcul par session): en prenant en compte toutes les observations disponibles effectuées au cours de la session durant laquelle le récepteur mobile était en station fixe (typiquement de l'ordre de deux minutes).

Rem: afin de réduire les durées de calcul, nous avons

n° de session	satellites n° PRN	durée (heure TU)	Tour IGN	Batiment Logistique
étalonnage C1	12	13h35m00s-13h40m00s	11	2
session S1	6,8,9,11,12	13h50m00s-13h56m36s	11	2
		13h57m06s-13h59m29s	11	3
		14h00m00s-14h02m05s	11	4
		14h03m06s-14h05m46s	11	6
session S2	6,8,9,11,12	14h06m16s-14h08m40s	11	2
		14h09m07s-14h11m06s	11	3
		14h11m30s-14h13m32s	11	4
		14h14m04s-14h16m15s	11	6
session S3	6,8,9,11,12	14h17m46s-14h20m17s	11	2
		14h20m36s-14h23m30s	11	3
		14h23m56s-14h26m09s	11	4
		14h26m40s-14h28m45s	11	6
session S4	6,8,9,11,12	14h29m24s-14h31m22s	11	2
		14h31m44s-14h33m47s	11	3
		14h34m10s-14h36m12s	11	4
		14h36m46s-14h38m49s	11	6
session S5	6,8,9,11,12	14h39m33s-14h41m36s	11	2
		14h41m57s-14h44m01s	11	3
		14h44m18s-14h46m25s	11	4
		14h47m02s-14h50m00s	11	6
étalonnage C2	12	14h50m00s-14h55m00s	11	6

Tableau 31

Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988

Calendrier des observations du 24 Mai

n° de session	satellites n° PRN	durée (heure TU)	Tour IGN	Batiment Logistique
étalonnage C1	9	13h35m00s-13h40m00s	11	2
session S1	6,8,9,11,12	13h50m00s-13h54m10s	11	2
		13h54m27s-13h56m35s		3
		13h56m56s-13h58m54s		4
		13h59m28s-14h01m39s		6
session S2	6,8,9,11,12	14h02m09s-14h04m16s	11	2
		14h04m39s-14h06m40s		3
		14h07m06s-14h09m09s		4
		14h09m41s-14h11m38s		6
session S3	6,8,9,11,12	14h12m08s-14h14m08s	11	2
		14h14m28s-14h16m30s		3
		14h16m48s-14h18m52s		4
		14h19m26s-14h21m25s		6
session S4	6,8,9,11,12	14h21m52s-14h24m10s	11	2
		14h24m29s-14h26m35s		3
		14h26m50s-14h28m50s		4
		14h29m16s-14h31m27s		6
session S5	6,8,9,11,12	14h31m54s-14h33m56s	11	2
		14h34m16s-14h36m18s		3
		14h36m49s-14h38m47s		4
étalonnage C2	12	14h40m00s-14h45m00s	11	6

Tableau 32

Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988  
Calendrier des observations de la première période du 25 Mai

n° de session	satellites n° PRN	durée (heure TU)	Tour IGN	Batiment Logistique
étalonnage C3	12	15h45m00s-15h50m00s	11	2
session S6	3,9,11,12,13	15h57m00s-15h59m54s 16h00m14s-16h02m16s 16h02m35s-16h04m36s 16h05m09s-16h07m18s	11	2 3 4 6
session S7	3,9,11,12,13	16h07m47s-16h09m49s 16h10m10s-16h12m14s 16h12m32s-16h14m36s 16h15m12s-16h17m14s	11	2 3 4 6
session S8	3,9,11,12,13	16h17m56s-16h19m53s 16h20m10s-16h22m13s 16h22m33s-16h24m34s 16h25m13s-16h27m13s	11	2 3 4 6
session S9	3,9,11,12,13	16h27m48s-16h29m50s 16h30m07s-16h32m13s 16h32m34s-16h34m32s 16h35m02s-16h37m13s	11	2 3 4 6
session S10	3,9,11,12,13	16h37m49s-16h39m51s 16h40m06s-16h42m11s 16h42m32s-16h44m33s 16h45m11s-16h47m22s	11	2 3 4 6
étalonnage C4	13	16h50m00s-16h55m00s	11	6

Tableau 33

Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988  
Calendrier des observations de la deuxième période du 25 Mai

rééchantillonné ces mesures de phase avec un pas d'échantillonnage de 15 secondes.

- 2ème calcul (calcul par époque): en ne prenant cette fois en compte que les observations relatives à la première époque de chaque session durant laquelle le récepteur mobile était en station fixe.

Le traitement s'est effectué en quatre étapes successives bien distinctes:

- 1ère étape: détermination des ambiguïtés entières

A partir des mesures de la première et de dernière époque et du premier point uniquement, on a calculé la valeur des ambiguïtés entières (méthode pseudo-cinématique)

- 2ème étape: calculs par lignes de base et par sessions

A partir des toutes les mesures de phase GPS de la session rééchantillonnée à 15 secondes, on a calculé, pour chaque ligne de base, la position du point de station de l'antenne mobile (en effectuant un calcul de doubles différences et en fixant les ambiguïtés entières à leur valeur trouvée précédemment dans la première étape).

- 3ème étape: calculs par lignes de base et par époques

A partir de la première époque de chaque fichier de session (calcul déjà réalisé au cours de la deuxième étape), on a calculé pour chaque ligne de base, la position du point de station de l'antenne mobile (en fixant les ambiguïtés entières aux valeurs trouvées précédemment dans la première étape du calcul).

- 4ème étape: calcul global

A partir des résultats de chaque ligne de base, on a obtenu un nouveau jeu de coordonnées GPS, en cumulant, au sens des moindres carrés, toutes les matrices normales obtenues précédemment par ligne de base et par session.

Il faut noter, qu'au cours de ces traitements, aucun saut de cycle n'a été détecté (le site de Saint-Mandé a été choisi car c'est une zone effectivement bien dégagée). Par contre, certains fichiers, ayant été perdus au moment de la relecture, ont fait apparaître des "sauts" multiples de 65536 (overflow des récepteurs SERCEL à 0,6 seconde). Ces pertes de données sont dues à l'emploi de disquettes déjà usagées qui n'ont pu être relues entièrement (problèmes de lecture en fin de disquette). Ces problèmes, analogues à ceux que créerait un saut de cycle, mais de nature entièrement différente, ont été détectés facilement et résolus. Ceci prouve que même si l'on avait fait l'objet d'un saut de cycle

dû à un masque temporaire entre un satellite et un récepteur, on aurait pu, de la même manière, détecter ce problème et le résoudre.

### Analyse des résultats

Dans un premier temps, nous avons comparé le jeu de coordonnées provenant du cumul de toutes les mesures GPS (étape 4), avec le jeu de coordonnées provenant d'un ajustement de mesures géodésiques classiques (BOUCHER, 1987). Si l'on compare ces deux jeux de coordonnées en fixant le point 2, on obtient les résultats du tableau 34.

Au vu de ces résultats, on pourrait en déduire hâtivement que le positionnement cinématique possède une exactitude de quelques millimètres (pour des distances de l'ordre de 100 mètres). Il faut bien entendu tempérer quelque peu cet enthousiasme car ce qui est comparé ici est le résultat combiné de toutes les observations GPS de phases. Tout ce passe comme si on disposait de cinq récepteurs fixes: un récepteur sur la Tour IGN et quatre récepteurs sur le toit du bâtiment de la Logistique fonctionnant par intermittences. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, c'est surtout le changement de géométrie du système satellites-récepteurs et surtout le fait de pouvoir fixer ou non les ambiguïtés entières qui influe sur la qualité des résultats du GPS géodésique traité en mode statique. La présence de "trous" dans les observations, comme nous l'avons démontré dans nos simulations influe peu. Il était donc prévisible de retrouver avec ce jeu de coordonnées des résultats comparables à ceux du GPS statique.

Nous concluons simplement de cette comparaison que les coordonnées obtenues à partir des mesures terrestres nous fournissent une bonne référence de comparaison au niveau sub-centimétrique. Pour tester effectivement l'exactitude du GPS cinématique en tant que tel, c'est-à-dire sans réobservations, il nous faut comparer les résultats obtenus à partir d'une seule session ou d'une seule époque de mesures pour chaque ligne de base avec la référence terrestre (méthode cinématique sans réobservation systématique de tous les points).

Dans un deuxième temps, nous avons comparé les résultats obtenus par ligne de base et par session avec la référence terrestre. Ces résultats sont présentés dans le tableau 35 (pour la ligne de base 11-2, à titre d'exemple). Les sessions pour lesquelles il n'y a aucune mesure correspondent aux fichiers placés en fin de disquettes qui n'ont pu être relus. Nous constatons que ces différences sont de l'ordre de quelques centimètres, les résultats les plus dégradés correspondant à la

Point	DX (m)	DY (m)	DZ (m)
2	0,000	0,000	0,000
3	-0,005	-0,009	-0,003
4	-0,003	-0,009	-0,007
6	-0,004	-0,006	0,000
11	0,006	-0,009	-0,011

**Tableau 34**

Tests IGN du GPS cinématique: Saint-Mandé, Mai 1988  
 Comparaisons entre le jeu de coordonnées provenant  
 d'une compensation globale de toutes les mesures GPS  
 et le jeu de coordonnées provenant d'une compensation  
 de mesures de géodésie terrestre (en fixant le point 2).



Jour	Session	DX (m)	DY (m)	DZ (m)
24/05/88	S1	*	*	*
24/05/88	S2	-0,035	-0,004	0,046
24/05/88	S3	0,036	0,026	0,009
24/05/88	S4	-0,007	0,004	0,033
24/05/88	S5	**	**	**
25/05/88	S1	0,009	0,007	0,002
25/05/88	S2	0,005	0,008	-0,005
25/05/88	S3	0,029	0,007	-0,007
25/05/88	S4	-0,008	-0,001	-0,027
25/05/88	S5	**	**	**
25/05/88	S6	0,013	0,001	0,013
25/05/88	S7	0,000	-0,007	-0,002
25/05/88	S8	-0,011	-0,023	-0,017
25/05/88	S9	0,002	-0,011	0,014
25/05/88	S10	-0,002	-0,023	0,006

Tableau 35

Tests IGN du GPS cinématique: Saint-Mandé, Mai 1988  
 Comparaisons entre les différentes solutions par session  
 et la solution de référence obtenue en combinant  
 l'ensemble de toutes les mesures GPS.

Ligne de base 2-11 (110 m).

\* = mesures trop bruitées.

\*\* = pas de mesures.

Ligne de base	$m_x$ (m)	$\sigma_x$ (m)	$m_y$ (m)	$\sigma_y$ (m)	$m_z$ (m)	$\sigma_z$ (m)
2-11	-0,006	0,010	-0,009	0,016	-0,002	0,015
3-11	0,010	0,012	0,003	0,016	0,001	0,014
4-11	0,000	0,020	0,005	0,021	-0,001	0,014
6-11	0,001	0,012	0,004	0,012	0,004	0,010

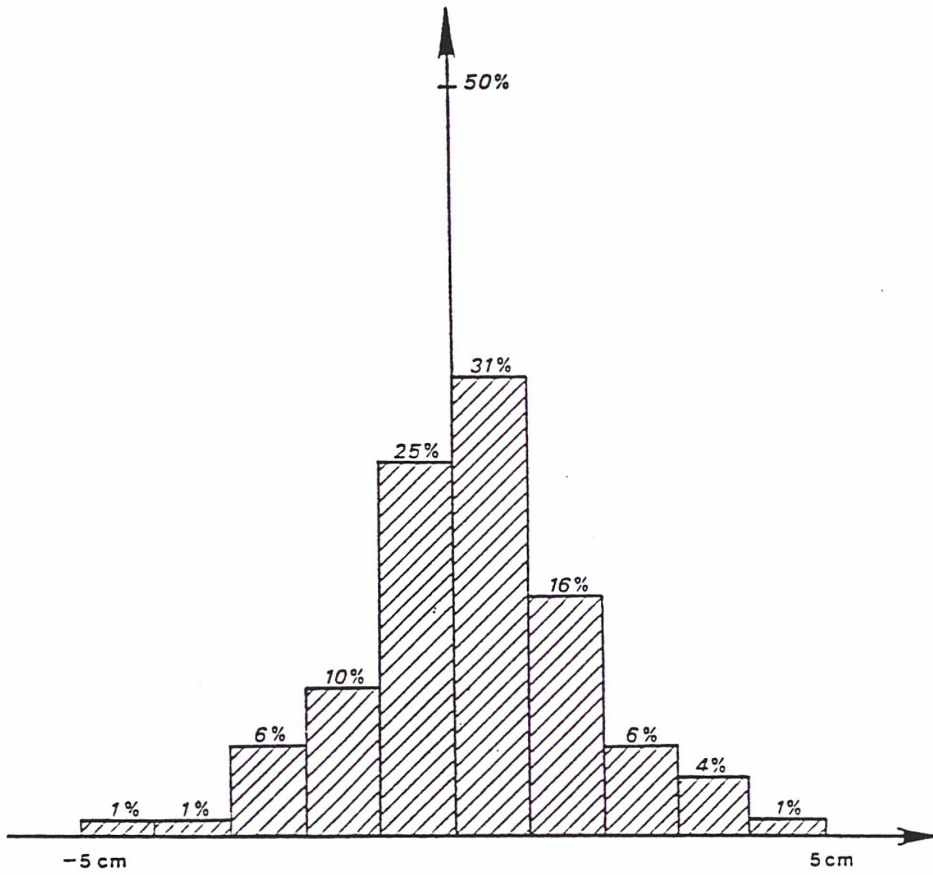
Tableau 36

Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988

Valeurs moyennes et écarts types de la dispersion  
des différentes estimations par session  
par rapport à la solution de référence obtenue en combinant  
l'ensemble de toutes les mesures GPS.

Figure 21

Histogramme des écarts entre le GPS cinématique  
par ligne de base et par session  
et l'estimation globale dans les 3 composantes



Jour	Session	DX (m)	DY (m)	DZ (m)
25/05/88	S1	*	*	*
25/05/88	S2	-0,001	0,005	-0,011
25/05/88	S3	0,015	0,001	-0,014
25/05/88	S4	-0,007	0,007	-0,018
25/05/88	S5	**	**	**
25/05/88	S6	-0,001	-0,004	0,006
25/05/88	S7	0,004	-0,003	0,006
25/05/88	S8	-0,008	-0,043	-0,021
25/05/88	S9	0,005	-0,008	0,021
25/05/88	S10	-0,002	-0,026	0,016

**Tableau 35**

Tests IGN du GPS cinématique: Saint-Mandé, Mai 1988  
 Comparaisons entre les différentes solutions par époque  
 et la solution de référence obtenue en combinant  
 l'ensemble de toutes les mesures GPS.

Ligne de base 2-11 (110 m).

\* = mesures trop bruitées.

\*\* = pas de mesures.

Ligne de base	$m_x$ (m)	$\sigma_x$ (m)	$m_y$ (m)	$\sigma_y$ (m)	$m_z$ (m)	$\sigma_z$ (m)
2-11	0,004	0,012	-0,006	0,011	-0,006	0,012
3-11	0,005	0,010	0,004	0,015	-0,001	0,015
4-11	-0,001	0,020	0,004	0,022	0,001	0,010
6-11	-0,002	0,009	0,001	0,011	0,002	0,010

**Tableau 38**

Tests IGN du GPS cinématique: Saint-Mandé, Mai 1988  
 Valeurs moyennes et écarts types de la dispersion  
 des différentes estimations par époque  
 par rapport à la solution de référence obtenue en combinant  
 l'ensemble de toutes les mesures GPS.

journée du 24 Mai pour laquelle seuls quatre satellites ont pu être captés.

Les résultats obtenus par ligne de base constituant une population statistiquement significative, nous avons calculé, pour chaque coordonnée (X,Y et Z), les valeurs moyennes et les écarts types de cette population (tableau 36) pour l'ensemble de tous les résultats par session et par ligne de base. La figure 21 nous donne une impression plus synthétique de la qualité de ces résultats. L'histogramme de ces déviations par rapport à la solution de référence (provenant de mesures de géodésie classique) nous montre que la répartition des erreurs peut être assimilée une Gaussienne centrée et que, dans 82% des cas, la différence entre la solution cinématique et la solution terrestre est inférieure à 2 cm en absolu.

Enfin, nous avons comparé les résultats obtenus pour chaque ligne de base et par époque avec la référence terrestre (tableau 37). Les résultats n'ont, bien entendu, pas été calculés pour la journée du 24 Mai (enregistrements de quatre satellites), puisque l'on ne disposait par époque que de trois mesures de doubles différences pour déterminer les trois inconnues de position.

Les résultats présentés montrent des exactitudes tout à fait comparables avec celles obtenues en utilisant plusieurs époques par sessions dans le calcul.

De la même manière, nous avons déterminé les valeurs moyennes et écarts types de cette population de résultats (tableau 38). En comparant les tableaux 36 et 38, nous constatons qu'il n'y a effectivement pas de différence notable entre les résultats obtenus par époque et les résultats obtenus par session à partir de deux minutes de mesures.

### Conclusions du test de Saint-Mandé

- Lorsque les points sont réobservés plusieurs fois en mode cinématique (méthode pseudo-cinématique appliquée à tous les points), les résultats obtenus sont tout à fait comparables aux résultats obtenus en mode statique.

- Les résultats obtenus à partir d'une seule époque de mesure sont totalement équivalents au niveau de la précision aux résultats obtenus à partir de deux minutes de mesures.

- Pour des distances de la centaine de mètres, l'exactitude du

GPS cinématique est de l'ordre de 1 à 2 cm (à  $1\sigma$ ), ce qui correspond à une dégradation d'un facteur 2 à 3 par rapport aux résultats obtenus en mode statique.

#### IV.3.3) Test cinématique, Châlons: Décembre 1988

##### Présentation de la campagne d'observations

Il restait à valider ces résultats pour des distances plus importantes. Une expérience de ce type a été conduite dans la nuit du 20 au 21 Décembre 1988 dans la région de Châlons (BARASZ et al).

Ce test a été réalisé à l'aide de deux récepteurs SERCEL. Les points stationnés étaient des bornes géodésiques du réseau national (NTF) distants de quelques kilomètres (entre 3 et 5 km). Durant ce test, un récepteur se trouvait en permanence sur le point 1, tandis que le deuxième récepteur GPS était transporté sur le toit d'un véhicule, de points en points (figure 22): l'antenne de ce récepteur était placée pendant quelques instants sur un trépied, au-dessus de la borne géodésique. Le tableau 39 indique le calendrier des observations en présentant les périodes durant lesquelles les points étaient stationnés. Les mesures de phases étaient effectuées en permanence toutes les 0,6 seconde. Un étalonnage inter-canal était réalisé sur le terrain avant et après les mesures.

De la même manière que pour le test précédent sur le site de Saint-Mandé, nous avons pris les précautions opératoires suivantes:

- introduction dans les fichiers de mesures de "tops externes".
- inscription sur les feuilles d'observations par les opérateurs de terrain de ces mêmes époques.

Malheureusement, dans le cas de ce test, le premier étalonnage inter-canal n'a pu être effectué pour l'un des deux récepteurs. On n'a donc pas pu tenir compte de toutes les mesures de ce test. Au total, seules 9 lignes de base ont pu être calculées (sessions 4 à 7).

##### Les calculs

Les calculs ont été réalisés avec le logiciel GDVS, en traitant les données de phase en mode double différence. Les points étant relativement proche les uns des autres (quelques kilomètres), nous avons utilisé les orbites GPS radio-diffusées ainsi que les paramètres du modèle ionosphérique radio-diffusé.

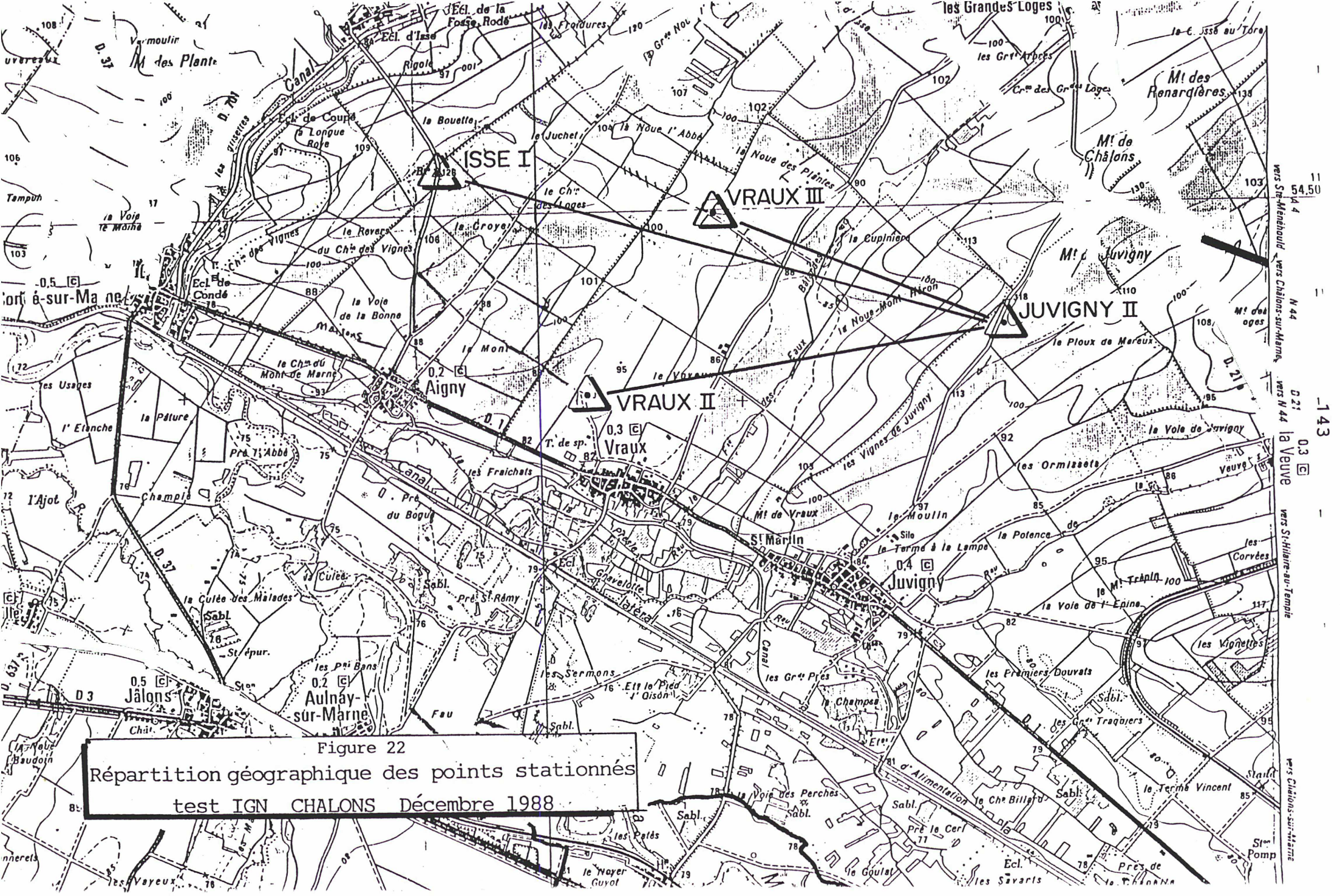


Figure 22  
Répartition géographique des points stationnés  
test IGN CHALONS Décembre 1988



session	satellites n° PRN	durée (heure TU)	SERCEL n°32	SERCEL n°33
S1	6,9,11,12	21h23m-21h33m 21h40m-21h54m	1 1	3 4
S2	6,9,11,12,13	22h01m-22h11m 22h20m-22h30m	1 1	3 2
S3	9,11,12,13	22h37m-22h47m 22h54m-23h00m	1 1	3 4
S4	3,9,11,12,13	23h20m-23h30m 23h35m-23h40m 23h48m-23h53m	1 1 1	4 3 2
S5	3,9,11,12,13	00h00m-00h05m 00h11m-00h16m	1 1	3 4
S6	3,9,11,12,13	00h21m-00h26m 00h33m-00h38m	1 1	3 2
S7	3,9,11,12,13	00h45m-00h50m 00h55m-01h05m	1 1	3 4

Tableau 39

Test IGN du GPS cinématique, Châlons, 20 et 21 Décembre 1988  
 Calendrier des observations GPS  
 Occupation des points en fonction des récepteurs

Afin de confirmer les résultats du test précédent, nous avons effectué deux sortes de calculs:

- les calculs par sessions
- les calculs par époques

Le traitement de l'ensemble des données de phase s'est effectué en quatre étapes:

- 1ère étape: détermination des ambiguïtés entières

A partir des mesures de la première époque et de la dernière époque d'occupation de chaque point uniquement, nous avons calculé la valeur des ambiguïtés entières (méthode pseudo-cinématique).

- 2ème étape: calculs par lignes de base et par sessions

A partir de toutes les mesures de phase GPS de la session d'occupation de chaque point (reéchantillonnée à 15 secondes), nous avons calculé, pour chaque ligne de base, la position relative du point de station de l'antenne mobile (en effectuant un calculs de doubles différences et en fixant les ambiguïtés entières à leurs valeurs trouvées au cours de la première étape).

- 3ème étape: calculs par lignes de base et par époques

A partir des mesures de la première époque de chaque fichier de session (calcul déjà effectué au cours de la deuxième étape), nous avons calculé, pour chaque ligne de base, la position relative de l'antenne mobile (en fixant les ambiguïtés entières à leurs valeurs trouvées dans la première étape).

- 4ème étape: calcul global

A partir des résultats de chaque ligne de base, on a obtenu un nouveau jeu de coordonnées, en cumulant, au sens des moindres carrés, toutes les matrices normales obtenues précédemment par ligne de base et par session.

Analyse des résultats

La solution obtenue en cumulant l'ensemble de toutes les mesures GPS disponibles (tableau 40) est de qualité moyenne. Les écarts constatés par rapport à la solution terrestre de référence sont de plusieurs centimètres (jusqu'à 10 cm). Cette solution de référence a été obtenue en transformant les coordonnées NTF des points (exprimées en projection Lambert) dans le système WGS84 en tridimensionnel. Une investigation complémentaire est en cours afin de vérifier si ces écarts ne peuvent pas être imputés, pour une grande partie, à la mauvaise qualité actuelle du réseau géodésique national.

Les solutions obtenues à partir de deux minutes

Point	Nom du point	DX (m)	DY (m)	DZ (m)
1	JUVIGNY II	0,000	0,000	0,000
2	ISSE I	0,119	0,044	0,049
3	VRAUX II	0,053	0,020	0,033
4	VRAUX III	0,020	0,029	-0,022

**Tableau 40**

Test IGN du GPS cinématique, Châlons, 20 et 21 Décembre 1988  
 Comparaisons entre le jeu de coordonnées provenant  
 d'une compensation globale de toutes les mesures GPS  
 et le jeu de coordonnées provenant d'une compensation  
 de mesures de géodésie terrestre (en fixant le point 1)

Ligne de base	distance	session	DX (m)	DY (m)	DZ (m)
1-2	5,2 km	S4	0,109	0,034	0,044
		S6	0,121	0,040	0,060
1-3	3,8 km	S4	0,061	0,008	0,039
		S5	0,064	0,028	0,043
		S6	0,050	0,022	0,030
		S7	0,038	0,012	0,018
1-4	3,7 km	S4	0,016	-0,032	-0,033
		S5	0,036	-0,010	-0,013
		S7	0,013	-0,031	-0,034

**Tableau 41**

Test IGN du GPS cinématique, Châlons, 20 et 21 Décembre 1988  
 Comparaisons entre les différentes solutions par session  
 et la solution de référence

Ligne de base	distance	session	DX (m)	DY (m)	DZ (m)
1-2	5,2 km	S4	0,108	0,033	0,044
		S6	0,122	0,049	0,049
1-3	3,8 km	S4	0,051	0,007	0,031
		S5	0,065	0,021	0,043
		S6	0,064	0,026	0,039
		S7	0,036	0,019	0,018
1-4	3,7 km	S4	0,033	-0,026	-0,021
		S5	0,040	-0,019	-0,012
		S7	0,009	-0,040	-0,037

**Tableau 42**

Test IGN du GPS cinématique, Châlons, 20 et 21 Décembre 1988  
 Comparaisons entre les différentes solutions par époque  
 et la solution de référence

d'observations GPS de phase en point fixe sont très cohérentes entre elles (mieux que 5 cm) et présentent des désaccords allant jusqu'à 10 cm avec la solution terrestre de référence (tableau 41).

Les écarts obtenus à partir des mesures d'une seule époque (tableau 42) diffèrent très peu par rapport aux solutions obtenues à partir de toutes les mesures des sessions de deux minutes (quelques millimètres). Par contre, les écarts types provenant du calcul GPS (écarts types a posteriori) sont à interpréter avec précaution. En effet, la valeur des résidus (RMS) est très variable (dans un facteur 1 à 6). Comme cette donnée est prise en compte pour calculer les écarts types a posteriori (en tenant compte du facteur de poids unitaire ( $\sigma_0$ ) estimé a posteriori), ceux-ci sont très variables. Il faudrait donc, soit ne plus tenir compte du facteur de poids unitaire estimé, en prenant des valeurs standard provenant des calculs GPS statiques réalisés pour des distances et des conditions d'observations équivalentes, soit en tenir compte et recalculer les résultats d'écarts types a posteriori sur les coordonnées de stations en les multipliant par le coefficient adapté, déduit des études citées précédemment. A notre avis, ces fortes variations du RMS proviennent du faible nombre de mesures (quatre doubles différences) par rapport au nombre de paramètres estimés dans le calcul (trois inconnues de station).

#### Conclusions du test de Châlons

Les résultats obtenus sur le site de saint-Mandé ont été reconfirmés dans le cas de distances plus importantes:

- Lorsque les points sont réobservés plusieurs fois, les résultats obtenus sont comparables avec les résultats obtenus en mode statique.

- Les résultats obtenus à partir d'une seule époque de mesure sont totalement équivalents au niveau l'exactitude aux résultats obtenus à partir de deux minutes de mesures.

- Pour des distances de l'ordre de quelques kilomètres, la précision des résultats (répétabilité) est de l'ordre de quelques centimètres (3 ou 4 cm à  $1 \sigma$ ). L'exactitude de ces résultats se situe entre quelques centimètres (de 5 à 10 cm). Ce dernier point n'a pas pu être déterminé avec certitude car la qualité de la solution de référence ne possède pas ce degré d'exactitude. De plus, un problème d'étalonnage inter-canal n'a permis de réaliser les mesures GPS que pour une seule sélection de satellites. Il est donc possible qu'un certain nombre de systématismes résiduels n'aient pas pu être détectés dans la solution GPS.

#### IV.4) Perspectives d'avenir du GPS cinématique

Etant donné la qualité des résultats obtenus précédemment, nous présentons ici, à titre prospectif, quelques applications pratiques de cette localisation précise en mode cinématique que nous envisageons possibles dans un avenir proche.

- Géodésie: L'une des applications du cinématique de précision est la localisation rapide de repères auxiliaires autour de bornes géodésiques. En effet, autour de chaque borne existe un ensemble de repères auxiliaires qui permettent de replacer la borne lorsque celle-ci a été détruite ou déplacée. On estime que ce taux de "déplacement" (volontaire ou involontaire) est de l'ordre de 10% après une période d'un an et de 40% après une période de cinq ans. Ce chiffres sont évidemment des moyennes car ils dépendent principalement du caractère d'urbanisation de la zone considérée. Il est donc important, pour assurer la pérennité d'un réseau géodésique national de disposer de ces points auxiliaires.

D'un point de vue pratique, cette opération pourrait être réalisée de la manière suivante (figure 23): après les opérations GPS statiques (1 heure à 5 satellites, sans déplacement), on déplace, sans l'éteindre, le récepteur sur les points auxiliaires à déterminer et on introduit dans les fichiers d'observations des "tops externes" afin de pouvoir retrouver facilement les périodes d'enregistrement correspondant à chaque repère auxiliaire. On traite ensuite l'ensemble de ces données en temps différé en mode pseudo-cinématique.

- Océanographie: Enfin, et cela fait partie de nos projets futurs, il faut citer la possibilité de localiser en temps réel une bouée océanographique proche du rivage (figure 24). On pourrait, en particulier, déterminer l'altitude ellipsoïdale absolue instantanée de cette bouée dans un système de référence mondiale de précision (par exemple, le système terrestre ITRF de l'IERS). On disposerait alors d'un moyen de vérification des données d'altimètre radar (en particulier celui du prochain projet Franco-Américain TOPEX/POSEIDON), et ceci, à chaque passage du satellite au dessus de la bouée.

Les principaux problèmes à étudier sont les suivants:

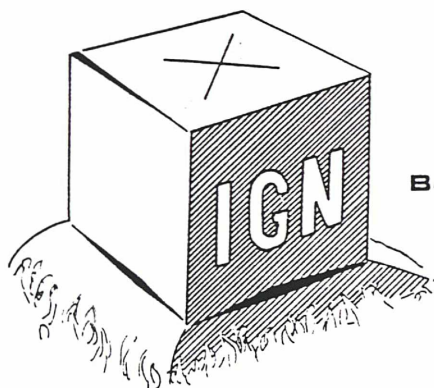
- robustesse du matériel (étanchéité).
- moyen de télétransmission des mesures effectuées sur la bouée.
- automatisation totale du logiciel de localisation cinématique et en particulier la possibilité de gérer en temps réel les sauts de cycles introduits par les fortes inclinaisons de

Figure 23

Exemple d'application du positionnement  
cinématique par GPS:  
Localisation de repères auxiliaires à proximité  
des bornes géodésiques du réseau national



Repères auxiliaires



Borne IGN





Figure 24

Exemple d'application du positionnement  
cinématique par GPS  
Localisation en temps réel d'une bouée  
dans le cadre de la mission  
océanographique TOPEX-POSEÏDON

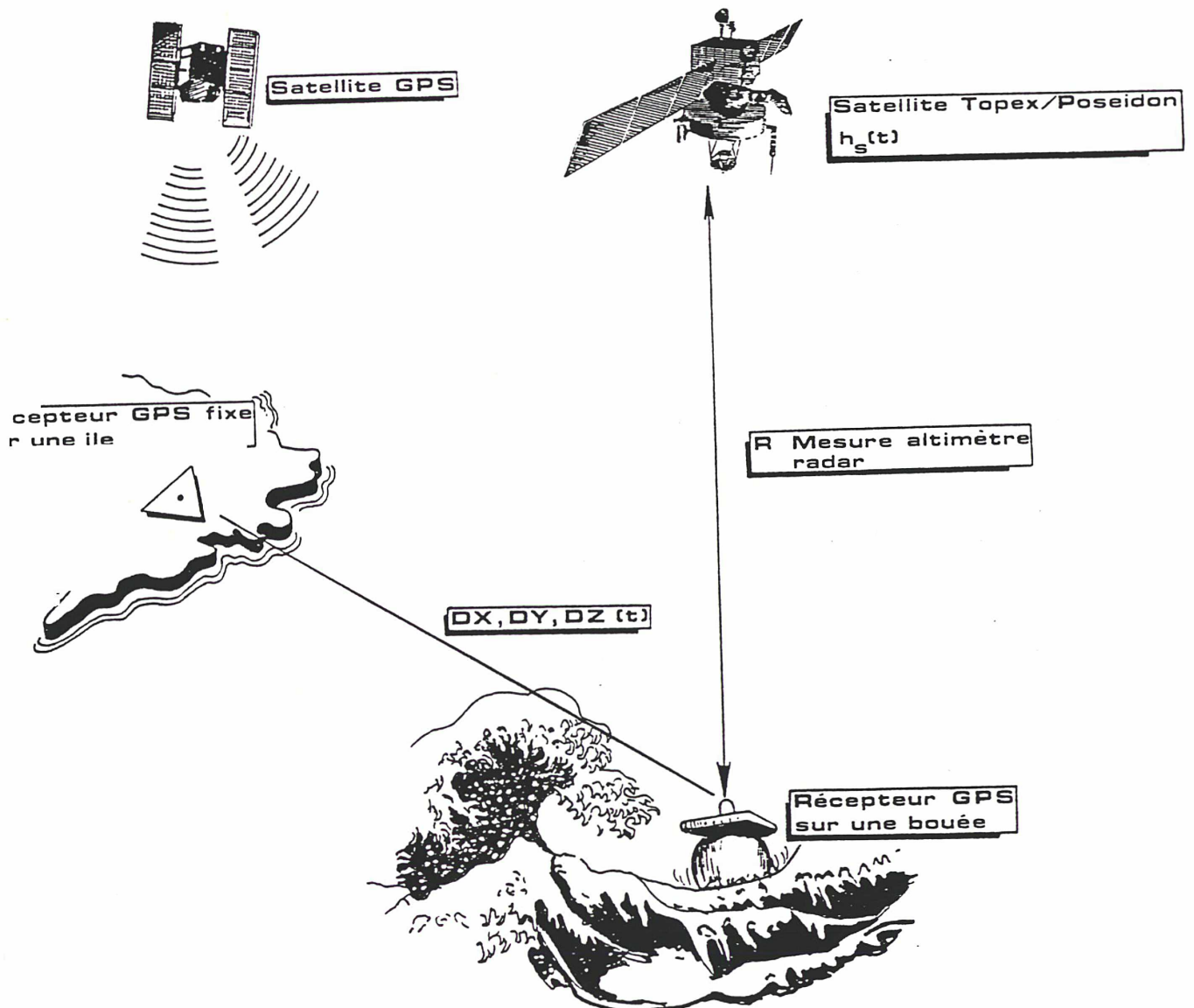
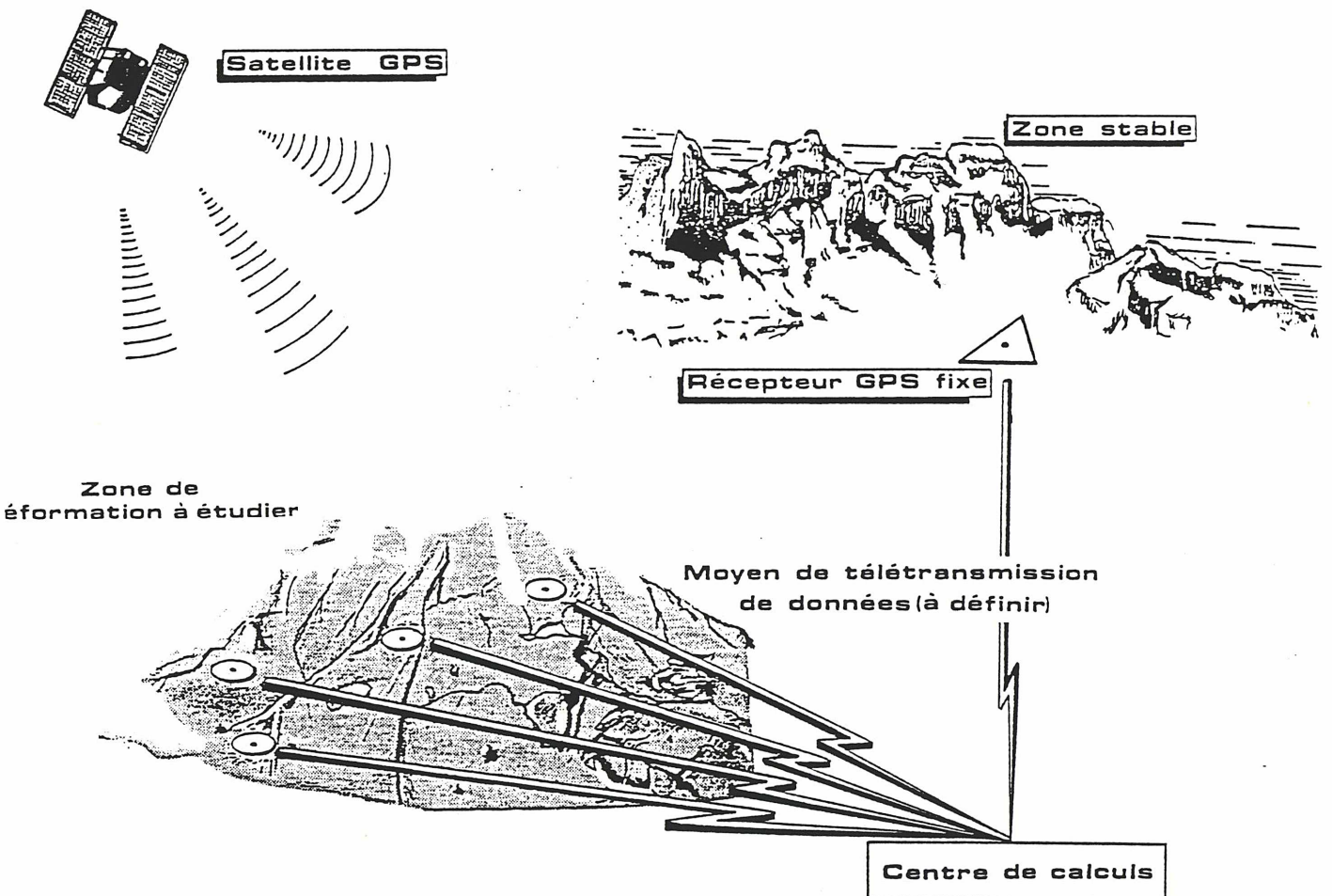


Figure 25

Exemple d'application du positionnement  
cinématique par GPS:

Etude en temps réel des déformations centimétriques  
d'une zone active



la bouée dues au roulis et au tangage.

- prendre en compte les changements de constellation de satellite (sélection automatique par le récepteur des satellites GPS en visibilité).

- prendre en compte des mouvements aléatoires de la bouée (mouvements d'attitude dûs à l'effet de houle) pour calculer l'altitude ellipsoïdale.

- Géophysique: La technique cinématique est particulièrement bien adaptée aux zones actives sur lesquelles on veut effectuer une surveillance continue en temps réel (figure 25) et pour laquelle les déformations mises en cause sont de l'ordre de quelques centimètres par rapport à une zone "stable" située à quelques dizaines de kilomètres (au-delà de cette distance, il faudrait utiliser du GPS bi-fréquence avec éventuellement un calcul d'orbite adapté). On traite les données époque par époque soit en fixant d'abord les coordonnées et en estimant les ambiguïtés entières puis en fixant ces ambiguïtés à leur valeur entière et en estimant les positions de station (positionnement cinématique à partir d'une base de calibration connue), soit en utilisant un filtre de KALMAN, en estimant position et vitesse de déplacement et en utilisant toute l'information provenant des époques précédentes.

Les problèmes principaux rencontrés seront vraisemblablement les suivants:

- trouver un moyen économique et fiable de télétransmission des mesures de phase GPS.

- automatiser entièrement le calcul GPS cinématique et en particulier le délicat problème de la présence des sauts de cycles.

- résoudre en temps réel le problème du décrochage des satellites (changement de constellation des satellites en cours d'observations).

- Topométrie expédiée: Lorsqu'on ne désire qu'une précision de quelques centimètres, la technique pseudo-cinématique nous semble très bien adaptée dans les zones très dégagées. On peut penser à des activités de bornage de terrain, de tracé autoroutier ou encore de la constitution rapide de base de données routières.

CONCLUSIONS
-------------

En conclusion, bien que le système GPS ne soit encore qu'en phase préopérationnelle (puisque la constellation des satellites est encore très incomplète), ce système peut déjà être utilisé en vraie grandeur pour de nombreuses applications géodésiques en mode statique ou cinématique.

Dans le cadre de ce travail, nous avons obtenu une modélisation physique des mesures GPS: mesures de pseudo-distance et mesures de phase de battement. Cette modélisation est suffisamment générale pour prendre en compte tous les types de récepteurs géodésiques. De plus, elle pourra être utilisée dans l'avenir pour des applications encore plus précises nécessitant des récepteurs bi-fréquences et des calculs d'orbite adaptés. Cette modélisation a été spécialement détaillée dans le cas de récepteurs bi-fréquences.

Un logiciel, appelé GDVS, a été développé à partir de cette modélisation. Il nous a permis d'effectuer des simulations et aussi de traiter plusieurs campagnes d'observations GPS.

Plusieurs points importants concernant la localisation relative statique précise ont été mis en évidence et étudiés:

- les paramètres d'ambiguïtés entières jouent un rôle prépondérant dans ce type de localisation. Nous avons démontré qu'il est effectivement légitime de fixer ces paramètres à la valeur entière la plus proche (sous certaines conditions). Un test simple permet de savoir si cette opération est légitime et souhaitable. Le fait de fixer les ambiguïtés entières améliore la précision des résultats: on diminue le nombre de paramètres du système des moindres carrés, on diminue donc aussi les écarts types a posteriori. Les résultats ont montrés que cette opération améliore aussi l'exactitude des résultats.

De plus, lorsque le test évoqué précédemment échoue, un certain nombre de problèmes peut être mis en évidence: distance

trop grande entre les points de la ligne de base, mauvais étalonnage inter-canal des récepteurs, orbite de mauvaise qualité, termes dûs à la propagation mal évalués, ... Ce test peut donc aussi servir de critère de qualité de la localisation relative statique.

- les sauts de cycles peuvent être résolus dans la plupart des cas et sont pratiquement inexistantes lorsqu'on utilise des récepteurs géodésiques adaptés (récepteur de type multi-canal plutôt que de type multiplexé).

- le problème de la corrélation des différences de mesures de phase GPS peut être négligé le plus souvent. Néanmoins, nous décrivons, dans ce document, quelques techniques qui permettent de prendre en compte les corrélations sur un plan opérationnel.

- la durée des observations minimale que nous préconisons est de l'ordre de 30 minutes à cinq satellites. Elle peut d'ailleurs être réduite lorsqu'on utilise des informations supplémentaires (utilisation de mesures de pseudo-distances précises en mode navigation différentielle). Cette durée est nécessaire pour assurer un changement suffisant de la géométrie du système récepteurs-satellites.

De plus, on peut chercher à minimiser cette durée en recherchant par simulation, avant les opérations de terrain, la durée nécessaire pour que les écarts types des ambiguïtés entières (estimés a posteriori) soient inférieurs à une certaine valeur ( $\sigma_k < 0,3$  cycle). Cette condition peut être imposée pour toutes les ambiguïtés entières, pour un pourcentage (50%) uniquement de ces ambiguïtés entières ou peut être imposée pour la moyenne quadratique de ces écarts types.

- la période d'échantillonnage des mesures de phase n'est pas, à notre avis, un facteur très important. Une mesure de phase effectuée toutes les 30 à 45 secondes suffit amplement. Ce choix permet de réduire les temps de calculs. Une technique de compression des données (par exemple, calculs de points normaux pour la télémétrie laser) est inutile car les bruits de mesure des récepteurs géodésiques sont déjà très faibles (environ 1 mm) par rapport aux termes systématiques résiduels.

- les résultats obtenus pour la localisation relative statique, dans le cas de récepteurs géodésiques mono-fréquences montrent une répétabilité qui peut être estimée à  $2 \times 10^{-6}$  en relatif avec une erreur constante d'environ 2 mm. Ces résultats sont d'ailleurs relativement optimistes car ils ont été réalisés durant la nuit (correction ionosphérique plus faible) et durant

une période pendant laquelle l'accès sélectif (SA) n'était pas encore activé.

La localisation relative cinématique de précision obtenue à partir des seules mesures de phases GPS (déplacement de l'une des deux antennes sur un véhicule) a été aussi étudiée. Plusieurs procédés opératoires permettent d'obtenir ce type de localisation: détermination des ambiguïtés entières sur une ligne de base connue, permutation des antennes, pseudo-cinématique, cinématique total.

Dans ce type de localisation précise, les paramètres d'ambiguïtés entières jouent encore un rôle essentiel.

Après avoir déterminé les critères importants et les performances prévisibles de ce type de localisation après quelques essais de simulations effectués sur des données réelles enregistrées dans le cas de la localisation statique, plusieurs campagnes d'observation ont été entreprises:

- une campagne sur le site de Saint-Mandé (distances très courtes afin de pouvoir obtenir un jeu de résultats statistiquement significatifs)

- une campagne sur le site de Châlons afin de vérifier ces résultats pour des conditions plus réalistes (distances de l'ordre de 3 à 5 km).

Les conclusions que nous tirons de ces différents essais sont les suivantes:

- la localisation relative cinématique obtenue à partir des mesures de phase d'une seule époque (localisation instantanée) est aussi exacte que la localisation obtenue à partir de quelques minutes de mesures de phases (2 à 3 minutes). Par contre, les écarts types a posteriori sur les inconnues de position, obtenus par époque, ne doivent pas être calculés à partir du facteur de poids unitaire estimé ( $\sigma_0$ ) mais à partir de valeurs moyennes obtenues pour la localisation statique (pour des distances équivalentes et pour des conditions d'orbite et d'ionosphère comparables).

- la localisation pseudo-cinématique (réoccupation des mêmes points après quelques dizaines de minutes de mouvement) permet d'améliorer ces résultats et d'obtenir une exactitude proche de celle de la localisation statique (dégradation d'un facteur 2 ou 3). Cette exactitude est de l'ordre de quelques centimètres (de 1 à 5 cm, (à  $1 \sigma$ )), jusqu'à quelques kilomètres.

- néanmoins ce type de localisation ne peut être utilisé en mode standard que pour des distances réduites (quelques kilomètres) puisqu'il est absolument nécessaire de pouvoir fixer les paramètres d'ambiguïtés à leurs valeurs entières. Pour des distances plus importantes, l'utilisation de récepteurs bi-fréquences et d'orbites des satellites GPS d'excellente qualité devient nécessaire. De plus, une zone dégagée est vivement recommandée puisqu'il faut limiter au maximum le nombre de sauts de cycles. Cette méthode est donc exploitable dans un type d'environnement particulier.

De nombreuses applications de la localisation cinématique par GPS sont entrevues tant pour la géodésie et la géophysique que pour l'océanographie (TOPEX-POSEIDON) et la topométrie expédiée.

Lorsque la constellation des satellites GPS sera pleinement opérationnelle, nous assisterons certainement à une révolution dans les techniques de géodésie, tant pour les applications traditionnelles en mode statique que pour les applications en mode cinématique. Dans cette révolution, le GPS aura certainement un rôle prépondérant soit en utilisant ce système comme technique unique, soit en la combinant avec d'autres techniques (technique inertielle, par exemple).

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

J. J. LEVALLOIS , C. BOUCHER, J. BOURGOIN, A. COMOLET-TIRMAN, A. ROBERTOU (1988), Mesurer la Terre: 300 ans de Géodésie Française, De la toise du Châtelet au satellite, Association Française de Topographie, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, AFT.

ROCKWELL (1984), NAVSTAR/GPS space segment, navigation user interfaces, Interface Control Document ICD-GPS-200, Rockwell International Space System Group, Satellite Systems Division, édition du 25/9/84.

D.E. WELLS, N. BECK, D. DELIKARAOGLU, A. KLEUSBERG, E. KRAKIWSKY, G. LACHAPELLE, R.B. LANGLEY, M. NAKIBOGLU, K.P. SCHWARTZ, J.M. TRANQUILLA, P. VANICEK (1986), Guide to GPS positioning, Canadian GPS associates, University of New Brunswick.



BIBLIOGRAPHIE
---------------

D.W. ALLAN, M. VEIS (1980), Accurate Time and Frequency during common view of a GPS satellite, proceedings of the 34th Annual Symposium on Frequency Control, p. 134.

A. AZOULAY (1976), Etude de l'influence de la troposphère sur la mesure de distance terre-satellite, Note Technique CNES: NT/EST/APH/34.

O. BARASZ, M. CARNINO, P. WILLIS (1989), Compte rendu de mission GPS à Châlons (Décembre 1988), IGN/SGN, à paraître.

A. BELEBNA (1989), Détermination de modèles numériques régionaux de l'ionosphère à partir d'observations bifréquences effectuées sur les satellites GPS et TRANSIT, mémoire de DEA en Astronomie Statistique et Dynamique et Géodésie, IGN/SGN.

H. BERRADA-BABY (1988), Effets de la troposphère sur les mesures de distances terre-satellite, Thèse Paris VII.

G. BEUTLER (1986), Comparaison between terrameter and GPS results and how to get there, CERN accelerator school, Applied Geodesy for particle accelerator, Geneve (Suisse).

G. BEUTLER, W. GURTNER, M. ROTACHER, T. SCHILDKNECHT, I. BAUERSIMA (1986a), Determination of GPS orbits using double difference carrier phase observations from regional network, Bulletin Géodésique, n° 60 (3), pp. 205-220.

G. BEUTLER, I. BAUERSIMA, W. GURTNER, M. ROTHACHER, T. SCHILDNECHT (1987), Evaluation of the 1984 Alaska GPS campaign with the Bernese GPS software, J. Geophys. Res., 92, n°B2, PP 1295-1303.

G. BEUTLER, W. GURTNER (1987a), Relative static positioning with the Global Positioning System: Basic technical considerations, Dümmler typescripts Geodäsie/Vermessungswesen, Ferd. Dümmler Verlag-Bonn.

G. BLEWITT et al (1988), GPS geodesy with centimeter accuracy, Proceedings of the International GPS Workshop, Darmstadt (RFA), publié dans Lecture notes in Earth Sciences, Springer-Verlag.

\* G. BLEWITT (1989), Carrier phase ambiguity resolution for the Global Positioning System applied to geodetic baselines of up to 2000 km, à paraître dans J. Geophys. Res.

Y. BOCK, R.I. ABBOT, C.C. COUNSELMANN III, S.A. GOUREVITCH, R.W. KING (1985), Establishment of a three dimension geodetic control by interferometry with GPS: Processing of GPS phase observables, First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville (USA), 1985, publié dans Jour. of Geophys. Res., vol. 90, pp. 7689-7703.

Y. BOCK, R.I. ABBOT, C.C. COUNSELMANN III, R.W. KING (1986), A demonstration of 1-2 parts in  $10^{-7}$  accuracy using GPS, Bulletin Géodésique n° 60, pp 241-254.

S. BOTTON (1987), Traitement des données GPS, stage de 3ème année d'élève ingénieur, Université de Berne (Suisse).

S. BOTTON, C. BOUCHER, P. WILLIS (1988), Rapport final de la campagne GPS: Tests SERCEL, Janvier-Février 1988, Calcul IGN/Logiciel GDVS, IGN/SGN 27.482, CR/G n° 11.

C. BOUCHER (1985), Relativistic effects in Geodynamics, IAU Symposium, Leningrad (URSS), IGN/SGN, CC/G n° 509.

C. BOUCHER (1985a), Le système NAVSTAR/GPS et ses applications géodésiques, Numéro spécial GPS, Revue Navigation, n° 129.

C. BOUCHER, P. WILLIS (1986), Notice d'information sur le système GPS, IGN/SGN 27.425, NT/G n° 12.

C. BOUCHER (1987), Le réseau de référence IGN, document IGN/SGN.

C. BOUCHER, Z. ALTAMIMI, P. WILLIS (1988), Relation between BTS87, WGS84 and GPS activities, GRGS, NT n° 10.

C. BOUCHER (1989), Systèmes terrestres: effets relativistes. Ce que font les centres d'analyse et le Bureau Central de l'IERS, Journées 1989 "systèmes de référence spacio-temporels", Astrométrie et relativité, Paris.

R. BROSSIER, G. NARD, J. RABIAN, R. GOUNON (1986), Use of the TR5S-B GPS receiver in airborne photogrammetric surveys, Imaging sensors, Proceedings of the ISPRS Symposium, Stuttgart (RFA).

R. BROSSIER, C. MILLION, A. REYNES (1988), Photogrammetric applications of the SERCEL GPS TR5S-B receiver at Institut Géographique National-France, ISPRS Congress, Tokyo (Japon).

✓ D. BURTIN (1989), Utilisation du GPS en mode cinématique de précision (cinématique total et hybridation avec les systèmes de navigation inertiels), mémoire de DEA en Astronomie Statistique et Dynamique et Géodésie, IGN/SGN.

O. COLOMBO (1989), The dynamics of Global Positioning System orbits and the determination of precise ephemerides, Journ. of Geophys. Res., vol 94, n° B7, pp. 9167-9182.

J.M. DAVIDSON et al (1986), Demonstration of the fiducial concept using data from the March 1985 GPS field test, Proceedings of the 4th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Austin (USA).

D. DELIKARAOGLU, R.R. STEEVES, N. BECK (1986), Development of a Canadian Active Control System using GPS, Proceedings of the 4th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Austin (USA).

D. DELIKARAOGLU (1989), On principles, methods and recent advances in studies towards a GPS-Based control system for geodesy and geodynamics, NASA Technical Memorandum n° 100716.

✓ N. DE MOEGEN (1985), Géodésie par mesures de distances et variations de distances sur satellites, Applications à GPS et DORIS, Mémoire de DEA.

A. FOURGASSIE (1988), Evaluation des récepteurs GPS NR52 en géodésie, EPSHOM, rapport d'étude n° 014/88.

C.C. GOAD, B.W. REMONDI (1984), Initial relative positioning using the Global Positioning System, Bulletin Géodésique, vol. 58 (2), pp. 193-210.

J C.C. GOAD (1985), Precise relative position determination using Global Positioning System carrier phase measurements in a non-difference mode, First International Symposium on Precise Positioning using the Global Positioning System, Rockville (USA).

R. GOUNON (1987), Positionement relatif LPTF-CNES-SERCEL, Rapport SERCEL, RN 69-87.

GPS Bulletin, Commission VIII, International coordination of Space Techniques for Geodesy and Geophysics (CSTG), Global Positioning System Subcommittee, vol. 2, n° 1, January-February 1989.

H.S. HOPFIELD (1968), The effect of tropospheric refraction on the Doppler shift of a satellite signal, Journal of Geophysical Research, vol. 68, n° 18.

R.W. KING, E.G. MASTERS, C. RIZOS, A. STOLZ, J. COLLINS (1987), Surveying with Global Positioning System (GPS), Dümmler typoscripts geodäsie/Vermessungswesen, ferd. Dümmler Verlag-Bonn.

✓ A. KLEUSBERG (1986), kinematic relative positioning using GPS code and carrier beat phase observations, Marine Geodesy, 10, pp. 167-184.

L. KUBACKOVA, L. KUBACEK, J.KUKULA (1987), Probability and statistics in Geodesy and Geophysics, Elsevier.

G. LACHAPELLE, M. CASEY (1987), Performance du GPS pour la localisation en mer (expériences Canadiennes), 3ème colloque Localisation en mer, Rueil Malmaison.

H. LANDAU (1987), Precise kinematic GPS positioning, Experiences on a land vehicle using TI 4100 receivers and software, XIXth IUGG Symposium, Vancouver (Canada).

R.B. LANGLEY, G. BEUTLER, D. DELIKARAOGLOU, B. NICKERSON, R. SANTERRE, P. VANICEK, D.E. WELLS (1984), Studies in the application of the Global Positioning System for differential positioning, Surveying Engineering, University of New Brünswick (Canada), Technical report n° 108.

W. LEWANDOWSKI, M. WEISS, D. DAVIS (1987), A calibration of GPS equipment at time and frequency standards laboratory in the USA and in Europe.

S.M. LICHTEN, J.S. BORDER (1987), Strategies for high precision Global Positioning System orbit determination, Journal of Geophysical Research, vol. 92, n° B12, pp. 12751-12762.

S.M. LICHTEN (1988), Estimation of continental baselines with multi-day arc GPS orbits demonstrates 1 part in  $10^8$  GPS/VLBI consistency, NASA Crustal Dynamics meeting, Munich (RFA).

G. MADER (1986), Dynamic positioning using GPS carrier phase measurements, Manuscripta Geodeticae, vol. 11/4, pp. 272-277.

G. MADER (1986a), Decimeter level aircraft positioning using GPS measurements, Proceedings of the 4th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Austin (USA).

J.W. MARINI (1971), Closed form satellite tracking data corrections for an arbitrary tropospheric profile, Goddard Space Flight Center report, n° X-551-71-122.

G. NARD, G. BONIN (1987), Différentes méthodes d'applications du GPS différentiel et résultats d'essais, journée SEE, Section 23, Paris.

G. NARD, G. GOUNON, J. BROUSTAL (1987a), Matériels et applications du GPS différentiel de haute précision, hybridation avec d'autres moyens, 3ème colloque Localisation en mer, Rueil Malmaison.

P. PAQUET, L. LOUIS (1988), Recovering earth orientation parameters with GPS, International GPS Workshop, Darmstadt (RFA), Springer-Verlag.

G. PETIT, et al (1987), Influence of the ionosphere model on the solution of a VLBI geodetic experiment, IUGG General Assembly, Vancouver (Canada), IGN/SGN 27.451.

N. RAMAMISON (1986), Comparaisons de Temps par différents récepteurs du système GPS, Thèse de Docteur Ingénieur en Sciences Géodésiques, ENSG.

✓ B.W. REMONDI (1985), Using the Global Positioning System (GPS) phase observable for relative geodesy: Modeling, processing and results, PH. D. dissertation, CSR, University of Texas (USA).

✓ B.W. REMONDI (1985a), Global Positioning System carrier phase. Description and use, Bull. Geod., 59, pp. 361-377.

B.W. REMONDI (1985b), Performing centimeter level accuracy in seconds with GPS carrier phase: initial results, Navigation, vol. 32, n° 4, pp. 386-400.

† B.W. REMONDI (1988), Kinematic and pseudo-kinematic GPS, Institute of Navigation, GPS 88 Technical meeting, Colorado Springs (USA).

† B.W. REMONDI (1988a), Precision survey with the ASHTECH XII GPS receiver, Institute of Navigation, GPS 88 Technical meeting, Colorado Springs (USA).

M. ROTHACHER, G. BEUTLER, G. FOULGER, R. BILHAM, C. ROCKEN, J. BEAVEN (1988), Iceland 1986 GPS campaign: A complete network solution with fixed ambiguities, EOS, Trans. AGU, 69, n°44, p. 1151.

H. SEC, P. WILLIS (1989), Essai des récepteurs GPS TANS (Novembre 1988), IGN/SGN ,CR/G n°14.

G. SEEBER, A. SCHUCHARD, G. WUBBENA (1986), Precise positioning results with TI 4100 receivers on moving platforms, Proceedings of the 4th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Austin (USA).

R.A. SNAY (1986), Network design strategies applicable to GPS surveys using three or four receivers, Bulletin Géodésique n° 60, pp. 37-50.

O.J. SOVERS (1987), Observation model and parameter partials for the JPL geodetic GPS modeling software GPSOMC, JPL publication, n° 87-21.

† P. VANICEK, R.B. LANGLEY, D.E. WELLS, D. DELIKARAOGLOU (1984), Geometrical aspects of differential GPS positioning, Bulletin géodésique, n° 58, pp. 37-52.

P. WILLIS, C. BOUCHER, C. LE COCQ (1985), The IGN geodetic software for GPS data analysis, Proceedings of the 4th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Austin (USA), IGN/SGN 27.414.

P. WILLIS, C. BOUCHER (1987), Geodetic applications of the GPS, European Geophysical Society meeting, Strasbourg, publié dans Annales Geophysicae, IGN/SGN 27.448.

P. WILLIS, C. BOUCHER (1987a), Tide gauge connection using GPS, XIXth IUGG Symposium, Vancouver (Canada), IGN/SGN, CR/G n° 525.

P. WILLIS (1987b), Applications de la technique GPS pour la localisation précise, 3ème colloque Localisation en mer, Rueil Malmaison, publié dans le revue Géomètre n°3, Mars 1988, IGN/SGN 27.452.

P. WILLIS (1988), Compte rendu d'expérimentation du GPS cinématique: Tests GPS entre la Tour et le toit de la Logistique à l'IGN, IGN/SGN 27.464, CR/G n° 9.

P. WILLIS, C. BOUCHER (1988a), Les applications du GPS à l'IGN: Etat actuel et perspectives, IGN/SGN 27.466, NT/G n° 5.

P. WILLIS (1988b), 2ème compte rendu d'expérimentation du GPS cinématique: Tests GPS entre la Tour et le toit de la Logistique à l'IGN, Mesures effectuées les 24 et 25 Mai 1988, IGN/SGN 27.474, CR/G n°10.

P. WILLIS, C. BOUCHER (1988c), Geophysical Applications of GPS at the Institut Géographique National, Chapman conference on GPS measurements for Geodynamics, Fort Lauderdale (USA), IGN/SGN 27.462.

P. WILLIS, C. BOUCHER (1988d), Rattachement des marégraphes au système géodésique mondial BTS par les systèmes GPS et DORIS, présenté aux journées Systèmes de Référence Spatio-Temporels de l'Observatoire de Paris, Paris, Juin 1988, IGN/SGN 27.486.

P. WILLIS, C. BOUCHER (1989), High precision dynamic positioning using GPS at the IGN: general methods and recent results, XXth IUGG meeting, Edinburgh(UK), IGN/SGN, CC/G n° 543.

TABLE DES MATIERES
--------------------

Remerciements.....	p	2
Index des mots clés.....	p	3
Liste des abréviations.....	p	5
Liste des symboles.....	p	6
Introduction.....	p	7
I)Présentation du système GPS.....	p	10
I.1)Buts du système: historique.....	p	10
I.2)Le segment spatial.....	p	11
I.2.1)Les satellites.....	p	11
I.2.2)Le message GPS.....	p	16
I.2.3)Les codes pseudo-aléatoires.....	p	17
I.3)Le segment de contrôle.....	p	17
I.4)Le segment utilisateur.....	p	20
I.4.1)Les mesures de pseudo-distances.....	p	20
I.4.2)Les mesures de phases GPS.....	p	21
I.4.3)Exemples de récepteurs géodésiques.....	p	23
I.5)Contraintes d'utilisation du système GPS.....	p	23
I.5.1)Accès Selectif (SA).....	p	25
I.5.2)Anti-brouillage (AS).....	p	25
II)Modélisation physique des mesures GPS.....	p	27
II.1)Les échelles de temps.....	p	27
II.2)Les pseudo-distances.....	p	30
II.3)Les phases GPS.....	p	32
II.4)Cas d'un récepteur GPS bi-fréquence.....	p	34
II.4.1)Lemme préliminaire.....	p	34
II.4.2)Correction ionosphérique pseudo-distance..	p	37
II.4.3)Correction ionosphérique phase.....	p	38
III)Positionnement relatif statique par GPS.....	p	42
III.1)Les techniques de traitement des phases.....	p	43
III.1.1)Les phases brutes.....	p	43
III.1.2)Les simples différences.....	p	43



III.1.3) Les doubles différences.....	p 45
III.1.4) Les triples différences.....	p 46
III.2) La corrélation des différences d' observations.	p 47
III.2.1) Mise en évidence de la corrélation.....	p 47
III.2.2) Calcul de la matrice des poids.....	p 53
III.2.3) Méthode sans différence.....	p 54
III.2.4) Orthogonalisation de GRAM-SCHMIDT.....	p 56
III.3) Description sommaire du logiciel GDVS.....	p 56
III.4) Critères d'observation des satellites GPS.....	p 64
III.4.1) Durée minimale d'observation.....	p 64
III.4.2) Période d'échantillonnage des mesures GPS.	p 70
III.4.3) Nombre minimal de satellites.....	p 74
III.4.4) Choix des satellites.....	p 86
III.4.5) Influence des positions approchées.....	p 87
III.5) Critères de qualité de la localisation relative statique par GPS.....	p 93
III.5.1) Les ambiguïtés entières.....	p 93
III.5.2) Les sauts de cycles.....	p 98
III.6) Les résultats obtenus.....	p 99
III.6.1) Lignes de bases très courtes ( $D < 10$ m)...	p 100
III.6.2) Lignes de bases courtes ( $D \approx 3$ km).....	p 100
III.6.3) Lignes de bases longues ( $D \approx 10$ km).....	p 100
III.6.4) Lignes de bases très longues ( $D > 100$ km).	p 100
III.6.5) Conclusions des essais de localisation relative statique.....	p 109
IV) Positionnement relatif cinématique par GPS.....	p 110
IV.1) Procédures opératoires.....	p 113
IV.1.1) Détermination des ambiguïtés entières sur une ligne de base connue.....	p 113
IV.1.2) Permutation des antennes.....	p 115
IV.1.3) Pseudo-cinématique.....	p 116
IV.1.4) Cinématique total.....	p 118
IV.2) Le problème des sauts de cycles.....	p 120
IV.3) Les résultats obtenus.....	p 121
IV.3.1) Simulations du positionnement cinématique	p 121
IV.3.2) Test cinématique, Saint Mandé: Mai 1988..	p 127
IV.3.3) Test cinématique, Châlons: Décembre 1988.	p 142
IV.4) Perspectives d'avenir du GPS cinématique.....	p 150
Conclusions.....	p 155
Références bibliographiques.....	p 159
Bibliographie.....	p 160
Table des matières.....	p 167
Liste des illustrations.....	p 169
Liste des tableaux.....	p 172

LISTE DES ILLUSTRATIONS
-------------------------

Figure 1: La future constellation opérationnelle des satellites GPS.....	p 12
Figure 2: Description du satellite GPS.....	p 13
Figure 3: Techniques de modulation de la phase GPS par code pseudo-aléatoire.....	p 18
Figure 4: Le segment de contrôle du système GPS.....	p 19
Figure 5: Méthodes de traitement des mesures GPS par différences.....	p 44
Figure 6: Traitement des données pour une campagne GPS....	p 58
Figure 7: Formatage des données GPS.....	p 59
Figure 8: Les informations de type externe.....	p 60
Figure 9: Les calculs de pseudo-distances.....	p 62
Figure 10: Les calculs de phases de battement GPS.....	p 63
Figure 11: Convergence de la solution GPS en fonction de la durée des observations (ambiguïtés entières non fixées).....	p 66
Figure 12: Convergence de la solution GPS en fonction de la durée des observations (ambiguïtés entières fixées).....	p 67
Figure 13: Convergence de la solution GPS en fonction de la durée des observations (estimation des ambiguïtés entières).....	p 69

- Figure 14: Résultats de la localisation relative statique par GPS, tests SERCEL, Janvier-Février 1988. Etude de la répétabilité des résultats en fonction de la longueur de la ligne de base..... p 108
- Figure 15: Localisation relative cinématique par GPS..... p 111
- Figure 16: Les mesures GPS réellement enregistrées en mode pseudo-cinématique..... p 117
- Figure 17: Simulation de la localisation relative pseudo-cinématique par GPS (ambiguïtés entières non fixées). Etude de la précision des résultats en fonction de la durée du trou dans les observations..... p 123
- Figure 18: Simulation de la localisation relative pseudo-cinématique par GPS (ambiguïtés entières fixées). Etude de la précision des résultats en fonction de la durée du "trou" dans les observations..... p 124
- Figure 19: Simulation de la localisation relative pseudo-cinématique par GPS (détermination des ambiguïtés entières)..... p 126
- Figure 20: Répartition géographique des points stationnés, expérience cinématique des 24 et 25 Mai 1988, IGN Saint-Mandé..... p 128
- Figure 21: Histogramme des écarts entre le GPS cinématique par ligne de base et par session et l'estimation globale dans les trois composantes X,Y et Z..... p 138
- Figure 22: Répartition géographique des points stationnés, test IGN, Châlons, Décembre 1988..... p 143
- Figure 23: Exemple d'application du positionnement cinématique par GPS: localisation de repères auxiliaires à proximité des bornes géodésiques du réseau national..... p 151

Figure 24: Exemple d'application du positionnement cinématique par GPS: localisation en temps réel d'une bouée dans le cadre de la mission océanographique TOPEX-POSEIDON..... p 152

Figure 25: Exemple d'application du positionnement cinématique par GPS: étude en temps réel des déformations centimétriques d'une zone active..... p 153

LISTE DES TABLEAUX
--------------------

Tableau 1:	Dates prévisionnelles de lancement des satellites block II du système GPS.....	p 14
Tableau 2:	Caractéristiques des codes pseudo-aléatoires sur les deux fréquences L1 et L2 du système GPS.....	p 17
Tableau 3:	Exemples de récepteurs géodésiques du système GPS.....	p 24
Tableau 4:	Etude de l'effet numérique de la non-prise en compte des corrélations des doubles différences: Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières non fixées).....	p 51
Tableau 5:	Etude de l'effet numérique de la non-prise en compte des corrélations des doubles différences: Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières fixées).....	p 52
Tableau 6:	Etude de la période d'échantillonnage des mesures de phase GPS: Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières non fixés).....	p 72
Tableau 7:	Etude de la période d'échantillonnage des mesures de phase GPS: Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières fixés).....	p 73

- Tableau 8:** Etude de la localisation relative à cinq satellites: Etude de la répétabilité des résultats GPS par session. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières non fixées)..... p 75
- Tableau 9:** Etude de la localisation relative à cinq satellites: Etude de la répétabilité des résultats GPS par session. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières fixées)..... p 76
- Tableau 10:** Etude de la localisation relative à quatre satellites: Etude de la répétabilité des résultats GPS par session. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières non fixées)..... p 78
- Tableau 11:** Etude de la localisation relative à quatre satellites: Etude de la répétabilité des résultats GPS par session. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières fixées)..... p 79
- Tableau 12:** Etude de la localisation relative à trois satellites: Etude de la répétabilité des résultats GPS par session. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières non fixées)..... p 80
- Tableau 13:** Etude de la localisation relative à trois satellites: Etude de la répétabilité des résultats GPS par session. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières fixées)..... p 81
- Tableau 14:** Etude de la localisation relative à deux satellites: Etude de la répétabilité des résultats GPS par session. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières non fixées)..... p 82

- Tableau 15: Etude de la localisation relative à deux satellites: Etude de la répétabilité des résultats GPS par session. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières fixées)..... p 83
- Tableau 16: Etude de la localisation relative dégradée en fonction du nombre de satellites (synthèse des tableaux 8 à 15)..... p 85
- Tableau 17: Etude de l'influence de la position approchée d'un des deux points de la ligne de base: cas n°1, comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières non fixées)..... p 89
- Tableau 18: Etude de l'influence de la position approchée d'un des deux points de la ligne de base: cas n°1, comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières fixées)..... p 90
- Tableau 19: Etude de l'influence de la position approchée d'un des deux points de la ligne de base: cas n°2, comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières non fixées)..... p 91
- Tableau 20: Etude de l'influence de la position approchée d'un des deux points de la ligne de base: cas n°2, comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence (ambiguïtés entières fixées)..... p 92
- Tableau 21: Présentation des sessions d'observations des satellites GPS, campagne d'observations SERCEL, Janvier-février 1988..... p 99
- Tableau 22: Etude de la répétabilité des résultats GPS. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence. Ligne de base 1-1 (0 m)..... p 101

- Tableau 23:** Etude de la répétabilité des résultats GPS. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence. Ligne de base 1-11 (3,7 m)..... p 102
- Tableau 24:** Etude de la répétabilité des résultats GPS. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence. Ligne de base 1-4 (1,2 km)..... p 103
- Tableau 25:** Etude de la répétabilité des résultats GPS. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence. Ligne de base 1-5 (2,7 km)..... p 104
- Tableau 26:** Etude de la répétabilité des résultats GPS. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence. Ligne de base 1-6 (14,1 km)..... p 105
- Tableau 27:** Etude de la répétabilité des résultats GPS. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence. Ligne de base 1-7 (19,7 km)..... p 106
- Tableau 28:** Etude de la répétabilité des résultats GPS. Comparaisons entre les différences de coordonnées estimées et les différences de coordonnées de référence. Ligne de base 1-9 (340 km)..... p 107
- Tableau 29:** Procédés opératoires du GPS en mode cinématique de précision..... p 114
- Tableau 30:** Etude du nombre minimal de points à stationner (sans réobservation) en mode cinématique total, pour obtenir une redondance d'information, en fonction du nombre de satellites que peut capter le récepteur..... p 119
- Tableau 31:** Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988, calendrier des observations du 24 Mai..... p 130



- Tableau 32:** Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988, calendrier des observations de la première période du 25 Mai..... p 131
- Tableau 33:** Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988, calendrier des observations de la deuxième période du 25 Mai..... p 132
- Tableau 34:** Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988, comparaisons entre le jeu de coordonnées provenant d'une compensation globale de toutes les mesures GPS et le jeu de coordonnées provenant d'une compensation de mesures de géodésie terrestre (en fixant le point 2)..... p 135
- Tableau 35:** Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988, comparaisons entre les différentes solutions par session et la solution de référence obtenue en combinant toutes les mesures GPS. Ligne de base 2-11 (110 m)..... p 136
- Tableau 36:** Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988, valeurs moyennes et écarts types de la dispersion des différentes estimations par session par rapport à la solution de référence obtenue en combinant l'ensemble de toutes les mesures GPS..... p 137
- Tableau 37:** Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988, comparaisons entre les différentes solutions par époque et la solution de référence obtenue en combinant toutes les mesures GPS. Ligne de base 2-11 (distance = 11,558 m)..... p 139
- Tableau 38:** Tests IGN du GPS cinématique, Saint-Mandé, Mai 1988, valeurs moyennes et écarts types de la dispersion des différentes estimations par époque par rapport à la solution de référence obtenue en combinant l'ensemble de toutes les mesures GPS..... p 140
- Tableau 39:** Test IGN du GPS cinématique, Châlons, 20 et 21 Décembre 1988, calendrier des observations GPS, occupation des points en fonction des récepteurs..... p 144

- Tableau 40:** Test IGN du GPS cinématique, Châlons, 20 et 21 Décembre 1988, comparaisons entre le jeu de coordonnées provenant d'une compensation globale de toutes les mesures GPS et le jeu de coordonnées provenant d'une compensation de mesures de géodésie terrestre (en fixant le point 1)..... p 146
- Tableau 41:** Test IGN du GPS cinématique, Châlons, 20 et 21 Décembre 1988, comparaisons entre les différentes solutions par session et la solution de référence..... p 147
- Tableau 42:** Test IGN du GPS cinématique, Châlons, 20 et 21 Décembre 1988, comparaisons entre les différentes solutions par époque et la solution de référence..... p 148