



HAL
open science

Chronométrage du pulsar milliseconde PSR1937+214 : analyse Astrométrique et Observations à Nançay

Laurent Fairhead

► **To cite this version:**

Laurent Fairhead. Chronométrage du pulsar milliseconde PSR1937+214 : analyse Astrométrique et Observations à Nançay. Planète et Univers [physics]. Observatoire de Paris, 1989. Français. NNT : 1989OBSP0001 . tel-02149841

HAL Id: tel-02149841

<https://hal.science/tel-02149841>

Submitted on 6 Jun 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de Doctorat
de l'Observatoire de Paris 89 OBSP 0001

(Nouveau Régime)

en

Astronomie Statistique et Dynamique / Géodésie

présentée par

Laurent Fairhead

Sujet de la thèse:

Chronométrage du pulsar milliseconde PSR1937+214

Analyse Astrométrique et Observations à Nançay



Soutenue à l'Observatoire de Paris, le 16 janvier 1989, devant le jury composé de:

M. Bernard Guinot	Président du jury
M. Jean-François Lestrade	Directeur de thèse
Mme Lucienne Gouguenheim	Examineur
M. François Biraud	“ ”
M. Alain Baudry	“ ”
M. Pierre Bretagnon	“ ”

Remerciements.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Jean-François Lestrade, mon directeur de thèse, qui m'a proposé ce sujet plein d'avenir et guidé dans mon travail de ces conseils et suggestions forts précieux. Il était toujours prêt, même quand il était à des milliers de kilomètres d'ici en Californie, à discuter des problèmes de définitions, d'analyse et de résultats. Je le remercie aussi pour le temps qu'il a bien voulu passer à relire et à corriger mes premières ébauches de rédaction.

Je tiens à remercier François Biraud pour l'acharnement qu'il a montré à faire réussir le projet de chronométrage de pulsars rapides à Nançay et pour les discussions stimulantes que nous avons eu sur le dispositif de dé-dispersion et sur les observations.

Mes remerciements à M. Guinot pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury et pour m'avoir clarifié les idées à propos du temps. Je regrette de ne pas avoir plus discuté avec lui de ces problèmes.

Je remercie Mme Gouguenheim et Alain Baudry de faire partie du jury.

Un grand merci à Pierre Bretagnon pour sa présence dans le jury et pour ces remarques éclairées sur tout ce qui touche aux éphémérides ainsi que pour avoir relu et suggéré des améliorations à mon premier manuscrit.

Je tiens à remercier Dominique Aubry, Jean-Pierre Drouhin et Bernard Darchy pour l'intérêt qu'ils ont montré et les compétences qu'ils ont apportées au projet "pulsars rapides" à Nançay et pour la rapidité avec laquelle ils ont travaillé ce qui me permet d'inclure les premiers résultats de chronométrage à Nançay. Je remercie aussi Gabriel Bourgois pour l'enthousiasme qu'il a montré (et qu'il montre toujours) pour les pulsars rapides ainsi que pour les efforts et le temps qu'il dépense à observer et à trouver les meilleures méthodes de dépouillement.

Les observations de chronométrage ne sauraient se faire sans un système de datation précise. Je remercie donc M. Vincent de l'observatoire de Besançon et M. Granveaud et M. Fréon du Laboratoire Primaire des Temps et des Fréquences pour leur contribution capitale à cet aspect du travail.

Merci à R.W. Hellings du Jet Propulsion Laboratory et D.C. Backer de l'Université de Californie à

Berkeley pour avoir partagé les deux premières années de données acquises à Arecibo qui m'ont permis de vérifier mon programme d'analyse de données de chronométrage et pour les discussions sur les pulsars rapides et les éphémérides que nous avons eu au cours de ces trois dernières années.

Je remercie C.Le Guyader pour l'utilisation de son éphéméride, G.Francou pour son aide avec les programmes d'éphémérides, B.Morando pour avoir bien gentiment relu et corrigé mes premiers efforts de rédaction, et tous les membres du Service de Calcul et de Mécanique Céleste du Bureau des Longitudes pour l'accueil chaleureux que l'on m'y a fait.

Merci enfin à mes parents sans lesquels je ne serais ici et à Béatrice pour son soutien.

Vocabulaire

J'ai préféré adopter l'anglicisme "pulse" plutôt que le mot de pulsation pour décrire le signal radio reçu à la station. Le mot pulsation évoque l'idée que le pulsar a des oscillations radiales. Le pulse d'un pulsar sera alors le pic principal que l'on observe, ou le maximum de ce pic. Par abus de langage, je parlerai aussi du pulse émis par le pulsar. Le pulsar émet en fait de façon continue et la modulation observée dans le signal émis n'est que le reflet de la rotation de la source. Un pulse émis par le pulsar est alors le signal émis quand le pulsar présente vers la Terre la région de l'émission radio.

J'espère que l'on me pardonnera les anglicismes parsemants le texte.

Chapitre I

Introduction

En 1967, J.Bell et A.Hewish faisaient la découverte à Cambridge du premier spécimen d'une nouvelle classe d'objets célestes, les pulsars. En dépouillant des observations de scintillations interplanétaires sur des sources radios compactes, J.Bell découvrit d'importantes fluctuations dans le signal se répétant de jours en jours. Après avoir cru à des parasites provenant de sources terrestres, Hewish et ses collègues affinèrent leur méthode d'observation et détectèrent des pulses radios très réguliers à partir de novembre 1967. Le premier pulsar avait été observé, PSR1919+21, et il avait une période de 1.3 s. On pensa d'abord que la source émettrice se trouvait dans le système solaire mais l'hypothèse fut rejetée car aucune parallaxe de cette source n'était observée. On rejeta aussi l'hypothèse d'un signal provenant d'une intelligence extra-terrestre car aucun code n'était reconnu dans le signal. Ce signal périodique était naturel et semblait être émis par une source radio située à une distance stellaire.

Trois hypothèses pouvaient tenter d'expliquer cette variabilité du signal: les vibrations radiales d'une étoile (comme pour les Céphéides), le mouvement orbital d'un compagnon autour de la source ou la rotation rapide de la source sur elle-même. Le choix de l'hypothèse la plus plausible devait se faire après la découverte de pulsars à période encore plus courte: le pulsar de Vela découvert à Molonglo (Australie) de période 0.089 s et le pulsar du Crabe découvert à Green-Bank (U.S.A.) de période 0.033s. Des observations à Arecibo permirent d'associer le pulsar du Crabe à la nébuleuse provenant de la supernova observée en 1054 et de montrer que sa période augmentait de quelque $5 \times 10^{-13} \text{ s s}^{-1}$. Ces périodes courtes et cette stabilité dans les périodes impliquent que ces sources devaient être des objets compacts. Les seuls candidats possibles étaient alors les naines blanches et les étoiles à neutrons. De ces deux types d'étoiles seules les naines blanches avaient déjà été observées par ailleurs. Les étoiles à neutrons n'étaient encore que des conjectures.

Des études de modèles de naines blanches montrent que si celles-ci oscillent radialement, la période de ces oscillations ne peut être inférieure à une seconde. On ne peut alors expliquer les périodes observées

des pulsars. La période orbitale d'un satellite autour d'une naine blanche peut atteindre une seconde si l'orbite est rasante. Ceci n'est pas envisageable du point de vue de la stabilité. Enfin, une naine blanche ne peut avoir une période de rotation de moins d'une seconde car en-dessous de cette limite, les forces auto-gravitationnelles de l'étoile ne peuvent plus équilibrer la force centrifuge issue de la rotation et l'étoile se détruit. Les naines blanches ne peuvent donc expliquer les pulsars.

Pour les étoiles à neutrons, les périodes de possibles oscillations radiales ne peuvent être supérieures à 10 ms. D'autre part, tout système binaire rayonne de l'énergie gravitationnelle et un système binaire composé d'une étoile à neutrons et d'un satellite avec une période orbitale de quelques dizaines de millisecondes rayonnerait une telle énergie que l'on observerait une diminution de la période due au raccourcissement du demi-grand axe de l'orbite par perte d'énergie orbitale. Or c'est bien le contraire que l'on observe, un allongement des périodes. Enfin, une étoile à neutrons peut tourner sur elle-même avec une période de 1 milliseconde sans être détruite.

Un pulsar serait donc une étoile à neutrons en rotation rapide sur elle-même. Ces étoiles ont une masse initiale comprise entre $8M_{\odot}$ et $100M_{\odot}$ (Chevalier, 1984). Après avoir évolué le long de la séquence principale, elles explosent en supernova se débarrassant ainsi de leurs couches extérieures et leur noyau se contracte. Les forces gravitationnelles issues de cette contraction sont si fortes que les électrons pénètrent dans les noyaux atomiques et s'associent aux protons pour former des neutrons. Ces neutrons forment un gaz dégénéré dont la pression équilibre les forces gravitationnelles de contraction. L'étoile a alors un rayon d'une quinzaine de kilomètres et une masse de l'ordre de $2M_{\odot}$ c'est-à-dire une densité moyenne de 10^{14} g cm⁻³ ou $10^{14}\rho_{\odot}$. L'étoile est alors constituée d'une croûte extérieure de 1 km d'épaisseur, composée d'un solide cristallin nucléaire baignant dans un liquide d'électrons dégénérés relativistes. En-dessous se trouve une croûte interne solide de quelques 4 km d'épaisseur où les noyaux atomiques baignent dans un mélange de neutrons et d'électrons. Au centre de l'étoile, on trouve une région composée d'un liquide neutronique superfluide de 10 km de diamètre. Enfin, il est possible qu'il existe un noyau solide de 1 km de rayon pour les étoiles les plus massives.

L'identification d'un pulsar à l'étape finale de la vie d'une étoile semble être confirmée par l'association de certains pulsars avec des restes de supernova. Par exemple, le pulsar du Crabe semble bien être issu de la supernova de 1054. Ce pulsar se trouve près du centre de la nébuleuse et sa distance de 1.9 kpc est

approximativement celle de la nébuleuse (celle-ci est à 2 kpc). L'âge caractéristique du pulsar donné par

$$\tau = P/2\dot{P}$$

où P est la période et \dot{P} sa dérivée première par rapport au temps donne une limite supérieure de son âge de 1240 ans proche de l'âge de la nébuleuse du Crabe (930 ans). De plus, l'énergie perdue par le pulsar du Crabe est égale à l'énergie nécessaire pour expliquer le rayonnement émis par la nébuleuse. D'autres associations entre pulsars et nébuleuses de supernovæ sont possibles comme pour le pulsar de Vela ou le pulsar dans la nébuleuse CTB80.

L'observation de ces pulsars lents a permis l'étude de la physique des étoiles à neutrons. Les études astrométriques faites sur ces pulsars ont permis de mettre en évidence des rotations entre les systèmes de référence utilisés dans l'analyse de leur données. Le pulsar binaire PSR1913+16 découvert en 1974 par Hulse et Taylor (1974) est aussi un important laboratoire pour la relativité générale.

En 1982, l'étude des pulsars trouve un regain d'intérêt. PSR1937+214, le premier pulsar milliseconde, ainsi appelé car sa période est proche de la milliseconde, est détecté par D.Backer, S.Kulkarni, C.Heiles, M.Davis et W.Goss (Backer *et al* , 1982) à Arecibo. Cette détection n'est pas fortuite car les caractéristiques de cette source radio avait conduit Backer à soupçonner la présence d'un pulsar aussi rapide à cet endroit du ciel (Backer, 1984). On comprit très vite que cet objet pouvait apporter des contributions fondamentales à l'astrophysique des pulsars mais aussi à la dynamique du système solaire, à l'astrométrie et à la stabilité à long-terme des échelles de temps atomiques. Cet intérêt pour l'astromie fondamentale d'un phénomène astrophysique ne fit que s'accroître quand sept autres pulsars rapides furent découverts, créant ainsi une nouvelle classe d'objets.

Contrairement aux pulsars plus lents découverts jusqu'à ce moment, ces pulsars milliseconde présentent des périodes très stables, des profils d'impulsions bien définis et peu de bruit de phase. Toutes ces caractéristiques permettent de chronométrer ces pulsars avec grande précision. Les pulses de PSR1937+214 ont pu ainsi être datés avec une précision meilleure que la microseconde à Arecibo et à Nançay. La période du pulsar peut alors être déterminée avec une précision ($\pm 10^{-15}$ s pour PSR1937+214) non atteinte par les meilleures échelles de temps, sa position avec des précisions inégalées en astrométrie (± 0.2 millisecondes d'arc pour PSR1937+214, Rawley *et al* , 1988). Cette précision permet aussi d'étudier toutes les perturbations sur le temps de trajet d'un pulse entre le pulsar et l'observatoire, comme les perturbations

du mouvement de la Terre le long de son orbite (une précision de $0.3\mu\text{s}$ dans la datation correspond à 100 mètres sur l'orbite terrestre), et les perturbations des ondes gravitationnelles sur la métrique décrivant l'espace-temps entre le pulsar et la Terre.

La précision inhabituelle atteinte dans la position du pulsar PSR1937+214, nous a amené à étudier les erreurs systématiques possibles dans l'analyse de données de chronométrage. Pour évaluer ces erreurs, nous avons décidé de développer un programme d'analyse de données de chronométrage, PAP (Programme Analyse Pulsar) indépendamment des programmes déjà existants. Nous avons essayé de rendre ce programme le plus général possible afin de pouvoir comparer plusieurs modèles d'analyse. L'analyse demande en particulier l'utilisation d'une théorie précise du mouvement de la Terre et d'une échelle de temps atomique. Le programme d'analyse a donc été développé afin de pouvoir utiliser différentes éphémérides et échelles de temps.

Nous avons appliqué ce programme aux données de chronométrage disponibles, les deux premières années de chronométrage de PSR1937+214 à Arecibo. Nous avons ainsi mis en évidence des erreurs systématiques dans la période du pulsar et dans sa position qui sont dues aux éphémérides et aux échelles de temps utilisées et qui sont bien supérieures aux erreurs formelles calculées.

Parallèlement au développement du programme d'analyse PAP, nous avons entrepris un programme d'observations de pulsars rapides à l'observatoire de radio-astronomie de Nançay en collaboration avec F.Biraud et G.Bourgois de l'observatoire de Meudon et D.Aubry, B.Darchy et J.-P.Drouhin de l'observatoire de Nançay et J.-F. Lestrade du Bureau des Longitudes. Cette collaboration a commencé en 1986 et vient d'aboutir à une campagne d'observations intensive sur PSR1937+214 au cours de l'été 1988 et à l'acquisition de premières données scientifiquement exploitables. Le pulsar PSR1937+214 avait été détecté pour la première fois à Nançay le 13 mars 1987. L'observation de pulsars demande un équipement spécial afin de compenser l'effet de la matière ionisée interstellaire sur les temps d'arrivée des pulses. La matière interstellaire retarde en effet les signaux selon leur fréquence; elle disperse le signal. Il a ainsi fallu définir et construire cet équipement spécial.

Le chapitre II expose les principales caractéristiques des pulsars et le chapitre III les différentes méthodes de dé-dispersion possibles. On y trouve aussi les différents domaines d'applications des observations de chronométrage. Dans le chapitre IV, nous développerons le modèle décrivant le temps de trajet d'un signal entre le pulsar et l'observatoire puis nous écrirons les équations qui permettent d'ajuster les

différents paramètres du pulsar et de la Terre aux observations. Le chapitre V présente les résultats d'un tel ajustement et compare les différents résultats disponibles sur les données de chronométrage de PSR1937+214. La technique de dé-dispersion adoptée à Nançay est exposée dans le chapitre VI et les résultats des différentes observations du pulsar rapide PSR1937+214 sont présentés chapitre VII.

Chapitre II

Les pulsars.

1. Caractéristiques des pulsars

Les pulsars sont des sources radios qui émettent des impulsions radio de façon périodique. Au cours de chaque période, l'information émise par le pulsar n'occupe qu'un court laps de temps. Par la suite, on appellera période l'intervalle de temps entre 2 pulses *observés*. On a découvert jusqu'à présent 449 pulsars. Ils sont tous caractérisés par la stabilité à long terme de leur période. Les périodes couvrent un intervalle de 1 ms à 4 s et la dérivée de la période prend des valeurs aux alentours de 10^{-15}s s^{-1} pour les pulsars lents. Les champs magnétiques des pulsars sont les plus intenses que l'on puisse observer sur une source céleste. Les pulsars émettent tous dans le domaine radio. Certains, comme le pulsar du Crabe, émettent aussi à d'autres fréquences, optique, rayons X et γ . Les émissions à ces différentes longueurs d'ondes sont toutes modulées par la rotation du pulsar.

a) Emission d'un pulsar.

La périodicité du signal et l'hypothèse d'une étoile en rotation laissent penser que l'émission est extrêmement localisée et qu'elle proviendrait d'un faisceau issu d'une région limitée. Ce faisceau en rotation avec le pulsar balayerait le champ de vue d'un observateur sur la Terre avec la période de rotation du pulsar tel un phare. Le mécanisme d'émission des pulsars n'est pas encore bien connu mais toutes les hypothèses mettent en jeu le champ magnétique intense régnant autour d'une étoile à neutrons. Ce champ magnétique est à l'origine de la magnétosphère qui se trouverait autour de tous les pulsars. Cette magnétosphère serait constituée de particules piégées par le champ magnétique en co-rotation avec le pulsar, figure (1).

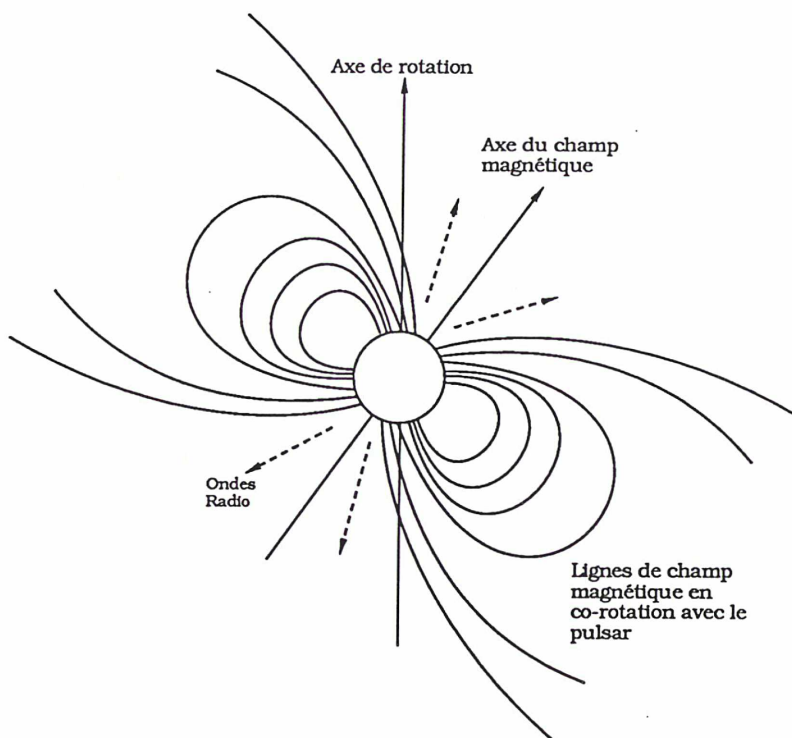


Fig. II.1: *Magnétosphère d'un pulsar.*

L'hypothèse d'émission acceptée par le plus grand nombre (Ruderman et Sutherland (1975), Cheng et Ruderman (1980)) situe la région d'émission aux alentours de la calotte polaire. Le champ magnétique du pulsar en rotation crée un champ électrique puissant capable d'extraire des particules légères de la surface de l'étoile vers la magnétosphère. Les électrons vont s'échapper de la surface de l'étoile le long des lignes de champ. La surface de l'étoile se charge ainsi positivement. Une région de vide de quelques centaines de mètres se forme au-dessus de la surface. La différence de potentiel électrique sur cette région de vide permet d'accélérer les électrons le long des lignes de champ magnétique à des énergies auxquelles ils émettent des rayons γ de quelques millions d'électrons-volts. Ces rayons γ interagissent avec le champ magnétique intense pour créer des paires électrons-positrons qui sont elles-mêmes accélérées et qui émettent de nouveaux rayons γ . On a alors une création en cascade de paires électrons-positrons. Ce sont ces particules qui seraient à l'origine de l'émission radio cohérente observée. Le mécanisme d'émission est encore une grande inconnue. Il n'est heureusement pas essentiel de le connaître pour acquérir et analyser des données de chronométrage sur les pulsars.

b) Evolution d'un pulsar.

L'énergie de rotation d'une étoile à neutrons magnétisée est dissipée par l'émission de radiations électro-magnétiques. L'étoile ralentit et sa période s'allonge. La dérivée de la période est donnée par (Manchester et Taylor (1977))

$$\dot{P} = \frac{8\pi^2 R^6 B_0^2 \sin^2 \alpha}{3Ic^3 P} \quad (1)$$

où B_0 est la valeur du champ magnétique à la surface de l'étoile, R le rayon de l'étoile, α l'angle entre l'axe de rotation et l'axe magnétique, I son moment cinétique, c la vitesse de la lumière et P la période du pulsar. On peut ainsi estimer la valeur du champ magnétique B_0 en mesurant la période du pulsar et la dérivée de sa période. On trouve qu'un pulsar a un champ magnétique de 10^4 à 10^8 T (10^8 à 10^{12} Gauss). Des valeurs du champ magnétique aussi grandes sont possibles si le flux magnétique de l'étoile-mère, donné par $\Phi = BR^2$, est conservé pendant la contraction en une étoile à neutrons. Pour le Soleil par exemple, si le rayon R_\odot se contracte de $\approx 7 \times 10^5$ km à 10 km, le champ magnétique croît de 10^{10} c'est-à-dire que le champ magnétique du Soleil passe de 10^{-4} T à 10^6 T. Cette valeur est proche des valeurs estimées par l'équation (1).

La figure (2) (d'après Manchester, Lyne et Taylor, 1988 et Rawley, 1986) montre la distribution des pulsars en fonction de leur période et de la dérivée de la période. On peut suivre l'évolution dans le temps d'un pulsar sur ce diagramme. Selon l'équation (1), le produit $P\dot{P}$ donne une estimation de la valeur du champ magnétique et évolue comme celui-ci. Le champ magnétique dégénère sur une échelle de temps de 10^6 à 10^7 ans. Au fur et à mesure que le champ magnétique perd en intensité, le pulsar évolue vers les périodes longues et les dérivées petites (vers la droite et le bas de la figure (2)). Comme le champ magnétique est aussi à la base de l'émission, il arrivera que le champ ne sera plus assez intense pour créer des rayons γ assez énergétiques pour soutenir l'émission. Le pulsar n'émet plus, il est mort. On peut ainsi tracer une ligne de mort sur la figure (2) au-delà de laquelle aucun pulsar ne pourra être observé.

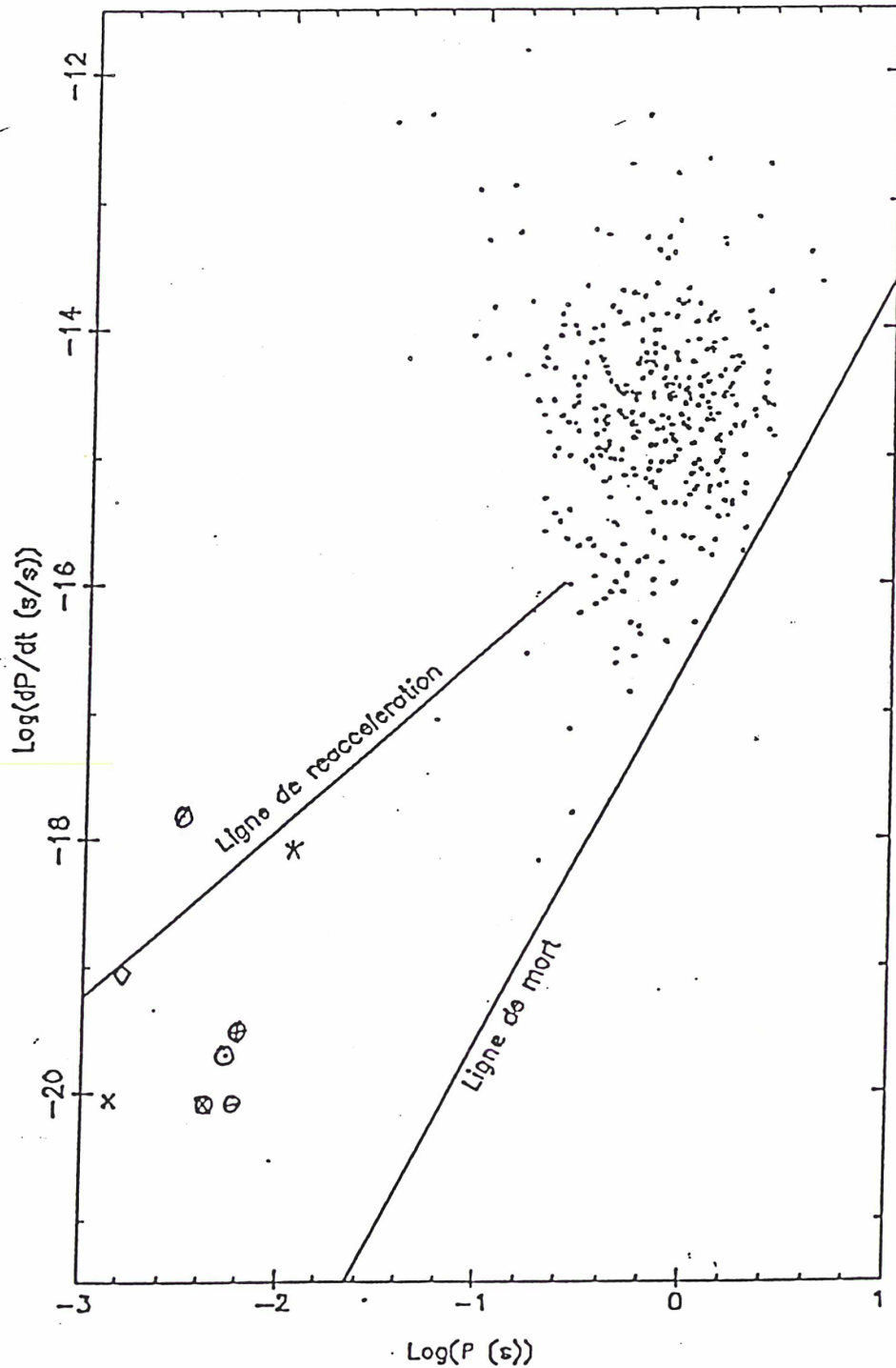


Fig. II.2: Distribution en période et en dérivée de la période des pulsars connus. $\diamond = \text{PSR}1937+214$, $\oplus = \text{PSR}1953+29$, $\ominus = \text{PSR}1855+09$, $\times = \text{PSR}1957+20$, $\star = \text{PSR}1620-26$, $\odot = \text{PSR}1821-24$, $\otimes = \text{PSR}0021-72A$, $\ominus = 0021-72B$. Pour les pulsars rapides dont la dérivée de la période n'est pas encore déterminée, nous avons supposé que celle-ci était de l'ordre de $10^{-20} \text{ s s}^{-1}$ (d'après Manchester, Lyne et Taylor, 1988 et Rawley, 1986).

c) Phase et période d'un pulsar.

Les périodes courtes observées, et donc la rotation rapide des pulsars, sont expliquées par la conservation du moment cinétique pendant la contraction. Par exemple, si le Soleil dont la période de rotation est de 26 jours et le rayon de 7×10^8 m, se contractait en une étoile à neutrons, sa période de rotation serait de 4 ms.

Le pulse d'un pulsar a une forme moyenne caractéristique de chaque pulsar qui ne varie pas avec le temps. Des profils de pulses typiques provenant de différents pulsars sont montrés dans la figure (3). Ces profils moyens peuvent présenter plusieurs pics. On appellera le pic principal, pulse et les autres pics, interpulses

L'étude des pulses individuels dévoile une riche structure. Chaque pulse est formé par un train de sous-pulses, eux-mêmes formés de micro-pulses. Ces sous-pulses dérivent en phase et en intensité. Leur étude permet d'affiner les scénarios de mécanismes d'émission.

L'émission d'un pulsar est observée comme une séquence périodique de pulses. Comme on a associé cette périodicité à la rotation de la source émettrice, il est naturel de parler de *phase* ou de longitude pour décrire le temps le long de cette séquence de pulses. On associe alors aux pics principaux une phase entière en tours.

d) Variation de la période

Un pulsar ralentit par dissipation de son énergie rotationnelle en émissions électro-magnétiques. Cette perte d'énergie allonge la période de façon stable de sorte que l'on peut modéliser celle-ci par une équation du type:

$$P(T) = P_0 + \dot{P}_0(T - T_0)$$

où P_0 et \dot{P}_0 sont la période et sa dérivée par rapport au temps, déterminées à une époque T_0 .

La période peut cependant présenter des sauts aléatoires instantanés de fortes grandeurs. Pour le pulsar de Vela, par exemple, on a observé des sauts de 200ns alors que la dérivée de la période est de 11ns/j. Ces sauts de périodes ou "glitches" seraient expliqués par un ré-équilibre des forces internes du pulsar consécutives à un tremblement de la croûte externe ou "starquake". Une explication possible de

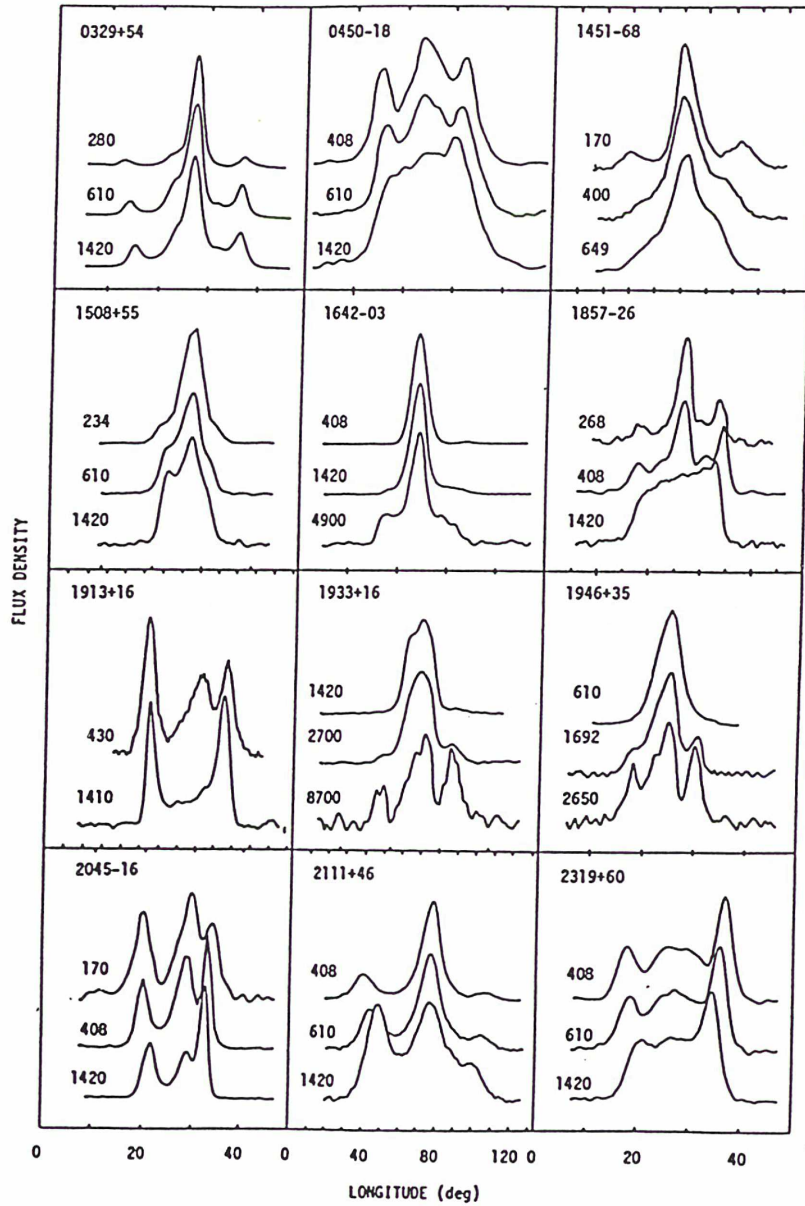


Figure 4. Mean pulse profiles at different radio frequencies for 12 pulsars which have both core or central and cone or outer components. The frequencies in MHz are shown on the figure for each profile. Data were obtained from Jodrell Bank observations (Lyne & Hamilton, unpublished), Green Bank observations (Manchester, unpublished), McCulloch *et al.* (1978), Morris *et al.* (1981) and Taylor & Weisberg (1982).

Fig. II.3: Profils caractéristiques de quelques pulsars. Lyne & Manchester, 1988.

ces “starquakes” est que les forces centrifuges agissent sur la croûte pour former un renflement équatorial. Le pulsar ralentissant, les forces centrifuges ne sont plus assez intenses pour supporter ce renflement. La croûte n’étant pas élastique, le renflement “craque” provoquant un tremblement d’étoile.

2. Les pulsars milliseconde

La théorie selon laquelle un pulsar est une étoile à neutrons, conduit à admettre des périodes de rotation de l’étoile aussi courtes que 1 ms. On a découvert sept autres pulsars milliseconde depuis la détection du premier, PSR1937+214, en 1982. Leurs périodes sont comprises entre 1.5 ms et 12 ms. Le tableau I résume leurs principales caractéristiques. On remarque que la dérivée \dot{P} de la période pour ces pulsars est bien inférieure aux valeurs typiques de pulsars lents. Il y a une contradiction apparente entre cette valeur de la dérivée et la période. La rapidité du pulsar déduite de la valeur de la période laisse penser que ceux-ci sont des objets très jeunes. Par contre, le champ magnétique calculé par la formule (1) et l’absence de nébuleuse provenant de supernova aux environs de ces pulsars indiquent que ces pulsars sont très âgés. On estime en définitive que ces pulsars sont de vieux objets qui ont été recyclés. On remarquera que la plupart de ces pulsars rapides sont des pulsars binaires, c’est-à-dire en orbite autour d’un compagnon. Le compagnon peut alors avoir eu une influence sur l’évolution du pulsar.

Le scénario de base pour la création d’un pulsar milliseconde est le suivant. Un membre d’un système binaire d’étoiles évolue sur la séquence principale plus vite que son compagnon. Il explose en supernova et forme un pulsar. Celui-ci a un champ magnétique intense et une période de rotation rapide. Le pulsar évolue comme décrit précédemment. Son champ magnétique s’affaiblit, sa période augmente. Il finit par s’éteindre. Il reste alors un système binaire composé d’une étoile toujours sur la séquence principale et d’un vieux pulsar ne rayonnant plus et ayant un champ magnétique faible. Le compagnon suivant son évolution naturelle entre dans sa phase d’expansion et remplit son lobe de Roche. La masse qu’il perd ainsi se retrouve sur le vieux pulsar par phénomène d’accrétion. Il y a transfert de quantité de mouvement ce qui ré-accélère le pulsar. Celui-ci va retrouver une vitesse de rotation élevée mais avec une valeur du champ magnétique faible donnant les valeurs que l’on observe pour les pulsars rapides.

La quantité de matière qui peut être accrétée est limitée. La pression exercée par la radiation

du pulsar (Eddington 1926) et son champ magnétique (Davidson et Ostriker 1973) peuvent empêcher l'accrétion de la matière sur le pulsar. On a évalué l'accrétion maximale à $10^{-8}M_{\odot}$ par an. La période minimale en-dessous de laquelle le pulsar tourne trop vite pour accréter est donnée par Van den Heuvel (1984):

$$P = (2.4ms)B^{6/7}R^{15/7}M^{-5/7}\dot{m}^{-3/7} \quad (2)$$

où B est le champ magnétique du pulsar en unité de 10^9G , R est son rayon en unité de 10^4 m, M sa masse en masse solaire et \dot{m} le taux d'accrétion en $M_{\odot}\text{an}^{-1}$. Cette équation est représentée sur la figure (2) par la ligne de ré-accelération. Les pulsars rapides devront tous se trouver à droite de cette ligne.

Si ce scénario de formation des pulsars rapides est adopté, il reste à expliquer pourquoi certains pulsars milliseconde, PSR1937+214 en particulier, n'ont aucun compagnon observé. Ils pourraient s'être formés tels quels mais il serait difficile d'expliquer les grandes différences entre les paramètres des pulsars jeunes du haut de la figure (2) et de PSR1937+214. Les autres possibilités sont toutes des variantes du scénario de base.

- La première hypothèse est que le système binaire n'a pas survécu à l'évolution du compagnon. Celui-ci aurait explosé en une supernova qui aurait rejeté le pulsar en dehors du système. Les inconvénients de cette hypothèse sont que l'intervalle de temps entre le début d'accrétion de matière et l'explosion en supernova du compagnon est trop court pour imprimer au pulsar une vitesse de rotation aussi élevée que celle qu'on observe.

- La deuxième hypothèse est que le compagnon s'est complètement évaporé une fois sa masse tombée en dessous de $0.02M_{\odot}$ (Ruderman et Shaham (1983)) mais là encore des doutes sont émis sur le taux d'accrétion fourni par un tel compagnon. Le pulsar PSR1957+20 (Fruchter *et al* (1988)) est peut-être une illustration de ce scénario. Le compagnon dans ce système a une masse de $0.022M_{\odot}$ et éclipse les signaux provenant du pulsar. Le rayon calculé pour le compagnon à partir des observations d'éclipse montre que la plus grande partie de sa masse se trouve en-dehors de son lobe de Roche. L'explication donnée est que l'émission du pulsar fait évaporer la matière du compagnon en un vent stellaire qui pourrait faire disparaître le compagnon en 10^9 ans (Kluźniak *et al* (1988), Van den Heuvel et Van Paradijs (1988)).

- La dernière hypothèse est que le compagnon a été "englouti" par le pulsar milliseconde. Les deux étoiles se rapprochent l'une de l'autre et s'amalgament. Selon Van den Heuvel (1984), cette variante

Paramètres	PSR1937+214 ¹	PSR1953+29 ²	PSR1855+09 ²	PSR1957+20 ³
P_0 ms	1.55780644886285±5fs	6.133166488729±9	5.3621004522367±10	1.60740171±3
\dot{P}_0 s s ⁻¹	$(1.05123 \pm 8) \times 10^{-19}$	$(2.95 \pm 3) \times 10^{-20}$	$(1.71 \pm 5) \times 10^{-20}$	
α (J2000)	19 ^h 39 ^m 38 ^s .560360	19 ^h 55 ^m 27 ^s .87934 ± 3	18 ^h 57 ^m 30 ^s .3854 ± 2	19 ^h 59 ^m 21 ^s ± 20
δ (J2000)	21°34'59".1459	29°08'43".616 ± 4	9°43'17".491 ± 5	20°48' ± 5
μ_α	-136 μ s an ⁻¹	< 0.020" an ⁻¹	< 0.150" an ⁻¹	
μ_δ	-720 μ s an ⁻¹			
Epoque	2445303.27316751	2446113.1435	2446421.2363	
DM	71.045 ± 3	104.58 ± 5	13.31 ± 2	29.13 ± 1
Flux (mJy)	111 à 431 MHz ~ 8.3 à 1400 MHz	1 à 1400 MHz	20 à 400 MHz 10 à 1400 MHz	25 à 430 MHz
Paramètres orbitaux				
Période (jour)		117.3490972 ± 35	12.32716435 ± 3	0.381972 ± 6
excentricité		$(330.4 \pm 2) \times 10^{-6}$	$(21.4 \pm 4) \times 10^{-6}$	< 0.001
Projection de a (s-lumière)		31.412686 ± 5	9.230785 ± 2	0.08923 ± 0.00007
ω		29.51° ± 9	277.3° ± 1.5	
Date périastre		2446112.99 ± 3	2446433.31 ± 5	2447245.08471 ± 4

Paramètres	PSR1620-26 ⁴ (M4)	PSR1821-24 ⁵ (M28)	PSR0021-72A ⁶	PSR0021-72B ⁶
P_0 ms	11.0757508061±2	3.0543144932±6	4.47853	6.127
\dot{P}_0 s s ⁻¹	$(8.2 \pm 4) \times 10^{-19}$	$(1.55 \pm 7) \times 10^{-18}$		
α (J2000)	16 ^h 23 ^m 38 ^s .18 ± 1	18 ^h 24 ^m 32 ^s .1 ± 1		
δ (J2000)	-26°31'53".16 ± 2	-24°52'10".6 ± 2		
μ_α				
μ_δ				
Epoque		24456977.61		
DM	62.87 ± 1	120 ± 1	65	65
Flux (mJy)	15 à 408 MHz	25 à 400 MHz 1.1 à 1400 MHz		
Paramètres orbitaux				
Période (jour)	191.4427 ± 1		0.022	7 < P _o < 95
excentricité	0.025316 ± 3		0.33	
Projection de a (s-lumière)	64.8095 ± 1		0.00195	
ω	117.12 ± 1			
Date périastre	2447196.719 ± 4			

¹: Fairhead (cette thèse) et Rawley (1986) pour le DM

²: Rawley, Taylor et Davis (1988)

³: Fruchter *et al* (1988)

⁴: Lync *et al* (1988) et Lync et McKenna (1988)

⁵: Lync *et al* (1987) et Foster *et al* (1988)

⁶: Ables *et al* (1988)

pourrait fournir le taux d'accrétion nécessaire à l'accélération d'un pulsar milliseconde. Les conditions les plus favorables pour ce scénario se rencontrent dans le cas d'un système binaire composé d'une étoile à neutrons et d'une naine blanche ou de deux étoiles à neutrons.

Notons enfin que quatre des huit pulsars milliseconde sont dans des amas globulaires. Ce fait est surtout un effet de sélection, les recherches présentes de pulsars rapides se faisant surtout dans des amas globulaires. A l'examen des scénarios sur l'origine des pulsars rapides, on pense avoir plus de chance de les découvrir dans des amas. En effet, dans un amas globulaire il y a une plus forte probabilité pour qu'une étoile massive capture un compagnon et forme ainsi un système binaire propice à générer un pulsar milliseconde.

Chapitre III

Le chronométrage des pulsars

Bien que certains pulsars émettent en-dehors des fréquences radios, ce sont les observations dans le domaine radio (entre 10 MHz et 10GHz) qui ont fourni la plupart des informations que l'on a pu obtenir sur les pulsars. Les signaux radio que nous recevons sont affectés par la matière ionisée interstellaire selon la fréquence à laquelle ils sont émis. Plus celle-ci est basse, plus le signal est retardé par le milieu interstellaire. Ceci a pour conséquence d'étaler ou de disperser les pulses émis. Il faut donc dé-disperser le signal provenant du pulsar pour étudier les pulses. L'étude des pulses individuels, de leur profil et de leur structure donne des informations sur les mécanismes d'émission des pulsars. Les mesures de chronométrage, qui datent avec précision l'arrivée d'un pulse à l'observatoire, permettent de déterminer certains paramètres physiques du pulsar comme sa période et ses dérivées, sa position et sa vitesse ainsi que des paramètres liés au mouvement de la Terre sur son orbite. Nous allons décrire les différentes techniques possibles pour supprimer l'effet de la matière interstellaire puis nous indiquerons ce que l'on peut déduire des données de chronométrage de pulsars.

1. Techniques de dé-dispersion

La vitesse de groupe, v_g , à laquelle se propage des ondes électro-magnétiques dans le milieu interstellaire ionisé est donné par (Rohlfs 1986):

$$v_g = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$$

où ω_p est la fréquence du plasma et ω la fréquence des ondes. ω_p est donnée par

$$\omega_p = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_e}$$

avec N la densité électronique du plasma, e et m_e la charge et la masse de l'électron et ϵ_0 la permittivité du vide. Cette différence de vitesse de groupe n'est pas observable pour un signal continu, mais la nature ponctuelle de l'émission d'un pulsar permet d'observer le retard dû à cette différence de vitesse dépendant de la fréquence d'émission. Un pulse émis à une fréquence ν par un pulsar à une distance L arrive à l'observatoire après un temps t :

$$\begin{aligned} t &= \int_0^L \frac{dl}{v_g} \approx \frac{1}{c} \int_0^L \left(1 + \frac{e^2}{8\pi^2\epsilon_0 m_e \nu^2} N(l)\right) dl \\ &= \frac{L}{c} + \frac{e^2}{8\pi^2 c \epsilon_0 m_e \nu^2} \int_0^L N(l) dl \end{aligned}$$

$\int_0^L N(l) dl$ est la densité surfacique électronique de la colonne de visée entre l'observateur et le pulsar. Cette intégrale est appelée la mesure de dispersion, notée DM , et est donnée en pc cm^{-3} . Elle est propre à chaque pulsar car elle dépend de la distance du pulsar et du milieu interstellaire sur le trajet de l'observatoire au pulsar. Elle peut de plus varier en fonction du milieu interstellaire (déplacement de nuages de gaz entre le pulsar et la Terre par exemple). Le retard d'un signal dû à la matière ionisée interstellaire est donc de

$$dt = \frac{kDM}{\nu^2} \quad (1)$$

où ν est la fréquence du signal et

$$k = \frac{e^2}{8\pi^2 c \epsilon_0 m_e} = 4.14879 \times 10^3 \text{cm}^3 \text{pc}^{-1} \text{MHz}$$

avec $e = 1.60219 \times 10^{-19}$ C, $\epsilon_0 = 8.85419 \times 10^{-12}$ AsV $^{-1}$ m $^{-1}$, $m_e = 9.10956 \times 10^{-31}$ kg. Si k est donné dans ces unités et ν en MHz alors dt est en secondes. Si l'on désire observer une large bande de fréquence pour améliorer le rapport signal sur bruit, il faut compenser le retard dû à la matière interstellaire car le signal n'arrive pas au même moment selon les fréquences de la bande analysée. Le retard maximal dans les temps d'arrivée sur la bande de fréquence est donné par

$$\Delta t = kDM \left(\frac{1}{\nu_1^2} - \frac{1}{\nu_2^2} \right)$$

où ν_1 et ν_2 sont les fréquences en bord de bande. Par exemple, pour le pulsar milliseconde PSR1937+214, ce retard est égal à la période, $P \approx 1.557 \times 10^{-3}$ s, quand on observe à 1400 MHz sur une bande de 8 MHz. Si l'on ne compensait pas cette dispersion, l'énergie du pulse serait étalée sur toute la période et

on ne pourrait l'observer. Il existe plusieurs méthodes pour dé-disperser le signal provenant d'un pulsar et pour ramener à un même temps d'arrivée à l'observatoire le pulse observé à des fréquences différentes.

a) La technique à batterie de filtre (figure(1))

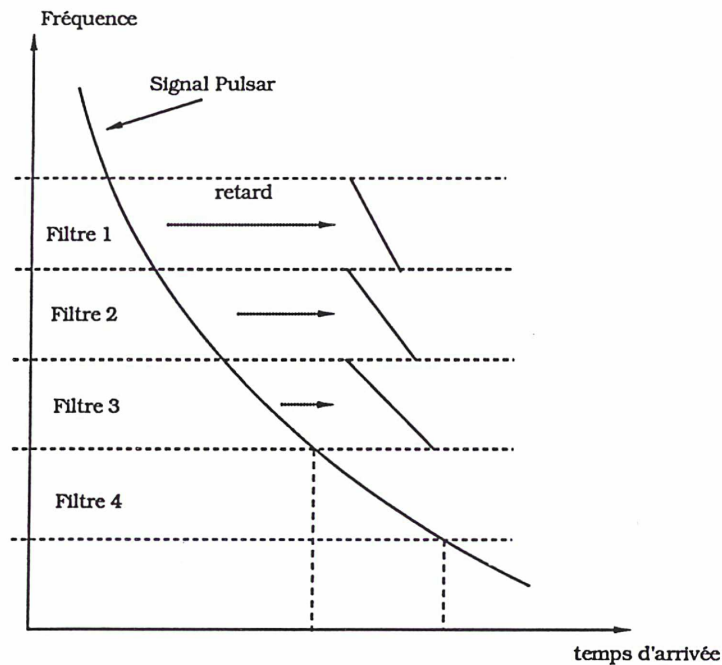


Fig. III.1: Principe de la technique de dé-dispersion par batterie de filtres. Le signal provenant du pulsar est observé à l'aide de plusieurs filtres. On ajoute au signal détecté dans chaque filtre un retard dépendant de la fréquence centrale du filtre. On ramène ainsi le signal détecté dans chaque filtre à un même temps d'arrivée.

C'est cette méthode qui est utilisée pour les observations du pulsar binaire PSR1931+16 (Boriakoff, 1973) et pour le chronométrage du pulsar milliseconde PSR1937+214 (Davis *et al* , 1985). Elle consiste à observer le signal sur un ensemble de filtres. La largeur de chaque filtre est telle que le retard sur le signal peut être considéré comme constant sur l'ensemble du filtre. Le signal détecté dans chaque filtre est digitalisé puis retardé selon la formule (1). La fréquence d'observation utilisée dans la formule correspond à la fréquence centrale du filtre. Les signaux provenant des différents filtres ainsi retardés sont ensuite sommés. L'énergie du pulse à différentes fréquences est ainsi ramenée à une même date d'arrivée.

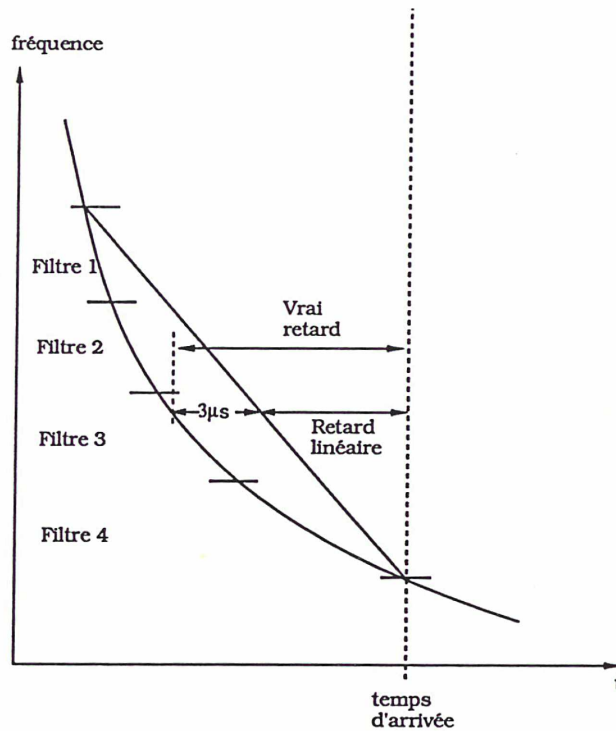


Fig. III.2: Biais de l'approximation linéaire dans la dé-dispersion par batterie de filtres. Si un ou plusieurs filtres sont supprimés dans la sommation du signal, le pulse sera déplacé par rapport à son vrai temps d'arrivée. Par exemple, si les filtres 1, 2 et 4 sont supprimés à cause de la scintillation interstellaire, le pulse ne sera déterminé que par le signal dans le filtre 3 dont le retard linéaire est plus petit que le retard calculé selon la formule (1)

L'inconvénient de cette méthode est lié à la scintillation interstellaire. Celle-ci fait varier le signal provenant du pulsar à des fréquences aléatoires et pendant des intervalles de temps de durée également aléatoire. Le signal peut ainsi totalement disparaître d'un des filtres. Il vaut mieux alors éliminer ce filtre dans la sommation cohérente car son inclusion n'apportera que du bruit et dégradera le signal. Ce problème a été résolu dans le dé-disperseur d'Arecibo en enregistrant le signal de chaque filtre et en lui assignant un poids avant de faire la sommation (Rawley (1986)). De plus il faut utiliser l'équation (1) sans en faire une approximation linéaire. Dans un système où les signaux sont sommés sans poids, l'utilisation de l'approximation linéaire élargit le pulse si tous les filtres sont sommés. Par contre, si à cause de la scintillation, on n'intègre pas tous les filtres, l'approximation linéaire entraîne une erreur

importante dans la datation du pulse (voir figure (2)). Pour PSR1937+214, cette erreur peut atteindre $3\mu\text{s}$ à 21 cm alors que l'erreur de mesure est de $1\mu\text{s}$

b) La technique à balayage en fréquence (figure (3))

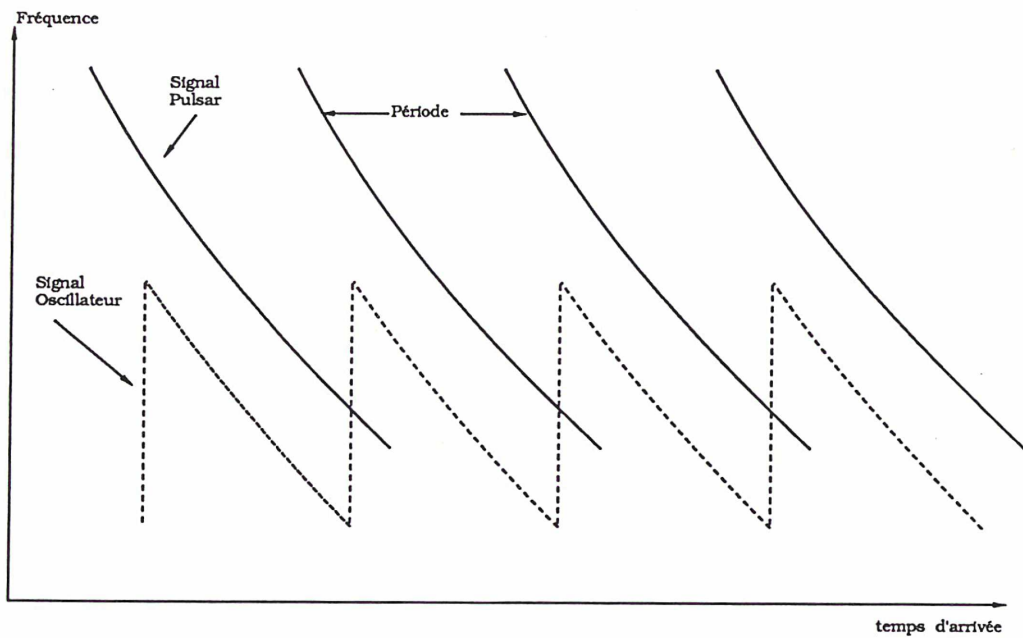


Fig. III.3: Principe de la technique de dé-dispersion par balayage de fréquence.

C'est cette technique qui a été adoptée pour le chronométrage de pulsar à Nançay. Elle a été utilisée par McCulloch *et al* (1979) pour des observations de PSR1913+16 mais fut abandonnée. Elle consiste à faire dériver la fréquence d'un des oscillateurs locaux du récepteur en synchronisation avec les pulses et en suivant la loi de dispersion (1) pour le pulsar observé. Le signal issu du battement du signal provenant du pulsar et du signal issu de l'oscillateur local est à fréquence constante. Un pulse est ainsi transformé en "raie spectrale" que l'on analyse avec un auto-corrélateur. Toute la structure temporelle du pulse est convertie en structure de la "raie spectrale".

La difficulté de cette méthode réside dans la synthèse de la fréquence balayée par l'oscillateur local et dans la stabilité de cette fréquence. Les solutions adoptées à Nançay seront présentées dans le chapitre VI.

c) *La dé-dispersion par transformée de Fourier*

Cette méthode a été utilisée par Hankins (1971), Cordes et Stinebring (1984) et Hankins *et al* (1987). En supposant (Hankins (1971)) que le signal émis par le pulsar $e(t)$, est la somme de ses composantes de Fourier $E(f)$:

$$e(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(f) \exp(i2\pi ft) df$$

Le signal reçu sera

$$o(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(f) \exp(i2\pi ft) \exp(-ikz) df$$

où z est la distance parcourue et

$$k(f) \approx \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}\right)$$

Il suffit de prendre la transformée de Fourier de $o(t)$, de la multiplier par $\exp(ikz)$ et de prendre la transformation de Fourier inverse pour retrouver le signal émis $e(t)$.

Le principal inconvénient de cette méthode est de demander beaucoup de temps de calcul lorsque les transformées de Fourier sont calculées par logiciel. Hankins *et al* ont adapté cette technique en construisant un dé-disperseur qui calcule ces transformées en "hardware" ce qui prend moins de temps de calcul.

2. Les observations de chronométrage des pulsars

Une fois le signal d'un pulsar dé-dispersé, les pulses sont observables. On peut les compter et les dater. Le chronométrage consiste à dater à l'aide de l'horloge de la station un événement particulier de l'observation. A Arecibo, par exemple, le signal dé-dispersé par la technique à batterie de filtres est ensuite échantillonné tous les $\frac{1}{64^{\text{ème}}}$ de période. Pendant l'observation d'un pulsar, on enregistre la date de départ d'un des cycles d'échantillonnage. On ajoute par la suite à cette date la phase convertie en seconde du pulse observé. A Nançay, on enregistre le temps de départ du signal en dent de scie généré par l'oscillateur. La fréquence de la raie spectrale représentant le pulse donne alors le décalage en temps

entre le signal provenant de l'oscillateur balayé et le signal du pulsar et par extension la date d'arrivée d'un pulse. La précision de la datation sera d'autant plus grande que le pulse présente un front montant raide et que le rapport signal sur bruit est grand. Les pulsars milliseconde sont idéaux pour ce travail car ils présentent des profils de pulse plus raides que les pulsars ordinaires. De plus, leur période est extrêmement stable et ne semble pas subir de sauts ou "glitches" comme les pulsars plus lents. Cette caractéristique permet de numérotter les pulses les uns par rapport aux autres sans ambiguïté. On verra par la suite que cette numérotation est capitale pour l'analyse des données de chronométrage.

L'analyse des données de chronométrage consiste à comparer des temps d'arrivée mesurés de pulses à des temps d'arrivée calculés. Ces calculs sont effectués à partir d'un modèle physique décrivant le trajet d'un signal électro-magnétique entre le pulsar et l'observatoire (figure 4).

Si T_n est l'instant d'émission d'un pulse et t_n l'instant d'arrivée de ce pulse à l'observatoire de ce pulse, on peut écrire l'un en fonction de l'autre:

$$t_n = T_n + \tau$$

où τ est le temps de trajet entre le pulsar et l'observatoire. Pour l'analyse, t_n sera mesuré et comparé au calcul de $T_n + \tau$. Il est en fait impossible de calculer directement $T_n + \tau$ car on ne peut connaître la date d'émission d'un pulse. Par contre, on sait que le pulsar émet ses pulses de façon périodique et donc que si T_m est le temps d'émission d'un pulse postérieur à T_n , le pulsar a émis un nombre entier N de pulses entre T_n et T_m . Si t_m est le temps d'arrivée à l'observatoire correspondant à T_m , on écrit:

$$\begin{aligned} t_m - t_n &= (T_m + \tau + \Delta\tau) - (T_n + \tau) \\ &= (T_m - T_n) + \frac{(\vec{R}_m - \vec{R}_n) \cdot \vec{k}}{c} \\ &= NP + \frac{(\vec{R}_m - \vec{R}_n) \cdot \vec{k}}{c} \end{aligned} \quad (2)$$

où P est la période du pulsar, \vec{R}_m et \vec{R}_n sont les positions de l'observatoire par rapport au barycentre du système solaire aux temps t_m et t_n et \vec{k} est un vecteur unitaire dans la direction du pulsar. On voit pourquoi il faut pouvoir numérotter les pulses.

Le modèle physique que nous avons utilisé pour analyser les données de chronométrage de PSR1937+214 acquises à Arecibo sera développé pleinement dans le chapitre suivant mais l'équation (2) nous permet déjà d'indiquer que les données de chronométrage sont sensibles 1) à la période du pulsar et à ses dérivées, 2) à la position du pulsar et à son mouvement propre (par le vecteur \vec{k}) et 3) à la position de la Terre

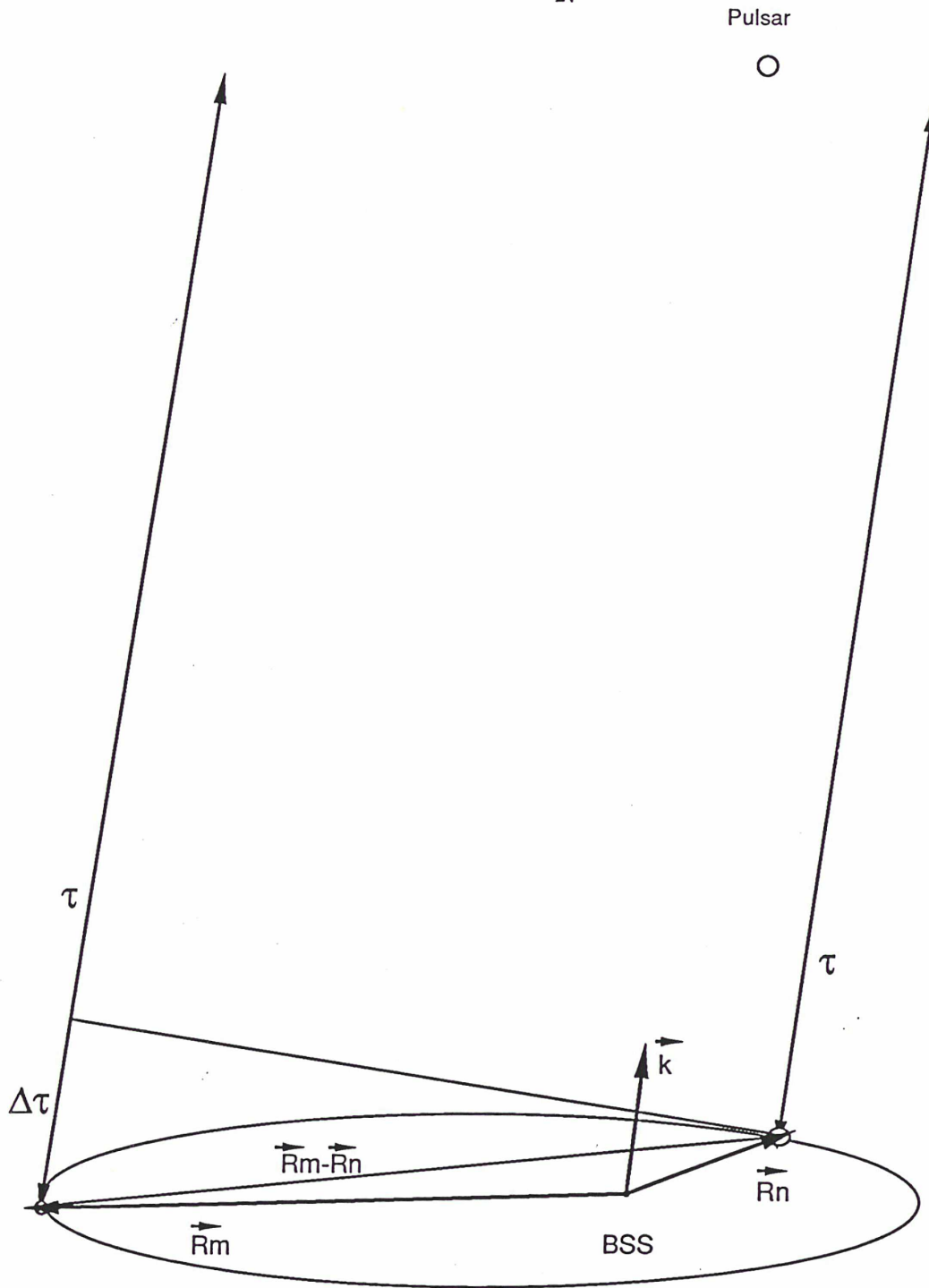


Fig. III.4: Le pulsar par rapport au système solaire. BSS est le barycentre du système solaire. \vec{k} est un vecteur unitaire de BSS dans la direction du pulsar, \vec{R}_n, \vec{R}_m sont les positions de la Terre à des temps t_n, t_m . τ et $\tau + \Delta\tau$ sont les temps de trajets des pulses du pulsar à la Terre.

par rapport au barycentre du système solaire. Les différences entre les valeurs observées, $t_m - t_n$ et les valeurs calculées, le second membre de l'équation, seront dues aux incertitudes des paramètres utilisés dans le calcul ainsi qu'aux incertitudes de mesures. On peut, en étudiant ces différences, en déduire de meilleures valeurs de ces paramètres. Les domaines d'application des données de chronométrage sont donc:

a) La physique des pulsars, leur évolution et leur distribution

L'analyse des données de chronométrage donne les valeurs de la période du pulsar et de ses dérivées ou tout au moins une limite des dérivées. Ces mesures permettent d'évaluer l'intensité du champ magnétique régnant sur le pulsar (formule (1) du chapitre précédent) et d'estimer la loi de décélération des pulsars. On peut ainsi estimer l'âge des pulsars et départager plusieurs scénarios d'évolution.

La détermination du mouvement propre d'un pulsar permet de déduire l'endroit probable de sa formation (disque galactique, amas globulaire) et le type de son progéniteur.

b) La dynamique du système solaire

Les données de chronométrage sont sensibles à la position de la Terre par rapport au barycentre du système solaire. Les constantes d'intégration des éphémérides de la Terre peuvent donc être déterminées ainsi que toutes causes de perturbations du mouvement de la Terre. Les grosses planètes, par exemple, déplacent le Soleil par rapport au barycentre, ce mouvement se répercutant sur le mouvement de la Terre. Cette perturbation va influencer sur le temps d'arrivée des pulses à l'observatoire et pourra être étudiée. Les valeurs des masses des grosses planètes peuvent être ainsi améliorées. Pour Jupiter, par exemple, qui déplace le Soleil de $\approx 5\text{UA}/1000$, des incertitudes de 100 mètres sur les données (niveau de précision actuel à Arecibo) permettent de déterminer sa masse avec une précision relative de 10^{-7} (10 fois mieux que la précision actuelle) à condition d'avoir un ensemble de données qui couvre une large fraction de la période de Jupiter (12 ans).

Par ailleurs, le système solaire est un important laboratoire pour tester les différentes théories de la gravitation. Le plus gros terme relativiste agissant sur l'orbite de la Terre a une amplitude de 600 mètres (Lestrade, 1981) et dépend des paramètres γ et β du formalisme P.P.N. (Parametrised Post-Newtonian)

établi par Will (1977) pour différencier les différentes théories de la gravitation. Des observations de chronométrage d'une précision de 30 mètres permettraient de connaître les valeurs de β à 5 % près et de valider l'une des théories de la gravitation par rapport aux autres.

c) L'astrométrie

La position du pulsar déterminée à partir des données de chronométrage est donnée par rapport au système de référence défini par l'éphéméride utilisée pour la position de la Terre. La précision sur cette position est de quelques millièmes de seconde de degré. La comparaison des positions déterminées à l'aide de plusieurs éphémérides permet de calculer les rotations entre les systèmes de référence des éphémérides.

D'autre part, des observations d'interférométrie à très longue base (VLBI) permettront de déterminer la position du pulsar (au millième de seconde de degré) par rapport au système de référence extragalactique. La comparaison des positions de plusieurs pulsars obtenues par ces deux types d'observations permet de raccorder le système de référence planétaire au système de référence galactique. Ceci est important pour la navigation spatiale qui mesure les positions des sondes par rapport au système de référence extragalactique mais calcule l'orbite des sondes dans le système de référence dynamique.

L'observation des contreparties optiques de ces pulsars et leur positionnement précis grâce aux mesures faites par le satellite Hipparcos et par le Space Telescope, devrait permettre de raccorder les systèmes de référence dynamiques des éphémérides et le système stellaire élaboré par Hipparcos.

Enfin, des observations combinées de chronométrage, qui sont sensibles au mouvement du plan de l'écliptique, et de VLBI, sensibles au mouvement du plan de l'équateur, faites à plusieurs époques détermineront le mouvement relatif de ces plans au millième de seconde de degré.

d) La métrologie

L'étude des données de chronométrage des pulsars milliseconde depuis 1982 a montré que la stabilité à long terme (> 6 mois) de la période était comparable à (et peut-être meilleure que) celle des échelles de temps atomique. La comparaison de plusieurs pulsars entre eux permettraient de caractériser cette stabilité indépendamment des échelles de temps atomiques utilisées comme référence pour le moment. Si cette stabilité à long terme se confirmait, il serait envisageable de fabriquer une échelle de temps en mélangeant les données des horloges atomiques pour fournir la stabilité à court terme et l'exactitude et les

données de chronométrage pour fournir la stabilité à moyen terme (pour les intervalles de temps compris entre un an et ^{la durée de} l'intervalle des données de chronométrage analysées). La stabilité à très long terme serait toujours donnée par les horloges atomiques, la dérivée de la période du pulsar étant mesurée par rapport à ces horloges atomiques. Ceci supposerait des mesures régulières des pulsars milliseconde choisis pour l'élaboration de cette échelle de temps. Cette stabilité à long terme de l'échelle de temps pourrait aider à mettre en évidence les variations temporelles des "constantes" de la physique comme la constante de la gravitation G .

e) L'étude du milieu interstellaire

L'étude du retard du signal observé à deux fréquences différentes permet de calculer la mesure de dispersion DM . Cette dispersion peut varier et le retard qu'elle occasionnera sur les données de chronométrage variera aussi. Un contrôle continu de la dispersion permet d'étudier la turbulence du milieu interstellaire, c'est-à-dire sa vitesse par rapport au reste de la galaxie ou son inhomogénéité.

D'autre part, en adoptant une valeur constante de la densité électronique du milieu interstellaire, on peut déduire de la valeur de DM une limite sur la distance L du pulsar (voir la définition de DM en début de chapitre).

f) La cosmologie

L'analyse des données de chronométrage permet d'étudier les perturbations de la métrique décrivant l'espace-temps entre le pulsar et la Terre. Les ondes gravitationnelles, par exemple, modifient la géométrie de l'espace-temps sur leur passage. Elles modifieront donc le temps de trajet du signal périodique du pulsar. Il faut bien évidemment décorréliser ces retards dus aux ondes gravitationnelles des retards introduits par une mauvaise modélisation de la période, par les éphémérides et par les échelles de temps. Toutefois, Rawley *et al* (1988), en supposant que les résidus obtenus après ajustement étaient tous dus aux ondes gravitationnelles, en déduisent une limite de la densité d'énergie de ces ondes de $7 \times 10^{-36} \text{ g cm}^{-3}$ pour des ondes de fréquences 0.23 cycle par an. Cette densité d'énergie est inférieure à la densité nécessaire à la fermeture de l'Univers.

Avec une série de données VLBI et de chronométrage suffisamment longue, on pourra mettre en évidence une possible vitesse de rotation du repère dynamique localement inertiel par rapport aux objets

très lointains du repère extra-galactique. La découverte d'une telle rotation aurait une répercussion considérable en cosmologie car elle serait la signature de l'inhomogénéité de la distribution de l'énergie dans l'Univers, contrairement à l'hypothèse courante.

Toutes ces applications sont possibles grâce à la nature périodique des signaux émis par les pulsars. Celle-ci nous permet en effet de mesurer les retards des instants d'arrivée des pulses par rapport aux instants d'arrivée calculés. Ce genre d'observations n'est pas possible avec un signal continu.

Par ailleurs, on peut comparer ce type d'observations aux observations de VLBI. On retrouve en effet dans ces deux techniques, le même retard géométrique $\frac{(\vec{R}_m - \vec{R}_n) \cdot \vec{k}}{c}$ (voir équation (2)). Pour les observations de VLBI, \vec{R}_m et \vec{R}_n sont les positions de deux observatoires sur la Terre. Les incertitudes des données de VLBI étant de l'ordre de 0.1 ns, l'incertitude sur la position déterminée de l'objet observé est approximativement de $\frac{0.1\text{ns} \times c}{2R_\oplus} \approx 10^{-9}$ rd. Pour les observations de chronométrage, la longueur de la base $\vec{R}_m - \vec{R}_n$ a pour valeur maximum 2 U.A. quand les observations se font à 6 mois d'intervalle. Si la précision des données de chronométrage est de 300 ns comme à Arecibo à présent, l'incertitude sur la position du pulsar est de $\frac{300\text{ns} \times c}{2\text{U.A.}} \approx 3 \times 10^{-10}$ rd. Les incertitudes obtenues sur les positions des objets observés sont donc tout à fait comparable. Il faut toutefois noter une différence fondamentale entre les deux techniques: les observations de VLBI ne sont pas sensibles au centre de gravité de la Terre et à son mouvement sur son orbite alors que le chronométrage des pulsars l'est et devrait permettre de mieux contraindre l'orbite terrestre.

Chapitre IV

Modèle d'analyse de données de chronométrage

Dans cette partie nous allons développer et discuter le modèle physique utilisé pour analyser des données de chronométrage d'un pulsar. Ce modèle permet de calculer les temps de propagation des pulses entre le pulsar et l'observatoire en fonction de l'instant d'émission de ces pulses. Outre une composante géométrique fonction de la position et du mouvement de la Terre et du pulsar, ce modèle inclut les retards dus à la propagation d'un signal électro-magnétique à travers le milieu interstellaire ionisé et des effets relativistes sur la géométrie de l'espace-temps dû au champ gravitationnel du système solaire. Ce modèle inclut tous les retards supérieurs à 100 ns. Nous établirons ensuite les dérivées partielles qui permettront de déterminer les différents paramètres géométriques et physiques du modèle. Nous donnerons enfin des indications sur les programmes informatiques PAP (Programme Analyse Pulsar) qui permet d'analyser les données de chronométrage et AJUSTPAR qui permet l'ajustement des paramètres, ainsi que sur la statistique employée pour déterminer les incertitudes des paramètres ajustés.

1. Le Modèle

a) *Le retard géométrique*

Nous allons développer ici la partie strictement géométrique du modèle, celle qui est liée à la position et au mouvement du pulsar, de la Terre et des autres corps du système solaire. Ce modèle est valable pour un pulsar isolé. Dans le cas d'un pulsar binaire il faudra ajouter des termes prenant en compte les perturbations engendrées par le compagnon (voir Damour et Deruelle, 1986). Nous allons suivre le raisonnement de Hellings (1987) pour développer notre modèle.

Soit le système de coordonnées isotropiques dans lequel la métrique décrivant l'espace-temps du

système solaire considéré comme isolé s'écrit:

$$\begin{aligned} g_{00} &= 1 - 2\phi + O(c^{-4}) \\ g_{0k} &= O(c^{-3}) \\ g_{mn} &= -\delta_{mn}(1 + 2\gamma\phi) + O(c^{-4}) \end{aligned} \quad (1)$$

où ϕ est le potentiel gravitationnel en un point, donné par:

$$\phi(\vec{r}) = \sum_p \frac{GM_p}{c^2 |\vec{r} - \vec{r}^p|} \quad (2)$$

et γ est un des paramètres introduits par Will (1977) pour différencier entre les différentes théories de gravitation. La somme se fait sur tous les corps du système solaire, \vec{r} est la position du point où l'on calcule le potentiel et \vec{r}^p est la position de la planète p . Le système (1) est la forme linéaire de la métrique PPN et se réduit à la métrique de Minkowski à une distance infinie du système solaire.

Les trajectoires des photons venant du pulsar vont suivre les géodesiques nulles de cette métrique et leurs coordonnées devront satisfaire:

$$d\tau^2 = (1 - 2\phi)c^2 dt^2 - (1 + 2\gamma\phi)(dx^2 + dy^2 + dz^2) = 0$$

Ceci se réduit, au 1^{er} ordre en ϕ , à:

$$cdt = (1 + (1 + \gamma)\phi)[dx^2 + dy^2 + dz^2]^{1/2} \quad (3)$$

Cette équation donne le temps écoulé entre l'émission d'un photon et sa réception à l'antenne, après avoir parcouru une distance $(dx^2 + dy^2 + dz^2)^{1/2}$. Le plus grand terme négligé, qui est dû à l'allongement géométrique de la trajectoire du photon, a une amplitude de l'ordre de 40 ns (Richter & Matzner, 1983) ce qui est en-dessous de la précision actuelle des données qui est de 300 ns à 1 μ s à Arecibo. Il faudra pourtant l'inclure quand la précision des données atteindra les 100 ns.

En remplaçant ϕ dans (3) par son expression (2) et en intégrant, on obtient:

$$c(t - T) = |\vec{R} - \vec{r}| - (1 + \gamma) \sum_p \frac{GM_p}{c^2} \ln \left[\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}^p + r^p}{\vec{k} \cdot \vec{R}^p + R^p} \right] \quad (4)$$

où \vec{R} et \vec{r} sont les positions du pulsar et de la station par rapport à l'origine, \vec{R}^p et \vec{r}^p les positions du pulsar et de la station par rapport à la planète p et \vec{k} est un vecteur unitaire dans la direction du pulsar. Cette équation donne alors le trajet parcouru par un photon émis au pulsar au temps T et reçu à la station au temps t .

Supposons maintenant que le pulsar ait une vitesse constante \vec{V} dans l'espace, qu'un pulse ait été émis au temps T_0 quand la position du pulsar était \vec{R}_0 et que le $n^{\text{ième}}$ pulse après ce pulse origine ait été émis au temps T_n à la position \vec{R}_n . On peut alors écrire

$$\vec{R}_n = \vec{R}_0 + \vec{V} \times (T_n - T_0) \quad (5)$$

Soit t_n le temps d'arrivée à la station du pulse n et \vec{r}_n la position de la station à cet instant. Selon les équations (4) et (5), il nous faut alors développer $|\vec{R}_n - \vec{r}_n|$ par rapport au petit paramètre $x = \frac{1}{R_0}$. Ceci donne, en supposant que $\vec{V} \times (T_n - T_0) \ll R_0$,

$$\begin{aligned} |\vec{R}_n - \vec{r}_n| = R_0 & \left[1 + \frac{1}{2} \frac{V^2}{R_0^2} (T_n - T_0)^2 + \frac{r_n^2}{2R_0^2} + \frac{\vec{k} \cdot \vec{V}}{R_0} (T_n - T_0) - \frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n}{R_0} \right. \\ & + \frac{(\vec{k} \cdot \vec{V})(\vec{k} \cdot \vec{r}_n)}{R_0^2} (T_n - T_0) - \frac{\vec{V} \cdot \vec{r}_n}{R_0^2} (T_n - T_0) \\ & \left. - \frac{(\vec{k} \cdot \vec{V})^2}{2R_0^2} (T_n - T_0)^2 - \frac{(\vec{k} \cdot \vec{r}_n)^2}{2R_0^2} + O(x^3) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Le plus gros terme négligé est $\frac{1}{2} \frac{V^2}{R_0^3} (T_n - T_0)^3 \vec{k} \cdot \vec{V}$ qui entraînera une erreur de quinze nanosecondes au bout de deux ans pour $V \approx 500 \text{ km s}^{-1}$ et $R_0 \approx 2 \text{ kpc}$ (ces valeurs sont approximativement celles de PSR1937+214).

On décompose la vitesse du pulsar dans l'espace, \vec{V} , en sa composante radiale \vec{V}_R et sa composante tangentielle \vec{V}_T :

$$\begin{aligned} |\vec{R}_n - \vec{r}_n| = R_0 & \left[1 + \frac{1}{2} \frac{V_T^2}{R_0^2} (T_n - T_0)^2 + \frac{r_n^2}{2R_0^2} + \frac{V_R}{R_0} (T_n - T_0) - \frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n}{R_0} \right. \\ & \left. - \frac{\vec{V}_T \cdot \vec{r}_n}{R_0^2} (T_n - T_0) - \frac{(\vec{k} \cdot \vec{r}_n)^2}{2R_0^2} \right]. \end{aligned}$$

Remplaçant dans (4), on a alors

$$\begin{aligned} t_n = T_n + R_0/c + \frac{V_R}{c} (T_n - T_0) - \frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n}{c} + \frac{(r_n^2 - (\vec{k} \cdot \vec{r}_n)^2)}{2cR_0} \\ - \frac{(\vec{V}_T \cdot \vec{r}_n)}{cR_0} (T_n - T_0) + \frac{V_T^2}{2cR_0} (T_n - T_0)^2 - \frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \ln \left[\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n^p + r_n^p}{2R_0} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

en approximant $\vec{k} \cdot \vec{R}^P + R^P$ par $2R_0$.

Cette relation donne alors la date en temps-coordonnée de l'arrivée d'un pulse en fonction de la position-coordonnée du pulsar et des corps du système solaire. Ces dates et positions-coordonnées sont différentes des valeurs physiques observables. Ceci est une conséquence de la théorie de la relativité générale qui différencie entre les variables coordonnées, à l'aide desquelles sont écrites les équations, et les variables physiques, qui seules peuvent être observées, cette différence étant due au champ gravitationnel ambiant, le champ du système solaire dans le cas qui nous concerne. Afin d'utiliser l'équation (7) pour l'analyse de vraies observations, il faut alors faire la transformation temps-coordonnée en temps propre.

b) La transformation de temps propre en temps-coordonnée

Discutons maintenant de la transformation qui nous permet de passer du temps physique τ dans lequel les observations sont mesurées au temps coordonnée t des équations. La relativité générale introduit une différence entre ces 2 échelles de temps. Pour passer de l'une à l'autre, il faut disposer de la métrique décrivant l'espace-temps et écrire l'invariance de l'élément de distance ds^2 dans tout changement de coordonnées:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = g_{ij} dx^i dx^j$$

où τ est le temps propre de la station et les x^i les coordonnées de temps et d'espace. Nous avons décidé de prendre la métrique g_{ij} la plus générale possible afin de pouvoir appliquer notre transformation de temps à d'autres domaines. Nous avons donc utilisé la métrique donnée par Brumberg (1986) pour calculer la relation entre t et τ . Cette métrique inclut les contributions de toutes les planètes et leurs interactions mutuelles ainsi que les paramètres γ et β et l'entier ν permettant de choisir parmi les 3 systèmes de coordonnées: isotropique, de Schwarzschild et de Painlevé, les plus utilisés en mécanique céleste. Les paramètres γ et β ont été introduits par Will (1977) pour différencier les théories relativistes paramétrisées post-newtoniennes (PPN) entre elles. Nous avons ensuite décidé de garder seulement les termes plus grands que 10^{-11} avant intégration afin d'avoir une formule précise à la nanoseconde après intégration de l'équation différentielle donnant t en fonction de τ . Celle-ci est alors donnée par:

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 - [U(\vec{r}) + \frac{1}{2}(\frac{v}{c})^2] \quad (8)$$

où \vec{r} est la position de l'horloge assurant le chronométrage par rapport au barycentre du système solaire, U est le potentiel gravitationnel et v la vitesse de l'horloge respectivement. On décompose v en deux termes, l'un, v_o , dû à la vitesse orbitale de la Terre et l'autre, v_r , venant de la rotation terrestre. La position de la station, \vec{r} , est la somme du vecteur position du géocentre par rapport au barycentre, \vec{r}_{BT} , et du vecteur position de l'horloge par rapport au géocentre, \vec{r}_{TS} . Finalement, on écrit que le potentiel $U(\vec{r})$ est issu de deux termes, l'un provenant du potentiel dû à la masse de la Terre, $U_T(\vec{r}_{TS})$, et l'autre des autres masses du système solaire, $U_S(\vec{r})$. On a donc,

$$\begin{aligned} U(\vec{r}) &= U_T(\vec{r}_{TS}) + U_S(\vec{r}) \\ &= U_T(\vec{r}_{TS}) + U_S(\vec{r}_{BT}) + \vec{\nabla}U_S \cdot \vec{r}_{TS} \end{aligned}$$

par développement de Taylor par rapport à \vec{r}_{TS} . Au niveau de précision recherché, 100 nanosecondes, $\vec{\nabla}U_S = \vec{a}_e/c^2$, \vec{a}_e étant l'accélération de la Terre sur son orbite et les termes négligés étant de l'ordre de 10^{-16} (Hellings, 1986). L'équation à intégrer est donc:

$$\tau = \int \left\{ 1 - [U_T(\vec{r}_{TS}) + U_S(\vec{r}_{BT}) + \frac{\vec{a}_e \cdot \vec{r}_{TS}}{c^2} + \frac{1}{2} \frac{(\vec{v}_o + \vec{v}_r)^2}{c^2}] \right\} dt \quad (9)$$

U_T et v_r^2 étant pratiquement constants dans le temps, ceci donne après intégration par partie,

$$\tau = t - \left(U_T + \frac{1}{2} \frac{v_r^2}{c^2} \right) t - \frac{\vec{v}_o \cdot \vec{r}_{TS}}{c^2} - \int [U_S(\vec{r}_{BT}) + \frac{1}{2} \frac{v_o^2}{c^2}] dt \quad (10).$$

avec

$$U_S(\vec{r}_{BT}) = \sum_p \frac{GM_p}{c^2 r^p}$$

Il ne reste plus dans l'intégrale que des termes liés au mouvement de la Terre dans son orbite. On peut alors faire une intégration soit numérique soit analytique. Nous avons choisi cette dernière solution et avons utilisé les théories analytiques ELP2000 (Chapront-Touzé & Chapront, 1983) et VSOP82 (Bretagnon, 1982) développées au Bureau des Longitudes pour nous fournir les vecteurs \vec{r}^p et v_o sous forme de séries périodiques du temps. Nous obtenons ainsi une formule précise à 100 nanosecondes près (Fairhead *et al* 1987) ce qui est suffisant pour l'analyse des données actuelles. Cette formule a la forme suivante:

$$\begin{aligned}
\tau = t + A_0 + (B_0 - (U_T + \frac{1}{2} \frac{v_r^2}{c^2}))t - \frac{\vec{v}_0 \cdot \vec{r}_{TS}}{c^2} \\
- C_0 t^2 + D_0 t^3 + \dots + \\
- \sum_i A_i \sin(\omega_{ai} t + \phi_{ai}) + \\
- t \sum_i B_i \sin(\omega_{bi} t + \phi_{bi}) + \\
- t^2 \sum_i C_i \sin(\omega_{ci} t + \phi_{ci}) + \\
- t^3 \sum_i D_i \sin(\omega_{di} t + \phi_{di}).
\end{aligned} \tag{11}$$

Les coefficients se trouvent dans l'article présenté dans l'annexe A. On y trouvera aussi une comparaison entre les procédures numériques et analytiques utilisées pour évaluer l'intégrale de l'équation (10).

On remarque une dérive séculaire due au 3^{ème} terme, provenant du potentiel de la Terre, de sa vitesse orbitale ainsi que d'un terme constant issu de l'intégrale que l'on peut interpréter comme la valeur moyenne de la vitesse orbitale de la Terre et du champ gravitationnel qu'elle traverse. C'est pour éviter cette dérive séculaire que l'U.A.I. à Grenoble en 1976 a adopté la définition suivante des échelles de temps-coordonnées au barycentre (Winkler & Van Flandern, 1977):

the time scales for equations of motions referred to the barycentre of the solar system be such that there be only periodic variations between these time scales and that for the apparent geocentric ephemerides.

Nous donnerons aux échelles de temps utilisées dans les équations de mouvement rapporté au barycentre le nom de Temps Barycentrique, TB, et le nom de Temps Terrestre, TT, à l'échelle de temps utilisée par les éphémérides géocentriques apparentes. Nous adoptons ici les recommandations de Guinot & Seidelmann (1988). Pour suivre la recommandation de l'U.A.I. de Grenoble, il nous faut donc retrancher de notre formule la valeur moyenne de la fonction de transformation sur un intervalle de temps suffisamment long. Ceci revient, dans notre approche analytique, à éliminer les termes constants et linéaires:

$$A_0 + (B_0 - (U_T + \frac{1}{2} \frac{v_r^2}{c^2}))T$$

Le Temps Terrestre au géocentre et le Temps Barycentrique sont donc liés par la relation

$$\begin{aligned}
TT = TB - C_0 t^2 + D_0 t^3 + \dots + \\
- \sum_i A_i \sin(\omega_{ai} t + \phi_{ai}) + \\
- t \sum_i B_i \sin(\omega_{bi} t + \phi_{bi}) + \\
- t^2 \sum_i C_i \sin(\omega_{ci} t + \phi_{ci}) + \\
- t^3 \sum_i D_i \sin(\omega_{di} t + \phi_{di}).
\end{aligned} \tag{12}$$

Cette transformation de temps va aussi entraîner une transformation dans les coordonnées spatiales. En effet, on désire qu'à l'infini, là où les effets gravitationnels sont négligeables, la mesure de la vitesse de la lumière avec les nouvelles unités de temps et d'espace soit la même que la mesure faite avec les unités SI (Fukushima *et al*, 1986); de plus on désire minimiser l'effet qu'a le changement de coordonnées sur la façon de faire les calculs relativistes en gardant, en particulier, l'équation (3) comme équation de mouvement des photons (Hellings, 1986). Les équations de mouvement en coordonnées TB auront la même forme qu'en coordonnées PPN à condition que l'on redéfinisse les masses des sources apparaissant dans l'expression de ϕ , équation (2), par

$$M_P^* = (1 - L)M_P \tag{13}$$

où M_P^* est la masse TB du corps P, M_P sa masse PPN et L la valeur moyenne de notre transformation: $L = \langle U + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \rangle$. On obtient après calcul la formule suivante donnant la transformation entre une distance propre et une distance-coordonnée (Hellings, 1986):

$$\Delta x^{*k} = (1 - L - \gamma U) \Delta \bar{x}^k + \frac{1}{2} \frac{\Delta \bar{x}^j v^j}{c^2} x^k \tag{14}$$

On remarque encore un changement d'unité entre les "longueurs" coordonnées et les "longueurs" physiques. En conséquence, quand on utilise les coordonnées TB pour analyser des observations, les masses déterminées par cette analyse ne seront pas les masses physiques des corps du système solaire mais les masses TB qu'il faudra transformer par (13). Les longueurs déterminées devront aussi inclure ce terme L dans la transformation. En réalité, ce terme L est très faible $\approx 10^{-8}$ et ne sera pas inclus dans la suite de l'exposé. De plus, on ne détermine pas directement M_P mais GM_P , or G n'est connu à présent qu'à 10^{-5} près. Il paraît alors superflu d'inclure le terme L dans l'analyse.

Nous terminerons cette section sur les différentes échelles de temps utilisées dans l'analyse en exposant la manière dont le temps lu à l'observatoire est transformé en un temps TT.

c) La chaîne du temps

Les observations sont généralement datées par rapport à une échelle de temps propre à la station. Il faut donc les rapporter à une échelle de temps plus répandue, comme l'UTC donné par le B.I.H. jusqu'en janvier 1988 et maintenant par le B.I.P.M., afin, entre autre, de pouvoir comparer entre elles des observations faites dans différents observatoires et d'utiliser la formule de passage du Temps Terrestre TT au Temps Barycentrique TB.

Supposons donc que les observations soient mesurées par rapport à l'échelle de temps UTC de l'observatoire, UTC(Obs). Il faut d'abord ramener ce temps au temps UTC donné par le B.I.P.M.. Deux possibilités se présentent: soit l'horloge de l'observatoire est comparée directement à UTC(BIPM), soit elle est comparée à un temps universel donné par un grand laboratoire national comme l'U.S. Naval Observatory (USNO). Dans le premier cas, le passage UTC(Obs) à UTC est direct; dans le deuxième, il faudra chercher les comparaisons UTC(BIPM)-UTC(Labo) données à présent par le B.I.P.M.. On a donc à ce stade un temps d'observation en UTC(BIPM) auquel on ajoute un nombre entier de secondes pour se ramener à l'échelle TAI. On peut alors décider d'analyser les données par rapport à l'échelle de temps atomique TA(Labo) propre à un certain laboratoire et pas seulement par rapport à TAI. Il faut alors disposer de la comparaison TA(Labo)-TAI. On ajoute enfin 32.184 s à TA(Labo), qui peut bien sûr être TAI, pour avoir du TT. La chaîne de temps est donnée par le tableau I.

Les différentes comparaisons d'échelles de temps sont données par le B.I.H. ou le B.I.P.M. dans des tables qu'il est nécessaire d'interpoler. Les variations des valeurs tabulées sont assez faibles pour qu'une interpolation linéaire soit suffisante.

On remarquera que TT est élaboré par rapport à une échelle de temps atomique d'un laboratoire particulier. Comme c'est à TT qu'on applique la transformation de temps propre en temps-coordonnée, on voit que le TB ainsi construit est propre à un certain laboratoire et que deux échelles TB provenant de deux laboratoires distincts seront différentes. L'échelle TB étant l'argument des éphémérides du

$$\begin{aligned}
\text{Date en UTC(Obs)} & \quad + (\text{UTC(Labo)} - \text{UTC(Obs)}) \\
& \quad + (\text{UTC(BIH)} - \text{UTC(Labo)}) \\
& \quad + \text{TAI} - \text{UTC(BIH)} \text{ [n secondes]} \quad \implies \text{date en TAI} \\
& \quad + (\text{TA(Labo)} - \text{TAI}) \quad \implies \text{date en TA(Labo)} \\
& \quad + 32,184 \text{ secondes} \quad \implies \text{date en Temps Terrestre} \\
& \quad \text{Topocentrique(Labo)} \\
& \quad + \frac{\vec{v}_e \cdot \vec{r}_{TS}}{c^2} \quad \implies \text{date en Temps Terrestre(Labo)}
\end{aligned}
\tag{15}$$

Tableau I: *La chaîne du temps qui permet de passer d'un temps lu sur l'horloge de l'observatoire à un temps TT au géocentre*

mouvement des corps du système solaire et cette échelle n'étant donc pas unique, il faut déterminer quelle échelle TB utiliser pour l'appel de ces éphémérides. Par exemple, l'éphéméride DE200 du JPL a été ajustée avec des données en UTC(USNO) qui est asservi sur UTC(BIH), il faudra donc donner comme argument de temps à cette éphéméride, un TB élaboré à partir de TAI.

2. Discussion du modèle

a) Dispersion interstellaire

Pour être complet, il faut ajouter au modèle le retard dû à la dispersion interstellaire donné par (chapitre III équation (1)),

$$t = 4.14879 \times 10^3 DM \nu_b^{-2}. \tag{16}$$

DM étant la mesure de dispersion en pc cm^{-3} qui est propre à chaque pulsar. ν_b (donnée en MHz) est la fréquence observée au barycentre du système solaire, c'est donc la fréquence observée à la station, ν_s , corrigée de l'effet Doppler:

$$\nu_b = \nu_s / \left(1 + \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}}{c}\right) \quad (17)$$

b) Retard dû à la courbure du signal

Le front d'onde qui parvient au système solaire n'est pas plan mais courbe. On peut évaluer le retard $\Delta\tau$ qui sera dû à cette courbure, figure (1).

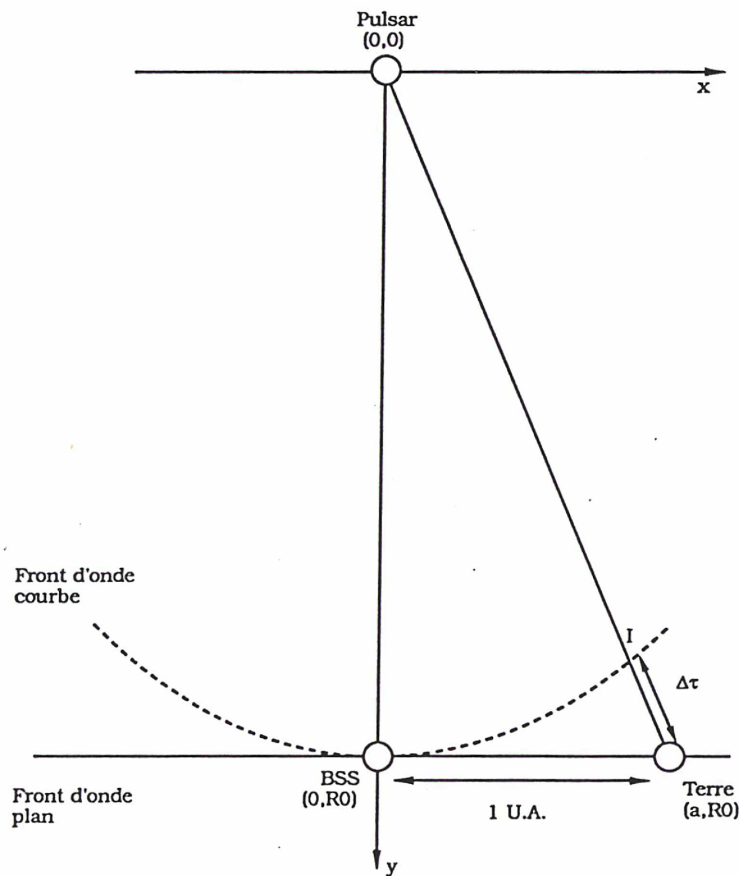


Fig IV.1: Retard du signal dû à la courbure du front d'onde.

Dans la configuration de la figure, un signal avec un front d'onde plan arrive en même temps au

barycentre et à la Terre. Si le front d'onde est courbe, le signal arrive à la Terre avec un retard par rapport à son arrivée au barycentre.

Pour évaluer ce retard, il faut calculer le temps de trajet entre la Terre et le point I, point d'intersection du cercle du front d'onde et de la droite de visée Pulsar-Terre. Plaçons le pulsar à l'origine d'un système dont l'axe des y est la droite reliant le pulsar au barycentre et l'axe des x est la droite passant par le pulsar et perpendiculaire à l'axe des y . Le cercle du front d'onde a alors pour équation

$$x^2 + y^2 = R_0^2$$

où R_0 est la distance du pulsar au barycentre, et la droite pulsar-Terre a pour équation:

$$y = \frac{R_0}{a}x$$

où a est le demi-grand axe de l'orbite terrestre. Alors le point I a pour coordonnées

$$\left(\frac{R_0}{\sqrt{1 + \frac{R_0^2}{a^2}}}, \frac{R_0}{a\sqrt{1 + \frac{R_0^2}{a^2}}} \right)$$

et la distance Terre-I est de l'ordre de

$$\left(\frac{1}{2} \frac{a^3}{R_0^2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{a^2}{R_0} \right)^2$$

Pour le pulsar rapide PSR1937+214, qui est à une distance de ≈ 2 kpc, la distance qui sépare la Terre du point I est alors de l'ordre de 150 m et entraîne un retard $\Delta\tau$ du signal de quelque $0,5\mu\text{s}$.

Il faudra donc tenir compte de cet effet pour les observations actuelles d'Arecibo dont l'incertitude est de 300 ns et pour les observations de Nançay dont nous estimons l'incertitude à $0,6\mu\text{s}$. Nous ne l'avons pas encore inclus dans notre analyse des deux premières années de données d'Arecibo.

c) Discussion

La formule complète du modèle s'écrit donc maintenant:

$$\begin{aligned} t_n = & T_n + R_0/c + \frac{V_R}{c}(T_n - T_0) - \frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n}{c} + \frac{(r_n^2 - (\vec{k} \cdot \vec{r}_n)^2)}{2cR_0} \\ & - \frac{(\vec{V}_T \cdot \vec{r}_n)}{cR_0}(T_n - T_0) + \frac{V_T^2}{2cR_0}(T_n - T_0)^2 - \frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \ln \left[\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n^p + r_n^p}{2R_0} \right] \\ & + 4.15 \times 10^3 DM \nu_b^{-2} \end{aligned} \quad (18)$$

où t_n est le temps d'arrivée d'un pulse dans l'échelle de temps coordonnée topocentrique et T_n est le temps d'émission du pulse dans la même échelle.

L'inconnue dans cette expression est T_n , la date d'émission d'un pulse. On remédie à cette difficulté en procédant aux différences $t_n - t_0$, différences entre la date d'arrivée du pulse n et la date d'arrivée d'un pulse origine. On a alors l'expression suivante:

$$\begin{aligned}
t_n - t_0 = (T_n - T_0) + \frac{V_R}{c}(T_n - T_0) - \left(\frac{\vec{k}_n \cdot \vec{r}_n}{c} - \frac{\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_0}{c} \right) + \frac{(r_n^2 - r_0^2 - (\vec{k}_n \cdot \vec{r}_n)^2 + (\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_0)^2)}{2cR_0} \\
- \frac{(\vec{V}_T \cdot \vec{r}_n)}{cR_0}(T_n - T_0) + \frac{V_T^2}{2cR_0}(T_n - T_0)^2 - \frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \ln \left[\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n^p + r_n^p}{\vec{k} \cdot \vec{r}_0^p + r_0^p} \right] \\
+ 4.15 \times 10^3 DM(\nu_{bn}^{-2} - \nu_{b0}^{-2})
\end{aligned} \quad (19)$$

où x_0 et x_n indiquent les valeurs de x à la date origine t_0 et à une date t_n .

Le premier terme du second membre de l'équation ne dépend que du modèle physique décrivant la physique du pulsar et le mécanisme d'émission et non de la géométrie du problème. Ce terme n'est plus inconnu; en effet le pulsar va émettre un nombre entier, n , de pulses entre les deux dates T_n et T_0 . On peut alors écrire:

$$(T_n - T_0) = nP \quad (20)$$

où P sera la période du pulsar à l'instant T_n . Si cette période est régulière, comme on le suppose, on pourra modéliser P de la façon suivante:

$$P = P_0 + \frac{1}{2}\dot{P}_0(T_n - T_0) + \frac{1}{6}\ddot{P}_0(T_n - T_0)^2 + \dots \quad (21)$$

cette formule restant valable avec les mêmes valeurs de $P_0, \dot{P}_0, \ddot{P}_0 \dots$ tant qu'il n'y a pas de changement de structure interne du pulsar, des "starquakes", qui entraîneraient un ré-équilibrage des forces de gravitation et de rotation du pulsar et par là un changement dans sa période de rotation.

Le deuxième terme de l'équation dépend de la vitesse radiale du pulsar dans l'espace; or celle-ci est indéterminable. Ce terme est donc inclus dans la définition de la période. Ce n'est donc pas la période intrinsèque du pulsar que l'on va déterminer par l'analyse mais une période apparente. Nous abandonnons donc formellement ce terme tout en gardant à l'esprit que la période déterminée est décalée de la période vraie par effet Doppler.

Le troisième terme est le terme Doppler du premier ordre, le quatrième donne les effets du mouvement

de la Terre sur le parcours d'un photon entre le pulsar et la Terre, les cinquième et sixième termes dépendent du mouvement du pulsar dans l'espace.

Le vecteur \vec{r}_n entre le barycentre du système solaire, choisi comme origine du repère inertiel et l'observatoire, peut être décomposé en deux termes, tels que $\vec{r}_n = \vec{r}_{BT} + \vec{r}_{TS}$. Le premier, \vec{r}_{BT} , donne la position du centre de la Terre par rapport au barycentre. Il est donné par une théorie des orbites planétaires et pour ne pas introduire d'erreurs dans le modèle, il doit être donné avec une précision $\leq e c$, où e est l'incertitude sur les mesures d'observations et c la vitesse de la lumière. Pour $e \sim 1\mu s$, (incertitude au cours des deux premières années de chronométrage à Arecibo), la précision sur l'orbite terrestre doit être de 300 mètres.

Le 2^{ème} vecteur \vec{r}_{TS} , est la position de l'antenne par rapport au géocentre. Les coordonnées de la station dans un repère terrestre doivent être transformées dans le repère de l'éphéméride utilisée pour calculer \vec{r}_{BT} . Il faut donc tenir compte de la précession, de la nutation et du mouvement du pôle et de UT1 en multipliant la colonne $\begin{pmatrix} x_{TS} \\ y_{TS} \\ z_{TS} \end{pmatrix}$ des coordonnées de \vec{r}_{TS} dans le repère terrestre par les matrices de rotation correspondantes, pour obtenir les coordonnées $\begin{pmatrix} x'_{TS} \\ y'_{TS} \\ z'_{TS} \end{pmatrix}$ dans le repère céleste de l'éphéméride:

$$\begin{pmatrix} x'_{TS} \\ y'_{TS} \\ z'_{TS} \end{pmatrix} = P \times N \times UTPM \times \begin{pmatrix} x_{TS} \\ y_{TS} \\ z_{TS} \end{pmatrix} \quad (22)$$

où

$$UTPM = \begin{pmatrix} \cos H \cos \Theta_X & \cos H \sin \Theta_X \sin \Theta_Y - \sin H \cos \Theta_Y & -\cos H \sin \Theta_X \cos \Theta_Y - \sin H \sin \Theta_Y \\ \sin H \cos \Theta_X & \sin H \sin \Theta_X \sin \Theta_Y + \cos H \cos \Theta_Y & -\sin H \sin \Theta_X \cos \Theta_Y + \cos H \sin \Theta_Y \\ \sin \Theta_X & -\cos \Theta_X \sin \Theta_Y & \cos \Theta_X \cos \Theta_Y \end{pmatrix}$$

est la matrice de passage entre le repère terrestre et un repère céleste vrai de la date, elle inclut donc le mouvement du pôle et UT1. Θ_X, Θ_Y sont les valeurs du mouvement du pôle que donne le BIH et H est l'angle horaire de l'équinoxe vrai de la date.

$$N = \begin{pmatrix} \cos \delta\psi & \cos \epsilon \sin \delta\psi & \sin \epsilon \sin \delta\psi \\ -\cos \bar{\epsilon} \sin \delta\psi & \cos \bar{\epsilon} \cos \epsilon \cos \delta\psi + \sin \bar{\epsilon} \sin \epsilon & \cos \bar{\epsilon} \sin \epsilon \cos \delta\psi - \sin \bar{\epsilon} \cos \epsilon \\ -\sin \bar{\epsilon} \sin \delta\psi & \sin \bar{\epsilon} \cos \epsilon \cos \delta\psi - \cos \bar{\epsilon} \sin \epsilon & \sin \bar{\epsilon} \sin \epsilon \cos \delta\psi + \cos \bar{\epsilon} \cos \epsilon \end{pmatrix}$$

est la matrice de la nutation qui permet le passage à un repère équatorial céleste moyen de la date. $\delta\psi$ est la nutation en longitude écliptique, ϵ est l'obliquité vraie et $\bar{\epsilon}$ est l'obliquité moyenne.

$$P = \begin{pmatrix} \cos \zeta_A \cos \Theta_A \cos Z_A - \sin \zeta_A \sin Z_A & \cos \zeta_A \cos \Theta_A \sin Z_A + \sin \zeta_A \cos Z_A & \cos \zeta_A \sin \Theta_A \\ -\sin \zeta_A \cos \Theta_A \cos Z_A - \cos \zeta_A \sin Z_A & -\sin \zeta_A \cos \Theta_A \sin Z_A + \cos \zeta_A \cos Z_A & -\sin \zeta_A \sin \Theta_A \\ -\sin \Theta_A \cos Z_A & -\sin \Theta_A \sin Z_A & \cos \Theta_A \end{pmatrix}$$

est la matrice de précession qui effectue la transformation à un repère céleste moyen de l'époque de référence (en l'occurrence J2000.0). Les valeurs des angles ζ_A, Θ_A et Z_A sont donnés par Lieske *et al* (1977).

Le vecteur \vec{k} représente la direction du pulsar à l'instant t . On le décompose en $\vec{k}_0 + \dot{\vec{k}}(t - t_0)$ où \vec{k}_0 est sa position à une date origine et $\dot{\vec{k}}$ son mouvement propre.

d) Approximations

Ecrivons maintenant (19) sous une forme plus condensée:

$$t_n - t_0 = T_n - T_0 + f(x_i, t_n, T_n - T_0) - f(x_i, t_0, 0) \quad (23)$$

où

$$\begin{aligned} f(x_i, t_n, T_n - T_0) = & -\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n}{c} + \frac{(r_n^2 - (\vec{k} \cdot \vec{r}_n)^2)}{2cR_0} - \frac{(\vec{V}_T \cdot \vec{r}_n)}{cR_0}(T_n - T_0) \\ & + \frac{V_T^2}{2cR_0}(T_n - T_0)^2 - \frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \log \left[\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n^p + r_n^p}{2R_0} \right] \\ & + \frac{V_R}{c}(T_n - T_0) + 4.15 \times 10^3 DM \nu_b^{-2} \end{aligned} \quad (23a)$$

On a donc:

$$\begin{aligned} T_n - T_0 &= (t_n - f(x_i, t_n, T_n - T_0)) - (t_0 - f(x_i, t_0, 0)) \\ &= (t_n - t_0) - (f(x_i, t_n, T_n - T_0) - f(x_i, t_0, 0)) \end{aligned} \quad (24)$$

et

$$T_n - T_0 = nP$$

(24) est une formule récursive; en effet, $T_n - T_0$ apparaît des deux côtés de l'égalité. On peut décider de remplacer $T_n - T_0$ dans f par sa valeur exacte, nP , ou de faire l'approximation $T_n - T_0 \approx t_n - t_0$. Dans le premier cas, cela implique de faire un pré-traitement des données afin de les numéroter. Dans le deuxième cas, il nous faut estimer l'erreur faite en remplaçant $T_n - T_0$ par $t_n - t_0$. Si nous posons:

$$(T_n - T_0)' = (t_n - t_0) - f(x_i, t_n, t_n - t_0) + f(x_i, t_0, 0)$$

alors,

$$(T_n - T_0) - (T_n - T_0)' \approx \frac{\vec{V}_T \cdot \vec{r}_n}{cR_0} ((T_n - T_0) - (t_n - t_0)) + \frac{V_T^2}{2cR_0} [(T_n - T_0)^2 - (t_n - t_0)^2]$$

Estimons donc les différents termes de $(T_n - T_0) - (t_n - t_0)$:

$$\frac{\vec{k}_n \cdot \vec{r}_n - \vec{k}_0 \cdot \vec{r}_0}{c} \approx 500s,$$

$$\frac{r_n^2 - r_0^2 - (\vec{k}_n \cdot \vec{r}_n)^2 + (\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_0)^2}{2cR_0} \approx 6 \times 10^{-7}s,$$

$\frac{\vec{V}_T \cdot \vec{r}_n}{cR_0} (T_n - T_0) \approx 2 \times 10^{-12} (T_n - T_0)s$ avec $T_n - T_0$ en secondes. On voit qu'il faudra approximativement 7×10^6 ans pour que ce terme soit supérieur à 500 s,

$\frac{V_T^2}{2cR_0} (T_n - T_0)^2 \approx 10^{-18} (T_n - T_0)^2s$ avec $(T_n - T_0)$ en secondes ce terme dépassera les 500 s au bout de 500 ans seulement,

$$\frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \ln \left[\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n^p + r_n^p}{\vec{k} \cdot \vec{r}_0^p + r_0^p} \right] \approx 10^{-4}s,$$

$4.15 \times 10^{-3} DM \nu_b^{-2} \approx 0.1s$ aux fréquences observées (1400-1600 MHz),

Ces estimations sont faites pour une vitesse V_T de l'ordre de $500 km s^{-1}$ et une distance au pulsar R_0 de l'ordre de 2 kpc.

$(T_n - T_0) - (t_n - t_0)$ est donc de l'ordre de 500 s, c'est-à-dire que

$$(T_n - T_0) - (T_n - T_0)' \approx 2 \times 10^{-9}s + 6 \times 10^{-15}(t_n - t_0)$$

L'approximation de $(T_n - T_0)$ par $(T_n - T_0)'$ introduit une erreur inférieure à la micro-seconde pendant 10 ans

Il nous faut aussi estimer l'erreur faite quand on remplace $T_n - T_0$ par $t_n - t_0$ dans la formule de la période, c'est-à-dire si

$$(T_n - T_0)' = n(P') = n(P_0 + \frac{1}{2}\dot{P}_0(t_n - t_0) + \frac{1}{6}\ddot{P}_0(t_n - t_0)^2 + \dots)$$

alors

$$\begin{aligned} (T_n - T_0) - (T_n - T_0)' &= n(P - P') \approx \frac{1}{2}n\dot{P}_0((T_n - T_0) - (t_n - t_0)) \\ &\approx 2.5 \times 10^{-17}n \end{aligned}$$

Pour que l'erreur sur le modèle soit de l'ordre de quelques dixièmes de micro-secondes il faut donc que n soit inférieur à 10^{10} ce qui correspond à un intervalle de validité d'environ une demi-année pour PSR1937+214. On ne peut donc substituer pour la période, $T_n - T_0$ par $t_n - t_0$. On remplacera $T_n - T_0$ par sa valeur nP . Ainsi,

$$\begin{aligned} T_n - T_0 &= n(P_0 + \frac{1}{2}\dot{P}_0(T_n - T_0) + \frac{1}{6}\ddot{P}_0(t_n - t_0)^2 + \dots) \\ &= n(P_0 + \frac{1}{2}\dot{P}_0(P_0 + \frac{1}{2}\dot{P}_0(T_n - T_0))) \\ &= n(P_0 + \frac{1}{2}nP_0\dot{P}_0 + \frac{1}{4}n\dot{P}_0^2(T_n - T_0)) \end{aligned} \quad (25)$$

On calcule qu'il faudra approximativement 10^{11} pulsations pour que le dernier terme dépasse les $0.1 \mu s$, c'est-à-dire 10 ans. On considère donc que

$$T_n - T_0 = n(P_0 + \frac{1}{2}nP_0\dot{P}_0 + \frac{1}{4}n^2P_0\dot{P}_0^2) \quad (26a)$$

et que la période à T_N est donnée par

$$P = P_0 + \frac{1}{2}nP_0\dot{P}_0 + \frac{1}{4}n^2P_0\dot{P}_0^2 \quad (26b)$$

On remplace $T_n - T_0$ par cette valeur dans la fonction f . Ainsi, nous avons la relation suivante:

$$n = [(t_n - t_0) - f(x_i, t_n, n(P_0 + \frac{1}{2}nP_0\dot{P}_0 + \frac{1}{4}n^2P_0\dot{P}_0^2))] + f(x_i, t_0, 0) / P \quad (27)$$

qui nous permet de connecter chaque observation avec l'observation origine. C'est cette relation qui va être codée dans le programme d'analyse et qui va nous permettre de calculer des résidus.

3. Dérivées partielles

a) Equations

Nous sommes maintenant prêts à développer les équations aux conditions. Avant l'ajustement des paramètres, ceux-ci sont mal connus et l'on doit s'attendre à trouver non des entiers quand on calcule (27) mais un entier plus un résidu:

$$\left[\frac{T_n - T_0}{P}\right]_0 = n + \delta \quad -0.5 < \delta < 0.5 \quad (28)$$

Par contre, après l'ajustement, on trouvera

$$\left[\frac{T_n - T_0}{P}\right]_0 + \sum_{x_i} \left[\frac{\partial((T_n - T_0)/P)}{\partial x_i}\right]_0 \Delta x_i = n \quad (29)$$

si l'approximation linéaire est suffisante. C'est-à-dire:

$$\begin{aligned} \sum_{x_i} \left[\frac{\partial((T_n - T_0)/P)}{\partial x_i}\right]_0 \Delta x_i &= -\delta \\ \Leftrightarrow \sum_{x_i} \frac{1}{P^2} \left\{ \left[\frac{\partial(T_n - T_0)}{\partial x_i}\right]_0 P - (T_n - T_0) \left[\frac{\partial P}{\partial x_i}\right]_0 \right\} \Delta x_i &= -\delta \\ \Leftrightarrow \sum_{x_i} \left\{ \left[\frac{\partial(T_n - T_0)}{\partial x_i}\right]_0 - \frac{(T_n - T_0)}{P} \left[\frac{\partial P}{\partial x_i}\right]_0 \right\} \Delta x_i &= -P\delta \\ \Leftrightarrow \sum_{x_i} \left\{ \left[\frac{\partial(T_n - T_0)}{\partial x_i}\right]_0 - n \left[\frac{\partial P}{\partial x_i}\right]_0 \right\} \Delta x_i &= -P\delta \quad (30) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{x_i} D(x_i) \Delta x_i = -P\delta \quad (30a)$$

Il existe une équation de ce type pour chaque observation.

On remarquera que le premier terme de (30) ne dépend plus des paramètres physiques du pulsar (P, \dot{P}, \ddot{P}); le deuxième terme ne dépendant, lui, que de la période et de ses dérivées.

b) *Ecriture des dérivées partielles*

Grâce à (21), on calcule facilement que

$$\partial P / \partial P_0 = 1$$

$$\partial P / \partial \dot{P}_0 = \frac{1}{2}(T_n - T_0)$$

$$\partial P / \partial T_0 = -\frac{1}{2}\dot{P}_0$$

$$\partial P / \partial \ddot{P}_0 = \frac{1}{6}(T_n - T_0)^2 - \frac{1}{3}\dot{P}_0(T_n - T_0)$$

Les paramètres x_i qui interviennent dans le modèle sont α_0 et δ_0 l'ascension droite et la déclinaison du pulsar à l'époque origine, μ_{α_0} , μ_{δ_0} , mouvements propres à l'époque origine, la parallaxe $\Pi = a_0/R_0$ et les paramètres liés à l'orbite de la Terre. Nous calculons donc

$$\begin{aligned} \frac{\partial(T_n - T_0)}{\partial \alpha_0} = & + \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_n + (t_n - t_0) \frac{\partial \dot{\vec{k}}}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_n \right) - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_0 \\ & + \frac{2(\vec{k}_n \cdot \vec{r}_n)}{2cR_0} \left(\frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_n + (t_n - t_0) \frac{\partial \dot{\vec{k}}}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_n \right) - \frac{2(\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_0)}{2cR_0} \left(\frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_0 \right) \\ & + \left(\frac{\partial \vec{V}_T}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_n \right) \frac{(T_n - T_0)}{cR_0} - 2V_T \frac{\partial V_T}{\partial \alpha_0} \frac{(T_n - T_0)^2}{2cR_0} \\ & + \frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \left[\left[\frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_n^p + (t_n - t_0) \frac{\partial \dot{\vec{k}}}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_n^p \right] / [\vec{k} \cdot \vec{r}_n^p + r_n^p] \right] \\ & - \frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \left[\left[\frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_0^p \right] / [\vec{k} \cdot \vec{r}_0^p + r_0^p] \right]. \end{aligned}$$

avec une expression similaire pour δ_0 .

$$\begin{aligned} \frac{\partial(T_n - T_0)}{\partial\mu_{\alpha_0}} = & + \frac{\partial\dot{\vec{k}}}{\partial\mu_{\alpha_0}} \cdot \vec{r}_n \frac{(t_n - t_0)}{c} + \frac{(\vec{k}_n \cdot \vec{r}_n)}{cR_0} \frac{\partial\dot{\vec{k}}}{\partial\mu_{\alpha_0}} \cdot \vec{r}_n (t_n - t_0) \\ & + \frac{\partial\dot{V}_T}{\partial\mu_{\alpha_0}} \cdot \vec{r}_n \frac{(T_n - T_0)}{cR_0} - V_T \frac{\partial V_T}{\partial\mu_{\alpha_0}} \frac{(T_n - T_0)^2}{cR_0} \\ & + \frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \left[\frac{\partial\dot{\vec{k}}}{\partial\mu_{\alpha_0}} \cdot \vec{r}_n^p (t_n - t_0) / [\vec{k} \cdot \vec{r}_n^p + r_n p] \right] \end{aligned}$$

De même pour μ_{δ_0}

On voit qu'il serait facile de remplacer les coordonnées équatoriales par d'autres coordonnées, écliptiques par exemple. Il suffirait de remplacer les expressions $\frac{\partial\vec{k}_0}{\partial\alpha_0}$, $\frac{\partial\dot{\vec{k}}}{\partial\alpha_0}$, ... par les expressions appropriées dans les nouvelles coordonnées. En coordonnées équatoriales on a

$$\vec{k}_0 = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_0 \cos \delta_0 \\ \sin \alpha_0 \cos \delta_0 \\ \sin \delta_0 \end{pmatrix} \quad \dot{\vec{k}}_0 = \begin{pmatrix} -\sin \alpha_0 \cos \delta_0 \mu_{\alpha_0} - \cos \alpha_0 \sin \delta_0 \mu_{\delta_0} \\ \cos \alpha_0 \cos \delta_0 \mu_{\alpha_0} - \sin \alpha_0 \sin \delta_0 \mu_{\delta_0} \\ \cos \delta_0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial\vec{k}_0}{\partial\alpha_0} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha_0 \cos \delta_0 \\ \cos \alpha_0 \cos \delta_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \frac{\partial\vec{k}_0}{\partial\delta_0} = \begin{pmatrix} -\cos \alpha_0 \sin \delta_0 \\ -\sin \alpha_0 \sin \delta_0 \\ \cos \delta_0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial\dot{\vec{k}}_0}{\partial\alpha_0} = \begin{pmatrix} -\cos \alpha_0 \cos \delta_0 \mu_{\alpha_0} + \sin \alpha_0 \sin \delta_0 \mu_{\delta_0} \\ -\sin \alpha_0 \cos \delta_0 \mu_{\alpha_0} - \cos \alpha_0 \sin \delta_0 \mu_{\delta_0} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial\dot{\vec{k}}_0}{\partial\delta_0} = \begin{pmatrix} \sin \alpha_0 \sin \delta_0 \mu_{\alpha_0} - \cos \alpha_0 \cos \delta_0 \mu_{\delta_0} \\ -\cos \alpha_0 \sin \delta_0 \mu_{\alpha_0} - \sin \alpha_0 \cos \delta_0 \mu_{\delta_0} \\ -\sin \delta_0 \mu_{\delta_0} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial\dot{\vec{k}}_0}{\partial\mu_{\alpha_0}} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha_0 \cos \delta_0 \\ \cos \alpha_0 \cos \delta_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \frac{\partial\dot{\vec{k}}_0}{\partial\mu_{\delta_0}} = \begin{pmatrix} -\cos \alpha_0 \sin \delta_0 \\ -\sin \alpha_0 \sin \delta_0 \\ \cos \delta_0 \end{pmatrix}$$

Enfin, comme $V_T^2 = R_0^2(\mu_{\alpha_0}^2 \cos^2 \delta_0 + \mu_{\delta_0}^2)$

$$\begin{aligned} V_T \frac{\partial V_T}{\partial\mu_{\alpha}} &= R_0^2 \mu_{\alpha_0} \cos^2 \delta_0 \\ V_T \frac{\partial V_T}{\partial\mu_{\delta}} &= R_0^2 \mu_{\delta_0} \end{aligned}$$

Pour calculer la dérivée par rapport à la parallaxe Π , il faut mettre en évidence le rapport $\frac{a_0}{R_0}$ dans la fonction f de la formule (23). La dérivée est alors

$$\begin{aligned} \frac{\partial(T_n - T_0)}{\partial \Pi} = & + \frac{\vec{V}_T \cdot \vec{r}_n}{a_0 c} (T_n - T_0) - \frac{V_T^2}{a_0 c} (T_n - T_0)^2 \\ & - \frac{1}{2a_0 c} (r_n^2 - r_0^2 - (\vec{k}_n \cdot \vec{r}_n)^2 + (\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_0)^2) \end{aligned}$$

Calculons maintenant les dérivées par rapport aux paramètres σ_i liés à l'orbite terrestre, c'est-à-dire les éléments elliptiques, a, λ, h, k, p, q et les masses des planètes extérieures. On a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(T_n - T_0)}{\partial \sigma_i} = & + \frac{1}{c} \vec{k}_n \cdot \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \sigma_i} - \frac{1}{c} \vec{k}_0 \cdot \frac{\partial \vec{r}_0}{\partial \sigma_i} \\ & - \frac{1}{2cR_0} \left[2r_n \frac{\partial r_n}{\partial \sigma_i} - 2(\vec{k}_n \cdot \vec{r}_n) \vec{k}_n \cdot \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \sigma_i} \right] + \frac{1}{2cR_0} \left[2r_0 \frac{\partial r_0}{\partial \sigma_i} - 2(\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_0) \vec{k}_0 \cdot \frac{\partial \vec{r}_0}{\partial \sigma_i} \right] \\ & + \frac{(T_n - T_0)}{cR_0} \vec{V}_T \cdot \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \sigma_i} \\ & + \frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \left[(\vec{k}_n \cdot \frac{\partial \vec{r}_n^p}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial r_n^p}{\partial \sigma_i}) / (\vec{k}_n \cdot \vec{r}_n^p + r_n^p) \right] \\ & - \frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \left[(\vec{k}_0 \cdot \frac{\partial \vec{r}_0^p}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial r_0^p}{\partial \sigma_i}) / (\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_0^p + r_0^p) \right] \end{aligned}$$

On décompose ensuite le vecteur \vec{r}_n en \vec{r}_{nBS} , vecteur barycentre du système solaire-centre du Soleil, et \vec{r}_{nST} , vecteur centre du Soleil-centre de la Terre. En première approximation, on peut considérer que l'orbite de la Terre est une ellipse avec le Soleil comme foyer. On aura donc

$$\frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial \vec{r}_{nST}}{\partial \sigma_i} \quad \text{pour } \sigma_i = a, \lambda, h, k, p, q \quad (31)$$

D'autre part, les masses des autres planètes du système solaire n'agiront essentiellement que sur la distance barycentre-Soleil et on aura :

$$\frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial \vec{r}_{nBS}}{\partial \sigma_i} \quad \text{pour } \sigma_i = M_p, \text{ masses des planètes extérieures.} \quad (32)$$

Le calcul des dérivées (31) se fait à l'aide des formules de Bretagnon (1978) donnant les coordonnées de \vec{r}_{nST} , X, Y, Z, par rapport à a, λ, h, k, p et q . Pour les dérivées (32), revenons à la définition du barycentre :

$$\sum_P M_P \vec{r}_{BP} = \vec{0}$$



où M_P est la masse de la planète P et \vec{r}_{BP} son vecteur-position par rapport au barycentre

$$\Leftrightarrow -M_S \vec{r}_{BS} = \sum_{P \neq S} M_P \vec{r}_{BP}$$

l'indice S représentant le Soleil.

On aura donc pour une planète Q :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{r}_{BS}}{\partial M_Q} &= -\frac{1}{M_S} (\vec{r}_{BQ} + \sum_{P \neq S} M_P \frac{\partial \vec{r}_{BP}}{\partial M_Q}) \\ &\approx -\frac{1}{M_S} \vec{r}_{BQ} \end{aligned}$$

c) Simplification des dérivées

On simplifie ces dérivées partielles en considérant que la précision des observations est de l'ordre de la microseconde et ne descendra pas au-dessous des 100 nanosecondes dans un avenir proche. Ainsi, on peut considérer que le second membre de l'équation (30) a une précision de l'ordre de 10^{-7} s et que tout terme issu du premier membre, inférieur à 10^{-7} s sera perdu dans le bruit et pourra donc être négligé. Cela simplifie considérablement les dérivées car les nombres ΔX_i sont généralement faibles. Par exemple, $\Delta \alpha_0$ est approximativement de l'ordre de 5×10^{-6} et le seul terme du produit $\frac{\partial(T_n - T_0)}{\partial \alpha_0} \Delta \alpha_0$ supérieur à 10^{-8} s est

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_n \Delta \alpha_0.$$

$D(x_i)$ étant définis par les formules (30) et (30a), les dérivées partielles finalement utilisées sont donc:

$$D(P_0) = -n$$

$$D(\dot{P}_0) = -\frac{1}{2}n(T_n - T_0) = \frac{1}{2}(T_n - T_0)^2/P$$

$$D(\ddot{P}_0) = -\frac{1}{6}(T_n - T_0)^3/P$$

$$D(T_0) = -1$$

$$D(\alpha_0) = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_n - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \alpha_0} \cdot \vec{r}_0 \propto \frac{\vec{r}_n - \vec{r}_0}{c}$$

$$D(\delta_0) = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \delta_0} \cdot \vec{r}_n - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \delta_0} \cdot \vec{r}_0 \propto \frac{\vec{r}_n - \vec{r}_0}{c}$$

$$D(\mu_{\alpha_0}) = -\frac{2}{c} \frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \mu_{\alpha_0}} \cdot \vec{r}_n (T_n - T_0) + \frac{R_0}{c} \mu_{\alpha_0} \cos^2 \delta_0 (T_n - T_0)^2 \propto \frac{\vec{r}_n (T_n - T_0)}{c}$$

$$D(\mu_{\delta_0}) = -\frac{2}{c} \frac{\partial \vec{k}_0}{\partial \mu_{\delta_0}} \cdot \vec{r}_n (T_n - T_0) + \frac{R_0}{c} \mu_{\delta_0} (T_n - T_0)^2 \propto \frac{\vec{r}_n (T_n - T_0)}{c}$$

$$D(\Pi) = \frac{\vec{V}_T \cdot \vec{r}_n}{a_0 c} (T_n - T_0) - \frac{V_T^2}{a_0 c} (T_n - T_0)^2$$

$$D(a_0) = -\frac{\vec{r}_n \cdot \vec{k}_0}{a_0 c} + \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{k}_0}{a_0 c}$$

$$D(\lambda_0) = \frac{1}{a_0 \phi_0 c} (-k_{zn} (h_0 + \sin w_n) + k_{yn} (k_0 + \cos w_n)) \\ - \frac{1}{a_0 \phi_0 c} (-k_{z0} (h_0 + \sin w_0) + k_{y0} (k_0 + \cos w_0))$$

$$D(p_0) = -\frac{2}{c} k_{zn} \chi_0 r_n \cos w_n + \frac{2}{c} k_{z0} \chi_0 r_n \cos w_0$$

$$D(q_0) = \frac{2}{c} k_{zn} \chi_0 r_n \sin w_n - \frac{2}{c} k_{z0} \chi_0 r_n \sin w_0$$

$$D(h_0) = \frac{1}{c} [k_{xn} \left(\frac{(k_0 + \cos w_n) r_n \sin w_n}{\phi_0^2} + \frac{k_0 \psi_0 a_0 (h_0 + \sin w_n)}{\phi_0} \right) \\ + k_{yn} \left(-a_0 - \frac{(k_0 + \cos w_n) r_n \cos w_n}{\phi_0^2} - \frac{k_0 \psi_0 a_0 (k_0 + \cos w_n)}{\phi_0} \right)]$$

$$- \frac{1}{c} [k_{x0} \left(\frac{(k_0 + \cos w_0) r_n \sin w_0}{\phi_0^2} + \frac{k_0 \psi_0 a_0 (h_0 + \sin w_0)}{\phi_0} \right) \\ + k_{y0} \left(-a_0 - \frac{(k_0 + \cos w_0) r_n \cos w_0}{\phi_0^2} - \frac{k_0 \psi_0 a_0 (k_0 + \cos w_0)}{\phi_0} \right)]$$

$$D(k_0) = \frac{1}{c} [k_{xn} \left(-a_0 - \frac{(h_0 + \sin w_n) r_n \sin w_n}{\phi_0^2} + \frac{h_0 \psi_0 (-a_0 (h_0 + \sin w_n))}{\phi_0} \right) \\ + k_{yn} \left(\frac{(h_0 + \sin w_n) r_n \cos w_n}{\phi_0^2} + \frac{h_0 \psi_0 a_0 (k_0 + \cos w_n)}{\phi_0} \right)]$$

$$- \frac{1}{c} [k_{x0} \left(-a_0 - \frac{(h_0 + \sin w_0) r_n \sin w_0}{\phi_0^2} + \frac{h_0 \psi_0 (-a_0 (h_0 + \sin w_0))}{\phi_0} \right) \\ + k_{y0} \left(\frac{(h_0 + \sin w_0) r_n \cos w_0}{\phi_0^2} + \frac{h_0 \psi_0 a_0 (k_0 + \cos w_0)}{\phi_0} \right)]$$

$$D(M_p) = \frac{\vec{k}_n \cdot \vec{r}_{nBP}}{c} - \frac{\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_{0BP}}{c}$$

$$\text{avec} \quad \vec{k}_0 = \begin{pmatrix} k_{x0} \\ k_{y0} \\ k_{z0} \end{pmatrix} = \vec{k}(t_0) \quad \vec{k}_n = \begin{pmatrix} k_{x0} \\ k_{y0} \\ k_{z0} \end{pmatrix} = \vec{k}(t_n)$$

et $w_n = w(t_n)$ la longitude vraie à t_n , $\phi_0 = \sqrt{1 - e_0^2}$ où e_0 est l'excentricité de l'orbite terrestre à t_0 , $\psi_0 = \frac{1}{1 + \phi_0}$ et $\chi_0 = \sqrt{1 - p_0^2 - q_0^2}$.

4. Programmation de l'analyse

Décrivons à présent brièvement les programmes qui permettent l'analyse des données de chronométrage de pulsars.

Le programme d'analyse PAP calcule les temps d'émission, T_n , correspondant aux temps d'arrivée observés. Il calcule ensuite la différence $T_N - T_0$, où T_0 est choisi comme étant le temps d'émission du premier pulse observé, pour donner le n et le δ de la formule (30). Chaque pulse est ainsi numéroté par rapport au premier. PAP calcule ensuite les dérivées partielles selon le formulaire établi ci-dessus. Il faut ensuite utiliser un autre programme, AJUSTPAR, pour ajuster les paramètres du modèle aux résidus obtenus par PAP.

a) Le programme PAP

Après initialisation des variables, le programme détermine quelle formule sera utilisée pour le passage TT à TB, quelle éphéméride sera utilisée pour donner la position et la vitesse de la Terre (une éphéméride à forme simplifiée du BdL (Chapront *et al*, 1984), DE200 (Standish, 1982) ou l'éphéméride développée par Le Guyader, 1988) et enfin quelle échelle de temps sera utilisée pour l'analyse. Un fichier donne ensuite les paramètres a priori du pulsar que l'on analyse, les positions des stations d'où proviennent les observations ainsi que les constantes d'intégration de l'éphéméride. La première observation, t_{obs_0} , du fichier de données est lue et sera la date origine à partir de laquelle les pulses seront numérotés. Cette date origine est transformée en un temps atomique puis en temps TT au géocentre puis en TB par les formules

(15) et (12) respectivement. C'est ce temps TB qui est noté t_0 dans les équations. Il est l'argument des éphémérides et du sous-programme MODEL qui calcule la contribution du modèle physique. On calcule ensuite $T_0 + R_0/c$ à l'aide de la formule (18). Le programme lit ensuite chaque temps d'observation successif, t_{obs_n} . Ces temps sont transformés en des t_n de la même façon que t_{obs_0} en utilisant (15) et (12). Le programme calcule ensuite $f(x_i, t_n, t_n - t_0)$ selon la formule (23a) et la période P_n à t_n par

$$P_n = P_0 + \frac{1}{2} \dot{P}_0 (t_n - t_0)$$

Or nous avons vu (eq.23 et suivantes) que l'approximation de $T_n - T_0$ par $t_n - t_0$ entraînerait des erreurs de plus d'1 μs au bout de 10 ans. Par contre cette approximation est assez bonne pour pouvoir numéroter le pulse arrivé à t_n sans ambiguïté. Le programme calcule n le numéro du pulse arrivé à t_n par

$$n = \text{INT}[(t_n - t_0) - f(x_i, t_n, t_n - t_0) + f(x_i, t_0, 0)/P_n]$$

Une fois le numéro du pulse calculé, on peut remplacer $T_n - T_0$ rigoureusement par sa valeur nP_n où P_n est calculé par la formule (26b). Le programme calcule ensuite la numérotation rigoureuse du pulse par la formule (27). Le n calculé par (27) ne sera pas strictement un entier.

Cette différence à l'entier, le δ de l'équation (30), est ensuite multipliée par la période P_n et est le résidu, O-C. Le programme calcule enfin les dérivées partielles par rapport à $P_0, \dot{P}_0, \ddot{P}_0, \alpha_0, \delta_0, \mu_{\alpha 0}, \mu_{\delta 0}, T_0, a_0, \lambda_0, p_0, q_0, h_0, k_0$ et M_P avec les formules simplifiées et les sauvegarde dans un fichier avant d'analyser la date suivante.

b) Le programme AJUSTPAR

Ce programme ajuste les paramètres par la méthode des moindres carrés. Il permet de choisir les paramètres à ajuster parmi tous ceux possibles: $P_0, \dot{P}_0, \ddot{P}_0, \alpha_0, \delta_0, \mu_{\alpha 0}, \mu_{\delta 0}, T_0, a_0, \lambda_0, p_0, q_0, h_0, k_0$ et M_P . Il estime l'incertitude formelle sur les paramètres ajustés, calcule les résidus après ajustement ainsi que le χ^2 pour déterminer la normalité des résidus (c'est-à-dire si les résidus suivent une distribution normale) et la qualité de l'ajustement, la moyenne des résidus et leur écart-type et la matrice de corrélation des différents paramètres ajustés.

Soit n le nombre d'observations et m le nombre de paramètres à ajuster, la méthode des moindres carrés consiste à minimiser la fonction:

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{(O - C)_i - \sum_{k=1}^m a_k X_k(t_i)}{\sigma_i} \right]^2$$

où $(O - C)_i$ est le résidu $P\delta$ de l'équation (30a) pour la $i^{\text{ème}}$ observation, a_k est le $k^{\text{ème}}$ paramètre à déterminer, c'est le Δx_i de l'équation (30a), $X_k(t_i)$ est le $D(x_k)$ de l'équation (30a) pour l'observation i et σ_i est l'incertitude de l'observation i .

Si l'on appelle D la matrice $n \times m$ des $X_k(t_i)$, c'est-à-dire les dérivées partielles de notre modèle par rapport aux paramètres à déterminer, et si les σ_i ne sont pas tous égaux:

$$D_{ij} = \frac{X_j(t_i)}{\sigma_i}$$

Si b est le vecteur $n \times 1$ des observations donné par

$$b_i = \frac{(O - C)_i}{\sigma_i}$$

et a le vecteur $m \times 1$ des paramètres à ajuster a_1, a_2, \dots , alors pour minimiser notre fonction il faut résoudre l'équation matricielle suivante:

$$D^T D a = D^T b$$

$$\Leftrightarrow a = (D^T D)^{-1} D^T b$$

si D n'est pas singulière.

Le χ^2 donne une estimation de l'écart entre la distribution observée des résidus et leur distribution hypothétique. Si ceux-ci sont distribués selon une loi normale, on pourra grâce à la moyenne μ et l'écart-type σ déterminer la forme de cette gaussienne par la formule

$$y(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

et prédire ainsi des fréquences théoriques pour les différentes valeurs des résidus. On calcule donc les fréquences observées en "rangeant" les résidus dans des classes de fréquences selon leur valeurs. Par exemple, si les résidus sont compris entre -5 et 5μ s et que l'on veut former 100 classes de fréquence, on divise l'intervalle $[-5, 5]$ en 100 intervalles de largeur $\Delta x = 0.1\mu$ s, on associe à chaque intervalle Δx un

compteur qu'on incrémente chaque fois qu'un résidu appartient à l'intervalle associé. On obtient ainsi les fréquences observées o_i pour les résidus après ajustement. On calcule ensuite les fréquences théoriques e_i qu'auraient ces résidus s'ils suivaient une distribution gaussienne. Si $P(x_i)$ est la probabilité d'observer la valeur x_i alors la fréquence avec laquelle on s'attend à observer x_i sur N observations sera $NP(x_i)$. Comme on suppose que les résidus suivent une loi gaussienne, on a

$$P(X_i) = \frac{\Delta x_i}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

où μ est la moyenne des résidus après ajustement, σ leur écart-type. Le χ^2 est alors donné par

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \\ &= \sum \frac{(o_i - NP(X_i))^2}{NP(x_i)}\end{aligned}$$

Ce calcul nous renseignera sur la normalité des résidus. Si ceux-ci suivent une loi gaussienne, on peut faire un calcul de "goodness-of-fit" par:

$$G = \sum_i \left(\frac{y_i - y(t_i)}{\sigma_i}\right)^2$$

où $y_i - y(t_i)$ sont les résidus calculés après ajustement.

G/n , où n est le degré de liberté, donne une idée de la qualité de l'ajustement et du niveau de confiance que l'on peut accorder aux incertitudes estimées des paramètres ajustés. On peut alors procéder de différentes manières:

- on peut arrêter là l'ajustement et se contenter de la valeur du G calculée. Il faut bien entendu donner sa valeur en même temps que les résultats de l'ajustement. L'inconvénient est que les incertitudes formelles estimées ne seront pas très réalistes, la valeur du G donnant un niveau de confiance trop bas.

- on peut multiplier les poids attribués à chaque observation par \sqrt{G} et ajuster les paramètres avec ces nouvelles valeurs. On aura alors un G normalisé de 1 et des incertitudes formelles estimées plus grandes. Cette façon de procéder donne des valeurs des incertitudes très grandes pour un niveau de confiance idéal et peu réaliste.

- on peut choisir enfin un niveau de confiance a priori et son G correspondant. On ajuste alors les poids des observations pour trouver le G choisi. Cette méthode est un peu une combinaison des deux premières. Elle va donner des incertitudes qui seront réalistes pour un niveau de confiance raisonnable. C'est cette troisième approche que nous utiliserons.

Chapitre V

Analyse des deux premières années de données de chronométrage du pulsar rapide PSR1937+214.

Nous avons analysé les données des deux premières années de chronométrage du pulsar PSR1937+214, obtenues à Arecibo et qui nous ont été fournies par R.W.Hellings et D.C.Backer. Cette analyse s'est faite en suivant les procédures décrites au chapitre précédent. Nous avons étudié l'influence que pouvait avoir sur l'analyse le choix de l'éphéméride donnant la position de la Terre ou de l'échelle de temps atomique utilisée dans la chaîne du temps décrite par la formule (15) du chapitre IV. Nous montrons que ces choix conduisent à des écarts astrométriques systématiques plus importants que les incertitudes théoriques calculées par notre procédure d'ajustement. Cette analyse et ces écarts systématiques sont exposés dans l'article en préparation qui suit.

Astrometric analysis of timing observations of the fast pulsar PSR1937+214.

L.Fairhead
Bureau des Longitudes
77, Avenue Denfert-Rochereau
75014, Paris

Abstract. A new analysis of the first two years of timing data acquired on the fast pulsar PSR1937+214 at Arecibo is presented. Parameters are evaluated with various models based on two ephemerides, two atomic time scales and two TT–TB time transformations and comparison is carried out with previously published results. We provide evidence that systematic errors induced by the model adopted are 5 to 10 times larger than the formal uncertainties calculated by the fitting procedure.

1. Introduction.

Soon after the discovery of the millisecond pulsar PSR1937+214 (Backer *et al* , 1982), it was realized that beyond its exceptional significance for astrophysics, this new celestial object could also contribute significantly to solar system dynamics studies, to the long-term stability of atomic clocks and to astrometry. The interest grew when additional millisecond pulsars were discovered to form a new class of pulsars.

The use of millisecond pulsars for astrometry will be fully established with the combination of timing and VLBI observations of these objects. The unprecedented astrometric precision of ± 0.2 milli-arcseconds for the equatorial coordinates of PSR1937+214, estimated by Rawley *et al* from timing observations,

prompted us to assess possible sources of systematic errors. In addition, we suggest that the natural coordinates to analyse timing data of pulsars are the ecliptic coordinates rather than the equatorial coordinates.

We developed a new data analysis package adopting this astrometric approach and flexible enough to accomodate various Earth ephemerides, atomic time scales and TT–TB transformations for the assessment of systematic errors.

Section 2 gives a brief description of the observations analysed and of the method of reduction used. Section 3 discusses the reference systems and the time scales used in the analysis. Section 4 presents the results obtained with different models and discusses the differences between the various solutions.

2. Observations and Reduction Method.

Observations

The data we have analysed were taken at the 305-m radio-telescope in Arecibo from November 1982 to October 1984 by a group from Berkeley University and Princeton University (Davis *et al*, 1985). The observations were made with the Princeton pulsar timing equipment developed for observations of the binary pulsar PSR1913+16 (Boriakoff 1973). Each data point represents the integration of 30 minutes of data taken at 1408 MHz. There are 195 measurements over the 2 year span. Each measurement is the time of arrival at the radio-telescope of a synchronously integrated pulse. These pulse arrival times are measured relative to the station's realization of UTC. For the analysis, they must be transformed to Terrestrial Time (TT) using the following time chain:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Date in UTC(Obs)} & + (\text{UTC(USNO)} - \text{UTC(Obs)}) \\
 & + (\text{UTC(BIH)} - \text{UTC(USNO)}) \\
 & + \text{TAI} - \text{UTC(BIH)} \text{ [n seconds]} \quad \rightarrow \text{date in TAI} \\
 & + (\text{TA(USNO)} - \text{TAI}) \quad \rightarrow \text{date in TA(USNO)} \\
 & + 32.184 \text{ seconds} \quad \rightarrow \text{date in Topocentric Terrestrial} \\
 & \text{Time(USNO)}
 \end{array}$$

The geocentric Terrestrial Time, TT, is then calculated by accounting for a diurnal term which depends on the geocentric location of the clock (Guinot 1986). The difference between the observatory UTC time scale and the USNO UTC was calibrated each day by the LORAN-C system and was included in the raw data analyzed. All the other differences in this chain are found in the Bureau International de l'Heure (B.I.H.) Annual Report. The corrected time scale at Arecibo is then believed to be consistent with UTC(USNO) at the 1 microsecond level (further details on the observations are in Davis *et al* (1985)).

Data Analysis

The analysis consists in calculating precisely the propagation time of an electro-magnetic signal from the pulsar to the radio-telescope. The model must include the time-dependent position and velocity of the telescope with respect to the centre of the Earth, the position and velocity of the Earth in a reference frame centred on the Solar System Barycentre (SSB), the position and proper motion of the pulsar with respect to the SSB as well as the delay on an electro-magnetic signal traveling in the solar system gravitational field, the interstellar dispersion and the transformation from terrestrial time to coordinate time. The effects of the pulsar strong gravitational field have not been included in this analysis of PSR1937+214 data as this pulsar is isolated.

The computation of the propagation delay is carried out in the framework of General Relativity theory in isotropic coordinates. The corresponding metric can be found for example in Hellings (1986). The following simple formulation for the transformation from pulse arrival time to pulse emission time is not complete but will suit our illustration needs (the full formulation is in Hellings(1986)):

$$T_N = t_N^{obs} - \frac{R_0}{c} + \vec{k} \cdot \vec{r}/c + \Delta_{rel} + \Delta_{TB} + kDM/\nu^2 \quad (1)$$

where t_N^{obs} is the arrival time of a pulse measured at the radio-telescope and T_N is its emission time at the pulsar. R_0 is the pulsar distance from the SSB, \vec{k} is a unit vector from the SSB in the direction of the pulsar at time t_N^{obs} . \vec{r} is the position of the radio-telescope with respect to the SSB at time t_N^{obs} . Δ_{rel} is the relativistic delay on the signal. Δ_{TB} is the transformation from Terrestrial Time, TT, to coordinate time, TB. The delay kDM/ν^2 is caused by interstellar medium dispersion, with ν the observation frequency Doppler-shifted to the SSB by taking the velocity of the telescope into account. Once the measured

arrival times (t_N^{obs}) have been transformed into emission times (T_N) using the model of equation (1), one has:

$$T_N - T_0 = NP \quad (2)$$

where T_0 is the emission time of an arbitrary pulse. N is the number of pulses emitted by the pulsar between T_0 and T_N and P is the period of the pulsar at T_N . P is modeled by:

$$P = P_0 + \frac{1}{2} \dot{P}_0 (T_N - T_0) \quad (3)$$

where P_0 and \dot{P}_0 are the period and its first derivative with respect to time at T_0 .

As the a priori values for all the parameters of the model are approximate, equation (2) will not be verified exactly. The O-C residuals before fitting the parameters have the following form:

$$T_N - T_0 = (N + \delta)P \quad -0.5 < \delta < 0.5 \quad (4)$$

If $|\delta|$ is close to 0.5, the a priori model is not sufficient as one could misnumber the observed pulses.

Practically, our a priori values for the parameters are from Davis *et al* (1985) and our O-C residuals were small enough so that no ambiguity is expected to remain when numbering the data.

The fit was done with the least-square method using the following equation:

$$\sum_{x_i} \left[\frac{\partial((T_n - T_0)/P)}{\partial x_i} \right]_0 \Delta x_i = -P\delta \quad (5)$$

where T_N and T_0 are the functions given by (1). x_i are the parameters of the model such as the position and proper motion of the pulsar, its period and derivatives, the Earth orbit integration constants ... and $-P\delta$ are the O-C residuals before adjustment.

3. Reference systems, ephemerides and time scales used in the analysis

The ecliptic reference frame

Pulsar timing data are essentially sensitive to the Earth orbital motion and to the pulsar position as shown by the leading term $\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}}{c}$ in equation (1). The ephemeris providing the Earth orbital motion also defines the ecliptic plane. Consequently, the natural coordinate system for the pulsar position and proper

motion is the ecliptic reference frame of the ephemeris adopted. We have chosen this new astrometric approach, over the classical use of the equatorial system, to avoid a source of uncertainty which is the transformation from ecliptic to equatorial coordinates. Positions of the line of the equinox can differ by $0.1''$ and values of the obliquity by $0.03''$ as given by different ephemerides and recommended by the IAU (Standish 1982, Bretagnon private communication).

In practice, the pulsar ecliptic coordinates are relative to the reference frame of the ephemeris adopted. The pulsar longitude is determined along the ephemeris ecliptic plane and with respect to the origin of the orbital longitude of the Earth and its latitude with respect to the ephemeris ecliptic plane.

Ephemerides

A high accuracy ephemeris is needed since timing measurement uncertainty for PSR1937+214 is at the $1\mu\text{s}$ level corresponding to 300 m on the orbit of the Earth. Various ephemerides are available. The one designated BDL directly provides the Earth position in ecliptic coordinates at epoch J2000. It is based on a numerical integration of the newtonian n-body problem (Le Guyader, 1988) complemented by analytical relativistic and lunar perturbations. The constants of integration of the ephemeris BDL have been determined by adjustment to DE200. The JPL ephemeris DE118/DE200 (Standish, 1982) are available in equatorial coordinates at epoch J2000 and were transformed to ecliptic coordinates using the obliquity $\epsilon = 23^{\circ}26'21.4116''$, (Standish, 1982). The planetary masses in DE200 are not the IAU conventional values but have been adjusted. We have used these two ephemerides (BDL and DE200), which are computed in isotropic coordinates consistently with the framework of the propagation delay computation in our analysis. Finally, the CfA ephemeris PEP740R was used by Davis *et al* (1985) and Rawley (1986) in their analysis to which our results will be compared.

The actual orbit of the Earth is unique but its representations by these three ephemerides will differ at some level. The superposition of the three representations of the Earth orbit will lead to possible non-alignments, rotations rates and linear drifts between the ephemerides reference frames. For example, there is a limit of 0.06milli-arcsecond per year in the rotation between the DE200 and PEP740R reference frames (Standish as quoted by Rawley, Taylor and Davis (1988)).

Time scales

Timing observations of pulsars are carried out in the observatory UTC scale. It is necessary to transform this scale to a national or international standard atomic time scale (TA), then to a terrestrial time (TT) (the description of this time sequence is in section 2) and ultimately to a Barycentric Time scale (TB). TB will then be substituted for time in the ephemeris used to provide the coordinates of the Earth. Several national standards atomic time scales (NBS, NRC, USNO, PTB ...) as well as their combination by the BIPM (TAI, TTBIPM) (Guinot, 1988) are available. Discrepancies exist between these time scales such as a very large offset of $\approx 34\text{ms}$ between TA(USNO) and TAI and also an annual variation of $\approx 300 - 400$ ns between TA(USNO) and TA(PTB) (Guinot, private communication). The transformation from a national standard atomic time scale to the TT scale reduces to the addition of the last term of equation (6) in Guinot (1986) which depends on the Earth orbital velocity and the clock geocentric location. An additional problem is that there are two approaches to convert from TT scale to the TB scale. One is based on a numerical “time ephemeris” as described by Hellings (1986) and the other is an analytical formula (e.g. Fairhead and Bretagnon, 1988). This transformation is valid in the isotropic coordinate system. The consequences of these two different approaches will be discussed below.

It is important to realize that the TB scale constructed according to such a scheme will not be unique and should be designated by the name of the atomic time scale initially used in the time chain described in section 2, such as TB(USNO) or TB(BIPM). It is to be noted that whatever TB scale is adopted to analyse the data, the time argument in the two ephemerides used in our analysis is in TB(USNO) by construction.

4. Results and discussion

Formal uncertainties

The results of several solutions combining two ephemerides (BDL, DE200), three atomic time scales (USNO, TAI, BIPM) along with the two TT–TB transformation formulæ are presented in tables I and II. These solutions are a weighted least square fit of equations (5) for the following parameters: the period P_0 and its first derivative \dot{P}_0 , the ecliptic coordinates, λ_0 and β_0 , the proper motion, μ_{λ_0} and μ_{β_0} ,

at epoch J2000 and the epoch of origin T_0 . Post-fit residuals are similar for each solution and typical values are shown in Figure 1.

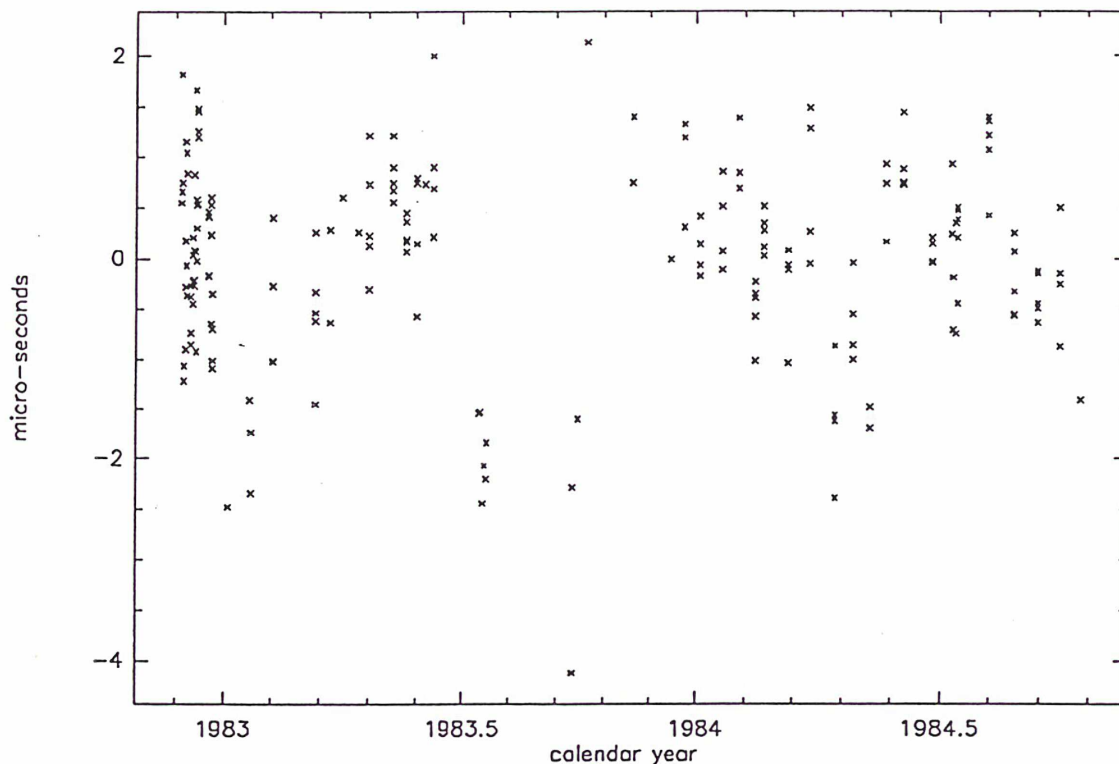


Fig. 1): Typical post-fit residuals of the timing data of PSR1937+214

The formal uncertainties in the solution are based on the following statistical approach. The weighting used in the least-square fit is based on the quoted measurement error of $1 \mu\text{s}$ with an error of $\approx 2.5 \mu\text{s}$ attributed to the deviant observation of the 25th September 1983. The post-fit residuals were tested for normality by using the χ^2 test and for goodness of fit (Bevington 1969). In the result tables, the normalized χ^2 and the normalized goodness-of-fit are included and denoted by χ^2 and G, respectively. The mean and the root-mean-square (r.m.s.) for the post-fit residuals of each solutions are also indicated. The degree of freedom in our analysis is 188 such that $\chi^2 \approx .3$ corresponds to a high confidence level (larger than 99 %) for the gaussian distribution of the post fit residuals and $G \approx 1$ indicates a good fit of our model to the data points. Hence, a priori measurements uncertainties used in the fit are realistic.

The correlation matrices were computed for each solution and are similar. The typical values are in table III and indicate that the only highly correlated parameters are P_0 and \dot{P}_0 .

	P_0	\dot{P}_0	λ_0	β_0	$\mu_{\lambda 0}$	$\mu_{\beta 0}$	T_0
P_0	1.000	-0.987	-0.247	-0.745	0.004	0.826	-0.519
\dot{P}_0	-0.987	1.000	0.176	0.735	0.090	-0.830	0.514
λ_0	-0.247	0.176	1.000	-0.213	-0.767	0.093	-0.449
β_0	-0.745	0.735	-0.213	1.000	0.228	-0.945	0.520
$\mu_{\lambda 0}$	0.004	0.090	-0.767	0.228	1.000	-0.149	0.445
$\mu_{\beta 0}$	0.826	-0.830	0.093	-0.945	-0.149	1.000	-0.500
T_0	-0.519	0.514	-0.449	0.520	0.445	-0.500	1.000

Table III: Correlation matrix for the fitted parameters of PSR1937+214

Discussion

The solutions computed with the different models discussed above were compared to one another and to those previously published by Davis *et al* (1985) and Rawley (1986).

The coordinates of PSR1937+214 given by tables I and II are ecliptic coordinates relative to the reference frame defined by the ephemeris used in the analysis, as discussed in section 3. These ecliptic coordinates were transformed to equatorial coordinates for comparison purposes. Thus, the ecliptic coordinates determined with the BDL ephemeris were rotated around the x-axis with a value of the obliquity of the ecliptic of $\epsilon = 23^\circ 26' 21.4091''$ (Bretagnon, 1982). They were further rotated around the z-axis by an angle of $0.093''$ to transform from an inertial to a rotational reference frame as defined by Standish (1981). This last transformation is necessary as the BDL ephemeris was established in an inertial frame but, as pointed out by Standish (1981) definitions of the dynamical equinox and the mean obliquity are determined with respect to a rotating ecliptic. Thus observations are reduced with respect to a rotating system. The ecliptic coordinates determined in the DE200 ecliptic reference frame were rotated around the x-axis by the angle $\epsilon = 23^\circ 26' 21.4116''$ (Standish, 1982). These transformed

equatorial J2000 coordinates are given in table IV.

The coordinates determined by Davis *et al* and Rawley are equatorial coordinates in the B1950 reference frame. To transform these coordinates to the J2000 reference frame, the procedure established by Aoki *et al* (1983) was used. Their periods also had to be transformed to our epoch by using equation (3). The transformed results are in table V. Table VI gives the differences between the various parameters determined with our solutions and Davis *et al* solution.

From the values of the r.m.s., the χ^2 and the goodness of fit given by tables I and II, we consider that all the solutions are statistically equivalent. The choice of ephemeris, atomic time scale or TT to TB time transformation does not affect the r.m.s. or the goodness of fit for this set of data. The r.m.s. of Davis *et al* is equivalent to ours but was calculated with totally independent software. On the other hand, the r.m.s. calculated by Rawley is smaller than ours but the data set used was of better quality.

Davis *et al* have used the USNO atomic time scale, TA(USNO) and the PEP740R ephemeris to analyse the same timing data of PSR1937+214 used in our analysis. The uncertainties quoted in their results correspond to four times the formal errors calculated by their least-square fit procedure. Davis *et al* (1985) have adopted this scheme to account for systematic effects in the post-fit residuals possibly due to the timing equipment. The errors quoted in tables I and II are the formal errors calculated by our least-square-fit procedure and correspond approximately to the formal errors obtained by Davis *et al*. Their solution and ours are therefore also statistically equivalent.

Comparing their results to our DE200/USNO solution corresponds to comparing the two ephemerides used (PEP740R and DE200). We did not have access to the PEP740R ephemeris and could not compare them directly.

Observed differences in the period.

The use of different time scales (BIPM,USNO) in our solutions mainly affects the value of the pulsar period P as shown by table VI. The difference $\Delta P \approx 7 \times 10^{-16} s$ is not compatible with the formal error given by the least-square fit ($\sigma \approx 5 \times 10^{-17} s, \Delta P = 14\sigma$). One possibility is that there is a linear drift of $4 \times 10^{-13} s s^{-1}$ between these two time scales. This drift is revealed by a direct comparison of these two time scales (see Fig. (2)). This linear drift is explained by the difference in definition between the two

time scales. The BIPM time scale is supposed to be exact and to realize the S.I. second at the 10^{-13} s level whereas the USNO timescale is required to be stable.

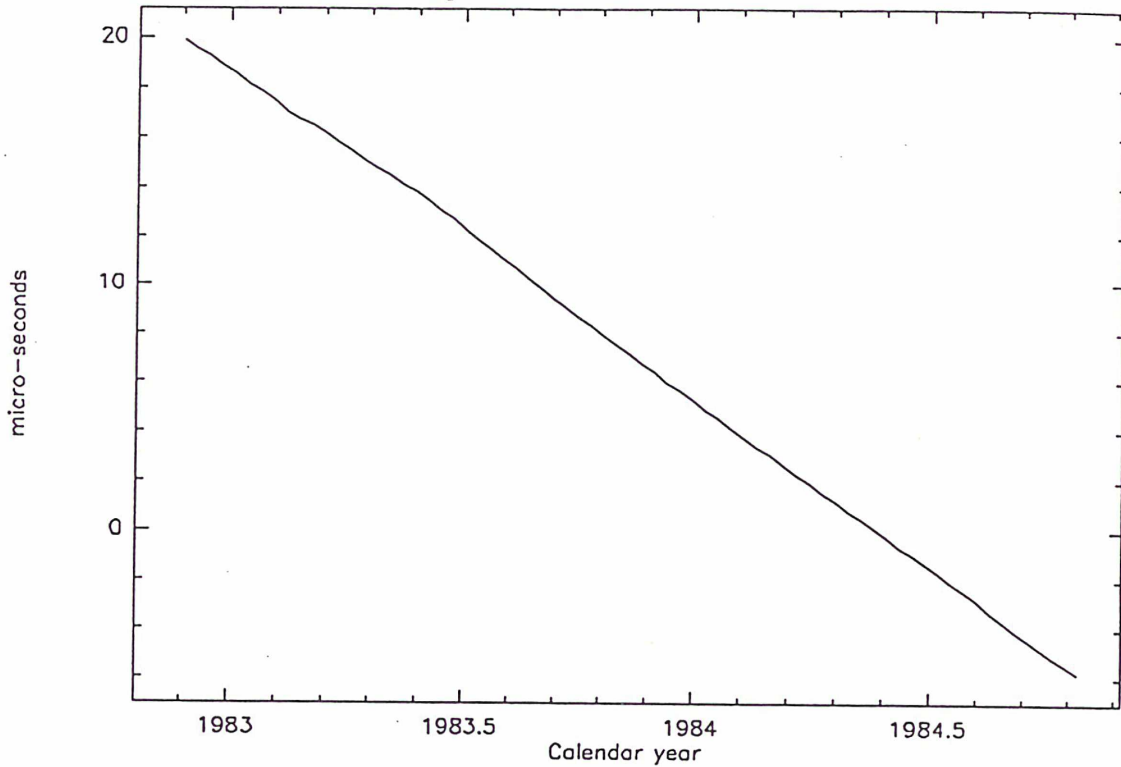


Fig. 2): Differences between the two atomic time scale BIPM and USNO over the two years of data (1982-1984)

The difference in the parameters when using a numerical or an analytical TT-TB transformation is insignificant as shown by the comparison of the solutions designated by DE200/USNO and DE200/USNO/JPL in table II. By making a direct comparison between the two procedures (Fairhead and Bretagnon, 1988) we have calculated that the periods determined with these two procedures will only differ by 1.5×10^{-17} s which is below the present formal error for the period.

The difference in the values for the period determined by Davis and us can be explained by a Doppler effect on the period. The relative velocity of the Earth orbit between one ephemeris and the other (DE200 and PEP740R) explains such a Doppler effect. The 8.86×10^{-15} s difference in the values of the period will correspond to a relative velocity of 50 km s^{-1} in the pulsar direction.

This velocity is explained by the different values used in the ephemerides for the masses of the outer planets. Thus, the representation of the Sun orbit around the solar system barycentre varies from ephemeris to ephemeris. The Earth is dragged by this motion of the Sun and has an orbit which varies

according to the masses of the outer planets. Over short periods of time (such as the time interval spanned by the data analyzed), this variation in the Sun orbit will appear as a linear drift in the position of the Earth between the two ephemerides.

This linear velocity can be determined by using an ephemeris of the Sun's position with respect to the barycentre and by changing the masses of the outer planets in this ephemeris. We have first substituted in this ephemeris, the masses used by the JPL, ($M_{Jupiter} = M_{\odot}/1047.350$, $M_{Saturn} = M_{\odot}/3498$, $M_{Uranus} = M_{\odot}/22960$) and then the masses recommended by the I.A.U, ($M_{Jupiter} = M_{\odot}/1047.355$, $M_{Saturn} = M_{\odot}/3498.5$, $M_{Uranus} = M_{\odot}/22869$). We thus find a linear drift in the motion of the Sun between the two ephemerides of 30 km s^{-1} in the direction $\alpha = 18^h 28^m$, $\delta = 0^\circ$ for the two years spanned by the data (1982-1984). This leads to a linear drift in the direction of the pulsar, of 25 km s^{-1} . This is of the order of magnitude that is needed to explain the Doppler shift in the periods determined with respect to the two ephemerides.

Observed differences in PSR1937+214 coordinates.

The use of the different ephemerides BDL and DE200 (using the same atomic time scale) mainly affects the position of the pulsar. The differences in coordinates (0.000015^s in α and $0.001''$ in δ) are marginally larger than the formal uncertainties (2σ and 4σ , respectively). An annual periodic difference in the position of the Earth will be absorbed in the position of the pulsar by the least-square-fit procedure. This is because the position of the pulsar and the position of the Earth are correlated by the leading term $\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}}{c}$ in equation (1). A difference of 700 m in \vec{r} will correspond to the observed difference in the position of the pulsar of $0.''001$. The direct comparison of the two ephemerides, BDL and DE200, shows such a difference over the two years of data, figure (3).

An absolute difference of 700 m corresponds to a relative difference of 10^{-9} in the position of the Earth. The eccentricity of the Earth which creates an annual term in the position of the Earth has a relative uncertainty of 10^{-9} in the BDL ephemeris (Bretagnon, private communication). This could explain the discrepancy in the two ephemerides.

The differences in PSR1937+214 positions between Davis' and our results can be explained by a rigid rotation between the two reference systems in which the coordinates are determined. The reference frame used by Davis *et al* is the one defined by the PEP740R ephemeris. This frame has been aligned onto the

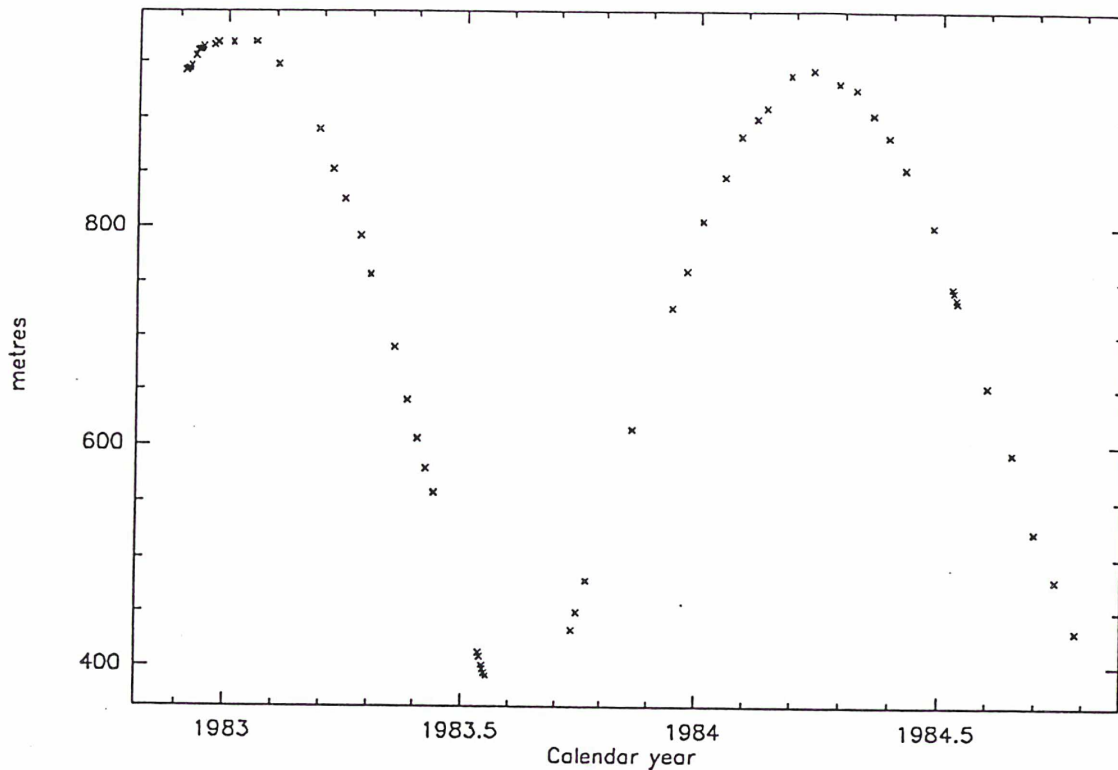


Fig. 3): Differences between the two ephemerides BDL and DE200 over the two years of data (1982-1984)

reference frame of PEP311, a previous ephemeris developed at the CfA. This alignment holds true for epoch 1982, the epoch for which the coordinates of PSR1937+214 are determined by Davis *et al*. The reference frames of these two ephemerides drift by ~ 5 milliarcsecond/y because of the different values for the mean motion of the Earth in the two ephemerides (Chandler, private communication). Thus, the coordinates for PSR1937+214 determined in 1982 with respect to the PEP740R reference frame will be the same in the PEP311 reference frame. The reference frame of DE200 has been aligned onto the J2000 reference frame (Standish, 1982). DE200 is a rigid rotation of the JPL DE118 ephemeris onto the J2000 equinox.

Bartel *et al* (1985) have compared pulsar timing data analyzed with the CfA PEP311 and the JPL DE96 ephemeris. They have found that the differences in coordinates for pulsars common to the two analysis could be explained by a rigid rotation between the reference frames defined by PEP311 and DE96. They have also determined the rotation which best aligns PEP311 to DE118. The rotation angle is $0.372''$ and its pole has coordinates $\alpha(1950) = 21^h 56^m$, $\delta(1950) = 27^\circ 14'$ at epoch 1974. Furthermore, because of differences in the mean motion of the Earth between the two ephemerides (PEP311 and DE118), the

orientation of the rigid rotation rotates about the ecliptic pole by 8 milliarcsecond/y (Bartel *et al*, 1985). By construction of the PEP740R and the DE200 ephemerides, the rotation between PEP311 and DE118 will also apply to PEP740R and DE200.

Backer *et al* (1985) calculate coordinates for PSR1937+214, $\alpha = 19^h 37^m 28^s .75451$, $\delta = 21^\circ 28' 01'' .2851$, which are the coordinates determined by Davis *et al* in the PEP740R reference frame, rotated to the DE118 reference frame. They have used the rotation determined by Bartel *et al* to transform from a PEP311 position to a DE118 position, taking into account the epoch dependency of the orientation of the rotation. We have rotated Backer's coordinates to the reference frame of DE200 using the rotation matrix given by Standish (1982) to transform from DE118 to DE200. The final coordinates are $\alpha = 19^h 39^m 38^s .56125$, $\delta = 21^\circ 34' 59'' .14864$. These are the coordinates determined by Davis *et al* using the PEP740R ephemeris but transformed to the reference frame of DE200. The final transformation is thus,

coordinates in PEP740R ref. frame \longrightarrow coordinates in PEP311 ref.frame
 by construction of PEP740R
 \longrightarrow coordinates in DE118 ref. frame
 by rotation determined by Bartel *et al*
 \longrightarrow coordinates in DE200 ref. frame
 by rotation given by Standish

The comparison between these coordinates and ours yields differences of $\Delta\alpha = 0.0009^s$, $\Delta\delta = 0.0017''$, or 30σ in α and 2σ in δ . These differences in coordinates could be explained by a yearly periodic difference between the two ephemerides of ~ 10 km.

We did not have the exact rotations between the various reference frames so we could not estimate the errors introduced by these rotations. It seems likely that the transformation from coordinates determined in the PEP740R frame to coordinates in the DE200 frame will be limited by these errors. Calculations show that an error of 1 min in the α of the position of the pole of the rotation will lead to an error of $0^s .00008$ in α and $0.0012''$ in δ

Conclusion

We have shown that the parameters determined from the analysis of timing data of one fast pulsar are very sensitive to the choice of ephemerides and atomic time scale used in the analysis. Important differences in the value of the period (14σ and 177σ) can be explained respectively by a linear drift of some 4×10^{-13} s/s between two atomic scales used and by a linear drift of 50 km s^{-1} in the Earth orbit between the two independent ephemerides (DE200 and PEP740R). Differences in the pulsar position could be explained by annual periodic differences of some 700 metres between two ephemerides and by a rotation ($0.19''$ in that region of the sky) between the dynamical reference systems inherent to the two ephemerides.

The analysis of timing data from many fast pulsars should enable us to decorrelate all these effects and to better constrain atomic time scales on a long time basis (> 1 year). Furthermore, they will be useful to compare the different available ephemerides of the Earth and to determine the rotations between these ephemerides. The direct comparison of the determined ecliptic positions of more than one pulsar (given in the ephemeris' own reference frame) could give us an independent determination of the ephemerides relative positions.

Acknowledgments

We are very grateful to Dr.J.-F.Lestrade for proposing this work and for extensive discussions, to Drs R.W.Hellings and D.C.Backer for the donation of the timing data of PSR1937+214 used in this analysis, and to Drs. P.Bretagnon and J.F.Chandler for helpful discussions.

Bibliography

Aoki S., Sôma M., Kinoshita H. & Inoue K., (1983), *Astron. & Astrophys.*, 128, p.263.

- Backer D.C., Kulkarni S.R., Heiles C., Davis M.M. & Goss W.M., (1982), *Nature*, **300**, p.615.
- Backer D.C., Fomalont E.B., Goss W.M., Taylor J.H. & Weisberg J.M., (1985), *Astron. J.*, **90**, p.2275.
- Bartel N., Capallo R.J., Ratner M.I., Rogers A.E.E., Shapiro I.I. & Whitney A.R., (1985), *Astron. J.*, **90**, p.318.
- Bevington P.R., (1969), *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, McGraw-Hill Book Company.
- Boriakoff V., thesis Cornell Univ. (1973)
- Bretagnon P., (1982), *Astron. & Astrophys.*, **114**, p278
- Davis M.M., Taylor J.H., Weisberg J.M. & Backer D.C., (1985), *Nature*, **315**, p.547.
- Fairhead L. & Bretagnon P., *in preparation*
- Guinot B., (1986), *Celestial Mech.*, **38**, p.155.
- Hellings R.W., (1986), *Astron. J.*, **91**, p.650.
- Le Guyader C. (1988) *in preparation*
- Rawley L.A., (1986), *Ph.D. Thesis*, Princeton.
- Rawley L.A., Taylor J.H. & Davis M.M., (1988), *Astrophys. J.*, **326**, p.947
- Standish E.M., (1981), *Astron. & Astrophys.*, **101**, p.L17
- Standish E.M., (1982), *Astron. & Astrophys.*, **114**, p.297

	BDL/BIPM	BDL/USNO	BDL/TAI
P_0	$1557806448862.85 \pm 0.05$ fs	$1557806448863.54 \pm 0.05$ fs	$1557806448862.86 \pm 0.05$ fs
\dot{P}_0	$(1.05126 \pm 0.00001) \times 10^{-19} ss^{-1}$	$(1.05128 \pm 0.00001) \times 10^{-19} ss^{-1}$	$(1.05127 \pm 0.00001) \times 10^{-19} ss^{-1}$
λ_0	$301^\circ 58' 23'' .7842 \pm 0'' .00012$	$301^\circ 58' 23'' .7843 \pm 0'' .00012$	$301^\circ 58' 23'' .7843 \pm 0'' .00012$
β_0	$42^\circ 17' 48'' .3145 \pm 0'' .0002$	$42^\circ 17' 48'' .3145 \pm 0'' .0002$	$42^\circ 17' 48'' .3146 \pm 0'' .0002$
μ_{λ_0}	$-381 \pm 52 \mu as y^{-1}$	$-372 \pm 52 \mu as y^{-1}$	$-395 \pm 52 \mu as y^{-1}$
μ_{β_0}	$-676 \pm 121 \mu as y^{-1}$	$-672 \pm 121 \mu as y^{-1}$	$-685 \pm 121 \mu as y^{-1}$
T_0	$2445303.27316791 JD$	$2445303.27316791 JD$	$2445303.27316791 JD$
Mean	$-2.00 \times 10^{-2} \mu s$	$-2.06 \times 10^{-2} \mu s$	$-2.00 \times 10^{-2} \mu s$
r.m.s.	$0.970 \mu s$	$0.985 \mu s$	$0.974 \mu s$
χ^2	0.30	0.42	0.31
G	0.85	0.88	0.86

Table I : Parameters obtained for PSR1937+214 using the BdL ephemeris and 3 different atomic time scales (BIPM= atomic time from the BIPM (Guinot, 1988), USNO= atomic time for the US Naval Observatory (A1), TAI= Atomic time as given by the BIH). The analytical transformation from TT to TB was used in all 3 solutions.

	DE200/BIPM	DE200/USNO	DE200/BIPM/JPL
P_0	$1557806448862.86 \pm 0.05$ fs	$1557806448863.54 \pm 0.05$ fs	$1557806448862.88 \pm 0.05$ fs
\dot{P}_0	$(1.05127 \pm 0.00001) \times 10^{-19} ss^{-1}$	$(1.05129 \pm 0.00001) \times 10^{-19} ss^{-1}$	$(1.05129 \pm 0.00001) \times 10^{-19} ss^{-1}$
λ_0	$301^\circ 58' 23'' .6715 \pm 0'' .00012$	$301^\circ 58' 23'' .6717 \pm 0'' .00012$	$301^\circ 58' 23'' .6716 \pm 0'' .00012$
β_0	$42^\circ 17' 48'' .3371 \pm 0'' .0002$	$42^\circ 17' 48'' .3372 \pm 0'' .0002$	$42^\circ 17' 48'' .3372 \pm 0'' .0002$
μ_{λ_0}	$-359 \pm 52 \mu as y^{-1}$	$-349 \pm 52 \mu as y^{-1}$	$-375 \pm 52 \mu as y^{-1}$
μ_{β_0}	$-669 \pm 121 \mu as y^{-1}$	$-664 \pm 121 \mu as y^{-1}$	$-683 \pm 121 \mu as y^{-1}$
T_0	$2445303.27316791 JD$	$2445303.27316791 JD$	$2445303.27316791 JD$
Mean	$-1.9 \times 10^{-2} \mu s$	$-2.0 \times 10^{-2} \mu s$	$-2.0 \times 10^{-2} \mu s$
r.m.s.	$0.969 \mu s$	$0.984 \mu s$	$0.974 \mu s$
χ^2	0.29	0.22	0.27
G	0.86	0.88	0.87

Table II : Parameters obtained for PSR1937+214 by using the JPL ephemeris DE200, two different atomic time scales (BIPM= atomic time from the BIPM (Guinot, 1988), USNO= atomic time for the US Naval Observatory (A1)) and the numerical TT to TB transformation (denoted by JPL in the column heading, the other 2 solutions used the analytical formula).

	BDL/BIPM	BDL/USNO
α_0	$19^h 39^m 38^s .560287 \pm 0^s .000008$	$19^h 39^m 38^s .560290 \pm 0^s .000008$
δ_0	$21^\circ 34' 59'' .1456 \pm 0'' .0002$	$21^\circ 34' 59'' .1457 \pm 0'' .0002$
	DE200/BIPM	DE200/USNO
α_0	$19^h 39^m 38^s .560269 \pm 0^s .000008$	$19^h 39^m 38^s .560278 \pm 0^s .000008$
δ_0	$21^\circ 34' 59'' .1466 \pm 0'' .0002$	$21^\circ 34' 59'' .1467 \pm 0'' .0002$

Table IV : Position of PSR1937+21 in equatorial coordinates in the J2000. reference system after appropriate rotations of the ecliptic positions.

	Davis <i>et al</i>	Rawley
P_0	$1557806448872.4 \pm 0.2 \text{ fs}$	$1557806448872.75 \pm 0.05 \text{ fs}$
\dot{P}_0	$(1.05110 \pm 0.00008) \times 10^{-19} \text{ ss}^{-1}$	$(1.051053 \pm 0.000008) \times 10^{-19} \text{ ss}^{-1}$
α_0	$19^h 39^m 38^s .56092 \pm 0^s .00003$	$19^h 39^m 38^s .56115 \pm 0^s .000007$
δ_0	$21^\circ 34' 59'' .2621 \pm 0'' .001$	$21^\circ 34' 59'' .2576 \pm 0'' .00019$
T_0	$2445303.27316791 \text{ JD}$	$2445303.2736791 \text{ JD}$
r.m.s.	$0.9 \mu\text{s}$	$0.3 \mu\text{s}$

Table V : Results of Davis *et al* (1985) and of Rawley (1986). Their position has been transformed from B1950 to the J2000.0 reference system and the period calculated for a suitable epoch, for comparison purposes.

	USNO/BIPM	BDL/DE200	PEP740R/DE200
ΔP_0	$0.69 \text{ fs } (14\sigma)$	$0.01 \text{ fs } (< 1\sigma)$	$8.86 \text{ fs } (44\sigma_D)$
$\Delta \dot{P}_0$	$0.00002 \times 10^{-19} \text{ ss}^{-1} (2\sigma)$	$0.00001 \times 10^{-19} \text{ ss}^{-1} (1\sigma)$	$0.00019 \times 10^{-19} \text{ ss}^{-1} (2\sigma_D)$
$\Delta \alpha_0$	$0^s .000009 (1\sigma)$	$0^s .000018 (2\sigma)$	$0^s .00064 (21\sigma_D)$
$\Delta \delta_0$	$0.00001'' (< 1\sigma)$	$0.001'' (5\sigma)$	$0.1154'' (115\sigma_D)$

Table VI: Table of the differences between the pulsar parameters when using different models (USNO/BIPM: differences when 2 different atomic time scales are used with the same ephemeris, BDL/DE200: 2 different ephemerides (BDL and DE200) are used with the same atomic time scale, PEP740R/DE200: the 2 ephemerides used are PEP740R from the CfA and DE200)

Chapitre VI

Dispositif de Chronométrage des Pulsars à Nançay

Dans ce chapitre, le système de dé-dispersion retenu à Nançay pour chronométrer les pulsars est décrit tel qu'il avait été spécifié en octobre 1987. Nous exposerons aussi les prédictions et les programmes qui permettent de préparer les observations tels que nous les avons mis en œuvre. L'établissement d'une échelle de temps UTC à Nançay, nécessaire au chronométrage précis des pulsars rapides est aussi décrit. Ces dispositifs ont été conçus et développés par F.Biraud, G.Bourgeois, D.Aubry, J.-P.Drouhin et B.Darchy de l'observatoire de Meudon et de la station de Nançay.

1. Le principe du dé-disperseur

Comme évoqué dans le chapitre III, la matière interstellaire ionisée affecte les temps d'arrivée des pulses par dispersion. La formule donnant le retard d'un signal en fonction de sa fréquence d'émission est:

$$t = \frac{kDM}{\nu^2} \quad (1)$$

où t est le retard en secondes dû à la matière interstellaire, $k = 4.14879 \times 10^3$ est la constante de dispersion, DM est la mesure de dispersion, la densité surfacique de la colonne du milieu ionisé entre la Terre et le pulsar (unité pc cm^{-3}), et ν est la fréquence du signal en MHz. En portant sur un diagramme temps-fréquence les temps d'arrivée des pulses, (figure 1), les temps d'arrivée forment des branches de cubiques.

Pour compenser cet effet de la matière interstellaire, le dé-disperseur construit à Nançay pour le chronométrage de pulsars rapides, utilise le principe de l'oscillateur local à balayage de fréquence. Ce principe a déjà été utilisé à Arecibo par McCulloch *et al* (1979) pour le chronométrage du pulsar binaire PSR1913+16. Il a été abandonné car la stabilité de la fréquence balayée ne pouvait être assurée. Le dé-disperseur de Nançay est basé sur le même principe mais est complété par une boucle d'asservissement de

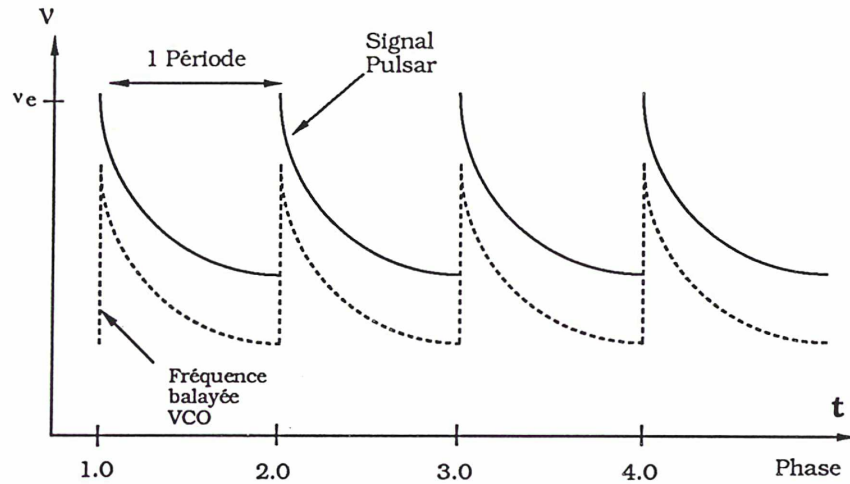


Fig VI.1: Diagramme temps-fréquence du signal provenant du pulsar et du signal à fréquence balayée.

la fréquence balayée pour pallier l'inconvénient du dispositif de McCulloch. Ce dispositif a été conçu et développé par F.Biraud et G.Bourgois de l'observatoire de Meudon et D.Aubry, J.-P.Drouhin et B.Darchy de la station de radio-astronomie de Nançay.

Le principe retenu consiste à remplacer un des oscillateurs locaux de la chaîne de réception du radio-télescope par un oscillateur (VCO) dont la fréquence varie selon la loi de dispersion (1) du pulsar observé. Le signal balayé provenant du VCO bat avec le signal émis par le pulsar produisant une fréquence constante qui est analysée par l'auto-corrélateur spectral de la station. Le pulse produit ainsi une raie spectrale dont la position dans le spectre permet de dater l'arrivée du pulse.

Le système développé à Nançay doit assurer deux fonctions:

- la synthèse de la phase topocentrique du pulsar observé qui déclenche le départ du signal généré par le VCO et qui donne au signal balayé la même période que le signal dispersé du pulsar observé. La phase à un temps t du signal émis par le pulsar est définie pour une fréquence bien précise de part le retard dû à la dispersion. Ainsi les phases indiquées sur la figure (1) sont valables pour la fréquence ν_e , mais pour une autre fréquence on voit que les phases entières du signal pulsar ne correspondent pas aux mêmes temps t . Cette phase est calculée de sorte que le déphasage qui peut exister entre le signal balayé et le signal du pulsar est le même pour des observations faites le même jour. On verra qu'il reste

presque constant sur plusieurs jours. Cette contrainte implique que la fréquence issue du battement des signaux généré par le VCO et émis par le pulsar ait la même position dans les spectres déterminés par l'auto-corrélateur pour deux observations faites le même jour.

- la synthèse du balayage en fréquence par le VCO et l'asservissement de la fréquence balayée. Le balayage doit suivre le mieux possible la loi de dispersion du pulsar observé. Toute déviation de cette loi de dispersion entraîne l'élargissement du pulse observé par rapport à sa forme intrinsèque et un biais dans le temps d'arrivée. L'asservissement assure que la fréquence balayée ne dévie pas de la loi de dispersion.

Ces fonctions sont commandées par des valeurs calculées avant l'observation. Ces calculs doivent tenir compte du pulsar à observer, de la fréquence d'observation, du mouvement de la station dans l'espace et du trajet d'un signal électro-magnétique entre le pulsar et la station.

2. La synthèse de la phase topocentrique du pulsar

Le dé-disperseur reproduit en machine la phase topocentrique du pulsar observé. C'est cette phase qui commande le déclenchement du signal balayé.

Pour assurer la précision de la phase du signal balayé, celle-ci ne doit pas s'écarter de la phase du pulsar de plus du plus grand des deux nombres: 100 ns (qui est la période de l'horloge maîtresse du dé-disperseur) ou 10^{-5} de la période.

La phase topocentrique $\phi(t)$ est fonction des temps d'arrivée des pulses à la station. Le dé-disperseur de Nançay reproduit $\phi(t)$ par une approximation linéaire:

$$\phi(t) = \phi_0 + \frac{d\phi}{dt} \Delta t \quad (2)$$

où Δt est en unités de 100 ns, la période de l'horloge maîtresse du dé-disperseur à Nançay.

Durant une observation, la période topocentrique d'un pulsar varie selon le mouvement de la Terre sur son orbite et autour de son axe de rotation. On tient compte de cette variation de la période en changeant au cours de l'observation, les valeurs initiales ϕ_0 et $\Delta\phi$ qui permettent de calculer la phase. Il faut maintenant calculer l'intervalle de temps pendant lequel l'approximation linéaire remplit la condition d'exactitude imposée.

a) *Variation de la phase au cours de l'observation*

Sur une heure d'observation, comme c'est le cas avec l'instrument méridien de Nançay, l'intervalle de temps entre l'arrivée de deux pulses est donné en première approximation par:

$$t_n - t_0 = nP_a - \frac{\vec{k} \cdot (\vec{r}(t_n) - \vec{r}(t_0))}{c} \quad (4)$$

où n est le nombre de pulses entre les deux temps d'arrivée, P_a est la période barycentrique du pulsar, \vec{k} est un vecteur unitaire dans la direction du pulsar à partir du barycentre du système solaire, $\vec{r}(t_n)$ est le vecteur entre le barycentre du système solaire et la station au temps t_n . $\vec{r}(t_n)$ est la somme des deux vecteurs $\vec{R}(t_n)$, le vecteur entre le barycentre du système solaire et le centre de la Terre et $\xi(t_n)$, le vecteur entre le centre de la Terre et la station. En faisant un développement de Taylor de $\vec{r}(t_n)$ autour de t_0 , on a:

$$t_n - t_0 = nP_a + \frac{1}{c} \vec{k} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (\vec{R}^{(i)} + \xi^{(i)}) \Delta t^i / i! \quad (5)$$

où $\vec{R}^{(i)}$ et $\xi^{(i)}$ sont les $i^{\text{èmes}}$ dérivées par rapport au temps de \vec{R} et ξ respectivement.

Une approximation des produits scalaires $\vec{k} \cdot \vec{R}$ et $\vec{k} \cdot \xi$ est $a \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ et $\xi \cos(\omega_2 t + \phi_2)$ où a et ξ sont le demi-grand axe de l'orbite terrestre et le rayon terrestre et ω_1, ω_2 sont les vitesses angulaires de translation et de rotation de la Terre. On a:

$$\frac{1}{c} \vec{k} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (\vec{R}^{(i)} + \xi^{(i)}) \frac{\Delta t^i}{i!} < \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{a}{c} \omega_1^i + \frac{\xi}{c} \omega_2^i \right) \frac{\Delta t^i}{i!} \quad (6)$$

On peut ainsi évaluer la grandeur des termes tronqués dans (5) si on calcule la phase topocentrique par approximation linéaire, c'est-à-dire si l'on ne considère en (5) que le terme constant et le terme linéaire. Par (6), on calcule que la somme des termes tronqués dans (5) à partir du terme en Δt^2 sera supérieure à 100 ns après 40 secondes. L'approximation linéaire ne remplit donc la condition d'exactitude que pendant cet intervalle de 40 secondes. Le dé-disperseur doit utiliser des valeurs différentes de ϕ_0 et $\Delta\phi$, toutes les 40 secondes, pour synthétiser la phase. Pour des raisons pratiques, cet intervalle de validité de l'approximation linéaire est ramené à 2^{28} périodes de l'horloge maîtresse du dé-disperseur, c'est-à-dire 26.844 s.

b) Synthèse de la phase

La phase topocentrique du signal pulsar est représentée en tour par un compteur qui est incrémenté à chaque période de l'horloge maîtresse du dé-disperseur, figure (2).

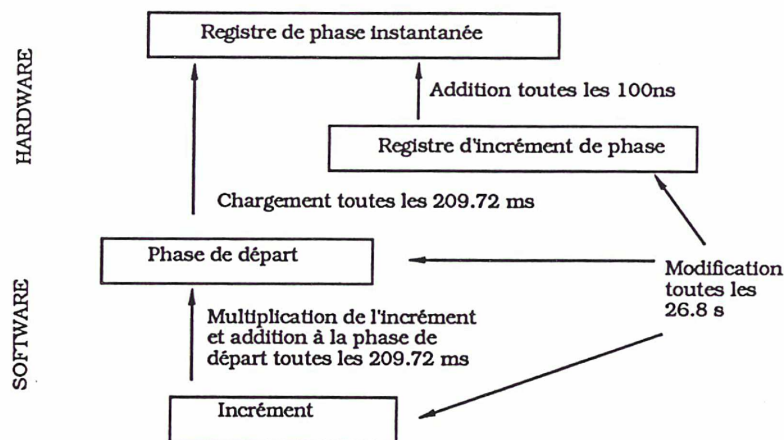


Fig. VI.2: Dispositif de synthèse de la phase. Les rectangles représentent les différents registres utilisés dans la synthèse.

Pour garantir la condition d'exactitude et pour simplifier le procédé, la phase est élaborée à deux niveaux:

- au niveau "hardware", la phase est fabriquée par approximation linéaire (la période est constante) dans un registre additionneur de 37 bits. On fait donc une erreur de 2^{-38} tour par coup d'horloge et on accumule après N coups d'horloge une erreur de $2^{-38}NP$ secondes (P la période). La condition d'exactitude est satisfaite si $N = 2^{21}$. Cette élaboration de la phase en "hardware" est donc valable pendant $209,72 \times 10^{-3}$ s.

- au bout de ces $209,72 \times 10^{-3}$ s, l'écart entre la phase synthétisée et la phase réelle est excessif et on recharge dans le registre additionneur une nouvelle phase. Cette nouvelle phase est issue d'un calcul exécuté par le logiciel de la machine à partir de la phase et de l'incrément de phase calculés a priori. La phase est ici en unités de 2^{-40} tour et l'incrément en unités de 2^{-61} tour par coup d'horloge. L'erreur sur cette phase calculée en logiciel est donc de 2^{-62} tour par coups d'horloge. L'erreur cumulée sur une heure est de

$$\frac{2^{-62} \times 1 \text{ heure } P}{10^{-7}} = 7.81 \times 10^{-9} P \text{ secondes}$$

ce qui est suffisant.

c) Séquence de la synthèse de la phase

La séquence de synthèse de la phase est donc la suivante: on charge dans le registre de phase instantanée, la phase ϕ_0 de départ et dans le registre d'incrément, le $\Delta\phi$ correspondant. A chaque coup d'horloge, on additionne au registre de phase, l'incrément de phase. Quand le compteur de phase = 1, une période topocentrique du pulsar est révolue et le départ d'un nouveau cycle de balayage de fréquence par l'oscillateur local est donné. Après 209 ms, la phase dans le compteur ne vérifie plus la condition d'exactitude, on recharge alors dans le registre de phase une phase calculée par le logiciel contrôlant le dé-disperseur, en ajoutant à la phase de départ ϕ_0 , 2^{21} fois l'incrément de phase $\Delta\phi$. Ce calcul s'effectuant sur un nombre de bits plus grand (61 plutôt que 37) est plus précis que le calcul fait en "hardware". Au bout de 26.844 s, l'approximation linéaire de la phase n'est plus suffisante, on recharge donc une phase de départ et un incrément qui seront valables pour les 26.844 s suivantes.

3. Synthèse du balayage en fréquence

Le VCO doit synthétiser une fréquence qui évoluera au cours du temps selon la loi

$$t = \frac{kDM}{\nu_{obs}^2} \quad \text{ou} \quad \nu_{obs}^2 = \frac{kDM}{t}$$

où t est le retard dû à la dispersion interstellaire à la fréquence d'observation ν_{obs} , k est la constante de dispersion et DM la mesure de dispersion.

a) Synthèse du balayage

La fréquence balayée est synthétisée par un VCO (Voltage Control Oscillator) qui est un oscillateur

dont la fréquence de sortie est fonction de la tension électrique d'entrée. Le VCO du dispositif de chronométrage est commandé par une tension électrique en dent de scie. Cette tension est obtenue par la conversion digital-analogique d'un nombre. Cette conversion digital-analogique permet de modéliser la variation de fréquence selon la véritable loi de dispersion (1) au 3^{ème} ordre près. La fréquence du signal dispersé est donnée par le développement de Taylor:

$$\nu_{obs}(t) = \nu_D + \left(\frac{d\nu}{dt}\right)_D t + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\nu}{dt^2}\right)_D t^2 + \dots \quad (6)$$

où ν_D est la valeur de la fréquence au début de la dent de scie et $\left(\frac{d^i\nu}{dt^i}\right)_D$ sont les dérivées de la fréquence. Notre dispositif remplace un des oscillateurs locaux de la chaîne de réception de Nançay qui générerait une fréquence d'environ 50 MHz jusqu'en août 1988 et 80 MHz après. ν_D a donc une valeur proche de ces 50 MHz (ou 80 MHz maintenant) pour que cette substitution ne perturbe pas la chaîne de réception. Par contre, les $\left(\frac{d^i\nu}{dt^i}\right)_D$ sont calculés à partir de la formule (1) à la fréquence d'observation correspondant au début de la dent de scie, afin que le signal en dent de scie ait la même dérive que le signal dispersé.

On peut tronquer (6) à partir des termes en t^3 . En effet, l'intervalle de temps correspondant à l'excursion $\Delta\nu$ de la fréquence balayée est:

$$\begin{aligned} t - t_0 &= \frac{kDM}{(\nu_0 + \Delta\nu)^2} - \frac{kDM}{\nu_0^2} \\ &= \frac{kDM}{\nu_0^2} \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right)^2} - 1 \right) \\ &= \frac{kDM}{\nu_0^2} \left(-2\left(\frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right) + 3\left(\frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right)^2 - 4\left(\frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right)^3 + \dots \right) \end{aligned} \quad (7)$$

En négligeant les termes en $\left(\frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right)^3$, on fera, pour PSR1937+21, une erreur de $0.1\mu s$ sur le retard à la fin du balayage pour une fréquence $\nu_0 = 1400$ MHz. Ceci se traduit par un élargissement de $\frac{1}{500}$ du pulse, ce qui est négligeable. Dans les limites du dé-disperseur ($\Delta\nu = 20$ MHz, $DM=400$ pc cm⁻³), ce retard pourrait aller jusqu'à $2.5\mu s$.

Les valeurs ν_D , $\left(\frac{d\nu}{dt}\right)_D$ et $\left(\frac{d^2\nu}{dt^2}\right)_D$ restent constantes durant l'observation d'une heure. Ceci revient à dire que la fréquence observée dans le ciel sera toujours la même. Par contre, on n'observera pas une fréquence d'émission constante. Les fréquences d'émission et d'observation diffèrent par l'effet Doppler dû au déplacement de la station. Cette différence doit être prise en compte dans la réduction des observations.

La tension électrique ψ qui donne le balayage en fréquence doit obéir à la loi de dispersion (1). On a

$$\frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi} = -\frac{1}{2} \frac{(kDM)^{\frac{1}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{2} \frac{\nu_{obs}^3}{kDM} \quad (8)$$

et

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \ddot{\psi} = \frac{3(kDM)^{\frac{1}{2}}}{4} \frac{1}{t^{\frac{5}{2}}} = \frac{3}{4} \frac{\nu_{obs}^5}{(kDM)^2} \quad (9)$$

Le nombre digital qui sera converti en la tension électrique ψ est élaboré dans un compteur de 34 bits qui va ainsi représenter la fréquence en unité de 0.00125 Hz environ. Ce compteur est remis à zéro chaque fois qu'une période pulsar est révolue (c'est-à-dire quand le compteur de phase atteint 1). On y ajoute tous les coups d'horloge (100 ns) une quantité, b , représentant la dérivée en unité de 0.00125 Hz/100ns:

$$b = \dot{\psi} \times \frac{100 \times 10^{-9} s}{0.00125 \times 10^{-6} Hz} = \frac{40\nu_{obs}^3}{kDM} \quad (10)$$

toujours avec ν en MHz.

Pour tenir compte de la dérivée seconde, on ajoute algébriquement à b une quantité c toutes les τ secondes. c représente le dérivée seconde en unité de ≈ 0.00125 Hz/100 ns/ τ . τ est l'intervalle de temps pendant lequel l'erreur commise en négligeant la dérivée seconde est inférieure à $10^{-4}P$. La figure (3) résume le processus de synthèse et la figure (4) génère un balayage en fréquence selon ce processus.

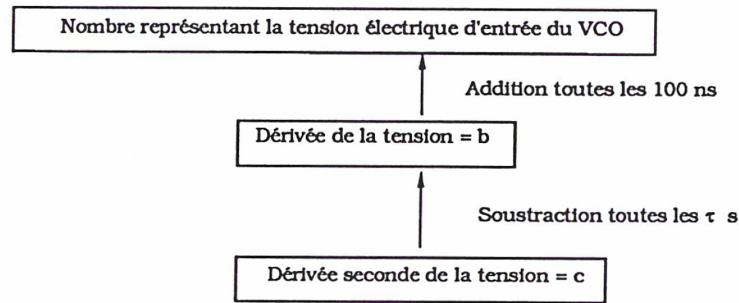


Fig. VI.3: Synthèse du nombre digital représentant la tension électrique d'entrée du VCO.

Si on néglige $\frac{d^2\psi}{dt^2}$ pendant τ secondes, on fait une erreur de $\frac{1}{2}(\frac{d^2\psi}{dt^2})\tau^2$ en tension c'est-à-dire $\frac{1}{2}(\frac{d^2\psi}{dt^2})(\frac{d\psi}{dt})^{-1}\tau^2$ en temps. τ est donc défini par:

$$\left| \left(\frac{1}{2} \frac{d^2\psi}{dt^2} \tau^2 \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^{-1} \right) \right| \leq 10^{-4} P$$

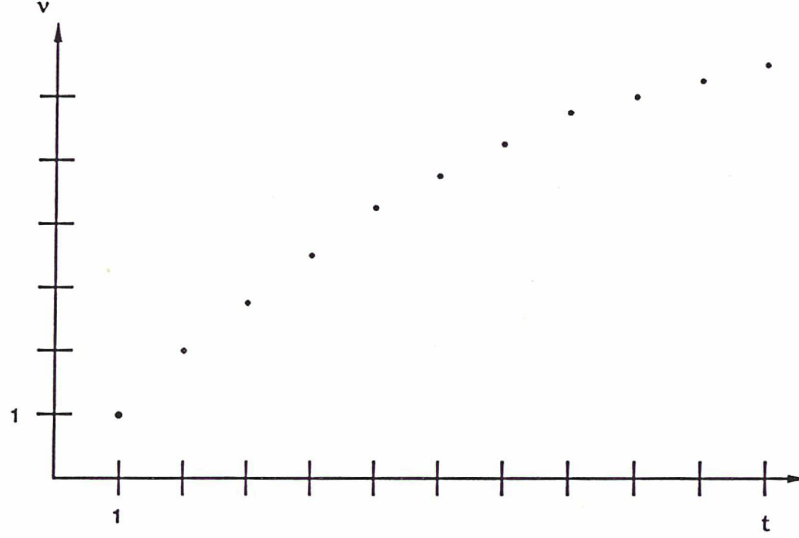


Fig. VI.4: Synthèse d'une fréquence balayée selon le schéma décrit dans le texte. b, c et τ ont pour valeurs respectives $1, \frac{1}{4}$ et 3 .

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow \tau^2 &\leq 2 \times 10^{-4} P \left(\frac{d^2 \psi}{dt^2} \right)^{-1} \left| \frac{d\psi}{dt} \right| \\
 &\leq 2 \times 10^{-4} P \frac{4 (kDM)^2}{3 \nu_{obs}^5} \left(\frac{1}{2} \frac{\nu_{obs}^3}{kDM} \right) \\
 &\leq 4/3 \times 10^{-4} P \frac{kDM}{\nu_{obs}^2} \\
 \Leftrightarrow \tau &\leq \frac{\sqrt{4/3 \times 10^{-4} P kDM}}{\nu_{obs}}
 \end{aligned}$$

avec $\tau = 2^n$ coups d'horloge, on a la condition suivante sur n

$$n = \text{int} \left[16.817 + 3.322 \log \left[\frac{(P kDM)^{\frac{1}{2}}}{\nu_{obs}} \right] \right] \quad (11)$$

c sera donné par:

$$c = \ddot{\psi} \times \frac{10^{-7} 2^n 10^{-7}}{0.00125 \times 10^{-6}} = 6 \times 10^{-6} \frac{\nu_{obs}^5}{kDM} 2^n \quad (12)$$

La tension électrique finale, $z(t)$, qui est envoyée au VCO est donnée par $z(t) = \gamma_1 y(t) - \gamma_2 \psi(t)$ où $y(t)$ est une tension continue et γ_1 et γ_2 sont les gains des amplificateurs. $y(t)$ fixe la fréquence moyenne, ν_0 , du signal généré par le VCO à la fréquence de l'oscillateur local de la chaîne de réception remplacé par notre dispositif. Comme on le voit dans la figure (4), la tension $\psi(t)$ qui est fabriquée grâce au schéma décrit ci-dessus, dérive dans le sens opposé à la vraie loi de dispersion, le retard est plus grand à hautes fréquences. Il suffit d'inverser ψ pour rétablir la vraie loi de dispersion.

b) *Déroulement dans le temps du balayage et excursion maximale en fréquence*

Pendant une période du pulsar observé, le signal qu'il émet, dérive en fréquence d'une quantité B donné par:

$$P = kDM \left(\frac{1}{\nu_{obs}^2} - \frac{1}{(\nu_{obs} + B)^2} \right) \quad (14)$$

Le signal synthétisé par le VCO doit avoir la même dérive pendant une période. La bande passante de la chaîne de réception du radio-télescope de Nançay impose toutefois une limite maximale de 20 MHz à cette dérive. Ainsi, pour des pulsars dont B est supérieur à 20 MHz, c'est-à-dire dont la période P vérifie (si ν_{obs} est la fréquence d'observation)

$$\frac{P\nu_{obs}^2}{DM} > 20k \quad (15)$$

le signal généré par le VCO ne devrait pas battre avec le signal du pulsar pendant toute la période mais seulement pendant une fraction de la période correspondant à la dérive de 20 MHz. Pour éviter d'acquérir des données pendant la fraction de la période où les signaux battent en dehors de la limite de 20 MHz, l'auto-corrélateur est inhibé et ne calcule donc pas de spectre pendant ce temps. C'est ce que l'on appelle le "blanking". Par contre, pour les pulsars rapides et dispersés comme PSR1937+214 pour lesquels B est inférieur à 20MHz ($B \approx 7.55$ MHz pour PSR1937+214), le signal balayé par le VCO sera présent pendant toute la période.

Le déroulement dans le temps du balayage est montré figure (5).

L'intervalle de temps pendant lequel le VCO produit une fréquence balayée et pendant lequel les données sont acquises est centré sur la demi-période $P/2$ et s'étend de $P/2 - 2t_0$ à $P/2 + 2t_0$. Le "blanking" est opérationnel pendant le reste de la période.

t_0 , exprimé en $256^{ème}$ de la période, est le quart du temps que prend le signal pour dériver de $\Delta\nu_0 = B$.

$$\Delta\nu_0 = \frac{d\nu}{dt} t_0 \Leftrightarrow t_0 = \left(\frac{d\nu}{dt} \right)^{-1} \Delta\nu_0 = 2 \frac{kDM}{\nu_{obs}^3} \Delta\nu_0$$

$$t_0 = 512 \frac{kDMB}{4\nu_{obs}^3 P}$$

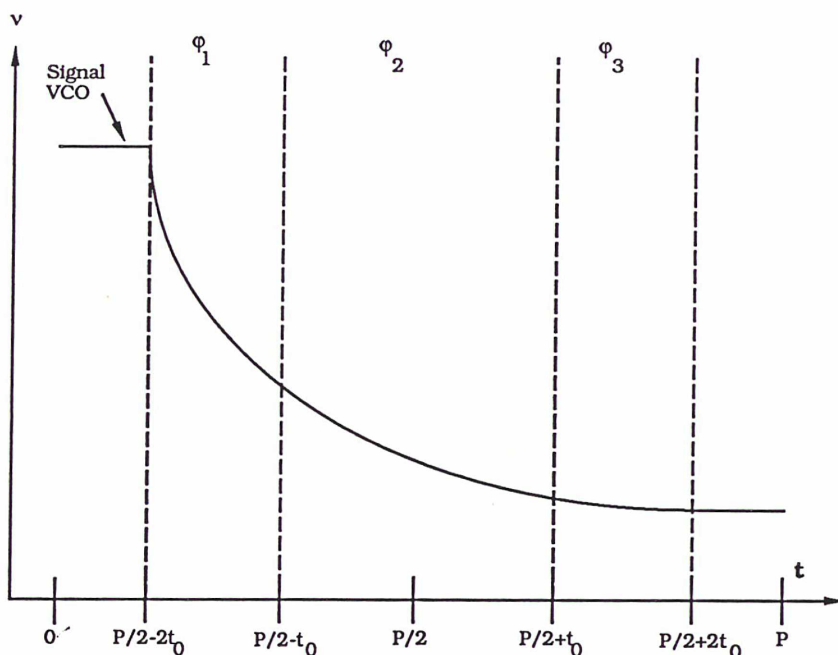


Fig. VI.5: Déroulement dans le temps du balayage et fenêtres de comptage pour l'asservissement. La courbure est très exagérée.

t_0 doit aussi être inférieur à 64 pour de simples raisons pratiques. L'intervalle de temps $4t_0$ pendant lequel la fréquence balayée est générée ne peut dépasser une période P . Donc t_0 est inférieur à 64, par définition de t_0 . On procède de plus à du "blanking" en début de période pour éviter d'acquérir des données en début de balayage, là où la fréquence balayée n'est pas encore stabilisée. Pour cela on donne comme valeur limite de t_0 , 62. Finalement,

$$t_0 = \min\left(62, 2560 \frac{kDM}{\bar{\nu}^3 P}\right) \quad (16)$$

4. Asservissement de la fréquence balayée

Le VCO n'a pas les mêmes caractéristiques selon les fréquences de départ ν_0 utilisées, comme on peut le voir sur la figure (6) qui montre la fréquence sortie par le VCO en fonction de la tension d'entrée.

Ces caractéristiques vont aussi évoluer dans le temps par vieillissement du VCO. Les conditions initiales de température et d'environnement magnétique et électrique influencent aussi les caractéristiques

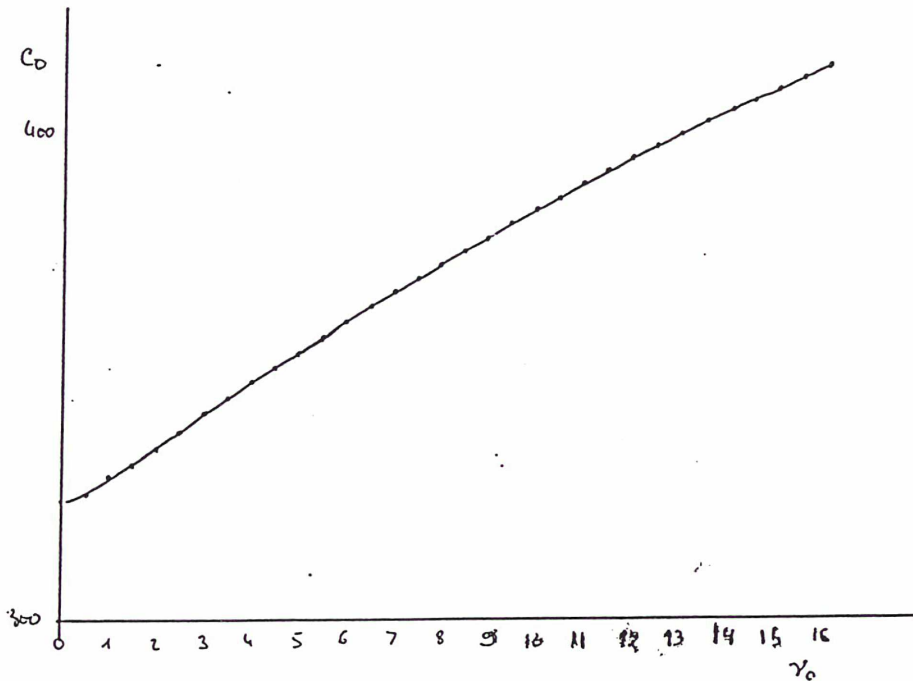


Fig. VI.6: Caractéristique du VCO, la tension entrée est en abscisse et la fréquence sortie en ordonnée.

du VCO. Ceci signifie qu'à tension électrique égale, la fréquence produite par le VCO ne reste pas la même, même pendant une observation. Or il est nécessaire que cette fréquence de sortie reste correcte pendant l'observation, sinon le battement avec le signal dispersé du pulsar ne produira pas une fréquence constante et le pulse observé sera élargi. Pendant l'heure d'observation d'un pulsar, il faut donc mesurer la fréquence produite par le VCO, la comparer à sa valeur prédite et modifier, s'il y a lieu, la tension d'entrée du VCO pour que la fréquence mesurée suive bien la loi de dispersion nécessaire. Ceci est la tâche de l'asservissement.

Pour contrôler la fréquence pendant le balayage, on découpe l'intervalle de temps pendant lequel le balayage est présent en 4 fenêtres de largeur t_0 et centrées en $P/2$ (voir figure (5)). On mesure ensuite les fréquences moyennes n_1, n_2, n_3 du VCO pendant les intervalles ϕ_1, ϕ_2 et ϕ_3 en comptant les périodes du signal. La courbe du balayage est tant donnée par l'équation

$$\nu(t) = \nu_0 + \dot{\nu}_p t + \frac{1}{2} \ddot{\nu}_p t^2 \quad (17)$$

où ν_0 est la fréquence du VCO à demi-période et $\dot{\nu}_p, \ddot{\nu}_p$ sont les dérivées de la fréquence calculées à partir

de l'équation (1). Elles ne dépendent donc que de la fréquence d'observation et non du VCO. On calcule que

$$\begin{aligned}
 n_1 &= \int_{-2t_0}^{-t_0} (\nu_0 + \dot{\nu}_p t + \frac{1}{2} \ddot{\nu}_p t^2) dt \\
 &= [\nu_0 t + \frac{1}{2} \dot{\nu}_p t^2 + \frac{1}{6} \ddot{\nu}_p t^3]_{-2t_0}^{-t_0} \\
 &= \nu_0 t_0 - \frac{3}{2} \dot{\nu}_p t_0^2 + \frac{7}{6} \ddot{\nu}_p t_0^3
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 n_2 &= \int_{-t_0}^{t_0} (\nu_0 + \dot{\nu}_p t + \frac{1}{2} \ddot{\nu}_p t^2) dt \\
 &= [\nu_0 t + \frac{1}{2} \dot{\nu}_p t^2 + \frac{1}{6} \ddot{\nu}_p t^3]_{-t_0}^{t_0} \\
 &= 2\nu_0 t_0 + \frac{1}{3} \ddot{\nu}_p t_0^3
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 n_3 &= \int_{t_0}^{2t_0} (\nu_0 + \dot{\nu}_p t + \frac{1}{2} \ddot{\nu}_p t^2) dt \\
 &= [\nu_0 t + \frac{1}{2} \dot{\nu}_p t^2 + \frac{1}{6} \ddot{\nu}_p t^3]_{t_0}^{2t_0} \\
 &= \nu_0 t_0 + \frac{3}{2} \dot{\nu}_p t_0^2 + \frac{7}{6} \ddot{\nu}_p t_0^3
 \end{aligned} \tag{20}$$

Ce qui donne

$$\begin{cases} 12t_0\nu_0 = 7n_2 - n_1 - n_3 = C_0 \\ 3t_0^2\dot{\nu}_p = n_3 - n_1 = C_1 \\ 2t_0^3\ddot{\nu}_p = n_1 + n_3 - n_2 = C_2 \end{cases} \tag{21}$$

Ces consignes C_0, C_1, C_2 sont calculées avant l'observation car on connaît la fréquence à mi-période du VCO, ν_0 et la loi de dispersion du pulsar observé qui donne $\dot{\nu}_p$ et $\ddot{\nu}_p$. Pendant l'observation, les fréquences moyennes n_1, n_2, n_3 du VCO sont mesurées, puis des quantités C'_0, C'_1 et C'_2 sont calculées par le système (21) avec les valeurs mesurées de n_1, n_2, n_3 . C'_0, C'_1, C'_2 sont ensuite comparées aux valeurs C_0, C_1, C_2 , calculées au préalable. En cas de différence entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées, il faudra corriger $\nu_0, \dot{\nu}_p, \ddot{\nu}_p$, c'est-à-dire les valeurs de la tension continue, $y(t)$, b et c . Les corrections à apporter sont données par:

$$\begin{pmatrix} d\nu \\ d\dot{\nu} \\ d\ddot{\nu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d\nu}{dC_0} & \frac{d\dot{\nu}}{dC_0} & \frac{d\ddot{\nu}}{dC_0} \\ \frac{d\nu}{dC_1} & \frac{d\dot{\nu}}{dC_1} & \frac{d\ddot{\nu}}{dC_1} \\ \frac{d\nu}{dC_2} & \frac{d\dot{\nu}}{dC_2} & \frac{d\ddot{\nu}}{dC_2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} dC_0 \\ dC_1 \\ dC_2 \end{pmatrix} \tag{22}$$

où les dC_i sont les différences constatées entre les valeurs des consignes mesurées (C'_0, C'_1, C'_2) et prédites (C_0, C_1, C_2) et où la matrice des dérivées a été établie expérimentalement pour la fréquence observée. Cette matrice va évoluer à long terme et il sera nécessaire de la déterminer à nouveau. Les corrections à

apporter sur y , b et c sont données par

$$\begin{cases} dy = \gamma_1 d\nu \\ db = \alpha d\dot{\nu} \\ dc = \beta d\ddot{\nu} \end{cases} \quad (23)$$

où α et β sont déterminés par les équations (11) et (13) et γ_1 est le gain de l'amplificateur de la tension constante $y(t)$.

5. La préparation des observations

Les valeurs à calculer pour le contrôle du dédispenseur avant une observation sont: les phases et les incréments de phase pour tous les intervalles de validité de 26.844s, τ l'intervalle de temps sur lequel b , la dérivée de la fréquence est valable, t_0 la largeur de la fenêtre de comptage, C_0, C_1, C_2 les valeurs de contrôle de la fréquence balayée. On calcule éventuellement b , la dérivée de la fréquence, c la dérivée seconde mais ces deux quantités peuvent être évaluées expérimentalement comme c'est le cas à Nançay. Les phases étant fonction des temps d'arrivée des pulses à l'observatoire pendant l'heure d'observation, il nous faut calculer ces temps d'arrivée t_n .

a) Formulation des équations de prédictions pour la phase.

Supposons que les paramètres du pulsar à observer, sa période, la dérivée de la période et sa position, soient fournis par rapport à une époque T_{ep} , temps d'émission d'un pulse. Pour prédire les phases de départ du dé-disperseur, on calcule les dates d'émission T_n de pulses que l'on transforme ensuite en temps d'arrivée à la station au moyen de l'équation (18) du chapitre IV. Les T_n sont calculés en ajoutant au temps d'émission origine T_{ep} , n fois la période du pulsar, où n est le nombre de pulses entre T_n et T_{ep} , c'est-à-dire:

$$T_n = T_{ep} + n(P_{ep} + \frac{1}{2}\dot{P}(T_n - T_{ep})) \quad (24)$$

où P_{ep} et \dot{P} sont la période et sa dérivée première à l'époque T_{ep} .

Le temps d'émission pris comme origine de l'équation (24) peut être choisi différent de T_{ep} , pour se raccorder à une série d'observations d'un autre observatoire. Par exemple, pour les observations de

PSR1937+214, nous nous sommes raccordés jusqu'à présent, à la dernière date d'observation d'Arecibo que nous possédions en novembre 1984 plutôt qu'à l'époque de détermination de la période qui est en novembre 1982. La dernière date de 1984 est apparemment plus précise selon Rawley (1986) et les erreurs d'approximations sur le modèle physique du trajet d'un signal entre le pulsar et la station sont plus petites vu que l'intervalle de temps séparant l'origine des dates prédites est plus petit.

Par contre en choisissant un temps T_0 , comme origine plutôt que T_{ep} , un terme supplémentaire apparait dans la formule (24). En effet, en reprenant la définition de la période:

$$T_n - T_{ep} = n(P_{ep} + \frac{1}{2}\dot{P}(T_n - T_{ep}))$$

et

$$T_0 - T_{ep} = n_0(P_{ep} + \frac{1}{2}\dot{P}(T_0 - T_{ep}))$$

avec n et n_0 le nombre de pulses entre T_n et T_{ep} et T_0 et T_{ep} respectivement

$$\begin{aligned} \Rightarrow T_n - T_0 &= (T_n - T_{ep}) - (T_0 - T_{ep}) \\ &= [nP_{ep} + \frac{1}{2}n\dot{P}((T_n - T_0) + (T_0 - T_{ep}))] - n_0(P_{ep} + \dot{P}(T_0 - T_{ep})) \\ &= (n - n_0)[P_{ep} + \frac{1}{2}\dot{P}(T_0 - T_{ep})] + \frac{1}{2}n\dot{P}(T_n - T_0) \\ &= (n - n_0)[P_{ep} + \frac{1}{2}\dot{P}(T_n - T_{ep})] + \frac{1}{2}n_0\dot{P}(T_n - T_0) \\ \Leftrightarrow (T_n - T_0) &= (n - n_0)[P_{ep} + \frac{1}{2}\dot{P}(T_n - T_{ep})]/(1 - \frac{1}{2}n_0\dot{P}) \end{aligned} \quad (25)$$

Cette équation est à comparer à la formule (22). Le terme au dénominateur est important. Il introduit un retard linéaire de quelque $P/10$ par jour si $T_0 - T_{ep} = 2$ ans. Pour calculer les temps d'émission on doit donc utiliser la formule suivante:

$$T_n = T_0 + (n - n_0)P/(1 - \frac{1}{2}n_0\dot{P}) \quad (26)$$

avec $P = P_{ep} + \frac{1}{2}\dot{P}(T_n - T_{ep})$.

Les calculs de temps d'arrivée de pulses pour l'observation se font de la manière suivante: si t_{dep} est le temps de départ de l'observation, on calcule le temps d'émission T_d du premier pulse qui arrive à la station après t_{dep} . On détermine le numéro, i , de ce pulse par rapport à un pulse origine avec l'équation (26), puis on incrémente i d'une valeur constante pour déterminer, toujours grâce à l'équation (26), les temps d'émission des pulses suivants.

b) La fréquence d'observation, ν_{obs} , utilisée dans les éphémérides de la phase.

La fréquence d'observation n'intervient que dans le calcul du retard du signal dû à la dispersion interstellaire. Comme nous l'avons remarqué ci-dessus, la fréquence observée reste constante tout au long de l'observation. Par suite de l'effet Doppler dû au mouvement de la station, on observe une fréquence barycentrique variable durant l'heure d'observation. Le retard dû à la dispersion sera de:

$$\frac{kDM}{\nu_{obs}^2 \left(1 + \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}}{c}\right)^2} \quad (27)$$

où ν_{obs} est la fréquence d'observation, \vec{k} est le vecteur unitaire dans la direction du pulsar et \vec{v} est la vitesse de la station.

Il suffit de connaître \vec{v} pour pouvoir déterminer ce retard. Les calculs de temps d'arrivée de pulses se faisant au Bureau des Longitudes à l'avance, il ne semble pas adéquat de calculer ces temps d'arrivée à une fréquence déterminée bien à l'avance du jour d'observation. Ainsi, PREDPHI, le programme qui calcule les temps d'arrivée, le fait pour une fréquence infinie et calcule \vec{v} pour pouvoir rajouter le retard dû à la dispersion interstellaire ultérieurement.

La fréquence d'observation n'influe pas sur la période observée, P_t , du pulsar. Si

$$P_t = (t_n - t_0)/n$$

où t_0 et t_n sont des dates d'arrivée de pulses au début et à la fin de l'heure d'observation à Nançay et n le nombre de pulses écoulés entre ces deux dates est la période topocentrique, alors en première approximation

$$P_t = \frac{1}{n} \left(T_n - \frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_n}{c} + \frac{kDM}{\nu_{obs}^2 \left(1 + \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_n}{c}\right)^2} - T_0 + \frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_0}{c} - \frac{kDM}{\nu_{obs}^2 \left(1 + \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_0}{c}\right)^2} \right)$$

puis en prenant la dérivée de P_t par rapport à ν

$$\frac{dP_t}{d\nu} = 4 \frac{kDM}{n\nu^3} \left(\frac{-\vec{k} \cdot \vec{v}_n}{c} + \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_0}{c} \right) \quad (28)$$

Ceci correspond à une différence dans la période au début et à la fin du balayage au long de l'heure d'observation de 10^{-16} s pour PSR1937+214 à 1400 MHz ($d\nu_s = 7.55 \text{ MHz}$).

Si la fréquence d'observation n'a aucun effet sur la période, on doit en tenir compte dans le calcul du temps de départ du signal balayé afin que le déphasage entre le signal pulsar et le signal balayé soit minimal. Le signal balayé doit en effet battre avec une portion du signal émis par le pulsar qui a la même loi de dispersion. Si le déphasage est trop grand, le signal balayé bat avec un signal pulsar à plus haute fréquence et qui n'aura pas les mêmes valeurs de $\dot{\nu}$ et $\ddot{\nu}$. Par exemple, supposons que le déphasage du signal balayé soit de $P/2$ par rapport au signal pulsar. Le déphasage en fréquence est alors de $B/2$ et les fréquences correspondant à un même temps sont de ν_{obs} pour le signal balayé et de $\nu_{obs} + B/2$ pour le signal pulsar. Les $\dot{\nu}$ correspondant à un même temps seront de

$$\dot{\nu}_s = -\frac{1}{2} \frac{\nu_{obs}^3}{kDM}$$

pour le signal balayé et de

$$\dot{\nu}_p = -\frac{1}{2} \frac{(\nu_{obs} + B/2)^3}{kDM}$$

pour le signal pulsar. Ainsi, les deux signaux qui battent n'ont pas la même dérive en fréquence et la fréquence issue du battement n'est pas constante. Ceci provoque un élargissement et un biais de la raie spectrale représentant le pulse dé-dispersé dans le spectre déterminé par l'auto-corrélateur. Cet élargissement est égal au bout d'une période à $(\dot{\nu}_p - \dot{\nu}_s)P$ en fréquence, c'est-à-dire $(\dot{\nu}_p - \dot{\nu}_s)P^2/B$ en temps. Pour PSR1937+214, cet élargissement vaut $12\mu\text{ s}$ à 1400 MHz.

Pour éviter un tel élargissement, la fréquence utilisée dans le calcul des temps d'arrivée doit être la fréquence du signal émis par le pulsar qui arrive à la station à l'instant du début de la dent de scie. Les phases prédites correspondent donc aux temps d'arrivée de pulses à la station à la fréquence $\nu_0 + B/2$ si ν_0 est la fréquence en milieu de période. En d'autres termes, si l'on ajoute $P/2$ aux temps d'arrivée prédits, on obtient des temps d'arrivée de pulses à la fréquence ν_0 .

c) *Les programmes de prédictions*

La préparation d'observations de chronométrage avec le dé-disperseur de Nançay est accomplie par trois programmes:

- PREDPHI qui calcule les dates d'arrivée de pulses à la station pendant l'heure de visibilité du pulsar à observer et sans tenir compte de la dispersion interstellaire.

- PREPJUL qui calcule les dates d'arrivées de pulses à la fréquence d'observation à partir des données calculées par PREDPHI. PREPJUL calcule ensuite un polynôme qui donnera les phases du signal balayé pendant l'heure d'observation.

- INIPUL qui calcule toutes les valeurs nécessaires à l'observation, c'est-à-dire les 156 valeurs de la phase et de l'incrément de phase (les intervalles de validité des phases étant de 26.844 s, sur une heure d'observation il y a 156 intervalles), et les valeurs nécessaires à la synthèse de la fréquence balayée et à l'asservissement.

Le programme PREDPHI

Ce programme calcule les temps d'arrivée de pulses à l'observatoire pour l'heure d'observation. En entrée, ce programme lit les coordonnées de la station d'observation, les paramètres du pulsar observé (période P , dérivée de la période \dot{P} et coordonnées du pulsar) et l'époque pour laquelle ces paramètres sont fournis. Le programme lit ensuite le temps d'arrivée t_0 du pulse origine choisi et sa numérotation, n_0 , par rapport au pulse époque qui définit l'époque T_{ep} de la période, la date à laquelle on fait l'observation, D_{obs} , et le pas d'incrément, n_{puls} des pulses prédits.

Pour l'instrument méridien de Nançay, PREDPHI calcule d'abord la date de passage au méridien, t_{mer} , du pulsar observé à la date D_{obs} . Le temps de départ de l'observation t_{dep} est donné par $t_{dep} = t_{mer} - 35$ minutes. On peut associer à t_{dep} un temps au pulsar T_{dep} par l'équation (IV.18):

$$t_{dep} = T_{dep} + R_0/c + \frac{(\vec{k} \cdot \vec{V}_R)}{c}(T_{dep} - T_0) - \frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_{dep}}{c} + \frac{(r_{dep}^2 - (\vec{k} \cdot \vec{r}_{dep})^2)}{2cR_0} - \frac{(\vec{V}_T \cdot \vec{r}_{dep})}{cR_0}(T_{dep} - T_0) + \frac{V_T^2}{2cR_0}(T_{dep} - T_0)^2 - \frac{(1 + \gamma)}{c^3} \sum_p GM_p \ln \left[\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_{depp} + r_{depp}}{2R_0} \right] \quad (29)$$

où T_0 est calculé à partir des valeurs rentrées de t_0 et de n_0 et de la formule (29). Ce T_{dep} ne correspond

pas à l'émission d'un vrai pulse par le pulsar. On utilise pourtant la formule (25) pour trouver la phase $N.d$, non-entière, de T_{dep} , par rapport à T_0 le temps d'émission du pulse origine (N est la partie entière et d la partie fractionnaire de la phase). Le pulse qui arrive à la station juste après t_{dep} a alors pour numéro $N + 1$. On calcule son temps d'émission, T_{N+1} , par la formule (25) et son temps d'arrivée à la station, t_{N+1} par l'équation (26). PREDPHI calcule ensuite les temps d'émission, puis les temps d'arrivée des pulses numérotés $(N + 1) + m \times n_{puls}$, $m = 1, 2, 3, \dots$ jusqu'à la fin de l'heure d'observation qui intervient à $t_{mer} + 35$ minutes. PREDPHI fournit aussi la vitesse de la station dans le système solaire à tous les temps d'arrivée calculés, ceci afin de pouvoir calculer le retard dû à la dispersion grâce à la formule (26).

Le programme PREPJUL

Ce programme calcule les temps d'arrivée des pulses à la fréquence d'observation et en déduit un polynôme qui va représenter la phase topocentrique du signal pulsar pendant l'heure d'observation.

En entrée, PREPJUL a besoin des temps d'arrivée et des vitesses de la station calculés par PREDPHI et de la fréquence d'observation. A partir de la fréquence d'observation, qui reste constante pendant l'heure d'observation, et des vitesses de la station, PREPJUL calcule les retards dus à la dispersion interstellaire avec la formule (26). Il ajoute ces retards aux temps d'arrivée à fréquence infinie calculés par PREDPHI. Les temps issus de cette addition sont des temps d'arrivée à la station de vrais pulses émis par le pulsar. Ces temps d'arrivées peuvent donc être associés aux numéros des pulses par rapport au pulse pris comme origine. PREPJUL ajuste sur ces numéros, qui représentent la phase du signal provenant du pulsar, un polynôme du temps avec pour origine des temps t_{mer} . Ce polynôme des phases permet de calculer la phase du signal pour n'importe quelle date dans l'intervalle d'observation. Pour le pulsar PSR1937+214, il suffit d'un polynôme d'ordre 2 pour assurer la synchronisation des deux signaux à 10^{-13} s près.

Le programme INIPUL

Le programme INIPUL calcule toutes les valeurs nécessaires à l'observation et les transmet au micro-processeur contrôlant le dé-disperseur. INIPUL est installé sur l'ordinateur contrôlant le grand radio-

télescope de Nançay et est appelé quand le logiciel STR, régissant les observations au radio-télescope, reconnaît que l'observation prévue est une observation sur les pulsars.

Les paramètres d'entrée de INIPUL sont le polynôme des phases, la fréquence d'observation ν_{obs} , la fréquence à mi-période ν_0 du VCO, et le temps de départ de l'observation. Le temps de départ est déterminé par le logiciel STR en tenant compte de l'heure courante, de la position de la source à observer et de la position du télescope. Ce temps de départ est arrondi à la seconde supérieure, donnant t_{deb} , et transmis au programme INIPUL. Celui-ci calcule les phases et les incréments de phase pour tous les intervalles de temps de 26.844 s pendant lesquels l'approximation linéaire de la phase est valide comme indiqué ci-dessus. Pour cela, INIPUL substitue le temps dans le polynôme des phases par $t_{deb} + m \times 26.844s$ $m = 0, 1, 2, \dots$ pour calculer les phases ϕ_m , et calcule les incréments de phase, $\Delta\phi_m$, par soustraction des phases calculées successives $\Delta\phi_m = \phi_{m+1} - \phi_m$. Ces phases et incréments sont transmis au micro-processeur du dé-disperseur qui les stocke dans un tableau et lit ce tableau au fur et à mesure que les intervalles de validité de 26.844s passent.

INIPUL calcule ensuite b , c , t_0 et τ par les formules (12), (14), (7), et (13) et avec les valeurs de ν_{obs} et de ν_0 pour l'observation. Enfin, le calcul des valeurs des compteurs C_0, C_1, C_2 est effectué suivant les formules (voir (19)):

$$\begin{cases} C_0 = 12t_0\nu_0 \frac{P}{256} N_{puls} \\ C_1 = 3t_0^2 \dot{\nu}_p \frac{P}{256} N_{puls} \\ C_2 = 2t_0^3 \ddot{\nu}_p \frac{P}{256} N_{puls} \end{cases} \quad (30)$$

où N_{puls} est le nombre de périodes sur lesquelles les compteurs sont sommés.

Le dé-disperseur démarre alors lorsqu'il y a coïncidence entre la seconde ronde t_{deb} et la seconde ronde donnée par le rubidium de la station.

6. Etablissement d'une échelle de temps UT à Nançay

L'échelle de temps dans laquelle les observations de chronométrage sont datées doit répondre à deux critères: elle doit être de grande précision et doit pouvoir être comparée aux échelles de temps établies dans les laboratoires nationaux de temps (comme l'U.S.N.O., le N.B.S., le P.T.B.,...) et aux échelles internationales (TAI, TTBIPM).

La précision sur le chronométrage à Nançay est limitée par l'horloge à 10 MHz utilisée par le dé-disperseur. En effet, l'horloge à rubidium de la station envoie toutes les 100 nanosecondes, un top horaire au dé-disperseur. Celui-ci ne connaît donc pas l'heure, et en particulier l'heure de départ, à mieux que 100 nanosecondes. D'autre part, les rubidiums ont des stabilités de l'ordre de 10^{-11} s sur un jour et peuvent présenter des dérives telles que la précision de la datation se dégrade de plus de 100 nanosecondes par rapport aux datations du jour précédent. Il faut donc un système qui permette de contrôler la stabilité et la dérive du rubidium de jour en jour pour que les datations faites avec ce rubidium aient toujours la même précision.

Le principe du système adopté à Nançay consiste à dater des événements bien définis et répétables par rapport au rubidium et par rapport à une horloge plus stable. La comparaison entre les datations des mêmes événements permettra de suivre la dérive du rubidium par rapport à la meilleure horloge. A Nançay, sont datées, chaque jour, par rapport au rubidium de la station, des signaux particuliers émis dans les lignes test des images de deux chaînes de télévision. Ces mêmes signaux sont datés au Laboratoire Primaire des Temps et des Fréquences à Paris par rapport à une horloge à césium. Les différences entre les deux séries de datations permettent de calculer la dérive du rubidium par rapport au césium. Un transport d'horloge, entre Paris et Nançay permet de déterminer dans la différence des datations la partie due au trajet des signaux de télévision entre l'émetteur de la Tour Eiffel et le L.P.T.F. d'une part et l'émetteur de la Tour Eiffel, et Nançay d'autre part. De plus, comme l'horloge à césium du L.P.T.F. est elle-même comparée aux échelles de temps des autres laboratoires de temps, cela permet de raccorder l'horloge de Nançay à n'importe quelle échelle de temps UTC. Enfin, pour surveiller le rubidium entre deux mesures de trames télévision, on capte à Nançay la porteuse de France-Inter qui est générée à partir d'une horloge à césium qu'on compare aux signaux émanants du rubidium de Nançay. Ceci permet de savoir si le rubidium (ou le césium de France-Inter) ne subit aucun saut en fréquence.

Chapitre VII

Les observations de chronométrage à Nançay

Le principe de dé-dispersion par balayage en fréquence a été adopté en 1986. Pour vérifier si ce principe donnait des résultats satisfaisants, un prototype très simplifié a été construit à la fin 1986 et au début 1987 à l'observatoire de Meudon et à la station de Nançay. Ce prototype a permis de détecter pour la première fois à Nançay le pulsar rapide PSR1937+214. L'observation de pulsars rapides étant donc possible avec ce procédé, il fallait vérifier si ce système était adéquat pour le chronométrage. Pour cela, une petite campagne d'observation a été effectuée en novembre 1987 qui a permis de tester le système de datation et a fourni neuf points de chronométrage. La construction d'une version incorporant toutes les spécifications décrites au chapitre VI a été entreprise en 1987 à l'observatoire de Meudon et à la station de Nançay. PSR1937+214 a été détecté avec le nouveau système au début 1988 et une campagne de chronométrage pendant l'été 1988 a fourni les premiers points de chronométrage scientifiquement exploitables.

1. La chaîne de réception à Nançay

La chaîne de réception du radio-télescope de Nançay est définie de sorte que la fréquence d'observation, ν_{obs} , corresponde à la fréquence du milieu ν_s du spectre calculé par l'auto-corrélateur. Pour des observations à 1400 MHz, on passe de l'une à l'autre par la formule:

$$\nu_{obs} = 20 \times \nu_{OL} + 625.5 - 50 - 26.8 + \nu_s \quad (1)$$

où ν_{OL} est la fréquence brute des oscillateurs locaux hautes fréquences.

Dans le système de dé-dispersion utilisé à Nançay on remplace l'oscillateur local produisant 50 MHz par un oscillateur local produisant une fréquence balayée périodique avec une fréquence à mi-période de

$\nu_0 = 50$ MHz. Pour les observations à 1400 MHz, les oscillateurs locaux hautes fréquences sont réglées de façon à ce que:

$$\nu_{obs} = 20 \times \nu_{OL} + 625.5 - \nu_0 - 26.8 + \nu_s \quad (2)$$

voir figure 1a).

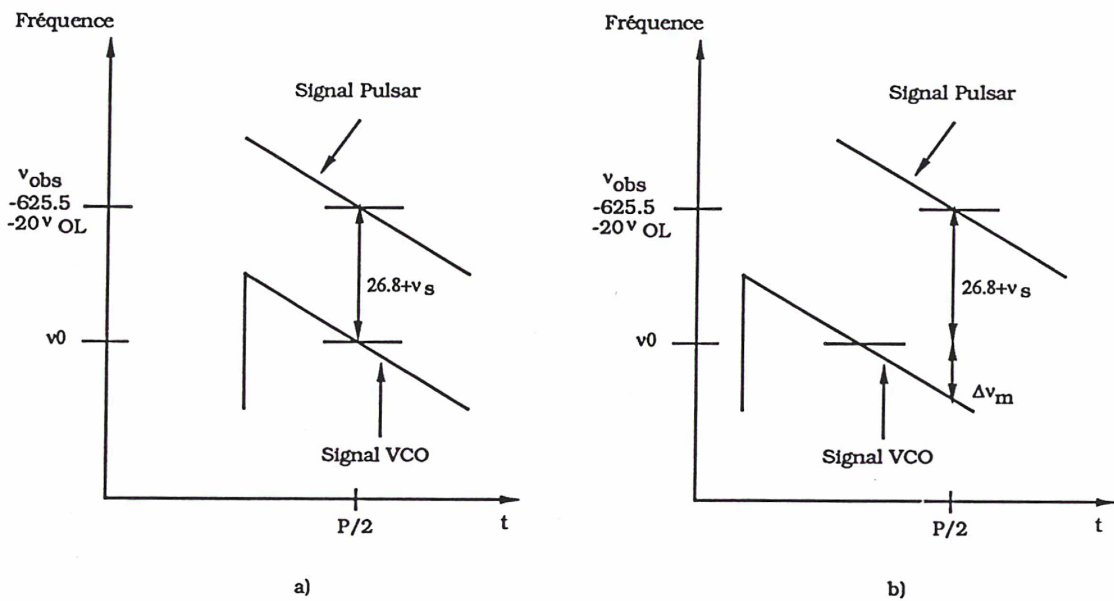


Fig. VII.1: a) Les valeurs des oscillateurs HF de la chaîne de réception de Nançay sont calculées de telle sorte qu'un signal observé à ν_{obs} soit observé au milieu du spectre (ν_s) calculé par l'auto-corrélateur. Ceci implique qu'après transformation en hautes fréquences, la différence en fréquence des deux signaux est de $26.8 + \nu_s$. b) Si le signal en dent de scie est déphasé, la différence en fréquence des deux signaux ne sera pas celle calculée mais $26.8 + \nu_s + \Delta\nu_m$.

Si le signal issu du VCO est déphasé par rapport au signal du pulsar, comme dans la figure 1b), l'écart en fréquence entre les deux signaux n'est plus $26.8 + \nu_s$ mais $26.8 + \nu_s + \Delta\nu_m$. $\Delta\nu_m$ dépend du déphasage en temps, Δt , des deux signaux par la relation:

$$\Delta\nu_m = \Delta t \left(\frac{\nu_{obs}^3}{kDM} \right) \quad (3)$$

Dans le spectre calculé par l'auto-corrélateur, le signal ne sera plus centré sur ν_s mais sur $\nu_s + \Delta\nu_m$.

Pour observer le pulse, le spectre doit recouvrir un intervalle de fréquence de $\Delta\nu_m$ à partir de ν_s , calculé avec (2).

Le signal dispersé provenant du pulsar est périodique dans le temps (période P). De plus, à un même instant deux pulsations successives sont distantes en fréquence de B . B correspond à la dérive en fréquence du signal pendant une période P à une fréquence déterminée. Une dent du signal balayé ne peut être déphasée par rapport à un pulse dispersé de plus de $P/2$ en temps ou $B/2$ en fréquence. La valeur maximum de $\Delta\nu_m$ est donc $B/2$ et on observe un pulse dans le spectre si celui-ci recouvre un intervalle de B . Par exemple, pour les observations de PSR1937+214 à 1400 MHz, il faut un spectre de largeur 7.55 MHz pour être sûr d'observer le pulse.

Dans le cas où le déphasage Δt entre le signal dispersé et le signal balayé est inconnu, on ne peut centrer le spectre sur la fréquence d'observation correspondant au temps d'arrivée calculé car $\Delta\nu_m$ est inconnu dans (2). Pour déterminer ce décalage en fréquence, il faut une configuration de l'auto-corrélateur qui permette de calculer des spectres de largeur B ce qui permettra de rechercher le pulse et de déterminer les déphasages $\Delta\nu_m$ et Δt . L'auto-corrélateur de Nançay peut analyser 1024 canaux de retards et calculer des spectres de largeur 6.4 MHz au maximum. Pour PSR1937+214, la configuration "recherche" de l'auto-corrélateur calcule deux spectres de 512 canaux chacun se recouvrant. Par exemple, l'un pourra être centré sur 1410 MHz et l'autre sur 1414 MHz. On analyse ainsi une bande de fréquence de 10.4 MHz de large ce qui recouvre environ une période et demie. Il est d'ailleurs assez fréquent dans le mode "recherche" à 1400 MHz d'observer deux pulses principaux de PSR1937+214. Ils correspondent à des pulses successifs observés à un même temps d'arrivée mais à des fréquences d'observations différant de B . L'inconvénient de ce mode "recherche" est que la résolution en fréquence de chaque canal analysé par l'auto-corrélateur est de 0.0125 MHz ce qui correspond à une résolution temporelle de $2.5\mu s$ par canal. Les points du spectre ne sont pas connus à mieux de $2.5\mu s$.

Une fois que le déphasage $\Delta\nu_m$ est mesuré sur le spectre, on peut recentrer le spectre sur la fréquence $\nu_s + \Delta\nu_m$. La fréquence d'observation, ν_{obs} , du pulse tombera alors au milieu du spectre. Sachant où sera le pulse, on peut faire recouvrir par le spectre un intervalle de fréquence moins grand et lui faire correspondre un plus grand nombre de canaux de l'auto-corrélateur. Pour ce mode "zoom", on a choisi, pour les observations de PSR1937+214 à Nançay, la configuration suivante: un spectre de 3.2 MHz de large sur 1024 canaux. Chaque canal représente ainsi 0.003 MHz ou $0.6\mu s$. La résolution est 4 fois

meilleure que dans le mode "recherche".

2. La première détection du pulsar rapide PSR1937+214 à Nançay

Afin de vérifier que le principe de dé-dispersion par balayage de fréquence pouvait donner des résultats, un dé-disperseur simplifié n'incorporant pas toutes les spécifications décrites au chapitre VI a été construit. Ce dispositif simplifié nous a permis de détecter le pulsar rapide PSR1937+214 à Nançay le 13 mars 1987.

a) Dispositif d'observation

Le dispositif de dé-dispersion utilisé pour la première détection à Nançay ne tenait pas compte de la phase topocentrique du signal émis par le pulsar, de la dérivée seconde de la fréquence balayée et n'asservissait pas la fréquence balayée.

Synchronisation des signaux

La synchronisation du signal généré par le VCO au signal émis par le pulsar est assurée par la période topocentrique du pulsar et non pas par la phase topocentrique du signal pulsar comme dans les spécifications du chapitre VI. Le dispositif donne un départ de dent de scie chaque fois qu'une période est révolue. Pour une fréquence d'observation donnée, les pulses sont observés à des instants $t_p, t_p + P, t_p + 2P, t_p + 3P, \dots$ où t_p est le temps d'arrivée à l'observatoire d'un pulse et P la période topocentrique du pulsar. Si le dispositif de dé-dispersion n'est commandé que par la période topocentrique P , le signal sera bien synchrone au signal pulsar, par contre il débutera à un temps qui n'est pas nécessairement t_p . Ceci introduit un déphasage aléatoire Δt entre les deux signaux qu'il est impossible de contrôler pour qu'il reste le même d'observation en observation. Ce déphasage se traduit par un déphasage en fréquence $\Delta \nu_m$ donné par (3). La raie spectrale représentant le pulse n'apparaît donc pas à la même fréquence dans le spectre issu de l'auto-corrélateur. Pour observer le pulse, il est alors nécessaire d'utiliser la configuration recherche: deux spectres de 6.4 MHz de largeur centrés, l'un à 1410 MHz, l'autre à 1414 MHz.

Fréquence balayée

Ce premier dispositif de dé-dispersion ne tenait compte que de la dérive linéaire de la fréquence balayée. Le pulse observé est alors élargi par rapport à sa largeur intrinsèque. En effet, le signal balayé ne suivant pas exactement la loi de dispersion du signal pulsar, la fréquence issue du battement des deux signaux n'est pas constante pendant une période. La raie spectrale représentant le pulse recouvre alors un plus large intervalle de fréquence dans le spectre.

Pour estimer cet élargissement, supposons que l'on génère deux fréquences balayées $\eta(t)$ et $\theta(t)$. La dérive de η est linéaire, $\eta(t) = \eta_0 - \dot{\eta}t$, et celle de θ quadratique, $\theta(t) = \theta_0 - \dot{\theta}t + \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2$. Les conditions initiales de ces deux fréquences sont $\eta(0) = \theta(0) = \nu_0$ et $\eta(P) = \theta(P) = \nu_0 - B$ où ν_0 est la fréquence du VCO au début de la dent de scie et B est l'excursion du signal pulsar en fréquence pendant une période P (voir figure (2)).

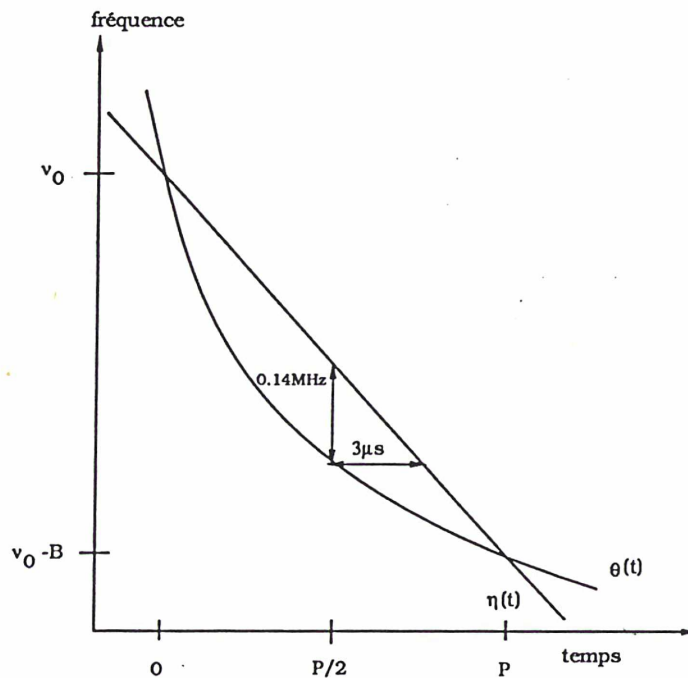


Fig.VII.2: Calcul de l'élargissement du pulse quand une approximation linéaire de la loi de dispersion est utilisée.

La valeur maximale de la différence $\eta - \theta$ donne la valeur maximale de l'élargissement. La différence

est maximale pour $t = P/2$ et a pour valeur $P/2[(\dot{\theta} - \dot{\eta}) - \frac{1}{2}\ddot{\theta}P/2]$. Ceci donne pour PSR1937+214 à 1410 MHz ($P \approx 1.557 \times 10^{-3}$, $\dot{\eta} \approx 7.34 \text{ MHz}/P \approx 4716 \text{ MHz s}^{-1}$, $\dot{\theta} \approx 4753 \text{ MHz s}^{-1}$, $\ddot{\theta} \approx 48083 \text{ MHz s}^{-2}$), une différence maximale de -0.014 MHz ce qui correspond à un élargissement du pulse de $\approx 3 \mu\text{s}$.

De plus, on n'a pas calculé le terme b donné par l'équation (VI.11) qui représente la dérive linéaire de la fréquence dans le dispositif exposé au chapitre précédent. La dérive linéaire a en fait été déterminée expérimentalement afin que le signal généré par le VCO dérive effectivement de B , c'est-à-dire 7.55 MHz pour PSR1937+214, pendant une période.

Bruit du récepteur

Les oscillateurs à moyenne fréquence du récepteur génèrent du bruit thermique et une ligne de base qui entachent les spectres observés. Cette ligne de base "noie" le signal que l'on veut détecter. Il faut éliminer cette base pour observer le pulse. Pour les observations de détection de mars 1987, nous avons procédé à du "frequency-switch". Ceci consiste à basculer la fréquence moyenne ν_0 du VCO entre deux valeurs distinctes pour deux cycles d'acquisition de données successifs puis à soustraire les spectres obtenus durant ces deux cycles. La différence en fréquence du VCO déplace la raie spectrale représentant le pulse dans le spectre. Les valeurs que ν_0 prend sont assez peu différentes pour que la ligne de base provenant du récepteur soit quasiment la même pendant les deux cycles d'acquisition. La soustraction des deux spectres élimine ainsi la ligne de base du récepteur sans détruire le signal qui reste entaché du bruit thermique. On observe alors dans le spectre deux pics, l'un positif et l'autre négatif, représentant le pulse.

Pour cette première détection de PSR1937+214, les deux valeurs entre lesquelles la fréquence ν_0 oscillait était de $\pm 0.5 \text{ MHz}$ autour de 50 MHz . Cette différence de fréquence entre deux cycles a pour conséquence de changer les valeurs des consignes C_0 utilisées pour l'asservissement. En effet, C_0 donnée par (VI.21) dépend de ν_0 la valeur de la fréquence moyenne du VCO à mi-période. Il faut donc calculer deux valeurs de C_0 pour les deux valeurs de ν_0 possibles. Par contre, C_1 et C_2 ne dépendent que de la loi de dispersion du pulsar observé et non de ν_0 et restent les mêmes pendant l'heure d'observation.

b) Résultats

Ce prototype a été testé avec succès le 13 mars 1987. La figure (3) montre le spectre obtenu.

R00411.130 SCA=4597 DAT=870313 SOU=PULSAR MILLISECONDE
 FRE=1402300000. POL=H PAS= 0.0033 IDE=LE 13 MARS 1987

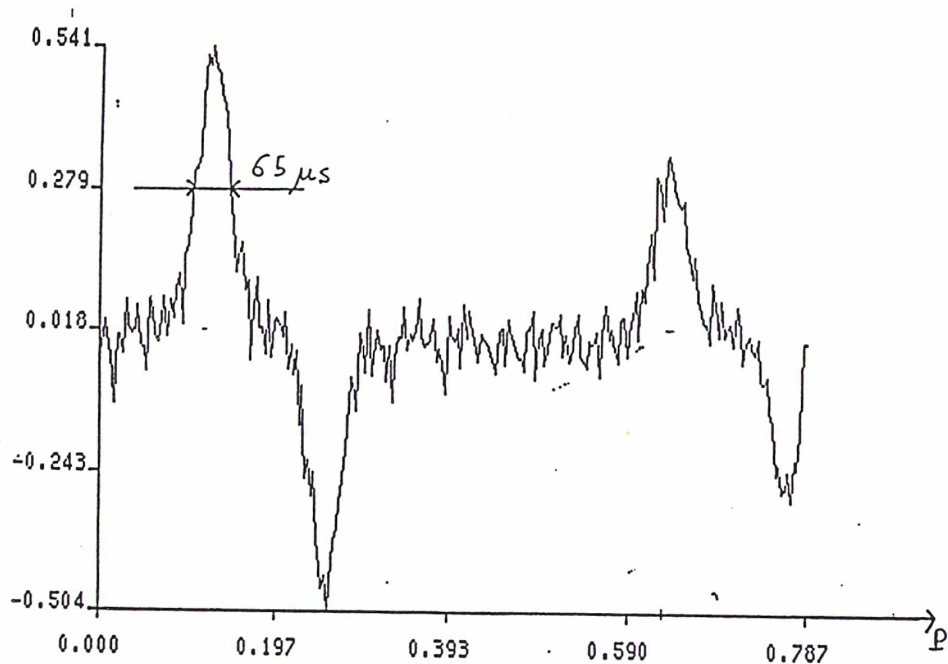


Fig.VII.3 : Spectre obtenu le 13 mars 1987 avec le premier prototype du dé-disperseur de Nançay. La largeur du pulse est de $65\mu\text{s}$.

La largeur du pulse à mi-hauteur est de $65\mu\text{s}$. Elle est à comparer avec la largeur observée par Hankins *et al* (1987), $\approx 35\mu\text{s}$ et celle que nous observons avec le modèle actuel du dé-disperseur de Nançay, $\approx 35\mu\text{s}$ (figure (6)). On observe de la structure sur le front descendant. Cette structure n'était pas observable sur le dispositif utilisé à Arecibo pendant les deux premières années d'observation mais elle a été détaillée depuis par Stinebring et Cordes (1983), Hankins *et al* (1987) et à Nançay (figure (6)). On remarque aussi la présence de l'inter-pulse sur ce spectre qui se trouve approximativement à une demi-période du pulse principal.

3. Les observations de PSR1937+214 de Novembre 1987

Après la première détection de PSR1937+214 en mars 87 à Nançay, nous avons procédé à une

campagne d'observation de chronométrage et de VLBI de ce pulsar à Nançay en novembre 1987. Les observations de chronométrage étaient destinées à tester le système de datation ainsi qu'à dater des observations VLBI de ce pulsar rapide. Les observations ont été effectuées à deux fréquences: 1400 MHz et 1600 MHz

a) Méthode d'observation et dépouillement

Pour cette campagne d'observation, nous avons utilisé le dé-disperseur ayant servi à la détection de PSR1937+214. Le seul élément nouveau du dispositif était la capacité de pouvoir dater avec précision l'arrivée d'un pulse à l'aide d'un récepteur G.P.S. prêté par le L.P.T.F et l'Observatoire de Besançon. Ce récepteur permet de déterminer les différences entre UTC(Nançay) et UTC(USNO). La donnée d'observation est constituée du temps d'arrivée d'un pulse à la station et de la fréquence ciel à laquelle il a été observé.

Datation du départ du signal en dent de scie

Le schéma de datation du départ du signal en dent de scie est donné par la figure (4).

L'écart entre l'horloge de Nançay et le départ de la dent de scie est mesuré par un intervallo-mètre. L'écart entre UTC(Nançay) et UTC(USNO) est donné par GPS. La combinaison de ces deux données permet de dater le départ de la dent de scie par rapport à l'échelle de temps UTC(USNO) et ensuite par rapport à n'importe échelle de temps UTC, UTC(USNO) étant comparé avec les autres échelles UTC.

Détermination de la fréquence du signal pulsar

Il faut maintenant déterminer la fréquence ν_{obs} du signal pulsar qui arrive à la station au début de la dent de scie. Le déphasage en fréquence $\Delta\nu_m$ entre le signal pulsar et le signal généré par le VCO est mesuré sur le spectre issu de l'autocorrélateur. On détermine la fréquence ν_{obs} à partir de ce déphasage par les relations:

$$\nu_{obs} = (300 + 20\nu_{LO} + 625.5) - 26.8 - \nu_{min} - \nu_m \text{ si l'observation est à 1600 MHz}$$

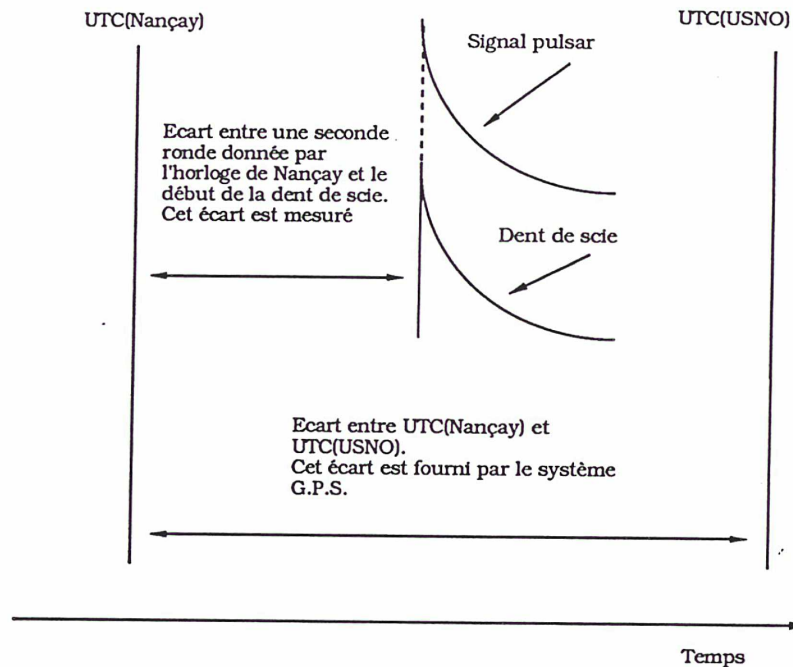


Fig.VII.4: Calcul d'une date d'arrivée en UTC(USNO) pour les observations de novembre 1987.

ou $\nu_{obs} = (20\nu_{LO} + 625.5) - 26.8 - \nu_{min} - \nu_m$ si l'observation est à 1400 MHz.

où ν_{OL} est la fréquence des oscillateurs locaux hautes fréquences et ν_{min} est la fréquence minimum du VCO.

b) Résultats

Chaque point de donnée que nous avons recueilli durant cette campagne représente l'intégration de 10 minutes d'observations. Nous avons obtenus 9 points sur les deux jours de la campagne.

Ces données ont été analysées à l'aide du programme PAP développé pour l'analyse des données d'Arecibo. Nous avons ajouté aux données d'Arecibo ces nouveaux points acquis à Nançay. Les résultats de l'analyse sont exposés figure (5).

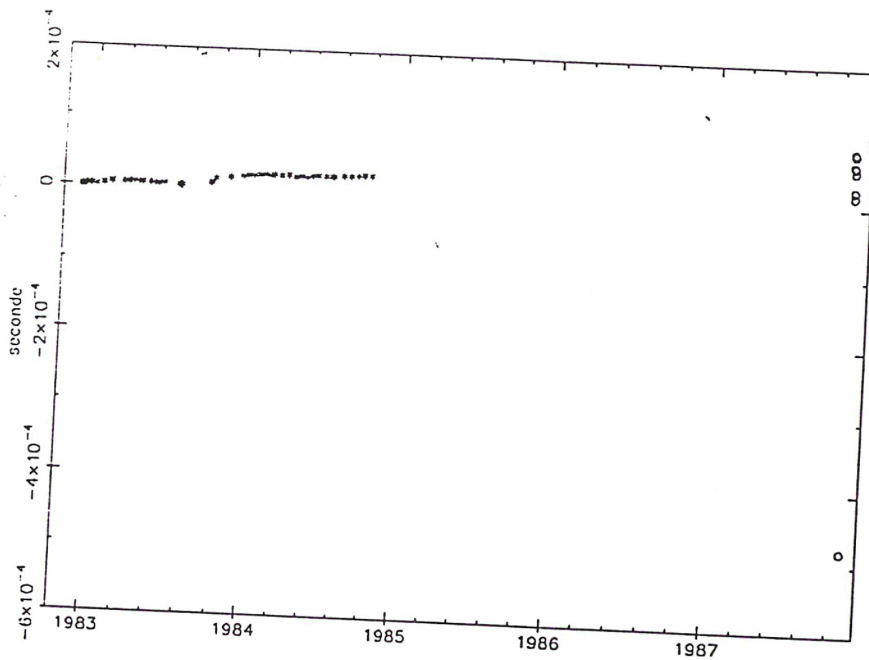


Fig.VII.5: Résidus des observations de novembre 1987, \circ , par rapport aux observations d'Arecibo, $*$.

Les résidus des observations faites à Nançay forment un nuage de points autour de $50 \mu\text{s}$ à part une observation du 16 qui a un résidu de $500 \mu\text{s}$. Le r.m.s. des observations de Nançay seules est de quelques $21 \mu\text{s}$, en excluant l'observation aberrante du 16.

4. La campagne de chronométrage de PSR1937+214 pendant l'été 1988 à Nançay

Le principe de dé-dispersion par battement du signal pulsar avec un signal balayé en fréquence et le chronométrage ont ainsi été testés avec succès. La construction du prototype du dé-disperseur définitif incluant toutes les spécifications décrites au chapitre VI a débuté courant 1987. La synthèse de la phase du signal pulsar observé, la dérive quadratique de la fréquence balayée et l'asservissement de cette fréquence balayée ont été inclus dans le nouveau dispositif. Celui-ci nous a permis de détecter PSR1937+214 au printemps 1988 et d'acquérir les premiers points de chronométrage scientifiquement exploitable au cours d'une campagne en juillet et août 1988 effectuée en collaboration avec F.Biraud et G.Bourgeois de l'observatoire de Meudon, D.Aubry et J.-P.Drouhin de la station de radio-astronomie de

Nançay et J.-F.Lestrade du Bureau des Longitudes.

a) Méthode d'observation

Phase et centrage du pulse dans le spectre

La synchronisation du signal généré par le VCO au signal émis par le pulsar est assurée par le calcul de la phase topocentrique du signal pulsar. Comme indiqué dans le chapitre précédent, cette phase est calculée pour la fréquence dans le ciel qui correspond au début de la dent de scie. Ainsi, si P_t est la période topocentrique du pulsar, et ν_c la fréquence dans le ciel correspondant à ν_0 la fréquence générée par le VCO à mi-période, la fréquence ciel correspondant au début de la dent de scie est donnée par:

$$\nu_{DS} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\nu_c^2} - \frac{P_t}{2kDM}}}$$

Ainsi, pour la campagne de chronométrage de juillet-août, la fréquence ciel correspondant au milieu de la dent de scie était de 1410 MHz, ce qui donne une fréquence à laquelle sont faites les prédictions de ≈ 1413.77 MHz. La période topocentrique évolue de jour en jour et ν_{DS} aussi, cette évolution est prise en compte dans les prédictions.

Les phases sont calculées par rapport à l'échelle de temps UTC(BIH) qui présente un décalage a priori inconnu avec l'échelle de temps UTC(Nançay) qui donne l'heure de départ de l'observation. Ce décalage des échelles de temps se traduit par un déphasage du signal balayé du VCO par rapport au signal dispersé du pulsar. Il faut avoir recours à la configuration "recherche" pour déterminer ce déphasage. Celui-ci est fonction des différences des échelles de temps, des modifications qu'on pourrait apporter au matériel de réception (le retard instrumental peut être modifié) et des paramètres du pulsar observé.

Pendant cette campagne d'observations, le rubidium qui donne l'heure à Nançay présentait une dérive de quelque 10^{-12} s s⁻¹. Cette dérive de l'horloge entraîne une dérive du déphasage observé, $\Delta\nu_m$, de 4 kHz par jour, c'est-à-dire 1/3 de canal de l'auto-corrélateur par jour quand les observations sont faites en configuration "recherche" et ~ 1 canal dans le mode "zoom". Ainsi, il faut attendre 500 jours pour que le pulse quitte l'intervalle de fréquence recouvert par le spectre en mode "zoom" (spectre à 1024 canaux centré sur le premier déphasage mesuré). Tant que le matériel de réception n'est pas

modifié, le déphasage $\Delta\nu_m$ va rester quasi-constant pendant plusieurs mois d'observations. Il n'est donc pas nécessaire de déterminer la fréquence centrale du spectre tous les jours. On observe alors en mode "zoom" sans avoir à passer par un stade de recherche du pulse dans le spectre.

Fréquence balayée

Les valeurs b et c représentant les valeurs des dérivées première et seconde de la fréquence balayée ont été déterminées expérimentalement au lieu d'être calculées par les équations (11) et (13) du chapitre précédent. Pour les déterminer, on se sert des valeurs des consignes C_0, C_1, C_2 calculées par l'équation (VI.30) qui, comparées aux consignes mesurées, donnent les valeurs nécessaires de $\dot{\nu}$ et $\ddot{\nu}$.

Bruit du récepteur

La technique de "phase-switch" a été utilisée pour éliminer la ligne de base provenant du récepteur. Au lieu de faire basculer la fréquence ν_0 du VCO entre deux valeurs comme pour les observations précédentes, c'est la phase du signal qui bascule entre deux valeurs possibles d'un cycle d'acquisition à l'autre. L'avantage de cette méthode sur le "frequency-switch" est que la fréquence ν_0 du VCO ne change pas et que la ligne de base engendrée par le récepteur est alors strictement la même entre les deux cycles d'acquisition. La soustraction de deux cycles successifs élimine alors totalement cette base. Le "phase-switch" entraîne des modifications dans les calculs des consignes C_1 et C_2 . C_0 ne dépendant que de ν_0 reste constante pendant toute l'observation. Par contre, un changement dans la phase de $\delta\tau$ correspond à un changement de la fréquence observée de

$$\delta\nu = -\frac{1}{2} \frac{\nu_{obs}^3}{kDM} \delta\tau$$

Ce déphasage en fréquence entraîne un changement dans les valeurs de $\dot{\nu}$ et $\ddot{\nu}$ utilisées pour la synthèse de la fréquence balayée et donc une modification dans les consignes C_1 et C_2 .

Le "phase-switch" utilisé initialement à Nançay consistait à retrancher à la phase prédite un décalage constant, $\delta\tau$, exprimé en $256^{ème}$ de tour, ceci pour un cycle d'acquisition; puis pendant le prochain cycle, à ajouter à la phase prédite le même décalage, ceci indéfiniment. Si les phases prédites sont $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \dots$, le dédisperseur utilise en fait les phases $\phi_1 - \delta\tau, \phi_2 + \delta\tau, \phi_3 - \delta\tau, \phi_4 + \delta\tau, \dots$. Les consignes C_1, C_2 ont

alors pour valeurs,

$$C_1 = 3t_0^2 \left(-\frac{1}{2} \frac{(\nu_{obs} \pm \delta\nu)^3}{kDM} \right)$$

et

$$C_2 = 2t_0^3 \left(\frac{3}{4} \frac{(\nu_{obs} \pm \delta\nu)^5}{kDM} \right)$$

Ce sont ces valeurs des consignes qui ont été calculées pour les observations de juillet et août 1988.

b) Dépouillement

Pendant l'heure d'observation, l'auto-corrélateur calcule un spectre toutes les $2 \times 26.844s$. Ces spectres sont ensuite intégrés sur l'heure d'observation pour en réduire le bruit. Il s'agit maintenant, à partir de ces spectres, de donner le temps d'arrivée à la station d'un pulse et sa fréquence d'observation. Le pulse que l'on date est un pulse moyennant tous les pulses reçus à la station pendant l'observation.

Le seul événement de l'observation qu'il est possible de dater est le temps de départ du signal balayé t_{DS} . Au temps de départ de l'observation, t_{DEP} , on charge dans le registre des phases du dé-disperseur la phase calculée du signal pulsar. t_{DEP} ne correspondant pas à une arrivée de pulse, cette phase sera de la forme $N.d$ (N partie entière et d partie fractionnaire) où $.d$ sera non nul. A partir de t_{DEP} la phase est incrémentée toutes les 100 ns. Quand la phase atteint 1, le temps correspond à l'arrivée d'un pulse à la station à la fréquence de prédiction et on déclenche le signal balayé (figure (6)).

On a:

$$t_{DS} = t_{DEP} + (1 - d)P_t \quad (4)$$

où P_t est la période topocentrique du signal.

Le décalage en temps entre le signal balayé du VCO et le signal dispersé du pulsar donne le temps d'arrivée du pulse. Ce décalage en temps à une même fréquence se traduit en un décalage en fréquence $\Delta\nu_m$ entre les deux signaux pour un même temps, par exemple t_{DS} (figure (6)). C'est ce décalage en fréquence que mesure le spectre. La fréquence du signal arrivé à t_{DS} est alors $\nu_{DS} + \Delta\nu_m$. Alternative-ment, le signal à fréquence ν_{DS} arrive à l'instant $t_{DS} - \frac{2kDM}{\nu_{DS}^3} \Delta\nu_m$ en utilisant la formule liant le décalage en temps au décalage en fréquence.

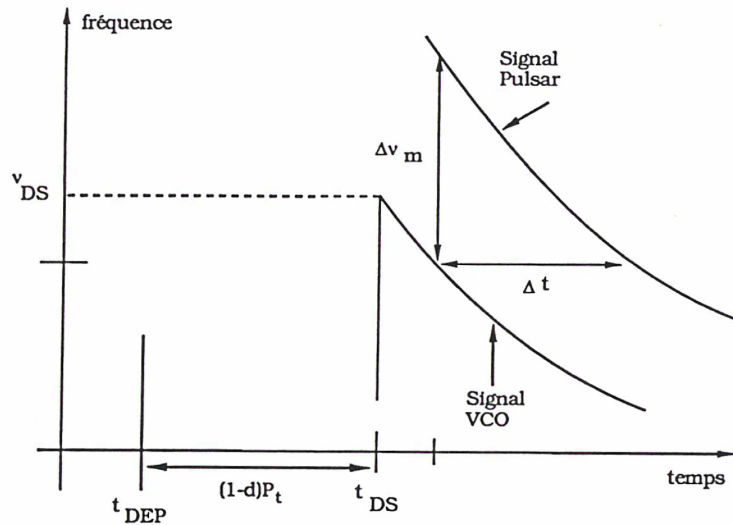


Fig.VII.6: Calcul du temps de départ du signal en dent de scie et relation avec le signal pulsar.

La donnée d'observation est alors l'instant d'arrivée du pulse lié à la fréquence à laquelle il a été observé.

c) Résultats

Les observations du 17 juillet au 10 août ont permis de rectifier certaines erreurs présentes tant au niveau matériel qu'au niveau logiciel. La configuration du système a été figé à partir du 10 août et nous n'avons observé à partir de cette date que dans la configuration "zoom".

Profil des pulses

Les données brutes d'observations sont des spectres tel que ceux de la figure (7a) pour la configuration "recherche" et (7b) pour la configuration "zoom".

La largeur moyenne du pulse à mi-hauteur est de 35 à 40 μs . Toutes les modifications apportées au prototype éliminent l'élargissement constaté sur les observations de mars 1987. Le profil moyen du pulse que nous observons correspond exactement à celui déterminé par Hankins *et al* (1987) avec une largeur équivalente. On peut donc considérer que ce profil est bien intrinsèque au pulsar et que la largeur vraie du pulse est de quelque 35 μs .

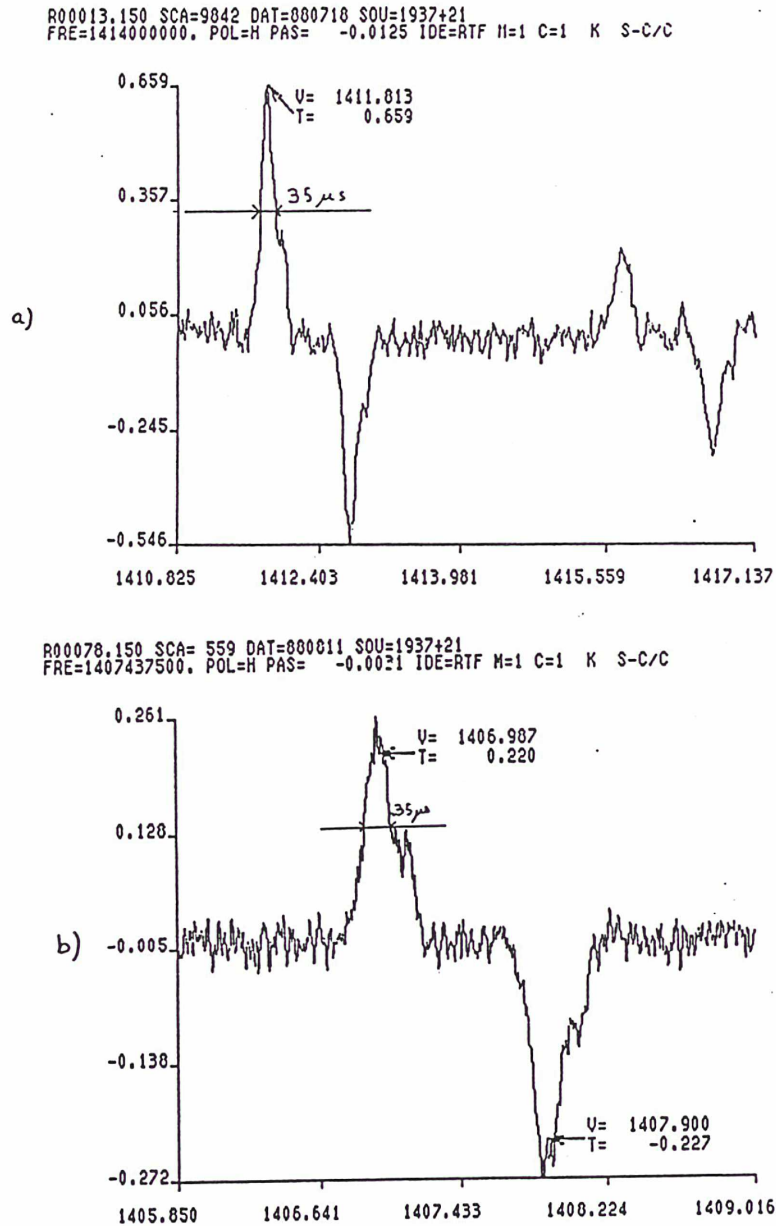


Fig.VII.7: Spectre typique obtenu pendant la campagne de juillet-août 1988. a) spectre obtenu en configuration "recherche" et b) en configuration "zoom".

Pour déterminer le décalage en fréquence entre le signal observé et le signal généré par le VCO, nous n'avons, dans un premier temps, considéré que le pic positif du pulse. Il faut ici tenir compte du

“phase-switch” si l’on veut comparer les observations entre elles. En effet, les valeurs utilisées pour le “phase-switch” ont été modifiées le 26 juillet de telle façon que le décalage en phase par rapport aux phases prédites était de 0 et $2\delta t$. Ainsi, si les phases prédites sont $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \dots$, les phases utilisées par le dé-disperseur jusqu’au 25 juillet sont $\phi_1 - \delta t, \phi_2 + \delta t, \phi_3 - \delta t, \phi_4 + \delta t, \dots$ et à partir du 26 juillet elles sont $\phi_1, \phi_2 + 2\delta t, \phi_3, \phi_4 + 2\delta t, \dots$. Cette différence dans le décalage en phase introduit un décalage dans la datation des 2 séries d’observations. Il faut rajouter aux temps d’arrivée des observations antérieures au 26 juillet la quantité δt pour pouvoir comparer les deux séries d’observations. Le maximum du pic positif est ensuite mesuré par simple examen du spectre obtenu pendant l’observation. Toutefois, pour les observations en mode “zoom” à partir du 10 août, nous avons ajusté une courbe gaussienne au profil du pulse observé. Le décalage du pulse est donné par le calcul de la position de la gaussienne, ces calculs étant effectués à l’aide du logiciel de traitement de spectres, SIR, de l’observatoire de Nançay.

Analyse des données

Nous avons analysé ces données avec le programme PAP. Les corrections d’horloge entre UTC(Nançay) et UTC(Observatoire de Paris) nous ont été fournies par M.Granveaud et M.Fréon du L.P.T.F.. Ces corrections ont été établies par les observations de signaux de télévisions comme nous l’avons mentionné au chapitre VI. La durée du trajet des signaux de télévision entre l’émetteur de Neuvy-le-Clocher et Nançay et l’émetteur de la Tour Eiffel et le L.P.T.F. a été déterminée avec un récepteur G.P.S. au début et à la fin de la campagne. L’éphéméride de la position de la Terre que nous avons utilisé pour analyser ces données est une éphéméride du Bureau des Longitudes (Le Guyader, 1988).

Les résidus des observations du 17 juillet au 21 août sont tracés figure (8).

Ces observations présentent un rms de $4\mu s$ et un écart pic à pic de $15\mu s$. Ceci est meilleur que l’écart observé pour la campagne des 16 et 18 novembre 1987 ($\approx 50\mu s$) avec le premier prototype.

Enfin, les observations en mode “zooms” sont présentées figure (9a). Les résidus de ces observations ont un rms de $1\mu s$ et un écart pic à pic de $4\mu s$.

Figure (9b), nous avons fait la moyenne arithmétique des résidus des observations faites le même jour. Le rms ici est de $0.65\mu s$ et est meilleur que le rms obtenu sur les deux premières années de données à Arecibo. On ne peut certes pas comparer un ensemble de données de 10 jours avec deux ans de chronométrage; mais ce résultat est plus qu’encourageant. La différence entre les deux r.m.s. calculés

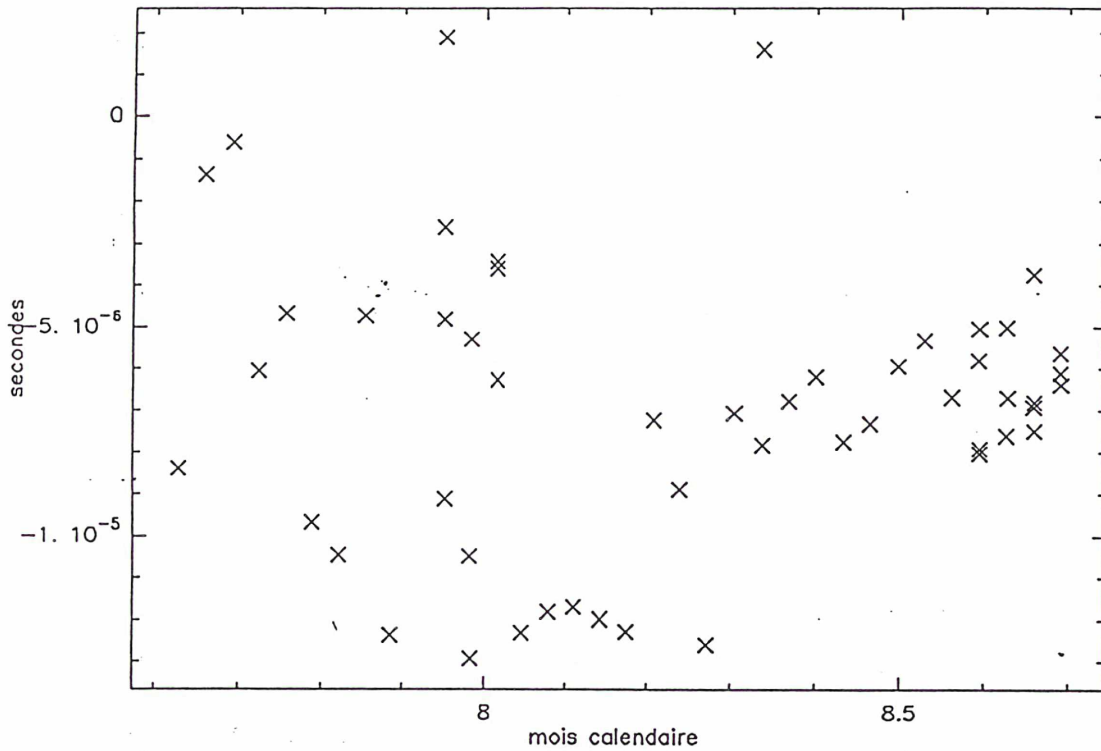


Fig.VII.8: Résidus des observations de la campagne d'été 1988, obtenus avec le programme PAP.

pour les mêmes observations "zoom" laisse penser que des erreurs systématiques sont présentes. Une partie de ces erreurs systématiques pourraient être due à un mauvais asservissement de la fréquence balayée.

On remarque une dérive linéaire des résidus "zoom". Il faut attendre d'autres observations pour constater si cette dérive existe bien. Si elle existe, elle ne devrait pas provenir de l'horloge utilisée, les corrections données par le L.P.T.F. étant exactes à 100 ns près. Par contre, elle pourrait être due à une modélisation des temps d'arrivée des pulses insuffisamment précise ou d'un effet du dé-disperseur lui-même.

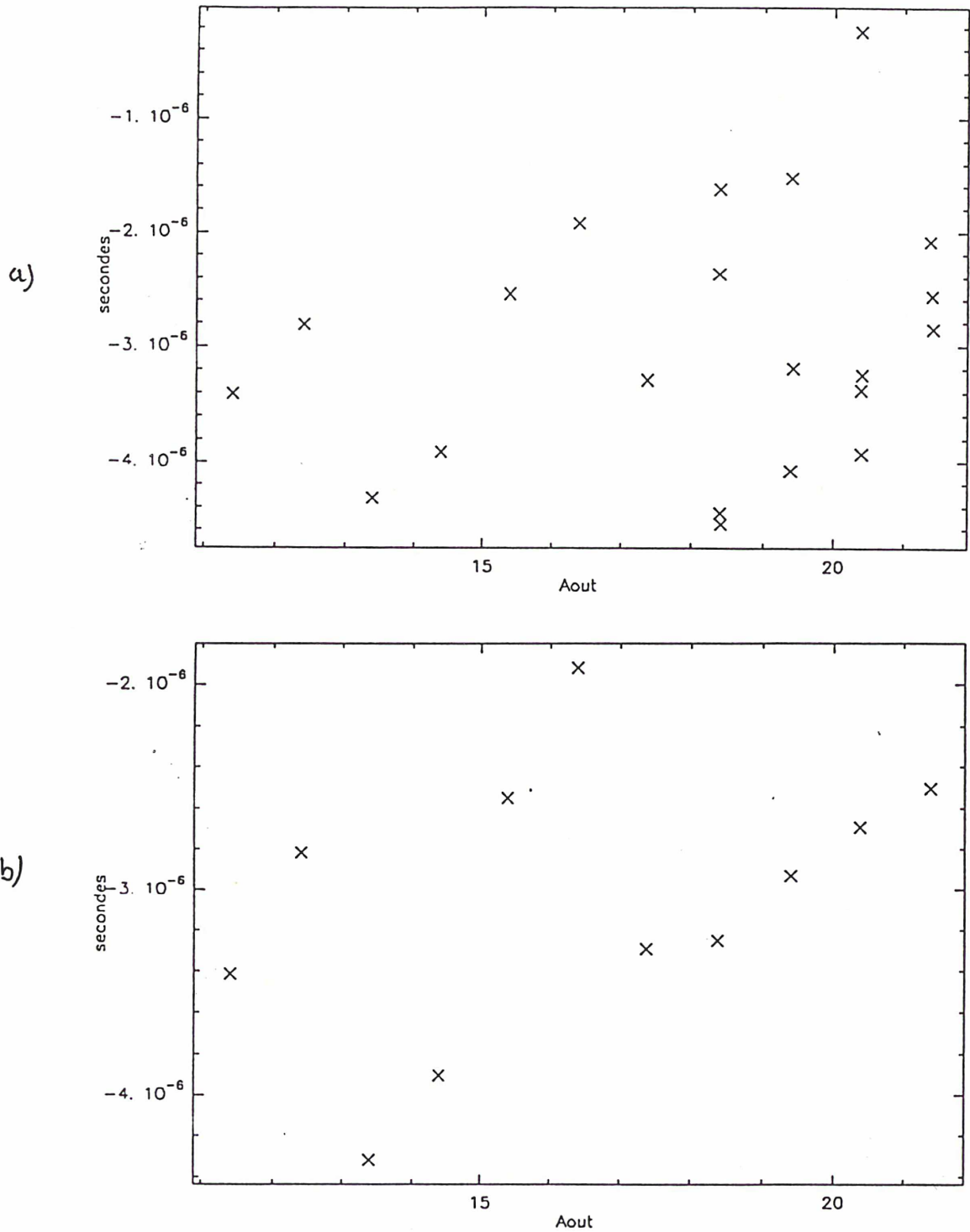


Fig.VII.9: Résidus des observations du 10 au 21 août. Ces observations sont toutes faites en mode "zoom". a) les observations individuelles et b) les observations individuelles faites un même jour sont sommés analytiquement.

Conclusion

L'analyse que nous avons faite des données de chronométrage du pulsar rapide PSR1937+214 montre que les paramètres que l'on détermine à l'aide d'observations extrêmement précises dépendent fortement des modèles d'analyse utilisés. Des différences dans les valeurs de la période de 0.69×10^{-15} s et de 8.86×10^{-15} s (14σ et 177σ) entre les différentes solutions peuvent être expliquées par la dérive linéaire des échelles de temps atomique l'une par rapport à l'autre et par une dérive de 50 km s^{-1} entre les représentations de l'orbite terrestre données par les deux éphémérides DE200 et PEP740R. Les différences dans les valeurs de la position du pulsar ($\approx 0.0001''$ et $0.1154''$, c'est-à-dire 5σ et 580σ) peuvent elles être expliquées par des différences périodiques annuelles de quelques 700 mètres entre l'éphéméride du BDL et DE200 et par une rotation entre les systèmes de référence induits par les éphémérides DE200 et PEP740R. Faut-il alors recommander l'utilisation d'une éphéméride et d'une échelle de temps bien spécifiques pour analyser les données de chronométrage des pulsars rapides? Il ne me semble pas indispensable de le faire tant que les modèles d'analyse utilisés sont bien spécifiés. Il me semble par contre nécessaire de pouvoir mieux comparer les éphémérides entre elles. D'autre part, la qualité des données que nous avons pu analyser ne nous a pas permis de trancher en faveur de l'une ou de l'autre des échelles atomiques utilisées dans l'analyse. Pour pouvoir comparer les échelles de temps, il faut des observations de chronométrage régulières sur un long intervalle de temps.

Nous avons maintenant à notre disposition un outil tout à fait performant pour l'analyse des données de chronométrage. Il inclut de plus certaines possibilités d'ajustement de paramètres qu'il n'est pas encore possible de déterminer, comme les masses des planètes extérieures ou la dérivée seconde de la période. Par contre, le programme PAP n'a pas pour l'instant la possibilité d'analyser les données de chronométrage provenant de pulsars binaires. Il faut rajouter cette possibilité. Ceci implique de poser les équations de la gravitation pour le système binaire et d'écrire le retard sur le signal dû au fort champ gravitationnel du système binaire.

L'analyse des observations de pulsars milliseconde permet déjà de déduire des informations as-

trométriques précises comme les positions des différents systèmes de référence issus des éphémérides, comme nous l'avons vu. Il faudrait maintenant une meilleure distribution des pulsars dans le ciel ainsi qu'un programme d'observations de ces pulsars par interférométrie. Tous les pulsars millisecondes découverts jusqu'à présent sont dans la même région du ciel. On peut difficilement déterminer les trois composantes d'une rotation qui existerait entre les positions de ces pulsars données dans le système de référence planétaire et dans le système extra-galactique si les pulsars ne sont pas mieux répartis. De plus, le seul pulsar rapide à avoir été observé par VLBI est PSR1937+214 et l'on peut faire passer une infinité de rotations par un seul point. Il est donc essentiel de déterminer les positions des autres pulsars milliseconde par rapport au système extra-galactique. Les résultats obtenus à l'I.G.N. par G.Petit et T.Fayard sur les observations VLBI de PSR1937+214 effectuées à Nançay en novembre 1987 sont à ce sujet plus qu'encourageants.

Il ne manque plus maintenant que des données à analyser. Celles-ci ne devraient pas tarder à affluer de la station de Nançay. Les observations de juillet et août 1988 ont fait la preuve que le système de dé-dispersion adopté à Nançay peut donner des résultats comparables à ce qui se fait ailleurs dans le monde. Le r.m.s. des observations de août 1988 ($\approx 0.65\mu\text{s}$) est meilleur que celui des deux premières années d'observations effectuées à Arecibo et n'est que deux fois plus grand que ce qui se fait actuellement. Les compétences de F.Biraud, G.Bourgeois, D.Aubry, B.Darchy et J.-P.Drouhin ont été cruciales pour décider de l'architecture du dé-disperseur et pour sa construction et celles de M.Granveaud et M.Fréon du Laboratoire Primaire des Temps et Fréquences et de M.Vincent de l'observatoire de Besançon ont été capitales pour tout ce qui touche au problème du temps et de la datation, mais il ne faut pas oublier que des prédictions précises de la phase topocentrique du pulsar sont nécessaires au bon fonctionnement du dé-disperseur, domaine privilégié du Bureau des Longitudes. La bonne collaboration entre les différentes équipes a permis de mettre en œuvre et de réaliser un programme d'observations modernes et précises en un laps de temps relativement court: deux ans entre les premières discussions et les premiers points scientifiquement exploitables. Nous espérons maintenant établir un programme d'observations régulières des pulsars PSR1937+214 et PSR1821-24 (celui-ci a été détecté avec certitude à Nançay en novembre 1988). Nous projetons aussi de détecter les autres pulsars milliseconde et de les chronométrer régulièrement s'ils sont visibles à Nançay. Cette série de données à venir devraient nous permettre d'appliquer les observations des pulsars rapides aux domaines auxquels nous n'avons pas encore "touché": la physique,

la dynamique du système solaire avec la détermination des masses des planètes extérieures, la matière interstellaire et la cosmologie. Il faudrait de plus lancer une campagne d'identification des contreparties optiques des pulsars rapides pour pouvoir raccorder le système de référence stellaire au système planétaire et une campagne d'observation V.L.B.I. sur tous les pulsars rapides. Nous espérons aussi une plus grande collaboration avec les équipes étrangères qui s'occupent du chronométrage de pulsars rapides à Arecibo (Porto-Rico), Green-Bank (U.S.A) et Jodrell Bank (Grande-Bretagne) afin de pouvoir mettre en commun les futures données et réaliser ainsi de plus longue série d'observations qui permettraient alors de mettre en évidence les effets à long terme sur le chronométrage. Nous espérons enfin accueillir l'équipe de D.C.Backer et leur machine de recherche automatique de pulsar rapide. Le malheureux accident survenu au radio-télescope de 300 pieds de Green-Bank laisse le grand radio-télescope de Nançay dans une position très enviable pour accueillir cette expérience et de premiers contacts ont déjà été pris.

Les pulsars milliseconde sont des objets qui peuvent être appliqué à de nombreux domaines et il reste encore beaucoup à faire.

Annexe A**La transformation TB–TT**

Nous présentons ici un article en préparation traitant de la transformation analytique entre le Temps Barycentrique, TB, et le Temps Terrestre, TT, nécessaire à l'analyse des données de chronométrage des pulsars rapides. Nous comparons aussi les différentes formules analytiques et numériques entre elles.

An Analytical Formula for the time transformation TB–TT.

L. Fairhead and P. Bretagnon
Bureau des Longitudes
77 Avenue Denfert-Rochereau
F75014 Paris
France

Abstract. An analytical formula for the time transformation TB–TT valid over a few thousand years around J2000 has been computed with an accuracy at the 1 ns level. The 127 coefficients presented in this paper provide a formula accurate at the 100 ns level. The numerical and analytical procedures to compute this transformation are discussed and compared. We note that these procedures cannot fully comply with recommendation 5 of the 1976 IAU meeting. Furthermore, these procedures yield different units for the corresponding TB time scales. We have verified that this transformation is independent of the two Parametrized Post Newtonian (P.P.N.) parameters γ and β and of the three most commonly used coordinate systems (isotropic, standard-Schwarzschild, Painlevé) at least at the 1 ns level.

Introduction

Recommendation 5 of the 1976 IAU meeting in Grenoble (see Winkler and Van Flandern, 1977) states that:

the time scales for equations of motions referred to the barycentre of the solar system be such that there

be only periodic variations between these time scales and that for the apparent geocentric ephemerides.

The exact I.A.U. denominations for these two time scales are “Terrestrial Dynamical Time” (TDT) and “Barycentric Dynamical Time” (TDB) but we shall adopt the abbreviations “TT” and “TB”, respectively, as suggested by Guinot and Seidelmann (1988) and later proposed to the Working Group on Reference frames at the I.A.U. XX General Assembly in Baltimore (1988).

The complete formulation for transforming the physically realized time scale of a clock on the surface of the Earth to the corresponding time in Barycentric Time can be found in Guinot (1986). It includes corrective terms comparing the clock to TAI, a diurnal term depending on the location of the clock on the Earth (giving the transformation TAI–TT) and a periodic term depending on the position of the Earth relative to all the solar system bodies. It is this latter periodic term that gives the transformation from TT to TB and that will be developed analytically in this paper.

A new impetus for the need of an accurate time transformation between the time of an event read from an observatory clock and the corresponding coordinate time in Temps Barycentrique (TB) is the analysis of timing data of millisecond pulsars, e.g. PSR1937+214. At present, the precision of these data acquired at Arecibo and at Nançay is below $1\mu\text{s}$ and is expected to improve to 0.1 microsecond. Hence, the physical model required to analyse these observations must include a time transformation which is precise at the 0.01 microsecond level (one tenth of the expected observation error). We have finally set the requirement that our TB–TT transformation be accurate to the 1 ns level for future applications. The transformation TAI–TT can be computed at this level too. Comparison of times between observatory clocks are approaching this level of accuracy with techniques such as LASSO.

There are two possible procedures to calculate the time transformation TT–TB. The first procedure is numerical. The equation giving TT–TB is integrated numerically to produce a “time ephemeris” that will drift linearly. This linear trend is computed by averaging the “time ephemeris” over less than a century and is then subtracted from the “time ephemeris” itself. The resulting tabulated values provide a time transformation TB–TT which matches only to some extent the IAU recommendation that only periodic variations be kept (see discussion). The second procedure is based on analytical theories for the motions of the planets and Moon. The planetary theory VSOP82 (Bretagnon, 1982) and the lunar theory ELP2000 (Chapront-Touzé and Chapront, 1983) developed at the Bureau des Longitudes can be used to calculate an analytical formula for the TB–TT transformation as presented below.

An analytical formula for the time transformation TB–TT

The Parametrized Post Newtonian (PPN) metric given by eq. (4) in Brumberg (1986) describes the space-time properties of the solar system. This metric includes the contributions of all the planets and their mutual interactions. It also includes the two physical PPN parameters γ and β and the integer ν (with possible values 0, 1, 2) for selecting one of the three most commonly used coordinate systems (isotropic, standard Schwarzschild, Painlevé) in celestial mechanics.

This complete metric was used to derive the differential relation between TT and TB. The resulting expression is rather voluminous. However, only the terms larger than 10^{-11} in this expression must be kept to have a formula providing a 1 ns accuracy after integration. Thus, the final differential expression is:

$$\frac{d TT}{d TB} = 1 - \left(\sum_i \frac{m_i}{\rho_i} + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right) \quad (1)$$

where $m_i = \frac{GM_i}{c^2}$, M_i mass of planet i , $\vec{\rho}_i = \vec{r} - \vec{r}_i$, \vec{r}_i barycentric position of planet i and \vec{r} and v stand for the barycentric position and velocity of the Earth, respectively.

It is interesting to note that differential equation (1) does not depend explicitly either on the two physical PPN parameters γ and β or on the integer ν selecting the coordinates. Hence, at the 1 ns level, the time transformation TB–TT is independent of the three systems of coordinates considered by Brumberg (1986).

Equation (1) is given by Thomas (1975) and by Moyer (1981) who provides an analytical solution accurate to 20 μ s. Hirayama *et al* (1988) provide an analytical solution which is more precise and to which we compared our results.

Equation (1) is integrated to provide the TB–TT transformation. The integration can be a numerical or an analytical one. We have integrated (1) analytically and have used the Bureau des Longitudes ephemerides VSOP82 and ELP2000. The analytical theories VSOP82 and ELP2000 for the motions of the planets and Moon have integration constants which are adjusted on the Jet Propulsion Laboratory ephemeris DE200 (Newhall, Standish and Williams, 1983) but with the I.A.U. recommended values for

the planetary masses. These analytical theories provide ρ_i and v as trigonometric time series. Using these in (1) and keeping all the periodic terms larger than 10^{-11} before integration, the resulting formula after integration is in the form :

$$\begin{aligned}
 TB = TT + \sum_i A_i \sin(\omega_{ai}T + \phi_{ai}) + \\
 + T \sum_i B_i \sin(\omega_{bi}T + \phi_{bi}) + \\
 + T^2 \sum_i C_i \sin(\omega_{ci}T + \phi_{ci}) + \\
 + T^3 \sum_i D_i \sin(\omega_{di}T + \phi_{di})
 \end{aligned} \tag{2}$$

The coefficients are given in Table I. T is in thousands of years from J2000.0 and TB is in microseconds. The column marked Period in table I gives the period of the term in years. The arguments of each term of table I are a combination of the mean longitudes of the planets of the Solar system and the Moon. The columns headed arguments indicate the contribution of each planet to the term. All the linear terms and the polynomial terms in T which result from the integration have been dropped to conform to the I.A.U. recommendation. The 127 coefficients given in Table I provide a TT–TB transformation with a precision of 100 ns. We have also computed an analytical transformation precise at the 10 ns level. This level of accuracy is attained with 750 coefficients. A computational error caused some coefficients given in a previous paper (Fairhead, Bretagnon and Lestrade 1987) to be in error. The main coefficient, for example, is erroneous by 15 ns.

As pointed out in Fukushima *et al.* (1986) and in Hellings (1986), the use of the TB unit as defined by the IAU leads to a change of time unit, as the integration of equation (1) yields a linear term in T which is dropped. This implies that the space unit be multiplied by a constant factor so that, in particular, the speed of light remain constant. This factor partly depends on the linear term of the integrated equation. Its value is $467.308935202 \text{ s}/10^3 \text{ y}$

Comparison with other formulæ.

The Jet Propulsion Laboratory (JPL) and the Centre for Astrophysics (CfA) have established numerical TB–TT transformations by integrating eq. (1) numerically to obtain a “time ephemeris”. They

comply to the I.A.U. recommendation by averaging their numerical “time ephemeris” over an interval of 100 years for the JPL and 60 years for the CfA and subtracting this average to the “time ephemeris”. Over such small time intervals, the long period terms present in the ephemeris will be identified as linear terms in time. These long period terms will therefore be ignored by the numerical time transformation. On the contrary, they will be kept in the analytical formula. This difference will amount to a change of unit between the TB time scales generated by analytical and numerical transformations.

We have compared our 1 ns analytical formula to these two numerical transformations. As expected, the comparisons show, (figure 1), a linear difference between the analytical formula and the numerical ones. This is due to the averaging out of long period terms in the numerical transformations. These drifts amount to $32\mu\text{s}$ for 100 years or 10^{-14}ss^{-1} for the JPL’s formula and to $0.5\mu\text{s}$ for 60 years or $3 \times 10^{-16}\text{ss}^{-1}$ for the CfA formula.

The consequences for analysis of timing observations of millisecond pulsars are the following. The period of the millisecond pulsar PSR1937+214, (≈ 1.6 ms), has been determined by various groups, in TB time unit using either numerical or analytical TB–TT transformations. The linear trend observed between our analytical formula and the numerical ones will lead to discrepancies in the adjusted period of the pulsar of $1.5 \times 10^{-17}\text{s}$ relative to the JPL and $4 \times 10^{-19}\text{s}$, relative to the CfA. The first discrepancy could be significant as the error on the period adjusted over six years of data quoted by Rawley (1986) is $5 \times 10^{-17}\text{s}$ or three times this discrepancy.

After removing the linear slope from the differences between the JPL and our formula, we obtained the residuals shown in Figures 2 and 3.

The comparison of the CfA’s formula and the analytical formula shows short-term variations of the order of 200 ns whereas Figures 2 and 3 show short-term variations are of the order of 4 ns. We cannot explain this discrepancy other than by an erroneous use of the CfA transformation.

The difference between the figures 2 and 3 is due to the values of the masses used for Saturn and Uranus. In Figure 2, the ephemeris used to provide ρ_i and v in eq. (1) used the masses recommended by the I.A.U. ($M_{\text{Saturn}} = M_{\odot}/3498.5$, $M_{\text{Uranus}} = M_{\odot}/22869$). In Figure 3, the ephemeris used the masses adjusted by the JPL ($M_{\text{Saturn}} = M_{\odot}/3498$, $M_{\text{Uranus}} = M_{\odot}/22960$) The maximum difference between the JPL transformation and ours is 4 ns which is quite adequate for present accuracy needs.

Finally, we have compared the analytical formula given by Hirayama *et al* (1987) and our own. The

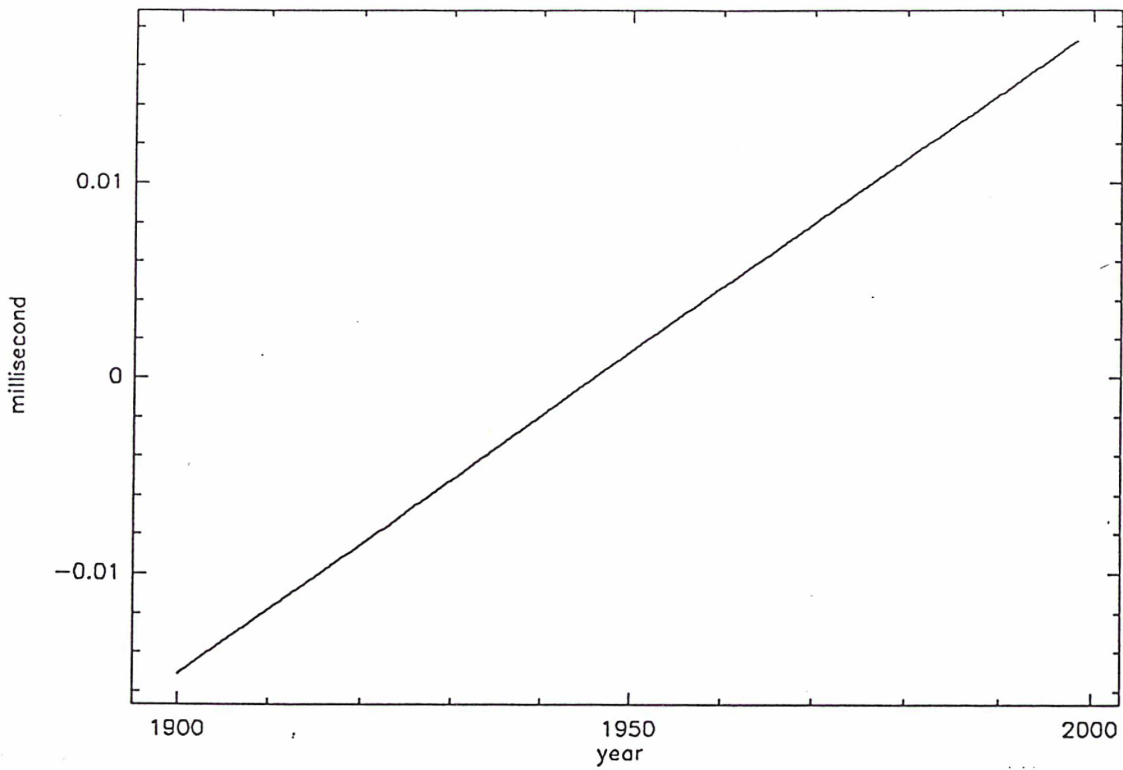


Fig. 1a): Difference between the analytical formula and the JPL numerical transformation.

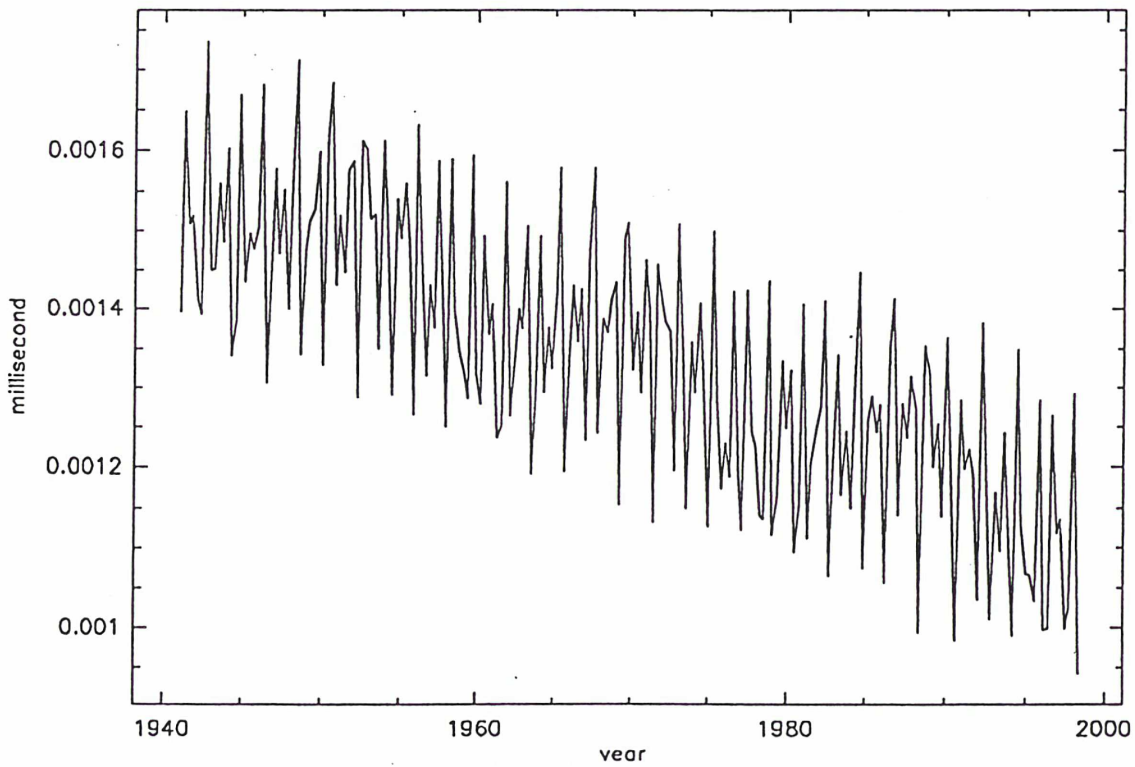


Fig. 1b): Difference between the analytical formula and the CfA numerical transformation.

term with argument $8E - 16M + 4J + 5S$ with period 93462 years has been eliminated in our formula

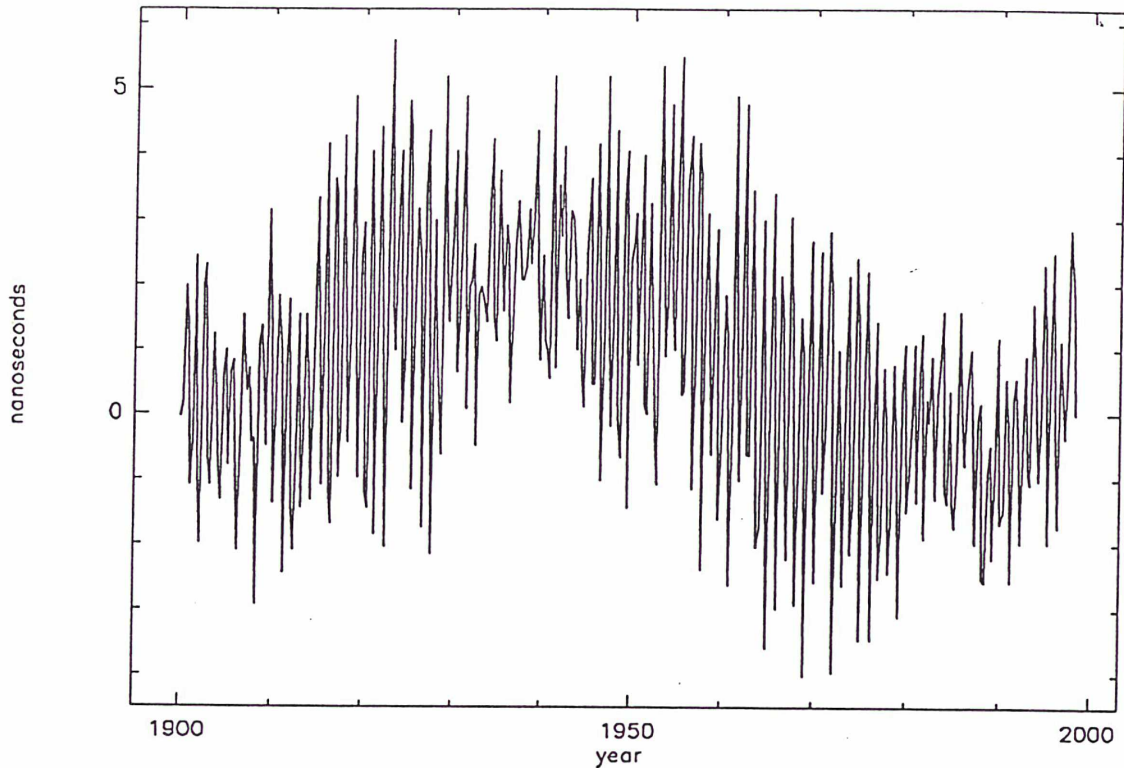


Fig. 2): Residuals after a straight line has been fitted to the differences between the JPL transformation and our formula. The differences were calculated every 100 days. The time interval is from 1900 to 2000. The masses used in the ephemeris providing the position of the planets in our formula are those recommended by the I.A.U.

as it is a quasi-linear term for the range of use (~ 1000 years). The long period terms with arguments $4E - 8M + 3J$ (period ≈ 1783 years), $2J - 6S + 3U$ (period ≈ 1598 years), $5V - 6E - 4M$ (period ≈ 1138 years) show discrepancies of the order of 8 ns. The short period term (25.56 y) $3\lambda_2 - 5\lambda_3 + \lambda_5$ shows a difference of 13 ns. These discrepancies are not explained since the analytical theories used to provide ρ_i and v for the planets and the Moon in (1) are VSOP82 (Bretagnon, 1982) and ELP2000 (Chapront-Touzé & Chapront, 1983) in both formulæ.

Discussion.

The I.A.U. recommendation that only periodic terms be kept in the TB–TT transformation implies that this transformation be built with a General Theory to provide the positions and velocities of the

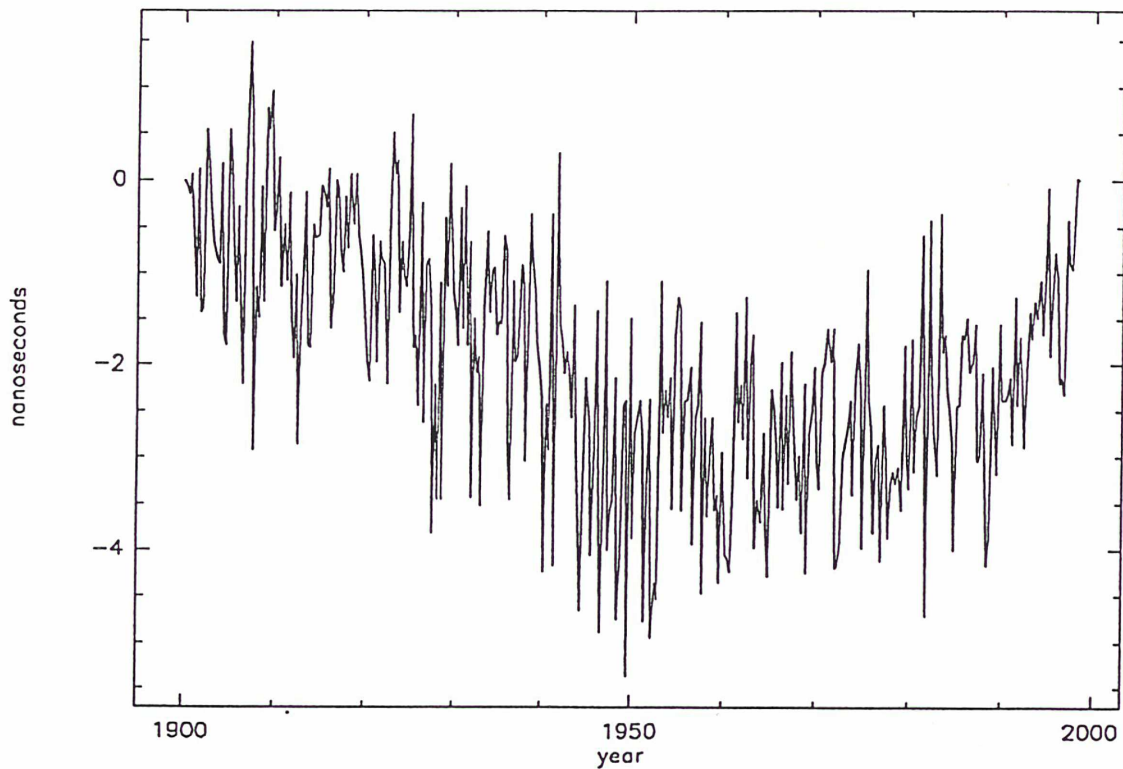


Fig. 3): Same as Fig.3 but the masses used in our formula are those provided by the JPL.

planets for eq. (1). In such a theory, all the long period terms such as the motions of the nodes and perihelie of the planets (with periods ranging from 45000 to 2000000 years), are kept as sine terms and are not expanded relative to time. Such a theory, which is valid over millions of years, is not precise locally in time and would not provide the 1 ns level of accuracy seeked in the TB–TT transformation. Even if such a precise General Theory were available, it would probably not be worthwhile using it for the TB–TT transformation. Such a transformation would be precise and valid over millions of years but would be complicated and unwieldy with many more terms than the 750 we obtain for our 1 ns formula. Practically, a transformation from TB to TT is only needed for a few thousand years and secular variation theories are ideal for this purpose. They provide accurate positions of the planets by construction because the long period terms are expanded as time polynomials. For example, the 93462 years term that is kept by Hirayama *et al* , is developed with respect to time in our formula and dropped because its period is a 100 times the range of use of our formula. Hence, although the I.A.U. recommendation suggests that General Theories be used, only secular variation theories and numerical integrations meet the precision and practicality requirements.

The TB–TT transformation is used in pulsar timing analysis to transform the observed arrival

times of pulses at the observatory to a uniform standard of time TB. The pulsar “time”, provided by the observation of its pulses, can thus be compared to a uniform solar system time scale. The transformed barycentric time will also provide the time argument of the ephemeris used for the position of the Earth, needed in the analysis. Besides the TB–TT transformation, the transformation from a measured arrival time to a barycentric time includes corrections between the observatory clock and a national standard atomic clock and a diurnal term accounting for the observatory position with respect to the geocentre. These two corrections to a measured arrival time will give a time in TT. Different national and international standard atomic time scales are available (from the USNO, the NBS, the PTB, the BIPM, ...) and the transformation from measured arrival times to TT and thus to barycentric times TB can be constructed with these different atomic time scales. Therefore not only should realizations of TT be identified with the atomic time scale used, as suggested by Guinot and Seidelmann and recommended by the Working group on Reference Frames at the I.A.U. XX General Assembly, but TB should also be identified in the same manner. For example, TT(TAI) and TB (TAI) would represent respectively, the realization of TT obtained by using the atomic time scale TAI and the barycentric time obtained by using the transformation TB–TT(TAI). This is important for pulsar timing analysis. We have shown (Fairhead, 1988) that the use of different atomic scale in the realization of TT and TB leads to systematic astrometric errors in the parameters determined for the millisecond pulsar PSR1937+214 (difference in the periods of $.73 \times 10^{-15}$ s when comparing results obtained with TB(USNO) and TB(BIPM); this is due to the different definitions of these two time scales). These errors are larger than the formal uncertainties calculated (14σ) and are also larger than the discrepancies introduced in the period when using the numerical TT–TB formula from the JPL or our analytical formula.

Conclusion

For the time transformation TB–TT, numerical “time ephemeris” integrated over various time intervals exhibit mutual linear drifts. The magnitude of this drift depends on the length of the time interval and on its boundaries. This difficulty vanishes when one uses an analytical expression of this time transformation even if one considers an interval as long as a few thousand years around J2000. The expression

(2) above and the coefficients given in Table I provide a time transformation TB–TT accurate at the 100 ns level. However, we have computed a complete expression accurate at the 1 ns level which is available on request.

Acknowledgments

We thank Drs R.W.Hellings and J.F.Chandler for providing us with the numerical time ephemeris developed at the JPL and the CfA, and Dr. J.-F.Lestrade for extensive discussions.

References

- Bretagnon, P. (1982), *Astron. and Astrophys.*, **114**, 278
- Brumberg, V.A. (1986), in *IAU Symposium 109*, Astrometric Techniques, edited by Eichhorn and Leacock, 19
- Chapront-Touzé, M. and Chapront, J. (1983), *Astron. and Astrophys.*, **124**, 50
- Fairhead, L., Bretagnon, P. & Lestrade J.-F. (1988) *The Earth's Rotation and Reference Frames for Geodesy and Geodynamics*, Eds. Babcock A.K. & Wilkins G.A.
- Fukushima, T., Fujimoto, M., Kinoshita, H. and Aoki, S. (1986), *Celestial Mech.*, **38**, 215
- Guinot, B. (1986), *Celestial Mech.*, **38**, 155
- Guinot B. & Seidelmann P.K. (1988), *Astron. Astrophys.*, **194**, p.304.
- Hirayama Th., Kinoshita H., Fujimoto M.-K. & Fukushima T., (1987), Proceedings of the IUGG symposium in Vancouver.
- Moyer, T.D. (1981), *Celestial Mech.*, **23**, 33-56, 57
- Newhall, X X, Standish, E.M. and Williams, J.G., (1983), *Astron. and Astrophys.*, **125**, 150
- Thomas, J.B. (1975), *Astr. J.*, **80**, 405
- Winkler, G.M.R. and Van Flandern, T.C. (1977), *Astr. J.*, **8**, 84

i	A_i (μs)	ω_{ni} (rd/10 ⁻³ y)	ϕ_{ni} (rd)	Period (years)	Arguments												
					Mc	V	E	M	J	S	U	N	D	F	L		
1	1656.674564	6283.075849991	6.240054195	1.0000	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	22.417471	5753.384884897	4.296977442	1.0921	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
3	13.839792	12566.151699983	6.196904410	0.5000	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4.770086	529.690965095	0.444401603	11.8620	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	4.676740	6069.776754553	4.021195093	1.0352	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
6	2.256707	213.299095438	5.543113262	29.4572	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
7	1.694205	-3.523118349	5.025132748	1783.4159	0	0	4	-8	3	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1.554905	77713.771467920	5.198467090	0.0809	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
9	1.276839	7860.419392439	5.988822341	0.7993	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1.193379	5223.693919802	3.649823730	1.2028	0	0	1	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1.115322	3930.209696220	1.422745069	1.5987	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0.794185	11506.769769794	2.322313077	0.5460	0	0	2	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0.600309	1577.343542448	2.678271909	3.9834	0	2	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0.496817	6208.294251424	5.696701824	1.0121	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
15	0.486306	5884.926846583	0.520007179	1.0677	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0.468597	6244.942814354	5.866398759	1.0061	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
17	0.447061	26.298319800	3.615796498	238.9196	0	8	-13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0.435206	-398.149003408	4.349338347	15.7810	0	0	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0.432392	74.781598567	2.435898309	84.0205	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
20	0.375510	5507.553238667	4.103476804	1.1408	0	3	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0.243085	-775.522611324	3.651837925	8.1019	0	3	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0.230685	5856.477659115	4.773852582	1.0729	0	0	1	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0
23	0.203747	12036.460734888	4.333987818	0.5220	0	0	2	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0.173435	18849.227549974	6.153743485	0.3333	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0.159080	10977.078804699	1.890075226	0.5724	0	0	2	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0.143935	-796.298006816	5.957517795	7.8905	0	0	2	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0.137927	11790.629088659	1.135934669	0.5329	0	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0.119979	38.133035638	4.551585768	164.7701	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
29	0.118971	5486.777843175	1.914547226	1.1452	0	0	3	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0.116120	1059.381930189	0.873504123	5.9310	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0.101868	-5573.142801634	5.984503847	1.1274	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0
32	0.098358	2544.314419883	0.092793886	2.4695	0	0	2	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0.080164	206.185548437	2.095377709	30.4735	0	0	0	0	2	-4	0	0	0	0	0	0	0
34	0.079645	4694.002954708	2.949233637	1.3386	0	0	1	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0.075019	2942.463423292	4.980931759	2.1353	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0.064397	5746.271337896	1.280308748	1.0934	0	0	1	0	1	-5	0	0	0	0	0	0	0
37	0.063814	5760.498431898	4.167901731	1.0907	0	0	1	0	-3	5	0	0	0	0	0	0	0
38	0.062617	20.775395492	2.654394814	302.4340	0	3	-7	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0.058844	426.598190876	4.839650148	14.7286	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
40	0.054139	17260.154654690	3.411091093	0.3640	0	0	3	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0.048373	155.420399434	2.251573730	40.4270	0	0	8	-15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0.048042	2146.165416475	1.495846011	2.9276	0	0	3	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0.046551	-0.980321068	0.921573539	6409.3138	0	0	10	-19	0	3	0	0	0	0	0	0	0
44	0.042732	632.783739313	5.720622217	9.9294	0	0	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0
45	0.042560	161000.685737473	1.270837679	0.0390	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
46	0.042411	6275.962302991	2.869567043	1.0012	0	0	1	0	2	-5	0	0	0	0	0	0	0
47	0.040759	12352.852604545	3.981496998	0.5086	0	0	2	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0

Table I: Table of the coefficients of equation (2) for the analytical transformation TB-TT

i	A_i (μs)	ω_{ai} (rd/10 ⁻³ y)	ϕ_{ai} (rd)	Period (years)	Arguments												
					Mc	V	F	M	J	S	U	N	D	F	L		
48	0.040480	15720.838784878	2.546610123	0.3997	0	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0.040184	-7.113547001	3.565975565	883.2704	0	0	0	0	2	-5	0	0	0	0	0	0	0
50	0.036955	3154.687084896	5.071801441	1.9917	0	4	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	0.036564	5088.628839767	3.324679049	1.2348	0	0	4	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0.036507	801.820931124	6.248866009	7.8361	0	5	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53	0.034867	522.577418094	5.210064075	12.0235	0	0	0	0	3	-5	0	0	0	0	0	0	0
54	0.033529	9437.762934887	2.404714239	0.6657	0	4	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0.033477	6062.663207553	4.144987272	1.0364	0	0	1	0	2	-6	0	0	0	0	0	0	0
56	0.032438	6076.890301554	0.749317412	1.0339	0	0	1	0	-2	4	0	0	0	0	0	0	0
57	0.032423	8827.390269875	5.541473556	0.7118	0	0	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	0.030215	7084.896781115	3.389610345	0.8868	0	5	-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
59	0.029862	12139.553509107	1.770181024	0.5176	0	0	2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0
60	0.029247	-71430.695617928	4.183178762	0.0880	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
61	0.028244	-6286.598968340	5.069663519	0.9995	0	0	3	-8	3	0	0	0	0	0	0	0	0
62	0.027567	6279.552731642	5.040846034	1.0006	0	0	5	-8	3	0	0	0	0	0	0	0	0
63	0.025196	1748.016413067	2.901883301	3.5945	0	0	4	-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
64	0.024816	-1194.447010225	1.087136918	5.2603	0	0	3	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	0.022567	6133.512652857	3.307984806	1.0244	0	0	1	0	0	0	-2	0	0	0	0	0	0
66	0.022509	10447.387839604	1.460726241	0.6014	0	0	2	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0
67	0.021691	14143.495242431	5.952658009	0.4442	0	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
68	0.020937	8429.241266467	0.652303414	0.7454	0	0	4	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
69	0.020322	419.484643875	3.735430632	14.9783	0	0	0	0	2	-3	0	0	0	0	0	0	0
70	0.017673	6812.766815086	3.186129845	0.9223	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
71	0.017806	73.297125859	3.475975097	85.7221	0	0	0	0	0	0	2	-2	0	0	0	0	0
72	0.016155	10213.285546211	1.331103168	0.6152	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
73	0.015974	-2352.866153772	6.145309371	2.6704	0	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
74	0.015949	-220.412642439	4.005298270	28.5065	0	0	0	0	2	-6	0	0	0	0	0	0	0
75	0.015078	19651.048481098	3.969480770	0.3197	0	5	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
76	0.014751	1349.867409659	4.308933301	4.6547	0	0	5	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
77	0.014318	16730.463689596	3.016058075	0.3756	0	0	3	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0
78	0.014223	17789.845619785	2.104551349	0.3532	0	0	3	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
79	0.013671	-536.804512095	5.971672571	11.7048	0	0	0	0	1	-5	0	0	0	0	0	0	0
80	0.012462	103.092774219	1.737438797	60.9469	0	0	0	0	1	-2	0	0	0	0	0	0	0
81	0.012420	4690.479836359	4.734090399	1.3396	0	0	5	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
82	0.011942	8031.092263058	2.053414715	0.7824	0	0	5	-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
83	0.011847	5643.178563677	5.489005403	1.1134	0	0	1	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0
84	0.011707	-4705.732307544	2.654125618	1.3352	0	2	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
85	0.011622	5120.601145584	4.863931876	1.2270	0	0	1	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0
86	0.010962	3.590428652	2.196567739	1749.9819	0	0	4	-8	1	5	0	0	0	0	0	0	0
87	0.010825	553.569402842	0.842715011	11.3503	0	0	7	-13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
88	0.010396	951.718406251	5.717799605	6.6019	0	0	6	-11	0	0	0	0	0	0	0	0	0
89	0.010453	5863.591206116	1.913704550	1.0716	0	0	1	0	-2	3	0	0	0	0	0	0	0
90	0.010099	283.859318865	1.942176992	22.1349	0	3	-5	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
91	0.009858	6309.374169791	1.061816410	0.9958	0	8	-12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
92	0.009963	149.563197135	4.870690598	42.0102	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
93	0.009370	149854.400134205	0.673880395	0.0419	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	-1	0

Table I: (cont.)

i	B_i (μs)	ω_{bi} (rd/ $10^{-3}y$)	ϕ_{bi} (rd)	Period (years)	Arguments											
					Mc	V	E	M	J	S	U	N	D	F	L	
1	102.156724	6283.075849991	4.249032005	1.0000	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1.706807	12566.151699983	4.205904248	0.5000	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0.269668	213.299095438	3.400290479	29.4572	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
4	0.265919	529.690965095	5.836047367	11.8620	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5	0.210568	-3.523118349	6.262738348	1783.4159	0	0	4	-8	3	0	0	0	0	0	0	0
6	0.077996	5223.693919802	4.670344204	1.2028	0	0	1	0	-2	0	0	0	0	0	0	0
7	0.059146	26.298319800	1.083044735	238.9196	0	8	-13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0.054764	1577.343542448	4.534800170	3.9834	0	2	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0.034420	-398.149003408	5.980077351	15.7810	0	0	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0.033595	5507.553238667	5.980162321	1.1408	0	3	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0.032088	18849.227549974	4.162913471	0.3333	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0.029198	5856.477659115	0.623811863	1.0729	0	0	1	0	0	-2	0	0	0	0	0	0
13	0.027764	155.420399434	3.745318113	40.4270	0	0	8	-15	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0.025190	5746.271337896	2.980330535	1.0934	0	0	1	0	1	-5	0	0	0	0	0	0
15	0.024976	5760.498431898	2.467913690	1.0907	0	0	1	0	-3	5	0	0	0	0	0	0
16	0.022997	-796.298006816	1.174411803	7.8905	0	0	2	-4	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0.021774	206.185548437	3.854787540	30.4735	0	0	0	0	2	-4	0	0	0	0	0	0
18	0.017925	-775.522611324	1.092065955	8.1019	0	3	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0.013794	426.598190876	2.699831988	14.7286	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
20	0.013276	6062.663207553	5.845801920	1.0364	0	0	1	0	2	-6	0	0	0	0	0	0
21	0.012869	6076.890301554	5.333425680	1.0339	0	0	1	0	-2	4	0	0	0	0	0	0
22	0.012152	1059.381930189	6.222874454	5.9310	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
23	0.011774	12036.460734888	2.292832062	0.5220	0	0	2	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
24	0.011081	-7.113547001	5.154724984	883.2704	0	0	0	0	2	-5	0	0	0	0	0	0
25	0.010143	4694.002954708	4.044013795	1.3386	0	0	1	0	-3	0	0	0	0	0	0	0
26	0.010084	522.577418094	0.749320262	12.0235	0	0	0	0	3	-5	0	0	0	0	0	0
27	0.009357	5486.777843175	3.416081409	1.1452	0	0	3	-4	0	0	0	0	0	0	0	0
i	C_i (μs)	ω_{ci} (rd/ $10^{-3}y$)	ϕ_{ci} (rd)	Period (years)	Arguments											
					Mc	V	E	M	J	S	U	N	D	F	L	
1	4.322990	6283.075849991	2.642893748	1.0000	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0.406495	0.000000000	4.712388980	0.0000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0.122605	12566.151699983	2.438140634	0.5000	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0.019476	213.299095438	1.642186981	29.4572	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5	0.016916	529.690965095	4.510959344	11.8620	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0.013374	-3.523118349	1.502210314	1783.4159	0	0	4	-8	3	0	0	0	0	0	0	0
i	D_i (μs)	ω_{di} (rd/ $10^{-3}y$)	ϕ_{di} (rd)	Period (years)	Arguments											
					Mc	V	E	M	J	S	U	N	D	F	L	
1	0.143388	6283.075849991	1.131453581	1.0000	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Table I: (cnd.)

Références bibliographiques

- Ables J.G., Jacka C.E., McConnell D., Hamilton P.A., McCulloch P.M. & Hall P.J., (1988), *I.A.U. Circ.*
No. 4422.
- Aoki S., Sôma M., Kinoshita H. & Inoue K., (1983), *Astron. & Astrophys.*, **128**, p.263.
- Backer D.C., Kulkarni S.R., Heiles C., Davis M.M. & Goss W.M., (1982), *Nature*, **300**, p.615.
- Backer D.C., Fomalont E.B., Goss W.M., Taylor J.H. & Weisberg J.M., (1985), *Astron. J.*, **90**, p.2275.
- Bartel N., Capallo R.J., Ratner M.I., Rogers A.E.E., Shapiro I.I. & Whitney A.R., (1985), *Astron. J.*, **90**,
p.318.
- Bevington P.R., (1969), *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, McGraw-Hill Book
Company.
- Boriakoff V., thèse Cornell Univ. (1973)
- Bretagnon P. (1978) Thèse d'Etat
- Bretagnon, P. (1982), *Astron. & Astrophys.*, **114**, p.278
- Brumberg, V.A. (1986), dans *IAU Symposium 109*, Astrometric Techniques, édité par Eichhorn and
Leacock, p.19
- Chapront J., Francou G. & Morando B. (1984) *Notes techniques du Bureau des Longitudes*
- Chapront-Touzé, M. & Chapront, J. (1983), *Astron. & Astrophys.*, **124**, p.50
- Cheng A. & Ruderman M.A. , (1980), *Ap.J.*, **235**, p.576
- Chevalier R.A., (1984) *Millisecond pulsars: Proceedings of a Workshop held at the National Radio As-*
tronomy Observatory, Green-Bank, W. Virginia, June 1984, p.73
- Cordes J.M. & Stinebring D.R., (1984), *Ap.J.*, **277**, p.L53.
- Davidson K. & Ostriker J.P., (1973), *Ap.J.*, **179**, p.585.
- Davis M.M., Taylor J.H., Weisberg J.M. & Backer D.C., (1985), *Nature*, **315**, p.547.
- Damour T. & Deruelle N., (1985), *Ann. Inst. Henri Poincaré*, **44**, p.263.
- Eddington A.S. (1926), *The Internal Constitution of Stars*, Cambridge University Press
- Fairhead, L., Bretagnon, P. & Lestrade J.-F. (1988) *The Earth's Rotation and Reference Frames for*

Geodesy and Geodynamics, Eds. Babcock A.K. & Wilkins G.A.

- Foster R.S., Backer D.C., Taylor J.H. & Goss W.M., (1988), *Ap.J.Lett. in press*.
- Fruchter A.S., Stinebring D.R. & Taylor J.H., (1988), *Nature*, **333**, p.237
- Fukushima, T., Fujimoto, M., Kinoshita, H. & Aoki, S. (1986), *Celestial Mech.*, **38**, p.215
- Guinot B., (1986), *Celestial Mech.*, **38**, p.155.
- Guinot B. & Seidelmann P.K. (1988), *Astron. Astrophys.*, **194**, p.304.
- Hankins T.H., (1971), *Ap.J.*, **169**, p.487.
- Hankins T.H., Stinebring D.R. & Rawley R.A., (1987), *Ap.J.*, **315**, p.149.
- Hellings R.W., (1986), *Astron. J.*, **91**, p.650.
- Hirayama Th., Kinoshita H., Fujimoto M.-K. & Fukushima T., (1987), Proceedings of the IUGG symposium in Vancouver.
- Hulse R.A. & Taylor J.H., (1974), *Ap.J.*, **195**, pL51
- Kluźniak W., Ruderman M., Shaham J. & Tavani M., (1988), *Nature*, **334**, p.225
- Le Guyader C., en préparation
- Lestrade J.-F., (1981), *Astron. & Astrophys.*, **100**, p.143
- Lieske J.H., Lederle T., Fricke W. & Morando B., (1977), *Astron. & Astrophys.*, **58**, p.1
- Lyne A.G., Brinklow A., Middleditch J., Kulkarni S.R., Backer D.C. & Clifton T.R. (1987), *Nature*, **328**, p.399
- Lyne A.G., Biggs J.D., Brinklow A., Ashworth M. & McKenna J. (1988), *Nature*, **332**, p.45
- Lyne A.G., & McKenna J. (1988), *Nature*, **336**, p.226
- Lyne A.G. & Manchester R.N., (1988), *M.N.R.A.S.*, **234**, p.477
- Lyne A.G., Manchester R.N. & Taylor J.H. (1988) *communication privée*
- McCulloch P.M., Taylor J.H. & Weisberg J.M., (1979), *Ap.J.*, **227**, p.L133.
- Manchester R.N. & Taylor J.H., (1977), *Pulsars*, W.H. Freeman and Company
- Moyer, T.D. (1981), *Celestial Mech.*, **23**, 33-56, 57
- Newhall, X X, Standish, E.M. & Williams, J.G., (1983), *Astron. & Astrophys.*, **125**, p.150
- Rawley L.A., (1986), *Ph.D. Thesis*, Princeton.
- Rawley L.A., Taylor J.H., Davis M.M. & Allan D.W. (1988), *Ap. J.*, **326**, p.947
- Richter G.W. & Matzner R.A., (1983), *Phys. Rev.*, **D28**, p.3007

- Rohlfs K., (1986), *Tools of Radio Astronomy*, Springer-Verlag
- Ruderman M.A. & Sutherland P.G., (1975), *Ap. J.*, **196**, p.51.
- Ruderman M.A. & Shaham J., (1983), *Nature*, **304**, p.425.
- Smith F.G., (1977), *Pulsars*, Cambridge University Press
- Taylor J.H. & Stinebring D.R., (1986) *Ann. Rev. Astr. Astrophys.*, **24**, p.285
- Thomas, J.B. (1975), *Astr. J.*, **80**, 405
- Van den Heuvel E.P.J., (1984) *Millisecond pulsars: Proceedings of a Workshop held at the National Radio Astronomy Observatory, Green-Bank, W. Virginia, June 1984*, p.86
- Van den Heuvel E.P.J. & van Paradijs J., (1988), *Nature*, **334**, p.227.
- Will C.M., (1981), *Theory and experiment in gravitationnal physics*, Ed. Cambridge University Press
- Winkler, G.M.R. & Van Flandern, T.C. (1977), *Astr. J.*, **8**, p.84

Table des matières.

I Introduction	5
Remerciements	2
II Les pulsars	10
1. Caractéristiques des pulsars	10
<i>a) Emission d'un pulsar</i>	10
<i>b) Evolution d'un pulsar</i>	12
<i>c) Phase et période d'un pulsar</i>	14
<i>d) Variation de la période</i>	14
2. Les pulsars milliseconde	16
III Le chronométrage des pulsars	20
1. Techniques de dé-dispersion	20
<i>a) La technique à batterie de filtre</i>	22
<i>b) La technique à balayage en fréquence</i>	24
<i>c) La dé-dispersion par transformée de Fourier</i>	25
2. Les observations de chronométrage des pulsars	25
<i>a) La physique des pulsars, leur évolution et leur distribution</i>	28
<i>b) La dynamique du système solaire</i>	28
<i>c) L'astrométrie</i>	29
<i>d) La métrologie</i>	29
<i>e) L'étude du milieu interstellaire</i>	30
<i>f) La cosmologie</i>	30
IV Modèle d'analyse de données de chronométrage	32
1. Le modèle	32
<i>a) Le retard géométrique</i>	32

b) <i>La transformation de temps propre en temps-coordonnées</i>	35
c) <i>La chaîne du temps</i>	39
2. Discussion du modèle	40
a) <i>Dispersion interstellaire</i>	40
b) <i>Retard dû à la courbure du signal</i>	41
c) <i>Discussion</i>	42
d) <i>Approximations</i>	45
3. Dérivées partielles	48
a) <i>Equations</i>	48
b) <i>Ecriture des dérivées partielles</i>	49
c) <i>Simplification des dérivées</i>	52
4. Programmation de l'analyse	54
a) <i>Le programme PAP</i>	54
b) <i>Le programme AJUSTPAR</i>	55
V Analyse des deux premières années de données de chronométrage du pulsar rapide PSR1937+214 (Article en anglais en préparation)	58
1. Introduction	59
2. Observations and Reduction Method	60
<i>Observations</i>	60
<i>Data Analysis</i>	61
3. Reference Systems, Ephemerides and Time Scales used in the Analysis	62
<i>The Ecliptic Reference System</i>	62
<i>Ephemerides</i>	63
<i>Time Scales</i>	64
4. Results and Discussion	64
<i>Formal Uncertainties</i>	64
<i>Discussion</i>	66
<i>Observed Differences in the Period</i>	67
<i>Observed Differences in PSR1937+214 Coordinates</i>	69

5. Conclusion	72
VI Dispositif de chronométrage des pulsars à Nançay	76
1. Le principe du dé-disperseur	76
2. La synthèse de la phase topocentrique du pulsar	78
<i>a) Variation de la phase au cours de l'observation</i>	79
<i>b) Synthèse de la phase</i>	80
<i>c) Séquence de la synthèse de la phase</i>	81
3. Synthèse du balayage en fréquence	81
<i>a) Synthèse du balayage</i>	81
<i>b) Déroulement dans le temps du balayage et excursion maximale en fréquence</i>	85
4. Asservissement de la fréquence balayée	86
5. La préparation des observations	89
<i>a) Formulation des équations de prédictions pour la phase</i>	89
<i>b) La fréquence d'observation, ν_{obs}, utilisée dans les éphémérides de la phase</i>	91
<i>c) Les programmes de prédictions</i>	93
6. Etablissement d'une échelle de temps UT à Nançay	95
VII Les observations de chronométrage à Nançay	97
1. La chaîne de réception à Nançay	97
2. La première détection du pulsar rapide PSR1937+214 à Nançay	100
<i>a) Dispositif d'observation</i>	100
<i>b) Résultats</i>	103
3. Les observations de PSR1937+214 en novembre 1987	103
<i>a) Méthode d'observation et dépouillement</i>	104
<i>b) Résultats</i>	105
4. La campagne de chronométrage de PSR1937+214 pendant l'été 1988 à Nançay	106
<i>a) Méthode d'observations</i>	107
<i>b) Dépouillement</i>	109
<i>c) Résultats</i>	110
VIII Conclusion	115

A La transformation TB-TT. (Article en anglais en préparation)	118
Introduction	119
An Analytical formula for the time transformation TB-TT	121
Comparison with other formulæ	122
Discussion	125
Conclusion	127
Références bibliographiques	132
Table des matières	135