



HAL
open science

Modélisation de la turbulence

Remi Manceau

► **To cite this version:**

Remi Manceau. Modélisation de la turbulence. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Poitiers, 2011. tel-02130223

HAL Id: tel-02130223

<https://hal.science/tel-02130223v1>

Submitted on 15 May 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Institut PPRIME
Département fluides, thermique, combustion
Axe ATAC (Aérodynamique, Turbulence, Acoustique, Contrôle)
CNRS, université de Poitiers, ENSMA



HABILITATION À DIRIGER LES RECHERCHES
Section CNU 60

MODÉLISATION DE LA TURBULENCE

Soutenue le 13 décembre 2011 par

Rémi MANCEAU

Chargé de recherche CNRS

devant le jury suivant :

Pr. B.E. Launder	University of Manchester, UK (rapporteur)
Pr. M. Germano	Politecnico di Torino, Italia (rapporteur)
Dr. B. Aupoix	ONERA, Toulouse (rapporteur)
Dr. P. Le Quéré	LIMSI, CNRS, universités UPMC et Paris-Sud (président du jury)
Pr. P. Chassaing	IMFT, CNRS, INP Toulouse, Université de Toulouse 3
Pr. D. Laurence	University of Manchester, UK et EDF R&D, Chatou
Dr. T.B. Gatski	Institut PPrime, CNRS, université de Poitiers, ENSMA
Pr. J. Borée	Institut PPrime, CNRS, université de Poitiers, ENSMA

À ma fille, Lise

Sommaire

A	<u>Activités de recherche</u>	1
1	Introduction	3
2	Modélisation aux moyennes de Reynolds	9
2.1	Les effets de paroi	9
2.2	La relaxation elliptique	14
2.3	La pondération elliptique : modèle EB-RSM	27
2.4	Versions algébriques explicites du modèle EB-RSM	38
2.5	Extension à la modélisation des flux thermiques turbulents	42
3	Modélisation instationnaire de la turbulence	58
3.1	Génération de conditions d'entrées pour la LES	60
3.2	Extension à la génération de fluctuations de température	68
3.3	Étude de la pertinence des simulations URANS	72
3.4	Modélisation hybride continue : T-PITM	80
3.5	Équivalence entre approches hybrides	92
4	Perspectives	98
4.1	Modélisation statistique	98
4.2	Modélisation hybride RANS–LES	99
5	Liste complète des publications	102
6	Autres références	114

B Publications choisies 130

I R. Manceau and K. Hanjalić. Elliptic blending model: A new near-wall Reynolds-stress turbulence closure. *Phys. Fluids*, 14(2):744–754, 2002. 133

II A. G. Oceni, R. Manceau, and T. Gatski. Introduction of wall effects in explicit algebraic stress models through elliptic blending. In M. Stanislas, J. Jimenez, and I. Marusic, editors, *Progress in wall turbulence: Understanding and Modelling*. Springer, 2010. 146

III F. Dehoux, Y. Lecocq, S. Benhamadouche, R. Manceau, and L.-E. Brizzi. Algebraic modeling of the turbulent heat fluxes using the elliptic blending approach. Application to forced and mixed convection regimes. *Flow Turbul. Combust.*, 2012. Accepté pour publication. 157

IV A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, and J. Borée. A seamless hybrid RANS–LES model based on transport equations for the subgrid stresses and elliptic blending. *Phys. Fluids*, 22(055104), 2010. 184

V A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, T.B. Gatski, and J. Borée. Temporal filtering: a consistent formalism for seamless hybrid RANS-LES modeling in inhomogeneous turbulence. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 31(3), 2010. 206

VI R. Manceau, Ch. Friess, and T.B. Gatski. Of the interpretation of DES as a hybrid RANS/Temporal LES method. In *Proc. 8th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Marseille, France*, 2010. 221

C	<u>Annexes</u>	229
I	Curriculum vitae	231
II	Responsabilités collectives	237
III	Encadrement	243
IV	Activités d'évaluation	256
V	Collaborations académiques et industrielles	261
VI	Enseignement	268

Activités de recherche

Rendez les choses aussi simples que possible, mais pas plus simples

Albert Einstein

1 Introduction

Ce rapport présente l'ensemble de mes activités de recherche entre la fin de ma thèse et aujourd'hui, couvrant ainsi la période 2000-2011. Il est articulé en deux parties principales, concernant, d'une part, la modélisation statistique (RANS) de la turbulence, et d'autre part, la modélisation instationnaire. Mais avant d'introduire ces deux sujets, un petit rappel historique s'impose pour expliquer ce qui m'y a amené.

En même temps que la dernière année de mon cursus d'école d'ingénieur (ENSTA), j'ai préparé le DEA de mécanique de Paris VI, dans l'option *Systèmes non-linéaires, instabilités et turbulence*, ce qui a véritablement éveillé chez moi la nécessité de poursuivre en thèse. Désireux de m'éloigner un peu de Paris et de rejoindre ma province natale (ou pas trop loin), j'ai un jour frappé, un peu par hasard, aux portes de Jean-Paul Bonnet et Joël Delville au laboratoire d'études aérodynamiques. Ils m'ont aussitôt proposé un sujet de stage de DEA sur la modélisation de la couche de mélange par systèmes dynamiques basés sur les modes POD. J'étais déjà dans le grand bain.

Devant, encore à l'époque, m'acquitter de mes devoirs envers la défense nationale, j'ai ensuite postulé en tant que scientifique du contingent au CEA-DAM, et j'ai eu la chance d'être affecté au centre du Ripault, à deux pas de chez moi, pour travailler sous la responsabilité de Didier Picart. Loin d'être improductif comme le sont parfois certains postes de scientifique du contingent, ce séjour m'a permis de me frotter (pour la dernière fois) à la réalisation de quelques mesures expérimentales, et, déjà, à la modélisation par loi de comportement, ici pour des fluides non-newtonien.

À la recherche d'un sujet de thèse dans les laboratoires associés au DEA de Paris VI, j'ai eu le choix entre un sujet sur la modélisation de la turbulence et un sujet sur la stabilité. Après mûre réflexion, c'est, on s'en doute, le premier sujet que j'ai choisi, délaissant à regret un sujet potentiellement passionnant. C'est ce choix crucial pour la suite qui m'a donc amené au Laboratoire national d'hydraulique d'EDF, pour travailler sur la modélisation de la turbulence en région de proche paroi, sous la direction de Dominique Laurence. Il y a eu deux moments cruciaux au cours de cette thèse : le choix de l'approche de Durbin, la relaxation elliptique, pour représenter les effets de paroi, qui, on s'en rendra aisément compte lors de la lecture de ce rapport, a orienté ma recherche pour, au moins, les quinze années suivantes ; le séjour au CTR summer program de 1999 à Stanford, qui m'a permis, outre la rencontre avec un nombre impressionnant de chercheurs de grande renommée, d'avancer de manière décisive dans mes recherches, grâce à l'exploitation d'une base de donnée de DNS unique à l'époque,

et qui fait toujours référence aujourd'hui (canal à $Re_\tau = 595$ de Moser *et al.* [115]). Il convient également de mentionner que la participation aux workshops du SIG-15 (Refined turbulence modelling) d'ERCOFTAC de 1997 et 1998 m'a permis de me faire connaître au sein de la communauté de la modélisation la turbulence en Europe.

C'est ainsi que, quelques mois avant la fin de ma thèse, j'ai été approché par Kemo Hanjalić pour venir passer un an de post-doc à Delft, pour continuer à travailler sur la modélisation de la turbulence en proche paroi. Cette période a également été essentielle, car elle a permis le développement du modèle à pondération elliptique, qui est, malgré la variété des travaux qui ont suivi, la réalisation qui a eu le plus d'impact dans la communauté. Cette période m'a aussi permis de préparer une candidature au CNRS, qui m'a conduit à intégrer de manière permanente le laboratoire d'études aérodynamiques, et développer les deux thèmes principaux que sont la modélisation statistique et la modélisation instationnaire.

Modélisation statistique

Bien que les méthodes de simulation beaucoup plus coûteuses (simulation aux grandes échelles, simulation directe) soient en plein essor, le standard dans la pratique industrielle d'aujourd'hui reste la modélisation statistique RANS [116, 117, 118, 119, 120, 121, 122] et, même si l'avenir est promis au développement des simulations instationnaires, il existera toujours de très importants créneaux pour la modélisation statistique. Par exemple, l'augmentation de la puissance de calcul conduira les industriels à vouloir simuler la géométrie *exacte* des systèmes *complets* : il n'est pas imaginable dans les prochaines décennies de réaliser, par exemple, un calcul LES d'une géométrie complète de voiture (incluant tous les détails du soubassement, le sous-capot, le système de ventilation, les roues en rotation, etc.). De plus, même quand un tel calcul sera possible, la volonté des industriels sera alors de réaliser des études paramétriques sur ces géométries, dans des délais très courts (une courbe paramétrique par nuit), voire de faire de l'optimisation, ce qui nécessite des calculs de l'ordre de quelques minutes au plus : on voit donc que, avec l'augmentation de la puissance de calcul disponible, l'augmentation du niveau d'exigence fera en sorte que les calculs RANS resteront nécessaires, en complément des simulations hybrides, LES et DNS (de plus, les méthodes hybrides RANS/LES reposent, par définition, sur des modèles RANS dans certaines régions). Et même si la fin du XXI^e siècle voit, comme le suggère l'évolution actuelle de la puissance des ordinateurs [123], la possibilité de réaliser les premiers calculs DNS d'un avion com-

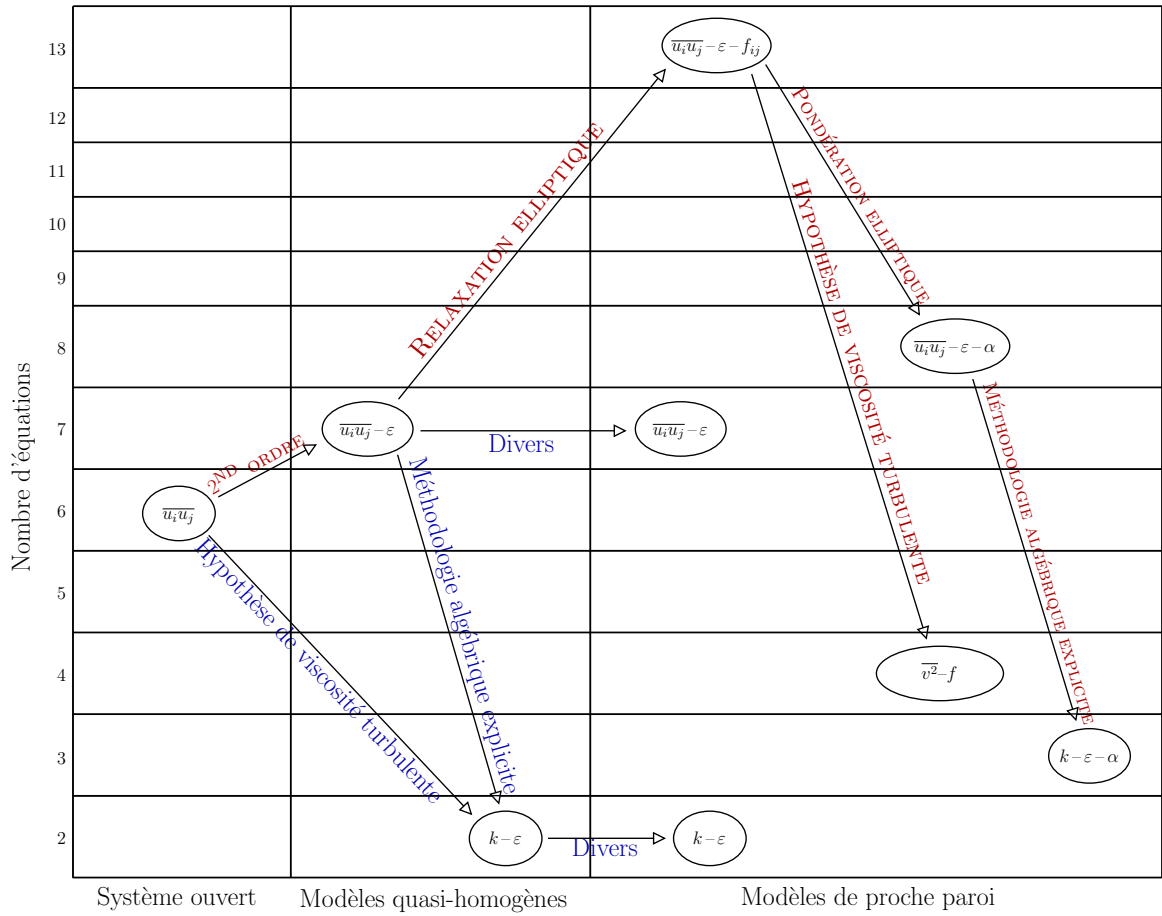


FIGURE 1 – Schéma représentatif des routes possibles pour développer des modèles de proche paroi. Les routes présentées dans ce rapport, conduisant *in fine* au $\overline{v^2} - f$ et au $k - \varepsilon - \alpha$, sont représentées en lettres capitales (et en rouge).

plet, il faudra attendre encore beaucoup plus longtemps¹ pour que la DNS satisfasse à tous les désirs de l'industrie.

Malgré des efforts considérables dans les 30 dernières années, les modèles n'ont pas atteint un degré de fiabilité suffisant, et de nombreux efforts restent à faire, notamment en ce qui concerne la représentation d'effets complexes (flottabilité, rotation, *etc.*). Les modèles les plus représentatifs de la physique sont encore trop instables numériquement pour satisfaire les besoins industriels, et les modèles largement utilisés aujourd'hui dans les codes de calcul industriels sont encore essentiellement basés sur l'hypothèse de viscosité turbulente.

1. Rien ne permet d'ailleurs d'affirmer que la puissance de calcul continuera à augmenter indéfiniment.

L'originalité de mes recherches vient de la démarche suivie. Une pratique très répandue consiste à partir de modèles utilisant des hypothèses trop restrictives et à les complexifier pour qu'ils soient capables de prendre en compte le maximum de phénomènes. J'ai adopté depuis ma thèse une approche radicalement différente, qui a porté beaucoup de fruits : elle consiste à partir de modèles avec des hypothèses beaucoup moins restrictives, mais impossibles à utiliser pour les applications industrielles, et à réduire par étape leur complexité et leur instabilité numérique en gardant le plus de physique possible. Cette démarche, qui sera détaillée plus bas, est résumée par la figure 1, que j'ai présentée au congrès TSFP3 de 2003 [54] : les équations aux moyennes de Reynolds sont fermées au second ordre (modèle à 7 équations), auxquelles on ajoute les 6 équations de relaxation elliptique pour représenter les effets de paroi (modèle à 13 équations) ; pour réduire la complexité du modèle, on peut alors soit réintroduire l'hypothèse de viscosité turbulente, conduisant alors aux modèles de type $\overline{v^2}-f$ (modèle à 4 équations) ou remplacer la relaxation elliptique par la pondération elliptique (modèle à 8 équations) ; dans ce dernier cas, on peut, grâce à la méthode algébrique explicite, faire l'économie de 5 équations (modèle à 3 équations). Chacune de ces étapes, la validation de ces modèles et leur extension à la thermique vont être présentées dans la première partie de ce rapport (section 2).

Modélisation instationnaire

En modélisation RANS, la séparation grandeurs moyennes/grandeurs turbulentes repose sur l'idée qu'on peut assimiler la turbulence à un processus stochastique. La décomposition de Reynolds est alors définie par la moyenne statistique, qui permet de distinguer l'écoulement moyen et l'écoulement turbulent. Pour des raisons pratiques évidentes, à la fois dues aux méthodes expérimentales et au besoin de simplifier les simulations, les écoulements étudiés sont le plus souvent statistiquement stationnaires, ce qui permet d'assimiler la moyenne statistique à la moyenne temporelle. La conséquence principale est que l'écoulement moyen et les moments d'ordre supérieurs sont indépendants du temps.

Il est alors demandé aux modèles de turbulence de rendre compte à la fois de l'agitation turbulente et des structures cohérentes qui sont observées dans de très nombreux écoulements. Il est généralement constaté que, lorsque l'écoulement est dominé par de tels phénomènes structurés à grande échelle, les modèles de turbulence sous-estiment largement le transport turbulent. C'est une des raisons du succès de la simulation aux grandes échelles (LES [124, 125, 126]), qui réserve la modélisation à des échelles

qui présentent des caractéristiques qui s’approchent de celles d’une agitation aléatoire répondant à des lois simples, par exemple gaussiennes.

Cependant, pour la plupart des applications industrielles, la simulation des grandes échelles reste très coûteuse, voire inabordable, et il existe un intérêt considérable aujourd’hui pour des méthodes intermédiaires entre RANS et LES. En effet, la possession d’informations concernant les instationnarités des grandeurs globales est cruciale dans de nombreux domaines : pics de forces, prédiction et contrôle du bruit, fatigue du matériau due aux fluctuations de forces ou de température, etc. Une multitude de stratégies instationnaires *low-cost* a ainsi vu le jour durant la dernière décennie. Certaines de ces approches sont qualifiées de *zonales*, dans la mesure où elles sont basées sur un découpage du domaine en plusieurs sous-domaines, dans lesquels un modèle classique, RANS ou LES, est utilisé. Toutes les difficultés sont alors reléguées aux interfaces entre ces domaines, en particulier la génération de conditions aux limites (ou aux interfaces) instationnaires pour la LES. D’autres méthodes sont qualifiées de *non-zonales* (ou globales, ou continues), car dans ce cas il n’y a pas de découpage du domaine, mais une transition continue du modèle utilisé d’un comportement RANS vers un comportement LES. Dans ce dernier cas, différentes difficultés se présentent, comme, pour commencer, la définition d’un formalisme adéquat, puis, surtout, la modélisation de l’interaction entre le mouvement résolu instationnaire et le mouvement non-résolu. Ces points seront abordés dans la seconde partie de ce rapport (section 3).

Méthodes numériques

Le propre de la recherche en modélisation de la turbulence, au moins depuis les années 60, est de s’appuyer sur l’intégration numérique des équations du modèle pour calibrer, tester, valider ou invalider les hypothèses faites. Ce processus est d’une importance capitale, et sans la comparaison avec des bases de données existantes, expérimentales ou numériques, rien ne permettrait de savoir si on est ou non sur la bonne voie.

Tout au long de mes travaux de recherche, de la thèse à aujourd’hui, mon parti pris a été de m’appuyer sur des codes de calcul existants, ce qui m’a permis de me concentrer sur la modélisation à proprement parler. Bien sûr, j’ai dû intervenir dans ces codes pour mettre en œuvre les nouveaux modèles proposés, mais je reste un utilisateur (disons éclairé) des méthodes numériques, et certainement pas un spécialiste. C’est pourquoi je ne vais faire que présenter très brièvement dans cette introduction les

codes de calcul utilisés dans la suite de ce rapport, de manière à fournir au lecteur un minimum d'informations sur le type de méthodes employées et le niveau de précision qui en découle. Ce rapport ne couvrant que la période postérieure à ma thèse, je ne présenterai donc pas le code N3S d'EDF que j'avais utilisé durant celle-ci.

L'outil le plus utile à notre disposition pour la modélisation RANS est un code hérité de Paul Durbin, alors au CTR à Stanford, qui est le code 1D à l'aide duquel il a développé et testé le modèle à relaxation elliptique. Il s'agit d'un code dédié aux écoulements de canal, homogènes dans deux directions, écrit en différences finies à l'ordre 2. Ce code s'appuie sur une évaluation de la vitesse moyenne par intégration par la méthode des trapèzes de l'équation de la quantité de mouvement 1D, et résout les équations de transport des quantités turbulentes par un simple algorithme TDMA, toutes les matrices étant tri-diagonales. Ce code, que nous avons étendu à la thermique, à la rotation et aux parois mobiles, est un outil très efficace pour tester dans un premier temps dans des écoulements de canal de nouvelles idées de modélisation. Il suffit pour cela de disposer d'un simple PC du bureau.

Le second code à notre disposition est le code Saturne développé par EDF [127]. Il s'agit d'un code *open-source*, distribué sous licence Gnu GPL.² C'est un code en volumes finis non-structurés, collocalisé, à l'ordre 2. Il résout les équations de Navier-Stokes incompressibles moyennées ou filtrées, et est basé sur un algorithme SIMPLEC avec interpolation de Rhie et Chow. Même si depuis peu il est doté d'un algorithme stationnaire, tous les calculs présentés dans ce rapport ont été réalisés avec marche en temps, y compris les calculs RANS stationnaires. Pour les calculs RANS, une discrétisation des termes de convection par méthode décentrée d'ordre deux (SOLU) est utilisée en général, tandis que les calculs LES et hybrides RANS/LES sont réalisés avec une méthode centrée. Le code est parallélisé grâce à MPI, ce qui nous a permis de l'utiliser sur une grande variété de machines, allant de simples serveurs multicœurs à la Blue-Gene Babel de l'IDRIS,³ en passant par les clusters successifs du LEA puis de l'institut Pprime.

2. <http://www.code-saturne.org>

3. Ces travaux ont eu accès aux ressources HPC de l'IDRIS grâce aux allocations du GENCI (Grand Équipement National de Calcul Intensif) de 2009, 2010 et 2011.

2 Modélisation aux moyennes de Reynolds (RANS) de la turbulence en proche paroi

La modélisation statistique de la turbulence (Reynolds-Averaged Navier–Stokes), a été historiquement (entre autres [128, 129, 130, 131, 132]) fondé sur des travaux théoriques développés en turbulence homogène ou faiblement inhomogène. Cependant, à proximité d’une paroi solide, la turbulence acquiert des propriétés extrêmes qui s’éloignent très largement des conditions dans lesquelles ces théories s’appliquent : la séparation échelles énergétiques/échelles dissipatives disparaît, et, avec elle, la cascade inertielle ; la turbulence est hors-équilibre ; elle est très fortement anisotrope, tendant même vers un état à deux composantes dû à l’effet de blocage par la paroi ; par l’intermédiaire des fluctuations de pression, elle est sensible à distance à la présence de la paroi, perdant ainsi son caractère local.

Ces propriétés font que les modèles classiques (modèles quasi-homogènes sur la figure 1), basés sur des hypothèses de séparation d’échelles, d’équilibre local, de tendance à l’isotropie et de localité sont mis en défaut dans les régions pariétales. De nombreuses voies, largement exploitées (notées *Divers* sur la figure 1), existent pour corriger ces modèles, dont la plupart ne paraissent pas satisfaisantes : soit elles sont arbitraires (fonctions d’amortissement), soit elles sont d’application très limitée (lois de paroi), soit elles conduisent à des modèles très complexes et souvent difficiles à intégrer numériquement (modèles fortement non-linéaires).

Une voie alternative, ouverte par Durbin en 1991 [133], consiste à résoudre une équation dite de relaxation elliptique pour le terme de redistribution par les fluctuations de pression, qui permet de prendre en compte l’effet non-local de blocage par la paroi. Ce type d’approches, qui a fait l’objet de ma thèse et de mon séjour post-doctoral à Delft, s’est développée par la suite par le biais de deux collaborations internationales (TU Delft et NASA) et une collaboration industrielle (EDF), dont l’esprit général est le suivant : développer des modèles utilisables dans des applications industrielles (nombre d’équations réduit, stabilité numérique), tout en conservant le maximum de physique dans le modèle.

2.1 Les effets de paroi

Il n’est pas question ici de détailler de manière exhaustive l’ensemble des effets des parois solides sur la turbulence, mais plutôt d’expliquer brièvement ce qu’on va chercher

exactement à reproduire dans les modèles (on pourra par exemple se reporter à [117] ou [134] pour une description détaillée).

Parmi les effets les plus importants de la paroi, on pourra citer les effets suivants :

Présence d'un cisaillement moyen intense. Cet effet, lié à l'adhérence de la paroi, et qui est à l'origine d'une très forte production turbulente, peut-être reproduit facilement dans les calculs grâce à la prise en compte de la condition aux limites sur la vitesse moyenne ($U_i = 0$), dès lors que les équations de conservation de la quantité de mouvement moyenne sont résolues jusqu'à la paroi (ce qui exclut l'utilisation de lois de parois classiques). En revanche, certaines hypothèses de modélisation, comme l'hypothèse de quasi-homogénéité, qui permet de simplifier l'expression du terme rapide de redistribution dans les équations de transport du tenseur de Reynolds, en considérant que le gradient de vitesse peut *localement* être considéré comme constant, ne sont plus valides en proche paroi.

Amortissement de la turbulence. L'adhérence à la paroi implique également l'annulation des vitesses fluctuantes, et donc un amortissement très rapide, dans la sous-couche visqueuse, de la turbulence. D'une part, cet effet provoque localement une forte inhomogénéité de la turbulence, et donc une forte diffusion. D'autre part, la disparition de la turbulence, qui se traduit notamment par un nombre de Reynolds turbulent tendant vers zéro à la paroi, met en défaut un certain nombre d'hypothèses classiques sur la turbulence, comme la séparation d'échelle entre structures énergétiques et dissipatives, la présence d'une zone inertielle, l'isotropie des petites structures et donc du tenseur de dissipation. L'adhérence implique au voisinage de la paroi un comportement asymptotique linéaire (\ll en y \gg , où y représente ici la direction normale à la paroi située en $y = 0$) des vitesses fluctuantes, et donc quadratique (\ll en y^2 \gg) des tensions de Reynolds $\overline{u_i u_j}$ (on verra ci-dessous que le blocage impose un comportement différents pour certaines composantes). Ce comportement n'est pas imposé de manière évidente dans les modèles : les conditions aux limites $\overline{u_i u_j} = 0$ n'imposent que l'annulation des tensions de Reynolds à la paroi, pas de leur dérivée. L'obtention du comportement en y^2 requière la satisfaction de l'équilibre entre diffusion visqueuse et dissipation au voisinage de la paroi. En pratique, c'est l'utilisation d'une condition aux limites pour le tenseur de dissipation fonction du tenseur de Reynolds, sous la forme

$$\varepsilon_{ij}|_{y=0} = 2\nu \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\overline{u_i u_j}}{y^2} \quad (1)$$

qui impose l'annulation de la dérivée première des $\overline{u_i u_j}$. On verra également qu'il

est possible de prendre en compte l'anisotropie du tenseur de dissipation en proche paroi dans le cadre de la relaxation ou de la pondération elliptique.

Effet de blocage. La présence d'une paroi imperméable impose l'annulation de la vitesse normale à la paroi. Cet effet est purement cinématique, indépendant du caractère visqueux du fluide. Il est d'ailleurs présent en fluide parfait. Dans le contexte de l'hypothèse d'écoulement incompressible, il est facile de montrer, à partir de l'équation de continuité, que cet effet impose que la composante de vitesse fluctuante normale à la paroi, v , se comporte au voisinage de la paroi en y^{n+1} si les composantes tangentielles se comportent en y^n . Ainsi, pour une paroi glissante ou une surface libre indéformable, les composantes tangentielles seront en y^0 et la composante normale en y^1 , tandis que dans le cas d'une paroi avec adhérence, ces comportements deviendront respectivement y^1 et y^2 . Dans tous les cas, l'effet le plus important à prendre en compte pour la modélisation est que la tension de Reynolds $\overline{v^2}$ est négligeable devant les tensions $\overline{u^2}$ et $\overline{w^2}$, conduisant au voisinage de la paroi ou de la surface libre à une turbulence à deux composantes. La reproduction de cet état particulier par les modèles est loin d'être triviale, et a conduit à de nombreux travaux de recherche. Une des difficultés réside dans les échelles particulières de ce phénomène, qui sont liées à la non-localité de la pression, qui fait que la turbulence ressent l'influence du blocage jusqu'à une distance de la paroi bien supérieure à la taille de la sous-couche visqueuse. La couche dans laquelle la composante $\overline{v^2}$ reste inférieure à sa valeur à l'infini est nommée *source layer* [135, 136], parce que tout ce passe comme si une source négative de vitesse fluctuante normale était placée à la paroi, ou plus simplement *blockage layer* [137]. Le lecteur pourra se reporter pour plus de précisions aux études théoriques [135], expérimentales [138] ou numériques [137, 139, 140], qui portent sur l'effet de blocage en l'absence de cisaillement moyen.

C'est cet effet de blocage, et en particulier la limite à deux composantes, qu'on va chercher à obtenir en introduisant la relaxation elliptique dans les modèles. La méthode a été proposée initialement par Durbin [133] pour le cas de parois solides, et peut-être étendue au cas d'une surface libre indéformable [141]. Notons que ce n'est pas la seule manière de procéder, et, en particulier, l'école de Manchester a développé depuis de nombreuses années [142, 143, 144] le modèle dit TCL pour *Two-Component Limit*. Pour résumer la différence entre ces deux approches, de manière un peu caricaturale il est vrai, on pourra dire que le modèle TCL obéit à la logique *comment introduire le plus de physique possible dans les modèles*, tandis que l'approche de la relaxation elliptique obéit à la logique *comment introduire*

le plus de physique possible tout en gardant un modèle linéaire. On verra que la préservation de la linéarité passe par la résolution d'équations supplémentaires.

Écho de paroi. La présence d'une paroi dans l'écoulement induit un effet d'écho qui conduit à une augmentation des fluctuations de pression. Ce phénomène peut se résumer simplement en considérant l'équation de Poisson de la pression fluctuante :

$$\nabla^2 p = -2\rho \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \rho \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}} = S_p \quad (2)$$

dans un domaine Ω semi-infini limité par une paroi en $y = 0$. Il est usuel, pour simplifier le problème, de séparer la pression en deux composantes, $p = p + p^s$, en faisant apparaître la pression de Stokes p^s qui est par définition la solution du problème suivant :

$$\begin{cases} \nabla^2 p^s = 0 \\ \frac{\partial p^s}{\partial y} = \rho \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \end{cases} \quad (3)$$

On remarquera que l'apparition de la pression de Stokes est un phénomène visqueux, contrairement à l'effet de blocage et l'effet d'écho décrits ci-dessous, et que son amplitude est faible, comme l'a montré Kim [145] à partir de données DNS de canal. Pour simplifier l'écriture des termes, on va en effet "oublier" cette composante de la pression, ce qui ne veut pas forcément dire qu'on la néglige, puisque grâce à la linéarité de l'équation de Poisson, il est effectivement possible de la traiter à part. La pression à laquelle on a retiré la pression de Stokes $p = p - p^s$ est alors solution de l'équation (2) associée à la condition aux limites

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

et la fonction de Green du domaine semi-infini se met alors sous la forme :

$$G_\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = -\frac{1}{4\pi\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|} - \frac{1}{4\pi\|\mathbf{x}'^\bullet - \mathbf{x}\|} \quad (5)$$

où \mathbf{x}'^\bullet désigne l'image de \mathbf{x}' dans la symétrie plane définie par la paroi. La solution du problème (2)–(4) s'exprime alors comme

$$p(\mathbf{x}) = \underbrace{-\int_\Omega \frac{S_p(\mathbf{x}')}{4\pi\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|} dV(\mathbf{x}')}_{p^0(\mathbf{x})} - \underbrace{\int_\Omega \frac{S_p(\mathbf{x}')}{4\pi\|\mathbf{x}'^\bullet - \mathbf{x}\|} dV(\mathbf{x}')}_{p^e(\mathbf{x})} \quad (6)$$

La pression p peut donc être décomposée en deux parties : une pression p^0 , qui est la contribution directe de l'écoulement dans le domaine Ω ; l'écho p^e , qui est la

conséquence de la réflexion par la paroi des ondes de pression (qui voyagent à une vitesse infinie en incompressible) et qui peut aussi se voir comme la contribution d'un écoulement *miroir*.

En modélisation RANS, *l'effet d'écho de paroi* désigne spécifiquement la conséquence de l'existence de cet écho sur le terme de corrélation vitesse–gradient de pression dans les équations de transport des tensions de Reynolds :

$$\phi_{ij}^* = -\frac{1}{\rho} \overline{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}} - \frac{1}{\rho} \overline{u_j \frac{\partial p}{\partial x_i}} \quad (7)$$

qui peut être décomposé en $\phi_{ij}^* = \phi_{ij}^{*0} + \phi_{ij}^{*e}$, en faisant apparaître les deux contributions distinctes des pressions p^0 et p^e , qui, dans le domaine Ω considéré ici s'écrivent :

$$\phi_{ij}^{*0}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{\rho} \overline{u_i \frac{\partial p^0}{\partial x_j}} - \frac{1}{\rho} \overline{u_j \frac{\partial p^0}{\partial x_i}} = -\frac{1}{\rho} \int_{\Omega} \frac{\overline{u_i(\mathbf{x}) \frac{\partial S_p}{\partial x_j}(\mathbf{x}') + u_j(\mathbf{x}) \frac{\partial S_p}{\partial x_i}(\mathbf{x}')}}{4\pi \|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|} dV(\mathbf{x}') \quad (8)$$

$$\phi_{ij}^{*e}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{\rho} \overline{u_i \frac{\partial p^e}{\partial x_j}} - \frac{1}{\rho} \overline{u_j \frac{\partial p^e}{\partial x_i}} = -\frac{1}{\rho} \int_{\Omega} \frac{\overline{u_i(\mathbf{x}) \frac{\partial S_p}{\partial x_j}(\mathbf{x}') + u_j(\mathbf{x}) \frac{\partial S_p}{\partial x_i}(\mathbf{x}')}}{4\pi \|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|} dV(\mathbf{x}') \quad (9)$$

On désignera ici par *terme d'écho de paroi* le terme ϕ_{ij}^{*e} , qui est à proprement parler le terme dû à l'écho p^e .

L'avantage de cette définition stricte [146], est qu'elle permet de bien distinguer, pour le terme ϕ_{ij}^* , l'effet d'écho de paroi et l'effet de blocage : l'effet d'écho de paroi correspond à l'apparition du terme image dans la fonction de Green de l'équation de Poisson de la pression ; l'effet de blocage correspond à la modification du champ de vitesse due à la présence de la paroi, qui induit une modification des termes présents dans les intégrandes des équations (8) et (9) (à la fois u_i et S_p). On pourra remarquer que les termes d'écho, aussi bien p^e que ϕ_{ij}^{*e} , sont influencés par l'effet de blocage, qui modifie u_i et S_p . Réciproquement, l'effet d'écho modifiant le champ de pression, il modifie également le champ de vitesse, et donc indirectement les termes p^0 et ϕ_{ij}^{*0} . On voit donc que, si on peut bien identifier deux mécanismes différents, ils sont nécessairement couplés. Pour la modélisation, il est important de noter par exemple que les deux effets jouent en sens inverse sur ϕ_{ij}^* , et notamment sur sa partie redistributive : le terme d'écho ϕ_{ij}^{*e} est du même signe que ϕ_{ij}^{*0} , et tend donc à augmenter la redistribution d'énergie de la composante longitudinale $\overline{u^2}$ vers la composante normale à la paroi $\overline{v^2}$; au contraire, l'analyse des comportements asymptotiques des vitesses et pression fluctuantes au voisinage de la paroi montre que l'effet de blocage conduit à un amortissement très fort de

cette redistribution, qui, dans la sous-couche visqueuse, s'effectue même de $\overline{v^2}$ vers les composantes tangentielles, montrant au passage que l'effet de blocage est dominant par rapport à l'effet d'écho. Le lecteur pourra se reporter à [112] et [12] pour une analyse détaillée de ces points, notamment à partir de la base de données DNS de [115].

L'objectif de la modélisation par relaxation elliptique sera alors essentiellement la reproduction de l'amortissement de la redistribution vers $\overline{v^2}$, qui est indispensable pour reproduire la limite à deux composantes de la turbulence.

2.2 La relaxation elliptique

2.2.1 Bases physiques de l'opérateur elliptique

Revenons à un cas de turbulence libre, sans présence de paroi. Dans ce cas, le terme d'écho de paroi défini par l'équation (9) disparaît et le terme de corrélation vitesse-gradient de pression est simplement donné par l'équation (8). Durbin [133] a proposé de modéliser la corrélation en deux point

$$\Psi_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \overline{u_i(\mathbf{x}) \frac{\partial S_p}{\partial x_j}(\mathbf{x}') + u_j(\mathbf{x}) \frac{\partial S_p}{\partial x_i}(\mathbf{x}')} \quad (10)$$

qui apparaît dans l'intégrande, en supposant une simple décroissance exponentielle de la corrélation sous la forme

$$\frac{\Psi_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\lambda(\mathbf{x})} = \frac{\Psi_{ij}(\mathbf{x}', \mathbf{x}')}{\lambda(\mathbf{x}')} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|}{L}\right) \quad (11)$$

où L est une échelle caractéristique de cette corrélation particulière, et qui devra être modélisée. La fonction de normalisation λ est introduite ici pour permettre de prendre en compte ultérieurement des changements de comportement en proche paroi. L'introduction de l'équation (11) dans (8) donne

$$\frac{\phi_{ij}^*(\mathbf{x})}{\lambda(\mathbf{x})} = -\frac{1}{\rho} \int \frac{\Psi_{ij}(\mathbf{x}', \mathbf{x}')}{\lambda(\mathbf{x}')} \frac{\exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|}{L}\right)}{4\pi\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|} dV(\mathbf{x}') \quad (12)$$

qui fait apparaître le potentiel de Yukawa

$$\mathcal{G}_{\mathbb{R}^3}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{\exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|}{L}\right)}{4\pi\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|} \quad (13)$$

qui est la fonction de Green associée à l'opérateur elliptique

$$\frac{1}{L^2} - \nabla^2 \quad (14)$$

Ainsi, (12) est la solution de l'équation, dite de *relaxation elliptique*,

$$\left(\frac{1}{L^2} - \nabla^2 \right) \frac{\phi_{ij}^*(\mathbf{x})}{\lambda(\mathbf{x})} = - \frac{\Psi_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}{\rho\lambda(\mathbf{x})} \quad (15)$$

On remarquera que dans le cas d'une échelle de longueur L variable, ce qui sera bien sûr le cas en général, en particulier dans la région de proche paroi, (12) n'est qu'une approximation de la solution de (15). Nous verrons plus loin que la prise en compte de cette *erreur d'inversion*⁴ conduit à l'utilisation d'un opérateur elliptique différent.

Si on fait dans l'équation (8) une hypothèse de quasi-homogénéité, c'est-à-dire si on considère que le terme $\Psi_{ij}(\mathbf{x}', \mathbf{x}')/\lambda(\mathbf{x}')$ peut-être considéré comme constant sur la région autour de \mathbf{x} où la fonction de Green n'est pas très petite devant 1, on peut sortir $\Psi_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x})/\lambda(\mathbf{x})$ de l'intégrale et on obtient alors la relation

$$\Psi_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = - \frac{\rho}{L^2} \phi_{ij}^*(\mathbf{x}) \quad (16)$$

ce qui revient à dire qu'en région quasi-homogène, le laplacien de ϕ_{ij}^*/λ est négligeable dans (15). Nous verrons plus loin que dans la région de proche paroi, où la quasi-homogénéité est mise en défaut [147], ce sont les conditions aux limites de l'équation de relaxation elliptique (15) qui pilotent le comportement de ϕ_{ij}^* , sans grande influence de la modélisation du second membre. Dès lors, Durbin [133] fait l'hypothèse qu'on peut, dans tout le domaine, modéliser le second membre de (15) en utilisant un modèle classique de ϕ_{ij}^* , c'est-à-dire un modèle basé sur l'hypothèse de quasi-homogénéité. On obtient alors l'équation de relaxation elliptique de la forme

$$(1 - L^2 \nabla^2) \frac{\phi_{ij}^*}{\lambda} = \frac{\phi_{ij}^h}{\lambda} \quad (17)$$

On remarquera que les modèles ϕ_{ij}^h utilisés en général, comme le modèle LRR [146] ou le modèle SSG [148], sont des modèles pour le terme de corrélation pression-déformation ϕ_{ij} , et non pour le terme de corrélation vitesse-gradient de pression ϕ_{ij}^* . Cela revient à considérer que, dans la zone quasi-homogène, la diffusion par la pression $D_{ij}^p = \phi_{ij}^* - \phi_{ij}$ est négligeable, hypothèse classique en modélisation (rien n'empêche cependant d'utiliser un modèle ϕ_{ij}^h qui inclue une prise en compte de la diffusion par la pression).

4. Le potentiel de Yukawa (13) est l'inverse de la distribution $(\frac{1}{L^2} - \nabla^2) \delta$ pour le produit de convolution.

Il est important d'insister sur le fait que cette hypothèse n'est pas faite en région de proche paroi, ce qui est crucial pour le bon comportement du modèle dans cette région, et que les conditions aux limites à la paroi de (17) devront être choisies de manière à satisfaire le comportement asymptotique de ϕ_{ij}^* , qui inclut la diffusion par la pression.

L'intérêt principal de cette approche est de résoudre une équation différentielle (tensorielle) pour ϕ_{ij}^* , au lieu d'une expression algébrique, ce qui permettra d'une part, de préserver le caractère non-local hérité par ϕ_{ij}^* de l'équation de Poisson pour la pression, et, d'autre part, d'imposer le comportement asymptotique de ϕ_{ij}^* via les conditions aux limites à la paroi de l'équation (17). L'opérateur elliptique permet donc de contraindre le comportement en proche paroi de ϕ_{ij}^* , puis, quand on s'éloigne de la paroi, le laisse *relaxer* vers le modèle quasi-homogène ϕ_{ij}^h , d'où la dénomination de *relaxation elliptique*. C'est l'échelle de longueur L qui pilote la transition en fonction de la distance à la paroi d'un comportement à l'autre. Le prix à payer est évidemment la résolution d'une équation supplémentaire pour chacune des 6 composantes du tenseur, faisant passer le nombre d'équations à 13 (cf. figure 1).

Si on revient maintenant au cas d'un domaine Ω semi-infini, limité par une paroi plane en $y = 0$, de manière similaire au cas de l'équation de Poisson de la pression, la solution de l'équation (15) fait apparaître, en plus du terme donné par l'équation (12) le terme

$$\frac{\phi_{ij}^{*e}(\mathbf{x})}{\lambda(\mathbf{x})} = \frac{1}{\rho} \int_{\Omega} \frac{\Psi_{ij}(\mathbf{x}', \mathbf{x}')}{\lambda(\mathbf{x}')} \frac{\exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}'^{\bullet} - \mathbf{x}\|}{L}\right)}{4\pi\|\mathbf{x}'^{\bullet} - \mathbf{x}\|} dV(\mathbf{x}') \quad (18)$$

Ce terme *n'est pas* identique à celui qu'on obtiendrait en appliquant l'hypothèse (11) au terme d'écho de paroi (9). On obtient donc en résolvant les équations de relaxation elliptique dans un domaine borné par une paroi un terme similaire au terme d'écho, mais qui ne découle pas d'un choix particulier de modèle pour ce terme. Ce point n'est aucunement limitatif pour cette approche, et il est important de rappeler ici que l'objectif principal reste d'imposer le bon comportement de $\overline{u_i u_j}$ au voisinage de la paroi.

2.2.2 Comportement en proche paroi

Au voisinage de la paroi, les termes dominants du bilan des tensions de Reynolds sont la diffusion visqueuse $\nu \partial^2 \overline{u_i u_j} / \partial y^2$, la dissipation ε_{ij} et la corrélation vitesse-gradient de pression ϕ_{ij}^* , si bien que les équations de transport des tensions de Reynolds

	\mathcal{F}_{11}^w	\mathcal{F}_{22}^w	\mathcal{F}_{33}^w	\mathcal{F}_{12}^w	\mathcal{F}_{13}^w	\mathcal{F}_{23}^w
$\lambda = k$	$-\frac{1}{2}\mathcal{F}_{22}^w$	$-\frac{20\nu^2}{\varepsilon_w} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\overline{v^2}}{y^4}$	$-\frac{1}{2}\mathcal{F}_{22}^w$	$-\frac{20\nu^2}{\varepsilon_w} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\overline{u\overline{v}}}{y^4}$	0	$-\frac{20\nu^2}{\varepsilon_w} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\overline{v\overline{w}}}{y^4}$
$\lambda = k\varepsilon$	$-\frac{1}{2}\mathcal{F}_{22}^w$	$-\frac{20\nu^2}{\varepsilon_w^2} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\overline{v^2}}{y^4}$	$-\frac{1}{2}\mathcal{F}_{22}^w$	$-\frac{20\nu^2}{\varepsilon_w^2} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\overline{u\overline{v}}}{y^4}$	0	$-\frac{20\nu^2}{\varepsilon_w^2} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\overline{v\overline{w}}}{y^4}$

TABLE 1 – Conditions aux limites en paroi pour les composantes du tenseur $\mathcal{F}_{ij} = \phi_{ij}^*/\lambda$, pour $\lambda = k$ et $\lambda = k\varepsilon$. Un w en indice ou exposant indique la condition aux limites en paroi.

$\overline{u_i u_j}$ se réduisent à

$$\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij} = -\nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial y^2} \quad (19)$$

L'obtention du bon comportement asymptotique des $\overline{u_i u_j}$ est donc conditionnée à une modélisation asymptotiquement correcte de la différence $\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij}$ dans cette région. Sans entrer dans les détails (le lecteur intéressé se reportera à l'article [11] reproduit page 133), il est facile de montrer que le comportement asymptotique est

$$\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij} = -n(n+1) \lim_{y \rightarrow 0} \nu \frac{\overline{u_i u_j}}{y^2} \quad (20)$$

où $n = 1$ pour les composantes ne faisant intervenir que des vitesses tangentielles ($\overline{u^2}$, $\overline{w^2}$ et $\overline{u\overline{w}}$), $n = 2$ pour $\overline{u\overline{v}}$ et $\overline{v\overline{w}}$, et $n = 3$ pour $\overline{v^2}$. Étant donné que, pour les composantes $\overline{u^2}$, $\overline{w^2}$ et $\overline{u\overline{w}}$, ϕ_{ij}^* est négligeable devant ε_{ij} , la stratégie sera la suivante :

- On choisit un modèle simple pour ε_{ij} qui a le bon comportement asymptotique pour ces trois composantes, sans se soucier des autres composantes.
- On choisit ensuite un modèle pour ϕ_{ij}^* de telle manière que $\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij}$ ait le bon comportement asymptotique pour les composantes $\overline{u\overline{v}}$, $\overline{v\overline{w}}$ et $\overline{v^2}$, tout en assurant que ϕ_{ij}^* soit bien négligeable devant ε_{ij} pour les composantes $\overline{u^2}$, $\overline{w^2}$ et $\overline{u\overline{w}}$. En d'autres termes, on corrige le modèle de ε_{ij} grâce à un choix de ϕ_{ij}^* permettant d'imposer le bon comportement de la différence $\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij}$.

Il n'y a pas une manière unique de remplir ce cahier des charges, mais une des manières les plus simples est de choisir le modèle

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \varepsilon \quad (21)$$

pour le tenseur de dissipation. Il est facile de voir que ce modèle redonne bien le comportement (20) pour le cas $n = 1$, à partir du moment où la condition aux limites

en paroi de la dissipation est correctement imposée

$$\varepsilon_w = 2\nu \lim_{y \rightarrow 0} \frac{k}{y^2} \quad (22)$$

où k est l'énergie turbulente. Pour imposer le bon comportement de ϕ_{ij}^* , on peut alors montrer [133] qu'il faut choisir dans le modèle (11) une fonction de normalisation λ qui tende vers zéro à la paroi en y^2 , de manière à avoir des conditions aux limites finies (non nulles) pour le tenseur $\mathcal{F}_{ij} = \phi_{ij}^*/\lambda$ pour les composantes \overline{uv} , \overline{vw} et $\overline{v^2}$. Durbin [133] a fait le choix de l'énergie turbulente comme fonction de normalisation ($\lambda = k$) et les conditions aux limites que $\mathcal{F}_{ij} = \phi_{ij}^*/\lambda$ doit satisfaire sont données dans le tableau 1. Notons qu'il existe une latitude pour les conditions aux limites sur les trois composantes \mathcal{F}_{11} , \mathcal{F}_{33} et \mathcal{F}_{13} , dans la mesure où ϕ_{ij}^* est négligeable dans le bilan des tensions de Reynolds correspondantes, si bien que le comportement asymptotique de $\phi_{ij}^* = \lambda \mathcal{F}_{ij}$ n'est pas crucial, à condition que ce terme reste négligeable devant ε_{ij} . Le choix le plus simple et le plus robuste numériquement est alors $\mathcal{F}_{11}^w = \mathcal{F}_{33}^w = \mathcal{F}_{13}^w = 0$, mais la plupart des auteurs retiennent $\mathcal{F}_{11}^w = \mathcal{F}_{33}^w = -\frac{1}{2}\mathcal{F}_{22}^w$ et $\mathcal{F}_{13}^w = 0$, c'est-à-dire choisissent d'annuler la trace de ϕ_{ij}^* au voisinage de la paroi, ce qui, en soi, n'est pas justifié puisqu'il ne s'agit pas de la corrélation pression-déformation, de trace nulle, mais de la corrélation vitesse-gradient de pression. Les deux choix étant arbitraires, et l'influence de ces conditions aux limites étant quasiment négligeable, on les rencontre tous les deux dans la littérature. Nous verrons d'autre part à la section 2.2.4 qu'il est intéressant pour mieux reproduire le terme ϕ_{ij}^* dans la zone logarithmique d'utiliser une normalisation non pas par $\lambda = k$ mais par $\lambda = k \varepsilon$. Dans ce cas, ces conditions aux limites sont légèrement modifiées, simplement par le passage au carré de ε_w dans les expressions, comme indiqué dans le tableau 1.

Un point important restant à résoudre est que le modèle (21) n'est pas correct loin de la paroi, car la séparation d'échelles fait que les échelles dissipatives peuvent être considérées comme isotropes indépendamment des échelles énergétiques. Dès lors, on voudrait que le tenseur de dissipation tende vers l'isotropie quand on s'éloigne de la paroi. Une solution, proposée par Durbin [133], consiste à écrire le tenseur de dissipation sous la forme

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \varepsilon + \xi_{ij} \quad (23)$$

ξ_{ij} étant donc simplement défini comme la différence entre le tenseur de dissipation ε_{ij} et le modèle (21) et de résoudre une équation de relaxation elliptique pour ξ_{ij} sous la même forme que l'équation (17) :

$$(1 - L^2 \nabla^2) \frac{\xi_{ij}}{\lambda} = \frac{\xi_{ij}^h}{\lambda} \quad (24)$$

où

$$\xi_{ij}^h = \frac{2}{3}\varepsilon\delta_{ij} - \frac{\overline{u_i u_j}}{k}\varepsilon \quad (25)$$

avec la condition aux limites

$$\xi_{ij} = 0 \quad (26)$$

aux parois. On aura par conséquent, à l'approche de la paroi, $\xi_{ij} \rightarrow 0$ et donc

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k}\varepsilon + \xi_{ij} \rightarrow \frac{\overline{u_i u_j}}{k}\varepsilon \quad (27)$$

et en situation quasi-homogène, $\xi_{ij} \rightarrow \xi_{ij}^h$ et donc

$$\varepsilon_{ij} \rightarrow \frac{\overline{u_i u_j}}{k}\varepsilon + \xi_{ij}^h = \frac{2}{3}\varepsilon\delta_{ij} \quad (28)$$

Contrairement au cas de ϕ_{ij}^* , il ne faut pas chercher de justification théorique à l'utilisation de l'opérateur elliptique pour ε_{ij} . Certes, dans l'équation de transport de ε_{ij} , il y a un terme de corrélation gradient de vitesse–gradient de pression [117], qui peut être traité exactement de la même manière que ϕ_{ij}^* , et donc peut se modéliser à l'aide d'une équation de relaxation elliptique, ce qui montre que ε_{ij} hérite également de la non-localité de la pression via ce terme. Cependant, appliquer directement l'opérateur elliptique à ε_{ij} est une hypothèse bien plus forte, dont l'équivalent serait d'appliquer cet opérateur non pas à ϕ_{ij}^* mais directement aux tensions de Reynolds.

Grâce à la linéarité de l'opérateur elliptique, et comme seule la différence $\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij}$ apparaît dans les équations de transport du tenseur de Reynolds, il n'est pas nécessaire de résoudre les deux équations (17) et (24), mais simplement la différence des deux :

$$f_{ij} - L^2\nabla^2 f_{ij} = f_{ij}^h = \frac{1}{\lambda} \left(\phi_{ij}^* - \frac{2}{3}\varepsilon\delta_{ij} + \frac{\overline{u_i u_j}}{k}\varepsilon \right) \quad (29)$$

où $f_{ij} = (\phi_{ij}^* - \xi_{ij})/\lambda$, les conditions aux limites décrites dans le tableau 1 restant valable pour f_{ij} .

Comme mentionné plus haut, l'objectif principal de la relaxation elliptique est de reproduire le fort amortissement de la redistribution d'énergie vers la composante $\overline{v^2}$, de manière à obtenir le comportement asymptotique des tensions de Reynolds, et en particulier le fait que $\overline{v^2}$ soit négligeable devant $\overline{u^2}$ et $\overline{w^2}$ au voisinage de la paroi. La figure 2 illustre, pour la composante 22, l'effet de l'utilisation de l'opérateur elliptique. À partir des données de DNS de canal à $Re_\tau = 590$ [115] (test *a priori*), le terme ϕ_{22}^* est calculé par les deux modèles LRR et SSG. On constate que ces deux modèles, comme attendu, ne sont pas valables en proche paroi. En revanche, si on résout l'équation (17),

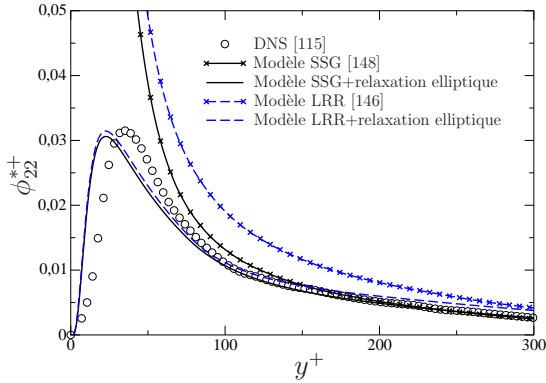


FIGURE 2 – Illustration de l’effet de l’application de l’opérateur de relaxation elliptique sur les modèles. Écoulement de canal à $Re_\tau = 590$ [115]. Tests *a priori*. Modèle utilisant la normalisation par $\lambda = k\varepsilon$.

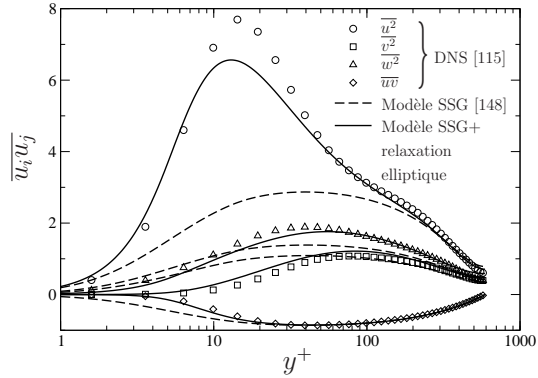


FIGURE 3 – Tensions de Reynolds reproduites par le modèle SSG original intégré jusqu’à la paroi et le modèle SSG à relaxation elliptique, dans le cas d’un canal à $Re_\tau = 590$ [115].

avec ici $\lambda = k\varepsilon$, et au second membre un des deux modèles précédents, en utilisant une échelle de longueur L calculée à partir des données DNS (voir section 2.2.3 pour la question de la modélisation de l’échelle de longueur), on constate le rôle important joué par l’opérateur elliptique : au voisinage de la paroi, c’est la condition aux limites \mathcal{F}_{22}^w qui impose le comportement asymptotique de $\phi_{22}^* = k\varepsilon \mathcal{F}_{22}^w$, et l’opérateur elliptique laisse ensuite, quand on s’éloigne de la paroi, ϕ_{22}^* relaxer vers le modèle quasi-homogène ϕ_{22}^h . Ces courbes confirment l’hypothèse, faite plus haut, que le comportement en proche paroi du modèle à relaxation elliptique est indépendant du modèle quasi-homogène utilisé au second membre.

La figure 3 montre quant à elle une comparaison des résultats de simulation numérique pour le modèle SSG original [148], ici intégré jusqu’à la paroi, donc sans utiliser de lois de parois, et le modèle à relaxation elliptique basé sur le SSG au second membre. Cette comparaison montre bien que l’objectif d’une reproduction correcte de la modification des tensions de Reynolds par la présence de la paroi est atteint. En particulier, le respect de la condition $\overline{v^2} \ll k$ montre que la limite à deux composantes est bien reproduite. Il est d’ailleurs facile de vérifier que la valeur $b_{22} = -1/3$ à la paroi est obtenue de manière exacte. Au loin, l’opérateur de relaxation elliptique tend vers l’opérateur identité, et les tensions de Reynolds se rapprochent progressivement de celles données par le modèle SSG original.

2.2.3 Autres formes de l'opérateur elliptique

Durant ma thèse, nous nous étions intéressé [12] à la justification de deux hypothèses de base de la relaxation elliptique, qui sont d'une part la modélisation de la fonction de corrélation en deux points entre la vitesse fluctuante et le gradient du terme S_p par une exponentielle décroissante (cf. équation 11), et d'autre part la modélisation de l'échelle de longueur de cette fonction de corrélation par l'échelle intégrale bornée par une échelle proportionnelle à l'échelle de Kolmogorov, sous la forme

$$L = C_L \max \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\varepsilon^{1/4}} \right) \quad (30)$$

Pour vérifier ces hypothèses, lors du *CTR Summer Program* de 1998 [59], pour quelques positions y^+ dans un écoulement de canal à $Re_\tau = 590$, nous avons calculé cette corrélation en deux points à partir des champs instantanés DNS de Moser *et al.* [115]. Cette étude a permis de consolider les bases du modèles, dans la mesure où ces deux hypothèses se trouvent être plutôt bien vérifiées. La figure 4 montre la fonction de corrélation $f(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ calculée pour la composante 22 pour des séparations dans trois plans différents, en $y^+ = 14$. On voit que la modélisation par une exponentielle décroissante est acceptable, mais, en particulier en cette position très proche de la paroi, que l'échelle de longueur de la corrélation est très différente dans les trois directions. Ce point n'est pas crucial, car on peut montrer [12] qu'en proche paroi, la quasi-homogénéité dans les directions tangentielles implique que seule l'échelle dans la direction normale à la paroi est importante. En revanche, il existe également une forte asymétrie dans la direction normale à la paroi, la décorrélation étant plus rapide en direction de la paroi que dans la direction du centre du canal, ce qui a une réelle importance, sur laquelle nous reviendrons ci-dessous.

La figure 5 montre une comparaison de différentes échelles qui peuvent être extraire des données DNS. Il s'est avéré au cours de ce travail que la seule définition de l'échelle de longueur de corrélation à la fois pertinente et utilisable en pratique était la demi-largeur de la fonction de corrélation dans la direction normale à la paroi, définie à droite par

$$f(x, y, z; x, y + L^+, z) = \frac{1}{e} \quad (31)$$

et à gauche par

$$f(x, y, z; x, y - L^-, z) = \frac{1}{e} \quad (32)$$

Sur la figure, c'est l'échelle symétrisée $L = \frac{1}{2}(L^+ + L^-)$ qui est tracée, mais on peut aussi tenir compte de l'asymétrie. On peut voir sur la figure que la demi-largeur du

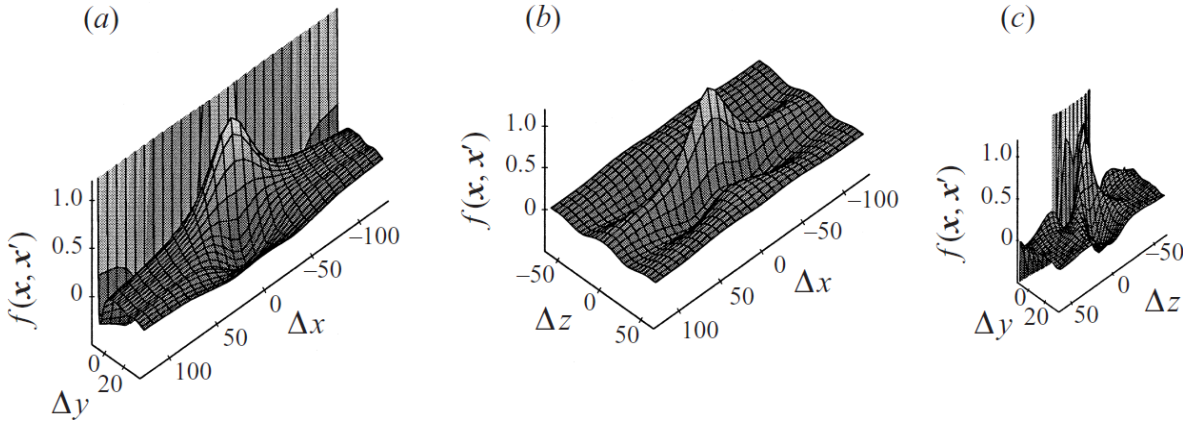


FIGURE 4 – Fonction de corrélation entre la vitesse fluctuante v et $\partial S_p / \partial y$, extraite des données DNS de canal à $Re_\tau = 590$ [115] à la position $y^+ = 14$. Chacune des figures correspond à une séparation dans un plan différent.

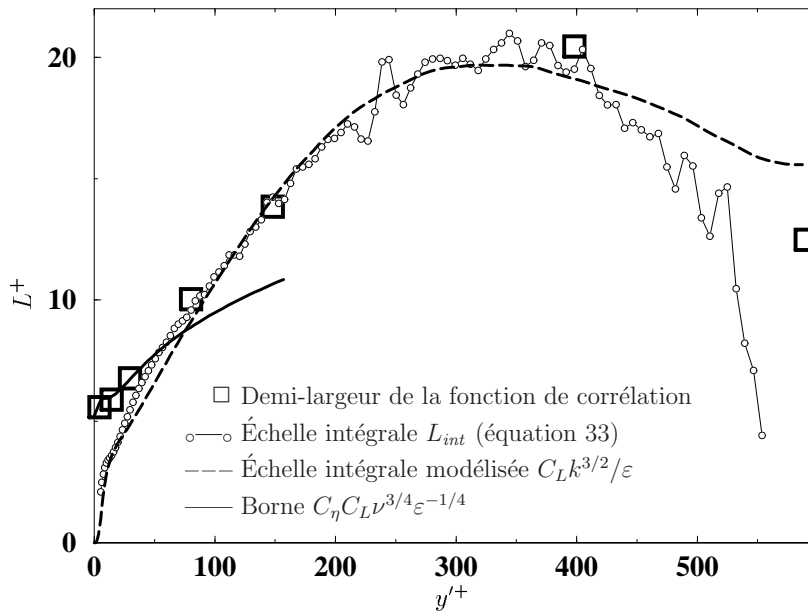


FIGURE 5 – Comparaison du modèle (30) et des échelles extraites de la base de données DNS de canal à $Re_\tau = 590$ [115].

pic correspond, loin de la paroi, à l'échelle intégrale L_{int} qu'on peut former à partir de l'expression intégrale de ϕ_{22}^* , définie par

$$L_{int}^2(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}, \mathbf{x}') G_{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dV(\mathbf{x}') \quad (33)$$

En revanche, près de la paroi, la demi-largeur de la fonction de corrélation s'éloigne de l'échelle intégrale et, notamment, ne semble pas tendre vers zéro à la paroi. Dès lors, on peut voir que l'introduction d'une borne liée à l'échelle de Kolmogorov est en effet nécessaire pour bien reproduire ce comportement.

Cependant, l'asymétrie de la fonction de corrélation dans la direction normale à la paroi a des conséquences importantes sur les résultats donnés par le modèle, en particulier dans la zone logarithmique. En effet, dans cette région, qui est trop loin de la paroi pour être dominée par les conditions aux limites des équations de relaxation elliptique, il est facile de montrer, à la suite de [149], en introduisant les évolutions en fonction de la distance à la paroi des différentes variables (ϕ_{ij}^* et ε en $1/y$, la vitesse en $\ln(y)$, les tensions de Reynolds restant constantes), que la redistribution est amplifiée par l'opérateur elliptique, lorsque la fonction de normalisation λ est choisie, comme à l'origine par Durbin, égale à l'énergie turbulente k . La solution de l'équation de relaxation elliptique s'écrit alors tout simplement $f_{ij} = \Gamma f_{ij}^h$, avec un facteur $\Gamma \simeq 1,51$. Or, dans cette région, il est fortement souhaitable que l'opérateur réduise la redistribution ($\Gamma < 1$), pour prendre en compte l'effet de blocage qui reste influent dans une partie de la zone log, ou encore soit *neutre* ($\Gamma = 1$), notamment quand le modèle ϕ_{ij}^h utilisé au second membre est le modèle SSG qui donne une redistribution correcte dans cette zone. Wizman *et al.* [149] ont proposé, de manière empirique, de modifier l'opérateur de relaxation elliptique pour corriger ce défaut. En remplaçant ainsi $f_{ij} - L^2 \nabla^2 f_{ij}$ par $f_{ij} - \nabla^2(L^2 f_{ij})$ ou $f_{ij} - L^2 \nabla \cdot [L^{-2} \nabla (L^2 f_{ij})]$, des facteurs $\Gamma = 1$ ou $\Gamma = 0,75$ sont respectivement obtenus.

L'analyse précédente a montré, à partir de données DNS, que la fonction de corrélation, qui est modélisée par une simple exponentielle décroissante, est en fait fortement asymétrique dans la direction normale à la paroi. Dans la zone log, la fonction de corrélation en un point $\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ étant également décroissante en $1/y$, la non-prise en compte de l'asymétrie conduit à surestimer le poids de la région entre le point \mathbf{x} et la paroi dans l'intégrale (12), et donc à surestimer ϕ_{ij}^* . C'est donc le défaut d'asymétrie de la fonction de corrélation qui est à l'origine de l'effet d'amplification dans la zone log. Dans trois articles [12, 15, 10], nous avons proposé trois autres solutions pour corriger ce problème.

La première est en fait un sous-produit de la prise en compte de l'erreur d'inversion notée plus haut, qui vient du fait que l'expression (12) n'est rigoureusement la solution de l'équation (15) que dans le cas d'une échelle de longueur constante. Pour faire en sorte que cette échelle soit la plus constante possible, nous avons proposé [12] de réaliser une transformation (déformation) de l'espace avant d'appliquer la modélisation de la corrélation en deux points par une exponentielle décroissante. Cette transformation a la vertu de rendre la fonction de corrélation plus symétrique, et en réalisant la transformation inverse pour revenir dans l'espace physique, on montre que l'équation de relaxation elliptique se met sous la forme

$$f_{ij} - L_{kl}L_{ml}\frac{\partial^2 f_{ij}}{\partial x_k \partial x_m} - L_{ml}\frac{\partial L_{kl}}{\partial x_m}\frac{\partial f_{ij}}{\partial x_k} = f_{ij}^h \quad (34)$$

qui fait intervenir une matrice d'échelles de longueur L_{ij} , qui permet donc également de prendre en compte l'anisotropie de la corrélation en deux points. Cette formulation, si on choisit par exemple $L_{ij}/L = \frac{3}{2}\overline{u_i u_j}/k$, où L est donné par l'équation (30), affiche un facteur d'amplification $\Gamma = 1,06$, et est donc quasi-neutre. De plus, si on choisit une matrice L_{ij} isotrope ($L_{ij} = L\delta_{ij}$), on obtient une formulation simplifiée

$$f_{ij} - L\nabla \cdot (L\nabla f_{ij}) = f_{ij}^h \quad (35)$$

qui ressemble à celles proposées par Wizman *et al.*, mais qui présente un facteur d'amplification de 1,2. Ces deux formulations, qui restent amplificatrices ($\Gamma > 1$), n'ont pas été utilisées en pratique.

La seconde manière de corriger le problème d'amplification dans la zone log est de prendre en compte l'asymétrie dans la direction normale à la paroi de la fonction de corrélation en faisant intervenir le gradient de l'échelle L dans le modèle, sous la forme

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \exp\left(-\frac{r}{L + \beta(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \cdot \nabla L}\right). \quad (36)$$

Quelques manipulations algébriques [12] conduisent à une nouvelle forme de l'équation de relaxation elliptique :

$$(1 + 16\beta(\nabla L)^2)f_{ij} - L^2\nabla^2 f_{ij} - 8\beta L\nabla L \cdot \nabla f_{ij} = f_{ij}^h \quad (37)$$

qui redonne bien l'équation d'origine pour $\beta = 0$. Le facteur d'amplification de cette formulation s'écrit

$$\Gamma = \frac{1}{1 + 2(12\beta - 1)C_L^2 C_\mu^{-3/2} \kappa^2}. \quad (38)$$

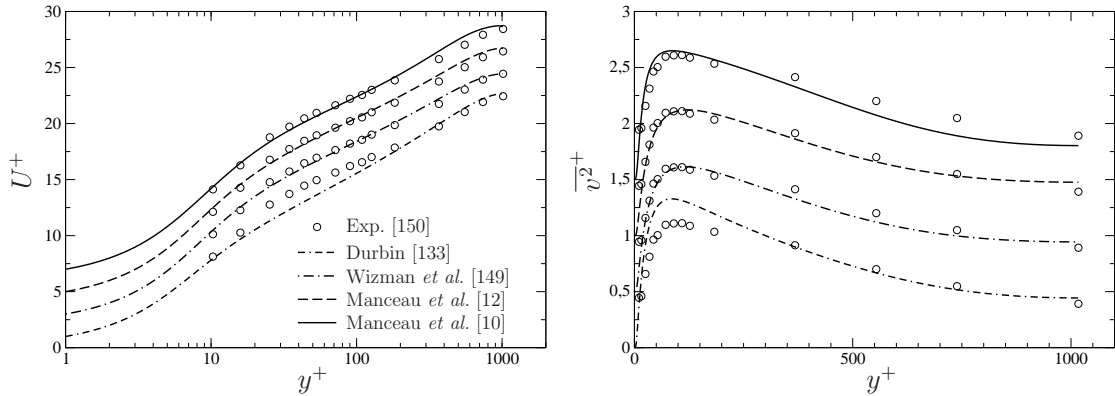


FIGURE 6 – Comparaison des vitesses moyennes et des tensions normales à la paroi données par différentes versions du modèle au second ordre à relaxation elliptique dans le cas d'un écoulement de canal à $Re_\tau = 1017$ ($Re_b = 20197$) [150]. La description des différentes versions est donnée dans le tableau 2. Par souci de clarté, les profils de U^+ sont décalés vers le haut de 2 en 2 et les profils de $\overline{v^2}^+$ de 0,5 en 0,5.

qu'on peut faire varier suivant ce qu'on veut faire de 1,51 (pour $\beta = 0$) à 0 en augmentant le coefficient β , qui détermine le degré d'asymétrie introduit dans le modèle. Un modèle neutre est obtenu pour la valeur particulière $\beta = 1/12$. Les simulations numériques en canal et couche limite [15, 10] ont confirmé cette analyse théorique et ont montré que cette formulation permettait d'améliorer significativement les résultats, aussi bien dans le cadre des modèles au second ordre que dans le cadre du modèle à viscosité turbulente utilisant la relaxation elliptique, le modèle dit $\overline{v^2}$ - f , proposé par Durbin [133].

La figure 6 donne un échantillon de ces résultats, pour le modèle au second ordre, dans le cas d'un canal à $Re_\tau = 1017$, en comparaison avec les données expérimentales de Wei & Willmarth [150]. Cette figure montre une nette amélioration des résultats pour les versions neutres du modèle ($\gamma = 1$) par rapport à la version d'origine. En particulier, dans ce cas où le nombre de Reynolds de frottement Re_τ est imposé dans les calculs, on peut voir que le débit, et donc le Reynolds basé sur la vitesse débitante Re_b (surface sous la courbe de U^+) est bien mieux reproduit par les versions modifiées, ce qui implique l'obtention d'un meilleur coefficient de frottement $C_f = 2Re_\tau^2/Re_b^2$. Bien que rien de particulier ne soit introduit dans les modèles modifiés pour reproduire les effets bas-Reynolds, ces modèles donnent des résultats bien meilleurs à $Re_\tau = 395$ et 180 [15, 10].

Référence	Formulation	Normalisation (λ)	Amplification (Γ)
Durbin [133]	$f_{ij} - L^2 \nabla^2 f_{ij}$	k	1,51
Wizman <i>et al.</i> [149]	$f_{ij} - \nabla^2(L^2 f_{ij})$	k	1
Manceau <i>et al.</i> [12]	$(1 + 16\beta(\nabla L)^2)f_{ij} - L^2 \nabla^2 f_{ij}$ $- 8\beta L \nabla L \cdot \nabla f_{ij} = f_{ij}^h$	k	1
Manceau <i>et al.</i> [10]	$f_{ij} - L^2 \nabla^2 f_{ij}$	$k \varepsilon$	1

TABLE 2 – Description des différentes versions du modèle à relaxation elliptique utilisées pour la figure 6.

2.2.4 Modèles renormalisés

La troisième manière de corriger le problème d’amplification par l’opérateur elliptique en zone log est de modifier la fonction de normalisation λ . En effet, cette amplification est due à la combinaison d’une fonction de corrélation trop symétrique et de la décroissance en $1/y$ de la corrélation en un point $\Psi_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$. La normalisation par $\lambda = k$ est nécessaire pour reproduire correctement les comportements asymptotiques au voisinage de la paroi, mais ne change rien en zone log, puisque k est constant dans cette zone. Le candidat naturel pour la normalisation de ϕ_{ij}^* et de la corrélation $\Psi_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ est le taux de dissipation ε , qui varie également en $1/y$ en zone log. Cependant, comme ε tend vers une valeur finie à la paroi, c’est $\lambda = k \varepsilon$ qui permet à la fois d’assurer les bons comportements dans les deux zones. Le facteur d’amplification Γ obtenu est alors de 1, puisque le tenseur $f_{ij} = \phi_{ij}^*/(k \varepsilon)$ est constant dans la zone log, et donc $f_{ij} - L^2 \nabla^2 f_{ij} = f_{ij}^h$ se réduit à $f_{ij} = f_{ij}^h$.

Le développement de modèles dits *renormalisés* a été réalisé en collaboration avec Tom Gatski et Jan Carlson de NASA Langley, qui m’avaient initialement contacté pour les aider au développement d’un modèle algébrique explicite dérivé du modèle au second ordre à relaxation elliptique (cette idée n’a pas été couronnée de succès, mais a conduit à une longue collaboration avec Tom, renforcée par son accueil au laboratoire depuis 2006, sur les modèles renormalisés présentés ici, puis sur les modèles algébriques explicites dérivés du modèle à pondération elliptique et les modèles hybrides RANS-TLES qui seront présentés plus loin).

L’idée de renormaliser les modèles est simplissime à appliquer en pratique, que ce soit dans le modèle au second ordre ou dans le modèle $\overline{v^2-f}$, puisqu’il suffit de changer les conditions aux limites de l’équation de relaxation elliptique, comme indiqué dans le tableau 1, d’utiliser comme terme source de cette équation $\phi_{ij}^h/(k \varepsilon)$ au lieu de ϕ_{ij}^h/k , et d’utiliser $\phi_{ij}^* = k \varepsilon f_{ij}$ au lieu de $\phi_{ij}^* = k f_{ij}$ dans les équations de transport des tensions

de Reynolds (ou simplement de $\overline{v^2}$ pour le modèle $\overline{v^2-f}$).

Les résultats obtenus en canal et en couche limite pour différents Reynolds [10] sont spectaculaires par rapport à l'effort de codage demandé. La figure 6 montre que les résultats sont très similaires à ceux obtenus avec les deux autres modèles neutres. L'utilisation de la version renormalisée est cependant recommandée en pratique, car elle est aussi justifiée du point de vue théorique que la version originale, et plus stable numériquement que la version de Manceau *et al.* [12] (cf. tableau 2) grâce à l'absence de gradients d'échelle de longueur.

2.3 La pondération elliptique : modèle EB-RSM

Les modèles au second ordre à relaxation elliptique sont restés assez impopulaires, en partie à cause des 6 équations de relaxation elliptique à résoudre en plus des 7 équations classiques des modèles au second ordre, mais surtout à cause des instabilités numériques liées aux conditions aux limites.

Le principal intérêt de la relaxation elliptique, la reproduction de l'effet de blocage, est due au fait que l'opérateur elliptique assure une transition continue entre le modèle quasi-homogène ϕ_{ij}^h et le bon comportement asymptotique du terme ϕ_{ij}^* imposé par les conditions aux limites. On peut cependant remarquer que cette transition est pilotée par une échelle de longueur unique, L , qui intervient dans les 6 équations de relaxation elliptique, et donc que ces équations sont quelque peu redondantes.

Dans le cadre de mon post-doc réalisé au sein de l'université technique de Delft aux Pays-Bas, dans le groupe de Kemal Hanjalić, nous avons développé une approche, la *pondération elliptique (elliptic blending)*, très largement dérivée de la relaxation elliptique. L'objectif, dans le cadre du projet européen MOVA (*MOving Vehicule Aero-dynamics*), était de proposer un modèle gardant l'essentiel des bonnes propriétés de la relaxation elliptique, tout en supprimant ses défauts principaux (le nombre d'équations et les instabilités numériques), de manière à disposer d'un modèle utilisable en configuration industrielle.

2.3.1 Description de l'approche

L'idée est ici de réaliser la transition entre les comportements du modèle en proche paroi et loin de la paroi à l'aide d'une simple fonction scalaire f_ϕ , qui doit tendre vers

0 à la paroi et vers 1 au loin, sous la forme :

$$\phi_{ij}^* = (1 - f_\phi) \phi_{ij}^w + f_\phi \phi_{ij}^h \quad (39)$$

Le modèle ϕ_{ij}^h , forme limite du modèle loin de la paroi, sera simplement un modèle quasi-homogène classique, comme pour la relaxation elliptique. On va alors chercher à modéliser la forme du modèle en proche paroi ϕ_{ij}^w et la fonction de pondération f_ϕ de manière à se rapprocher au maximum des propriétés du modèle à relaxation elliptique

$$(1 - L^2 \nabla^2) \frac{\phi_{ij}^*}{\lambda} = \frac{\phi_{ij}^h}{\lambda} \quad (40)$$

Pour cela, on va chercher à faire porter tout l'effet de la relaxation elliptique par la fonction f_ϕ , en écrivant

$$(1 - L^2 \nabla^2) \frac{f_\phi}{\lambda} = \frac{f_\phi^h}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \quad (41)$$

On définit alors simplement la fonction

$$\alpha = \frac{f_\phi}{\lambda} \quad (42)$$

solution du problème

$$\begin{cases} \alpha - L^2 \nabla^2 \alpha = \frac{1}{\lambda} \\ \alpha_w = 0 \end{cases} \quad (43)$$

De manière à reproduire le comportement en proche paroi du modèle à relaxation elliptique, ϕ_{ij}^w/λ doit satisfaire les limites données dans le tableau 1. Il est important d'insister ici sur le fait que ce tableau donne des *conditions aux limites*, qui sont écrites dans le repère aligné sur la paroi, ce qui ne pose aucun problème puisqu'en pratique, on pourra toujours dans un code de calcul faire localement un changement de repère pour calculer les conditions aux limites à appliquer dans le cas où la paroi n'est pas alignée avec le repère. Dans le cas du modèle à pondération elliptique, ce ne sont plus des conditions aux limites qu'on cherche à écrire (la seule condition porte sur α), mais un tenseur ϕ_{ij}^w . Il est alors crucial que le modèle reste valable indépendamment de l'orientation de la paroi par rapport au repère. De manière à identifier l'orientation de la paroi, on peut alors introduire le tenseur

$$\mathbf{N} = \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \quad (44)$$

où \mathbf{n} est le gradient normalisé de α

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \alpha}{\|\nabla \alpha\|} \quad (45)$$

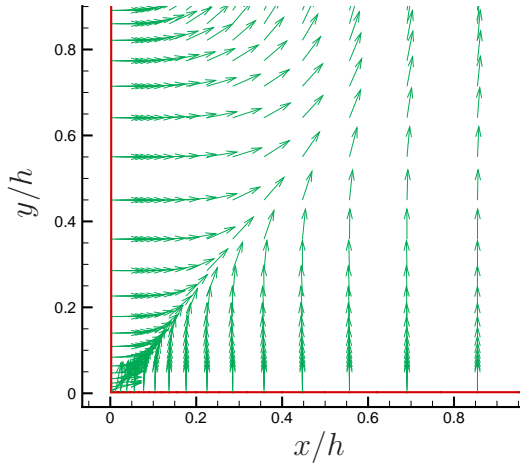


FIGURE 7 – Champ de vecteur \mathbf{n} calculé par la relation (45) au coin en bas d'une marche descendante.

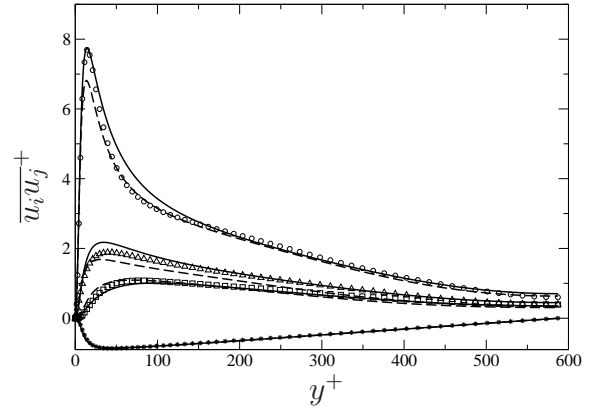


FIGURE 8 – Canal à $Re_\tau = 590$. Tensions de Reynolds. Symboles : DNS ($\circ \overline{u'^2}$; $\square \overline{v'^2}$; $\triangle \overline{w'^2}$; $* \overline{u'v'}$). --- Relaxation elliptique. — Pondération elliptique.

Comme la paroi est l'isocontour $\alpha = 0$, le vecteur \mathbf{n} identifie la normale à la paroi au voisinage de celle-ci, mais est correctement défini dans l'ensemble du domaine, comme on peut le voir sur l'exemple représenté figure 7.

Il est facile de voir (cf. article [11] reproduit page 133) que les limites données dans le tableau 1 sont satisfaites par le modèle

$$\phi_{ij}^w = -5 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_k} n_j n_k + \overline{u_j u_k} n_i n_k - \frac{1}{2} \overline{u_k u_l} n_k n_l n_i n_j - \frac{1}{2} \overline{u_k u_l} n_k n_l \delta_{ij} \right) \quad (46)$$

Dans l'article d'origine [11], la fonction de normalisation $\lambda = k$ de la relaxation elliptique avait été conservée (la pondération elliptique ne présentant pas de problème d'amplification dans la zone log, il est inutile de choisir $\lambda = k \varepsilon$). En effet, il est important pour satisfaire le bon comportement en proche paroi que la partie quasi-homogène du modèle $\lambda \alpha \phi_{ij}^h$ soit négligeable dans cette région devant ϕ_{ij}^w , ce qui nécessite l'utilisation d'une fonction de normalisation λ tendant vers zéro à la paroi au moins aussi vite que y . Cependant, d'autres choix sont possibles, et en particulier, pour des raisons de stabilité numérique et pour assurer que $\lambda \alpha$ tende exactement vers 1 loin des parois, on peut choisir $\lambda = \alpha$, comme utilisé dans le cas des jets multiples impactant une paroi chauffée [9] présenté à la section 2.3.2. Finalement, le choix le plus satisfaisant, pour

les raisons exposées plus bas, est $\lambda = \alpha^2$, qui conduit au modèle suivant :

$$\begin{cases} \phi_{ij}^* = (1 - \alpha^3) \phi_{ij}^w + \alpha^3 \phi_{ij}^h \\ \alpha - L^2 \nabla^2 \alpha = 1 \\ \alpha_w = 0 \end{cases} \quad (47)$$

On remarquera que le second membre de l'équation de α est simplement 1, dans la mesure où c'est la valeur quasi-homogène de $\lambda = \alpha^2$.

De manière similaire à ϕ_{ij}^* , le modèle à pondération elliptique cherche à reproduire le comportement du modèle à relaxation elliptique pour le tenseur de dissipation sous la forme

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= (1 - f_\varepsilon) \varepsilon_{ij}^w + f_\varepsilon \varepsilon_{ij}^h \\ &= (1 - f_\varepsilon) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \varepsilon + f_\varepsilon \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \end{aligned} \quad (48)$$

Dans l'article d'origine [11] (cf. page 133), en utilisant une analyse de donnée DNS en canal, il est montré que l'échelle de longueur de la transition de la forme proche de la paroi à la forme loin de la paroi n'est pas la même pour ε_{ij} que pour ϕ_{ij}^* , ce qui avait conduit à l'utilisation d'une fonction de normalisation $\lambda = Ak$ pour ε_{ij} , où A est l'invariant d'aplatissement de Lumley. Cependant, ce raffinement a été plus tard sacrifié sur l'autel de la stabilité numérique [9].

Dans ce cas, on a des fonctions f_ϕ et f_ε identiques, et on peut alors grouper les modèles pour ϕ_{ij}^* et ε_{ij} , ce qui donne

$$\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij} = (1 - f_\phi) (\phi_{ij}^w - \varepsilon_{ij}^w) + f_\phi (\phi_{ij}^h - \varepsilon_{ij}^h) \quad (49)$$

Cette relation peut être simplement inversée pour exprimer f_ϕ en fonction des autres termes :

$$f_\phi = \frac{(\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij}) - (\phi_{ij}^w - \varepsilon_{ij}^w)}{(\phi_{ij}^h - \varepsilon_{ij}^h) - (\phi_{ij}^w - \varepsilon_{ij}^w)} \quad (50)$$

Il est facile de montrer que f_ϕ doit donc tendre vers zéro à la paroi comme y^3 , ce qui suggère d'utiliser soit $f_\phi = k\alpha$, soit $f_\phi = \alpha^3$, ce qui revient à choisir soit $\lambda = k$, soit $\lambda = \alpha^2$. Comme mentionné plus haut, c'est le choix $f_\phi = \alpha^3$ qui est utilisé dans les applications les plus récentes.

La figure 8 illustre l'intérêt essentiel de ce modèle, appelé EB-RSM pour *Elliptic Blending Reynolds-Stress Model*, qui est de reproduire l'anisotropie de la turbulence induite par l'effet de blocage de la paroi aussi bien que le modèle au second ordre de Durbin [151], mais avec 5 équations de moins. En effet, au lieu de résoudre 6 équations

de relaxation elliptique pour les 6 composantes indépendantes de $\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij}$, on ne résout plus qu'une équation pour α , ce qui fait passer le modèle de 13 à 8 équations, comme indiqué sur le schéma 1. De plus amples détails sur le modèle et des résultats plus complets peuvent être trouvés dans l'article [11] reproduit page 133.

Le modèle à pondération elliptique est alors, parmi les modèles utilisant la relaxation elliptique, celui qui offre le meilleur compromis entre la représentation de la physique (modèle au second ordre), et la facilité de mise en œuvre : il contient une seule équation de relaxation elliptique permettant de rendre toutes les tensions de Reynolds sensibles à l'effet non-local de la paroi, contrairement au modèle au second ordre de Durbin qui en utilise 6 ; de plus, la stabilité du modèle est très largement améliorée, grâce au découplage des conditions aux limites des différentes équations, et à l'utilisation d'une condition aux limites aux parois homogène pour la fonction de pondération elliptique ($\alpha = 0$).

Ces idées ont été brièvement exposées dans deux articles de revue des approches les plus actuelles en modélisation de la turbulence pour l'aéronautique, Gatski, Rumsey, Manceau [6] et, plus récemment, Durbin [152]. La communauté de la modélisation de la turbulence a réagi de manière très favorable à la publication de ce modèle. A ma connaissance, en plus des équipes impliquées dans son développement à Delft, Poitiers et EDF, ce modèle a été ou est utilisé par au moins 12 équipes, dans 10 pays, pour des applications diverses :

- Universités de Stanford/Kentucky, USA : écoulements de couche limite (aéronautique) [153] ;
- Université de Rome La Sapienza, Italie : étages de compresseur [154] ;
- KTH, Stockholm, Suède : Contrôle du décollement par générateurs de tourbillons [155] ;
- Université de Manchester, UK : développement d'une version réduite à 4 équations (type $\overline{v^2-f}$) [156] ; comparaison entre version complète et version réduite en écoulements 3D complexes [157] ;
- Université de Gdansk, Pologne : extension à la modélisation diphasique [158] ;
- Université Keio, Yokohama, Japon : introduction d'une modélisation des effets de diffusion par la pression [159] ;
- Université de Shizuako, Japon : écoulements à surface libre [141] ;
- Universités de Séoul/Hanzhong, Corée : écoulements en rotation, conduites incurvées, extension à la thermique, écoulements de carbone super-critique [160, 161, 162, 163] ;
- Korea Atomic Energy Research Institute, Corée : convection naturelle [164, 165] ;

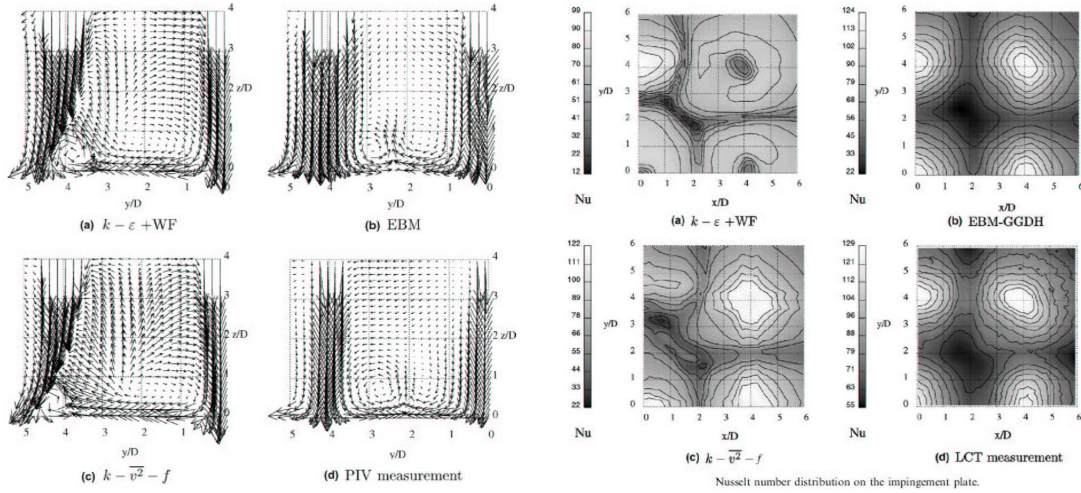


FIGURE 9 – Jets multiples impactant une paroi chauffée. Comparaison avec les données expérimentales de Geers *et al.* [169] des résultats obtenus avec (a) le $k-\varepsilon$ standard (avec lois de parois), (b) l'EB-RSM et (c) le $\overline{v^2}-f$. A gauche, champs de vitesse dans un plan vertical passant par le centre de 2 jets voisins. A droite, cartographie de Nusselt à la paroi.

- Université internationale de Sarajevo, Bosnie-Herzégovine : chambres de combustion avec swirl (communication personnelle).
- Université de Navarre, San Sebastian, Espagne : mise en œuvre du modèle dans Fluent (communication personnelle).
- Israeli CFD center, Israel : mise en œuvre du modèle dans le code EZNSS pour les applications aéronautiques (communication personnelle).

On notera également que l'idée d'utiliser la fonction de pondération α donnée par l'équation (47), avec l'échelle de longueur (30), et d'identifier la normale n_i à la paroi à partir de son gradient pour construire le tenseur $n_i n_j$, a été reprise dans le cadre de la modélisation par tenseurs de structure, dans sa version algébrique (ASBM, Algebraic Structure Based Model [166, 167, 168]). Enfin, le modèle étendu à la thermique sera intégré comme modèle disponible par défaut dans la prochaine version du code open-source Saturne d'EDF, et son implantation dans le code EZNSS développé par Israeli CFD Center est en projet.

2.3.2 Applications

Jets impactants

La première application complexe de l'EB-RSM a été le cas du refroidissement d'une paroi chaude par impact de jets multiples. Dans ce cas de convection forcée, les flux thermiques turbulents sont simplement modélisés à l'aide d'un modèle de gradient généralisé (GGDH [170]). Ce travail a été mené en collaboration avec Delft et les calculs ont été réalisés par Luuk Thielen dans le cadre de sa thèse, avec le code en volumes finis X-Stream. La configuration correspond aux expériences de Geers *et al.* [169] et consiste en une plaque avec neuf orifices circulaires de diamètre D placée en dessous d'une chambre de tranquillisation, qui permet de générer neuf jets avec vitesse uniforme, qui viennent impacter une paroi chauffée. La distance S entre deux orifices voisins et la distance H entre les orifices et la paroi chauffée sont choisis tels que $S = H = 4D$. Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre et la vitesse débitante est $Re_D = 20000$.

La comparaison détaillée des résultats dynamiques et thermiques a confirmé que cet écoulement est particulièrement difficile à reproduire avec un modèle à viscosité turbulente. Comme on peut le voir sur la figure 9, seul l'EB-RSM reproduit correctement l'interaction complexe entre les jets, la formation et la collision des jets de paroi autour des régions d'impact, l'éjection de fluide à la rencontre de deux jets de paroi et la recirculation qui en résulte. En particulier, le $k-\varepsilon$ standard donne de très mauvais résultats, parce qu'il reproduit très mal l'interaction paroi/turbulence et que les lois de paroi classique sont inadaptées [171]. Le $\overline{v^2}-f$ donne de meilleurs résultats parce que la relaxation elliptique lui permet de reproduire l'effet de blocage, ce qui évite une surestimation de la viscosité et de la diffusivité turbulente en proche paroi. Cependant, la reproduction du tenseur de Reynolds et du champ de vitesse dans ce cas tridimensionnel complexe est très affecté par l'utilisation d'une loi de comportement linéaire.

Ces résultats se reflètent dans les échanges thermiques à la paroi. Le modèle $\overline{v^2}-f$, connu pour donner de bons résultats dans le cas d'un jet simple [172, 173, 174], est capable, contrairement au $k-\varepsilon$ standard, de donner les bons niveaux de Nusselt, mais la mauvaise reproduction de la topologie du champ de vitesse induit une forte déformation des isocontours.

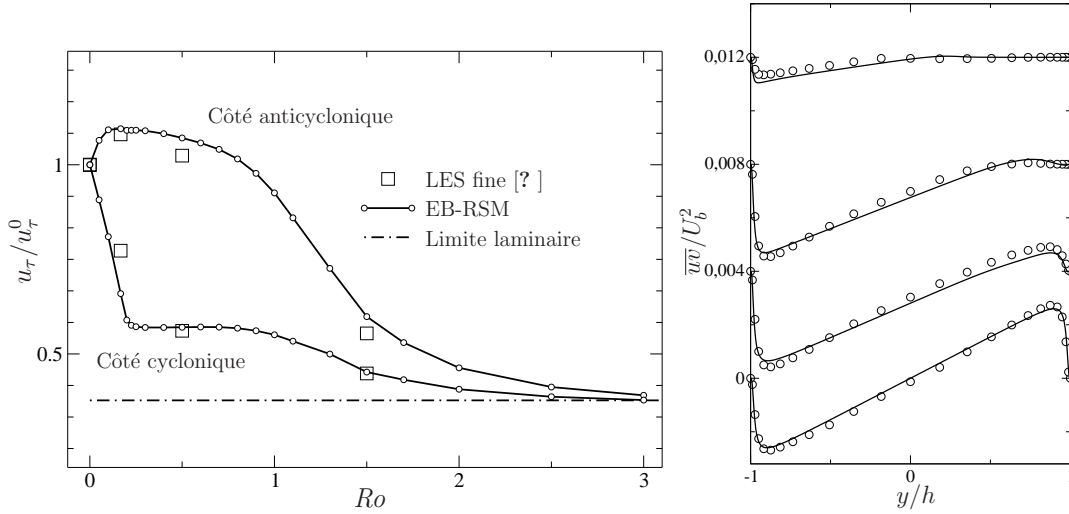


FIGURE 10 – Canal en rotation à $Re = 7000$. À gauche : évolution des vitesses de frottement des deux côtés du canal. À droite : Profils de \overline{uv} pour les quatre taux de rotation de la base de données LES ($Ro=0$; $1/6$; $0,5$; $1,5$).

Canal en rotation

L'influence des forces de Coriolis sur la turbulence est un effet très important à prendre en compte dans certaines applications industrielles (turbines de centrales, de moteurs d'avions, pompes, disques de frein, élément tournant des systèmes électroniques, *etc.*), et évidemment dans le domaine des écoulements géophysiques. Un des écoulements simplifiés représentatifs de ces systèmes est le canal en rotation suivant l'envergure (*spanwise*).

Il est bien connu que ce type d'écoulements est très difficile à reproduire avec des modèles à viscosité turbulente. En particulier, les modèles linéaires sont complètement insensibles à la mise en rotation du canal, sauf si on introduit des corrections explicites [175, 176, 177, 178]. Au contraire, les modèles au second ordre sont intrinsèquement capables de reproduire ces effets, à la simple condition de tenir compte de la rotation du référentiel dans le calcul du tenseur des taux de rotation W_{ij} , en utilisant par exemple à la place de ce dernier le tenseur des taux de rotation *absolus* [179, 180]

$$W_{ij}^* = W_{ij} + \varepsilon_{mji} \omega_i \quad (51)$$

où ω_i est le pseudo-vecteur rotation du référentiel par rapport à un référentiel galiléen.

La figure 10 illustre un résultat très intéressant, qui est la remarquable représentation de l'influence de la rotation par le modèle à pondération elliptique EB-RSM. Il

s'agit, à ma connaissance, du premier modèle capable de reproduire la relaminarisation complète du canal, qui se produit à des taux de rotation très élevés. Évidemment, la partie essentielle de ce succès est à mettre au crédit du modèle SSG, utilisé dans la partie quasi-homogène du modèle, qui a été développé et calibré de manière à reproduire en turbulence homogène le diagramme de bifurcation des solutions en fonction du rapport du taux de rotation ω au taux de cisaillement S , qui indique l'existence de solution instables uniquement dans l'intervalle $0 < \omega/S < 0,5$ [181]. Cependant, il est important de noter qu'en tant qu'extension à la région de proche paroi du modèle SSG, le modèle EB-RSM est capable de reproduire cet écoulement *sans aucune adaptation particulière*. Une des raisons principales de ce succès est que le modèle est basé sur le respect de l'équilibre en proche paroi entre diffusion visqueuse, dissipation et corrélation vitesse-gradient de pression, qui reste valable en présence de rotation.

Jet impactant un disque en rotation

En septembre 2008 à Graz, en Autriche, j'ai co-organisé avec Suad Jakirlić (TU Darmstadt), dans le cadre de mon implication dans le comité de pilotage du SIG-15 d'ERCOFTAC (*Refined Turbulence Modelling*), le 13^e workshop du SIG-15. Suite à ce workshop, R. Perrin et moi avons initié une collaboration avec l'université internationale de Sarajevo (M. Hadžiabdić) et EDF (S. Benhamadouche) sur les jets impactants un disque en rotation. En effet, outre les sessions de présentation dédiées aux approches hybrides RANS/LES, deux sessions avaient pour objectif la comparaison de modèles de turbulence (RANS, hybrides, LES) sur des cas tests préalablement choisis. L'un de ces cas tests est le cas d'un jet axisymétrique impactant un disque en rotation, qui permet, en plus des problèmes rencontrés dans les cas de jet impactants classiques, d'identifier la capacité des modèles à reproduire l'interaction entre la rotation du disque et le jet de paroi qui se développe autour de la zone d'impact.

Il s'agit du cas d'un jet axisymétrique impactant perpendiculairement le centre d'un disque tournant et chauffé, au nombre de Reynolds $Re = 14\,500$ et pour une distance de l'orifice au disque de $H = 5D$, où D est le diamètre du jet. Ce cas a été étudié en utilisant une combinaison d'analyse théorique, de calculs avec différents modèles de turbulence et de données expérimentales disponibles [182, 183]. L'accent a porté sur l'étude de l'influence du taux de rotation du disque sur l'écoulement moyen, la turbulence et les transferts thermiques, dans la région du jet de paroi qui se développe sur le disque autour de la région d'impact. Les quatre taux de rotation documentés dans les bases de données expérimentales disponibles ont été étudiés.

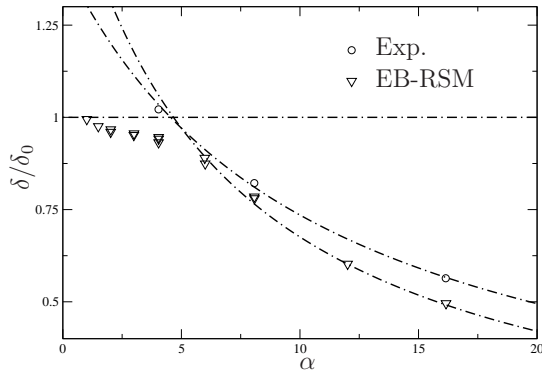


FIGURE 11 – Jet impactant un disque en rotation. Évolution avec α du rapport δ/δ_0 .

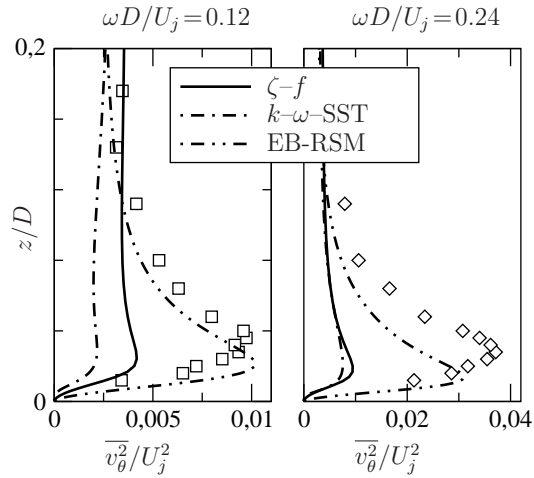


FIGURE 12 – Jet impactant un disque en rotation. Profils de $\overline{v_\theta^2}$ à $r/D = 5,80$ pour 2 taux de rotation.

Quatre modèles de turbulence ont été utilisés pour les calculs. Il s'agit du modèle EB-RSM décrit plus haut et de trois modèles à deux équations à viscosité turbulente linéaire résolvant la région de proche paroi : le $k-\omega$ -SST [184], et deux versions modifiées du modèle $\overline{v^2}-f$, le modèle $\zeta-f$ [185] et le modèle $\varphi-f$ [186].

Dans le jet de paroi qui se développe autour de la zone d'impact, dans le cas sans rotation, les zones internes et externes du jet de paroi sont en équilibre mutuel, et atteignent un état auto-similaire avec une variation linéaire de l'épaisseur du jet et du débit passant à travers une couronne à r donné (croissance du débit due à l'entraînement). Ce comportement est bien reproduit par le modèle au second ordre et par les modèles à viscosité turbulente, bien que le modèle $\varphi-f$ n'atteigne pas une auto-similarité parfaite.

Une étude des ordres de grandeur des différents termes des équations de conservation dans les deux cas limites (forte rotation et faible rotation) a permis d'étudier l'influence de la rotation sur l'écoulement. L'apparition d'une couche limite induite par la rotation, bien connue et documentée dans le cas d'un disque dans l'air au repos, ne perturbe pas directement la zone externe du jet de paroi, même pour les forts taux de rotation, car l'épaisseur de cette couche reste toujours petite comparée à l'épaisseur du jet. Ainsi, le mécanisme responsable de la modification drastique de l'ensemble du jet quand le taux de rotation augmente est à chercher dans l'accélération et le cisaillement transversal de la zone interne, qui, par conservation de la masse, produit une

accélération de la zone externe. Une conséquence majeure de ce mécanisme est que, contrairement à l'écoulement moyen, le champ turbulent dans la zone externe est quasiment insensible aux effets de rotation, si bien que l'entraînement à la frontière externe du jet est indépendant du taux de rotation. Ce comportement permet de démontrer que, comme conjecturé par [182], l'épaisseur du jet de paroi varie comme l'inverse du paramètre adimensionnel $\alpha = r^2\omega/U_j D$. Il a également été montré que pour observer cette dépendance en α^{-1} dans les données expérimentales et les résultats du modèle EB-RSM (cf. figure 11), l'épaisseur du jet de paroi devait être définie par l'intégrale dans la direction normale à la paroi de la vitesse radiale adimensionnée

$$\delta = \frac{1}{V_{r\max}} \int_0^\infty V_r(z) dz \quad (52)$$

et non par la position du maximum de vitesse, comme proposé par [182] : ces définitions ne sont pas équivalentes dans les cas en rotation, car l'auto-similarité disparaît. Les modèles à viscosité turbulente ne sont pas capable de reproduire ce comportement, car les tensions de Reynolds dépendant de manière algébrique de l'écoulement moyen, la turbulence est affectée par la rotation, même dans la zone externe.

Enfin, l'analyse des ordres de grandeurs des termes des équations de conservation, y compris les termes de bilan des tensions de Reynolds, a permis l'identification d'un scénario d'apparition progressive de l'influence de la rotation, dépendant des deux paramètres adimensionnels α and Re_j . Pour les faibles taux de rotation, tels que $\alpha^2 Re_j^{-5/16} \ll 1$, la couche limite induite par la rotation ne perturbe pas significativement le jet de paroi, si bien que la vitesse azimutale et les tensions de Reynolds $\overline{v_r v_\theta}$ et $\overline{v_\theta v_z}$ qui apparaissent sont simplement superposées à l'état auto-similaire. Pour des taux de rotation intermédiaires, limités par la contrainte $\alpha^{12/5} Re_j^{-11/10} \ll 1$, l'accélération centrifuge produit une intensification et un amincissement du jet et, par conséquent, une forte augmentation du cisaillement $\partial V_r / \partial z$, qui produit de fortes fluctuations radiales v'_r . Cependant, le champ turbulent et les mécanismes de transfert d'énergie restent similaires à ceux du cas sans rotation : l'énergie est principalement transférée de l'écoulement moyen à la composante $\overline{v_r^2}$, et redistribuée aux autres composantes. Finalement, pour des taux de rotation plus élevés, cette vision est complètement modifiée : la production turbulente alimente principalement la composante azimutale $\overline{v_\theta^2}$ (cf. figure 12), de tel manière que la structure du tenseur de Reynolds est complètement modifiée.

Une partie des résultats a été présentée au congrès THMT'06 [41], et un article est presque finalisé pour soumission à un journal.

2.4 Versions algébriques explicites du modèle EB-RSM

Ce travail a été initié en 2001 lors de mes premiers contacts avec Tom Gatski, lorsqu'il était toujours à NASA Langley. Il s'est poursuivi depuis, par intermittence, et notamment au cours d'un cours séjour de 10 jours à Langley en 2002. Cette collaboration s'est évidemment largement intensifiée grâce à l'accueil de Tom Gatski au LEA sur un poste de directeur de recherche contractuel. Depuis 2005, dans le cadre du projet européen WALLTURB, consacré à l'étude et la modélisation de la turbulence de proche paroi, nous avons co-encadré la thèse d'Abdou Ocenii [187], financée sur le projet européen.

2.4.1 Présentation de la méthode

Les modèles algébriques explicites (EASM, pour *Explicit Algebraic Stress Models*) sont des simplifications de modèles au second ordre : la méthode permet d'écrire une relation théorique entre les tensions de Reynolds et le champ moyen, sous hypothèse d'équilibre *faible* du tenseur d'anisotropie et du tenseur de diffusion [188, 189, 190, 191]. Cette méthode a le grand avantage de réduire les équations de transport des tensions de Reynolds (6 équations) à une seule, celle de l'énergie turbulente k , en conservant l'essentiel des propriétés du modèle (terme de production exact, notamment).

La démarche consiste donc à utiliser une hypothèse d'équilibre faible [188] de la turbulence, qui correspond au comportement quand $t \rightarrow \infty$ d'une turbulence homogène soumise à un cisaillement constant : la turbulence ne tend pas vers un état d'équilibre (l'énergie turbulente croît indéfiniment), mais le tenseur d'anisotropie, lui, tend vers une limite \mathbf{b}_∞ . La transposition de ce comportement dans le cas d'un écoulement inhomogène consiste à utiliser l'hypothèse de conservation du tenseur d'anisotropie sur une trajectoire

$$\frac{d\mathbf{b}}{dt} = 0 \quad (53)$$

à laquelle on adjoint l'hypothèse que la diffusion de l'anisotropie est négligeable, ce qui revient à supposer que la diffusion du tenseur de Reynolds $D_{\overline{u_i u_j}}$ a la même anisotropie que le tenseur de Reynolds lui-même :

$$\frac{D_{\overline{u_i u_j}}}{2D_k} - \frac{1}{3}\delta_{ij} = b_{ij} \quad (54)$$

où D_k est la diffusion de l'énergie turbulente k . L'utilisation de ces hypothèses fait disparaître tous les termes de dérivées partielles des équations des tensions de Reynolds,

et conduit donc à l'obtention, à partir des équations d'un modèle au second ordre classique, d'une relation *algébrique* entre le tenseur d'anisotropie, le tenseur des taux de déformation \mathbf{S} et le tenseur des taux de rotation \mathbf{W} de la forme, en générale dénommée *équation algébrique implicite*

$$F(\mathbf{b}, \mathbf{S}, \mathbf{W}) = 0 \quad (55)$$

En terme plus mathématiques, \mathbf{b} est alors une fonction tensorielle algébrique des tenseurs \mathbf{S} et \mathbf{W} . La résolution de (55) est très difficile en pratique, et conduit à de graves instabilités numériques, ce qui motive la recherche de solutions *explicites* [189, 190, 192].

Le cadre mathématique adéquat pour traiter ce problème est la théorie des invariants de Spencer-Rivlin [193]. Sans entrer dans les détails, il est possible de montrer que \mathbf{b} peut s'écrire comme un polynôme de \mathbf{S} et \mathbf{W}

$$\mathbf{b} = \sum_{i=1}^N \beta_i \mathbf{T}_i. \quad (56)$$

qui contient $N = 10$ termes \mathbf{T}_i , chacun de ces termes étant un élément de la base fonctionnelle correspondant à l'équation (55) :⁵

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_1 &= \mathbf{S} \quad ; \quad \mathbf{T}_2 = \mathbf{S}\mathbf{W} - \mathbf{W}\mathbf{S} \quad ; \quad \mathbf{T}_3 = \mathbf{S}^2 - \frac{1}{3}\{\mathbf{S}^2\}\mathbf{I} \quad ; \quad \mathbf{T}_4 = \mathbf{W}^2 - \frac{1}{3}\{\mathbf{W}^2\}\mathbf{I} \quad ; \\ \mathbf{T}_5 &= \mathbf{W}\mathbf{S}^2 - \mathbf{S}^2\mathbf{W} \quad ; \quad \mathbf{T}_6 = \mathbf{S}\mathbf{W}^2 + \mathbf{W}^2\mathbf{S} - \frac{2}{3}\{\mathbf{S}\mathbf{W}^2\}\mathbf{I} \quad ; \quad \mathbf{T}_7 = \mathbf{W}\mathbf{S}\mathbf{W}^2 - \mathbf{W}^2\mathbf{S}\mathbf{W} \quad ; \\ \mathbf{T}_8 &= \mathbf{S}\mathbf{W}\mathbf{S}^2 - \mathbf{S}^2\mathbf{W}\mathbf{S} \quad ; \quad \mathbf{T}_9 = \mathbf{W}^2\mathbf{S}^2 + \mathbf{S}^2\mathbf{W}^2 - \frac{2}{3}\{\mathbf{S}^2\mathbf{W}^2\}\mathbf{I} \quad ; \quad \mathbf{T}_{10} = \mathbf{W}\mathbf{S}^2\mathbf{W}^2 - \mathbf{W}^2\mathbf{S}^2\mathbf{W}. \end{aligned} \quad (57)$$

Les coefficients β_i sont eux-mêmes des fonctions polynomiales des invariants η_i qui constituent la base d'intégrité

$$\eta_1 = \{\mathbf{S}^2\} \quad ; \quad \eta_2 = \{\mathbf{W}^2\} \quad ; \quad \eta_3 = \{\mathbf{S}^3\} \quad ; \quad \eta_4 = \{\mathbf{S}\mathbf{W}^2\} \quad ; \quad \eta_5 = \{\mathbf{S}^2\mathbf{W}^2\} \quad ; \quad \eta_6 = \{\mathbf{S}\mathbf{W}\mathbf{S}^2\mathbf{W}^2\}. \quad (58)$$

où $\{\cdot\}$ désigne la trace.

Pour obtenir une formulation explicite de ces coefficients β_i , la méthode la plus simple est de réaliser une projection de Galerkin de l'équation (55) sur la base (57). On obtient alors l'expression des coefficients β_i sous la forme

$$\beta_i = f_i\left(\frac{k}{\varepsilon}, \frac{P}{\varepsilon}, \eta_1, \eta_2\right) \quad (59)$$

Le rapport P/ε fait lui-même intervenir β_1 , ce qui conduit à devoir résoudre une équation du troisième degré pour ce coefficient, les autres β_i étant alors obtenus directement par (59). Il suffit donc, pour fermer le système et pouvoir calculer le tenseur

5. C'est-à-dire, la base fonctionnelle pour la représentation d'une fonction tensorielle algébrique d'un tenseur symétrique et d'un tenseur antisymétrique.

de Reynolds, de résoudre des équations de transport pour k et ε . On a alors réduit le nombre d'équations à résoudre pour la turbulence de 7 ($\overline{u_i u_j} - \varepsilon$) à 2 ($k - \varepsilon$), tout en conservant l'essentiel des propriétés du modèle au second ordre pour la représentation de l'anisotropie.

L'utilisation de la représentation *exacte* de l'équation (55) sous la forme (56) avec les 10 termes conduit rapidement à un système inextricable. Tous les modèles utilisés en pratique reposent donc en fait sur une base tronquée à 3 tenseurs [189], qui constitue une représentation exacte dans le cas d'écoulements statistiquement 2D, mais bien sûr uniquement une approximation en 3D. Par exemple, l'utilisation de cette méthode pour le modèle au second ordre SSG, en utilisant la base la plus classique $\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_3$, conduit au modèle de Rumsey *et al.* [194]. L'anisotropie donnée par ce modèle dans le cas d'un écoulement de canal est représentée sur la figure 13. On constate qu'on conserve une très bonne représentation de l'anisotropie dans la zone log. En revanche, au centre du canal, l'anisotropie tend vers zéro, car dans cette zone, les trois tenseurs de la base \mathbf{T}_i tendent vers zéro en même temps que \mathbf{S} et \mathbf{W} : c'est la diffusion de l'anisotropie qui domine dans les équations, ce qui met en défaut l'hypothèse (54). On voit très clairement, dans la région de proche paroi, que le modèle ne prend pas en compte les effets dûs à celle-ci, ce qui motive l'introduction de la pondération elliptique.

2.4.2 Introduction des effets de paroi

Introduire la pondération elliptique conduit à substituer dans les équations le modèle EB-RSM au modèle SSG. Dans ce cas, la prise en compte des effets de paroi implique l'insertion d'un troisième tenseur dans la relation (55) :

$$F(\mathbf{b}, \mathbf{S}, \mathbf{W}, \mathbf{M}) = 0 \quad (60)$$

où \mathbf{M} est le tenseur symétrique à trace nulle construit à partir de la normale à la paroi généralisée, calculée à partir du gradient de la fonction de pondération elliptique :

$$M_{ij} = n_i n_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x_i} \frac{\partial \alpha}{\partial x_j} \right) / \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x_k} \frac{\partial \alpha}{\partial x_k} \right) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (61)$$

Cette modification, d'apparence anodine, complique considérablement le problème : la base fonctionnelle contient alors 41 tenseurs au lieu de 10 et la base d'intégrité 29 invariants au lieu de 6. Ces nombres sont ramenés à 27 et 16, respectivement, grâce à l'existence de la syzygie⁶ $\mathbf{M}^2 = \frac{1}{3} \mathbf{M} + \frac{2}{9} \mathbf{I}$.

6. En algèbre, une syzygie désigne une relation entre les générateurs d'un anneau, c'est-à-dire ici entre les tenseurs de la base qui génèrent l'ensemble des polynômes (56).

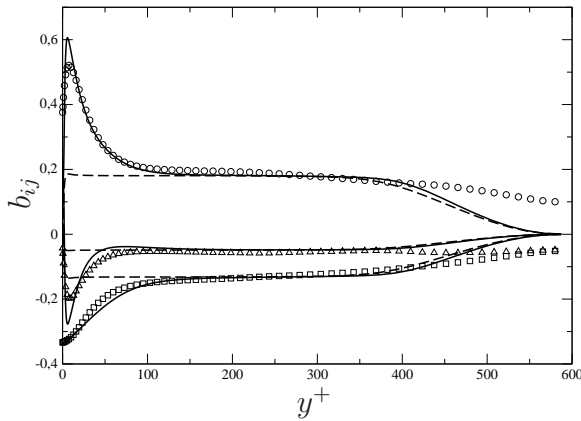


FIGURE 13 – Comparaison des anisotropies données par le modèle $k-\varepsilon-\alpha$ et par le modèle de Rumsey *et al.* (2000). Symboles : DNS à $Re_\tau = 590$ de Moser *et al.* (1999) (\circ b_{11} ; \square b_{22} ; \triangle b_{33}); --- modèle de Rumsey *et al.*; — modèle $k-\varepsilon-\alpha$ à 3 tenseurs.

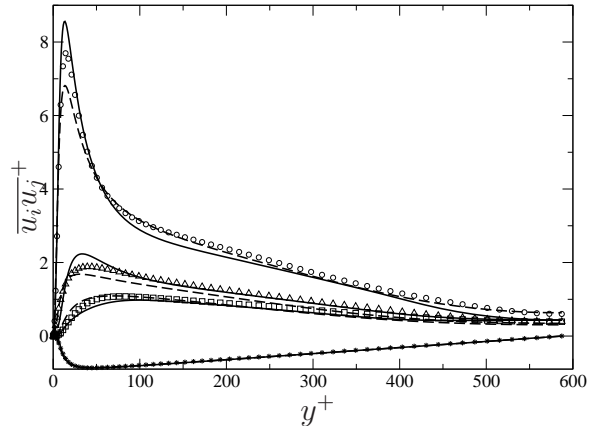


FIGURE 14 – Comparaison entre le modèle au second ordre complet de Durbin (1993) (13 équations) et le modèle $k-\varepsilon-\alpha$ (3 équations). Symboles : DNS à $Re_\tau = 590$ (Moser *et al.*, 1999) (\circ $\overline{u^2}$; \square $\overline{v^2}$; \triangle $\overline{w^2}$; $*$ \overline{uv} .) --- Modèle de Durbin. — Modèle $k-\varepsilon-\alpha$ à 3 tenseurs.

Un des travaux essentiels réalisés durant la thèse d'A.G. Ocenic a alors été d'identifier les propriétés des modèles obtenus en utilisant diverses possibilités pour la base tronquée : choix du nombre de tenseurs retenus (de 2 à 5) et choix des tenseurs. On obtient alors une hiérarchie de modèles possibles, dont les seuls vraiment utilisables sont des modèles à 2 ou 3 tenseurs. L'intérêt de ces modèles par rapport au modèle EB-RSM complet est que le nombre d'équations est réduit à 3 (pour k , pour ε et pour la fonction de pondération α), mais que l'anisotropie de la turbulence à la paroi est rigoureusement respectée (ce résultat est démontré de manière théorique). Les tests en canal développé confirment le bien-fondé de cette approche, grâce aux propriétés tout à fait remarquables du modèle $k-\varepsilon-\alpha$:

- La réduction du nombre d'équations différentielles de 13 à 8 par la méthode de la pondération elliptique, puis de 8 à 3 par la méthode algébrique explicite n'altère quasiment pas la qualité des résultats en canal (cf. figure 14). Cela montre que le processus de simplification, et donc les hypothèses utilisées, ne détériorent pas la représentation de la physique de la turbulence de proche paroi. Cela illustre l'intérêt de la voie suivie (figure 1) pour développer un modèle simple tout en conservant le maximum de réalisme physique.
- Le modèle $k-\varepsilon-\alpha$ utilisant la base à trois tenseurs $\mathbf{T}_1-\mathbf{T}_2-\mathbf{T}_3$ est très similaire

au modèle de Rumsey *et al.*, et contient uniquement une équation différentielle supplémentaire (pour α) et des termes algébriques additionnels qui rendent le modèle sensible à la présence de la paroi (il dégénère vers le modèle de Rumsey *et al.* quand α tend vers 1). La comparaison entre le modèle de Rumsey *et al.* et le modèle $k-\varepsilon-\alpha$ (figure 13) montre le côté presque « magique » de la méthode : avec une seule variable scalaire supplémentaire (α), le modèle parvient à différencier les composantes de l'anisotropie. En particulier, il donne par construction de manière *exacte* la valeur limite $-1/3$ de l'anisotropie b_{22} qui caractérise la limite à deux composantes de la turbulence en proche paroi.

- Le modèle $k-\varepsilon-\alpha$, bien que beaucoup plus élaboré et contenant beaucoup plus de physique que le modèle $\overline{v^2}-f$ de Durbin qui est simplement basé sur une hypothèse de viscosité turbulente linéaire, est comme ce dernier une version simplifiée du modèle au second ordre de Durbin. Le modèle $\overline{v^2}-f$ a cependant été beaucoup critiqué, malgré le grand progrès qu'il a apporté dans la modélisation en proche paroi pour les applications industrielles, à cause de l'introduction de l'échelle scalaire $\overline{v^2}$ (décréter qu'une composante d'un tenseur peut être utilisée comme échelle scalaire est en effet *a priori* assez choquant). Le modèle $k-\varepsilon-\alpha$ s'affranchit totalement de cette critique, car il fait intervenir un coefficient de projection du tenseur d'anisotropie sur le tenseur de déformation qui joue le rôle (entre autres) du $\overline{v^2}$ du modèle $\overline{v^2}-f$. Cela donne une définition théorique à cette échelle scalaire, et donne directement la formule algébrique qui la relie au champ de vitesse moyenne et aux échelles de turbulence k et ε .

Plus de détails et de résultats, en particulier en écoulement de Couette-Poiseuille, sont donnés dans l'article [32] reproduit page 147, issu du livre consacré aux résultats du projet européen Wallturb. Deux articles sont par ailleurs en cours de rédaction pour soumission à des journaux.

2.5 Extension à la modélisation des flux thermiques turbulents

Dans le cadre de la collaboration avec EDF R&D (Chatou) sur le développement de la modélisation avancée des phénomènes turbulents dans le code de calcul Saturne d'EDF, nous avons été amenés à nous intéresser à la modélisation des flux thermiques turbulents en situation de convection mixte ou naturelle. Cette problématique est très importante pour de nombreuses applications industrielles, notamment d'EDF, dans lesquelles les vitesses sont faibles et les différences de température sont très élevées.

Lorsque la flottabilité a une influence sur la dynamique, il est très important de représenter de manière très réaliste non seulement la turbulence et son anisotropie, mais aussi les flux thermiques turbulents. Les modèles utilisés dans les codes de calculs industriels sont basés sur des hypothèses de simple gradient (diffusivité turbulente) qui sont beaucoup trop restrictives, car supposant valide dans tous les écoulements l'analogie de Reynolds [195]. Dans le cadre de la modélisation au second ordre par pondération elliptique, qui représente fidèlement l'anisotropie de la turbulence dynamique, il est tout à fait possible de résoudre des équations de transport pour les flux thermiques turbulents en imposant, par pondération elliptique, un comportement asymptotique correct de ces flux en proche paroi. Une telle approche a été développée par une équipe coréenne [196] (modèle EB-DFM, Elliptic-Blending Differential Flux Model). Cependant, la supériorité de cette approche par rapport à des modélisations algébriques des flux thermiques turbulents n'est pas clairement établie. Les succès rencontrés par les modèles algébriques [197, 198, 199] nous ont pour l'instant incités à nous orienter prioritairement vers ces méthodes, qui ne nécessitent pas la résolution d'équations de transport pour les flux et qui semblent être un bon compromis dans le cadre d'applications industrielles.

La thèse de Y. Lecocq [200] (CIFRE EDF), co-encadrée avec Sophie Bournaud (EDF) et Laurent-Emmanuel Brizzi, a en partie été consacrée à l'amélioration des modèles de représentation des flux thermiques turbulents. Ce travail a été poursuivi dans le cadre d'une seconde thèse CIFRE EDF, celle de F. Dehoux, co-encadrée avec Sofiane Benhamadouche (EDF), qui est en cours. Le modèle développé, issu de l'application, comme pour les modèles algébriques explicites des tensions de Reynolds décrit dans la section 2.4, d'une hypothèse d'équilibre faible, est alors le modèle algébrique EB-AFM (Elliptic-Blending Algebraic Flux Model) qui dérive du modèle à pondération elliptique pour les flux thermiques turbulent (EB-DFM).

Enfin, une attention particulière a été portée à la prise en compte de la production par flottabilité dans l'équation de la dissipation, qui joue un rôle important dans les cas de convection naturelle. Il est usuel d'ajouter simplement ce terme de production au terme de production par cisaillement, mais les résultats en canal vertical et cavité différentiellement chauffée montrent que cette pratique est loin d'être optimale, et que notamment il convient d'utiliser plutôt une échelle de temps thermique que dynamique.

2.5.1 Modélisation de l'effet de blocage

De manière similaire au cas des tensions de Reynolds, les effets de la présence d'une paroi sur les flux thermiques turbulents $\overline{u_i \theta}$ peuvent être pris en compte par

l'introduction d'un opérateur de relaxation elliptique. En effet, le même raisonnement que pour le terme de corrélation vitesse–gradient de pression dans les équations des $\overline{u_i u_j}$ peut-être suivi [1] pour le terme de corrélation température–gradient de pression $\phi_{\theta i}^*$, dit *de brouillage* (*scrambling*). Dans le cas le plus simple de l'approximation de Boussinesq avec variation linéaire de la masse volumique en fonction de la température, les équations des $\overline{u_i \theta}$ s'écrivent

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{D\overline{u_i \theta}}{Dt}}_{C_{\theta i}} &= \underbrace{-\overline{u_j \theta} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}}_{P_{\theta i}^U} \underbrace{-\overline{u_i u_j} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j}}_{P_{\theta i}^\Theta} \underbrace{-g_i \beta \overline{\theta^2}}_{G_{\theta i}} \underbrace{-\frac{\overline{\theta}}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}}_{\phi_{\theta i}^*} \underbrace{- (\lambda + \nu) \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{\varepsilon_{\theta i}} \\ &+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{\theta u_i u_j})}_{D_{\theta i}^t} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_j} u_i + \nu \theta \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)}_{D_{\theta i}^\nu} \end{aligned} \quad (62)$$

où Θ est la température moyenne, θ la fluctuation de température et ρ la valeur de référence de la masse volumique. $P_{\theta i}^U$, $P_{\theta i}^\Theta$ et $G_{\theta i}$ sont les termes de production par gradient de vitesse moyenne, par gradient de température moyenne et par flottabilité, et $\varepsilon_{\theta i}$, $D_{\theta i}^t$ et $D_{\theta i}^\nu$ les termes de dissipation, de diffusion turbulente et de diffusion moléculaire. L'équation de Poisson pour la pression fluctuante p fait simplement apparaître un terme supplémentaire de flottabilité encadré ci-dessous :

$$\nabla^2 p = -2\rho \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \boxed{g_i \beta \frac{\partial \theta}{\partial x_i}} = S_p \quad (63)$$

En suivant les mêmes étapes que pour le terme de corrélation vitesse–gradient de pression, on obtient alors le terme de brouillage sous la forme

$$\rho \phi_{\theta i}^*(\mathbf{x}) = \int \frac{\Psi_{\theta i}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{4\pi \|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|} d\mathbf{x}'$$

où $\Psi_{\theta i}$ est la corrélation en deux points entre la température et le terme source de l'équation de Poisson (63)

$$\Psi_{\theta i}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = -\theta(\mathbf{x}) \overline{\frac{\partial S_p}{\partial x_k}(\mathbf{x}')}$$

On peut alors également supposer une décroissance exponentielle de la corrélation en deux point

$$\frac{\Psi_{\theta i}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\lambda(\mathbf{x})} = \frac{\Psi_{\theta i}(\mathbf{x}', \mathbf{x}')}{\lambda(\mathbf{x}')} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|}{L_\theta}\right) \quad (64)$$

ce qui conduit à

$$\phi_{\theta i}^*(\mathbf{x}) = \frac{1}{\rho} \int \Psi_{\theta i}(\mathbf{x}', \mathbf{x}') \frac{\exp(-\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|/L_\theta)}{4\pi\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|} d\mathbf{x}'$$

et donc à une équation de relaxation elliptique

$$(1 - L_\theta^2 \nabla^2) \frac{\phi_{\theta i}^*}{\lambda} = \frac{\phi_{\theta i}^h}{\lambda} \quad (65)$$

Ce raisonnement [1] permet donc de justifier l'utilisation de la relaxation elliptique pour les flux thermiques turbulents, comme proposé par Shin et al. [201] sur la base d'une simple analogie avec les tensions de Reynolds.

En poursuivant la démarche suivie précédemment pour les tensions de Reynolds, au lieu de résoudre ces trois équations (65), on peut écrire un modèle à pondération elliptique sous la forme

$$\phi_{\theta i}^* - \varepsilon_{\theta i} = (1 - \alpha_\theta^3) (\phi_{\theta i}^w - \varepsilon_{\theta i}^w) + \alpha_\theta^3 (\phi_{\theta i}^h - \varepsilon_{\theta i}^h) \quad (66)$$

ce qui conduit à un modèle au second ordre (équations de transport pour les flux thermiques turbulents) utilisant une équation de relaxation elliptique pour α_θ ,

$$\alpha_\theta - L_\theta^2 \nabla^2 \alpha_\theta = 1 \quad (67)$$

le modèle EB-DFM (Elliptic-Blending Differential Flux Model). À ces équations s'ajoutent une équation de transport pour la variance de la température $\overline{\theta^2}$ et éventuellement pour sa dissipation. Contrairement à Shin et al. [201], nous n'avons pas supposé que la fonction de pondération α_θ est identique à la fonction de pondération α utilisée dans les équations de transport des tensions Reynolds, ou, autrement dit, que l'échelle L_θ de la corrélation température–gradient de pression est la même que l'échelle L de la corrélation vitesse–gradient de pression. On pourra alors être amenés à résoudre 2 équations de relaxation elliptique.

Le tableau 3 donne les comportements asymptotiques au voisinage de la paroi des différents termes des équations de transport des flux thermiques turbulents, dans le cas particulier de fluctuations de température qui s'annulent à la paroi. On voit que, comme dans le cas des tensions de Reynolds, le bilan en proche paroi se réduit à un équilibre entre les termes de brouillage, de dissipation et de diffusion moléculaire :

$$\phi_{\theta 2}^* - \varepsilon_{\theta 2} + D_{\theta 2}' = 0 \quad (68)$$

Il est facile de montrer le modèle

$$\phi_{\theta i}^w = -\frac{\varepsilon}{k} u_j \overline{\theta} n_i n_j \quad (69)$$

	$P_{\theta i}^U + P_{\theta i}^\Theta$	$G_{\theta i}$	$\phi_{\theta i}^*$	$D_{\theta i}^\nu$	$-\varepsilon_{\theta i}$	$D_{\theta i}^t$
$\overline{u\theta}$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^2)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(y^3)$
$\overline{v\theta}$	$\mathcal{O}(y^4)$	$\mathcal{O}(y^2)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(y^4)$
$\overline{w\theta}$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^2)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(y^3)$

TABLE 3 – Comportements asymptotiques au voisinage de la paroi des termes du bilan des flux thermiques turbulents (Shin *et al.* [201]). y représente la distance à la paroi.

et le modèle de Lai et So [202]

$$\varepsilon_{\theta i}^w = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\text{Pr}} \right) \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i\theta} + \overline{u_j\theta} n_i n_j) \quad (70)$$

satisfont les comportements du tableau 3.

Loin de la paroi, le modèle (66) tend vers les formes quasi-homogènes $\phi_{\theta i}^h$ et $\varepsilon_{\theta i}^h$. Le premier peut par exemple être le modèle linéaire classique de Launder [203, 204]

$$\phi_{\theta i}^h = -C_{\theta 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i\theta} + C_{\theta 2} \overline{u_j\theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + C_{\theta 3} g_i \beta \overline{\theta^2} \quad (71)$$

ou encore le modèle non-linéaire de Kenjereš *et al.* [197]

$$\phi_{\theta i}^h = -C_{\theta 1} \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i\theta} - C'_{\theta 1} a_{ij} \overline{u_j\theta}) + C_{\theta 2} \overline{u_j\theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + C'_{\theta 2} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + C_{\theta 3} g_i \beta \overline{\theta^2} \quad (72)$$

où a_{ij} est le tenseur d'anisotropie $a_{ij} = \overline{u_i u_j} / k - \frac{2}{3} \delta_{ij}$.

En ce qui concerne le modèle quasi-homogène $\varepsilon_{\theta i}^h$, on peut remarquer que pour les fluides les plus usuels, le nombre de Prandtl est de l'ordre de l'unité, et les nombres de Peclet turbulents $Pe_t = Re_t Pr$ rencontrés en pratique sont grands, au moins loin des parois. Dans ce cas, les fluctuations de température à petite échelle peuvent être considérées comme isotropes [195, 205], si bien que le vecteur de dissipation des flux thermiques turbulents $\varepsilon_{\theta i}^h$ est lui aussi isotrope, donc nul :

$$\varepsilon_{\theta i}^h = 0 \quad (73)$$

Le modèle (66) permet alors d'écrire un modèle à équations de transport des flux thermiques turbulents prenant en compte les effets de paroi par pondération elliptique, le modèle EB-DFM.

2.5.2 Modèle algébrique : EB-AFM

Une version algébrique du modèle EB-DFM peut être obtenue en appliquant, de manière similaire à ce qui a été fait en section 2.4 pour l'EB-RSM, une hypothèse d'équilibre faible pour les flux thermiques turbulents. Comme détaillé par exemple par Hanjalić [205], cette hypothèse se traduit pour la convection par

$$\frac{d\overline{u_i\theta}}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} \frac{dk}{dt} + \frac{1}{\overline{\theta^2}} \frac{d\overline{\theta^2}}{dt} \right) \overline{u_i\theta} \quad (74)$$

et pour la diffusion par

$$\mathcal{D}_{\theta i} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} \mathcal{D}_k + \frac{1}{\overline{\theta^2}} \mathcal{D}_{\overline{\theta^2}} \right) \overline{u_i\theta} \quad (75)$$

où $\mathcal{D}_{\theta i}$, \mathcal{D}_k et $\mathcal{D}_{\overline{\theta^2}}$ sont les diffusions totales de $\overline{u_i\theta}$, k et $\overline{\theta^2}$. L'équation des flux thermiques turbulents devient alors

$$P_{\theta i} + \phi_{\theta i}^* - \varepsilon_{\theta i} - \frac{\overline{u_i\theta}}{2k} (P_k + G_k - \varepsilon) - \frac{\overline{u_i\theta}}{2\overline{\theta^2}} (P_{\overline{\theta^2}} - \varepsilon_{\overline{\theta^2}}) = 0$$

où on a posé $P_{\theta i} = P_{\theta i}^U + P_{\theta i}^\Theta + G_{\theta i}$. Si, de plus, on suppose que la production et la dissipation de k et de $\overline{\theta^2}$ sont localement en équilibre,

$$P_k + G_k = \varepsilon \quad \text{et} \quad P_{\overline{\theta^2}} = \varepsilon_{\overline{\theta^2}} \quad (76)$$

on a alors

$$P_{\theta i} + \phi_{\theta i}^* - \varepsilon_{\theta i} = 0 \quad (77)$$

Ici, il est nécessaire de choisir un modèle pour les termes de brouillage pour aller plus loin. Si on considère dans un premier temps le modèle linéaire quasi-homogène (équations 71 et 73), on obtient

$$C_{\theta 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i\theta} = (1 - C_{\theta 2}) P_{\theta i}^U + P_{\theta i}^\Theta + (1 - C_{\theta 3}) G_{\theta i} \quad (78)$$

ce qui conduit au modèle AFM [203, 199, 206]

$$\overline{u_i\theta} = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left[\overline{u_i u_j} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + \xi \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \eta \beta g_i \overline{\theta^2} \right] \quad (79)$$

où $C_\theta = C'_\theta / C_{\theta 1}$, $\xi = 1 - C_{\theta 2}$ et $\eta = 1 - C_{\theta 3}$. On remarquera que le coefficient C_θ , qui devrait être égal à $1/C_{\theta 1}$, est modifié par l'introduction d'un coefficient de recalibration C'_θ , rendu nécessaire par l'utilisation des hypothèses simplificatrices. Le modèle algébrique obtenu est un modèle implicite, puisque les $\overline{u_i\theta}$ apparaissent dans

les deux membres, mais cette question est moins critique que pour le cas des tensions de Reynolds. L'obtention de modèles algébriques explicites est également possible, bien que plus complexe [207, 208, 209, 210].

Si, maintenant, on utilise le modèle EB-DFM, on obtient le modèle EB-AFM

$$\overline{u_i \theta} = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left[\overline{u_i u_j} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + \xi \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \eta \beta g_i \overline{\theta^2} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_j \theta} n_i n_j \right] \quad (80)$$

où $\xi = (1 - \alpha_\theta^3 C_{\theta 2})$, $\eta = (1 - \alpha_\theta^3 C_{\theta 3})$, $\gamma = (1 - \alpha_\theta^3) (1 + C_\varepsilon)$, $C_\varepsilon = \frac{1}{2} (1 + 1/Pr)$ et

$$C_\theta = \frac{C'_\theta}{\alpha_\theta^3 C_{\theta 1} + (1 - \alpha_\theta^3) C_\varepsilon} \quad (81)$$

Ce modèle diffère du modèle (79) par le terme supplémentaire $\gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_j \theta} n_i n_j$, qui le rend sensible à l'orientation de la paroi, et, surtout, par le fait que les coefficients ξ , η et C_θ sont dépendant de la fonction de pondération α_θ . Il est facile de voir que dans les régions loin des parois, où $\alpha_\theta \rightarrow 1$, l'influence du modèle à pondération elliptique disparaît et le modèle (79) est retrouvé. On remarquera également que l'utilisation de la pondération elliptique n'introduit pas de nouveau coefficient. Enfin, on peut pousser la simplification encore plus loin, en posant $\xi = \eta = \chi = 0$, ce qui conduit au modèle EB-GGDH, qui tend loin des parois vers le modèle le plus utilisé en pratique, le modèle GGDH

$$\overline{u_i \theta} = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left[\overline{u_i u_j} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_j \theta} n_i n_j \right] \xrightarrow{\alpha_\theta \rightarrow 1} \overline{u_i \theta} = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \quad (82)$$

L'obtention des expressions (80) et (82) amène naturellement à se demander comment il est possible que les modèles classiques des flux thermiques turbulents, notamment les modèles GGDH et AFM, qui ne prennent pas en compte les effets de paroi, soient capable de reproduire de manière plutôt satisfaisante les profils de température moyenne dans beaucoup d'écoulements (la littérature étant très abondante, on ne citera ici que quelques exemples : [151, 197, 206, 211, 212, 213, 214]). La réponse est à chercher dans la forme que prend l'expression (80) pour le flux normal à la paroi $\overline{v \theta}$ dans le cas d'un écoulement 1D le long d'une paroi, en l'absence de flottabilité :

$$\overline{v \theta} = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{v \theta} \right) \quad (83)$$

qui peut être réarrangée sous la forme

$$\overline{v \theta} = -C_\theta^* \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right) \quad (84)$$

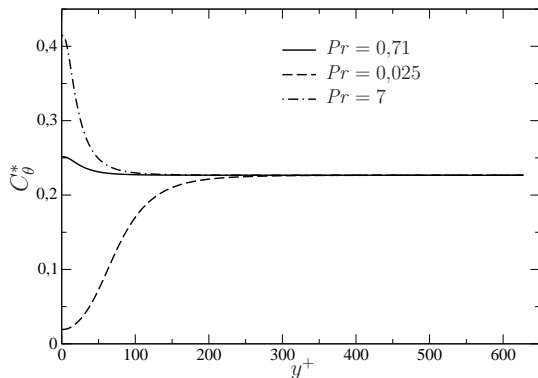


FIGURE 15 – Évolution de C_θ^* dans un canal en convection forcée à $Re_\tau = 640$ [215] pour différents nombres de Prandtl.

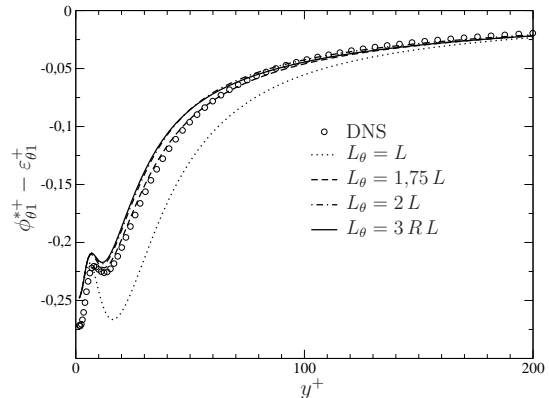


FIGURE 16 – Test *a priori* pour le modèle $\phi_{\theta 1}^* - \varepsilon_{\theta 1}$ en convection forcée [215] ($Re_\tau = 640$).

où

$$C_\theta^* = \frac{C'_\theta}{C_{\theta 1}} \left[\alpha_\theta^3 + (1 - \alpha_\theta^3) \frac{C_\varepsilon + (1 + C_\varepsilon) C'_\theta}{C_{\theta 1}} \right]^{-1} \quad (85)$$

Or, comme on peut le voir sur la figure 15, il se trouve que le coefficient C_θ^* varie très peu dans le domaine lorsque le nombre de Prandtl est celui de l'air, $Pr = 0,71$. Dès lors, les modèles AFM et GGDH, qui sont équivalents à (84) avec un coefficient constant, sont capables de reproduire correctement le flux normal $\overline{v\theta}$, et donc le profil de température moyenne qui ne fait intervenir que ce flux. L'approximation reste acceptable dans tous les cas ne s'éloignant pas trop de cette configuration simplifiée, en particulier de nombreuses couches limites en convection forcée. En revanche, pour des écoulements plus complexes, négliger les effets de paroi ne sera plus possible : par exemple lorsque la flottabilité n'est plus négligeable ; pour des fluides de nombre de Prandtl très différents de 1 ; ou lorsque la paroi est courbe, le flux tangentiel intervenant alors dans l'équation de température moyenne, ainsi que le gradient de vitesse moyenne dans l'expression (80).

2.5.3 Échelle de longueur de la pondération elliptique

Contrairement à Shin *et al.* [201], nous n'avons pas supposé que l'échelle de longueur qui pilote la fonction de pondération *thermique* α_θ dans l'équation (67), et donc la transition du modèle (66) de sa forme de proche paroi à sa forme quasi-homogène, est la même que celle qui pilote la fonction de pondération *dynamique* α . Notons que

l'hypothèse de Shin *et al.* présente l'avantage de ne nécessiter la résolution que d'une seule équation elliptique, puisque $\alpha_\theta = \alpha$.

Les deux échelles de longueur L et L_θ étant liées aux grandes structures dynamiques et thermiques, on peut supposer, à la suite de Tennekes et Lumley [195], que les deux échelles sont proportionnelles loin des parois, à grand nombre de Peclet. Cependant, rien ne permet d'affirmer qu'elles sont égales. De plus, on peut s'attendre à une variation du rapport L_θ/L en proche paroi, où le nombre de Peclet tend vers zéro. Si on cherche à modéliser l'échelle L_θ en fonction de k , ε , $\overline{\theta^2}$ et ε_θ , l'analyse dimensionnelle indique qu'on peut exprimer le ratio L_θ/L comme une fonction du ratio des échelles de temps R

$$\frac{L_\theta}{L} = f(R) \quad (86)$$

Si, comme supposé précédemment, R est constant loin des parois, alors on voit que le ratio des échelles de longueur l'est aussi. En appliquant la recommandation attribuée à Albert Einstein, donnée en tête de ce rapport (p. 1), on se limitera ici à une relation linéaire de la forme

$$L_\theta = C'_L R L \quad (87)$$

On notera qu'utiliser une telle relation entre L_θ et R n'a d'intérêt que si R varie dans l'écoulement ou d'un écoulement à l'autre. Il est usuel, dans le cas des écoulements à grand nombre de Peclet, ce qui peut souvent être considéré comme vrai loin des parois et pour les fluides de nombre de Prandtl pas trop petits devant 1, de considérer ce ratio constant, égal à une valeur qu'on notera R^h . Dans les cas considérés ici, où $Pr = 0,71$, la valeur $R^h = 0,5$ est généralement retenue [205]. Cependant, cette hypothèse n'est pas valable en proche paroi, et en particulier il est facile de voir que R tend vers Pr à la paroi. De manière à prendre en compte cette variation, nous avons proposé le modèle simple de pondération

$$R = \alpha_\theta^3 R^h + (1 - \alpha_\theta^3) Pr \quad (88)$$

Pour une comparaison de ce modèle avec des données de DNS, le lecteur pourra se reporter à l'article [1] reproduit page 157.

De manière à évaluer la validité de cette simple relation et calibrer le coefficient C'_L , deux bases de données de DNS de canal en régimes de convection forcée [215], à $Re_\tau = 640$ et $Pr = 0,71$, et de convection mixte [216], à $Re_\tau = 150$, $Pr = 0,71$ et $Gr = 9,6 \times 10^5$, ont été utilisées. Ces deux configurations sont décrites par les figures 17 et 18. La procédure de tests *a priori* consiste alors à résoudre l'équation (67) en utilisant les différents modèles pour L_θ (R et L étant calculés à partir des données de DNS), puis

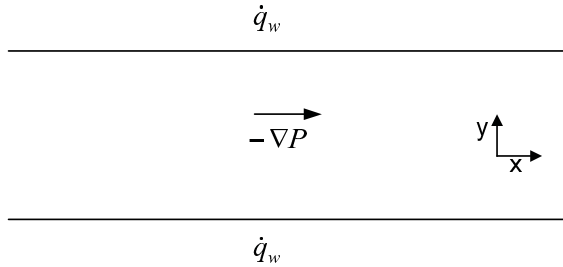


FIGURE 17 – Écoulement de canal en régime de convection forcée, DNS de Abe *et al.* [215]. $Re_\tau = 640$; $Pr = 0,71$.

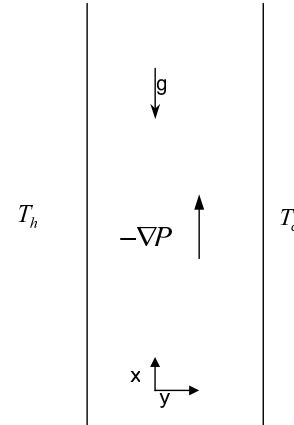


FIGURE 18 – Écoulement de canal en régime de convection mixte, DNS de Kasagi et Nishimura [216]. $Re_\tau = 150$; $Pr = 0,71$; $Gr = 9,6 \times 10^5$.

à calculer $\phi_{\theta i} - \varepsilon_{\theta i}$ en utilisant l'équation (66), également à l'aide des données de DNS. Un exemple de résultats est montré sur la figure 16, pour la composante tangentielle à la paroi, qui, comme expliqué plus haut, est beaucoup plus influencée par les effets de paroi que la composante normale, pour ces cas particuliers. On peut remarquer que la représentation de $\phi_{\theta 1}^* - \varepsilon_{\theta 1}$ est améliorée de manière significative par la prise en compte d'une échelle de longueur thermique plus grande que l'échelle dynamique. Les résultats obtenus avec les modèles simples $L_\theta = 3RL$ et $L_\theta = 1,75L$ sont quasiment identiques, si bien que, au moins dans un premier temps, la relation $L_\theta = 1,75L$ a été retenue. Plus de détails sur ces tests *a priori* sont donnés dans l'article [1] reproduit page 157.

2.5.4 Résultats en canal en régime de convection forcée et mixte

Des calculs ont été réalisés dans le cadre des thèses de Yannick Lecocq et de Frédéric Dehoux, de manière à évaluer l'intérêt d'utiliser la pondération elliptique associées aux modèles GGDH et AFM en convection forcée et mixte. La section suivante sera consacrée à la convection naturelle, qui nécessite de se pencher plus avant sur certains éléments du modèle. Les cas tests utilisés ici sont ceux décrits sur les figures 17 et 18.

De manière à réaliser une comparaison aussi peu biaisée que possible, les jeux de coefficients des modèles sont fixés de la manière suivante : les coefficients du modèle quasi-homogène (71) dont dérivent les modèles sont fixés à leur valeur classique et le

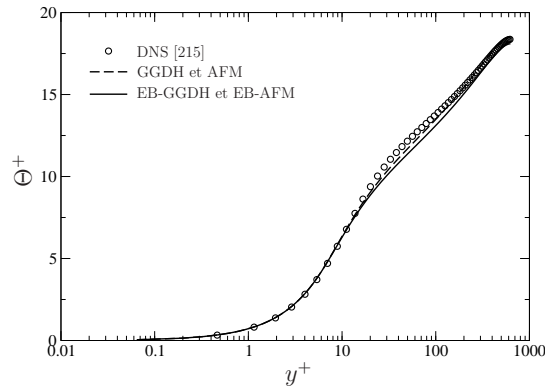


FIGURE 19 – Calculs en régime de convection forcée à $Re_\tau = 640$ [215]. Profils de température moyenne

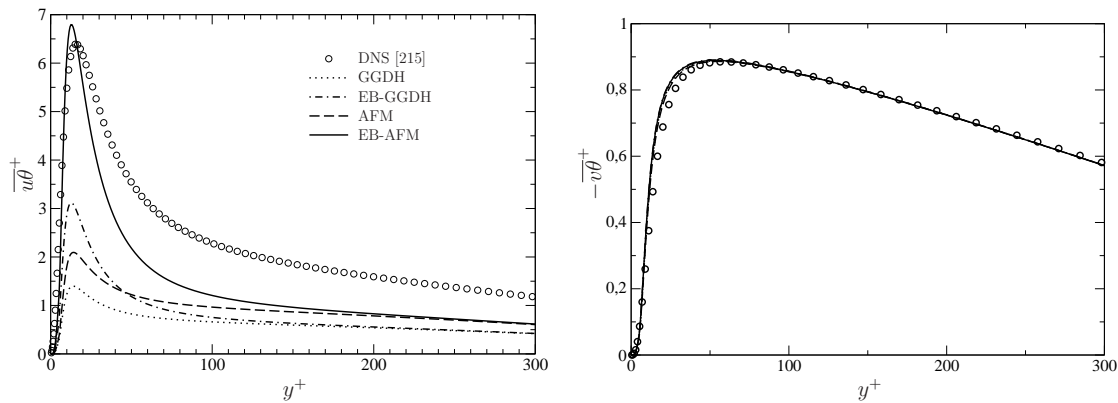


FIGURE 20 – Même cas que figure 19. Flux thermiques turbulents tangentiel (gauche) et normal à la paroi (droite).

coefficient de *recalibration* C'_θ entrant dans le calcul de $C_\theta = C'_\theta/C_{\theta 1}$ est choisi pour chacun des modèles de manière à reproduire au mieux le profil de température moyenne dans le cas de convection forcée (c'est le seul coefficient qui joue un rôle dans ce cas).

Dans ce cas monodimensionnel en convection forcée, le flux normal à la paroi $\overline{v\theta}$ donné par les modèles de type AFM est exactement identique à celui donné par les modèles GGDH, seul le terme en gradient de température étant actif dans les équations (79) et (80). De plus, comme expliqué plus haut (section 2.5.2), l'introduction des effets de paroi dans les modèles a peu d'effet sur la prévision du flux normal $\overline{v\theta}$, et donc sur la température moyenne qui est entièrement pilotée par $\overline{v\theta}$, comme on peut le voir sur les figures 19 et 20(droite). La distinction entre les modèles avec et sans pondération elliptique est donc essentiellement visible sur les profils de la composante tangentielle

$\overline{u\theta}$. Dans l'ensemble, cette composante est nettement sous-estimée, ce qui ne peut pas être corrigé par une simple recalibration des modèles : c'est ici essentiellement l'absence de diffusion dans les modèles algébriques qui est à mettre en cause. Les modèles AFM sont légèrement meilleurs que les modèles GGDH, grâce à la prise en compte du terme en gradient de vitesse. Si au centre du canal, on voit clairement que l'effet du modèle de proche paroi disparaît, ce dernier devient prépondérant à l'approche de la paroi, et on peut voir que le modèle EB-AFM permet alors de reproduire de manière satisfaisante l'amplitude du pic de $\overline{u\theta}$. Il est important ici de rappeler que le modèle de proche paroi n'introduisant pas de coefficient supplémentaire, cette amplitude n'est pas obtenue grâce à une calibration. Il est également clair sur cette figure que le terme en gradient de vitesse, négligé dans le modèle EB-GGDH, joue un rôle important.

Dans le cas d'un canal vertical en régime de convection mixte [216], tel que décrit sur la figure 18, l'influence de la flottabilité sur l'écoulement se fait essentiellement sentir à travers l'équation de la quantité de mouvement verticale, qui inclue un terme $\beta g(\Theta - \Theta_0)$. Les paramètres de cet écoulement font que les termes de production par flottabilité $G_{ij} = -\beta g_i \overline{u_j \theta} - \beta g_j \overline{u_i \theta}$ qui apparaissent dans les équations des tensions de Reynolds, ainsi que les termes de redistribution associés $-C_3 (G_{ij} - \frac{2}{3} G \delta_{ij})$ et le terme source de dissipation G_ε , ont une influence quasiment négligeable sur les tensions de Reynolds, comme le montre la figure 22. L'obtention d'une asymétrie correcte des profils de vitesse moyenne, et par conséquent des tensions de Reynolds, est donc directement dépendante d'une prévision correcte de la température moyenne. Encore une fois, le flux thermique turbulent $\overline{v\theta}$ étant le seul qui ait une influence sur la température moyenne, et les effets de proche paroi ayant une influence très limitée dans ce cas particulier, l'ensemble des modèles donne une reproduction correcte des profils de vitesse, de température et de tensions de Reynolds. La différence entre les modèles se voit essentiellement sur la composante $\overline{u\theta}$ et les conclusions sont très similaires à celles du cas de convection forcée, mais la faiblesse du nombre de Reynolds de frottement ($Re_\tau = 150$) fait que même au centre du canal, l'influence du modèle de proche paroi se fait sentir.

Une dernière étape, avant de se consacrer, dans un futur proche, à des écoulements de géométrie plus complexe, est de valider l'intérêt de l'introduction des effets de paroi dans les modèles des flux thermiques turbulents en se plaçant dans un cas où la flottabilité joue un rôle majeur. On pense alors à l'écoulement de convection naturelle entre deux plaques parallèles [217, 218, 219, 220, 221], mais nous allons voir que ce cas soulève d'autres questions de modélisation.

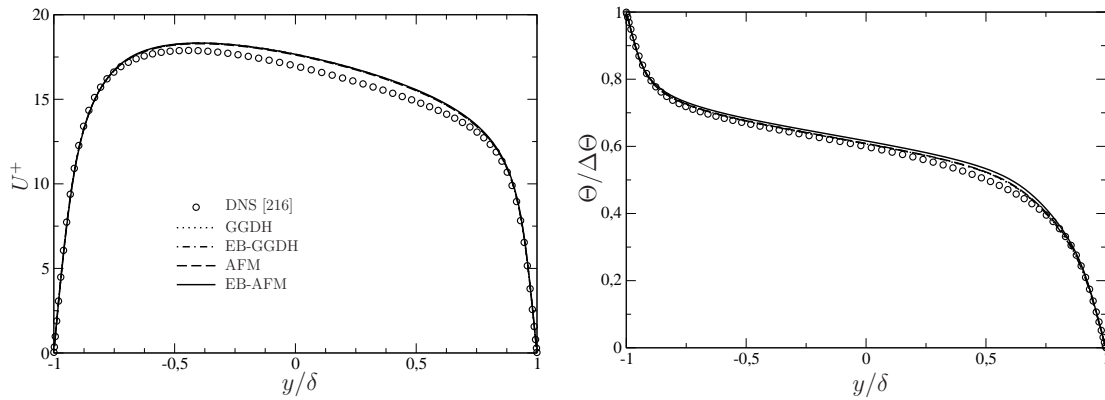


FIGURE 21 – Calculs en régime de convection mixte [216] à $Re_\tau = 150$, $Pr = 0,71$, $Gr = 9.6 \times 10^5$. Profils de vitesse et de température moyennes.

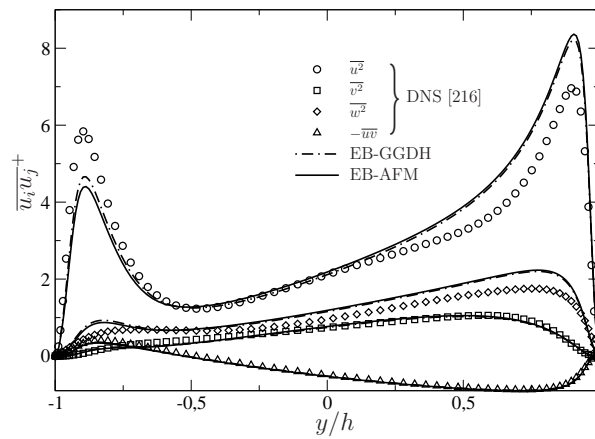


FIGURE 22 – Même cas que figure 21. Tensions de Reynolds.

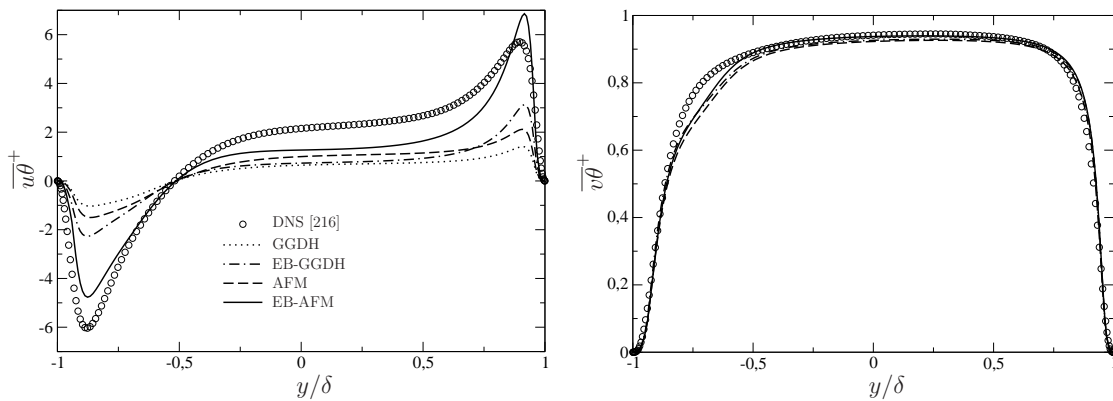


FIGURE 23 – Même cas que figure 21. Flux thermiques turbulents.

2.5.5 Influence de la flottabilité sur les échelles turbulentes et la dissipation

En présence d'effets de flottabilité, il est classique [222, 223, 199, 224, 144] de modifier l'équation de la dissipation ε en introduisant la production par flottabilité G aux côtés de la production par cisaillement P :

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \underbrace{C_{\varepsilon 1} \frac{P+G}{T}}_{P_\varepsilon + G_\varepsilon} - \underbrace{C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon}{T}}_{Y_\varepsilon} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \delta_{kl} + \frac{C_S}{\sigma_\varepsilon} T R_{kl} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_l} \right)}_{D_\varepsilon} \quad (89)$$

Bien que cette équation ne corresponde pas à une modélisation terme à terme de l'équation exacte de la dissipation, il est utile de rappeler cette dernière,

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon}{Dt} = & \underbrace{-2\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_k}}_{P_{\varepsilon 1} + P_{\varepsilon 2}} \\ & \underbrace{-2\nu u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_l}}_{P_{\varepsilon 3}} \underbrace{-2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}}_{P_{\varepsilon 4}} \\ & \underbrace{-2\nu \beta g_i \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial \theta}{\partial x_l}}_{G_\varepsilon} \underbrace{-2 \left(\nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_l} \right)}_{Y_\varepsilon} \\ & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\underbrace{-2 \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_l} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}}_{D_\varepsilon^p} - \underbrace{\nu u_j \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_l} \right)^2}_{D_\varepsilon^t} + \underbrace{\nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k}}_{D_\varepsilon^v} \right)}_{D_\varepsilon} \end{aligned} \quad (90)$$

en notant que dans l'équation modèle, le terme noté P_ε représente l'ensemble des termes de production dynamique $P_{\varepsilon 1}$, $P_{\varepsilon 2}$, $P_{\varepsilon 3}$ et $P_{\varepsilon 4}$.

Dès lors, on peut soulever plusieurs interrogations en comparant ces deux équations. La première, qui peut paraître anecdotique, mais s'avère en pratique importante, est l'utilisation du même coefficient $C_{\varepsilon 1}$ devant les termes de production dynamique P et par flottabilité G . La seconde interrogation apparaît dans le cas des modèles de proche paroi, en particulier le modèles à pondération elliptique, qui, à la suite de Durbin [151], prennent souvent en compte le pic de production de dissipation dans la zone tampon dû au terme $P_{\varepsilon 3}$ par un coefficient $C_{\varepsilon 1}$ variable (noté alors $C'_{\varepsilon 1}$) sous une des formes suivantes [11]

$$C'_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 1} \left[1 + A_1^k (1 - \alpha^3) \sqrt{\frac{k}{R_{ij} n_i n_j}} \right] \quad (91)$$

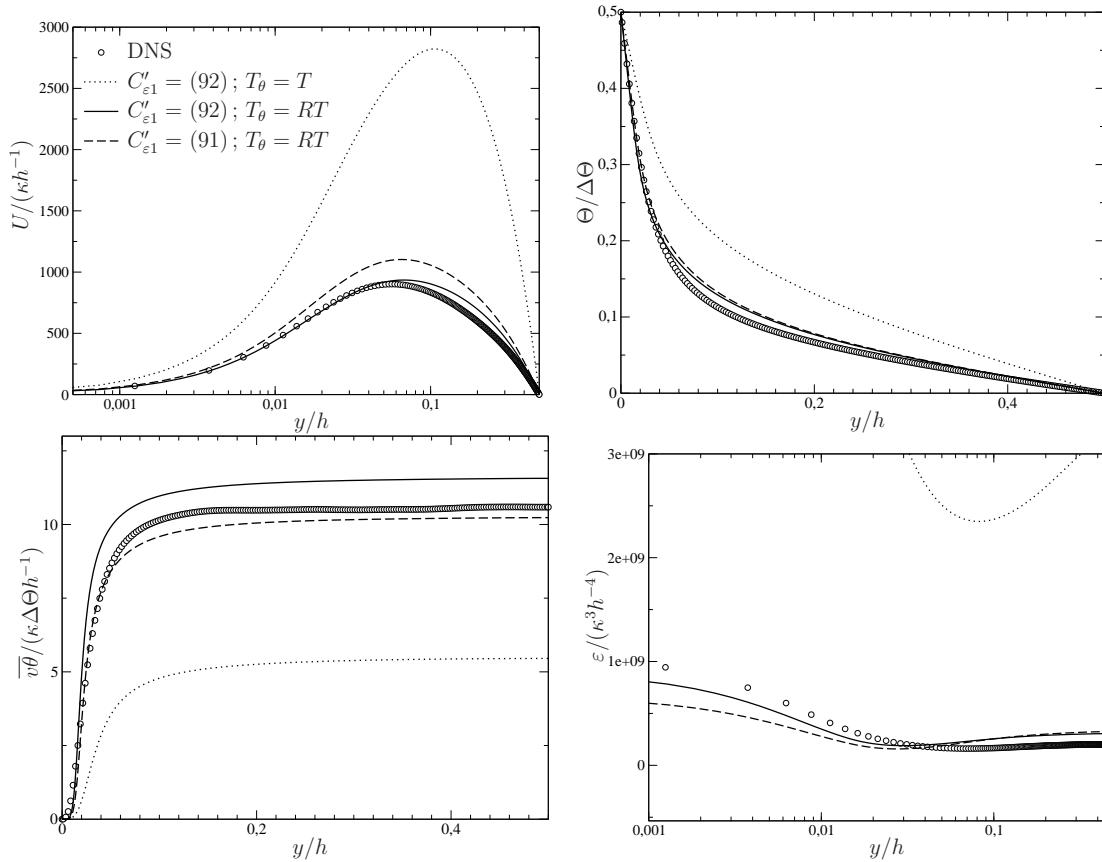


FIGURE 24 – Calculs en régime de convection naturelle [219] à $Gr = 5 \times 10^6$ et $Pr = 0,709$. Profils de vitesse moyenne, température moyenne, flux turbulent normal à la paroi et dissipation.

$$C'_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 1} \left[1 + A_1^P (1 - \alpha^3) \frac{P}{\varepsilon} \right] \quad (92)$$

Shin *et al.* [201] ont proposé d'utiliser simplement l'équation (89) avec le coefficient variable (91), mais cette pratique ne semble en rien justifiée par l'équation exacte (90) : le terme $P_{\varepsilon 3}$ étant un terme purement dynamique, le coefficient variable utilisé pour représenter son effet ne devrait s'appliquer qu'à la partie dynamique de la production. Enfin, la troisième interrogation concerne l'utilisation de la même échelle de temps dynamique T pour les deux termes P_{ε} et G_{ε} . En effet, si on peut considérer que les échelles sont les mêmes ($R = R^h$) à grand nombre de Peclet, loin des parois, nous avons vu à la section 2.5.3 que ce ratio variait en région de proche paroi.

Dès lors, de manière à lever ces interrogations, déterminer l'influence des différentes hypothèses et sélectionner le modèle qui permet de reproduire au mieux la physique, nous avons entrepris de tester, dans le cas de l'écoulement de convection naturelle entre deux plaques différentiellement chauffées [225], qui correspond au schéma de la figure 18

pour un gradient de pression nul, différentes formulations des termes de production de l'équation de ε , écrits sous la forme générale

$$P_\varepsilon + G_\varepsilon = C'_{\varepsilon 1} \frac{P}{T} + C'_{\varepsilon 3} \frac{G}{T_\theta} \quad (93)$$

Dans cette relation, le coefficient $C'_{\varepsilon 1}$ peut être donné par (91) ou par (92); le coefficient $C'_{\varepsilon 3}$ peut être égal à $C'_{\varepsilon 1}$, ou être constant (égal à $C_{\varepsilon 1}$ ou différent de $C_{\varepsilon 1}$); l'échelle de temps T_θ peut-être égale à T ou à RT , avec un R variable donné par (88). Tous les calculs ont été réalisés en utilisant le modèle EB-RSM pour les tensions de Reynolds et le modèle EB-AFM pour les flux thermiques turbulents.

Il serait fastidieux de décrire la comparaison des nombreuses possibilités testées, et la figure 24 montre simplement les résultats obtenus avec trois combinaisons illustratives. On peut voir que la première combinaison, pour laquelle l'échelle T_θ est prise égale à l'échelle dynamique T , donne de très mauvais résultats. En particulier, la dissipation ε obtenue est complètement fautive, y compris en ordre de grandeur, la valeur limite à la paroi étant surestimée d'un facteur trente. Notons que ces résultats sont très proche de ceux obtenus avec le modèle de Shin *et al.* [201], qui ne diffère que par l'utilisation d'un coefficient $C'_{\varepsilon 3}$ variable. Choi et Kim [164] n'ont pu corriger le comportement de ce modèle en convection naturelle que par une modification drastique des coefficients C_L et C_η utilisés dans le calcul de l'échelle de longueur de la pondération elliptique (coefficients ajustés selon les cas tests), qui fait que le modèle ne peut plus marcher en convection forcée.

L'utilisation de $T_\theta = R T$ a un effet spectaculaire sur la reproduction de toutes les grandeurs. On notera que ce n'est pas la prise en compte des variations du ratio R en proche paroi qui est la cause de cet effet, car l'utilisation de $R = R^h = 0,5$ donne des résultats similaires, mais simplement l'introduction de ce facteur 0,5, ce qui est équivalent à augmenter le coefficient $C'_{\varepsilon 3}$ d'un facteur deux.

On peut voir également que l'utilisation de la relation (92) donne des résultats légèrement meilleurs que l'utilisation de la relation (91). Comme, de plus, il a été constaté que (92) permet une meilleur reproduction des cas de convection forcée à très bas Reynolds (canal à $Re_\tau = 180$) et est beaucoup plus stable numériquement, c'est cette relation, associée à l'échelle de temps thermique $T_\theta = R T$ qui sera privilégiée dans les applications futures.

3 Modélisation instationnaire de la turbulence

Depuis la seconde moitié des années 1990, une multitude de méthodologies instationnaires et peu coûteuses, en comparaison à la LES, a vu le jour : VLES (Very Large-Eddy Simulation) [226], LNS (Limited Numerical Scales) [227], DES (Detached Eddy Simulation) [228], URANS (Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes) [229, 230], SDM (Semi-Deterministic Modelling) [231], OES (Organized Eddy Simulation) [232], SAS (Scale-Adaptative Simulation) [233], PANS (Partially Averaged Navier-Stokes) [234], PITM (Partially Integrated Transport Model) [235, 236], FSM (Flow Simulation Methodology) [237], Filter-based URANS [238], two-velocities hybrid RANS-LES [239]. Cette liste n'est pas exhaustive et donne un aperçu de l'intense activité de recherche dans le domaine de la modélisation instationnaire. Le point commun à la plupart de ces modèles est de partir d'un modèle RANS et de le modifier dans certaines régions sur des bases plus ou moins empiriques, éventuellement en le faisant tendre vers un modèle LES classique, pour tenter de résoudre les structures instationnaires à grande échelle. Ainsi, une partie de l'énergie est résolue tandis que l'autre partie est modélisée, de manière similaire à une LES.

La terminologie utilisée pour désigner ces approches est assez variable, et seules quelques tentatives ont été faites pour en donner une classification [123, 240, 241], ne permettant pas d'aboutir à un consensus. Pour l'instant, nous les appellerons prudemment *approches de modélisation instationnaire*, ce qui est suffisamment général pour englober un spectre de méthodes allant de l'URANS et la LES, et se rapproche de la dénomination de Fröhlich et von Terzi [241] *eddy-resolving methods*.⁷ Beaucoup de ces modèles sont souvent rangés dans la catégorie assez vague des modèles hybrides RANS/LES dans la mesure où ils utilisent certains ingrédients traditionnels de la modélisation RANS, et certains ingrédients traditionnels de la modélisation LES.

Sans chercher à dégager un consensus sur cette question, on peut néanmoins tenter ici de clarifier ce dont on va parler dans la suite. Si on admet que la LES est une approche bien connue et établie, on cherchera simplement à distinguer trois catégories parmi les approches de modélisation instationnaire moins coûteuses que la LES :

7. Cette dénomination, qui pourrait se traduire en français de manière inélégante par *méthodes à résolution de tourbillons*, a l'inconvénient d'une part d'inclure la DNS et d'autre part de s'appuyer sur le concept vague, en particulier en français, de tourbillon. En effet, dans certains écoulements, on qualifie de *tourbillons* certaines régions du champ moyen, comme le tourbillon marginal derrière une aile d'avion [242, 243] ou le tourbillon de montant de baie sur une voiture [244]. Dès lors, on pourrait penser que l'approche RANS fait partie des *méthodes à résolution de tourbillons*.

-
- Les méthodes hybrides *zonales* : il s’agit de méthodes de *couplage* entre deux simulations, dans deux domaines différents, l’un faisant de la LES, l’autre un calcul RANS. L’approche peut alors s’appuyer indépendamment sur des modèles classiques RANS et LES dans chacun des domaines. Le problème essentiel réside dans les conditions aux interfaces.
 - Les méthodes hybrides *continues* : il s’agit de modèles qui transitionnent d’un comportement RANS à un comportement LES suivant les régions, en utilisant des critères variés pour piloter cette transition, comme par exemple des comparaisons d’échelles turbulentes et de tailles de mailles. On peut ranger dans cette catégorie les approches VLES, LNS, DES, PITM, SAS, FSM, Filter-based URANS and two-velocities hybrid RANS-LES.
 - Les méthodes instationnaires non-hybrides : il s’agit d’approches qui ne sont pas basées sur l’idée d’une transition vers un comportement LES dans certaines régions, c’est-à-dire qu’elle ne fixent nulle part dans le domaine d’échelle minimale séparant les structures résolues et non-résolues. Un signe distinctif est qu’il est possible d’obtenir une convergence en maillage de la solution, ce qui n’est pas le cas des méthodes précédentes. On peut classer dans cette catégorie les approches URANS, SDM, OES et PANS. Notons que la méthode PANS, contrairement aux trois autres, permet de faire varier à volonté la partition énergie résolue/énergie modélisée, mais indépendamment de la taille des mailles (Girimaji parle d’ailleurs de *variable resolution method* [245]). Cependant, dans des travaux récents [246, 247], l’approche, toujours dénommée PANS, utilise une variation locale de cette partition d’énergie liée à la taille des mailles, ce qui fait qu’il s’agit exactement de l’approche PITM, qui fait partie approches hybrides continues.

Depuis mon recrutement au LEA, avec une forte accélération depuis 2006, mes recherches se sont donc orientées, en plus de la modélisation stationnaire, vers les approches instationnaires. La suite de ce rapport est consacrée à la présentation des travaux accomplis dans les trois catégories définies ci-dessus : génération de turbulence synthétique pour les conditions d’entrée LES ; étude de la pertinence de la modélisation URANS ; développement de la méthodologie hybride continue, selon l’approche PITM.

3.1 Génération de conditions d'entrées pour la LES en couplage zonal RANS–LES

Ce travail correspond à la thèse de Laurent Perret [248], soutenue en décembre 2004, co-encadrée avec Joël Delville et Jean-Paul Bonnet, et à celle en cours de Benoît de Laage de Meux, en collaboration avec EDF (Bruno Audebert).

3.1.1 Génération de turbulence synthétique par systèmes dynamiques

L'un des objectifs de la thèse de Laurent Perret était de développer un générateur de conditions amont instationnaires basé sur des données statistiques, en vue soit de réaliser une LES correspondant à des conditions mesurées expérimentalement (ce qui a été fait durant la thèse), soit à permettre un couplage entre un calcul entre une zone RANS en amont et une zone LES en aval.

Pour la LES, il est nécessaire de disposer, en entrée du calcul, de champs turbulents correspondant aux échelles résolues ayant une cohérence spatio-temporelle réaliste (un simple champ aléatoire ne suffit pas, obligeant à introduire dans le domaine de calcul une importante zone d'établissement de la turbulence). Ainsi, dans l'objectif de coupler un calcul RANS et un calcul LES, il est nécessaire d'être capable de générer artificiellement un champ instationnaire qui satisfasse certaines contraintes au niveau moyen (vitesses moyennes, tensions de Reynolds, cohérence spatio-temporelle, ...). La littérature concernant les méthodes de génération de condition d'entrée pour la LES est vaste, et ne sera pas détaillée ici. On pourra par exemple se reporter à la revue récente de Tabor et Baba-Ahmadi [249] pour une vue d'ensemble.

La démarche suivie au laboratoire, initiée par Druault *et al.* [250], consiste à essayer de définir des méthodes permettant de générer une turbulence synthétique à partir du minimum d'informations : ces informations sont, pour le moment, issues de bases de données expérimentales, mais l'objectif suivant serait d'arriver à se contenter des informations données par un calcul RANS. Le principe général du générateur de conditions amont mis en œuvre est résumé par la figure 25.

La première méthode utilisée durant la thèse de Laurent Perret a consisté en l'utilisation de données de PIV stéréoscopique (données non-résolues en temps). A partir du tenseur de corrélations en 2 points, il est possible d'obtenir la base POD (Proper Orthogonal Decomposition) [251] qui permet de découpler la dépendance spatiale et la

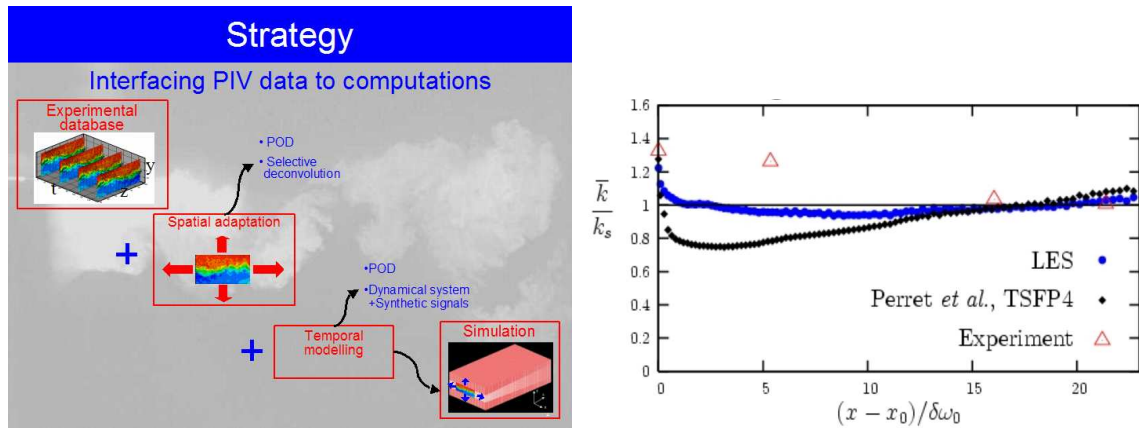


FIGURE 25 – A gauche : principe général du générateur de conditions amont pour les calculs LES. A droite : évolution de l'énergie turbulente avec le générateur aléatoire de coefficients $a^{(n)}(t)$ (losanges noirs) et le système dynamique (points bleus) pour une couche de mélange.

dépendance temporelle de la vitesse fluctuante sous la forme :

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a^{(n)}(t) \phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (94)$$

Comme la décomposition POD est définie sur un critère énergétique (les modes POD $\phi_i^{(n)}(\mathbf{x})$ constituent la base optimale pour la norme L2, c'est-à-dire qu'ils permettent d'obtenir le maximum d'énergie avec le minimum de modes), il suffit d'un nombre de modes N limité (somme de 1 à N dans l'équation 94) pour reconstituer un champ instationnaire à grande échelle tel que celui nécessaire à l'entrée d'une LES.

La connaissance du tenseur de corrélation des vitesses en deux points permet de calculer les modes POD $\phi_i^{(n)}(\mathbf{x})$, qui contiennent toute l'information sur la cohérence spatiale de l'écoulement. En revanche, la fenêtre de mesure PIV étant plus petite que le plan d'entrée du calcul LES, une procédure assez complexe d'adaptation a dû être utilisée [8] pour étendre spatialement les modes POD. L'évolution temporelle des $a^{(n)}(t)$ n'est pas donnée par l'expérience, la résolution temporelle étant insuffisante. Dans une première approche [8], ces coefficients ont simplement été générés aléatoirement, en imposant néanmoins un spectre réaliste et une variance correspondant aux valeurs propres des modes propres mesurés. Dans une seconde approche [5], les $a^{(n)}(t)$ ont été obtenus comme solution d'un système dynamique. En effet, la projection de Galerkin des équations de Navier–Stokes sur la base POD et l'introduction d'un modèle de fermeture de type viscosité turbulente pour modéliser le champ moyen en fonction du champ turbulent, permet de montrer que les coefficients $a^{(n)}(t)$ sont solution d'un système dynamique [14, 18]. L'utilisation de deux systèmes de PIV stéréoscopique, dans

le même plan, à des instants très légèrement décalés, permet de mesurer la vitesse et l'accélération à un grand nombre d'instants différents, et par projection sur la base POD les coefficients $a^{(n)}$ et leur dérivée temporelle $\partial a^{(n)}/\partial t$. Grâce à une méthode des moindres carrés, on peut alors identifier les coefficients du système dynamique. L'intégration temporelle de ce système dynamique par une simple méthode de Runge-Kutta permet alors de reconstruire une évolution temporelle très réaliste de la vitesse instantanée aux grandes échelles correspondant aux premiers modes POD. Notons qu'en pratique, seuls les 12 premiers modes POD ont pu être utilisés dans le système dynamique, les modes suivants étant trop bruités. Cependant, les modes suivants sont tout de même ajoutés pour générer le champ de vitesse en utilisant la méthode de tirage aléatoire pour leurs $a^{(n)}$.

Il est intéressant de noter que les expériences ne donnent pas directement l'évolution temporelle des coefficients $a^{(n)}$, puisque la PIV ne permet de réaliser des mesures qu'à une fréquence faible (10 Hz) : la méthode d'identification du système dynamique par moindres carrés permet donc de reconstruire la dynamique temporelle à partir de mesures instantanées décorréélées dans le temps. L'utilisation de ce système dynamique dans le générateur de conditions amont permet donc de modéliser de manière réaliste la cohérence spatio-temporelle de l'écoulement entrant. La figure 25 montre l'apport de cette méthode par rapport au tirage aléatoire des $a^{(n)}(t)$ dans le cas d'une couche de mélange spatiale : la mesure de l'efficacité des générateurs de conditions amont est ici la rapidité du rétablissement de la valeur asymptotique de l'énergie turbulente (région auto-similaire).

Cette méthode présente l'avantage et l'inconvénient d'être très sophistiquée. La turbulence générée est très réaliste, reproduisant notamment de manière très fidèle les tensions de Reynolds, les spectres et les corrélations en deux points [8]. Cependant, deux points en suspens rendent très délicat le passage à un véritable couplage RANS/LES : la modélisation d'un tenseur de corrélation en deux points (pour obtenir les modes POD) à partir d'un champ de corrélations en un point donné par le modèle RANS reste très prospective, et pourra nécessiter la résolution des tenseurs de structure [252] ; l'identification des coefficients du système dynamique nécessite pour l'instant de disposer de champs instantanés de vitesse et d'accélération.

3.1.2 Synthetic Eddy Method

Ces deux points délicats nous ont conduit, dans le cadre industriel (EDF) de la thèse de Benoît de Laage de Meux, à développer des méthodes moins sophistiquées

mais beaucoup plus faciles à appliquer en pratique. Dans un premier temps, la méthode des tourbillons synthétiques SEM (Synthetic Eddy Method) [253] est utilisée, car elle a montré des résultats prometteurs comparé à d'autres méthodes [254] et, contrairement à l'approche précédente, elle ne requière que des statistiques en un point comme paramètres d'entrée.

Dans la méthode SEM, un écoulement d'entrée spatio-temporellement cohérent est obtenu en convectant des tourbillons synthétiques dans une boîte virtuelle entourant le plan d'entrée. Plus précisément, en se basant sur une échelle intégrale de la turbulence σ et des tensions de Reynolds cibles, la SEM calcule les fluctuations de vitesse dans la boîte virtuelle comme somme des contributions de N tourbillons selon la relation

$$\tilde{u}_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\lambda=1}^N a_{ij}(\mathbf{x}) \epsilon_j^\lambda f_{\sigma(\mathbf{x})}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^\lambda) \quad (95)$$

où \mathbf{x} est un point du plan d'entrée, \mathbf{x}^λ le centre du tourbillon λ et a_{ij} la décomposition de Cholesky du tenseur de Reynolds cible. ϵ_j^λ et la fonction de forme $f_{\sigma(\mathbf{x})}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^\lambda)$ représentent le signe et l'amplitude de la contribution du tourbillon λ au point \mathbf{x} .

Comme mentionné plus haut, la qualité d'une méthode de génération de conditions d'entrée pour la LES s'évalue essentiellement par sa capacité à permettre à la LES de tendre rapidement vers un état complètement établi. Des calculs ont été réalisés en canal en couplant un calcul RANS en amont avec un calcul LES en aval (couplage de deux instances du code Saturne), les conditions d'entrée de la LES étant générées par la méthode SEM utilisant comme champs de vitesse moyenne et de tensions turbulentes les champs RANS. L'écoulement obtenu par LES, qui évolue spatialement, est alors comparé à sa limite complètement développée, obtenue par une LES périodique préalable.

Les résultats obtenus en canal en rotation, à deux taux de rotation $Ro_b = 1/6$ et $Ro_b = 0,5$, sont particulièrement intéressants. La figure 26 montre un établissement rapide des vitesses et tensions turbulentes vers les profils de LES périodique, en particulier lorsque le calcul RANS amont est réalisé avec le modèle EB-RSM plutôt qu'avec un modèle à viscosité turbulente (ici le $k-\omega$ -SST [184]).

La qualité de la représentation de l'anisotropie de la turbulence en amont du calcul LES, par le modèle RANS, a donc un effet important dans le cas en rotation, en particulier du côté en dépression du canal (côté (s), suction side). La prise en compte de l'anisotropie du calcul RANS amont dans la méthode SEM se fait à la fois par l'échelle de longueur caractéristique anisotrope des tourbillons et par la mise à l'échelle des fluctuations via le tenseur a_{ij} dans l'équation (95).

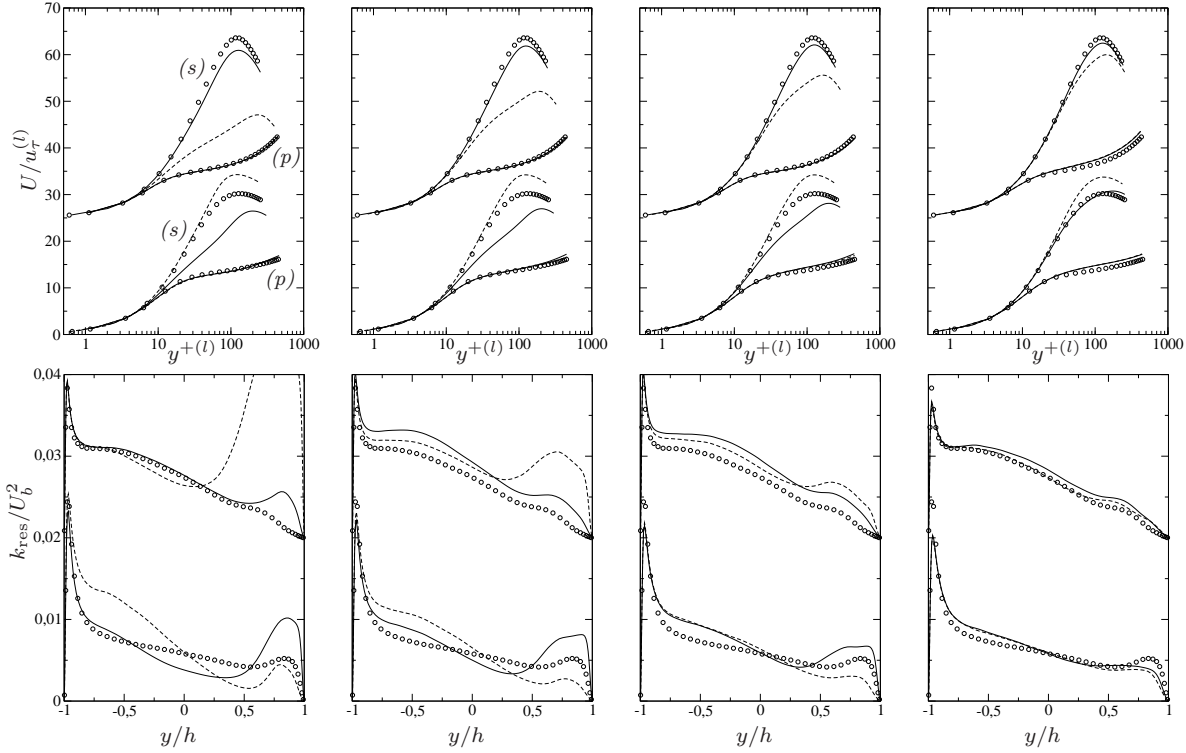


FIGURE 26 – Canal en rotation suivant l'envergure. En haut : Vitesse moyenne en unités de paroi locales (l), où (l) vaut (p) (pressure side) ou (s) (suction side). En bas : énergie cinétique résolue. De gauche à droite : $x/h = 5, 10, 15, 30$. Le nombre de Reynolds vaut $Re_b = 7000$ et deux taux de rotation, $Ro_b = 2\omega h/U_b = 1/6$ et $0,5$ sont utilisés (les profils du taux de rotation le plus élevé sont décalés vers le haut). LES périodique (symboles), LES couplée à un calcul RANS $k-\omega$ SST (lignes pointillées) ou EB-RSM (lignes continues).

3.1.3 Forçage volumique anisotrope

Une autre possibilité développée dans la thèse de B. de Laage de Meux pour générer rapidement des fluctuations réalistes au début de la zone LES est une extension de la méthode dite de *forçage contrôlé* utilisée par Spille-Kohoff et Kaltenbach [255] et Keating *et al.* [256], elle-même inspirée du forçage volumique linéaire utilisé par Lundgren [257] et Rosales et Meneveau [258] pour réaliser une turbulence isotrope forcée.

L'idée est basée sur une région de recouvrement entre les zones RANS en amont et LES en aval, dans laquelle on va chercher à imposer à la LES de satisfaire les vitesses moyennes et les tensions de Reynolds données par le calcul RANS. Pour atteindre ce but, on introduit dans l'équation de la quantité de mouvement filtrée une force volumique variable en espace et en temps $\tilde{F}_i(\mathbf{x}, t)$ dépendant linéairement de la vitesse

résolue \tilde{U}_i sous la forme⁸

$$\tilde{F}_i = A_{ij}\tilde{U}_j + B_i \quad (96)$$

où $A_{ij}(\mathbf{x})$ et $B_i(\mathbf{x})$ sont respectivement un tenseur symétrique et un vecteur dont on précisera plus loin le mode d'évaluation.

Le forçage linéaire de Lundgren [257], utilisé dans un autre contexte, pour générer une turbulence homogène isotrope stationnaire, s'écrit

$$\tilde{F}_i = \tilde{f}_i = Q\tilde{u}_i = \frac{3}{2}\frac{\varepsilon}{k}\tilde{u}_i \quad (97)$$

ce qui correspond, sous la forme (96), à $A_{ij} = Q\delta_{ij}$ et $B_i = -QU_i$, où, dans le cas d'une turbulence homogène, la vitesse moyenne U_i est nulle.

Dans la méthode dite de *forçage contrôlé* [255, 256], appliquée dans le cas d'un canal, des fluctuations de vitesse sont générées dans la direction normale à la paroi de manière à atteindre un niveau cible de tension de cisaillement moyenne \overline{uv} , en introduisant une force uniquement sur la quantité de mouvement normale à la paroi, de la forme $\tilde{F}_2 = \tilde{f}_2 = r\tilde{u}_1$, ce qui, sous la forme (96), s'écrit

$$A_{ij} = Q\delta_{i2}\delta_{j1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (98)$$

$$B_i = -Q\delta_{i2}\delta_{j1}U_j \quad (99)$$

où Q est proportionnel à l'intégrale temporelle de l'écart entre la tension de cisaillement calculée et la tension cible. Notons que cette erreur est évaluée uniquement dans certains plan dits *de contrôle* et que la force n'est appliquée que « dans ces plans ».⁹

Nous allons voir que cette méthode peut se généraliser, grâce à l'écriture sous la forme (96), de manière à imposer l'ensemble du tenseur de Reynolds, ainsi que le champ de vitesse moyenne. En décomposant la force en partie moyenne et partie fluctuante

$$\tilde{F}_i = F_i + \tilde{f}_i = (A_{ij}U_j + B_i) + A_{ij}\tilde{u}_j \quad (100)$$

il est facile de montrer que seule la force moyenne F_i intervient dans l'équation de la vitesse moyenne et que dans l'équation de transport des tensions résolues, un terme de

8. Par soucis de clarté, on applique à cette force les mêmes notations qu'à la vitesse. La force introduite dans l'équation de quantité de mouvement filtrée se voit donc affublée de la notation réservée aux variables filtrées $\tilde{\mathbf{F}}$, et sera décomposée en partie moyenne \mathbf{F} (proportionnelle à la vitesse moyenne \mathbf{U}) et partie fluctuante $\tilde{\mathbf{f}}$ (proportionnelle à la vitesse fluctuante résolue $\tilde{\mathbf{u}}$).

9. Il faut certainement comprendre *dans une zone de petite dimension entourant ces plans*.

production supplémentaire apparaît, de la forme

$$P_{ij}^f = \overline{\tilde{u}_i \tilde{f}_j} + \overline{\tilde{u}_j \tilde{f}_i} = A_{jk} \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_k} + A_{ik} \overline{\tilde{u}_j \tilde{u}_k} \quad (101)$$

Le forçage linéaire de Lundgren impose donc $P_{ij}^f = 2Q \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}$, qui, en turbulence isotrope, se réduit à $P^f \delta_{ij} = 2Q \tilde{k} \delta_{ij}$, où \tilde{k} est l'énergie turbulente résolue $\tilde{k} = \frac{1}{2} \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_i}$. Le forçage contrôlé donne quant à lui $P_{12}^f = P_{21}^f = Q \overline{\tilde{u} \tilde{u}}$, $P_{22}^f = 2Q \overline{\tilde{u} \tilde{v}}$ et toutes les autres composantes sont nulles.

Pour forcer la vitesse moyenne du calcul LES à atteindre une valeur cible donnée par exemple par un calcul RANS, il suffit alors d'imposer une force moyenne de la forme

$$A_{ik} U_k + B_i = \frac{1}{\tau_U} (U_i^{\text{cible}} - U_i) \quad (102)$$

et, de même, on peut forcer toutes les composantes des tensions résolues à atteindre les valeurs cibles si

$$A_{jk} \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_k} + A_{ik} \overline{\tilde{u}_j \tilde{u}_k} = \frac{1}{\tau_R} (\overline{u_i u_j}^{\text{cible}} - \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}) \quad (103)$$

Les échelles de temps τ_U et τ_R permettent de contrôler l'intensité du forçage. Il est à noter que, si on dispose de tensions de Reynolds issues d'un calcul RANS, les valeurs cibles seront

$$\overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}^{\text{cible}} = \overline{u_i u_j}^{\text{RANS}} - \overline{\tau_{ij}} \quad (104)$$

où τ_{ij} représente les tensions de sous-maille. Beaucoup de modèles LES, basés sur une viscosité de sous-maille [259, 260, 261], ne calculant que la partie déviatorique du tenseur de sous-maille, on peut se heurter alors à un problème d'évaluation de τ_{ij} . La solution la plus rapide et la moins élégante consiste alors à négliger la contribution de sous-maille dans (104). Connaissant les valeurs cibles et les valeurs données à l'itération courante par la LES, il suffit en chaque point d'inverser le système de 9 équations indépendantes (102) et (103) pour trouver les 9 inconnues A_{ij} et B_i .

Le forçage (96) permet alors, dans une zone de recouvrement entre RANS et LES, de générer rapidement des fluctuations telles que le champ résolu de la LES satisfassent les mêmes vitesses moyennes et tensions de Reynolds que la solution RANS en amont. Cette méthode s'est avérée très simple à mettre en œuvre et assez efficace, permettant d'atteindre une LES développée plus rapidement que la méthode SEM, avec un contenu spectral assez satisfaisant. D'ailleurs, en turbulence homogène isotrope, la méthode dégénère vers celle de Lundgren [257], et Rosales et Meneveau [258] ont montré que le contenu spectral et les corrélations en deux points engendrés par ce forçage linéaire étaient meilleurs que ceux obtenus par forçage classique aléatoire sur une bande de

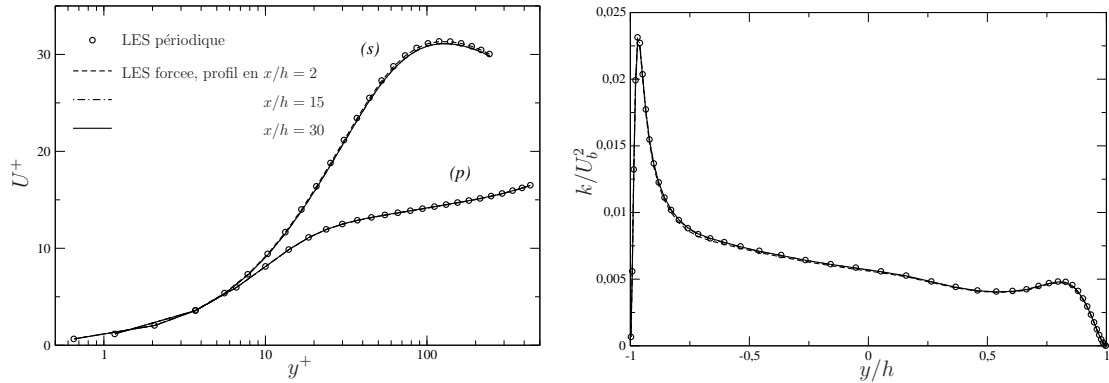


FIGURE 27 – Vitesse moyenne du côté en pression (p) et en dépression (s) (gauche) et énergie cinétique turbulente résolue (droite). $Re_b = 7000$, $Ro_b = 1/6$.

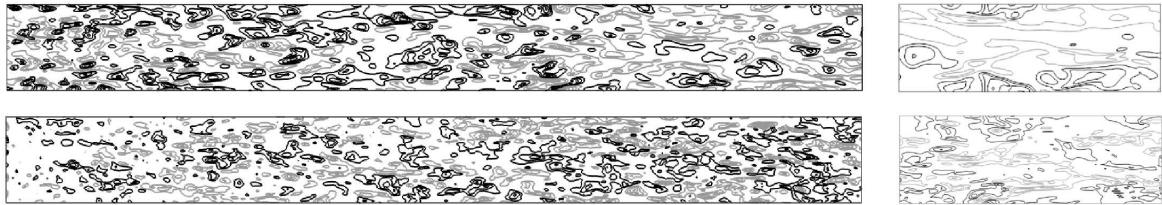


FIGURE 28 – Même cas que figure 27. Isocontours de vitesse fluctuante longitudinale. En haut : côté en pression ($y/h = 0,8$); en bas : côté en dépression ($y/h = -0,8$). À gauche : LES forcée; À droite : LES périodique.

fréquence. Le forçage (96) présente de plus l'avantage, par rapport à celui proposé par Spille-Kohoff et Kaltenbach [255], de satisfaire l'ensemble des tensions de Reynolds et pas seulement la tension de cisaillement.

Les figures 27 et 28 montrent des exemples de résultats obtenus en canal tournant à nombre de Reynolds $Re_b = 7000$ et taux de rotation $Ro_b = 1/6$. Les profils cibles $U_i^{\text{cible}}(y)$ et $\widetilde{u_i u_j}^{\text{cible}}(y)$ sont obtenus ici en réalisant une LES périodique au préalable, dans laquelle la turbulence est donc pleinement développée. En entrée du domaine, la condition aux limites est simplement $\widetilde{\mathbf{U}} = \mathbf{U}^{\text{cible}}$, sans aucune fluctuations de vitesse ajoutées. Dans ce test, le forçage est appliqué dans tout le domaine LES. On observe que les moments de la LES forcée s'ajustent très rapidement sur ceux de la LES pleinement développée (figure 27). La visualisation de la figure 28 indique en outre que les structures turbulentes dans la zone de forçage sont similaires à celles qu'on observe pour la LES périodique. Des travaux sont en cours pour examiner de manière plus poussée les performances de cette approche, en termes de rapidité de l'établissement de l'état développé de la simulation LES, et de réalisme de la turbulence générée au début de la

zone de forçage.

3.2 Extension à la génération de fluctuations de température

L'un des objectifs de la thèse de Benoît de Laage de Meux, dans le cadre des applications intéressant EDF, est d'étendre ces méthodes de génération de turbulence synthétique et de couplage zonal RANS-LES aux écoulements avec transferts thermiques. Une des méthodes possibles est de considérer, en particulier dans les cas de convection forcée, que la génération d'une turbulence dynamique réaliste sera suffisante et que, notamment à grande échelle, les fluctuations de température apparaîtront naturellement grâce à la convection par le champ de vitesse. Cependant, il est assez simple d'étendre deux des méthodes précédentes pour générer également des fluctuations de température.

3.2.1 Thermal Synthetic Eddy Method

Une première idée pour générer des fluctuations de la température résolue $\tilde{\theta}$ est d'appliquer une méthode SEM en tout point identique à celle utilisée pour la vitesse, qui s'écrit alors

$$\tilde{\theta}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\lambda=1}^N \sqrt{\tilde{\theta}^2} \epsilon_j^\lambda f_{\sigma\theta}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^\lambda), \quad (105)$$

Cependant, cette méthode ne permet de générer que des fluctuations de températures qui satisfont une variance de température donnée, mais pas les corrélations vitesse-température.

Pour imposer ces dernières, il est possible d'étendre la méthode SEM utilisée pour générer un vecteur vitesse au cas d'un vecteur en quatre dimension, en définissant simplement une quatrième composante de vitesse par

$$\tilde{u}_4 = \frac{U_{\text{ref}}}{\Theta_{\text{ref}}} \tilde{\theta} \quad (106)$$

où U_{ref} et Θ_{ref} sont une vitesse et une température de référence arbitraires. Le tenseur en dimension quatre $\mathbf{R} = \overline{\tilde{\mathbf{u}} \otimes \tilde{\mathbf{u}}}$ est symétrique, et admet donc, comme son homologue en dimension trois, une décomposition de Cholesky $\mathbf{R} = \mathbf{a}\mathbf{a}^T$, de sorte que la méthode SEM peut facilement être étendue à

$$\tilde{u}_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\lambda=1}^N \sum_{j=1}^4 a_{ij}(\mathbf{x}) \epsilon_j^\lambda f_{\sigma(\mathbf{x})}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^\lambda), \quad (107)$$

dans laquelle on a explicité la sommation sur j de 1 à 4, qui est la seule différence avec l'équation (95).

La méthode étendue en dimension quatre, appelée T-SEM (Thermal-SEM) satisfait toujours l'ensemble des moments d'ordre 2, de telle sorte qu'on impose ainsi à la fois la variance $\overline{\tilde{\theta}^2} = \Theta_{\text{ref}}^2 U_{\text{ref}}^{-2} \overline{\tilde{u}_4^2}$ et les flux thermiques turbulents $\overline{\tilde{u}_i \tilde{\theta}} = \Theta_{\text{ref}} U_{\text{ref}}^{-1} \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_4}$ ($i \neq 4$). Comme elle génère le champ de vitesse et le champ de température à l'aide du même ensemble de structures spatiales synthétiques, les échelles de longueur imposées aux champs de vitesse et de température sont les mêmes, ce qui suggère un champ de température simplement convecté par le champ de vitesse. Ce mécanisme est cependant compatible avec un grand nombre de situations rencontrées dans la pratique, pour lesquelles les nombres de Prandtl ne sont pas très petits devant l'unité, de telle sorte que le champ de température aux échelles résolues par la LES n'est pas dominé par les effets diffusifs.

Des premiers tests ont été réalisés dans le cas de convection forcée dans un canal de Abe *et al.* [215], déjà présenté dans le cadre de la modélisation RANS à la section 2.5 et décrit sur la figure 17. La comparaison, figure 29, est basée ici sur l'évaluation de l'erreur en norme L1 obtenue pour le flux thermique turbulent normal à la paroi et la variance de température, en considérant que la solution de référence est la LES périodique. On peut voir que la comparaison entre la T-SEM et la SEM uniquement utilisée pour la dynamique et un bruit blanc ajouté pour la fluctuation de température est nettement à l'avantage de la T-SEM, qui réduit considérablement l'erreur dès la position $x = 5h$. Cependant, on voit que l'erreur reste à des valeurs significatives, l'établissement de la solution vers la solution de référence requérant, pour les deux approches, un domaine plus long que $30h$.

3.2.2 Forçage volumique

En suivant un raisonnement analogue au cas plus simple du forçage volumique de l'équation de la quantité de mouvement seule, on peut introduire dans l'équation de l'énergie une source volumique de chaleur $\tilde{Q}(\mathbf{x}, t)$, de la forme

$$\tilde{Q} = \alpha_i \tilde{U}_i + \beta \tilde{\Theta} + \gamma \quad (108)$$

où $\alpha(\mathbf{x})$, $\beta(\mathbf{x})$ et $\gamma(\mathbf{x})$ sont un vecteur et deux scalaires à définir. La décomposition en partie moyenne Q et fluctuante \tilde{q} et quelques manipulations algébriques simples permettent de montrer que l'association de cette source volumique de chaleur avec la

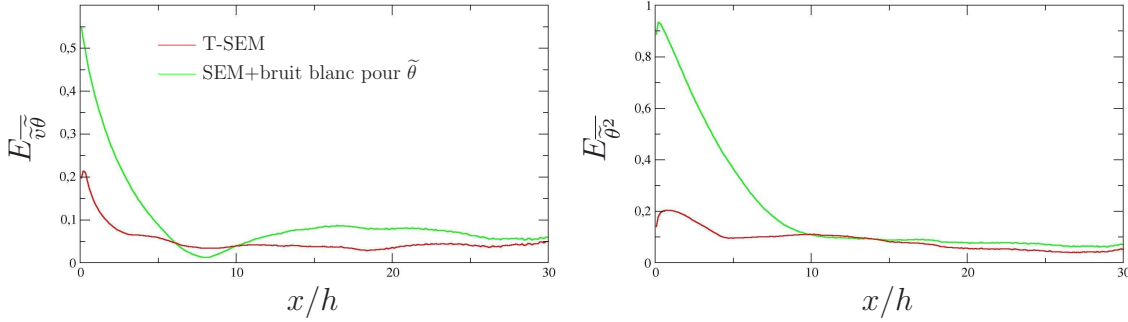


FIGURE 29 – Canal en convection forcée. Erreur en norme L1 par rapport à une LES périodique sur le flux thermique turbulent normal à la paroi et la variance de température (variables résolues).

force (96) dans l'équation de quantité de mouvement fait apparaître les termes sources suivant dans les équations :

- Équation de la température moyenne Θ :

$$\alpha_i U_i + \beta \Theta + \gamma \quad (109)$$

- Équation de la variance de température $\overline{\tilde{\theta}^2}$:

$$2\alpha_i \overline{\tilde{u}_i \tilde{\theta}} + 2\beta \overline{\tilde{\theta}^2} \quad (110)$$

- Équation des flux thermiques turbulents $\overline{\tilde{u}_i \tilde{\theta}}$:

$$\alpha_j \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} + (A_{ij} + \beta \delta_{ij}) \overline{\tilde{u}_j \tilde{\theta}} \quad (111)$$

On voit donc que cette méthode permet, en théorie, d'imposer un forçage de toutes ces quantités à la fois, en résolvant, de manière similaire au cas du forçage dynamique simple, le système de 5 équations

$$\alpha_i U_i + \beta \Theta + \gamma = \frac{1}{\tau_\theta} (\Theta^{\text{cible}} - \Theta) \quad (112)$$

$$2\alpha_i \overline{\tilde{u}_i \tilde{\theta}} + 2\beta \overline{\tilde{\theta}^2} = \frac{1}{\tau_\theta} \left(\overline{\tilde{\theta}^2}^{\text{cible}} - \overline{\tilde{\theta}^2} \right) \quad (113)$$

$$\alpha_j \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} + (A_{ij} + \beta \delta_{ij}) \overline{\tilde{u}_j \tilde{\theta}} = \frac{1}{\tau_\theta} \left(\overline{\tilde{u}_i \tilde{\theta}}^{\text{cible}} - \overline{\tilde{u}_i \tilde{\theta}} \right) \quad (114)$$

pour les 5 inconnues α_i , β et γ . Notons qu'on s'est placé ici dans un cadre de convection forcée, sans influence de la thermique sur la dynamique, mais que rien n'interdit d'étendre cette méthode en introduisant par exemple dans la force volumique dans l'équation de quantité de mouvement un terme *de type flottabilité* sous la forme $C_i \tilde{\Theta}$.

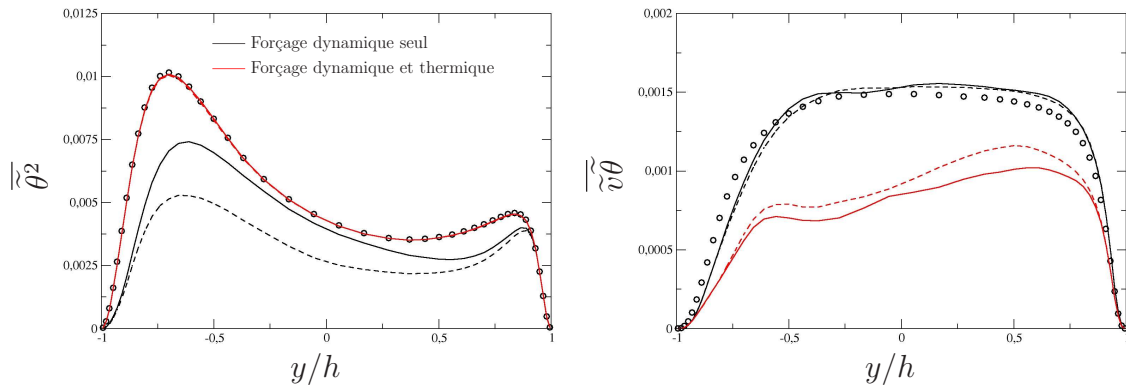


FIGURE 30 – Canal en convection mixte. Comparaison avec une LES périodique aux positions $x = 15h$ (---) et $x = 30h$ (—) des profils obtenus avec forçage dynamique uniquement (équation 96) et avec forçage dynamique et thermique (équation 96+108).

Malheureusement, les premiers tests, en canal en convection forcée ou en convection mixte, ont fait apparaître des problèmes liés à l'inversion du système (112–113–114), ce qui va nécessiter dans l'avenir une analyse plus approfondie. Pour néanmoins tester l'efficacité de ce type de forçage par terme source volumique de chaleur, nous avons simplifié la méthode, en supprimant simplement le couplage avec le champ de vitesse, ce qui revient à poser $\alpha_i = 0$. Le système de deux équations (112–113) est alors résolu pour trouver les deux inconnues β et γ .

Les résultats préliminaires obtenus dans le cas du canal en convection mixte de Kasagi et Nishimura [216], décrit sur la figure 18, présentés sur la figure 30, montrent des résultats mitigés quant à l'utilisation de ce forçage. On notera ici que le forçage est appliqué dans tout le domaine, de $x/h = 0$ à $x/h = 30$. Si l'établissement de la variance de température est effectivement très significativement accéléré par rapport au cas où seul le forçage dynamique est appliqué, on constate en revanche une très nette dégradation du flux thermique turbulent normal à la paroi. Il apparaît donc clairement que le forçage thermique, qui impose les bons profils de température moyenne et de variance de température, détruit la corrélation entre vitesse–température. Il apparaît donc dangereux de forcer la variance sans forcer en même temps la corrélation, et par conséquent, la compréhension des problèmes liés à l'inversion du système complet (112–113–114) sera un objectif pour l'avenir.

3.3 Étude de la pertinence des simulations URANS

Depuis le début des années 90, on assiste à un fort développement des études instationnaires réalisées avec des modèles RANS classiques (approche URANS). La littérature étant assez vaste sur ce sujet, nous citerons ici quelques exemples parmi les plus représentatifs : Lasher et Taulbee [262], Durbin [263], Bosch et Rodi [230], Kenjereš et Hanjalić [198], Kenjereš *et al.* [264], Iaccarino *et al.* [229], Wegner *et al.* [265], Lardeau et Leschziner [266], Thiery et Coustols [267], Shur *et al.* [268], Revell *et al.* [269], Kim *et al.* [270], Al-Sharif *et al.* [271].

La question de la légitimité de l'URANS dans certaines situations est l'objet de débats, sur lesquels nous ne nous appesantirons pas. Pour résumer, la base de la modélisation statistique de la turbulence étant d'assimiler les grandeurs physiques vitesse, pression et température comme des variables aléatoires, et leur évolution dans le temps comme des réalisations d'un processus stochastique [117, 134], il est évident que pour des situations dans lesquelles les conditions aux limites varient en fonction du temps, l'ensemble des moments de ces variables aléatoires sont dépendants du temps. Le terme URANS (Unsteady-RANS), ne désigne dans ce contexte que l'application de la méthode RANS à un processus stochastique instationnaire, et ne pose pas de problème philosophique. En revanche, le cas où les conditions aux limites sont indépendantes du temps, comme dans le cas d'un écoulement à vitesse incidente fixe autour d'un obstacle fixe, peut être envisagé de deux manières différentes :

- soit on considère qu'il s'agit d'un cas de processus stochastique stationnaire, c'est-à-dire dont les moments sont indépendants du temps ; dans ce cas, URANS qualifie des simulations réalisées en utilisant les équations d'un modèle RANS dans lesquelles les termes de dérivées temporelles ont été ajoutés de manière artificielle ;
- soit on considère qu'il existe une composante déterministe dans l'écoulement (par exemple un lâcher tourbillonnaire périodique) et une composante aléatoire, et donc que le processus stochastique n'est pas stationnaire (mais par exemple cyclostationnaire dans le cas d'un lâcher périodique), et dans ce cas l'URANS est encore équivalent au RANS. Cette hypothèse séduisante est cependant difficile à valider expérimentalement.

Si on laisse de côté ces questions philosophiques (néanmoins importantes), il reste un important problème de modélisation : la turbulence (la partie de l'écoulement représentée par le modèle) n'est plus en équilibre ou en proche équilibre, car elle est soumise en permanence à un champ de déformation instationnaire. On peut alors s'attendre à ce que les modèles RANS classiques ne marchent pas très bien dans ce contexte insta-

tionnaire, sauf dans le cas où les temps caractéristiques des variations du champ résolu sont grands devant le temps de retournement des grandes structures turbulentes (par exemple, des variations diurnes [264]). Des modèles spécifiques peuvent alors être proposés pour prendre en compte ce déséquilibre, comme des modèles à plusieurs échelles [270, 272, 273, 274] ou prenant en compte le désalignement entre les tenseurs de Reynolds et de déformation [231, 269, 270, 275].

Les simulations URANS, utilisant des modèle RANS classiques, sont néanmoins devenues assez populaires dans le milieu industriel, pour trois raisons bien précises :

- La première est un peu inavouable : de nombreux calculs stationnaires ne convergent pas, car le modèle cherche à donner une solution instationnaire. Il est alors plus facile de réaliser un calcul instationnaire et de le moyennner dans le temps pour obtenir les grandeurs moyennes.
- Ces simulations ont gagné une bonne réputation grâce aux premières publications qui ont montré une reproduction correcte des fréquences de lâcher tourbillonnaire dans les cas de zones cisailées décollées [262] et de sillages de cylindres [230, 263].
- Dans les cas où on est capable d’obtenir soit une solution stationnaire, soit une solution instationnaire suivant la méthode numérique employée, on s’aperçoit le plus souvent que la solution instationnaire moyennée dans le temps est bien meilleure que la solution stationnaire [229, 263].

Dans le cadre des thèses de S. Carpy, d’A. Fadai-Ghotbi et de Y. Lecocq, avant de nous consacrer à la modélisation hybride RANS/LES, nous nous sommes dans un premier temps attachés à cette question de la validité des modèles et de la représentativité physique des solutions obtenues. Une série de résultats intéressants et parfois en apparence contradictoires ont été obtenus.

3.3.1 Écoulement à périodicité imposée : cas du jet synthétique

Des calculs ont été réalisés dans le cas de l’écoulement bidimensionnel en moyenne d’un jet synthétique débouchant d’une fente dans un fluide au repos. Les modèles utilisés étaient des modèles standards, le $k-\varepsilon$ [276, 277, 278, 279] et le modèle au second ordre Rotta+IP [146]. Le but de ce travail était donc d’étudier la capacité de ces modèles standards à fermer les équations de Navier–Stokes moyennées en phase, puisque dans ce cas il existe une périodicité imposée par les conditions aux limites. Les résultats sont comparés avec les expériences de Yao *et al.* [280] dans le cadre du workshop organisé par NASA Langley en 2004 [281]. La comparaison des performances des modèles avec les données expérimentales montrent que l’évolution de la paire de

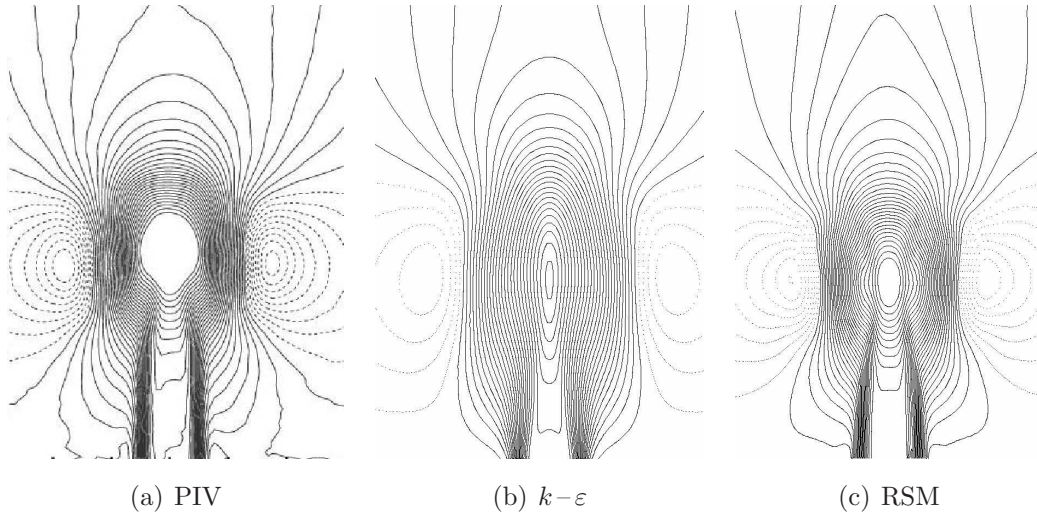


FIGURE 31 – Isocontours de la vitesse moyenne (moyenne de phase) verticale \tilde{V} à la phase 90° (soufflage). Lignes pointillées = isocontours négatifs.

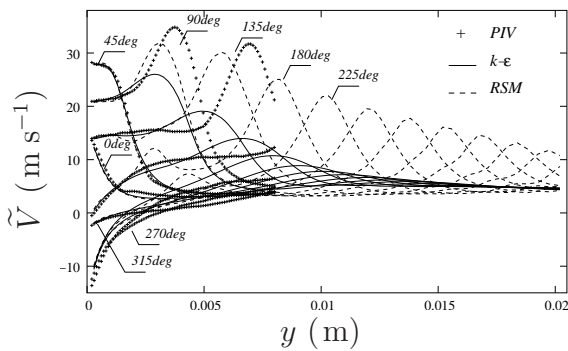


FIGURE 32 – Comparaison des profils de vitesse moyenne (moyenne de phase) verticale \tilde{V} dans le plan de symétrie à différentes phases.

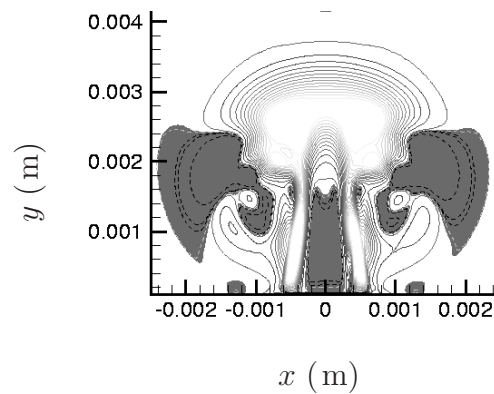


FIGURE 33 – Phase 90° (décroissance de la vitesse de soufflage). Lien entre les isocontours de production (lignes pointillées = isocontours négatifs) et régions où $\theta > 45^\circ$ (régions grisées).

tourbillons générée à chaque cycle n'est pas correctement reproduite par le modèle $k-\varepsilon$, tandis que le modèle au second ordre donne des résultats beaucoup plus réaliste, comme on peut le voir par exemple en comparant les champs de vitesse moyennée en phase sur la figure 31, et surtout les profils de vitesse sur l'axe de symétrie sur la figure 32. Sur cette dernière figure, on voit clairement que le modèle $k-\varepsilon$ conduit à une rapide diminution du maximum de vitesse sur l'axe en fonction de la phase, qui traduit une forte surestimation du transfert d'énergie de l'écoulement moyenné en phase vers l'écoulement modélisé. Ceci va à l'encontre des conclusions tirées à l'issue du workshop [281], basées uniquement sur l'analyse des champs moyennés en temps, ce qui montre l'importance d'une analyse instationnaire dans ce type de cas. Cependant, certaines caractéristiques ne sont pas très bien reproduites par le modèle au second ordre, en particulier la vitesse de convection de la paire de tourbillons, ce qui se traduit par un décalage des positions des pics de vitesse sur la figure 32.

L'analyse détaillée montre que la dynamique de ces tourbillons est essentiellement inviscide dans la phase initiale de soufflage, durant laquelle la turbulence n'est pas pleinement développée. Il est alors important que le modèle de turbulence ne prédise pas de manière erronée un taux de turbulence élevé. En particulier, on peut montrer que durant la phase de décélération de la vitesse de soufflage, une région de production négative apparaît (figure 33) qui ne peut évidemment pas être reproduite par le modèle $k-\varepsilon$.

La surestimation du transfert d'énergie de l'écoulement moyen vers l'écoulement modélisé par le modèle $k-\varepsilon$ est une conséquence directe du défaut bien connu de ces modèles, qui consiste à supposer la proportionnalité entre le tenseur d'anisotropie et le tenseur de déformation. Lorsque la déformation est instationnaire, avec une fréquence suffisamment élevée, la turbulence n'a pas le temps de s'adapter et il existe un déphasage permanent entre les axes propres de ces tenseurs. On peut montrer que la production turbulente est une fonction de l'angle θ entre les axes propres des deux tenseurs :

$$P = k \mathbf{a} : \mathbf{S} = k\beta(\lambda_1 - \lambda_2) \cos(2\theta)$$

où (λ_1, λ_2) et $(-\beta, \beta)$ sont les couples de valeurs propres des tenseurs d'anisotropie \mathbf{a} et de déformation \mathbf{S} dans le plan de la déformation, et θ est l'angle entre les axes propres des deux tenseurs. La figure 33 montre les isocontours de l'angle θ donné par le modèle au second ordre, et la coïncidence (analytiquement évidente) des régions de production négative avec les régions où $\theta > 45^\circ$. Il apparaît alors clairement que les modèles à viscosité turbulente constante, qui impliquent l'alignement entre les axes propres ($\theta = 0$), surestiment d'autant la production que le déphasage réel entre les

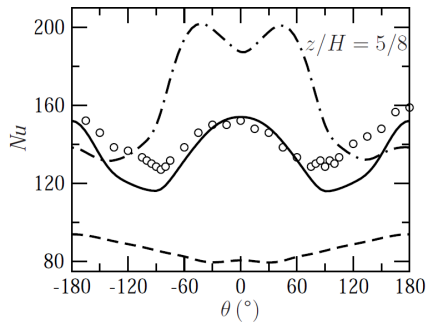


FIGURE 34 – Répartition azimuthale du Nusselt à la hauteur $z/H = 5/8$ pour le cas $U_b = 1 \text{ m s}^{-1}$ et $\phi = 600 \text{ W m}^{-2}$. Comparaison entre — $k-\omega$ -SST (URANS); ---- SSG (URANS); -.-.- LES.

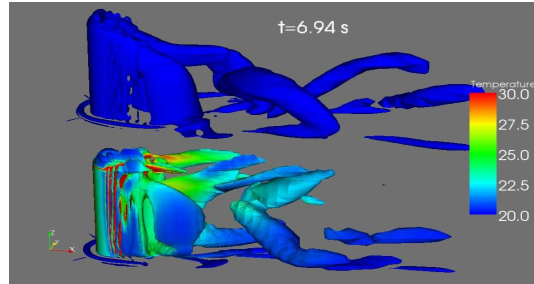


FIGURE 35 – Comparaison entre le cas isotherme ($\phi = 0$) et le cas $\phi = 850 \text{ W m}^{-2}$. Isocontours de critère Q instantanés colorés par la température.

tenseurs est important, c'est-à-dire d'autant plus que l'instationnarité écarte la turbulence de l'état d'équilibre. La conséquence est un niveau de turbulence trop élevé qui diffuse la vorticité très rapidement, conduisant à une très mauvaise prédiction de la dynamique de l'écoulement. Avec le modèle au second ordre, dans lequel la production ne nécessite pas de modélisation, le d ephaseage est naturellement pris en compte et la dynamique instationnaire est reproduite de manière beaucoup plus réaliste, notamment en ce qui concerne l'intensité et la pénétration des tourbillons dans le fluide au repos. Ces résultats et leur analyse détaillée sont disponibles dans l'article [7].

3.3.2 Écoulement autour d'un obstacle fixe : cas d'un cylindre chauff e mont e en paroi

La thèse CIFRE EDF de Y. Lecocq a été en partie consacrée aux problèmes de refroidissement de fûts de déchets nucléaire dans les halls d'entrepotage. L'un des buts de la thèse était de réaliser des calculs 3D d'une configuration simplifiée, l'écoulement autour d'un cylindre chauff e posé sur une paroi, avec l'approche URANS, de manière à identifier jusqu'où ce type de modèles était fiable dans la reproduction de la dynamique à grande échelle et de l'influence des paramètres (vitesse de l'écoulement et puissance thermique dégagée par le cylindre) sur cette dynamique et sur les échanges thermiques. Des données expérimentales ont été fournies par le CEA Grenoble et le LEA pour quelques configurations de réference.

Les phénomènes physiques en jeu sont d'une grande complexité (cf. figure 35) : l'écoulement, suivant le rapport d'aspect du cylindre, résulte d'une interaction complexe entre lâchers de Kármán, tourbillons marginaux et effets de sol (tourbillon en fer à cheval, notamment) ; les paramètres du problème sont tels qu'on se situe en général en régime de convection mixte, voire de convection naturelle dans certaines zones.

Les calculs ont été menés avec un des modèles disponibles dans le code Saturne (modèle $k-\omega$ -SST, avec modélisation des flux thermiques turbulents par gradient simple), qui donne des résultats globalement très acceptables sur ce cas. La figure 34, présentée au congrès ASME 2008 [42], montre notamment l'importance pour la prédiction des transferts thermiques à la paroi de ne pas utiliser de lois de paroi. En effet, on pourrait s'attendre à ce que le modèle au second ordre SSG, et a fortiori la LES, donnent des résultats meilleurs que le $k-\omega$ -SST : cependant, leurs résultats sont très affectés par l'utilisation de lois de paroi dans les deux cas.

La figure 35 montre un résultat assez étonnant et en contradiction avec beaucoup de résultats de la littérature : la solution URANS présente des structures cohérentes d'une grande richesse, alors que beaucoup de simulations URANS ne montrent que des structures quasi-périodiques. De plus, on observe dans les simulations présentées sur la figure 35 l'ensemble des structures cohérentes mentionnées dans les études expérimentales et numériques portant sur les cylindres de hauteur finie montés en paroi, par exemple [282, 283, 284, 285] : tourbillons en fer à cheval, tourbillons de Kelvin-Helmholtz, tourbillons de Kármán, tourbillons marginaux, tourbillons *tornado-like*, tourbillons de sillage. Un des résultats les plus intéressants est l'apparition sur la figure 35, entre le cas isotherme et le cas chauffé, d'une paire de tourbillons au dessus des tourbillons marginaux, qui sont générés par les effets de flottabilité. Ces tourbillons n'ont jamais été observé précédemment, et il est fort probable qu'ils existent réellement mais n'ont pas été vus dans les expériences du CEA, car il n'y a pas eu de mesures PIV dans des plans perpendiculaires à l'écoulement : nous avons choisi de nommer ces tourbillons *tourbillons de flottabilité*, ou *buoyancy-induced vortices*.

Ces résultats semblent venir contredire ceux décrits précédemment, obtenus dans le cas du jet synthétique, dans la mesure où le modèle $k-\omega$ -SST est un modèle à viscosité turbulence linéaire, équivalent au $k-\varepsilon$ loin des parois. Il est cependant important de rappeler que les points analysés dans le cas du sillage de cylindre fini sont uniquement les profils de Nusselt moyens et la description *qualitatives* des grandes structures tourbillonnaires. Une analyse plus détaillée de l'évolution instationnaire de ces structures ferait certainement ressortir les mêmes défauts que dans le cas du jet synthétique. On

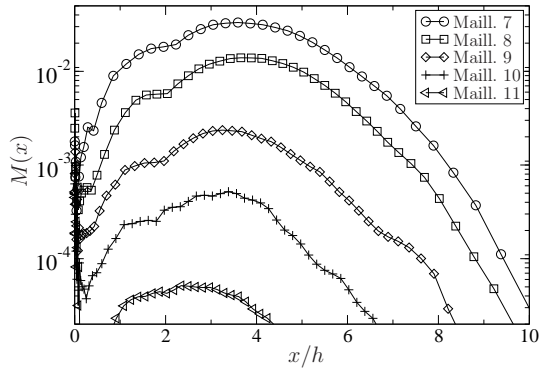


FIGURE 36 – Valeur maximale $M(x)$ du rapport énergie résolue/énergie modélisée en fonction de la position longitudinale.

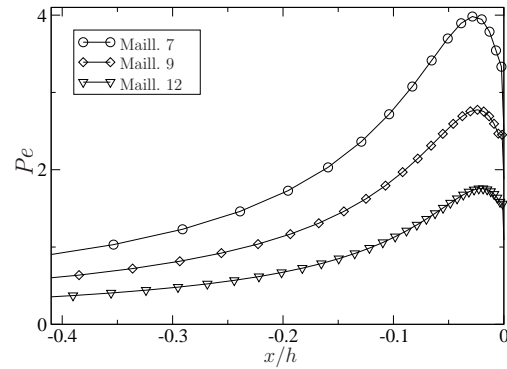


FIGURE 37 – Évolution longitudinale en amont de la marche du nombre de Peclet local à la position $y^+ = 15$.

voit cependant que l'approche URANS peut répondre, jusqu'à un certain point, à des besoins industriels, même avec des modèles RANS classiques, en gardant à l'esprit les limitations de cette approche.

3.3.3 Écoulement cisailé décollé : cas de la marche descendante

La première partie de la thèse d'A. Fadai-Ghotbi a été consacrée à l'évaluation de la méthode URANS dans le cas d'une marche descendante. Il s'est avéré, de manière surprenante, que la solution obtenue était exagérément dépendante de la discrétisation, et que les effets observés par raffinement de maillage étaient à première vue incompatibles avec les conclusions de Lasher et Taulbee [262], qui obtenaient une solution stationnaire sur maillage grossier, et instationnaire sur maillage plus fin. Comme le montre la figure 36, l'énergie contenue dans le champ résolu décroît avec le raffinement du maillage (on remarquera que les moyens de calcul ayant fortement évolué en 15 ans, notre maillage grossier correspond au maillage fin de Lasher et Taulbee).

En fait, un passage d'une solution stationnaire à une solution instationnaire peut être artificiellement obtenu par l'introduction de petites perturbations bien placées (juste avant le coin de la marche). Dès lors, les erreurs numériques peuvent être suffisantes pour servir de perturbations, et une solution instationnaire est obtenues sur certains maillages. En revanche, un raffinement du maillage conduit à la réduction progressive des perturbations et de l'énergie contenue dans les structures résolues, et finalement à une solution stationnaire. Nous avons pu identifier, comme le montre la

comparaison des figures 36 et 37, que l'excitation ou au contraire l'amortissement des instationnarités sont liés au poids des erreurs dispersives ou diffusives du schéma de discrétisation des termes de convection, en établissant un lien qualitatif entre l'énergie résolue et le nombre de Peclet local défini par

$$Pe(x, y) = \frac{\tau_{\text{Diffusion}}}{\tau_{\text{Convection}}} = \frac{U \Delta y^2}{\nu_{\text{eff}} \Delta x} \quad (115)$$

où ν_{eff} prend en compte la viscosité turbulente introduite par le modèle.

De plus, dans tous les cas, l'énergie contenue dans les structures instationnaires résolues est très faible, et sa grande dépendance aux erreurs de discrétisation fait qu'il semble très aventureux de faire confiance à la méthode URANS pour évaluer l'amplitude des structures tourbillonnaires à grande échelle. Ces résultats sont présentés en détails dans l'article [4].

Ces observations jettent un doute sur la validité de nombreux résultats obtenus en URANS, notamment dans des applications industrielles où le maillage n'est pas suffisamment raffiné : les fréquences obtenues sont souvent correctes, car elles sont liées aux modes les plus instables générés, souvent, par des profils moyens inflexionnels, mais l'amplitude des fluctuations est très dépendante des perturbations dues aux erreurs numériques. Le cas des sillages d'obstacle (par exemple, le cylindre de la section précédente) est très différent, dans la mesure où il a été montré [266] au contraire que l'allée de Kármán est obtenue quel que soit le maillage et que l'énergie résolue augmente avec la précision du calcul : la solution convergée est bien instationnaire, mais il est probable, bien que nous ne l'ayons pas observé, que l'énergie contenues dans certaines structures (notamment les tourbillons de Kelvin-Helmholtz) soit sensible aux erreurs numériques.

De l'ensemble de ces études sur la validité de la modélisation URANS, on peut alors tirer les conclusions suivantes :

- Il n'est pas toujours possible de savoir à l'avance si un calcul URANS va donner une solution instationnaire ou stationnaire. L'URANS ne semble donc pas être la solution idéale pour obtenir les caractéristiques instationnaires d'un écoulement.
- Dans certains cas, comme le cas de la marche descendante, il n'est pas possible d'obtenir une information fiable sur l'énergie des structures cohérentes.
- Les modèles à viscosité turbulente linéaires sont inadaptées à la reproduction d'un champ modélisé soumis à un champ de déformation instationnaire. En revanche, les modèles au second ordre semblent être un niveau de modélisation naturel dans ce contexte.

Ces constatations plaident en faveur du développement de méthodes hybrides RANS-LES permettant de contrôler la partition énergie résolue/énergie modélisée. Les défauts des modèles à viscosité turbulente linéaires tendent à montrer que les modèles hybrides ne devront pas être basés sur ces modèles, comme le sont la plupart des approches aujourd'hui utilisées, mais plutôt sur des modèles de transport des tensions de sous-filtre. C'est la raison pour laquelle nous nous sommes alors orientés vers la méthode PITM, qui offre la possibilité de construire, dans un cadre théorique, une approche hybride basée sur un modèle au second ordre.

3.4 Modélisation hybride continue : T-PITM

Les travaux de Schiestel & Dejoan [235] et Chaouat & Schiestel [236] ont montré que les méthodes hybrides RANS/LES continues avec un modèle de sous-filtre basé sur la résolution d'équations de transport (contrairement aux modèles algébriques classiques), offrent un bon compromis entre les approches RANS et LES. Le but principal de ce type d'approches est évidemment de résoudre les grandes échelles turbulentes dans les régions où cela est nécessaire, alors que les autres régions sont représentées par un modèle RANS. Mais le second but est de pouvoir réaliser une LES sur maillage grossier : dans ce cas, si la longueur d'onde de coupure du filtre LES ne se situe pas en zone inertielle du spectre, mais plutôt en zone productive, on ne peut espérer bien reproduire l'écoulement qu'au prix d'une modélisation plus complexe des échelles de sous-maille (ou sous-filtre) que les modèles LES classiques.

L'un de principaux points faibles des modèles RANS/LES continus disponibles réside dans la modélisation de cette région de proche paroi : les modèles différentiels utilisés comme modèle de sous-filtre ne sont valides dans cette région que grâce à l'introduction de *fonctions d'amortissement*. Le manque d'universalité de cette approche est connu depuis longtemps, et comme largement exposé dans la première partie de ce rapport (section 2), la *relaxation elliptique* est une méthode disponible pour s'affranchir de ce problème et véritablement reproduire le principal mécanisme physique dû à la paroi, l'effet de blocage non-local.

Nous avons donc, depuis 2006, démarré une activité importante sur la modélisation hybride RANS/LES continue avec équations de transport pour les tensions de sous-filtre. Durant la thèse d'Atabak Fadai-Ghotbi, puis de celle de Ch. Friess, dans le cadre collaboratif franco-allemand du projet DFG-CNRS FOR 507 *LES of complex flows* (également GDR européen *Mécanique des fluides numérique*), le modèle EB-RSM a été

adapté pour servir de modèle de transport des tensions de sous-filtre dans l'approche PITM, et un formalisme de filtrage temporel a été développé de manière à rendre l'approche compatible avec les applications pratiques en écoulements inhomogènes. La présentation en détail de ces travaux nécessitant de longs développements, les sections suivantes n'en sont qu'un résumé succinct, et le lecteur intéressé pourra se reporter aux trois articles [2, 3, 38] reproduits respectivement pages 185, 207 et 221. On remarquera en outre que, par soucis de clarté, la présentation de la méthode ci-dessous est réorganisée dans un ordre logique (formalisme de filtrage temporel, modélisation des tensions de sous-filtre), qui ne correspond pas à l'ordre chronologique dans lequel les travaux se sont déroulés et ont été publiés (modélisation des tensions de sous-filtre dans le cadre du filtrage spatial, passage à un formalisme temporel).

3.4.1 Cadre temporel

La théorie PITM, introduite dans le cadre d'un filtrage spatial (la théorie est développée en turbulence homogène) [235, 236], considère deux nombres d'onde de coupure dans le spectre turbulent. Le premier nombre d'onde κ_c représente la séparation échelles résolues/échelles modélisées, et le second, κ_d , délimite une zone à partir de laquelle on peut négliger l'énergie. Il peut alors être montré, à partir de l'intégration sur les différents intervalles de nombres d'onde, que les équations de transport des tensions de sous-filtre peuvent être écrites de manière formellement identique à celles des tensions de Reynolds en modélisation RANS (ce résultat est classique et dû à Germano [286]), mais aussi qu'on peut écrire une équation de dissipation quasiment identique à l'équation RANS classique, à la seule différence qu'elle prend en compte la position de la coupure par un coefficient $C_{\varepsilon 2}$ variable :

$$C_{\varepsilon 2}^* = C_{\varepsilon 1} + r (C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}) \quad (116)$$

dans lequel r est le ratio énergie modélisée (sous-filtre)/énergie totale. Ce coefficient peut-être modélisé à partir de l'intégration sur l'intervalle $[\kappa_c; \infty]$ d'un spectre de Kolmogorov :

$$r = \frac{k_m}{k} = \frac{1}{k} \int_{\kappa_c}^{\infty} E(\kappa) d\kappa = \frac{1}{\beta_0} \eta_c^{-\frac{2}{3}} \quad (117)$$

où $\eta_c = \kappa_c k^{3/2} / \varepsilon$ est le rapport entre l'échelle intégrale de la turbulence et l'échelle de coupure.

L'inconvénient de cette approche, comme de l'ensemble des approches cherchant à réaliser une transition continue entre LES et RANS, est l'absence de formalisme valable

en dehors du cadre homogène. En effet, la LES est basée sur un filtrage spatial : si on fait tendre l'échelle du filtre vers l'infini, on tend donc vers une moyenne spatiale. Cette moyenne n'est équivalente à la moyenne d'ensemble que dans le cas très restrictif de la turbulence homogène. Il n'est alors pas possible, dans les écoulements d'intérêt pratique, qui sont plutôt des écoulements statistiquement stationnaires inhomogènes, où la moyenne d'ensemble est une moyenne temporelle, de donner un sens rigoureux à une simulation hybride RANS/LES.¹⁰

Cependant, il est également possible de définir une approche similaire à la LES mais basée sur un filtrage temporel, la TLES [287, 288, 289]. Dans ce cadre, on peut donner un sens rigoureux à une simulation hybride, qui tend progressivement d'une TLES à un calcul RANS, par une évolution continue de la largeur temporelle du filtre, ou, dans l'espace des fréquences, de la fréquence de coupure. Nous avons brièvement résumé les réflexions sur la manière d'exprimer les différentes approches dans un formalisme unifié dans l'article Gatski *et al.* [6].

Nous avons alors entièrement ré-exprimé l'approche PITM en se plaçant en turbulence statistiquement stationnaire inhomogène, et en repartant de l'intégration dans l'espace fréquentiel des équations de transport des corrélations en deux temps.

La décomposition de la vitesse instantanée \mathbf{u}^* en partie filtrée (résolue) $\tilde{\mathbf{U}}$, et partie résiduelle (non-résolue ou sous-filtre) \mathbf{u}' , un filtre causal $\langle . \rangle$ est introduit, de la forme générale

$$\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}, t) = \langle \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t) \rangle = \int_{-\infty}^0 \int_{\mathcal{D}} \mathcal{G}(\mathbf{x}' - \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}, \tau), \tau) \mathbf{u}^*(\mathbf{x}', t + \tau) d\mathbf{x}' d\tau \quad (118)$$

où \mathcal{D} est le domaine et $\mathcal{G}(\mathbf{x}' - \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}, \tau), \tau)$ est le noyau du filtre temporel donné par

$$\mathcal{G}(\mathbf{x}' - \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}, \tau), \tau) = \delta(\mathbf{x}' - \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}, \tau)) G_{\Delta_T}(\tau) \quad (119)$$

avec la largeur temporelle du filtre Δ_T . L'introduction de $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}, \tau)$, avec $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{x}$, dans la définition du filtre permet d'assurer la préservation de l'invariance Galiléenne [3]. Une forme plus familière du filtre est retrouvée lorsque $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}, \tau) = \mathbf{x}$, qui correspond à la situation la plus courante (écoulement statistiquement stationnaire dans le repère courant).

10. Dans le cadre de la discussion amorcée à la section 3.3, on inclut ici dans les écoulements statistiquement stationnaires tous les écoulements à conditions aux limites stationnaires, y compris les cas avec lâcher de tourbillons autour d'une fréquence privilégiée.

3.4.2 Équations filtrées

Pour un filtre commutatif,¹¹ les équations filtrées s'écrivent

$$\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial t} + \tilde{U}_k \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij\text{SFS}}}{\partial x_j}. \quad (120)$$

Le tenseur de sous-filtre (subfilter-stress, SFS) $\tau_{ij\text{SFS}}$ est défini à partir des moments centrés du second ordre $\tau_{ij\text{SFS}} = \tau(u_i^*, u_j^*)$, où $\tau(a, b) = \langle ab \rangle - \langle a \rangle \langle b \rangle$. L'équation de transport pour ce tenseur de sous-filtre s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{ij\text{SFS}}}{\partial t} + \tilde{U}_k \frac{\partial \tau_{ij\text{SFS}}}{\partial x_k} = & \underbrace{-\frac{\partial \tau(u_i^*, u_j^*, u_k^*)}{\partial x_k}}_{D_{ij\text{SFS}}^T} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \tau_{ij\text{SFS}}}{\partial x_k \partial x_k}}_{D_{ij\text{SFS}}^\nu} - \underbrace{2\nu \tau \left(\frac{\partial u_i^*}{\partial x_k}, \frac{\partial u_j^*}{\partial x_k} \right)}_{\varepsilon_{ij\text{SFS}}} \\ & \underbrace{-\frac{1}{\rho} \tau \left(u_i^*, \frac{\partial p^*}{\partial x_j} \right) - \frac{1}{\rho} \tau \left(u_j^*, \frac{\partial p^*}{\partial x_i} \right)}_{\phi_{ij\text{SFS}}} - \underbrace{\tau_{ik\text{SFS}} \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_k} - \tau_{jk\text{SFS}} \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_k}}_{P_{ij\text{SFS}}} \end{aligned} \quad (121)$$

avec

$$\tau(a, b, c) = \langle abc \rangle - \langle a \rangle \tau(b, c) - \langle b \rangle \tau(a, c) - \langle c \rangle \tau(a, b) - \langle a \rangle \langle b \rangle \langle c \rangle.$$

Il est important de remarquer que, de manière similaire au cas du filtrage spatial [286], les équations de transport des tensions de sous-filtre s'écrivent sous une forme identique à celle des tensions de Reynolds : cette propriété est la base qui permet d'utiliser un modèle pour l'approche filtrée qui s'écrit sous la même forme qu'un modèle RANS au second ordre, en gardant bien sûr à l'esprit qu'il ne s'agit en aucun cas d'une validation.

La définition de l'opérateur de filtrage, basé sur un noyau temporel, assure que les variables \tilde{U}_i , \tilde{P} et $\tau_{ij\text{SFS}}$ tendent de manière continue vers les quantités RANS correspondantes, U_i , P et $\overline{u_i u_j}$, lorsque la largeur temporelle du filtre tend vers l'infini [6]. La principale question est alors la modélisation du tenseur de sous-filtre, qui doit être compatible avec une fréquence¹² de coupure caractéristique du filtre ω_c variant de 0 (RANS) à la zone inertielle (TLES). L'identité formelle des équations TLES et RANS suggère que la forme des modèles utilisés en régions TLES et RANS puisse être identique, avec une modification adéquate des coefficients et échelles pour assurer la transition.

11. Le cas général des filtres non-commutatifs n'est pas considéré ici, mais pourra faire l'objet de travaux futurs, car il est lié au problème des *zones grises* dans le cas de transition rapide de RANS à LES [290, 291].

12. On utilisera ici la bonne habitude anglo-saxonne qui consiste à ne pas distinguer s'il n'y en a pas besoin la fréquence et la pulsation. On parle donc ici à 2π près.

3.4.3 Modèle du tenseur de sous-filtre

Le tenseur de sous-filtre peut en principe être évalué à l'aide d'un modèle à viscosité de sous-filtre (de type Smagorinsky [259, 260, 261]), mais dans le contexte hybride, où la fréquence de coupure peut être située aux grandes échelles du spectre, et au vu des résultats présentés à la section 3.3.1, qui montrent que ce type de modèles ne permet pas de bien reproduire la réponse de la turbulence à un champ résolu variable à grande échelle, il nous a semblé préférable de nous tourner vers des modèles à équations de transport des tensions de sous-filtre. On peut en particulier espérer que ces modèles permettront de reproduire les phénomènes complexes de production anisotrope et de redistribution qui ont lieu à ces échelles.

De manière à démontrer la faisabilité d'une telle approche, une adaptation du modèle RANS EB-RSM présenté dans la première partie de ce rapport, est utilisée, ce qui nous conduira à un modèle hybride à six équations de transport pour les tensions de sous-filtre, une équation de transport pour le taux de dissipation, et une équation de relaxation elliptique.

Il est tout d'abord nécessaire de montrer que l'approche de la relaxation elliptique, appliquée pour reproduire l'effet de blocage non-local de la paroi, peut-être utilisée dans le contexte d'un modèle de sous-filtre en TLES. Il est facile de montrer que le gradient de la pression de sous-filtre satisfait une équation de Poisson :

$$\nabla^2 \frac{\partial p''}{\partial x_k} = \rho \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(-2 \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} \frac{\partial u''_j}{\partial x_i} - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u''_i u''_j - \tau_{ij}) \right)}_{S_k} \quad (122)$$

En utilisant, comme dans le contexte RANS, le formalisme de Green, on obtient [2] l'équation intégrale du terme de corrélation vitesse-gradient de pression $\phi_{ij_{\text{sfs}}}$ qui apparaît dans l'équation (121) :

$$\rho \phi_{ij_{\text{sfs}}}(\mathbf{x}) = - \int_{\mathcal{D}} \frac{\langle u''_i(\mathbf{x}) \mathcal{S}_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) + u''_j(\mathbf{x}) \mathcal{S}_i(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle}{4\pi \|\mathbf{r}\|} d\mathbf{r} \quad (123)$$

De manière similaire au cas RANS, on peut modéliser la fonction de corrélation en deux points par une exponentielle décroissante, ce qui conduit à

$$\begin{aligned} & \langle u''_i(\mathbf{x}) \mathcal{S}_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) + u''_j(\mathbf{x}) \mathcal{S}_i(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle = \\ & \langle u''_i(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \mathcal{S}_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) + u''_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \mathcal{S}_i(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle \exp\left(-\frac{\|\mathbf{r}\|}{L_{\text{sfs}}}\right) \end{aligned} \quad (124)$$

où L_{sfs} est une échelle de longueur de corrélation. La différence principale entre l'équation (124) est son équivalent RANS est le fait qu'elle est écrite en variable filtrées et

non moyennées. En conséquence, l'échelle de longueur, qui était considérée en RANS comme proportionnelle à l'échelle intégrale, bornée par une échelle proportionnelle à l'échelle de Kolmogorov, sous la forme

$$L = C_L \max \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\varepsilon^{1/4}} \right) \quad (125)$$

doit maintenant être fonction de la fréquence de coupure. Nous avons pu montrer [2] qu'il est suffisant de remplacer l'échelle intégrale par l'échelle caractéristique à la coupure $k_{\text{sfs}}^{3/2}/\varepsilon$, ce qui correspond en moyenne à diminuer l'échelle de longueur par rapport au cas RANS d'un facteur $r^{3/2}$, où r est le rapport entre l'énergie modélisée (de sous-filtre) $k_m = \overline{k_{\text{sfs}}} = \overline{u'_i u'_i}/2$ et l'énergie turbulente totale k . Pour que ce facteur de réduction soit appliqué partout dans le domaine, la borne proportionnelle à l'échelle de Kolmogorov est également réduite en introduisant explicitement $r^{3/2}$ devant son coefficient :

$$L_{\text{sfs}} = C_L \max \left(\frac{k_{\text{sfs}}^{3/2}}{\varepsilon}, r^{3/2} C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\varepsilon^{1/4}} \right) \quad (126)$$

À la limite RANS ($r = 1$), l'équation (125) est bien retrouvée.

On fait alors l'hypothèse qu'on peut écrire des modèles pour les termes $\phi_{ij_{\text{sfs}}}^*$ et $\varepsilon_{ij_{\text{sfs}}}$ exactement sous la même forme que dans le modèle RANS EB-RSM, mais écrits en variables de sous-filtre. De manière similaire l'équation (126) qui est adaptée de l'équation (125), réécrire les modèles de $\phi_{ij_{\text{sfs}}}^*$ et $\varepsilon_{ij_{\text{sfs}}}$ en variables de sous-filtre implique notamment que les échelles de temps deviennent des échelles exprimées à la coupure. Si adopter la même forme des modèles dans la région quasi-homogène est une hypothèse forte, on peut en revanche montrer facilement que les termes de proche paroi $\phi_{ij_{\text{sfs}}}^w$ et $\varepsilon_{ij_{\text{sfs}}}^w$ peuvent effectivement s'écrire sous la même forme que dans le cas RANS, car les comportements asymptotiques sont exactement les mêmes dans les deux cas, c'est-à-dire même si la région proche paroi est instationnaire (la région de proche paroi, même en mode RANS, n'est jamais parfaitement stationnaire, car elle est influencée par les structures résolues dans la zone LES). Le coefficient de pondération elliptique α est obtenu par l'équation

$$\alpha - L_{\text{sfs}}^2 \nabla^2 \alpha = 1 \quad (127)$$

dans laquelle apparaît l'échelle de longueur (126).

3.4.4 Contrôle de la partition d'énergie

De manière identique au cas du filtrage spatial, on peut montrer [3] que pour contrôler la répartition de l'énergie entre le mouvement résolu et le mouvement de

sous-filtre, on peut utiliser une équation de transport du taux de dissipation ε rendue sensible à la fréquence de coupure.

Pour cela, il est nécessaire d'écrire tout d'abord l'équation de transport du spectre eulérien en fréquence (densité spectrale d'énergie)

$$E_T(\mathbf{x}, \omega) = \widehat{Q}(\mathbf{x}, \omega) \quad (128)$$

où $\widehat{\cdot}$ désigne la transformée de Fourier temporelle, et Q la trace du tenseur de corrélation *en deux temps*

$$Q(\mathbf{x}, \tau) = \frac{1}{2} \overline{u_i(\mathbf{x}, t) u_i(\mathbf{x}, t + \tau)} \quad (129)$$

En écrivant l'équation de transport de Q , on obtient [3] par transformation de Fourier temporelle l'équation de transport de E_T qui s'écrit sous la forme

$$\frac{DE_T}{Dt} = \widehat{\mathbb{P}} + \widehat{\mathbb{D}} - \widehat{\mathbb{E}} + \widehat{\mathbb{T}} \quad (130)$$

où $\widehat{\mathbb{P}}$, $\widehat{\mathbb{D}}$ et $\widehat{\mathbb{E}}$ sont respectivement les densités spectrales de production, de diffusion et de dissipation. Le terme $\widehat{\mathbb{T}}$ est un terme de transfert inter-échelles qui ne participe pas au bilan d'énergie turbulente :

$$\int_0^{+\infty} \widehat{\mathbb{T}}(\mathbf{x}, \omega) d\omega = 0 \quad (131)$$

L'énergie turbulente résolue étant donnée par

$$k_r(\mathbf{x}) = \int_0^{\infty} \widehat{G}_{\Delta_T}(\omega) \widehat{G}_{\Delta_T}^*(\omega) E_T(\mathbf{x}, \omega) d\omega \quad (132)$$

où \widehat{G}_{Δ_T} est la transformée de Fourier du noyau du filtre G_{Δ_T} et $\widehat{G}_{\Delta_T}^*$ son conjugué, et l'énergie modélisée $k_m = k - k_r$ par

$$k_m(\mathbf{x}) = \int_0^{\infty} \left[1 - \widehat{G}_{\Delta_T}(\omega) \widehat{G}_{\Delta_T}^*(\omega) \right] E_T(\mathbf{x}, \omega) d\omega \quad (133)$$

l'équation de transport de k_m peut être déduite de l'équation (130) :

$$\frac{Dk_m}{Dt} = P_m + D_m - \varepsilon_m - T_G \quad (134)$$

où

$$D_m = \int_0^{\infty} (1 - \widehat{G}_{\Delta_T} \widehat{G}_{\Delta_T}^*) \widehat{\mathbb{D}} d\omega; \quad P_m = \int_0^{\infty} (1 - \widehat{G}_{\Delta_T} \widehat{G}_{\Delta_T}^*) (\widehat{\mathbb{P}} + \widehat{\mathbb{T}}) d\omega; \quad (135)$$

$$\varepsilon_m = \int_0^\infty (1 - \widehat{G}_{\Delta_T} \widehat{G}_{\Delta_T}^*) \widehat{\mathbb{E}} d\omega; \quad T_G = \int_0^\infty E_T \frac{D}{Dt} (\widehat{G}_{\Delta_T} \widehat{G}_{\Delta_T}^*) d\omega. \quad (136)$$

T_G est un terme de transfert qui vient des variations de la largeur temporelle du filtre le long des lignes de courant. Il sera considéré comme négligeable dans un premier temps, mais, comme mentionné plus haut, les variations du filtre devront être considérées à l'avenir.

Maintenant, comme dans le cas spatial, de manière à savoir comment modifier l'équation de transport du taux de dissipation ε pour la rendre sensible à la largeur du filtre, un second filtre $G_{\Delta_T'}$ est introduit, de fréquence caractéristique ω_d , comme illustré sur la figure 38. Si on considère des filtres de coupure,¹³ le spectre turbulent est alors divisé en trois parties : la partie résolue $[0; \omega_c]$, la partie de sous-filtre énergétique $[\omega_c; \omega_d]$ et la partie de sous-filtre dissipative $[\omega_d; \infty]$. De manière similaire au cas du PITM spatial [235], ω_d est défini par la relation

$$\omega_d = \omega_c + \chi_m \frac{\varepsilon}{k_m} \quad (137)$$

où χ_m est une constante. Il est important de noter que ω_d ne correspond alors pas en général à l'échelle de Kolmogorov, χ_m étant simplement choisi de manière à ce que la partie d'énergie contenue dans l'intervalle $[\omega_d; \infty]$ est négligeable.

On peut alors montrer [3], à partir de l'équation (134) et de la dérivée matérielle de l'équation (137), qu'il est possible d'écrire une équation de transport de ε sous la forme

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon}{k_m} P_m - \underbrace{\left[C_{\varepsilon_1} + r (C_{\varepsilon_2} - C_{\varepsilon_1}) \right]}_{C_{\varepsilon_2}^*} \frac{\varepsilon^2}{k_m} + D_{\varepsilon_m} \quad (138)$$

qui est similaire à celle obtenue dans le cadre du PITM spatial, sauf en ce qui concerne le terme de diffusion D_{ε_m} , qui n'est pas présent dans le cas du PITM spatial, écrit en écoulement homogène. La transition RANS/TLES est alors contrôlée par le paramètre $r = k_m/k$. La limite RANS correspond à $r = 1$, pour lequel l'équation RANS classique de ε est retrouvée.

Différentes possibilités s'offrent alors pour contrôler en pratique cette transition RANS/TLES :

- Étant donné que le seul paramètre qui intervient explicitement dans les équations est le rapport d'énergies r , et non la largeur temporelle du filtre ou sa fréquence

13. Cette restriction n'est pas nécessaire pour écrire le modèle. Elle est utilisée ici uniquement à titre d'illustration.

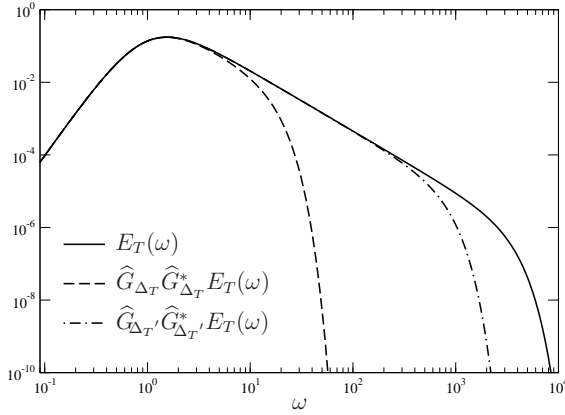


FIGURE 38 – Exemple d'application des deux filtres de l'approche T-PITM à un spectre générique.

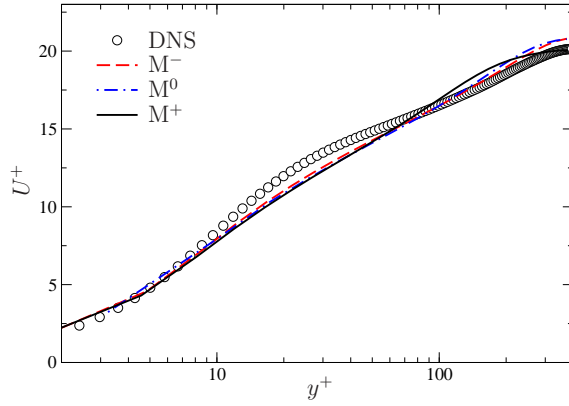


FIGURE 39 – Canal à $Re_\tau = 395$. Profils de vitesse moyenne.

caractéristique ω_c , on peut imaginer calculer au cours de la simulation les énergies résolue k_r et modélisée k_m . On obtient alors une méthode *auto-adaptative* [292, 293], qui modifie automatiquement ses équations en fonction de ce qu'elle est capable de résoudre localement.

- De manière similaire à ce qui a été proposé dans le cas spatial [235, 236], le rapport r peut-être modélisé en fonction des caractéristiques du filtre ω_c ou Δ_T . Le choix de la largeur temporelle du filtre Δ_T n'est pas aussi évidente qu'en LES spatiale, qui s'appuie sur les tailles de mailles locales. L'équivalent serait de relier Δ_T au pas de temps de la simulation Δt , mais cette pratique ne permettrait pas d'utiliser des tailles de filtres différentes suivant les régions, ce qui va à l'encontre de la finalité de l'hybride RANS/TLES. De plus, l'évaluation de r à partir de l'intégration du spectre eulérien se heurte à l'absence de théorie générale pour ce dernier, car l'application des hypothèses de Kolmogorov dans l'espace fréquentiel permet seulement d'obtenir le spectre *lagrangien* [294]. L'obtention du spectre eulérien passe alors par l'introduction d'une relation de dispersion $\omega = f(\kappa)$, qui n'est pas connue dans le cas général, dans le spectre de Kolmogorov *en nombre d'onde*.
- Une troisième possibilité est de chercher à relier le rapport r à la taille des mailles, comme en LES, en remarquant que la limite de résolution spatiale imposée par la discrétisation spatiale induit implicitement une limite en résolution temporelle, les fréquences élevées correspondant aux nombres d'onde élevés. Or, le spectre eulérien en fréquences $E_T(\omega)$ et le spectre en nombres d'ondes $E(\kappa)$ sont liés

par

$$dk = E(\kappa) d\kappa = E_T(\omega) d\omega \quad (139)$$

si bien qu'une expression analytique de r peut-être obtenue par changement de variable (on se place ici dans le cas d'un filtre de coupure)

$$r = \frac{1}{k} \int_{\omega_c}^{\infty} E_T(\omega) d\omega = \frac{1}{k} \int_{\kappa_c}^{\infty} E_T(\omega) \frac{E(\kappa)}{E_T(\omega)} d\kappa = \frac{1}{k} \int_{\kappa_c}^{\infty} E(\kappa) d\kappa \quad (140)$$

Pour réaliser ce changement de variables, on a seulement besoin de supposer qu'une relation de dispersion $\omega = f(\kappa)$ existe, de telle sorte que $\omega_c = f(\kappa_c)$ et $d\omega = f'd\kappa$, mais on n'a pas besoin de la connaître explicitement. En utilisant alors le spectre de Kolmogorov en nombre d'onde $E(\kappa) = C_K \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3}$ on obtient comme dans le cas spatial

$$r = \frac{1}{\beta_0} \left(\kappa_c \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \right)^{-\frac{2}{3}} \quad (141)$$

où $\beta_0 = 2/(3C_K)$.

Dans un premier temps, bien qu'il soit frustrant de se référer à la taille de la maille comme dans le cas spatial, c'est la troisième solution qui a été choisie, car c'est la plus simple à mettre en œuvre. On remarquera d'ailleurs que, dans ce cas, le modèle T-PITM est très similaire au modèle PITM, à la différence près que les variables ne sont pas définies de la même manière.

Comme il a été montré dans [2], un meilleur contrôle de la transition de RANS à TLES quand on s'éloigne de la paroi est obtenu si on force le paramètre r à atteindre la valeur 1 (RANS) en proche paroi indépendamment de la taille des mailles, en utilisant la fonction de pondération elliptique α :

$$r = (1 - \alpha^3) + \alpha^3 \beta_0^{-1} \left(\kappa_c \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \right)^{-\frac{2}{3}} \quad (142)$$

Cependant, cette relation ne donne que le rapport énergie modélisée/énergie totale que l'utilisateur veut obtenir : une des difficultés majeures rencontrées est alors que le rapport r observé durant la simulation peut être très différent, et en particulier, en écoulement de canal, l'énergie résolue a une tendance à être fortement sous-estimée, voire complètement nulle (solution stationnaire).

Pour résoudre ce problème, nous avons développé une correction dynamique pour le coefficient variable $C_{\varepsilon_2}^*$ qui apparaît dans l'équation de la dissipation (138). Le rapport

r observé (noté r^o) est calculé au cours de la simulation et comparé au rapport cible (noté r^c). Le coefficient $C_{\varepsilon_2}^* = C_{\varepsilon_1} + r^c (C_{\varepsilon_2} - C_{\varepsilon_1})$ dans l'équation de la dissipation est alors remplacé par $C_{\varepsilon_2}^* + \delta C_{\varepsilon_2}^*$, de manière à forcer r^o à tendre vers r^c . La correction $\delta C_{\varepsilon_2}^*$ à apporter est évaluée à partir d'une méthode de perturbation qui sera présentée à la section 3.5.2, qui montre qu'une variation infinitésimale $\delta C_{\varepsilon_2}^*$ du coefficient conduit à une variation δk_m du niveau d'énergie modélisé satisfaisant une relation de la forme

$$\delta C_{\varepsilon_2}^* = \mathcal{A} \frac{\delta k_m}{k_m} + \mathcal{B} \quad (143)$$

où \mathcal{A} et \mathcal{B} dépendent de la fréquence de coupure. En pratique, pour la correction dynamique, la relation simplifiée

$$\delta C_{\varepsilon_2}^* = \mathcal{C} \frac{\delta k_m}{k_m} \quad (144)$$

est suffisante, avec un coefficient \mathcal{C} constant. Pour atteindre le rapport cible r^c , la variation d'énergie modélisée à obtenir est

$$\delta k_m = k_m \frac{\delta r^o}{r^o} = k_m \left(\frac{r^c}{r^o} - 1 \right) \quad (145)$$

de telle sorte que la relation suivante est obtenue :

$$\delta C_{\varepsilon_2}^* = \mathcal{C} \left(\frac{r^c}{r^o} - 1 \right) \quad (146)$$

qui fournit l'estimation de la correction dynamique à appliquer. On remarquera que cette correction disparaît lorsque que r^o s'approche de r^c , et est donc surtout active dans les périodes *transitoires* de la simulation.

3.4.5 Validation en canal

Un écoulement de canal à $Re_\tau = 395$ est simulé à l'aide du code Saturne. Les calculs sont réalisés dans un domaine de $L_x^+ \times L_y^+ \times L_z^+ = 3160 \times 790 \times 1580$ en unités de paroi. Le maillage de référence, noté M^0 , contient $64 \times 54 \times 64$ cellules. Pour évaluer la capacité du modèle à tendre correctement vers le mode RANS lorsqu'on déraffine le maillage et vers le mode TLES lorsqu'on le raffine, le maillage de référence a été respectivement déraffiné d'un facteur 2 (maillage M^-) et raffiné d'un facteur 1.5 (maillage M^+) dans les directions longitudinale (x) et transverse (z).

La figure 40 montre les profils des contributions du mouvement modélisé et résolu à la tension de cisaillement, en comparaison avec les données de DNS [115]. On peut voir

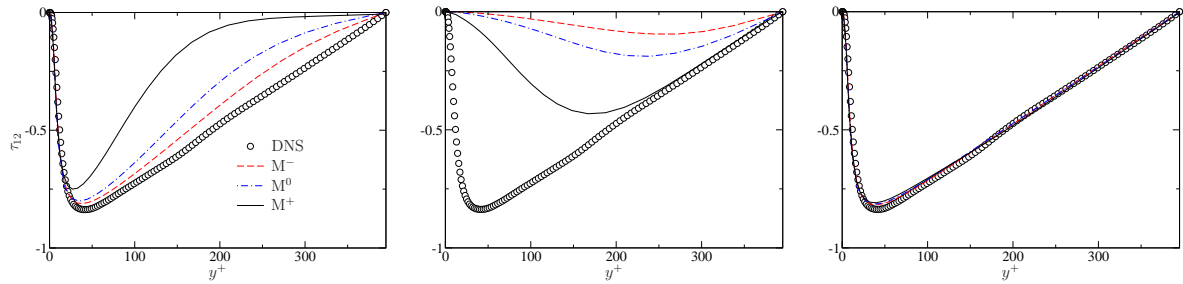


FIGURE 40 – Canal à $Re_\tau = 395$. Profils de tension de cisaillement. À gauche : contribution des échelles de sous-filtre ; Au centre : contribution des échelles résolues ; À droite : Total.

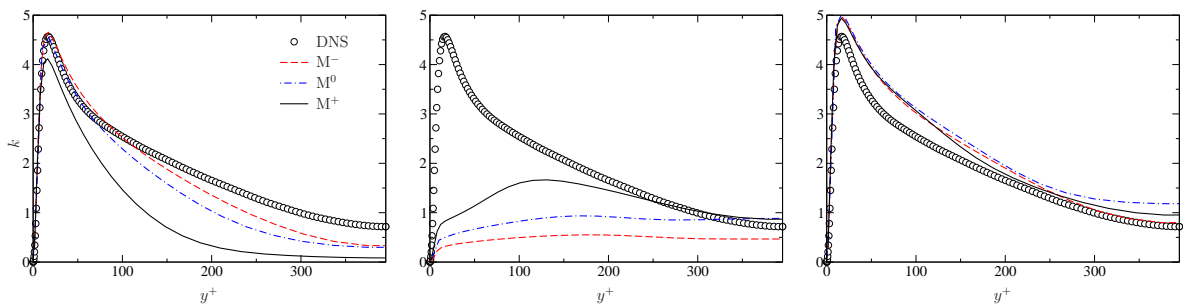


FIGURE 41 – Même figure que 40 pour l'énergie turbulente.

que la méthode permet en effet le contrôle des contributions respectives en fonction de la région de l'écoulement et en fonction du maillage. La relation (142) impose un comportement RANS en proche paroi, indépendamment du maillage. Le calcul transitionne continûment vers une TLES en s'éloignant de la paroi. De plus, la figure 41 montre une propriété remarquable du modèle : quand le maillage est raffiné ou déraffiné, la partition d'énergie est radicalement modifiée, mais le total reste presque constant. Contrairement au cas de la tension de cisaillement, rien dans le calcul ne force le niveau total d'énergie turbulente à satisfaire cette propriété.

La figure 39 montre une autre propriété importante du modèle : le profil de vitesse moyenne reste acceptable, même en utilisant des maillages beaucoup trop grossier pour réaliser une LES standard. Quand le maillage est raffiné, bien que les poids relatifs des contributions résolues et modélisées soient drastiquement modifiés, le profil de vitesse obtenu montre une sensibilité très modérée au maillage, la variation du débit étant inférieure à 0,5%.

Ces résultats sont très encourageants et permettent d'envisager l'application de ce modèle à des cas plus complexe. Une étude est en cours, en collaboration avec Ch. Friess, en poste ATER à l'ENSMA, sur le cas classiquement utilisé en hybride RANS/LES de

la colline périodique [295], qui va être présenté ci-dessous dans le cadre de l'étude de l'équivalence entre le T-PITM et la DES.

3.5 Équivalence entre approches hybrides

Comme mentionné plus haut, de nombreuses méthodes hybrides RANS/LES sont disponibles, qui diffèrent essentiellement par la manière de contrôler la transition de RANS à LES. Bien sûr, chaque méthode est utilisée avec un modèle particulier pour les tensions de sous-filtre en région LES et pour les tensions de Reynolds en région RANS, mais, en général, il est possible, pour une méthode particulière, de changer ces modèles. Il est donc important de distinguer les différents ingrédients d'un modèle particulier : *l'approche hybride* (méthode de contrôle de la transition RANS/LES) et *les modèles des tensions non-résolues* (tensions de Reynolds ou tensions de sous-filtre suivant les régions).

Toutes les *approches hybrides* ont un objectif commun : contrôler le niveau de tensions dans l'équation de quantité de mouvement pour assurer une transition de RANS à LES dans certaines régions. Souvent, un modèle de type RANS est modifié de manière à se comporter comme un modèle LES, par une réduction de la viscosité turbulente ou de l'échelle de longueur. Il peut s'agir d'une modification de l'équation de transport de la viscosité turbulente pour des modèles à une équation, comme dans le cas de la DES originale [228, 296], ou de la SAS [292]. En OES [297, 298], XLES [299], dans l'approche de Fan *et al.* [300] ou celle de Perot et Gadebusch [293], c'est la relation de Boussinesq qui est directement modifiée, soit en redéfinissant le coefficient C_μ , soit en réalisant une pondération entre les relations RANS et LES. En LNS [301] et en FSM [237], suivant la proposition originale de Speziale [226] (VLES), les tensions dans l'équation de la quantité de mouvement sont celles données par un modèle RANS, multipliées par un facteur d'amortissement.

On peut alors se demander si la manière de contrôler la transition RANS/LES a réellement une influence sur les résultats, ou si l'ingrédient essentiel sont les modèles pour les tensions non-résolues. Par exemple Kubacki et Dick [302] ont montré que trois approches différentes, utilisées avec les mêmes modèles des tensions non-résolues en régions RANS et LES, donnaient des résultats très proches dans le cas d'un jet impactant. Nous avons alors choisi de réaliser une étude similaire de comparaison entre le T-PITM et la DES. Nous verrons à la section 3.5.2 qu'il est possible d'établir une équivalence entre ces méthodes en utilisant une approche analytique, mais dans un

premier temps, dans le cadre du post-doc de Y. Bentaléb [34], nous avons comparé les résultats du T-PITM et de la DES sur le cas de la colline périodique [295].

3.5.1 Comparaison T-PITM/DES

Le T-PITM présenté plus haut utilisait comme modèle des tensions de sous-filtre un modèle au second ordre, mais on peut facilement utiliser un modèle à viscosité turbulente, de manière à comparer, à modèle égal, l'approche T-PITM et l'approche DES, dans sa version $k-\omega$ [303]. Dans cette version de la DES, le modèle RANS $k-\omega$ -SST est modifié, en introduisant le facteur F_{DES} dans le terme de dissipation de l'énergie turbulente

$$F_{DES} = \max \left[\frac{L_t}{C_{des} \Delta} (1 - F_2), 1 \right], \quad L_t = \frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega} \quad (147)$$

dans lequel Δ est lié à la taille des mailles.

En ce qui concerne le T-PITM, il est immédiat d'écrire une version basée sur le modèle $k-\varepsilon$, en rendant variable, comme à la section 3.4.4, le coefficient C_{ε_2} , qui est alors dépendant du rapport r , selon l'équation (138). C'est d'ailleurs en utilisant ce modèle que le PITM est d'abord apparu [235]. Pour exprimer le modèle sous forme d'équations pour k et $\omega = \varepsilon/k$, il suffit, comme pour établir son équivalent RANS [303], de réaliser un changement de variables dans les équations. Il est facile de montrer que la transition RANS/LES est alors contrôlée non plus par un coefficient C_{ε_2} variable dans l'équation de ε , mais par un coefficient β variable dans l'équation de ω , fonction du rapport $r = k_m/k$:

$$\begin{aligned} \frac{D\omega}{Dt} &= \gamma S^2 - \underbrace{[C_\mu \gamma + r(\beta - C_\mu \gamma)]}_{\beta^*} \omega^2 \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\sigma_{\omega_2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (148)$$

De manière similaire au cas du T-PITM basé sur une adaptation de l'EB-RSM, le mode RANS est imposé en proche paroi indépendamment de la taille de maille, en utilisant ici la fonction F_2 du modèle $k-\omega$ -SST, et la correction dynamique est également appliquée, ce qui conduit finalement à l'expression

$$\beta^* = C_\mu \gamma + [F_2 + (1 - F_2) r^c] (\beta - C_\mu \gamma) + C \left(\frac{r^c}{r^o} - 1 \right)$$

Cette étude a montré que, contrairement à ce qui est souvent affirmé dans la littérature [296], les résultats obtenus en DES, comme en T-PITM, sont très sensibles

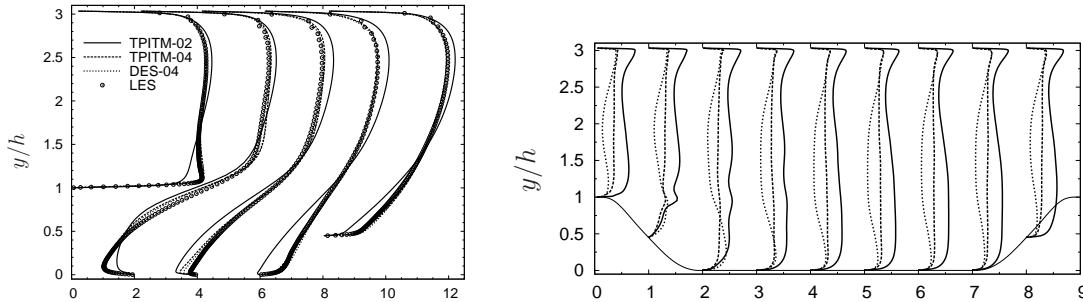


FIGURE 42 – Colline périodique : profils de vitesse moyennes (gauche) et rapport r énergie modélisée/énergie totale (droite). Approches T-PITM ($\beta_0 = 0,4$ et $\beta_0 = 0,2$) et DES ($C_{des} = 0,4$), comparés à la LES fine de référence [295].

à la valeur du coefficient qui détermine la rapidité de la transition RANS/LES quand le maillage est raffiné (C_{des} pour la DES, β_0 pour le T-PITM). Une des caractéristiques observées avec la DES est un passage assez rapide dans un mode *pseudo-DNS*, comme on peut observer au centre du canal sur la figure 42 (droite), où le rapport r est proche de zéro. Lorsqu'on diminue le coefficient C_{des} , ce comportement se généralise à une grande partie de l'écoulement, et, bien que les statistiques globales soient très satisfaisantes (vitesses moyenne et énergie turbulente notamment), on observe des structures tourbillonnaires qui n'ont absolument rien de physique.

Pour des valeurs optimales de ces coefficients ($C_{des} = 0,4$ et $\beta_0 = 0,4$), on peut voir sur la figure 42 (droite) que, dans les zones proches des parois, les rapports énergie modélisée/énergie totale obtenues avec les deux approches sont similaires, et que les champs de vitesse sont proches, ce qui tend à confirmer les résultats de Kubacki et Dick [302] montrant que lorsque les modèles pour les tensions non-résolues sont identiques, les différentes approches hybrides donnent des résultats très proches. Il est cependant important, comme le montre la comparaison entre la DES et le T-PITM avec $\beta_0 = 0,2$ sur la figure 42, que la partition d'énergie entre mouvement résolu et mouvement modélisé soit à peu près identique, au moins dans certaines régions cruciales de l'écoulement. Nous verrons d'ailleurs à la section suivante (3.5.2) que cette remarque conduit à la notion d'*équivalence* entre les approches.

Comme mentionné plus haut, des travaux sont en cours pour appliquer le T-PITM avec modèle au second ordre, ce qui permettra cette fois-ci d'évaluer, pour une même approche hybride, l'influence du modèle pour les tensions de sous-filtre.

3.5.2 Développement de critères d'équivalence

De manière un peu provocatrice, on peut avancer que seul le formalisme temporel étant applicable dans la plupart des cas pratiques qui sont statistiquement inhomogènes et stationnaires (cf. section 3.4.1), toutes les approches hybrides ne peuvent qu'être des approches hybrides RANS/TLES. Cette remarque s'applique également à l'URANS, en notant de plus que le modèle RANS est retrouvé en T-PITM lorsqu'on fait tendre la largeur du filtre vers l'échelle intégrale,¹⁴ avec le terme de dérivée temporelle dans les équations : on peut donc interpréter, dans toute situation statistiquement stationnaire, l'URANS comme une approche hybride RANS/TLES dont le filtre ne laisse passer que les tourbillons de la taille de l'échelle intégrale.

De plus, les résultats de la section précédente montrent que, à modèle identique pour les tensions non-résolues, les résultats donnés par le T-PITM et la DES sont très proches. On peut alors penser que la méthode utilisée pour piloter la partition d'énergie entre mouvement résolu et mouvement non-résolu importe peu, et que si deux approches donnent à peu près la même partition, elles donneront à peu près les mêmes résultats.

Dans cette section, qui résume l'article [38] reproduit page 221, nous allons étayer ces idées en tentant d'établir des critères d'équivalence entre les approches, dans le cas particulier de la DES et du T-PITM.

Pour cela, considérons le système d'équations obtenu pour l'énergie modélisée moyenne k_m et la dissipation ε dans le cas de l'approche T-PITM à la section 3.4.4 :

$$\begin{aligned}\frac{dk_m}{dt} &= P_m - \varepsilon - D_m \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_m - C_{\varepsilon 2}^* \frac{\varepsilon^2}{k} - D_\varepsilon\end{aligned}\quad (149)$$

où le coefficient $C_{\varepsilon 2}^*$ est variable, sensible à la partition d'énergie via le rapport r . D_m et D_ε représentent respectivement les termes de diffusion de k_m et de ε . L'équivalent de ce système dans le cas de l'approche DES est :

$$\begin{aligned}\frac{dk_m}{dt} &= P_m - \psi\varepsilon - D_m \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_m - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} - D_\varepsilon\end{aligned}\quad (150)$$

14. On atteint exactement les équations URANS pour $r = 1$, c'est-à-dire une largeur de filtre égale à $\pi\beta_0^{3/2} \simeq 0,93$ fois l'échelle intégrale.

où la transition RANS/LES est pilotée par le facteur

$$\psi = \max \left(1; \frac{k_m^{3/2}/\varepsilon}{C_{\text{DES}}\Delta} \right) \quad (151)$$

Dans certains cas, par exemple ceux où k_m et ε sont en équilibre le long d'une ligne de courant ($dk_m/dt = d\varepsilon/dt = 0$), ce qui est par exemple exact dans le cas d'écoulements complètement développés dans des conduites rectilignes, on peut montrer qu'on obtient la même variation infinitésimale d'énergie modélisée δk_m en faisant varier le coefficient $C_{\varepsilon 2}^*$ d'un montant $\delta C_{\varepsilon 2}^*$ et le coefficient ψ d'un montant $\delta\psi$, si la relation suivante est satisfaite :

$$\frac{\delta C_{\varepsilon 2}^*}{C_{\varepsilon 2}^* - C_{\varepsilon 1}} = - \frac{C_{\varepsilon 2} \delta\psi}{C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1} \psi} \quad (152)$$

Si on définit l'*équivalence* entre deux approches par l'obtention d'une même partition d'énergie, on peut alors remarquer que si les deux approches sont équivalentes pour des valeurs données de $C_{\varepsilon 2}^*$ et de ψ , alors elles restent équivalentes pour $C_{\varepsilon 2}^* + \delta C_{\varepsilon 2}^*$ et $\psi + \delta\psi$, à condition que la relation (152) soit satisfaite.¹⁵ Ainsi, les deux approches restent équivalentes si, à partir d'un état où elle sont équivalentes, on modifie progressivement la partition d'énergie par variations infinitésimales successives des coefficients en respectant (152). Or, un tel état d'équivalence existe : la limite RANS. En effet, lorsque $C_{\varepsilon 2}^* = C_{\varepsilon 2}$ pour le T-PITM et $\psi = 1$ pour la DES, les deux systèmes d'équations sont identiques.

En intégrant (152) entre l'état RANS et un état arbitraire

$$\int_{C_{\varepsilon 2}}^{C_{\varepsilon 2}^*} \frac{1}{x - C_{\varepsilon 1}} dx = - \int_1^{\psi} \frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1} y} dy$$

et en utilisant la définition de $C_{\varepsilon 2}^*$ donnée par l'équation (138), on montre que si

$$\psi = 1 + \left(\frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 1}} - 1 \right) (1 - r^{C_{\varepsilon 1}/C_{\varepsilon 2}}) \quad (153)$$

la DES est *équivalente* au T-PITM.

On voit donc qu'une approche très proche de la DES (version à deux équations de transport [303]), *équivalente* au T-PITM, au sens de l'obtention de la même partition d'énergie, peut être écrite en remplaçant dans la DES l'échelle de longueur $C_{\text{DES}}\Delta$ utilisée dans (151) par

$$L = \frac{r^{3/2}}{\psi(r)} L_{int} \quad (154)$$

15. On suppose ici que les approches sont *auto-consistantes*, tel que défini dans l'article [38], c'est-à-dire que l'énergie turbulente totale est conservée quand on modifie la partition d'énergie.

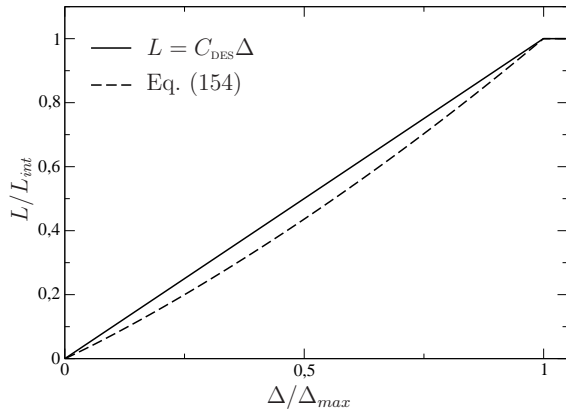


FIGURE 43 – Comparaison dans un canal des échelles de longueur de la DES classique et de la DES équivalente.

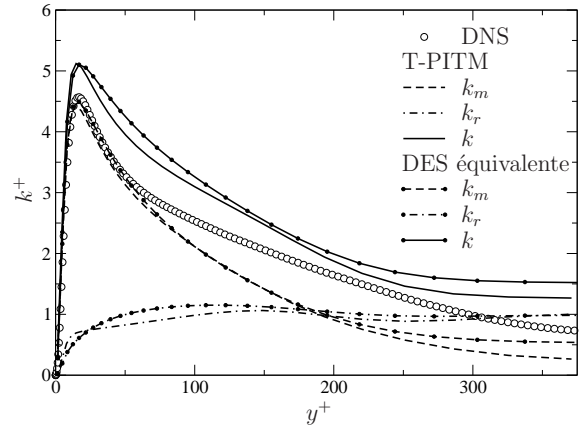


FIGURE 44 – Écoulement en canal : profils d'énergie turbulente (modélisée k_m , résolue k_r et totale k).

où L_{int} désigne l'échelle intégrale $k^{3/2}/\varepsilon$. Dans cette approche, que nous désignerons ici par *DES équivalente*, on voit que l'échelle de longueur n'est plus directement liée à la taille des mailles, mais au rapport r de l'énergie modélisée sur l'énergie totale. On peut alors dire que la DES équivalente est une approche empirique permettant, comme le T-PITM, d'obtenir la partition d'énergie liée à l'application d'un filtre temporel dans les équations.

De plus, en introduisant l'évaluation analytique (141) pour le rapport r , avec $\kappa_c = \pi/\Delta$, dans l'échelle de longueur (154), on peut voir que pour passer de la DES classique à la DES équivalente, il suffit de remplacer le coefficient constant C_{DES} par la fonction

$$f_{DES} = \frac{1}{\beta_0^{3/2} \pi \psi(r)} \quad (155)$$

Si on calibre les coefficients C_{DES} et β_0 de manière à ce que l'échelle de longueur L du modèle atteigne l'échelle intégrale pour la même valeur de la taille de maille Δ_{max} , on peut voir sur la figure 43 que la DES classique est simplement une approximation linéaire de la DES équivalente.

La comparaison entre le T-PITM et la DES équivalente dans le même écoulement de canal que celui utilisé à la section 3.4.5, en utilisant le maillage de référence M^0 , montre effectivement une très grande similitude entre les résultats. Sur la figure 44, on peut par exemple voir que la partition d'énergie est quasiment la même, quelle que soit la position dans le canal, ce qui valide l'analyse ci-dessus établissant l'équivalence entre les deux approches.

4 Perspectives

4.1 Modélisation statistique

Dans le cadre de la modélisation statistique de la turbulence (RANS), même si le sujet semble être moins *à la mode* que par le passé, de nombreuses piste d'amélioration sont encore à envisager, car les modèles utilisés aujourd'hui dans l'industrie sont encore souvent trop simples pour représenter la véritable physique en jeu dans les systèmes complexes.

Un des points les plus évidents pour promouvoir l'utilisation de modèles élaborés dans l'industrie, je pense ici en particulier au modèle EB-RSM longuement évoqué dans la partie 2, est de travailler, en commun avec les industriels, à *l'industrialisation* du modèle et à sa diffusion dans les codes de calculs. Il s'agit ici donc de l'étape finale du travail sur ce modèle, qui est le transfert de technologie vers l'industrie. Une partie de ce transfert a déjà lieu dans le cadre de la thèse CIFRE EDF de F. Dehoux, qui va conduire à l'intégration du modèle, avec son volet thermique, dans les versions officielles du code Saturne. On peut aussi penser à l'élaboration de stratégies permettant l'adaptation du modèle à tout maillage de la zone de proche paroi : en effet, une des limitations pour l'industrie de l'utilisation de modèles de proche paroi est la nécessité de mailler suffisamment finement cette zone *dans tout l'écoulement*. Il est nécessaire de travailler à une adaptation progressive du modèle à une transition d'un maillage fin dans les zones cruciales à un maillage grossier dans les autres zones, le modèle dégénérant alors vers un modèle classique à lois de parois [304, 305].

De plus, dans le domaine de la prise en compte de l'interaction de la turbulence avec des phénomènes physiques complexes (convection mixte, forces électromagnétiques, diphasique, combustion, etc.), la modélisation statistique est loin d'avoir atteint la maturité. Les problèmes de refroidissement de parois, que ce soit en convection forcée (par ex., refroidissement des aubes de turbine) ou en convection mixte et naturelle (par ex., stockage des déchets nucléaires) sont un champ d'application naturel des modèles à relaxation ou pondération elliptique.

Mais un des points les plus important qui reste mal maîtrisé aujourd'hui est la modélisation de la turbulence fortement hors-équilibre, notamment en situation instationnaire. En effet, il semble aujourd'hui s'établir dans la pratique industrielle, au moins dans le secteur recherche/développement, que le passage à la LES, au moins dans certaines zones, est indispensable pour représenter la réponse d'un système à une

sollicitation instationnaire. Cependant, les modèles statistiques n’ont, semble-t-il, pas dit leur dernier mot, et la modélisation multi-échelles [270, 272, 273, 274] est une voie qui reste largement à explorer. Notamment, une meilleure connaissance de leur champ d’application et de leurs limitations permettrait d’optimiser les coûts de simulation des systèmes industriels complexes, en ne basculant en mode LES que dans les cas qui le nécessitent vraiment.

4.2 Modélisation hybride RANS–LES

Les avancées en modélisation hybride sont très encourageantes, notamment en ce qui concerne l’amélioration du cadre formel et l’obtention des modèles correspondants, basés sur le filtrage temporel. Cependant, il reste une très grande marge d’amélioration des modèles continus, qui nécessite un travail très conséquent, qui pourrait s’avérer presque aussi conséquent que celui qui a été mené dans la communauté depuis plus de trente ans en modélisation RANS. En effet, l’utilisation de modèles formellement identiques aux modèles RANS pour fermer les équations de transport des tensions de sous-maille est une hypothèse forte. Une étude du comportement des différents termes de ces équations et de la manière de les modéliser est nécessaire, à partir de données de simulations directes ou LES dont devront être extraits des bilans filtrés, par application d’un filtre temporel ou spatial. Ce vaste chantier n’a pour l’instant jamais été entrepris à notre connaissance et devrait déboucher sur de nombreuses pistes d’amélioration (ou de refonte complète) des modèles.

De plus, de manière similaire aux méthodes statistiques, les méthodes hybrides doivent pouvoir prendre en compte l’influence sur la turbulence de phénomènes physiques complexes, à commencer par les effets de rotation et de flottabilité. Par exemple, en convection naturelle, les travaux réalisés en RANS, URANS et LES (par exemple, [35, 306, 199, 307, 308, 309, 310]) tendent à montrer qu’on peut espérer combiner ces approches pour construire une méthode hybride continue capable de représenter les effets de la flottabilité sur la turbulence aussi bien dans les régions RANS que dans les régions LES. On pourra s’appuyer pour ces développements sur les bases de données expérimentales et numérique disponibles à haut Rayleigh [308, 311, 220, 221].

Le dernier point exposé dans la partie 3, l’équivalence en DES et T-PITM, ouvre également des perspectives très intéressantes. En comparaison au T-PITM, qui nécessite, comme le PITM, une approche dynamique qui complique un peu la formulation, la DES est très simple d’utilisation (ce qui d’ailleurs est une des raisons majeures de son

succès). Dès lors, la possibilité de mettre en œuvre une DES équivalente au T-PITM, entièrement basée sur un filtre temporel, et basée sur un modèle à équations de transport des tensions de sous-filtre, mérite une attention particulière. En DES classique, le terme de dissipation de l'équation de l'énergie cinétique turbulente est modifié de manière à tendre, dans la zone LES, vers

$$\varepsilon_{DES} = \frac{k_{SFS}^{3/2}}{L} \quad (156)$$

où L représente la taille du filtre spatial, calculé à partir de la taille des mailles locales. La DES équivalente testée jusqu'à présent, pour rester le plus proche possible du T-PITM, était basée également sur la taille des mailles, en utilisant l'hypothèse d'une relation de dispersion permettant de relier la largeur du filtre temporel à la largeur du filtre spatial implicitement induit. Cependant, il semble très attractif de construire une approche entièrement basée sur des échelles temporelles, en écrivant tout simplement la dissipation sous la forme

$$\varepsilon_{DES} = \frac{k_{SFS}^{1/2}}{T} \quad (157)$$

où T est la largeur temporelle du filtre.

Un autre point crucial pour les approches hybrides, zonales ou continues, est l'enrichissement de la solution RANS par des fluctuations aussi physiques que possible au moment du passage de RANS à LES. Une méthode comme le forçage linéaire anisotrope présenté à la section 3.1.3 paraît très encourageante, par son efficacité, sa généralité et sa simplicité de mise en œuvre. Or, dans les approches continues, Germano a montré [290] un lien direct entre les effets de *zones grises*, c'est-à-dire le déficit de tensions turbulentes au moment du passage de RANS à LES, et la non-commutativité du filtre. Dans le cadre temporel que nous avons établi pour ces approches, on peut alors imaginer évaluer l'erreur de commutativité due à la variation de la largeur de filtre. On pourrait alors introduire un enrichissement local qui viendrait compenser de manière contrôlée le déficit de tensions turbulentes, par exemple grâce à un forçage volumique.

Enfin, il est à noter que, dans l'état actuel des méthodes hybrides disponibles, l'intervention de l'utilisateur est encore très largement nécessaire pour déterminer les zones en mode RANS et les zones en mode LES, ne serait-ce que par lors de la construction du maillage. À moyen terme, il sera nécessaire de développer des méthodes suffisamment auto-adaptatives pour se passer de cette prédétermination, le code devant être capable de décider à quel endroit changer de modèle, raffiner le maillage et également changer de méthode numérique. Pour cela, un travail important est nécessaire pour déterminer des *critères* de choix, similaires aux évaluations d'erreur utilisées en raffinement automa-

tique de maillage, mais basés sur la physique des écoulements. Par exemple, la détection d'un cisaillement brutal, tel que la turbulence sera trop éloignée de l'équilibre pour être représentée à l'aide d'un modèle RANS, devra provoquer le passage en LES, le raffinement du maillage et l'adaptation de la méthode numérique. Arriver à un tel degré d'intelligence des méthodes nécessite une connaissance approfondie des phénomènes physiques et des limites des différentes approches.

5 Liste complète des publications

Revue à comité de lecture

- [1] F. Dehoux, Y. Lecocq, S. Benhamadouche, R. Manceau, and L.-E. Brizzi. Algebraic modeling of the turbulent heat fluxes using the elliptic blending approach. Application to forced and mixed convection regimes. *Flow Turbul. Combust.*, 2012. Sous presse.
- [2] A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, and J. Borée. A seamless hybrid RANS-LES model based on transport equations for the subgrid stresses and elliptic blending. *Phys. Fluids*, 22(055104), 2010.
- [3] A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, T.B. Gatski, and J. Borée. Temporal filtering: a consistent formalism for seamless hybrid RANS-LES modeling in inhomogeneous turbulence. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 31(3), 2010.
- [4] A. Fadai-Ghotbi, R. Manceau, and J. Borée. Revisiting URANS computations of the backward-facing step flow using second moment closures. Influence of the numerics. *Flow Turbul. Combust.*, 81(3):395–414, 2008.
- [5] L. Perret, J. Delville, R. Manceau, and J.-P. Bonnet. Turbulent inflow conditions for large-eddy simulation based on low-order empirical model. *Phys. Fluids*, 20(7):1–17, 2008.
- [6] T. B. Gatski, C. L. Rumsey, and R. Manceau. Current trends in modeling research for turbulent aerodynamic flows. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 365(1859):2389–2418, 2007.
- [7] S. Carpy and R. Manceau. Turbulence modelling of statistically periodic flows: synthetic jet into quiescent air. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 27:756–767, 2006.
- [8] L. Perret, J. Delville, R. Manceau, and J.-P. Bonnet. Generation of turbulent inflow conditions for LES from stereoscopic PIV measurements. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 27(4):576–584, 2006.
- [9] L. Thielen, K. Hanjalić, H. Jonker, and R. Manceau. Predictions of flow and heat transfer in multiple impinging jets with an elliptic-blending second-moment closure. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 48(8):1583–1598, 2005.
- [10] R. Manceau, J. R. Carlson, and T. B. Gatski. A rescaled elliptic relaxation approach: neutralizing the effect on the log layer. *Phys. Fluids*, 14(11):3868–3879, 2002.
- [11] R. Manceau and K. Hanjalić. Elliptic blending model: A new near-wall Reynolds-stress turbulence closure. *Phys. Fluids*, 14(2):744–754, 2002.

-
- [12] R. Manceau, M. Wang, and D. Laurence. Inhomogeneity and anisotropy effects on the redistribution term in Reynolds-averaged Navier–Stokes modelling. *J. Fluid Mech.*, 438:307–338, 2001.
- [13] D. Picart, R. Manceau, and J.-P. Fauré. A penetroviscosimeter for Newtonian and visco-plastic fluids. *Instrum. Sci. Technol.*, 29(3):169–184, 2001.
- [14] L. Ukeiley, L. Cordier, R. Manceau, J. Delville, M. Glauser, and J.-P. Bonnet. Examination of the large-scale structures in a turbulent mixing layer. Part 2: Dynamical systems model. *J. Fluid Mech.*, 441:67–108, 2001.
- [15] R. Manceau and K. Hanjalić. A new form of the elliptic relaxation equation to account for wall effects in RANS modelling. *Phys. Fluids*, 12(9):2345–2351, 2000.
- [16] R. Manceau, S. Parneix, and D. Laurence. Turbulent heat transfer predictions using the $\overline{v^2}$ - f model on unstructured meshes. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 21(3):320–328, 2000.
- [17] D. Picart, R. Manceau, and J.-P. Fauré. Characterization of paste extrudable explosives using a penetration test. *Propellants, explosives, pyrotechnics*, 24:227–231, 1999.
- [18] L. Cordier, R. Manceau, J. Delville, and J.-P. Bonnet. Sur la relation entre la théorie de la stabilité linéaire et la décomposition orthogonale aux valeurs propres : cas de la couche de mélange plane turbulente. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 324(IIb):551–557, 1997.

Conférences invitées

- [19] R. Manceau. Hybrid temporal LES for the simulation of turbulent flows (keynote lecture). In *Proc. Int. Conf. Advanced Computing and Applications, Ho Chi Minh City, Vietnam*, 2011.
- [20] R. Manceau, Ch. Friess, and T.B. Gatski. Toward a hybrid temporal LES method. In *Proc. 6th AIAA Theor. Fluid Mech. Conf., Honolulu, Hawaii, USA*, 2011.
- [21] R. Manceau, T.B. Gatski, and Ch. Friess. Recent progress in hybrid temporal-LES/RANS modeling. In *Proc. 5th European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECCOMAS CFD 2010, Lisbon, Portugal*, 2010.
- [22] A. Fadaei-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, T. Gatski, and J. Borée. A hybrid RANS–LES model based on temporal filtering. In S.-H. Peng, editor, *Advances in Hybrid RANS–LES Modelling. Proc. 3rd Hybrid RANS/LES Symposium*. Springer,

2009. Papers Contributed to the 2009 Symposium of Hybrid RANS–LES Methods, Gdansk, Poland.
- [23] A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, T. Gatski, and J. Borée. T-PITM: a consistent formulation for seamless RANS/TLES coupling. In *ERCOFTAC Workshop LESTAC 09: Large Eddy Simulation in Turbulence, Aeroacoustic and Combustion*, 2009.
- [24] R. Manceau. Turbulent jet impinging onto a rotating disk: analysis of the RANS results. In *Proc. 13th ERCOFTAC (SIG-15)/IAHR Workshop on Refined Turbulence Modelling*. TU Graz, Austria, 2008.
- [25] S. Carpy, A. Fadai-Ghotbi, R. Manceau, T. B. Gatski, and J. Borée. A seamless hybrid RANS–LES model based on transport equations for the subgrid stresses. In *2nd GACM Colloquium on Computational Mechanics, Munich*, 2007.
- [26] J. Delville, L. Perret, J.-P. Bonnet, and R. Manceau. Turbulent mixing layers: a test case for coupling experiments, theory and unsteady computations. AIAA paper 2007-4618, Miami, FL, USA, june 2007.
- [27] R. Manceau, S. Carpy, A. Fadai-Ghotbi, and J. Borée. La simulation instationnaire pour les applications industrielles : vers une voie entre RANS et LES. Journées AUM/AFM, La Rochelle, 2006.
- [28] R. Manceau and S. Carpy. Using Star-CD for turbulence modelling research. In *Proc. of the STAR-CD and STAR CCM 12th European User Conference, London, UK*, 2004.
- [29] R. Manceau. Contra-rotating jets (wake/mixing layer interaction) : analysis of the results. In R. Manceau, J.-P. Bonnet, M. A. Leschziner, and F. Menter, editors, *Proc. 10th ERCOFTAC (SIG-15)/IAHR/QNET-CFD Workshop on Refined Turbulence Modelling*. Laboratoire d'études aérodynamiques, UMR CNRS 6609, Université de Poitiers, France, 2002.
- [30] R. Manceau. Reproducing the blocking effect of the wall in one-point turbulence models. In *Proc. European Congress Comput. Meth. Appl. Sciences and Engng., Barcelona, Spain*, pages 1–20, 2000.

Livres et ouvrages

- [31] R. Manceau, J.-P. Bonnet, M. A. Leschziner, and F. Menter, editors. *Proc. 10th ERCOFTAC (SIG-15)/IAHR/QNET-CFD Workshop on Refined Turbulence Mod-*

elling. Laboratoire d'études aérodynamiques, UMR CNRS 6609, Université de Poitiers, France, 2002.

Chapitres d'ouvrages

- [32] A. G. Oceni, R. Manceau, and T. Gatski. Introduction of wall effects in explicit algebraic stress models through elliptic blending. In M. Stanislas, J. Jimenez, and I. Marusic, editors, *Progress in wall turbulence: Understanding and Modelling*. Springer, 2010.
- [33] S. Jakirlić, R. Manceau, S. Sarić, A. Fadai-Ghotbi, B. Kniesner, S. Carpy, G. Kadavelil, C. Friess, C. Tropea, and J. Borée. *Numerical Simulation of Turbulent Flows and Noise Generation*, chapter LES, Zonal and Seamless Hybrid LES/RANS: Rationale and Application to Free and Wall-Bounded Flows involving Separation and Swirl, pages 253–282. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Springer, 2009.

Proceedings à comité de lecture

- [34] Y. Bentaleb and R. Manceau. A hybrid temporal LES/RANS formulation based on a two-equation subfilter model. In *Proc. 7th Int. Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Ottawa, Canada*, 2011.
- [35] F. Dehoux, S. Benhamadouche, and R. Manceau. Modelling buoyancy production in the dissipation equation for natural convection regimes. In *Proc. 7th Int. Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Ottawa, Canada*, 2011.
- [36] B. de Laage de Meux, B. Audebert, and R. Manceau. Modelling rotating turbulence in hydraulic pumps. In *Proc. 9th European Conference on Turbomachinery, Fluid Dynamics and Thermodynamics (ETC 9), Istanbul, Turkey*, 21-25 March 2011.
- [37] F. Dehoux, S. Benhamadouche, and R. Manceau. Modeling of the turbulent heat fluxes using elliptic blending. In *Proc. 8th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Marseille, France*, 2010.
- [38] R. Manceau, Ch. Friess, and T.B. Gatski. Of the interpretation of DES as a hybrid RANS/Temporal LES method. In *Proc. 8th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Marseille, France*, 2010.
- [39] T.T. Tran, R. Perrin, R. Manceau, and J. Borée. Simulation and analysis of the flow over a thick plate at high Reynolds number. In *Proc. 8th ERCOFTAC Int.*

Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Marseille, France, 2010.

- [40] A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, T. Gatski, and J. Borée. Toward a consistent formalism for seamless hybrid RANS–LES modelling in inhomogeneous turbulence based on temporal filtering. In *Proc. 6th Int. Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Seoul, Korea, 2009.*
- [41] R. Manceau, R. Perrin, M. Hadžiabdić, P. Fourment, and S. Benhamadouche. Turbulent jet impinging onto a rotating disc: A collaborative evaluation of RANS models. In *Proc. 6th Int. Symp. Turbulence, Heat and Mass Transfer, Roma, Italy, 2009.*
- [42] Y. Lecocq, S. Bournaud, R. Manceau, B. Duret, and L. Brizzi. U-RANS simulation of mixed-convection around a finite wall-mounted heated cylinder cooled by cross-flow. In *Symposium on Transport Phenomena in Energy Conversion from Clean and Sustainable Resources, ASME Fluids Engng Division Summer Conference, FEDSM2008-55134, pages 1–11, 2008.*
- [43] Y. Lecocq, R. Manceau, S. Bournaud, and L.-E. Brizzi. Modelling of the turbulent heat fluxes in natural, forced and mixed convection regimes. In *Proc. 7th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Limassol, Cyprus, 2008.*
- [44] A. G. Ocen, R. Manceau, and T. B. Gatski. A hierarchy of explicit algebraic models for wall-bounded flows. In *Proc. 7th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Limassol, Cyprus, 2008.*
- [45] A. Fadai-Ghotbi, R. Manceau, and J. Borée. A seamless hybrid RANS/LES model based on transport equations for the subgrid stresses and elliptic blending. In *Proc. 5th Int. Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Munich, Germany, 2007.*
- [46] A. Fadai-Ghotbi, R. Manceau, and J. Borée. Revisiting URANS computations of the flow behind a backward-facing step using second moment closures. In *Proc. Fourth International Conference on Computational Fluid Dynamics, Ghent, Belgium, 2006.*
- [47] S. Carpy and R. Manceau. Turbulence modelling of statistically periodic flows: The case of the synthetic jet. In *Proc. 6th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Sardinia, Italy, 2005.*
- [48] R. Manceau. An improved version of the Elliptic Blending Model. Application to non-rotating and rotating channel flows. In *Proc. 4th Int. Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Williamsburg, VA, USA, 2005.*

-
- [49] L. Perret, J. Delville, R. Manceau, and J.-P. Bonnet. Generation of turbulent inflow conditions for large eddy simulation from stereoscopic PIV measurements. In *Proc. 4th Intl Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Williamsburg, Virginia, USA*, 2005.
- [50] L. Perret, J. Delville, R. Manceau, and J.-P. Bonnet. Interfacing stereoscopic PIV measurements to large eddy simulation via low order dynamical system. In *ERCOTAC Worskhop-Direct and Large-Eddy Simulation-6, Poitiers-Futuroscope, France*, 2005.
- [51] L. Tarrade, R. Manceau, A. Texier, L. David, and M. Larinier. Étude numérique des écoulements hydrodynamiques turbulents dans une passe à poisson. In *17^e Congrès Français de Mécanique, Troyes*, 2005.
- [52] L. Thielen, K. Hanjalić, H. Jonker, and R. Manceau. Predictions of flow and heat transfer in multiple-impinging jets with an Elliptic-Blending second-moment closure. In *Proc. ICHMT Int. Symp. Advances in Computational Heat Transfer, Norway, April 19–24, CHT–04–263*, 2004.
- [53] R. Manceau. Computation of the flow around a simplified car using the rescaled $\overline{v^2}$ - f model. In *Proc. Symp. Separated and Complex Flows VI, ASME 2003 Fluids Engineering Summer Meeting, Honolulu, Hawaii*, 2003.
- [54] R. Manceau. Accounting for wall-induced Reynolds stress anisotropy in explicit algebraic stress models. In *Proc. 3rd Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Sendai, Japan*, 2003.
- [55] R. Manceau, S. Carpy, and D. Alfano. A rescaled $\overline{v^2}$ - f model: first application to separated and impinging flows. In W. Rodi and N. Fueyo, editors, *Proc. 5th Int. Symp. Engng. Turb. Modelling and Measurements, Mallorca, Spain*. Elsevier, 2002.
- [56] L. Thielen, K. Hanjalić, R. Manceau, and H. Jonker. Turbulence modelling in a single normally impinging jet. In *Proc. ASME-PVP Conference, Atlanta, USA*, 2001.
- [57] R. Manceau and S. Parneix. Computations of turbulent flows using the $\overline{v^2}$ - f model in a finite element code. In *Proc. Fourth Intl Symp. on Engng. Turbulence Modelling and Measurements, Ajaccio, Corsica, France*, pages 319–328, 1999.
- [58] R. Manceau, M. Wang, and D. Laurence. Assessment of inhomogeneity effects on the pressure term using DNS database: implication for RANS models. In *Proc. First Intl Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Santa Barbara, USA*, 8, pages 239–244, 1999.

- [59] R. Manceau, M. Wang, and P. Durbin. Assessment of non-local effect on pressure term in RANS modeling using a DNS database. In *Proc. of the Summer Program*, pages 303–322. Center for Turbulence Research, Stanford University, CA, USA, 1998.
- [60] L. Cordier, R. Manceau, J. Delville, and J.-P. Bonnet. Structures in turbulent plane mixing layer. In *Proc. 6th European Turbulence Conference*, pages 321–324, 1996.
- [61] L. Cordier, R. Manceau, J. Delville, and J.-P. Bonnet. Étude de la couche de mélange plane turbulente incompressible à l’aide d’un système dynamique d’ordre faible. In *Actes du 32^e Colloque d’Aérodynamique Appliquée de l’AAAF*, volume 2, pages 23–52, 1996.
- [62] L. Cordier, R. Manceau, J. Delville, and J.-P. Bonnet. POD et systèmes dynamiques : le cas de la couche de mélange. In *Actes du congrès général de physique de la Société Française de physique*, 1995.
- [63] L. Ukeiley, M. Glauser, L. Cordier, R. Manceau, J. Delville, and J.-P. Bonnet. A dynamical model for a plane turbulent mixing layer. In *Proc. American Physical Society/DFD Meeting, Irvine, California*, 1995.

Communications à des congrès et symposiums

- [64] A. Fadai-Ghotbi, R. Manceau, and T. Gatski. Consistency and invariance issues in developing a global hybrid RANS/LES method: Temporally filtered PITM (T-PITM). 13th ERCOFTAC (SIG-15)/IAHR Workshop on Refined Turbulence Modelling, Graz, Austria, 2008.
- [65] R. Perrin and R. Manceau. RANS computations of a turbulent jet impinging onto a rotating disk. In *Proc. 13th ERCOFTAC (SIG-15)/IAHR Workshop on Refined Turbulence Modelling*. TU Graz, Austria, 2008.
- [66] S. Carpy and R. Manceau. URANS and seamless hybrid RANS/LES computations of a turbulent forced temporal mixing layer. In *11th European Turbulence Conference FEUP, Porto, Portugal*, 2007.
- [67] R. Manceau. Computation of the flow over a hump model using the elliptic blending Reynolds-stress model. In *Proc. 12th ERCOFTAC/IAHR Workshop on Refined Turbulence Modelling, Berlin, Germany*, 2006.
- [68] R. Manceau. Application of the elliptic blending model to the flow over a hump model (actuator control). In *Proc. 11th ERCOFTAC/IAHR Workshop on Refined*

Turbulence Modelling, Goteborg, Sweden, 2005.

- [69] S. Carpy and R. Manceau. Synthetic jet into quiescent air. URANS simulations with eddy-viscosity and Reynolds-stress models. In *Proc. NASA Langley Research Center Workshop on CFD Validation of Synthetic Jets and Turbulent Separation Control, Williamsburg, Virginia, USA, 2004.*
- [70] R. Manceau. Turbulence modelling of an axisymmetric jet impinging on a heated flat plate: A review. In *3rd QNET-CFD Workshop, Prag, Czech Republic, 2003.*
- [71] R. Manceau. Contra-rotating jets: wake/mixing layer interaction. In R. Manceau, J.-P. Bonnet, M. A. Leschziner, and F. Menter, editors, *Proc. 10th ERCOFTAC (SIG-15)/IAHR/QNET-CFD Workshop on Refined Turbulence Modelling.* Laboratoire d'études aérodynamiques, UMR CNRS 6609, Université de Poitiers, France, 2002.
- [72] R. Manceau, J.-P. Bonnet, and P. Gilliéron. The Ahmed body test case for automotive CFD validation. Recent results from experiments and computations. In *2nd QNET-CFD Workshop, Luzern, Switzerland, 2002.*
- [73] R. Manceau. Description of the computations of the case 9.2: Periodic flow over a 2-D hill. In S. Jakirlic, R. Jester-Zurker, and C. Tropea, editors, *Proc. 9th ERCOFTAC/IAHR/COST workshop on Refined Turbulence Modelling.* Darmstadt University of Technology, Germany, 2001.
- [74] R. Manceau, S. Parneix, T. Goutorbe, and D. Laurence. Description of the computations of the case 7.2. In *Proc. 7th ERCOFTAC/IAHR/COST workshop on Refined Turbulence Modelling.* UMIST, Manchester, UK, 1998.
- [75] R. Manceau and D. Laurence. Description of the computations of the case 6.3. In *Proc. 6th ERCOFTAC/IAHR/COST workshop on Refined Turbulence Modelling.* Delft University of Technology, The Netherlands, 1997.
- [76] L. Cordier, R. Manceau, J. Delville, and J.-P. Bonnet. Low-dimensional description of the dynamical behavior of a plane turbulent mixing layer. In *Proc. Workshop on Flow Control, Fundamentals and Practices, Cargèse, Corsica, France, 1996.*

Séminaires, workshops

- [77] B. de Laage de Meux, B. Audebert, and R. Manceau. RANS/LES coupling with synthetic-eddy method and controlled forcing: application to rotating channel flow. Réunion du Club des Utilisateurs de Code_Saturne, EDF R&D, Chatou, France,

2010.

- [78] R. Manceau. Modélisation de la turbulence. Prise en compte des effets de paroi. Présentation au comité AERES de l'institut PPrime, 2010.
- [79] A. Fadai-Ghotbi, S. Carpy, C. Friess, R. Manceau, and J. Borée. Partially integrated transport modelling (PITM) for free and wall-bounded flows. Réunion du GDRE *Mécanique des fluides numériques*, Munich, Allemagne, 2009.
- [80] R. Manceau. Utilisation du code open-source Saturne pour le développement et la validation des modèles de turbulence. Séminaire CFD, Cemagref, Antony, 2009.
- [81] A. Fadai-Ghotbi, C. Friess, and R. Manceau. Recent developments in hybrid RANS/LES modelling. Réunion du Club des Utilisateurs de Code_Saturne, EDF R&D, Chatou, France, 2008.
- [82] A. Fadai-Ghotbi, C. Friess, R. Manceau, J. Borée, and E. Lamballais. A seamless hybrid RANS/LES model based on transport equations for the subgrid stresses and elliptic blending. Réunion du GDRE *Mécanique des fluides numériques*, Grenoble, 2008.
- [83] R. Manceau, T. B. Gatski, J. Borée, E. Lamballais, S. Carpy, and C. Friess. Development of a seamless hybrid RANS/LES method. Réunion du GDRE *Mécanique des fluides numériques*, Stuttgart, Allemagne, 2007.
- [84] S. Carpy and R. Manceau. Modélisation instationnaire de la turbulence. Séminaire invité, laboratoire TREFLE, Bordeaux, 2006.
- [85] J. Delville, R. Manceau, E. Lamballais, P. Comte, and J.-P. Bonnet. Couplages expériences-calculs, apports des méthodes optiques. 19e journée thématique de l'AFVL, Meudon, 2006.
- [86] R. Manceau, S. Carpy, A. Fadai-Ghotbi, L. Perret, J. Borée, J. Delville, and J.-P. Bonnet. Recent results in unsteady statistical modelling. Séminaire invité, Division of Fluid Dynamics, Department of Applied Mechanics, Chalmers University of Technology, 2006.
- [87] R. Manceau. Effets de la paroi sur la turbulence en modélisation statistique (RANS). La relaxation elliptique. Réunion GDR 2865 *Structure de la Turbulence et Mélange*, École Centrale de Nantes, 2005.
- [88] R. Manceau, S. Carpy, A. Fadai-Ghotbi, L. Perret, J. Borée, J. Delville, and J.-P. Bonnet. Résultats récents en modélisation instationnaire. Réunion du Club des Utilisateurs de Code_Saturne, EDF R&D, Chatou, France, 2005.

-
- [89] S. Carpy and R. Manceau. *Modélisation de la turbulence en écoulement statistiquement périodique. Le cas du jet synthétique*. Réunion du Club des Utilisateurs de Code_Saturne, EDF R&D, Chatou, France, 2004.
- [90] S. Carpy, R. Manceau, and J. Borée. *Étude des paramètres pilotant l'apparition de structures instationnaires en modélisation URANS*. Réunion du Club des Utilisateurs de Code_Saturne, EDF R&D, Chatou, France, 2003.
- [91] S. Carpy, R. Manceau, and J. Borée. *Étude de l'apparition de structures instationnaires dans les écoulements turbulents décrits par les équations aux moyennes de Reynolds (RANS)*. Séminaire invité, École Nationale Supérieure d'Arts & Métiers de Paris, 2003.
- [92] R. Manceau and Y. Lecoq. *Développement d'un modèle de turbulence au second ordre intégrable jusqu'aux parois utilisable en situation industrielle*. Réunion du Club des Utilisateurs de Code_Saturne, EDF R&D, Chatou, France, 2003.
- [93] R. Manceau. *Modélisation bas-Reynolds basée sur la relaxation elliptique*. Séminaire de turbulence, ONERA, CERT, Toulouse, 1998.

Cours nationaux et internationaux

- [94] J.-P. Bonnet, R. Manceau, and E. Lamballais. *Phénoménologie des écoulements turbulents. Les différentes échelles de la turbulence, leur interprétation et leurs implications pour les méthodes de simulation numérique*. 12^e école de mécanique des fluides numérique, Roscoff, France, 2011.
- [95] R. Manceau. *Modélisation statistique de la turbulence*. 10^e école de mécanique des fluides numérique, Roscoff, France, 2007.
- [96] R. Manceau and E. Lamballais. *Turbulence modelling: RANS, LES and hybrid methods*. PREMER course, University of Buenos Aires, Argentina, 2007.
- [97] R. Manceau. *Elliptic Relaxation Models*. ERCOFTAC Summer School: Physical and Numerical aspects of Turbulence Modelling, UMIST, Manchester, 26 June–2 July, 2002.
- [98] R. Manceau. *The elliptic relaxation method*. Newton Institute Scientific program on Turbulence. Instructional Conference on Closure Strategies for Modelling Turbulent and Transitional Flows, Cambridge, UK, 1999.

Reuves sans comité de lecture

- [99] H. Steiner, S. Jakirlić, G. Kadavelil, R. Manceau, S. Sarić, and G. Brenn. 13th ERCOFTAC workshop on refined turbulence modelling, 25–26th September, 2008, Graz university of technology, Austria. *ERCOFTAC Bulletin* 79, 2009.
- [100] R. Manceau. *Turbulence*, de C. Bailly et G. Comte-Bellot. *Bulletin de l'Union des physiciens*, 861, 2004.
- [101] R. Manceau. Report on the 10th joint ERCOFTAC (SIG–15)/IAHR/QNET-CFD workshop on refined turbulence modelling, Poitiers, october 10-11, 2002. *ERCOFTAC Bulletin*, 2003.

Autres publications

- [102] A. G. Ocenii and R. Manceau. Explicit algebraic modelling using elliptic blending for wall-bounded flows. (Modélisation algébrique explicite à pondération elliptique pour les écoulements turbulents en présence de parois.) (D4.21). WALLTURB: A European Synergy for the Assessment of Wall Turbulence. European union 6th framework program, contract number AST4-CT-2005-516008, 2009.
- [103] A. G. Ocenii, R. Manceau, and T. B. Gatski. RANS modelling of the APG boundary layer (D4.17). WALLTURB: A European Synergy for the Assessment of Wall Turbulence. European union 6th framework program, contract number AST4-CT-2005-516008, 2009.
- [104] A. G. Ocenii, R. Manceau, and T. B. Gatski. Explicit algebraic modelling of channel flows (D4.10). WALLTURB: A European Synergy for the Assessment of Wall Turbulence. European union 6th framework program, contract number AST4-CT-2005-516008, 2008.
- [105] A. G. Ocenii, R. Manceau, and T. B. Gatski. A hierarchy of explicit algebraic models for wall-bounded flows (D4.13). WALLTURB: A European Synergy for the Assessment of Wall Turbulence. European union 6th framework program, contract number AST4-CT-2005-516008, 2008.
- [106] A. G. Ocenii, R. Manceau, and T. B. Gatski. Derivation of explicit algebraic models (D4.5). WALLTURB: A European Synergy for the Assessment of Wall Turbulence. European union 6th framework program, contract number AST4-CT-2005-516008, 2007.
- [107] J.-P. Bonnet and R. Manceau. *Ahmed Body. Application Challenge Documentation*

-
- (D30). QNET-CFD: a thematic network for quality and trust in the industrial application of CFD. European Union R&D program GROWTH, contract number G1RT-CT-2000-05003, 2003.
- [108] R. Manceau. *Impinging Jet. Underlying Flow Regime Documentation (D32)*. QNET-CFD: a thematic network for quality and trust in the industrial application of CFD. European Union R&D program GROWTH, contract number G1RT-CT-2000-05003, 2003.
- [109] R. Manceau. *Transition à la turbulence de l'écoulement dans une conduite circulaire soumise à des vibrations. Étude bibliographique*. Rapport final du contrat CEA/LR/4600068245/CV entre le CEA, le CNRS et l'université de Poitiers, 2003.
- [110] R. Manceau. *Best practice advice for the Ahmed Body. Application Challenge Best Practice Advice (D34)*. QNET-CFD: a thematic network for quality and trust in the industrial application of CFD. European Union R&D program GROWTH, contract number G1RT-CT-2000-05003, 2003.
- [111] R. Manceau and J. Pécheux. *Étude de la rotation d'un système complexe*. Rapport intermédiaire du contrat CEA/LR/4600068245/CV entre le CEA, le CNRS et l'université de Poitiers, 2003.
- [112] R. Manceau. *Modélisation de la turbulence. Prise en compte de l'influence des parois par relaxation elliptique*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, 1999.
- [113] R. Manceau. Modélisation de la turbulence sur maillages non-structurés, rapport d'activité de 1^{re} année de thèse. Technical Report HE-41/97/062, Électricité de France, 1997.
- [114] R. Manceau. *Étude de systèmes dynamiques basés sur la décomposition orthogonale aux valeurs propres en couche de mélange turbulente*. Rapport de stage de DEA, Université Paris VI, 1995.

6 Autres références

- [115] R. D. Moser, J. Kim, and N. N. Mansour. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$. *Phys. Fluids*, 11(4):943–945, 1999.
- [116] R. Schiestel. *Méthodes de modélisation et de simulation des écoulements turbulents*. Hermès/Lavoisier, Paris, 2006.
- [117] P. Chassaing. *Turbulence en mécanique des fluides. Analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l’usage de l’ingénieur*. Collection Polytech. Cépaduès-Éditions, Toulouse, France, 2000.
- [118] P.-L. Viollet, J.-P. Chabard, P. Esposito, and D. Laurence. *Mécanique des fluides appliquée*. Presses de l’École nationale des ponts et chaussées, Paris, 1998.
- [119] B. Aupoix. *Introduction to turbulence modelling V*, chapter From mixing length to Reynolds stress models. VKI lecture series. VKI, 2004.
- [120] J. Piquet. *Turbulent Flows. Models and physics*. Springer-Verlag, Berlin, revised 2nd edition, 2001.
- [121] P. A. Durbin and B. A. Pettersson Reif. *Statistical Theory and Modeling for Turbulent Flows*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK, 2001.
- [122] K. Hanjalić and B.E. Launder. *Modelling Turbulence in Engineering and the Environment. Second-Moment Routes to Closure*. Cambridge University Press, 2011.
- [123] P. R. Spalart. Strategies for turbulence modelling and simulations. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 21:252–263, 2000.
- [124] M. Lesieur, O. Métais, and P. Comte. *Large-eddy simulations of turbulence*. Cambridge University Press, 2005.
- [125] M. Germano. *Advanced Turbulent Flows Computations*, volume 395 of *CISM Courses and Lectures*, chapter Fundamentals of large eddy simulation, pages 81–130. Springer, 2000.
- [126] P. Sagaut. *Large eddy simulation for incompressible flows*. Springer, 3rd edition, 2005.
- [127] F. Archambeau, N. Méchitoua, and M. Sakiz. Code Saturne: A finite volume code for the computation of turbulent incompressible flows - Industrial applications. *Int. J. on Finite Volume, Electronical edition: <http://averoes.math.univ-paris13.fr/html>*, ISSN 1634(0655), 2004.

-
- [128] J. Boussinesq. Essai sur la théorie des eaux courantes. Mémoires à l'Académie des Sciences, 1877.
- [129] L. Prandtl. Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz. *Nachr. Akad. Wiss., Allemagne*, page 16, 1945.
- [130] A. N. Kolmogorov. Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence. *Dokl. Akad. Nauk., URSS*, 32:16, 1941.
- [131] P. Y. Chou. On velocity correlations and the solutions of the equations of turbulent fluctuation. *Quart. of Appl. Math.*, 3:38–54, 1945.
- [132] J. C. Rotta. Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz. *Z. Phys.*, 129(6):547–572, 1951.
- [133] P. A. Durbin. Near-wall turbulence closure modeling without “damping functions”. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 3:1–13, 1991.
- [134] S. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, New-York, 2000.
- [135] J. C. R. Hunt and J. M. R. Graham. Free-stream turbulence near plane boundaries. *J. Fluid Mech.*, 84(2):209–235, 1978.
- [136] I. Calmet and J. Magnaudet. Statistical structure of high-Reynolds-number turbulence close to the free surface of an open-channel flow. *J. Fluid Mech.*, 474:355–378, 2003.
- [137] G. Campagne, J.-B. Cazalbou, L. Joly, and P. Chassaing. The structure of a statistically steady turbulent boundary layer near a free-slip surface. *Phys. Fluids*, 21(6), 2009.
- [138] B.H. Brumley and G.H. Jirka. Near-surface turbulence in a grid-stirred tank. *J. Fluid Mech.*, 183:235–263, 1987.
- [139] B. Perot. Turbulence modeling using body force potential. *Phys. Fluids*, 11(9):2645–2656, 1999.
- [140] D.T. Walker, R.I. Leighton, and L.O. Garza-Rios. Shear-free turbulence near a flat free surface. *J. Fluid Mech.*, 320:19–51, 1996.
- [141] S. Yokojima and N. Shima. Applicability of elliptic-relaxation method to free-surface turbulence. *Fluid Dyn. Res.*, 42(3), 2010.
- [142] B. E. Launder and S.-P. Li. On the elimination of wall-topography parameters from second-moment closure. *Phys. Fluids*, 6(2):999–1006, 1994.

- [143] T.J. Craft. Developments in a low-Reynolds-number second-moment closure and its application to separating and reattaching flows. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 19(5):541–548, 1998.
- [144] T.J. Craft and B.E. Launder. Principles and performance of TCL-based second-moment closures. *Flow Turbul. Combust.*, 66(4):355–372, 2001.
- [145] J. Kim. On the structure of pressure fluctuations in simulated turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 205:421–451, 1989.
- [146] B. E. Launder, G. J. Reece, and W. Rodi. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.*, 68(3):537–566, 1975.
- [147] P. Bradshaw, N. N. Mansour, and U. Piomelli. On local approximations of the pressure–strain term in turbulence models. In *Proc. of the Summer Program*, pages 159–164. Center for Turbulence Research, Stanford University, CA, USA, 1987.
- [148] C. G. Speziale, S. Sarkar, and T. B. Gatski. Modeling the pressure-strain correlation of turbulence: an invariant dynamical system approach. *J. Fluid Mech.*, 227:245–272, 1991.
- [149] V. Wizman, D. Laurence, M. Kanneche, P. Durbin, and A. Demuren. Modeling near-wall effects in second-moment closures by elliptic relaxation. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 17(3):255–266, 1996.
- [150] T. Wei and W. W. Willmarth. Reynolds-number effects on the structure of a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 204:57–95, 1989.
- [151] P. A. Durbin. A Reynolds stress model for near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 249:465–498, 1993.
- [152] P. A. Durbin. Some issues in applied turbulence modeling. *Fluid Dyn. Res.*, 2008. Submitted.
- [153] V. Viti, G. Huang, and P. Bradshaw. Numerical study of stress-transport turbulence models: Implementation and validation issues. *Comput. Fluids*, 36(8):1373–1383, 2007.
- [154] D. Borello, K. Hanjalic, and F. Rispoli. Prediction of cascade flows with innovative second-moment closures. *J. Fluid Eng.-T. ASME*, 127(6):1059–1070, 2005.
- [155] O. Törnblom and A. V Johansson. A Reynolds stress closure description of separation control with vortex generators in a plane asymmetric diffuser. *Phys. Fluids*, 19(115108), 2007.

-
- [156] F. Billard, J.C. Uribe, and D. Laurence. A new formulation of the V2F model using elliptic blending and its application to heat transfer prediction. In *Proc. 7th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Limassol, Cyprus*, 2008.
- [157] F. Billard, T. Craft, and A. Revell. Application of advanced Reynolds stress transport models to highly separated flows. In *Proc. 7th Int. Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Ottawa, Canada*, 2011.
- [158] M. Waclawczyk, J. Pozorski, and J.-P. Minier. Probability density function computation of turbulent flows with a new near-wall model. *Phys. Fluids*, 16(5):1410–1422, 2004.
- [159] J. Hui and S. Obi. A modification of the elliptic relaxation equation to account for pressure transport in RANS modeling. In *Proc. 7th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Limassol, Cyprus*, 2007.
- [160] J. K. Shin, K. H. Chun, and Y. D. Choi. Refinement of a second moment closure by the elliptic blending equation and its application to turbulent rotating channel flows. *J. Turbul.*, 4(030):1–22, 2003.
- [161] J.-K. Shin, Y.-D. Choi, and J.-S. An. Numerical analysis of turbulent flow and heat transfer in a square sectioned U-bend duct by elliptic-blending second moment closure. *J. Mech. Sc. and Technol.*, 21(2):360–371, 2007.
- [162] H.S. Ho, C.Y. Don, S.J. Sik, and S.J. Kun. Compressibility factor effect on the turbulence heat transfer of super-critical carbon dioxide by an elliptic-blending second moment closure. *Trans. Korean Soc. Mech. Engineers, B*, 31(1):40–50, 2007.
- [163] S.H. Han, Y.D. Choi, J.K. Shin, Y.C. Kim, and M.S. Kim. Turbulent heat transfer of supercritical carbon dioxide in square cross-sectional duct flow. *J. Mech. Sci. Technol.*, 22(12):2563–2577, 2008.
- [164] S.-K. Choi and S.-O. Kim. Treatment of turbulent heat fluxes with the elliptic-blending second-moment closure for turbulent natural convection flows. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 51(9–10):2377–2388, 2008.
- [165] S.-K. Choi and S.-O. Kim. Computation of a turbulent Rayleigh-Benard convection with the elliptic-blending second-moment closure. *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 35(7):817–821, 2008.
- [166] S.C. Kassinos, C.A. Langer, G. Kalitzin, and G. Iaccarino. A simplified structure-based model using standard turbulence scale equations: computation of rotating

- wall-bounded flows. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 27(4):653–660, 2006.
- [167] B. Aupoix, S. C. Kassinos, and C.A. Langer. ASBM-BSL: An easy access to the structure based model technology. In M. Stanislas, J. Jimenez, and I. Marusic, editors, *Progress in wall turbulence: Understanding and Modelling*. Springer, 2010.
- [168] B.A. Pettersson Reif, M. Mortensen, and C.A. Langer. Towards sensitizing the nonlinear $\overline{v^2}$ - f model to turbulence structures. *Flow Turbul. Combust.*, 83(2):185–203, 2009.
- [169] L.F.G. Geers, M.J. Tummers, and K. Hanjalić. Experimental investigation of impinging jet arrays. *Exp. Fluids*, 36(6):946–958, 2004.
- [170] B. J. Daly and F. H. Harlow. Transport equations in turbulence. *Phys. Fluids*, 13:2634–2649, 1970.
- [171] T.J. Craft, S.E. Gant, A.V. Gerasimov, H. Iacovides, and B.E. Launder. Development and application of wall-function treatments for turbulent forced and mixed convection flows. *Fluid Dyn. Res.*, 38(2-3):127–144, 2006.
- [172] M. Behnia, S. Parneix, and P. Durbin. Prediction of heat transfer in a jet impinging on a flat plate. *Intl J. Heat Mass Transfer*, 41(12):1845–1855, 1998.
- [173] M. Behnia, S. Parneix, Y. Shabany, and P. A. Durbin. Numerical study of turbulent heat transfer in confined and unconfined impinging jets. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 20(1):1–9, 1999.
- [174] S. Parneix, M. Behnia, and P. A. Durbin. Predictions of turbulent heat transfer in an axisymmetric jet impinging on a heated pedestal. *J. Heat Transfer*, 120:1–7, 1998.
- [175] J.-B. Cazalbou, P. Chassaing, G. Dufour, and X. Carbonneau. Two-equation modeling of turbulent rotating flows. *Phys. Fluids*, 17(5), 2005.
- [176] G. Dufour, J.-B. Cazalbou, X. Carbonneau, and P. Chassaing. Assessing rotation/curvature corrections to eddy-viscosity models in the calculations of centrifugal-compressor flows. *J. Fluid Eng.-T. ASME*, 130(9), 2008.
- [177] P.R. Spalart and M. Shur. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. *Aerosp. Sci. Technol.*, 1(5):297–302, 1997.
- [178] B. A. Pettersson Reif, P. A. Durbin, and A. Ooi. Modeling rotational effects in eddy-viscosity closures. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 20:563–573, 1999.
- [179] B. E. Launder, D. P. Tselepidakis, and B. A. Younis. A second-moment closure study of rotating channel flow. *J. Fluid Mech.*, 183:63–75, 1987.

-
- [180] C. G. Speziale. Turbulence modeling in non-inertial frames of reference. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 1:3–19, 1989.
- [181] J.P. Bertoglio. Homogeneous turbulent field within a rotating frame. *AIAA J.*, 20(9):1175–1181, 1982.
- [182] Y. Minagawa and S. Obi. Development of turbulent impinging jet on a rotating disk. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 25:759–766, 2004.
- [183] C.O. Popiel and L. Boguslawski. Local heat transfer from a rotating disk in an impinging round jet. *J. Heat Transf.*, 108:357–364, 1986.
- [184] F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA J.*, 32(8):1598–1605, 1994.
- [185] K. Hanjalić, M. Popovac, and M. Hadžiabdić. A robust near-wall elliptic relaxation eddy-viscosity turbulence model for CFD. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 25:1047–1051, 2004.
- [186] D. R. Laurence, J. C. Uribe, and S. V. Utyuzhnikov. A robust formulation of the v^2 - f model. *Flow Turbul. Combust.*, 73(3–4):169–185, 2005.
- [187] A. G. Oeni. *Modélisation algébrique explicite à pondération elliptique pour les écoulements turbulents en présence de parois*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure de Mécanique et d’Aérotechnique (ENSMA), 2009.
- [188] W. Rodi. A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses. *Z. Angew. Math. Mech.*, 56:219–221, 1976.
- [189] S. B. Pope. A more general effective viscosity hypothesis. *J. Fluid Mech.*, 72:331–340, 1975.
- [190] T. B. Gatski and C. G. Speziale. On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows. *J. Fluid Mech.*, 254:59–78, 1993.
- [191] M.O. Deville and T.B. Gatski. *Complex Fluids and Flows*. 2012. To appear.
- [192] T. Jongen and T.B. Gatski. General explicit algebraic stress relations and best approximation for three-dimensional flows. *Int. J. Eng. Sci.*, 36(7–8):739–763, 1998.
- [193] A. J. M. Spencer. Theory of invariants. In A. C. Eringen, editor, *Continuum Physics*, volume 1. Academic Press, New York, 1971.
- [194] C. L. Rumsey, T. B. Gatski, and J. H. Morrison. Turbulence model predictions of strongly curved flow in a U-duct. *AIAA J.*, 38(8):1394–1402, 2000.
- [195] H. Tennekes and J. L. Lumley. *A first course in Turbulence*. MIT Press, 1972.

- [196] J.K. Shin, J.S. An, and Y.D. Choi. Elliptic relaxation second moment closure for turbulent heat flux. In *Proc. 4th Int. Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Williamsburg, VA, USA*, volume 1, pages 271–276, 2005.
- [197] S. Kenjereš, S.B. Gunarjjo, and K. Hanjalić. Contribution to elliptic relaxation modelling of turbulent natural and mixed convection. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 26(4):569–586, 2005.
- [198] S. Kenjereš and K. Hanjalić. Transient analysis of Rayleigh-Bénard convection with rans model. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 20:329–340, 1999.
- [199] K. Hanjalić, S. Kenjereš, and F. Durst. Natural convection in partitioned two-dimensional enclosures at higher Rayleigh numbers. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 39(7):1407–1427, 1996.
- [200] Y. Lecocq. *Contribution à l'analyse et à la modélisation des écoulements turbulents en convection mixte. Application à l'entreposage des déchets radioactifs*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2008.
- [201] J. K. Shin, J. S. An, Y. D. Choi, Y. C. Kim, and M. S. Kim. Elliptic relaxation second moment closure for the turbulent heat fluxes. *J. Turbul.*, 9(3):1–29, 2008.
- [202] Y. G. Lai and R. M. C. So. Near-wall modeling of turbulent heat fluxes. *Intl J. Heat Mass Transfer*, 33(7):1429–1440, 1990.
- [203] B. E. Launder. On the effects of a gravitational field on the turbulent transport of heat and momentum. *J. Fluid Mech.*, 67(3):569–581, 1975.
- [204] B. E. Launder. On the computation of convective heat transfer in complex turbulent flows. *J. Heat Transfer*, 110:1112–1128, 1988.
- [205] K. Hanjalić. One-point closure models for buoyancy-driven turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 34:321–347, 2002.
- [206] H.S. Dol, K Hanjalić, and S. Kenjereš. A comparative assessment of the second-moment differential and algebraic models in turbulent natural convection. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 18(1):4–14, 1997.
- [207] P. M. Wikström, S. Wallin, and A. V. Johansson. Derivation and investigation of a new explicit algebraic model for the passive scalar flux. *Phys. Fluids*, 12(3):688–702, 2000.
- [208] R. M. C. So, L. H. Jin, and T. B. Gatski. An explicit algebraic Reynolds stress and heat flux model for incompressible turbulence: Part II Buoyant flow. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 17:377–406, 2004.

-
- [209] T.B. Gatski. Second-moment and scalar flux representations in engineering and geophysical flows. *Fluid Dyn. Res.*, 41(1), 2009.
- [210] D. Violeau. Explicit algebraic Reynolds stresses and scalar fluxes for density-stratified shear flows. *Phys. Fluids*, 21(3), 2009.
- [211] M. Prud'homme and S. Elghobashi. Turbulent heat transfer near the reattachment of flow downstream of a sudden pipe expansion. *Num. Heat Transfer*, 10:349–368, 1986.
- [212] T. P. Sommer, R. M. C. So, and Y. G. Lai. A near-wall two-equation model for turbulent heat fluxes. *Intl J. Heat Mass Transfer*, 35(12):3375–3387, 1992.
- [213] S. Kenjereš and K. Hanjalić. Prediction of turbulent thermal convection in concentric and eccentric horizontal annuli. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 16(5):429–439, 1995.
- [214] M. L. Karcz and J. Badur. A turbulent heat flux two-equation $\overline{\theta^2}-\varepsilon_\theta$ closure based on the V2F turbulence model. *Task quarterly*, 7(5):375–387, 2003.
- [215] H. Abe, H. Kawamura, and Y. Matsuo. Surface heat-flux fluctuations in a turbulent channel flow up to $Re_\tau = 1020$ with $Pr = 0.025$ and 0.71 . *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 25(3):404–419, 2004.
- [216] N. Kasagi and M. Nishimura. Direct numerical simulation of combined forced and natural turbulent convection in a vertical plane channel. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 18(1):88–99, 1997.
- [217] P. L. Betts and I. H. Bokhari. New experiments on turbulent natural convection of air in a tall cavity. Technical Report C510/091/95, Dept Mech. Engng., UMIST, 1995.
- [218] R. Boudjemadi, V. Maupu, D. Laurence, and P. Le Quéré. Budgets of turbulent stresses and fluxes in a vertical slot natural convection flow at Rayleigh $ra = 10^5$ and $5.4 \cdot 10^5$. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 18(1):70–79, 1997.
- [219] T.A.M. Versteegh and F.T.M. Nieuwstadt. A direct numerical simulation of natural convection between two infinite vertical differentially heated walls scaling laws and wall functions. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 42(19):3673–3693, 1999.
- [220] F.X. Trias, A. Gorobets, M. Soria, and A. Oliva. Direct numerical simulation of a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with Rayleigh numbers up to 10^{11} - Part I: Numerical methods and time-averaged flow. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 53(4):665–673, 2010.
- [221] F.X. Trias, A. Gorobets, M. Soria, and A. Oliva. Direct numerical simulation of

- a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with rayleigh numbers up to 10^{11} - Part II: Heat transfer and flow dynamics. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 53(4):674–683, 2010.
- [222] O. Zeman and J. L. Lumley. Buoyancy effects in entraining turbulent boundary layers: a second-order closure study. In *Proc. First Symp. Turb. Shear Flows*, 6, pages 295–306, 1979.
- [223] S. Murakami, S. Kato, T. Chikamoto, D. Laurence, and D. Blay. New low-Reynolds-number k-epsilon model including damping effect due to buoyancy in a stratified flow field. *Intl J. Heat Mass Transfer*, 39(16):3483–3496, 1996.
- [224] K. van Maele and B. Merci. Application of two buoyancy-modified k- ϵ turbulence models to different types of buoyant plumes. *Fire Safety Journal*, 41(2):122–138, 2006.
- [225] T. A. M. Versteegh and F. T. M. Nieuwstadt. Turbulent budget of natural convection in an infinite, differentially heated, channel flow. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 19:135–149, 1998.
- [226] C. G. Speziale. Turbulence modeling for time-dependent RANS and VLES: a review. *AIAA J.*, 36(2):173, 1998.
- [227] P. Batten, U. Goldberg, and S. Chakravarthy. LNS-An approach towards embedded LES. AIAA paper 2002-0427, AIAA 40th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, 2002.
- [228] P.R. Spalart, W.-H. Jou, M. Strelets, and S.R. Allmaras. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. In C. Liu and Z. Liu, editors, *First AFOSR International Conference on DNS/LES, 4-8 August, Ruston, LA, Advances in DNS/LES, Greyden Press, Columbus, OH, USA*, 1997.
- [229] G. Iaccarino, A. Ooi, P. A. Durbin, and M. Behnia. Reynolds averaged simulation of unsteady separated flow. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 24:147–156, 2003.
- [230] G. Bosch and W. Rodi. Simulation of vortex shedding past a square cylinder near a wall. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 17:267–275, 1996.
- [231] H. Ha Minh. La modélisation statistique de la turbulence : ses capacités et ses limitations. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 327(IIb):343–358, 1999.
- [232] G. Jin and M. Braza. Two-equation turbulence model for unsteady separated flows around airfoils. *AIAA J.*, 32(11):2316–2322, 1994.
- [233] F. R. Menter and Y. Egorov. SAS turbulence modelling of technical flows. *Proc. 6th*

-
- ERCOFTAC workshop on Direct and Large-Eddy Simulation, Poitiers–Futuroscope, France, 2005.*
- [234] S. S. Girimaji. Partially-averaged Navier-Stokes model for turbulence: A Reynolds-averaged Navier-Stokes to direct numerical simulation bridging method. *J. Appl. Mech.*, 73(3):413–421, 2006.
- [235] R. Schiestel and A. Dejoan. Towards a new partially integrated transport model for coarse grid and unsteady turbulent flow simulations. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 18(6):443–468, 2005.
- [236] B. Chaouat and R. Schiestel. A new partially integrated transport model for subgrid-scale stresses and dissipation rate for turbulent developing flows. *Phys. Fluids*, 17(065106):1–19, 2005.
- [237] H.F. Fasel, J. Seidel, and S. Wernz. A methodology for simulations of complex turbulent flows. *J. Fluid Eng.-T. ASME*, 124(4):933–942, 2002.
- [238] S. T. Johansen, J. Wu, and W. Shyy. Filter-based unsteady rans computations. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 25(1):10–21, 2004.
- [239] J.C. Uribe, N. Jarrin, R. Prosser, and D. Laurence. Development of a two-velocities hybrid RANS-LES model and its application to a trailing edge flow. *Flow Turbul. Combust.*, 85(2):181–197, 2010.
- [240] P. Sagaut, S. Deck, and M. Terracol. *Multiscale and multiresolution approaches in turbulence*. Imperial College Press, London, 2006.
- [241] J. Fröhlich and D. von Terzi. Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows. *Prog. Aerosp. Sci.*, 44(5):349–377, 2008.
- [242] T.J. Craft, A.V. Gerasimov, B.E. Launder, and C.M.E. Robinson. A computational study of the near-field generation and decay of wingtip vortices. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 27(4):684–695, 2006.
- [243] Y. Kim and S.O. Park. Wingtip vortex simulation by using nonequilibrium eddy viscosity model. *J. Aircraft*, 47(6):2184–2187, 2010.
- [244] C. Hoarau, J. Borée, J. Laumonier, and Y. Gervais. Unsteady wall pressure field of a model A-pillar conical vortex. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 29(3):812–819, 2008.
- [245] S. Lakshminpathy and S.S. Girimaji. Challenges in variable-resolution modeling of turbulence: Fluctuating flow-field physics and characterization. In *Proc. 6th AIAA Theor. Fluid Mech. Conf., Honolulu, Hawaii, USA, 2011.*

- [246] B. Basara, S. Krajnović, Z. Pavlovic, M. Slovenia, and P. Ringqvist. Performance analysis of partially-averaged Navier-Stokes method for complex turbulent flows. In *Proc. 6th AIAA Theor. Fluid Mech. Conf., Honolulu, Hawaii, USA*, 2011.
- [247] S. Krajnović, R. Lárusson, E. Helgason, and B. Basara. PANS of rudimentary landing gear. In *Proc. 6th AIAA Theor. Fluid Mech. Conf., Honolulu, Hawaii, USA*, 2011.
- [248] L. Perret. *Étude du couplage instationnaire calculs-expériences en écoulements turbulents*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2004.
- [249] G.R. Tabor and M.H. Baba-Ahmadi. Inlet conditions for large eddy simulation: A review. *Comput. Fluids*, 39(4):553–567, 2010.
- [250] P. Druault, S. Lardeau, J.-P. Bonnet, F. Coiffet, J. Delville, E. Lamballais, J.F. Largeau, and L. Perret. Generation of three-dimensional turbulent inlet conditions for large-eddy simulation. *AIAA J.*, 42(3):447–456, 2004.
- [251] J. L. Lumley. *Stochastic tools in turbulence*. Academic Press, 1970.
- [252] A. Bhattacharya, S. C. Kassinos, and R. D. Moser. Representing anisotropy of two-point second-order turbulence velocity correlations using structure tensors. *Phys. Fluids*, 20(10):1–13, 2008.
- [253] N. Jarrin, S Benhamadouche, D. Laurence, and R. Prosser. A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 27(4):585–593, 2006.
- [254] S. Benhamadouche, N. Jarrin, Y. Addad, and D. Laurence. Synthetic turbulent inflow conditions based on a vortex method for large-eddy simulation. *Progress in Computational Fluid Dynamics*, 6(1-3):50–57, 2006.
- [255] A. Spille-Kohoff and H.-J. Kaltenbach. Generation of turbulent inflow data with a prescribed shear-stress profile. In *Third AFOSR International Conference on DNS/LES Arlington, TX, USA*, 2001.
- [256] A. Keating, U. Piomelli, E. Balaras, and H.-J. Kaltenbach. A priori and a posteriori tests of inflow conditions for large-eddy simulation. *Phys. Fluids*, 16(12):4696–4712, 2004.
- [257] T.S. Lundgren. Linearly forced isotropic turbulence. In *Annu. Res. Briefs*, pages 461–473. Center for Turbulence Research, Stanford University, CA, USA, 2003.
- [258] C. Rosales and C. Meneveau. Linear forcing in numerical simulations of isotropic

-
- turbulence: Physical space implementations and convergence properties. *Phys. Fluids*, 17(9):1–8, 2005.
- [259] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment. *Mon. Weather Rev.*, 91:99, 1963.
- [260] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W.H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids A-Fluid*, 3(7):1760–1765, 1991.
- [261] D.K. Lilly. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids A-Fluid*, 4(3):633–635, 1992. cited By (since 1996) 992.
- [262] W. C. Lasher and D. B. Taulbee. On the computation of turbulent backstep flow. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 13:30–40, 1992.
- [263] P. A. Durbin. Separated flow computations with the $k-\varepsilon-\overline{v^2}$ model. *AIAA J.*, 33:659–664, 1995.
- [264] S. Kenjereš, K. Hanjalić, and G. Krstović. Combined effects of terrain orography and thermal stratification on pollutant distribution in a town valley: a T-RANS simulation. In *Proc. 2nd Int. Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Stockholm, Sweden*, volume 1, pages 103–108, 2001.
- [265] B. Wegner, A. Maltsev, C. Schneider, A. Sadiki, A. Dreizler, and J. Janicka. Assessment of unsteady RANS in predicting swirl flow instability based on LES and experiments. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 25:528–536, 2004.
- [266] S. Lardeau and M. A. Leschziner. Unsteady RANS modelling of wake-blade interaction: computational requirements and limitations. *Comput. Fluids*, 34:3–21, 2005.
- [267] M. Thiery and E. Coustols. URANS computations of shock-induced oscillations over 2D rigid airfoils: Influence of test section geometry. *Flow, Turbulence and Combustion*, 74(4):331–354, 2005.
- [268] M. Shur, P.R. Spalart, K.D. Squires, M. Strelets, and A.0040 Travin. Three dimensionality in Reynolds-averaged Navier-Stokes solutions around two-dimensional geometries. *AIAA J.*, 43(6):1230–1242, 2005.
- [269] A.J. Revell, T.J. Craft, and D.R. Laurence. Turbulence modelling of unsteady turbulent flows using the stress strain lag model. *Flow Turbul. Combust.*, 86(1):129–151, 2011.
- [270] K.R. Kim, M.A. Cotton, T.J. Craft, and O.R. Heynes. On the dynamics and frequency response of fully-pulsed turbulent round jets: Computations using two-time-

- scale/strain-sensitized eddy viscosity models. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 29(6):1650–1669, 2008.
- [271] S.F. Al-Sharif, M.A. Cotton, and T.J. Craft. Reynolds stress transport models in unsteady and non-equilibrium turbulent flows. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 31(3):401–408, 2010.
- [272] B.E. Launder and R. Schiestel. On the utilization of the multiple time scales in the modeling of turbulent flow. *C. R. Acad. Sci. Paris A*, 286:709–712, 1978.
- [273] R. Schiestel. Multiple-time-scale modeling of turbulent flows in one-point closures. *Phys. Fluids*, 30(3):722–731, 1987.
- [274] A. Cadiou, K. Hanjalić, and K. Stawiarski. A two-scale second-moment turbulence closure based on weighted spectrum integration. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 18(1):1–26, 2004.
- [275] Y. Hoarau, R. Perrin, M. Braza, D. Ruiz, and G. Tzabiras. *FLOMANIA – A European Initiative on Flow Physics Modelling*, volume 94 of *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, chapter Advances in turbulence modelling for unsteady flows – IMFT, pages 85–88. Springer, Berlin, 2006.
- [276] K Hanjalić. *Two-dimensional asymmetrical turbulent flow in ducts*. Thèse de doctorat, University of London, 1970.
- [277] B.E. Launder, A. Morse, W. Rodi, and D.B. Spalding. Prediction of free shear flows. A comparison of the performance of six turbulence models. *Proc. of NASA Conf. on free turbulent shear flows, Langley*, 1972.
- [278] W. P. Jones and B. E. Launder. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *Intl J. Heat Mass Transfer*, 15:301–314, 1972.
- [279] B. E. Launder and D. B. Spalding. The numerical computation of turbulent flows. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 3(2):269–289, 1974.
- [280] C. Yao, F.J. Chen, and D. Neuhart. Synthetic jet flowfield database for computational fluid dynamics validation. *AIAA J.*, 44(12):3153–3157, 2006.
- [281] C. L. Rumsey, T. B. Gatski, W. L. Sellers, V. N. Vatsa, and S. A. Viken. Summary of 2004 CFD validation workshop on synthetic jets and turbulent separation control. In *2nd AIAA Flow Control Conference, Portland, OR, USA*, 2004.
- [282] S. C. Roh and S. O. Park. Vortical flow over the free end surface of a finite circular cylinder mounted on a flat plate. *Exp. Fluids*, 34:63–67, 2003.

-
- [283] J. Fröhlich and W. Rodi. LES of the flow around a circular cylinder of finite height. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 25:537–548, 2004.
- [284] K. Marakkos and J. T. Turner. Vortex generation in the cross-flow around a cylinder attached to an end-wall. *Optics & Laser Technology*, 38:277–285, 2006.
- [285] T. Lee, C.-L. Lin, and C. A. Friehe. Large-eddy simulation of air flow around a wall-mounted circular cylinder and a tripod tower. *J. Turbul.*, 8(29), 2007.
- [286] M. Germano. Turbulence: the filtering approach. *J. Fluid Mech.*, 238:325–336, 1992.
- [287] C. D. Pruett. Eulerian time-domain filtering for spatial large-eddy simulation. *AIAA journal*, 38(9):1634–1642, 2000.
- [288] C. D. Pruett, T. B. Gatski, C. E. Grosch, and W. D. Thacker. The temporally filtered Navier-Stokes equations: Properties of the residual stress. *Phys. Fluids*, 15(8):2127–2140, 2003.
- [289] A. E. Tejada-Martinez, C. E. Grosch, and T. B. Gatski. Temporal large eddy simulation of unstratified and stably stratified turbulent channel flows. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 28:1244–1261, 2007.
- [290] M. Germano. Properties of the hybrid RANS/LES filter. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 17(4):225–231, 2004.
- [291] M. Germano. On a possible direct effect of the eddy viscosity gradient in turbulence modeling. *Phys. Fluids*, 14(10):3745–3747, 2002.
- [292] F. Menter, M. Kuntz, and R. Bender. A scale-adaptive simulation model for turbulent flow predictions. In *41st AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, USA*, 2003.
- [293] B.J. Perot and J. Gadebusch. A self-adapting turbulence model for flow simulation at any mesh resolution. *Phys. Fluids*, 19(11), 2007.
- [294] H. Tennekes. Eulerian and Lagrangian time microscales in isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, 67:561–567, 1975.
- [295] J. Fröhlich, C.P. Mellen, W. Rodi, L. Temmerman, and M.A. Leschziner. Highly resolved large-eddy simulation of separated flow in a channel with streamwise periodic constrictions. *J. Fluid Mech.*, 526:19–66, 2005.
- [296] P.R. Spalart. Detached-eddy simulation. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 41:181–202, 2009.
- [297] R. Bourguet, M. Braza, R. Perrin, and G. Harran. Anisotropic eddy-viscosity concept for strongly detached unsteady flows. *AIAA J.*, 45(5):1145–1149, 2007.

- [298] R. Bourguet, M. Braza, G. Harran, and R. El Akoury. Anisotropic Organised Eddy Simulation for the prediction of non-equilibrium turbulent flows around bodies. *J. Fluid Struct.*, 24(8):1240–1251, 2008.
- [299] J. Kok, H. Dol, H. Oskam, and H. van der Ven. Extra-large eddy simulation of massively separated flows. In *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, USA*, 2004.
- [300] C.-C. Fan, X. Xiao, J.R. Edwards, H.A. Hassan, and R.A. Baurle. Hybrid large-eddy/Reynolds-averaged Navier-Stokes simulations of shock-separated flows. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 41(6):897–906, 2004.
- [301] P. Batten, U. Goldberg, and S. Chakravarthy. Interfacing statistical turbulence closures with large-eddy simulation. *AIAA J.*, 42(3):485–492, 2004.
- [302] S. Kubacki and E. Dick. Simulation of plane impinging jets with k - ω based hybrid RANS/LES models. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 31(5):862–878, 2010.
- [303] F.R. Menter, M. Kuntz, and R. Langtry. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. In *Proc. 4th Int. Symp. Turbulence, Heat and Mass Transfer, Antalya, Turkey*, 2003.
- [304] M. Popovac and K. Hanjalić. Compound wall treatment for RANS computation of complex turbulent flows and heat transfer. *Flow Turbul. Combust.*, 78(2):177–202, 2007.
- [305] F. Méry. Développement d’un modèle de lois de paroi adaptatives pour les écoulements industriels. Rapport de stage de master, ENSMA, 2007.
- [306] S.-K. Choi and S.-O. Kim. Computation of a turbulent natural convection in a rectangular cavity with the elliptic-blending second-moment closure. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 33(10):1217–1224, 2006.
- [307] H. S. Dol and K. Hanjalic. Computational study of turbulent natural convection in a side-heated near-cubic enclosure at a high Rayleigh number. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 44(12):2323–2344, 2001.
- [308] J. Salat, S. Xin, P. Joubert, A. Sergent, F. Penot, P. Le Quéré, K. Hanjalić, Y. Nagano, and B.E. Launder. Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 25(5):824–832, 2004.
- [309] S. Kenjereš and K. Hanjalić. Tackling complex turbulent flows with transient RANS. *Fluid Dyn. Res.*, 41(1), 2009.

- [310] A. Sergent, P. Joubert, and P. Le Quéré. Development of a local subgrid diffusivity model for large-eddy simulation of buoyancy-driven flows: Application to a square differentially heated cavity. *Numer. Heat Tr. A-Appl.*, 44(8):789–810, 2003.
- [311] D. Saury, N. Rouger, F. Djanna, and F. Penot. Natural convection in an air-filled cavity: Experimental results at large rayleigh numbers. *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 38(6):679–687, 2011.

Publications choisies

I

R. Manceau and K. Hanjalić. Elliptic blending model: A new near-wall Reynolds-stress turbulence closure. *Phys. Fluids*, 14(2):744–754, 2002.

II

A. G. Oceni, R. Manceau, and T. Gatski.
Introduction of wall effects in explicit algebraic
stress models through elliptic blending. In
M. Stanislas, J. Jimenez, and I. Marusic, editors,
*Progress in wall turbulence: Understanding and
Modelling*. Springer, 2010.

III

F. Dehoux, Y. Lecocq, S. Benhamadouche,
R. Manceau, and L.-E. Brizzi. Algebraic modeling
of the turbulent heat fluxes using the elliptic
blending approach. Application to forced and mixed
convection regimes. *Flow Turbul. Combust.*, 2012.
Sous presse.

IV

A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, and J. Borée. A seamless hybrid RANS–LES model based on transport equations for the subgrid stresses and elliptic blending. *Phys. Fluids*, 22(055104), 2010.

V

A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, T.B. Gatski, and J. Borée. Temporal filtering: a consistent formalism for seamless hybrid RANS-LES modeling in inhomogeneous turbulence. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 31(3), 2010.

VI

R. Manceau, Ch. Friess, and T.B. Gatski. Of the interpretation of DES as a hybrid RANS/Temporal LES method. In *Proc. 8th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Marseille, France, 2010.*

Annexes

I – Curriculum vitae

Rémi Manceau

39 ans

Chargé de recherche CNRS de première classe

Institut Pprime, UPR 3346

Département fluides, thermique, combustion

CNRS/Université de Poitiers/ENSMA

remi.manceau@univ-poitiers.fr

FORMATION

-
- 1996–1999 ∼> **Thèse** au Laboratoire National d’Hydraulique d’EDF (Chatou).
- 1994–1995 ∼> **DEA** de mécanique de **Paris VI**, filière *Systèmes non-linéaires, instabilités et turbulence* (LADHYX).
- 1992–1995 ∼> Cursus d’ingénieur généraliste, option mécanique, à l’**École nationale supérieure de techniques avancées** (ENSTA).
- 1990–1992 ∼> Mathématiques supérieures et spéciales M’ au lycée Descartes de Tours.

ACTIVITÉS DE RECHERCHE

- Depuis
nov. 2000 ∼> **Chargé de recherche CNRS**, relevant de la section 10 du CoNRS, au Laboratoire d’études aérodynamiques, UMR 6609, université de Poitiers/ENSMA/CNRS, intégré à l’institut Pprime, UPR 3346, depuis le 1^{er} janvier 2010. Modélisation de la turbulence (RANS et hybride RANS/LES). Participation à divers projets et réseaux nationaux (ANR DIB) et européens (QNET-CFD, Wallturb, GDR Européen *Mécanique des fluides numérique*, SIG-15 d’Ercoftac). Collaborations internationales (NASA, université de Delft, université technique de Darmstadt, Université technique d’Ho Chi Minh Ville). Collaborations industrielles (EDF, CEA, PSA).
- 1999–2000
(12 mois) ∼> **Post-doc** au sein de la *Thermofluids Section* du professeur Hanzalić, université de Delft, Pays-Bas. Développement d’un nouveau modèle de fermeture en un point des équations de transport des tensions de Reynolds, le modèle à pondération elliptique.

- 1996–1999
(3 ans) ∼> **Thèse** au Laboratoire National d’Hydraulique d’EDF, encadrée par D. Laurence (Ingénieur EDF/Professeur UMIST, Manchester) et le professeur J. Piquet (École centrale de Nantes). Prise en compte de l’influence des parois dans les modèles de turbulence. Analyse à partir de données de simulation directe de la validité des hypothèses de base de la relaxation elliptique. Implantation dans le code industriel N3S (EDF) d’une version réduite à trois équations de transport. Application à un cas d’intérêt industriel avec transferts thermiques.
- 1995–1996
(12 mois) ∼> **Scientifique du contingent** au CEA, centre du Ripault. Caractérisation du comportement rhéologique de pâtes (suspensions concentrées) par pénétrométrie.
- 1995
(4 mois) ∼> **Stage de DEA**, encadré par J. Delville, au Laboratoire d’études aérodynamiques. Étude du comportement de systèmes dynamiques obtenus par projection de Galerkin des équations de Navier–Stokes sur la base des fonctions propres issues de la POD. Cas de la couche de mélange plane turbulente.

ENSEIGNEMENT

- Master 2 FAE ∼> Cours magistral *Modélisation statistique de la turbulence* de 2004/2005 à 2007/2008.
- Master 2 Sinucim ∼> Cours magistral *Modèles de turbulence de type RANS* de 2004/2005 à 2006/2007.
 ∼> TD *Post-traitement, analyse et qualité des solutions* en 2004/2005 et 2005/2006
 ∼> Bureau d’étude *Application des codes de calcul aux problèmes industriels* de 2004/2005 à 2006/2007.
- ENSMA 3^e année ∼> Cours magistral optionnel *Codes de calculs industriels pour la simulation des écoulements turbulents* depuis 2008/2009.
 ∼> Depuis 2002/2003, TD du cours *Turbulence*.
 ∼> Encadrement du bureau d’étude *Aérodynamique de l’automobile* depuis 2002/2003.
- ENSIP 3^e année option EI ∼> Cours magistral *Modélisation des transferts turbulents* depuis 2008/2009.

MFN'2007	↪ Cours <i>Modélisation statistique de la turbulence</i> à la 10 ^e école de printemps <i>Mécanique des fluides numérique</i> du CNRS en 2007.
École d'été ERCOFTAC	↪ Cours <i>Elliptic Relaxation Models</i> de l'école d'été <i>Physical and numerical aspect of turbulence modelling</i> d'ERCOFTAC à Manchester en 2002.
Programme PREMER	↪ Cours magistral <i>RANS, LES and hybrid methods</i> en 2007 (Buenos Aires).
Formation continue PSA	↪ Cours <i>La simulation numérique : enjeux, difficultés et nouvelles pistes</i> dans le cadre du cours de formation continue <i>Aérodynamique automobile</i> pour les ingénieurs et techniciens de Peugeot-Citroën en 2008 et 2009.

ENCADREMENT

Thèses	↪ Co-encadrement de 10 thèses, dont 6 soutenues.
Stages	↪ Encadrement ou co-encadrement de 6 stages de DEA et de 3 stages ingénieurs.

RESPONSABILITÉS LOCALES

- Co-responsable pendant 3 ans de l'équipe *Dynamique et transferts instationnaires* du LEA (2007–2009).
- Responsable de l'activité *TuMAI (Turbulence, modélisation et acoustique induite)* au sein de l'axe ATAC de l'institut Pprime depuis 2010.
- Responsable du site SP2MI de l'axe ATAC de l'institut Pprime depuis 2010.
- Membre élu du conseil de la faculté des sciences fondamentales et appliquées de 2004 à 2009.
- Membre élu du conseil de laboratoire depuis 2004 (devenu conseil de branche fluide en 2010).
- Membre nommé de la 60^e commission de spécialistes de l'université de Poitiers de 2005 à 2008.
- Responsable au laboratoire de la politique scientifique du service informatique du LEA de 2002 à 2008.

RESPONSABILITÉS INTERNATIONALES

- Membre du comité de pilotage du *Special Interest Group on refined turbulence modelling (SIG-15)* d'ERCOFTAC depuis mars 2005. Co-organisation de 4 workshops internationaux.
- Membre de l'Editorial Advisory Board d'*International Journal of Heat and Fluid Flow* depuis 2010.
- Membre des comités scientifiques des congrès :
 - *5th Intl Symp. Turbulence, Heat and Mass Transfer, Dubrovnik, Croatia, 2006*
 - *6th Intl Symp. Turbulence, Heat and Mass Transfer, Rome, Italy, 2009*
 - *8th Intl. Symp. Engineering Turbulence Modelling and Measurement, Marseille, France, 2010.*

II – Responsabilités collectives

1 *Standing committee* du SIG-15 d'ERCOFTAC

Le *standing committee* du *Special interest group* (SIG) d'ERCOFTAC consacré à la modélisation de la turbulence m'a proposé de les rejoindre en 2004, ce que j'ai naturellement accepté. J'ai donc fait partie du comité qui a mis en place les quatre derniers workshops (11th workshop ERCOFTAC/IAHR/COST on refined turbulence modelling, Chalmers, Sweden ; 12th workshop, Berlin, Germany ; 13th workshop, Graz, Austria ; 14th workshop, Rome, Italie). J'ai également représenté officiellement le SIG-15 d'Ercoftac (discours d'introduction) lors du workshop « délocalisé » CFDVAL'04 organisé par la NASA en Virginie en 2004.

Mon rôle, avec 4 autres nouveaux entrant dans le comité (S. Jakirlić, F. Menter, S. Wallin, D. von Terzi), a été de prendre progressivement en charge les activités du groupe, en relais des représentants de l'époque héroïque de la modélisation de la turbulence (B. Launder, K. Hanjalić, W. Rodi) et des leaders actuels de la communauté, surchargés de responsabilités (M. Leschziner, D. Laurence).

L'activité essentielle de ce comité consiste en l'organisation scientifique (l'organisation pratique étant prise en charge par l'organisateur local, comme je l'avais fait pour le 10^e workshop à Poitiers en 2002) des workshops organisés chaque année (ou parfois tous les deux ans). C'est une position très intéressante, non seulement scientifiquement, mais aussi par l'aura de ce groupe auprès des industriels européens, et même de la NASA.

Organisation du 10^e workshop du SIG-15 d'ERCOFTAC à Poitiers

J'ai organisé entièrement (de manière pratique et en partie scientifique) le 10^e workshop du SIG-15 d'ERCOFTAC à Poitiers les 10 et 11 octobre 2002. Il a réuni 40 participants (10 locaux, 21 universitaires extérieurs, 8 industriels, plus la NASA) de 8 pays européens, plus les États-Unis.

Les trois cas tests sélectionnés étaient l'interaction sillage/couche de mélange, la colline périodique et le corps de Ahmed. Deux des cas tests ont permis de valoriser les travaux expérimentaux du laboratoire : Joël Delville a présenté les expériences de référence pour l'interaction sillage/couche de mélange et Andreas Spohn a présenté ses visualisations des structures de l'écoulement autour du corps de Ahmed. J'ai pour ma part été choisi par le *Standing committee* du SIG-15 d'ERCOFTAC pour analyser les résultats pour le cas de l'interaction sillage/couche de mélange.

J'ai produit et publié les actes définitifs du workshop, qui contiennent les analyses de résultats et les conclusions (rédigées par M. Leschziner pour la colline périodique, F. Menter pour le corps de Ahmed et moi-même pour l'interaction sillage/couche de mélange) :

R. Manceau, J.-P. Bonnet, M. A. Leschziner, and F. Menter, editors. *Proc. 10th ERCOFTAC (SIG-15)/IAHR/QNET-CFD Workshop on Refined Turbulence Modelling*. Laboratoire d'études aérodynamiques, UMR CNRS 6609, Université de Poitiers, France, 2002

Organisation du 13^eworkshop ERCOFTAC (SIG-15)/ IAHR/ QNET-CFD de septembre 2008

J'ai pris en charge de manière plus poussée que pour les autres workshops l'organisation du workshop de Graz, en prenant la responsabilité de la coordination d'un des deux cas tests. Il s'agit d'un travail conséquent et de longue haleine, consistant à interagir avec les futurs participants pour définir les « figures imposées » du cas test (paramètres, domaines de calcul, conditions aux limites, *etc.*), puis de compiler les résultats obtenus, produire le chapitre correspondant pour les actes du workshop et présenter le jour du workshop une analyse aussi poussée que possible des résultats en comparaison avec les données expérimentales.

Le cas test dont j'ai pris la responsabilité était le cas du jet impactant un disque en rotation, qui est présenté plus en détail au SS 2.3.2 de la partie SS A.2 du présent rapport.

Ce travail a mené à la publication d'un cours compte-rendu du workshop :

H. Steiner, S. Jakirlić, G. Kadavelil, R. Manceau, S. Sarić, and G. Brenn. 13th ERCOFTAC workshop on refined turbulence modelling, 25–26th September, 2008, Graz university of technology, Austria. *ERCOFTAC Bulletin 79*, 2009

et au démarrage d'une collaboration tripartite avec l'université internationale de Sarajevo et EDF sur le jet impactant un disque en rotation :

R. Manceau, R. Perrin, M. Hadziabdić, P. Fourment, and S. Benhamadouche. Turbulent jet impinging onto a rotating disc : A collaborative evaluation of RANS models. In *Proc. 6th Int. Symp. Turbulence, Heat and Mass Transfer, Roma, Italy*, 2009

Organisation du 15^e workshop ERCOFTAC (SIG-15)/ IAHR/ d'octobre 2011

De même, j'ai pris la responsabilité pour le *standing committee* d'organiser le prochain workshop, qui aura lieu sur le site d'EDF à Chatou en octobre 2011, conjointement avec les organisateurs locaux (S. Benhamadouche et R. Howard, EDF). Nous mettons actuellement en place ce workshop, dédié aux transferts thermiques en écoulements turbulents, dont les trois cas tests seront :

- Suddenly expanding pipe
- Wall-bounded pin matrix
- Crossflow-type T-junction

(<http://wiki-projets.sp2mi.univ-poitiers.fr/bin/view/WorkshopChatou2011/WebHome>)

2 Responsabilité de l'équipe DTI du LEA

Durant 3 ans, de janvier 2007 à décembre 2009, j'ai assumé la co-responsabilité avec Jacques Borée de l'équipe « Dynamique et Transferts Instationnaires » (DTI) du LEA.

Cette équipe était composée en décembre 2009 de 14 chercheurs et enseignants-chercheurs et de 11 thésards.

Les activités de recherches se développaient en trois thèmes principaux :

- Stabilité et dynamique des structures instationnaires.
- Écoulements internes, transport, transferts.
- Aérodynamique externe instationnaire.

Un des points les plus marquants a été l'accompagnement de la forte évolution de l'équipe durant cette période et le soutien des activités affaiblies par deux départs en retraite et deux départs de maître de conférences vers des postes de professeurs. Les recrutements de 4 maîtres de conférence ont permis le soutien des activités d'aérodynamique externe instationnaire avec une coloration expérimentale et un investissement dans les grandes souffleries subsoniques (Ch. Sicot) ; de modélisation hybride RANS/LES de la turbulence (R. Perrin) ; de stabilité (D. Biau) et d'études expérimentales par métrologie optique des écoulement instationnaires à nombre de Reynolds modérés (D. Calluau).

Cette responsabilité s'est en théorie terminée au moment du passage à l'institut Pprime en janvier 2010, mais a en pratique continué, via la rédaction du bilan scientifique de la période 2006-2009, jusqu'au passage du comité AERES en novembre 2010.

3 Animation de l'axe ATAC de Pprime

La création de l'institut Pprime en janvier 2010 s'est accompagnée d'une réorganisation des anciennes équipes du LEA en *axes* du département Fluides, Thermique, Combustion. En particulier, le regroupement des activités de l'équipe TAMCo (Turbulence, Aérodynamique, Modélisation, Contrôle), de l'équipe Acoustique et Aéroacoustique et d'une partie des activités de DTI a conduit à la création de l'axe ATAC (Aérodynamique, Turbulence, Acoustique, Contrôle). Au sein de cet axe, qui regroupe 35 chercheurs permanents, je suis responsable de l'animation scientifique de l'activité TuMAI (Turbulence, modélisation et acoustique induite) et du site SP2MI.

4 Participation à différents conseils

- Membre élu du conseil de laboratoire depuis janvier 2004, devenu *conseil de la branche fluide* dans l'institut Pprime.
- Membre élu du conseil de l'UFR Sciences fondamentales et appliquées de 2004 à 2009.
- Membre nommé de la 60^e commission de spécialistes de l'université de Poitiers de 2005 à 2008.

5 Service informatique du LEA

J'ai assumé de 2002 à 2008 le rôle de responsable de la politique *scientifique* du service informatique du LEA, avec un rôle de prospective et d'orientation dans les choix technologiques et l'organisation du service.

III – Encadrement

1 Thèses co-dirigées

Thèse de Laurent Perret : Étude du couplage instationnaire expériences–calculs en écoulements turbulents

Thèse co-dirigée (J. Delville, J.-P. Bonnet)

Début de la thèse : octobre 2001

Soutenance : décembre 2004

Bourse : PEA DGA

Pourcentage d’encadrement : 30 %

Travaux : la thèse, se concentrant sur les écoulements de type sillage de plaques épaisses, comportait des volets expérimentaux, théorique et numérique. La partie à laquelle j’ai participé, a porté sur la génération pour les calculs instationnaires, du type simulation des grandes échelles (LES), de conditions d’entrée du calcul à partir de données expérimentales. Le but est de fournir à l’entrée un écoulement réaliste, contenant le maximum d’information spectrale et de cohérence, ce qui permet d’éviter d’avoir à laisser une vaste zone du domaine pour que la turbulence ait le temps de s’établir. L’originalité de cette thèse repose sur l’utilisation du savoir-faire du laboratoire dans le domaine de la décomposition aux valeurs propres (POD) et des systèmes dynamiques. Les travaux menés à bien pendant cette thèse permettent à moyen terme d’envisager un couplage RANS/LES.

Le thésard a contribué à 22 publications diverses, dont 7 en commun avec moi. 6 de ces publications, dont 2 en commun avec moi, sont en revues à comité de lecture :

L. Perret, J. Delville, R. Manceau, and J.-P. Bonnet. Generation of turbulent inflow conditions for LES from stereoscopic PIV measurements. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 27(4) :576–584, 2006

L. Perret, J. Delville, R. Manceau, and J.-P. Bonnet. Turbulent inflow conditions for large-eddy simulation based on low-order empirical model. *Phys. Fluids*, 20(7) :1–17, 2008

Thèse de Sabrina Carpy : Contribution à la modélisation instationnaire de la turbulence. Modélisations URANS et hybride RANS/LES.

Thèse co-dirigée (J. Borée)

Début de la thèse : octobre 2002

Soutenance prévue : décembre 2006

Bourse : ministère

Pourcentage d'encadrement : 90 %

Travaux : La thèse a consisté à étudier la modélisation de la turbulence en présence d'un champ de déformation instationnaire, qu'il s'agisse de cas à instationnarité pilotée (écoulement cyclo-stationnaire) ou de cas statistiquement stationnaires dans lesquels on sépare les structures cohérentes de la turbulence « de fond ». L'étude d'un jet synthétique, qui a montré les limites de la modélisation URANS et la supériorité des modèles au second ordre (RSM), due au déphasage entre les axes propres de tenseurs d'anisotropie et de déformation, nous a conduite à nous diriger vers des modèles de type hybride RANS/LES (approche PITM), basés sur des équations de transport du tenseur de sous-maille. Des simulations en couche de mélange temporelle ont permis de confirmer l'intérêt de l'approche.

La thésarde a contribué à 17 publications diverses, dont une en revues à comité de lecture :

S. Carpy and R. Manceau. Turbulence modelling of statistically periodic flows : synthetic jet into quiescent air. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 27 :756–767, 2006

et un chapitre d'ouvrage

S. Jakirlić, R. Manceau, S. Sarić, A. Fadai-Ghotbi, B. Kniesner, S. Carpy, G. Kadalilil, C. Friess, C. Tropea, and J. Borée. *Numerical Simulation of Turbulent Flows and Noise Generation*, chapter LES, Zonal and Seamless Hybrid LES/RANS : Rationale and Application to Free and Wall-Bounded Flows involving Separation and Swirl, pages 253–282. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. Springer, 2009

Thèse d’Atabak Fadai-Ghotbi : Modélisation de la turbulence en situation instationnaire par simulation URANS et hybride RANS/LES avec prise en compte des effets de paroi par pondération elliptique

Thèse co-dirigée : J. Borée, T. Gatski

Début de la thèse : novembre 2003

Soutenance : 27 avril 2007

Bourse : BDI cofinancée région Poitou–Charentes

Pourcentage d’encadrement : 50 %

Travaux : La thèse a porté sur le développement de la modélisation statistique instationnaire, en particulier des phénomènes liés aux zones cisillées décollées interagissant avec des parois. Les performances de la modélisation URANS ont été explorées en détail dans le cas de la marche descendante : en effet, suite à de nombreux articles sur des sillages de corps épais et à un article de Lasher et Taulbee [262] ayant montré des résultats URANS très intéressants en marche descendante, ce type de calculs s’est considérablement développé dans l’industrie. La thèse a montré que les modélisations au second ordre (RSM) avec éventuellement prise en compte de la région de proche paroi au travers d’une approche par pondération elliptique (Manceau et Hanjalić [11]) conduisaient effectivement à des solutions naturellement instationnaires avec un nombre de Strouhal correct mais avec un pourcentage d’énergie au sein de l’instationnarité calculée fortement dépendant du maillage. Une étude des perturbations induites par les schémas de discrétisation a été menée pour expliquer ce comportement qui est en fait attribué à des effets purement numériques : la solution URANS convergée en maillage est stationnaire.

Pour être capable de contrôler la part d’énergie résolue, nous nous sommes alors tournés vers une approche hybride RANS/LES (approche PITM [235, 236]) avec équation de transport des tensions de Reynolds. La difficulté consistait alors à adapter la méthode de pondération elliptique à ce modèle pour prendre en compte les effets de paroi : le modèle PITM avec pondération elliptique a été validé en écoulement de canal.

D’autre part, depuis l’arrivée au laboratoire de Tom Gatski, le développement théorique suivi pour écrire le modèle PITM, qui consiste en l’introduction de deux nombres d’ondes de coupure en turbulence homogène, a été réécrit en turbulence statistiquement stationnaire en passant par une analyse en transformée de Fourier tem-

porelle et l'introduction de deux fréquences de coupure : l'intérêt de ce développement théorique est de faire un lien plus rigoureux entre RANS et LES, en introduisant non plus une LES spatiale, mais une LES temporelle (TLES [288]), dont le filtre tend rigoureusement vers une moyenne d'ensemble quand son échelle de temps caractéristique tend vers l'infini [288, 6].

Le thésard a contribué à 17 publications diverses, dont 9 en commun avec Ch. Friess (cf. plus loin). 3 de ces publications sont en revues à comité de lecture :

A. Fadai-Ghotbi, R. Manceau, and J. Borée. Revisiting URANS computations of the backward-facing step flow using second moment closures. Influence of the numerics. *Flow Turbul. Combust.*, 81(3) :395–414, 2008

A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, and J. Borée. A seamless hybrid RANS–LES model based on transport equations for the subgrid stresses and elliptic blending. *Phys. Fluids*, 22(055104), 2010

A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, T.B. Gatski, and J. Borée. Temporal filtering : a consistent formalism for seamless hybrid RANS-LES modeling in inhomogeneous turbulence. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 31(3), 2010

Thèse de Yannick Lecocq : Amélioration du modèle d'échange thermique pour le refroidissement en entreposage

Thèse co-dirigée : L. Brizzi, S. Bournaud (EDF)

Début de la thèse : avril 2005

Soutenance : décembre 2008

Bourse : CIFRE EDF

Pourcentage d'encadrement : 60 %

Travaux : Cette thèse était consacrée à la modélisation des problèmes de refroidissement de fûts de déchets nucléaires dans les halls d'entreposage. Cette méthode de stockage des déchets est une des alternatives à l'enfouissement profond, et consiste à stocker les fûts (cylindriques) dans des grands halls, dont la ventilation doit être assurée par une circulation naturelle liée à l'échauffement de l'air par les fûts eux-mêmes, de manière à en garantir la pérennité à très long terme, sans intervention humaine. La répartition des températures dans le hall doit alors être parfaitement connue, en fonction de la puissance dégagée par les fûts.

Le but de la thèse a été double :

- Évaluer dans une configuration simplifiée (écoulement autour d’un cylindre chauffé posé sur une paroi) la capacité des modèles de turbulence disponibles dans le code Saturne d’EDF (en URANS) à représenter à la fois les échanges thermiques et les mécanismes physique, en particulier l’influence de la flottabilité sur les structures cohérentes. Des données expérimentales ont été fournies par le CEA Grenoble et par le LEA pour quelques configurations de référence.
- Améliorer la modélisation des flux thermiques turbulents dans le code Saturne, de manière à être capable de représenter, dans une vaste gamme d’écoulements, les régimes de convection forcée, mixte et naturelle. Dans cette optique, un nouveau modèle a été développé, le modèle EB-AFM (Elliptic Blending Algebraic Flux Model).

La thèse a conduit à 4 publications diverses, dont un article accepté pour publication en revue à comité de lecture :

F. Dehoux, Y. Lecocq, S. Benhamadouche, R. Manceau, and L.-E. Brizzi. Algebraic modeling of the turbulent heat fluxes using the elliptic blending approach. Application to forced and mixed convection regimes. *Flow Turbul. Combust.*, 2012

Thèse d’Abdou Gafari Ocenì : Prise en compte des effets de paroi par pondération elliptique en modélisation algébrique explicite

Thèse co-dirigée : T. Gatski, J. Borée

Début de la thèse : janvier 2006

Soutenance : 1er juillet 2009.

Bourse : sur contrat européen WALLTURB

Pourcentage d’encadrement : 70 %

Travaux : Dans le cadre du projet européen WALLTURB, consacré à l’analyse et la modélisation de la turbulence en proche paroi, en particulier en présence de gradients de pression, cette thèse est dédiée au développement de modèles algébriques explicites dérivés du modèle au second ordre EB-RSM (modèle à pondération elliptique). Tom Gatski est l’un des grands spécialistes mondiaux de ce type d’approche, qui consiste à réaliser une projection de Galerkin des équations de transport de l’anisotropie rendues algébriques grâce aux hypothèses classiques d’équilibre faible.

La théorie des bases d’intégrité permet de déterminer le nombre de tenseurs devant

constituer la base tensorielle permettant de représenter le tenseur d'anisotropie et de projeter les équations. La prise en compte de la pondération elliptique a fait apparaître un tenseur supplémentaire \mathbf{N} dans les équations, représentant l'orientation de la paroi dans le système de coordonnées, en plus des tenseurs des taux de déformation \mathbf{S} et de rotation \mathbf{W} apparaissant classiquement dans les modèles de turbulence. Ce tenseur supplémentaire rend plus complexe le cadre théorique (la base de tenseur n'est plus de dimension 10, mais de dimension 41!), mais d'un autre côté offre de nombreuses possibilités pour le choix de bases tronquées permettant d'écrire des modèles approchés, utilisables en pratique. Les modèles linéaire et non linéaire développés dans cette thèse ont été testés pour une large gamme de nombres de Reynolds en canal, en écoulement de Couette-Poiseuille et en écoulement de couche limite sans cisaillement, et ont montré leur capacité à reproduire l'anisotropie en proche paroi, la limite à deux composantes de la turbulence étant préservée. L'extension de ces modèles en 3D a permis de montrer qu'il est possible de représenter correctement l'anisotropie dans un cas 3D en utilisant une base tronquée à trois tenseurs, à condition toutefois de prendre en compte l'intégralité des invariants irréductibles.

Cette thèse a donné lieu à 7 publications diverses, dont 5 rapports de projet européen, 1 conférence à comité de lecture et un chapitre d'ouvrage :

A. G. Oceni, R. Manceau, and T. Gatski. Introduction of wall effects in explicit algebraic stress models through elliptic blending. In M. Stanislas, J. Jimenez, and I. Marusic, editors, *Progress in wall turbulence : Understanding and Modelling*. Springer, 2010

Deux publications pour des revues internationales sont par ailleurs en cours de rédaction.

Thèse de Christophe Friess : Modélisation hybride RANS/LES

Thèse co-dirigée : T. Gatski, E. Lamballais

Début de la thèse : octobre 2006

Soutenance : 7 décembre 2010

Bourse : BDI CNRS

Pourcentage d'encadrement : 70 %

Travaux : Cette thèse s'inscrit dans le projet franco-allemand DFG–CNRS FOR 507 « LES of complex flows », sous-projet SP5 « LES and hybrid LES/RANS of swirling

flows with compression by using differential subgrid stress models » en collaboration avec Suad Jakirlić, de l'Université technique de Darmstadt. Il s'agissait de travailler, à la suite de la thèse d'Atabak Fadai-Ghotbi présentée plus haut, sur le développement de la modélisation hybride RANS/LES continue, basée sur des équations de transport des tensions de sous-maille, de telle manière que le modèle se comporte comme un modèle de sous-maille LES dans certaines régions et tende vers un modèle RANS au second ordre dans d'autres régions, en particulier les régions de proche paroi. Le modèle RANS sous-jacent est le modèle à pondération elliptique EB-RSM, permettant la prise en compte des effets induits par une paroi, sans utiliser de fonctions d'amortissement.

L'approche PITM (Partially Integrated Transport Model) [235, 236], conçue en turbulence homogène, est une méthode hybride justifiée théoriquement. Sa transposition au contexte temporel (turbulence stationnaire) a montré que, sous certaines hypothèses, les versions spatiale et temporelle sont formellement identiques. La méthode PITM présente toutefois une certaine difficulté à piloter le niveau de résolution.

Dans cette thèse, une approche dynamique pour corriger ce point a été proposée. Dans un second temps, la version temporelle du PITM, le T-PITM, a été comparée à la DES (Detached Eddy Simulation) [296], la méthode hybride la plus populaire, mais empirique. Il est montré que les deux méthodes produisent des résultats similaires, conférant une justification théorique par procuration à la DES.

Cette thèse a donné lieu à 13 publications diverses, dont 9 en commun avec A. Fadai-Ghotbi (cf. plus haut). 2 de ces publications sont en revues à comité de lecture :

A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, T.B. Gatski, and J. Borée. Temporal filtering : a consistent formalism for seamless hybrid RANS-LES modeling in inhomogeneous turbulence. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 31(3), 2010

A. Fadai-Ghotbi, Ch. Friess, R. Manceau, and J. Borée. A seamless hybrid RANS-LES model based on transport equations for the subgrid stresses and elliptic blending. *Phys. Fluids*, 22(055104), 2010

Thèse de Frédéric Dehoux : Modélisation de la turbulence en convection mixte et naturelle.

Thèse co-dirigée : S. Benhamadouche (EDF), E. Lamballais

Début de la thèse : Janvier 2009

Bourse : CIFRE EDF

Pourcentage d'encadrement : 30 %

Travaux : Cette thèse s'inscrit dans la continuité de celle de Yannick Lecocq (cf. plus haut). Il s'agit de développer la modélisation des flux thermiques turbulents, dans le cadre des applications industrielles intéressant EDF, faisant intervenir tous les régimes de convection (forcée, mixte, naturelle). En particulier, on s'intéresse à l'extension de l'approche à pondération elliptique aux flux thermiques turbulents, de manière à prendre en compte l'influence des parois.

Il a été montré analytiquement que cette approche, à l'origine conçue pour la modélisation des corrélations vitesse-gradient de pression, peut être en effet étendue aux corrélations température-gradient de pression. Les hypothèses d'équilibre faible ont permis d'obtenir deux versions différentes de modèles algébriques des flux thermiques, applicables en région de proche paroi. Il a été montré, par des tests a priori et des simulations à l'aide du code Saturne d'EDF, qu'en régimes de convection forcée et mixte, les prédictions de la variance de température et de la composante tangentielle à la paroi du flux thermique turbulent sont améliorées significativement par l'introduction de la pondération elliptique. Un effort particulier a été porté à la question de la modélisation de l'échelle de corrélation impliquée dans la pondération elliptique pour les flux thermiques. Le cas de la convection naturelle a de plus nécessité une grande attention portée à l'introduction des effets de production par flottabilité dans l'équation de transport de la dissipation.

Cette thèse a d'ores et déjà donné lieu à 2 publications en congrès et à un article accepté pour publication (en commun avec Y. Lecocq, cf. plus haut) :

F. Dehoux, Y. Lecocq, S. Benhamadouche, R. Manceau, and L.-E. Brizzi. Algebraic modeling of the turbulent heat fluxes using the elliptic blending approach. Application to forced and mixed convection regimes. *Flow Turbul. Combust.*, 2012

Thèse de Benoît de Laage de Meux : Modélisation des écoulements turbulents en rotation

Thèse co-dirigée : B. Audebert (EDF), A. Farcy

Début de la thèse : Octobre 2009

Bourse : CIFRE EDF

Pourcentage d'encadrement : 30 %

Travaux : Les études industrielles en machines tournantes impliquent de très grands

domaines de calcul et une attention particulière doit être portée à de nombreux phénomènes instationnaires dans certaines régions spécifiques. Pour ce type d'applications, un couplage zonal entre RANS et LES est particulièrement attractif. Pour cela, il convient de s'assurer que les modèles, dans les deux zones, RANS et LES, sont capables de bien reproduire l'influence de la force de Coriolis sur l'écoulement turbulent, ainsi que les transferts thermiques. De plus, le couplage entre les deux zones, en particulier la génération de conditions d'entrées instationnaires pour la LES à partir des résultats RANS, problème déjà réputé difficile, est rendu plus ardu encore par la présence de la rotation et par la nécessité de générer également des fluctuations de température réalistes.

Cette thèse se concentre sur la situation simplifiée du canal en rotation suivant l'axe transverse, représentatif des écoulements dans les pompes centrifuges des centrales. Une étude assez complète a été réalisée à la fois sur les modèles RANS et LES, permettant notamment de sélectionner un couplage RANS–LES basé sur les modèles EB-RSM en zone RANS et de Smagorinsky classique en zone LES. La méthode des tourbillons synthétiques (Synthetic-Eddy Method, [254]) est alors utilisée pour l'interface entre les zones amont (RANS) et aval (LES). Les simulations, réalisées à l'aide du code Saturne d'EDF ont montré l'importance de la sensibilité du modèle RANS à la rotation pour le développement rapide d'une turbulence réaliste dans la zone LES.

De plus, une méthode très prometteuse de forçage volumique est en cours de validation. La méthode, basée sur un forçage linéaire anisotrope dans l'équation de la quantité de mouvement filtrée permet de forcer le développement rapide de fluctuations turbulente assez réalistes dont les moments d'ordre deux sont identiques à ceux données par le calcul RANS. Cette méthode peut être de plus facilement étendue à la thermique.

Cette thèse a d'ores et déjà donné lieu à 2 publications diverses, dont un article de congrès international avec comité de lecture :

B. de Laage de Meux, B. Audebert, and R. Manceau. Modelling rotating turbulence in hydraulic pumps. In *Proc. 9th European Conference on Turbomachinery, Fluid Dynamics and Thermodynamics (ETC 9), Istanbul, Turkey, 21-25 March 2011*

Thèse de Tinh Tran Thanh : Modélisation des très grandes échelles de la turbulence : approches par filtrage temporel

Thèse en collaboration avec Vietnam national university-HoChiMinh Ville

Co-direction : Pprime : A. Farcy, J. Borée, R. Perrin ; Vietnam : NGuyen Anh Thi

Début de la thèse : septembre 2009

Bourse : Evariste Gallois

Pourcentage d'encadrement : 70 %

L'objectif de cette thèse est le développement de modèles hybrides RANS/LES continus, vu en particulier sous leur aspect VLES (Very Large Eddy Simulation). Les méthodes hybrides peuvent être en effet envisagées sous deux angles : des méthodes permettant de résoudre en RANS ou en LES certaines régions de l'écoulement ; ou des méthodes permettant de réaliser des LES à filtre très large (VLES), en s'assurant que le modèle de sous-maille est robuste à l'utilisation de tels filtres et tend continûment vers un modèle RANS à la limite d'un filtre infiniment large. C'est ce second point de vue qui est privilégié dans cette thèse.

Comme mentionné plus haut, en écoulements inhomogènes, une telle transition de la LES vers le RANS en faisant varier le filtre peut être obtenue de manière rigoureuse dans le cadre d'une formalisme de filtrage temporel (donc hybride RANS/TLES). En s'appuyant ainsi sur les travaux des thèses d'A. Fadai-Ghotbi et de Ch. Friess, cette thèse a pour objectif d'évaluer différents type de modèles basés sur les approches T-PITM ou DES équivalente, cette dernière pouvant être sous forme classique (basée sur l'imposition d'une échelle de longueur) ou sous forme "temporelle" (donc basée sur une échelle de temps). De plus, dans le cas d'un filtre très large, dont la coupure se situe non plus en zone inertielle du spectre mais en zone productive, un des points cruciaux sera l'évaluation de la nécessité de représenter finement les phénomènes complexes de production anisotrope et de redistribution, via des modèles de sous-filtre à équation de transport ou algébriques explicites.

Les cas tests envisagés dans cette thèse représentent une augmentation progressive de la complexité : turbulence homogène isotrope, turbulence forcée à grande échelle (écoulement de Kolmogorov), sillage de cylindre bidimensionnel, sillage de cylindre fini monté en paroi.

2 Encadrement de stages

Stagiaire	Type de stage	Thématique	Année
Sabrina Carpy	DEA ACTA	Modélisation de la turbulence en jet impactant	01-02
Emmanuel Clerc	DEA ACTA	Calculs URANS d'une couche de mélange épaisse	02-03
Yannick Lecocq	DEA ACTA	Implantation du modèle EB-RSM dans le code Saturne	03-04
Pierre Baudel	DEA ACTA	Simulation d'une couche limite en propriétés physiques variables	03-04
Tony Ruiz	Stage ingénieur ENSMA	Implantation d'un modèle des flux thermiques turbulents dans le code de calcul Saturne	04-05
Alejandro Miranda	Stage ingénieur Madrid ERASMUS ENSMA	Simulation de l'écoulement autour du corps de Ahmed	05-06
Fabien Méry	Stage de fin d'étude ENSMA	Développement d'un modèle de lois de parois adaptatives pour les écoulements industriels	06-07
Hichame Tigrine	Stage de Magistère Université d'Oran	The negative buoyant wall jet	06-07

IV – Activités d'évaluation

1 Activité éditoriale

1.1 Comités scientifiques

- Membre du comité scientifique (Advisory Board) de **International Journal of Heat and Fluid Flow**.
- Membre du comité scientifique (Advisory committee) du 5th Int. Symp. Turbulence, Heat and Mass Transfer, Dubrovnic, Croatie, 2006.
- Membre du comité scientifique (Advisory committee) du 6th Int. Symp. Turbulence, Heat and Mass Transfer, Rome, Italie, 2009.
- Membre du comité scientifique (Advisory committee) du 8th Int. ERCOFTAC Symp. Engng. Turb. Modelling and Measurement, Marseille, France, 2010.

1.2 Participation à des comités de lecture

Journal	Nombre d'articles expertisés
<i>Flow, Turbulence and Combustion</i>	11
<i>Physics of Fluids</i>	7
<i>Computer & Fluids</i>	6
<i>International Journal of Heat and Fluid Flow</i>	5
<i>Journal of Fluid Mechanics</i>	4
<i>Journal of Turbulence</i>	3
<i>Journal of Fluid Engineering</i>	3
<i>Theoretical and Computational Fluid Dynamics</i>	2
<i>Fluid Dynamics Research</i>	2
<i>AIAA Journal</i>	1
<i>International Journal of Thermal Sciences</i>	1
<i>Experiments in Fluids</i>	1
<i>International Journal of Numerical Methods in Fluids</i>	1
<i>Journal of Atmospheric sciences</i>	1
<i>AiChe Journal</i>	1
<i>Comptes-rendus de Mécanique</i>	1
Total	50

2 Rôle d'expertise et de prospective dans des projets internationaux

2.1 Projet européen Flomania

J'ai été invité parmi une dizaine de personnalités extérieures lors de la réunion d'évaluation finale du projet européen Flomania qui s'est achevé fin 2004. Le but était de faire une table ronde permettant l'évaluation des résultats du projet et de formuler des recommandations pour des travaux futurs.

2.2 Workshop CFDVAL'04 organisé par la NASA

Le centre NASA de Langley (Chris Rumsey, Tom Gatski) a organisé un workshop intitulé : « CFD Validation of Synthetic Jets and Turbulent Separation Control » auquel nous avons participé. Une table ronde a été organisée à la fin du workshop pour tirer les principales conclusions et émettre des recommandations pour les travaux futurs. J'ai également eu l'honneur de compter parmi les cinq personnes choisies pour faire partie de cette table ronde.

3 Participation à des jurys

- J'ai fait partie des jurys de soutenance de :
 - 9 thèses ;
 - 37 stages de Master 2 ;
 - 15 stages de fin d'étude ENSMA ;
 - 20 stages ingénieur (2^e année) ENSMA.
- J'ai de plus été invité à officier en tant qu'*opponent* d'une thèse de l'université Chalmers en Suède. L'*opponent* est l'unique rapporteur de la thèse et son rôle lors de la soutenance est de questionner le candidat entre 1 et 2 heures devant le reste du jury qui évalue la capacité du candidat à répondre aux questions.

V – Collaborations académiques et industrielles

1 Industrielles

1.1 Contrat avec le CEA

J'ai négocié et piloté un contrat de collaboration de recherche entre le CEA/DAM (centre du Ripault), le CNRS et l'université de Poitiers, qui a été conduit entre août 2003 et mai 2004. Le titre de cette étude confidentielle était : "Étude de la rotation d'un système complexe". Le contrat comportait deux volets : le premier, une étude bibliographique et des simulations numériques sur le problème de la mise en rotation brusque d'un fluide dans une cavité cylindrique remplie d'un milieu poreux ; le second, une étude bibliographique sur la transition à la turbulence dans une conduite cylindrique soumise à des vibrations d'amplitude finie. Ce contrat a été réalisé au sein de l'opération *Dynamique et transferts instationnaires* par Jean Pécheux et moi-même.

1.2 Convention de collaboration de recherche avec EDF

J'ai mis en place une convention de collaboration de recherche entre EDF, le CNRS et l'université de Poitiers, qui a été signée en juin 2003, d'une durée de 3 ans renouvelables. Cette convention n'avait pas d'incidence financière et permettait au LEA de disposer d'un code non-structuré (géométries complexes) et ouvert (disponibilité des sources), capable de résoudre les équations RANS/URANS et LES, et fonctionnant sur machines parallèles. En contrepartie, pour EDF, cette convention permet d'interagir avec le LEA sur des études fondamentales (développement de modèles de turbulence) par le biais de stages de DEA co-encadrés. Cette convention a automatiquement pris fin en 2007 par le passage du code sous licence en *open source*.

Cette collaboration a mené au co-encadrement des 3 thèses CIFRE de Yannick Lecocq (soutenue), Benoît de Laage de Meux (en cours) et Frédéric Dehoux (en cours).

2 Projets nationaux et européens

2.1 Projet européen MOVA

Mon post-doc, réalisé entre octobre 1999 et septembre 2000 dans la *Thermofluids section* du professeur K. Hanjalić à l'université de Delft aux Pays-Bas, était financé par le projet européen MOVA (*MOving Vehicule Aerodynamics*). Ce projet, réunissant

plusieurs université européenne (Delft, Manchester, Erlangen) et deux industriels (PSA Peugeot-Citroën et EDF), était consacré à la modélisation de la turbulence dans le cadre de l'aérodynamique automobile, et en particulier à l'étude expérimentale et numérique de l'écoulement autour d'un véhicule simplifié, le corps de Ahmed. Mon rôle dans ce projet a été le développement d'un nouveau modèle de turbulence au second ordre pouvant être intégré jusqu'aux parois, le modèle à pondération elliptique.

2.2 Projet européen QNET-CFD

Le projet européen QNET-CFD (2000-2003) a regroupé une quarantaine de membres universitaires et industriels, avec pour objectif d'évaluer la qualité (critères qualité industriels) des données expérimentales et numériques sur de nombreux cas tests (environ 80) destinés de benchmark pour les modèles de turbulence. La production essentielle de ce projet a été une grande base de données accessible à tous, qui contient : les données expérimentales, les éventuels résultats de calcul, des fichiers de description des cas tests, une étude bibliographique, des fichiers d'évaluation qualité et des conseils pratiques (*best practice advice*) pour la simulation de ces cas tests.

J'ai été chargé dans ce projet de la constitution des dossiers concernant deux cas tests, le corps de Ahmed et le jet axisymétrique impactant une paroi plane chauffée. J'ai également réalisé l'analyse critique du dossier constitué par un autre participant.

D'autre part, ce réseau a organisé deux workshop internationaux ouverts à tous, durant lesquels j'ai présenté les deux cas tests :

R. Manceau, J.-P. Bonnet, and P. Gilliéron. The Ahmed body test case for automotive CFD validation. Recent results from experiments and computations. In *2nd QNET-CFD Workshop, Luzern, Switzerland, 2002*

R. Manceau. Turbulence modelling of an axisymmetric jet impinging on a heated flat plate : A review. In *3rd QNET-CFD Workshop, Prag, Czech Republic, 2003*

2.3 Projet européen WALLTURB

WALLTURB (2005-2009) était un projet européen du FP6 Aéronautique, dont l'objectif principal était l'amélioration de la compréhension et de la modélisation de la turbulence de proche paroi en couche limite. Les différentes étapes consistait à :

- générer et analyser de nouvelles données en turbulence de proche paroi ;
- utiliser ces données pour améliorer la compréhension des phénomènes ;

- introduire un maximum de physique dans les modèles RANS de proche paroi ;
- développer de meilleurs modèles LES en proche paroi ;
- étudier la possibilité de coupler la LES avec des approches systèmes dynamiques d'ordre bas en proche paroi.

Les partenaires impliqués dans le projets étaient : Le Laboratoire de Mécanique de Lille (UMR CNRS 8107), en tant que coordinateur (M. Stanislas), l'ONERA, le Laboratoire d'Études Aérodynamiques (UMR CNRS 6609), le LIMSI (UPR CNRS 3251), TU Chalmers, l'ENSTA, le CEA Saclay, l'université de Chypre, l'université de Rome la Sapienza, l'université de Surrey, l'université Polytechnique de Madrid, TU Munich, TU Czesochowa, FFI (Norwegian Defence Research establishment), Airbus UK et Dassault Aviation.

Ce projet était subdivisé en 6 workpackages :

WP1 Management

WP2 Experiments

WP3 Database management and processing

WP4 RANS Modeling

WP5 LES Modeling

WP6 LODS Modeling

Le LEA était impliqué dans les WP 2, 4 et 6. Des expériences ont été conduites dans la soufflerie de Lille entre le LML, Chalmers et le LEA (Joël Delville). Le LEA (Joël Delville) pilotait le workpackage WP6 sur la modélisation par systèmes dynamiques d'ordre bas. Pour ma part, j'étais le responsable scientifique du projet pour le LEA (management administratif essentiellement) et j'intervenais dans le WP4 en collaboration avec Tom Gatski et le thésard A. G. Oeni. Le contenu scientifique de ces travaux est décrit dans la partie A, section 2.4.

2.4 Projet DFG-CNRS FOR 507 « LES of complex flows »

Ce projet (2004-2008) était un projet franco-allemand entre le CNRS et le DFG, qui était labélisé en tant que Groupement de Recherche Européen (GDRE). Il regroupait douze laboratoires français et 7 laboratoires allemands, regroupés en 7 sous-projets. Nous faisons partie (participants : R. Manceau, E. Lamballais, T. Gatski, J. Borée, C. Friess) du sous-projet FP5 « LES of swirling flows with differential subgrid stress models », dans lesquels nos partenaires était essentiellement S. Jakirlić et C. Tropea de TU Darmstadt.

Le sujet sur lequel nous travaillons dans ce projet, la modélisation hybride RANS/-LES continue, est décrit dans la partie A, section 3.

2.5 Projet ANR Dynamique, Instationnarité, Bruit

Ce projet ANR blanc de 4 ans, démarré en janvier 2008, porte sur le développement d'outils quantitatifs pour l'analyse couplée pression-vitesse en aérodynamique instationnaire et les phénomènes acoustiques associés. Il regroupe trois partenaires : l'institut Pprime, le LMSI et PSA-Peugeot-Citroën.

Il comprend deux volets :

- Analyse quantitative des mécanismes essentiels en aérodynamique instationnaire.
- Dynamique des sources acoustiques

Une des tâches au sein de ce projet est la réalisation et l'analyse avancée, en comparaison avec des données expérimentales (PPrime) et LES (LMSI), de simulations hybrides RANS/LES sur le cas du décollement/recollement de l'écoulement au dessus d'une plaque épaisse. Je participe à ce projet avec un rôle d'expertise sur la modélisation hybride RANS/LES, le travail étant réalisé par Rodolphe Perrin et Tung Tran Thanh dans le cadre de sa thèse (encadrement : R. Perrin et J. Borée)

3 Autres collaborations

3.1 NASA

J'ai été contacté en 2001 par Thomas Gatski de NASA Langley, qui travaillait sur le développement d'une version algébriques explicites du modèle au second ordre à relaxation elliptique de Durbin, pour démarrer une collaboration. Ces premiers contacts ont mené à des travaux communs sur les modèles à relaxation elliptique [10], et à l'initiation, lors d'un séjour de 10 jours que j'ai effectué à Langley, de travaux sur les modèles algébriques explicites dérivés du modèle à pondération elliptique.

Cette collaboration nous a alors amené à proposer au CNRS l'accueil de T. Gatski sur un poste de directeur de recherche contractuel au LEA. Le CNRS nous a alors accordé un financement de 3 ans (1/4/2006–1/4/2009), prolongé jusqu'au 28/2/2011.

Dans le cadre du projet européen Wallturb, les travaux menés ont porté sur la modélisation RANS algébrique explicite [44, 32]. La rencontre des travaux de Tom sur

la LES temporelle [288, 289] et des liens sur les méthodes hybrides RANS/LES basés sur des équations de transport [2, 33] a conduit au développement d'une nouvelle classe d'approches hybrides LES temporelle/RANS [6, 3, 21, 38].

3.2 TU Delft

Suite à mon post-doc de 1999-2000 à Delft, la collaboration avec K. Hanjalić et son thésard L. Thielen a continué durant quelques années, avec l'amélioration du modèle à pondération elliptique initialement proposé durant mon post-doc [11] et son application à des cas de jets impactants [9].

3.3 International University Sarajevo–EDF

Suite au workshop du SIG-15 d'ERCOFTAC que j'ai co-organisé à Graz en 2008, une collaboration tripartite a été initiée concernant l'étude des effets de rotation dans les problèmes de jets impactants avec M. Hadžiabdić de l'université internationale de Sarajevo et S. Benhamadouche d'EDF Chatou. Cette collaboration a déjà mené à une communication au congrès THMT de Rome [41] et un article de journal est en cours de rédaction.

3.4 Ho Chi Minh Ville

Profitant de contacts historiques entre le Viet-Nam et l'ENSMA, une collaboration a démarré en 2009 avec le professeur Anh Thi NGuyen de l'université technologique d'Ho Chi Minh Ville, portant sur la modélisation hybride RANS/LES. En particulier, le soutien de l'ambassade de France au Viet-Nam via une bourse Évariste Gallois nous a permis de co-encadrer la thèse en cours de Tinh Tran Thanh.

VI – Enseignement

Depuis 2002, année de démarrage de mes activités d'enseignement, j'ai donné, en moyenne, si on ne prend pas en compte la participation à des jurys de stage, 64 heures équivalent TD par an.

1 Université de Poitiers : Master Sciences et technologies–Mention Mécanique, énergétique et Ingénierie

Spécialité recherche : Fluide, Acoustique, Énergétique (total=10h/an)

- **Intitulé : cours « Turbulence et modélisation de la turbulence »**

Niveau : Master recherche 2^e année

Intervention : 10h de cours

Lors de la réforme LMD, j'ai mis en place pour la rentrée 2004–2005 ce cours magistral consacrée à la modélisation de la turbulence de type RANS et hybride RANS/LES. Ce cours, disparu en 2008/2009 avec la refonte de la maquette de Master, constituait un tiers de module de la spécialité FAE de Master 2 (ex-DEA ACTA : Aérodynamique et mécanique des fluides, Combustion, Thermique, Acoustique et aéroacoustique).

Spécialité pro : Sinucim (Simulation numérique et codes de calculs industriels en mécanique)

(total=35h/an)

La réforme LMD a permis l'ouverture pour la rentrée 2004/2005 d'une toute nouvelle spécialité de master, Sinucim (il n'y avait pas de DEA correspondant avant la réforme LMD), qui a disparu en 2008/2009 avec la nouvelle maquette de Master. Dans cette spécialité, j'ai été chargé de la mise en place et de l'enseignement de différents cours et TD.

- **Intitulé : cours « Modèles de turbulence de type RANS » au sein du module « Méthodes numériques et codes de calcul en mécanique des fluides »**

Niveau : Master pro 2^e année

Intervention : 8h de cours/an

Ce cours était consacré à la modélisation RANS et en particulier à une sensibili-

sation des étudiants à l'importance du choix d'une modélisation de la turbulence adaptée aux problèmes industriels qu'ils allaient rencontrer.

- **Intitulé : TD « Post-traitement, analyse et qualité des solutions »** au sein du module « Thermo-mécanique des milieux continus »
Niveau : Master pro 2^e année
Intervention : 9h de TD/an
Ces TD, sur ordinateur, étaient consacrés à la mise en pratique des méthodes permettant de s'assurer de la qualité d'une solution obtenue numériquement. Ces TD ont disparu des enseignements à la rentrée 2006/2007.
- **Intitulé : Bureau d'étude « Application aux problèmes industriels »**
Niveau : Master pro 2^e année
Intervention : 12h de bureau d'étude/an
Ces bureaux d'études étaient ciblés sur la mise en œuvre dans des codes de calcul commerciaux d'études de cas « représentatifs de situations industrielles ». J'ai passé la main à R. Perrin en 2008/2009.

2 ENSMA (École Nat. Sup. de Mécanique et d'Aérotechnique)

(total=47h30)

- **Intitulé : cours « Turbulence »**
Niveau : 3^e année cursus ingénieur options Aérodynamique-Thermique-Énergétique et Master recherche FAE 2^e année
Intervention : 20h de TD/an
J. Borée a souhaité en 2002 remanier ce cours et en particulier y intégrer plus de modélisation de la turbulence. Il m'a demandé de participer à la redéfinition des TD et en particulier m'a confié l'élaboration d'un TD de sensibilisation à l'importance du choix des paramètres (maillage, schémas numériques et surtout, modèles de turbulence et prise en compte des parois) pour la mise en œuvre de calculs numériques. Je participe depuis 2002–2003 à l'enseignement, à hauteur d'un tiers des TD de ce cours, soit 16 TD de 1h15.
- **Intitulé : cours « Codes de calculs industriels pour la simulation des écoulements turbulents »**

Niveau : 3^e année cursus ingénieur toutes options

Intervention : 12h30 de cours magistral/an

Ce cours est un cours optionnel (« électif ») que j'ai mis en place en 2008/2009 à la demande de l'ENSMA pour palier la disparition de la possibilité pour les étudiants de 3^e année de suivre le cours de Master sur la modélisation de la turbulence cité plus haut. Comme il s'agit d'un cours électif accessibles à toutes les options, y compris matériaux et informatique, il m'a été demandé de faire un cours beaucoup plus large que la modélisation de la turbulence. C'est pourquoi ce cours intègre la simulation numérique dans le cadre industriel, les codes de calculs disponibles, les enjeux et problèmes rencontrés par les ingénieurs, les limitations liées à la puissance de calcul, *etc.*

– **Intitulé : Bureau d'étude « Aérodynamique automobile »**

Niveau : 3^e année cursus ingénieur

Intervention : 15h d'encadrement de projet/an

En 2002–2003, nous avons mis en place avec Jacques Borée un bureau d'étude de sensibilisation aux problèmes d'aérodynamique de l'automobile. Des mesures en soufflerie et des études numériques (code de calcul Star-CD) sont réalisées sur des géométries simplifiées représentatives de véhicules automobiles.

3 ENSIP (École Nat. Sup. d'Ingénieurs de Poitiers) (total=10h/an)

– **Intitulé : cours « Modélisation des transferts turbulents »**

Niveau : cursus ingénieur 3^e année

Intervention : 10h de cours magistral/an

J'ai mis en place, en 2008/2009, à la demande de l'ENSIP, une intervention sur 5 séances en option énergétique. Il s'agit d'un cours consacré en partie à l'introduction de la problématique de la modélisation de la turbulence, et en partie au problème spécifique de la modélisation des flux thermiques turbulents.

4 10^e École de Mécanique des Fluides Numérique du CNRS (total=3h)

Niveau : Doctorants et chercheurs

Intervention : 3h de cours magistral

Ce cours [95], dispensé lors de la dixième école de printemps de Mécanique des Fluides Numérique (École thématique du CNRS), organisée à Roscoff du 3 au 9 juin 2007, a été consacré à la modélisation statistique de la turbulence.

5 12^e École de Mécanique des Fluides Numérique du CNRS

(total=3h)

Niveau : Doctorants et chercheurs

Intervention : 3h de cours magistral donnés par Jean-Paul Bonnet

Pour la 12^e de mécanique des fluides numérique du CNRS, nous avons préparé, avec Jean-Paul Bonnet et Éric Lamballais, un cours [94] intitulé *Phénoménologie des écoulements turbulents. Les différentes échelles de la turbulence, leur interprétation et leurs implications pour les méthodes de simulation numérique.*

6 École d'été ERCOFTAC

(total=2h)

Niveau : Doctorants et chercheurs

Intervention : 2h de cours magistral

Le réseau ERCOFTAC a organisé en 2002 à Manchester une école d'été intitulée *Physical and numerical aspect of turbulence modelling* J'ai dispensé un cours (2h) sur les modèles à relaxation elliptique [97]. Cette école a regroupé une trentaine d'étudiants de troisième cycle, d'ingénieurs de l'industrie et de chercheurs non-spécialistes du domaine.

7 Cours PREMIER à Buenos Aires

(total=20h)

Niveau : Doctorants et chercheurs

Intervention : 20h de cours magistral

Dans le cadre du programme franco-Sud-Américain PREMIER, des enseignants français (essentiellement de Poitiers) dispensent dans différentes universités sud-améri-

caines les cours qu'il dispensent en master 2 en France. En 2007, j'ai ainsi donné, en anglais, l'équivalent du cours de master 2 FAE mentionné plus haut sur la modélisation statistique et hybride RANS/LES de la turbulence, augmenté du cours sur la LES, dispensé à Poitiers par E. Lamballais [96].

8 Cours de formation continue PSA

(total=1h30/session)

Niveau : Ingénieurs et techniciens supérieurs PSA

Intervention : 1h30 de cours magistral/session

Nous avons répondu à l'appel d'offre de PSA-Peugeot-Citroën qui souhaitait organiser pour ses ingénieurs et techniciens des cours de formation continue sur l'aérodynamique externe automobile. Dans ce cadre, j'ai donné en 2008 et 2010 un cours intitulé « La simulation numérique : enjeux, difficultés et nouvelles pistes ». Ces séances de formation sont destinées à être renouvelées plusieurs fois par an, si les demandes sont suffisantes.