# Analyse cosmologique des relevés d'amas de galaxies en rayons X

Nicolas Clerc

▶ **To cite this version:**

Nicolas Clerc. Analyse cosmologique des relevés d'amas de galaxies en rayons X. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Paris 7 Diderot, 2012. Français. NNT : . tel-02106561

**HAL Id: tel-02106561**
**https://hal.science/tel-02106561**

Submitted on 23 Apr 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT (Paris 7)**

**ÉCOLE DOCTORALE**
**ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE**
**D'ILE-DE-FRANCE**

**Doctorat**
**Astronomie et Astrophysique**

Nicolas CLERC

# Analyse cosmologique des relevés d'amas de galaxies en rayons X

*Thèse dirigée par Marguerite PIERRE et soutenue le 31 janvier 2012 devant le jury composé de :*

| | |
|---|---|
| Marcello FULCHIGNONI | Président |
| William FORMAN | Rapporteur |
| Jean-Paul KNEIB | Rapporteur |
| Sophie MAUROGORDATO | Rapporteur |
| Cathy HORELLOU | Examinatrice |
| James RICH | Examinateur |
| Marguerite PIERRE | Directrice de thèse |

**Thèse préparée au sein du Service d'Astrophysique**
**IRFU/CEA-Saclay**

# Remerciements

Mes premiers remerciements vont vers le lecteur de ces lignes qui, s'il tourne les pages suivantes, réussira à faire mentir une formule trop entendue et déplorable : « personne ne lit les thèses ! »

Je remercie chaleureusement Marguerite pour la façon dont elle a supervisé cette thèse, pour sa disponibilité exceptionnelle et sa clairvoyance à bien des étapes de la construction de ce travail. Merci également pour m'avoir donné ton éclairage et ton point de vue sur le milieu professionnel de la recherche en astrophysique, parfois éloignés du « modèle standard. »

Je remercie chacun des membres de mon jury, à commencer par mes rapporteurs Sophie Maurogordato, Bill Forman et Jean-Paul Kneib, qui ont lu avec attention ce (long !) manuscrit. Merci à Jim Rich et Cathy Horellou d'avoir apporté leur jugement et leur grain de sel lors de la soutenance. Et merci à Marcello Fulchignoni pour avoir présidé le jury et abattu les obstacles administratifs jusqu'à la soutenance.

Je remercie le Service d'Astrophysique, Paris 7 et l'école doctorale pour m'avoir accordé le temps nécessaire à l'aboutissement du projet « X–CLASS » et à la réalisation d'un manuscrit original et, j'espère, agréable à lire.

Je remercie Florian et Tatyana pour leur aide considérable dans ce travail. Elle ne se résume pas seulement en un nombre d'heures fournies sur tel ou tel projet : j'y ai trouvé des manières différentes d'aborder les problèmes et de les résoudre, des discussions fructueuses allant du plus général au plus détaillé, des questionnements et des doutes communs. Merci également à Jean-Paul, Bruno, Ivan, Christophe, Andrii, Patrick et René pour les efforts réalisés en commun, et plus généralement aux membres du XMM–LSS (maintenant XXL !) pour m'avoir accueilli en son sein. Merci à Marie, Nicolas, Pierrick, Pierre-François, pour l'énorme soutien informatique, surtout dans les moments difficiles.

J'adresse des remerciements particuliers à Jean-Luc Starck et son équipe, avec qui j'ai eu la chance de beaucoup interagir durant ma thèse à Saclay. Que de moments passés à discuter de la pertinence de la *BAOlet* !

Je remercie Jean Surdej pour son soutien et son accueil à Liège. Merci également à Jon Willis et Jean-Luc Starck pour leur soutien professionnel. Plus généralement, aux personnes qui m'ont guidé dans mes choix, mes enseignants au lycée (Charles Sibiril, notamment), à l'X et à l'Observatoire : tout cela prend un sens concret maintenant.

Merci à mes compagnons de route à Saclay : en particulier Laurie, Arnaud et Sandrine, ainsi que Paniez et Georgios. D'autre part, merci à Aurélie, Isabelle, Thierry et Luc pour toutes ces discussions enflammées visant à refaire le monde de l'astronomie.

Quatuors, 12-uors, beaucoup-uors et longues soirées au Recrutement : merci à Yann, Chisato, Germain, Olivier, Nical, Julie et Clément pour les excellents moments passés ensemble chaque semaine autour du saxophone et... loin de la thèse.

Merci à mes amis, vous qui m'avez soutenu sur le long terme et, plus encore, qui avez compris ce qu'imposait cette thèse. Merci à vous qui avez répondu présent à ma soutenance, venant parfois de loin.

Nical (encore !), un grand merci car c'est à toi qu'on doit l'acronyme X–CLASS !

Mes plus chers remerciements vont à ma famille. Ils m'ont toujours laissé libre dans mes choix et comprennent mieux que quiconque ce qu'ils signifient. A mes grands-parents, qui me suivent et, je le sais, mesurent avec fierté la distance parcourue. A mes deux sœurs – j'espère que vous comprenez mieux ce que je fais maintenant ! Et bien sûr à mes deux parents, à qui je dois accompagnement et confiance depuis toujours et ce quels que soient les événements. Enfin, merci Lucie pour ton soutien, ta présence, ton approche de l'astronomie et les discussions libératrices sur nos thèses respectives.

**Titre :** Analyse cosmologique des relevés d'amas de galaxies en rayons X

**Résumé :** Les amas de galaxies sont les objets en état d'équilibre les plus massifs dans notre Univers. Ils permettent de tester avec précision les modèles cosmologiques de formation des structures, apportant des contraintes complémentaires à celles déduites du rayonnement fossile, des supernovae et des galaxies. On les identifie grâce à l'émission en rayons X de leur gaz chaud, facilitant ainsi leur cartographie à différentes époques de l'Univers. Cette thèse présente deux relevés d'amas de galaxies détectés en rayons X grâce au satellite XMM–Newton et propose une méthode dédiée à leur interprétation cosmologique.

Grâce à une couverture de $10\,\mathrm{deg}^2$ en multiples longueurs d'ondes et fort d'une décennie d'exploitation, le XMM–LSS permet un recensement systématique des amas dans un large volume d'Univers. C'est dans le cadre de ce relevé que la première partie de ce rapport explicite les procédures mises en œuvre dans le but de caractériser les amas détectés. Un accent particulier est mis sur les plus distants d'entre eux ($z > 1$) via la complémentarité d'observations en bandes X, visibles et infrarouges. Par la suite est développée la description intégrale du relevé X–CLASS : reposant sur les observations d'archives de XMM, il donne lieu à un nouveau catalogue de 800 amas détectés en rayons X. L'analyse cosmologique de ce relevé est rendue possible grâce aux diagrammes « CR–HR ». Cette méthode inédite rassemble de manière cohérente les effets de sélection et les relations d'échelle et contourne le calcul des masses individuelles des amas. Des propositions sont formulées afin de l'appliquer aux futurs relevés que sont XMM–XXL et eRosita.

**Mots-clés :** Cosmologie – Amas de galaxies – Rayons X – Analyse pluri-longueurs d'onde – Méthodes d'analyse – Relevés cosmologiques – Noyaux actifs de galaxies

---

**Title :** Cosmological analysis of galaxy clusters surveys in X-rays

**Abstract :** Clusters of galaxies are the most massive objects in equilibrium in our Universe. Their study allows to test cosmological scenarios of structure formation with precision, bringing constraints complementary to those stemming from the cosmological background radiation, supernovae or galaxies. They are identified through the X–ray emission of their heated gas, thus facilitating their mapping at different epochs of the Universe. This report presents two surveys of galaxy clusters detected in X–rays and puts forward a method for their cosmological interpretation.

Thanks to its multi-wavelength coverage extending over 10 sq. deg. and after one decade of expertise, the XMM–LSS allows a systematic census of clusters in a large volume of the Universe. In the framework of this survey, the first part of this report describes the techniques developed to the purpose of characterizing the detected objects. A particular emphasis is placed on the most distant ones ($z > 1$) through the complementarity of observations in X–ray, optical and infrared bands. Then the X–CLASS survey is fully described. Based on XMM archival data, it provides a new catalogue of 800 clusters detected in X–rays. A cosmological analysis of this survey is performed thanks to "CR–HR" diagrams. This new method self-consistently includes selection effects and scaling relations and provides a means to bypass the computation of individual cluster masses. Propositions are made for applying this method to future surveys as XMM–XXL and eRosita.

**Keywords :** Cosmology – Clusters of galaxies – X-rays – Multi-wavelength analysis – Methods – Cosmological surveys – Active Galactic Nuclei

# Table des matières

**Introduction** **v**

**1 Amas de galaxies : observations, propriétés** **1**
1.1 Amas de galaxies et matière noire . . . . . 1
1.1.1 Prédictions du modèle CDM . . . . . 2
1.1.2 Observations de la matière noire . . . . . 4
1.2 Le gaz dans les amas de galaxies . . . . . 7
1.2.1 Ordres de grandeur et état d'équilibre du gaz . . . . . 7
1.2.2 Emission du gaz en rayons X . . . . . 8
1.2.3 Equilibre hydrostatique et profils . . . . . 10
1.2.4 Relation d'échelle, chauffage, refroidissement . . . . . 14
1.2.5 Autres observations du gaz . . . . . 19
1.3 Galaxies dans les amas . . . . . 24
1.3.1 Dispersions de vitesses et masse des amas . . . . . 25
1.3.2 Fonction de luminosité et richesse optique . . . . . 25
1.3.3 Diagrammes couleur-magnitude et séquence rouge . . . . . 26

**2 Amas de galaxies et cosmologie** **29**
2.1 Bases de la cosmologie physique . . . . . 29
2.1.1 L'Univers isotrope et homogène . . . . . 29
2.1.2 Formulaire cosmologique . . . . . 34
2.1.3 Le modèle ΛCDM actuel . . . . . 36
2.1.4 Quelques mots sur l'énergie noire . . . . . 37
2.2 Formation des structures . . . . . 38
2.2.1 Croissance des perturbations dans le régime linéaire . . . . . 39
2.2.2 Spectre de puissance et fonction de transfert . . . . . 40
2.2.3 Effondrement non-linéaire . . . . . 43
2.2.4 Fonction de masse des halos . . . . . 45
2.3 Amas et contraintes cosmologiques . . . . . 48
2.3.1 Tests cosmologiques avec les amas de galaxies . . . . . 49
2.3.2 Le rôle particulier de l'énergie noire . . . . . 52
2.4 Relevés d'amas de galaxies en rayons X . . . . . 52
2.4.1 Relevés pionniers . . . . . 52
2.4.2 L'apport de *ROSAT* . . . . . 53
2.4.3 L'ère d'XMM et Chandra . . . . . 54
2.4.4 Grands relevés d'amas : conclusion . . . . . 55

**I Le relevé XMM–LSS** **57**

**3 XMM–LSS : un relevé de 10 deg$^2$** **59**
3.1 Présentation du relevé XMM–LSS . . . 59
3.1.1 Objectifs du relevé . . . 59
3.1.2 Structure du relevé XMM–LSS . . . 60
3.1.3 Suivi multi-longueurs d'ondes . . . 60
3.2 Description de l'observatoire XMM . . . 62
3.2.1 Présentation . . . 62
3.2.2 Caractéristiques . . . 65
3.3 Des données brutes au catalogue de sources . . . 71
3.3.1 Structure d'une observation en rayons X par XMM . . . 71
3.3.2 Détection et caractérisation des sources par XAmin . . . 74
3.3.3 Classification des sources et fonctions de sélection . . . 78
3.3.4 Construction des catalogues . . . 86
3.4 Résultats antérieurs sur les amas XMM–LSS . . . 88

**4 Etudes réalisées dans le XMM–LSS** **91**
4.1 Fonction de corrélation à deux points des AGN . . . 91
4.1.1 Motivations . . . 91
4.1.2 L'échantillon d'AGN du relevé . . . 92
4.1.3 La fonction de sélection des AGN . . . 93
4.1.4 Distribution en flux des AGN détectés . . . 95
4.1.5 Fonction de corrélation angulaire . . . 97
4.2 Amas distants du XMM–LSS . . . 97
4.2.1 Contexte . . . 98
4.2.2 L'échantillon d'amas distants du relevé XMM–LSS . . . 99
4.2.3 Etude de #741 . . . 104
4.2.4 Etude de l'amas IRC-0218A . . . 113
4.3 Distribution des amas XMM–LSS . . . 114

**XMM–LSS : conclusions et perspectives** **121**

**II Relevés d'archive : l'exemple de X–CLASS** **125**

**5 X–CLASS : présentation** **127**
5.1 Pourquoi X–CLASS ? . . . 127
5.1.1 L'extension naturelle aux données existantes . . . 127
5.1.2 Relevés d'amas basés sur les archives XMM . . . 127
5.1.3 Plan et déroulement du projet X–CLASS . . . 130
5.2 Construction du relevé X–CLASS . . . 131
5.2.1 Des archives au catalogue d'amas . . . 131
5.2.2 Caractérisation et fonction de sélection du relevé . . . 137
5.2.3 Mesures des flux . . . 141
5.2.4 Résumé : le catalogue X–CLASS . . . 146

**6 X–CLASS : méthodologie** **149**
6.1 Développement d'une méthode d'analyse . . . 149
6.1.1 Motivations . . . 149
6.1.2 Choix d'une observable . . . 151
6.2 Les diagrammes CR–HR . . . 154
6.2.1 Ingrédients . . . 154
6.2.2 Erreurs de mesure . . . 160
6.2.3 Modélisation d'autres observables . . . 163
6.3 Outils statistiques pour diagrammes CR–HR . . . 167
6.3.1 Vraisemblance de l'échantillon . . . 168
6.3.2 Matrices de Fisher . . . 170
6.3.3 Echantillonnage par chaînes de Markov (MCMC) . . . 173

**7 X–CLASS : résultats** **179**
7.1 Performances de la méthode ($z$)-CR–HR . . . 179
7.1.1 Sensibilité absolue de la méthode CR–HR . . . 179
7.1.2 Rôle des erreurs de mesure . . . 181
7.1.3 Comparaison avec le $dn/dz$ . . . 181
7.1.4 Combiner l'information X et les redshifts . . . 184
7.1.5 Discussion des résultats obtenus . . . 186
7.2 Analyse cosmologique du relevé X–CLASS . . . 189
7.2.1 Sélection d'un sous-échantillon . . . 190
7.2.2 Prise en compte des amas pointés . . . 193
7.2.3 Mise en pratique de la méthode dn/dCR/dHR . . . 197
7.2.4 Résultats et contraintes sur le modèle . . . 199
7.2.5 Discussion des résultats X–CLASS . . . 203

**8 Conclusions et perspectives** **211**
8.1 Quel avenir pour le relevé X–CLASS ? . . . 211
8.1.1 Inclure les amas connus dans l'analyse cosmologique . . . 211
8.1.2 Extension du catalogue . . . 212
8.1.3 Catalogue d'AGN . . . 212
8.2 Le relevé XXL . . . 212
8.2.1 Présentation . . . 213
8.2.2 Prédictions cosmologiques . . . 214
8.3 L'instrument spatial *eROSITA* . . . 215
8.4 CR–HR : nouvelle description des relevés X . . . 217
8.4.1 Prédictions pour eROSITA . . . 218
8.4.2 Ajouter l'information sur le profil des amas . . . 219
8.4.3 Autres points d'effort . . . 224

**Conclusion** **227**

**Annexes** **245**

**A Publications et contribution détaillée** **245**
A.1 Publications liées au relevé XMM–LSS . . . 245

A.2 Publications liées au relevé X–CLASS . . . . . 287
A.3 Publications liées au relevé XXL . . . . . 333

# Introduction

La cosmologie, qui étudie les grandes structures de l'Univers et leur évolution, vit une période faste. Campée sur des découvertes astronomiques majeures, des technologies innovantes et des développements théoriques poussés, elle donne lieu aujourd'hui à des projets ambitieux auxquels n'auraient sans doute pas songé ses précurseurs. Ainsi, elle promet le vertige de l'immensité à des observateurs qui ne craignent pas de dresser la cartographie de régions si grandes, qu'un seul Univers observable à une époque précise, notre « cône de lumière passé », ne peut suffire à les appréhender sans le recours à des *principes cosmologiques*, postulats invérifiables mais nécessaires. Elle stimule le développement de détecteurs et de télescopes balayant le spectre électromagnétique avec une sensibilité inégalée. Enfin, elle donne l'opportunité de simuler l'Univers – tout au moins une portion restreinte régie par des lois fixées par avance – dans des machines de calcul puissantes, afin de confronter les observations aux prédictions théoriques.

Les recoupements entre les observations de sondes diverses (fluctuations du fond diffus cosmologique, diagramme de Hubble des supernovae, densités et structuration des amas de galaxies et galaxies, forêt Lyman-$\alpha$, abondances d'éléments de la nucléosynthèse primordiale) et les formulations théoriques de la structuration à grande échelle ont conduit à établir un scénario de *concordance* qui décrit l'évolution thermique et géométrique de notre Univers. Ainsi, depuis la mise en évidence de son expansion par Lemaître et Hubble dans la première moitié du XX$^e$ siècle jusqu'à la confirmation de son accélération à la fin du même siècle, en passant par la découverte du fond diffus cosmologique et de la masse manquante dans les amas de galaxies et les galaxies, presque l'intégralité des observations s'accordent avec un modèle dans lequel 5% seulement du contenu en énergie de l'Univers est sous la forme de notre matière ordinaire *baryonique*. Ce modèle nécessite l'intervention d'une forme particulière de la matière et d'une hypothétique source d'énergie semblable à la constante cosmologique d'Einstein, toutes deux qualifiées de *noires*.

L'un des enjeux de la cosmologie moderne est de comprendre la nature de ces deux nouvelles composantes ou, le cas échéant, d'invalider le scénario de concordance. L'une des pistes les plus prometteuses passe par l'étude des amas de galaxies. Dans le modèle de concordance, ces structures géantes, les plus massives à être en équilibre aujourd'hui (quelques $10^{14}$ masses solaires et plus), sont les héritières de toute l'histoire de la formation des structures, par croissance de petites fluctuations, amplifiées par l'attraction gravitationnelle et successivement fusionnées entre elles. Elles sont donc les témoins de l'évolution du contenu énergétique de l'Univers.

D'abord considérés comme de gigantesques surdensités localisées de galaxies, les amas ont révélé leur contenu en gaz chaud et diffus aux premiers observateurs du

ciel en rayons X. Représentant environ 15% de la masse totale, ce gaz constitue un traceur exceptionnel de la présence des amas et permet de faire le lien entre les prédictions cosmologiques et les observables astrophysiques. En rayons X, mais pas uniquement, les recherches actuelles se concentrent sur cette relation *masse-observable* et l'exploration de ce lien nécessite une compréhension globale des processus physiques régnant dans les amas de galaxies. Elle fait pour cela appel à la compilation de grands échantillons rassemblés lors de relevés cosmologiques. Ces échantillons, pour être représentatifs, doivent être finement sélectionnés selon leurs propriétés physiques, celles-là même que l'on cherche à déterminer.

Les technologies, les connaissances et l'expérience accumulées font que l'heure est aujourd'hui à l'exploitation cosmologique de grands relevés d'amas. Cependant, il faut comprendre comment en tirer le meilleur profit tout en réduisant les biais et incertitudes afin d'accéder à des contraintes sensées sur les modèles théoriques. Cette thèse se propose d'étudier deux relevés d'amas, réalisés en bande X, et de mettre en relief les défis auxquels sont confrontés les observateurs. Un accent particulier sera mis sur les effets de sélection et leur prise en compte dans les études d'échantillons d'amas de galaxies. Nous revisiterons l'analyse de la fonction de masse des amas et proposerons une nouvelle méthode qui sera appliquée à un grand catalogue d'amas soigneusement sélectionnés.

## Structure du manuscrit

Une vue d'ensemble sur les amas de galaxies est tout d'abord proposée (**Chap. 1**), au cours de laquelle sont présentées les trois principales composantes de la matière formant les amas : le halo de matière noire, le gaz chaud de matière ordinaire, avec un accent particulier sur son émission en rayons X, et enfin les galaxies elles-mêmes. Le **Chapitre 2** détaille les fondements théoriques soutenant le scénario de croissance hiérarchique des structures dans l'Univers. J'y démontre l'intérêt des relevés d'amas de galaxies en rayons X, particulièrement en ce qui concerne l'évolution de l'Univers et la formation des amas.

Après une présentation du relevé XMM–LSS et de l'observatoire *XMM-Newton* au **Chapitre 3**, je décris les outils et méthodes mis en œuvre afin de construire des échantillons d'amas de galaxies et de galaxies actives sélectionnés avec soin dans les observations en rayons X. Ainsi, le chapitre suivant (**Chap. 4**) fait part des principales études s'appuyant sur la richesse et l'excellence des données collectées dans la région XMM–LSS auxquelles j'ai participé durant ma thèse.

La troisième partie de cette thèse est consacrée au relevé X–CLASS, un très grand relevé d'amas de galaxies basé sur les observations archivées du satellite XMM. Je présente au **Chapitre 5** ce catalogue de plus de 800 amas issu de l'analyse de milliers d'observations, minutieusement construit durant ma thèse, et fruit de plusieurs années d'expérience acquise par les membres du consortium XMM–LSS. Le chapitre qui suit (**Chap. 6**) détaille la méthode « CR–HR » développée afin d'analyser les amas du relevé X–CLASS dans un cadre rassemblant les prédictions cosmologiques, la physique du gaz chaud émettant en rayons X et les effets liés à l'observation. Au **Chapitre 7**, je démontre que cette méthode performante apporte une description unifiée des amas en tant que sondes cosmologiques et présente son application sur

un sous-échantillon de 347 amas du relevé X–CLASS. Au **Chapitre 8**, je propose d'élargir le champ d'application de la méthode CR–HR et indique les pistes envisagées quant à l'exploitation future du relevé X–CLASS. Ce chapitre sera l'occasion de présenter les deux principaux relevés en rayons X qui vont façonner la recherche sur les amas de galaxies dans un avenir proche : le relevé XXL et le relevé de la sonde *eROSITA*.

Les annexes décrivent les publications scientifiques auxquelles j'ai contribué, chacune d'elles étant précédée par un court résumé (**Annexe A**).

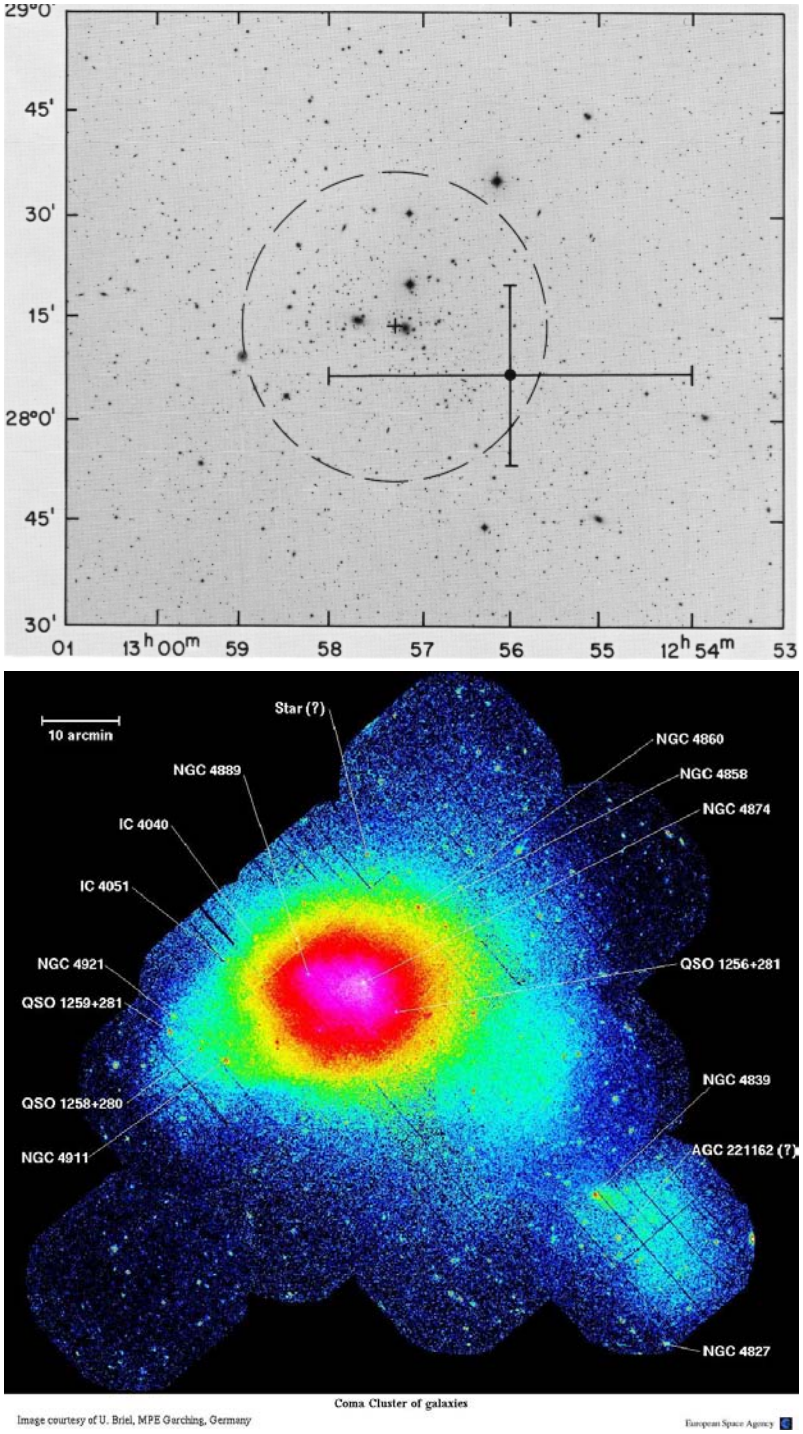



FIGURE 1 – Progrès réalisés par l'astronomie en rayons X en trois décennies. *En haut :* une des premières détections de l'émission X en provenance de l'amas Coma avec le satellite *Uhuru*. L'image est en bandes optiques. Le cercle est centré sur le centre cinématique de l'amas et les barres d'erreur indiquent la position de la détection en rayons X. *Image extraite de Gursky et al. (1971). En bas :* mosaïque d'images XMM centrée sur l'amas Coma, en bande [0,3-2] keV. De nombreuses structures sont visibles, indiquées par les légendes. *Image : U. Briel, MPE Garching, Germany and ESA.*

# Chapitre 1

# Observations et propriétés des amas de galaxies

Contrairement à ce que leur nom indique, les amas de galaxies ne sont pas uniquement des regroupements localisés de galaxies. Ces objets, les plus massifs de l'Univers avec des masses $10^{14}$ fois plus élevées que celles du Soleil, montrent en fait plusieurs visages, très différents mais intimement connectés. Dans ce chapitre, nous allons nous attacher à décrire les trois formes principales sous lesquelles la matière cohabite au sein des amas de galaxies : la matière noire, soit 80% de la masse, le gaz baryonique chaud, soit 15%, et les galaxies. La première partie présentera les prédictions du modèle standard quant à la forme des halos de matière noire dans lequel baignent les autres composantes. La seconde partie détaillera les mécanismes d'émission en rayons X du gaz chaud. La dernière partie montrera trois aspects de l'étude des galaxies dans les amas auxquels nous ferons appel par la suite.

## 1.1 Amas de galaxies et matière noire

En 1933, l'étude des dispersions de vitesses des galaxies dans l'amas Coma par Zwicky soulevait le problème de la masse manquante : les vitesses des galaxies étaient beaucoup trop élevées pour que le potentiel gravitationnel dans lequel elles évoluent soit dû à elles et elles seules. Si l'existence de gaz chaud émettant en X a expliqué une partie de cette matière alors invisible (cf. Section 1.2), 80% de la masse n'ont toujours pas été vus directement par nos télescopes couvrant maintenant la quasi-intégralité du spectre électromagnétique. Aujourd'hui, un consensus s'est établi selon lequel cette masse manquante, rassemblée sous le nom de *matière noire froide*, est constituée de « particules » massives, à faible énergie cinétique, ayant jusque là échappé à nos détecteurs car interagissant très faiblement avec la matière ordinaire *baryonique*. Cette description est la plus plausible et rend compte à la fois des observations de galaxies, d'amas et de la structure à grande échelle (Chap. 2) ; ce qui ne signifie pas que d'autres pistes soient délaissées par la recherche actuelle (neutrinos, théories alternatives de la gravitation, etc.)

Nous présentons ici les prédictions du modèle CDM (Cold Dark Matter) quant à la structure des halos de matière noire hébergeant le gaz et les galaxies des amas et donnons quelques développements sur l'observation de cette matière noire.

### 1.1.1 Prédictions du modèle CDM

Le Chapitre 2 présente en détail le scénario de formation des structures dans l'Univers tel qu'on l'imagine aujourd'hui. Cette formation est hiérarchique : des petites fluctuations primordiales s'amplifient pour former des structures, qui vont progressivement s'agréger pour former des structures de plus en plus grosses – les halos de matière noire. Les amas sont les plus massifs de ces halos, ce sont donc les derniers à s'être formés dans le temps. Les prédictions théoriques basées sur ce scénario annoncent que les halos doivent avoir un profil caractéristique applicable à tous, quelle que soit leur taille : on parle d'auto-similarité (Gunn & Gott, 1972; Bertschinger, 1985). Les simulations numériques de matière noire dites à N-corps ont montré la validité de ce résultat sur une large gamme de masses (des galaxies naines jusqu'aux amas) et ont conduit à la formulation d'un profil « universel » (Navarro et al., 1997, NFW) :

$$\frac{\rho_{DM}(r)}{\rho_c} = \frac{\delta}{\left(\frac{r}{r_s}\right)\left(1+\frac{r}{r_s}\right)^2} \tag{1.1}$$

où le profil de densité normalisé à la densité critique de l'Univers $\rho_c$ (voir Sect. 2.1) s'exprime en fonction d'une simple échelle caractéristique $r_s$ et d'une normalisation $\delta$ qui dépend de la masse du halo et de son redshift (l'époque de l'Univers à laquelle il se trouve lorsqu'on l'observe).

Les halos étant des surdensités de matière noire, on définit une masse $M_{\Delta c}$ et un rayon $r_{\Delta c}$ en fonction de cette surdensité $\Delta$ par :

$$M_{\Delta c} = \frac{4}{3}\,\pi\, r_{\Delta c}^3\, \rho_c\, \Delta \tag{1.2}$$

où l'indice $c$ rappelle la définition par rapport à la densité critique [1]. On utilise alors plus souvent l'Eq. 1.1 en introduisant le paramètre de *concentration* $c_\Delta = r_\Delta / r_s$ et on a par définition :

$$\delta = \frac{\Delta}{3}\,\frac{c_\Delta^3}{[\ln(1+c_\Delta) - c_\Delta/(1+c_\Delta)]} \tag{1.3}$$

Très souvent on utilisera le contraste de densité $\Delta = 200$ et la notation correspondante $c \equiv c_{200}$ : $r_{200c}$ est ainsi proche du rayon Viriel prédit par l'effondrement sphérique des structures dans un Univers Einstein-de Sitter (Sect. 2.2) et donne des résultats numériques concordants entre les simulations numériques et les fonctions de masse analytiques. Ce profil universel a été retrouvé dans les observations d'amas locaux massifs (Pointecouteau et al., 2005; Vikhlinin et al., 2006, et Fig. 1.1). Pour des amas massifs (quelques $10^{14}\,M_\odot$), cette concentration prend une valeur autour de 5, mais augmente pour les groupes et amas moins massifs, tendance vérifiée par les études en rayons X (Pointecouteau et al., 2005; Ettori et al., 2010) ou par lentilles gravitationnelles faibles (e.g. Okabe et al., 2010; Oguri et al., 2012). En général, les études impliquant l'effet de lentille gravitationnelle forte apportent une vue plus controversée à ce sujet, montrant des concentrations élevées pour des amas massifs, mais les effets de sélection sont peut-être en partie responsable de ce problème (Comerford & Natarajan, 2007; Broadhurst et al., 2008; Umetsu & Broadhurst, 2008;

1. Un $b$ aurait indiqué une définition par rapport à la densité moyenne.

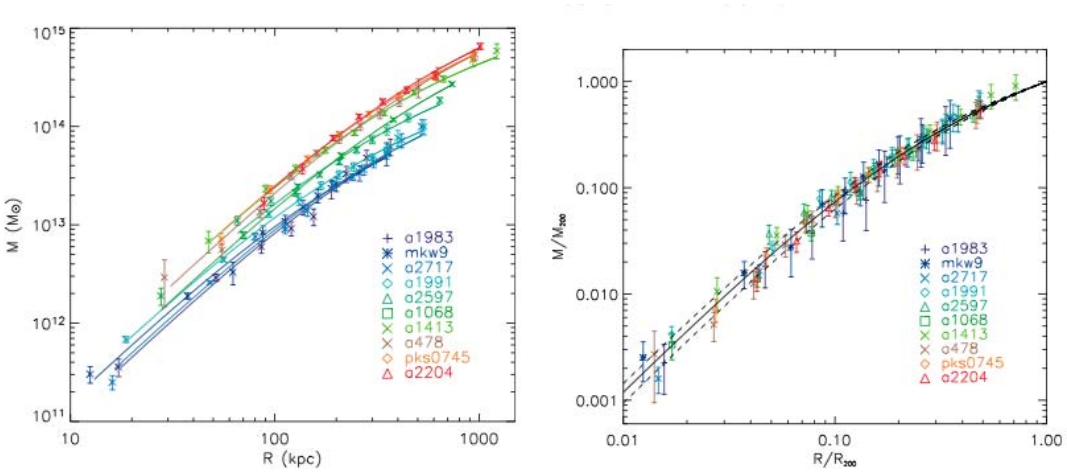



FIGURE 1.1 – Profils de masse calculés pour des amas locaux ayant des températures de plasma X comprises entre 2 et 9 keV (voir Sect. 1.2). *Gauche :* profils de masse totale intégrée, tracée en fonction du rayon physique $R$. Le meilleur ajustement par un modèle NFW (Navarro et al., 1997) est représenté par des lignes pleines. *Droite :* même profils, normalisés à la valeur $M_{200}$ et tracés en fonction du rayon normalisé à $R_{200}$, montrant l'exemplaire universalité du profil de masse pour ces amas. *Figures extraites de Pointecouteau et al. (2005).*

Umetsu et al., 2011). De nombreux modèles ont été développés afin de reproduire la variation de $c$ en fonction de la masse et du redshift des objets (Navarro et al., 1997; Eke et al., 2001; Macciò et al., 2008) et par la suite nous utiliserons celui, très simple, de Bullock et al. (2001).

Le profil piqué du modèle NFW est une prédiction du scénario à matière noire froide, supposée interagir très peu avec les baryons et avec elle-même. Ainsi, étudier la pente centrale, prédite telle que $\rho_{DM} \propto r^{-1}$, offre un moyen privilégié de tester l'hypothèse CDM. Les études des profils X donnent des valeurs en accord avec cette prédiction (Schmidt & Allen, 2007).

Le profil NFW, utile en pratique, n'est pourtant pas idéal. Sur le plan théorique, sa masse totale diverge et les simulations numériques l'ayant validé sont principalement basées sur des modèles à constante cosmologique ; ainsi peu d'études existent encore dans des cadres plus généraux d'énergie noire. De plus, les problèmes des concentrations élevées mesurées par effet de lentille gravitationnelle peuvent s'interpréter comme une déviation à l'universalité du modèle NFW (e.g. Broadhurst et al., 2008; Lapi & Cavaliere, 2009, et Fig. 1.2). Des simulations numériques récentes, à plus haute résolution, ont montré la validité globale de ce profil mais soulignent la nécessité d'ajouter un paramètre supplémentaire pour rendre compte de légères déviations systématiques au cœur des halos. Ce paramètre change de halo à halo, mettant légèrement en défaut l'universalité du profil de matière noire (Navarro et al., 2010).

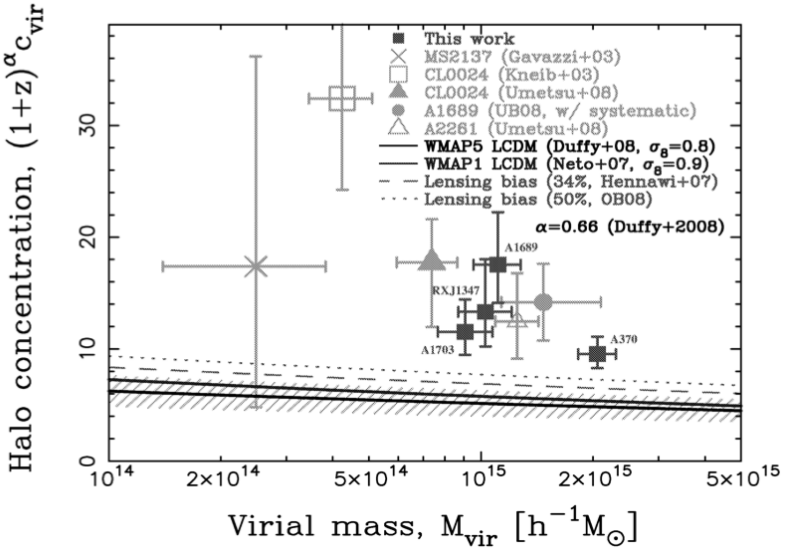



FIGURE 1.2 – Comparaison entre les profils de halos de matière noire observés par effet de lentille gravitationnelle et les prédictions (numériques) du modèle ΛCDM. La zone hachurée correspond aux erreurs à $1\,\sigma$ sur les prédictions obtenues par Neto et al. (2007). Les courbes en lignes discontinues montrent les prédictions si l'on tient compte des biais de sélection et d'orientation des structures. Les points de données ne proviennent que de mesures par effet de lentille. *Figure extraite de Broadhurst et al. (2008).*

### 1.1.2 Observations de la matière noire

Mettant à part les mesures de profils de gaz X et les mesures de vitesses des galaxies (Sect. 1.2 et 1.3), nous citons ici deux moyens d'observation accédant plus « directement » à la matière noire. Si le premier (lentilles gravitationnelles) a largement été éprouvé et est en plein essor, le second est encore spéculatif (émission $\gamma$ en provenance des amas de galaxies).

#### Effet de lentille gravitationnelle

Cet effet est prédit par la théorie de la relativité générale et a largement contribué à la confirmation de sa validité (par Eddington en 1919 notamment). Il est basé sur la déflexion des rayons lumineux passant au voisinage d'un corps massif. Les amas, objets les plus massifs de notre Univers, sont donc de parfaites « lentilles », amplifiant et distordant les images de galaxies d'arrière-plan (Fig. 1.3). On classe généralement les études de lentilles gravitationnelles selon le régime *fort* ou *faible*. Dans le premier cas, la déformation des images est évidente, produisant de spectaculaires arcs et anneaux. Cela se produit quand le front d'onde lumineuse passe proche du cœur très dense des amas, autrement dit quand la galaxie d'arrière-plan est bien alignée avec le centre de l'amas. Dans le second cas, quand l'alignement est moins parfait, l'effet est plus ténu et on a recours à des méthodes statistiques utilisant de nombreuses galaxies afin d'en déduire la masse projetée qui a dévié les rayons lumineux.

Dans l'hypothèse où l'Univers est homogène aux grandes échelles et en effectuant

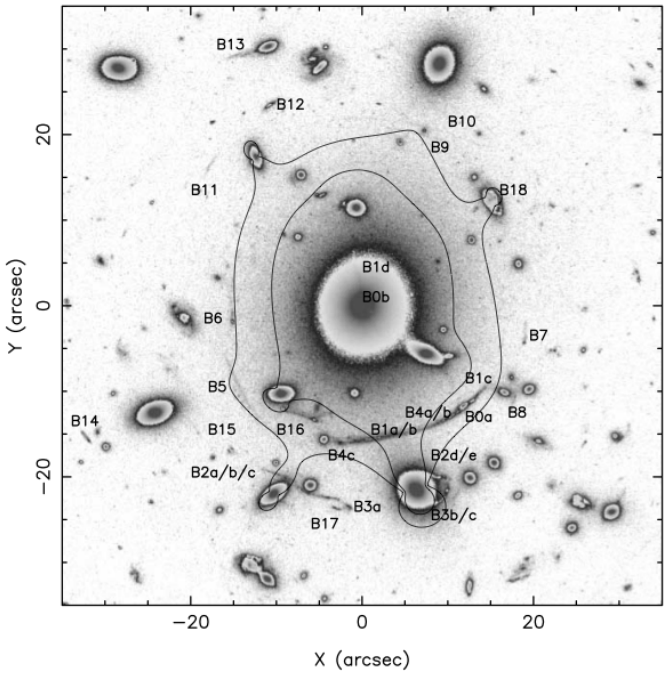



FIGURE 1.3 – Image du centre de l'amas A 383, vue par *Hubble*/WFPC2, mettant en valeur des arcs gravitationnels. Les lignes pleines sont les lignes critiques tangentielles calculées à partir de cette observation (lignes formelles où l'amplification par effet de lentille diverge, définies par un déterminant nul de la matrice 1.5). *Image extraite de Sand et al. (2004).*

l'approximation de lentille mince (toute la masse de l'amas concentrée dans un plan), on obtient l'équation des lentilles minces (e.g. Bartelmann & Schneider, 2001) :

$$\boldsymbol{\theta}_S = \boldsymbol{\theta}_I - \frac{2}{c^2}\frac{D_{LS}}{D_{OS}}\nabla_{\boldsymbol{\theta}_I}\phi_N^{2D}(\boldsymbol{\theta}_I) = \boldsymbol{\theta}_I - \nabla\varphi(\boldsymbol{\theta}_I) \quad , \tag{1.4}$$

dans laquelle $\boldsymbol{\theta}_S$ est la position de la source dans le plan source et $\boldsymbol{\theta}_I$ celle qu'on observe dans le plan image. $D_{LS}$ et $D_{OS}$ sont les distances angulaires (cf. Sect. 2.1) de la source (S) à la lentille (L) et de la source à l'observateur (O) respectivement. La quantité $\phi_N^{2D}$ (et son équivalent $\varphi$) est le potentiel Newtonien projeté de l'amas, il ne dépend que de la distribution de masse (totale) de l'amas. Cette équation conduit à définir la matrice d'amplification selon :

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_S}{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_I} = \begin{pmatrix} 1-\kappa-\gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1-\kappa+\gamma_1 \end{pmatrix} \tag{1.5}$$

Cette expression définit la convergence $\kappa = \Sigma/2\Sigma_{\mathrm{crit}}$ qui est une mesure de la densité de surface dans le plan de la lentille, normalisée à une valeur critique :

$$\Sigma_{\mathrm{crit}} = \frac{c^2}{4\pi G}\frac{D_{OS}}{D_{LS}D_{OL}} \tag{1.6}$$

Le terme $\vec{\gamma} = (\gamma_1,\gamma_2)$ est un terme de cisaillement. Très grossièrement, $\kappa$ trace la densité de matière dans le plan de la lentille et gouverne la déformation isotrope

des sources tandis que $\vec{\gamma}$ trace la déformation anisotrope via le *cisaillement réduit* $g = |\vec{\gamma}|/(1-\kappa)$.

Dans le régime fort, la masse dans les cœurs des amas (denses, $\Sigma > \Sigma_{\rm crit}$) peut être contrainte en utilisant des images multiples dont on connaît les redshifts spectroscopiques. L'inversion du problème est cependant non triviale puisque plusieurs distributions de masse peuvent donner le même résultat. En utilisant un modèle physique paramétrique, prenant en compte non seulement le halo de matière noire mais aussi les sous-halos denses hébergeant les galaxies de l'amas, on reconstruit la distribution de masse.

Dans le régime faible, le problème est assez différent puisque l'élongation propre des galaxies domine sur le signal de la lentille. On utilise alors une description statistique des sources, sous les hypothèses que l'orientation des sources est isotrope, qu'elle n'est pas corrélée à leur ellipticité et qu'on connaît leur distribution en distance. Un des facteurs limitants de cette méthode est instrumental et lié à la PSF (fonction d'étalement du point) qui doit être connue avec grande précision sur tout le champ observé.

L'effet de lentille gravitationnelle constitue la seule technique permettant de mesurer directement la masse totale d'un amas, au prix des difficultés techniques et des exigences élevées pour les observations (spatiales avec *Hubble* ou terrestres avec des télescopes uniques tels que le CFHT). La comparaison avec les masses estimées via la distribution du gaz (voir Sect. 1.2) en rayons X (Zhang et al., 2010) et par effet Sunyaev-Zeldovich (Marrone et al., 2009) constitue une étape incontournable pour comprendre les différents effets systématiques ayant une influence sur les mesures de masse.

### Détection de l'annihilation de matière noire par son émission $\gamma$

A titre illustratif, un champ de recherche plus spéculatif mais très actif aujourd'hui concerne la recherche des photons produits par les particules de matière noire lorsqu'elles s'annihilent entre elles. En effet, si la section efficace d'interaction entre les particules de matière noire n'est manifestement pas élevée, elle n'est peut-être pas nulle. Notamment, certains candidats hypothétiques à la matière noire s'annihileraient en émettant un rayonnement $\gamma$. Le signal attendu doit se comporter comme $\propto \rho_{DM}^2 \langle \sigma v \rangle V$ avec $\sigma$ la section efficace, $v$ la vitesse des particules de matière noire et $V$ le volume de l'amas. Le profil $\rho_{DM}$ joue alors un rôle très important dans les prédictions d'observations accessibles par les télescopes tels que l'actuel *Fermi*. Une fraction importante des recherches dans ce domaine se sont portées sur les satellites compagnons de la Galaxie (e.g. Abdo et al., 2010) ; cependant, des publications récentes ont montré l'intérêt que pourrait revêtir l'étude des amas de galaxies proches et massifs comme Coma ou Fornax (Gao et al., 2011; Pinzke et al., 2011). Un des arguments en faveur des amas de galaxies vient de leurs multiples sous-structures, dont les simulations CDM prédisent qu'elles sont plus nombreuses à mesure que l'on s'éloigne du centre de l'amas [2] et qui contribuent à fortement augmenter le flux $\gamma$. A l'heure actuelle, les limites supérieures obtenues par les observations *Fermi* (Ackermann et al., 2010) semblent exclure certains modèles dits "leptophiles" (Pinzke

2. En termes de fraction de masse présente dans les sous-halos. Qualitativement, les sous-structures proches du centre sont plus efficacement détruites.

et al., 2011) mais sont encore trop élevées pour confirmer les modèles d'annihilation standard.

## 1.2 Le gaz dans les amas de galaxies

Le gaz diffus représente la plus grande fraction de la matière baryonique observée dans les amas de galaxies. Puisqu'il occupe tout l'espace dans lequel baignent les galaxies, on l'assimile donc souvent au *milieu intra-amas* ou ICM (Intra-Cluster Medium), même si celui-ci peut contenir plusieurs composantes distinctes. La présence de ce grand réservoir de gaz indique que les processus de formation des galaxies, de l'agrégation du gaz jusqu'à la formation d'étoiles, sont extrêmement inefficaces. Nous résumons dans cette partie les quelques principes qui régissent la physique du gaz chaud baryonique, avec un accent fort sur les propriétés et observations en rayons X qui constitueront le socle de cette thèse.

### 1.2.1 Ordres de grandeur et état d'équilibre du gaz

Le gaz dans les amas est un plasma très diffus et très chaud. Sa température est typiquement de l'ordre de $10^7 - 10^8\,\mathrm{K}$ et la densité d'électrons $n_e$ ne s'élève pas à plus de $10^{-4} - 10^{-2}\,\mathrm{cm}^{-3}$. La taille typique de ces « boules de gaz » est le Mpc (soit 10–100 galaxies), pour une masse d'environ $10^{14}\,M_\odot$ (1000 fois celle d'une galaxie).

Si le gaz dans les amas est si chaud, c'est parce qu'il a été piégé dans les gigantesques puits de potentiel gravitationnels que sont les halos de matière noire (voir Sect. 1.1 et Chap. 2). Le gaz y tombant en chute libre acquiert des vitesses élevées (quelques milliers de km/s) et lorsqu'il rencontre du gaz avec des vitesses similaires, les collisions et chocs ont pour principal effet d'augmenter la température du gaz. Le scénario de formation hiérarchique envisagé aujourd'hui laisse penser que ces processus ont lieu lors de la fusion d'objets plus petits contenant du gaz plus froid.

A ces températures élevées, le plasma chaud émet principalement en longueurs d'ondes X avec des luminosités $L_X$ allant de $10^{36}$ à $10^{38}\,\mathrm{W}$ (soit $10^{43} - 10^{45}\,\mathrm{ergs/s}$), faisant d'eux les sources étendues les plus brillantes du ciel en rayons X. Nous verrons plus loin dans cette partie qu'en plus de son émission X, le milieu intra-amas possède d'autres propriétés observables tout aussi importantes.

Dans ces régimes de température et de densité, le gaz est presque totalement ionisé du fait de collisions entre éléments : l'hydrogène et l'hélium sont dépourvus de leurs électrons tandis que les éléments lourds n'en ont plus que quelques-uns. En témoigne le fer, dont la raie d'émission à 6,5 keV provient principalement des ions $Fe^{24+}$ et $Fe^{25+}$ (états "hélium" et "hydrogène"). C'est d'ailleurs la découverte de cette raie d'émission qui a définitivement prouvé l'origine thermique de l'émission détectée par les premiers satellites d'observation en bandes X (Mitchell et al., 1976; Serlemitsos et al., 1977). La métallicité du milieu intra-amas est de l'ordre de $0{,}3\,Z_\odot$ (où $Z_\odot$ est la métallicité solaire) et peut grimper jusqu'à $Z_\odot$ dans les cœurs des amas (Vikhlinin et al., 2005), particulièrement s'il s'y trouve une grosse galaxie brillante – ce qui est bien souvent le cas.

Dans ce plasma constitué d'électrons et d'ions libres, l'échelle de temps caractéristique de mise à l'équilibre cinétique des électrons est (Spitzer, 1956; Sarazin,

1988) :

$$t_{eq}(e,e) \simeq 3 \times 10^5 \left(\frac{T}{10^8\,\mathrm{K}}\right)^{3/2} \left(\frac{n_e}{10^{-3}\,\mathrm{cm}^{-3}}\right)^{-1} \text{années} \tag{1.7}$$

Typiquement, à l'intérieur des amas, ce temps vaut $10^5$ ans. Les temps d'équilibrage cinétique des protons entre eux et d'équipartition entre protons et électrons valent respectivement $t_{eq}(p,p) \simeq 4.10^6$ ans et $t_{eq}(e,p) \simeq 2.10^8$ ans. Dans les amas pas trop distants, âgés de plusieurs $10^9$ années, ces temps ont largement été atteints et l'on peut considérer les populations d'électrons et de protons en équilibre thermique et généralement à la même température. Cela n'est plus vrai dans les régions peu denses (aux frontières des amas) ou dans les zones ayant subi un récent changement du fait de chocs. A part dans ces régions spécifiques, on montre que le gaz est également dans un état d'équilibre collisionnel dans lequel s'égalent les taux d'ionisation des atomes (par collision) et les taux de recombinaison (radiative et/ou diélectronique [3]). En effet, l'échelle de temps caractéristique est là aussi de l'ordre de $10^8$ années. Contrairement à l'équilibre d'ionisation thermodynamique standard (décrit par équation de Saha pour les milieux faiblement ionisés), l'état d'équilibre collisionnel est indépendant de la densité du plasma et ne dépend que de sa température.

### 1.2.2 Emission du gaz en rayons X

Pour des températures supérieures à $10^7\,\mathrm{K}$ (soit $k_BT \sim 1\,\mathrm{keV}$), la principale émission du plasma chaud provient du rayonnement de freinage des électrons dans le plasma, le rayonnement dit de *bremsstrahlung* ou encore *free-free*. Son émissivité (énergie libérée par intervalle de temps, de fréquence et de volume) peut s'exprimer :

$$\epsilon_\nu^{\mathrm{ff}} = \frac{2^5\pi e^6}{3m_e c^3}\left(\frac{2\pi}{3m_e k_B}\right)^{1/2} n_e T^{-1/2} \exp\left(-h\nu/k_BT\right) \sum_i Z_i^2 n_i g_{\mathrm{ff}}(Z_i,T,\nu) \tag{1.8}$$

où la somme porte sur les différents types d'ions. En pratique elle est dominée par l'hydrogène et l'hélium. Le facteur de Gaunt $g_{\mathrm{ff}}$ est une fonction lente de la température et rend compte des effets quantiques et des collisions entre particules distantes. Cette expression fondamentale indique qu'un plasma à la température unique $T$ montrera dans son spectre une coupure exponentielle à $h\nu \sim k_BT$ (Fig. 1.4), ce qui est effectivement le cas pour les amas observés. Une fois intégrée sur toute la gamme de fréquence, l'émissivité bolométrique est proportionnelle à $\sqrt{T}$.

Un autre point fondamental de l'émissivité est sa dépendance en $\propto n_e n_p \simeq n_e^2$ où $n_p$ est la densité de protons [4]. Ce facteur est attendu parce que le freinage des électrons est dû aux ions positivement chargés. Pour les plasmas plus froids ($T < 2\,\mathrm{keV}$) l'émission X due aux raies d'émission s'ajoute au rayonnement *free-free* et devient prédominante. Celle du fer (le complexe des raies K$\alpha$) est la plus

3. La recombinaison radiative consiste en la capture d'un électron par un ion $X^{+i+1}$, le faisant passer dans l'état $X^{+i}$ et s'accompagnant de l'émission de photons. Lors de la recombinaison diélectronique la capture d'un électron est d'abord non radiative mais excite un autre électron lié à l'ion, qui plus tard se désexcite pour résulter en l'émission d'un photon.

4. L'équilibre collisionnel menant à des taux d'ionisation indépendants de la densité, la densité de n'importe quel ion est proportionnelle à celle de l'ion hydrogène (proton).

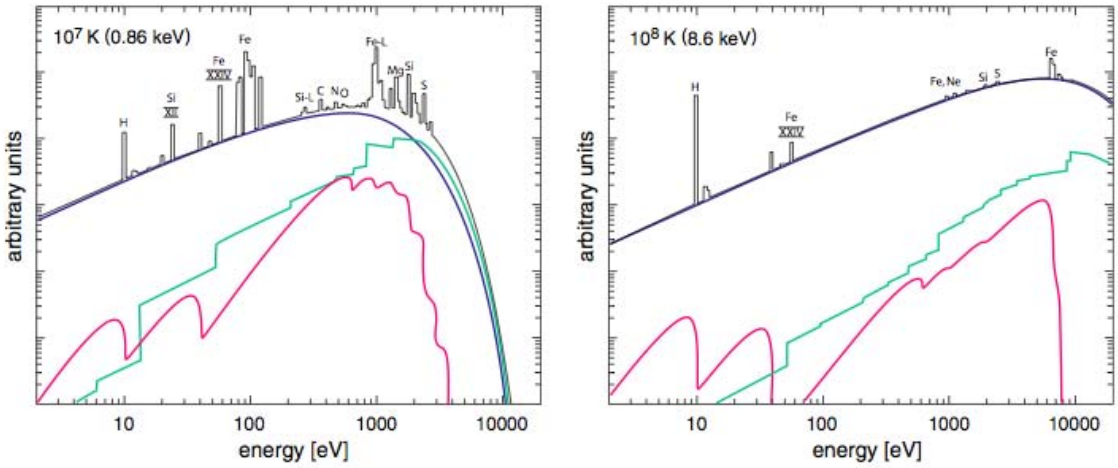



FIGURE 1.4 – Spectres synthétiques de plasmas d'abondance solaire ($Z = Z_\odot$) en bande X, pour différentes températures. La contribution du bremsstrahlung est indiquée en bleu. Les contributions minoritaires des recombinaisons ioniques et du rayonnement à deux photons sont représentées en vert et rouge respectivement. *Figure adaptée de Böhringer & Werner (2010).*

forte et est en fait un mélange de plusieurs raies adjacentes. Les éléments à plus faible nombre atomique (C, N, O, Ne, Mg, Si, Ar, Ca) contribuent d'autant plus que la température est faible. Les lignes d'émission sont dues principalement aux collisions avec les électrons du milieu, qui excitent les électrons liés à un ion, ceux-ci se désexcitant ensuite par émission d'un photon. Une autre part des raies d'émission vient de la recombinaison des ions avec les électrons. Dans tous les cas, l'émissivité de la ligne est proportionnelle à $n_e n_p \simeq n_e^2$.

L'émissivité totale peut donc s'écrire $\epsilon_\nu = \Lambda_\nu(T,\mathrm{Ab})\, n_e^2$, où le facteur de proportionnalité $\Lambda_\nu$ ne dépend que de la température et de l'abondance des éléments métalliques. Les faibles densités mises en jeu font que le plasma X est optiquement mince : tous les photons émis quittent l'amas. La luminosité totale, intégrée sur tout le volume de l'amas, peut alors s'exprimer sous la forme :

$$L_X \propto \int n_e^2 dV \tag{1.9}$$

Cette simple relation met en évidence ce qui est l'avantage et le défaut des relevés d'amas en rayons X : la luminosité allant comme la densité de gaz au carré, le risque de considérer comme amas une structure filamentaire peu dense vue en projection est minime. En revanche, seuls les amas les plus denses seront détectables et à l'intérieur d'un même amas les régions externes diffuses seront très difficiles à sonder.

Des modèles spectraux ont été développés sur la base de codes numériques permettant de modéliser avec précision l'émissivité du gaz en fonction de la température et des abondances des éléments, parmi eux : "Raymond-Smith" (Raymond & Smith, 1977), "MEKAL" (Mewe et al., 1985; Kaastra & Mewe, 2000; Liedahl et al., 1995) et APEC (Smith et al., 2001). Dans les conditions d'observations qui sont les nôtres, une partie du spectre observé est absorbée par le gaz neutre de la Galaxie et un modèle multiplicatif d'absorption photoélectrique vient compléter le calcul. La densité

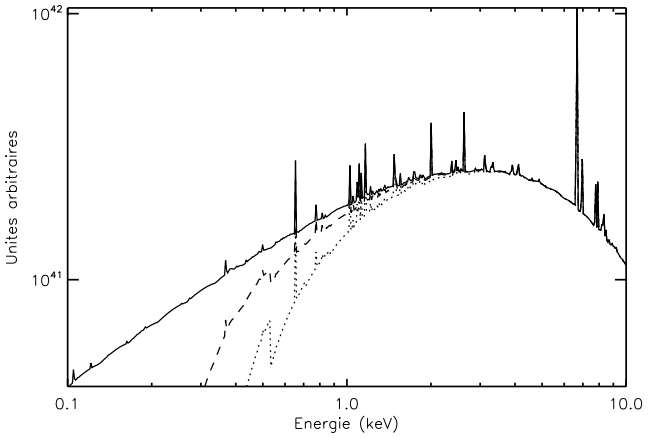



FIGURE 1.5 – Spectres synthétiques de plasmas ($Z = 0{,}3\,Z_\odot$ et $T = 4\,\mathrm{keV}$) en bande X, pour différentes absorptions galactiques. *Ligne pleine :* spectre non absorbé. *Ligne en traits discontinus :* $\mathrm{N_H} = 3.10^{20}\,\mathrm{cm^{-2}}$. *Ligne en pointillés :* $\mathrm{N_H} = 10^{21}\,\mathrm{cm^{-2}}$.

de colonne d'hydrogène sur la ligne de visée, $\mathrm{N_H}$, gouverne le niveau de cette absorption et sa forme spectrale est dictée par la dépendance en énergie de la surface efficace d'absorption (Fig. 1.5). Des locigiels tels que `XSpec` (Arnaud, 2000) permettent d'ajuster un spectre modélisé sur l'émission observée par un télescope X, en prenant en compte le décalage spectral de l'objet, sa température et son abondance en éléments lourds.

### 1.2.3 Equilibre hydrostatique et profils

#### Approche fluide et quantités hydrodynamiques

Le libre parcours moyen des électrons dans le plasma est égal à celui des protons et vaut (Spitzer, 1956; Sarazin, 1988) :

$$\lambda_e = \lambda_p \simeq 23 \left(\frac{T}{10^8\,\mathrm{K}}\right)^2 \left(\frac{n_e}{10^{-3}\,\mathrm{cm^{-3}}}\right)^{-1} \mathrm{kpc} \tag{1.10}$$

Dans la plupart des cas cette longueur est bien inférieure à la taille caractéristique d'un amas. On pourra considérer le plasma comme un fluide « standard » décrit par les équations hydrodynamiques. Les rayons de giration des électrons dans le champ magnétique du milieu intra-amas ($B \sim 1\,\mu\mathrm{G} = 10^{-10}\,\mathrm{T}$) sont eux aussi très petits devant la taille des amas (de l'ordre de $10^6$ m, Sarazin (2008)) et vont dans le sens de la description fluide. Localement, on peut donc parler de quantités moyennes telles que la pression $P$, la densité $\rho$, la température $T$ et la vitesse $\mathbf{v}$.

Au premier ordre, la pression du gaz s'écrit selon la loi des gaz parfaits $P = \rho k_B T/(\mu m_p)$ avec $\rho$ la densité du gaz, et $\mu$ la masse moyenne d'une particule en unité de la masse du proton. Négligeant les phénomènes de transport (conductivité thermique, viscosité et forces magnétiques), les équations hydrodynamiques du fluide parfait s'appliquent :

$$\rho\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} + \nabla P = -\,\rho\nabla\Phi \quad \text{et} \quad \frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla.(\rho\mathbf{v}) = 0 \tag{1.11}$$

qui sont respectivement l'équation du mouvement [5] et l'équation de conservation de la masse du fluide. On définit l'entropie spécifique (entropie par particule) du gaz parfait $s$ (unité ergs.K$^{-1}$) par :

$$s = \frac{3}{2} k_B \ln\left(\frac{T}{\rho^{2/3}}\right) = \frac{3}{2} k_B \ln\left(\frac{P}{\rho^{5/3}}\right) \tag{1.12}$$

qui est constante dans le cas d'un gaz à comportement adiabatique. On pourra aussi utiliser la quantité qui lui est directement reliée [6] $K_e = k_B T/(n_e)^{2/3}$ (unités ergs.cm$^2$). L'entropie conserve toute l'histoire thermodynamique du milieu intra-amas comme le montre l'équation d'évolution de $s$ (Sarazin, 2008) :

$$\frac{\rho}{\mu m_p} k_B \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \mathcal{H} - \mathcal{L} \tag{1.13}$$

$\mathcal{H}$ et $\mathcal{L}$ sont les taux de chauffage et de refroidissement par unité de volume du gaz. L'entropie par particule reste donc constante si le gaz n'est pas chauffé, refroidi ou ne subit pas d'altération due à des chocs.

**Equilibre hydrostatique et masses « hydrostatiques »**

La formation des amas par accrétion de structures plus petites laisse envisager une évolution « quasi-statique » du gaz intra-amas. Le temps d'établissement de l'équilibre hydrostatique peut s'assimiler au temps mis par une onde sonore de célérité $c_s$ [7] à traverser l'amas de taille $D$ (Sarazin, 2008) :

$$t_s \simeq \frac{D}{c_s} \simeq 6{,}6.10^8 \left(\frac{T}{10^8\,\mathrm{K}}\right)^{-1/2} \left(\frac{D}{1\,\mathrm{Mpc}}\right) \text{ ans} \tag{1.14}$$

A part dans les cas de fusion d'amas de masses équivalentes ou d'apport d'énergie non gravitationnelle (jets en provenance de noyaux actifs de galaxie, par exemple) on pourra considérer en première appoximation que le gaz des amas est à l'équilibre hydrostatique.

L'équation 1.11 montre alors que $\nabla P = -\rho \nabla \Phi$, soit, en supposant la symétrie sphérique de l'amas, $r$ étant la distance au centre :

$$\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(<r)}{r^2} \tag{1.15}$$

où $M(<r)$ est la masse *totale* (incluant la matière noire, donc) située sous le rayon $r$. Ici $\rho$ est la densité de gaz. On peut réécrire cette équation :

$$M(<r) = -\frac{k_B T(r) r}{\mu m_p G}\left[\frac{d\ln\rho(r)}{d\ln r} + \frac{d\ln T(r)}{d\ln r}\right] \tag{1.16}$$

définissant par là le concept de *masse hydrostatique* : à condition de connaître les profils de température $T(r)$ et de gaz $\rho(r)$ on peut calculer la masse de l'amas sous l'hypothèse de l'équilibre hydrostatique. Bien sûr ce calcul demande des observations de très haute qualité, ce qui ne sera pas toujours possible. On aura alors recours à des hypothèses simplificatrices permettant d'extraire des modèles généraux de profils.

5. $\mathrm{d}/\mathrm{d}t = \partial/\partial t + \mathbf{v}.\nabla$ est la dérivée convective (observateur en mouvement avec le fluide).

6. Nous suivons Voit (2005) dans les notations. Une quantité souvent rencontrée est $K = k_B T/(\mu m_p \rho^{2/3}) \propto K_e$.

7. Avec $c_s^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_K = \frac{5 k_B T}{3 \mu m_p}$.

### Profils du gaz dans les amas

#### Le profil $\beta$ isotherme

Si le transport de chaleur est efficace dans tout le milieu intra-amas, on peut considérer que le gaz est à la même température partout. Dans ce cas, l'équation hydrostatique (Eq. 1.16) donne :

$$\frac{d\ln\rho}{dr} = -\frac{\mu m_p}{k_B T_0}\frac{d\Phi}{dr} \tag{1.17}$$

Les hypothèses supplémentaires selon lesquelles : i) le profil de gaz suit le profil de matière total avec $\rho \propto \rho_{\rm tot}^{\beta}$ et ii) ce profil est donné par un modèle de King isotherme (King, 1962) $\rho_{\rm tot}(r) \propto [1+(r/r_c)^2]^{-3/2}$ donnent naissance au profil (tridimensionnel) "$\beta$" (Cavaliere & Fusco-Femiano, 1976) :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left[1+\left(\frac{r}{r_c}\right)^2\right]^{3\beta/2}} \tag{1.18}$$

Le *rayon de cœur* $r_c$ est une longueur caractéristique et $\beta$ sera souvent pris à la valeur 2/3 conformément aux observations d'amas proches (Jones & Forman, 1984). Le paramètre $\beta$ est un paramètre reliant la dispersion de vitesse radiale $\sigma_r$ des particules de matière noire (ou des galaxies, en tant que traceurs de cette dispersion de vitesse) à celle du gaz : $\beta \equiv \mu m_p \sigma_r^2 / k_B T$. En pratique, un ajustement de la brillance de surface projetée (voir ci-dessous) donne la valeur de l'un ou des deux paramètres en question. On notera que pour $\beta < 1/2$ le profil n'est pas intégrable et la masse totale diverge. Le modèle $\beta$ rend généralement bien compte des parties externes des profils des amas mais est insuffisant pour décrire les cœurs froids. Sa simplicité en a fait un modèle très populaire et encore largement utilisé dans les études où les niveaux de signal sur bruit ne permettent pas d'accéder directement aux profils des amas (Arnaud, 2009).

D'autres profils de gaz isotherme peuvent être envisagés, notamment en utilisant le potentiel NFW (Navarro et al., 1997, voir Sect. 1.1) à la place du potentiel de King.

#### Modèles adiabatiques et polytropes

En général, l'hypothèse isotherme est mise en défaut par les observations de profils de température des amas. Une façon simple de rendre compte de l'évolution du profil de gaz est d'utiliser une relation simple $P \propto \rho^{\gamma}$. L'exposant $\gamma$ dans le cas adiabatique vaut 5/3, mais on peut le laisser en tant que paramètre libre et l'ajuster sur les données (on parle alors de polytropes). Dans ce cas, le profil de température est donné par $T(r) \propto \rho^{\gamma-1}$ et la limite isotherme est retrouvée pour $\gamma \to 1$. La masse hydrostatique d'un profil de température polytrope combiné à un profil de gaz $\beta$ est donné par (Ettori, 2000) :

$$M(x = r/r_c) = \frac{1{,}060.10^{14}}{\mu}\beta\gamma T_0 r_c \frac{x^3}{(1+x^2)^{1{,}5\beta(\gamma-1)+1}}\, M_\odot \tag{1.19}$$

avec $T_0$ la température centrale en keV et $r_c$ le rayon de cœur exprimé en $h_{50}^{-1}$ Mpc.

### Modèles plus généraux

Des modèles plus généraux décrivant les profils de température et de gaz ont été développés afin de rendre compte de la complexité des profils rencontrés dans les observations réelles. Certains sont basés sur des considérations phénoménologiques et nécessitent l'introduction de nouveaux paramètres. Leur mise en pratique est illustrée par exemple par Pratt & Arnaud (2002); Pointecouteau et al. (2005); Vikhlinin et al. (2006, 2009a). On notera parmi ces exemples le « double modèle $\beta$ » ou encore le modèle AB, qui sera utilisé au Chap. 8.

On citera enfin le « super-modèle » (Cavaliere et al., 2009) qui relie l'entropie $K_e$ du gaz à l'« entropie » $\mathcal{K} = \sigma^2/\rho_{DM}^{2/3}$ de la matière noire [8] en supposant que les deux quantités cohabitent dans le même puits de potentiel. L'équation de Jeans dicte le comportement de la matière noire et l'équilibre hydrostatique celui du gaz :

$$\frac{1}{\rho_{DM}}\frac{d}{dr}\left(\rho_{DM}^{5/3}\mathcal{K}\right) = -\frac{GM(r)}{r^2} = \frac{1}{\rho\mu m_p}\frac{d}{dr}\left(\rho^{5/3}K_e\right) \tag{1.20}$$

L'entropie de la matière noire est supposée suivre un profil $\alpha$ : $\mathcal{K} \propto r^\alpha$ qui rend bien compte des profils observés par effet de lentille gravitationnelle. De son côté, le milieu intra-amas est décrit par des profils d'entropie du type : $\bar{K}_e(r) = \bar{K}_c + (1 - \bar{K}_c)\bar{r}^a$ avec $a \in [0{,}8 - 1{,}1]$ et la barre supérieure indique une valeur normalisée au rayon viriel (ou $R_{200}$, Voit 2005). La valeur $\bar{K}_c$ est l'entropie au centre des amas. Dans ce modèle à deux paramètres seulement se nichent les effets physiques rencontrés par le milieu intra-amas au cours de son évolution (chocs, préchauffage, rétroaction par les AGN). L'intérêt de ce modèle est qu'il rend compte des profils de température à la fois des amas à cœur froid et des amas sans cœur froid, selon que $K_c$ est en-dessous ou au-dessus (respectivement) d'une certaine valeur seuil $\simeq 20-50\,\mathrm{keV.cm^2}$. Enfin, le cas limite du modèle $\beta$ polytrope est notamment retrouvé dans la limite $K_e(r) =$ constante.

### Déprojection

En présence de données de très bonne qualité, on peut déterminer les profils de température et de gaz directement depuis les observations. L'observateur a seulement accès à la brillance de surface $S_\nu$ ($\nu$ indique la dépendance spectrale) qui est une projection bi-dimensionnelle de l'émissivité $\epsilon_\nu$. Il est donc nécessaire d'inverser l'intégrale d'Abel pour calculer l'émissivité (Sarazin, 2008) :

$$\epsilon_\nu(r) = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d}{dr}\int_{r^2}^{\infty}\frac{S_\nu(b)\,db^2}{\sqrt{b^2 - r^2}} \tag{1.21}$$

avec $b$ la distance projetée. La réalité est encore plus complexe car elle nécessite de prendre en compte les effets de PSF de l'instrument (Croston et al., 2006, 2008). Au bout du compte, la dépendance spectrale de $\epsilon$ et sa dépendance spatiale ($\propto \rho^2$) permettent de retrouver les profils tri-dimensionnels de température et de gaz. On

8. Ce n'est pas une entropie à proprement parler car la matière noire est un fluide sans collision régi par des forces gravitationnelles à longue portée.

notera que dans le cas d'un modèle $\beta$ isotherme et à symétrie sphérique (Eq. 1.18), la brillance de surface est donnée par :

$$S(R) = \frac{S_0}{\left[1 + \left(\frac{R}{R_c}\right)^2\right]^{-3\beta+1/2}}, \tag{1.22}$$

équation dans laquelle $R$ et $R_c$ (là aussi appelé rayon de cœur) sont des distances projetées.

### 1.2.4 Relations d'échelle, chauffage et refroidissement du gaz

#### Auto-similarité du gaz intra-amas

En supposant que les amas se sont formés par accrétion gravitationnelle du milieu environnant et que seul ce processus domine, on peut déduire des lois d'échelle simples mettant en relation les différentes grandeurs décrivant le gaz des amas (Kaiser, 1986). C'est un résultat observé fort que les profils de température, de densité et de masse sont quasiment identiques une fois renormalisés à un rayon particulier, tout du moins dans les parties externes du profil (Pointecouteau et al., 2005; Pratt et al., 2007; Croston et al., 2008; Arnaud et al., 2010, et Fig. 1.6). Ce phénomène d'« auto-similarité » se retrouve dans les simulations numériques d'amas incluant la physique du gaz (Borgani et al., 2004; Short et al., 2010).

On peut établir simplement les relations d'échelle attendues pour les quantités globales que sont la masse, la température et la luminosité. Par exemple, considérant que les amas sont virialisés ($E_{\rm tot} = E_{\rm cin} + E_{\rm pot} = -E_{cin}$) et que $M \propto R^3$, on trouve :

$$E_{\rm cin} \propto k_B T \propto \frac{GM}{R_v} \longrightarrow M_{\rm tot} \propto T^{3/2} \tag{1.23}$$

où $R_v$ est le rayon "Viriel" de l'amas.

De même, en supposant que le rayonnement X est essentiellement dû au bremsstrahlung et que la fraction de gaz $f_{\rm gaz} = M_{\rm gaz}/M_{\rm tot}$ est universelle, on en déduit :

$$L_X \propto \int_V \epsilon_{bol} dV \propto \rho^2 \sqrt{T} \left(\frac{M_{\rm gaz}}{\rho}\right) \propto T^2 \tag{1.24}$$

Plus souvent ces relations d'échelle s'expriment à l'intérieur d'un rayon donné, défini par une surdensité $\Delta$ par rapport à la densité critique de l'Univers $\rho_c(z)$ (voir Sect. 2.2) ou la densité moyenne $\rho_m(z)$. La convention impose que ces grandeurs soient indexées par un $c$ et un $b$ respectivement (voir l'Eq. 1.2). Les choix typiques pour $\Delta$ découlent des contraintes d'observation : en rayons X, $\Delta = 2500$, 500 sont souvent utilisés et plus rarement 200 (accessible avec *Suzaku* ou calculé par extrapolation). En utilisant le fait que $\rho_c(z) = \rho_{c0}.E(z)^2$ (Sect. 2.1) on en déduit les formules suivantes pour les relations d'échelle :

$$\begin{aligned} E(z)^{-1}\ L_{X,\Delta c} &\propto T^2_{\Delta c} \\ E(z)\ M_{\rm tot,\Delta c} &\propto T^{3/2}_{\Delta c} \\ M_{gaz,\Delta c} &\propto M_{\rm tot,\Delta c} \end{aligned} \tag{1.25}$$

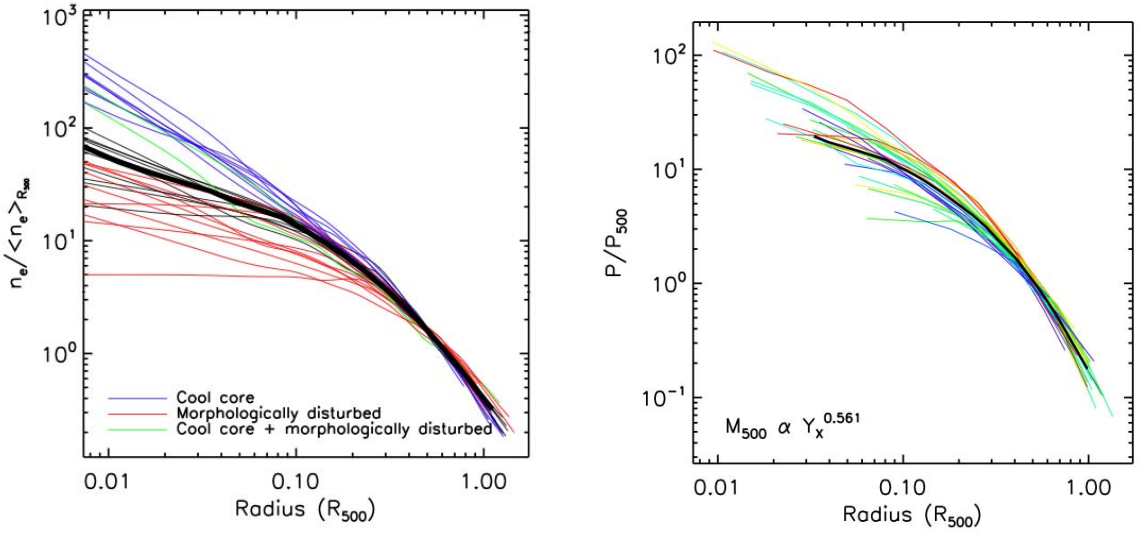



FIGURE 1.6 – Profils de densité (*à gauche*) et de pression du gaz (*à droite*) pour un échantillon représentatif de 33 amas locaux. Les profils ont été mis à l'échelle relativement au rayon $R_{500c}$. Celui-ci est calculé en utilisant une relation $M_{500} - Y_X$ déterminée à partir de l'échantillon. On notera le bon accord entre ces profils normalisés, au moins dans les parties externes des amas ($[0{,}2 - 1]\, R_{500c}$). Un profil universel est ajusté dans les deux cas (courbes noires). Le code de couleur dans la figure de gauche reflète l'état thermodynamique de l'amas. Celui de droite reflète la température des amas, du bleu au rouge pour des valeurs croissantes. *Figures extraites de Arnaud et al. (2010).*

Ces relations simples (qualifiées d'auto-similaires) soulignent que les propriétés X du gaz des amas sont, en théorie, extrêmement bien corrélées avec sa masse. Lorsque les données empêchent de mesurer les profils des amas, on peut donc se référer à ces lois pour établir des approximations de la masse à partir de propriétés plus facilement observables. L'intérêt de l'étude des relations d'échelle se trouve aussi (et surtout) en renversant le problème : toute déviation observée par rapport à ces lois simples indiquera la présence de physique non-gravitationnelle dans l'histoire des amas.

### Lois d'échelle simulées

Maintenant que la puissance de calcul le permet, de nombreux efforts visent à estimer les lois d'échelle à partir de modèles numériques. Ces calculs intensifs incluent non seulement la gravitation mais aussi les effets physiques plus ténus rendant compte du préchauffage, de l'activité des noyaux actifs de galaxie et de la rétroaction (recyclage) du gaz galactique dans le milieu intra-amas, etc. Si les relations d'échelle globales sont bien retrouvées, leur évolution varie parmi les simulations selon la manière dont la physique est incluse (Muanwong et al., 2006; Kay et al., 2007; Short et al., 2010; Fabjan et al., 2011).

### Lois d'échelle observées

La détermination des lois d'échelle par l'observation d'échantillons d'amas bénéficie d'efforts considérables de la part de la communauté X. Dans la plupart des études, le calcul repose sur la mesure précise de la masse par extraction des profils du gaz (ou par des mesures de lentille faible ou par les dispersions de vitesses des galaxies) et celle d'un paramètre corrélé : température, luminosité, etc. Un ajustement paramétrique simple est ensuite effectué sur les points de données (une loi de puissance).

Simples en apparence, de tels travaux nécessitent des quantités de données phénoménales et de nombreux points sensibles émaillent la route menant aux relations d'échelle : dispersion intrinsèque, effets de sélection, lien implicite ou explicite aux paramètres cosmologiques, biais dû à l'utilisation de profils paramétriques, etc. Pour toutes ces raisons, seules les relations dites « locales » ($z = 0$) semblent être bien déterminées aujourd'hui. Les travaux actuels se déportent massivement vers l'étude de l'évolution des lois d'échelle mais le chapitre sur les lois locales n'est pas clos. En particulier, nous illustrerons dans cette thèse les difficultés liées à l'utilisation des lois d'échelle locales dans un contexte cosmologique.

Les relations d'échelle les plus significatives pour la suite seront :

– $\boxed{M_{\rm tot} - T}$ Les observations récentes indiquent une relation locale dont la pente est compatible avec la pente auto-similaire (3/2), que les masses aient été calculées via le profil X (Arnaud et al., 2005; Vikhlinin et al., 2006, 2009a) ou via l'effet de lentille faible (e.g. Okabe et al., 2010). La validité de la relation trouvée s'étend jusque dans le régime des groupes (Sun et al., 2009). L'analyse de Mantz et al. (2010a) s'appuyant sur les amas massifs et prenant en compte les effets de sélection liés à l'échantillon indique une pente plus élevée

($\sim 2$). Les auteurs justifient ce résultat (par ailleurs conforme à Allen et al. 2008) par l'absence de profils paramétriques dans leur analyse (Mantz & Allen, 2011). Du fait des difficultés d'observation, l'évolution de la M–T est encore mal contrainte. On notera l'accord avec l'évolution auto-similaire rapporté par Kotov & Vikhlinin (2006) et Reichert et al. (2011).

- $\boxed{L_X - T}$ Plus facilement accesible à l'observation, on sait depuis longtemps que cette loi d'échelle ne suit pas la prédiction auto-similaire, avec une pente de l'ordre d'environ 3 au lieu de 2 (e.g. Markevitch, 1998; Arnaud & Evrard, 1999; Novicki et al., 2002). Les observations actuelles confirment ce comportement (Pratt et al., 2009; Mantz et al., 2010a; Maughan et al., 2012; Mittal et al., 2011, voir Fig. 1.7) qui semble même amplifié dans les amas peu massifs et les groupes (e.g. Osmond & Ponman, 2004). Des processus non-gravitationnels sont donc à l'œuvre et modifient l'entropie du gaz : refroidissement du gaz (Bryan, 2000), pré-chauffage du gaz à l'époque de la formation de l'amas (Borgani et al., 2002) ou vents de supernovae. Les simulations numériques laissent aujourd'hui penser que les noyaux actifs de galaxies présents lors de la formation des amas avec des taux élevés d'accrétion sont responsables d'une partie substantielle de l'excès d'entropie conduisant à la L–T observée (Short et al., 2010; McCarthy et al., 2011). L'évolution de la loi L–T est elle aussi mal contrainte. Les effets de sélection sont en effet critiques (voir ci-dessous) et aucun consensus n'est établi aujourd'hui, ni par les observations, ni par les simulations numériques.
- $\boxed{L_X - M_{\rm tot}}$ La relation L–M est en quelque sorte la combinaison des deux relations précédentes, mais il est plus intéressant de la calculer indépendamment de la relation M–T. S'il est possible de le faire avec les données X seulement (Reiprich & Böhringer, 2002), c'est aussi un excellent terrain de jeu pour les études combinées X/lentilles gravitationnelles (Stanek et al., 2006; Rykoff et al., 2008; Leauthaud et al., 2010; Hoekstra et al., 2011).
- $\boxed{Y_X - M_{\rm tot}}$ Le paramètre $Y_X = M_{\rm gaz} \times T_X$ a été introduit Kravtsov et al. (2006) par analogie avec les études de l'effet Sunyaev-Zeldovich (voir ci-après) et laisse apparaître une très faible dispersion intrinsèque dans sa relation avec la masse totale (Arnaud et al., 2007, 2010; Melin et al., 2011; Planck Collaboration et al., 2011a). Cependant, le coût d'observation est plus élevé puisque la mesure du profil de gaz est nécessaire à la mesure de $M_{\rm gaz}$.
- $\boxed{M_{\rm gaz} - M_{\rm tot}}$ Les amas se sont formés par effondrement de régions de tailles avoisinant quelques dizaines de Mpc. A ces échelles, l'Univers est homogène, on peut donc considérer que la fraction de baryons $f_b = (M_{\rm gaz} + M_{\rm galaxies})/M_{\rm tot}$ dans les amas est représentative de celle de l'Univers. Prenant en compte les corrections dues à la masse des galaxies, une relation simple doit exister : $M_{\rm gaz} = f_{\rm gaz}.M_{\rm tot}$ et $f_{\rm gaz}$ devrait être une quantité universelle à tous les amas, à tous les redshifts (Allen et al., 2008). L'universalité de $f_{\rm gaz}$ est cependant contestée (Vikhlinin et al., 2009a).

Dans tous les cas, la dispersion intrinsèque dans ces lois d'échelle est le témoin des histoires différentes vécues par les halos depuis leur formation. Pratt et al. (2009) indiquent qu'une grande partie de la dispersion vient de la présence ou non d'amas à

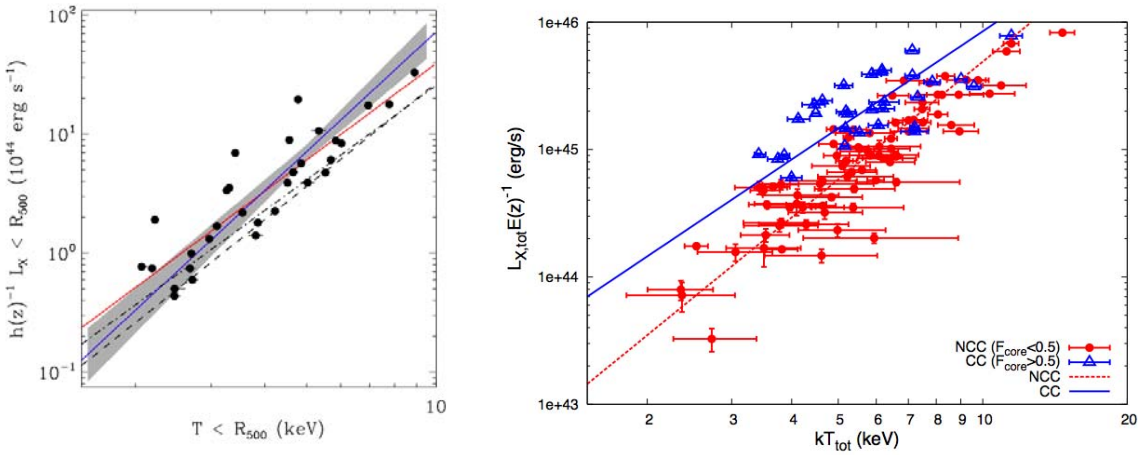



FIGURE 1.7 – La relation $L_X - T$ des amas de galaxies. *A gauche :* mesurée sur un échantillon représentatif de 33 amas locaux observés avec XMM (Pratt et al., 2009). Les ronds noirs correspondent aux mesures effectuées sur ces amas et les lignes colorées représentent les meilleurs ajustements réalisés par deux méthods statistiques différentes. Les lois de Arnaud & Evrard (1999) et Markevitch (1998) sont superposées en traits discontinus. La grande dispersion ($\sigma_{lnL|T} \simeq 70\%$) est attribuée à la présence d'amas à cœurs froids dans l'échantillon, qui sont plus lumineux pour une température donnée que les amas sans cœur froid. *A droite :* mesurée sur un échantillon de 114 amas observés avec *Chandra* avec $0{,}1 < z < 1{,}3$ (Maughan et al., 2012). La morphologie des amas permet de définir deux sous-échantillons : CC (amas cœurs froids intenses) et NCC. Les meilleurs ajustements sont représentés par les lignes droites. Dans les deux cas, les températures et luminosités sont mesurées dans $R_{500c}$ en incluant le cœur des amas.

cœur froid dans leur échantillon. Les amas non relaxés et ceux ayant subi des fusions récentes jouent aussi un rôle. En règle générale, exciser le cœur des amas permet de réduire la dispersion intrinsèque. Nous verrons dans cette thèse que la dispersion dans les lois d'échelle (même locales) a un rôle important sur les prédictions cosmologiques qui peuvent être établies avec les amas de galaxies. A l'heure actuelle, on ne connaît pas précisément les valeurs de dispersion, même dans l'Univers local.

Enfin, communément à toutes les lois décrites ici, les effets de sélection semblent être aujourd'hui le principal facteur limitant la détermination des effets fins tels que l'évolution ou la dispersion intrinsèque (Pacaud et al., 2007; Mantz et al., 2010a; Maughan et al., 2012; Reichert et al., 2011). Nous aborderons ce point plus en détail par la suite.

### Processus de chauffage et de refroidissement

Le seul fait d'observer des relations d'échelle ne respectant pas l'auto-similarité indique clairement la présence de processus de chauffage et de refroidissement d'origine non gravitationnelle.

Quatre processus majeurs sont généralement invoqués pour porter le gaz à des températures plus élevées que ne le prédit le calcul auto-similaire de la relation

L–T :

- un préchauffage du gaz ayant eu lieu avant la formation de l'amas (e.g. Voit, 2005). Cela se traduirait par un niveau d'entropie « plancher » commun au gaz à partir duquel se sont formés tous les amas que l'on observe. Le gaz plus chaud étant plus difficile à comprimer, il est moins dense dans le cœur des amas qui apparaissent par conséquent moins lumineux ;
- un refroidissement radiatif du gaz à faible entropie qui alors condense sous forme de galaxies et d'étoiles, laissant la place à un gaz plus chaud en moyenne ;
- les vents de supernovae dans les galaxies de l'amas qui peuvent apporter une énergie dans le milieu intra-amas mais on pense qu'elle est trop faible pour expliquer la totalité de la déviation à l'auto-similarité ;
- la recyclage du gaz par les noyaux actifs de galaxie (AGN) est une option considérée avec attention. Le gaz refroidi qui se condense est accrété par les AGN et éjecté sous forme de plasma relativiste dans le milieu intra-amas. Des observations Chandra couplées à des observations radio d'amas proches ont mis en évidence des cavités X et des bulles radio remplies de ce plasma relativiste (e.g. McNamara et al., 2005; Nulsen et al., 2005).

D'autre part, le principal mécanisme de refroidissement du gaz est bien sûr l'émission X, proportionnelle au carré de la densité. Le temps de refroidissement $t_{\rm cool}$ est un paramètre très utile pour décrire le refroidissement des amas. Si le bremsstrahlung est le processus dominant d'émission X du gaz, le temps de refroidissement est d'autant plus petit que la température est faible : il y a donc accélération du refroidissement dans les régions plus froides. Dans les régions externes des amas le temps de refroidissement est supérieur à l'âge de l'Univers, mais il est bien plus faible au centre des amas à cœur froid (quelques centaines de millions d'années). Ces amas particuliers sont caractérisés par un pic central prononcé dans leur profil de brillance de surface, associé à un aplatissement du profil de température. De 50 à 70% des amas locaux possèdent un coeur froid (Santos et al., 2010). La température au centre des cœurs froids n'est cependant pas très faible (un facteur 3 par rapport à l'extérieur), ce qui implique encore une fois l'existence d'un processus de chauffage au centre de ces amas (typiquement, l'énergie libérée par un noyau actif de galaxie). La population des amas divisés en « cœurs froids » et « cœurs non froids » est souvent vue comme bi-modale, mais certaines observations viennent à l'encontre de cette vue simpliste (Leccardi et al., 2010). L'évolution de la proportion d'amas à cœur froid parmi la population d'amas globale est mal connue. Le caractère plus lumineux et plus piqué du profil peut biaiser les échantillons d'amas (notamment distants) vers cette population, peut-être non représentative. Notons que les analyses récentes de Santos et al. (2010) avec des données Chandra indiquent une évolution négative mais douce de la fraction de cœurs froids jusqu'à $z \sim 1$.

### 1.2.5 Autres observations du gaz

Le rayonnement en X du gaz chaud sera le principal vecteur d'information sur les amas que nous étudierons dans cette thèse. Ce n'est cependant pas sa seule manifestation et nous citons ici deux autres méthodes permettant de sonder le gaz et ses propriétés.

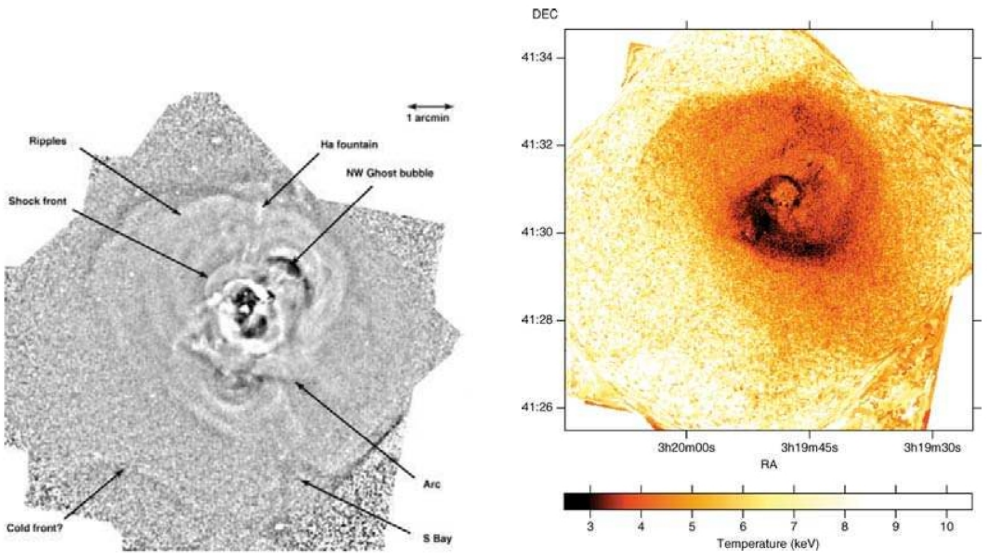



FIGURE 1.8 – L'amas de Persée vu par *Chandra*. L'image de gauche est réalisée dans la bande 0,3–7 keV et traitée de manière à faire apparaître les bords, cavités, bulles, vaguelettes (*ripples*), ondes de chocs et fronts froids qui reflètent la dynamique complexe du gaz chaud dans l'amas. La carte de température du gaz, à droite, révèle une structure inhabituelle en spirale, reflétant probablement le passage d'un sous-amas proche du cœur dans un passé récent (phénomène appelé *sloshing*, évoquant le mouvement d'un fluide à travers une autre structure). *Images extraites de Fabian et al. (2006).*

### Autres observations en X

Limiter les observations d'amas en rayons X à la seule détermination de leurs profils et de leurs propriétés globales serait réducteur. En particulier, de spectaculaires images réalisées avec l'observatoire *Chandra* ont révélé des structures complexes dans les amas et groupes de galaxies : cavités, bulles, fronts froids et chocs dans les amas ayant subi une activité récente de fusion ou de collision. A titre d'illustration, la Fig. 1.8 montre l'amas de Persée vu par *Chandra*, mettant en évidence des cavités, des chocs et des vagues dans le gaz émettant en rayons X (Fabian et al., 2006). Ces phénomènes sont attribués à un ou plusieurs événements récents de collision ou fusion ainsi qu'à l'activité de la source centrale libérant de grandes quantités d'énergie.

### Effet Sunyaev-Zeldovich

L'effet Sunyaev-Zeldovich (Sunyaev & Zeldovich, 1970, 1972) est une signature spectrale prédite lorsque des photons du rayonnement de corps noir du fond diffus cosmologique (CMB, voir Chap. 2.1) traversent le plasma chaud du milieu intra-amas. Qualitativement, un photon peu énergétique du CMB rencontrant un électron thermique ($k_B T$) va gagner de l'énergie et être observé à une fréquence plus élevée. Une partie des photons à basse fréquence est donc transposée vers de plus hautes fréquences. Ainsi, dans la direction d'un amas, le spectre du corps noir cosmologique apparaît modifié (ce n'est donc plus un rayonnement de corps noir), l'amplitude de

cette modification dépendant de l'intégrale suivant la ligne de visée suivante :

$$y \equiv \int \frac{k_B T}{m_e c^2} n_e \, \sigma_T \, dl \tag{1.26}$$

avec $\sigma_T$ la section efficace de diffusion Thomson (diffusion Compton inverse). $y$ n'est autre que l'intégrale de la pression du gaz selon la ligne de visée. En toute rigueur, des corrections relativistes et un effet cinétique (mouvement de l'amas par rapport au référentiel du CMB) s'ajoutent à l'effet thermique décrit ici, mais sont d'amplitude plus faible. En-deçà de $\nu = 218\,\mathrm{Ghz}$ (au-dessus de $\lambda \sim 1{,}3\,\mathrm{mm}$), on observera un décrément spectral proportionnel à $y$, tandis qu'à plus haute fréquence on observera un incrément de proportion égale. Pour un amas massif, l'ordre de grandeur de la fluctuation de signal attendue est de l'ordre de $y \simeq 10^{-4}$, ce qui nécessite une sensibilité instrumentale de l'ordre de $10^{-5}$. Les premières détections remontent à Birkinshaw et al. (1991), et les instruments désormais construits dans ce but (South Pole Telescope, Atacama Cosmology Telescope, etc.) ont multiplié le nombre d'amas découverts et/ou observés par effet S-Z (Staniszewski et al., 2009). La Fig. 1.9 montre les premières observations d'amas par effet S-Z au SPT. On notera la mesure récente d'un incrément à 350 et 500 $\mu$m détecté par Herschel/Spire à travers l'amas "Bullet" (Zemcov et al., 2010). Enfin, le satellite *Planck* a délivré son premier catalogue d'amas détectés par effet S-Z. Il est intéressant de constater que la majorité des amas détectés par *Planck* montrent en rayons X une structure irrégulière (Planck Collaboration et al., 2011b, Fig. 1.10). Dans un sens ou dans l'autre, cela peut indiquer un biais de sélection dans les échantillons d'amas X ou S-Z.

La détection d'amas par effet S-Z présente l'avantage d'être indépendante du redshift des objets observés (en termes de brillance de surface, s'ils sont résolus) et puisque la dépendance est en $\propto \rho$ (au lieu de $\propto \rho^2$ en X), elle permet de sonder les profils à de plus grands rayons. Le revers de la médaille consiste en des effets de projection et une contamination plus importants (sources radio, poussières galactiques, fluctuations naturelles du CMB...). Lorsque le profil n'est pas résolu, le paramètre $Y \propto \int n_e \, T \, dV$, proportionnel à l'énergie thermique des électrons, est fortement corrélé avec la masse des amas et des lois d'échelles peuvent en être déduites (e.g. Planck Collaboration et al., 2011a). De plus, les paramètres dérivés de l'effet S-Z sont en très bon accord avec ceux dérivés des mesures en rayons X (typiquement $Y_{SZ}$ et $Y_X$).

A l'heure des premières études « massives » d'amas par effet S-Z, trois problèmes majeurs et peut-être liés ont fait leur apparition : la corrélation entre la richesse optique des amas Planck et le paramètre $Y_{SZ}$ est incompatible avec celle calculée en utilisant les relations $Y_{SZ} - M$ et Richesse-$M$ actuelles (Planck Collaboration et al., 2011c, voir Sect. 1.3), la puissance dans le spectre angulaire S-Z des amas du SPT est en-dessous des prédictions cosmologiques (Lueker et al., 2010; Dunkley et al., 2011) et la morphologie des amas *Planck* apparaît plus perturbée par rapport aux amas classiquement détectés en rayons X.

### Observations radio

Les observations en longueurs d'onde radio (centimétriques et plus) ouvrent une nouvelle fenêtre sur les processus non thermiques siégeant dans le milieu intra-amas.

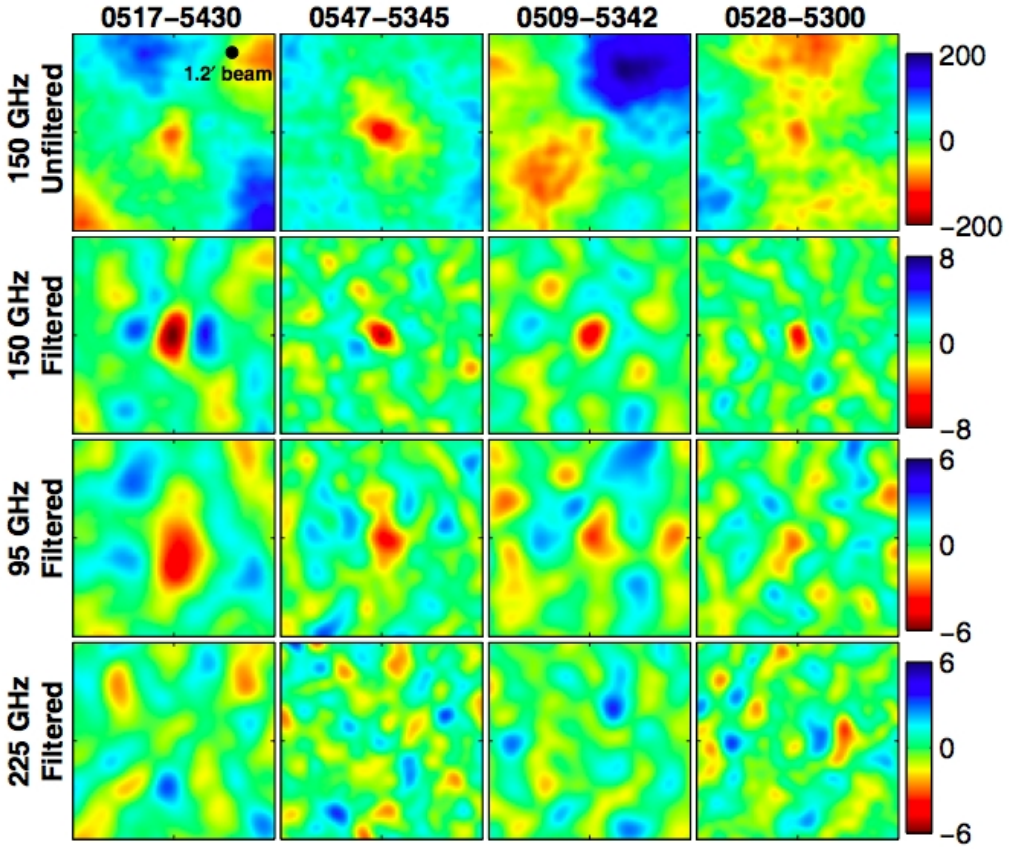



FIGURE 1.9 – Quatre amas parmi les premiers détectés via effet Sunyaev-Zeldovich par l'équipe du South Pole Telescope (SPT). Chaque région a pour taille $20' \times 20'$ et orientée selon la convention astronomique. L'échelle de couleur de la première ligne est $\mu K_{CMB}$. Les trois autres lignes ont été filtrées par un modèle bi-dimensionnel de type $\beta$ et l'échelle de couleur indique le signal sur bruit en nombre de $\sigma$. L'annulation de l'effet S-Z à une fréquence de 220 Ghz explique l'absence de structure dans l'image à 225 GHz. *Figure extraite de Staniszewski et al. (2009).*

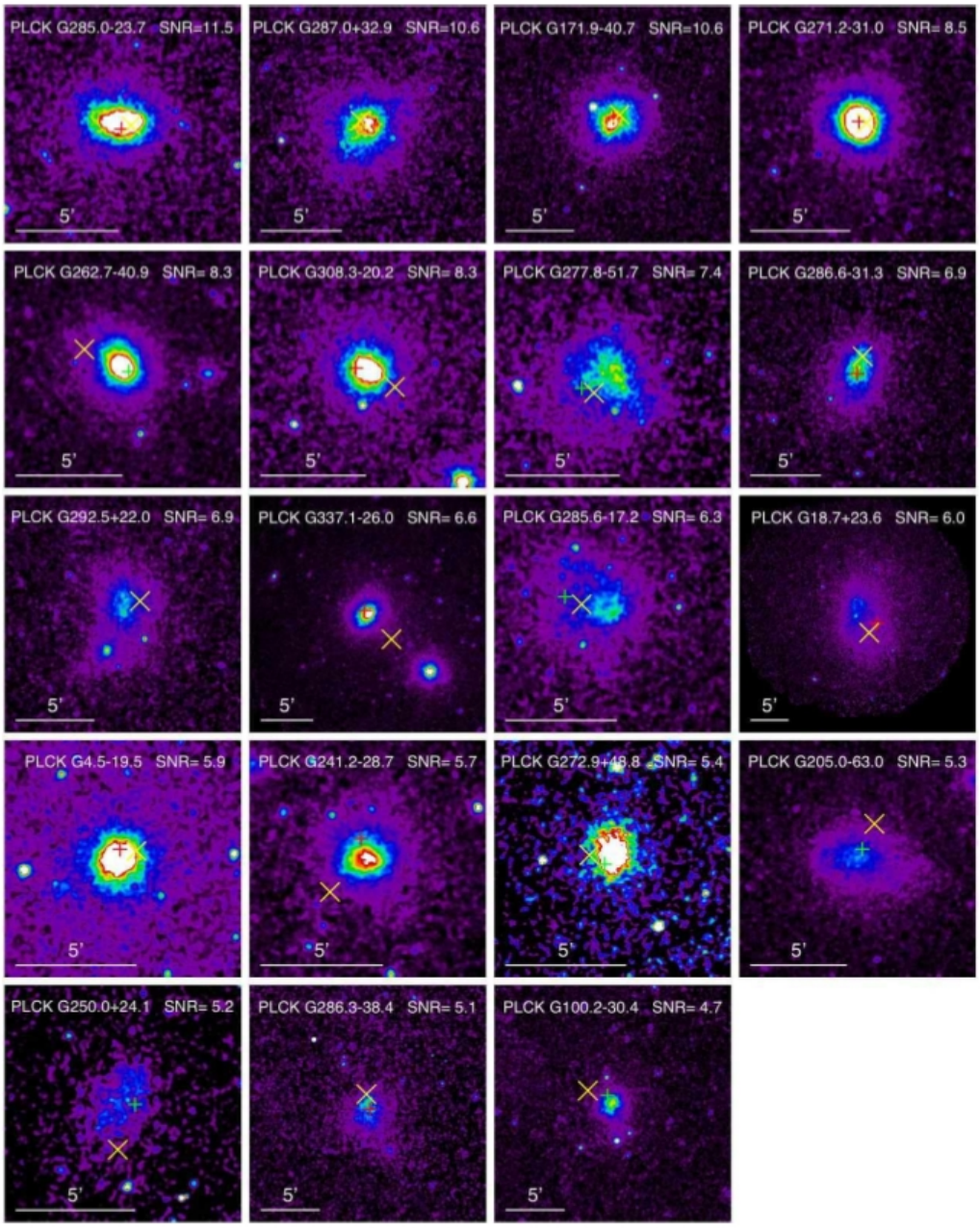



FIGURE 1.10 – Images XMM en bande $[0{,}3-2]$ keV des amas détextés par *Planck* et confirmés en rayons X. L'échelle de couleur a été corrigée de telle sorte que les vignettes auraient toutes le même aspect si les lois d'échelle étaient strictement auto-similaires. La plupart des objets détectés semblent montrer une morphologie complexe. *Figure extraite de Planck Collaboration et al. (2011b).*

En effet, outre l'émission de radiogalaxies, on a détecté dans le gaz de grandes structures diffuses émettant par rayonnement synchrotron. Ces structures sont constituées d'électrons relativistes ($\gamma \gg 1000$) « spiralant » autour de lignes de champ magnétique, celui-ci étant de l'ordre de 0,1 à 1 $\mu$G (Giovannini & Feretti, 2002). On donne différents noms aux sources radio diffuses dans les amas selon leur nature : halos, reliques et mini-halos. Les halos, structures peu brillantes (en radio) mais très grandes (de l'ordre du Mpc ou plus), sont découverts dans des amas ayant subi une récente fusion. Ils sont assez rares dans la population d'amas mais plus un amas est brillant en X, plus le halo est puissant. Les reliques sont détectées dans les régions périphériques des amas dont on pense qu'ils ont vécu une fusion plus modérée que dans le cas des halos. Enfin, les mini-halos, plus petits, sont souvent associés à une radiogalaxie puissante au centre d'un amas à cœur froid, comme l'amas de Persée ou l'amas de la Vierge. L'existence, la taille et la puissance de ces structures mettent l'accent sur les processus non thermiques qui peuvent affecter les mesures effectuées en rayons X.

Enfin, dans un autre registre, les mesures de rotation Faraday de sources radio situées en arrière-plan ou dans les amas eux-mêmes permettent d'estimer l'intensité du champ magnétique dans le milieu intra-amas. En présence d'un champ magnétique, la polarisation de l'onde radio tourne d'une valeur proportionnelle à sa fréquence au carré. Le facteur de proportionnalité, la mesure de rotation, est directement reliée au produit $n_e.B$ où $B$ est l'intensité du champ magnétique. Les études récentes (e.g. Clarke et al., 2001) ont confirmé l'intensité du champ magnétique mesurée au voisinage des fronts froids ou par effet Compton inverse sur les photons du fond diffus cosmologique (e.g. Murgia et al., 2010).

## 1.3 Galaxies dans les amas

Les galaxies ne représentent qu'une infime fraction (5%) de la masse totale des amas, cependant elles ont longtemps été les témoins privilégiés de la physique qui y règne. Les travaux pionniers de Zwicky sur l'amas Coma (Zwicky, 1933, 1937) utilisaient des galaxies dont les vitesses étaient mesurées par spectroscopie optique. La compilation du catalogue d'Abell, constitué de 1600 amas détectés en tant que surdensités locales de galaxies sur des plaques photographiques (Abell, 1958), est sans doute à l'origine des grands relevés actuels, toutes longueurs d'onde confondues. Récemment, de grands catalogues d'amas détectés en bandes optiques ont été réalisés avec les plaques photographiques numérisées du Palomar (Gal et al., 2009, plus de 11 000 détections) ou avec le relevé Sloan, les plus célèbres étant maxBCG (Koester et al., 2007a) et GMBCG avec 55 000 amas (Hao et al., 2010). Ces catalogues s'appuient sur des techniques similaires à celles employées par Abell, mais ajoutent de l'information sur la couleur des galaxies (séquence rouge, notamment).

L'objectif ici n'est pas de discuter des méthodes de détection des amas en bandes optiques mais de mettre en lumière trois propriétés des amas se manifestant en visible ou infrarouge dont nous ferons mention par la suite : dispersion de vitesses des galaxies des amas, fonction de luminosité et séquence rouge dans les diagrammes couleur magnitude. Nous n'aborderons pas en détail la question de l'évolution des galaxies en fonction de leur environnement, bien qu'elle est intimement liée à ces

trois thématiques.

### 1.3.1 Dispersions de vitesses et masse des amas

Lorsque nous décrirons la procédure utilisée pour valider les amas de galaxies détectés en rayons X, nous verrons que celle-ci passe par une confirmations *spectroscopique* de ses galaxies membres. Cela revient à mesurer le décalage vers le rouge des spectres de certaines galaxies (le redshift, Sect. 2.1) et déduire de leur proximité mutuelle qu'elles appartiennent bien à la même structure, celle qu'on a détecté en bande X. Or le décalage vers le rouge combine une information sur la distance (cosmologique) de l'objet et sa vitesse radiale (effet Doppler). Les galaxies de l'amas, en orbite dans le halo de matière noire, n'ont donc pas toutes le même redshift. Pour un amas en équilibre, la distribution des vitesses radiales doit être gaussienne, avec une variance $\sigma_{1D}^2 = (1/3)\sigma_{3D}^2$. Le théorème du Viriel appliqué à l'amas en équilibre donne alors :

$$2E_{\rm cin} = 2\,\frac{3M\sigma_{1D}^2}{2} = \frac{GM^2}{R_v} = -E_{\rm pot} \tag{1.27}$$

expression dans laquelle on a introduit le rayon Viriel $R_v$. Il est défini pour un système isolé à *symétrie sphérique* par une somme sur les galaxies de masse $m_i$ séparées deux à deux par une distance projetée $R_{ij}$ :

$$R_v = M^2\frac{\pi}{2}\left(\sum_i\sum_{i<j}\frac{m_i m_j}{R_{ij}}\right)^{-1} \tag{1.28}$$

La masse ainsi estimée est dite masse Viriel ou masse dynamique $M_{\rm dyn}$. Cette méthode implique une sélection drastique des galaxies membres, car une galaxie faussement identifiée à l'amas peut biaiser largement les estimations de masse, problème amplifié par le souvent faible nombre de spectres disponibles. L'hypothèse de virialisation est forte, d'autant plus que les différentes populations de galaxies (bleues et rouges) ne sont peut-être pas dans le même état d'équilibre. Enfin, des biais liés à la sélection même des membres peuvent avoir une influence sur l'estimation de la masse : si trop peu de galaxies sont mesurées proches du cœur, on peut surestimer $R_v$ et donc la masse. A cause des contraintes d'observation rencontrées en spectroscopie multi-objets (voir Sect. 4.3), corriger de cet effet n'est pas anodin (e.g. Heisler et al., 1985).

Malgré ces difficultés, cette technique et ses améliorations [9] sont capables de sonder les profils des amas jusqu'au rayon Viriel ($\sim r_{200}$) et même dans la région située en-dessous du rayon auquel la vitesse de chute des galaxies est nulle relativement à l'amas car exactement compensée par l'expansion de Hubble (Diaferio & Geller, 1997; Biviano & Girardi, 2003; Rines & Diaferio, 2010; Serra et al., 2011).

### 1.3.2 Fonction de luminosité et richesse optique

Dans son catalogue, Abell a assigné à chacun des amas découverts une classe de richesse. Le nombre de galaxies au-dessus de la limite de détection donnait notamment une indication de la masse de l'amas. Si les galaxies sont des traceurs

9. Notamment la méthode des *caustiques*, qui est indépendante de l'état dynamique de l'amas (Diaferio et al., 2005).

représentatifs de la matière noire, alors cette relation masse-richesse devrait être vérifiée.

Pour construire un estimateur plus systématique et indépendant de la magnitude limite du relevé, il est intéressant de considérer la fonction de luminosité dans les amas, définie par le nombre de galaxies ayant une luminosité $L$ par intervalle de luminosité $dL$ :

$$\phi(L)dL = \phi_* \left(\frac{L}{L_*}\right)^{\alpha} \exp\left(-\frac{L}{L_*}\right) \frac{dL}{L_*} \tag{1.29}$$

Cette formulation est due à Schechter (1976) et invoque une luminosité caractéristique $L_*$ et une densité caractéristique $\phi_*$. La valeur $L_*$ définit alors un seuil standard au-delà duquel on comptera les galaxies, soit directement, soit par extrapolation grâce à la fonction de luminosité. Par exemple, les galaxies du maxBCG utilisent un indicateur $N_{200}$ qui est le nombre de galaxies rouges (E/S0, soit des galaxies elliptiques ou lenticulaires) dans un rayon $R_{200b}$ et dont la luminosité dépasse $0{,}4\,L_*$ (Koester et al., 2007b,a). La mesure de la masse de certains amas par effet de lentille gravitionnelle a permis d'étalonner la relation $M_{500} - N_{200}$ (Johnston et al., 2007; Rozo et al., 2009) et a conduit notamment aux résultats cosmologiques de Rozo et al. (2010).

Cependant, une comparaison très récente de la relation $N_{200} - Y_{500}$ établie pour des amas maxBCG mesurés par effet Sunyaev-Zeldovich par *Planck* a semé le trouble en montrant que la masse mesurée par l'effet S-Z était bien en-dessous de celle prédite par la richesse $N_{200}$ (Planck Collaboration et al., 2011c, et Fig. 1.11). Ce résultat est d'autant plus surprenant que l'accord entre les masses optiques et luminosités X est satisfaisant (Rykoff et al., 2008; Rozo et al., 2009) ainsi que l'est celui entre les masses S-Z et X (Planck Collaboration et al., 2011a). L'effet semble être confirmé avec les données de WMAP (Draper et al., 2012). Les explications avancées invoquent les effets de projection contaminant l'échantillon optique, l'hypothèse hydrostatique du gaz remise en question, des différences dans le centrage des objets, des incohérences dans l'estimation des redshifts photométriques ou un effet physique faisant que le nombre de galaxies augmente lorsque la quantité de gaz diminue, peut-être lié à la morphologie singulière des amas détectés par *Planck* (e.g. Allen et al., 2011).

### 1.3.3 Diagrammes couleur-magnitude et séquence rouge

Il est établi que les galaxies elliptiques et lenticulaires (E/S0) occupent une place particulière dans les amas de galaxies : population dominante (au moins proche du centre des amas), elles partagent des propriétés communes et affichent une couleur uniforme. A l'œil, on repère facilement un gros amas de galaxies sur une image en fausses couleurs, car il apparaît comme une surdensité de galaxies rouges et semblables. Les catalogues actuels d'amas détectés en bandes optiques se basent d'ailleurs sur cette propriété (e.g. Gladders & Yee, 2000).

C'est en fait une propriété optique essentielle des amas : le diagramme couleur-magnitude des galaxies d'un amas est parcouru par une trace caractéristique formée par les galaxies E/S0, la séquence rouge. Les premiers travaux à ce sujet (Sandage & Visvanathan, 1978; Bower et al., 1992b,a) ont montré l'universalité de cette séquence rouge et ont proposé son utilisation en tant qu'indicateur de distance. Aujourd'hui la présence d'une séquence rouge est confirmée dans les amas jusque $z \sim 1$ (e.g.

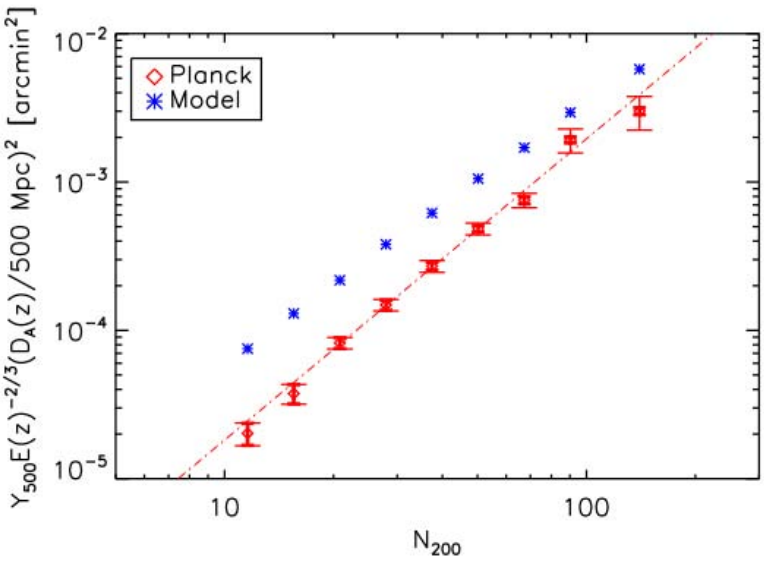



FIGURE 1.11 – Comparaison entre la richesse optique $N_{200}$ des amas du maxBCG et le signal S-Z mesuré par *Planck*. En rouge figurent les points de données regroupés par intervalle de richesse. En bleu figurent les valeurs S-Z prédites en utilisant la relation $N_{200} - M_{500}$ de Rozo et al. (2009) et la relation $M_{500} - Y_{SZ}$ de Arnaud et al. (2010). *Figure tirée de Planck Collaboration et al. (2011c).*

De Lucia et al., 2004; Mei et al., 2006, 2009). Son existence indique que les étoiles constituant ces galaxies ont toutes été formées à la même époque ($z > 2 - 3$) et tend à montrer que les propriétés des galaxies brillantes dans les structures massives étaient déjà établies dans les plus petits amas et groupes étant à leur origine (d'après le scénario de formation hiérarchique, voir Sect. 2.2). L'étude des caractéristiques de la séquence rouge que sont sa normalisation, sa pente et sa dispersion, par comparaison à des modèles d'évolution stellaires, est susceptible de fournir de nombreuses informations sur l'assemblage de la masse des galaxies dans les environnements denses.

# Chapitre 2

# Amas de galaxies et cosmologie

Cette partie décrit les fondements théoriques soutenant le scénario actuel de formation des structures par croissance hiérarchique des fluctuations de densité. L'objectif ici est de montrer en quoi les amas de galaxies, en tant que halos de matière noire, sont les produits de l'évolution de l'Univers et qu'ils portent en eux toute l'histoire de la formation des structures. Dans un premier temps, les bases théoriques décrivant l'Univers homogène et son expansion seront développées et nous présenterons le modèle de concordance qui servira de cadre de travail à cette thèse. Ensuite, la formation des structures sera abordée pour mettre en lumière une quantité de base dans notre étude : la fonction de masse des halos. Seront finalement présentés les tests cosmologiques les plus courants sur les amas de galaxies et les quelques résultats les plus récents à ce sujet.

## 2.1 Bases de la cosmologie physique

### 2.1.1 L'Univers isotrope et homogène

#### Principe cosmologique

La cosmologie physique moderne repose sur trois blocs fondamentaux :
- une théorie de la gravitation donnée par les équations de la relativité générale ;
- une relation entre le contenu de l'Univers en termes de matière-énergie et sa géométrie (sa courbure) : l'équation d'Einstein ;
- un principe décrivant l'Univers lui-même, que l'on appelle le principe cosmologique.

Ce dernier postule que l'Univers est homogène aux grandes échelles, c'est-à-dire de densité constante, et isotrope, c'est-à-dire que cette densité est la même quelle que soit la direction considérée. On dira souvent que l'Univers est isotrope en sous-entendant qu'il est isotrope *partout*, c'est-à-dire en tout point. Si l'on peut imaginer des Univers homogènes et non isotropes, l'inverse n'est pas vrai : l' « isotropie partout » (et même en deux points seulement) implique l'homogénéité (voir par ex. Peacock, 1999). On considère que le principe cosmologique est au moins respecté aux grandes échelles, ce qui est suffisant pour développer les calculs qui suivent. On retrouve derrière ce principe le principe Copernicien, qui postule que l'homme n'a pas une place privilégiée dans l'Univers, et donc que tout habitant d'une autre

galaxie devrait voir l'Univers comme nous le voyons.

Le principe cosmologique est admis en tant que tel. Pour autant, un certain nombre d'observations viennent le soutenir. L'isotropie de l'Univers semble solidement établie par les observations du fond diffus cosmologique (Cosmic Microwave Background, CMB) qui montrent un rayonnement de corps noir uniforme dans toutes les directions. Les fluctuations de ce rayonnement valent $\delta T/T_0 \sim 10^{-5}$, quel que soit l'angle de visée sur le ciel. Puisque le CMB reflète la structure de l'Univers dans ses premiers instants, cette constatation semble indiquer l'homogénéité et l'isotropie de l'Univers à cette époque. De plus, la distribution spatiale des galaxies, des sources radio et des quasars montre une certaine homogénéité des structures aux échelles situées bien au-delà de 10 Mpc (taille des amas de galaxies).

Un principe cosmologique dit *fort* contient en plus l'hypothèse d'un Univers immuable dans le temps. Le rayonnement du fond diffus cosmologique est cependant difficilement explicable dans le cadre des modèles statiques (qui en sont un cas particulier). On ne considérera pas cette hypothèse supplémentaire par la suite.

### Métrique de Friedmann-Robertson-Walker

La forme de la métrique de l'espace-temps peut être directement déduite du principe cosmologique énoncé précédemment en utilisant les arguments de symétrie qui en découlent. Choisissant un système de coordonnées lié à un *observateur fondamental* situé à l'origine du référentiel, au repos par rapport au fluide cosmique (autrement dit par rapport à la matière autour de lui) on montre que cette métrique s'écrit :

$$\begin{aligned} ds^2 = c^2 d\tau^2 &= g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu && (2.1)\\ &= c^2 dt^2 - dl^2 && (2.2)\\ &= c^2 dt^2 - R^2(t) d\sigma^2 && (2.3)\\ &= c^2 dt^2 - R^2(t) \left( \frac{dr}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta d\phi^2 \right) && (2.4) \end{aligned}$$

Dans cette métrique, $t$ est un temps cosmologique universel, dont l'existence découle du principe cosmologique. Il est égal pour tous les observateurs au repos par rapport à la matière locale. La symétrie sphérique a été utilisée pour définir les coordonnées $\theta$ et $\phi$ des coordonnées sphériques usuelles. La coordonnée radiale $r$ (dite coordonnée comobile) est sans dimension et tout comme $\theta$ et $\phi$ elle est fixe pour une galaxie isolée (sans mouvement propre). Le paramètre $k$ (dit facteur de courbure) peut prendre les valeurs 1, 0 ou -1, correspondant respectivement à un Univers fermé, plat ou ouvert. $R(t)$ est un facteur d'échelle de la dimension d'une longueur, qui décroît ou croît selon que l'Univers se contracte ou s'étend. Ainsi, sans autre hypothèse que le principe cosmologique on aboutit à la nécessité d'un Univers dynamique.

On peut définir de manière équivalente, la distance comobile $\chi$ telle que,

$$c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left[ d\chi^2 + S_k^2(\chi) d\Omega^2 \right] \quad (2.5)$$

où l'on a défini :

$$S_k(\chi) = \begin{cases} \sin(\chi) & (k=1) \\ \chi & (k=0) \\ \sinh(\chi) & (k=-1) \end{cases} \tag{2.6}$$

Le terme de coordonnée comobile recouvre généralement plusieurs définitions. Il peut désigner $r$, $\chi$ (qui sont sans dimension) mais le plus souvent il désignera $R_0 \times \chi$ qui a la dimension d'une distance (en unités Mpc le plus souvent).

On définit également un facteur d'échelle sans dimension normalisé à 1 à notre époque :

$$a(t) = \frac{R(t)}{R_0} \tag{2.7}$$

### Loi de Hubble

La distance propre entre l'origine O et un point P est la distance parcourue par un photon ($ds^2 = 0$) de P jusqu'à O, soit :

$$d_{\rm pr} = \int c\,dt = \int_0^r R(t) \frac{dr'}{\sqrt{1-kr'^2}} \tag{2.8}$$

Dans cette équation, seul $R(t)$ dépend de $t$. Pour des objets proches de O, où on peut considérer l'espace Euclidien, on peut définir la vitesse de récession de P par :

$$v_r = \frac{\mathrm{d}(d_{\rm pr})}{\mathrm{d}t} = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} d_{\rm pr} \tag{2.9}$$

Faisant l'analogie avec la loi de Hubble, on définit le paramètre de Hubble par :

$$H(t) = \frac{\dot{R}}{R} = \frac{\dot{a}}{a} \tag{2.10}$$

le point représentant la dérivée par rapport au temps cosmique $t$. Parce qu'historiquement la valeur de $H(t_0) = H_0$ a longtemps été incertaine, on écrit $H_0 = 100\,h\,\mathrm{km/s/Mpc}$ (avec $h \simeq 0{,}7$).

### Redshift

Le décalage spectral (*redshift*) de la lumière émise par un objet à une longueur d'onde $\lambda_e$ et détecté par l'observateur situé en O à la longueur d'onde $\lambda_0$ s'exprime sous la forme :

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} \tag{2.11}$$

Les photons voyagent sur des géodésiques radiales nulles : $ds^2 = 0 = c^2dt^2 - R^2(t)d\chi^2$. Sachant que la coordonnée comobile $r$ de l'objet est fixe, deux pics consécutifs de l'onde lumineuse émis à $t_e$ et $t_e + \delta t_e$ et reçus à $t_0$ et $t_0 + \delta t_0$ vérifient :

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{c\,dt}{R(t)} = \int_0^r \frac{dr'}{\sqrt{1-kr'^2}} = \int_{t_e+\delta t_e}^{t_0+\delta t_0} \frac{c\,dt}{R(t)} \tag{2.12}$$

Une conséquence importante de ce résultat est que $R(t_0)/R(t_e) = \delta t_0/\delta t_e$, soit, avec $\lambda = c/\nu = c\delta t$,

$$1 + z = \frac{R(t_0)}{R(t_e)} = \frac{R_0}{R(t_e)} = \frac{1}{a(t_e)} \tag{2.13}$$

Le décalage spectral est donc lui aussi une conséquence du principe cosmologique.

**Dynamique de l'Univers homogène**

Il est temps d'introduire le dernier bloc constituant notre description cosmologique. L'équation de champ d'Einstein relie la géométrie de l'Univers à son contenu en matière-énergie et s'écrit :

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \tag{2.14}$$

où $G_{\mu\nu}$ est le tenseur d'Einstein défini à partir du tenseur de Ricci ($R_{\mu\nu}$) et de la courbure scalaire ($R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$). Cette équation peut s'interpréter comme la minimisation d'une action (dite de *Einstein-Hilbert*). Le tenseur $T_{\mu\nu}$ contient toute l'information sur le contenu en énergie de l'Univers. Dans le cas le plus simple d'un fluide parfait (isotrope) on a :

$$T_{\mu\nu} = \left( \rho + \frac{P}{c^2} \right) u_\mu u_\nu - P g_{\mu\nu} \tag{2.15}$$

avec $u^\mu = (c,0,0,0)$ la 4-vitesse du fluide en coordonnées comobiles, $\rho$ et $P$ prenant la place de la densité d'énergie et de la pression du fluide respectivement. L'équation d'Einstein (Eq. 2.14) se réduit alors aux deux équations différentielles (équations de Friedmann) :

$$\begin{cases} \dfrac{\ddot{R}}{R} = -\dfrac{4\pi G}{3} \left( \rho + \dfrac{3P}{c^2} \right) + \dfrac{\Lambda c^2}{3} \\ \\ \left( \dfrac{\dot{R}}{R} \right)^2 + \dfrac{kc^2}{R^2} = \dfrac{8\pi G}{3} \rho + \dfrac{\Lambda c^2}{3} \end{cases} \tag{2.16}$$

Ces équations décrivent l'évolution couplée du facteur d'échelle $R(t)$ et des quantités $\rho(t)$ et $P(t)$. En combinant ces deux équations, on retrouve l'équation de conservation adiabatique, imposée par la conservation du tenseur énergie-impulsion :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}R} \left[ \rho c^2 R^3 \right] + 3PR^2 = 0 \tag{2.17}$$

Le système 2.16 fait intervenir $\rho$, une quantité qui peut revêtir plusieurs aspects : densité de matière, densité d'énergie de rayonnement (photons), ou, comme on le verra plus tard, d'énergie noire. Dans le cas d'un fluide parfait, on complète alors le système par une équation d'état pour chaque composante $i$, du type $P_i = w_i \rho_i c^2$. En supposant que chacune d'elles évolue indépendamment, l'équation 2.17 utilisée pour chaque composante donne :

$$\rho_i(t) = \rho_{i0}\ a^{-3(1+w_i)} \tag{2.18}$$

soit des évolutions données pour la matière ($w = 0$) par $\rho_m \propto a^{-3}$ et pour le rayonnement ($w = 1/3$) par $\rho_r \propto a^{-4}$. La seconde équation du système 2.16 peut alors s'écrire en fonction du paramètre de Hubble :

$$H(t)^2 = H_0^2 \left( \frac{\Omega_{\rm m}}{a(t)^3} + \frac{\Omega_r}{a(t)^4} + \frac{\Omega_k}{a(t)^2} + \Omega_\Lambda \right) \tag{2.19}$$

où l'on a défini les densités (actuelles) par :

$$\Omega_{\rm m} = \frac{8\pi G}{3H_0^2}\rho_{m0} \ , \quad \Omega_r = \frac{8\pi G}{3H_0^2}\rho_{r0} \ , \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2} \ , \quad \Omega_k = -\frac{kc^2}{H_0^2 R_0^2} \tag{2.20}$$

et leurs équivalents à tout temps $t$ (où $H \equiv H(t)$ et $a \equiv a(t)$) :

$$\begin{aligned} &\Omega_{\rm m}(t) = \Omega_{\rm m} \left(\frac{H_0}{H}\right)^2 a^{-3} \ , \quad \Omega_r(t) = \Omega_r \left(\frac{H_0}{H}\right)^2 a^{-4} \\ &\Omega_\Lambda(t) = \Omega_\Lambda \left(\frac{H_0}{H}\right)^2 \ , \qquad \Omega_k(t) = 1 - \Omega_{\rm m}(t) - \Omega_r(t) - \Omega_\Lambda(t) \equiv 1 - \Omega_{\rm tot} \end{aligned} \tag{2.21}$$

Enfin, on définit de manière très générale la densité d'énergie critique de l'Univers par :

$$\rho_{0c} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \simeq 1{,}9.10^{-29}\, h^2\, \mathrm{g.cm^{-3}} \quad \text{et} \quad \rho_c(t) = \rho_{0c} \left(\frac{H}{H_0}\right)^2 \tag{2.22}$$

**Différentes époques dans l'Univers**

Suivant laquelle des trois composantes d'énergie domine le contenu et donc l'évolution de l'Univers, on définit trois époques.

1. L'ère de domination par le **rayonnement** est telle que $\rho \propto a^{-4}$ : un facteur volumique (puissance 3) s'ajoute à une perte d'énergie due au décalage vers le rouge du photon (dont l'énergie est $h\nu$) afin de réduire la densité d'un facteur $a^3 \times a$. L'expansion croît en $a \propto (t - t_i)^{1/2}$.
2. L'ère de domination par la **matière** ($w = 0$) montre une évolution en $\rho \propto a^{-3}$. Comparant la pente de cette évolution à la précédente, il a dû exister une époque dans l'Univers primitif où le rayonnement dominait la dynamique de l'expansion. La transition s'effectue lors de la période d'égalité matière-rayonnement (ici définie par son redshift $z_{eq}$) :

$$z_{eq} = \frac{1}{a_{eq}} - 1 = \frac{\rho_{m0}}{\rho_{r0}} - 1 = 3145 \pm 140 \ \text{(WMAP-7)} \tag{2.23}$$

Jusqu'à une certaine époque appelée *recombinaison*, les photons et la matière baryonique, complètement ionisée, sont couplés par diffusion Thomson des photons sur les électrons libres. Le libre parcours moyen des photons étant très faible devant l'horizon $cH^{-1}$, ceux-ci étaient donc en équilibre thermique. L'Univers étant en expansion, sa température a diminué jusqu'à ce que protons et électrons se recombinent en atomes d'hydrogène ($T \simeq 10^4$ K), laissant subitement l'Univers transparent aux photons. Cette surface de dernière diffusion (sous-entendue *diffusion Thomson*) apparaît sphérique pour les observateurs

fondamentaux et est effectivement observée comme un rayonnement de corps noir uniforme, à $T \simeq 2{,}7\,\mathrm{K}$ : le fond diffus cosmologique. La recombinaison a lieu à $z_{rec} \sim 1000$ : la lumière avant cette époque ne peut donc pas nous avoir atteint. Pendant la période de domination par la matière le facteur d'échelle croît comme $a \propto (t - t_i)^{2/3}$.

3. L'ère de domination par la **constante cosmologique** correspond à une valeur plus grande de la densité d'énergie cosmologique $\Omega_\Lambda$ par rapport à $\Omega_\mathrm{m}$. La transition entre les deux périodes correspond à

$$a_{eq,\Lambda} = \left(\frac{\rho_{m0}}{\rho_{\Lambda 0}}\right)^{1/3} \simeq 0{,}7 \;\longrightarrow\; z_{eq,\Lambda} \simeq 0{,}4 \tag{2.24}$$

Durant cette (hypothétique et actuelle) période de domination par la constante cosmologique, le facteur d'échelle croît comme $a \propto \exp(Ht)$, caractéristique d'une expansion accélérée. On verra que les amas de galaxies se forment approximativement au cours de cette période, on s'attend donc à ce qu'ils tracent efficacement l'évolution de l'Univers sous l'influence de « l'énergie noire » (Sect. 2.3).

En outre, l'Univers que nous observons aujourd'hui nous apparaît ionisé et il semble que ce soit le cas jusqu'à de très hauts redshifts : l'absence d'effet Gunn-Peterson dans le spectre d'absorption de certains quasars distants ($z \sim 6$) (Fan et al., 2000, 2001) et le spectre d'anisotropie du CMB (Dunkley et al., 2009; Komatsu et al., 2011) vont dans le sens d'une ionisation au moins partielle du milieu inter-galactique. Il a donc dû exister une ou plusieurs époques de *réionisation* dans l'Univers qui font l'objet d'études multiples aujourd'hui. L'analyse du CMB par Komatsu et al. (2011) donne une valeur $z_{reion} \sim 11$.

### 2.1.2 Formulaire cosmologique

#### Relations distances-redshift

La notion de distance dans une métrique courbe n'a plus le sens communément attaché à la conception Euclidienne. Dans cette thèse nous utiliserons quatre définitions différentes de la distance que nous relierons au redshift. Comme nous travaillerons toujours par la suite dans des Univers plats ($k = 0$), nous donnons les relations suivantes pour ce cas seulement.

**Distance comobile** L'équation 2.5 donne la définition de la coordonnée comobile. En remarquant que $cdt = cda/(aH)$, la distance comobile est alors donnée par :

$$d_{com}(a) = R_0 \int d\chi = \int \frac{R\,d\chi}{a} = \int \frac{c\,dt}{a} = \int_a^1 \frac{c\,da'}{a'^2 H(a')} \tag{2.25}$$

C'est la distance mesurée sur l'hyper-surface spatiale $t = t_0$ corrigée du facteur d'expansion.

**Distance propre** Nous avons déjà défini la distance propre d'un point P à un observateur fondamental (Eq. 2.8). On peut aussi l'écrire :

$$d_{pr}(a) = \int_a^1 \frac{c\,da'}{a'H(a')} \tag{2.26}$$

**Distance angulaire** Par analogie avec le cas Euclidien, la distance angulaire sert à convertir la séparation angulaire observée $\Delta\theta$ d'un objet situé à la coordonnée $r$ au temps $t$, en la taille propre physique qui lui correspond ($D$). Elle est donnée par le calcul de l'aire d'une 2-sphère centrée sur l'observateur fondamental et on obtient :

$$d_A = R(t).r = a(t)\,R_0\,r = \frac{R_0\,r}{1+z} \tag{2.27}$$

de telle manière que $D = \Delta\theta\,d_A$.

**Distance luminosité** Cette distance est définie par souci de compatibilité avec la relation liant flux $f$ (à $t = t_0$) et luminosité $L$ (émise à $t = t_e$) dans l'espace Euclidien usuel. On a :

$$d_L(z)^2 \equiv \frac{L}{4\pi f} \tag{2.28}$$

Le flux $f$ reçu est ici défini comme l'intégrale fréquentielle de la densité de flux $I_\nu$, c'est donc une quantité bolométrique. Les photons nous parvenant traversent une surface $4\pi R_0^2 r^2$. A cause de l'expansion, leur énergie ainsi que leurs temps d'arrivée sont divisés par un facteur $(1+z)$. On trouve que :

$$d_L(z) = R_0\,r\,(1+z) = (1+z)^2\,d_A(z) \tag{2.29}$$

Cette dernière égalité conduit notamment à la relation de Tolman reliant la brillance de surface d'un objet observée à sa brillance de surface intrinsèque :

$$B_{obs} = B_{int}\left(\frac{d_L}{d_A}\right)^2 = \frac{B_{int}}{(1+z)^4} \tag{2.30}$$

Cette très forte dépendance au redshift explique pourquoi il est si difficile d'observer les objets étendus à grande distance.

**Compléments utiles**

– On définit le facteur d'évolution $E(z)$ par :

$$E(z) = \frac{H(z)}{H_0} = \left[\Omega_{\rm m}(1+z)^3 + \Omega_r(1+z)^4 + \Omega_\Lambda + (1-\Omega_{\rm tot})(1+z)^2\right]^{1/2} \tag{2.31}$$

– L'élément de volume comobile s'écrit

$$\begin{aligned} dV &= d_{com}^2\,d\Omega\,R_0\,dr \\ &= d_{com}^2\,d\Omega\,\frac{c}{H(z)}\,dz \\ &= d_A^2(z)\,(1+z)^2\,d\Omega\,\frac{c}{H(z)}\,dz \end{aligned} \tag{2.32}$$

– Le calcul de la distance-luminosité développé ci-dessus considère des quantités bolométriques. L'utilisation d'un filtre pour les observations (bandes d'énergie X, filtre optique, etc.) fait intervenir un facteur supplémentaire dû au décalage spectral de l'objet. Ce facteur, appelé K-correction, est donc nul pour une quantité bolométrique. De manière très générale, il dépend de la transmission du filtre $T(\lambda)$ et du spectre de l'objet ($f_{\log}(\lambda) = \lambda f_\lambda$) de telle sorte que la magnitude absolue ($M$) et la magnitude observée ($m$) d'un objet soient reliées par (Peacock, 1999) :

$$m = M + 5\log_{10}\left(\frac{d_L}{10\,\mathrm{pc}}\right) + K(z) \tag{2.33}$$

$$K(z) = 2{,}5\log_{10}\left[\frac{\int T(\lambda) f_{\log}(\lambda)\, d\ln\lambda}{\int T(\lambda) f_{\log}(\lambda/(1+z))\, d\ln\lambda}\right] \tag{2.34}$$

En parlant de *K-correction négative*, on évoque la combinaison d'un spectre bien particulier et d'une bande bien choisie qui, contrairement à l'habitude, provoque un gain en flux lorsque le redshift de la source augmente (typiquement une galaxie à formation d'étoiles en bandes sub-millimétriques).

– On appelle $\Omega_b$ la densité d'énergie associée à la composante baryonique de la matière, autrement dit la matière « ordinaire ». Avec les photons (et les neutrinos si l'on considère ceux détectés en provenance de la supernova SN1987A), c'est la seule composante énergétique de l'Univers que nous ayons pu observer directement – car elle est soumise aux interactions électromagnétiques et se manifeste à nous par ses conséquences radiatives (étoiles, rayonnement thermique de freinage, etc.).

### 2.1.3 Le modèle ΛCDM actuel

Le modèle développé jusqu'ici et résumé dans les équations 2.16 est très général, on lui a donné le nom de modèle ΛCDM pour Λ (constante cosmologique) **C**old **D**ark **M**atter. La détermination des différents paramètres cosmologiques qui le composent est un des objectifs de la cosmologie moderne. Parmi eux figurent $\Omega_{\rm tot}$, $\Omega_{\rm m}$, $\sigma_8$ (défini en Sect. 2.2), la constante de Hubble $h$, etc. Plus qu'une finalité, il faut voir dans l'estimation des paramètres cosmologiques un moyen d'éliminer un à un les modèles théoriques en testant leurs prédictions, et surtout un fil conducteur orientant la recherche.

Nombre d'observables ont été proposées et utilisées pour contraindre les paramètres cosmologiques et leur évolution. On citera parmi les plus répandues l'étude des fluctuations du fond diffus cosmologique (Smoot et al., 1992; Hu & Dodelson, 2002; Spergel et al., 2007), des supernovae type Ia (Riess et al., 1998; Astier et al., 2006; Sullivan et al., 2011), la répartition des galaxies via leur spectre de puissance et notamment les oscillations acoustiques baryoniques (Tegmark et al., 2004; Eisenstein et al., 2005; Percival et al., 2010) ou via les distortions de redshift (McDonald & Seljak, 2009; White et al., 2010), le phénomène de cisaillement gravitationnel cosmologique (Massey et al., 2007; Benjamin et al., 2007; Schrabback et al., 2010), l'étude géométrique des paires de galaxies (Marinoni & Buzzi, 2010), les raies spectrale de la forêt Lyman $\alpha$ (Seljak et al., 2005; Slosar et al., 2011), l'effet Sachs-Wolfe intégré

(Padmanabhan et al., 2005; Francis & Peacock, 2010) et bien sûr la distribution des amas de galaxies, qui sera détaillée en Sect. 2.3.

Nous utiliserons le plus souvent au cours de cette thèse les valeurs des paramètres donnés par le satellite WMAP, dans sa version 5 (Dunkley et al., 2009) ou sa version 7 (Komatsu et al., 2011). Cette dernière fournit notamment :

$$\begin{array}{lll} \Omega_{\rm m}h^2 = 0{,}1334 \pm 0{,}005 \ , & n_s = 0{,}963 \pm 0{,}014 \ , & \sigma_8 = 0{,}801 \pm 0{,}030 \\ h = 0{,}710 \pm 0{,}025 \ , & \Omega_{\rm b} = 0{,}0449 \pm 0{,}0028 \ , & \Omega_\Lambda = 0{,}734 \pm 0{,}029 \end{array} \tag{2.35}$$

On ajoutera à ces chiffres $\Omega_\gamma = 8{,}35.10^{-5}$ (photons, estimation par les différents rayonnements observés) et $\Omega_r \sim 1{,}68\,\Omega_\gamma = 1{,}40.10^{-4}$ (toutes particules relativistes confondues). Avec les données WMAP-7, l'âge de l'Univers au temps présent vaut $t_0 = 13{,}7 \times 10^9$ années, où l'on a défini :

$$t_0 = \int_0^{t_0} dt = \int_0^1 \frac{da}{\dot{a}} = \int_0^\infty \frac{dz}{1+z}\,\frac{1}{H(z)} \tag{2.36}$$

Ces valeurs montrent la grande part d'inconnu qui réside dans ce modèle : 70% de l'énergie totale dans l'Univers actuel est une composante « sombre » et plus de 20% de la matière gravitationnelle n'est pas visible (matière noire froide). D'autre part, si l'existence d'une constante cosmologique peut éventuellement s'expliquer lors de l'établissement de l'équation d'Einstein [1], nous sommes incapables d'expliquer sa valeur si faible. En termes d'énergie du vide (inspirée de la théorie quantique des champs) on trouve une différence d'environ 120 ordres de grandeur entre la valeur attendue et la valeur mesurée (e.g. Amendola & Tsujikawa, 2010).

Parmi les problèmes soulevés par le modèle standard se pose le problème dit de *coïncidence* : pourquoi l'époque d'équivalence énergie sombre/matière (Eq. 2.24) se situe-t-elle exactement (ou presque) aujourd'hui ? Autrement dit, comment se fait-il que l'Univers est en expansion accélérée aujourd'hui, alors précisément que nous sommes présents pour l'observer ? Le problème de la platitude est très similaire. Si l'Univers est, comme on le pense, plat aujourd'hui ($\Omega_{\rm tot} \simeq 1$), alors, étant donné l'évolution du paramètre $H$ en fonction du temps, il devait aussi l'être dans le passé, mais à une très grande précision : $\Omega_{\rm tot}(z \gg 1) = 1$. Enfin, on citera le problème de l'horizon, qui s'interroge sur l'extrême uniformité du fond diffus cosmologique ($10^{-5}$) sur des échelles angulaires supérieures à 1° qui n'étaient pas en contact causal à l'époque de la recombinaison.

Ces problèmes stimulent les recherches actuelles en cosmologie. Les accepter simultanément avec le modèle standard permet de rendre compte simultanément de toutes les observations listées auparavant. Nous nous servirons donc du modèle ΛCDM (plat) comme d'un cadre de travail très utile pour la suite.

### 2.1.4 Quelques mots sur l'énergie noire

Nous n'avons pas pu cacher jusque là que les questions liées à l'expansion accélérée de l'Univers et à la constante cosmologique $\Lambda$ pouvaient se reformuler en

1. On remarque en effet que $\nabla^\mu g_{\mu\nu} = 0$, donc l'introduction de ce terme dans l'Eq. 2.14 ne change en rien la conservation du tenseur énergie impulsion $\nabla^\mu T_{\mu\nu} = 0$. Ici, $\nabla^\mu$ symbolise la dérivée covariante.

termes d'une composante d'énergie dite sombre ou noire. Comme les équations 2.16 le montrent, il s'agit bien d'une force qui agit contre la gravitation et tend à accélérer l'expansion de l'Univers. Outre le problème de vouloir déterminer sa contribution totale au bilan énergétique de l'Univers, on peut considérer l'énergie noire comme un fluide, dont on voudrait mesurer l'équation d'état et déterminer si celle-ci évolue dans le temps.

On notera d'abord que la constante cosmologique correspond à une équation d'état donnée par $P = -\rho c^2$. En effet, si l'on définit $\rho_\Lambda$ par analogie à $\rho_m$, on a :

$$\Omega_\Lambda(t) = \frac{8\pi G}{3H(t)^2}\rho_\Lambda(t) = \frac{\Lambda c^2}{3H(t)^2} \longrightarrow \rho_\Lambda(t) = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G} \tag{2.37}$$

La densité $\rho_\Lambda$ est donc bien constante, ce qui correspond à $w = -1$ dans son équation d'état (Eq. 2.18).

La constante cosmologique n'est qu'un cas particulier (en principe) d'une description plus générale de l'énergie noire. On peut envisager l'évolution de cette équation d'état, et une expression utile sera la formulation paramétrique de Chevallier & Polarski (2001) :

$$w(z) = w_0 + w_a \frac{z}{1+z} = w_0 + w_a\,(1-a) \tag{2.38}$$

En réalité, les modèles décrivant l'équation d'état de l'énergie noire abondent, parfois soutenus par des hypothèses physiques solides, mais ce modèle empirique, simple, est très répandu : c'est après tout un développement de Taylor au premier ordre.

On notera enfin qu'une telle formulation implique des changements dans les calculs des quantités précédentes. On indique ici la transformation subie par le facteur d'évolution (Eq. 2.31) :

$$\begin{aligned} E(z)^2 &= \Omega_{\rm m}(1+z)^3 + \Omega_r(1+z)^4 \\ &+ \Omega_\Lambda(1+z)^{3(1+w_0+w_a)}e^{-3w_a z/(1+z)} \\ &+ (1-\Omega_{\rm tot})(1+z)^2 \end{aligned} \tag{2.39}$$

## 2.2 Formation des structures

La Section 2.1 a présenté les bases décrivant l'évolution de l'Univers homogène, valide au premier ordre. Nous allons aborder ici le traitement plus précis de l'Univers non homogène. Cela passe par une première approche, dite linéaire, au cours de laquelle nous décrirons l'évolution des fluctuations de densité par un traitement perturbatif. Ces densités vont croître par accrétion du matériel environnant jusqu'à atteindre un point où le traitement perturbatif ne sera plus valable. C'est le domaine de l'évolution non-linéaire des structures, où la gravitation domine l'effondrement des objets sur eux-mêmes. Nous présenterons un calcul simple dans ce cadre non-linéaire qui permettra d'appréhender le phénomène de formation des structures et qui nous mènera à la détermination de la distribution en masse des halos. Cette quantité fondamentale sera à la base des calculs cosmologiques entrepris dans cette thèse.

### 2.2.1 Croissance des perturbations dans le régime linéaire

Afin d'établir le scénario de la formation des structures ayant donné lieu à la *toile cosmique* que nous observons aujourd'hui, il est suffisant de considérer un Univers dominé par la matière et l'énergie sombre. Nous avons vu qu'une grande partie de cette matière est dite *noire*, ce qui signifie qu'elle ne subit pas (ou très peu) d'interaction électromagnétique. Les arguments laissant penser que 80% de la matière est noire dans l'Univers sont abondants : sans elle, les fluctuations de densité vues dans le CMB n'auraient pas eu le temps de former les structures massives que nous observons aujourd'hui ; la forte déflexion de la lumière par les amas de galaxies (effet de lentille gravitationnelle, Sect. 1.1) ne pourrait s'expliquer par la seule présence d'une masse de gaz et de galaxies, tout comme les courbes de vitesse de rotation de ces mêmes galaxies ne pourraient être expliquées par leur seul contenu en étoiles et en gaz. On verra que les amas de galaxies fournissent de très bons arguments en faveur de l'existence de matière noire (Sect. 2.3). La nature précise de cette matière est inconnue et elle n'a pas été observée directement. Elle pourrait bien être constituée de particules non encore révélées. Celles-ci, si elles existent, doivent interagir très peu entre elles, sans quoi leur taux d'annihilation aurait été trop important dans l'Univers primordial, elles auraient alors été trop rares pour rendre compte de la structuration actuelle. De même, les théories prédisent que l'annihilation de ces particules dans les cœurs denses des halos doit donner lieu à une émission de photons $\gamma$ ; les observations actuelles posent donc une limite à la section efficace d'interaction de ces particules (voir Sect. 1.1).

L'énergie sombre et les particules relativistes, bien que contribuant à la formation des structures par leur effet sur le taux d'expansion de l'Univers, sont soit négligeables, soit incapables de s'agréger. Les fluctuations de la densité comobile $\rho$ sont donc des fluctuations de matière, définies par rapport à une valeur moyenne $\bar{\rho} = \rho_m(t)$ et peuvent s'écrire :

$$\delta(\mathbf{r},t) = \frac{\rho(\mathbf{r}) - \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \tag{2.40}$$

Les équations hydrodynamiques gouvernent l'évolution du champ de densité sous l'effet d'une instabilité gravitationnelle. La formation des structures est alors contenue dans i) l'équation de conservation de l'énergie, ii) l'équation d'Euler reliant le champ de vitesses (accélérations) au potentiel gravitationnel et iii) l'équation de Poisson reliant le potentiel gravitationnel au champ de densité. Toutes trois s'expriment dans le cadre cosmologique et font intervenir le facteur d'expansion de Hubble. La linéarisation du système d'équation pour des petites perturbations ($\delta \ll 1$) fait apparaître l'équation :

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} = 4\pi G\,\bar{\rho}\,\delta \left( = \frac{3}{2}\Omega_{\rm m} H_0^2\,\frac{1}{a^3}\,\delta \right) \tag{2.41}$$

qui n'est autre qu'une équation différentielle du second ordre décrivant une onde amortie par un terme de friction ($H = \dot{a}/a$). La solution générale fait intervenir un mode croissant $D_+(t)$ et un mode décroissant $D_-(t)$ :

$$\delta(\mathbf{r},t) = D_+(t)\,\delta_+(\mathbf{r},t_i) + D_-(t)\,\delta_-(\mathbf{r},t_i) \tag{2.42}$$

Le mode décroissant devient rapidement négligeable et on conservera seulement le mode croissant par la suite. Si dans le cas général son calcul doit être fait numériquement par intégration de l'équation différentielle 2.41, dans un Univers ΛCDM on a :

$$D(a) = \frac{5}{2}\Omega_{\rm m}\, H_0^2\, H(a) \int_0^a \frac{da'}{a'^3 H^3(a')} \tag{2.43}$$

On notera que dans un Univers Einstein-de Sitter ($\Omega_{\rm tot} = \Omega_{\rm m} \simeq 1$), on trouve :

- $E(a) = a^{-4}$ et $\delta \propto a^2$ durant l'ère dominée par le rayonnement,
- $E(a) = a^{-3}$ et $\delta \propto a$ pendant l'ère de domination par la matière.

On peut montrer que les structures de taille plus grandes que l'horizon ($k \ll aH(a)/c$) ont un comportement dicté par une version relativiste de l'équation 2.41 et qu'elles croissent, alors même que les régions de cette perturbation ne sont pas en contact causal (Peacock, 1999). On montre alors que les lois en $a$ et $a^2$ ci-dessus sont valables pour ces perturbations dans le cas de la domination par la matière et le rayonnement respectivement. De plus, la croissance de fluctuations dont la taille est en-dessous de l'horizon dépend fortement du rapport entre les densités de radiation et de matière. Dans un Univers en expansion dominé par le rayonnement, celui-ci formant un fond homogène non structuré, l'expansion est si rapide qu'elle empêche la matière non collisionnelle de s'effondrer pour former des halos (effet Mészáros). L'expression $\delta \propto a^2$ décrite ci-dessus dans un Univers dominé par le rayonnement vaut donc pour les perturbations non encore entrées dans l'horizon ; quand elles y entrent (du fait de l'expansion de l'Univers) leur croissance est stoppée, jusqu'à ce que l'Univers devienne dominé par la matière. Elles reprennent alors une croissance en $\propto a$.

Pour clore ce paragraphe, on donne l'expression du taux de croissance en termes du redshift :

$$\delta(\mathbf{r},z) = \frac{D(z)}{D(0)}\,\delta(\mathbf{r},0) \tag{2.44}$$

avec $D(z)/D(0) < 1$. On pose souvent par convention $D(0) = 1$.

### 2.2.2 Spectre de puissance et fonction de transfert

On peut exprimer le champ de fluctuations $\delta$ dans l'espace de Fourier, ce qui revient à développer chaque fluctuation en une série d'ondes planes de vecteur directeur $\mathbf{k}$ :

$$\delta(\mathbf{r}) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\delta_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{x}} \tag{2.45}$$

Le choix d'une transformation de Fourier est motivé par l'équation 2.41 : dans le régime linéaire les modes de Fourier sont découplés et évoluent indépendamment les uns des autres.

De nombreux éléments laissent penser que le champ des fluctuations initiales $\delta(\mathbf{r})$ est distribué aléatoirement selon une loi gaussienne. Prédite par la théorie de l'inflation, cette distribution découle plus simplement du théorème central de la limite voulant qu'une superposition de multiples processus stochastiques indépendants donne lieu à un processus gaussien. Cette hypothèse n'a pas été invalidée, mais d'actives recherches y concourent (e.g. Cunha et al., 2010, avec des amas de galaxies). On montre qu'un champ gaussien isotrope et homogène est complètement

caractérisé par son spectre de puissance $P(k) = \langle|\delta_k|^2\rangle$ avec $|\mathbf{k}| = k$. Les parties réelles et imaginaires de $\delta_k$ suivent une distribution gaussienne tandis que la distribution des modules et phases des $\delta_k$ est donnée par (Bardeen et al., 1986) :

$$P(|\delta_k|, \theta_k)\, d|\delta_k|\, d\theta_k = \exp\left(-\frac{|\delta_k|^2}{2P(k)}\right) \frac{|\delta_k|\, d|\delta_k|}{P(k)} \frac{d\theta_k}{2\pi} \tag{2.46}$$

La moyenne $\langle . \rangle$ est une moyenne *ergodique*. Effectuée sur un grand volume de l'Univers ou sur plusieurs réalisations de l'Univers, elle donnera le même résultat. L'ergodicité du champ de fluctuations pourra être considéré comme un principe supplémentaire fondant notre théorie de formation des structures. Le spectre de puissance est l'équivalent dans l'espace de Fourier de la fonction de corrélation $\xi(r) = \xi(\mathbf{r}) = \langle\delta(\mathbf{r}_1)\delta(\mathbf{r}_2)\rangle$ :

$$\xi(r) = \int \Delta^2(k) \frac{\sin(kr)}{kr} \frac{dk}{k} \quad \text{avec} \quad \Delta^2(k) \propto k^3\, P(k) \tag{2.47}$$

Le spectre de puissance des fluctuations à un redshift donné $z$ hérite des propriétés du spectre de puissance des fluctuations primordiales. Historiquement ce dernier a été introduit sous la forme d'une loi de puissance $P_i(k) \propto k^n$ ne présentant ainsi aucune échelle particulière. La valeur $n = 1$ indique un spectre invariant d'échelle, ou spectre de Zeldovich, et les observations récentes du CMB indiquent une valeur $n_s$ proche de 1 (voir Eq. 2.35). La plupart des théories basées sur le scénario de l'inflation prédisent de tels spectres invariants d'échelle. L'évolution du spectre de puissance primordial résulte de multiples interactions auxquelles prennent part les différentes espèces contribuant à l'évolution des structures au cours de l'histoire de l'Univers : croissance par attraction gravitationnelle, mais aussi effets dissipatifs (pour les baryons), oscillations du fluide photon-baryons avant $z_{eq}$, etc. Ces effets physiques ont une influence sur les petites échelles des perturbations, on définit alors la fonction de transfert par :

$$T(k) = \frac{\delta_k(z=0)}{\delta_k(z=z_\infty)} \frac{\delta_0(z=z_\infty)}{\delta_0(z=0)} = \frac{\delta_k(z=0)}{\delta_k(z=z_\infty)\mathcal{D}(z_\infty)} \tag{2.48}$$

qui évalue le rapport entre l'amplitude du mode $k$ à l'époque actuelle et celle à une époque primordiale ($z_\infty$). Ce rapport est normalisé à celui trouvé pour un mode de très grande longueur d'onde ($k = 0$) qui évolue sous l'effet du seul facteur de croissance $D(t)$. Enfin on a posé $\mathcal{D}(z_\infty) = D(0)/D(z_\infty) > 1$, le taux de croissance entre l'époque reculée et aujourd'hui. Cette fonction de transfert n'évolue pas pour des redshifts en-dessous de $z \simeq 100$ (Bardeen et al., 1986) et on l'a construite telle que $T \to 1$ quand $k \to 0$.

L'intérêt pratique de la fonction de transfert est son indépendance vis-à-vis du spectre de puissance primordial. On peut d'ailleurs calculer « à la main » son comportement global. Ne considérant que la matière noire et le rayonnement, on fait apparaître une échelle caractéristique dans la fonction de transfert : $\lambda_{eq} = 2\pi/k_{eq} = d_H(a_{eq})$, la taille comobile de l'Horizon à la période d'égalité rayonnement. On a vu en effet [2] que les structures entrées dans l'Horizon après $a_{eq}$, donc de taille $\lambda \gg \lambda_{eq}$,

2. Cf. la discussion de l'Eq. 2.43

avaient une croissance inchangée tout au long de leur histoire ($\rightarrow T(k) = 1$ pour $k \ll k_{eq}$). Les perturbations plus petites sont quant à elles « stoppées » entre $a_{in}$ (entrée dans l'Horizon) et $a_{eq}$, au lieu de croître en $\propto a^2$. Par rapport à une perturbation qui n'aurait pas été stoppée dans sa croissance, elle subit donc un amortissement $(a_{in}/a_{eq})^2$, d'autant plus grand qu'elle est entrée tôt dans l'Horizon et donc qu'elle est petite. La fonction de transfert se comporte donc comme $T(k) \propto 1/k^2$ pour $k \gg k_{eq}$. La valeur de l'échelle caractéristique $k_{eq}$ peut être calculée simplement puisque $d_H(a_{eq}) = c/[a_{eq}H(a_{eq})]$ avec, d'après l'Eq. 2.23, $a_{eq} \simeq \Omega_r/\Omega_{\rm m}$. On peut alors utiliser la loi d'évolution du facteur d'évolution (Eq. 2.31) pour trouver $\lambda_{eq} = (c\sqrt{\Omega_r})/(\sqrt{2}H_0\Omega_{\rm m}) \simeq 16(\Omega_{\rm m}h^2)^{-1}\,{\rm Mpc}$ et $k_{eq} \propto \Omega_{\rm m}h^2$.

La fonction de transfert est en réalité bien plus complexe à calculer. Les expressions les plus répandues proviennent d'ajustements paramétriques basés sur la résolution numérique de l'équation de Boltzmann, décrivant l'évolution couplée du fluide relativiste (Bond & Szalay, 1983; Bond & Efstathiou, 1984; Bardeen et al., 1986). Nous utiliserons par la suite les formules de Eisenstein & Hu (1998) qui intègrent l'effet des baryons dans le calcul de la fonction de transfert.

Le spectre de puissance linéaire à tout redshift s'obtient alors via la fonction de transfert par :

$$P(k,z) \propto D^2(z)\,T^2(k)\,k^n \tag{2.49}$$

Nous verrons comment la normalisation du spectre de puissance peut être choisie d'après les observations.

Nous aurons à utiliser par la suite le champ de densité *filtré* à une certaine échelle, autrement dit nous aurons à convoluer le champ de densité $\delta(\mathbf{r})$ par une certaine fonction « fenêtre » de taille fixe comobile $R$. Par exemple, si l'on s'intéresse à une certaine échelle de masse $M \propto \bar{\rho}R^3$, on pourra utiliser une fonction gaussienne (de largeur $R$) ou une fonction porte (nulle partout et uniforme pour $r < R$). En espace de Fourier, cela revient à effectuer une multiplication des transformées de Fourier du champ, $\delta_k$, et de la fonction fenêtre, $\hat{W}_R(k)$. On s'intéressera à la variance du champ filtré qui s'écrit alors [3] :

$$\sigma^2(M,z) = \sigma_R^2 = \frac{1}{2\pi^2}\int P(k,z)\hat{W}_R^2(k)\,k^2\;\,dk \tag{2.50}$$

Pour la fonction porte par exemple, on a $M = (4\pi/3)\bar{\rho}R^3$ et

$$\hat{W}_R(k) = \frac{3\,[\sin(kR) - kR\cos(kR)]}{(kR)^3}$$

Notamment, pour un spectre en $P(k) \propto k^p$, on trouve $\sigma(M) \propto M^{-(p+3)/6}$. Pour $p > -3$, comme on l'observe dans le spectre des galaxies notamment, la variance des fluctuations devient d'autant plus petite que l'échelle considérée est grande, ce qui indique que les petites structures s'effondrent avant les autres. Cette constatation constitue une preuve rapide du caractère hiérarchique de la formation des structures.

3. La transformation de Fourier est une isométrie.

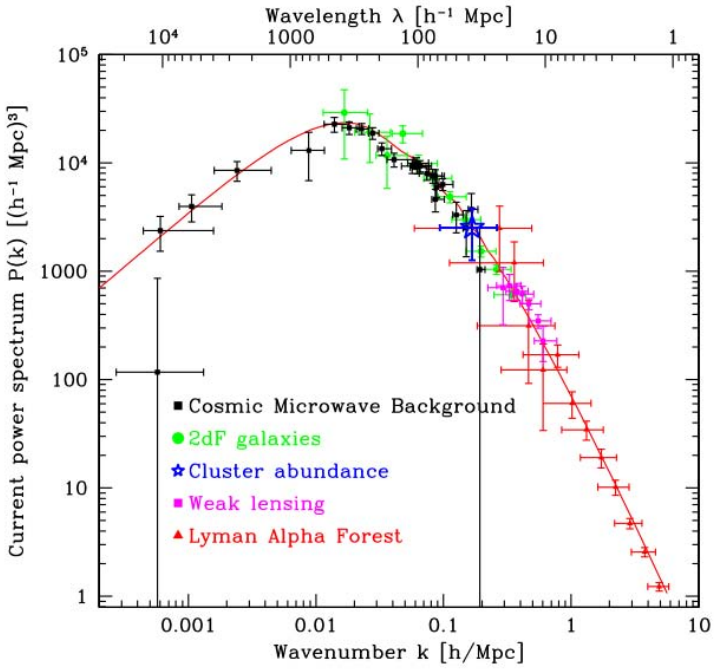



FIGURE 2.1 – Compilation de différentes mesures du spectre de puissance de la matière établie en 2004, superposée à la prédiction (ligne pleine) du modèle ΛCDM de concordance (voir Tegmark et al., 2004). La pente à $k$ faible est 1 (bruit de grenaille pur) et la pente à $k$ élevé est environ $-3$ (car $T(k) \underset{k \gg k_{eq}}{\propto} k^{-2}$).

Si la forme du spectre de puissance $P(k)$ est entièrement déterminée par l'Eq. 2.49, son amplitude nécessite d'être étalonnée par les mesures du fond diffus cosmologique (pour les plus grandes échelles), par les abondances d'amas (un exemple sera fourni dans cette thèse, Chap. 7) ou par la distribution des galaxies. C'est par cette dernière voie qu'est apparue la définition conventionnelle de $\sigma_8$, la variance calculée avec une fonction porte pour $R = 8h^{-1}$ Mpc. En effet les études des premiers relevés de galaxies ont montré que la variance des comptages de galaxies dans des sphères de cette taille avait une valeur proche de l'unité. Aujourd'hui, la plupart des études concluent à $\sigma_8 \sim 0{,}7 - 1$ (voir Eq. 2.35), en particulier celles portant sur les amas de galaxies (Mantz et al., 2010b; Vanderlinde et al., 2010; Sehgal et al., 2011).

La Fig. 2.1 montre une compilation légèrement datée (Tegmark et al., 2004) de différentes mesures contraignant le spectre de puissance de la matière à $z = 0$ ainsi que le spectre attendu par le modèle de concordance.

### 2.2.3 Effondrement non-linéaire

Les calculs présentés jusqu'ici traitent les perturbations dans le régime linéaire, formellement pour $\delta \ll 1$. Les contrastes de densité des objets que l'on observe autour de nous (galaxies, amas) sont de l'ordre de $\delta \sim 10^2 - 10^4$. Nous décrivons ici une manière simple de rendre compte de l'évolution *non-linéaire* des structures, sachant, bien sûr, que le calcul le plus général n'est pas envisageable et c'est pourquoi on a recours à des simulations numériques dites « N-corps » (voir Section 1.1).

**Effondrement sphérique**

Un cas très simple de calcul dans le régime non-linéaire concerne l'évolution d'une structure sous sa propre gravité, s'effondrant sur elle-même avec une symétrie sphérique, dans un Univers Einstein-de Sitter (EdS, $\Omega_{\rm m} = 1$). Le théorème de Birkhoff en relativité générale nous indique que l'effondrement est indépendant de la distribution de matière située autour de cette sphère. La région à l'intérieur de cette perturbation peut donc être considérée comme un Univers EdS indépendant, de densité moyenne différente. Son évolution peut être donnée par les équations de Friedmann (Eq. 2.16), notamment la première d'entre elles : $\ddot{R}/R = -4\pi G\rho(1+\delta)/3 = -GM/R^2$ où l'on a défini $M = 4\pi\rho(1+\delta)R^3/3$. La solution de cette équation (une cycloïde) indique un rayon croissant de $t = 0$ à $t = t_m$ puis décroissant jusqu'à $t = 2t_m$, temps auquel on dira que la structure est complètement formée :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{R}{R_m} = \dfrac{1}{2}(1-\cos\eta) \\ \\ \dfrac{t}{t_m} = \dfrac{1}{\pi}(\eta - \sin\eta) \end{array} \right. , \quad \eta \in [0, 2\pi] \tag{2.51}$$

L'équation 2.51 développée au voisinage de $\eta \sim 0$ donne :

$$R(t) \simeq \frac{R_m}{4}\left(\frac{6\pi t}{t_m}\right)^{2/3}\left[1 - \frac{1}{20}\left(\frac{6\pi t}{t_m}\right)^{2/3}\right] \tag{2.52}$$

Comparant cette expression à $R \simeq R_0(1-\delta/3)$, avec $R_0$ contenant la masse $M$ avec la densité moyenne $\rho$ de l'Univers, on trouve un contraste de densité

$$\delta = \frac{3}{20}\left(\frac{6\pi t}{t_m}\right)^{2/3} \tag{2.53}$$

Ce calcul est valide pour $\delta \ll 1$, c'est donc une extrapolation linéaire de l'effondrement de la surdensité. Au bout d'un temps $t = 2t_m$, on trouve la valeur critique $\delta_c$ *linéaire* correspondant à l'effondrement :

$$\delta_c = \frac{3}{20}(12\pi)^{2/3} \simeq 1{,}686$$

Cette valeur donne un seuil critique : on peut prédire qu'une surdensité s'effondrera quand son extrapolation linéaire dépassera $\delta_c$.

Le calcul de la surdensité réelle, non-linéaire, donne une valeur bien plus élevée. La structure se détache de l'expansion pour se *virialiser* à un rayon $R_{vir}$. Appliquant le théorème du Viriel $E = E_{\rm cin} + E_{\rm pot} = -E_{\rm cin}$ à l'instant $t_m$ (où l'énergie cinétique est nulle), on a : $E = E_{\rm pot}/2 = -(1/2)(3/5)GM^2/R_{vir}$. Au moment $t_m$ où le rayon est maximal : $E = E_{\rm pot} = -(3/5)GM^2/R_m$. On trouve donc que le rayon Viriel caractéristique de cette structure vaut $R_{vir} = R_m/2$, correspondant à $\eta = 3\pi/2$. Le contraste de densité correspondant s'écrit :

$$\Delta = \frac{R_0^3}{R^3} - 1 = \frac{9}{2}\frac{(\eta - \sin\eta)^2}{(1-\cos\eta)^3} - 1 \simeq 146$$

En général, on travaillera avec le contraste atteint à $t = 2t_m$ (soit $\eta = 2\pi$) (mais toujours avec le rayon viriel) :

$$\Delta_c = \frac{R_0^3}{R_{vir}^3} - 1 \simeq 18\,\pi^2 \simeq 178 \tag{2.54}$$

La valeur obtenue, exprimant le contraste de densité d'un halo virialisé, nous éclaire sur la raison pour laquelle les surdensités typiquement utilisées dans les travaux sur les amas de galaxies sont de l'ordre de 200 [4].

**Contrastes de densité généraux**

Le calcul présenté ici n'est strictement valide que dans le cadre d'un Univers EdS. Des expressions utiles ont été calculées pour d'autres modèles d'Univers, notamment pour les Univers ΛCDM (Kitayama & Suto, 1996) et pour les modèles à énergie noire $w \neq 1$ (Percival, 2005). Le contraste linéaire d'effondrement sphérique a notamment l'expression suivante dans un Univers ΛCDM :

$$\delta_c = 1{,}686\,\left(1 + 0{,}0123\log_{10}\left[\frac{\Omega_{\rm m}(1+z)^3}{\Omega_{\rm m}(1+z)^3 + (1-\Omega_{\rm m}-\Omega_\Lambda)(1+z)^2 + \Omega_\Lambda}\right]\right) \tag{2.55}$$

Enfin, toujours avec les notation précédentes, Bryan & Norman (1998) donnent la surdensité non-linéaire des halos virialisés (cette fois-ci définie par rapport à la densité critique) :

$$\Delta_c(z) = 18\pi^2 + 82\,\{\Omega_{\rm m}(z) - 1\} - 39\,\{\Omega_{\rm m}(z) - 1\}^2 \tag{2.56}$$

Cette formule est valable dans un Univers plat avec constante cosmologique seulement.

### 2.2.4 Fonction de masse des halos

Les ingrédients posés jusqu'ici vont maintenant servir à répondre à la question suivante : à l'époque donnée par $z$, combien de structures se sont effondrées et quelle est leur distribution en masse ? Le formalisme de Press-Schechter, bien que simple en apparence, fournit une assez bonne estimation de la fonction de masse $n(M,z)$ – qui est la quantité recherchée. Cependant, cette formulation comporte des lacunes et les simulations numériques viennent compléter les calculs analytiques pour fournir des fonctions de masse au niveau de précision requis pour les études cosmologiques.

**Formalisme de Press-Schechter**

En combinant les équations 2.44 et 2.50 on trouve l'évolution linéaire du champ de fluctuations :

$$\sigma(M,z) = D(z)\sigma(M,z_\infty) \tag{2.57}$$

où $z_\infty$ correspond à une époque primordiale de l'Univers, durant laquelle le champ de surdensités est gaussien. Aux grandes échelles, la variance est faible et donc très peu

4. Ici la densité de référence est la densité moyenne $\bar{\rho}$ de matière.

d'objets se forment par effondrement. A l'inverse, les structures de plus petite taille ont une plus grande variance et plusieurs d'entre elles dépassent alors le seuil critique $\delta_c(z)$ et s'effondrent. Cela définit également une échelle caractéristique de masse $M^\star(z)$, telle que $\sigma(M^\star,z) = \delta_c(z)$, au-dessous de laquelle les structures deviennent non-linéaires. Cela dit, au fur et à mesure que le temps passe ($z$ diminue), le taux de croissance $D(z)$ augmente et la variance à une échelle donnée augmente aussi : les structures plus grosses peuvent donc s'effondrer.

Press & Schechter (1974) ont formalisé ce processus : i) en lissant le champ de densité linéairement évolué via $D(z)$, ii) en constatant que le champ évolué et lissé est gaussien en tant que somme de processus gaussiens, iii) en calculant la distribution probabiliste des fluctuations ayant l'opportunité de s'effondrer ($\delta > \delta_c$) et iv) en divisant par le volume $M/\bar{\rho}$ occupé par chaque objet. Après prise en compte d'un facteur 2 [5], le résultat final s'écrit :

$$\frac{dn(M,z)}{dM} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\rho}}{M^2} \frac{\delta_c}{\sigma(M,z)} \left| \frac{d\ln\sigma(M,z)}{d\ln M} \right| \exp\left( -\frac{\delta_c^2}{2\sigma(M,z)^2} \right) \tag{2.58}$$

Cette expression (dite de Press-Schechter) est très utile car elle permet de comprendre pourquoi les amas, massifs, sont extrêmement utiles pour la cosmologie. Dans la limite des grandes masses, la dépendance exponentielle domine cette expression. Cette sensibilité exponentielle en les paramètres cosmologiques (notamment $\sigma_8$ et $\Omega_\mathrm{m}$ entrant dans $\sigma(M,z)$) va permettre de sonder les modèles d'Univers avec une grande précision.

### Intérêt des simulations numériques

En dépit de son utilité pratique, le formalisme de Press-Schechter est bien trop simple et prédit trop peu d'amas massifs et trop de galaxies par comparaison aux densités observées dans les simulations numériques à N-corps (e.g. Bond et al., 1991; Evrard et al., 2002). De nombreuses améliorations ont été apportées à la fonction ci-dessus, notamment en tenant en compte de l'effondrement non sphérique (Bond et al., 1991; Lee & Shandarin, 1998; Sheth & Tormen, 1999).

Pour atteindre les précisions requises par la cosmologie moderne, on a aujourd'hui recours à des simulations numériques résolvant les équations d'évolution du champ de densité. Elles permettent de déterminer la fonction de masse sur une large gamme de $M$ et $z$. Cette fonction est généralement condensée dans une formule paramétrique ajustée sur les résultats des simulations. Parmi les plus classiques, on trouve celle proposée par Jenkins et al. (2001) et dont la précision a été vérifiée par Springel et al. (2005) (Fig. 2.2) :

$$f(\sigma,z) = 0{,}315 \exp\left( -|\ln\sigma^{-1} + 0{,}61|^{3{,}8} \right) \tag{2.59}$$

où l'on a défini :

$$\frac{dn(M,z)}{dM} \equiv \frac{d\ln\sigma^{-1}}{dM} \frac{\bar{\rho}}{M} f(\sigma,z) \quad \text{et} \quad \sigma \equiv \sigma(M,z) \tag{2.60}$$

5. Dont la justification tient au problème du « cloud-in-cloud » : une bonne partie de la masse est oubliée car des surdensités non effondrées contiennent elles-mêmes des halos effondrés (Bond et al., 1991).

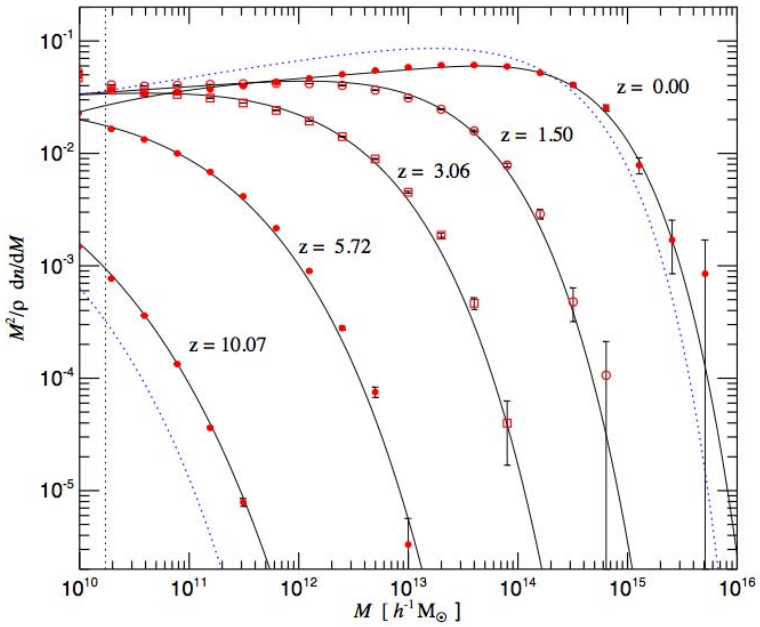



FIGURE 2.2 – Figure tirée de Springel et al. (2005) montrant le bon accord entre la densité de halos dans la simulation numérique Millenium et la formule de Jenkins et al. (2001) (Eq. 2.59) (lignes continues). Le formalisme de Press-Schechter (Eq. 2.58) fournit les courbes en pointillés.

La recherche d'une fonction de masse « universelle » sous la forme 2.60 et applicable à tous les modèles cosmologiques avec un même degré de précision a conduit à des formulations toujours plus avancées (White, 2002; Warren et al., 2006; Tinker et al., 2008). L'étude de Tinker et al. (2008) met à mal l'universalité en fonction du redshift et propose une évolution paramétrique. Nous la décrirons et l'utiliserons au Chap. 6 (voir Fig. 6.3).

Déterminer la fonction de masse via des simulations numériques limite le nombre de modèles cosmologiques pouvant être testés car une simulation est coûteuse en temps de calcul[6]. C'est pourquoi des modèles analytiques continuent d'être développés (e.g. Crocce & Scoccimarro, 2006; Valageas, 2009, 2010), même si des simulations numériques de plus en plus sophistiquées viennent sonder les modèles « non standard ». Ainsi, les premières fonctions de masse ont été calculées pour des modèles d'énergie noire avec $w \neq 1$ (Crocce et al., 2010; Bhattacharya et al., 2011), des modèles de quintessence (Courtin et al., 2011) et des modèles où le champ de densité initial est non gaussien (Wagner et al., 2010; LoVerde & Smith, 2011).

Plus prosaïquement, de nombreuses questions restent en suspens quant à la définition même d'un halo dans les calculs numériques. Cette question renvoie inévitablement au type d'algorithme utilisé pour trouver les halos dans des simulations qui ne sont faites que de « particules » massives. Les algorithmes les plus connus sont « friends of friends » (FoF) et « spherical overdensity » (SO). Nous-mêmes utiliserons dans cette thèse des résultats numériques basés sur l'algorithme HOP (Eisenstein

6. Angulo & White (2010) montrent que pour des paramètres cosmologiques proches, il est cependant possible de convertir rapidement les résultats d'une simulation donnée par le jeu des changements d'unités et de remises à l'échelle des quantités physiques.

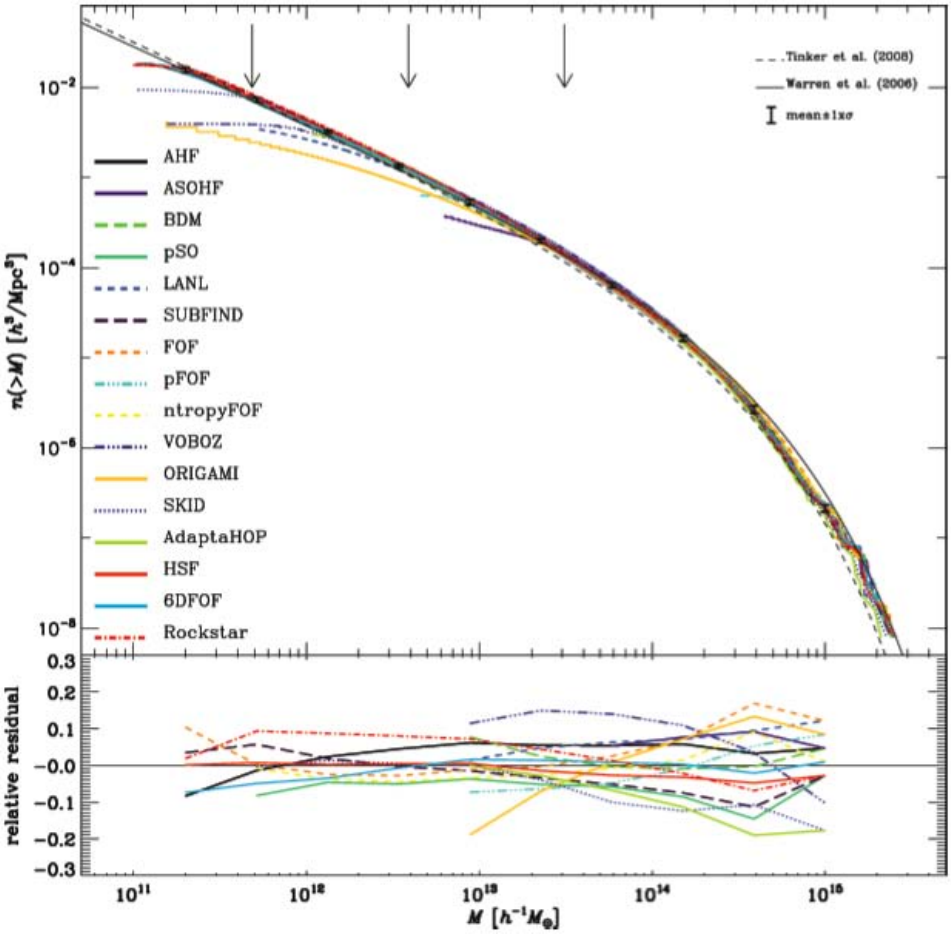



FIGURE 2.3 – Figure tirée de Knebe et al. (2011) montrant les différentes fonctions de masse (cumulatives) obtenues sur une même simulation mais avec des algorithmes de recherche de halos différents (listés en légende, non décrits ici). La différence relative entre chacun de ces modèles et la moyenne est montrée dans l'inséré inférieur et peut frôler les 20%. Les fonctions de masse paramétriques de Warren et al. (2006) et Tinker et al. (2008) sont indiquées par les traits noirs fins.

& Hut, 1998). Suivant comment sont associées les particules, la fonction de masse calculée peut varier de 10–20% dans les régimes qui nous intéressent (Knebe et al., 2011, voir Fig. 2.3). En outre, même si un halo est trouvé, l'associer à une valeur de surdensité n'est pas un exercice trivial (More et al., 2011).

## 2.3 Amas de galaxies et contraintes cosmologiques

Nous avons décrit la formation de halos de matière noire dans l'Univers et mis en évidence les principes théoriques soutenant l'assemblage des structures par croissance hiérarchique. Nous avons montré de manière simple comment les structures s'effondraient sur elles-mêmes. Espérant avoir ainsi souligné les liens théoriques forts (mais complexes) qui unissent les amas de galaxies aux modèles cosmologiques, nous exposons ici en quoi ces halos massifs – identifiés aux amas de galaxies selon la Sect. 1.1 – ont une importance considérable dans les études cosmologiques actuelles.

D'après ce que nous avons vu précédemment, les études menées sur les amas de galaxies dans un cadre cosmologique devraient pouvoir permettre d'approcher, séparément ou non, les trois grandes thématiques que sont : l'Univers *homogène*, l'Univers *non-homogène dans le régime linéaire* et l'Univers *non-homogène dans le régime non linéaire*. La thématique de l'Univers *primordial* commence elle aussi à être abordée par les études cosmologiques s'appuyant sur l'observation d'amas. Par exemple, l'examen des non-gaussianités primordiales via leurs effets sur la distribution des amas est susceptible d'apporter de nouvelles contraintes sur la physique des premiers instants de l'Univers.

### 2.3.1 Tests cosmologiques avec les amas de galaxies

La puissance des amas en tant que « sondes cosmologiques » vient de multiples méthodes, souvent indépendantes, qui viennent se confronter entre elles et aux différents modèles d'Univers.

**Contraintes sur la fonction de masse** Les méthodes de *comptages* sont les plus répandues car sans doute les plus simples à mettre en œuvre. Elles consistent à déterminer les paramètres cosmologiques entrant dans le calcul de la fonction de masse $n(M,z)$. La formulation de Press-Schechter, inexacte mais pédagogique (Eq. 2.58) indique que la cosmologie intervient à travers $\sigma(M,z)$, et donc à travers le taux de croissance $D(z)$ (Eq. 2.57), et à travers $\delta_c$ (mais dans une moindre mesure, cf. Eq. 2.55). La coupure exponentielle indique qu'on peut se limiter aux amas les plus massifs à un redshift donné. Des contraintes cosmologiques viennent s'ajouter grâce au fait que l'on observe un volume fini dont l'expression fait directement intervenir $H(z)$ et les paramètres cosmologiques (voir Eq. 2.32).

La principale difficulté est liée à la mesure des masses $M$ nécessaires pour les comptages. Deux études significatives récentes ont obtenu des contraintes sur les paramètres cosmologiques en calculant les masses d'amas massifs observés en X : Vikhlinin et al. (2009a) utilisent des mesures de masse basées sur $Y_X$ et $M_{\rm gaz}$ (voir Fig. 2.4) et Mantz et al. (2010b) utilisent des mesures basées sur $M_{\rm gaz}$. Toutes deux concluent à la validité du modèle $\Lambda$CDM avec $\Omega_{\rm m} \sim 0{,}25$, $\sigma_8 \sim 0{,}8$ et $w = -1$.

Lorsque les données ne permettent pas les mesures de masse, il est possible de sonder la fonction $n(M,z)$ par des distributions faisant intervenir d'autres quantités : fonction de température, de luminosité, distribution en flux ($\log N$-$\log S$), en paramètre de Compton $y_{SZ}$, distribution en redshift ou distribution en CR/HR introduite dans cette thèse. Nous discuterons ces différentes *observables* en Section 6.1.

**Contraintes sur le spectre de puissance des amas** Le spectre de puissance des halos diffère du spectre de puissance de la matière $P(k,z)$ (Eq. 2.49) par un facteur de biais $b(M,z)$ :

$$P_{\rm hh} = b(M,z)^2 \times P(k,z) \tag{2.61}$$

Le facteur de biais peut être calculé analytiquement, dépend de la masse et du redshift des objets et est indépendant de $k$ dans le cadre de fluctuations gaussiennes (Mo & White, 1996; Sheth & Tormen, 1999; Sheth et al., 2001). Si les amas ont des masses différentes, le facteur $b^2$ devient $b(M_1,z)b(M_2,z)$. Comme pour la fonction

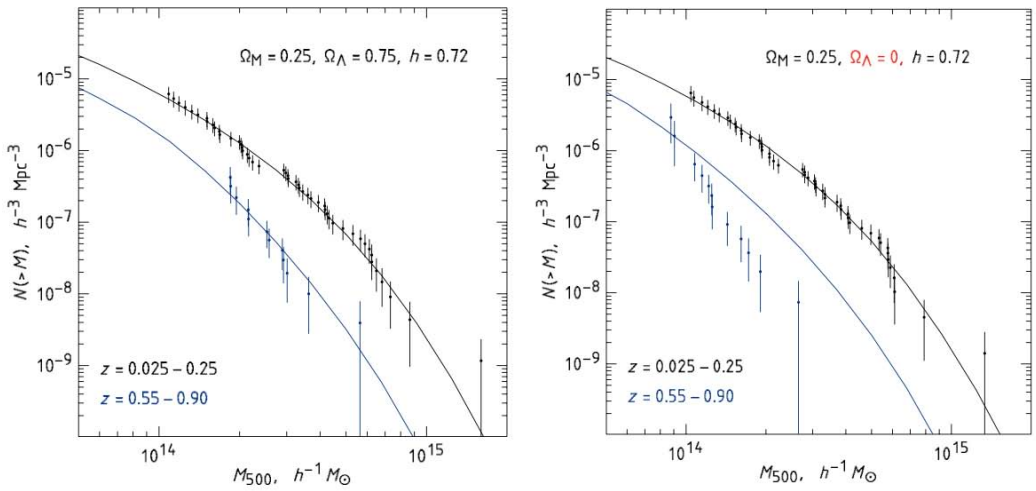



FIGURE 2.4 – Illustration de la sensibilité de la fonction de masse au modèle cosmologique (indiqué par les paramètres en légende) pour les amas du relevé 400d. Les modèles de fonction de masse sont représentés par les lignes pleines, tandis que les données correspondent aux points avec barres d'erreur. Lorsque les paramètres cosmologiques changent, non seulement le modèle change mais la relation liant l'observable à la masse est également modifiée. *Figures extraites de Vikhlinin et al. (2009b).*

de masse, les simulations numériques permettent de donner des formules précises pour $b(M,z)$ dans le cadre ΛCDM (Tinker et al., 2010). La fonction de corrélation, équivalente, est parfois préférée au spectre de puissance car son calcul est plus direct.

L'analyse du catalogue REFLEX (voir Chap. 2.4) par Schuecker et al. (2002) a présenté un premier jeu de contraintes obtenues par l'analyse du spectre de puissance uniquement. Cette étude a été complétée en ajoutant simultanément des contraintes sur les comptages d'amas (Schuecker et al., 2003) permettant ainsi de briser la dégénérescence entre $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$.

Le phénomène d'oscillation acoustique baryonique (BAO) détecté dans les fluctuations du fond diffus cosmologique et faisant l'objet de recherches actives dans la distribution des galaxies (Eisenstein et al., 2005; Percival et al., 2010) devrait également se manifester dans la distribution des amas de galaxies. Du fait du biais $b$ plus élevé pour les amas que pour les galaxies, le signal BAO attendu devrait aussi être plus fort. Balaguera-Antolínez et al. (2011) ont calculé le spectre de puissance du catalogue REFLEX-II sans trouver de signature BAO. En revanche, Hütsi (2010) annonce une détection dans les amas optiques du catalogue maxBCG.

Enfin, contrairement à ce que son nom peut laisser penser, le spectre de puissance angulaire des amas détectés par effet S-Z est avant tout sensible à la fonction de masse des halos (Shaw et al., 2010; Allen et al., 2011).

**Fraction de gaz et son évolution** La fraction en masse de baryons $f_b$ dans les amas permet de contraindre $\Omega_m$, la densité de matière dans l'Univers, sous les hypothèses que la fraction cosmologique de baryons dans l'Univers $\Omega_b$ est connue et que le contenu des amas est représentatif de celui de l'Univers (voir la discussion sur la relation $M_{\rm gaz} - M_{\rm tot}$ en Sect. 1.2). Ainsi White & Frenk (1991); White et al. (1993)

montraient déjà des arguments en faveur d'une valeur $\Omega_{\rm m} < 1$, résultat confirmé par Allen et al. (2003) ($\Omega_{\rm m} \simeq 0{,}3$).

Si l'on suppose cette fraction de gaz comme universelle à tout redshift, la méthode peut alors être généralisée. En effet, on peut montrer que les mesures de masse de gaz et de masse totale ont une dépendance différente en la distance angulaire $d_A(z)$ qui inclut les paramètres cosmologiques (Eq. 2.27) : on trouve que $f_{\rm gaz}(z) \propto d_A(z)^{3/2}$. En combinant cette dépendance avec la définition du rayon $r_\Delta$ dans lequel sont effectuées les mesures, on contraint l'évolution dynamique de l'Univers (Allen et al., 2004; Ettori et al., 2003; Allen et al., 2008). L'hypothèse d'une fraction de gaz universelle est relativement forte. Sa mesure nécessite des intégrations très longues avec les télescopes X et souvent restreinte à des petits rayons tels $R_{1000}$ ou $R_{500}$ dans les meilleurs cas (Pratt et al., 2010).

**Mesures de distances cosmologiques** La combinaison des mesures en rayons X et par effet S-Z d'amas sélectionnés permet d'effectuer un test sur les distances cosmologiques. En effet, la mesure de brillance de surface en X donne une quantité proportionnelle à $\rho^2 \times L$ où $L$ est la taille de l'amas, tandis que le paramètre $y$ est lui proportionnel à $\rho \times L$ (Eq. 1.26). La densité de gaz $\rho$ entre donc dans ces signaux de manière différente. En remarquant que la taille de l'amas mesurée est telle que $L \propto d_A(z)$, on déduit des mesures X et S-Z une contrainte sur $d_A(z)$ (e.g. Bonamente et al., 2006).

D'autre part, le terme en $D_{LS}/D_{OS}$ (distances angulaires) intervenant dans l'équation des lentilles gravitationnelles (Eq. 1.4) dépend des paramètres cosmologiques, $\Omega_{\rm m}$ et $\Omega_\Lambda$ notamment. Si suffisamment d'images de galaxies fortement déviées sont disponibles avec leur redshift, il est possible de contraindre les modèles cosmologiques (e.g. Golse et al., 2002; Soucail et al., 2004; Gilmore & Natarajan, 2009).

**Tests du profil universel de matière noire** En Sect. 1.1 nous avons décrit en quoi la relation masse-concentration des halos de matière noire faisait intervenir les paramètres cosmologiques. Récemment, Ettori et al. (2010) ont utilisé la relation entre la concentration $c_{200}$ et la masse $M_{200}$ d'un échantillon d'amas mesurés en X ($z < 0{,}3$) afin de contraindre les paramètres cosmologiques $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$. Les résultats trouvés sont en accord avec les mesures obtenues par les autres méthodes.

**Tests de la relativité générale** La théorie de la relativité générale est à la base des calculs cosmologiques prédisant la distribution des halos (Sect. 2.1). Il est possible d'introduire des déviations à cette théorie, de manière paramétrique par exemple, et de contraindre ces déviations par une ou plusieurs des méthodes précédemment évoquées. L'intérêt est de pouvoir tester la validité des équations d'Einstein à des échelles cosmologiques, validité qui reste à prouver. Par exemple, Rapetti et al. (2009, 2010) utilisent le même échantillon que Mantz et al. (2010b) et indiquent une bonne compatibilité des données avec la croissance des structures prévue par la relativité générale.

Une méthode indépendante et intéressante consiste à étudier les effets de la gravitation indépendamment du modèle cosmologique via le *décalage vers le rouge*

*gravitationnel*. Les études de cet effet à des petites échelles (Soleil, Sirius B, etc.) confirment la prédiction relativiste. Très récemment, Wojtak et al. (2011) ont montré la compatibilité de la relativité générale avec les données spectroscopiques de galaxies SDSS en orbite dans les amas de galaxies GMBCG (détectés en bandes optiques). Leur résultat n'exclut cependant pas les théories dites « $f(R)$ » où l'action d'Einstein-Hilbert est modifiée via son terme de courbure $R$ et qui peuvent expliquer l'expansion accélérée de l'Univers (Carroll et al., 2004), mais il semble mettre à l'écart les théories « TeVeS » (Bekenstein, 2004), versions relativistes de la théorie MoND (MOdified Newtonian Dynamics, Milgrom 1983).

### 2.3.2 Le rôle particulier de l'énergie noire

Motivées par les recommandations du DETF (Dark Energy Task Force, rapport rendu à la NASA, Albrecht et al. 2006), les études d'amas de galaxies semblent aujourd'hui se déporter vers l'étude de l'énergie noire et de sa potentielle évolution (e.g. Wang & Steinhardt, 1998; Huterer & Turner, 2001; Mohr et al., 2003; Haiman et al., 2005; Vikhlinin et al., 2009b; Mantz et al., 2010b; Predehl et al., 2010; Rozo et al., 2010; Pierre et al., 2011). Les études d'amas, tout comme celles des supernovae Ia, des BAO et des lentilles gravitationnelles faibles, sont des sondes parfaitement adaptées à l'énergie noire. Qualitativement, les amas se sont formés récemment, on peut donc s'attendre à ce qu'une modification dans l'équation d'état de l'énergie noire, dominante depuis très peu de temps (cf. Eq. 2.24) ait eu une influence forte sur leur forme, leur distribution et leurs propriétés. Nous présenterons en Sect. 8.2 les travaux que nous avons menés à ce sujet.

## 2.4 Relevés d'amas de galaxies en rayons X

D'après ce que nous avons vu, la densité d'amas par unité de volume et de masse contient beaucoup d'information cosmologique. Pour qu'elle soit contraignante, il faut rassembler des échantillons d'amas significatifs afin d'abaisser les erreurs statistiques et explorer le spectre des propriétés des amas. Dès que la technologie l'a permis, de grands relevés d'amas ont été entrepris pour cartographier et comprendre notre Univers via ses structures les plus massives. Nous nous concentrons ici sur les relevés en rayons X et leur développement et renvoyons à des revues plus exhaustives pour un historique complet (Biviano, 2000; Rosati et al., 2002a; Arnaud, 2009). Cette section tentera de souligner le lien originel unissant les deux facettes des relevés d'amas : l'étude de la physique interne et leur utilisation comme sondes cosmologiques.

### 2.4.1 Relevés pionniers

Affirmer que les relevés d'amas sont nés dans le strict but de contraindre l'évolution cosmologique de l'Univers serait sans doute faux. Ces relevés sont apparus progressivement, dans le sillage de la conquête spatiale, portés par la volonté d'étendre le spectre électromagnétique vers ses longueurs d'ondes les plus courtes, tirant parti des développements technologiques concomitants dans les domaines des détecteurs

et miroirs X. La nécessité de lancer des satellites d'observation en rayons X était alors grandement justifiée par le fait que rien ou presque n'était connu du ciel dans ces longueurs d'ondes.

Les premières observations via des compteurs Geiger ou des plaques photosensibles embarquées à bord de fusées ont servi à démontrer l'existence de sources X d'origine cosmique (le Soleil, Scorpius X-1, le fond de rayonnement...). Le premier relevé systématique peut être attribué au satellite *Uhuru* (Giacconi et al., 1972) qui, en réalisant un balayage de tout le ciel avec une résolution angulaire [7] de $\sim 1^\circ$ a permis d'associer les amas riches aux sources X brillantes (Gursky et al., 1971; Kellogg et al., 1971). L'origine de cette émission X fut définitivement attribuée au rayonnement thermique de bremsstrahlung du gaz chaud par les observations des spectres de Coma et Persée avec *OSO-8* et *Ariel V* qui révélèrent la ligne d'émission du fer à 7 keV (Mitchell et al., 1976; Serlemitsos et al., 1977, voir Sect. 1.2). Les observations devenant de plus en plus profondes et précises, on s'est aperçu que les relevés X permettaient de détecter efficacement les puits de potentiel que sont les amas de galaxies : en effet, en rayons X, une source brillante et diffuse a toutes les chances d'être un amas. Puisque les relevés sont limités en flux, il devient en principe facile d'évaluer le volume sondé et de calculer les densités volumiques d'amas.

Le relevé EMSS (*Einstein* Medium Sensitivity Survey) et ses suivis spectroscopiques (Gioia et al., 1990a; Henry et al., 1992) ont constitué un jalon dans l'étude cosmologique des relevés d'amas. 93 amas identifiés jusqu'à $z \simeq 0{,}6$ forment le corps de ce relevé limité en flux et ont pu dès lors sonder l'évolution de la fonction de masse sur des échelles cosmologiques. Introduisant les notions spécifiques de fonction de sélection et de volume sondé, ces premières études ont montré que la densité d'amas était plus faible dans le passé qu'aujourd'hui.

### 2.4.2 L'apport de *ROSAT*

Le satellite *ROSAT* lancé en 1990 a décuplé le retour scientifique des relevés en X. La haute sensibilité du détecteur PSPC associée à une bonne résolution angulaire et un fond bas a permis de réaliser de l'imagerie sur tout le ciel (Fig. 2.5) et de détecter (notamment) des centaines d'amas de galaxies. Un balayage du ciel complet, le RASS (Rosat All-Sky Survey Truemper, 1993), peu profond, a donné lieu à de multiples catalogues d'amas massifs et locaux : REFLEX (Böhringer et al., 2001), BCS (Ebeling et al., 1998), NORAS (Böhringer et al., 2000), MACS (Ebeling et al., 2001), NEP (Henry et al., 2006, zone la plus profonde du RASS avec $z_{\max} = 0{,}8$) parmi les plus significatifs.

Une série d'observations pointées consécutives a donné lieu à des relevés « *serendipitous* [8] » consistant à rechercher des amas dans les données profondes initialement destinées à l'étude d'un objet particulier. Parmi eux, le RDCS (Rosati et al., 1998, catalogue non publié), SHARC (Burke et al., 1997), WARPS (Scharf et al., 1997; Jones et al., 1998) et le récent 400d (Burenin et al., 2007; Vikhlinin et al., 2009b)

7. Les rayons X n'étaient alors pas focalisés mais frappaient des compteurs proportionnels équipés de collimateurs.

8. Mot anglais lié au fait de réaliser des découvertes sans vraiment les rechercher. Provient vraisemblablement d'un conte persan publié au XVI$^e$ s., *Les trois princes de Serendip*, mettant en scène des protagonistes à la sagacité accidentelle.

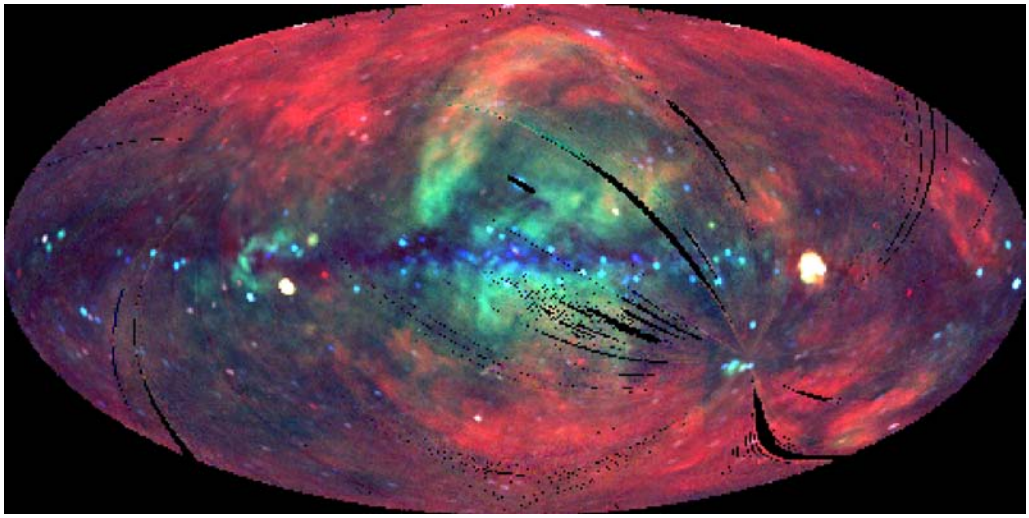


FIGURE 2.5 – Le ciel en rayons X vu par *ROSAT*. Cette carte en coordonnées galactiques montre le signal dans la bande [0,1-2] keV, corrigé de l'exposition mais pas de la contamination. Certaines zones affectées par du bruit ont été retirées. *Image MPE/S. L. Snowden.*

ayant élargi le 160d (Vikhlinin et al., 1998a). Le 160d et 400d tirent notamment leur force d'un suivi *Chandra* de la plupart de ses amas (voir ci-après), tout comme Mantz et al. (2010b,a) qui utilisent une compilation d'amas MACS, REFLEX et BCS.

Les résultats les plus significatifs des relevés *ROSAT* concernant les propriétés globales des amas locaux et les contraintes cosmologiques sont :

- la détermination de la relation $L_X - M$ locale (Reiprich & Böhringer, 2002, Sect. 1.2) des amas locaux brillants (sous-relevé HIFLUGCS),
- la détermination de la fonction de luminosité locale par REFLEX (Böhringer et al., 2002),
- la détermination du spectre de puissance des amas REFLEX (Schuecker et al., 2001),
- les contraintes cosmologiques sur $\Omega_\mathrm{m}$, $\sigma_8$ par REFLEX (Schuecker et al., 2003), le RDCS (Borgani et al., 2001), HIFLUGCS (Henry et al., 2009)
- des contraintes cosmologiques sur $\Omega_\mathrm{m}$, $\sigma_8$, l'équation d'état de l'énergie noire, les modifications de la gravitation, la masse des neutrinos et les lois d'échelle (Vikhlinin et al., 2009b; Mantz et al., 2010b; Rapetti et al., 2010).

On notera que les relevés ayant mené avec succès à ces résultats sont ceux dont la fonction de sélection est bien connue, testée et étalonnée. C'est sans doute l'enseignement le plus fort de ces études, qui sera développé et appliqué avec rigueur dans cette thèse.

### 2.4.3 L'ère d'XMM et Chandra

Les observatoires *Chandra* et *XMM* ont d'abord été conçus comme des télescopes et non forcément pour effectuer de larges relevés contigus. Une grosse partie de leur temps d'observation a été naturellement consacrée au suivi et à l'étude des propriétés physiques des amas détectés par *ROSAT*. En particulier, l'étude des lois

d'échelle s'est développée avec grand succès (voir Pratt et al., 2009; Mittal et al., 2011; Maughan et al., 2012, pour des résultats récents).

Dans le même temps, l'intérêt pour les relevés cosmologiques a grandi et donné lieu au XMM-LSS, que nous aurons largement l'occasion de décrire au Chap. 3, mais aussi à COSMOS (Scoville et al., 2007; Finoguenov et al., 2007) et au très récent XMM-BCS (Šuhada et al., 2012). Ces relevés ont pavé des surfaces de quelques $\deg^2$ dans le double but d'étudier la physique des objets et de cartographier leur répartition. En parallèle, des relevés *serendipitous* visant les mêmes objectifs se sont développés (voir Sect. 5.1 pour un recensement des relevés d'archives XMM).

Tous ces relevés ont confirmé l'importance des effets de sélection qui affectent à la fois les études cosmologiques et, chose plus surprenante, la détermination des lois d'échelle (Pacaud et al., 2007; Pratt et al., 2009; Mantz et al., 2010a). Une convergence semble aujourd'hui s'opérer, visant à intégrer tous les effets dans une seule et même description physique. Cette thèse présentera un relevé d'archives, X–CLASS, qui s'inscrit en plein dans cette tendance.

### 2.4.4 Grands relevés d'amas : conclusion

La Fig. 2.6 montre les principaux relevés en X actuels et passés dans un plan combinant la sensibilité de détection et la surface sondée.

Dans le futur proche, deux relevés en rayons X viendront compléter ce tableau : XMM–XXL et le relevé de la sonde *eRosita*. Le premier est l'extension du relevé XMM–LSS à deux champs contigus de $25\,\deg^2$ chacun. Le but de ce relevé est de contraindre l'équation d'état de l'énergie noire via les amas de galaxies détectés en rayons X (voir Sect. 8.2). Le second sera réalisé sur tout le ciel par un instrument embarqué à bord d'un satellite germano-russe (*SRG*) et dépassera le relevé *ROSAT*, grâce à une bien meilleure résolution angulaire et une profondeur comparable à 3 ks d'exposition avec XMM (voir Fig. 2.7 et Sect. 8.3).

En guise de conclusion, nous donnons notre définition d'un relevé cosmologique d'amas en X : on doit pouvoir y trouver simultanément et impérativement

1. un catalogue d'amas peu contaminé
2. une méthode de recherche (un algorithme)
3. une fonction de sélection ou, de manière équivalente, une estimation du volume sondé
4. une observable et un modèle liant le modèle cosmologique aux observations

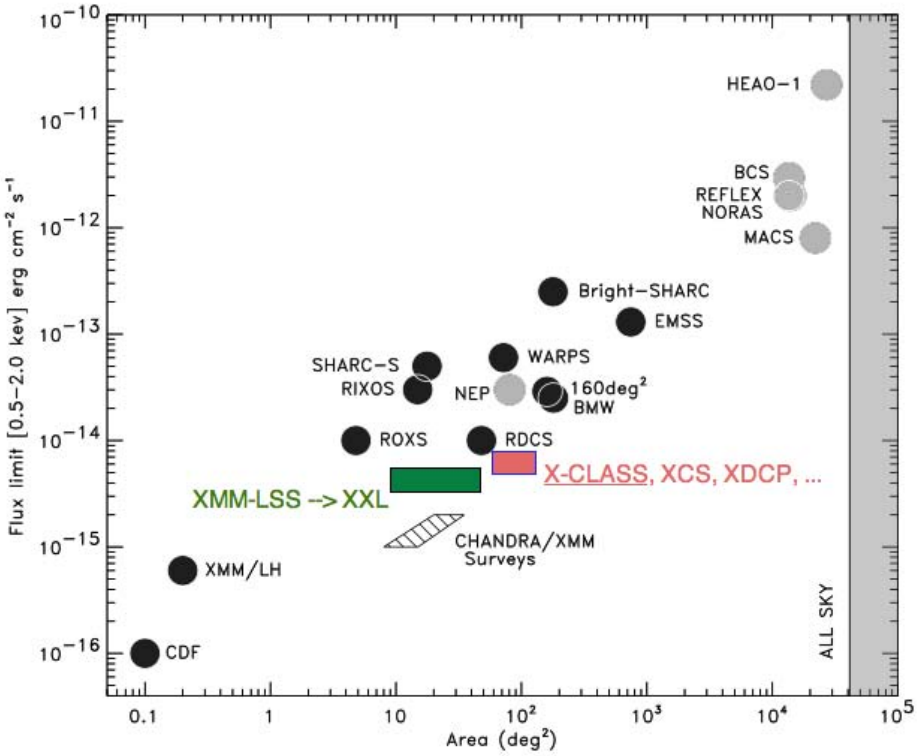



FIGURE 2.6 – Comparaison de différents relevés d'amas en X des 20 dernières années, adaptée de Rosati et al. (2002a). Depuis se sont notamment ajoutés le 400d (Burenin et al., 2007), de profondeur équivalente au 160d mais de surface 400 deg$^2$. Les relevés d'archives XMM sont indiqués en couleur rouge, dont X–CLASS qui fait l'objet de cette thèse. Pour XMM–LSS et XXL, c'est la limite inférieure en flux qui a été choisie pour ce graphe.

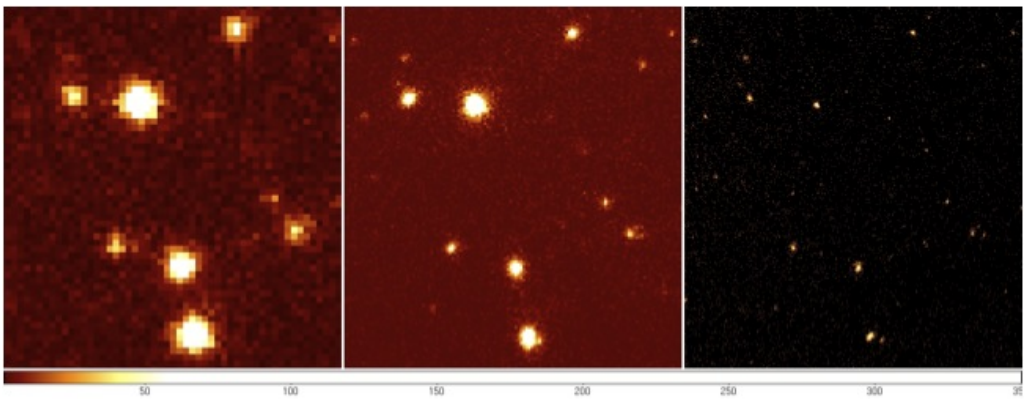


FIGURE 2.7 – Simulation d'un champ de sources ponctuelles vues par *eROSITA*, *XMM* et *Chandra* (de gauche à droite). *Image : MPE* (`http ://www.mpe.mpg.de/erosita/`).

# Première partie

# Le relevé XMM–LSS

# Chapitre 3

# XMM–LSS : un relevé de 10 deg$^2$ en rayons X

Cette partie présente le relevé XMM–LSS, ainsi que les techniques et méthodes qui sont associées à son développement. La première partie détaille les choix de conception du relevé. La deuxième partie décrit brièvement l'observatoire XMM et ses capacités. La troisième partie décrit le *pipeline* du XMM–LSS, c'est-à-dire l'algorithme destiné à l'extraction et la caractérisation des sources astronomiques vues par XMM. Enfin, un résumé des travaux réalisés avant cette thèse sera proposé en se concentrant sur les résultats liés aux amas de galaxies. Les concepts introduits ici trouveront leur application dans le chapitre suivant décrivant les études menées et en cours (Chap. 4) et seront transposés à l'analyse des archives XMM (Chap. 5, 6, 7 et 8).

## 3.1 Présentation du relevé XMM–LSS

### 3.1.1 Objectifs du relevé

Le XMM–LSS (XMM **L**arge **S**cale **S**tructure Survey) s'inscrit dans la lignée des grands relevés cartographiant la distribution de matière dans l'Univers, une discipline dominée au début des années 2000 par les relevés optiques (2dF, SDSS, VIRMOS). Entre autres découvertes majeures, ces derniers ont montré que les galaxies s'assemblent dans une toile cosmique constituée de filaments joignant entre eux des amas de galaxies. Ces amas, et notamment les plus distants, sont détectés sans ambiguïté en rayons X (Chap. 2). C'est l'observatoire XMM qui a été choisi pour couvrir une large portion du ciel, à une profondeur permettant la découverte d'amas jusqu'à $z \sim 1-2$. Avec sa très haute sensibilité, son large champ de vue et sa bonne résolution angulaire, cet observatoire prédisposé à l'étude d'objets individuels se révèle être une excellente « machine à relevés ».

Le compromis entre surface couverte et profondeur a été établi sur la base des retombées scientifiques attendues : puisque les amas massifs sont les plus décisifs pour la cosmologie, il n'est pas nécessaire d'avoir un champ extrêmement profond (par ailleurs déjà disponible avec le SXDS). En revanche, un volume suffisamment grand doit être sondé pour réduire la variance d'échantillon et donc s'étendre sur des échelles plus larges que les structures elles-mêmes, c'est-à-dire plusieurs dizaines de

Mpc. L'arbitrage a conclu à une profondeur de 10 ks, soit $f_{X,\,\mathrm{lim}} \simeq 3.10^{-15}$ ergs/cm$^2$/s et $f_{X,\,\mathrm{lim}} \simeq 10^{-14}$ ergs/cm$^2$/s pour les sources ponctuelles et étendues respectivement, et à une surface [1] de 10-100 deg$^2$. Dès le début du projet, le suivi du champ XMM–LSS dans des longueurs d'ondes complémentaires a été posé en tant que nécessité et a orienté les choix de conception. Par exemple, un champ SWIRE, couvrant 10 deg$^2$ dans 7 longueurs d'ondes de l'infrarouge moyen (4 – 160 $\mu$m, satellite *Spitzer*) ainsi qu'un champ Deep et un champ Wide du CFHTLS (*ugriz*) ont été positionnés dans la même région que le XMM–LSS.

Les principaux objectifs scientifiques du XMM–LSS ont été articulés autour de :

- la cartographie de la structure à grande échelle par les amas de galaxies jusqu'à $z \gtrsim 1$,
- l'apport de contraintes sur les modèles cosmologiques via la fonction de masse des amas et son évolution et via l'étude de la corrélation spatiale de ces mêmes amas,
- l'étude de l'évolution des populations de galaxies en fonction de leur environnement,
- l'étude de la structure à grande échelle des AGN/QSO détectés jusqu'à $z \sim 4$,
- l'étude des propriétés radio/optiques/X des AGN et des amas et de leur évolution.

En 2010, le relevé XMM–LSS couvrait 10 deg$^2$. Son extension est en cours depuis l'année 2011 dans le cadre du projet XXL (Chap. 8.2).

### 3.1.2 Structure du relevé XMM–LSS

Le choix de la région sondée s'est porté sur l'unique champ exempt d'objets très brillants en X, situé à haute latitude galactique et visible plus de 15% du temps par XMM : A.D. = 2h 22m, $\delta = -4{,}5°$. La position équatoriale du relevé est intéressante car accessible par les observatoires australs et septentrionaux. L'étoile brillante et variable Mira (dans la Baleine) a été évitée pour ne pas contaminer les relevés en bandes optiques.

Le XMM–LSS complète une région occupée par le SXDS ($\sim 40 - 80$ ks, 1 deg$^2$) et le XMDS ($\sim$ 20 ks, 1 deg$^2$). Le pavage de la région par les observations XMM (champ de vue circulaire de 30 arcmin de diamètre) a été conçu afin de minimiser les zones de recouvrement tout en conservant une surface contiguë, conduisant à une distance de 20 arcmin entre les centres de deux pointés voisins. La Fig. 3.1 montre la répartition des pointés constituant le relevé. Une partie des données est inutilisable et a nécessité une ou plusieurs nouvelles observations (ex : B04a, B04b puis B04c) à cause d'une trop forte contamination par le fond de particules (voir Sect. 3.3). Dans sa version finale, le relevé est constitué de 98 pointés [2]. La surface totale couverte atteint alors environ 10 deg$^2$

### 3.1.3 Suivi multi-longueurs d'ondes

La région du XMM–LSS bénéficie d'une couverture multi-longueur d'ondes allant de la radio jusqu'aux rayons Gamma :

1. La conception initiale du relevé impliquait une couverture de $8 \times 8$ deg$^2$.
2. Auxquels on peut rajouter un pointé centré sur l'étoile Mira

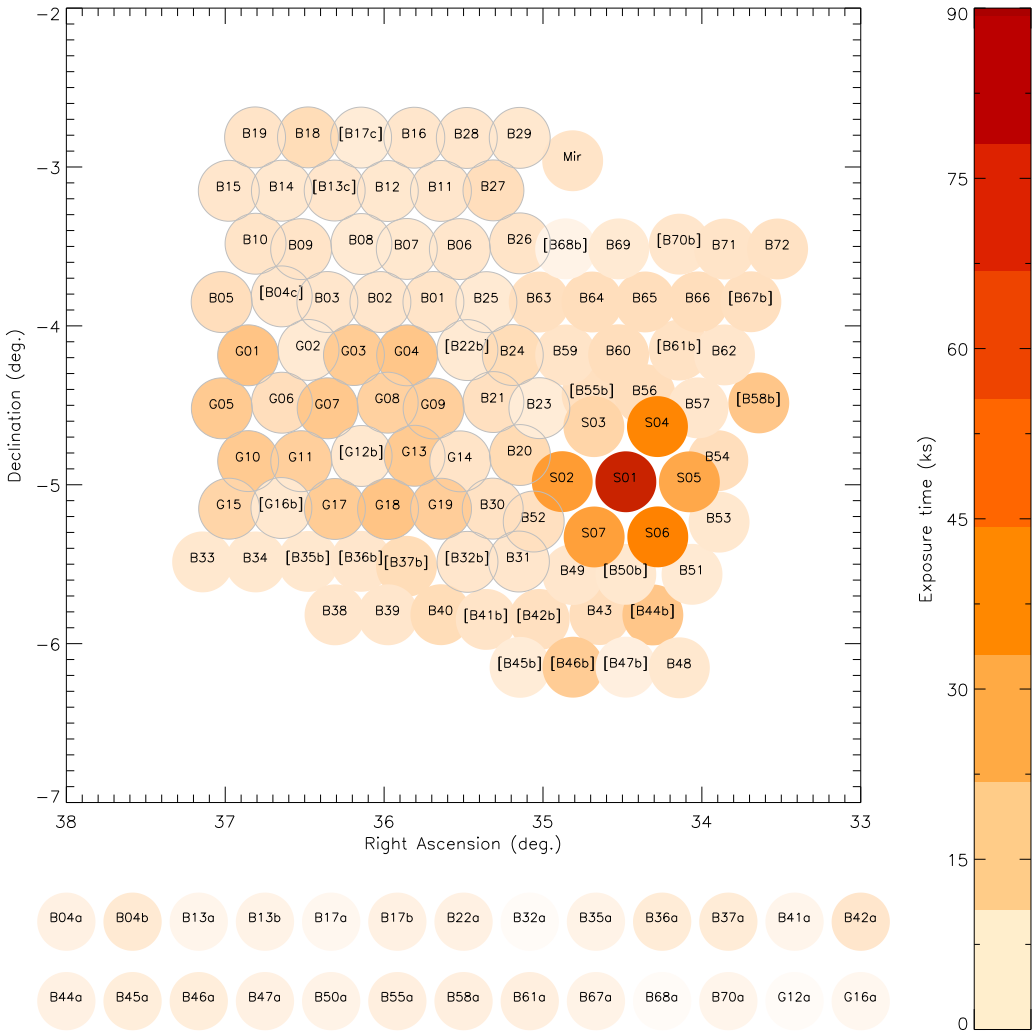



FIGURE 3.1 – Répartition finale des pointés XMM sur les 10 deg$^2$ du relevé XMM–LSS. Chaque cercle est un pointé XMM (limité à 11,5 arcmin de rayon pour la lisibilité). Le code couleur indique le temps d'exposition effectif de l'observation pondéré par les trois détecteurs EPIC. Certains pointés (entre crochets) sont de nouvelles observations (AO5 et AO7) de pointés de qualité insuffisante, souvent due à un niveau de fond trop élevé. Les pointés en question, éliminés des analyses en général, sont représentés en bas de la figure : on voit clairement que leurs temps d'exposition sont en-dessous de la moyenne. Le pointé nommé Mir est centré sur l'étoile Mira. La région de 6 deg$^2$ à la base des premières analyses XMM–LSS est représentée par les pointés encerclés. Les pointés "G" forment le XMDS, les pointés "S" le SXDS.

- En radio, le NVSS (VLA 1400 MHz) couvre entièrement la région. Des observations du GMRT (74, 245, 325, 610 MHz) viennent compléter la couverture dans les longueurs d'ondes centimétriques. ATCA (20 Ghz) et le télescope PARKES (408 et 2100 Mhz) ont aussi observé la région. OCRA et AMIBA prévoient également un suivi de la région du XMM–LSS.
- En longueurs d'ondes millimétriques/sub-millimétriques, APEX-SZ a réalisé des observations pointées d'amas particuliers et SCUBA2 prévoit de réaliser des observations dans cette région.
- En infrarouge lointain, le champ est couvert intégralement par Herschel/SPIRE (250-500 $\mu$m, programme HerMES).
- En infrarouge moyen, le champ est couvert par SWIRE (IRAC 3,6-8 $\mu$m et MIPS 24-160 $\mu$m).
- En infrarouge proche, UKIDSS élargit progressivement sa couverture en bandes J et K pour atteindre environ 75% de couverture du champ XMM–LSS.
- En bandes optiques, le CFHTLS fournit les images dans 5 filtres (*ugriz*), sauf dans les 3 champs le plus au Nord qui ont été ajoutés a posteriori.
- En UV, Galex a imagé le champ à $\lambda \sim 1500$ et 2200 Å.
- Integral et bientôt Fermi fourniront une carte complète du ciel en rayons $\gamma$.

Ces observations en plusieurs longueurs d'ondes permettent d'établir un catalogue unique de sources, continuellement mis à jour, afin d'étudier en détail la physique des amas de galaxie et des AGN trouvés dans le relevé. Plusieurs méthodes peuvent alors être utilisées et comparées : lentilles gravitationnelles faibles (CFHTLS), effet S-Z (APEX-SZ, SCUBA2), etc.

## 3.2 Description de l'observatoire XMM

Les travaux qui vont être présentés ont été en grande partie réalisés grâce à l'observatoire XMM et principalement à ses caméras EPIC. Cette section décrit brièvement les principales caractéristiques du satellite, cruciales pour la modélisation et l'interprétation des résultats.

### 3.2.1 Présentation

XMM-Newton (Jansen et al., 2001) tient son nom de « X-ray Multi-Mirror Mission », auquel a été accolé le patronyme de l'illustre mathématicien et physicien, pionnier de la spectroscopie optique, découvreur de la décomposition de la lumière à travers un prisme. Pesant près de 4 tonnes (Fig. 3.3), le satellite a été lancé en décembre 1999 par une fusée Ariane 5 lors de son tout premier vol commercial. Son orbite est elliptique (excentricité $\sim 0{,}6$) et il accomplit une révolution toutes les 48 heures. Dans sa configuration orbitale actuelle, son apogée est à 105 000 km d'altitude et son périgée à 15 000 km. L'intensité du fond de rayonnement affectant les instruments dépend principalement de la position du satellite par rapport à la magnétosphère terrestre et les acquisitions scientifiques ne peuvent être réalisées qu'au-delà d'une altitude de 46 000 km, correspondant à environ 130 ks d'observation pendant les 48 h.

La structure d'XMM est montrée sur la Fig. 3.4. L'observatoire comporte trois

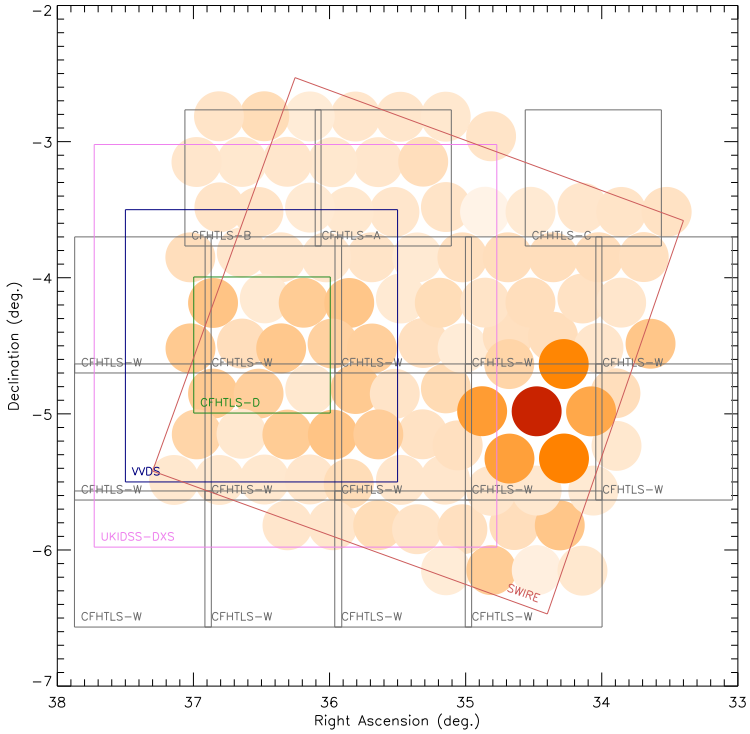



FIGURE 3.2 – Figure similaire à la Fig. 3.1. A été superposée la localisation des différents relevés optiques (CFHTLS Wide & Deep, VVDS), infrarouge proche (UKIDSS, couverture prévue à terme) et infrarouge (SWIRE).

FIGURE 3.3 – Vue du satellite XMM lors de tests de déploiement de ses panneaux solaires à l'ESA/ESTEC. *Image ESA*.

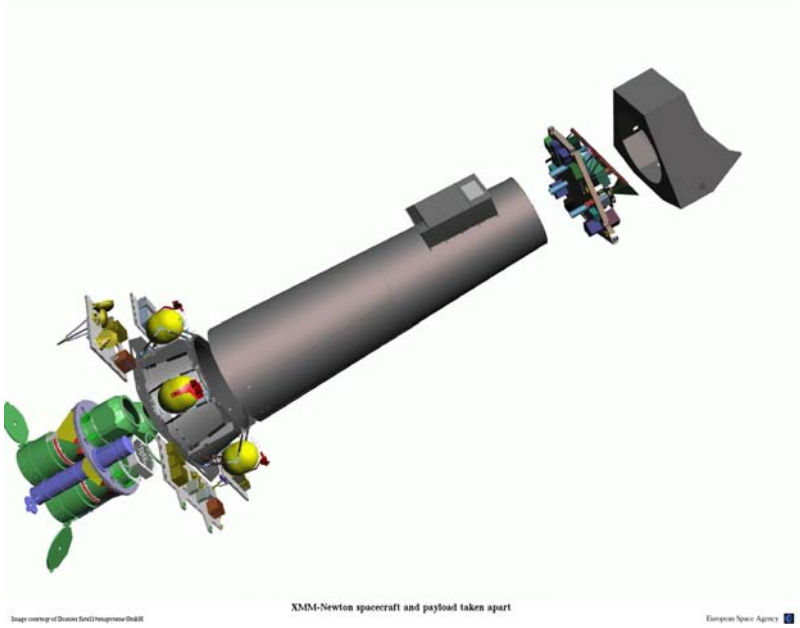



FIGURE 3.4 – Vue déstructurée de l'observatoire XMM montrant les télescopes X (en vert) et le télescope OM (bleuté) en bas à gauche. La plate-forme électronique contenant les détecteurs est schématisée en haut à droite de cette figure. Les réservoirs de carburant apparaissent en jaune. *Image ESA/Dornier Satellitensysteme GmbH.*

télescopes X Wolter type-1 et un télescope observant dans le visible/ultraviolet de 30 cm. Les télescopes X sont dits à *incidence rasante* : les photons X très énergétiques ne peuvent être réfléchis par un miroir conventionnel, il s'agit alors de les dévier de leur trajectoire (Fig. 3.5) à l'aide de multiples miroirs concentriques (58 pour chacun des télescopes) afin d'augmenter la surface géométrique collectrice. Celle-ci est d'environ 1 550 cm$^2$ pour chaque module à $\sim$ 1,5 keV, soit l'équivalent d'un diamètre circulaire de 40 cm. C'est à ce jour la plus grande surface collectrice jamais construite pour un télescope focalisant les rayons X.

Trois types d'instruments ont place à bord du satellite, tous fonctionnant simultanément lors d'une observation. Les caméras EPIC (European Photon Imaging Camera), au nombre de 3 (MOS1, MOS2 et PN), sont placées au plan focal des télescopes X et sont dédiées à l'imagerie, à la spectroscopie à moyenne résolution et à la photométrie. Les deux spectromètres RGS (Reflexion Grating Spectrometer) sont également au plan focal des télescopes et partagent la lumière reçue avec les deux détecteurs MOS – ce qui implique une réduction de la surface effective pour chacun d'eux, de l'ordre de 40%. Enfin, le moniteur optique (OM) réalise de l'imagerie et de la spectroscopie en longueurs d'onde visibles/ultraviolettes (180–600 nm).

XMM-Newton a été conçu de manière à offrir une haute sensibilité avec une très bonne résolution angulaire, avec des périodes de visibilité ininterrompues allant jusqu'à 40 heures. Des milliers de publications utilisent les données acquises durant les 11 dernières années et beaucoup d'autres suivront sans aucun doute, dans des domaines très variés de l'astrophysique : étoiles et amas d'étoiles, trous noirs et objets compacts, amas de galaxies, galaxies et noyaux actifs de galaxies, planètes et comètes du système solaire, supernovae et leurs reliques, etc.

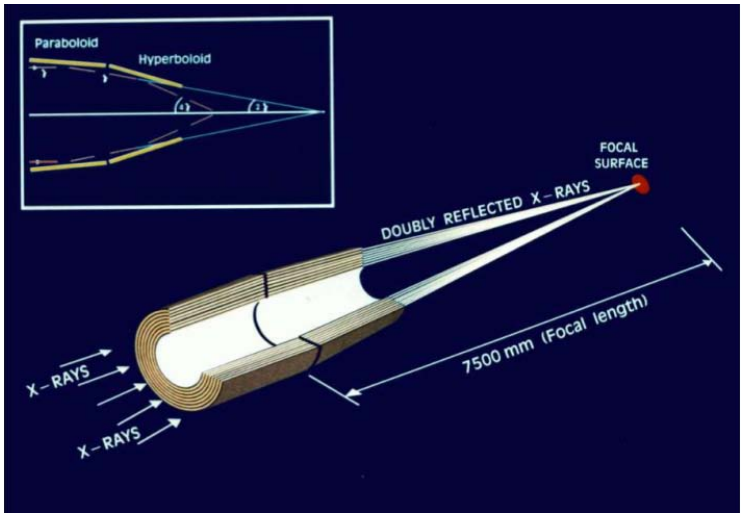



FIGURE 3.5 – Trajet des rayons lumineux X focalisés par le miroir XRT3 au-devant du détecteur PN (ESA XMM-SOC, 2011). La distance focale très grande, 7,5 m, est typique des télescopes X fonctionnant en incidence rasante. Les télescopes XRT1 et 2 ont globalement le même schéma optique, mis à part la présence d'un réseau diffractant une partie de la lumière vers les détecteurs RGS, l'autre partie étant focalisée sur les détecteurs MOS. *Image ESA.*

### 3.2.2 Caractéristiques

Les résultats scientifiques que nous présenterons par la suite ne concerneront que les observations en mode imagerie obtenues avec les détecteurs EPIC. Nous décrivons ici les principales caractéristiques des télescopes et instruments ayant une influence sur ce type d'observation.

**Surface effective et transmission des filtres** Les instruments EPIC sont de deux sortes différentes selon leur architecture et conception : MOS et PN. Chacun est constitué d'une mosaïque de CCD, 7 pour MOS et 12 pour PN. Les deux détecteurs MOS sont quasiment identiques, à l'exception d'une CCD sur MOS1, endommagée en 2005 par un impact de micrométéorite ayant conduit à son extinction. A la différence des caméras optiques ou infrarouge, les instruments EPIC comptent les photons à proprement parler et délivrent une liste d'événements temporelle comprenant notamment la position de l'événement sur le CCD et son énergie. Pour cette dernière, c'est en fait l'effet photoélectrique enregistré dans chaque pixel qui dépend de l'énergie du photon incident et qui a été étalonné. Il arrive que plusieurs photons tombent dans un même pixel pendant un cycle d'horloge, auquel cas on parle d'empilement, effet qui peut être pris en compte durant l'analyse des données. Les caractéristiques des détecteurs MOS et PN en mode imagerie sont résumées dans la Table 3.1.

La surface effective instrumentale, c'est-à-dire en « bout de chaîne », est le produit de la surface géométrique des télescopes, de leur efficacité à réfléchir les photons X, de l'efficacité quantique des détecteurs et des effets de vignettage, chacune de ces quantités dépendant de l'énergie des photons incidents. De plus, chaque télescope

| | EPIC-MOS | EPIC-PN |
|---|---|---|
| Bande passante | $0{,}15 - 12\,\mathrm{keV}$ | |
| Champ de vue | Diamètre $\sim 30'$ | |
| Résolution spatiale (FWHM) | $5''$ | $6''$ |
| Taille de pixel | $40\,\mu$m $(1{,}1'')$ | $150\,\mu$m $(4{,}1'')$ |
| Résolution spectrale à 1 keV | $\sim 70\,\mathrm{eV}$ | $\sim 80\,\mathrm{eV}$ |
| Résolution spectrale à 7 keV (Fe K$\alpha$) | $\sim 150\,\mathrm{eV}$ | |
| Résolution temporelle (mode *full frame*) | 2,6 s | 73,4 ms |
| Résolution temporelle (mode *timing*) | 1,75 ms | 0,03 ms |

TABLE 3.1 – Caractéristiques principales des instruments EPIC en mode imagerie (ESA XMM-SOC, 2011). La FWHM est la largeur à mi-hauteur de la fonction d'étalement du point sur l'axe optique des télescopes. Les observations décrites dans cette thèse n'utiliseront pas le mode temporel (*timing*).

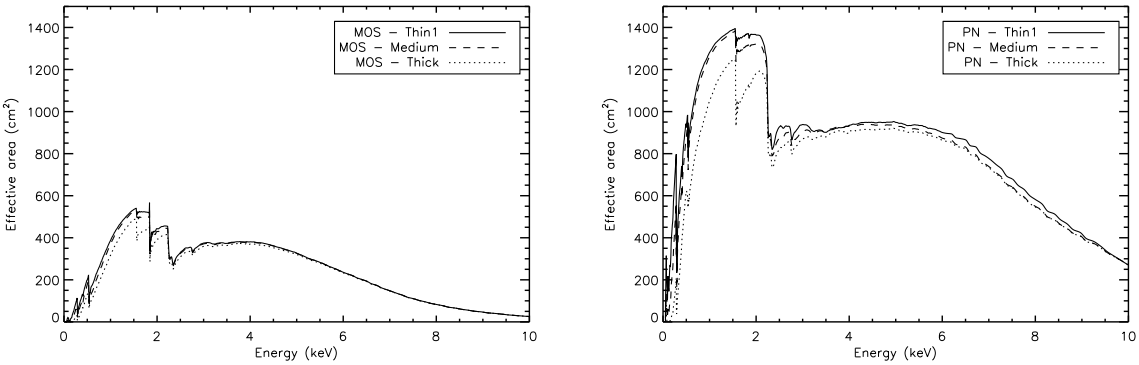



FIGURE 3.6 – Surface effective des détecteurs MOS (un seul détecteur) et PN en fonction de l'énergie des photons incidents, sur l'axe optique, pour les trois types de filtres rencontrés dans les observations XMM. Noter que l'échelle verticale est la même sur chacun des graphes. La surface effective du détecteur PN s'étend jusqu'à environ 15 keV.

peut être équipé d'un filtre destiné à supprimer les rayons visibles et ultraviolet [3], mais qui modifie en même temps la sensibilité en rayons X. La Fig. 3.6 montre les variations de surface efficace pour les différents instruments EPIC et filtres considérés sur l'axe. La plus haute sensibilité est acquise dans la zone $0{,}1 - 10\,\mathrm{keV}$ et une chute abrupte intervient à 2 keV (absorption par l'or des miroirs). La grande surface effective totale d'XMM fait qu'il est 4 fois plus sensible que l'observatoire *Chandra* et presque 10 fois plus que *ROSAT* pour des photons d'énergie autour de 1,5 keV.

L'effet de vignettage est une variation de sensibilité de l'ensemble optique en fonction de l'angle incident des photons. Il dépend principalement de la distance hors-axe (Fig. 3.7, à gauche) et affiche une dépendance azimutale pour les deux détecteurs MOS à cause des modules de dispersion supprimant une partie du faisceau de photons pour l'envoyer vers les RGS (Fig. 3.7, à droite). La surface effective

3. Lumière en provenance des sources observées, dont l'effet sur les caméras pourrait être confondu avec celui des photons X.

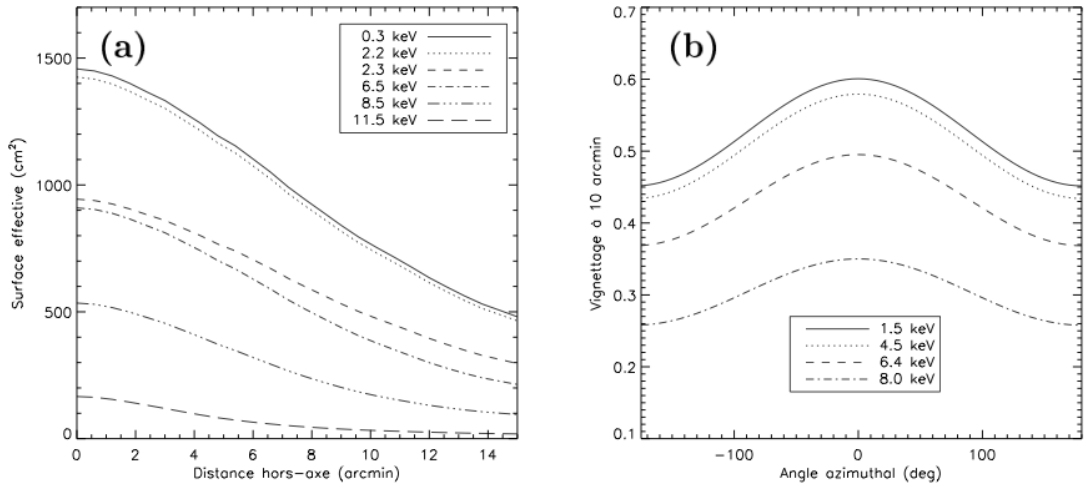



FIGURE 3.7 – Surface effective d'un des télescopes X du sattelite XMM et influence du vignettage. *(a) :* variation avec la distance hors-axe pour différentes énergies des photons incidents (moyenne azimutale). *(b) :* variation avec l'angle azimutal pour les deux télescopes XRT1 et XRT2 focalisant vers les détecteurs MOS1 et MOS2. Cette variation est principalement due à la présence des réseaux diffractants. *Image tirée de (Pacaud, 2008).*

résultante est diminuée de 50% pour une distance hors-axe de $\theta \sim 10'$.

**Champ de vue et résolution angulaire** Une des multiples prouesses de la part des concepteurs d'XMM est d'avoir réussi à aligner avec une extrême précision les modules Wolter des télescopes afin d'obtenir une excellente focalisation des rayons lumineux. Cela résulte en une fonction d'étalement du point (PSF) restreinte, peu dépendante de l'énergie des photons incidents (en-dessous de 6 keV). La PSF sur l'axe est bien modélisée par un profil de King (voir Sect. 1.2 dans un tout autre contexte) avec une largeur à mi-hauteur avoisinant les $6''$. Cependant, lorsque l'on s'écarte de l'axe optique, la PSF se dégrade, n'est plus à symétrie circulaire et ce d'autant plus que l'énergie des photons augmente (Fig. 3.8). Plus explicitement, la Fig. 3.9 montre l'image d'un champ réel profond de sources ponctuelles et rend bien compte de la variation spatiale de la PSF sur les détecteurs. Nous verrons que la taille de la PSF est d'extrême importance dans les études qui nous concerneront puisque nous nous attacherons à différencier les objets ponctuels des objets étendus, parfois faiblement.

Le champ de vue d'XMM est circulaire de diamètre environ $30'$. A cause du vignettage, de la disposition des CCD et de la perte de résolution angulaire à grande distance hors-axe, on se limitera par la suite à l'étude des sources situées à des distances inférieures à $13'$ et même $10'$ dans les études demandant une haute précision.

**Caractéristiques du fond instrumental** Les fonds de particules et instrumental ont un impact considérable sur les observations menées avec XMM et seront un facteur limitant pour la détection et caractérisation des sources étendues telles que les amas de galaxies. Lors d'une observation standard, une partie du fond est due

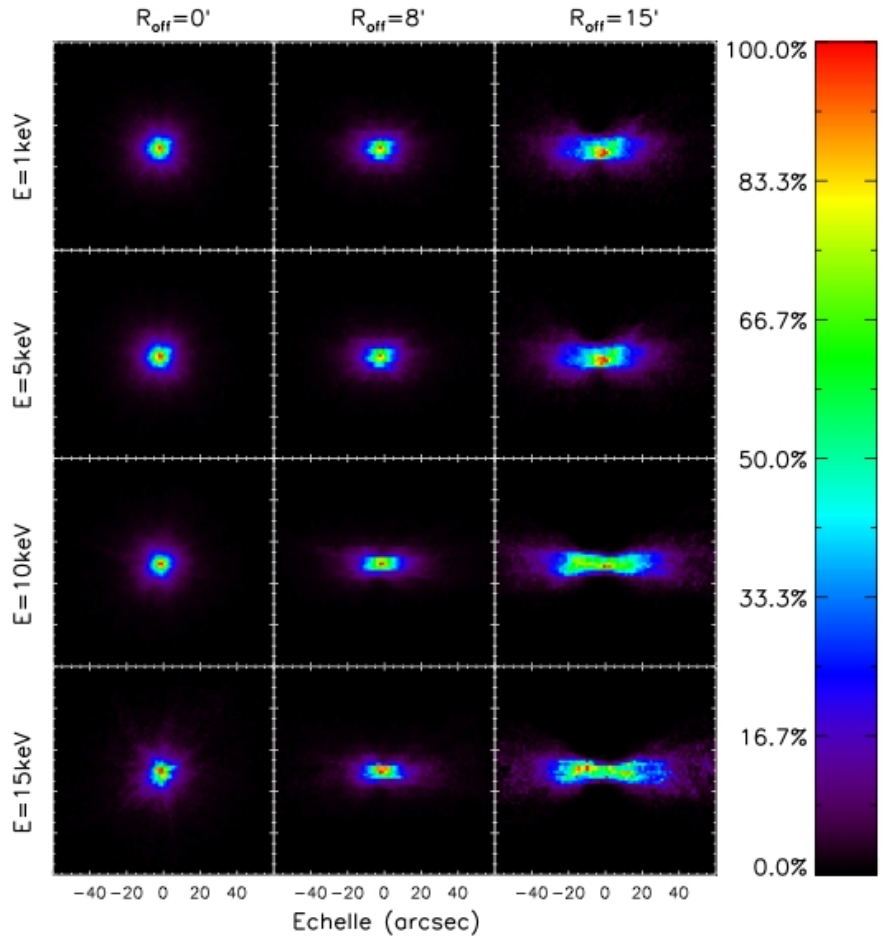



FIGURE 3.8 – Variation de la forme de la PSF d'XMM pour différentes distances hors-axe et différentes valeurs de l'énergie. La couleur indique la brillance de surface normalisée à sa valeur au centre. *Image tirée de (Pacaud, 2008).*

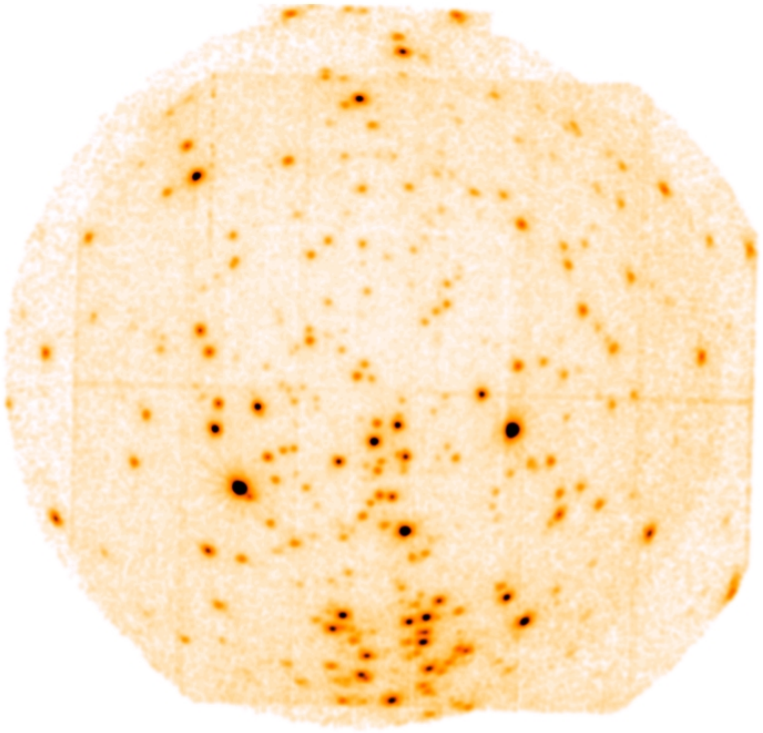


FIGURE 3.9 – Variations spatiales de la forme de la PSF sur le champ de vision d'XMM. L'image combinée MOS1+MOS2+PN est celle une observation du nuage moléculaire d'Orion, lissée avec une gaussienne de 10″, corrigée de l'exposition. Au bord du champ, la PSF est allongée et approximativement perpendiculaire au rayon la rejoignant au centre optique. *Image tirée de (ESA XMM-SOC, 2011).*

à des photons X provenant de sources non résolues (AGN), donc vignettée, dont l'influence sera discutée plus loin (Sect. 3.3).

Une deuxième composante provient de protons peu énergétiques (quelques centaines de keV), d'origine solaire et confinés dans la magnétosphère terrestre. Ils sont sans doute regroupés en concentrations qui sont traversées par le télescope lors de son orbite autour de la Terre. Ils s'engouffrent alors dans les miroirs et viennent imprimer leur signature légèrement vignettée sur les détecteurs. Ces bouffées (*flares*) sont complètement imprévisibles, localisées dans le temps et leur empreinte spatiale et spectrale varie d'une bouffée à l'autre.

Enfin, une troisième composante provient de rayons cosmiques de haute énergie (une centaine de MeV), chargés, qui interagissent avec les matériaux à bord du satellite créant des raies de fluorescence. Leur dépendance spectrale et spatiale est bien connue et reflète notamment la disposition des circuits à l'arrière des détecteurs (raies du cuivre et du nickel sur le détecteur PN vers 8 keV par exemple).

Le bruit de lecture des caméras est négligeable dans les bandes dures mais devient significatif pour les énergies en-dessous de 0,3 keV. C'est pourquoi la majorité des observations X que nous aurons à traiter auront leur limite basse à 0,3 et plus souvent 0,5 keV. On notera aussi l'existence de composantes de fond plus discrètes telles que les réflexions uniques de photons en-dehors du champ de vue (réflexion sur le miroir hyperbolique seulement), l'émission par échange de charges en provenance du vent solaire [4], etc. Le site maintenu par A. Read (`http://www.star.le.ac.uk/%7Eamr30/BG/BGTable.html`) recense les différentes contributions au fond et leurs caractéristiques. Lors de l'analyse de sources étendues sur quasiment tout le champ de vision (ce qui ne sera pas notre cas), on utilise généralement des listes d'événements créées par l'empilement d'observations de champs profonds et/ou des données d'étalonnage acquises lorsque les télescopes sont obstrués.

**Astrométrie** La précision astrométrique sur les sources (ponctuelles) détectées par XMM est typiquement de $1 - 2''$ pour des sources faibles et inférieure à $1''$ pour des sources brillantes (Watson et al., 2009). Bien sûr, cette précision peut être améliorée pointé par pointé, via corrélation avec des catalogues de sources connues (USNO, 2MASS) pour obtenir, *in fine*, une précision en-dessous de la seconde d'arc.

**Résolution en énergie et matrices de réponse** La résolution typique en énergie des détecteurs EPIC est de 80 eV à 1 keV. Elle dépend de la position sur le détecteur et peut s'obtenir pour chaque observation en utilisant les procédures du SAS (Software Analysis System, les logiciels et fichiers d'étalonnage servant à créer les différents produits issus d'une observation XMM). En particulier, on crée des matrices de réponse, équivalentes à une PSF dans le domaine des fréquences, qui

4. Traduction douloureuse de *Solar Wind Charge Exchange*. Ce sont des photons produits par des atomes neutres frappés par le vent solaire ionisé et qui se manifestent dans les observations par des raies spectrales caractéristiques (O VII, O VIII, C VI) et une augmentation du flux en-dessous de 1,5 keV. Pour bien faire, il faudrait pour chaque observation avoir une idée de l'intensité du vent solaire enregistrée par des satellites solaires comme SoHo (Snowden et al., 2004). Carter et al. (2011) ont analysé plus de 3000 observations de l'archive XMM et ont conclu à une contamination de 4% des pointés par cet effet, que nous négligerons par la suite.

associent à chaque valeur d'énergie incidente une distribution dans les canaux spectraux voisins. La convolution de cette matrice par les courbes de surface effective donne la matrice de réponse globale de la chaîne de détection.

## 3.3 Des données brutes au catalogue de sources

Les observations en rayons X ([0,1-15] keV) nécessitent une longue série de traitements afin de fournir une liste de données interprétables, dans notre cas un catalogue de sources. On verra que certaines étapes du traitement des images X visent à reproduire ce que fait l'œil en présence d'images à faibles nombres de coups : isoler les structures détectées à une échelle donnée, et itérer la recherche à des échelles de plus en plus fines. On peut imaginer l'ampleur de la tâche au vu de la figure 3.10, typique de celles recontrées en astronomie X des champs « vides » : à première vue, on y distinguera principalement la forme des détecteurs, quelques points brillants et une texture de fond assez uniforme. Pourtant, cette observation contient des noyaux actifs de galaxies (AGN), au moins deux amas de galaxies et sans doute une multitude d'objets astrophysiques confondus avec le bruit de fond.

Même si chaque observatoire X met à la disposition des astronomes des pipelines [5] standard, il existe pratiquement autant de méthodes d'extraction de sources que de groupes de recherche en astronomie X. Nous décrivons dans cette section les procédés et outils qui ont été développés au sein du consortium XMM–LSS depuis une dizaine d'années. Ils forment la base des catalogues d'amas et d'AGN étudiés dans cette thèse.

### 3.3.1 Structure d'une observation en rayons X par XMM

#### Listes d'évènements et ODF

Bien que tous les instruments de bord fonctionnent en même temps lors d'une observation, seuls les trois détecteurs d'imagerie EPIC (MOS1, MOS2 et PN) servent à l'exploitation des données XMM–LSS (voir Sect. 3.2). Les miroirs du télescope focalisent les photons X qui sont collectés par les détecteurs quasi-individuellement. En effet, le flux typique des photons provenant d'un amas de galaxies "C1" (classe d'amas brillants, voir Sect. 3.3.3) est de quelques $10^{-14}$ ergs/s/cm$^2$, d'énergie située autour du keV. A cette énergie, la surface effective d'XMM est d'environ 2000 cm$^2$ (voir Fig. 3.6), les détecteurs du télescope reçoivent ainsi environ un photon chaque minute en provenance de la source. Cependant, les photons ne constituent pas les seules occurences détectées par les caméras. Le terme générique d'*événement* rassemble l'ensemble des détections fournies par les CCD et comprend les photons des sources et du ciel (AGN non résolus, émission de la Galaxie), les protons solaires emprisonnés dans la magnétosphère, les rayons cosmiques énergétiques, ainsi que les bruits électroniques. Chacun de ces événements est décrit par sa position sur le détecteur, son énergie et son temps d'arrivée. Chaque observation XMM consiste alors en une série temporelle, appelée *liste d'événements*, accompagnée de listes auxiliaires

5. Ensemble des procédures dont l'enchaînement permet de traiter les observations astronomiques jusqu'à la liste de sources.

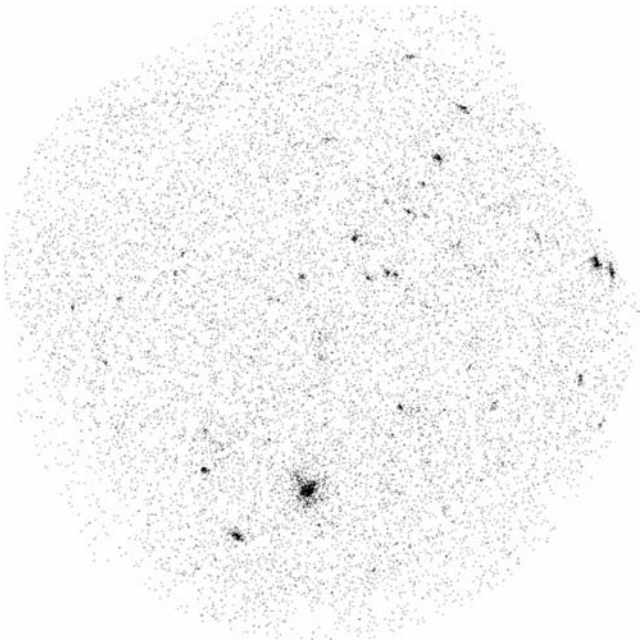


FIGURE 3.10 – Exemple d'observation XMM (ObsId 0403072201) dans un champ « vide », ne contenant pas d'objet particulièrement brillant ni étendu. L'image représentée ici est la mosaïque des trois détecteurs MOS1, MOS2 et PN après une durée d'exposition de 10 ks. Les points brillants sont des AGN brillants, et on peut distinguer quelques sources étendues faibles, les amas de galaxies.

contenant l'attitude du télescope à chaque instant, c'est-à-dire la description temporelle de la position de l'axe optique sur le ciel et des états des détecteurs. L'ensemble de ces données collectées lors d'une observation sont délivrées à l'utilisateur sous la forme de fichiers informatiques regroupés sous le nom d'ODF (*Observation Data Files*).

**Etalonnage et filtrage des listes d'événements**

Les premières étapes du traitement des ODF se concentrent sur les listes d'événements. Celles-ci sont d'abord associées aux fichiers de calibration correspondant à la date de l'observation, puis les tâches `emproc` et `epproc` du SAS créent les listes d'événements calibrées. Ces procédures traitent chaque CCD de chaque détecteur de manière indépendante et tout événement se voit alors attribuer une position (X,Y) sur le ciel, une indication de son énergie ainsi qu'une série de « flags » décrivant sa nature et sa qualité (proche des bords ou d'un mauvais pixel, etc.) et un « pattern ». Ce dernier permet de discriminer les évènements de type photon X, laissant une trace compacte sur les détecteurs, des autres événements pouvant laisser des traînées singulières. A l'issue de cette opération, des filtres logiciels peuvent être facilement mis en place afin de rejeter la plupart des événements contaminants et maximiser le signal sur bruit dans l'image finale.

Le filtrage le plus critique concerne l'élimination des périodes de bouffées de protons (*flares*) créant un fond élevé durant un temps limité. Pour cela, une courbe de lumière temporelle est créée pour chaque détecteur et une procédure évalue automatiquement les périodes de fond élevé en se basant sur la moyenne du taux

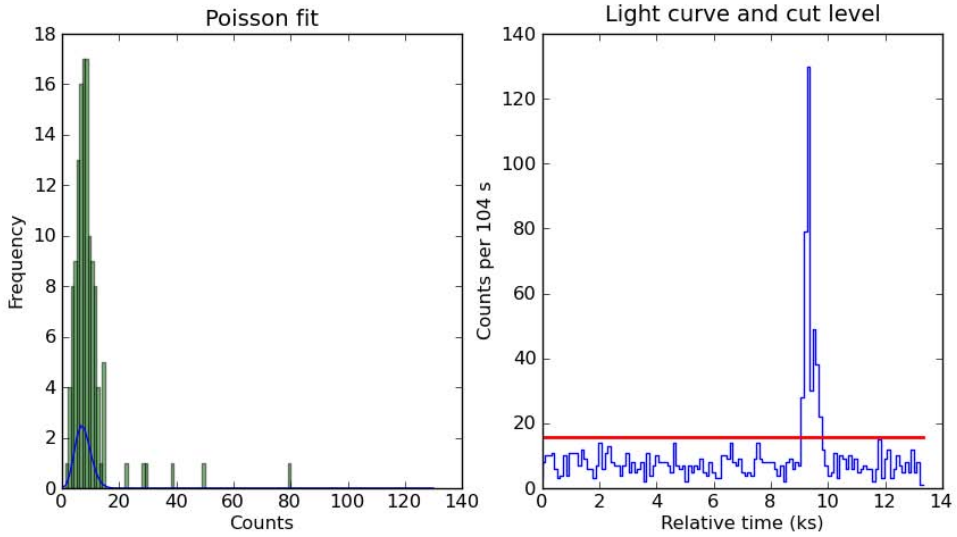



FIGURE 3.11 – Résultat du préfiltrage pour le détecteur MOS2 sur l'observation B11 (ObsId 0037981101) du XMM–LSS. A gauche, l'histogramme des événements du pointé regroupés par intervalles de temps de 104 s. La courbe bleue indique le meilleur ajustement d'une loi de Poisson (normalisée) de moyenne $\lambda$. A droite, la courbe de lumière correspondante. La ligne rouge indique la limite à $\lambda + 3\sqrt{\lambda}$ définissant le seuil de filtrage, tous les intervalles de temps où le taux de comptage dépasse cette limite étant éliminés.

d'événements dans la bande dure (entre 12 et 14 keV pour MOS et 10 et 12 keV pour PN) puis en localisant les périodes où l'intensité dépasse cette moyenne de $3\sigma$. La figure 3.11 montre un résultat de ce filtrage pour un pointé particulier du XMM–LSS. Ce processus de filtrage peut être amélioré en effectuant le même travail dans les X moins énergétiques (entre 0,3 et 10 keV). De manière générale, cette procédure ne fonctionne pas comme désiré si une source brillante et variable a été pointée ou si l'observation est contaminée par des *flares* sur une grande partie du temps (Fig. 3.12).

Arrivés à ce stade, nous créons les images des champs observés dans les bandes de longueurs d'onde voulues, à partir des listes filtrées, en sélectionnant les événements selon leur énergie. Pour chaque détecteur et pour chaque bande, on génère une image sur laquelle un pixel représente 2,5″, de manière à sur-échantilloner la PSF. On calcule également une carte d'exposition et un masque de détecteur qui lui sont associés. La carte d'exposition représente l'exposition effective de chaque pixel (en secondes) et rend compte notamment du vignettage, mais aussi des trous dans les CCD, des pixels morts, etc. Le masque de détecteur rend compte quant à lui des pixels qui vont effectivement être utilisés pour les mesures, c'est-à-dire ceux suffisamment exposés et ne présentant pas de variation spatiale d'exposition brusque. Les images obtenues (Fig. 3.10) sont à la base de tout le processus de détection et de classification des sources présentes dans le champ de vue du télescope, et dès lors nous n'aurons plus recours aux listes d'événements.

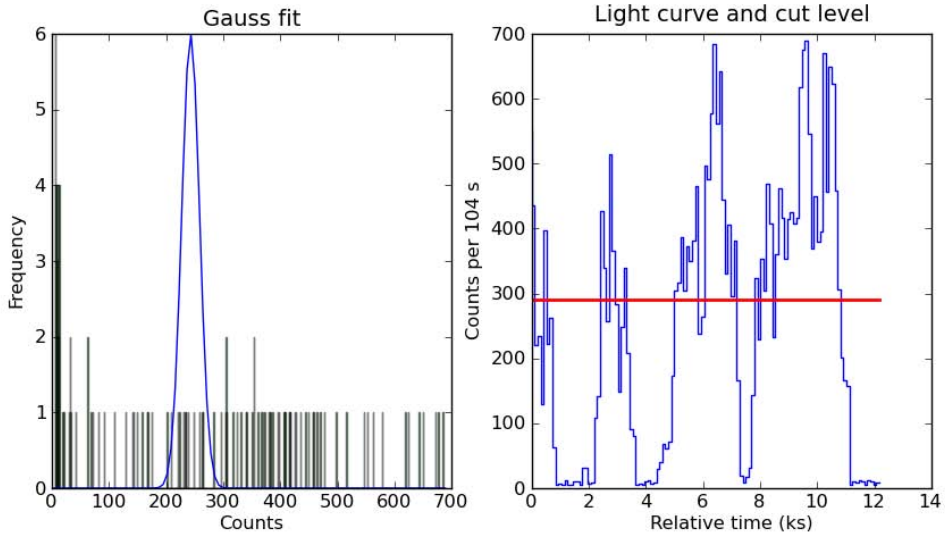



FIGURE 3.12 – Figure similaire à la Fig. 3.11 dans le cas où la période de contamination par les bouffées de protons occupe une partie substantielle de la durée d'observation (ObsId 0042341201, MOS2). La procédure de filtrage automatique est incapable d'isoler les périodes utiles (ici très brèves).

### 3.3.2 Détection et caractérisation des sources par XAmin

L'algorithme dédié à la détection et la caractérisation des sources du XMM–LSS porte le nom d'XAMIN. Il a été développé spécifiquement afin de détecter le maximum de sources tout en faisant la différence entre sources ponctuelles et sources étendues.

#### Fonctionnement du pipeline

**Détection** L'étape de détection est réalisée sur la mosaïque alignée des trois détecteurs. Dans la majorité des cas, les sources sont extrêmement faibles et l'image résulte d'un processus de Poisson à faible taux de comptage, à la fois spatial et temporel. Cela signifie qu'en général, l'incertitude sur les taux de comptage ne se comporte pas en « $\sqrt{N}$ », avec $N$ le nombre de photons reçus dans un pixel [6]. Pour estimer la densité de flux sous-jacente à l'image, un filtrage optimisé est nécessaire : s'il est trop large, l'information sur les sources compactes risque de disparaître et s'il est trop fin, l'estimation du fond sera bruitée. Une solution réside dans l'analyse multirésolution (Starck & Pierre, 1998) et la procédure `mr_filter` de la suite MR/1 (Starck et al., 1998) a été choisie afin de filtrer l'image en ondelettes en tenant compte du bruit de Poisson. La Figure 3.13 illustre l'effet de ce traitement, faisant clairement apparaître les structures aux multiples échelles : le fond quasi-uniforme, les sources ponctuelles compactes et les amas étendus. Le traitement des images X en ondelettes présente néanmoins l'inconvénient d'arrondir les structures et de créer une série de fausses sources à petite échelle, provenant de photons isolés

6. C'est seulement vrai pour $N$ grand, la distribution des photons s'assimilant alors à une loi gaussienne d'écart-type $\sqrt{N}$

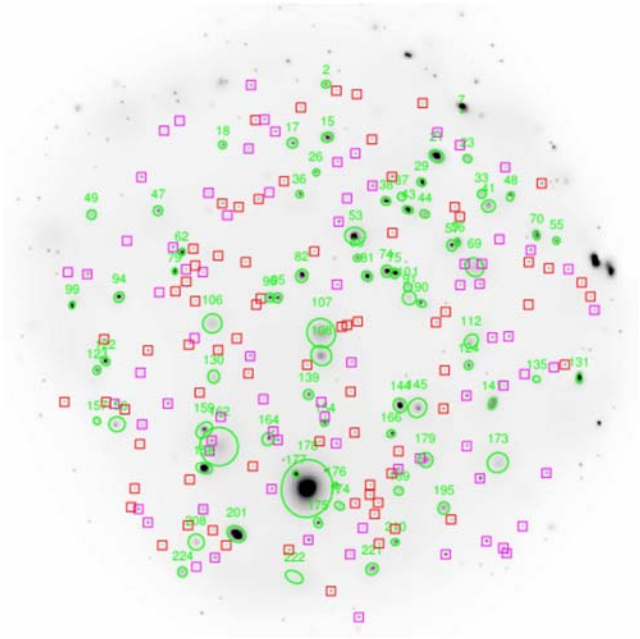


FIGURE 3.13 – Image XMM filtrée en ondelettes (correspondant à l'image originale Fig. 3.10). Les symboles représentent les détections SEXTRACTOR réalisées sur cette image : les ellipses vertes indiquent la taille approximative des structures détectées. Les carrés rouges et violets indiquent les sources éliminées du catalogue primaire car incompatibles avec la PSF d'XMM.

dans l'image. Nous verrons que ces fluctuations sont éliminées dès l'étape qui suit. La version d'analyse multi-résolution que nous utilisons ne prend pas en compte les variations de carte d'exposition et en particulier les trous dans les détecteurs [7].

Le logiciel SEXTRACTOR (Bertin & Arnouts, 1996) est ensuite mis à contribution afin de détecter les sources significatives par rapport au fond. Initialement développé pour la détection de sources dans les grands relevés optiques de galaxies (CFHTLS notamment), il a dû être adapté afin de traiter au mieux les images filtrées XMM. La détection de sources est limitée aux 13′ intérieures au champ de vue afin de contenir la quasi intégralité des CCD et de minimiser les effets de bord où la PSF d'XMM est fortement dégradée (Chap. 2.4 et Figs. 3.8, 3.13). L'ensemble des sources détectées est rassemblé dans un catalogue préliminaire, que l'on nettoie en supprimant les détections dont la taille est plus petite que 6″ (détections non physiques créées par le filtrage en ondelettes, carrés rouges sur la Fig. 3.13). Ce catalogue fournit notamment les valeurs estimées de la position, de l'étendue, de l'orientation et du flux des sources détectées ; valeurs qui initialiseront l'ajustement réalisé par la suite.

Il est à noter que les paramètres entrant en compte dans le filtrage et la détection des sources ont été finement adaptés aux images typiques rencontrées dans le relevé XMM–LSS, c'est-à-dire des temps d'exposition de l'ordre de 10 ks, des champs peu peuplés et un niveau de fond moyennement élevé (∼0,01 à 0,1 coup par pixel). Cette remarque d'importance pose les limites de l'applicabilité du pipeline à d'autres types d'images et l'on verra qu'elle prend tout son sens lors du traitement des archives

7. Une nouvelle version du logiciel `mr_filter` a été développée en ce sens et sera intégrée à la chaîne de traitement dans les versions suivantes du pipeline.

XMM (Chap. 5).

**Caractérisation** La caractérisation des sources consiste à tester et ajuster sur chaque détection plusieurs modèles en tenant compte des effets instrumentaux et de la nature du bruit, puis à quantifier l'adéquation de chaque modèle avec les données via un indicateur de vraisemblance. Elle s'effectue généralement dans la bande `b2` ([0,5-2] keV) et dans la bande `b3` ([2-10] keV). Grâce à leur similitude, les deux détecteurs MOS sont considérés comme un seul et même détecteur et le traitement s'effectue successivement sur PN seul, puis sur la somme MOS1+MOS2 seule, puis sur l'ensemble PN et MOS1+MOS2. Jusque dans sa version [8] 3.2, le pipeline traitait trois types de modèles : un modèle de fond uniforme, un modèle de source ponctuelle et un modèle $\beta$ de source étendue.

Le modèle de source ponctuelle est une PSF synthétique (fonction d'étalement du point) dépendant de la distance hors-axe de la source et extraite des données d'étalonnage d'XMM (modèle MEDIUM). Elle est fonction de la bande d'énergie considérée. La position de la source est fixée par la détection SEXTRACTOR et seules les variables représentant les flux sur chacun des détecteurs sont autorisées à varier.

Le modèle de source étendue est un modèle $\beta$ (Cavaliere & Fusco-Femiano, 1976) avec $\beta = 2/3$ et un rayon de coeur $R_c$ variable (voir Eq. 1.22). Dans le régime de signal à bruit exploré ici, il est vain de vouloir contraindre des modèles plus sophistiqués. Tout comme pour les sources ponctuelles, le modèle étendu est convolué par la PSF synthétique du télescope. Ainsi, cinq variables sont ajustées simultanément : la position (X,Y) de l'amas sur le ciel, les flux sur les différents détecteurs (deux variables dans le cas de l'ajustement simultané MOS et PN) et enfin le rayon de cœur $R_c$ (qu'on appellera aussi étendue), qui est directement relié à la taille apparente de l'amas.

Quel que soit le modèle, le processus d'ajustement se déroule comme suit : une vignette est découpée autour de la source pour chacun des détecteurs, puis un algorithme de minimisation (AMOEBA Press et al., 1992) ajuste de manière itérative les paramètres libres de manière à maximiser la vraisemblance du modèle étant donné l'image de départ. La vraisemblance est calculée avec l'hypothèse de données Poissonniennes. On obtient donc pour chaque type de modèle un jeu de paramètres et une vraisemblance maximale correspondant au meilleur ajustement. En effectuant la différence entre cette valeur et la valeur correspondant à un modèle de fond seul (uniforme sur la zone considérée), on forme les statistiques de détection PNT_DET_ML et EXT_DET_ML, qui selon Cash (1979) sont distribuées comme des $\chi^2$ avec autant de degrés de liberté que de paramètres ajustés [9]. On construit alors la vraisemblance étendue (EXT_LIKE) en calculant l'écart entre les deux précédentes statistiques : cette valeur permet de discriminer entre les modèles étendus et ponctuels. Plus elle est élevée, plus les données préfèrent le modèle étendu, indi-

8. XAMIN a été principalement développé par I. Valtchanov et F. Pacaud (Pacaud et al., 2006), en langage *IDL* jusque dans sa version 2.1. Au cours de son utilisation, il a subi des modifications diverses, la plus conséquente étant sa transcription en langage *Python* permettant son portage sur une grille de calcul intensif (entre 2006 et 2008, par A. Gueguen [v.3.1] puis C. Libbrecht [v.3.2]). La version utilisée actuellement, incluant mes contributions (voir ci-après), est la v.3.3.

9. Dans la limite des grands nombres de coups, soit plus de 9, ce qui sera notre cas.

cation précieuse pour détecter les amas de galaxies parmi les AGN. Nous verrons dans la section 3.3.3 comment définir un seuil sur cette quantité revient à créer des échantillons d'amas de galaxies plus ou moins contaminés.

### Apports personnels : développement de XAmin v.3.3

Le pipeline décrit ici est l'élément-clé du traitement des données XMM et subit de constantes améliorations. Sa version 3.3, actuellement en service, bénéficie d'une plus grande lisibilité par rapport à celles antérieures, notamment grâce à l'introduction de « classes de modèles. » Ainsi de nouveaux modèles de sources peuvent être ajoutés plus facilement via des « modules » indépendants. Des séries de tests ont permis de valider la nouvelle version du pipeline [10]. Malgré tout, ces transformations ont causé une légère perte en vitesse de calcul.

La modularité du logiciel a été mise à profit afin d'ajouter un type de modèle « source double. » L'expérience du XMM–LSS a montré qu'il arrive que des sources ponctuelles rapprochées soient considérées comme étendues par le programme à cause de la PSF large du télescope. Le nouveau modèle permet de caractériser ces sources et de les isoler sur des critères quantitatifs. Il suppose deux sources ponctuelles ayant un rapport de flux $\rho$, une orientation $\theta$, une position centrale (X,Y) et une séparation $d$ sur le ciel, l'ensemble émettant un flux total $f_{X,\mathrm{det}}$ sur chacun des détecteurs. Les deux sources ponctuelles sont des PSF synthétiques et tous les paramètres sont ajustés sauf $\theta$. Pour trouver sa valeur, l'image est d'abord filtrée avec une gaussienne d'écart-type 2 pixels, puis seuillée et les moments d'ordre 2 de l'image sont calculés afin d'en déduire les axes principaux de la structure et de là son orientation sur le détecteur. Ce modèle combine de plusieurs méthodes qui seules n'ont pas été adaptées à nos données. Par exemple, utiliser l'orientation de l'ellipse SExtractor ne fournit pas un résultat satisfaisant car celle-ci est mieux adaptée à la caractérisation de sources uniques étendues (typiquement, des galaxies résolues dans une image optique). Comme pour les deux autres modèles (ponctuel et étendu), une vraisemblance de détection, évaluée par rapport à un modèle de fond uniforme, et une vraisemblance « double », évaluée par rapport au modèle ponctuel, permettent de quantifier le niveau de détection et le caractère double de la source. Les paramètres d'orientation, séparation et flux correspondant au meilleur ajustement sont inscrits dans le catalogue XAmin final.

A ce jour, les simulations exhaustives permettant de quantifier son efficacité n'ont pas été réalisées, empêchant l'utilisation systématique de ce modèle. En plus d'abaisser la confusion entre les sources étendues et les sources doubles non résolues, ce modèle peut trouver son application dans la recherche de paires resserrées d'AGN. La fonction de corrélation des AGN (voir Sect. 4.1) pourrait être ainsi étendue aux échelles plus basses encore non atteintes par XMM (de l'ordre de 10″).

10. Ce travail assez technique a été consigné dans des documents internes détaillant les modifications effectuées et les tests réalisés. Ils montrent que les résultats obtenus sont identiques entre les versions 3.2 et 3.3.

### 3.3.3 Classification des sources et fonctions de sélection

Le pipeline ne discrimine pas les sources détectées selon leur nature et se borne à appliquer à chacune d'elles les trois types d'ajustement décrits précédemment (ponctuel, étendu et double) en leur associant une vraisemblance. La classification des sources nécessite de définir des seuils dans l'espace des paramètres du pipeline afin d'extraire des échantillons définis selon leurs taux de complétude et de contamination. Cette étape primordiale repose sur des simulations extensives d'observations XMM qui doivent fournir :

- une estimation de la contamination de l'échantillon par des fausses détections,
- une estimation la contamination de l'échantillon par des sources réelles mais de nature différente,
- la fonction de sélection de l'échantillon,
- une estimation du biais et de l'erreur sur les paramètres des sources (flux, étendue...).

Le principe de ces simulations s'appuie sur le travail présenté par Pacaud et al. (2006) et réalisé pour des pointés de 10 ks dans des conditions d'observation nominales « type XMM–LSS ». Nous avons étendu ces simulations à tout l'intervalle de temps d'exposition et de niveaux de fond rencontrés dans le relevé. Cette caractérisation a de multiples intérêts et est destinée à soutenir toute étude sur le relevé. Elle a notamment permis de calculer très finement la fonction de corrélation des AGN dans le XMM–LSS (Sect. 4.1) et a considérablement préparé le terrain pour l'étude des archives XMM (Chap. 5), relevé non homogène par essence.

#### Principe des simulations

Il y a deux façons de procéder afin d'étendre le domaine de validité des simulations : soit en extrapolant les résultats obtenus sur un domaine restreint en les mettant à l'échelle des niveaux de signal sur bruit attendus (Pacaud et al., 2007; Pacaud, 2008), soit en décuplant le nombre de simulations. Nous avons choisi cette dernière option, plus réaliste. En ordre de grandeur, la quantité d'observations simulées a été multipliée par 100 par rapport à l'étude présentée dans Pacaud et al. (2006), portant à environ 50000 le nombre de pointés XMM réalisés, traités et analysés. La charge de calcul correspond à 2 années CPU et le stockage à 500 Gigaoctets de données ; une partie considérable du travail a consisté en l'adaptation de la chaîne de simulations à la grille de calculateurs du centre de l'IN2P3 à Lyon.

Le processus repose sur les étapes suivantes :

1. La génération d'une liste de sources dans un catalogue d'entrée. Ces sources ont des paramètres définis et connus à l'avance : flux, étendue, position, etc. La distribution de ces paramètres doit être réaliste et ne doit pas biaiser la détection.
2. La simulation d'images réalistes du champ de vue d'XMM, en incluant les différents effets instrumentaux : distortions de PSF, vignettage, trous dans les détecteurs, fond instrumental et fond X non résolu, le tout tenant compte du bruit de Poisson. Cette étape est réalisée à l'aide du programme XMM-SIMULATION[11] (Valtchanov et al., 2001).

11. Anciennement INSTSIMULATION et développé par J. Marichez, S. Delagrange, R. Gastaud,

| | Fond photon Bande molle/dure | Fond particule Bande molle/dure |
|---|---|---|
| MOS1 | 1,21/1,77 | 0,764/1,16 |
| MOS2 | 1,32/1,88 | 0,730/1,09 |
| PN | 2,49/3,55 | 2,80/6,03 |

TABLE 3.2 – Valeurs de fond typiques utilisées dans les simulations de pointés XMM. Le fond particule change d'un pointé à l'autre à l'aide d'un facteur multiplicatif $b$ parmi 0,1, 0,25, 0,5, 1, 2, 4 et 8. L'unité pour chaque détecteur est : $10^{-6}$ cps/s/pixel.

3. La détection des sources et leur caractérisation par le pipeline (v.3.3)
4. La corrélation des catalogues d'entrée et de sortie destinée à l'analyse du pipeline en tant que « boîte noire ».

**Sources ponctuelles**

Dans un premier temps, des simulations contenant uniquement des sources ponctuelles sont réalisées, dans les deux bandes principales du XMM–LSS : [0,5-2] keV (soft) et [2-10] keV (hard). La distribution en flux ($\log N$-$\log S$), extraite de Moretti et al. (2003) pour chacune des bandes, permet de rendre compte de la décroissance du nombre de sources en fonction de leur flux. La distribution spatiale sur le détecteur est uniforme, on choisit donc de négliger la corrélation angulaire des AGN, ce qui peut néanmoins biaiser les résultats obtenus en cas de paires rapprochées. Le flux de la plus faible source simulée dépend du temps d'exposition du pointé et est choisi de telle sorte que son nombre de photons (sur l'axe) vaut environ 2. La conversion des flux vers les taux de comptage s'effectue en utilisant les facteurs de conversion moyens calculés pour un spectre standard d'AGN d'indice 1,7 et valent, exprimés en $(\mathrm{ergs/s/cm^2})/(\mathrm{cps/s})$ :

– En bande $[0{,}5-2]$ keV : $5{,}89 \times 10^{-12}$ [MOS1 & 2] et $1{,}72 \times 10^{-12}$ [PN],
– En bande $[2-10]$ keV : $2{,}09 \times 10^{-11}$ [MOS1 & 2] et $7{,}38 \times 10^{-12}$ [PN].

Le niveau de fond influence sensiblement la détection des sources. Nous avons étudié les variations du fond de particules seulement (Sect. 3.3.1) car c'est principalement lui qui est modifié d'un pointé à l'autre. Partant des valeurs « nominales » de Read & Ponman (2003) (Table 3.2), nous avons simulé des observations avec fonds instrumentaux de 0,1 à 8 fois plus élevés que cette valeur. On verra que le facteur $b$ déterminant ce rapport caractérise relativement bien le niveau de fond du pointé.

La Table 3.3 récapitule le nombre de pointés simulés, s'élevant au total à 25000. Chacun d'entre eux a été analysé par le pipeline et les catalogues de sortie et d'entrée ont été corrélés avec un rayon de $6''$. En plus de la liste des sources retrouvées, une liste de fausses détections comptabilise les détections de pipeline qui n'ont pas de contrepartie : fluctuations locales du fond, effets de bord du filtrage en ondelettes, trous dans les détecteurs...

Les résultats obtenus sont mis à disposition des utilisateurs des données XMM–LSS via deux documents à usage interne, dont les principales conclusions sont les suivantes :

I. Valtchanov, F. Pacaud, C. Libbrecht, N. Clerc.

| $T_{\rm exp}$ (ks) | Flux limite ($10^{-16}$ ergs.cm$^{-2}$.s$^{-1}$) | Facteur multiplicatif du fond particule ($b$) | Nombre de champs simulés |
|---|---|---|---|
| Bande molle $0{,}5-2$ keV | | | |
| 7 | 1,43 | 0,1 / 0,25 / 0,5 / 1 / 2 / 4 / 8 | $7 \times 540$ |
| 10 | 1 | 0,1 / 0,25 / 0,5 / 1 / 2 / 4 / 8 | $7 \times 540$ |
| 20 | 0,5 | 0,1 / 0,25 / 0,5 / 1 / 2 / 4 / 8 | $7 \times 540$ |
| 40 | 0,25 | 0,1 / 0,25 / 0,5 / 1 / 2 / 4 / 8 | $7 \times 540$ |
| 80 | 0,125 | 0,1 / 0,25 / 0,5 / 1 / 2 / 4 / 8 | $7 \times 540$ |
| Bande dure $2-10$ keV | | | |
| 7 | 14,3 | 0,1 / 1 / 3 | $3 \times 540$ |
| 10 | 10 | 0,1 / 1 / 3 | $3 \times 540$ |
| 20 | 5 | 0,1 / 1 / 3 | $3 \times 540$ |
| 40 | 2,5 | 0,1 / 1 / 3 | $3 \times 540$ |

TABLE 3.3 – Simulations de sources ponctuelles dans les bandes molle et dure. Le facteur multiplicatif de fond détermine le niveau de fond instrumental par rapport à une valeur nominale ($b = 1$) extraite de Read & Ponman (2003). Ces simulations rendent fidèlement compte de la variété des observations du XMM–LSS.

- Les taux de détection et de contamination pour les simulations de 10 ks et $b = 1$ sont compatibles avec les résultats présentés dans Pacaud et al. (2006). A savoir, un seuil défini par PNT_DET_ML $> 15$ (voir Sect. 3.3.2 pour une définition) permet d'isoler les fausses détections (moins de 5 par pointé) tout en conservant un taux de détection élevé (environ 60 AGN par pointé). L'efficacité de détection est semblable à une limite en flux.
- Ce seuil en vraisemblance est stable vis à vis du taux de fausses détection, quels que soient le temps d'exposition et le niveau de fond : on trouve toujours entre 4 et 6 fausses détections par pointé. La Figure 3.14 (deuxième rangée) illustre cet aspect et la Table 3.4 donne les taux de contamination calculés pour les pointés de 10 ks.
- Ne conservant que ces sources ($> 15$), les probabilités de détection diffèrent d'un pointé à l'autre : plus le fond est élevé et le temps d'exposition est bas, plus la limite en flux est élevée (Figure 3.14, troisième rangée).
- La fonction de sélection dépend également de la distance hors-axe considérée. Les courbes de probabilité ont été calculées dans des anneaux de surface égale. A titre d'exemple, la limite en flux est doublée entre la région centrale ($\Theta = 0$) et l'anneau $\Theta \sim 10'$.

**Sources étendues**

Les simulations de sources étendues sont de deux types : « in-situ » utilisant un pointé réel (sans source étendue) dans lequel de faux amas sont simulés, et « from-scratch », où tout est simulé *ab initio* : le fond, les AGN ponctuels et les amas. Dans les deux cas, une liste de sources étendues est créée de manière artificielle, et l'on positionne quelques amas (entre 6 et 8) sur le détecteur en définissant des secteurs, de manière à éviter leur recouvrement mutuel. Chaque source simulée suit un profil donné par le modèle $\beta$ avec $\beta = 2/3$ (Equ. 1.22), convolué par la PSF, dont seuls

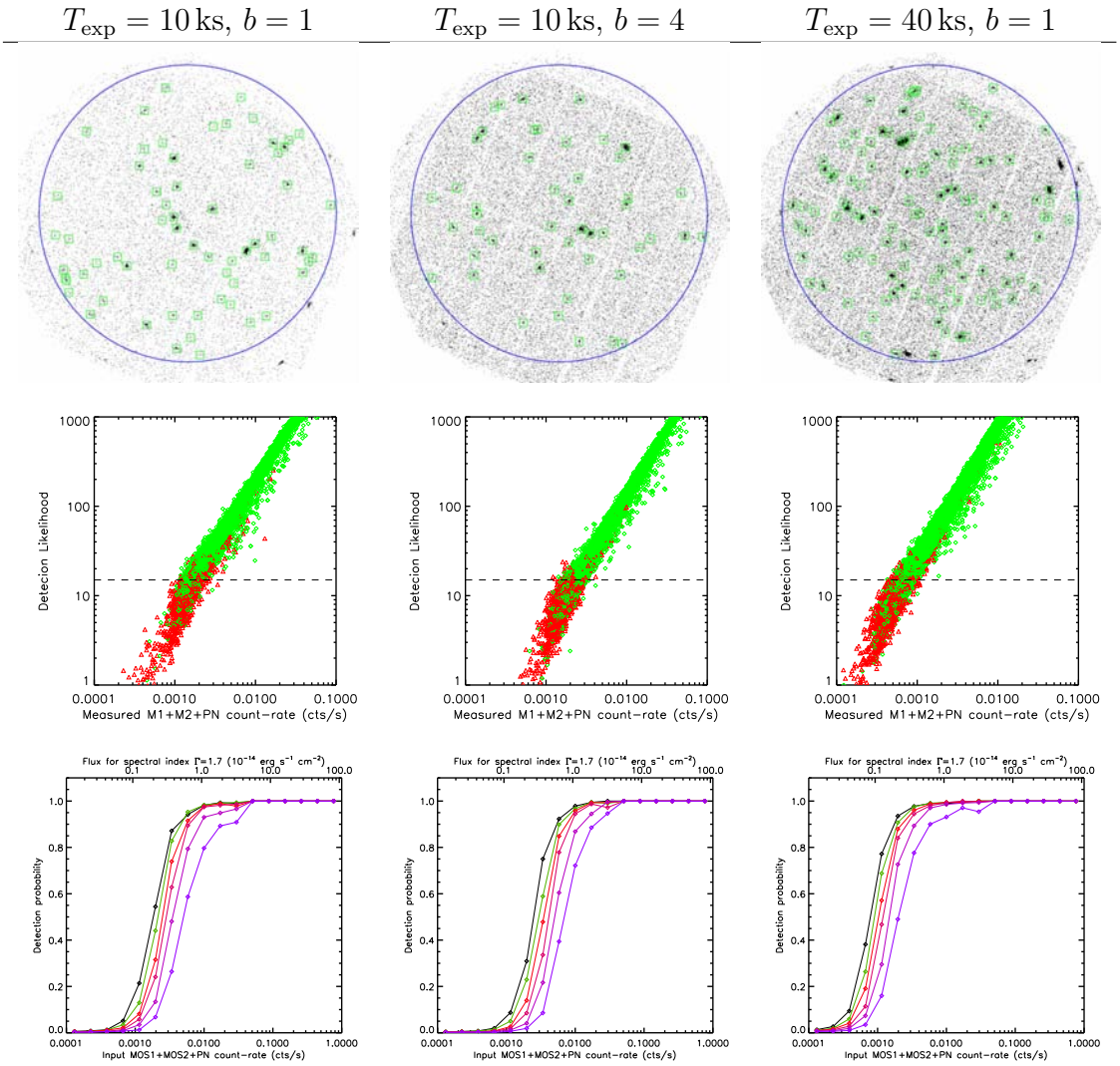



FIGURE 3.14 – Simulations de pointés XMM avec uniquement des sources ponctuelles. Chaque colonne correspond à une configuration différente (fond et temps d'exposition). **Haut :** un exemple de pointé simulé. Le cercle bleu indique la région dans laquelle le pipeline cherche les sources (13′). Les symboles verts représentent les sources détectées avec ML $> 15$. **Centre :** diagramme vraisemblance–flux pour les sources détectées. En vert, les AGN simulés. En rouge les détections ne correspondant pas aux sources simulées (fausses détections). La limite horizontale à ML $= 15$ permet de séparer les deux populations. **Bas :** les courbes de probabilité de détection correspondantes en fonction du flux (ou du taux de comptage) des sources. Les six zones du détecteur considérées ont des efficacités différentes représentées par les six courbes colorées. De gauche à droite (de la plus sensible à la moins sensible) : (0–5,3), (5,3–7,5), (7,5–9,2), (9,2–10,6), (10,6–11,8), (11,8–13,0) arcminutes.

| Région (arcmin) | Facteur de fond $b$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 0,5 | 1 | 2 | 4 |
| 0 - 5,3 | 13,9 / 0,78 | 13,2 / 0,79 | 12,4 / 0,71 | 10,8 / 0,84 |
| 5,3 - 7,5 | 12,5 / 0,70 | 12,3 / 0,64 | 10,8 / 0,77 | 9,8 / 0,86 |
| 7,5 - 9,2 | 11,5 / 0,67 | 10,6 / 0,71 | 9,6 / 0,76 | 8,2 / 0,85 |
| 9,2 - 10,6 | 10,2 / 0,65 | 9,6 / 0,74 | 8,6 / 0,78 | 7,3 / 0,78 |
| 10,6 - 11,8 | 8,7 / 0,65 | 8,3 / 0,69 | 7,2 / 0,74 | 6,1 / 0,70 |
| 11,8 - 13,0 | 6,5 / 0,71 | 6,2 / 0,76 | 5,4 / 0,70 | 4,5 / 0,68 |
| *Total* | 63,3 / 4,2 | 60,2 / 4,3 | 54,0 / 4,5 | 46,7 / 4,7 |

TABLE 3.4 – Taux de complétude et de contamination des catalogues de sources ponctuelles, pour $T_{\rm exp} = 10$ ks et dans les six régions du détecteur définies par leur distance hors-axe. Les deux quantités dans chaque case représentent respectivement le nombre de sources retrouvées et le nombre de fausses détections **par pointé** et dans chaque région du détecteur. Le seuil de détection est $ML = 15$.

| Taux de comptage simulé | Rayon de cœur simulé | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ($10^{-2}$ cps/s) | 10" | 20" | 50" | 100" | | Total |
| *0,25* | 450 | 450 | 750 | 240 | – | 1890 |
| *0,5* | 450 | 450 | 750 | 240 | – | 1890 |
| *1,0* | 450 | 450 | 750 | 240 | – | 1890 |
| *2,0* | 450 | 450 | 750 | 240 | – | 1890 |
| *5,0* | 100 | 100 | 150 | 240 | – | 590 |
| *10,0* | 100 | 100 | 150 | 240 | – | 590 |

TABLE 3.5 – Nombre d'amas situés dans les 10 arcminutes intérieures aux 1800 pointés XMM simulés avec un temps d'exposition de 10 ks et un paramètre de fond $b = 1$. Ces simulations ont été répétées pour des temps d'exposition de 10 et 20 ks et des niveaux de fond $b$=0,25, 0,5, 1, 2 et 4. Le nombre total de pointés simulés *from-scratch* et analysés par le pipeline est 18140, pour un total d'environ 87000 amas.

le rayon de coeur $R_c$ et le nombre de coups total varient d'une simulation à l'autre. La Table 3.5 récapitule les différentes simulations (*from scratch*) réalisées avec deux temps d'exposition différents (10 et 20 ks) et 5 niveaux de fond de 0,25 à 4 fois le fond nominal.

Chacun des pointés simulés est analysé avec le pipeline et les listes de sources sont corrélées à la liste d'entrée avec un rayon de 37,5″. Les pointés exempts de sources étendues sont utilisés pour évaluer les taux de contamination par les sources ponctuelles et les fausses détections. Pour cela, chaque source détectée est reportée dans un diagramme à deux dimensions étendue–vraisemblance d'étendue. On peut alors séparer les vraies sources étendues des contaminants en définissant deux seuils selon ces deux paramètres. Un choix de seuils fixe un taux de contamination et une fonction de sélection et constitue une *classe*. Suivant Pacaud et al. (2006), on définit deux classes :

– « C1 » : EXT $> 5''$ et EXT_LIKE $> 33$, sans contamination et un taux de

détection [12] d'environ $6\,\mathrm{deg}^{-2}$.

– « C2 » : EXT $> 5''$ et $15 <$ EXT_LIKE $< 33$, avec une contamination de 50% et un taux de détection de $12\,\mathrm{deg}^{-2}$

La Figure 3.15 montre trois exemples, tirés de ces simulations, avec les seuils C1 et C2. L'extension des simulations à des pointés de fond et temps d'exposition variables a montré que ces seuils étaient relativement stables vis à vis des taux de contamination, mais que la population d'amas sondés était différente de l'un à l'autre : la fonction de sélection est variable. Celle-ci sera toujours exprimée en tant que probabilité de détection en fonction de quantités *observables* : le taux de comptage total de l'amas et son rayon de cœur. On voit sur ces figures qu'on est assez éloigné d'une limite en flux et plus proche d'une limite en brillance de surface.

Les résultats obtenus pour les simulations d'amas *from-scratch* sont récapitulés en Table 3.6. On retrouve le fait que les pointés plus profonds permettent de détecter plus de sources avec une moindre contamination. La classe C1 est très peu contaminée par des sources ponctuelles ou des fausses détections (de l'ordre du %), tandis que la classe C2 affiche des taux plus élevés, de l'ordre 40%, résultats en accord avec ceux de Pacaud et al. (2006). Bien entendu, ces taux ne sont valables que dans le cadre de ces simulations et ne tiennent pas compte des situations parfois plus complexes des observations réelles (voir par exemple Chap. 5).

Les densités de détection pour 10 ks et $b = 1$ sont légèrement différentes des prédictions XMM–LSS de ces auteurs ($6/\mathrm{deg}^2$), pour plusieurs raisons qui ont été soigneusement recherchées :

– des différences dans le pipeline de traitement des observations X conduisent à des résultats légèrement différents, notamment au voisinage des seuils de détection. Or du fait de la $\log N$-$\log S$ décroissante des amas, c'est aussi là où il y a intrinsèquement plus de sources, donc la différence sur le nombre total de détections est élevée,
– les hypothèses de modélisation sont différentes (lois d'échelle, modèle cosmologique et fonction de masse),
– les niveaux de fond dans les simulations n'ont pas les mêmes valeurs et les calculs effectués alors correspondent à la situation $b = 0{,}5$ dans ceux présentés ici.

On voit donc que les résultats des simulations, et notamment les fonctions de sélection, ne peuvent être reliés aux données réelles que si le même pipeline est utilisé pour leur analyse et si l'on est capable de relier une observation XMM au paramétrage des simulations, en particulier le fond $b$.

### Paramètre de fond

Le facteur $b$ a été introduit artificiellement pour rendre compte du niveau de fond dans les pointés simulés et il faut pouvoir retrouver sa valeur à partir d'une observation réelle. Pour cela, nous avons proposé d'utiliser le fond local calculé par XAmin. Ce dernier est donné pour chaque source traitée par le pipeline : en effet, l'ajustement du modèle ponctuel se fait à intensité totale constante et comprend le flux de la source et une composante de fond (en coups/pixel), et ce pour chacun

12. Son calcul fait intervenir un modèle cosmologique, un modèle d'émission X des amas et la fonction de sélection considérée

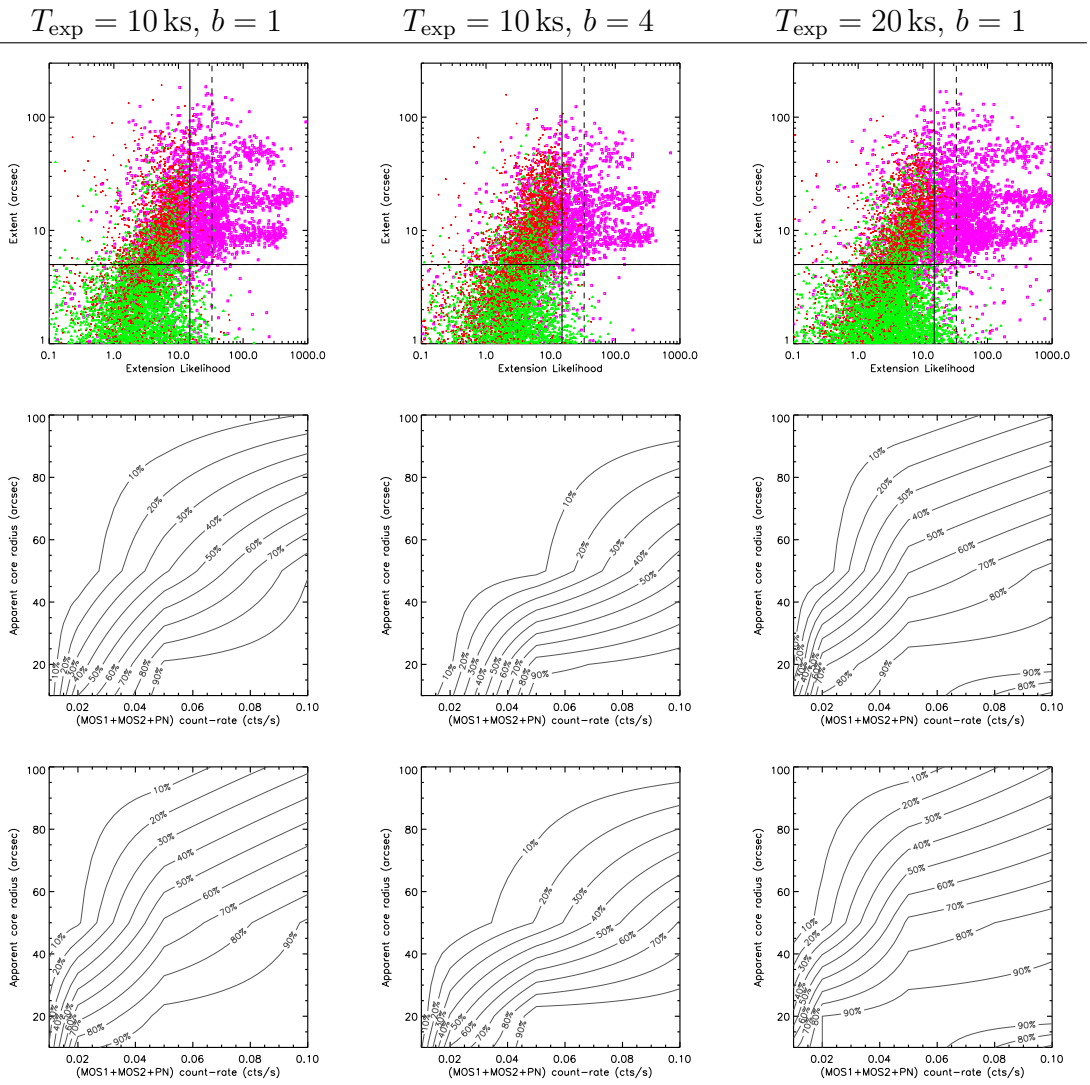



FIGURE 3.15 – Résultats des simulations de pointés XMM avec sources étendues. Chaque colonne correspond à une configuration différente (fond et temps d'exposition). **Haut :** position des sources détectées dans le diagramme étendue–vraisemblance étendue. Les symboles violets correspondent aux amas simulés, les points verts aux sources ponctuelles simulées et les symboles rouges représentent les fausses détections. Les deux classes C1 et C2 sont délimitées par les traits horizontaux et verticaux. L'apparente stratification vient du fait que les rayons de cœur et flux simulés sont discrets. **Centre :** fonction de sélection des amas C1 exprimée en fonction du taux de comptage et du rayon de cœur. **Bas :** fonction de sélection C1 $\cup$ C2 rassemblant les deux classes.

| $T_{\rm exp}$ | Facteur de fond $b$ | C1 | | | C2 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Densité $\deg^{-2}$ | Contam. $\deg^{-2}$ | % | Densité $\deg^{-2}$ | Contam. $\deg^{-2}$ | % |
| 10 ks | 0,25 | 6,3 | 0,2 | 3% | 4,6 | 2,2 | 32% |
| | 0,5 | 5,7 | 0,1 | 2% | 3,1 | 2,1 | 40% |
| | 1 | 4,7 | 0,1 | 2% | 3,4 | 1,8 | 35% |
| | 2 | 3,4 | 0,1 | 3% | 2,5 | 1,5 | 38% |
| | 4 | 2,6 | 0,02 | 1% | 1,9 | 1,5 | 44% |
| 20 ks | 0,25 | 9,1 | 0,1 | 1% | 7,7 | 2,5 | 24% |
| | 0,5 | 7,7 | 0,1 | 1% | 5,4 | 2,1 | 28% |
| | 1 | 6,6 | 0,1 | 1% | 4,7 | 1,8 | 28% |
| | 2 | 4,8 | 0,1 | 2% | 2,9 | 2,0 | 41% |
| | 4 | 3,5 | 0,1 | 2% | 2,3 | 1,4 | 38% |

TABLE 3.6 – Taux de détection et de contamination des classes C1 et C2 dans les 10 arcmin intérieures aux pointés XMM d'un relevé du type XMM–LSS. Ces valeurs sont issues des simulations de sources étendues et résultent d'une chaîne de modélisation faisant notamment intervenir : la cosmologie WMAP-5 (Dunkley et al., 2009), une loi d'échelle masse-température donnée par Arnaud et al. (2005) et une relation température-luminosité donnée par Pratt et al. (2009) (relation « Non Cool Core »). Le rayon de cœur des amas est supposé fixe et égal à $125\,h^{-1}$ Mpc. *N.B. : la classe C2 ne contient pas les sources de la classe C1, par définition.*

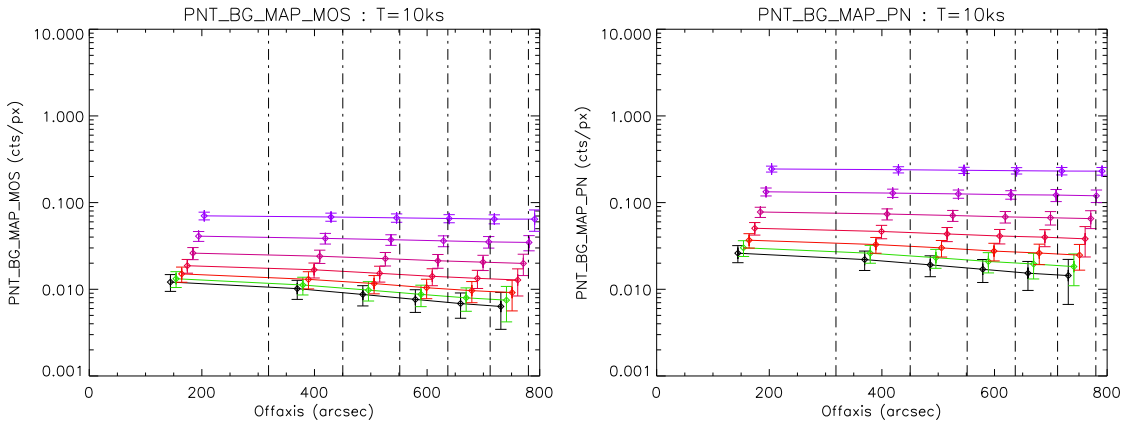



FIGURE 3.16 – Etalonnage du paramètre de fond $b$ sur les simulations de pointés XMM. Chaque courbe colorée de la plus basse à la plus haute indique une valeur particulière de $b$ = 0,1, 0,25, 0,5, 1, 2, 4, 8. Ces courbes sont obtenues à partir des pointés simulés, en moyennant dans chaque tranche de distance hors-axe les valeurs locales de fond trouvées par le pipeline autour de chaque source détectée, et ce sur chaque détecteur (MOS à gauche, PN à droite).

des détecteurs. Les variables associées sont nommées PNT_BG_MAP_MOS et PNT_BG_MAP_PN. On récupère ces valeurs pour chaque source dans le pointé telle que ML > 15. Bien entendu, les valeurs de ces variables sont directement reliées au paramètre $b$ et les simulations de pointés XMM permettent de révéler ce lien. La Figure 3.16 montre la relation obtenue entre $b$ et ces valeurs, où l'on a regroupé les sources par distance hors-axe. La décroissance du fond due au vignettage est clairement visible.

La Figure 3.17 illustre le procédé utilisé pour obtenir la valeur de $b$ associée à un pointé réel. On reporte la position des $\sim$50 sources détectées dans un diagramme *distance hors-axe–valeur de fond* et une minimisation du $\chi^2$ permet d'obtenir une valeur optimale pour $b$. Ainsi, à partir d'une observation réelle dont on connaît le temps d'exposition, la méthode décrite ici permet de trouver $b$, il est ensuite facile d'interpoler entre les fonctions de sélection calculées pour certaines valeurs de fond et de profondeur à partir des simulations.

### 3.3.4 Construction des catalogues

Les processus décrits précédemment fournissent le matériel fondamental issu des observations XMM : i) une liste de sources avec paramètres associés, et notamment leur vraisemblance, ii) une classification objective basée sur des quantités observables, iii) les fonctions de sélection associées à la classification, iv) une calibration des mesures.

Pour être facilement utilisables, les listes sont organisées en grands catalogues, qui sont éprouvés puis validés au sein du XMM–LSS pour être publiés.

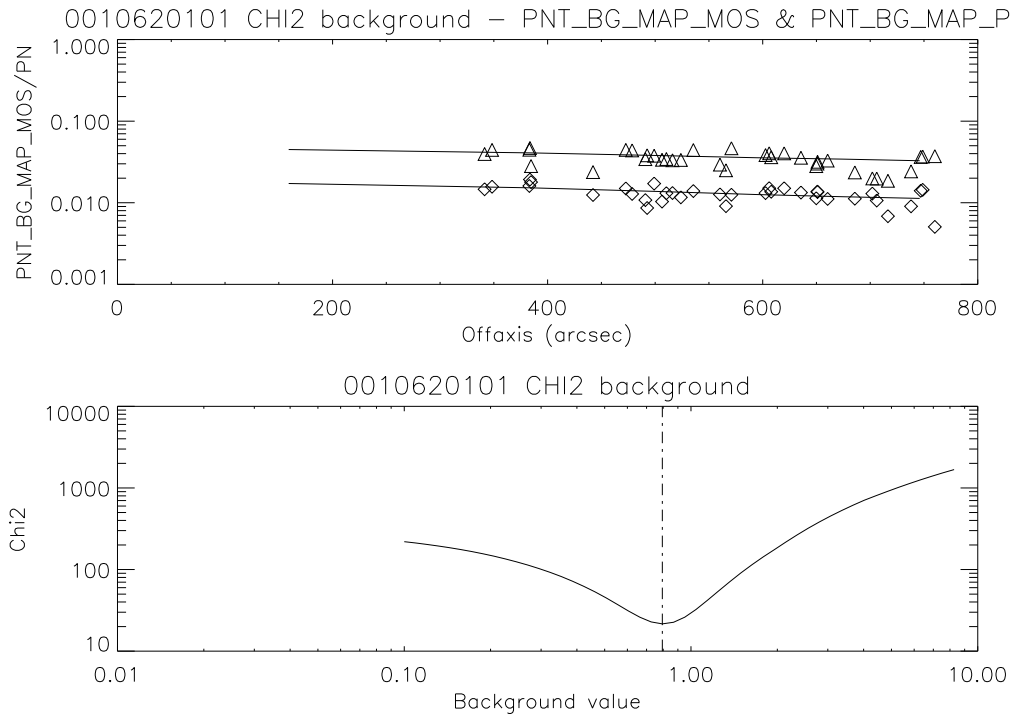



FIGURE 3.17 – Illustration de la méthode utilisée pour trouver le paramètre de fond $b$ à partir d'une observation réelle. *Haut :* à chaque source détectée ayant une vraisemblance supérieure à 15 est rattachée une valeur locale du fond donnée par le pipeline, sur MOS (*losanges*) et sur PN (*triangles*). En reportant cette valeur en fonction de la distance hors-axe de la source, on peut relier le résultat obtenu à ceux provenant des simulations (Fig. 3.16) et estimer par le biais d'une minimisation de $\chi^2$ la valeur de fond correspondante. *Bas :* valeur du $\chi^2$ en fonction du paramètre de fond $b$. La barre verticale indique le minimum trouvé ($b \sim 0{,}8$) et le jeu de courbes correspondantes est reporté sur la figure du haut.

**L3SDB** Cette base de données [13] contient tous les amas de galaxies (C1, C2 et autres candidats) détectés dans le relevé et rassemble toutes les informations qui leur sont rattachées : redshift, images optiques et infrarouge, flux, température... Cette base évolue au fur et à mesure des campagnes d'observation et des nouvelles versions de pipeline. A chaque nouvelle source entrée, une évaluation par des astronomes indépendants vient confirmer ou non sa nature afin d'éliminer les contaminations. Cette validation s'appuie sur les images X et optiques (CFHTLS) et donne lieu à une qualification des sources (« amas », « point », « ambigu »...)

**LSS master catalogue** Cette base [14] contient les catalogues multi-longueur d'ondes (IR, UV, radio, optique...) corrélés avec les listes de sources X détectées dans les bandes 'soft' (0,5-2 keV) et 'hard' (2-10 keV). Cette procédure complexe de corrélation permet de corriger des défauts d'astrométrie du catalogue de sources X. Cette base est préférentiellement utilisée par les groupes de travail AGN. Publication associée : Pierre et al. (2007).

## 3.4 Sélection de résultats antérieurs sur les amas de galaxies du XMM–LSS

Nous décrivons brièvement quelques-uns des travaux menés sur les amas de galaxies du relevé XMM–LSS depuis 2006. Cette thèse utilisera certains de leurs résultats. La liste mise à jour des publications du XMM–LSS peut être consultée sur le site Internet `http://vela.astro.ulg.ac.be/themes/spatial/xmm/LSS/rel_pub_e.html`.

**Pipeline XMM–LSS** La publication Pacaud et al. (2006) décrit et officialise le programme de traitement des données X utilisé dans le consortium. Il décrit comment la fonction de sélection du relevé est calculée et fournit des prédictions sur les nombres de sources attendus et les différences qui apparaissent avec une sélection limitée en flux.

**Premier échantillon de groupes et amas** La publication Willis et al. (2005) fournit un premier échantillon d'amas de galaxies et de groupes détectés dans le relevé XMM–LSS. Elle démontre que les propriétés de ces objets peuvent être étudiées avec les données XMM du relevé. Enfin, elle met en évidence la nécessité d'obtenir un échantillon complet pour définir des contraintes sur l'évolution des lois d'échelle (luminosité - température).

**Echantillon d'amas dans la région D1 du CFHTLS** La publication Pierre et al. (2006) décrit les échantillons d'amas C1, C2 et C3 détectés dans la région profonde D1 du CFHTLS (1 deg$^2$). Une tendance positive dans l'évolution de la

13. XMM Large Scale Structure Survey DataBase, `http://XMM-LSS.in2p3.fr:8080/l3sdb`, conception et maintenance J.- P. Le Fèvre

14. `http://cosmosdb.iasf-milano.inaf.it/XMM-LSS/`, conception et maintenance L. Chiappetti

loi L–T est trouvée, c'est-à-dire qu'un amas à une température donnée serait plus lumineux dans le passé qu'aujourd'hui.

**Un amas à $z = 1{,}22$** La publication Bremer et al. (2006) présente le premier amas très distant découvert dans le relevé, appartenant à la classe C2. Elle décrit les propriétés en bandes optiques et infrarouges des galaxies de cet amas exceptionnel et démontre la capacité du relevé XMM–LSS à trouver des objets rares.

**Echantillon d'amas C1 sur les $5\,\mathrm{deg}^2$** La publication Pacaud et al. (2007) décrit l'échantillon des 29 amas C1 détectés dans la première moitié du relevé. Les températures, luminosités, redshifts et profils des amas sont mesurés. Les effets de sélection sont précautionneusement étudiés. Il est montré que ceux-ci sont critiques dans la détermination des lois d'échelles et de leur évolution.

**Profils des amas et groupes** La publication Alshino et al. (2010) décrit les profils des 29 amas C1 mentionnés dans Pacaud et al. (2007). Un profil $\beta$ modélisant la brillance de surface est ajusté sur chacune des détections. L'analyse des profils individuels ou des profils « empilés » semble montrer que la fraction d'amas à cœur froid ne diminue pas lorsque le redshift augmente. Une corrélation entre la température et le paramètre $\beta$ des profils est proposée.

# Chapitre 4

# Etudes réalisées dans le XMM–LSS

Les dernières observations XMM constituant le relevé XMM–LSS ont été réalisées en Janvier 2009, amenant la surface couverte à un peu plus de $10\,\mathrm{deg}^2$ avec une profondeur quasi-uniforme de 10 ks. Si l'un des objectifs de base du relevé est de contraindre les modèles cosmologiques à l'aide des amas de galaxies, la couverture multi-longueur d'ondes de la région ouvre un champ de recherche bien plus vaste. L'objet de ce chapitre est de présenter trois études menées durant cette thèse. Elles sont de natures différentes mais toutes s'appuient sur la qualité des observations X et la connaissance unique de la fonction de sélection associée. La première partie concerne l'analyse de la fonction de corrélation angulaire des AGN du relevé. La seconde se concentre sur les amas distants du relevé, sujet actuellement en plein essor. La troisième partie ébauche l'étude de la distribution spatiale tri-dimensionnelle des amas de galaxies. Enfin, on conclura ce chapitre en mettant en lumière les perspectives envisagées pour le relevé XMM–LSS.

## 4.1 Fonction de corrélation à deux points des AGN

Le XMM–LSS couvrant une surface continue de $10\,\mathrm{deg}^2$, il offre une occasion unique d'étudier la structure à grande échelle des noyaux actifs de galaxies (AGN) qui forment la majorité des sources détectées par XMM. L'outil idéal pour étudier cette structure est la fonction de corrélation, notamment angulaire, qui décrit le regroupement spatial et la structuration (*clustering*) de ces sources. Cette section décrit la méthodologie suivie. Une certaine place est faite au calcul de la fonction de sélection, central, et qui a été sous notre responsabilité. Un bref résumé des résultats obtenus conclura cette partie. Le lecteur intéressé pourra se référer à la publication correspondante, insérée en Annexe A et aux références qui y sont citées.

### 4.1.1 Motivations

Partant du principe que les AGN suivent la distribution de matière noire dans l'Univers, l'analyse de leur distribution spatiale est susceptible non seulement de donner des informations sur la structure à grande échelle mais également l'évolution de leur population en fonction du temps cosmologique et leur relation aux halos qui les hébergent. Le grand nombre d'AGN récoltés dans le relevé XMM–LSS permet de déterminer leur corrélation angulaire, c'est-à-dire l'excès de paires de séparation

angulaire donnée, par rapport à une distribution complètement uniforme. Cette corrélation projetée est intimement liée à la corrélation spatiale des sources, inaccessible en l'absence de redshifts.

Une analyse de la fonction de corrélation angulaire des AGN peut donc tester l'évolution de la structuration en fonction du redshift et de la limite en flux de l'échantillon. Elle peut tester le modèle d'unification – est-ce que les AGN obscurcis et non-obscurcis sont bien les mêmes objets vus sous des angles différents ? – par comparaison des fonctions de corrélation des AGN à spectres X « durs » et « mous » respectivement. Aux bas niveaux de signal sur bruit rencontrés, ces distributions spectrales sont tracées par le rapport de dureté [1] entre les bandes molle ($s$) et dure ($h$) à partir des taux de comptage (CR) respectifs :

$$\mathrm{HR} = \frac{\mathrm{CR}_h - \mathrm{CR}_s}{\mathrm{CR}_h + \mathrm{CR}_s} \tag{4.1}$$

### 4.1.2 L'échantillon d'AGN du relevé

L'étude que nous allons présenter repose sur les sources détectées comme ponctuelles (vraisemblance $\geq 15$, cf. Sect. 3.3) par le pipeline. 87 pointés en tout ont été utilisés. Deux analyses distinctes ont été menées : ou bien en tenant compte de leur temps d'exposition total, ou bien en ne gardant que 10 ks de l'observation [2]. Ainsi, dans un cas les temps d'exposition varient de 8 à 23 ks (pointés LSS) et 7 pointés du SXDS plus profonds s'étalent entre 16 et 47 ks [3]. Dans l'autre cas, un nouveau catalogue a été créé à partir de l'analyse des pointés « 10 ks » seulement. La perte de signal utile est compensée par une meilleure uniformité du relevé. En tout état de cause, la comparaison entre les deux procédures a montré que ces variations ont peu d'impact sur les résultats finaux.

L'échantillon utilisé comprend environ 5700 sources ponctuelles dans la bande [0,5-2] keV (molle) et 2500 dans la bande [2-10] keV (dure). Les sources identifiées comme amas de galaxies ont été retirées sur la base des critères C1 et C2 [4]. Toutes les sources ont été considérées comme étant des AGN, bien qu'une contamination résiduelle de 3% soit attendue de la part d'étoiles (Salvato et al., 2009).

Nous avons vu en Section 3.3 que le traitement des données X s'effectuait séparément sur chaque pointé, puis qu'un processus de corrélation complexe, non décrit ici, associe entre elles les sources reliées à une seule et même détection dans le catalogue. Cette association est délicate car dans les zones de recouvrement des pointés, la PSF est étendue et la précision astrométrique est réduite : ces erreurs peuvent fortement influencer la fonction de corrélation aux petites échelles par la création de fausses paires rapprochées (provenant en fait de la même source). Deux critères de sélection spatiale ont été testés : ou bien en ne conservant que les régions situées

1. Suivant Gandhi et al. (2004), HR $< -0{,}2$ (sources molles) indique les sources principalement non-obscurcies, et inversement.

2. Ce sont 10 ks effectives, c'est-à-dire après suppression des intervalles de temps contaminés par des bouffées de protons, etc.

3. Le pointé S01, dont l'exposition totale est environ 80 ks, a été réduit à 40 ks pour minimiser l'effet de confusion

4. Dans le cas des sources C2, théoriquement contaminées à hauteur de 50% par des sources ponctuelles, et des fausses détections, c'est l'inspection visuelle via la L3SDB qui a permis d'effectuer le tri (Sect. 3.3).

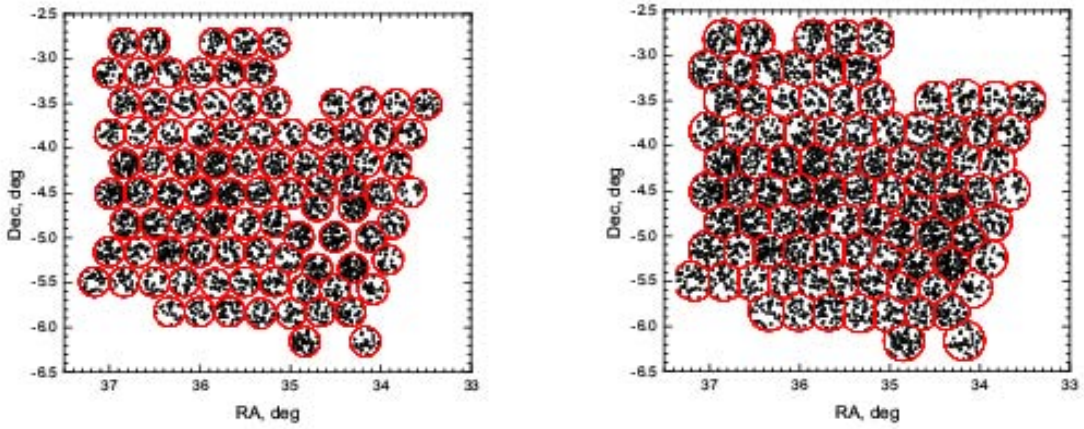



FIGURE 4.1 – Distribution des sources ponctuelles détectées dans le relevé XMM–LSS, pour les deux configurations de relevé proposées. *Gauche :* limitation des sources aux 10 arcminutes internes à chaque pointé. *Droite :* frontières entre les pointés déterminées par une tessellation de Voronoi : chaque point appartient au pointé dont le centre est le plus proche. *Images A. Elyiv.*

en-dessous de 10 arcmin de distance hors-axe, ou bien en créant une tessellation de Voronoi [5]. Les deux configurations sont montrées sur la Fig. 4.1. La première donne lieu à un catalogue de 4066 sources et une surface de 8,3 deg$^2$, l'autre à 5093 sources sur 10,9 deg$^2$. Les résultats obtenus sont quasiment identiques quel que soit le choix réalisé.

### 4.1.3 La fonction de sélection des AGN

Le calcul de la fonction de sélection des sources s'appuie directement sur les simulations d'objets ponctuels décrites en Sect. 3.3.3. On rappelle que les sources ponctuelles sont sélectionnées selon le seul critère d'une vraisemblance supérieure à 15. A chaque pointé (et dans chaque bande d'énergie) est associée une fonction de sélection qui dépend du temps d'exposition $T_{\rm exp}$, du niveau de fond $b$ et de la tranche de distance hors-axe ($\theta$) considérée. En d'autres termes, la fonction de sélection est la probabilité de détecter une source de flux $S$ donné sachant sa position sur un pointé donné (Fig. 3.14). La Figure 4.2 compare la valeur du flux limite de détection des sources ponctuelles (à 90% de complétude) pour quatre pointés ayant des temps de pose et des niveaux de fond différents. En regroupant les fonctions de sélection calculées pour les 87 pointés, on déduit une carte de sensibilité du relevé, qui associe donc à chaque position une probabilité de détection $p(S,\theta,T_{\rm exp},b)$.

5. Connaissant la position des centres des pointés, les frontières de la tessellation sont les segments contenant les points à équidistance des deux centres les plus proches.

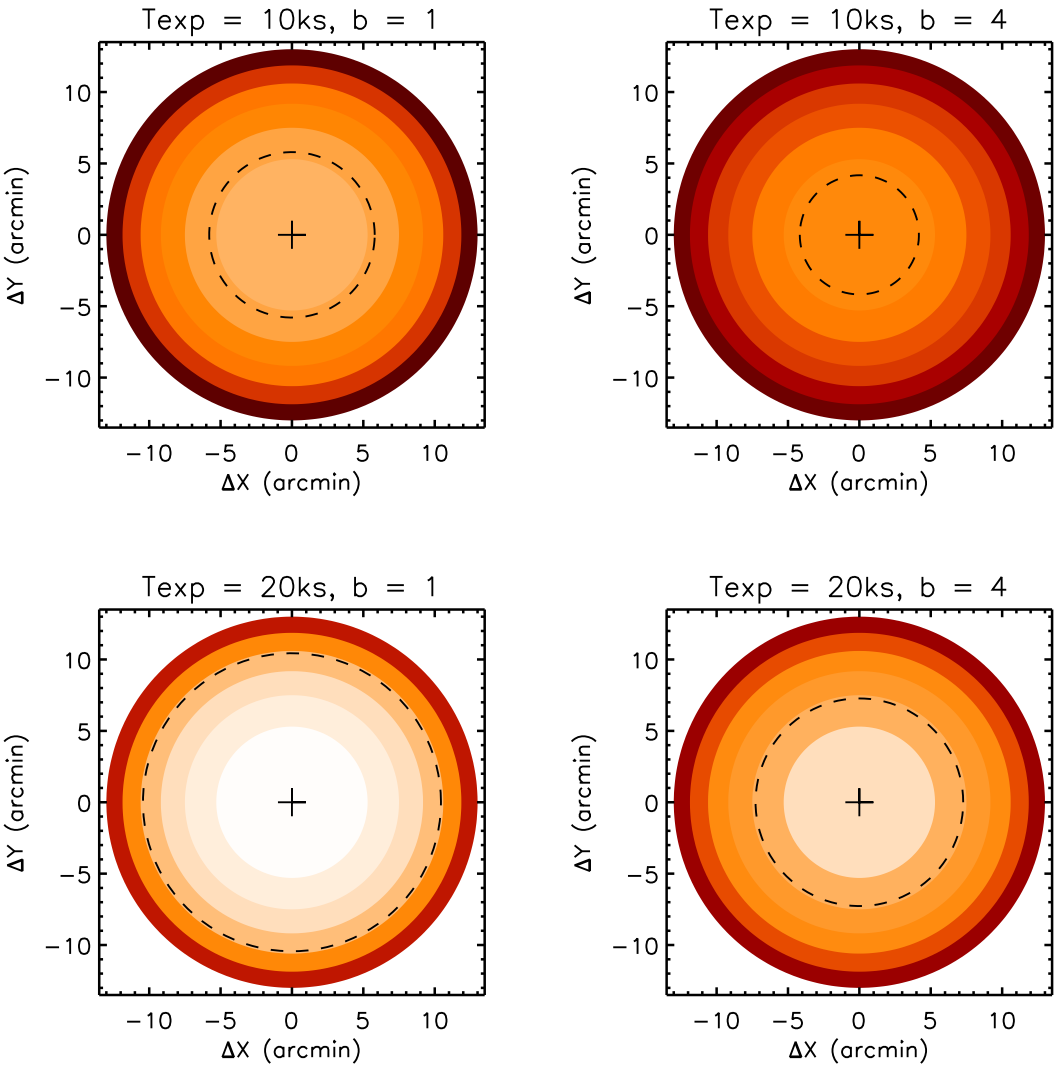



FIGURE 4.2 – Sensibilité des pointés XMM du relevé XMM–LSS en fonction de la distance hors-axe. Ces résultats proviennent des simulations de pointés XMM. Le centre d'un pointé est symbolisé par la croix. Les couleurs représentent la limite de flux (à 90% de complétude) de détection des sources ponctuelles dans la bande molle [0,5-2] keV, les anneaux ont des surfaces équivalentes. Une couleur claire indique une limite basse (haute sensibilité) et inversement. Le cercle discontinu indique la limite en flux $f_{lim} = 5 \times 10^{-15}$ ergs/s/cm$^2$ : à l'intérieur de ce cercle la sensibilité est accrue. Quatre exemples de pointés différant par leurs temps d'exposition et niveaux de fond sont illustrés ici.

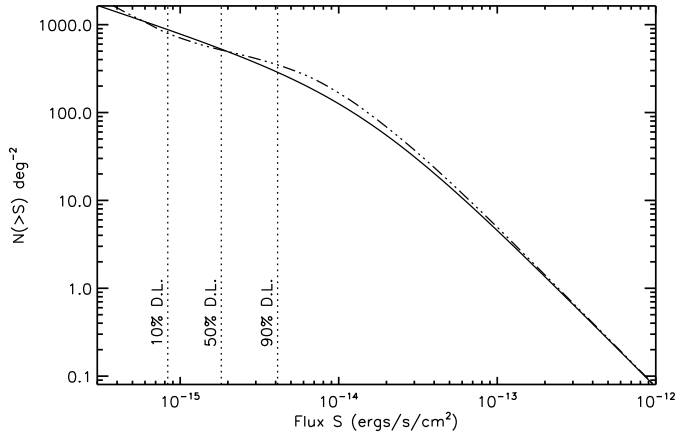



FIGURE 4.3 – Effet du biais de Malmquist sur une log$N$-log$S$ simulée. On suppose que la log$N$-log$S$ réelle des sources est donnée par la courbe en trait plein (Moretti et al., 2003). Les flux des sources sont redistribués selon un modèle d'erreur Poissonien. La probabilité de détection des sources est prise en compte et représentée par les barres verticales indiquant les seuils de détection à 10, 50 et 90% respectivement. La courbe en trait mixte indique la log$N$-log$S$ qu'on mesurerait sans prendre en compte l'effet du biais de Malmquist : un excédent de sources apparaît, proche de la limite de détection.

### 4.1.4 Distribution en flux des AGN détectés

La surface effective du relevé est calculée selon une intégrale portant sur toute la surface du relevé :

$$A(S) = \iint p(S,\theta,T_{\rm exp},b)\, d\Omega \tag{4.2}$$

La log$N$-log$S$ des sources ponctuelles est alors calculée en divisant le nombre de sources trouvées dans chaque intervalle de flux par la surface effective $A(S)$. Le biais de Malmquist/Eddington complique le calcul au voisinage de la limite de détection $S_{\rm min}$ [6] : à cause du bruit de Poisson, une source ayant un flux intrinsèque donné $S$ peut apparaître comme ayant un flux apparent $\hat{S} = S \pm dS$. Certaines sources normalement non détectables passent au-dessus de la limite de détection et inversement. A cause de la pente négative de la log$N$-log$S$, le nombre de sources en-dessous de la limite est plus grand que le nombre de sources au-dessus. Par conséquent on observe un excédent artificiel de sources à proximité de la limite de détection. La Fig. 4.3 illustre cet effet par un modèle simplifié.

On peut estimer cet effet sur les données réelles en calculant la distribution $p(S|\hat{S})$ exprimant la probabilité qu'une source ait pour flux réel $S$ alors qu'on la mesure avec un flux $\hat{S}$. Cette distribution peut être facilement calculée à partir des simulations de pointés. La construction de la log$N$-log$S$ se fait alors en associant à chaque source mesurée $\hat{S}$ un flux tiré au hasard selon la distribution $p(S|\hat{S})$, et ce un grand nombre de fois. On réalise ainsi une série de simulations de Monte-Carlo

6. Pour simplifier, nous illustrons le propos par une fonction de sélection simple : $p(S) = 0$ en-dessous d'une certaine limite de flux et 1 au-dessus. Pour le calcul réel, la fonction de sélection complète a été prise en compte.

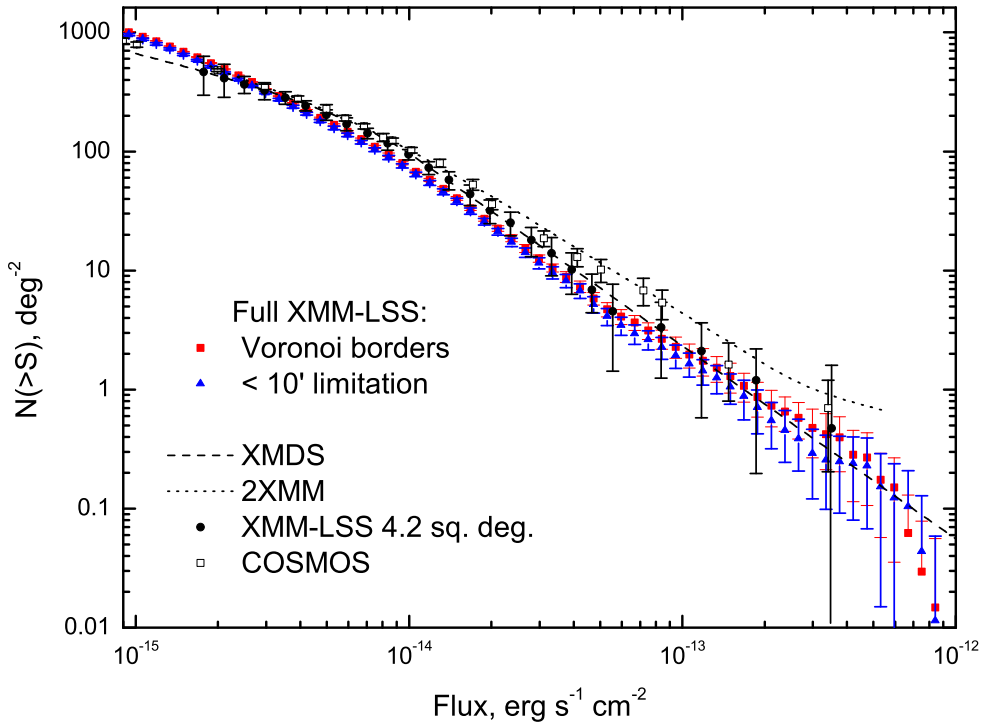



FIGURE 4.4 – La log$N$-log$S$ des sources ponctuelles du XMM–LSS détectées dans la bande molle ([0,5-2] keV). Les deux configurations permettant de prendre en compte les recouvrements (10 arcmin ou Voronoi) donnent des résultats identiques. Les résultats du XMDS (XMM Medium Deep Survey, Chiappetti et al. 2005), de 2XMM (Ebrero et al., 2009), de COSMOS (Cappelluti et al., 2007) et des 5 premiers deg$^2$ du XMM–LSS (Gandhi et al., 2006) sont montrés à titre de comparaison. *Figure : A. Elyiv.*

dont la moyenne converge vers la log$N$-log$S$ réelle [7].

Le résultat final est montré en Figure 4.4 et comparé aux résultats d'autres relevés de sources avec XMM. Des différences marginales (2-3$\sigma$) apparaissent avec les analyses du champ COSMOS (Cappelluti et al., 2007) et 2XMM (Ebrero et al., 2009). Un très bon accord est trouvé avec les analyses du champ XMM–LSS (Gandhi et al., 2006), même avec un pipeline différent (Chiappetti et al., 2005). Cela suggère que si tension il y a, elle doit être intrinsèque au champ XMM–LSS.

7. On notera que cette approche pour « déconvoluer » la log$N$-log$S$ du biais de Malmquist est valide tant que la log$N$-log$S$ utilisée pour les simulations varie très lentement par rapport à la taille des erreurs de mesure. En effet, ce que les simulations fournissent en réalité est $p(\hat{S}|S)$, $S$ étant le flux simulé et $\hat{S}$ le flux mesuré, or la quantité recherchée est $p(S|\hat{S})$. En principe, $p(S|\hat{S}) \propto p(\hat{S}|S).p(S)$, avec $p(S)$ qui est directement reliée à la log$N$-log$S$ mise en entrée des simulations.

### 4.1.5 Résultats obtenus par la fonction de corrélation angulaire des AGN

Le calcul de la fonction de corrélation nécessite de générer des catalogues aléatoires de sources distribuées de manière uniforme et réaliste sur le relevé. Ces catalogues doivent prendre en compte la distribution intrinsèque en flux ($\log N$-$\log S$) telle que calculée précédemment, et les variations de sensibilité sur la surface du relevé. La corrélation est estimée via les formules de Hamilton et Landy-Szalay, qui donnent dans notre cas des résultats identiques. Puis la fonction de corrélation est ajustée par un modèle du type :

$$w(\theta) = (\theta_0/\theta)^{\gamma-1} \tag{4.3}$$

$\theta_0$ étant l'amplitude de la corrélation et $\gamma$ l'indice de pente.

Les résultats obtenus sont les suivants. De manière globale, l'extension de la fonction de corrélation à des séparations de l'ordre du degré, accessibles grâce à la couverture unique du relevé, est dans la continuité de la corrélation à l'échelle de l'arcminute.

En général, l'amplitude de la fonction de corrélation est trouvée plus élevée dans la bande molle que dans la bande dure. Mais lorsque l'analyse est étendue aux plus bas flux, cette tendance s'inverse pour donner lieu à une corrélation plus forte en bande dure. Les sources obscurcies (dures) semblent plus fortement corrélées (amplitude et pente plus grandes) que les sources non-obscurcies (molles). Ce résultat d'intérêt pourrait indiquer un effet environnemental gouvernant le type d'AGN. De plus, conformément à des études précédentes, nous trouvons une dépendance de l'amplitude de la fonction de corrélation en fonction de la limite en flux choisie, principalement pour les sources détectées dans la bande molle. Ce résultat est relativement difficile à interpréter car il mélange évolution de la population, fonction de luminosité et distribution spatiale des sources.

Une inversion de la fonction de corrélation angulaire (bi-dimensionnelle) en la fonction de corrélation spatiale (tri-dimensionnelle), via l'inversion de Limber (Peebles, 1993), indique une évolution de la longueur caractéristique de corrélation en fonction de la limite en flux dans la bande molle, mais pas dans la bande dure. Ce calcul repose sur l'hypothèse d'une fonction de luminosité évoluant avec le redshift, issue de la littérature. La fonction de corrélation spatiale ainsi calculée permet d'obtenir le biais (linéaire) de la population d'AGN observée par rapport à la matière noire [8]. Supposant un modèle de halo et sous l'hypothèse que chaque halo contient un AGN, on déduit de la fonction de corrélation spatiale des AGN que la masse caractéristique des halos hébergeant les AGN vaut $M_h \simeq 10^{13}\,M_\odot$, soit la masse typique des petits groupes de galaxies.

## 4.2 Recherche et caractérisation d'amas distants

Une population recherchée activement dans les relevés d'amas, quels qu'ils soient, est celle des amas distants, ici définis par $z \gtrsim 1$. Nous détaillons les études entreprises à ce sujet dans le cadre du relevé XMM–LSS.

8. Défini par $b(z)^2 = \xi_{AGN}(r = 8\,\mathrm{Mpc},z)/\xi_{DM}(r = 8\,\mathrm{Mpc},z)$.

### 4.2.1 Contexte

La Sect. 2.2 a montré que les amas de galaxies sont les structures qui se sont formées le plus tard dans l'histoire de l'Univers et qu'ils sont donc sensibles à son évolution récente sur des échelles larges. Les amas les plus distants, définis généralement par $1 < z < 2$, sont donc les ancêtres des amas très massifs que l'on observe maintenant dans notre Univers local, c'est-à-dire les amas de « type Coma » ($M_{200} \simeq 10^{15} h^{-1}\, M_{\odot}$). Dans les conditons de formation des structures et d'évolution cosmologique telles qu'on les connaît, on attend très peu d'amas très massifs dans ces intervalles de redshift : par exemple 2 ou 3 amas de type Coma au-delà de $z = 1{,}5$ dans notre Univers observable (voir par exemple Rosati et al., 2002a). L'intérêt cosmologique de ces amas distants est donc très clair du point de vue de la formation des structures à grande échelle.

Il l'est aussi du point de vue de la formation des galaxies et de leur répartition au sein des puits de matière noire. A titre d'exemple, les amas locaux montrent que la population de galaxies est dominée par des objets brillants, elliptiques et rouges qui forment une « séquence rouge » dans leur diagramme couleur-magnitude (voir Sect. 1.3). L'existence de celle-ci indique qu'une population d'étoiles uniformément âgées, formées avant $z > 2$, était déjà présente dans les précurseurs des amas massifs observés aujourd'hui. Il convient de vérifier cette hypothèse sur les amas les plus distants afin de comprendre comment s'assemble la séquence rouge dans les amas de galaxies, via fusions et collisions multiples probablement, et comment celle-ci dépend de la masse des halos entrant en jeu.

La détection et l'étude d'amas à $z \gtrsim 1$ sont des thématiques relativement récentes du fait des difficultés observationnelles qui leur sont liées, que ce soit en rayons X ou en infrarouge proche. La « preuve » de l'existence d'un amas repose généralement sur la présence de gaz étendu détecté en X et d'un groupe de galaxies possédant des redshifts spectroscopiques concordants dans la petite région sondée. Très peu d'amas au-delà de $z = 1{,}2$ sont aujourd'hui connus, mais la liste ne cesse de croître : par exemple Bremer et al. (2006) ($z = 1{,}22$), Mullis et al. (2005) ($z = 1{,}4$), Stanford et al. (2006) ($z = 1{,}45$), van Breukelen et al. (2007) ($z = 1{,}45$), Fassbender et al. (2011b) ($z = 1{,}56$), Santos et al. (2011) ($z = 1{,}58$), Papovich et al. (2010) ($z = 1{,}62$) et Gobat et al. (2011) ($z = 2{,}07$). Les plus distants d'entre eux ont été détectés par XMM et affichent une émission très compacte. Une possible contamination de ces objets par une source ponctuelle ne peut être exclue et seule une observation systématique avec *Chandra* peut le confirmer.

La question se pose de l'utilisation que l'on veut faire des amas détectés à haut redshift. Plusieurs approches cohabitent. Une première consiste à réfuter des modèles cosmologiques par la simple existence d'un amas lointain et très massif (e.g. Jee et al., 2009). Une autre consiste à adopter un point de vue statistique afin d'établir conjointement des contraintes sur la fonction de masse et les relations d'échelle des amas (e.g. Reichert et al., 2011) ou sur la population de galaxies au sein de ces objets (Stott et al., 2010). Dans tous les cas se pose le problème de la fonction de sélection.

Les trois cas qui vont suivre concernent des amas distants détectés dans la région du XMM–LSS et serviront à mettre en valeur quelques-unes des difficultés liées à l'observation de ces objets. Dans un premier temps (Sect. 4.2.2), nous détaillerons

la sélection d'amas distants, en X au sein du relevé, dans le but de construire un échantillon dont la fonction de sélection est bien étalonnée – un pas considérable étant donné le caractère « hasardeux » des détections actuelles. La deuxième partie (Sect. 4.2.3) développera une étude menée sur un système originellement annoncé à $z = 1{,}9$ mais bien plus complexe en réalité. Enfin, en Sect. 4.2.4 sera résumée l'analyse d'un amas à $z = 1{,}62$ observé par Chandra.

### 4.2.2 L'échantillon d'amas distants du relevé XMM–LSS

#### Sélection de l'échantillon

Une première liste de candidats amas distants a été établie sur la base des détections C1 et C2 du relevé XMM–LSS. Seuls ont été sélectionnés ceux dont la contrepartie optique en bande $i$ (ou $r$ à défaut) était très faible ou invisible. Un amas C3 a été inclus, #741, dont l'analyse sera détaillée en Sect. 4.2.3. Cette sélection a donné lieu à une liste de 17 candidats. Pour chacun d'entre eux, les images en bandes $i$, 3,6 $\mu$m et 4,5 $\mu$m ont été inspectées ainsi que l'image 3 couleurs correspondante. Les images en infrarouge moyen proviennent du relevé SWIRE ; la profondeur dans la région XMM–LSS est assez faible (120 s d'exposition en moyenne, soit une sensibilité de $\sim 4\,\mu$Jy à 3,6 $\mu$m). Parmi ces 17 amas, cinq ont aujourd'hui un redshift spectroscopique connu : #135 ($z = 1{,}05$), #635 ($z = 1{,}005$), #820 ($z = 1{,}22$), #1621 ($z = 1{,}00$) et #1702 ($z = 1{,}03$, en attente de confirmation). L'amas à $z = 1{,}22$ (#820) sert de référence et permet de poser une limite sur la magnitude des objets en $i$ à ce redshift (Fig. 4.5) : les galaxies membres sont à la limite de sensibilité en optique mais apparaissent clairement en infrarouge moyen (bandes IRAC).

Les Figures 4.6, 4.7, 4.8 sont quelques exemples choisis pour leur qualité. On voit que si l'émission X de #1602 (Fig. 4.6) est clairement étendue (C1), les contreparties en optique et infrarouge sont quasiment nulles aux profondeurs sondées, ce qui pourrait indiquer un amas très lointain. Les deux autres candidats montrent une plus claire contrepartie infrarouge, même si #2003 semble être la superposition de deux structures sur la même ligne de visée.

#### Observations en infrarouge proche (HAWK-I)

Afin de confirmer la présence de galaxies passives formant la séquence rouge de ces amas potentiellement situés à haut redshift, nous avons obtenu 25h de temps d'observation sur l'instrument HAWK-I. La photométrie en bandes Y, J et K (infrarouge proche) des galaxies hôtes de ces amas permet d'en déduire leurs redshifts photométriques. En effet, l'utilisation de l'infrarouge proche et de l'optique seuls ne suffit pas pour conclure : un plateau apparaît dans l'évolution couleurs [3,6 $\mu$m]-[4,5 $\mu$m] au-delà de $z > 1{,}3$ (Papovich, 2008). Les bandes Y à K quant à elles permettent de tracer la brisure à 4000 Å dans le spectre de galaxies à $1{,}2 < z < 2$ (cf. Table 4.3) et sont donc particulièrement contraignantes pour la détermination des redshifts photométriques.

L'instrument HAWK-I a été choisi pour sa sensibilité et sa bonne résolution spatiale. En effet, même si le relevé UKIDSS couvrira à terme les 3/4 de la région XMM–LSS en bandes J, H et K, sa profondeur s'avère insuffisante pour l'étude

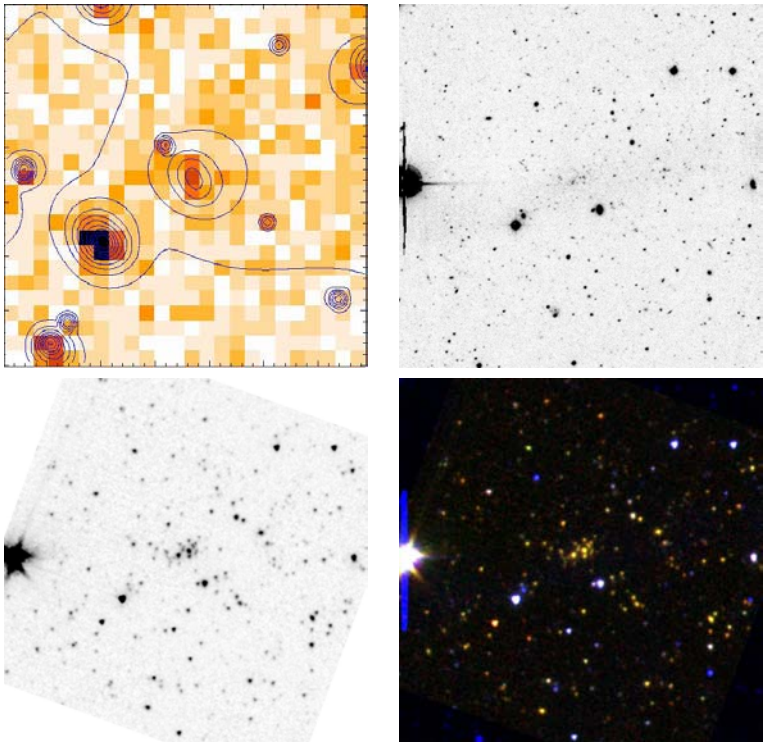


FIGURE 4.5 – L'amas #820 (XLSSC 046, classe C2) à $z = 1{,}22$. Chaque vignette a pour côtés 4×4 arcmin, le nord est en haut et l'est à gauche. *De gauche à droite, de haut en bas :* l'image X [0,5-2] keV et contours X obtenus après filtrage par ondelettes ; l'image en bande CFHTLS-$i$ ; l'image en bande SWIRE/IRAC 3,6 $\mu$m ; l'image composite $i$-3,6-4,5 $\mu$m.

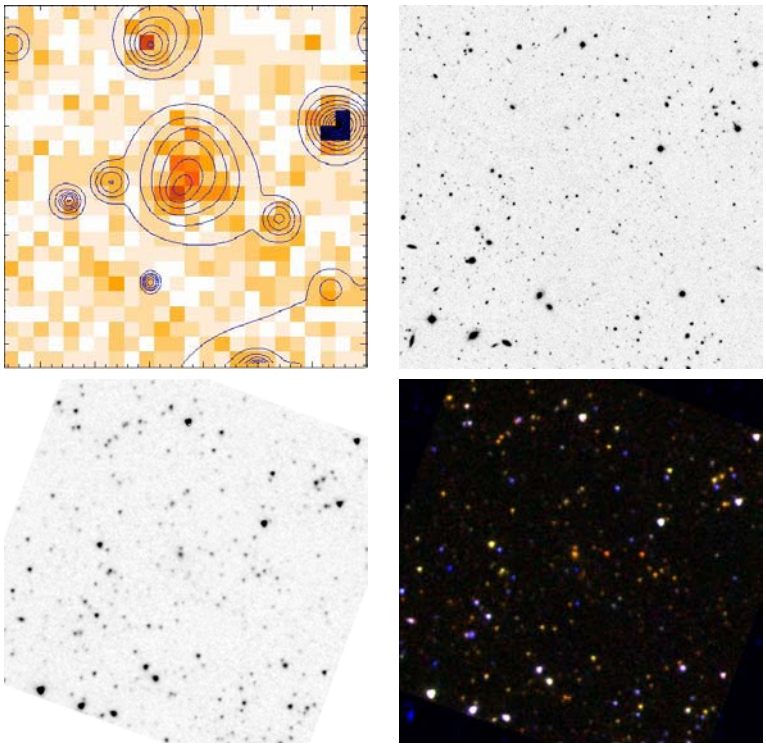


FIGURE 4.6 – Le candidat amas #1602 (classe C1). Voir légende Fig. 4.5.

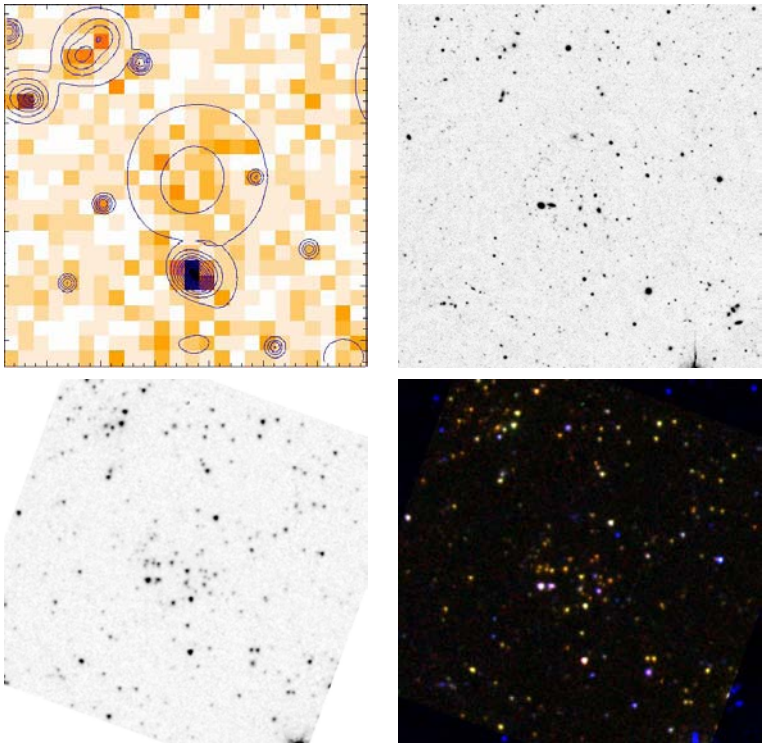


FIGURE 4.7 – Le candidat amas #1762 (classe C2). Voir légende Fig. 4.5.

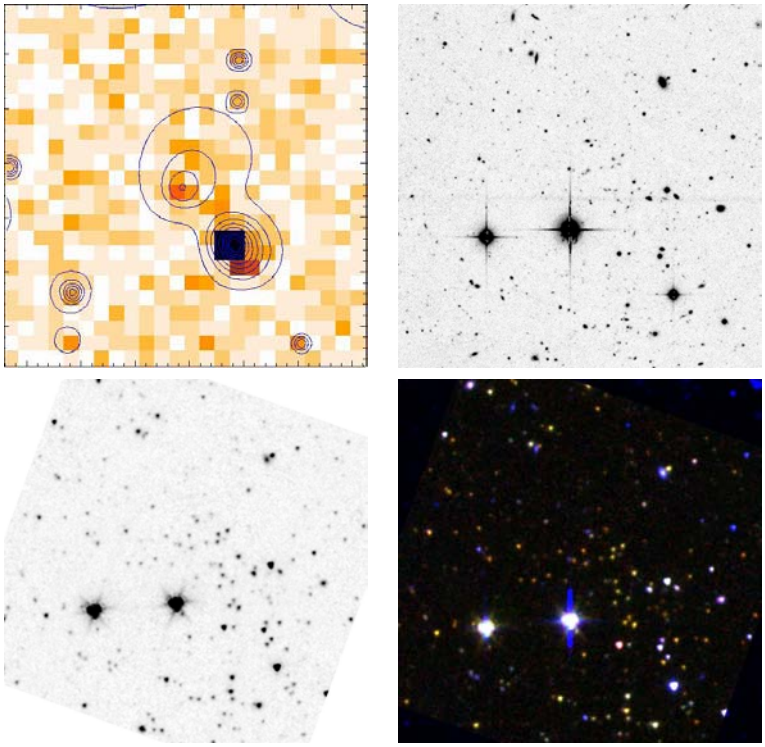


FIGURE 4.8 – Le candidat amas #2003 (classe C2). Voir légende Fig. 4.5.

| # L3SDB | Classe | Y | J | Ks |
|---|---|---|---|---|
| 1602 | C1 | 30 | 42 | 60 |
| 741 | C3 | 30 | - | - |
| 1762 | C2 | 30 | 42 | 60 |
| 1702 | C2 | 30 | 42 | 60 |
| 186 | C2 | 30 | 42 | 60 |
| 2003 | C2 | 30 | 42 | 60 |
| 1603 | C2 | 30 | 42 | 60 |
| 1621 | C2 | 30 | 42 | 60 |
| 904 | C2 | 27 | 38 | 59 |

TABLE 4.1 – Temps d'exposition (en minutes) pour chacun des 9 candidats amas distants observés avec HAWK-I en 2009. La région de #741 est couverte par UKIDSS et sera l'objet d'une étude détaillée (Sect. 4.2.3). Les magnitudes limites requises en Y, J et Ks sont 24, 23,5 et 22 (Vega) respectivement. #1621 et #1702 ont par la suite été confirmés par spectroscopie à $z = 1{,}00$ et $z = 1{,}03$ respectivement.

envisagée[9]. HAWK-I est un imageur en infrarouge proche (0,85–2,5 $\mu$m) installé au foyer Nasmyth de l'UT4 du VLT et refroidi par un système cryogénique. La lumière est collectée par une mosaïque de quatre détecteurs pour un champ de vue de $7{,}5' \times 7{,}5'$. Parce que le fond de ciel en infrarouge proche est plus élevé qu'en visible, la technique d'imagerie est bien plus complexe qu'avec des observations optiques classiques. De plus, ce fond de ciel change sur des échelles de temps de quelques minutes et des échelles spatiales de quelques arcminutes. On réalise donc des expositions très courtes (10 – 20 s) pour éviter de saturer les détecteurs et on décentre (*dither, jitter*) le télescope fréquemment (toutes les 1 à 2 minutes) pour assurer une bonne estimation du niveau de fond. Plusieurs stratégies ont été mises en œuvre et évaluées afin de maximiser le temps d'exposition et le motif de décentrage. Un décentrage aléatoire dans une boîte carrée de $30'' \times 30''$ fournit des résultats adéquats. Les temps de pose ont été choisis afin d'atteindre les magnitudes limites 24, 23,5 et 22 en Y, J et Ks respectivement (sytème Vega, à $5\sigma$).

Partant de l'échantillon initial de 17 candidats, seuls 9 ont été imagés en infrarouge proche après élimination des amas à redshift connu, de ceux dont l'émission X est peu significative et de #58 non imagé par SWIRE. Le tableau 4.1 résume la configuration et les temps d'exposition choisis en se basant sur le spectre d'émission d'une galaxie passive à $z \sim 1{,}5$ dans des conditions d'observation moyennes. La Fig. 4.9 montre quelques images composites issues de ces observations.

### Etat actuel de l'échantillon d'amas lointains

Utilisant les données en bandes optiques/infrarouges obtenues et celles déjà existantes, les catalogues multi-bandes fusionnés : ces bandes sont *ugriz* (CFHTLS), YJHKs (HAWK-I, WIRDS ou UKIDSS) et 3,6/4,5 $\mu$m (SWIRE). Les redshifts photométriques de ces objets ont été calculés à l'aide du code Le Phare (Arnouts et al., 1999; Ilbert et al., 2006). Le logiciel permet notamment une adaptation des points

9. Magnitudes limites 22,5, 22 et 21 (Vega) respectivement.

FIGURE 4.9 – Images composites ($i$-J-Ks) des amas #186, #1602, #1762 et #2003 (*de haut et bas et de gauche à droite*). Chacun des cercles est centré sur la source détectée en X et a pour rayon 1 arcmin. *Images J. Willis.*

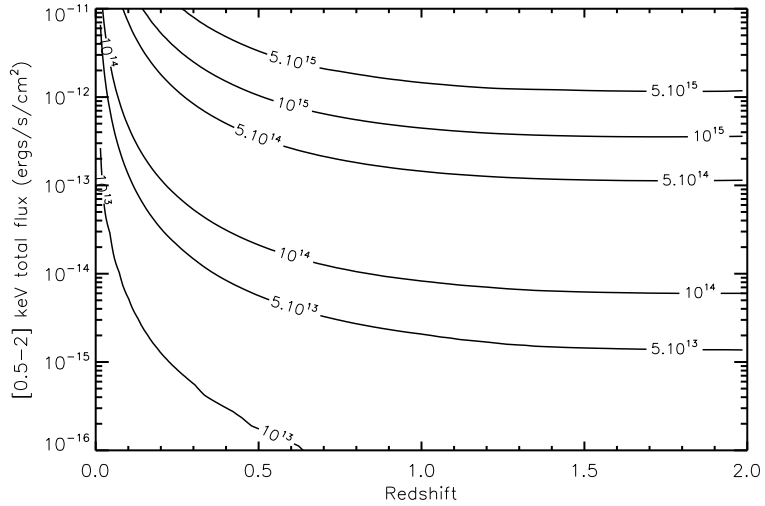



FIGURE 4.10 – Abaque permettant l'estimation de la masse $M_{200c}$ (unités $h^{-1}\,M_{\odot}$) d'un amas de flux (non absorbé) et redshift donnés. Ce modèle simple est spécifiquement dédié aux amas distants détectés dans le relevé XMM–LSS pour lesquels le faible nombre de coups empêche toute mesure de température. Les hypothèses du modèle incluent la cosmologie WMAP-5 (Dunkley et al., 2009), la loi L–T de Arnaud & Evrard (1999) et la loi M–T de Arnaud et al. (2005) pour les amas chauds, ces lois évoluant de manière auto-similaire (Sect. 1.2).

zéro des mesures photométriques en s'appuyant sur des galaxies du champ qui ont un redshift connu (du relevé VVDS ou bien déjà observées par le XMM–LSS avec FORS2@VLT ou EFOSC2@NTT). Deux propositions successives de suivi spectroscopique de l'échantillon d'amas lointains par FORS2 ont échoué à ce jour. Un amas (#1762, Fig. 4.7) est en cours d'observation par Chandra (150 ks). L'analyse de l'échantillon à l'aide des redshifts photométriques est en cours de réalisation. Notamment, la liste des amas candidats a été étendue par J. Willis après une addition des candidats C2. Les flux X ont été mesurés par nos soins dans la bande [0,5-2] keV en utilisant un principe de photométrie d'ouverture (voir Sect. 5.2.3). Ils serviront à établir les estimations de luminosité et masse de ces objets en utilisant pour cela un modèle similaire à celui présenté sur la Fig. 4.10.

### 4.2.3 Etude de #741

#### Présentation du candidat #741

La source #741 (A.D. = 2h 26m 43,4s, $\delta$ = -4° 41′ 31,2″) a été détectée dans le relevé XMM–LSS en tant que « C3 », c'est-à-dire ni C1 ni C2 mais conservée après inspection visuelle. Cette détection est située à l'extrême bord du pointé G06 (distance hors-axe 12 arcmin), la vraisemblance d'extension est 12 et le rayon de cœur 25″.

Andreon et al. (2009) ont présenté une observation Chandra (75 ks) de cet amas et réalisé une analyse laissant apparaître un possible redshift photométrique de $z_{phot}$ = 1,9. La détection de l'amas a été réalisée par inspection des couleurs J-K

(UKIDSS) et identification d'une séquence rouge. Les auteurs utilisent deux méthodes alternatives pour renforcer leur niveau de détection : i) en supprimant les galaxies d'avant-plan dont les couleurs sont proches de celles de galaxies du VVDS à $z < 1{,}6$, ou ii) en identifiant un excès de galaxies dont les couleurs (incluant celles de *Spitzer*) indiquent une distribution spectrale proche de celle d'une galaxie passive elliptique à $z = 1{,}9$. Si la détection d'une surdensité de galaxies dans l'infrarouge proche est incontestée, la détermination de son redshift est plus problématique. Une première approche est proposée par les auteurs, comparant la couleur de la possible séquence rouge J-K$\sim 2$ à celle prédite par des modèles spectraux de galaxies ou à des galaxies spectroscopiquement confirmées. Elle indique, toujours selon Andreon et al. (2009), la présence d'une structure à $z \sim 1{,}9$. Le calcul détaillé du redshift photométrique de l'amas est ensuite effectué de la manière suivante :

- une valeur de $z$ est choisie et un modèle de distribution spectrale d'une galaxie elliptique à ce redshift est calculé,
- le nombre de galaxies dont la photométrie dans les 11 bandes (*ugriz*JK+IRAC) est très similaire à ce modèle est calculé ($n_{\rm on+off}$), d'abord dans 1,5 arcmin autour du centre de #741, puis dans une région de contrôle ($n_{\rm off}$),
- la probabilité postérieure d'avoir ce redshift au vu des nombres observés, $p(z|n_{\rm on+off},n_{\rm off})$ est calculée après inversion de la vraisemblance $p(n_{\rm on+off},n_{\rm off}|z)$ (méthode Bayesienne, distributions "a priori" uniformes)
- la distribution postérieure $p(z)$ montre alors un maximum sur $1{,}6 < z < 2{,}5$ en $z = 1{,}9$.

Les auteurs ne considèrent et ne montrent pas la partie $z < 1{,}6$ de cette distribution $p(z)$, soutenant que même après avoir retiré les galaxies à $z < 1{,}6$ (voir point "i)" ci-dessus), l'amas est détecté avec une haute significativité. Ils notent qu'une campagne spectroscopique a été menée et a échoué dans l'obtention de spectres à $z = 1{,}9$, la majorité des galaxies mesurées étant à $z \sim 1$. D'autre part, les données VIMOS indiquent 9 redshifts concordants autour de $z = 0{,}96$, mais Andreon et al. (2009) indiquent que cette abondance est compatible avec la distribution des galaxies VVDS dans le champ.

### Analyse menée sur #741

Les données sur cette source ayant été rendues publiques et/ou faisant partie du XMM–LSS, nous avons mené notre propre analyse en se basant sur l'émission X du gaz et les redshifts photométriques des galaxies.

**Analyse spatiale de l'émission X** La Fig. 4.11 présente le candidat #741 vu par XMM. La source est située sur 3 pointés adjacents (G06, G10 et G11). Malgré le temps d'exposition assez élevé ($\sim 60$ ks), la forme complexe de la PSF empêche d'établir fermement la nature étendue de l'objet. Les images filtrées semblent indiquer une extension vers le sud-ouest, mais ce peut être un effet dû aux variations locales d'exposition.

La Fig. 4.12 présente l'image obtenue par le CCD 7 des détecteurs ACIS ($T_{\rm exp} \simeq 75$ ks). On distingue clairement la présence d'une source étendue, avec en son centre une source ponctuelle qui comptabilise environ 100 coups dans la bande [0,3-2] keV. Les sources ponctuelles de l'image ont été détectées dans les bandes molles et dures

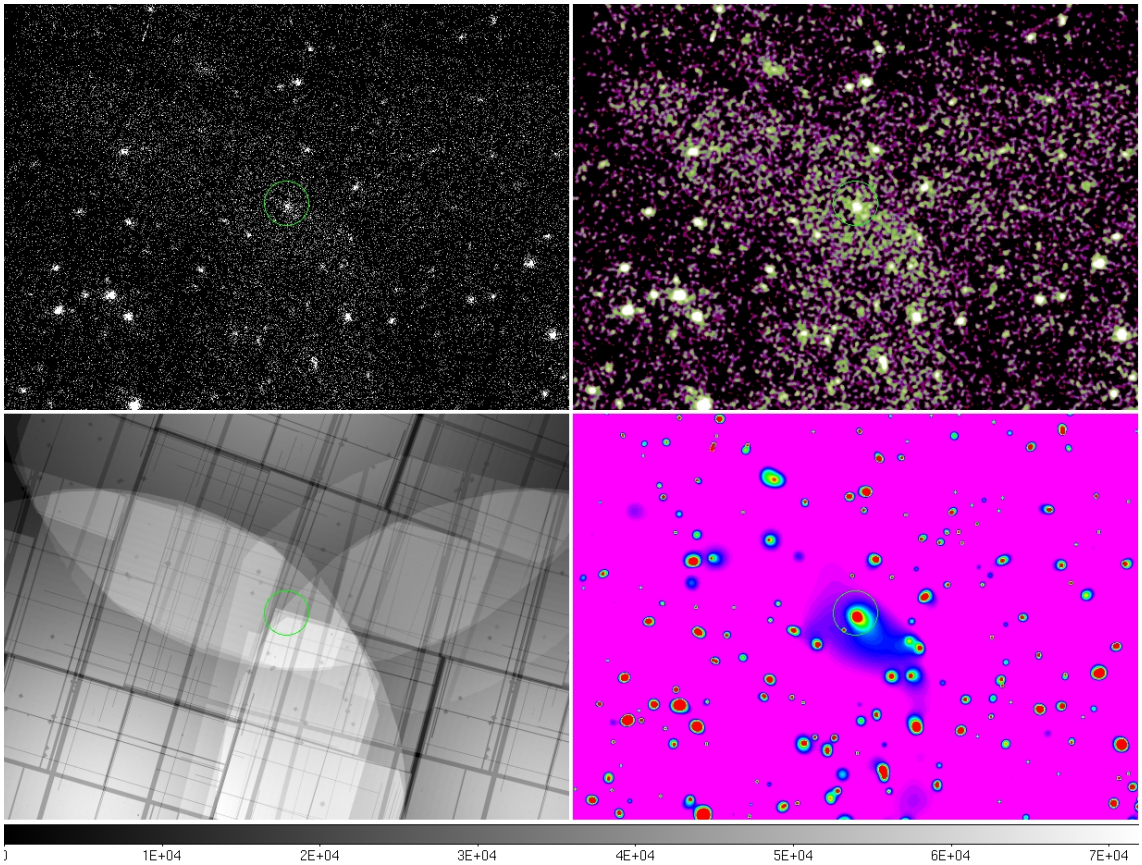



FIGURE 4.11 – Le candidat amas #741 vu par XMM dans la bande [0,5-2] keV. La source est située à l'intersection des pointés G06, G10 et G11 et matérialisée par le cercle de rayon 1 arcmin centré sur la détection XMM. *Haut, gauche :* image photon, mosaïque des trois détecteurs des trois pointés adjacents. *Haut, droite :* même image lissée avec une gaussienne de largeur 3 pixels (7,5″). *Bas, gauche :* carte d'exposition, l'échelle en secondes est donnée par la barre colorée. *Bas, droite :* image filtrée en ondelettes par la méthode « classique » du pipeline XMM–LSS (Sect. 3.3). L'orientation des images est conventionnelle.

en utilisant l'algorithme `wavdetect` inclus dans la suite CIAO [10]. 53 sources de faible étendue ont donc pu être supprimées, en les masquant, ce qui est possible grâce à la PSF fine de Chandra ($\sim 1''$). L'image résiduelle, filtrée, montre la source étendue seule. Des filtrages successifs en ondelettes laissent apparaître une structure asymétrique, peut-être bi-modale. La carte d'exposition prouve que ce n'est pas un effet dû à une variation d'exposition. Néanmoins il est difficile de quantifier la significativité de cette séparation Est/Ouest tant le bruit de Poisson domine l'image.

**Calcul des $z_{phot}$** Nous avons essayé de calculer les redshifts photométriques des galaxies dans la région de #741. Au lieu des données UKIDSS, nous avons utilisé les données plus profondes [11] de WIRDS dans le champ D1 (Bielby et al., 2010).

10. Les données Chandra ont été réduites via un pipeline développé par H. Ghosh

11. Les limites à 50% de complétude de WIRDS-D1 sont : $J = 24{,}7$, $H = 24{,}7$ et $Ks = 24{,}7$ (système AB) ou $J = 23{,}7$, $H = 23{,}3$, $Ks = 22{,}7$ (Vega).

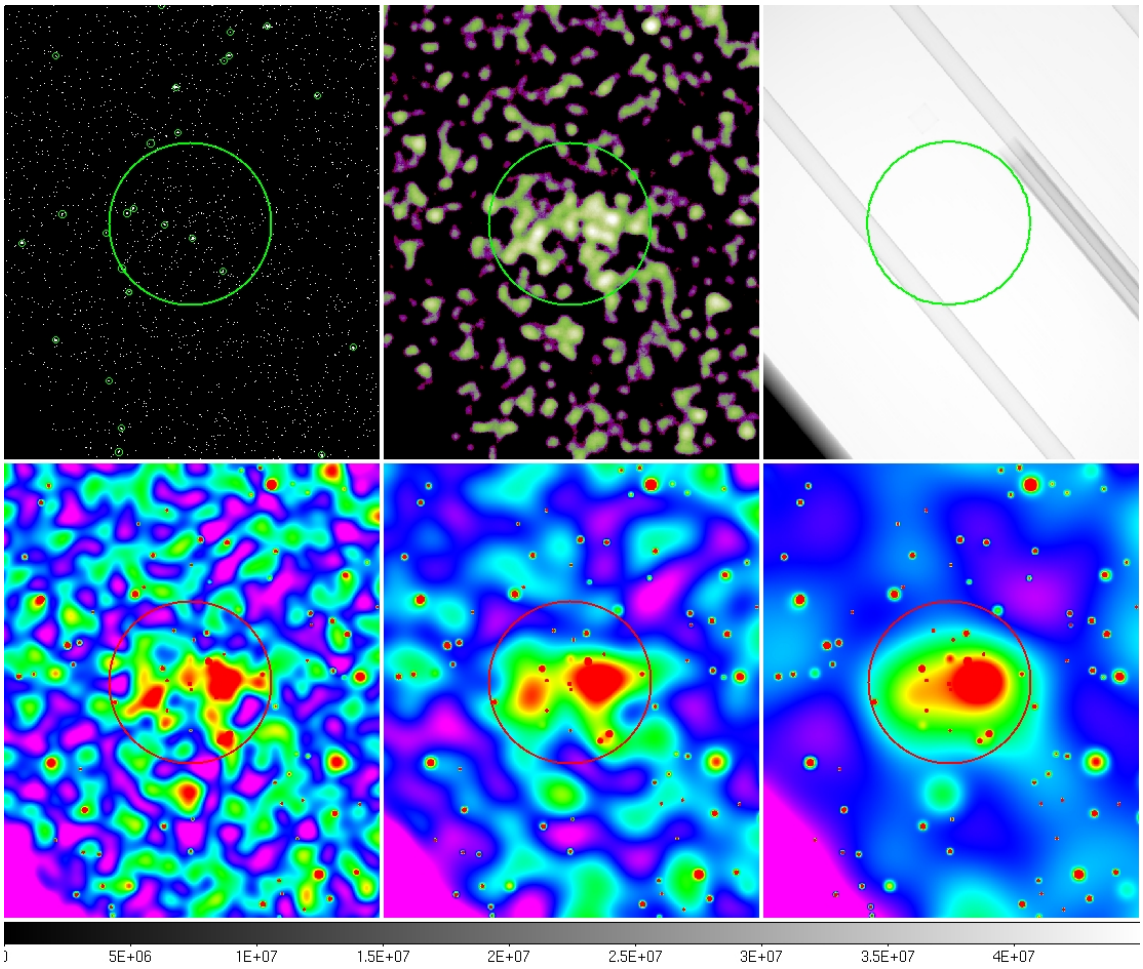



FIGURE 4.12 – Le candidat amas #741 vu par Chandra dans la bande [0,3-2] keV. La source est matérialisée par le cercle de rayon 1 arcmin et centré sur la détection XMM. *Dans le sens de lecture :* (1) image photon, les sources détectées par `wavdetect` (CIAO) sont matérialisées par des cercles plus petits ; (2) image photon filtrée avec une gaussienne de largeur 15 pixels $\sim 7{,}5''$, après masquage de toutes les sources détectées ; (3) carte d'exposition, l'échelle en unités $cm^2$.s est indiquée par la barre colorée ; (4), (5), (6) image photon filtrée en ondelettes avec 5, 6, et 7 échelles multirésolution respectivement, après masquage des sources détectées. L'orientation des images est conventionnelle.

Nous avons vérifié l'absence d'erreur systématique entre les magnitudes UKIDSS et les magnitudes WIRDS. Comme mentionné dans la Sect. 4.2.2, nous bénéficions en plus de 0,5h d'observations en bande Y réalisées avec HAWK-I jusqu'à Y(Vega) $\sim 24$. Une image composite de la région autour de #741 est montrée sur la Fig. 4.15. La présence d'une surdensité de galaxies rouges est claire, mais on aperçoit déjà la complexité de la structure : des galaxies jaunes très brillantes semblent présentes à l'avant-plan tandis que des galaxies plus faibles brillant surtout en bande K sont présentes en arrière-plan.

Malgré l'existence de logiciels éprouvés, le calcul des redshifts photométriques est une tâche délicate, une certaine marge de manœuvre étant laissée à l'utilisateur. Parmi les points sensibles du calcul des $z_{phot}$ on trouve notamment :

- l'existence de plusieurs logiciels de calcul de redshifts photométriques reposant sur des techniques différentes – mais même au sein d'une même technique (par exemple *template matching*) les logiciels sont divers ;
- la nécessité d'une bonne photométrie, homogène, ce qui est rendu difficile dès qu'on utilise plus d'un instrument ou des relevés effectués dans des conditions différentes ;
- la nécessité d'avoir des galaxies à redshift connu sur une portion large du ciel jusqu'à des $z$ aussi lointains que ceux qu'on désire sonder, ce afin de pouvoir vérifier la justesse des résultats ;
- ces mêmes galaxies à redshift connu peuvent être utilisées pour apporter des corrections empiriques à la photométrie dans chacune des bandes pour rendre compte d'un effet systématique ;
- l'existence de variabilité temporelle dans le spectre des AGN qui peut sérieusement compliquer l'estimation de ces objets ;
- l'utilisation de différents modèles de distribution spectrales d'énergie (*templates*) pour trouver les $z_{phot}$. De plus, leur nombre est critique : ne pas en mettre suffisamment ou trop en mettre crée des dégénérescences ;
- la nécessité d'avoir une zone suffisamment large rassemblant ces conditions afin de confirmer l'excès de galaxies à un certain redshift dans une zone donnée du ciel.

Nous avons eu recours à deux logiciels, Le Phare (Arnouts et al., 1999; Ilbert et al., 2006) et HyperZ (Bolzonella et al., 2000), les efforts de calcul ayant été fournis par leurs concepteurs, respectivement O. Ilbert et R. Pelló. Plusieurs tests ont été réalisés dans plusieurs conditions, récapitulées dans la Table 4.2. Les résultats sont difficilement interprétables au-delà de $z \sim 1{,}5$. Un consensus s'établit parmi les méthodes pour révéler un pic dans l'histogramme des redshifts autour de $z \sim 1{,}5 - 1{,}6$. Selon la méthode utilisée, un ou deux autres pics semblent faire leur apparition à $z \sim 1$ et $z \sim 1{,}9$.

Ces différences viennent des difficultés énoncées ci-dessus, qui s'accumulent dans notre cas. Le nombre de galaxies concernées étant faible (moins d'une dizaine à $z \sim 1{,}9$, au mieux), le changement du redshift d'une ou deux d'entre elles peut modifier l'interprétation qu'on en fait. La surface utilisée pour calculer l'histogramme de fond est trop restreinte pour réduire les barres d'erreur et affirmer la présence d'un pic à $z = 1$. La source centrale, un AGN brillant [12], semble indiquer $z_{phot} = 1{,}7$.

12. C'est la source centrale X identifiée par Chandra, et sa morphologie optique indique une

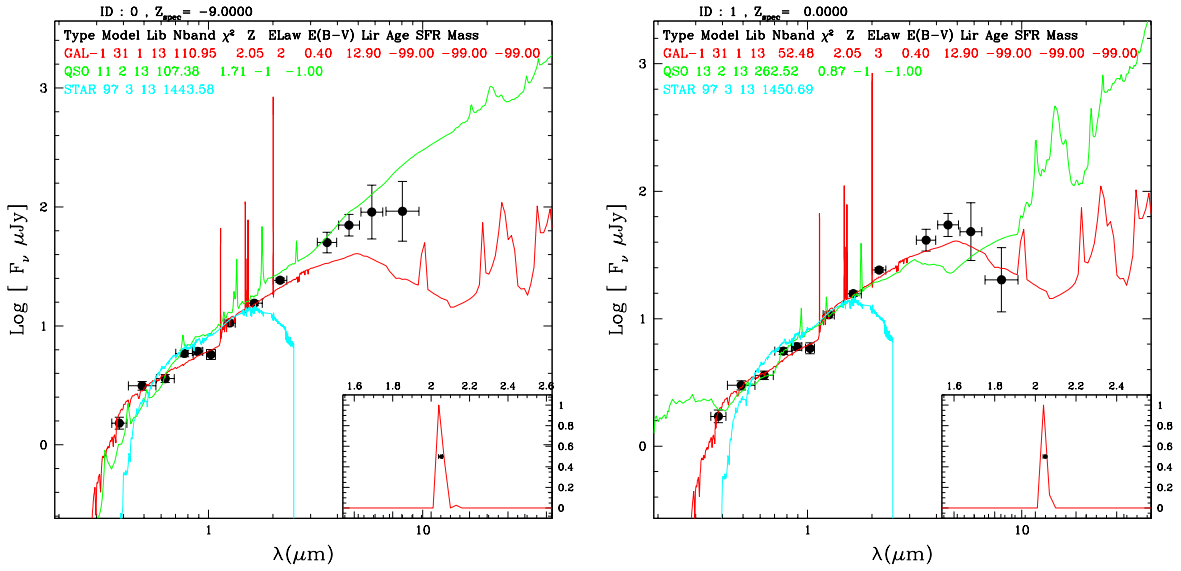



FIGURE 4.13 – Influence de la correction des bandes IRAC sur le redshift photométrique déterminé pour la source au centre de #741 (probablement un AGN du fait de son émission X et de son apparence non résolue en optique). Sont présentés ici les meilleurs ajustements pour les trois types de modèles considérés par Le Phare galaxie (rouge), QSO (vert) et étoile (cyan). Les points sont les magnitudes mesurées dans les 13 bandes (Table 4.3). *A gauche :* sans correction sur les points de photométrie. Le meilleur modèle est un AGN à $z = 1{,}7$. *A droite :* avec une correction systématique des bandes IRAC afin d'améliorer la correspondance $z_{spec} - z_{phot}$ pour les objets de redshift connu. Le meilleur modèle est une galaxie à $z = 2$. *Images O. Ilbert.*

Mais selon les corrections appliquées aux bandes IRAC (pour s'adapter aux redshifts spectroscopiques connus), le meilleur ajustement peut être obtenu avec un modèle de galaxie à $z_{phot} = 2$ (Fig. 4.13). Cela souligne la difficulté liée à l'étude d'une source lointaine particulière par les redshifts photométriques, même si celle-ci est brillante ; ici est en cause un étalonnage incertain des bandes IRAC, décisives pour cet objet en particulier.

La Fig. 4.16 montre la distribution des galaxies appartenant à ces trois pics potentiels. Pour cette figure, les magnitudes ont été limitées à $K_{AB} < 22{,}7$ ce qui empêche de mettre en valeur les galaxies faibles potentiellement plus lointaines. La Figure 4.17 montre la distribution des galaxies dans les deux pics les plus lointains, sans limitation de magnitude. On voit alors qu'inclure les galaxies faibles favorise largement l'apparition d'un excès de galaxies à $z \sim 1{,}9$, localisé à l'Ouest de la structure. Mais, puisque ce sont des galaxies faibles (quasi-invisibles sur l'image $i$JK), la validité du redshift est largement mise en question.

### Conclusions sur #741

Notre étude sur le candidat #741 n'a pas permis une conclusion ferme sur le redshift de la structure étendue détectée en X et en optique. La probabilité d'avoir

source non résolue.

| | Bandes | Logiciel/ *Templates* | Résultats et commentaires |
|---|---|---|---|
| **[1]** | *ugriz* +JHK | Le Phare/ CFHTLS | Présence de deux pics dans l'histogramme des $z_{phot}$ à $\sim$ 1,6 et $\sim$ 1,9. Pas de répartition spatiale particulière. |
| **[2]** | *ugriz* +Y +JHK +IRAC | Le Phare/ COSMOS | Les $z_{phot}$ sont en accord avec [1] pour $i_{AB} < 24$ ou $Ks_{AB} < 23$. Trois pics sont trouvés, du plus au moins significatif : $z \sim 1{,}6$, $z \sim 1{,}9$ et $z \sim 0{,}9$ (Fig. 4.14). Les galaxies du pic à $z \sim 1{,}9$ semblent être rassemblées dans la partie Ouest de l'amas. Les corrections sur les bandes IRAC sont fortes pour retrouver les $z_{spec}$ du champ. |
| **[2b]** | *ugriz* +JHK | Le Phare/ COSMOS | La différence avec [2] consiste en la suppression des bandes Y et IRAC, le reste étant maintenu à l'identique. L'accord entre [2b] et [2] est bon jusqu'à $z \sim 1{,}5$. Trois galaxies trouvées à $z \sim 1{,}6$ avec [2] se retrouvent à $z \sim 1{,}9 - 2$. |
| **[3]** | *ugriz* +Y +JK | Le Phare/ COSMOS | L'histogramme des redshifts photométriques de fond est calculé à partir des champs HAWK-I imagés en YJK (Sect. 4.2.2). Le pic à $z \sim 1$ est retrouvé de manière marginale. Les deux pics à $z \sim 1{,}6$ et 1,9 sont plus larges et connectés. La distribution spatiale indique que les galaxies à $z \sim 1{,}5$ sont situées dans toute la zone de l'émission étendue et les $z \sim 1{,}9$ sont localisés dans la partie Ouest de l'amas. |
| **[4]** | *ugriz* +Y +JHK +IRAC | HyperZ/ Mélange | Bon accord entre ces $z_{phot}$ et ceux de la ligne [2] jusqu'à $z = 1{,}5$. Les galaxies à $z = 1{,}9-2$ trouvées avec [2] se retrouvent à $z \sim 1{,}7$ avec ce catalogue, faisant complètement disparaître le pic à $z \sim 1{,}9$ (Fig. 4.14). |

TABLE 4.2 – Résumé succint des tentatives de détermination du redshift photométrique de l'amas #741. Plusieurs combinaisons de bandes, de modèles de SED et de logiciels ont été testés et donnent des résultats marginalement conciliables. Les *templates* CFHTLS et COSMOS font référence à Ilbert et al. (2006) et Ilbert et al. (2009) respectivement. Le mélange évoqué en [4] contient notamment des modèles d'AGN.

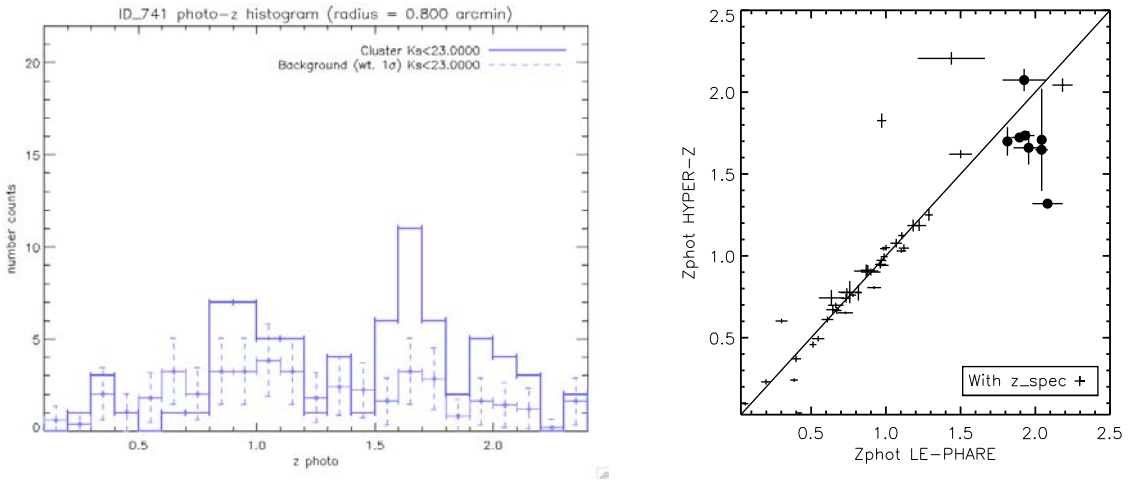



FIGURE 4.14 – Redshifts photométriques calculés par différentes méthodes dans une région de 0,8′ autour du candidat #741. *A gauche :* histogramme des redshifts photométriques, calculés avec Le Phare (méthode **[2]** de la Table 4.2). Trois redshifts probables à $z = 0{,}9$, 1,6 et 1,9 semblent se dégager. *A droite :* comparaison entre les redshifts photométriques calculés par la méthode **[2]** (Le Phare) et par la méthode **[4]** (Hyper-Z). Pour cette comparaison, seules les galaxies ayant $1{,}8 < z_{phot,[\mathbf{2}]} < 2{,}1$ et $Ks < 22$ ont été considérées (ronds pleins) en plus des galaxies dont le redshift spectroscopique est connu (croix). Le pic à $z \sim 1{,}9$ disparaît au profit d'un pic à $z \sim 1{,}7$ avec Hyper-Z.

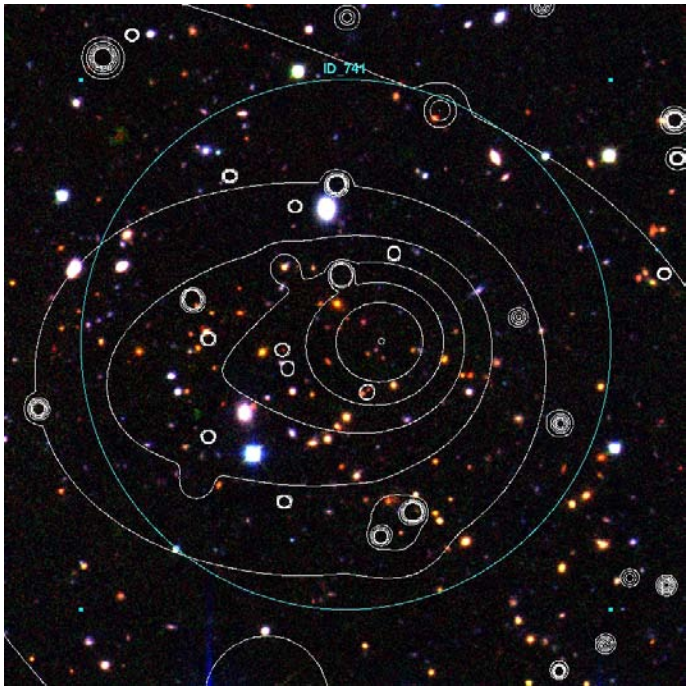



FIGURE 4.15 – Image composite *i*JKs centrée sur #741. Le cercle cyan a pour rayon 1′. Les contours représentent les données X obtenues avec *Chandra* (bande [0,3-2] keV) après soustraction des sources ponctuelles et filtrage en ondelettes (voir Fig. 4.12, dernier inséré).

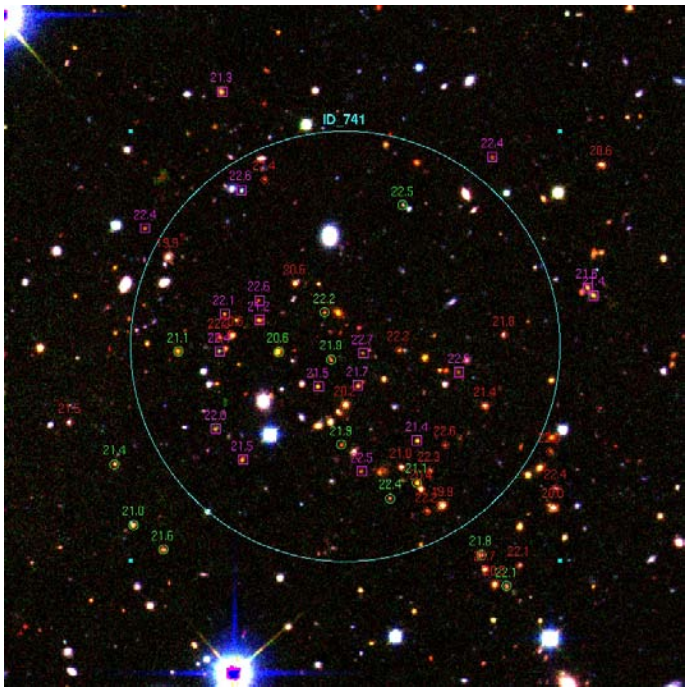



FIGURE 4.16 – Image composite $i$JKs centrée sur #741. Le cercle cyan a pour rayon $1'$. Les chiffres indiquent la magnitude K(AB) des objets (limitée à $K_{AB} < 22{,}7$) et les couleurs indiquent les redshifts photométriques calculés par la méthode [1] (cf. Table 4.2). *Rouge :* $z_{phot} = 1$ ; *Magenta :* $z_{phot} = 1{,}5$ ; *Vert :* $z_{phot} = 1{,}9$.

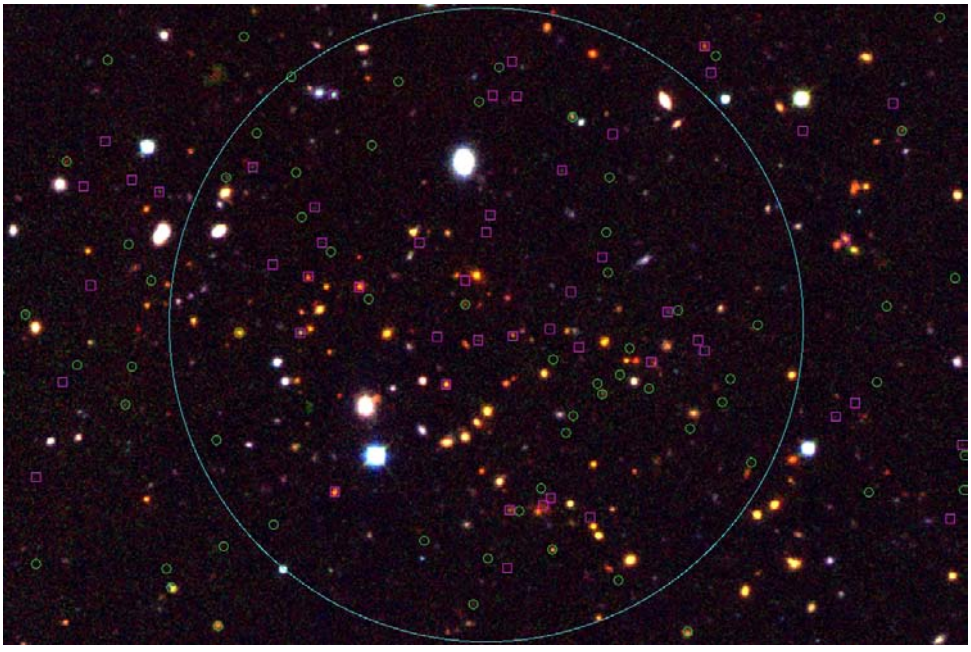


FIGURE 4.17 – Image composite $i$JKs centrée sur #741. Le cercle cyan a pour rayon $1'$. Les symboles indiquent le redshift photométrique des objets, calculés par la méthode [1] (cf. Table 4.2) : *Magenta :* $z_{phot} = 1{,}5 - 1{,}6$ ; *Vert :* $z_{phot} = 1{,}9 - 2$. Contrairement à la Fig. 4.16 aucune limitation n'a été posée sur la magnitude des objets.

ici deux structures sur la même ligne de visée est très haute. On ne peut pas exclure la présence d'une surdensité de galaxies à $z \sim 1{,}9$. Cette surdensité apparaît dans les histogrammes en redshift (comparés au fond), mais sa significativité est très largement liée à la magnitude des objets, naturellement faibles, qui l'occupent. Comme ces objets sont faibles, les méthodes des redshift photométriques atteignent ici leur limite : changer de logiciel et de modèles spectraux peut faire disparaître complètement le pic le plus lointain. Néanmoins, une structure à $z \sim 1{,}5$ semble établie. Volontairement éludée par Andreon et al. (2009), elle a son importance car elle « biaise » la vision qu'on a de l'amas #741 : énormément de galaxies rouges apparaissent alors qu'elles appartiennent sans doute à une structure d'avant-plan. L'émission X étendue est convaincante. Nous proposons l'existence de deux pics distincts dans l'émission X, sans pour autant quantifier la vraisemblance de cette détection. Les calculs de redshift photométriques semblent dans certains cas montrer cette même dichotomie et corroborer la présence de deux amas distincts sur des lignes de visée légèrement décalées. Une analyse plus poussée nécessiterait un nouveau calcul de toutes les magnitudes et une comparaison systématique des différentes méthodes de calcul des $z_{phot}$. Notons que Bielby et al. (2010) analysent le catalogue WIRDS (*ugriz*JHK) autour de #741 via des redshifts photométriques (très similaires à la méthode (2b) citée dans la Table 4.2) et concluent à l'absence d'une structure à $z = 1{,}9$ mais à la présence de deux structures à $z = 1{,}5$ et $z = 1$. Dans tous les cas, ces trois redshifts potentiels sont beaucoup trop éloignés pour soutenir l'hypothèse d'une seule et même structure allongée.

Cet exercice montre les limites de l'utilisation des redshifts photométriques pour des objets aussi complexes que les amas distants. Le cas présent est rendu d'autant plus difficile qu'on a ici un mélange de plusieurs structures sur la même ligne de visée. Au-delà de $z \sim 1{,}6$, l'utilisation des redshifts photométriques est peut-être correcte pour des études statistiques portant sur de grands échantillons, mais les incertitudes systématiques sont encore trop grandes pour pouvoir les utiliser sur des petites régions du ciel (quelques arcminutes carrées).

### 4.2.4 Etude de l'amas IRC-0218A

L'amas IRC-0218A a été découvert dans le champ XMM–LSS, quasiment simultanément par Papovich et al. (2010) à l'aide des données SWIRE et d'une confirmation spectroscopique et par Tanaka et al. (2010) à l'aide de données photométriques profondes et d'observations spectroscopiques dans l'infrarouge proche. Plusieurs redshifts concordants autour de $z = 1{,}62$ ont permis d'affirmer la présence d'un amas à ce redshift. Tanaka et al. (2010) concluent également quant à l'existence d'un second amas au même redshift situé plus à l'Est. Ces deux études ont annoncé la présence d'une émission X étendue provenant de l'amas. La source est en fait située à l'intersection de 3 pointés XMM adjacents, et tout comme pour #741 sa grande distance hors-axe empêche d'établir son caractère étendu ou non. Le candidat a été détecté comme une source banale par le pipeline XMM–LSS et n'a pas été considérée comme C3 dans la base L3SDB.

Une proposition d'observation jointe Chandra/XMM a été effectuée par nos soins, après évaluation de la possible contamination par une source ponctuelle à hauteur de 50%. L'observation Chandra aurait servi à identifier les sources ponc-

| Filtre | $\lambda$ | Filtre | $\lambda$ | Filtre | $\lambda$ |
|---|---|---|---|---|---|
| u | 3700 Å | Y | 1 $\mu$m | I1 | 3,6 $\mu$m |
| g | 5000 Å | J | 1,2 $\mu$m | I2 | 4,5 $\mu$m |
| r | 6200 Å | H | 1,6 $\mu$m | I3 | 5,8 $\mu$m |
| i | 7700 Å | Ks | 2,1 $\mu$m | I4 | 8 $\mu$m |
| z | 8800 Å | | | | |

TABLE 4.3 – Rappel des filtres cités dans ce chapitre avec les longueurs d'onde centrales (approximatives) correspondantes. Pour une galaxie à $z = 1{,}5$, la cassure à 4000 Å apparaît à $\lambda_{4000} = 1\,\mu$m.

tuelles X afin de les retirer dans l'observation XMM, qui aurait elle permis la mesure de la température et le profil du gaz. Seule l'observation Chandra de 90 ks a été obtenue et l'analyse est présentée en détail dans l'article inclus en Annexe A.

L'observation avec *Chandra* indique la présence d'une source ponctuelle brillante à la place de la détection optique, qui rend compte de pratiquement tout le flux de l'amas. Cependant, les barres d'erreur Poissoniennes laissent une place pour une émission étendue autour de cette source, avec une significativité de $\sim 2\sigma$, correspondant à un amas de flux $3{,}3.10^{-15}$ ergs/s/cm$^2$ dans la bande [0,3-2] keV. La masse correspondante serait $7{,}7.10^{13}\,M_\odot$. Du fait du bas niveau de signal sur bruit, l'existence de cette émission étendue n'est pas fermement déterminée. Une observation avec XMM, plus profonde, permettrait maintenant d'établir la nature de cet objet et ses caractéristiques – après avoir supprimé la contribution des sources ponctuelles détectées et mesurées par Chandra.

Cette étude souligne les difficultés de détection et d'observation en X des amas distants ($z \gtrsim 1{,}5$), qui sont souvent contaminés par les sources ponctuelles (voir Sect. 4.2.1), ce qui nuit considérablement au calcul d'une fonction de sélection permettant la connaissance des lois d'échelles et, finalement, de la cosmologie.

## 4.3 Distribution spatiale des amas dans le relevé XMM–LSS

L'un des objectifs du XMM–LSS consiste en l'étude cosmologique des amas dans le relevé, et notamment de leur répartition spatiale. Ce travail est coûteux et avance au rythme des allocations de temps de télescope. Cette partie décrit l'état actuel de ces études et les pistes à approfondir.

### Amas C1 et C2 du relevé XMM–LSS

Les nombres d'amas C1 et C2 détectés sur l'intégralité de la surface couverte par le XMM–LSS s'élèvent à 50 et 61 respectivement d'après la base L3SDB, à la date d'écriture de ce manuscrit. La Figure 4.18 montre leur répartition sur les pointés du relevé. Puisque la base L3SDB rassemble des amas ayant été détectés par plusieurs versions différentes du pipeline (cf. Sect. 3.3), nous avons voulu vérifier l'absence d'effet systématique dans la détection : la version 3.2 du pipeline donne la même liste de candidats C1, à quelques exceptions près (Fig. 4.19) : 6 ont été reclassés C2

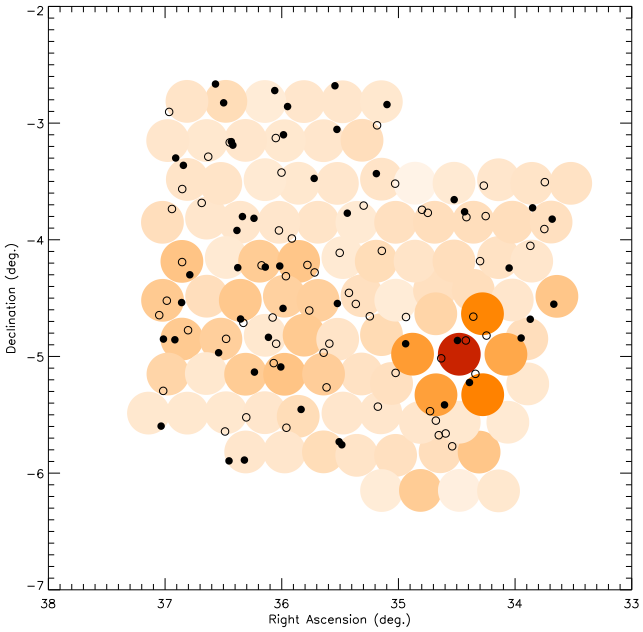



FIGURE 4.18 – Distribution des amas détectés comme C1 (cercles noirs pleins) et C2 (cercles noirs vides) dans les données du XMM–LSS. Les 98 pointés XMM constituant le relevé sont représentés par les cercles orangés de rayon 11 arcmin. La couleur de chaque pointé indique la valeur du temps d'exposition, du plus clair (B68b, $\sim 4{,}5\,\mathrm{ks}$) au plus sombre (S01, $\sim 82\,\mathrm{ks}$).

et un reclassé C3, 2 ont été artificiellement coupés en deux par le pipeline 3.2, un est plus probablement issu de l'émission de deux galaxies proches. Mis à part les sources artificiellement séparées à cause d'effets de détecteurs, ces changements sont mineurs, dans le sens où la classification C1 est une définition liée au pipeline. Ils illustrent le niveau de sensibilité auquel il est nécessaire de travailler pour établir un catalogue : une différence dans le filtrage des listes d'événements, une version différente des procédures standard XMM ou une variation de précision numérique ont une influence sur le résultat final. Pour minimiser ces différences, l'exploitation statistique du relevé doit s'appuyer sur une fonction de sélection calculée avec le même pipeline que celui utilisé pour réduire les données.

Dans tous les cas on constate une densité de sources plus importante dans la partie Est du relevé, autrement dit les 5 premiers $\mathrm{deg}^2$ analysés (Pacaud et al., 2007). Les temps d'exposition plus élevés des pointés G sont responsables d'une partie de cette dichotomie. C'est aussi pour cette raison que les pointés Subaru apparaissent plus « peuplés ».

### Aspects pratiques de la détermination des redshifts des amas

En pratique, la détermination du redshift des amas XMM–LSS nécessite d'observer les spectres de plusieurs galaxies membres, le plus souvent via spectroscopie multi-objets. Une pré-image de l'amas est d'abord réalisée avec l'instrument d'observation choisi, situé au foyer d'un télescope (4m ou 8m), généralement en filtre R.

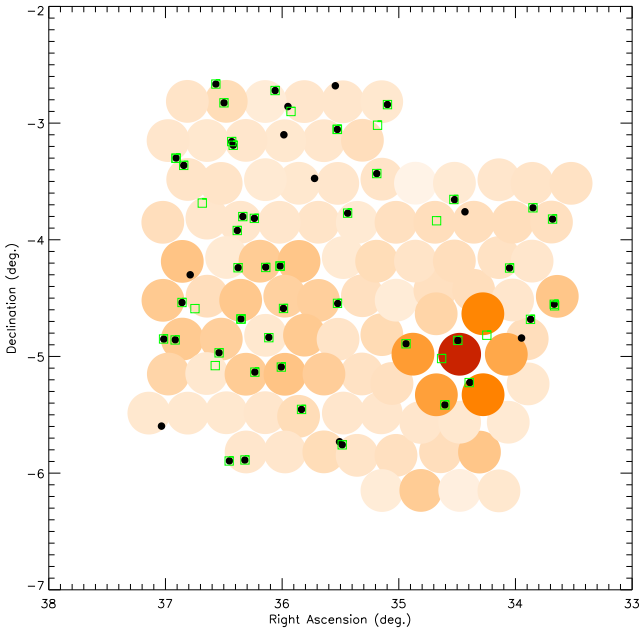



FIGURE 4.19 – Comparaison des amas C1 présents dans la base L3SDB (cercles pleins noirs, provenant de diverses versions du pipeline) et des sources classifiées comme C1 après traitement intégral des pointés par le seul pipeline 3.2 (carrés verts, Sect. 3.3).

Un masque est ensuite conçu par informatique en plaçant des petites fentes (dont la taille en ordre de grandeur est $15'' \times 1''$) sur chacun des objets dont on désire obtenir le spectre. La Fig. 4.20 montre un exemple de masque conçu pour une observation d'amas proche. Les galaxies observées sont choisies sur la base de leur couleur, leur mangitude apparente, leur redshift photométrique (si possible). En général on s'arrange pour toujours observer la grosse galaxie centrale elliptique (la cD), dont la position coïncide en principe avec le centre de l'émission X, car elle servira à confirmer le redshift de l'amas dans les cas litigieux.

Ces choix nécessitent un effort d'optimisation, afin de respecter les contraintes d'observation : les fentes doivent être suffisamment larges pour collecter le fond de ciel ; à chaque fente posée, toute la région localisée sur son axe de dispersion devient inutilisable ; les galaxies « intéressantes » sont généralement concentrées dans une petite région ; certaines galaxies bien que présentes dans le champ ne peuvent être mesurées car les raies spectrales (souvent dans le rouge) sortent des CCD, etc. Une machine de précision perfore alors les plaques de métal qui sont positionnées au plan focal de l'instrument la nuit de l'observation. En moyenne, un amas à $z = 0{,}3$ nécessite environ 1 h d'intégration sur un télescope de 4m, un amas à $z = 0{,}8$ environ 2 h sur un 8m et un amas à $z = 1{,}5$ une nuit complète sur un 8m (ces estimations dépendant de l'instrument, de la qualité du ciel, de l'amas en question, etc.). Plusieurs masques sont parfois nécessaires pour un même amas. Les spectres des galaxies obtenus sont réduits puis validés par les membres responsables du consortium via une procédure standard (Adami et al., 2011). Les informations sont enregistrées dans la base L3SDB et une indication de qualité est donnée quant à l'estimation de son

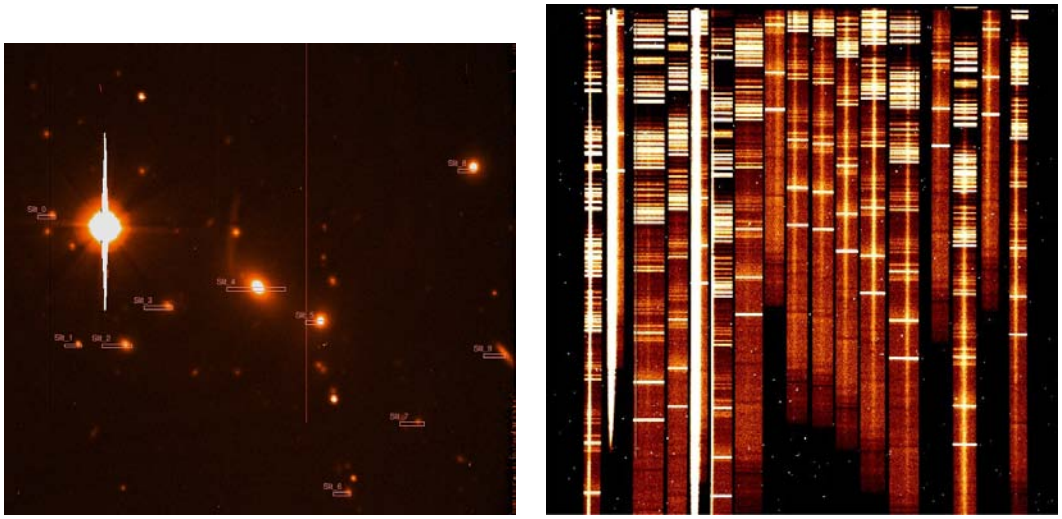


FIGURE 4.20 – Spectroscopie multi-objets des amas XMM–LSS. *Gauche :* exemple de masque utilisé pour la mesure des redshifts des galaxies membres d'un amas XMM–LSS. Les fentes sont positionnées de telle façon que les spectres (dispersés selon l'axe vertical) ne se chevauchent pas. La galaxie centrale bénéficie d'une fente plus large afin de favoriser la soustraction de ciel lors de la réduction de données. *(Image P.-G. Sprimont). Droite :* spectres bruts issus de l'observation d'un (autre) amas XMM–LSS. Chaque spectre provient d'un objet différent, principalement des galaxies d'un même amas. La signature d'un objet est une ligne verticale plus brillante que le fond de ciel.

redshift.

Pour les raisons pratiques évoquées (et bien d'autres [13]), le minimum requis pour qu'un amas voie son redshift confirmé est la présence de 3 galaxies ayant des redshifts concordants dans un rayon de $\sim 500\,\mathrm{kpc}$ autour du centre X.

### Distribution spatiale des amas C1

En Octobre 2011, 7 candidats C1 sur 50 étaient en attente d'observation spectroscopique, dont un faisant partie du programme d'amas distants (#1602, voir Sect. 4.2), trois étant à $0{,}5 \lesssim z \lesssim 1$ et trois autres à $z \lesssim 0{,}5$. Treize C1 étaient en attente de confirmation définitive et les 29 restants sont définitivement validés [14]. Trois propositions successives ont été soumises à l'ESO pour compléter l'échantillon : une acceptée en catégorie B et non réalisée, la suivante acceptée et non réalisée pour raisons techniques et la dernière refusée. L'utilisation d'autres télescopes pour la confirmation d'amas C1 est envisagée à l'heure actuelle, par exemple SALT (Southern African Large Telescope).

La distribution en redshift des amas de cet échantillon quasi-complet est tracée sur la Fig. 4.21. Cet histogramme montre qualitativement un déficit d'amas C1

13. Centrage délicat des galaxies dans les fentes, nécessité d'avoir 3 fentes « mortes » centrées sur des objets brillants (étoiles) pour ajuster la position du masque, acquisition erronée de galaxies non-membres, qualité des observations variable, mauvais échantillonnage du ciel, ...

14. Reste un candidat mis à l'écart en tant que probable sous-structure de l'amas massif XLSSC 050 (pointé B13).

entre $z = 0{,}5$ et $z = 1$. Etant donné les faibles nombres impliqués ici, les fluctuations statistiques ne peuvent être négligées. La Fig. 4.22 semble indiquer une répartition spatiale non aléatoire de ces amas. Si la tranche $z < 0{,}5$ apparaît relativement uniforme, les tranches $0{,}5 < z < 1$ et $z > 1$ semblent spatialement complémentaires. Cela montre que le déficit d'amas dans la tranche centrale ne peut pas entièrement être expliqué par un effet de sensibilité instrumentale puisque l'on détecte des amas plus lointains là où les amas plus proches font défaut. Deux autres hypothèses peuvent être envisagées : la présence d'une fluctuation de type « variance d'échantillon » ou une propriété de l'évolution de l'émission X des amas qui diminue la sensibilité de détection dans cet intervalle de redshifts et/ou favorise celle à $z > 1$.

Pour étayer la seconde hypothèse, on notera que les amas distants détectés en X sont souvent contaminés par des sources ponctuelles (Sect. 4.2). Si ce plus fort taux de contamination a pour origine une évolution physique et non un biais de sélection (si par exemple il est dû à une plus forte densité d'AGN à $z > 1$) alors le déficit observé dans le XMM–LSS n'est plus significatif. Les échantillons d'amas à $z > 1$ collectés à l'heure actuelle sont trop petits ou trop biaisés pour pouvoir conclure et on attend beaucoup sur ce point de la part des relevés d'amas distants : voir Sect. 4.2.2 pour le XMM–LSS, mais aussi le XDCP (Fassbender et al., 2011a) ou le XCS (Mehrtens et al., 2011). Parmi les cinq C1 estimés à $z > 1$, deux semblent effectivement contaminés par une source ponctuelle, mais la PSF étendue d'XMM empêche toute conclusion tranchée.

Enfin, dans le cadre de la première hypothèse (variance d'échantillon), on peut envisager la présence d'un « vide cosmique » géant, centré sur la région du XMM–LSS et s'étendant du Nord-Ouest au Sud-Est sur plus de 4 deg, soit une structure ayant une taille d'environ 75-100 Mpc. La significativité d'une telle structure n'est pas étudiée ici et nécessiterait un calcul basé par exemple sur des simulations numériques de halos de matière noire. Une comparaison avec la distribution en redshifts photométriques du CFHTLS (Coupon et al., 2009) serait également instructive pour confirmer ou non cette hypothèse. Enfin, l'analyse de la répartition des amas C2 pourra fournir une réponse plus significative. Malheureusement le suivi des candidats amas C2 n'est pas aussi systématique que celui des C1 et souffre pour le moment d'incomplétude.

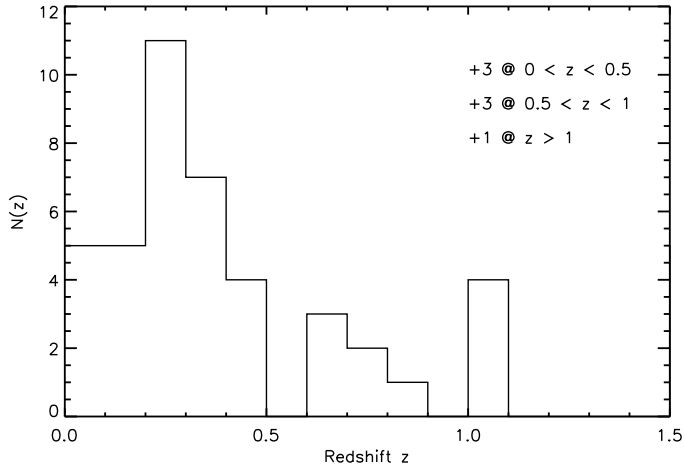



FIGURE 4.21 – Histogramme en redshifts des amas C1 relevés dans le XMM–LSS. Seuls les 42 amas disposant d'un redshift spectroscopique ont été inclus. Les 7 amas non confirmés ont été indiqués en légende, leurs intervalles de redshift étant estimés d'après leur émission X et optique.

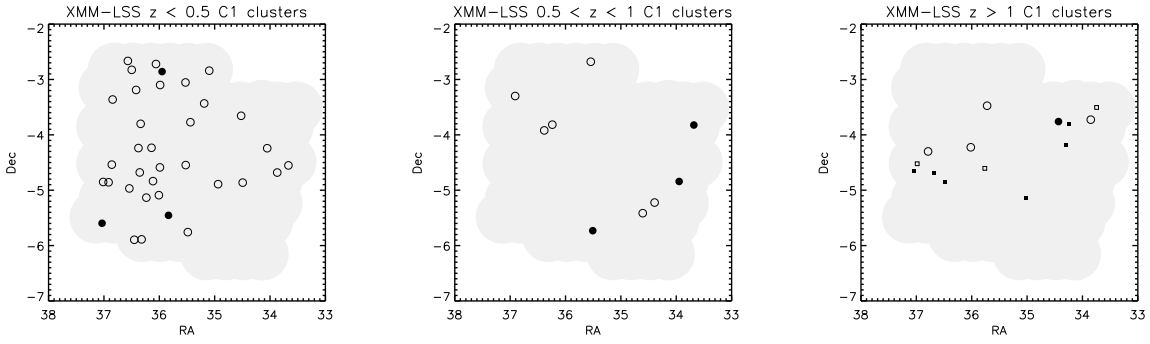



FIGURE 4.22 – Répartition spatiale des amas C1 dans le relevé XMM–LSS dans différentes tranches de redshift. Les cercles représentent les amas C1 du relevé. Les cercles pleins sont les amas en attente de détermination de leur redshift spectroscopique. Dans le dernier inséré, on a aussi représenté les amas C2 confirmés avec un $z_{spec} > 1$ (carrés vides) et les amas C2 distants observés avec HAWK-I (carrés pleins, voir Table 4.1).

# XMM–LSS : conclusions et perspectives

Les Chapitres 3 et 4 ont exposé l'état des lieux du relevé XMM–LSS, le plus large relevé en rayons X couvrant une surface contiguë du ciel, et mis en relief les techniques liées à son exploitation cosmologique. Je résume ici les principaux résultats auxquels nous sommes parvenus et propose quelques pistes pour leur développement futur.

**Traitement des observations X et fonction de sélection**

Fortement impliqué dans l'utilisation et l'interprétation du programme de réduction des données XMM (le pipeline), j'ai contribué à son amélioration et étendu sa caractérisation via le traitement de dizaines de milliers de pointés XMM simulés dans des conditions différentes. Cette caractérisation est essentielle et permet de faire le lien entre des modèles théoriques ou phénoménologiques prédisant une population de sources et ce qui est réellement observé. C'est ce qui différencie l'astronomie des objets (études de sources particulières, de phénomènes localisés) de l'astronomie des échantillons : non seulement ce que l'on voit – ce que l'on détecte – est important, mais ce que l'on ne voit pas l'est tout autant ; et il faut savoir exactement ce que l'on « perd ». De ce point de vue, le XMM–LSS possède une expertise et une avance certaines, nécessitant néanmoins des approfondissements.

Premièrement, la fonction de sélection des amas gagnerait à être quantifiée en fonction du profil du gaz, étant resté jusqu'ici le plus simple possible (modèle $\beta$). L'ajustement le plus urgent est sans doute la différenciation entre amas à cœur froid ou non, dont les propriétés X pour une même masse diffèrent grandement. Des raffinements quant à la non-sphéricité des profils d'émission des amas pourront être envisagés, même si leur impact est du second ordre vu les niveaux de signal à bruit considérés. De plus, étant donné les développements effectués pour la version 3.3 du pipeline, il devrait être aisé de tester l'influence des paires de sources ponctuelles proches sur la contamination de la classe C1. Enfin, surtout du point de vue des amas distants, il serait judicieux de quantifier l'impact de la corrélation spatiale AGN/amas sur la détection des sources : si l'on sait qu'elle biaise les échantillons à haut redshift, à quelle hauteur et à partir de quel redshift joue-t-elle un rôle ? Si ces questionnements sont d'importance pour les amas C1, ils le sont encore plus pour les amas C2 dont les propriétés pourraient être idéalement mises à contribution pour la cosmologie (typiquement, afin de contraindre la fonction de masse à haut redshift).

On ne pourra malheureusement pas simuler tous les cas particuliers venant exercer leur influence sur la complétude ou la contamination des échantillons d'amas.

Une voie est à explorer : celle du couplage entre les données X et les simulations numériques hydrodynamiques modélisant l'émission X des amas de galaxies. De nombreux développements sont effectués dans ce sens (e.g. Rasia et al., 2008; Dolag & Stasyszyn, 2009; Short et al., 2010) et annoncent sans doute une transition dans la façon d'analyser les relevés X.

**Utilisation du relevé en X et suivi multi-longueurs d'ondes**

J'ai sélectionné et présenté trois études menées à partir des données X du relevé et auxquelles j'ai apporté mon concours.

Le calcul et l'analyse de la fonction de corrélation à deux points des noyaux actifs de galaxies détectés en X est une étude dirigée par A. Elyiv (Liège). Elle repose en grande partie sur la caractérisation fine de la fonction de sélection des sources et de ses variations spatiales. Le nombre extrêmement élevé d'observations XMM simulées a été exploité à fond pour calculer une probabilité de détection fonction à la fois de la position dans le relevé et de la source elle-même. Malgré le bon accord d'une partie de nos résultats avec les études récentes, certains d'entre eux, lorsqu'étendus à des échelles plus larges et des flux faibles, semblent en contradiction avec les tendances actuelles.

La détection d'amas distants dans le relevé combine observations en X, en infrarouge et en optique. J'ai réalisé la sélection et la caractérisation de l'échantillon d'amas distants du relevé, puis intégralement préparé les observations de ces objets en infrarouge proche. La publication de l'échantillon (Willis et al., en préparation) inclura redshifts photométriques, diagrammes couleur-magnitude et discutera les implications physiques de cet échantillon d'amas lointain, le seul aujourd'hui dont la fonction de sélection en X peut être calculée.

Quelques perspectives ont été présentées quant à la distribution tri-dimensionnelle des amas C1 dans le relevé. Les progrès dans cette voie sont liés à la confirmation spectroscopique des candidats. Les données accumulées semblent déjà montrer une répartition singulière des amas, avec la possible présence d'un vide cosmique à $z \sim 0{,}7$ au centre du relevé. Cette étude nécessiterait pour être complète : la détermination du redshift des 7 amas manquants (spectroscopiques au mieux, photométriques à défaut), l'évaluation de la contamination des amas à $z \sim 1$ par des sources ponctuelles via des observations dédiées (Chandra) et/ou une analyse spectrale de l'émission X, la comparaison à la distribution en $z_{phot}$ des galaxies du CFHT-LS, la mise en confrontation avec une simulation numérique de matière noire (Horizon) et, si possible, la comparaison avec la distribution des amas C2.

Après plus de dix ans d'efforts d'observation, de développement d'outils de réduction et de pistes théoriques, les données accumulées sont loin d'avoir été totalement exploitées. Le relevé XMM–LSS est actuellement étendu à $25\,\mathrm{deg}^2$ auxquels vont être ajoutés $25\,\mathrm{deg}^2$ d'observations XMM dans le champ BCS, formant ainsi le relevé XXL (voir Chap. 8.2). L'engouement suscité par ces nouvelles observations montre l'intérêt qu'a un relevé en X large, moyennement profond, complété en multiples longueurs d'ondes, promettant une moisson de résultats scientifiques. Cela est peut-être révélateur d'un changement de point de vue de la part des astronomes observateurs en cosmologie : nous avons réduit le poids des études « artisanales »

d'objets particuliers au profit des grands relevés « industriels ».

# Deuxième partie

# Relevés d'archive : l'exemple de X–CLASS

# Chapitre 5

# Le relevé X–CLASS

## 5.1 Un projet basé sur les archives XMM : pourquoi, comment ?

Cette partie est dédiée à la description du relevé X–CLASS (**X**MM **CL**uster **A**rchive **S**uper **S**urvey). Ce relevé est basé sur l'analyse systématique des observations réalisées par l'observatoire XMM depuis sa mise en orbite. Je décris ici pourquoi nous avons choisi de réaliser un tel projet et la démarche que nous avons suivie, parmi plusieurs envisageables.

### 5.1.1 L'extension naturelle aux données existantes

Nous avons mis en valeur dans la partie précédente les techniques et résultats obtenus pour le relevé XMM–LSS, un relevé couvrant $10\,\mathrm{deg}^2$ de manière contiguë, avec une profondeur de l'ordre de 10 ks. En dépit de la continuité de la zone couverte, il a été trouvé plus simple de considérer chacun des 98 pointés séparément, du point de vue de l'extraction des sources comme du point de vue de la caractérisation du relevé. Tous les outils ont donc été développés dans le but de rendre le traitement de chaque pointé XMM indépendant des autres, la continuité étant traitée a posteriori. D'autre part, le développement du pipeline XMM–LSS et l'analyse des pointés de profondeur $\sim 10$ ks a montré qu'il était possible d'extraire quasiment « en aveugle » une classe de sources étendues, non contaminée et constituée d'amas de galaxies massifs, utiles pour la cosmologie : les amas C1.

En 2009, la base de données d'archives XMM contenait environ 6000 observations de nature diverse. Si 50 amas C1 avaient été détectés dans les 100 observations du relevé XMM–LSS, pourrait-on récolter 3000 amas C1 dans les archives ?

Un tel relevé serait inédit de par le nombre d'amas trouvés, mais la plupart de ces amas ne bénéficieraient que de l'information provenant d'XMM. Comment exploiter au mieux l'information X en tirant profit du nombre élevé de sources détectées ?

### 5.1.2 Relevés d'amas basés sur les archives XMM

L'idée d'analyser les archives du satellite XMM n'est pas neuve. Elle est héritée des nombreux projets réalisés sur les observations pointées par ROSAT, eux-mêmes

suggérés par les premiers relevés d'archives comme l'EMSS (Sect. 2.4) : par exemple WARPS (Scharf et al., 1997), RDCS (Rosati et al., 1998), SHARC (Romer et al., 2000), 160d (Vikhlinin et al., 1998a), 400d (Burenin et al., 2007). Un tour d'horizon des relevés (connus) d'archives XMM est proposé ici.

**Le catalogue 2XMM**

Le catalogue 2XMM (Watson et al., 2009) est la seconde version d'un relevé réalisé à partir de 3491 observations publiques XMM. Il contient 246 897 détections, pour un nombre total de 191 870 sources uniques. La surface totale couverte est de 500 $\deg^2$ (360 $\deg^2$ de surface une fois les recouvrements éliminés). Le relevé est exhaustif, dans le sens où tous les pointés publics (à la date du 1 Mai 2007) ont été traités à l'exception d'une centaine d'entre eux. Le processus d'extraction des sources est basé sur un algorithme à cellule glissante (20 arcsec $\times$ 20 arcsec), puis sur une caractérisation des sources détectées via un ajustement par maximum de vraisemblance. Cet ajustement permet notamment d'estimer le taux de comptage des sources. Un modèle de source étendu est également testé (modèle $\beta = 2/3$) et une source est classée comme étendue si le rayon de cœur est plus large que 6 arcsec et si la vraisemblance du modèle dépasse un certain seuil. 20 837 sources sont classées comme étant étendues. Des produits dérivés sont automatiquement calculés pour chaque source : spectre, courbe de lumière temporelle. Une part importante du travail a été consacrée à l'astrométrie. La fonction de sélection et la sensibilité du relevé ont été rigoureusement calculées pour les sources ponctuelles. En revanche, l'analyse systématique de la fonction de sélection pour les sources étendues n'a pas été réalisée, rendant ainsi l'utilisation du catalogue de sources étendues inutilisable pour des études statistiques et en particulier cosmologiques.

**Le relevé XCS**

Débuté en 2001, c'est-à-dire juste après le lancement du satellite XMM, le projet XCS (XMM Cluster Survey, Romer et al. 2001) a d'emblée annoncé qu'il traiterait toutes les données XMM au fur et à mesure de leur intégration dans la base d'archives de l'ESA. Après dix ans de développement et d'analyse, les premiers résultats sont délivrés à la communauté sous la forme d'un catalogue X et d'un suivi optique rattaché (Lloyd-Davies et al., 2011; Mehrtens et al., 2011). Le relevé XCS vise à traiter toutes les données d'archives XMM de manière exhaustive, avec une surface couverte finale de $\sim 500\,\deg^2$. L'un des buts de ce relevé consiste à contraindre les modèles cosmologiques, l'objectif se chiffrant notamment par : 5% d'erreur sur $\sigma_8$, 10% pour $\Omega_\mathrm{m}$ et 15% pour $\Omega_\Lambda$ (Sahlén et al., 2009). Un autre objectif, allant de pair, est l'étude de l'évolution des relations d'échelle. Bénéficiant d'un large programme de suivi optique, le XCS vise enfin à contraindre les modèles d'évolution des galaxies de manière statistique. Le catalogue XCS-DR1 (Mehrtens et al., 2011) contient 503 amas détectés en X et optiquement confirmés. Le relevé XCS sera probablement le plus exhaustif des relevés d'amas XMM, ce qui fait sa force et sa faiblesse : en effet, si la statistique augmente, la complexité de la fonction de sélection également. Un arbitrage doit donc se faire pour donner lieu à une étude cosmologique. Ce choix et les résultats qui en découleront sont attendus pour l'année 2012 (M. Sahlén, communication privée).

### Le relevé XDCP

Le XMM Distant Cluster Project (Fassbender et al., 2011a) a pour but de trouver des amas distants ($z \gtrsim 1$) dans les données d'archives XMM. En 2006, 469 pointés XMM ont été sélectionnés et traités de manière systématique afin d'extraire 1 000 sources étendues, dont 75% ont pu être identifiés comme des amas proches ($z < 0{,}6$) grâce à des données optiques. Un quart des 250 candidats restants ont pu être imagés à l'Observatoire Calar Alto en proche infrarouge. Les redshifts photométriques obtenus ont permis d'identifier 20 amas comme potentiellement distants. Le suivi de ces amas est en cours et quelques publications ont permis de mettre en valeur certains d'entre eux : Mullis et al. (2005); Fassbender et al. (2008); Schwope et al. (2010); Fassbender et al. (2011b); Nastasi et al. (2011); Santos et al. (2011).

### Le relevé SEXCLAS

Le Serendipitous XMM-Newton Cluster Athens Survey (Kolokotronis et al., 2006) a analysé 15 observations XMM et donné lieu à 21 détections de sources étendues, 68% d'entre elles étant identifiées comme amas grâce à un suivi optique. Les auteurs ont calculé la log$N$-log$S$ des amas jusqu'à un flux de $\sim 6 \times 10^{-15}$ ergs/s/cm$^2$ et montré son accord avec celle du relevé RDCS (Rosati et al., 1998) sur la plage de flux concordante. Ce relevé n'a pas été poursuivi.

### Le relevé de Peterson et al. (2009)

Peterson et al. (2009) ont analysé les observations XMM qui partagent une zone commune avec des observations d'archives de l'observatoire *Chandra*. L'avantage de leur méthode est de pouvoir identifier plus facilement les sources ponctuelles grâce à la très bonne résolution angulaire de ce dernier, et donc de classer les sources étendues en minimisant le risque de contamination. La surface commune analysée est d'environ 42 deg$^2$. L'algorithme de détection des sources étendues utilise des ondelettes bi-dimensionnelles et permet à la fois d'assigner une vraisemblance et une valeur de flux pour les sources détectées. Le calcul de la fonction de sélection est très peu détaillé mais celle-ci montre une dépendance en le flux et le rayon des sources considérées. Une analyse basée sur la log$N$-log$S$ des amas ainsi calculée est proposée, et les auteurs annoncent un effet de croissance non-linéaire des structures au vu de cette analyse. Le point critique de ce relevé semble être la fonction de sélection, très complexe du fait de l'utilisation de deux instruments différents.

### Le relevé 2XMMi/SDSS

Très récemment, Takey et al. (2011) ont utilisé les sources classées comme étendues dans le catalogue 2XMM et corrélé aux détections d'amas en bande optique dans le Sloan Digital Sky Survey (SDSS). Après élimination des sources contaminantes et inspection des images optiques, 1180 candidats ont été inclus dans le catalogue. 275 d'entre eux bénéficient d'un redshift photométrique et 182 ont au moins une galaxie membre confirmée spectroscopiquement. Une première analyse est présentée sur la base d'un échantillon de 175 amas dont 139 nouvellement découverts : la relation L–T, étendue jusqu'à des températures basses ($\sim 1$ keV) est

en accord avec celle calculée par, notamment, Pratt et al. (2009). La fonction de sélection, non calculée par les auteurs de ce relevé, est néanmoins problématique, car elle mélange données optiques et données X.

### 5.1.3 Plan et déroulement du projet X–CLASS

La Table 5.1 décrit les quatre grands axes du projet X–CLASS : une partie théorique visant à modéliser la population d'amas, une partie dédiée à l'analyse des données d'archives et enfin la partie consacrée aux simulations. La dernière partie rassemble chacun de ces blocs et consiste en l'analyse cosmologique du relevé.

| **Modèle** → Chap. 6 & Chap. 7 |
|---|
| - Définition de la fonction de masse |
| - Conversion masse-observable |
| - Calcul de quantités instrumentales : taux de comptage |
| - Détermination des meilleures conditions pour contraindre les paramètres (bandes d'énergie, ...) |
| - Calcul d'une observable sans les redshifts des amas : CR–HR |
| **Analyse des données** → Sect. 5.2 & Chap. 7 |
| - Sélection préliminaire des pointés |
| - Filtrage des évènements |
| - Choix des temps d'exposition (10 et 20 ks) |
| - Adaptation et utilisation du pipeline XAmin |
| - Création d'une base avec images X et optiques (DSS) |
| - Création d'une galerie d'amas connus et inspection visuelle des sources ("loto") |
| - Mesure des flux des sources dans différentes bandes |
| - Choix d'une sélection (C1, $C1^+$) |
| - Création du catalogue (corrélation avec des amas connus, redshifts,...) |
| - Construction de l'observable CR–HR |
| - Prise en compte du biais dû aux amas pointés |
| **Simulations** → Sect. 5.2 & Chap. 3 |
| - Simulations avec temps de pose et fond variables : sources ponctuelles et sources étendues |
| - Détermination de la fonction de sélection des sources étendues pour chaque pointé |
| - Calibration de la mesure des flux à l'aide d'amas simulés |
| **Analyse cosmologique** → Chap. 6 & Chap. 7 |
| - Vraisemblance/$\chi^2$ |
| - Méthode d'ajustement par MCMC |
| - Contraintes sur le modèle cosmologique |

Table 5.1 – Résumé des quatre grands axes d'action du projet d'archives X–CLASS.

## 5.2 Construction du relevé X–CLASS

Cette partie est consacrée au traitement des données d'archives XMM tel qu'il a été réalisé pour le projet X–CLASS. Nous décrivons dans un premier temps les étapes de la construction du catalogue d'amas, puis présente la fonction de sélection du relevé, complexe de par le caractère hétérogène des données. La dernière section est consacrée aux techniques mises en œuvre pour la mesure des taux de comptage des amas détectés et sa validation.

### 5.2.1 Des archives au catalogue d'amas

#### Sélection des observations

Les archives XMM ont été sélectionnées parmi les 7716 observations listées dans le système XSA [1] à la date du 26 Mai 2010. Afin de tester la chaîne de traitement automatisé des observations d'archives XMM, une première liste de pointés a été constituée sur la base de Fassbender et al. (2011a) (546 observations). Cette liste a été complétée par 16 pointés contenant des amas connus et finalement augmentée de 2213 observations de manière à ce que les 2774 observations XMM (cf. Table 5.2) sélectionnées vérifient les conditions suivantes :

- centre du pointé à haute latitude galactique ($|b| \geq 20°$)
- temps d'exposition supérieur à 5 ks
- MOS1, 2 et PN en mode imagerie, et l'un des trois en mode 'Full Frame'
- centre du pointé à plus de 5° des nuages de Magellan, et à plus de 2° du centre de la galaxie d'Andromède
- observation publique à la date du 26 Mai 2010.

Ces critères permettent d'éliminer les pointés dont la configuration s'éloigne trop de celle rencontrée dans le relevé XMM–LSS et pour laquelle le pipeline XAmin est performant (Chap. 3). Ils permettent également de minimiser l'absorption galactique, caractérisée par la densité de colonne en hydrogène $N_H$. Celle-ci est obtenue pour chaque pointé via les cartes de $N_H$ du relevé LAB (Leiden/Argentine/Bonn survey) et est considérée comme uniforme sur toute la surface du pointé (hypothèse valide étant donné la résolution de 0,6° du LAB). La distribution en densité de colonne d'hydrogène des pointés traités (Fig. 5.1) ne dépasse pas $10^{21}\,\mathrm{cm}^{-2}$ et a pour valeur médiane $\sim 3.10^{20}\,\mathrm{cm}^{-2}$. La distribution en temps d'exposition des pointés est montrée sur la Fig. 5.2.

Enfin, la Figure 5.3 montre la localisation sur le ciel des observations traitées. Leur répartition est quasi-aléatoire et échantillonne tout le ciel ; c'est un avantage du point de vue de la variance d'échantillon (on ne regarde pas une seule et même région, qui pourrait ne pas être représentative de l'Univers observable), mais un inconvénient au niveau de l'homogénéité (les pointés ont des absorptions différentes, la surface n'est pas contiguë, les observations n'ont pas eu lieu à la même époque...) Enfin, on notera que la surface géométrique balayée par les observations XMM est faible (0,15 $\mathrm{deg}^2$ par pointé) et qu'il faudrait environ $3.10^5$ pointés XMM pour couvrir le ciel entier. Le relevé X–CLASS se situe bien dans la catégorie des relevés XMM/Chandra actuels en termes de sensibilité et de surface couverte (voir Figure 2.6).

1. XMM Science Archive system, base de données maintenue par l'ESA (Arviset et al., 2003)

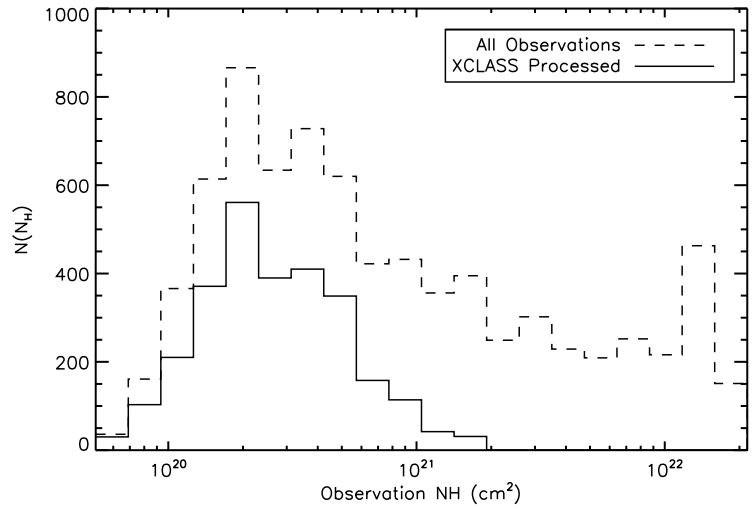



FIGURE 5.1 – Distribution en densité de colonne d'hydrogène : pour les 7716 pointés d'archives XMM *(ligne discontinue)* et pour les 2774 observations sélectionnées *(ligne pleine)*.

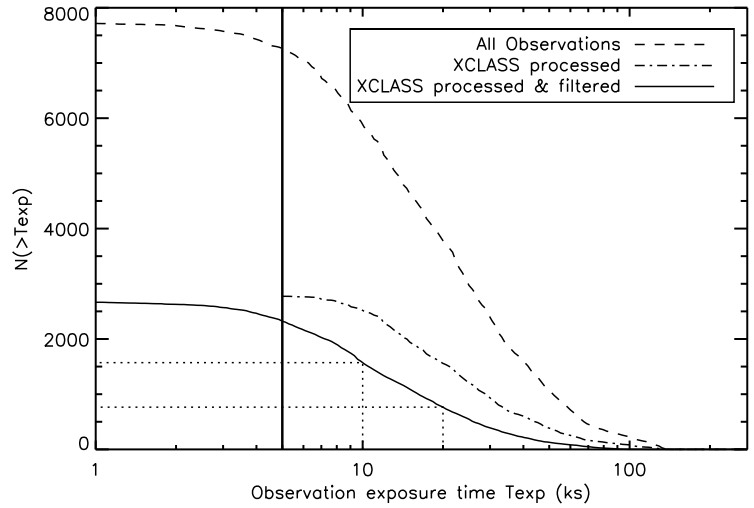



FIGURE 5.2 – Distribution cumulative en temps d'exposition des observations d'archives XMM. *Ligne discontinue :* temps d'exposition nominal affiché pour les 7716 observations d'archives XMM. *Ligne mixte :* temps d'exposition nominal pour les 2774 observations sélectionnées. *Ligne pleine :* temps d'exposition effectif après analyse et élimination des périodes de fond élevé.

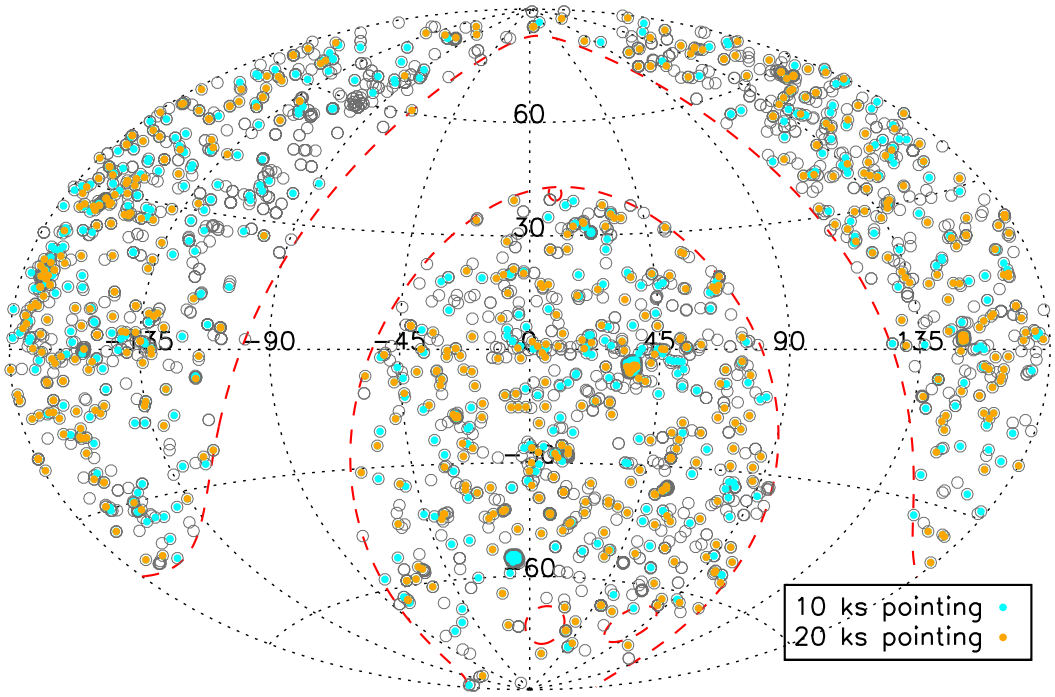



FIGURE 5.3 – Distribution des 2774 pointés X–CLASS analysés en coordonnées équatoriales (cercles gris). Les pointés tronqués à des temps d'exposition d'exactement 10 et 20 ks ont été symbolisés par des points colorés. Les lignes rouges montrent les régions qui ont été exclues du relevé (plan équatorial, nuages de Magellan et galaxie d'Andromède). La taille des cercles n'est pas à l'échelle des observations individuelles XMM.

**Analyse des observations**

Chaque observation XMM est traitée indépendamment des autres par une chaîne de processus permettant : i) la génération et le filtrage des listes d'événements, ii) la création de listes d'évènements de durée totale 10 et 20 ks, iii) la création d'images dans plusieurs bandes d'énergie et notamment la bande `b2` ([0,5-2] keV), iv) la détection de sources sur les images filtrées en ondelettes, v) la caractérisation des sources par le pipeline et vi) la création de vignettes X et optique et de fichiers standardisés pour nourrir la base de données L4SDB [2] regroupant tous les amas C1 détectés dans les archives.

Le principe de traitement des données est donc très similaire à celui mis en place pour le XMM–LSS (Chap. 3). La version 3.3 du pipeline a été utilisée et quelques modifications mineures lui ont été apportées pour répondre aux différents types d'observations rencontrés : prise en compte de détecteurs manquants, choix de l'exposition la plus longue dans une observation en comptant plusieurs, gestion des modes de détecteurs différents.

**Coupures à 10 et 20 ks** Une caractéristique très particulière du relevé X–CLASS consiste en l'homogénéisation des profondeurs des pointés. L'expérience du XMM–LSS a montré que la détection des amas utiles pour la cosmologie était très efficace pour des expositions de 10 à 20 ks. Les pointés moins profonds sont trop bruités tandis que les pointés beaucoup plus profonds ($> 100$ ks) souffrent du problème de confusion [3]. D'autre part, les pointés profonds ($\gtrsim 40$ ks) ne sont pas nombreux dans les archives et on y détecte principalement des amas faibles et des groupes, pas très pertinents pour la cosmologie [4]. Chaque observation a donc été découpée en deux sous-pointés en ne gardant que les 10000 et 20000 ($\pm 2\%$) premières secondes d'observation parmi les intervalles GTI (*Good Time Intervals*) déterminés après filtrage des listes d'événements (Figure 5.4). Les observations avec $10 < T_{\rm exp} < 20$ ks ont donné lieu à un seul sous-pointé de 10 ks. Chaque sous-pointé a été traité indépendamment par le pipeline et des listes de sources distinctes ont été créées pour chacun d'entre eux. Même si elles n'ont pas été utilisées pour le projet X–CLASS, nous avons traité et conservé les observations avec $T_{\rm exp} < 10$ ks. Enfin, il est à noter que ces contraintes sur les temps d'exposition sont vérifiées par *chaque détecteur* et non pas seulement par la moyenne pondérée des temps d'exposition. Le nombre total de pointés pris en compte dans le catalogue X–CLASS est 2409 : 1588 pointés 10ks, dont 821 provenant de la même observation et bénéficiant de 20ks de temps d'exposition (cf. Table 5.2). Le paragraphe 5.2.2 explicite la procédure suivie pour ne pas comptabiliser deux fois ces 821 pointés dans l'analyse.

2. XMM Large Scale Structure Super Survey DataBase, `http://xmm-lss.in2p3.fr:8080/l4sdb/`, créée, développée, améliorée et maintenue par J.-P. Le Fèvre.

3. Phénomène dû à un trop grand nombre de sources détectées qui ne peuvent plus être distinguées les unes des autres. La limite de confusion est déterminée par la distribution en flux des sources du ciel, la sensibilité du télescope et sa résolution. A l'heure actuelle la limite de confusion d'XMM n'est pas rigoureusement connue mais des observations profondes ont montré que 100 ks était une limite raisonnable.

4. A l'exception de quelques amas très distants et massifs, mais ceux-ci sont généralement à bas signal sur bruit.

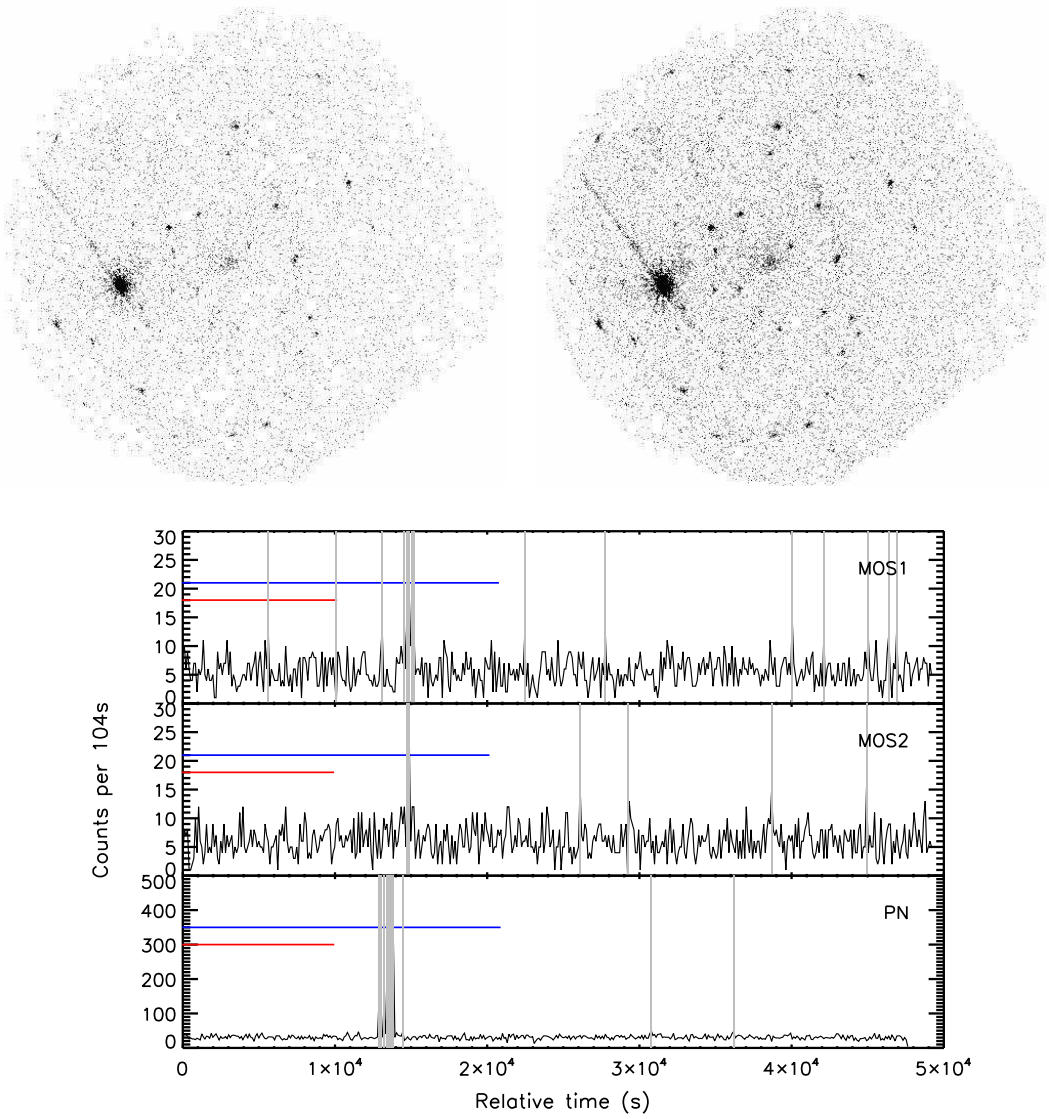



FIGURE 5.4 – Exemple de deux pointés tronqués à 10 et 20 ks (respectivement à gauche et à droite) extraits d'une même observation (ObsId : 0020540401). Les courbes de lumière correspondant à l'exposition complète ($\sim$ 47 ks) sont montrées pour les trois détecteurs. Les bandes grises correspondent aux intervalles de temps supprimés (flares). Les lignes rouges (resp. bleues) indiquent l'intervalle de temps conservé pour l'exposition tronquée à 10 ks (resp. 20 ks) et tiennent compte des intervalles supprimés.

**Charge du data-mining** L'ensemble de ces traitements a été effectué sur la grille de calcul de l'IN2P3 à Lyon et a représenté 5 mois complets de calcul CPU pour un total de 1,5 To de données. Le portage et l'automatisation de procédures déjà existantes n'est pas anecdotique : si, en théorie, automatiser le fonctionnement du pipeline est aisé, la réalité est plus dure : il faut composer avec les exceptions, les observations particulières faites à des époques différentes, les contraintes de stockage et de répartition du temps de CPU, les exigences et capacités du centre de calcul et enfin le nombre considérable de problèmes (« bugs ») jamais rencontrés sur un petit échantillon et qui se manifestent lorsqu'on multiplie les calculs. Au final, la durée de traitement n'est pas linéaire en la quantité de données !

### Création du catalogue

Seuls les candidats C1 définis par EXT_LIKE $> 33$ et EXT $> 5$ arcsec (Chap. 3, Sect. 3.3.3) ont été intégrés dans la base de données L4SDB, chacun étant accompagné d'une vignette X et d'une image optique POSS-II (Digitized Sky Survey). En tout, 2263 candidats potentiels ont été enregistrés.

**Gestion des doublons** Cette liste de candidats contient de nombreux doublons à cause du chevauchement entre certains pointés. Ils sont parfois dus à des observations distinctes, proches sur le ciel (souvent effectuées à des époques différentes) mais la majeure partie d'entre eux vient de notre choix de couper chaque observation en deux pointés 10 et 20ks. Ceux-ci sont exactement superposés et les sources détectées à 10 ks sont presque toujours trouvées dans le pointé plus profond. Les exceptions sont les sources étendues appartenant au pointé 20 ks qui sont virtuellement séparées sur le pointé 10 ks (ou l'inverse) à cause du faible signal sur bruit et des interstices entre CCD. Parmi ces exceptions on trouve aussi les sources ayant un profil très piqué, classifiées C1 sur 10 ks et considérées comme ponctuelles sur 20 ks. Nous avons supprimé semi-automatiquement les doublons du catalogue en auto-corrélant la liste de candidats avec des rayons de plus en plus grands. Pour les doublons corrélés à plus de 20 arcsec nous avons systématiquement vérifié qu'il s'agissait effectivement de la même source. Cette procédure a été réalisée de manière soigneuse mais nous n'excluons pas l'existence d'erreurs résiduelles : certains cas sont douteux, notamment en présence de sous-structure dans les amas. Les cas des sources détectées sur 10 et non détectées sur 20 ks ont été laissés de côté. Elles ne devraient poser problème que si l'on restreint l'analyse aux pointés de 20 ks seulement, car alors on manquerait des sources dans le catalogue et la densité de sources serait sous-estimée. Notons qu'une deuxième vérification du catalogue a été effectuée lors de la mesure des flux des sources (Sect 5.2.3) permettant d'éliminer les quelques amas comptabilisés deux fois dans la base de données.

En tout état de cause, les règles suivantes ont été respectées pour la gestion des doublons (Fig 5.5) :

- seule l'entrée du catalogue correspondant au pointé le plus profond (20 ks) est conservée, l'autre est marquée « supplementary exposure » dans la base L4SDB.
- si les deux pointés sont de même profondeur, le candidat avec la vraisemblance la plus élevée est conservé, l'autre est marqué « secondary source » dans la base

L4SDB.

**Validation des candidats** En principe, la sélection C1 des amas permet d'obtenir, quasiment « en aveugle », un échantillon non contaminé d'amas. Cette propriété découle des simulations d'observations XMM qui ne peuvent cependant pas reproduire toutes les situations particulières rencontrées dans le relevé. Il faut pouvoir identifier les galaxies proches dont l'émission X est étendue, les sources noyées dans l'émission étendue d'un amas, les sous-structures dans les amas proches et les sources doubles qui peuvent être classifiées C1 sur les bords du champ de vue. La comparaison des détections X avec des images optiques permet d'éliminer la plus grande partie de ces cas. Le seul relevé optique s'étalant sur tout le ciel est le relevé du Palomar (POSS-II), basé sur des plaques photographiques acquises au télescope UK Schmidt puis numérisées. La profondeur et la résolution angulaire de ce relevé sont assez faibles en comparaison du relevé CFHTLS utilisé pour le XMM–LSS. Néanmoins, toutes les galaxies proches sont facilement identifiées [5] ainsi que les sous-structures dans les amas. Par comparaison avec des amas à redshifts connus, il est apparu que le POSS permet de distinguer des galaxies jusqu'à $z \sim 0.3$, ce qui permet de valider les amas C1 en-dessous de cette limite et de leur assigner une distance indicative.

Une équipe de six astronomes divisée en trois binômes indépendants a participé à l'inspection visuelle des 1514 candidats C1. Chaque candidat amas a donc reçu deux fois, indépendamment et sans concertation, une indication de qualité parmi : "$0 < z < 0.3$", "$z > 0.3$", "dubious", "nearby galaxy", "artefact" et "double source". La qualité définitive a été donnée à chaque candidat par deux modérateurs en se basant sur les votes des évaluateurs. Le catalogue final a été construit en ne conservant que les trois premières des classes de qualité citées ci-dessus. En fin de compte, le catalogue d'amas C1 X–CLASS contient 851 candidats C1 dont 105 "dubious", ces derniers étant des candidats à l'émission X incertaine, souvent faible et peu étendue, sans contrepartie optique évidente. La Fig. 5.6 montre quelques candidats typiques issus du catalogue d'amas L4SDB. Certains d'entre eux ont déjà été recensés dans des catalogues publiés (en bandes optiques, *ROSAT*...).

### 5.2.2 Caractérisation et fonction de sélection du relevé

L'échantillon d'amas de galaxies collecté ne va pas sans une caractérisation complète du relevé : surface couverte, variations de sensibilité et de profondeur doivent être connues pour calculer la fonction de sélection du sondage. Celle-ci est calculée à partir de simulations d'observation XMM, décrites en détail dans le Chapitre 3 consacré au XMM–LSS (Sect. 3.3.3). Elles attribuent à chaque pointé la probabilité de détection d'un amas en fonction de son rayon de cœur $r_c$ et son taux de comptage CR (cts/s). Puisque le mode de détection des sources utilisé pour le relevé X–CLASS est le même que pour le XMM–LSS, les résultats des simulations sont transposés directement de l'un à l'autre.

5. Un sous-produit du relevé X–CLASS est le catalogue de 234 galaxies proches non contaminées par un AGN et émettant en X (émission de type halo).

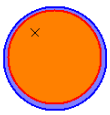
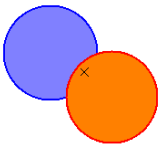
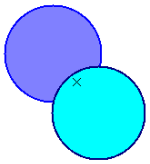
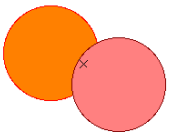
| | |
|---|---|
| Source 10ks également sur le pointé 20ks parent (*supplementary exposure*) |  |
| Source 10ks également sur un pointé adjacent 20ks (*supplementary exposure*) |  |
| Source 20ks également sur un pointé adjacent 20ks (*secondary source*) |  |
| Source 10ks également sur un pointé adjacent 10ks (*secondary source*) |  |

FIGURE 5.5 – Règles d'association de doublons dans le catalogue final X–CLASS, lorsqu'une source est détectée sur deux pointés différents. La priorité est donnée aux sources détectées sur les pointés plus profonds (20ks, orangé, par contraste avec 10ks, en bleu). Si les deux pointés ont la même profondeur, la priorité est donnée à la source de plus haute vraisemblance.

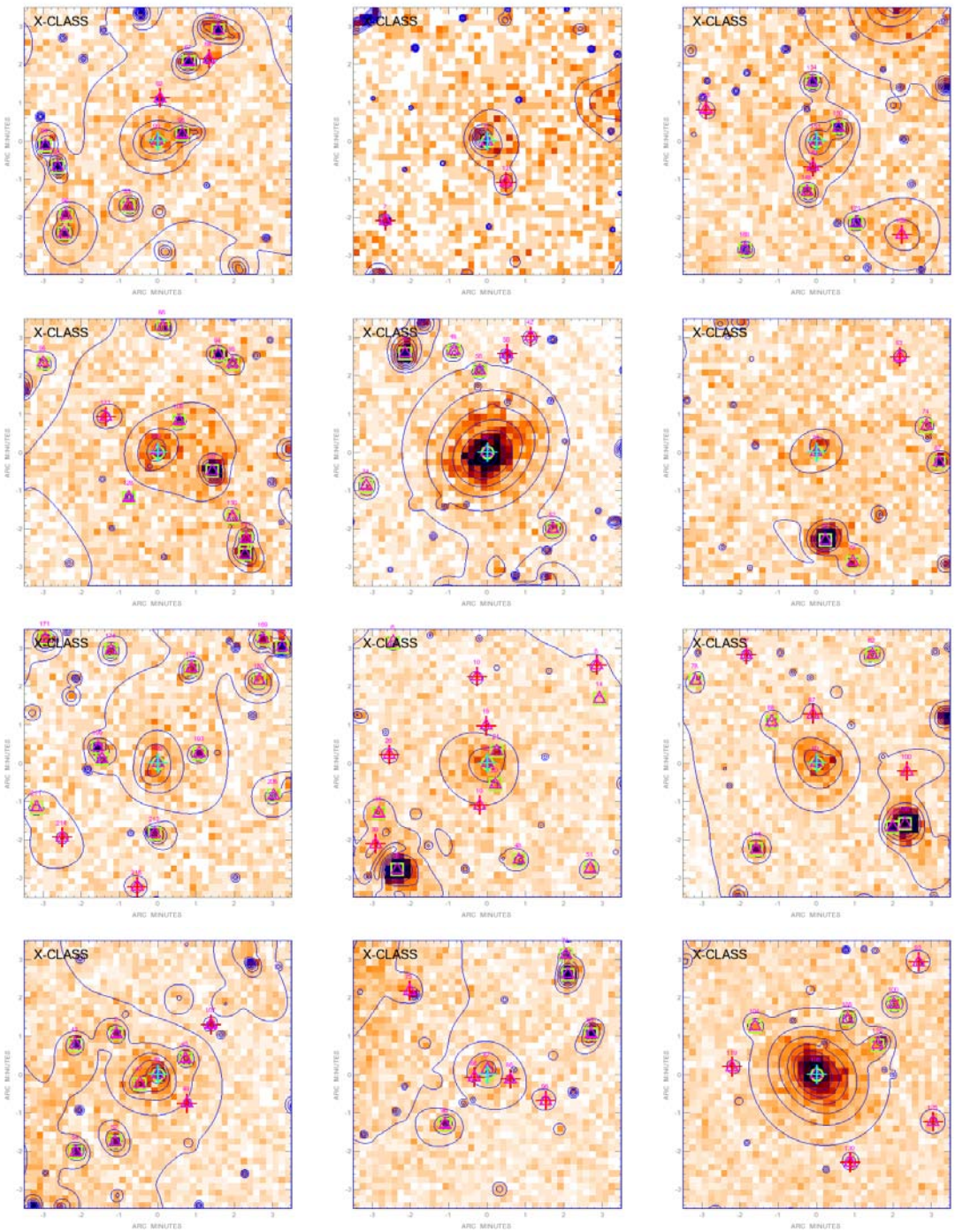



FIGURE 5.6 – Exemples d'amas détectés dans le relevé X–CLASS. Chaque vignette est une image XMM en bande $[0{,}5-2]$ keV de $7'$ de côté, orientée avec le Nord en haut et l'Est à gauche. Les contours correspondent au filtrage en ondelettes, les détections SEXTRACTOR sont symbolisées par des triangles magenta. La croix centrale cyan correspond à la détection et les cercles verts aux amas C1 dans le champ. Les carrés verts correspondent aux sources ponctuelles et les croix rouges aux sources éliminées du catalogue. *Dans le sens de lecture :* xclass0087, xclass0270, xclass0504 (LCDCS0505 $z_{phot} = 0{,}5$), xclass0530, xclass0740 (NSCS J121119+391250 $z = 0{,}34$), xclass0945, xclass1758 (RX J1053.3+5719, $z = 0{,}34$), xclass1801, xclass1876 (CFHTLS CL J100201+021320, $z = 0{,}89$), xclass2012, xclass2161, xclass 2305.

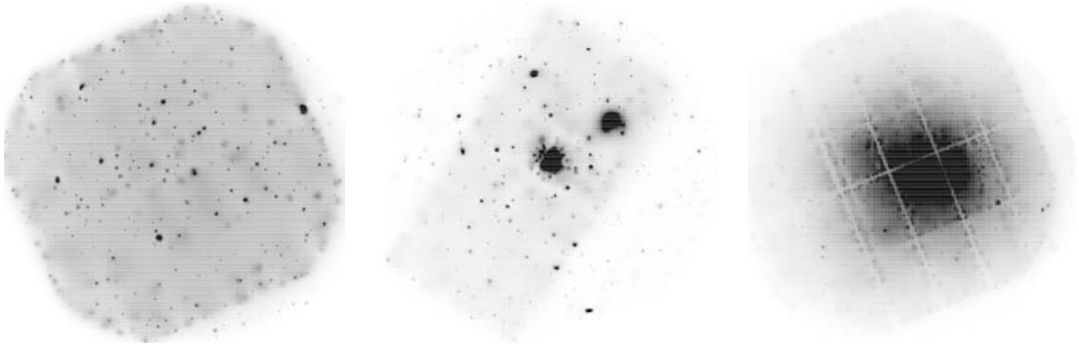


FIGURE 5.7 – Trois exemples de pointés éliminés de l'analyse cosmologique. *Gauche :* l'observation est affectée par de longues périodes de *flares* qui n'ont pas pu être reitrées par la procédure de préfiltrage automatique (ObsId : 0039140101). *Centre :* le détecteur PN est en mode Large Window et seules ses CCD centrales collectent des photons (ObsId : 0083150401). *Droite :*observation de l'amas Coma, source très étendue empêchant la détection de sources d'arrière-plan (ObsId : 0300530301).

### Préselection d'un sous-échantillon de pointés

Parmi tous les pointés traités et insérés dans le catalogue X–CLASS, certains ne conviennent pas à l'analyse cosmologique, qui nécessite un relevé encore plus homogène. Une liste est constituée sur la base de tous les pointés traités (ayant exactement 10 ou 20 ks de temps d'exposition), puis chaque pointé est examiné afin de mettre de côté ceux au fond très élevé, ceux avec un amas très brillant occupant une grande partie de la surface du détecteur et ceux dont un des détecteurs n'a pas tous ses CCD actifs. Cette opération permet d'éliminer les situations mal ou pas du tout couvertes par les simulations. La Figure 5.7 montre trois exemples de ces pointés. Finalement, 1992 pointés ont passé cette sélection avec succès (cf. Table 5.2).

### Caractérisation du « survey »

On associe à chaque pointé son temps d'exposition et la densité de colonne $N_H$ sur sa ligne de visée. Son paramètre de fond $b$ se calcule là aussi par comparaison aux simulations de pointés (calcul détaillé au Chapitre 3, Sect. 3.3.3).

La surface géométrique couverte par la collection de pointés est délicate à calculer du fait des nombreux recouvrements (partiels et même entiers dans le cas de pointés 20 ks et 10 ks provenant de la même observation). Nous avons opté pour une méthode d'intégration de Monte-Carlo. Une distance hors-axe maximale $\theta_{max}$ est d'abord définie, elle délimite la région de chaque pointé dans laquelle les amas seront recherchés. Nous avons choisi $\theta_{max} = 10'$ pour l'étude cosmologique X–CLASS. Au-delà, la PSF des télescopes et le vignettage nuisent considérablement à la détection de sources et la fonction de sélection y est moins bien connue. Malgré une perte d'environ 40% en couverture angulaire, ce choix garantit un sous-relevé de haute qualité. Chaque pointé étant considéré successivement, soit il est isolé et couvre une surface $\Omega_p = \pi\theta_{max}^2 = 0.087\,\mathrm{deg}^2$, soit il intersecte d'autres pointés. Dans ce cas, $n = 10^6$ points sont uniformément distribués [6] dans une région de surface $\Omega_{reg} \sim 2\,\mathrm{deg}^2$ au-

6. Pour simuler une distribution de surface uniforme sur une sphère (l'angle solide élémentaire

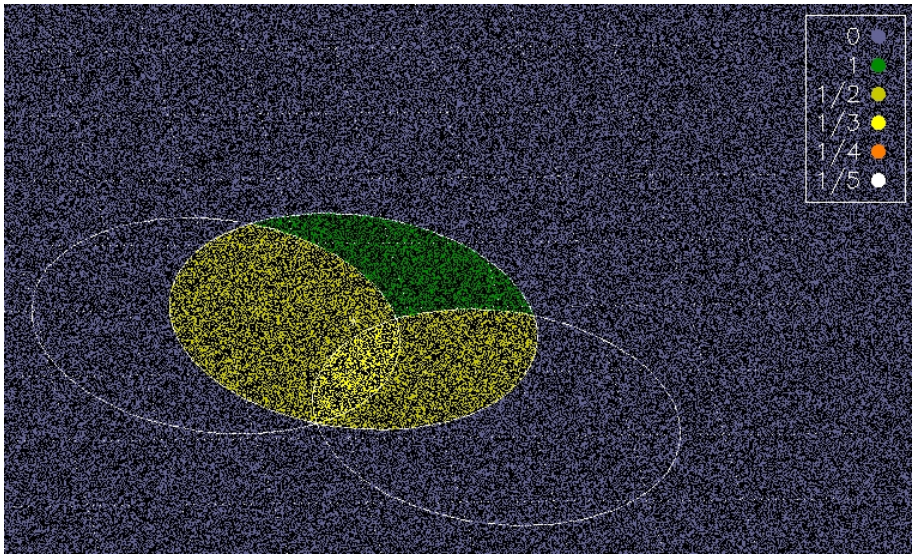



FIGURE 5.8 – Illustration du calcul de la surface géométrique d'un pointé particulier (au centre) par intégration de Monte-Carlo. $10^6$ points (en couleur) sont uniformément répartis sur une portion de sphère et un poids est associé à chacun d'eux en fonction de sa position (en légende). Le chevauchement par deux pointés adjacents est donc pris en compte en associant des poids $1/2$ et $1/3$ aux points concernés.

tour du pointé et un poids $\omega_i$ est attribué à chacun d'eux selon les règles suivantes :

- $\omega_i = 0$ si le point est en-dehors du pointé
- $\omega_i = 0$ si le pointé $p$ a un temps d'exposition de 10 ks et que le point est à la fois dans $p$ et dans un pointé de 20 ks
- $\omega_i = 1/N_{10k}$ si le pointé $p$ a un temps d'exposition de 10 ks et que le point est à la fois dans $p$ et dans $N_{10k} - 1$ autres pointé de 10 ks
- $\omega_i = 1/N_{20k}$ si le pointé $p$ a un temps d'exposition de 10 ks et que le point est à la fois dans $p$ et dans $N_{20k} - 1$ autres pointés de 20 ks.

La surface estimée du pointé $p$ est alors $\Omega_p = \Omega_{reg} \sum_i \omega_i/n$. Ces règles sont compatibles avec les règles d'association des doublons et permettent de calculer la surface géométrique correspondant à l'union de tous les pointés, en privilégiant les pointés 20 ks et en répartissant les recouvrements de manière égale entre pointés de même profondeur (Fig. 5.8).

A ce stade, le relevé est complètement caractérisé et résumé en une table de pointés, qui sera utilisée notamment pour modéliser les observables cosmologiques. Le tableau 5.3 donne un extrait de la table complète des 1992 pointés retenus pour l'analyse cosmologique X–CLASS, couvrant une surface de 90,3 deg$^2$.

### 5.2.3 Mesures des flux

Nous avons choisi de mesurer soigneusement les flux des amas C1 composant le catalogue X–CLASS afin de caractériser au mieux leur émission X. Plus exactement,

étant donné par $d\Omega = \sin\lambda\, d\lambda\, d\phi$), on génère d'abord deux variables uniformes $U$ et $V$ sur [0,1]. Puis on construit $\phi = 2\pi U$ et $\lambda = \cos^{-1}(2.V - 1)$. On vérifie que la distribution de $\lambda$ est : $P_\lambda d\lambda = P_V |dV/d\lambda| d\lambda \propto \sin(\lambda) d\lambda$.

| | |
|---|---|
| (1) Observations XMM archivées (Mai 2010) | 7716 |
| (2) Observations examinées | 2774 |
| (3) Pointés tronqués, 10 et 20ks exactement | 2409 (1588+821) |
| (4) Pointés pris en compte dans l'analyse cosmologique | 1992 (1294+698) |

TABLE 5.2 – Nombre d'observations selon les différents critères de sélection pris en compte. (1) : observations listées dans le système d'archives de l'ESA. (2) : observations ayant passé les critères de sélection « basiques » (Sect. 5.2.1). (3) : pointés ayant exactement 10 ou 20 ks de temps d'exposition, sachant que chacun des pointés 20ks existe dans sa version 10ks. (4) : pointés conservés pour l'analyse cosmologique après élimination des cas problématiques (Fig. 5.7)

| | Nom | A.D. deg | Dec. deg | $b$ | $N_H$ | Filtres MOS1/MOS2/PN | Surface $deg^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0001930101_10ks | 6,553 | 10,673 | 0,7 | 4,7 | Thin1/Thin1/Thin1 | 0,087 |
| 2 | 0001930301_10ks | 193,496 | 10,215 | 1,8 | 1,3 | Med./Med./Thin1 | 0,087 |
| 3 | 0006220201_10ks | 188,886 | -39,888 | 0,5 | 7,0 | Thick/Thick/Med. | 0,000 |
| 4 | 0008820401_10ks | 243,259 | -83,680 | 4,0 | 6,7 | Thin1/Thin1/Thin1 | 0,000 |
| 5 | 0008830101_10ks | 325,039 | -23,644 | 1,5 | 3,7 | Thin1/Thin1/Thin1 | 0,087 |
| 6 | 0006220201_20ks | 188,886 | -39,888 | 0,5 | 7,0 | Thick/Thick/Med. | 0,087 |
| 7 | 0008820401_20ks | 243,259 | -83,680 | 2,8 | 6,7 | Thin1/Thin1/Thin1 | 0,067 |
| 8 | 0012440301_20ks | 331,268 | -1,905 | 0,7 | 5,5 | Thin1/Thin1/Thin1 | 0,087 |
| 9 | 0021540201_20ks | 190,908 | 11,580 | 1,6 | 2,0 | Thin1/Thin1/Thin1 | 0,044 |
| 10 | 0024140101_20ks | 64,968 | 15,607 | 0,6 | 14 | Thick/Thick/Thick | 0,087 |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

TABLE 5.3 – Premières lignes de la table de 1992 pointés retenus pour constituer le relevé cosmologique X–CLASS. Le nom du pointé contient l'identifiant d'observation XMM (10 chiffres) et le temps d'exposition auquel il a été tronqué. Le fond $b$ est estimé par comparaison avec des pointés simulés dont la valeur de fond est connue. La densité de colonne d'hydrogène est en unités $10^{20}\,cm^{-2}$. La surface géométrique est calculée pour les 10 arcminutes interieures à chaque pointé et tient compte des recouvrements entre différents pointés. Par exemple, les pointés des lignes 3 et 6 proviennent de la même observation, mais seule la surface du pointé 20ks a été prise en compte.

nous avons mesuré leurs taux de comptage dans différentes bandes.

Plusieurs méthodes existent dans la littérature pour mesurer de manière systématique les flux des amas des grands échantillons. Gioia et al. (1990b) utilisent le nombre de coups obtenus dans la boîte de détection pour calculer les taux de comptage et flux des amas de l'EMSS. Böhringer et al. (2000) se basent sur une intégration dans des anneaux circulaires afin de créer une courbe de croissance du flux des amas ROSAT. Pacaud et al. (2007) ajustent un profil donné par un modèle $\beta$ pour mesurer les amas C1 du XMM-LSS. Vikhlinin et al. (1998a) et Burenin et al. (2007) ont utilisé des taux de comptage mesurés dans des ouvertures finies puis extrapolés à l'aide d'un modèle $\beta$. Enfin, Peterson et al. (2009) ont utilisé les flux donnés directement par leur algorithme de détection des sources. Traditionnellement, les propriétés des objets manipulés sont exprimées en termes de quantités physiques. Notamment, le flux d'un amas est calculé dans une bande et une ouverture données et corrigé de l'absorption galactique. Nous avons pris le parti d'utiliser des quantités instrumentales, des taux de comptage, qui à l'inverse intègrent les effets instrumentaux. Par souci d'homogénéité nous avons néanmoins décidé de corriger les mesures de l'ouverture finie de la mesure et de corriger de l'effet des différents filtres placés devant les détecteurs.

### Principe de la photométrie d'ouverture

Nous avons choisi une méthode semi-automatique de mesure des taux de comptage, qui permet de masquer les sources contaminantes, de prendre en compte le niveau de fond et ses variations sur le détecteur et de redéfinir, si nécessaire, le centre de la mesure. Pour extrapoler la mesure dans les zones non couvertes par les détecteurs (trous ou bords de CCD, mais aussi sources proches masquées) on suppose que les sources mesurées ont une symétrie circulaire. Un logiciel a été spécialement développé à cette occasion. Il permet de mesurer la courbe de croissance du taux de comptage en intégrant l'image dans plusieurs anneaux concentriques. Une surface de contrôle est choisie pour mesurer le fond, en ajustant un modèle de fond particule et de fond photon (vignetté). Les sources détectées par XAmin sont automatiquement masquées et le centre de la mesure est fixé au centroïde X. Le positionnement des masques sur les sources contaminantes, ainsi que la définition des paramètres utiles à la mesure sont effectués manuellement, en s'appuyant surtout sur la bande [0,5-2] keV avec un contrôle sur la bande [2-10] keV (les AGN durs sont ainsi mieux visibles, puisque l'émission de l'amas est quasiment inexistante). La Figure 5.9 illustre ces opérations sur un exemple particulier et montre la courbe de taux de comptage résultante. Tous les paramètres ayant servi à la mesure sont enregistrés et les mesures dans les autres bandes sont réalisées de manière automatique en utilisant ces mêmes paramètres. Afin de maximiser le niveau de signal sur bruit, les calculs automatiques sont réalisés sur l'observation complète (« full exposure », non tronquée en temps d'exposition). Pour les besoins de l'analyse X–CLASS, seules les bandes [0,5-2] keV, [0,5-1] keV et [1-2] keV ont été considérées (voir le Chap. 6 pour la justification de ce choix).

Cette procédure ne fait pas appel à un modèle de profil particulier. Cependant, seulement des mesures dans des ouvertures finies sont accessibles, jusqu'à un rayon maximal où le fond et l'émission de l'amas ne sont pas distingués. Lors de la pro-

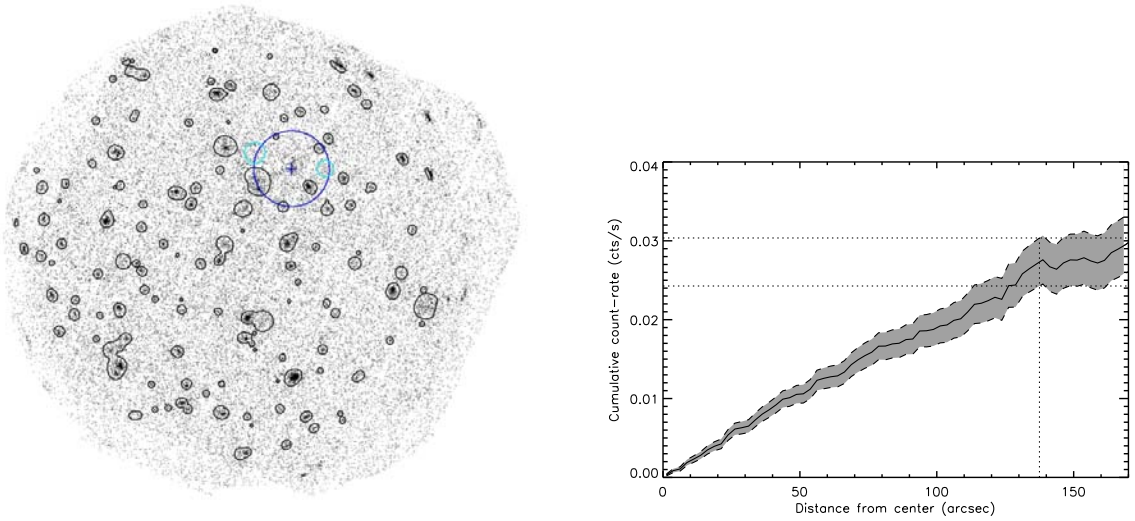



FIGURE 5.9 – Illustration de la procédure de mesure du taux de comptage d'un amas. L'image de gauche est celle du pointé 0203361201 tronqué à 20ks et la source mesurée est symbolisée par la croix. Le cercle bleu sombre délimite le rayon d'intégration choisi et les cercles en cyan sont des zones masquées manuellement. Les zones entourées en noir sont les sources détectées par XAMIN et masquées. Sur la courbe de croissance de flux correspondante, on représente le rayon d'intégration par une barre verticale. La zone grisée montre la courbe d'erreur à $\pm 1\sigma$. *Image T. Sadibekova.*

cédure manuelle, le logiciel propose un rayon d'intégration : il s'arrête là où l'augmentation du flux d'un anneau d'intégration à l'autre est inférieure à la fluctuation à $1\sigma$ du fond (Fig. 5.9). Dans la plupart des cas, c'est ce rayon qui a été choisi pour réaliser les mesures, sauf pour les quelques rares cas où les mesures sont bruitées à cause de trous dans les détecteurs par exemple.

### Corrections d'ouverture

Nous avons vérifié que la méthode de mesure des flux donne des résultats convenables et avons proposé une correction empirique pour rendre compte de l'ouverture finie utilisée pour la mesure. Pour cela nous avons utilisé les amas simulés sur des observations XMM réalistes (cf. Sect. 3.3.3), tous ayant un profil donné par un modèle $\beta$ avec un rayon de cœur et un flux variables. Nous avons sélectionné seulement les amas dits $C1^+$ constituant une sous-classe des amas C1 [7] et à moins de 10 arcmin du centre des détecteurs. Pour chaque amas nous avons défini un anneau de contrôle suffisamment grand en se basant sur la taille (connue) de la source, et utilisé le logiciel de mesure en mode « automatique ». Nous avons réalisé ces mesures pour les amas simulés à 10 et 20ks. Les résultats ont été présentés dans la publication du catalogue (cf. Annexe A) sous la forme d'un rapport entre flux mesuré et flux simulé en fonction du rayon de cœur simulé et du niveau de fond dans l'observation.

7. Ce seront ceux utilisés pour l'analyse cosmologique. La seule différence réside en un seuil de vraisemblance de 40 plutôt que 33.

Une bonne adéquation entre les taux de comptage mesurés et les taux de comptage simulés apparaît. Cependant, on constate la présence d'un biais sous la forme d'une perte de flux, notamment pour les amas les plus brillants et les plus étendus, du en grande partie à l'ouverture finie. Une relation empirique entre le flux simulé et le flux mesuré a été calculée pour chaque intervalle de rayon de cœur et appliquée (après l'avoir inversée) à chaque taux de comptage mesuré dans le catalogue X–CLASS. Cette relation a été choisie sous la forme $\mathrm{CR}_{\mathrm{mesure}} = a.\mathrm{CR}_{\mathrm{input}} + b$.

Cette série de corrections nous est apparue comme la plus simple à mettre en œuvre. Néanmoins il faut noter qu'une comparaison optimale avec le processus réel de mesure devrait rendre compte du soin apporté à chaque mesure et du temps d'exposition en moyenne plus grand que 10 ou 20ks utilisé pour cette mesure. Etant dans l'impossibilité de mesurer manuellement des milliers d'amas issus de simulations, nous considérons donc que les corrections décrites sont conservatives.

### Corrections de filtres

Du fait de l'hétérogénéité des observations présentes dans les archives XMM et des différents choix réalisés par les observateurs, les détecteurs d'XMM ne sont pas toujours dans la même configuration. En particulier, chaque détecteur peut être équipé d'un filtre (THIN1, MEDIUM, THICK) ayant une transmission caractéristique (Fig. 3.6). La Table 5.4 récapitule les différents filtres trouvés dans l'échantillon de pointés analysés. L'atténuation du signal par un filtre ne peut être modélisée par un seul facteur d'atténuation car la transmission du filtre montre une dépendance en l'énergie. Dans une bande donnée, l'effet d'un filtre peut être décomposé en un facteur d'atténuation global et une correction de couleur.

Nous avons donc décidé de corriger *a posteriori* les taux de comptage mesurés pour chaque amas en appliquant des corrections empiriques. Pour cela nous avons utilisé le logiciel PIMMS (Mukai, 2011) et simulé des taux de comptage pour des amas ayant des températures entre 0,5 et 9 keV et des redshifts jusqu'à 1,5. Seuls les amas susceptibles d'être détectés ont été pris en compte, et les taux de comptage ont été simulés dans les bandes **"tot"**=[0,5-2] keV, **"1"**=[1-2] keV et **"2"**=[0,5-1] keV.

Nous avons converti chaque mesure faite pour un jeu de filtres donné (ex : THIN1/THICK/MEDIUM, pour MOS1, MOS2 et PN respectivement) en la valeur qu'on aurait trouvée pour le jeu de filtres de référence THIN1/THIN1/THIN1. Puisque cette correction dépend à la fois du spectre de l'amas et de la transmission des filtres (qui varient en fonction de la longueur d'onde), nous avons choisi d'ajuster une relation linéaire $f$ du type :

$$\frac{\mathrm{CR}(X, \{\mathrm{Ref}\})}{\mathrm{CR}(X, \{F_{M1}/F_{M2}/F_{PN}\})} = f\left(\frac{\mathrm{CR}(Y, \{F_{M1}/F_{M2}/F_{PN}\})}{\mathrm{CR}(X, \{F_{M1}/F_{M2}/F_{PN}\})}\right) \tag{5.1}$$

ou, de manière équivalente,

$$\mathrm{CR}(X, \mathrm{Ref}) = C_0 \times \mathrm{CR}(X, \{F_{M1}/F_{M2}/F_{PN}\}) + C_1 \times \mathrm{CR}(Y, \{F_{M1}/F_{M2}/F_{PN}\}) \tag{5.2}$$

Dans ces expressions, X et Y représentent une des trois bandes d'énergie, et les combinaisons de filtres sont entre accolades. $Ref$ est le jeu de filtres THIN1/THIN1/THIN1. Les coefficients $C_0$ et $C_1$ sont les coefficients ajustés : le premier donne une correction globale du flux, le second permet de rendre compte de l'atténuation différentielle. Puisque la densité de colonne d'hydrogène influe aussi sur les flux reçus sous

| Filtre MOS1 | Filtre MOS2 | Filtre PN | Nbr. Pointés | $C_0$ | $C_1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Thin1 | Thin1 | Thin1 | 1063 | - | - |
| Medium | Thin1 | Thin1 | 12 | 1.01 | 0.00 |
| Thin1 | Medium | Thin1 | 12 | 1.01 | 0.00 |
| Medium | Medium | Thin1 | 168 | 1.03 | 0.00 |
| Thin1 | Thick | Thin1 | 20 | 1.03 | 0.01 |
| Thin1 | Thin1 | Medium | 23 | 1.00 | 0.00 |
| Medium | Thin1 | Medium | 5 | 1.02 | 0.00 |
| Medium | Medium | Medium | 619 | 1.03 | 0.00 |
| Thick | Medium | Medium | 1 | 1.04 | 0.01 |
| Medium | Thick | Medium | 2 | 1.04 | 0.01 |
| Thick | Thick | Medium | 12 | 1.06 | 0.02 |
| Thin1 | Thin1 | Thick | 1 | 1.10 | 0.09 |
| Medium | Medium | Thick | 6 | 1.14 | 0.09 |
| Medium | Thick | Thick | 1 | 1.15 | 0.10 |
| Thick | Thick | Thick | 47 | 1.17 | 0.12 |
| Total | | | 1992 | | |

TABLE 5.4 – Configuration des filtres pour les 1992 pointés utilisés dans l'analyse cosmologique (Table 5.2). Les paramètres $C_0$ et $C_1$ sont définis dans l'équation 5.2, et sont ici calculés pour une valeur de $N_H = 4.10^{20} cm^{-2}$. Ils permettent de corriger de l'atténuation du flux par les filtres en tenant compte de leur dépendance spectrale.

la forme d'une absorption différentielle, nous avons répété ces ajustements pour plusieurs valeurs de $N_H$, et tabulé les coefficients pour toutes les combinaisons de filtres, de bandes et de $N_H$. La Table 5.4 donne les valeurs de ces coefficients pour $N_H = 4.10^{20}$ ergs/s/cm$^2$. Sauf en présence du filtre épais, le coefficient de « couleur », $C_1$, est généralement nul et la correction globale, $C_0$, est très proche de 1. Ceci est dû au fait que les filtres THIN1 et MEDIUM ont quasiment les mêmes réponses dans le domaine d'énergie considéré. En s'appuyant sur les simulations PIMMS, nous avons trouvé que ces corrections étaient valables à un niveau de précision de quelques pourcents.

### 5.2.4 Résumé : le catalogue X–CLASS

Le catalogue X-CLASS contient 845 amas C1 répertoriés dans la base L4SDB, dont les premières entrées sont montrées en Table 5.5. La base recense :

- Chaque amas identifié par plusieurs étiquettes, notamment le nom du pipeline indiquant son pointé d'origine et le temps d'exposition auquel il a été détecté (ex : 0065140101_2_v3.3_c1_10ks),
- La position (R.A., Dec) trouvée par le pipeline et celle entrée lors de la mesure des flux (si nécessaire),
- Les caractéristiques X sorties du pipeline (vraisemblance d'extension, taux de comptage « pipeline », distance hors-axe, extension...),
- Les identifications d'objets extragalactiques possédant un redshift et listés dans

NED [8]
- Le redshift de l'amas, si existant, accompagné d'une indication de son état : confirmé, en attente, provisoire, proposé,
- Les informations relatives à la mesure des flux dans l'ouverture, avec notamment les valeurs dans plusieurs bandes d'énergie et la courbe de croissance,
- Les images photon et optiques (POSS-II) de chaque détection.

8. Nasa Extragalactic Database, `http://ned.ipac.caltech.edu/`.

| Tag | Nom complet | A.D (deg) | Dec (deg) | Redsh. | Coups (pipeline) | Vraisemb. Extension | $r_c$ (arcsec) | Dist. hors-axe (arcmin) | CR [0,5-2] keV (cts/s) | CR [2-10] keV (cts/s) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | XMMU J125345.1+101142 | 193,438 | 10,195 | | 311 | 103,1 | 14 | 4,3 | 0,0344 | 0 |
| 35 | XMMU J130505.8-101644 | 196,274 | -10,279 | 0,33 (P) | 278 | 115,5 | 19 | 4,9 | 0,0311 | 0 |
| 38 | XMMU J022616.3-023957 | 36,568 | -2,666 | | 642 | 481,9 | 23 | 10,2 | 0,1368 | 0 |
| 39 | XMMU J022559.8-024940 | 36,499 | -2,828 | 0,280 (C) | 229 | 89,8 | 28 | 0,8 | 0,0143 | 0 |
| 40 | XMMU J022045.4-032602 | 35,189 | -3,434 | 0,330 (C) | 313 | 166,9 | 16 | 3,7 | 0,0367 | 0,0043 |
| 44 | XMMU J132947.8+114106 | 202,449 | 11,685 | | 424 | 132,3 | 21 | 7,6 | 0,0878 | 0,0134 |
| 50 | XMMU J113115.1-195602 | 172,813 | -19,934 | | 88 | 46,3 | 13 | 9,4 | 0,0135 | 0,0040 |
| 51 | XMMU J115027.8+014528 | 177,616 | 1,758 | | 228 | 136,0 | 17 | 3,2 | 0,0315 | 0,0135 |
| 54 | XMMU J094345.1+164416 | 145,938 | 16,738 | 0,18 (P) | 819 | 493,0 | 38 | 0,4 | 0,1011 | 0,0146 |
| 56 | XMMU J094332.6+164001 | 145,886 | 16,667 | 0,25 (C) | 653 | 407,6 | 36 | 5,8 | 0,1875 | 0,0302 |
| 57 | XMMU J094358.8+164116 | 145,995 | 16,688 | 0,25 (C) | 290 | 136,8 | 33 | 4,3 | 0,0284 | 0,0023 |
| 59 | XMMU J020749.9+020925 | 31,958 | 2,157 | | 321 | 104,3 | 25 | 3,4 | 0,1168 | 0,0036 |
| 65 | XMMU J223700.5-151622 | 339,252 | -15,273 | 0,3 (P) | 2118 | 2446,2 | 47 | 0,6 | 0,2616 | 0,0183 |
| 82 | XMMU J023758.3-522338 | 39,493 | -52,394 | 0,135 (C) | 589 | 262,5 | 55 | 12,1 | 0,2148 | 0,0097 |
| 86 | XMMU J231503.8-585606 | 348,766 | -58,935 | | 145 | 43,6 | 15 | 9,5 | 0,0198 | 0,0091 |
| 87 | XMMU J231622.8-590433 | 349,095 | -59,076 | | 204 | 77,8 | 22 | 4,9 | 0,0483 | 0 |
| 88 | XMMU J121334.8+025345 | 183,395 | 2,896 | 0,41 (C) | 926 | 753,6 | 35 | 6,1 | 0,1600 | 0,0380 |

TABLE 5.5 – Premières lignes du catalogue d'amas X–CLASS enregistré dans la base L4SDB (`http ://xmm-lss.in2p3.fr :8080/l4sdb/`). Seules certaines colonnes ont été sélectionnées. L'indication (P) ou (C) dans la colonne *Redshift* indique s'il est photométrique ou confirmé, respectivement. Le rayon de cœur $r_c$ et le nombre de coups sont donnés par le pipeline lors de la caractérisation individuelle de chaque source. Les colonnes CR sont les taux de comptage mesurés dans plusieurs bandes (deux seulement sont montrées ici).

# Chapitre 6

# Méthodologie d'analyse et observables

Ce chapitre décrit la méthode d'analyse développée pour l'analyse cosmologique du relevé X–CLASS, les diagrammes CR–HR. Une première partie décrit les motivations et la genèse de l'observable. Dans un second temps, nous décrivons les ingrédients entrant dans la modélisation de l'observable CR–HR et clôturons ce chapitre par la description technique des outils statistiques nécessaires à son évaluation et son exploitation (matrices de Fisher et chaînes de Monte Carlo).

## 6.1 Développement d'une méthode d'analyse

Cette section résume les différents questionnements et choix qui nous ont mené au développement de la méthode CR–HR.

### 6.1.1 Motivations

#### Exploitation cosmologique des relevés d'amas

L'exploitation cosmologique des grands relevés d'amas de galaxies s'appuie le plus souvent sur deux quantités : la fonction de masse (et son évolution) et la fonction de corrélation à deux points des halos de matière (voir Sect. 2.3). Elles permettent de considérer les amas comme des points massifs dans l'Univers observable ; à coût observationnel fixé, on peut dès lors obtenir de plus grands échantillons fournissant des contraintes statistiques fortes sur les modèles cosmologiques. La méthode que nous avons développée veut contraindre la fonction de masse des amas, laissant l'étude du spectre de puissance à des travaux futurs.

#### Contraindre la fonction de masse

Comme décrit dans le Chap. 2, cette quantité est sensible à la fois à la croissance des structures et au taux d'expansion de l'Univers. Elle est plus souvent exprimée sous sa forme « 2D+redshift » :

$$\frac{dN}{dMdzd\Omega} = \frac{dn(M,z)}{dM}\frac{dV}{dzd\Omega} \tag{6.1}$$

qui représente le nombre d'amas par intervalle de masse et de redshift attendus dans une zone donnée du ciel. L'élément de volume comobile est donné par l'Eq. 2.32.

A première vue, obtenir cette quantité nécessite de calculer la masse de chaque amas de galaxie, $M$, pour autant qu'une définition claire en est donnée [1] et cet aspect est très souvent considéré comme la principale difficulté liée à l'utilisation des amas en tant que sondes cosmologiques. Le calcul des masses d'après l'émission X peut être réalisé de plusieurs manières suivant la qualité des observations (Sect. 1.2) : avec des profils de température et de gaz, en supposant l'équilibre hydrostatique ; en calculant la masse de gaz et en supposant une relation simple entre la fraction de gaz et la masse totale de l'amas ; ou en utilisant des quantités approchées (température, luminosité, $Y_X$...) via des lois d'échelle.

Les plupart des études cosmologiques d'amas se sont donc concentrées sur des distributions dérivées de l'expression 6.1 en calculant une quantité $dn/dX$, où $X$ est simplement relié à la masse, c'est-à-dire en utilisant une relation *masse-proxy* :

$$\frac{dn}{dX} = \frac{dn\,(M(X))}{dM}\frac{dM}{dX} \tag{6.2}$$

Les exemples les plus courants (en bande X) sont :

- $\mathbf{X} = \mathbf{T_X}$, donnant la fonction de température X des amas. L'étude de la fonction de température des amas utilise des échantillons limités en flux, comme présenté dans Henry & Arnaud (1991).Une relation température-luminosité est utilisée pour déterminer la sélection en température de l'échantillon connaissant la limite en flux. L'évolution de la fonction de température permet de contraindre celle de la fonction de masse (Oukbir & Blanchard, 1997) et plusieurs études indiquent une valeur de $\Omega_{\rm m}$ faible et une valeur de $\sigma_8$ compatible avec les résultats du CMB (Henry, 1997; Eke et al., 1998; Viana & Liddle, 1999; Pierpaoli et al., 2001, 2003; Henry, 2004; Henry et al., 2009).
- $\mathbf{X} = \mathbf{L_X}$, donnant la fonction de luminosité X des amas (Kitayama & Suto, 1997; Borgani et al., 1999; Mathiesen, 1999). Borgani et al. (2001) ont utilisé une formulation légèrement différente, avec $X = (F,z)$, $F$ étant le flux des amas, directement relié à la luminosité via $d_L(z)$ et un terme de $K$-correction (Chap. 2).
- $\mathbf{X} = \mathbf{z}$, la distribution en redshift des sources. C'est le cas le plus couramment étudié, car les propriétés X des amas n'interviennent que dans le calcul de la fonction de sélection de l'échantillon.
- $\mathbf{X} = \mathbf{S}$, la distribution en flux des amas ou plus généralement « logN-logS ». C'est par exemple le cas de Rosati et al. (2002b) (l'analyse cosmologique n'est pas menée de manière quantitative) ou de Peterson et al. (2009).

### L'importance de la fonction de sélection

Utiliser ces distributions en lieu et place de la fonction de masse implique une perte d'information et nécessite une prise en compte stricte des erreurs et dispersions dans les lois d'échelle. L'équation 6.2 se transforme alors en introduisant la

1. Voir Chap. 2 sur les différentes définitions de masse en fonction du seuil de densité $\Delta$.

probabilité de l'observable $X$ sachant la masse et le redshift de l'objet :

$$\frac{dn}{dX} = \int_{M=0}^{\infty} \int_{z=0}^{z_{max}} \frac{dn}{dMdz} P(X|M,z)\, dMdz \tag{6.3}$$

Une autre difficulté, importante et liée, provient de la fonction de sélection des amas dans les échantillons utilisés. Contrairement à ce qui est souvent supposé, celle-ci ne peut pas s'exprimer seulement en termes d'une limite en flux et doit au moins faire intervenir la taille apparente des sources (Pacaud et al., 2007; Burenin et al., 2007). Puisque celle-ci dépend du modèle cosmologique mais aussi de la distribution en taille (et donc en masse) des objets, le calcul en devient plus compliqué. Même en supposant une limite en flux, la prise en compte de la fonction de sélection n'est pas aisée à cause de relation non univoque entre masse et *proxy* $X$. La difficulté vient du fait que la fonction de sélection est exprimée en termes de variables *observées* (taux de comptage, taille apparente) et que les distributions que l'on désire corriger dépendent de variables dérivées des observations (luminosité, température...).

### 6.1.2 Choix d'une observable

Partant des considérations précédentes, nous avons recherché quelle observable $dn/dX$ pourrait contenir suffisamment d'information afin de contraindre les modèles décrivant la population d'amas du relevé X–CLASS, tout en étant le plus proche possible de quantités instrumentales. L'échantillon possède l'avantage d'être riche en nombre d'amas détectés (347 amas, cf. Sect 7.2) mais pour une grande partie d'entre eux, seule l'information X est disponible. Nous nous sommes concentrés sur les taux de comptage dans différentes bandes. La méthodologie que nous avons utilisée pour analyser les archives, via les diagrammes CR–HR (Sect. 6.2), résulte de multiples tentatives. Afin de clarifier les étapes de sa construction, nous décrivons brièvement les questionnements sur lesquels nous avons porté notre attention.

#### Quelles bandes X ?

La bande [0,5-2] keV est celle qui contient le plus haut signal sur bruit relativement au fond instrumental et est relativement large par rapport aux variations du spectre d'un amas (Fig. 6.1). Il est donc naturel de considérer le flux dans cette bande comme un indicateur fiable de son flux bolométrique et c'est d'ailleurs très souvent dans cette bande qu'est exprimée la logN–logS des amas X [2] (de Grandi et al., 1999; Rosati et al., 1998; Peterson et al., 2009; Lloyd-Davies et al., 2011). Les bandes chevauchant la valeur 2 keV ont été éliminées à cause du saut de la réponse d'XMM. A cause du faible nombre de coups récoltés au-delà de 2 keV – le flux dans [2-5] keV est environ 10 fois plus faible que dans [0,5-2] keV – nous n'avons pas examiné en détail l'information provenant des bandes dures.

Nous avons recherché une valeur « pivot » dans la bande [0,5-2] keV afin de la découper en deux sous-bandes, en conservant un niveau de signal sur bruit satisfaisant et en essayant de décorréler au mieux l'information provenant de chacune d'elles. Une valeur de 0,9 ou 1 keV permet d'obtenir deux sous-bandes à peu près équivalentes en termes de nombre de coups pour un amas standard (température

2. Les amas ROSAT sont préférentiellement mesurés dans la bande [0,1-2,4] keV.

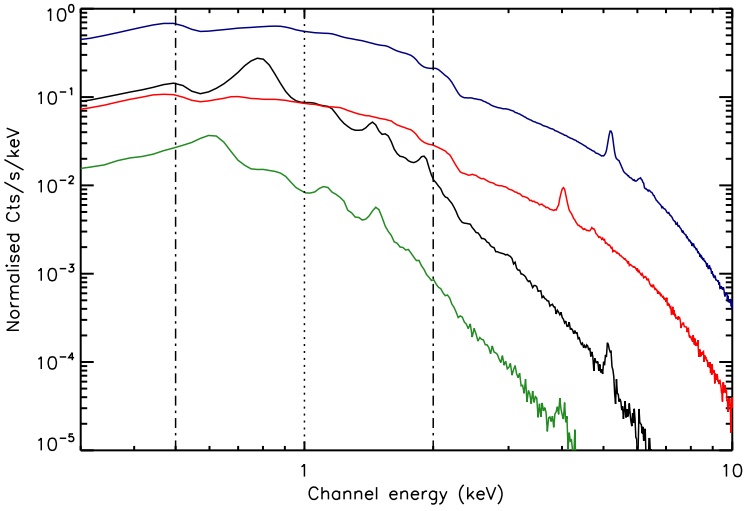



FIGURE 6.1 – Spectres synthétiques APEC convolués par la réponse d'XMM, tels qu'on les observerait avec un rapport signal à bruit infini. Les lignes verticales correspondent à 0,5, 1 et 2 keV, c'est-à-dire les limites des trois bandes d'énergie choisies pour les diagrammes CR–HR. Chacun des spectres est défini par son redshift $z$, sa température $T$ (keV) et sa luminosité bolométrique $L_X$ ($10^{44}$ ergs/cm$^2$/s) avec les valeurs suivantes : *Noir :* (0.3, 1.1, 0.5) ; *Vert :* (0.7, 1.1, 0.5) ; *Bleu :* (0.3, 4.7, 5.1) ; *Rouge :* (0.7, 4.7, 5.1).

de quelques keV et redshift $\sim$ 0,5). Si l'on s'en tient à un spectre de brehmstrahlung pur, on s'attend néanmoins à ce que les flux dans ces deux bandes diffèrent selon la température et le redshift de l'amas considéré. Redshift et température sont alors dégénérés à cause de la coupure exponentielle caractéristique du spectre, en $e^{-h\nu/kT}$. En réalité, la forme plus compliquée du spectre de plasma formant le milieu intra-amas rendent cette dégénérescence plus complexe, mais on peut la modéliser (Sect. 1.2). La Fig. 6.1 illustre le choix de bandes réalisé en montrant des spectres synthétiques (APEC) d'amas en rayons X.

### Quelles quantités observables ?

La quantité la plus simple à mesurer à partir des données X est la fonction logN-logS, ou, exprimée en fonction du taux de comptage CR, la logN-logCR. C'est la première observable que nous avons considérée. Nous avons réalisé une série d'essais basés sur la modélisation du nombre d'amas observés dans des intervalles de CR donnés, mesurés dans deux bandes : [0,5-0,9] keV et [0,9-2] keV. Nous avons d'abord étudié l'influence des paramètres entrant dans le modèle sur les courbes séparées (Fig. 6.2), puis sur un diagramme à deux dimensions $dn/dCR_1/dCR_2$.

Comme la valeur des taux de comptage dans chaque sous-bande est dominée par le flux total de l'amas et donc sa luminosité, nous nous sommes intéressés aux rapports de dureté (hardness ratio, HR), exprimés comme le rapport entre des CR mesurés dans deux bandes[3]. Ceux-ci ne dépendent que de la température et du redshift des amas, ce qui les distingue des CR qui dépendent surtout

3. Généralement écrit $HR = H/S$ avec $H$ le taux de comptage en bande dure, et $S$ en bande

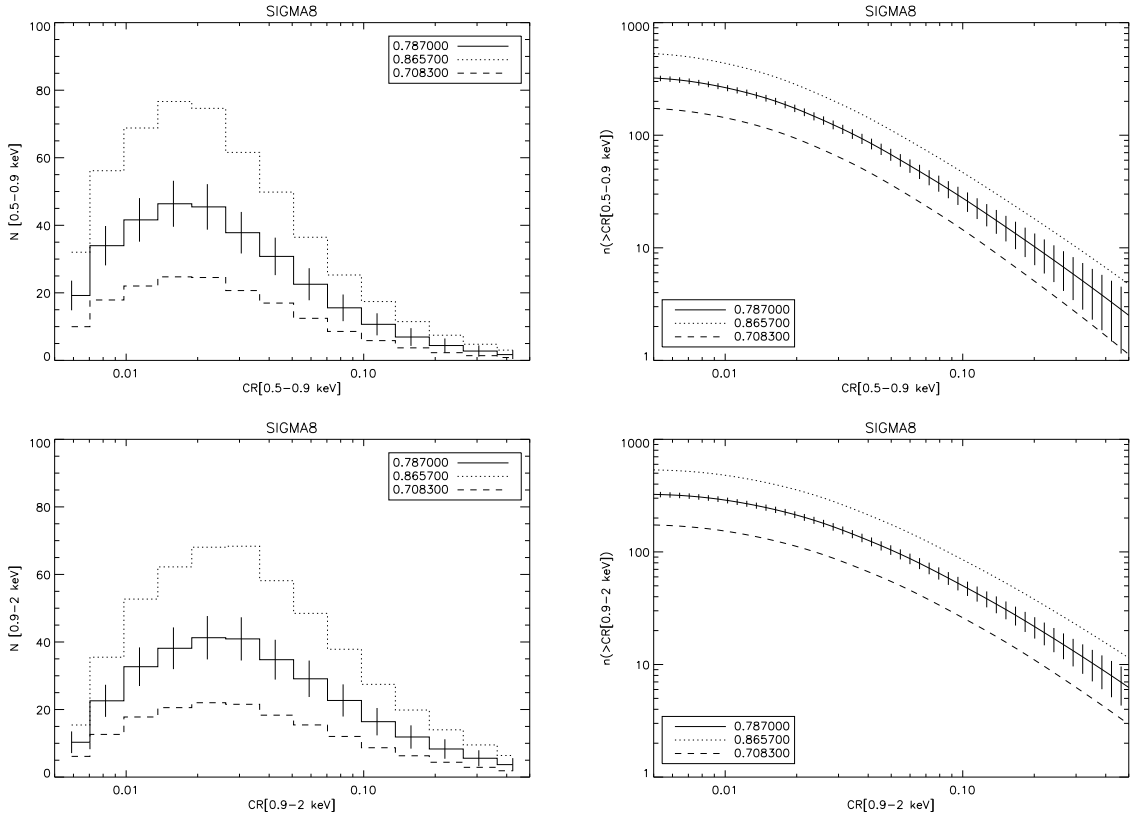



FIGURE 6.2 – Exemples de distribution en taux de comptage (CR, en coups/s) d'un échantillon de 350 amas C1, dans deux bandes différentes : [0,5-0,9] keV (*haut*) et [0,9-2] keV (*bas*). Dans chaque cas, la figure de gauche montre l'histogramme calculé dans des intervalles prédéfinis, celle de droite en montre la version intégrée (logN-logCR). La courbe pleine est calculée avec $\sigma_8 = 0{,}787$ (Dunkley et al., 2009), les deux autres courbes sont calculées en variant ce paramètre de $\pm 10\%$. Ces distributions n'ont pas été utilisées dans l'analyse finale du catalogue X–CLASS mais ont permis d'appréhender les effets de chacun des paramètres sur les populations d'amas.

de la luminosité et du redshift. En combinant la distribution en CR ($dn/d$CR) et la distribution en HR ($dn/d$HR), nous pouvions espérer mieux contraindre la distribution en masse et redshift de l'échantillon. Finalement, nous avons choisi de contraindre la distribution jointe $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$ pour exploiter au mieux la transformation $(z,T_X,L_X) \rightarrow (\mathrm{CR},\mathrm{HR})$. La valeur « pivot » a été choisie à 1 keV (voir Fig. 6.1).

## 6.2 Les diagrammes CR–HR

Cette partie décrit les étapes de la modélisation des diagrammes CR–HR. Nous discuterons dans un premier temps les ingrédients cosmologiques et physiques en jeu, puis détaillerons l'influence des incertitudes sur les mesures. Notre procédure pour construire les autres observables que sont la distribution en redshift et la distribution en masse sera ensuite décrite.

### 6.2.1 Ingrédients

#### Fonction de masse

La densité comobile de halos à un redshift $z$ donné et dans un intervalle de masse $[M,M+dM]$ s'écrit :

$$\frac{dn}{dM} = f(\sigma)\frac{\rho_m}{M}\frac{d\ln\sigma^{-1}}{dM} \tag{6.4}$$

où $M = M_{200\mathrm{b}}$ et $\rho_m$ est la densité de matière moyenne de l'Univers au redshift $z$.

Le modèle que nous avons choisi est calculé à partir de résultats issus de simulations récentes sur lesquels ont été ajustées des formules paramétriques. En l'occurrence, nous utilisons la fonction $f(\sigma)$ de Tinker et al. (2008) qui est notamment donnée pour $\Delta = 200$, c'est-à-dire pour des halos de densité 200 fois plus importante que la moyenne de l'Univers :

$$f(\sigma) = A\left[\left(\frac{\sigma}{b}\right)^{-a} + 1\right] e^{-c/\sigma^2} \tag{6.5}$$

avec $A(z=0) = 0{,}186$, $a(z=0) = 1{,}47$, $b(z=0) = 2{,}47$, $c(z=0) = 1{,}19$. L'évolution de ces paramètres avec le redshift est donnée par :

$$A(z) = A_0(1+z)^{-0{,}14} \tag{6.6}$$

$$a(z) = a_0(1+z)^{-0{,}06} \tag{6.7}$$

$$b(z) = b_0(1+z)^{-\alpha} \tag{6.8}$$

$$\log\alpha(\Delta) = -\left[\frac{0{,}75}{\log(\Delta/75)}\right]^{1{,}2} \tag{6.9}$$

La validité de cette formulation s'étend pour des masses de $10^{11}h^{-1}\,M_\odot$ à $10^{15}h^{-1}\,M_\odot$ et jusqu'à des redshifts de $\sim 2{,}5$.

molle. Nous avons aussi considéré $HR = (H-S)/(H+S)$ qui est borné entre -1 et 1. Les deux sont reliés par une bijection simple. Préférer l'un à l'autre revient surtout à une question de symétrie dans la distribution quand on travaille dans un régime de faibles nombres de coups (Park et al., 2006).

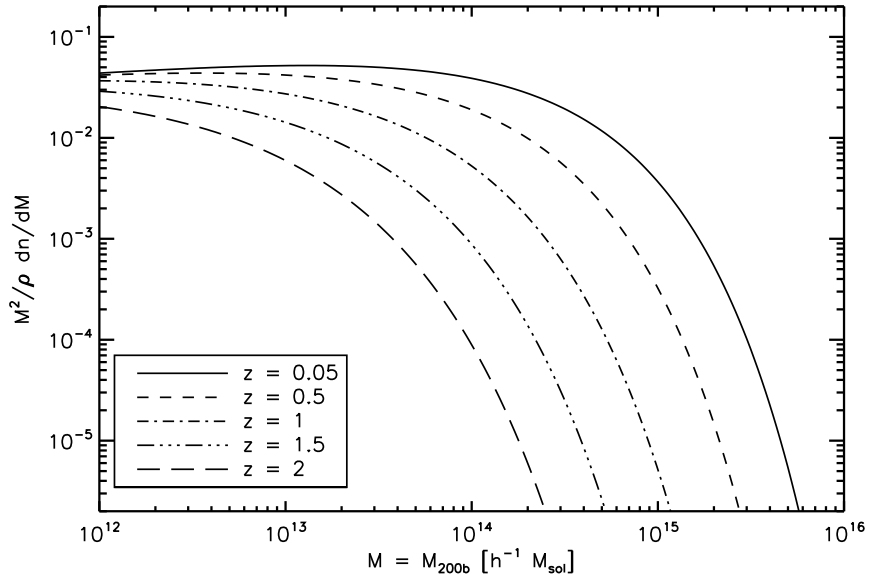



FIGURE 6.3 – Fonction de masse théorique des halos de matière noire, calculée à plusieurs redshifts. Le modèle cosmologique est un modèle ΛCDM plat avec les paramètres de WMAP-5 (Dunkley et al., 2009). Le calcul fait intervenir les fonctions $f(\sigma)$ de Tinker et al. (2008) (cf. Eqs. 6.4 et 6.5). $\rho$ est la densité moyenne de l'Univers à $z = 0$.

L'expression 6.4 est ensuite transformée en une fonction de masse projetée sur le ciel, selon l'Eq. 6.1. Cette distribution est convertie en termes de $M_{200c}$ (par rapport à la densité critique de l'Univers) en supposant un profil NFW des amas (Chap 1.1). La Figure 6.3 montre la fonction de masse théorique obtenue pour un jeu de paramètres cosmologiques standard (WMAP-5, Dunkley et al. 2009).

### Emission X des amas

L'étude d'amas proches a montré que l'émission X du plasma formant le milieu intra-amas est spatialement et spectralement complexe. Cependant, la plupart des amas détectés dans le relevé X–CLASS sont observés avec quelques centaines de photons X. On se contente donc de décrire l'émission de ces objets via les trois quantités : $z$ (redshift), $T_X$ (température spectroscopique X, moyennée sur l'émission de l'amas) et $L_X$ (luminosité bolométrique de l'amas dans les X).

Nous supposons que les relations d'échelles suivantes décrivent notre échantillon sur toute sa gamme de masse et de redshifts :

$$\frac{M_{200c}}{10^{14} h^{-1}\,\mathrm{M}_\odot} = 10^{C_{\mathrm{MT}}} \left(\frac{T_X}{4\,\mathrm{keV}}\right)^{\alpha_{\mathrm{MT}}} E(z)^{-1}\,(1+z)^{\gamma_{\mathrm{z,MT}}} \quad (6.10)$$

$$\frac{L_X}{10^{44}\,\mathrm{ergs/s}} = 10^{C_{\mathrm{LT}}} \left(\frac{T_X}{4\,\mathrm{keV}}\right)^{\alpha_{\mathrm{LT}}} E(z)\,(1+z)^{\gamma_{\mathrm{z,LT}}} \quad (6.11)$$

Ces relations ne sont que des relations moyennes et on utilise en réalité les rela-

tions stochastiques log-normales suivantes :

$$P(\ln T_X|M_{200c}) \propto \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln T_X - \ln T_X(M_{200c})}{\sigma_{lnT|M}}\right)^2\right] \quad (6.12)$$

$$P(\ln L_X|T_X) \propto \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln L_X - \ln L_X(T_X)}{\sigma_{lnL|T}}\right)^2\right] \quad (6.13)$$

où $\sigma_{lnT|M}$ et $\sigma_{lnL|T}$ sont les dispersions dans chacune des lois.

L'ensemble de ces transformations conduit à la distribution $dn/dz/dT_X/dL_X$ avec laquelle nous travaillerons désormais.

### Profil des amas

La taille apparente entrant en jeu dans la fonction de sélection, le profil de l'émission X doit être pris en compte pour calculer la population observée d'amas. Pour cela, nous avons supposé pour chaque amas un simple modèle $\beta$ avec $\beta = 2/3$ et un rayon de cœur $r_c$ proportionnel à la taille $R_{500c}$ du halo :

$$r_c = x_{c,0} \times R_{500c} \quad (6.14)$$

avec $x_{c,0}$ un paramètre sans dimension. L'introduction de ce paramètre dans le modèle évite la supposition d'une valeur fixe pour le rayon de cœur physique des amas. Cela sous-entendrait que mesurer la taille apparente d'un amas donne directement accès à sa distance angulaire et donc son redshift, ou, si celui-ci est connu, à des contraintes sur le modèle cosmologique. L'hypothèse faite ici implique une relation entre la masse et la taille de l'amas de gaz. Nous l'avons utilisée sous la forme plus manipulable d'une relation entre la température et $r_c$, en convertissant $T_X$ en $M_{200c}$, puis en $M_{500c}$, puis en calculant la valeur correspondante de $R_{500c}$. Cette opération reste valable tant que la dispersion dans la relation M–T est faible (elle est de l'ordre de 10%).

### Transformation en quantités instrumentales

Chaque point de l'espace ($z$,$T_X$,$L_X$) se voit attribuer un spectre d'émission X basé sur un modèle APEC (Sect. 1.2). Nous considérons une métallicité moyenne de $0{,}3\,Z_\odot$ selon les valeurs de Grevesse & Sauval (1998). Là encore, le faible signal-sur-bruit des données ne permet pas de distinguer entre plusieurs valeurs de métallicité dans les spectres d'amas, et nous choisissons cette valeur, représentative des amas locaux (Sect. 1.2).

Chaque spectre APEC est multiplié par un spectre d'absorption galactique avec une valeur de $N_H$ correspondant à l'observation considérée. Pour illustrer la méthode CR–HR nous avons choisi $N_H = 3.10^{20}\,cm^{-2}$, valeur médiane dans les observations XMM du relevé X–CLASS. Le spectre résultant est alors convolué par une matrice de réponse moyenne d'XMM (Sect. 3.2). Le produit obtenu est un « spectre instrumental », exprimé en coups/s/keV.

Les spectres instrumentaux sont alors intégrés dans les bandes [0,5-2], [1-2] et [0,5-1] keV pour fournir les taux de comptage CR, $CR_1$ et $CR_2$ respectivement (unité

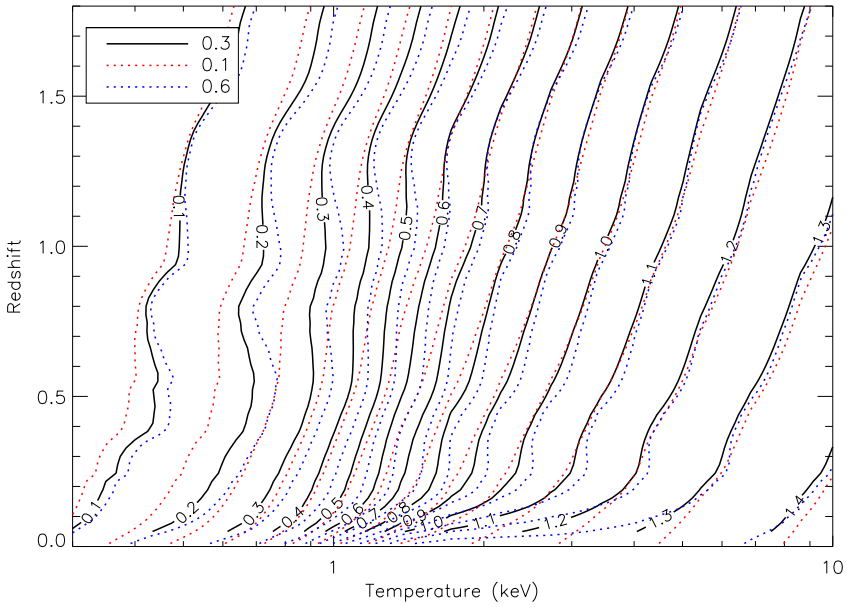



FIGURE 6.4 – Lignes d'égales valeurs des rapports de dureté (hardness ratio, HR) dans le plan ($z$,$T_X$). Le modèle spectral utilisé est APEC, chaque couleur correspond à une valeur différente de l'abondance en éléments lourds.

coups/s). Ces valeurs sont des valeurs moyennes et seront dispersées du fait des erreurs de mesures.

On calcule enfin la valeur $\mathrm{HR} = \mathrm{CR}_1/\mathrm{CR}_2$, qui ne dépend que de la température et du redshift de l'amas (Fig 6.4). Sur cette figure, on a également représenté les valeurs de HR pour des métallicités de 0,1 et 0,6 $Z_\odot$, montrant par là que seuls les amas à basse température et proche sont affectés par notre choix d'une valeur de 0,3 $Z_\odot$.

### Fonction de sélection et construction du diagramme

La fonction de sélection du relevé X, exprimée en termes de quantités purement instrumentales, est alors très facile à inclure. Pour chaque amas simulé dans la distribution, on utilise son taux de comptage dans la bande 'tot' et son rayon de cœur, pour obtenir sa probabilité de détection $f(\mathrm{CR}_{\mathrm{tot}}, r_c)$, immédiatement convertie en probabilité $f(z,T_X,L_X)$.

La distribution $dn/dz/dT_X/dL_X$ est alors multipliée par la fonction de sélection et convertie en une distribution $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$, que nous avons appelée le « diagramme CR–HR ». Le nombre d'amas attendu dans le relevé couvrant une surface $\Delta\Omega$ s'écrit :

$$\langle N \rangle = \Delta\Omega \times \int_{\mathrm{CR}} \int_{\mathrm{HR}} dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR} \tag{6.15}$$

Pour résumer, la construction du diagramme fait intervenir une chaîne de modèles prenant en compte : la distribution cosmologique des halos, les lois physiques reliant les propriétés X des amas à leur masse et les effets instrumentaux influençant la sélection des sources et leurs mesures. Un certain nombre de paramètres inter-

viennent donc de manière compétitive et complémentaire. Les travaux présentés ici supposent 15 paramètres différents, présentés dans la Table 6.1. Certains de ces paramètres sont mal ou peu connus mais apportent tout de même de l'information. On verrra que c'est le rôle des *priors* que d'introduire cette information : plus ils sont faibles, meilleure est la contrainte sur les paramètres (voir Sect. 6.3). Afin de réaliser des calculs de prédiction, on utilise un modèle de référence, dit *fiduciel*, en choisissant des paramètres de référence (Table 6.1). Un exemple de distribution en CR–HR est donné en Fig. 6.5 pour le modèle fiduciel.

| Paramètre | Valeur fiducielle | Description | Ref. | Prior |
|---|---|---|---|---|
| $\Omega_{\rm m}$ | 0,249 | Densité de matière dans l'Univers | 1 | Non |
| $\Omega_\Lambda$ | $1-\Omega_{\rm m}$ | Densité de constante cosmologique (Hypothèse d'Univers plat) | - | - |
| $\Omega_{\rm b}$ | 0,043 | Densité de baryons dans l'Univers | 1 | 0,003 |
| $\sigma_8$ | 0,787 | Normalisation du spectre de puissance | 1 | Non |
| $w_0$ | -1 | Equation d'état de l'énergie noire $w_0 = P/\rho$. | - | Non |
| $n_s$ | 0,961 | Indice de pente du spectre de fluctuations primordiales | 1 | 0,014 |
| $h$ | 0,72 | Constante de Hubble normalisée $H_0/(100\,{\rm km/s/Mpc})$ | 1 | 0,026 |
| $\alpha_{\rm MT}$ | 1,49 | Pente de la loi de puissance dans la $M-T$ | 2 | 0,17 |
| $C_{\rm MT}$ | 0,46 | Normalisation (en $\log_{10}$) de la loi $M-T$ | 2 | 0,023 |
| $\gamma_{\rm z,MT}$ | 0 | Indice d'évolution non auto-similaire de la $M-T$ | - | Non |
| $\sigma_{lnT\|M}$ | 0,1 | Dispersion logarithmique de la température dans la $M-T$ | 2 | 0,064 |
| $\alpha_{\rm LT}$ | 2,89 | Pente de la loi de puissance dans la $L-T$ | 3 | 0,21 |
| $C_{\rm LT}$ | 0,40 | Normalisation (en $\log_{10}$) de la loi $L-T$ | 3 | 0,026 |
| $\gamma_{\rm z,LT}$ | 0 | Indice d'évolution non auto-similaire de la $L-T$ | - | Non |
| $\sigma_{lnL\|T}$ | 0,267 | Dispersion logarithmique de la luminosité dans la $L-T$ | 3 | 0,058 |
| $x_{c,0}$ | 0,1 | Taille relative (par rapport à $R_{500c}$) du rayon de cœur dans le modèle $\beta$ | 4 | Non |

TABLE 6.1 – Liste et description des 15 paramètres utilisés dans la modélisation des diagrammes CR–HR. Première section : « cosmologie ». Deuxième section : « loi M–T ». Troisième section « loi L–T ». Dernière section « géométrie des amas ». Les paramètres fiduciels sont utilisés pour illustrer la méthode dans ce chapitre, et pour l'analyse de Fisher (Sect. 7.1). Les priors sont les erreurs à $1\sigma$ sur la valeur supposée connue des paramètres (Sect. 6.3). Un « Non » signifie que le paramètre est laissé complètement libre dans l'analyse. *A noter :* les priors sur les paramètres $\Omega_{\rm b}$, $n_s$ et $h$ sont corrélés (voir texte). L'abondance en éléments lourds dans les spectres d'amas est fixée à $0{,}3\,Z_\odot$. References : (1) : Dunkley et al. 2009, (2) : Arnaud et al. 2005, (3) : Pratt et al. 2009, (4) : Alshino et al. 2010

**Ajout des redshifts : diagrammes $z$–CR–HR**

Le redshift d'un amas est une observable *a priori* indépendante des données X, obtenue le plus souvent par spectroscopie des galaxies membres, ou de plus en plus souvent via leurs redshifts photométriques. Nous ne traiterons pas ici du cas où les redshifts individuels sont obtenus directement des spectres X, ce qui implique des corrélations évidentes entre les CR, HR et le redshift. Sous cette hypothèse d'indépendance donc, nous pouvons rajouter une troisième dimension au plan CR–HR, celle du redshift, c'est ce que nous avons appelé les diagrammes $z$–CR–HR. Ces diagrammes offrent alors une version « instrumentale » de la distribution $dn/dz/dL_X/dT_X$ et contiennent quasiment toute l'information disponible dans le relevé. La distribution en redshift y est notamment incluse (par intégration sur CR et HR). La Figure 6.6 montre comment la distribution CR–HR évolue dans différents intervalles de redshift. Dans l'Univers local on détecte des amas chauds (HR élevé) et brillants ainsi que des amas froids et peu lumineux, et plus on avance en redshift, plus les amas détectés sont faibles (en apparence) et chauds.

### 6.2.2 Erreurs de mesure

La source des erreurs de mesure est instrumentale : le bruit sur les détecteurs, la nature poissonienne du signal liée à la diminution de la brillance de surface des objets et la résolution spectrale limitée introduisent des pertes de signal utile pour la cosmologie. Lors d'une analyse cosmologique il est donc nécessaire de propager ces incertitudes tout au long de la chaîne de calcul. Cette étape peut s'avérer complexe. Prenons l'exemple d'un amas dont on veut mesurer la masse en utilisant par exemple le proxy $T_X$ et supposons son redshift connu, de manière photométrique. La première étape consiste à isoler le spectre de l'amas en prenant en compte le fond (fluctuant), le tout consistant en quelques centaines d'évènements sur les CCD. Puis, un spectre APEC, absorbé par la galaxie, est convolué par les matrices de réponses d'XMM et un ajustement est réalisé, en prenant en compte le redshift et les erreurs sur le redshift, ce qui donne lieu à une distribution probabiliste de températures. Celle-ci doit ensuite être transformée en une distribution en probabilité de la masse de l'amas en utilisant les lois d'échelle, en prenant en compte le fait qu'elles sont également entachées d'incertitudes, qu'il existe une dispersion statistique (Eq. 6.12), et qu'elles dépendent de la cosmologie choisie.

Puisque le produit fini de la méthode CR–HR est exprimé en termes d'observables X seulement, il est beaucoup plus simple d'introduire les erreurs de mesure, et ce à la toute fin du calcul. Ainsi, en supposant que tous les amas sont mesurés dans les mêmes conditions de temps de pose et de fond, les erreurs sur CR et HR ne dépendent que des valeurs réelles $\widehat{\mathrm{CR}}$ et $\widehat{\mathrm{HR}}$. Un traitement complet des erreurs de mesure doit faire intervenir les fluctuations statistiques du fond, l'étendue de l'amas qui accentue leur effet, etc. Nous avons considéré que l'erreur de mesure dépendait principalement du flux de l'amas et avons pris pour illustrer nos calculs

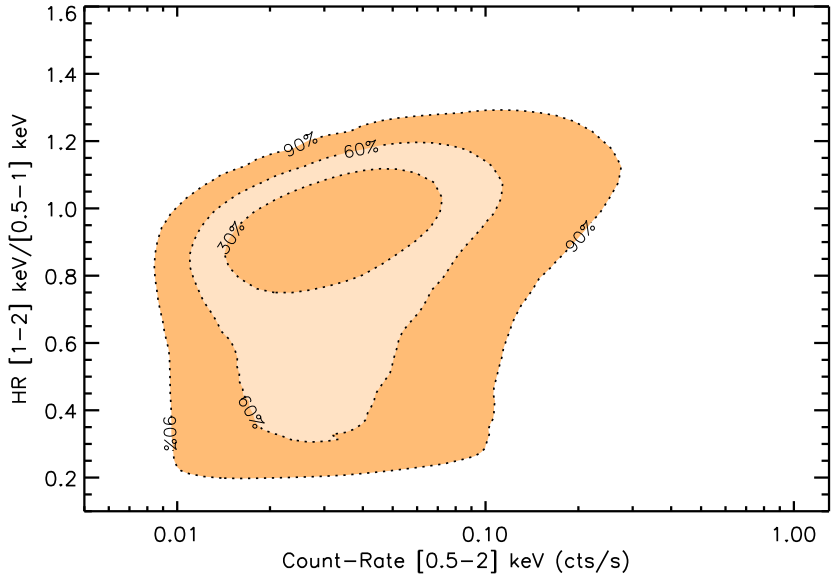



FIGURE 6.5 – Distribution simulée d'un échantillon d'amas dans le plan CR–HR. Le modèle supposé est le modèle fiduciel de la Table 6.1, pour un relevé de 100 deg$^2$ avec XMM, à une profondeur de 10 ks et une sélection d'amas C1. Le nombre total d'amas attendus dans l'échantillon est 570. Chaque contour encercle une certaine fraction de ce nombre de sources (30, 60 et 90%). Cette distribution ne tient pas compte des erreurs de mesure.

une distribution d'erreurs gaussienne du type :

$$P(\mathrm{CR}|\widehat{\mathrm{CR}}) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{CR}-\widehat{\mathrm{CR}}}{\sigma_{\mathrm{CR}|\widehat{\mathrm{CR}}}}\right)^2\right\}, \tag{6.16}$$

$$\sigma_{\mathrm{CR}|\widehat{\mathrm{CR}}} = \sigma_0\left(\frac{T_{\mathrm{exp}}}{10\,\mathrm{ks}}\right)^{-1/2}\left(\frac{\widehat{\mathrm{CR}}}{\widehat{\mathrm{CR}}_0}\right)^{1/2}, \tag{6.17}$$

avec $\widehat{\mathrm{CR}}_0 = 0{,}03\,\mathrm{cts/s}$ et $\sigma_0 = 0{,}003\,\mathrm{cts/s}$. Cela correspond à une erreur relative de 10% pour 300 photons collectés, ce qui est en accord avec les mesures faites, par exemple, sur les amas du XMM–LSS mesurés dans la bande [0,5-2] keV (Fig. 6.7).

Cette relation est appliquée aux taux de comptage mesurés dans les trois bandes d'intérêt, qui ont le même comportement vis à vis du fond.

Les erreurs sur les rapports de dureté dépendent eux des taux de comptage $\widehat{\mathrm{CR}}_2$ et $\widehat{\mathrm{CR}}_1$ de l'amas dans chacune des deux sous-bandes [0,5-1] et [1-2] keV. Ils n'apparaissent pas directement dans le diagramme mais vérifient $\widehat{\mathrm{CR}} = \widehat{\mathrm{CR}}_1 + \widehat{\mathrm{CR}}_2$. Les erreurs sur $\widehat{\mathrm{HR}}$ peuvent donc être exprimées en fonction de $\widehat{\mathrm{CR}}$ et $\widehat{\mathrm{HR}}$. Pour cela, nous avons simulé pour chaque valeur de $(z,T_X,L_X)$ les taux de comptage attendus dans chacune des bandes, $\widehat{\mathrm{CR}}_{\mathrm{tot}}$, $\widehat{\mathrm{CR}}_1$, $\widehat{\mathrm{CR}}_2$, et ajouté à chacun une erreur donnée par notre modèle (Eq. 6.16) afin d'obtenir des taux de comptage mesurés : $\mathrm{CR}_{\mathrm{tot}}(\equiv \mathrm{CR})$, $\mathrm{CR}_1$, $\mathrm{CR}_2$. Nous avons alors calculé les rapports de dureté attendus

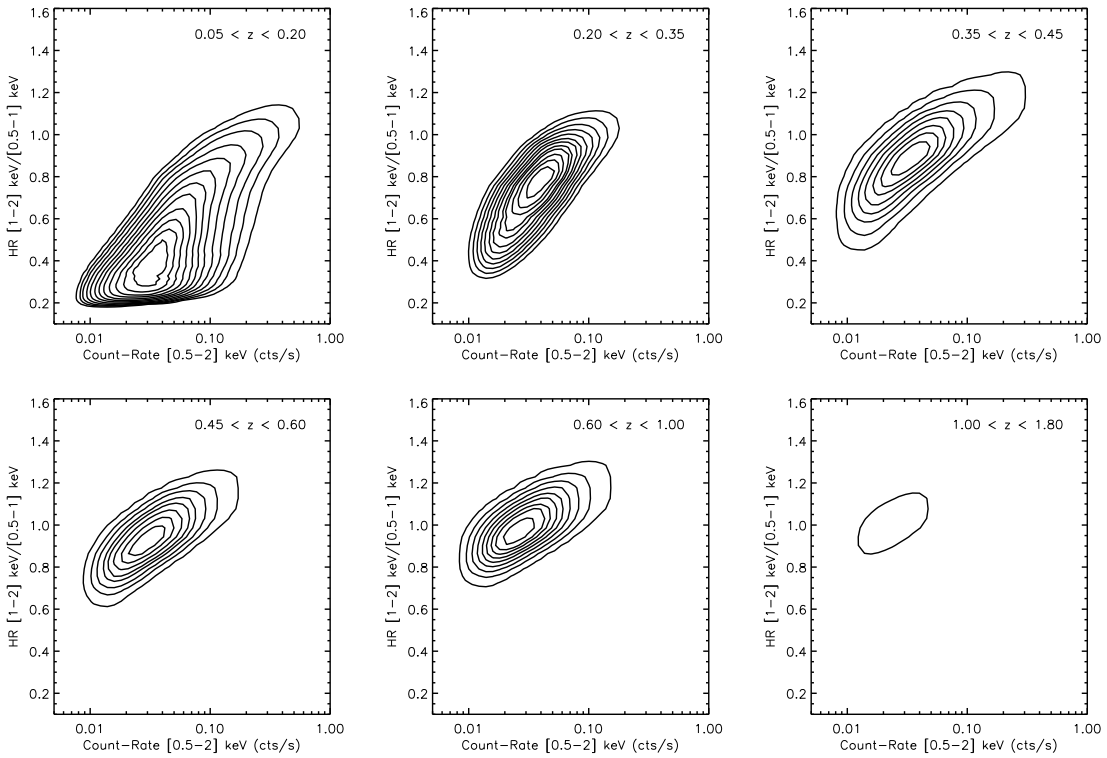



FIGURE 6.6 – Distribution simulée en CR–HR d'un échantillon d'amas, découpée en six intervalles distincts de redshift. Chaque contour entoure 10, 20, 30, 40... amas, en partant du contour central. Le modèle supposé est le modèle fiducial de la Table 6.1. L'échantillon est supposé provenir d'un relevé de $100\,\mathrm{deg}^2$ couvert par des observations XMM de 10 ks auquel on a appliqué la sélection C1. Cette figure démontre le potentiel de la distribution $z$–CR–HR, qui contient à la fois la distribution en redshift des amas ($dn/dz$) et une information sur leur masse (au niveau accessible par les données).

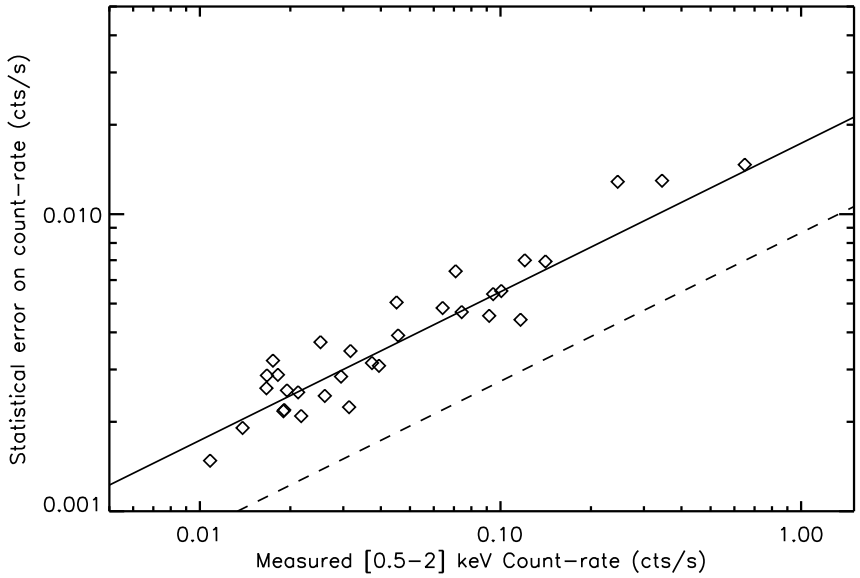



FIGURE 6.7 – Erreurs de mesure sur les taux de comptage dans la bande [0,5-2] keV (CR) en fonction de CR, pour les amas C1 présentés dans Pacaud et al. (2007). Ces amas ont été détectés dans des poses d'environ 10 ks dans le relevé XMM-LSS. La droite pleine correspond au modèle d'erreurs de mesure proposé ici (Eq. 6.16) pour un temps d'exposition de 10 ks. La droite discontinue vaut pour un temps d'exposition 4 fois plus fort.

et mesurés, respectivement :

$$\widehat{\mathrm{HR}} = \frac{\widehat{\mathrm{CR}}_1}{\widehat{\mathrm{CR}}_2} \quad , \quad \mathrm{HR} = \frac{\mathrm{CR}_1}{\mathrm{CR}_2} \tag{6.18}$$

De ces calculs, nous déduisons la moyenne et la dispersion de HR en fonction de la valeur de $(\widehat{\mathrm{CR}}, \widehat{\mathrm{HR}})$. La Figure 6.8 illustre comment l'ellipse d'erreur jointe sur CR et HR varie dans le plan (CR, HR). De la même manière qu'une PSF variable déforme une image astronomique, le diagramme théorique CR–HR est flouté par cette distribution d'erreur pour fournir une distribution en CR et HR au plus proche des observations. C'est ce qu'illustre la Fig. 6.8 dans le cadre d'erreurs obtenues pour un temps de pose de 10 ks.

### 6.2.3 Modélisation d'autres observables

Notre formalisme nous autorise à modéliser d'autres quantités, telles qu'elles pourraient être observées à partir du relevé X et des redshifts des amas : la distribution en redshift et la distribution en masse. Là encore, nous attachons une attention particulière à la modélisation des erreurs de mesure et leur influence sur les contraintes obtenues.

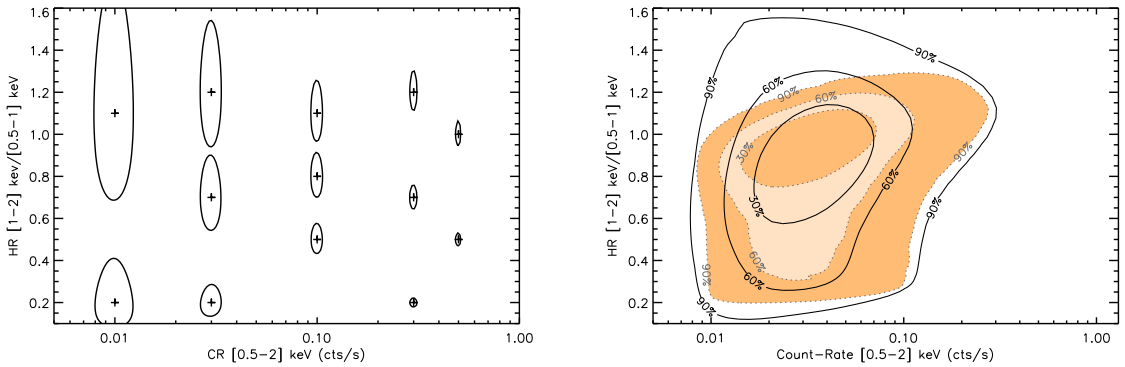



FIGURE 6.8 – Illustration de l'effet des erreurs de mesure sur les taux de comptage (CR) et rapports de dureté (HR). Une profondeur de 10 ks avec XMM a été supposée. *Gauche :* représentation de la « PSF » variable en quelques points sélectionnés du plan (CR,HR). Chaque contour représente la zone (à 68% de niveau de confiance) dans laquelle une valeur réelle $(\widehat{\mathrm{CR}},\widehat{\mathrm{HR}})$ est redistribuée à cause des erreurs de mesure. *Droite :* effet sur la distribution prédite en CR–HR. La distribution colorée est calculée sans erreurs de mesure (cf. Fig. 6.5), la distribution en traits pleins prend en compte ces erreurs.

### Distribution en redshift : $dn/dz$

La distribution en redshift est obtenue selon :

$$\frac{dn}{dz} = \int_{L_X}\int_{T_X} \frac{dn}{dz dL_X dT_X} f(z,T_X,L_X)\ dz\, dT_X\, dL_X \tag{6.19}$$

Cette quantité est ensuite intégrée dans des intervalles de redshift pour former le traditionnel histogramme en redshift des amas détectés. La Figure 6.9 montre quelques-unes de ces distributions en redshifts et leurs variations avec les différents paramètres entrant en jeu dans le modèle.

Les seules erreurs de mesure à considérer sont celles sur le redshift. Nous avons choisi de les modéliser de la façon la plus simple qu'il soit, en élargissant ou diminuant la taille des intervalles de redshift : $\Delta z = 0{,}03$ ou $\Delta z = 0{,}1$ dans notre cas.

La Fig. 6.9 montre bien à quel point la distribution en redshift est incapable de lever les dégénérescences entre les différents paramètres du modèle. Cela semble entrer en contradiction avec les nombreuses études effectuées sur les comptages cosmologiques d'amas en fonction du redshift (e.g Basilakos & Lima, 2010; Pierre et al., 2011). En réalité, cela vient de la façon dont nous traitons cette observable : nulle part l'information des bandes X n'est requise pour construire l'histogramme $N(z)$. Les études sur les nombres d'amas collectés dans des intervalles de redshift supposent (implicitement ou non) :

- soit une connaissance parfaite des lois d'échelle et de leur évolution, ce qui brise les dégénérescences (Basilakos & Lima, 2010),
- soit l'ajustement simultané des observables « lois d'échelle » et « histogramme en redshift » (Pierre et al., 2011).

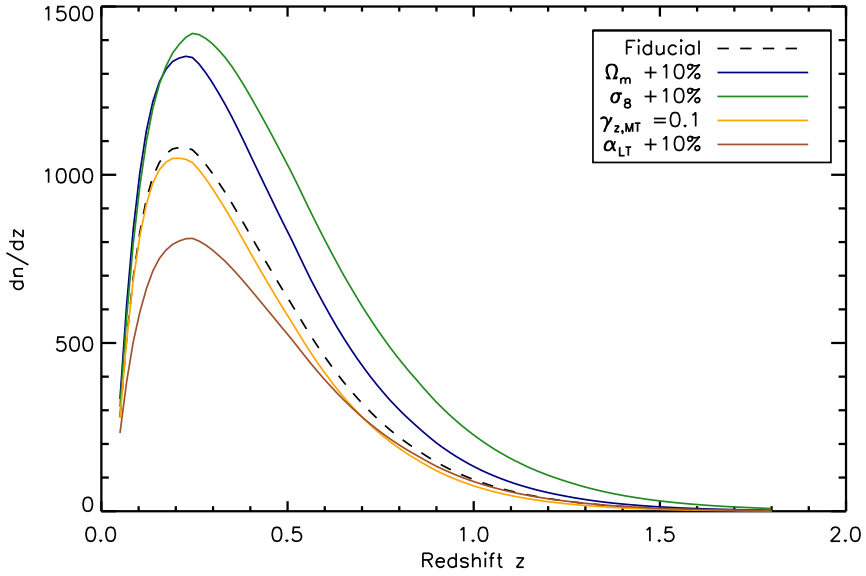



FIGURE 6.9 – Variation de la distribution en redshift d'un échantillon d'amas observé par XMM pour un relevé de 100 deg$^2$ à une profondeur de 10 ks. La courbe en traits discontinus montre le résultat attendu pour le jeu de paramètres fiduciels (Table 6.1), les courbes colorées sont calculées pour une variation d'un de ces paramètres. Les effets de ces variations sont assez semblables, conduisant à de fortes dégénérescences lorsque l'on veut réaliser l'opération inverse de détermination des paramètres.

### Distribution en masse : $dn/dz/dM$

Le modèle que nous proposons maintenant vise à reproduire la démarche d'un observateur désirant construire la distribution $dn/dz/dM$ et la comparer à un modèle existant, ce qui correspond à une analyse plus « directe » de la fonction de masse. Nous considérons que la masse des amas est approximée via la quantité $T_X$. Ce choix est motivé par la faible dispersion intrinsèque existant entre $T_X$ et la masse (de l'ordre de 10% selon Arnaud et al. 2005; Sahlén et al. 2009), et par le fait que la température est relativement facile à calculer à partir des données X. L'établissement de la distribution $dn/dz/dM$ à partir d'un échantillon doit prendre en compte le fait que la masse n'est pas une observable instrumentale et que son calcul nécessite, par exemple, de supposer une loi d'échelle M–T. Or cette loi entre aussi en jeu dans le modèle via l'équation 6.10. Cela signifie qu'à chaque changement dans la loi M–T, le modèle change, bien entendu, mais aussi l'observable (ce qui n'est pas le cas pour les diagrammes ($z$–)CR–HR, par exemple).

Deux voies peuvent alors être envisagées pour contourner ce problème. Ou bien la quantité observée $dn/dz/dM$ est recalculée à chaque fois que le modèle est modifié (voir e.g. Vikhlinin et al., 2009b; Mantz et al., 2010b), ou bien la quantité $dn/dz/dM$ est calculée avec un jeu de paramètres fixe et le modèle est converti dans ce jeu de paramètres afin d'effectuer la comparaison de manière cohérente.

C'est cette dernière option que nous avons choisie et l'on verra qu'elle est mieux adaptée au formalisme de Fisher présenté en Sect. 6.3. Etant donné le jeu de paramètres à tester $\boldsymbol{\theta}$, on calcule la distribution $dn/dz/dL_X/dT_X$, celle-ci est ensuite

intégrée sur $L_X$ pour obtenir la distribution en température et redshift de l'échantillon. La relation M–T calculée avec un jeu de paramètres de référence $\boldsymbol{\theta}_{ref}$ permet de convertir cette distribution en $dn/dz/dM_{200c}$. Pour rendre compte de la dispersion intrinsèque dans la M–T, cette dernière est dispersée selon $M_{200c}$ avec une densité gaussienne d'écart-type $\sigma = \alpha_{MT} \times \sigma_{lnT|M} \sim \sigma_{lnM|T}$.

Nous modélisons les erreurs de mesure sur la température en utilisant les simulations réalisées [4] par Willis et al. (2005).

Les incertitudes sur la masse sont donc modélisées en utilisant l'erreur $\Delta T/T$ trouvée pour un spectre de $N = 400$ coups, puis en supposant une dépendance en $\sqrt{N}$, et nous posons :

$$\begin{aligned} \Delta \ln M_{200c} &\simeq \alpha_{MT} \, \Delta \ln T \\ &\simeq \alpha_{MT} \left( \frac{N}{400} \right)^{-1/2} \left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{N=400} \end{aligned} \tag{6.20}$$

Le nombre de photons attendu ($N$) est calculé en chaque point de l'espace ($z$,$M_{200c}$) en supposant un modèle cosmologique et un jeu de relations d'échelle de référence. Pour les besoins de la comparaison, nous avons utilisé le jeu paramètres de référence (fiduciel). En toute rigueur, les erreurs de mesure sur les masses sont donc aussi affectées par les changements dans les paramètres du modèle (cosmologie et relations d'échelle). Nous négligeons cet aspect, minoritaire devant les erreurs statistiques provenant des mesures de température. La Figure 6.10 montre le nombre de photons ainsi que l'erreur de mesure commise sur $\ln M_{200c}$ en fonction des deux variables $z$ et $M_{200c}$, pour un relevé de 10 ks et, à titre d'illustration, pour un relevé de 40 ks.

Cette figure est intéressante à plusieurs titres. Elle informe d'abord sur la précision qu'on peut espérer obtenir sur les masses avec un relevé de 10 ks, de l'ordre de 20% pour les amas locaux (jusqu'à $z = 0{,}2$), grimpant à $\sim 50\%$ pour les amas situés à $z \sim 0{,}5$, puis à des masses quasiment indéterminées au-delà de $z = 1$. L'origine de ces erreurs est double : d'une part le nombre de photons collectés qui joue sur le signal à bruit, d'autre part la présence ou non de raies d'émission qui favorisent l'ajustement de température. A nombre de photons constant, les amas froids (et moins massifs) sont donc mieux mesurés que les amas plus massifs. A bas redshift, c'est la température de l'amas qui domine l'incertitude sur les erreurs, tandis qu'à des redshifts plus élevés ($z > 0{,}6$), c'est la fluctuation due au faible nombre de photons collectés qui domine.

Pour finir, un aspect supplémentaire peut venir s'ajouter dans le calcul des erreurs de mesure : l'incertitude sur les redshifts. La dégénérescence partielle entre la température et le redshift lors de l'ajustement du spectre de l'amas se comporte comme une source d'erreur supplémentaire. Nous n'avons pas tenté de modéliser

4. Celles-ci ont été réalisées comme suit : des spectres synthétiques ont été simulés sur une grille de températures représentative des amas trouvés dans le XMM–LSS (1, 2, 3 et 5 keV), avec une abondance de $0{,}3\,Z_\odot$. Chaque spectre a été décalé à $z = 0.3$, ce qui dans le XMM–LSS comme dans X–CLASS est le redshift médian de l'échantillon C1. L'absorption galactique est fixée à $N_H = 2{,}6.10^{20}\,cm^{-2}$. Une matrice de réponse standard d'XMM a été utilisée pour obtenir les spectres instrumentaux sur les trois détecteurs. Chaque spectre a été ensuite ajusté avec XSPEC, et les températures estimées ont été comparées aux températures simulées, et ce en fonction du nombre de coups total dans la bande [0,3-10] keV.

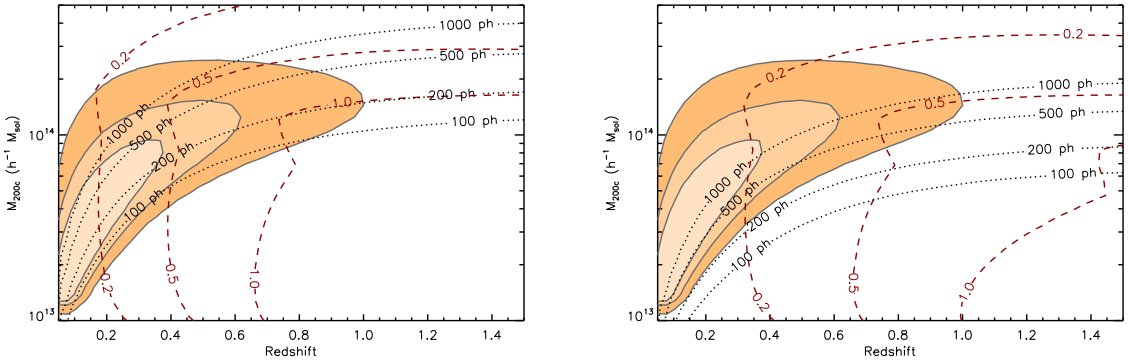



FIGURE 6.10 – Représentation des erreurs de mesure sur la masse $M_{200c}$ estimée par le proxy $T_X$, pour un relevé de 10 ks (panneau de gauche) ou 40 ks (panneau de droite). La distribution en masse et redshift prédite par le modèle fiduciel (Table 6.1) est représentée par la forme colorée, chaque contour contenant 30, 60 et 90% des 570 amas attendus dans le relevé d'amas C1 à une profondeur de 10 ks. Le nombre de photons attendus en fonction de $(M_{200c},z)$ est représenté par les lignes en pointillés. L'erreur de mesure sur $\ln M_{200c}$ en fonction de $(M_{200c},z)$ est représentée par les lignes rouges discontinues.

complètement cette dégénérescence et considéré le cas simple d'un spectre de bremsstrahlung pur, où les erreurs relatives se comportent au premier ordre comme [5] :

$$\frac{\Delta T}{T} \sim \frac{\Delta z}{1+z} \tag{6.21}$$

En tout état de cause, nous trouvons que pour des redshifts de type photométrique ($\Delta z/(1+z) \sim$ quelques %), cette erreur est négligeable devant l'erreur statistique commise sur la température (Eq. 6.20).

Là aussi, l'effet sur la distribution en masse et redshift est rendu dans notre formalisme sous la forme d'un « floutage » de la distribution théorique. Les incertitudes liées à la masse sont supposées gaussiennes (en termes de $\ln M_{200c}$). En plus d'être incluses dans les erreurs sur la mesure de masse, les erreurs sur le redshift sont prises en compte en agrandissant ou élargissant les intervalles dans lesquels la distribution sera intégrée lors des calculs de Fisher (voir Sect. 6.3).

## 6.3 Outils statistiques pour l'utilisation des diagrammes CR–HR

Cette section présente les divers outils statistiques utilisés en conjonction avec les distributions modélisées, notamment les diagrammes CR–HR. Le but étant d'apporter des contraintes sur les paramètres intervenant dans leur construction. Afin de rendre l'étude auto-cohérente, il est nécessaire de regrouper toute l'information du modèle en une seule et unique quantité, la vraisemblance. C'est elle qui va inclure toutes les informations sur le modèle, les erreurs de mesure, la fonction de sélection,

5. A cause de la dépendance du spectre en $\exp(-h\nu/k_BT)$, cf. Eq. 1.8.

etc. Le formalisme de Fisher sera utilisé pour évaluer l'information contenue dans les différentes observables en se limitant à une zone ciblée de l'espace des paramètres. Les chaînes de Markov serviront quant à elles à explorer un grand ensemble de paramètres et à obtenir les contraintes en comparant le modèle aux données réelles du relevé X–CLASS.

### 6.3.1 Vraisemblance de l'échantillon

**Fonction de vraisemblance**

Considérons un échantillon d'observables $(x_i)_{i=1..n}$, qui peuvent être par exemple les valeurs des $n$ bins d'un histogramme, ou bien les $n$ points de données d'une mesure, etc. Sa fonction de vraisemblance $\mathcal{L}$, étant donné un modèle décrit par l'ensemble de paramètres $\boldsymbol{\theta}$, est la probabilité jointe :

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) \equiv P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) \tag{6.22}$$

ce qui s'écrit, dans le cas où les composantes de $\mathbf{x}$ sont indépendantes entre elles :

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^{n} P(x_i|\boldsymbol{\theta}) \tag{6.23}$$

Si par exemple les $x_i$ sont tous distribués selon une loi gaussienne de moyenne $\mu_i$ et de variance $\sigma_i^2$, on obtient :

$$\chi^2 \equiv -2\ln\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \mu_i(\boldsymbol{\theta})}{\sigma_i(\boldsymbol{\theta})}\right)^2 \tag{6.24}$$

Si les $x_i$ dérivent d'une loi de Poisson de paramètre $\lambda_i$ (donc les $x_i$ sont des variables aléatoires entières) :

$$C \equiv -2\ln\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = 2\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(\boldsymbol{\theta}) - x_i\ln\left(\lambda_i(\boldsymbol{\theta})\right) + \ln(x_i!) \tag{6.25}$$

Le cas Poissonien apparaît par exemple lorsque l'on compte des évènements dans $n$ cellules (pixels, bins,...) de taille finie et fixée. $C$ est appelé la statistique de Cash, selon Cash (1979). Le dernier terme de l'Eq. 6.25 est souvent supprimé car on travaillera exclusivement avec des différences $\Delta C$, et il ne dépend pas des paramètres du modèle.

En définissant des cellules infinitésimales (Cash, 1979). Si les $\lambda_i$ dérivent d'une densité $I(u,v)$ en tout point d'un espace $(u,v)$, on construit des cellules de taille $\Delta u\Delta v$ de telle sorte que $x_i = 0$ ou 1 dans chaque cellule. On a alors $\lambda_i = I(u_i,v_i)\Delta u\Delta v$ et l'équation 6.25 se transforme en :

$$\begin{aligned} C &= 2\sum_{i=1}^{n} I(u_i,v_i)\Delta u\Delta v - x_i\ln\left(I(u_i,v_i)\Delta u\Delta v\right) \\ &= 2\left(\Lambda(\boldsymbol{\theta}) - \sum_{k=1}^{N_e}\ln I(u_i,v_i;\boldsymbol{\theta})\right) + \ldots \end{aligned} \tag{6.26}$$

où, dans la seconde équation, les termes constants ont été rejetés à la fin, et où on a utilisé le fait que $x_i = 0$ ou 1, réalisant la sommation sur les $N_e$ évènements récoltés seulement. On a appelé $\Lambda = \iint I(u,v)dudv$ le nombre total d'évènements attendus dans le modèle.

### Intervalles de confiance et théorème de Bayes

En pratique, on veut extraire des intervalles de confiance pour tous ou certains paramètres constituant le modèle. Pour cela, on peut utiliser le théorème de Bayes, en substance :

$$P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \frac{P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})P(\boldsymbol{\theta})}{P(\mathbf{x})} \tag{6.27}$$

$$= \frac{P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})P(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\boldsymbol{\theta}} P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})P(\boldsymbol{\theta})} \tag{6.28}$$

où les $P(\boldsymbol{\theta})$ sont appelés les distributions *a priori* (« priors ») et $P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$ est la distribution *a posteriori* (« posterior »). La distribution a posteriori est tout simplement la probabilité d'avoir les valeurs $\boldsymbol{\theta}$ étant donné les observations. C'est une distribution normalisée à 1 depuis laquelle on peut calculer les moyennes, médianes, intervalles de confiance, etc. pour les paramètres. Le choix des priors est toujours délicat, et ils peuvent être pris égal à 1 partout ou sur une portion finie de l'espace des paramètres (on parle de priors plats). Ils peuvent aussi provenir d'expériences indépendantes (par exemple les expériences du CMB), dans ce cas on parle souvent de contraintes *jointes* lorqu'on évoque la distribution a posteriori. Dans tous les cas ils apportent de l'information (parfois très peu) et aussi ils doivent être précisés lorsqu'on en fait usage.

### Exploration complète de la vraisemblance

La manière la plus simple d'obtenir des contraintes sur le modèle est de calculer la vraisemblance sur une grille fine de valeurs pour les $p$ paramètres $(\theta_1, \ldots, \theta_p)$. L'inconvénient de cette méthode est la croissance exponentielle de sa durée en fonction de $p$ : pour $p = 5$ et une grille de 10 éléments pour chaque paramètres, le calcul nécessite $10^5$ points, ce qui avec nos algorithmes dure environ 2 semaines. Etudier l'influence de chaque paramètre du modèle (une quinzaine environ, cf. Table 6.1) serait alors bien trop long. Afin d'avoir une référence de test pour les méthodes développées ci-après, nous avons tout de même réalisé une série d'études avec deux paramètres, $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$, tous les autres étant fixés (voir un exemple Fig. 6.11). Un de nos premiers résultats a été de montrer que dans ce cadre idéalisé, les contraintes sur $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$ obtenues via les diagrammes CR–HR sont très peu améliorées par la connaissance des redshifts. Cela nous a conduit à envisager l'influence des autres paramètres et les dégénérescences qu'ils impliquent.

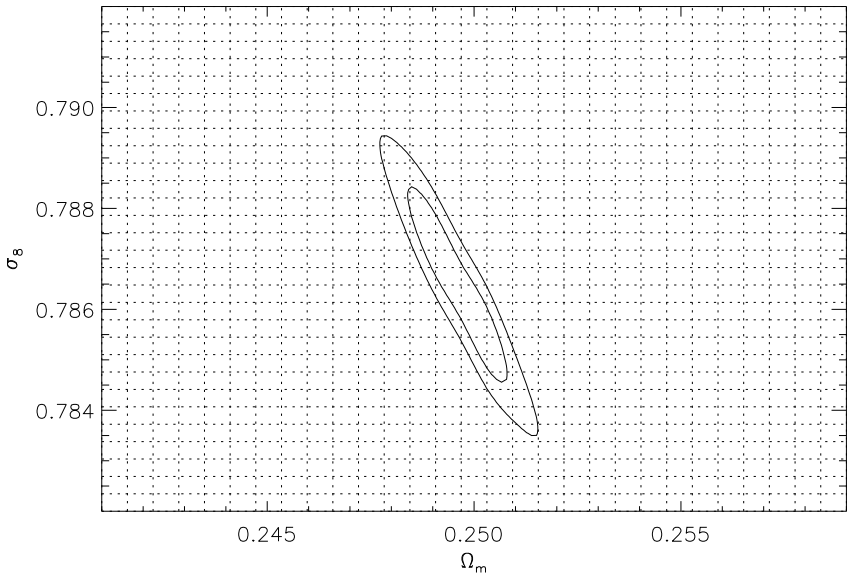



FIGURE 6.11 – Exemple de calcul de vraisemblance (Eq. 6.25) sur une grille de $30 \times 30$ valeurs pour $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$. Les contours montrés ici contiennent 68% et 95% de la vraisemblance (équivalant à des niveaux de confiance de 1 et 2 $\sigma$ respectivement). Si l'on désire rajouter un paramètre dans l'étude, il faut multiplier le temps de calcul par un facteur 30, et ainsi de suite, ce qui rend la méthode fastidieuse.

### 6.3.2 Matrices de Fisher

#### Pourquoi utiliser des matrices de Fisher ?

Nous avons d'abord songé à créer un « catalogue » de diagrammes CR–HR sur une grille de l'espace des paramètres, pour étudier lesquels de ces paramètres sont les plus influents sur la forme et l'amplitude des distributions CR–HR. Ce calcul étant trop fastidieux, nous avons réduit le problème au développement de la fonction de vraisemblance autour d'un point particulier de l'espace des paramètres. Ce point est appelé modèle « fiduciel », on le choisit raisonnablement. Implicitement, on sous-entend que la vraisemblance varie assez peu au voisinage de ce point, et que si on modifie légèrement le modèle fiduciel, les contraintes seront à peu près équivalentes. Ce n'est plus forcément vrai si le monde réel et le modèle fiduciel sont très éloignés.

Les matrices de Fisher ne servent pas à établir des intervalles de confiance pour un jeu de données particulier, mais à réaliser des prédictions en vue de l'analyse future d'un échantillon. Une autre façon de procéder, plus coûteuse en temps de calcul, serait de simuler un jeu de données et de l'analyser comme si il était réel, puis de répéter cette opération un grand nombre de fois pour avoir des prédictions solides.

**Formalisme de Fisher**

La matrice de Fisher (e.g. Tegmark et al., 1997; Heavens, 2009) est définie de la façon suivante :

$$F_{\mu\nu} \equiv -\left\langle \frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial\theta_\mu \partial\theta_\nu} \right\rangle . \tag{6.29}$$

C'est en fait la valeur moyenne de la matrice hessienne de la vraisemblance, $H_{\mu\nu} \equiv -\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial\theta_\mu \partial\theta_\nu}$, développée autour du modèle fiduciel. Celui-ci étant supposé maximiser la vraisemblance, on a en effet :

$$\ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}_{fid}) + \frac{1}{2}(\theta_\mu - \theta_{fid,\mu}) \frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial\theta_\mu \partial\theta_\nu} (\theta_\nu - \theta_{fid,\nu}) + \dots \tag{6.30}$$

ce qui est équivalent à approximer la vraisemblance au voisinage du modèle fiduciel sous la forme d'une fonction de Gauss à multiples paramètres :

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}_{fid}) \, \exp\left[ -\frac{1}{2}(\theta_\mu - \theta_{fid,\mu}) H_{\mu\nu} (\theta_\nu - \theta_{fid,\nu}) \right] \tag{6.31}$$

Nous utiliserons les propriétés suivantes des matrices de Fisher :

- Pour tout estimateur non biaisé des paramètres, $\Delta\theta_\mu \geq 1/\sqrt{F_{\mu\mu}}$. Cela donne une valeur minimale aux contraintes que l'on peut espérer obtenir sur chaque paramètre (inégalité de *Rao-Cramér*).
- En pratique, les autres paramètres sont libres aussi, il convient donc d'utiliser les erreurs marginalisées. Dans ce cas, en notant $C_{\mu\mu} = F^{-1}_{\mu\mu}$, on a $\Delta\theta_\mu \geq \sqrt{C_{\mu\mu}}$. La matrice $\mathbf{C}$ est simplement la matrice de covariance marginalisée des paramètres.
- La combinaison avec une expérience indépendante s'effectue en ajoutant les matrices de Fisher : $F_{\mu\mu} + F'_{\mu\mu}$. En particulier, ajouter un *prior* gaussien $\sigma_\alpha$ sur le paramètre $\theta_\alpha$ revient à ajouter $1/\sigma_\alpha^2$ à la valeur $F_{\alpha\alpha}$ de la matrice de Fisher.

Nous ajoutons deux mises en garde quant à l'utilisation des matrices de Fisher. La première concerne l'interprétation des contraintes obtenues par la matrice de Fisher : ce sont bien des bornes inférieures. Dans la réalité, on ne pourra contraindre le modèle avec plus de précision ; en fait, on fera probablement pire. La seconde concerne le caractère nécessairement *fixe* des observables. Comme déjà observé en Sect. 6.2.3 lors du calcul de $dn/dz/dM$, certaines observables ont besoin des paramètres du modèle pour être calculées (par exemple, les lois d'échelle). Dans ce cas, il faut tout convertir dans un jeu de paramètres de référence, le plus évident (mais pas unique) étant le modèle fiduciel.

**Application pratique à notre étude**

La Sect. 6.2 a montré comment nous calculions une observable $dn/dX$ avec, au choix, $X = (z)$ ou $(\mathrm{CR}, \mathrm{HR})$ ou $(z, \mathrm{CR}, \mathrm{HR})$ ou $(z, M_{200\mathrm{c}})$.

Ces distributions sont intégrées dans $n$ cellules de tailles déterminées pour créer un histogramme (au sens large). Cet histogramme est une collection de valeurs $\lambda_i$, valeur attendue du nombre d'amas dans chaque cellule $i$. Nous avons décidé

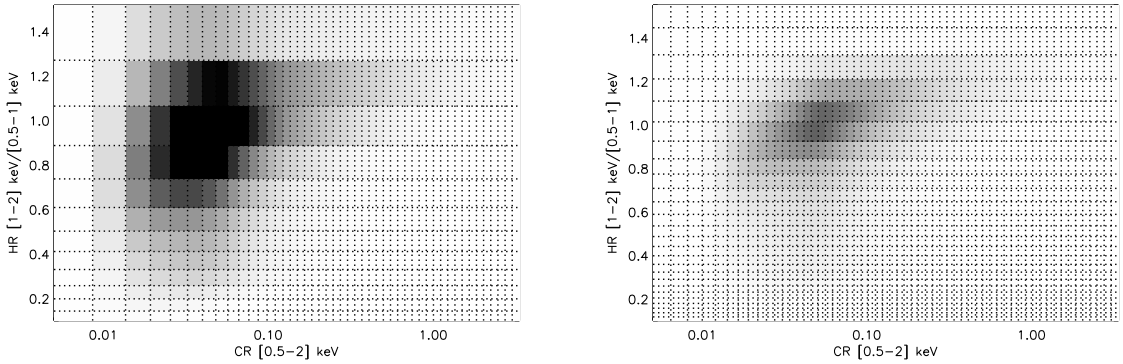



FIGURE 6.12 – Diagramme CR–HR intégré dans des cellules dont la taille dépend des erreurs de mesures : à gauche pour un relevé de 10 ks, à droite pour des erreurs de mesure deux fois plus faibles (par exemple avec un suivi de 40 ks sur chaque amas). Les couleurs indiquent le nombre d'amas prédits dans chaque cellule, de 0 (blanc) à 10 et plus (noir), ce nombre est décrit dans le texte par la quantité $\lambda_i$ (Eq. 6.34). Dans les deux cas, c'est le même échantillon de 570 amas qui est modélisé (C1, relevé de 10 ks).

de calculer la taille des cellules en fonction de l'erreur commise sur $X$. Pour les diagrammes CR–HR, la taille de la cellule est approximativement celle de l'erreur locale sur CR et HR – avec une « saturation » à 10% pour éviter d'avoir un trop grand nombre de cellules n'apportant pas d'information (Fig. 6.12). Ce schéma de grille ne change pas à chaque fois qu'un paramètre du modèle change.

On suppose alors que dans chaque cellule le nombre d'amas suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda_i$ et que les cellules sont non corrélées. En utilisant l'équation de la vraisemblance (Eq. 6.25) on obtient :

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \theta_\mu} = \sum_i -\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_\mu} + \frac{x_i}{\lambda_i}\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_\mu} \tag{6.32}$$

$$\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial \theta_\mu \partial \theta_\nu} = \sum_i -\frac{x_i}{\lambda_i^2}\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_\mu}\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_\nu} + \dots \tag{6.33}$$

où les dérivées du second ordre ont été rejetées à la fin de la deuxième équation. En utilisant $\langle x_i \rangle = \lambda_i$, on trouve l'expression de la matrice de Fisher :

$$F_{\mu\nu} = \sum_i \frac{1}{\lambda_i}\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_\mu}\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_\nu} \tag{6.34}$$

Le calcul des dérivées a été effectué numériquement, en calculant l'histogramme pour le modèle fiduciel, puis en modifiant la valeur de chaque paramètre de $\pm 5\%$ et $\pm 10\%$. On a approximé chaque dérivée par des différences finies à 5 points.

L'intégration des densités dans des cellules est une épreuve technique en soi. Pour une ou deux dimensions, par exemple $dn/dz$ ou $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$, des librairies (IDL) existent : par méthode des trapèzes en 1-D ou, en 2-D, par triangulation de l'espace à deux-dimensions, etc. En 3 dimensions, nous avons utilisé une simple intégration de Riemann, en découpant chaque cellule en un minimum de $4^3$ blocs, la valeur

de la densité dans chaque bloc étant interpolée linéairement en 3 dimensions. La méthode utilisée a permis d'obtenir des résultats numériques précis à quelques % en des temps de calcul raisonnables.

La précision numérique est l'autre défi qu'il a fallu relever pour les calculs de Fisher. Elle est critique à deux niveaux. D'abord lors du calcul des dérivées (Eq. 6.34), puisqu'une erreur $\epsilon$ sur $\lambda_i$ se transforme en une erreur $\epsilon/\delta\theta$ dans la dérivée. Puis, lors de l'inversion de la matrice $\mathbf{F}$ pour obtenir la covariance $\mathbf{C}$. Cette opération mélange les erreurs numériques provenant de tous les paramètres. Chaque choix effectué lors de la discrétisation des calculs a donc été contrôlé de façon à ce que le nombre total d'amas soit concordant à quelques pourcents d'une méthode à l'autre.

Si l'on a décidé d'introduire des priors, ils sont simplement additionnés à la matrice $\mathbf{F}$. Pour l'étude présentée en Sect. 7.1 on utilisera les priors listés dans la Table 6.1. Les paramètres $\Omega_\mathrm{b}$, $n_s$ et $h$ bénéficient des priors WMAP-5 (Dunkley et al., 2009). Ceux-ci sont corrélés, pour en tenir compte il faut réanalyser les chaînes MCMC de WMAP-5 afin d'en extraire les coefficients de corrélation [6]. Les lois d'échelle locales bénéficient des priors fournis par Pratt et al. (2009). On ne considère pas de corrélation entre eux, même s'il le faudrait en toute rigueur [7]. Il y a une certaine approximation ici : les mesures de Pratt et al. (2009) ne sont pas totalement indépendantes de notre étude puisqu'elles s'appuient aussi sur un relevé X. Elles ne sont pas non plus indépendantes de la cosmologie. Ce point sera discuté au Chap. 8.

#### Représentation des matrices de Fisher

Le produit fini du calcul de Fisher est $\mathbf{C}$, la matrice de covariance de taille $p \times p$ ($p$ étant le nombre de paramètres en jeu). Sa diagonale nous donne les variances marginalisées de chacun des paramètres ($\sigma_\mu^2$) et les coefficients croisés ($C_{\mu\nu}$) donnent les coefficients de corrélation selon :

$$\rho_{\mu\nu} = \frac{C_{\mu\nu}}{\sqrt{C_{\mu\mu}C_{\nu\nu}}} = \frac{C_{\mu\nu}}{\sigma_\mu\sigma_\nu} \tag{6.35}$$

Ces corrélations rendent compte des fameuses *dégénérescences* entre paramètres : une corrélation proche de $\pm 1$ indique que l'effet des deux paramètres en question est quasiment le même sur l'observable et qu'il faut une autre observable pour les séparer. Une façon répandue de représenter la matrice de covariance est par un tableau de figures (Fig. 6.13). Chaque ellipse est la région de confiance à 68% (1 $\sigma$) de deux paramètres, autour du modèle fiduciel, marginalisée suivant les $p-2$ autres paramètres. Sur la diagonale, on représente la distribution gaussienne normalisée à une aire unité pour le paramètre en question. Comme la matrice $\mathbf{C}$ est symétrique, on se contente de représenter la diagonale inférieure.

### 6.3.3 Echantillonnage par chaînes de Markov (MCMC)

La théorie des chaînes MCMC (Markov Chain Monte Carlo) est extrêmement vaste. Je ne décrirai donc que les aspects pratiques dont nous avons fait usage dans

6. `http://lambda.gsfc.nasa.gov`
7. Néanmoins, utiliser les erreurs marginalisées est une hypothèse conservatrice

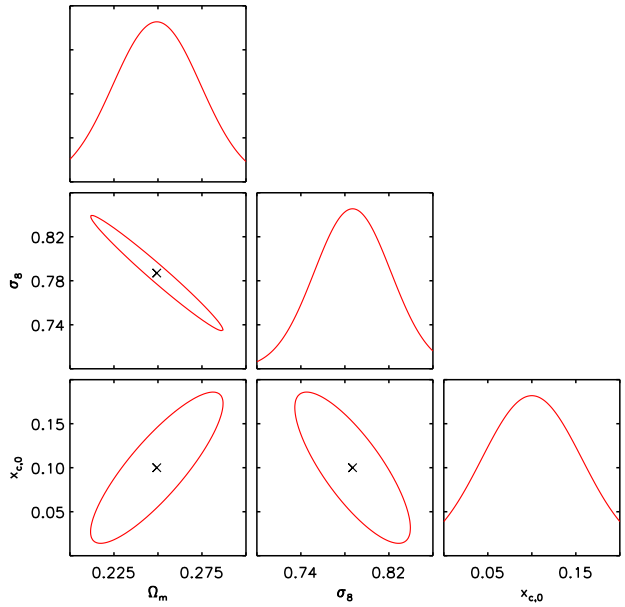



FIGURE 6.13 – Exemple de représentation de la matrice de covariance $\mathbf{C}$ issue d'une analyse de Fisher. La croix signifie l'emplacement du modèle fiduciel. Dans ce cas très particulier, les coefficients de corrélations numériques valent : $\rho(\Omega_\mathrm{m},\sigma_8) = -0{,}98$, $\rho(\Omega_\mathrm{m},x_{c,0}) = 0{,}85$ et $\rho(\sigma_8,x_{c,0}) = -0{,}79$.

notre étude. Pour plus de détail, le lecteur pourra se référer à quelques références utiles : Gelman & Rubin (1992); Christensen et al. (2001); Dunkley et al. (2005); Heavens (2009); Sahlén et al. (2009). Si le principe algorithmique du MCMC est très simple, sa mise en œuvre efficiente et son interprétation nécessitent un peu plus de travail.

### Principe et mise en œuvre

Au-delà de $p = 3$, l'exploration de tout l'espace des $p$ paramètres devient longue et inefficace, car la zone où la vraisemblance est élevée occupe une petite fraction de l'hypervolume des paramètres : on passera donc beaucoup de temps à explorer des zones insignifiantes pour le calcul. Le principe des chaînes MCMC est d'échantillonner la vraisemblance (ou plus généralement la distribution *a posteriori*) en concentrant les points là où elle est élevée. Il est communément admis que le temps de calcul croît linéairement en le nombre de paramètres mais en pratique, cela dépend des conditions de réalisation de la chaîne.

Une chaîne MCMC est une marche aléatoire dans l'espace des paramètres dont la distribution tend à s'approcher de la distribution cible, dans notre cas la distribution postérieure $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$. Nous avons utilisé l'algorithme de Metropolis (Metropolis et al., 1953). A partir d'un point donné de l'espace des paramètres, $\boldsymbol{\theta}^p$, on génère un échantillon $\boldsymbol{\theta}'$ de manière aléatoire à l'aide d'une distribution génératrice $Q(\boldsymbol{\theta}'|\ \boldsymbol{\theta}^p)$, qui dépend de l'état actuel de la chaîne $\boldsymbol{\theta}^p$. La probabilité d'acceptation $\alpha(\boldsymbol{\theta}'|\ \boldsymbol{\theta}^p)$

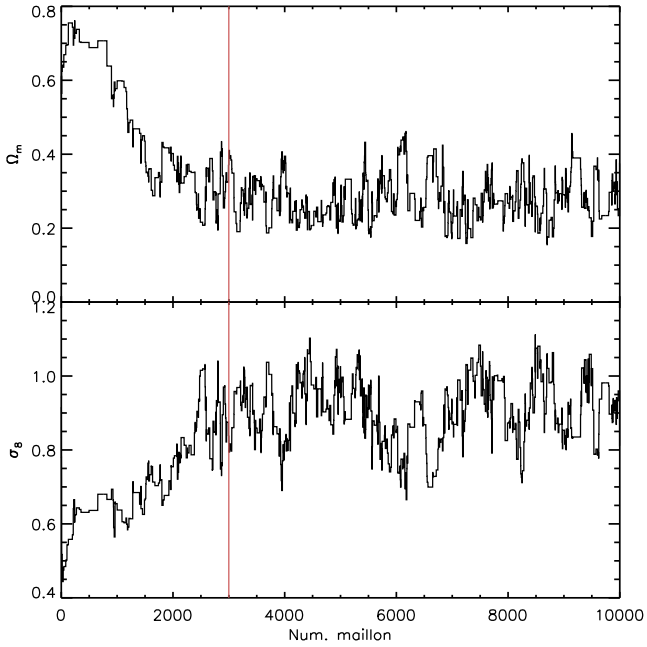



FIGURE 6.14 – Illustration du *burn-in* sur une chaîne de longueur 10000, comprenant deux paramètres libres ($\Omega_\mathrm{m}$ et $\sigma_8$). Les 3000 premiers maillons constituent la période de *burn-in* et doivent être retirés de la chaîne finale.

est définie par :

$$\alpha(\boldsymbol{\theta}'|\ \boldsymbol{\theta}^p) = \min\left\{1, \frac{P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}')P(\boldsymbol{\theta}')Q(\boldsymbol{\theta}^p|\boldsymbol{\theta}')}{P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}^p)P(\boldsymbol{\theta}^p)Q(\boldsymbol{\theta}'|\boldsymbol{\theta}^p)}\right\} \tag{6.36}$$

si $P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}^p)P(\boldsymbol{\theta}^p)Q(\boldsymbol{\theta}'|\boldsymbol{\theta}^p) > 0$ et $\alpha(\boldsymbol{\theta}'|\ \boldsymbol{\theta}^p) = 1$ sinon. La chaîne $(\boldsymbol{\theta}^0, \ldots, \boldsymbol{\theta}^p, \ldots, \boldsymbol{\theta}^n)$ est alors construite suivant l'algorithme :

1. Choisir une valeur initiale arbitraire $\boldsymbol{\theta}^0$,
2. Pour passer du maillon $p$ au maillon $p+1$, générer $\boldsymbol{\theta}'$ selon $Q(\boldsymbol{\theta}'|\ \boldsymbol{\theta}^p)$, puis $u$ uniformément entre 0 et 1 et :
   – si $u \leq \alpha(\boldsymbol{\theta}'|\ \boldsymbol{\theta}^p)$, $\boldsymbol{\theta}^{p+1} = \boldsymbol{\theta}'$ (accepté)
   – si $u > \alpha(\boldsymbol{\theta}'|\ \boldsymbol{\theta}^p)$, $\boldsymbol{\theta}^{p+1} = \boldsymbol{\theta}^p$ (rejeté)

L'algorithme, très simple, assure la convergence (en probabilité) de la chaîne vers la distribution cible...quand $n \to \infty$. Heureusement, on peut se contenter d'une chaîne finie pour obtenir une bonne approximation de la distribution cible.

Deux aspects importants du MCMC sont : l'identification de la période de *burn-in* et la convergence de la chaîne. La chaîne est assurée de converger si elle a atteint un état stationnaire, c'est-à-dire si elle a « oublié » son état initial, $\boldsymbol{\theta}^0$. Il est donc nécessaire de supprimer le début de la chaîne, dit *burn-in* (Fig. 6.14).

La vitesse de convergence de la chaîne dépend principalement du choix de la distribution génératrice $Q(\boldsymbol{\theta}'|\ \boldsymbol{\theta}^p)$. Si elle génère des pas trop petits, quasiment tous les maillons vont être acceptés mais vont rester cantonnés à une zone limitée de l'espace des paramètres. A l'inverse, si les pas sont trop grands, l'algorithme va perdre du temps à explorer des régions où la vraisemblance est faible. Toute la difficulté

de l'algorithme réside dans la recherche de cette distribution. Suivant Christensen et al. (2001) nous avons utilisé la matrice de Fisher (Eq. 6.34) calculée en un point central [8] de la distribution et posé :

$$Q(\boldsymbol{\theta}'|\ \boldsymbol{\theta}^p) = Q(\boldsymbol{\theta}^p|\ \boldsymbol{\theta}') \propto \exp\left[-\frac{1}{2}{}^T(\boldsymbol{\theta}^p - \boldsymbol{\theta}')\,\mathbf{F}\,(\boldsymbol{\theta}^p - \boldsymbol{\theta}')\right] \tag{6.37}$$

Dans notre cas, nous voulons calculer les intervalles de confiance pour les paramètres entrant dans la modélisation de la distribution CR–HR du relevé X–CLASS et ils vous nous être donnés par $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$, la distribution vers laquelle la chaîne converge. Le calcul de $P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ (la vraisemblance, donc) s'inspire de l'équation 6.26 en posant $u \equiv \mathrm{CR}$, $v \equiv \mathrm{HR}$ et $I \equiv dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$. On a donc, pour un échantillon de $N_{amas}$ :

$$\begin{aligned}\ln P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) \quad = \quad & \sum_{i=1}^{N_{amas}} \ln\left(\frac{dn}{d\mathrm{CR}d\mathrm{HR}}(\mathrm{CR}_i, \mathrm{HR}_i)\right) \\ & - \int_{\mathrm{CR_{min}}}^{\mathrm{CR_{max}}} \int_{\mathrm{HR_{min}}}^{\mathrm{HR_{max}}} \frac{dn}{d\mathrm{CR}d\mathrm{HR}} d\mathrm{CR}d\mathrm{HR}\end{aligned} \tag{6.38}$$

où les bornes des intégrales sont choisies par avance afin de limiter le domaine CR–HR.

Enfin, nous avons choisi des *priors* plats permettant de borner les paramètres d'étude et éviter des calculs inutiles dans des zones non physiques. Ils seront explicités dans la partie présentant les résultats (Chap. 7).

### Efficacité des chaînes

Les chaînes MCMC doivent être suffisamment longues pour avoir atteint la convergence et pour assurer un échantillonnage facilement utilisable de l'espace des paramètres. En pratique, les chaînes comportent quelques dizaines de milliers de maillons. Au rythme d'un maillon toutes les 2 minutes, un calcul de chaîne dure environ deux semaines. Une telle implémentation de l'algorithme ne permet pas de parallélisme, par définition même du processus de chaîne. La durée d'exécution d'une chaîne est donc incompressible, sauf si l'on réduit le temps de calcul d'un maillon. Il est cependant possible de lancer plusieurs chaînes indépendantes en parallèle pour pouvoir comparer les résultats entre elles à la fin ; mais le calcul durera toujours deux semaines. A titre indicatif, en comptant les nombreux tests effectués avec plusieurs paramètres, plusieurs modèles, plusieurs distributions génératrices, nous avons généré 570 chaînes, et plus d'un million de maillons, le tout s'étalant sur une durée de 6 mois.

### Analyse des chaînes

Une chaîne se présente comme une succession de valeurs (corrélées) pour les paramètres qu'on a voulu tester. Pour visualiser la chaîne, deux représentations complémentaires existent : la « trace » et la vue bi-dimensionnelle marginalisée (Fig. 6.15). Elles permettent de diagnostiquer rapidement le comportement de la chaîne.

8. On choisit une bonne fois pour toute un jeu de paramètres pour calculer cette matrice, en l'occurrence le modèle fiduciel de la Table 6.1. La théorie des chaînes MCMC nous informe que quel que soit ce choix, la chaîne convergera vers la distribution postérieure.

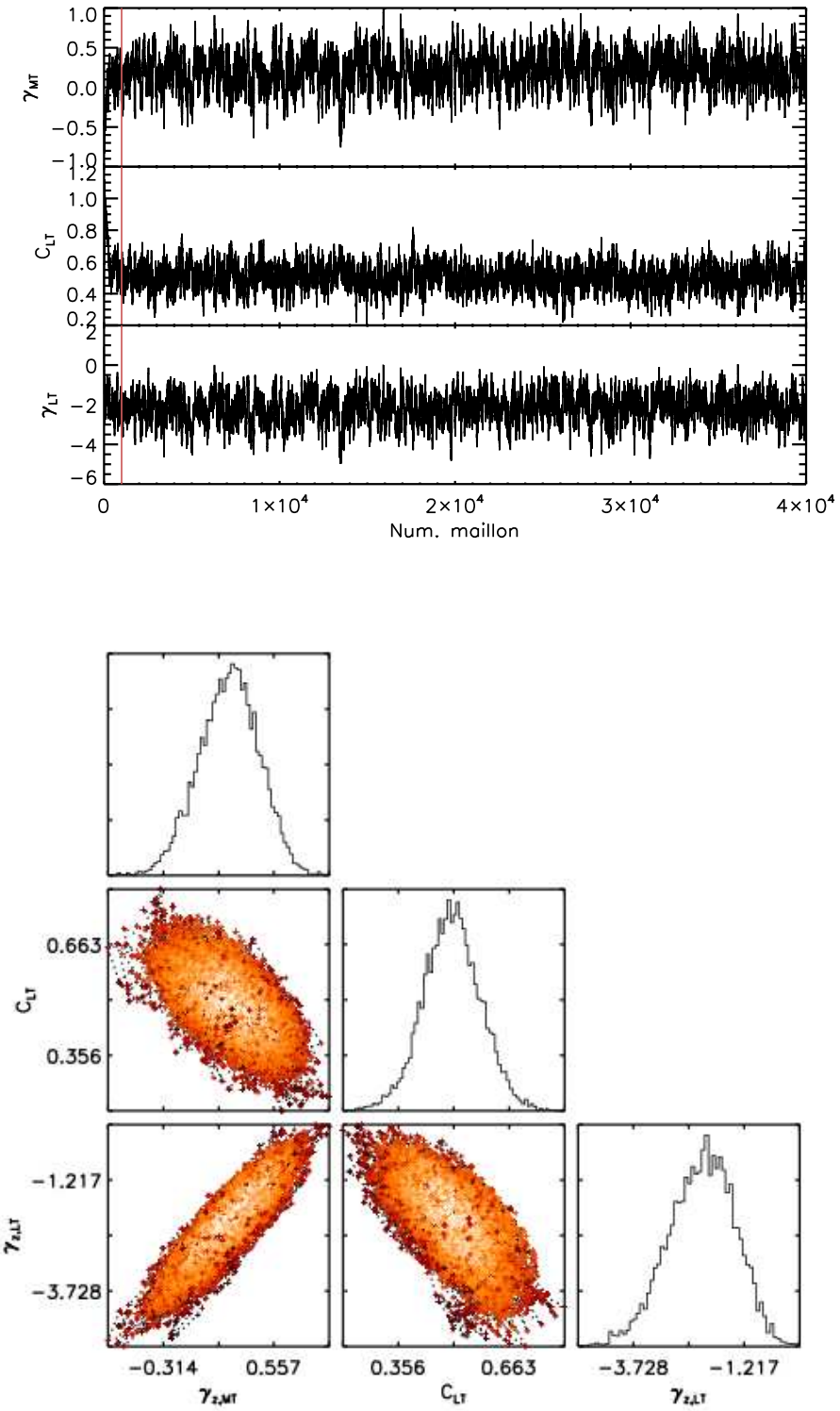



FIGURE 6.15 – Représentation visuelle d'une chaîne MCMC comportant 3 paramètres libres (pour les besoins de l'exemple, $\gamma_{\mathrm{z,MT}}$, $C_{\mathrm{LT}}$ et $\gamma_{\mathrm{z,LT}}$). En haut la trace de la chaîne pour chaque paramètre (40000 maillons en tout). Le *burn-in* est indiqué par une barre rouge. En bas, la représentation en deux dimensions de la distribution postérieure. Chaque point est un maillon de la chaîne. Les histogrammes sont construits à partir de cet échantillonnage et sont très proches de la distribution postérieure marginalisée.

Il n'existe pas de méthode certaine pour s'assurer qu'une chaîne MCMC a convergé. Il existe au contraire des tests de non-convergence qui permettent de guider l'intuition. J'ai utilisé deux de ces tests : Gelman-Rubin et Heidelberger-Welch, tous deux présents dans la librairie CODA d'analyse des chaînes MCMC (via l'interface BOA Smith 2007). Sans rentrer dans les détails, le premier test (G-R) utilise plusieurs chaînes calculées en parallèle et parties de points différents dans l'espace des paramètres. Puis il compare les distributions des secondes moitiés de chacune des chaînes entre elles, et associe un critère de compatibilité entre les chaînes. Si ce critère est au-dessous d'une certaine valeur, alors les chaînes dérivent de la même distribution et on peut considérer qu'elles ont toutes convergé vers cette même distribution. Le second test (H-W) est plus complexe et s'appuie sur le spectre de la chaîne (Heidelberger & Welch, 1983).

Une fois les chaînes obtenues, on peut les utiliser directement pour calculer les valeurs moyennes et les intervalles de confiance, ainsi que les matrices de covariance, à partir de l'échantillon discret obtenu. Là encore, des algorithmes dédiés inclus dans BOA (Smith, 2007) effectuent ce travail. Nous avons utilisé notamment les intervalles de confiance calculés selon la méthode HPD (Highest Probability Density, Chen & Shao 1999). Ceux-ci contiennent $(1-\alpha)\%$ de la densité postérieure, de telle manière que cette densité est toujours plus faible à l'extérieur de ces intervalles qu'à l'intérieur. La valeur $\alpha = 0{,}32$ permet de construire des intervalles de confiance à 68%, équivalents à des « barres d'erreurs à 1 $\sigma$ » pour une distribution gaussienne.

# Chapitre 7

# Evaluation de la méthode et analyse de l'échantillon X–CLASS

Ce chapitre concentre les résultats scientifiques obtenus au cours du développement du relevé X–CLASS. Dans un premier temps, nous montrons les performances de la méthode CR–HR développée au Chap. 6, puis nous l'appliquons à un sous-échantillon du relevé d'amas X–CLASS (Chap. 5) et en déduisons des contraintes sur le modèle cosmologique ΛCDM et la physique des amas de galaxies.

## 7.1 Performances de la méthode $(z)$-CR–HR

Cette section présente les résultats obtenus lors de la validation de la méthode CR–HR. Le principe de la méthode CR–HR ainsi que l'outil d'analyse en termes de matrices de Fisher ont été décrits au Chap. 6. Dans tout ce qui suit, on considère un échantillon fictif d'amas C1 obtenu par examen d'un relevé de 10 ks couvrant une surface de 100 deg$^2$ sur le ciel. Le modèle fiduciel est celui de la Table 6.1 et donne lieu à 570 amas au total. Comme annoncé en Sect. 6.3.2 on utilisera les priors de cette même table pour effectuer les calculs qui suivent. Enfin on ne s'intéressera qu'aux performances en termes de contraintes sur les paramètres $\Omega_{\rm m}$, $\sigma_8$, $w_0$, $\gamma_{\rm z,MT}$, $\gamma_{\rm z,LT}$, $x_{c,0}$.

### 7.1.1 Sensibilité absolue de la méthode CR–HR

Dans un premier temps, nous allons volontairement négliger les erreurs de mesure sur les taux de comptage et les rapports de dureté pour illustrer l'intérêt de la méthode CR–HR. Cela donnera un ordre de grandeur des contraintes maximales accessibles par la méthode CR–HR. On ne convolue donc pas la distribution $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$ par les erreurs de mesure et on crée des cellules suffisamment petites pour capturer toutes les variations de la surface CR–HR dans l'analyse de Fisher.

La Figure 7.1 montre comment la forme et l'amplitude de la distribution CR–HR sont modifiées lors d'un changement de l'un des paramètres du modèle. Cette figure est à comparer à son équivalent pour l'observable $d,/dz$ (Fig. 6.9). Le fait que chacun des paramètres joue différemment sur la distribution aide à briser les dégénérescences.

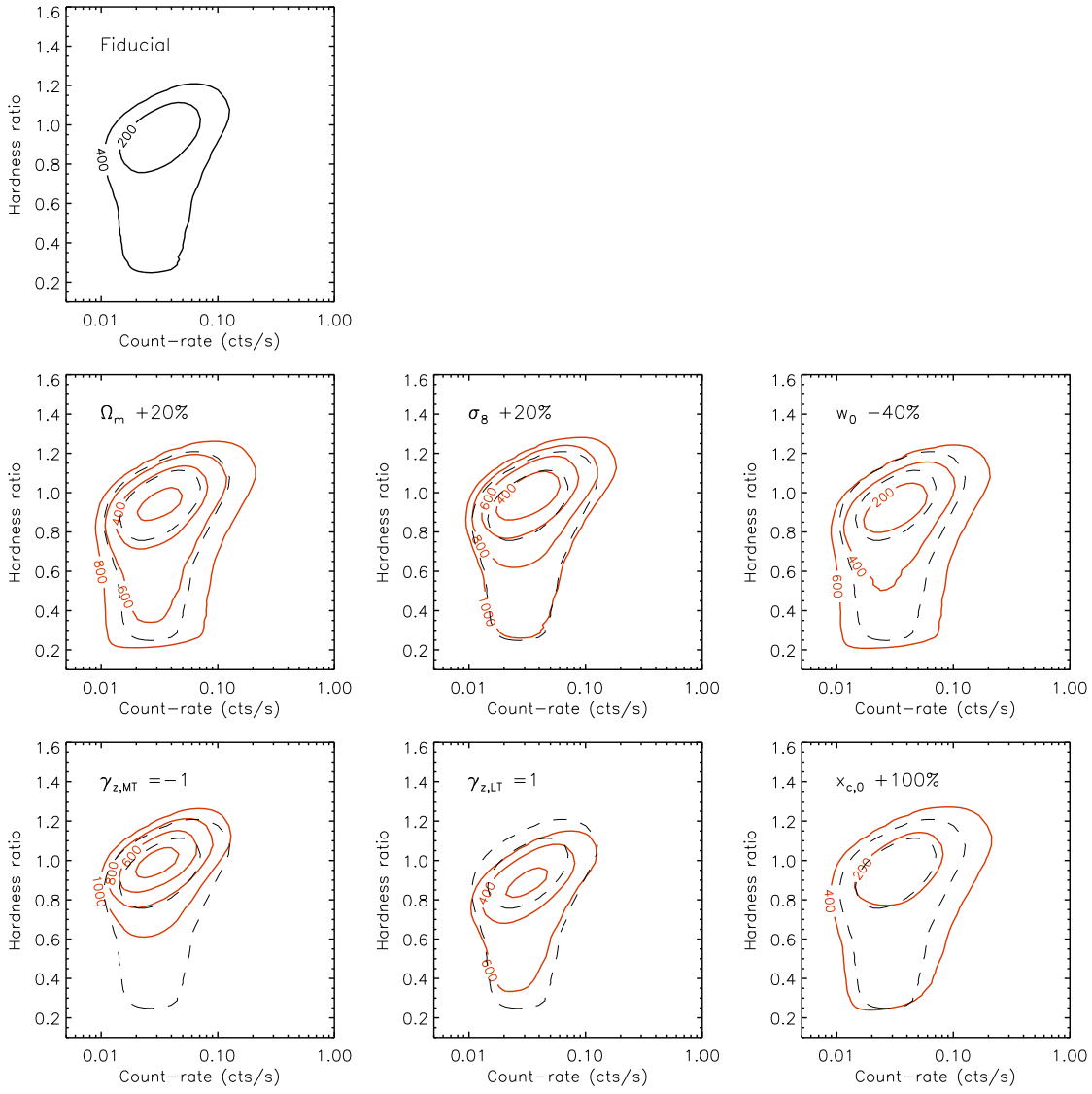



FIGURE 7.1 – Variation de la distribution CR–HR lors du changement d'un paramètre du modèle. En haut à gauche, et répétée en traits discontinus sur chaque figure, la distribution $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$ calculée pour le modèle fiduciel (Table 6.1). Celui-ci prédit 570 amas C1 détectés sur une surface de 100 deg$^2$. La quantité différentielle $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$ est constante sur chaque contour, et ceux-ci englobent 200, 400, 600... amas respectivement. Chaque distribution colorée est calculée pour une variation du paramètre, indiquée dans l'encadré. Le changement sur la distribution se manifeste en 3 « dimensions » : une modification de la forme dans le plan CR–HR et une modification de l'amplitude (nombre d'amas récoltés).

La Fig. 7.2 montre le niveau de précision ultime qui peut être atteint par la méthode CR–HR dans de telles conditions de relevé et avec les priors choisis. Une précision de 20% sur $\Omega_{\rm m}$ et de 10% sur $\sigma_8$ semblent indépassables, la dégénérescence principale venant de la méconnaissance de l'évolution des lois d'échelle ($\gamma_{\rm z,MT}$ et $\gamma_{\rm z,LT}$). En ajoutant les redshifts dans l'analyse, et donc en construisant un diagramme à trois dimensions $z$–CR–HR, la situation s'améliore nettement (Fig. 7.3, haut). Les contraintes sur $\Omega_{\rm m}$, $w_0$ et $x_{c,0}$ sont notamment très fortement réduites. La précision sur les redshifts n'est pas discutée ici, on verra qu'elle influe peu du fait de l'évolution lente de la fonction de masse des halos sur la plage de $z$ testée.

Notons enfin qu'étant donné la formule adoptée pour le calcul de la matrice de Fisher (Eq. 6.34), l'influence de la surface couverte est très facile à appréhender : la multiplier par 4 revient à diviser les contraintes sur les paramètres par deux [1].

### 7.1.2 Rôle des erreurs de mesure

La prise en compte des erreurs de mesure dilue le diagramme CR–HR (voir Fig. 6.8). En comparant à la Fig. 7.1, on peut légitimement se demander si la variation d'un paramètre n'est pas complètement noyée par le floutage de la distribution. Nous avons utilisé les deux modèles d'erreur présentés en Sect. 6.2.2 : l'un pour des mesures directement effectuées sur le relevé (10 ks), l'autre pour des mesures réalisées après un suivi individuel de chaque amas (40 ks). Le formalisme de Fisher va permettre de prendre en compte l'influence des erreurs et la répercuter sur les contraintes prédites.

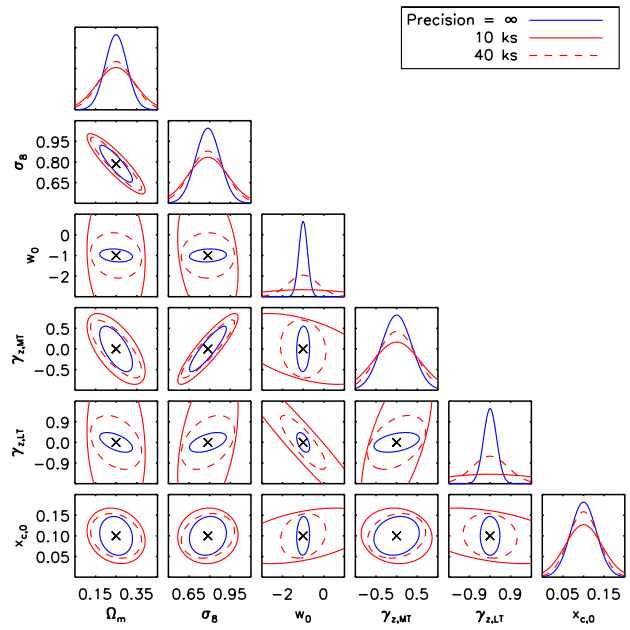
Sur la Fig. 7.2 on perçoit l'influence des erreurs de mesure sur les contraintes déduites de la distribution CR–HR (sans redshift). La perte d'information est significative sur $w_0$ et $\gamma_{\rm z,LT}$, deux quantités qui sont par ailleurs extrêmement dégénérées l'une avec l'autre. Cette dégradation peut être contenue avec l'observation plus profonde des amas. De manière intéressante, les contraintes sur $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$ ne sont pas tellement affectées par les erreurs de mesure : c'est surtout le nombre total d'amas détectés (l'amplitude du diagramme CR–HR) qui détermine leur valeur. Cette constatation n'est pas surprenante car $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$ régissent directement le nombre de halos de matière noire dans un volume donné.

Sur la Fig. 7.3 (en bas), on montre que l'ajout des redshifts dans l'analyse CR–HR permet de réduire les contraintes sur la valeur des paramètres et ce de manière considérable sur $w_0$ et $\gamma_{\rm z,LT}$, malgré la présence d'erreurs de mesure. Cette figure permet de constater que la taille des cellules $\Delta z$ dans lesquelles le diagramme $z$–CR–HR est intégré ($\Delta z = 0{,}1$ ou $0{,}03$) a très peu d'influence sur le résultat. Cela vient de la variation lente de la fonction de masse avec le redshift qui ne nécessite pas un échantillonnage fin de son évolution.

### 7.1.3 Comparaison avec le $dn/dz$

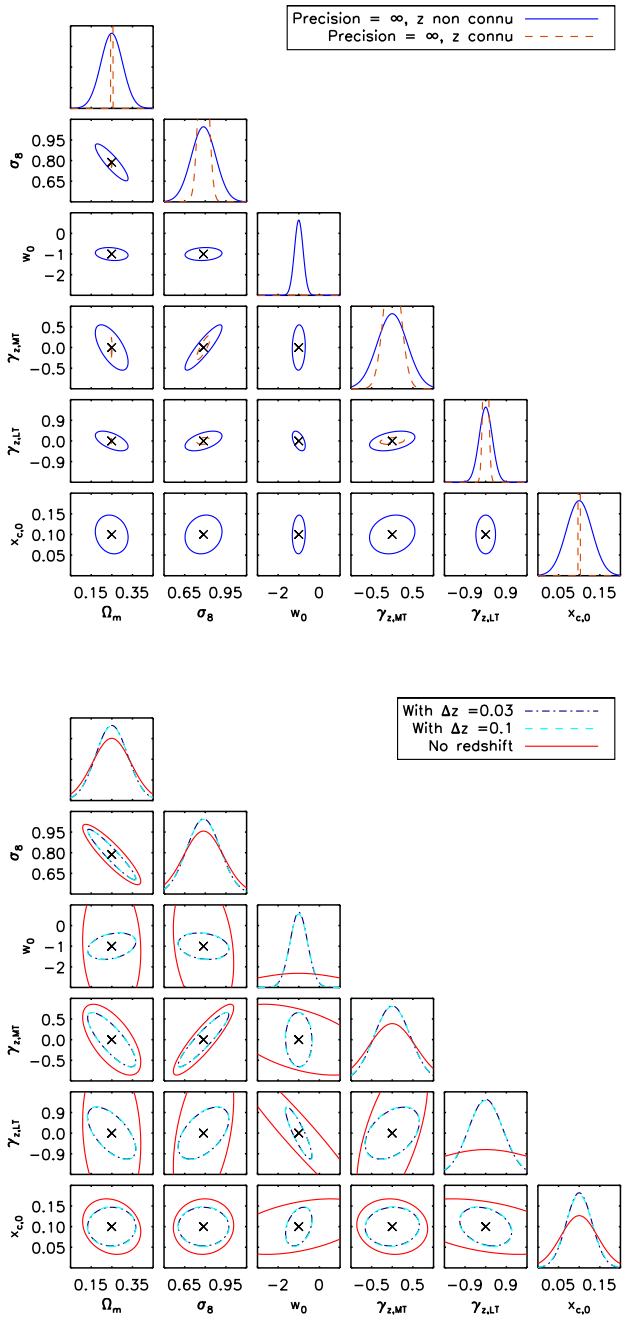
L'observable la plus facile à calculer à partir d'un catalogue d'amas est l'histogramme en redshifts (si on les connaît). La Fig. 6.9 montre qualitativement que le

1. Si $\lambda_i$ est le nombre d'amas attendu dans la cellule $i$, multiplier la surface par $f$ conduit à $\lambda_i \to f.\lambda_i$, $F_{\mu\nu} \to f.F_{\mu\nu}$, donc $C_{\alpha\beta} \to (1/f).C_{\alpha\beta}$ et $\sigma_\alpha = 1/\sqrt{C_{\alpha\alpha}} \to (1/\sqrt{f}).\sigma_\alpha$. Ceci est vrai car on ne considère pas la variance d'échantillon dans le calcul (cf. Sect. 8.2).




| | $\Omega_\mathrm{m}$ | $\sigma_8$ | $w_0$ | $\gamma_\mathrm{z,MT}$ | $\gamma_\mathrm{z,LT}$ | $x_{c,0}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Précision 10 ks | 0,09 | 0,14 | 2,2 | 0,57 | 2,3 | 0,04 |
| Précision 40 ks | 0,08 | 0,13 | 0,73 | 0,46 | 0,78 | 0,04 |
| Précision $\infty$ | 0,05 | 0,09 | 0,21 | 0,36 | 0,28 | 0,03 |

FIGURE 7.2 – Effet des erreurs de mesures sur les contraintes obtenues par la méthode CR–HR. Les trois types d'ellipses se basent sur le même relevé de 570 amas C1, seule change la précision à laquelle les valeurs CR et HR sont mesurées. En bleu : pour une mesure infiniment précise. En rouge : pour une mesure sur des pointés XMM de 10 ks ou 40 ks (en cas de suivi individuel de chaque amas par exemple). Cette figure montre clairement l'influence notable des erreurs de mesure sur la détermination des paramètres $w_0$ et $\gamma_\mathrm{z,LT}$. Le tableau donne les valeurs numériques des erreurs marginalisées sur chacun des six paramètres.




| Mesure | $z$ | $\Omega_\mathrm{m}$ | $\sigma_8$ | $w_0$ | $\gamma_\mathrm{z,MT}$ | $\gamma_\mathrm{z,LT}$ | $x_{c,0}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Précision $\infty$ | Non | 0,05 | 0,09 | 0,21 | 0,36 | 0,28 | 0,03 |
| Précision $\infty$ | Oui | 0,002 | 0,03 | 0,005 | 0,20 | 0,10 | $5.10^{-4}$ |
| Précision 10 ks | Non | 0,09 | 0,14 | 2,2 | 0,57 | 2,3 | 0,04 |
| Précision 10 ks | Oui | 0,08 | 0,12 | 0,43 | 0,44 | 0,76 | 0,03 |

FIGURE 7.3 – Effet de l'ajout du redshift en tant que donnée supplémentaire dans l'analyse en diagrammes CR–HR. *Haut :* pour une précision de mesure infinie sur les taux de comptage, comparaison entre les contraintes issues du CR–HR (bleu) et celles issues du $z$–CR–HR (rouge). *Centre :* même comparaison, pour une précision de mesure de type "10 ks". On montre également que la précision sur le redshift n'a pas d'importance du moment qu'elle est supérieure à $\Delta z = 0{,}1$.

$dn/dz$ est difficilement capable de cerner la totalité des paramètres du fait de dégénérescences entre la physique des amas et la cosmologie. La Fig. 7.4 compare les contraintes accesibles par $dn/dz$ et $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$. Pour ce dernier, on considère des erreurs de mesure de type "10 ks". La différence est nette et confirme le faible pouvoir contraignant de l'histogramme en redshifts. Comme discuté en Sect. 6.2.3, cela semble entrer en conflit avec nombre d'études se basant sur les comptages d'amas par intervalle de redshift, à commencer par celles du XMM-LSS. Focalisons sur le paramètre $\sigma_8$ et regardons attentivement pourquoi il semble si mal déterminé par le $dn/dz$ : c'est l'existence d'une dégénérescence forte avec tous les autres paramètres qui dilue complètement l'erreur marginalisée. A titre d'exemple, si l'on fixe *tous* les paramètres de l'étude sauf $\Omega_\mathrm{m}$ et $\sigma_8$, l'histogramme en redshift fournit : $\sigma(\Omega_\mathrm{m}) = 0{,}01$ et $\sigma(\sigma_8) = 0{,}02$, soit 5% et 3% d'erreur seulement ! Cela revient à dire que si les lois d'échelles locales et leur évolution sont connues de manière parfaite, effectivement les modèles cosmologiques peuvent être contraints à un niveau de précision sans égal.

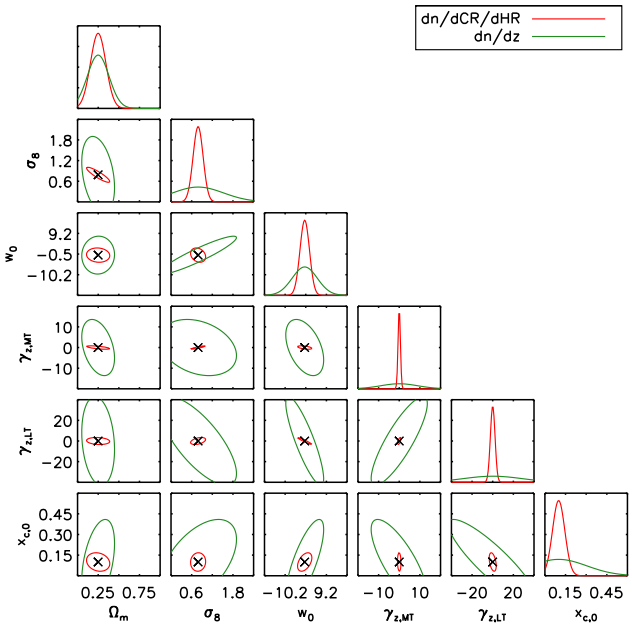
La comparaison effectuée ici ne tient qu'à titre d'illustration. Car si l'on dispose des redshifts, il faut bien sûr utiliser l'information provenant des données X pour briser les dégénérescences. Par exemple, on peut mesurer les masses de chaque amas (à un degré de précision donné) et en déduire des lois d'échelle du type $L_X - M_{200\mathrm{c}}$ dans des tranches de redshift, et utiliser ces lois dans le calcul de l'histogramme en redshift. C'est ce qui est proposé dans Pierre et al. (2011) pour les prédictions d'énergie noire dans le relevé XXL (Chap 8.2). En pratique l'opération est compliquée par le fait que le calcul des masses et luminosités fait appel lui-même aux paramètres cosmologiques qu'on est en train de déterminer. Cela entraîne un va-et-vient permanent entre les observables et des difficultés supplémentaires de propagation des erreurs de mesure.

Nous proposons donc de rassembler l'information « redshift » et l'information « X » dans une seule et même observable et de se tourner pour cela vers les diagrammes $z$–CR–HR.

### 7.1.4 Combiner l'information X et les redshifts

Supposant maintenant les redshifts des amas connus avec une précision photométrique ($\Delta z = 0{,}03$ ou $0{,}1$), nous voulons combiner dans une seule observable et une seule vraisemblance les informations provenant des données X et celles provenant des redshifts. Deux options s'offrent à nous : utiliser le diagramme $z$–CR–HR ou estimer les masses des objets et s'intéresser à la distribution $dn/dz/dM$. Dans le second cas, nous considérons que les masses sont estimées à partir d'une mesure de la température $T_X$ et transformées en $M_{200\mathrm{c}}$ via une M–T qui est elle-même ajustée au cours du processus (Sect. 6.2.3).

La Fig. 7.5 compare les contraintes fournies par les deux observables. Il serait vain ici de confronter les méthodes sans erreur de mesure, car ce sont elles qui posent problème dans le calcul de la fonction de masse $dn/dz/dM$. Deux cas sont présentés simultanément : avec des erreurs de mesure standard ("10 ks") ou avec un suivi plus profond de chaque amas ("40 ks"). Il est intéressant de constater que les paramètres cosmologiques sont quasiment aussi bien contraints par les deux méthodes. La méthode $z$–CR–HR semble fournir de meilleurs résultats sur les paramètres gouvernant




| | $\Omega_\mathrm{m}$ | $\sigma_8$ | $w_0$ | $\gamma_\mathrm{z,MT}$ | $\gamma_\mathrm{z,LT}$ | $x_{c,0}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| CR–HR, précision 10 ks | 0,09 | 0,14 | 2,2 | 0,57 | 2,3 | 0,04 |
| $dn/dz$, $\Delta z = 0{,}03$ | 0,13 | 0,74 | *5,9* | *9,0* | *28* | 0,18 |

FIGURE 7.4 – Comparaison entre les contraintes obtenues par l'analyse de l'histogramme en redshifts seuls et par l'analyse du diagramme CR–HR seul. Les échelles des axes ont été volontairement élargies par rapport aux figures précédentes. Les valeurs en italique signifient que le paramètre est très peu, voire pas du tout contraint par la méthode proposée.

l'évolution des lois d'échelle (M–T et L–T), et ce quelle que soit la profondeur des mesures. Il en est de même pour le paramètre $x_{c,0}$ reliant la taille de l'émission X et la taille du halo de matière noire. A titre indicatif, le tableau inséré en Fig. 7.5 donne aussi les contraintes qui peuvent être atteintes via l'observable $dn/dz/dM$ si l'on bénéficie d'une précision de 10% sur les mesures des masses et ce pour toute valeur du redshift et de la masse ; en quelque sorte les contraintes ultimes que l'on peut espérer obtenir avec cette observable. Ces résultats mettent en valeur la puissance de la méthode proposée pour analyser les amas, qui permet de fournir des contraintes cosmologiques tout en prenant en compte les dégénérescences dues à la méconnaissance des conversions (masse → emission X).

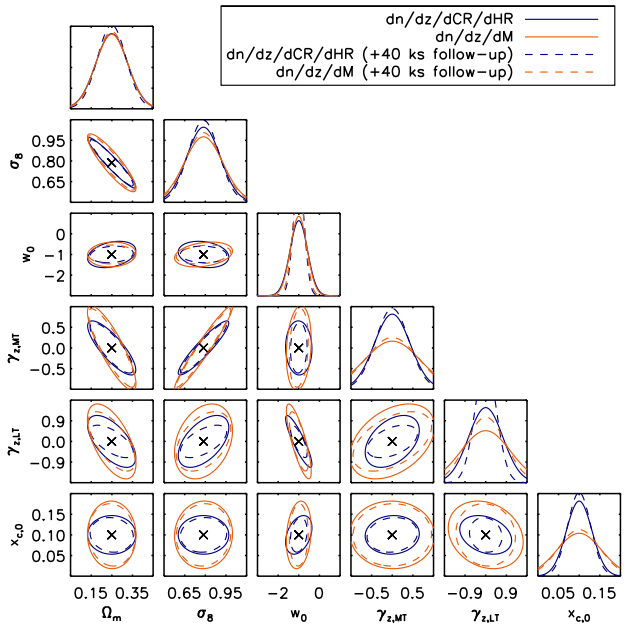
### 7.1.5 Discussion des résultats obtenus

La méthode développée ici s'appuie sur des observables strictement observées et permet de relier la fonction de masse des halos aux données mesurées en rayons X, tout en prenant en compte : les paramètres cosmologiques, les lois d'échelle et leur évolution en fonction de $z$, la fonction de sélection et les erreurs de mesure sur les quantités instrumentales. Afin de maximiser l'information contenue dans un relevé d'amas en X, nous avons construit une observable bi-dimensionnelle, simple à calculer en pratique depuis les données. Nous avons étudié ses performances dans le cadre d'un relevé en X de 100 deg$^2$, observé avec une profondeur d'environ $10^{-14}$ ergs/s/cm$^2$ avec XMM ($\sim$ 10 ks de temps d'exposition), donnant lieu à 570 amas C1. Nous discutons ici les résultats obtenus et apportons quelques informations complétant la publication associée (Annexe A).

#### Résultats généraux

Nous avons développé la méthode CR–HR dans le but d'analyser de grands échantillons d'amas, détectés en rayons X et ne bénéficiant pas d'un suivi individuel permettant de déterminer leur redshift. L'information X est elle-même trop dégradée pour permettre une estimation du redshift via les raies d'émission (en moyenne 400 coups récoltés par amas). Sur ce dernier point, il est à noter que Hashimoto et al. (2004) utilisent une observation XMM de $\sim$ 700 ks (9000 coups) et Lamer et al. 2008 une observation de $\sim$ 90 ks (4000 coups) pour déterminer le redshift X de deux amas à $z \sim 1$ via la raie d'émission du complexe du fer. Yu et al. (2011) semblent indiquer qu'il est possible d'ajuster un spectre X d'amas en laissant son amplitude, son redshift, l'abondance de ses éléments et sa température libres, et ce jusqu'à des nombres de coups de $\sim$ 1000 et même $\sim$ 300. Leur analyse donne des redshifts X en bon accord avec les redshifts optiques connus, mais ils n'évitent pas quelques « erreurs catastrophiques » dont l'existence est liée autant au faible signal sur bruit qu'à l'abondance faible de fer dans le milieu intra-amas. Dès lors, il est possible que le calcul de la fonction de sélection liée à l'utilisation d'une telle méthode soit assez peu aisé.

La méthode CR–HR permet d'associer à chaque amas deux quantités, l'une dépendant de la luminosité et du redshift (CR), l'autre dépendant de la température et du redshift (HR). Nous avons montré ici que cette méthode, bien qu'incapable de lever toutes les dégénérescences entre la physique des amas et la cosmologie, peut




| | Précision | $\Omega_\mathrm{m}$ | $\sigma_8$ | $w_0$ | $\gamma_\mathrm{z,MT}$ | $\gamma_\mathrm{z,LT}$ | $x_{c,0}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z$–CR–HR | 10 ks | 0,08 | 0,12 | 0,42 | 0,43 | 0,75 | 0,03 |
| $dn/dz/dM$ | 10 ks | 0,08 | 0,14 | 0,40 | 0,68 | 1,1 | 0,05 |
| $z$–CR–HR | 40 ks | 0,07 | 0,11 | 0,26 | 0,40 | 0,47 | 0,03 |
| $dn/dz/dM$ | 40 ks | 0,07 | 0,13 | 0,30 | 0,63 | 0,86 | 0,05 |
| $dn/dz/dM$ | $\Delta \ln M = 0{,}1$ | 0,07 | 0,12 | 0,23 | 0,59 | 0,67 | 0,05 |

FIGURE 7.5 – Comparaison entre les contraintes obtenues via les observables « $dn/dz/d$CR$/d$HR » et « $dn/dz/dM$ ». Les deux analyses s'appuient sur le même relevé de 100 deg$^2$ et les mêmes 570 amas C1 récoltés. L'échantillonnage en redshift est tel que $\Delta z = 0{,}03$. Pour la distribution en masse, celles-ci sont estimées via la température $T_X$ (Sect. 6.2.3). Deux cas sont envisagés : soit les mesures sont effectuées directement via le relevé, soit un suivi plus profond de chaque amas est réalisé. A titre d'illustration, la dernière ligne du tableau donne le résultat attendu pour des erreurs uniformes de masse de l'ordre de 10% (cas « idéal »).

contraindre $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$ à des échelles de l'ordre de 30% et 15% respectivement et que des mesures à plus haut rapport signal à bruit permettraient de contraindre en plus $w_0$ et l'évolution de la loi L–T. La méthode CR–HR s'avère plus performante que l'analyse de l'histogramme $dn/dz$ seul (lorsque les redshifts sont connus) du fait des nombreuses dégénérescences entrant en jeu.

Bien sûr, dans ce cas où les redshifts sont disponibles, on gagne à les combiner à l'information X. Les diagrammes $z$–CR–HR se montrent performants de ce point de vue, et la précision sur les redshifts importe peu du moment qu'elle est meilleure que $\Delta z \sim 0{,}1$. En comparant sa puissance à celle de la méthode plus traditionnelle du calcul de la distribution en masse, on remarque qu'elles sont équivalentes, avec un léger avantage pour notre méthode concernant les relations d'échelle. Cela provient à la fois des erreurs sur les mesures de température et la dispersion dans la relation M–T utilisée comme proxy. La même tendance semble avoir lieu lorsque les observations de chaque amas sont plus profondes (40 ks). Dans ce cas cependant, il pourrait être plus judicieux d'utiliser un autre proxy pour le calcul des masses, typiquement $Y_X = M_{gaz} \times T_X$, dont la relation avec la masse est moins dispersée.

Enfin, d'un point de vue pratique, la mise en œuvre de la méthode ($z$)–CR–HR évite de devoir calculer les masses de chaque amas, ce qui simplifie en particulier la propagation des erreurs.

### Influence des *a priori*

Les résultats présentés jusqu'ici ont été réalisés en laissant 15 paramètres libres, mais 9 d'entre eux possèdent des priors (Table 6.1) : lois d'échelle locales et paramètres bien connus par WMAP sont donc contraints. A l'issue de l'analyse de Fisher, on peut comparer les erreurs marginalisées obtenues sur ces paramètres ($\sigma_\mu$) aux priors ($\pi_\mu$) en introduisant le rapport $r_\mu = \sigma_\mu/\pi_\mu \leq 1$. Une valeur proche de 1 signifie une forte influence du prior sur le résultat, sinon la méthode utilisée peut se passer de prior sur ce paramètres. La Table 7.1 montre que la plupart des *a priori* fixés en amont de l'analyse ont une importance. En particulier, la connaissance des lois d'échelle locales est importante pour l'utilisation du diagramme CR–HR. On constate que la méthode $z$–CR–HR peut éventuellement contraindre la loi L–T locale en se passant d'une information a priori sur sa pente et sa dispersion. La Section 8.4 envisage quelques pistes pour réduire cette dépendance aux priors.

### Influence des paramètres d'énergie noire

L'équation d'état de l'énergie noire est exprimée via les paramètres $w_0$ et $w_a$, ce dernier représentant l'évolution de l'équation d'état avec le temps (Chap. 2.1). Nous avons présenté ici les contraintes attendues pour $w_0$ libre et $w_a$ fixé à 0, mais on peut s'interroger sur l'influence des paramètres d'énergie noire dans cette étude. Pour cela, nous avons également étudié les cas où $w_0$ et $w_a$ sont fixés (modèle $\Lambda$CDM avec constante cosmologique) et où ces deux paramètres sont complètement libres, et ce pour les trois observables $dn/d{\rm CR}/d{\rm HR}$, $dn/dz/d{\rm CR}/d{\rm HR}$ et $dn/dz/dM$ :

– Dans les trois cas les contraintes sur $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$ ne sont pas affectées par le fait d'inclure les paramètres d'énergie sombre dans l'analyse. Ce qui est compatible avec l'intuition selon laquelle les paramètres d'énergie noire ont des influences du second ordre sur la distribution des amas.

| | | Rapport erreur/prior ($r_\mu$) | | |
|---|---|---|---|---|
| | Prior | CR–HR | $z$–CR–HR | $dn/dz/dM$ |
| $\alpha_{\rm MT}$ | 0,17 | 0,98 | 0,93 | 0,97 |
| $C_{\rm MT}$ | 0,023 | 0,99 | 0,99 | 0,99 |
| $\sigma_{lnT\|M}$ | 0,064 | 1,00 | 0,98 | 0,99 |
| $\alpha_{\rm LT}$ | 0,21 | **0,51** | **0,28** | **0,50** |
| $C_{\rm LT}$ | 0,026 | 1,00 | 0,96 | 1,00 |
| $\sigma_{lnL\|T}$ | 0,058 | 0,96 | **0,65** | 0,97 |
| $\Omega_{\rm b}$ | 0,003 | 0,97 | 0,93 | 0,98 |
| $h$ | 0,026 | 0,98 | 0,93 | 0,98 |
| $n_s$ | 0,014 | 0,99 | 0,98 | 0,99 |

TABLE 7.1 – Pouvoir informatif des priors dans l'analyse des différentes observables. Les 9 paramètres montrés ici sont libres dans l'analyse de Fisher mais contraints par des priors (première colonne). A l'issue de l'analyse, on peut comparer les contraintes obtenues sur chaque paramètre à la valeur du prior via le ratio entre ces deux quantités ($r_\mu$). Une valeur proche de 1 démontre l'importance du prior pour l'analyse considérée, une valeur plus faible indique la relative indépendance de la méthode utilisée face à ce prior. Pour ce tableau, les erreurs de mesure correspondent à un relevé de 10 ks sans suivi individuel des amas ("10 ks"). A part pour la loi L–T (pente et dans une certaine mesure, dispersion), les priors jouent un rôle important dans l'analyse en brisant les dégénérescences.

– Dans les trois cas le paramètre $x_{c,0}$ décrivant la taille apparente du gaz X est également peu affecté par les variations d'énergie noire.
– Les contraintes sur les paramètres d'évolution des relations d'échelle ($\gamma_{\rm z,MT}$ et $\gamma_{\rm z,LT}$) sont elles fortement modifiées par l'inclusion de l'un ou des deux paramètres d'énergie sombre dans l'analyse, avec une forte sensibilité pour la loi L–T. Même si présent, l'effet est moins fort lorsque les redshifts sont pris en compte. Cela confirme les résultats de l'analyse de Fisher montrant une dégénérescence claire entre $w_0$ et $\gamma_{\rm z,LT}$, bien plus forte pour le diagramme CR–HR que pour $z$–CR–HR et $dn/dz/dM$ (Fig. 7.2 et 7.5 par exemple). En revanche, l'ajout de $w_a$ change peu les résultats par rapport à l'analyse présentée ici.

En conclusion, les paramètres d'énergie sombre déduits des comptages des amas sont dégénérés avec les paramètres d'évolution des lois d'échelle, mais l'effet est amorti en utilisant le $dn/dz/dM$ et, mieux encore, le diagramme $z$–CR–HR.

## 7.2 Analyse cosmologique du relevé X–CLASS

Nous venons de montrer que les diagrammes CR–HR permettent d'obtenir des contraintes intéressantes sur les paramètres cosmologiques et lois d'échelles grâce à des comptages d'amas en fonction de leurs propriétés observées. Ils ne nécessitent pas la connaissance des redshifts. Nous appliquons maintenant cette méthode au relevé X–CLASS, après avoir décrit la sélection d'un sous-échantillon d'amas et notre méthode pour prendre en compte le biais dû à la présence d'amas pointés dans les archives XMM.

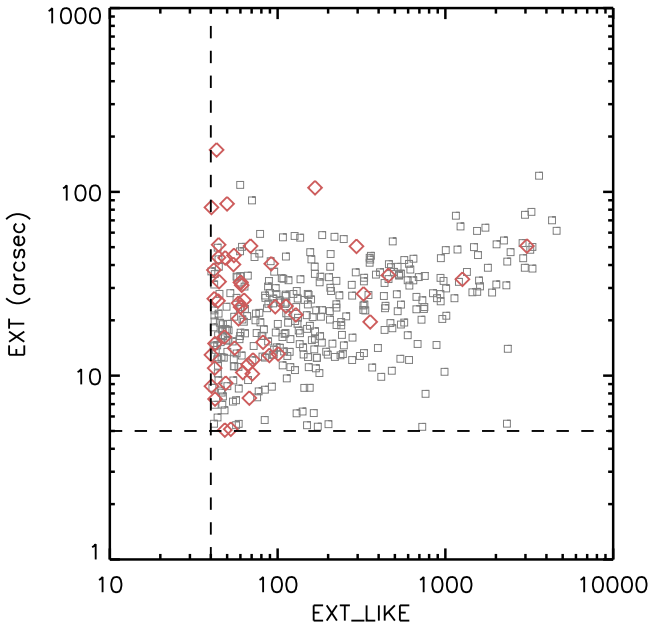



FIGURE 7.6 – Distribution des sources *dubious* (losanges colorés) dans le plan des paramètes de sortie du pipeline EXT_LIKE (vraisemblance d'extension) et EXT (taille du rayon de cœur de l'amas, en arcsec). Ces 49 sources ont passé les critères de sélection de l'échantillon cosmologique mais ont été retirées de l'analyse à cause de leur nature incertaine. Les sources de l'échantillon cosmologique sont représentées par les carrés gris.

### 7.2.1 Sélection d'un sous-échantillon

Le catalogue X–CLASS décrit en Sect. 5.2 contient 845 amas C1 détectés sur 1588 pointés. L'analyse qui suit se restreint à un sous-relevé défini par une sélection de pointés et l'inclusion de seulement la partie interne des détecteurs (distance hors-axe inférieure à 10 arcmin) (Sect. 5.2.2). Afin d'affiner la sélection, nous avons défini une classe $C1^+$ en relevant le seuil de vraisemblance de 33 à 40, conduisant à un échantillon de 437 sources.

Afin d'utiliser un échantillon non ambigu, nous retirons de l'analyse les 49 sources *dubious* (Sect. 5.2) qui passent ce critère (Table 7.2). Leur distribution dans le plan EXT_LIKE/EXT est montrée en Fig. 7.6. Il s'agit majoritairement de sources faibles. Une bonne fraction d'entre elles (15/49) sont détectées dans l'émission d'amas proches et ni l'algorithme ni l'œil ne peuvent distinguer entre une source d'arrière-plan ou une sous-structure dans l'amas ou même une source ponctuelle qui paraîtrait étendue à cause de l'émission diffuse environnante. Certaines autres ont été classées *dubious* car compatibles avec des fluctuations locales élevées du fond [2].

Enfin, pour ne pas prendre en compte les sources très brillantes qui sont mal évaluées par la fonction de sélection et généralement mal mesurées par notre procédure, on applique une sélection dans le plan CR–HR : $0{,}009 < \mathrm{CR} < 0{,}5$ coups/s et

2. Souvent dues à la présence d'une source singulière sur le pointé : amas géant, AGN très brillant ayant causé des artefacts sur le détecteur...

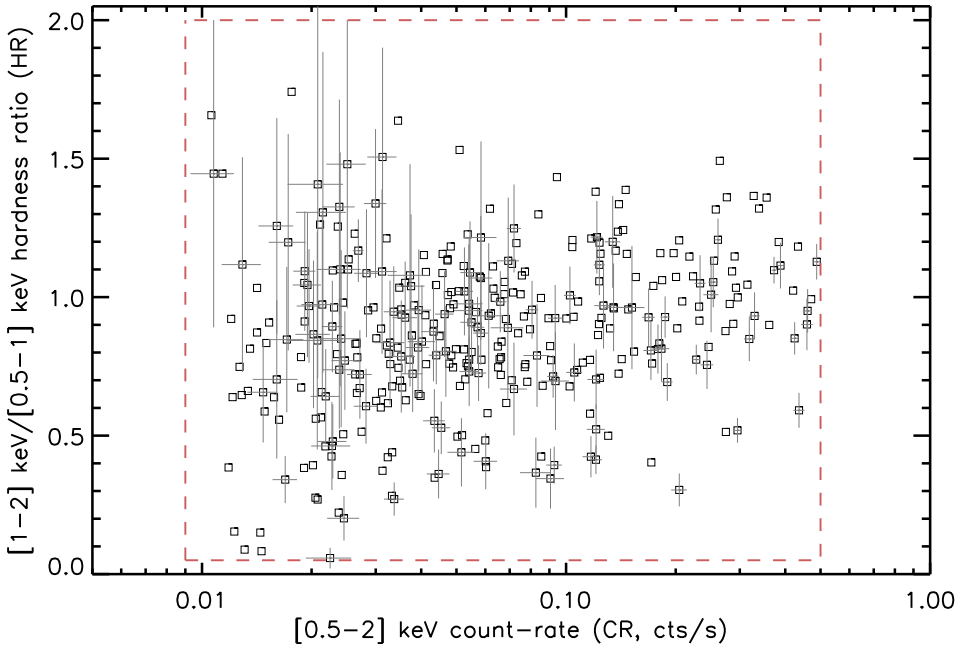



FIGURE 7.7 – Distribution des 347 sources du sous-échantillon cosmologique X–CLASS dans le plan des observables CR (taux de comptage dans la bande [0,5-2] keV) et HR (rapport de dureté). Les barres d'erreur ont été estimées lors des mesures de flux (Sect. 5.2.3) et ont été reportées pour une partie seulement des points pour plus de clarté. La boîte rouge délimite la zone dans laquelle l'ajustement de l'observable est réalisé.

$0{,}05 < \mathrm{HR} < 2$. Cela permet de retirer 41 sources à l'ensemble considéré, laissant un total de 347 sources utilisables pour l'analyse cosmologique.

La distribution de ces 347 amas dans le plan CR–HR est montrée en Fig. 7.7. Elle constitue l'observable cosmologique utilisée dans les calculs qui suivent qui prendront en compte à la fois le nombre total d'amas détectés et la distribution de densité d'amas dans le diagramme.

TABLE 7.2 – Recensement des 49 sources classées « dubious » dont les propriétés X brutes satisfont les critères de sélection du sous-échantillon cosmologique. Ces détections ont été volontairement éliminées de l'analyse cosmologique. Pour chacune d'entre elles, plusieurs hypothèses alternatives sont proposées. En gras figurent les sources détectées comme amas dans des relevés indépendants.

| Tag | Hypothèse 1 | Hypothèse 2 |
|---|---|---|
| 0042 | sous-structure | amas d'arrière-plan |
| 0048 | sous-structure d'Abell 1300 | |
| 0373 | galaxie proche | |
| 0406 | contaminé par une galaxie proche (ponctuelle) | |
| 0457 | **amas XCS à $z_{phot} = 0.19$ (fond élevé)** | |
| 0468 | sous-structure d'un amas proche | amas à z=0.55 (galaxie) |
| 0489 | sous-structure de NGC 253 | |

Suite sur la page suivante

Suite de la page précédente, voir la légende correspondante

| Tag | Hypothèse 1 | Hypothèse 2 |
|---|---|---|
| 0497 | sous-structure d'une galaxie proche | |
| 0508 | fond haut | |
| 0563 | sous-structure d'un amas proche | |
| 0570 | sous-structure d'un amas proche | |
| 0685 | fluctuation | amas distant |
| 0889 | sous-structure d'un amas proche | source ponctuelle |
| 1033 | source double | galaxie au centre |
| 1043 | probable "clump" (sous-structure) | |
| 1193 | **amas XCS à** $z_{phot} = 0.25$ | |
| 1292 | fluctuation du fond élevé | |
| 1359 | source ponctuelle proche d'une galaxie locale | |
| 1479 | groupement d'AGN | |
| 1481 | fluctuation | groupe proche |
| 1553 | pipeline influencé par une galaxie proche | |
| 1632 | forte contamination par un point | |
| 1713 | source ponctuelle | |
| 1762 | sous-structure d'un amas proche | |
| 1777 | fluctuation | amas distant |
| 1823 | contaminé par une galaxie proche | |
| 1926 | fond élevé | bon candidat |
| 1942 | sous-structure d'un amas proche | |
| 1946 | source ponctuelle | amas très piqué au centre |
| 1969 | sources non séparées par XAmin | |
| 1981 | pipeline influencé par une source ponctuelle | |
| 1997 | X convaincants, champ d'étoiles en optique | |
| 1998 | X convaincants, champ d'étoiles en optique | |
| 2035 | source double | source ponctuelle |
| 2052 | sous structure | |
| 2061 | source ponctuelle | |
| 2067 | source ponctuelle (AGN) | |
| 2105 | fluctuation du fond | |
| 2123 | sous-structure d'un amas proche | |
| 2136 | source ponctuelle avec extension | |
| 2159 | sous structure | galaxies proches |
| 2168 | sous structure | source double/ponctuelle |
| 2188 | **amas ROSAT à z=0.53, très piqué** | |
| 2195 | fluctuation | petit groupe |
| 2218 | fluctuation du fond | |
| 2226 | sous-structure d'un amas proche | |
| 2249 | fluctuation du fond | |
| 2268 | artefact dû à un trou dans les CCD | |
| 2290 | source ponctuelle et trous de CCD | |

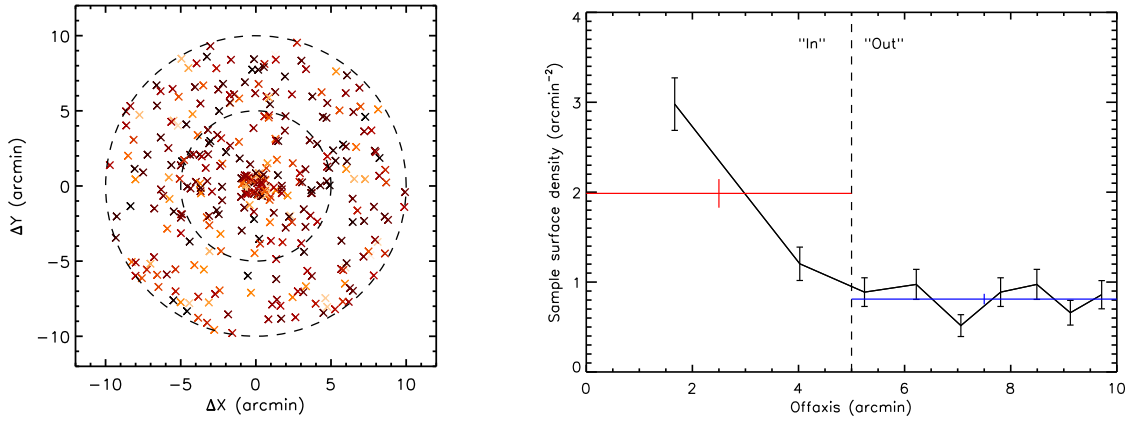



FIGURE 7.8 – Distribution des amas pointés dans le sous-échantillon cosmologique X–CLASS en fonction de leur distance au centre du pointé sur lequel ils ont été détectés. *A gauche :* vue bi-dimensionnelle de la position des amas détectés, l'angle azimutal est quelconque, la distance hors-axe ($\Delta r = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$) étant celle associée à chaque amas dans le catalogue. Les couleurs reflètent le taux de comptage mesuré de ces amas, de 0,009 coups/s (noir) à 0,5 coups/s (jaune clair). Les deux cercles concentriques ont pour rayons 5 et 10 arcmin. A droite : densité surfacique des amas en fonction de la distance hors-axe. Les barres rouges et bleues indiquent la moyenne de cette densité dans les deux régions [0-5] arcmin (intérieure, ou "in") et [5-10] arcmin (extérieure ou "out"), montrant l'existence d'un excès d'un facteur $\sim 2$ entre les deux zones.

### 7.2.2 Prise en compte des amas pointés

#### Existence d'un biais de pointage

Malgré ce que la Fig. 5.3 peut laisser penser, la répartition sur le ciel des observations présentes dans les archives XMM n'est pas strictement aléatoire. XMM étant un observatoire avant d'être une machine à relevé, une grande partie des champs observés sont centrés sur un objet bien précis et en particulier sur des amas de galaxies. On s'attend donc à avoir plus de sources détectées que dans le cas d'une surface aléatoirement choisie, que nous appellerons le biais des objets pointés. Heureusement, du fait de la meilleure sensibilité des télescopes proche du centre optique, tous les amas pointés sont centrés sur les détecteurs. Les rares cas où un amas pointé n'est pas centré est lorsqu'un observateur désire étudier les zones extérnes d'un gros amas (par exemple, Coma) ou un système de deux amas en interaction sur le même pointé. Mais dans ces deux cas, les amas en question sont brillants (sans quoi ces études seraient vaines) et sortent de toute façon des critères de sélection retenus pour l'échantillon cosmologique. La Fig. 7.8 illustre cette prédominance de sources au centre du champ de vue d'XMM, caractérisée par un facteur 2 en densité entre les parties centrales du détecteur (en-dessous de 5 arcmin de distance hors-axe) et les parties externes (entre 5 et 10 arcmin).

Une partie de cet excès central s'explique justement par la plus grande sensibilité d'XMM au centre : même en cas d'observation d'un champ « vide » on trouverait

une plus forte densité de détections proches du centre. Faisant l'hypothèse que tous les objets pointés sont placés entre 0 et 5 arcmin de distance hors-axe, nous construisons deux « sous-relevés », étiquetés "in" et "out". Chacun d'eux possède sa propre fonction de sélection prenant en compte la sensibilité des détecteurs, l'élongation de la PSF, etc. Suivant les constatations précédentes, les deux sous-relevés sont biaisés du fait :

1. de la présence d'amas pointés, résultant du suivi par XMM (*follow-up*) d'objets détectés par d'autres instruments (ROSAT, Einstein...). Ceux-ci sont centrés sur les détecteurs, enrichissent le relevé "in" et appauvrissent le relevé "out", à cause du nombre fini d'amas dans le ciel au-dessus d'une certaine limite en flux,
2. de l'existence d'une corrélation angulaire non nulle des amas X (voir par exemple la Sect. 8.2), faisant qu'un amas pointé a une probabilité non nulle d'avoir un voisin proche. Cela enrichit les deux sous-relevés "in" et "out",
3. de l'existence d'AGN pointés dans le relevé, ceux-ci étant également corrélés angulairement aux amas de galaxies (voir par exemple Cappelluti et al. 2005; Kocevski et al. 2009, même si cet aspect est encore à vérifier [3]).

Seul le premier effet, dominant, a été considéré dans cette étude. La base de données d'archives indique en principe quelles observations correspondent à des amas pointés mais cette information est liée au bon vouloir des observateurs et au travail continuel de classification fourni par les gestionnaires des archives XMM. Nous avons donc choisi de travailler directement sur l'observable CR–HR et de la corriger empiriquement de l'effet du biais.

### Modélisation du biais de pointage

La Fig. 7.9 montre l'histogramme en CR (taux de comptage) des amas détectés dans les deux sous-relevés "in" et "out". On constate que le biais dépend du flux des sources. Par exemple, le facteur $\sim 3$ entre les deux courbes autour de $\mathrm{CR} = 0{,}15\,\mathrm{coups/s}$ [4] correspond aux amas découverts dans les observations pointées ROSAT.

Nous supposons que le choix de pointer un amas, de la part des observateurs, se manifeste exclusivement sur la distribution en flux des amas, et n'a aucun impact sur celle en HR. Nous allons donc corriger de ce biais dans chaque intervalle de flux de l'histogramme, 10 au total. Ils sont suffisamment larges pour rassembler plusieurs amas et minimiser le bruit, et suffisamment étroits pour capturer l'évolution du biais en fonction du flux.

Ces intervalles de CR sont indexés par $j$, et on appelle $n_j$ la densité d'amas sous-jacente, c'est à dire la vraie $\log(N)$-$\log(\mathrm{CR})$ intégrée dans l'intervalle $j$. La fonction de sélection du relevé est introduite par le facteur $\epsilon_j \in [0,1]$ de telle manière que le

3. Au moment de l'écriture de ce manuscrit, l'équipe du Chandra Multiwavelength Project (ChaMP Kim et al., 2004) semble annoncer de manière informelle qu'ils ne retrouvent pas un excès d'AGN au voisinage des amas de leur échantillon, `http://cxc.harvard.edu/newsletters/news_11/champ.html`.

4. Soit un flux approximatif de $2.10^{-13}\,\mathrm{ergs/s/cm^2}$.

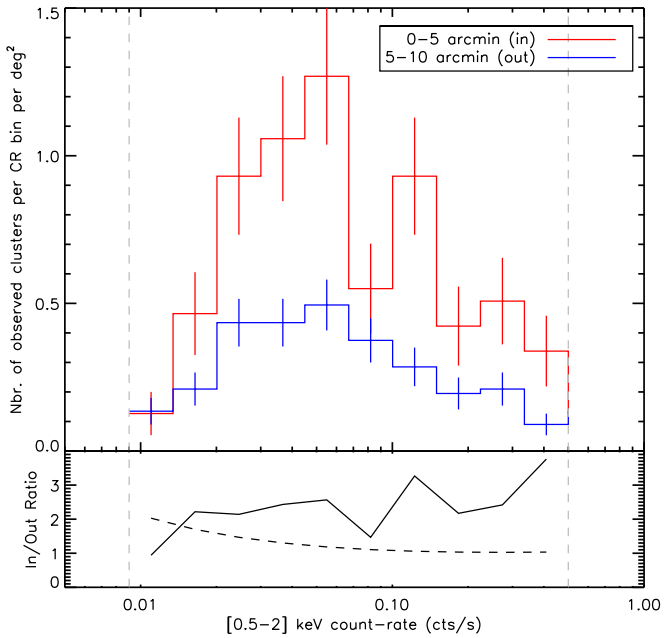



FIGURE 7.9 – Distribution en CR des amas détectés dans chacun des sous-relevés "in" (zone comprise entre 0 et 5 arcmin de distance hors-axe) et "out" (zone comprise entre 5 et 10 arcmin). Les distributions ont été ramenées à une surface équivalente. Les barres verticales grises indiquent les limites supérieures et inférieures en CR appliquées à l'échantillon. L'encadré du bas montre le rapport entre ces deux histogrammes (courbe pleine) et le rapport attendu si seule la différence de sensibilité entre les deux sous-relevés était responsable de ce rapport ($\mu^{\rm in}$ dans le texte).

nombre d'amas détectés dans l'intervalle $j$ pour une région aléatoire couvrant une surface $A = \Omega.f_{sky}$ (stéradians) sur le ciel ($\Omega$) s'exprime :

$$N_j^{\rm tot} = A\,\epsilon_j\,n_j \tag{7.1}$$

Divisant le relevé en deux sous-relevé "in" et "out", l'aire totale couverte s'écrit $A = A^{\rm in} + A^{\rm out}$. En appelant $\mu_j^{\rm in}$ ($\geq 1$) la sensibilité du relevé "in" par rapport au relevé total, nous pouvons écrire (toujours pour un échantillon strictement aléatoire, non biaisé) :

$$N_j^{\rm in} = A^{\rm in}\,\epsilon_j\,\mu_j^{\rm in}\,n_j$$

Considérons maintenant qu'une fraction inconnue $f_j$ de tous les amas de la portion $\Omega$ a été observée et pointée dans la région centrale des détecteurs, alors $N_j^{\rm in}$ est augmenté d'une quantité :

$$N_j^{\rm in,pointed} = \Omega\,n_j\,f_j\,\epsilon_j\,\mu_j^{\rm in}$$

Puisque ces amas ont été retirés de la population globale d'amas dans le ciel ($\Omega$), la densité restante d'amas est $n'_j = (1-f_j)\,n_j$ et le relevé donne un nombre total d'amas :

$$\begin{aligned} N_j^{\rm tot,biased} &= N_j^{\rm in,pointed} + A\,\epsilon_j\,n'_j \\ &= \Omega\,n_j\,f_j\,\epsilon_j\,\mu_j^{\rm in} + A\,\epsilon_j\,(1-f_j)\,n_j \\ &= \left(\frac{1}{f_{sky}}\,f_j\,\mu_j^{\rm in} + (1-f_j)\right) N_j^{\rm tot} \end{aligned} \tag{7.2}$$

La comparaison entre les équations 7.1 and 7.2 donne le *facteur de biais* (Fig. 7.11) :

$$F_j = N_j^{\rm tot,biased}/N_j^{\rm tot} = \frac{1}{f_{sky}}\,f_j\,\mu_j^{\rm in} + (1-f_j) \tag{7.3}$$

**Estimation du biais de pointage**

D'après les équations précédentes, le nombre d'amas dans le sous-relevé "in" s'écrit :

$$\begin{aligned} N_j^{\rm in,biased} &= \Omega\,n_j\,f_j\,\epsilon_j\,\mu_j^{\rm in} + A^{\rm in}\,\epsilon_j\,\mu_j^{\rm in}\,n'_j \\ &= \left[\frac{1}{f_{sky}}\,f_j\, + (1-f_j)\frac{A^{\rm in}}{A}\right]\,\mu_j^{\rm in}\,N_j^{\rm tot} \end{aligned} \tag{7.4}$$

et le nombre d'amas attendus dans le sous-relevé "out" s'écrit lui :

$$N_j^{\rm out,biased} = (1-f_j)\left[1 - \mu_j^{\rm in}\,\frac{A^{\rm in}}{A}\right] N_j^{\rm tot} \tag{7.5}$$

Seules deux quantités sont donc inconnues à ce stade, $f_j$ et $N_j^{\rm tot}$. Les paramètres $A$ et $A^{\rm in}$ sont les surfaces géométriques des relevés et valent 90,3 et 23,1 deg$^2$ respectivement (cf. Sect. 5.2.2). La quantité $\Omega$ (« ciel ») vaut $4\pi.\,(1-\cos 70^\circ)$ (stéradian) car le plan galactique est exclu de l'analyse. Le facteur $\mu_j^{\rm in}$ est obtenu par comparaison des fonctions de sélection obtenues pour i) les pointés entiers et ii) les zones internes ($\leq 5$ arcmin) des pointés.

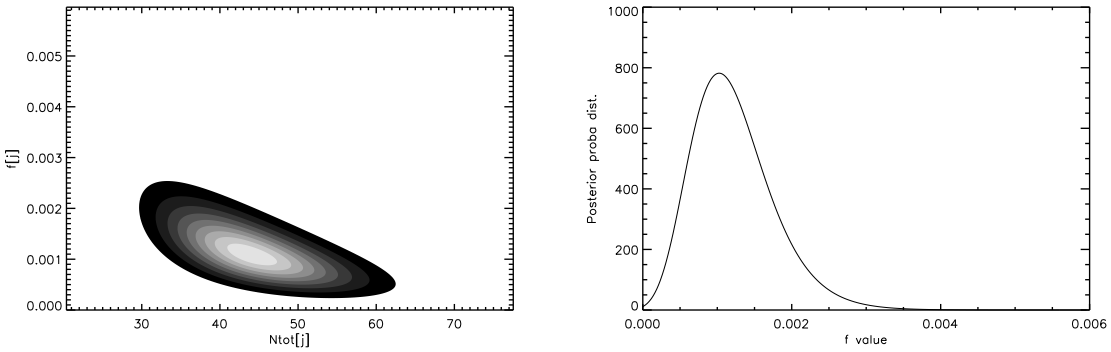



FIGURE 7.10 – Illustration de la résolution des équations 7.4 et 7.5 pour le biais des amas pointés. *A gauche* sont représentés les contours de la vraisemblance, calculée sur une grille de valeurs pour $N_j^{\rm tot}$ et $f_j$. *A droite,* la distribution postérieure de $f_j$ après intégration sur les valeurs possibles de $N_j^{\rm tot}$. Pour cette illustration, les quantités observées sont $\widehat{N_j}^{\rm out} = 33$ et $\widehat{N_j}^{\rm in} = 25$ et $\mu_j^{\rm in} = 1$. Le même type de calcul est effectué dans chaque intervalle de CR (indexé par $j$) et permet d'obtenir une distribution probabiliste de valeurs pour chaque $f_j$.

Dans chaque intervalle $j$ la vraisemblance jointe pour les deux quantités observées $\widehat{N_j}^{\rm out}$ et $\widehat{N_j}^{\rm in}$ est calculée sur une grille bi-dimensionnelle fine de valeurs pour $f_j$ et $N_j^{\rm tot}$ (Fig. 7.10). Pour cela on suppose une distribution de Poisson pour les deux quantités $N_j^{\rm out}$ et $N_j^{\rm in}$. Elle est ensuite intégrée sur $N_j^{\rm tot}$ en supposant des *priors* uniformes pour donner une distribution postérieure $P(f_j)$, décrivant la distribution du paramètre $f_j$ (Fig. 7.10).

De cette distribution on calcule la valeur moyenne et la variance de $F_j$ en intégrant l'équation 7.3 selon la mesure $P(f_j)$. Le résultat est montré sur la Fig. 7.11.

### 7.2.3 Mise en pratique de la méthode dn/dCR/dHR

La méthode d'analyse de l'échantillon de 347 amas sélectionnés repose sur les diagrammes CR–HR dont le principe est détaillé au Chap 6. Etant donné un jeu de paramètres, nous désirons construire le modèle CR–HR et le comparer aux données (Fig. 7.7) via la fonction de vraisemblance (Eq. 6.38). Le but de l'opération est de contraindre une partie de ces paramètres via une procédure MCMC (Sect. 6.3.3) en donnant notamment leurs intervalles de confiance.

En pratique, le relevé est constitué de 1992 pointés (Table 5.2) dont les caractéristiques, et notamment la surface $\Omega_p$ qu'ils couvrent sur le ciel, sont rassemblées dans une table (Table 5.3). On calcule la distribution CR–HR pour les amas attendus sur chacun de ces pointés : elle dépend du niveau de fond, de l'absorption galactique et du jeu de filtres. La distribution finale du relevé s'écrit alors comme la

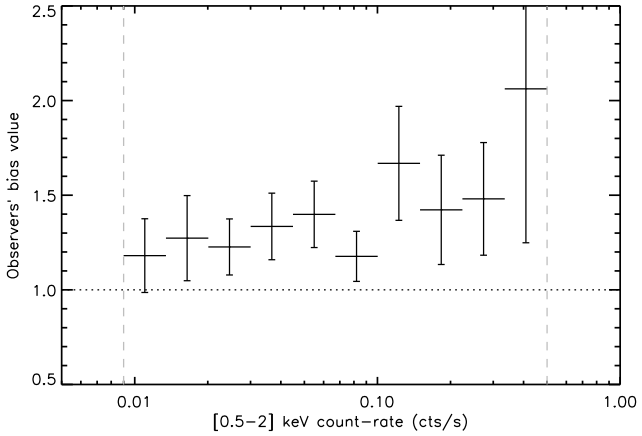



FIGURE 7.11 – Facteur de biais dû à la présence d'amas pointés dans le relevé. Cette figure montre les valeurs de $F_j$ ($j = 1..10$) dans 10 intervalles de taux de comptage CR, valeurs calculées pour le sous-échantillon cosmologique d'amas X–CLASS. C'est le rapport entre le nombre d'amas observés et le nombre d'amas attendus si le relevé était complètement aléatoire. En particulier, une valeur de 1 signifie que l'intervalle en question n'est pas biaisé. Ces valeurs ainsi que les barres d'erreur correspondantes ont été calculées par intégration de l'Eq. 7.3.

somme des contibutions individuelles de chaque pointé [5] :

$$\frac{dn}{d\mathrm{CR}d\mathrm{HR}} = \sum_p \Omega_p \left(\frac{dn}{d\mathrm{CR}d\mathrm{HR}d\Omega}\right)_p \tag{7.6}$$

L'ajustement des paramètres cosmologiques prend du temps : chaque maillon de la chaîne (qui en comporte environ 50 000) nécessite de calculer autant de diagrammes CR–HR qu'il y a de pointés. Pour contourner ce problème, nous avons regroupé les pointés par valeurs de fond et de $N_H$ similaires. Après ce regroupement et en comptabilisant les différences de filtres, on aboutit à une table de 57 « super-pointés » seulement, rendant les calculs bien plus rapides. Nous avons vérifié pour un jeu de paramètres raisonnables (WMAP-5, etc.) que cette opération introduisait des différences de quelques pourcents avec le calcul complet.

Pour terminer, le biais de pointage est appliqué sur le modèle en multipliant la distribution calculée en Eq. 7.6 par $F(\mathrm{CR})$, le facteur de biais [6] :

$$\left[\frac{dn}{d\mathrm{CR}d\mathrm{HR}}\right]_{\mathrm{modele}} = F(\mathrm{CR}) \times \frac{dn}{d\mathrm{CR}d\mathrm{HR}}(\mathrm{CR},\mathrm{HR}) \tag{7.7}$$

C'est cette dernière expression, entre crochets, qui rentre dans le calcul de la vraisemblance et donc du MCMC.

5. Notons qu'une certaine partie de ces pointés ont $\Omega_p = 0$ : c'est le cas des pointés 10 ks qui ont un pointé jumeau de 20 ks.

6. Quantité obtenue en interpolant $F_j$ (Eq. 7.3 et Fig. 7.11) en toute valeur CR $\in$ [0,009 – 0,5] cps/s

| Paramètre | Valeur/Prior |
|---|---|
| $\Omega_{\rm m}$ | 0,249 / [0,09 − 1] |
| $\Omega_\Lambda$ | $1-\Omega_{\rm m}$ |
| $\Omega_{\rm b}$ | 0,043 |
| $\sigma_8$ | 0,787 / [0,05 − 2] |
| $n_s$ | 0,961 |
| $h$ | 0,72 |
| $\alpha_{\rm MT}$ | 1,49 |
| $C_{\rm MT}$ | 0,46 |
| $\gamma_{\rm z,MT}$ | [−4,4] |
| $\sigma_{lnT\|M}$ | 0,1 |
| $\alpha_{\rm LT}$ | 'ALL' : 2,7, 'NCC' : 2,9 |
| $C_{\rm LT}$ | 'ALL' : 0,52, 'NCC' : 0,40 |
| $\gamma_{\rm z,LT}$ | [−5,3] |
| $\sigma_{lnL\|T}$ | 0,3 or 0,7 |
| $x_{c,0}$ | [0 − 0,9] |

TABLE 7.3 – Rappel des paramètres utilisés dans les analyses MCMC de l'échantillon X–CLASS. Une description de ces paramètres et de leur influence est donnée en Sect. 6.2, notamment dans la Table 6.1. Les valeurs des paramètres cosmologiques proviennent de WMAP-5 (Dunkley et al., 2009), la relation $M_{200c}$–T de Arnaud et al. (2005) et la relation L–T de Pratt et al. (2009) (voir texte). Les valeurs entre crochets indiquent les *priors* uniformes pour les paramètres laissés libres dans l'analyse.

### 7.2.4 Résultats et contraintes sur le modèle

Nous avons vu que pour un relevé du type X–CLASS, la méthode CR–HR est performante lorsque les lois d'échelle locales sont connues (Sect. 7.1). Nous allons donc nous concentrer sur leur évolution en fonction du redshift, ce qui est d'autant plus légitime que nous avons supprimé une grande partie des amas locaux, larges et brillants, lors de la construction de l'échantillon cosmologique. Nous allons également apporter des contraintes sur le paramètre $x_{c,0}$ introduit par nos soins et qui détermine la relation entre taille du halo et taille de l'émission X. Enfin, nous pousserons notre analyse jusqu'à établir des contraintes sur les paramètres cosmologiques $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$.

L'étude des lois d'échelle locales abonde dans la littérature récente, en particulier pour la loi L–T : (e.g. Markevitch, 1998; Arnaud & Evrard, 1999; Branchesi et al., 2007; Pratt et al., 2009; Maughan et al., 2012; Mittal et al., 2011; Reichert et al., 2011; Takey et al., 2011, voir Chap. 1.2). Toutes ne sont pas calculées à partir des mêmes échantillons qui, par le jeu des effets de sélection, peuvent être relativement différents (Fig. 1.7). Nous considérerons pour la loi L–T les résultats récents de l'échantillon REXCESS (Pratt et al., 2009, voir Chap. 1.2). Nous les préférons ici aux lois de Mantz et al. (2010a) qui ont été calculées pour des amas plus massifs ne correspondant pas au régime de notre échantillon. Enfin, dans tout ce qui suit et conformément au Chap. 6, nous prendrons la loi $M_{200c}$–T locale de Arnaud et al. (2005). La Table 7.3 récapitule les différents paramètres de l'analyse, ceux fixés et ceux laissés libres.

**Cosmologie et relations locales fixées**

Nous fixons d'abord $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$ à la valeur donnée par WMAP-5 et ajustons les 3 paramètres $\gamma_{\rm z,MT}$, $\gamma_{\rm z,LT}$ et $x_{c,0}$. Pratt et al. (2009) fournissent plusieurs lois L–T, selon le type d'ajustement réalisé, selon qu'on enlève ou non le cœur des amas, et surtout selon le type de population considéré. Nous choisissons ici les lois dénommées « ALL », calculée pour tous les amas de leur échantillon, et « NCC » (Non Cool Core) calculée pour les seuls amas ne présentant pas de cœur froid. La dispersion intrinsèque $\sigma_{lnL|T}$ dépend de l'échantillon considéré, et on testera deux valeurs, 0,3 (faible) et 0,7 (forte). A noter que l'étude de Pratt et al. (2009) associe NCC à une faible et ALL à une forte dispersion, donc nous nous autorisons ici à généraliser leur propos.

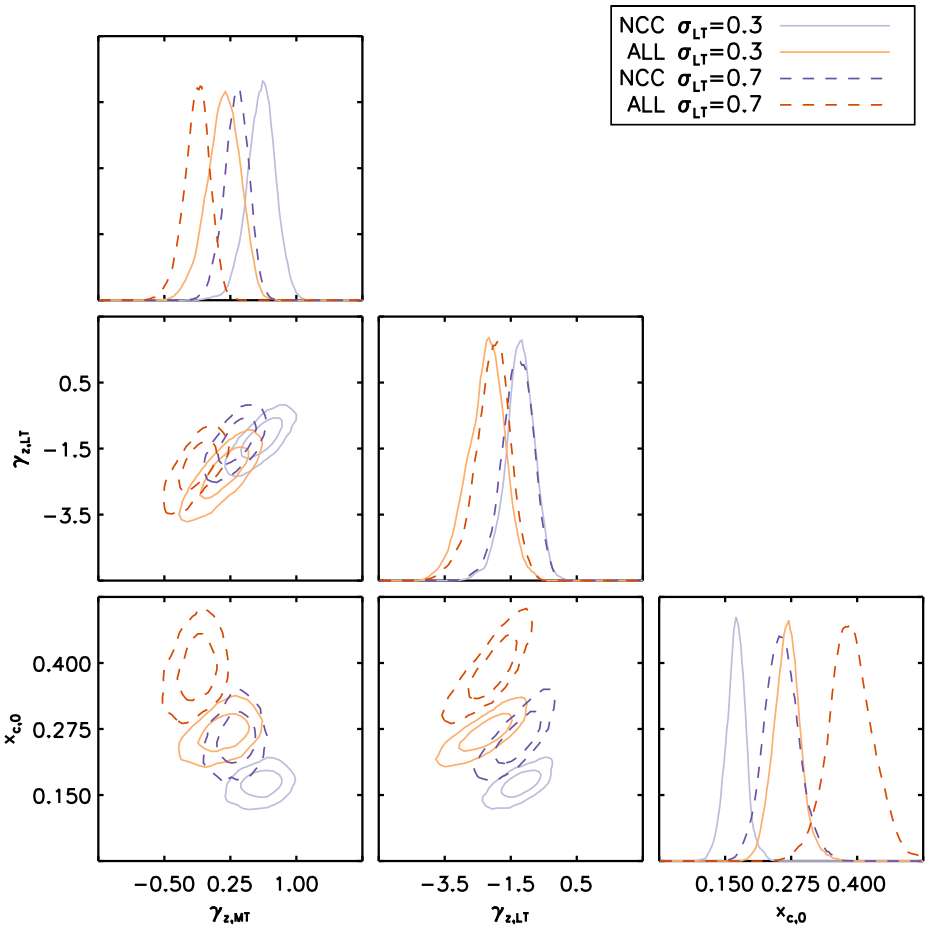
Les résultats et valeurs obtenues sont montrés par la Fig. 7.12. Afin de comparer ces résultats, nous examinons la valeur de la statistique de Cash atteinte au point moyen de la distribution postérieure, $C = -2\ \ln \mathcal{L}_{\rm max}$. Changer de relation L–T revient, dans notre modèle, à changer 3 paramètres à la fois ($\alpha_{\rm LT}$, $C_{\rm LT}$ et $\sigma_{lnL|T}$). Il existe un minimum absolu $C_{\rm min}$ lorsque tous les six paramètres sont variés, et d'après Cash (1979), la quantité $C - C_{\rm min}$ se comporte alors comme un $\chi^2$ à 3 degrés de liberté. On peut en déduire une borne inférieure pour la qualité de l'ajustement [7], par exemple pour le cas « ALL » et $\sigma_{lnL|T} = 0{,}7$, via :

$$\begin{aligned} \chi^2_{\rm ALL,0.7} &= C_{\rm ALL,0.7} - C_{\rm min} \\ &> C_{\rm ALL,0.7} - C_{\rm NCC,0.7} = 8.4 \end{aligned} \tag{7.8}$$

ce qui indique un mauvais ajustement. Dans le cas présent, c'est le choix « NCC » et $\sigma_{lnL|T} = 0{,}7$ qui paraît présenter le meilleur ajustement.

Nous avons voulu vérifier ce résultat à l'aide d'un test indépendant, en comparant la logN-logS prédite par notre meilleur jeu de paramètres et les logN-logS présentées dans d'autres travaux : REFLEX (Böhringer et al., 2001), 160d (Vikhlinin et al., 1998b), 400d (Burenin et al., 2007) et RDCS (Rosati et al., 1998). Les flux du relevé REFLEX ont été convertis dans la bande [0,5-2] keV en supposant un spectre APEC d'amas à $z = 0$ et $T = 5$ keV. Le résultat est présenté sur la Figure 7.13, avec et sans la présence du facteur d'évolution $(1+z)^\gamma$ dans chacune des deux lois M–T et L–T. La valeur du paramètre $x_{c,0}$ n'intervient pas dans ce calcul (pas de fonction de sélection en jeu). Sur cette figure, la dispersion a été considérée égale à 0,7, et on peut légitimement étudier l'impact de ce paramètre sur le calcul. C'est ce que montre la Figure 7.14, où la logN-logS a été calculée avec la loi L–T « NCC » mais deux dispersions différentes. Cette comparaison indique qu'une dispersion plus faible prédit moins d'amas et donc un meilleur accord avec les logN-logS mesurées par d'autres groupes, en particulier la logN-logS de REFLEX (amas brillants) et du RDCS (amas plus faibles). Cependant, la différence entre les vraisemblances calculées lors de l'ajustement du diagramme CR–HR est $\Delta C = C_{\rm NCC,0,3} - C_{\rm NCC,0,7} = 7{,}9$, et indique une préférence de nos données vers une dispersion plus grande.

7. Plus communément *goodness-of-fit*.




| L–T locale : | NCC | | ALL | |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma_{lnL\|T}$ : | 0,3 | 0,7 | 0,3 | 0,7 |
| $\gamma_{\mathrm{z,MT}}$ | $0{,}60 \pm 0{,}15$ | $0{,}32 \pm 0{,}13$ | $0{,}17 \pm 0{,}18$ | $-0{,}13^{+0{,}16}_{-0{,}12}$ |
| $\gamma_{\mathrm{z,LT}}$ | $-1{,}23 \pm 0{,}41$ | $-1{,}30^{+0{,}54}_{-0{,}37}$ | $-2{,}25^{+0{,}61}_{-0{,}48}$ | $-2{,}06^{+0{,}56}_{-0{,}43}$ |
| $x_{c,0}$ | $0{,}17 \pm 0{,}02$ | $0{,}26 \pm 0{,}03$ | $0{,}27 \pm 0{,}02$ | $0{,}39 \pm 0{,}04$ |
| $C - C_{\mathrm{NCC},0,7}$ | 7,9 | (0) | 9,1 | 8,4 |

FIGURE 7.12 – Résultats de l'analyse par MCMC du diagramme CR–HR, lorsque seuls les paramètres d'évolution des lois d'échelle ($\gamma_{\mathrm{z,MT}}$, $\gamma_{\mathrm{z,LT}}$) et le paramètre géométrique $x_{c,0}$ sont autorisés à varier. La figure montre les régions de confiance à 68 et 95% et les densités de probabilités déduites pour chacun des trois paramètres. Quatre cas sont étudiés selon la loi locale L–T choisie et la dispersion intrinsèque. Les contraintes marginalisées avec barres d'erreur à 68% de confiance sont récapitulées dans la table. La dernière ligne donne la différence entre les statistiques $C = -2\ \ln \mathcal{L}_{\max}$ obtenues par rapport au cas « NCC », $\sigma_{lnL|T} = 0{,}7$.

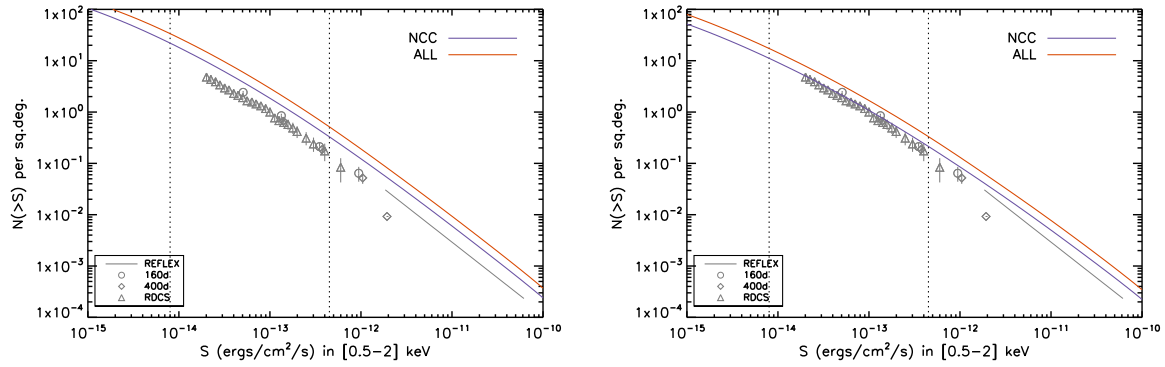



FIGURE 7.13 – La logN-logS des amas X–CLASS. Les courbes bleues et rouges correspondent aux logN–logS synthétisées en supposant la loi locale L–T « NCC » ou « ALL », respectivement. Dans les deux cas on a pris $\sigma_{lnL|T} = 0{,}7$, la cosmologie est celle de WMAP-5. *A gauche :* l'évolution des lois d'échelle est supposée auto-similaire ($\gamma_{\rm z,MT} = \gamma_{\rm z,LT} = 0$). *A droite :* l'évolution des lois d'échelle est telle que déduite de l'ajustement du diagramme CR–HR (paramètres $\gamma_{\rm z,MT}$ et $\gamma_{\rm z,LT}$, voir Fig. 7.12). Les barres verticales grises indiquent l'intervalle de flux approximatif dans lequel se situent les amas du sous-échantillon cosmologique X–CLASS.

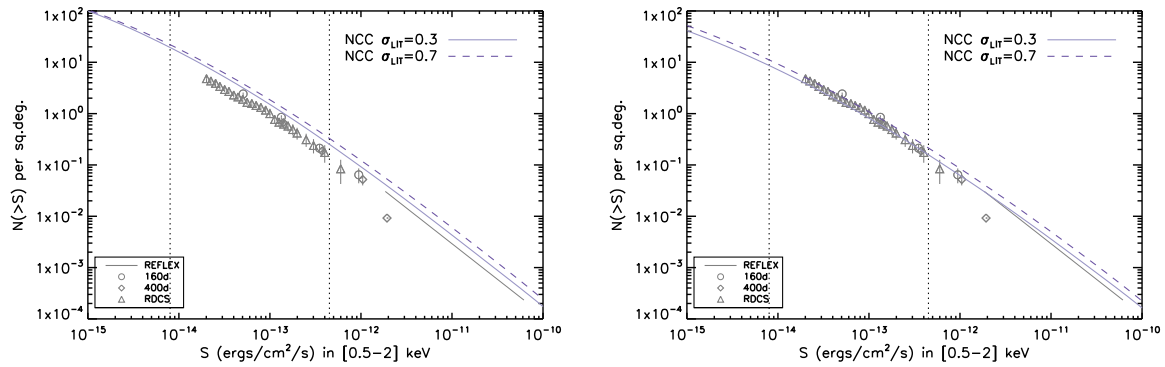



FIGURE 7.14 – Figure similaire à la Fig. 7.13. Seule la loi L–T « NCC » est ici utilisée pour déterminer les logN-logS synthétiques, mais on s'attache ici à observer l'effet de la dispersion intrinsèque $\sigma_{lnL|T}$. Dans un cas (*à gauche*) l'évolution des lois d'échelle est auto-similaire, dans l'autre (*à droite*) elle est ajustée sur le diagramme CR–HR.

**Cosmologie libre et relations locales fixées**

Nous choisissons maintenant de laisser les paramètres cosmologiques libres dans l'analyse, portant à 5 le nombre de paramètres ajustés. Sur la base des constatations précédentes, nous choisissons pour la loi L–T la loi de Pratt et al. (2009) version « NCC » avec une dispersion élevée, $\sigma_{lnL|T} = 0{,}7$. Les chaînes MCMC permettent de trouver le jeu de paramètres représentant au mieux les données, et le résultat est présenté en Fig. 7.15, les valeurs des paramètres correspondants apparaissant en gras dans la table associée. Les valeurs trouvées pour les 3 paramètres $\gamma_{\rm z,MT}$, $\gamma_{\rm z,LT}$ et $x_{c,0}$ sont en accord avec les valeurs trouvées dans le cas précédent, où la cosmologie était fixée à celle de WMAP-5. La Figure 7.16 montre la comparaison entre le meilleur modèle et le diagramme CR–HR. L'accord visuel est satisfaisant, tout comme l'est l'adéquation entre le nombre d'amas prédits par le modèle (369) et le nombre d'objets dans l'échantillon (347). La Fig. 7.17 montre quant à elle la distribution log$N$-log$S$ prédite grâce à ces meilleurs paramètres. L'accord avec les autres études est bon, au moins sur l'intervalle de flux sondé par nos données.

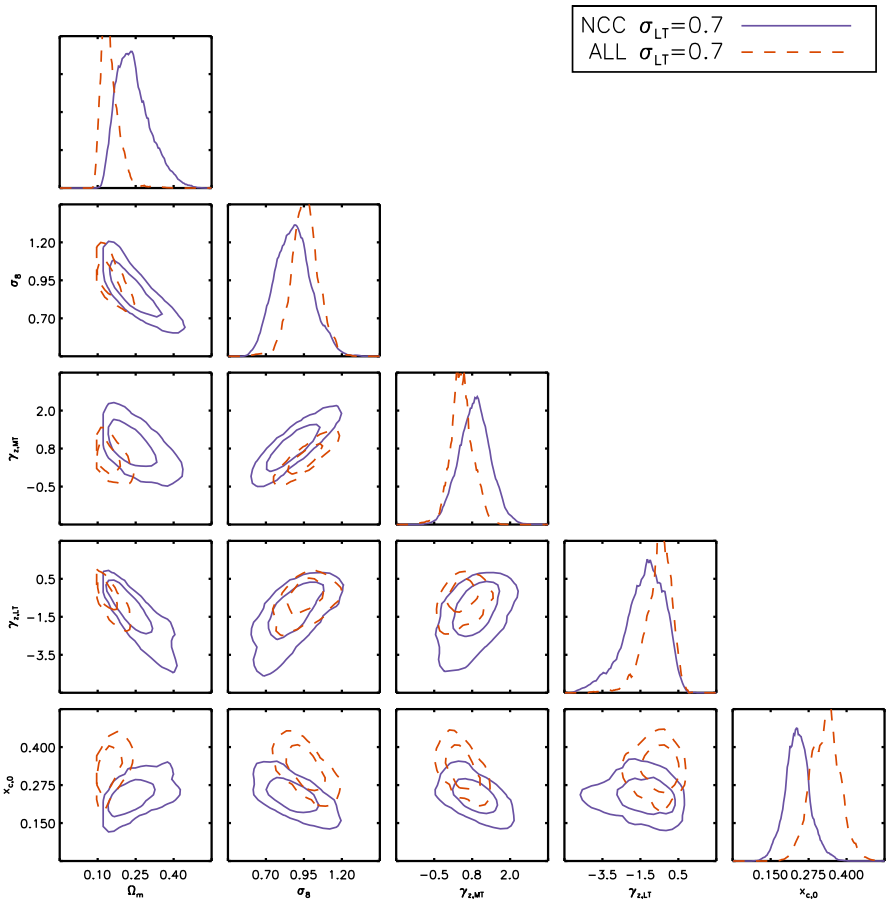
### 7.2.5 Discussion des résultats X–CLASS

**Paramètres cosmologiques**

L'analyse présentée ici donne lieu à des valeurs de $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$ égales à $0{,}24 \pm 25\%$ et $0{,}88 \pm 15\%$ respectivement. Ces contraintes sont compatibles avec les récentes mesures provenant du CMB (Dunkley et al., 2009; Larson et al., 2011) et des BAO (Percival et al., 2010; Blake et al., 2011). Elles sont également en accord avec les études récentes de la distribution des amas de galaxies, qu'ils soient sélectionnés en X (Vikhlinin et al., 2009b; Henry et al., 2009; Mantz et al., 2010b), via l'effet S-Z (Vanderlinde et al., 2010; Sehgal et al., 2011) ou en bandes optiques (Rozo et al., 2010).

Ce résultat repose sur l'hypothèse que les lois d'échelle locales sont connues, en particulier la loi $L_X$–T. Cette dernière a été extraite de l'étude de Pratt et al. (2009) sur les amas REXCESS. Or cette étude mentionne plusieurs lois d'échelle suivant la nature des amas pris en compte : « ALL » pour tous les amas de l'échantillon et « NCC » pour les seuls amas ne présentant pas de cœur froid. C'est cette dernière que nous avons choisie. Nous avons également pris la liberté de fixer la dispersion logarithmique dans cette loi à une valeur plus grande que préconisée (0,7 au lieu de 0,3). Ces choix ont été justifiés par une meilleure adéquation à nos données en termes de vraisemblance. Pour preuve, nous avons reporté sur la Fig. 7.15 les résultats obtenus via la loi « ALL » et pour les deux valeurs possibles de la dispersion (0,3 et 0,7). Dans tous ces cas nous constatons que la vraisemblance est plus faible qu'avec notre choix initial.

Il est intéressant de constater que le choix de la relation « ALL » conduit à des valeurs de $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$ distantes de la valeur WMAP-5 (0,15 et 0,96). L'accord entre les contours déduits de cette loi et ceux déduits de la loi « NCC » est marginal et montré sur la Fig. 7.15. Nous avons également vérifié qu'utiliser la loi L–T de Arnaud & Evrard (1999) donnait des résultats concordants avec ceux trouvés par la loi « NCC ». En particulier, nous trouvons $\Omega_{\rm m} = 0{,}31^{+0{,}05}_{-0{,}11}$ et $\sigma_8 = 0{,}85^{+0{,}11}_{-0{,}14}$ lorsque la dispersion est fixée à 0,7. Ce constat n'est pas surprenant si l'on considère que les




| L–T locale : | NCC | | ALL | |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma_{lnL\|T}$ : | 0,27 | **0,66** | 0,27 | 0,66 |
| $\Omega_{\rm m}$ | $0{,}28^{+0{,}05}_{-0{,}08}$ | $\mathbf{0{,}24^{+0{,}04}_{-0{,}09}}$ | $0{,}17^{+0{,}02}_{-0{,}05}$ | $0{,}15^{+0{,}02}_{-0{,}04}$ |
| $\sigma_8$ | $0{,}90^{+0{,}10}_{-0{,}16}$ | $\mathbf{0{,}88^{+0{,}10}_{-0{,}13}}$ | $1{,}00 \pm 0{,}11$ | $0{,}96 \pm 0{,}08$ |
| $\gamma_{\rm z,MT}$ | $1{,}5 \pm 0{,}7$ | $\mathbf{0{,}83^{+0{,}45}_{-0{,}56}}$ | $1{,}05 \pm 0{,}46$ | $0{,}41 \pm 0{,}35$ |
| $\gamma_{\rm z,LT}$ | $-2{,}2^{+1{,}5}_{-0{,}9}$ | $\mathbf{-1{,}3^{+1{,}3}_{-0{,}7}}$ | $-0{,}98^{+1{,}00}_{-0{,}56}$ | $-0{,}57^{+0{,}73}_{-0{,}49}$ |
| $x_{c,0}$ | $0{,}15^{+0{,}03}_{-0{,}02}$ | $\mathbf{0{,}24 \pm 0{,}04}$ | $0{,}23^{+0{,}04}_{-0{,}03}$ | $0{,}33^{+0{,}04}_{-0{,}05}$ |
| $C - C_{\rm NCC,0,7}$ | 3,1 | (0) | 5,2 | 3,6 |

FIGURE 7.15 – Distribution postérieure pour les 5 paramètres ajustés lors de l'analyse du diagramme CR–HR. La figure montre ces distributions pour deux lois locales L–T : « NCC » et « ALL », toutes deux ayant été choisies avec une dispersion intrinsèque $\sigma_{lnL|T} = 0{,}7$. Les valeurs moyennes et barres d'erreur déduites de ces distributions apparaissent dans les deux colonnes de la table dont on a encadré la première ligne. A titre de comparaison, les deux autres colonnes montrent les résultats obtenus lorsque la dispersion a été fixée à 0,3. La colonne en gras montre notre « **meilleur modèle** », celui donnant une vraisemblance plus élevée.

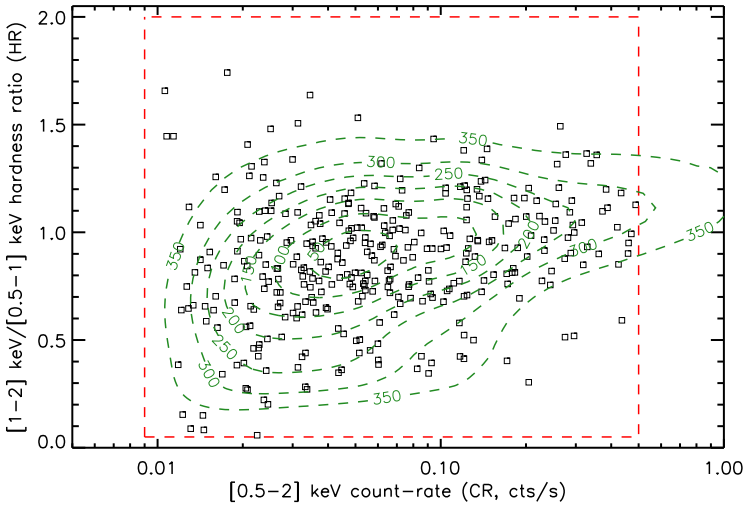



FIGURE 7.16 – Modèle calculé avec les meilleurs paramètres (contours verts) superposé aux points de mesure CR–HR des 347 amas entrant dans l'analyse cosmologique X–CLASS. Les cinq paramètres ajustés sont $\Omega_{\rm m}$, $\sigma_8$, $\gamma_{\rm z,MT}$, $\gamma_{\rm z,LT}$ et $x_{c,0}$, leur valeur est donnée dans la table insérée Fig. 7.15. La loi L–T locale est « NCC » avec une dispersion de $\sigma_{lnL|T} = 0{,}7$. Les chiffres sur chaque contour indiquent le nombre d'amas prédits par le modèle à l'intérieur de ce contour. La boîte rouge délimite la zone dans laquelle l'ajustement a été réalisé. Les erreurs de mesure et le biais dû aux amas pointés ont été inclus dans le calcul du modèle.

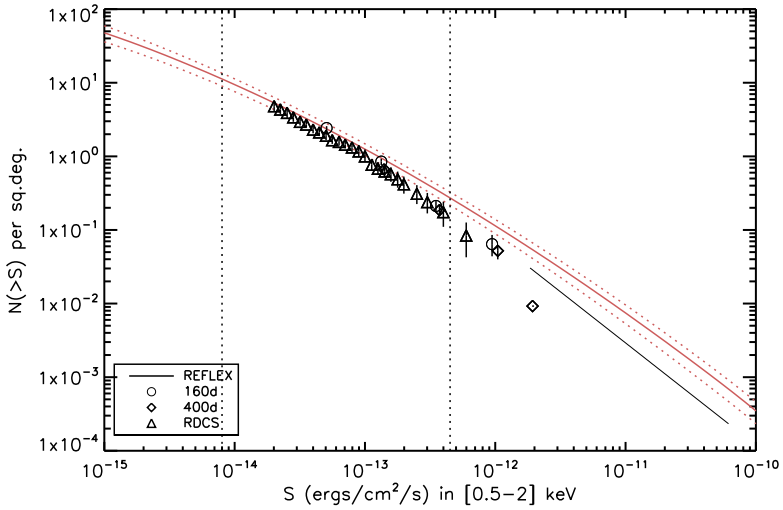



FIGURE 7.17 – La log$N$-log$S$ prédite des amas. La courbe rouge pleine est la distribution modélisée en supposant une relation locale L–T « NCC » avec $\sigma_{lnL|T} = 0{,}7$. Les paramètres cosmologiques ainsi que l'évolution des lois d'échelle locales ont été ajustés sur le diagramme CR–HR des amas X–CLASS (voir le tableau dans la Fig. 7.15). Les courbes interrompues montrent les incertitudes à 1-$\sigma$ propagées depuis les incertitudes sur les paramètres ajustés. Les barres verticales donnent l'intervalle approximatif de flux dans lequel se trouvent les amas X–CLASS.

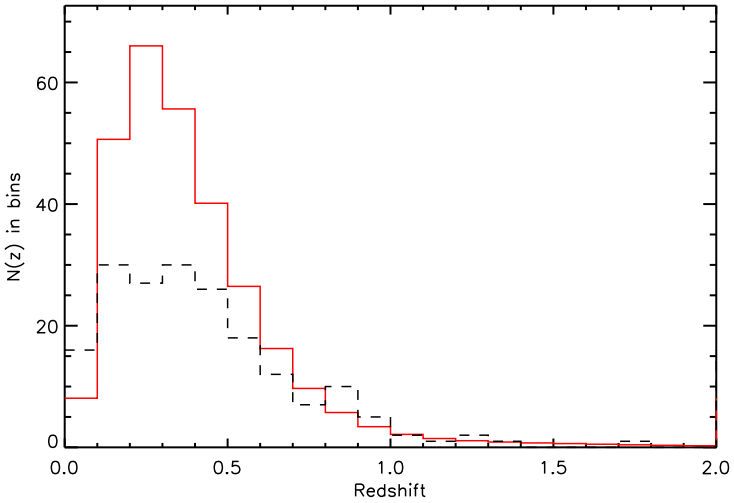



FIGURE 7.18 – *Courbe rouge :* distribution en redshift des amas $C1^+$ dans l'échantillon cosmologique X–CLASS, prédite depuis le « meilleur modèle » – cf. paramètres cités en Fig. 7.15. *Courbe noire :* distribution des amas de l'échantillon ayant un redshift dans la littérature.

amas choisis pour calculer la L–T de Arnaud & Evrard (1999) sont dépourvus de cœur froid (Pratt et al., 2009). Enfin, dans tous les cas testés (« ALL », « NCC » et Arnaud & Evrard 1999), nous avons observé une certaine stabilité des contraintes sur $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$ vis à vis de la valeur de la dispersion (0,3 et 0,7). C'est en accord avec les résultats de Sahlén et al. (2009) qui semblent indiquer une faible corrélation entre ces paramètres.

Le meilleur modèle déduit de l'ajustement du diagramme CR–HR permet de prédire la distribution en redshift des amas du relevé X–CLASS, en combinant le modèle cosmologique à la fonction de sélection $C1^+$ et aux caractéristiques individuelles des pointés. Bien sûr, nous n'avons pas accès à celle-ci car seuls 188 amas [8] sur les 347 ont un redshift (dont 66 marqués comme "tentative", cf. Sect. 5.2.4). Cette distribution est montrée sur la Fig. 7.18. Cette figure mérite un avertissement : elle ne prend pas en compte la présence d'amas pointés dans l'analyse. On constate que la distribution en redshift des amas $C1^+$ dans X–CLASS pique aux alentours de $z_{med} \sim 0{,}3 - 0{,}4$, et que parmi eux se trouveraient 8,4 amas distants ($z > 1$). L'histogramme des redshifts connus dans l'échantillon montre en quoi le biais de sélection en redshift est complexe : tous les amas proches sont pointés et bénéficient d'un redshift, et un excès d'amas existe entre $z = 0{,}8$ et $z = 1$. Nous discuterons au Chap. 8 des pistes envisagées pour tenir compte des redshifts existant dans l'échantillon.

### Profil des amas X

La taille apparente des amas entre dans la fonction de sélection et nous l'avons introduite via un coefficient de proportionnalité entre $R_{500c}$ et $r_c$, le rayon de cœur

8. A la date d'écriture de l'article X–CLASS (Clerc et al. 2011b).

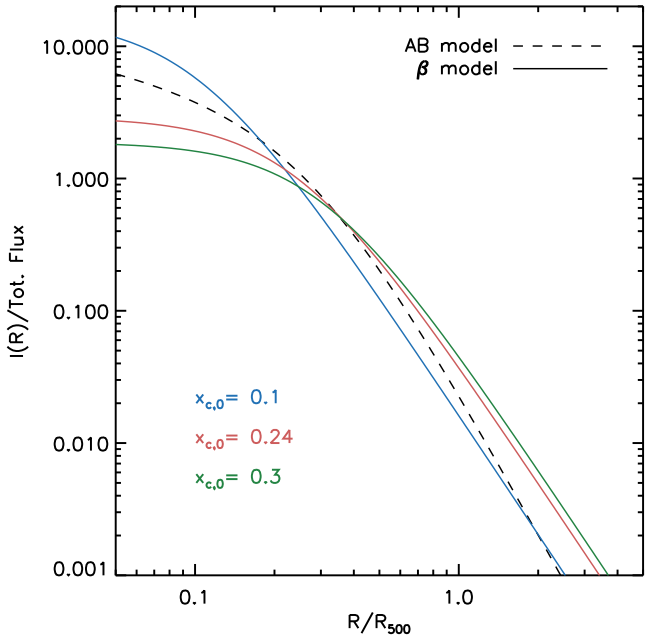



FIGURE 7.19 – Comparaison entre le modèle AB représentant les amas REXCESS (Croston et al., 2008; Piffaretti et al., 2011) et le modèle $\beta$ utilisé dans cette analyse ($\beta = 2/3$). Ces courbes montrent le profil de brillance de surface normalisé à un même flux total. La courbe rouge correspond au profil calculé avec le paramètre $x_{c,0}$ issu de notre « meilleur modèle ».

du modèle $\beta$ utilisé pour modéliser les amas. Ce paramètre, $x_{c,0}$, a été ajusté durant le processus et notre meilleur modèle le contraint à $\sim 16\%$ en lui assignant la valeur 0,24. Pour un amas de masse $M_{200c} = 10^{14} h^{-1}\,\mathrm{M}_\odot$ à redshift $z = 0{,}4$, $R_{500c}$ vaut 0,6 Mpc et notre résultat indique un rayon de cœur de 150 kpc. C'est une valeur typique de celle trouvée dans d'autres études pour des amas similaires (Vikhlinin et al., 1998b; Pacaud et al., 2007; Burenin et al., 2007). Le profil $\beta$ déduit de cette valeur est montré sur la Fig. 7.19 et comparé au modèle AB représentant au mieux les amas REXCESS (Croston et al., 2008; Piffaretti et al., 2011, et Fig. 1.6). L'accord est satisfaisant, mais il faut garder à l'esprit la forme certainement plus complexe du profil X, sa diversité (cœur froid ou non, etc.) et le fait que le profil est ici sondé *indirectement* via son influence sur la fonction de sélection. Nous verrons au Chap. 8 les pistes envisagées pour introduire une mesure directe et cohérente des profils X dans une telle analyse.

### Evolution des lois d'échelle

En l'absence d'un modèle clair décrivant l'évolution des lois d'échelle M–T et L–T, nous avons utilisé la formulation empirique via un facteur multiplicatif sur chacune des normalisations en $(1+z)^\gamma$. Une valeur $\gamma \neq 0$ indique une évolution non auto-similaire des relations d'échelle. De nombreuses études tendent à analyser l'évolution des relations d'échelle, et notamment de la L–T (cf. Chap 1.2), et il apparaît maintenant clairement que les effets de sélection ont un impact fort sur

les résultats (Pacaud et al., 2007; Short et al., 2010; Mantz et al., 2010a; Maughan et al., 2012; Reichert et al., 2011). L'avantage de notre méthode est de combiner les effets de sélection, la cosmologie et l'évolution des lois d'échelle dans une même observable, le diagramme CR–HR.

La Fig. 7.20 illustre graphiquement l'évolution des lois d'échelles telles que déduites de notre analyse, c'est-à-dire l'effet combiné des facteurs $E(z)$ et $(1+z)^{\gamma}$ dans chacune des équations 6.10 (inversée pour donner la relation T–$M_{200c}$) et 6.11. Les bornes inférieures et supérieures ont été calculées en propageant la matrice de covariance de $\Omega_{\rm m}$ (intervenant dans le calcul de $E(z)$), $\gamma_{\rm z,MT}$ et $\gamma_{\rm z,LT}$, telle qu'obtenue en sortie des chaînes MCMC.

Notre analyse indique une relation $T - M_{200c}$ qui n'évolue quasiment pas sur l'intervalle de redshift $0 \leq z \leq 1{,}5$ ou, de manière équivalente, une évolution négative par rapport à la relation auto-similaire. Ce qui indique qu'un amas ayant une masse donnée (définie par rapport à la densité critique) est aussi chaud à notre époque que dans le passé. L'analyse indique également une évolution négative de la relation L–T, en-dessous de la prédiction auto-similaire. Ce résultat est retrouvé dans les simulations de Kay et al. (2007) prenant en compte les effets de réaction (*feedback*) par les AGN et les étoiles, et également dans celles de Short et al. (2010) pour leur modèle PC où le gaz est préchauffé avant d'être assemblé dans les amas.

Ces tendances sont également observées par Ettori et al. (2004) pour les relations M–T et L–T mais sont en conflit avec les études de e.g. Kotov & Vikhlinin (2005); Branchesi et al. (2007). La comparaison entre les différents résultats observés est compliquée par les effets de sélection entrant en jeu. Ceux-ci peuvent avoir un effet très prononcé, comme démontré par Pacaud et al. (2007) (voir également Chap. 1.2). Récemment, Reichert et al. (2011) ont rassemblé plusieurs échantillons d'amas de galaxies (jusqu'à $z = 0{,}4$) afin d'en déduire l'évolution de la L–T. Confrontés aux effets de sélection, les auteurs proposent une méthode pour corriger du biais de sélection. Leurs résultats semblent indiquer une relation M–T qui évolue de façon auto-similaire (en désaccord avec nos résultats) et une relation L–T qui évolue négativement (en accord avec nos résultats). Remarquons que nos résultats ne permettent pas d'exclure fermement l'évolution auto-similaire des lois d'échelle du fait des incertitudes larges sur les paramètres $\gamma_{\rm z,MT}$ et $\gamma_{\rm z,LT}$.

### Amas particuliers du diagramme CR–HR

La Figure 7.16 indique la présence de quelques amas en-dehors de la distribution prédite par le meilleur modèle, notamment dans la partie en haut à gauche et la partie en bas à droite. Leur présence est attendue statistiquement : rappelons que le meilleur modèle prédit 369 amas en tout, soit 19 au-delà du dernier contour vert sur cette figure. Or 20 amas sont effectivement présents au-delà de ce contour.

La partie en haut à gauche ($\mathrm{CR} < 0{,}06, \mathrm{HR} > 1{,}4$) contient des amas apparaissant comme normaux, peu brillants (Fig. 7.21), pour lesquels les erreurs de mesure sont élevées, en particulier sur HR (Fig. 7.7). De telles valeurs élevées du HR pourraient être expliquées, par exemple, par une plus grande métallicité du milieu intra-amas conduisant à une présence accrue de lignes d'émission. La partie en bas à droite ($\mathrm{CR} > 0{,}1$, $\mathrm{HR} < 0{,}7$) contient 9 amas présentant un centre fortement piqué, probablement dû à la présence d'un AGN ou d'un cœur froid (Fig. 7.21) : l'effet est

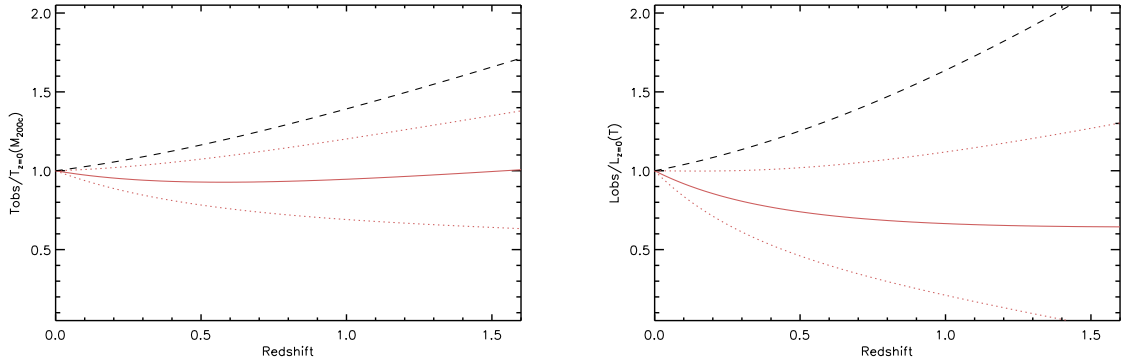



FIGURE 7.20 – Evolutions des lois d'échelle T–$M_{200c}$ et L–T prédites par le « meilleur modèle » et décrites par les Eq. 6.10 et 6.11. La ligne rouge pleine indique l'évolution prédite pour le meilleur modèle ($\Omega_m = 0{,}24$, $\gamma_{z,MT} = 0{,}8$ et $\gamma_{z,LT} = -1{,}3$), les lignes en pointillés délimitant la zone de confiance à 68%. La ligne discontinue noire montre l'évolution attendue dans le cas auto-similaire ($\gamma_{z,MT} = \gamma_{z,LT} = 0$).

d'augmenter le taux de comptage de l'amas et de modifier son HR par rapport à un amas normal. Un de ces amas est un groupe compact (HCG 057, Hickson et al. 1989).

Un modèle tout à fait complet du diagramme CR–HR devrait prendre en compte les particularités spectrales dans le calcul.

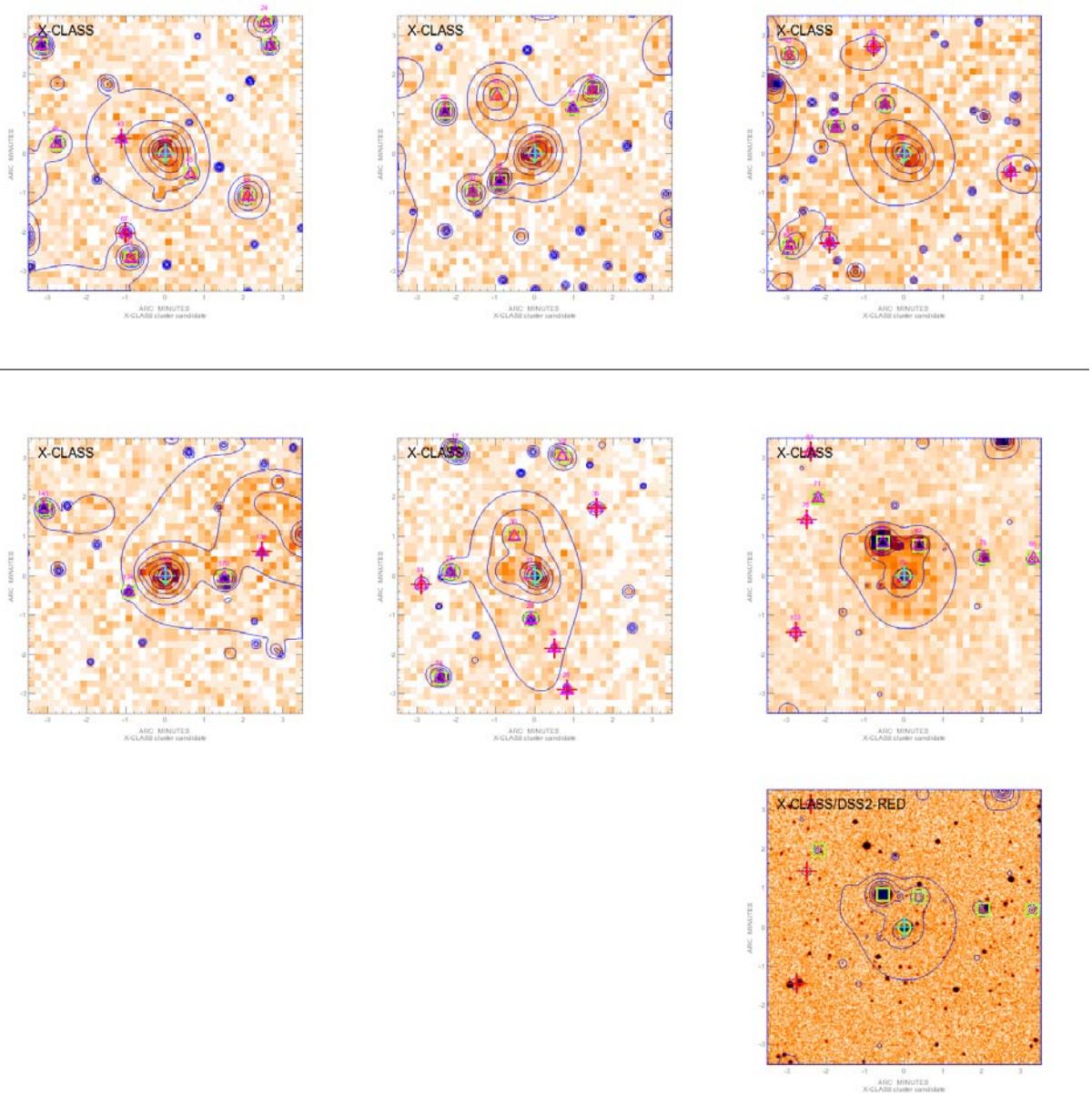



FIGURE 7.21 – Quelques exemples d'amas de l'échantillon cosmologique paraissant à l'écart de la distribution CR–HR modélisée. *En haut :* amas situés dans la partie (CR $< 0{,}06, \mathrm{HR} > 1{,}4$) apparaissant comme des amas faibles mais normaux. *En bas :* amas situés dans la partie (CR $> 0{,}1$, HR $< 0{,}7$) présentant un cœur fortement piqué. La dernière image est un groupe proche, dont l'émission X diffuse est fortement contaminée par l'émission des galaxies le constituant – l'image optique (DSS) nous en convainc. *De gauche à droite et de haut en bas :* xclass0035, xclass0997, xclass1741, xclass0238, xclass1020, xclass2046.

# Chapitre 8

# Conclusions et perspectives

Ce chapitre résume et étend la réflexion menée sur les méthodes et outils développés dans les chapitres précédents. Nous proposons quelques pistes pour l'utilisation future du relevé X–CLASS. Les deux relevés XXL et *eRosita* seront ensuite décrits afin d'expliciter le futur (proche) des relevés d'amas en rayons X. Nous citerons enfin quelques axes vers lesquels le développement de la méthode CR–HR devrait, selon nous, s'orienter.

## 8.1 Quel avenir pour le relevé X–CLASS ?

Le relevé X–CLASS fait partie des premiers relevés d'amas effectué dans les archives du satellite XMM. Il a permis de mettre au jour une riche population d'amas située aux alentours de $z = 0{,}3 - 0{,}4$. La grande force du relevé X–CLASS est non seulement son catalogue de 845 amas, mais également sa fonction de sélection établie sur pratiquement tout le relevé. C'est pourquoi la première étude qui a été réalisée est une étude cosmologique : chaque amas est un point massif, combien en obtient-on, combien en manque-t-on, et est-ce compatible avec le scénario de formation des structures actuel ? Nous développons très brièvement quelques pistes envisagées pour la poursuite des études sur le catalogue X–CLASS et les limites qu'il ne pourra dépasser.

### 8.1.1 Inclure les amas connus dans l'analyse cosmologique

Un bon tiers des amas trouvés dans le relevé X–CLASS est déjà connu et bénéficient d'informations complémentaires, grâce à des suivis effectués sur chacun d'eux en différentes longueurs d'ondes : spectroscopie et/ou photométrie optique ou poses longues avec Chandra et XMM, et de plus en plus auront une information sur leur décrément S-Z via les grands relevés *Planck*, SPT ou ACT, etc. Ces amas possèdent généralement un redshift. La méthode CR–HR telle que développée dans le Chap. 6 permet difficilement d'inclure une information venant d'une partie restreinte de l'échantillon. Mantz et al. (2010b) ont développé un formalisme permettant d'inclure un suivi partiel des amas. Il repose sur le fait qu'une information inexistante correspond à une « barre d'erreur » infiniment grande sur cette donnée. Pour s'orienter vers cette conception, il faudrait reformuler notre méthode CR–HR et la prise en compte des erreurs de mesure pour individualiser chaque amas dans la

vraisemblance. Cependant, une telle procédure ne pourra pas éviter le calcul du biais du à la présence d'amas pointés dans l'analyse. Il est fort probable que la majorité des amas ayant un redshift sont des amas pointés et donc plus lumineux en moyenne, ou plus distants, etc., au gré des observations proposées. Ceci pourra être généralisé en incluant également les mesures précises de température et éventuellement de masse pour les amas qui en bénéficient.

### 8.1.2 Extension du catalogue

La liste des pointés d'amas d'archives XMM s'agrandit au fur et à mesure des observations XMM et le traitement de ces nouveaux pointés permettra d'ajouter de nouveaux amas. En Mai 2010, date à laquelle les observations XMM ont été téléchargées pour ce travail, 7700 observations étaient listées dans la base XSA. A l'heure de l'écriture de manuscrit, 2000 observations supplémentaires y figurent, on peut espérer porter à $\sim 1000$ le nombre d'amas C1 détectés dans les archives.

D'autre part, il pourra être avantageux de chercher des amas à plus faible signal sur bruit, par exemple des amas C2 (Sect. 3.3.3) en se limitant aux pointés les plus favorables pour limiter la contamination par d'autres types de sources : temps d'exposition long, fond bas et sans structure complexe (gros amas, galaxie proche, etc.). Cela permettra de trouver de sonder une plage de redshift plus lointaine et d'augmenter la taille de l'échantillon, au prix d'une fonction de sélection plus complexe.

### 8.1.3 Catalogue d'AGN

En se basant sur les 5000 AGN trouvés dans les 100 pointés du relevé XMM-LSS, on s'attend à avoir environ 75000 AGN dans le relevé X–CLASS – c'est-à-dire des sources ponctuelles avec une vraisemblance supérieure à 15. Une première étape pourrait consister en l'étalonnage des résultats obtenus vis-à-vis du catalogue 2XMM (Watson et al., 2009), qui comprend l'intégralité des pointés d'archives XMM. L'avantage du relevé X–CLASS est la bonne connaissance de sa fonction de sélection pour les sources ponctuelles. En effet, sur la base des simulations effectuées pour le XMM–LSS (Sect. 3.3.3) on peut calculer l'efficacité de détection des sources ponctuelles sur chaque pointé. Les applications immédiates pourront être l'analyse de la $\log N$-$\log S$ et sa comparaison à celle du 2XMM (Ebrero et al., 2009), le calcul de la fonction de corrélation angulaire jusqu'à des grandes distances (mais celle-ci nécessitera de prendre en compte la fonction de fenêtre très complexe du relevé). Un lien avec le catalogue d'amas pourra également être développé pour examiner la relation entre la population d'AGN et la population d'amas.

## 8.2 Le relevé XXL

Le relevé XXL (Pierre et al., 2011) est le plus grand projet d'observation avec XMM jamais approuvé : 3 000 ks de temps ont été alloués et répartis sur deux ans d'observation et 3 000 ks existent déjà. Il consiste à réaliser la couverture de deux champs contigus de 25 $\deg^2$ chacun, à une profondeur moyenne de 10 ks.

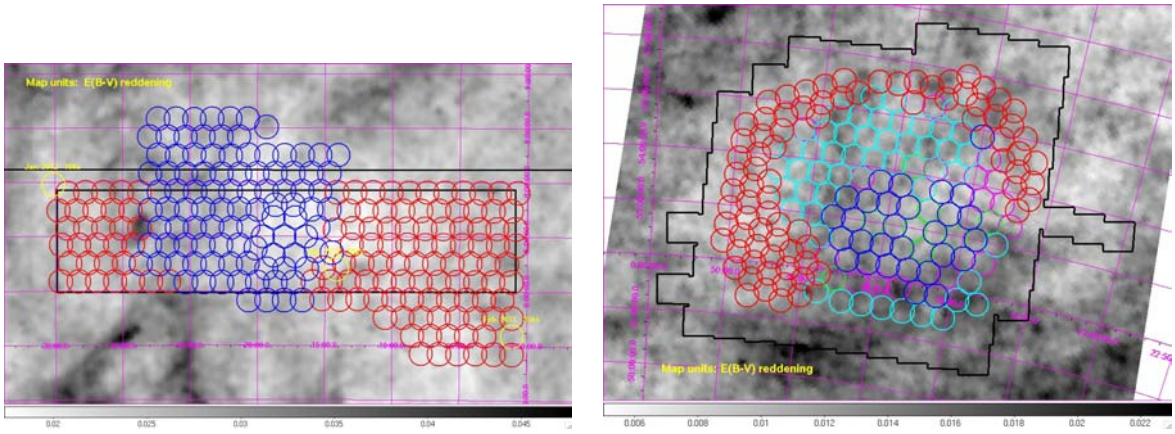



FIGURE 8.1 – Disposition des pointés XMM du relevé XXL sur les champs Nord *(à gauche)* et Sud *(à droite)*. La carte de fond représente l'extinction galactique. Les pointés rouges sont les nouveaux pointés constituant les 3 Ms d'observation allouées. *Images Collaboration XXL, 2011.*

### 8.2.1 Présentation

Le but scientifique primaire du relevé XXL est de contraindre l'équation d'état de l'énergie noire au niveau III du DETF [1] par l'étude de la distribution de centaines d'amas de galaxies détectés jusqu'à $z \lesssim 2$. Simultanément, un catalogue de 10 000-18 000 AGN sera construit et permettra de sonder leur structuration à grande échelle ainsi que l'évolution des différentes populations de sources.

Le XXL s'appuie sur l'expérience et les données acquises dans le XMM–LSS. En effet, la partie Nord du relevé (25 deg$^2$) contiendra les 10 deg$^2$ du XMM–LSS auxquels seront ajoutées les nouvelles observations (Fig. 8.1). Le champ Sud contient lui les observations actuelles du XMM–BCS et comprendra de nouvelles observations pour l'amener à une couverture finale de 25 deg$^2$ (Fig. 8.1). Les deux champs bénéficieront à terme d'une couverture quasi-complète en bandes optiques (CFHTLS au Nord, BCS et le futur DES [2] au Sud), en spectroscopie optique (relevé VIPERS au Nord, plus des suivis au cas par cas dans les deux régions), en proche infrarouge (WIRDS et UKIDSS au Nord, VISTA au Sud), une couverture partielle par Herschel/SPIRE au Nord et au Sud et des observations millimétriques au Sud (SPT et bientôt avec la polarisation du signal, SPTpol).

L'aspect « héritage » du relevé revêtira un rôle important : des catalogues multi-longueurs d'onde seront produits, testés, validés, utilisés, afin de mener des études détaillées sur les amas de galaxies (relations d'échelle, etc.), les AGN (environnement, corrélations, etc.) et le fond de rayonnement X. A la date d'écriture de ce manuscrit, les observations ont déjà débuté. Une extension sera envisagée afin de multiplier par 4 la profondeur des champs couverts.

1. *Dark Energy Task Force* (Albrecht et al., 2006). Ce niveau correspond à la dernière étape avec les relevés complets du ciel par *eROSITA* et *Euclid*.
2. Dark Energy Survey

### 8.2.2 Prédictions cosmologiques

#### Principe

Le relevé XMM–LSS a démontré la faisabilité d'une étude cosmologique basée sur des amas détectés en rayons X avec une fonction de sélection soigneusement maîtrisée. La démonstration que l'objectif scientifique final peut être atteint, c'est-à-dire la contrainte sur l'équation d'état de l'énergie noire, a nécessité une étude théorique réaliste.

Nous l'avons présentée dans la publication Pierre et al. (2011). Elle montre que dans la configuration choisie pour le XXL, les paramètres $w_0$ et $w_a$ régissant l'équation d'état de l'énergie noire (Chap. 2.1) peuvent être contraints à un niveau comparable aux prédictions du niveau III du rapport *Dark Energy Task Force* (Albrecht et al., 2006). Les deux observables considérées sont la fonction de masse $n(M,z)$ et la fonction de corrélation tri-dimensionnelle des amas. Les contraintes cosmologiques ont été calculées en supposant que la fonction de sélection est C1 ou C2 (Sect. 3.3.3), en tenant compte d'erreurs réalistes sur la détermination de la masse des amas et en utilisant des *priors*[3] sur les paramètres qui seront déterminés avec précision par *Planck*.

#### Variance d'échantillon

Les erreurs dans le formalisme de Fisher ont également subi un traitement approprié. Contrairement à l'analyse du relevé X–CLASS, l'effet de la variance d'échantillon a aussi été prise en compte. Pour cela, un formalisme analytique a été développé en s'appuyant sur le modèle de halos, et vérifié à l'aide de la simulation cosmologique « $4\,\pi$ » *Horizon* (Teyssier et al., 2009). La publication associée est insérée en Annexe A.

Le formalisme analytique est un calcul pour plusieurs configurations de relevés (surface couverte, nombre de surfaces contiguës, profondeur[4], etc.) donnant la matrice de covariance $C_{ij}$ complète entre les intervalles $i$ et $j$ des observables considérées :

$$\begin{cases} C_{ij} = \langle N_i N_j \rangle - \langle N_i \rangle \langle N_j \rangle & \text{pour les comptages} \\ \\ C_{ij} = \langle \xi_i \xi_j \rangle - \langle \xi_i \rangle \langle \xi_j \rangle & \text{pour la fonction de corrélation} \end{cases} \tag{8.1}$$

La décomposition de ces matrices fait apparaître un terme diagonal de bruit de grenaille (suivant une loi de Poisson, terme le plus courant en « $\sqrt{N}$ ») et de *variance d'échantillon* et permet d'évaluer l'impact de la configuration du relevé sur les résultats issus de l'analyse de Fisher. En termes simples, le terme de Poisson vient de la rareté des objets observés tandis que le terme de variance d'échantillon vient des petits volumes sondés. En effet, chaque petit volume (échantillon) n'est pas représentatif de l'Univers en entier[5] et il faut inclure cette erreur (variance) dans le

3. Voir Sect. 6.3

4. En termes de masse limite dépendant du redshift $M_{\rm lim}(z)$.

5. En réalité même avec un sondage de tout le ciel, on aura un terme de variance d'échantillon, appelé dans ce cas *variance cosmique*, car l'Univers observable n'est qu'une *réalisation statistique* issue d'une distribution d'Univers observables possibles avec les mêmes lois physiques et paramètres cosmologiques.

calcul.

*Horizon* est une simulations N-corps de $4096^3$ particules de matière noire non collisionnelle, dans une boîte de $2h^{-1}$ Gpc comobiles, construite avec la cosmologie WMAP-3. L'algorithme HOP (Eisenstein & Hut, 1998) a servi à détecter les halos de matière noire jusqu'à $z = 0{,}8$ et à leur associer une masse (équivalente à $M_{200\mathrm{b}}$). Une procédure a été développée par nos soins afin d'extraire des « surveys » constitués de 1, 2 ou 4 « champs » (partie connexe, rectangulaire en coordonnées sphériques). De nombreux tests ont été réalisés suivant le nombre de champs, leurs tailles, l'espacement entre les champs, la limite en masse considérée. Les distributions en redshift ainsi que les fonctions de corrélation ont été calculées dans tous ces cas. Pour chaque situation, de multiples configuration différentes ont été réalisées afin d'obtenir une moyenne et une matrice de covariance, qui sont les quantités à confronter aux calculs analytiques (Fig. 8.2). C'est là tout l'avantage de *Horizon* : un volume immense qui permet de calculer des quantités faiblement contaminées par les erreurs statistiques. Néanmoins, dans certaines configurations (champs très larges, masse limite élevée), le nombre de champs découpés n'est pas assez grand et on devient limité par... la variance cosmique de la simulation !

La comparaison entre simulations et formalisme analytique a montré un bon accord, aux incertitudes mentionnées ci-dessus près (voir Annexe A).

## 8.3 L'instrument spatial *eROSITA*

*eROSITA* – pour **e**xtended **RO**entgen **S**urvey with an **I**maging **T**elescope **A**rray (Predehl et al., 2010) – est l'instrument principal (Fig. 8.3) du satellite russe SRG (*Spektrum-Roentgen-Gamma*). Prévu pour le lancement en 2013, il sera placé au point de Lagrange L2 et effectuera un relevé de tout le ciel en rayons X. Sept miroirs type Wolter-I équiperont le satellite et les photons seront collectés par des détecteurs basés sur le système PN utilisé pour XMM. Ainsi, *eROSITA* cartographiera le ciel entier avec une résolution angulaire et spectrale encore jamais atteinte pour une telle couverture.

Les principaux buts scientifiques d'*eROSITA* sont :

1. la détection et la caractérisation de dizaines de milliers d'amas de galaxies jusqu'à $z = 1$ et au-delà, afin de calculer leur distribution spatiale et d'étudier l'évolution cosmologique de l'Univers,
2. la détection de millions de noyaux actifs de galaxies appartenant à des populations différentes afin de tester les modèles d'évolution de ces objets,
3. l'étude de la physique des sources émettant en X dans notre Galaxie : binaires X, restes de supernovas, étoiles, etc.

Le relevé de tout le ciel prendra 4 ans et aura une profondeur de $10^{-14}\,\mathrm{ergs/s/cm^2}$ pour les AGN et $3 \times 10^{-14}\,\mathrm{ergs/s/cm^2}$ pour les amas. Le contraintes de balayage du ciel imposent qu'une partie du relevé soit plus profonde, et ces chiffres seront divisés par 2 ou 3 dans cette zone couvrant environ $200\,\mathrm{deg^2}$. La Fig. 2.7 est une simulation comparant le même champ vu par *eROSITA*, *XMM* et *Chandra*. On y voit notamment que la résolution angulaire est plus faible qu'avec XMM, signifiant une plus grande contamination des échantillons par des sources ponctuelles.

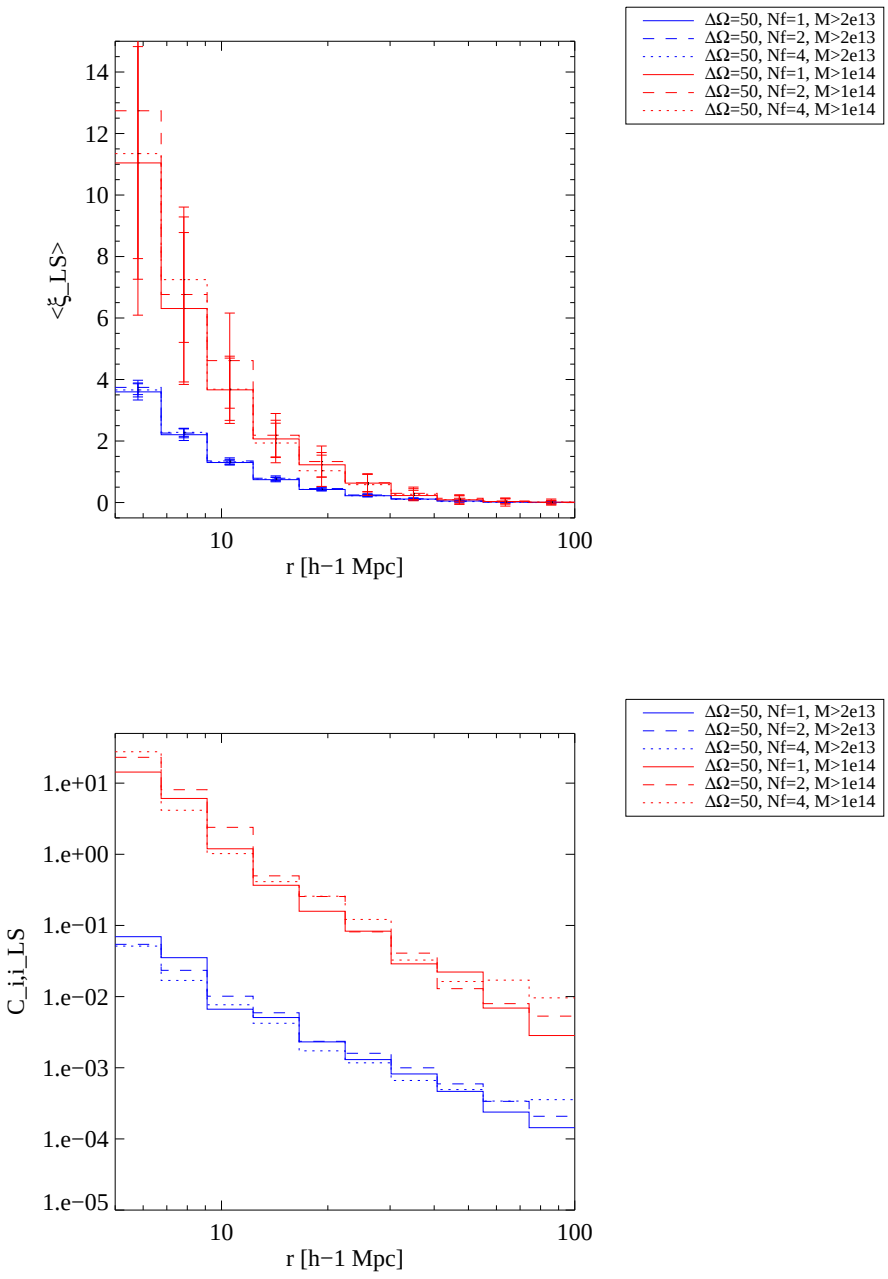



FIGURE 8.2 – Détermination de la fonction de corrélation tri-dimensionnelle des amas dans la simulation *Horizon*. Différentes configurations de relevé sont présentées : $\Delta\Omega = 50\,\mathrm{deg}^2$ est la surface totale couverte, $N_f$ le nombre de champs séparés d'au moins 20 deg constituant le relevé et $M$ la masse limite du relevé en masses solaires. *Haut :* fonction de corrélation des halos, estimateur de Landy-Szalay, avec barres d'erreur ($\sigma_i$). *Bas :* diagonale de la matrice de covariance correspondante ($C_{ii} = \sigma_i^2$). Elle entre directement dans le calcul de Fisher pour les prédictions cosmologiques du relevé XXL. On voit ici que le nombre de champs a peu d'influence sur la diagonale de la matrice de covariance.

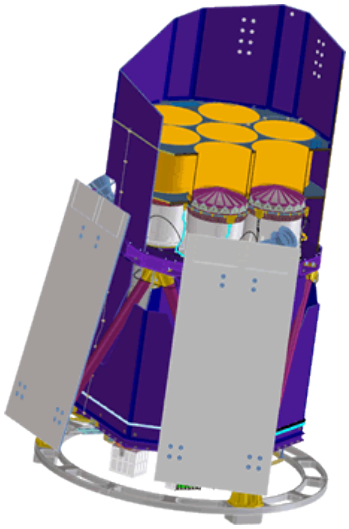


FIGURE 8.3 – L'instrument *eRosita*. On distingue sur cette illustration les sept modules Wolter (miroirs) servant à focaliser les rayons X sur des détecteurs de type PN. *Image MPE.*

## 8.4 La méthode CR–HR : une nouvelle description des relevés d'amas en X

Nous avons développé la méthode CR–HR dans le but d'analyser un relevé d'amas en bande X alors que nous ne disposions pas des redshifts pour chacun d'eux. A l'origine, nous pensions nous satisfaire de la mesure des $\log N$-$\log S$ d'amas en plusieurs bandes d'énergie bien choisies, afin de prendre en compte l'information spectrale X, qui forcément contient de l'information. C'est en travaillant au plus proche des données observées que nous avons construit cette représentation synthétique qui exploite l'information X (quasiment) brute. La formulation en termes de taux de comptage et de rapports de dureté peut paraître excessivement « instrumentale », mais nous avons montré qu'elle permet de prendre en compte de manière cohérente les problèmes majeurs liés à l'exploitation cosmologique des relevés d'amas : fonction de sélection, erreurs de mesure, par définition purement « instrumentales », relations d'échelle et cosmologie sont inclues dans une seule et même quantité. Nous avons également montré, sur le cas idéalisé d'un relevé uniforme de 100 deg$^2$, qu'analyser un relevé via la méthode CR–HR permet d'obtenir des contraintes intéressantes sur les paramètres cosmologiques et ceux gouvernant la physique des amas. Et nous avons amené l'analyse au-delà de nos ambitions initiales en évaluant l'impact des redshifts des amas lorsqu'ils sont combinés à une telle méthode. Dans les cas étudiés, les diagrammes $z$–CR–HR se sont montrés compétitifs avec les méthodes traditionnelles de calcul de fonction de masse.

Nous pouvons aller plus loin. Les quelques courtes sections suivantes décrivent les développements de la méthode CR–HR que nous estimons nécessaires afin de l'appliquer avec plus grande efficacité aux relevés futurs. Certains concernent un travail déjà engagé, d'autres un travail méritant approfondissement.

### 8.4.1 Décupler la puissance de la méthode par la statistique : prédictions pour eRosita

Nous avons décrit dans la Section 7.1 des prédictions pour un relevé de 100 deg$^2$ couvert uniformément par XMM avec une profondeur de 10 ks. Ce relevé donne lieu à 570 amas. La méthode CR–HR fournit les contraintes suivantes : $\sigma(\Omega_\mathrm{m}) = 0{,}09$, $\sigma(\sigma_8) = 0{,}14$, $\sigma(\gamma_{\mathrm{z,MT}}) = 0{,}6$, $\sigma(\gamma_{\mathrm{z,LT}}) = 2{,}3$ et $\sigma(x_{c,0}) = 0{,}04$. En Section 7.2 nous avons montré qu'on pouvait appliquer cette méthode à un relevé réel, le relevé d'archives X–CLASS, couvrant une surface de 90 deg$^2$ à une profondeur mixte 10/20 ks et avec une fonction de sélection plus complexe. Les contraintes obtenues sont : $\sigma(\Omega_\mathrm{m}) = 0{,}06$, $\sigma(\sigma_8) = 0{,}11$, $\sigma(\gamma_{\mathrm{z,MT}}) = 0{,}5$, $\sigma(\gamma_{\mathrm{z,LT}}) = 1$ et $\sigma(x_{c,0}) = 0{,}04$. Le bon accord entre les deux analyses montre leur cohérence relative. Cependant, il n'y a pas une correspondance exacte entre les deux relevés : en pratique, les amas X–CLASS sont moins nombreux mais mieux mesurés par rapport à ce qui a été supposé dans les calculs de Fisher. Ce nombre plus faible (347 au lieu de 570) s'explique par : i) la fonction de sélection plus restrictive, ii) la surface couverte, plus faible, iii) les inhomogénéités de la profondeur (fond et densité de colonne d'hydrogène) et iv) les différences entre les paramètres « fiduciels » de l'analyse de Fisher et les paramètres trouvés par notre analyse (ex : $x_{c,0} = 0{,}1$ dans les calculs de Fisher et 0,2 pour les données).

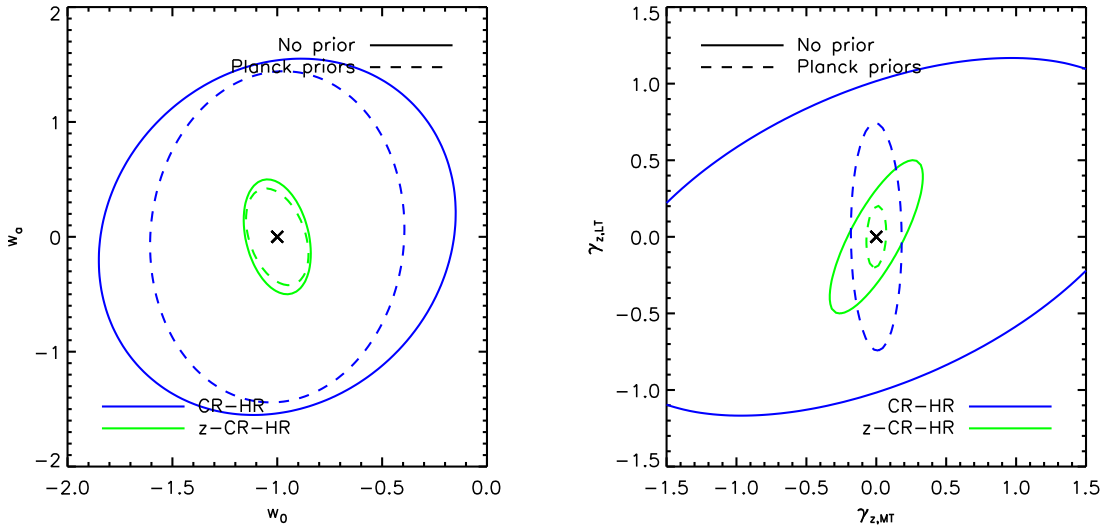
Ce bon accord nous permet de prédire les contraintes attendues de la part de la mission *eROSITA* (Predehl et al., 2010, et Sect. 8.3) si on lui applique la méthode CR–HR ou la méthode $z$–CR–HR. *eROSITA* va réaliser une carte complète du ciel en rayons X. Les détecteurs à bord d'*eROSITA* sont des détecteurs PN, identiques à celui présent sur XMM.

Nous supposons pour les calculs suivants qu'*eROSITA* cartographie 20000 deg$^2$ du ciel. Nous supposons que la fonction de sélection des amas est donnée par une version "restreinte" de la fonction C1$^+$. Plus précisément elle a été calculée en divisant par deux la sensibilité en flux et par $\sim 1{,}5$ la sensibilité en extension. Cette transformation empirique prédit 2,5 amas par deg$^2$, soit 50000 amas en tout, ce qui correspond à la limite inférieure des prévisions de l'équipe *eROSITA* (Predehl et al., 2010). Pour le calcul des erreurs de mesure, nous considérons une surface effective égale à celle d'XMM (Sect. 8.3). Nous supposons que la profondeur du relevé est de 2,5 ks. Le relevé est donc 4 fois moins profond qu'avec XMM, et nous multiplions le modèle d'erreur du Chap. 7 (Eq. 6.16 et Fig. 6.7) par deux pour avoir une estimation des erreurs de mesure. Enfin, nous considérerons deux situations opposées : l'une où les redshifts de tous les amas sont connus avec une précision photométrique ($\Delta z = 0{,}03$), permettant l'utilisation de la méthode $z$–CR–HR, l'autre où aucun redshift n'est connu, restreignant l'analyse à la méthode CR–HR.

Nous effectuons un changement majeur par rapport aux études du Chap. 7 : aucun *a priori* n'est supposé sur les relations locales et nous laissons leur pente, normalisation, dispersion intrinsèque et leur évolution en $(1+z)^\gamma$ libres dans l'analyse de Fisher. En revanche, nous figeons pratiquement les paramètres $\Omega_\mathrm{m}$, $\sigma_8$, $\Omega_\mathrm{b}$, $n_s$ et $h$ via une matrice de priors *Planck* telle que calculée dans Pierre et al. (2011) (reposant sur les spécifications de la mission *Planck* – le *Bluebook*[6]).

Les résultats obtenus sont montrés sur la Figure 8.4. Nous nous intéressons aux

6. `http://www.rssd.esa.int/index.php?project=Planck`




| | CR-HR | | $z$-CR-HR | |
|---|---|---|---|---|
| | No prior | Planck priors | No prior | Planck priors |
| $w_0$ | 0.6 | 0.4 | 0.1 | 0.1 |
| $w_a$ | 1.0 | 0.9 | 0.3 | 0.3 |
| $\gamma_{\mathrm{z,MT}}$ | 1.3 | 0.1 | 0.2 | 0.05 |
| $\gamma_{\mathrm{z,LT}}$ | 0.8 | 0.5 | 0.3 | 0.1 |

FIGURE 8.4 – Prédictions des contraintes sur l'équation d'état de l'énergie noire (*figure de gauche*) et l'évolution des relations d'échelle (*figure de droite*) avec le relevé eROSITA de tout le ciel (20000 deg$^2$). Les ellipses donnent les zones de confiance à 1-$\sigma$ attendues par l'utilisation de la méthode CR–HR (en bleu) et la méthode $z$–CR–HR (dans le cas où les redshifts photométriques sont disponibles, en vert). Aucune hypothèse n'a été faite sur les relations d'échelle locales ou leur évolution et les *a priori* de *Planck* ont été appliqués à $\Omega_{\mathrm{m}}$, $\sigma_8$, $\Omega_{\mathrm{b}}$, $n_s$ et $h$. La table récapitule les valeurs marginalisées sur chacun des paramètres dans les quatre cas pris en compte.

contraintes sur les paramètres d'énergie noire $w_0$ et $w_a$ (Chap. 2.1) et sur les paramètres d'évolution des lois d'échelle ($\gamma_{\mathrm{z,MT}}$, $\gamma_{\mathrm{z,LT}}$). Nous constatons que même en l'absence de redshifts, la méthode CR–HR fournit des bons résultats sur l'évolution des lois d'échelle si le modèles cosmologique est connu à la précision de la mission *Planck*. Les contraintes sur l'énergie noire sont moins fortes, mais on pourrait envisager d'utiliser le spectre de puissance angulaire des amas, par exemple, pour les améliorer. On constate que les *a priori* de *Planck* apportent peu d'information pour contraindre l'énergie noire, en partie parce que les erreurs sont dominées par les erreurs de mesure, critiques dans ce cas. Ajouter les redshifts réduit considérablement les erreurs sur les paramètres et les valeurs obtenues sont en accord avec les résultats du *Dark Energy Task Force* (Albrecht et al., 2006) pour les relevés d'amas "all-sky".

### 8.4.2 Ajouter l'information sur le profil des amas

La méthode CR–HR nécessite un modèle de profil des amas afin de prendre en compte leur étendue dans la fonction de sélection. En supposant un profil $\beta$

avec $\beta = 2/3$, notre méthode permet de contraindre le paramètre $x_{c,0} = r_c/R_{500c}$ avec une bonne précision. Ces profils sont les plus simples que l'on peut imaginer et suffisent pour décrire un amas avec quelques centaines de photons collectés. On peut envisager des modèles plus compliqués (double $\beta$, AB, etc.) et cela conduit à une multiplication des paramètres.

Si les redshifts des amas ne sont pas disponibles, une façon d'améliorer les contraintes consiste à réaliser les mesures de taux de comptage dans des ouvertures finies et fixées à l'avance, puis de créer plusieurs diagrammes CR–HR pour chacune des ouvertures. C'est en fait une des premières pistes que nous avons explorées et développées dans la méthode, sans l'utiliser pour le relevé X–CLASS du fait de sa complexité. Lors de la modélisation des diagrammes CR–HR, la question se formule de la manière suivante : étant donné un amas avec un rayon apparent donné $R_{500c}$ (en arcsec), quelle est la fraction du flux total mesuré dans une ouverture angulaire $f.R_{500c}$ ?

### Profils non convolués par la PSF

Ne considérons pas l'effet de la PSF pour le moment. Nous partons d'un modèle AB pour le profil tri-dimensionnel du gaz dans les amas donné par (Piffaretti et al., 2011) :

$$\rho(x) = \rho_0 \left(\frac{x}{x_c}\right)^{-\alpha} \times \left[1 + \left(\frac{x}{x_c}\right)^2\right]^{-3\beta/2+\alpha/2} \tag{8.2}$$

où $x = r/R_{500c}$ (ici $R_{500c}$ est la valeur tri-dimensionnelle). $x_{c,0}$, $\alpha$ et $\beta$ sont des paramètres [7].

En calculant l'intégrale de projection (Eq. 1.21) on en déduit le profil bi-dimensionnel de l'amas en unités de la valeur angulaire projetée $R_{500c}$. Il suffit donc d'intégrer ce profil jusqu'à $x = f$ pour trouver le rapport entre le flux total (intégré jusqu'à $x = \infty$) et le flux dans l'ouverture. Ici donc, seule la valeur de $f$ importe pour calculer la fraction de flux. La Figure 8.5 montre les résultats obtenus (par ailleurs identiques à ceux présentés dans Piffaretti et al. 2011).

### Profils convolués par la PSF

Si les amas considérés sont étendus par rapport à la taille de la PSF, alors les résultats précédents sont valides. Si les amas sont bien plus petits, le profil est en fait dominé par celui de la PSF d'XMM et il faut nécessairement l'inclure dans l'analyse. Nous utilisons pour cela le modèle de PSF développé par M. Arnaud et appliqué dans Arnaud et al. (2002). Ce modèle permet de redistribuer les coups d'un profil X mesuré sur XMM et dépend notamment de la position de l'amas sur le détecteur. Puisque cette information n'est pas modélisée dans notre méthode, nous avons choisi une distance hors-axe typique de $\theta = 6{,}7$ arcmin qui correspond à la valeur moyenne pour une surface s'étendant de 0 à 10 arcmin. A ce stade, le profil de l'amas a besoin d'être exprimé en termes de grandeur angulaire réelle et donc la valeur angulaire

7. On remarque que $\alpha = 0$ correspond au modèle $\beta$ classique (Eq. 1.18). Piffaretti et al. (2011) ajustent les paramètres sur les amas REXCESS et trouvent $x_c = 0{,}303$, $\alpha = 0{,}525$ et $\beta = 0{,}768$.

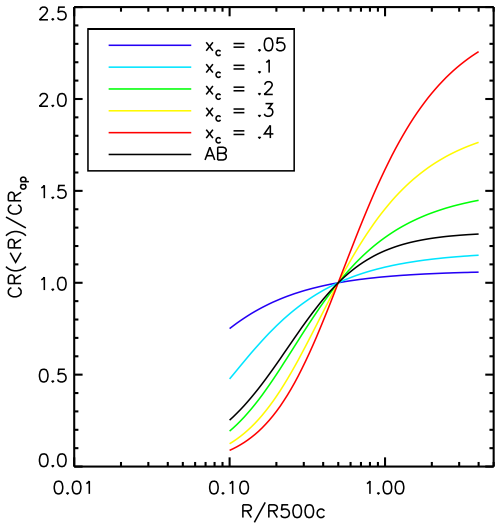



FIGURE 8.5 – Fraction de flux récupérée dans une ouverture donnée $R = f.R_{500c}$, normalisée à $R_{ap} = 0{,}5R_{500c}$, les effets de PSF étant négligés. La courbe noire correspond au modèle AB avec les paramètres de REXCESS (Piffaretti et al., 2011) et les courbes colorées correspondent à des modèles $\beta = 2/3$ avec différents rayons de cœur. Nos résultats débutent à $f = 0{,}1$ pour des raisons de résolution qui apparaîtront lors de la convolution de ce profil par la PSF d'XMM.

de $R_{500c}$ a une importance. Tout comme précédemment, le profil est ensuite intégré jusqu'à la distance $f.R_{500c}$ pour obtenir la fraction de flux observée.

Cette fraction de flux dépend donc seulement de $R_{500c}$, $f$ et des paramètres $x_c$, $\alpha$ et $\beta$. J'ai créé des tables de calcul rapidement accessibles pour le modèle AB de REXCESS ($\alpha = 0{,}525$ et $\beta = 0{,}768$) et le modèle $\beta$ classique ($\alpha = 0$ et $\beta = 2/3$). Quelques résultats sont montrés sur la Fig. 8.6 : plus l'amas est petit, plus le résultat est dominé par la PSF, plus l'amas est large et plus les résultats se rapprochent de la Fig. 8.5 (PSF négligeable).

### Impact sur le diagramme CR–HR

On peut intégrer ce modèle de profil dans le calcul des diagrammes CR–HR, où CR est remplacé par $CR_{ap}$, le taux de comptage de l'amas mesuré dans une ouverture finie. HR étant un rapport de flux, sa valeur n'est pas affectée par la taille de l'ouverture de la mesure [8]. L'étude exhaustive de cet ajout au modèle de mesure des flux n'a pas été réalisée. La Fig. 8.7 montre cependant deux diagrammes CR–HR (modélisés) où les mesures ont été réalisées dans un rayon de 20 et 60 arcsec. Dans les deux cas, c'est la même population d'amas qui est représentée, mais elle est mesurée différemment. On perçoit un déplacement du diagramme, attendu car le flux mesuré est plus faible dans la petite ouverture. Comment se manifeste ce déplacement lorsque les paramètres du modèle changent (par exemple la relation M–T, ou $\sigma_8$, etc.) est une question qu'il nous faudra examiner.

8. Dans la mesure où le profil spectral de l'amas n'est pas résolu. On peut néanmoins envisager un modèle de profil de température qui rendrait compte de la variation spatiale de HR.

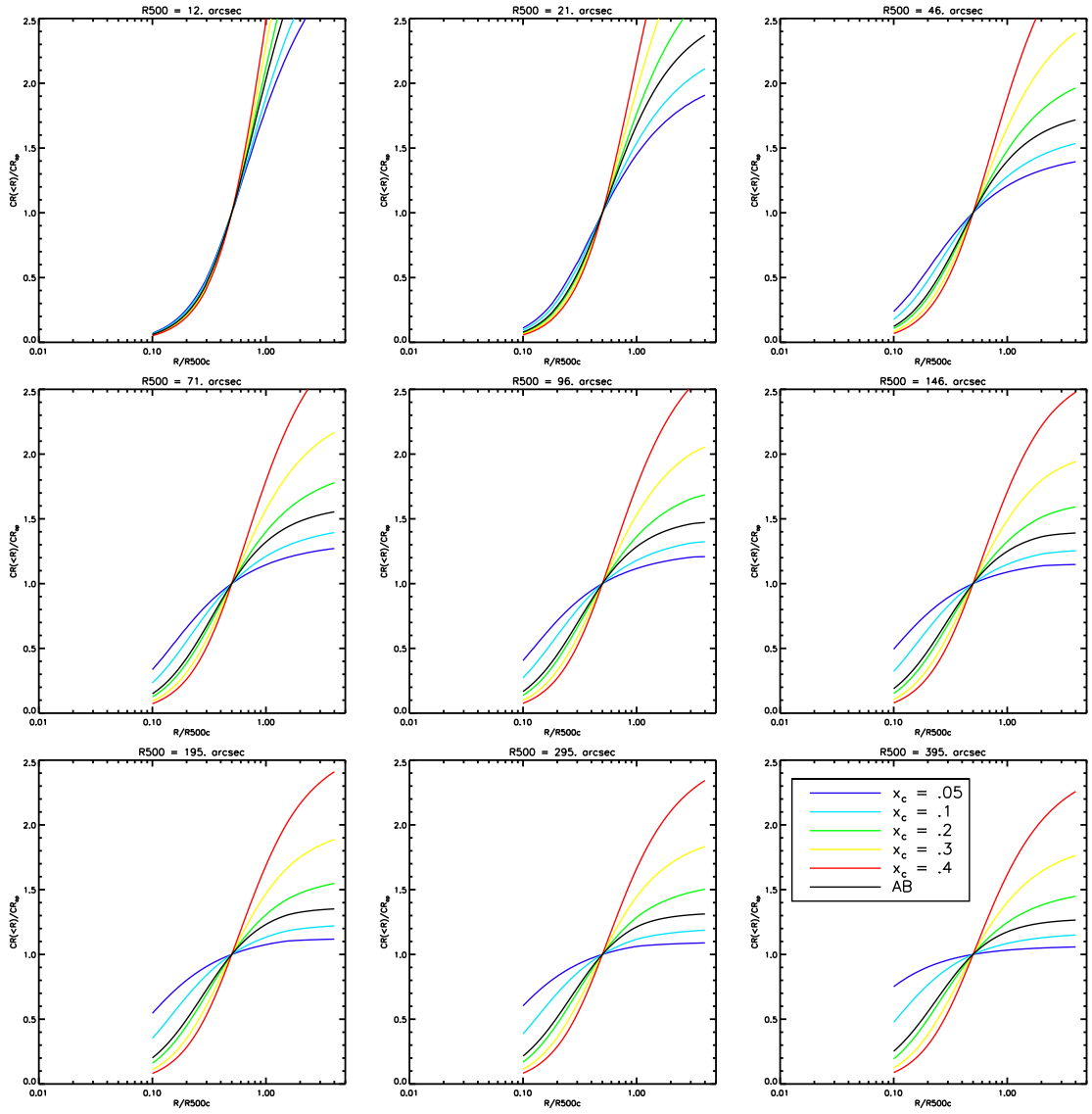



FIGURE 8.6 – Fraction de flux récupérée dans une ouverture donnée $R = f.R_{500c}$, normalisée à $R_{ap} = 0{,}5R_{500c}$. Les effets de la PSF d'XMM sont pris en compte pour cette figure, et le résultat dépend donc de la taille effective de l'amas sur le détecteur. Chaque courbe correspond à une valeur spécifique de $R_{500c}$ (indiquée en surtitre, croissante de 12″ à 395″ dans le sens de lecture). Les courbes colorées sont pour des modèles $\beta$ avec différents rayons de cœur et les courbes noires pour le modèle AB avec les paramètres REXCESS (Piffaretti et al., 2011).

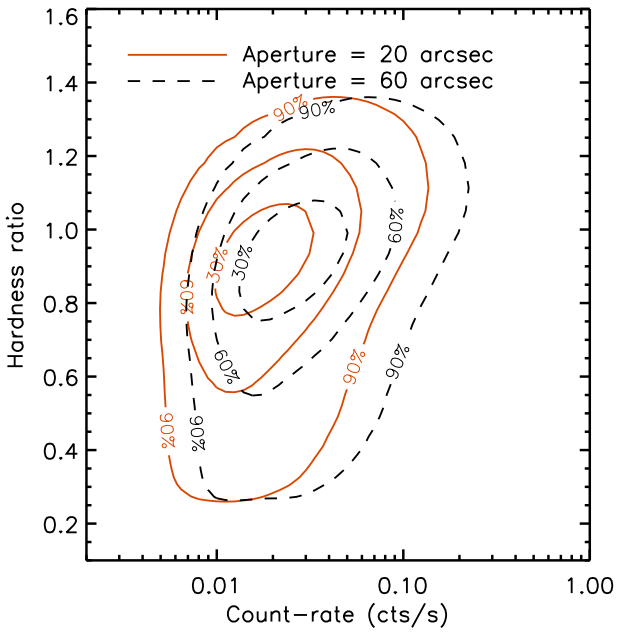



FIGURE 8.7 – Exemple de deux diagrammes CR–HR calculés pour la même population d'amas, mais les taux de comptage sont mesurés dans deux ouvertures de rayons différents. Pour cela, le gaz dans les amas est supposé suivre un profil donné par un modèle AB avec les paramètres de REXCESS (Piffaretti et al., 2011). La PSF d'XMM est prise en compte en considérant une distance hors-axe de 6,7 arcmin. Chaque contour encercle 30, 60 et 90% du nombre total d'amas.

### 8.4.3 Autres points d'effort

D'autres points pourront être développés pour rendre la méthode plus performante et plus précise. Nous en listons quelques uns ici, sachant qu'aucun travail n'a encore été accompli dans ce sens.

#### Ajout de bandes d'énergie

Nous avons limité le développement de notre méthode à deux bandes d'énergie indépendantes : [0,5-1] keV et [1-2] keV. Il est tout à fait possible d'envisager l'ajout de la bande d'énergie dure, [2-10] keV par exemple. Si le signal est suffisamment élevé pour pouvoir être mesuré alors il apporte de l'information supplémentaire. Ce n'est généralement pas le cas pour les amas faibles à cause de la coupure abrupte du spectre de brehmstrahlung et de la perte en sensibilité d'XMM. Une difficulté supplémentaire vient de la présence plus importante de raies d'émission et donc la dépendance plus forte à l'abondance de métaux dans le milieu intra-amas. Néanmoins, on peut tourner cet aspect à notre avantage en utilisant la raie du fer : avec des nombres de coups élevés, on peut imaginer qu'un HR calculé dans la bande dure permette de tracer la position de la raie du fer et d'en déduire une estimation du redshift.

#### Modélisation des populations d'amas

Pratt et al. (2009) indique une ségrégation entre les amas à cœur froid (CC) et les amas sans cœur froid (NCC). Les relations d'échelle qui leur sont associées sont différentes. On peut donc imaginer combiner deux diagrammes CR–HR, l'un pour les amas CC, l'autre pour les amas NCC. Cela permettrait notamment de réduire la dispersion intrinsèque dans les lois d'échelle et d'obtenir des modèles de diagrammes CR–HR plus précis.

#### Influence de la fonction de sélection

Seule une fonction de sélection C1 a été considérée lors de l'évaluation de la méthode CR–HR. On pourrait généraliser l'étude à des sélections en flux (auquel cas le paramètre $x_{c,0}$ ne rentre plus en compte dans l'analyse) ou des sélections plus complexes : amas à cœurs froids ou non, amas contaminés par des sources ponctuelles ou non, etc. Des premiers tests ont montré qu'une sélection en flux simple changeait la puissance relative des méthodes $z$–CR–HR et $dn/dz/dM$, l'une et l'autre restant globalement équivalentes. Une recherche plus poussée pourrait permettre de mettre en place des critères de sélection adaptés à l'une ou l'autre des méthodes.

#### Prise en compte de la variance cosmique

Les deux études présentées dans cette partie n'ont pas pris en compte la variance d'échantillon (ou la variance cosmique). Les calculs de variance cosmique que nous avons réalisés (Chap. 8.2) pourraient être adaptés aux diagrammes ($z$)–CR–HR. Cela nécessite de pouvoir introduire la conversion $(M,z) \rightarrow$ (CR,HR,[$z$]) dans le calcul.

**Couplage aux simulations numériques**

L'aboutissement de la méthode CR–HR serait de se passer complètement des étapes de calcul de la fonction de masse cosmologique et de la conversion en observables X, en utilisant directement des simulations numériques. Les grandes simulations actuelles visent à reproduire le comportement de la matière noire aux échelles cosmologiques (e.g. Springel et al., 2005; Teyssier et al., 2009) ou à approfondir certaines zones de ces simulations en incluant les effets des baryons (e.g. Dolag & Stasyszyn, 2009; Dubois et al., 2011). Certains groupes travaillent à la conversion des données des simulations numériques vers les images X (e.g. Rasia et al., 2008) et il est raisonnable d'anticiper l'unification de toutes ces composantes dans un futur proche. Dès lors, il sera « facile » de calculer le diagramme CR–HR prédit par une simulation cosmologique donnée, de le comparer aux résultats observés et de contraindre les modèles physiques avec une précision ultime !

# Conclusion

Cette thèse a développé quelques-uns des principaux aspects liés à l'exploitation cosmologique des grands relevés d'amas de galaxies en rayons X. Elle s'inscrit dans une période dynamique et prospère qui promet une compréhension affinée de la formation des grandes structures, une approche complète de la physique des constituants de la matière au sein des amas et, finalement, la découverte de la nature des composantes sombres qui, pense-t-on, constituent 95% de l'Univers.

Bien qu'ils partagent des techniques similaires et une part de leurs objectifs scientifiques, j'ai volontairement séparé dans cette thèse les deux types de relevés que sont XMM–LSS et X–CLASS. Le premier est exhaustif, multi-longueurs d'onde et contigu, mais de faible étendue. Le second est systématique, couvre une large surface sur le ciel, mais est hétérogène et épars.

J'ai d'abord réalisé le calcul complet de la fonction de sélection en bandes X du relevé XMM–LSS. Ceci a donné lieu à l'étude de la structuration à grande échelle des noyaux actifs de galaxies qui représentent la plus grosse partie des sources dans le relevé. Cette étude a confirmé la continuité de leur fonction de corrélation jusqu'à de très grandes échelles et permis de mettre en valeur des effets subtils fonction des populations de sources considérées. J'ai par ailleurs montré qu'il était possible d'assembler un échantillon d'amas de galaxies distants ($z \gtrsim 1$) soigneusement sélectionnés et ai procédé à leur caractérisation en bandes visible et infrarouge. J'ai notamment mis l'accent sur les limites de l'utilisation des techniques actuelles de *redshifts* photométriques pour les objets les plus extrêmes ($z \gtrsim 1{,}5$). Sur la base d'une observation profonde avec l'observatoire *Chandra*, j'ai souligné les biais que peuvent introduire les sources ponctuelles dans les observations d'amas distants. Enfin, en me basant sur la distribution spatiale des amas dans la région du XMM–LSS, j'ai suggéré la présence d'un vide géant à $z \simeq 0{,}5$ dans la région sondée, mais dont l'existence peut s'évanouir si l'on attribue aux amas à $z \sim 1$ une contamination ponctuelle qui pourrait ainsi expliquer la différence de densité entre ces deux tranches de *redshift*.

Dans un second temps, j'ai décrit les étapes de conception d'un très grand catalogue d'amas de galaxies rendu public et à destination de la communauté astronomique : X–CLASS. Constitué de plus de 800 amas, dont une moitié de nouvelles découvertes, il est aujourd'hui l'un des seuls relevés d'amas de galaxies d'archives XMM dont la fonction de sélection est précisément calculée. De fait, j'ai développé une méthode d'analyse performante et pratique, prenant rigoureusement en compte les aspects délicats des études cosmologiques que sont la fonction de sélection et les incertitudes de mesure. Un volet de cette méthode, les diagrammes CR–HR, per-

met de s'affranchir de la connaissance des *redshifts* des amas, au prix d'une perte de sensibilité sur les paramètres des modèles. Appliquant cette méthode inédite au catalogue X–CLASS, j'ai réalisé la première étude cosmologique basée sur les archives XMM et montré son bon accord avec les estimations réalisées par des sondes complémentaires. Cette étude constitue une des premières à tester l'évolution des relations d'échelle $L_X - T$ et $M - T$ dans un contexte liant cosmologie, physique des amas et caractéristiques instrumentales.

L'époque actuelle annonce la consécration des amas de galaxies en tant que sondes cosmologiques. Tous les grands relevés en cours ou planifiés envisagent de détecter ces structures massives, excellents traceurs de l'expansion et de la structuration de l'Univers : en bandes visible et infrarouge (Sloan Digital Sky Survey, CFHT-LS, Dark Energy Survey, VISTA, Euclid...), en bandes radio (Planck-SZ, SPTpol, ACT...) et bien sûr en rayons X, avec les relevés XXL et *eROSITA*.

Nous avons montré que le relevé XXL sera l'ultime étape dans la détermination de l'équation d'état de l'énergie noire par les amas vus en rayons X, avant le lancement de grandes missions spatiales. Les méthodes et résultats décrits dans cette thèse ont permis de cerner les points sur lesquels les efforts doivent être concentrés : le calcul d'une fonction de sélection fine idéalement basée sur des simulations numériques, une compréhension de la physique des amas distants, le développement d'une méthode globale reliant modèle cosmologique et observables et une confrontation des observations en rayons X aux autres longueurs d'onde afin d'analyser les biais systématiques.

Le travail mené durant cette thèse bénéficiera à *eROSITA*. L'étude de la contamination des détections par des sources d'origines variées et l'établissement d'échantillons propres, qui ont été au cœur du projet X–CLASS, seront la priorité de ce relevé moins profond mais beaucoup plus large.

Dans un futur plus lointain, il est à espérer qu'un télescope spatial en rayons X à grand champ et à grande résolution angulaire voie le jour. Le proposition du WFXT (Wide Field X-ray telescope) envisage une couverture de tout le ciel avec une résolution meilleure qu'XMM et une surface collectrice deux à trois fois plus grande. Si notre conception actuelle des amas de galaxies est correcte, nous serons alors proches de connaître *tous* les amas massifs de notre Univers observable.

# Bibliographie


Abdo, A. A., Ackermann, M., Ajello, M., et al. 2010, ApJ, 712, 147

Abell, G. O. 1958, ApJS, 3, 211

Ackermann, M., Ajello, M., Allafort, A., et al. 2010, ApJ, 717, L71

Adami, C., Mazure, A., Pierre, M., et al. 2011, A&A, 526, A18

Albrecht, A., Bernstein, G., Cahn, R., et al. 2006, ArXiv Astrophysics e-prints

Allen, S. W., Evrard, A. E., & Mantz, A. B. 2011, ARA&A, 49, 409

Allen, S. W., Rapetti, D. A., Schmidt, R. W., et al. 2008, MNRAS, 383, 879

Allen, S. W., Schmidt, R. W., Ebeling, H., Fabian, A. C., & van Speybroeck, L. 2004, MNRAS, 353, 457

Allen, S. W., Schmidt, R. W., Fabian, A. C., & Ebeling, H. 2003, MNRAS, 342, 287

Alshino, A., Ponman, T., Pacaud, F., & Pierre, M. 2010, MNRAS, 407, 2543

Amendola, L. & Tsujikawa, S. 2010, Dark Energy : Theory and Observations, ed. Amendola, L. & Tsujikawa, S.

Andreon, S., Maughan, B., Trinchieri, G., & Kurk, J. 2009, A&A, 507, 147

Angulo, R. E. & White, S. D. M. 2010, MNRAS, 405, 143

Arnaud, K. A. 2000, in Bulletin of the American Astronomical Society, Vol. 32, AAS/High Energy Astrophysics Division 5, 1196

Arnaud, M. 2009, A&A, 500, 103

Arnaud, M., Aghanim, N., & Neumann, D. M. 2002, A&A, 389, 1

Arnaud, M. & Evrard, A. E. 1999, MNRAS, 305, 631

Arnaud, M., Pointecouteau, E., & Pratt, G. W. 2005, A&A, 441, 893

Arnaud, M., Pointecouteau, E., & Pratt, G. W. 2007, A&A, 474, L37

Arnaud, M., Pratt, G. W., Piffaretti, R., et al. 2010, A&A, 517, A92

Arnouts, S., Cristiani, S., Moscardini, L., et al. 1999, MNRAS, 310, 540

Arviset, C., Dowson, J., Hernández, J., Osuna, P., & Venet, A. 2003, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 295, Astronomical Data Analysis Software and Systems XII, ed. H. E. Payne, R. I. Jedrzejewski, & R. N. Hook, 47

Astier, P., Guy, J., Regnault, N., et al. 2006, A&A, 447, 31

Balaguera-Antolínez, A., Sánchez, A. G., Böhringer, H., et al. 2011, MNRAS, 413, 386

Bardeen, J. M., Bond, J. R., Kaiser, N., & Szalay, A. S. 1986, ApJ, 304, 15

Bartelmann, M. & Schneider, P. 2001, Phys. Rep., 340, 291

Basilakos, S. & Lima, J. A. S. 2010, Phys. Rev. D, 82, 023504

Bekenstein, J. D. 2004, Phys. Rev. D, 70, 083509

Benjamin, J., Heymans, C., Semboloni, E., et al. 2007, MNRAS, 381, 702

Bertin, E. & Arnouts, S. 1996, A&AS, 117, 393

Bertschinger, E. 1985, ApJS, 58, 39

Bhattacharya, S., Heitmann, K., White, M., et al. 2011, ApJ, 732, 122

Bielby, R. M., Finoguenov, A., Tanaka, M., et al. 2010, A&A, 523, A66

Birkinshaw, M., Hughes, J. P., & Arnaud, K. A. 1991, ApJ, 379, 466

Biviano, A. 2000, in Constructing the Universe with Clusters of Galaxies

Biviano, A. & Girardi, M. 2003, ApJ, 585, 205

Blake, C., Davis, T., Poole, G. B., et al. 2011, MNRAS, 415, 2892

Böhringer, H., Collins, C. A., Guzzo, L., et al. 2002, ApJ, 566, 93

Böhringer, H., Schuecker, P., Guzzo, L., et al. 2001, A&A, 369, 826

Böhringer, H., Voges, W., Huchra, J. P., et al. 2000, ApJS, 129, 435

Böhringer, H. & Werner, N. 2010, A&A Rev., 18, 127

Bolzonella, M., Miralles, J.-M., & Pelló, R. 2000, A&A, 363, 476

Bonamente, M., Joy, M. K., LaRoque, S. J., et al. 2006, ApJ, 647, 25

Bond, J. R., Cole, S., Efstathiou, G., & Kaiser, N. 1991, ApJ, 379, 440

Bond, J. R. & Efstathiou, G. 1984, ApJ, 285, L45

Bond, J. R. & Szalay, A. S. 1983, ApJ, 274, 443

Borgani, S., Governato, F., Wadsley, J., et al. 2002, MNRAS, 336, 409

Borgani, S., Murante, G., Springel, V., et al. 2004, MNRAS, 348, 1078

Borgani, S., Rosati, P., Tozzi, P., & Norman, C. 1999, ApJ, 517, 40

Borgani, S., Rosati, P., Tozzi, P., et al. 2001, ApJ, 561, 13

Bower, R. G., Lucey, J. R., & Ellis, R. S. 1992a, MNRAS, 254, 601

Bower, R. G., Lucey, J. R., & Ellis, R. S. 1992b, MNRAS, 254, 589

Branchesi, M., Gioia, I. M., Fanti, C., & Fanti, R. 2007, A&A, 472, 739

Bremer, M. N., Valtchanov, I., Willis, J., et al. 2006, MNRAS, 371, 1427

Broadhurst, T., Umetsu, K., Medezinski, E., Oguri, M., & Rephaeli, Y. 2008, ApJ, 685, L9

Bryan, G. L. 2000, ApJ, 544, L1

Bryan, G. L. & Norman, M. L. 1998, ApJ, 495, 80

Bullock, J. S., Kolatt, T. S., Sigad, Y., et al. 2001, MNRAS, 321, 559

Burenin, R. A., Vikhlinin, A., Hornstrup, A., et al. 2007, ApJS, 172, 561

Burke, D. J., Collins, C. A., Sharples, R. M., et al. 1997, ApJ, 488, L83

Cappelluti, N., Cappi, M., Dadina, M., et al. 2005, A&A, 430, 39

Cappelluti, N., Hasinger, G., Brusa, M., et al. 2007, ApJS, 172, 341

Carroll, S. M., Duvvuri, V., Trodden, M., & Turner, M. S. 2004, Phys. Rev. D, 70, 043528

Carter, J. A., Sembay, S., & Read, A. M. 2011, A&A, 527, A115

Cash, W. 1979, ApJ, 228, 939

Cavaliere, A. & Fusco-Femiano, R. 1976, A&A, 49, 137

Cavaliere, A., Lapi, A., & Fusco-Femiano, R. 2009, ApJ, 698, 580

Chen, M. H. & Shao, Q. M. 1999, Journal of Computational and Graphical Statistics, 8, 69

Chevallier, M. & Polarski, D. 2001, International Journal of Modern Physics D, 10, 213

Chiappetti, L., Tajer, M., Trinchieri, G., et al. 2005, A&A, 439, 413

Christensen, N., Meyer, R., Knox, L., & Luey, B. 2001, Classical and Quantum Gravity, 18, 2677

Clarke, T. E., Kronberg, P. P., & Böhringer, H. 2001, ApJ, 547, L111

Comerford, J. M. & Natarajan, P. 2007, MNRAS, 379, 190

Coupon, J., Ilbert, O., Kilbinger, M., et al. 2009, A&A, 500, 981

Courtin, J., Rasera, Y., Alimi, J.-M., et al. 2011, MNRAS, 410, 1911

Crocce, M., Fosalba, P., Castander, F. J., & Gaztañaga, E. 2010, MNRAS, 403, 1353

Crocce, M. & Scoccimarro, R. 2006, Phys. Rev. D, 73, 063519

Croston, J. H., Arnaud, M., Pointecouteau, E., & Pratt, G. W. 2006, A&A, 459, 1007

Croston, J. H., Pratt, G. W., Böhringer, H., et al. 2008, A&A, 487, 431

Cunha, C., Huterer, D., & Doré, O. 2010, Phys. Rev. D, 82, 023004

de Grandi, S., Böhringer, H., Guzzo, L., et al. 1999, ApJ, 514, 148

De Lucia, G., Poggianti, B. M., Aragón-Salamanca, A., et al. 2004, ApJ, 610, L77

Diaferio, A. & Geller, M. J. 1997, ApJ, 481, 633

Diaferio, A., Geller, M. J., & Rines, K. J. 2005, ApJ, 628, L97

Dolag, K. & Stasyszyn, F. 2009, MNRAS, 398, 1678

Draper, P., Dodelson, S., Hao, J., & Rozo, E. 2012, Phys. Rev. D, 85, 023005

Dubois, Y., Devriendt, J., Teyssier, R., & Slyz, A. 2011, MNRAS, 417, 1853

Dunkley, J., Bucher, M., Ferreira, P. G., Moodley, K., & Skordis, C. 2005, MNRAS, 356, 925

Dunkley, J., Hlozek, R., Sievers, J., et al. 2011, ApJ, 739, 52

Dunkley, J., Komatsu, E., Nolta, M. R., et al. 2009, ApJS, 180, 306

Ebeling, H., Edge, A. C., Bohringer, H., et al. 1998, MNRAS, 301, 881

Ebeling, H., Edge, A. C., & Henry, J. P. 2001, ApJ, 553, 668

Ebrero, J., Carrera, F. J., Page, M. J., et al. 2009, A&A, 493, 55

Eisenstein, D. J. & Hu, W. 1998, ApJ, 496, 605

Eisenstein, D. J. & Hut, P. 1998, ApJ, 498, 137

Eisenstein, D. J., Zehavi, I., Hogg, D. W., et al. 2005, ApJ, 633, 560

Eke, V. R., Cole, S., Frenk, C. S., & Patrick Henry, J. 1998, MNRAS, 298, 1145

Eke, V. R., Navarro, J. F., & Steinmetz, M. 2001, ApJ, 554, 114

ESA XMM-SOC. 2011, XMM-Newton Users Handbook, 2nd edn., ESA : XMM-Newton SOC

Ettori, S. 2000, MNRAS, 311, 313

Ettori, S., Gastaldello, F., Leccardi, A., et al. 2010, A&A, 524, A68

Ettori, S., Tozzi, P., Borgani, S., & Rosati, P. 2004, A&A, 417, 13

Ettori, S., Tozzi, P., & Rosati, P. 2003, A&A, 398, 879

Evrard, A. E., MacFarland, T. J., Couchman, H. M. P., et al. 2002, ApJ, 573, 7

Fabian, A. C., Sanders, J. S., Taylor, G. B., et al. 2006, MNRAS, 366, 417

Fabjan, D., Borgani, S., Rasia, E., et al. 2011, MNRAS, 416, 801

Fan, X., Narayanan, V. K., Lupton, R. H., et al. 2001, AJ, 122, 2833

Fan, X., White, R. L., Davis, M., et al. 2000, AJ, 120, 1167

Fassbender, R., Böhringer, H., Lamer, G., et al. 2008, A&A, 481, L73

Fassbender, R., Böhringer, H., Nastasi, A., et al. 2011a, New Journal of Physics, 13, 125014

Fassbender, R., Nastasi, A., Böhringer, H., et al. 2011b, A&A, 527, L10

Finoguenov, A., Guzzo, L., Hasinger, G., et al. 2007, ApJS, 172, 182

Francis, C. L. & Peacock, J. A. 2010, MNRAS, 406, 14

Gal, R. R., Lopes, P. A. A., de Carvalho, R. R., et al. 2009, AJ, 137, 2981

Gandhi, P., Crawford, C. S., Fabian, A. C., & Johnstone, R. M. 2004, MNRAS, 348, 529

Gandhi, P., Garcet, O., Disseau, L., et al. 2006, A&A, 457, 393

Gao, L., Frenk, C. S., Jenkins, A., Springel, V., & White, S. D. M. 2011, MNRAS, 1745

Gelman, A. & Rubin, D. B. 1992, Statistical science, 7, 457

Giacconi, R., Murray, S., Gursky, H., et al. 1972, ApJ, 178, 281

Gilmore, J. & Natarajan, P. 2009, MNRAS, 396, 354

Gioia, I. M., Henry, J. P., Maccacaro, T., et al. 1990a, ApJ, 356, L35

Gioia, I. M., Maccacaro, T., Schild, R. E., et al. 1990b, ApJS, 72, 567

Giovannini, G. & Feretti, L. 2002, in Astrophysics and Space Science Library, Vol. 272, Merging Processes in Galaxy Clusters, ed. L. Feretti, I. M. Gioia, & G. Giovannini, 197–227

Gladders, M. D. & Yee, H. K. C. 2000, AJ, 120, 2148

Gobat, R., Daddi, E., Onodera, M., et al. 2011, A&A, 526, A133

Golse, G., Kneib, J.-P., & Soucail, G. 2002, A&A, 387, 788

Grevesse, N. & Sauval, A. J. 1998, Space Sci. Rev., 85, 161

Gunn, J. E. & Gott, III, J. R. 1972, ApJ, 176, 1

Gursky, H., Kellogg, E., Murray, S., et al. 1971, ApJ, 167, L81

Haiman, Z., Allen, S., Bahcall, N., et al. 2005, ArXiv Astrophysics e-prints

Hao, J., McKay, T. A., Koester, B. P., et al. 2010, ApJS, 191, 254

Hashimoto, Y., Barcons, X., Böhringer, H., et al. 2004, A&A, 417, 819

Heavens, A. 2009, ArXiv e-prints

Heidelberger, P. & Welch, P. D. 1983, Opns Res., 31, 1109

Heisler, J., Tremaine, S., & Bahcall, J. N. 1985, ApJ, 298, 8

Henry, J. P. 1997, ApJ, 489, L1

Henry, J. P. 2004, ApJ, 609, 603

Henry, J. P. & Arnaud, K. A. 1991, ApJ, 372, 410

Henry, J. P., Evrard, A. E., Hoekstra, H., Babul, A., & Mahdavi, A. 2009, ApJ, 691, 1307

Henry, J. P., Gioia, I. M., Maccacaro, T., et al. 1992, ApJ, 386, 408

Henry, J. P., Mullis, C. R., Voges, W., et al. 2006, ApJS, 162, 304

Hickson, P., Kindl, E., & Auman, J. R. 1989, ApJS, 70, 687

Hoekstra, H., Donahue, M., Conselice, C. J., McNamara, B. R., & Voit, G. M. 2011, ApJ, 726, 48

Hu, W. & Dodelson, S. 2002, ARA&A, 40, 171

Huterer, D. & Turner, M. S. 2001, Phys. Rev. D, 64, 123527

Hütsi, G. 2010, MNRAS, 401, 2477

Ilbert, O., Arnouts, S., McCracken, H. J., et al. 2006, A&A, 457, 841

Ilbert, O., Capak, P., Salvato, M., et al. 2009, ApJ, 690, 1236

Jansen, F., Lumb, D., Altieri, B., et al. 2001, A&A, 365, L1

Jee, M. J., Rosati, P., Ford, H. C., et al. 2009, ApJ, 704, 672

Jenkins, A., Frenk, C. S., White, S. D. M., et al. 2001, MNRAS, 321, 372

Johnston, D. E., Sheldon, E. S., Tasitsiomi, A., et al. 2007, ApJ, 656, 27

Jones, C. & Forman, W. 1984, ApJ, 276, 38

Jones, L. R., Scharf, C., Ebeling, H., et al. 1998, ApJ, 495, 100

Kaastra, J. S. & Mewe, R. 2000, in Atomic Data Needs for X-ray Astronomy, ed. M. A. Bautista, T. R. Kallman, & A. K. Pradhan, 161

Kaiser, N. 1986, MNRAS, 222, 323

Kay, S. T., da Silva, A. C., Aghanim, N., et al. 2007, MNRAS, 377, 317

Kellogg, E., Gursky, H., Leong, C., et al. 1971, ApJ, 165, L49

Kim, D.-W., Cameron, R. A., Drake, J. J., et al. 2004, ApJS, 150, 19

King, I. 1962, AJ, 67, 471

Kitayama, T. & Suto, Y. 1996, ApJ, 469, 480

Kitayama, T. & Suto, Y. 1997, ApJ, 490, 557

Knebe, A., Knollmann, S. R., Muldrew, S. I., et al. 2011, MNRAS, 415, 2293

Kocevski, D. D., Lubin, L. M., Gal, R., et al. 2009, ApJ, 690, 295

Koester, B. P., McKay, T. A., Annis, J., et al. 2007a, ApJ, 660, 239

Koester, B. P., McKay, T. A., Annis, J., et al. 2007b, ApJ, 660, 221

Kolokotronis, V., Georgakakis, A., Basilakos, S., et al. 2006, MNRAS, 366, 163

Komatsu, E., Smith, K. M., Dunkley, J., et al. 2011, ApJS, 192, 18

Kotov, O. & Vikhlinin, A. 2005, ApJ, 633, 781

Kotov, O. & Vikhlinin, A. 2006, ApJ, 641, 752

Kravtsov, A. V., Vikhlinin, A., & Nagai, D. 2006, ApJ, 650, 128

Lamer, G., Hoeft, M., Kohnert, J., Schwope, A., & Storm, J. 2008, A&A, 487, L33

Lapi, A. & Cavaliere, A. 2009, ApJ, 692, 174

Larson, D., Dunkley, J., Hinshaw, G., et al. 2011, ApJS, 192, 16

Leauthaud, A., Finoguenov, A., Kneib, J.-P., et al. 2010, ApJ, 709, 97

Leccardi, A., Rossetti, M., & Molendi, S. 2010, A&A, 510, A82

Lee, J. & Shandarin, S. F. 1998, ApJ, 500, 14

Liedahl, D. A., Osterheld, A. L., & Goldstein, W. H. 1995, ApJ, 438, L115

Lloyd-Davies, E. J., Romer, A. K., Mehrtens, N., et al. 2011, MNRAS, 418, 14

LoVerde, M. & Smith, K. M. 2011, J. Cosmology Astropart. Phys., 8, 3

Lueker, M., Reichardt, C. L., Schaffer, K. K., et al. 2010, ApJ, 719, 1045

Macciò, A. V., Dutton, A. A., & van den Bosch, F. C. 2008, MNRAS, 391, 1940

Mantz, A. & Allen, S. W. 2011, ArXiv e-prints

Mantz, A., Allen, S. W., Ebeling, H., Rapetti, D., & Drlica-Wagner, A. 2010a, MNRAS, 406, 1773

Mantz, A., Allen, S. W., Rapetti, D., & Ebeling, H. 2010b, MNRAS, 406, 1759

Marinoni, C. & Buzzi, A. 2010, Nature, 468, 539

Markevitch, M. 1998, ApJ, 504, 27

Marrone, D. P., Smith, G. P., Richard, J., et al. 2009, ApJ, 701, L114

Massey, R., Rhodes, J., Ellis, R., et al. 2007, Nature, 445, 286

Mathiesen, B. F. 1999, PhD thesis, THE UNIVERSITY OF MICHIGAN

Maughan, B. J., Giles, P. A., Randall, S. W., Jones, C., & Forman, W. R. 2012, MNRAS, 2419

McCarthy, I. G., Schaye, J., Bower, R. G., et al. 2011, MNRAS, 412, 1965

McDonald, P. & Seljak, U. 2009, J. Cosmology Astropart. Phys., 10, 7

McNamara, B. R., Nulsen, P. E. J., Wise, M. W., et al. 2005, Nature, 433, 45

Mehrtens, N., Romer, A. K., Lloyd-Davies, E. J., et al. 2011, ArXiv e-prints

Mei, S., Holden, B. P., Blakeslee, J. P., et al. 2009, ApJ, 690, 42

Mei, S., Holden, B. P., Blakeslee, J. P., et al. 2006, ApJ, 644, 759

Melin, J.-B., Bartlett, J. G., Delabrouille, J., et al. 2011, A&A, 525, A139

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. 1953, J. Chem. Phys., 21, 1087

Mewe, R., Gronenschild, E. H. B. M., & van den Oord, G. H. J. 1985, A&AS, 62, 197

Milgrom, M. 1983, ApJ, 270, 365

Mitchell, R. J., Culhane, J. L., Davison, P. J. N., & Ives, J. C. 1976, MNRAS, 175, 29P

Mittal, R., Hicks, A., Reiprich, T. H., & Jaritz, V. 2011, A&A, 532, A133

Mo, H. J. & White, S. D. M. 1996, MNRAS, 282, 347

Mohr, J. J., O'Shea, B., Evrard, A. E., Bialek, J., & Haiman, Z. 2003, Nuclear Physics B Proceedings Supplements, 124, 63

More, S., Kravtsov, A. V., Dalal, N., & Gottlöber, S. 2011, ApJS, 195, 4

Moretti, A., Campana, S., Lazzati, D., & Tagliaferri, G. 2003, ApJ, 588, 696

Muanwong, O., Kay, S. T., & Thomas, P. A. 2006, ApJ, 649, 640

Mukai, K. 2011, Portable, Interactive Multi-Mission Simulator (PIMMS) Manual, 3rd edn., HEASARC

Mullis, C. R., Rosati, P., Lamer, G., et al. 2005, ApJ, 623, L85

Murgia, M., Eckert, D., Govoni, F., et al. 2010, A&A, 514, A76

Nastasi, A., Fassbender, R., Böhringer, H., et al. 2011, A&A, 532, L6

Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, ApJ, 490, 493

Navarro, J. F., Ludlow, A., Springel, V., et al. 2010, MNRAS, 402, 21

Neto, A. F., Gao, L., Bett, P., et al. 2007, MNRAS, 381, 1450

Novicki, M. C., Sornig, M., & Henry, J. P. 2002, AJ, 124, 2413

Nulsen, P. E. J., McNamara, B. R., Wise, M. W., & David, L. P. 2005, ApJ, 628, 629

Oguri, M., Bayliss, M. B., Dahle, H., et al. 2012, MNRAS, 2189

Okabe, N., Takada, M., Umetsu, K., Futamase, T., & Smith, G. P. 2010, PASJ, 62, 811

Osmond, J. P. F. & Ponman, T. J. 2004, MNRAS, 350, 1511

Oukbir, J. & Blanchard, A. 1997, A&A, 317, 1

Pacaud, F. 2008, Thèse de doctorat, Observatoire de Paris

Pacaud, F., Pierre, M., Adami, C., et al. 2007, MNRAS, 382, 1289

Pacaud, F., Pierre, M., Refregier, A., et al. 2006, MNRAS, 372, 578

Padmanabhan, N., Hirata, C. M., Seljak, U., et al. 2005, Phys. Rev. D, 72, 043525

Papovich, C. 2008, ApJ, 676, 206

Papovich, C., Momcheva, I., Willmer, C. N. A., et al. 2010, ApJ, 716, 1503

Park, T., Kashyap, V. L., Siemiginowska, A., et al. 2006, ApJ, 652, 610

Peacock, J. A. 1999, Cosmological Physics, ed. Peacock, J. A.

Peebles, P. J. E. 1993, Principles of Physical Cosmology, ed. Peebles, P. J. E.

Percival, W. J. 2005, A&A, 443, 819

Percival, W. J., Reid, B. A., Eisenstein, D. J., et al. 2010, MNRAS, 401, 2148

Peterson, J. R., Jernigan, J. G., Gupta, R. R., Bankert, J., & Kahn, S. M. 2009, ApJ, 707, 878

Pierpaoli, E., Borgani, S., Scott, D., & White, M. 2003, MNRAS, 342, 163

Pierpaoli, E., Scott, D., & White, M. 2001, MNRAS, 325, 77

Pierre, M., Chiappetti, L., Pacaud, F., et al. 2007, MNRAS, 382, 279

Pierre, M., Pacaud, F., Duc, P.-A., et al. 2006, MNRAS, 372, 591

Pierre, M., Pacaud, F., Juin, J. B., et al. 2011, MNRAS, 414, 1732

Piffaretti, R., Arnaud, M., Pratt, G. W., Pointecouteau, E., & Melin, J.-B. 2011, A&A, 534, A109

Pinzke, A., Pfrommer, C., & Bergström, L. 2011, Phys. Rev. D, 84, 123509

Planck Collaboration, Ade, P. A. R., Aghanim, N., et al. 2011a, A&A, 536, A11

Planck Collaboration, Aghanim, N., Arnaud, M., et al. 2011b, A&A, 536, A9

Planck Collaboration, Aghanim, N., Arnaud, M., et al. 2011c, A&A, 536, A12

Pointecouteau, E., Arnaud, M., & Pratt, G. W. 2005, A&A, 435, 1

Pratt, G. W. & Arnaud, M. 2002, A&A, 394, 375

Pratt, G. W., Arnaud, M., Piffaretti, R., et al. 2010, A&A, 511, A85

Pratt, G. W., Böhringer, H., Croston, J. H., et al. 2007, A&A, 461, 71

Pratt, G. W., Croston, J. H., Arnaud, M., & Böhringer, H. 2009, A&A, 498, 361

Predehl, P., Andritschke, R., Böhringer, H., et al. 2010, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 7732, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series

Press, W. H. & Schechter, P. 1974, ApJ, 187, 425

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing, ed. Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P.

Rapetti, D., Allen, S. W., Mantz, A., & Ebeling, H. 2009, MNRAS, 400, 699

Rapetti, D., Allen, S. W., Mantz, A., & Ebeling, H. 2010, MNRAS, 406, 1796

Rasia, E., Mazzotta, P., Bourdin, H., et al. 2008, ApJ, 674, 728

Raymond, J. C. & Smith, B. W. 1977, ApJS, 35, 419

Read, A. M. & Ponman, T. J. 2003, A&A, 409, 395

Reichert, A., Böhringer, H., Fassbender, R., & Mühlegger, M. 2011, A&A, 535, A4

Reiprich, T. H. & Böhringer, H. 2002, ApJ, 567, 716

Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al. 1998, AJ, 116, 1009

Rines, K. & Diaferio, A. 2010, AJ, 139, 580

Romer, A. K., Nichol, R. C., Holden, B. P., et al. 2000, ApJS, 126, 209

Romer, A. K., Viana, P. T. P., Liddle, A. R., & Mann, R. G. 2001, ApJ, 547, 594

Rosati, P., Borgani, S., & Norman, C. 2002a, ARA&A, 40, 539

Rosati, P., della Ceca, R., Norman, C., & Giacconi, R. 1998, ApJ, 492, L21

Rosati, P., Tozzi, P., Giacconi, R., et al. 2002b, ApJ, 566, 667

Rozo, E., Rykoff, E. S., Evrard, A., et al. 2009, ApJ, 699, 768

Rozo, E., Wechsler, R. H., Rykoff, E. S., et al. 2010, ApJ, 708, 645

Rykoff, E. S., Evrard, A. E., McKay, T. A., et al. 2008, MNRAS, 387, L28

Sahlén, M., Viana, P. T. P., Liddle, A. R., et al. 2009, MNRAS, 397, 577

Salvato, M., Hasinger, G., Ilbert, O., et al. 2009, ApJ, 690, 1250

Sand, D. J., Treu, T., Smith, G. P., & Ellis, R. S. 2004, ApJ, 604, 88

Sandage, A. & Visvanathan, N. 1978, ApJ, 223, 707

Santos, J. S., Fassbender, R., Nastasi, A., et al. 2011, A&A, 531, L15

Santos, J. S., Tozzi, P., Rosati, P., & Böhringer, H. 2010, A&A, 521, A64

Sarazin, C. L. 1988, X-ray emission from clusters of galaxies, ed. Sarazin, C. L.

Sarazin, C. L. 2008, in Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, Vol. 740, A Pan-Chromatic View of Clusters of Galaxies and the Large-Scale Structure, ed. M. Plionis, O. López-Cruz, & D. Hughes, 1–4020

Scharf, C. A., Jones, L. R., Ebeling, H., et al. 1997, ApJ, 477, 79

Schechter, P. 1976, ApJ, 203, 297

Schmidt, R. W. & Allen, S. W. 2007, MNRAS, 379, 209

Schrabback, T., Hartlap, J., Joachimi, B., et al. 2010, A&A, 516, A63

Schuecker, P., Böhringer, H., Collins, C. A., & Guzzo, L. 2003, A&A, 398, 867

Schuecker, P., Böhringer, H., Guzzo, L., et al. 2001, A&A, 368, 86

Schuecker, P., Guzzo, L., Collins, C. A., & Böhringer, H. 2002, MNRAS, 335, 807

Schwope, A. D., Lamer, G., de Hoon, A., et al. 2010, A&A, 513, L10

Scoville, N., Aussel, H., Brusa, M., et al. 2007, ApJS, 172, 1

Sehgal, N., Trac, H., Acquaviva, V., et al. 2011, ApJ, 732, 44

Seljak, U., Makarov, A., McDonald, P., et al. 2005, Phys. Rev. D, 71, 103515

Serlemitsos, P. J., Smith, B. W., Boldt, E. A., Holt, S. S., & Swank, J. H. 1977, ApJ, 211, L63

Serra, A. L., Diaferio, A., Murante, G., & Borgani, S. 2011, MNRAS, 412, 800

Shaw, L. D., Nagai, D., Bhattacharya, S., & Lau, E. T. 2010, ApJ, 725, 1452

Sheth, R. K., Mo, H. J., & Tormen, G. 2001, MNRAS, 323, 1

Sheth, R. K. & Tormen, G. 1999, MNRAS, 308, 119

Short, C. J., Thomas, P. A., Young, O. E., et al. 2010, MNRAS, 408, 2213

Slosar, A., Font-Ribera, A., Pieri, M. M., et al. 2011, J. Cosmology Astropart. Phys., 9, 1

Smith, B. J. 2007, J Stat Softw, 21, 1

Smith, R. K., Brickhouse, N. S., Liedahl, D. A., & Raymond, J. C. 2001, ApJ, 556, L91

Smoot, G. F., Bennett, C. L., Kogut, A., et al. 1992, ApJ, 396, L1

Snowden, S. L., Collier, M. R., & Kuntz, K. D. 2004, ApJ, 610, 1182

Soucail, G., Kneib, J.-P., & Golse, G. 2004, A&A, 417, L33

Spergel, D. N., Bean, R., Doré, O., et al. 2007, ApJS, 170, 377

Spitzer, L. 1956, Physics of Fully Ionized Gases, ed. Spitzer, L.

Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., et al. 2005, Nature, 435, 629

Stanek, R., Evrard, A. E., Böhringer, H., Schuecker, P., & Nord, B. 2006, ApJ, 648, 956

Stanford, S. A., Romer, A. K., Sabirli, K., et al. 2006, ApJ, 646, L13

Staniszewski, Z., Ade, P. A. R., Aird, K. A., et al. 2009, ApJ, 701, 32

Starck, J.-L., Murtagh, F. D., & Bijaoui, A. 1998, Image Processing and Data Analysis, ed. Starck, J.-L., Murtagh, F. D., & Bijaoui, A.

Starck, J.-L. & Pierre, M. 1998, A&AS, 128, 397

Stott, J. P., Collins, C. A., Sahlén, M., et al. 2010, ApJ, 718, 23

Sullivan, M., Guy, J., Conley, A., et al. 2011, ApJ, 737, 102

Sun, M., Voit, G. M., Donahue, M., et al. 2009, ApJ, 693, 1142

Sunyaev, R. A. & Zeldovich, Y. B. 1970, Ap&SS, 7, 3

Sunyaev, R. A. & Zeldovich, Y. B. 1972, Comments on Astrophysics and Space Physics, 4, 173

Takey, A., Schwope, A., & Lamer, G. 2011, A&A, 534, A120

Tanaka, M., Finoguenov, A., & Ueda, Y. 2010, ApJ, 716, L152

Tegmark, M., Blanton, M. R., Strauss, M. A., et al. 2004, ApJ, 606, 702

Tegmark, M., Taylor, A. N., & Heavens, A. F. 1997, ApJ, 480, 22

Teyssier, R., Pires, S., Prunet, S., et al. 2009, A&A, 497, 335

Tinker, J., Kravtsov, A. V., Klypin, A., et al. 2008, ApJ, 688, 709

Tinker, J. L., Robertson, B. E., Kravtsov, A. V., et al. 2010, ApJ, 724, 878

Truemper, J. 1993, Science, 260, 1769

Umetsu, K. & Broadhurst, T. 2008, ApJ, 684, 177

Umetsu, K., Broadhurst, T., Zitrin, A., et al. 2011, ApJ, 738, 41

Šuhada, R., Song, J., Böhringer, H., et al. 2012, A&A, 537, A39

Valageas, P. 2009, A&A, 508, 93

Valageas, P. 2010, A&A, 514, A46

Valtchanov, I., Pierre, M., & Gastaud, R. 2001, A&A, 370, 689

van Breukelen, C., Cotter, G., Rawlings, S., et al. 2007, MNRAS, 382, 971

Vanderlinde, K., Crawford, T. M., de Haan, T., et al. 2010, ApJ, 722, 1180

Viana, P. T. P. & Liddle, A. R. 1999, MNRAS, 303, 535

Vikhlinin, A., Burenin, R. A., Ebeling, H., et al. 2009a, ApJ, 692, 1033

Vikhlinin, A., Kravtsov, A., Forman, W., et al. 2006, ApJ, 640, 691

Vikhlinin, A., Kravtsov, A. V., Burenin, R. A., et al. 2009b, ApJ, 692, 1060

Vikhlinin, A., Markevitch, M., Murray, S. S., et al. 2005, ApJ, 628, 655

Vikhlinin, A., McNamara, B. R., Forman, W., et al. 1998a, ApJ, 502, 558

Vikhlinin, A., McNamara, B. R., Forman, W., et al. 1998b, ApJ, 498, L21

Voit, G. M. 2005, Reviews of Modern Physics, 77, 207

Wagner, C., Verde, L., & Boubekeur, L. 2010, J. Cosmology Astropart. Phys., 10, 22

Wang, L. & Steinhardt, P. J. 1998, ApJ, 508, 483

Warren, M. S., Abazajian, K., Holz, D. E., & Teodoro, L. 2006, ApJ, 646, 881

Watson, M. G., Schröder, A. C., Fyfe, D., et al. 2009, A&A, 493, 339

White, M. 2002, ApJS, 143, 241

White, M., Cohn, J. D., & Smit, R. 2010, MNRAS, 408, 1818

White, S. D. M. & Frenk, C. S. 1991, ApJ, 379, 52

White, S. D. M., Navarro, J. F., Evrard, A. E., & Frenk, C. S. 1993, Nature, 366, 429

Willis, J. P., Pacaud, F., Valtchanov, I., et al. 2005, MNRAS, 363, 675

Wojtak, R., Hansen, S. H., & Hjorth, J. 2011, Nature, 477, 567

Yu, H., Tozzi, P., Borgani, S., Rosati, P., & Zhu, Z.-H. 2011, A&A, 529, A65

Zemcov, M., Rex, M., Rawle, T. D., et al. 2010, A&A, 518, L16

Zhang, Y.-Y., Okabe, N., Finoguenov, A., et al. 2010, ApJ, 711, 1033

Zwicky, F. 1933, Helvetica Physica Acta, 6, 110

Zwicky, F. 1937, ApJ, 86, 217

# Annexes

# Annexe A

# Publications associées et détail de ma contribution

Cette section regroupe les publications soumises à comité de lecture auxquelles j'ai participé durant ma thèse. Je décris pour chacune d'elles ma contribution et, si nécessaire, les chapitres et sections de ce manuscrit qui y sont reliés.

## A.1 Publications liées au relevé XMM–LSS

### The XMM-LSS survey : optical assessment and properties of different X-ray selected cluster classes

**Présentation** Cet article présente 66 amas détectés dans les six premiers degrés carrés du relevé XMM–LSS et confirmés par spectroscopie. L'échantillon contient des amas C1, C2 et C3 et discute les niveaux de complétude de chacune de ces classes. L'objectif de cette publication est d'expliciter la procédure suivie pour confirmer un amas détecté en rayons X, en passant par la photométrie du CFHT-LS puis par les données spectroscopiques. Les propriétés optiques (richesse, dispersion de vitesses) sont corrélées aux luminosités mesurées en X. Un accent particulier est mis sur les groupes fossiles et amas distants.

**Voir dans le manuscrit :** Chap. 3 [Sect. 3.3], Chap. 4 [Sect. 4.3] et Chap. 5 [Sect. 5.2.3].

**Contribution personelle** J'ai participé au traitement des données XMM donnant lieu au catalogue d'amas. J'ai développé et testé le programme de mesure des taux de comptage des amas dans des ouvertures finies (les mesures ont été réalisées par T. Sadibekova).

A&A 526, A18 (2011)
DOI: 10.1051/0004-6361/201015182
© ESO 2010

Astronomy & Astrophysics

# The XMM-LSS survey: optical assessment and properties of different X-ray selected cluster classes⋆

C. Adami[1], A. Mazure[1], M. Pierre[2], P. G. Sprimont[3], C. Libbrecht[2], F. Pacaud[2,8], N. Clerc[2], T. Sadibekova[3], J. Surdej[3], B. Altieri[4], P. A. Duc[2], G. Galaz[7], A. Gueguen[2], L. Guennou[1], G. Hertling[7], O. Ilbert[1], J. P. Le Fèvre[14], H. Quintana[7], I. Valtchanov[4], J. P. Willis[9], M. Akiyama[12], H. Aussel[2], L. Chiappetti[10], A. Detal[3], B. Garilli[10], V. LeBrun[1], O. LeFèvre[1], D. Maccagni[10], J. B. Melin[13], T. J. Ponman[11], D. Ricci[3], and L. Tresse[1]

[1] LAM, OAMP, Pôle de l'Etoile Site Château-Gombert 38, Rue Frédréric Juliot-Curie, 13388 Marseille Cedex 13, France
e-mail: christophe.adami@oamp.fr
[2] Laboratoire AIM, CEA/DSM/IRFU/Sap, CEA-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France
[3] Institut d'Astrophysique et de Géophysique, Université de Liège, Allée du 6 Août 17, B5C, 4000 Sart Tilman, Belgium
[4] ESA, Villafranca del Castillo, Spain
[5] UPMC Université Paris 06, UMR 7095, Institut d'Astrophysique de Paris, 75014 Paris, France
[6] CNRS, UMR 7095, Institut d'Astrophysique de Paris, 75014 Paris, France
[7] Departamento de Astronomía y Astrofísica, Pontificia Universidad Católica de Chile, Casilla 306, Santiago 22, Chile
[8] Argelander-Institut für Astronomie, University of Bonn, Auf dem Hügel 71, 53121 Bonn, Germany
[9] Department of Physics and Astronomy, University of Victoria, Elliot Building, 3800 Finnerty Road, Victoria, V8V 1A1, BC, Canada
[10] INAF-IASF Milano, via Bassini 15, 20133 Milano, Italy
[11] School of Physics and Astronomy, University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham, B15 2TT, UK
[12] Astronomical Institute, Tohoku University 6-3 Aramaki, Aoba-ku, Sendai 980-8578, Japan
[13] CEA/DSM/IRFU/SPP, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France
[14] CEA/DSM/IRFU/SEDI, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France

Received 9 June 2010 / Accepted 28 October 2010

**ABSTRACT**

*Context.* XMM and *Chandra* opened a new area for the study of clusters of galaxies not only for cluster physics, but also for the detection of faint and distant clusters that were inaccessible with previous missions.
*Aims.* This article presents 66 spectroscopically confirmed clusters ($0.05 \leq z \leq 1.5$) within an area of 6 deg$^2$ enclosed in the XMM-LSS survey. Almost two thirds have been confirmed with dedicated spectroscopy only and 10% have been confirmed with dedicated spectroscopy supplemented by literature redshifts.
*Methods.* Sub-samples, or classes, of extended-sources are defined in a two-dimensional X-ray parameter space allowing for various degrees of completeness and contamination. We describe the procedure developed to assess the reality of these cluster candidates using the CFHTLS photometric data and spectroscopic information from our own follow-up campaigns.
*Results.* Most of these objects are low-mass clusters, hence constituting a still poorly studied population. In a second step, we quantify the correlations between the optical properties such as richness or velocity dispersion and the cluster X-ray luminosities. We examine the relation of the clusters to the cosmic web. Finally, we review peculiar compact structures in the surveyed area such as very distant clusters and fossil groups.

**Key words.** surveys – galaxies: clusters: general – large-scale structure of Universe – X-rays: galaxies: clusters

## 1. Introduction

With the quest for the characterization of the Dark Energy properties and the upcoming increasingly large instruments (JWST, ALMA, LSST, EUCLID, etc.) the beginning of the 21st century will be an exciting time for cosmology. In this respect, a new era was already opened for X-ray astronomy by the XMM-Newton and *Chandra* observatories in 1999. The increasing amount of high-quality multi-wavelength observations and the concept of a "multi-probe" approach is expected to provide strong constraints on the cosmological models. In this context, X-ray surveys have an important role to play, as it was already the case in the 1980 s and 1990 s (e.g. Romer et al. 1994; Castander et al. 1995; Collins et al. 1997; Henry et al. 1997; Bohringer et al. 1998; Ebeling et al. 1998; Jones et al. 1998; Rosati et al. 1998;

⋆ Based on observations obtained with MegaPrime/MegaCam, a joint project of CFHT and CEA/DAPNIA, at the Canada-France-Hawaii Telescope (CFHT), which is operated by the National Research Council (NRC) of Canada, the Institut National des Science de l'Univers of the Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) of France, and the University of Hawaii. This work is based in part on data products produced at TERAPIX and the Canadian Astronomy Data Centre as part of the Canada-France-Hawaii Telescope Legacy Survey, a collaborative project of NRC and CNRS. This work is also based on observations collected at TNG (La Palma, Spain), Magellan (Chile), and at ESO Telescopes at the La Silla and Paranal Observatories under programmes ID 072.A-0312, 074.A-0476, 076.A-0509, 070.A-0283, 072.A-0104, and 074.A-0360.

Vikhlinin et al. 1998; De Grandi et al. 1999; Romer et al. 2000, and Ref. therein). New cluster surveys are constantly set in motion (e.g. Romer et al. 2001; Pierre et al. 2004; Finoguenov et al. 2007).

One of them, the XMM-LSS survey, covers 11 deg$^2$ at a sensitivity of $\sim 10^{-14}$ erg/s/cm$^2$ at 0.5−2 keV for spatially-extended X-ray sources and is currently the largest contiguous deep XMM cluster survey. This sky region is covered by parallel surveys in multiple complementary wavebands ranging from radio to the $\gamma$-ray wavelengths (Pierre et al. 2004) and therefore constitutes a unique area for pioneering studies. It can for instance detect a Coma-like cluster at $z \sim 2$. A number of articles describing the properties of the XMM-LSS source population have been published by e.g. Pierre et al. (2006) and Pacaud et al. (2007) for clusters of galaxies and Gandhi et al. (2006) for AGNs; the complete X-ray source catalog along with optical identifications for the first 5 deg$^2$ of the survey was published by Pierre et al. (2007).

One of the major goals of the XMM-LSS survey is to provide samples of galaxy clusters with well defined selection criteria to enable cosmological studies out to redshift $z \sim 1.5$. Indeed, monitoring selection effects is mandatory not only to study the evolution of the cluster X-ray luminosity (i.e. mass) function or of the 3-D cluster distribution but also, as shown by Pacaud et al. (2007), to characterize the evolution of the cluster scaling laws such as the luminosity-temperature relation. We have put special emphasis on the X-ray selection criteria in the XMM-LSS survey. The procedure enables the construction of samples with various degrees of completeness and allows for given rates of contamination by non-cluster sources. The subsequent optical spectroscopic observations constitute the ultimate assessment of the clusters.

In a first paper, Pacaud et al. (2007) presented the Class One (C1) clusters pertaining to the first 5 deg$^2$ of the survey (the ones with the highest a priori probability to be real clusters). The C1 selection yields a purely X-ray selected cluster sample with an extremely low contamination level and corresponds to fairly high surface brightness objects. The present article summarizes these former findings including now the clusters selected from less stringent X-ray criteria (C2 and C3) and including the contiguous Subaru Deep Survey (SXDS, e.g. Ueda et al. 2008). The C2 and C3 objects presented here come from an initial sample with a higher degree of contamination, but have all passed the final spectroscopic tests. Compared to the C1 clusters, they are fainter and correspond a priori to less massive clusters or to groups at a redshift of ∼0.5: this is a population that is for the first time systematically unveiled by the XMM-LSS survey. A few massive very distant clusters are falling into this category too.

The present study is the first attempt to give a comprehensive census (X-ray and optical properties) of the low-mass cluster population within the $0 < z < 1$ range. The search for correlations between optical and X-ray properties has already been going on a long time, since e.g. Smith et al. (1979) or Quintana & Melnick (1982). However, with more than 60 spectroscopically confirmed clusters, the current sample constitutes by far the spectroscopically confirmed cluster sample with the highest surface density ever published. The article is organized as follows. In the next section we describe the X-ray cluster selection. Section 3 presents the available optical photometric and spectroscopic data. Section 4 explains the adopted cluster validation procedure, the new X-ray luminosity computations, and presents the resulting catalog. Then, the global properties of each cluster class and category are examined in Sect. 5 and, subsequently, the properties of the cluster galaxy population in Sect. 6. Section 7 details the $z = 1.53$ candidate cluster and investigates possible peculiar compact structures in the survey. Finally Sect. 8 presents the conclusions. The two appendices discuss the accuracy of photometric redshifts in the context of dense environments and lists additional redshift structures found in the course of the study.

Throughout the paper we assume $H_0 = 71\ \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$, $\Omega_\mathrm{m} = 0.27$, and $\Omega_\Lambda = 0.73$ (Dunkley et al. 2009). All magnitudes are in the *AB* system.

## 2. The initial cluster candidate selection

The clusters presented in this paper are for the great majority X-ray-selected. The XMM-LSS pipeline (Pacaud et al. 2006) provides some 20 parameters for each detected source (coordinates, count rate, etc.). Out of these, two are especially relevant for the characterization of extended sources: the extent measurement (`EXT`) and the likelihood of extent (`EXT_LH`). We recall (as defined by Pacaud et al. 2006) that the "extent" parameter is the core radius of the beta-profile fit by the survey pipeline to each source, assuming a fixed beta of 2/3. The cluster selection basically operates in this two-dimensional space and has been extensively adjusted and tested using simulations of hundreds of XMM images. This allows the definition of three cluster samples.

- the C1 class is defined such that almost no point sources are misclassified as extended (i.e. less than 1% of the cluster candidates are point sources) and is described by `EXT` >5″, `EXT_LH` >33 plus an additional boundary on the detection likelihood, set to be greater than 32;
- the C2 class is limited by `EXT` > 5″, `EXT_LH` > 15 and displays an a priori contamination rate of about 50%;
- the C3 clusters are faint objects and therefore have less-well characterized X-ray properties. They may be located at the very edge of the XMM field of view or suffer contamination by point sources. They therefore result from a subjective selection mostly based on a visual inspection of the X-ray and optical data; their selection function is up to now undefined.

More details about the classification can be found in Pacaud et al. (2006) and Pierre et al. (2006).

We present a large sample of X-ray clusters, including the 29 C1 confirmed clusters published by Pacaud et al. (2007). These C1 clusters were already unambiguously confirmed, but we take the occasion of this publication to reprocess the associated optical spectroscopic data following the standard method developed in the present paper. This will provide a unique homogeneous cluster sample. The clusters pertaining to this paper are mostly located in the first 5 deg$^2$ of the XMM-LSS region, supplemented by the Subaru Deep Survey. The validated C1, C2, and C3 samples are presented in Tables 2−4. In these tables, XLSS catalog names refer to sources published in Pierre et al. (2007). XLSSU catalog names refer to sources whose fields were not yet considered in XLSS (for example flagged bad or in SXDS fields) and reobserved (or reprocessed later), or which were below the detection likelihood threshold in the input data set used as source for XLSS.

In the course of the data inspection, we also identified a few clusters using optically based criteria such as the red sequence or the gapper method. Our spectroscopic data set allowed us to confirm them as bona fide clusters, although these objects are not detected in the X-rays by the current version of the XMM-LSS

**Table 1.** PI spectroscopic runs involved in the present paper.

| Telescope | Instrument | Year | Nights | Run ID |
|---|---|---|---|---|
| Magellan | LDSS2 | 2002 | 2 | – |
| Magellan | LDSS2 | 2003 | 4 | – |
| NTT | EMMI | 2003 | 3 | 72.A-0312 |
| NTT | EMMI | 2004 | 4 | 74.A-0476 |
| NTT | EMMI | 2005 | 3 | 76.A-0509 |
| TNG | DOLORES | 2007 | 4 | AOT16/CAT_75 |
| VLT | FORS2 | 2002 | 3 | 70.A-0283 |
| VLT | FORS2 | 2003 | 4 | 72.A-0104 |
| VLT | FORS2 | 2004 | 4.5 | 74.A-0360 |

pipeline or the association between X-ray detected sources and optical clusters is not straightforward. We list these objects in Tables 5, and B.1.

We now describe the involved optical data and the general identification processes.

## 3. The optical data

### 3.1. The optical spectroscopic data

We have been performing a dedicated spectroscopic follow-up of all C1 clusters and of a number of C2 and C3 clusters. These PI observations are listed in Table 1 and provide about 2000 redshifts to date. We supplemented this data set with the VVDS deep (e.g. Le Fèvre et al. 2005: ∼11 000 redshifts in 0.49 deg$^2$) and ultradeep (LeFèvre et al., in prep.) data, and with a redshift compilation pertaining to the Subaru Deep Survey (Ueda et al. 2008) included in the XMM-LSS area. Some 200 other redshifts were also available from the NASA/IPAC Extragalactic Database (NED hereafter) for part of the area. We show in Fig. 1 the location of these different surveys, and the exposure time of the different XMM fields.

Individual redshift measurements of spectra resulting from the PI data were made following a procedure similar to that adopted by the VVDS survey. Each spectrum was independently measured by several people, and the redshift was subsequently validated by a moderator. Quality flags were assigned to each measurement following the VVDS rules: flag 0 indicates an inconclusive result, flag 1 means a probability of 50% that the assigned redshift is wrong, flag 2 means a probability of 25%, flag 3 means a probability of 5%, flag 4 means a probability of 1%, and flag 9 means we have assigned a redshift with a single line using absent lines in order to limit the possibilities. These percentage levels proved to be reliable in the VVDS survey (Le Fèvre et al. 2005).

Because our spectroscopic redshifts have quite heterogeneous origins (different telescopes, instrumentations, and resolutions), it is useful to compute the ability to measure a redshift and the achieved velocity resolution. In order to achieve such a goal, we chose to compare the PI data to the VVDS survey, which provides a well qualified set of data. Only 26 galaxies measured by both the VVDS and our dedicated follow-up have a quality flag greater than or equal to 2. For these objects, given the VVDS quality flags (6 flags 2, 6 flags 3, and 14 flags 4), we expect to have 3.2 wrong redshifts. We indeed find 3 redshifts differing by more than 0.05 between the PI and VVDS data. VVDS spectroscopic redshifts are expected to have a typical uncertainty of 280 km s$^{-1}$ (from repeated VVDS redshift measurements, Le Fèvre et al. 2005). Excluding all redshifts with differences greater than 0.02, we find a typical uncertainty between PI and VVDS redshifts of 340 km s$^{-1}$. Even with a comparison done on a somewhat limited size sample, the PI redshifts appear thus reliable in the [0.,1.] redshift range and in the [18,23] I VVDS magnitude range.

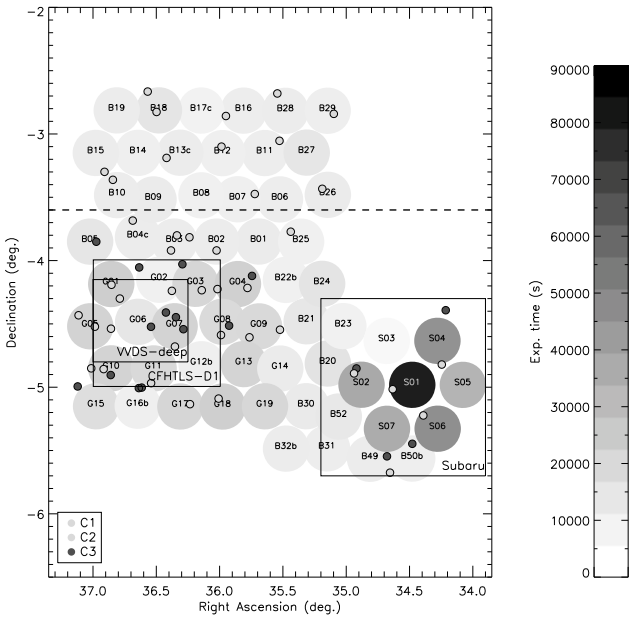



**Fig. 1.** Map showing the different involved surveys. The gray level disks are the 11′ central areas of the XMM pointings (exposure time depends on the greyness). Large squares show the spectroscopic VVDS-deep and Subaru Deep surveys, and the CFHTLS D1 field. C1, C2, and C3 clusters are also shown. Above a declination of −3.6 deg, only $g', r', z'$ coverage is available, hence no photometric redshifts are derived for this zone.

Finally, it has to be mentioned that for the spectroscopic sample no completeness, either spatial or in luminosity, can be generally defined because of the various data origins.

### 3.2. The optical photometric data

Most of the XMM-LSS area is covered by the Canada-France-Hawaii Telescope Legacy Wide Survey (CFHTLS-Wide[1]). This survey, performed by means of the MegaCam camera, covers some 171 deg$^2$ in four independent patches with five filters ($u^*, g', r', i'$ and $z'$). Resulting catalogs are 80% complete down to $i'_{\rm AB} = 24$. The Wide survey encloses a sample of about $20 \times 10^6$ galaxies inside a volume size of ∼1 Gpc$^3$, with a median redshift of $z \sim 0.92$ (Coupon et al. 2009). Northern of Dec = −3.6 deg, the CFHTLS data were complemented by PI MegaCam observations (3 deg$^2$) performed in $g'$, $r'$, $z'$ at the same depth as the CFHTLS; they were reduced following the same procedure.

The optical images and catalogs were primarily used to check for galaxy concentrations coinciding with the extended X-ray emission. The CFHTLS data (only the T0004 release was available at the beginning of the present study) enabled the determination of photometric redshifts in the best-fit template (Coupon et al. 2009). These photometric redshifts cover 35 deg$^2$ in the T0004 partially overlapping with the XMM-LSS area. They were computed using a template-fitting method, calibrated with public spectroscopic catalogs. The method includes

[1] http://terapix.iap.fr/cplt/T0006/T0006-doc.pdf

correction of magnitude systematic offsets. The achieved photometric redshift precision $\sigma_z/(1+z)$ is on the order of 0.04 with a catastrophic error percentage of less than 5% at $i' \leq 23$ (the magnitude limit we adopted for the photometric redshifts).

## 4. "Cluster candidate" validation process

### 4.1. General method

Extragalactic extended X-ray emission is the signature of a deep gravitational potential well. Apart from the hypothetical "dark clusters", this potential well coincides with a galaxy overdensity. The system (cluster or group) is therefore detectable using optical information only. In this article, we aim at assessing optical compact structures (massive groups or clusters) corresponding to the X-ray cluster candidates. These systems are expected to manifest themselves as compact structures in redshift space (both spectroscopic and photometric ones) and as localized excess in projected galaxy density maps.

To perform such an analysis, we make use of the two optical data sets mentioned above. The investigated lines of sight (centered on the X-ray emissions) were initially selected if at least two spectroscopic redshift measurements (whatever their values) were available within the X-ray isophotes. The subsequent conditions were more stringent depending on the cluster nature (see below).

The CFHTLS Wide survey and subsequent analyses (e.g. Coupon et al. 2009) provide us with galaxy positions as well as their apparent and absolute magnitudes, photometric redshifts, and the corresponding "galaxy types" $T$ (from the spectral fitting performed during the photometric redshift computation). With the exception of the usual "masking problems" owing to bright stars or CCD defaults, photometric data are homogeneous and allow us to define complete sub-samples in terms of spatial extension or in magnitudes. Limitations to these data are the redshift range within which photometric redshifts are reliable, and the adopted magnitude limit. Here we restrict ourselves to $0.2 < z < 1.2$ and $i' = 23$ (see Coupon et al. 2009). This limiting magnitude will partly affect the use of photometric data to detect compact structures. Indeed, the characteristic magnitude $m^*$ of the Schechter luminosity function is about $i' = 20$ at $z = 0.5$ and $i' = 22.5$ at $z = 1$, leading to sampled luminosity function ranges of about $m^* + 3$ to $m^* + 0.5$ at these respective redshifts. One drawback is therefore that for $z > 0.5$ the number of galaxies actually belonging to a structure will be rapidly overcome by the background contamination (see e.g. Table 1 of Adami et al. 2005). One way to fight this contamination will be to use redshift slices defined on a photometric redshift basis (see Mazure et al. 2007), but the range covered in magnitude by structure members will remain limited.

In order not to bias the optical characterization of the X-ray sources, the information concerning the C1, C2, C3 classification was used only at the very final stage.

### 4.2. Different analysis steps

The first step concerns the expected compactness in spectroscopic redshift space. To reveal these compact associations, we used the already well tested and used "gap method" (e.g. Biviano et al. 1997; Rizzo et al. 2004). It looks for significant gaps between successive galaxy velocities within the ordered redshift distribution obtained along a given line of sight. As in Adami et al. (2005), we use a gap defined by $g = 600(1+z)$ km s$^{-1}$, which was optimum for the considered redshift range. When the velocity difference between two successive galaxies is smaller than $g$, they are assigned to belong to a common structure, otherwise they are put in different groups.

Since the lines of sight most of the time sample redshifts up to at least $z = 1$, this first step of the analysis ends in general with several groups. Thus, with the mean redshift of every group, a cosmological distance was assigned, a physical region of 500 kpc (radius) defined, and the galaxies within this radius were selected as potential real cluster members. We choose this size as representative of clusters in terms of membership of galaxies w.r.t the field. Taking larger regions would decrease any real contrast, while taking smaller regions would decrease the number of true members. As a second step we then applied the usual ROSTAT tools (Beers et al. 1990) on individual redshift groups to test for final membership and definition of the group properties (robust redshift locations and scales with their corresponding bootstrap errors).

As already mentioned, several groups are in general identified along the lines of sight. Before comparing the galaxy distribution and the X-ray isophotes, we then used when available the CFHTLS photometric redshift information. As a third step, we selected galaxies in photometric redshift slices (of width: $\pm 0.04(1+z)$, see Coupon et al. 2009) around the mean redshift of the considered group and produced iso-contours of numerical galaxy density (see Mazure et al. 2007, for details and previous application). It is expected that the optical group physically associated with the X-ray emission will show up with a clear density contrast located next to the position of the X-ray center. This is because the use of photometric redshift slices removes a large part of the fore and background contaminations. We also looked as another check at the photometric redshift distribution within various central regions compared to the one in the largest available region, conveniently renormalized and defined as the "field". Again, one expects a clear contrast at the redshift values given by the spectroscopy.

An illustration is given with the source XLSSC 013 in the XMM-LSS database. Three main groups were identified along the line of sight ($z \sim 0.2$ with 9 redshifts, $z \sim 0.3$ with 26 redshifts, $z \sim 0.6$ with 5 redshifts). A consecutive examination of both the photometric redshift distribution and the numerical density histograms strongly recommended the $z \sim 0.3$ group to be chosen (see Figs. 2 and 3).

However, as mentioned above, photometric redshift data were not always available and spectroscopic data could be very sparse (our velocity dispersion measurements are then subject to very complex selection functions in the target selection when measuring and collecting galaxy redshifts). The final selection was then done by a visual inspection of X-ray and optical maps taking into account all the informations available. Figure 3 shows the group at $z = 0.3$ chosen for XLSSC 013. As an extreme contrary case, we show in Fig. 4 XLSSC 035, for which only a few redshifts were available. The fact that a giant galaxy at $z = 0.069$ lies at the center finally pleads in favor of that redshift (Fig. 4) in the present paper. We note however that a $z \sim 0.17$ galaxy layer is also detected along this line of sight and that consequently we could deal with a superposition effect.

### 4.3. Results

We examined 34 C1 candidate X-ray sources. Identification fails for only two lines of sight mainly because very few redshifts were available in the X-ray region and/or we had no photometric redshifts. All identified sources were classified as galaxy clusters; this means that at least 95% of the C1 objects are real

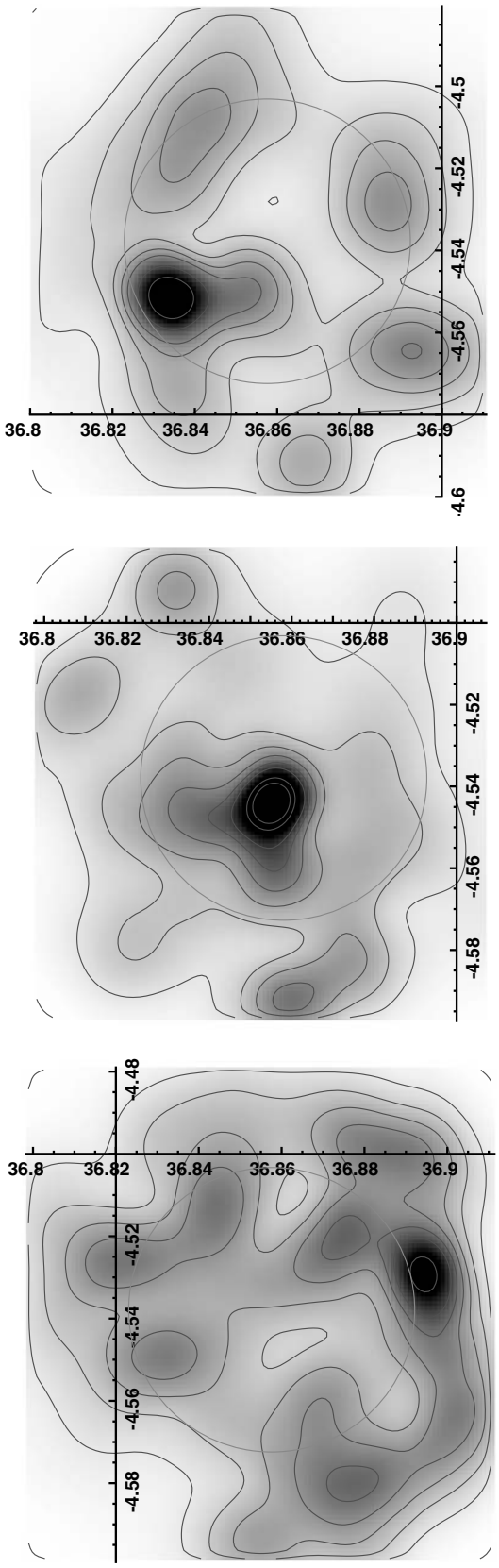



**Fig. 2.** Isodensity maps of the numerical density of galaxies within photometric slices of width ±0.04 (1 + $z$) around the group redshifts. *From top to bottom*: $z \sim 0.2$, $z \sim 0.3$, $z \sim 0.6$. The best agreement with the X-ray emission of XLSSC 013 is obtained at $z = 0.3$. Large red circles are the same as in Fig. 3.

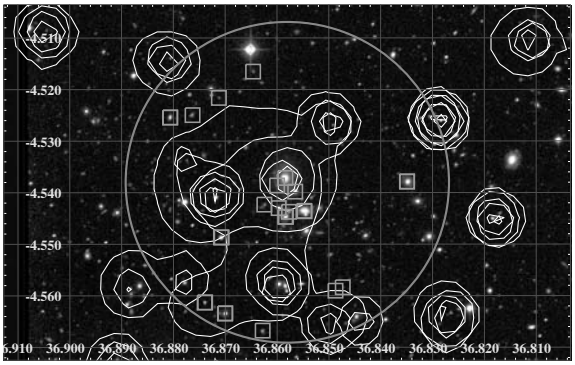



**Fig. 3.** XMM-LSS X-ray contours for system XLSSC 013 with cluster member galaxies with a measured redshift (between $z = 0.3049$ and 0.3112) superimposed. The red circle corresponds to a radius of 500 kpc at $z = 0.3$.

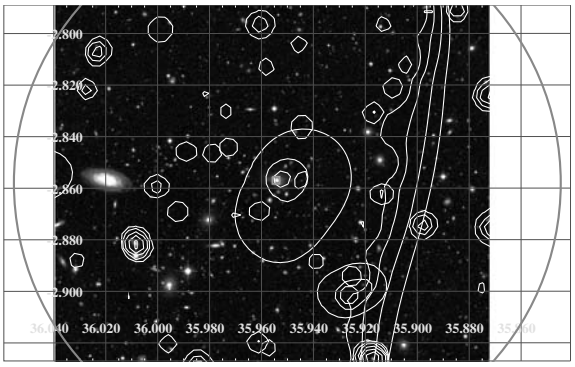



**Fig. 4.** XMM-LSS X-ray contours for system XLSSC 035 with galaxies with measured redshifts superimposed. The red circle corresponds to a radius of 500 kpc at $z = 0.069$.

clusters (when obvious nearby galaxies which also show a diffuse X-ray emission are excluded). Among the C2 and C3 candidates, only those with two redshifts within the X-ray isophotes were selected for the present analysis. As our current spectroscopic data set is heterogeneous and does not provide a systematic targeting of all C2 and C3 cluster candidates, it is not possible to draw firm conclusions about the effective contamination rate (in terms of non-cluster sources) for these populations. We can only state that for all C2 (resp. C3) sources with at least two spectroscopic redshifts within the X-ray isophotes, more than 80% (resp. 50%) of the examined sources turned out to be real clusters.

An additional potential X-ray source was also discovered (C555 in Table 4). Not listed in Pierre et al. (2007), this source is merged with XLSSU J022533.8-042540. We detected a very clear associated galaxy compact structure in the optical. A manual extraction of the X-ray source gives a count rate of 0.003 ± 0.001 counts per second ([0.5−2 keV]).

For seven of the analyzed lines of sight, the association between X-ray source and optical galaxy concentration was not obvious or the X-ray source was not significantly different from the background. However, these clusters are identified on the basis of the color−magnitude relation (for two of them) or are detected as significant galaxy overdensities in Adami et al. (2010) using photometric redshifts during the analysis. All these objects have been classified as C0 clusters.

The C1, C2, C3, and C0 clusters are presented in Tables 2−5. Almost two thirds have been confirmed with

**Table 2.** List of the XMM-LSS C1 systems that have successfully passed the spectroscopic identification.

| Name | XLSSC | PH | RA deg | Dec deg | $N$ | ZBWT | ERRZ | SIG km s$^{-1}$ | ERR km s$^{-1}$ | Flux [0.5;2] keV $10^{-14}$ erg/cm$^2$/s in 0.5 Mpc | $L_{\rm Bol}$ $10^{43}$ erg/s in 0.5 Mpc | $N_{\rm NP}$ in 0.5 Mpc | Lit Id | Lit $z$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XLSSU J021735.2-051325 | 059 | 1 | 34.391 | −5.223 | 8 | 0.645 | 0.001 | 513 | 151 | 1.6 ± 0.3 | 6.0 ± 1.1 | 104 ± 19 | SXDF69XGG/0514 | 0.645 |
| XLSSU J021945.1-045329 | 058 | 1 | 34.938 | −4.891 | 9 | 0.333 | 0.001 | 587 | 236 | 2.0 ± 0.2 | 1.5 ± 0.1 | 601 ± 54 | SXDF36XGG/1176 | 0.333 |
| XLSS J022023.5-025027 | 039 | 0 | 35.098 | −2.841 | 4 | 0.231 | | | | 2.2 ± 0.4 | 0.7 ± 0.1 | 183 ± 34 | | |
| XLSS J022045.4-032558 | 023 | 0 | 35.189 | −3.433 | 3 | 0.328 | | | | 4.1 ± 0.4 | 3.1 ± 0.3 | 465 ± 43 | | |
| XLSS J022145.2-034617 | 006 | 1 | 35.438 | −3.772 | 16 | 0.429 | 0.001 | 977 | 157 | 24.1 ± 0.8 | 46.0 ± 1.6 | 1409 ± 52 | | |
| XLSS J022205.5-043247 | 040* | 1 | 35.523 | −4.546 | 2 | 0.317 | | | | 2.0 ± 0.3 | 1.4 ± 0.2 | 265 ± 35 | | |
| XLSS J022206.7-030314 | 036* | 0 | 35.527 | −3.054 | 2 | 0.494 | | | | 10.2 ± 0.5 | 23.8 ± 1.3 | 551 ± 32 | | |
| XLSS J022210.7-024048 | 047 | 0 | 35.544 | −2.680 | 14 | 0.790 | 0.001 | 765 | 163 | 1.4 ± 0.3 | 9.7 ± 1.9 | 92 ± 18 | | |
| XLSS J022253.6-032828 | 048* | 0 | 35.722 | −3.474 | 2 | 1.005 | | | | 1.1 ± 0.2 | 13.1 ± 2.9 | 81 ± 18 | | |
| XLSS J022348.1-025131 | 035* | 0 | 35.950 | −2.858 | 1 | 0.069 | | | | 6.1 ± 0.6 | 0.2 ± 0.1 | 478 ± 48 | | |
| XLSS J022356.5-030558 | 028 | 0 | 35.985 | −3.100 | 8 | 0.296 | 0.001 | 281 | 46 | 2.0 ± 0.4 | 1.1 ± 0.2 | 177 ± 31 | | |
| XLSS J022357.4-043517 | 049* | 1 | 35.989 | −4.588 | 1 | 0.494 | | | | 1.9 ± 0.2 | 3.9 ± 0.5 | 287 ± 34 | | |
| XLSS J022402.0-050525 | 018 | 1 | 36.008 | −5.090 | 9 | 0.324 | 0.001 | 364 | 69 | 1.7 ± 0.2 | 1.3 ± 0.1 | 382 ± 44 | | |
| XLSS J022404.1-041330 | 029(l) | 1 | 36.017 | −4.225 | 5 | 1.050 | | | | 3.1 ± 0.2 | 43.7 ± 3.1 | 323 ± 24 | | |
| XLSS J022433.8-041405 | 044 | 1 | 36.141 | −4.234 | 17 | 0.262 | 0.001 | 483 | 100 | 2.6 ± 0.3 | 1.1 ± 0.1 | 510 ± 54 | SL J0224.5-0414 | 0.2627 |
| XLSS J022456.2-050802 | 021 | 1 | 36.234 | −5.134 | 7 | 0.085 | 0.001 | 231 | 64 | 4.2 ± 0.7 | 0.1 ± 0.1 | 664 ± 115 | | |
| XLSS J022457.1-034856 | 001 | 1 | 36.238 | −3.816 | 17 | 0.614 | 0.001 | 940 | 141 | 7.8 ± 0.4 | 29.3 ± 1.6 | 671 ± 36 | | |
| XLSS J022520.8-034805 | 008 | 1 | 36.337 | −3.801 | 11 | 0.299 | 0.001 | 544 | 124 | 1.8 ± 0.4 | 1.0 ± 0.2 | 196 ± 39 | | |
| XLSS J022524.8-044043 | 025 | 1 | 36.353 | −4.679 | 10 | 0.266 | 0.001 | 702 | 178 | 8.7 ± 0.5 | 4.2 ± 0.2 | 1098 ± 62 | SL J0225.3-0441 | 0.2642 |
| XLSS J022530.6-041420 | 041 | 1 | 36.377 | −4.239 | 6 | 0.140 | 0.002 | 899 | 218 | 21.8 ± 1.1 | 2.2 ± 0.1 | 1143 ± 62 | SL J0225.4-0414 | 0.1415 |
| XLSS J022532.2-035511 | 002 | 1 | 36.384 | −3.920 | 8 | 0.772 | 0.001 | 296 | 56 | 2.6 ± 0.3 | 16.4 ± 1.7 | 238 ± 25 | | |
| XLSSU J022540.7-031123 | 050 | 0 | 36.419 | −3.189 | 13 | 0.140 | 0.001 | 408 | 96 | 54.0 ± 1.1 | 7.8 ± 0.2 | 4929 ± 103 | SL J0225.7-0312 | 0.1395 |
| XLSS J022559.5-024935 | 051 | 0 | 36.498 | −2.826 | 6 | 0.279 | 0.001 | 369 | 99 | 1.1 ± 0.3 | 0.5 ± 0.1 | 160 ± 41 | | |
| XLSS J022609.9-045805 | 011 | 1 | 36.541 | −4.968 | 8 | 0.053 | 0.001 | 83 | 16 | 13.1 ± 1.5 | 0.2 ± 0.1 | 1706 ± 192 | | |
| XLSS J022616.3-023957 | 052 | 0 | 36.568 | −2.665 | 5 | 0.056 | 0.001 | 194 | 60 | 16.4 ± 1.8 | 0.2 ± 0.1 | 1297 ± 146 | | |
| XLSS J022709.2-041800 | 005* | 1 | 36.788 | −4.300 | 2 | 1.053 | | | | 1.0 ± 0.1 | 13.4 ± 1.8 | 165 ± 23 | | |
| XLSS J022722.4-032144 | 010 | 0 | 36.843 | −3.362 | 5 | 0.331 | 0.001 | 315 | 56 | 5.7 ± 0.4 | 4.7 ± 0.4 | 459 ± 38 | | |
| XLSS J022726.0-043216 | 013 | 1 | 36.858 | −4.538 | 19 | 0.307 | 0.001 | 397 | 58 | 2.6 ± 0.3 | 1.5 ± 0.2 | 374 ± 48 | | |
| XLSS J022738.3-031758 | 003 | 0 | 36.909 | −3.299 | 9 | 0.836 | 0.001 | 784 | 189 | 3.7 ± 0.4 | 29.0 ± 3.1 | 196 ± 22 | | |
| XLSS J022739.9-045127 | 022 | 1 | 36.916 | −4.857 | 15 | 0.293 | 0.001 | 535 | 106 | 9.6 ± 0.3 | 5.5 ± 0.2 | 1741 ± 58 | | |
| XLSS J022803.4-045103 | 027 | 1 | 37.014 | −4.851 | 6 | 0.295 | 0.001 | 323 | 78 | 6.3 ± 0.4 | 4.2 ± 0.3 | 653 ± 41 | SL J0228.1-0450 | 0.2948 |
| XLSS J022827.0-042547 / XLSS J022827.8-042601 | 012 | 1 | 37.114 | −4.432 | 5 | 0.434 | 0.002 | 726 | 95 | 3.4 ± 0.3 | 4.7 ± 0.4 | 444 ± 37 | | |

**Notes.** Name refers to the official IAU name. XLSSC refers to the official XMM-LSS name. PH gives the availability of CFHTLS T0004 photometric redshifts: 0/1 = not available/available. RA and Dec are the decimal J2000 coordinates of the X-ray emission center. $N$ is the number of galaxies with spectroscopic redshifts belonging to the identified structure and within a radius of 500 kpc. ZBWT is the biweight estimate of the mean redshift of the structure (at a 0.001 precision). ERRZ is the upper value of the bootstrap uncertainty on ZBWT, at a precision of 0.001. It was computed only when more than five redshifts were available. SIG-GAP is the "Gapper" estimate of the velocity dispersion given in km s$^{-1}$. ERR is the bootstrap uncertainty on SIG (computed when ≥5 redshifts were available). Flux is the value of the [0.5;2] keV flux in 0.5 Mpc (radius) in $10^{-14}$ erg/cm$^2$/s. $L_{\rm x}$ is the bolometric (0.1 to 50 keV) X-ray luminosity (in $10^{43}$ erg/s) derived from the observed flux. $N_{\rm NP}$ is the net number of photons in 0.5 Mpc. The two last columns give name and redshift (when available) when the considered cluster was also detected by Hamana et al. (2009), Ueda et al. (2008), or Finoguenov et al. (2010). When taken from Hamana et al. (2009), the cluster name has the SL Jhhmm.mddmm format. When taken from Ueda et al. (2008), the cluster name refers to this paper (4 digits number). When taken from Finoguenov et al. (2010), the cluster name refers to this paper (with the SXDF root). The * symbols indicate that the cluster validation was made with one or two spectroscopic redshifts. The (l) attached to the cluster id means that we have a lack of precision in the measured galaxy redshifts, which prevents us from computing the uncertainty of the mean cluster redshift and the velocity dispersions.

**Table 3.** Same as Table 2 but for C2 XMM-LSS systems.

| Name | XLSSC | PH | RA deg | Dec deg | $N$ | ZBWT | ERRZ | SIG km s$^{-1}$ | ERR km s$^{-1}$ | Flux [0.5;2] keV $10^{-14}$ erg/cm$^2$/s in 0.5 Mpc | $L_{\rm Bol}$ $10^{43}$erg/s in 0.5 Mpc | $N_{\rm NP}$ in 0.5 Mpc | Lit Id | Lit $z$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XLSSU J021658.9-044904 | 065 | 1 | 34.245 | −4.821 | 3 | 0.435 | | | | 1.1 ± 0.4 | 1.6 ± 0.6 | 50 ± 18 | 285/287 | |
| XLSSU J021832.0-050105 | 064 | 1 | 34.633 | −5.016 | 3 | 0.875 | | | | 1.6 ± 0.1 | 13.5 ± 0.8 | 937 ± 56 | SXDF46XGG/829 | 0.875 |
| XLSSU J021837.0-054028 | 063* | 1 | 34.654 | −5.675 | 2 | 0.275 | | | | 4.1 ± 0.5 | 2.0 ± 0.2 | 255 ± 32 | | |
| XLSS J022303.3-043621 | 046 | 1 | 35.764 | −4.606 | 8 | 1.213 | 0.001 | 595 | 121 | 0.7 ± 0.1 | 14.0 ± 3.2 | 82 ± 19 | | |
| XLSS J022307.2-041259 | 030 | 0 | 35.780 | −4.216 | 5 | 0.631 | 0.001 | 520 | 158 | 0.6 ± 0.1 | 2.1 ± 0.4 | 129 ± 27 | | |
| XLSS J022405.9-035512 | 007 | 1 | 36.024 | −3.920 | 5 | 0.559 | 0.001 | 369 | 179 | 1.2 ± 0.3 | 3.2 ± 0.7 | 113 ± 25 | | |
| XLSSU J022644.2-034107 | 009 | 1 | 36.686 | −3.684 | 8 | 0.328 | 0.001 | 261 | 53 | 1.7 ± 0.4 | 1.2± 0.3 | 87 ± 21 | | |
| XLSS J022725.1-041127 | 038 | 1 | 36.854 | −4.191 | 4 | 0.584 | | | | 0.1 ± 0.1 | 0.4 ± 0.3 | 31 ± 28 | | |
| XLSS J022756.3-043119* | – | 1 | 36.985 | −4.522 | 2 | 1.050? | | | | 0.2 ± 0.1 | 2.9 ± 1.5 | 49 ± 26 | | |

**Notes.** XLSS J022756.3-043119 would require more spectroscopy for confirmation. XLSSC 009, 064, and 065 were originally classified as C2, but would be classified as C1 using more recent pipeline version. The * symbols indicate that the cluster validation was made with one or two spectroscopic redshifts. The (l) attached to the cluster id means that we have a lack of precision in the measured galaxy redshifts, which prevents us from computing the uncertainty of the mean cluster redshift and the velocity dispersions.

**Table 4.** Same as Table 3 but for C3 XMM-LSS systems.

| Name | XLSSC | PH | RA deg | Dec deg | $N$ | ZBWT | ERRZ | SIG km s$^{-1}$ | ERR km s$^{-1}$ | Flux [0.5;2] keV $10^{-14}$ erg/cm$^2$/s in 0.5 Mpc | $L_{\rm Bol}$ $10^{43}$erg/s in 0.5 Mpc | $N_{\rm NP}$ in 0.5 Mpc | Lit Id | Lit $z$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XLSSU J021651.3-042328* | – | 1 | 34.214 | −4.392 | 1 | 0.273 | | | | 0.6 ± 0.3 | 0.3 ± 0.2 | 58 ± 32 | | |
| XLSSU J021754.6-052655(l) | 066 | 1 | 34.478 | −5.447 | 6 | 0.250 | | | | 0.3 ± 0.3 | 0.1 ± 0.1 | 68 ± 59 | SXDF85XGG/621 | 0.25 |
| XLSSU J021842.8-053254 | 067 | 1 | 34.678 | −5.548 | 5 | 0.380 | 0.001 | 847 | 279 | 1.0 ± 0.4 | 1.0 ± 0.4 | 84 ± 34 | SXDF01XGG/876 | 0.378 |
| XLSSU J021940.3-045103* | – | 1 | 34.919 | −4.852 | 1 | 0.454 | | | | 0.8 ± 0.2 | 1.2 ± 0.3 | 193 ± 44 | | |
| XLSS J022258.4-04070 | 024 | 1 | 35.744 | −4.121 | 5 | 0.293 | 0.001 | 452 | 98 | 1.3 ± 0.2 | 0.7 ± 0.1 | 254 ± 41 | | |
| XLSS J022341.8-043051 | 026 | 1 | 35.925 | −4.514 | 3 | 0.436 | | | | 1.6 ± 0.2 | 2.2 ± 0.3 | 255 ± 34 | | |
| XLSSU J022509.2-043239 | 037 | 1 | 36.286 | −4.542 | 3 | 0.767 | | | | 0.1 ± 0.1 | 0.3 ± 0.7 | 11 ± 28 | | |
| XLSSU J022510.5-040147 | 043** | 1 | 36.294 | −4.029 | 3 | 0.170 | | | | 2.6 ± 0.9 | 0.4 ± 0.1 | 142 ± 49 | | |
| XLSS J022522.8-042649 | 042 | 1 | 36.345 | −4.447 | 6 | 0.462 | 0.003 | 1009 | 257 | 0.6 ± 0.2 | 0.9 ± 0.3 | 111 ± 33 | | |
| XLSS J022542.2-042434 | 068 | 1 | 36.424 | −4.410 | 4 | 0.585 | | | | 0.2 ± 0.2 | 0.5 ± 0.6 | 23 ± 28 | | |
| XLSS J022610.0-043120 | 069 | 1 | 36.542 | −4.523 | 8 | 0.824 | 0.001 | 398 | 114 | −0.4 ± 0.2 | – | – | | |
| XLSSU J022627.3-050001 | 017 | 1 | 36.615 | −5.003 | 5 | 0.383 | 0.001 | 352 | 132 | 1.5 ± 0.4 | 1.6 ± 0.4 | 134 ± 35 | | |
| XLSSU J022632.5-040314 | 014 | 1 | 36.635 | −4.054 | 6 | 0.345 | 0.001 | 304 | 84 | 1.4 ± 0.5 | 1.1 ± 0.4 | 74 ± 29 | | |
| XLSSU J022632.4-050003 | 020 | 1 | 36.638 | −5.007 | 3 | 0.494 | | | | 2.0 ± 0.4 | 3.8 ± 0.8 | 159 ± 32 | | |
| XLSSU J022726.8-045412 | 070 | 1 | 36.860 | −4.904 | 5 | 0.301 | 0.001 | 180 | 47 | 0.2 ± 0.2 | 0.1 ± 0.1 | 32 ± 39 | | |
| XLSS J022754.1-035100* | – | 1 | 36.974 | −3.851 | 2 | 0.140 | | | | 0.7 ± 0.5 | 0.1 ± 0.1 | 107 ± 72 | | |
| XLSSU J022828.9-045939 | 016* | 1 | 37.121 | −4.994 | 2 | 0.335 | | | | 0.4 ± 0.5 | 0.3 ± 0.4 | 33 ± 44 | | |
| C555 | – | 1 | 36.375 | −4.429 | 7 | 0.921 | 0.001 | 759 | 248 | 0.3 ± 0.1 | 2.9 ± 1.1 | 47 ± 18 | | |

**Notes.** The ** symbols indicate that we merged by hand two groups separated by the gapper technique in the final analysis. The last line (C555 class) is the new cluster (see text). The * symbols indicate that the cluster validation was made with one or two spectroscopic redshifts. The (l) attached to the cluster id means that we have a lack of precision in the measured galaxy redshifts, which prevents us from computing the uncertainty of the mean cluster redshift and the velocity dispersions.

**Table 5.** Same as Table 3 but for C0 clusters.

| Name | XLSSC | PH | RA deg | Dec deg | $N$ | ZBWT | ERRZ | SIG km s$^{-1}$ | ERR km s$^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 022207.9-042808* | – | 1 | 35.533 | −4.469 | 2 | 0.316 | | | |
| 022402.4-051753 | 000 | 1 | 36.010 | −5.298 | 11 | 0.496 | 0.001 | 435 | 88 |
| 022405.0-041612 | – | 1 | 36.021 | −4.270 | 8 | 0.862 | 0.001 | 457 | 70 |
| 022528.3-041536 | 045 | 1 | 36.369 | −4.261 | 4 | 0.556 | | | |
| 022550.4-044500* | – | 1 | 36.460 | −4.750 | 2 | 1.529 | | | |
| 022647.5-041428* | – | 1 | 36.698 | −4.241 | 1 | 0.742 | | | |
| 022829.7-031257* | – | 0 | 37.124 | −3.216 | 2 | 0.313 | | | |

**Notes.** An approximate upper limit for the X-ray luminosity of these clusters would be the faintest detected value for C3 clusters: $\sim 0.08\times10^{43}$ erg/s.

dedicated spectroscopy only and 10% have been confirmed with dedicated spectroscopy supplemented by literature redshifts.

We compared the cluster redshifts listed in the present paper (see also next section) with the estimates already published within the XMM-LSS framework (from Pacaud et al. 2007; and Bremer et al. 2006: 29 C1 clusters and 1 C2 cluster), and we found the expected good agreement. This is not surprising as Pacaud et al. (2007) and Bremer et al. (2006) are included in our spectroscopic redshift sample. However, the redshift measurements were repeated on a more homogeneous basis and sometimes with new data. The difference is only $0.00075 \pm 0.00329$ when excluding XLSSC 035. For this cluster, we detected a possible error in the individual redshifts measurement process. The central galaxy seems to be at $z = 0.069$ and not 0.17 as stated in Pacaud et al. (2007: the cluster redshift changed to $z = 0.069$). We are in the process of acquiring more data in order to definitively solve this case. We also note that the central galaxies of XLSSC 028 are also at $z \sim 0.3$ and not at $z \sim 0.08$ as stated in Pacaud et al. (2007: cluster redshift unchanged at $z \sim 0.3$).

The agreement is very good for the [0.5−2 keV] fluxes measured in a 500 kpc radius (Fig. 5).

For the Subaru Deep Survey region, we compared our detections with the extended X-ray source catalog of Ueda et al. (2008) and with the compact structure catalog of Finoguenov et al. (2010). Nine of our X-ray clusters are inside the area covered by these catalogs and six are also detected by these authors. Redshifts always agree well. Finoguenov et al. (2010) list in their paper 57 compact structures inside this area. However, their selection function (completeness/contamination) for the X-ray extended sources as well as the characteristics of these sources (extent-measurement along with error or likelihood) are not fully published (see however Finoguenov et al. 2009), thus preventing any meaningful comparison between the two samples. Moreover, as shown by Pacaud et al. (2006), if a flux limit is not set very high, it cannot define a complete uncontaminated sample of extended sources.

We finally performed a comparison with independently optically detected clusters in the literature. Limiting ourselves to studies that give a galaxy velocity dispersion estimate, we have five detections in common with Hamana et al. (2009: see Table 2). All these clusters are C1 structures. Redshifts always agree well. Galaxy velocity dispersions are also consistent within error bars with an exception for XLSSC 050, where we find $408 \pm 96$ km s$^{-1}$ and where Hamana et al. (2009) find $739^{+150}_{-86}$ km s$^{-1}$. Because this structure is very complex, the galaxy velocity dispersion is very dependent on the selected galaxies and on the exact center choice.

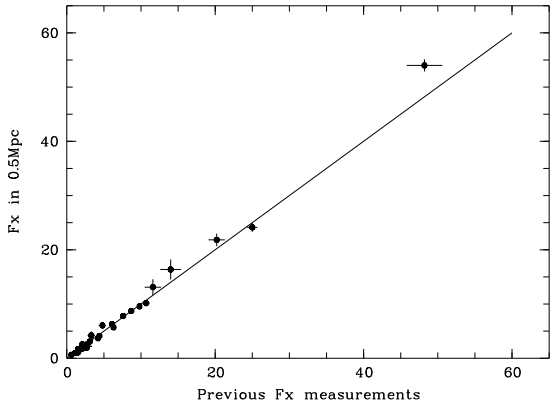



**Fig. 5.** Previous and present cluster flux (in a 0.5 Mpc radius) comparisons.

### 4.4. Updated X-ray luminosities

We apply the principle of "aperture photometry" to the flux measurement of the X-ray clusters, which avoids any other assumption than spherical symmetry for the cluster shape. We note that Pacaud et al. (2007) used a beta-model fitting, which is not possible for the larger sample presented here, which comprises faint objects. For these C2 and C3 objects with sometimes only some hundred counts, it is not possible to perform a semi-interactive spatial fit as in Pacaud et al. (2007), i.e. letting the core radius and the beta value as free parameters. The resulting uncertainty would be very large.

We integrate the count rate in concentric annuli and derive the uncertainties by using the Poisson statistic. Then, considering the count rate in each annulus, we stop the integration at the radius of the annulus for which the corresponding count-rate increase is comparable to the background 1-sigma fluctuation. This program operates in semi-interactive mode, leaving the possibility to optimize the determination of the X-ray centroid and of the background level. The measurement yields the total MOS1 + MOS2 + PN count-rate within a radius 500 kpc for each cluster. The fluxes were obtained assuming a fixed conversion factor into the [0.5−2] keV band using a constant conversion factor of $9 \times 10^{-13}$ [(erg/cm$^2$/s)/(cnts/s)]. This value was calculated using Xspec from an APEC emission model with the following parameters: $z = 0.5$, $T = 2$ keV, Nh $= 2.6\times10^{20}$ cm$^{-2}$, Ab = 0.3. Bolometric luminosities (also within a 500 kpc radius) listed in the tables were also calculated with Xspec from the measured fluxes using the Pacaud et al. (2007) and the Bremer et al. (2006) temperatures when available. We used the redshifts

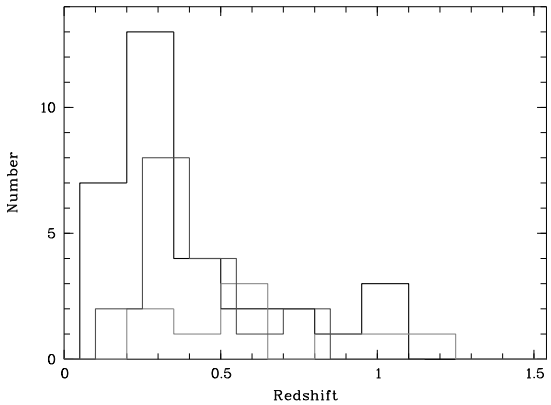



**Fig. 6.** Redshift distribution for the three classes C1 (black histogram), C2 (red histogram), C3 (blue histogram).

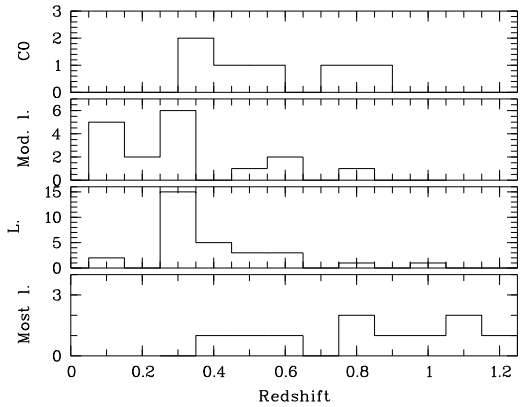



**Fig. 7.** Redshift distribution for the most luminous (Most l.), luminous (L.), moderately luminous (Mod. l.), and C0 clusters.

described below. For clusters not listed in these papers (probably low mass structures), we used $T = 1.5$ keV.

## 5. Global properties of the various classes

We will consider only clusters that are successfully identified from here until the end of the paper.

### 5.1. Rich and poor compact structures

For X-ray sources unambiguously identified with optical velocity structures, one has to address the question: has the C1, C2, C3 classification a physical basis, or is it only reflecting the X-ray selection process?

As a first step, we look at the redshift distribution of the cluster C1, C2, and C3 classes (Fig. 6). For the 32 C1, the 9 C2, and the 17 C3 the mean redshift is 0.41, 0.66, and 0.38.

Comparing the C1 and C3 distributions and their almost similar mean redshifts and ignoring the $z \geq 0.5$ C3 structures for a while, it is tempting to consider C1 to be in the most cases "X-ray bright and optical nearby ($z \leq 0.4$) rich systems" and most of the C3 as "faint and poor" at $z \sim 0.4$ redshift. The more distant C3 clusters would be somewhat distant C1-like and therefore "rich". C2 clusters would be a mix of nearby poor and distant rich clusters.

We can define alternative categories to the C1, C2, C3 classification. For instance, we chose to group the clusters as a function of their X-ray luminosity. Clusters more luminous than $10^{44}$ erg/s were called the X-ray most luminous sample. Clusters between $10^{43}$ and $10^{44}$ erg/s were called the X-ray luminous sample. Clusters below $10^{43}$ erg/s were called the X-ray moderately luminous sample. Finally, clusters without any X-ray detection (C0 clusters) were considered separately. We give in Fig. 7 the redshift distribution of these four categories. As expected because of the relatively small angular coverage of the XMM-LSS survey, the most luminous clusters are mainly distant objects. Similarly, moderately luminous clusters are quite nearby objects because our X-ray selection function does not allow us to detect them when they are distant, according to the well known Malmquist bias.

We show in Fig. 8 a synthethic view of the clusters listed in Tables 2−4, allowing the reader to visualize the different classes (C1, C2, C3, most luminous, luminous, and moderately luminous) in a redshift versus X-ray luminosity diagram.

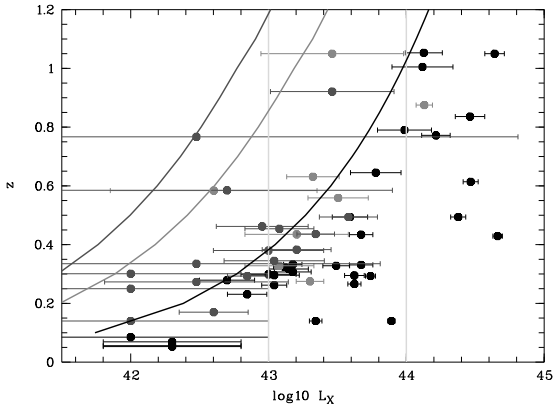



**Fig. 8.** Present paper cluster distribution in a log 10($L_X$) versus redshift diagram. The two vertical green lines separate the most luminous, luminous, and moderately luminous clusters. Black disks are C1 clusters, red disks are C2 clusters, blue disks are C3 clusters. We also show as black, red, and blue curves the detection limit of the lowest X-ray flux cluster in C1, C2, and C3 classes.

### 5.2. Optical richness

We know (e.g. Edge & Stewart 1991) that optical and X-ray cluster properties should be relatively well correlated. It is then necessary to characterize the optical richness ($N_{\rm Rich}$) of our clusters. This is done by taking first the number of galaxies in the region of 500 kpc (radius), within the photometric redshift slice zmean $\pm 0.04\ (1 + z)$ and with magnitude less than $m^* + 3$. That number is then corrected by the "field contribution" estimated in the same manner within 1 Mpc to give the final estimate. This richness value is probably not accurate enough in terms of absolute value, but can be used in a relative way when comparing a structure to another one. We also note that given the CFHTLS wide magnitude limit, we adopted ($i' = 23$), only $z \leq 0.5$ clusters are sampled deeply enough to reach $m^* + 3$. We therefore only considered these clusters in order to avoid to have biased optical richnesses.

Fitting a richness-velocity dispersion for all $z \leq 0.5$ compact structures for which both data were available, we get:

$$\log(\sigma) = (0.45 \pm 0.24) \log(N_{\rm Rich}) + (1.96 \pm 0.38).$$

This is compatible within the uncertainties with the value of Yee & Ellingson (2003) for similar data:

$$\log(\sigma) = (0.55 \pm 0.09) \log(B_{\rm cg}) + (1.26 \pm 0.30).$$

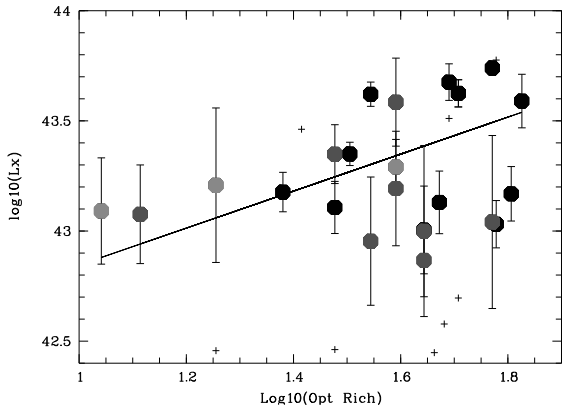



**Fig. 9.** $\log(N_{\rm Rich})$ versus $\log(L_{\rm X})$. Crosses are clusters at signal-to-noise lower than 2 regarding the X-ray luminosity. Disks are clusters at signal-to-noise greater than 2 and at $z \leq 0.5$ (black: C1, red: C2, blue: C3). They give the following fit: $\log(N_{\rm Rich}) = (0.84 \pm 0.51) \log(L_{\rm X}) + (7.2 \pm 0.81)$.

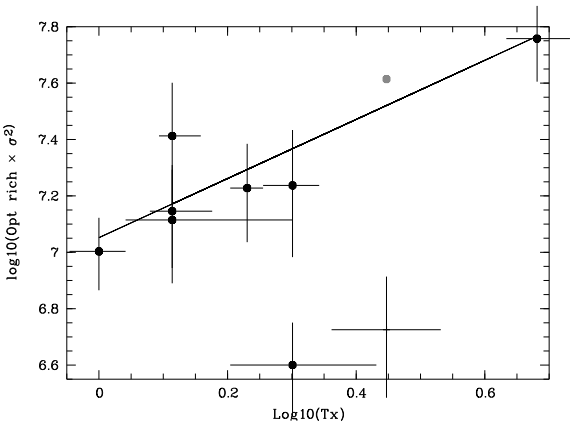



**Fig. 10.** $\log(N_{\rm Rich}\sigma^2)$ versus $\log(T_{\rm X})$ for the $z \geq 0.5$ clusters (all C1 but XLSSC 046 which is C2). The + sign indicates XLSSC 027 and translates to the red disk when replacing the galaxy velocity dispersion by the weak lensing estimate from Gavazzi & Soucail (2007). The continuous line is the fit (computed without XLSSC 027 and XLSSC 018): $\log(N_{\rm Rich}\sigma^2) = (1.05 \pm 0.13) \log(T_{\rm X}) + (7.05 \pm 0.07)$.

We now test richness and velocity dispersions versus X-ray properties. We first consider $z \leq 0.5$ compact structures with known X-ray luminosity and optical richness. We selected only C1, C2 and C3 clusters with X-ray luminosity at least two times higher than the associated uncertainty. We show in Fig. 9 the possible relation between the logarithm of $N_{\rm Rich}$ and of $L_{\rm x}$. The linear regression between the two parameters has a slope of $0.84 \pm 0.51$. We note that this value only appears slightly significantly different from a null slope.

There is a single clear interloper: XLSSC 006 at $z \sim 0.43$ (outside of the box shown in Fig. 9). This is one of the most massive clusters in our sample. The observed spectra in the cluster center do not show any sign of AGN activity, so we have no reason to believe that the X-ray flux is polluted by a point source. This cluster shows signs of major substructures in the velocity distribution, and this may explain its relatively high $L_{\rm x}$ value compared to its optical richness. Resulting compression in the intracluster medium could increase the gas density, resulting in an enhanced X-ray luminosity.

Considering now clusters at $z \leq 0.5$ with a known X-ray temperature (from Pacaud et al. 2007) and a measured galaxy velocity dispersion, we searched for a relation between $N_{\rm Rich}$, velocity dispersion, and X-ray temperature. Figure 10 shows the relation between $\log(N_{\rm Rich}\sigma^2)$ and $\log(T_{\rm X})$. We expect a linear relation because $(N_{\rm Rich}\sigma^2)$ is at least a qualitative measurement of the kinetic energy of the clusters, therefore close to the X-ray temperature. Error bars on $(N_{\rm Rich}\sigma^2)$ are 68% uncertainties and are computed assuming a perfect knowledge of the richness and the error bars on $\sigma^2$ given in Tables 2–4. As quoted in Table 2, these uncertainties are computed with a bootstrap technique.

We have two outliers: XLSSC 027 and XLSSC 018. The source XLSSC 027 is known to have strong discrepancies between galaxy and weak lensing equivalent velocity dispersions ($898^{+523}_{-527}$ km s$^{-1}$ from Gavazzi & Soucail (2007) against $323 \pm 78$ km s$^{-1}$ for our own galaxy velocity dispersion and $447^{+82}_{-52}$ km s$^{-1}$ for the Hamana et al. (2009) galaxy velocity dispersion). We note that using the weak lensing equivalent velocity dispersion puts XLSSC 027 close to the best-fit relation. We also note that this cluster has close contaminants at $z = 0.31$ and 0.38 detected along the line of sight. This could also affect the measurement of the optical richness via the background estimate.

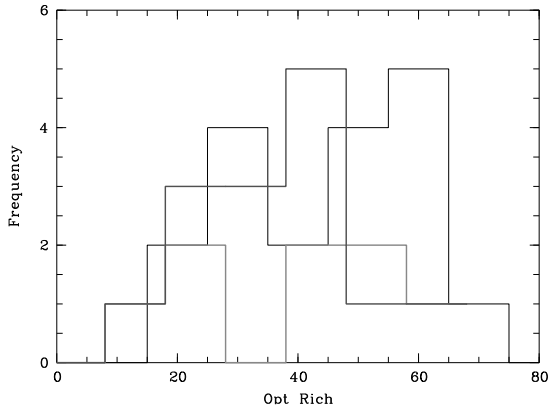



**Fig. 11.** Distribution of the optical richness for the three classes C1 (thin black), C2 (thick red), and C3 (thick blue).

XLSSC 018 (without any sign of major substructures: see below) would need a higher optical richess and/or a higher galaxy velocity dispersion, or a lower X-ray temperature to fall in the best-fit relation. The last solution in unlikely because only an X-ray temperature on the order of 0.4 keV would place XLSSC 018 on the best-fit relation. A possible explanation would be that we are dealing with a structure close to a fossil group (even if it does not satisfy the characteristics of this class of compact structures). A significant part of the cluster member galaxies could have merged with the central galaxy, then depopulating the $\leq m^* + 3$ mag range and diminishing the measured optical richness.

In conclusion, and despite a few detected interlopers, the general agreements show the statistical reliability of our optical richness and galaxy velocity dispersion estimates.

Figure 11 shows the histograms of the richness for the three classes. C1 has a mean $N_{\rm Rich}$ of 45, C2 a mean $N_{\rm Rich}$ of 37 and C3 a median $N_{\rm Rich}$ of 35.

### 5.3. Substructure level in velocity space

Our spectroscopic catalogs are generally too sparse to allow precise substructure analyses. However, limiting ourselves to the confirmed clusters with available CFHTLS data and with more

than nine redshifts in the structure (10 clusters: XLSSC 013, XLSSC 025, XLSSC 022, XLSSC 006, XLSSC 008, XLSSC 001, XLSSC 000, XLSSC 018, XLSSC 044, and XLSSC 058), we applied the Serna-Gerbal method (Serna & Gerbal 1996: SG hereafter) to these spectroscopic catalogs. Two of them (XLSSC 006 and XLSSC 001) are from the most luminous cluster category. All the others except for XLSSC 000 (which is a C0 cluster) are members of the luminous cluster category. The SG method is widely used to characterize the substructure level in clusters of galaxies (e.g. Adami et al. 2009). Basically, the method allows galaxy subgroups to be extracted from a catalog containing positions, magnitudes, and redshift, based on the calculation of their relative binding energies. The output of the SG method is a list of galaxies belonging to each group, as well as information on the binding energy and mass estimate of the galaxy structures.

Because the spectroscopic catalogs are still relatively sparse, we will only be able to detect very prominent substructures, but this is a good way to check for example if the analyzed clusters are in the process of a major merging event.

Of the 10 analyzed clusters, only two (which both belong to the most luminous cluster category) present signs of substructures (XLSSC 006 with two dominant galaxies in its center and XLSSC 001) with two detected sub-groups. We checked if these two clusters were atypically sampled in terms of number of available redshifts. XLSSC 001 has 17 redshifts and XLSSC 006 16 redshifts. Three other clusters without detected signs of substructures are as well sampled: XLSSC 013 has 19 redshifts, XLSSC 022 has 15 redshifts, and XLSSC 044 has 17 redshifts. The substructure detection therefore does not seem to be entirely due to selection effects depending on the available number of redshifts. As a conclusion, all tested most luminous clusters show signs of substructures, while none of the other tested clusters show similar signs. This would agree well with a scenario where the most massive clusters are regularly fed by their surrounding large-scale structure in terms of infalling groups. Less luminous clusters would already be close to their equilibrium, with a less intense infalling activity. This has to be confirmed with larger spectroscopic samples, however.

### 5.4. Relation between XMM-LSS clusters and their parent cosmic web portion

The previous subsection naturally raises the question of the characteristics of cosmological surrounding filaments. Numerical simulations place clusters of galaxies at the nodes of the cosmic web. Clusters are then growing via accretion of matter flowing along the cosmic filaments. This unquestionable scenario for massive clusters is less evident for low-mass compact structures as groups. These groups could also form along the cosmic filaments as suggested for example for fossil groups by Adami et al. (2007a). Moreover, even for the most massive compact structures, the precise process of filament matter accretion is only assessed most of the time by individual cluster studies (e.g. Boué et al. 2008). The XMM-LSS cluster sample presented in this paper offers a unique opportunity to investigate the cluster-filament connection with a well controled sample.

#### 5.4.1. General counting method

We first have to detect the filaments connected to a given cluster. These filaments have a very low mass and are young dynamical structures. It is therefore very difficult to detect them through X-ray observations. This is possible only in a few peculiar cases (e.g. Boué et al. 2008; Werner et al. 2008) and with very long integration times. The XMM-LSS exposure times are anyway not well suited to such detections. We therefore used optical CFHTLS photometric redshift catalogs.

- We first selected only clusters at $z \leq 0.5$ in order to be able to sample the galaxy population deeply enough to potentially detect the filaments, given the $i' = 23$ magnitude limit for the photometric redshift catalog as demonstrated in Adami et al. (2010);
- for a given cluster, we selected galaxies with photometric redshifts in a $0.04 \times (1 + z)$ slice around the cluster redshift;
- we then computed the number of galaxies in the slice in 72 angular sectors 10 degrees wide each, with position angles between 0 and 360 degrees. Each sector was overlapping the previous one by 5 degrees. We did this exercise for galaxies in a circle of 2.5 Mpc radius, and in an annulus between 2.5 and 5 Mpc.

#### 5.4.2. Filament detection and signal enhancement

Intuitively, if a given sector is significantly more populated than other sectors, it means that this sector includes a galaxy overdensity which could be explained by a filament or by a group along a filament. The question is then to define a significance level. For a given cluster (and then a given redshift slice) and a given radius, we chose to compute the mean and dispersion of the galaxy numbers in the 72 considered sectors. If a given sector had a number of galaxies larger than the mean +3 times the dispersion, we considered this sector as hosting a potential cosmic filament portion.

However, individual clusters exhibit at best a single 3-$\sigma$ significant candidate filament. This is because of the intrinsic very low galaxy density in filaments. Moreover, the goal of the present section is not to make individual cluster studies, but to draw statistical tendencies. In order to enhance the significance of the filament detections, we therefore stacked different clusters, considering two categories: the luminous and the moderately luminous clusters. Other categories did not have enough cluster members in the selected redshift range. This technique is based on the assumption that the angular separation between different filaments feeding a given cluster is more or less constant. In order to make such a stack we now need to homogeneize the cluster position angles. We chose the position angle of the highest galaxy overdensity (the PA), limiting ourselves to clusters with a detection more significant than the 3-$\sigma$ level. Selected clusters were rotated to have their most significant filament at an arbitrary position angle of 180 degrees (east-west direction). In order to check if this alignment technique has a physical meaning, we superposed in the same way the X-ray images using the position angles defined by the highest galaxy overdensities (more significant than the 3-$\sigma$ level). After rotating these X-ray images, we spatially rescaled them to physical units (kpc) according to redshift, and we simply summed them up, taking into account the corresponding weight maps. The resulting point spread function is a mean of the individual values and remains small compared to cluster typical sizes. Figure 12 shows that we generate in this way a clearly elongated synthethic X-ray cluster along the 180 deg direction. The measured ellipticity of the external isophote is equal to 0.41. If instead of a simple sum we compute the median of the images (Fig. 12), the resulting ellipticity of the external isophote is still 0.36. Finally, if we combine the X-ray images without correcting by the optically determined

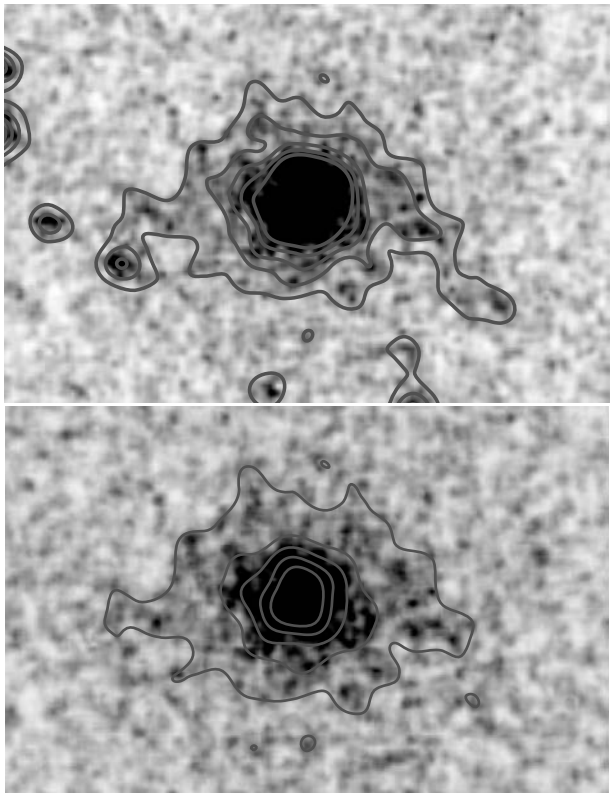


**Fig. 12.** Stacked X-ray images with position angles defined by the highest galaxy overdensities aligned along the 180 deg arbitary angle. Images were rescaled to physical units according to cluster redshift. Image size is 1 Mpc × 650 kpc. Contours were drawn with a 20 × 20 pixel smoothing. Upper figure: mean stacking. *Lower figure*: median stacking.

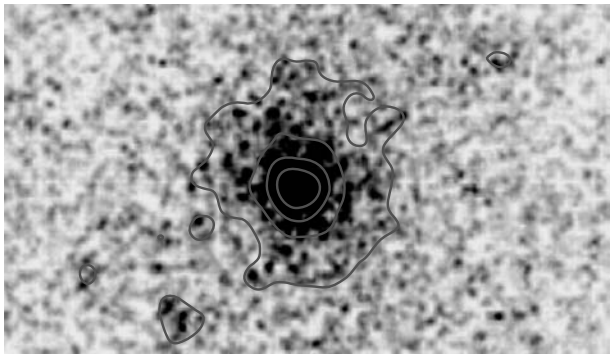


**Fig. 13.** Same as Fig. 12 with a median stacking and without any position angle correction.

orientation, we produce Fig. 13, which shows a basically null ellipticity.

If the galaxy-defined prefered orientations are valid, the detected elongation in X-rays is an expected behavior because X-ray emiting groups are also expected to fall onto clusters coming from surrounding filaments (see e.g. Boué et al. 2008).

We have to take into account the cluster redshift before merging their galaxy populations. A single catalog magnitude limit would evidently increase the weight of nearby clusters compared to more distant ones. We therefore limited the galaxy catalogs to $i' = 23$ at $z = 0.5$. The limits were brighter by $D$ magnitudes for nearer clusters, with $D$ being the distance moduli difference between the cluster redshifts and $z = 0.5$.

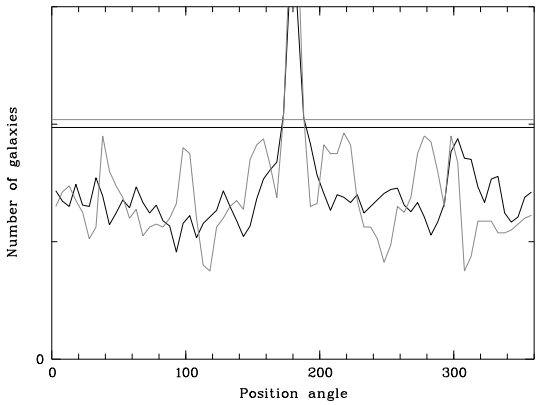



**Fig. 14.** Stacked angular galaxy counts (in arbitray units) for luminous (black line) and moderately luminous (red line) clusters in annuli of [2.5, 5] Mpc. The horizontal lines show the 3-$\sigma$ detection levels.

Renormalizing finally the galaxy counts by the number of selected clusters in a given class, we are able to produce figures that give the mean galaxy counts as a function of the angular position.

#### 5.4.3. Results

We first draw stacked (using the previously defined PA of each cluster) angular galaxy counts for luminous and moderately luminous clusters in the annulus [2.5, 5] Mpc (Fig. 14). The minimal and maximal radii have been choosen to be close to the mean virial radius of clusters (e.g. Carlberg et al. 1996) and not too large in order to limit the contamination by other clusters. These annuli will therefore mainly sample the infalling galaxy layers, just before the cluster-dominated areas. As expected, the signal from the most significant filament candidate is drastically increased, but no other features are detected at the 3-$\sigma$ level besides the main filament.

We repeat now the same exercise inside a 2.5 Mpc radius central area (Fig. 15). This area is mainly dominated by the clusters themselves (the few hundreds of kpc central areas) and by the galaxy layers just beginning to experience the cluster influence (close to the virial radius). We therefore investigate the cluster region as fed by the connected filaments. The signal from the main filaments is still increased. Other significant filament candidates are detected at the 3-$\sigma$ level mainly for the moderately luminous cluster sample.

This difference between the 2.5 Mpc radius central area and the [2.5, 5] Mpc annulus could be explained if the immediate vicinity of the considered clusters would be depopulated by the potential well of the clusters, diminishing the contrast between cosmic filaments and voids. Larger spectroscopic redshift samples will soon become available in the area and will allow us to refine our results in future works.

## 6. Cluster galaxy populations characteristics

We now investigate the optical properties of the galaxy populations in association with the X-ray clusters. We refer the reader to Urquhart et al. (2010) for individual studies of the clusters providing a temperature measurement.

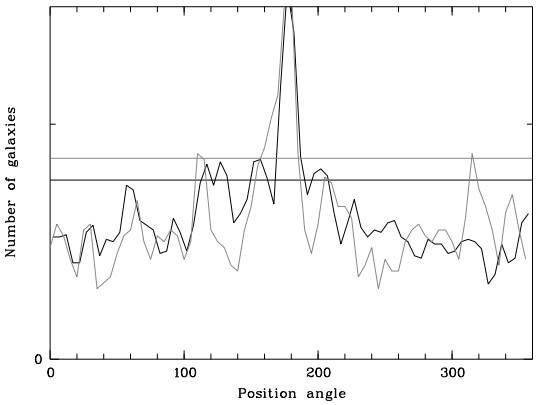



**Fig. 15.** Stacked angular galaxy counts (in arbitray units) for luminous (black line) and moderately luminous (red line) clusters inside a circle of 2.5 Mpc radius. The horizontal lines show the 3-$\sigma$ detection levels.

### *6.1. Rest frame red sequences*

The so-called red sequence (RS hereafter) commonly shows up to at least $z \sim 1.2$ (e.g. Stanford et al. 2002) in the massive structures. It is also detected in a less compact state in field galaxy populations up to $z \sim 2$ (Franzetti et al. 2007). We therefore searched for RSs in our sample of clusters. This sample does not provide enough statistics per cluster to perform individual studies. The optimal strategy is therefore to build synthetic clusters by gathering galaxies for clusters of the same category. We therefore considered four classes of clusters: the most luminous, the luminous, the moderately luminous, and the C0 clusters. Because the RS is a powerful tool to characterize the evolutionary stage of the cluster galaxy populations (e.g. Adami et al. 2007b), such a study will allow us to assess the properties of these four cluster classes.

In order to be able to stack different clusters at different redshifts, rest frame absolute magnitudes were computed in the process of getting photometric redshifts with LePhare (e.g. Ilbert et al. 2006) and we used these magnitudes to compute colors. Basically the method consists in selecting the observed band that is the closest of the requested rest frame band to compute the magnitude in this band by applying correction factors. They are described in the annex of Ilbert et al. (2005), including for example k-correction. This method is the closest of the observations and minimizes our dependence on the assumed spectral energy distributions, which could not be exactly the same in clusters and in the field (see also annex I of the present paper).

#### 6.1.1. Red sequence using spectrocopic redshifts

In a first step we look only at galaxy members with spectroscopic redshifts rather than photometric ones to remove potential interloper galaxies that are non cluster members but close to the cluster redshift. These galaxies could be interpreted as cluster members considering only photometric redshifts because of their limited precision. We here consider $u^* - r'$ rest frame colors and look at their behavior versus rest frame $r'$ absolute magnitude.

Figure 16 shows that a RS is present with $u^* - r' \sim 2$ for all clusters. The slopes of the RS appear to agree well with literature estimates (e.g. Adami et al. 2007b: between −0.1 and −0.02 for the Coma cluster) and are given in Table 6. As expected, RSs are populated by early-type galaxies, while later-type objects are grouped in a much less compact bluer sequence.

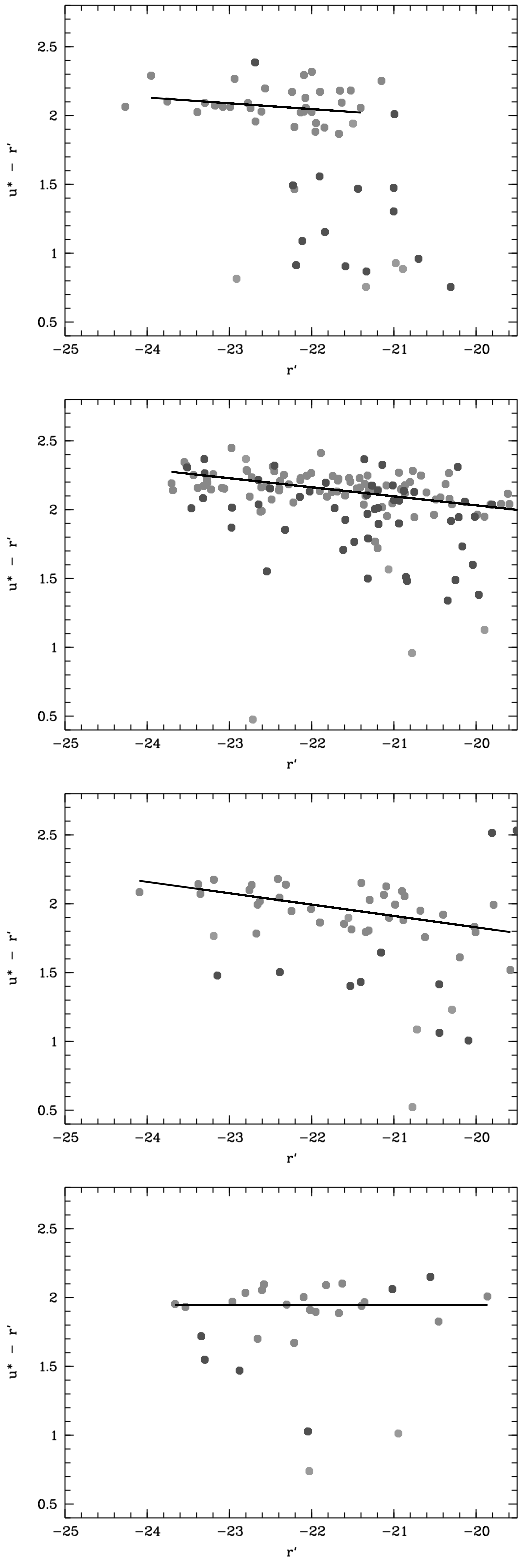



**Fig. 16.** Rest frame $u^* - r'$ versus absolute $r'$ magnitude relation for clusters using spectroscopic redshifts to compute absolute magnitudes. We only plot cluster members in these figures. From top to bottom, figures are for the most luminous, the luminous, the moderately luminous, and the C0 clusters. Red symbols correspond to early-type galaxies ($T \leq 21$), blue symbols correspond to late-type non-starburst galaxies ($58 \geq T \geq 21$), and pink symbols correspond to starburst galaxies ($T \geq 59$). Black continuous lines are computed using only $T \leq 21$ galaxies (see Table 6).

**Table 6.** Slopes of the red sequences for the four classes of clusters: most luminous, luminous, moderately luminous, and C0.

| Category | Slope |
|---|---|
| most luminous | –0.04 ± 0.04 |
| luminous | –0.04 ± 0.02 |
| moderately luminous | –0.10 ± 0.04 |
| C0 | –0.01 ± 0.05 |

There are potential differences between C0 clusters (without detectable X-ray emission) and other classes. The slope of the RS appears nearly flat for C0 clusters, while it is more negative for more luminous clusters. This effect is only of little significance when considering the uncertainty of the slope of these RS's. We performed a bi-dimensional Kolmogorov-Smirnov statistical test on the early-type galaxies of Fig. 16 though. The probability that the C0 and the most luminous cluster early-type galaxies come from the same population is only 0.6%. The probability that the C0 and the luminous cluster early-type galaxies come from the same population is only 0.1%. Finally, the probability that the C0 and the moderately luminous cluster early-type galaxies come from the same population is 3.1%. At least for the most luminous and luminous cluster populations, early-type galaxies therefore seem to be differently distributed in a color−magnitude relation compared to C0 cluster early-type galaxies. If these differences come from the slope of the RS, this effect could be interpreted as a metallicity effect (Kodama & Arimoto 1997). The more massive a galaxy, the more easily it will retain metals against dissipative processes. The more metals present in a galaxy, the redder the galaxy will be. Massive galaxies are therefore expected to be redder than lower mass objects. A possible explanation would be that the faint early-type C0 cluster galaxies would originate from depleted cores of larger galaxies, which would make them metal rich before they become faint (see e.g. Adami et al. 2006). This is possible for example in small groups, where the velocity dispersion is low enough to favor galaxy-galaxy encounters.

Galaxy members of the most luminous clusters also appear to exhibit a more pronounced dichotomy between early- and late-type objects. Blue members of the most luminous clusters are clearly bluer than blue members of the less luminous clusters.

#### 6.1.2. Age of formation of the cluster galaxy stellar populations

We expect distant clusters to naturally exhibit younger galaxy star populations compared to nearby structures. In order to investigate this question, we computed with LePhare the ages of the stellar population in galaxies with a spectroscopic redshift lying inside the considered clusters. The templates used to generate public photometric redshifts in the CFHTLS does not allow us to provide this information, so we used in LePhare the Bruzual & Charlot (2003) templates, fixing the redshifts to the spectroscopic values. The metallicity was let free to vary between 0.004, 0.008, and 0.02 $Z_\odot$. In C0 clusters, $z$ = [0.3;0.6] galaxies have a stellar population aged 6.2 ± 1.9 Gyr, and $z$ = [0.7;0.9] galaxies have a stellar population aged only 2.7 ± 1.3 Gyr. Considering members of luminous clusters, $z$ = [0.25;0.35] galaxies have a stellar population aged 7.4 ± 1.0 Gyr, and $z$ = [0.35;0.65] galaxies have a stellar population aged only 5.3 ± 2.1 Gyr. Finally, members of the most luminous clusters, $z$ = [0.4;0.65] galaxies have a stellar population aged 5.2 ± 2.1 Gyr, and $z$ = [0.75;1.25] galaxies have a stellar population aged 3.3 ± 1.1 Gyr.

Taking the mean redshift of the highest redshift bin for each of these three categories and diminishing the corresponding elapsed time since the beginning of the Universe by the mean age of the early-type galaxy stellar populations leads us to estimate the mean age of formation of the star populations in these galaxies. Galaxy stellar populations probably formed at $z \sim 1.6$ in C0 clusters, at $z \sim 2$ in luminous clusters, and at $z \sim 2.5$ in the most most luminous clusters. These values agree well with general expectations for the massive clusters to form earlier than low-mass structures, up to redshifts close to $z \sim 2$.

#### 6.1.3. Red sequence using photometric redshifts and color−color diagrams

In order to study larger samples and detect possible weak effects, we used photometric redshifts to define a cluster membership, and compute absolute magnitudes and colors as provided by the CFHTLS data. Given its photometric redshift, a galaxy was assigned to a cluster when it was closer than 500 kpc from the cluster center and at less than 0.08 from the cluster redshift. This corresponds to the values quoted in Table A.1 for cluster galaxies. We were then able to search for RSs in the most luminous, the luminous, and the moderately luminous clusters. Selecting all available clusters in these three categories Fig. 17 clearly shows red sequences in each case. They are all consistent with a $u^* - r'$ color of 1.9, the most massive clusters exhibiting the more negative RS slope (computed with $T \leq 21$ galaxies). On the contrary, the C0 clusters (no X-ray detection) only exhibit a very low number of early-type galaxies (but still consistent with $u^* - r' \sim 1.9$). These compact structures therefore appear as quite young structures, with modest early-type galaxy populations.

However, we are merging in Fig. 17 clusters with quite different redshifts, and evolutionary effects could play an important role. We therefore selected only the luminous clusters (the only category providing enough clusters) and divided this population into three different redshifts bins (≤0.3, ]0.3,0.5], and ]0.5,0.8]) in Fig. 18. This figure only shows $T \leq 21$ galaxies (early types). The RSs appear very similar, with the most negative slope occuring for $z$ = ]0.5, 0.8] clusters. If evolutionary effects are present, they are therefore rather weak, besides the most distant clusters appearing to have the most negative RS slope (−0.069 ± 0.017). This is consistent with the slope computed for the most luminous clusters (which are also nearly all at redshift higher than 0.5): −0.052 ± 0.015.

It could be argued that the use of photometric redshifts could introduce a bias owing for example to SEDs not adapted to high-density regions. In order to check the previous results, we therefore simply draw $u^* - r'$ versus $r' - z'$ color−color diagrams for the same sets of clusters. Figure 19 shows that in both cases early types still occupy well defined loci in the color−color space, confirming the existence of an old galaxy population in these cluster classes.

We therefore confirm that both massive and less massive X-ray structures in our sample exhibit quite similar red sequences, making them overall quite old compact structures. Non-X-ray clusters are probably minor structures with a poor spectral early-type population.

Figure 17 also shows a slightly larger percentage of starburst galaxies (as determined during the photometric redshift computation process: see Coupon et al. 2009) in low-luminosity clusters. C0, moderately luminous, and luminous clusters exhibit 20% more starburst galaxies compared to the most luminous

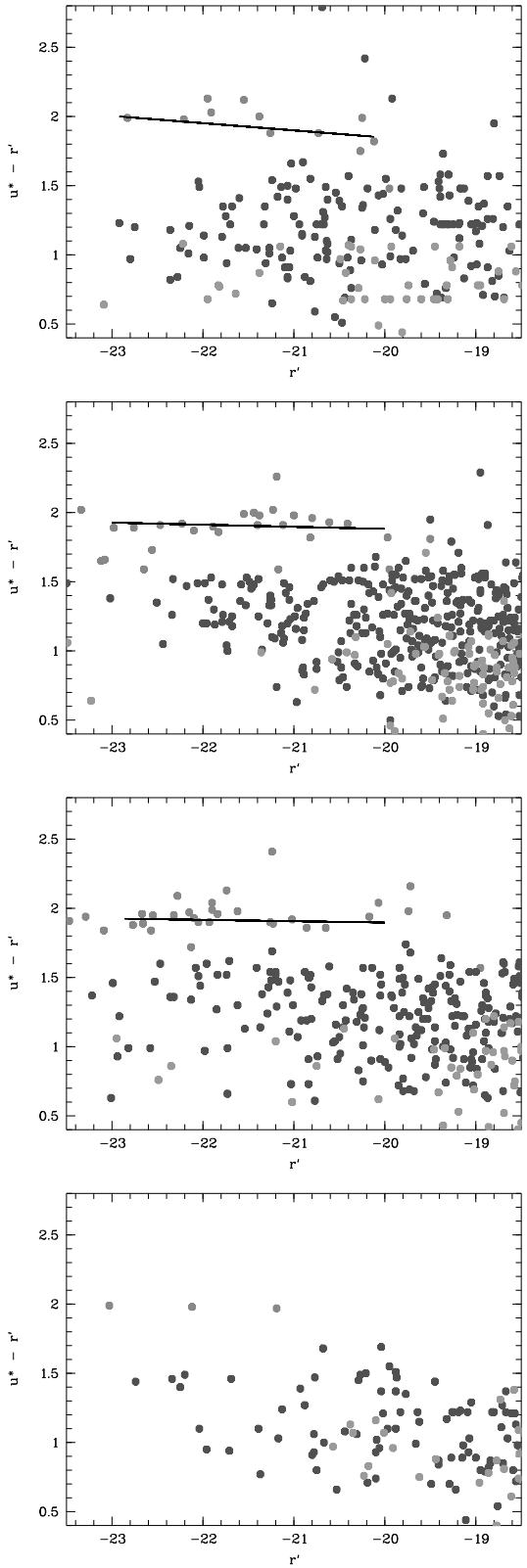



**Fig. 17.** $u^* - r'$ versus $r'$ with red dots being $T \leq 21$ galaxies (early types), blue dots being $58 \geq T \geq 21$ galaxies (late types), and pink dots being starburst galaxies. From top to bottom, figures are for the most massive, the massive, the moderately massive, and the $z \leq 1$ C0 clusters. Absolute magnitude computations are based on photometric redshifts. Black continuous lines are the RSs computed with $T \leq 21$ galaxies, except for C0 clusters where we had not enough available early-type galaxies.

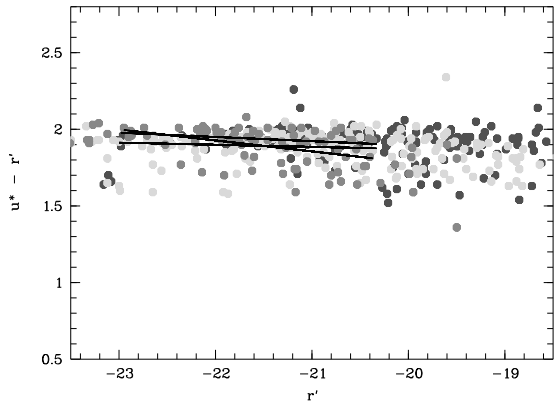



**Fig. 18.** $u^* - r'$ versus $r'$ for $T \leq 21$ galaxies (early types). Red dots: $z = ]0.5, 0.8]$, green dots: $z = ]0.3, 0.5]$, and blue dots: $z = [0.,0.3]$. Black continuous lines are the RSs computed with $T \leq 21$ galaxies.

clusters. This is an expected behavior, and it agrees qualitatively well for example with Urquhart et al. (2010).

### 6.2. Luminosity functions

In the same spirit, we checked whether our compact structures behave as genuine clusters or groups concerning their galaxy luminosity functions. For a detailed study of the individual XMM-LSS C1 cluster luminosity functions, we refer the reader to Alshino et al. (2010). We computed luminosity functions using galaxies within the cluster bins (according to photometric redshifts). The Schechter function fitting was performed allowing a constant background to take into account galaxies included in the photometric redshift slice, but not part of the clusters.

Selecting all clusters (C1+C2+C3+C0), stacking their luminosity functions, and only limiting absolute magnitude to $i' \leq -17.5$ in order to not be too affected by incompleteness, we got a best-fit of a Schechter function with alpha $= -1.15 \pm 0.09$ and $M^*i' = -23.8 \pm 0.8$. This is consistent within error bars with the estimates of Alshino et al. (2010) at $z \sim 0.3$. Applying the same procedure to the C3 clusters, we get a slightly shallower Schechter fit: alpha $= -0.96 \pm 0.14$ and $M^*i' = -22.1 \pm 0.6$.

If we use the luminosity categories, we can similarly compute Schechter fits for the luminous and the moderately luminous clusters (most luminous clusters are too distant and therefore undersampled toward the faint magnitudes, and C0 and C2 clusters are not numerous enough). We get alpha $= -1.1 \pm 0.03$ and $M^*i' = -23.4 \pm 0.3$ for the moderately luminous and we get alpha $= -1.1 \pm 0.03$ and $M^*i' = -23.2 \pm 0.2$ for the luminous clusters.

The fitted Schechter functions agree with those of bona fide clusters at similar depth (e.g. Lumsden et al. 1997). Slopes are also similar within error bars between all cluster classes. C1 clusters seem to exhibit brighter $M_*$ than C3 clusters however, which agrees well with the assumption that C1 clusters would be older and more massive systems than C3 clusters.

## 7. Peculiar structures in the XMM-LSS

### 7.1. Distant cluster candidates

Several compact structures with redshifts ∼1 or higher have already been found in Class 1 (Pacaud et al. 2007) or 2 (Bremer et al. 2006). Some other candidates appear among the C2's

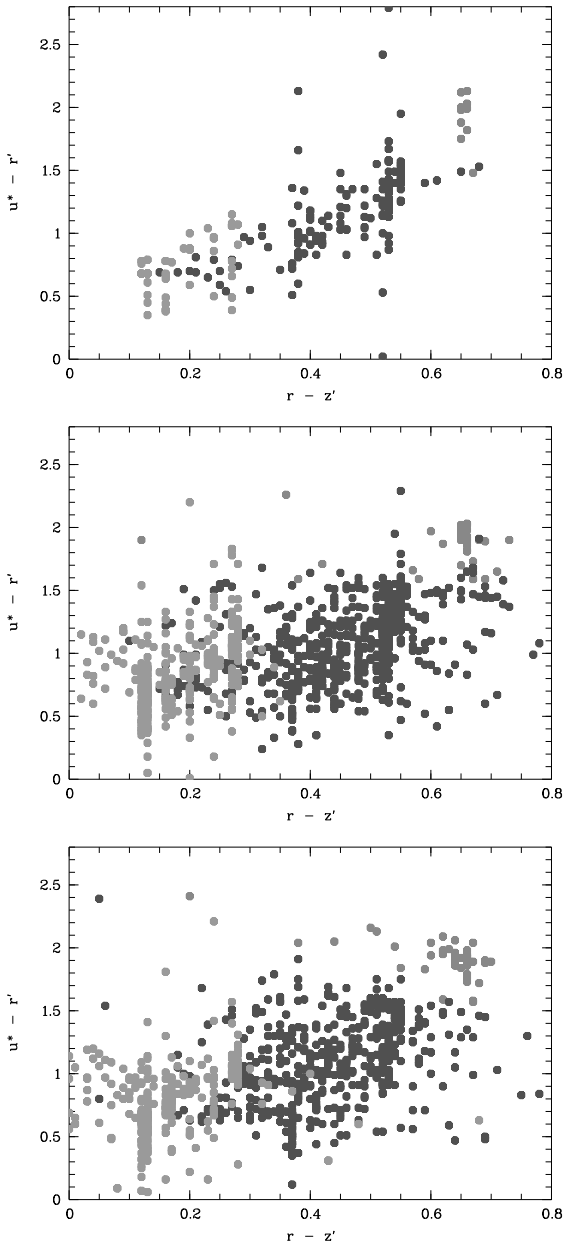



**Fig. 19.** $u^* - r'$ versus $r' - z$ diagrams with red dots being $T \leq 21$ galaxies (early types), blue dots being $58 \geq T \geq 21$ galaxies (late types), and pink dots being starburst galaxies. The *upper figure* is for the most luminous, the *middle figure* is for the luminous, and the *lower figure* is for the moderately luminous clusters.

(e.g. XLSS J022756.3-043119 at $z \sim 1$) and the C0's (022550.4-044500 at $z \sim 1.53$). This last structure (Fig. 20) is just below the X-ray detection limit. It has an extension of ∼13 arcsec and its extension maximum likelihood is ∼10. We note that the measured flux is $0.2 \pm 0.1 \times 10^{-14}$ erg/s/cm$^2$. At $z = 1.53$ and for a temperature of 1.5 keV, this would lead to an X-ray luminosity of 8.6e+43 erg/s.

The weakness of the evidences for an X-ray detection leads us to classify this source as C0 however, and then to investigate it from the optical side. The regular CFHTLS photometric redshifts (based on $u^*g'r'i'z'$ magnitudes) are not well suited to study this potential structure because of a lack of near-infrared photometric bands. This candidate is however included in the WIRDS survey (near infrared imaging from CFHT-WIRCAM).

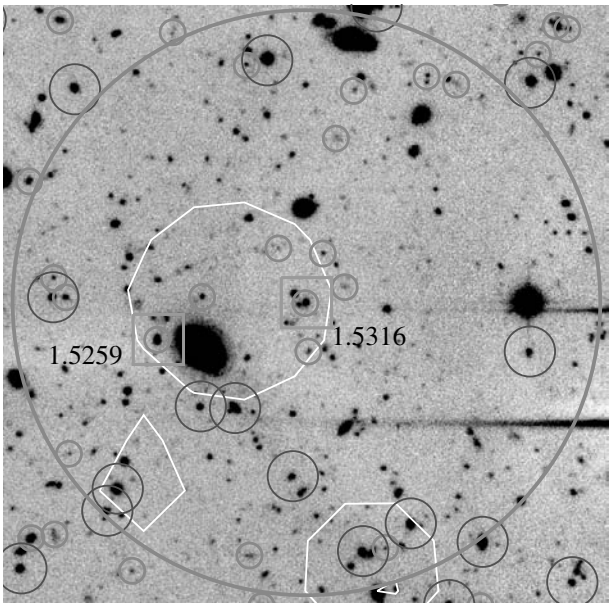



**Fig. 20.** Distant cluster candidate at $z = 1.53$. The large red circle is a 500 kpc radius circle. Blue circles are galaxies with spectroscopic redshifts outside the $z = [1.52;1.54]$ interval. The two magenta squares are the two known spectroscopic redshifts inside the $z = [1.52;1.54]$ interval. Small red circles are the near-infrared-based photometric redshifts inside the $z = [1.43;1.63]$ interval. White contours are the XMM-LSS contours.

Photometric redshifts were computed combining these near infrared data (McCracken et al., private communication) and the CFHTLS deep magnitudes. Figure 20 shows a clear concentration of $z = [1.43;1.63]$ galaxies inside the XMMLSS contours. We therefore may have detected one of the most distant known clusters of galaxies. A near infrared spectroscopic follow up of this candidate is mandatory however to confirm the nature of this very weak X-ray source.

### *7.2. Compact structures with discrepant optically and X-ray contents*

XLSSC 000 is a C0 structure not detected in the X-rays. Its velocity dispersion is relatively large ($435 \pm 88$ km s$^{-1}$) however. The Serna-Gerbal analysis does not detect any sign of substructures with the 11 known spectroscopic redshifts, so this velocity dispersion does not appear as obviously biaised. The photometric redshift distribution also presents excesses at the structure redshift. Finally this structure is populated with a significant number of early-type galaxies: among the 21 objects within the $z = 0.49$ photometric redshift slice, 9 have type $T \leq 10$. The optical content is therefore similar to what we could expect if we were considering a massive cluster. This case with clear discrepancies between X-ray and optical content remains quite puzzling, and both deeper X-ray observations and additional spectroscopic followup are required to explain the observed behavior.

We have also detected a prominent X-ray structure that is much less evident in optical and that could be a fossil group (XLSSU J021754.6-052655). Described for example in Jones et al. (2003) or Mendes de Oliveira et al. (2006, and references therein), these structures are considered to be the ultimate stage of group evolution: the nearly complete fusion of all bright and intermediate magnitude galaxies of the group into a single bright galaxy. The resulting galaxy is brighter than the

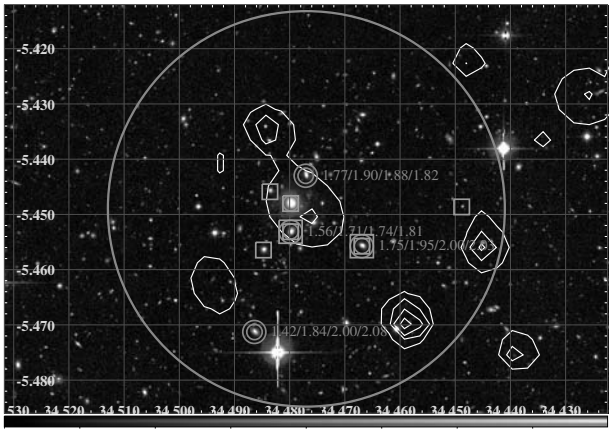



**Fig. 21.** CFHTLS $i'$ band image of the XLSSU J021754.6-052655 XMM-LSS source. White contours are XMM X-ray emission. Pink squares are galaxies with a spectroscopic redshift inside the structure. Red circles are galaxies with a photometric redshift at less than 0.15 from the structure redshift. Large symbols (circles or squares) are galaxies not satisfying the 2 magnitudes criteria in $g'$, $r'$, $i'$, or $z'$ bands. For these objects we also give the magnitude difference with the brightest galaxy in $g'/r'/i'/z'$.

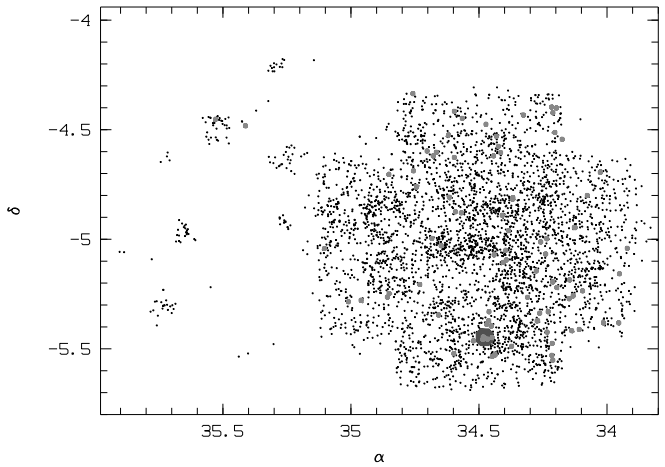



**Fig. 22.** $\alpha, \delta$ map of the immediate vicinity of XLSS J021754.6-052655. Black dots are all galaxies with a known spectroscopic redshift in a 1.5 deg radius region (large blue filled circle). Red dots are galaxies in the redshift range [0.241,0.261].

second remaining group galaxy (within half the projected virial radius) by at least 2 mag (in the $R$ band). However, the extended X-ray gas envelope is still present and more luminous than $10^{42}\ h_{50}^{-2}$ erg s$^{-1}$ (Jones et al. 2003). The origin of these structures is still widely debated though. They could find their origin in the small impact parameter of $L \sim L_*$ galaxies traveling along filaments (e.g. D'Onghia et al. 2005), or simply in their highly isolated status (e.g. Adami et al. 2007a) so that no galaxies will then have fallen into them lately.

In our survey, XLSSU J021754.6-052655 (classified as C2) is quite similar to these fossil groups. Figure 21 shows the field covered by this galaxy structure. The X-ray source is clearly extended. Available spectroscopic redshifts only show two galaxies at the structure redshift, which are only slightly too bright to satisfy the 2 mag criteria (one is satisfying the criterion in $i'$ and $z'$ band). Photometric redshifts from Coupon et al. (2009) also exhibit only two other similar galaxies at less than 0.15 from the structure redshift. Considering error bars on magnitude, the magnitude difference between the brightest galaxy and the second brightest object could be consistent with the requested 2 mag gap at the 3-$\sigma$ level. We therefore conclude that this object is similar to the structure described in Ulmer et al. (2005) and is very close to the fossil group status.

We investigate if this group is the dominant structure of its cosmological bubble (similarly to Adami et al. 2007a). For this, we selected all known spectroscopic redshifts in the range [0.241,0.261] and at less than 1.5 deg from the group (about 20 Mpc at the structure redshift, close to the average size of known voids: e.g. Hoyle & Vogeley 2004). Contrary to the results of Adami et al. (2007a), our group does not appear as an isolated structure (Fig. 22). The ratio of galaxies with a spectroscopic redshift inside and outside the range [0.241,0.261] is not significantly different when considering the 1.5 deg region or the complete spectroscopic sample.

## 8. Conclusions

Starting from known XMM-LSS sources, we considered 75 of them for which at least two spectroscopic redshifts were available within the X-ray isophotes. We then generated a catalog of 59 groups or clusters of galaxies in the $z$ = [0.05;1.53] redshift range associated with an X-ray source as well as seven other real compact structures for which X-ray association is not clear. Finally, 11 redshift structures (named C999) detected along the various lines of sight were detected in addition of the main systems and are listed in Appendix. In three cases the X-ray sources are indeed associated with QSOs identified from their optical spectra.

The assessment of the clusters and groups as actual massive structures was based on various spectroscopic data (including PI observations) associated to photometric data from the CFHTLS T0004 release (when available) and some PI data. The analysis (without a priori knowledge of their X-ray class) of the optical lines of sight centered on the X-ray emission was based on criteria such as compactness in redshift space (spectroscopic and photometric), and significant excess in galaxy density obtained within photometric redshift slices and final visual inspection.

All detected systems exhibit "bona fide" clusters or groups optical properties in terms of red sequence, color-color clumping, luminosity function, and morphological segregation. Considering X-ray luminosity classes does not change the results. From the X-ray and optical properties of the compact structures now associated with the XMM extended sources, the C1 clusters can be considered in most cases as relatively nearby, X-ray bright and optically rich and regular (no sub-clustering) clusters, while C3s appear faint and poor at the same redshift and quite rich at high redshift. C2s are a mix with the exception of some distant possible candidates. Finally, looking at larger scales using the CFHTLS-W, these clusters statistically appear as clear nodes of the galactic cosmic web, reinforcing therefore their true existence. The full sample of X-ray clusters with associated optical spectroscopic data is available via the L3SDB database (`http://l3sdb.in2p3.fr:8080/l3sdb/`). The optical images as well as the details of the redshift determination for all clusters presented in this article will also be publicly available at this place.

Finally, we investigated the photometric redshift precision in our sample as a function of the environment and of the galaxy spectral types (see appendix). We show for example that the

galaxy photometric redshift accuracy is degraded in the most massive clusters for early- and late-type galaxies.

*Acknowledgements.* The authors thank R. Bielby, J. Coupon, Y. Mellier, and H.J. McCracken for help. A.D., T.S. and J.S. acknowledge support from the ESA PRODEX Programme "XMM-LSS", from the Belgian Federal Science Policy Office and from the Communauté francaise de Belgique – Actions de recherche concertées – Académie universitaire Wallonie-Europe. H.Q. acknowledges the support of FONDAP Center for Astrophysics 15010003. G.G. is supported by FONDECYT 1085267. The authors thank the referee for useful and constructive comments.

## Appendix A: Photometric redshifts in dense environments

A by-product of the present paper is the test of photometric redshift precision in dense environments. Photometric redshift technique is widely used for several cosmological purposes and is mainly based on synthetic energy distributions (SEDs hereafter) fits to observed magnitudes. The available SEDs in the literature are however mainly selected in low-density environments, outside clusters. Applying these SEDs to cluster galaxies is then potentially problematic. Several papers (e.g. Adami et al. 2008) seem to show various photometric uncertainties as a function of the galaxy spectral-type in these dense environements. If confirmed, this could be due in massive structures to environmental effects driving peculiar color galaxy evolutions. Degeneracies could then be induced between photometric redshift value and galaxy spectral-type when applying classical photometric redshift codes as LePhare or HyperZ (Bolzonella et al. 2000). However, these tendencies are still based on very sparse samples for clusters of galaxies and before embarking on the very demanding task of building cluster-dedicated SEDs, we have to put on a firmer ground the photometric redshift uncertainty variation as a function of the environment and of the galaxy spectral-type.

The XMM-LSS survey offers such a unique opportunity, providing both X-ray and optical characterizations of the clusters, and photometric redshift informations from the CFHTLS. We selected all spectroscopic redshifts included in the present clusters and located in the 500 kpc (radius) central area. This ensures that we have galaxies really located in the densest areas of the clusters. Then we extracted informations (photometric redshift itself and spectral-type) from the CFHTLS T0004 photometric redshift release. Finally, we separately considered clusters brighter than $10^{44}$ erg/s, between $10^{43}$ and $10^{44}$ erg/s, and fainter than $10^{43}$ erg/s. We also considered the C0 class, acting as the low mass cluster category (we recall that these compact structures are real but without clear X-ray emission).

### *A.1. General agreement between spectroscopic and photometric redshifts*

We first checked that the general agreement between spectroscopic and photometric redshifts was acceptable inside clusters of galaxies. Figure A.1 shows a good agreement. Selecting a priori galaxies with a $|z_{\rm phot} - z_{\rm spec}| \leq (0.15 \times (1 + z_{\rm spec}))$, the whole cluster galaxy sample exhibits a $\sigma$ of 0.06. This is only slightly higher than the estimates of Coupon et al. (2009) for the whole CFHTLS W1 field. This shows that from a general point of view, CFHTLS T0004 photometric redshifts are not necessarily worse in clusters than in the field. We have now to investigate in more detail the behavior of the photometric redshift uncertainty as a function of the galaxy spectral-type and as a function of the cluster characteristics.

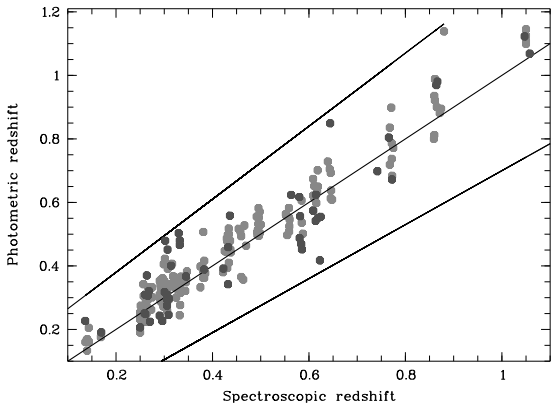



**Fig. A.1.** Photometric versus spectroscopic redshifts for the cluster galaxies in our sample. Black lines give the perfect relation of slope 1 and the $\pm 0.15 \times (1 + z)$ classical uncertainty (see e.g. Ilbert et al. 2006). Red filled circles are early-spectral-type galaxies and blue filled circles are late spectral-type galaxies (see text).

**Table A.1.** $\sigma$ between photometric and spectroscopic redshifts as a function of the environment and of the galaxy-spectral-type.

| Cluster class | Early | Late | % of early-types |
|---|---|---|---|
| most luminous | 0.081 | 0.092 | 69% |
| luminous | 0.036 | 0.082 | 81% |
| moderately luminous | 0.047 | 0.069 | 72% |
| C0 | 0.043 | 0.064 | 75% |
| Global cluster sample | 0.048 | 0.096 | 76% |

**Notes.** The last column indicates the percentage of spectral types $T \leq 21$ galaxies.

### *A.2. Photometric redshifts in dense environments and galaxy-spectral-types*

We repeated the previous analysis splitting our samples into early and late-type galaxies and considering the C0, the most luminous, the luminous, and the moderately luminous clusters. Table A.1 gives the values of $\sigma$ (computed in the same way as in the previous subsection) in these different cases.

We first detect a clear tendency to have higher uncertainties in photometric redshift calculations in the most luminous clusters. Second, late-type galaxies in luminous and moderately luminous clusters (as well as in C0 clusters) also exhibit higher uncertainties than early-type galaxies, by a factor of 2 in luminous clusters and by 50% in moderately luminous and C0 clusters. This behavior was already detected in Guennou et al. (2010).

This can be explained if galaxies were undergoing peculiar evolutions in clusters of galaxies, depending on the mass of the considered clusters, making them different from field galaxies. This would occur for all galaxy types in the most massive clusters, while less massive clusters would only affect late-type galaxies. These various environments do not seem to strongly affect the percentage of early-type galaxies, which stays high anyway (see Table A.1). A finer analysis shows however, as expected, a regular increase of the mean type of $T \leq 21$ galaxies, from 1.4 for the most luminous clusters, to 2.2 for the luminous clusters, and finally to 3.0 for the moderately luminous clusters.

As a conclusion, we can then say that photometric redshift values are generally correct in clusters of galaxies of the present sample (as compared to field environments). However, all galaxies in the most massive clusters and late-type galaxies in all other

**Table B.1.** Main other real groups (C999) detected along the lines of sight.

| XLSSC | PH | RA deg | Dec deg | *N* | ZBWT | ERRZ | SIG km s$^{-1}$ | ERR km s$^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 065 | 1 | 34.245 | −4.821 | 3 | 0.138 | | | |
| 039 | 0 | 35.098 | −2.841 | 3 | 0.183 | | | |
| 044 | 1 | 36.141 | −4.234 | 11 | 0.317 | 0.001 | 410 | 87 |
| – | 1 | 36.424 | −4.410 | 4 | 0.142 | | | |
| – | 1 | 36.424 | −4.410 | 4 | 0.632 | | | |
| – | 1 | 36.424 | −4.410 | 3 | 0.915 | | | |
| – | 1 | 36.460 | −4.750 | 17 | 0.885 | | | |
| – | 1 | 36.698 | −4.241 | 3 | 0.210 | | | |
| – | 1 | 36.698 | −4.241 | 3 | 0.432 | | | |
| – | 1 | 36.698 | −4.241 | 3 | 0.705 | | | |
| 013 | 1 | 36.858 | −4.538 | 9 | 0.254 | 0.001 | 346 | 75 |

clusters have their photometric redshift uncertainty increased by a factor of 50 to 100%. Depending on the science goals, this can significantly affect the cluster population definition by photometric redshift criteria, for example for galaxy luminosity function purposes. It would therefore be useful to create cluster-dedicated spectroscopic SEDs.

## Appendix B: Additional redshift structures

As a bonus of the general cluster detection process, for a given line of sight other real galaxy groups are detected besides the ones associated with the X-ray emission (C999: see Table B.1). So, if the identification with an optical group would appear wrong in the future, or if more data become available, trace is kept to re-examine other possibilities.

### References


Adami, C., Mazure, A., Ilbert, O., et al. 2005, A&A, 443, 805
Adami, C., Scheidegger, R., Ulmer, M. P., et al. 2006, A&A, 459, 679
Adami, C., Russeil, D., & Durret, F. 2007a, A&A, 467, 459
Adami, C., Durret, F., & Mazure 2007b, A&A, 462, 411
Adami, C., Ilbert, O., Pelló, R., et al. 2008, A&A, 491, 681
Adami, C., LeBrun, V., Biviano, A., et al. 2009, A&A, 507, 1225
Adami, C., Durret, F., Benoist, C., et al. 2010, A&A, 509, A81
Alshino, A., Khosroshahi, H., Ponman, T., et al. 2010, MNRAS, 401, 941
Beers, T., Flyn, K., & Gebhardt, K. 1990, AJ, 119, 2645
Biviano, A., Katgert, P., Mazure, A., et al. 1997, A&A, 321, 84
Bohringer, H., et al. 1998, in Wide Field Surveys in Cosmology, ed. S. Colombi, Y. Mellier, & B. Raban (Paris: Editions Frontières), Proc. 14th IAP Conf., 261
Bolzonella, M., Miralles, J.-M., & Pelló, R. 2000, A&A, 363, 476
Boué, G., Durret, F., Adami, C., et al. 2008, A&A, 489, 11
Bremer, M. N., Valtchanov, I., Willis, J., et al. 2006, MNRAS, 371, 1427
Bruzual, G., & Charlot, S. 2003, MNRAS, 344, 1000
Carlberg, R. G., Yee, H. K. C., Ellingson, E., et al. 1996, ApJ, 462, 32
Castander, F. J., Bower, R. G., Ellis, R. S., et al. 1995, Nature, 377, 39
Collins, C. A., Burke, D. J., Romer, A. K., Sharples, R. M., & Nichol, R. C. 1997, ApJ, 479, L117
Coupon, J., Ilbert, O., Kilbinger, M., et al. 2009, A&A, 500, 981
De Grandi, S., Bohringer, H., Guzzo, L., et al. 1999, ApJ, 514, 148
D'Onghia, E., Sommer-Larsen, J., Romeo, A. D., et al. 2005, ApJ, 630, L109
Dunkley, J., Komatsu, E., Nolta, M. R., et al. 2009, ApJS, 180, 306
Ebeling, H., Edge, A. C., Bohringer, H., et al. 1998, MNRAS, 301, 881
Edge, A. C., & Stewart, G. C. 1991, MNRAS, 252, 428
Finoguenov, A., Guzzo, L., Hasinger, G., et al. 2007, ApJS, 172, 182
Finoguenov, A., Connelly, J. L., Parker, L. C., et al. 2009, ApJ, 704, 564
Finoguenov, A., Watson, M. G., Tanaka, M., et al. 2010, MNRAS, 403, 2063
Franzetti, P., Scodeggio, M., Garilli, B., et al. 2007, A&A, 465, 711
Gavazzi, R., & Soucail, G. 2007, A&A, 462, 459
Gandhi, P., Garcet, O., Disseau, L., et al. 2006, A&A, 457, 393
Guennou, L., Adami, C., Ulmer, M. P., et al. 2010, A&A, 523, A21
Hamana, T., Miyazaki, S., Kashikawa, N., et al. 2009, PASJ, 61, 833
Henry, J. P. 1997, ApJ, 489, L1
Hoyle, F., & Vogeley, M. S. 2004, ApJ, 607, 751
Ilbert, O., Tresse, L., Zucca, E., et al. 2005, A&A, 439, 863
Ilbert, O., Arnouts, S., McCracken, H. J., et al. 2006, A&A, 457, 841
Jones, L. R., Scharf, C., Ebeling, H., et al. 1998, ApJ, 495, 100
Jones, L. R., Ponman, T. J., Horton, A., et al. 2003, MNRAS, 343, 627
Kodama, T., & Arimoto, N. 1997, A&A, 320, 41
Le Fèvre, O., Vettolani, G., Garilli, B., et al. 2005, A&A, 439, 845
Lumsden, S. L., Collins, C. A., Nichol, R. C., et al. 1997, MNRAS, 290, 119
Mazure, A., Adami, C., Pierre, M., et al. 2007, A&A, 467, 49
Mendes de Oliveira, C., Cypriano, E. S., Sodré Jr., L. 2006, AJ, 131, 158
Pacaud, F., Pierre, M., Refregier, A., et al. 2006, MNRAS, 372, 578
Pacaud, F., Pierre, M., Adami, C., et al. 2007, MNRAS, 382, 1289
Pierre, M., Valtchanov, I., Altieri, B., et al. 2004, JCAP, 9, 11
Pierre, M., Pacaud, F., Duc, P.-A., et al. 2006, MNRAS, 372, 591
Pierre, M., Chiappetti, L., Pacaud, F., et al. 2007, MNRAS, 382, 279
Quintana, H., & Melnick, J. 1982, AJ, 87, 972
Rizzo, D., Adami, C., Bardelli, S., et al. 2004, A&A, 413, 453
Romer, A. K., Collins, C. A., Bohringer, H., et al. 1994, Nature, 372, 75
Romer, A. K., Nichol, R. C., Holden, B. P., et al. 2000, ApJS, 126, 209
Romer, A. K., Viana, P. T. P., Liddle, A. R., & Mann, R. G. 2001, ApJ, 547, 594
Rosati, P., Della Ceca, R., Norman, C., & Giacconi, R. 1998, ApJ, 492, L21
Serna, A., & Gerbal, D. 1996, A&A, 309, 65
Smith, B. W., Mushotzky, R. F., & Serlemitsos, P. J. 1979, ApJ, 227, 37
Stanford, S. A., Holden, B., Rosati, P., et al. 2002, AJ, 123, 619
Ueda, Y., Watson, M., Stewart, G., et al. 2008 ApJS, 179, 124
Ulmer, M. P., Adami, C., Covone, G., et al. 2005, ApJ, 624, 124
Urquhart, S. A., Willis, J. P., Hoekstra, H., & Pierre, M. 2010, MNRAS, 406, 368
Vikhlinin, A., McNamara, B. R., Forman, W., et al. 1998, ApJ, 502, 558
Werner, N., Finoguenov, A., Kaastra, J. S., et al. 2008, A&A, 482, L29
Yee, H. K. C., & Ellington, E. 2003, ApJ, 585, 226

## Angular correlation functions of X-ray point-like sources in the full XMM-LSS field

**Présentation** Cet article présente la fonction de corrélation angulaire des sources ponctuelles détectées dans le relevé XMM–LSS complet ($10\,\mathrm{deg}^2$), mettant ainsi en évidence la structure à grande échelle des AGN (noyaux actifs de galaxies). Différents types d'AGN sont sondés suivant des critères définis en rayons X. Les paramètres de pente et de corrélation angulaire obtenus sont comparés selon les limites en flux dans les échantillons et discutés selon les populations. Une inversion de la fonction de corrélation angulaire vers la fonction de corrélation spatiale est effectuée et permet de calculer le biais des AGN par rapport à la matière dans l'Univers.

**Voir dans le manuscrit :** Chap. 3 [Sect. 3.3], Chap. 4 [Sect. 4.1].

**Contribution personnelle** J'ai effectué l'analyse des pointés XMM du relevé avec la dernière version du logiciel (pipeline) de traitement des données. J'ai caractérisé la fonction de sélection des sources ponctuelles dans le relevé en réalisant des milliers de simulations de champs XMM et calculé les probabilités de détection, les taux de contamination en fonction des pointés et la relation entre les flux mesurés et les flux simulés.

A&A 537, A131 (2012)
DOI: 10.1051/0004-6361/201117983
© ESO 2012

Astronomy & Astrophysics

# Angular correlation functions of X-ray point-like sources in the full exposure XMM-LSS field⋆

A. Elyiv[1,2], N. Clerc[3], M. Plionis[4,5], J. Surdej[1], M. Pierre[3], S. Basilakos[6,7], L. Chiappetti[8], P. Gandhi[9], E. Gosset[1], O. Melnyk[1,10], and F. Pacaud[11]

[1] Institut d'Astrophysique et de Géophysique, Université de Liège, 4000 Liège, Belgium
e-mail: elyiv@astro.ulg.ac.be
[2] Main Astronomical Observatory, Academy of Sciences of Ukraine, 27 Akademika Zabolotnoho St., 03680 Kyiv, Ukraine
[3] DSM/Irfu/SAp, CEA/Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France
[4] Institute of Astronomy & Astrophysics, National Observatory of Athens, Thessio 11810, Athens, Greece
[5] Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, 72000 Puebla, Mexico
[6] Academy of Athens, Research Center for Astronomy and Applied Mathematics, Soranou Efesiou 4, 11527 Athens, Greece
[7] High Energy Physics Group, Dept. ECM, Universitat de Barcelona, Av. Diagonal 647, 08028 Barcelona, Spain
[8] INAF-IASF Milano, via Bassini 15, 20133 Milano, Italy
[9] Institute of Space and Astronautical Science (ISAS), Japan Aerospace Exploration Agency, 3-1-1 Yoshinodai, Chuo-ku, Sagamihara, Kanagawa 252-5210, Japan
[10] Astronomical Observatory, Kyiv National University, 3 Observatorna St., 04053 Kyiv, Ukraine
[11] Argelander Institut für Astronomie, Universität Bonn, Germany

Received 31 August 2011 / Accepted 13 November 2011

**ABSTRACT**

*Aims.* Our aim is to study the large-scale structure of different types of AGN using the medium-deep XMM-LSS survey.
*Methods.* We measure the two-point angular correlation function of ∼5700 and 2500 X-ray point-like sources over the ∼11 sq. deg. XMM-LSS field in the soft (0.5–2 keV) and hard (2–10 keV) bands. For the conversion from the angular to the spatial correlation function we used the Limber integral equation and the luminosity-dependent density evolution model of the AGN X-ray luminosity function.
*Results.* We have found significant angular correlations with the power-law parameters $\gamma = 1.81 \pm 0.02$, $\theta_0 = 1.3'' \pm 0.2''$ for the soft, and $\gamma = 2.00 \pm 0.04$, $\theta_0 = 7.3'' \pm 1.0''$ for the hard bands. The amplitude of the correlation function $w(\theta)$ is higher in the hard than in the soft band for $f_x \lesssim 10^{-14}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ and lower above this flux limit. We confirm that the clustering strength $\theta_0$ grows with the flux limit of the sample, a trend which is also present in the amplitude of the spatial correlation function, but only for the soft band. In the hard band, it remains almost constant with $r_0 \simeq 10\ h^{-1}$ Mpc, irrespective of the flux limit. Our analysis of AGN subsamples with different hardness ratios shows that the sources with a hard-spectrum are more clustered than soft-spectrum ones. This result may be a hint that the two main types of AGN populate different environments. Finally, we find that our clustering results correspond to an X-ray selected AGN bias factor of ∼2.5 for the soft band sources (at a median $\bar{z} \simeq 1.1$) and ∼3.3 for the hard band sources (at a median $\bar{z} \simeq 1$), which translates into a host dark matter halo mass of $\sim 10^{13}\ h^{-1} M_\odot$ and $\sim 10^{13.7}\ h^{-1} M_\odot$ for the soft and hard bands, respectively.

**Key words.** X-rays: galaxies – galaxies: active – surveys

## 1. Introduction

The study of the large-scale structure for the universe and of structure formation processes makes it necessary to carry out wide-field surveys of extragalactic objects. These surveys are performed in almost all accessible wavelength bands. X-ray surveys constitute an important part of these surveys because of the weak absorption at such high energies. The most recent and prominent observational X-ray results have been obtained with the *XMM-Newton* and *Chandra* space observatories (Brandt & Hasinger 2005). More than 95% of all detected objects in X-ray surveys away from the galactic plane are point-like and predominantly active galactic nuclei (AGN), the rest are mostly extended sources (groups and clusters of galaxies and relatively nearby galaxies). Owing to their high X-ray luminosity, AGN can be detected over a wide range of redshifts in contrast to normal galaxies (Hartwick & Schade 1989), and therefore these objects are excellent tracers of the cosmic web and a convenient tool for studying evolutionary phenomena in the Universe. It is known that the optical and X-ray classification of type 2 (obscured) AGN agree quite well, see for example Garcet et al. (2007) and references therein. X-ray selected AGN also provide a relatively unbiased census of the AGN phenomenon because obscured AGN, which are largely missed in optical surveys, are included in X-ray surveys.

The clustering pattern of the AGN population can provide important information regarding the cosmography of matter density fluctuations at different scales and the cosmological parameters (e.g., Hickox et al. 2007; Engels et al. 1999; Plionis et al. 2010; Ebrero et al. 2009; Basilakos & Plionis 2009, 2010), the evolution of the AGN phenomenon (e.g., Comastri & Brusa 2008; Koulouridis et al. 2011; Allevato et al. 2011), the relation

⋆ This paper is dedicated to the memory of Olivier Garcet who has initiated the present work just before his sudden death.

between AGN activity and their dark matter halo hosts, supermassive black hole formation (e.g., Mandelbaum et al. 2009; Miyaji et al. 2011; Allevato et al. 2011), and so on. The most common approach to quantify AGN clustering, without redshift information is to measure the AGN two-point angular correlation function (ACF; Akylas et al. 2000; Yang et al. 2003; Manners et al. 2003; Basilakos et al. 2005; Gandhi et al. 2006; Puccetti et al. 2006; Miyaji et al. 2007; Carrera et al. 2007; Garcet et al. 2007; Ebrero et al. 2009), which provides an estimate of how significant the excess of AGN pairs is, within some projected angular separation over that of a random distribution. Once the angular correlation function is measured, it is possible to reconstruct the spatial clustering, under some specific assumptions, using the Limber integral equation (Limber 1953; Peebles 1980). However, spectroscopic follow-up as well as multiwavelength photometric observations in a number of different bands allow us to measure or estimate redshifts for a large number of AGN and to apply the direct spatial correlation analysis (e.g., Gilli et al. 2005; Yang et al. 2006; Gilli et al. 2009; Coil et al. 2009; Cappelluti et al. 2010; Miyaji et al. 2011).

Clustering analyses of the various surveys of X-ray selected AGN in the soft and hard bands have provided a wide range of angular and spatial clustering lengths. Strong indications for a flux-limit clustering dependence appear to reconcile most of the diverse results, however (Plionis et al. 2008; Ebrero et al. 2009; Krumpe et al. 2010).

Another important question is whether the clustering of X-ray selected AGN evolves with time. Gilli et al. (2009) did not find any significant difference between the X-ray AGN clustering below and above $z = 1$. Even so, the X-ray AGN bias factor should evolve with time, and indeed Yang et al. (2006) found a rapid increase of the bias factor with redshift with $b(z = 0.45) = 0.95 \pm 0.15$ and $b(z = 2.07) = 3.03 \pm 0.83$. Similarly, Allevato et al. (2011) estimated the average bias in the COSMOS AGN survey and found a redshift evolution of the bias factor with $b(z = 0.92) = 2.30 \pm 0.11$ and $b(z = 1.94) = 4.37 \pm 0.27$.

The AGN clustering pattern can also be used for the verification of the unification model, because both obscured and unobscured AGN should have identical correlation function, if the orientation of the torus is the only determining factor of the AGN phenomenology. Gilli et al. (2009) used the 2 sq. deg. XMM-COSMOS field and did not find any significant difference in the spatial distribution of the broad and narrow line AGN. Similarly, Ebrero et al. (2009), studying 1063 *XMM-Newton* observations, found consistent correlation properties for sources with high and low hardness ratios, which mostly correspond to obscured and unobscured AGN, respectively. These results postulate that obscured and unobscured objects populate similar environments, which agrees with the unified model of AGN.

However, the analysis of the 9 sq. deg. Bootes multiwavelength survey showed slightly different clustering properties for the two types of AGN (Hickox et al. 2011). Similarly, Puccetti et al. (2006) investigated the central 0.6 sq. deg. region of the ELAIS-S1 field and found that the correlation amplitude in the hard band ($\theta_0 = 12.8'' \pm 7.8''$) is 2.5 times higher than that in the soft band ($5.2'' \pm 3.8''$), but with a weak significance ($\sim 1\sigma$). Gandhi et al. (2006) used the hardness ratio ($HR$) and divided the point-like sources in mainly obscured ($HR > -0.2$) and unobscured ($HR < -0.2$) subsamples, finding a positive clustering signal only for the obscured sources in the hard band.

In this work we will revisit these questions by presenting the final results of the point-like source distribution of the *XMM-Newton* Large Scale Structure (XMM-LSS) survey of Pierre et al. (2004). In Gandhi et al. (2006) we presented the AGN clustering results based on the previous release of 4.2 sq. deg. of this survey. A weak positive correlation signal was found in the soft band (angular scale $\theta_0 = 6.3'' \pm 3''$ with a slope $\gamma = 2.2 \pm 0.2$). At present the full XMM-LSS field is one of the widest ($\sim$11 sq. deg.) medium-deep surveys. It is part of an even larger project, the XXL, observations of which are currently being implemented (Pierre et al. 2011).

In the following sections we present the description of the XMM-LSS survey (Sect. 2). Results of the numerical simulations of the X-ray point-like sources are presented in Sect. 3. Basic properties of the XMM-LSS field, like its source distribution on the sky and the point-source $\log N$–$\log S$ relation, are shown in Sect. 4. Section 5 includes the method used to produce the random catalogs and the ACF analysis for the different samples. Inverting from angular to spatial clustering and the derived bias of AGN are presented in Sects. 6 and 7, respectively, while the main conclusions are listed in Sect. 8.

## 2. The sample of X-ray point-like sources

In the present correlation function analysis, we have used point-like X-ray sources from the XMM-LSS field, which consists of 87 pointings with maximum available exposures from 10 to 28 ks. Also we used 7 pointings of the independent deeper Subaru/*XMM-Newton* Deep Survey (SXDS) (Ueda et al. 2008) whose data we reanalyzed with our pipeline because it is fully enclosed in the XMM-LSS area, although with a different spacing pattern. For S01 pointing of SXDS we kept only 40 ks chunk to prevent possible source confusion.

Altogether, the XMM-LSS field is contiguous and contains $\sim$5700 sources in the soft (0.5–2 keV) band and $\sim$2500 in the hard (2–10 keV) band, out of which $\sim$180 are extended (mainly galaxy clusters). Although all extended sources were removed from our analysis, it is interesting to note that they were categorized according to their extension likelihood[1] (EXTlike) and core radius (EXT) into two classes: "C1" which are the true extended sources with EXTlike $> 33$ and EXT $> 5''$, containing 54 objects, and "C2" which is a class with almost 50 per cent contamination at $15 <$ EXTlike $< 33$ and EXT $> 5''$, containing 129 objects (see Pacaud et al. 2006 for details).

Separately, we have made use of a more uniform XMM-LSS survey for our analysis which consists of 10 ks chunks. This catalog will be published soon (Chiappetti et al., in prep.)

We considered all point-like sources as AGN, although we do expect a $\sim$3% stellar contamination (Salvato et al. 2009). More details about the source classification will be given in Melnyk et al. (in prep.). The sensitivity limits of the joined sample are near $10^{-15}$ and $3 \times 10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ for the soft and hard bands, respectively.

The average distances between the centers of adjacent pointings were substantially shorter than the FoV diameter of the EPIC cameras to gain a more homogeneous coverage. This caused overlaps between adjacent pointings. Because each pointing was processed individually, the final merged catalog was produced a posteriori (Pierre et al. 2007; Chiappetti et al., in prep.). As a first possibility, we only considered sources with an off-axis distance $<10'$. In this way, we did not have to consider boundary sources that are often detected with large errors. The total effective area of the fields was 8.3 sq. deg. The distribution of the corresponding 4066 X-ray sources located within

[1] By the term "likelihood" as used hereinafter, we mean formally the log-likelihood.

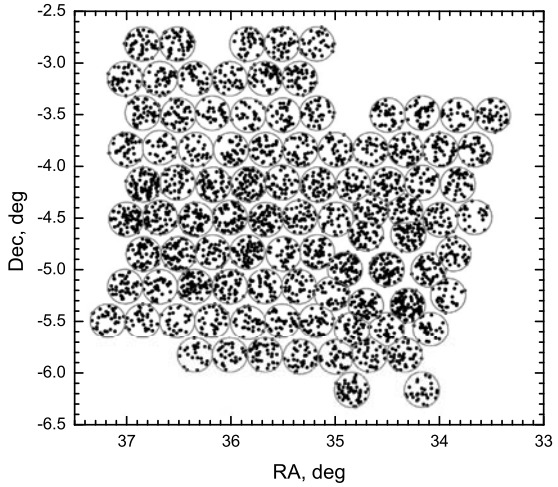



**Fig. 1.** Distribution of the X-ray point-like sources observed in the soft band within the whole XMM-LSS field with an off-axis distance less than 10′. The red circles represent the borders between the different pointings. Note that even when using the 10′ limitation, we may have some overlapping regions. We discarded these minor overlaps using the Voronoi tessellation method.

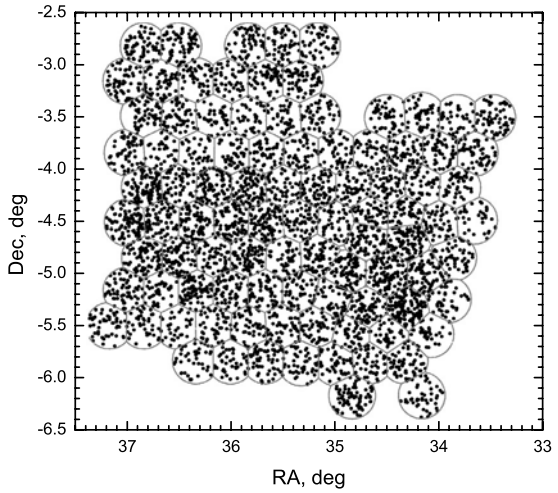



**Fig. 2.** Distribution of the X-ray point-like sources observed in the soft band within the whole XMM-LSS field with the Voronoi tessellation method. Note that using the Voronoi tessellation we did not exceed the 13′ off-axis distance for any pointing.

the borders is shown in Fig. 1. As an alternative merging possibility we applied a Voronoi boundary delimitation (Matsuda & Shima 1984) without imposing an off-axis cutoff and using sources across the full exposure XMM-LSS field. In other words, in any overlap region among two pointings we only kept those detections in our final catalog that had the shortest off-axis distance. In this way, we were able to use the widest possible area 10.9 sq. deg. of the investigated field. The distribution of the 5093 point-like X-ray sources is shown in Fig. 2. The basic ACF results were checked considering both approaches and it was found that apart from larger uncertainties in the case of the <10′ delimitation method, the results were statistically identical.

## 3. Simulations of XMM-LSS AGN

For a proper correlation function analysis we need to know the values of the detection probability for each registered source. Therefore we performed extensive simulations of each individual XMM pointing. We briefly describe our procedure and the set of simulations that were used for the representation of the XMM-LSS field.

### 3.1. Description of the XMM-Newton point-source simulation

The principle of the simulations is similar to the one presented in Pacaud et al. (2006) and Gandhi et al. (2006). The main steps of the procedure consist in i) generating an input source list drawn from a fiducial flux distribution that is randomly distributed across the pointing field of view; ii) simulating images of the field as it would be seen by *XMM-Newton* by reproducing the main instrumental effects (vignetting, PSF distortion, detector masks, background and Poisson noise); iii) detecting sources with the XMM-LSS pipeline (Pacaud et al. 2006) and obtaining their likelihoods and measured count-rates[2]; iv) correlating the detected source list with the input catalog using a 6″ radius and deriving the rates of true and false detections as well as the detection probabilities.

The simulations were performed in the soft and the hard bands. The original source distribution was taken from Moretti et al. (2003) using either their soft or hard band fitting formulae, down to a flux which approximately corresponds to 2 photons on-axis (i.e. below *XMM-Newton* detection limit). This value depends on the exposure time chosen for each particular simulation. Non-resolved AGN photon background was added following Read & Ponman (2003), then we subtracted the contribution of the AGN resolved by our detection algorithm. The constant conversion factor $cf$ between the total count-rates and the physical fluxes $S$ was calculated on the basis of the MOS and PN camera factors provided by Pierre et al. (2007).

Particle background was also added according to values quoted in Read & Ponman (2003) and was subsequently modified by multiplying these values by an arbitrary factor between 0.1 and 8 to allow for pointing-to-pointing background variations. In any case, this component was not vignetted. We summarize our typical background values in Table 1. The PSF model was taken from the *XMM-Newton* medium model calibration files. The vignetting was modeled through its off-axis variation onto each detector.

The detection algorithm provides for each source an estimate of its count-rate on each detector as well as the local background value at the source position. A key parameter is the source detection likelihood. Following Pacaud et al. (2006), this quantity was computed using the C-statistic. Its value is the difference between the likelihood of the best-fitting point-source model and the likelihood of a pure background fluctuation. As such, the source likelihood LH represents the significance of the detection. A value of 15 provides a good balance between contamination and completeness (see Pacaud et al. 2006 and paragraph 3.2 for a discussion of the stability of this criterion).

### 3.2. Set of simulations

To fully account for the variations of the detection efficiency across the XMM-LSS fields, we simulated 18 900 and 6480 pointings in the soft and the hard bands, respectively. Table 2 details the simulation set. Figure 3 illustrates the influence of exposure time and background ratio value for three

[2] Throughout this paper, count-rates are expressed in terms of total MOS1+MOS2+PN count-rates, corrected for vignetting. That is why two sources with the same count-rate but different off-axis positions will have different probabilities of detection.

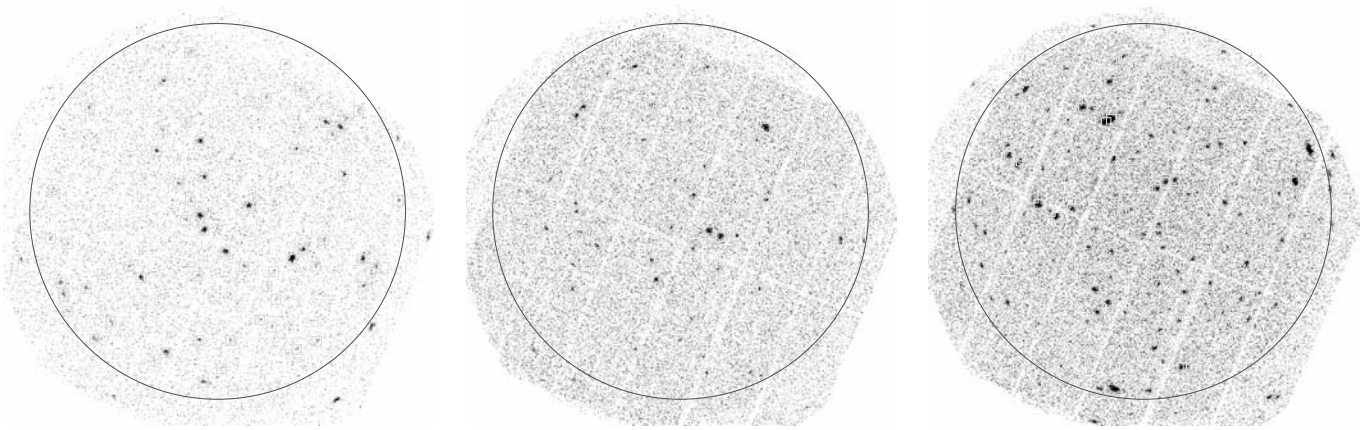


**Fig. 3.** Examples of simulated *XMM-Newton* pointings in the soft band. The large blue circle indicates the region in which the source detection is performed (13 arcmin maximal off-axis angle). Green boxes indicate the positions of sources detected with a likelihood ML > 15. *Left*: $T_{\rm exp}$ = 10 ks, background ratio = 1; *Middle*: $T_{\rm exp}$ = 10 ks, background ratio = 4; *Right*: $T_{\rm exp}$ = 40 ks, background ratio = 1.

**Table 1.** Typical background values for the pointing simulations.

| | Photon background | | Particle background | |
|---|---|---|---|---|
| | soft band | hard band | soft band | hard band |
| MOS1 | 1.21 | 1.77 | 0.764 | 1.16 |
| MOS2 | 1.32 | 1.88 | 0.730 | 1.09 |
| PN | 2.49 | 3.55 | 2.80 | 6.03 |

**Notes.** We allowed the particle background to vary from one pointing to the other through a multiplicative factor chosen among 0.1, 0.25, 0.5, 1, 2, 4 and 8. Units for each *XMM-Newton* detector are $10^{-6}$ cts s$^{-1}$ pixel$^{-1}$.

**Table 2.** Summary of the soft and hard band simulation sets.

| $T_{\rm exp}$ (ks) | Limiting flux ($10^{-16}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$) | Particle background factors | Number of fields |
|---|---|---|---|
| Soft band 0.5–2 keV | | | |
| 7 | 1.43 | 0.1 0.25 0.5 1 2 4 8 | 7 × 540 |
| 10 | 1 | 0.1 0.25 0.5 1 2 4 8 | 7 × 540 |
| 20 | 0.5 | 0.1 0.25 0.5 1 2 4 8 | 7 × 540 |
| 40 | 0.25 | 0.1 0.25 0.5 1 2 4 8 | 7 × 540 |
| 80 | 0.125 | 0.1 0.25 0.5 1 2 4 8 | 7 × 540 |
| Hard band 2–10 keV | | | |
| 7 | 14.3 | 0.1 1 3 | 3 × 540 |
| 10 | 10 | 0.1 1 3 | 3 × 540 |
| 20 | 5 | 0.1 1 3 | 3 × 540 |
| 40 | 2.5 | 0.1 1 3 | 3 × 540 |

**Notes.** The second column refers to the lowest flux of the input simulated sources in the band of interest. Different background levels are accounted for by applying a multiplicative factor to the values from Table 1. This set of simulation encompasses most of the XMM-LSS pointing characteristics.

pointings from our simulation set at 10 and 40 ks and for background ratios 1 and 4.

Thanks to the high number of simulated fields, we were able to bin our results by source off-axis angle. We have chosen six annuli of equal area to obtain approximately the same level of significance in each bin. Values defining the bin bounds are 0, 5.3, 7.5, 9.2, 10.6, 11.9 and 13.0 arcmin.

#### 3.2.1. Completeness/contamination balance

The source selection was based on the detection likelihood value (ML) all detected sources with ML > 15 were included in the final sample of point-like sources. A fraction of these sources comes from false detections. Figure 4 shows the distribution of the recovered sources for three configurations in the innermost off-axis bin (0–5.3 arcmin). We see little dependence of the contamination rate on the background level and exposure time, and the ML = 15 threshold appears as the best choice for homogeneous balance between completeness of the sample and contamination by spurious sources.

We numerically computed the rate of false detections as a function of the off-axis angle, background level and exposure time and in any configuration. The average rate of spurious detections is between 2 and 5 per pointing (up to 13 arcmin off-axis angle). A typical pointing ($T_{\rm exp}$ = 10 ks, background ratio = 1) gives from 40 to 50 detections in the [0−10] arcmin off-axis, which leads to a contamination rate of about 5%.

#### 3.2.2. Detection efficiency as a function of pointing characteristics

We show in Figs. 5–7 the probability curves derived from our simulations. These curves were computed by dividing the number of detected (ML > 15) sources by the number of input sources in a given input count-rate bin and for a given exposure time, background ratio and off-axis bin. The detection efficiency is close to the flux-limited efficiency, whose limit depends on the local pointing characteristics. A strong dependence on the off-axis position is noticeable in Fig. 7 because the effect of vignetting and PSF distortions are growing with off-axis distance. The exposure time dependence (Fig. 5) is compatible with a $\propto\sqrt{T_{\rm exp}}$ improvement factor over the signal-to-noise ratio, while the background level has a milder influence on the detection efficiency. In a typical pointing ($T_{\rm exp}$ = 10 ks, background ratio = 1) the flux limit is $2.5 \times 10^{-15}$ ($4 \times 10^{-15}$) erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ at 50% (90%) completeness.

#### 3.2.3. Relating real data to simulations

Sensitivity maps across the entire XMM-LSS field can be derived through interpolation between simulated pointings. The exposure time of a given pointing is a straightforward quantity, as is the off-axis angle at the position of a source. To relate the background ratio quantity to real data, we used estimates of the local background fitted by our detection algorithm

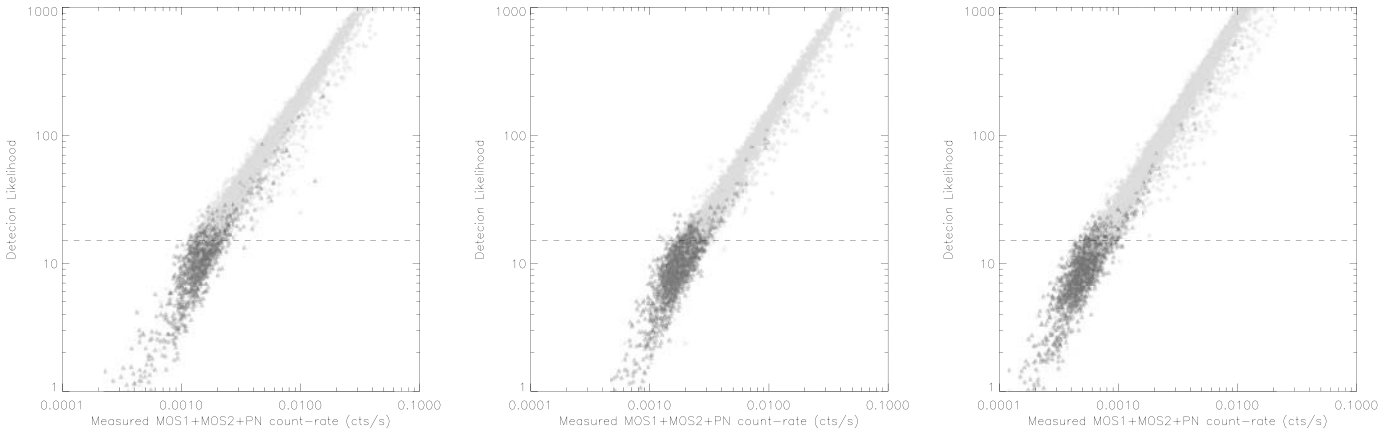



**Fig. 4.** Examples of likelihood versus count-rate plots for three combinations of pointing exposures and background ratios from our soft band simulation set. Green symbols show detections with a real input counterpart while red points indicate spurious (false) detections. All sources within 5 arcmin from the pointing center are shown here. *Left*: 540 pointings with $T_{\rm exp}$ = 10 ks, background ratio = 1; *Middle*: 540 pointings with $T_{\rm exp}$ = 10 ks, background ratio = 4; *Right*: 540 pointings with $T_{\rm exp}$ = 40 ks, background ratio = 1. The horizontal line corresponds to ML = 15, the threshold above which detected sources are included in the catalog. The separation between false and real detections is relatively independent of the pointing quality.

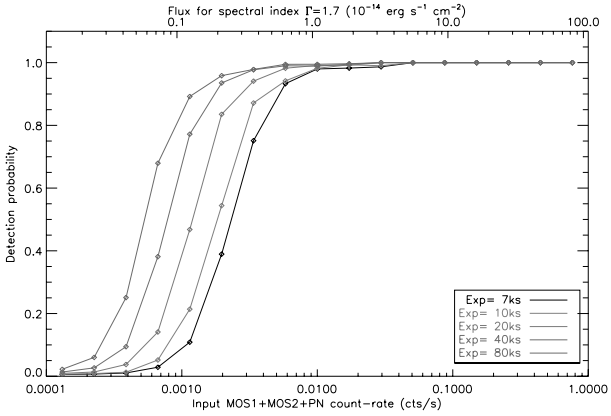



**Fig. 5.** Efficiency of our source detection algorithm in the innermost annulus (0–5 arcmin) of the simulated soft band XMM observations, as a function of the input source count-rate (or equivalently, flux for a typical AGN spectrum and a galactic hydrogen column density fixed to $2.6 \times 10^{20}$ cm$^{-2}$). The exposure time differs from one curve to the other, but not the background rate.

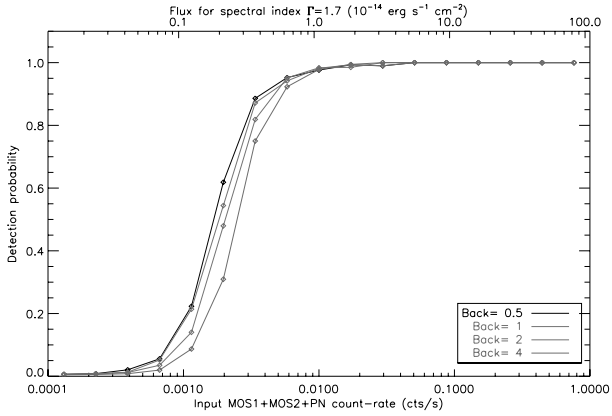



**Fig. 6.** Same as Fig. 5 for various background rates in the soft band (defined by a multiplicative factor times the values quoted in the 2nd column of Table 1). Exposure time is held at 10 ks in all cases.

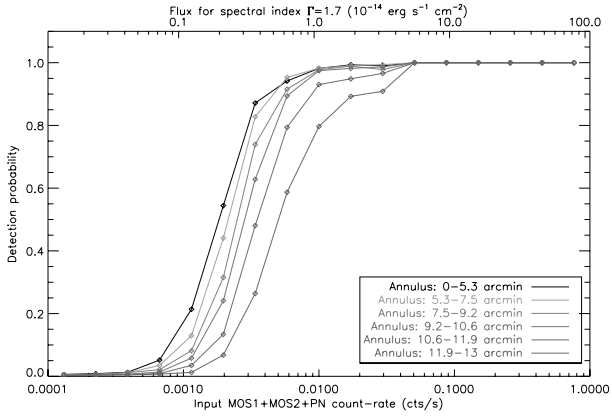



**Fig. 7.** Same as Fig. 5 for the six off-axis bins in the soft band (see text). Exposure time is held at 10 ks in all cases, and the particle background ratio is set to 1.

at each detected source position (see Pacaud et al. 2006 for a description of the fitting procedure). Estimated numbers of background counts per pixel are put out as two quantities PNT_BG_MAP_MOS and PNT_BG_MAP_PN. Figure 8 shows the relationship between the input background ratio and these quantities as derived from simulations. As expected, local background estimates computed by the detection algorithm are well correlated with the background ratio values introduced in the simulations. We fitted the local background values by PNT_BG_MAP_MOS(PN) using the least-squares method separately for each pointing. With this we determined the background ratio level $B$, which corresponds to the best parameter of the fitting.

## 4. Sky coverages and log *N*-log *S* distributions

An important characteristic of an X-ray survey is the sky coverage or, in other words, the effective area curve. This indicates the maximum effective area over which we can detect sources brighter than some given flux limit. We have constructed the area curves using the numerically calculated probabilities $p$ to detect sources with a certain flux $S$, an off-axis distance $R$ in a pointing with some effective exposure $T$ and particle background level $B$.

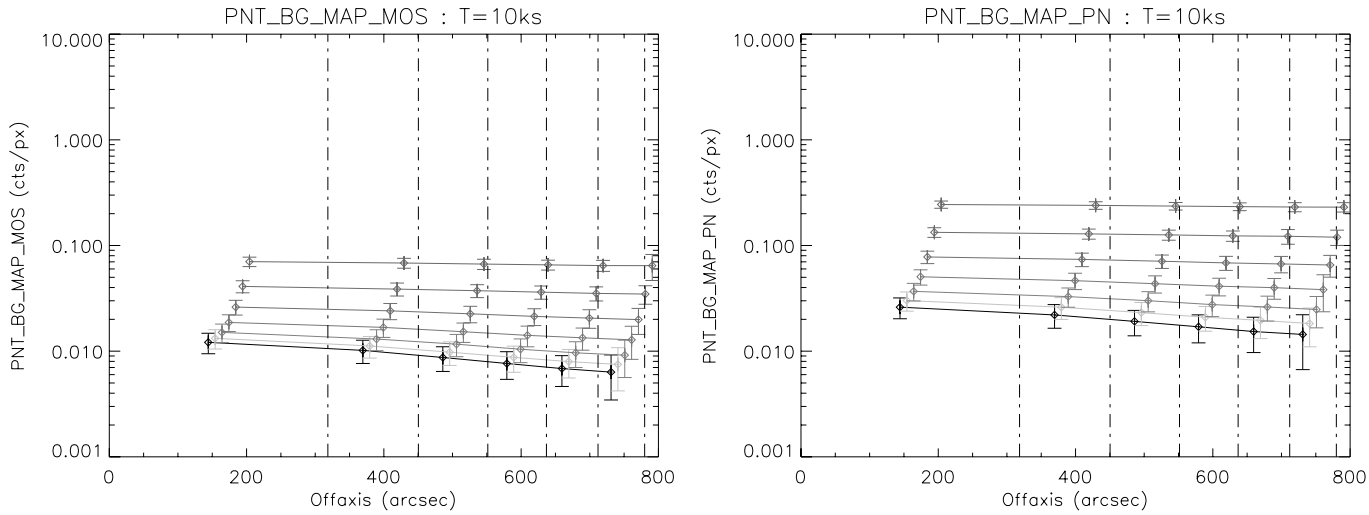



**Fig. 8.** Pipeline-estimated background values on MOS (*left*) and PN (*right*) detectors, in the soft band, as seen in the simulations. Curves from bottom to top stand for background ratios $B$ equal to 0.1, 0.25, 0.5, 1, 2, 4 and 8. This plot shows how the local background estimate output of the detection algorithm can be related to the background ratio parameter introduced in the simulations. The error bars represent 1-$\sigma$ standard variation computed from the source sample. The vertical lines correspond to bounds of our equal-area off-axis bins. Only the results for 10 ks are displayed and similar relations are extracted for 7, 20, 40 and 80 ks pointings.

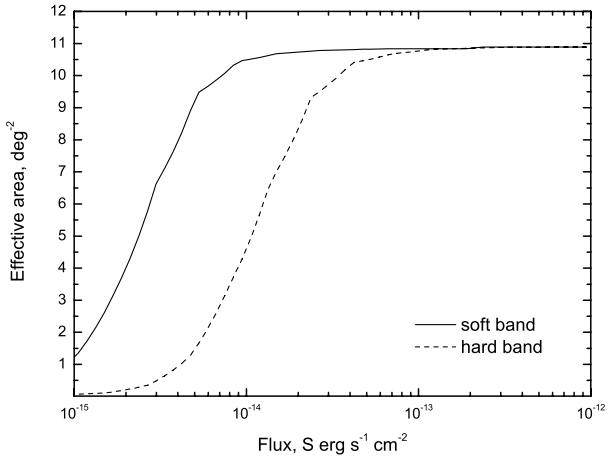



**Fig. 9.** Effective area curves for the whole XMM-LSS field in the soft (0.5–2 keV) and hard (2–10 keV) bands.

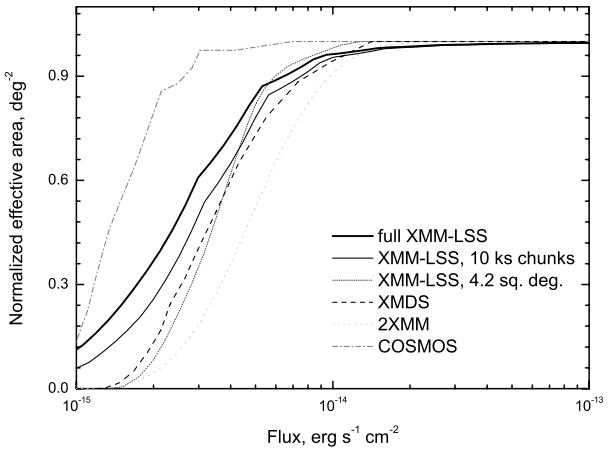



**Fig. 10.** Comparison of the normalized effective area curves in the soft band for the full exposure XMM-LSS field, the 10 ks version (see Sect. 5.1), the XMM-LSS 4.2 sq. deg. (Gandhi et al. 2006), the XMM Medium Deep Survey (XMDS Chiappetti et al. 2005), the 2XMM (Ebrero et al. 2009) and the COSMOS (Miyaji et al. 2007; Cappelluti et al. 2007).

The effective area $A(S)$ is calculated while integrating over the whole field area $\Omega$:

$$A(S) = \int p(S, R, T, B)\mathrm{d}\Omega. \quad (1)$$

Figure 9 shows the effective area curves for the investigated samples in the soft and hard bands, with a minimum flux $10^{-15}$ for the soft and $3 \times 10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ for the hard bands. For the construction of the illustrated area curves we used the Voronoi tessellation delimitation method.

Figure 10 shows a comparison between the normalized effective area curves of various recent X-ray surveys. The effective area curve as a function of flux depends mainly on the depth of the source detection (indicated by the signal-to-noise ratio or likelihood thresholds). It also depends on the distributions of the pointing exposures, particle background level and the procedure of handling the pointing overlaps. Evidently, the COSMOS field has the lowest flux limit and the steepest area curve among the considerable surveys with the likelihood limit for the source detection being equal to 6 (Cappelluti et al. 2007). Our full exposure XMM-LSS survey, having a significant fraction of the contributing pointings with exposures between 10 and 15 ks and a source detection threshold of ML = 15, has the next lowest flux-limit after the COSMOS survey, and a quite steeply increasing area-curve. The corresponding 10 ks XMM-LSS field has its area curve shifted to the right and its flux limit increased by a factor of ∼1.2.

Using those area curves and the differential distributions of the sources as a function of their flux, we constructed the log $N$−log $S$ relation. Note that it is important to take into account the flux boosting. This phenomenon especially affects faint objects with a low detection probability. Owing to Poisson noise, we may detect objects fainter than the flux limit in successful cases and sometimes not detect sources brighter than the flux limit in unsuccessful cases. This may cause the creation of an artificial bump in the log $N$−log $S$ distribution.

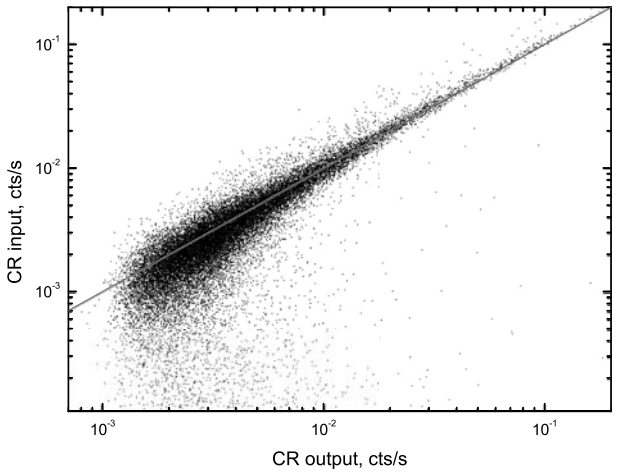



**Fig. 11.** Example of the dependence between input and output count-rates for the hard band, $T = 20$ ks, $b = 1$. The red line corresponds to $CR_{\rm in} = CR_{\rm out}$.

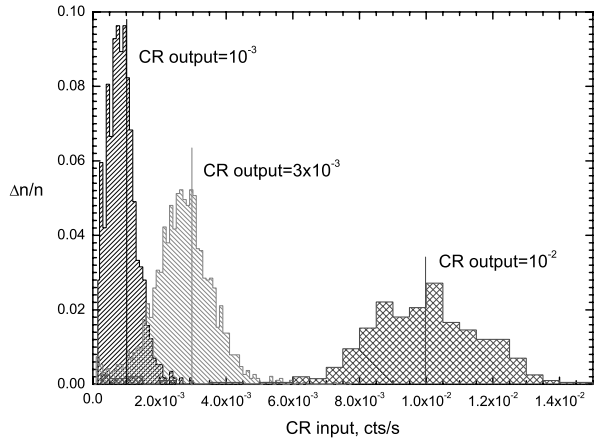



**Fig. 12.** Distributions of $CR_{\rm in}$ for three detected $CR_{\rm out}$ created on the basis of the simulated distribution in Fig. 11.

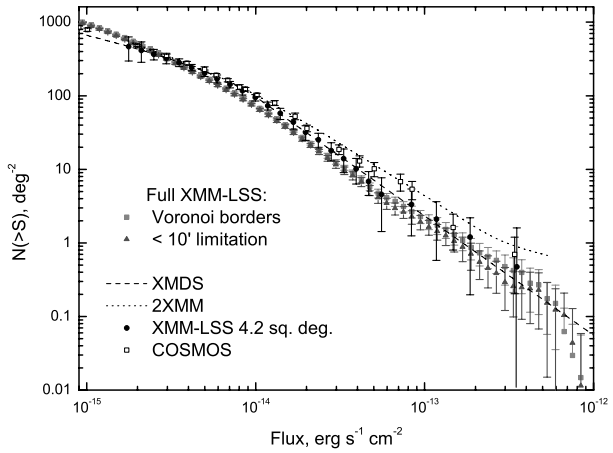



**Fig. 13.** Log $N-\log S$ distributions in the soft band for the whole XMM-LSS sample and for the two different procedures of handling the pointing overlaps. The results of the XMM Medium Deep Survey (XMDS (Chiappetti et al. 2005), 2XMM (Ebrero et al. 2009), XMM-LSS 4.2 sq. deg. (Gandhi et al. 2006) and COSMOS (Miyaji et al. 2007; Cappelluti et al. 2007) are shown for comparison. The vertical bars denote $1\sigma$ uncertainties.

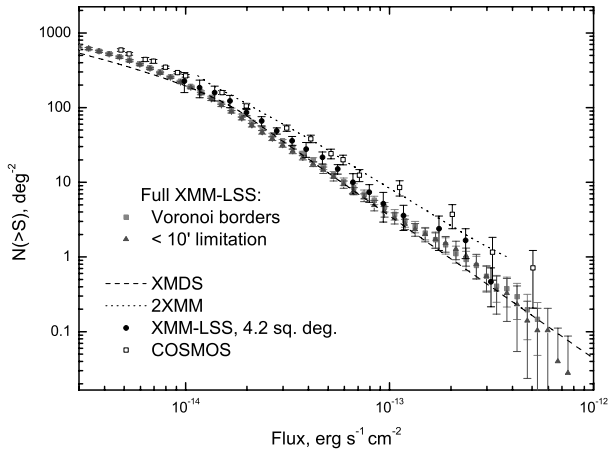



**Fig. 14.** Log $N-\log S$ distributions in the hard band for the whole sample and for the two different procedures of handling the pointing overlaps. For comparison we present the $\log N-\log S$ distributions for the same samples as in Fig. 13.

To take this effect into account, we used the numerically simulated dependencies between the input $CR_{\rm in}$ and the output $CR_{\rm out}$ count rates individually for each pointing (see Fig. 11 for example). Clearly, when we detect some flux $CR_{\rm out}$, it corresponds to a real input $CR_{\rm in}$ distributed over a wide range. For each $CR_{\rm out}$ bin we constructed the density probability distribution as a function of $CR_{\rm in}$. Figure 12 represents the normalized distributions of $CR_{\rm in}$ for three detected $CR_{\rm out}$. At low flux, we may see an asymmetric shape in the distribution that is shifted toward smaller $CR_{\rm in}$ because of an artificial flux boosting. Therefore, we randomly chose some $CR_{\rm in}$ for each detected source with $CR_{\rm out}$ according to the density probability function. In this way, we carried out Monte-Carlo simulations with the deconvolution of the output into the input rates and constructed $\log N-\log S$ curves for various considered samples (Figs. 13, 14).

The currently estimated $\log N - \log S$ are lower for both bands than those of the 2XMM (Ebrero et al. 2009) and COSMOS (Cappelluti et al. 2007) surveys, with deviations not exceeding the $2$–$3\sigma$ Poisson level. However, they excellently agree with those derived by Gandhi et al. (2006) and Chiappetti et al. (2005), based on previous releases of XMM-LSS fields. Moreover, the XMDS (Chiappetti et al. 2005) was based on a totally different pipeline used for extracting the X-ray point-like sources. This suggests that the observed deficiency could be an intrinsic characteristic of the XMM-LSS field.

## 5. The angular correlation function analysis

To determine the ACF, we generated random catalogs in the following way. Firstly, we distributed the fiducial point-like sources with random coordinates over the whole investigated field. Secondly, we chose for each random source a flux according to the $\log N-\log S$ distribution and calculated the probability $p$ of detecting the corresponding point-like source in the relevant pointing, taking into account the exposure time, the particle background level ($B$) of the pointing and the off-axis distance of the corresponding source. Then, we chose a random number $\rho$ for each random point-like source that is uniformly distributed between 0 and 1. If the $\rho$ value was less than $p$, we kept the source, if it was higher, we discarded the source. If a random source was closer than 10 arcsec to another one, we removed it because the extension of the EPIC PSF (~6″ minimum, on axis)

prevents one from detecting such close pairs and blends them into a single source. We generated random catalogs in this way that contain 100 times the number of point-like sources in the real source catalog, that was used in the present analysis. The larger the point population of the random catalog, the more accurate the ACF measurement because it suppresses random fluctuations caused by small numbers.

To calculate the ACF, we used two estimators, the Hamilton estimator (Hamilton 1993), as in Gandhi et al. (2006):

$$1 + w(\theta) = f_{\rm H} \frac{DD(\theta)RR(\theta)}{DR^2(\theta)}, \quad (2)$$

and the Landy & Szalay estimator (Landy & Szalay 1993):

$$1 + w(\theta) = f_{\rm LS} \frac{DD(\theta) - 2DR(\theta) + RR(\theta)}{RR(\theta)}, \quad (3)$$

where $DD$, $RR$ and $DR$ represent the numbers of data-data, random-random and data-random pairs with a separation $\theta$, while $f_{\rm H}$ and $f_{\rm LS}$ are the corresponding normalization factors of the two estimators. In general the two estimators provide consistent results but in any case we will present the results based on both estimators in the correlation function plots.

To speed-up our calculations, we divided the random catalog of those samples with more than 2000 X-ray sources into a maximum of 10 random subcatalogs, and we averaged $w(\theta)$ for each $\theta$ bin over the whole random catalogs. Note that we verified by investigating one such sample that the above procedure provides stable correlation results. The $w(\theta)$ uncertainty in each $\theta$-bin is given by

$$\sigma_w = (1 + w)/\sqrt{DD}. \quad (4)$$

The ACF calculations were performed for angular scales in the range: $20'' < \theta < \theta_{\rm max}$, where $\theta_{\rm max} = 12\,000''$. We used $20''$ as our lowest angular-separation limit because of the large size of the *XMM-Newton* PSF near the FoV borders. We verified that pairs, constituted by sources belonging to adjacent pointings, are real only for pair separations $\gtrsim 20''$. We then fitted the resulting ACF with the power-law in the angular range where it was possible, i.e., using only the positive $w$ values:

$$w(\theta) = (\theta_0/\theta)^{\gamma-1}. \quad (5)$$

We analyze here the ACF of the full exposure XMM-LSS field. However, because there are strong indications for a flux-limit dependence of the correlation function amplitude (e.g., Plionis et al. 2008), we also analyzed a homogeneous sample of an effective 10 ks exposure over the whole XMM-LSS region. To this end we cut the event list of the pointings into 10 ks chunks and repeated the source detection procedure from the beginning. We also separately estimated the ACF of samples based on the hardness ratio (HR).

### 5.1. The whole XMM-LSS field

We first present in Figs. 15 and 16 the ACF results of the full exposure XMM-LSS region for both the soft and hard bands and for the Voronoi delimitation and off-axis angle <10′ overlap approaches. In the inset panels we present the 1, 2 and 3$\sigma$ contours of the fitted parameters in the $(\theta_0, \gamma)$ plane, while in Table 3 we present the corresponding best fit $\theta_0$ and $\gamma$ parameters and their standard deviation, as well as the value of $\theta_0$ for a fixed slope $\gamma = 1.8$ and the integral ACF signal within separations of 3.3 arcmin, $w(<3.3')$. Evidently, that there are no significant

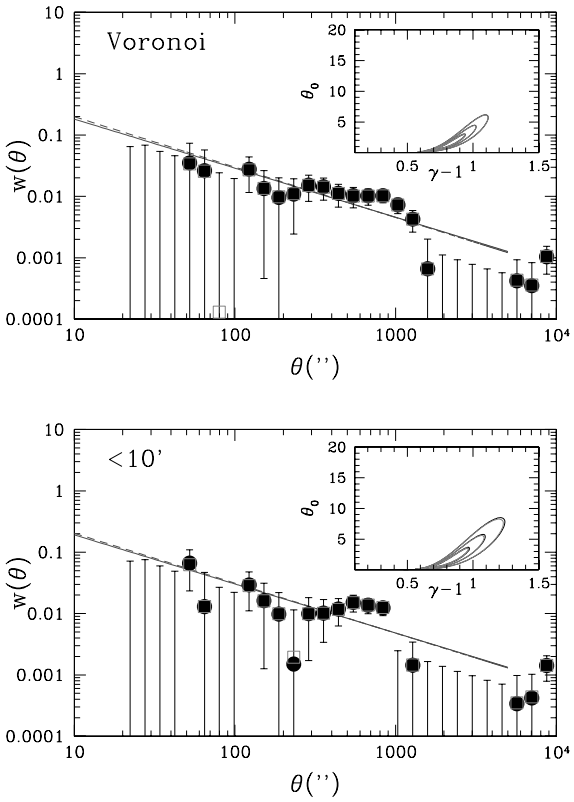



**Fig. 15.** Soft band ACF for the whole sample: Voronoi delimitation (*top panel*); off-axis angle <10′ (*lower panel*). The filled (black) points correspond to the Hamilton estimator while the open (red) squares to the Landy & Szalay estimator. The error bars represent 1$\sigma$ standard deviation. The dashed line represents the best power-law fit, while the continuous line corresponds to the constant $\gamma = 1.8$ fit. The inset plot presents the 1, 2 and 3$\sigma$ contours in the fitted $(\theta_0, \gamma)$ parameter space.

**Table 3.** Soft and hard band correlation functions for the whole XMM-LSS field, as well as for the two possible overlap approaches.

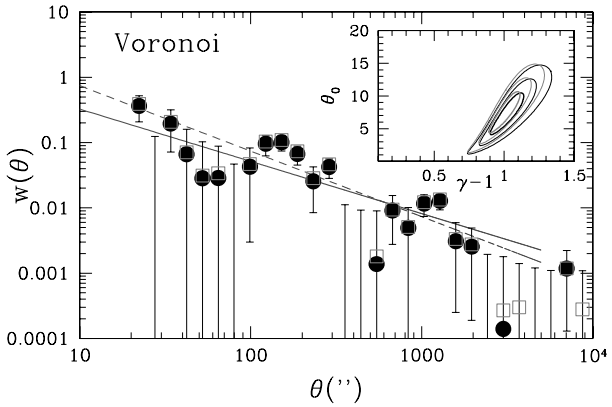
| Band | Overlap | $N$ | $\theta_0''$ | $\gamma$ | $\theta''_{0,\gamma=1.8}$ | $w(<3.3')$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Soft | Vor. | 5093 | $1.3 \pm 0.2$ | $1.94 \pm 0.02$ | $1.3 \pm 0.2$ | $0.006 \pm 0.007$ |
| | <10′ | 4066 | $1.4 \pm 0.3$ | $1.81 \pm 0.02$ | $1.3 \pm 0.2$ | $0.009 \pm 0.003$ |
| Hard | Vor. | 2369 | $7.5 \pm 0.9$ | $2.00 \pm 0.03$ | $2.5 \pm 0.4$ | $0.075 \pm 0.013$ |
| | < 10′ | 1988 | $6.5 \pm 0.8$ | $1.91 \pm 0.03$ | $3.7 \pm 0.5$ | $0.080 \pm 0.014$ |

**Notes.** $N$ indicates the number of X-ray sources in the corresponding sample, while the last column shows the integrated ACF signal, and its uncertainty, within $20'' < \theta < 200''$.

differences between the results based on the correlation function estimators (as seen in Figs. 15, 16) or on the two delimitation methods. Therefore we used for the remaining study only the samples based on the space-filling Voronoi delimitation method and the Landy & Szalay ACF estimator (see also Kerscher et al. (2000) for a detailed comparison of different estimators).

Furthermore, we find that the hard band correlation function is slightly but clearly stronger than the corresponding soft band, as can be also verified by comparing the corresponding inset contour plots, which agree with the results of Basilakos et al. (2005), Puccetti et al. (2006) but disagree with those of Ebrero et al. (2009).

As discussed above, to provide a "clean" ACF, that is unaffected by the convolution of (a) the variable flux-limit in the



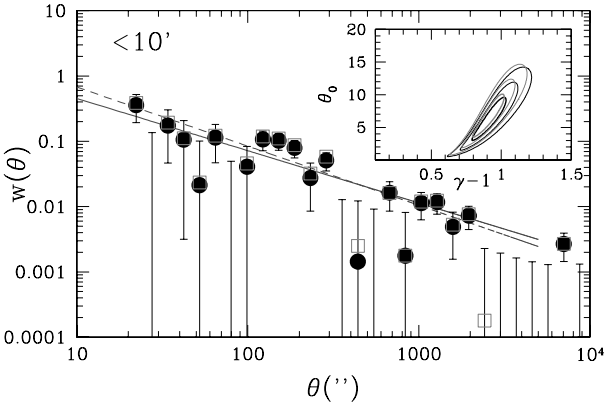
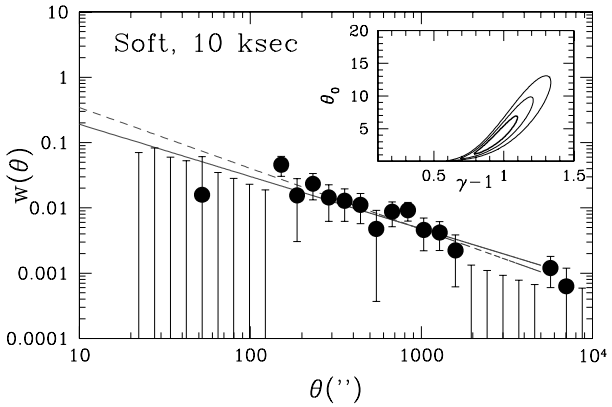




**Fig. 16.** Hard band ACF for the whole sample: Voronoi delimitation (*upper panel*); off-axis angle <10′ (*lower panel*).



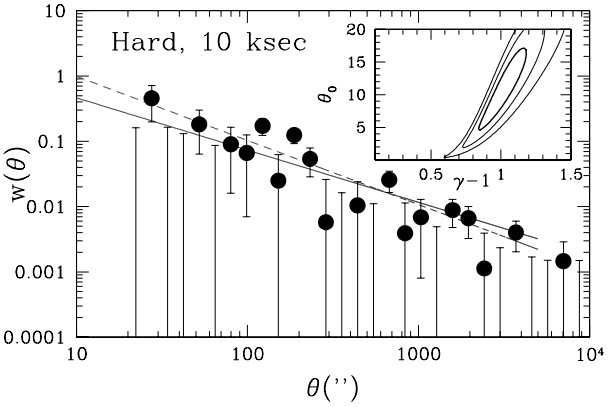




**Fig. 17.** ACF for the 10 ks sample in the soft band (*upper panel*) and for the hard band (*lower panel*).

**Table 4.** Correlation function for the 10 ks chunk samples.

| Band | $N$ | $\theta_0''$ | $\gamma$ | $\theta''_{0,\gamma=1.8}$ | $w(<3.3')$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Soft | 4360 | $3.2 \pm 0.5$ | $1.93 \pm 0.03$ | $1.3 \pm 0.2$ | $0.005 \pm 0.007$ |
| Hard | 1712 | $9.9 \pm 1.4$ | $1.98 \pm 0.04$ | $3.8 \pm 0.7$ | $0.092 \pm 0.019$ |

different parts of the survey and (b) the flux-limit clustering dependence, we considered a sample with a homogeneous 10 ks exposure time across the whole XMM-LSS area. Table 4 and Fig. 17 show the parameters of the ACFs for both bands. The main variation with respect to the previous analysis is that the ACF difference between the soft and hard bands is now even more prominent.

We also investigated the flux-limit dependence of clustering with our homogeneous 10 ks sample. To this end we estimated the angular clustering length, $\theta_0$ for various flux-limited subsamples by keeping the slope of the ACF fixed to its nominal value of $\gamma = 1.8$. Figure 18 shows the corresponding results for the soft and hard bands. Evidently the known dependence is clearly reproduced with our data, and it will be interesting to investigate whether this dependence is present in the spatial correlation length, via Limber's inversion (see further below). Another interesting result is that the amplitude of the hard band ACF is larger than that of the soft band only in the lowest flux-limits. At flux limits $\geq 10^{-14}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ the trend is reversed and the soft band is stronger than the hard band clustering.

How do our results compare with those of other XMM surveys? With respect to our previous release of the 4.2 sq. deg. XMM-LSS survey (Gandhi et al. 2006), our new catalog

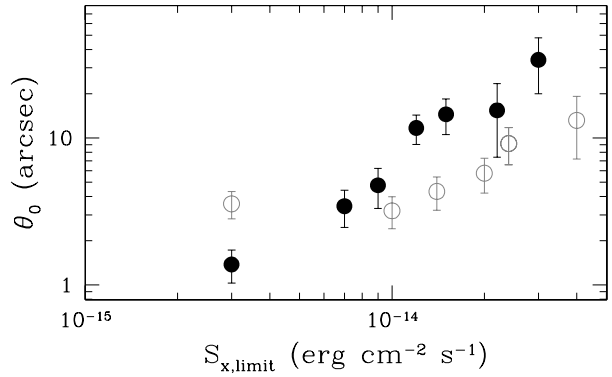



**Fig. 18.** Best-fit correlation length $\theta_0$ for $\gamma = 1.8$ as a function of the flux limit of the homogeneous 10 ks sample in the soft (filled circles) and the hard bands (open circles).

introduces many improvements. Among them is the wider (by ~2.6 times) sampled area, and the inclusion of a deeper SXDS field. Furthermore, we updated the point-like source detection procedure and introduced a novel definition of the selection function and random-catalog generation procedure.

Our current XMM-LSS area curve is substantially different from that of Gandhi et al. (2006) (see Fig. 10). To investigate the reasons of this difference in detail, we used the 44 pointings common to both studies to compare the corresponding point-like source catalogs in the soft band. The current XMM-LSS catalog contains 2106 objects with off-axis distances less than 10′ and the Gandhi et al. (2006) catalogue contains 1093 such sources,

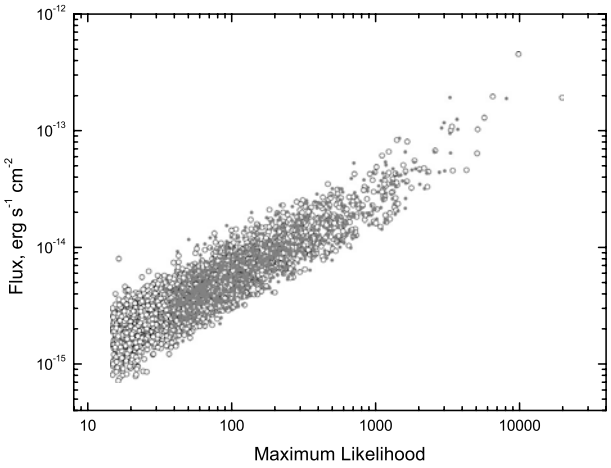



**Fig. 19.** Dependence between flux and ML in the soft band for the point like sources of 44 pointings from the present XMM-LSS survey (black open circles) and from Gandhi et al. (2006) (red filled circles).

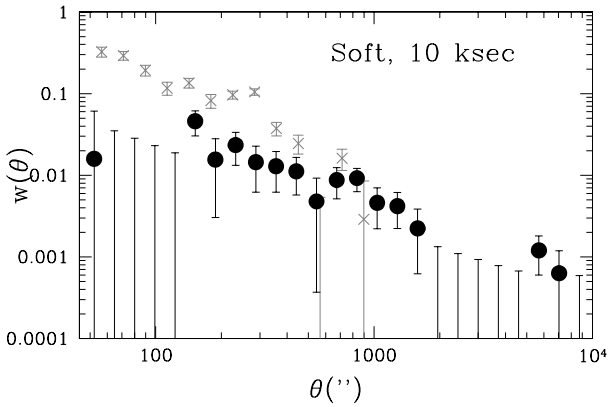



**Fig. 20.** Soft band ACF comparison between our XMM-LSS survey (filled points) and that of the 2XMM survey (crosses) of Ebrero et al. (2009).

while the common sources are 1048. Figure 19 shows the dependence between flux and ML for both catalogs. Obviously, the chosen ML limit of the Gandhi et al. (2006) catalog is substantially higher than the current limit of ML = 15 and it is equal to ML ∼ 40. It is also evident, inspecting Fig. 19, that a value of ML ∼ 40 is associated with a significantly higher flux-limit with respect to that of ML = 15, causing the observed difference of the corresponding area curves (see Fig. 10).

The above mentioned changes and improvements, particularly the lower ML detection limit, have resulted in a variation of some of our results with respect to those of Gandhi et al. (2006). Specifically, we found a slightly different clustering signal in the soft band; $\theta_0 = 1.3'' \pm 0.2''$ for $\gamma = 1.81$ vs. $6.3'' \pm 3''$ for $\gamma = 2.2$ in Gandhi et al. (2006). However, at the fixed canonical value of the exponent ($\gamma = 1.8$), the Gandhi et al. (2006) soft band analysis provides a clustering amplitude of $\theta_0 = 1.7'' \pm 0.9''$ versus $1.2'' \pm 0.2''$ for the current XMM-LSS survey. The lower correlation signal of our current XMM-LSS survey should be attributed to the lower ML limit, which introduces a significantly higher fraction of faint sources with respect to the higher ML limit of the Gandhi et al. (2006) catalog. Also, we found a significant clustering signal in the hard band, in contrast to the absence of any significance in Gandhi et al. (2006).

With respect to the COSMOS (Miyaji et al. 2007) and 2XMM (Ebrero et al. 2009) surveys, we find (at fixed canonical $\gamma = 1.8$) a lower soft band correlation function amplitude, $\theta_0 = 1.2'' \pm 0.2''$, compared to $1.9'' \pm 0.3''$ and to $7.7'' \pm 0.1''$ for the COSMOS and the 2XMM surveys, respectively. Our hard band (2–10 keV) XMM-LSS correlation amplitude of $3.6'' \pm 0.7''$ is also lower than the corresponding 2XMM value of $5.9'' \pm 0.3''$, while the COSMOS hard band correlation results are not very significant, probably because they are divided into two sub-bands (2–4.5 and 4.5–10 keV).

Note, however, that the wide contiguous area of the XMM-LSS survey implies that we should have a better estimation of $w(\theta)$ on large angular scales (i.e., $1000'' \lesssim \theta \lesssim 10\,000''$), while COSMOS and 2XMM are limited to ∼6000″ and ∼1000″, respectively.

In Fig. 20 we compare the soft band $w(\theta)$ of our XMM-LSS and the 2XMM surveys. The large 2XMM $w(\theta)$ amplitude at small angular scales is evident, although at ∼1000″ the two correlation functions appear to be consistent. The higher 2XMM correlation amplitude should be attributed to the considerably different mix of faint and bright sources in the two surveys, as shown by their respective area curves (see Fig. 10). The larger part of faint sources in the current XMM-LSS survey causes the lower amplitude of the source angular correlation function with respect to the 2XMM, as expected from the known dependence between clustering and flux-limit (Plionis et al. 2008; Ebrero et al. 2009), a fact which has also been verified by our analysis (Fig. 18).

### 5.2. Subsamples of sources with soft and hard spectra

An interesting question, that relates to the unification paradigm of AGN, is whether the clustering pattern, among others, of hard and soft-spectrum AGN is comparable. According to the unification paradigm, what determines the appearance of an AGN as obscured or unobscured (type II or I) is its orientation with respect to the observer's line-of-sight. Therefore, there should be no intrinsic difference in their clustering pattern. On this question there have been conflicting results in the literature and we here re-address this with our data.

To this end we compared the correlation function of the hard and soft-spectrum sources by separating them, within each band, using the hardness ratio, HR, indicator defined as

$$\mathrm{HR} = \frac{\mathrm{CR_h} - \mathrm{CR_s}}{\mathrm{CR_h} + \mathrm{CR_s}}, \tag{6}$$

where $\mathrm{CR_s}$ and $\mathrm{CR_h}$ represent the total count rates in the soft and the hard band, respectively. It is known that most of the sources with HR $> -0.2$ are likely to be obscured (hard-spectrum) AGN; conversely, the sources with HR $< -0.2$ are mostly (soft-spectrum) unobscured (see Gandhi et al. 2004 for details). Using this criterion, we split the whole sample and derived the log $N$–log $S$ distributions for each of them in the soft and the hard bands (Fig. 21). Table 5 and Figs. 22, 23 show the parameters and ACFs for the obtained subsamples.

The main result of this analysis is that there is a distinct clustering difference between the sources with hard and soft spectra in the soft band, with the former sources being significantly more clustered. In the hard band the corresponding comparison shows a much weaker difference, in the same direction, but not that significant. However, one also observes that the integrated signal within separations ≲3 arcmin indicates that at least on these small scales the hard-spectrum sources show a stronger clustering signal than the corresponding soft-spectrum ones. Similar

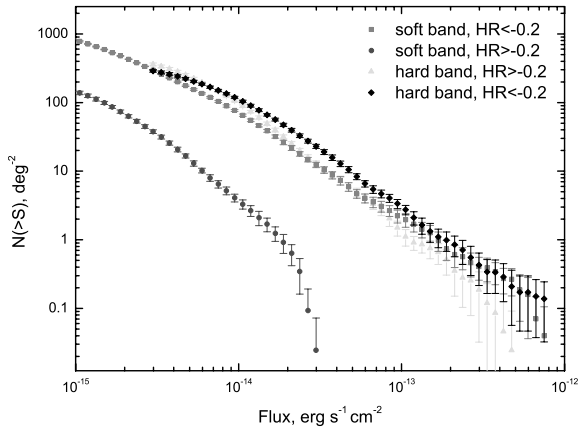



**Fig. 21.** Log $N-\log S$ distributions in the soft and the hard bands for sources with different hardness ratios.

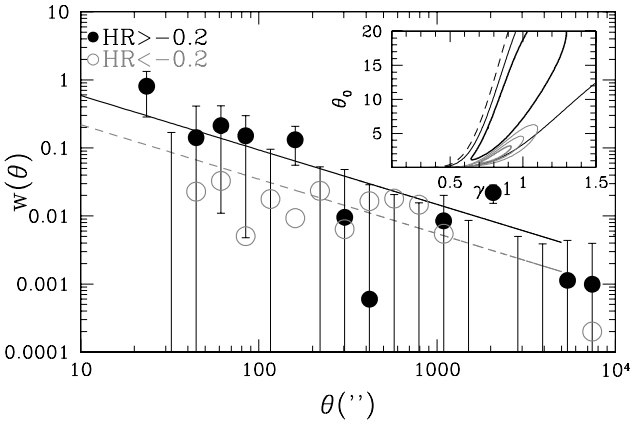



**Fig. 22.** ACF for the whole XMM-LSS sample in the soft band for sources with HR $> -0.2$ (filled circles, hard-spectrum AGN), and for sources with HR $< -0.2$ (open circles; soft-spectrum AGN). Note that for clarity reasons we do not plot the $w(\theta)$ uncertainties of the later sources. The solid line represents the $\gamma = 1.8$ fit to the HR $> -0.2$ $w(\theta)$, while the dashed line corresponds to the HR $< -0.2$ $w(\theta)$ fit.

**Table 5.** Correlation function for the subsamples characterized by their hardness ratio above and below −0.2.

| Band | HR | $N$ | $\theta_0''$ | $\gamma$ | $\theta''_{0,\gamma=1.8}$ | $w(<3.3')$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Soft | >–0.2 | 674 | $10.3 \pm 3.3$ | $1.93 \pm 0.08$ | $5.2 \pm 2.0$ | $0.066 \pm 0.048$ |
| | <–0.2 | 4418 | $1.5 \pm 0.2$ | $1.80 \pm 0.02$ | $1.5 \pm 0.2$ | $0.019 \pm 0.005$ |
| Hard | >–0.2 | 1170 | $10.7 \pm 1.7$ | $1.94 \pm 0.04$ | $5.5 \pm 1.0$ | $0.129 \pm 0.028$ |
| | <–0.2 | 1198 | $13.1 \pm 2.4$ | $2.04 \pm 0.06$ | $4.4 \pm 1.1$ | $0.056 \pm 0.026$ |

results were found in Gandhi et al. (2006). Therefore, one may conclude that indeed there are indications for a different clustering pattern between hard-spectrum and soft-spectrum sources, which cannot be attributed to their different flux-limits, since we verified that this result is valid for brighter flux-limits as well. We believe that this result suggests a possible environmental component in the determination of the different types of AGN, beyond their orientation with respect to the observer's line-of-sight. An environmental dependence of the AGN type has also been found in local optical AGN samples (e.g., Koulouridis et al. 2006a,b, 2011, and references therein).

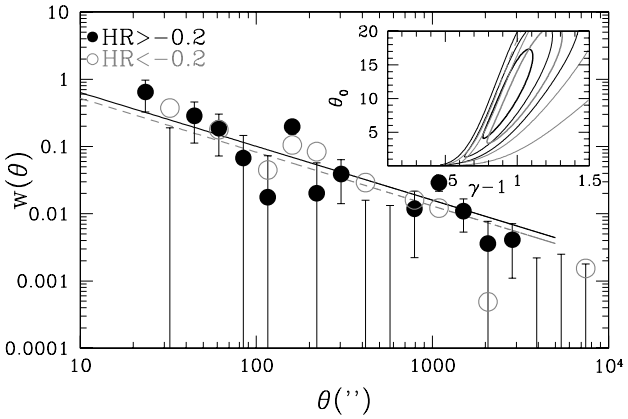



**Fig. 23.** As in Fig. 22 but for the hard band.

## 6. Inverting from angular to spatial clustering

We now derive the spatial correlation length that corresponds to the measured angular clustering. To this end we used the usual Limber inversion (Peebles 1980). The main steps are sketched below.

In a spatially flat universe, the ACF $w(\theta)$ can be obtained from the spatial one, $\xi(r)$, by

$$w(\theta) = 2\frac{\int_0^\infty \int_0^\infty x^4 \phi^2(x)\xi(r,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}u}{[\int_0^\infty x^2\phi(x)\mathrm{d}x]^2}, \quad (7)$$

where the physical separation between any two sources that are separated by an angle $\theta$ and considering the small angle approximation, is given by

$$r \simeq \frac{1}{(1+z)}\left(u^2 + x^2\theta^2\right)^{1/2}, \quad (8)$$

while $\phi(x)$ is the selection function (the probability that a source at a distance $x$ is detected in the survey) given by

$$\phi(x) = \int_{L_{\min}(z)}^{\infty} \Phi(L_x, z)\mathrm{d}L, \quad (9)$$

where $\Phi(L_x, z)$ is the redshift-dependent luminosity function of the X-ray selected AGN. A variety of X-ray source luminosity functions are available in the literature, and to investigate the uncertainty that their differences can introduce in the derived value of $r_0$, we will present results for a number of $\Phi(L_x, z)$. Although the most recent soft/hard band luminosity functions are those of Ebrero et al. (2009), we will also use those of Hasinger et al. (2005) for the soft band, while for the hard band we used those of Ueda et al. (2008) and of La Franca et al. (2005). In all cases we used of course the luminosity-dependent density evolution model of the luminosity function.

The proper distance $x(z)$ is related to the redshift through

$$x(z) = \frac{c}{H_0}\int_0^z \frac{\mathrm{d}y}{E(y)}, \quad (10)$$

with

$$E(z) = [\Omega_\mathrm{m}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda]^{1/2} \quad \Omega_\mathrm{m} = 1 - \Omega_\Lambda. \quad (11)$$

In this context, the spatial correlation function can be modeled as in de Zotti et al. (1990)

$$\xi(r,z) = (r/r_0)^{-\gamma} \times (1+z)^{-(3+\epsilon)}, \quad (12)$$

**Table 6.** Spatial correlation length $r_0$ (in $h^{-1}$ Mpc), provided by Limber's inversion of the ACF and using different AGN X-ray luminosity functions, for the homogeneous 10 ks sample and for the lowest flux-limit available.

| | Soft band | | Hard band | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\epsilon$ | Ebrero | Hasinger | Ebrero | La Franca | Ueda |
| −1.2 | 6.2 ± 0.7 | 7.2 ± 0.8 | 10.1 ± 0.9 | 9.8 ± 0.9 | 10.1 ± 0.9 |
| −3 | 3.2 ± 0.4 | 3.3 ± 0.4 | 5.3 ± 0.5 | 5.2 ± 0.5 | 5.3 ± 0.5 |

**Notes.** The corresponding soft and hard band median redshifts are $\bar{z} \simeq 1.1$ and $\simeq 1$, respectively, while the peaks of the corresponding redshift distributions are at $z \simeq 1$ and 0.7, respectively.

where $r_0$ is the correlation length in three dimensions and $\epsilon(\equiv\gamma - 3)$ parameterizes the type of clustering evolution. A value of $\epsilon = -1.2$ for $\gamma = 1.8$, indicates a constant clustering in comoving coordinates, while $\epsilon = -3$ indicates a constant clustering in physical coordinates (e.g., de Zotti et al. 1990).

Combining the above system of equations, we obtained the following integral equation for $w(\theta)$

$$w(\theta) = 2\frac{H_0}{c}\int_0^\infty \left(\frac{1}{N}\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}z}\right)^2 E(z)\mathrm{d}z \int_0^\infty \xi(r,z)\mathrm{d}u, \quad (13)$$

where $\mathrm{d}N/\mathrm{d}z$ denotes the number of objects in the given survey within a solid angle $\Omega_\mathrm{s}$ and in the shell $(z, z + \mathrm{d}z)$. It takes the following form:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}z} = \Omega_\mathrm{s} x^2 \phi(x)\left(\frac{c}{H_0}\right)E^{-1}(z). \quad (14)$$

Using Eqs. (12), (8) and (13), we find that the amplitude $\theta_0$ in two dimensions is related to the correlation length $r_0$ in three dimensions through the equation (see Basilakos et al. 2005):

$$\theta_0^{\gamma-1} = H_\gamma r_0^\gamma \left(\frac{H_0}{c}\right)\int_0^\infty \left(\frac{1}{N}\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}z}\right)^2 \frac{E(z)}{x^{\gamma-1}(z)}(1+z)^{-3-\epsilon+\gamma}\mathrm{d}z, \quad (15)$$

where $H_\gamma = \Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\frac{\gamma-1}{2})/\Gamma(\frac{\gamma}{2})$.

Following the previous steps, we derived the spatial clustering length scale for fixed $\gamma = 1.8$ and for both values of clustering evolution parameter ($\epsilon = -1.2$ and $-3$). The results are presented in Table 6. Evidently that all three hard band luminosity functions provide the same $r_0$ value, while for $\epsilon = -1.2$ there is a difference in the soft band with the Hasinger et al. (2005) $\Phi_x(L)$, providing an $r_0$ value that is 16% higher than that provided by Ebrero et al. (2009) $\Phi_x(L)$. As we will see, this difference increases proportionally to the flux-limit of the subsample used. In Fig. 24 we present the inverted $r_0$ values as a function of the different flux limits, as they appear in Fig. 18. We see that for the soft band the two luminosity functions used in the inversion provide $r_0$ values that diverge with increasing flux-limit.

The dashed lines in Fig. 24 correspond to fits of the data, using for each band results based on all different luminosity functions, of the form:

$$r_0 = A\left(\frac{f_x}{3\times10^{-15}}\right)^\beta, \quad (16)$$

with $(A, \beta) \simeq (6.5, 0.54)$ for the soft band and $(A, \beta) \simeq (9.4, 0.1)$ for the hard band. Evidently, the flux dependence of clustering, once one inverts from angular to 3D space, is preserved mostly in the soft band. In the hard band we see at most a weak dependence and only for fluxes $\gtrsim 2\times10^{-14}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$, while a constant hard band value of $r_0 \simeq 10\ h^{-1}$ Mpc, irrespective of the flux limit, appears also to be consistent with the data. These hard band results agree with those of Ebrero et al. (2009), who found that the weak dependence of $\theta_0$ on the flux-limit translates into a roughly constant $r_0$ as a function of flux-limit, or equivalently as a function of median redshift or median X-ray luminosity of the sample. However, a relatively strong dependence of the soft band $r_0$ with respect to the flux-limit disagree with Ebrero et al. (2009), but agrees with Plionis et al. (2008).

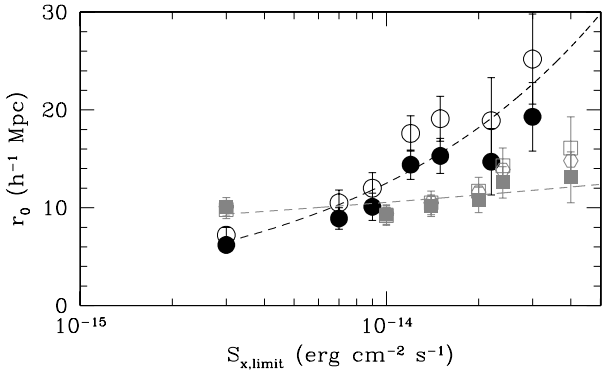



**Fig. 24.** Spatial correlation length $r_0$ for $\gamma = 1.8$ and $\epsilon = -1.2$ considering the homogeneous 10 ks based observations as a function of the flux limit of the sample in the soft band (filled and empty circles correspond to the Ebrero and Hasinger $\Phi_x(L)$, respectively) and in the hard band (filled square, open squares and open hexagons correspond to the Ebrero, Ueda and La Franca $\Phi_x(L)$, respectively).

## 7. Bias of the X-ray selected AGN

The concept of biasing between different classes of extragalactic objects and the background matter distribution was introduced by Kaiser (1984) and Bardeen et al. (1986) to explain the higher amplitude of the two-point correlation function of clusters of galaxies with respect to that of galaxies themselves. In our case and within the framework of linear biasing (cf. Kaiser 1984; Benson et al. 2000), the evolution of the bias parameter is usually defined as

$$b^2(z) = \frac{\xi_\mathrm{AGN}(8,z)}{\xi_\mathrm{DM}(8,z)} = \left[\frac{r_0(z)}{8}\right]^\gamma \frac{1}{\xi_\mathrm{DM}(8,z)}, \quad (17)$$

where $\xi_\mathrm{AGN}(8,z) = (r_0(z)/8)^\gamma$ and $\xi_\mathrm{DM}(8,z)$ are the spatial correlation functions of AGN and dark matter halos evaluated at $8\ h^{-1}$ Mpc, respectively. Notice that the correlation lengths in 3D are presented in Table 6. The correlation function of the DM halos is given by Peebles (1980)

$$\xi_\mathrm{DM}(8,z) = \frac{\sigma_8^2(z)}{J_2}, \quad (18)$$

where $J_2 = 72/\left[(3-\gamma)(4-\gamma)(6-\gamma)2^\gamma\right]$ and $\sigma_8^2(z)$ is the dark matter density variance in a sphere with a comoving radius of $8\ h^{-1}$ Mpc, which evolves as

$$\sigma_8(z) = \sigma_8 D(z)/D(0). \quad (19)$$

Note that $D(z)$ is the linear growth factor scaled to unity at the present time. For the concordance $\Lambda$ cosmology[3] the growth factor becomes (see Peebles 1993)

$$D(z) = \frac{5\Omega_\mathrm{m}E(z)}{2}\int_z^{+\infty}\frac{(1+y)}{E^3(y)}\,\mathrm{d}y. \quad (20)$$

[3] In this work we use $\Omega_\mathrm{m} = 1 - \Omega_\Lambda = 0.3$ and $\sigma_8 = 0.80$.

**Table 7.** Linear bias factor for the lowest flux-limit results of the homogeneous 10 ks XMM-LSS data (and for the same X-ray luminosity functions as in Table 6).

| | Soft band | | Hard band | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\epsilon$ | Ebrero | Hasinger | Ebrero | La Franca | Ueda |
| −1.2 | 2.2 ± 0.2 | 2.7 ± 0.3 | 3.3 ± 0.3 | 3.2 ± 0.3 | 3.3 ± 0.3 |
| −3 | 1.2 ± 0.1 | 1.3 ± 0.1 | 1.9 ± 0.2 | 1.8 ± 0.2 | 1.9 ± 0.2 |

Finally, inserting Eqs. (19) and (18) into Eq. (17), we obtain the evolution of biasing with epoch as a function of the clustering properties

$$b(z) = \left[\frac{r_0(z)}{8}\right]^{\gamma/2} \frac{J_2^{1/2}}{\sigma_8 D(z)/D(0)}. \quad (21)$$

For angular clustering we may identify the dominant redshift of the sample under study as that predicted by the luminosity function of the sources used and the flux limit of the sample, which predicts the redshift distribution of the sources. We can then obtain from the last equation an estimate of the bias of our X-ray sources (see Table 7). Of course one has to keep in mind that this is a quite crude estimate since we implicitly assume that all detected sources obey the same luminosity function, while in effect luminosity functions are derived from subsamples of all the detected X-ray sources for which optical counterparts are identified.

We see again that although our hard band results roughly agree with those of Ebrero et al. (2009), our soft band results are significantly different, because we found a significantly weaker clustering amplitude than the aforementioned authors.

We can now use a bias evolution model (e.g., Sheth et al. 2001; Basilakos et al. 2008, and references therein) to estimate the halo mass that corresponds to the above estimated bias factors (for $\epsilon = -1.2$), assuming that each halo hosts one AGN source. Using the latter model (see details in Papageorgiou et al., in prep.), we obtain that for the soft band and the Ebrero et al. luminosity function the corresponding halo mass is $M_h \simeq 10^{12.9\pm0.3}\ h^{-1}\ M_\odot$, while using the Hasinger luminosity function the corresponding value is $M_h \simeq 10^{13.2\pm0.3}\ h^{-1} M_\odot$. For the hard band we find that $M_h \simeq 10^{13.7\pm0.3}\ h^{-1} M_\odot$. Note that using the Sheth et al. bias model, we find very similar $M_h$ values (for example, for the hard band results we find $M_h \simeq 10^{13.6}\ h^{-1} M_\odot$).

## 8. Main conclusions

We have performed a two-point correlation function analysis of the XMM-LSS sample of point sources that contains in total 94 *XMM-Newton* pointings (more than five thousand point-like sources). The observations were made near the celestial equator at high galactic latitudes over ∼11 sq. deg. in the soft (0.5–2 keV) and hard (2–10 keV) bands with effective exposures ranging from 8.1 to 47.3 ks. The minimum flux limits are almost $10^{-15}$ and $3 \times 10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ for the soft and hard bands, respectively. For the definition of the detection probabilities for each source and for the proper generation of the mock catalogs we performed a series of numerical Monte-Carlo simulations of the *XMM-Newton* observations. The most important points and results of our work are listed below.

To deal with the pointing overlap question, we considered two approaches: that of a 10′ off-axis limitation, and the Voronoi delimitation. No major differences were observed in the derived point-source correlation function between these two approaches. We consequently followed the statistically richer Voronoi delimitation approach, which produces a contiguous field.

The $\log N$–$\log S$ distributions for the soft and hard bands were found to agree well with the results from the previously released XMM-LSS catalog (Gandhi et al. 2006). Using the whole exposure XMM-LSS data, we extended the $\log N - \log S$ to lower fluxes, ie., $10^{-15}$ and $3 \times 10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ for the soft and hard bands, respectively.

The amplitude of the correlation function $w(\theta)$ is significantly higher in the hard band than in the soft band at the lowest fluxes. When analyzing a homogeneous 10 ks extracted sample from the full exposure data, this difference becomes more prominent. At higher fluxes ($f_x \gtrsim 10^{-14}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$) the amplitude of the correlation function becomes higher in the soft band. These results provide a bias factor at a median redshift $\bar{z} \simeq 1.1$ of ∼2.5 for the soft band when inverted to 3D (and for $\epsilon = -1.2$), and at $\bar{z} \simeq 1$ of ∼3.3 for the hard band sources. These bias values correspond to a mass of the halos hosting the AGN sources of $M_h \sim 10^{13\pm0.3}\ h^{-1}\ M_\odot$ for the soft band and $M_h \sim 10^{13.7\pm0.3}\ h^{-1}\ M_\odot$ for the hard band.

The correlation at degree-scale (≳3000″) nicely extends that observed on an arcmin scale (100–1000″), a result which is obtained thanks to the wide contiguous area covered by the survey.

The hard-spectrum sources show a stronger clustering than the soft-spectrum ones, especially in the soft band. This hints at an environmental dependence of the AGN type.

The amplitude of the spatial correlation function grows with flux limit, but mostly in the soft band. In the hard band there is at most a weak dependence, with a constant value of $r_0 \simeq 10\ h^{-1}$ Mpc, which is consistent with the data.

*Acknowledgements.* The simulations were performed at the CNRS "Centre de Calcul de l'IN2P3" located in Lyon, France. The authors would like to thank Pierrick Micout for his help regarding the use of the CC-IN2P3. A.E., O.M., E.G. and J.S. acknowledge support from the ESA PRODEX Programme "XMM-LSS", from the "Belgian Federal Science Policy Office" and from the "Communauté française de Belgique – Actions de recherche concertées – Académie universitaire Wallonie-Europe".

## References

Akylas, A., Georgantopoulos, I., & Plionis, M. 2000, MNRAS, 318, 1036
Allevato, V., Finoguenov, A., Cappelluti, N., et al. 2011, ApJ, 736, 99
Bardeen, J. M., Bond, J. R., Kaiser, N., & Szalay, A. S. 1986, ApJ, 304, 15
Basilakos, S., & Plionis, M. 2009, MNRAS, 400, L57
Basilakos, S., & Plionis, M. 2010, ApJ, 714, L185
Basilakos, S., Plionis, M., Georgakakis, A., & Georgantopoulos, I. 2005, MNRAS, 356, 183
Basilakos, S., Plionis, M., & Ragone-Figueroa, C., 2008, ApJ, 678, 627
Benson, A. J., Cole, S., Frenk, C. S., Baugh, C. M., & Lacey, C. G. 2000, MNRAS, 311, 793
Brandt, W. N., & Hasinger, G. 2005, ARA&A, 43, 827
Cappelluti, N., Hasinger, G., Brusa, M., et al. 2007, ApJS, 172, 341
Cappelluti, N., Ajello, M., Burlon, D., et al. 2010, ApJ, 716, L209
Carrera, F. J., Ebrero, J., Mateos, S., et al. 2007, A&A, 469, 27
Chiappetti, L., Tajer, M., Trinchieri, G., et al. 2005, A&A, 439, 413
Coil, A. L., Georgakakis, A., Newman, J. A., et al. 2009, ApJ, 701, 1484
Comastri, A., & Brusa, M. 2008, Astron. Nachr., 329, 122
de Zotti, G., Persic, M., Franceschini, A., et al. 1990, ApJ, 351, 22
Ebrero, J., Mateos, S., Stewart, G. C., Carrera, F. J., & Watson, M. G. 2009, A&A, 500, 749
Engels, D., Tesch, F., & Ledoux, C. 1999, Proceedings of the Conference, Highlights in X-ray Astronomy, ed. B. Aschenbach, & M. Freyberg, MPE-Report 272, 218
Gandhi, P., Crawford, C. S., Fabian, A. C., & Johnstone, R. M. 2004, MNRAS, 348, 529
Gandhi, P., Garcet, O., Disseau, L., et al. 2006, A&A, 457, 393
Garcet, O., Gandhi, P., Gosset, E., et al. 2007, A&A, 474, 473
Gilli, R., Daddi, E., Zamorani, G., et al. 2005, A&A, 430, 811
Gilli, R., Zamorani, G., Miyaji, T., et al. 2009, A&A, 494, 33

Hamilton, A. J. S. 1993, ApJ, 417, 19
Hartwick, F. D. A., & Schade, D. 1990, ARA&A, 28, 437
Hasinger, G., Miyaji, T., & Schmidt, M. 2005, A&A, 441, 417
Hickox, R. C., Jones, C., Forman, W. R., et al. 2007, Cosmic Frontiers, ASP Conf. Ser., 379, 181
Hickox, R. C., Myers, A. D., Brodwin, M., et al. 2011, ApJ, 731, 117
Kaiser, N. 1984, ApJ. 284, L9
Kerscher, M., Szapudi, I., & Szalay, A. S. 2000, ApJ, 535, L13
Koulouridis, E., Plionis, M., Chavushyan, V., et al. 2006a, ApJ, 639, 37
Koulouridis, E., Chavushyan, V., Plionis, M., Krongold, Y., & Dultzin-Hacyan, D. 2006b, ApJ, 651, 93
Koulouridis, E., Plionis, M., et al. 2011, ApJ, submitted [arXiv:1111.4084]
Krumpe, M., Miyaji, T., & Coil, A. L. 2010, ApJ, 713, 558
La Franca, F., Fiore, F., Comastri, A., et al. 2005, ApJ, 635, 864
Landy, S. D., & Szalay, A. S. 1993, ApJ, 412, 64
Limber, D. N. 1953, ApJ, 117, 134
Manners, J. C., Johnson, O., Almaini, O., et al. 2003, MNRAS, 343, 293
Mandelbaum, R., Li, C., Kauffmann, G., & White, S. D. M. 2009, MNRAS, 393, 377
Matsuda, T., & Shima, E. 1984, Progr. Theoret. Phys., 71, 855
Miyaji, T., Zamorani, G., Cappelluti, N., et al. 2007, ApJS, 172, 396
Miyaji, T., Krumpe, M., Coil, A. L., & Aceves, H. 2011, ApJ, 726, 83
Moretti, A., Campana, S., Lazzati, D., & Tagliaferri, G. 2003, ApJ, 588, 696
Pacaud, F., Pierre, M., Refregier, A., et al. 2006, MNRAS, 372, 578
Peebles, P. J. E. 1980, The large-scale structure of the universe (Princeton, N.J.: Princeton University Press), 435
Peebles, P. J. E. 1993, Principles of Physical Cosmology (Princeton New Jersey: Princeton University Press)
Pierre, M., Valtchanov, I., Altieri, B., et al. 2004, J. Cosm. Astropart. Phys., 9, 11
Pierre, M., Chiappetti, L., Pacaud, F., et al. 2007, MNRAS, 382, 279
Pierre, M., Pacaud, F., Juin, J. B., et al. 2011, MNRAS, 414, 1732
Plionis, M., Rovilos, M., Basilakos, S., Georgantopoulos, I., & Bauer, F. 2008, ApJ, 674, L5
Plionis, M., Terlevich, R., Basilakos, S., et al. 2010, Invisible Universe: Proceedings of the Conference, AIP Conf. Proc., 1241, 267
Puccetti, S., Fiore, F., D'Elia, V., et al. 2006, A&A, 457, 501
Read, A. M., & Ponman, T. J. 2003, A&A, 409, 395
Salvato, M., Hasinger, G., & Ilbert, O. 2009, ApJ, 690, 1250
Sheth, R. K., Mo, H. J., & Tormen, G. 2001, MNRAS, 323, 1
Ueda, Y., Watson, M. G., Stewart, I. M., et al. 2008, ApJS, 179, 124
Yang, Y., Mushotzky, R. F., Barger, A. J., et al. 2003, ApJ, 585, L85
Yang, Y., Mushotzky, R. F., Barger, A. J., & Cowie, L. L. 2006, ApJ, 645, 68

## A Chandra view of the z=1.62 galaxy cluster IRC-0218A

**Présentation** Cet article présente l'analyse d'une observation *Chandra* d'un amas à $z = 1{,}62$ initialement découvert dans le champ XMM–LSS par ses couleurs infrarouges. Les observations XMM seules ne peuvent confirmer la présence de gaz chaud car la source est située au bord du champ de trois pointés adjacents. L'observation pointée *Chandra* (84 ks) a permis de révéler une source ponctuelle au centre de l'amas qui peut expliquer la totalité du flux mesuré par XMM. Statistiquement, l'existence d'une source étendue n'est pas exclue (détection à $2{,}4\,\sigma$) et cette hypothèse conduit à un amas de masse $\sim 7{,}7.10^{13}\,M_{\odot}$, compatible à la marge avec les estimations de masse dynamique par le calcul des dispersions de vitesses.

**Voir dans le manuscrit :** Chap. 4 [Sect. 4.2].

**Contribution personnelle** J'ai participé à l'élaboration de la proposition d'observation permettant d'évaluer le temps d'exposition nécessaire. J'ai réduit et analysé les données *Chandra* en parallèle avec B. Maughan et établi le catalogue de sources ponctuelles dans le champ.

*Astronomy & Astrophysics* manuscript no. chandra-z1p6˙g
January 19, 2012
© ESO 2012

arXiv:1109.6194v2 [astro-ph.CO] 18 Jan 2012

# A Chandra view of the z=1.62 galaxy cluster IRC-0218A

M. Pierre[1⋆], N. Clerc[1], B. Maughan[2], F. Pacaud[3], C. Papovich[4], and C. N. A. Willmer[5]

[1] Laboratoire AIM, CEA/DSM/IRFU/SAp, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France
[2] HH Wills Physics Laboratory, University of Bristol, UK
[3] Argelander-Institut für Astronomie, University of Bonn, Auf dem Hügel 71, 53121 Bonn, Germany
[4] Texas A&M, University Department of Physics and Astronomy, College Station, TX 77843-4242
[5] Steward Observatory, University of Arizona, 933 N. Cherry Avenue, Tucson, AZ, 85721, USA

Received September 28th, 2011; December 13th, 2011

**ABSTRACT**

*Context.* Very few $z > 1.5$ clusters of galaxies are currently known. It is important to study the properties of galaxies in these clusters and the intra-cluster medium and, furthermore, to cross-check the reliability of the various mass estimates. This will help to clarify the process of structure formation and how distant clusters may be used to constrain cosmology.
*Aims.* We present a 84 ks Chandra observation of IRC-0218A, a cluster of galaxies inferred by the presence of a galaxy overdensity in the infrared at a redshift of 1.62 and associated with some XMM emission.
*Methods.* We performed a spatial analysis of the Chandra X-ray photon distribution.
*Results.* The Chandra observation of IRC-0218A appears to be entirely dominated by a point source located at the centroid of the mid-infrared galaxy density. In addition, we detected weak extended emission ($2.3\sigma$) out to a radius of 25″ with a flux of $\sim 3\ 10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ in the [0.3-2] keV band. Assuming that clusters evolve similarly, we infer a virial mass of $M_{200} = 7.7(\pm 3.8)\ 10^{13} M_{\odot}$. This is marginally compatible with our current estimate of the cluster dynamical mass (based on 10 redshifts), although there is no evidence that the galaxy peculiar velocities correspond to the motions of a virialized structure. The stellar mass enclosed in the inferred X-ray virial radius is estimated to be 1-2 $10^{12} M_{\odot}$.
We provide a detailed account of 28 X-ray point sources detected in the field.

**Key words.** Clusters of galaxies; X-ray, mass estimates, scaling laws

## 1. Introduction

Distant massive clusters of galaxies are, in theory, key objects for constraining cosmology because their abundance strongly depends on $\sigma_8$ and $\Omega_m$. To second order, they are quite sensitive to the equation of state of the dark energy and to possible non-Gaussian features in the initial spectrum of density perturbations. However, the quest for and the study of distant massive clusters is a tedious task, since these objects are expected to be rare (no more than ∼ two Coma-type clusters are expected beyond $z > 1$ over the whole sky) and, to date, only a tiny fraction of the distant universe has been investigated at a sufficient sensitivity. Another difficulty in involving distant clusters in cosmological studies is that it is a priori very difficult to properly estimate their mass: X-ray cluster scaling laws are now rather well assessed in the local universe, but their evolution is still a matter of debate, mainly because of the difficulty in assembling unbiased samples of distant clusters; one may derive a dynamical or X-ray mass estimates under the assumption that the system is well virialized - which becomes a challenging hypothesis at high redshift; weak lensing mass determinations are increasingly hampered by projection effects with increasing redshift - moreover, they lack the necessary sensitivity beyond $z > 1.5$.

While, by definition, a cluster of galaxies is a collection of galaxies bound in a common potential well, hence having similar recession velocities, clusters are usually unambiguously identified by the presence of extended emission from the hot gas trapped in the cluster potential; this is essentially because projection effects can always mimic the presence of a cluster to some extent, even in the velocity space, while significant X-ray emission is only possible from a gas that is denser than the one expected to reside in the cosmic filaments ($> 10^{-4}/cm^3$).

At present, only four clusters with spectroscopic redshifts are known beyond $z > 1.5$. Two of them have been primarily detected in the X-ray waveband (Fassbender et al., 2011; Santos et al., 2011). The other two were identified through an overdensity of red galaxies; weak X-ray emission was found a posteriori to be associated with both of them (Papovich et al., 2010; Gobat et al., 2011).

Cluster IRC-0218A was almost simultaneously identified by Papovich et al. (2010) using Spitzer data and secured by optical spectroscopic observation and by Tanaka et al. (2010) using deep multi-band photometry along with near-IR spectroscopy. Papovich et al. (2010) provided redshifts for five (seven) blue galaxies with $1.62 < z < 1.63$ and r< 1(1.5) Mpc. Tanaka et al. (2010) provided redshifts for K-band selected objects and had some red galaxies (the authors did not provide a redshift table, but only a finding chart). The presence of a possible companion cluster some two arcmin east of the main clump was also pointed out by Tanaka et al. (2010). Cluster IRC-0218A is located in the deepest part of the XMM-LSS survey, the Subaru Deep Survey, and hence X-ray information was readily available for this cluster. Indeed, both authors report the presence of some X-ray emission associated with the cluster (and with the companion, for Tanaka et al., 2010). The object, however, happens to lie at the very edge of three adjacent XMM observations, at an off-axis of ∼ 12′, preventing a proper characterization of the

⋆ mpierre@cea.fr

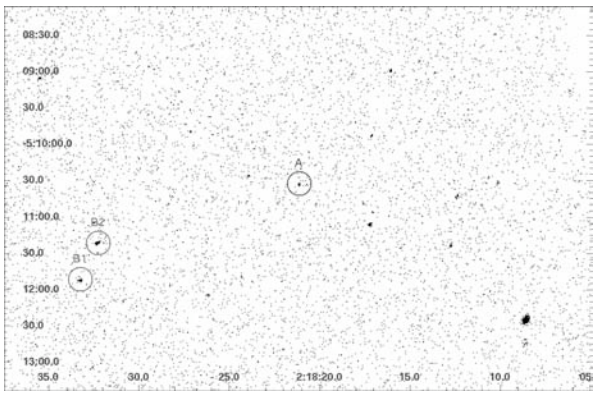



**Fig. 1.** Unbinned Chandra photon-image in the [0.5-2] keV band of cluster IRC-0218A for a total exposure time of ∼ 84 ks. The blue circle indicates the position of the main cluster component (A) as inferred from the Spitzer and XMM data. The two red circles (B1, B2) indicate point sources in the vicinity of a possible second cluster component as proposed by Tanaka et al. (2010).

X-ray emission. We have thus obtained a deep Chandra observation to examine the properties of the X-ray emission associated to IRC-0218A in detail.

In Section 2 we describe the Chandra observation. Sec. 3 presents the spatial analysis of the Chandra emission. Implications for the cluster mass estimate are discussed in Sec. 4. Throughout the article, we assume the WMAP5 cosmology (Dunkley et al., 2009) for which 1″ = 8.6 kpc.

## 2. The Chandra observation

IRC-0218a was observed for 84.5 ks on 27-09-2010 with Chandra ACIS-S (obsid 12882). The data were reduced following the standard procedures using the Chandra Interactive Analysis of Observations CIAO version 4.3 and CALDB version 4.4.2 (Fruscione et al., 2006). After cleaning and filtering, the total useful time was 83.7 ks. The photon image of the cluster field is presented on Fig. 1. At the position of the main cluster and of the companion, bright point sources are detected while no extended emission is visible. For comparison, the XMM image is shown in Fig. 2a. The XMM sources all show a tangential elongation typical of the XMM PSF at large off-axis angle, suggesting that they are indeed mainly point-like. The Chandra image overlaid on a g-r-3.6$\mu$m composite is displayed in Fig. 3.

Table 1 gives the list of detected point sources along with redshift. Point source A (row = 12) is detected with 32 (±6) photons in a 10 arcsec aperture in the [0.5-2] keV band, which corresponds to a flux of 1.6 (±0.4) $10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$. The galaxy associated with point source A has spectroscopic redshift of 1.623 and is found to be the object closest to the center of the near-infrared galaxy overdensity. The rest-frame optical spectrum from Tanaka et al. (2010) shows no indication of activity (no emission lines of any kind); its infrared colors are consistent with a passive massive galaxy. Its hardness ratio is fairly soft (0.53).

Point sources B1 (row = 7) and B2 (row = 9) have a [0.5-2] keV flux of 8.5 (±5) $10^{-16}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ and 5.1 (±0.6) $10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$, respectively. There are only photometric redshifts available for the galaxies associated with these sources: 1 (±0.1) and 0.5 (±0.1) for B1 and B2 respectively, which makes them unlikely cluster members. The position of the "companion cluster" mentioned by Tanaka et al. (2010) on the basis of their analysis of the XMM data appears to surround sources B1 and B2. As is conspicuous in Fig. 2b, the XMM emission is located at extreme off-axis angle, where the PSF is highly distorted; the XMM emission is probably entirely resolved into the two Chandra sources with photometric redshift at $z \lesssim 1$. This suggests that the hypothesis proposed by Tanaka et al. (2010) that this is a second cluster at the same redshift as IRC 0218A is most likely invalid.

Object row = 10 (z=1.6487) has strong emission features, including MgII 2800, suggesting an AGN. Object row = 14 (z=1.6240) is the strongest IR 24 micron source in the cluster vicinity. It appears to be a merger, and likely an AGN as well.

## 3. Spatial analysis

Despite the lack of conspicuous extended emission in the Chandra image, we statistically investigated the properties of the X-ray signal around source A. For this purpose, we made use of command APRATE[1] in CIAO version 4.3. We use the Chandra blank sky background files[2]. The exposure time of the blank-sky data was scaled so that the count rate in the image energy band agreed with the target data in source-free regions. This ensures that the differences in the soft Galactic foreground between the target and blank-sky fields do not impact our constraints on any possible extended emission. This exercise was performed for two energy bands, [0.5-2] keV and [0.3-2] keV within two annuli, $2.5'' < r < 25''$ and $2.5'' < r < 45''$, the lower bound allowing us to safely exclude source A[3]; the other point sources were removed as shown in Fig. 4. A radius of 25″ corresponds to 214 kpc at the cluster redshift, which is about four times the scaled core radius (Sec. 4). Within this annulus, we detect a $2\sigma$ and $2.3\sigma$ signal in the [0.5-2] keV and [0.3-2] keV bands, corresponding to count rates, after vignetting correction, of $0.00025 \pm 0.00013$c/s and $0.00033 \pm 0.00015$c/s, respectively. The [0.3-2] keV measurement shows a possible excess of some 27 photons after a one-day observation. To detect a $3\sigma$ signal in these conditions would have required 36 counts (scaled background value is 106 counts). The mean signal detected in the annulus extending out to 45″ is found to be below the one-sigma significance in both bands and is compatible with zero at the $3\sigma$ level. The [0.5-2 ] and [0.3-2] count rates corresponds to (absorbed) fluxes of 1.1 $10^{-15}$ and 3.3 $10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ in $2.5'' < r < 25''$, respectively. Results are summarized in Table 2 and the corresponding radial profile is shown in Fig. 5

We then compared the Chandra data with the XMM observation, for which it is not possible to reliably exclude the point sources given the large off-axis angle. Fig. 6 suggests that all significant XMM emission is encompassed in a radius of 25″. Accounting for the PSF dilution effect (0.9) in the 25″ aperture, we measure an absorbed flux of $1.8^{+0.4}_{-0.4}$ $10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ in the [0.5-2] keV band. For this calculation, we converted the measured XMM count rate assuming an APEC plasma model defined by T= 3keV, Ab=0.3 and $N_H$=2.2 $10^{20}$ cm$^{-2}$. Integrating the Chandra data within the same radius (Fig. 4) using APRATE gives an absorbed flux of $2.6^{+0.6}_{-0.6}$ $10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$, which agrees with the XMM measurements, within the error bars; restricting the Chandra measurement to the point source itself gives 1.6 (±0.4) $10^{-15}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$(Sec. 2); we cannot exclude,

[1] http://cxc.harvard.edu/ciao/ahelp/aprates.html

[2] http://cxc.harvard.edu/ciao/threads/acisbackground/

[3] for the Chandra PSF, 95% of the flux at 1.5 keV is within 2"' http://asc.harvard.edu/proposer/POG/html/chap4.html#tth_sEc4.2.3

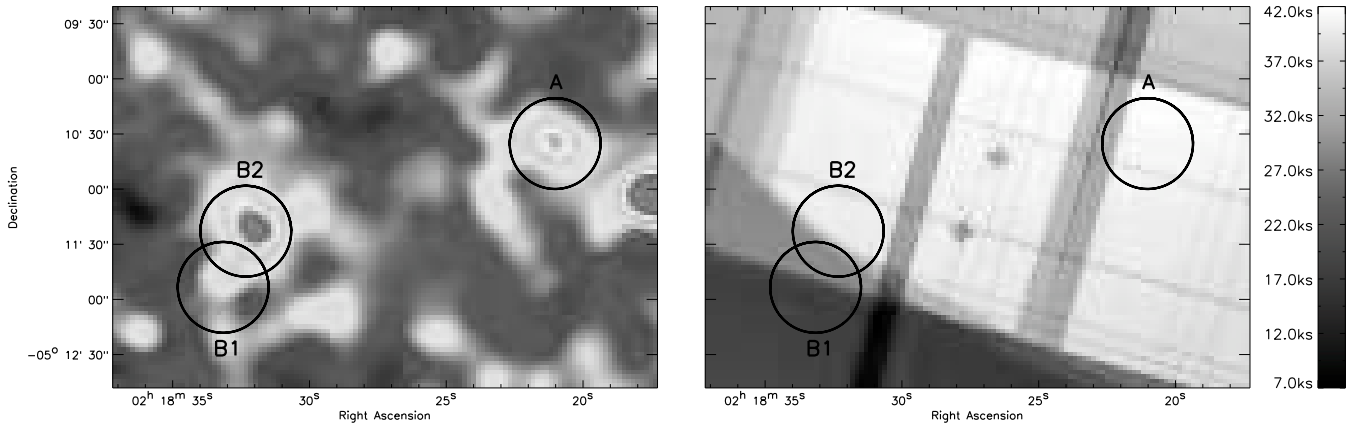



**Fig. 2.** The XMM image of IRC-0218A is a composite of three adjacent observations with a resulting mean off-axis distance of ∼ 12′. Left (a): the photon image adaptively smoothed (boxcar smoothing with minimum threshold of 10 photons). The position of the three Chandra point sources (Fig. 1) is indicated by circles having a radius of 25″. Right (b): The merged exposure map; the color scale indicates the cumulative effective exposure.

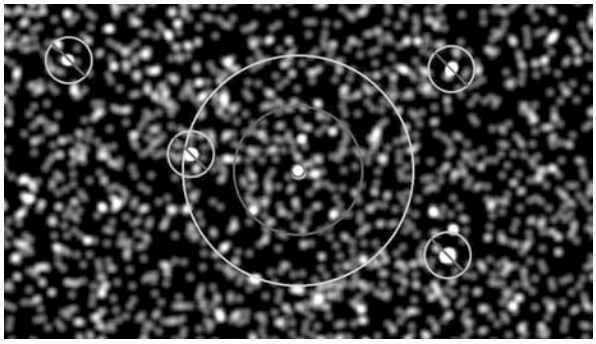


**Fig. 4.** Chandra data ([0.3-2] keV band) around the cluster main component (A), smoothed by a Gaussian with a width of 2.5 arcsec. The two red circles indicate the annulus (2.5″ − 25″) in which a possible 2.3 $\sigma$ extended contribution is detected; barred sources were masked in the analysis. Extending the search to 2.5″ − 45″ (cyan circle) decreases the significance to below 1$\sigma$.

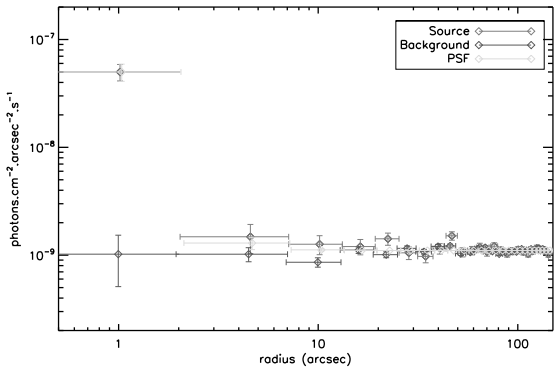



**Fig. 5.** Surface brightness profile of the X-ray emission centered on source A. The background is from the the Chandra blank-sky observations and was scaled to that of the present observation. The PSF model is from CIAO and was normalized to the central bin value.

however, the possibility that the central source is a variable AGN.

In the following, we concentrate on the [0.3-2] band and on the $2.5'' < r < 25''$ annulus, which appear to yield the most significant detection.

A similar analysis could not be performed in the B region, because it falls close to the Chandra detector edge, but it also appears to be entirely dominated by the two point sources with photometric redshifts of ∼ 0.5 and 1.

## 4. Hot gas content and mass estimates for IRC-0218

The diffuse X-ray emission associated with IRC-0218, if any, appears to be very weak in our deep Chandra observation: about one source photon per hour was collected. One can use this to estimate the mass associated to the 2.3$\sigma$ detection that we infer in the [0.3-2] keV band. For this, we assumed that the surface brightness follows a $\beta$-profile defined by $\beta = 0.5$ (appropriate for the group-size objects) along with a self-similar scaling $R_c = 180/h\sqrt{(T/7)}/E(z)$ and $R_c = 0.2 \times R_{500}$ (Clerc et al., 2011). Considering the L-T relation of Pratt et al. (2009) for non cool-core clusters and the M-T relation of Arnaud et al. (2005), we derived a virial mass of $M_{200} = 7.7(\pm 3.8)\ 10^{13} M_\odot$ along with $R_{500} = 31''$; our inferred $R_{200}$ is 494 kpc (for $z = 1.62$).

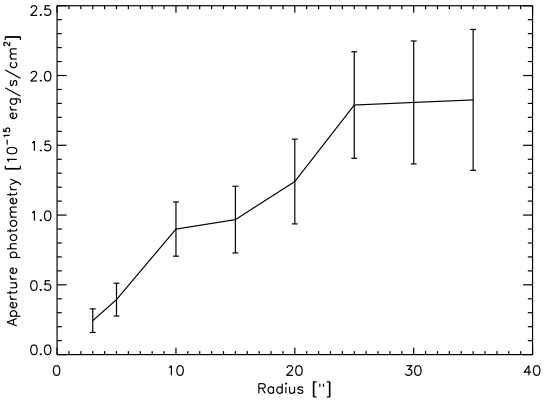



**Fig. 6.** Growth curve of source A from the XMM image in the [0.5-2] keV band (dilution effect by the PSF is included, see text).

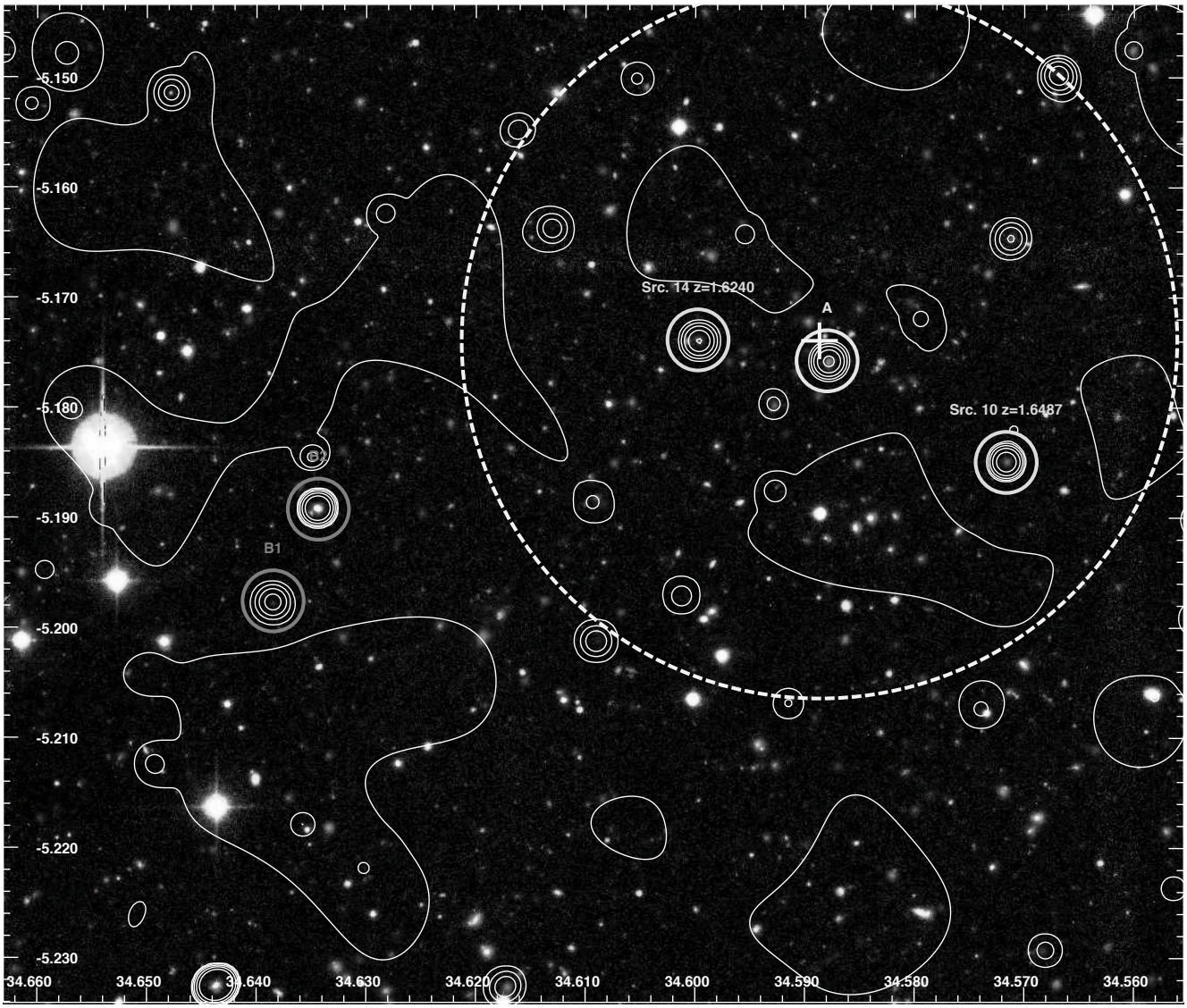



**Fig. 3.** Chandra contours in the [0.5-2] keV band, overlaid on a g-r-3.6$\mu$m image of the cluster. The contours result from the filtering of Fig. 1 by a wavelet adapted to low-count statistics (Starck & Pierre, 1998): the image is de-noised but intensity is not strictly conserved. The first contour is indicative of the background level. The two green circles indicate the X-ray sources for which a spectroscopic redshift is available, in addition to source A (see Table 1). The red circles highlight the B sources. The yellow-dashed circle has a radius of 1 Mpc at the cluster redshift. The yellow cross indicates the center of the IRAC overdensity (Papovich et al. (2010)).

Fig. 7 shows the distribution of all spectroscopically identified galaxies to date in the cluster region. There are currently 13 redshifts for galaxies with $1.62 < z < 1.65$ within a physical projected radius of 1 Mpc off the cluster center (10 of these galaxies have $1.62 < z < 1.63$; Papovich et al., 2010; Tanaka et al., 2010, ; Momcheva et al. in prep; Willmer et al. in prep). Restricting ourselves to those 10 galaxies and following the 'gapper method' (Beers et al., 1990), we estimated a velocity dispersion of 360 ± 90 km/s where the error is derived using a jack-knife method; this value is substantially lower than the one quoted by Papovich et al. (2010), because we exclude here galaxies above $z > 1.63$. From this, we estimated the cluster virial mass following Carlberg et al. (1996). The result is highly uncertain, formally $M_{200} = 2.2(\pm 1.2)10^{13} M_{\odot}$. The distribution of observed redshifts is subject to the following selection biases: (1) successful spectroscopic redshifts are obtained preferentially for the brighter galaxies in the cluster ; (2) because the continuum is much fainter than the sky background, most of the redshifts are obtained for galaxies with emission lines; (3) for objects at $z > 1.625$, the identification of spectral features used for the redshift determination is affected by the presence of strong sky emission lines. Therefore, the limited redshifts available for the cluster galaxies suggest that the virial mass is lower than $3.4\ 10^{13} M_{\odot}$ (1 sigma), which is barely compatible with the lower limit inferred from the Chandra observation.

Finally, we provide an estimate of the stellar mass content of the putative cluster. This was computed from all galaxies around $z \sim 1.6$, i.e. galaxies having more than 40% of their photometric redshift probability distribution function within $1.5 < z < 1.75$ (Fig. 8). We derived stellar masses by modeling the multiband Subaru (BViz), UKIDSS (JK), and IRAC (3.6-8.0 micron) photometry with a suite of stellar population models from Bruzual & Charlot (2003). We fitted the data for each galaxy with the stellar population models for a range of star-formation histories, stellar

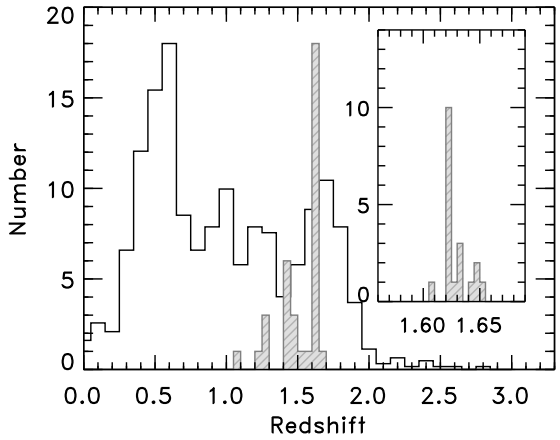



**Fig. 7.** Redshifts available within 2 Mpc of the cluster core; the black and red histograms are for the photometric and spectroscopic redshifts, respectively. The inset panel shows a zoom of the redshift distribution around the cluster where the histogram uses bins of d(z)=0.005.

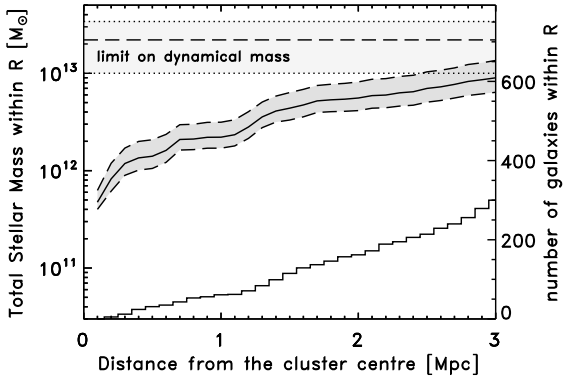



**Fig. 8.** Stellar mass estimate as a function of distance from the center of the putative cluster. The solid curve shows the total stellar mass in all galaxies associated with the cluster (photometric redshifts); the gray region includes the 68% confidence interval on the stellar mass for each galaxy. The histogram shows the total number of galaxies. The light-gray horizontal strip indicates our inferred $1\sigma$ range for the dynamical mass.

population ages, and dust extinction (all models assume solar metallicity and a Chabrier IMF; see Papovich et al. (2001) for details). The stellar mass enclosed within the X-ray virial radius ($\sim$ 500 kpc) accounts for some 10 % of the reported estimated dynamical mass and for a few percent of $M_{200}$ inferred from the X-ray data.

## 5. Summary and conclusion

The spatial analysis of our deep Chandra observation of IRC-0218A shows that the X-ray emission of this putative cluster of galaxies is entirely dominated by a point source coincident with a galaxy located at the centroid of the galaxy overdensity in the mid-infrared. The point source signal is consistent with the emission estimated from the XMM observation (at large off-axis). The optical spectrum of this galaxy shows, however, no sign of activity and its X-ray hardness ratio is soft. We detected weak extended X-ray emission (2.3 $\sigma$) out to a radius of 25″ (214 kpc) from the optical center. The inferred virial mass corresponds to a moderately massive cluster (5-10$\times10^{13}M_{\odot}$) assuming that cluster scaling laws evolve self-similarly. Estimating a meaningful velocity dispersion for this object turned out to be very challenging: galaxies are faint and $z \sim 1.6$ falls right in the "redshift desert" where most galaxy lines used to measure redshifts are displaced into the near-infrared, where subtracting the OH emission and H2O atmospheric absorption can potentially bias the ability to measure redshifts. There are moreover no clues about the degree of dynamical relaxation of the object. Our current velocity estimate derived from 10 galaxies provides an upper limit for the dynamical mass that is marginally compatible with the lower mass limit inferred from the Chandra data. The stellar mass estimate accounts for a few percent of the Chandra mass. Although uncertainties are large, our Chandra observation along with the existing optical and IR data suggests that IRC-0218A is indeed a cluster or a collapsing cluster, rather than a filament seen in projection.

If the photo-z associated with the B1 and B2 sources are assumed to be correct, it follows that the X-ray twin-cluster hypothesis proposed by Tanaka et al. (2010) needs to be discarded.

More generally, we note that the X-ray emission of all four $z > 1.5$ known clusters appears to be significantly affected by point sources (there is no Chandra image published yet for Santos et al., 2011; Fassbender et al., 2011, but the XMM images look very compact). Furthermore, clusters like IRC-0218A will certainly always escape direct X-ray detection in the XMM or Chandra archive for techniques solely based on the search for extended X-ray emission. This severely questions the reliability of the determination of cluster scaling laws at high redshifts because the samples are likely to be severely biased toward objects that are over-luminous with respect to the mean.

*Acknowledgements*. This research has made use of data obtained from the Chandra Guest Observation n. 12882, and software provided by the Chandra X-ray Center (CXC) in the application packages CIAO. We thank Maxim Markevich for useful advices during the programing of the observation. CNAW acknowledges partial support from Chandra award G01-12157B .

## References

Arnaud, M., Pointecouteau, E., & Pratt, G. W. 2005, A&A, 441, 893
Beers, T. C., Flynn, K., & Gebhardt, K. 1990, AJ, 100, 32
Bruzual, G., & Charlot, S. 2003, MNRAS, 344, 1000
Carlberg, R. G., Yee, H. K. C., Ellingson, E., et al. 1996, ApJ, 462, 32
Clerc, N., Sadibekova, T., Pierre, M., et al. 2011, arXiv:1109.4441
Dunkley, J., Komatsu, E., Nolta, M. R., et al. 2009, ApJS, 180, 306
Fassbender, R., Nastasi, A., Böhringer, H., et al. 2011, A&A, 527, L10
Fruscione, A., McDowell, J. C., Allen, G. E., et al. 2006, Proc. SPIE, 6270
Gobat, R., Daddi, E., Onodera, M., et al. 2011, A&A, 526, A133

Papovich, C., Momcheva, I., Willmer, C. N. A., et al. 2010, ApJ, 716, 1503
Papovich, C., Dickinson, M., & Ferguson, H. C. 2001, ApJ, 559, 620
Pratt, G. W., Croston, J. H., Arnaud, M., Boehringer, H. 2009, A&A, 498, 361
Santos, J. S., Fassbender, R., Nastasi, A., et al. 2011, A&A, 531, L15
Starck, J.-L., & Pierre, M. 1998, A&AS, 128, 397
Tanaka, M., Finoguenov, A., & Ueda, Y. 2010, ApJ, 716, L152

| ID/Classification | Ra | Dec | PSF Size (soft) | PSF Size (hard) | Flux soft | CR soft | HR | Zspec | Zphot |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| - | deg | deg | pix | pix | $10^{-15}$ ergs/cm$^2$/s | $10^{-4}$ cps | - | - | - |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) |
| 1 | 34.5809 | −5.2543 | 3.51 | −999.00 | $0.88^{+0.28}_{-0.26}$ | $2.12^{+0.68}_{-0.64}$ | −0.217 ± 0.308 | - | $1.38^{+0.00}_{-0.43}$ |
| 2 | 34.5961 | −5.2367 | 2.55 | −999.00 | $0.94^{+0.31}_{-0.29}$ | $2.26^{+0.76}_{-0.70}$ | −0.377 ± 0.352 | - | $3.19^{+0.01}_{-0.66}$ |
| 3 | 34.6173 | −5.2326 | 2.47 | 2.45 | $0.47^{+0.27}_{-0.24}$ | $1.13^{+0.65}_{-0.59}$ | 0.368 ± 0.289 | - | $2.37^{+0.10}_{-0.10}$ |
| 4 | 34.6437 | −5.2325 | 2.92 | 2.92 | $11.92^{+0.80}_{-0.79}$ | $28.68^{+1.93}_{-1.91}$ | −0.389 ± 0.057 | - | $0.69^{+0.02}_{-0.12}$ |
| 5 | 34.5356 | −5.2068 | 2.26 | 2.26 | $12.11^{+0.81}_{-0.80}$ | $29.15^{+1.94}_{-1.93}$ | −0.512 ± 0.057 | - | $2.23^{+-0.69}_{-1.54}$ |
| 6 | 34.6091 | −5.2013 | 1.23 | −999.00 | $0.39^{+0.26}_{-0.23}$ | $0.93^{+0.62}_{-0.56}$ | −1.000 | - | $1.47^{+0.11}_{-0.08}$ |
| 7 (B1) | 34.6386 | −5.1977 | 1.54 | −999.00 | $0.85^{+0.29}_{-0.27}$ | $2.05^{+0.71}_{-0.66}$ | −0.641 ± 0.359 | - | $1.01^{+0.18}_{-0.14}$ |
| 8 | 34.5532 | −5.1898 | 1.37 | −999.00 | $0.76^{+0.32}_{-0.29}$ | $1.82^{+0.76}_{-0.70}$ | 0.034 ± 0.299 | - | $1.11^{+0.11}_{-0.04}$ |
| 9 (B2) | 34.6345 | −5.1892 | 1.24 | 1.23 | $5.11^{+0.56}_{-0.54}$ | $12.30^{+1.34}_{-1.31}$ | −0.756 ± 0.112 | - | $0.53^{+0.05}_{-0.08}$ |
| 10 (AGN) | 34.5717 | −5.1849 | 0.90 | 0.90 | $2.69^{+0.44}_{-0.42}$ | $6.48^{+1.05}_{-1.00}$ | −0.064 ± 0.127 | 1.6487 (a) | $1.73^{+0.07}_{-0.11}$ |
| 11 | 34.5514 | −5.1785 | 1.17 | −999.00 | $1.13^{+0.33}_{-0.31}$ | $2.72^{+0.79}_{-0.74}$ | −0.699 ± 0.296 | - | $0.27^{+0.09}_{-0.08}$ |
| 12 (A) | 34.5879 | −5.1758 | 0.62 | 0.62 | $1.60^{+0.36}_{-0.34}$ | $3.84^{+0.86}_{-0.82}$ | −0.530 ± 0.252 | 1.6230 (b) | $1.62^{+0.08}_{-0.09}$ |
| 13 | 34.5423 | −5.1757 | 1.36 | −999.00 | $0.39^{+0.25}_{-0.23}$ | $0.93^{+0.61}_{-0.56}$ | 0.235 ± 0.391 | - | $1.93^{+0.02}_{-0.28}$ |
| 14 (IR-24$\mu$/AGN) | 34.5997 | −5.1739 | 0.58 | −999.00 | $1.33^{+0.35}_{-0.33}$ | $3.21^{+0.85}_{-0.80}$ | −0.812 ± 0.268 | 1.6240 (b) | $1.76^{+0.12}_{-0.15}$ |
| 15 | 34.5713 | −5.1647 | 0.61 | −999.00 | $0.58^{+0.28}_{-0.26}$ | $1.39^{+0.68}_{-0.62}$ | −0.341 ± 0.465 | - | $1.71^{+0.07}_{-0.11}$ |
| 16 | 34.6130 | −5.1637 | 0.53 | −999.00 | $0.20^{+0.20}_{-0.19}$ | $0.48^{+0.49}_{-0.45}$ | 0.443 ± 0.463 | - | $2.37^{+0.21}_{-0.52}$ |
| 17 | 34.6478 | −5.1515 | 0.97 | −999.00 | $1.01^{+0.34}_{-0.31}$ | $2.44^{+0.81}_{-0.75}$ | −0.209 ± 0.296 | - | $2.02^{+0.07}_{-0.25}$ |
| 18 | 34.5667 | −5.1499 | 0.58 | 0.58 | $1.20^{+0.33}_{-0.31}$ | $2.88^{+0.80}_{-0.75}$ | −0.026 ± 0.222 | - | $1.82^{+0.15}_{-0.12}$ |
| 19 | 34.5872 | −5.1332 | 0.43 | 0.43 | $0.77^{+0.30}_{-0.28}$ | $1.85^{+0.72}_{-0.67}$ | 0.343 ± 0.202 | - | $1.47^{+0.09}_{-0.05}$ |
| 20 | 34.5530 | −5.1311 | 0.83 | −999.00 | $0.21^{+0.20}_{-0.18}$ | $0.51^{+0.48}_{-0.44}$ | −0.012 ± 0.704 | - | $0.58^{+0.03}_{-0.02}$ |
| 21 | 34.6180 | −5.2642 | 4.30 | −999.00 | * | * | * | - | $4.01^{+0.10}_{-0.12}$ |
| 22 | 34.5492 | −5.2329 | 2.96 | −999.00 | $0.66^{+0.29}_{-0.27}$ | $1.59^{+0.70}_{-0.65}$ | −0.849 ± 0.530 | - | $0.01^{+0.07}_{--0.01}$ |
| 23 | 34.5358 | −5.2123 | 2.47 | −999.00 | $0.57^{+0.27}_{-0.24}$ | $1.37^{+0.64}_{-0.58}$ | −0.009 ± 0.370 | - | $0.56^{+0.05}_{-0.10}$ |
| 24 | 34.5255 | −5.1546 | 1.64 | −999.00 | $0.34^{+0.20}_{-0.18}$ | $0.81^{+0.48}_{-0.44}$ | 0.053 ± 0.441 | - | $0.60^{+0.03}_{-0.02}$ |
| 25 | 34.5583 | −5.2059 | −999.00 | 1.70 | $0.34^{+0.23}_{-0.21}$ | $0.83^{+0.55}_{-0.50}$ | 0.574 ± 0.239 | - | $0.38^{+0.02}_{-0.09}$ |
| 26 | 34.5965 | −5.1205 | −999.00 | 0.49 | $0.31^{+0.23}_{-0.21}$ | $0.74^{+0.55}_{-0.50}$ | 0.587 ± 0.258 | - | $1.38^{+0.05}_{-0.16}$ |
| 27 | 34.5269 | −5.2332 | −999.00 | 3.59 | $0.00^{+0.21}$ | $0.00^{+0.51}$ | 1.000 | - | $0.00^{+0.00}_{-0.00}$ |
| 28 | 34.6478 | −5.1635 | −999.00 | 1.09 | $0.32^{+0.23}_{-0.21}$ | $0.78^{+0.55}_{-0.50}$ | 0.334 ± 0.384 | - | $1.45^{+0.07}_{-0.06}$ |

**Table 1.** Catalog of point sources in the field. Columns (4) and (5) refer to the pixel size of the PSF at the location of the source as estimated by `wavdetect`. A value of -999.9 indicates that the source was not detected in the given band. The soft and hard band correspond to [0.5-2] keV and [2-8] keV, respectively. Fluxes in column (6) are unabsorbed fluxes computed assuming a power law of index 1.7 and a galactic $N_H = 2.2.10^{20} cm^{-2}$, using the count rates reported in column (7). Source 21 could not be measured because located at the edge of the FoV. If the mode of the flux (count rate) distribution is 0.0, the + sign indicates an upper limit. Fluxes are measured in 10 " radius aperture. Column (8) provides the hardness ratio HR=(H-S)/(H+S) where H and S are count rates measured in hard and soft bands, respectively. Reference for the spectroscopic redhsifts: (a) Papovich et al. (2010); (b) Tanaka et al. (2010). The photometric redshifts are based on the same data and analysis as in Papovich et al. (2010).

**Table 2.** X-ray measurement summary for the central region. The last two lines include the central point source. Column *n(photons)* gives the number of source photons detected in the region defined by column 1, after subtraction of the scaled background; column *significance* gives the corresponding statistical significance of the detection.

| Region | Band | n(photons) | significance | Flux | Inferred M200 |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.5″ − 25″ | 0.5-2 keV | 21 | 2.0 $\sigma$ | 1.1 ± 0.5 $10^{-15}$ (absorbed) | |
| 2.5″ − 25″ | 0.3-2 keV | 27 | 2.3 $\sigma$ | 3.4 ± 1.7 $10^{-15}$ (absorbed) | $7.7{\times}10^{13} M_\odot$ ± 50% |
| 2.5″ − 45″ | 0.5-2 keV | 0.5 | - | < 1.2 $10^{-15}$ (absorbed, 1$\sigma$ upper limit) | |
| 2.5″ − 45″ | 0.3-2 keV | 1 | - | < 3.3 $10^{-15}$ (absorbed, 1$\sigma$ upper limit) | |
| 0 − 25″ | 0.5-2 keV | | | 2.6 ± 0.6 $10^{-15}$ (absorbed) | |
| 0 − 25″ | 0.5-2 keV | | | 1.8 ± 0.4 $10^{-15}$ XMM (absorbed) | |

## A.2 Publications liées au relevé X–CLASS

### The cosmological analysis of X-ray cluster surveys : I- a new method for interpreting number counts

**Présentation** Cet article présente une méthode basée sur des observables en rayons X permettant de contraindre la fonction de masse des amas dans un relevé d'amas peu profond. Cette méthode, baptisée CR–HR, est équivalente à des diagrammes couleur-magnitude. Ces diagrammes peuvent prédits à partir d'un modèle *ab initio* incluant la cosmologie, la physique des amas (relations d'échelle) et les effets de sélection. Cet article montre que sans connaître le redshift des amas, la méthode CR–HR permet d'obtenir de bonnes contraintes sur les paramètres cosmologiques $\Omega_{\rm m}$ et $\sigma_8$. Ajouter les redshifts permet de mieux contraindre les paramètres du modèle et fournit des résultats équivalents à la méthode traditionnelle basée sur la mesure des masses. La prise en compte détaillée des incertitudes de mesure est discutée dans un cadre réaliste.

**Voir dans le manuscrit :** Chap. 6, Chap. 7 [Sect. 7.1], Chap. 8 [Sect. 8.4].

**Contribution personnelle** J'ai mis en œuvre et évalué la méthode décrite dans cet article. Pour cela, je me suis appuyé sur les programmes de modélisation cosmologique développés par F. Pacaud. Le principe et le cadre de la méthode ont été conçus, discutés et développés en partenariat avec M. Pierre, F. Pacaud et T. Sadibekova.

Mon. Not. R. Astron. Soc. **000**, 1–18 (2002) Printed 29 February 2012 (MN LATEX style file v2.2)

# The cosmological analysis of X-ray cluster surveys: I- a new method for interpreting number counts

N. Clerc[1⋆] and M. Pierre[1] and F. Pacaud[2] and T. Sadibekova[1]
[1] *Laboratoire AIM, CEA/DSM/IRFU/SAp, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France*
[2] *Argelander-Institut für Astronomie, University of Bonn, Auf dem Hügel 71, 53121 Bonn, Germany*

Accepted -. Received -; in original form -

**ABSTRACT**
We present a new method aiming to simplify the cosmological analysis of X-ray cluster surveys. It is based on purely instrumental observable quantities, considered in a two-dimensional X-ray colour-magnitude diagram (hardness ratio versus count-rate). The basic principle is that, even in rather shallow surveys, substantial information on cluster redshift and temperature is present in the raw X-ray data and can be statistically extracted; in parallel, such diagrams can be readily predicted from an *ab initio* cosmological modeling. We illustrate the methodology for the case of a 100 deg2 XMM survey having a sensitivity of $\sim 10^{-14}$ ergs/s/cm$^2$ and fit at the same time, the survey selection function, the cluster evolutionary scaling-relations and the cosmology; our sole assumption – driven by the limited size of the sample considered in the case-study – is that the local cluster scaling relations are known. We devote special care to the realistic modeling of the count-rate measurement uncertainties and evaluate the potential of the method via a Fisher analysis. In the absence of individual cluster redshifts, the CR-HR method appears to be much more efficient than the traditional approach based on cluster counts (i.e. $dn/dz$, requiring redshifts). In the case where redshifts are available, our method performs similarly as the traditional mass function ($dn/dM/dz$) for the purely cosmological parameters, but better constrains parameters defining the cluster scaling relations and their evolution. A further practical advantage of the CR-HR method is its simplicity : this fully top-down approach totally bypasses the tedious steps consisting in deriving cluster masses from X-ray temperature measurements.

**Key words:** Cosmology – X-ray: galaxy clusters – .

## 1 INTRODUCTION

Discriminating between different cosmic scenarios requires precision cosmological studies relying on well-controlled observables. In parallel to the Cosmological Microwave Background (CMB), Baryonic Acoustic Oscillations (BAO), Type Ia Supernovae and Weak-Lensing analyses, galaxy clusters, as the most massive bound entities in the universe, are expected to provide independent complementary constraints (Eke, Cole, & Frenk 1996; Henry 1997; Oukbir & Blanchard 1997; Borgani et al. 2001; Rozo et al. 2007; Allen, Evrard, & Mantz 2011; Sehgal et al. 2011). In particular, they appear to be quite sensitive to the properties of the dark energy (Haiman, Mohr, & Holder 2001; Battye & Weller 2003; Pierre et al. 2011). Cluster cosmological studies are usually based on the cluster number counts as a function of redshift and mass. This quantity can be easily inferred from the halo model formalism and is confirmed by the most recent N-body simulations (Press & Schechter 1974; Lacey & Cole 1993; Sheth & Tormen 1999; Jenkins et al. 2001; Springel et al. 2005) ; see Cooray & Sheth 2002 for a review. Theoretically, its high sensitivity to the initial density fluctuation power-spectrum as well as its time-evolution make it a powerful probe of structure formation. Its dependence on geometrical effects (surveyed volume) further strengthens the constraints on key cosmological quantities such as the matter content in the Universe ($\Omega_{\rm m}$) and the dark energy equation of state. From the observer's point of view, however, cluster masses are not quantities easily measurable (contrary to cluster redshifts), a fact that often leads to question the actual use of clusters as cosmological probes.

Galaxy clusters can be studied in a variety of ways, in particular through their X-ray emission. The gas trapped in the deep cluster potential is heated up to X-ray emitting temperatures. Free-free emission is the dominant mechanism from the hot plasma having a heavy element abundance of $\sim 0.3\,Z_\odot$; at low temperatures ($\lesssim$2 keV) a significant fraction of the energy is emitted via recombination

⋆ E-mail: nicolas.clerc@cea.fr (CEA)

© 2002 RAS

lines (Sarazin 1988). Because extended X-ray sources at high galactic latitude almost unambiguously point toward cluster potential wells, hence minimising projection effects, X-ray surveys have long been considered as the ideal way of constructing cosmological cluster samples.

The *Einstein Observatory* Extended Medium Sensitivity Survey (Gioia et al. 1990) provided the first flux-limited, X-ray selected sample of galaxy clusters, allowing pioneering cluster count analyses. It was then followed by REFLEX (Böhringer et al. 2001) and NORAS (Böhringer et al. 2000) based on the *ROSAT* all-sky survey (Truemper 1993) as well as a by a number of cluster searches in the deep ROSAT archival pointings (Scharf et al. 1997; Rosati 1998; Vikhlinin et al. 1998; Romer et al. 2000). Preliminary cosmological constraints resulted from these studies involving not only cluster counts, but also their 3-D spatial distribution (Schuecker et al. 2003); at this stage however, the main observable quantity that was dealt with was the cluster luminosity function, rather than the mass function (Borgani et al. 2001; Mantz et al. 2008). Parallel analyses invoking the distribution of temperatures in *ROSAT* and *ASCA* clusters also provided cosmological constraints, however somewhat debated (Henry 1997; Eke et al. 1998; Viana & Liddle 1999; Pierpaoli, Scott, & White 2001; Pierpaoli et al. 2003; Henry 2004; Henry et al. 2009), but consistent with findings from the X-ray luminosity function. One of the major shortcomings of these studies rapidly turned out to be lack of reliable mass-observable relations, ideally in the form of scaling relations, and how these would evolve as a function cosmic time.

With the advent of *XMM-Newton* and *Chandra*, previous samples underwent deep observations and, in parallel, the interest in X-ray surveys for cosmological analyses increased. A very significant amount of observing time was devoted to the determination of the cluster scaling relations, for samples a priori thought to be representative of some cluster population (see Pratt et al. (2009) and references therein). In particular, the 400d survey (Burenin et al. 2007) provided a sample of some 90 clusters selected in the RASS and followed-up by deep *Chandra* observations, allowing precise mass measurements based on high-quality X-ray data. The cosmological analysis presented in Vikhlinin et al. (2009) relies on the mass and redshift distribution of clusters. Mantz et al. (2010) used more than 200 X-ray selected clusters, some of them having a deep follow-up, in an analysis that combines the gas mass fraction in clusters with their abundance per mass and redshift bin. Simultaneously, new cluster samples have been assembled either from dedicated XMM surveys (Pierre et al. 2004) or from the XMM and Chandra archival data: e.g. ChaMP (Barkhouse et al. 2006) and XCS (Romer et al. 2001; Mehrtens et al. 2011). Corresponding cosmological analyses are still in progress (Sahlén et al. 2009), but one of the major outcome was to realise that selection effects can be as critical as the proper knowledge of the cluster scaling relations. Pacaud et al. (2007) have shown that, unless a high flux limit is assumed, X-ray cluster samples are best characterised by a two-dimensional selection function (analogous to a surface brightness limit). Further, because of the steepness of the cluster mass function and of the (currently poorly determined) dispersion in the scaling laws, these relations appear to be always biased toward the most luminous objects with respect to the mean, unless a thorough treatment of the selection function is introduced; this becomes especially challenging as redshift increases. Ideally, for a given cluster sample, one would need to simultaneously model (i) the selection effects (ii) the scaling relations and (iii) the cosmology.

From the observer's point of view, the bottle neck in building large cosmological samples is the time-consuming optical follow-up to obtain spectroscopic redshifts for each cluster. However, redshift (and mass) information is already encoded in the X-ray spectra of the clusters. In principle, it is possible to make use of this information in a statistical way, even in the low-count regime, thanks to a dedicated formalism (Lloyd-Davies et al. 2011; Yu et al. 2011). The goal of the present article is to investigate such a new approach to the cosmological analysis of large samples of X-ray clusters: the CR-HR method. Conversely to methods requiring redshift information for each cluster and inferring the cluster mass distribution through various X-ray proxies, *we handle X-ray instrumental observables only* namely, the count-rates in several energy bands. In the scientific analysis, we self-consistently model the cosmology, scaling laws, selection effects and the instrumental responses to predict count-rate distributions that can be directly compared to the purely observational data.

The structure of this paper is as follows. We begin by presenting the motivations of the CR-HR method and describe its principle. We then give the key ingredients involved in the construction of the CR-HR diagram that we illustrate for a shallow XMM survey (Sect. 3). Then, we explain the modeling of measurement errors and their inclusion in the analysis (Sect. 4). Next, we describe the formalism adopted in our Fisher analysis used to evaluate the CR-HR method; we present the expected constraints for a set of selected parameters (Sect.5). We discuss and summarize our results in Sect. 6.

Throughout the paper, we assume a flat ($\Omega_k = 0$) $\Lambda$CDM cosmology with parameters given by WMAP-5 best fit values (Dunkley et al. 2009).

## 2 THE CR-HR METHOD

In this work, we consider a shallow X-ray survey and assume that a robust procedure allows the construction of well-defined samples of clusters of galaxies. By definition, the survey selection function is based on X-ray observable criteria only. The survey is supposed to be shallow in the sense that a few hundred photons, at most, are collected for each cluster and, thus, may enable a mean temperature estimate of the intra-cluster medium but no radial temperature profiles. This is the case for most of the current analyses to date (Pacaud et al. (2006), Sahlén et al. (2009), Barkhouse et al. (2006), Burenin et al. (2007)). Given a cluster sample, we populate a 2D observable parameter space defined by the measured X-ray count-rate (CR) and hardness ratio (HR). CR and HR, which contain (partially degenerate) information on the temperature and the redshift of the clusters, are defined for adequately chosen X-ray bands. Specifically, we construct a CR-HR diagram from the selected cluster sample, building a two-dimensional density, which behaves like an X-ray color-magnitude diagram. In the case where optical (photometric or spectroscopic) redshifts are available

for each cluster, we divide the sample in redshift bins and associate a CR-HR diagram to each of these slices leading to a three-dimensional $z$-CR-HR diagram.

Such a diagram can, in turn, be obtained using an *ab initio* formalism: (i) setting a cosmological model, we compute the number of clusters as a function of mass and redshift; (ii) each cluster is ascribed an X-ray temperature and luminosity as well as a physical characteristic size according to empirical scaling laws; (iii) these quantities are subsequently converted into CR, HR for a given X-ray survey and into an apparent size; (iv) finally, only clusters passing the X-ray selection function are retained, enabling the construction of theoretical CR-HR diagrams. We compute such ($z$)-CR-HR diagrams for a wide range of cosmological models and possible cluster evolutionary scenarios in order to determine which one is the most likely, by comparing with the observed diagram.

Count-rates are purely instrumental quantities, thus in order to test the ability of the CR-HR method to constrain both the cosmology and cluster evolutionary physics, we need to explicit the calculations for a given X-ray survey instrument such as *XMM-Newton* or *eRosita* (Predehl et al. 2010) for instance. In the present article, we assume a 100 sq. deg. *XMM* survey performed with the EPIC instruments with a sensitivity of $\sim 10^{-14}$ ergs/s/cm$^2$ in the [0.5-2] keV band for cluster-type sources, i.e. consisting of 10 ks exposures. The CR-HR method is evaluated by a Fisher analysis and its efficiency compared to the traditional method relying on the redshift-mass distribution of clusters. Special care is given to modeling of measurement errors in the Fisher analysis.

## 3 INGREDIENTS ENTERING THE CR-HR METHOD

### 3.1 Modeling the CR-HR distribution of clusters

This section describes the steps entering the computation of CR-HR diagrams. We illustrate our method under realistic conditions and qualitatively show its sensitivity to relevant parameters entering the model. Measurement errors are considered in Sect. 4. A schematic view of the method is given on Fig. 1.

#### *3.1.1 Cosmological mass function*

We start from a scale-invariant primordial spectrum with slope $n_s = 0.961$ and the Eisenstein & Hu (1998) transfer function to obtain the $z = 0$ power-spectrum $P(k, z = 0)$, which is subsequently normalized by $\sigma_8$. The linear power spectrum $P(k, z)$ is evaluated using the redshift-dependent growth factor computed by numerical integration of the partial differential equation. We then compute the rms variance $\sigma(M, z)$ of the field smoothed at a comoving scale $R = (3M/4\pi\rho_m)^{1/3}$ and inject it into the following functional form describing the differential comoving density of haloes per mass interval $dM$ about $M$ at redshift $z$:

$$\frac{dn}{dM} = f(\sigma)\frac{\rho_m}{M}\frac{d\ln\sigma^{-1}}{dM} \quad (1)$$

where $\rho_m$ is the mean matter density at redshift $z$. We calculate the mass function in terms of $M_{200\mathrm{b}}$, the mass within a radius $R_{200\mathrm{b}}$, inside which the mean mass density is 200 times the matter density in the Universe

We use Tinker et al. (2008) fit for to obtain $f(\sigma)$ for the corresponding mass definition and then compute the sky-projected, redshift-dependent mass function $dn/d\Omega/dM_{200\mathrm{b}}/dz$. The equation of state of dark energy is parametrized through a single parameter $w_0 = P/\rho$, whose value in the case of a cosmological constant is $-1$.

We further transform the mass function in terms of $M_{200\mathrm{c}}$, defined relatively to the critical density of the Universe. This conversion ($M_{200\mathrm{b}}$ to $M_{200\mathrm{c}}$) is motivated by the fact that $M_{200\mathrm{c}}$ is the mass definition entering our scaling-law formulae (see Section 3) and is performed using the fitting formula from Hu & Kravtsov (2003); for this purpose, we assumed a NFW mass profile (Navarro, Frenk, & White 1997) and a concentration model from Bullock et al. (2001).

#### *3.1.2 Cluster X-ray emission: scaling laws and brightness profiles*

The X-ray emissivity of clusters basically depends on three quantities: the redshift $z$, the cluster X-ray temperature $T$ integrated over the whole cluster extent, and its total bolometric luminosity $L_X$ (along with some dependence on the metallicity of the ICM). Scaling relations between cluster masses and these quantities have been extensively studied in the local Universe (Arnaud & Evrard 1999; Arnaud, Pointecouteau, & Pratt 2005; Vikhlinin et al. 2006; Pratt et al. 2009) down to the low-mass end (Sun et al. 2009). As usual, we model the cluster scaling relations by power-laws. Given that the physical processes determining the evolution of these relations are still a matter of debate, we parametrize the evolution by the factor $(1 + z)^\gamma$ (e.g. Voit 2005). Our mass-observable relations read:

$$\frac{M_{200\mathrm{c}}}{10^{14}h^{-1}\mathrm{M}_\odot} = 10^{C_{\mathrm{MT}}}\Big(\frac{T}{4\mathrm{keV}}\Big)^{\alpha_{\mathrm{MT}}}E(z)^{-1}(1+z)^{\gamma_{\mathrm{z,MT}}} \quad (2)$$

$$\frac{L_X}{10^{44}\,\mathrm{ergs/s}} = 10^{C_{\mathrm{LT}}}\Big(\frac{T}{4\mathrm{keV}}\Big)^{\alpha_{\mathrm{LT}}}E(z)(1+z)^{\gamma_{\mathrm{z,LT}}} \quad (3)$$

Further, the intrinsic scatter in those relations is an important ingredient for the modeling the cluster population (e.g. Stanek et al. 2006,Pacaud et al. 2007). We introduce $\sigma_{lnT|M}$ and $\sigma_{lnL|T}$, the scatter in $T$ at fixed $M_{200\mathrm{c}}$ (respectively in $L_X$ at fixed $T$) and assume they are independent of redshift, mass and temperature.

Finally, we assume a surface brightness profile given by a $\beta$-model (Cavaliere & Fusco-Femiano 1976) with $\beta = 2/3$ and a varying core radius $r_c$. The scaling of $r_c$ with other cluster quantities is complex and depends on the details of the intra-cluster medium physics (see e.g. Sanderson & Ponman 2003, Ota & Mitsuda 2004, Alshino et al. 2010) but it can reasonably assumed that $r_c$ scales with the size of the dark matter halo. We thus take a $x_{c,0} = r_c/R_{500\mathrm{c}}$ parameter, constant at all redshift and masses (with $R_{500\mathrm{c}}$ being defined as the radius enclosing a mean density of 500 times the critical density of the Universe).

#### *3.1.3 An instrumental model for XMM observations*

Most of the cluster detection algorithms in the X-ray waveband are based on a two-step procedure: source detection is

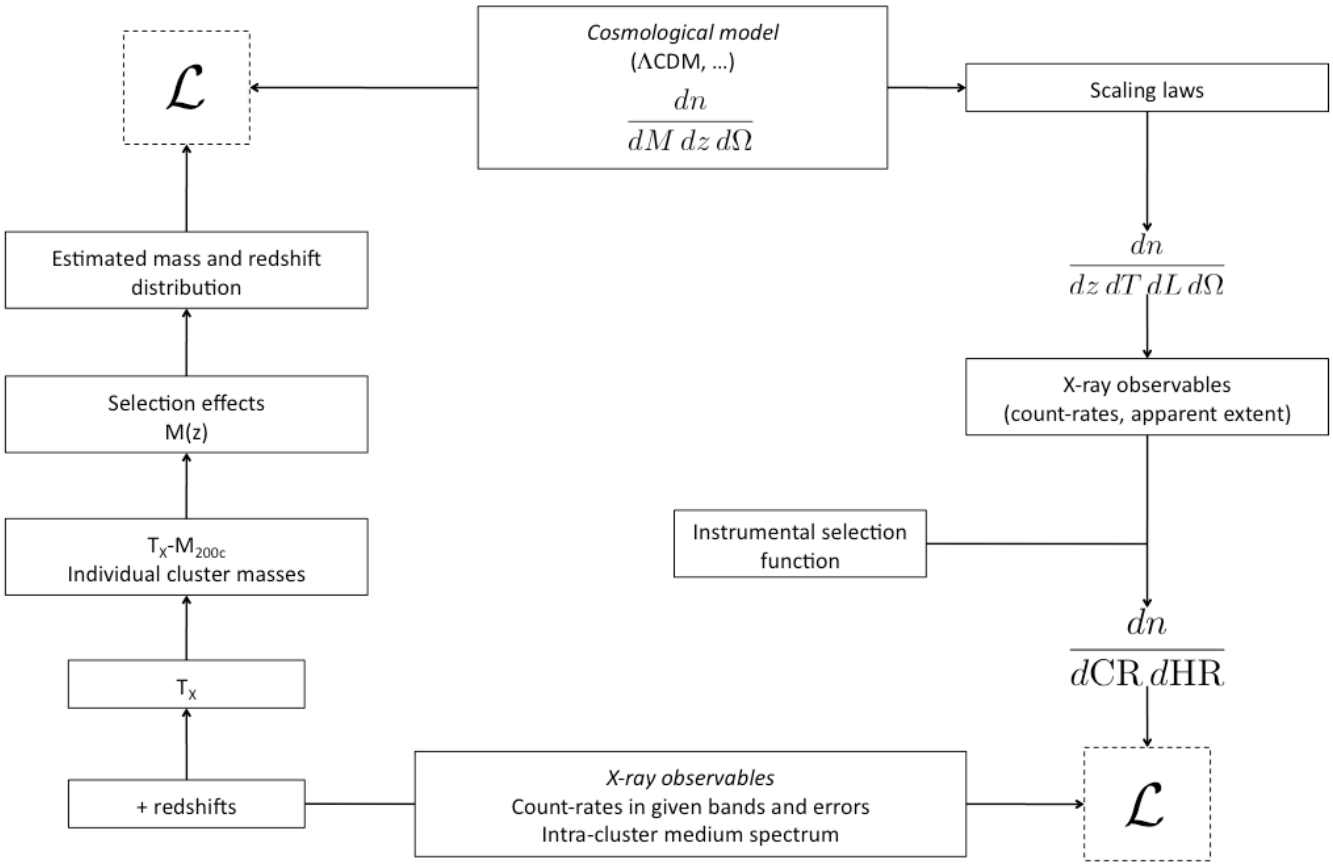



**Figure 1.** Schematic view of the CR–HR method (right part of the block diagram), illustrating the top-down approach used to link X-ray observables to a cosmological model. Left part of the block diagram shows the more traditional method based on individual cluster mass measurements using, e.g. a temperature proxy ($T_X$) and a mass-temperature scaling relation ($T_X - M_{200c}$). The $\mathcal{L}$ symbol indicates the comparison between model and data (based on, e.g., a minimization of the likelihood function): the CR–HR method compares directly X-ray observables.

run on a filtered image, followed by fitting a cluster emission model on the raw photon image, accounting for the Poissonian nature of the signal (e.g. Böhringer et al. 2001; Burenin et al. 2007; Pacaud et al. 2007; Lloyd-Davies et al. 2011). The efficiency of such an algorithm, in terms of completeness and purity, is evaluated by extensive image simulations. This finally enables the determination of cluster selection functions based exclusively on X-ray criteria, which are, in general, more complex than a simple flux limit. Following Pacaud et al. (2006), we use a two-dimensional parametrisation involving the count-rate in the [0.5-2] keV band and the apparent core radius. Figure 2 shows our adopted selection function (the C1 selection, Pacaud et al. 2006) which corresponds to an uncontaminated cluster sample, for XMM exposure times of the order 10 ks.

Each cluster is characterized by a redshift $z$, a temperature $T$ and a bolometric luminosity $L_X$. Count-rates are derived from physical fluxes for a given spectral emission model and using the proper instrumental responses. In this work, we assume a thermal plasma model (APEC , Smith et al. 2001) having a metal abundance of $0.3\,Z_\odot$ along with a galactic absorption corresponding to $N_H = 3 \times 10^{20}$ cm$^{-2}$ (Grevesse & Sauval 1998). Response matrices for the three EPIC detectors onboard XMM (MOS1, MOS2, Turner et al. 2001; and PN, Strüder et al. 2001) and THIN filter are used to produce an observed spectrum (number of counts collected by second in each energy channel) which is in turn integrated over specific energy bands to yield the desired countrates.

For the purpose of our analysis, we define three working energy bands: [0.5-2] keV (band "tot", which is also the detection band), [1-2] keV (band "1") and [0.5-1] keV (band "2"). The choice of these bands is documented in Appendix B. In all what follows, we assume that we measure total countrates, i.e. over the full cluster extent (see discussion in App. D)

We define the cluster hardness ratio by HR $=$ $\mathrm{CR}_1/\mathrm{CR}_2$ where $\mathrm{CR}_1$ and $\mathrm{CR}_2$ are count-rates measured in [1-2] and [0.5-1] keV respectively. We neglect possible spatial variations of the hardness ratio across the cluster X-ray extent. In practice, for the type of surveys considered here, both the faintness and the small extent of the objects (compared to the instrumental PSF) prevent from resolving such detailed structure. We thus treat the cluster emission as equivalent to that of a single-temperature plasma and this is consistent with the fact that reference scaling relations have been computed by fitting a single plasma model to various cluster spectra. For a given spectral model de-

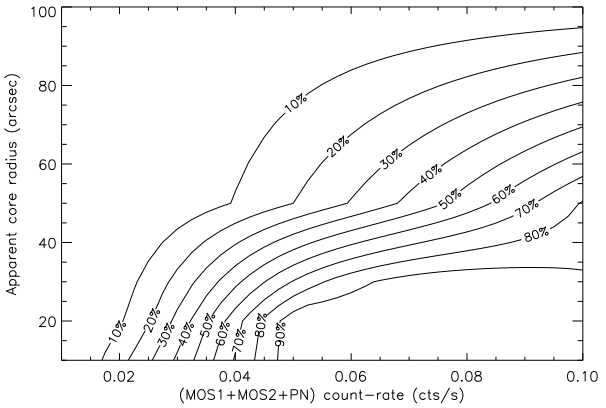



**Figure 2.** Selection function used throughout this analysis, obtained from realistic simulations of XMM cluster observations (Pacaud et al. 2006). The detection probability is expressed as a function of two observable quantities: the total count-rate collected by the three detectors, and the core radius of the input $\beta$-model ($\beta = 2/3$).

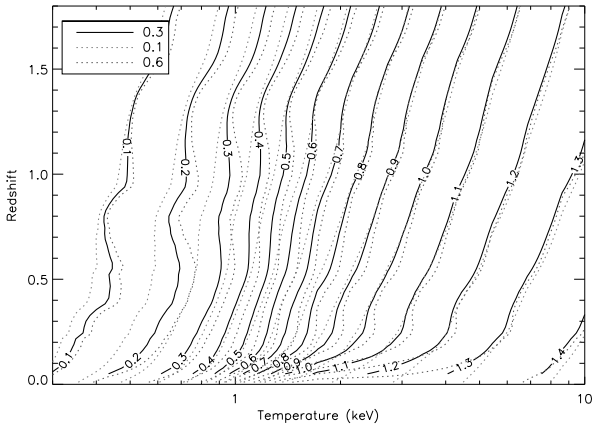



**Figure 3.** Lines of iso-hardness ratio $CR_1/CR_2$ in the plasma temperature-redshift plane for the XMM EPIC instrument. $CR_1$ is the count-rate in [1-2] keV and $CR_2$ in [0.5-1] keV. An APEC plasma model with abundances $0.3\,Z_\odot$ and a galactic absorption $N_H = 3.10^{20}$ cm$^{-2}$ is used. Changes in abundance value from 0.1 to $0.6\,Z_\odot$ are indicated by the dotted coloured lines.

pending on parameters ($z$, $T$, $L_X$), the hardness ratio does not depend on luminosity. Figure 3 shows the redshift and temperature dependence of the hardness ratio values : a pure bremsstrahlung spectrum would exhibit a degeneracy of the $T/(1+z)$ type; however the presence of metallic lines entering the energy bands at different redshifts induces more subtle effects, especially at low temperatures where they are prominent.

#### *3.1.4 Summary of the model parametrization*

Table 1 summarizes the main parameters used in our analysis. Beside the WMAP5 cosmological model, parameters governing the cluster M-T and L-T scaling relations are defined by eqs. 2 and 3. The local $M-T$ relation was taken from Arnaud, Pointecouteau, & Pratt (2005) using their relation for hot clusters and $\delta = 200$. Following Alshino et al. (2010) we set $x_{c,0} = 0.1$, the ratio between the core radius of the X-ray $\beta$-model and $R_{500c}$. The local $L_X - T$ relation is taken from Pratt et al. (2009) using their $L_1 - T_1$ relation for "Non Cool Core clusters". We justify this choice by finding that our fiducial model along with the selection function of Fig. 2 yields 5.7 clusters per sq. deg., consistent with the observed density of clusters in the 10 ks XMM-LSS survey (Pacaud et al. 2007). Choosing their relation for "All" clusters would lead to a higher density of 10.6 clusters per sq. deg, indicating an incompatibility between this relation and the XMM–LSS selection function, possibly originating from the different fractions of cool core clusters in the samples under study. A typical cluster at $z = 0.4$ with $M_{200c} = 10^{14} h^{-1} M_\odot$ has a temperature $T = 2.2$ keV, a total bolometric luminosity $L_X = 0.55 \times 10^{44}$ ergs/s, and radii $R_{500c} = 0.6$ Mpc and $r_c = 11$ arcsec; with a 10 ks XMM exposure, we collect $\sim 500$ photons for this object.

### 3.2 Illustrative examples

We show on Fig. 4 the CR-HR distribution computed for our fiducial set of parameters and illustrate the effect of a parameter change on this diagram. The most obvious effect of modifying one of the parameters is a variation in the total number of observed clusters. This is particularly striking for $\Omega_m$ and $\sigma_8$ which strongly impact the amplitude of the distribution and thus are relatively well constrained by the total number count alone (as pointed out in Haiman, Mohr, & Holder 2001, Sahlén et al. 2009). Parameters governing scaling laws ($\gamma_{z,MT}$, $\gamma_{z,LT}$) enter at the cluster selection stage: increasing e.g. $\gamma_{z,LT}$ increases the luminosity and thus the detectability of clusters at higher redshifts. Beyond this first-order overall change in amplitude, the shape of the distribution is affected in various ways when the model parameters are varied. If one is able to detect these changes within the measurement uncertainties and systematic errors, degeneracies between parameters can be broken. For instance, a change of 20% in the value of $\Omega_m$ uniformly changes the amplitude of the CR-HR distribution while a +1 modification in $\gamma_{z,LT}$ also shifts the center of the distribution towards lower HR and lower CR.

### 3.3 Generalizing: adding redshift information

We also consider the case where the survey benefits from an optical spectroscopic follow-up, providing cluster redshifts. To model this case, we define thin redshift slices and repeat the procedure described above in each of these slices to derive the corresponding tridimensional quantity $dn/dz/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$. The resulting distributions are illustrated on Fig. 5 for given redshift ranges. Such diagrams almost fully characterize the whole cluster population using purely observable (instrumental) quantities: the redshift distribution, the evolution of the CR-HR distribution as a function of redshift and how these quantities are related in the sample. In fact, the $dn/dz/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$ distribution is analogous to the $dn/dz/dL_X/dT$ distribution but can be readily obtained from the available data without any assumption on scaling laws and on cosmological parameters.

| Parameter | Fiducial value | Description | Ref. | Prior |
|---|---|---|---|---|
| $\Omega_{\rm m}$ | 0.249 | | 1 | No |
| $\Omega_\Lambda$ | $1-\Omega_{\rm m}$ | (Flat Universe) | - | - |
| $\Omega_{\rm b}$ | 0.043 | | 1 | 0.003 |
| $\sigma_8$ | 0.787 | | 1 | No |
| $w_0$ | -1 | | - | No |
| $n_s$ | 0.961 | | 1 | 0.014 |
| $h$ | 0.72 | | 1 | 0.026 |
| $\alpha_{\rm MT}$ | 1.49 | $M-T$ power-law index | 2 | 0.17 |
| $C_{\rm MT}$ | 0.46 | $M-T$ logarithmic normalization | 2 | 0.023 |
| $\gamma_{\rm z,MT}$ | 0 | $M-T$ evolution index | - | No |
| $\sigma_{lnT\|M}$ | 0.1 | $M-T$ constant logarithmic dispersion | 2 | 0.064 |
| $\alpha_{\rm LT}$ | 2.89 | $L-T$ power-law index | 3 | 0.21 |
| $C_{\rm LT}$ | 0.40 | $L-T$ logarithmic normalization | 3 | 0.026 |
| $\gamma_{\rm z,LT}$ | 0 | $L-T$ evolution index | - | No |
| $\sigma_{lnL\|T}$ | 0.267 | $L-T$ constant logarithmic dispersion | 3 | 0.058 |
| $x_{c,0}$ | 0.1 | $\beta$-model core radius scaling wrt. $R_{500c}$ | 4 | No |

**Table 1.** Fiducial parameters used in this study. Last column shows the standard priors used in the Fisher analysis (see sect. 5). References: (1): Dunkley et al. 2009, (2): Arnaud, Pointecouteau, & Pratt 2005, (3): Pratt et al. 2009, (4): Alshino et al. 2010

## 4 ACCOUNTING FOR MEASUREMENT ERRORS

Up to this point we did not include measurement errors arising from the cluster individual measurements. This is however a key issue in the interpretation of the CR-HR diagrams. In this section, we detail our procedure for modeling the measurement errors in the synthetic distributions. We first describe how count-rate measurement errors impact the CR-HR diagrams. In a second step, we also estimate what would be the uncertainties in the cluster mass estimates (based on a M-T proxy) for exactly the same set of XMM observations. This step is intended to allow us to eventually compare the efficiency of the CR-HR method to the traditional method based on cluster masses, in the ideal case where redshifts are available.

### 4.1 Including measurement errors in the CR-HR and $z$-CR-HR diagrams

CR-HR diagrams involve three measurements for each detected cluster: the wide-band ([0.5-2] keV) count-rate $\rm CR_{tot}$, and two narrow-band ([1-2] keV and [0.5-1] keV) measurements, $\rm CR_1$ and $\rm CR_2$ such that $\rm HR = CR_1/CR_2$.

Errors on these measurements mostly come from Poisson fluctuations in the signal, from the background level hampering flux measurement up to large projected radii, and from the lack of spherical symmetry amplified by PSF distortion effects. Errors on a measured quantity X knowing the true underlying value $\widehat{X}$ are expressed through a distribution $P(X|\widehat{X})$. For the purpose of this demonstrative paper, we assume a gaussian error model for $\rm CR_{tot}$, $\rm CR_1$ and $\rm CR_2$, without bias and having a non-constant scatter of the form:

$$\sigma_{\rm CR|\widehat{CR}} = \sigma_0 \Big(\frac{T_{\rm exp}}{10\ {\rm ks}}\Big)^{-1/2} \Big(\frac{\widehat{\rm CR}}{\widehat{\rm CR}_0\ {\rm cts/s}}\Big)^{1/2} \qquad (4)$$

For $\widehat{\rm CR}_{\rm tot}$, $\widehat{\rm CR}_1$ and $\widehat{\rm CR}_2$ we assume $\widehat{\rm CR}_0 = 0.03$ cts/s and $\sigma_0 = 0.003$ cts/s (i.e. a 10% relative error in count-rate measurement for 300 collected photons). This simple model allows to account for the dependence of measurement errors on the number of photons as $\propto \sqrt{N}$. We checked its validity for measurements of C1 clusters in the 10 ks deep XMM-LSS field presented in Pacaud et al. (2007), see Fig. 6. We note that including lower flux systems in the diagram would imply a more precise model describing the increased influence of background on these errors. Errors on $\rm HR = CR_1/CR_2$ are estimated by simulating $(200)^3$ realistic cluster spectra on a fine (z, $L_X$, T) grid, then computing their (true) $\widehat{\rm CR}_{\rm tot,1,2}$ and simulating $\rm CR_{tot,1,2}$ following the gaussian error model presented above. Then, at fixed ($\widehat{\rm CR}$, $\widehat{\rm HR}$) values we compute the standard deviation $\sigma_{\rm CR,HR|\widehat{HR}}$ from this set of simulated values. Figure 7 shows how $\sigma_{\rm CR|\widehat{CR}}$ and $\sigma_{\rm HR|\widehat{CR},\widehat{HR}}$ impact the predicted CR–HR distribution of clusters in the sample. As expected from propagating the errors, the relative uncertainty on HR is larger than that on CR and it increases as the number of collected photons is lower.

Using this error model, we "blur" the expected $dn/d{\rm CR}/d{\rm HR}$ distribution, in the same way as a varying PSF would affect an image. Practically, this is done by dividing the initial diagram into fine bins, then redistributing the information in each bin into its neighbors using a bi-dimensional gaussian distribution with scatters $\sigma_{\rm CR|\widehat{CR}}$ and $\sigma_{\rm HR|\widehat{CR},\widehat{HR}}$.

In the case where individual cluster redshifts are available, a similar procedure is applied to the three-dimensional $dn/dz/d{\rm CR}/d{\rm HR}$ distribution. As count-rates measurements are independent on redshift precision, measurement errors consist of two independent components. Errors on CR and HR are applied on each redshift slice in the same way as for the two-dimensional $dn/d{\rm CR}/d{\rm HR}$ distribution.

Finally, redshift measurement errors are accounted for by narrowing or enlarging redshift bins when integrating the density in cubic cells (see sect. 5).

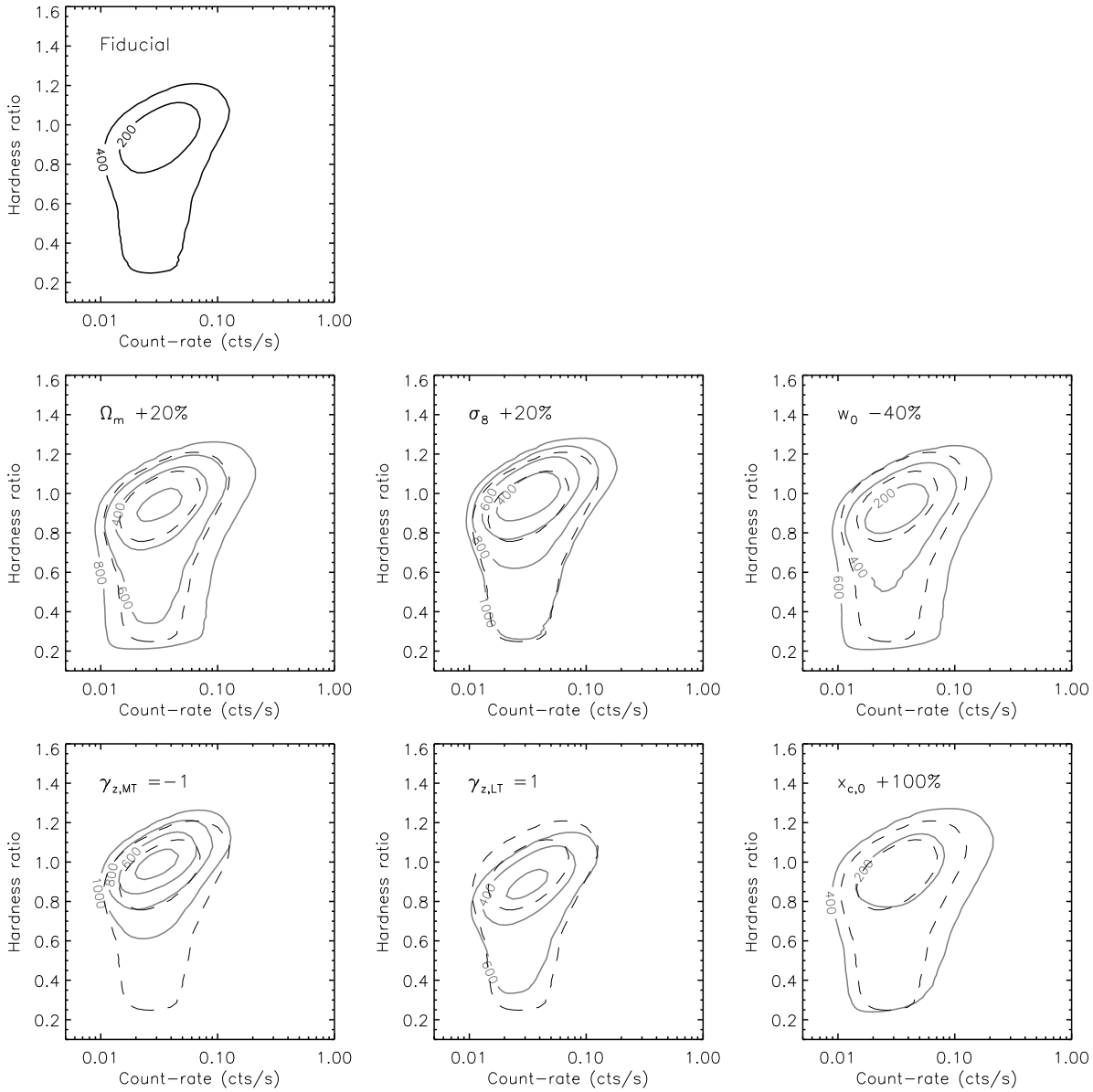



**Figure 4.** Dependence of the CR-HR diagram on the six free model parameters. The fiducial model (Table 1) is represented by the black-dashed contours and predicts 570 clusters over 100 deg$^2$ (10 ks XMM exposure, C1 cluster selection). The red-solid contours represent the model obtained when one parameter at a time is varied. The corresponding values for each parameter are: $\Omega_{\rm m}$ = 0.30 (+20%), $\sigma_8$ = 0.94 (+20%), $w_0$ = -0.6 (-40 %), $\gamma_{\rm z,MT}$ = -1, $\gamma_{\rm z,LT}$ = 1 and $x_{c,0}$ = 0.2 (+100 %). Contour levels stand for the number of clusters enclosed by each curve, labelled by steps of 200. The differential quantity $dn/d{\rm CR}/d{\rm HR}$ is constant along each contour.

### 4.2 Comparison exercise: errors on the estimated cluster masses

A traditional method for the cosmological handling of X-ray cluster samples is to compute a mass proxy for each cluster and, subsequently, analyze the resulting redshift and mass distribution. Since in Sec. 5 we will compare the CR-HR method with the traditional approach, we need to model the cluster mass accuracy that is obtainable with exactly the same X-ray information. Appendix A reviews our assumed procedure for deriving $dn/dM/dz$, the mass proxy being the cluster X-ray temperature. Apart from the intrinsic scatter in the M–T relation, errors on the mass determination mainly arise from temperature measurement errors. Considering the parameter set from Table 1, we derive at each $(z, M_{\rm 200c})$ the expected number of photons $N_{\rm phot}$ collected in the [0.5-10] keV band with a given exposure time $T_{\rm exp}$. We compute:

$$\begin{aligned}\Delta\ln M_{\rm 200c} &\simeq \alpha_{\rm MT}\Delta\ln T \\ &\simeq \alpha_{\rm MT}\left(\frac{N_{\rm phot}}{400}\right)^{-1/2}\left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{N=400} \end{aligned} \quad (5)$$

where $\Delta T/T|_{N=400}$ is the relative temperature error that would be obtained with a 400 photons spectrum. This quantity is taken from Fig. A1 of Willis et al. (2005), considering their error bars only.

Figure 8 illustrates our projected errors on mass mea-

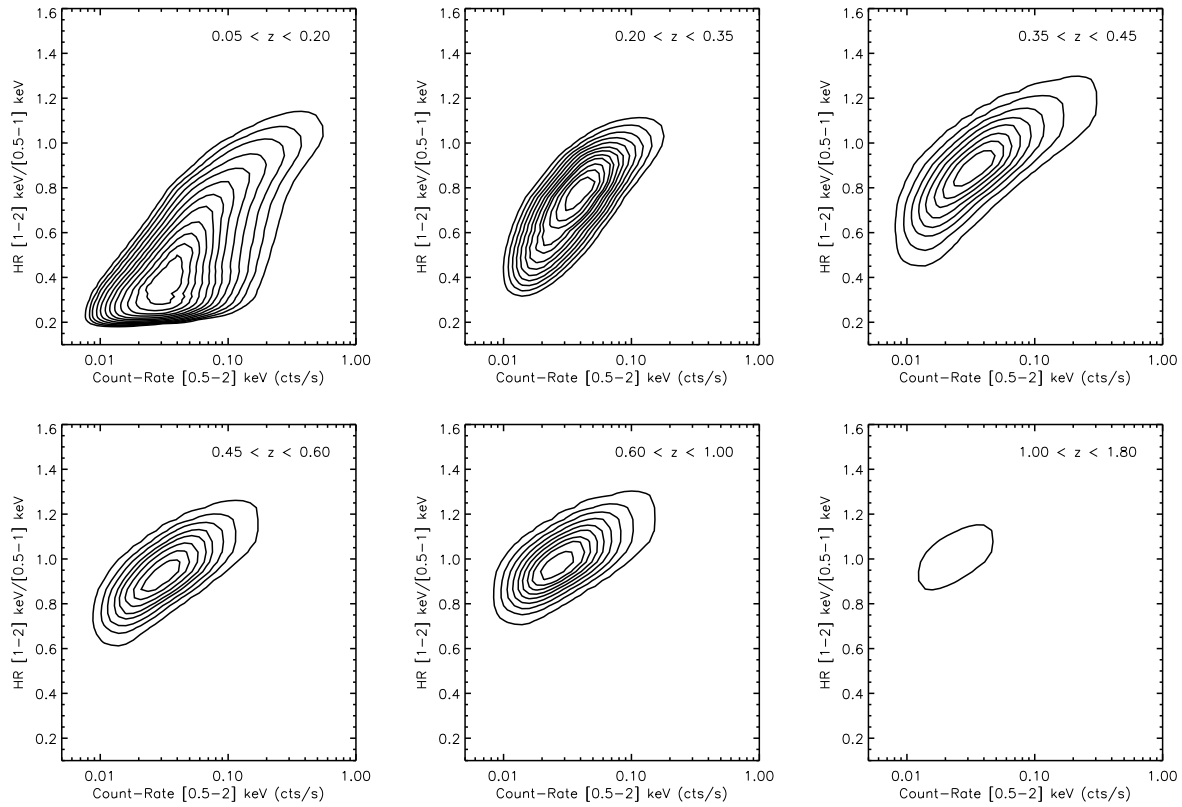



**Figure 5.** The CR-HR diagram resolved in redshift bins for the fiducial model. Each contour from the innermost to the outermost encloses 10, 20, 30,... clusters detected over 100 deg$^2$ (10 ks XMM exposure, C1 cluster selection). Measurement errors are neglected for this figure. Practically, we compute a 3-dimensional differential density $dn/dz/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$ which is then integrated in defined bins ($\Delta z \Delta \mathrm{CR} \Delta \mathrm{HR}$) to provide an histogram of the clusters in the observable space. This representation can be built straight from the observable data, without any assumption on cosmological or scaling-laws parameters, and captures the key features of the sample (see text).

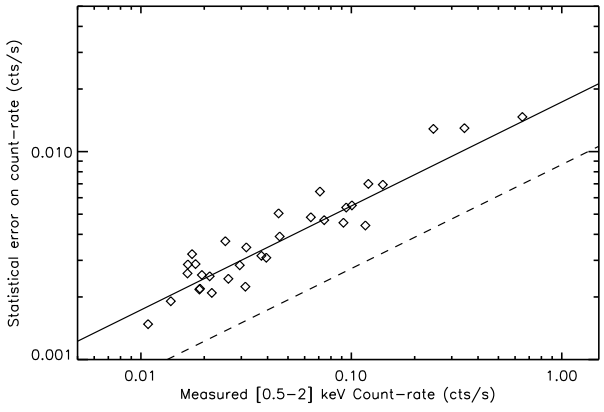



**Figure 6.** Count-rate measurement errors as a function of the measured count-rate, for the 32 C1 clusters detected in the 10 ks XMM-LSS field (Pacaud et al. 2007). The plain black line shows the model adopted in Eq. 4 for a 10 ks survey and the dashed line is for 40 ks exposure time.

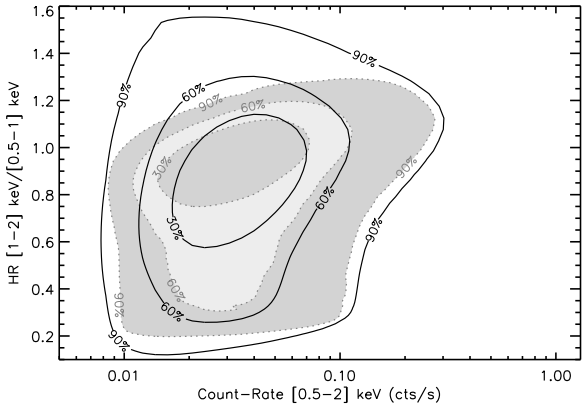



**Figure 7.** Effect of count-rate measurement errors on the predicted CR-HR distribution. *Shaded contours:* Predicted cluster distribution without measurement errors for 10 ks XMM exposure, C1 cluster selection. *Unshaded contours:* Same distribution after taking into account measurement errors on both the [0.5-2] keV count-rate and the hardness ratio. Contours enclose respectively 30, 60 and 90% of the total expected number of clusters.

surements for a 10ks XMM observation. At high redshift, the main source of uncertainty comes from the number of collected photons, and the more massive the cluster, the better

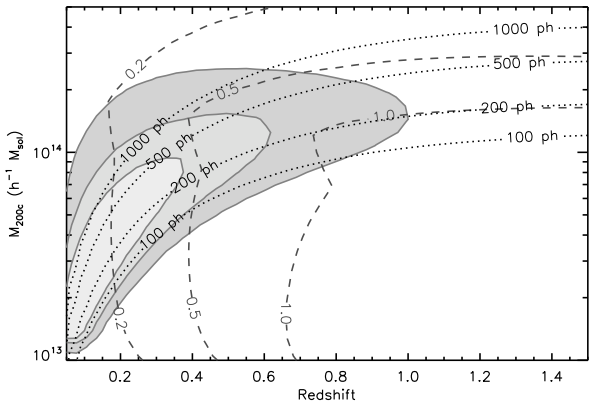



**Figure 8.** Assumed errors on the measured mass $\ln M_{200c}$ as a function of redshift and $M_{200c}$. For each cluster we suppose that $M_{200c}$ is obtained by converting the X-ray temperature estimate through the $M-T$ scaling law evolved at the cluster redshift. *Red dashed lines:* lines of constant measurement errors on $\ln(M_{200c})$ in the $M_{200c}$-$z$ plane, *Black dotted lines:* net number of photons collected in the [0.5-10] keV band used for the spectral fit. *Shaded contours:* fiducial distribution of detected clusters (10 ks XMM exposure, C1 selection). Each contour encloses respectively 30, 60 and 90% of the total expected number of clusters.

the mass measurement. At lower redshifts the relative measurement error is almost independent on the mass for the clusters being studied. This is because the temperature of massive, hot clusters is more difficult to determine as they lack emission features (e.g. Willis et al. 2005).

Assuming redshifts are poorly determined - i.e. if only photometric redshifts are available - mass measurements are further degraded. First, for a pure bremsstrahlung spectrum with $T(1+z)$ ∼constant at very first order, the spectral fit yields a temperature estimate with a relative dispersion $\Delta T/T \sim \Delta z/(1+z)$. Second, the conversion from temperature to mass depends on redshift through the $(1+z)^{\gamma_{z,MT}}$ factor in equation 2 and a poor knowledge of $z$ impacts the mass estimate. We neglect the latter source of uncertainity as our fiducial model is computed at $\gamma_{z,MT}=0$. The former is added in quadrature to the statistical error described in eq. 5), and we take $\Delta z/(1+z)=0.07$ when considering photometric redshifts.

## 5 THE FISHER ANALYSIS

In this section, we evaluate the level of performance of the method based on the knowledge of $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$ and $dn/dz/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$. We quantify this performance in terms of constraints on cosmological parameters and on scaling laws related parameters. We describe the Fisher formalism used in this analysis and its results. In the ideal case where redshifts are available for each cluster, we compare the efficiency of the CR-HR method with the traditional approaches using $dn/dz$ and $dn/dM/dz$.

### 5.1 Fisher formalism

The principle of Fisher matrices applied to cosmological forecasts is thoroughly discussed in (e.g. Tegmark, Taylor, & Heavens 1997; Eisenstein, Hu, & Tegmark 1999; Heavens 2009). Here we briefly recall the approach and show how we applied it to evaluate our method.

Given a set of measured observables $\{D_1,...,D_n\}$ assumed to be uncorrelated, a parametric analysis aims at constraining a set of parameters $\{\theta_1,...,\theta_p\}$ under a physical model $\mathcal{M}$. Defining the likelihood $\mathcal{L}=P(D_i|\theta_\mu,\mathcal{M})$ and assuming a prior distribution $P(\theta_\mu|\mathcal{M})$, the posterior $P(\theta_\mu|D_i,\mathcal{M})\propto\mathcal{L}\times P(\theta_\mu|\mathcal{M})$ contains all the information needed to derive confidence intervals on the $\theta_\mu$. If we denote by $\mathcal{O}_i(\theta_\mu)$ the observable predicted by the model and assuming Poisson distribution in each bin $i$, the likelihood reads:

$$\ln\mathcal{L} = \sum_i \ln P_{\mathrm{Poiss}}(D_i|\mathcal{O}_i(\theta_\mu)) \quad (6)$$

$$= \sum_i \big(-\mathcal{O}_i(\theta_\mu)+D_i\ln\mathcal{O}_i(\theta_\mu)-\ln D_i!\big) \quad (7)$$

Defining the Fisher matrix as:

$$F_{\mu\nu}\equiv -\Big\langle\frac{\partial^2\ln\mathcal{L}}{\partial\theta_\mu\partial\theta_\nu}\Big\rangle, \quad (8)$$

one obtains under those assumptions:

$$F_{\mu\nu}=\sum_i\frac{1}{\mathcal{O}_i}\frac{\partial\mathcal{O}_i}{\partial\theta_\mu}\frac{\partial\mathcal{O}_i}{\partial\theta_\nu} \quad (9)$$

Marginalized parameter uncertainties as well as their mutual correlations are encoded in the covariance matrix $C_{\mu\nu}=F^{-1}_{\mu\nu}$. For instance, the 1-$\sigma$ marginalized error on parameter $\theta_\mu$ is given by $\sqrt{C_{\mu\mu}}$. External gaussian priors on parameters can be included by simply adding together Fisher matrices. Particularly, if $\theta_1$ has a prior $\sigma_1$, the resulting Fisher matrix is obtained by adding $1/\sigma_1^2$ to the $F_{11}$ term of the original matrix.

We insist on the fact that Fisher matrices only provide the best constraints attainable by the experiment and neglect all terms above linear order. The derived constraints must thus be seen as indicative for e.g. a comparison of two distinct methods. Moreover, a Fisher analysis is valid around a given model and all constraints derived from the matrix inversion depend on the assumed model. In our case, all methods are compared using the fiducial model presented in Table 1. Finally, we note that the derivation of eq. 9 presented above is valid only if $D_i$ does not depend on $\{\theta_\mu\}$. In some cases the computation of the data set $D_i$ requires the knowledge of some parameters among $\{\theta_\mu\}$ (e.g. $\Omega_{\mathrm{m}}$ is needed to compute cosmological distances entering the conversion from flux to luminosity). This problem can be partially overcome by predefining a set $\{\theta_{\mathrm{ref}}\}$ (it can be the same as $\{\theta_{\mathrm{fiducial}}\}$), deriving $D_i$ with this reference set and then correcting $\mathcal{O}_i(\theta_\mu)$ so as to compare both values in the same reference space. This is typically the case when deriving constraints from the mass distribution of clusters, since the mass derivation relies on several key parameters of the analysis (see App. A).

Our predicted observable is built from one of the predicted densities $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$, $dn/dz/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$, $dn/dz$ and $dn/dz/dM$. Measurement errors are applied following the procedure described in Sect. 4. A binning scheme is then defined and held fixed, and the $\mathcal{O}_i$ are defined as the cell-integrated densities. Binning grids are chosen so that the bin size at each point is approximately as large as the 1-$\sigma$

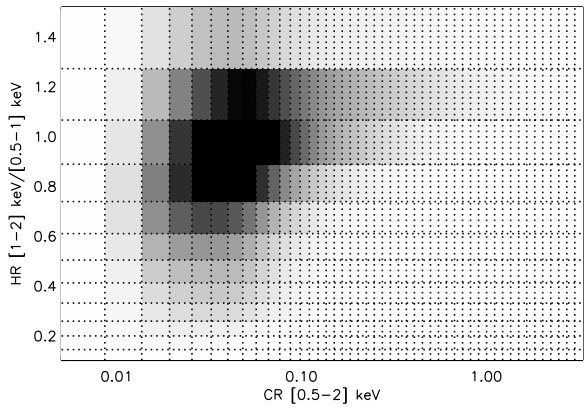



**Figure 9.** Predicted integrated density $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$ illustrating the binning scheme applied in our Fisher analysis (see sect. 5). The original distribution is first "blurred" according to the measurement errors and then binned into cells. Each bin is approximately as large as the measurement error. The model parameters are those from Table 1. Shading from white to black represent the expected number of clusters in each cell (white = 0, black = 10 or more clusters). The total number of clusters is 570 over 100 deg$^2$. The error model is defined by equation 4 with $T_{\rm exp} = 10$ ks

error size at the considered point. In such a way, correlations between bins are minimized (we do not consider the effect of sample or cosmic variance here, see App. D for a discussion). We consider two redshift binning : $\Delta z = 0.1$ and $\Delta z = 0.03$. Observable ranges should span the entire cluster population and we choose: $z \in [0.05, 1.8]$, CR $\in [0.005, 3.5]$ cts/s, HR $\in [0.1, 1.55]$ and $M_{200\rm c} \in [10^{13}, 3.10^{15}]$ $h^{-1}\mathrm{M}_\odot$. Figure 9 shows a typical example of a CR-HR integrated density. Comparing it to Figure 4, a substantial amount of information has been lost by including measurement errors and binning the distribution, but the main characteristics of the distribution are still present, in particular its normalization which is the total expected number of clusters in the sample.

Derivatives of the predicted observables with respect to model parameters are evaluated using the five-point stencil approximation:

$$\frac{\partial \mathcal{O}}{\partial \theta_\mu} \simeq \frac{2}{3}\frac{\mathcal{O}(\hat{\theta}_\mu + \delta\theta_\mu) - \mathcal{O}(\hat{\theta}_\mu - \delta\theta_\mu)}{\delta\theta_\mu} + \frac{\mathcal{O}(\hat{\theta}_\mu - 2\delta\theta_\mu) - \mathcal{O}(\hat{\theta}_\mu + 2\delta\theta_\mu)}{12\delta\theta_\mu} \quad (10)$$

with steps 5% of the fiducial value for non-zero fiducial parameters and 0.05 for the other parameters ($\gamma_{\rm z,MT}$ and $\gamma_{\rm z,LT}$).

### 5.2 Results

In the following, one assumes a 100 sq. deg. survey uniformly covered by a 10 ks XMM integration, thus leading to a selection function given in Fig. 2. The fiducial model is ΛCDM with parameters given in Table 1. Thus we always consider a sample of 570 clusters (see Sect. 3).

The analysis involves 15 varying parameters: $\{\Omega_{\rm m}, \Omega_{\rm b}, \sigma_8, w_0, n_s, h\}$, $\{\alpha_{\rm MT}, C_{\rm MT}, \gamma_{\rm z,MT}, \sigma_{lnT|M}\}$, $\{\alpha_{\rm LT}, C_{\rm LT}, \gamma_{\rm z,LT}, \sigma_{lnL|T}\}$ and $x_{c,0}$. Gaussian priors are applied following Table 1. These priors are uncorrelated, unless for $\Omega_{\rm b}$, $n_s$ and $h$ for which correlations from WMAP-5 are taken into account [1]. We highlight constraints obtained on $\{\Omega_{\rm m}, \sigma_8, w_0, \gamma_{\rm z,MT}, \gamma_{\rm z,LT}, x_{c,0}\}$ after marginalization over the 9 remaining parameters.

#### *5.2.1 Effect of measurement errors*

In a first step, we study how the precision on count-rate measurements impacts the constraints on model parameters. We consider two situations : i) Count-rates are measured on the 10 ks survey data and ii) Improved accuracy is provided by a subsequent 40 ks X-ray follow-up on each detected cluster. (for both cases we have identical selection functions, i.e. the same cluster sample). Figure 10 shows the results for these two cases when redshifts are not available, thus using CR-HR diagrams only. Constraints on $\Omega_{\rm m}$, $\sigma_8$, $\gamma_{\rm z,MT}$ and $x_{c,0}$ show little improvement when dividing measurement errors by a factor of two (i.e. going from 10 ks to 40 ks observations). On the other hand, constraints on $w_0$ and $\gamma_{\rm z,LT}$ are divided by a factor $\sim 3$. This is a consequence of the deformation they imprint on the $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$ surface, which is better captured in the presence of precise measurements.

Further, in the case where cluster redshifts are available, we investigate the impact of the redshift precision on the $z$-CR-HR method. For this purpose we consider a 10 ks survey i) without redshifts, ii) with very approximate redshifts and iii) with photometric-like redshift accuracy. Practically, these configurations are rendered by narrowing the redshift bins from $\Delta z = \infty, 0.1, 0.03$ when computing the Fisher matrix. Results are displayed in Fig. 11. As expected, we notice an overall improvement of the constraints obtained on model parameters with increasing redshift accuracy. Adding redshift information substantially improves the precision on $w_0$ and $\gamma_{\rm z,LT}$, by a factor of 5 (resp. 3); the other parameters also show an improvement. However, refining the redshift bins does not have a strong impact on the results, and a $\Delta z = 0.1$ binning contains almost the full constraining power of the method.

Table 2 summarizes the 1-$\sigma$ marginalized uncertainties on the six parameters in the configurations presented above.

#### *5.2.2 Comparison with dn/dz*

For comparison purpose, we also quote in Table 2 constraints obtained from an analysis that would only involve the redshift distribution of clusters in the sample, i.e. the standard $dn/dz$ cluster counts not making use of the spectral information potentially available in the X-ray data: even if those properties have an implicit impact on the observed $dn/dz$ (through the survey selection function), they do not interfere with the construction of the redshift histogram of the sample. Thus, one expects degeneracies between parameters to be important and marginalized uncertainties on individual parameters to be large, if not meaningless. We discuss in App. C the comparison between our implementation of the $dn/dz$ analysis and a slightly different method based on the simultaneous fit of the redshift histogram and the L-M

[1] As computed from the the Monte Carlo Markov Chains available at http://lambda.gsfc.nasa.gov/

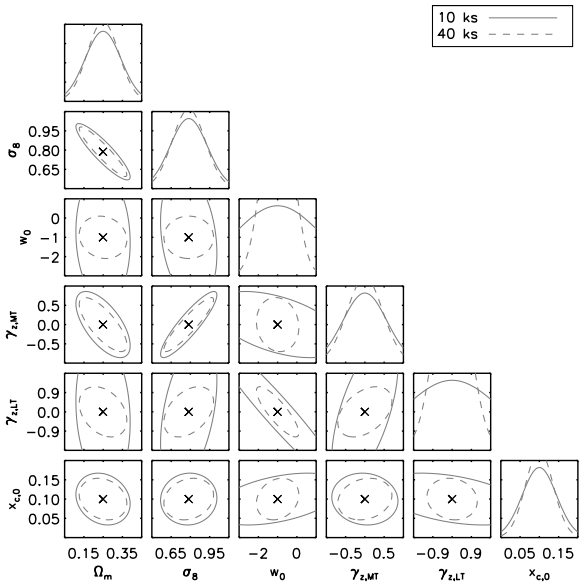



**Figure 10.** Effect of the count-rate precision on the constraints obtained by the CR-HR method. Displayed are the constraints on the six unknown parameters from Table 1, as obtained by the Fisher analysis. Each ellipse encloses the 68% confidence area of the marginalized posterior distribution. This figure shows how the uncertainty on each parameter can be tightened by reducing measurement errors by a factor of $\sim 2$ (i.e. with a 40 ks XMM follow-up of each cluster). On the diagonal is shown the marginalized gaussian posterior distribution normalized so as to yield a total probability equals to 1.

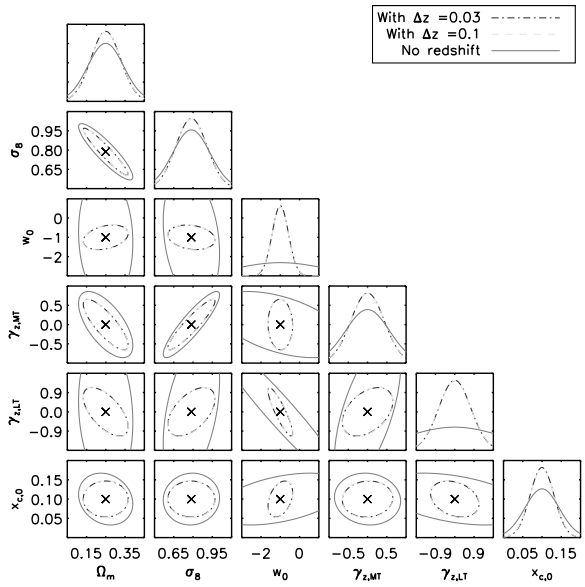



**Figure 11.** Effect of redshift precision on the constraints obtained by the ($z$-)CR-HR method. Two redshift binnings (accuracies) are considered: $\Delta z = 0.1$ and $\Delta z = 0.03$. Red ellipses are the same as on fig. 10 and show how those constraints are affected by removal of the redshift information.

relation in several redshift bins as presented in Pierre et al. (2011).

Figure 12 illustrates the comparison between this method (based on $dn/dz$) and our method ($dn/d$CR$/d$HR) which does not make use of individual cluster redshifts. It turns out that for $dn/dz$, parameters $w_0$, $\gamma_{\rm z,MT}$ and $\gamma_{\rm z,LT}$ are totally unconstrained and $\Omega_{\rm m}$, $\sigma_8$ and $x_{c,0}$ ellipses are considerably widened. Moreover, additional degeneracies between parameters arise and also participate in diluting the constraints. This is particularly true for both parameters $\gamma_{\rm z,MT}$ and $\gamma_{\rm z,LT}$ whose effects cannot be disentangled by the redshift distribution only. As expected the best strategy is thus to use all information available in the survey (redshifts and X-ray measurements) as they help in breaking degeneracies related to the selection function.

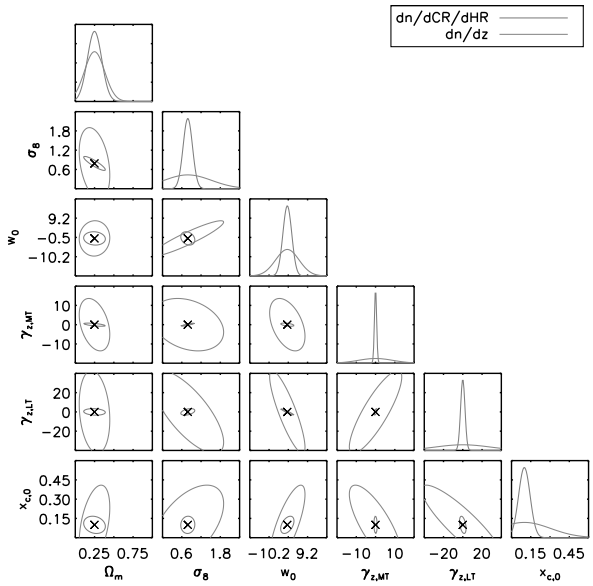



**Figure 12.** Comparison between constraints obtained from a traditional $dn/dz$ analysis and our proposed observable $dn/d$CR$/d$HR, the latter not involving direct redshift measurements, contrary to $dn/dz$. The redshift bin size for $dn/dz$ is $\Delta z = 0.03$ and measurement errors are computed for a 10 ks survey for $dn/d$CR$/d$HR (see fig. 7). Plotting ranges have been widened to ease visualization, as in most of the cases the contour corresponding to $dn/d$CR$/d$HR is very small in comparison to the corresponding green ellipse.

### *5.2.3 Comparison with $dn/dz/dM$*

We now assume that redshifts are available for each cluster, at a sufficient precision to allow a binning size of 0.03, corresponding roughly to photometric redshift precision. We compare two ways of analysing the data: either directly using the observed quantities ($dn/dz/d$CR$/d$HR) or using a mass proxy ($dn/dz/dM$) as described in App. A. Neglecting measurement errors, intrinsic scatter in the scaling relations and systematics, we expect constraints on model parameters to be of the same order of magnitude, as both methods use identical datasets and rely on the same underlying quan-

| Obs. | $dn/d$CR/$d$HR | | $dn/dz/d$CR/$d$HR | | $dn/dz$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Depth | 10 ks | 40 ks | 10 ks | | - | |
| $\Delta z$ | - | | 0.1 | 0.03 | 0.1 | 0.03 |
| Param. | | | | | | |
| $\Omega_{\rm m}$ | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.15 | 0.13 |
| $\sigma_8$ | 0.14 | 0.13 | 0.12 | 0.12 | 0.98 | 0.74 |
| $w_0$ | 2.2 | 0.73 | 0.43 | 0.42 | 9.0(*) | 5.9(*) |
| $\gamma_{\rm z,MT}$ | 0.57 | 0.46 | 0.44 | 0.44 | 11(*) | 9.0(*) |
| $\gamma_{\rm z,LT}$ | 2.3 | 0.78 | 0.76 | 0.75 | 41(*) | 28(*) |
| $x_{c,0}$ | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.33 | 0.18 |

**Table 2.** Marginalized 1-$\sigma$ constraints on the six cosmological and scaling laws-related parameters for an XMM 100 sq. deg. survey at 10 ks depth providing a sample of 570 clusters. We show results for three different observables and different measurement errors on CR (count-rate), HR (hardness ratio) and $z$ (redshift). The 40 ks indication on the second row refers to the depth of a potential X-ray follow-up on individual clusters (10 ks meaning no additional follow-up). The $dn/dz$ analysis is independent on any X-ray follow-up.. The increase in precision of redshift measurements is rendered by narrowing the redshift bins $\Delta z$. (*)these parameters can be considered as completely unconstrained by the observable in this configuration.

| Observable | (A) | (A) | (B) | (B) | (B) |
|---|---|---|---|---|---|
| Depth | 10 ks | 10 ks | 10 ks | 10 ks | $\Delta M/M = 10\%$ |
| $\Delta z$ | 0.1 | 0.03 | 0.1 | 0.03 | 0.03 |
| Parameter | | | | | |
| $\Omega_{\rm m}$ | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 |
| $\sigma_8$ | 0.12 | 0.12 | 0.14 | 0.14 | 0.12 |
| $w_0$ | 0.43 | 0.42 | 0.41 | 0.40 | 0.23 |
| $\gamma_{\rm z,MT}$ | 0.44 | 0.44 | 0.69 | 0.68 | 0.59 |
| $\gamma_{\rm z,LT}$ | 0.76 | 0.75 | 1.1 | 1.1 | 0.67 |
| $x_{c,0}$ | 0.03 | 0.03 | 0.06 | 0.05 | 0.05 |

**Table 3.** Marginalized 1-$\sigma$ constraints on the six cosmological and scaling laws parameters for an XMM 100 sq. deg. survey at 10 ks depth providing a sample of 570 clusters. We show results for two different observables: (A) is based on the three-dimensional $dn/dz/d$CR/$d$HR diagrams and (B), the traditional method, relying on the two-dimensional mass and redshift distribution. The survey depth is 10 ks for both the detection and the measurements. In the last column an uniform mass precision of 10% is assumed. The narrowing of the redshift bins $\Delta z$ renders the increase in precision of redshift measurements.

tity (the "cosmological" mass and redshift distribution of haloes). Figure 13 compares the efficiency of the two methods, taking into account measurement errors as presented in Figures 7 and 8. Corresponding marginalized constraints are presented in Table 3. An additional column gives the results that would be obtained with a mass precision 10%, hence the ultimate constraints attainable with the traditional $dn/dz/dM$ function.

Interestingly, the accuracy reached on parameters of purely cosmological origin ($\Omega_{\rm m}$, $\sigma_8$ and the dark energy parameter $w_0$) is comparable for the two methods. The relative precision on $\Omega_{\rm m}$ is about 30%, while $\sigma_8$ is constrained to $\sim 15\%$ in all considered cases, showing slight improvements when reducing measurement errors and narrowing the redshift binning. On the other hand, a substantial gain is obtained on both parameters $\gamma_{\rm z,MT}$ and $\gamma_{\rm z,LT}$ governing the evolution of scaling laws with redshift. Using the same data set, a factor $\sim 1.5$ appears when using the $z$-CR-HR representation instead of the $z - M_{200\rm c}$ distribution. Finally, the parameter $x_{c,0}$ governing the scaling of the $\beta$-model core radius $r_c$ with $R_{500\rm c}$ is constrained twice as well with $dn/dz/d$CR/$d$HR, up to a relative precision of $\sim 30\%$.

As already mentioned in Sec. 5.2.1, switching from a redshift accuracy of 0.03 to 0.1 has not strong impact on the final derived constraints for both methods.

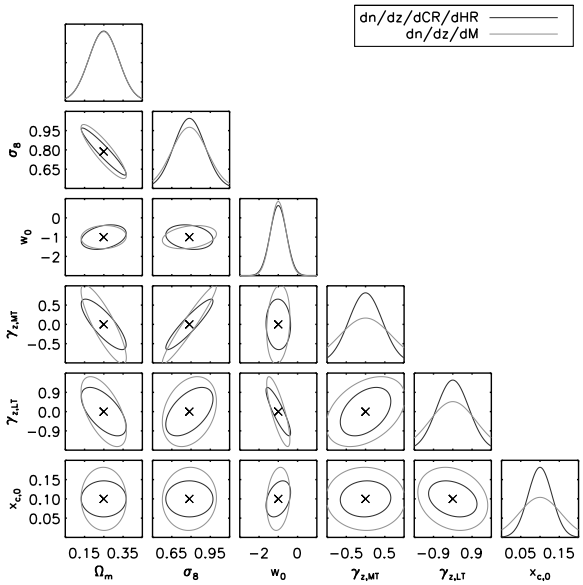



**Figure 13.** Comparison between constraints obtained from our proposed $z$-CR-HR method (blue ellipses) and from a $dn/dz/dM_{200\rm c}$ analysis (orange ellipses) as from Table 3. The mass $M_{200\rm c}$ is estimated from the X-ray temperature $T$ then converted via an assumed $M - T$ scaling relation (see Appendix. A for details.) The redshift binning is such that $\Delta z = 0.03$.

## 6 SUMMARY AND CONCLUSIONS

This paper discusses the efficiency of a new method based on strictly observable quantities (i.e. instrument dependent measurements) to analyse the cosmological content of large X-ray cluster samples. Specifically, for each cluster we only make use of an X-ray count-rate, CR, and of a hardness ratio, HR, plus the cluster redshift, if available ; the 2D (3D) distribution of the CR-HR-(z) values from the cluster sample constitutes the quantity to be analysed. Compared to the traditional approaches based on the $dn/dz$ and $dn/dz/dM$ statistics, our method follows a purely top-down procedure, requiring to derive from an *ab initio model* the expected CR-HR diagram. The method constrains in a self-consistent manner the three main ingredients of the model: (1) the cosmology, (2) cluster scaling laws and their evolution and (3) the selection effects inherent to the survey design. Moreover, it avoids the tedious intermediate steps involved in the derivation of the cluster mass estimates for the traditional

methods (for instance : spectral fitting, determination of the mean cluster temperature and finally, mass estimate via a scaling relation). The present study has been done for the particular case of a 100 deg2 survey uniformly paved with 10 ks XMM observations. We discuss below our results and the assumptions made throughout this work.

### 6.1 Main results

- The CR-HR method is primary intended for the analysis of X-ray cluster surveys for which no information is available on individual cluster redshifts (either from optical spectroscopy or the X-ray observations are too shallow to yield an X-ray spectroscopic redshift); this is the case in the early phase of surveys covering a large fraction of the sky (e.g. pointed observations from archival data). In such a case, the usual approach is to consider the logN-logS distribution of the cluster fluxes, in one or, possibly, in two or more bands. However the constraints one ought to put on the cosmology and cluster physics are at this stage, rather degenerate. By studying the CR-HR diagrams, we make use of all X-ray available information (as far as allowed by the statistical significance of the HR), that is: not only we are able to say " We have so many clusters in this flux range and in these detection bands", but also ascribe an X-ray colour and countrate to each cluster, which is much more constraining. At the same time, our top-down procedure avoids the non universal *count-rate* $\Rightarrow$ *flux* translation step, which is mandatory for studies based on the logN-logS.
- The power of the method can be qualitatively intuited from Fig. 3 as follows: The traditional way of reading this figure leads to the trivial conclusion that redshift is degenerate with temperature, when only an X-ray hardness ratio is available: lines of iso-hardness ratio are almost vertical. Conversely, one can use this property to infer that the HR gives a rough indication of the temperature, independently of the redshift; in parallel, for a given temperature the CR in the [0.5-2] keV band provides the normalisation of the spectrum, which depends on the total cluster emissivity (i.e. luminosity) and on the distance of the cluster. Assuming a standard M-L relation, it is thus possible to roughly infer estimates for the mass and the redshift of a cluster knowing the CR and the HR.
- Practically, our method requires to compute a grid of CR-HR diagrams to explore all the parameter ranges one is aiming to constrain (cosmology, cluster physics and evolution) and to find which is the one that best fits the observed diagram. To evaluate the actual power of the method, we performed a Fisher analysis which first required a realistic modeling of how measurements errors on CR and HR dilute the information contained in the diagrams. In parallel, for comparison, we performed a similar analysis for a study which would be based on exactly the same X-ray data, but would determine and use the traditional $dn/dz$ and $dn/dz/dM$ distributions. In all of this work, because only a few hundreds of clusters are available, we assume that the local M-T and L-T scaling relations are known ; but this condition can be easily relaxed in the case of all-sky surveys (see paper II). We parametrize the evolution of the scaling laws by two factors $(1+z)^{\gamma}$.
- The calculations presented in this article have been performed in the case of an XMM/EPIC survey. They can be easily extended to any X-ray telescope providing comparable spectral-imaging capabilities, i.e. a spectral resolution of the order of 5-10% between 0.5-2 kev.
- We summarize our results as follows:

• The CR-HR method (not requiring redshifts) allows a competitive and almost readily available analysis of X-ray surveys without the need to wait for spectroscopic follow-up of collected clusters. It appears much more efficient than the dn/dz statistics (requiring redshift) and thus, is a very significant improvement over the logN-logS approach.

• Refining the precision on CR and HR by multiplying the X-ray depth by a factor of 4 (without changing the total number of clusters in the sample) does not significantly impact the determination of $\sigma_8$ and $\Omega_m$, which are mostly dependent on cluster counts. But a significant improvement is observed for the cluster evolution and, interestingly, on the $w$ parameter of the dark energy equation of state.

• We further investigated the CR-HR method, by assuming that redshifts are available for all clusters. This allows us to add a third dimension to the diagram: for a redshift accuracy of $\Delta z \sim 0.1$, we observe a significant improvement especially for the cluster evolution and the dark energy parameters. Increasing the accuracy to $dz \sim 0.03$ does not result in a further improvement, because this is below the cluster evolution time-scale.

• We finally compare the CR-HR-z method to the dn/dz/dM statistics. Both approaches appear relatively equivalent for the cosmological parameters, while again the CR-HR-z method better constrains the cluster evolution parameters.

• In all situations, the CR-HR(-z) approach appears to be uniquely well suited to constrain the cluster characteristic size.

In conclusion, the CR-HR method appears optimally suited to the analysis of the X-ray data in a survey, and the CR-HR-$z$ method is significantly more efficient than the standard approaches based on the $dn/dz$ and $dn/dz/dM$ statistics and simpler to implement. We have attempted to make an account as realistic as possible of the various sources of uncertainty entering the method. This is however, probably not exhaustive and we discuss further in Appendix D a number of pending issues in this respect.

### 6.2 Future work

In a future work we will study the impact of the shape of the selection function on the efficiency of our method. We will also quantify the effect of the scatter in the scaling relations, especially focusing on the conversion from observable to mass in the $dn/dz/dM$ analysis. Another point of interest will be to consider how flux measurements in fixed apertures can help in a better determination of model parameters, and in the case of a much deeper survey, how useful it would be to introduce a second hardness ratio pertaining to the harder part of the cluster spectrum. In the latter case we shall also consider introducing $Y_X$ as a proxy for the observable to mass conversion (Kravtsov, Vikhlinin, & Nagai 2006).

A major, practical, advantage of our method is that there is no need to derive individual masses of detected clusters and we want to investigate how our method can be coupled to future, full-hydro numerical simulations to constrain

cosmological parameters without requiring the computation of the mass function nor assuming specific scaling laws.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors thank P. Valageas for useful discussions on the method. The present study has been partially supported by a grant from the Centre National d'Etudes Spatiales. TS acknowledges support from the ESA PRODEX Programme "XMM-LSS", from the Belgian Federal Science Policy Office and from the Communauté française de Belgique - Actions de recherche concertées. FP acknowledges support from Grant No. 50 OR 1003 of the Deutsches Zemtrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) and from the Transregio Programme TR33 of the Deutsche Forschungsgemeinschaft (DfG).

## REFERENCES

Allen S. W., Evrard A. E., Mantz A. B., 2011, ARA&A, 49, 409
Alshino A., Ponman T., Pacaud F., Pierre M., 2010, MNRAS, 407, 2543
Arnaud M., Evrard A. E., 1999, MNRAS, 305, 631
Arnaud M., Pointecouteau E., Pratt G. W., 2005, A&A, 441, 893
Barkhouse W. A., et al., 2006, ApJ, 645, 955
Battye R. A., Weller J., 2003, PhRvD, 68, 083506
Böhringer H., et al., 2000, ApJS, 129, 435
Böhringer H., et al., 2001, A&A, 369, 826
Borgani S., et al., 2001, ApJ, 561, 13
Bullock J. S., Kolatt T. S., Sigad Y., Somerville R. S., Kravtsov A. V., Klypin A. A., Primack J. R., Dekel A., 2001, MNRAS, 321, 559
Burenin R. A., Vikhlinin A., Hornstrup A., Ebeling H., Quintana H., Mescheryakov A., 2007, ApJS, 172, 561
Cavaliere A., Fusco-Femiano R., 1976, A&A, 49, 137
Cavaliere A., Lapi A., Fusco-Femiano R., 2009, ApJ, 698, 580
Cooray A., Sheth R., 2002, PhR, 372, 1
Dunkley J., et al., 2009, ApJS, 180, 306
Eckert D., Molendi S., Paltani S., 2011, A&A, 526, A79
Eisenstein D. J., Hu W., 1998, ApJ, 496, 605
Eisenstein D. J., Hu W., Tegmark M., 1999, ApJ, 518, 2
Eke V. R., Cole S., Frenk C. S., 1996, MNRAS, 282, 263
Eke V. R., Cole S., Frenk C. S., Patrick Henry J., 1998, MNRAS, 298, 1145
Gioia I. M., Henry J. P., Maccacaro T., Morris S. L., Stocke J. T., Wolter A., 1990, ApJ, 356, L35
Grevesse N., Sauval A. J., 1998, SSRv, 85, 161
Haiman Z., Mohr J. J., Holder G. P., 2001, ApJ, 553, 545
Heavens A., 2009, arXiv, arXiv:0906.0664
Henry J. P., 1997, ApJ, 489, L1
Henry J. P., 2004, ApJ, 609, 603
Henry J. P., Evrard A. E., Hoekstra H., Babul A., Mahdavi A., 2009, ApJ, 691, 1307
Hu W., Kravtsov A. V., 2003, ApJ, 584, 702
Jenkins A., Frenk C. S., White S. D. M., Colberg J. M., Cole S., Evrard A. E., Couchman H. M. P., Yoshida N., 2001, MNRAS, 321, 372
Knebe A., et al., 2011, MNRAS, 415, 2293
Kravtsov A. V., Vikhlinin A., Nagai D., 2006, ApJ, 650, 128
Lacey C., Cole S., 1993, MNRAS, 262, 627
Lima M., Hu W., 2004, PhRvD, 70, 043504
Lloyd-Davies E. J., et al., 2011, MNRAS, 418, 14
Mantz A., Allen S. W., Ebeling H., Rapetti D., 2008, MNRAS, 387, 1179
Mantz A., Allen S. W., Rapetti D., Ebeling H., 2010, MNRAS, 406, 1759
Mantz A., Allen S. W., Ebeling H., Rapetti D., Drlica-Wagner A., 2010, MNRAS, 406, 1773
Mehrtens N., et al., 2011, arXiv, arXiv:1106.3056
Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., 1997, ApJ, 490, 493
Nord B., Stanek R., Rasia E., Evrard A. E., 2008, MNRAS, 383, L10
Ota N., Mitsuda K., 2004, A&A, 428, 757
Oukbir J., Blanchard A., 1997, A&A, 317, 1
Pacaud F., et al., 2006, MNRAS, 372, 578
Pacaud F., et al., 2007, MNRAS, 382, 1289
Pierpaoli E., Scott D., White M., 2001, MNRAS, 325, 77
Pierpaoli E., Borgani S., Scott D., White M., 2003, MNRAS, 342, 163
Pierre M., et al., 2004, JCAP, 9, 11
Pierre M., Pacaud F., Juin J. B., Melin J. B., Valageas P., Clerc N., Corasaniti P. S., 2011, MNRAS, 414, 1732
Pratt G. W., Arnaud M., 2002, A&A, 394, 375
Pratt G. W., Croston J. H., Arnaud M., Böhringer H., 2009, A&A, 498, 361
Predehl P., et al., 2010, SPIE, 7732,
Press W. H., Schechter P., 1974, ApJ, 187, 425
Romer A. K., et al., 2000, ApJS, 126, 209
Romer A. K., Viana P. T. P., Liddle A. R., Mann R. G., 2001, ApJ, 547, 594
Rosati P., 1998, AN, 319, 79
Rozo E., et al., 2007, astro, arXiv:astro-ph/0703571
Sahlén M., et al., 2009, MNRAS, 397, 577
Sanderson A. J. R., Ponman T. J., 2003, MNRAS, 345, 1241
Sarazin C. L., 1988, X-ray Emission from Clusters of Galaxies. Cambridge University Press, Cambridge.
Scharf C. A., Jones L. R., Ebeling H., Perlman E., Malkan M., Wegner G., 1997, ApJ, 477, 79
Scharf C., 2002, ApJ, 572, 157
Schuecker P., Böhringer H., Collins C. A., Guzzo L., 2003, A&A, 398, 867
Sehgal N., et al., 2011, ApJ, 732, 44
Sheth R. K., Tormen G., 1999, MNRAS, 308, 119
Smith R. K., Brickhouse N. S., Liedahl D. A., Raymond J. C., 2001, ApJ, 556, L91
Springel V., et al., 2005, Natur, 435, 629
Stanek R., Evrard A. E., Böhringer H., Schuecker P., Nord B., 2006, ApJ, 648, 956
Strüder L., et al., 2001, A&A, 365, L18
Sun M., Voit G. M., Donahue M., Jones C., Forman W., Vikhlinin A., 2009, ApJ, 693, 1142
Tegmark M., Taylor A. N., Heavens A. F., 1997, ApJ, 480, 22
Tinker J., Kravtsov A. V., Klypin A., Abazajian K., Warren M., Yepes G., Gottlöber S., Holz D. E., 2008, ApJ, 688, 709

Truemper J., 1993, Sci, 260, 1769
Turner M. J. L., et al., 2001, A&A, 365, L27
Viana P. T. P., Liddle A. R., 1999, MNRAS, 303, 535
Vikhlinin A., McNamara B. R., Forman W., Jones C., Quintana H., Hornstrup A., 1998, ApJ, 502, 558
Vikhlinin A., Kravtsov A., Forman W., Jones C., Markevitch M., Murray S. S., Van Speybroeck L., 2006, ApJ, 640, 691
Vikhlinin A., et al., 2009, ApJ, 692, 1033
Vikhlinin A., et al., 2009, ApJ, 692, 1060
Voit G. M., 2005, RvMP, 77, 207
Willis J. P., et al., 2005, MNRAS, 363, 675
Yu H., Tozzi P., Borgani S., Rosati P., Zhu Z.-H., 2011, A&A, 529, A65

## APPENDIX A: A REALISTIC MODEL FOR THE OBSERVED MASS AND REDSHIFT DISTRIBUTIONS

In this section, we describe our modeling of the derivation of $dn/dz/dM$, in quantity solely used for comparison purpose in the present article. In order to realistically introduce the mass error measurements in the Fisher analysis, we carefully reproduce the various steps involved in the mass determination. In this way, we are able to model how the mass accuracy depends on the data, namely, on the number of photons collected by the instrument.

Using the same ingredients as presented in Sect. 3, we compute the expected $dn/dz/dT/dL_X$ distribution of the clusters selected passing the C1 selection, which is based on the total count-rate and apparent extent. We then assume that the observer is able to measure the temperature $T$ from the collected X-ray photons. The accuracy of such a temperature measurement depends mainly on the number of photons but also on the cluster temperature and requires a prior knowledge of the cluster redshift to a relatively good precision. The influence of these factors on the corresponding observable $dn/dz/dM$ is discussed in Sect. 4.

The cluster mass is finally obtained by converting $T$ via a mass-temperature relation with parameters chosen in advance. The choice of this "reference" parameter set is necessary to perform the Fisher analysis described in Sect. 5. In the real data analysis, one may also choose to recompute masses with the current parameter values at which the likelihood is estimated (see e.g. Vikhlinin et al. 2009; Mantz et al. 2010). In practice, we integrate $dn/dz/dT/dL_X$ over $L_X$, then at each $z$ we convert $T$ into $M_{200c}$ using eq. 2 and a "reference" parameter set equals to the fiducial model (Table 1). We finally redistribute the result with a constant scatter $\sigma = \alpha_{\rm MT} \times \sigma_{lnT|M} \sim \sigma_{lnM|T}$ to account for the intrinsic scatter in the scaling law. Thus in all this paper, the quantity $M_{200c}$ refers to the mass obtained from the temperature proxy. The shape of the $dn/dz/dM$ distribution for the fiducial model is shown on Fig. A1 along with its dependence on the various parameters of the model (to be compared with Fig. 4).

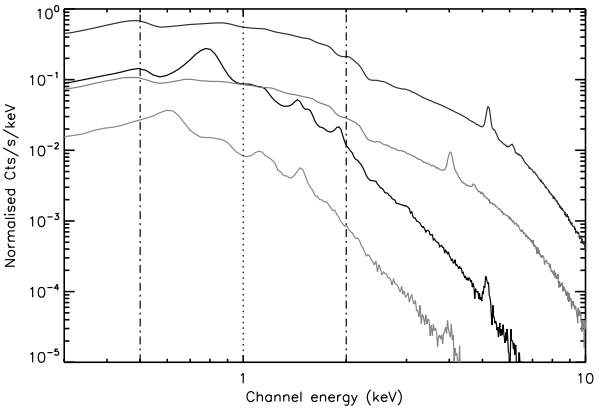



**Figure B1.** Synthetic APEC spectra convolved by the XMM response, as they would be observed at a very high signal-to-noise level. Vertical lines correspond to 0.5, 1 and 2 keV, i.e. the limits of the 3 energy bands of interest. Each of these spectra is defined by $z$, $T$ (keV) and $L_X$ ($10^{44}$ ergs/cm$^2$/s) with the following values: *Black:* (0.3, 1.1, 0.5) ; *Green:* (0.7, 1.1, 0.5) ; *Blue:* (0.3, 4.7, 5.1) ; *Red:* (0.7, 4.7, 5.1).

## APPENDIX B: ENERGY RANGES FOR CR-HR DIAGRAMS

This Appendix presents the practical considerations that led to the particular choice of the energy bands used in the article.

Figure B1 displays four synthetic XMM cluster spectra for typical temperatures and redshifts. The [0.5-2] keV band is optimal for cluster detection, given the telescope response and background levels (Scharf 2002). Moreover, the flux to count-rate conversion in this energy range weakly depends on the temperature for $0.5 < T < 15$ keV and $0 < z < 1$. Consequently, the count-rate in [0.5-2] keV reflects the overall normalization of the cluster X-ray spectrum and is directly related to the cluster bolometric luminosity.

A rough estimate of the cluster spectral shape is the hardness ratio, basically the ratio between two count-rates (or flux measurements) in two energy bands (see e.g. Böhringer et al. 2001 for *ROSAT* clusters and a different choice of bands). Because of the particular shape of cluster spectra, the high particle background above 2 keV and the loss of XMM sensitivity, measurement uncertainties in hard bands (typically [2-10] keV) are high. Thus our low-count clusters (100-1000) are much better characterized at energies below 2 keV. Selected bands must be large enough to minimize the sensitivity to emission features and to maximize the signal-to-noise ratio, but sufficiently narrow to be sensitive to changes in the spectral shape. As shown on Fig. B1, [1-2] and [0.5-1] keV appear as good compromises.

We note that a deeper exposure (or higher senstivity) could allow for complementary measurements in the hard part of the spectrum.

## APPENDIX C: CONSTRAINING POWER OF THE CLUSTER REDSHIFT NUMBER COUNTS

We presented in Pierre et al. (2011) cosmological forecasts based on the redshift distribution of clusters (and their spa-

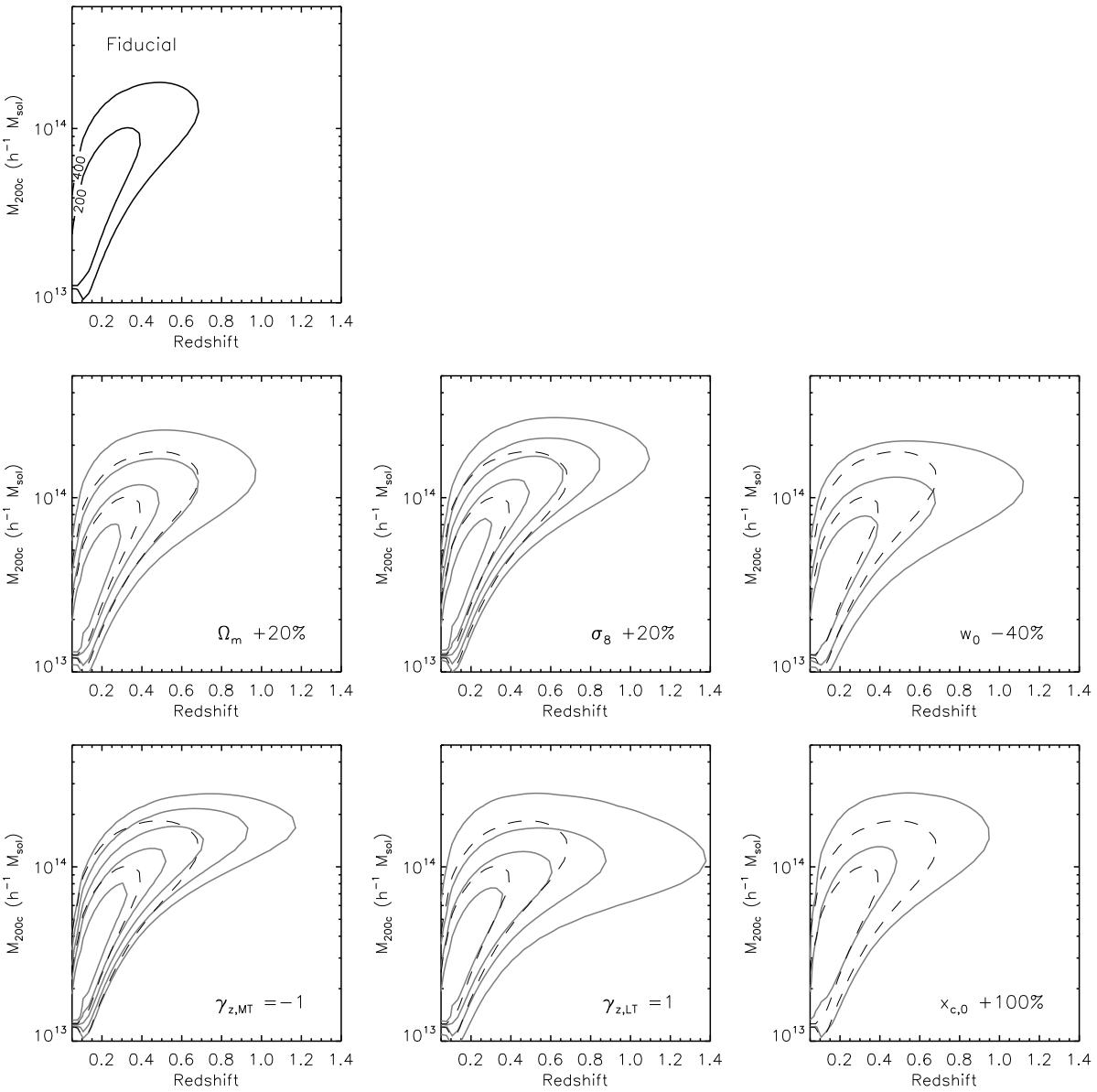



**Figure A1.** Dependence of the redshift-mass distribution of clusters on the six free model parameters. The fiducial model (Table 1) is represented by the black-dash contours and predicts 570 clusters over 100 deg$^2$ (10 ks XMM exposure, C1 selection). The red contours represent the model obtained when one parameter at a time is varied. The corresponding values for each parameter are: $\Omega_{\rm m}$ = 0.30 (+20%), $\sigma_8$ = 0.94 (+20%), $w_0$ = -0.6 (-40 %), $\gamma_{\rm z,MT}$ = -1, $\gamma_{\rm z,LT}$ = 1 and $x_{c,0}$ = 0.2 (+100 %). Contour levels stand for the number of clusters enclosed by each curve and are drawn by steps of 200. The differential quantity $dn/dz/dM$ is constant along each contour.

tial correlation function) over 50 deg$^2$. To account for the unknown scaling relations in the sample, we assumed that a mass-luminosity relation can be derived in each of the 20 redshift bins considered. We parametrized the unknown M–L normalizations through 20 parameters $\alpha_i$ (one per redshift bin), further marginalized over when extracting cosmological constraints. We did not put any prior on the normalization of the scaling law nor assumed a functional form for their evolution, but we implicitely supposed that the cluster mass and luminosity can be derived for each individual cluster in the sample (directly from X–ray data or from additional, multi-wavelength, observations).

The present $dn/dz$ analysis differs in that local scaling laws are supposed to be known at a fairly good precision, requiring the call to an external work. This is rendered by putting stringent priors on the parameters by which they are defined (Table 1). Moreover, the evolution of their normalization with redshift involves two factors on the form $(1+z)^{\gamma_{\rm z,MT}}$ and $(1+z)^{\gamma_{\rm z,LT}}$. On the other side, only the redshift histogram enters the fitting procedure and there is no need to compute physical properties of clusters at any moment in the analysis.

Despite the difficulty of matching Fisher forecasts obtained by different modeling, we performed a comparison between both approaches. In the former one, we let $\Omega_{\rm m}$ and $\sigma_8$ free in the Fisher analysis, while priors on the $\alpha_i$'s were

set according to Pierre et al. (2011), i.e. assuming a mass accuracy of $\Delta \ln M = 0.5$ (corresponding to a 10 ks XMM exposure, C1 cluster selection). In the current analysis, we put priors on the normalization of the L–T relation as well as on its evolution parameter such that $\sigma(C_{\rm LT}) = 0.02$ and $\sigma(\gamma_{\rm z,LT}) = 0.5$ with a correlation of $\rho(C_{\rm LT}, \gamma_{\rm z,LT}) = -0.9$ in order to mimic the priors on the $\alpha_i$'s that would come from the data itself. We found ($\Delta\Omega_{\rm m} \sim 0.03$, $\Delta\sigma_8 \sim 0.06$) with the $\alpha$-method and ($\Delta\Omega_{\rm m} \sim 0.02$, $\Delta\sigma_8 \sim 0.07$) with the present method. Keeping in mind the difficulty to account for the various parameter degeneracies and the modeling differences between both approaches, we conclude from this comparison that they are consistent with each other.

## APPENDIX D: INVENTORY OF THE SOURCES OF UNCERTAINTY

In this section we review a number of sources of uncertainty and to which extent they were modeled in the present analysis. Note that most of them are relevant both for the CR-HR approach and the traditional methods based on cluster mass estimates.

### D1 Cluster scaling laws

Fitting simultaneously cosmological and scaling laws parameters as considered here, tends to minimize selection biases as it fully takes into account the sample selection function and provides values of the scaling laws for a full range of cosmological parameters (see Mantz et al. 2010 for a recent application). In particular strong correlations exist between cosmological and scaling laws parameters, whatever the method used: apart from the well-known $\Omega_{\rm m}$-$\sigma_8$ degeneracy, figures 10 and 13 show that evolutionnary parameters $\gamma_{\rm z,MT}$ and $\gamma_{\rm z,LT}$ also correlate strongly with cosmological parameters.

However, our procedure requires prior assumption of a model for the M-T and L-T relations. For this work, we have chosen two power laws (equations 2 and 3) with constant scatters, motivated by the observation of individual galaxy clusters (Arnaud & Evrard 1999, Arnaud, Pointecouteau, & Pratt 2005, Pratt et al. 2009) and the hydrostatic equilibrium formalism. However, any physically motivated modification of the scaling laws could in principle be parametrized and studied along with the other parameters. In particular, we did not include any evolution of the scatter in scaling laws, for which observational evidence is weak, nor did we introduce intrinsic correlation between luminosity, temperature and mass (Nord et al. (2008), $\rho_{ltm}$ in Mantz et al. 2010). For the purpose of comparing different methods, we consider these latter parameters to have a reduced impact over our results.

### D2 Measurement errors

Our models of measurement errors intend to include the main sources of uncertainty arising in real X-ray cluster analyses. Our relative error on the [0.5-2] keV measured count-rate amounts to $\sim$ 6 % for a typical 500 counts cluster, roughly consistent with past and current analyses (Böhringer et al. 2001, Pacaud et al. 2007) Our assumed measurement error on $lnM_{200c}$ for a typical $10^{14}\ h^{-1}\ {\rm M}_\odot$ cluster at redshift 0.4 (yielding $\sim$ 500 counts with a 10 ks XMM exposure) is $\sim$ 0.5, in agreement with Pierre et al. (2011). We note that mass measurement errors should in principle depend on the assumed cosmology and scaling laws. Throughout this analysis, we neglected such variations, as we expect this effect to be negligible relatively to the already high value of the error. This problem does not affect CR-HR diagrams for which no assumption on cosmology is needed to derive measurement errors.

### D3 Additional systematics

#### *D3.1 Halo mass function uncertainties*

Uncertainties in the predicted cosmological mass function is also a source of systematics in real data analyses. In particular, they may arise from the different halo-finders used by different authors to analyse numerical simulations (Knebe et al. 2011), and amount up to $\sim$ 10%. In this work we used Tinker et al. (2008) mass function for $\Delta = 200$, which is calibrated to roughly 5% upon numerical simulations, provided the cosmological model is close to $\Lambda$CDM. As we are comparing constraints from different methods based on the same mass function, we expect such uncertainty to have negligible impact over our results. We consider this to be true for any unaccounted-for systematic error occuring before the conversion from halo mass to observables, in particular the conversion between different mass definitions.

#### *D3.2 Profiles and X-ray spatial variations*

Throughout this work we have assumed a very simple isothermal, spherically symetric, $\beta$-model with fixed $\beta$ for the cluster X-ray profiles. This assumption enters the selection function as it is expressed in terms of the apparent core radius $r_c = x_{c,0}.R_{500c}$. It has been widely shown that $\beta$-models do not exactly reproduce the actual complexity of X-ray cluster profiles. In particular they cannot account for the cool core/non-cool core discrepancy (see e.g. Pratt & Arnaud 2002, Cavaliere, Lapi, & Fusco-Femiano 2009) which can lead to selection biases (Eckert, Molendi, & Paltani 2011). More generally, we neglected spatial variations in the cluster X-ray properties and made the somehow strong assumption that a cluster can be described by only three global quantities $z$, $T$ and $L_X$. We justify this choice by the fact we are considering surveys in which the observed X-ray counts per cluster collected by the detectors are quite low (between 100 and 1000 counts in general) and do not allow for a refined morphological analysis.

#### *D3.3 Total count-rates in wide apertures*

Measured count-rates in the three bands of interest assume that the entire cluster profile can be integrated out to a large radius independent of the cluster extent, thus neglecting the uncertainty due to background misestimation. There are two ways of accounting for this systematic: either with large simulated samples of realistic cluster observations then correcting for the flux loss (see e.g. Böhringer et al. 2001), or by individually fitting a PSF-convolved model onto the

measured profile and integrating it up to large radii (Barkhouse et al. 2006, Pacaud et al. 2007, Vikhlinin et al. 2009). In presence of high-quality data, the second option is often preferred, although it is model-dependent. We are currently investigating how measurements in multiple fixed angular apertures can help in improving CR-HR diagrams. Even if a model will be needed, we expect it to be parametric and "self-calibrated" the same way as we did for $x_{c,0}$.

### D4 Sample variance

Throughout this work we neglected the possible correlations between neighboring bins and in particular did not take into account the sample variance in our analysis. Taking it into account would modify the likelihood expressed in Equ. 6 (see e.g. Lima & Hu 2004) by introducing a covariance matrix linking the binned observables to each other. The net effect of cosmic variance is to lower the constraints on the cosmological parameters, but its expression depends on the exact shape of the window function. In this work we only consider the total surveyed area (100 sq. deg.) without specifying a survey geometry. We leave this study for future work, but we expect the effect of cosmic variance to have the same impact over each of our observables as they all derive from the same primordial quantity (the distribution in mass and redshift).

This paper has been typeset from a TEX/ LATEX file prepared by the author.

## The cosmological analysis of X-ray cluster surveys : II- Application of the CR–HR method to the XMM archive

**Présentation** Cet article décrit un relevé d'amas de galaxies effectué dans les pointés d'archives du satellite XMM et présente l'analyse cosmologique de leur distribution. L'analyse est basée sur la méthode CR–HR. Il décrit la procédure suivie pour sélectionner les pointés et corriger du biais dû à la présence d'amas pointés dans les archives XMM. Les paramètres cosmologiques du modèle ΛCDM sont compatibles avec les études récentes. Une évolution non auto-similaire des lois d'échelles M–T et L–T est proposée, mais les données ne permettent pas d'exclure le cas auto-similaire. Le catalogue d'amas est présenté et mis à disposition de la communauté via la base en ligne L4SDB.

**Voir dans le manuscrit :** Chap. 5, Chap. 7 [Sect. 7.2], Chap. 8 [Sect. 8.1].

**Contribution personnelle** Cet article regroupe l'intégralité de mon travail sur la sélection et le traitement des pointés d'archives XMM, le développement de la méthode d'analyse et l'extraction de résultats cosmologiques. T. Sadibekova, J.-P. Le Fèvre , M. Pierre et moi-même avons mis en place le catalogue en ligne. T. Sadibekova a mesuré les flux de l'intégralité des amas du catalogue, assuré les corrélations avec la base NED et finalisé le catalogue d'amas. J.-P. Le Fèvre a développé et maintenu la base informatique. Enfin, C. Adami, B. Altieri, I. Valtchanov et F. Pacaud ont participé à l'inspection visuelle des sources et à l'interprétation des résultats, la validation finale des candidats a été réalisée par M. Pierre et moi-même.

Mon. Not. R. Astron. Soc. **000**, 1–25 (2002) Printed 29 February 2012 (MN LATEX style file v2.2)

# The cosmological analysis of X-ray cluster surveys: II- Application of the CR-HR method to the XMM archive

N. Clerc[1⋆], T. Sadibekova[1], M. Pierre[1], F. Pacaud[2], J.-P. Le Fèvre[3], C. Adami[4], B. Altieri[5], I. Valtchanov[5]

[1] *Laboratoire AIM, CEA/DSM/IRFU/SAp, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France.*
[2] *Argelander-Institut für Astronomie, University of Bonn, Auf dem Hügel 71, 53121 Bonn, Germany.*
[3] *CEA/DSM/IRFU/SEDI, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France.*
[4] *LAM, OAMP, Université Aix-Marseille & CNRS, 38 rue Frédéric Joliot-Curie, 13388 Marseille 13 Cedex, France.*
[5] *ESAC, Villafranca del Castillo, Spain.*

Accepted ***. Received ***

**ABSTRACT**

We have processed 2774 high-galactic observations from the XMM archive (as of May 2010) and extracted a serendipitous catalogue of some 850 clusters of galaxies based on purely X-ray criteria, following the methodology developed for the XMM-LSS survey. Restricting the sample to the highest signal-to-noise objects (347 clusters), we perform a cosmological analysis using the X-ray information only. The analysis consists in the modelling of the observed colour-magnitude (CR-HR) diagram constructed from cluster instrumental count-rates measured in the [0.5-2], [1-2] and [0.5-1] keV bands. A MCMC procedure simultaneously fits the cosmological parameters, the evolution of the cluster scaling laws and the selection effects.

Our results are consistent with the $\sigma_8$ and $\Omega_m$ values obtained by WMAP-5 and point toward a negative evolution of the cluster scaling relations with respect to the self-similar expectation. We are further able to constrain the cluster fractional radius $x_{c,0} = r_c/R_{500c}$, to $x_{c,0} = 0.24 \pm 0.04$. This study stresses again the critical role of selection effects in deriving cluster scaling relations, even in the local universe. Finally, we show that CR-HR method applied to the eRosita all-sky survey - provided that cluster photometric redshifts are available - will enable the determination of the equation of state of the dark energy at the level of the DETF stage IV predictions; simultaneously, the evolution of the cluster scaling-relations will be unambiguously determined.

**Key words:** Cosmology – X-ray: galaxy clusters.

## 1 INTRODUCTION

Clusters of galaxies, the most massive bound objects in the universe, are the direct products of the growth of cosmic structures. Using cluster samples in cosmological analyses requires not only to span a large range of redshifts and masses. It is also mandatory to precisely understand how those objects have been selected and how the selection is related to the cosmological distribution of dark matter haloes, the only quantity handled by the theory. Indeed, understanding selection processes turned out to be one of the main challenges of today's cluster cosmology and is intimately related to our ability to adequately determine cluster scaling-relations along with the associated dispersion. In this respect, X-ray surveys are potentially extremely powerful, given that the X-ray properties of the cluster population can be derived from *ab initio* models. Substantial efforts have been devoted to assemble statistically significant cluster samples with the past generation of X-ray observatories: (e.g. Scharf et al. 1997; Vikhlinin et al. 1998a; Jones & Forman 1999; Böhringer et al. 2000; Borgani et al. 2001; Böhringer et al. 2004; Burenin et al. 2007). Ten years ago, XMM opened a new era in cluster surveys, allowing us to access and to characterise clusters, much fainter than enabled by e.g., ROSAT. Nowadays, cluster serendipitous searches in the XMM archive arouse a growing interest thanks to the wealth of pointed observations, publicly available : The XCS survey (Romer et al. 2001), launched a decade ago is now delivering its first X-ray selected catalogues of clusters (Lloyd-Davies et al. 2011; Mehrtens et al. 2011). Several other projects are being conducted such as SExclass (Kolokotronis et al. 2006) and combined searches

⋆ E-mail: nicolas.clerc@cea.fr (CEA)

© 2002 RAS

with Chandra archival data (Peterson et al. 2009) or SDSS optical data (Takey, Schwope, & Lamer 2011).

This paper is the second of a series describing a novel approach to the cosmological interpretation of cluster number counts in X-ray cluster surveys. The first paper (Clerc et al, submitted, hereafter referred to as paper I) investigated the constraining power of a method based on the analysis of instrumental X-ray observables, namely a count-rate (CR) and a hardness-ratio (HR) in well defined X-ray bands. The combination of the two quantities was shown to reliably describe the surveyed cluster population: the corresponding CR-HR statistical distribution, which is analogous to a colour-magnitude diagram, can be fully predicted by a *ab initio* modeling involving the cosmology, cluster scaling-relations, the survey selection effects along with the XMM instrumental response. In this paper, we present an independent analysis of 2774 high-galactic latitude observations from the XMM archive having effective exposure times of 10 and 20 ks. Following a selection procedure adapted from the XMM-LSS survey (Pierre et al. 2007), we detect 845 C1 galaxy clusters (Pacaud et al. 2007), hence constituting the X-CLASS catalogue (XMM Cluster Archive Super Survey). We apply the CR-HR method to a subsample of 347 clusters selected for their high signal-to-noise ratio over an effective geometrical area of 90 sq.deg. We devote special care to the count-rate measurements and to the derivation of the selection function associated to this heterogeneous archival data

The structure of this paper is as follows. We first present the steps leading to the creation of the X-CLASS cluster sample (Sect. 2). In a second part (Sect. 3) we describe the derivation of the survey selection function and how we account for the presence of pointed clusters in the sample. In Sect. 4 and 5 we present the results of the analysis of the CR-HR distribution. We discuss our results in Sect. 6 and present some cosmological predictions for the eRosita all-sky survey. Summary and conclusion are gathered a in Sect. 7.

## 2 THE X-CLASS CATALOGUE

The XMM CLuster Archive Super Survey (X-CLASS) is based on the analysis of archival observations from the XMM-Newton observatory. It is intended to provide a sample of several hundreds of clusters suitable for cosmological studies. In this section, we describe the selection of the original data and the adopted methodology for detecting and characterizing galaxy clusters.

### 2.1 Pre-selection of the XMM archival data

As of May, 26th 2010, 7716 individual observations were listed in the XMM Science Archive system (Arviset et al. 2003). Out of these, we retrieved 2774 observations selected as follows:

(i) pointing center at high galactic latitude ($|b| \geqslant 20\,\mathrm{deg}$) to minimize the effect of galactic absorption,
(ii) total exposure time greater than 5 ks,
(iii) all three detectors (MOS1, MOS2 and PN) in imaging mode and at least one of them in Full Frame mode,
(iv) pointing center not closer than 5 deg to the Small and Large Magellanic Clouds, and 2 deg away from M31,

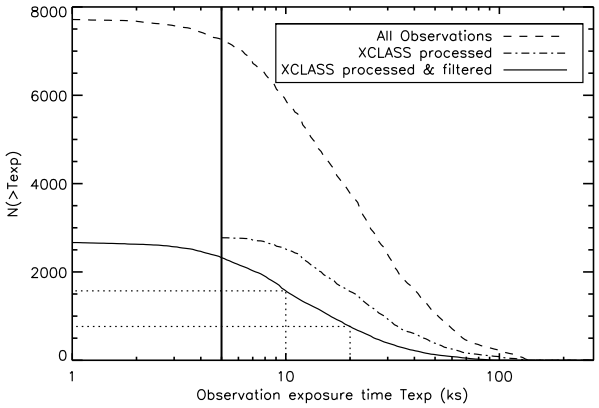



**Figure 1.** Cumulative exposure distribution of the XMM archival observations. *Dashed line:* nominal exposure time for all 7716 observations. *Dot-dashed line:* nominal exposure time for the 2774 retrieved observations . *Plain line:* effective "clean" exposure time after processing and background flare removal.

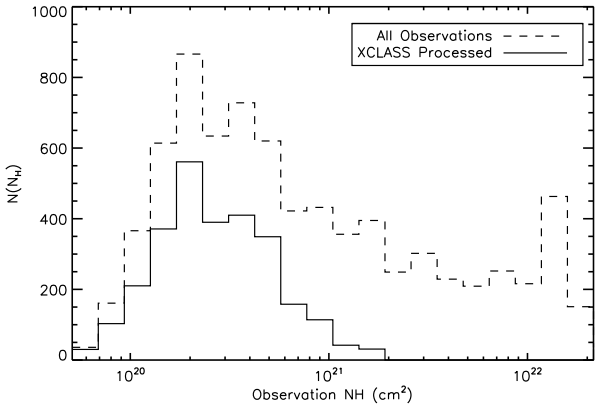



**Figure 2.** Distribution of hydrogen column densities, *(dashed line:)* for the 7716 XMM archival observations, *(plain line:)* for the 2774 pre-processed observations.

(v) public data (as of May, 26th 2010)

This selection contains in particular 92 observations from the 10 sq.deg. XMM–LSS survey (Pierre et al. 2007). Figure 1 presents the statistics of the exposure time distributions. Figure 2 shows the distribution of hydrogen column density ($N_H$) on the corresponding lines of sight. Column densities values were obtained through the Leiden/Argentine/Bonn $N_H$ maps (Kalberla et al. 2005). Processed pointings show a median $N_H$ of $\sim 3.10^{20}$ cm$^{-2}$ and very few of them lie in regions above $10^{21}$ cm$^{-2}$. We display on Fig. 3 the sky distribution of the processed observations.

### 2.2 Data processing and cluster detection

#### *2.2.1 Processing steps*

The individual Observation Data Files (ODF) pertaining to each observation were retrieved via the ESA Archive Inter-

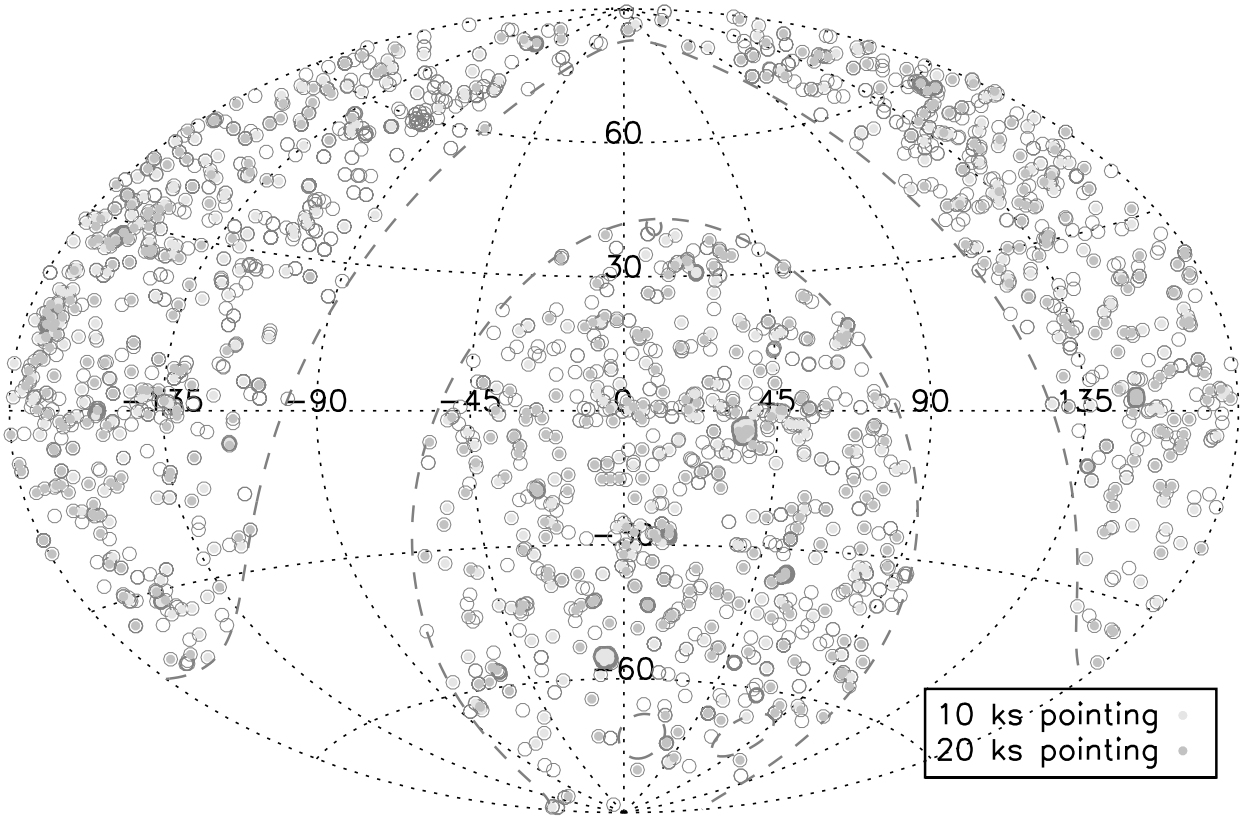



**Figure 3.** Sky location of the 2774 pre-processed XMM observations (equatorial coordinates). Observations shorter than 10 ks (open circles) were not considered for the X-CLASS catalogue. The other pointings have been truncated to 10 ks (blue points) and, if possible, to 20 ks (gold points). Note that, by construction, a gold point (20 ks pointing) always has a 10 ks counterpart. The circle size is not representative of the XMM field of view ($\sim 30$ arcmin diameter).

Operability system (XSA[1]). Our processing is entirely based on the XMM-LSS pipeline (Pacaud et al. 2006) which main steps are summarized below.

(i) Event lists are generated using XMM-SAS tasks `emproc` and `epproc` and filtered from proton and solar flares. This is achieved by creating the high energy events light curves ($12-14$ keV for MOS and $10-12$ keV for PN) and flagging out periods of high event rates (rates greater than $3\ \sigma$ above the mean observation count-rate). Although adequate for removing short periods of high flares, this procedure may provide unsatisfactory results for observations having a high mean particle background. The overall quality of each observation was then subsequently inspected by eye, and some observations discarded (Sect. 2.3).

(ii) Clusters detected with XMM exposure times of $\sim$10-20 ks constitute the most relevant population for cosmological studies (Pierre et al. 2007, 2011); such exposure times are well above the XMM confusion limit. Further, the selection function of a survey consisting of homogeneous exposures is easier to handle. Using the *good time intervals* (GTI) resulting from the pre-processing, we thus build 10 ks and 20 ks "chunks" (now denominated "pointings") from the original exposures, starting at the beginning of the observation. From each observation 0, 1 or 2 *pointings* are extracted, each pointing having exactly a 10 or 20 ks exposure time on the three detectors. The case of "0 pointing" occurs if one or more detector is insufficiently exposed, which corresponds to highly flared or problematic observations. Such observations are discarded from the analysis, and the total number of pointings entering the source detection process is 2409 (Table 1). We display in Fig. 3 the sky location of all pointings having a duration of exactly 10 or 20 ks and that subsequently undergo the source detection process. The archival GTI time used for cluster detection amounts thus to 24 Ms, over the 40 Ms GTI time available in total. In addition to these chunks, we construct a "full exposure" pointing containing the maximal GTI time from each observation, which will be used to obtain high signal-to-noise flux measurements for the detected clusters (Sect. 2.4).

(iii) For each observation, three images are created in the $[0.5-2]$ keV band, for the three EPIC detectors, which are in turn co-added. The resulting image is subsequently filtered in the wavelet space, assuming a Poisson noise model (`mr_filter`, Starck, Murtagh, & Bijaoui 1998; Valtchanov, Pierre, & Gastaud 2001), and sources are extracted running

[1] http://xmm.esac.esa.int/xsa/

**Table 1.** Number of XMM archival observations handled for the present study. First line, all available observations. Second line, retrieved observations. Third line, number of usable observations after event filtering. Last line, final number of retained observations after discarding pathological cases (see. Fig. 8)

| | |
|---|---|
| XMM observations (May, 26th 2010) | 7716 |
| Observations retrieved from the XSA | 2774 |
| Pointings "chunks" 10 + 20 ks | 2409 (1588 + 821) |
| Pointings entering the cosmological analysis | 1992 (1294 + 698) |

SExtractor (Bertin & Arnouts 1996) over the filtered image. Only sources detected within the inner 13 arcmin radius FoV are considered in the subsequent analysis.

(iv) Each detected source is further characterized by a maximum likelihood profile fitting procedure (XAmin, Pacaud et al. (2006)). Two source models are tested on each detection: (1) a point-like model using the analytical PSF from the XMM calibration database, with the position held at the SExtractor output value, thus allowing two parameters to vary (the source count-rates on the MOS and PN detectors) ; and (2) a $\beta$-model, convolved by the PSF, with five free parameters ((X,Y) position, core radius extent and MOS and PN count-rates). A uniform background is added, whose level is such that the total number of photons in the data equals that of the modelled source plus background. We use the C-statisic (Cash 1979) for quantifying the likelihood of the fits and, finally, discriminating between the two types of sources.

This procedure, when coupled to a representative set of simulations, readily enables the selection of sub-samples of X-ray extended sources with well characterised levels of completeness and contamination. It is thus perfectly suited to the analysis of large X-ray data sets such as the XMM archive. We note, however, that the XAmin pipeline was originally designed to detect and discriminate between point-like and extended sources in the XMM-LSS "empty" cosmological fields (Pierre et al. 2007); consequently, because of the variety of astronomical objects present in the XMM archive (nearby galaxies, substructures in clusters, planets...) a subsequent human screening is necessary (see Sect. 2.3) in order to remove mis-interpreted detections.

#### *2.2.2 Output parameters and source characteristics*

The procedures described above allow us to assign to each detected source a set of parameters characterising its properties: position on the detector, off-axis distance, sky coordinates, count-rates in various energy bands, plus three numbers related to the chosen fitting algorithm; (a) the detection likelihood (DET_ML) gives the significance of the detection as compared to a pure background fluctuation; (b) the angular extent (EXT) is the apparent core radius of the best-fit $\beta$-model; (c) the extent statistic (EXT_LIKE) compares the significances of the 'extended model' and the 'point-like model' and is thus called the source extent likelihood. These parameters can be easily related to the simulations intended to assess the survey selection function (see Sect. 3). Because of their relevance, these values are listed in the final cluster catalogue (App. A).

Following (Pacaud et al. 2006), we denote by "C1" , sources characterised by EXT_LIKE $> 33$ and EXT $> 5$ arcsec : this corresponds to a sample of extended sources having a very low level of contamination by misclassified point-sources. We further show in Sect. 3 that this parameter combination can be applied regardless of the pointing intrinsic properties. Fig. 4 displays the pipeline detections over one XMM archival pointing (ObsID: 0403072201), containing three C1 candidates and $\sim 60$ point-like sources, most of them being AGNs.

### 2.3 Catalogue construction

#### *2.3.1 Removal of duplicates*

Only the high-quality C1 clusters are inserted into the final catalogue (App. A). Because of the multiple overlaps between the archival observations, several sources are detected in more than one pointing. In particular, if an observation has been split in two pointings (10 and 20 ks), almost all sources detected on the 10 ks pointing are also found on the deeper one (26 over the 845 extended detections were not in this case, most of them being close to the detection limit and four being nearby, bright clusters with a very peaked profile, mis-classified as point-sources). Furthermore, because of the presence of the CCD gaps and/or of multiple maxima in the emission of widely extended sources, multiple detections of the same object occured.

We first associated sources closer than 20 arcsec to each other. To decide which of the two sources has to be included in the final catalogue, we applied the following rules: If the two sources are on different pointings, the one lying on the deeper pointing prevails. If both detection lie on the same pointing or on different pointings having the same exposure time, the source with the lowest extent likelihood is discarded. Each association was controlled by eye to avoid the matching of close, unrelated sources (e.g. a cluster and a background AGN). Note that positional differences of a few tens of arcsec are possible for extended sources located at the edge of the FoV, mainly because part of the emission is missing and because of the distorted shape of the PSF. This procedure was thus repeated with larger correlation radii, until each catalogue entry was related to a unique source.

#### *2.3.2 Data screening and final selection*

All remaining entries underwent a detailed screening based on optical data. For each putative cluster, we retrieved images from the Digitized Sky Survey (DSS) POSS-II on which we overlaid the X-ray contours. This step was mainly intended to remove extended sources, not relevant for our cluster catalogue: very large nearby clusters, halos of nearby galaxies, planets, unresolved double point-sources, and, possibly, saturated point-sources. For this purpose, the DSS images are sufficient. During this process each source was assigned a quality flag by two astronomers independently; the final decision was made by a moderator upon the evaluators' comments. False detections are classified as 'point-like', 'double source', 'artefact' or 'nearby galaxy'. Among the 1514 screened candidates, 234 X-ray detections were found to originate from nearby galaxies; 245 were classified as artefacts, the majority of them being found in the X-ray emission of large, pointed galaxy clusters (Fig 5, bottom panels). An

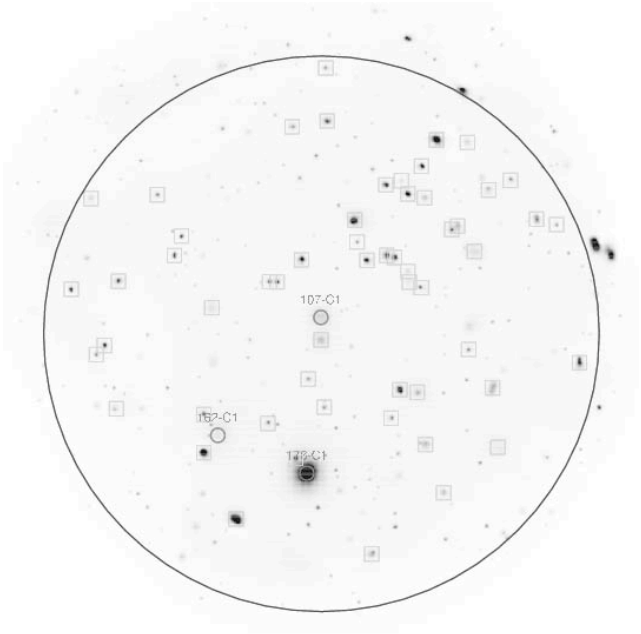



**Figure 4.** Example of wavelet filtered image with detected sources (ObsID: 0403072201).

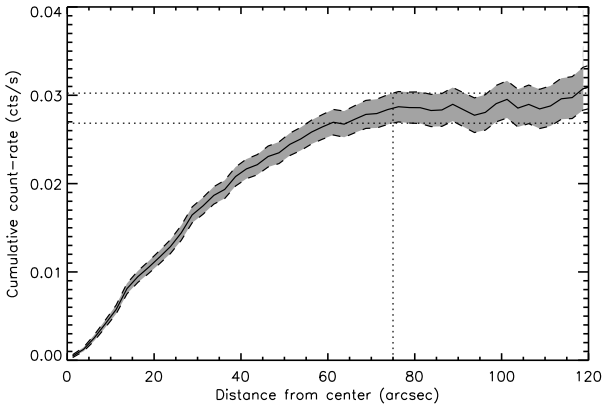



**Figure 6.** Example of a count-rate integration curve with associated $1\sigma$ error bars (Cluster tag 2094 in L4SDB). The vertical line indicates a S/N of one. Apparent fluctuations at large cluster-centric distances are due to uncertainties in the background subtraction.

additional 'dubious' flag was assigned to sources for which the galaxy cluster nature is unclear: these mostly correspond to faint extended sources - at the C1 limit - with an overall compact emission. As of Aug. 2010, the catalogue contains 845 C1 cluster candidates, 104 being classified as dubious (App. A)

### 2.4 Count-rate measurements in multiple bands

The XAmin pipeline is well suited to the count-rate measurement of moderately bright extended sources (up to a few thousands of photons). But in the case of sources occupying a large fraction of the detector or heavily contaminated by point-sources, hand-measurements are necessary in order to reach the accuracy required for an optimal application of the CR-HR method. We have thus developed a semi-interactive procedure to perform multi-band count-rate measurements and describe it below.

#### *2.4.1 Methodology*

We have developed software allowing for the masking of selected contaminating sources (mostly background or host AGNs), a careful account of the background levels and a possible redefinition of the source centre. Following paper I, we perform the measurements in the three different energy bands, well suited to the CR–HR analysis of the sample: [0.5-2], [1-2] and [0.5-1] keV. Input for the procedure are images and exposure maps for the three detectors in the given bands. To correct for the masks, CCD gaps and detector borders, the source to be measured is assumed to be spherically symmetric, and count-rates are integrated in concentric annuli. The initial X-ray center is the centroid determined by XAmin, but can be redefined by hand (e.g. if a CCD gap is masking part of the extended emission, and shifts the X-ray centroid). We define source count-rates as the mean number of source photons collected by the telescope during one second, corrected from vignetting (i.e. equivalent to *on-axis* measurement) and detector cosmetics (CCD gaps, etc.). Using the detector exposure maps, we derive the mean count-rate of the source in each annulus and compute uncertainties, assuming Poisson noise. A control annulus, chosen sufficiently far away from the source, but close enough to account for local variations, provides the background estimate. Following (Read & Ponman 2003), we model the background by a sum of a vignetted component (*photon* background) and an flat *particle* background, each of them being described by one parameter. The uncertainties on these parameters are derived assuming Poisson noise, and propagated to the uncertainties on the individual source count-rates.

Measurements are performed on each detector, then summed up to provide a total count-rate. A count-rate growth curve is then computed (Fig. 6), as well as a surface brightness profile. For each source, the masking areas, the source position, as well as the number and width of the annuli and the background area, are set by hand in the [0.5-2] keV energy band. These settings are then stored and used for automatically measuring count-rates growth curves in the two other bands [0.5-1] and [1-2] keV. Final measurements are always performed using the complete pointing exposure (i.e. not only the 10 ks or 20 ks data), in order to maximise the signal-to-noise ratio.

Such a procedure presents the advantage to be model-independent and does not require any spatial fitting. In turn, only aperture count-rates are available, up to a limiting radius at which the source emission vanishes in the background. For each measurement, the software provides the radius at which the integrated count-rate value shows a signal-to-noise ratio equals to 1 (i.e. compatible with background emission). The vertical dotted line displayed on Fig. 6 shows the position of this radius for a particular cluster measurement. In most cases, the integration radius set manually is very close to the automatic guess by the software, except in the few cases where the measurements in consecutive annuli are noisy (e.g. in presence of a mask or a CCD gap).

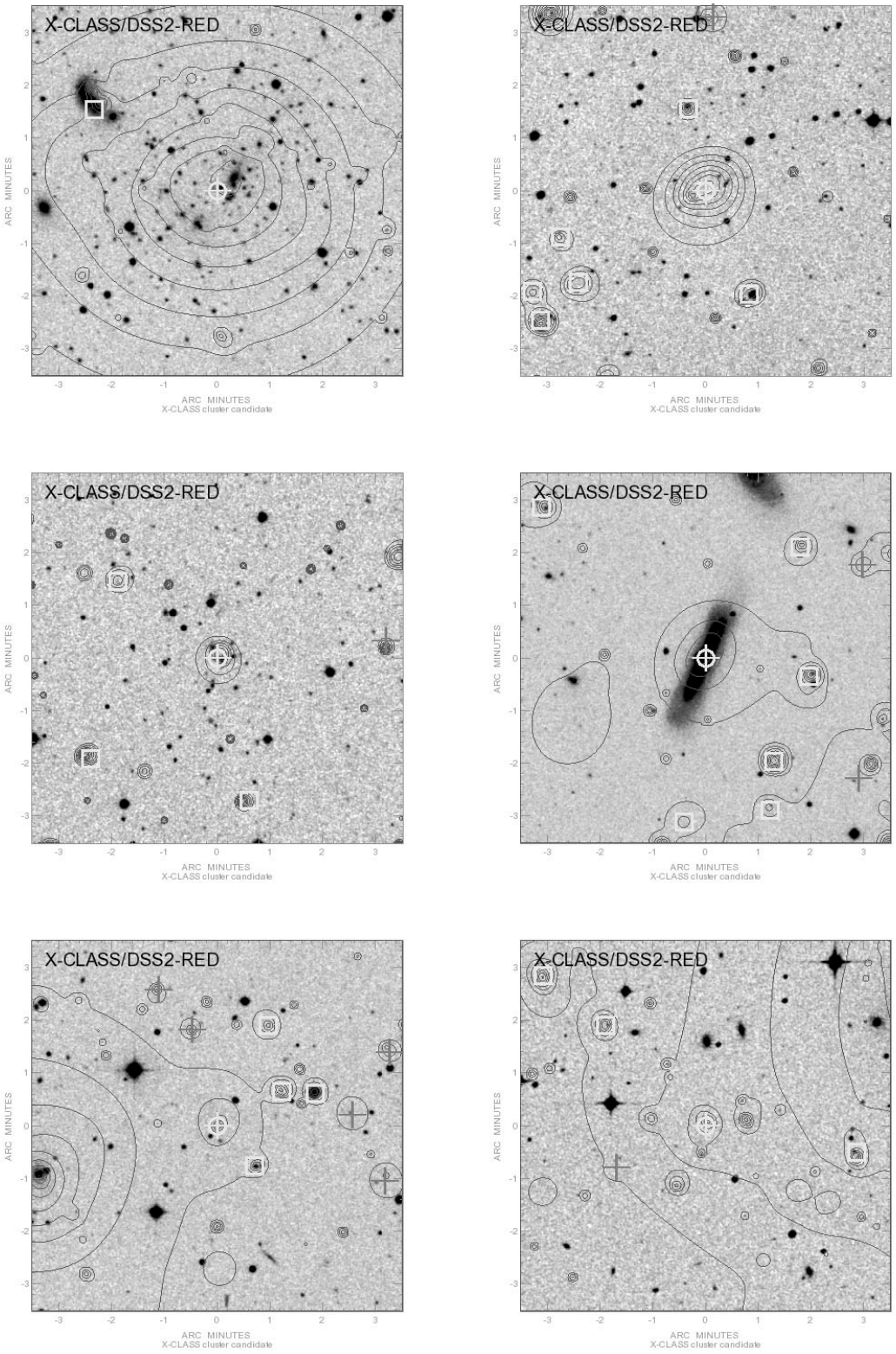



**Figure 5.** Illustration of the data screening classification (Sect. 2.3). From left to right, top to bottom : classification "$0 < z < 0.3$" (known cluster A2218 z=0.176), "$z > 0.3$" (indicative redshift, not used in the analysis), "Dubious", "Nearby galaxy" (NGC 4634). Both bottom panels show 'dubious' sources, likely being substructures in a close cluster or background clusters. Green circles indicate the position of C1 candidates and green boxes are others X-ray detections; the cyan cross indicates the centroid of the X-ray emission; red crosses stand for the first-pass sources that were found to have a likelihood detection smaller than 15 by XAmin.

### *2.4.2 Assessment of the method and aperture corrections*

We quantitatively evaluated the validity of our measurement procedure by means of simulated XMM observations of galaxy clusters. We used the simulation set described in Section 3 which provides a representative range of observing conditions (in terms of background and exposure time) and of galaxy cluster sizes and fluxes. Table 5 summarizes the set of simulated observations. All simulated cluster profiles are azimuthaly symmetric $\beta$-models with fixed $\beta = 2/3$ (Cavaliere & Fusco-Femiano 1976). The total count-rate and core radius are taken among discrete values close to those expected in the survey. Each of the 18,000 simulated observations is processed following the steps described previously. We then applied selection criteria identical to those applied for the cosmological analysis, as outlined in Sect. 4 and the count-rate of the $\sim 10,000$ selected clusters were automatically measured following the above procedure. The size of the background annulus and the boundary radius for the integration were set according to the cluster input extent.

Fig. 7 presents the results obtained for both 10 ks and 20 ks simulated pointings. Each panel shows the ratio of the measured count-rate over the true input value, as a function of measured core radii. The lack of statistics at large radii comes from the small number of extended sources detected in the simulations. The decreasing trend in this ratio as a function of input count-rate is explained by Malmquist bias: at low fluxes, only clusters that pass the selection function are measured. It artificially increases the mean value of the measured count-rate. Our method thus accounts for the statistical nature of the cluster sample. These results show the overall accuracy of the count-rate measurement procedure. They are in agreement with the fact that the more extended sources are less well measured and this effect is more pronounced for higher background levels.

To correct for the flux loss due to fixed aperture measurements, we fitted in each panel a linear relation of the form $\mathrm{CR_{mes}} = a.\mathrm{CR_{input}} + b$ (see Fig. 7). We corrected individual cluster measurements by inverting this relation, thus providing an estimate of the true count-rate in the band of interest.

### *2.4.3 Filter combinations and $N_H$ values*

According to the choice of the XMM guest observers, the MOS and PN observations are obstructed by one of the three EPIC filters, namely THIN1, MEDIUM and THICK. For the purpose of applying the CR-HR method, cluster count-rates must be evaluated in a unique reference filter (THIN1 in our case). We thus need to apply some a posteriori correction for using observations performed with other filters. Because filter transmission curves have different spectral dependences, these corrections are energy-dependent and we estimate them by means of empirical conversion relations: we form count-rate ratios obtained from a wide range of cluster spectra in the energy range of interest and fit a linear relation of the form:

$$\frac{\mathrm{CR}(X, \mathrm{Thin/Thin/Thin})}{\mathrm{CR}(X, \mathrm{Filterset})} = f\Big(\frac{\mathrm{CR}(Y, \mathrm{Filterset})}{\mathrm{CR}(X, \mathrm{Filterset})}\Big) \quad (1)$$

where $X$ and $Y$ are two different energy bands, the left-hand side representing the inverse of the filter attenuation in the considered energy band. We made use of PIMMS 4.3[2] and simulated XMM cluster count-rates on a grid of temperatures between 0.5 and 9 keV and at different redshifts up to $z = 1.5$. Count-rates were computed in our three reference bands ([0.5-2], [0.5-1] and [1-2] keV). We did not consider clusters too cold and too distant to be retained by the C1 selection function of Pacaud et al. (2006). Fifteen filter combinations out of the 27 possible ones are found in the 1992 pointings used in our analysis (Table 2), more than half of them being in the THIN1-THIN1-THIN1 configuration.

| MOS1 Filter | MOS2 Filter | PN Filter | Nbr. Point. |
|---|---|---|---|
| Thin1 | Thin1 | Thin1 | 1063 |
| Medium | Thin1 | Thin1 | 12 |
| Thin1 | Medium | Thin1 | 12 |
| Medium | Medium | Thin1 | 168 |
| Thin1 | Thick | Thin1 | 20 |
| Thin1 | Thin1 | Medium | 23 |
| Medium | Thin1 | Medium | 5 |
| Medium | Medium | Medium | 619 |
| Thick | Medium | Medium | 1 |
| Medium | Thick | Medium | 2 |
| Thick | Thick | Medium | 12 |
| Thin1 | Thin1 | Thick | 1 |
| Medium | Medium | Thick | 6 |
| Medium | Thick | Thick | 1 |
| Thick | Thick | Thick | 47 |
| Total | | | 1992 |

**Table 2.** Distribution of filter configurations for the set of XMM archival pointings entering the scientific analysis. Only 5% of those pointings have one or more detector observing with the Thick filter, which causes a ∼22% diming at 1 keV.

We repeated the operation for typical galactic absorption values, ranging from $\mathrm{N_H} = 10^{20}$ to $2.10^{21}\,\mathrm{cm}^{-2}$ (see Fig. 2). Table 3 shows an example of best-fitting values for the empirical correction. The corrections are significant only if the THICK filter is used, which is consistent with the fact that the THIN1 and MEDIUM attenuations are comparable for the chosen energy bands. The relative uncertainty of these conversions was found not to exceed a few percent.

## 3 THE X-CLASS SURVEY SELECTION FUNCTION

This section describes the steps leading to the construction of the final cluster sample used in the cosmological analysis. We present the list of retained XMM observations and subsequently describe the image simulations leading to the cluster selection function. We finally expose the method we have developed for evaluating the statistical bias due to the presence of numerous pointed clusters in the XMM archive.

### 3.1 The cosmological subsample

The cluster sample described in Sect. 2 contains 845 C1 sources detected in a homogeneous way in the XMM archival data. In order to perform the cosmological analysis by means

[2] http://heasarc.nasa.gov/Tools/w3pimms.html

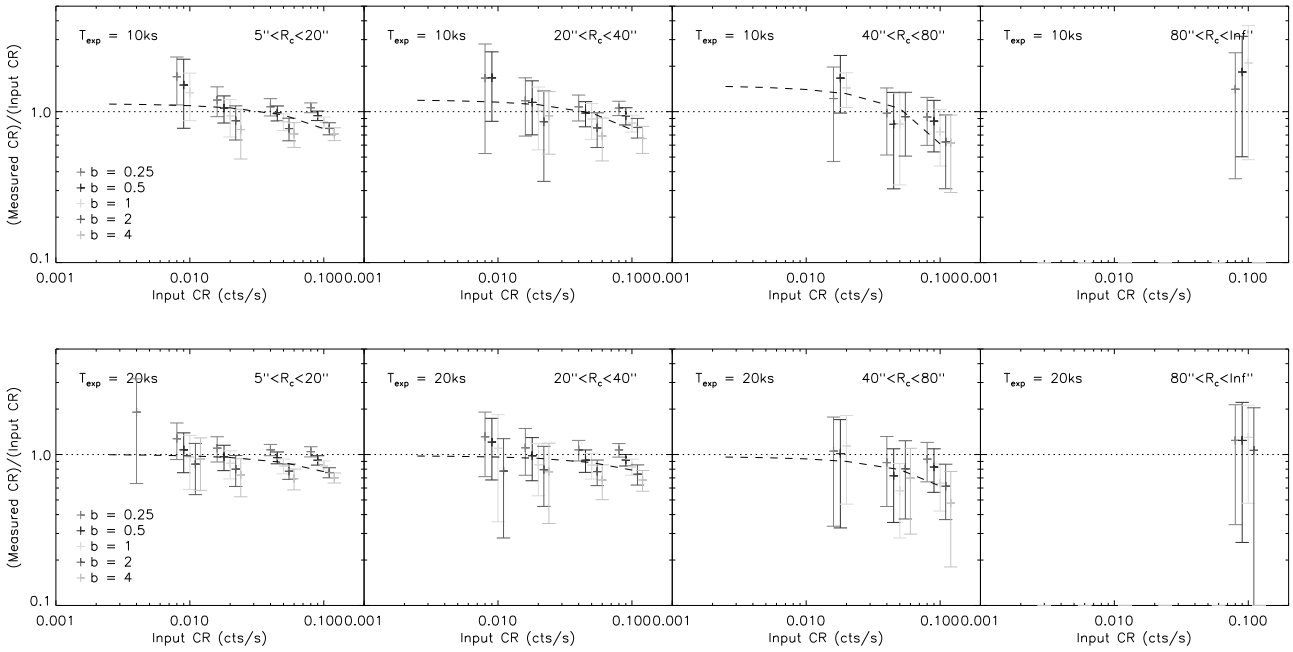



**Figure 7.** Aperture correction for measurements of clusters count-rates. *Top:* 10 ks simulated pointings, *Bottom:* 20 ks simulated pointings. In each panel only clusters having output core radii in the indicated range are included. Simulations were performed for various background levels as indicated by the colours. The data points have been horizontally shifted for clarity. Measured count-rates are obtained by the aperture photometry described in Sect. 2.4. Only simulated $C1^+$ clusters (matching the same criteria as for the cosmological subsample) are included here. The black, dashed line shows the best linear fit used for correcting the individual count-rate measurements.

| MOS1 Filter | MOS2 Filter | PN filter | $C_0$ | $C_1$ |
|---|---|---|---|---|
| Medium | Thin1 | Thin1 | 1.01 | 0.00 |
| Thin1 | Medium | Thin1 | 1.01 | 0.00 |
| Medium | Medium | Thin1 | 1.03 | 0.00 |
| Thin1 | Thick | Thin1 | 1.03 | 0.01 |
| Thin1 | Thin1 | Medium | 1.00 | 0.00 |
| Medium | Thin1 | Medium | 1.02 | 0.00 |
| Medium | Medium | Medium | 1.03 | 0.00 |
| Thick | Medium | Medium | 1.04 | 0.01 |
| Medium | Thick | Medium | 1.04 | 0.01 |
| Thick | Thick | Medium | 1.06 | 0.02 |
| Thin1 | Thin1 | Thick | 1.10 | 0.09 |
| Medium | Medium | Thick | 1.14 | 0.09 |
| Medium | Thick | Thick | 1.15 | 0.10 |
| Thick | Thick | Thick | 1.17 | 0.12 |

**Table 3.** Example of coefficients used for the empirical filter corrections : bands $X$=[0.5-2] keV and $Y$=[0.5-1] keV and $N_H = 4.10^{20}$ cm$^{-2}$ are considered here. The correction is modeled by a linear relation of the form $x_{corr} = C_0.x_{mes} + C_1.y_{mes}$, where $x_{mes}$ and $y_{mes}$ are count-rates measured with the same particular set of filters, respectively in bands $X$ and $Y$ and $x_{corr}$, the corrected count-rate as it would be measured in band $X$ with the highest transmission set of filters (THIN1-THIN1-THIN1). These conversions were found to be accurate at the few percent level for clusters with temperatures ranging from 0.5 to 9 keV and redshifts out to 1.5.

**Table 4.** Number of detected clusters in the X–CLASS database. Clusters entering the cosmological analysis are $C1^+$ sources not classified as 'dubious', within 10 arcmin off-axis and having $0.009 < CR < 0.5$ cts/s (count-rate in [0.5-2] keV) and $0.05 < HR < 2$ (ratio [1-2] keV / [0.5-1] keV).

| | |
|---|---|
| C1 sources detected in the 2409 X–CLASS pointings | 845 |
| $C1^+$ sources : | 745 |
| - classified as 'dubious', | 74 |
| - within 10 arcmin off-axis, | 630 |
| - entering the cosmological analysis | 347 |

of the CR-HR method, we extracted a high signal-to-noise ratio subsample as follows.

We first selected a more homogeneous data set, i.e. by excluding pointings (1) with a high background, (2) with one or more detectors not being in full-frame mode and (3) those centered on very nearby, luminous clusters (see examples on Fig. 8). For this purpose, we inspected the 2409 pointings by eye. In the end, the surveyed area used for the cosmological fits consists of 1992 pointings (Table 1)

We defined a sub-class of galaxy clusters called $C1^+$ by selecting all sources having an extent likelihood above 40 and an extent greater than 5 arcsec. Only $C1^+$ sources within 10 arcmin off-axis of their parent pointing and not flagged as dubious were considered. Defining CR as the [0.5-2] keV measured count-rate and HR as the ratio between the [1-2] keV and [0.5-] keV count-rates, we imposed clusters to have $0.009 < CR < 0.5$ cts/s and $0.05 < HR < 2$. Finally, the cosmological subsample consists of 347 clusters.

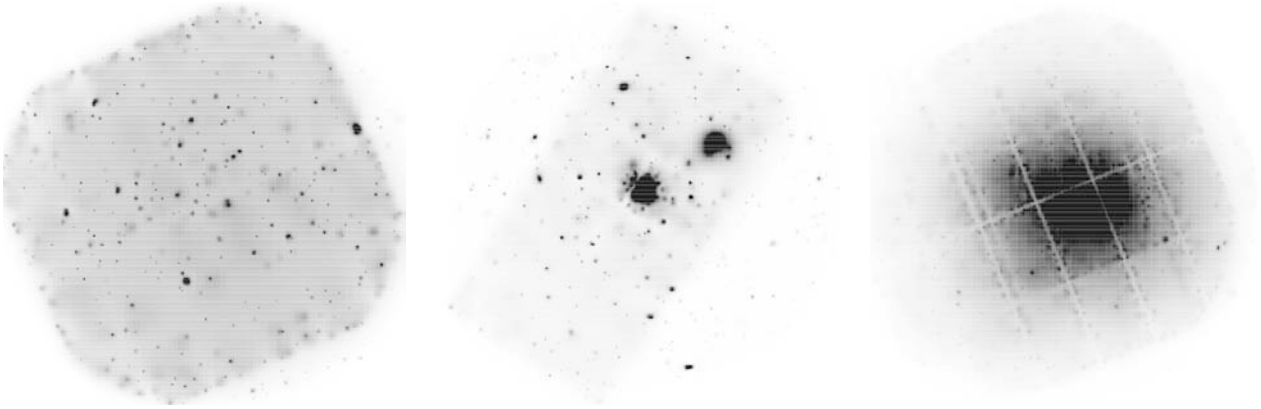


**Figure 8.** Three examples of pointings excluded from the cosmological analysis (images have been filtered by wavelets). *Left panel:* this pointing shows a high background on the PN detector which has not been optimally filtered by the pre filtering procedure due to long continuous periods of background flares (ObsId: 0039140101). *Central panel:* the PN detector was working in Large Window mode thus not collecting photons from the entire field of view (ObsId: 0083150401). *Right panel :*observation of Coma extending over a large part of the field of view thus preventing the detection of background sources (ObsId: 0300530301).

### 3.2 Description of the simulations

#### *3.2.1 Principle*

We use an updated version of InstSimulation (Valtchanov, Pierre, & Gastaud 2001; Pacaud et al. 2006) to generate fake XMM observations, taking into account the main characteristics of the XMM EPIC instruments. In particular, an analytic vignetting model and a detector mask are superimposed to the simulated sources, as well as instrumental and photon backgrounds. The shape and off-axis dependency of the PSF is modeled by using the Medium model from the XMM calibration files. Apart from the peculiar observations of bright, saturated sources, or extremely extended sources, the simulation set captures the most important features impacting the detection and the characterization of the sources. We performed two sets of simulations: one with point-like sources only, and the other with clusters and point-like sources.

#### *3.2.2 Point-like sources only*

The first set of simulations without extended sources serves as a test for contamination and for parametrizing the background level on the instruments. Point-like sources are distributed across the field of view, following a sampled $\log N - \log S$ taken from (Moretti et al. 2003) in the [0.5-2 keV] band. Conversion from flux to count-rate is performed assuming a constant MOS to PN count-rate ratio, regardless of the source spectral distribution. The flux lower bound is chosen accordingly to the exposure time so as to give $\sim 2$ photons on-axis (i.e. below the XMM detection limit). Non-resolved AGN photon background is added following values from (Read & Ponman 2003), then corrected from the estimated fraction of AGNs resolved by the pipeline. This background component is vignetted, thus showing a strong off-axis dependence. We finally add the non-vignetted particle background component using the standard values from Read & Ponman (2003) multiplied by an arbitrary factor $b = 0.25$, 0.5, 1, 2 or 4 so as to investigate the impact of pointing-to-pointing background variations on the detection efficiency. For each background value, 540 pointings are simulated both at 10 and 20 ks exposure times.

Each of these pointings is processed by the XAmin pipeline described in Sect. 2, exactly in the same way as real observations. In particular, an extended model fit is performed over each detected point-source to evaluate the contamination of the cluster sample.

#### *3.2.3 Extended source simulations*

Similar simulations are performed by adding clusters assumed to be spherically symmetric sources and defined by a $\beta = 2/3$ profile; apparent core radii $r_c$ range from 10 to 100 arcsec and total count-rates from $2.5.10^{-3}$ to 0.1 cts/s. From 4 to 8 simulated clusters are injected in each pointing, depending on their angular size, and we avoided source overlap by defining exclusion sectors in the XMM field of view. In total, some 87000 extended sources were simulated over more than 18000 pointings (Table 5). In order to reproduce the effects of point source contamination, a population of point-like sources was added as described in the previous section.

Each pointing is processed by the pipeline and positions of the input extended sources are correlated with the output positions within a 37 arcsec radius. In case of multiple matches, the detected source with the highest extent likelihood is chosen as the best matching counterpart and all others are discarded. Fig. 9 (top panel) shows three examples of simulated pointings in different observing conditions, along with the corresponding pipeline results.

### 3.3 Analysis of the simulations - selection criteria

#### *3.3.1 Contamination by spurious and point-like sources*

Following Pacaud et al. (2006) we report for each detected source its location in a two-parameter space extent/extent-likelihood, as shown in Fig. 9, middle panels. In this figure, green symbols represent point-like sources, magenta symbols are for extended sources and red points stand for spurious detections, i.e. detections in the point-only simulations

**Table 5.** Summary of the extended-source simulations in XMM images. Last column indicates the number of simulated clusters out to a an off-axis of 10 arcmin. Simulations were performed for exposure times of 10 and 20 ks and five background levels ($b$=0.25, 0.5, 1, 2 and 4). The total number of simulated and processed pointings is 18140 and the total number of clusters amounts to $\sim$ 87000.

| Input count-rate | Input core radius | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ($10^{-2}$ cts/s) | 10" | 20" | 50" | 100" | | Total |
| *0.25* | 450 | 450 | 750 | 240 | – | 1890 |
| *0.5* | 450 | 450 | 750 | 240 | – | 1890 |
| *1.0* | 450 | 450 | 750 | 240 | – | 1890 |
| *2.0* | 450 | 450 | 750 | 240 | – | 1890 |
| *5.0* | 100 | 100 | 150 | 240 | – | 590 |
| *10.0* | 100 | 100 | 150 | 240 | – | 590 |

which are not associated to input sources within the 6" correlation radius. Fig. 9 shows the good stability of the $C1^+$ criterion across the range of exposure times and background levels, in terms of contamination by point-like sources and spurious detections. From our simulations, we expect the number of contaminating sources (i.e. point-sources interpreted as extended sources) not to exceed one in every 300 pointings for normal observing conditions (10 ks, low background).

#### *3.3.2 Efficiency of the extended sources detection*

We then derive the $C1^+$ detection efficiency by taking all sources in the 0–10 arcmin off-axis range. Bottom panels of Fig. 9 display the probability of detecting a $C1^+$ cluster as a function of its total input count-rate and its input core radius, as derived from our simulations. From these results, it clearly appears that the selection is not flux-limited, but rather surface-brightness limited. These curves also reveal the expected increase in efficiency from 10 to 20 ks and for lower background levels. The sharp decrease observed in the 20 ks selection for high count-rates ($\sim$0.06–0.1 cts/s) and small core radii ($<$ 20 arcsec) indicates that these sources are identified as point-like sources by the pipeline; such objects, however, are unlikely to appear in real observations. We derived similar probability functions for the ten simulated configurations (10 and 20 ks exposures and five background levels).

Then, for any given pointing in the survey, we estimate its background parameter ($b$). To this purpose, we measure local background estimates at several locations on the detectors and compare them to the values found in the simulated observations for which $b$ is known. We finally derive the selection function of each XMM observation entering the cosmological analysis.

### 3.4 The survey geometrical area

For the cosmological analysis, we consider only sources within a 10 arcmin radius around each pointing center, thus removing regions of the detectors where the point spread function has an elongated shape and the vignetting factor is greater than 50%. Because of the multiple overlaps between pointings, we estimate the net area by means of a Monte-Carlo integration. If two or more pointings of the same exposure time overlap, the intersecting area is equally distributed between those pointings. If one 20 ks pointing and one 10 ks pointing overlap, the intersecting area is fully attributed to the deeper pointing. This set of rules is thus compatible with the procedure applied for removing duplicate detections in the catalogue (Sect. 2). The net total area covered by the 1992 pointings is 90.3 deg$^2$.

### 3.5 Correcting for the target bias in the XMM archive

In all cluster serendipitous surveys to date, it has always been implicitly assumed that discarding the central target of the considered pointings (along with subtracting the corresponding survey area) would not statistically affect the studied cluster population. It is not the purpose of the present paper to verify these past assumptions, but in the case of serendipitous surveys based on the XMM archive, this hypothesis is questionable. Among the 7716 archival observations available by May 2010, 1008 of them pertain to pointed observations of galaxy clusters. Out of the 347 clusters selected for the present cosmological analysis, 92 of them are central targets (within 3 arcmin offaxis). One cannot simply discard them or include them (or ignore the complete pointing) in the statistical analysis, because the process of target selection from guest observers is highly subjective as well as motivated by practical constraints. This is particularly true for distant clusters, as only the brightest ones could be observed.

In this section, we describe the method that we have developed to account for the target selection bias and correct for its impact in the cosmological analysis. This bias is hard to model from first principles as it depends on the history of the XMM observing programs. Basically, we make use of the fact that pointed galaxy clusters are preferentially located at the center of the XMM field of view and split our sample in two subsamples to apply a joint correction.

#### *3.5.1 Off-axis source distribution*

Fig. 10 shows the distribution of detected clusters as a function of off-axis distance. The excess of sources in the 0–5 arcmin range is conspicuous, as well as the stabilization at higher radii. There is a factor of 2 between the density of sources in the 'outer' regions of the detectors and the 'inner' regions. Part of this difference stems from the better sensitivity in the central part of the XMM FoV but a also from a number of pointed clusters. We label by 'in' and 'out' the corresponding two subsamples and make the hypothesis that all pointed clusters are found in the 'in' sample.

#### *3.5.2 Bias model*

We display in upper panel of Fig. 11 the count-rate distribution of sources in both subsamples per unit sky area. According to Fig. 10, there is a factor $\sim$2 between both distributions, but the the excess is not uniformly spread over the range of count-rates. For instance the factor 3 excess around CR $\sim$ 0.15 cts/s corresponds to clusters with fluxes $\sim 1 - 2.10^{-13}$ ergs/cm$^2$/s typical of those found in *ROSAT* serendipitous surveys: 160d (Vikhlinin et al. 1998b),

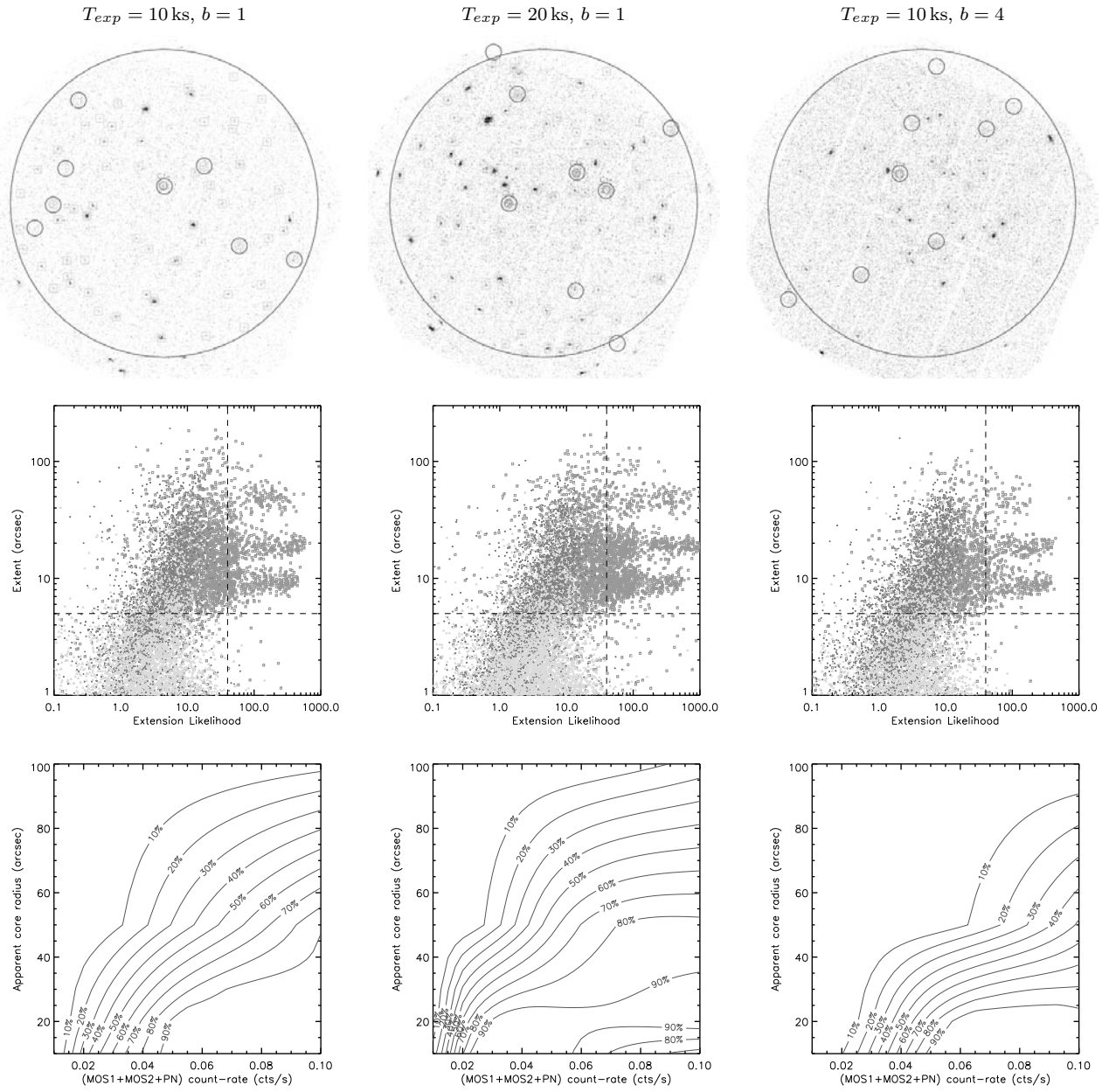



**Figure 9.** The X–CLASS selection function. We present the results of simulations performed for three pointing configurations (different exposure times and background levels) among the 10 simulated configurations. *Top:* Example of simulated XMM observations. Blue circles show the locations of simulated 20 arcsec core-radius clusters and magenta circles denote detections classified as $C1^+$ by the pipeline. Green boxes are for the remaining, unclassified sources (including point sources). The radius of the large blue circle is 13 arcmin. *Middle:* Distribution of detected sources in the Extent-Likelihood/Extent plane. Recovered clusters are in magenta, point-like sources in green and spurious detections in red. Vertical and horizontal lines delimit the $C1^+$ classification (EXT_ML $> 40$ and EXT $> 5$); the discreetness of the Extent distribution reflects the input core radius values (Table 5) *Bottom:* Corresponding detection probability for the $C1^+$ sources as a function of the input [0.5-2] keV count-rate and the input core-radius. $[2.5.10^{-3}, 5.10^{-3}, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1]$

400d (Burenin et al. 2007), WARPS (Jones et al. 1998) and SHARC (Romer et al. 2000) (see Piffaretti et al. (2011) for a thorough compilation of *ROSAT* cluster catalogues). Clusters from the *ROSAT* All-Sky Survey are more than ten times brighter on average and are thus excluded from our cosmological sample (limited to $CR < 0.5$ cts/s).

Because of the finite number of clusters of given flux across the entire sky, the sample dubbed 'out' does not exactly reflect the cluster population as it lacks all clusters being pointed. As both subsamples derive from the same parent distribution, we use a single parameter for the inner excess and the outer dearth of clusters. We detail in App. B our procedure to infer its value, taking into account the effective areas of both the inner and outer part of the XMM field of views. All count-rate bins $j$ are treated separately and we compute a bias factor $F_j$ (Fig. 12) whose value represents the ratio between the observed number of clusters in the considered bin and the actual expected number of clus-

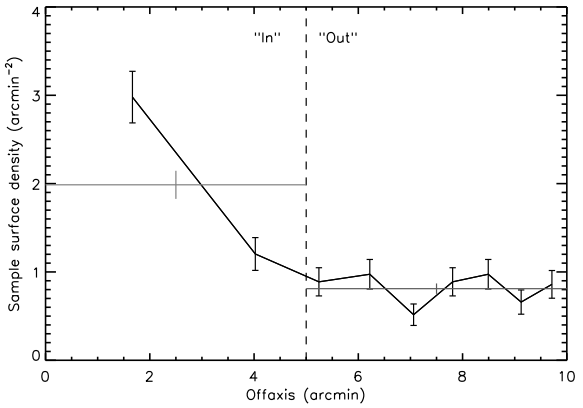



**Figure 10.** Surface density of clusters as a function of off-axis distance, for the selected subsample used in the cosmological analysis (black curve). The red and blue points are the average surface densities in the inner [0-5] arcmin and the outer [5-10] arcmin regions respectively. The factor $\sim 2$ between the two values is mainly caused by the presence of pointed clusters in the archival data.

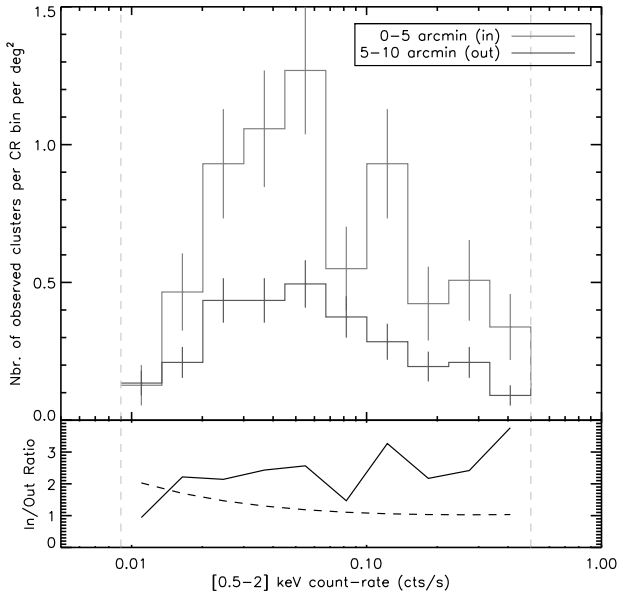



**Figure 11.** *Top panel:* count-rate distribution of the sources found within 5 armin off-axis (red) and between 5 and 10 arcmin off-axis (blue) for the cosmological subsample containing 347 clusters (all count-rates are rescaled to their on-axis values). *Bottom panel:* the plain curve shows the ratio between the two histograms shown in the top panel. The dashed line is the ratio that one would expect from the sensitivity gradient only.

ters if no object were pointed. By definition, $F_j$ is always greater or equal to one.

## 4 THE COSMOLOGICAL ANALYSIS

This section presents the analysis performed with the subsample of 347 C1$^+$ clusters selected over our effective area of

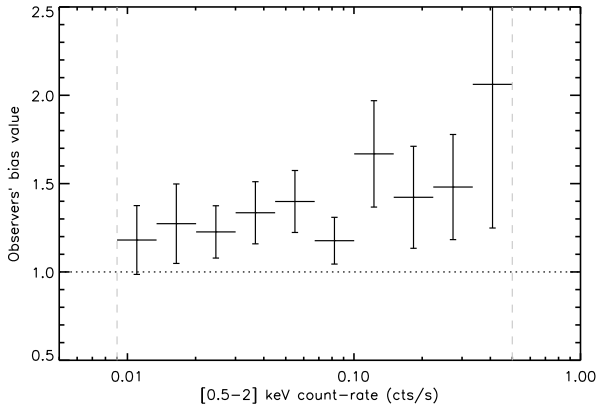



**Figure 12.** Bias factor $F_j$ for cluster counts (see App B) due to the presence of pointed clusters in XMM archival data. $F_j$ is computed in 10 count-rate bins and evaluated by comparing the density of clusters in the inner [0-5] arcmin to the [5-10] arcmin density, taking into account the higher sensitivity around the EPIC optical center. The bias value is the ratio between the observed number of sources in a given bin and the number expected for a sample without pointed clusters. We use it as an empirical correction for the final sample of 347 clusters selected for the cosmological analysis.

90 deg$^2$ from the XMM archival data. We first show the resulting CR–HR diagram, which is the sole observable quantity used in the cosmological analysis. We then describe its modeling from first principles, taking into account a cosmological model, X-ray cluster scaling-laws and the various selection effects affecting the sample. We finally show the results obtained by a Monte-Carlo Markov Chain sampling.

### 4.1 Sample CR–HR distribution

Following Sect. 2, count-rates for all 347 clusters entering the analysis have been measured in three energy bands: [0.5-2], [0.5-1] and [1-2] keV. These values have been corrected from flux loss due to the finite aperture measurement and, if necessary, converted in the THIN1 filter set. We compute the hardness ratio of each cluster by dividing the [1-2] keV count-rate by the [0.5-1] keV measurement and report its value in a CR–HR plane, where CR stands for the wide band measurement. Fig. 13 shows the distribution of clusters in this diagram, along with associated error bars. The distribution is spread over the range of count-rates peaking around 0.3-0.4 cts/s.

### 4.2 Modelling the CR-HR distribution of sources

We describe the main steps of the computation of the CR-HR distribution of clusters, starting from the halo mass function and using the survey selection function. These steps are more thoroughly detailed in paper I.

#### *4.2.1 Halo mass and redshift distribution*

We assume a ΛCDM cosmological model and a flat Universe ($\Omega_{\rm m} + \Omega_\Lambda = 1$) with no-evolving dark energy ($w = -1$).

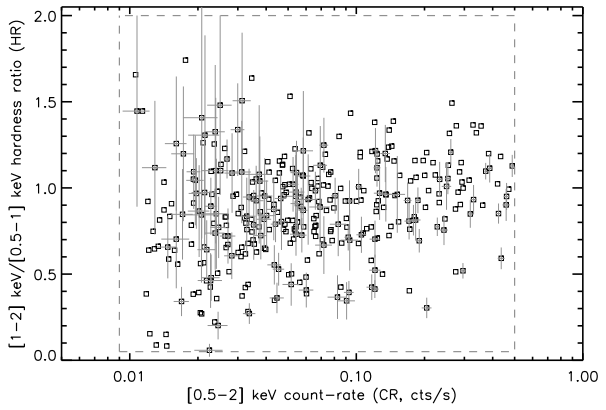



**Figure 13.** CR-HR diagramme for the 347 clusters pertaining to the cosmological subsample. Not all error bars are displayed in order to ease visualization. The dashed box delimitates the region used for the cosmological fit.

Starting from the primordial, scale-invariant power spectrum with slope $n_s = 0.961$ (Dunkley et al. 2009) we make use of the Eisenstein & Hu (1998) fitting formula for the transfer function to obtain the linear power-spectrum. We use the Tinker et al. (2008) fit to the mass function and obtain the comoving density of haloes per mass interval $dM_{200\mathrm{b}}$ about $M_{200\mathrm{b}}$ at redshift $z$, where $M_{200\mathrm{b}}$ is the mass within a radius $R_{200\mathrm{b}}$ inside which the mean density is 200 times the mean density of the Universe at that redshift. We convert this distribution into the sky-projected density of clusters per redshift slice. Only $\Omega_\mathrm{m}$ and $\sigma_8$ (normalization of the power spectrum at a scale $R = 8h^{-1}\,\mathrm{Mpc}$) are let free in the analysis. All other parameters are held at their WMAP-5 value (Dunkley et al. 2009), in particular $H_0 = 72.4\,\mathrm{km/s/Mpc}$.

#### *4.2.2 Cluster emissivity and extent*

We assign to each cluster three quantities describing its X-ray emission: its redshift $z$, its plasma temperature $T$ (X-ray spectral temperature) and its bolometric luminosity $L_X$ integrated over its complete extent. We consider a mean metallicity of $0.3\,Z_\odot$. The conversion from cluster mass to temperature and luminosity is achieved thanks to scaling relations of the form:

$$\frac{M_{200\mathrm{c}}}{10^{14}h^{-1}\mathrm{M}_\odot} = 10^{C_\mathrm{MT}}\Big(\frac{T}{4\mathrm{keV}}\Big)^{\alpha_\mathrm{MT}} E(z)^{-1}(1+z)^{\gamma_\mathrm{z,MT}} \quad (2)$$

$$\frac{L_X}{10^{44}\mathrm{ergs/s/cm}^2} = 10^{C_\mathrm{LT}}\Big(\frac{T}{4\mathrm{keV}}\Big)^{\alpha_\mathrm{LT}} E(z)(1+z)^{\gamma_\mathrm{z,LT}} \quad (3)$$

To account for the intrinsic scatter in those relations, we assume two parameters $\sigma_{lnT|M}$ and $\sigma_{lnL|T}$ constant over the entire redshift, mass and temperature ranges considered in our analysis. Throughout this work we will use the $M_{200\mathrm{c}}$–T relation from Arnaud, Pointecouteau, & Pratt (2005) derived for their hot cluster sample (see Table 6).

As discussed in paper I, a reasonable choice for the emissivity profile of clusters is a $\beta$-model (Cavaliere & Fusco-Femiano 1976) with $\beta = 2/3$ and a core radius $r_c$ scaling with $R_{500\mathrm{c}}$, parametrized by $x_{c,0} = r_c/R_{500\mathrm{c}}$ at all redshifts and masses. This parameter is critical as it enters in the selection function describing the observed population of clusters.

#### *4.2.3 Instrumental model and measurement errors*

The next steps consist in converting $z$, $T$ and $L_X$ into observable quantities and fold the cluster distribution into the selection function in order to obtain a CR–HR diagram for a given set of model parameters. Ideally, one should compute this distribution separately on each pointing and sum up their independent contributions to derive the complete CR–HR diagram. In order to avoid excessively large computational times we decided to group pointings by similar $N_H$ and background values.

We use APEC spectral models with a metallicity of $0.3\,Z_\odot$ along with EPIC XMM response matrices to obtain count-rates in the three bands of interest. They represent the expected number of source events per second impacting the telescope cameras mounted with THIN1 filters. The [0.5-2] keV count-rate as well as the cluster apparent core-radii are then derived. Finally, the sample selection function is used to compute the expected distribution of clusters. Measurement errors are included by convolving the CR–HR distribution with an error model using the statistical uncertainties from the count-rate measurements.

To fully model the cluster population we add a supplementary step to the methodology presented in paper I: the model CR–HR distribution is multiplied by the bias value $F(CR)$ as computed in Sect. 3 (see Fig. 12) to account for the excess of sources due to pointed observations.

### 4.3 Likelihood and MCMC sampling method

Given a set of parameters, the expression for the likelihood $L$ is expressed following e.g. Cash (1979) by dividing the CR–HR two-dimensional space in narrow bins such that each bin contains at most one cluster. Assuming Poisson statistics in each bin, we can write:

$$\begin{aligned}\ln\mathcal{L} \;=\; & \sum_i \ln\Big(\frac{dn}{d\mathrm{CR}\,d\mathrm{HR}}(\mathrm{CR}_i,\mathrm{HR}_i)\Big) \\ & - \int_{\mathrm{CR_{min}}}^{\mathrm{CR_{max}}}\int_{\mathrm{HR_{min}}}^{\mathrm{HR_{max}}} \frac{dn}{d\mathrm{CR}\,d\mathrm{HR}}\,d\mathrm{CR}\,d\mathrm{HR} \qquad (4)\end{aligned}$$

where we have neglected the constant term including the size of the bins as we will consider likelihood ratios only. In the equation above, the sum runs over the 347 selected clusters. The integral is computed for $0.09 \leqslant \mathrm{CR} \leqslant 0.5$ and $0.05 \leqslant \mathrm{HR} \leqslant 2$ and simply represents the expected number of clusters within this CR–HR region. The modeled number density contains the effect of measurement errors and pointed cluster bias and includes the selection function and its variations over the surveyed area, thus is as close as possible to the real CR–HR distribution of sources. We summarize in Table 6 the choice of parameters and priors we made for the different cases studied.

Confidence intervals and mean values for the parameters being studied are obtained via the Bayesian formalism and are computed from the posterior distribution of parameters given the CR–HR diagram and the underlying model. In

this study, we limit ourselves to a maximum of 5 free parameters, for which a Monte-Carlo Markov Chain (MCMC) likelihood exploration becomes competitive with a grid-based computation. We use a custom Metropolis-Hastings sampler that produces MCMC chains. After a so-called *burn-in* period, the chain reaches a stationary state representative of the actual posterior parameters distribution. The 'jump' function is taken as a multivariate gaussian distribution with covariance matrix $C_{\mu\nu}$ computed with (see paper I for a more thorough description and references therein):

$$F_{\mu\nu} = C_{\mu\nu}^{-1} = \sum_i \frac{1}{\mathcal{O}_i} \frac{\partial \mathcal{O}_i}{\partial \theta_\mu} \frac{\partial \mathcal{O}_i}{\partial \theta_\nu} \quad (5)$$

where $\mathcal{O}_i$ stands for the binned density $dn/d\mathrm{CR}/d\mathrm{HR}$ and $\boldsymbol{\theta}$ is the set of varying parameters. The PDF 'jump' function from the current parameter set $\boldsymbol{\theta}_n$ to the new one $\boldsymbol{\theta}$ thus writes :

$$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\theta}_n) \propto \exp\Big[ -\frac{1}{2}{}^T(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}_n) F_{\mu\nu} (\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}_n)\Big] \quad (6)$$

For each chain we extract the mean value of the sampled parameters and compute the associated highest density intervals. Such an interval contains $(1-\alpha)100\%$ of the posterior probability and ensures that the posterior density within the interval is always greater than outside. We choose $\alpha = 0.32$ which, in the case of a normal distribution, corresponds to the 1-$\sigma$ boundaries of the distribution. The MCMC analysis is performed using the R-package BOA (Smith 2007). Unless otherwise stated, best-fit results are quoted using the mean of the posterior distributions (and not the maximum likelihood estimate).

## 5 RESULTS

Our methodology, as presented in paper I, assumes that local scaling laws are known, we thus focus on their evolution and on the cosmological parameter determination. Different expressions for the local scaling laws are found in the current literature. This is particularly true for the L–T relation (e.g. Arnaud & Evrard 1999; Branchesi et al. 2007; Maughan et al. 2012), likely because of the different populations being taken into account (Pratt et al. 2009; Mittal et al. 2011), but also because of different selection effects. However, our cluster sample is not quite large enough to allow for a simultaneous fit of the local scaling laws, of their evolution and of cosmology. We thus proceed with a step by step approach to select a local L–T that matches well our sample, focusing on two relations from Pratt et al. (2009). We use these relations since they are well suited to the mass range of our sample, contrary to, e.g. Mantz et al. (2010) scaling relations which have been derived for much more massive clusters. We first set the cosmology to the WMAP-5 values and select a 'best' relation by comparison to our data and to published log$N$-log$S$ from the literature. We then release cosmological parameters to perform an enlarged fit of our data and finally show that the selected L–T still adequately describes our clusters. In all cases, we always assume a flat ΛCDM Universe.

### 5.1 Fixed cosmology, fixed local scaling laws

#### *5.1.1 Constraints from the CR–HR distribution*

We first fit $\gamma_{\mathrm{z,MT}}$ and $\gamma_{\mathrm{z,LT}}$, the parameters governing the non-self-similar behaviour of the M–T and L–T relations, as well as $x_{c,0}$, the cluster size. Other parameters are set according to Table 6, in particular $\Omega_\mathrm{m}$ and $\sigma_8$ which are held at their WMAP-5 value and we assume that scaling relations are perfectly known. For the temperature to luminosity conversion we consider the numerical values of Pratt et al. (2009) using two of their $L_1 - T_1$ relation without core excision. One of them has been computed for all clusters present in their sample ('ALL') while the other ('NCC') excludes all clusters showing high central gas density and thus hosting a cool core. As the intrinsic scatter in these relations depends on the population of clusters in the sample, we use two test values, $\sigma_{lnL|T} = 0.3$ and 0.7; these values correspond to the lowest and the highest scatter found in Pratt et al. (2009). We emphasise here that we allow us to somewhat generalise their results since, formally, scatter values of 0.3 and 0.7 are associated to the 'NCC' and 'ALL' samples respectively.

The fit results with associated uncertainties are quoted in Table 7, along with an indication of the relative likelihood for each test case. The Cash statistics $C = -2\ln\mathcal{L}$ is evaluated at the mean of the posterior distribution. As changing from one L–T relation to the other involves 3 parameters in our model ($\alpha_{\mathrm{LT}}$, $C_{\mathrm{LT}}$, $\gamma_{\mathrm{z,LT}}$), the difference between $C$ and the (unknown) minimal value $C_{\min}$ obtained when all 6 parameters are let free behaves as a $\chi^2$ with 3 degrees of freedom (Cash 1979). This allows us to put a lower boundary to the $\chi^2$ of all four fits, e.g.:

$$\begin{aligned} \chi^2_{\mathrm{ALL},0.7} &= C_{\mathrm{ALL},0.7} - C_{\min} \\ &> C_{\mathrm{ALL},0.7} - C_{\mathrm{NCC},0.7} = 8.4 \end{aligned}$$

Because the probability for $\chi^2_3$ to be greater than 8 is $\sim 5\%$, it indicates that our data prefers the 'NCC' scaling relation with a large intrinsic scatter to the three other scaling laws.

#### *5.1.2 Comparison with published logN-logS distributions*

We cross-check the outcome of our 3-parameter fit by comparing the resulting cluster log$N$-log$S$ to that from other surveys. We show on Figure 14 the log$N$-log$S$ computed with two local L–T ('NCC' and 'ALL', $\sigma_{lnL|T} = 0.7$). We display the result with and without the $(1+z)^\gamma$ evolution factor in the scaling laws. In the former case, we used our best-fit parameters $\gamma_{\mathrm{z,MT}}$ and $\gamma_{\mathrm{z,LT}}$ from Table 7. We note that the value of $x_{c,0}$ has no impact on the predicted log$N$-log$S$ since such a distribution is meant to be flux limited. The REFLEX data correspond to Böhringer et al. (2001) best-fit power-law converted into a [0.5-2] keV log$N$-log$S$ using a constant factor calculated for a APEC plasma at $z = 0$ with $T = 5$ keV. RDCS values are from Rosati et al. (1998) and 160d and 400d correspond respectively to Vikhlinin et al. (1998b) and Burenin et al. (2007).

From this figure it turns out that the 'ALL' relation predicts too many clusters compared to observations from other authors, particularly for the brightest, most massive, nearby clusters. Conversely, the 'NCC' scaling relation (also assuming $\sigma_{lnL|T} = 0.7$) is less discordant and our proposed

**Table 6.** List of parameters used in this work. The cosmological parameters are from WMAP-5 (Dunkley et al. 2009). Numbers in brackets indicate the uniform priors applied in the MCMC fitting procedure. When fixed, $\Omega_{\rm m}$ and $\sigma_8$ are held at their WMAP-5 values, namely $\Omega_{\rm m} = 0.249$ and $\sigma_8 = 0.787$. 'ALL' and 'NCC' refer to the corresponding L–T relations from Pratt et al. (2009).

| Parameter | Fixed value or [prior range] | Description |
|---|---|---|
| $\Omega_{\rm m}$ | $[0.09 - 1]$ | |
| $\Omega_\Lambda$ | $1 - \Omega_{\rm m}$ | (Flat Universe) |
| $\Omega_{\rm b}$ | 0.043 | |
| $\sigma_8$ | $[0.05 - 2]$ | |
| $n_s$ | 0.961 | |
| $h$ | 0.72 | |
| $\alpha_{\rm MT}$ | 1.49 | $M - T$ power-law index |
| $C_{\rm MT}$ | 0.46 | $M - T$ logarithmic normalization |
| $\gamma_{\rm z,MT}$ | $[-4, 4]$ | $M - T$ evolution index |
| $\sigma_{lnT\|M}$ | 0.1 | $M - T$ constant logarithmic dispersion |
| $\alpha_{\rm LT}$ | 'ALL': 2.7, 'NCC':2.9 | $L - T$ power-law index |
| $C_{\rm LT}$ | 'ALL': 0.52, 'NCC': 0.40 | $L - T$ logarithmic normalization |
| $\gamma_{\rm z,LT}$ | $[-5, 3]$ | $L - T$ evolution index |
| $\sigma_{lnL\|T}$ | 0.3 or 0.7 | $L - T$ constant logarithmic dispersion |
| $x_{c,0}$ | $[0 - 0.9]$ | $\beta$-model core radius scaling wrt. $R_{500c}$ |

**Table 7.** Best-fit values for the evolutionary parameters $\gamma_{\rm z,MT}$, $\gamma_{\rm z,LT}$ and the geometrical scaling factor $x_{c,0}$ for a fixed cosmology. Quoted results are the mean and 68% confidence intervals obtained by fitting the X–CLASS CR–HR distribution, while cosmological parameters are held fixed at their WMAP-5 value and only those 3 parameters are varied. The $C = -2\ln\mathcal{L}_{max}$ values are computed at the location of the best-fit parameters and differences are quoted relative to that obtained for 'NCC' with large scatter (2nd column). 'ALL' and 'NCC' refer to the corresponding L–T relations from Pratt et al. (2009)

| Local L–T: | NCC | | ALL | |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma_{lnL\|T}$: | 0.3 | 0.7 | 0.3 | 0.7 |
| $\gamma_{\rm z,MT}$ | $0.60 \pm 0.15$ | $0.32 \pm 0.13$ | $0.17 \pm 0.18$ | $-0.13^{+0.16}_{-0.12}$ |
| $\gamma_{\rm z,LT}$ | $-1.23 \pm 0.41$ | $-1.30^{+0.54}_{-0.37}$ | $-2.25^{+0.61}_{-0.48}$ | $-2.06^{+0.56}_{-0.43}$ |
| $x_{c,0}$ | $0.17 \pm 0.02$ | $0.26 \pm 0.03$ | $0.27 \pm 0.02$ | $0.39 \pm 0.04$ |
| $C - C_{\rm NCC,0.7}$ | 7.9 | (0) | 9.1 | 8.4 |

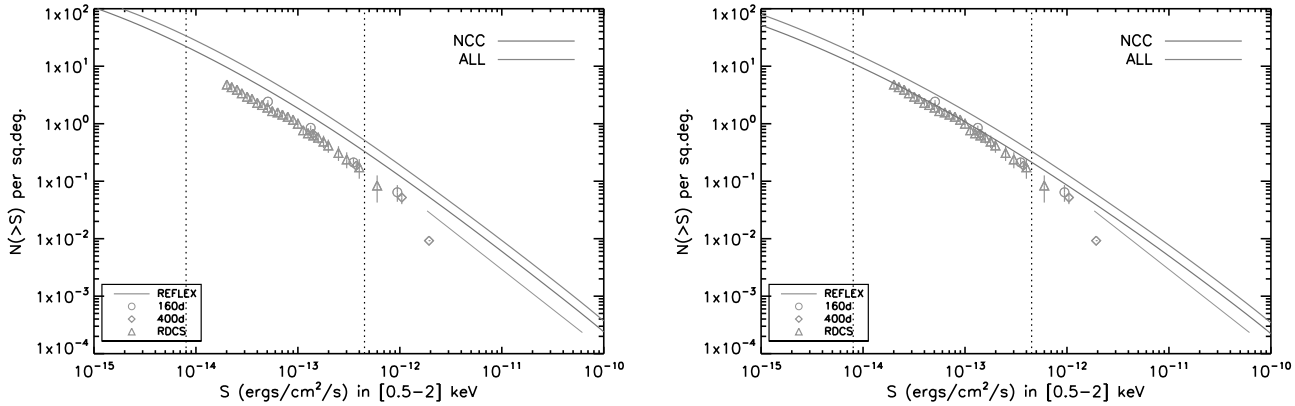



**Figure 14.** The cluster log$N$-log$S$. The blue and red curves correspond to our predictions assuming the local 'NCC' and 'ALL' L–T relations respectively, both taken with $\sigma_{lnL|T} = 0.7$ and are computed for the WMAP-5 cosmology. *Left panel:* Self-similar evolution is assumed for the scaling laws ($\gamma_{\rm z,MT} = \gamma_{\rm z,LT} = 0$). *Right panel:* Evolution as inferred from our 3-parameter best fit on the X–CLASS CR–HR distribution ($\gamma_{\rm z,MT}$ and $\gamma_{\rm z,LT}$, Table 7). Data points correspond to observations from various surveys (see text). The vertical lines indicate the approximate flux range of our sample.

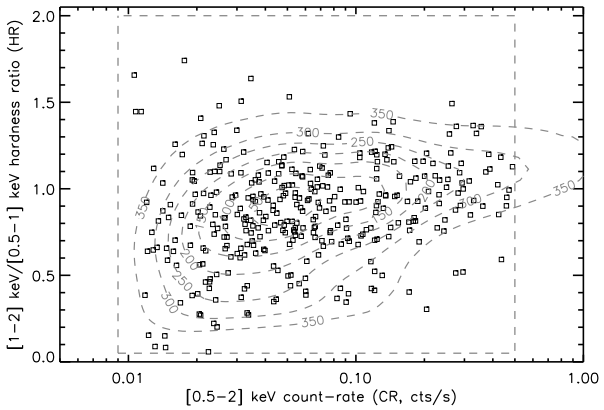



**Figure 16.** Best fit model (green dashed contours) overlaid on the CR–HR diagram data points. Five parameters are fitted assuming the local L-T relation from 'NCC' and $\sigma_{lnL|T} = 0.7$. Contour labels indicate the predicted number of clusters enclosed by the corresponding contours. The red box shows the region in which the fit is performed. Measurement errors and bias due to pointed clusters have been included in the computation of the green contours.

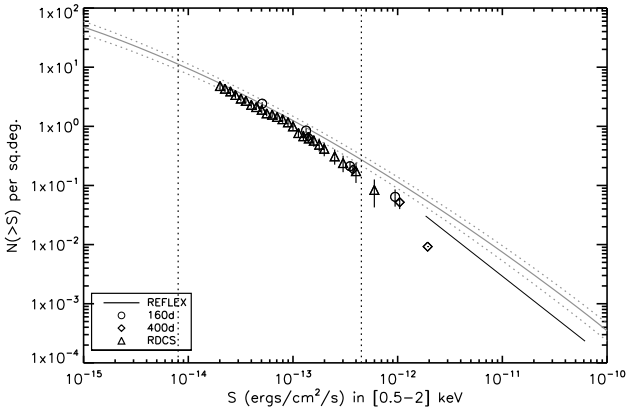



**Figure 17.** The cluster log$N$-log$S$. The plain red curve shows the modeled distribution computed assuming the local L–T relation of 'NCC' with $\sigma_{lnL|T} = 0.66$. Cosmological parameters as well as the non-similar evolution of scaling laws have been adjusted so as to match the CR–HR distribution of sources in the X–CLASS sample (best-fit parameters quoted in Sect. 5.2). The red dotted curves are computed by propagating the uncertainties on these parameters in the log$N$-log$S$ computation. The vertical lines indicate the approximate flux range of our sample.

evolution nicely fits the low-flux log$N$-log$S$ from the RDCS and the 400d surveys.

### 5.2 Free $\Omega_{\rm m}$ and $\sigma_8$, fixed local scaling law

We now relax $\Omega_{\rm m}$ and $\sigma_8$ while fitting the CR–HR diagram, in addition to $\gamma_{\rm z,MT}$, $\gamma_{\rm z,LT}$ and $x_{c,0}$, thus allowing 5 parameters to vary in total. We consider the 'NCC' relation with $\sigma_{lnL|T} = 0.7$ as our reference L–T relation and keep it fixed in the analysis. Figure 15 shows the resulting posterior distribution obtained from the MCMC chains. The mean value and associated 1-$\sigma$ error bars for each parameter are :

$$\begin{aligned}
\Omega_{\rm m} &= 0.24^{+0.04}_{-0.09},\\
\sigma_8 &= 0.88^{+0.10}_{-0.13},\\
\gamma_{\rm z,MT} &= 0.83^{+0.45}_{-0.56},\\
\gamma_{\rm z,LT} &= -1.3^{+1.3}_{-0.7},\\
x_{c,0} &= 0.24 \pm 0.04.
\end{aligned}$$

We note that the values for the three last parameters are consistent with the previous results from the 3-parameter fit. Figure 16 illustrates the good agreement between the observed CR–HR distribution and the best-fit model. Using the best-fit model we predict a total amount of 369 clusters in the region where the fit is performed (red dashed box on Fig 16) which is comparable to the 347 clusters actually present in the analysis. We note the presence of a few outliers that will be discussed in the next section.

We show on Figure 17 the cluster log$N$-log$S$ predicted by this set of best-fit parameters, along with the 1-$\sigma$ lower- and upper-boundaries obtained by propagating the posterior covariance matrix from the MCMC analysis. The log$N$-log$S$ agrees well with the reference log$N$-log$S$ curves, especially in the range $10^{-14} - 2.10^{-13}$ ergs/s/cm$^2$. This interval roughly corresponds to the count-rate region probed by our CR–HR diagram (assuming an average flux conversion factor of $9.10^{-13}$ ergs/s/cm$^{-2}$ per cts/s). The high- and low-flux ends of this curve are not probed by our data points but rather rely on the validity of the assumed model, and in particular on the fact that scaling laws behave as Equs. 2 and 3 at all redshifts. Such an extrapolation disagrees with REFLEX data points, as is the case in Fig. 14 where cosmological parameters are held at their WMAP value. Changes in the shape of scaling laws as a function of cluster properties and/or a disagreement between the different selection functions of various surveys may explain this discrepancy.

## 6 DISCUSSION

### 6.1 Cosmological parameters

Our analysis indicates values for $\Omega_{\rm m}$ and $\sigma_8$ of 0.24 and 0.88 respectively with a $\sim 25\%$ and $\sim 15\%$ accuracy. These constraints are compatible with the most recent measurements from the CMB (Dunkley et al. 2009; Larson et al. 2011) and BAO observations (Percival et al. 2010; Blake et al. 2011). They are also in agreement with the most recent studies of X-ray selected clusters (Vikhlinin et al. 2009; Henry et al. 2009; Mantz et al. 2010), Sunyaev-Zeldovich selected clusters (Vanderlinde et al. 2010; Sehgal et al. 2011) and optically selected clusters (Rozo et al. 2010).

Our results have been obtained for fixed local scaling relations, in particular the 'NCC' L–T relation was taken from Pratt et al. (2009), with a constant logarithmic scatter of 0.7. We note that their relation has been derived for an assumed $\Lambda$CDM cosmology ($\Omega_{\rm m} = 0.3$,$\Omega_\Lambda = 0.7$,$h = 0.70$) and strictly speaking it should be converted for each tested cosmology. However, we checked that the correponding correction from $\Omega_{\rm m} = 0.3$ to $\Omega_{\rm m} = 0.24$ on the L–T normalisation amounts to less than 5% and thus neglected this correction in the analysis.

We checked that assuming the L–T relation from Arnaud & Evrard (1999) (converted in the WMAP-5 cosmol-

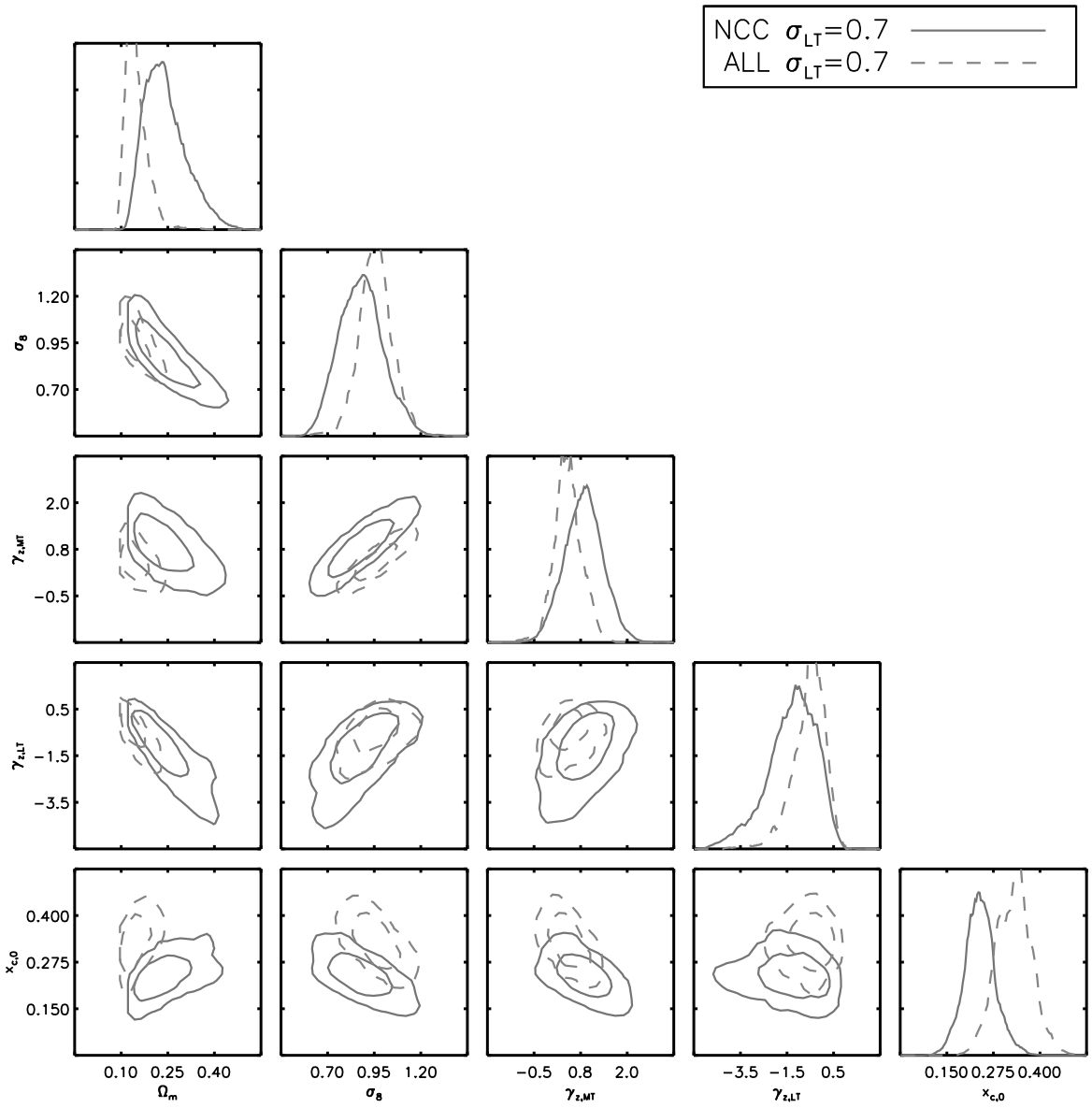



**Figure 15.** Posterior distribution for the five parameters fitted using the X–CLASS CR–HR distribution. The local L–T relation is 'NCC' or 'ALL' with a logarithmic dispersion $\sigma_{lnL|T} = 0.7$. Diagonal panels represent the one-dimensional marginal distributions for each parameter (normalized to unit area), sub-diagonal panels show the two-dimensional contours enclosing 68% and 95% of the marginalized posterior distribution.

ogy) leads to compatible constraints on $\Omega_{\rm m}$ and $\sigma_8$. Interestingly, the 'ALL' ($\sigma_{lnL|T} = 0.7$) from Pratt et al. (2009) predicts $\Omega_{\rm m} = 0.15 \pm 0.04$ and $\sigma_8 = 0.96 \pm 0.08$, in disagreement with the other works cited above. Fig 15 compares the confidence contours obtained for both scaling relations and illustrates the marginal agreement of the posterior distributions. In all cases ('NCC', 'ALL' and Arnaud & Evrard 1999) we tested two different values for the intrinsic scatter $\sigma_{lnL|T}$ (0.3 and 0.7) and noticed little change in the $(\Omega_{\rm m}, \sigma_8)$ constraints. This result is compatible with Sahlén et al. (2009) who find very little degeneracy between $\sigma_{lnL|T}$ and cosmological parameters.

From the best set of parameters (Sect 5.2), we infer the redshift distribution of our cosmological cluster sample (Fig. 18) for the pure C1$^+$ selection (with no bias from pointed clusters). It shows (*a posteriori*) that the distribution peaks around $z_{med} \sim 0.3 - 0.4$ with only 8.4 C1$^+$ clusters beyond $z = 1$. The redshift histogram of clusters with known redshifts from the literature clearly illustrates the complexity of this bias in our sample. All sources in the first

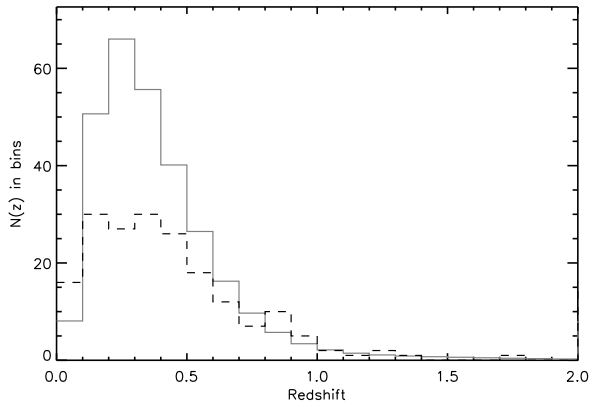
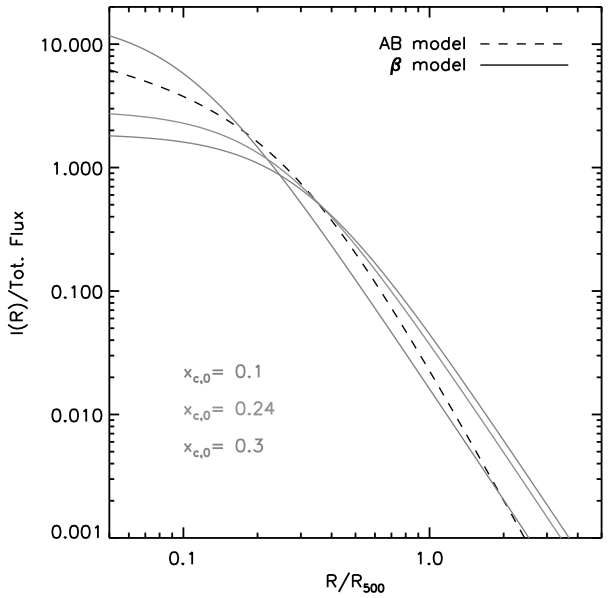



**Figure 18.** Predicted redshift distribution for the "C1$^+$" clusters in the X–CLASS cosmological subsample (red solid histogram). The redshift distribution of clusters in our sample with known redshifts from the literature is indicated by the black dashed line.

$0 < z < 0.1$ bin have a redshift, and there is a small excess of pointed clusters between $z = 0.8$ and $z = 1$. In total, 188 clusters out of the 347 ones selected for the CR–HR analysis have a redshift (66 of them being flagged as 'tentative' in our database, see Sect. A). However, including this partial redshift information in the MCMC analysis requires a precise knowledge of the associated selection process which is currently out of reach.




0

**Figure 19.** Comparison between the AB model from (Croston et al. 2008; Piffaretti et al. 2011) and the $\beta$-model used in this analysis ($\beta = 2/3$). These curves show surface brightness profiles normalized to the same total flux. The red curve corresponds to a $\beta$ profile computed with the best-fit parameter $x_{c,0}$ from the MCMC analysis.

### 6.2 Cluster X–ray profiles

To account for the physical extent of clusters entering the survey selection function, we have introduced the $x_{c,0}$ parameter linking the X-ray cluster extent to the cluster mass ($x_{c,0} = r_c/R_{500c}$). Contrary to other studies, we did not assume a fixed physical size for the core radius (Pacaud et al. 2007; Sahlén et al. 2009) nor a size distribution (Burenin et al. 2007). In all configurations we investigated, this parameter is constrained at the $10-20\%$ level and is found to have a value of $0.24 \pm 0.04$ in the best-fit model. For a cluster of mass $M_{200c} = 10^{14} h^{-1}\,\mathrm{M}_\odot$ at redshift $z = 0.4$, $R_{500c}$ is $\sim 0.6\,$Mpc, and our result suggests a physical core radius of about 150 kpc, indeed typical of those found in other cluster studies at a similar redshift (e.g. Pacaud et al. 2007; Vikhlinin et al. 1998b; Burenin et al. 2007). As shown on Fig. 19, there is a reasonable agreement between a $\beta$-profile computed with our value of $x_{c,0}$ and the AB-model used in (Piffaretti et al. 2011), based on the local gas density profiles of the REXCESS clusters (Croston et al. 2008).

### 6.3 Scaling-laws evolution

We parametrised the redshift evolution of each scaling law by two factors of the form $(1 + z)^\gamma$ such that $\gamma \neq 0$ indicates a departure from self-similar evolution (Equ. 2 and 3). The modelling of the CR–HR distribution includes self-consistently selection effects and the evolution of cluster scaling relations which is a key point of such analyses (e.g. Pacaud et al. 2007; Short et al. 2010; Mantz et al. 2010).

We illustrate in Fig. 20 the net effect of the combined factors $E(z)$ and $(1 + z)^\gamma$ in the evolution of scaling laws, using the best-fit values from our analysis. In this figure, the T–M relation has been computed by inverting Eq. 2 and is expressed in terms of the crticial mass $M_{200c}$. The upper and lower boundaries have been computed using the covariance matrix of $\Omega_\mathrm{m}$ (which enters $E(z)$), $\gamma_{\mathrm{z,MT}}$ and $\gamma_{\mathrm{z,LT}}$ output of our MCMC chain.

Our fit to the X–CLASS CR–HR diagram indicates a quasi non-evolving T–$M_{200c}$ relation (equivalently, a negative evolution relative to the self-similar expectation), meaning that a cluster with a given mass $M_{200c}$ shows approximately the same temperature at all redshifts. Our data also indicates a negative evolution of the L–T relation, below the self-similar expectation, a result that has been found in simulations of Kay et al. (2007) where feedback by AGN and stars is included in cluster simulations, and in Short et al. (2010) for their preheating model of cluster evolution. These trends are also observed by Ettori et al. (2004) for the M–T and L–T relations but are in conflict with studies from Kotov & Vikhlinin (e.g. 2005); Branchesi et al. (e.g. 2007). However, the comparison between these studies is hampered by the different selection processes entering different cluster samples, which can have a tremendous effect on the derived evolution (Pacaud et al. 2007).

Finally, we note that our results do not firmly exclude self-similar evolution both in the M–T and the in L–T relations. The relatively large uncertainties on $\gamma_{\mathrm{z,MT}}$ and $\gamma_{\mathrm{z,LT}}$ are due to the absence of redshifts and to the degeneracies with cosmological parameters inherent to the CR–HR analysis (Fig. 15). We expect the forthcoming XXL and XCS surveys to provide tighter constraints on the evolution of scaling laws thanks to the inclusion of cluster redshifts in both analyses.

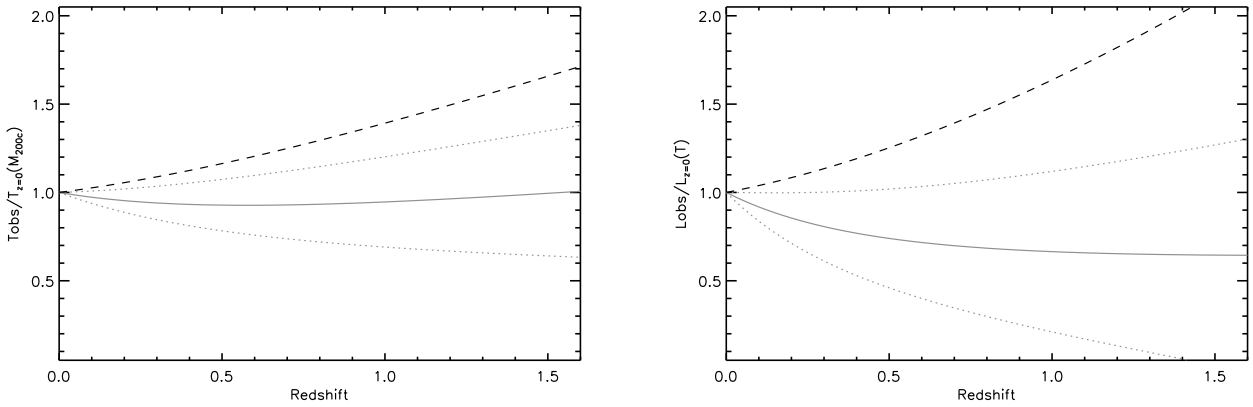



**Figure 20.** Scaling-law evolution as predicted by our model and parametrised by equations 2 and 3. The solid red line shows the best-fit model ($\Omega_{\rm m} = 0.24$, $\gamma_{\rm z,MT} = 0.8$, $\gamma_{\rm z,LT} = -1.3$) with the dotted line indicating the 68% confidence boundaries. The black dashed line shows the self-similar expectation ($\gamma_{\rm z,LT} = \gamma_{\rm z,MT} = 0$).

### 6.4 CR–HR outliers

Fig 16 shows the good agreement between our best-fit model and the CR–HR distribution of clusters in the sample. However, we note the presence of sources outside the bulk of the diagram. The top-left part[3] ($CR < 0.06$, $HR > 1.4$) contains regular, weak clusters for which measurement errors are large, particularly on HR (Fig. 13). Such hardness ratios could be explained by, e.g. a high metallicity of the intracluster medium favoring emission from bright spectral lines. The bottom-right region[4] ($CR > 0.1$, $HR < 0.7$) contains 9 clusters whose morphology appeared strongly peaked at the centre, hence indicating a significant AGN or cool-core contribution; the net effect is to increase our integrated CR and modify the HR, with respect to normal clusters. One outlier (xclass 1937) is a compact group (HCG 057, Hickson, Kindl, & Auman 1989) presenting a complex X-ray emission. A complete model would enclose cluster spectral peculiarities in the calculation of the CR-HR diagram; however, we consider here that their number is sufficiently low to neglect their impact onto our results.

### 6.5 Predictions for eRosita

In paper I, we presented Fisher forecasts for an XMM 100 sq. deg. cluster survey at a 10 ks depth, providing a sample of 570 clusters. The CR–HR method was predicted to yield the following accuracy: $\sigma(\Omega_{\rm m}) = 0.09$, $\sigma(\sigma_8) = 0.14$, $\sigma(\gamma_{\rm z,MT}) = 0.6$, $\sigma(\gamma_{\rm z,LT}) = 2.3$ and $\sigma(x_{c,0}) = 0.04$. The present study has been conducted for similar conditions (comparable area, a somewhat more stringent selection function and partially deeper exposures). The good agreement between the predicted uncertainties and the output of the MCMC runs shows that both analyses are consistent with each other. We note however that there is not a one-to-one correspondence between them as the Fisher analysis involved more free parameters (though constrained with stringent priors) and there are 347 clusters in the present study, which are on average better measured than assumed in paper I. The difference in the total number of clusters is explained by: i) the more stringent selection function, ii) the actual 90 sq.deg. coverage of the X–CLASS survey, iii) inhomogeneities in the survey depth in terms of pointing background and hydrogen column density and iv) differences in the fiducial parameters of the Fisher matrix and those derived in the present work (e.g. $x_{c,0} = 0.1$ in paper I and 0.2 in this paper).

The overall good agreement between predicted and measured uncertainties allows us to propose general predictions for the Rosita all-sky survey (Predehl et al. 2010) to be obtained by the CR-HR method, following the formalism developed in paper I. We assume a total area of 20,000 sq.deg. (extragalactic survey) and a custom selection function being a scaled-up version of the C1$^+$ selection (Fig. 9). Within our fiducial model, the survey is expected to yield 2.5 clusters per sq.deg., hence a total of 50,000 detected clusters. In contrast to paper I, we do not assume priors on local scaling laws. We allow their normalization, slope and intrinsic scatter to vary, and let them evolve with redshift as $(1+z)^\gamma$. We assume a prior Fisher matrix on $\Omega_{\rm m}$, $\sigma_8$, $\Omega_{\rm b}$, $n_s$ and $h$ as will be available from *Planck* and calculated identically as in Pierre et al. (2011) (based on the *Planck* mission definition – *Bluebook*[5]).

We estimate measurement errors by assuming a mean exposure time of 2.5 ks and an effective area equal to that of XMM MOS+PN (Predehl et al. 2010), thus applying a factor 2 to the uncertainties quoted in paper I for a 10 ks XMM survey. We considered two extreme situations: either no redshifts are available and we apply a simple CR–HR analysis, or all clusters do benefit from photometric redshifts and we use the more fruitful $z$–CR–HR analysis with bins of $\Delta z = 0.03$. Corresponding results are shown on Fig. 21 and quoted in Table 8, for the dark energy parameters $(w_0, w_a)$ and for the parameters governing the scaling-law evolution ($\gamma_{\rm z,MT}$, $\gamma_{\rm z,LT}$). We find that even without redshifts, the CR–HR method yields good constraints on the evolution of scal-

[3] X–CLASS tags: 35, 86, 915, 997, 1032, 1655, 1741, 1886, 1947.
[4] X–CLASS tags: 102, 238, 541, 1020, 1218, 1480, 1906, 1937, 2046, 2048, 2162, 2321.

[5] http://www.rssd.esa.int/index.php?project=Planck

**Table 8.** Expected marginalized constraints on dark energy parameters and parameters describing the scaling-law evolution for the 20,000 sq.deg. eRosita survey. In each case, the scaling relations are let free in the analysis (slope, normalization and scatter). Planck priors are applied to the five parameters $\Omega_{\rm m}$, $\sigma_8$, $\Omega_{\rm b}$, $n_s$ and $h$.

| | CR-HR | | $z$-CR-HR | |
|---|---|---|---|---|
| | No prior | Planck priors | No prior | Planck priors |
| $w_0$ | 0.6 | 0.4 | 0.1 | 0.1 |
| $w_a$ | 1.0 | 0.9 | 0.3 | 0.3 |
| $\gamma_{\rm z,MT}$ | 1.3 | 0.1 | 0.2 | 0.05 |
| $\gamma_{\rm z,LT}$ | 0.8 | 0.5 | 0.3 | 0.1 |

ing laws, provided that the cosmological model is known at the accuracy expected from the Planck mission. The constraints on $w_0$ and $w_a$ are less informative, but could be enhanced by a joint study of the angular correlation function of the detected clusters. In particular, we notice that adding Planck priors to the analysis has a mild impact on the dark energy constraints, possibly because of the degeneracies within the scaling-relation parameters and the relatively high uncertainties on the count-rate measurements. Adding redshift information considerably improves the expected constraints on both sets of parameters.

## 7 CONCLUSIONS AND PERSPECTIVES

We have presented the cosmological study of a sample of 347 clusters detected in the full *XMM-Newton* archive using X-ray criteria only (ancillary optical images were used to discard 'extended' sources irrelevant for our analysis such as nearby galaxies, saturated point-sources etc...). The study relies on the sole instrumental count-rates measured for each cluster in three X-ray bands. The selection function of our sample has been thoroughly defined by means of extensive image simulations and we proposed a method to account for the presence of pointed clusters in the analysis. We have then modeled the sample CR–HR diagram (whose properties are discussed in paper I) by self-consistently including a ΛCDM cosmological model, X-ray scaling laws, selection effects and measurement errors. This allowed us to fit $\Omega_{\rm m}$ and $\sigma_8$ along with the parametrized evolution of scaling laws plus a parameter $x_{c,0}$ characterizing the X-ray gas extent in clusters. We summarize below our main conclusions:

• When setting the cosmological parameters to their WMAP-5 values, we observe a preference for the 'Non Cool Core' normalization and slope of the L–T relation of Pratt et al. (2009), if we assume an intrinsic scatter of $\sigma_{lnL|T} \sim 0.7$. Our data then indicates a positive evolution of the M–T relation and a negative evolution of the L–T relation with respect to the self-similar expectation.

• Fitting $\Omega_{\rm m}$ and $\sigma_8$ together with the evolution of scaling laws, we still find a preference for the 'NCC' scaling law and find $\Omega_{\rm m} = 0.24^{+0.04}_{-0.09}$ and $\sigma_8 = 0.88^{+0.10}_{-0.13}$, in agreement with the most recent cosmological studies. Again, the T–M and L–T scaling relations are found to evolve negatively with respect to the self-similar expectation.

• Assuming the 'ALL' scaling relation, our data indicates $\Omega_{\rm m} \sim 0.15$ and $\sigma_8 \sim 0.96$ with a milder evolution of scaling laws.

• The ad hoc parameter $x_{c,0} = r_c/R_{500c}$ giving the X-ray extent as a function of cluster mass is found to be well constrained within our framework, with a best value of 0.24, compatible with individual cluster studies.

• The interpretation and use of the currently available local cluster scaling relations has proven one of the main hurdle of our study. Given that these relations do not agree with each other, it is probable that they have not been entirely corrected from the selection biases affecting the sample from which they are derived.

• The scatter in the scaling relations plays an important role in the cosmological analysis and is probably degenerate with the slope and normalisation of the relations. It is likely that the scaling relations will be reliably determined only with very large cluster samples along with the simultaneous fit of cosmology and selection effects. We stress that the CR–HR method is able to achieve this in a self-consistent manner, by-passing the tedious step that consists in determining individual cluster masses.

• As a logical follow-up of the present study, we propose predictions for the eRosita All-Sky survey. Assuming the Planck priors and letting all cluster scaling-law parameters free, we show that the z-CR-HR method will allow a determination of the equation of state of the dark energy at the level of stage IV of the DETF (Albrecht et al. 2006). In addition, the cluster scaling-law evolution will be well determined.

• The X-CLASS serendipitous cluster catalogue extracted from the XMM archival data is available online at: http://xmm-lss.in2p3.fr:8080/l4sdb/

## ACKNOWLEDGEMENTS

We acknowledge useful discussions with Gabriel Pratt, Kathy Romer, Martin Sahlén and Patrick Valageas. The results presented here are based on observations obtained with XMM-Newton, an ESA science mission with instruments and contributions directly funded by ESA Member States and NASA. The UK Schmidt Telescope was operated by the Royal Observatory Edinburgh, with funding from the UK Science and Engineering Research Council (later the UK Particle Physics and Astronomy Research Council), until 1988 June, and thereafter by the Anglo-Australian Observatory. The blue plates of the southern Sky Atlas and its Equatorial Extension (together known as the SERC-J), the near-IR plates (SERC-I), as well as the Equatorial Red (ER), and the Second Epoch [red] Survey (SES) were all taken with the UK Schmidt telescope at the AAO. This research has made use of the NASA/IPAC Extragalactic Database (NED) which is operated by the Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, under contract with the National Aeronautics and Space Administration. The present study has been supported by a grant from the Centre National d'Etudes Spatiales. TS acknowledges support from the ESA PRODEX Programme "XMM-LSS", from the Belgian Federal Science Policy Office and from the Communauté française de Belgique - Actions de recherche concertées. FP acknowledges support from Grant No. 50 OR 1003 of the Deutsches Zemtrum für Luft- und Raumfahrt

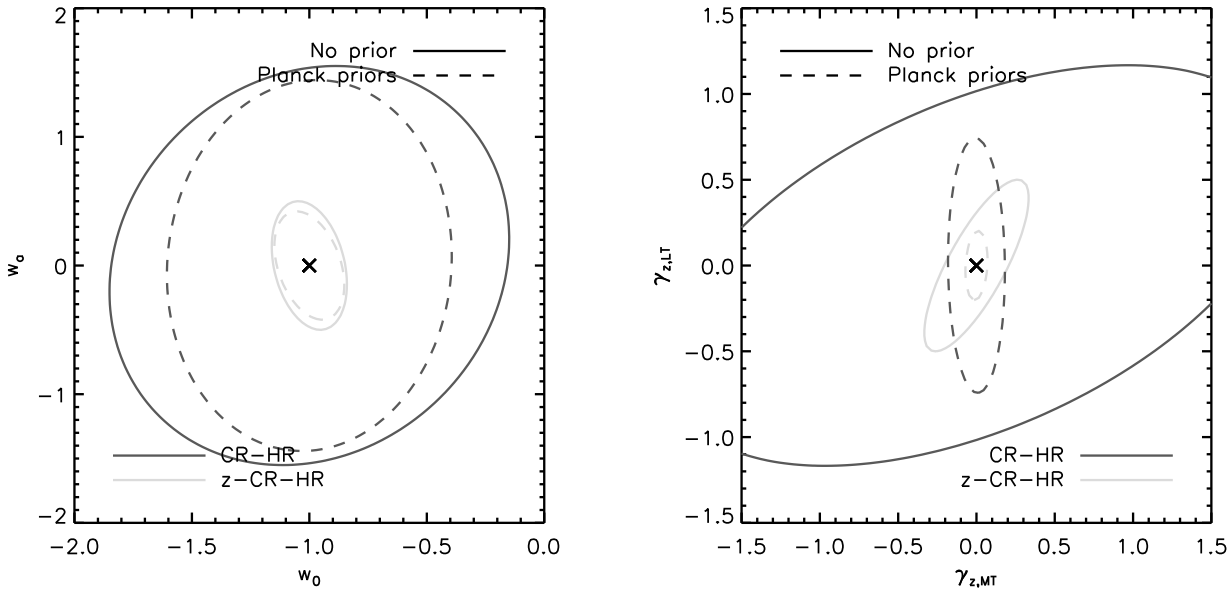



**Figure 21.** *Left:* constraints on the dark energy parameters $w_0$ and $w_a$ for the eRosita 20000 sq.deg survey as predicted by the CR-HR method (blue), possibly supplemented by photometric redshifts for all clusters (z-CR-HR, green). No assumption has been made on scaling laws nor on their evolution and Planck priors were applied to $\Omega_{\rm m}$, $\sigma_8$, $\Omega_{\rm b}$, $n_s$ and $h$. The *right* panel shows the predicted constraints for cluster evolution

(DLR) and from the Transregio Programme TR33 of the Deutsche Forschungsgemeinschaft (DfG).

## REFERENCES


Albrecht A., et al., 2006, astro, arXiv:astro-ph/0609591
Arnaud M., Evrard A. E., 1999, MNRAS, 305, 631
Arnaud M., Pointecouteau E., Pratt G. W., 2005, A&A, 441, 893
Arviset C., Dowson J., Hernández J., Osuna P., Venet A., 2003, ASPC, 295, 47
Bertin E., Arnouts S., 1996, A&AS, 117, 393
Blake C., et al., 2011, MNRAS, 415, 2892
Böhringer H., et al., 2000, ApJS, 129, 435
Böhringer H., et al., 2001, A&A, 369, 826
Böhringer H., et al., 2004, A&A, 425, 367
Borgani S., et al., 2001, ApJ, 561, 13
Branchesi M., Gioia I. M., Fanti C., Fanti R., 2007, A&A, 472, 739
Burenin R. A., Vikhlinin A., Hornstrup A., Ebeling H., Quintana H., Mescheryakov A., 2007, ApJS, 172, 561
Cash W., 1979, ApJ, 228, 939
Cavaliere A., Fusco-Femiano R., 1976, A&A, 49, 137
Croston J. H., et al., 2008, A&A, 487, 431
Dunkley J., et al., 2009, ApJS, 180, 306
Eisenstein D. J., Hu W., 1998, ApJ, 496, 605
Ettori S., Tozzi P., Borgani S., Rosati P., 2004, A&A, 417, 13
Henry J. P., Evrard A. E., Hoekstra H., Babul A., Mahdavi A., 2009, ApJ, 691, 1307
Hickson P., Kindl E., Auman J. R., 1989, ApJS, 70, 687
Jones C., Forman W., 1999, ApJ, 511, 65
Jones L. R., Scharf C., Ebeling H., Perlman E., Wegner G., Malkan M., Horner D., 1998, ApJ, 495, 100
Kalberla P. M. W., Burton W. B., Hartmann D., Arnal E. M., Bajaja E., Morras R., Pöppel W. G. L., 2005, A&A, 440, 775
Kay S. T., da Silva A. C., Aghanim N., Blanchard A., Liddle A. R., Puget J.-L., Sadat R., Thomas P. A., 2007, MNRAS, 377, 317
Kolokotronis V., Georgakakis A., Basilakos S., Kitsionas S., Plionis M., Georgantopoulos I., Gaga T., 2006, MNRAS, 366, 163
Kotov O., Vikhlinin A., 2005, ApJ, 633, 781
Larson D., et al., 2011, ApJS, 192, 16
Lloyd-Davies E. J., et al., 2011, MNRAS, 418, 14
Mantz A., Allen S. W., Rapetti D., Ebeling H., 2010, MNRAS, 406, 1759
Mantz A., Allen S. W., Ebeling H., Rapetti D., Drlica-Wagner A., 2010, MNRAS, 406, 1773
Maughan B. J., Jones C., Forman W., Van Speybroeck L., 2008, ApJS, 174, 117
Maughan B. J., Giles P. A., Randall S. W., Jones C., Forman W. R., 2012, MNRAS, 2419
Mehrtens N., et al., 2011, arXiv, arXiv:1106.3056
Mittal R., Hicks A., Reiprich T. H., Jaritz V., 2011, A&A, 532, A133
Moretti A., Campana S., Lazzati D., Tagliaferri G., 2003, ApJ, 588, 696
Pacaud F., et al., 2006, MNRAS, 372, 578
Pacaud F., et al., 2007, MNRAS, 382, 1289
Percival W. J., et al., 2010, MNRAS, 401, 2148
Peterson J. R., Jernigan J. G., Gupta R. R., Bankert J., Kahn S. M., 2009, ApJ, 707, 878
Pierre M., et al., 2007, MNRAS, 382, 279
Pierre M., Pacaud F., Juin J. B., Melin J. B., Valageas P.,

Clerc N., Corasaniti P. S., 2011, MNRAS, 414, 1732
Piffaretti R., Arnaud M., Pratt G. W., Pointecouteau E., Melin J.-B., 2011, A&A, 534, A109
Pratt G. W., Croston J. H., Arnaud M., Böhringer H., 2009, A&A, 498, 361
Predehl P., et al., 2010, SPIE, 7732,
Read A. M., Ponman T. J., 2003, A&A, 409, 395
Reid I. N., et al., 1991, PASP, 103, 661
Romer A. K., et al., 2000, ApJS, 126, 209
Romer A. K., Viana P. T. P., Liddle A. R., Mann R. G., 2001, ApJ, 547, 594
Rosati P., della Ceca R., Norman C., Giacconi R., 1998, ApJ, 492, L21
Rozo E., et al., 2010, ApJ, 708, 645
Sahlén M., et al., 2009, MNRAS, 397, 577
Scharf C. A., Jones L. R., Ebeling H., Perlman E., Malkan M., Wegner G., 1997, ApJ, 477, 79
Sehgal N., et al., 2011, ApJ, 732, 44
Short C. J., Thomas P. A., Young O. E., Pearce F. R., Jenkins A., Muanwong O., 2010, MNRAS, 408, 2213
Smith B. J., 2007, J Stat Softw, 21, 1–37
Starck J.-L., Murtagh F. D., Bijaoui A., 1998, Image Processing and Data Analysis: The Multiscale Approach, Cambridge University Press, Cambridge (GB).
Takey A., Schwope A., Lamer G., 2011, A&A, 534, A120
Tinker J., Kravtsov A. V., Klypin A., Abazajian K., Warren M., Yepes G., Gottlöber S., Holz D. E., 2008, ApJ, 688, 709
Valtchanov I., Pierre M., Gastaud R., 2001, A&A, 370, 689
Vanderlinde K., et al., 2010, ApJ, 722, 1180
Vikhlinin A., McNamara B. R., Forman W., Jones C., Quintana H., Hornstrup A., 1998, ApJ, 502, 558
Vikhlinin A., McNamara B. R., Forman W., Jones C., Quintana H., Hornstrup A., 1998, ApJ, 498, L21
Vikhlinin A., et al., 2009, ApJ, 692, 1060

## APPENDIX A: X-CLASS CATALOGUE

### A1 Database

The X-CLASS catalogue is accessible through a dedicated database at http://xmm-lss.in2p3.fr:8080/l4sdb/

It contains 845 C1 clusters retained after data screening, in particular the 347 clusters used in the cosmological analysis. The public part of the database contains 422 clusters selected identically as the cosmological sample ($C1^+$, with high- and low-cuts in [0.5-2] keV count-rate and hardness-ratio, see Sect. 3) but extended up to 13 arcmin off-axis distance (instead of 10 arcmin). Redshifts were obtained from the NED and from the recent publication by Mehrtens et al. (2011) for the XCS survey.

We describe below the informations contained in the database:

- **Object name:** each cluster is referenced with a unique identifier ("tag"), a full name in the XMM-Newton format (XMMUJ) and a name output of the X-ray pipeline. The cluster name encloses the corresponding XMM ObsId (ex: 0502430101) and truncated exposure time (10ks or 20ks) at which it has been detected.
- **Object position:** the position of the cluster (right ascension and declination) as provided by the pipeline is given in addition to the position measured by hand in the course of the cluster count-rate measurement (Sect. 2.4).
- **NED identifications:** column 'NED' lists all sources (galaxies, galaxy clusters, groups, QSO, etc.) within 3 arcmin of the cluster centre having a redshift indication from the NED (photometric or spectroscopic). An illustrative example is given in Table A1.
- **Redshift:** when a redshift indication is available, we provide a flag describing the current status of the redshift determination: 'confirmed' for a cluster definitely confirmed, 'tentative' if less than 3 concordant redshifts within 3 arcmin are available and 'photometric'. Redshifts are quoted from NED first, then from the XCS-DR1 taking into account the provided flags.
- **X-ray properties:** basic X-ray properties output of the XAmin pipeline (Sect. 2.2) are given for each cluster, in the [0.5-2] keV detection band: number of counts, total count-rate, apparent extent and extent likelihood as well as the distance to the centre of the pointing it belongs to (off-axis).
- **Count-rates:** count-rates measured manually in several energy bands are also available, in particular for the [0.5-2] keV band. In any case, count-rates are specified 'on-axis', i.e. corrected from the local exposure map, and do not include the filter and aperture corrections as discussed in Sect. 2.4. A webpage shows for each cluster the profiles generated for the count-rate measurement (see Fig. A1 for a particular example).
- **Cluster images:** X-ray photon images, filtered images and optical cut-outs from the Palomar Observatory Sky Survey (POSS-II, Reid et al. 1991) have been produced and linked to each catalogue entry. A screenshot image is shown on Fig. A2.
- **Database interface:** the electronic catalogue can be sorted according to any of entry of the database and can be downloaded as a machine-readable file.

### A2 Comparison to the XCS survey

We compared our catalogue to the first release of the XCS survey XCS-DR1 (Mehrtens et al. 2011) based on the analysis of all publicly available data in the XMM archive. For this comparison, we included our 347 clusters selected for the cosmological analysis (with off-axis distance below 10 arcmin) plus 75 clusters selected upon identical criteria, but with off-axis distances between 10 and 13 arcmin (thus 422 clusters in total). The XCS-DR1 sample is composed of 503 clusters which are optically confirmed and detected with more than 300 counts in the [0.5-2] keV band. Clusters identified as targets of a particular XMM observation are not included in the XCS-DR1. Fig. A3 illustrates the comparison between the two samples. Out of our 422 clusters, 159 are new discoveries (i.e. not in the XCS-DR1 and without information from NED). The differences between the two catalogues can be attributed to the different pointing selection and to differences in the X–ray detection algorithms. A further comparison between the two analyses will provide useful insights into the different selection effects and possible systematics contained in both samples.

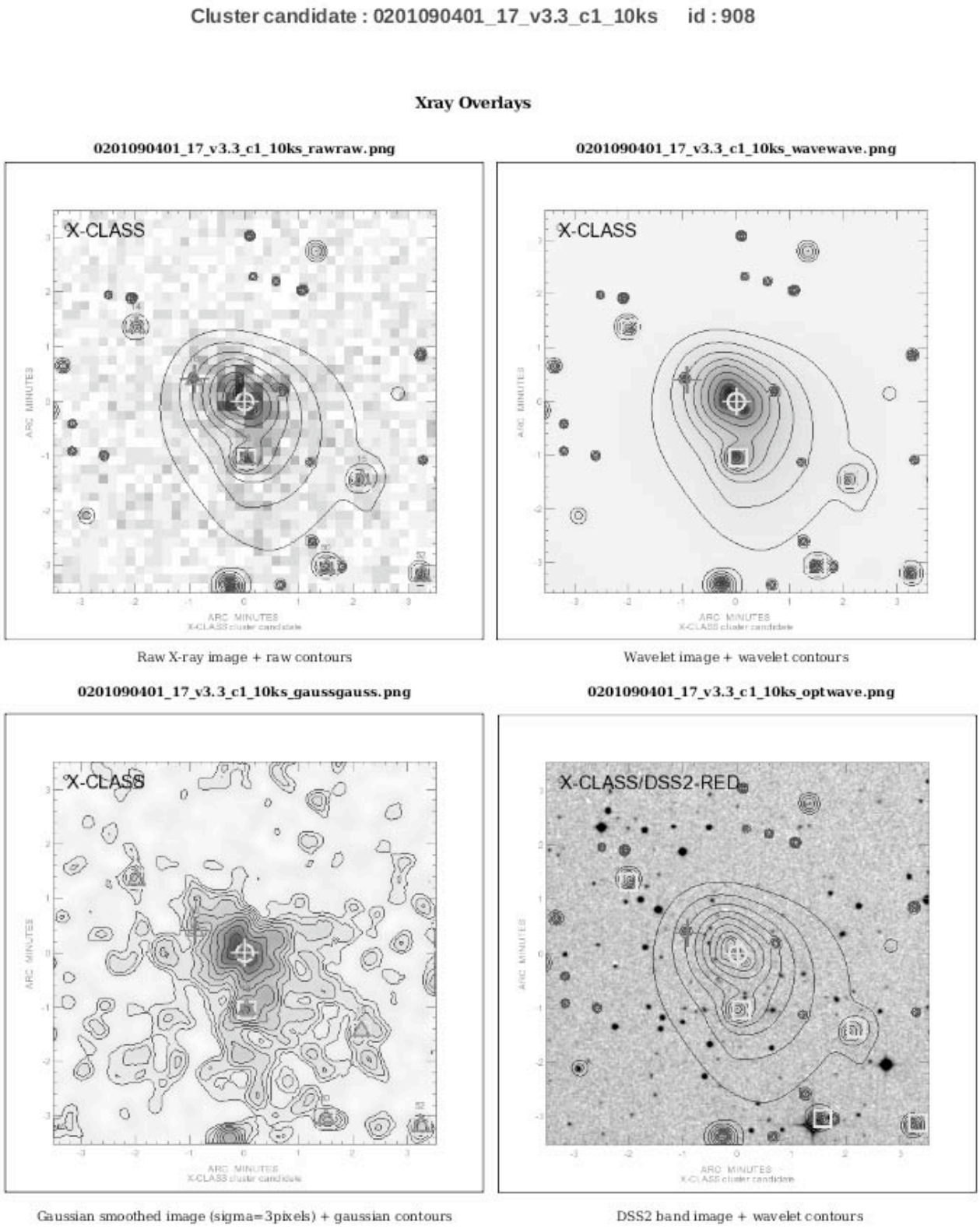



**Figure A2.** Screenshot of a webpage from the X-CLASS database (http://xmm-lss.in2p3.fr:8080/l4sdb/), for a particular cluster (tag 908). Displayed are the X-ray photon image (*top-left*) with associated contours, the wavelet-filtered (*top-right*) and gaussian-filtered (*bottom-left*) images and the optical (POSS-II) overlay (*bottom-right*).

**Table A1.** Sample table attached to the 'NED' column in the database, for a particular cluster (tag 1758). This table lists all objects from the Nasa Extragalactic Database (April 2011) within 3 arcmin of the cluster center, with an associated redshift. Values in the table are directly copied from the NED and originate from various surveys/follow-ups. In particular, the redshift accuracy is highly inhomogeneous and in some cases a flag indicates its reliability. The velocity of each object is expressed in km/s. The distance is quoted relative to the cluster centre (units arcmin).

| N | Name | R.A. | Dec | Type | Velocity | Redshift | Z flag | Magnitude | Distance |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2MASX J10531862+5720438 | 163.32800 | 57.34570 | G | 101956 | 0.34009 | | 20.3g | 0.0 |
| 2 | SL J1053.4+5720 | 163.32700 | 57.34640 | GClstr | 101929 | 0.34 | | | 0.1 |
| 3 | SHADES J105319+572110 | 163.33000 | 57.35280 | G | 779460 | 2.6 | PHOT | | 0.4 |
| 4 | 1EX 179 | 163.32899 | 57.36120 | G | 39872 | 0.133 | | 17.1R | 1.0 |
| 5 | SDSS J105318.96+572140.5 | 163.32899 | 57.36130 | G | 39911 | 0.133 | | 17.9g | 1.0 |
| 6 | [MBC2005] 0086 | 163.28999 | 57.34990 | G | 1025290 | 3.42 | | | 1.3 |
| 7 | SDSS J105329.42+572104.2 | 163.37300 | 57.35120 | QSO | 343262 | 1.145 | | 21.3 | 1.5 |
| 8 | SDSS J105319.03+571851.8 | 163.32899 | 57.31440 | G | 213152 | 0.711 | | 21.3g | 1.9 |
| 9 | SDSS J105328.81+572205.1 | 163.37000 | 57.36810 | G | 232639 | 0.776 | | 23.5g | 1.9 |
| 10 | SDSS J105319.99+572251.1 | 163.33299 | 57.38090 | G | 158290 | 0.528 | | 22.6g | 2.1 |
| 11 | [ZMF2005] 007 | 163.37601 | 57.37820 | G | 258721 | 0.863 | | | 2.5 |
| 12 | SDSS J105311.65+572305.6 | 163.29900 | 57.38490 | G | 462880 | 1.544 | | 23.2 | 2.6 |
| 13 | SDSS J105330.86+572247.6 | 163.37900 | 57.37990 | G | 190068 | 0.634 | | 23.3g | 2.6 |
| 14 | [ZMF2005] 006 | 163.38800 | 57.37640 | G | 220347 | 0.735 | | | 2.7 |
| 15 | [ZMF2005] 005 | 163.40199 | 57.37150 | G | 144500 | 0.482 | | | 2.8 |
| 16 | Bolocam LE 1100.01 | 163.23801 | 57.35080 | G | 929357 | 3.1 | PHOT | 26.14 | 3.0 |

## APPENDIX B: BIAS CORRECTION FOR POINTED OBSERVATIONS

We detail in this Appendix our method for correcting from the presence of pointed clusters in the XMM archive. As shown on Figures 10 and 11, more clusters are detected in the inner 5 arcmin than expected from solely considering the sensitivity gradient on the detectors. This sensitivity difference is partly due to the EPIC vignetting function (loss of $\sim 60\%$ in effective area at 10 arcmin off-axis ("XMM-Newton Users Handbook", Issue 2.9, 2011 (ESA: XMM-Newton SOC)) compared to the centre). The degradation of the telescope PSF at larger off-axis distances is the second most important cause of sensitivity variation as it dilutes the signal of faint sources and distorts their shape.

### B1 Bias model

We want to correct the CR–HR distribution from the bias due to pointed clusters, directly on the predicted CR–HR distribution. We assume that this correction does not depend on HR and divide the count-rate distribution in several bins indexed by $j$. We call $n_j$ the underlying cluster surface density, i.e. the value obtained after integrating the true cluster log($N$)-log(CR) in bin $j$. We introduce the survey selection function through the factor $\epsilon_j$ (comprised between 0 and 1) such that the net number of clusters detected in bin $j$ for an arbitrary region covering $A = \Omega\, f_{sky}$ sr. on sky is:

$$N_j^{\rm tot} = A\, \epsilon_j\, n_j \qquad \text{(B1)}$$

Here the sky area is $\Omega = 4\pi(1-\cos 70^\circ)$ as we exclude the galactic plane ($\pm 20^\circ$) from the analysis.

We now divide the survey in two sub-surveys labelled 'in' and 'out'. The first one gathers all regions belonging to the inner [0-5] arcmin and the latter corresponds to the [5-10] arcmin regions of the same pointings. The total area covered by the survey reads $A = A^{\rm in} + A^{\rm out}$. Introducing $\mu_j^{\rm in}$ ($\geqslant 1$) the sensitivity of the inner sub-survey relative to the total survey we write (still for an unbiased sample):

$$N_j^{\rm in} = A^{\rm in}\, \epsilon_j\, \mu_j^{\rm in}\, n_j$$

We now consider that an unknown fraction $f_j$ of all existing clusters on sky has been observed and pointed in the central region of the detectors, thus augmenting $N_j^{\rm in}$ by a quantity:

$$N_j^{\rm in,pointed} = \Omega\, n_j\, f_j\, \epsilon_j\, \mu_j^{\rm in}$$

Because those clusters have been removed from the sky population of clusters, the remaining density on sky is $n'_j = (1-f_j)\, n_j$ and the survey provides a total number of clusters:

$$\begin{aligned} N_j^{\rm tot,biased} &= N_j^{\rm in,pointed} + A\, \epsilon_j\, n'_j \\ &= \Omega\, n_j\, f_j\, \epsilon_j\, \mu_j^{\rm in} + A\, \epsilon_j\, (1-f_j)\, n_j \\ &= \left( \frac{1}{f_{sky}}\, f_j\, \mu_j^{\rm in} + (1-f_j) \right) N_j^{\rm tot} \end{aligned} \qquad \text{(B2)}$$

Comparing equations B1 and B2 we obtain the bias factor:

$$F_j = N_j^{\rm tot,biased} / N_j^{\rm tot} = \frac{1}{f_{sky}}\, f_j\, \mu_j^{\rm in} + (1-f_j) \qquad \text{(B3)}$$

### B2 Bias estimation

Following previous equations, the expected number of clusters in the 'in' survey writes:

$$\begin{aligned} N_j^{\rm in,biased} &= \Omega\, n_j\, f_j\, \epsilon_j\, \mu_j^{\rm in} + A^{\rm in}\, \epsilon_j\, \mu_j^{\rm in}\, n'_j \\ &= \left[ \frac{1}{f_{sky}}\, f_j + (1-f_j) \frac{A^{\rm in}}{A} \right] \mu_j^{\rm in}\, N_j^{\rm tot} \end{aligned} \qquad \text{(B4)}$$

while the expected number of clusters in the 'out' survey is:

$$N_j^{\rm out,biased} = (1-f_j) \left[ 1 - \mu_j^{\rm in}\, \frac{A^{\rm in}}{A} \right] N_j^{\rm tot} \qquad \text{(B5)}$$

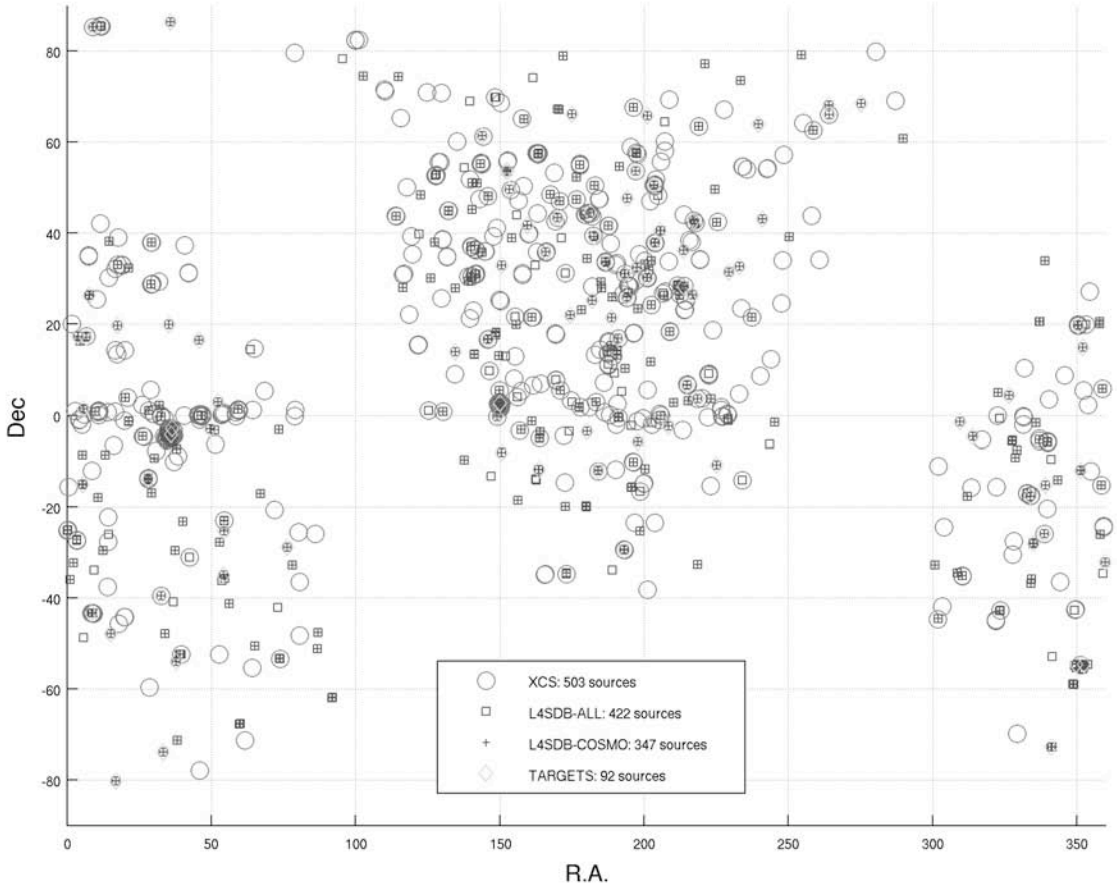



**Figure A3.** Comparison between the X–CLASS and the XCS-DR1 (Mehrtens et al. 2011) catalogues. Blue crosses stand for the cluster sample used in the cosmological analysis, blue squares for the "extended" cosmological sample (i.e. up to 13 arcmin off-axis distance on the XMM detectors). Green diamonds show the 92 sources of our sample located at the centre of the XMM field of view (i.e. less than 3 arcmin off-axis distance).

At this point, only two quantities are unknown, $f_j$ and $N_j^{\rm tot}$. Parameters $A$ and $A^{\rm in}$ directly come from the survey geometric design. The factor $\mu_j^{\rm in}$ is obtained by comparing the results of the simulations (Sect. 3) for clusters in the full [0-10] arcmin off-axis area and for clusters in the central [0-5] arcmin region.

We compute independently in each bin the joint likelihood for the observed (biased) quantities $\widehat{N_j}^{\rm out}$ and $\widehat{N_j}^{\rm in}$ on an fine bidimensional grid sampling values for $f_j$ and $N_j^{\rm tot}$. We then compute the marginalized probability distribution $P(f_j)$ assuming flat priors for $N_j^{\rm tot}$ by numerical integration of the sampled likelihood.

The expectation value and variance for $F_j$ are finally derived by integrating Eq. B3 against $P(f_j)$ and are displayed on Figure 12 for the present sample. The predicted, unbiased CR–HR distribution is multiplied by the expectation value of $F_j$ linearly interpolated at each CR value.

This model relies on the hypothesis that all pointed clusters are centered onto the detectors. It thus neglects spatial correlation effects which may artificially boost the number of clusters in the surroundings of pointed clusters, in particular in the outer parts of the detectors.

This paper has been typeset from a TEX/ LATEX file prepared by the author.

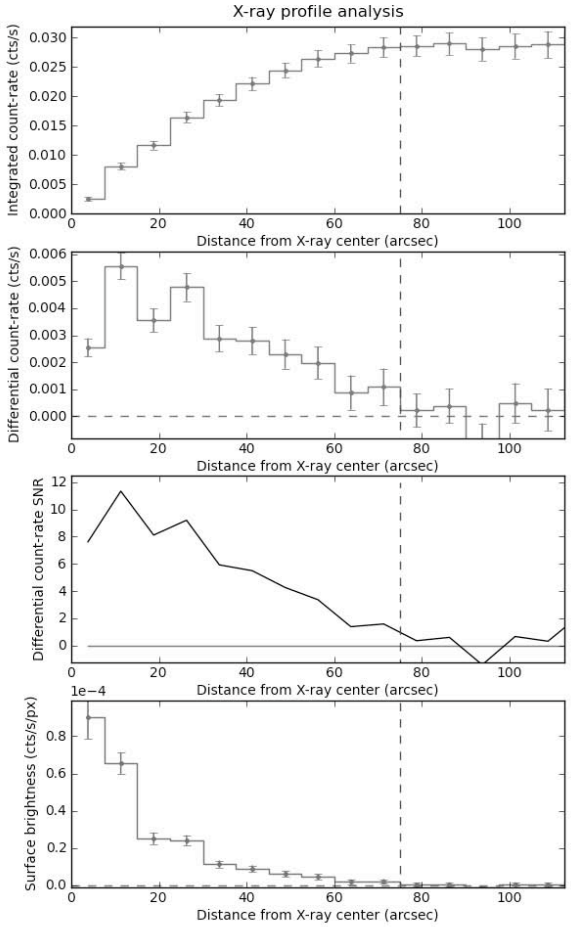



**Figure A1.** Screenshot of a webpage from the X-CLASS database (http://xmm-lss.in2p3.fr:8080/l4sdb/), for a particular cluster (tag 2094). Displayed are the cumulative, background-subtracted, count-rate profile (*top*) the differential count-rate profile (*2nd panel*), the corresponding signal-to-noise curve (*3rd panel*) and the surface brightness profile (*bottom*). The blue vertical lines shows the radius in which the measurement is performed.

## A.3 Publications liées au relevé XXL

### Precision cosmology with a wide area XMM cluster survey

**Présentation** Cet article présente les contraintes cosmologiques attendues pour un relevé avec XMM, couvrant de 50 à 200 $\mathrm{deg}^2$, à une profondeur équivalente à celle du XMM–LSS ou 4 fois plus élevée. L'analyse est basée sur le formalisme des matrices de Fisher. Elle permet de montrer qu'avec 20 Ms de temps XMM, la combinaison de l'histogramme en redshifts et de la fonction de corrélation à deux points des amas permet de contraindre les paramètres d'énergie noire à un niveau comparable à celui des prochaines sondes cosmologiques. Cet article a permis de démontrer la faisabilité du relevé XXL en se basant sur des hypothèses réalistes nées de l'expérience du consortium XMM–LSS.

**Voir dans le manuscrit :** Chap. 8 [Sect. 8.2].

**Contribution personnelle** J'ai participé au calcul des matrices de covariance entrant dans le calcul de Fisher en analysant les résultats de la simulation numérique à N-corps *Horizon* (voir ci-après).

Monthly Notices
of the
ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY

Mon. Not. R. Astron. Soc. **414,** 1732–1746 (2011) doi:10.1111/j.1365-2966.2011.18511.x

# Precision cosmology with a wide area *XMM* cluster survey

M. Pierre,[1⋆] F. Pacaud,[2] J. B. Juin,[3] J. B. Melin,[4] P. Valageas,[5] N. Clerc[1] and P. S. Corasaniti[6]

[1]*DSM/Irfu/SAp, CEA/Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France*
[2]*Argelander Institut für Astronomie, Universität Bonn, Auf dem Hügel 71, D-53121 Bonn, Germany*
[3]*Departamento de Astronomía y Astrofísica, Pontificia Universidad Católica de Chile, Casilla 306, Santiago 22, Chile*
[4]*DSM/Irfu/SPP, CEA/Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France*
[5]*DSM/IPhT, CEA/Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France*
[6]*CNRS, Laboratoire Univers et Théories (LUTh), UMR 8102 CNRS, Observatoire de Paris, Université Paris Diderot, 5 Place Jules Janssen, 92190 Meudon, France*

Accepted 2011 February 8. Received 2011 January 28; in original form 2010 September 16

**ABSTRACT**

We explore the cosmological constraints expected from wide area *XMM*-type cluster surveys covering 50–200 deg$^2$, under realistic observing conditions. We perform a Fisher matrix analysis, based on cluster number counts in combination with estimates of the two-point cluster correlation function. The effect of the survey design is implemented through an observationally well-tested cluster selection function. Special attention is given to the modelling of the shot noise and sample variance, which we estimate by applying our selection function to numerically simulated surveys. We then infer the constraints on the equation of state of the dark energy, considering various survey configurations. We quantitatively investigate the respective impact of the cluster mass measurements, of the correlation function and of the $1 < z < 2$ cluster population. We show that, with some 20 Ms *XMM* observing time, it is possible to constrain the dark energy parameters at a level comparable to that expected from the next generation of cosmic probes. Such a survey also has the power to provide unique insights into the physics of high-redshift clusters and the properties of active galactic nuclei.

**Key words:** galaxies: clusters: general – cosmological parameters – cosmology: observations – cosmology: theory.

## 1 INTRODUCTION

The statistical properties of galaxy clusters provide independent cosmological information, complementary to that inferred from other observations, such as measurements of the cosmic microwave background (CMB), Type Ia supernovae (SNe Ia), baryon acoustic oscillations (BAOs) and weak lensing (WL) data. Clusters are the largest virialized objects (dark matter haloes) in the Universe, with mass scales corresponding to overdensities that enter the non-linear phase of gravitational collapse for redshifts in the range $0 < z < 3$. Consequently, their abundance and spatial distribution can potentially be used to probe both the cosmic expansion history and the growth of cosmic structures. Theoretical considerations, such as the prediction of the halo mass function based on semi-analytical approaches (Press & Schechter 1974; Bond et al. 1991) and *N*-body simulations (see, for example, Sheth & Tormen 1999), have suggested that cluster statistics is particularly sensitive to the normalization of the matter power spectrum $\sigma_8$ (the root-mean-square of linear fluctuations within a sphere of $8\,h^{-1}$ Mpc radius) and the total cosmic matter density $\Omega_{\rm m}$. These observational aspects have provided a strong incentive for clusters to be used as cosmic probes.

Over the past decades, cluster observations have evolved considerably. After the pioneering studies of the Einstein Medium Sensitivity Survey (Gioia et al. 1990), the *ROSAT* All-Sky Survey (RASS) and deep *ROSAT* pointed observations have provided an invaluable reservoir of clusters out to redshift ∼1. These measurements enabled the first determinations of $\sigma_8$ and $\Omega_{\rm m}$ based on cluster number counts alone (see Evrard 1989; Oukbir & Blanchard 1992; White, Efstathiou & Frenk 1993; Viana & Liddle 1996; Eke et al. 1998; Henry 1997, 2000; Borgani et al. 2001; Allen et al. 2003; Vikhlinin et al. 2003) and in combination with measurements of the local correlation function from the RASS (Schuecker et al. 2003). Similarly, the Sloan Digital Sky Survey cluster catalogue offered the first determination using an optical data set (e.g. Bahcall et al. 2003). Quite remarkably, these measurements have always consistently pointed to a low-matter-density universe, in agreement with results from galaxy survey data (Percival et al. 2001; Tegmark et al. 2004) and CMB observations (De Bernardis et al. 2000; Spergel et al. 2003). With the launch of *XMM* and *Chandra* a decade ago,

⋆E-mail: mpierre@cea.fr

© 2011 The Authors
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society © 2011 RAS

a new era has begun: deep pointed observations of large cluster samples, mainly extracted from the *ROSAT* catalogues, have provided detailed insights into the baryonic physics of clusters and their morphology. This has resulted in a tremendous surge in the modelling of cluster properties as well as in the determination of their mass. These advancements have led to improved constraints on $\sigma_8$ and $\Omega_m$, as obtained, for example, using the temperature function of local bright clusters (Henry et al. 2009). From the point of view of large area surveys, the *XMM*–Large Scale Structure Survey (XMM-LSS) (Pierre et al. 2004), covering some 11 deg$^2$, performed pioneering cluster detection work, assembling a complete sample of *XMM* clusters at a sensitivity of $\sim 10^{-14}$ erg cm$^{-2}$ s$^{-1}$ in the [0.5–2] keV band. Moreover, it provided detailed insights about the impact of selection effects on cluster evolutionary studies (Pacaud et al. 2007).

The discovery of dark energy has generated a revived interest in the use of cluster statistics as an alternative test for probing the nature of this exotic component. Dark energy can directly affect the cluster number counts by modifying the growth rate of structures as well as the size of the cosmological volume probed at a given redshift (Wang & Steinhardt 1998; Haiman, Mohr & Holder 2001; Huterer & Turner 2001). In several works, authors have attempted to measure the dark energy equation of state using cluster data in combination with other probes (Henry 2004; Mantz et al. 2008; Vikhlinin et al. 2009; Allen et al. 2008; Rozo et al. 2010). However, statistical and systematic uncertainties, as well as the presence of degeneracy between cosmological parameters, remain the major limitations to accurately test dark energy with current data.

From an observational point of view, the main quantities that are useful to constrain cosmology are: the redshift evolution of the cluster number counts ($dn/dz$) or ideally the evolution of the cluster mass function ($dn/dM/dz$), the spatial distribution of clusters (e.g. the two-point correlation function, $\xi$), the cluster temperature function, the gas mass fraction in clusters as well as various scaling laws describing the evolution of cluster structural properties. There are two key practical issues that such studies have to face: (i) the ability to assemble well-characterized cluster samples; (ii) the need for well-understood mass-observable relations, as for a given cosmology the cluster mass is the only independent variable entering the theory. Mass estimates can be inferred from a variety of methods: optical richness, galaxy velocity dispersion, X-ray luminosity or temperature, Sunyaev–Zel'dovich (S–Z) decrement, WL signal or from more elaborated proxies, such as $T_X \times M_{gas}$ described in (Kravtsov, Vikhlinin & Nagai 2006); if X-ray temperature and gas density profiles are available, masses can be calculated under the hypothesis of hydrostatic equilibrium.

Depending on the number of cosmological parameters that we aim to constrain and the required accuracy, the minimum size of useful cluster samples ranges from 50 to 100 objects to constrain $\sigma_8$ and $\Omega_m$ only, to several hundreds or even several thousands (if little information is available on masses) to constrain the dark energy parameters.

As clusters constrain regions of the cosmological parameter space that are complementary to that probed by other tests, such as SN Ia, CMB, BAO and WL data (see, for example, Huterer & Turner 2001), considerable efforts have been devoted, both theoretically and observationally, to characterize the use of clusters in the near future. Forecasts of the dark energy parameter uncertainties from future optical, X-ray and S–Z surveys have been the subject of several analyses (Weller, Battye & Kneissl 2002; Hu & Kravtsov 2003; Majumdar & Mohr 2003; Majumdar & Mohr 2004; Wang et al. 2004; Wu, Rozo & Wechsler 2008). These studies, generally focusing on surveys covering a few 1000 deg$^2$, have shown that precision cosmology in the context of cluster surveys is certainly possible in the near future. Subsequently, there has been a growing interest in evaluating the impact of systematic uncertainties of such cluster surveys. For instance, we can mention the sensitivity of the dark energy constraints to the uncertainties of halo modelling (Cunha & Evrard 2010) or to the mass accuracy of given cluster subsamples. The latter is of special relevance when designing the follow-up observations to increase the cluster mass accuracy; given that telescope time is limited, it is necessary to optimize the targeting of specific mass and redshift ranges (Wu, Rozo & Wechsler 2010).

While these prospective dark energy studies pertain to upcoming or future instrumentation, we examine here the potential of *XMM*, whose characteristics and capabilities are now very well established. In fact, with its outstanding collecting area ($\sim$2000 cm$^2$ on axis at 1 keV), its wide spectral range ([0.1–10] keV) and its good spatial ($\sim$6 arcsec on axis) and spectral (5–10 per cent at 1 keV) resolution, *XMM* appears to be the best suited, currently available, X-ray observatory to undertake a large cluster survey. As an example, with 10-ks exposures, *XMM* reaches a sensitivity that is about 1000 times greater than RASS (i.e. $5 \times 10^{-15}$ erg cm$^{-2}$ s$^{-1}$ in [0.5–2] keV for point sources). Basically, *XMM* has the power to unambiguously resolve any cluster,[1] provided that at least some 100 photons are collected.

In this paper, we forecast the dark energy parameter errors for an *XMM* cluster survey with an area of the order of 100 deg$^2$. Using results from accurate survey simulations and precise model predictions, we estimate the dark energy parameter errors for different survey configurations. We find that the expected parameter constraints are not only complementary to those of other cosmological probes, but competitive with respect to forecasted errors for the next generation of dark energy dedicated experiments.

Compared with other cluster surveys, X-ray observations have an indisputable advantage, as cluster X-ray properties can be predicted *ab initio* for a given cosmological model, with observational input (e.g. mass-observable relations) being easily implementable. In contrast, ground-based large optical cluster surveys (e.g. SDSS Max BCG catalogue; Koester et al. 2007), though appearing much more attractive because of their lower cost, still require ad hoc prescriptions to evaluate the cluster selection function with cosmological numerical simulations. Such procedures usually rely on the optical richness as defined by the galaxy distribution. We want to stress that computing a cluster survey selection function in the era of precision cosmology requires a self-consistent modelling of the selection function itself. We show here that this plays a critical role in the interpretation of the cluster number counts. It is also worth mentioning that, after 40 years of experience, X-ray cluster surveys are still far ahead of S–Z surveys, both in terms of detection rates and the evaluation of the selection function. In the following, we refer to the discussed survey as the XXL survey.

The paper is organized as follows. In Section 2, we introduce the basic equations for the cluster survey observables, namely the cluster number counts and the two-point correlation function. In Section 3, we describe the survey configurations and selection functions, while in Section 4, using numerical simulations, we estimate the expected experimental survey uncertainties. In Section 5, we describe the Fisher matrix calculation performed to infer the expected

[1] A core radius of 150 kpc corresponds to an apparent diameter of 35 arcsec at $z = 2$, to be compared to the *XMM* on-axis point spread function of 6 arcsec.

© 2011 The Authors, MNRAS **414,** 1732–1746
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society © 2011 RAS

cosmological parameter constraints; we discuss the results in Section 6. Finally, we present our summary and conclusions in Section 7. Throughout the paper, we consider the $\Lambda$ cold dark matter (CDM) cosmology, with the parameters determined by the five-year *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (*WMAP*-5; Dunkley et al. 2009), as our fiducial cosmological model.

## 2 CLUSTER SURVEY OBSERVABLES

The number of clusters as a function of redshift is given by

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}z} = \Delta\Omega \frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}\Omega \mathrm{d}z}(z) \int_0^\infty F_\mathrm{s}(M,z) \frac{\mathrm{d}n(M,z)}{\mathrm{d}\log M} \mathrm{d}\log M, \quad (1)$$

where $\Delta\Omega$ is the survey solid angle, $\mathrm{d}^2V/\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}z$ is the cosmological volume factor, $F_\mathrm{s}(M, z)$ is the redshift-dependent survey selection function and $\mathrm{d}n/\mathrm{d}\log M$ is the comoving density of haloes of mass $M$.

The volume factor in Friedmann–Robertson–Walker space–time is

$$\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}z} = \frac{c}{H_0} \frac{(1+z)^2 d_\mathrm{a}^2(z)}{E(z)}. \quad (2)$$

Here, $c$ is the speed of light, $H_0$ is the Hubble constant today and

$$E(z) = \sqrt{\Omega_\mathrm{m}(1+z)^3 + \Omega_\mathrm{r}(1+z)^4 + \Omega_\mathrm{DE} I_\mathrm{DE}(z) + \Omega_k(1+z)^2}, \quad (3)$$

where $\Omega_\mathrm{m}$, $\Omega_\mathrm{r}$, $\Omega_\mathrm{DE}$ and $\Omega_k$ are the present matter, radiation, dark energy and curvature densities, in units of the critical density respectively, and $d_\mathrm{a}(z)$ is the angular diameter distance. The function $I_\mathrm{DE}(z)$ depends on the model of dark energy. We consider three scenarios: (i) the cosmological constant $\Lambda$, with $I_\Lambda(z) = 1$; (ii) the dark energy fluid characterized by a constant equation of state $w$ for which $I_\mathrm{DE}(z) = (1+z)^{3(1+w)}$; (iii) the time-evolving dark energy equation of state parametrized in the form $w_\mathrm{DE}(z) = w_0 + w_a z/(1+z)$ (Chevallier & Polarski 2001; Linder 2003) for which $I_\mathrm{DE}(z) = (1+z)^{3(1+w_0+w_a)}\exp[-3w_a z/(1+z)]$.

Cluster dark energy studies make various assumptions as to the selection function. It can be defined by a simple mass limit, depending on redshift and cosmology, or not; the limit is supposed to be step-like or to allow for a possible dispersion and for some smooth function across the threshold (e.g. Lima & Hu 2005; Albrecht et al. 2006; Hu & Cohn 2006; Basilakos, Plionis & Lima 2010). For an X-ray survey, $M_\mathrm{lim}(z)$ is determined using a mass-observable relation (i.e. the mass–luminosity relation). Because of this, the limiting mass depends on empirically determined parameters (parametrizing the physics of the hot gas in clusters), and the luminosity distance (i.e. on the underlying cosmological model). This is an important point, as it implies that to properly infer cosmological constraints from cluster data, we must take into account the cosmological dependence of the mass threshold $M_\mathrm{lim}(z)$. Another relevant aspect concerns the fact that survey design, instrumental characteristics and imaging technique analysis cause the cluster selection function not to behave as a step function. This can affect the predicted number counts and two-point correlation statistics for a given cosmological model. The effect of a non-step-like function has been studied in the literature for S–Z surveys (Holder et al. 2000; Lin & Mohr 2003) and X-ray surveys (Sahlén et al. 2009). Here, we use realistic selection functions derived from accurate simulations of the *XMM*–LSS survey, which are discussed in Section 3.

The comoving density of haloes of mass $M$ at redshift $z$ is

$$\frac{\mathrm{d}n(M,z)}{\mathrm{d}\log M} = -\frac{\bar{\rho}_\mathrm{m}}{M} \frac{\mathrm{d}\log\sigma}{\mathrm{d}\log M} f(\sigma, z). \quad (4)$$

Here, $\bar{\rho}_\mathrm{m}$ is the present mean matter density, $\sigma(M, z)$ is the root-mean-square fluctuation of the linear density contrast, smoothed on a scale $R = (3M/4\pi\bar{\rho}_\mathrm{m})^{1/3}$, and $f(\sigma, z)$ is the multiplicity function. We adopt for $f(\sigma, z)$ the modelling proposed by Tinker et al. (2008). Our working assumptions are detailed in Appendix A.

The variance of the linear density contrast smoothed on scale $R$ at redshift $z$ is given by

$$\sigma^2(R,z) = A^2 \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi^2} k^{n_s+2} T^2(k,z) W^2(kR), \quad (5)$$

where $A$ is a normalization constant fixed so that today $\sigma(R = 8\,h^{-1}\,\mathrm{Mpc}) = \sigma_8$, $n_s$ is the scalar spectral index, $T(k, z)$ is the linear matter transfer function and $W(kR)$ is the Fourier transform of the real space top-hat window function. We compute the matter transfer function using the fitting formula provided by Eisenstein & Hu (1998), which includes the wave pattern imprinted by the BAOs.

On large scales, the two-point spatial correlation function for a cluster survey covering the redshift range $[z_\mathrm{min}, z_\mathrm{max}]$ is given by

$$\xi(R) = \frac{\int_{z_\mathrm{min}}^{z_\mathrm{max}} (\mathrm{d}^2V/\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}z) n^2(z) \xi(R,z) \mathrm{d}z}{\int_{z_\mathrm{min}}^{z_\mathrm{max}} (\mathrm{d}^2V/\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}z) n^2(z) \mathrm{d}z}, \quad (6)$$

where

$$n(z) = \int_0^\infty F_\mathrm{s}(M,z) \frac{\mathrm{d}n(M,z)}{\mathrm{d}\log M} \mathrm{d}\log M, \quad (7)$$

and $\xi(R, z) = b_\mathrm{eff}^2(z)\xi_\mathrm{lin}(R, z)$, with $\xi_\mathrm{lin}(R, z)$ being the Fourier transform of the linear matter power spectrum at redshift $z$. The evolution of the linear bias averaged over all haloes is (Matarrese et al. 1997)

$$b_\mathrm{eff}(z) = \frac{1}{n(z)} \int_0^\infty F_\mathrm{s}(M,z) b(M,z) \frac{\mathrm{d}n(M,z)}{\mathrm{d}\log M} \mathrm{d}\log M, \quad (8)$$

where $b(M, z)$ is the linear bias relating dark matter haloes of mass $M$ to the mass density fluctuation. We assume the bias model introduced in Tinker et al. (2010),

$$b(M,z) = 1 - \frac{1+A_b}{1+\sigma^{a_b}} + 0.183 \left(\frac{\delta_c}{\sigma}\right)^{1.5} + B_b \left(\frac{\delta_c}{\sigma}\right)^{2.4}. \quad (9)$$

Here, $\delta_c = 1.686$ is the critical linear overdensity given by the spherical collapse model. The fitting parameters are given by

$$A_b = 0.24y \exp[-(4/y)^4], \quad (10)$$

$$a_b = 0.44(y-2), \quad (11)$$

$$B_b = 0.019 + 0.107y + 0.19\exp[-(4/y)^4], \quad (12)$$

where $y = \log_{10}(\Delta_\mathrm{m})$ with $\Delta_\mathrm{m}$ being the non-linear overdensity threshold. Our fixed value of $\delta_c$ is only exact for an Einstein–de Sitter universe (although it hardly varies with the cosmology). Nevertheless, we prefer to follow the convention of Tinker et al. (2010) and fix it.

## 3 XXL SURVEY CHARACTERISTICS

Cluster surveys are, similarly to galaxy surveys, defined by a number of parameters, such as sky coverage and geometry, depth, selection function and redshift accuracy. However, compared to galaxies, clusters are rare objects, a characteristic that has a significant impact on the determination of the correlation function. Moreover, as already mentioned in the introduction, cluster mass accuracy plays an important role in the determination of the cosmological parameters. In this section, we present the generic characteristics of the XXL survey, while a quantitative examination of the various sources of uncertainty is presented in Section 4.

### 3.1 Two survey designs

In this case study, we examine the merits of two possible *XMM* survey concepts. Survey A covers a total sky area of 50 deg$^2$ with 40-ks *XMM* pointings; this configuration is assumed to allow mass measurements at the 10–50 per cent level for the selected cluster samples. Survey B covers 200 deg$^2$ with 10-ks *XMM* pointings and provides a cluster mass accuracy of 50–80 per cent. Possible survey configurations, resulting from various splittings in subregions, are summarized in Table B1 and discussed in Section 4.2.

To give an order of magnitude of the observing time necessary to perform these surveys, we can imagine mosaics consisting of *XMM* observations whose centres are separated by 20 arcmin in RA and Dec., so that nine observations are necessary to cover 1 deg$^2$. Consequently, both surveys A and B correspond approximately to ∼18 Ms net observing time, i.e. some 180 *XMM* (2-d) revolutions, allowing for 10 observations per revolution with the mosaic mode.

### 3.2 Modelling the cluster population as seen by *XMM*

Before detailing the survey selection function, we need to specify how the two basic observable quantities, the X-ray count rate in a given band and the apparent size of the cluster sources, relate to the cluster mass as a function of redshift.

In the following, we assume the usual [0.5–2] keV range as the working detection band, as it presents the optimal signal-to-noise ratio (S/N), given the cluster spectra, the background spectrum and the *XMM* spectral response (Scharf 2002). Furthermore, we assume the observed cluster scaling laws between luminosity ($L$), temperature ($T$) and the mass within a radius containing an overdensity of 200 times the critical density ($M_{200c}$) as determined in the local universe (Arnaud & Evrard 1999; Arnaud, Pointecouteau & Pratt 2005), and we use the self-similar prescription for their evolution. To account for the scatter observed in cluster properties, we encapsulate the dispersion of the $M$–$T$ and $L$–$T$ relations in the $M$–$L$ relation, for simplicity. Following the analysis by Stanek et al. (2006), who measured $\sigma_{\ln M|L} = 0.37$, we use $\sigma_{\ln L|M} \sim 0.37 \times 1.59 \sim 0.6$, where 1.59 is the slope of their $M$–$L$ relation. To assign the X-ray luminosity, we assume a lognormal distribution. These prescriptions allow us to compute the flux, and finally the count rate, as functions of the cluster mass and redshift. The impact of these hypotheses is discussed in Sections 6 and 7.

Fluxes are estimated using the APEC thermal plasma model, assuming a fixed hydrogen column density of $2.6 \times 10^{20}$ cm$^{-2}$ and setting the heavy element abundance to 0.3 solar. Fluxes are subsequently folded with the telescope and detector response (EPIC response matrices) assuming the THIN optical blocking filter. This allows us to predict the observed count rates. We further assume a $\beta$-profile for the gas distribution, with $\beta = 2/3$ and a constant physical core radius of 180 kpc, unless otherwise specified. This finally yields the spatial distribution of the cluster photons on the detectors.

### 3.3 Cluster selection function

We now turn to the description of the selection function. The ability to select clusters upon well-defined X-ray criteria is a key issue: as shown in Section 2, the selection function directly enters into the modelling of the cluster number counts and spatial correlation function.

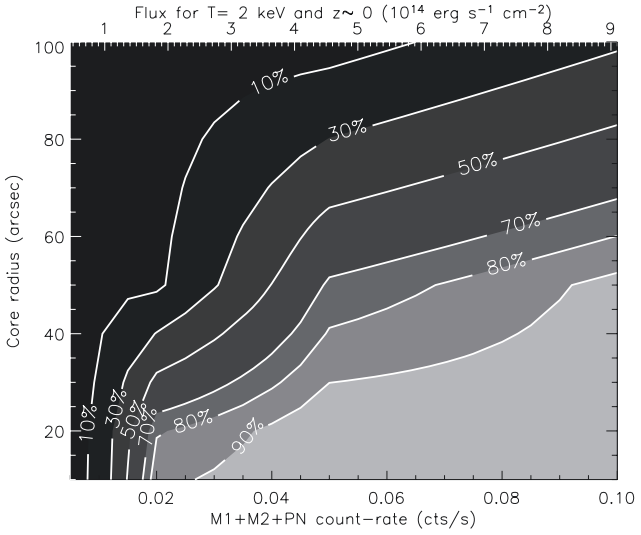



**Figure 1.** The C1 cluster selection function derived from extensive simulations. The probability of cluster detection is expressed in the count rate (∼ flux)–core radius plane. A $\beta$-model with $\beta = 2/3$ is assumed.

In this prospective study, we adopt the C1/C2 selection functions specifically determined for the *XMM*–LSS survey. These have been extensively tested on the basis of *XMM* image simulations (Pacaud et al. 2006) and applied to the *XMM*–LSS sample (Pacaud et al. 2007). The selection basically operates in the *[extent, extent likelihood]* X-ray pipeline parameter space,[2] where *extent* is taken to be the core radius of the $\beta$-model. The procedure allows us to assemble samples of extended X-ray sources that have a well-defined degree of contamination by misclassified point sources; these can be easily discarded a posteriori by examining the X-ray/optical overlays. We define two samples, C1 and C2, for which the contaminations are ∼0 and ∼50 per cent, respectively (Pierre et al. 2006). This procedure, which operates in a two-dimensional parameter space, enables the construction of uncontaminated cluster samples significantly larger than those obtained by a simple flux limit. The selection criteria are subsequently converted into the probability of detecting a source characterized by a given core radius and flux. The C1 selection probability function is displayed in Fig. 1. Using the cluster model described in Section 3.2, we derive the limiting cluster mass detectable as a function of redshift for C1 and C2. Because the current C1/C2 selection criteria have been defined for 10-ks *XMM* exposures, the resulting selection corresponds to clusters having $M_{200c} > 2 \times 10^{14}$ M$_\odot$, and thus relatively massive objects, as seen in Fig. 2. Moreover, we note that $M_{\rm lim}(C1) \sim 1.5 \times M_{\rm lim}(C2)$ for $z > 0.2$, with the C2 selection yielding about twice as many clusters as the C1 selection. Notice that the C1 sample is always a subsample of the C2 selection. The number of collected cluster counts at the detection limit is displayed in Fig. 3.

Practically, our cosmological analysis is performed in two stages. In a first step, we consider the same cluster selection functions independently of the survey configuration (A or B). This means that, for configuration A, the sample is defined from subexposures of 10 ks. The main goal of the total 40-ks integration time is to reach the X-ray spectral accuracy, enabling accurate mass measurements.

[2] Because of the limited number of source photons, the pipeline operates in Cash statistics and returns, for each source parameter, the likelihood of the measurement.

© 2011 The Authors, MNRAS **414,** 1732–1746
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society © 2011 RAS

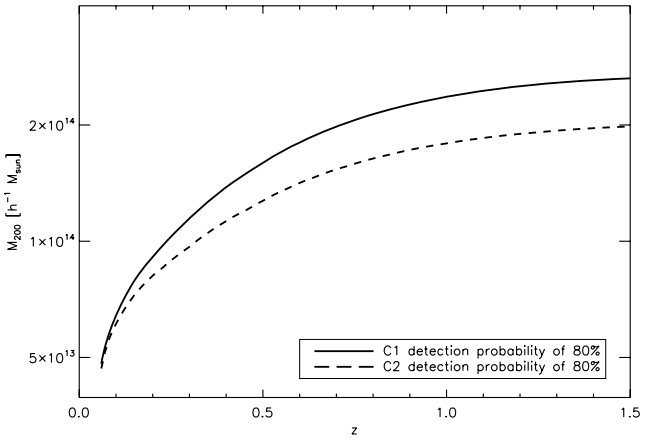



**Figure 2.** The limiting detectable cluster mass as a function of redshift. A detection probability of 80 per cent is assumed. Masses are expressed in terms of $M_{200c}$, the mass within a radius containing an overdensity 200 times the *critical density*.

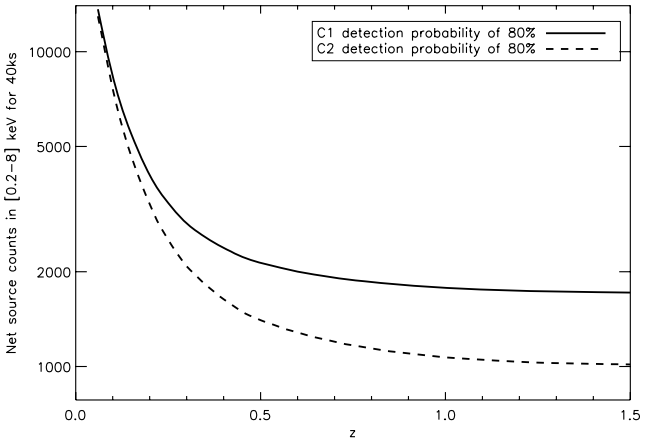



**Figure 3.** Photon counts (2 MOS + pn) collected in 40 ks (survey A configuration) from a C1 and C2 cluster in the [0.2–8] keV energy range, as a function redshift. A detection probability of 80 per cent is assumed, thus corresponding to the $M_{\rm lim}(z)$ of Fig. 2. The EPIC sensitivity has been averaged over the inner $r = 10$ arcmin (mean vignetting of 0.69). Assuming that half of the collected photons are used for the spectral analysis, our selection ensures that at least 500 counts are available for temperature determination with 40-ks *XMM* exposures.

Further, at the full depth of 40 ks, survey A enables the detection of deeper cluster samples. Consequently, in a second step, we investigate the added cosmological value from clusters only detected in the 40-ks observations of survey A. We thus define a C20 class, a scaled-down version of the C2 population detected in 10 ks. Because the C2 selection function is well depicted by a detection probability as a function of S/N, we simply derive the C20 detection efficiency by extrapolating the results of Pacaud et al. (2006) to 40 ks, scaling up the source S/N.[3] The density inferred for this population is of the order of 30 per deg$^2$ and comparable to that listed in the ∼50-ks COSMOS field by Finoguenov et al. (2007). The characteristics of the C20 clusters are displayed in Figs 4 and 5. The number densities of the C1, C2 and C20 populations are given in Table 1. Furthermore, we define the following subclasses: we refer to C2' for C2 clusters not detected as C1 and, similarly, to C20' for C20 clusters not detected as C2.

[3] This method has already been applied in Pacaud et al. (2007) to account for the spatial variations of exposure time.

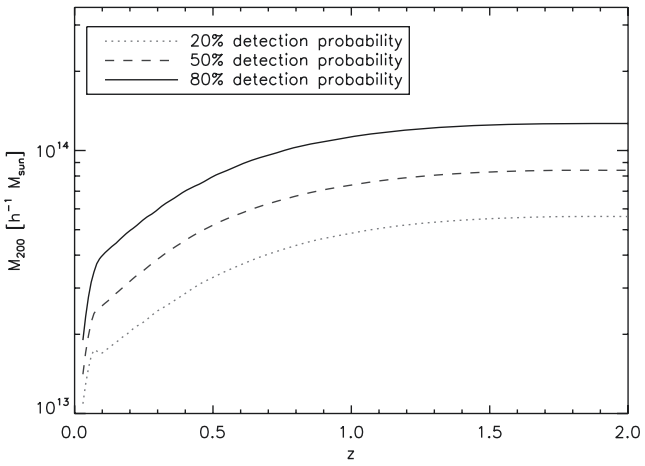



**Figure 4.** Same as Fig. 2 for the C20 population.

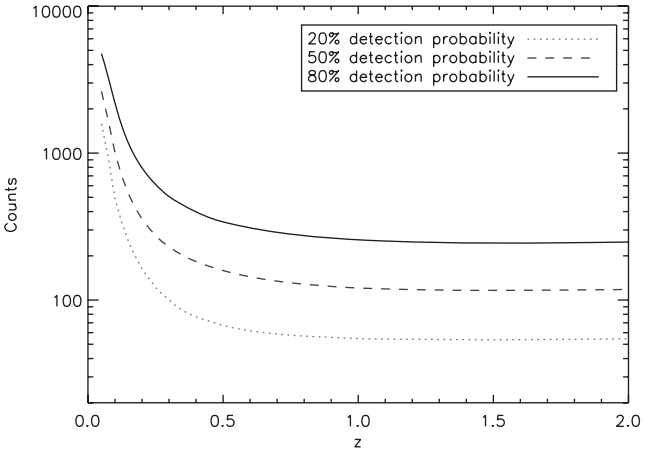



**Figure 5.** Same as Fig. 3 for the C20 population.

**Table 1.** Properties of the cluster samples selected for the cosmological analysis.

| Selection | Detected in configuration | Number density (deg$^{-2}$) | |
|---|---|---|---|
| | | $z < 1$ | $z < 2$ |
| C1 | A B | 7.1 | 8.0 |
| C2 | A B | 11.6 | 13.7 |
| C20 | A | 23.2 | 28.2 |

## 4 ESTIMATING MEASUREMENT UNCERTAINTIES

In this section, we provide a detailed account of the uncertainties pertaining to the measurements of cluster masses, cluster number counts and the two-point correlation function, as expected from the XXL survey. These are the necessary ingredients for a realistic evaluation of the cosmological parameter errors via a Fisher matrix analysis.

© 2011 The Authors, MNRAS **414,** 1732–1746
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society © 2011 RAS

**Table 2.** Adopted mass precision for each individual cluster as a function of *XMM* exposure time. The numbers are the $1\sigma$ errors on $\ln(M)$. The asterisk indicates that this subpopulation does not provide mass information for the Fisher analysis. The last line gives the assumed precision on the luminosity measurements.

| Selection | Adopted mass accuracy | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Optimistic view | | Pessimistic view | |
| | 10 ks | 40 ks | 10 ks | 40 ks |
| C1 | 0.5 | 0.1 | 0.8 | 0.5 |
| C2' | 0.8 | 0.5 | * | 0.8 |
| C20' | Not detected | 0.8 | Not detected | * |
| $\sigma_{\ln L_{obs}}$ | Negligible | | 0.2 | |

### 4.1 Accuracy of the cluster mass and redshift measurements

For this study, we do not rely on the, so far non-observationally validated, self-calibration techniques that allow for some universal redshift-dependent mass-observable relation (Majumdar & Mohr 2004); we discuss the relevance of this option in Section 7. We rather attribute to each cluster a mass accuracy as a function of its X-ray flux. The limiting collected counts for the three cluster populations, as indicated by Figs 3 and 5, allow us to estimate the mass accuracy reachable for each selection. We consider both a pessimistic and an optimistic situation and we further set a limit on the precision of the observed luminosities. These working hypotheses are listed in Table 2. It is not our purpose in this paper to discuss in detail how such mass accuracy will be obtained, but we can foresee a set of realistic observations leading to the desired precision. For instance, configuration B is similar to the well-studied *XMM*–LSS design (i.e. a mosaic of 10-ks exposures), which allowed mass measurements to better than 50 per cent for the C1 population, under the assumption of hydrostatic equilibrium (Pacaud et al. 2007). Improved cluster mass accuracy will be attained with the addition of WL and S–Z observations (e.g. Mahdavi et al. 2007). The use of several X-ray mass proxies, such as the $Y_X = T \times M_{gas}$ parameter, can also greatly enhance the precision of the mass estimates (Vikhlinin et al. 2009).

Experience with the Canada–France–Hawaii Telescope Legacy Survey (CFHTLS[4]) has shown that cluster photometric redshifts can be obtained for the C1 clusters and most of the C2 clusters at an accuracy of $\sim$0.01–0.02 from a five-band survey in the optical (Mazure et al. 2007). Further, with the upcoming generation of wide-field spectroscopy instruments, for example, the refurbished visible multi-object spectrograph (VIMOS) and the forthcoming *K*-band multi-object spectrograph (KMOS) at the European Southern Observatory's Very Large Telescope, gathering redshifts of clusters with a density of $\sim$10–50 per deg$^2$ over an area of 100 deg$^2$ will be easily achievable within the next decade.

### 4.2 Statistical significance of d*n*/d*z* and $\xi$

The evaluation of the impact of the survey size on the statistical significance of $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ and $\xi$ from cluster surveys deserves special attention. Because clusters are rare objects, the relative effects of shot noise, sample variance and edge effects as functions of the survey depth and geometry are quite different from those of galaxy or WL surveys. More precisely, when considering splitting the survey into several subregions (a strategy favoured by practical observing considerations), we need to estimate the trade-off between averaging the sample variance and the loss of S/N in the two-point correlation function at large distances. In principle, it is possible to analytically calculate the sample variance and the shot noise for $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ and $\xi$ as a function of cosmology for a given flux-limited or volume-limited survey (e.g. Hu & Kravtsov 2003). Having here a well-defined selection function $M_{\rm lim}(z)$, we perform an *in situ* and global estimate using numerically simulated cluster samples. The corresponding calculations are detailed in Appendix B

[4] http://www.cfht.hawaii.edu/Science/CFHLS/

## 5 FISHER MATRIX ANALYSIS

We perform a Fisher matrix analysis to quantitatively estimate the cosmological information that can be extracted from the two *XMM* survey configurations (A and B).

### 5.1 Method

Here, we briefly sketch the basic principle of the Fisher matrix approach; interested readers may find more exhaustive discussions on its cosmological applications in Tegmark, Taylor & Heavens (1997) and Eisenstein, Hu & Tegmark (1999).

Let us consider a set of measurements $D_i = \{D_1, \ldots, D_N\}$ (for simplicity, let us assume that these are uncorrelated), from which we want to derive constraints on a set of parameters $\theta_\mu = \{\theta_1, \ldots, \theta_M\}$ in a given model $\mathcal{M}$. We first evaluate the likelihood function, $L(D_i|\theta_\mu, \mathcal{M})$. Then, assuming a prior probability distribution for the model parameters, $P(\theta_\mu|\mathcal{M})$, using Bayes theorem we construct the posterior probability (i.e. the probability of the parameters given the observed data), $P(\theta_\mu|D_i, \mathcal{M}) \propto L(D_i|\theta_\mu, \mathcal{M})P(\theta_\mu|\mathcal{M})$. The posterior contains all the statistical information from which we derive the 'confidence' intervals on the parameters $\theta_\mu$. Now, let us indicate with $\mathrm{O}_i(\theta_\mu)$ the model prediction of the observable to be confronted with the data $D_i$; let $\sigma_i$ be the experimental uncertainties. Assuming Gaussian distributed errors, we can write up to an additive constant the log-likelihood as

$$\ln L = -\frac{\chi^2}{2} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\frac{[D_i - \mathrm{O}_i(\theta_\mu)]^2}{\sigma_i^2}. \quad (13)$$

If $\hat{\theta}_\mu$ are the model parameter values that maximize the likelihood, then we can expand equation (13) to second order in $\delta\theta_\mu = \theta_\mu - \hat{\theta}_\mu$ and we obtain

$$\mathcal{L} \equiv -\ln\left(\frac{L}{L_{\max}}\right) = \frac{1}{4}\sum_{\mu,\nu=1}^{M}\left.\frac{\partial^2\chi^2}{\partial\theta_\mu\partial\theta_\nu}\right|_{\hat{\theta}}\delta\theta_\mu\delta\theta_\nu. \quad (14)$$

This leads to the Fisher matrix $F_{\mu\nu}$ given by[5]

$$F_{\mu\nu} \equiv \left\langle\frac{\partial^2\mathcal{L}}{\partial\theta_\mu\partial\theta_\nu}\right\rangle = \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\sigma_i^2}\left.\frac{\partial \mathrm{O}_i}{\partial\theta_\mu}\frac{\partial \mathrm{O}_i}{\partial\theta_\nu}\right|_{\hat{\theta}}. \quad (15)$$

The parameter uncertainties, as well as their mutual correlations, are encoded in the covariance matrix, $C_{\mu\nu} = F^{-1}_{\mu\nu}$, where the $1\sigma$ model parameter errors are simply the square-root of the diagonal elements, $\sigma_{\theta_\mu} = \sqrt{C_{\mu\mu}}$. These are the marginalized errors, in the sense that if we consider a specific parameter (e.g. $\theta_1$), then the uncertainty $\sigma_{\theta_1}$ obtained by inverting the full Fisher matrix is equivalent to that obtained by integrating the likelihood function

[5] Although we have assumed a Gaussian likelihood to derive this expression, it is worth noting that the Fisher matrix has exactly the same shape for Poisson statistics.

over the $M - 1$ parameters, thus accounting for all possible parameter correlations. External priors on a given parameter can be easily implemented. For example, suppose we want to include a $\sigma_{\theta_3} = 0.01$ prior on the parameter $\theta_3$. In such a case, it is sufficient to add to equation (15) a matrix $P_{\mu\nu}$ whose only non-vanishing element is $P_{33} = 1/\sigma^2_{\theta_3}$. Similarly, information from other data sets can be easily implemented by adding the corresponding Fisher matrices.

Using equation (15) greatly simplifies the estimation of the cosmological parameter uncertainties for a given experiment. Then, forecasting parameter errors reduces to knowing the expected experimental/observational uncertainties ($\sigma_i$), assuming a fiducial cosmology ($\hat{\theta}_\mu$) and computing the Fisher matrix by evaluating the derivative of the observable at the fiducial parameter values ($\partial \mathrm{O}/\partial\theta_\mu|_{\hat{\theta}_\mu}$). The inferred errors necessarily depend on the fiducial cosmology assumed; this is the case even if we run a full numerical likelihood analysis over a set of randomly generated data. Henceforth, the results of this type of analysis should not be used for estimating the performance of experiments in distinguishing between different models. We refer the reader to Mukherjee et al. (2006) for a discussion on the limitation of this approach in model selection problems and the solution in the context of Bayesian statistics.

We evaluate the derivatives of the observable with the respect to the model parameters using the five-point stencil approximation:

$$\frac{\partial \mathrm{O}}{\partial\theta_\mu} \approx \frac{2}{3}\frac{\mathrm{O}(\hat{\theta}_\mu + \delta\theta_\mu) - \mathrm{O}(\hat{\theta}_\mu - \delta\theta_\mu)}{\delta\theta_\mu} + \frac{\mathrm{O}(\hat{\theta}_\mu - 2\delta\theta_\mu) - \mathrm{O}(\hat{\theta}_\mu + 2\delta\theta_\mu)}{12\delta\theta_\mu} \quad (16)$$

with steps $\delta\theta_\mu$ of the order of 5 per cent on the fiducial parameter value.

Our survey observables consist of the cluster number counts $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ given by equation (1) in redshift bins of size $\Delta z = 0.1$ and the two-point spatial correlation function $\xi(R)$ given by equation (6). For the cluster counts, we consider detections in 10 or 20 equally spaced redshift bins in the range $0 < z < 1$ or $0 < z < 2$, while for the correlation function we consider the $10 < R\ (h^{-1}\,\mathrm{Mpc}) < 40$ scales. For each selection function, we derive the expected survey uncertainties $\sigma_i$ on $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ and $\xi$ using the S/N calculated from the simulations, described in Appendix B. These account for the integrated effect of the Poisson noise and sample variance.

### 5.2 Fiducial cosmology and model parameters

We assume as our fiducial cosmology a flat ΛCDM model that best fits the *WMAP*-5 data (Dunkley et al. 2009), specified by the following parameter values: $\Omega_\mathrm{m}h^2 = 0.1326$, $\Omega_\mathrm{b}h^2 = 0.0227$, $h = 0.719$, $n_s = 0.963$, $\sigma_8 = 0.796$ and $\tau = 0.087$. For this model, the expected number of clusters as a function of redshift for survey A (50 deg$^2$) is shown in Fig. 6 for the three selection functions. Fig. 7 displays the two-point cluster correlation function. Here, it is worth noticing that while the three functions have the same shape, the C2 curve has a slightly lower amplitude than C1, and higher than C20, consistent with the mass ranges pertaining to these samples (less massive objects are less clustered).

We derive constraints on the following set of parameters: $\Omega_\mathrm{m}$, $\Omega_\mathrm{b}$, $h$, $n_s$ and $\sigma_8$ (ΛCDM), including a varying equation of state $w(z) = w_0 + w_a z/(1+z)$ with parameters $w_0$ and $w_a$ (Chevallier & Polarski 2001; Linder 2003) for $w(z)$CDM models.

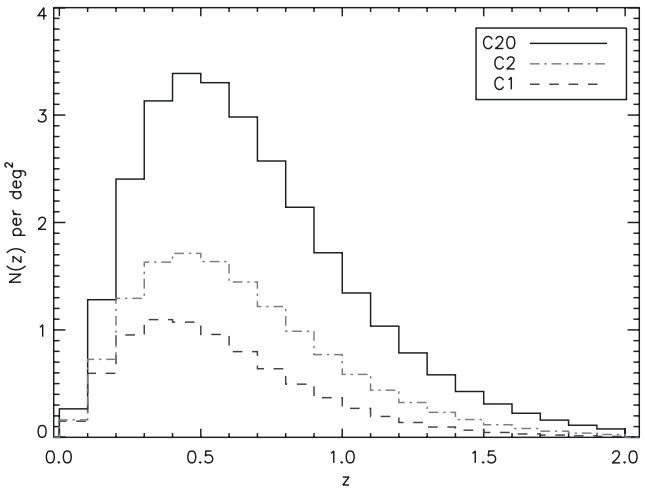



**Figure 6.** Redshift distribution of the C1, C2 and C20 populations for the ΛCDM fiducial cosmology in the survey A configuration.

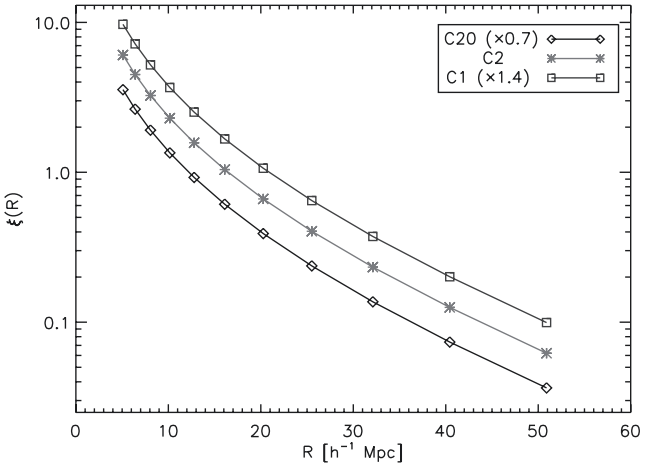



**Figure 7.** Two-point correlation function of the C1, C2 and C20 populations.

### 5.3 Modelling cluster mass uncertainties in the Fisher analysis

For the Fisher analysis, our aim is to reproduce as much as possible the observational procedure and the subsequent cosmological analysis. We summarize the steps as follows.

(i) Clusters are selected in the *XMM* images according to a two-dimensional parameter space.

(ii) Corresponding $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ and $\xi$ are derived.

(iii) Each cluster mass is measured at a given accuracy, the mass measurements being cosmology-dependent.

(iv) For a given cosmology, we compute $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ and $\xi$, the observational selection function being yet translated in the $[M, z]$ space following scaling laws; this is the point where the mass accuracy enters.

(v) As already specified, we encapsulate all uncertainties on the scaling laws in the *M–L* relation for the cosmological modelling.

(vi) The set of cosmological parameters giving best agreement on both $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ and $\xi$, describes the most likely cosmological model.

Practically, in the Fisher analysis, we assume that the slope and the dispersion of the *M–L* relation are known and do not depend on redshift. However, we let the normalization of the relation free

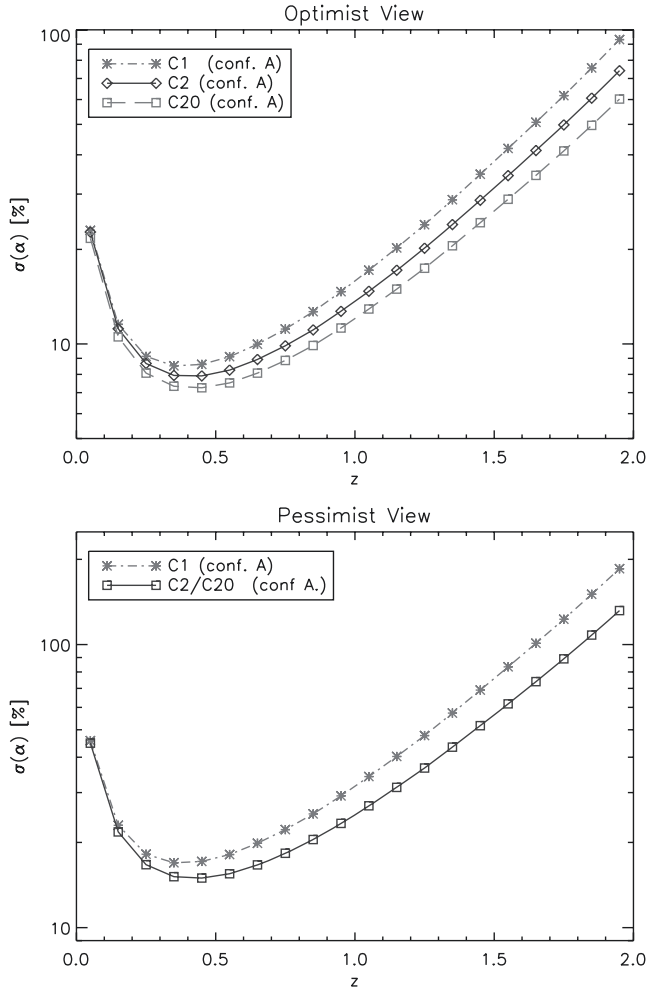



**Figure 8.** Priors for the Fisher analysis on the normalization of the *M–L* relation as a function of redshift, for the optimistic and pessimistic cases for the survey A configuration.

as a scalefactor $\alpha(z)$. We take one scalefactor for each redshift bin [$\Delta(z) = 0.1$], and hence we have 10 or 20 nuisance parameters, depending on the survey depth. The priors for the analysis are derived from the accuracy assumed for the mass measurements of the individual clusters (Table 2); these are displayed in Fig. 8 for the optimistic and pessimistic cases.

### 5.4 *Planck* Fisher Matrix

To estimate the full cosmological yield of an XXL survey, we perform a joint analysis of the cluster survey with the primary CMB power spectra – temperature (*TT*), polarization (*EE*) and cross-correlation (*TE*) – soon to be measured by the *Planck* satellite.

A precise assessment of the *Planck* capabilities would require us to model in detail the map-making and component separation processes. To circumvent this problem, we make the simplifying assumption that the sky images in the three bands where the CMB emission dominates (100, 143 and 217 GHz) are readily usable to measure the power spectra, while the other bands permit a perfect characterization of the other contaminating signals.

**Table 3.** *Planck* survey parameters.

| | *Planck* | | |
|---|---|---|---|
| Frequency (GHz) | 100 | 143 | 217 |
| $\phi_c$ (arcmin) | 10.0 | 7.1 | 5.0 |
| $\sigma_{c,T}$ (μK) | 6.8 | 6.0 | 13.1 |
| $\sigma_{c,E}$ (μK) | 10.9 | 11.4 | 26.7 |

Following Zaldarriaga & Seljak (1997), the noise covariance matrix for each $l$ (including the cosmic variance) is then given by

$$\mathrm{Cov}\left(C_l^{TT}, C_l^{TT}\right) = \frac{2}{(2l+1)f_{\rm sky}}\left(C_l^{TT} + N_{l,TT}^{-2}\right),$$

$$\mathrm{Cov}\left(C_l^{EE}, C_l^{EE}\right) = \frac{2}{(2l+1)f_{\rm sky}}\left(C_l^{EE} + N_{l,EE}^{-2}\right),$$

$$\mathrm{Cov}\left(C_l^{TE}, C_l^{TE}\right) = \frac{1}{(2l+1)f_{\rm sky}} \times \left[C_{l,TE}^2 + \left(C_l^{TT} + N_{l,TT}^{-2}\right)\left(C_l^{EE} + N_{l,EE}^{-2}\right)\right],$$

$$\mathrm{Cov}\left(C_l^{EE}, C_l^{TE}\right) = \frac{2}{(2l+1)f_{\rm sky}} C_l^{TE}\left(C_l^{EE} + N_{l,EE}^{-2}\right),$$

$$\mathrm{Cov}\left(C_l^{TT}, C_l^{TE}\right) = \frac{2}{(2l+1)f_{\rm sky}} C_l^{TE}\left(C_l^{TT} + N_{l,TT}^{-2}\right),$$

$$\mathrm{Cov}\left(C_l^{TT}, C_l^{EE}\right) = \frac{2}{(2l+1)f_{\rm sky}} C_{l,TE}^2. \quad (17)$$

Here,

$$N_{l,X}^2 = \sum_c (\sigma_{c,X}\phi_c)^{-2}\, \mathrm{e}^{-l(l+1)\phi_c^2/(8\log 2)} \quad (18)$$

is the contribution of the instrumental noise to the uncertainty on the spectrum $X$, which results from averaging over the different frequency channels $c$, with sensitivity $\sigma_{c,X}$ and angular beamwidth $\phi_c$. In Table 3, we quote the assumed experimental characteristics for the *Planck* satellite, which we have obtained from the mission definition document (the so-called *Bluebook*).[6] We adopt a fractional sky coverage of $f_{\rm sky} = 0.8$ to account for the masking of the galactic plane.

The full CMB Fisher matrix for a set of cosmological parameters $(\theta_\mu)$ is straightforwardly obtained as

$$F_{\mu\nu}^{\rm CMB} = \sum_l \sum_{X,Y} \frac{\partial C_l^X}{\partial \theta_\mu} \mathrm{Cov}^{-1}\left(C_l^X, C_l^Y\right) \frac{\partial C_l^Y}{\partial \theta_\nu}, \quad (19)$$

where $X, Y = TT, EE, TE$ and we sum over $l$ values in the range [1, 2000].

In practice, we compute the power spectra using the CMBFAST code and some care has to be taken in order to correctly account for the intrinsic CMB degeneracies. Indeed, the shape of the matter power spectrum at the recombination epoch is only a function of the primordial power spectrum and the physical densities ($\rho_{\rm m}$, $\rho_{\rm b}$, $\rho_{\rm r}$) in the early Universe. Further, while the relative amplitudes of

[6] This is available from the ESA web pages of the *Planck* mission: http://www.rssd.esa.int/index.php?project=Planck.

© 2011 The Authors, MNRAS **414,** 1732–1746
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society © 2011 RAS

**Table 4.** Fisher matrix errors on the cosmological parameters from *Planck*.

| | 10 per cent prior on $h$ | | Flat universe | |
|---|---|---|---|---|
| | *TT* | *TT* + *TE* + *EE* | *TT* | *TT* + *TE* + *EE* |
| $h$ | 0.0719 | 0.0719 | 0.0030 | 0.0017 |
| $\Omega_b$ | 0.0088 | 0.0088 | 0.0007 | 0.0005 |
| $\Omega_m$ | 0.0514 | 0.0513 | 0.0019 | 0.0010 |
| $\Omega_\Lambda$ | 0.0880 | 0.0879 | – | – |
| $\sigma_8$ | 0.0536 | 0.0361 | 0.0400 | 0.0067 |
| $n_s$ | 0.0070 | 0.0040 | 0.0070 | 0.0040 |
| $\tau$ | 0.0532 | 0.0040 | 0.0532 | 0.0040 |

the CMB peaks depend on the details of the matter/photon densities, the physical scale of the baryon oscillation pattern is simply proportional to the sound horizon at recombination ($r_s$). As a consequence, the CMB observables only depend on $h$, $\Omega_{DE}$, $w_0$ and $w_a$ through the so-called CMB acoustic scale:

$$l_a = \pi(1 + z_{dec})\frac{d_a(z_{dec})}{r_s}. \quad (20)$$

Here, $z_{dec}$ is the redshift of decoupling and $d_a$ is the angular diameter distance. [The factor $(1 + z_{dec})$ comes from the fact that $r_s$ is measured in the comoving frame.] This exact degeneracy of the CMB, known as the geometric degeneracy, prevents CMB experiments from giving any constraint on the dark energy without adding other observables. Numerical estimates of CMB Fisher matrices, based on codes such as CMBFAST, fail at accurately reproducing this degeneracy (see, for example, Kosowsky, Milosavljevic & Jimenez 2002) and tend to give unrealistic results solely because of numerical uncertainties. We therefore follow the approach of the Dark Energy Task Force (DETF) report and Rassat et al. (2008) to estimate the Fisher matrix over a 'natural' set of cosmological parameters ($\Omega_m h^2$, $\Omega_b h^2$, $l_a$, $\Delta^2_{\mathcal{R}}$, $n_s$ and $\tau$). We then marginalize over $\tau$ and we convert the Fisher matrix into our preferred parameter set using the Jacobian matrix of the transformation.

In Table 4, we quote the resulting constraints for *Planck* alone with or without the use of polarization. Because of the geometrical degeneracy, only constraints on the simplest ΛCMD models can be obtained. However, we have also estimated the full Fisher Matrix for the $w(z)$CDM model, as it is necessary to derive the combined constraints from the *Planck* CMB spectra with the cluster observables. This is then simply achieved by adding equation (19) to equation (15).

## 6 PREDICTED CONSTRAINTS ON THE COSMOLOGICAL PARAMETERS

The results from the Fisher analysis for the equation of state of dark energy are presented in Tables 5 and 6 for the A2 and B0 survey configurations. We display the ultimate accuracy that can be reached for the most general, non-flat, $w(z)$CDM cosmology. We outline below the main outcomes of the study.

(i) The comparison between the C1 and C2 populations (limited to $0 < z < 1$) shows an improvement on $w_0$ and $w_a$ of about 20 and 10 per cent, respectively, for the C2 sample. The C2 clusters are roughly twice as numerous as the C1 clusters, but are less massive on average, so that their impact on cosmological measurements is expected to be indeed relatively smaller.

(ii) Focusing on the configuration of survey A, the C20 clusters are four times more numerous than the C1 clusters, and some 250 of these are between $1 < z < 2$. The net effect is an improvement better than a factor of 2 on $w_a$ and $w_0$.

(iii) The comparison between the designs of surveys B and A for the C2 and C20 populations, respectively, shows comparable constraints when d$n$/d$z$, $\xi$ and *Planck* are combined (optimistic and pessimistic cases). However, the total number of clusters involved is 2320 for B compared to only 1400 for A. This stresses the efficiency of the $1 < z < 2$ clusters for characterizing dark energy (see also Baldi & Pettorino 2010).

(iv) Table 7 lists the constraints expected after the first scan of survey A, which is thus at 1/4 of its nominal depth (C2 population only and measured in pessimistic conditions); the accuracy is about half of that at full depth, and hence along the line of the signal $\propto \sqrt{\text{time}}$ ratio. We have further investigated the role of various hypotheses that were made in the prescription of the Fisher analysis.

(v) This study is one of the first to qualitatively consider the added value of the cluster spatial distribution in the determination of the dark energy parameters (see also Majumdar & Mohr 2004; Hütsi 2010). The impact of $\xi$ is highlighted in Fig. 9. This is remarkable given that the regions considered for survey A2 have a side of only 3.5 deg, but it should not be considered as unexpected. In fact, $\xi$ is particularly sensitive to $\Omega_m$ and $\sigma_8$, and thus it strongly contributes to breaking model parameter degeneracies. Furthermore, the mass dependence of the halo clustering is opposite to that of the number counts. On the one hand, less massive haloes are less clustered than the massive ones; on the other hand, the former are more numerous. Thus, a combined measurement allows for a better mass determination of the cluster sample and directly improves the parameter inference. This is a clear advantage of dedicated cluster surveys over serendipitous searches.

(vi) Introducing a prior of 10 per cent on the Hubble constant does not significantly improve $w_a$ and $w_0$ for the final d$n$/d$z + \xi +$ *Planck* settings, but some 40 and 20 per cent better constraints are predicted when only d$n$/d$z +$ *Planck* are considered.

(vii) We have examined the case where the *M–L* relation is perfectly known at all redshifts. We observe an improvement of less than 15 per cent both on $w_0$ and $w_a$ for the C20 population with the optimistic assumption.

(viii) We have further investigated what happens if the dispersion in the *M–L* relation (which can be interpreted as the dispersion in any

**Table 5.** Cosmological constraints. Survey configuration A2: 50 deg$^2$ full depth (40-ks *XMM* exposures) $1\sigma$ errors on $w_0/w_a$.

| | | Pessimistic mass measurements | | Optimistic mass measurements | |
|---|---|---|---|---|---|
| Selection | Redshift range | d$n$/d$z$ + *Planck* | d$n$/d$z + \xi$ + *Planck* | d$n$/d$z$ + *Planck* | d$n$/d$z + \xi$ + *Planck* |
| C1 | $0 < z < 1$ | 2.38/5.08 | 0.88/2.71 | 1.98/4.15 | 0.78/2.32 |
| C2 | $0 < z < 1$ | 2.00/4.64 | 0.72/2.36 | 1.70/3. 89 | 0.65/2.06 |
| C20 | $0 < z < 2$ | 1.19/2.59 | 0.45/1.46 | 0.87/1.82 | **0.38/1.18** |

**Table 6.** Cosmological constraints. Survey configuration B0: 200 deg$^2$ full depth (10-ks *XMM* exposures) $1\sigma$ errors on $w_0/w_a$.

| Selection | Redshift range | Pessimistic mass measurements | | Optimistic mass measurements | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $dn/dz$ + *Planck* | $dn/dz + \xi$ + *Planck* | $dn/dz$ + *Planck* | $dn/dz + \xi$ + *Planck* |
| C1 | $0 < z < 1$ | 1.58/3.30 | 0.54/1.71 | 1.33/2.72 | 0.48/1.47 |
| C2 | $0 < z < 1$ | 1.42/3.29 | 0.47/1.60 | 1.13/2.52 | **0.40/1.29** |

**Table 7.** Cosmological constraints. Survey configuration A2: 50 deg$^2$ 1/4 depth (10-ks *XMM* exposures) $1\sigma$ errors on $w_0/w_a$.

| Selection | Redshift range | $dn/dz$ + *Planck* | $dn/dz + \xi$ + *Planck* |
|---|---|---|---|
| C1 (pessimistic) | $0 < z < 1$ | 2.77/5.98 | **0.97/3.08** |
| C2 (optimistic) | $0 < z < 2$ | 1.14/2.44 | **0.55/1.70** |

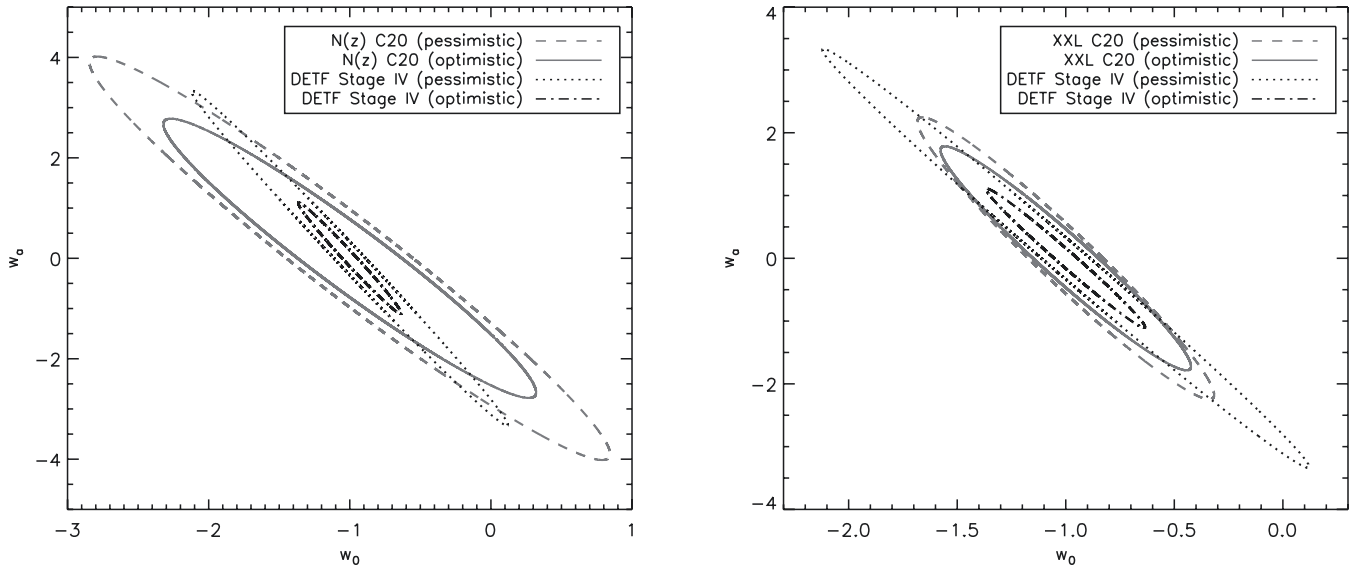



**Figure 9.** Illustration of the impact of the cluster–cluster correlation function (A2 survey configuration; from Table 5). Left: $1\sigma$ cosmological constraints from the cluster number counts only. Right: adding the correlation function. The black contours indicate the predictions by the DETF, stage IV.

mass-observable relation) is decreased from 0.6 to 0.1, recomputing the priors accordingly. In this case, the improvement is ∼10 per cent; assuming in addition that the *M–L* relation is perfectly known leads to a negligible improvement.

(ix) We have assumed that the cluster luminosities evolve self-similarly, which tends to be supported by current observations (Maughan et al. 2008). Other scaling laws can be assumed, such as, for instance, no evolution, which implies that distant clusters are less luminous than in the self-similar hypothesis; this would decrease the number of detected high-$z$ clusters. The impact of the cluster evolution hypothesis can be bracketed by the extreme case where no $z > 1$ clusters are detected; in this case, the optimistic constraints on $w_0$ and $w_a$ would change from 0.40 and 1.29 to 0.51 and 1.67.

(x) Finally, assuming a flat $w(z)$CDM cosmology improves the determination of $w_0$ and $w_a$ by about 5 per cent. For a flat $w$CDM, we predict a precision of 0.040 for $w$ with the C20 optimistic configuration (survey A) .

A general summary of the expected dark energy parameter uncertainties from future cluster surveys has been presented in the DETF document (Albrecht et al. 2006). This review study classifies the projected performances of cluster surveys into stages II, III and IV. Stage II corresponds to surveys of 200 deg$^2$ with a mean mass threshold of $10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$ detecting approximately 4000–5000 clusters, for which the expected errors on the dark energy parameters are $\sigma_{w_0} = 1.1$ and $\sigma_{w_a} = 3.2$. Stage III consists of surveys covering 4000 deg$^2$ with a mean threshold of $10^{14.2}\,h^{-1}\,M_\odot$ detecting ∼30 000 clusters. Finally, Stage IV corresponds to surveys covering 20 000 deg$^2$ with a mass threshold of $10^{14.4}\,h^{-1}\,M_\odot$, also providing 30 000 clusters. The DETF predictions for stages III and IV are recalled in Table 8; these are comparable for both stages as each appears to be dominated by systematics.

**Table 8.** Cosmological constraints from clusters following the DETF survey designs $1\sigma$ errors on $w_0/w_a$.

| Stage | Pessimistic | Optimistic |
|---|---|---|
| III | 0.70/2.11 | 0.26/0.77 |
| IV | 0.73/2.18 | 0.24/0.73 |

© 2011 The Authors, MNRAS **414,** 1732–1746
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society © 2011 RAS

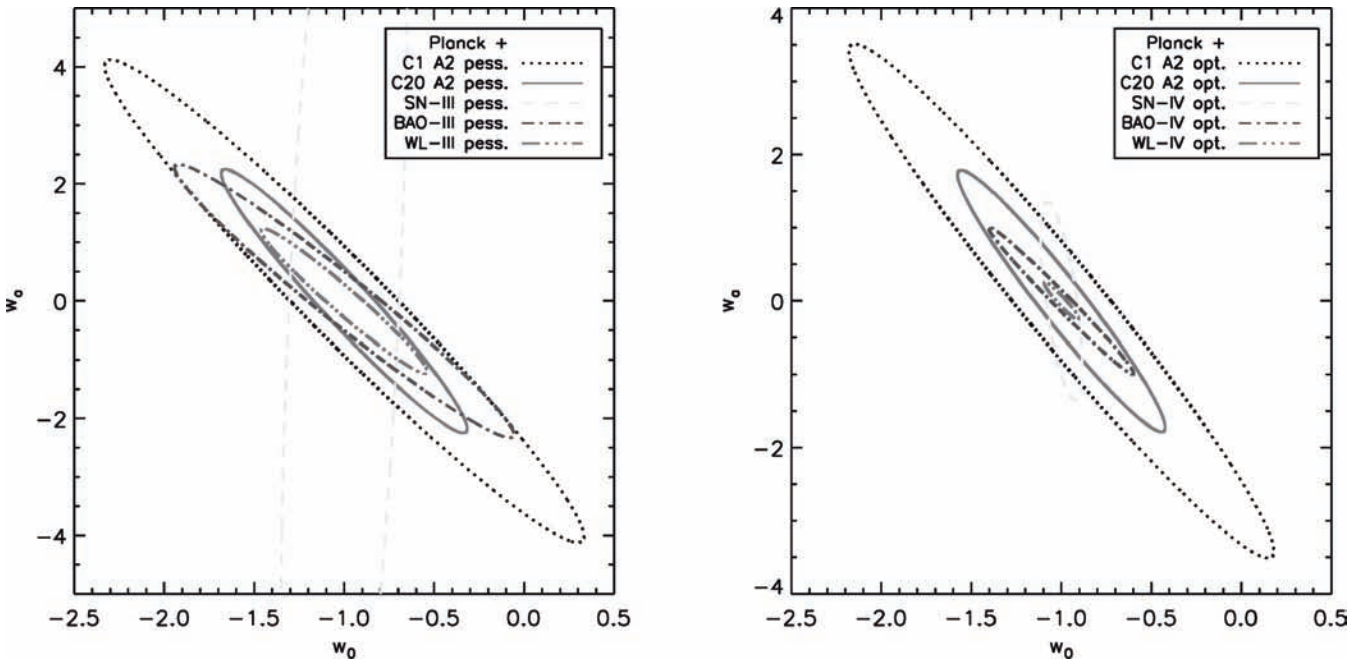



**Figure 10.** Left: $1\sigma$ contours in the $w_0$–$w_a$ plane for the various DETF probes at stage III (pessimistic assumptions) along with the XXL predictions for the C1 and C20 populations (pessimistic case from Table 5). The contours for the DETF probes have been derived using the Fisher matrix data from the DETFAST code, including the *Planck* priors in the same way as for XXL. Right: same as left plot, but for the DETF stage IV and optimistic assumptions.

These projections have been derived under a number of assumptions that differ from ours. First, the halo mass function has been assumed in the fitting form provided by Jenkins et al. (2001). Secondly, the settings of the Fisher analysis are also slightly different: while both studies involve the same number of parameters, the analysis presented by Albrecht et al. (2006) assumes a prior of $\sim$10 per cent on the Hubble constant – we do not [they also consider the $\delta_\zeta$ parameter ($k^3P_\zeta/2\pi^2$) in place of $\sigma_8$]. Conversely, they use only number counts whereas we consider, in addition, the correlation function. The DETF adopts a constant mass selection, and masses are supposedly determined through 'self-calibration', i.e. a functional dependence between flux (or richness), mass and redshift is assumed (see Majumdar & Mohr 2004). The DETF has further assumed a root-mean-square error in the mean/variance of mass per redshift bin ranging from 2 to 14 per cent for stage III and from 1.6 to 11 per cent for stage IV. Despite these differences, it is worth comparing the performances advocated by the DETF with our predictions. A quick glance at Tables 5 and 8 immediately reveals that the XXL pessimistic predictions outperform the DETF pessimistic predictions and that XXL optimistic predictions lie between the optimistic and pessimistic DETF calculations. This is an unexpected result given the ratio of the surveyed areas (a factor of 80–400) but is readily understandable as the effect of the mass accuracy and of the presence of $z > 1$ clusters, a direct consequence of the *XMM* deep exposures. We further compare the virtue of the XXL cluster population with the other cosmological probes examined by the DETF, namely BAOs, SNe and WL measurements. The comparisons are displayed in Fig. 10.

## 7 DISCUSSION AND CONCLUSIONS

Using a Fisher matrix calculation, we have shown that the XXL surveys A and B can provide measurements of the cluster number counts and two-point correlation function of sufficient precision to provide useful constraints on the equation of state of dark energy. In our analysis, special care has been devoted to the realistic modelling of the statistical uncertainties (sample variance and shot noise) because of the small size of the surveyed area (50 or 200 deg$^2$) and because of the cluster mass measurements. Our experience gained with *XMM* has allowed us to consider realistic cluster selection functions and to apply priors on individual cluster mass measurements. We have favoured this approach against the use of 'self-calibration' techniques, intended to bypass the current ignorance about the evolution of the cluster scaling law by simultaneously fitting its functional form with cosmology. After all, self-calibration has not been observationally tested yet, and as shown by Sahlén et al. (2009), it is hampered by the fact that it introduces a latent degeneracy between the dispersion in the scaling laws and their redshift evolution. Moreover, it has been pointed out by Pacaud et al. (2007) that, in the case of X-ray flux measurements, emission lines produce discontinuities, which cannot be simply accounted for by the parametrized functional dependence. On the basis of these considerations, we have deliberately attempted to individually measure cluster masses, and to improve the X-ray mass derivation by means of S–Z and WL observations. This is a reasonable working assumption, given the relatively limited size of the surveyed area, and the results will form an ideal basis for investigating, a posteriori, self-calibration techniques. In the present analysis, we have let the normalization of the scaling relation be free for each $\Delta z = 0.1$ redshift bin. Alternatively, taking larger bins (e.g. $\Delta z = 0.2$) decreases the number of free parameters by a factor of 2. This would allow the introduction of, for example, two more free parameters, so as to enable the simultaneous fit of the evolution of the slope and of the dispersion of the relation. These hypotheses will be discussed in a subsequent article (Pacaud et al., in preparation, hereafter Paper II). In Paper II, we will also compare the relative efficiency of various cluster selection functions (such as those presented here and a fixed mass limit at any redshift), we will investigate the role of

plausible evolution laws other than self-similarity, we will examine the impact of the dark energy inhomogeneities on the halo mass function and we will discuss the added value of the evolution of $\xi$ and, especially, that of the cluster mass function ($\mathrm{d}n/\mathrm{d}M\,\mathrm{d}z$) in constraining the dark energy equation of state.

In any case, our analysis demonstrates that a medium deep 50-deg$^2$ survey with *XMM* – a modest project compared to the DETF stage IV requirements – is in a position to fulfil competitive expectations in terms of cluster cosmological studies, while providing constraints that are complementary to those expected from other probes. Moreover, from a practical point of view, compared to the cluster surveys advocated by the DETF (stages III and IV), the XXL survey contains some 20 times fewer clusters, which makes the sample much more tractable.

We have shown that the configurations of surveys A and B provide equivalent constraints on the dark energy for a similar amount of *XMM* observing time ($\sim$20 Ms). Practically, we favour configuration A over B as, besides constraining the properties of dark energy, it is observationally more advantageous. There are also a number of compelling arguments as to the 'legacy value' of survey A, which make it more appealing. Let us review these in some detail.

(i) The aimed mass accuracy (to be complemented by a joint analysis of S–Z and WL surveys), for all clusters entering the analysis, will have an invaluable scientific potential for the study of baryon physics. In particular, it will provide the long expected scaling law evolution out to a redshift of $\sim$1.5 and to a mass $M_{200} \sim 10^{14}$ M$_\odot$. *XMM* pointed observations cannot achieve such an efficient determination for the simple reason that few X-ray clusters, and only massive ones, are known at $z \sim 1$. In contrast, the configuration of survey A has the ability to detect and reliably measure the signal from these objects in one single shot. This will provide very useful calibration data for other surveys (e.g. DES, eRosita), which are expected to cover much larger areas but at lower depth and poorer X-ray angular resolution (Predehl et al. 2006). Then, the self-calibration method will be easily testable.

(ii) The spatial distribution of X-ray active galactic nuclei, which will constitute more than 90 per cent of the sources of the planned survey, will be studied on very large scales as a function of their spectral properties.

(iii) For visibility reasons and observation programming, we favour the splitting of survey A into two or four subregions spread in right ascension. Furthermore, the *XMM* observations can be scheduled over four years, with each field being entirely covered by 10-ks *XMM* observations every year. The first-year scan could already provide the full C1 + C2 cluster catalogue, and hence measurements of $\xi$ and $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ and constraints on the dark energy to an accuracy half of the final value. The three subsequent scans will then increase the number of X-ray photons down to the nominal 40-ks depth, thus providing the spectral accuracy and, finally, the cluster mass accuracy required for the full cosmological analysis.

(iv) Spreading the *XMM* observations over four years can provide unrivaled information about active galactic nuclei variability over large time-scales as a function of the spectral properties and environment.

Finally, in addition to the important added value of $\xi$, we mention a number of arguments leading us to favour contiguous surveys with respect to serendipitous cluster searches.

(i) Operationally, it is much more efficient to perform a joint X-ray + optical/lensing + S–Z survey than to undertake a pointed follow-up of X-ray clusters. Obviously, a joint optical survey renders the X-ray source identification straightforward.

(ii) Homogeneous wide surveys, compared to serendipitous searches, greatly simplify the derivation of the selection functions, which, as shown here, play a critical role for cosmological studies.

(iii) Using *XMM* archival data would only allow the determination of $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$. Moreover, it is important to note that the situation is different from that of the *ROSAT* serendipitous searches. *ROSAT* had a two-degree diameter field of view (against 30 arcmin for *XMM*) and a significant fraction of the known cluster population has been imaged by *XMM*.[7] This introduces complex biases that cannot be removed by simply discarding the central target or ignoring the target clusters, as was routinely assumed in the past; it is especially serious at high redshift as only the X-ray brightest known clusters were considered as targets.

(iv) The proposed homogeneous survey will also enable the determination of the structure of the X-ray background on very large scales at energies ranging from 0.1 to 10 keV. In addition, once the cluster population is detected and the redshifts measured, their three-dimensional distribution will enable the identification of putative cosmic filaments. Staking the X-ray data corresponding to the location of many filaments could then lead to the first detection of the warm hot intergalactic medium in emission (Soltan 2008).

One of the interesting outcomes of the present study is to have quantitatively estimated the impact of the cluster–cluster correlation function in dark energy studies. We leave to future studies the possibility of measuring the evolution of the cluster mass function $\mathrm{d}n/\mathrm{d}M/\mathrm{d}z$ rather than $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ with the XXL survey, as well as the combination with the low-$z$ REFLEX correlation function and the *Planck* cluster number counts + correlation function. In the future, we can also well imagine constraining cosmology directly by applying the X-ray selection function on a large set of hydrodynamical simulations – when these become achievable – and matching the properties of the resulting simulated cluster catalogues to those of the observed XXL catalogue. Such methods, which are already applied on the Ly$\alpha$ forest (Viel & Haehnelt 2006), would allow us to totally bypass the determination of the cluster mass-observable relations as a function of redshift.

## ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge numerous discussions that took place during the XXL meeting, held in Paris in 2008 April, and from which the XXL survey concept emerged. We would like to thank the authors of PINOCCHIO, especially P. L. Monaco, for their help and support with their software. We thank Romain Teyssier for having provided us with the Horizon cluster catalogue. We are grateful to Anaïs Rassat and Alexandre Refregier for many useful technical discussions and to Jim Rich for helpful comments on the manuscript. Part of this work is financed by a grant from the Centre National d'Etudes Spatiales. FP acknowledges support from the Transregio Programme TR33 of the Deutsche Forschungsgemeinschaft and from the grant 50 OR 1003 of the Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt.

[7] Over 1000 cluster observations have been performed. Out of the some 1600 observations available with exposure time longer than 40 ks (any type of targets), about 400 useful images remain when considering only high galactic latitude public observations and assuming a flaring rate of 25 per cent (status of the *XMM* archive on 2010 September)

© 2011 The Authors, MNRAS **414,** 1732–1746
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society © 2011 RAS

## REFERENCES


Albrecht A. et al., 2006, preprint (astro-ph/0609591)
Alimi J.-M., Fuzfa A., Rasera Y., Courtin J., Corasaniti P.-S., 2010, MNRAS, 401, 775
Allen S. W., Schmidt R. W., Fabian A. C., Ebeling H., 2003, MNRAS, 342, 287
Allen S. W., Rapetti D. A., Schmidt R. W., Ebeling H., Morris R. G., Fabian A. C., 2008, MNRAS, 383, 879
Arnaud M., Evrard A. E., 1999, MNRAS, 305, 631
Arnaud M., Pointecouteau E., Pratt G. W., 2005, A&A, 441, 893
Bahcall N. A. et al., 2003, ApJ, 585, 182
Baldi M., Pettorino V., 2011, MNRAS, 412, L1
Basilakos S., Plionis M., Lima J. A. S., 2010, Phys. Rev. D, 82, 083517
Bond J. R., Cole S., Efstathiou G., Kaiser N., 1991, ApJ, 379, 440
Borgani S. et al., 2001, ApJ, 561, 13
Chevallier M., Polarski D., 2001, Int. J. Mod. Phys. D, 10, 213
Courtin J., Rasera Y., Alimi J.-M., Corasaniti P.-S., Boucher V., Fuzfa A., 2011, MNRAS, 410, 1911
Cunha C. E., Evrard A. E., 2010, Phys. Rev. D, 81, 083509
De Bernardis P. et al., 2000, Nat, 404, 955
Dunkley J. et al., 2009, ApJS, 180, 306
Eisenstein D. J., Hu W., 1998, ApJ, 496, 605
Eisenstein D. J., Hu W., Tegmark M., 1999, ApJ, 518, 2
Eke V. R., Cole S., Frenk C. S., Henry J. P., 1998, MNRAS, 298, 1145
Evrard A. E., 1989, ApJ, 341, L71
Finoguenov A. et al., 2007, ApJS, 172, 182
Gioia I. M., Henry J. P., Maccacaro T., Morris S. L., Stocke J. T., Wolter A., 1990, ApJ, 356, L35
Gladders M. D., Yee H. K. C., Majumdar S., Barrientos L. F., Hoekstra H., Hall P. B., Infante L., 2007, ApJ, 655, 128
Haiman Z., Mohr J. J., Holder G. P., 2001, ApJ, 553, 545
Henry J. P., 1997, ApJ, 489, L1
Henry J. P., 2000, ApJ, 534, 565
Henry J. P., 2004, ApJ, 609, 603
Henry J. P., Evrard A. E., Hoekstra H., Babul A., Mahdavi A., 2009, ApJ, 691, 1307
Holder G. P., Mohr J. J., Carlstrom J. E., Evrard A. E., Leitch E. M., 2000, ApJ, 544, 629
Hu W., Cohn J. D., 2006, Phys. Rev. D, 73, 067301
Hu W., Kravtsov A. V., 2003, ApJ, 584, 702
Huterer D., Turner M., 2001, Phys. Rev. D, 64, 123527
Hütsi G., 2010, MNRAS, 401, 2477
Jenkins A., Frenk C. S., White S. D. M., Colberg J. M., Cole S., Evrard A. E., Couchman H. M. P., Yoshida N., 2001, MNRAS, 321, 372
Koester B. P. et al., 2007, ApJ, 660, 239
Kosowsky A., Milosavljevic M., Jimenez R., 2002, Phys. Rev. D, 66, 063007
Kravtsov A. V., Vikhlinin A., Nagai D., 2006, ApJ, 650, 128
Landy S. D., Szalay A. S., 1993, ApJ, 412, 64
Lima M., Hu W., 2005, Phys. Rev. D, 72, 043006
Lin Y.-T., Mohr J. J., 2003, ApJ, 582, 574
Linder E. V., 2003, Phys. Rev. Lett., 90, 91301
Mahdavi A., Hoekstra H., Babul A., Sievers J., Myers S. T., Henry J. P., 2007, ApJ, 664, 162
Majumdar S., Mohr J. J., 2003, ApJ, 585, 603
Majumdar S., Mohr J. J., 2004, ApJ, 613, 41
Mantz A., Allen S. W., Ebeling H., Rapetti D., 2008, MNRAS, 387, 1179
Matarrese S., Coles P., Lucchin F., Moscardini L., 1997, MNRAS, 286, 115
Maughan B. J. et al., 2008, MNRAS, 387, 998
Mazure A. et al., 2007, A&A, 467, 49
Monaco P., Theuns T., Taffoni G., 2002a, MNRAS, 331, 587
Monaco P., Theuns T., Taffoni G., Governato F., Quinn T., Stadel J., 2002b, ApJ, 564, 8
Mukherjee P., Parkinson D., Corasaniti P. S., Liddle A. R., Kunz M., 2006, MNRAS, 369, 1725
Oukbir J., Blanchard A., 1992, A&A, 262, L21
Pacaud F. et al., 2006, MNRAS, 372, 578
Pacaud F. et al., 2007, MNRAS, 382, 1289
Percival W. J. et al., 2001, MNRAS, 327, 1297
Pierre M. et al., 2004, J. Cosmol. Astropart. Phys., 9, 11
Pierre M. et al., 2006, MNRAS, 372, 591
Predehl P. et al., 2006, in Turner M. J. L., Hasinger G., eds, Proc. SPIE, Vol. 6266, Space Telescopes and Instrumentation II: Utraviolet to Gamma Ray. SPIE, Bellingham, p. 19
Press W. H., Schechter P., 1974, ApJ, 187, 425
Rassat A. et al., 2008, preprint (arXiv:0810.0003)
Rozo E. et al., 2010, ApJ, 708, 645
Sahlén M. et al., 2009, MNRAS, 397, 577
Scharf C., 2002, ApJ, 572, 157
Schuecker P., Böhringer H., Collins C. A., Guzzo L., 2003, A&A, 398, 867
Sheth R. K., Tormen G., 1999, MNRAS, 308, 119
Soltan A. M., 2008, in Knapen J. H., Mahoney T. J., Vazdekis A., eds, ASP Conf. Ser. Vol. 390, Pathways Through an Eclectic Universe. Astron. Soc. Pac., San Francisco, p. 364
Spergel D. N. et al., 2003, ApJS, 148, 175
Stanek R., Evrard A. E., Böhringer H., Schuecker P., Nord B., 2006, ApJ, 648, 956
Taffoni G., Monaco P., Theuns T., 2002, MNRAS, 333, 623
Tegmark M., Taylor A., Heavens A., 1997, ApJ, 480, 22
Tegmark M. et al., 2004, ApJ, 606, 702
Teyssier R. et al., 2009, A&A, 497, 335
Tinker J., Kravtsov A. V., Klypin A., Abazajian K., Warren M., Yepes G., Gottlöber S., Holz D. E., 2008, ApJ, 688, 709
Tinker J. L., Robertson B. E., Kravtsov A. V., Klypin A., Warren M. S., Yepes G., Gottlober S., 2010, ApJ, 724, 878
Viana P. T. P., Liddle A. R., 1996, MNRAS, 281, 323
Viel M., Haehnelt M. G., 2006, MNRAS, 365, 231
Vikhlinin A. et al., 2003, ApJ, 590, 15
Vikhlinin A. et al., 2009, ApJ, 692, 1060
Wang L., Steinhardt P. J., 1998, ApJ, 508, 483
Wang S., Khoury J., Haiman Z., May M., 2004, Phys. Rev. D, 70, 123008
Weller J., Battye R., Kneissl R., 2002, Phys. Rev. Lett., 88, 231301
White S. D. M., Efstathiou G., Frenk C. S., 1993, MNRAS, 262, 1023
Wu H.-Y., Rozo E., Wechsler R. H., 2010, ApJ, 713, 1207
Wu H.-Y., Rozo E., Wechsler R. H., 2008, ApJ, 688, 729
Zaldarriaga M., Seljak U., 1997, Phys. Rev. D, 55, 1830


## APPENDIX A: ADOPTED HALO MASS FUNCTION

Early modelling of the mass function relied on semi-analytical approaches (Press & Schechter 1974; Bond et al. 1991). However, comparison with *N*-body simulations showed discrepancies with the numerically estimated function, and a simulation calibrated formula was proposed by Sheth & Tormen (1999). Over the years, the increasing resolution of numerical simulations has led to more accurate estimations of the halo mass function, and the standard of accuracy has been set by the analysis of Jenkins et al. (2001). They have provided a 'universal' (hence applicable to different cosmologies and at different redshifts) fitting formula that is accurate to within 20 per cent. Recent studies have cast doubts on the universality of the mass function. In particular, the analysis by Tinker et al. (2008) has shown important deviations in the high-mass end and at high redshift. None the less, these authors have been able to provide a fitting formula accurate to $<5$ per cent at $z = 0$ and to $<20$ per cent at $z = 1.25$, while degrading to 50 per cent only at $z = 2.5$. In our analysis, we assume their fitting halo mass function, parametrized in terms of the halo mass enclosed in a radius containing 200 times the critical density of matter, $\mathbf{M}_{200c}$, with the following functional form:

$$f(\sigma, z) = A \left[ \left( \frac{\sigma}{b} \right)^{-a} + 1 \right] \mathrm{e}^{-c/\sigma^2}. \quad \text{(A1)}$$

Here, $A = A_0(1+z)^{-0.14}$, $a = a_0(1+z)^{-0.06}$, $b = b_0(1+z)^{-\alpha}$ and $\log_{10}\alpha = -[0.75/\log_{10}(2.67/\Omega_{\rm m}(z))]^{1.2}$ (see equations 3–8 in Tinker et al. 2008). In table 2 of the same paper, values of the parameters $A_0$, $a_0$, $b_0$ and $c$ are provided for several density contrasts $\Delta_{\rm m}$, defined with respect to the mean matter density. Following the guidelines of their appendix B, we perform spline interpolation between the individual parameter values to match our mass overdensity convention $\Delta_{\rm m} = 200/\Omega_{\rm m}(z)$ at any given $z$. This ensures that the mass definition of our cosmological modelling matches the convention used for cluster scaling relations and thus for our selection function.

It has recently been pointed out that dark energy leaves characteristic imprints on the non-linear phase of collapse of haloes. These imprints manifest in the non-linear power spectrum as well as in the halo mass function, and might yield up to 20 per cent deviations from ΛCDM predictions (Courtin et al. 2011). In Paper II, we will investigate how this would impact the predicted dark energy constraints.

## APPENDIX B: EVALUATING THE SIGNIFICANCE OF d*n*/d*z* AND $\xi$ FOR VARIOUS SURVEY CONFIGURATIONS

We use the publicly available PINOCCHIO package (Monaco, Theuns & Taffoni 2002a; Monaco et al. 2002b; Taffoni, Monaco & Theuns 2002) to generate three-dimensional cluster catalogues for a given initial density field realization and cosmology. We use the 2.2-beta version, which is now entirely paralleled and available from the authors on demand. PINOCCHIO, while following the procedure of *N*-body simulations, works in the Zel'dovich approximation, allowing for faster computation by several orders of magnitude with respect to equivalent *N*-body simulations (in terms of mass resolution and volume probed). Confronting the PINOCCHIO realizations with the high-resolution full-sky Horizon simulations (Teyssier et al. 2009) (in the case of a ΛCDM model best fit to *WMAP* 3-yr data) we have checked that the PINOCCHIO cluster mass function is accurate to 10 per cent, and that the two-point correlation function can be reliably estimated down to $10\,h^{-1}$ Mpc scale. We observe, however, a slight increase of $\xi$ around this scale, as the unresolved clusters tend to accumulate at this point. We illustrate, below, our procedure considering the C2 selection for various configurations totalling the 50 deg$^2$ of survey A.

Using PINOCCHIO we generate five cosmic volumes with different random initial conditions for a ΛCDM model best fitting the *WMAP*-5 data (Dunkley et al. 2009). Each volume is a box of $3500 \times 3500 \times 3500$ comobile Mpc$^3$ observed from the corners, providing eight past-light-cone octants. These octants are combined, using the periodicity of the volumes, to finally provide five full-sky past light cones independent from each other. The physical position of each

**Table B1.** Surveys extracted from the PINOCCHIO simulations. Fields A0, A1 and A2 pertain to different configurations of survey A, totalling 50 deg$^2$. Field Z1 covers 10 000 deg$^2$ and is used for statistical comparison.

| Survey configurations | A0 | A1 | A2 | Z1 |
|---|---|---|---|---|
| Total surveyed area (deg$^2$) | 50 | 50 | 50 | 10 000 |
| Number of subfields | 1 | 2 | 4 | 4 |
| Subfield side (in deg) | 7.07 | 5 | 3.54 | 50 |
| Number of independent simulated subfields | 190 | 215 | 230 | 30 |

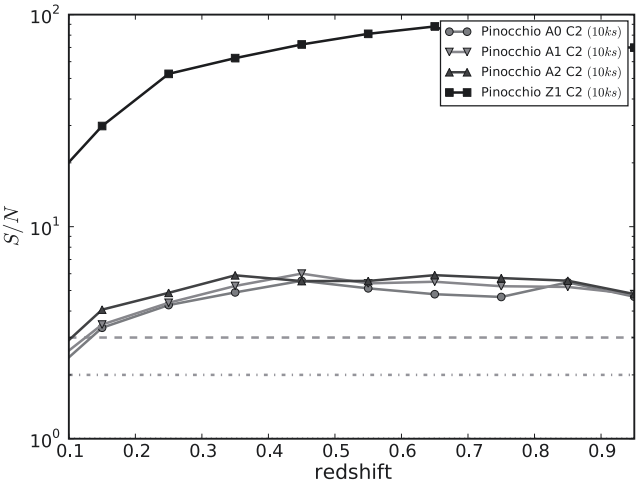



**Figure B1.** S/N for d$n$/d$z$ as a function of redshift, obtained for different realizations of survey A and the C2 selection using PINOCCHIO simulations; bin size $\Delta z = 0.1$.

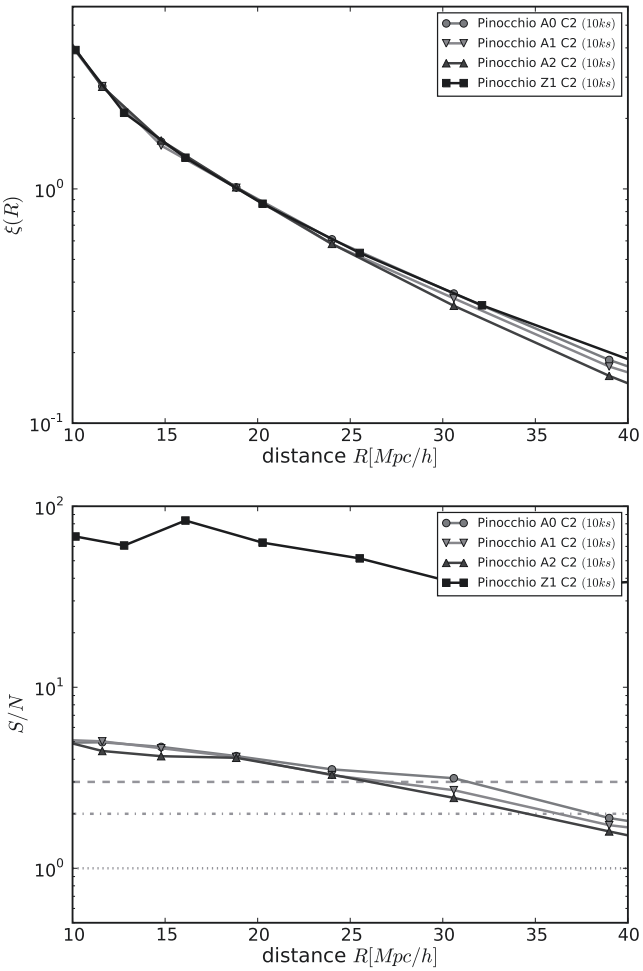



**Figure B2.** Top: three-dimensional averaged two-point correlation function for different survey A realizations extracted from the PINOCCHIO simulations using the C2 selection function. The bin size is $\mathrm{d}\log R = 0.1$. Bottom: corresponding S/N.

© 2011 The Authors, MNRAS **414,** 1732–1746
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society © 2011 RAS

simulated halo is corrected for its peculiar velocity as the correlation function is computed in redshift space. In order to estimate the halo two-point correlation function, five bootstrap full-sky light cones are generated from the data. The angular position of each halo is randomized 10 times to artificially create light cones containing 10 times more haloes than the original data. The redshifts of the original PINOCCHIO simulated data as well as the mass probability distribution function are conserved in these 'random' light cones.

From these light cones, we extract a large number of XXL survey realizations. We considered several survey configurations: a single $7.07 \times 7.07$ deg$^2$ field, and configurations consisting of two $5 \times 5$ deg$^2$ and four $3.54 \times 3.54$ deg$^2$ patches. The last two configurations are more likely to correspond to actual observations as spreading patches in right ascension ensures a more efficient observation scheduling. Also, splitting the survey into several subfields is usually expected to decrease the impact of the sample variance; an effect that we quantitatively estimate hereafter. In order to avoid large-scale correlations, the edges of the extracted subfields are separated by at least 30 deg in RA and Dec. We also extracted survey fields covering $50 \times 50$ deg$^2$ for statistical comparison. The characteristics of the different survey realizations are given in Table B1.

In each simulated subfield, we compute $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ and $\xi$, for a given selection. The two-point correlation function is measured using the estimator introduced by Landy & Szalay (1993). The results are then combined according to each of the survey configurations illustrated in Table B1; for example, for the A2 design, individual $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ are summed over the four patches, while individual $\xi$ are averaged over the ensemble. Then, for each configuration, the resulting quantities are averaged over all realizations. The $1\sigma$ errors about the average $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ and $\xi$ are computed as a function of $z$ and $R$ for each of the four survey configurations, including the S/N. As we describe in Section 5, we use the estimated values of S/N to determine the experimental uncertainties necessary for the Fisher matrix analysis. The results are summarized in Figs B1 and B2. As can be appreciated from Fig. B1, the cluster number counts turn out to be insensitive to the subfield splitting of the survey design, i.e. a single $7.07 \times 7.07$ deg$^2$ field (A0), two $5 \times 5$ deg$^2$ subfields (A1) or four $3.54 \times 3.54$ deg$^2$ subfields (A2). The two-point correlation function appears to be slightly dependent on the size of the subfields but the impact on the S/N is negligible. The $50 \times 50$ deg$^2$ Z1 reference realization indicates that it is possible to reliably compute $\xi$ at least out to $40\,h^{-1}$ Mpc for the A0, A1 or A2 configurations. We note that $40\,h^{-1}$ Mpc is slightly smaller than the comoving length encompassed by the A2 realization at the survey maximum sensitivity (3.54 deg at $z = 0.3$ corresponds to 53 $h^{-1}$ Mpc scale). We sample $\xi$ with a scale separation $> 10\,h^{-1}$ Mpc because of the limited resolution of the PINOCCHIO simulations. Because cluster virial radii are of the order of $1\,h^{-1}$ Mpc, this implies that we may be losing some power on scales of $\sim 5$–$10\,h^{-1}$ Mpc, where mergers are expected to occur.

The PINOCCHIO experiment indicates that the A0, A1 and A2 configurations are equivalent in terms of S/N for both $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ and $\xi$. In the paper, we consider the A2 configuration, which is for observational reasons the easiest to perform, when presenting the results of the cosmological analysis.

This paper has been typeset from a TEX/LATEX file prepared by the author.

## Covariance matrices for halo number counts and correlation functions

**Présentation** Cet article détaille le formalisme analytique développé pour calculer les matrices de covariance des observables utilisées pour l'article précédent. Ces observables sont l'histogramme en redshift et la fonction de corrélation. Diverses hypothèses sont testées servant à évaluer le poids relatif de la variance d'échantillon et du bruit de Poisson. Une comparaison détaillée avec des simulations numériques est réalisée et permet de montrer le bon accord entre les deux méthodes.

**Voir dans le manuscrit :** Chap. 8 [Sect. 8.2].

**Contribution personnelle** J'ai participé à la comparaison des résultats obtenus par le calcul analytique avec ceux obtenus par une simulation numérique de halos, *Horizon*. Pour cela, j'ai fabriqué et analysé des « relevés » constitués de un ou plusieurs « champs » dans la simulation de halos et calculé les différentes observables, puis leur covariance.

A&A 536, A95 (2011)
DOI: 10.1051/0004-6361/201117117
© ESO 2011

Astronomy & Astrophysics

# Covariance matrices for halo number counts and correlation functions⋆

P. Valageas[1], N. Clerc[2], F. Pacaud[3], and M. Pierre[2]

[1] Institut de Physique Théorique, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France
e-mail: patrick.valageas@cea.fr
[2] Laboratoire AIM, CEA/DSM/IRFU/Sap, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France
[3] Argelander-Institut für Astronomie, University of Bonn, Auf dem Hügel 71, 53121 Bonn, Germany

Received 20 April 2011 / Accepted 20 September 2011

**ABSTRACT**

*Aims.* We study the mean number counts and two-point correlation functions, along with their covariance matrices, of cosmological surveys such as for clusters. In particular, we consider correlation functions averaged over finite redshift intervals, which are well suited to cluster surveys or populations of rare objects, where one needs to integrate over nonzero redshift bins to accumulate enough statistics.
*Methods.* We develop an analytical formalism to obtain explicit expressions of all contributions to these means and covariance matrices, taking into account both shot-noise and sample-variance effects. We compute low-order as well as high-order (including non-Gaussian) terms.
*Results.* We derive expressions for the number counts per redshift bins both for the general case and for the small window approximation. We estimate the range of validity of Limber's approximation and the amount of correlation between different redshift bins. We also obtain explicit expressions for the integrated 3D correlation function and the 2D angular correlation. We compare the relative importance of shot-noise and sample-variance contributions, and of low-order and high-order terms. We check the validity of our analytical results through a comparison with the Horizon full-sky numerical simulations, and we obtain forecasts for several future cluster surveys.

**Key words.** cosmology: observations – large-scale structure of Universe – galaxies: clusters: general

## 1. Introduction

The large-scale structure of the Universe is a key test of modern cosmological scenarios. Indeed, according to the standard cosmological model, the large-scale structures of the present Universe have formed through the amplification by gravitational instability of small almost-Gaussian primordial fluctuations (Peebles 1980). Then, from observations of the recent Universe, such as galaxy surveys (Cole et al. 2005; Tegmark et al. 2006), cluster surveys (Evrard 1989; Oukbir & Blanchard 1992; Pacaud et al. 2007), weak-lensing studies (Massey et al. 2007; Munshi et al. 2008), or measures of baryon acoustic oscillations (Eisenstein et al. 1998, 2005), one can derive constraints on the cosmological parameters (e.g., the mean matter and dark energy contents) and on the properties of the initial perturbations (e.g., possible deviations from Gaussianity). Moreover, one can check whether these structures have really formed through this gravitational instability process.

In the case of well-defined astrophysical objects, such as galaxies or X-ray clusters, which form a discrete population, standard probes are the abundance of these objects, that is, "number counts", and their low-order correlation functions. Galaxies are governed by complex gas physics and star formation processes, which makes it difficult to relate their abundance as a function of optical luminosity to theoretical predictions. However, since they are rather common objects (one can reach almost $10^6$ galaxies in current surveys, e.g. Abazajian et al. 2009) it is possible to reconstruct halo density fields using subsamples of luminous red galaxies and to compare their power spectrum (i.e. the Fourier transform of their two-point correlation) with theory to derive constraints on cosmology (Reid et al. 2010). In contrast, as the largest nonlinear objects in the present Universe, galaxy clusters are much rarer (current cluster samples have a density of about ten per deg$^2$ at most, e.g. Adami et al. 2011), but their relationship with dark matter halo mass is controlled better. This means that their abundance is very sensitive to cosmological parameters (especially $\Omega_{\rm m}$ and $\sigma_8$, Evrard 1989; Oukbir & Blanchard 1992), and has already been used to derive constraints on cosmology, but their clustering has not yet provided much cosmological information (because of low statistics). However, upcoming cluster surveys should allow the use of both number counts and spatial clustering to derive cosmological constraints (Pierre et al. 2011).

To compare observations with theory, one needs either to relate the observed properties of the objects (e.g., optical galaxy luminosity, X-ray cluster luminosity or temperature) to the quantities that are predicted by theoretical models (e.g., virialized halo mass) or to use semi-analytical models that attempt to build mock catalogs (Harker et al. 2007). For clusters, one can use scaling laws between luminosity, temperature, and mass, calibrated on observations of the local universe (Arnaud et al. 2005, 2010). Then, one must take the selection function of the survey being considered into account, since the probability of detecting the objects is usually more complex than a sharp cutoff on mass or luminosity (Pierre et al. 2011). Finally, one needs to estimate the error bars of the statistical quantities that are measured,

⋆ Appendices are only available in electronic form at http://www.aanda.org

in order to derive meaningful constraints on cosmology. In addition to the uncertainties associated with the relationship between observed quantities (e.g., luminosity) and theoretical quantities (e.g., halo mass) discussed above, two unavoidable sources of uncertainty are the "shot-noise" effects of the discrete character of the population and the "sample variance" due to the limited size of the survey. In the case of a full-sky survey, the latter is also known as the "cosmic variance", due to the fact that we only observe "one sky" so that there is only a limited number of low-$k$ modes to be measured.

In practice (Benoist et al. 1996; Maller et al. 2005; Norberg et al. 2009), one often estimates error bars from the data itself by subsampling the data and by computing the scatter between the means measured within each subsample (e.g., jackknife resampling). However, if one studies rare objects (e.g., clusters) or large scales, it is not possible to obtain reliable estimates from such subsamplings (because of low-quality statistics). Moreover, one often wishes to estimate the signal-to-noise ratio of future surveys, even before they have been approved by research agencies, in order to evaluate their scientific possibilities and to compare the efficiency of different probes. Then, one must use numerical simulations (Pierre et al. 2011; Croton et al. 2004; Kazin et al. 2010) or analytic methods. The former have the advantage of greater power (in the sense that one may explicitly introduce complex recipes for the formation of the objects, such as cooling processes and feedback, or intricate survey geometry), but are limited by finite resolution on large scales and for rare objects. Analytical approaches allow one to describe a wider range of scales and halo masses, and usually provide faster computations. Hence they remain a useful complementary method, which we investigate in this paper.

Thus, in this paper, we present a general analytical formalism for computing the shot-noise and sample-variance error bars of estimators of number counts and real-space two-point correlations for deep surveys that cover a significant range of redshifts. We consider both the 3D correlation function and the 2D angular correlation function on the sky. As explained above, this study is motivated by the need for such covariance matrices to compare any survey with theory. This extends over some previous works, which only considered the sample variance of number counts (Hu & Kravtsov 2003) or neglected high-order or non-Gaussian terms in the sample variance of estimators for two-point correlations or power spectra (Feldman et al. 1994; Majumdar & Mohr 2004; Eisenstein et al. 2005; Cohn 2006; Crocce et al. 2011). Indeed, while the sample variance of number counts (i.e., the mean number of objects per unit volume) only involves the two-point correlation of the objects, the sample variance of estimators of the two-point correlation itself also involves the three- and four-point correlations (and so on for estimators of higher order correlation functions) (Bernstein 1994).

Some previous studies have already included the contributions of such higher order correlations to covariance matrices (Szapudi & Colombi 1996; Meiksin & White 1999; Scoccimarro et al. 1999; Eisenstein & Zaldarriaga 2001; Smith 2009), mostly in the context of galaxy surveys. However, we extend these works by comparing the various contributions to expected error bars in detail, including all shot-noise and sample-variance terms, as well as high-order contributions, and by studying real-space two-point correlation functions instead of Fourier-space power spectra. Moreover, since we have the application to cluster surveys in mind, and more generally to deep surveys of rare objects, we consider quantities that are defined by integration over finite redshift bins. For instance, number counts may be associated with bins $\Delta z = 0.1$ while the two-point correlation functions are integrated over a significant redshift interval, such as $0 < z < 1$, to accumulate enough statistics. Then, the statistical quantities that we consider involve integrations along the line-of-sight, rather than local power spectra or two-point correlations in a small box at a given redshift. Moreover, for number counts we consider arbitrary angular scales, from small angles, where the Limber approximation applies, to full-sky surveys. In these various respects, our study fills a gap in published works.

In view of the application to cluster surveys, we consider a population of objects defined by their mass $M$, and focusing on the case of dark matter halos, we use the halo mass function and bias measured in previous numerical studies for our numerical computations. To estimate the three- and four-point correlation functions (needed for the covariance of the two-point estimator), we use a simple hierarchical model (Peebles 1980; Bernstein 1994), which writes these higher order correlations as products of the two-point correlation. We give the explicit expressions of our results, which we also compare with numerical simulations, and we provide several realistic illustrations. In particular, we take advantage of our analytical formalism to compare the various contributions to the error bars and derive approximate scalings. Although we eventually apply our results to several future cluster surveys, our method is more general and could be applied to other objects (e.g., galaxies or quasars), defined by other quantities (e.g., luminosity), provided one has a model for their multiplicity function and their two-point correlation, and the three- and four-point correlation functions can be described reasonably well by a hierarchical model in the regime where they are relevant.

This paper is organized as follows. In Sect. 2 we first briefly describe the analytic models that we use to estimate the means and covariance matrices of numbers counts and halo correlations, as well as the numerical simulations that we use to check the accuracy of our results. Then, we study the halo number counts per redshift bins in Sect. 3. This allows us to introduce on a simple example our approach to evaluate the mean and the covariance matrix of various estimators. We consider the cases of both small angular windows and arbitrary angular windows (including full-sky surveys), and we estimate the accuracy of small-angle approximations and the decay in correlations between distant redshift bins. Next, we study the real-space 3D halo correlation function in Sect. 4. We consider both the Peebles & Hauser and the Landy & Szalay estimators and compare their covariance matrices. We also discuss the relative importance of different contributions to these covariance matrices (shot noise/sample variance, low-order/high-order terms). Then, we investigate the halo angular correlation in Sect. 5, using the same approach. Finally, we apply our formalism to several real survey cases in Sect. 6 and we conclude in Sect. 7.

We give details of our calculations in several appendices. We discuss shot-noise terms in Appendix A, in the simple case of number counts, and finite-size effects in Appendix B. Then, we describe our computation of the mean and covariance of the estimators of the 3D halo correlation in Appendices C and D, for the Peebles & Hauser estimator, and in Appendix E for the Landy & Szalay estimator. We give further details on high-order contributions to the covariance matrices in Appendix F, for the 3D correlation, and Appendix H, for the angular correlation.

## 2. Halo density fields

Before we describe our analysis of the covariance matrices for halo number counts and correlation functions, we present in this section the analytic models that we use for the underlying halo

distributions (mass and bias function, etc.) and the numerical simulations that we use to validate our results.

### 2.1. Analytic models

#### 2.1.1. Halo mass function and correlation

To be consistent with the numerical simulations, in Sects. 3.1 to 5, where we develop our formalism and compare our results with simulations, we use the WMAP3 cosmology (Spergel et al. 2007), that is, $\Omega_{\rm m} = 0.24$, $\Omega_{\rm de} = 0.76$, $\Omega_{\rm b} = 0.042$, $h = 0.73$, $\sigma_8 = 0.77$, $n_{\rm s} = 0.958$, and $w_{\rm de} = -1$. In Sect. 6, where we apply our formalism to obtain forecasts for current and future surveys, we use the more recent WMAP7 cosmology (Komatsu et al. 2011), that is, $\Omega_{\rm m} = 0.274$, $\Omega_{\rm de} = 0.726$, $\Omega_{\rm b} = 0.046$, $h = 0.702$, $\sigma_8 = 0.816$, $n_{\rm s} = 0.968$, and $w_{\rm de} = -1$.

In this paper, keeping in mind the study of X-ray clusters, we consider the number counts and correlations of dark matter halos defined by the nonlinear density contrast $\delta = 200$. These halos are fully characterized by their mass, and we do not investigate the relationship between this mass and cluster properties such as the gas temperature and X-ray luminosity. These scaling laws can be added to our formalism to derive the cluster number counts and correlations, depending on the quantities that are actually measured, but we keep a more general setting in this paper.

We use the halo mass function, $\mathrm{d}n/\mathrm{dln}\,M$, of Tinker et al. (2008), and the halo bias of Tinker et al. (2010). Thus, the two-point correlation function $\xi^{\rm h}_{i,j}$ between two halos labeled "$i$" and "$j$" can be factored[1] in as

$$\xi^{\rm h}_{i,j} = b_i b_j\, \xi(|\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j|; z), \tag{1}$$

where $\xi$ is the matter density correlation, and the bias factors $b_i$ and $b_j$ do not depend on scale,

$$b_i = b(M_i, z_i). \tag{2}$$

This approximation of scale-independent halo bias is valid to better than 10% on scales $20 < r < 130\ h^{-1}$ Mpc (Manera & Gaztanaga 2011), with a small feature on the baryon acoustic scale ($r \sim 100\ h^{-1}$Mpc) of amplitude of 5% (Desjacques et al. 2010).

Throughout most of this paper we assume that correlations are negligible over cosmological distances (of order $c/H_0$), so that the redshift $z$ on the right-hand side of Eq. (1) can be taken at will as $z_i$ or $z_j$ (or the mean $(z_i + z_j)/2$). In Sect. 3.2.2, where we consider the case of large angular windows (and go beyond the flat sky and Limber's approximations), we do not use this approximation but replace the matter density correlation by its linear approximation. This yields the alternative factorization $\xi^{\rm h}_{i,j} \propto b(M_i, z_i) b(M_j, z_j) D_+(z_i) D_+(z_j) \xi_{L0}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j)$ that allows one to handle arbitrary redshifts $z_i$ and $z_j$.

For the nonlinear matter correlation $\xi(x; z)$, and the Fourier-space nonlinear power spectrum $P(k)$. defined by

$$\xi(x; z) = \int \mathrm{d}\boldsymbol{k}\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}}\, P(k; z), \tag{3}$$

we use the popular fitting formula to numerical simulations of Smith et al. (2003).

Throughout this paper, all angular number densities are in units of deg$^{-2}$.

[1] A weaker hypothesis would be to write $\xi^{\rm h}_{i,j} = b^2_{i,j}\xi(x_{ij}; z)$, where the dependence on $M_i$ and $M_j$ does not factor in (i.e., $b^2_{i,j} \neq b_i b_j$), but keeping the factorization with respect to the relative distance $x_{ij}$. This only slightly modifies our expressions in a straightforward manner.

#### 2.1.2. Three-point and four-point halo correlations

The covariance matrices of the estimators $\hat{\xi}$ for the halo two-point correlation $\xi^{\rm h}$ also involve the halo three-point and four-point correlation functions, $\zeta^{\rm h}$ and $\eta^{\rm h}$, so we must define a model for these quantities. On large scales, for Gaussian initial conditions, the three- and four-point correlation functions of the matter density field behave as $\zeta \sim \xi^2$ and $\eta \sim \xi^3$ at lowest order over $\xi$ (Bernardeau et al. 2002; Goroff et al. 1986). On small scales, these scaling laws remain a reasonable approximation (Colombi et al. 1996), but with numerical prefactors that are different from the large-scale ones (and may slightly vary with scale). On the other hand, for rare massive clusters, using the standard approach of Kaiser (1984) where virialized objects are identified with overdense regions in the linear density field, Politzer & Wise (1984) obtain $1+\xi^{\rm h}(\boldsymbol{x}_1, .., \boldsymbol{x}_N) = \prod_{i>j}[1+\xi^{\rm h}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j)]$. Since our goal is only to estimate the magnitude of high-order contributions we consider in this article a simple "hierarchical clustering ansatz", where the $N-$point correlation function can be expressed in terms of products of $(N-1)$ two-point correlation functions through tree diagrams (Groth & Peebles 1977; Peebles 1980). This is the simplest model[2] that is in qualitative agreement with large-scale theoretical predictions and small-scale numerical results, as well as with observations.

Through a comparison with numerical simulations, we check that the accuracy of this model is sufficient for our purpose, which is to estimate signal-to-noise ratios and compare different survey strategies (while we would require a higher accuracy for the computation of the means themselves, that is, the number counts and two-point correlations that we wish to measure). The advantage of this simple model is that it describes all scales, through the scalings recalled above, and does not require additional free parameters.

Thus, as in Bernstein (1994), Szapudi & Colombi (1996), Meiksin & White (1999), we write the three-point halo correlation function as

$$\zeta^{\rm h}_{1,2,3} = b_1 b_2 b_3\, \frac{S_3}{3}\, \left[\xi_{1,2}\xi_{1,3} + \xi_{2,1}\xi_{2,3} + \xi_{3,1}\xi_{3,2}\right], \tag{4}$$

where we sum over all three possible configurations over the three halos labeled "1", "2", and "3". This corresponds to the three tree-diagrams shown in Fig. 1. We use a linear bias model[3], as in Eq. (1), and for the matter density normalization factor $S_3$, we take its large-scale limit, which is obtained by perturbation theory (Peebles 1980; Fry 1984; Bernardeau et al. 2002),

$$S_3 = \frac{34}{7} - (n+3), \tag{5}$$

[2] An alternative would be to use a halo model (Cooray & Sheth 2002), coupled to perturbation theory predictions on large scales. This could provide more accurate estimates, since such an approach is able to describe low-order correlation functions well from very large to small scales (Scoccimarro et al. 2001; Giocoli et al. 2010; Valageas & Nishimichi 2011a,b). However, this would introduce several contributions associated with "1-halo" up to "4-halo" terms, and would require additional parameters such as halo occupation functions and high-order bias parameters, depending on the objects that one considers. Therefore, we do not investigate this approach in this paper (although it would certainly deserve further attention), and we restrict ourselves to the simpler hierarchical models, as described in Eqs. (4)–(6).

[3] Within a local bias model, one writes the halo density field as $\delta_{\rm h} = \sum_k b_k \delta^k/k!$, where $\delta$ is the matter density contrast smoothed on large scales. Then, the halo many-body correlations also depend on the higher order bias coefficients $b_k$ (Fry & Gaztanaga 1993), but for simplicity we only consider a linear bias model here (i.e. $b_k = 0$ for $k \geq 2$).

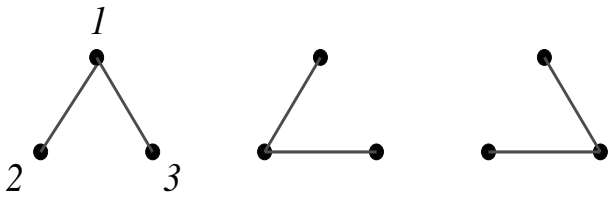



**Fig. 1.** The "hierarchical clustering ansatz" for the three-point correlation function $\zeta^{\rm h}_{1,2,3}$ of Eq. (4). Each solid line corresponds to a two-point correlation $\xi$, and $\zeta^{\rm h}$ is written as the sum of these three diagrams, with a multiplicative factor $b_1b_2b_3S_3/3$.

**Fig. 2.** The two topologies of the four-point diagrams associated with the "hierarchical clustering ansatz" for the four-point correlation, as in Eq. (6). The numbers are the multiplicity factors of each diagram.

where $n$ is the slope of the linear power spectrum at the scale of interest. Within the same "hierarchical clustering ansatz", the four-point correlation function is expressed in terms of products of three two-point functions, as shown in Fig. 2. We have two possible topologies, and sixteen different diagrams for four distinct halos. For simplicity, in this work we give the same weight to all sixteen diagrams, independently of their topology, as

$$\eta^{\rm h}_{1,2,3,4} = b_1b_2b_3b_4\,\frac{S_4}{16}\,\left[\xi_{1,2}\xi_{1,3}\xi_{1,4} + 3\,\text{cyc.} + \xi_{1,2}\xi_{2,3}\xi_{3,4} + 11\,\text{cyc.}\right], \quad (6)$$

where "3 cyc." and "11 cyc." stand for three and eleven terms that are obtained from the previous one by permutations over the labels "1, 2, 3, 4" of the four halos. Again we take for $S_4$ its large-scale limit,

$$S_4 = \frac{60712}{1323} - \frac{62}{3}(n+3) + \frac{7}{3}(n+3)^2. \quad (7)$$

This is the simplest possible model, where the angular dependence only comes from the decomposition over the terms in brackets in Eqs. (4) and (6). More complex models and exact computations at lowest order of perturbation theory would introduce homogeneous kernels $Q_N(\boldsymbol{x}_1, .., \boldsymbol{x}_N)$ (in place of the numbers $S_N$) that also depend on the angles between the vectors $\boldsymbol{x}_i$ and $\boldsymbol{x}_j$ (Scoccimarro et al. 1999). Observations of galaxy clustering show, for instance, that $Q_3$ displays a weak dependence on the triangle shape, while remaining close to unity (Gaztanaga et al. 2005; Kulkarni et al. 2007). Here we simply take the constant value $Q_3 = S_3/3$.

In terms of the halo two-point correlation, Eqs. (4) and (6) imply halo coefficients $S^{\rm h}_N$ that behave as $S^{\rm h}_N \sim b^{2-N}S_N$. For $b \sim 1$ and $n \simeq -1$ and from Eqs. (5) and (7), this gives the values $S^{\rm h}_3 \sim S_3 \simeq 2.9$ and $S^{\rm h}_4 \sim S_4 \simeq 13.9$, which roughly agree with observations of galaxy clustering (Szapudi et al. 2001; Croton et al. 2004; Ross et al. 2006; Marin et al. 2007).

### 2.1.3. Flat-sky and Limber's approximations

In this paper we often encounter quantities, such as the mean matter density correlation over a redshift bin $j$, $z_{j,-} < z' < z_{j,+}$, with respect to some redshift $z$ in a second bin $i$, integrated over some angular window of area $(\Delta\Omega)$,

$$\overline{\xi^{(j)}_{\rm con}}(z) = \int_{\chi_{j,-}}^{\chi_{j,+}} \frac{{\rm d}\chi'}{\mathcal{D}(z)} \int \frac{{\rm d}\boldsymbol{\Omega}{\rm d}\boldsymbol{\Omega}'}{(\Delta\Omega)^2}\,\xi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}'), \quad (8)$$

where $\boldsymbol{x} = (\chi, \mathcal{D}\boldsymbol{\Omega})$ and $\boldsymbol{x}' = (\chi', \mathcal{D}'\boldsymbol{\Omega}')$. Here $\chi(z)$ and $\mathcal{D}(z)$ are the comoving radial and angular distances, and we introduce the factor $1/\mathcal{D}(z)$ so that $\overline{\xi^{(j)}_{\rm con}}$ is dimensionless. Equation (8) is a "conical" average, within the observational cone. However, for small angular windows it is possible to use a flat-sky approximation and to approximate this "conical" average $\overline{\xi^{(j)}_{\rm con}}$ by a "cylindrical" average $\overline{\xi^{(j)}_{\rm cyl}}$. Thus, using Eq. (3) and assuming that the correlation $\xi$ is negligible on cosmological scales, we write for circular angular windows of radius $\theta_{\rm s}$, for a redshift $z$ that also belongs to the $j$-bin,

$$z_{j,-}<z<z_{j,+}: \quad \overline{\xi^{(j)}_{\rm cyl}}(z) = \int_{\chi_{j,-}}^{\chi_{j,+}} \frac{{\rm d}\chi'}{\mathcal{D}} \int \frac{{\rm d}\boldsymbol{\theta}{\rm d}\boldsymbol{\theta}'}{(\pi\theta_{\rm s}^2)^2} \int {\rm d}\boldsymbol{k} \times {\rm e}^{{\rm i}k_\parallel\cdot(\chi'-\chi)+{\rm i}\boldsymbol{k}_\perp\cdot\mathcal{D}(\boldsymbol{\theta}'-\boldsymbol{\theta})}\,P(k;z), \quad (9)$$

and $\overline{\xi^{(j)}_{\rm cyl}}(z) = 0$ if $z$ does not belong to the $j$-bin. Here $k_\parallel$ and $\boldsymbol{k}_\perp$ are the longitudinal and transverse components of $\boldsymbol{k}$, with respect to the line of sight, while $\boldsymbol{\theta}$ and $\boldsymbol{\theta}'$ are the 2D transverse angular vectors.

For a redshift binning that is not too small, $\Delta\chi \gg \mathcal{D}\theta_{\rm s}$, longitudinal wavenumbers above $1/(\Delta\chi)$ are suppressed by integrating $\chi'$ along the line of sight, and the integral is dominated by wavenumbers with $k \simeq k_\perp$ and $k_\perp \sim 1/(\mathcal{D}\theta_{\rm s})$. Thus, using the Fourier form of Limber's approximation (Limber 1953), which is widely used in weak-lensing studies (Kaiser 1992; Munshi et al. 2008), the integration over $\chi'$ yields a Dirac term $(2\pi)\delta_{\rm D}(k_\parallel)$, and the integration over $k_\parallel$ gives

$$\overline{\xi^{(j)}_{\rm cyl}}(z) \simeq \overline{\xi_{\rm cyl}}(z), \quad (10)$$

with

$$\overline{\xi_{\rm cyl}}(z) = \frac{2\pi}{\mathcal{D}} \int \frac{{\rm d}\boldsymbol{\theta}{\rm d}\boldsymbol{\theta}'}{(\pi\theta_{\rm s}^2)^2} \int {\rm d}\boldsymbol{k}_\perp\,{\rm e}^{{\rm i}\boldsymbol{k}_\perp\cdot\mathcal{D}(\boldsymbol{\theta}'-\boldsymbol{\theta})}\,P(k_\perp;z), \quad (11)$$

which does not depend on the size of the redshift bin $j$ (because we have taken the limit of a very large redshift bin). Introducing the 2D Fourier-space circular window[4],

$$\tilde{W}_2(k_\perp\mathcal{D}\theta_{\rm s}) = \int \frac{{\rm d}\boldsymbol{\theta}}{\pi\theta_{\rm s}^2}\,{\rm e}^{{\rm i}\boldsymbol{k}_\perp\cdot\mathcal{D}\boldsymbol{\theta}} = \frac{2J_1(k_\perp\mathcal{D}\theta_{\rm s})}{k_\perp\mathcal{D}\theta_{\rm s}}, \quad (12)$$

we obtain

$$\overline{\xi_{\rm cyl}}(z) = \pi \int_0^\infty \frac{{\rm d}k}{k}\,\frac{\Delta^2(k,z)}{\mathcal{D}k}\,\tilde{W}_2(k\mathcal{D}\theta_{\rm s})^2, \quad (13)$$

where we defined the 3D power per logarithmic wavenumber, $\Delta^2(k,z)$, by

$$\Delta^2(k,z) = 4\pi k^3 P(k,z). \quad (14)$$

We will evaluate the accuracy of this approximation, based on the flat-sky and Limber's approximation, in Sect. 3.2.3.

[4] For more complicated angular shapes we can still define a Fourier-space window $\tilde{W}_2(\boldsymbol{k}_\perp\mathcal{D}\theta_{\rm s})$, normalized by $\tilde{W}_2(0) = 1$, but it will also depend on the direction of $\boldsymbol{k}_\perp$.

### 2.2. Numerical simulations

Our analytical formalism allows us to consider a broad range of scales and halo masses, from small angular windows up to full-sky surveys, and to compare the relative contributions to covariance matrices that arise from shot-noise and cosmic variance effects, and from low-order and high-order large-scale correlations. Numerical simulations do not easily allow such a detailed analysis; however, in order to validate our approach, we must check whether it agrees with estimates from simulations, wherever a comparison is possible.

We use the high-resolution full-sky Horizon simulation (Teyssier et al. 2009), based on the WMAP3 cosmology (Spergel et al. 2007). This is a 68.7 billion particle $N$-body simulation, featuring more than 140 billion cells in the AMR grid of the RAMSES code (Teyssier 2002). The simulation consists in a lightcone spanning the entire sky up to redshift $\sim$1, with a mass resolution of $1.1 \times 10^{10}\ M_\odot$.

Halos in the $(2\ \mathrm{Gpc})^3$ $N$-body simulation are found with the HOP algorithm (Eisenstein & Hut 1998). Their comoving positions are then converted into sky coordinates, taking their radial velocity into account when calculating redshifts. The physical effects of the baryons are neglected and the total mass is given by the number of particles inside the halo. We only consider halos at redshifts $z \leq 0.8$, up to which the simulation is complete towards all directions.

We design simulated surveys by extracting rectangular fields in angular coordinates. To minimize the effect of intrinsic sample correlations, we impose a 10 (resp. 20) deg gap between consecutive fields when computing number counts (resp. correlation functions), which yields 138 (resp. 34) nonoverlapping fields that can be cut out in the simulation.

For the purpose of clustering analysis, auxiliary random fields are constructed by shuffling the angular coordinates of halos in the data fields, thus preserving the halo mass and redshift distributions. To gain in computational efficiency, the number of halos per random field is ten times the average number of halos in data fields. The Landy & Szalay estimator is then scaled accordingly to the ratios of pair numbers in data and random fields.

The mean and covariance of all quantities of interest are estimated by sample averaging over the extracted surveys. Because of the uniqueness of the simulation, a residual noise is expected whenever the area of individual fields becomes large and their number diminishes. Thus, there are about $41253\ \mathrm{deg}^2/(\Delta\Omega)$ nonoverlapping fields of area $(\Delta\Omega)$. (For instance, we cut 41 fields of 400 $\mathrm{deg}^2$ for the analysis of the angular correlation function.)

## 3. Number density of halos

### 3.1. Mean number counts in redshift bins

We consider a population of objects defined by some property, such as their mass $M$, with a mean comoving number density per logarithmic interval of $M$ written as $\mathrm{d}n/\mathrm{dln}\,M$. Then, the mean number of objects in the redshift interval $[z, z+\mathrm{d}z]$, within the solid angle $\mathrm{d}\mathbf{\Omega}$ on the sky, with a mass in the range $[M, M+\mathrm{d}M]$, reads as

$$\mathrm{d}\mathbf{\Omega}\,\mathrm{d}N = \mathrm{d}z\,\mathrm{d}\mathbf{\Omega}\,\left|\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}\right|(z)\,\frac{\mathrm{d}M}{M}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M}(M,z), \tag{15}$$

where $|\mathrm{d}V/\mathrm{d}z\mathrm{d}\mathbf{\Omega}|$ is the cosmological volume factor, which is given by

$$\left|\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}\right|(z) = \mathcal{D}(z)^2\,\frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}z}, \tag{16}$$

and $\chi(z)$ and $\mathcal{D}(z)$ are the comoving radial and angular distances. In Eq. (15) and in the following we define $N$ as the number density of objects per unit area on the sky, instead of the total number of objects within a given window $(\Delta\Omega)$. This choice is more convenient for practical purposes because it allows a simpler comparison between different surveys that have different total areas.

We can split the interval of mass[5] over several bins "$\alpha$", $[M_{\alpha,-}, M_{\alpha,+}]$ and the observational cone over nonoverlapping redshift intervals "$i$", $[z_{i,-}, z_{i,+}]$ with $z_{i,+} \leq z_{i+1,-}$. In practice, one usually takes $z_{i,+} = z_{i+1,-}$ so as to cover a continuous range of redshifts. Then, the number of objects per unit area, in the bin $(i,\alpha)$, reads as

$$\hat{N}_{i,\alpha} = \int_{z_{i,-}}^{z_{i,+}} \mathrm{d}z\,\frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}z}\,\mathcal{D}^2 \int_{\Delta\Omega}\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}{(\Delta\Omega)} \int_{M_{\alpha,-}(z)}^{M_{\alpha,+}(z)}\frac{\mathrm{d}M}{M}\,\frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{dln}\,M}, \tag{17}$$

where $\mathrm{d}\hat{n}/\mathrm{dln}\,M$ is the observed density of objects. Here and in the following, we note observed quantities by a hat (i.e. in one realization of the sky) to distinguish them from mean quantities, such as the comoving number density of Eq. (15), that correspond to expectation values over many realizations. In practice, assuming ergodicity, these expectation averages are assumed to be identical to volume averages (in the case of statistically homogeneous and isotropic cosmologies).

To simplify notations we define the mean cumulative number density of objects observed at a given redshift, within the mass bin $\alpha$ (with boundaries that may depend on $z$),

$$\overline{n}_\alpha(z) = \int_{M_{\alpha,-}(z)}^{M_{\alpha,+}(z)}\frac{\mathrm{d}M}{M}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M}(M,z), \tag{18}$$

and we omit the explicit boundaries on mass in the following. Then, the mean number of objects per unit area in the redshift and mass bins $(i,\alpha)$ reads as

$$\langle\hat{N}_{i,\alpha}\rangle = \int_{\chi_{i,-}}^{\chi_{i,+}}\mathrm{d}\chi\,\mathcal{D}^2\,\overline{n}_\alpha. \tag{19}$$

We plot the mean number counts $\langle\hat{N}_{i,\alpha}\rangle$ of Eq. (19) in Fig. 3, per square degree, for redshift bins of width $\Delta z = 0.1$. Here we select all dark matter halos above a mass threshold $M_*$, with $M_* = 2\times10^{13}$, $10^{14}$, and $5\times10^{14}\,h^{-1}\ M_\odot$. The error bars are the $3-\sigma$ statistical errors obtained from the covariance matrices derived in Sect. 3.2.1, for 138 fields of 50 $\mathrm{deg}^2$ as used in the simulations. We can check that our estimates agree reasonably well with the numerical results. The small discrepancies are probably due to the complex relation between theoretical halo masses and the actual halos found in the simulation box. In particular, it is well known that using different algorithms, such as spherical-overdensity, HOP or friends-of-friends algorithms, can lead to slightly different results (e.g. Eisenstein & Hut 1998; Tinker et al. 2008). However, this point is beyond the scope of this paper, as we only wish here to check that our analytical results provide reasonable estimates of the mean and covariance of halo number counts and correlations.

[5] Although $M$ stands for the mass of the objects, as for the mass function of clusters of galaxies, or of galaxies themselves, it can also represent any other quantity, such as temperature, luminosity, or a vector made of several such quantities.

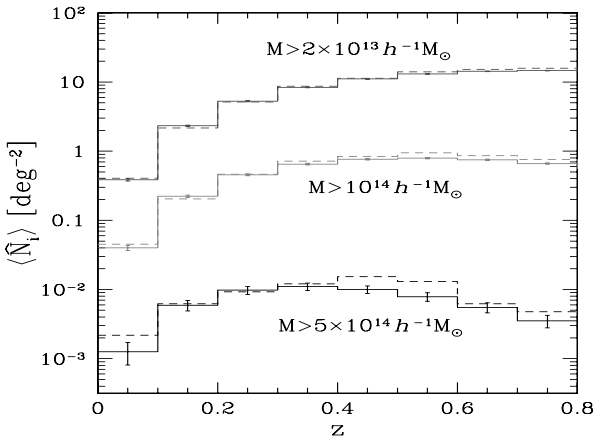



**Fig. 3.** The mean number density of dark matter halos per square degree, within redshift bins of width $\Delta z = 0.1$. We count all halos above the thresholds $M_* = 2 \times 10^{13}$, $10^{14}$, and $5 \times 10^{14} h^{-1}\ M_\odot$, from top down to bottom. We compare our analytical results (solid lines) with numerical simulations (dashed lines).

### 3.2. Covariance of number counts

As usual we define the covariance $C_{i,\alpha;j,\beta}$ of the statistical quantities $\hat{N}_{i,\alpha}$ and $\hat{N}_{j,\beta}$ by

$$C_{i,\alpha;j,\beta} = \langle \hat{N}_{i,\alpha} \hat{N}_{j,\beta} \rangle - \langle \hat{N}_{i,\alpha} \rangle \langle \hat{N}_{j,\beta} \rangle. \tag{20}$$

As recalled in Appendix A, following Peebles (1980), it can be decomposed over "shot-noise" and "sample-variance" contributions,

$$C_{i,\alpha;j,\beta} = C^{(\mathrm{s.n.})}_{i,\alpha;j,\beta} + C^{(\mathrm{s.v.})}_{i,\alpha;j,\beta}, \tag{21}$$

which write from Eq. (A.10) as

$$C^{(\mathrm{s.n.})}_{i,\alpha;j,\beta} = \delta_{i,j}\, \delta_{\alpha,\beta}\, \frac{\langle \hat{N}_{i,\alpha} \rangle}{(\Delta\Omega)}, \tag{22}$$

(for nonoverlapping mass binning), and

$$C^{(\mathrm{s.v.})}_{i,\alpha;j,\beta} = \int_i \mathrm{d}\chi\, \mathcal{D}^2 \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}{(\Delta\Omega)} \int_\alpha \frac{\mathrm{d}M}{M} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M} \times \int_j \mathrm{d}\chi'\, \mathcal{D}'^2 \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}'}{(\Delta\Omega)} \int_\beta \frac{\mathrm{d}M'}{M'} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M'}\, \xi^{\mathrm{h}}. \tag{23}$$

Here we denote $\int_i$ and $\int_\alpha$ as the integrals over the redshift and mass bins $i$ and $\alpha$. The superscript "$h$" refers to the "halo" correlation function, which depends on the two redshifts, angular directions, and masses (or temperatures, etc.), $\xi^{\mathrm{h}} = \xi^{\mathrm{h}}(M, \boldsymbol{x}; M', \boldsymbol{x}')$, with $\boldsymbol{x} = (\chi, \mathcal{D}\mathbf{\Omega})$.

The first term $C^{(\mathrm{s.n.})}_{i,\alpha;j,\beta}$ is the shot-noise contribution and vanishes for nonoverlapping bins. As expected it decreases with the survey size as $1/(\Delta\Omega)$. (We recall that $\hat{N}$ is the angular number density.) The second term $C^{(\mathrm{s.v.})}_{i,\alpha;j,\beta}$ is due to the "sample-variance" cross-correlation $\xi^{\mathrm{h}}$ between distant objects (Hu & Kravtsov 2003). Using the approximation (1), that is, the factorization of the dependence on mass and distance of $\xi^{\mathrm{h}}$, we define the mean bias $\overline{b}_\alpha$ at redshift $z$, for the mass bin $\alpha$, through

$$\overline{b}_\alpha(z)\, \overline{n}_\alpha(z) = \int_\alpha \frac{\mathrm{d}M}{M}\, b(M,z)\, \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M}(M,z), \tag{24}$$

where $\overline{n}_\alpha$ was defined in Eq. (18), so that Eq. (23) also writes as

$$C^{(\mathrm{s.v.})}_{i,\alpha;j,\beta} = \int_i \mathrm{d}\chi\, \mathcal{D}^2\, \overline{b}_\alpha \overline{n}_\alpha \int_j \mathrm{d}\chi'\, \mathcal{D}'^2\, \overline{b}'_\beta \overline{n}'_\beta \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}\mathrm{d}\mathbf{\Omega}'}{(\Delta\Omega)^2}\, \xi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}'). \tag{25}$$

#### 3.2.1. Small angular windows

Using the approximation that the correlation function is negligible on cosmological scales, whence $\mathcal{D}' \simeq \mathcal{D}$, $\overline{b}' \simeq \overline{b}$ and $\overline{n}' \simeq \overline{n}$, we obtain

$$C^{(\mathrm{s.v.})}_{i,\alpha;j,\beta} = \int_i \mathrm{d}\chi\, \mathcal{D}^5\, \overline{b}_\alpha \overline{b}_\beta\, \overline{n}_\alpha \overline{n}_\beta\, \overline{\xi^{(j)}_{\mathrm{con}}}, \tag{26}$$

where $\overline{\xi^{(j)}_{\mathrm{con}}}(z)$ was defined in Eq. (8). It is a "conical" average, over objects "$i$" and "$j$" that are located at unrelated positions $(\chi, \mathbf{\Omega})$ and $(\chi', \mathbf{\Omega}')$. To recall this "conical" integration along $\chi'$ we have added the subscript "con". This helps distinguishing quantities such as (8) from other averages of $\xi$ over 3D spherical shells, which we encounter in Sect. 4 below. To further distinguish from the quantities encountered in Sects. 4 and 5, we put the label $j$, which refers to a redshift bin, as a superscript, whereas the labels $i$ or $j$ of the radial or angular bins studied in Sects. 4 and 5 appear as indices. (The parenthesis refer to the fact that in Limber's approximation of wide redshift bins the dependence on the boundaries of the bin $j$ disappears, because they are pushed to infinity, see Eq. (13).)

In the case where the nonoverlapping redshift bins are large enough to neglect the cross-correlation between different bins (we evaluate the accuracy of this approximation in Sect. 3.2.4), the integral (8) gives rise to a Kronecker factor $\delta_{i,j}$. Moreover, for small angular windows and large enough redshift bins we can use the flat-sky approximation (9), where the "conical" average is approximated by a "cylindrical" average (and spherical harmonics are replaced by plane waves), and Limber's approximations (10), where longitudinal wavenumbers are neglected over transverse wavenumbers. Substituting into Eq. (26) we recover the results of Hu & Kravtsov (2003),

$$C^{(\mathrm{s.v.})}_{i,\alpha;j,\beta} = \delta_{i,j} \int_i \mathrm{d}\chi\, \mathcal{D}^5\, \overline{b}_\alpha \overline{b}_\beta\, \overline{n}_\alpha \overline{n}_\beta\, \overline{\xi_{\mathrm{cyl}}}, \tag{27}$$

where $\overline{\xi_{\mathrm{cyl}}}(z)$ was defined in Eq. (13). (We evaluate the accuracy of the approximation (27) in Sect. 3.2.3.) Thus, while the shot-noise contribution (22) to the covariance matrix is diagonal, the sample-variance contribution (27) is only block-diagonal (for large redshift bins) since within the same redshift bin different mass bins are correlated.

In Fig. 4 we compare with the numerical simulations our results for the variance $\sigma_{N_i}$ of the halo angular number densities, where $\sigma_{N_i}$ includes both the shot-noise and sample-variance contributions (21),

$$\sigma_{N_i} = \sqrt{C^{(\mathrm{s.n.})}_{i,i} + C^{(\mathrm{s.v.})}_{i,i}}. \tag{28}$$

We consider an angular window of 50 deg$^2$, which corresponds for instance to the case of the XXL survey (Pierre et al. 2011). As for the mean densities of Fig. 3, we obtain a reasonable agreement with the simulations, and we correctly reproduce the dependence on halo mass and redshift.

Taking advantage of our analytical model, we compare in Fig. 5 the shot-noise and sample-variance contributions to the

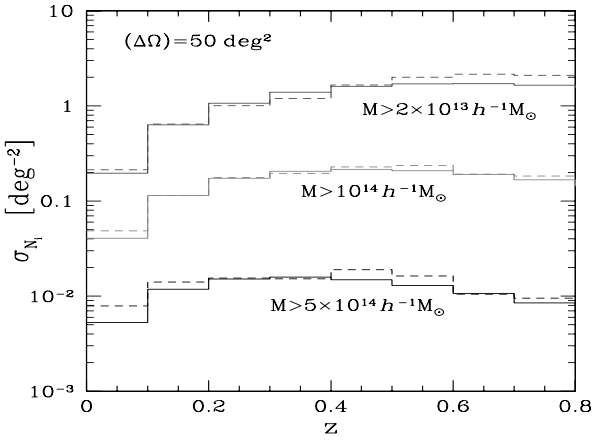



**Fig. 4.** The variance $\sigma_{N_i}$ of the halo angular number densities of Fig. 3, for redshift bins $\Delta z = 0.1$ and an angular window of 50 deg$^2$. We compare our analytical results (solid lines) with numerical simulations (dashed lines).

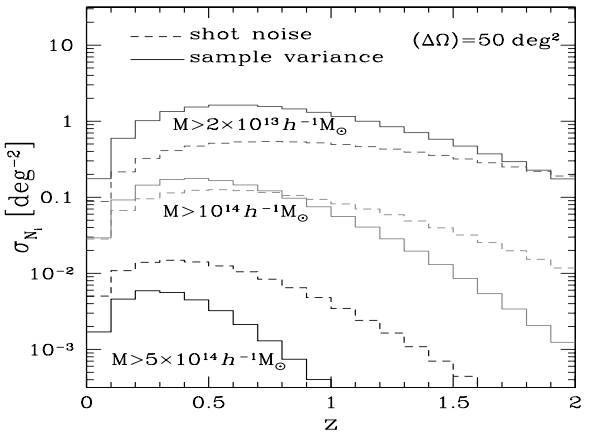



**Fig. 5.** The shot-noise (dashed lines) and sample-variance (solid lines) errors for the angular number densities shown in Fig. 3, associated with a redshift binning of width $\Delta z = 0.1$, but up to $z = 2$, and an angular window of 50 deg$^2$.

total error that was displayed in Fig. 4, but going up to redshift $z = 2$. Here we define

$$\sigma_{N_i}^{(\mathrm{s.n.})} = \sqrt{C_{i,i}^{(\mathrm{s.n.})}}, \quad \sigma_{N_i}^{(\mathrm{s.v.})} = \sqrt{C_{i,i}^{(\mathrm{s.v.})}}. \tag{29}$$

As expected, we can see that the error of observed number counts $\hat{N}_i$ is dominated by the shot-noise contribution for rare halos (high mass or high redshift), where effects associated with the discreteness of the halo distribution are very important.

### Signal-to-noise ratio

From the angular number density $\langle \hat{N}_i \rangle$ and its variance $\sigma_{N_i}$ we define the signal-to-noise ratio as

$$\frac{S}{N} = \frac{\langle \hat{N}_i \rangle}{\sigma_{N_i}}, \tag{30}$$

which we compute from Eqs. (19) and (28). Thus, combining Figs. 3 and 4, we display in Fig. 6 this signal-to-noise ratio. In agreement with these previous figures, we obtain a good match

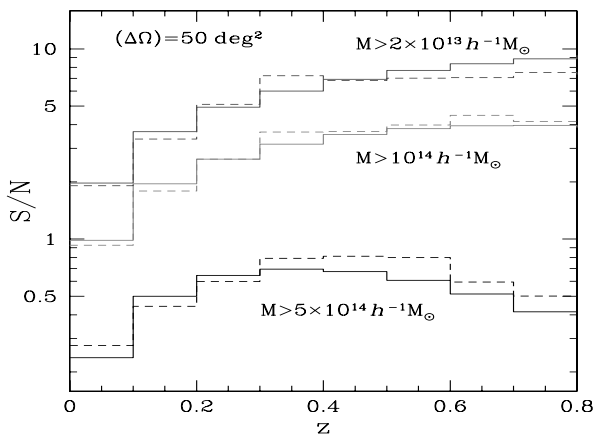



**Fig. 6.** The signal-to-noise ratios of number counts for an angular area $\Delta\Omega = 50$ deg$^2$, as in Figs. 3 and 4. We compare our analytical results (solid lines) with numerical simulations (dashed lines).

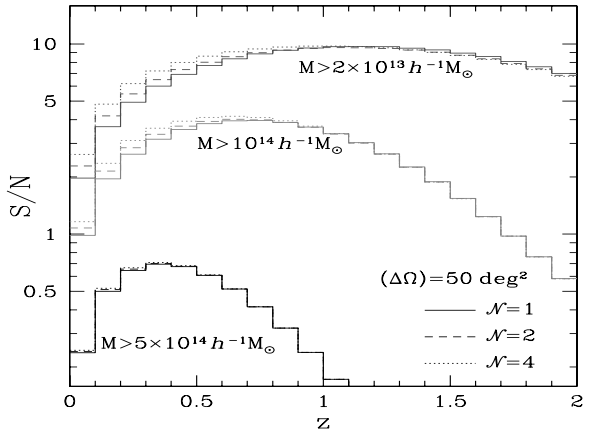



**Fig. 7.** The signal-to-noise ratios of number counts for a total angular area $\Delta\Omega = 50$ deg$^2$, divided over $\mathcal{N}$ independent subfields. We show the results obtained for the numbers of subfields $\mathcal{N} = 1$ (solid lines), 2 (dashed lines), and 4 (dotted lines).

to the numerical simulations. Thus, the analytical results are competitive with the numerical simulations since they appear to be no less reliable and much faster to compute.

### Scalings with survey area and number of subfields

For practical purposes it is interesting to compare the signal-to-noise ratios associated with a different number of subfields at fixed total area $\Delta\Omega$, since this can help for choosing the best observational strategy, whether one should perform a single wide-field survey or several smaller scale surveys.

Therefore, let us consider a survey with a total angular window of area $\Delta\Omega$ that can be split over $\mathcal{N}$ angular subfields, which we assume to be independent and to have equal area $\Delta\Omega/\mathcal{N}$. For instance, the survey may be made of $\mathcal{N}$ smaller regions that are well separated on the sky. Then, the total angular number density $\hat{N}_i^{\mathrm{tot}}$ of objects in the redshift bin $[z_{i,-}, z_{i,+}]$, summed over the $\mathcal{N}$ smaller subfields of index $\alpha$ with angular number densities $\hat{N}_i^{(\alpha)}$, writes as

$$\hat{N}_i^{\mathrm{tot}} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{\alpha=1}^{\mathcal{N}} \hat{N}_i^{(\alpha)}. \tag{31}$$

Since all subfields are independent and have the same depth we have, for any $\alpha$,

$$\langle \hat{N}_i^{\rm tot} \rangle = \langle \hat{N}_i^{(\alpha)} \rangle, \tag{32}$$

which depends neither on $(\Delta\Omega)$ nor $\mathcal{N}$. Without mass binning the covariance matrix remains diagonal, see Eq. (27), with a shot-noise contribution

$$C_{i,i}^{\rm tot,(s.n.)} = \frac{1}{\mathcal{N}} C_{i,i}^{(\alpha),(\rm s.n.)} = \frac{\langle \hat{N}_i^{\rm tot} \rangle}{(\Delta\Omega)} \propto (\Delta\Omega)^{-1}, \tag{33}$$

while the sample-variance contribution is

$$C_{i,i}^{\rm tot,(s.v.)} = \frac{1}{\mathcal{N}} C_{i,i}^{(\alpha),(\rm s.v.)} \propto \overline{\xi_{{\rm cyl},(\alpha)}}/\mathcal{N}, \tag{34}$$

where $\overline{\xi_{{\rm cyl},(\alpha)}}$ is the typical value of the integral (13) within the small angular window $(\Delta\Omega)/\mathcal{N}$. Then, the signal-to-noise ratio scales as

$$\frac{S}{N} = \frac{\langle \hat{N}_i^{\rm tot} \rangle}{\sqrt{C_{i,i}^{\rm tot,}}} \propto \sqrt{\frac{(\Delta\Omega)}{1 + \frac{(\Delta\Omega)}{\mathcal{N}} \overline{\xi_{{\rm cyl},(\alpha)}}}}. \tag{35}$$

In the regime where the covariance is dominated by the shot-noise contribution, the signal-to-noise ratio grows as the square root of the total area and does not depend on the number of subfields, $(S/N) \propto \sqrt{\Delta\Omega}$.

To estimate the scaling in the regime where the covariance is dominated by the sample-variance contribution, we assume that on the relevant scale $k \sim 1/(\mathcal{D}\theta_{\rm s})$, that is, $k \sim \sqrt{\mathcal{N}/(\mathcal{D}^2\Delta\Omega)}$, the power spectrum behaves as $P(k) \sim k^n$, with $-2 < n < 1$. (Wavenumbers where $n < -2$ for CDM cosmologies would correspond to very small angular windows.) Then, from Eq. (13) we obtain $\overline{\xi_{{\rm cyl},(\alpha)}} \sim k^{n+2} \sim (\mathcal{N}/\Delta\Omega)^{(n+2)/2}$, and the signal-to-noise ratio scales as $(S/N) \sim \mathcal{N}^{-n/4}\,(\Delta\Omega)^{(n+2)/4}$. Thus, in this regime the signal-to-noise ratio still grows with the total survey area, but there is a weak dependence on the number of subfields, which may either increase or decrease with $\mathcal{N}$ depending on the sign of $n$.

For illustration, we show in Fig. 7 the signal-to-noise ratios of the number counts obtained for a total angular area $\Delta\Omega = 50$ deg$^2$, divided over $\mathcal{N}$ subfields with $\mathcal{N} = 1$, 2, and 4. The case of a single field, $\mathcal{N} = 1$, corresponds to Figs. 3 and 4. The curves in Fig. 7 are exact estimates of the signal-to-noise ratios, obtained from $\langle \hat{N}_i^{\rm tot} \rangle / \sqrt{C_{i,i}^{\rm tot,}}$ and not from the approximate scaling given in Eq. (35).

In agreement with the discussion above and with Fig. 4, we can check that at high redshift or for high mass, the signal-to-noise ratio does not depend on $\mathcal{N}$, since the error is dominated by the shot-noise contribution, which only depends on the total area as seen in Eqs. (33) and (35).

At low redshift and low mass, where the error is dominated by the sample-variance contribution, the signal-to-noise ratio increases slightly with $\mathcal{N}$. This can be understood from the fact that the local slope $n$ of the power spectrum is slightly negative on the scales where the halo correlation is significant. For instance, within the $\Lambda$CDM cosmology that we consider in this paper, a window of area 50 deg$^2$ corresponds at $z = 1$ to a radius $\mathcal{D}\theta_{\rm s} = 164\ h^{-1}$ Mpc, and the local slope $n(k)$ of the linear power spectrum, at wavenumber $k \simeq 2\pi/(164\ h^{-1}\,{\rm Mpc})$, is $n \simeq -0.6$. This means that for the number counts at low redshift and low masses, it is slightly advantageous to choose a survey divided over several independent subfields.

As shown by Figs. I.1 and I.2 in Appendix I, these scalings are approximately satisfied by the results obtained from numerical simulations, for a wide variety of survey area and of number of subfields. Therefore, the scalings derived from Eq. (35) allow a reasonable estimate of the dependence of the signal-to-noise ratio of number counts with $(\Delta\Omega)$ and $\mathcal{N}$.

### 3.2.2. Large angular windows

Expression (27) relies on the approximation of small angular windows for the sample-variance contribution. This allowed us to use the flat-sky approximation (9), where the observational cone over the redshift bin $[z_{i,-}, z_{i,+}]$ is approximated as a cylinder of radius $\theta_{\rm s}$ around the central line of sight. For large angular windows this approximation is no longer valid and we must decompose over spherical harmonics (Hu & Kravtsov 2003), rather than over the plane waves of Eq. (9).

Rather than using the Eqs. (25) or (26), with a new expression for $\overline{\xi_{\rm con}^{(j)}}(z)$ that would remain valid for large angles, it is more convenient to go back to the angular number densities $\hat{N}$, as in Eq. (15). Thus, for any redshift bin $i$ we expand the observed distribution $\hat{N}_i(\mathbf{\Omega})$ on the sky over the spherical harmonics,

$$\hat{N}_i(\mathbf{\Omega}) = \sum_{\ell,m} \hat{N}_i^{(\ell,m)}\, Y_\ell^m(\mathbf{\Omega}), \tag{36}$$

and we define the angular power spectrum as

$$\langle \hat{N}_i^{(\ell,m)*} \hat{N}_j^{(\ell',m')} \rangle_c^{(\rm s.v.)} = \delta_{\ell,\ell'}\, \delta_{m,m'}\, C_{i,j;\ell}, \tag{37}$$

where we only take the sample-variance contribution. To simplify notations we do not include mass binning, but this can be added without difficulty, as in Sect. 3.2.1. Then, writing the two-point correlation function again under the factored form (1), introducing the Fourier-space power spectrum as in Eq. (3) and expanding the plane-wave exponential factor over spherical harmonics, a standard calculation gives (Hu 2000; Hu & Kravtsov 2003)

$$\begin{aligned} C_{i,j;\ell} \;=\; & 4\pi \int \frac{{\rm d}k}{k} \Delta_{L0}^2(k) \int_i {\rm d}\chi\, \chi^2\, \overline{b}\, \overline{n}\, D_+\, j_\ell(k\chi) \\ & \times \int_j {\rm d}\chi'\, \chi'^2\, \overline{b}'\, \overline{n}'\, D'_+\, j_\ell(k\chi'), \end{aligned} \tag{38}$$

where $j_\ell$ is the spherical Bessel function of order $\ell$. Here we assumed for simplicity a flat background, which is sufficient for practical purposes, and we approximated the Fourier-space power spectrum by the linear power spectrum, $P(k,z) \simeq D_+(z)^2 P_{L0}(k)$, where $D_+(z)$ is the linear growth rate (normalized to unity at $z = 0$).

Limber's approximation can be recovered in the limit of large $\ell$, for slowly varying $k$-dependent prefactors, by using the property $\int {\rm d}k\, k^2\, j_\ell(k\chi) j_\ell(k\chi') = \pi/(2\chi^2)\delta_{\rm D}(\chi - \chi')$, and the correspondence $k \leftrightarrow (\ell + 1/2)/\chi$ (Hu & Kravtsov 2003; LoVerde & Afshordi 2008). This yields

$$C_{i,j;\ell}^{\rm Limber} = \delta_{i,j} \int {\rm d}\chi\, \chi^5\, \overline{b}^2\, \overline{n}^2\, \frac{2\pi^2}{(\ell + 1/2)^3}\, \Delta^2\!\left(\frac{\ell + 1/2}{\chi}\right). \tag{39}$$

Nevertheless, because the structures of Eqs. (38) and (26) are quite different (the order of the integrations over redshift and wavenumber is exchanged, and the large-angle expression keeps two integrations over redshift, while in the small-angle expression one integral over redshift has already been performed) it is

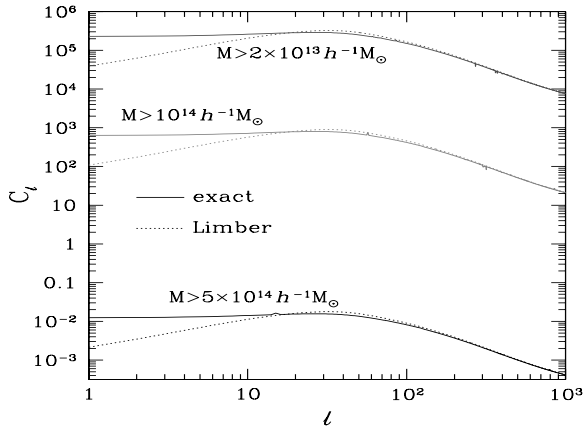



**Fig. 8.** The angular power spectrum of the distribution of halos in the redshift bin $0.95 < z < 1.05$. We plot both the exact result (38) (solid line) and Limber's approximation (39) (dotted line).

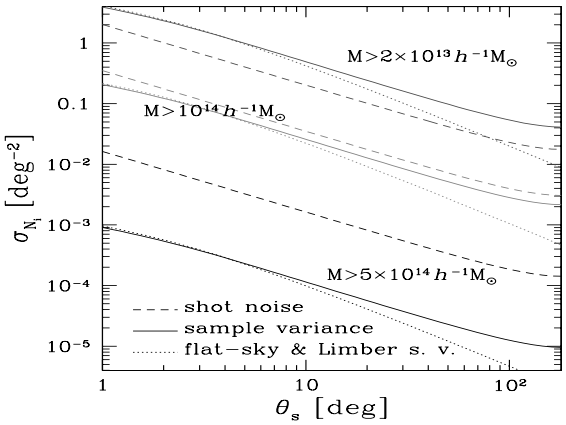



**Fig. 9.** The shot-noise (dashed line) and sample-variance errors (29) for the angular number densities in the redshift bin $0.95 < z < 1.05$, as a function of the radius $\theta_s$ of the angular window. The solid line is the exact sample variance, from Eqs. (38) and (41), while the dotted line is the result (27), which was used in Fig. 5 and involves both the flat-sky and Limber's approximations.

more convenient to treat the small-angle and large-angle derivations separately.

We plot in Fig. 8 the angular power spectrum $C_{i,i;\ell}$ obtained for halos above three mass thresholds in the redshift bin $0.95 < z < 1.05$. We can see that Limber's approximation (39) significantly underestimates the power at low $\ell$, while it slightly overestimates the power at high multipoles, $\ell > 20$. It is already rather good at $\ell \sim 20$, and becomes increasingly accurate at higher $\ell$, although the difference remains on the order of 10% until $\ell \sim 80$. These results agree with previous studies of the Limber approximation (LoVerde & Afshordi 2008; Crocce et al. 2011). As noticed in LoVerde & Afshordi (2008), the latter can be extended as a series expansion over $(\ell + 1/2)^{-1}$, but higher orders behave increasingly badly at low $\ell$. Therefore, we do not investigate further this approach here, since using the exact expression (38) is not more difficult (but slower) to compute and ensures a smooth behavior over all $\ell$, while the usual Limber approximation (39) is sufficient for our purposes on small scales.

Next, the mean angular number densities $\hat{N}_i$ of Eq. (17), smoothed over the angular window of radius $\theta_s$ and filter $W_2(\mathbf{\Omega})$, read as

$$\hat{N}_i = \int \mathrm{d}\mathbf{\Omega}\, \hat{N}_i(\mathbf{\Omega})\, W_2(\mathbf{\Omega}), \tag{40}$$

where $W_2(\mathbf{\Omega}) = 1/(\Delta\Omega)$ within the angular window and vanishes outside (but we can choose more general filters). Then, the sample variance of these number counts writes as (Hu & Kravtsov 2003)

$$C_{i,j}^{(\mathrm{s.v.})} = \langle \hat{N}_i \hat{N}_j \rangle_c^{(\mathrm{s.v.})} = \sum_{\ell,m} C_{i,j;\ell}\, |\tilde{W}_2^{(\ell,m)}|^2, \tag{41}$$

where $C_{i,j;\ell}$ is the angular power spectrum (38), while $\tilde{W}_2^{(\ell,m)}$ are the angular multipoles of the window $W_2$,

$$\tilde{W}_2^{(\ell,m)} = \int \mathrm{d}\mathbf{\Omega}\, W_2(\mathbf{\Omega})\, Y_\ell^m(\mathbf{\Omega})^*. \tag{42}$$

For a top-hat window that is symmetric around the azimuthal axis, we have for $\ell \geq 1$,

$$\tilde{W}_2^{(\ell,0)} = \frac{2\pi}{(\Delta\Omega)} \int_0^{\theta_s} \mathrm{d}\theta\, \sin\theta\, Y_\ell^0(\theta) \tag{43}$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{2\ell+1}}\, \frac{P_{\ell-1}(\cos\theta_s) - P_{\ell+1}(\cos\theta_s)}{(\Delta\Omega)} \tag{44}$$

and

$$\tilde{W}_2^{(0,0)} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}, \quad \text{and} \quad (\Delta\Omega) = 2\pi(1 - \cos\theta_s), \tag{45}$$

where $P_\ell$ are the Legendre polynomials, and $\tilde{W}_2^{(\ell,m)} = 0$ for $m \neq 0$.

In the limit of large $\ell$, $Y_\ell^0(\theta) \simeq \sqrt{\frac{\ell+1/2}{2\pi}} J_0[(\ell + 1/2)\theta]$ (Hu 2000), and we obtain $|\tilde{W}_2^{(\ell,0)}|^2 \simeq \frac{k_\chi}{2\pi} \tilde{W}_2(k\chi\theta_s)^2$, with $k = (\ell + 1/2)/\chi$ and $\tilde{W}_2$ the 2D Fourier-space window (12). This shows that for small angles, where the covariance is dominated by large $\ell$, the expression (41) goes to the flat-sky approximation (27), using the fact that Limber's approximation (39) also applies in this limit (see Fig. 8).

We plot in Fig. 9 the shot-noise and sample-variance errors $\sigma_i = \sqrt{C_{i,i}}$, as in Fig. 4 but as a function of the angular radius $\theta_s$, for the angular number densities in the redshift bin $0.95 < z < 1.05$. In agreement with Fig. 8, we can check that the combination (27) of the flat-sky & Limber's approximations provides a good approximation to the exact result (41) on small angles, typically $\theta_s < 10$ deg, while it underestimates the sample variance on large angles. In agreement with Fig. 5, the shot-noise contribution is dominant for massive and rare halos, and subdominant for small and numerous halos. In our case, the transition between the shot-noise and sample-variance dominated regimes takes place at $M_* \sim 10^{14}\, h^{-1}\, M_\odot$.

### 3.2.3. Accuracy of the "flat-sky + Limber" approximation

We plot in Fig. 10 the ratio of the exact sample-variance error (41) to the approximation (27), which used both the flat-sky and Limber's approximations. As in Figs. 8 and 9, we can check that the approximation (27) is reliable for small angular windows but significantly underestimate the sample-variance error for wide angles, above 10 deg. In the extreme case of full-sky surveys ($\theta_s = 180$ deg), it can underestimate the sample-variance error by a factor from 2 to 5. The effect is actually greater for higher redshift bins. This may seem somewhat surprising since the "flat-sky" approximation (9) is expected to be more accurate at higher redshifts, where large angles $\theta$ correspond to large distances $\mathcal{D}\theta$ that are weakly correlated and should not significantly contribute (i.e., the CDM power spectrum itself yields more weight

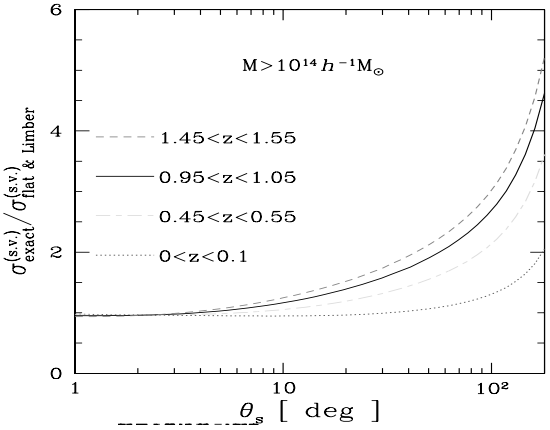



**Fig. 10.** The ratio $\sigma^{(\mathrm{s.v.})}_{\mathrm{exact}}/\sigma^{(\mathrm{s.v.})}_{\mathrm{flat\&Limber}}$ of the exact sample-variance error (41) to the approximation (27), which uses both the flat-sky and Limber's approximations. We show this ratio as a function of the radius $\theta_{\mathrm{s}}$ of the angular window, for several redshift bins, for halos above the mass threshold $M > 10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$. Higher $z$ corresponds to a higher ratio.

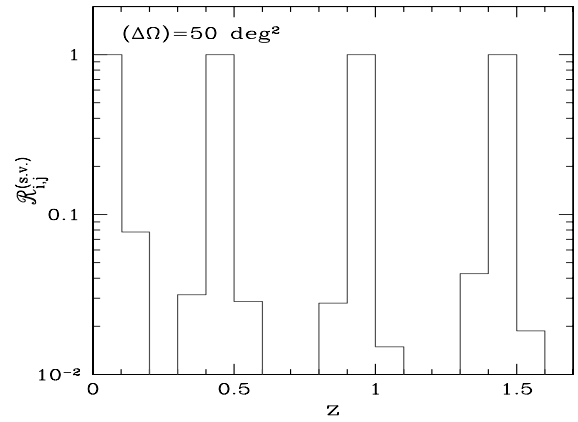



**Fig. 11.** The correlation matrix $\mathcal{R}^{(\mathrm{s.v.})}_{i,j}$ of Eq. (46) between redshift bins of width $\Delta z = 0.1$. We show $\mathcal{R}^{(\mathrm{s.v.})}_{i,j}$ as a function of $j$, for four values of $i$. In each case, $\mathcal{R}^{(\mathrm{s.v.})}_{i,j} = 1$ at $j = i$. We consider halos above $10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$ and an angular window of area $(\Delta\Omega) = 50$ deg$^2$.

to pairs separated by small angles). However, Limber's approximation (10) goes in the opposite direction because it relies on the assumption $\Delta\chi \gg \mathcal{D}\theta_{\mathrm{s}}$ (i.e., longitudinal wavenumbers are more suppressed by the integration along the line of sight than transverse wavenumbers, which are only integrated over the smaller angular distance $\mathcal{D}\theta_{\mathrm{s}}$). For instance, for an Einstein-de Sitter universe, where $\chi = \mathcal{D} = 2c/H_0[1-(1+z)^{-1/2}]$, this constraint on the angle $\theta_{\mathrm{s}}$ and the redshift bin width $\Delta z$ writes as $\theta_{\mathrm{s}} \ll 29(\Delta z)[(1+z)^{3/2}-(1+z)]^{-1}$ deg. At fixed $\Delta z$ this upper bound on $\theta_{\mathrm{s}}$ becomes stronger at higher $z$. Therefore, Fig. 10 shows that this second effect, associated with Limber's approximation, dominates over the first effect, associated with the flat-sky approximation.

We checked that we obtain very close results for other mass thresholds (not shown in the figure). For instance, the curves obtained for the mass threshold $2\times10^{13}$ and $5\times10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$ cannot be distinguished from those plotted in Fig. 10. This is not surprising since within our bias model (1) the halo correlations are governed by the same matter density correlation function $\xi(r;z)$.

Figure 10 shows that the small-angle approximation (27) that we used in Sect. 3.2.1 was legitimate, since we considered angular windows of 50 deg$^2$ or less (i.e. $\theta_{\mathrm{s}} \lesssim 4$ deg).

#### 3.2.4. Correlation between different redshift bins

We can use the expression (41) to compute the correlation between different redshift bins $i$ and $j$. Thus, we show in Fig. 11 the correlation matrix $\mathcal{R}^{(\mathrm{s.v.})}_{i,j}$ (also called normalized covariance matrix) defined as

$$\mathcal{R}^{(\mathrm{s.v.})}_{i,j} = \frac{C^{(\mathrm{s.v.})}_{i,j}}{\sqrt{C^{(\mathrm{s.v.})}_{i,i}C^{(\mathrm{s.v.})}_{j,j}}}, \tag{46}$$

where we only consider the sample-variance contribution. (The shot-noise contribution (22) is always diagonal for nonoverlapping redshift bins.) Thus, $\mathcal{R}^{(\mathrm{s.v.})}_{i,j}$ is unity along the diagonal and elements $\{i, j\}$ where $\mathcal{R}^{(\mathrm{s.v.})}_{i,j}$ is much smaller than one are weakly correlated. We can check that the decay is always rather fast and correlations between neighboring redshift bins, $j = i \pm 1$, are already below 10%. This shows that it is appropriate to neglect cross-correlations between redshift bins of width $\Delta z = 0.1$, as we did in Sect. 3.2.1. We also checked that we obtain almost identical results for other angular windows, such as $(\Delta\Omega) = 400$ deg$^2$. (For very large or full-sky surveys we do not need the approximation of uncorrelated redshift bins since we use Eq. (41).)

## 4. Real-space two-point correlation function

In the previous section we have studied the covariance of the estimators $\hat{N}_i$, which measure the redshift distribution $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ of the population of interest (galaxies, clusters, etc.), over a set of finite redshift bins. This corresponds to one-point statistics. We now study estimators of the real-space two-point correlation function $\xi(x_{12}; M_1, M_2; z)$ of these objects, which corresponds to two-point statistics, as a function of the comoving distance $x_{12}$. In this article we do not investigate redshift-space distortions, which we leave for future works, and we assume that a real-space map of the population under study is available or that redshift distortions can be neglected.

Estimators of 3D correlation functions, or power spectra, have already been studied in many works, mostly in view of their application to galaxy surveys. However, since we have in mind the application to cluster surveys and, more generally, to deep surveys of rare objects, we consider 3D correlation functions averaged over a wide redshift bin (in order to accumulate a large enough number of objects), rather than the usual local 3D correlation functions at a given redshift. This means that the quantities that we consider in this section, while being truly 3D correlations and not 2D angular correlations, nevertheless involve integrations along the line of sight or, more precisely, the observational cone, within a finite redshift interval. This is also why 3D Fourier-space power spectra may not be the most convenient tool for our purposes, since we do not have homogeneous and isotropic distributions since the radial direction plays a special role.

### 4.1. Mean correlation

#### 4.1.1. Peebles & Hauser estimator

Following Peebles & Hauser (1974), a simple estimator $\hat{\xi}$ for the two-point correlation function of a point distribution is given by

$$\hat{\xi} = \frac{DD}{RR} - 1, \tag{47}$$

where $D$ represents the data field and $R$ an independent Poisson distribution, both with the same mean density. More precisely, the estimator $\hat{\xi}_i$ introduced in (47) for the mean correlation over the radial bin $[R_{i,-}, R_{i,+}]$ corresponds to counting all pairs "DD" in the data field that fall in this pair-separation bin $i$ and all pairs "RR" in the auxiliary Poisson field that fall in the same bin, and to taking the ratio of these two counts.

Before appropriate rescaling, the mean number density of the actual Poisson process $R$ is taken as much higher than the observed one, so that the contribution from fluctuations of the denominator $RR$ to the noise of $\hat{\xi}$ can be ignored. The advantage of form (47) is that one automatically includes the geometry of the survey (including boundary effects, cuts, etc.), because the auxiliary field $R$ is drawn on the same geometry.

In our case, we write the analog $\hat{\xi}_i$ of Eq. (47) for the mean correlation on scales delimited by $R_{i,-}$ and $R_{i,+}$, integrated over some redshift range and mass intervals, as

$$1+\hat{\xi}_{i;\alpha,\beta} = \frac{1}{Q_{i;\alpha,\beta}} \int \mathrm{d}z \, \frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}z} \, \mathcal{D}^2 \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}{(\Delta\Omega)} \int_\alpha \frac{\mathrm{d}M}{M} \times \int_{R_{i,-}}^{R_{i,+}} \mathrm{d}\boldsymbol{r}' \int_\beta \frac{\mathrm{d}M'}{M'} \, \frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{dln}\, M} \frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{dln}\, M'}, \quad (48)$$

with

$$Q_{i;\alpha,\beta} = \int \mathrm{d}z \, \frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}z} \, \mathcal{D}^2 \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}{(\Delta\Omega)} \int_\alpha \frac{\mathrm{d}M}{M} \int_{R_{i,-}}^{R_{i,+}} \mathrm{d}\boldsymbol{r}' \int_\beta \frac{\mathrm{d}M'}{M'} \times \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M'}. \quad (49)$$

Here we denoted $\int_{R_{i,-}}^{R_{i,+}} \mathrm{d}\boldsymbol{r}'$ as the integral over the 3D spherical shell of radii $R_{i,-} < R_{i,+}$, and $\int_\alpha$ and $\int_\beta$ are the integrals over the mass bins $\alpha$ and $\beta$.

The redshift interval $\Delta z$ is not necessarily small, and to increase the statistics we can choose the whole redshift range of the survey, such as $[0, z_\mathrm{s}]$. If we bin the survey over smaller nonoverlapping redshift intervals, which are large enough to neglect cross-correlations between different bins (see for instance Fig. 11), we can independently study each redshift bin. For simplicity we do not explicitly write the redshift boundaries.

As in Eq. (47), the counting method that underlies Eq. (48) can be understood as follows (Peebles & Hauser 1974). We span all objects in the "volume" $(z, \mathbf{\Omega}, \ln M)$, and count all neighbors at distance $r'$, within the shell $[R_{i,-}, R_{i,+}]$, with a mass $M'$. We denote with unprimed letters the quantities associated with the first object, $(z, \mathbf{\Omega}, \ln M)$, and with primed letters the quantities associated with the neighbor of mass $M'$ at distance $r'$. Thus, with obvious notations, $\mathrm{d}\hat{n}/\mathrm{dln}\, M$ and $\mathrm{d}\hat{n}/\mathrm{dln}\, M'$ are the observed number densities at the first and second (neighboring) points. The difference between the quantities $(1+\hat{\xi})$ and $Q$ is that in the latter case we use the mean number densities $\mathrm{d}n/\mathrm{dln}\, M$ and $\mathrm{d}n/\mathrm{dln}\, M'$. Therefore, $Q$ is not a random quantity so it shows no noise. In practice, the mean number densities $\mathrm{d}n/\mathrm{dln}\, M$ may actually be measured from the same survey, as described in Sect. 3. However, since these measures do not involve a distance binning over $r'$, there are many more objects in a redshift bin than within a small interval $[R_{i,-}, R_{i,+}]$. Then, the one-point quantities $\langle \hat{N} \rangle$ are measured with much greater accuracy than $\langle \hat{\xi} \rangle$, so that we can indeed neglect their contribution to the noise of the estimator $\hat{\xi}$. In terms of Eq. (47) this corresponds to neglecting fluctuations of "RR". (This is achieved in practice by choosing a much higher density for the field $R$, which is later rescaled.)

In Eq. (48) we used a simple average over the shell $[R_{i,-}, R_{i,+}]$, because we count all pairs with a uniform weight in $\boldsymbol{r}'$-space. Through the change to spherical coordinates $\mathrm{d}\boldsymbol{r}' = \mathrm{d}r' r'^2 \mathrm{d}\mathbf{\Omega}'$, this yields a geometrical weight $r'^2$ in terms of the radial distance $r'$. An alternative would be to add a weight $r'^{-2}$, instead of the simple 3D top-hat written in Eq. (48), to eventually obtain a uniform weight over the radial distance $r'$. For simplicity we only consider choice (48) in the following, but such alternative weights could be used with straightforward modifications in the expressions given below.

Thus, we focus on the behavior of the two-point correlation as a function of distance $r'$, measured through the binning over the intervals $[R_{i,-}, R_{i,+}]$. We assume that different bins do not overlap, $R_{i,+} \leq R_{i+1,-}$, and in practice one usually has $R_{i,+} = R_{i+1,-}$, to cover a continuous range of scales. On the other hand, these intervals may depend on redshift, as long as $R_{i,+}(z) \leq R_{i+1,-}(z)$ at each redshift.

Using Eq. (18), Eq. (49) also writes as

$$Q_{i;\alpha,\beta} = \int \mathrm{d}\chi \, \mathcal{D}^2 \, \overline{n}_\alpha \overline{n}_\beta \, \mathcal{V}_i, \quad (50)$$

where the volume $\mathcal{V}_i$ of the $i$-shell is

$$\mathcal{V}_i(z) = \frac{4\pi}{3} [R_{i,+}(z)^3 - R_{i,-}(z)^3], \quad (51)$$

which may depend on $z$. In practice, one would usually choose constant comoving shells, so that $\mathcal{V}_i$ does not depend on $z$. To obtain Eq. (50) we used that $\mathrm{d}n/\mathrm{dln}\, M$ and $\mathrm{d}n/\mathrm{dln}\, M'$ have no scale dependence (because they correspond to a uniform distribution of objects) and we neglected edge effects. (These finite-size effects are discussed and evaluated in Appendix B.)

Because of the finite distance $r'$ between the two objects $M$ and $M'$ in Eq. (48), there is no shot-noise contribution to the average of the quadratic term $(\mathrm{d}\hat{n}/\mathrm{dln}\, M) \times (\mathrm{d}\hat{n}/\mathrm{dln}\, M')$. Within the framework presented for Eqs. (A.1), (A.2), the integration in Eq. (48) does not contain common small (infinitesimal) cells, because of the finite-size distance $r' > R_{i,-}$. Therefore, the average of the statistical estimator (48) reads as

$$1+\langle \hat{\xi}_{i;\alpha,\beta} \rangle = \frac{1}{Q_{i;\alpha,\beta}} \int \mathrm{d}\chi \, \mathcal{D}^2 \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}{(\Delta\Omega)} \int_\alpha \frac{\mathrm{d}M}{M} \int_i \mathrm{d}\boldsymbol{r}' \int_\beta \frac{\mathrm{d}M'}{M'} \times \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M'} \, [1+\xi^\mathrm{h}(r'; M, M'; z)], \quad (52)$$

where $\xi^\mathrm{h}(r'; M, M'; z)$ is the two-point correlation function of the objects, as in Eq. (A.9). Here we denoted $\int_i \mathrm{d}\boldsymbol{r}'$ as the integral $\int_{R_{i,-}}^{R_{i,+}} \mathrm{d}\boldsymbol{r}'$ over the 3D spherical shell $i$. Comparing with Eq. (50) we clearly see that $\hat{\xi}_i$ is an unbiased estimator of the two-point correlation function $\xi^\mathrm{h}$, averaged over the shell $[R_{i,-}, R_{i,+}]$ (with a geometrical weight $r'^2$), whence the name "$\hat{\xi}$".

As in Eq. (50), in Eq. (52) and in the following we neglect finite-size effects, which arise because the integration over $\boldsymbol{r}'$ should be restricted to the observational cone of the survey. This leads to a smaller available volume than the spherical shell $[R_{i,-}, R_{i,+}]$ close to the survey boundaries. This does not affect the mean value of the estimator $\hat{\xi}_i$, because this effect cancels out between the numerator of Eq. (52) and the denominator $Q_i$. However, it will have a small effect on our estimate of the covariance matrix. As described in Appendix B, at $z = 1$ for a circular survey area $\Delta\Omega = 50$ deg$^2$, and for a radial bin at $r = 30\, h^{-1}$ Mpc, by geometrical counting we overestimate the number of pairs by 10% and the signal-to-noise ratio by 5%.

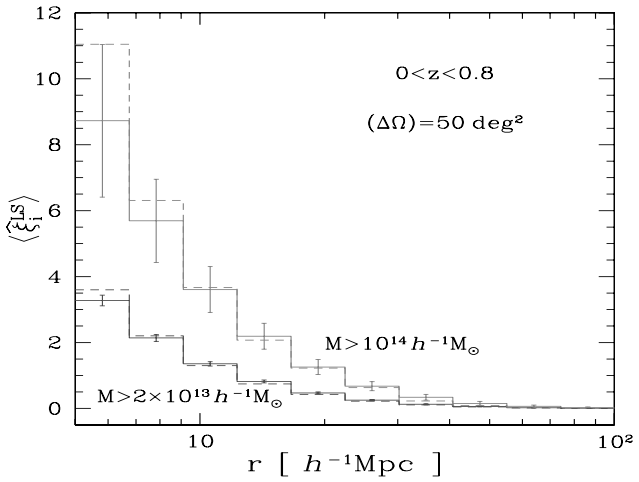



**Fig. 12.** The mean halo correlation, $\langle\hat{\xi}_i^{\rm LS}\rangle$, over ten comoving distance bins within $5 < r < 100\,h^{-1}$ Mpc, equally spaced in $\log(r)$. We integrate over halos within the redshift interval $0 < z < 0.8$ and we compare our analytical results (solid lines) with numerical simulations (dashed lines).

As in Sect. 3.2, in order to make progress we assume that the two-point correlation can be factored in as in Eq. (1), so that Eq. (52) reads as

$$\langle\hat{\bar{\xi}}_{i;\alpha,\beta}\rangle = \frac{1}{\mathcal{Q}_{i;\alpha,\beta}}\int \mathrm{d}\chi\,\mathcal{D}^2\,\overline{b}_a\overline{b}_\beta\,\overline{n}_\alpha\overline{n}_\beta\,\mathcal{V}_i\,\overline{\xi^{(r)}_{i'}}(z), \tag{53}$$

with

$$\overline{\xi^{(r)}_{i'}}(z) = \int_i \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}'}{\mathcal{V}_i}\,\xi(r';z). \tag{54}$$

We have introduced the superscript "$(r)$" to recall that Eq. (54) is the radial average of $\xi$, over the 3D spherical shell associated with the radial bin $i$, to distinguish it from the angular averages that we encounter in Sect. 5 below. The prime in the subscript "$i'$" also recalls that we integrate over a neighboring point $\boldsymbol{r}'$, with respect to a given point $(\chi, \mathcal{D}\boldsymbol{\Omega})$ of the observational cone, to distinguish it from the integration over an unrelated point within the observational cone as in the "cylindrical" average (8). We give in Eq. (C.3) in Appendix C the Fourier-space expression of $\overline{\xi^{(r)}_{i'}}(z)$, which is more convenient for numerical computations.

#### 4.1.2. Landy & Szalay estimator

As shown in Landy & Szalay (1993), a better estimator than (47) is given by

$$\hat{\xi}^{\rm LS} = \frac{DD - 2DR + RR}{RR}, \tag{55}$$

which involves the product $DR$ between the data and the auxiliary field. Within our framework, where the mean quantity $Q$ plays the role of $R$, this second estimator reads as

$$\begin{aligned}\hat{\xi}^{\rm LS}_{i;\alpha,\beta} &= \frac{1}{\mathcal{Q}_{i;\alpha,\beta}}\int \mathrm{d}z\,\frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}z}\,\mathcal{D}^2\int\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}}{(\Delta\Omega)}\int_\alpha\frac{\mathrm{d}M}{M}\int_i\mathrm{d}\boldsymbol{r}'\int_\beta\frac{\mathrm{d}M'}{M'}\\ &\times\frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{dln}\,M}\frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{dln}\,M'} - 2\,\frac{1}{\mathcal{Q}_{i;\alpha,\beta}}\int\mathrm{d}z\,\frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}z}\,\mathcal{D}^2\int\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}}{(\Delta\Omega)}\\ &\times\int_\alpha\frac{\mathrm{d}M}{M}\int_i\mathrm{d}\boldsymbol{r}'\int_\beta\frac{\mathrm{d}M'}{M'}\,\frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{dln}\,M}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M'} + 1.\end{aligned} \tag{56}$$

The difference between the terms associated with $DD$ and $DR$ is that in the former we have a product of two observed number densities, $(\mathrm{d}\hat{n}/\mathrm{dln}\,M)\times(\mathrm{d}\hat{n}/\mathrm{dln}\,M')$, while in the latter we have a crossproduct between the observed and the mean number densities, $(\mathrm{d}\hat{n}/\mathrm{dln}\,M)\times(\mathrm{d}n/\mathrm{dln}\,M')$.

As checked in Appendix E, the mean of this second estimator $\hat{\xi}^{\rm LS}_{i;\alpha,\beta}$ is equal to the mean of the estimator $\hat{\bar{\xi}}_{i;\alpha,\beta}$ studied in Sect. 4.1.1,

$$\langle\hat{\xi}^{\rm LS}_{i;\alpha,\beta}\rangle = \langle\hat{\bar{\xi}}_{i;\alpha,\beta}\rangle. \tag{57}$$

To simplify the notations, in the following we do not consider binning over mass (i.e., we independently consider the correlation functions of halos above some mass thresholds), so that Eq. (53) readily simplifies as

$$\langle\hat{\xi}^{\rm LS}_i\rangle = \langle\hat{\bar{\xi}}_i\rangle = \frac{1}{\mathcal{Q}_i}\int\mathrm{d}\chi\,\mathcal{D}^2\,\overline{b}^2\,\overline{n}^2\,\mathcal{V}_i\,\overline{\xi^{(r)}_{i'}}(z), \tag{58}$$

and a similar simplification holds for $\mathcal{Q}_i$. If needed, it is not difficult to include a mass binning in the expressions given in the following.

#### 4.1.3. Comparison with simulations

We compare in Fig. 12 the mean correlation (58) with results from numerical simulations (which use the Landy & Szalay estimator) for halos above the thresholds $M > 2\times10^{13}$ and $10^{14}\ h^{-1}\ M_\odot$, within the redshift range $0 < z < 0.8$. The error bars are the $3-\sigma$ statistical errors obtained from the covariance matrices derived in Sect. 4.2.2 for 34 fields of 50 deg$^2$ as used in the simulations. We obtain reasonable agreement with the simulations, although we appear to underestimate the halo correlation of the most massive halos at small radius, $r < 7\ h^{-1}$ Mpc. This may be due to a scale-dependent halo bias or to a small discrepancy in the definition of the halo mass, which depends on the halo-finder algorithm (Knebe et al. 2011).

### 4.2. Covariance matrices for the halo correlation

We now consider the covariance of the estimators $\hat{\bar{\xi}}_i$ and $\hat{\xi}^{\rm LS}_i$. As described in Appendix D, the covariance of the Peebles & Hauser estimator is given by

$$C_{i,j} = \langle\hat{\bar{\xi}}_i\hat{\bar{\xi}}_j\rangle - \langle\hat{\bar{\xi}}_i\rangle\langle\hat{\bar{\xi}}_j\rangle = C^{(2)}_{i,j} + C^{(3)}_{i,j} + C^{(4)}_{i,j}, \tag{59}$$

with (see also Landy & Szalay 1993 for a computation of low-order terms)

$$\begin{aligned}C^{(2)}_{i,j} &= \delta_{i,j}\,\frac{2}{(\Delta\Omega)\mathcal{Q}_i^2}\int\mathrm{d}\chi_i\,\mathcal{D}_i^2\,\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\,\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\int_i\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{i'}\,\frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}}\\ &\times\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M_i}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M_{i'}}\left[1+\xi^{\rm h}_{i,i'}\right],\end{aligned} \tag{60}$$

$$\begin{aligned}C^{(3)}_{i,j} &= \frac{4}{(\Delta\Omega)\mathcal{Q}_i\mathcal{Q}_j}\int\mathrm{d}\chi_i\,\mathcal{D}_i^2\,\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\,\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\int_i\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{i'}\,\frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}}\\ &\times\int_j\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{j'}\,\frac{\mathrm{d}M_{j'}}{M_{j'}}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M_i}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M_{i'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M_{j'}}\\ &\times\left[1+\xi^{\rm h}_{i,i'}+\xi^{\rm h}_{i,j'}+\xi^{\rm h}_{i',j'}+\zeta^{\rm h}_{i,i',j'}\right],\end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned}C^{(4)}_{i,j} &= \frac{1}{\mathcal{Q}_i\mathcal{Q}_j}\int\mathrm{d}\chi_i\mathcal{D}_i^2\,\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\,\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\int_i\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{i'}\,\frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M_i}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M_{i'}}\\ &\times\int\mathrm{d}\chi_j\,\mathcal{D}_j^2\,\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)}\,\frac{\mathrm{d}M_j}{M_j}\int_j\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{j'}\,\frac{\mathrm{d}M_{j'}}{M_{j'}}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M_j}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\,M_{j'}}\\ &\times\left[4\xi^{\rm h}_{i;j}+2\zeta^{\rm h}_{i;j,j'}+2\zeta^{\rm h}_{i,i';j}+2\xi^{\rm h}_{i;j'}\xi^{\rm h}_{i';j}+\eta^{\rm h}_{i,i';j,j'}\right],\end{aligned} \tag{62}$$

where $\xi^{\rm h}$, $\zeta^{\rm h}$, and $\eta^{\rm h}$, are the two-point, three-point, and four-point correlation functions of the objects. To make the expressions compact but easy to understand, we introduced the following notation in Eqs. (60)–(62). Variables associated with the object at the center of the $\mathcal{V}_i$-shell are noted by the label $i$ (e.g., $\chi_i, M_i, ...$) and those associated with the object within the $\mathcal{V}_i$-shell are noted by the label $i'$ (e.g., $\boldsymbol{r}_{i'}, M_{i'}, ...$). This corresponds to the primed and unprimed variables in Eqs. (48) and (52), and we may speak of objects $i, i', j$, and $j'$. Then, in the indices of the correlation functions, we separate with a semicolon, as in $\xi^{\rm h}_{i;j}$ of Eq. (62), objects $i$ and $j$ that are located at unrelated positions $(\chi_i, \boldsymbol{\Omega}_i)$ and $(\chi_j, \boldsymbol{\Omega}_j)$ in the observational cone, whereas we separate with a comma, as in $\xi^{\rm h}_{i,i'}$ of Eq. (60), objects that are located at a fixed distance $r'$. (More precisely, the distance $r'$ is restricted to a radial bin $\mathcal{V}$.)

The label $C^{(n)}$ refers to quantities that involve $n$ distinct objects. Thus, the contributions $C^{(2)}$ and $C^{(3)}$ arise from shot-noise effects (as is apparent through the prefactors $1/(\Delta\Omega)$), associated with the discreteness of the number density distribution, and they would vanish for continuous distributions. However, they also involve the two-point and three-point correlations, and as such they couple discreteness effects with the underlying large-scale correlations of the population. In case of zero large-scale correlations, they remain nonzero because of the unit factors in the brackets and become purely shot-noise contributions, arising solely from discreteness effects.

More precisely, contribution (60) arises from the coupled identification $i = j$ and $i' = j'$ (or $i = j'$ and $i' = j$), whereas contribution (61) arises from the single identification $i = j$ (or either one of $i = j'$, $i' = j$, $i' = j'$). Thus, in Eq. (61) the object $i$ is at the center of both shells $\mathcal{V}_i$ and $\mathcal{V}_j$.

Contribution $C^{(4)}$ is a pure sample-variance contribution and does not depend on the discreteness of the number density distribution (hence there is no $1/(\Delta\Omega)$ prefactor).

As shown in Appendix E, the covariance matrix of the Landy & Szalay estimator reads as (see also Szapudi 2001; Bernardeau et al. 2002)

$$C^{\rm LS}_{i,j} = C^{\rm LS(2)}_{i,j} + C^{\rm LS(3)}_{i,j} + C^{\rm LS(4)}_{i,j}, \tag{63}$$

where the first term is equal to Eq. (60),

$$C^{\rm LS(2)}_{i,j} = C^{(2)}_{i,j}, \tag{64}$$

and

$$\begin{aligned} C^{\rm LS(3)}_{i,j} &= \frac{4}{(\Delta\Omega)Q_iQ_j}\int {\rm d}\chi_i\, \mathcal{D}_i^2 \frac{{\rm d}\boldsymbol{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\frac{{\rm d}M_i}{M_i}\int_i {\rm d}\boldsymbol{r}_{i'}\frac{{\rm d}M_{i'}}{M_{i'}} \\ &\quad\times\int_j {\rm d}\boldsymbol{r}_{j'}\frac{{\rm d}M_{j'}}{M_{j'}}\,\frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\,M_i}\frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\,M_{i'}}\frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\,M_{j'}} \\ &\quad\times\left[\xi^{\rm h}_{i',j'}+\zeta^{\rm h}_{i,i',j'}\right], \end{aligned} \tag{65}$$

$$\begin{aligned} C^{\rm LS(4)}_{i,j} &= \frac{1}{Q_iQ_j}\int {\rm d}\chi_i \mathcal{D}_i^2\frac{{\rm d}\boldsymbol{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\frac{{\rm d}M_i}{M_i}\int_i {\rm d}\boldsymbol{r}_{i'}\frac{{\rm d}M_{i'}}{M_{i'}}\frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\,M_i}\frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\,M_{i'}} \\ &\quad\times\int {\rm d}\chi_j\,\mathcal{D}_j^2\frac{{\rm d}\boldsymbol{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)}\frac{{\rm d}M_j}{M_j}\int_j {\rm d}\boldsymbol{r}_{j'}\frac{{\rm d}M_{j'}}{M_{j'}}\frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\,M_j}\frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\,M_{j'}} \\ &\quad\times\left[2\xi^{\rm h}_{i;j'}\xi^{\rm h}_{i';j}+\eta^{\rm h}_{i,i';j,j'}\right]. \end{aligned} \tag{66}$$

By comparison with Eqs. (61)–(62) we can see that many terms have been canceled (Landy & Szalay 1993; Szapudi & Szalay 1998). This confirms that the estimator (56) is more efficient than (48), since its covariance will be smaller.

#### 4.2.1. Low-order terms

In this section we assume that the radial bins $[R_{i,-}, R_{i,+}]$ are restricted to large enough scales to neglect three and four-point correlation functions, as well as products such as $\xi^{\rm h}_{i;j'}\xi^{\rm h}_{i';j}$. We compute these high-order terms in Sect. 4.2.2 and Figs. 15 and 16 show the range where they can be neglected. Along the diagonal, for halos above $10^{14}h^{-1}M_\odot$ this corresponds to the full range $5 < r < 100\ h^{-1}$ Mpc. For lower mass halos, $M > 2\times10^{13}h^{-1}M_\odot$, all scales receive significant contributions from high-order terms, but the low-order terms contribute to about 50% for $r < 15\ h^{-1}$ Mpc. This is sufficient for our purposes in this section, which are to compare the Peebles & Hauser and the Landy & Szalay estimators, the shot-noise and sample-variance effects, and the scalings with survey area and number of subfields. Accurate computation of the covariance matrix requires taking all terms into account, which we do in Sect. 4.2.2.

Thus, in this section we only keep the contributions that are constant or linear over the two-point correlation function $\xi^{\rm h}$ of the objects, and we again assume that the two-point correlation function can be factored as in Eq. (1). Then, as shown in Appendix D, for the Peebles & Hauser estimator we obtain from Eqs. (60)–(62), at this order,

$$\begin{aligned} C_{i,j} &= \delta_{i,j}\frac{2}{(\Delta\Omega)Q_i}(1+\langle\hat{\xi}_i\rangle) + \frac{4}{(\Delta\Omega)Q_iQ_j} \\ &\quad\times\int {\rm d}\chi\,\mathcal{D}^2\overline{n}^3\,\mathcal{V}_i\mathcal{V}_j\left[1+\overline{b}^2\left(\overline{\xi^{(r)}_{i'}}+\overline{\xi^{(r)}_{j'}}+\overline{\xi^{(r)}_{i',j'}}\right)\right] \\ &\quad+\frac{4}{Q_iQ_j}\int {\rm d}\chi\,\mathcal{D}^5\,\overline{b}^2\overline{n}^4\,\mathcal{V}_i\mathcal{V}_j\,\overline{\xi_{\rm cyl}}, \end{aligned} \tag{67}$$

where we introduced

$$\overline{\xi^{(r)}_{i',j'}}(z) = \int_i\frac{{\rm d}\boldsymbol{r}_{i'}}{\mathcal{V}_i}\int_j\frac{{\rm d}\boldsymbol{r}_{j'}}{\mathcal{V}_j}\,\xi(|\boldsymbol{r}_{i'}-\boldsymbol{r}_{j'}|;z). \tag{68}$$

Following the notation explained earlier, below Eq. (62), the comma and the primes in $\overline{\xi^{(r)}_{i',j'}}$ mean that this is a "spherical average", more precisely the average over the two spherical shells $\mathcal{V}_i$ and $\mathcal{V}_j$, in contrast to $\overline{\xi^{(j)}_{\rm con}}$ in Eq. (8), which was a "conical" average within the observational cone. There are two indices, $i'$ and $j'$, because we integrate over the two shells $\mathcal{V}_i$ and $\mathcal{V}_j$, whereas in $\overline{\xi^{(r)}_{i'}}$ of Eq. (54) there was only one index $i'$ because we integrated over a single shell $\mathcal{V}_i$. The Fourier-space expression of Eq. (68), which can be convenient for numerical computations, is given in Eq. (D.10) in Appendix D.

Again, to obtain Eq. (67) we neglected finite-size effects, that is, we did not take the fact into account that close to the boundaries of the survey part of the shell $\mathcal{V}_i$ is not observed. As explained in Appendix B, this only leads to an overestimate of 5% of the signal-to-noise ratio, for a radial bin of $30\,h^{-1}$ Mpc in a circular survey window of 50 deg$^2$. This error decreases for wider surveys or smaller radial bins.

For the Landy & Szalay estimator, at the same order the covariance matrix reads from Eqs. (64)–(66) as

$$\begin{aligned} C^{\rm LS}_{i,j} &= \delta_{i,j}\frac{2}{(\Delta\Omega)Q_i}(1+\langle\hat{\xi}_i\rangle) + \frac{4}{(\Delta\Omega)Q_iQ_j} \\ &\quad\times\int {\rm d}\chi\,\mathcal{D}^2\,\overline{b}^2\,\overline{n}^3\,\mathcal{V}_i\mathcal{V}_j\,\overline{\xi^{(r)}_{i',j'}}. \end{aligned} \tag{69}$$

Again, as compared with Eq. (67) several terms have been canceled. Moreover, at this order only shot-noise terms, whether

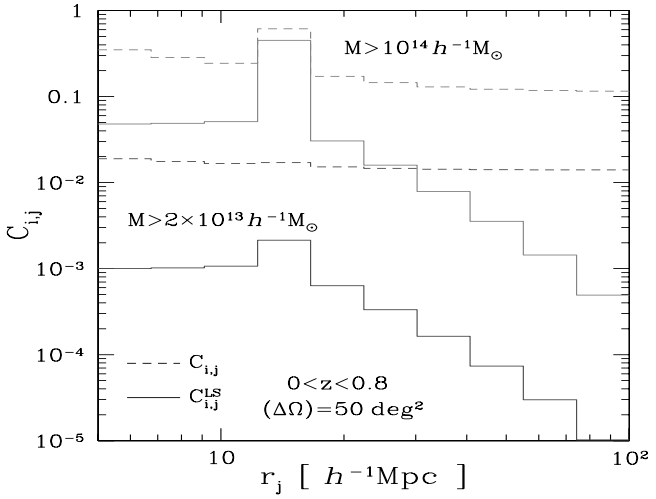



**Fig. 13.** The covariance matrices $C_{i,j}^{\rm LS}$ (solid line) and $C_{i,j}$ (dashed line) of the estimators $\hat{\xi}_i^{\rm LS}$ and $\hat{\xi}_i$, for $i = 4$ associated with the distance bin $12.3 < r < 16.6\ h^{-1}$ Mpc, as a function of $j$. We show the results obtained for halos in the redshift range $0 < z < 0.8$ with an angular window of 50 deg$^2$. Here we only consider the low-order terms given by Eqs. (67) and (69).

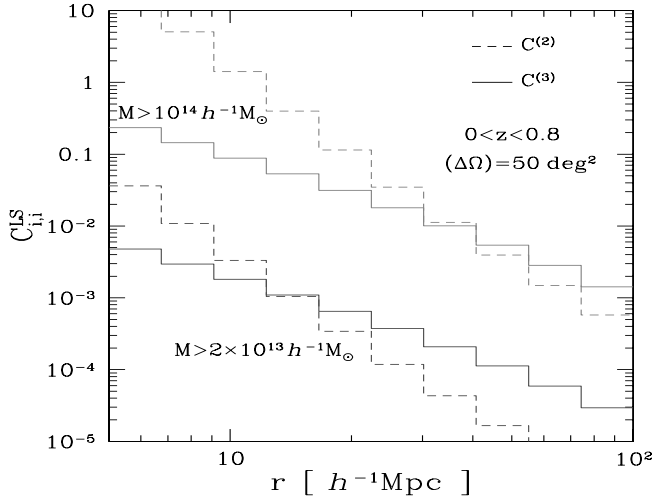



**Fig. 14.** The contributions $C^{(2)}$ and $C^{(3)}$ to the covariance of the Landy & Szalay estimator, along the diagonal $i = j$. As in Fig. 13, we only consider the low-order terms, given by Eq. (69).

coupled to large-scale correlations or not, contribute to the Landy & Szalay covariance (69), as can be seen from the prefactors $1/(\Delta\Omega)$. In contrast, at the same order in the Peebles & Hauser covariance (67), we have two more shot-noise terms (coupled to the large-scale correlations through the means $\overline{\xi_{i'}^{(r)}}$ and $\overline{\xi_{j'}^{(r)}}$) and one additional sample-variance-only contribution (i.e., the last term, without the prefactor $1/(\Delta\Omega)$).

### Comparison of Peebles & Hauser and Landy & Szalay covariance matrices

We show in Fig. 13 one row of the covariance matrices $C_{i,j}$ and $C_{i,j}^{\rm LS}$, as a function of $j$ at fixed $i$. We consider halos in the redshift range $0 < z < 0.8$, for a window of 50 deg$^2$. The covariance is larger for the case of higher mass threshold. In agreement with Eqs. (67) and (69) and with standard results (Kerscher et al. 2000), the covariance of the Landy & Szalay estimator (55) is smaller than for the Peebles & Hauser estimator (47), especially for the lower mass threshold (the higher mass threshold case being more dominated by the common shot-noise contribution (64)).

As shown by Fig. 13, another advantage of the Landy & Szalay estimator is that its covariance matrix is much more diagonal than for the Peebles & Hauser estimator. This can be checked by comparing the left and middle panels of Fig. 19, where we show the correlation matrices $\mathcal{R}_{i,j}$ defined as in Eq. (46), but where we include all shot-noise and sample-variance contributions of Eqs. (67) and (69).

### Comparison of sample-variance and shot-noise effects

We compare in Fig. 14 the contributions $C^{(2)}$ (first term in Eq. (69)) and $C^{(3)}$ (second term in Eq. (69)), again keeping only these low-order terms. We consider the same survey properties as in Fig. 13 but plot these contributions along the diagonal, $i = j$. Let us recall that both contributions $C^{(2)}$ and $C^{(3)}$ are shot-noise contributions (i.e., they arise from the discreteness of the halo distribution). However, they also involve the underlying large-scale correlations, as apparent through the factors $\xi$. In particular, $C^{(3)}$, which arises from a single pair identification, vanishes if there are no large-scale correlations, whereas $C^{(2)}$, which arises from two pair identifications, remains nonzero if $\xi = 0$ (the term associated with the factor 1 is thus a "pure shot-noise" contribution). Therefore, by comparing $C^{(2)}$ and $C^{(3)}$ we can assess the relative importance of shot-noise and sample-variance effects, $C^{(2)}$ involving an extra degree of shot noise (one more pair identification). As expected, $C^{(2)}$ is dominant for small distance bins, which correspond to small volumes, $\mathcal{V}_i \propto r^3$, and contain few halos. It also remains dominant up to larger scales in the case of more massive halos, which are rarer. Since the contribution $C^{(2)}$ is diagonal, as shown by the Kronecker prefactor in Eq. (67), it implies that covariance matrices are more strongly diagonal for high-mass halos, as can be checked in Fig. 19 where we show the correlation matrices $\mathcal{R}_{i,j}$ of small (upper row) and large (lower row) halos.

### Scalings with survey area and number of subfields

As in Sect. 3.2.1, we consider the dependence of the signal-to-noise ratio on the total survey area $\Delta\Omega$ and on the number $\mathcal{N}$ of subfields. Thus, we define the estimator $\hat{\xi}_i^{\rm LS,tot}$ as the mean of the estimators $\hat{\xi}_i^{\rm LS,(\alpha)}$ of Eq. (56) of the subfields,

$$\hat{\xi}_i^{\rm LS,tot} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{\alpha=1}^{\mathcal{N}} \hat{\xi}_i^{\rm LS,(\alpha)}. \tag{70}$$

Of course, the expectation value is independent of $(\Delta\Omega)$ and $\mathcal{N}$,

$$\langle \hat{\xi}_i^{\rm LS,tot} \rangle = \langle \hat{\xi}_i^{\rm LS,(\alpha)} \rangle \text{ is independent of } (\Delta\Omega) \text{ and } \mathcal{N}. \tag{71}$$

From Eq. (50) we can check that $Q_i^{(\alpha)}$ does not depend on $(\Delta\Omega)$ nor $\mathcal{N}$, so that for each subfield $\alpha$, of area $(\Delta\Omega)/\mathcal{N}$, the covariance (69) scales as

$$C_{i,j}^{\rm LS,(\alpha)} \propto \frac{\mathcal{N}}{(\Delta\Omega)}. \tag{72}$$

Both terms in Eq. (69) scale in the same fashion, so that the structure of the covariance matrix does not change with $(\Delta\Omega)$ nor

$\mathcal{N}$ (i.e. it does not become more or less diagonal), if we neglect boundary effects. Then, the covariance matrix of the averaged estimator (70) scales as

$$C_{i,j}^{\rm LS,tot} = \frac{1}{\mathcal{N}} C_{i,j}^{\rm LS,(\alpha)} \propto \frac{1}{(\Delta\Omega)}, \tag{73}$$

so that the signal-to-noise ratio scales as

$$\frac{S}{N} = \frac{\langle \hat{\xi}_i^{\rm LS,tot} \rangle}{\sqrt{C_{i,j}^{\rm LS,tot}}} \propto \sqrt{(\Delta\Omega)}. \tag{74}$$

Therefore, a single wide-field survey and a combination of several independent smaller surveys, with the same total area, show the same efficiency. This is because both terms in Eq. (69) scale in the same way with the survey geometry, as $1/(\Delta\Omega)$, because the sample-variance effects involved in these mixed contributions arise from the correlation between objects separated by a distance $r < R_{i,+} + R_{j,+}$, independently of the angular size of the survey. This is different from the sample-variance contribution (27) to the covariance of the number counts, which explicitly depends on the large-scale correlation over the survey angular size $\theta_{\rm s}$, see Eq. (13), because it arises from the correlation between objects located at any position in the survey cone. Of course, result (74) only applies to small length scales, $R_{i,+} + R_{j,+} \ll \mathcal{D}\theta_{\rm s}$, where it is legitimate to neglect finite-size effects. For long wavelengths a wider survey is clearly more efficient, and the only possible choice for scales that are close to the larger survey diameter.

#### 4.2.2. High-order terms for the covariance of $\hat{\xi}^{\rm LS}$

We now estimate the high-order terms for the covariance $C_{i,j}^{\rm LS}$ of the Landy & Szalay estimator $\hat{\xi}_i^{\rm LS}$ that we neglected in Eq. (69), where we only kept terms of order zero or one over the two-point correlation function. To evaluate the contributions associated with the factors $\zeta^{\rm h}_{i,i',j'}$ in Eq. (65) and $\eta^{\rm h}_{i,i';j,j'}$ in Eq. (66), we use the model for the three- and four-point halo correlation functions described in Sect. 2.1.2. Then, as shown in Appendix F, the contribution associated with the product $\xi^{\rm h}_{i;j'}\xi^{\rm h}_{i';j}$ in Eq. (66) is given by

$$C_{i,j}^{\rm LS(\xi\xi)} = \frac{2}{Q_i Q_j} \int {\rm d}\chi\, \mathcal{D}^5\, \overline{b}^4\, \overline{n}^4\, \mathcal{V}_i \mathcal{V}_j\, \overline{\xi^{(r)}_{i;j'} \xi^{(r)}_{i';j}}, \tag{75}$$

the term $\zeta^{\rm h}_{i,i',j'}$ of Eq. (65) yields

$$C_{i,j}^{\rm LS(\zeta)} = \frac{4}{(\Delta\Omega) Q_i Q_j} \int {\rm d}\chi\, \mathcal{D}^2\, \overline{b}^3\, \overline{n}^3\, \mathcal{V}_i \mathcal{V}_j\, \frac{S_3}{3} \times \left[ \overline{\xi^{(r)}_{i'}} \times \overline{\xi^{(r)}_{j'}} + \overline{\xi^{(r)}_{i',i} \xi^{(r)}_{i',j'}} + \overline{\xi^{(r)}_{j',i} \xi^{(r)}_{j',i'}} \right], \tag{76}$$

and the term $\eta^{\rm h}_{i,i';j,j'}$ of Eq. (66) gives

$$C_{i,j}^{\rm LS(\eta)} = \frac{2}{Q_i Q_j} \int {\rm d}\chi\, \mathcal{D}^5\, \overline{b}^4\, \overline{n}^4\, \mathcal{V}_i \mathcal{V}_j\, \frac{S_4}{16} \left[ \overline{\xi^{(r)}_{i'}} \times \overline{\xi_{i;j} \xi^{(r)}_{i;j'}} + \overline{\xi^{(r)}_{j'}} \times \overline{\xi_{i;j} \xi^{(r)}_{j;i'}} + 2\, \overline{\xi^{(r)}_{i'}} \times \overline{\xi^{(r)}_{j'}} \times \overline{\xi_{\rm cyl}} + 2\, \overline{\xi^{(r)}_{j';i} \xi_{i;j} \xi^{(r)}_{j;i'}} + \overline{\xi^{(r)}_{j';i} \xi^{(r)}_{i,i'} \xi^{(r)}_{i';j}} + \overline{\xi^{(r)}_{i';j} \xi^{(r)}_{j,j'} \xi^{(r)}_{j';i}} \right] \tag{77}$$

where the various factors are given in Appendix F, and we used for Eqs. (76)–(77) the "hierarchical clustering ansatz", described in Figs. 1 and 2 and given by Eqs. (4) and (6).

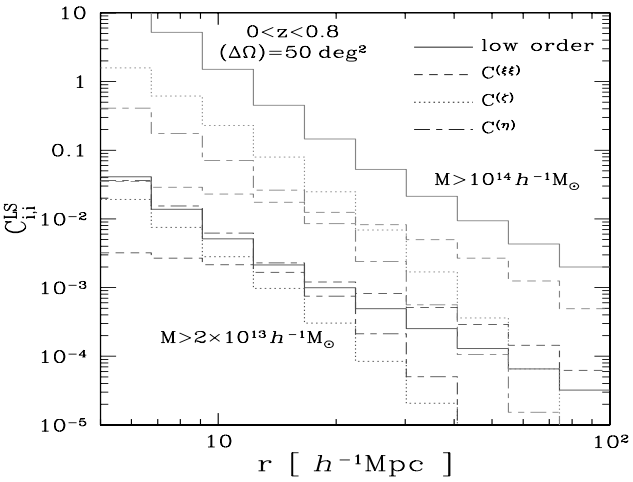



**Fig. 15.** The low- and high-order contributions to the covariance matrix $C_{i,j}^{\rm LS}$ along its diagonal. We again consider halos in the redshift range $0 < z < 0.8$, with an angular window of 50 deg$^2$, above two mass thresholds.

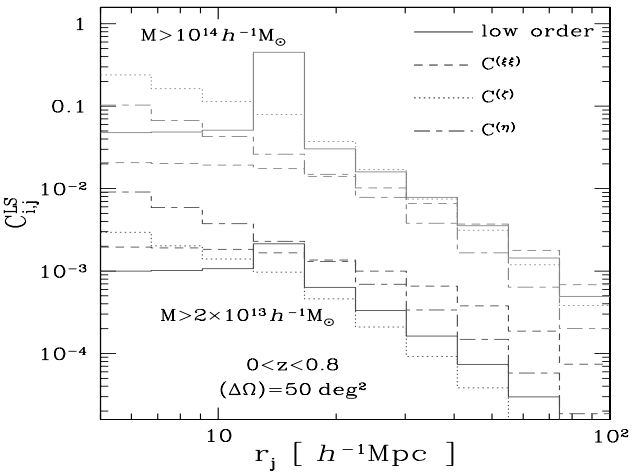



**Fig. 16.** The low- and high-order contributions to the covariance matrix $C_{i,j}^{\rm LS}$, as in Fig. 15, but along one row. This corresponds to the fixed bin $i = 4$, associated with the distance bin $12.3 < r < 16.6\ h^{-1}$ Mpc, as a function of $j$.

The terms $C_{i,j}^{\rm LS(\xi\xi)}$ and $C_{i,j}^{\rm LS(\eta)}$ are "pure sample-variance" contributions. Thus, there is no prefactor $1/(\Delta\Omega)$ and they involve large-scale correlations among four halos, $i, i', j, j'$. The term $C_{i,j}^{\rm LS(\zeta)}$ is a coupled shot-noise and sample-variance contribution, as shown by the prefactor $1/(\Delta\Omega)$ and the fact that it involves large-scale correlations among three halos, $i, i', j'$. (The discreteness of the halo distribution has led to the identification $i = j$, i.e. a shot-noise effect, which leaves three distinct halos.)

We compare in Figs. 15 and 16 the low-order contributions (69) with these high-order contributions (75)–(77). We can see that the latter can be non-negligible on these scales, $5 < r < 100\ h^{-1}$ Mpc. Along the diagonal, $i = j$, shown in Fig. 15, they are always significantly smaller than the low-order contribution (which includes both sample-variance and shot-noise effects) for massive halos, $M > 10^{14}\ h^{-1}\ M_\odot$, but are close to it or larger for $M > 2 \times 10^{13}\ h^{-1}\ M_\odot$. On large scales the main high-order contribution is the term (75), associated with a product $\xi\xi$, while the terms (76) and (77), associated with the three- and four-point

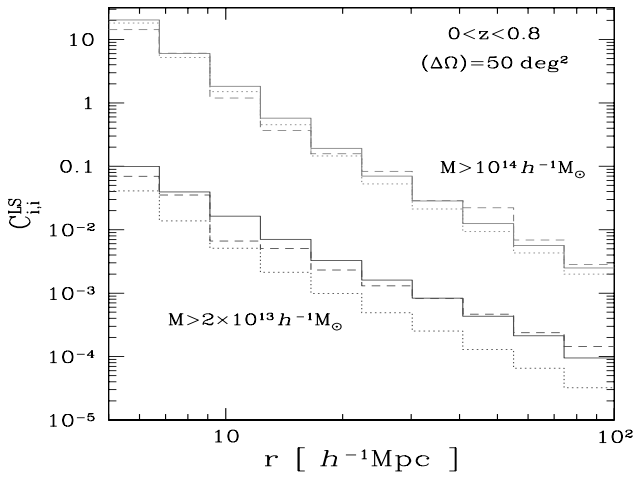



**Fig. 17.** The covariance matrix $C^{\rm LS}_{i,j}$ of the Landy & Szalay estimator, along the diagonal $i = j$. We show our analytical results including all contributions (solid lines) or only low-order terms (dotted lines), and results from numerical simulations (dashed lines).

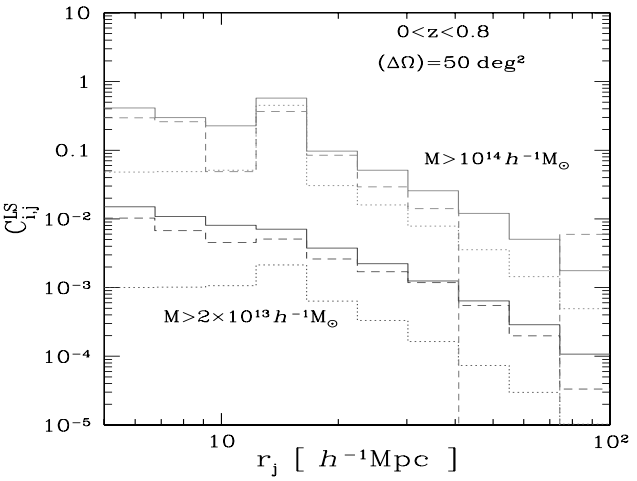



**Fig. 18.** The covariance matrix $C^{\rm LS}_{i,j}$, as in Fig. 17, but along one row. This corresponds to the fixed bin $i = 4$, associated with the distance bin $12.3 < r < 16.6\,h^{-1}$ Mpc, as a function of $j$.

correlation functions, dominate on small scales. Indeed, the former does not increase much on small scales, whereas the latter are very sensitive to the smoothing scales $R_i$ and $R_j$ and show a steep growth on small scales, even though formally $\zeta$ is also of order $\xi\xi$ within the model (4). This is because the term (75) involves the product of two correlations between two distinct lines of sight, as seen in Eq. (66), so that each $\xi$ is averaged along the radial direction, while the term (76), which arises from one shot-noise contraction that has removed one line-of-sight integration, involves the product of two correlations between a central point and two points at distances $R_i$ and $R_j$, as seen in Eq. (65).

As seen in Fig. 16, at fixed $i$ the relative importance of these high-order contributions to $C^{\rm LS}_{i,j}$ increases as the bin $j$ shifts to smaller scales. Again, we can see that among these contributions the "$\xi\xi$" term (75) dominates on large scales and saturates on small scales, while the "$\zeta$" and "$\eta$" terms (76) and (77) dominate on small scales and strongly depend on the smoothing scales.

That high-order contributions can become dominant as one of the bins $i$ and $j$ shifts to small scales agrees with expectations, as one probes deeper into the nonlinear regime where three- and four-point correlation functions become important, and with some previous studies (Meiksin & White 1999; Scoccimarro et al. 1999). This implies that the covariance matrix is less diagonal once we take these contributions into account, and it decreases the number of effectively independent modes. This can be checked in Fig. 19, where we show the correlation matrices $\mathcal{R}^{\rm LS}_{i,j}$ without (middle panels) and with (right panels) these high-order contributions, for the mass thresholds $M > 2{\times}10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$ and $M > 10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$. Therefore, for survey characteristics such as those of Figs. 15, 16, it is necessary to include high-order contributions to the covariance matrix of two-point estimators for moderate-mass halos that are not dominated by shot-noise effects.

### 4.2.3. Comparison with numerical simulations

We display in Fig. 17 the covariance matrix $C^{\rm LS}_{i,j}$ of the Landy & Szalay estimator, along its diagonal. We show our results obtained when we include the high-order contributions of Sect. 4.2.2, see Eqs. (75)–(77), and when we only take the low-order terms of Eq. (69) into account. We obtain a good match to the numerical simulations, especially on the largest scales, which are also more reliable. In particular, we recover the strong dependence on radius and halo mass. We can see that, for moderate-mass halos, $M > 2 \times 10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$, the high-order contributions are not negligible (because the low-order shot-noise contribution is relatively smaller).

We show the same covariance matrix along its fourth row in Fig. 18. The results from the numerical simulations are somewhat noisy, especially for the rare massive halos at low radii. However, where they are reliable they show reasonably good agreement with our analytical results. In agreement with Sect. 4.2.2, it is clear that, even more than along the diagonal, the high-order contributions of Eqs. (75)–(77) cannot be neglected in order to obtain a good estimate of the off-diagonal terms of the covariance matrix (see also Fig. 19).

### 4.2.4. Correlation matrices

We show in Fig. 19 the correlation matrices, defined as in Eq. (46) but for the full covariance matrix $C_{ij}$ of the halo correlation. (Although $\mathcal{R}_{i,j}$ is a discrete $10 \times 10$ matrix, it is still possible to draw a contour plot by interpolation. This gives clear figures that are easier to read than a density plot where each cell is colored with a level of gray that depends on the entry $\mathcal{R}_{i,j}$.)

The left and middle panels of Fig. 19 clearly show the strong improvement associated with the use of the Landy & Szalay estimator in place of the Peebles & Hauser estimator. In agreement with Fig. 14 and the discussion in Sect. 4.2.1, the correlation matrix is more diagonal for massive halos, where the diagonal shot-noise contribution $C^{(2)}$ of Eq. (60) is more important. Indeed, shot-noise effects become dominant for rare objects. For the same reason, high-order contributions to the covariance matrix, which are due to sample-variance effects, are more important for low-mass halos, as shown by the comparison between the middle and right panels. The slope of the contour lines in the right panels, especially in the low-mass case, shows that high-order terms are more important on small scales and also increase the correlation between small and large scales while making the matrix less diagonal.

Thus, for low-mass halos there are rather strong correlations between all scales in the range $5 < r < 100\,h^{-1}$ Mpc, and to

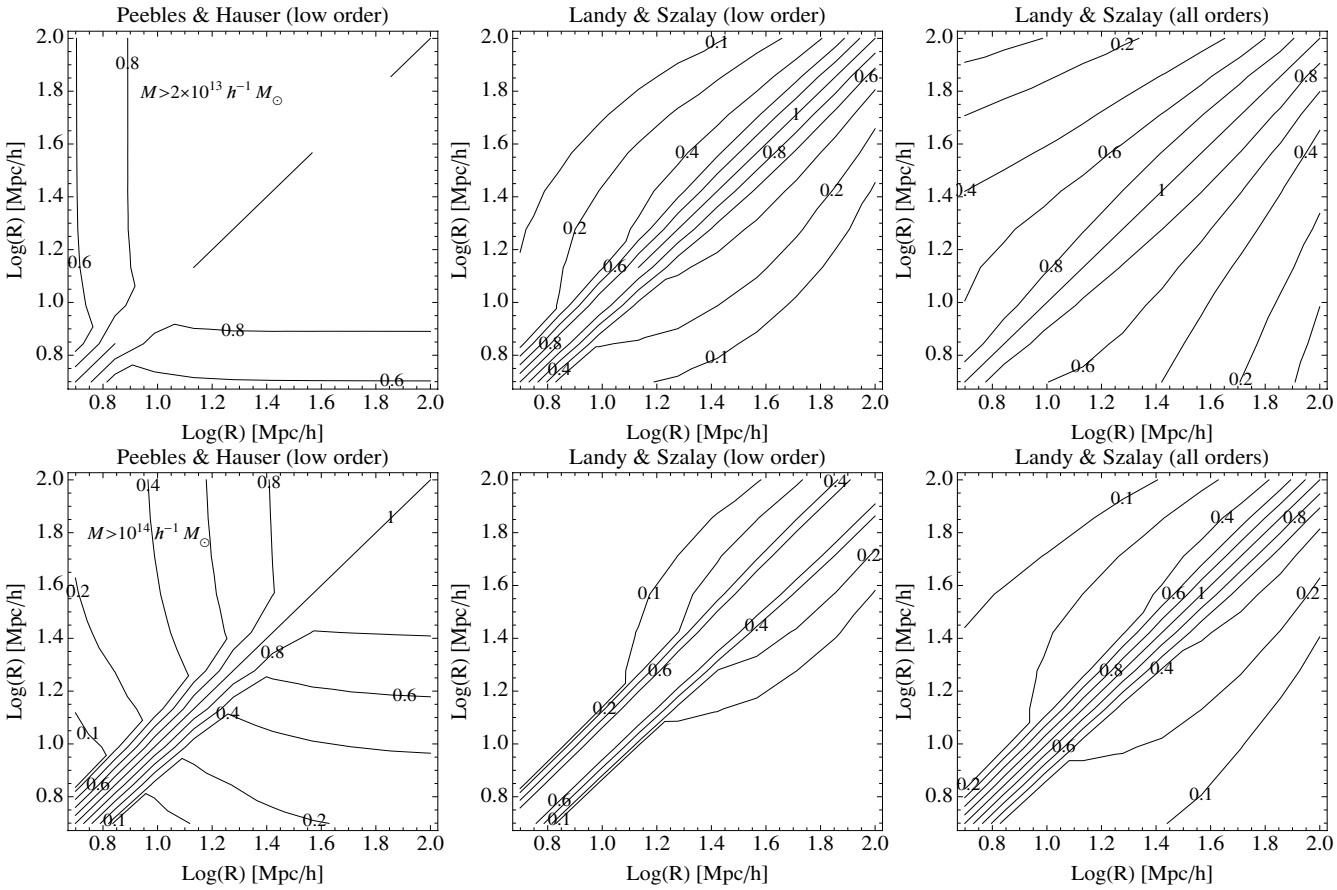



**Fig. 19.** Contour plots for the correlation matrix $\mathcal{R}_{i,j}$, defined as in Eq. (46) but for the full covariance matrix $C_{ij}$ of the halo correlation. There are ten distance bins, over $5 < r < 100\ h^{-1}$ Mpc, equally spaced in $\log(r)$, as in previous figures. We consider halos in the redshift range $0 < z < 0.8$, within an angular window of 50 deg$^2$, above the mass thresholds $M > 2 \times 10^{13}\ h^{-1}\ M_\odot$ in the *upper row*, and $M > 10^{14}\ h^{-1}\ M_\odot$ in the *lower row*. *Left panels*: low-order contributions (67) for the Peebles & Hauser estimator. *Middle panels*: low-order contributions (69) for the Landy & Szalay estimator. *Right panels*: full correlation matrix, including the high-order contributions of Eqs. (75)–(77), for the Landy & Szalay estimator.

obtain accurate estimates of error bars on cosmological parameters it is necessary to take off-diagonal entries and high-order contributions to the covariance matrix into account.

## 5. Angular correlation function

In the previous section we considered the real-space 3D correlation function, which requires knowledge of the radial position of the halos (or more generally of the objects of interest). If this information is not available (e.g., redshift estimates are too noisy or distance measures are highly contaminated by redshift-space distortions), it is still possible to derive some constraints on cosmology from the angular distribution of the objects on the sky (Peebles 1980; Eisenstein & Zaldarriaga 2001; Maller et al. 2005). Therefore, in this section we apply the formalism developed in Sect. 4 to the angular two-point correlation function $w(\theta)$.

### 5.1. Mean correlation

#### 5.1.1. Peebles & Hauser estimator

As in Sect. 3.2.2, we write the observed number density of objects on the sky as $\hat{N}(\mathbf{\Omega})$, but we omit the index $i$ of Eq. (40) since we consider a single redshift bin. As in Sect. 4, the width $\Delta z$ is not necessarily small and may cover the whole redshift range of the survey. Then, using notations that are similar to Eq. (48), we can write the Peebles & Hauser estimator $\hat{w}_i$ as

$$1 + \hat{w}_i = \frac{1}{Q_i} \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}{(\Delta\Omega)}\, \hat{N}(\mathbf{\Omega}) \int_{\theta_{i,-}}^{\theta_{i,+}} \mathrm{d}\boldsymbol{\theta}'\, \hat{N}(\mathbf{\Omega}'), \tag{78}$$

with

$$Q_i = \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}{(\Delta\Omega)}\, \overline{N}(\mathbf{\Omega}) \int_{\theta_{i,-}}^{\theta_{i,+}} \mathrm{d}\boldsymbol{\theta}'\, \overline{N}(\mathbf{\Omega}'), \tag{79}$$

where $\overline{N}(\mathbf{\Omega})$ is the mean angular number density on the direction $\mathbf{\Omega}$, given by

$$\overline{N} = \int \mathrm{d}\chi\, \mathcal{D}^2\, \overline{n}(z) = \int \mathrm{d}\chi\, \mathcal{D}^2 \int \frac{\mathrm{d}M}{M}\, \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M}(M, z). \tag{80}$$

Here we used Eq. (18), and we assumed that the sky coverage is the same over the survey window ($\Delta\Omega$), so that $\overline{N}(\mathbf{\Omega})$ is actually a constant that does not depend on $\mathbf{\Omega}$ (but the formalism is readily extended to the more general case where we add a filter that depends on $\mathbf{\Omega}$).

Here and in the following, the index $i$ of Eqs. (78), (79) refers to the angular bin $[\theta_{i,-}, \theta_{i,+}]$, over which we estimate the angular correlation $w(\theta)$. Again, we denote with unprimed letters the quantities associated with the first object, such as its position $\mathbf{\Omega}$ on the sky, and with primed letters the quantities associated with

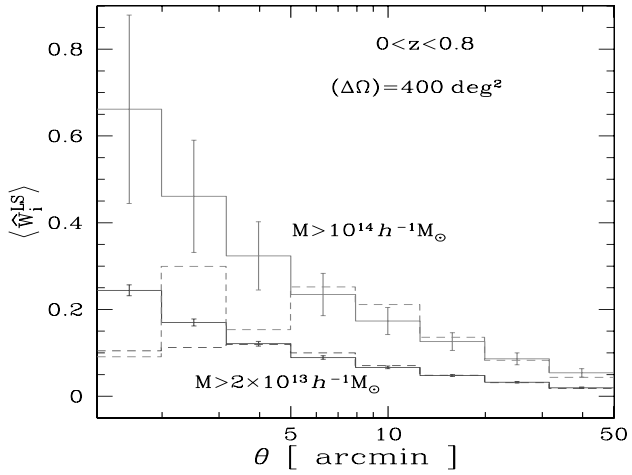



**Fig. 20.** The mean angular correlation, $\langle \hat{w}_i^{\rm LS} \rangle$, over eight angular bins within $1.25 < \theta < 50$ arcmin, equally spaced in $\log(\theta)$. We compare our analytical results (solid lines) with numerical simulations (dashed lines).

the neighbor at distance $\theta'$, such as its position $\mathbf{\Omega}'$. We use the flat-sky and Limber's approximations, which are typically valid for angular radii below 10 deg, as seen in Fig. 10.

The quantity $Q_i$ introduced in Eq. (79) can be written as

$$Q_i = \mathcal{A}_i \, \overline{N}^2, \tag{81}$$

using that $\overline{N}$ defined in Eq. (80) does not depend on $\mathbf{\Omega}$ in our case, and $\mathcal{A}_i$ is the area of the $i$-ring,

$$\mathcal{A}_i = \pi(\theta_{i,+}^2 - \theta_{i,-}^2). \tag{82}$$

Then, we proceed as in Sect. 4. Substituting the observed 3D number density $\mathrm{d}\hat{n}/\mathrm{d}\ln M$ as in Eq. (17), introducing the halo two-point correlation $\xi^{\rm h}$ when we take the average as in Eq. (52), and using the factorization (1), we obtain

$$\langle \hat{w}_i \rangle = \frac{1}{\overline{N}^2} \int \mathrm{d}\chi \, \mathcal{D}^5 \, \overline{b}^2 \, \overline{n}^2 \, \overline{\xi_{i'}^{(\theta)}}(z), \tag{83}$$

with

$$\overline{\xi_{i'}^{(\theta)}}(z) = \int_i \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}'}{\mathcal{A}_i} \int \frac{\mathrm{d}\chi'}{\mathcal{D}} \, \xi(r'; z). \tag{84}$$

The superscript "$(\theta)$" recalls that Eq. (84) is an average over the angular ring $\mathcal{A}_i$, instead of the 3D spherical shell $\mathcal{V}_i$ of Eq. (54). The prime in the subscript "$i'$" also recalls that we integrate over a neighboring point $\boldsymbol{\theta}'$, with respect to a given point $(\chi, \mathcal{D}\mathbf{\Omega})$ of the observational cone. However, because the two points are only close in the 2D angular space (i.e., in the $i$-ring), we also integrate over the longitudinal coordinate $\chi'$ along the full line of sight in Eq. (84).

Explicit expressions for $\overline{\xi_{i'}^{(\theta)}}(z)$ are given in Appendix G. In contrast to the number counts studied in Sect. 3, where, for large angles above a few degrees, it is necessary to go beyond Limber's approximation, as found in Figs. 9 and 10, for our study of the angular correlation function Limber's approximation is sufficient because we consider much smaller angular scales of a few arcmin.

#### 5.1.2. Landy & Szalay estimator

As in Sect. 4.1.2, the measure of the angular correlation can be made more accurate by using the Landy & Szalay estimator instead of the Peebles & Hauser estimator (78) (Landy & Szalay 1993; Szapudi & Szalay 1998). As in Eq. (56), this reads as

$$\hat{w}_i^{\rm LS} = \frac{1}{Q_i} \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}{(\Delta\Omega)} \hat{N}(\mathbf{\Omega}) \int \mathrm{d}\boldsymbol{\theta}' \, \hat{N}(\mathbf{\Omega}') - \frac{2}{Q_i} \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}{(\Delta\Omega)} \hat{N}(\mathbf{\Omega}) \int \mathrm{d}\boldsymbol{\theta}' \, \overline{N}(\mathbf{\Omega}') + 1, \tag{85}$$

and we can check that its mean is again equal to the average (83).

#### 5.1.3. Comparison with simulations

We compare in Fig. 20 the mean correlation (83) with results from numerical simulations. The error bars are the $3-\sigma$ statistical errors obtained from the covariance matrices derived in Sect. 5.2.2 for 41 fields of 400 deg$^2$ as used in the simulations. Above 5 arcmin we obtain a good match between our results and the numerical simulations. This could be expected from Sect. 4 since the angular correlation is a projection of the 3D correlation. On lower angular scales the discrepancy may be due to the finite size of the clusters. This implies that $\xi^{\rm h} = -1$ at distances below the sum of the two cluster radii (exclusion effect), but we have not included this effect in our bias model (1). Since a typical cluster at $z = 0.5$ (with a size of 1 $h^{-1}$ Mpc) corresponds to an angle of ∼2.5 arcmin and projection effects are rare (since clusters are rare objects with a surface density ∼10 deg$^{-2}$), this exclusion effect indeed occurs at $\theta \lesssim 5$ arcmin and appears at slightly larger angles for more massive halos. This explains the behavior found on these scales in Fig. 20.

### 5.2. Covariance matrices for the halo angular correlation

The covariance matrices of the estimators $\hat{w}_i$ and $\hat{w}_i^{\rm LS}$ can be computed following the procedure used in Sect. 4 for the 3D correlation. Denoting again the covariance matrices as $C_{i,j}$ and $C_{i,j}^{\rm LS}$, they decompose as in Eq. (59),

$$C_{i,j} = C_{i,j}^{(2)} + C_{i,j}^{(3)} + C_{i,j}^{(4)}, \tag{86}$$

where $C_{i,j}^{(4)}$ is a pure sample-variance contribution, whereas $C_{i,j}^{(2)}$ and $C_{i,j}^{(3)}$ are shot-noise contributions that arise when either one pair or two pairs of objects are identified. Again, the contributions $C_{i,j}^{(2)}$ and $C_{i,j}^{(3)}$ also involve the two-point and three-point correlations; i.e., they contain terms that couple discreteness effects with large-scale density correlations.

For the Peebles & Hauser estimator (78) we obtain, as in Eqs. (60)–(62),

$$C_{i,j}^{(2)} = \delta_{i,j} \frac{2}{(\Delta\Omega) Q_i^2} \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)} \mathrm{d}\chi_i \, \mathcal{D}_i^2 \frac{\mathrm{d}M_i}{M_i} \int \mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{i'} \mathrm{d}\chi_{i'} \mathcal{D}_{i'}^2 \frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}} \times \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_i} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_i'} \left[1 + \xi_{i,i'}^{\rm h}\right], \tag{87}$$

$$C^{(3)}_{i,j} = \frac{4}{(\Delta\Omega)Q_iQ_j}\int\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\mathrm{d}\chi_i\,\mathcal{D}_i^2\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\int\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{i'}\mathrm{d}\chi_{i'}\mathcal{D}_{i'}^2\frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}} \times\int\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{j'}\mathrm{d}\chi_{j'}\mathcal{D}_{j'}^2\frac{\mathrm{d}M_{j'}}{M_{j'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_i}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{i'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{j'}} \times\left[1+\xi^{\rm h}_{i,i'}+\xi^{\rm h}_{i,j'}+\xi^{\rm h}_{i',j'}+\zeta^{\rm h}_{i,i',j'}\right], \quad (88)$$

$$C^{(4)}_{i,j} = \frac{1}{Q_iQ_j}\int\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\mathrm{d}\chi_i\,\mathcal{D}_i^2\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{i'}\mathrm{d}\chi_{i'}\mathcal{D}_{i'}^2\frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_i} \times\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{i'}}\int\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)}\mathrm{d}\chi_j\,\mathcal{D}_j^2\frac{\mathrm{d}M_j}{M_j}\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{j'}\mathrm{d}\chi_{j'}\mathcal{D}_{j'}^2\frac{\mathrm{d}M_{j'}}{M_{j'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_j} \times\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M'_j}\left[4\xi^{\rm h}_{i;j}+2\zeta^{\rm h}_{i;j,j'}+2\zeta^{\rm h}_{i,i';j}+2\xi^{\rm h}_{i;j'}\xi^{\rm h}_{i';j}+\eta^{\rm h}_{i,i';j,j'}\right]. \quad (89)$$

For the Landy & Szalay estimator (85) only a few of these terms remain, as in Eqs. (64)–(66), and we obtain

$$C^{\rm LS(2)}_{i,j} = C^{(2)}_{i,j}, \quad (90)$$

$$C^{\rm LS(3)}_{i,j} = \frac{4}{(\Delta\Omega)Q_iQ_j}\int\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\mathrm{d}\chi_i\,\mathcal{D}_i^2\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\int\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{i'}\mathrm{d}\chi_{i'}\mathcal{D}_{i'}^2\frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}} \times\int\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{j'}\mathrm{d}\chi_{j'}\mathcal{D}_{j'}^2\frac{\mathrm{d}M_{j'}}{M_{j'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_i}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{i'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{j'}} \times\left[\xi^{\rm h}_{i',j'}+\zeta^{\rm h}_{i,i',j'}\right], \quad (91)$$

$$C^{\rm LS(4)}_{i,j} = \frac{1}{Q_iQ_j}\int\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\mathrm{d}\chi_i\,\mathcal{D}_i^2\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}'_i\mathrm{d}\chi'_i\mathcal{D}_i'^2\frac{\mathrm{d}M'_i}{M'_i}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_i} \times\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M'_i}\int\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)}\mathrm{d}\chi_j\,\mathcal{D}_j^2\frac{\mathrm{d}M_j}{M_j}\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}'_j\mathrm{d}\chi'_j\mathcal{D}_j'^2\frac{\mathrm{d}M'_j}{M'_j}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_j} \times\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M'_j}\left[2\xi^{\rm h}_{i;j'}\xi^{\rm h}_{i';j}+\eta^{\rm h}_{i,i';j,j'}\right], \quad (92)$$

see also Szapudi (2001), and Bernstein (1994) who considers (up to order $\overline{n}^{-2}$ over the inverse of the mean density) the additional terms associated with fluctuations of the denominator in the estimator (55), when the latter is normalized to the number counts in the same field.

#### 5.2.1. Low-order terms

Keeping only the contributions that are constant or linear over the two-point halo correlation $\xi^{\rm h}$, as in Eqs. (67) and (69), we obtain

$$C_{i,j} = \delta_{i,j}\frac{2}{(\Delta\Omega)Q_i}[1+\langle\hat{w}_i\rangle]+\frac{4}{(\Delta\Omega)\overline{N}}+\frac{4}{(\Delta\Omega)\overline{N}^3} \times\int\mathrm{d}\chi\,\mathcal{D}^5\,\overline{b}^2\,\overline{n}^2\left[\overline{\xi^{(\theta)}_{i'}}+\overline{\xi^{(\theta)}_{j'}}+\overline{\xi^{(\theta)}_{i',j'}}\right] +\frac{4}{\overline{N}^2}\int\mathrm{d}\chi\,\mathcal{D}^5\,\overline{b}^2\,\overline{n}^2\,\overline{\xi_{\rm cyl}}, \quad (93)$$

and

$$C^{\rm LS}_{i,j} = \delta_{i,j}\frac{2[1+\langle\hat{w}_i\rangle]}{(\Delta\Omega)Q_i}+\frac{4}{(\Delta\Omega)\overline{N}^3}\int\mathrm{d}\chi\,\mathcal{D}^5\,\overline{b}^2\,\overline{n}^2\,\overline{\xi^{(\theta)}_{i',j'}} \quad (94)$$

where, in a fashion similar to Eq. (68), we introduced the average

$$\overline{\xi^{(\theta)}_{i',j'}}(z) = \int_i\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{i'}}{\mathcal{A}_i}\int_j\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{j'}}{\mathcal{A}_j}\int\frac{\mathrm{d}\chi_{j'}}{\mathcal{D}}\,\xi(|\boldsymbol{x}_{i'}-\boldsymbol{x}_{j'}|;z). \quad (95)$$

The Fourier-space expression of Eq. (95) is given in Eq. (H.1).

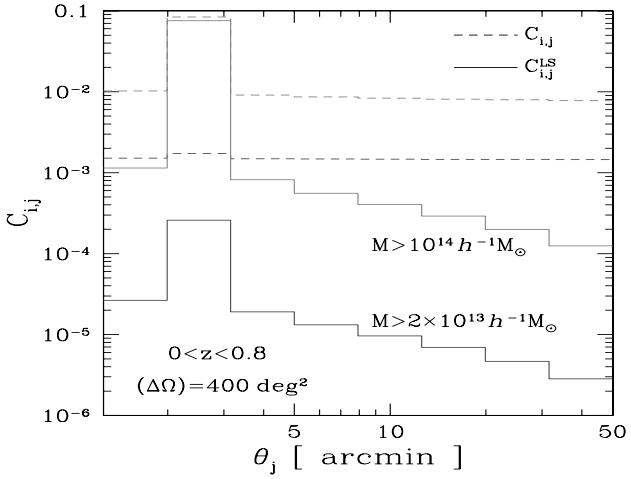



**Fig. 21.** The covariance matrices $C^{\rm LS}_{i,j}$ (solid line) and $C_{i,j}$ (dashed line) of the estimators $\hat{w}^{\rm LS}_i$ and $\hat{w}_i$, for $i = 2$ associated with the angular bin $2 < \theta < 3.2$ arcmin, as a function of $j$. We show the results obtained for halos in the redshift range $0 < z < 0.8$, with an angular window of 400 deg$^2$, above the mass thresholds $M_* = 2\times10^{13}$ and $10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$, from bottom to top. Here we only consider the low-order contributions, given by Eqs. (93) and (94).

#### Comparison of Peebles & Hauser and Landy & Szalay covariance matrices

We compare in Fig. 21 the covariances matrices (93) and (94) as a function of $j$ at fixed $i$. As in Fig. 20, we consider halos in the redshift range $0 < z < 0.8$ in a survey of area 400 deg$^2$. As was the case for the 3D real-space correlation $\xi$ shown in Fig. 13, and in agreement with previous works (Kerscher et al. 2000), the covariance is much smaller and more diagonal for the Landy & Szalay estimator (85) than for the Peebles & Hauser estimator (78). This can also be clearly seen from the comparison of the left and middle panels of Fig. 27, where we show the correlation matrices associated with Eqs. (93) and (94).

#### Comparison of sample-variance and shot-noise effects

Next, we compare in Fig. 22 the contributions $C^{(2)}$ (first term in Eq. (94)) and $C^{(3)}$ (second term in Eq. (94)), again keeping only these low-order terms of the covariance of the Landy & Szalay estimator. As compared with $C^{(3)}$, $C^{(2)}$ involves an extra degree of shot noise (one more pair identification). Taking only these low-order terms into account, the covariance is dominated by $C^{(2)}$ (whence shot-noise effects are dominant) below 10 arcmin for halos above $M_* = 2\times10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$, and below 50 arcmin for halos above $M_* = 10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$. As for the 3D correlation, shot-noise effects dominate up to larger scales for more massive and rare halos, and this also implies that their covariance matrix is more strongly diagonal.

#### 5.2.2. High-order terms

At small angular separations, the high-order terms in Eqs. (91) and (92), associated with the product $\xi\xi$ and the three- and four-point correlations $\zeta$ and $\eta$, are not negligible. As in Sect. 4.2.2 and in Bernstein (1994), to estimate these high-order correlations we use the "hierarchical clustering ansatz" shown in Figs. 1

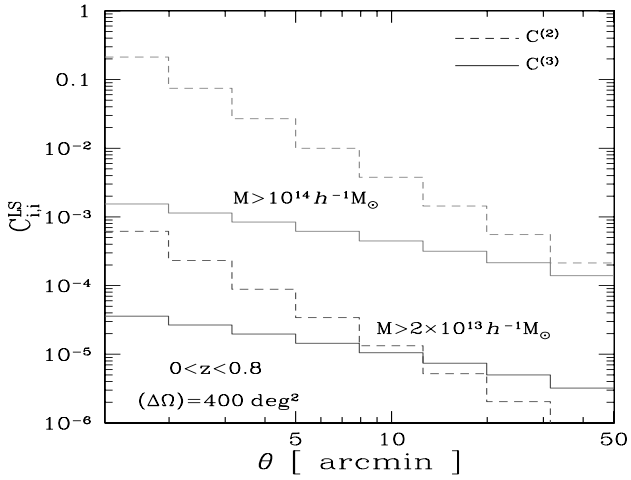



**Fig. 22.** The contributions $C^{(2)}$ and $C^{(3)}$ to the covariance of the Landy & Szalay estimator, along the diagonal $i = j$. As in Fig. 21, we only consider the low-order terms, given by Eq. (94).

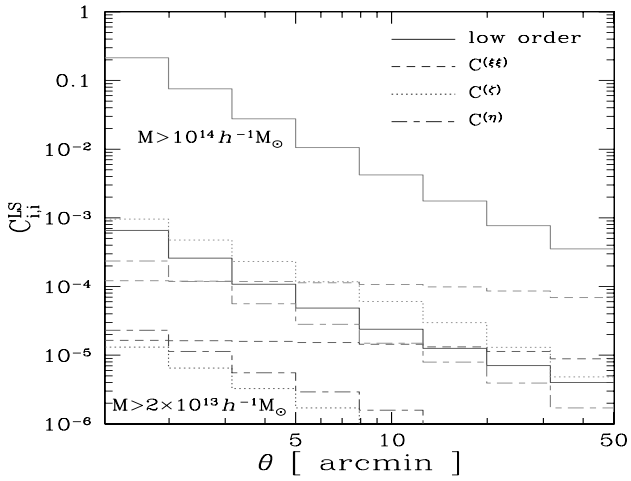



**Fig. 23.** The low- and high-order contributions to the covariance matrix $C^{\rm LS}_{i,j}$ along its diagonal. We again consider halos in the redshift range $0 < z < 0.8$, with an angular window of 400 deg$^2$, above two mass thresholds.

and 2 and given by Eqs. (4)–(7). As described in Appendix H, we follow the procedure that we have already used in Appendix F to compute the high-order terms associated with the 3D correlation $\xi$. Then, the contribution associated with the product $\xi^{\rm h}_{i;j'}\xi^{\rm h}_{i';j}$ in Eq. (92) writes as

$$C^{{\rm LS}(\xi\xi)}_{i,j} = \frac{2\pi^2}{\overline{N}^4}\int_0^2 {\rm d}y\, y\, A^{(2)}(y) B^{(2)}_i(y\theta_{\rm s}) B^{(2)}_j(y\theta_{\rm s}), \tag{96}$$

the term $\zeta^{\rm h}_{i,i',j'}$ of Eq. (91) yields

$$C^{{\rm LS}(\zeta)}_{i,j} = \frac{4}{(\Delta\Omega)\overline{N}^4}\int {\rm d}\chi\, \mathcal{D}^8\, \overline{b}^3\, \overline{n}^3\, \frac{S_3}{3}\left[\overline{\xi^{(\theta)}_{i'}}\times\overline{\xi^{(\theta)}_{j'}} + \overline{\xi^{(\theta)}_{i',i}\xi^{(\theta)}_{i',j'}} + \overline{\xi^{(\theta)}_{j',j}\xi^{(\theta)}_{j',i'}}\right], \tag{97}$$

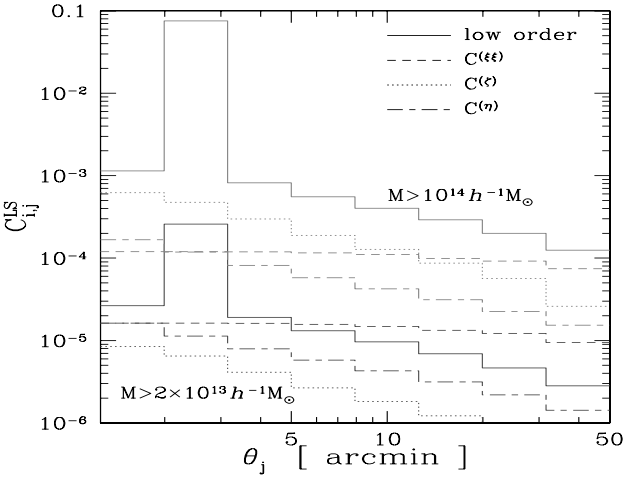



**Fig. 24.** The low- and high-order contributions to the covariance matrix $C^{\rm LS}_{i,j}$, as in Fig. 23, but along one row. This corresponds to the fixed bin $i = 2$, associated with the angular bin $2 < \theta < 3.2$ arcmin, as a function of $j$.

and the term $\eta^{\rm h}_{i,i';j,j'}$ of Eq. (92) gives

$$C^{{\rm LS}(\eta)}_{i,j} = \frac{2}{\overline{N}^4}\int {\rm d}\chi\, \mathcal{D}^{11}\, \overline{b}^4\, \overline{n}^4\, \frac{S_4}{16}\left[\overline{\xi^{(\theta)}_{i'}}\times\overline{\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{i;j'}} + \overline{\xi^{(\theta)}_{j'}}\times\overline{\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{j;i'}} + 2\,\overline{\xi^{(\theta)}_{i'}}\times\overline{\xi^{(\theta)}_{j'}}\times\overline{\xi_{\rm cyl}} + 2\,\overline{\xi^{(\theta)}_{j',i}\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{j;i'}} + \overline{\xi^{(\theta)}_{j';i}\xi^{(\theta)}_{i,i'}\xi^{(\theta)}_{i';j}} + \overline{\xi^{(\theta)}_{i';j}\xi^{(\theta)}_{j,j'}\xi^{(\theta)}_{j';i}}\right] \tag{98}$$

where the various factors are given in Appendix H.

We compare in Figs. 23 and 24 these high-order contributions (96)–(98) with the low-order contribution (94), for the covariance matrix of the Landy & Szalay estimator. We recover the qualitative behavior encountered in Figs. 15 and 16 for the estimator of the 3D correlation function. The "$\zeta$" and "$\eta$" terms (97) and (98) show a strong dependence on the smoothing scales, while the "$\xi\xi$" term (96) shows a very weak dependence. Again, this is because the contribution (96) involves the product of two correlations between two distinct lines of sight, so that each $\xi$ is averaged over the angular window $\theta_{\rm s}$ of the survey, as seen in Eq. (92), whereas the contribution (97) involves the product of two correlations between a central point and two points at angular distances $\theta_i$ and $\theta_j$, as seen in Eq. (91).

For the case of massive halos, $M > 10^{14}\ h^{-1}\ M_\odot$, the high-order terms are negligible along the diagonal, which is dominated by the shot-noise term, and only give a modest contribution to off-diagonal entries. Then, the covariance matrix remains strongly diagonal (for the angular bins studied here).

For the case of low-mass halos, $M > 2\times10^{13}\ h^{-1}\ M_\odot$, the high-order contribution (96) to the diagonal is no longer negligible for $\theta > 5$ arcmin, while the two other contributions (97) and (98), which involve the three- and four-point correlation functions, are always subdominant on these scales. This is a convenient property since the modelization of high-order many-body correlations is increasingly difficult. However, this was not the case for the 3D correlation $\xi$, as seen in Figs. 15 and 16, except on large scales. For off-diagonal entries, the high-order contribution (96) can become dominant for widely separated angular scales, while on small scales, $\theta \sim 1$ arcmin, all contributions are of the same order of magnitude.

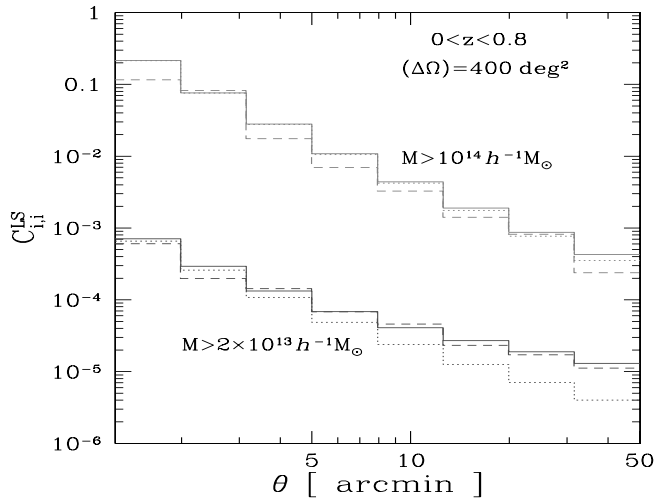



**Fig. 25.** The covariance matrix $C^{\rm LS}_{i,j}$ along its diagonal. We show our analytical results including all contributions (solid lines) or only low-order terms (dotted lines), and results from numerical simulations (dashed lines).

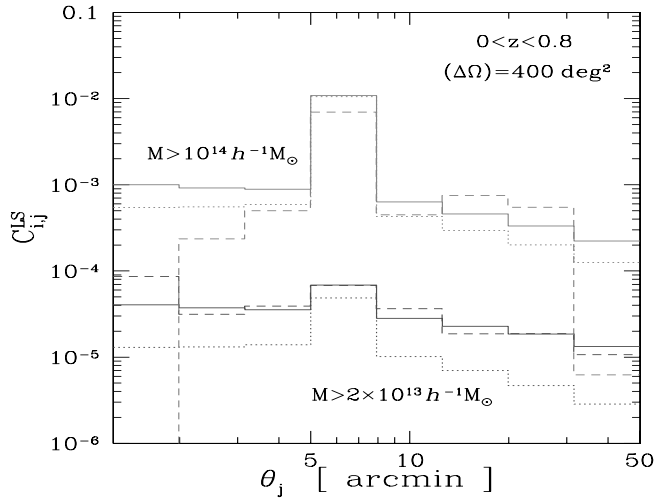



**Fig. 26.** The covariance matrix $C^{\rm LS}_{i,j}$, as in Fig. 25, but along one row. This corresponds to the fixed bin $i = 4$, associated with the angular bin $5 < \theta < 8$ arcmin, as a function of $j$.

#### 5.2.3. Comparison with numerical simulations

As for the 3D correlation, we show the covariance matrix $C^{\rm LS}_{i,j}$, along its diagonal and along one row, in Figs. 25 and 26. Again we obtain a reasonable agreement with the numerical simulations. For moderate-mass halos, the high-order contributions are again necessary to obtain a good match on large scales for diagonal entries and on most scales for off-diagonal entries. The off-diagonal terms of the covariance matrix obtained from the numerical simulations are rather noisy, and our analytical results are competitive in obtaining reliable estimates.

#### 5.2.4. Correlation matrices

We show in Fig. 27 the correlation matrices $\mathcal{R}_{i,j}$, defined as in Eq. (46), but for the full covariance matrices $C_{i,j}$ of the estimators of the halo angular correlation. As for the 3D correlation, we can check that, keeping only low-order terms, the correlation matrix of the Landy & Szalay estimator (85) is much more diagonal than for the Peebles & Hauser estimator (78). Taking high-order contributions into account makes the matrix slightly less diagonal, but it still remains significantly diagonal, in agreement with Fig. 24. As in the 3D case, the correlation matrix is much more diagonal for massive halos, where shot-noise effects are more important. The full angular correlation matrix is more diagonal than its 3D counterpart shown in the right hand panels of Fig. 19, and the correlations between small and large angular scales are not as strong as the correlations between the small and large radii found in Fig. 19. In particular, off-diagonal entries and high-order contributions play a less important role (although for low-mass halos it is still useful to take them into account).

## 6. Applications to real survey cases

In this section, we compare the statistical significance of the number counts and of the 3D correlation function for future large cosmological cluster surveys (we give in Appendix J the selection functions that we use for some of these surveys). Here we must note that, while redshift-space distortions only have a low impact on angular number densities (number counts and angular correlations) for wide redshift bins, they can more strongly affect 3D clustering. In principle, redshift distortions could be corrected to recover a real-space map if the velocity field is known, and when also applying a finger-of-god compression, but this would require a rather complete spectroscopic follow up, so it is not very practical. Therefore, observations instead provide redshift-space 3D correlations. Then, the results discussed in this section for 3D correlations should be seen as a first step toward more accurate computations.

Nevertheless, a simple estimate shows that these redshift-space distortions should not strongly affect our results. Indeed, we find in the numerical simulations that at $z = 0.5$ for instance clusters have peculiar velocities $v$ on the order of 300 km s$^{-1}$ along each axis. The redshift-space coordinate $s_\parallel$ along the line of sight is given by $s_\parallel = x_\parallel + v_\parallel/(aH)$. This yields a typical error $\Delta x_\parallel$ for the cluster comoving coordinate on the order of 3.6 $h^{-1}$ Mpc. This is not much larger than the typical size of the clusters, which ranges from 1 to 2 $h^{-1}$ Mpc. Then, for distance bins that are larger than 20 $h^{-1}$ Mpc we can expect redshift distortions to affect our results on the covariance matrices by about 20%. The net effect should actually be smaller because the 3D estimators also include information on clustering along the transverse directions, which are not contaminated by the cluster peculiar velocities. We leave an explicit computation of these redshift-space distortions to future works.

### 6.1. Surveys of limited areas

We first consider several surveys of clusters of galaxies on limited angular windows.

– The XXL survey (Pierre et al. 2011) is an XMM Very Large Programme specifically designed to constrain the equation of state of the dark energy by using clusters of galaxies. It consists of two $5 \times 5$ deg$^2$ areas and probes massive clusters out to a redshift of ∼2. The well-characterized cluster selection function relies on the fact that clusters of galaxies are the only extended extragalactic sources, so that the selection operates in a two-dimensional parameter space (equivalent to flux and spatial extent), allowing for different degrees of contamination by misclassified point sources. We show the mass detection probabilities as a function of redshift in the left hand panel of Fig. J.1, for the C1 selection. The space

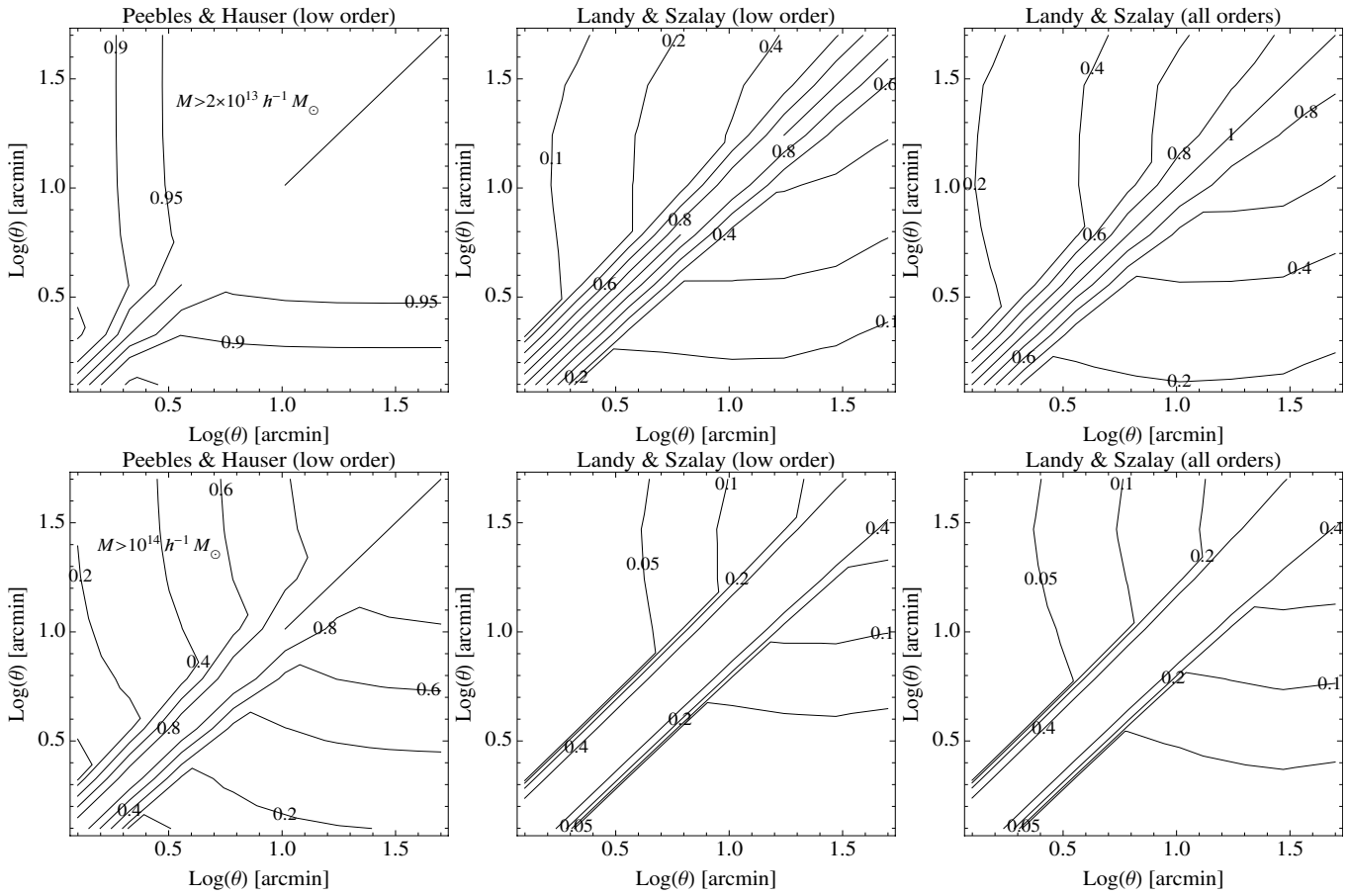



**Fig. 27.** Contour plots for the correlation matrix $\mathcal{R}_{i,j}$, defined as in Eq. (46) but for the full covariance matrix $C_{ij}$ of the halo angular correlation. There are eight angular bins, over $1.25 < r < 50$ arcmin, equally spaced in $\log(\theta)$, as in previous figures. We consider halos in the redshift range $0 < z < 0.8$, with an angular window of 400 deg$^2$, above the mass thresholds $M > 2 \times 10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$ in the *upper row*, and $M > 10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$ in the *lower row*. *Left panels*: low-order contributions (93) for the Peebles & Hauser estimator. *Middle panels*: low-order contributions (94) for the Landy & Szalay estimator. *Right panels*: full correlation matrix, including the high-order contributions of Eqs. (96)–(98), for the Landy & Szalay estimator.

density of this population is ∼6 deg$^{-2}$. This complex selection function $F(M, z)$, which differs from a simple mass or X-ray flux threshold (see also Pacaud et al. 2006, 2007), is readily included in our formalism through a redefinition of the halo mass function, $n(M, z) \to F(M, z)n(M, z)$.

– The Dark Energy Survey (DES) is an optical imaging survey to cover 5000 deg$^2$ with the Blanco 4-meter telescope at the Cerro Tololo Inter-American Observatory[6]. We consider the expected mass threshold $M > 5 \times 10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$, as well as the subset of massive clusters $M > 5 \times 10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$, since a binning over mass should help in deriving tighter constraints on cosmology.
– The South Pole Telescope (SPT) operates at millimeter wavelengths[7]. It will cover some 2500 deg$^2$ at three frequencies, aiming at detecting clusters of galaxies from the Sunyaev-Zel'dovich (S-Z) effect. A preliminary survey of 178 deg$^2$ at 150 GHz reveals some 20 clusters down to a depth of 18 $\mu$K. Extensive simulations allow the determination of the mass completeness level, above a given significance for these secondary CMB anisotropies (Vanderlinde et al. 2010). This gives a mass threshold on the order of $5 \times 10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$.

We show in Figs. 28–30 the angular number densities and 3D correlations expected for these various surveys. The error bars include all shot-noise and sample-variance contributions (including high-order terms). For the higher redshift interval, $1 < z < 2$, we only show the correlation of clusters above $5 \times 10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$ for DES, because in other cases the error bars are too large to allow an accurate measure. On the other hand, to take advantage of the good expected accuracy of this case we consider in Fig. 30 distance bins that are half the size of those of Fig. 29.

As expected, the DES provides the best measures of cluster number counts and correlations, hence the tightest constraints on cosmology, thanks to its wide size, which provides a large number of objects. However, the much smaller XXL survey already provides a meaningful measure of both the abundance and the correlation of clusters, and appears to be a promising tool. The SPT survey allows a useful measure of the number counts as a function of redshift, but its rather high mass threshold leads to a relatively small number of objects, hence large error bars for the 3D correlations, even though a positive signal should still be within reach. Assuming its expected mass threshold of $M > 5 \times 10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$ remains valid over $1 < z < 2$, the DES is the only survey among these three that allows an accurate measure of the cluster correlation at high redshift, which should help to further constrain the cosmology.

[6] https://www.darkenergysurvey.org/index.shtml
[7] http://pole.uchicago.edu/

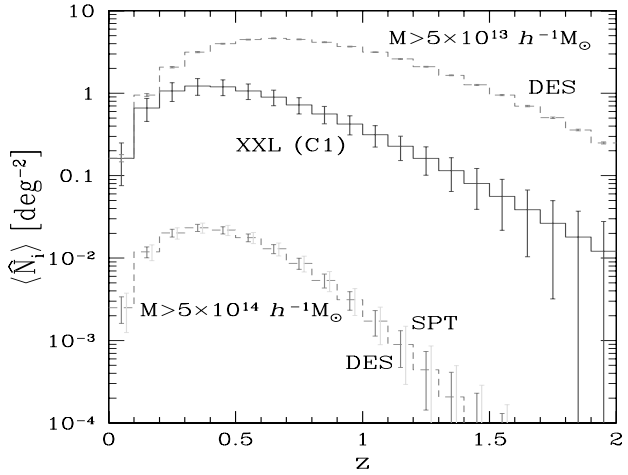



**Fig. 28.** The mean angular number densities of X-ray clusters per square degree, within redshift bins of width $\Delta z = 0.1$, for the XXL, DES, and SPT surveys. Error bars contain both the shot-noise and sample-variance contributions, from Eqs. (22) and (27). For DES we consider the mass thresholds $M > 5 \times 10^{13}\, h^{-1}\, M_\odot$ and $M > 5 \times 10^{14}\, h^{-1}\, M_\odot$ (smaller error bars), and for SPT the mass threshold $M > 5{\times}10^{14}\, h^{-1}\, M_\odot$ (larger error bars shifted to the right).

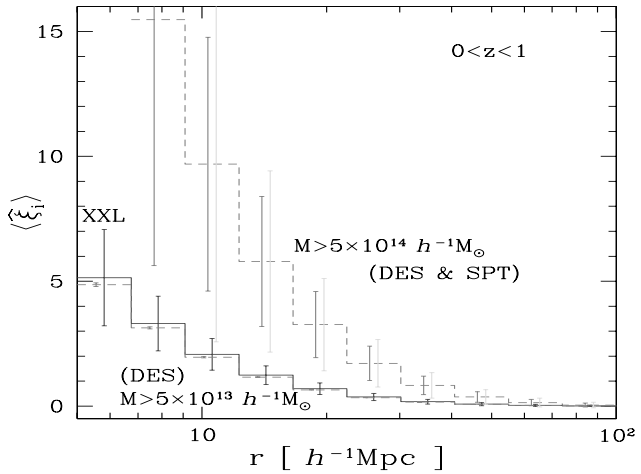



**Fig. 29.** The mean correlation, $\langle \hat{\xi}_i \rangle$ from Eq. (58), over ten comoving distance bins within $5 < r < 100\ h^{-1}$ Mpc, equally spaced in $\log(r)$. We integrate over halos within the redshift interval $0 < z < 1$, for the XXL, DES, and SPT surveys, as in Fig. 28 (again the error bars for SPT are slightly larger and shifted to the right with respect to those of DES, for $M > 5 \times 10^{14}\, h^{-1}\, M_\odot$). The error bars show the diagonal part of the covariance, $\sqrt{C^{\rm LS}_{i,i}}$, for the Landy & Szalay estimator, from Eqs. (69) and (75)–(77).

### 6.2. All-sky surveys

Following Planck, space missions will map the entire sky in the X-ray (EROSITA) and optical (EUCLID) wavebands at unprecedented depth and angular resolution. Corresponding selection functions are still at the tentative or predictive level. It is nevertheless instructive to compare estimates of the statistical significance of the all-sky cluster catalogs expected from these forthcoming surveys[8]. In practice, the total angular area of such surveys is not really $4\pi$ sterad since we must remove the galactic plane. In the following, for Planck we consider the two-sided cone of angle $\theta_{\rm s} = 75$ deg (i.e., $|b| > 15$ deg), which yields a total area $\Delta\Omega \simeq 30576$ deg$^2$. For Erosita and Euclid we take $\theta_{\rm s} = 59$ deg (i.e., $|b| > 31$ deg), which corresponds to a total area that is about one-half of the full sky, $\Delta\Omega \simeq 20\,000$ deg$^2$.

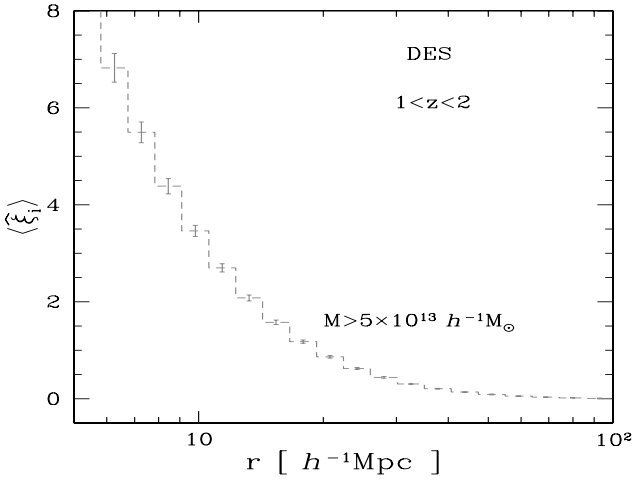



**Fig. 30.** The mean correlation, $\langle \hat{\xi}_i \rangle$, for the clusters detected by DES over the redshift interval $1 < z < 2$. Here we consider 20 distance bins within $5 < r < 100\ h^{-1}$ Mpc, equally spaced in $\log(r)$ (i.e. twice as many as in Fig. 29).

- Planck operates at nine frequencies, enabling an efficient detection of the cluster S-Z signature but has a rather large PSF (5′–10′). Some 1625 massive clusters out to $z = 1$ are expected over the whole sky. We assume the selection function by Melin et al. (2006), shown in middle panel of Fig. J.1.
- For Erosita, a simple flux limit is currently assumed as an average over the whole sky: $4 \times 10^{-14}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ in the [0.5–2] keV band (Predehl et al. 2009). The associated selection function is shown in the right hand panel of Fig. J.1. This would yield 71, 907 clusters out to $z = 1$.
- For Euclid, we follow the prescription of the Euclid Science Book for the cluster optical selection function and adopt a fixed mass threshold of $5 \times 10^{13}\, h^{-1}\, M_\odot$ (Refregier et al. 2010).

We show in Fig. 31 the angular number densities per redshift bin. The error bars contain the shot-noise contribution (22), as well as the sample-variance contribution (41) that holds for any angular window and does not rely on the flat-sky and Limber's approximations[9]. The 3D correlation functions are shown in Figs. 32 and 33.

As compared with the smaller surveys of Sect. 6.1, these (almost) full-sky surveys provide much more accurate measures

[8] For all the considered surveys, the $M_{\rm lim}(z)$ curves were estimated using specific assumptions as to the evolution of the X-ray, optical, and S-Z properties of the clusters, hence on their detectability. Moreover, the assumed cosmology was either WMAP5 or WMAP7, to be consistent with published analysis of each survey. Therefore, these hypotheses may not be totally self-consistent with respect to each other, but the main results of the comparison between the expected signals should remain valid.

[9] Because we consider a symmetric two-sided angular window (i.e., two cones of angle $\theta_{\rm s}$ around the north and south galactic poles), the coefficients $\tilde{W}_2^{(\ell,m)}$ vanish for nonzero $m$ and for odd $\ell$. For even $\ell$, they are still given by Eqs. (44)–(45) where we substitute $(\Delta\Omega) \to (\Delta\Omega)_{\rm half}$, where $(\Delta\Omega)_{\rm half} = (\Delta\Omega)/2$ is the area associated with a single side (so that the last expression (45) still applies).

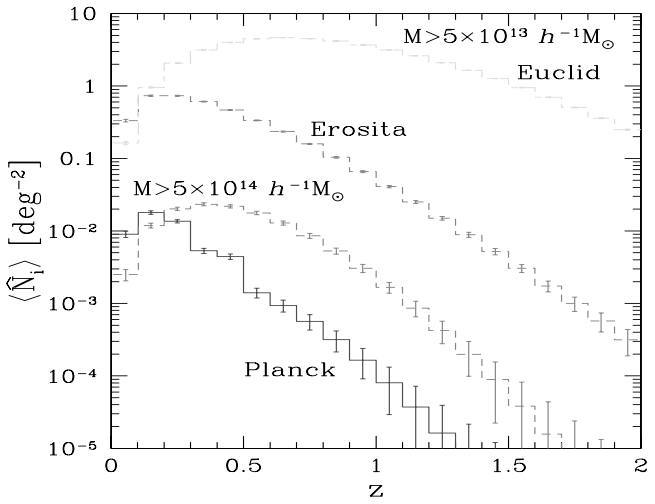



**Fig. 31.** The mean angular number densities of clusters within redshift bins of width $\Delta z = 0.1$. From top to bottom, we show a) halos above $5\times10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$ in Euclid, b) halos detected by Erosita with the selection function of the right panel in Fig. J.1, c), halos above $5\times10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$ in either Erosita or Euclid, and d) halos detected by Planck with the selection function of the middle panel in Fig. J.1.

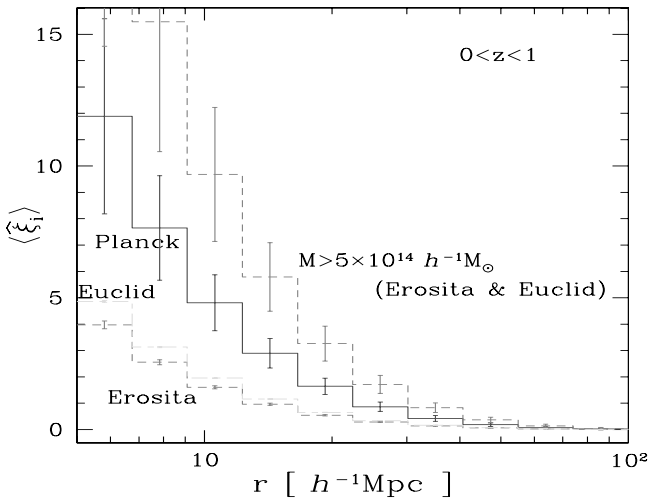



**Fig. 32.** The mean correlation, $\langle\hat{\xi}_i\rangle$, integrated over $0 < z < 1$, as in Fig. 29. From top to bottom, we show a) halos above $5\times10^{14}\,h^{-1}\,M_\odot$ in either Erosita or Euclid, b) halos detected by Planck with the selection function of the middle panel in Fig. J.1, c) halos above $5\times10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$ in Euclid, and d) halos detected by Erosita with the selection function of the right panel in Fig. J.1.

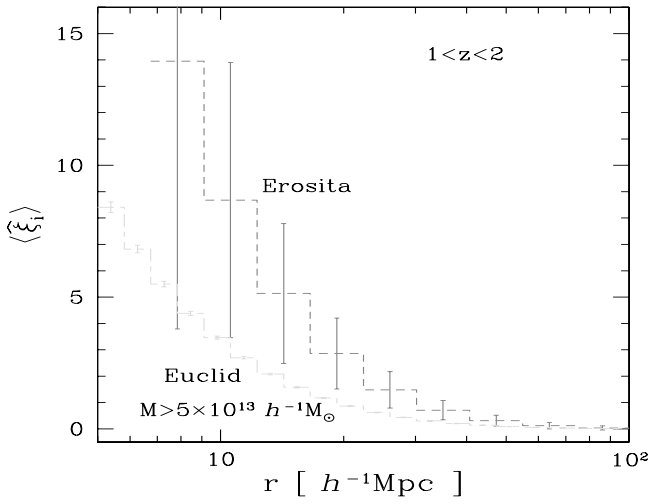



**Fig. 33.** The mean correlation, $\langle\hat{\xi}_i\rangle$, over the redshift interval $1 < z < 2$, for the clusters detected by Erosita (upper curve, with ten distance bins) and Euclid (lower curve, with twenty distance bins).

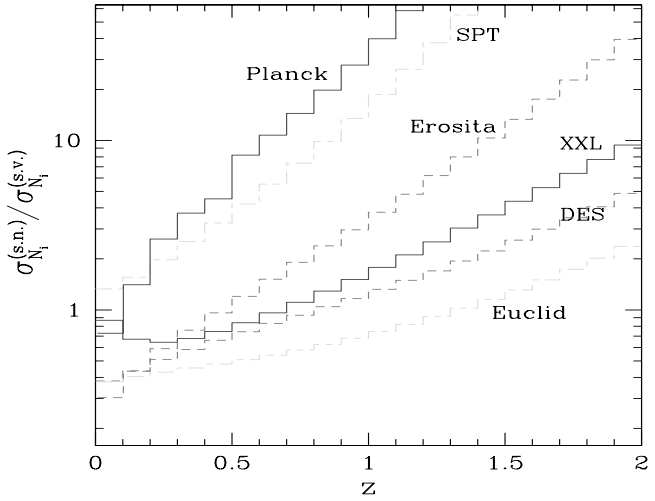



**Fig. 34.** The ratio $\sigma^{(s.n.)}_{N_i}/\sigma^{(s.v.)}_{N_i}$ of the rms shot-noise contribution $\sigma^{(s.n.)}_{N_i}$ to the rms sample-variance contribution $\sigma^{(s.v.)}_{N_i}$, of the covariance of the angular number densities $N_i$ obtained for various surveys. (For DES and Euclid we only consider the case $M > 5\times10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$.)

of the evolution with redshift of cluster abundance, and of two-point correlation functions, thanks to the greater number of objects. In particular, thanks to its lower mass threshold, Euclid can probe higher redshifts, both for number counts and correlation functions. Although we have only considered two redshift bins for the two-point correlation function, $0 < z < 1$ and $1 < z < 2$, Figs. 32 and 33 suggest that for Euclid it should be possible to introduce a smaller redshift binning, such as $\Delta z = 0.5$. We leave it to future works to estimate which redshift binning is the most efficient at constraining cosmology.

### 6.3. Shot noise versus sample variance

We show in Fig. 34 the ratio of the shot-noise to sample-variance contributions to the covariance of number counts, where the rms contributions $\sigma^{(s.n.)}_{N_i}$ and $\sigma^{(s.v.)}_{N_i}$ are defined by Eq. (29). As expected, shot noise becomes increasingly dominant at higher redshift, as the number of clusters decreases, and it is smaller for Euclid which has a wider sky coverage and a lower mass threshold.

We show in Fig. 35 the ratio $\sigma^{(2)}_{\xi_i}/\sigma^{(3+4)}_{\xi_i}$ of the contribution (64) to the sum of contributions (65) and (66), to the rms error $\sigma_i = \sqrt{C_{i,i}}$. In contrast to Fig. 14 we include the high-order terms of $C^{(3)}$ and $C^{(4)}$, but the ratio $\sigma^{(2)}_{\xi_i}/\sigma^{(3+4)}_{\xi_i}$ is again a measure of shot-noise effects. As expected, we can see that the contribution $C^{(2)}$ becomes increasingly dominant for smaller radial bins since they contain fewer clusters. We can see that the ordering between the various surveys is not the same as the one obtained in Fig. 34 for the number counts. This is because the mass thresholds are not the same (and couplings between shot-noise and sample-variance effects in the covariance matrix of halo correlations make the analysis less direct). Since a higher mass means both a larger correlation function and larger discreteness effects (because halos are rarer), it is not always obvious a priori how

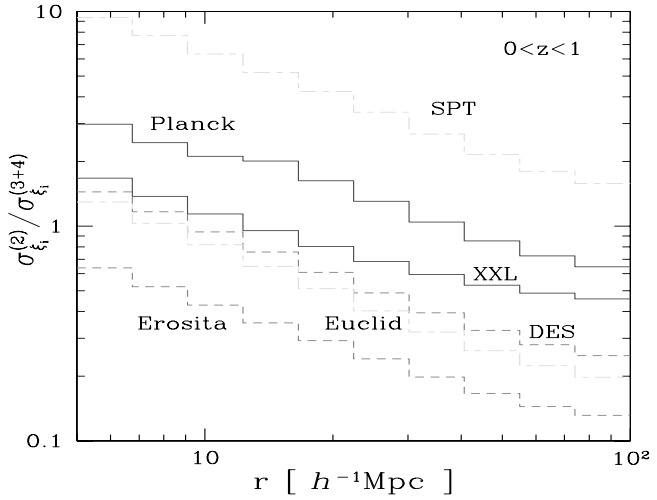



**Fig. 35.** The ratio $\sigma^{(2)}_{\xi_i}/\sigma^{(3+4)}_{\xi_i}$ of the rms contributions $\sqrt{C^{(2)}}$ and $\sqrt{C^{(3)}+C^{(4)}}$ of the covariance matrix of the estimator $\hat{\xi}^{\rm LS}_i$. This is a measure of shot-noise effects. (For DES and Euclid we only consider the case $M > 5\times10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$.)

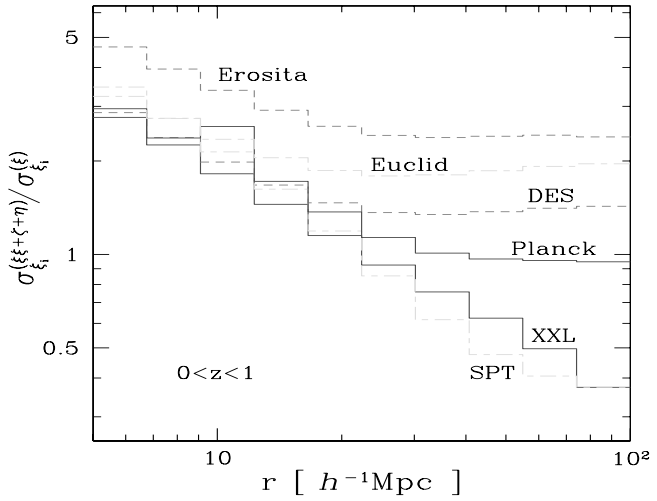



**Fig. 36.** The ratio $\sigma^{(\xi\xi+\zeta+\eta)}_{\xi_i}/\sigma^{(\xi)}_{\xi_i}$ of the rms high-order contribution (75)–(77) to the rms low-order contribution (second term in Eq. (69)) of the sample variance of the correlation $\xi_i$ obtained for various surveys. (For DES and Euclid we only consider the case $M > 5\times10^{13}\,h^{-1}\,M_\odot$.)

the relative importance of shot-noise effects changes from one configuration to another.

Here we must recall that Fig. 35 only shows the diagonal part of the covariance matrix $C_{i,j}$ and that off-diagonal terms can be non-negligible, see Sect. 4.

### 6.4. High-order and low-order contributions to the sample variance of $\hat{\xi}$

We show in Fig. 36 the ratio of the high-order contributions to the low-order contribution of the sample variance of the 3D correlation $\xi_i$. We consider the Landy & Szalay estimator and we define along the diagonal the rms contributions as $\sigma^{(\xi\xi+\zeta+\eta)}_{\xi_i} = \sqrt{C^{\rm LS(\xi\xi)}_{i,i} + C^{\rm LS(\zeta)}_{i,i} + C^{\rm LS(\eta)}_{i,i}}$, from Eqs. (75)–(77) for the high-order term, and $\sigma^{(\xi)}_{\xi_i} = \sqrt{C^{\rm LS(\xi)}_{i,i}}$ for the low-order term, where $C^{\rm LS(\xi)}_{i,i}$ is given by the second term in Eq. (69). We do not consider here the shot-noise contribution $\sigma^{(2)}_{\xi_i}$ associated with the first term in Eq. (69), which was studied in Fig. 35; however, while $C^{\rm LS(\xi\xi)}_{i,i}$ and $C^{\rm LS(\eta)}_{i,i}$ are pure sample-variance contributions, $C^{\rm LS(\zeta)}_{i,i}$ and $C^{\rm LS(\xi)}_{i,i}$ are mixed shot-noise and sample-variance contributions. Indeed, they arise from both the discreteness of the halo population (as shown by the power $\overline{N}^3$ instead of $\overline{N}^4$, which comes from the identification of two objects as explained in Eq. (D.2)) and its large-scale correlations (as shown by the bias factors $\overline{b}^3$ and $\overline{b}^2$).

As could be expected, we can see in Fig. 36 that the relative importance of high-order terms increases on smaller scales, deeper in the nonlinear regime where correlations are stronger. However, in some cases there is a flattening on larger scales because the relative importance of high-order terms no longer decreases (and could even increase in the case of low-mass halos as seen in Fig. 15). This is because the low-order contribution $C^{\rm LS(\xi)}_{i,i}$ is actually a mixed "shot-noise and sample-variance" contribution, as noticed above, and shot-noise effects decrease on larger radii (because of the greater volume), as seen in Fig. 35. In agreement with this explanation, we can see that this upturn appears earlier and is greater for the surveys where shot-noise effects are less, that is, Erosita, Euclid, and DES.

More generally, Fig. 36 shows that high-order contributions to the sample-variance or mixed terms are not negligible (but on small scales along the diagonal the covariance matrix is often dominated by the pure shot-noise contribution). For the variety of cases studied in Fig. 36 they do not grow above five times the low-order contribution along the diagonal, but as shown in Figs. 16 and 18 their importance can be greater far from the diagonal. Then, these contributions should be taken into account if one requires accurate or safe estimates of signal-to-noise ratios.

### 6.5. Dependence of the results on cosmology

We investigate in Appendix K the sensitivity of our results to the value of the cosmological parameters, by comparing the curves obtained in the previous sections with those that are obtained when we change either $h$, $\Omega_{\rm m}$, or $\sigma_8$ by an amount that corresponds to the current "$2-\sigma$" uncertainty (Komatsu et al. 2011). We find that the main features shown in Figs. 34–36 remain valid, with modest quantitative changes (e.g., shot-noise effects become slightly less important, with respect to sample-variance contributions, when $\sigma_8$ is slightly increased). Therefore, our results and conclusions are not sensitive to the precise value of the cosmological parameters (within their current range of uncertainty).

## 7. Conclusion

In this paper we have presented a general formalism for obtaining analytical estimates of the means and covariance matrices of number counts and correlation functions, for distributions of cosmological objects such as clusters of galaxies or galaxies. To do so, we assumed that the two-point correlation function of these objects can be factored in terms of a linear bias model, and this simplifies expressions as spatial and mass (or luminosity, temperature, etc.) integrals factor. To estimate the high-order contributions to the covariance of two-point estimators, we also assumed that the three- and four-point correlations can be described by a hierarchical ansatz, that is, that they can be written as products of the two-point functions. This is the simplest model that agrees reasonably well with realistic distributions

(of the dark matter density field, as well as of cosmological objects such as galaxies or clusters that follow the dark matter density on large scales). Although this is only an approximate model and it is known that actual cosmological fields do not exactly obey such a hierarchical clustering, this allows us to derive explicit expressions that provide a reasonably good description of covariance matrices.

The main differences or improvements with respect to previous studies are the following.

- Keeping the application to cluster surveys in mind, rather than the galaxy surveys that have been the aim of most works, we considered two-point estimators that involve integrations over broad redshift bins. Thus, we do not work with local 3D correlations within an homogeneous and isotropic box at a given redshift, but with averages over a redshift interval with explicit integration along part of the observational cone, where the radial direction plays a specific role.
- We took all shot-noise and sample-variance contributions into account, along with high-order contributions, which in the present case of one-point and two-point estimators involve products of two two-point correlation functions and the three- and four-point correlations.
- Within the framework of the simple hierarchical model recalled above, we gave explicit expressions for all contributions to these means and covariance matrices. They can be readily used for any population of objects and any set of cosmological parameters, provided one is able to compute the mass function (or the luminosity/temperature function), the two-point correlation and three- and four-point normalization parameters. In practice, assuming a linear scale-independent bias model (or a uniform scale-dependence that can be absorbed into the two-point correlation), it is sufficient to give a bias $b(M, z)$ in addition to the mass function.

We first studied the number counts per redshift bins, comparing the relative importance of shot-noise and sample variance contributions and giving scaling laws obeyed by the signal-to-noise ratios, as a function of the survey area and the number of fields. We have explicitly considered the case of large angular windows, and estimated the angular scale where the flat-sky and Limber's approximations break down, which occurs at about 10 deg. We also computed the decay of correlations between distant redshift bins. In particular, we checked that a redshift binning of width $\Delta z = 0.1$ is broad enough to neglect cross-correlations between different bins.

Next, we studied estimators of the 3D correlation function, averaged over finite redshift intervals. We compared the Peebles & Hauser estimator with the usual Landy & Szalay estimator, and we evaluated the relative importance of shot-noise and sample-variance, low-order and high-order, contributions to the covariance matrix. We also considered the behavior of the off-diagonal terms, and described how high-order contributions make the covariance matrices less diagonal as correlations develop between different scales (especially as one of the scales becomes smaller and more nonlinear). Then, we performed the same analysis for the 2D angular correlation function.

Throughout we compared our analytical expressions with results from numerical simulations and we obtain a reasonably good match. This makes such analytical results more competitive than simulations, because they are much faster to compute and allow one to describe rare objects that would have low-quality statistics in the simulations. Finally, we applied our formalism to several future cluster surveys, and considered both limited-area and full-sky missions.

We hope our results can help for estimating the signal-to-noise ratio of current and future surveys. This is useful for comparing the efficiency of different probes and different survey configurations, such as the choice of redshift binning, survey area, or number of subfields.

Our study should be extended in several directions. First, it would be interesting to consider the noise associated with photometric redshifts. Second, one should include the effect of redshift-space distortions, which are likely to be important on small scales. Third, the computation of the means and covariance matrices studied in this paper is only an intermediate tool for comparing theoretical predictions with observations, and the final goal is to derive constraints on cosmological parameters or astrophysical processes (e.g., scaling laws for cluster mass-luminosity-temperature relationships). Our results may be used to further investigate the cosmological information that can be extracted from cluster surveys and to optimize observing configurations so as to improve those constraints. We leave these tasks to future works.

*Acknowledgements.* We thank the anonymous referee for comments that helped to improve the presentation of the paper. F.P. acknowledges support from Grant No. 50 OR 1003 of the Deutsches Zemtrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) and from the Transregio Programme TR33 of the Deutsche Forschungsgemeinschaft (DfG).

## References

Abazajian, K. N., Adelman-McCarthy, J. K., Agüeros, M. A., et al. 2009, APJS, 182, 543
Adami, C., Mazure, A., Pierre, M., et al. 2011, A&A, 526, A18
Arnaud, M., Pointecouteau, E., & Pratt, G. W. 2005, A&A, 441, 893
Arnaud, M., Pratt, G. W., Piffaretti, R., et al. 2010, A&A, 517, A92
Benoist, C., Maurogordato, S., da Costa, L. N., Cappi, A., & Schaeffer, R. 1996, ApJ, 472, 452
Bernardeau, F., Colombi, S., Gaztañaga, E., & Scoccimarro, R. 2002, Phys. Rep., 367, 1
Bernstein, G. M. 1994, ApJ, 424, 569
Cohn, J. D. 2006, New Astron., 11, 226
Cole, S., Percival, W. J., Peacock, J. A., et al. 2005, MNRAS, 362, 505
Colombi, S., Bouchet, F. R., & Hernquist, L. 1996, ApJ, 465, 14
Cooray, A., & Sheth, R. 2002, Phys. Rep., 372, 1
Crocce, M., Cabre, A., & Gaztanaga, E. 2011, MNRAS, 414, 329
Croton, D. J., Gaztanaga, E., Baugh, C. M., et al. 2004, MNRAS, 352, 1232
Desjacques, V., Crocce, M., Scoccimarro, R., & Sheth, R. K. 2010, Phys. Rev. D, 82, 103529
Eisenstein, D. J., & Hut, P. 1998, ApJ, 498, 137
Eisenstein, D. J., & Zaldarriaga, M. 2001, ApJ, 546, 2
Eisenstein, D. J., Hu, W., & Tegmark, M. 1998, ApJ, 504, L57
Eisenstein, D. J., Zehavi, I., Hogg, D. W., et al. 2005, ApJ, 633, 560
Evrard, A. E. 1989, ApJ, 341, L71
Feldman, H. A., Kaiser, N., & Peacock, J. A. 1994, ApJ, 426, 23
Fry, J. N. 1984, ApJ, 279, 499
Fry, J. N., & Gaztanaga, E. 1993, ApJ, 413, 447
Gaztanaga, E., Norberg, P., Baugh, C. M., & Croton, D. J. 2005, MNRAS, 364, 620
Giocoli, C., Bartelmann, M., Sheth, R. K., & Cacciato, M. 2010, MNRAS, 408, 300
Goroff, M. H., Grinstein, B., Rey, S.-J., & Wise, M. B. 1986, ApJ, 311, 6
Gradshteyn, I. S., & Ryzhik, I. M. 1965, Table of integrals, series, and products (New York: Academic Press)
Groth, E. J., & Peebles, P. J. E. 1977, ApJ, 217, 385
Harker, G., Cole, S., & Jenkins, A. 2007, MNRAS, 382, 1503
Hu, W. 2000, Phys. Rev. D, 62, 043007
Hu, W., & Kravtsov, A. V. 2003, ApJ, 584, 702
Kaiser, N. 1984, ApJ, 284, L9
Kaiser, N. 1992, ApJ, 388, 272
Kazin, E. A., Blanton, M. R., Scoccimarro, R., et al. 2010, ApJ, 710, 1444
Kerscher, M., Szapudi, I., & Szalay, A. S. 2000, ApJ, 535, L13
Knebe, A., Knollmann, S. R., Muldrew, S. I., et al. 2011, MNRAS, 415, 2293
Komatsu, E., Smith, K. M., Dunkley, J. et al. 2011, ApJS, 192, 18

Kulkarni, G. V., Nichol, R. C., Sheth, R. K., et al. 2007, MNRAS, 378, 1196
Landy, S. D., & Szalay, A. S. 1993, ApJ, 412, 64
Limber, D. N. 1953, ApJ, 117, 134
LoVerde, M., & Afshordi, N. 2008, Phys. Rev. D, 78, 123506
Majumdar, S., & Mohr, J. J. 2004, ApJ, 613, 41
Maller, A. H., McIntosh, D. H., Katz, N., & Weinberg, M. D. 2005, ApJ, 619, 147
Manera, M., & Gaztanaga, E. 2011, MNRAS, 415, 383
Marin, F. A., Wechsler, R. H., Frieman, J. A., & Nichol, R. C. 2007, ApJ, 172, 849
Massey, R., Rhodes, J., Leauthaud, A., et al. 2007, ApJS, 172, 239
Meiksin, A., & White, M. 1999, MNRAS, 308, 1179
Melin, J.-B., Bartlett, J. G., & Delabrouille, J. 2006, A&A, 459, 341
Munshi, D., Valageas, P., van Waerbeke, L., & Heavens, A. 2008, Phys. Rep., 462, 67
Norberg, P., Baugh, C. M., Gaztañaga, E., & Croton, D. J. 2009, MNRAS, 396, 19
Oukbir, J., & Blanchard, A. 1992, A&A, 262, L21
Pacaud, F., Pierre, M., Leauthaud, A., et al. 2006, MNRAS, 372, 578
Pacaud, F., Pierre, M., Adami, C., et al. 2007, MNRAS, 382, 1289
Peebles, P. J. E. 1980, The large scale structure of the universe (Princeton: Princeton University Press)
Peebles, P. J. E., & Hauser, M. G. 1974, ApJS, 28, 19
Pierre, M., Pacaud, F., Juin, J. B. et al. 2011, MNRAS, 414, 1732
Politzer, H. D., & Wise, M. B. 1984, ApJ, 285, L1
Predehl, P., Boehringer, H., et al. 2009, Proceedings of the conference X-ray Astronomy 2009, Bologna, September 2009
Refregier, A., Amara, A., Kitching, T. D., et al. 2010, Euclid Imaging Consortium Science Book [arXiv:1001.0061]
Reid, B. A., Percival, W. J., Eisenstein, D. J., et al. 2010, MNRAS, 404, 60
Ross, A. J., Brunner, R. J., & Myers, A. D. 2006, ApJ, 649, 48
Scoccimarro, R., Zaldarriaga, M., & Hui, L. 1999, ApJ, 527, 1
Scoccimarro, R., Sheth, R. K., Hui, L., & Jain, B. 2001, ApJ, 546, 20
Smith, R. E. 2009, MNRAS, 400, 851
Smith, R. E., Peacock, J. A., Jenkins, A., et al. 2003, MNRAS, 341, 1311
Spergel, D. N., Bean, R., Doré, O., et al. 2007, ApJS, 170, 377
Szapudi, I. 2001, in Annals of the New York Academy of Sciences, The Onset of Nonlinearity in Cosmology, ed. J. N. Fry, J. R. Buchler, & H. Kandrup, 927, 94
Szapudi, I., & Colombi, S. 1996, ApJ, 470, 131
Szapudi, I., & Szalay, A. 1998, ApJ, 494, L41
Szapudi, I., Postman, M., Lauer, T. R., & Oegerle, W. 2001, ApJ, 548, 114
Tegmark, M., Eisenstein, D., Strauss, M. A. et al. 2006, Phys. Rev. D, 74, 123507
Teyssier, R. 2002, A&A, 385, 337
Teyssier, R., Pires, S., Prunet, S., et al. 2009, A&A, 497, 335
Tinker, J., Kravtsov, A. V., Klypin, A., et al. 2008, ApJ, 688, 709
Tinker, J., Robertson, B. E., Kravtsov, A. V., et al. 2010, ApJ, 724, 878
Valageas, P., & Nishimichi, T. 2011a, A&A, 527, A87
Valageas, P., & Nishimichi, T. 2011b, A&A, 532, A4
Vanderlinde, K., Crawford, T. M., & de Haan et al., T. 2010, ApJ, 722, 1180

Pages 28 to 36 are available in the electronic edition of the journal at http://www.aanda.org

## Appendix A: Mean and covariance of number counts

To avoid introducing numerous Dirac factors, owing to the discreteness of the observed distribution of objects, we follow the simple approach described in Sect. 36 of Peebles (1980) to compute the statistical properties of counts in cells. We illustrate in this section this method for the computation of the mean and covariance of number counts within redshift bins.

We divide the "volume" of the space $(z, \mathbf{\Omega}, \ln M)$, which enters the expression (17) of the angular number density of observed objects in redshift bin $i$, over $\mathcal{N}$ small (infinitesimal) cells labeled by the index $\alpha$, so that Eq. (17) reads as

$$\hat{N}_i = \frac{1}{(\Delta\Omega)} \sum_{\alpha_i} \hat{n}_{\alpha_i}, \tag{A.1}$$

where subscript $i$ refers to the redshift bin $i$. Then, since the cell $\alpha_i$ is infinitesimally small it contains at most one object, whence (Peebles 1980)

$$\hat{n}_{\alpha_i} = 0 \text{ or } 1, \text{ and } \hat{n}^2_{\alpha_i} = \hat{n}_{\alpha_i}. \tag{A.2}$$

Moreover, by definition its average is given by

$$\langle \hat{n}_{\alpha_i} \rangle = \mathrm{d}z \frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}z} \mathcal{D}^2 \mathrm{d}\mathbf{\Omega} \frac{\mathrm{d}M}{M} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M}. \tag{A.3}$$

Of course, we recover for the mean number of objects in the redshift bin $i$ the expression (19), which could also be read from Eq. (17) using the average

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{dln}\, M} \right\rangle = \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M}. \tag{A.4}$$

We now consider the covariance of the angular number densities $\hat{N}_i$. From Eq. (A.1) we have

$$(\Delta\Omega)^2 \langle \hat{N}_i \hat{N}_j \rangle = \left\langle \left( \sum_{\alpha_i} \hat{n}_{\alpha_i} \right) \left( \sum_{\alpha_j} \hat{n}_{\alpha_j} \right) \right\rangle \tag{A.5}$$

$$= \delta_{i,j} \sum_{\alpha_i} \langle \hat{n}^2_{\alpha_i} \rangle + \sum_{\alpha_i \neq \alpha_j} \langle \hat{n}_{\alpha_i} \hat{n}_{\alpha_j} \rangle \tag{A.6}$$

$$= \delta_{i,j} \sum_{\alpha_i} \langle \hat{n}_{\alpha_i} \rangle + \sum_{\alpha_i \neq \alpha_j} \langle \hat{n}_{\alpha_i} \hat{n}_{\alpha_j} \rangle. \tag{A.7}$$

In the second line we used the fact that the redshift bins do not overlap, so that for two "volumes" $\alpha_i$ and $\alpha_j$ to coincide, bins $i$ and $j$ must be the same (and $\delta_{i,j}$ is the Kronecker symbol), while in the third line we used Eq. (A.2). The first term in Eq. (A.7) corresponds to the shot noise, due to the discreteness of the object distribution. The second term includes the nonzero-distance correlation between objects, and reads as (for $\alpha_i \neq \alpha_J$)

$$\langle \hat{n}_{\alpha_i} \hat{n}_{\alpha_j} \rangle = \langle \hat{n}_{\alpha_i} \rangle \langle \hat{n}_{\alpha_j} \rangle \left[ 1 + \xi^{\mathrm{h}}_{\alpha_i, \alpha_j} \right], \tag{A.8}$$

where $\xi^{\mathrm{h}}_{\alpha_i,\alpha_j}$ is the "halo" two-point correlation function between "volumes" $\alpha_i$ and $\alpha_j$, see Peebles (1980). This yields

$$\langle \hat{N}_i \hat{N}_j \rangle = \delta_{i,j} \frac{\langle \hat{N}_i \rangle}{(\Delta\Omega)} + \int_i \mathrm{d}\chi_i \, \mathcal{D}_i^2 \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)} \frac{\mathrm{d}M_i}{M_i} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M_i} \times \int_j \mathrm{d}\chi_j \, \mathcal{D}_j^2 \frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)} \frac{\mathrm{d}M_j}{M_j} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M_j} \left[ 1 + \xi^{\mathrm{h}}_{i,j} \right], \tag{A.9}$$

using obvious notations where we label the quantities associated with $\hat{N}_i$ and $\hat{N}_j$ by the subscripts $i$ and $j$ and we integrate over the bins $i$ and $j$. This could also be directly obtained from Eq. (17) by writing

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{dln}\, M_i} \frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{dln}\, M_j} \right\rangle = \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M_i} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M_j} \left[ 1 + \xi^{\mathrm{h}}_{i,j} \right] + \frac{M_j}{\mathcal{D}_j^2} \delta_{\mathrm{D}}(\chi_j - \chi_i) \delta_{\mathrm{D}}(\mathbf{\Omega}_j - \mathbf{\Omega}_i) \delta_{\mathrm{D}}(M_j - M_i) \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{dln}\, M_i}, \tag{A.10}$$

where the second term with the Dirac factors gives the shot-noise contribution.

In this derivation we have assumed in Eq. (A.2) that space can be divided into infinitesimal volumes that contain either zero or one object and that each object only appears in one cell. Even though clusters and dark matter halos are actually extended objects, it is still possible to define a point distribution by associating a single point to each cluster or halo, for instance the halo mass center. Thus, this approach, which follows Peebles (1980), applies to these cases as well and to any distribution of discrete objects, as long as we restrict ourselves to count distributions and do not study the internal structure of these objects.

## Appendix B: Finite-size effects

As noticed in Sect. 4, in our computations of the mean and covariance of the estimators $\hat{\xi}$ and $\hat{\xi}^{\mathrm{LS}}$ we neglect finite-size effects. Indeed, we do not take the fact into account that when a point $i$ gets close to the survey boundaries the available space for points $i'$ located in the distance bin $[R_{i,-}, R_{i,+}]$, with respect to point $i$, is only a fraction of this spherical shell since a part of it extends beyond the observational cone. This means that we overestimate the total number of pairs. This has no impact on the mean, $\langle \hat{\xi}_i \rangle$, since this effect cancels out between the numerator and denominator in (48), but it means that we slightly overestimate the signal-to-noise ratio.

To estimate the magnitude of this error, we compute the geometrical factor illustrated in Fig. B.1. Approximating the observational cone as a cylinder of radius $R_{\mathrm{s}} = \mathcal{D}\theta_{\mathrm{s}}$, a point $i$ at distance $\ell$ from the central line of sight is the center of a spherical shell of radius $r$, onto which we count all neighbors $i'$ to estimate the correlation $\xi$ at this distance $r$. We denote $F(\ell)$ as the fraction of this sphere that is enclosed within the observational cone. In our computations elsewhere we used the approximation $F = 1$, but for $R_{\mathrm{s}} - r < \ell < R_{\mathrm{s}}$ we actually have $F < 1$. As in the transverse view shown in the left hand plot of Fig. B.1, the angle $\theta_\ell$ associated with the farthest point of intersection between the cylinder and the sphere satisfies $\ell + r \sin\theta_\ell = R$, whence

$$R_{\mathrm{s}} - r < \ell < R_{\mathrm{s}}, \quad 0 < \theta_\ell < \frac{\pi}{2} : \quad \sin\theta_\ell = \frac{R_{\mathrm{s}} - \ell}{r}. \tag{B.1}$$

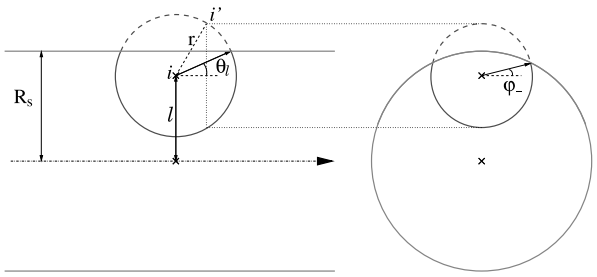



**Fig. B.1.** Geometrical illustration of finite-size effects. Close to the survey boundary, part of the sphere of radius $r$ extends beyond the observational cone and should not be counted. The left plot is a transverse view, orthogonal to the central line of sight, whereas the right plot is a view from a point far away on the line of sight.

Next, in the plane of each vertical section (i.e., at fixed $\theta$), shown in the right hand plot of Fig. B.1 that corresponds to a projection along the line of sight, the cylinder appears as a circle of radius $R_s$, whereas the section of the sphere of center $i$ appears as a circle of radius $r\sin(\theta)$. Both circles intersect (again for $R_s - r < \ell < R_s$) at the symmetric polar angles $\varphi_\pm$, with

$$R_s^2 = \ell^2 + r^2\sin^2\theta + 2\ell r\sin\theta\sin\varphi_\pm. \tag{B.2}$$

Then, the surface of the sphere that extends outside of the observational cylinder writes as

$$S^{\rm out} = 4r^2\int_{\theta_\ell}^{\pi/2} {\rm d}\theta\,\sin\theta\int_{\varphi_-}^{\pi/2}{\rm d}\varphi. \tag{B.3}$$

Thus, for $R_s - r < \ell < R_s$ the fraction of the sphere that is enclosed within the observational cylinder reads as

$$F(\ell) = 1 - \frac{\cos\theta_\ell}{2} + \int_0^{\cos\theta_\ell}\frac{{\rm d}x}{\pi}\,{\rm Arcsin}\left(\frac{R_s^2-\ell^2-r^2(1-x^2)}{2\ell r\sqrt{1-x^2}}\right) \tag{B.4}$$

whereas $F(\ell) = 1$ for $0 < \ell < R_s - r$. Then, integrating the position of the central point $i$ over the cylinder, the fraction of volume for pairs at distance $r$, with respect to the approximation $F = 1$, writes as

$$\frac{N'}{N} = \int_0^{R_s}\frac{{\rm d}\ell}{R_s}\frac{2\ell}{R_s}F(\ell) \tag{B.5}$$

$$= \left(1-\frac{r}{R_s}\right)^2 + \int_{R_s-r}^{R_s}\frac{{\rm d}\ell}{R_s}\frac{2\ell}{R_s}F(\ell). \tag{B.6}$$

This gives the ratio of the number of pairs $N'$, which is measured in the survey, to the number $N$ obtained when we do not take finite-size effects into account. For instance, at $z = 1$, which corresponds to the angular distance $\mathcal{D} \simeq 2352\,h^{-1}$ Mpc, and for a survey angular window of area 50 deg$^2$, which corresponds to $\theta_s \simeq 0.0696$ rad, we have $R_s = \mathcal{D}\theta_s \simeq 164\,h^{-1}$ Mpc. Then, we obtain $N'/N \simeq 0.91$ for a shell at radius $r = 30\,h^{-1}$ Mpc. This means that the approximation $F = 1$ overestimates the number of pairs by about 10% and the signal-to-noise ratio by 5%.

## Appendix C: Computation of the mean of the estimators $\hat{\bar{\xi}}$ and $\hat{\bar{\xi}}^{\rm LS}$

Defining the 3D Fourier-space top-hat as

$$\tilde{W}_3(kR) = \int_0^R\frac{{\rm d}\boldsymbol{r}}{4\pi R^3/3}\,{\rm e}^{{\rm i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} = 3\,\frac{\sin(kR)-kR\cos(kR)}{(kR)^3}, \tag{C.1}$$

the 3D Fourier-space window of the $i$-shell reads as

$$\tilde{W}_i^{(3)}(k) = \int_{\mathcal{V}_i}\frac{{\rm d}\boldsymbol{r}}{\mathcal{V}_i}\,{\rm e}^{{\rm i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}$$

$$= \frac{R_{i,+}^3\tilde{W}_3(kR_{i,+}) - R_{i,-}^3\tilde{W}_3(kR_{i,-})}{R_{i,+}^3 - R_{i,-}^3}, \tag{C.2}$$

where the superscript (3) recalls that we consider a 3D radial bin. Then, writing the two-point correlation function in terms of the power spectrum, as in Eq. (3), we obtain for its radial average (54)

$$\bar{\xi}_{i'}^{(r)}(z) = \int_0^\infty\frac{{\rm d}k}{k}\,\Delta^2(k,z)\,\tilde{W}_i^{(3)}(k). \tag{C.3}$$

(Here $i$ and $i'$ refer to the same radial bin; the prime only recalls that we are integrating over a neighbor $i'$ within a small radial shell with respect to another point in the observational cone.)

## Appendix D: Derivation of the covariance of the Peebles & Hauser estimator $\hat{\bar{\xi}}$

We compute here the covariance of the estimators $\hat{\bar{\xi}}_i$, which is identical to the covariance of the quantities $(1+\hat{\bar{\xi}}_i)$. To simplify the expressions we do not consider mass binning here, but it is straightforward to generalize to the case of several mass bins. From the definition (48) we can write with obvious notations the second moment as

$$\langle(1+\hat{\bar{\xi}}_i)(1+\hat{\bar{\xi}}_j)\rangle = \frac{1}{Q_i}\int{\rm d}\chi_i\,\mathcal{D}_i^2\frac{{\rm d}\boldsymbol{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\frac{{\rm d}M_i}{M_i}\int{\rm d}\boldsymbol{r}_{i'}\frac{{\rm d}M_{i'}}{M_{i'}}$$
$$\times\frac{1}{Q_j}\int{\rm d}\chi_j\,\mathcal{D}_j^2\frac{{\rm d}\boldsymbol{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)}\frac{{\rm d}M_j}{M_j}\int{\rm d}\boldsymbol{r}_{j'}\frac{{\rm d}M_{j'}}{M_{j'}}$$
$$\times\left\langle\frac{{\rm d}\hat{n}}{{\rm dln}\,M_i}\frac{{\rm d}\hat{n}}{{\rm dln}\,M_{i'}}\frac{{\rm d}\hat{n}}{{\rm dln}\,M_j}\frac{{\rm d}\hat{n}}{{\rm dln}\,M_{j'}}\right\rangle. \tag{D.1}$$

The average in Eq. (D.1) can be written as in Eq. (A.10), with many Dirac factors for the shot-noise contributions. However, as in Appendix A, it may be easier to follow Peebles (1980) and to divide "volumes" over small (infinitesimal) cells that contain $\hat{n}$ objects, with $\hat{n} = 0$ or 1. Then, we can split the average $\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\hat{n}_j\hat{n}_{j'}\rangle$ as

$$\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\hat{n}_j\hat{n}_{j'}\rangle = \langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\hat{n}_j\hat{n}_{j'}\rangle^{\rm (s.v.)} + \delta_{i,j}\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\hat{n}_{j'}\rangle^{\rm (s.v.)}$$
$$+\delta_{i,j'}\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\hat{n}_j\rangle^{\rm (s.v.)} + \delta_{i',j}\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\hat{n}_{j'}\rangle^{\rm (s.v.)}$$
$$+\delta_{i',j'}\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\hat{n}_j\rangle^{\rm (s.v.)} + \delta_{i,j}\delta_{i',j'}\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\rangle^{\rm (s.v.)}$$
$$+\delta_{i,j'}\delta_{i',j}\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\rangle^{\rm (s.v.)}, \tag{D.2}$$

where we have explicitly written the first "pure sample-variance" contribution and the last six "shot-noise" contributions associated with the Kronecker symbols. The remaining averages with the superscript "(s.v.)" denote "sample-variance" averages, that is, without further shot-noise terms. Here we used the fact that the objects $i$ and $i'$ are separated by the finite distance $r_{i'}$, with $r_{i'} \geq R_{i,-}$, so that the elementary "cells" $i$ and $i'$ cannot coincide and there is no shot-noise contribution of the form $\delta_{i,i'}$. For the same reason there is no term $\delta_{j,j'}$. Next, the "sample-variance" averages of Eq. (D.2) read as (Peebles 1980)

$$\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\hat{n}_j\hat{n}_{j'}\rangle^{\rm (s.v.)} = \langle\hat{n}_i\rangle\langle\hat{n}_{i'}\rangle\langle\hat{n}_j\rangle\langle\hat{n}_{j'}\rangle\Big[1+\xi^{\rm h}_{i,i'}+\xi^{\rm h}_{i,j}+\xi^{\rm h}_{i,j'}$$
$$+\xi^{\rm h}_{i',j}+\xi^{\rm h}_{i',j'}+\xi^{\rm h}_{j,j'}+\zeta^{\rm h}_{i',j,j'}+\zeta^{\rm h}_{i,j,j'}+\zeta^{\rm h}_{i,i',j'}+\zeta^{\rm h}_{i,i',j}$$
$$+\xi^{\rm h}_{i,i'}\xi^{\rm h}_{j,j'}+\xi^{\rm h}_{i,j}\xi^{\rm h}_{i',j'}+\xi^{\rm h}_{i,j'}\xi^{\rm h}_{i',j}+\eta^{\rm h}_{i,i',j,j'}\Big], \tag{D.3}$$

$$\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\hat{n}_{j'}\rangle^{\rm (s.v.)} = \langle\hat{n}_i\rangle\langle\hat{n}_{i'}\rangle\langle\hat{n}_{j'}\rangle\Big[1+\xi^{\rm h}_{i,i'}+\xi^{\rm h}_{i,j'}+\xi^{\rm h}_{i',j'}$$
$$+\zeta^{\rm h}_{i,i',j'}\Big], \tag{D.4}$$

$$\langle\hat{n}_i\hat{n}_{i'}\rangle^{\rm (s.v.)} = \langle\hat{n}_i\rangle\langle\hat{n}_{i'}\rangle\Big[1+\xi^{\rm h}_{i,i'}\Big], \tag{D.5}$$

where $\xi^{\rm h}$, $\zeta^{\rm h}$, and $\eta^{\rm h}$ are the two-point, three-point, and four-point correlation functions of the objects. Since we have

$$\langle\hat{\bar{\xi}}_i\hat{\bar{\xi}}_j\rangle - \langle\hat{\bar{\xi}}_i\rangle\langle\hat{\bar{\xi}}_j\rangle = \langle(1+\hat{\bar{\xi}}_i)(1+\hat{\bar{\xi}}_j)\rangle - \langle1+\hat{\bar{\xi}}_i\rangle\langle1+\hat{\bar{\xi}}_j\rangle, \tag{D.6}$$

we obtain from Eqs. (D.1)–(D.5) the decomposition (59) of the covariance matrix, with the explicit expressions (60)–(62) of the various "sample-variance" and "shot-noise" contributions. Here

we used the symmetries[10] $\{i \leftrightarrow i'\}$ and $\{j \leftrightarrow j'\}$ of Eq. (D.1). In Eq. (61) the object "$j'$" is at the distance $r_{j'}$ from the object "$i$", since this shot-noise contribution comes from the case where the objects $i$ and $j$ are the same object (or from one of the three remaining cases "$i = j'$", "$i' = j$", or "$i' = j'$"). The shot-noise contribution (60) comes from the identification "$i = j$ and $i' = j'$" (or "$i = j'$ and $i' = j$"). This implies that the distances $r_{i'}$ and $r_{j'}$ are equal, which gives rise to the Kronecker symbol $\delta_{i,j}$ since we consider the case of nonoverlapping distance bins $[R_{i,-}, R_{i,+}]$.

From Eq. (52) the contribution $C^{(2)}_{i,j}$ of Eq. (60) also reads as

$$C^{(2)}_{i,j} = \delta_{i,j}\frac{2}{(\Delta\Omega)Q_i}(1 + \langle\hat{\xi}_i\rangle). \tag{D.7}$$

In order to estimate the contributions $C^{(3)}_{ij}$ and $C^{(4)}_{ij}$ we assume that the radial bins $[R_{i,-}, R_{i,+}]$ are restricted to large enough scales to neglect three- and four-point correlation functions, as well as products such as $\xi_{i;j'}\xi_{i';j}$. Thus, we only keep in this Appendix the contributions that are constant or linear over the two-point correlation function $\xi_{i;j}$ of the objects, which we recall with the superscripts "1" and "$\xi$" below. Moreover, we again assume that the two-point correlation function can be factored in as in Eq. (1).

The first contribution to $C^{(3)}_{i,j}$, associated with the factor 1 in the brackets in Eq. (61), reads as

$$C^{(3,1)}_{i,j} = \frac{4}{(\Delta\Omega)Q_iQ_j}\int \mathrm{d}\chi\, \mathcal{D}^2\, \overline{n}^3\, \mathcal{V}_i\mathcal{V}_j. \tag{D.8}$$

The contributions that are linear over $\xi$ sum up as

$$\begin{aligned} C^{(3,\xi)}_{i,j} &= \frac{4}{(\Delta\Omega)Q_iQ_j}\int \mathrm{d}\chi\, \mathcal{D}^2\, \overline{b}^2\, \overline{n}^3\, \mathcal{V}_i\mathcal{V}_j \\ &\quad\times\left[\overline{\xi^{(r)}_{i'}} + \overline{\xi^{(r)}_{j'}} + \overline{\xi^{(r)}_{i',j'}}\right], \end{aligned} \tag{D.9}$$

where $\overline{\xi^{(r)}_{i'}}$ and $\overline{\xi^{(r)}_{j'}}$ are defined as in Eqs. (54) and (C.3), whereas $\overline{\xi^{(r)}_{i',j'}}$ is defined in Eq. (68) and also writes as

$$\overline{\xi^{(r)}_{i',j'}} = \int_0^\infty \frac{\mathrm{d}k}{k}\,\Delta^2(k,z)\,\tilde{W}^{(3)}_i(k)\,\tilde{W}^{(3)}_j(k). \tag{D.10}$$

Next, at this order the contribution (62) to the covariance simplifies as

$$C^{(4,\xi)}_{i,j} = \frac{4}{Q_iQ_j}\int \mathrm{d}\chi\, \mathcal{D}^5\, \overline{b}^2\overline{n}^4\, \mathcal{V}_i\mathcal{V}_j\,\overline{\xi_{\rm cyl}}, \tag{D.11}$$

where $\overline{\xi_{\rm cyl}}$ is Limber's approximation (13) to Eq. (8). Then, collecting all terms, we obtain the expression (67) for the covariance.

[10] The integration over the points $i$ and $i'$ in Eq. (D.1) should be understood as $\int \mathrm{d}\chi_i\mathcal{D}_i^2\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i \int \mathrm{d}\chi_{i'}\mathcal{D}_{i'}^2\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_{i'}\,\Theta(R_{i,-}<|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_{i'}|<R_{i,+})$, which is more clearly symmetric, where $\Theta$ is a top-hat window that takes values 0 or 1 with obvious notations. In practice, we actually slightly "break" this symmetry by using the variables $(\chi_i, \mathbf{\Omega}_i; \boldsymbol{r}_{i'})$ as in Eq. (D.1) if we do not take boundary effects into account, as in this paper.

## Appendix E: Derivation of the mean and covariance of the Landy & Szalay estimator $\hat{\xi}^{\rm LS}$

We can relate the Landy & Szalay estimator $\hat{\xi}^{\rm LS}$ defined by Eq. (56) to the Peebles & Hauser estimator (48) by

$$\hat{\xi}^{\rm LS}_i = \hat{\xi}_i - 2\hat{\xi}^{\rm c}_i, \tag{E.1}$$

where we defined the cross-term $\hat{\xi}^{\rm c}_i$ by

$$\begin{aligned} 1 + \hat{\xi}^{\rm c}_i &= \frac{1}{Q_i}\int \mathrm{d}z\,\frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}z}\,\mathcal{D}^2\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}}{(\Delta\Omega)}\frac{\mathrm{d}M}{M}\int_i \mathrm{d}\boldsymbol{r}'\frac{\mathrm{d}M'}{M'} \\ &\quad\times\frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{d}\ln M}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M'}. \end{aligned} \tag{E.2}$$

We obtain at once, using Eqs. (A.4) and (50),

$$\langle\hat{\xi}^{\rm c}_i\rangle = 0, \tag{E.3}$$

which leads to Eq. (57).

From the relation (E.1) we have for the covariance of the estimator $\hat{\xi}^{\rm LS}$,

$$C^{\rm LS}_{i,j} = C_{i,j} - 2\langle\hat{\xi}_i\hat{\xi}^{\rm c}_j\rangle - 2\langle\hat{\xi}^{\rm c}_i\hat{\xi}_j\rangle + 4\langle\hat{\xi}^{\rm c}_i\hat{\xi}^{\rm c}_j\rangle, \tag{E.4}$$

where $C_{i,j}$ is the covariance of the Peebles & Hauser estimator $\hat{\xi}$, defined in Eq. (59). To compute the cross-terms in (E.4) we write as in Eq. (D.1),

$$\begin{aligned} \langle(1+\hat{\xi}_i)(1+\hat{\xi}^{\rm c}_j)\rangle &= \frac{1}{Q_i}\int \mathrm{d}\chi_i\,\mathcal{D}_i^2\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\int_i \mathrm{d}\boldsymbol{r}_{i'}\frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}} \\ &\quad\times\frac{1}{Q_j}\int \mathrm{d}\chi_j\,\mathcal{D}_j^2\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)}\frac{\mathrm{d}M_j}{M_j}\int_j \mathrm{d}\boldsymbol{r}_{j'}\frac{\mathrm{d}M_{j'}}{M_{j'}} \\ &\quad\times\left\langle\frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{d}\ln M_i}\frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{d}\ln M_{i'}}\frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{d}\ln M_j}\right\rangle\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{j'}}. \end{aligned} \tag{E.5}$$

Proceeding as in Appendix D, this gives

$$C^{\rm c}_{i,j} = \langle\hat{\xi}_i\hat{\xi}^{\rm c}_j\rangle = C^{\rm c(3)}_{i,j} + C^{\rm c(4)}_{i,j}, \tag{E.6}$$

with

$$\begin{aligned} C^{\rm c(3)}_{i,j} &= \frac{2}{(\Delta\Omega)Q_iQ_j}\int \mathrm{d}\chi_i\,\mathcal{D}_i^2\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\int_i \mathrm{d}\boldsymbol{r}_{i'}\frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}} \\ &\quad\times\int_j \mathrm{d}\boldsymbol{r}_{j'}\frac{\mathrm{d}M_{j'}}{M_{j'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_i}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{i'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{j'}}\left[1+\xi^{\rm h}_{i,i'}\right], \end{aligned} \tag{E.7}$$

$$\begin{aligned} C^{\rm c(4)}_{i,j} &= \frac{1}{Q_iQ_j}\int \mathrm{d}\chi_i\mathcal{D}_i^2\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\int_i \mathrm{d}\boldsymbol{r}_{i'}\frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_i} \\ &\quad\times\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{i'}}\int \mathrm{d}\chi_j\mathcal{D}_j^2\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)}\frac{\mathrm{d}M_j}{M_j}\int_j \mathrm{d}\boldsymbol{r}_{j'}\frac{\mathrm{d}M_{j'}}{M_{j'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_j} \\ &\quad\times\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{j'}}\left[2\xi^{\rm h}_{i;j} + \zeta^{\rm h}_{i,i';j}\right]. \end{aligned} \tag{E.8}$$

Next, to compute the last term in Eq. (E.4) we write

$$\begin{aligned} \langle(1+\hat{\xi}^{\rm c}_i)(1+\hat{\xi}^{\rm c}_j)\rangle &= \frac{1}{Q_i}\int \mathrm{d}\chi_i\mathcal{D}_i^2\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)}\frac{\mathrm{d}M_i}{M_i}\int_i \mathrm{d}\boldsymbol{r}_{i'}\frac{\mathrm{d}M_{i'}}{M_{i'}} \\ &\quad\times\frac{1}{Q_j}\int \mathrm{d}\chi_j\mathcal{D}_j^2\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)}\frac{\mathrm{d}M_j}{M_j}\int_j \mathrm{d}\boldsymbol{r}_{j'}\frac{\mathrm{d}M_{j'}}{M_{j'}} \\ &\quad\times\left\langle\frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{d}\ln M_i}\frac{\mathrm{d}\hat{n}}{\mathrm{d}\ln M_j}\right\rangle\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{i'}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\ln M_{j'}}, \end{aligned} \tag{E.9}$$

whence

$$C^{\rm cc}_{i,j} = \langle \hat\xi^{\rm c}_i \hat\xi^{\rm c}_j \rangle = C^{\rm cc(3)}_{i,j} + C^{\rm cc(4)}_{i,j}, \tag{E.10}$$

with

$$C^{\rm cc(3)}_{i,j} = \frac{1}{(\Delta\Omega) Q_i Q_j} \int {\rm d}\chi_i \mathcal{D}_i^2 \frac{{\rm d}\boldsymbol{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)} \frac{{\rm d}M_i}{M_i} \int_i {\rm d}\boldsymbol{r}_{i'} \frac{{\rm d}M_{i'}}{M_{i'}} \times \int_j {\rm d}\boldsymbol{r}_{j'} \frac{{\rm d}M_{j'}}{M_{j'}} \frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\, M_i} \frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\, M_{i'}} \frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\, M_{j'}}, \tag{E.11}$$

$$C^{\rm cc(4)}_{i,j} = \frac{1}{Q_i Q_j} \int {\rm d}\chi_i \mathcal{D}_i^2 \frac{{\rm d}\boldsymbol{\Omega}_i}{(\Delta\Omega)} \frac{{\rm d}M_i}{M_i} \int_i {\rm d}\boldsymbol{r}_{i'} \frac{{\rm d}M_{i'}}{M_{i'}} \frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\, M_i} \times \frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\, M_{i'}} \int {\rm d}\chi_j \mathcal{D}_j^2 \frac{{\rm d}\boldsymbol{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)} \frac{{\rm d}M_j}{M_j} \int_j {\rm d}\boldsymbol{r}_{j'} \frac{{\rm d}M_{j'}}{M_{j'}} \frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\, M_j} \times \frac{{\rm d}n}{{\rm dln}\, M_{j'}} \xi^{\rm h}_{i;j}. \tag{E.12}$$

Collecting all terms in Eq. (E.4), which reads as $C^{\rm LS}_{i,j} = C_{i,j} - 2C^{\rm c}_{i,j} - 2C^{\rm c}_{j,i} + 4C^{\rm cc}_{i,j}$, we obtain the decomposition (63) with the contributions (64)–(66).

## Appendix F: Computation of high-order terms for the covariance of $\hat\xi^{\rm LS}$

We compute here the high-order terms for the covariance $C^{\rm LS}_{i,j}$ of the Landy-Szalay estimator $\hat\xi^{\rm LS}_i$ that we had neglected in Eq. (69).

For numerical computations, it is often more efficient to express the quantities that we encounter in this work in terms of the real-space correlation $\xi(x)$, instead of the Fourier-space power spectra $P(k)$ or $\Delta^2(k)$, provided $\xi(x)$ is known (e.g., computed in advance on a fine grid[11]). Indeed, this replaces oscillatory integrals by integrals with slowly-varying factors, which allows faster and more accurate computations. This comes from mostly considering various kinds of volume averages of correlation functions, such as Eq. (8), which are more naturally written in configuration space. This yields integrations over bounded or unbounded domains with typically positive and slowly-varying kernels. In contrast, the transformation to Fourier space yields highly oscillatory kernels as soon as some underlying real-space volumes are finite with a size much larger than some other scales (see for instance the 2D top-hat (12) for a window $\theta_{\rm s}$ that is much broader than the typical angular scale $1/(k_\perp \mathcal{D})$). On the other hand, intermediate analytical computations are often easier to perform in Fourier space, mostly because of the convolution theorem. Then, a convenient method is to first write expressions in terms of Fourier-space power spectra, perform integrations over angles, and finally go back to the real-space correlation function, using the fact that from Eq. (3), $\xi(x)$ and $\Delta^2(k)$ are related by

$$\xi(x) = \int \frac{{\rm d}k}{k} \Delta^2(k) \frac{\sin(kx)}{kx}, \tag{F.1}$$

$$\Delta^2(k) = \frac{2}{\pi} \int \frac{{\rm d}x}{x} \xi(x) (kx)^2 \sin(kx). \tag{F.2}$$

[11] In practice, we compute in advance $\xi(x,z)$ on a 2D grid, over distance and redshift, using Eq. (F.1) and the nonlinear power spectrum from Smith et al. (2003). To obtain meaningful and accurate results, one needs to make sure that $\xi(x)$ is accurately computed, especially on large scales where one should recover linear theory and a smooth two-point correlation.

As shown below, this method also allows partial factorization of most integrals.

A first high-order contribution to the covariance $C^{\rm LS}_{i,j}$ arises from the product $\xi_{i;j'}\xi_{i';j}$ in Eq. (66), which also writes as Eq. (75) where we introduced the quantity $\overline{\xi^{(r)}_{i;j'}\xi^{(r)}_{i';j}}$ defined by

$$\overline{\xi^{(r)}_{i;j'}\xi^{(r)}_{i';j}} = \int \frac{{\rm d}\chi_j}{\mathcal{D}_i} \int \frac{{\rm d}\boldsymbol{\Omega}_i {\rm d}\boldsymbol{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)^2} \int \frac{{\rm d}\boldsymbol{r}_{i'} {\rm d}\boldsymbol{r}_{j'}}{\mathcal{V}_i \mathcal{V}_j} \xi_{i;j'}\xi_{i';j}. \tag{F.3}$$

Expressing the two-point correlation functions in terms of the power spectrum, using the flat-sky (small angle) approximation, as well as Limber's approximation as we did for Eq. (9), we obtain after integration over angles and over the two radial shells,

$$\overline{\xi^{(r)}_{i;j'}\xi^{(r)}_{i';j}} = \frac{2\pi}{\mathcal{D}} \int {\rm d}\boldsymbol{k}_1 {\rm d}\boldsymbol{k}_2\, P(k_1) P(k_2)\, \delta_{\rm D}(k_{1\parallel} + k_{2\parallel}) \times \tilde W_i^{(3)}(k_1)\, \tilde W_j^{(3)}(k_2)\, \tilde W_2(|\boldsymbol{k}_{1\perp} + \boldsymbol{k}_{2\perp}| \mathcal{D}\theta_{\rm s})^2. \tag{F.4}$$

Again, the factor $2\pi\delta_{\rm D}(k_{1\parallel}+k_{2\parallel})$ comes from the integration over $\chi_j$, which suppresses longitudinal wavelengths. Using the exponential representation of Dirac functions, Eq. (F.4) can be partially factorized as

$$\overline{\xi^{(r)}_{i;j'}\xi^{(r)}_{i';j}} = \int \frac{{\rm d}\boldsymbol{r}}{\mathcal{D}(2\pi)^2} \int {\rm d}\boldsymbol{k}_1 {\rm d}\boldsymbol{k}_2\, P(k_1) P(k_2)\, \tilde W_i^{(3)}(k_1)\, \tilde W_j^{(3)}(k_2) \times \int {\rm d}\boldsymbol{k}_\perp \tilde W_2(k_\perp \mathcal{D}\theta_{\rm s})^2 {\rm e}^{{\rm i}r_\parallel \cdot (k_{1\parallel}+k_{2\parallel}) + {\rm i}\boldsymbol{r}_\perp \cdot (\boldsymbol{k}_{1\perp}+\boldsymbol{k}_{2\perp}-\boldsymbol{k}_\perp)}, \tag{F.5}$$

and the integration over angles yields

$$\overline{\xi^{(r)}_{i;j'}\xi^{(r)}_{i';j}} = 2 \int \frac{{\rm d}r}{r} \int \frac{{\rm d}k_1}{k_1} \frac{\Delta^2(k_1)}{\mathcal{D}k_1} \sin(k_1 r) \tilde W_i^{(3)}(k_1) \times \int \frac{{\rm d}k_2}{k_2} \frac{\Delta^2(k_2)}{\mathcal{D}k_2} \sin(k_2 r) \tilde W_j^{(3)}(k_2) \times \int \frac{{\rm d}k}{k} \mathcal{D}k \sin(kr) \tilde W_2(k\mathcal{D}\theta_{\rm s})^2. \tag{F.6}$$

This also reads as

$$\overline{\xi^{(r)}_{i;j'}\xi^{(r)}_{i';j}} = 2\theta_{\rm s} \int \frac{{\rm d}r\, r}{(\mathcal{D}\theta_{\rm s})^2} \mathcal{I}_i^{(3)}(r)\, \mathcal{I}_j^{(3)}(r)\, A^{(3)}\left(\frac{r}{\mathcal{D}\theta_{\rm s}}\right), \tag{F.7}$$

where we introduced

$$A^{(3)}(y) = \int_0^\infty {\rm d}u\, \sin(yu)\, \tilde W_2(u)^2, \tag{F.8}$$

and

$$\mathcal{I}_i^{(3)}(r) = \int \frac{{\rm d}k}{k} \Delta^2(k) \frac{\sin(kr)}{kr} \tilde W_i^{(3)}(k). \tag{F.9}$$

The function $A^{(3)}(y)$ can be written as

$$0 < y < 2 : A^{(3)}(y) = \frac{2}{3\pi}\Big[3\pi y - 2(4+y^2)\mathbf{E}(y/2) - 2(-4+y^2)\mathbf{K}(y/2)\Big], \tag{F.10}$$

$$y > 2 : A^{(3)}(y) = \frac{2y}{3\pi}\Big[3\pi - (4+y^2)\mathbf{E}(2/y) + (-4+y^2)\mathbf{K}(2/y)\Big], \tag{F.11}$$

where $\boldsymbol{K}(k)$ and $\boldsymbol{E}(k)$ are the complete elliptic integrals of the first and second kinds (Gradshteyn & Ryzhik 1965). One can check that $A^{(3)}(y)$ is a positive, nonoscillatory, and continuous

function (but not analytic at $y = 2$), with $A^{(3)}(y) \sim 2y$ for $y \to 0$ and $A^{(3)}(y) \sim 1/y$ for $y \to \infty$.

Going back to configuration space, by substituting Eq. (F.2), the integral (F.9) can be written as

$$\mathcal{I}_i^{(3)}(r) = \int \frac{\mathrm{d}x\, x\xi(x)}{r(R_{i,+}^3 - R_{i,-}^3)} \left[R_{i,+}^2 W_3\left(\frac{x}{R_{i,+}}, \frac{r}{R_{i,+}}\right) - R_{i,-}^2 W_3\left(\frac{x}{R_{i,-}}, \frac{r}{R_{i,-}}\right)\right] \tag{F.12}$$

with

$$W_3(a,b) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{d}u\, \sin(au)\sin(bu)\tilde{W}_3(u), \tag{F.13}$$

which for $a > 0$ and $b > 0$ is given by

$$\begin{array}{l} |a-b| > 1: \;\; W_3 = 0 \\ |a-b| < 1,\; a+b < 1: \;\; W_3 = 3ab \\ |a-b| < 1,\; a+b > 1: \;\; W_3 = \frac{3}{4}[1-(a-b)^2]. \end{array} \tag{F.14}$$

Thus, using Eq. (F.12), the quantity $\overline{\xi_{i;j'}^{(r)}\xi_{i';j}^{(r)}}$ of Eq. (F.7) involves slowly varying integrals over real-space variables, which partially factor as three factors within the integrand of Eq. (F.7). This makes it more efficient to use Eq. (F.7) than the Fourier-space expressions (F.4) or (F.6).

To evaluate the two remaining contributions, associated with the factors $\zeta_{i,i',j'}$ in Eq. (65) and $\eta_{i,i';j,j'}$ in Eq. (66), we use the model for the three- and four-point correlation functions described in Sect. 2.1.2. Thus, using Eq. (4) for the three-point correlation function that enters Eq. (65), this contribution to Eq. (65) reads as

$$C_{i,j}^{\mathrm{LS(3,}\zeta\mathrm{)}} = \frac{4}{(\Delta\Omega)Q_iQ_j}\int \mathrm{d}\chi\, \mathcal{D}^2\,\overline{b}^3\,\overline{n}^3\,\mathcal{V}_i\mathcal{V}_j\,\frac{S_3}{3} \times \left[\overline{\xi_{i,i'}^{(r)}\xi_{i,j'}^{(r)}} + \overline{\xi_{i',i}^{(r)}\xi_{i',j'}^{(r)}} + \overline{\xi_{j',i}^{(r)}\xi_{j',i'}^{(r)}}\right]. \tag{F.15}$$

The first term in the bracket in Eq. (F.15) is given by

$$\overline{\xi_{i,i'}^{(r)}\xi_{i,j'}^{(r)}} = \overline{\xi_{i'}^{(r)}} \times \overline{\xi_{j'}^{(r)}}, \tag{F.16}$$

where $\overline{\xi_{i'}^{(r)}}$ was defined in Eq. (54), because the integrations over $\boldsymbol{r}_{i'}$ and $\boldsymbol{r}_{j'}$ are independent. The second term reads as

$$\overline{\xi_{i',i}^{(r)}\xi_{i',j'}^{(r)}} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{k}_1\mathrm{d}\boldsymbol{k}_2\, P(k_1)P(k_2)\,\tilde{W}_i^{(3)}(|\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}_2|) \times \tilde{W}_j^{(3)}(k_2), \tag{F.17}$$

which no longer factors. Introducing an auxiliary wavenumber $\boldsymbol{k}$ and the Dirac factor $\delta_{\mathrm{D}}(\boldsymbol{k}_1 + \boldsymbol{k}_2 - \boldsymbol{k})$, which we write under its exponential form as in Eq. (F.5), and using the inverse Fourier transform of the 3D shell (C.2),

$$\frac{\Theta(\boldsymbol{r}\in\mathcal{V}_i)}{\mathcal{V}_i} = \int \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{k}}{(2\pi)^3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}\,\tilde{W}_i^{(3)}(k) \tag{F.18}$$

$$= \frac{1}{2\pi^2}\int \frac{\mathrm{d}k}{k}\,k^3\,\frac{\sin(kr)}{kr}\,\tilde{W}_i^{(3)}(k), \tag{F.19}$$

as well as Eq. (F.9), we obtain

$$\overline{\xi_{i',i}^{(r)}\xi_{i',j'}^{(r)}} = \int_{\mathcal{V}_i}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathcal{V}_i}\,\xi(r)\,\mathcal{I}_j^{(3)}(r). \tag{F.20}$$

The third term in Eq. (F.15) is obtained from Eq. (F.20) by exchanging the labels "$i$" and "$j$".

We now turn to the four-point contribution to Eq. (66), using Eq. (6) for the halo four-point correlation function $\eta^{\mathrm{h}}_{i,i';j,j'}$. Thanks to the symmetries $\{i \leftrightarrow i'\}$ and $\{j \leftrightarrow j'\}$ we have two different contributions (a) and (b) associated with the topology of the left diagram in Fig. 2, each with a multiplicity factor 2, and four different contributions (c), (d), (e), and (f), associated with the topology of the right diagram, with multiplicity factors 4, 4, 2, and 2.

The first contribution (a) reads as

$$C_{i,j}^{\mathrm{LS(4,a)}} = \frac{2}{Q_iQ_j}\int \mathrm{d}\chi\,\mathcal{D}^5\,\overline{b}^4\,\overline{n}^4\,\mathcal{V}_i\mathcal{V}_j\,\frac{S_4}{16}\,\overline{\xi_{i,i'}^{(r)}\xi_{i;j}\xi_{i;j'}^{(r)}} \tag{F.21}$$

with

$$\overline{\xi_{i,i'}^{(r)}\xi_{i;j}\xi_{i;j'}^{(r)}} = \int\frac{\mathrm{d}\chi_j}{\mathcal{D}_i}\int\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_i\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)^2}\int\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{i'}\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{j'}}{\mathcal{V}_i\mathcal{V}_j}\,\xi_{i,i'}\xi_{i;j}\xi_{i;j'} = \overline{\xi_{i'}^{(r)}} \times \overline{\xi_{i;j}\xi_{i;j'}^{(r)}}. \tag{F.22}$$

Proceeding as for Eq. (F.3), we obtain

$$\overline{\xi_{i;j}\xi_{i;j'}^{(r)}} = 2\theta_{\mathrm{s}}\int\frac{\mathrm{d}r\,r}{(\mathcal{D}\theta_{\mathrm{s}})^2}\,\xi(r)\,\mathcal{I}_j^{(3)}(r)\,A^{(3)}\left(\frac{r}{\mathcal{D}\theta_{\mathrm{s}}}\right), \tag{F.23}$$

the contribution $C_{i,j}^{\mathrm{LS(4,b)}}$ is the symmetric one with respect to $\{i \leftrightarrow j\}$ of Eq. (F.21); that is, the product $\overline{\xi_{i'}^{(r)}} \times \overline{\xi_{i;j}\xi_{i;j'}^{(r)}}$ is replaced by $\overline{\xi_{j'}^{(r)}} \times \overline{\xi_{i;j}\xi_{j;i'}^{(r)}}$.

Next, the contribution $C_{i,j}^{\mathrm{LS(4,c)}}$ reads as

$$C_{i,j}^{\mathrm{LS(4,c)}} = \frac{4}{Q_iQ_j}\int \mathrm{d}\chi\,\mathcal{D}^5\,\overline{b}^4\,\overline{n}^4\,\mathcal{V}_i\mathcal{V}_j\,\frac{S_4}{16}\,\overline{\xi_{i',i}^{(r)}\xi_{i;j}\xi_{j,j'}^{(r)}} \tag{F.24}$$

where the geometrical average writes as

$$\overline{\xi_{i',i}^{(r)}\xi_{i;j}\xi_{j,j'}^{(r)}} = \overline{\xi_{i'}^{(r)}} \times \overline{\xi_{\mathrm{cyl}}} \times \overline{\xi_{j'}^{(r)}}, \tag{F.25}$$

since integrals over $\boldsymbol{r}_{i'}$ and $\boldsymbol{r}_{j'}$ can be factored.

The contribution (d) involves $\overline{\xi_{j',i}^{(r)}\xi_{i;j}\xi_{j;i'}^{(r)}}$ where no factorization is possible. Proceeding as for Eq. (F.3) we obtain

$$\overline{\xi_{j';i}^{(r)}\xi_{i;j}\xi_{j;i'}^{(r)}} = 2\theta_{\mathrm{s}}\int\frac{\mathrm{d}r\,r}{(\mathcal{D}\theta_{\mathrm{s}})^2}\,\xi(r)\,\mathcal{I}_i^{(3)}(r)\,\mathcal{I}_j^{(3)}(r)\,A^{(3)}\left(\frac{r}{\mathcal{D}\theta_{\mathrm{s}}}\right). \tag{F.26}$$

The contribution (e) involves $\overline{\xi_{j';i}^{(r)}\xi_{i,i'}^{(r)}\xi_{i';j}^{(r)}}$ that can be written as

$$\overline{\xi_{j';i}^{(r)}\xi_{i,i'}^{(r)}\xi_{i';j}^{(r)}} = 3\theta_{\mathrm{s}}\int\frac{\mathrm{d}r\,r}{(\mathcal{D}\theta_{\mathrm{s}})^2}\,A^{(3)}\left(\frac{r}{\mathcal{D}\theta_{\mathrm{s}}}\right)\mathcal{I}_j^{(3)}(r) \times\int_{R_{i,-}}^{R_{i,+}}\frac{\mathrm{d}r'\,r'^2}{R_{i,+}^3-R_{i,-}^3}\xi(r')\int_{|r-r'|}^{r+r'}\frac{\mathrm{d}r''\,r''}{r\,r'}\,\xi(r''), \tag{F.27}$$

whereas contribution (f) is obtained from (e) by exchanging the labels "$i$" and "$j$".

Collecting all terms, the high-order contributions to the covariance matrix $C_{i,j}^{\mathrm{LS}}$ are given by Eqs. (75)–(77).

## Appendix G: Computation of the mean of the estimators $\hat{w}$ and $\hat{w}^{\rm LS}$

We give here explicit expressions of the average (84) of the correlation function over an angular ring. As in Sect. 2.1.3, using the flat-sky and Limber's approximations, we obtain

$$\overline{\xi^{(\theta)}_{i'}}(z) = \pi \int_0^\infty \frac{{\rm d}k}{k} \frac{\Delta^2(k,z)}{\mathcal{D}k} \tilde{W}_i^{(2)}(k\mathcal{D}), \tag{G.1}$$

where we introduced the 2D Fourier-space window of the $i$-ring,

$$\begin{aligned}\tilde{W}_i^{(2)}(k_\perp\mathcal{D}) &= \int_{\mathcal{A}_i} \frac{{\rm d}\boldsymbol{\theta}}{\mathcal{A}_i} {\rm e}^{{\rm i}\boldsymbol{k}_\perp\cdot\mathcal{D}\boldsymbol{\theta}} \\ &= \frac{\theta_{i,+}^2 \tilde{W}_2(k_\perp\mathcal{D}\theta_{i,+}) - \theta_{i,-}^2 \tilde{W}_2(k_\perp\mathcal{D}\theta_{i,-})}{\theta_{i,+}^2 - \theta_{i,-}^2},\end{aligned} \tag{G.2}$$

and $\tilde{W}_2$, associated with a full circular window, was defined in Eq. (12). In terms of the two-point correlation function, Eq. (G.1) also writes as

$$\begin{aligned}\overline{\xi^{(\theta)}_{i'}}(z) = \frac{4}{\theta_{i,+}^2-\theta_{i,-}^2}\Bigg\{&\int_{\mathcal{D}\theta_{i,-}}^{\mathcal{D}\theta_{i,+}} \frac{{\rm d}x\, x^2}{\mathcal{D}^3}\, \xi(x)\, \sqrt{1-\mathcal{D}^2\theta_{i,-}^2/x^2} \\ &+ \int_{\mathcal{D}\theta_{i,+}}^\infty \frac{{\rm d}x\, x^2}{\mathcal{D}^3}\, \xi(x) \Big[ \sqrt{1-\mathcal{D}^2\theta_{i,-}^2/x^2} \\ &- \sqrt{1-\mathcal{D}^2\theta_{i,+}^2/x^2}\Big]\Bigg\},\end{aligned} \tag{G.3}$$

which avoids introducing oscillatory kernels.

## Appendix H: Computation of the covariance of $\hat{w}^{\rm LS}$

The low-order contribution (94) to the covariance matrix of the estimator $\hat{w}^{\rm LS}$ involves the angular average (95). Using Limber's approximation it also reads as

$$\overline{\xi^{(\theta)}_{i',j'}} = \pi \int_0^\infty \frac{{\rm d}k}{k} \frac{\Delta^2(k,z)}{\mathcal{D}k} \tilde{W}_i^{(2)}(k\mathcal{D}) \tilde{W}_j^{(2)}(k\mathcal{D}). \tag{H.1}$$

We now compute the high-order terms of the covariance $C^{\rm LS}_{i,j}$, which are given in Eqs. (96)–(98). A first contribution (96) arises from the product $\xi_{i;j'}\xi_{i';j}$ in Eq. (92). Using Limber's approximation and integrating over angles yields

$$\begin{aligned}C^{{\rm LS}(4,\xi\xi)}_{i,j} &= \frac{2(2\pi)^2}{\overline{N}^4} \int {\rm d}\chi_i\, \mathcal{D}_i^4\, \overline{b}_i^2\, \overline{n}_i^2 \int {\rm d}\chi_j\, \mathcal{D}_j^4\, \overline{b}_j^2\, \overline{n}_j^2 \\ &\times \int {\rm d}\boldsymbol{k}_{1\perp} {\rm d}\boldsymbol{k}_{2\perp}\, P(k_{1\perp};z_i) P(k_{2\perp};z_j)\, \tilde{W}_i^{(2)}(k_{2\perp}\mathcal{D}_j) \\ &\times \tilde{W}_j^{(2)}(k_{1\perp}\mathcal{D}_i) \tilde{W}_2[(\mathcal{D}_j\boldsymbol{k}_{2\perp} - \mathcal{D}_i\boldsymbol{k}_{1\perp})\theta_{\rm s}]^2.\end{aligned} \tag{H.2}$$

Introducing a Dirac factor $\delta_{\rm D}(\mathcal{D}_j\boldsymbol{k}_{2\perp} - \mathcal{D}_i\boldsymbol{k}_{1\perp} - \boldsymbol{x}_\perp)$, which we write with the usual exponential representation in a fashion similar to Eq. (F.5), we obtain after integration over angles

$$\begin{aligned}C^{{\rm LS}(4,\xi\xi)}_{i,j} &= \frac{2(2\pi)^4}{\overline{N}^4} \int {\rm d}\chi_i\, \mathcal{D}_i^4\, \overline{b}_i^2\, \overline{n}_i^2 \int {\rm d}\chi_j\, \mathcal{D}_j^4\, \overline{b}_j^2\, \overline{n}_j^2 \\ &\times \int {\rm d}k_1\, k_1 P(k_1;z_i) \tilde{W}_j^{(2)}(k_1\mathcal{D}_i) \int {\rm d}k_2\, k_2 P(k_2;z_j) \\ &\times \tilde{W}_i^{(2)}(k_2\mathcal{D}_j) \int {\rm d}y\, y J_0(yk_1\mathcal{D}_i) J_0(yk_2\mathcal{D}_j) \\ &\times \int {\rm d}x\, x J_0(xy) \tilde{W}_2(x\theta_{\rm s})^2.\end{aligned} \tag{H.3}$$

Then, after a rescaling of variables $x$ and $y$, and defining the quantities

$$A^{(2)}(y) = \int_0^\infty {\rm d}u\, u\, J_0(yu)\, \tilde{W}_2(u)^2, \tag{H.4}$$

$$B_i^{(2)}(\theta) = \int {\rm d}\chi\, \mathcal{D}^5\, \overline{b}^2\, \overline{n}^2\, \mathcal{I}_i^{(2)}(\theta), \tag{H.5}$$

$$\mathcal{I}_i^{(2)}(\theta) = \int \frac{{\rm d}k}{k} \frac{\Delta^2(k)}{\mathcal{D}k} J_0(k\mathcal{D}\theta)\, \tilde{W}_i^{(2)}(k\mathcal{D}), \tag{H.6}$$

we obtain the expression (96), using the property $A^{(2)}(y) = 0$ for $y > 2$. As compared with Eq. (H.2), introducing the Dirac factor and the two auxiliary variables $x$ and $y$ has allowed us to partly factor in the integrals, as seen in Eq. (96), which is convenient for numerical computations. Again, it is useful to express Eq. (H.6) in terms of the real-space two-point correlation function, which yields

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_i^{(2)}(\theta) &= \frac{2}{\pi} \int \frac{{\rm d}x\, \xi(x)}{\mathcal{D}(\theta_{i,+}^2 - \theta_{i,-}^2)} \Big[\theta_{i,+}^2 W_2\Big(\frac{\mathcal{D}\theta}{x}, \frac{\mathcal{D}\theta_{i,+}}{x}\Big) \\ &\quad - \theta_{i,-}^2 W_2\Big(\frac{\mathcal{D}\theta}{x}, \frac{\mathcal{D}\theta_{i,-}}{x}\Big)\Big],\end{aligned} \tag{H.7}$$

with

$$W_2(a,b) = \int_0^\infty {\rm d}u\, \sin(u)\, J_0(au)\, \tilde{W}_2(bu). \tag{H.8}$$

Although there is no explicit expression for the integral (H.8) for arbitrary $(a,b)$, for $|a-b| > 1$ we can use the properties

$$\begin{aligned}&b < a-1: \ W_2 = 0 \\ &b > a+1: \ W_2 = 2/b^2.\end{aligned} \tag{H.9}$$

In the band $|a-b| < 1$ one can check that $W_2(a,b)$ is positive and decays as $\sim b^{-2}$ for large $b$, so that the real-space expression (H.7) is again more convenient than the Fourier-space expression (H.6).

The second contribution (97) arises from the three-point correlation $\zeta$ in Eq. (91). Using Eq. (4) it reads as

$$\begin{aligned}C^{{\rm LS}(3,\zeta)}_{i,j} &= \frac{4}{(\Delta\Omega)\overline{N}^4} \int {\rm d}\chi\, \mathcal{D}^8\, \overline{b}^3\, \overline{n}^3\, \frac{S_3}{3} \\ &\times \Big[\overline{\xi^{(\theta)}_{i,i'}\xi^{(\theta)}_{i,j'}} + \overline{\xi^{(\theta)}_{i',i}\xi^{(\theta)}_{i',j'}} + \overline{\xi^{(\theta)}_{j',i}\xi^{(\theta)}_{j',i'}}\Big],\end{aligned} \tag{H.10}$$

where the three terms in the brackets, which correspond to the three diagrams in Fig. 1, are again geometrical averages along the lines of sight, which we compute with Limber's approximation. In particular, the first term factors as

$$\overline{\xi^{(\theta)}_{i,i'}\xi^{(\theta)}_{i,j'}} = \overline{\xi^{(\theta)}_{i'}} \times \overline{\xi^{(\theta)}_{j'}}, \tag{H.11}$$

where $\overline{\xi^{(\theta)}_{i'}}$ was defined in Eq. (84), while the second term reads as

$$\begin{aligned}\overline{\xi^{(\theta)}_{i',i}\xi^{(\theta)}_{i',j'}} &= \frac{(2\pi)^2}{\mathcal{D}^2} \int {\rm d}\boldsymbol{k}_{1\perp} {\rm d}\boldsymbol{k}_{2\perp}\, P(k_{1\perp}) P(k_{2\perp}) \\ &\times \tilde{W}_i^{(2)}(|\boldsymbol{k}_{1\perp} + \boldsymbol{k}_{2\perp}|\mathcal{D})\, \tilde{W}_j^{(2)}(k_{2\perp}\mathcal{D}).\end{aligned} \tag{H.12}$$

With the same factorization method, and using the inverse Fourier transform of the 2D shell (G.2),

$$\frac{\Theta(\boldsymbol{\theta}\in\mathcal{A}_i)}{\mathcal{A}_i} = \int \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{k}_\perp\,\mathcal{D}^2}{(2\pi)^2}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\boldsymbol{k}_\perp\cdot\mathcal{D}\boldsymbol{\theta}}\,\tilde{W}_i^{(2)}(k_\perp\mathcal{D}) \quad (H.13)$$

$$= \frac{\mathcal{D}^2}{2\pi}\int\frac{\mathrm{d}k}{k}\,k^2\,J_0(k\mathcal{D}\theta)\,\tilde{W}_i^{(2)}(k\mathcal{D}), \quad (H.14)$$

we obtain

$$\overline{\xi^{(\theta)}_{i',i}\xi^{(\theta)}_{i',j'}} = 2\pi^2\int_{\theta_{i,-}}^{\theta_{i,+}}\frac{\mathrm{d}\theta\,\theta}{\theta_{i,+}^2-\theta_{i,-}^2}\,\xi_{\rm cyl}(\theta)\,\mathcal{I}_j^{(2)}(\theta), \quad (H.15)$$

where we introduced

$$\xi_{\rm cyl}(\theta) = \int\frac{\mathrm{d}k}{k}\,\frac{\Delta^2(k)}{\mathcal{D}k}\,J_0(k\mathcal{D}\theta) \quad (H.16)$$

$$= \frac{2\theta}{\pi}\int_0^1\frac{\mathrm{d}u}{u^2\sqrt{1-u^2}}\,\xi\!\left(\frac{\mathcal{D}\theta}{u}\right). \quad (H.17)$$

The third term in Eq. (H.10) is obtained from Eq. (H.15) by exchanging the labels "$i$" and "$j$".

The third contribution (98) arises from the four-point correlation $\eta$ in Eq. (92). As in Appendix F, we must compute the various terms associated with the diagrams of Fig. 2, with contributions (a) and (b) associated with the left diagram and contributions (c), (d), (e), and (f) associated with the right diagram. The first contribution (a) leads to

$$C_{i,j}^{\rm LS(4,a)} = \frac{2}{N^4}\int\mathrm{d}\chi\,\mathcal{D}^{11}\,\overline{b}^4\,\overline{n}^4\,\frac{S_4}{16}\,\overline{\xi^{(\theta)}_{i,i'}\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{i;j'}}. \quad (H.18)$$

As in Appendix F, this geometrical average factors as

$$\overline{\xi^{(\theta)}_{i,i'}\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{i;j'}} = \overline{\xi^{(\theta)}_{i'}}\times\overline{\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{i;j'}}, \quad (H.19)$$

with

$$\overline{\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{i;j'}} = \frac{(2\pi)^2}{\mathcal{D}^2}\int\mathrm{d}\boldsymbol{k}_{1\perp}\mathrm{d}\boldsymbol{k}_{2\perp}P(k_{1\perp})P(k_{2\perp})\tilde{W}_j^{(2)}(k_{1\perp}\mathcal{D}) \times\tilde{W}_2(|\boldsymbol{k}_{1\perp}+\boldsymbol{k}_{2\perp}|\mathcal{D}\theta_{\rm s})^2 \quad (H.20)$$

$$= \pi^2\int_0^{2\theta_{\rm s}}\frac{\mathrm{d}\theta\,\theta}{\theta_{\rm s}^2}\,\xi_{\rm cyl}(\theta)\,\mathcal{I}_j^{(2)}(\theta)\,A^{(2)}\!\left(\frac{\theta}{\theta_{\rm s}}\right). \quad (H.21)$$

Contribution (b) is the symmetric one of (a) with respect to $i\leftrightarrow j$.

Next, contribution (c) involves the geometrical average $\overline{\xi^{(\theta)}_{i',i}\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{j,j'}}$, which again factors as

$$\overline{\xi^{(\theta)}_{i',i}\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{j,j'}} = \overline{\xi^{(\theta)}_{i'}}\times\overline{\xi_{\rm cyl}}\times\overline{\xi^{(\theta)}_{j'}}. \quad (H.22)$$

The contribution (d) involves the average

$$\overline{\xi^{(\theta)}_{j';i}\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{j;i'}} = \int\frac{\mathrm{d}\chi_{i'}\mathrm{d}\chi_j\mathrm{d}\chi_{j'}}{\mathcal{D}^3}\int\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_i\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_j}{(\Delta\Omega)^2}\int\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{i'}\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{j'}}{\mathcal{A}_i\mathcal{A}_j} \times\xi_{j';i}\xi_{i;j}\xi_{j;i'}, \quad (H.23)$$

which also writes as

$$\overline{\xi^{(\theta)}_{j';i}\xi_{i;j}\xi^{(\theta)}_{j;i'}} = \pi^3\int_0^{2\theta_{\rm s}}\frac{\mathrm{d}\theta\,\theta}{\theta_{\rm s}^2}\,\xi_{\rm cyl}(\theta)\,\mathcal{I}_i^{(2)}(\theta)\,\mathcal{I}_j^{(2)}(\theta)\,A^{(2)}\!\left(\frac{\theta}{\theta_{\rm s}}\right). \quad (H.24)$$

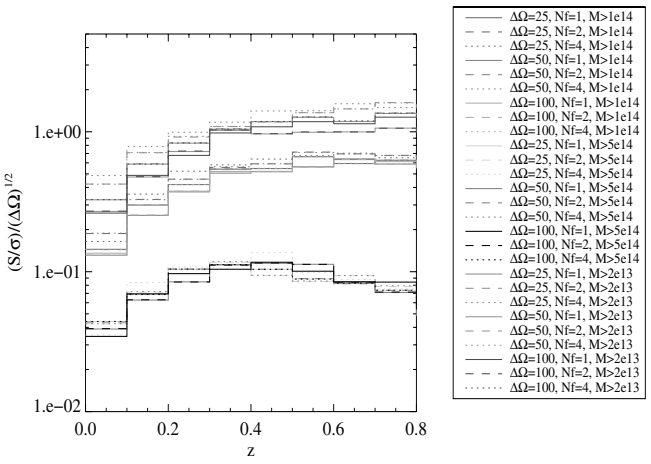



**Fig. I.1.** Scaling of the number-counts signal-to-noise ratio by $\sqrt{\Delta\Omega}$ as computed in the Horizon simulation, see Sect. 2.2. Different configurations are displayed according to the total surveyed area $\Delta\Omega$, the number of subfields $N_f = \mathcal{N}$, and the mass limit. In the right caption, $\Delta\Omega$ is expressed in deg$^2$ and the mass unit is $h^{-1}\,M_\odot$.

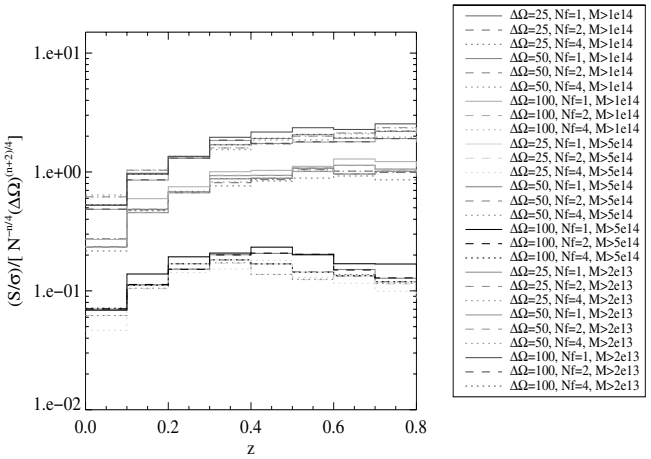



**Fig. I.2.** Same as Fig. I.1 but with a scaling that depends on the number of subfields: $\mathcal{N}^{-n/4}\,(\Delta\Omega)^{(n+2)/4}$, with $n=-0.6$

Contribution (e) involves $\overline{\xi^{(\theta)}_{j';i}\xi^{(\theta)}_{i,i'}\xi^{(\theta)}_{i';j}}$, which reads as

$$\overline{\xi^{(\theta)}_{j';i}\xi^{(\theta)}_{i,i'}\xi^{(\theta)}_{i';j}} = 2\pi^2\int_0^{2\theta_{\rm s}}\frac{\mathrm{d}\theta\,\theta}{\theta_{\rm s}^2}\,A^{(2)}\!\left(\frac{\theta}{\theta_{\rm s}}\right)\mathcal{I}_j^{(2)}(\theta)\int_{\theta_{i,-}}^{\theta_{i,+}}\frac{\mathrm{d}\theta'\,\theta'}{\theta_{i,+}^2-\theta_{i,-}^2} \times\xi_{\rm cyl}(\theta')\int_0^\pi\mathrm{d}\varphi\;\xi_{\rm cyl}\!\left(\sqrt{\theta^2+\theta'^2+2\theta\theta'\cos\varphi}\right), \quad (H.25)$$

whereas contribution (f) is obtained from (e) by exchanging the labels "$i$" and "$j$".

Collecting all terms, the high-order contributions to the covariance matrix $C_{i,j}^{\rm LS}$ are given by Eqs. (96)–(98).

## Appendix I: Scaling of the number counts signal-to-noise in simulations

We present here the result of scaling the number counts with the total surveyed area $\Delta\Omega$ and the number of subfields $\mathcal{N}$. Figures I.1 and I.2 show the scalings expected from Eq. (35) in the shot-noise and sample-variance dominated regimes. Multiple survey configurations are explored by varying the total surveyed area ($\Delta\Omega = 25, 50$, and 100 deg$^2$), the number of subfields

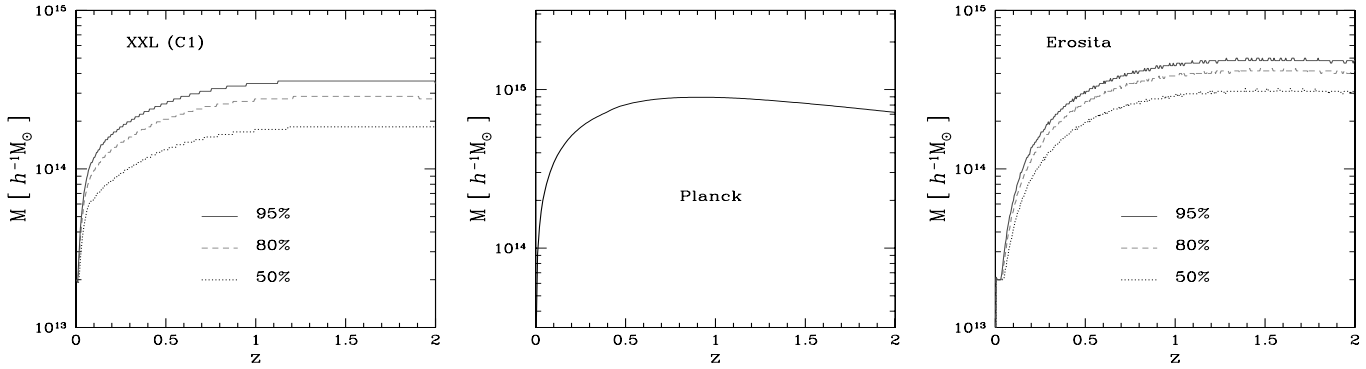



**Fig. J.1.** *Left panel*: cluster mass associated with a 50%, 80%, or 95% detection probability (from bottom to top), for the XXL selection function C1, as a function of redshift. *Middle panel*: minimum detectable cluster mass, as a function of redshift, for the Planck space mission. *Right panel*: cluster mass associated with a 50%, 80%, or 95% detection probability (from bottom to top), for the Erosita selection function as a function of redshift (we consider a flux limit of $4 \times 10^{-14}$ erg s$^{-1}$ cm$^{-2}$ in the [0.5−2] keV band).

($\mathcal{N} = 1, 2$, and 4), and the mass threshold ($M > 2 \times 10^{13}, 10^{14}$, and $5 \times 10^{14}\, h^{-1}\, M_\odot$).

The weak scatter in those plots shows that (35) provides a valid approximation of the signal-to-noise scaling with respect to $\Delta\Omega$ and $\mathcal{N}$. In agreement with the discussion in Sect. 3.2.1 and Fig. 7, at high redshift and for high mass, the scaling $\sqrt{(\Delta\Omega)}$ shown in Fig. I.1 is best, as expected for the shot-noise dominated regime, whereas at low redshift and for low mass the scaling $\mathcal{N}^{-n/4}\,(\Delta\Omega)^{(n+2)/4}$ shown in Fig. I.2 (with $n = -0.6$) is best, as expected for the sample-variance dominated regime.

## Appendix J: Selection functions used for various surveys

We give in Fig. J.1 the selection functions that we use for several cluster surveys investigated in Sect. 6. For Planck, the curves shown in the middle panel corresponds to a 100% detection probability.

For the other surveys studied in Sect. 6 we consider simple mass thresholds, rather than detailed selection functions. More precisely, we consider halos above the two thresholds $5 \times 10^{13}\, h^{-1}\, M_\odot$ and $5 \times 10^{14}\, h^{-1}\, M_\odot$ for DES and Euclid, and above $5 \times 10^{14}\, h^{-1}\, M_\odot$ for SPT.

## Appendix K: Dependence on cosmology

In this appendix we investigate the dependence of the results obtained in Sect. 6 on the value of the cosmological parameters. Thus, in addition to the WMAP7 cosmology recalled in the first line of Table K.1, which was used in Sect. 6, we also consider the three modified cosmologies where one among the three parameters $h$, $\Omega_{\rm m}$, and $\sigma_8$ is changed to the values shown in the second line of Table K.1. They correspond to "$2-\sigma$" deviations from WMAP7 (Komatsu et al. 2011) and describe current uncertainties. (When we vary $\Omega_{\rm m}$ we keep a flat ΛCDM universe and we change $\Omega_{\rm de}$ according to $\Omega_{\rm de} = 1 - \Omega_{\rm m}$.)

Thus, we compare in Figs. K.1–K.3, the three curves obtained for these three alternative cosmologies with the curve that was obtained in Sect. 6 for the fiducial WMAP7 cosmology. To avoid overcrowding the figures we only consider the all-sky surveys, Planck, Erosita, and Euclid. We can see that the main features of these figures are not modified when we consider these alternative cosmologies, so our results and conclusions are not sensitive to the precise value of the cosmological parameters. As expected, we can also check that shot-noise effects become less important, with respect to sample-variance contributions, when $\sigma_8$ is increased.

**Table K.1.** Three alternative cosmologies.

| | $h$ | $\Omega_{\rm m}$ | $\sigma_8$ |
|---|---|---|---|
| WMAP7 mean values | 0.702 | 0.274 | 0.816 |
| $2-\sigma$ deviations | 0.73 | 0.289 | 0.864 |
| line style | dashed | dot-dashed | dotted |

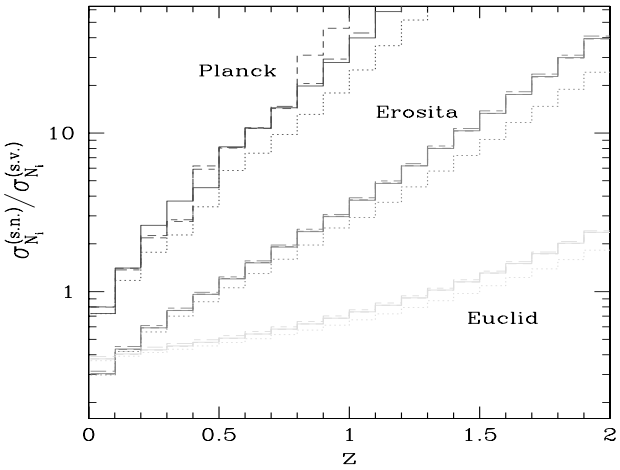



**Fig. K.1.** The ratio $\sigma^{(s.n.)}_{N_i}/\sigma^{(s.v.)}_{N_i}$ of the rms shot-noise contribution $\sigma^{(s.n.)}_{N_i}$ to the rms sample-variance contribution $\sigma^{(s.v.)}_{N_i}$, of the covariance of the angular number densities $N_i$, as in Fig. 34. The fiducial curve that was shown in Fig. 34 is the solid line (mean WMAP7 cosmology), whereas the dashed, dot-dashed, and dotted lines correspond to the three cosmologies where either $h$, $\Omega_{\rm m}$, or $\sigma_8$, is changed to the value given in the second line of Table K.1.

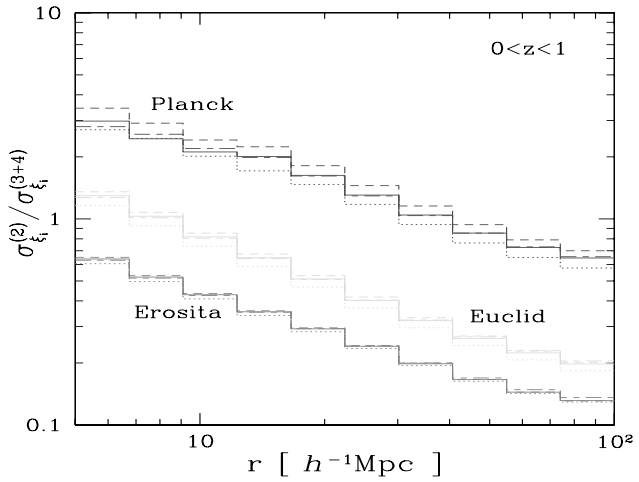



**Fig. K.2.** The ratio $\sigma^{(2)}_{\xi_i}/\sigma^{(3+4)}_{\xi_i}$ of the rms contributions $\sqrt{C^{(2)}}$ and $\sqrt{C^{(3)}+C^{(4)}}$ of the covariance matrix of the estimator $\hat{\xi}^{\rm LS}_i$, as in Fig. 35. The line styles are as in Fig. K.1 and Table K.1.

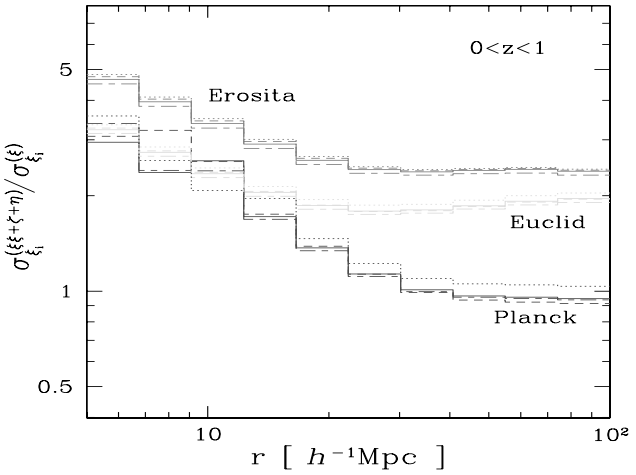



**Fig. K.3.** The ratio $\sigma^{(\xi\xi+\zeta+\eta)}_{\xi_i}/\sigma^{(\xi)}_{\xi_i}$ of the rms high-order contribution (75)–(77) to the rms low-order contribution (second term in Eq. (69)) of the sample variance of the correlation $\xi_i$, as in Fig. 36. The line styles are as in Fig. K.1 and Table K.1.