



HAL
open science

Méthodes de détection du spectre des oscillations acoustiques des planètes géantes

Laurent Petitbon

► **To cite this version:**

Laurent Petitbon. Méthodes de détection du spectre des oscillations acoustiques des planètes géantes. Astrophysique [astro-ph]. Observatoire de Paris, 1996. Français. NNT : . tel-02095463

HAL Id: tel-02095463

<https://hal.science/tel-02095463>

Submitted on 10 Apr 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE de DOCTORAT

“ ASTRONOMIE FONDAMENTALE,
MECANIQUE CELESTE ET GEODESIE ”

SOUTENUE A L'OBSERVATOIRE DE PARIS

par

Laurent Petitbon

**Méthodes de détection du spectre
d'oscillations acoustiques des planètes
géantes: application à Saturne**

Soutenue le 24 Juin 1996 devant la commission d'examen composée de :

M ^r Pierre ENCRENAZ	Président
M ^r Jean-Pierre MAILLARD	Directeur de thèse
M ^r Jean-Eudes ARLOT	
M ^r Pierre DROSSART	Rapporteur
M ^r Eric FOSSAT	Rapporteur
M ^r Daniel GAUTIER	
M ^r Jean GAY	
M ^r Benoit MOSSER	

don

960BSP0067

(043)

PET

08 JAN. 1997

1

THÈSE de DOCTORAT

“ ASTRONOMIE FONDAMENTALE,
MECANIQUE CELESTE ET GEODESIE ”

SOUTENUE A L'OBSERVATOIRE DE PARIS

par

Laurent Petitbon

**Méthodes de détection du spectre
d'oscillations acoustiques des planètes
géantes: application à Saturne**

Soutenue le 24 Juin 1996 devant la commission d'examen composée de :

M ^r Pierre ENCRENAZ	Président
M ^r Jean-Pierre MAILLARD	Directeur de thèse
M ^r Jean-Eudes ARLLOT	
M ^r Pierre DROSSART	Rapporteur
M ^r Eric FOSSAT	Rapporteur
M ^r Daniel GAUTIER	
M ^r Jean GAY	
M ^r Benoit MOSSER	



Chaque homme doit inventer son chemin.

J.-P. Sartre

REMERCIEMENTS

Ma première rencontre avec Jean-Pierre MAILLARD s'est déroulée dans le hall d'entrée de l'Institut d'Astrophysique de Paris, au printemps 1992; Jean-Pierre avait une valise à la main et partait à Hawaïi. J'étais alors étudiant au DEA de l'Observatoire de Paris, et souhaitait faire mon stage de DEA sur la sismologie des planètes géantes. Une année de service national plus tard, je commençais cette thèse sous sa direction. Je voudrais au travers de ces quelques lignes le remercier très sincèrement pour la disponibilité dont il a fait preuve à mon égard pendant ces trois ans. Il a su tout à la fois me guider dans mon travail de recherche, en cherchant notamment à me transmettre sa rigueur scientifique, et me laisser une grande liberté d'action, qui m'a permis de mener en parallèle des activités complémentaires qui ne pourront m'être que profitables. L'idée de la formation par la recherche fut un sujet de discussion, et si nous n'avons pas forcément le même point de vue sur la question, je remercie Jean-Pierre de m'avoir permis d'aller au bout de mes convictions. Cette thèse fut pour moi une expérience intéressante à plusieurs niveaux, et la franchise et la clarté de nos rapports n'y sont sûrement pas étrangères.

Benoît MOSSER fut la première personne à m'avoir présenté la sismologie jovienne... C'était lors de sa soutenance de thèse, en 1992! Depuis, Benoît a été nommé maître de conférences, et ses charges d'enseignement ne l'ont pas empêché de suivre le déroulement de ma thèse de près. Il m'a notamment initié à la structure interne des planètes géantes, et je le remercie vivement pour les discussions et les moments passés à travailler ensemble pendant ces trois années. Benoît a de plus accepté de faire partie du jury de cette thèse, je l'en remercie tout spécialement.

Cette thèse a été réalisée en étroite collaboration avec Jean GAY et Djamel MÉKARNIA, de l'Observatoire de la Côte d'Azur. Djamel m'a initié aux secrets de la chaîne d'acquisition des données, et ses conseils et son aide me furent précieux lorsque j'ai commencé le travail de réduction des données. J'ai mené avec Jean les travaux de simulations d'observations

avec le nouvel instrument dédié à la sismologie présenté dans cette thèse. Le dynamisme de Jean et la richesse de nos échanges m'ont apporté énormément pendant la période où nous menions ces simulations et cherchions à valider le principe de cet instrument. Je le remercie beaucoup pour nos longues conversations téléphoniques et nos incessants échanges de mails, ainsi que pour son soutien lors de certaines périodes un peu difficiles. Merci aussi pour sa participation au jury de cette thèse.

Pierre ENCRENAZ m'a fait un grand plaisir en acceptant de présider le jury de cette thèse. Il connaît bien mes aspirations et les motivations qui m'ont conduit à mener ainsi ma barque pendant trois ans. Nous avons eu régulièrement l'occasion de discuter sur des sujets très variés, notamment dans le cadre des activités de l'association ASTRE. L'ouverture d'esprit dont il sait faire preuve lors de ces discussions rend ces moments d'une grande richesse. Je le remercie très sincèrement pour sa disponibilité.

Je remercie également Pierre DROSSART et Eric FOSSAT d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse, et Daniel GAUTIER et Jean-Eudes ARLOT d'avoir accepté de faire partie du jury.

J'ai passé ces trois années à l'Institut d'Astrophysique de Paris. Aussi, je voudrais remercier Alain OMONT, Directeur de ce laboratoire, pour m'avoir accueilli pendant cette thèse. Il fut un interlocuteur attentif lorsqu'il s'est agit pour moi de m'investir quelque peu dans la vie du laboratoire. Tout le personnel de l'IAP dans son ensemble a permis que cette thèse se déroule dans un cadre et une ambiance agréables. Des remerciements particuliers, toutefois, à Catherine GRENET et Georges DEBEVE, les informaticiens, qui ont eu avec moi à faire à forte partie! - Je n'oublierais pas non plus les doctorants, qui tendent à faire de l'IAP un laboratoire jeune et vivant. Il est impossible pour moi de ne pas mentionner dans ces lignes avec quelle ardeur chaque équipe défend ses chances lors des parties de ping-pong, près de la cafétéria. Un clin d'oeil à Xavier, qui depuis trois ans, se cherche désespérément un revers ...!

Ne pas parler de l'association ASTRE serait pour moi trop dur, beaucoup de monde s'en doute! Créée en 1994 par un groupe de doctorants et de jeunes chercheurs déterminés à travailler pour l'insertion des jeunes diplômés de la discipline, cette association, que j'ai eu l'honneur de présider pendant un an, a beaucoup fait parler d'elle. J'ai été très sensible aux témoignages de sympathie et d'encouragement que j'ai reçus à ce sujet de la part de nombreuses personnes. Je reste persuadé que des résultats concrets ne tarderont pas à couronner de succès l'action de ASTRE, et souhaite bonne chance à la nouvelle équipe en place.

J'adresse des remerciements particuliers à Stéphane ARNOUITS. Il a eu le redoutable privilège d'avoir son bureau à côté du mien ..., et a du parfois le regretter ! Il a réussi, sans aucune résistance de ma part (!), à me faire admettre les bienfaits du Chablis, et j'espère que l'avenir nous offrira d'aussi bons moments que ceux passés ensemble depuis trois ans.

Pendant cette thèse, j'ai également travaillé au Palais de la Découverte, dans le cadre d'un monitorat. L'aventure du Palais a commencé en juillet 1994 avec la collision entre la comète SL9 et Jupiter. Les planètes géantes, la Nuit des Etoiles, et le cent-cinquantième anniversaire de la découverte de Neptune m'ont amené à rencontrer Michel DEMAZURE, Gérard OUDENOT et Denis SAVOIE, que je remercie beaucoup pour leur accueil et leur sympathie.

Un grand merci à mes parents, qui m'apportent depuis vingt-huit ans leur soutien et m'ont toujours laissé libre de la direction à donner à mes études. Je suis sûr qu'aujourd'hui ils ne le regrettent pas.

Enfin, les mots me manquent pour exprimer pleinement mes remerciements à l'égard de Véronique. Elle m'a apporté un soutien sans faille dans chacune des décisions que j'ai prises quant à l'orientation que j'ai souhaitée donner à ma formation pendant cette thèse, et a supporté mes sautes d'humeur et le stress lors des derniers mois. Merci ...!



*Je dédie cette thèse à un soleil sans éclipse,
qui illumine mes jours depuis bientôt un an,
et se prénomme, Léa, ... ma fille.*

Table des matières

1	Introduction	1
2	De l'héliosismologie à la sismologie planétaire	5
2.1	La sismologie solaire : une pionnière	5
2.1.1	Quelques points de repères	5
2.1.2	Le principe	6
2.1.3	Les observations	6
2.1.4	Les paramètres à mesurer	7
2.2	Propagation des ondes acoustiques	8
2.2.1	Les équations de propagation des ondes	8
2.2.2	Développement permettant le traitement de ce système d'équations :	19
2.3	Sismologie des planètes géantes :	23
2.3.1	Les implications :	24
2.3.2	Quelques points de repère en sismologie des planètes géantes	26
3	Méthodes d'observation en sismologie planétaire	29
3.1	Méthode utilisant la cellule à résonance de sodium	29
3.1.1	Le principe expérimental	29
3.1.2	Les observations de Jupiter en 1987	31
3.2	Méthode utilisant le FTS	31
3.2.1	Principe d'une détection interférométrique des oscillations à l'aide d'un interféromètre de Michelson n'utilisant qu'une raie	31
3.2.2	Principe expérimental : un interféromètre de Michelson à différence de marche fixée en mode multiplex	33
3.2.3	Les observations de Jupiter en 1990 et 1991	35

4	Observations sismologiques de Saturne	37
4.1	Saturne : objet sismologique	37
4.1.1	Structure interne	37
4.1.2	Spectre théorique des oscillations de Saturne	40
4.2	Les observations de Juillet 1993	40
4.2.1	Présentation	40
4.2.2	La modulation de champs - Structure des fichiers de données	42
4.2.3	Méthode de guidage	49
4.2.4	Présentation du traitement envisagé	49
4.2.5	Pourquoi ce traitement n'a-t-il pas été possible?	51
4.2.6	Différence de marche optimale	51
4.3	La réduction des données	54
4.3.1	Méthode de calibration	54
4.3.2	Correction des recentrages manuels	55
4.3.3	Filtrage des basses fréquences	56
4.3.4	Correction du bruit de guidage	58
4.3.5	Corrections photométriques	60
4.3.6	Rééchantillonnage des fichiers corrigés	62
4.3.7	Constitution d'un fichier unique	62
4.4	La transformation de Fourier	62
4.4.1	Les dernières corrections avant la FFT	62
4.4.2	Le spectre de Fourier du signal observé	66
4.5	Discussion	68
4.6	Conclusions	71
5	Perspectives	73
5.1	Des observations en réseau	73
5.1.1	La nécessité d'observations multi-sites	73
5.1.2	Le projet S.I.M.P.L.E.	76
5.2	Un nouvel instrument dédié à la sismologie des planètes géantes	79
5.2.1	Les résultats des simulations	79
5.2.2	Discussion	80
6	Epilogue	83

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	13
A Article	87
B Références	109

Chapitre 1

Introduction

Vu du système de l'étoile Alpha du Centaure (α Cen), le Soleil ne serait qu'une assez belle étoile jaune de magnitude 0.5, comparable à peu près, en ce qui concerne l'éclat, à ce qu'est pour nous Procyon. Les observateurs "centauriens" verraient briller le Soleil quelque part au voisinage des étoiles Delta ou Epsilon de Cassiopée (δ Cas ou ε Cas), constateraient qu'il ne fait pas partie d'un système multiple, et qu'il a un mouvement propre d'environ 4 secondes par an dans la direction du Cocher. Cependant, il leur serait très difficile, voire impossible, de déterminer si ce mouvement propre est troublé par quelques corps massifs tournant autour de lui. Observer de tels corps serait un véritable exploit. Le plus brillant d'entre eux aurait la magnitude 22 et serait tous les six ans à la distance maximale du Soleil, soit 4 secondes d'arc ; un autre corps de magnitude 23 serait à 7 secondes au maximum du Soleil une fois tous les quinze ans. On a peut-être reconnu dans ces poussières Jupiter et Saturne, les deux géantes parmi les géantes de notre système solaire, et qui sont l'objet de toute notre curiosité depuis des décennies ¹.

Jupiter est la plus grosse planète du système solaire, et celle qui atteint, à certaines périodes, l'éclat le plus grand après Vénus (magnitude de l'ordre de -2.5). Elle a un diamètre à l'équateur de 142750 km, et est la plus proche des planètes non telluriques. C'est de beaucoup la plus massive, sa masse est 2.5 fois la masse de toutes les autres planètes réunies, et Saturne et elle totalisent plus de 92% de la masse du système solaire hormis le Soleil. Elle a donc une influence très importante sur le mouvement des autres planètes, des astéroïdes et des comètes. Grâce à cette grande masse, elle a retenu dans son atmosphère tous les éléments légers présents lors de sa formation ; son atmosphère

¹C'est à Bruno MORANDO que nous devons cette vue "centaurienne" de notre système solaire, que je trouve troublante et très parlante.

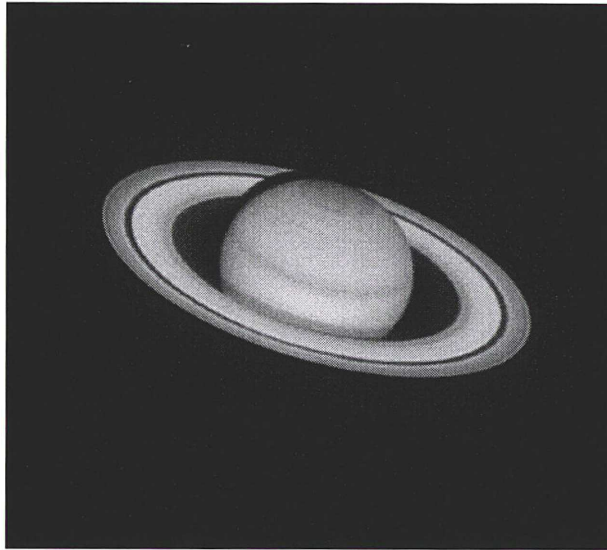


Figure 1.1: Saturne - Vue HST

a peu évolué, contrairement à celle des planètes telluriques, et son étude nous renseigne donc sur les propriétés de la nébuleuse primordiale d'où est issu le système solaire. Elle rayonne une quantité d'énergie supérieure à celle qu'elle absorbe du rayonnement solaire, et possède donc une source d'énergie interne. Elle possède un immense champ magnétique capable de piéger des particules de grande énergie et de créer une magnétosphère dans laquelle ont été observées des aurores et des émissions de rayonnement UV. Enfin, elle possède un grand nombre de satellites, dont quatre ont une taille comparable à celle de Mercure (les satellites Io, Europe, Callisto, et Ganymède). L'un d'entre eux, Io, est le seul astre du système solaire, avec la Terre, sur lequel on a observé des volcans en activité. La faible densité moyenne de Jupiter, 1.3 contre 5 environ pour les planètes telluriques, indique que Jupiter, comme les autres planètes extérieures est principalement composée d'un mélange d'hélium et d'hydrogène, avec très peu d'éléments lourds. Ce mélange n'est pas parfaitement connu, car l'hydrogène peut prendre, aux pressions extrêmement élevées régnant à l'intérieur de la planète, des formes ou états qui sont mal connus ou inconnus en laboratoire.

Saturne est la deuxième planète du système solaire par sa taille (120660 km de diamètre à l'équateur) et par sa masse (95 fois la masse de la Terre). Sa densité de 0.7 est la plus faible de toutes les planètes. Comme Jupiter, Saturne est une énorme boule de gaz comprimée sous son propre poids et composée essentiellement d'hélium et d'hydrogène. Une aussi grosse planète située aussi loin du Soleil a conservé l'essentiel des éléments

légers qui l'ont formée. Elle possède aussi une source d'énergie interne. Sa structure interne, compliquée également par les différents états que prend l'hydrogène dans ces conditions thermodynamiques extrêmes, est déduite de modèles théoriques qui sont soumis à différentes contraintes, malheureusement en nombre trop peu élevé pour les rendre précis.

La source d'énergie interne que ces planètes possèdent font d'elles le siège d'oscillations de pression. La détection de ces oscillations et l'identification des différents modes propres du spectre de ces oscillations sont l'objet de recherches depuis quelques années. Cette discipline, que nous appellerons sismologie planétaire permet en effet d'apporter de nouveaux éléments à la connaissance et la compréhension de la structure interne des planètes géantes.

Cependant, ces observations sont particulièrement difficiles à mener. En effet, si la théorie permet de prédire le domaine de fréquence dans lequel rechercher le signal, elle ne nous donne aucun renseignement, en revanche, sur l'amplitude de ce signal ². Or, c'est l'effet Doppler sur certaines raies de l'atmosphère planétaire, dû aux oscillations, qui est mesuré, et il s'agit d'effet très faible: pour une vitesse de l'ordre de 1 m.s^{-1} , ce décalage Doppler relatif n'est que de 1 pour 3.10^8 . Par ailleurs, il est à noter que les tentatives pour détecter les oscillations des planètes géantes sont à ce jour très peu nombreuses; elles se limitent à des observations de Jupiter en 1987 à l'Observatoire de Haute Provence (Schmider et al., 1991 - Mosser et al., 1991), et en 1990 et 1991 à l'Observatoire Canada-France-Hawaii (CFH) (Mosser et al., 1993). Les observations de 1993 au CFH et qui font l'objet d'une partie du travail présenté dans ce manuscrit sont les seules, à ce jour, à avoir été menées sur Saturne.

La sismologie planétaire en est encore à ses débuts alors que son intérêt scientifique et ses implications sont importants. L'intérieur des planètes géantes est un véritable laboratoire pour la physique de hautes pressions, qui peut permettre de valider ou corriger les équations d'état utilisées, et de développer des équations d'état pour des mélanges soumis à des conditions thermodynamiques extrêmes. D'autre part, la détermination du rapport cosmogonique (He/H) à la surface des planètes géantes montre une déficience en hélium par rapport à la valeur de la nébuleuse proto-solaire. La connaissance précise de la structure interne des planètes géantes permettrait de savoir si la valeur moyenne de ce rapport étendue à l'intérieur de la planète se rapproche de la valeur proto-solaire, et permettrait d'obtenir une contrainte particulièrement puissante des modèles de formation

²Les premiers résultats ont montré que les vitesses étaient de l'ordre du m.s^{-1} .

et d'évolution des planètes géantes et plus généralement du système solaire. (Pollack et Bodenheimer, 1989)

Je présente dans ce manuscrit les résultats obtenus à la suite des observations de Saturne en 1993, et élabore une proposition pour aller plus loin et rendre plus performant ce type d'investigation.

Chapitre 2

De l'héliosismologie à la sismologie planétaire

2.1 La sismologie solaire : une pionnière

Le Soleil a été le premier astre à faire l'objet d'observations sismologiques au début des années soixante. La découverte des oscillations de 5 minutes et leur analyse ont ouvert la voie à la sismologie dont le champ d'investigation s'étend maintenant à d'autres types d'étoiles et aux planètes géantes.

2.1.1 Quelques points de repères

- **1960:** Leighton, en Californie, détecte pour la première fois le spectre des oscillations de la surface solaire, en utilisant une méthode développée pour la mesure des champs magnétiques. Ces oscillations ont une période de 5 minutes (Leighton et al., 1963).
- **1970:** Ulrich, puis Leibacher et Stein, proposent la première interprétation de ces mystérieuses oscillations : des modes propres piégés dans une cavité résonante sous la surface du Soleil (Ulrich, 1970 - Leibacher et Stein, 1971).
- **1975:** Deubner observe à Capri (Deubner, 1975). Ses résultats confirment l'hypothèse d'Ulrich. Trois modes des oscillations à cinq minutes sont résolus.
- **1980:** Grec, Fossat et Pomerantz, observent au Pôle Sud et obtiennent une séquence de 120 heures de données ininterrompues sur disque intégré. Ils proposent pour la

première fois une identification des modes propres individuels. Le terme "héliosismologie" apparaît dans la littérature spécialisée (Grec et al., 1983)

2.1.2 Le principe

Nous aborderons plus en détail l'aspect théorique de la sismologie dans le second paragraphe de ce chapitre. Rappelons cependant qu'il y a deux types de modes propres, suivant la nature de la force de rappel : les modes p (de pression) sont dus à la compressibilité du gaz, et les modes g (de gravité) à la poussée d'Archimède.

Les modes g n'ont pas encore été détectés avec certitude à la surface du soleil du fait de la conjugaison de plusieurs facteurs défavorables : la zone qui affleure la surface du Soleil est une zone convective. Or, la définition même de la convection¹ fait que les modes g ne peuvent pas exister dans une région convective. Ils ne peuvent donc être piégés que dans la zone radiative, loin à l'intérieur. D'autre part, ne pouvant bénéficier de l'excitation par la turbulence convective, ces modes ont très certainement de très petites amplitudes, qui les rendent difficilement observables.

A ce jour, donc, seuls les modes p ont été détectés avec certitude. Ces modes propres sont piégés dans une cavité résonante située entre la surface, où ils se réfléchissent vers le centre, et une certaine profondeur où la réfraction les fait remonter. Ils se manifestent à la surface, par des compressions et des dilatations du gaz, qui représentent des mouvements presque verticaux au voisinage de l'altitude de réflexion.

2.1.3 Les observations

Il y a trois effets physiques à envisager pour détecter ces mouvements :

- **L'effet Doppler**, signature des mouvements verticaux. L'amplitude d'un mode individuel, dans la "bande de 5 minutes"² est de l'ordre de 10cm.s^{-1} . Ce chiffre est à comparer à la largeur des raies dont on cherche à mesurer le déplacement (raies de Fraunhofer), qui est de l'ordre de 10km.s^{-1} et à la vitesse de la lumière, dont il représente une fraction d'environ 3.10^{-10} . Cela donne une idée de la sensibilité dont les instruments doivent faire preuve pour détecter des vitesses aussi petites.

¹La convection est définie comme étant une instabilité face à la force d'Archimède.

²Le maximum énergétique à 5 minutes résulte d'une superposition de plusieurs modes.

- **La photométrie :** bien que les oscillations ne soient pas parfaitement adiabatiques, compression et dilatation du gaz entraînent son échauffement et son refroidissement. Les amplitudes photométriques de ces oscillations sont, en lumière blanche, et pour un mode individuel, de l'ordre de la micromagnitude. Même dans les meilleurs sites d'observations, les variations de la transparence de l'atmosphère terrestre sont toujours largement supérieures à cette valeur. D'autre part, la surface solaire est agitée de violents mouvements aléatoires, qui représentent un bruit pour la mesure des mouvements oscillatoires. Afin de s'affranchir des effets atmosphériques et d'améliorer la sensibilité des mesures, les observations photométriques peuvent être menées dans l'espace. La méthode est instrumentalement relativement simple à mettre en oeuvre³ et n'est pas sensible aux importants changements de vitesse radiale entre la sonde et le Soleil.
- **Les variations du diamètre apparent** du Soleil dues aux oscillations sont de l'ordre de 10^{-5} seconde d'arc. Même en sommant plusieurs modes propres, cette valeur reste très inférieure au seeing moyen créé par l'atmosphère de la Terre, lors d'une observation au sol, ce qui rend cette méthode inutilisable pour la sismologie solaire, compte-tenu de la difficulté à concevoir des expériences d'astrométrie embarquées.

2.1.4 Les paramètres à mesurer

Au delà de l'acquisition de données, et de leur analyse de Fourier, il faut extraire de ces données les informations les plus utiles à l'exploitation sismologique :

- **Les fréquences des modes propres** représentent l'information de base, qui sert à tester les modèles par comparaison directe des fréquences mesurées et calculées, ou bien à construire des modèles par des méthodes d'inversion bien souvent empruntées aux géophysiciens. L'effort est particulièrement dirigé vers l'obtention de fréquences extrêmement précises. En effet, le nombre des modes propres dans une bande de fréquence relativement étroite est considérable, et c'est surtout une information différentielle qui permet une utilisation sismologique.
- **Les amplitudes**, relatives, obtenues par diverses méthodes d'observation. Elles sont riches d'enseignements sur la physique locale, donc sur la meilleure estima-

³Ce qui est nécessaire pour l'implanter à bord d'une sonde.

tion possible de la “condition limite supérieure” des modes piégés dans leur cavité résonante.

- **Les largeurs et les profils** des pics dans les densités spectrales. Ces paramètres sont liés aux mécanisme d'excitation et d'amortissement des modes, et donc à la physique de l'interaction entre les oscillations et la convection.
- **La structure hyperfine**, c'est à dire la décomposition de chaque fréquence en multiplets, par la rotation⁴.
- **L'évolution** à long terme de tous ces paramètres, et plus particulièrement leur évolution liée au cycle de 11 ans de l'activité solaire.

2.2 Propagation des ondes acoustiques

Les modes de pression recherchés sont des ondes acoustiques dont les lois de propagation sont bien établies. Je m'efforcerai dans un premier temps de poser le plus correctement possible ces équations, avant de faire une revue des différentes méthodes pour les résoudre, en s'attachant à bien saisir les conséquences des hypothèses qu'elles demandent.

2.2.1 Les équations de propagation des ondes

2.2.1.1 Rappel des équations hydrodynamiques :

La propagation des ondes acoustiques à l'intérieur de l'astre observé est décrite par des équations liant les grandeurs caractéristiques du milieu dans lequel a lieu la propagation. Ces équations sont au nombre de quatre, que l'on rappelle maintenant:

Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.1)$$

⁴Il s'agit là de la rotation du mode propre lui-même, qui tourne à l'intérieur de sa cavité résonante, et qui contient donc la signature de la rotation de toute la cavité, et non pas seulement de la rotation visible à la surface.

ρ : masse volumique du milieu

\vec{V} : vitesse du milieu

Conservation de la quantité de mouvement

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{V} = \rho \vec{f} - \vec{\nabla} P \quad (2.2)$$

\vec{f} : ensemble des forces massiques auxquelles est soumis le milieu

P : pression du milieu

Conservation de l'énergie

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dq}{dt} - \frac{1}{\rho} P \cdot \vec{\nabla} \vec{V} \quad (2.3)$$

E : énergie interne par unité de masse

$\frac{dq}{dt}$: différence entre les apports de chaleur (ε) et les pertes liées au vecteur flux de chaleur \vec{F}

$$\frac{dq}{dt} = \left(\varepsilon - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \right)$$

Cox et Guili (1968) ont montré que l'on pouvait écrire l'équation de conservation de l'énergie sous la forme suivante :

$$\frac{d \log(P)}{dt} = \Gamma_1 \frac{d \log(\rho)}{dt} + \frac{\rho}{P} (\Gamma_3 - 1) \left(\varepsilon - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \right) \quad (2.4)$$

avec:

$$\Gamma_1 = \left[\frac{d \log(P)}{d \log(\rho)} \right]_{adia}$$

$$\Gamma_3 = \left[\frac{d \log(T)}{d \log(\rho)} \right]_{adia} + 1$$

Equation de Poisson

$$\Delta \Psi = 4\pi G \rho \quad (2.5)$$

Ψ : potentiel gravitationnel

$$\vec{f} = -\vec{\nabla}\Psi$$

2.2.1.2 Introduction aux équations des oscillations :

Les équations qui viennent d'être rappellées décrivent le mouvement général du fluide. Nous nous intéressons à l'étude des mouvements oscillatoires de ce fluide autour de sa position d'équilibre. Nous allons donc dériver ces équations dans ce cas précis sous les hypothèses suivantes :

- 1) Les oscillations sont de faible amplitude.
(permet de linéariser - vérifiée pour le soleil $\frac{\Delta R}{R} \approx 10^{-7}$)
- 2) L'astre est sphérique autogravitant.
(rotation négligée car période \gg période de pulsation)
- 3) Les oscillations sont adiabatiques.
- 4) La vitesse du milieu est nulle à l'équilibre.
- 5) Les variables sont à symétrie sphérique et indépendante du temps à l'équilibre.
- 6) Les forces de frottement sont négligées.

On peut, grâce à la première de ces hypothèses, se restreindre à une théorie linéaire des perturbations.

On peut écrire : $f = f_0 + f'$ avec $f' \ll f_0$

On va injecter ces développements dans les équations hydrodynamiques pour chacune des variables, en ne conservant que les termes du premier ordre.

Conservation de la masse linéarisée

$$\rho = \rho_0 + \rho'$$

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}' = \vec{V}' \text{ car hyp.4) } \Rightarrow \vec{V}_0 = 0$$

On peut écrire l'équation 2.1 sous la forme suivante:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 + \rho') + \vec{\nabla} \cdot [(\rho_0 + \rho')\vec{V}'] = 0$$

Or, l'équation d'équilibre nous dit : $\frac{\partial \rho_0}{\partial t} = 0$, et on néglige $\rho' \vec{V}'$ qui est du second ordre. On peut donc écrire:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho') + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{V}')$$

Or, $\vec{V} = \vec{V}' = \delta \vec{V} = \delta \frac{\partial \vec{r}}{\partial t}$
soit, au premier ordre : $\vec{V} = \frac{\partial \delta \vec{r}}{\partial t}$

L'équation précédente donne donc :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [\rho_0 \frac{\partial \delta \vec{r}}{\partial t}] = 0$$

On peut intégrer en imposant $\rho'_{t=0} = 0$ et $\delta \vec{r}_{t=0} = \vec{0}$
On obtient alors l'équation de conservation de la masse linéarisée :

$$\delta \rho = -\rho_0 \vec{\nabla} \cdot \delta \vec{r} \tag{2.6}$$

La même méthode est appliquée pour linéariser les autres équations hydrodynamiques.

Conservation de la quantité de mouvement linéarisée

La méthode de linéarisation appliquée à l'équation 2.2 nous donne :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \delta \vec{r}}{\partial t^2} = -\vec{\nabla} P' + \rho_0 \vec{f}' + \frac{\rho'}{\rho_0} \vec{\nabla} P_0$$

Or : $\vec{f}' = -\vec{\nabla} \Psi'$

Donc, on obtient :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \delta \vec{r}}{\partial t^2} = -\vec{\nabla} P' - \rho_0 \vec{\nabla} \Psi' + \frac{\rho'}{\rho_0} \vec{\nabla} P_0 \tag{2.7}$$

Conservation de l'énergie linéarisée

On linéarise l'équation 2.4 en tenant compte des hypothèses d'équilibre thermique et d'adiabaticité traduites par :

$$\begin{aligned} (\varepsilon - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{F})_0 &= 0 \\ \text{et } \delta(\varepsilon - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}) &= 0 \end{aligned}$$

On obtient alors:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta P}{P_0} \right) = \Gamma_{1,0} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta \rho}{\rho_0} \right)$$

On peut intégrer cette dernière équation avec les conditions initiales suivantes :

$$\delta P_{t=0} = 0 \text{ et } \delta \rho_{t=0} = 0$$

On obtient alors :

$$\frac{\delta P}{P_0} = \Gamma_{1,0} \frac{\delta \rho}{\rho_0} \quad (2.8)$$

Equation de Poisson linéarisée

La linéarisation de l'équation 2.5 donne directement :

$$\Delta \Psi' = 4\pi G \rho' \quad (2.9)$$

Jusqu'à maintenant, l'ensemble des calculs a été présenté dans le cadre de la description Eulérienne ⁵. Cependant, un fluide peut être décrit de deux façon différentes. Dans la description Eulérienne d'un fluide, toutes les variables physiques du milieu sont traitées

⁵On peut écrire $f = f_0 + \Delta f$

$\Delta f = \delta f$ quand il s'agit d'une perturbation Lagrangienne.

$\Delta f = f'$ quand il s'agit d'une perturbation Eulérienne.

$\delta f(\vec{a}, t) = f(\vec{a}, t) - f_0(\vec{a}, t)$

$f'(\vec{r}, t) = f(\vec{r}, t) - f_0(\vec{r}, t)$

Dans le premier cas, on suit la particule labellée par \vec{a} . δf donne pour cette particule la variation de f entre l'état d'équilibre et l'état perturbé. Dans le second cas, f' donne cette même variation pour des coordonnées spatio-temporelles fixes.

comme des champs, et s'écrivent en fonction des deux variables (\vec{r}, t) d'espace et de temps. Dans la description Lagrangienne, on suit dans son mouvement un élément précis du fluide, afin de voir comment varient ses diverses quantités physiques au cours du temps. \vec{r} et t ne sont plus indépendants, puisque \vec{r} décrit la trajectoire du dit élément. Il faut donc connaître le champ de déplacement $\vec{\Upsilon}(\vec{r}_0, t)$ qui donne la position à l'instant t de l'élément de fluide situé en \vec{r}_0 à $t = 0$.

Faisons le lien entre ces deux définitions :

(\vec{r}, t) est connu, donc $f(\vec{r}, t)$ est connu, et la particule en ce point est connue aussi. Appellons-la \vec{a} .

$$f(\vec{a}, t) = f(\vec{r}, t)$$

$$f_0(\vec{a}, t) = f_0(\vec{r}_0, t)$$

On peut écrire :

$$\begin{aligned} \delta f(\vec{r}, t) &= f(\vec{r}, t) - f_0(\vec{r}_0, t) \\ \Rightarrow \delta f(\vec{r}, t) &= f'(\vec{r}, t) + [f_0(\vec{r}, t) - f_0(\vec{r}_0, t)] \end{aligned}$$

Or, $\vec{r} = \delta\vec{r} + r_0$

D'où :

$$\delta f(\vec{r}, t) = f'(\vec{r}, t) + \delta\vec{r} \cdot \vec{\nabla} f_0(\vec{r}, t)$$

Donc :

$$\rho' = \delta\rho - \delta\vec{r} \cdot \vec{\nabla} \rho_0$$

L'équation 2.8 peut donc s'écrire :

$$\delta\rho = \frac{\rho_0}{\Gamma_{1,0} P_0} (P' + \delta\vec{r} \cdot \vec{\nabla} P_0) \quad (2.10)$$

Il est courant d'introduire à ce stade des calculs le discriminant de Schwarzschild :

$$A = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} - \frac{1}{\Gamma_{1,0} P_0} \frac{dP_0}{dr}$$

L'équation 2.10 devient alors :

$$\rho' = \rho_0 \left(\frac{P'}{\Gamma_{1,0} P_0} - A \delta\vec{r} \right)$$

L'équation 2.8 nous a permis de nous débarrasser de la variable ρ' .

Les équations de la propagation des ondes peuvent donc s'écrire sous la forme d'un système de trois équations différentielles :

$$\frac{P'}{P_0} + \frac{\delta\vec{r}}{P_0} \frac{dP_0}{dr} = -\Gamma_{1,0} \vec{\nabla} \cdot \delta\vec{r} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial^2 \delta\vec{r}}{\partial t^2} = -\vec{\nabla} \left(\frac{P'}{\rho_0} + \Psi' \right) + \frac{A\Gamma_{1,0} P_0}{\rho_0} \vec{\nabla} \cdot \delta\vec{r} \quad (2.12)$$

$$\Delta \Psi' = 4\pi G \rho_0 \left(\frac{P'}{\Gamma_{1,0} P_0} - A \delta\vec{r} \right) \quad (2.13)$$

2.2.1.3 Développement en harmoniques sphériques : ⁶

Analyser le problème en termes de modes normaux permet de chercher des solutions sous forme de produits de fonctions à variables séparées, ce qui simplifie grandement le problème de départ.

Les divers paramètres du système différentiel précédent ne dépendant que de r , le développement en harmoniques sphériques fera disparaître la composante angulaire des

⁶Développement en harmoniques sphériques :

On développe chaque variable scalaire de la façon suivante :

$$f(\vec{r}) = \sum_{l=0}^{+\infty} \sum_{m=-l}^{m=+l} f_{lm}(r) Y_{lm}(\Theta, \Phi)$$

A un coefficient près, on peut définir différemment les harmoniques sphériques $Y_{lm}(\Theta, \Phi)$
 Nous les définirons de la façon suivante :

$$Y_{lm}(\Theta, \Phi) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_{lm}(\cos \Theta) e^{im\Phi}$$

où $P_{lm}(\mu)$ est la fonction de Legendre associée de première espèce.

$$P_{lm}(\mu) = \frac{1}{2^l l!} (1 - \mu^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{l+m}}{d\mu^{l+m}} (\mu^2 - 1)^l$$

Ici, l et m sont des entiers avec $l \geq 0$ et $l \geq m \geq -l$

Quant à μ , il est compris entre -1 et +1

variables.

Si V est une variable scalaire quelconque, on écrira :

$$v(\vec{r}, t) = \sum_{l=0}^{+\infty} \sum_{m=-l}^{m=+l} V_{lm}(r, t) Y_{lm}(\Theta, \Phi)$$

De même, les paramètres ne dépendant pas du temps par hypothèse, on peut poser :

$$V_{lm}(r, t) = V_{\alpha lm}(r) e^{i\omega_{\alpha lm} t} \quad (2.14)$$

α est un réel qui différencie des solutions de même composante angulaire, mais de composantes radiales différentes.

Récrivons maintenant les diverses variables du système différentiel sous la forme 2.14 en faisant disparaître l'indice αlm pour alléger les notations.

Commençons par l'équation du mouvement 2.12, vectorielle, donc plus délicate à traiter. Ecrivons en coordonnées sphériques :

$$\delta\vec{r} = (\delta r \vec{e}_r + \delta\Theta \vec{e}_\Theta + \delta\Phi \vec{e}_\Phi) e^{i\omega t}$$

On insère cela dans 2.12, ce qui nous donne trois équations scalaires, une pour chaque composante, r , Θ , Φ .

$$\omega^2 \delta r = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{P'}{\rho_0} + \Psi' \right) - A \frac{\Gamma_{1,0} P_0}{\rho_0} \vec{\nabla} \cdot \delta\vec{r} \quad (2.15)$$

$$\omega^2 \delta\Theta = \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\frac{P'}{\rho_0 r} + \frac{\Psi'}{r} \right) \quad (2.16)$$

$$\omega^2 \delta\Phi = \frac{1}{\sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Phi} \left(\frac{P'}{\rho_0 r} + \frac{\Psi'}{r} \right) \quad (2.17)$$

Explicitons le terme de divergence, qui apparaît dans la composante radiale de l'équation, en coordonnées sphériques.

$$\vec{\nabla} \cdot \delta\vec{r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 \delta r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial \delta\Theta \sin \Theta}{\partial \Theta} + \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial \delta\Phi}{\partial \Phi}$$

Insérons les expressions des composantes angulaires issues des équations précédentes pour arriver à :

$$\vec{\nabla} \cdot \delta\vec{r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 \delta r}{\partial r} - \frac{1}{\omega^2 r^2} L^2 \left(\frac{P'}{\rho_0} + \Psi' \right)$$

$$\text{Avec : } L^2 \equiv -\frac{1}{\sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\sin \Theta \frac{\partial}{\partial \Theta} - \frac{1}{\sin^2 \Theta} \frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} \right)$$

Cet opérateur, appelé Legendrien, a pour fonctions propres les harmoniques sphériques avec pour valeurs propres associées $l(l+1)$

- Réécrivons nos équations en faisant apparaître la composante angulaire $Y_{lm}(\Theta, \Phi)$

$$\omega^2 \delta r = \frac{d}{dr} \left(\frac{P'}{\rho_0} + \Psi' \right) Y_{lm} - A \frac{\Gamma_{1,0} P_0}{\rho_0 r^2} \left[\frac{d}{dr} (r^2 \delta r) - \frac{l(l+1)}{\omega^2} \left(\frac{P'}{\rho_0} + \Psi' \right) Y_{lm} \right]$$

$$\omega^2 \delta_\Theta = \frac{1}{r} \left(\frac{P'}{\rho_0} + \Psi' \right) \frac{\partial}{\partial \Theta} Y_{lm}$$

$$\omega^2 \delta_\Phi = \frac{1}{r \sin \Theta} \left(\frac{P'}{\rho_0} + \Psi' \right) \frac{\partial}{\partial \Phi} Y_{lm}$$

On voit que notre équation vectorielle se ramène à une équation différentielle pour la composante radiale et par contre à deux équations algébriques pour les composantes tangentielles.

On écrit alors :

$$\delta \vec{r} = (\zeta_r(r), \zeta_h(r) \frac{\partial}{\partial \Theta}, \zeta_h(r) \frac{\partial}{\sin \Theta \partial \Phi}) Y_{lm}(\Theta, \Phi) e^{i\omega t} \quad (2.18)$$

avec :

$$\omega^2 \zeta_r(r) = \frac{d}{dr} \left(\frac{P'}{\rho_0} + \Psi' \right) - A \frac{\Gamma_{1,0} P_0}{\rho_0 r^2} \left(\frac{d}{dr} (r^2 \delta r) - \frac{l(l+1)}{\omega^2} \left(\frac{P'}{\rho_0} + \Psi' \right) \right) \quad (2.19)$$

et :

$$\omega^2 \zeta_h(r) = \frac{1}{r} \left(\frac{P'}{\rho_0} + \Psi' \right) \quad (2.20)$$

On sait maintenant déterminer la partie angulaire directement avec les équations 2.18 et 2.20.

ζ_r va se substituer à $\delta \vec{r}$. C'est donc l'équation 2.19 qui va nous servir d'équation du mouvement.

Après remplacement du terme de divergence, l'équation de conservation de la masse devient :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \zeta_r) - \frac{g \rho_0}{\Gamma_{1,0} P_0} \zeta_r + \left(1 - \frac{l(l+1) \Gamma_{1,0} P_0}{\rho_0 r^2 \omega^2} \frac{P'}{\Gamma_{1,0} P_0}\right) = \frac{l(l+1)}{r^2 \omega^2} \Psi' \quad (2.21)$$

où $g = -\frac{1}{\rho_0} \frac{dP_0}{dr}$

et l'équation de Poisson s'écrit, une fois le Laplacien convertit en coordonnées sphériques :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Psi'}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \Psi' = 4\pi G \rho_0 \left(\frac{P'}{\Gamma_{1,0} P_0} - A \zeta_r \right) \quad (2.22)$$

On peut remarquer ici que le terme d'harmonique sphérique se simplifie partout dans les équations et qu'ainsi, Θ et Φ n'apparaissent nulle part, tout comme le temps t .

2.2.1.4 Forme finale du système d'équations :

En définissant dans un premier temps les trois grandeurs qui suivent, nous allons pouvoir écrire le système d'équations sous sa forme à traiter :

- Vitesse du son :

Les ondes sonores qui se propagent sont adiabatiques (Hyp.3) ; elles évoluent dans un milieu à structure adiabatique.

$$c^2 = \frac{dP_0}{d\rho_0} = \frac{\Gamma_{1,0} P_0}{\rho_0}$$

Il y a un lien direct entre les modèles de structure interne, liant ces paramètres, et le profil de c .

- Fréquence de Lamb :

Ce paramètre est lié à la propagation de la composante horizontale du vecteur d'onde. Son expression dépend du degré du mode :

$$F_l \text{ telle que : } F_l^2 = \frac{l(l+1)c^2}{r^2}$$

Elle est donc nulle pour tout mode radial ($l=0$).

- Fréquence de Brunt Väisälä :

$$N^2 = -Ag$$

Le système d'équations régissant la propagation des ondes peut donc s'écrire :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \zeta_r) - \frac{g}{c^2} \zeta_r + \left(1 - \frac{F_l^2}{\omega^2}\right) \frac{P'}{\rho_0 c^2} = \frac{l(l+1)}{r^2 \omega^2} \Psi' \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{dP'}{dr} + \frac{g}{\rho_0 c^2} P' + (N^2 - \omega^2) \zeta_r = -\frac{d\Psi'}{dr} \quad (2.24)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Psi'}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \Psi' = 4\pi G \rho_0 \left(\frac{P'}{\rho_0 c^2} + \frac{N^2}{g} \zeta_r \right) \quad (2.25)$$

Ce système comporte trois équations différentielles en r (deux du premier ordre, et une du second ordre) pour déterminer les trois inconnues ζ_r (paramètre du mouvement), P' (variations de la pression), et Ψ' (variation du potentiel gravitationnel). Ces solutions seront donc définies à quatre constantes près, que l'on choisit à priori.

Il nous faut donc imposer des conditions aux limites à notre système, en l'occurrence au centre et à la surface de l'astre, pour fixer ces constantes et déterminer complètement ces solutions.

Quoiqu'il en soit, il ne faut pas oublier que notre problème est linéaire, et que les solutions ne peuvent être définies qu'à une constante multiplicative près. Il faut donc "libérer" une constante, et c'est alors le dernier paramètre libre ω qui va devoir s'adapter pour continuer à satisfaire les conditions aux limites, en remplacement de la constante multiplicative.

N'importe quelle valeur ne sera pas satisfaisante, pour que les conditions au centre et à la surface soient remplies ; on tombe ainsi sur un problème dit à valeurs propres, c'est à dire que notre système n'admettra de solutions non nulles que pour un nombre discret de valeur de ω .

Il est également intéressant de remarquer que les équations contiennent le nombre l , mais pas m . L'explication est que nulle part dans les calculs qui précèdent nous n'avons tenu compte d'un effet n'ayant pas la symétrie sphérique. Les solutions doivent avoir la même propriété de symétrie, et ne dépendront donc de m qu'au travers de Y_{lm} .

2.2.2 Développement permettant le traitement de ce système d'équations :

Les équations sont maintenant posées sous leur forme finale. La dépendance angulaire des modes propres est exprimée à l'aide des harmoniques sphériques Y_{lm} . Nous allons maintenant exposer différents développements permettant le traitement de ce système d'équations.

2.2.2.1 Approximation de Cowling :

Une première simplification possible est ce que l'on appelle l'approximation de Cowling, qui consiste à négliger la perturbation du potentiel gravitationnel. Elle se justifie pour les modes de pression dans la mesure où on a :

$$\left\| \frac{P}{P_0} \right\| \gg \left\| \frac{\rho}{\rho_0} \right\| \gg \left\| \frac{\Psi}{\Psi_0} \right\|$$

Dans le cadre de l'approximation de Cowling, on néglige tous les termes de perturbation de g , et ainsi, on s'affranchit de l'équation de Poisson.

Notre système se simplifie alors sous la forme :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \zeta_r) - \frac{g}{c^2} \zeta_r + \left(1 - \frac{F_l^2}{\omega^2}\right) \frac{P'}{\rho_0 c^2} = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{dP'}{dr} + \frac{g}{\rho_0 c^2} P' + (N^2 - \omega^2) \zeta_r = 0 \quad (2.27)$$

2.2.2.2 Solutions locales - Théories des rayons :

Dans le cadre de la théorie des rayons, on considère que l'onde peut être modélisée par une onde plane.

Si k_r est l'amplitude du vecteur d'onde vertical associé, il faut que la relation $\lambda_r = 2\pi/k_r \ll \text{rayon de l'astre}$ soit vérifiée afin de valider ce traitement en négligeant la

sphéricité.

Les variations de N , g , et c sont faibles devant celles de p ; les équations ont donc des coefficients constants à l'exception de ρ_0 , ce qui justifie un développement en exponentielle du type :

$$\zeta_r(r) = \rho_0^{-1/2} e^{ik_r r}$$

$$P'(r) = \rho_0^{+1/2} e^{ik_r r}$$

Si l'on insère les expressions précédentes dans les équations 2.26 et 2.27, on obtient un système linéaire en ζ_r et P' dont le déterminant nous donne ce que l'on appelle la relation de dispersion :

$$k_r^2 = \frac{\omega^2 - \omega_A^2}{c^2} + F_l^2 \frac{N^2 - \omega^2}{c^2 \omega^2} \quad (2.28)$$

avec:

$\omega_A = \frac{c}{2H}$: fréquence de coupure acoustique.

$H = -\frac{\rho_0}{\frac{d\rho_0}{dr}}$: échelle de hauteur pour la densité.

$$k_r^2 = \frac{\omega^2 - \omega_A^2}{c^2} + \left(\frac{l(l+1)}{r^2} \frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2} \right)$$

Cette équation nous dit, selon le signe de k_r^2 , si les solutions correspondent à des ondes oscillantes ($k_r^2 > 0$) ou évanescentes ($k_r^2 < 0$ - k_r imaginaire.)

Utilisons des variables sans dimension pour étudier cette équation :

$$\omega_*^2 = \left(\frac{\omega}{\omega_A} \right)^2$$

$$k_* = 2H k_r$$

$$K_* = 2H \left[\frac{l(l+1)}{r^2} \right]$$

On a alors à résoudre l'équation suivante :

$$\omega_*^4 - (1 + k_*^2 + K_*^2)\omega_*^2 + K_*^2 \frac{N^2}{\omega_A^2} = 0 \quad (2.29)$$

L'équation 2.29 admet deux solutions réelles :

$$\omega_*^{+/-} = \left[\frac{1}{2} (1 + k_*^2 + K_*^2) \left(1 \pm \sqrt{\left(1 - \frac{4 \frac{N^2}{\omega_A^2} K_*^2}{(1 + k_*^2 + K_*^2)^2} \right)} \right) \right]^{1/2}$$

Ecrivons les formes asymptotiques des deux solutions quand $K_* \rightarrow 0$ et quand $K_* \rightarrow \infty$:

1) $K_* \rightarrow 0$:

$$\omega_*^+ \cong (1 + k_*)^{1/2}$$

$$\omega_*^- \cong \frac{NK_*}{\omega_A \sqrt{1 + k_*^2}}$$

2) $K_* \rightarrow \infty$:

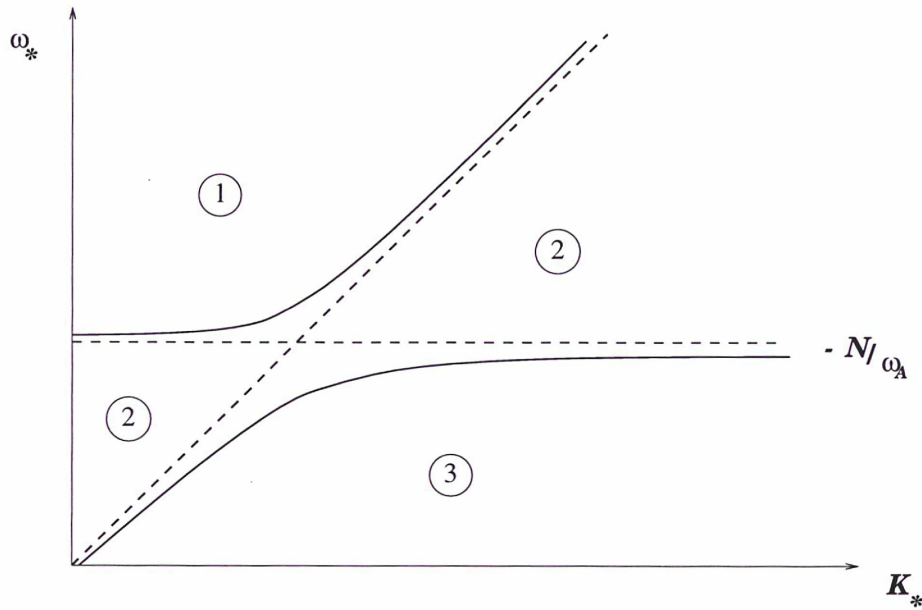
$$\omega_*^+ \cong K_*$$

$$\omega_*^- \cong \frac{N}{\omega_A} \frac{K_*^2}{(1 + k_*^2 + K_*^2)}$$

Traçons les solutions dans le plan (K_*, ω_*) . (Voir Figure 2.1)

Les courbes en traits pleins représentent les solutions pour $k_r = 0$, les traits pointillés étant eux les directions asymptotiques des solutions. On peut diviser ce plan en trois zones:

- Zone N^o 1: ici, $k_r^2 > 0$, les ondes sont oscillatoires et se propagent sans amortissement dans le milieu. Cette zone représente un domaine d'ondes acoustiques, c'est

Figure 2.1: Diagramme (K_*, ω_*)

à dire dont la force de rappel est le gradient de pression. Ces modes sont appelés modes de pression ou modes p. Les oscillations de 5 minutes du Soleil en sont un parfait exemple.

- Zone N° 2: ici, $k_r^2 < 0$, les modes sont amortis exponentiellement, et ne peuvent se propager dans le milieu.
- Zone N° 3: ici, de nouveau, $k_r^2 > 0$, on retrouve des modes oscillatoires pouvant se propager. Mais ici, la fréquence de ces oscillations est inférieure à la fréquence de coupure acoustique ω_A , et la force de rappel de ces ondes est donc la force de gravitation ; on appelle ces modes des modes de gravité ou modes g.

2.2.2.3 Approche asymptotique :

Les équations régissant les oscillations, peuvent, outre le traitement par la théorie des rayons faire l'objet d'un traitement approprié dans le cadre de la théorie asymptotique. L'idée consiste à supposer que le degré l est petit et à utiliser l'approximation de Cowling. On peut alors développer les variables en séries de $(F_l/\omega)^2$ et $(N/\omega)^2$. Cette approche

a été utilisée en sismologie des planètes géantes car elle offre la possibilité de décrire un spectre d'oscillations à l'aide d'un nombre limité de paramètres et non d'un modèle de structure interne entier.

Les travaux menés en héliosismologie ont montré qu'il était possible, à partir du spectre des modes propres, d'exprimer la relation liant la masse volumique ρ et le rayon r , c'est à dire qu'il était possible, grâce à la mesure des oscillations, de restituer le profil de structure interne $\rho(r)$. Envisager un résultat comparable pour les planètes géantes pose le problème de la non-sphéricité de l'astre. L'étude portant sur la levée de dégénérescence des modes planétaires due à la rotation et à l'aplatissement (Mosser 1990) a montré que celle-ci ne faisait intervenir, mis à part le décalage rotationnel dû au référentiel tournant, qu'une fonction simple des degrés et ordre azimutal du mode, indépendante des données de structure interne. L'obtention de la relation liant la masse volumique au rayon équatorial de la planète en question est donc tout à fait envisageable, à partir du moment où seront produits des spectres d'oscillations bien résolus pour les planètes géantes.

2.3 Sismologie des planètes géantes :

Tous les corps du système solaire sont présumés venir de la même nébuleuse solaire primitive. Cependant, les atmosphères planétaires laissent apparaître une large diversité.

Alors que les planètes telluriques n'ont qu'une atmosphère très réduite, qui n'est pas un témoin de la nébuleuse primitive, mais le résultat d'une évolution chimique, les planètes géantes sont constituées, elles, par un noyau central, composé d'éléments lourds, et par une importante atmosphère d'hélium et d'hydrogène, c'est à dire des deux principaux éléments gazeux de la nébuleuse primitive.

Les abondances mesurées aujourd'hui dans les planètes géantes sont différentes des abondances solaires, et différentes entre elles. Ceci est l'indication d'une évolution propre à chaque planète depuis leur formation. Cette différence doit être prise en compte dans les scénarios de formation du système solaire. Elle est exprimée dans le scénario de Pollack et Bodenheimer (1989), où les planètes géantes sont issues d'un processus de nucléation,⁷ que l'on peut séparer en deux étapes :

⁷Dans le cadre de la théorie de formation par nucléation, les modèles de structure interne évoquent tous la présence d'un noyau pour les planètes géantes, de masse à peu près identique pour chacun d'entre eux (≈ 10 fois la masse de la Terre) et de composition proche de celle de la Terre. Son existence est

- Formation d'un noyau par accréation, jusqu'à ce qu'il ait une taille limite.
- Attraction de l'enveloppe gazeuse (H_2, He).

La figure 2.2 présente la fraction massique d'hélium Y mesurée dans l'atmosphère des quatre planètes géantes (Gautier et al., 1994). Il faut noter que Jupiter et Saturne présentent une faible abondance d'hélium dans leur atmosphère par rapport à Uranus et Neptune, dont l'abondance d'hélium est cohérente avec celle déterminée pour la nébuleuse proto-solaire. Or, Jupiter et Saturne possèdent, à la différence d'Uranus et Neptune, une enveloppe d'hydrogène métallique. La différence d'abondance pourrait s'expliquer par une séparation de phase He/H dans cette enveloppe et une migration de l'hélium vers le noyau central. On voit qu'il est donc tout à fait important de connaître les abondances, non pas seulement dans l'atmosphère, mais également dans l'intérieur des planètes géantes.

Depuis leur formation, il y a 4,5 milliards d'années, les planètes géantes rayonnent l'énergie interne acquise à leur formation. Mais aujourd'hui, Jupiter et Saturne rayonnent plus d'énergie qu'elles n'en reçoivent du Soleil. Il faut que ces deux planètes bénéficient d'une source d'énergie interne.

Le tableau 2.1 présente le bilan énergétique des quatre planètes géantes (Pearl et Conrath - 1991). Jupiter et Saturne émettent notablement plus d'énergie qu'elles n'en reçoivent du Soleil. Là encore, l'explication serait en accord avec la migration de l'hélium vers le centre de la planète, source de l'énergie interne; il en résulterait la conversion d'énergie gravitationnelle en énergie rayonnée qui est la cause d'oscillations détectables à la surface de la planète et qui fait des planètes géantes des objets appropriés à une étude sismologique.

2.3.1 Les implications :

L'étude d'un spectre planétaire transmet des informations provenant d'une mince couche environnant la planète : raies d'absorption troposphériques, raies d'émission stratosphériques. Ces raies ne donnent accès qu'à la composition des couches externes de la planète. L'apport des missions spatiales (Pioneer, Voyager) dans ce domaine a été d'offrir une couverture spectrale bien plus large, et donc des contraintes plus fortes. En effet, observer hors de l'atmosphère terrestre permet de s'affranchir des fenêtres d'absorption et donc de couvrir un plus vaste domaine en longueur d'onde.

nécessaire pour expliquer la structure du champ gravitationnel.

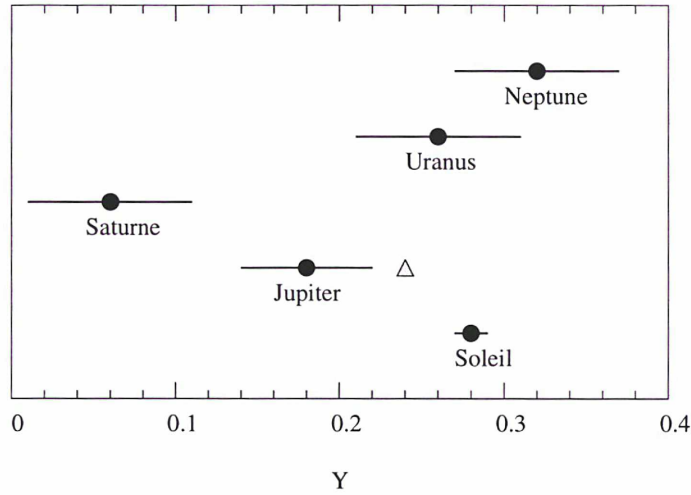


Figure 2.2: Fraction massique d'hélium dans la nébuleuse proto-solaire et dans l'atmosphère des planètes géantes (Gautier et al., 1994)– Le triangle donne la valeur issue des données de la sonde Galiléo pour Jupiter (Gautier - communication privée - 1996)

Tableau 2.1: Equilibre énergétique des quatre planètes géantes (Pearl et Conrath - 1991).

	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
Puissance absorbée ($10^{16}W$)	50.14 ± 2.48	11.14 ± 0.50	0.526 ± 0.037	0.204 ± 0.019
Puissance émise ($10^{16}W$)	83.65 ± 0.84	19.77 ± 0.32	0.560 ± 0.011	0.534 ± 0.029
Puissance interne ($10^{16}W$)	33.5 ± 2.6	8.63 ± 0.60	0.034 ± 0.034	0.330 ± 0.035

Ces informations sur les couches externes des planètes ne sont pas suffisantes pour contraindre les modèles de structure interne des planètes géantes dont nous disposons, et améliorer le modèle standard. Parce que les ondes traversent toutes les couches de la planète, les oscillations, même si elles sont détectées en surface, fournissent des informations sur la nature des milieux traversés. La sismologie apparaît donc comme l'unique moyen de sonder profondément l'intérieur des planètes géantes.

La connaissance de l'intérieur de ces planètes a des implications variées, et nous évoquerons ici les deux principales :

La physique des hautes pressions et températures :

Les conditions de pression et de température qui règnent à l'intérieur de la planète Jupiter

(au centre, une pression de l'ordre du mégabar et environ $2 \cdot 10^4 K$) et des autres planètes géantes ne sont ni aisément modélisables, ni reproductibles expérimentalement. Cela fait des planètes géantes de véritables laboratoires pour la physique des hautes densités et hautes pressions, afin de valider ou le cas échéant corriger les équations d'état utilisées, et développer des équations d'état pour des mélanges soumis à hautes pressions.

La formation et l'histoire du système solaire :

La connaissance précise de la structure interne des planètes géantes est une contrainte particulièrement puissante des modèles de formation du système solaire. En effet, le rapport He/H mesuré dans les atmosphères ne peut être adopté pour la planète toute entière ; seule la connaissance plus précise des abondances dans l'intérieur des planètes géantes, des principaux éléments ayant constitué la nébuleuse primitive, permettra de faire évoluer les modèles.

2.3.2 Quelques points de repère en sismologie des planètes géantes

- **1976 :** Voronstov réalise la première détermination **théorique** des oscillations de Jupiter et Saturne (Voronstov et al., 1976).
- **1987 :** Deming tente pour la première fois de détecter les oscillations de Jupiter, sans succès. Il conclut que l'amplitude des modes p est trop faible pour qu'ils soient observables (Deming et al., 1989).
- **1987 :** Schmider tente pour la première fois l'observation des oscillations de Jupiter, à l'Observatoire de Haute Provence (OHP), par la méthode de la cellule à résonance de sodium (Voir Chap.3) - (Schmider et al., 1991).
- **1991 :** Mosser propose la première identification des modes propres de Jupiter (Mosser et al., 1991).
- **1990-1991 :** Maillard observe de nouveau les oscillations de Jupiter par une nouvelle méthode utilisant le spectromètre à transformée de Fourier (FTS) du Télescope Canada-France-Hawaii (CFHT) (Voir Chap.3) - (Mosser et al., 1993).
- **1993 :** Mosser confirme le résultat obtenu en 1987, et produit un spectre des oscillations de Jupiter. L'identification des modes propres est présentée dans Mosser et

al., 1993.

L'analyse des observations de 1990-1991 a montré l'existence d'un signal dans la bande de fréquence $[1, 2mHz]$ due aux oscillations joviennes. La valeur de la fréquence caractéristique issue de ces observations ($\nu_0 = 136\mu Hz$) met en évidence un écart de 15% avec la prédiction théorique.

- **1993** : Maillard observe Saturne au CFHT par la méthode utilisant le FTS. Le traitement et l'interprétation de ces données fait l'objet du Chapitre 4 de ce manuscrit.

Chapitre 3

Méthodes d'observation en sismologie planétaire

Les deux premiers résultats positifs en sismologie des planètes géantes concernent Jupiter, et sont dus à Mosser et al. (1991), et Mosser et al. (1993). Le premier se rapporte à des observations menées à l'Observatoire de Haute Provence (OHP) en 1987, en utilisant la cellule à résonance de sodium. Le second se rapporte à des observations menées à l'Observatoire Canada-France-Hawaii (CFH) en 1990 et 1991, en utilisant le spectromètre à transformée de Fourier (FTS).

Ce chapitre a pour objectif de présenter ces deux méthodes, en insistant particulièrement sur celle utilisant le FTS puisque c'est celle employée en 1993 pour les observations de Saturne dont l'interprétation fait l'objet du chapitre 4 de ce manuscrit.

3.1 Méthode utilisant la cellule à résonance de sodium

3.1.1 Le principe expérimental

La vélocimétrie par résonance consiste à analyser une raie spectrale au moyen d'une raie de référence. Dans le cas des observations de Jupiter en 1987, les raies D1 et D2 du doublet du sodium, émises par le Soleil, et réfléchies par Jupiter, sont analysées par la cuve à vapeur de sodium, qui fournit la raie de référence. Toute variation de vitesse radiale est repérée par le déplacement (effet Doppler) de la raie par rapport à la raie de référence (Voir Figure 3.1).

La raie solaire réfléchie à analyser a une largeur d'environ 20 km.s^{-1} . En effet, à sa

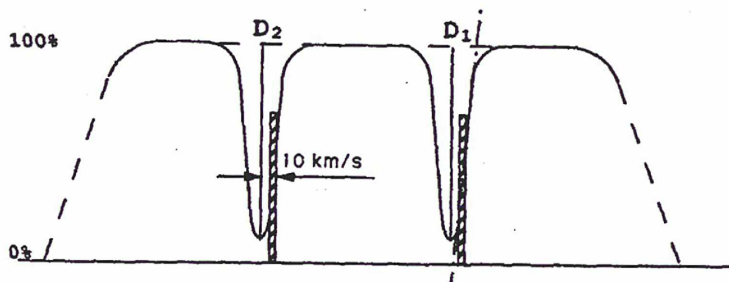


Figure 3.1: Principe expérimental: les raies D1 et D2 du sodium - En hachuré: les filtres étroits de la cellule (Schmider et al., 1991).

largeur thermique initiale (de l'ordre de 10 km.s^{-1}), il convient d'ajouter un élargissement dû à la rotation de la planète, qui se trouve être double de ce qu'il est pour une raie planétaire (de l'ordre de 10 km.s^{-1} également). La raie de référence a, elle, une largeur bien moindre (de l'ordre de 1 km.s^{-1}), liée aux conditions de pression et de température de la cellule. Tout déplacement Doppler du spectre se traduit par une variation mesurable de l'intensité relative dans la raie de référence de la cellule. La méthode fonctionne donc à son maximum d'efficacité lorsque la référence locale sonde le flanc de la raie au maximum de sa pente. Or, la longueur d'onde de la raie de référence est fixe; les objets observés sont donc accessibles par cette méthode à des périodes précises de l'année. En effet, dans le cas des planètes géantes, si les observations ont lieu exactement à l'opposition, la raie de référence se trouve exactement au fond de la raie solaire réfléchi, qui est beaucoup plus large, et donc la sensibilité est quasi-nulle. Il faut donc observer légèrement avant ou après l'opposition. Il ne faut pas non plus s'en éloigner trop, de façon à conserver une vitesse radiale relative très faible entre la planète en question et la Terre. Un premier prototype de cet instrument a été construit en 1983, et a été utilisé pour la détection des oscillations de Procyon et $\alpha\text{Cen A}$ (Gelly et al., 1986).

Une seconde version a été construite en 1987, avec pour objectif de parvenir à une sensibilité de 0.5 m.s^{-1} pour les étoiles de magnitude 0, sur de grands télescopes. Beaucoup de paramètres instrumentaux du prototype de 1983 ont été à cet effet améliorés; notamment, la sensibilité au guidage a été réduite en installant une caméra permettant le guidage.

Les observations de Jupiter à l'OHP en 1987 ont été le premier test de cette seconde version de l'instrument.

3.1.2 Les observations de Jupiter en 1987

Les observations sont présentées dans Schmider et al. (1991). La campagne d'observations a eu lieu en novembre 1987 à l'OHP. Jupiter était alors proche de l'opposition, ce qui assurait la condition sur la vitesse relative Terre / Jupiter. Cinq nuits ont pu être exploitées, entre le 30 octobre et le 16 novembre ¹. La présence d'un surcroît d'énergie dans la portion du spectre entre 1 et 2 mHz, où l'on attendait a priori du signal d'origine jovienne, a pu être mis en évidence ². L'interprétation du spectre est relatée dans Mosser et al. (1991). L'identification proposée est présentée sur la Figure 3.2. Elle a permis de mettre en évidence que les valeurs possibles pour la fréquence caractéristique étaient comprises entre 130 et 140 μHz .

3.2 Méthode utilisant le FTS

3.2.1 Principe d'une détection interférométrique des oscillations à l'aide d'un interféromètre de Michelson n'utilisant qu'une raie

Nous reprenons l'exposé du principe de la méthode présenté par Mosser et al. (1993) et repris par Maillard (1996).

L'instrument est éclairé par l'astre au travers d'un filtre à bande passante étroite qui isole une raie d'absorption (Voir Figure 3.3).

Si l'on appelle $\Gamma(\delta)$ la fonction de visibilité de la raie, W l'énergie totale à l'intérieur de la bande passante du filtre, A_0 l'énergie absorbée par cette raie et τ le coefficient de transmission total du système, on peut exprimer le signal de sortie en fonction de la différence de marche δ de la façon suivante :

$$S_1(\delta) = \tau (W - A_0 \Gamma(\delta) \cos 2\pi \sigma_0 \delta) \quad (3.1)$$

Toute variation de la vitesse radiale v de la source engendre un déplacement Doppler de la raie en question, et modifie sa position autour de σ_0 . Il en résulte une variation du signal de sortie que l'on peut exprimer sous la forme :

¹Trois semaines d'observations avant l'opposition ont été utilisées à la mise en place technique de l'instrument au télescope de 1m52. La forte humidité du mois de novembre a conduit à une grande importance des raies telluriques, mais 5 nuits (du 2 au 7/11) ont pu être exploitées.

²Les amplitudes observées correspondent à des vitesses d'oscillations de l'ordre de 8 m.s⁻¹.

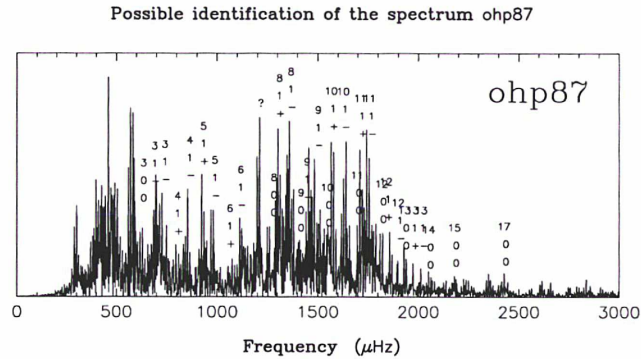


Figure 3.2: Spectre des oscillations de Jupiter obtenu en 1987 à l'OHP avec la cellule à vapeur de sodium (Mosser et al., 1991).

$$dS_1(\delta) \simeq 2\pi\tau A_0\delta\Gamma(\delta) \sin 2\pi\sigma_0\delta d\sigma \quad (3.2)$$

Or, $d\sigma = \sigma_0 dv/c$, donc :

$$dS_1(\delta) \simeq 2\pi\tau \frac{\sigma_0}{c} A_0\delta\Gamma(\delta) \sin 2\pi\sigma_0\delta dv \quad (3.3)$$

La variation de signal dS_1 est donc directement proportionnelle à dv . La sensibilité de la mesure dépend de la valeur de δ . Pour un dv donné, la variation de signal sera maximum si $\sin 2\pi\sigma_0\delta = 1$. C'est ainsi que se définit la différence de marche optimale, que l'on va dorénavant noter D .

$$dS_1(D) \simeq 2\pi\tau \frac{\sigma_0}{c} A_0 D\Gamma(D) dv \quad (3.4)$$

En enregistrant continuellement $dS_1(D)$ pendant une période T , le signal est directement proportionnel à dv . Sa transformée de Fourier donne un spectre en fréquence qui est à interpréter en terme de mode d'oscillations. La relation 3.4 montre la présence d'une source de bruit manifeste dans l'enregistrement de l'interférogramme : les fluctuations de l'intensité de l'astre, que traduit le facteur τ et qui ne sont pas séparées des variations de vitesse. L'effet de ces fluctuations est annulé en utilisant un interféromètre à deux sorties ³, qui donne accès non seulement à $S_1(\delta)$ mais aussi à sa partie complémentaire

³Selon le principe de retour inverse de la lumière, un interféromètre qui possède deux sorties possède aussi deux entrées. On peut mettre à profit ces deux entrées : une entrée est éclairée par le ciel, l'autre par l'astre étudié. Cela permet d'éliminer le fond de ciel dans l'interférogramme, et donc par exemple d'observer avant le début de la nuit.

$S_2(\delta)$ en opposition de phase. Ces fluctuations sont au contraire des variations de vitesse, insensibles au retard de phase dans l'interféromètre et occasionnent un signal dans les deux sorties de l'instrument. Cette propriété est mise à profit en enregistrant les signaux issus des deux voies. Le rapport :

$$I(\delta) = \frac{S_2(\delta) - S_1(\delta)}{S_2(\delta) + S_1(\delta)} \quad (3.5)$$

est indépendant de τ . Finalement, ce que l'on enregistre vraiment est :

$$dI(D) \simeq 2\pi \frac{\sigma_0}{c} A_0 D \Gamma(D) dv \quad (3.6)$$

Le signal $dI(D)$ est directement proportionnel à σ_0 . Il est donc beaucoup plus intéressant de réaliser ces observations dans le visible ou le proche infra-rouge, pour s'assurer un σ_0 le plus grand possible. D'autre part, D doit être choisie afin que le produit $D\Gamma(D)$ soit maximum, où $\Gamma(\delta)$ est la fonction de visibilité de la raie. Cette fonction est maximum pour $\delta = 0$ et décroît avec δ , mais le produit en question a lui son maximum pour une valeur D précise de la ddm (Maillard 1996).

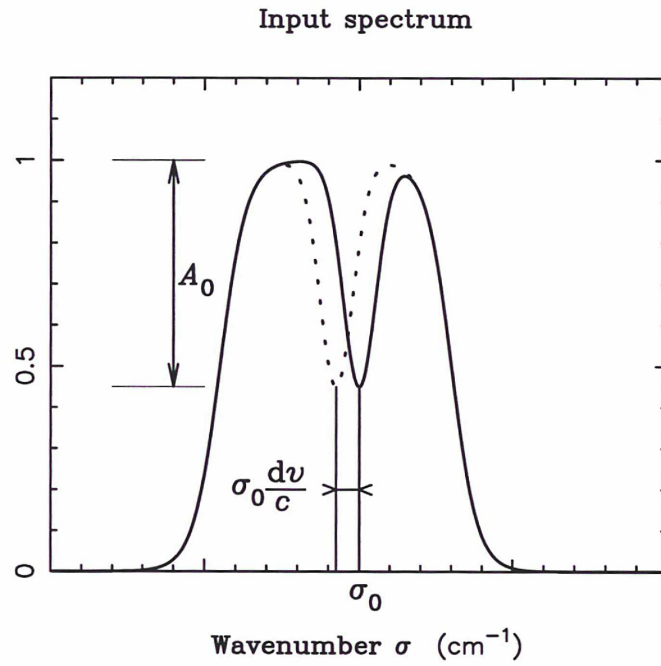
Cependant, un tel instrument n'utilise qu'une seule raie et se heurte donc à une limitation de sensibilité. Par contre, une extension en mode multiplex entre dans la logique d'utilisation du FTS.

3.2.2 Principe expérimental : un interféromètre de Michelson à différence de marche fixée en mode multiplex

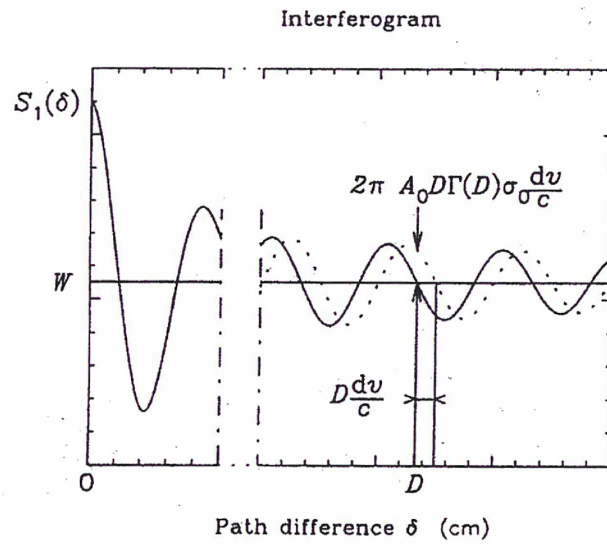
Afin d'accroître la sensibilité de l'instrument précédent, il est possible de travailler sur une bande spectrale plus large pour exploiter le fait que toutes les raies du spectre sont affectées par l'effet Doppler.

Considérons un spectre d'absorption s'étendant de σ_1 à σ_2 (valeur moyenne σ_m) et constitué de N raies de profondeur spectrale A_i ; soit une absorption de P% sur cet intervalle. A la différence de marche D , le signal Doppler est constitué par la contribution de toutes les raies présentes dans la bande passante. On peut écrire une expression identique à celle du paragraphe précédent (équation 3.6) :

$$dI(D) \simeq 2\pi \frac{\sigma_m}{c} \left(\sum_1^N A_i \right) D \Gamma(D) dv \quad (3.7)$$



(a) La raie d'absorption est décalée par effet Doppler.



(b) Décalage de l'interférogramme proportionnel à la variation de vitesse.

Figure 3.3: Le principe: toute variation de vitesse radiale entraîne un décalage de l'interférogramme proportionnel à l'amplitude de cette variation et mesurable à ddm D fixée.

Cette expression est exacte dans le cas de spectres d'absorption constitués de raies régulièrement espacées. Elle est totalement justifiée dans le cas de spectres possédant des propriétés proches de cette caractéristique idéale, comme par exemple le spectre d'absorption de *CO*. Il apparaît alors dans l'interférogramme des pics équidistants avec un intervalle inverse à celui séparant les raies.

Mais en général, les spectres étudiés n'ont pas cette régularité. L'expression qui traduit la proportionnalité entre le signal et dv s'en trouve donc modifiée :

$$dI(D) \simeq 2\pi \frac{\sigma_m}{c} \left(\sum_1^N A_i \sin 2\pi \sigma_i D \right) D\Gamma(D) dv \quad (3.8)$$

On peut introduire le facteur N_p ($N_p < N$) exprimant le gain en amplitude sur le signal, obtenu en utilisant N raies du spectre source au lieu d'une. Il est équivalent au nombre de raies en phase à la différence de marche D .

On peut alors écrire que :

$$dI(D) \simeq 2\pi \frac{\sigma_m}{c} N_p \left(\sum_1^N A_i \right) D\Gamma(D) dv \quad (3.9)$$

Pour avoir accès à N raies simultanément, on place à l'entrée de l'interféromètre un filtre à bande passante bien appropriée. Comparée à la bande passante sélectionnant une raie, si la nouvelle bande passante est étendue en première approximation d'un facteur N , et en considérant le bruit de photons comme la principale source de bruit, le gain multiplex de la méthode est : $N_p/\sqrt{N} < \sqrt{N}$. On a donc intérêt à sélectionner à l'aide du filtre une région dense du spectre, afin de ne pas avoir besoin d'un filtre trop large pour avoir beaucoup de raies ⁴.

3.2.3 Les observations de Jupiter en 1990 et 1991

Cette méthode d'observation sismologique permet de s'intéresser à des raies d'origine jovienne, et non plus seulement à des raies solaires réfléchies comme lors des observations de 1987. Les raies du méthane observées à $1.1\mu\text{m}$ dans le spectre de Jupiter se sont avérées les meilleurs candidats. Ces raies moléculaires sont réparties de façon suffisamment régulière

⁴En effet, si on élargit trop le filtre, le bruit de photons augmente de façon trop significative, annulant le gain dû à l'utilisation d'un plus grand nombre de raies.

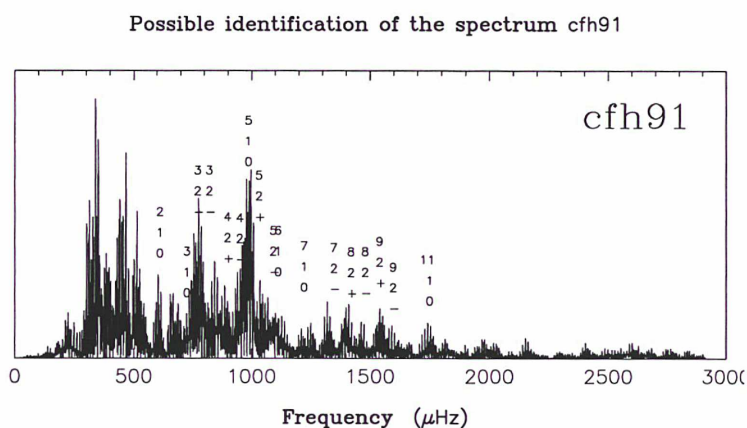


Figure 3.4: Spectre des oscillations de Jupiter obtenu en 1991 au CFH avec le FTS (Mosser et al., 1993).

pour que les franges qu'elles introduisent dans l'interférogramme se retrouvent en phase à certaines différences de marche. Ces observations, leur dépouillement et l'identification du spectre sont présentés par Mosser et al. (1993).

Le plus grand diaphragme du FTS ($12''$) ne suffit pas à contenir la totalité de l'image de Jupiter. L'observation a donc été menée en modulant entre deux plages de $12''$, Nord et Sud, centrées sur une parallèle à l'axe de rotation planétaire, afin que l'observation différentielle annule les effets de fluctuations de pointage⁵. Les observations ont eu lieu du 10 au 13 janvier 1990, et du 3 au 7 janvier 1991, à chaque fois proche de l'opposition de Jupiter.

Elles ont montré un signal d'apparence très analogue à celui des observations de 1987 menées avec la cellule à résonance de sodium. Un surcroît de puissance dans le spectre aux alentours de 1mHz , des amplitudes comparables correspondant à plusieurs m.s^{-1} , sont en tout point en accord avec les résultats de 1987.

Cette méthode a été retenue pour observer Saturne en 1993. Nous avons alors utilisé le même filtre sélectionnant la même région du spectre de la planète, et les mêmes détecteurs. La mise en oeuvre de cette méthode à cette autre planète géante et le dépouillement et l'analyse des données obtenues en 1993 font l'objet du prochain chapitre de ce manuscrit.

⁵Cette modulation est présentée dans le chapitre suivant, en la comparant à celle utilisée lors des observations de Saturne

Chapitre 4

Observations sismologiques de Saturne

4.1 Saturne : objet sismologique

4.1.1 Structure interne

Le modèle standard de structure interne de Saturne est présenté dans la figure 4.1 (Mosser 1994). Il s'agit d'un modèle comprenant trois régions : un noyau simple, composé de glaces et roches mélangées, et une enveloppe fluide, divisée entre les deux phases (moléculaire et métallique) de l'hydrogène. Les méthodes spectroscopiques classiques ne sondent que les couches externes de l'atmosphère planétaire, et ne permettent pas de contraindre ce modèle. Cependant, les paramètres que sont la masse de la planète, que l'on peut déterminer grâce au lois de Kepler, les moments gravitationnels, connus grâce aux missions spatiales et la période de rotation, permettent de contraindre quelque peu ce modèle.

Il faut noter que les équations d'état utilisées pour les pressions et températures régnant sur Saturne sont très différentes de l'équation du gaz parfait, et que la connaissance du profil de densité et de température de Saturne permettrait de les améliorer. Un modèle décrivant l'état de l'hydrogène fluide à haute densité et haute température est présenté par Chabrier (1994). Il décrit la dissociation et l'ionisation en pression, telles qu'elles se produisent dans les plasmas partiellement ionisés rencontrés à l'intérieur des étoiles de faible masse et des planètes géantes. Ce modèle prédit l'existence d'une transition de phase plasma (PPT) du premier ordre, qui a lieu entre une phase faiblement ionisée et une phase partiellement ($\simeq 50\%$) ionisée. Les modèles de structure interne des

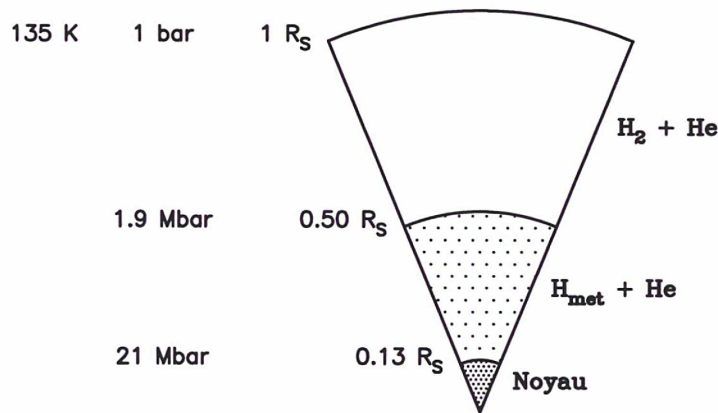


Figure 4.1: Modèle standard de structure interne de Saturne

planètes géantes qui n'incluent pas cette PPT ne satisfont pas les contraintes observationnelles, contrairement à ceux prenant en considération la PPT entre une enveloppe H_2/He et une enveloppe métallique H^+/He^{++} qui respectent beaucoup mieux les contraintes. Les effets de cette PPT sur l'évolution des planètes géantes sont présentés en détail par Saumon et al. (1992). Ces effets sont assez faibles (augmentation de l'âge des planètes de l'ordre de 2%). L'âge ainsi calculé donne en réalité le temps de refroidissement des deux planètes géantes qui est supposé être dans ce cas la seule source de rayonnement. Il est pour Jupiter de l'ordre de 5,3 milliards d'années, et pour Saturne de 2,6 milliards d'années. Ces résultats mettent en évidence d'une part que Saturne est complètement refroidie alors que Jupiter ne l'est pas totalement, et d'autre part que Saturne possède nécessairement une autre source d'énergie qui permet d'expliquer son rayonnement propre actuel.

D'autre part, la mesure des concentrations en hélium et autres éléments légers permettrait de contraindre d'avantage les modèles de formation et d'évolution des planètes géantes et du système solaire. Nous avons vu dans le chapitre 2 que la séparation gravitationnelle et la migration de l'hélium vers le centre de la planète pouvaient être une explication à la déficience en hélium dans les atmosphères de Jupiter et Saturne, par rapport à la valeur proto-solaire. Il y a en outre une différence notable entre la valeur du rapport cosmogonique sur Jupiter et Saturne (Voir Tableau 4.1). Si dans les deux cas, elle est inférieure à la valeur solaire, elle est encore beaucoup plus faible pour Saturne que pour Jupiter. Ceci peut s'expliquer par le fait que Saturne étant plus froide (6100 K au lieu de 6800 K pour Jupiter à la PPT - Guillot et al. (1995)), la séparation gravitationnelle, qui

Tableau 4.1: Rapport He/H dans l'atmosphère de Jupiter, Saturne et Uranus par rapport à la valeur proto-solaire (Gautier et Owen - 1989)

	Jupiter	Saturne	Uranus
He/H relatif au Soleil	0.7 ± 0.1	0.2 ± 0.1	1.0 ± 0.2

a lieu à faible température, s'est probablement produite plus tôt durant l'évolution de la planète. Cette explication est cohérente avec les âges calculés par Saumon et al. (1992) et évoqués plus haut dans ce paragraphe. En conséquence, on trouve moins d'hélium dans l'atmosphère de Saturne que dans celle de Jupiter. Cette différence complique encore plus l'étude de la structure interne de Saturne. En effet, calculer des équations d'état pour une mélange d'hydrogène et d'hélium est déjà une opération plus délicate à mener que pour de l'hydrogène seule, mais dans le cas de Saturne, cette difficulté est accentuée par le fait que le gradient d'hélium est très important et reste très mal connu.

La source de chaleur dont Saturne est le siège, la migration de l'hélium vers le centre de la planète et la transformation de l'hydrogène métallique en hydrogène moléculaire sont autant de source d'excitation des oscillations de Saturne que nous cherchons à détecter. La convection apparaît comme le vecteur de ces oscillations, dont le mécanisme de couplage est encore bien mal connu. Saturne étant un corps fluide et qui peut être considéré comme sphérique au premier ordre, son étude sismologique peut être menée de façon similaire à celle du Soleil ou de Jupiter. Compte-tenu du développement en harmoniques sphériques présenté au chapitre 2 de ce manuscrit, les modes propres se propageant dans la planète peuvent être exprimés de la façon suivante :

$$\nu_{n,l} \propto \left[n + \frac{l}{2} \right] \nu_0 \quad (4.1)$$

où n est l'ordre radial du mode, l l'indice de l'harmonique sphérique Y_l^m associé à ce mode, et ν_0 sa fréquence caractéristique. Cette relation a été utilisée pour l'étude sismologique de α Cen, Procyon, et Jupiter. L'approche asymptotique évoquée au chapitre 2 avait déjà permis de calculer un spectre synthétique des oscillations de Jupiter. Il s'agit d'un développement des calculs de Tassoul (1980) incluant la discontinuité du noyau central. Les solutions décrivant les mouvements sont développées en fonctions de Bessel du second ordre, près de la surface, puis près du noyau, puis raccordées. Mosser et al. (1991) présentent pour Jupiter ces développements, qui sont adaptables à Saturne.

4.1.2 Spectre théorique des oscillations de Saturne

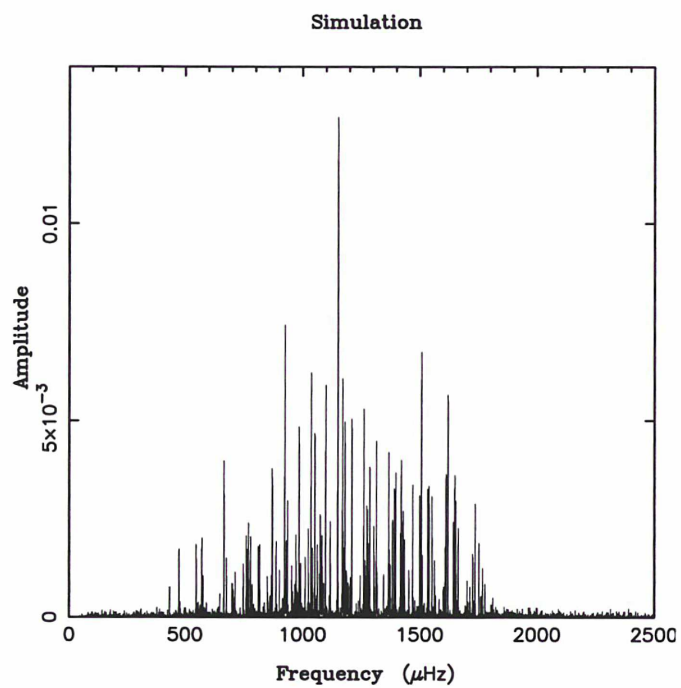
Mosser (Communication privée - 1996) a calculé un spectre théorique des oscillations acoustiques de Saturne qui est présenté dans la figure 4.2. Les principaux paramètres de ce spectre sont sa fréquence caractéristique ($\nu_0 = 108.9 \mu\text{Hz}$), et sa distribution en amplitude, qui est une gaussienne dont le maximum se situe à $1200 \mu\text{Hz}$ avec une fréquence de coupure située à $1800 \mu\text{Hz}$. La rotation de la planète (période de 10 h et 39 min) et l'aplatissement (10.2 %) qui en découle ont été pris en compte. Tous les modes sont visibles, mais le signal décroît fortement dès que l augmente ¹. La figure 4.2(b) présente ce spectre convolué par la fenêtre d'observation de 1993. L'effet de cette convolution est double : d'une part, il y a démultiplication de chaque mode en multiplets, ce qui rend l'identification extrêmement délicate ; d'autre part, l'énergie de chacun des modes est beaucoup plus faible. Ceci s'explique facilement par le fait que le spectre théorique sans convolution est calculé sur la base de 19 jours d'observation, alors que le temps d'observation cumulé en 1993 n'est que d'une vingtaine d'heures. De plus, le pic central du spectre de Fourier de la fenêtre (voir figure 4.6) ne contient que 20% de l'information. On voit donc que le fait d'observer de façon discontinue provoque des effets importants sur la qualité du spectre des oscillations acoustiques.

4.2 Les observations de Juillet 1993

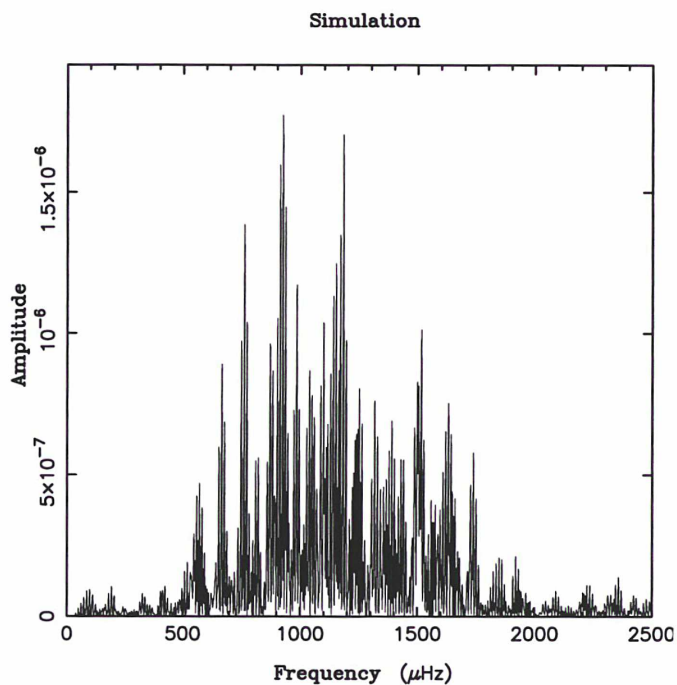
4.2.1 Présentation

Les observations ont eu lieu au télescope de 3.60 m du CFH, où est installé le Spectromètre à Transformée de Fourier (FTS) (Maillard et Michel 1982). Cet instrument a déjà été utilisé dans la configuration particulière de blocage de la différence de marche lors de précédentes observations sismologiques, notamment sur Jupiter (Mosser et al. 1993). Le FTS, qui est généralement utilisé pour faire de la spectroscopie infrarouge à haute résolution (Maillard 1988), est directement utilisable pour ce type particulier d'observations car il crée un interférogramme en utilisant une méthode de balayage pas-à-pas, qui permet de se placer à la différence de marche voulue. L'asservissement de cette différence de marche s'effectue avec un laser He-Ne stabilisé et permet de la conserver avec une précision de 10 \AA tout au long de la nuit. Le principe de la méthode est présenté en détail dans le chapitre 3 de ce manuscrit.

¹On voit sur le spectre l'enveloppe des différents modes.



(a) Spectre théorique sans effet de fenêtre



(b) Spectre théorique avec la fenêtre d'observation de 1993

Figure 4.2: Spectre théorique des oscillations acoustiques de Saturne

Le spectre de Saturne dans le proche infra-rouge présente les mêmes caractéristiques que celui de Jupiter, et est dominé par le CH_4 , ce qui a donc entraîné l'utilisation du même filtre que lors des observations de 1990 et 1991. Cependant, Saturne est un astre encore plus délicat à traiter pour des observations sismologiques. Tout d'abord, elle se situe à une distance double de Jupiter par rapport au Soleil ; cela veut dire en terme de flux que le flux intégré au travers d'une même ouverture est quatre fois plus faible pour Saturne que pour Jupiter, ce qui rend ces observations plus difficiles à mener. D'autre part, la configuration des anneaux autour de Saturne rend la tache également plus difficile que dans le cas de Jupiter. En effet, lors des observations de 1993, Saturne faisait 19 arcsec de diamètre angulaire ; le bord intérieur des anneaux se situait à 3 arcsec seulement de l'équateur, ce qui réduisait considérablement la surface accessible, puisqu'il n'était pas question d'observer entre le bord extérieur des anneaux et le Pôle Sud planétaire. On verra plus loin dans ce chapitre que cela a eu des conséquences dans le choix de l'ouverture et de l'amplitude de la modulation. Il faut noter que la configuration des anneaux aurait été beaucoup plus favorable en 1995, alors que la Terre se situait précisément dans le plan de ces anneaux.

Cinq nuits avaient été accordées, du 27 au 31 Juillet 1993, trois semaines avant l'opposition de Saturne². Malheureusement, les deux premières nuits furent perdues pour des raisons techniques liées au télescope et à la chaîne d'acquisition de données. L'enregistrement a pu effectivement commencer au cours de la seconde nuit, mais pour une durée trop courte pour être intégré aux données. Finalement, le traitement des données porte sur le signal enregistré pendant trois nuits consécutives.

4.2.2 La modulation de champs - Structure des fichiers de données

Lors des observations de Jupiter (Mosser et al., 1993), une modulation de champ a été introduite dans l'enregistrement des données en utilisant le secondaire vibrant du foyer infrarouge du CFHT, de façon à corriger le signal dû aux turbulences atmosphériques et surtout au dépointage parallèlement à l'équateur. Le dépointage parallèlement à un méridien, lui, n'a pas de composante de vitesse, et donc ne crée pas de signal Doppler. Cette modulation était méridienne (Voir figure 4.3). Le signal était successivement enregistré au travers d'une ouverture de 12 arcsec dans l'hémisphère Nord, puis au travers

²Observer le plus près possible de l'opposition permet d'avoir une plus grande période d'observabilité par nuit.

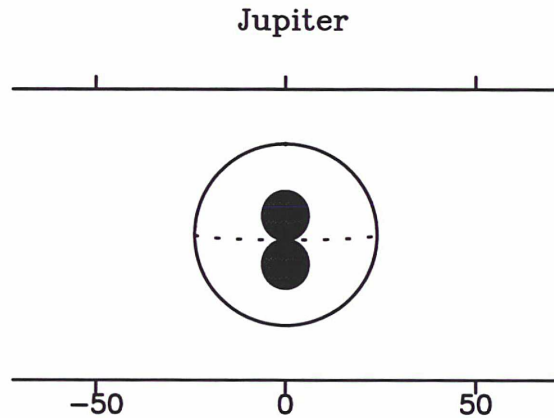


Figure 4.3: Diaphragme d'observation sur Jupiter en 1991

de l'ouverture symétrique dans l'hémisphère Sud de Jupiter, à la fréquence de 15.3 Hz. Les deux signaux étaient enregistrés séparément, et pouvaient être soustraits. Cette différence contenait justement le signal Doppler à analyser. Le bruit de vitesse introduit par la turbulence atmosphérique et le dépointage le long de l'équateur est le même pour chacune des deux ouvertures, et est donc éliminé dans la différence.

La présence des anneaux autour de Saturne rend impossible le même type de modulation. Donc, pour l'observation de 1993, il n'était plus envisageable d'éliminer le bruit dû au décentrage et aux turbulences atmosphériques par une simple soustraction du signal issu des deux ouvertures. Or, ces effets sont considérables sur Saturne. Le moindre déplacement de l'ouverture sur le disque planétaire entraîne un signal de vitesse dont l'amplitude, très importante, est donnée par la relation :

$$dv = 2\omega_{Sat}R_{Sat}\frac{d\alpha}{\alpha_{Sat}} \quad (4.2)$$

où ω_{Sat} est la vitesse angulaire de Saturne, R_{Sat} son rayon moyen à l'équateur, et α_{Sat} son diamètre angulaire. L'application numérique donne une sensibilité au déplacement de 1082 m.s^{-1} par arcsec. Des turbulences atmosphérique d'amplitude ± 0.1 arcsec génèrent un signal de vitesse d'amplitude supérieure à 200 m.s^{-1} . Les turbulences atmosphériques et les déplacements du diaphragme lors de l'observation génèrent donc un signal de même type que celui que nous cherchons à détecter, qui de plus a une amplitude bien supérieure. Il était donc impératif de moduler, afin de d'éliminer les dérives dans le signal, et de minimiser le bruit. La configuration des anneaux nous a obligé à recourir à une modulation équatoriale (voir figure 4.4) dans l'hémisphère Nord de la planète. Nous avons vu au

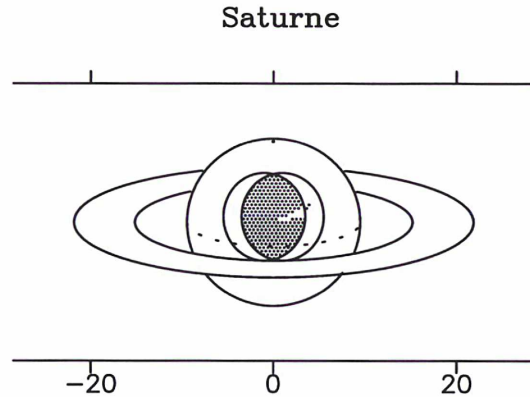


Figure 4.4: Diaphragme d'observation sur Saturne en 1993

paragraphe précédent que le bord intérieur des anneaux se situait très près de l'équateur de Saturne. D'autre part, il ne fallait pas que l'ouverture se rapproche trop du Pôle Nord de la planète, car la visibilité des modes diminue, et le signal ne contient alors plus d'information. C'est en tenant compte de tous ces paramètres que la modulation a été choisie : le signal était enregistré au travers d'une ouverture de 9 arcsec modulée de part et d'autre du méridien à la fréquence de 15.3 Hz, avec une amplitude de ± 1 arcsec. La partie commune aux deux positions de l'ouverture représentait ainsi 75% de la surface du diaphragme. La figure 4.5 présente le principe de cette modulation.

Appellons S^+ et S^- les signaux enregistrés par chacune des deux voies issues de la modulation. Soient a l'amplitude du créneau de la modulation, b l'amplitude du signal sismologique recherché, et g l'amplitude des accidents de guidage, ou décentrages.

◊ Si on se situe parfaitement sur le point de fonctionnement choisi (points noirs sur la figure 4.5), en l'absence de signal sismologique, la somme des deux voies délivre un signal nul, et leur différence un signal de calibration $2a$:

$$\begin{aligned} S^+ &= +a & S^- &= -a \\ S^+ + S^- &= 0 & S^+ - S^- &= 2a \end{aligned}$$

En présence d'un signal sismologique b , la différence demeure un signal de calibration, tandis que la somme contient alors l'information recherchée :

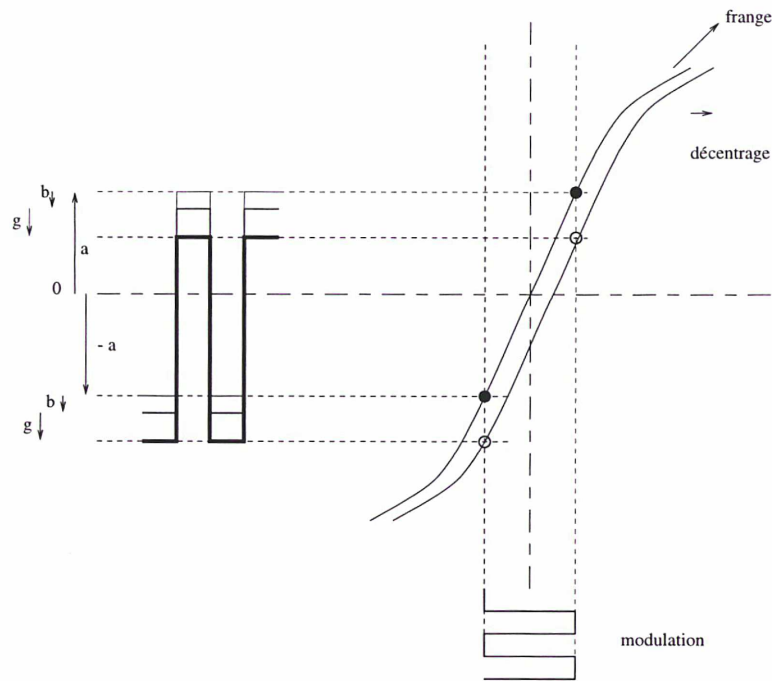


Figure 4.5: Principe de la modulation de champ employée

$$S^+ = +a - b$$

$$S^- = -a - b$$

$$S^+ + S^- = -2b$$

$$S^+ - S^- = 2a$$

◊ Si il y a eu décentrage, on ne se trouve alors plus sur le point de fonctionnement choisi (points blancs sur la figure 4.5), et la somme des deux voies délivre un signal contenant, en plus de l'information recherchée, la signature de ces accidents de guidage :

$$S^+ = +a - b - g$$

$$S^- = -a - b - g$$

$$S^+ + S^- = -2b - 2g$$

$$S^+ - S^- = 2a$$

Le type de modulation utilisée lors de ces observations n'élimine donc pas directement le guidage dans le signal. Il était donc absolument nécessaire d'enregistrer un signal de guidage permettant d'effectuer a posteriori un traitement pour corriger ces effets. La différence, elle, demeure un signal de calibration, puisque les deux voies sont sensibles de la même façon à ces décentrages.

Comme nous l'avons vu précédemment, les observations ont pu être menées pendant trois nuits consécutives. Le tableau 4.2 donne les durées d'enregistrement des données pour les trois nuits d'observation. La figure 4.6 présente la fenêtre d'observation ainsi définie et son spectre de Fourier.

Tableau 4.2: Durée d'enregistrement des données pour chacune des nuits d'observations.

nuit du 29/07	nuit du 30/07	nuit du 31/07
7 h et 6 min	7 h et 43 min	7 h et 44 min

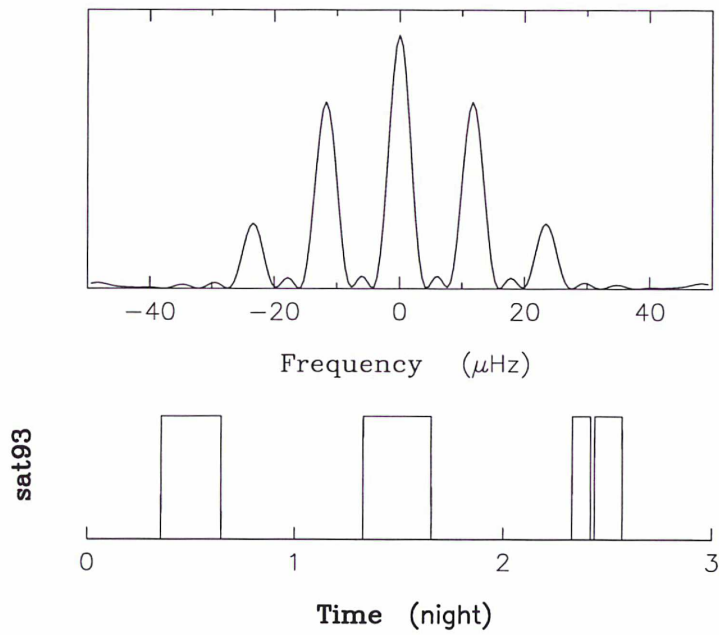


Figure 4.6: Fenêtre d'observation et son spectre de Fourier

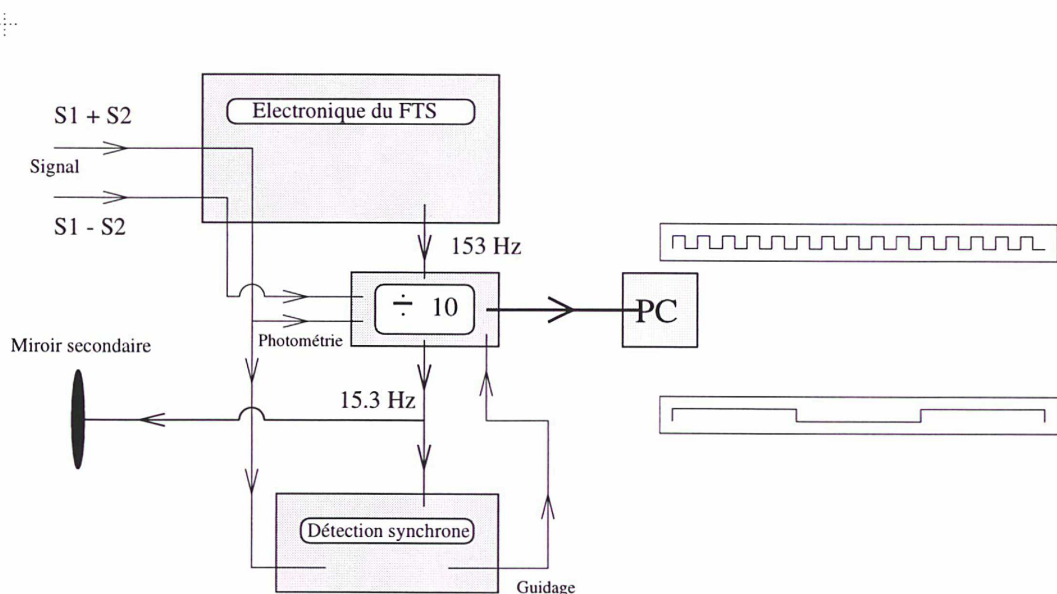
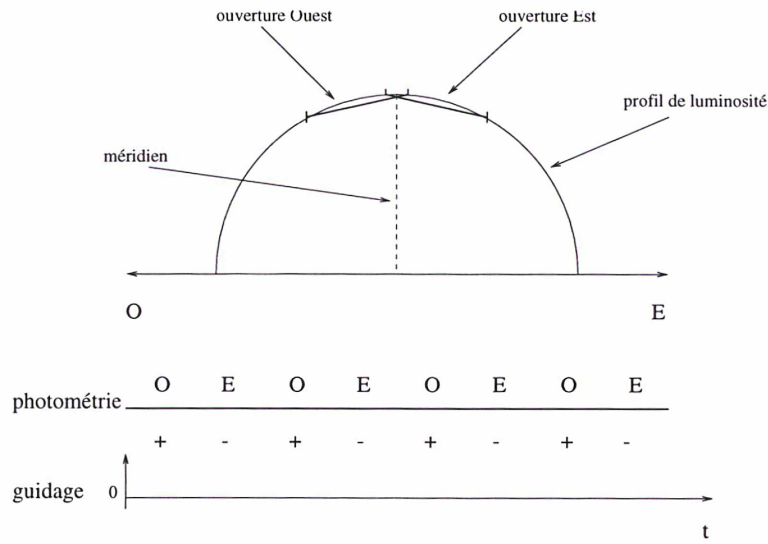


Figure 4.7: Bloc diagramme de l'acquisition de données. S1 et S2 sont les signaux issus de chacun des deux détecteurs.

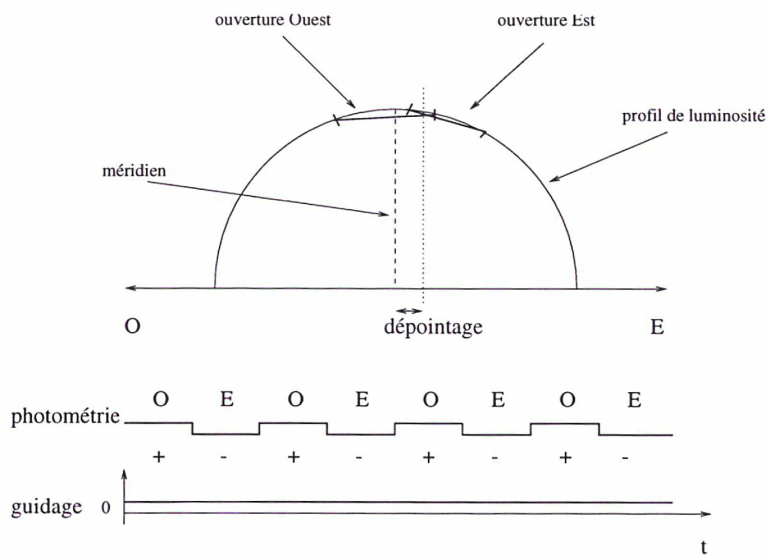
Quatre signaux ont été enregistrés au cours des observations, les deux signaux contenant l'information sismologique, issus des ouvertures Ouest et Est de part et d'autre du méridien (notés S^+ et S^-), le signal photométrique noté P, et contenant l'information sur les fluctuations atmosphériques, et le signal dit de guidage, que nous noterons dorénavant G (Voir figure 4.7).

La différence des signaux photométriques issus des deux ouvertures, situées de part et d'autre du méridien, donne une information capitale sur le guidage. En effet, tenant compte de la symétrie du profil de luminosité et de l'assombrissement centre-bord, on voit que cette différence est nulle si la zone commune aux deux ouvertures est parfaitement centrée, et qu'un signal contenant l'information sur le guidage apparaît dans le cas contraire. En faisant l'hypothèse d'un profil de luminosité sphérique, un décentrage de 1 arcsec crée une variation de signal d'environ 13% ; les turbulences atmosphériques créent elles une variation de 2.6 % toujours pour une amplitude de ± 0.1 arcsec. L'enregistrement de ce signal de guidage nous permettra plus tard d'en corriger les conséquences. La figure 4.8 présente la méthode permettant de générer ce signal de guidage.

L'intérêt d'acquérir l'ensemble de ces signaux réside dans leur utilisation pour les différents traitements qu'il est nécessaire d'envisager, puisque qu'il est impossible d'éliminer directement certaines sources de bruit. Le signal de guidage doit permettre de corriger les signaux Doppler créés par le déplacement de l'ouverture de 9 arcsec sur le disque



(a) Signal de guidage nul en cas de pointage parfait sur le méridien.



(b) Signal de guidage non nul en cas de dépointage.

Figure 4.8: Construction du signal de guidage

planétaire et les effets de seeing. Seule une dérive en longitude génère un signal de vitesse du type de celui recherché. Du fait du type de modulation choisi, un signal de guidage est produit seulement suivant cette composante. L'enregistrement du signal photométrique doit permettre de corriger les variations d'intensité dues aux fluctuations de transmission atmosphérique terrestre pendant les observations (passage de nuages) et de définir l'instant où le lever du Soleil rend le signal photométrique inutilisable pour ce traitement à cause d'un fond de ciel trop lumineux.

4.2.3 Méthode de guidage

Le type de modulation utilisée ne permettant pas une élimination directe des effets de décentrage, il devenait d'autant plus important de guider avec une très grande précision, et il était nécessaire de limiter au maximum les recentrages durant les nuits, afin d'éviter des discontinuités dans le signal. Le guidage le plus fiable demande d'utiliser le guidage automatique du télescope. Il n'est pas possible de guider sur la planète elle-même qui est une source trop étendue. La méthode consiste donc à utiliser un satellite de Saturne. Titan est le seul satellite de Saturne dont la distance à la planète et la vitesse de rotation autour de la planète permettent son utilisation pour le guidage. Le mouvement relatif de Titan par rapport à Saturne a été pris en compte en introduisant une dérive correctrice du bras sur lequel est placée le miroir qui alimente la caméra de guidage. Toutefois, l'utilisation de Titan pour le guidage impose une contrainte sur la période d'observation. En effet, la géométrie de la bonnette empêche le guidage sur Titan si celui-ci se trouve trop près ou à l'Ouest de Saturne. Le temps d'intégration de la caméra de guidage automatique étant de $\simeq 3$ s, tous les accidents de guidage de période plus longue sont ainsi corrigés³. Néanmoins, il a fallu recourir à des recentrages manuels deux fois lors de la première nuit (effective), et une fois lors de la seconde. Comme nous le verrons plus loin dans le traitement, ces recentrages ont pu être corrigés.

4.2.4 Présentation du traitement envisagé

Il est important de noter que par rapport aux observations de Jupiter en 1990 et 1991, les deux traitements supplémentaires qui viennent d'être évoqués ont deux raisons d'être différentes : les corrections du dépointage sur la planète sont rendues indispensables par

³Les périodes plus courtes sont de toute manière complètement à l'extérieur du domaine de fréquence dans lequel on recherche des oscillations de Saturne.

le type de modulation, imposée par la configuration des anneaux. C'est un traitement auquel nous ne pouvions pas nous soustraire. Il ne s'agit donc pas à proprement parler d'une amélioration par rapport aux observations précédentes, mais d'une adaptation aux conditions nouvelles d'observation. L'enregistrement du signal photométrique, et le traitement qu'il permet est par contre un gain dans la qualité du traitement des données par rapport aux observations de Jupiter. Il s'agit en effet là d'un signal enregistré en plus afin d'affiner la réduction des données.

Pour chacune des voies du signal contenant l'information sismologique, il s'agissait d'abord de corriger les effets dus au dépointage progressif. Ces dérives ont un effet additif au signal, et la correction à opérer consistait donc à soustraire au signal sismologique le signal de guidage enregistré, après avoir pris la précaution d'ajuster les gains des voies en question. Ensuite, il fallait corriger ce signal dépollué des dérives de guidage, des effets photométriques. On disposait pour cela de l'enregistrement du signal photométrique. Dans ce cas, les effets sont multiplicatifs, et la correction à effectuer était donc de faire le rapport du signal sismologique au signal photométrique.

Pour chacune des voies, on peut écrire l'équation de correction sous la forme :

$$S_c^+ = \frac{(S^+ - kG)}{P_N} \quad (4.3)$$

$$S_c^- = \frac{(S^- - kG)}{P_N} \quad (4.4)$$

où P_N est la photométrie normalisée⁴, où k est le coefficient d'ajustement des gains, et où S_c^+ et S_c^- sont les signaux corrigés pour chacune des voies.

Comme on l'a vu dans le paragraphe sur la modulation de champ, la différence des deux voies nous donne directement un signal de calibration. L'étape suivante dans le traitement devait en conséquence être de diviser le signal sismologique corrigé par ce signal de calibration, afin d'obtenir un signal sismologique "propre" et calibré. L'opération peut s'écrire de la façon suivante, en appelant S le signal en question :

$$S = \frac{(S_c^+ + S_c^-)}{(S_c^+ - S_c^-)} \quad (4.5)$$

⁴Il est nécessaire de normaliser la photométrie afin de garder un sens au signal après correction.

4.2.5 Pourquoi ce traitement n'a-t-il pas été possible?

Tout d'abord, il faut remarquer que ce traitement n'avait auparavant jamais été réalisé et qu'il ne pouvait s'effectuer qu'a posteriori puisque l'acquisition des données s'effectuait "en aveugle". En effet, la visualisation portait sur une heure d'enregistrement seulement, ce qui ne permettait pas d'analyser leur évolution avec assez de recul. D'autre part, le type d'information que nous recherchons nécessite un enregistrement des données sur une durée suffisamment longue. Il n'est donc pas envisageable de contrôler la qualité du signal en cours d'observations.

De plus l'étude des différentes voies a révélé deux problèmes majeurs obligeant à revoir le déroulement du traitement :

- Pour chaque nuit, il n'y avait, contrairement à ce que l'on était en droit d'attendre, pas de symétrie entre les deux voies du signal contenant l'information sismologique. Les gains des deux voies étaient différents, et ceci a eu pour conséquence qu'une des deux voies s'est avérée presque totalement décorrélée du signal de guidage ⁵.
- Il y a un décalage manifeste dans les signaux enregistrés, par conséquent, il n'était plus possible d'obtenir le signal de calibration que la différence des deux voies était censée fournir.

Ces deux problèmes, importants par leur conséquence dans le traitement des données, ont très probablement leur origine dans l'électronique de la chaîne d'acquisition. Face à ces imprévus, il a fallu repenser complètement le traitement, pour tirer malgré tout le maximum d'information des données. Les paragraphes suivants détaillent chaque étape du traitement réellement effectué, pour aboutir à un fichier devant contenir l'information sismologique des trois nuits. Dans la suite, la voie sismologique traitée, (celle corrélée au guidage) est, pour la première et la troisième nuit la voie S^- , et pour la seconde nuit la voie S^+ . La figure 4.9 présente ces trois signaux.

4.2.6 Différence de marche optimale

Le principe de la méthode utilisant le FTS pour des observations sismologiques a été présenté au chapitre 3 de ce manuscrit. Souvenons-nous qu'à différence de marche (ddm) fixée, toute variation de la vitesse radiale v est traduite par une variation de l'amplitude

⁵Ce n'est pas la même voie pour toutes les nuits.

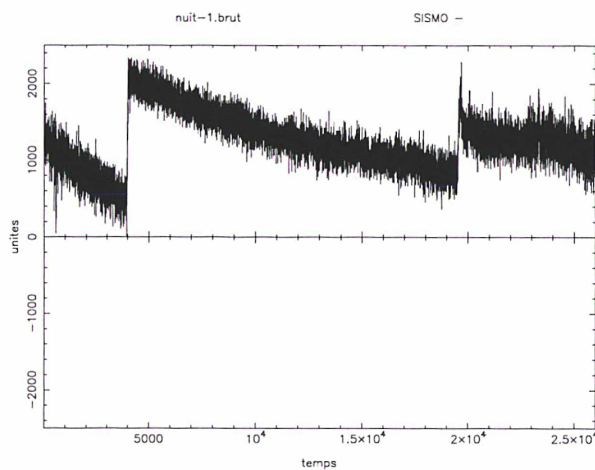
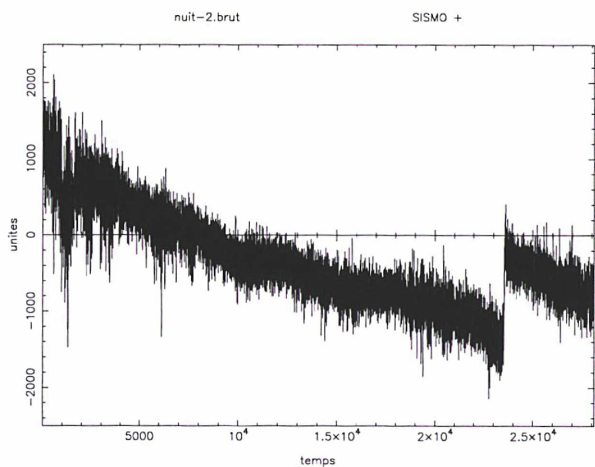
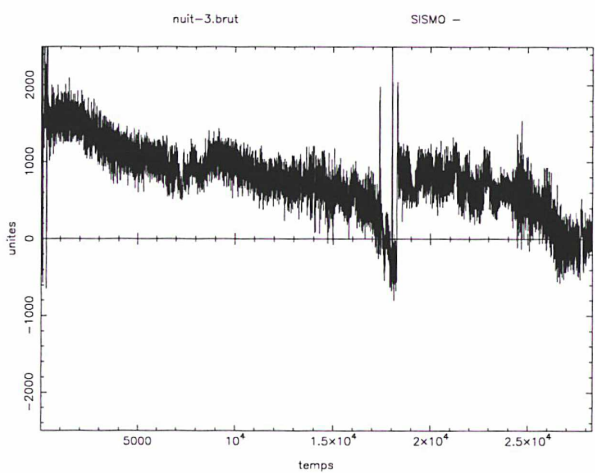
(a) Voie S^- pour la nuit 1(b) Voie S^+ pour la nuit 2(c) Voie S^- pour la nuit 3

Figure 4.9: Signal sismologique pris en compte pour chaque nuit

de l'interférogramme ⁶. La nécessité d'optimiser la ddm est cruciale pour la réussite des observations. Lors des précédentes observations sismologiques menées sur Jupiter en 1990 et 1991, la détermination de la meilleure ddm s'était faite par des simulations au moyen d'un interférogramme synthétique (Mosser et al. 1993). En effet, en constituant un tableau rassemblant la profondeur des raies observées dans un spectre de Jupiter et la position de celles-ci, obtenue à partir d'un spectre de laboratoire, il est possible de fabriquer un interférogramme synthétique dépollué des raies solaires et telluriques ; cette condition est importante pour s'assurer du fait que la ddm n'est pas sélectionnée en fonction de raies qui ne seraient pas d'origine planétaire.

Lors des observations de Saturne qui font l'objet de cette étude, la détermination de la ddm a été réalisée selon une nouvelle méthode. Un interférogramme a été enregistré pour chacune des deux ouvertures (E et O) sur le disque planétaire. On a ensuite effectué la différence de ces deux interférogrammes. Cette différence contient principalement du signal provenant de l'atmosphère de Saturne, car la contribution des raies telluriques a ainsi été éliminée. En effet, seules les raies planétaires subissent un effet Doppler. Ce signal est assimilable à une dérivée d'interférogramme. Les pics permettent de déterminer la position en ddm des franges de plus grande amplitude. Cependant, cela ne veut pas dire que la contribution des raies telluriques dans l'interférogramme, aux ddm pré-sélectionnées, est nulle. En réalité, parmi les différents pics pré-sélectionnés, il faut choisir celui pour lequel la contribution des raies telluriques dans l'interférogramme sera la plus faible. Pour ce faire, on a enregistré un interférogramme de Vega dans des conditions en tous points semblables. Parmi les maxima sélectionnés sur le signal dérivé, on a conservé ceux d'entre eux qui correspondent à un minimum sur Vega. La valeur de la ddm ainsi sélectionnée lors de ces observations est $D = 1.255$ cm. La détermination de cette différence de marche est une opération qui a été réalisée au cours de la seconde nuit parmi les cinq. Les trois étapes suivantes sont à réaliser en début de chacune des trois nuits "opérationnelles".

Il s'agit dans un premier temps de se placer à proximité de la ddm précédemment déterminée, en effectuant pour cela un balayage rapide à grand pas à partir de la ddm 0. Dans un second temps, on se place avec le pas d'exploration plus fin (1/8 de la longueur d'onde de référence du laser He-Ne (6328 Å)) dans la région des franges de plus grande amplitude. (Voir Figure 4.10). Enfin, ces franges d'amplitude maximale sont balayées l'une après l'autre avec le pas d'exploration fin. Le balayage complet d'une frange

⁶L'expression qui traduit la proportionnalité entre le signal et dv peut-être écrite :
 $dI(D) \simeq 2\pi \frac{\sigma_m}{c} N_p \left(\sum_1^N A_i \right) D\Gamma(D) dv$ - Voir notations chapitre 3.

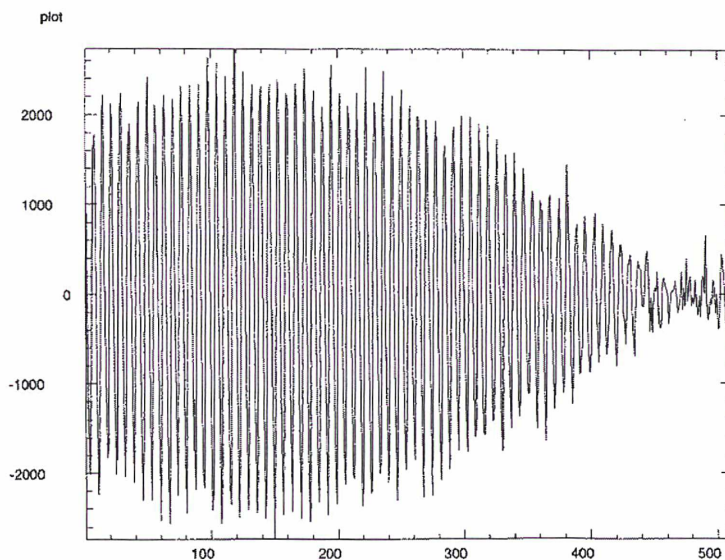


Figure 4.10: Bloc complet de 512 pas d'exploration en ddm. Exploration effectuée pour se placer dans la région des franges de plus grande amplitude.

correspond à environ 14 pas. La figure 4.11 présente le tracé de cette exploration pas à pas pour la troisième nuit. La frange a été complètement balayée. Le point de fonctionnement est choisi dans la partie linéaire de la frange suivante avec pour convention que le signal croisse avec la ddm (pente montante).

4.3 La réduction des données

4.3.1 Méthode de calibration

La possibilité de faire une exploration pas à pas en ddm, avec un pas d'amplitude connue avec une très grande précision, délivre une calibration interne. Autour de la ddm fixée D , la relation liant un pas p d'exploration à la vitesse peut s'écrire de la façon suivante :

$$\frac{p}{D} = \frac{dv_p}{c} \quad (4.6)$$

Sachant que l'amplitude du pas d'exploration en ddm est le huitième de la longueur d'onde de référence du laser $He-Ne$ ($\lambda_r = 6328 \text{ \AA}$), à un pas à la ddm $D = 1.255 \text{ cm}$ correspond un dv_p de 1890 m.s^{-1} . La figure 4.11 présente l'excursion en ddm réalisée au début de la troisième nuit, en vue de se placer sur le zéro de la frange sélectionnée. Dans la partie linéaire de ce signal, un pas correspond à un variation d'intensité dI_p de

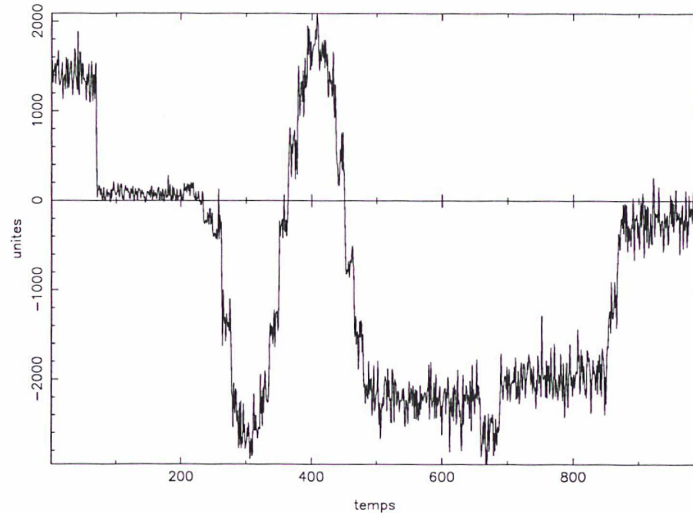


Figure 4.11: Exploration en différence de marche autour de la valeur sélectionnée. L’unité de temps correspond à 0.98 s.

ce signal, dont on peut tirer la valeur du facteur de calibration $dv_p/dI_p = 1.75 \text{ m.s}^{-1}$ par unité d’intensité.

4.3.2 Correction des recentrages manuels

La figure 4.9 montre clairement les recentrages manuels qui ont dus être effectués lors des deux premières nuits. En effet, le signal est affectée tout au long de la nuit par une dérive à très longue période qui nous oblige à recentrer le diaphragme sur la position souhaitée. Cette dérive a plusieurs causes. D’une part, elle est due au fait que le mouvement de Titan par rapport à Saturne est supposé linéaire dans les calculs effectués pour commander le bras de la caméra de guidage. Cette différence entre le mouvement réel et le mouvement pris en compte a une forte contribution dans cette lente dérive. D’autre part, l’effet Doppler dû au mouvement relatif de Saturne par rapport à la Terre engendre également un effet de dérive, et cela même si le guidage était absolument parfait. Il n’était pas possible de laisser le diaphragme dériver et quitter ainsi sa position idéale sur la planète ; c’est la raison pour laquelle il a fallu avoir recours à des recentrages manuels. Ces recentrages ont été corrigés en calculant le “saut” subi par le signal à cette occasion, et en ramenant la partie du signal postérieure au recentrage au niveau d’intensité de la partie antérieure.

Le “saut” a été défini comme étant la moyenne⁷ avant et après le recentrage. La zone d’accident commence par définition à la fin de la zone de calcul de la moyenne des points avant l’accident, et se termine au début de la zone de calcul de la moyenne des points après l’accident. Dans le cadre de la première nuit, l’opération a été menée une fois pour chacun des deux recentrages effectués. La figure 4.12 présente les fichiers des deux premières nuits après cette correction. Il faut noter que si les recentrages ont été effectivement corrigés, la dérive demeure, et sera ultérieurement corrigée.

4.3.3 Filtrage des basses fréquences

Une fois les recentrages manuels (qui auraient affecté le spectre) corrigés, il a fallu filtrer les basses fréquences dans les signaux censés contenir l’information sismologique et dans le signal de guidage. Nous avons employé pour cela un filtre de Hamming et effectué l’opération suivante ($\tilde{H}(\text{signal})$ représente les basses fréquences du signal sélectionnées par le filtre de Hamming) :

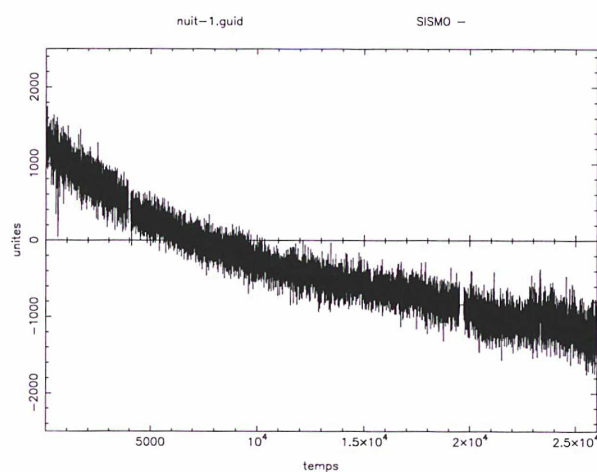
$$\text{signal filtré} = \text{signal} - \tilde{H}(\text{signal})$$

Un filtre de Hamming est un filtre de la famille des filtres en $\alpha + (1 - \alpha) \cos 2\pi x / T_H$ où T_H est la période du filtre, et α compris entre 0 et 1. Pour le filtre de Hamming, la valeur de α est 0.54. Il a donc un pied égal à 8%. La figure 4.13 présente la comparaison entre la transformée de Fourier (FFT) d’un filtre à fenêtre carrée, et d’un filtre à fenêtre de Hamming. On voit que la FFT du filtre de Hamming a un pic central plus large, donc que le filtre en question filtre un peu moins, mais que par contre, les lobes secondaires sont moins importants, ce qui signifie qu’il filtre mieux. Pour le filtrage que l’on recherche, le filtre de Hamming convient donc tout à fait.

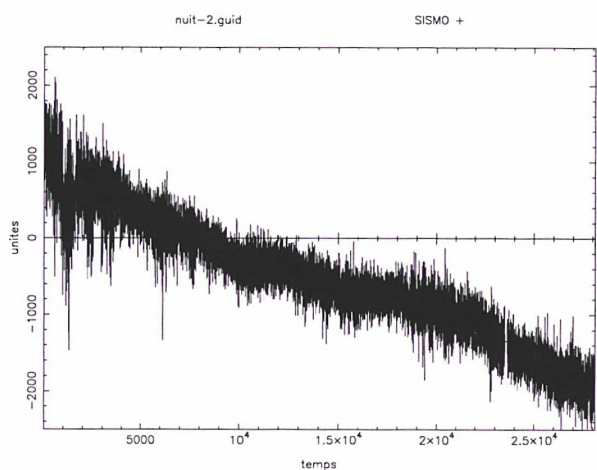
Compte-tenu du domaine de fréquences dans lequel on recherche du signal sismologique, il ne fallait pas que la fréquence caractéristique de Hamming $\nu_H = 1/T_H$ soit trop grande, afin que le filtre ne déborde pas le domaine en question. D’un autre côté, ν_H devait être suffisamment grande pour redresser le signal et filtrer les très basses fréquences dans le spectre. Nous avons utilisé un filtre de Hamming de fréquence caractéristique $\nu_H = 250 \mu\text{Hz}$. La figure 4.14 présente les signaux des trois nuits ainsi filtrés.

Il ne faut pas perdre de vue que tout ce traitement est fait dans l’optique de faire à terme la transformation de Fourier d’un fichier représentant les observations sur l’ensemble

⁷Les moyennes sont calculées sur un nombre de points dépendant de la forme du signal. La zone de calcul est sélectionnée au moyen de la souris lors de l’utilisation du programme de réduction de données.



(a) Voie S^- corrigée des recentrages manuels pour la nuit 1



(b) Voie S^+ corrigée des recentrages manuels pour la nuit 2

Figure 4.12: Signal sismologique corrigé des recentrages manuels effectués lors des deux premières nuits. La dérive du point de fonctionnement demeure apparente. En comparaison avec la figure 4.10 cette dérive est presque égale à une frange.

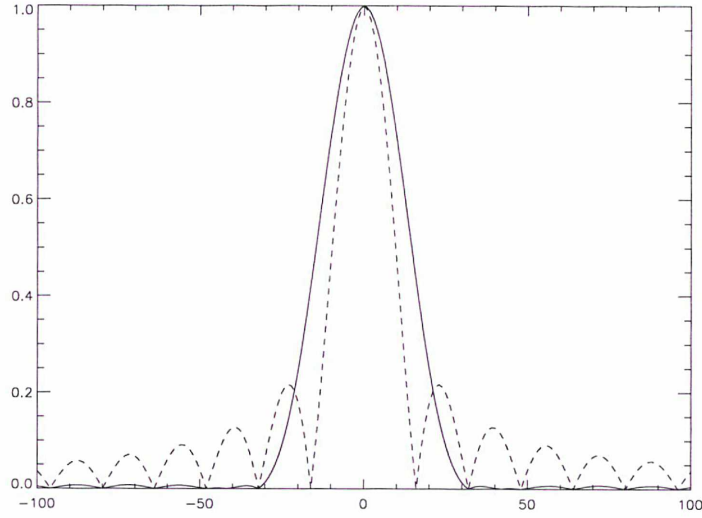


Figure 4.13: Comparaison entre la FFT d'un filtre à fenêtre carrée (en tirés) et celle d'un filtre à fenêtre de Hamming (en traits pleins). Le pic central est normalisé à 1.

des trois nuits. Il est alors tout à fait important que la moyenne soit nulle pour s'assurer que nous n'aurons pas de signal extrêmement grand à la fréquence zéro, malgré le filtrage des basses fréquences puisqu'il a eu lieu auparavant. Nous avons donc procédé à ce stade du traitement, à la mise à moyenne nulle des trois fichiers.

4.3.4 Correction du bruit de guidage

Nous avons été obligés de traiter une seule voie pour chaque nuit, car l'autre voie était totalement décorréllée du signal de guidage. Afin de corriger au mieux le bruit de guidage, nous avons recherché pour chaque nuit la degré de corrélation entre la voie traitée et le signal de guidage. Il s'agissait de rechercher le minimum de $\sum_{nuit} (S - \alpha G)^2$ (S représente le signal de la voie traitée, et G le signal de guidage). Ceci revient à résoudre pour chaque nuit l'équation :

$$\frac{d}{d\alpha} \sum_{nuit} (S - \alpha G)^2 = 0 \quad (4.7)$$

La solution de cette équation peut s'écrire sous la forme :

$$\alpha = \frac{\sum_{nuit} SG}{\sum_{nuit} G^2} \quad (4.8)$$

Le tableau 4.3 présente les solutions de cette équation pour chacune des trois nuits.

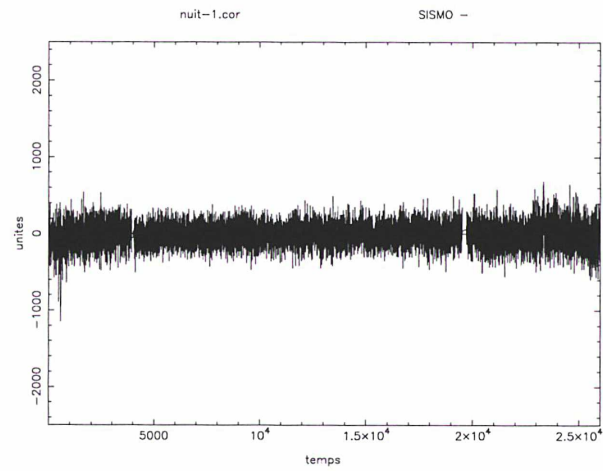
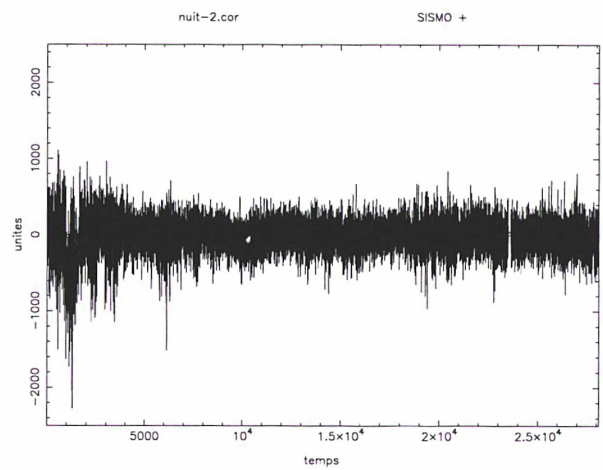
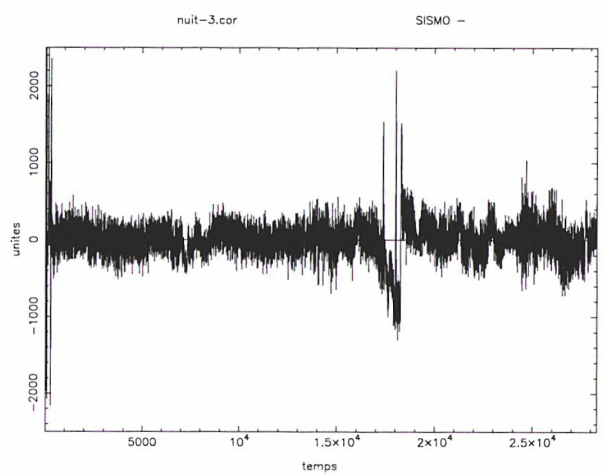
(a) Voie S^- filtrée pour la nuit 1(b) Voie S^+ filtrée pour la nuit 2(c) Voie S^- filtrée pour la nuit 3

Figure 4.14: Signal filtré des basses fréquences pour chaque nuit

Tableau 4.3: Coefficient de corrélation pour chaque nuit

Nuit	1	2	3
α	0.63	0.61	0.53

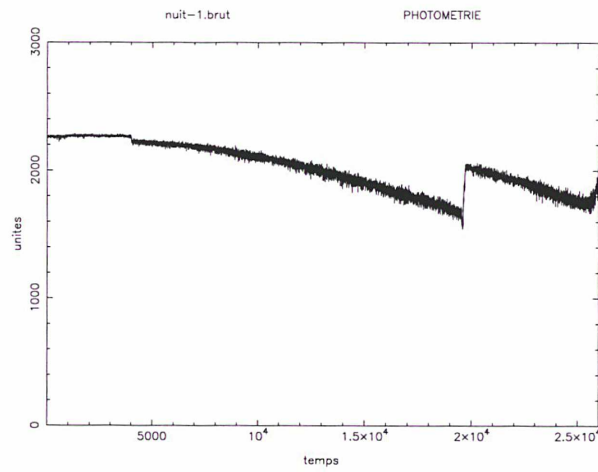
La correction des dérives de guidage peut alors s'exprimer, pour chaque nuit, de la façon suivante (S_G représente le signal corrigé des dérives de guidage) :

$$S_{G,i}^{+/-} = [S_i^{+/-} - \alpha_i G_i]_{(i=1,2,3)} \quad (4.9)$$

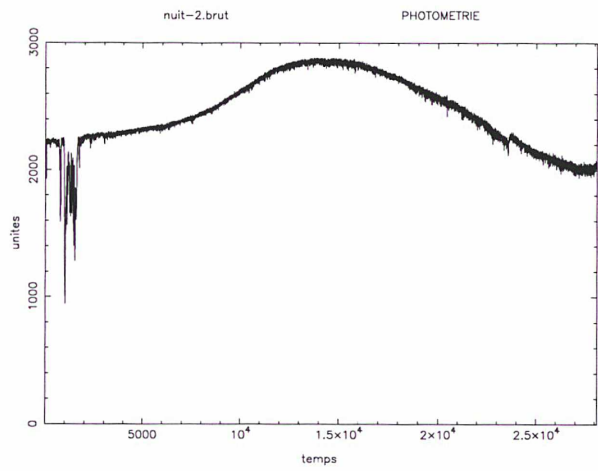
4.3.5 Corrections photométriques

L'enregistrement du signal photométrique nous a permis de corriger les effets des fluctuations de l'intensité photométrique pendant les observations. Ces effets, nous l'avons vu précédemment, sont multiplicatifs au signal ; il s'agit donc, pour les corriger, de diviser le signal par le signal photométrique, contenant l'information en question.

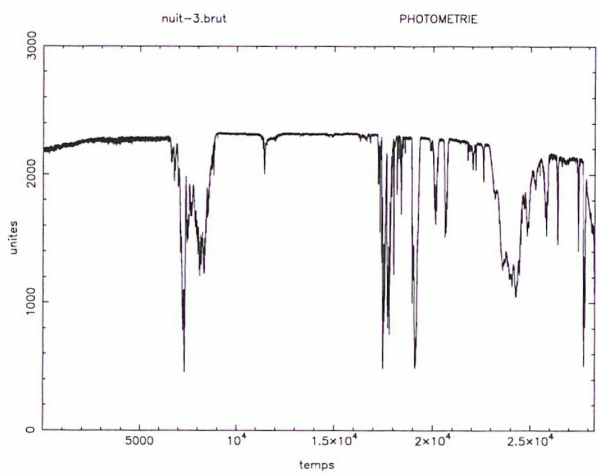
La figure 4.15 présente l'enregistrement du signal photométrique pour les trois nuits. Au début de la première nuit, nous avons une photométrie excellente. Le bruit était très faible. La dérive du point de fonctionnement apparaît en cours de nuit, avec une augmentation du bruit, liée probablement au fait que l'ouverture s'est trouvée sur les anneaux. C'est la raison pour laquelle le recentrage est visible. La photométrie de la seconde nuit est régulière. Il y a eu un court passage nuageux en début d'enregistrement. La nuit 3 doit faire l'objet d'un traitement particulier, compte-tenu de la complexité du signal photométrique, marqué par de nombreux passages de nuages. L'intensité du signal photométrique chute très bas et on ne peut donc pas corriger les effets des fluctuations photométriques tout au long de l'enregistrement. En conséquence, le signal enregistré en fin de nuit, à partir de l'indice temporel 16500, sera supprimé, ainsi que la partie située environ au tiers de la nuit, où l'intensité de la photométrie chute également de façon significative. Il faut noter que ces suppressions ont été prises en compte lors de la recherche du coefficient de corrélation, qui s'est faite sur la partie du signal que nous conservons lors de cette troisième nuit.



(a) Photométrie de la nuit 1



(b) Photométrie de la nuit 2



(c) Photométrie de la nuit 3

Figure 4.15: Enregistrement du signal photométrique pour les trois nuits

4.3.6 Rééchantillonnage des fichiers corrigés

Afin de faire la transformation de Fourier du signal corrigé, ce qui est l'objectif de ce traitement, nous avons rééchantillonné les fichiers pour réduire les temps de calcul du spectre de Fourier. Compte-tenu du domaine de fréquences dans lequel nous recherchons du signal d'origine planétaire, un rééchantillonnage par 100 points (98.3 s) n'altérera en rien la qualité du spectre ni sa signification. La figure 4.16 présente les fichiers une fois rééchantillonné.

4.3.7 Constitution d'un fichier unique

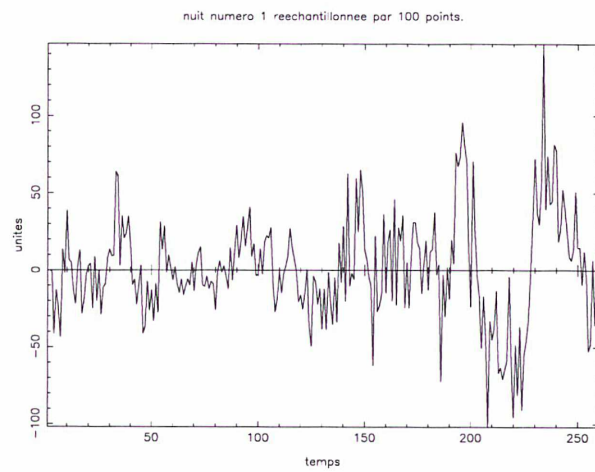
Il ne reste plus alors qu'à constituer un fichier unique pour l'ensemble des trois nuits. Il est très important de respecter scrupuleusement les temps de début et de fin d'enregistrement, afin de conserver la phase du signal. La figure 4.17 présente la structure de ce fichier. Des zéros ont été rajoutés de part et d'autre du signal proprement dit, de façon à aboutir à un fichier possédant 8192 points (2^{13}) par commodité pour la programmation de la transformation de Fourier à venir. La figure 4.18 présente ce fichier.

4.4 La transformation de Fourier

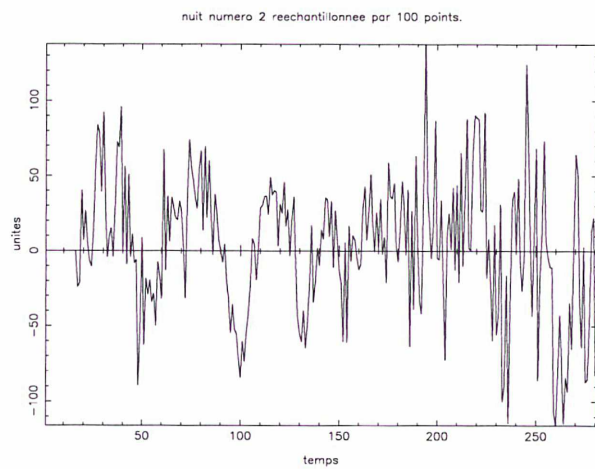
L'objectif de la transformation de Fourier est de créer le spectre des oscillations de Saturne, telles qu'elles ont été mesurées lors de ces observations. Nous utiliserons pour cette opération un algorithme de transformation de Fourier rapide, notée FFT (pour Fast Fourier Transform). Le fichier tel qu'il est présenté sur la figure 4.18 comporte encore quelques accidents qui auraient des signatures dans le spectre si l'on ne les corrigeait pas. Nous allons donc, avant d'effectuer la FFT, tenter de corriger ces derniers accidents, afin d'obtenir un fichier le plus "propre" possible. Il faut noter que dorénavant, le fichier a été calibré par le coefficient de calibration déterminé au paragraphe 4.3.1, et que les ordonnées des figures qui vont suivre sont des m.s^{-1} .

4.4.1 Les dernières corrections avant la FFT

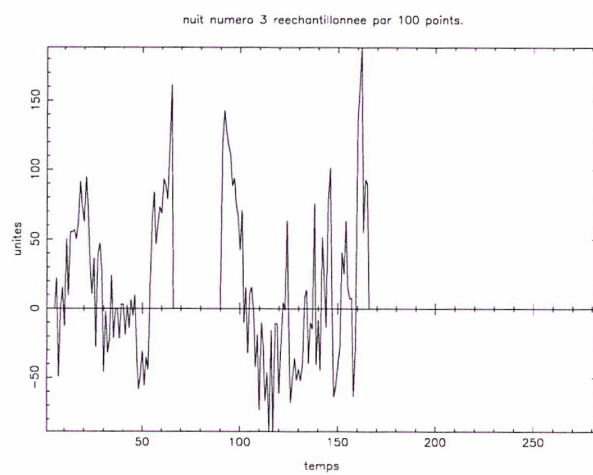
- La suppression d'une partie des données enregistrées lors de la troisième nuit a créé une marche dans le fichier, bien visible dans la figure 4.16. Il fallait absolument corriger cet accident avant d'effectuer la FFT. La figure 4.19 présente le signal



(a) Nuit 1 rééchantillonnée



(b) Nuit 2 rééchantillonnée



(c) Nuit 3 rééchantillonnée

Figure 4.16: Signal corrigé et rééchantillonné par 100 points pour les trois nuits

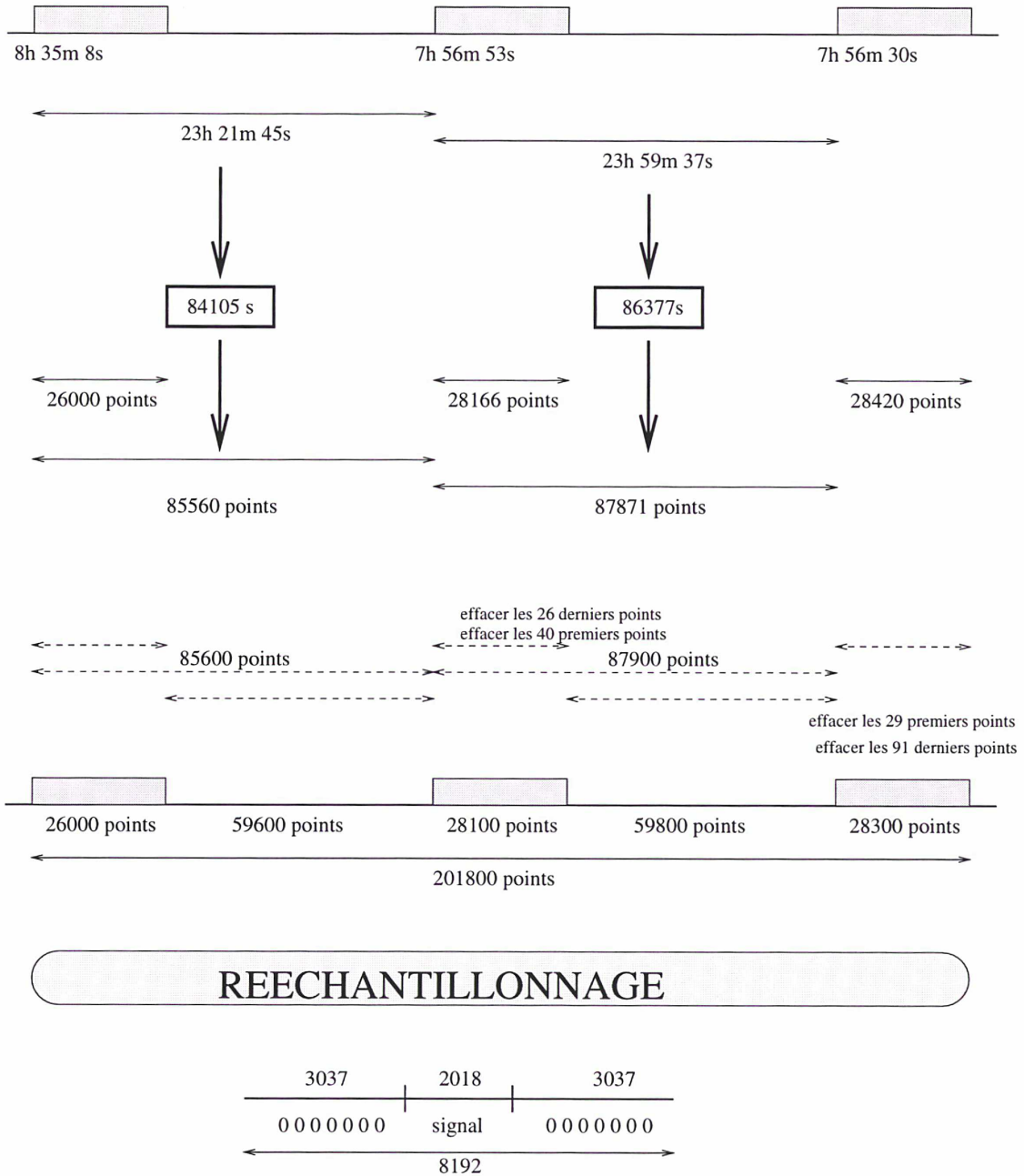


Figure 4.17: Organigramme de constitution du fichier unique

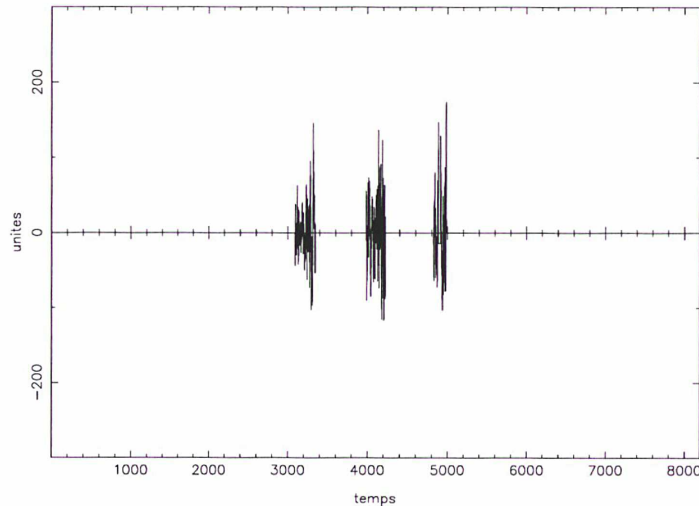


Figure 4.18: Fichier regroupant les données corrigées pour l'ensemble de l'observation

calibré des trois nuits, avec en pointillés, les corrections (translations) effectuées pour corriger ces sauts.

- Le filtrage des basses fréquences par un filtre de Hamming présenté précédemment avait pour but de redresser le signal, et ainsi de donner tout son sens à la correction des dérives de guidage. Cependant, il reste encore dans les fichiers traités des basses fréquences, issues des traitements postérieurs au filtrage de Hamming, et qui pourraient parasiter le spectre de Fourier. C'est la raison pour laquelle nous avons effectué un nouveau filtrage des basses fréquences, à l'aide d'un filtre en ondelettes. Ce filtre a la particularité de permettre un traitement séparé de toutes les fréquences, ce qui est exactement ce qu'il faut faire dans le cas présent (Mosser - Communication privée - 1995). La figure 4.20 présente ce traitement pour les trois nuits. En pointillé fin est représenté le fichier issu du traitement précédent. En tireté, est représenté le filtre en ondelettes appliqué à ce fichier. Le fichier résultant est présenté en ligne continu.
- On reconstitue alors le fichier unique pour les trois nuits. Il est à noter que la taille des fichiers n'ayant pas évolué lors de ces derniers traitements, la structure du fichier présenté en figure 4.17 reste valable. La figure 4.21 présente ce fichier, en trait plein, tandis que les pointillés représente le fichier avant les derniers traitements effectués. La moyenne quadratique par seconde d'intégration est donnée dans le tableau 4.4 pour les trois nuits. Ce résultat est à comparer à ce que nous étions

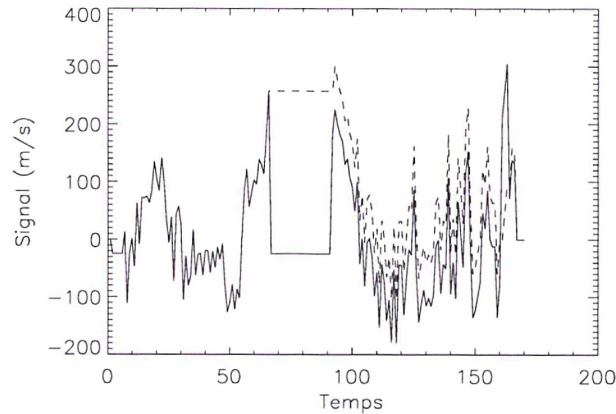


Figure 4.19: Correction des sauts brusques résiduels de la troisième nuit par translation

Tableau 4.4: Moyenne quadratique du signal de chaque nuit par seconde d'intégration

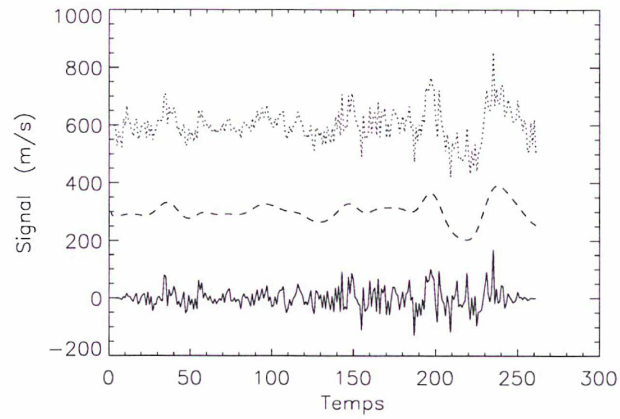
Nuit	1	2	3
rms (par s. d'intégration)	370 m.s ⁻¹	550 m.s ⁻¹	410 m.s ⁻¹

en droit d'attendre. Le flux de Saturne est 4 fois plus faible que celui de Jupiter (pour une ouverture comparable). Par comparaison avec ce qui avait été obtenu sur Jupiter, en étant limité par le bruit de photons seulement, une valeur de 20 m.s⁻¹ pouvait être raisonnablement espérée. Cette différence d'ordre de grandeur montre que malheureusement, le bruit d'une autre origine est prédominant dans ce signal. Nous ne devons dans ces conditions pas nous attendre à une détection des oscillations dans le spectre de Fourier.

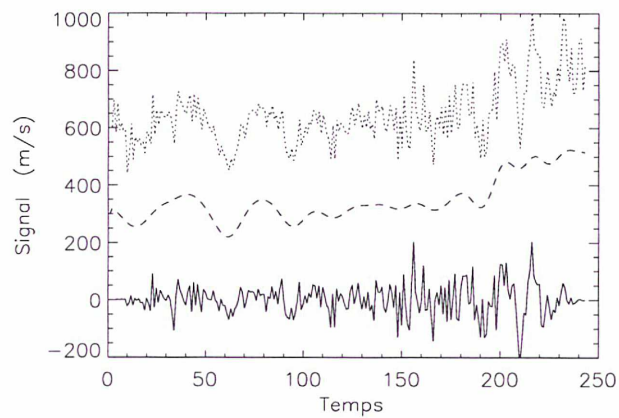
4.4.2 Le spectre de Fourier du signal observé

La figure 4.22 présente le spectre obtenu en effectuant la FFT du signal optimal résultant des traitements que nous venons de présenter. L'autocorrélation du spectre d'oscillations doit faire apparaître, si le signal d'origine planétaire domine, un pic ⁸ à la fréquence de rotation de la planète. L'absence de pic à la fréquence de 52 μ Hz ne permet pas de conclure quant à la détection des oscillations de Saturne lors de ces observations. Ce spectre est un spectre en puissance, dont la moyenne quadratique peut nous fournir le carré du seuil de détection pour ces oscillations. La seule chose que nous pouvons affirmer est que

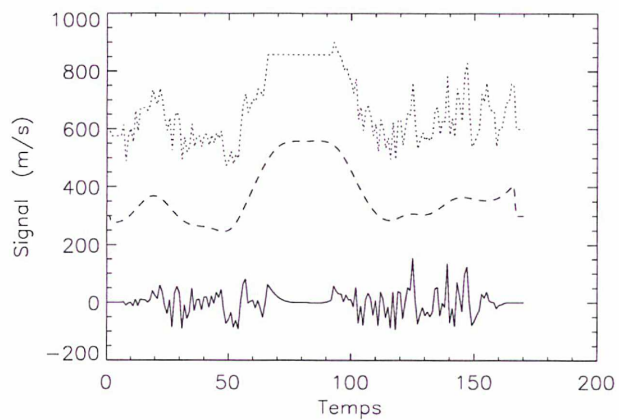
⁸C'est la signature que l'on recherche pour démontrer la présence d'un signal d'origine planétaire



(a) Nuit 1



(b) Nuit 2



(c) Nuit 3

Figure 4.20: Correction des basses fréquences par un filtre en ondelettes

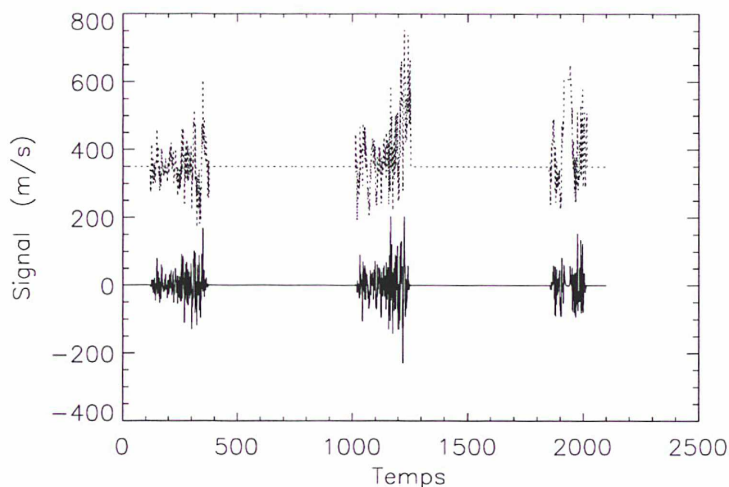


Figure 4.21: Fichier regroupant les données corrigées pour l'ensemble de l'observation

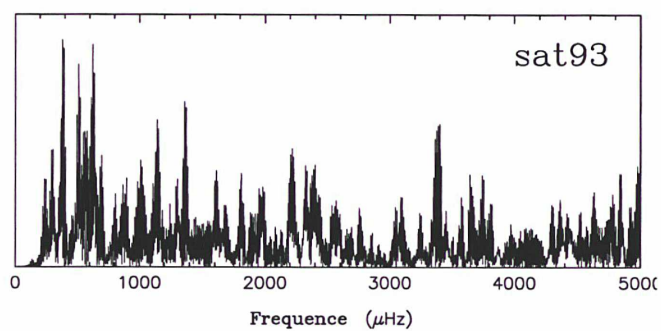
les oscillations de Saturne ont une amplitude inférieure à 3.5 m.s^{-1} ($\text{rms} \approx 10 \text{ m.s}^{-1}$); ce résultat n'est absolument pas satisfaisant, et il faut réfléchir aux causes possibles de cette non-détection, et aux solutions à envisager à l'avenir pour tenter de nouveau des observations de ce type.

4.5 Discussion

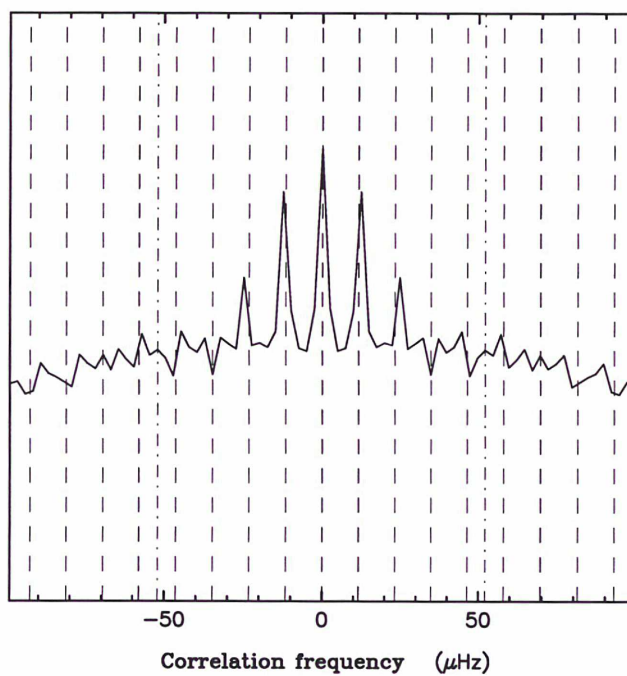
La structure interne de la planète et les sources des oscillations présentées en début de ce chapitre sont là pour suggérer fortement que Saturne devrait être le siège d'oscillations. La détection de ces oscillations par des observations au sol est une entreprise difficile. Les expériences précédentes sur Jupiter (Mosser et al 1993) ont montré combien il était important d'observer le plus de nuits consécutives possibles. Les observations de 1990 et 1991 qui ont permis de détecter les oscillations de Jupiter ont été effectuées sur 5 nuits, ce qui semble être un minimum.

Il faut distinguer deux types de causes à la non-détection des oscillations de Saturne suite aux observations de 1993.

- La perte d'une des deux voies d'enregistrement et l'obligation qui en a découlé de ne traiter qu'une seule voie signifie que la moitié du temps d'enregistrement a été perdue, diminuant du même coup le rapport signal-sur-bruit d'un facteur $\sqrt{2}$. D'autre part, cela a eu pour conséquence de supprimer tout l'intérêt de la modulation qui

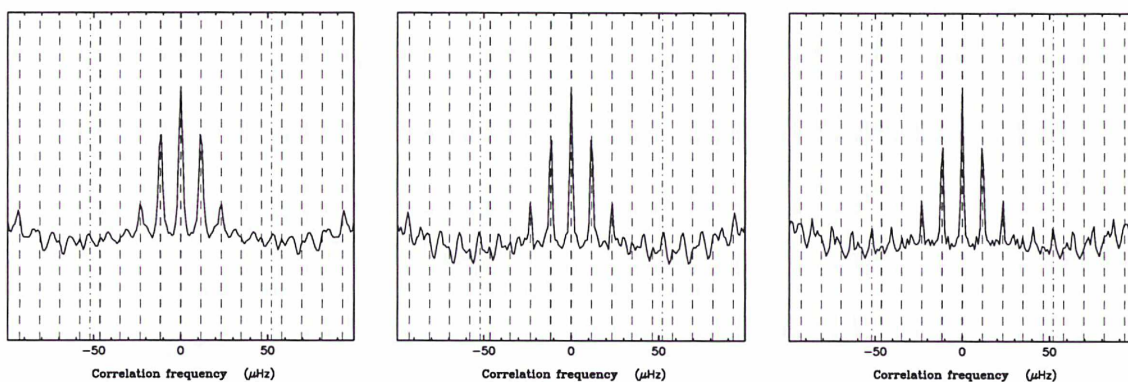


(a) Spectre de Fourier du signal enregistré lors des observations



(b) Autocorrélation du spectre de Fourier obtenu

Figure 4.22: Spectre réel et autocorrélation



(a) 8 heures d'observations
par nuits pendant 5 jours.

(b) 8 heures d'observations
par nuits pendant 7 jours.

(c) 8 heures d'observations
par nuits pendant 10 jours.

Figure 4.23: Autocorrelation de spectres théoriques des oscillations de Saturne.

a été introduite. En effet, avec deux voies, une détection synchrone à la fréquence de modulation était possible, qui éliminait toutes les dérives et augmentait le rapport signal-sur-bruit. Le bruit de guidage demeurait, mais il était envisageable d'éliminer l'essentiel du bruit de seeing atmosphérique par la détection synchrone. La correction par le signal de guidage ne devait être qu'accessoire, et de toute façon complémentaire.

Par l'absence d'une des deux voies devant contenir le signal sismologique, les conditions devinrent équivalente à celle d'un enregistrement sans modulation. Le bruit de guidage est donc totalement présent dans le signal sismologique brut, et la seule possibilité de corrections résidait dans le signal de guidage, qui d'accessoire, devenait essentiel. L'expérience a montré que ce signal n'était que partiellement corrélé avec le signal brut sismologique (Tableau 4.3). Le signal brut sismologique contient donc un bruit d'une autre origine, probablement la scintillation, qui n'est pas du tout éliminé.

Par ailleurs, il faut noter que nous n'avons pas eu la possibilité de refaire ces observations, puisqu'en 1994, les conditions dues à la configuration des anneaux étaient encore plus mauvaises, et qu'en 1995, alors qu'au contraire la configuration était favorable, la demande de temps a été refusée par le comité du CFH.

- D'autre part, les observations qui ont fait l'objet de l'analyse présentée dans ce manuscrit n'ont eu lieu que sur 3 nuits consécutives. Ce temps trop court d'observation

est l'autre raison pour laquelle nous n'avons pas pu conclure quant à la détection de ces oscillations. La figure 4.23 présente l'autocorrélation du spectre théorique des oscillations de Saturne dans trois cas de figure différents. Le spectre a successivement été convolué par une fenêtre d'observation de 5 nuits, puis de 7 nuits, et enfin de 10 nuits. Chacune des nuits comprenant 8 heures d'enregistrement de données. Cette simulation prouve clairement qu'il faut observer plus de 7 nuits pour espérer prouver l'existence des oscillations de Saturne. Ce n'est que dans le cas de la fenêtre de 10 nuits qu'un signal significatif est présent à la fréquence de $52 \mu\text{Hz}$.

4.6 Conclusions

Détecter les oscillations de Saturne va demander de nouvelles observations. La première des solutions serait de prévoir des observations dans la même configuration que celle prévue en 1993, mais avec une chaîne d'acquisition révisée et sur un temps plus long. D'autre part, l'utilisation de nouveaux détecteurs infra-rouge (InGaAs au lieu des InSb utilisés jusqu'à maintenant) devrait permettre d'augmenter le rapport signal-sur-bruit, puisqu'ils ont une courbe de réponse beaucoup plus adaptée à la longueur d'onde à laquelle nous travaillons ($1.1 \mu\text{m}$).

On peut par ailleurs envisager des observations en disque intégré. Cela réduit le bruit de guidage d'un facteur $\simeq 50$ (Maillard 1996), mais ne permet en revanche plus d'introduire de modulation. De plus, ceci nécessiterait une adaptation pour utiliser dans ce mode le FTS sur un télescope de 3.60 m car la conservation de l'étendue de faisceau ne le lui permet pas en l'état actuel des choses.

En tout état de causes, le problème de l'effet de fenêtre demeure, mais pourrait être corrigé par la constitution d'un réseau de sites d'observation. Un instrument plus simple favoriserait ce type d'observations, permettant aussi d'obtenir plus de nuits consécutives s'il utilisait des télescopes de plus petite taille. C'est l'objectif du prochain chapitre de ce manuscrit que de rester optimiste et de présenter une telle solution.

Chapitre 5

Perspectives

5.1 Des observations en réseau

5.1.1 La nécessité d’observations multi-sites

Les fréquences des modes propres des planètes géantes sont de l’ordre de 1 à 2 mHz ; elles correspondent donc à des périodes de 8 à 15 minutes. Afin de pouvoir identifier ces modes ¹, il est nécessaire d’avoir une résolution du spectre d’oscillations de l’ordre de quelques μHz . Les pics individuels dans ce spectre ont en effet une certaine largeur, liée aux temps caractéristiques d’excitation et d’amortissement, qui est précisément de l’ordre de quelques μHz . Dans le calcul de la transformée de Fourier du signal temporel, qui permet de déterminer le spectre, la résolution est définie comme l’inverse du temps d’intégration. On voit donc que pour résoudre un pic d’une largeur naturelle de quelques μHz , il faut intégrer le signal pendant une durée de plusieurs jours (Voir Tableau 5.1).

D’autre part, tout comme une image vue dans un télescope est convoluée par la tache d’Airy, qui est la réponse instrumentale, un pic individuel du spectre d’oscillations est convolué par la “réponse instrumentale” qui est la transformée de Fourier temporelle de la “fenêtre d’observations”. Ainsi, si l’observation n’est pas continue, le pic sera déformé par une convolution par un profil instrumental d’autant plus élargi que les interruptions couvriront une fraction plus grande du temps total. Dans le cas classique d’observations effectuées la nuit mais pas le jour, chaque pic sera accompagné d’un certain nombre de lobes situés à $\pm k$ fois l’inverse de la durée du jour, soit $11.57 \mu\text{Hz}$. Bien entendu, un certain nombre de ces lobes secondaires risquent de recouvrir certains pics voisins, ou

¹L’information à utiliser est la différence de fréquences entre modes propres voisins.

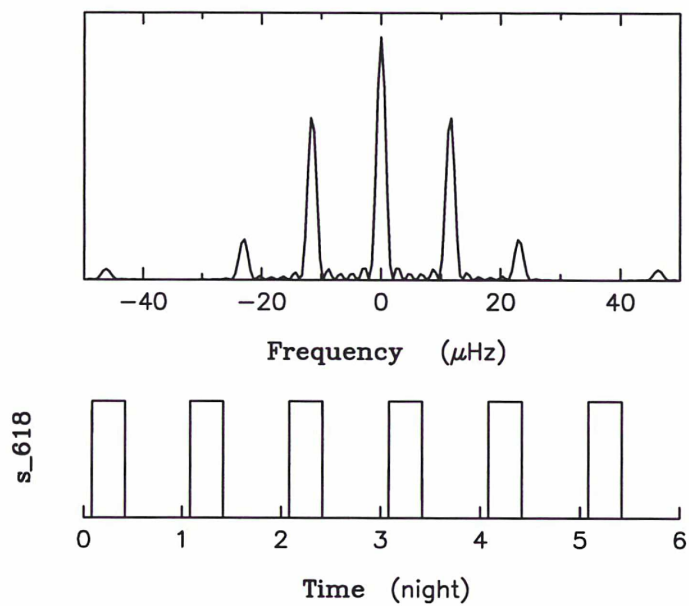
Tableau 5.1: Durée minimale de l'observation pour résoudre un pic de largeur donnée.

Largeur naturelle d'un pic (en μHz)	10	5	1
Durée de l'observation (en jours)	1.125	2.25	11.25

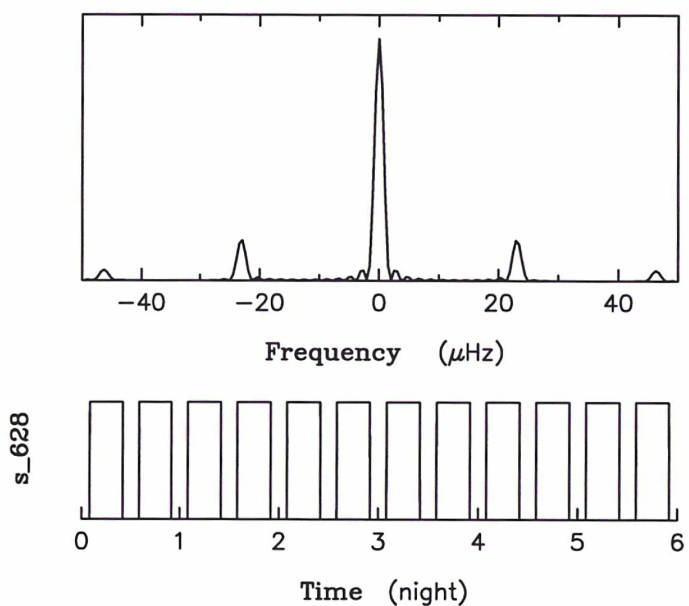
leur lobes secondaires, rendant l'identification difficile, et la mesure précise des fréquences encore plus difficile. Le plus gros problème des observations sismologiques est donc la nécessité d'avoir des observations continues sur des échelles de temps très largement plus longues que la durée de la nuit terrestre.

La solution des observations en réseau a été envisagée il y a plusieurs années pour la sismologie solaire et stellaire. Elliott (1988) présente les difficultés et les avantages d'un réseau de télescopes pour la sismologie stellaire, et dès 1985, Sterken et Chritensen-Dalsgaard (1985) proposait à l'Union Astronomique Internationale la création d'une nouvelle commission chargée de coordonner les observations multisites. Plus récemment, des réseaux entrent en activité. On retiendra que le groupe GONG (Global Oscillation Network Group) met en place un réseau de six télescopes assurant une bonne couverture en longitude (Leibacher et al., 1995), et que le réseau IRIS est en opération depuis juin 1994, date à laquelle son site australien de Culgoora a rejoint les cinq premiers sites de Kumbel (Ouzbékistan), Oukaimeden (Maroc), Izana (Canaries), La Silla (Chile), et Stanford (USA). (Fossat, 1995). Enfin, il faut ajouter que ces progrès en matière d'observations sismologiques se font au sein de collaborations internationales, telles que le projet A.N.T.E.N.A. (A New TEchnology Network for Asterosismology), dont les deux principaux objectifs, clairement définis, sont d'effectuer de nouvelles observations en sismologie stellaire, et la création d'une base de données sismologiques (Roca Cortés et al., 1995).

Pour le moment, des observations multi-sites en sismologie des planètes géantes n'ont jamais eu lieu. Les résultats encourageant obtenus sur Jupiter en 1990 et 1991 (Mosser et al., 1993), et l'expérience menée sur Saturne en 1993 (Voir chapitre 4) motivent la mise en pratique de telles observations. Nous présentons en conséquence dans le paragraphe suivant un projet d'observations multi-sites de Jupiter et Saturne.



(a) Cas mono-site et huit heures d'observation par nuit.



(b) Configuration S.I.M.P.L.E. et huit heures d'observation par nuit.

Figure 5.1: Fenêtre d'observabilité et sa transformée de Fourier.

Tableau 5.2: Coordonnées spatiales et temporelles des sites concernés.

	Longitude	Latitude	T_{local}
CFH	155°28'O	19°50'N	UT - 10 heures
SAAO	20°48'E	32°22'S	UT + 2 heures

5.1.2 Le projet S.I.M.P.L.E.

C'est dans ce contexte que nous avons imaginé le projet S.I.M.P.L.E. (Sismologie Interférométrique Multi-site des Planètes Externes), qui consistait dans un premier temps à mettre en oeuvre l'observation sismologique de Jupiter et de Saturne en 1995, au voisinage de l'opposition des deux planètes (2 juin 1995 pour Jupiter, 16 septembre 1995 pour Saturne) à l'aide de deux spectromètres à transformée de Fourier (FTS).

L'un des FTS est l'instrument installé en permanence au CFH, (Maillard and Michel, 1982) (Maillard, 1988) sur lequel la méthode de détection des oscillations, présentée au chapitre 3, a été mise au point. Le second FTS est l'instrument basé au Lunar and Planetary Laboratory, à Tucson (USA) (Davis et al., 1980), qui est conçu pour être mobile (nombreuses missions sur le KAO). Le FTS d'Hawaii est un instrument basé de façon permanente au CFH, et il fallait donc trouver un site complémentaire d'Hawaii pour recevoir l'autre instrument. Nous avons retenu l'observatoire de Sutherland (SAAO - South Africa Astronomical Observatory), qui est le site qui, combiné avec le CFH, peut permettre la meilleure couverture temporelle. (Voir Figure 5.1 et Tableau 5.2).

- Les périodes d'observations ont été déterminées en fonction de plusieurs critères qui sont :
 - Se trouver le plus près possible de l'opposition de la planète observée.
 - Être dans une période de temps brillant afin d'obtenir plus facilement le temps demandé.
 - S'assurer de la présence dans le champ d'un satellite permettant le guidage (pour le CFH); ce satellite peut être Europe, Ganymède ou Callisto pour Jupiter, et nécessairement Titan pour Saturne.

Les périodes retenues satisfaisant à ces trois critères étaient ² :

²Un autre scénario considéré pouvait consister en une seule mission mi-juillet 1995 pour observer les

- du 15 au 20 juin 1995 pour Jupiter.
- du 1^{er} au 6 septembre 1995 pour Saturne.
- Les durées d’observabilité des deux planètes ont alors été calculées en tenant compte de plusieurs paramètres :
 - la position (α, δ) de la planète en question.
 - les limites mécaniques des télescopes et la couverture du ciel sur les deux sites :
 - * Hawaii :
 - Limite à l’Est : -3h30 pour Jupiter ($\delta = -21^\circ$) et -4h20 pour Saturne
 $\delta = -5^\circ$
 - Limite à l’Ouest : 6h00
 - * Sutherland : Diagramme de couverture du ciel fourni par le SAAO.
 - Brilliance du fond de ciel en fonction du lever et du coucher du Soleil³.
 - Temps nécessaire entre pointage et début d’enregistrement.

Ces calculs ont ainsi permis de déterminer le facteur de remplissage, qui est le rapport du temps d’observation ramené au temps total écoulé entre le début de la mission et sa fin, pour les deux planètes dans la configuration CFH / SAAO : 78.5% pour Jupiter, et 72.8% pour Saturne.

◊ Le guidage lors des observations à Sutherland nécessitait une adaptation optomécanique particulière, mais n’avait pas d’incidence sur le mode opératoire. Le guidage lors des observations à Hawaii devait se faire, comme lors des précédentes missions (Voir Tableau 5.3).

Le projet S.I.M.P.L.E. avait fait l’objet d’une demande de financement auprès de la NASA. Cette demande ayant été rejetée, le projet n’a à ce jour pas pu entrer dans sa phase opérationnelle. Cependant, les travaux préparatoires apportent la preuve que la configuration CFH / SAAO pourrait être une très bonne solution au problème de résolution

deux planètes. L’avantage de n’avoir plus qu’une seule mission était détruit par le fait d’être plus de un mois et demi en dehors de l’opposition, ce qui réduit la période journalière d’observabilité, et par le fait d’avoir à demander un minimum de 10 nuits consécutives sur chaque télescope.

³La lecture des tops d’enregistrement de la mission de 1993 à Hawaii a montré que le Soleil commençait (cessait) d’être gênant 30 minutes avant (après) le passage à l’horizon de son centre.

Tableau 5.3: Satellite concerné par le guidage, et réglage de la bonette au CFHT.

	15/06	16/06	17/06	18/06	19/06	1/09	2/09	3/09	4/09	5/09	rotation de la bonette
Jupiter	Europe	Calisto	Calisto	Ganymède	Europe						20°
Saturne						Titan	Titan	Titan	Titan	Titan	10°

temporelle du spectre d'oscillations recherché. Le bon accueil du projet au SAAO permet d'envisager une collaboration prochaine avec cet observatoire dans le cadre d'observations multi-sites des planètes géantes.

Or, la mise en place d'un réseau de stations d'observations destiné à la sismologie planétaire passe par l'utilisation d'un instrument présentant des caractéristiques précises lui permettant de s'adapter à ce mode d'observations. Outre la nécessité d'avoir une sensibilité suffisante pour améliorer le rapport signal à bruit des données, il est impératif que cet instrument soit compact et facilement transportable d'un site à un autre, et suffisamment simple de conception pour être facilement duplicable.

Les instruments utilisés lors des précédentes missions d'observations sismologiques, présentés dans le chapitre 3 de ce manuscrit, ne répondent pas à l'ensemble de ces caractéristiques. En effet, si la cellule à résonance de sodium peut être considérée comme un instrument transportable, qui pourrait éventuellement être dupliqué sans trop de difficulté, sa limitation en sensibilité, due au fait qu'elle n'utilise l'information Doppler que de deux raiesau plus (doublet D1,D2), n'en fait pas un instrument envisageable pour la constitution d'un réseau. D'un autre coté, la méthode utilisant le FTS présente elle une bien meilleure sensibilité, qu'elle doit à l'utilisation d'un nombre plus important de raies ; cependant, la complexité et la taille du FTS le rend intransportable, et le coût d'un tel instrument est tel qu'il n'est pas décemment envisageable d'en construire d'autres exemplaires. La solution pourrait être d'adapter des FTS commerciaux à ce type d'opérations, mais cette une solution qui est loin d'être triviale, et qui commence seulement à être envisagée.

Tableau 5.4: Flux émis par Jupiter et Saturne - d'après Hanel et Kunde (1975).

	Jupiter	Saturne
Flux ($Wcm^{-2}sr^{-1}/cm^{-1}$)	$6.2 \cdot 10^{-8}$	$2.3 \cdot 10^{-8}$

5.2 Un nouvel instrument dédié à la sismologie des planètes géantes

C'est dans ce cadre que j'ai mené, en collaboration avec Jean GAY, de l'Observatoire de la Côte d'Azur, des travaux visant à valider le concept d'un nouvel instrument pour la sismologie planétaire, basé sur l'utilisation d'un interféromètre de Fabry-Pérot (F-P). Le F-P a déjà été utilisé par le passé pour des applications sismologiques. Butcher et Hicks (1986) ont proposé son utilisation pour des observations stellaires avant que Pottasch et al. (1992) ne détectent sur α Cen des modes p d'une période de 5 minutes. Nous avons mené des simulations d'observations de Jupiter et Saturne afin de déterminer les caractéristiques instrumentales optimales, et les performances qu'il serait possible d'atteindre avec cet instrument. Le principe de la méthode, ces simulations et leur analyse font l'objet d'un article présenté en annexe de ce manuscrit.

5.2.1 Les résultats des simulations

Les flux que nous avons utilisés pour les deux planètes sont ceux donnés par Hanel et Kunde (1975), et sont rappelés dans le tableau 5.2.1. Le rendement global du système (téléscope, collimateurs, étalon, filtre, détecteur InGaAs) que nous avons pris en compte est de 25%. Les simulations ont été menées dans la région du spectre planétaire comprise entre 8960 cm^{-1} et 9230 cm^{-1} , région déjà utilisée pour les observations sismologiques de Jupiter (Mosser et al. 1993) et de Saturne (Voir chapitre 4). Nous avons calculé le diamètre minimum du télescope pour avoir un bruit de photon égal au nep des détecteurs InGaAs ($2.10^{-15}W/\sqrt{Hz}$ pour une diode de 1mm), dans le cas de Jupiter (0.65 m) puis dans le cas de Saturne (3.2 m). Nous avons exprimés les performances de l'instrument au travers de la vitesse limite détectable par unité de temps d'intégration, notée δv_{min} , exprimée en $m.s^{-1}/\sqrt{Hz}$, pour un télescope de la classe immédiatement supérieure au

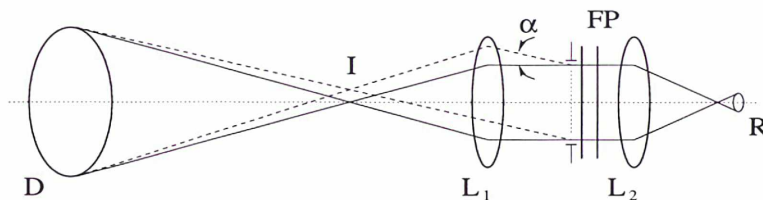


Figure 5.2: Schéma de l'instrument. D est la pupille d'entrée, I l'image de la planète, L1 et L2 des lentilles, F-P l'étalon Fabry-Pérot, et R le détecteur. α est l'incidence maximum pour un rayon issu du limbe de la planète.

Tableau 5.5: Vitesse limite détectable.

	Jupiter	Saturne
Diamètre du télescope (m)	1.0	3.6
$\delta v_{min} (m.s^{-1}/\sqrt{Hz})$	7.93	10.10

diamètre limite déterminé pour chaque planète. Ces résultats sont présentés dans le tableau 5.5.

L'épaisseur optimale sélectionnée, valable à 1/100 de microns près pour Jupiter et Saturne est $472.41 \mu\text{m}$. La figure 5.2 présente le schéma optique de l'instrument.

5.2.2 Discussion

Nous avons mené les travaux sur ce nouvel instrument dans le but de démontrer qu'il était possible de concevoir un instrument qui soit à la fois suffisamment sensible, compact et facilement duplicable, en vue de son utilisation en réseau. Les résultats ont été présentés avec des diamètres de télescope différents pour Jupiter et Saturne ; cependant, il convient de noter qu'en l'état actuel des choses, la pression sur les grands télescopes est telle qu'il paraît difficilement envisageable de constituer un réseau de 3.6 m disponible régulièrement pour des observations sismologiques.

Par contre, un réseau constitué des observatoires de La Silla, au Chili ($70^{\circ} 43'$ Ouest), Sutherland, en Afrique du Sud ($18^{\circ} 28'$ Est) et de Siding Spring, en Australie ($149^{\circ} 03'$ Est) aurait le double avantage d'offrir une très bonne couverture en longitude (moins de 10 heures entre La Silla et Siding Spring, moins de 9 heures entre Sutherland et Siding Spring, et 6 heures entre La Silla et Sutherland) et de mettre à disposition sur chaque site un télescope de la classe des 2 m, pour lesquels on peut penser que la pression sera

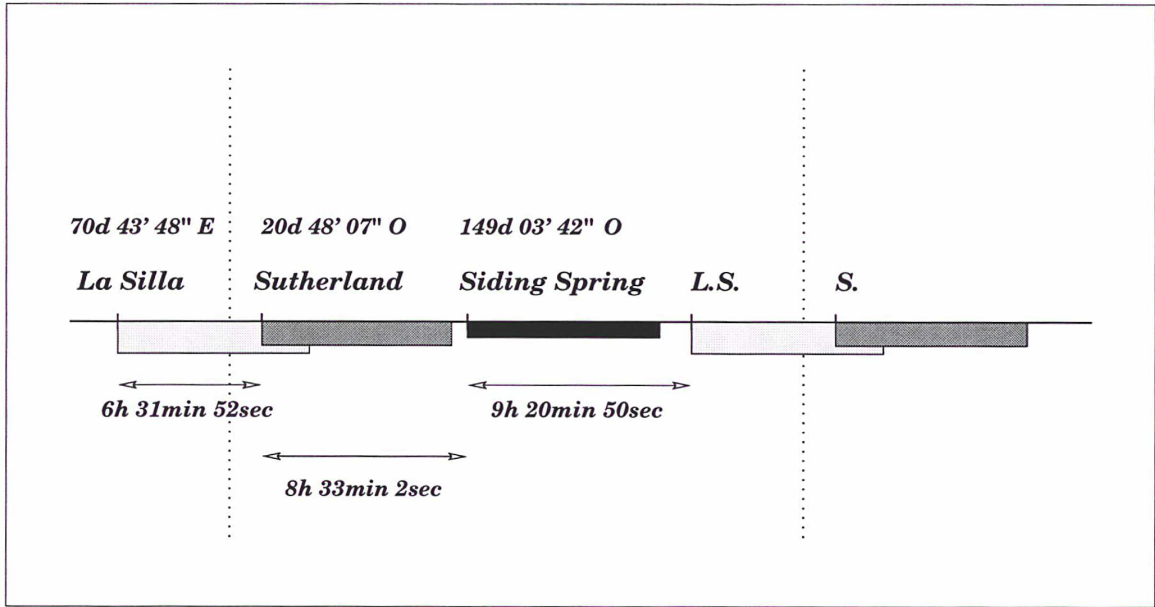


Figure 5.3: Durée d'observations pour le réseau sous l'hypothèse de 8 heures d'observations par site. La durée totale quotidienne est alors de 22 heures et 6 minutes.

Tableau 5.6: Performances dans la configuration à 3 sites avec des 2 m.

	Jupiter	Saturne
δv_{min} (m.s ⁻¹ /√Hz)	3.53	25.65
v_{lim} (cm.s ⁻¹ /√nombre de jours)	1.25	9.05

moins grande. Les performances que l'on pourrait atteindre avec l'instrument présenté dans cette configuration sont relatées dans le tableau 5.6; cette configuration permettrait d'observer plus de 22 heures par jour. La figure 5.3 présente la "géographie" de ce réseau. On peut calculer le facteur de remplissage, qui est le rapport du temps total d'observation sur le temps écoulé entre le début et la fin des observations.

Ce facteur est supérieur au simple rapport $22/24 * 100$ dès lors que la mission dure plus qu'une journée puisque le temps total s'écoule entre le début de la première nuit au site le plus à l'Est et la fin de la dernière nuit au site le plus à l'Ouest. Il dépend donc du nombre de jours d'observation. Dans le cas du réseau évoqué ici, pour 5 jours d'observation, il vaut 93.2%. Il est possible de déterminer la vitesse limite détectable, notée v_{lim} , exprimée en $\text{cm.s}^{-1}/\sqrt{\text{nombre de jours}}$, où par jour, on entend jour d'observation, qui vaut donc ici 79200 secondes.

Ces performances augurent de ce que pourrait être la qualité des données obtenues par des observations multi-sites des planètes géantes avec l'instrument présenté dans ce chapitre.

Afin d'être tout à fait complet, il faut exprimer le diamètre de l'étalon Fabry-Pérot à utiliser. Ce diamètre est donné par l'expression (voir article) suivante :

$$d = \frac{\gamma D}{\sqrt{\frac{\delta\sigma_{1/2}}{\sigma_0}}} \quad (5.1)$$

où γ est le diamètre angulaire de la planète, D le diamètre du télescope, $\delta\sigma_{1/2}$ la largeur à mi-hauteur du pic de la fonction d'Airy correspondant à l'étalon utilisé, et σ_0 la valeur moyenne du nombre d'onde sur l'intervalle du filtre. L'application numérique donne un résultat de 30 mm pour Saturne, et 60 mm pour Jupiter.

Ces caractéristiques (épaisseur, diamètre) pour l'étalon Fabry-Pérot rendent l'instrument tout à fait réalisable, et les performances que nous avons évaluées font de lui un instrument très sensible qui permettrait une nette amélioration de la qualité des données.

Chapitre 6

Epilogue

A la différence des planètes telluriques, qui ont une atmosphère réduite, résultat d'une évolution chimique, les planètes géantes ont une importante atmosphère d'hélium et d'hydrogène. Ces éléments sont les principaux constituants de la nébuleuse primitive, et leur présence en quantité dans les atmosphères font donc des planètes géantes des témoins de la constitution de la nébuleuse primitive. Cependant, des différences entre les abondances des éléments en présence existent entre les quatre planètes géantes. En particulier, l'abondance d'hélium mesurée dans l'atmosphère de Jupiter et Saturne est beaucoup plus faible que celle mesurée dans l'atmosphère d'Uranus ou de Neptune (Gautier et al., 1994) et donc plus éloignée de la valeur admise pour la nébuleuse primitive. Or, le modèle standard de structure interne de Jupiter et Saturne comprend une enveloppe d'hydrogène métallique, contrairement à celui d'Uranus et de Neptune. La différence d'abondance d'hélium pourrait s'expliquer par la séparation He/H au sein de cette enveloppe d'hydrogène métallique, et par la migration de l'hélium vers le centre de la planète.

D'autre part, Jupiter et Saturne, tout comme Neptune, émettent plus d'énergie qu'elles n'en reçoivent du Soleil, ce qui les différencie sensiblement d'Uranus. Cela ne peut s'expliquer que par la présence d'une source d'énergie interne, qui trouve sa source dans la transformation de l'énergie gravitationnelle due justement à la migration de l'hélium, et engendre des oscillations à la surface.

La spectroscopie ou la photométrie ne permettent d'avoir accès qu'à des informations sur les couches externes de l'atmosphère. Or, nous avons vu qu'il serait particulièrement intéressant de connaître les abondances d'hélium à l'intérieur des planètes. Les ondes générées au sein des planètes, et détectables à la surface, traversent toutes les couches

de la planète, et contiennent donc de l'information sur l'ensemble des milieux traversés. Les planètes géantes apparaissent donc comme des objets sur lesquels il est intéressant de faire de la sismologie. Les premières observations en sismologie des planètes géantes sont dues à Schmider et al. (1991). Ces observations, qui ont eu lieu à l'Observatoire de Haute Provence avec la cellule à résonance de sodium en 1987 ont permis la première mise en évidence du spectre des oscillations joviennes. Mosser et al. (1991) proposent l'identification de ce spectre, et donne une valeur de la fréquence caractéristique ($\nu_0 = 136 \mu\text{Hz}$) à l'extérieur du domaine des ν_0 théoriques ($[150 - 190 \mu\text{Hz}]$). La limite du domaine de validité des équations d'état utilisées est une des raisons fortes avancée pour expliquer ce désaccord. Ce résultat est confirmé par Mosser et al. (1993), suite à de nouvelles observations menées sur Jupiter, mais cette fois avec la méthode utilisant le FTS. Cette confirmation par une méthode tout à fait différente de celle utilisée en 1987 donne toute sa force à ce résultat. De plus, les deux méthodes ne permettant pas d'observer les mêmes modes, ces observations, tout en confirmant les résultats obtenus auparavant, les complètent également.

Saturne présente de grandes similitudes avec Jupiter. Cette comparaison en fait tout naturellement un objet sismologique. Cependant, il existe malgré tout quelques différences qu'il convient de prendre en considération. Le rapport cosmogonique He/H sur Saturne est en effet beaucoup plus faible que sur Jupiter (Gautier et Owen, 1989). Cette différence peut s'expliquer par le fait que Saturne étant plus froide, la séparation gravitationnelle, qui a lieu à basse température, a commencé plus tôt sur Saturne. Il y a en conséquence un gradient d'hélium très important, mal connu, qui rend les choses plus difficiles. Par ailleurs, la présence des anneaux autour de Saturne complique les observations, notamment dans le choix de la modulation, moins adapté au traitement optimal. Les observations sismologiques de Saturne qui ont eu lieu en 1993 sont donc les premières sur cette planète. Malgré le soin apporté à toutes les phases du traitement, nous n'avons pas pu aboutir à la détection des oscillations de Saturne. Les principales raisons avancées pour expliquer ce résultat sont au nombre de trois. D'une part, les données utilisées n'ont été enregistrées que sur trois nuits. Les simulations que nous avons menées avec un spectre théorique des oscillations montrent clairement qu'il est nécessaire d'observer au moins sept nuits pour espérer obtenir un résultat positif sur Saturne. D'autre part, la chaîne d'acquisition a connu quelques problèmes de fonctionnement qui nous ont conduit à ne pouvoir utiliser que le signal issu d'une des deux voies de l'instrument. C'est donc 50% du signal qui a été perdu et l'apport de la modulation détruit. Enfin, les corrections que

nous avons apportées pour corriger les effets dus au guidage et au seeing atmosphérique n'ont pas permis d'éliminer la totalité du bruit. Corriger a posteriori ces effets est moins bon que de les éliminer directement comme l'avait permis la modulation employée lors des observations de Jupiter.

Les améliorations qu'il faudrait apporter pour pouvoir détecter les oscillations de Saturne sont de deux types. Tout d'abord, il est clair que le problème du temps d'observation et de l'effet de fenêtre est crucial. Il est impératif de pouvoir observer longtemps, et de façon continue. Les solutions à ce problème sont au nombre de trois. On peut envisager d'embarquer un sismomètre à bord d'une sonde, et observer ainsi depuis l'espace. Cette solution a déjà été envisagée pour la sismologie stellaire ou solaire (Noyes 1988), mais à l'inconvénient de revenir très cher. Une autre solution consisterait à observer les planètes géantes depuis le Pôle Sud, comme cela a déjà été fait pour le Soleil (Gelly et al., 1988). Enfin, la troisième solution consiste en la création d'un réseau de télescopes permettant de suivre la planète vingt-quatre heures sur vingt-quatre. Cette solution, mise en pratique depuis plusieurs années maintenant dans le cadre de réseau tel IRIS, pour la sismologie solaire, est celle vers laquelle nous envisageons de nous tourner. Elle nécessite l'utilisation d'un nouvel instrument, plus sensible que la cellule à résonance de sodium, et plus simple, et facilement duplicable que le FTS.

A côté de ces considérations sur le temps d'observation, il convient d'ajouter que le problème du bruit de guidage pourrait être en partie réglé en observant la planète en disque intégrè, ce qui, tout en nécessitant encore un guidage, diminuerait considérablement le bruit. De plus, l'utilisation de nouvelles diodes InGaAs au lieu des InSb utilisées jusqu'à présent améliorerait de façon non négligeable le rapport signal-sur-bruit.

Dans l'optique d'observations en réseau, et compte-tenu de l'indisponibilité pour ce genre d'opération des instruments existants, nous avons travaillé sur le projet d'un nouvel instrument dédié à la sismologie des planètes géantes. Cette instrument est basé sur un interféromètre de Fabry-Pérot, dont nous avons défini les paramètres optimum, (épaisseur de $472.51 \mu\text{m}$, diamètre de 44 mm) pour des observations sur des télescopes de 2-m pour lesquels nous avons estimé les performances attendues en travaillant, comme lors des observations de 1990-91, dans le proche infra-rouge, à $1.1 \mu\text{m}$: une limite de détection de 3.5 m.s^{-1} par seconde d'intégration pour Jupiter, et 25.5 m.s^{-1} par seconde d'intégration pour Saturne. Ces performances sont en nette amélioration avec ce qui se fait jusqu'à présent. La limite de détection atteinte en 1990 et 1991 sur Jupiter était de 40 m.s^{-1} (Mosser et al., 1993), et celle atteinte sur Saturne lors des observations de 1993 présentées

dans ce manuscrit de 440 m.s^{-1} (moyenne sur les 3 nuits - voir chapitre 4). Un tel réseau pourrait être constitué des observatoires de La Silla au Chili ($70^{\circ} 43 \text{ W}$), Sutherland en Afrique du Sud ($18^{\circ} 28 \text{ E}$), et Siding Spring en Australie ($149^{\circ} 03 \text{ E}$), qui possèdent tous les trois des 2-m, et assurent une couverture en longitude permettant d'observer plus de 22h30 par jour, ce qui se traduit par un facteur de remplissage proche de 93 %. Dans ces conditions, la transformée de Fourier de la fenêtre d'observation présente des lobes secondaires d'amplitude particulièrement faible.

L'observation sismologique des planètes géantes depuis le sol est donc une entreprise ambitieuse et très délicate à mener. Toutefois, les résultats obtenus jusqu'à présent sont encourageants, et justifient pleinement que d'autres observations soient faites. La constitution d'un réseau de télescopes de 2 m équipés chacun d'un instrument dédié à la sismologie planétaire devrait permettre d'améliorer de façon significative la qualité des données. En effet, les performances attendues par l'utilisation de ce nouvel instrument sont dix fois meilleures que celles obtenues jusqu'à présent. Ces performances nous font croire que des progrès significatifs dans la connaissance de la structure interne des planètes géantes, avec toutes les implications que l'on a vues, sont réalisables dans les prochaines années.

Annexe A

Article : A Fabry-Pérot interferometer devoted to giant planets seismology.

L. PETITBON, J. GAY, J-P. MAILLARD, & D. MÉKARNIA
soumis à EXPA - Mai 1996

A Fabry-Pérot interferometer devoted to giant-planet seismology

L. Petitbon¹, J. Gay², J.P. Maillard¹ and D. Mékarnia²

¹ *Institut d'Astrophysique de Paris, 98 bis Boulevard Arago, F-75014 Paris*

² *Observatoire de la Côte d'Azur, CNRS-URA 1361, B.P. 229, F-06304 Nice Cedex 04*

June 4, 1996

Abstract.

This paper describes the properties of a Fabry-Pérot interferometer devoted to giant-planet seismological observations. This instrument would be easy to duplicate, and transportable. Therefore, it could make possible network observations, in order to improve the quality of the oscillation spectrum, always damaged by the window effect. Optimum performances are obtained by using a full band of planetary spectra compared with a single line as a F-P is generally used. Simulations are presented in the domain of the $3\nu_3$ methane band at $1.1\mu\text{m}$. The expected limit of detection is about $3\text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ for 24 hours of observation with a 3-site network of 1-m class telescopes on Jupiter, and about $4\text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ in the same conditions with 3.6-m telescopes on Saturn, which makes possible to consider more common 2-m telescopes and still obtain a gain of a factor $\simeq 10$ on previous attempts of detection.

1. Introduction

It is well known that Jupiter and Saturn are radiating more energy than they receive from the Sun. Measurements of the He/H ratio at the surface (Gautier and Owen 1989) show a deficiency in helium compared with the solar value, which can be explained by a gravitational separation corresponding to a migration of helium toward the central core. The transformation of the gravitational energy in radiated energy may be a possible source of convection below the surface, generating acoustic waves. These waves propagate through the whole body, are reflected at the surface, and can interfere with each other. Waves which interfere constructively are able to move the surface up and down. Detection of these motions is the purpose of seismology. Thus, even if oscillations are detected at the surface they carry information from the deep interior of the planet. They behave like probes of the inner part of the planet .

Voronstov et al. (1976) have made the first computation of eigenfrequencies of Jovian interior models. Bercovici et al. (1987) introduced a more simple approach which is based on the ray-tracing theory. They have calculated propagation frequencies of pressure modes (p modes) in the outer layers of Jupiter. The first observational Jovian échelle diagram, a tool which allows to show up the presence of regulary spaced modes in the oscillation spectrum, folded according to the repetition frequency, is due to Mosser et al. (1991). The diagram exhibits an equidistance frequency of $136\ \mu\text{Hz}$ around 1 mHz later confirmed by independent observations (Mosser et al. 1993). The influence of the central solid core in the

oscillation pattern is shown. Thus, seismology is the most suitable tool to probe a celestial body, which means to have access to its internal structure.

However, seismological observations are very difficult undertakings because of the small amplitude of the effects to measure. In addition, the detection of the oscillation spectrum of giant planets is a particular problem, limited for the time being, as Uranus and Neptune are too faint, to Jupiter and Saturn. These objects have an angular diameter of $\approx 50''$ and $20''$ respectively, which supposes instruments able to accept the corresponding étendue. So far, two techniques have been tested to detect the acoustic oscillations of giant planets. Their common goal is the detection of a Doppler signal generated by the vertical atmospheric motions. The first of these approaches, the resonance spectrometry, largely used on the Sun, consists of measuring the shift of a resonance line in the source spectrum by comparison with the same line produced by an absorption cell, used as a reference (Boumier et al. 1993). Observations reported by Schmider et al. (1991) gave the first tentative results on the oscillation spectrum of Jupiter. The sodium solar line reflected by Jupiter's atmosphere was used. However, the vapor resonance cell has a major limitation in sensitivity by the fact that it is based on the use of a single line, (or eventually two in the case of the sodium doublet D_1 , D_2) which reduces the number of photons available.

To increase the sensitivity, Mosser et al. (1993) proposed to use a Fourier Transform Spectrometer (FTS) at fixed path difference. The instrument was illuminated by the planet Jupiter through a narrow-bandpass filter isolating a large portion of the overtone of an active fundamental band of CH_4 at $1.1 \mu\text{m}$ with strong but not saturated absorption lines. At a stationary value of the path difference, chosen in a region of high fringe contrast, any change in radial velocity of the lines induces a linear translation of the fringe pattern which is measured. This method offers the multiplex advantage of Fourier transform spectroscopy. All the lines present in the bandpass which are in phase at this path difference contribute to the measured signal. This method has been used successfully at the CFH Telescope on Jupiter in 1990 and 1991 (Mosser et al. 1993), giving confirmation of the preliminary results of Mosser et al. (1991). An attempt has been made on Saturn in 1993 with the same technique (Petitbon 1996).

However, in all cases, the quality of the data is very damaged by the window effect, resulting from the interruption of the observations in the daytime. Each mode is split into several peaks with a separation of $11.6 \mu\text{Hz}$ (the inverse of 24 h), as illustrated in the various papers reporting the observations. An unambiguous detection of modes is difficult. As the modes energy decreases with their degree, the identification becomes rapidly impossible. The only ground-based solution to this serious problem is to concatenate observations from different observatories arranged in a network for continuous observations, as already made in helioseismology (e.g. Fosfat 1995), and also in the study of some variable stars (e.g. Elliott 1986). For this purpose, the same instrument has to be put in operation on a minimum of three sites (better on four or five sites) for a full latitude coverage. A type of instrument

as easy as possible to transport is required to adapt it to different telescopes of same class around the world.

The vapor resonance cell can be considered as a transportable instrument, and which could be easy to duplicate. However, this method, as already mentioned, is limited in sensitivity. In addition, the cell can be used only during limited periods of time, just when the line used to measure the shifts is naturally well placed for the maximum of sensitivity with respect to the reference line. On the other hand, the method using the FTS has proved to have the required sensitivity without this constraint (Maillard 1996), but the FTS is a very complex instrument, and therefore difficult to duplicate. In conclusion, neither the vapor resonance cell nor the FTS present the required qualities : simple, transportable and sensitive, all together. We propose to show that an instrument based on a Fabry-Pérot interferometer could gather these three qualities and be appropriate for the giant planets. The étalon is compact, hence easily transportable. Tunable systems are commercially available, which makes it readily duplicable.

Asteroseismological observations have already been attempted with a Fabry-Pérot (F-P). In section 2, we describe the principle of the method based on a F-P introducing a sensitivity function to discuss the various instrumental parameters. In a second part, we demonstrate that the spectra of Jupiter and Saturn offer a good case of using the F-P in a multi-channel mode, to provide a multiplex advantage, i.e. be sensitive to the Doppler information from several lines simultaneously. In section 3, we outline the major characteristics of a possible instrument for this application, and we present the expected performances of Jupiter and Saturn's observations in this mode depending on the telescope diameter.

2. Detection of Velocity Variations with a F-P

2.1. SINGLE LINE CASE

Butcher and Hicks (1986) proposed for the first time the use of a F-P for the particular application of stellar seismology. Pottash et al. (1992) claimed the detection with this technique of p modes of $\simeq 5$ -min period oscillations on α Cen. These observations were made by selecting one line of the stellar spectrum, the FeI line at 5576 Å.

2.1.1. *Principle of the Method*

The F-P we consider is made of two parallel, flat and transparent plates, coated with films of high reflectivity and low absorption. The space between the coated surfaces forms a cavity which is resonant at specific wavelengths. Atherton et al. (1981) review its theory, and present various methods of tuning and servo-stabilization systems. Tunable étalons commercially available are controlled with capacitance micrometers used in a closed-loop feedback system (Hicks et al. 1984).

4

L. Petitbon¹ et al.

The general equation for the transmitted energy of an ideal F-P, with draw incidence, as a function of wavenumber, is described by the classical Airy function :

$$I(e, \sigma) = \frac{T^2}{(1-R)^2} \left[1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2(2\pi e\sigma) \right]^{-1} \quad (1)$$

where T is the transmission coefficient, R the reflection coefficient and e the optical thickness.

This function is composed of narrow equidistant peaks or modes. By isolating a particular mode with a filter, the F-P can be used as a variable narrow-band filter to scan a small portion of a spectrum, generally a single line, allowing the spectral analysis of the profile to do spectroscopy. If this transmission peak is stabilized with a high accuracy ($\delta\sigma/\sigma \leq 10^{-9}$) on the slope of an absorption line, possible with the capacitance systems and provided the étalon is mounted in a sealed temperature-controlled cell (Reay et al., 1986), the transmitted signal is modulated by any shift of the line. This represents the basic principle of a seismometer based on a F-P.

2.1.2. Sensitivity Function

The problem is the measurement of very small line shifts ($\ll 1 \text{ m.s}^{-1}$). The F-P is illuminated by a star or a planet through a filter which isolates a single peak of the F-P coincident with a strong unblended absorption line (position σ_0 in cm^{-1}). The continuum level in the narrow spectral range $\Delta\sigma = [\sigma_{min}, \sigma_{max}]$ isolated by this filter is taken equal to 1. The transmitted energy through the transmission peak of the F-P within the bandpass $\Delta\sigma$ can be expressed by :

$$P_{\Delta\sigma}(e, \sigma_0) = \int_{\Delta\sigma} I(e, \sigma) [1 - g_0 p_0(\sigma - \sigma_0)] d\sigma \quad (2)$$

where $p_0(\sigma - \sigma_0)$ describes the normalized profile ($\int p_0(\sigma - \sigma_0) d\sigma = 1$) of the line, and g_0 is its equivalent width.

As described by Butcher and Hicks (1986), a thickness modulation is generally introduced. The F-P transmission peak alternates rapidly between the two sides of the chosen line profile. If the chopping frequency is fast enough, the atmospheric scintillation can be eliminated. The thickness is modulated between $e_0 - \delta e$ and $e_0 + \delta e$, with e_0 chosen to have a mode of the F-P centered at σ_0 (Fig. 1). The output signal from the lock-in demodulation is :

$$\delta P_{\Delta\sigma}(e_0, \delta e, \sigma_0) = g_0 \int_{\Delta\sigma} \Theta(e_0, \delta e, \sigma) p_0(\sigma - \sigma_0) d\sigma \quad (3)$$

where $\Theta(e_0, \delta e, \sigma) = \langle I[e_0 + f(\omega t)\delta e, \sigma] \rangle$, with $f(\omega t)$ a periodic function (± 1 peak-to-peak), depending on the modulation waveform. In the case of a square wave

modulation, we have $\Theta(e_0, \delta e, \sigma) = I(e_0 + \delta e, \sigma) - I(e_0 - \delta e, \sigma)$.

The symmetry of the modulation around the center of the line profile induces a null signal. A shift $\delta\sigma$ of the line due to a velocity variation δv with $\delta\sigma = \sigma_0 \delta v/c$, induces a signal which can be expressed by :

$$\delta^2 P_{\Delta\sigma}(e_0, \delta e, \sigma_0, \delta v) = \left[\frac{d}{d\sigma} \delta P \right]_{\sigma_0} \delta\sigma = A\sigma_0 \left[\int_{\Delta\sigma} \Theta(e_0, \delta e, \sigma) p'_0(\sigma - \sigma_0) d\sigma \right] \delta v \quad (4)$$

where $A = g_0/c$.

This expression can be modified by an integration by parts which will make easier the subsequent discussion. With $\Theta'(e_0, \delta e, \sigma) = \frac{\partial\Theta}{\partial\sigma}(e_0, \delta e, \sigma)$ we can write :

$$\delta^2 P_{\Delta\sigma}(e_0, \delta e, \sigma_0, \delta v) \approx A\sigma_0 \left[\int_{\Delta\sigma} \Theta'(e_0, \delta e, \sigma) p_0(\sigma - \sigma_0) d\sigma \right] \delta v \quad (5)$$

since the term $[\Theta(e_0, \delta e, \sigma)p_0(\sigma - \sigma_0)]_{\sigma_{min}}^{\sigma_{max}} \approx 0$ from the principle of the detection method.

Finally, a function $\Psi(e_0, \delta e, \sigma_0)$ relies the output signal to δv which is :

$$\Psi(e_0, \delta e, \sigma_0) \approx A\sigma_0 \int_{\Delta\sigma} \Theta'(e_0, \delta e, \sigma) p_0(\sigma - \sigma_0) d\sigma \quad (6)$$

This function is directly proportional to σ_0 . Similarly to a result obtained for the method using the FTS (Mosser et al. 1993 - Maillard 1996), a line must be selected in the visible or at the most in the near infrared. The function depends on e_0 , the F-P thickness and δe , the modulation amplitude. Through these parameters, we should show that it is also a function of the finesse, a classical characteristic of a F-P. We will call this function directly "sensitivity" in the course of the paper and study its form in the specific case of giant planets as source.

2.1.3. Sensitivity Optimisation

By the study of the sensitivity function we can deduce the optimum conditions of the method. For this purpose, we represent the thickness modulation by a sine wave : $e(t) = e_0 + \delta e \cos \omega t$. A comparable analysis could be done with a square waveform. Therefore, the sensitivity can be written :

$$\Psi(e_0, \delta e, \sigma_0) = A\sigma_0 \int_{\Delta\sigma} \langle I'(\sigma, e_0 + \delta e \cos \omega t) \cos \omega t \rangle p_0(\sigma - \sigma_0) d\sigma \quad (7)$$

If we call Δ the reciprocal variable of σ in the Fourier space and $\hat{f}(\Delta)$ the Fourier transform of a function $f(\sigma)$, the sensitivity can be written, in application of the Parseval-Plancherel's theorem :

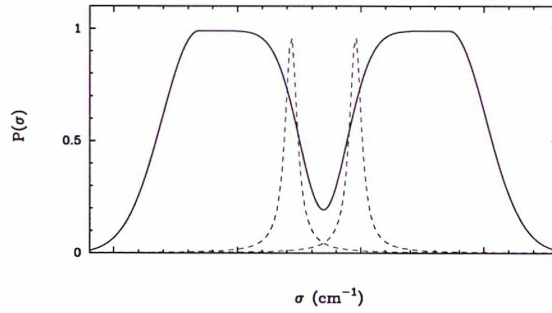


Fig. 1. Principle of the use of a F-P as seismometer : a deep line profile of the spectrum of the source centered on σ_o (full line) is isolated by a narrow-bandpass filter. The F-P thickness is modulated between $e_0 - \delta e$ and $e_0 + \delta e$. Transmission profiles are $I(e_0 - \delta e, \sigma)$ and $I(e_0 + \delta e, \sigma)$ (dashed lines), with e_0 corresponding to the peak centered at σ_o .

$$\Psi(e_0, \delta e, \sigma_0) = A\sigma_0 \int 2\pi i \Delta \langle \hat{I}(-\Delta, e_0 + \delta e \cos \omega t) \cos \omega t \rangle \hat{p}_0(\Delta) \exp(-2\pi i \sigma_0 \Delta) d\Delta \quad (8)$$

The peak of the Airy function for $\sigma_k = k/2e$ can be approximated by a Lorentzian profile with the same full width at half maximum (FWHM) because near a peak, the difference $(\sigma - \sigma_k)$ is small enough to write that $\sin 2\pi e(\sigma - \sigma_k) \approx 2\pi e(\sigma - \sigma_k)$ (Fig. 2). Therefore, the Airy function becomes locally :

$$I(e, \sigma) \propto \frac{1}{1 + 4 \left(\frac{\sigma - \sigma_k}{\delta\sigma_{\frac{1}{2}}} \right)^2}$$

where $\delta\sigma_{\frac{1}{2}}$ is the FWHM of the transmission peak centered at σ_k . Note that we have :

$$\delta\sigma_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\pi e \sqrt{\frac{4R}{(1-R)^2}}} = \frac{1}{2eF} \quad (9)$$

with F the F-P finesse, expression which will be useful later in the discussion.

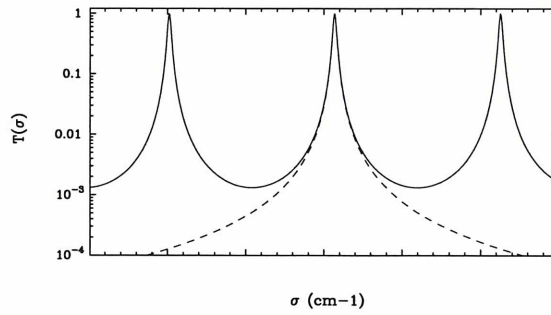


Fig. 2. The Airy function (full line - log scale) approximating a peak with the same full width at half maximum and a lorentzian profile (dashed line - log scale) with the same full width at half maximum than a peak.

The Fourier transform of $I(e, \sigma)$ becomes :

$$\hat{I}(e, \Delta) = \pi \delta \sigma_{\frac{1}{2}} \exp(-2\pi \delta \sigma_{\frac{1}{2}} |\Delta|) \exp(2\pi i \sigma_k \Delta)$$

With the modulation we have :

$$\sigma_k = \frac{k}{2e} = \frac{k}{2} \left(\frac{1}{e_0 (1 + \frac{\delta e_0}{e_0} \cos \omega t)} \right) \simeq \frac{k}{2e_0} \left(1 - \frac{\delta e}{e_0} \cos \omega t \right)$$

As the peak is adjusted for the line at σ_0 , it is possible to write with $\sigma_0 = k/2e_0$ that :

$$\hat{I}(e, \Delta) = \pi \delta \sigma_{\frac{1}{2}} \exp(-2\pi \delta \sigma_{\frac{1}{2}} |\Delta|) \exp[2\pi i \sigma_0 (1 - \frac{\delta e}{e_0} \cos \omega t) \Delta] \quad (10)$$

Making $u = \pi \delta \sigma_{\frac{1}{2}}$ and $z = 2\pi \sigma_0 \Delta \delta e / e_0$, Eq. (10) can be written :

$$\hat{I}(e, \Delta) = u \exp(-2u |\Delta|) \exp(2\pi i \sigma_0 \Delta) \exp(-iz \cos \omega t) \quad (11)$$

In this equation, we can develop :

$$\exp(-iz \cos \omega t) = J_0(-z) + 2iJ_1(-z) \cos \omega t + \dots$$

where J_0 and J_1 are the zero and first order Bessel functions. Since the function J_0 is even, it cancels out through the lock-in demodulation. Finally, by limiting the development to the first order, it comes :

$$\Psi(e_0, \delta e, \sigma_0) = 2\pi A \sigma_0 u \int \Delta J_1(z) \exp(-2u|\Delta|) \hat{p}_0(\Delta) d\Delta \quad (12)$$

In the case of Jupiter or Saturn's observation, a line profile $p_0(\sigma)$ is the result of the convolution of the line profile determined by the atmospheric conditions by the Doppler broadening due to the fast rotation of the planet. If the full planetary disk is integrated the convolution product is dominated by the Doppler broadening. As a numerical example, on Jupiter, the strongest methane lines at $\simeq 9100 \text{ cm}^{-1}$ have a FWHM of 0.11 cm^{-1} (Mosser et al. 1993) whereas the full width of the rotation profile is equal to 0.768 cm^{-1} . Assuming the disk is uniform (no limb darkening), \hat{p}_0 can be written :

$$\hat{p}_0(\Delta) = \left[\frac{\pi}{4} \delta \sigma_{rot} \right] \left[2 \frac{J_1(\pi \delta \sigma_{rot} \Delta)}{(\pi \delta \sigma_{rot} \Delta)} \right] = \frac{J_1(\pi \delta \sigma_{rot} \Delta)}{2\Delta}$$

where $\delta \sigma_{rot}$ is the full width of the rotation profile that replaces $p_0(\sigma)$.

Then, the sensitivity can be approximated by :

$$\Psi(e_0, \delta e, \sigma_0) = \pi A \sigma_0 u \int J_1(z) J_1(\pi \delta \sigma_{rot} \Delta) \exp(-2u|\Delta|) d\Delta \quad (13)$$

The integral is maximum if the two Bessel functions have the same argument, i.e. $z = \pi \delta \sigma_{rot} \Delta$. This equality gives an important condition on the modulation amplitude :

$$\delta e / e_0 = \delta \sigma_{rot} / 2\sigma_0 \quad (14)$$

This relation can be obtained from another manner. From $\sigma_0 = k/2e_0$ a modulation δe of the thickness induces a shift $d\sigma$ of the peak with :

$$d\sigma = k/2e_0^2 \delta e$$

or,

$$d\sigma = \sigma_0 \delta e / e_0$$

which leads to Eq. (14) if $d\sigma = 1/2 \delta \sigma_{rot}$.

Hence, the modulation is optimum when equal to the half-width of the rotation profile. The shape of this profile is a semi-ellipse. It means that the modulation should be made between the two points of the minor axis which is not realistic from a practical point of view. No drift of the line profile would be allowed. In fact, the computation in the Fourier domain helps to realize that the true profile being the convolution of a Lorentz profile by the Doppler profile, the modulation is determined by the widest profile which in the case we consider is the Doppler profile, independently of the other profile. A strict treatment of the sensitivity

should take into account also this term that we neglect in the current study under the assumption the line width is controlled by the rotation Doppler broadening.

Finally, the sensitivity can be written as a function of z :

$$\Psi(e_0, \delta e, \sigma_0) = \pi A \sigma_0 \frac{\delta \sigma_{\frac{1}{2}}}{\delta \sigma_{rot}} \int J_1^2(z) \exp(-2 \frac{\delta \sigma_{\frac{1}{2}}}{\delta \sigma_{rot}} |z|) dz \quad (15)$$

If we call $w = \delta \sigma_{\frac{1}{2}} / \delta \sigma_{rot}$, the relation (15) becomes :

$$\Psi(e_0, \delta e, \sigma_0) = \pi A \sigma_0 w \int J_1^2(z) e^{-2w|z|} dz \quad (16)$$

The parameter w is the ratio of the width of the F-P analyzing peak to the width of the selected line. Thus, it depends on the finesse by the expression (9). Small values of w correspond to high finesse values. To determine the required conditions on the F-P to optimize the detectivity of the method from Eq.(16) the variation with w of the signal-to-noise ratio of the measurement must be studied. In the case the detector noise is prominent, this ratio is directly proportional to Ψ . Its variation with w is given by the expression :

$$Q(w) = w \int_{z \geq 0} J_1^2(z) e^{-2wz} dz$$

In the case the photon noise is dominating, we have to estimate the flux received on the detector. Eq. (2) describes its full expression. Its dependence on $I(e, \sigma)$ in the integral can be approximated by the width of the analyzing peak or $\delta \sigma_{1/2}$ and the line profile represented by its depth h at the center of the peak. This approximation remains valid for $w < 0.5$ i.e. when the width of the analyzing peak is less than the half of the line width; in other words, the F-P mode covers only one slope of the line profile. For sake of completeness, for $w > 0.5$ the line profile cannot be neglected and must be introduced, which would make the computation more complicated. We keep this approximation which represents the general flux variation anyway.

This flux is proportional to the telescope size, the spectral energy density of the source in the bandpass $\Delta \sigma$, and the optical efficiency of the whole instrument which are included in the energy continuum level called $C_{\Delta \sigma}$. Thus, the signal-to-noise ratio of the seismological measurement is equal to : $C_{\Delta \sigma} \Psi / \sqrt{C_{\Delta \sigma} \delta \sigma_{1/2} h}$. Finally, using the definition of w and Eq.(16) the function $S(w) = \Psi / \sqrt{w}$ represents its variation with :

$$S(w) = \sqrt{w} \int_{z \geq 0} J_1^2(z) e^{-2wz} dz$$

knowing the limits of validity of this expression.

Figure 3 presents the normalized functions $Q(w)/Q_{max}$ and $S(w)/S_{max}$. For each case does exist an optimum w value, i.e. for a F-P of given thickness an optimum finesse F . These values are very different with $w_S = 0.17$ and $w_Q = 0.58$ respectively.

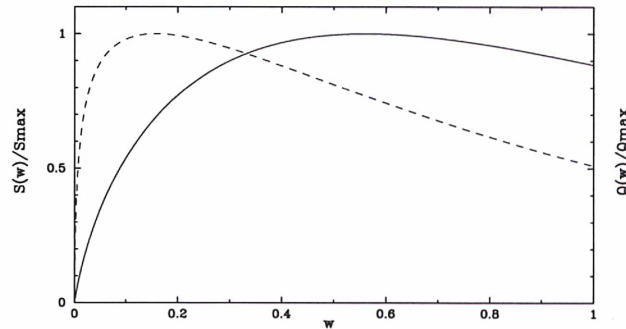


Fig. 3. Relative detectivity of the Fabry-Pérot interferometer in two cases : detector noise prominent (full line) and photon noise prominent (dashed line) with w (see text), an inverse function of the finesse.

The w range for an optimum efficiency in the photon noise-limited case is much narrower than in the detector noise-limited case. Widening the F-P peak makes the photon noise increasing faster than the useful signal. The observation conditions (source, telescope size, detector noise ...) will determine the noise behavior, which is studied with numerical examples in section 3. In practice, with all these observational parameters being fixed, the evolution of the signal-to-noise ratio with w from 0 to 1 supposing e_0 is given, can be described with the help of $Q(w)$ and $S(w)$. Starting with a F-P of very high finesse, it increases first following $Q(w)$. It crosses $S(w)$ for a value of w meaning that the photon noise and the detector noise are equal. Then it can only decrease by following $S(w)$. Thus, the crossing point of the two curves can be considered as giving nearly the optimum condition. From Fig. 3, with the normalized functions the crossing point ($w_c = 0.34$) ensures that the signal-to-noise ratio is within $\simeq 90\%$ of the maximum value. We consider this value for further discussion.

2.1.4. Numerical Application

With Eq.(14) and w_c we have two conditions to determine the parameters needed for seismological observations with a F-P at the optimum sensitivity, of a single line

selected in the spectrum of a giant planet. As already mentioned, the observations of Jupiter with the sodium vapor resonance cell (Schmider et al., 1991) had to be conducted necessarily by using the reflected solar Na lines at $\simeq 5890\text{\AA}$. In theory, with the F-P the line choice is free, provided an unblended line can be selected, possibly in the visible or the very near infrared (Eq. 6). Dominated by the methane absorption, such lines are rare in the spectrum of giant planets. The R branch of the $3\nu_3$ band of CH_4 around $1.1\ \mu\text{m}$ was chosen for the seismological observations with the FTS (Mosser et al., 1993). Two lines only in this band are single that could be suitable for observations with a F-P, the R(0) and the R(1) lines at 9057.771 and $9068.572\ \text{cm}^{-1}$ respectively, at rest position (Pierre et al., 1980), R(1) being relatively more isolated. If we imagine a F-P working on this line, we can enter in Eq.(14) σ_0 ($9068.5\ \text{cm}^{-1}$) and $\delta\sigma_{rot}$, that is for the full disk of Jupiter (48 arcsec) equal to $0.765\ \text{cm}^{-1}$. With w_c we have a parameter which contains the finesse F . To fully determine the problem remains to fix the thickness of the étalon, for which another condition must be introduced. The thickness is adjusted to bring a peak on the center of the line. A narrow-band filter to isolate this peak is needed. The adaptation of the free spectral range ($f\text{sr}$) of the F-P to the bandpass of this filter, gives the additional condition. To illustrate a possible device, a 0.5 % narrow-band filter requires $f\text{sr} \simeq 10\text{cm}^{-1}$, which means a thickness $e_0 = 0.05\ \text{cm}$.

Taking $w_c = 0.34$ it comes $F \simeq 38$, which is in the range of common finesse values for a F-P. Then, the amplitude of modulation must be $\delta e = \pm 211\ \text{\AA}$ from Eq.14. However, the filter to select one order is quite narrow, which is difficult to fabricate with a good peak transmission. Increasing its width supposes to increase $f\text{sr}$, which can lead to conditions on F more difficult to satisfy (e.g. for $f\text{sr} \simeq 20\text{cm}^{-1}$ $F = 76$ always for $w_c = 0.34$). In the next section another mode of operation of the F-P is proposed where instead of isolating a single line, difficult with the giant planets, a full domain like for example the R branch of the $3\nu_3$ band of CH_4 as was used with the FTS (Mosser et al., 1993) is exploited. A multiplex advantage can be also obtained.

2.2. MULTI-LINE CASE

2.2.1. Sensitivity Function

The classical idea to increase the sensitivity of an instrument devoted to the measurement of small velocity shifts consists of trying to exploit the fact that the radial velocity shift affects all the lines in the spectrum of the source. The possibility to obtain a gain from a multiplex use of a F-P is discussed in this paragraph.

On a given spectral range $\Delta\sigma$, a spectrum can be represented by a group of N lines, with normalized profiles $p_i(\sigma - \sigma_i)$, and intensities g_i . The normalized absorption spectrum is described by :

$$\Phi(\sigma) = \sum_{j=1}^N [1 - g_j p_j(\sigma - \sigma_j)] \quad (17)$$

The flux transmitted through the F-P over the $\Delta\sigma$ range, with $I(\sigma, e)$ the Airy function can be developed as :

$$P(e, \sigma) = \sum_{j=1}^N \int_{\Delta\sigma} I(\sigma, e) [1 - g_j p_j(\sigma - \sigma_j)] d\sigma \quad (18)$$

The thickness is still modulated by a periodic function $e(t) = e_0 + \delta e \cos\omega t$. The demodulated output signal is equal to :

$$\langle P(e, \sigma) \rangle = \sum_{j=1}^N \int_{\Delta\sigma} \langle I[\sigma, e(t)] \cos\omega t \rangle [1 - g_j p_j(\sigma - \sigma_j)] d\sigma \quad (19)$$

By analogy with the sensitivity defined in subsection 2.2.1 the sensitivity is obtained by differentiating Eq.(19) with respect to σ , that is equivalent by differentiating with respect to v :

$$\Psi = \frac{d}{dv} \{ \langle P(e, \sigma) \rangle \}_{v=e_0} = - \sum_{j=1}^N \int_{\Delta\sigma} \langle I[\sigma, e(t)] \cos\omega t \rangle g_j \frac{d}{dv} \{ p_j(\sigma - \sigma_j) \}_{v=e_0} d\sigma \quad (20)$$

Calling $B_j = g_j/c$ the sensitivity can be approximated, as done in subsection 2.1.2 (see Eq. 7) by :

$$\Psi \approx \sum_{j=1}^N B_j \sigma_j \int_{\Delta\sigma} \langle I'[\sigma, e(t)] \cos\omega t \rangle p_j(\sigma - \sigma_j) d\sigma \quad (21)$$

At this stage of the computation, as made in subsection 2.1.3, we must express the Fourier transform of the Airy function. With the same approximation, the Airy function can be represented by the convolution product of a lorentzian profile by a Dirac comb with a spacing of $1/2e_0$. Instead of choosing this approach that remains theoretical, we have directly studied the function Ψ by making the product of recorded spectra of Jupiter and Saturn at $1.1 \mu\text{m}$ by an Airy function. A square wave modulation is introduced.

On the contrary of the single line case where e_0 is not strongly constrained, the F-P thickness must be exactly chosen to obtain the maximum sensitivity. Therefore, the simulation consists of estimating Ψ for various e_0 and F values to determine the optimum combination. The study made in the previous section can help to limit the range of exploration. The observation is supposed still made on the full planetary disk. Thus, each line is convolved by the rotation broadening profile studied in subsection 2.1.3. The optimum value of the w parameter defined in the single line case, w_c , can be used.

2.2.2. Sensitivity Optimisation from Direct Simulation

We have done simulations of Ψ on Jupiter and Saturn high-resolution spectra (limit of resolution 0.05 cm^{-1}) obtained with the FTS in the $3\nu_3$ methane band near $1.1\mu\text{m}$ by Maillard at the CFH Telescope, recorded originally in view of preparing seismological observations with the FTS (Mosser et al. 1993). A comparison with a Moon reference spectrum recorded in the same run allowed to correct for the telluric and the solar lines.

We have conducted the simulations with a square wave modulation, which would correspond to the type of modulation used in practice. We have explored a range of w values around $w_c = 0.34$ large enough to make sure that we select the optimum value in spite of the change of modulation.

The Jupiter and Saturn spectra are normalized to unity. The range of each spectrum is limited by a filter ($8960 - 9230 \text{ cm}^{-1}$) which isolates the region which contains the strongest CH_4 planetary lines outside the telluric water vapor band at 8900 cm^{-1} . In preparation for the simulation the spectra were convolved by the full disk rotation profile discussed in subsection 2.1.3 for Eq. (13).

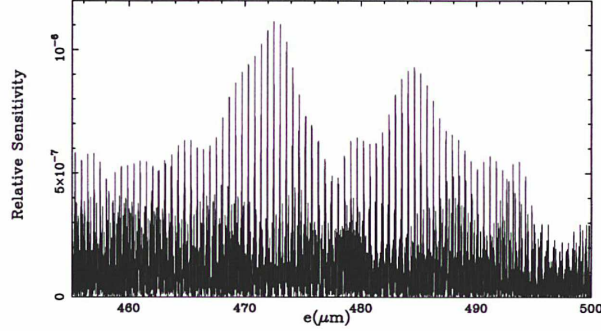


Fig. 4. Sensitivity exploration for Saturn near the optimum value $e_0 = 472.51\mu\text{m}$.

To determine the optimum thickness of the F-P, the thickness must be sampled by very small steps. A step de corresponds to a path difference variation Fde for the beam which is F times reflected. If λ_m is the mean wavelength of the spectrum, the sampling condition for a detailed exploration of Ψ with e is $Fde \leq \lambda_m / 10$. For example, with $F \simeq 50$ and $\lambda_m = 1 \mu\text{m}$, this condition imposes a step $de \leq 2.10^{-3} \mu\text{m}$.

We have made simulations around the theoretical working point $w_c = 0.34$, from



0.14 to 0.54 by step of 0.02. For each value of w , we have made the thickness varying from $80 \mu\text{m}$ to 2 mm by small ranges $[e_{min}, e_{max}]$. F is computed for $e_{moy} = (e_{min} + e_{max}) / 2$ from Eq.(9) which determines R , the reflecting coefficient of the F-P and then fully defines the Airy function. The size of these ranges is such as $(e_{max} - e_{min}) / e_{moy} = 0.1$. This condition ensures that the corresponding finesse calculated for the thickness e_{moy} is not in error by more than 5% through the whole range $[e_{min}, e_{max}]$ and therefore can be considered as valid.

For each loop in w , with a range of thickness to explore of $1920 \mu\text{m}$, the step size imposes that about 10^6 points must be computed.

Figure 4 shows the example of an exploration of Ψ for e_0 varying from $450 \mu\text{m}$ to $500 \mu\text{m}$, made with the spectrum of Saturn. The simulation has shown that this range provides the optimum sensitivity for $e_0 = 472.51 \mu\text{m}$ with $w = 0.32$. The selected thickness for Jupiter is within $1/100 \mu\text{m}$ the same than for Saturn. The finesse in such conditions is $F = 43.6$. Figure 5 shows the profile of the maximum sensitivity peak from fig. 4. It allows to derive the precision with which e_0 must be tuned. An error of $\pm 0.01 \mu\text{m}$ (or $\delta e / e \simeq 2.10^{-5}$), corresponds to a sensitivity drop of 30%. This type of constraint is within the capability of servo-controlled F-Ps (Hicks et al., 1984).

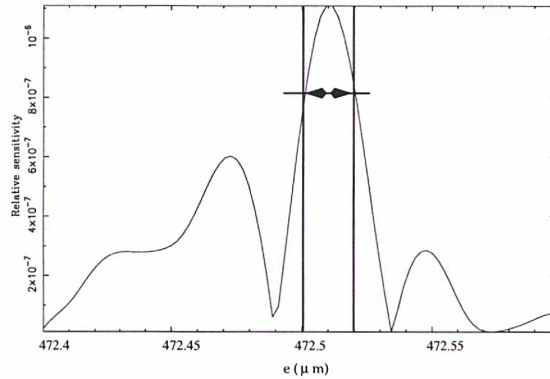


Fig. 5. Profile of the optimum peak for Saturn.

Figure 6 presents the spectra of Jupiter and Saturn inverted and the transmission peaks of the F-P for the selected parameters. The $3\nu_3$ methane R-branch has a pseudo-regularity that offers several coincidence with the F-P peaks.

With the optimum values of Ψ for each planet we can estimate the limits of velocity detection. Starting from the definition of Ψ (subsection 2.1.2), we can write, with $C_{\Delta\sigma}$ having the definition given in subsection 2.1.3 :

$$C_{\Delta\sigma}\Psi = \frac{\delta P}{\delta v} = \frac{\mathcal{N}}{\delta v_{min}} \quad (22)$$

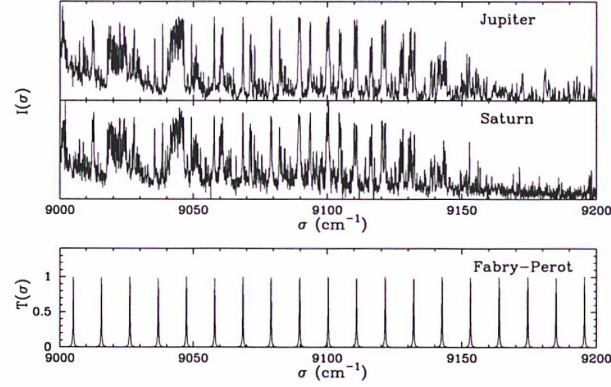


Fig. 6. The spectra of Jupiter and Saturn inverted in the range of 9000 - 9200 cm^{-1} and the transmission of a F-P for the optimum thickness $e_0=472.51\mu\text{m}$.

where δP is the seismological signal in $W.s^{-1}$ which is measured for a velocity variation δv . The minimum detectable velocity δv_{min} ($m.s^{-1}/\sqrt{Hz}$) corresponds to a signal equal to the experimental noise \mathcal{N} in the same integration time. Therefore, we can define :

$$\delta v_{min} = \frac{\mathcal{N}}{C_{\Delta\sigma}\Psi} \quad (23)$$

\mathcal{N} is related to the noise conditions of observation, either detector noise limited, photon noise limited, or a combination of both. The noise conditions depend on the type of detector, and on $C_{\Delta\sigma}$ which is a function of the telescope size. Inversely, with the other parameters fixed, we can determine the minimum telescope diameter to satisfy a given noise condition.

3. Observation Parameters

3.1. MINIMUM TELESCOPE DIAMETER

The detectors which would be used for such observations are InGaAs diodes which are well adapted for the near infrared with $\simeq 80\%$ quantum efficiency. Their noise equivalent power (nep_{InGaAs}) is about $2.10^{-15}W/\sqrt{Hz}$ for a 1-mm diameter cell which allows to image the full disk of the giant planets.

We determine the minimum telescope diameter D_{min} to have $\mathcal{N}_{ph}(D_{min}) = nep_{InGaAs}$,

with $\mathcal{N}_{ph}(D_{min})$ the photon noise from the flux of Jupiter and Saturn collected by a telescope of diameter D_{min} through the F-P defined in subsection 2.2.2 and received on a InGaAs diode.

In a first step, we compute $\mathcal{N}_{ph}(1.5)$, the photon noise for a 1.5-m telescope from each planet. The global efficiency of the system (telescope, collimators, F-P, filter, detector) is taken equal to 25%. The spectral intensity integrated on the full disk at $\simeq 1\mu\text{m}$ taken for Jupiter is $2.4 \cdot 10^{-11} \text{ W/cm}^{-1}/\text{m}^2$ and $1.3 \cdot 10^{-12} \text{ W/cm}^{-1}/\text{m}^2$ for Saturn, from the planetary radiances given by Hanel and Kunde (1975). With D_{min} in meter, we have :

$$\mathcal{N}_{ph}(D_{min}) = \mathcal{N}_{ph}(1.5) \frac{D_{min}}{1.5}$$

From the condition $\mathcal{N}_{ph}(D_{min}) = nep_{InGaAs}$, it comes $D_{min} = 1.5nep_{InGaAs}/\mathcal{N}_{ph}(1.5)$. The results are presented in Table I.

TABLE I

$\mathcal{N}_{ph}(1.5)$: photon noise from Jupiter and Saturn for a 1.5-m telescope ; D_{min} : minimum telescope diameter.

	$\mathcal{N}_{ph}(1.5) (W/\sqrt{Hz})$	$D_{min} (m)$
Jupiter	$4.75 \cdot 10^{-15}$	0.65
Saturn	$0.94 \cdot 10^{-15}$	3.20

3.2. PERFORMANCES

For a telescope diameter corresponding to the class of the minimum defined for each planet (Table I), i.e. a 1.0-m telescope for Jupiter and a 3.6-m telescope for Saturn, Table II presents the expected velocity performances defined by the relation (23) for 1 s. integration on each planet. The sensitivity corresponds to the product $C_{\Delta\sigma} \Psi$, and the noise \mathcal{N} is defined by the expression $\mathcal{N} = \sqrt{nep_{InGaAs}^2 + \mathcal{N}_{ph}(D)^2}$.

Finally from Table II, for a total observation time of T , the minimum velocity which is possible to detect with a F-P in multi-line mode as described above is :

$$v_{lim} = \frac{\delta v_{min}}{\sqrt{T}}$$

With a 3-site network of appropriate size telescopes and properly located in longitude equipped with the same instrument, it could be possible to observe the giant planets around the clock. In this case, the final limit of detection reaches $2.70 \text{ cm.s}^{-1}/\sqrt{\text{number of day}}$ for Jupiter with 1.0-m telescopes and for Saturn $3.43 \text{ cm.s}^{-1}/\sqrt{\text{number of day}}$ with 3.6-m telescopes.

TABLE II
Performances of the F-P seismometer with InGaAs diode and optimum telescope sizes in the full-band case (8960 - 9230 cm^{-1}).

	Jupiter	Saturn
Telescope diameter (m)	1.0	3.6
Flux on the detector (W)	$2.79 \cdot 10^{-11}$	$1.41 \cdot 10^{-11}$
Sensitivity ($\text{W}/\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$)	$4.73 \cdot 10^{-18}$	$2.98 \cdot 10^{-18}$
\mathcal{N} ($\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}$)	$3.75 \cdot 10^{-15}$	$3.01 \cdot 10^{-15}$
δv_{\min} ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$)	7.93	10.10

3.3. SIZE OF THE F-P

Figure 7 shows the basic optical layout of the instrument based on the F-P interferometer matched to a telescope considering the angular diameter of the source, specific problem for the application under discussion. The F-P is illuminated in parallel beam. L_1 is the collimator which matches the entrance pupil to the F-P diameter. It focus the pupil image on the étalon. A last difficulty of the method could be the F-P diameter that is needed to accept the full étendue created by each giant planet. The following calculation is made to determine the size of the F-P as a function of the telescope diameter.

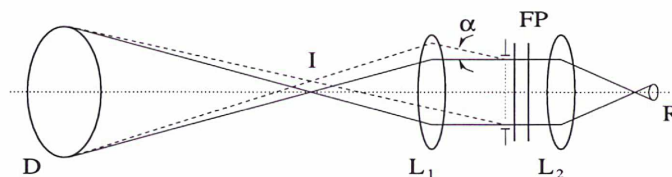


Fig. 7. Schematic layout of an astronomical F-P interferometer. (D) is the entrance pupil and (I) the image of the planet. (L_1) and (L_2) are field lenses. (FP) is the Fabry-Pérot interferometer and (R) the detector. α is the maximum incidence on the F-P for a beam from the planet limb.

For a beam coming from the planet limb, with a small angle relative to the on-axis incidence, the effective thickness of the F-P is :

$$e' = e_0 / \cos(\gamma D/d) \simeq e_0(1 - \gamma^2 D^2/2d^2)$$

where γ is the angular radius of the planet, D and d the telescope and the F-P diameters respectively.

The F-P mode at $\sigma_k = k / 2e_0$ corresponds to the on-axis direction, the center of the planetary image. The same mode for the direction from the limb is shifted as :

$$\sigma' = \frac{k}{2e'} = \sigma_0 \left(1 + \frac{\gamma^2 D^2}{2d^2}\right) \quad (24)$$

This shift must be $\leq 0.5\delta\sigma_{1/2}$ where $\delta\sigma_{1/2}$ is the FWHM of a peak. This condition gives from the relation (24) :

$$\sigma_0 \frac{\gamma^2 D^2}{d^2} = \delta\sigma_{1/2} \quad (25)$$

Then, we obtain:

$$d = \frac{\gamma D}{\sqrt{\frac{\delta\sigma_{1/2}}{\sigma_0}}} \quad (26)$$

The relation (26) shows that the observation of Jupiter (48 arcsec diameter) with a 1.0-m telescope ($\gamma = 1.16 \cdot 10^{-4}$ rd, $\sigma_0 \simeq 9000 \text{cm}^{-1}$, $\delta\sigma_{1/2} = 0.24 \text{cm}^{-1}$) needs a F-P with a of 22-mm diameter. A diameter of 32 mm is required for the same observation of Saturn (19 arcsec diameter, $\gamma = 4.60 \cdot 10^{-5}$ rd) with a 3.6-m telescope. These values are not exceptional, which makes commercially available F-Ps quite suitable for this purpose.

4. Conclusion

The above study has shown that a F-P of diameter, finesse, and thickness possible to find commercially can be matched to standard telescopes to be used as a sensitive seismometer devoted to the giant planets Jupiter and Saturn. As the same étalon should be used for both, the conditions on Saturn impose a diameter of 32 mm. The optimum thickness was found for $472.51 \mu\text{m} \pm 0.01$ when using the full range $8960 - 9230 \text{cm}^{-1}$ and the finesse equal to $\simeq 43$. With these parameters and an estimated throughput τ of 25% of the whole instrument, the minimum detectable velocity variations (1σ) have been estimated (Table II) with the optimum telescope size corresponding to classical telescope diameters of 1 m and 3.6 m respectively. A change of τ should just change the computed performances by $\sqrt{\tau/0.25}$.

With these parameters we can check if a multiplex gain is really obtained by using the F-P over a large domain compared with the use of a single line. In subsection 2.1.4, we have given the possible parameters of a F-P in this condition for this particular application. Table III is the strict equivalence of Table II with a single line of Jupiter and Saturn's spectra which is used ($\sigma_0 = 9068.5 \text{cm}^{-1}$). With the same program, by introducing a filter [$9065.5 - 9071.5 \text{cm}^{-1}$] to isolate this line, Ψ can be estimated. The selected F-P thickness is $499.52 \mu\text{m}$. We see immediately that the performances in the single line case are 5 times and 4.2 times worst for Jupiter and Saturn respectively. The noise conditions cannot be optimum, being

detector noise limited. Therefore, there is effectively a multiplex gain by using the full domain [8960 - 9230 cm^{-1}]. To obtain the same performances in the single line case, larger telescopes should be used. From the comparison of the two tables, it can be determined that 3.5-m telescopes would be needed for Jupiter and 7.6-m for Saturn, which would make almost impossible to setup a network.

TABLE III
Performance of the F-P seismometer with InGaAs diode, optimum telescopes sizes, for the single line case (9068.5 cm^{-1}).

	Jupiter	Saturn
Telescope diameter (m)	1.0	3.6
Flux on the detector (W)	$8.57 \cdot 10^{-13}$	$3.33 \cdot 10^{-13}$
Sensitivity (W/cm.s ⁻¹)	$6.81 \cdot 10^{-19}$	$4.78 \cdot 10^{-19}$
\mathcal{N} (W/ \sqrt{Hz})	$2.70 \cdot 10^{-15}$	$2.03 \cdot 10^{-15}$
δv_{min} (m.s ⁻¹ / \sqrt{Hz})	39.65	42.47

In particular, as the original motivation of this study is the possibility to build a network of observing sites for continuous recording, more modest telescopes are the only chance. Already, the realization of a network with three 3.6-m telescopes seems a dream. That is the reason for which we consider in Table IV the expected performances for 2-m telescopes for the two planets. Such a network could be made with a telescope in La Silla (Chili - 70° 43 W), in Sutherland (South Africa - 18° 28 E) and in Siding Spring (Australia - 149° 03 E). The three sites are not strictly at 120° in longitude, but close enough to offer almost 24 h of continuous observation. From expression (26) the F-P size for both planets, determined by Jupiter is 44-mm in diameter.

TABLE IV
Performance of the F-P seismometer with InGaAs diode and 2.0-m telescopes in the band case (8960 - 9230 cm^{-1}).

	Jupiter	Saturn
Flux on the detector (W)	$1.11 \cdot 10^{-10}$	$4.35 \cdot 10^{-12}$
Sensitivity (W/cm.s ⁻¹)	$1.88 \cdot 10^{-17}$	$9.20 \cdot 10^{-19}$
\mathcal{N} (W/ \sqrt{Hz})	$6.64 \cdot 10^{-15}$	$2.36 \cdot 10^{-15}$
δv_{min} (m.s ⁻¹ / \sqrt{Hz})	3.53	25.65
v_{tim} (cm.s ⁻¹ / $\sqrt{\text{number of days}}$)	1.2	7.5

These final performances, which supposes that the detector noise and the photon noise are the only sources of noise of the seismological measurements, if they were put in operation could likely make possible a breakthrough in the seismology of giant planets. The gain is a factor $\simeq 10$ for both planets by comparing the values of δv_{min} in Table IV from the previous results reviewed by Maillard (1996). The study of the inner structure of the major bodies of the solar system would be radically changed if such values could be obtained. A network of a minimum of three servo-controlled F-P interferometers behind 2-m telescopes seems a realistic choice to reach this goal.

References

1. Atherton P.D., Reay N.K., Ring J. and Hicks T.R. (1981), *Optical Engineering* **20**, 806–814
2. Boumier P., Decaudin M., Jones A.R., Grec G. and Tamiatto C. (1993), *Exp. Astron.*, **4**, 237–252
3. Bercovici D. and Schubert G. (1987), *Icarus* **69**, 557–565
4. Butcher H.R. and Hicks T.R. (1986), *Seismology of the Sun and Distant stars*, D.O. Gough (ed), D. Reidel (Pub) 347–357
5. Elliott I. (1986), *Advance in Helio and Asteroseismology*, IAU Symposium **123**, 541–544
6. Fossat E. (1995), *GONG '94 : Helio and Asteroseismology from the Earth and Space*, ASP Conference Series Vol 76, 387–392
7. Gautier D. and Owen T. (1989), in *Origin and evolution of planetary and satellite atmospheres*, S.K. Atreya, J.P. Pollack and M.S. Matthews (eds), The University of Arizona Press (Pub) 487–512
8. Hanel R.A. and Kunde V.G. (1975), *Space Science Review* **18**, 201–256
9. Hicks T.R., Reay N.K. and Atherton P.D. (1984), *J. Phys. E:Sci. Instrum.* **17**, 49–55
10. Maillard J.P. (1996), *Appl. Opt.*, **35**, in press
11. Mosser B., Schmider F.X., Delache P. and Gautier D. (1991), *Astron. Astrophys.* **251**, 356–364
12. Mosser B., Mekarnia D., Maillard J.-P., Gay J., Gautier D. and Delache P. (1993), *Astron. Astrophys.* **267**, 604–622
13. Petitbon L. (1996), *Thèse de doctorat de l'Observatoire de Paris*
14. Pottasch E.M., Butcher H.R. and Van Hoesel F.H.J. (1992), *Astron. Astrophys.* **264**, 138–146
15. Reay N.K., Ring J., Pietraszewski K.A.R.B., Bell C.R. and Leeper M. (1986), in *Instrumentation in Astronomy*, Proceedings of the SPIE Vol 627 I, 27–39
16. Schmider F.X., Mosser B. and Fossat E. (1991), *Astron. Astrophys.* **248**, 281–291
17. Vorontsov S.V., Zharkov V.N. and Lubimov V.M. (1976), *Icarus* **27**, 109–118

Annexe B

Références

- H.R. Butcher and T.R. Hicks
A Fabry-Pérot based stellar seismometer.
Seismology of the Sun and Distant Stars, 347-357
D.O. Gough (eds) (1986)
- G. Chabrier
The equation of state of fluid hydrogen at high density.
in The equation of state in astrophysics - IAU Colloquium 147, 287-306
Edited by G. Chabrier and E. Schatzman. (1994)
- J.P. Cox and R.T. Guili
Principles of stellar structure.
Gordon and Breach, Science Publishers (1968)
- D.S. Davis, H.P. Larson, M. Williams, G. Michel and P. Connes
Infrared Fourier spectrometer for airborne and ground-based astronomy.
Applied Optics **19**, 4138-4155 (1980)
- D. Deming, M.J. Mumma, F. Espenak, D.E. Jennings, T. Kostiuik, G. Wiedeman,
R. Loewenstein and J.Piscitelli
A search pro p -mode oscillations of Jupiter: Serendipitous observations of nona-
coustic thermal wave structure.
Ap. J. **343**, 456-468 (1989)
- F.L. Deubner
Observations of low wave-number non-radial eigenmodes of the Sun.
Astron. Astrophys. **44**, 371-375 (1975)
- I. Elliott
Requirements of a network telescope.
Advance in Helio and Asteroseismology - IAU Symposium 123, 541-545
Edited by Christensen-Dalsgaard and Frandsen. (1988)
- E. Fossat
Compte-rendu de la XIV^e école de printemps d'astrophysique de Goutelas. (1990)
Daniel Benest et Claude Froeschle Eds

- E. Fossat
IRIS Status Report
GONG'94 - Helio and Asteroseismology from the Earth and space.
ASP Conference Series **76**, 387-392 (1995)
- D. Gautier, B.J. Conrath, T. Owen, I. De Pater, and S.K. Atreya
in "Neptune", 148-158 (ed. D. Cruikshank), University of Arizona Press (1994)
- D. Gautier and T. Owen
The composition of outer planet atmosphere.
in Origin and Evolution of Planetary and Satellite Atmospheres, 487-513, S.K. Atreya, J.B. Pollack and M.S. Matthews Editors (1989)
- B. Gelly, E. Fossat, G. Grec and M. Pomerantz
Helioseismology from the South Pole. The 1984-85 campaign.
Advance in Helio and Asteroseismology - IAU Symposium 123, 21-25
Edited by Christensen-Dalsgaard and Frandsen. (1988)
- B. Gelly, G. Grec and E. Fossat
Evidence for global pressure oscillations in Procyon and α Cen.
Astron. Astrophys. **164**, 383-394 (1986)
- G. Grec, E. Fossat and M.A. Pomerantz
Observations of solar oscillations from the geographic South Pole.
Solar Phys. **82**, 55-67 (1983)
- T. Guillot
Structure interne des planètes géantes.
Thèse de l'Université Paris VII - Observatoire de la Côte d'Azur (1994)
- T. Guillot, G. Chabrier, D. Gautier and P. Morel
Effect of radiative transport on the evolution of Jupiter and Saturne.
Ap. J. **450**, 463-473 (1995)
- R.A. Hanel and V.G. Kunde
Fourier spectroscopy in planetary research.
Space Science Review **18**, 201-256 (1975)

- J. Leibacher and the GONG project team
The Global Oscillations Network Group project.
GONG'94 - Helio and Asteroseismology from the Earth and space.
ASP Conference Series **76**, 381-387 (1995)
- J. Leibacher and R.F. Stein
A new description of the solar five-minute oscillations.
Astrophysical Letters **7**, 191-192 (1971)
- R.B. Leighton, R.W. Noyes and G.W. Simon
Velocity fields in the solar atmosphere.
Ap. J. **135**, 474-499 (1963)
- J.P. Maillard
Signal-to-noise ratio and astronomical Fourier transform spectroscopy
in The impact of very high S/N spectroscopy on stellar physics - IAU Symposium
132, 71-78
Edited by G. Cayrel de Strobel and M. Spite (1988)
- J.P. Maillard
Seismology with a Fourier Transform Spectrometer: Application to giant planets
and stars.
Applied Optics **35**, *in press.*(1996)
- J.P. Maillard and G. Michel
A high resolution Fourier transform spectrometer for the Cassegrain focus at the
CFH telescope.
in Instrumentation for astronomy with large optical telescopes - IAU Colloquium
67, 213-222
Edited by C.M. Humphries (1982)
- B. Mosser
The pressure mode oscillation spectrum of a rotating gaseous sphere: application
to Jupiter
Icarus **87**, 198-210 (1990)
- B. Mosser
Les oscillations de Jupiter et des planètes géantes: étude théorique et premières

données observationnelles.

Thèse de l'Université Paris VII - Observatoire de Paris-Meudon (1992)

- B. Mosser
Jovian seismology.
in The equation of state in astrophysics - IAU Colloquium 147, 481-512
Edited by G. Chabrier and E. Schatzman. (1994)
- B. Mosser, D. Mékarnia, J-P. Maillard, J. Gay, D. Gautier and Ph. Delache
Seismological observations with a Fourier Transform Spectrometer: detection of jovian oscillations.
Astron. Astrophys. **267**, 604-622 (1993)
- B. Mosser, F.X. Schmider, Ph. Delache and D. Gautier
A tentative identification of jovian global oscillations.
Astron. Astrophys. **251**, 356-364 (1991)
- R.W. Noyes
Space observations of solar and stellar oscillations.
Advance in Helio and Asteroseismology - IAU Symposium 123, 527-535
Edited by Christensen-Dalsgaard and Frandsen. (1988)
- J.C. Pearl and B.J. Conrath
The albedo, effective temperature, and energy balance of Neptune, as determined from voyager data.
J. Geophys. Res. Suppl. **96**, 18921-18930 (1991)
- J.B. Pollack and P. Bodenheimer
Theories of the origin and evolution of the giant planets.
in Origin and Evolution of Planetary and Satellite Atmospheres, 564-605, S.K. Atreya, J.B. Pollack and M.S. Matthews Editors (1989)
- E.M. Pottasch, H.R. Butcher and F.H.J. Van Hoesel
Solar-like oscillations on α Centaury A.
Astron. Astrophys. **264**, 138-146 (1992)
- S. Roca-Cortés and the A.N.T.E.N.A. team
A.N.T.E.N.A.

GONG'94 - Helio and Asteroseismology from the Earth and space.
ASP Conference Series **76**, 630-633 (1995)

- D. Saumon, W.B. Hubbard, G. Chabrier and H.M. Van Horn
The role of molecular-metallic transition of hydrogen in the evolution of Jupiter, Saturn and brown dwarfs.
Ap. J. **391**, 827-832 (1992)
- F.X. Schmider, B.Mosser and E.Fossat
Possible detection of jovian global oscillations.
Astron. Astrophys. **248**, 281-291 (1991)
- C. Sterken and J. Christensen-Dalsgaard
'New IAU Commission?'
IAU Bulletin **53**, 22-23 (1985)
- M. Tassoul
Asymptotic approximations for stellar nonradial pulsations.
Astroph. J. Suppl. **43**, 469-490 (1980)
- R.K. Ulrich
The five-minute oscillations on the solar surface.
Ap. J. **162**, 993-1003 (1970)
- S.V. Vorontsov, V.N. Zharkov and V.M. Lubimov
The free oscillations of Jupiter and Saturn.
Icarus **27**, 627-634 (1976)

Liste des figures

1.1	Saturne - Vue HST	2
2.1	Diagramme (K_* , ω_*)	22
2.2	Fraction massique d'hélium dans la nébuleuse proto-solaire et dans l'atmosphère des planètes géantes (Gautier et al., 1994) – Le triangle donne la valeur issue des données de la sonde Galiléo pour Jupiter (Gautier - communication privée - 1996)	25
3.1	Principe expérimental :les raies D1 et D2 du sodium - En hachuré :les filtres étroits de la cellule (Schmider et al., 1991).	30
3.2	Spectre des oscillations de Jupiter obtenu en 1987 à l'OHP avec la cellule à vapeur de sodium (Mosser et al., 1991).	32
3.3	Le principe :toute variation de vitesse radiale entraine un décalage de l'interférogramme proportionnel à l'amplitude de cette variation et mesurable à ddm D fixée.	34
3.4	Spectre des oscillations de Jupiter obtenu en 1991 au CFH avec le FTS (Mosser et al., 1993).	36
4.1	Modèle standard de structure interne de Saturne	38
4.2	Spectre théorique des oscillations acoustiques de Saturne	41
4.3	Diaphragme d'observation sur Jupiter en 1991	43
4.4	Diaphragme d'observation sur Saturne en 1993	44
4.5	Principe de la modulation de champ employée	45
4.6	Fenêtre d'observation et son spectre de Fourier	46
4.7	Bloc diagramme de l'acquisition de données. S1 et S2 sont les signaux issus de chacun des deux détecteurs.	47
4.8	Construction du signal de guidage	48
4.9	Signal sismologique pris en compte pour chaque nuit	52

4.10	Bloc complet de 512 pas d'exploration en ddm. Exploration effectuée pour se placer dans la région des franges de plus grande amplitude.	54
4.11	Exploration en différence de marche autour de la valeur sélectionnée. L'unité de temps correspond à 0.98 s.	55
4.12	Signal sismologique corrigé des recentrages manuels effectués lors des deux premières nuits. La dérive du point de fonctionnement demeure apparente. En comparaison avec la figure 4.10 cette dérive est presque égale à une frange.	57
4.13	Comparaison entre la FFT d'un filtre à fenêtre carrée (en tirés) et celle d'un filtre à fenêtre de Hamming (en traits pleins). Le pic central est normalisé à 1.	58
4.14	Signal filtré des basses fréquences pour chaque nuit	59
4.15	Enregistrement du signal photométrique pour les trois nuits	61
4.16	Signal corrigé et rééchantillonné par 100 points pour les trois nuits	63
4.17	Organigramme de constitution du fichier unique	64
4.18	Fichier regroupant les données corrigées pour l'ensemble de l'observation .	65
4.19	Correction des sauts brusques résiduels de la troisième nuit par translation	66
4.20	Correction des basses fréquences par un filtre en ondelettes	67
4.21	Fichier regroupant les données corrigées pour l'ensemble de l'observation .	68
4.22	Spectre réel et autocorrélation	69
4.23	Autocorrélation de spectres théoriques des oscillations de Saturne.	70
5.1	Fenêtre d'observabilité et sa transformée de Fourier.	75
5.2	Schéma de l'instrument. D est la pupille d'entrée, I l'image de la planète, L1 et L2 des lentilles, F-P l'étalon Fabry-Pérot, et Rle détecteur. α est l'incidence maximum pour un rayon issu du limbe de la planète.	80
5.3	Durée d'observations pour le réseau sous l'hypothèse de 8 heures d'observations par site. La durée totale quotidienne est alors de 22 heures et 6 minutes. .	81

Liste des tableaux

2.1	Equilibre énergétique des quatre planètes géantes (Pearl et Conrath - 1991).	25
4.1	Rapport He/H dans l'atmosphère de Jupiter, Saturne et Uranus par rapport à la valeur proto-solaire (Gautier et Owen - 1989)	39
4.2	Durée d'enregistrement des données pour chacune des nuits d'observations.	46
4.3	Coefficient de corrélation pour chaque nuit	60
4.4	Moyenne quadratique du signal de chaque nuit par seconde d'intégration .	66
5.1	Durée minimale de l'observation pour résoudre un pic de largeur donnée. .	74
5.2	Coordonnées spatiales et temporelles des sites concernés.	76
5.3	Satellite concerné par le guidage, et réglage de la bonette au CFHT.	78
5.4	Flux émis par Jupiter et Saturne - d'après Hanel et Kunde (1975).	79
5.5	Vitesse limite détectable.	80
5.6	Performances dans la configuration à 3 sites avec des 2 m.	81

