



HAL
open science

Combinaison des techniques de géodésie spatiale

Arnaud Pollet

► **To cite this version:**

Arnaud Pollet. Combinaison des techniques de géodésie spatiale. Astrophysique [astro-ph]. Observatoire de Paris, 2011. Français. NNT: . tel-02094987

HAL Id: tel-02094987

<https://hal.science/tel-02094987>

Submitted on 10 Apr 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

27 JAN. 2011

OBSERVATOIRE DE PARIS

ECOLE DOCTORALE
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE D'ILE-DE-FRANCE

Doctorat
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE

AUTEUR : Arnaud POLLET

COMBINAISON DE TECHNIQUES DE GÉODÉSIE SPATIALE

Contributions aux réalisations des systèmes de référence et à la détermination de la rotation de la Terre.

Thèse dirigée par Mme Nicole CAPITAINE et M. David COULOT.

Soutenue le 06 janvier 2011.

Jury :

Frank LEMOINE	Rapporteur
Markus ROTHACHER	Rapporteur
Jean-François CRETAUX	Examineur
Pierre EXERTIER	Examineur
Nicole CAPITAINE	Directrice de thèse
David COULOT	Co-directeur de thèse



*Une personne qui n'a jamais commis d'erreurs
n'a jamais tenté d'innover.
Albert Einstein*

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au Laboratoire de Recherche en Géodésie (LAREG) de l'IGN, à Marne la Vallée et au SYRTE (Systèmes de Référence Temps-Espace), unité mixte de recherche du CNRS, à l'observatoire de Paris, sous la direction de Nicole Capitaine et David Coulot. Mes premiers remerciements leur sont dédiés pour la confiance qu'ils ont su m'accorder et la disponibilité dont ils ont fait preuve tout au long de ces travaux.

Je remercie tout particulièrement David Coulot pour son encadrement depuis mon stage de DEA jusqu'à la conclusion de cette thèse et pour toutes les discussions fructueuses que nous avons eu. Il m'a fait découvrir divers aspects passionnants de la géodésie spatiale, allant du traitement des mesures à des problématiques de définition d'un repère terrestre ou à l'utilisation de méthodes d'estimation originale comme les algorithmes génétiques, et a toujours su être présent dans les moments difficiles.

Un grand merci aussi à toute l'équipe du LAREG. Spécialement, je tiens à remercier Samuel Nahmani pour les nombreux cafés, les discussions intéressantes, les différents travaux réalisés ensemble ainsi que pour son soutien moral sans faille dans les moments de doutes, Zuheir Altamimi et Xavier Collilieux pour leurs conseils toujours précieux, sans oublier Leila Eissa pour son aide concernant l'utilisation de GMT, Pascal Willis pour ses conseils sur le traitement des données DORIS, Alvaro Santamaria pour ses questions "bêtes" qui amenaient toujours à se poser des questions fondamentales, Olivier Bock pour son expérience sur la troposphère et Paul Rebischung pour la relecture et la recherche des fautes d'orthographe de ce manuscrit.

Je remercie également toute l'équipe du SYRTE et particulièrement Daniel Gambis et Jean-Yves Richard pour les discussions que nous avons eu sur les combinaisons, Christian Bizouard pour son aide précieuse dans l'analyse des séries temporelles de paramètres d'orientation de la Terre et Teddy Carlucci qui, par sa réactivité et la mise à ma disposition d'un ordinateur, m'a permis de finaliser les calculs réalisés dans ces travaux.

Je n'oublie pas non plus l'équipe DTP du CNES à l'observatoire Midi-Pyrénées qui a eu la gentillesse de m'accueillir pendant trois mois et de me faire profiter de son expérience sur l'utilisation du logiciel GINS. Je remercie tout particulièrement Richard Biancale pour son accueil et l'aide qu'il a su m'apporter durant ces trois mois, Jean-Charles Marty et Sylvain Loyer pour toute l'aide qu'ils m'ont apportés durant ces travaux, notamment sur l'utilisation du GINS et le traitement des données GPS, Felix Perosanz pour ses conseils sur le traitement des mesures des satellites multi-techniques et Laurent Soudarin pour le traitement DORIS. Sans eux, ces travaux n'auraient pu voir le jour.

De même, je remercie Géraldine Bourda de l'observatoire de Bordeaux pour son aide sur le traitement des données VLBI, l'équipe de l'observatoire de la Côte d'Azur pour son expérience

sur la technique SLR et l'équipe informatique RSI et plus particulièrement Guy Saint-Martin et David Caudrelier en charge de la maintenance informatique.

Finalement, je remercie tous les membres du jury pour avoir accepté d'y prendre place.

Table des matières

Résumé	7
Abstract	8
Glossaire	9
1 Les techniques de géodésie spatiale et la combinaison de leurs mesures	13
1.1 Les techniques de géodésie spatiale	13
1.1.1 Présentation des techniques	13
1.1.2 Traitements des données	18
1.1.3 Analyses des solutions individuelles	23
1.2 Combinaison des techniques de géodésie spatiale	35
1.2.1 Pourquoi combiner les techniques ?	35
1.2.2 Pourquoi combiner les techniques de géodésie spatiale au niveau des observations ?	37
1.2.3 État de l'art	39
1.2.4 Problème spécifique de la définition du repère terrestre combiné	42
2 Nouvelle approche de combinaison au niveau des observations	44
2.1 Modèle développé	44
2.1.1 Modèle proposé pour un référencement homogène	44
2.1.2 Origine des défauts de rang	48
2.1.3 Équations de contraintes et / ou de conditions nécessaires à la résolution	53
2.1.4 Test numérique	55
2.2 Pondérations des observations	59
2.2.1 Méthode de repondération	59
2.2.2 Étude technique par technique	60
2.2.3 Étude de la combinaison	62
2.3 Utilisation des rattachements locaux	64
2.3.1 Utilisation directe des rattachements	64
2.3.2 Autre approche pour rattacher les réseaux des techniques	77
3 Vers de nouveaux liens entre les techniques	81
3.1 Étude des ZTD en tant que paramètres communs	81
3.1.1 Mise en commun des ZTD	81
3.1.2 Apport au référencement ?	86
3.1.3 Étude de l'impact sur le positionnement	88
3.2 Étude des satellites multi-techniques	106
3.2.1 Traitement des mesures des satellites multi-techniques ENVISAT et Jason-1/107	

3.2.2	Apport sur le référencement des solutions	109
3.2.3	Apport sur le positionnement des stations	111
4	<i>Analyse des résultats d'une combinaison au niveau des observations</i>	119
4.1	Approche adoptée	119
4.2	Contrôle du référencement	120
4.3	EOP	123
4.3.1	Analyse des écarts au pôle céleste :	130
4.4	Stations	132
	Appendices	151
A	Repères terrestre, céleste et Paramètres d'Orientation de la Terre	152
A.1	Système et repère de référence.	152
A.1.1	ICRS et ICRF	152
A.1.2	TRS et TRF	152
A.1.3	ITRS et ITRF	153
A.2	Paramètres d'Orientation de la Terre	153
B	GINS et LOCOMOTIV	158
B.1	GINS	158
B.1.1	Intégration numérique des orbites	159
B.1.2	Restitution	159
B.2	LOCOMOTIV	159
C	Méthodes d'optimisation	161
C.1	Problème général	161
C.2	Méthode des Moindres Carrés et MCPI	162
C.2.1	Moindres carrés	162
C.2.2	Moindres Carrés Pondérés Itérés (MCPI)	164
C.3	Méthode du Simplexe et points intérieurs	167
C.3.1	Méthode du Simplexe	167
C.3.2	Méthode des points intérieurs	173
C.4	Algorithmes génétiques	174
C.4.1	Principe	175
C.4.2	Intérêt des sélections, croisements et mutations	177
C.4.3	Les ϵ -MOEA	178
C.4.4	Fonctions à évaluer	178
C.4.5	Détermination de réseaux GPS par algorithmes génétiques	179
C.5	Étude comparative des différentes méthodes	180
C.5.1	Influence du bruit	180
C.5.2	Influence des erreurs	181
C.5.3	Cadre général	182
C.5.4	Analyse du coût en temps de calcul des différentes méthodes	184
D	Orbites GPS	186
D.1	Combinaison d'orbites des satellites GPS	186
D.1.1	Combinaison par transformation	187
D.1.2	Combinaison des vecteurs d'état initiaux des satellites	189
D.1.3	Comparaison des deux approches	189

D.2	Combinaison des sous-réseaux avec le logiciel GINS	190
E	Simulations	192
E.1	Approche commune aux simulations	192
E.1.1	Simulation d'une orbite	192
E.1.2	Simulation d'un fichier de mesures	192
E.1.3	Paramètres de repère	194
E.2	Effet de réseau	197
E.3	Référencement hebdomadaire	199

Résumé

Les travaux de cette thèse portent sur les combinaisons d'observations obtenues par les techniques de géodésie spatiale DORIS, GPS, SLR et VLBI. Cette approche de combinaison au niveau des observations fait actuellement l'objet de différentes expériences, notamment dans le cadre du groupe de travail COL (Combination at the Observation Level) de l'IERS. Afin d'obtenir les meilleurs résultats possibles, la définition d'un repère terrestre combiné homogène est nécessaire. Je me suis donc attaché ici à obtenir la meilleure réalisation possible du système de référence terrestre. Dans ce but, différentes approches ont été testées. Un nouveau modèle de combinaison a été développé, qui permet l'obtention d'un repère terrestre homogène. L'apport des rattachements locaux entre instruments co-localisés et leur impact sur l'homogénéité des repères combinés hebdomadaires ont également été analysés. Pour cela, j'ai adapté une méthode de traitement des données GPS par sous-réseaux afin de disposer d'un réseau GPS dense et d'un grand nombre de stations co-localisées. Pour renforcer les liens entre les techniques, l'utilisation de délais troposphériques zénithaux communs et de liens spatiaux via des satellites multi-techniques a été étudié et j'ai démontré leur pertinence. Enfin, une telle combinaison a été réalisée sur l'année 2005. Ce travail a ainsi permis d'obtenir des séries temporelles d'EOP et de positions de stations bénéficiant de l'homogénéité des traitements réalisés et de la meilleure résolution temporelle (notamment en ce qui concerne les EOP) et exactitude de chacune des quatre techniques utilisées dans la combinaison.

Abstract

This PhD Thesis deals with the combinations of observations provided by the space geodetic techniques DORIS, GPS, SLR, and VLBI. These combinations are currently under investigation, especially in the framework of the IERS working group COL (Combination at the Observation Level). In order to obtain the best possible results with this approach, a homogeneous combined terrestrial frame is needed. Effort has also been made here to obtain the best possible realization of the terrestrial reference system. To achieve this goal, I have tested several approaches of combinations at the observation level. A new model of combination is proposed, which allows us to obtain a homogeneous frame. The contribution of the local ties between co-located stations and their impact regarding the homogeneity of the weekly combined frames are analyzed too. To do that, I have adapted a GPS data processing by sub-networks in order to have a dense GPS network and a large number of co-located stations. To strengthen the links between the techniques, the uses of common zenithal tropospheric delays and spatial links via multi-technique satellites, are studied and I have proved their relevance. Finally, a combination at the observation level is performed for the year 2005. This work has also allowed to obtain EOP and station positions time series which take advantage of the processing consistency and of the best qualities, regarding the temporal resolution and the accuracy, of each technique used in the combination.

Glossaire

CA	Centre d'Analyse.
CNES	Centre National d'Études Spatiales.
DORIS	Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégrés par Satellite.
EOP	Earth Orientation Parameters (Paramètres d'Orientation de la Terre) : Ces paramètres comprennent les coordonnées du pôle, le Temps Universel et les offsets du pôle céleste.
GINs	Géodésie par Intégrations Numériques Simultanées : Logiciel d'orbitographie précise développé par le CNES pour ses activités de recherche dans le cadre du GRGS.
GNSS	Global Navigation Satellite System (Système de Navigation par Satellite).
GPS	Global Positioning System (Système de Positionnement Global).
GRGS	Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale : Groupe constitué d'un ensemble de laboratoires français travaillant dans le domaine de la géodésie.
ICRF	International Celestial Reference Frame (Repère de Référence Céleste International).
IDS	International Doris Service
IGS	International GNSS Service
ILRS	International Laser Ranging Service
IVS	International VLBI Service Services internationaux qui ont la charge de fournir le support aux données et produits des techniques (resp. DORIS pour l'IDS, GNSS pour l'IGS, SLR pour l'ILRS et VLBI pour l'IVS) à la communauté

scientifique internationale.

- IERS** International **E**arth rotation and **R**eference systems **S**ervice : service international s'occupant de la rotation de la Terre et de la maintenance des repères de référence terrestre et céleste internationaux.
- IGN** Institut **G**éographique **N**ational.
- ITRF** International **T**errestrial **R**eference **F**rame (Repère de Référence Terrestre International).
- LAREG** **L**aboratoire de **R**echerche en **G**éodésie affilié à l'Institut Géographique National.
- MATLO** **M**ATHématiques pour la **L**ocalisation et l'**O**rbitographie : Logiciel de calculs de solutions individuelles de positions de stations et d'EOP à partir des observations SLR, développé par MM. David Coulot (IGN/LAREG) et Philippe Berio (OCA/GEMINI).
- MJD** **M**odified **J**ulian **D**ay (Jour Julien Modifié) : Correspond au temps exprimé en jours décimaux qui s'est écoulé depuis le 17 novembre 1958 à minuit. Il dérive directement du Jour Julien (JD) correspondant au temps écoulé depuis le 1 janvier 4713 avant J.-C. par la formule : $MJD=JD-2400000.5$.
- SLR** Satellite **L**aser **R**anging (Télémétrie Laser sur Satellites).
- SYRTE** **S**ystèmes de **R**éférence **T**emps **E**space Unité mixte de recherche (UMR 8630) de recherche de l'observatoire de Paris et de l'université Pierre & Marie Curie.
- VLBI** **V**ery **L**ong **B**aseline **I**nterferometry (Interférométrie à Très Longue Base).
- ZTD** **Z**enithal **T**ropospheric **D**elay (Délai Troposphérique Zénithal).

Introduction

Avec l'avènement de l'ère spatiale, la géodésie, science qui étudie les questions relatives à la forme de la Terre et à son champ de pesanteur, a fait un grand pas en avant. Non seulement elle a permis d'appréhender la Terre dans son ensemble, mais elle a également notablement amélioré la précision de notre connaissance des formes de la Terre.

La géodésie spatiale utilise principalement quatre techniques de mesures, à savoir les techniques DORIS, GPS, SLR et VLBI. C'est grâce aux mesures de ces techniques que sont obtenus les différents produits fondamentaux de la géodésie spatiale. Ces principaux produits sont le repère de référence terrestre international ITRF [Altamimi et al., 2007], le repère de référence céleste international ICRF [Fey et al., 2009], et les EOP, paramètres d'orientation de la Terre dans l'espace qui permettent de relier ces deux repères [Bizouard & Gambis, 2009]. Ils sont essentiels pour pouvoir se positionner de manière précise et rigoureuse sur la Terre et dans l'espace. L'IERS est en charge de la production et de la maintenance de ces produits.

Ces différents produits sont estimés séparément et il peut donc exister des incohérences entre eux. Une première étape pour obtenir des produits plus cohérents a été réalisée avec l'estimation des deux dernières réalisations de l'ITRF (ITRF2005 et ITRF2008), qui ont été calculées en même temps que des séries temporelles d'EOP [Altamimi et al., 2007]. Une autre approche pour améliorer cette cohérence peut également passer par l'estimation dans un même calcul des positions de stations et des séries temporelles des EOP à partir du traitement commun des observations de toutes les techniques de géodésie spatiale [Yaya, 2002]. C'est à ce type de combinaison que nous allons nous intéresser.

L'étude de ce type de combinaison se déroulera en cinq parties. Je présenterai dans un premier temps les quatre techniques de géodésie spatiale DORIS, GPS, SLR et VLBI et je reviendrai sur l'état de l'art de la combinaison de leurs mesures. Comme nous le verrons, un problème important de cette combinaison se situe au niveau du repère de référence combiné dans lequel sont exprimées les positions de stations estimées par celle-ci. Afin de résoudre ce problème, je présenterai dans une seconde partie une nouvelle approche de combinaison. Cette approche nécessite l'estimation de paramètres supplémentaires dans le calcul, une pondération rigoureuse des observations et une prise en compte originale des informations de rattachements (distances entre des instruments de géodésie spatiale situés sur un même site, calculées grâce à des mesures au sol) disponibles entre les techniques. Une fois cette combinaison détaillée, je m'intéresserai dans une troisième partie à l'apport de nouveaux liens entre les techniques, à savoir l'estimation de délais troposphériques communs aux techniques et l'utilisation des mesures des satellites dits "multi-techniques" (satellites embarquant plusieurs instruments de géodésie spatiale). Je présenterai ensuite dans une quatrième partie les résultats obtenus pour une combinaison d'un an de données prenant en compte le modèle développé et l'utilisation de délais troposphériques communs. Je finirai par des conclusions et perspectives envisagées à ce type de combinaison.

En annexe de ce mémoire, divers éléments utiles à la compréhension des travaux présentés sont détaillés. On y retrouve des rappels sur les systèmes et repères de référence, les EOP et les différentes méthodes d'estimations utilisées. Le logiciel d'orbitographie GINS du GRGS/CNES, permettant le traitement des données des quatre techniques de géodésie spatiale, est également détaillé ainsi que le logiciel de combinaison LOCOMOTIV développé durant ces travaux, qui permet notamment l'utilisation de méthodes d'estimations robustes et la combinaison des techniques à partir des équations d'observations. Ces annexes incluent enfin la présentation du traitement des orbites des satellites de la technique GPS qui a nécessité une approche particulière ainsi que des simulations illustrant différents problèmes liés au référencement.

Chapitre 1

Les techniques de géodésie spatiale et la combinaison de leurs mesures

Tout d'abord, intéressons-nous aux quatre techniques de géodésie spatiale DORIS, GPS, SLR et VLBI. Nous reviendrons ensuite sur les combinaisons que l'on peut réaliser à partir des observations de celles-ci et leurs intérêts.

1.1 Les techniques de géodésie spatiale

Je présente ici les différentes techniques de géodésie spatiale utilisées dans la combinaison, à savoir les techniques DORIS, GPS, SLR et VLBI. Les différents traitements de leur données, réalisés sur l'intervalle de temps compris entre le 9 janvier 2005 et le 12 février 2006, sont également explicités ainsi que la qualité des solutions individuelles obtenues pour chaque technique. Cette période d'environ un an est une période relativement courte. Un traitement sur une durée plus longue aurait nécessité un traitement trop lourd pour les mesures GPS (en terme de temps de calcul). L'année 2005 a été choisie car les quatre techniques utilisées ont donné des observations denses et précises durant cette période pendant laquelle on disposait de cinq satellites équipés d'instruments DORIS.

1.1.1 Présentation des techniques

DORIS. Le système DORIS est un système d'orbitographie de satellites bas (altitude de l'ordre de 1000 km) conçu par le CNES en collaboration avec l'IGN et basé sur l'effet Doppler. Ce système a été développé essentiellement pour déterminer avec précision les orbites de satellites altimétriques. C'est un système ascendant bifréquence (2036,25 MHz et 401,25 MHz). A bord d'un satellite, une antenne réceptrice reçoit les ondes émises par un réseau de stations terrestres. Lorsque ce récepteur bouge par rapport à la source du signal, la longueur d'onde reçue diffère de celle émise. C'est l'effet Doppler. À partir de ces mesures Doppler, il est alors possible, connaissant la position des stations au sol, de déterminer, avec une précision de l'ordre de 2 cm pour des arcs de quelques jours, l'orbite du satellite. La figure 1.1 présente les différents satellites embarquant ce système ainsi que leurs domaines d'applications.



FIG. 1.1 – Satellites embarquant le système DORIS et applications disponibles (source : <http://www.aviso.oceanobs.com/fr/doris/missions-doris/index.html>)

Bien qu'initialement prévue pour n'être utilisée que pour l'orbitographie, cette technique a été employée par les géodésiens afin de recalculer les positions des stations au sol, avec une précision hebdomadaire inférieure à 2 cm sur l'ensemble du réseau DORIS. Cette technique est, en outre, très intéressante dans le cadre d'une combinaison multi-techniques car le réseau de balises DORIS est le réseau le mieux réparti à la surface de la Terre (cf. figure 1.2). De plus, une grande majorité de ces balises est co-localisée avec au moins un autre instrument de géodésie spatiale. Un élément déterminant de la précision de cette technique pour le positionnement reste toutefois le nombre de satellites équipés d'instruments DORIS. Plus il y a de satellites équipés, meilleures sont les solutions des traitements. On pourra se référer à [Willis et al., 2010] pour plus de détails concernant cette technique.



FIG. 1.2 – Réseau de balises DORIS actuel - juillet 2010 (source : <http://ids.cls.fr>)

GPS. Le système GPS est un système de radio-positionnement par satellites conçu par l'armée américaine dans les années 1970, qui est devenu réellement opérationnel à partir des années 1990. Il dispose d'environ 30 satellites en orbites hautes (altitude d'environ 20000 km, orbites quasi-circulaires), répartis sur six plans inclinés de 55° par rapport à l'équateur. De ce fait, le positionnement en zone polaire est difficile, les satellites passant très bas sur l'horizon dans ces zones (cf. figure 1.3).

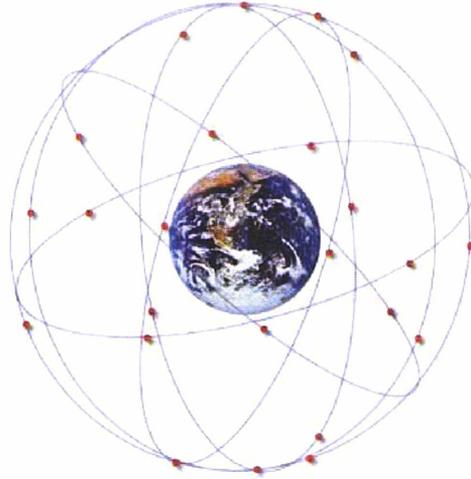


FIG. 1.3 – Représentation de la constellation des satellites GPS (source : <http://www2.cnrs.fr/presse/journal/3593.html>)

Contrairement au système DORIS, c'est un système descendant. Chaque satellite possède jusqu'à quatre horloges atomiques (soit au Césium, soit au Rubidium) et génère deux ondes porteuses (1575,42 MHz et 1227,60 MHz) modulées par des codes pseudo-aléatoires qu'il émet vers la Terre ¹. Les récepteurs au sol reçoivent ces signaux, ce qui permet d'estimer leurs positions. La précision de ce positionnement varie suivant le traitement adopté. Ainsi, les récepteurs GPS grand public permettent un positionnement métrique en temps réel. En géodésie, on atteint une précision centimétrique en temps réel et une précision de quelques millimètres sur des intervalles de temps plus longs (de l'ordre de la journée ou supérieur à la journée). En ce qui concerne les orbites des satellites de la constellation GPS, une précision de l'ordre de 2,5 cm pour un arc d'orbite journalier peut être atteinte.

En raison du faible coût d'un récepteur GPS, il existe un très grand nombre de sites possédant des antennes GPS permanentes. On observe toutefois des inégalités de répartition entre l'hémisphère Nord et l'hémisphère Sud (cf. figure 1.4).

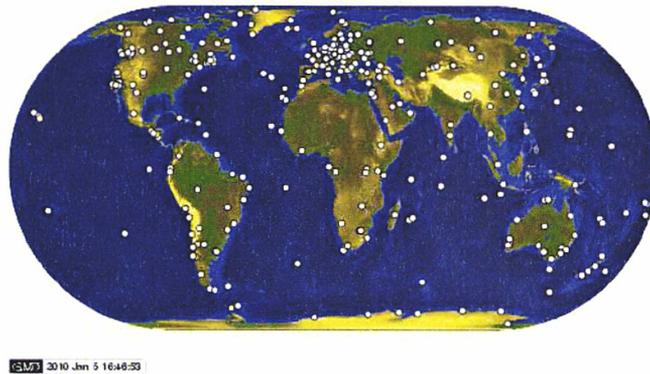


FIG. 1.4 – Réseau des stations IGS permanentes (source : <http://igs-scb.jpl.nasa.gov/network/netindex.html>)

¹Voir [Xu, 2003] pour plus de détails sur ces différents signaux et leurs traitements.

Cette technique spatiale est celle fournissant la meilleure qualité de positionnement. Il faut toutefois souligner que celle-ci est hétérogène. La qualité du positionnement vertical hebdomadaire (précision de l'ordre de 6 mm), est en effet inférieure à celle du positionnement planimétrique hebdomadaire (précision de l'ordre de 3 mm) en raison principalement de la mauvaise connaissance du contenu en vapeur d'eau de l'atmosphère. Pour plus de précision concernant la précision des différents produits de cette technique, on pourra se référer au site internet de l'IGS².

SLR. La technique SLR ou télémétrie laser sur satellites a été mise en place dans les années 1970. Elle repose sur la mesure du temps de trajet aller-retour d'une impulsion lumineuse laser entre une station au sol et un satellite muni de rétro-rélecteurs (cf. figure 1.5). Cette technique est la seule technique de géodésie spatiale utilisant un lien optique, si on omet la télémétrie laser sur la Lune (LLR), basée sur le même principe.



FIG. 1.5 – Satellite LAGEOS-2 dédié à la télémétrie laser (source : <http://ilrs.gsfc.nasa.gov/images/lageosII.jpg>)

L'avantage est que les ondes optiques sont beaucoup moins perturbées par la traversée de l'ionosphère et de la troposphère en comparaison des ondes radioélectriques. Ainsi, la précision du positionnement vertical hebdomadaire des stations (8 mm environ pour les meilleures) est équivalente à celle obtenue en horizontale. De plus, la précision des orbites obtenues par cette technique est de l'ordre de 1 à 2 centimètres pour des arcs d'orbites de sept jours. Cependant, du fait de ce lien optique, il est pratiquement impossible de réaliser des observations sous un ciel nuageux. De plus, une des principales faiblesses de cette technique réside dans la mauvaise répartition des stations d'observations au sol. La plupart des stations se situe dans l'hémisphère Nord (cf. figure 1.6). Cela est dû au coût important d'une station de télémétrie laser et de son fonctionnement même si la situation devrait évoluer prochainement.

Outre son intérêt pour le positionnement terrestre (la technique SLR permet de définir l'origine de l'ITRF [Altamimi et al., 2007] et de définir en partie son échelle), elle permet également d'obtenir les premières harmoniques du champ de pesanteur terrestre. Pour plus de détails sur cette technique, on pourra se référer à [Coulot et al., 2010].

²<http://igsch.jpl.nasa.gov/components/prods.html>

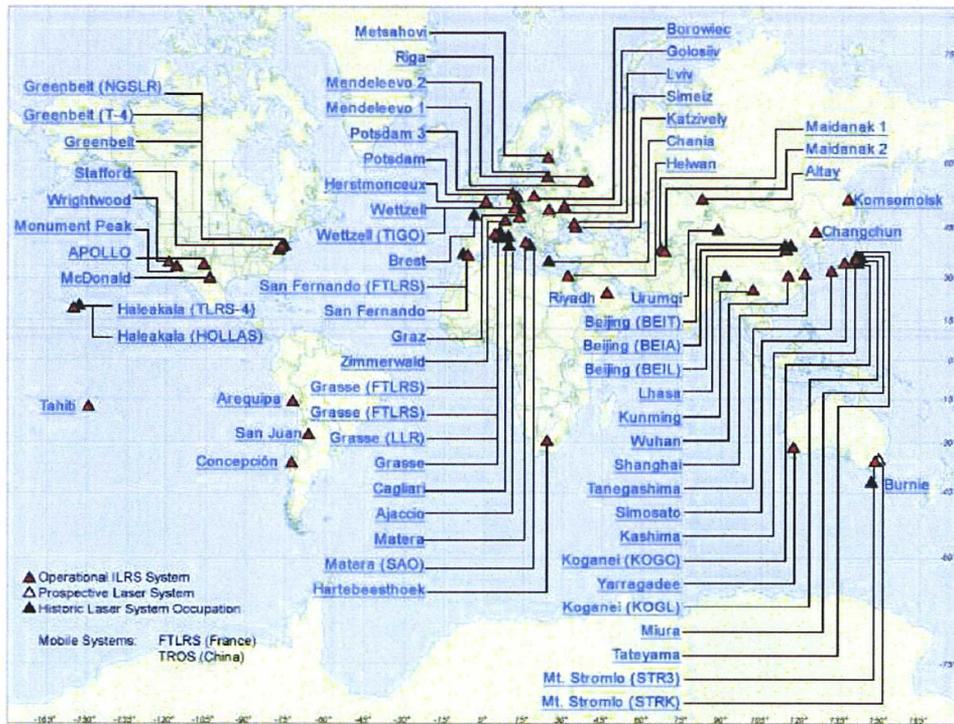


FIG. 1.6 – Réseau de stations SLR (source : <http://ilrs.gsfc.nasa.gov/stations/index.html>)

VLBI. La technique VLBI, technique d'interférométrie à très longue base, est la seule technique de géodésie spatiale qui ne fait pas intervenir de satellites. Le principe de cette technique repose sur l'analyse de signaux émis par des quasars, objets célestes lointains émettant une grande quantité d'énergie sous forme d'ondes électro-magnétiques. Un quasar émet un signal de longueur d'onde centimétrique qui est reçu par deux antennes astronomiques à la surface de la Terre. Ce signal n'est pas reçu au même instant par ces deux antennes compte tenu de la différence de distance à parcourir. L'analyse de ces signaux permet d'obtenir en particulier des informations sur l'orientation de la Terre dans l'espace, sur les directions des quasars et sur la distance qui sépare les antennes. Un des principaux apports du VLBI en géodésie est ainsi la réalisation du système de référence céleste (ICRF) par l'estimation des coordonnées d'un grand nombre de sources radio extragalactique [Ma et al., 1998]. Cette technique est de plus la seule qui donne accès au Temps Universel (UT) et aux paramètres de nutation (cf. annexe A), le VLBI rapportant ces paramètres à un repère de référence céleste quasi-idéal. Enfin, la définition de l'échelle de l'ITRF repose en partie sur cette technique pour laquelle le positionnement journalier des antennes est effectué à une précision de quelques millimètres [Nothnagel et al., 2010]. Il faut toutefois souligner qu'à l'instar de la technique SLR, le réseau VLBI présente un faible nombre d'antennes et que celles-ci sont géographiquement mal réparties (cf. figure 1.7). Une amélioration est en cours grâce au développement d'antennes dans l'hémisphère Sud.



FIG. 1.7 – Réseau d’antennes VLBI (source : <http://ivscc.gsfc.nasa.gov/stations/ns-map.html>)

Au travers de ces différentes présentations des techniques, nous avons pu voir différents avantages et inconvénients propres à chaque technique. Nous allons maintenant nous intéresser aux traitements de leurs données.

1.1.2 Traitements des données

Je présente ici la méthode de calcul utilisée afin d’obtenir les équations d’observations des différentes techniques, à savoir DORIS, GPS, SLR et VLBI, à partir des mesures. Ce sont ces équations qui interviendront ensuite dans la combinaison des techniques. Cette méthode s’inspire des traitements des données réalisés par le centre d’analyse IDS LCA-CNES/CLS pour DORIS, par le centre d’analyse IGS CNES/CLS pour le GPS, par le centre d’analyse ILRS GRGS pour le SLR, et par l’Observatoire de Bordeaux pour le VLBI. Certaines modifications ont cependant été réalisées. Je détaillerai ces modifications par la suite.

Le tableau 1.1 récapitule les points importants des différents traitements. Le logiciel GINS (voir appendice B) effectue le calcul d’orbites et la création des équations d’observations.

	GPS	VLBI	DORIS	SLR
Données	Doubles différences	Sessions IVS-R1, IVS-R4, sessions intensives XU et XK	Toutes les mesures disponibles	
Satellites	Constellation GPS		SPOT 2, 4, 5 ENVISAT Jason 1	LAGEOS-1 LAGEOS-2
Échantillonnage	10 min	Ensemble des mesures non échantillonnées		
Angle de coupure	10°	10°	12°	8°
Réseau	150 stations (Core stations IGS + stations co-localisées)	Toutes les stations disponibles		
Modèle d'antennes	Absolu			
Coordonnées des stations	ITRF2005			ITRF2005 rescaled
EOP	IERS 05 C04 [Bizouard & Gambis, 2009]			
Champ de gravité terrestre	EIGEN GL04s annuel [Biancale et al., 2006]			
Troncature du champ de gravité	Degré 12		Degré 120	Degré 40
Marées Terre solide	Conventions IERS chapitre 7 [McCarthy & Petit, 2004]			
Marées océaniques	FES2004 [Lyard et al., 2006]			
Charge océanique	FES2004 [Lyard et al., 2006] + Conventions IERS chapitre 7 [McCarthy & Petit, 2004]			
Charge atmosphérique	Non modélisées			
Charge hydrologique	Non modélisées			
Modèle troposphérique	ECMWF*			[Mendes & Pavlis, 2004]
Fonction de projection troposphérique	[Guo & Langley, 2003]			[Mendes et al., 2002]
Longueur d'un arc d'orbite	48 heures avec 24 heures de recouvrement		30 heures avec 6 heures de recouvrement	9 jours avec 2 jours de recouvrement

* <http://www.ecmwf.int>

TAB. 1.1 – Configurations des traitements DORIS, GPS, SLR et VLBI.

Certains points importants des traitements sont explicités dans la suite. Ces points peuvent être regroupés en deux catégories, à savoir les points communs aux techniques et ceux spécifiques à une technique particulière.

Informations communes

L'angle de coupure des observations, c'est-à-dire l'angle en dessous duquel les mesures ne sont pas prises en compte, a été choisi supérieur ou égal à 10° pour toutes les techniques utilisant des ondes radioélectriques afin de limiter les problèmes liés à la traversée de la troposphère aux basses élévations. En effet, le logiciel GINS ne disposent pas encore des dernières fonctions de projection comme la VMF [Boehm et al., 2006] qui permettent de diminuer cet angle de coupure.

Les effets de charge atmosphérique, hydrologique et les effets de charge océanique non liés aux marées ne sont pas pris en compte dans ces traitements. En effet, différentes analyses réalisées sur l'utilisation et l'impact de modèles a priori de ces effets de charges (voir par exemple [Tregoning & van Dam, 2005a] ou encore [Tregoning & van Dam, 2005b]) ont montré des résultats variables d'une station à une autre. L'utilisation de ces modèles permet d'améliorer l'estimation de la composante verticale des coordonnées de certaines stations (essentiellement des stations situées à proximité de l'équateur) mais détériore cette estimation pour d'autres. De même, [Collilieux et al., 2010b] a montré que l'utilisation de ces effets a posteriori pouvait

détériorer la corrélation des séries temporelles de positions de certaines stations co-localisées. A la différence du centre d'analyse IDS LCA-CNES/CLS qui dans un premier temps utilise un modèle d'effets de charge atmosphérique et le retire ensuite dans les équations normales, je n'en ai pas utilisé pour le traitement de la technique DORIS afin de rester cohérent avec les autres techniques.

Informations spécifiques à certaines techniques

Les sessions de mesures utilisées lors du traitement VLBI sont les sessions de mesures IVS-R1 et IVS-R4, ainsi que les sessions de mesures intensives XU et XK. Les sessions IVS-R1 et IVS-R4 sont des sessions de mesures de 24 h ayant lieu le lundi pour la session R1 (premier jour de la semaine) et le jeudi pour la session R4 (quatrième jour de la semaine). Le but de ces sessions est d'estimer deux fois par semaine la valeur de l'ensemble des EOP (à savoir les coordonnées du pôle, le UT et les écarts au pôle céleste). Chaque session comprend les mesures réalisées à partir de huit antennes. Les sessions intensives sont des sessions d'une heure destinées à fournir des estimations de UT tous les jours. Ces sessions utilisent les mesures de deux à trois antennes par jour.

En ce qui concerne la technique GPS, le traitement est réalisé sur quatre sous-réseaux de stations. Ces quatre sous-réseaux ont été choisis de la manière suivante. Dans un premier temps, j'ai déterminé le réseau global des stations que je voulais utiliser. Ce réseau est constitué de l'ensemble des core stations de l'IGS³ ainsi que des antennes GPS co-localisées avec un autre instrument de géodésie spatiale. Au total, il comprend environ 150 stations. Afin de pouvoir réaliser le calcul, j'ai ensuite découpé ce réseau en quatre sous-réseaux devant respecter différents critères. Les stations doivent être réparties au mieux géographiquement. De plus, huit stations sont communes aux quatre sous-réseaux afin de faire le lien entre les différents réseaux au sol. L'utilisation des algorithmes génétiques (cf. appendice C) a permis l'obtention de tels réseaux (voir la figure 1.8).

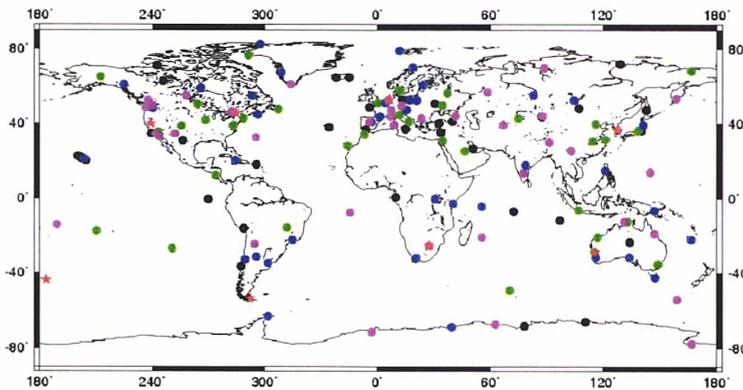


FIG. 1.8 – Représentation des quatre sous-réseaux d'antennes utilisés lors du traitement des données GPS. Les points d'une même couleur représentent les stations d'un même sous-réseau. Les étoiles rouges représentent les huit stations communes aux quatre sous-réseaux.

³Stations GPS sélectionnées selon différents critères comme la qualité de la monumentation, le nombre de données disponibles, la répartition géographique, etc. Ce sont les mesures de ces stations qui interviennent dans le calcul du repère de référence de l'IGS. Pour plus de détails, voir le site internet de l'IGS <http://igs.cb.jpl.nasa.gov/>

Ce traitement diffère donc de celui réalisé par le centre d'analyse IGS CNES/CLS. En effet, celui-ci réalise un calcul non-différencié sur environ 120 stations. En raison de la puissance de calcul nécessaire, je n'ai pu réaliser ce type de traitement sur mon réseau de 150 stations, ce qui explique l'utilisation de sous-réseaux et du traitement par doubles-différences des mesures. Cependant, du fait de ce nouveau traitement, j'ai pu augmenter l'échantillonnage des mesures utilisées par rapport au traitement du CA IGS CNES/CLS, passant d'un échantillonnage de 15 min à un échantillonnage de 10 min.

En ce qui concerne les biais en distance des stations de la technique SLR qui permettent de prendre en compte des erreurs systématiques liés à l'instrument, ils sont directement corrigés ou estimés pendant les traitements suivant les dernières recommandations de l'AWG (Analysis Working Group) de l'ILRS.

Enfin, en ce qui concerne la paramétrisation des calculs d'orbites, celle-ci dépend de la technique considérée.

Pour la technique DORIS, j'ai calculé des arcs d'orbites de 30 heures en tronquant 3 heures au début et à la fin de chaque arc afin de réduire l'effet de bord. En effet, l'absence de mesures avant le début et après la fin d'un arc ne permet pas de contraindre de manière similaire l'orbite aux extrémités et au centre de l'arc. Les paramètres orbitaux estimés comprennent les position et vitesse initiales de chaque satellite par arc, un facteur multiplicatif de la pression de radiation solaire par arc et par satellite, un facteur estimé toutes les quatre heures par satellite, multiplicatif de la force de frottement, et des accélérations empiriques de Hill, à savoir deux coefficients (sinus et cosinus) à la période orbitale dans la direction normale au mouvement du satellite ainsi que dans la direction tangentielle. Il faut souligner la légère différence avec le centre d'analyse IDS LCA-CNES/CLS qui estime des arcs d'orbites compris entre une durée de un jour à trois jours et demi selon la réalisation ou non de manœuvres sur les satellites. J'ai préféré estimer des arcs d'orbites de 30 heures, ce qui homogénéise le traitement et permet de diminuer les problèmes liés aux manœuvres nécessaires pour maintenir ces satellites bas en orbite [Willis, P., communication personnelle, 2009].

Pour la technique GPS, le calcul des orbites a nécessité plusieurs étapes en raison du traitement par sous-réseaux utilisé. En effet, les orbites des satellites GPS doivent être communes à chaque traitement par sous-réseaux. On souhaite également obtenir des orbites qui soient de meilleure qualité que celles obtenues par le calcul pour un unique sous-réseau de stations. Pour cela, on réalise dans un premier temps un calcul d'orbites par arcs de 48 heures, en tronquant 12 heures au début et à la fin de chaque arc, par satellite et par sous-réseau. Ensuite, on combine les arcs calculés pour chaque sous-réseau avec une approche similaire à celle réalisée pour la combinaison des orbites IGS grâce à un logiciel que j'ai développé. Pour plus de détails sur cette combinaison d'orbites et l'obtention des équations d'observations de la technique GPS, on pourra se référer à l'annexe D. Le tableau 1.2 présente, sur la période du 09 janvier au 19 mars 2005, les valeurs médianes des RMS 3D des résidus, estimés par jour et par satellite après estimation d'une similitude à sept paramètres, entre les coordonnées des satellites estimées grâce aux mesures des stations de chaque sous-réseau et les coordonnées des satellites issues de la combinaison de l'IGS, ainsi qu'entre les coordonnées des satellites issues de mes orbites combinées et celles issues de la combinaison de l'IGS.

PRN du satellite	RMS 3D				
	Réseau 1	Réseau 2	Réseau 3	Réseau 4	Combinaison
01	0.020	0.021	0.021	0.022	0.016
02	0.028	0.030	0.032	0.033	0.026
03	0.024	0.029	0.022	0.026	0.021
04	0.021	0.028	0.029	0.029	0.021
05	0.023	0.029	0.029	0.027	0.021
06	0.019	0.023	0.026	0.021	0.018
08	0.023	0.036	0.028	0.034	0.024
09	0.026	0.029	0.027	0.028	0.021
10	0.029	0.030	0.032	0.027	0.024
11	0.037	0.043	0.037	0.044	0.036
13	0.029	0.034	0.033	0.032	0.028
14	0.031	0.028	0.028	0.029	0.025
15	0.023	0.025	0.025	0.027	0.021
16	0.030	0.031	0.029	0.029	0.026
17	0.031	0.028	0.033	0.028	0.026
18	0.025	0.026	0.027	0.028	0.023
19	0.029	0.032	0.030	0.032	0.027
20	0.025	0.035	0.030	0.028	0.025
21	0.030	0.027	0.030	0.032	0.027
22	0.026	0.026	0.025	0.027	0.022
23	0.026	0.032	0.027	0.032	0.025
24	0.021	0.031	0.027	0.029	0.020
25	0.021	0.022	0.022	0.023	0.017
26	0.041	0.043	0.043	0.038	0.035
27	0.019	0.031	0.024	0.031	0.020
28	0.035	0.054	0.038	0.035	0.034
29	0.069	0.067	0.070	0.067	0.063
30	0.023	0.022	0.025	0.024	0.019

TAB. 1.2 – Valeurs médianes des RMS 3D des résidus, estimés par jour et par satellite après estimation d’une similitude à sept paramètres, entre les coordonnées des satellites estimées grâce aux mesures des stations de chaque sous-réseau et les coordonnées des satellites issues de la combinaison de l’IGS, ainsi qu’entre les coordonnées des satellites issues de mes orbites combinées et celles issues de la combinaison de l’IGS. Ces résultats sont présentés satellite par satellite sur la période du 09 janvier au 19 mars 2005. Le numéro PRN, relié au code pseudo-aléatoire (PseudoRandom Noise) qu’émet chaque satellite, permet d’identifier les satellites GPS (voir [Xu, 2003] pour plus de détails).

On constate que presque systématiquement (26 orbites sur 28 dans cet exemple), les orbites combinées présentent des RMS 3D plus faibles que les orbites des sous-réseaux. Cette réduction est loin d’être négligeable puisque la valeur médiane des RMS 3D peut diminuer de plus de 25% dans certains cas entre l’orbite combinée et l’orbite obtenue par le traitement des mesures d’un seul sous-réseau de stations. Dans les deux seuls cas où l’orbite combinée présente un RMS 3D plus important que celui obtenu par une orbite issue du traitement des mesures d’un seul sous-réseau, on constate que la différence sur la valeur médiane des RMS 3D est très faible (1 mm maximum ici). La combinaison d’orbites estimées par le logiciel GINS sur quatre sous-réseaux

donne donc des résultats satisfaisants.

Concernant les paramètres estimés, la modélisation est là même que celle adoptée par le centre d'analyse IGS CNES/CLS. Ces paramètres comprennent les position et vitesse initiales de chaque satellite par arc ainsi que six autres paramètres (Un facteur multiplicatif de la force de pression de radiation solaire et, selon les axes définis dans [Beutler et al., 1994], un paramètre constant dans la direction Y et deux termes périodiques (sinus et cosinus) dans la direction X et dans la direction D).

Pour la technique SLR, l'approche est identique à celle adoptée par le centre d'analyse ILRS GRGS. J'ai calculé des arcs d'orbites de 9 jours en tronquant une journée au début et à la fin de chaque arc. Les paramètres orbitaux estimés comprennent les position et vitesse initiales de chaque satellite par arc, un facteur multiplicatif de la pression de radiation solaire par arc et par satellite ainsi que des accélérations empiriques de Hill, à savoir un biais et deux coefficients (sinus et cosinus) à la période orbitale dans la direction normale du mouvement du satellite et deux coefficients (sinus et cosinus) à la période orbitale dans la direction tangentielle.

Je vais maintenant présenter les résultats de ces traitements.

1.1.3 Analyses des solutions individuelles

Pour toutes les techniques satellitaires, j'ai effectué des calculs hebdomadaires avec estimation de positions de stations à la date milieu de la semaine considérée et d'EOP⁴ journaliers à 12h UTC, des paramètres orbitaux, des délais troposphériques zénithaux, et des différents biais (biais en fréquence pour les calculs concernant la technique DORIS et biais en distance pour les calculs concernant la technique SLR).

La technique VLBI a, quant à elle, nécessité deux traitements distincts. Dans un premier temps, afin de pouvoir comparer les résultats du traitement des données VLBI réalisé grâce au logiciel GINS aux résultats fournis par différents centres d'analyses de l'IVS, les traitements des sessions journalières et intensives ont été réalisés comme suit. J'ai effectué des calculs journaliers à partir des mesures des sessions IVS-R1 et IVS-R4, avec estimation de positions de stations et d'EOP journaliers (coordonnées du pôle, Temps Universel UT et écarts au pôle céleste), des délais troposphériques zénithaux et des biais d'horloges (on appellera ce traitement et les solutions de celui-ci "syrte-lareg VLBI J"). Lors du traitement des sessions XU et XK, les positions de stations et les EOP à l'exception du UT sont fixés à leurs valeurs a priori (traitement "syrte-lareg VLBI int."). Dans un second temps, un calcul combiné des mesures des quatre sessions a été réalisé (traitement "syrte-lareg VLBI"), ceci afin de pouvoir comparer ultérieurement ces résultats aux résultats de la combinaison multi-techniques. Pour ce calcul combiné, on estime les positions de stations hebdomadaires, les délais troposphériques zénithaux, les biais d'horloges et les EOP (coordonnées du pôle et UT). Bien que toutes les combinaisons multi-techniques réalisées dans la suite fournissent des EOP estimés à 12h UTC, le calcul combiné "syrte-lareg VLBI" réalisé ici est différent. En effet, les coordonnées du pôle ne peuvent être estimées que les jours où l'on dispose des observations des sessions journalières. Les sessions intensives, dont le rôle est de permettre l'estimation du UT, ne sont pas réalisées avec suffisamment d'antennes pour pouvoir estimer ces coordonnées. De ce fait, et comme les sessions journalières se déroulent sur deux jours (de 18h le jour J à 18h le jour J+1 par exemple), les coordonnées du pôle sont estimées au milieu de ces sessions journalières (à 6h le jour J+1 pour l'exemple précédent). De

⁴Les EOP estimés correspondent uniquement aux coordonnées du pôle pour le traitement individuel des techniques satellitaires, les autres EOP étant fixés à leurs valeurs a priori.

même, le UT a été ré-échantillonné. En effet, outre le fait que les sessions journalières soient réalisées sur deux jours, les sessions intensives, qui sont des sessions de mesures d'une heure, ne sont pas réalisées entre 11h30 et 12h30. De ce fait, la date d'estimation du UT sera la date milieu des observations. La figure 1.9 présente un exemple de l'échantillonnage des EOP.

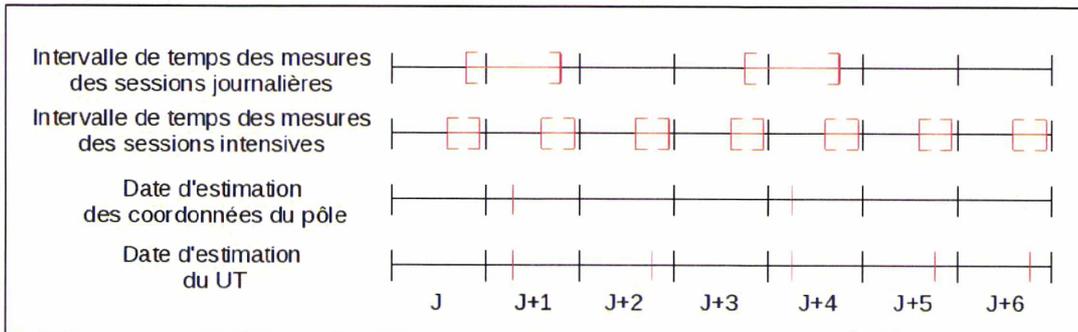


FIG. 1.9 – Échantillonnage des EOP selon les époques des mesures des différentes sessions du VLBI.

Pour chaque technique, les solutions sont comparées aux solutions de différents centres d'analyses de l'IDS, l'IGS, l'ILRS et l'IVS. Ces comparaisons sont réalisées pour l'année de données pour laquelle la combinaison est effectuée. Cependant, afin de permettre la comparaison de ces solutions individuelles avec les différents tests réalisés par la suite pour la combinaison des observations (tests réalisés sur une période de dix semaines entre le 9 janvier 2005 et le 19 mars 2005), je présenterai également des statistiques restreintes à cette même période.

La comparaison des solutions se fait sous trois angles distincts :

- L'étude des repères sous-jacents à chaque solution par l'estimation de paramètres de transformation entre les solutions et une solution de référence (cf annexe A).
- L'étude de la qualité du positionnement des stations.
- L'étude de la série temporelle des EOP.

L'intérêt de cette analyse est double. En effet, il faut tout d'abord vérifier que le traitement des données de chaque technique individuelle réalisé fournit des résultats comparables à ceux obtenus par les différents centres d'analyses des services des techniques avant de pouvoir envisager de réaliser une combinaison. Ensuite, ces résultats fourniront une base de comparaison avec ceux obtenus par les différentes approches de combinaisons au niveau des observations que je présenterai par la suite.

Critères statistiques Le tableau 1.3 récapitule les différents indicateurs statistiques utilisés pour analyser les résultats exprimés sous forme de séries temporelles. Ces différents critères seront utilisés par la suite pour juger de la qualité des solutions des différents calculs réalisés, que ce soient des calculs individuels ou des combinaisons.

Moyenne pondérée	\bar{x}^w	$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}$
Erreur formelle de la moyenne pondérée sous hypothèse d'indépendance des (x_i)	$\sigma_{\bar{x}^w}$	$\frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}}$
Écart-type pondéré	$\sigma^w(x)$	$\sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x}^w)^2}{\sigma_i^2}}{n-1 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}}$
RMS pondéré (WRMS)	$WRMS(x)$	$\sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}}{n-1 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}}$

TAB. 1.3 – Critères statistiques utilisés pour évaluer la qualité d'une série temporelle (x_i) , $1 \leq i \leq n$, d'écart-types associés (σ_i) , $1 \leq i \leq n$.

Ces critères sont utilisés sur des séries de valeurs qui sont des appoints à différents modèles ou produits (appoints des coordonnées de stations par rapport à l'ITRF par exemple). Ainsi, la moyenne permet de déterminer s'il existe un biais entre ceux-ci, l'écart-type permet de juger de la stabilité des appoints autour de la moyenne et le WRMS permet de synthétiser ces deux informations. Prenons le cas des positions de stations. En règle général, plus les moyennes, écarts-types et RMS de coordonnées de stations estimées sont faibles par rapport à l'ITRF, meilleure est le traitement qui a permis d'aboutir à ce résultat. Il faut toutefois souligner que cette affirmation n'est pas forcément exacte. En effet, reprenons toujours le cas des coordonnées de stations. Si le traitement que l'on cherche à évaluer ne tient pas compte de certains phénomènes (effets de surcharges hydrologiques, atmosphériques, etc.), il faut retrouver les perturbations qu'entraînent ces phénomènes sur les coordonnées de stations. Imaginons que la non prise en compte de ces phénomènes entraîne normalement l'apparition d'un signal annuel de forte amplitude sur les coordonnées de stations. Un traitement réalisé sur trois mois doit faire apparaître un biais important lié à ce signal annuel sur les appoints des positions de stations. Si un deuxième traitement sur la même période aboutit à une valeur faible de ce biais, ce traitement aboutit alors à des solutions en terme de coordonnées de stations de moins bonnes qualités que le précédent. Ainsi, il faut être vigilant sur l'interprétation que l'on peut faire de ces critères statistiques.

DORIS Je présente ici les résultats obtenus lors du traitement des données de la technique DORIS par différents centres d'analyses (CA) de l'IDS et par mon traitement (noté "syrte-lareg DORIS"). Seules les solutions des CA qui ont été incluses dans la combinaison ids 3 de l'IDS [Valette et al., 2010], utilisée pour le calcul de l'ITRF2008, ont été choisies. Les sept solutions utilisées sont donc la solution esa wd03 du CA ESA (ESA/ ESOC) en Allemagne, la solution gau wd08 du CA GAU (Geoscience Australia) en Australie, la solution gsc wd10 du CA GSC

(GSFC) aux États-Unis, la solution ign wd08 du CA IGN (IGN/IPGP) en France, la solution ina wd06 du CA INA (INASAN) en Russie, la solution gop wd31 du CA GOP (Geodetic Observatory of Pecny) en République tchèque, et la solution lca wd24 du CA LCA (CNES/CLS) en France.

Ces résultats sont comparés à l'ITRF2008. Dans un premier temps, une similitude à sept paramètres (translations, facteur d'échelle et rotations) est estimée par semaine entre les différentes solutions et l'ITRF2008. Le tableau 1.4 présente les WRMS des translations et des facteurs d'échelle estimés.

Solution	Tx	Ty	Tz	D
esa wd03	8.4	5.4	18.4	0.7
gau wd08	4.8	6.3	18.0	1.5
gsc wd10	6.4	9.8	6.1	0.3
ign wd08	8.6	8.9	30.8	0.4
ina wd06	10.2	13.9	33.5	0.4
gop wd31	6.3	7.9	32.4	0.6
lca wd24	7.1	4.3	26.2	0.6
syrtelareg DORIS	9.6	7.2	29.7	0.7

TAB. 1.4 – WRMS des translations (en mm) et des facteurs d'échelles (en ppb) hebdomadaires estimés entre les solutions de différents centres d'analyse de l'IDS et la solution "syrtelareg DORIS" et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

On peut constater qu'en terme de paramètres de transformation, la solution syrtelareg DORIS est dans la moyenne des CA. On observe en outre un WRMS sur le Tz qui varie fortement suivant le CA étudié. Cela a également été observé lors du calcul de la combinaison ids 3 de l'IDS, bien que de récentes améliorations apportées à la modélisation de la pression de radiation solaire aient sensiblement diminué l'amplitude du signal annuel présent dans les séries temporelles de cette composante. En effet, [Gobinddass et al., 2009] ont montré que des erreurs de modélisation sur la pression de radiation solaire impactent sensiblement le Tz des solutions DORIS et ont notamment proposé de fixer le paramètre multiplicatif de la force de radiation solaire lors des estimations, la valeur de ce paramètre correspondant alors à une moyenne des estimations de ce paramètre réalisées dans un calcul préliminaire.

En ce qui concerne les stations, le tableau 1.5 présente les valeurs médianes des WRMS des résidus sur les composantes Est, Nord, et verticale (E,N, et U) des stations après estimation de la similitude précédente.

Solution	E	N	U
esa wd03	14.8	24.0	17.4
gau wd08	23.4	48.2	27.9
gsc wd10	10.3	11.3	10.6
ign wd08	15.6	29.7	16.6
ina wd06	20.3	30.1	20.1
gop wd31	18.4	24.7	16.0
lca wd24	15.2	29.6	16.7
syrte-lareg DORIS	20.5	28.7	20.1

TAB. 1.5 – Valeurs médianes des WRMS des résidus (en mm) sur les positions de stations par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions de différents centres d’analyse de l’IDS et la solution syrte-lareg DORIS et l’ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

En terme de WRMS des résidus de positions, on observe également une grande variabilité selon les CA et les composantes. Cependant il est surprenant d’observer une différence importante entre ma solution et celle du centre d’analyse LCA. En effet, j’utilise le même logiciel et la même modélisation que ce centre. Les seules différences se situent sur la durée d’intégration des arcs d’orbites (30 heures dans mon cas et de 1 à 3,5 jours pour le centre d’analyse LCA), la prise en compte des mesures du satellite Jason 1 dans ma solution et l’utilisation comme valeurs a priori des positions de stations de l’ITRF2005 dans mon cas au lieu de DPOD2005 pour le CA LCA. Après comparaison entre les différentes solutions existantes fournies par le centre LCA, on observe les mêmes différences en terme de WRMS entre la solution wd18 (WRMS proche de ceux obtenus par ma solution) et la solution wd20, proche de la solution wd24. Ces différences sont liées au choix des valeurs a priori des positions de stations, ITRF2005 pour la solution wd18 et DPOD2005 pour wd20. En effet, ce changement est la seule différence de traitement entre ces deux solutions.

Enfin, le tableau 1.6 présente les WRMS des résidus des coordonnées du pôle après correction des rotations estimées entre les solutions de différents centres d’analyse de l’IDS et la solution syrte-lareg DORIS et l’ITRF2008. Les valeurs obtenues pour la solution ina wd06 étant visiblement aberrantes et sans doute à relier à un problème dans la lecture des fichiers de solutions de ce CA, elles ne sont pas indiquées.

On constate d’importantes variations de ces WRMS selon le CA (variation de plusieurs centaines de μs entre les différentes solutions analysées). Là encore, une différence importante entre la solution syrte-lareg DORIS et celle du centre d’analyse LCA est visible. Cette différence peut s’expliquer par la méthode de calcul des EOP. En effet, les EOP ne sont pas modélisés par une constante sur un certain laps de temps mais par un processus continu (la ligne brisée) dans la solution LCA ⁵, ce qui n’est pas le cas de ma solution. De ce fait, un EOP estimé au jour J dans la solution LCA est relié aux EOP estimés au jour J-1 et J+1. Les résultats sont donc naturellement plus lisse que si chaque EOP est estimé indépendamment.

⁵Pour plus de détails sur l’estimation des EOP par le CA LCA, voir ftp://cd-dis.gsfc.nasa.gov/doris/products/sinex_series/lca.snex_series.readme

Solution	Xp	Yp
esa wd03	287	330
gau wd08	464	496
gsc wd10	301	386
ign wd08	668	450
gop wd31	802	953
lca wd24	422	325
syrte-lareg DORIS	665	548

TAB. 1.6 – WRMS des résidus des coordonnées du pôle (en μs), par rapport à la série IERS 05 C04, des solutions de différents centres d'analyse de l'IDS et de la solution "syrte-lareg DORIS", corrigées des rotations estimées par les similitudes hebdomadaires entre les solutions de ces centres d'analyse et la solution "syrte-lareg DORIS" et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

On a donc vu que les solutions DORIS des différents CA présentent des différences notables (pouvant atteindre un centimètre) sur les WRMS des résidus de positions de stations ainsi que sur les WRMS des résidus de coordonnées du pôle (pouvant atteindre quelques centaines de μs). Ma solution, bien que n'atteignant pas la qualité de celles des meilleurs centres d'analyses, présente toutefois des résultats satisfaisants.

GPS Je présente ici les résultats obtenus lors du traitement des données de la technique GPS par différents centres d'analyses (CA) de l'IGS et par mon traitement (noté "syrte-lareg GPS"). Les solutions des CA ESA en Allemagne, EMR au Canada, GFZ en Allemagne, CODE en Suisse et MIT aux États-Unis sont étudiées. Ces solutions sont des solutions réanalysées utilisées pour la détermination de la solution combinée de l'IGS intervenant dans le calcul de l'ITRF2008 [Collilieux et al., 2010a].

Ces résultats sont comparés à l'ITRF2008 pour ce qui concerne les positions de stations et les paramètres de transformations et à la série IERS 05 C04 pour ce qui concerne les EOP.

Dans un premier temps, une similitude à sept paramètres est estimée par semaine entre les différentes solutions et l'ITRF2008. Le tableau 1.7 présente les WRMS des translations et des facteurs d'échelle estimés.

Solution	Tx	Ty	Tz	D
esa	3.6	6.0	9.4	1.4
emr	5.2	7.3	10.6	1.2
gfz	2.5	1.1	6.5	1.3
code	1.9	0.9	6.2	1.1
mit	3.7	3.8	12.3	1.4
syrte-lareg GPS	5.3	7.8	10.0	1.1

TAB. 1.7 – WRMS des translations (en mm) et des facteurs d'échelles (en ppb) hebdomadaires estimés entre les solutions de différents centres d'analyse de l'IGS et la solution "syrte-lareg GPS" et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

On peut noter des variations importantes du WRMS des translations selon les solutions, variations à relier principalement aux différences de modélisation des orbites lors des traitements [Collilieux et al., 2010a]. Le WRMS des facteurs d'échelles provient d'un biais d'échelle d'environ 1.2 ppb entre chaque solution et l'ITRF2008. Ce biais provient de la manière dont ont été étalonnés les modèles d'antennes embarquées sur les satellites GPS.

Une fois ces paramètres de transformations estimés, on peut s'intéresser à la qualité du positionnement des stations obtenu pour chaque solution. Pour cela, regardons les valeurs médianes des WRMS des résidus sur les positions de stations après estimation des similitudes hebdomadaires entre les différentes solutions et l'ITRF2008 (tableau 1.8). Ces valeurs médianes ont été calculées soit sur l'ensemble des stations utilisées lors des traitements, soit sur le réseau des stations communes à l'ensemble des traitements. En effet, chaque solution a été estimée avec plus ou moins de stations sur la période considérée (de 121 stations pour la solution du CA EMR à 311 pour celle du MIT). Afin de pouvoir comparer plus rigoureusement les différentes solutions, j'ai donc également calculé les statistiques présentées sur le réseau de stations communes à l'ensemble des solutions, ce qui correspond à un réseau de 95 stations sur la période.

Solution	E	N	U
esa	2.7/2.9	2.7/3.1	5.3/5.8
emr	3.6/3.6	3.0/3.1	5.5/6.0
gfz	1.8/1.8	2.2/2.3	4.6/4.9
code	1.5/1.5	1.5/1.6	4.1/4.2
mit	2.1/2.2	1.8/1.9	4.4/4.6
syrte-lareg GPS	3.2/3.2	2.7/2.9	6.4/6.5

TAB. 1.8 – Valeurs médianes des WRMS des résidus (en mm) sur les positions de stations par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions de différents centres d'analyse de l'IGS et la solution "syrte-lareg GPS" et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006. Valeurs sur l'ensemble des stations utilisées dans la solution / Valeurs sur le réseau des stations communes à toutes les solutions.

On constate bien des WRMS plus faibles pour les composantes horizontales que pour les composantes verticales, quelle que soit la solution étudiée. Si on regarde ma solution "syrte-lareg GPS", on observe des WRMS sur les composantes horizontales du même niveau que ceux des CA, et une composante verticale légèrement plus forte, notamment en comparaison des solutions des CA CODE, MIT et GFZ. Or, ce sont ces solutions qui présentent soit un échantillonnage de mesures plus faible que les autres CA, soit un choix de l'angle de coupure plus faible lors du traitement des données. Au vu des caractéristiques de mon traitement (échantillonnage de 10 min et angle de coupure à 10 degrés), les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants. Pour comparaison, le traitement du CA CODE prend en compte un échantillonnage des mesures de 3 minutes et un angle de coupure de 3 degrés, ce qui explique le meilleur comportement des composantes verticales des stations lors de ce traitement par rapport aux autres CA et à ma solution.

Le tableau 1.9 présente les WRMS des résidus des coordonnées du pôle des solutions de différents CA de l'IGS et de la solution syrte-lareg GPS, par rapport à la série IERS 05 C04.

Solution	Xp	Yp
esa	88	54
emr	52	71
gfz	68	52
code	80	88
mit	61	62
syrte-lareg GPS	71	64

TAB. 1.9 – WRMS des résidus des coordonnées du pôle (en μs), par rapport à la série IERS 05 C04, des solutions de différents centres d'analyse de l'IGS et de la solution "syrte-lareg GPS", corrigées des rotations estimées lors du calcul des similitudes hebdomadaires entre les solutions de ces CA et la solution "syrte-lareg GPS" et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

On peut voir que ma solution présente, en ce qui concerne le pôle, des résultats dans la moyenne de ceux des CA .

Nous avons donc vérifié que les résultats obtenus pour ma solution "syrte-lareg GPS" sont comparables à ceux des différents CA.

SLR Ma solution (notée "syrte-lareg SLR") issue du traitement individuel des données de la technique SLR est comparée ici à plusieurs solutions des CA de l'ILRS. Ces solutions sont celles intervenant dans le calcul de la solution combinée *ilrsa v24* ayant été utilisée dans le calcul de l'ITRF2008. Les solutions concernées sont donc : la solution *asi v23* du CA ASI en Italie, la solution *dgfi v24* du CA DGFI en Allemagne, la solution *ga v22* du CA GA en Australie, la solution *gfz v23* du CA GFZ en Allemagne, la solution *grgs v24* du CA GRGS en France, la solution *jcet v23* du CA JCET/GSFC aux États-Unis et la solution *nsgf v24* du CA NSGF en Angleterre. Comme pour les techniques précédentes, je présente les WRMS des paramètres de transformation entre les différentes solutions et l'ITRF2008 (tableau 1.10), les valeurs médianes des WRMS des résidus de positions sur les trois composantes E, N et U (tableau 1.11) ainsi que les WRMS des résidus des coordonnées du pôle (tableau 1.12). En ce qui concerne les valeurs médianes des WRMS des résidus de positions, celles-ci sont calculées soit sur tout le réseau, soit uniquement sur le réseau de core stations de l'ILRS ⁶.

⁶Réseau de stations conseillé par l'AWG de ILRS pour assurer le référencement des EOP. Ces stations répondent à certains critères spécifiques. Sur l'année 2005, ce réseau comprend 14 stations. Pour plus de détails, on pourra se référer au site Internet de l'ILRS : <http://ilrs.gsfc.nasa.gov>

Solution	Tx	Ty	Tz	D
asi v23	4.8	2.9	8.2	1.1
dgfi v24	6.8	5.0	10.2	1.1
ga v22	5.5	3.4	8.5	0.7
gfz v23	4.3	3.3	8.5	1.1
grgs v24	4.6	3.8	5.6	1.1
jcet v23	5.2	3.5	6.9	0.6
ngsf v24	5.5	6.4	18.4	1.1
syrte-lareg SLR	4.1	3.7	5.8	0.8

TAB. 1.10 – WRMS des translations (en mm) et des facteurs d'échelles (en ppb) hebdomadaires entre les solutions de différents centres d'analyse de l'ILRS et la solution "syrte-lareg SLR" et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

Solution	E	N	U
asi v23	9.3 / 5.6	11.2 / 7.9	8.5 / 6.3
dgfi v24	12.5 / 8.3	14.4 / 11.8	10.1 / 7.8
ga v22	11.1 / 7.3	12.5 / 8.3	12.8 / 6.9
gfz v23	9.9 / 6.8	11.4 / 7.9	9.3 / 7.9
grgs v24	8.0 / 5.7	8.1 / 5.2	7.5 / 6.2
jcet v23	13.0 / 10.4	16.0 / 13.4	16.6 / 5.3
ngsf v24	16.2 / 10.1	17.6 / 13.7	18.2 / 10.1
syrte-lareg SLR	8.8 / 6.5	9.8 / 7.1	7.5 / 5.3

TAB. 1.11 – Valeurs médianes des WRMS des résidus (en mm) sur les positions de stations par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions de différents centres d'analyse de l'ILRS et la solution "syrte-lareg SLR" et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006. Les deux valeurs correspondent à un calcul sur l'ensemble du réseau de stations et un calcul sur les core stations de l'ILRS uniquement.

Solution	Xp	Yp
asi v23	209	257
dgfi v24	309	302
ga v22	261	263
gfz v23	288	338
grgs v24	177	181
jcet v23	424	508
nsgf v24	679	507
syrte-lareg SLR	187	236

TAB. 1.12 – WRMS des résidus des coordonnées du pôle (en μas), par rapport à la série IERS 05 C04, des solutions de différents centres d'analyse de l'ILRS et de la solution "syrte-lareg SLR", corrigées des rotations estimées lors du calcul des similitudes hebdomadaires entre les solutions de ces centres d'analyse et la solution "syrte-lareg SLR" et la solution combinée *ilrsa v24*, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

Que ce soit au niveau des paramètres de transformation, des coordonnées de stations ou des coordonnées du pôle, la solution *syrte-lareg SLR* fournit des résultats tout à fait comparables à ceux des différents centres d'analyse.

VLBI Dans un premier temps, je m'intéresse au positionnement des antennes VLBI. Pour évaluer la qualité de mon traitement, je compare les solutions des traitements des sessions IVS-R1 et IVS-R4 des CA GSFC aux États-Unis, BKG en Allemagne et USNO aux États-Unis, et celle issue de mon traitement, notée "syrte-lareg VLBI J". Le tableau 1.13 présente les valeurs médianes des WRMS des résidus sur les positions de stations après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions de différents centres d'analyse de l'IVS et la solution "syrte-lareg VLBI J" et l'ITRF2008. Concernant les facteurs d'échelle estimés, on observe des valeurs similaires des WRMS, de 0.9 ppb pour les solutions des CA et de 1.0 ppb pour la solution *syrte-lareg VLBI J*.

Solution	E	N	U
gsfc	3.0	3.6	8.9
bkg	2.4	2.9	7.6
usno	3.2	3.3	9.1
syrte-lareg VLBI J	3.0	4.0	10.8

TAB. 1.13 – Valeurs médianes des WRMS des résidus (en mm) sur les positions de stations par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions de différents centres d'analyse de l'IVS et la solution "syrte-lareg VLBI J" et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

On constate principalement un WRMS sur la composante verticale des positions de stations plus élevé pour ma solution. Cela peut s'expliquer par le fait qu'à l'heure actuelle, le logiciel GINS ne permet pas encore de prendre en compte le modèle officiel de déformation thermique des antennes de la technique VLBI. Or, ce modèle influe essentiellement sur la position verticale des stations et sur la détermination de l'échelle du repère réalisé par les coordonnées d'antennes VLBI (cf. [Collilieux, 2008]).

Intéressons-nous maintenant aux EOP. Le tableau 1.14 fournit les valeurs moyennes et écarts-types pondérés des résidus des EOP par rapport à la série IERS 05 C04 des solutions des CA cités précédemment et de ma solution. Les solutions des traitements des sessions IVS-R1 et IVS-R4, qui permettent la détermination des coordonnées du pôle et du UT sont étudiées, ainsi que celles des sessions intensives pour la détermination du UT (on fera référence à ces solutions par l'intermédiaire de l'abréviation "int."). En plus de la solution de mon traitement journalier des sessions IVS-R1 et IVS-R4 "syrte-lareg VLBI J" et de mon traitement des sessions intensives "syrte-lareg VLBI int.", je présente également les résultats obtenus par la combinaison des sessions intensives et journalières, noté "syrte-lareg VLBI". J'ai préféré présenter ici les moyennes et écarts-types plutôt que les WRMS car j'ai constaté l'existence de légers biais entre les solutions.

Solution	Xp (μas)	Yp (μas)	UT (μs)	dX (μas)	dY (μas)
gsfc	13 \pm 134	-21 \pm 139	0 \pm 5	-33 \pm 46	12 \pm 63
gsfc int.			1 \pm 12		
bkg	27 \pm 152	-20 \pm 165	1 \pm 6	-40 \pm 92	73 \pm 97
bkg int.			8 \pm 12		
usno	-4 \pm 158	-36 \pm 176	-2 \pm 5	-20 \pm 63	25 \pm 61
usno int.			-1 \pm 14		
syrte-lareg VLBI J	-1 \pm 161	-52 \pm 169	4 \pm 6	-19 \pm 79	-6 \pm 97
syrte-lareg VLBI int.			7 \pm 13		
syrte-lareg VLBI	62 \pm 178	-96 \pm 165	4 \pm 11		

TAB. 1.14 – Valeurs moyennes pondérées et écarts-types pondérés des résidus des EOP par rapport à la série IERS 05 C04 fournis par les solutions de divers centres d'analyses de l'IVS et par la solution syrte-lareg VLBI, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

On observe des résultats équivalents que ce soit pour les coordonnées du pôle ou le UT entre les différentes solutions des traitements des sessions journalières et entre les différentes solutions des traitements des sessions intensives. Les solutions des traitements des sessions IVS-R1 et IVS-R4, en ce qui concerne les EOP, présentent le même niveau d'accord avec la série IERS 05 C04, les solutions des traitements des sessions intensives également.

On peut en outre constater un écart-type sensiblement plus grand pour les résidus de UT issus des traitements intensifs par rapport à ceux issus des traitements des sessions IVS-R1 et IVS-R4, ce qui est cohérent puisque beaucoup moins de mesures sont réalisées lors des sessions intensives que lors des sessions journalières. Seule la combinaison hebdomadaire des sessions intensives et journalières présente des valeurs légèrement plus biaisées des résidus des coordonnées du pôle. Cela peut sans doute être mis en relation avec le fait que l'on n'estime pas d'écarts au pôle céleste dans la combinaison "syrte-lareg VLBI", à la différence des combinaisons journalières. Ces valeurs restent toutefois proches de celles des solutions des traitements journaliers. Pour le UT, on constate que la solution combinée se situe entre ma solution syrte-lareg VLBI J et syrte-lareg VLBI int. en terme d'écart-type, ce à quoi on pouvait s'attendre. En effet, la combinaison des sessions intensives et journalières permet d'obtenir des solutions du niveau de la solution "syrte-lareg VLBI J" pour les estimations du UT correspondantes aux jours des sessions journalières. Cependant, les mesures des sessions journalières n'apportent pas de mesures supplémentaires pour estimer le UT durant les jours où ces sessions n'existent pas. De ce fait, la solution du UT à ces époques est proche de la solution "syrte-lareg VLBI int."

Enfin, concernant les écarts dX et dY au pôle céleste, on observe que les solutions des CA

USNO et GSFC ont des écarts-types plus faible par rapport à la série IERS 05 C04 que la série du centre d'analyse BKG ou la série syrte-lareg VLBI J. Cela est à relier au poids des solutions des CA dans le calcul de la série IERS 05 C04. En effet, la solution du CA BKG intervient avec un poids inférieur dans le calcul des séries dX et dY comparativement aux solutions des CA USNO et GSFC qui sont fortement pondérées dans le calcul des séries des écarts au pôle céleste et donc sont plus proche de la série combinée [Bizouard, C., communication personnelle, 2010].

On a donc constaté que les solutions des traitements syrte-lareg VLBI J et syrte-lareg VLBI int. sont proches des solutions des traitements des CA de l'IVS. Bien que n'atteignant pas encore la qualité des solutions des CA en ce qui concerne le positionnement vertical des stations, les estimations des EOP, et notamment celles du UT, sont de qualité équivalentes.

Statistiques des traitements sur trois mois Afin de pouvoir par la suite comparer les résultats des combinaisons réalisées sur trois mois de données avec les solutions individuelles, le tableau 1.15 présente les moyennes et les écarts-types pondérés des résidus journaliers des coordonnées du pôle et le cas échéant du UT par rapport à la série IERS 05 C04 des solutions syrte-lareg DORIS, syrte-lareg GPS, syrte-lareg SLR et syrte-lareg VLBI sur la période du 9 janvier au 19 mars 2005. Il montre également la moyenne et l'écart-type pondéré des translations (pour les techniques satellitaires) et facteurs d'échelles hebdomadaires entre ces solutions et l'ITRF2005.

	syrte-lareg DORIS		syrte-lareg GPS		syrte-lareg SLR		syrte-lareg VLBI	
	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$
Xp (μ as)	93	521	28	40	78	163	62	132
Yp (μ as)	-74	448	15	38	118	221	100	190
UT (μ s)	-	-	-	-	-	-	4	11
Tx (mm)	-1.9	3.9	-7.0	2.8	-3.9	3.9	-	-
Ty (mm)	10.1	7.4	-5.1	2.6	2.9	2.4	-	-
Tz (mm)	22.4	41.3	-6.4	4.6	0.1	4.1	-	-
D (ppb)	-1.4	0.4	-0.2	0.1	-3.0	0.4	-2.4	0.9

TAB. 1.15 – Moyennes et écarts-types pondérés des résidus journaliers des EOP des solutions syrte-lareg DORIS, syrte-lareg GPS, syrte-lareg SLR et syrte-lareg VLBI par rapport à la série IERS 05 C04, et moyenne et écarts-types pondéré des translations (pour les techniques satellitaires) et facteurs d'échelles hebdomadaires entre ces solutions et l'ITRF2005, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005.

On retrouve quelques résultats connus en examinant ce tableau. Ainsi, la solution présentant sur ces trois mois les moyennes et écarts-types pondérés des résidus de coordonnées du pôle les plus faibles est la solution GPS. Concernant l'origine des repères de ces solutions, c'est l'origine de la solution syrte-lareg SLR qui est la plus proche de celle de l'ITRF2005, ce qui est cohérent avec la manière dont est définie l'origine de l'ITRF2005. Le facteur d'échelle entre la solution syrte-lareg GPS et l'ITRF2005 est proche de zéro, ce qui est cohérent avec l'utilisation des modèles de centres de phase absolues pour les antennes des satellites GPS [Schmid et al., 2007]. Enfin, on constate également une différence d'échelle entre la solution syrte-lareg SLR et VLBI d'environ 0.6 ppb. Cette différence d'échelle a été mise en évidence lors du calcul de l'ITRF2005

[Altamimi et al., 2007].

Nous avons donc présenté rapidement les quatre techniques de géodésie spatiale qui nous intéressent ainsi que les traitements des observations de celles-ci. Ayant constaté que les solutions individuelles de ces traitements sont proches des solutions des différents centres d'analyses de l'IERS, nous allons maintenant pouvoir nous intéresser à la combinaison des observations de celles-ci.

1.2 Combinaison des techniques de géodésie spatiale

L'utilisation conjointe des différentes techniques de géodésie spatiale a ouvert la voie à l'amélioration des produits de la géodésie comme le positionnement de stations et le calcul des séries temporelles des EOP. Ainsi, l'ITRF est obtenu par combinaison des solutions issues du traitement des mesures des quatre techniques DORIS, GPS, SLR et VLBI présentées dans la section précédente [Altamimi et al., 2007]. De même, la série IERS 05 C04 est obtenue par combinaison de séries d'EOP provenant du traitement des données des techniques DORIS, GPS, SLR et VLBI ainsi que de la technique LLR [Bizouard & Gambis, 2009]. Dans un premier temps, nous allons voir pourquoi combiner les techniques est intéressant. Nous verrons ensuite en particulier quel est l'intérêt de combiner les techniques au niveau de leurs observations. Un état de l'art synthétique sur ce type de combinaison sera enfin présenté avant de soulever les problèmes relatifs aux repères terrestres issus de ce type de combinaison.

1.2.1 Pourquoi combiner les techniques ?

L'intérêt de disposer de plusieurs techniques d'observation provient de leur complémentarité. En effet, les mesures réalisées par les instruments des techniques de géodésie spatiale ont une sensibilité différente, selon la technique, aux divers phénomènes qui les affectent. Par exemple, les orbites des satellites embarquant des instruments de géodésie spatiale ayant des géométries très différentes (cf. figure 1.10), certains satellites seront plus sensibles à la force de frottement atmosphérique (cas des satellites orbitant à basse altitude comme les satellites SPOT, équipés de balises DORIS, et orbitant à une altitude d'environ 800 km) que d'autres (cas des satellites GPS par exemple, orbitant à une altitude d'environ 20000 km).

De plus, chaque technique possède des avantages et des inconvénients. Ainsi, la technique SLR, qui est une technique utilisant des longueurs d'ondes du domaine visible et du domaine IR, est peu sensible à la quantité de vapeur d'eau présente dans l'atmosphère à la différence des techniques radioélectriques que sont DORIS, GPS, et VLBI. Cette technique fournit également la meilleure précision et stabilité de l'origine du repère terrestre, ceci en raison de l'altitude et de la forme même des satellites LAGEOS qui minimisent l'impact des forces non gravitationnelles sur leur orbites et permettent une meilleure détection du centre des masses. Ce sont donc les solutions de cette technique qui permettent de définir l'origine du repère ITRF. Cependant, elle possède aussi des inconvénients comme le fait de ne permettre d'observer les satellites que par temps dégagé (du fait du lien optique) et de disposer d'un réseau de stations d'observations peu dense et mal réparti sur la Terre (cf. section 1.1). La technique VLBI, elle, est la seule technique permettant de déterminer le repère ICRF, ainsi que le Temps Universel et les écarts au pôle céleste. En effet, les techniques satellitaires ne permettent de déterminer que la dérivée temporelle du UT, appelée LOD (Length Of Day, longueur du jour) et les dérivées des écarts au pôle céleste. Par contre, de même que pour la technique SLR, les antennes VLBI sont peu nombreuses et principalement situées dans l'hémisphère Nord. La technique DORIS a le réseau le mieux réparti à la surface de la Terre, la technique GPS dispose du réseau de stations le

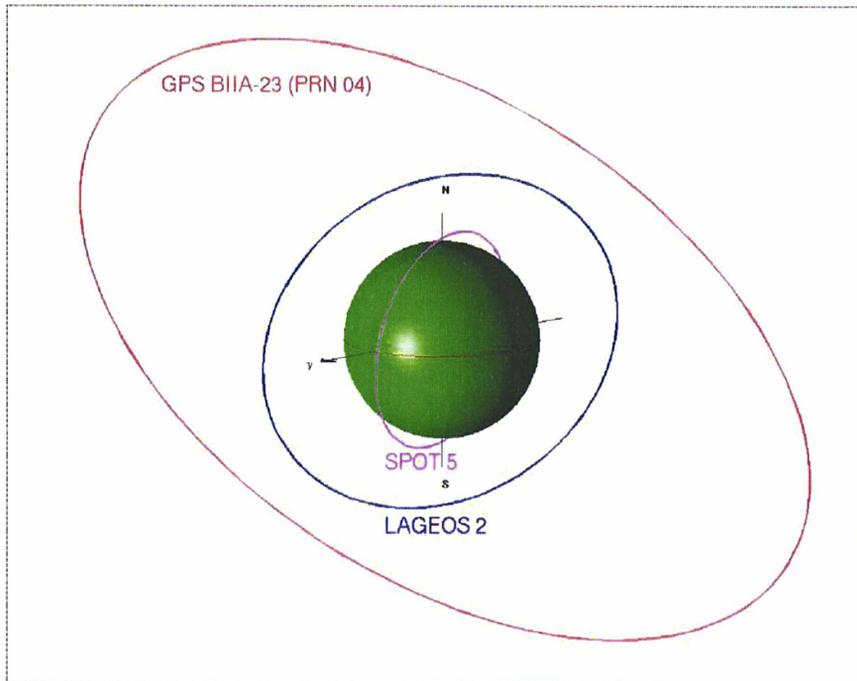


FIG. 1.10 – Représentation des orbites des satellites SPOT-5, LAGEOS 2, et d'un satellite de la constellation GPS.

plus dense et permet d'obtenir la meilleure précision en terme de coordonnées horizontales des stations (cf. section 1.1)... Il ne s'agit bien sûr pas ici d'être exhaustif sur les qualités et défauts de chaque technique mais juste d'illustrer leur complémentarité.

Enfin, on peut également souligner l'avantage d'utiliser plusieurs techniques pour détecter et réduire l'impact d'éventuelles erreurs systématiques (modèle spécifique à une technique erroné, instrument mal étalonné, etc.) dans les produits de géodésie spatiale.

Combiner les techniques a donc pour but de profiter des avantages et de la complémentarité des techniques à disposition pour obtenir les meilleures solutions possibles, tout en diminuant l'impact d'erreurs systématiques d'une technique sur les résultats.

Pour combiner les techniques, deux approches différentes peuvent être envisagées. En effet, il est possible soit de combiner des solutions individuelles, à savoir des résultats de traitements de données de techniques individuelles comme des positions de stations, des séries temporelles d'EOP, etc. (approche adoptée pour le calcul de l'ITRF [Altamimi et al., 2007]), soit de combiner directement les observations des techniques (voir figure 1.11). Par la suite, je parlerai respectivement de "combinaison au niveau des solutions" et de "combinaison au niveau des observations" ou "combinaison des mesures".

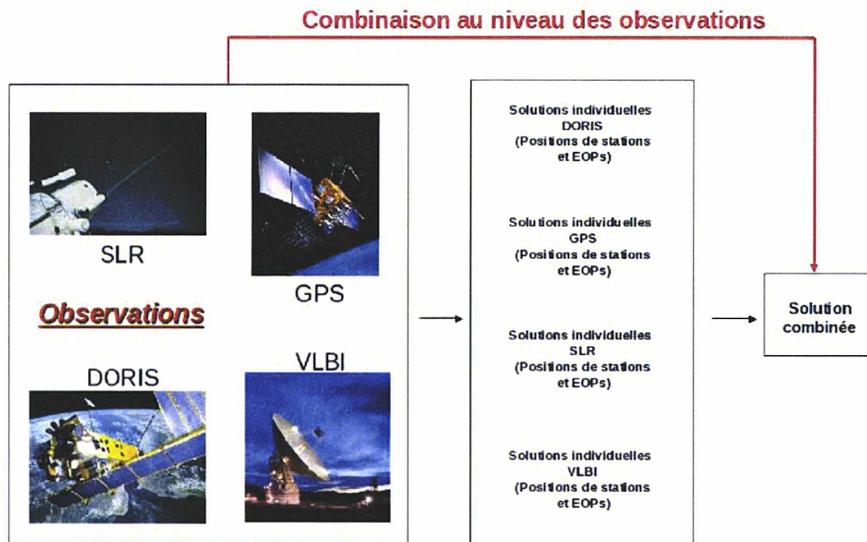


FIG. 1.11 – Illustration des deux approches possibles de combinaison des techniques DORIS, GPS, SLR, et VLBI. Les flèches noires schématisent les étapes de la combinaison au niveau des solutions, la flèche rouge celle au niveau des observations.

Ces deux types de combinaison possèdent leurs avantages et inconvénients. Celle qui va nous intéresser dans la suite est la combinaison au niveau des observations. Je vais donc présenter dans la section suivante pourquoi il est intéressant de combiner directement les mesures des techniques.

1.2.2 Pourquoi combiner les techniques de géodésie spatiale au niveau des observations ?

On peut voir différents avantages à combiner les techniques directement au niveau des observations. Le point le plus important est sans doute le fait que les mesures de chaque technique ont la possibilité d'influer sur le comportement des mesures des autres techniques. Ainsi, prenons le cas du paramètre UT. En théorie, seules les mesures de la technique VLBI permettent de l'estimer. En effet, en raison d'un couplage entre l'angle de rotation de la Terre sur elle-même et la longitude du nœud ascendant des orbites des satellites dans les signaux orbitaux, les techniques satellitaires ne peuvent le fournir. Dans une combinaison au niveau des observations cependant, le UT étant alors un paramètre commun aux techniques, les mesures de la technique VLBI fournissent des informations qui permettent de découpler ces deux éléments. Les mesures des techniques satellitaires vont donc pouvoir apporter des informations supplémentaires lors de l'estimation du UT [Thaller et al., 2007]. Si l'on veut pouvoir profiter des informations présentes dans les mesures des techniques satellitaires sur le UT dans une combinaison au niveau des solutions, l'approche qui semble la plus convaincante mathématiquement est de combiner le LOD que peuvent fournir les techniques satellitaires (et qui n'est autre que la dérivée temporelle de UT) avec le UT estimé grâce aux mesures de la technique VLBI [Vondrák & Čepék, 2000]. Cette approche est moins directe puisqu'elle passe par des solutions qui empêchent donc l'interaction des mesures des techniques entre elles, et on perd des informations puisque les techniques satellitaires n'apportent que la dérivée du UT dans cette combinaison. Cette influence des mesures d'une technique sur les autres permet également de souligner l'intérêt de réaliser une combinai-

son des mesures des techniques par rapport à une combinaison des systèmes normaux. En effet, par cet inter-étalonnage des mesures, les mesures d'une technique peuvent permettre la détection de mesures de mauvaise qualité provenant d'une autre technique et donc de les éliminer lors du traitement. En réalisant une combinaison au niveau des systèmes normaux, on ne possède pas cette possibilité.

De plus, la combinaison au niveau des observations permet une utilisation plus aisée, et directe de liens entre les techniques que ne le permet une combinaison au niveau des solutions. En effet, prenons par exemple le cas de la troposphère. Dans une combinaison au niveau des solutions, on traite la traversée de la troposphère séparément par technique. Or, sur un site de co-localisation (site sur lequel sont installés plusieurs instruments de géodésie spatiale), les signaux des différents instruments de géodésie traversent la même troposphère. Bien qu'il soit théoriquement possible de prendre en compte cette information dans une combinaison au niveau des solutions, la combinaison au niveau des observations permet de le faire de manière beaucoup plus simple en estimant par exemple des paramètres troposphériques communs aux techniques (figure 1.12).

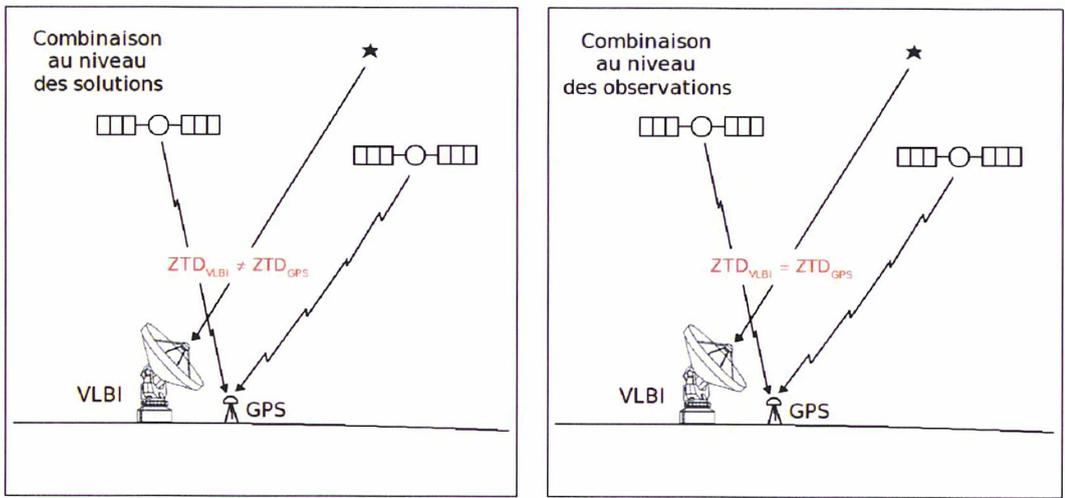


FIG. 1.12 – Des liens supplémentaires entre les techniques comme les paramètres troposphériques : un avantage de la combinaison au niveau des observations.

Hormis les paramètres troposphériques, on peut également penser aux paramètres orbitaux de satellites multi-techniques, aux premiers coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques du champ de pesanteur ...

De plus, les mêmes logiciels et modèles sont utilisés pour le traitement de l'ensemble des observations de toutes les techniques, ce qui augmente la cohérence interne du calcul. En toute rigueur, ceci peut être considéré comme un avantage et un inconvénient. En effet, on augmente la cohérence des traitements de chaque technique mais, d'un autre côté, on amplifie l'importance que pourrait avoir une erreur de modèle sur la combinaison. En effet, par le biais de l'utilisation de modèles et de logiciels différents, on moyenne en quelque sorte les erreurs éventuelles, ce qui n'est plus le cas ici. Si les modèles utilisés sont de bonne qualité, cet inconvénient disparaît.

Enfin, le dernier avantage que l'on peut voir est que l'on réduit le nombre d'étapes de calcul pour obtenir les solutions combinées. Toutefois, cela nécessite l'utilisation de beaucoup plus de données dans un unique calcul. En effet, au lieu de traiter séparément les observations de chaque technique pour estimer des solutions (positions de stations, EOP, ...), et d'utiliser ces solutions pour réaliser la combinaison, on utilise directement l'ensemble des observations de toutes les techniques, ce qui augmente considérablement le volume des données à traiter. Cependant, avec les progrès de l'informatique, la gestion d'un tel volume est de moins en moins un problème.

Au vu de ces différents avantages, cette approche de combinaison est de plus en plus étudiée par la communauté géodésique, ce qui a abouti notamment à la création fin 2009 d'un groupe de travail de l'IERS, COL (Combination at Observation Level). Au niveau français, cela fait plusieurs années que le Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale (GRGS), fédération de laboratoires français travaillant dans le domaine de la géodésie spatiale, étudie ce type de combinaisons, notamment à travers son Centre de Recherche sur les Combinaisons (CRC). Je vais présenter maintenant différents travaux réalisés dans ce domaine aux niveaux national et international.

1.2.3 État de l'art

Depuis le début des années 2000, un certain nombre de travaux sur la combinaison des techniques au niveau des observations a été réalisé. [Andersen, 2000] a notamment développé une approche basée sur un filtre (méthode SRIF - Square Root Information Filter) et a appliqué cette méthode pour combiner des sessions VLBI. Les travaux de thèse [Yaya, 2002], portant sur une combinaison des techniques de géodésie spatiale DORIS, GPS, SLR, et VLBI, ainsi que la technique LLR (télémétrie laser sur la Lune), ont principalement étudié l'apport d'une telle combinaison à l'estimation des EOP. Par la suite, les équipes du GFZ et du DGFII ont étudié plus dans le détail, notamment sur la campagne de mesure CONT02, l'intérêt que peut avoir une combinaison d'observations GPS et VLBI [Thaller et al., 2007], [Krügel et al., 2007]. La même année, dans la continuité des travaux de [Yaya, 2002], [Coulot et al., 2007] présentaient une combinaison des quatre techniques de géodésie spatiale (DORIS, GPS, SLR, et VLBI), son intérêt pour l'estimation des EOP et soulevait certaines questions relatives aux repères terrestres issus de ce type de combinaison. Depuis, le CRC, hébergé au SYRTE (Observatoire de Paris), fournit régulièrement des solutions combinées à partir des équations normales de chaque technique.

Afin de présenter les principaux résultats de ce type de combinaison, je vais maintenant revenir plus en détails sur les travaux de [Thaller et al., 2007], [Krügel et al., 2007] et [Coulot et al., 2007].

[Thaller et al., 2007] ont étudié la combinaison des observations VLBI et GPS pour la campagne CONT02, campagne de deux semaines pour laquelle on dispose d'observations continues du VLBI pour un réseau d'antennes stable. Dans cette étude, huit antennes VLBI et 153 antennes GPS sont prises en compte, chaque antenne VLBI étant co-localisée avec une antenne GPS. Les systèmes normaux des deux techniques ont été combinés. Les EOP, les positions de stations et les délais troposphériques zénithaux sont estimés de manière cohérente. Les positions de stations sont estimées à la journée tandis que les coordonnées du pôle et UT sont estimés toutes les heures et les écarts au pôle céleste sur quatorze jours. Pour lier les réseaux des techniques, les rattachements locaux sont introduits comme pseudo-observations dans le système avec une incertitude a priori de 0.1 mm. En ce qui concerne la pondération relative des techniques, une similitude à sept paramètres a été estimée entre les solutions journalières et une solution estimée sur les quatorze jours de la campagne pour chaque technique. Les résidus dé-

coulant de cette estimation ont alors été utilisés pour estimer la répétabilité des coordonnées de stations de chaque technique, le ratio entre les deux répétabilités estimées étant utilisé comme facteur de pondération relatif entre les deux techniques dans la combinaison. Le tableau 1.16 présente les RMS issus de la comparaison entre les EOP horaires estimés dans la combinaison et les séries IERS C04 auxquelles est ajouté un modèle sub-diurne en accord avec les conventions IERS 2003 [McCarthy & Petit, 2004]. Dans cette comparaison, les biais existants entre les EOP estimés et la série IERS C04 ont été éliminés. Ces biais ont été estimés pour la solution GPS seule et pour la solution combinée à environ 0.15 mas pour la coordonnée Y_p du pôle, en accord avec l'incohérence existante entre les séries IERS C04 et l'ITRF2000 [Dill & Rothacher, 2003]. Un biais plus important a été relevé pour la solution VLBI seule, d'environ 0.35 mas toujours sur la coordonnée Y_p du pôle, et interprété comme une conséquence de la réalisation du repère de référence. En terme de RMS, un très bon accord est obtenu, avec une amélioration systématique pour la solution combinée.

	GPS	VLBI	Combinaison
X_p (μas)	143	237	120
Y_p (μas)	143	244	130
UT1-UTC (μs)	21	15	11

TAB. 1.16 – RMS de la différence entre les EOP estimés et le modèle a priori composé de la série IERS C04 auquel a été ajouté un modèle sub-diurne en accord avec les conventions IERS 2003 - biais moyen retiré ; pente supplémentaire retirée dans le cas de la série UT1-UTC du GPS seul (source : [Thaller et al., 2007]).

De plus, en ce qui concerne UT1-UTC, une analyse en ondelettes de la solution estimée a montré la complémentarité du GPS et du VLBI. Ainsi, le VLBI contribue à la stabilité de la solution et fournit les informations long-terme de celle-ci (période comprise entre deux et quatorze jours) tandis que le GPS apporte surtout des informations sur des périodes sub-diurnes. De plus, alors que la solution GPS seule présentait une pente dans la série, à relier à une dérive des orbites, celles-ci n'est pas présente dans la solution combinée. Enfin, l'influence des rattachements sur les résultats a été étudiée. Cette étude a montré qu'en ne prenant pas en compte certains rattachements (rattachements dont les valeurs sont en désaccord avec celles que l'on peut obtenir après estimation des coordonnées des stations co-localisées par le traitement des mesures de géodésie spatiale), le biais observé sur la série UT1-UTC était divisé par deux, passant de 0.014 ms à 0.006 ms dans la combinaison. Cela souligne le rôle majeur des rattachements dans la combinaison.

[Krügel et al., 2007], avec le même jeu de données, ont étudié les paramètres troposphériques. Ils ont montré un bon accord, lorsque l'on dispose de données VLBI continues comme dans la campagne CONT02, des paramètres troposphériques (appelés délais troposphériques zénithaux - ZTD) estimés lors du traitement des mesures GPS et lors du traitement des mesures VLBI. La différence des ZTD estimés par GPS et ceux estimés par VLBI est de l'ordre de quelques millimètres et la corrélation entre les séries de ZTD des deux techniques est supérieure à 0.9. De plus, l'intérêt que peut avoir l'utilisation des ZTD comme liens entre les techniques a été étudié. En effet, trois combinaisons ont été réalisées. Dans la première combinaison, les rattachements locaux sont utilisés pour relier les composantes horizontales et verticales des positions des stations des sites de co-localisation. Dans la seconde, les rattachements sont utilisés uniquement sur les composantes horizontales des positions de stations. Enfin, dans la troisième,

deux types de rattachements sont utilisés, à savoir les rattachements locaux habituels qui sont utilisés sur les composantes horizontales des positions de stations et ce qui est appelé des rattachements troposphériques. La valeur de ces rattachements troposphériques, estimés par des modèles, correspond à la différence de ZTD entre deux stations co-localisées. Cette différence est principalement liée à la différence de hauteur entre les deux instruments d'un même site. Les ZTD estimés pour les stations co-localisée sont donc reliés entre eux par ces rattachements. Cette dernière approche fournit une meilleure répétabilité de la hauteur des stations que la combinaison où l'on ne prend en compte que les rattachements planimétriques. Elle améliore également, par rapport à la première combinaison, la répétabilité de la hauteur des stations localisées sur les sites où les rattachements locaux présentent une forte incohérence avec les observations de la géodésie spatiale. L'utilisation des ZTD pour lier les techniques semble donc être une voie intéressante à étudier. Nous approfondirons d'ailleurs cet aspect dans la section 3.1.

Finalement, je présente ici les travaux de [Coulot et al., 2007]. Dans ces travaux, une combinaison hebdomadaire des quatre techniques a été réalisée sur un an de données (année 2002). Pour la technique DORIS, les observations de cinq satellites sont utilisées, à savoir SPOT 2, SPOT 4, SPOT 5, ENVISAT, et Topex/Poséidon. Pour le GPS, un réseau global de 72 stations a été pris en compte. Pour la technique SLR, ce sont les observations réalisées sur les satellites LAGEOS-1 et LAGEOS-2 qui ont été utilisées. Enfin, quatre types de données VLBI ont servi dans cette combinaison, à savoir les observations des sessions IVS-R1 et IVS-R4, les données du projet JARE, et les données des sessions intensives XU dédiées au calcul de UT1. Chaque technique est traitée de manière homogène et avec la même chaîne de logiciels, à savoir les logiciels du CNES GINS et DYNAMO (pour simplifier, un logiciel d'estimation par la méthode des moindres carrés). Les techniques sont combinées au niveau des systèmes normaux, les pondérations entre techniques étant déterminées à partir des EOP et grâce à une méthode d'estimation des composantes de la variance. Enfin, des contraintes minimales (voir section 2.1.3) ont été appliquées par technique sur les paramètres présentant un fort effet de système de référence⁷. Le tableau 1.17 présente les résultats obtenus sur les EOP journaliers estimés par technique et par la combinaison.

	X_p (en μas)	Y_p (en μas)	UT1-UTC (en μs)
DORIS	-416/939	-229/837	
GPS	-37/102	159/101	
SLR	39/245	210/208	
VLBI	-135/225	187/243	4/11
Combinaison	-31/90	159/92	-1/12

TAB. 1.17 – Valeur moyenne / Écart-type entre les EOP estimés (X_p et Y_p les coordonnées du pôle) lors du traitement des mesures de la technique DORIS (resp. GPS, SLR, VLBI) et lors du calcul de la combinaison et la série IERS C04 (source : [Coulot et al., 2007]).

On observe que les EOP obtenus lors de la combinaison sont systématiquement au niveau des meilleurs EOP estimés lors du traitement des techniques individuelles. De plus, en ce qui concerne la série de UT obtenue lors de la combinaison, celle-ci présente un échantillonnage régulier, ce qui n'est pas le cas de la série issue du traitement des données de la technique VLBI seule.

⁷L'effet de système de référence est un indicateur de la sensibilité d'une technique aux différents degrés de liberté du repère terrestre dans l'espace, à savoir l'origine, l'échelle et l'orientation [Sillard & Boucher, 2001].

Une combinaison avec une estimation à six heures des EOP a également été réalisée, donnant des résultats tout aussi satisfaisants. En plus de l'étude des EOP combinés, une étude sur la définition du repère terrestre combiné a été réalisée. Cette étude est présentée dans la section suivante.

Toutes ces études montrent le grand intérêt que peut avoir une combinaison au niveau des observations, notamment en ce qui concerne les EOP. La combinaison permet d'obtenir ceux-ci avec une qualité au moins au niveau de la meilleure solution individuelle, avec un échantillonnage régulier. Cette méthode ouvre la voie à l'estimation du UT à une période inférieure à la journée.

1.2.4 Problème spécifique de la définition du repère terrestre combiné

Revenons sur la combinaison réalisée par [Coulot et al., 2007]. Afin d'étudier la définition du repère terrestre combiné, ils ont utilisé plusieurs solutions, à savoir la solution combinée et les solutions des traitements des mesures de chaque technique. Ces solutions ont été obtenues par l'application de contraintes minimales sur les paramètres présentant un fort effet de système de référence. Ces paramètres sont respectivement la translation T_z et les trois rotations pour les systèmes normaux de la technique DORIS et de la technique GPS, les trois rotations pour les systèmes normaux de la technique SLR et les trois translations et les trois rotations pour les systèmes normaux de la technique VLBI. Un repère de référence terrestre étant matérialisé par un ensemble de coordonnées de stations, ces différentes solutions fournissent donc cinq repères différents, à savoir un par technique et un pour la solution combinée. Or, dans la solution combinée, on dispose de coordonnées de stations DORIS, GPS, SLR et VLBI. Ainsi, les coordonnées des stations DORIS (resp. GPS, SLR, et VLBI) estimées dans la combinaison matérialisent également le repère de référence terrestre combiné. Le tableau 1.18 présente les translations, facteur d'échelle, et rotations existants entre le repère combiné matérialisé par le sous-réseau des stations DORIS (resp. GPS, SLR et VLBI), noté DORIS (resp. GPS, SLR et VLBI) comb. et l'ITRF2000 ainsi qu'entre les repères des solutions des techniques et l'ITRF2000.

	T_x	T_y	T_z	D	R_x	R_y	R_z
DORIS	-0.84	-2.50	-0.32	4.66	-0.16	0.05	-0.18
DORIS comb.	-0.69	-2.00	-0.26	3.69	-0.13	0.04	-0.15
GPS	-0.25	-0.01	-0.18	1.41	0.01	0.06	-0.01
GPS comb.	-0.22	0.03	-0.16	1.17	0.01	0.05	-0.01
SLR	-0.17	0.39	1.59	0.15	0.01	0.38	-0.21
SLR comb.	-0.14	0.27	0.92	0.14	0.00	0.23	-0.14
VLBI	0.00	-0.10	0.12	-0.38	0.00	0.00	0.00
VLBI comb.	0.00	-0.10	0.13	-0.40	0.00	0.00	0.01

TAB. 1.18 – Valeurs moyennes des sept paramètres de transformation estimés par technique (DORIS comb., GPS comb., SLR comb. et VLBI comb.) entre les solutions combinées hebdomadaires et l'ITRF2000, ainsi qu'entre les solutions individuelles de chaque technique et l'ITRF2000. Les valeurs sont données en cm (source : [Coulot et al., 2007]).

On observe que, dans la combinaison, chaque technique réalise son propre système de référence. En effet, le repère combiné matérialisé par les coordonnées des stations d'une technique estimées lors de la combinaison est similaire à celui matérialisé par les coordonnées des stations de la solution individuelle de cette technique, mais différent du repère combiné matérialisé par les coordonnées des stations d'une autre technique. Comme souligné en conclusion de l'article,

il faut donc améliorer le processus de la combinaison afin d'assurer que la définition du repère terrestre combiné soit homogène pour toutes les techniques.

Nous allons donc voir dans les sections qui vont suivre comment résoudre ce problème par l'ajout de paramètres supplémentaires dans la combinaison. Nous étudierons ensuite plus en détail les rattachements, non utilisés dans [Coulot et al., 2007], mais qui, comme [Thaller et al., 2007] l'ont montré, ont un impact fort sur la combinaison. Nous obtiendrons ainsi des solutions d'une combinaison des quatre techniques dans un repère terrestre combiné homogène, à la différence de [Coulot et al., 2007], sans pour autant fixer la valeur des rattachements par la fixation des incertitudes a priori à 0.1 mm comme il est fait dans [Thaller et al., 2007] pour une combinaison des techniques GPS et VLBI.

Chapitre 2

Nouvelle approche de combinaison au niveau des observations

Dans ce chapitre, je présente le modèle développé pour résoudre le problème de cohérence présenté dans la section 1.2.4. Je reviendrai ensuite sur les différentes contraintes à utiliser, sur les pondérations à appliquer aux mesures lors de leur combinaison, ainsi que sur la façon d'utiliser les informations de rattachements entre les différents instruments d'un même site.

2.1 Modèle développé

Cette partie détaille le modèle utilisé pour combiner les observations des techniques afin de résoudre le problème de cohérence vu précédemment. Dans un premier temps, nous verrons donc la formulation mathématique de ce modèle. Les systèmes d'équations normales de la combinaison présentant des défauts de rang, l'origine de ceux-ci sera discutée et nous verrons comment les réduire par l'intermédiaire de contraintes spécifiques.

2.1.1 Modèle proposé pour un référencement homogène

Du fait de l'imperfection des modèles utilisés lors du traitement des données, des différences liées aux techniques (configuration géométrique du réseau d'instruments notamment), de la qualité des mesures réalisées, chaque technique comporte des particularités qui affectent la réalisation du système de référence terrestre. Par exemple, la modélisation des centres de phases des antennes émettrices et réceptrices du GPS a une influence sur le facteur d'échelle du repère issu du traitement des données de cette technique [Ge et al., 2005]. La modélisation de la pression de radiation solaire, elle, influe sur l'origine du repère issu du traitement des données de la technique DORIS [Gobinddass et al., 2009]. De même, la répartition géographique des stations influe sur le référencement (voir [Collilieux, 2008] et l'annexe E). Ces différents éléments entraînent donc des incohérences entre les techniques au niveau de la définition du repère terrestre combiné.

Afin de tenir compte de ces incohérences, nous allons introduire des paramètres de transformation dans les équations d'observations des différentes techniques. Reprenons le problème d'un point de vue mathématique. Pour chaque technique, on dispose d'un système d'équations d'observations de la forme :

$$Y_{Tech} = [A_{Tech}^X \quad A_{Tech}^{PC} \quad A_{Tech}^\alpha] \begin{bmatrix} \delta X_{Tech}^{R_T} \\ PC \\ \alpha_{Tech} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

avec Y_{Tech} le vecteur des pseudo-observations de la technique $Tech$ considérée, $\delta X_{Tech}^{R_T}$ le vecteur des appoints des coordonnées des stations de la technique à estimer, exprimé dans le référentiel R_T , PC l'ensemble des paramètres qui seront mis en communs pour toutes les techniques lors de la combinaison (EOP, certains ZTD, etc.), α_{Tech} les autres paramètres à estimer propres à la technique (paramètres orbitaux, biais, etc.), et A_{Tech}^X (resp. A_{Tech}^{PC} et A_{Tech}^α) la matrice de dérivées partielles par rapport aux paramètres δX_{Tech}^T (resp. PC et α_{Tech}).

En effet, prenons par exemple le cas de la technique SLR. On observe une distance entre un satellite de coordonnées $\begin{bmatrix} x_{Sat} \\ y_{Sat} \\ z_{Sat} \end{bmatrix}$ et une station au sol de coordonnées $\begin{bmatrix} x_{Sta} \\ y_{Sta} \\ z_{Sta} \end{bmatrix}$. Cette distance s'exprime sous la forme :

$$d_{Sat-Sta} = \sqrt{(x_{Sat} - x_{Sta})^2 + (y_{Sat} - y_{Sta})^2 + (z_{Sat} - z_{Sta})^2} + Cor \quad (2.2)$$

avec Cor les différentes corrections à appliquer comme, par exemple, la correction relativiste. Une linéarisation au premier ordre de cette formule nous permet de retrouver un système de la forme (2.1). On peut montrer que cela est possible pour chacune des techniques considérées.

Les positions des stations découlant des appoints estimés par résolution de ce système (2.1) s'écrivent :

$$X_{Tech}^{R_T} = \begin{bmatrix} X_{1,Tech}^{R_T} \\ \vdots \\ X_{n,Tech}^{R_T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^0 \\ \vdots \\ X_n^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta X_{1,Tech}^{R_T} \\ \vdots \\ \delta X_{n,Tech}^{R_T} \end{bmatrix} = X^0 + \delta X_{Tech}^{R_T} \quad (2.3)$$

avec X_i^0 le vecteur de coordonnées a priori et $X_{i,Tech}^{R_T}$ le vecteur de coordonnées de la station i ($1 \leq i \leq n$) de la technique $Tech$ dans le référentiel R_T . Pour exprimer les coordonnées de ces stations dans un autre repère, noté R_C , il faut appliquer une similitude à sept paramètres :

$$X_{i,Tech}^{R_T} = T_{Tech} + \lambda_{Tech} R_{x_{Tech}} R_{y_{Tech}} R_{z_{Tech}} X_{i,Tech}^{R_C} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.4)$$

avec $T_{Tech} = \begin{bmatrix} T_{x_{Tech}} \\ T_{y_{Tech}} \\ T_{z_{Tech}} \end{bmatrix}$ le vecteur de translation, λ_{Tech} le facteur d'échelle, et

$$R_{x_{Tech}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(R_{1_{Tech}}) & -\sin(R_{1_{Tech}}) \\ 0 & \sin(R_{1_{Tech}}) & \cos(R_{1_{Tech}}) \end{bmatrix}, \quad R_{y_{Tech}} = \begin{bmatrix} \cos(R_{2_{Tech}}) & 0 & \sin(R_{2_{Tech}}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(R_{2_{Tech}}) & 0 & \cos(R_{2_{Tech}}) \end{bmatrix},$$

$$R_{z_{Tech}} = \begin{bmatrix} \cos(R_{3_{Tech}}) & -\sin(R_{3_{Tech}}) & 0 \\ \sin(R_{3_{Tech}}) & \cos(R_{3_{Tech}}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{les matrices rotations entre les deux repères } R_C \text{ et } R_T.$$

La figure 2.1 illustre ces différents paramètres.

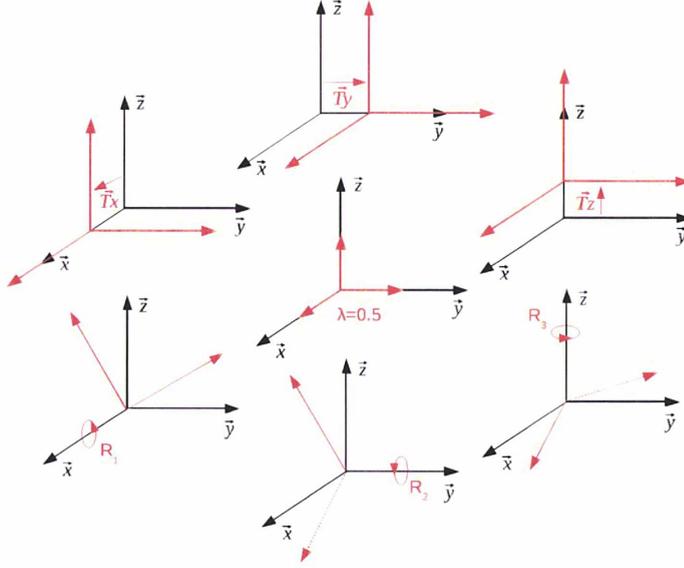


FIG. 2.1 – Représentation des sept paramètres d’une similitude.

En considérant que R_T et R_C sont proches, ce qui revient à considérer que les valeurs des translations, rotations et facteur d’échelle $D_{Tech} = \lambda_{Tech} - 1$ entre ces deux repères sont faibles (translations inférieures à 100 m, facteur d’échelle inférieur à 10^{-5} et rotations inférieures à 10^{-5} rad [Altamimi, 2006]), on peut linéariser la formule (2.4). On obtient, au premier ordre, avec $R_{x_{Tech}} R_{y_{Tech}} R_{z_{Tech}} = I + R_{Tech}$:

$$X_{i,Tech}^{R_T} = X_{i,Tech}^{R_C} + T_{Tech} + D_{Tech} X_{i,Tech}^{R_C} + R_{Tech} X_{i,Tech}^{R_C} \quad (2.5)$$

$$R_{Tech} = \begin{bmatrix} 0 & -R_{3Tech} & R_{2Tech} \\ R_{3Tech} & 0 & -R_{1Tech} \\ -R_{2Tech} & R_{1Tech} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

On peut alors écrire (en négligeant les termes $D_{Tech} \delta X_{i,Tech}^{R_T}$ et $R_{Tech} \delta X_{i,Tech}^{R_T}$) :

$$X_i^0 + \delta X_{i,Tech}^{R_T} = X_i^0 + \delta X_{i,Tech}^{R_C} + T_{Tech} + D_{Tech} X_i^0 + R_{Tech} X_i^0 \quad (2.7)$$

et, sous une autre forme, avec $X_i^0 = \begin{bmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \\ z_i^0 \end{bmatrix}$:

$$\delta X_{i,Tech}^{R_T} = [I \ B_{i,Tech}] \begin{bmatrix} \delta X_{i,Tech}^{R_C} \\ \theta_{Tech} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$B_{i,Tech} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_i^0 & 0 & z_i^0 & -y_i^0 \\ 0 & 1 & 0 & y_i^0 & -z_i^0 & 0 & x_i^0 \\ 0 & 0 & 1 & z_i^0 & y_i^0 & -x_i^0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\theta_{Tech} = \begin{bmatrix} T'_{xTech} \\ T'_{yTech} \\ T'_{zTech} \\ D_{Tech} \\ R_{1Tech} \\ R_{2Tech} \\ R_{3Tech} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Finalement, on obtient :

$$\delta X_{Tech}^{RT} = [I \ B_{Tech}] \begin{bmatrix} \delta X_{Tech}^{RC} \\ \theta_{Tech} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$B_{Tech} = \begin{bmatrix} B_{1,Tech} \\ \vdots \\ B_{n,Tech} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

En introduisant le résultat obtenu dans l'équation (2.1), on a :

$$Y_{Tech} = [A_{Tech}^X \ A_{Tech}^{PC} \ A_{Tech}^\alpha \ A_{Tech}^X B_{Tech}] \begin{bmatrix} \delta X_{Tech}^{RC} \\ PC \\ \alpha_{Tech} \\ \theta_{Tech} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

On peut alors combiner les systèmes d'équations des quatre techniques exprimés sous la forme de l'équation (2.13), les incohérences globales entre techniques étant absorbées dans les paramètres de transformation θ_{Tech} ainsi estimés.

Lors de la combinaison, en plus des paramètres déjà mentionnés (positions de stations, EOP, paramètres orbitaux, ZTD, etc.), nous allons donc estimer des paramètres de transformation par technique. Le calcul précédent est un calcul général pour lequel tous les paramètres de transformation sont estimés. En pratique et selon la technique, certains de ces paramètres ne seront pas pris en compte. En effet, puisque l'on estime les positions de stations simultanément avec les EOP qui matérialisent l'orientation du repère terrestre par rapport au repère céleste (cf. annexe A), l'orientation des repères sous-jacents aux positions de stations estimées n'est pas définie. De ce fait, l'estimation des paramètres de rotation devient donc inutile. Il en va de même avec les paramètres de translation pour la technique VLBI, non sensible à l'origine du repère. Ainsi, le modèle utilisé va être le suivant.

Pour chaque technique satellitaire :

$$Y_{Tech} = [A_{Tech}^X \ A_{Tech}^{PC} \ A_{Tech}^\alpha \ A_{Tech}^X B_{Tech}] \begin{bmatrix} \delta X_{Tech}^c \\ PC \\ \alpha_{Tech} \\ \theta_{Tech} \end{bmatrix} \quad \text{avec } \theta_{Tech} = \begin{bmatrix} T'_{xTech} \\ T'_{yTech} \\ T'_{zTech} \\ D_{Tech} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Pour le VLBI :

$$Y_{VLBI} = [A_{VLBI}^X \ A_{VLBI}^{PC} \ A_{VLBI}^\alpha \ A_{VLBI}^X B_{VLBI}] \begin{bmatrix} \delta X_{VLBI}^c \\ PC \\ \alpha_{VLBI} \\ D_{VLBI} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

En utilisant les notations suivantes :

$$\begin{aligned}
Y &= \begin{bmatrix} Y_{DORIS} \\ Y_{GPS} \\ Y_{SLR} \\ Y_{VLBI} \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{DORIS} \\ \alpha_{GPS} \\ \alpha_{SLR} \\ \alpha_{VLBI} \end{bmatrix}, \theta = \begin{bmatrix} \theta_{DORIS} \\ \theta_{GPS} \\ \theta_{SLR} \\ \theta_{VLBI} \end{bmatrix} \\
\theta_{DORIS} &= \begin{bmatrix} T'_{xDORIS} \\ T'_{yDORIS} \\ T'_{zDORIS} \\ D_{DORIS} \end{bmatrix}, \theta_{GPS} = \begin{bmatrix} T'_{xGPS} \\ T'_{yGPS} \\ T'_{zGPS} \\ D_{GPS} \end{bmatrix}, \theta_{SLR} = \begin{bmatrix} T'_{xSLR} \\ T'_{ySLR} \\ T'_{zSLR} \\ D_{SLR} \end{bmatrix}, \text{ et } \theta_{VLBI} = D_{VLBI} \\
E &= [A^X \quad A^{PC} \quad A^\alpha \quad A^\theta] \\
A^X &= \begin{bmatrix} A^X_{DORIS} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^X_{GPS} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A^X_{SLR} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A^X_{VLBI} \end{bmatrix}, A^{PC} = \begin{bmatrix} A^{PC}_{DORIS} \\ A^{PC}_{GPS} \\ A^{PC}_{SLR} \\ A^{PC}_{VLBI} \end{bmatrix} \\
A^\alpha &= \begin{bmatrix} A^\alpha_{DORIS} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^\alpha_{GPS} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A^\alpha_{SLR} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A^\alpha_{VLBI} \end{bmatrix} \\
A^\theta &= \begin{bmatrix} A^X_{DORIS} B_{DORIS} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^X_{GPS} B_{GPS} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A^X_{SLR} B_{SLR} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A^X_{VLBI} B_{VLBI} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

on aboutit alors, lors de la combinaison, à un système d'équations d'observations de la forme :

$$Y = E \begin{bmatrix} \delta X^c \\ PC \\ \alpha \\ \theta \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

Résoudre ce type de système par moindres carrés n'est cependant pas directement possible. En effet, les systèmes normaux découlant de ces équations présentent des défauts de rang. Afin de résoudre ce problème, il faudra donc apporter des informations supplémentaires aux systèmes. Dans un premier temps, nous allons voir quelle est l'origine de ces défauts de rang. Pour ce faire, on s'intéressera d'abord aux défauts de rang présents dans les systèmes de chaque technique individuelle avant de revenir sur ceux de la combinaison. Je présenterai ensuite la manière de combler ces défauts de rang par l'ajout de contraintes.

2.1.2 Origine des défauts de rang

L'origine des défauts de rang varie selon la technique et le système d'équation considéré mais est principalement liée à la sensibilité des techniques aux différents degrés de liberté du repère terrestre dans l'espace, à savoir l'origine, l'échelle et l'orientation. Par l'intermédiaire du critère mathématique appelé "effet de système de référence" [Sillard & Boucher, 2001], on peut

déterminer les degrés de liberté bien déterminés par une technique et une méthode de traitement données.

Techniques satellitaires Un système normal découlant de l'équation (2.1) pour une technique satellitaire présente un défaut de rang de trois. L'effet de système de référence calculé sur ce type de système pour les techniques DORIS, GPS et SLR pour la semaine GPS 1305 (9-16 janvier 2005) montre que les degrés de liberté mal contraints correspondent à l'orientation du repère terrestre (écarts-types supérieurs à plusieurs dizaines de mas pour les rotations et millimétriques pour les autres paramètres, voir tableau 2.1).

Physiquement, cela s'explique par le fait que les techniques satellitaires sont sensibles à l'origine du repère, qui n'est autre que le centre des masses de la Terre (atmosphère et océan inclus), par l'intermédiaire de l'orbite des satellites. De même, elles sont sensibles à son échelle, qui est définie par les observations des techniques (en simplifiant, des mesures de distance) et un certain nombre de paramètres physiques comme la vitesse de la lumière, la constante gravitationnelle et des corrections relativistes. Cependant, les mesures des techniques sont insensibles à l'orientation. En effet, lors du traitement des données, on estime simultanément les EOP et les positions de stations. De ce fait, l'orientation du repère terrestre n'est pas définie, ce qui explique le défaut de rang de trois.

On constate toutefois un effet de système de référence de 3 mm sur la translation en Z dans le cas de la technique DORIS (cf. tableau 2.1), laissant sous-entendre une légère imprécision sur l'origine du repère terrestre matérialisé par les coordonnées des stations DORIS estimées lors du traitement.

	Tx	Ty	Tz	D	Rx	Ry	Rz
DORIS	1.0	1.1	3.6	0.14	> 10	> 10	> 10
GPS	0.6	0.6	0.9	0.02	> 10	> 10	> 10
SLR	0.4	0.3	0.8	0.04	> 10	> 10	> 10

TAB. 2.1 – Effets de système de référence calculés avec une matrice de variance-covariance des positions de stations estimées simultanément avec les EOP, sous contraintes lâches à 100 mètres², à partir des mesures DORIS (resp. SLR et GPS) pour la semaine GPS 1305. Les valeurs sont traduites en écarts-types sur les sept paramètres de transformation (en mm pour les translations, ppb pour le facteur d'échelle et mas pour les rotations).

En ce qui concerne les systèmes normaux découlant de l'équation (2.13), le fait d'introduire les paramètres de transformation (aussi appelés paramètres d'Helmert) ajoute des défaut de rang aux systèmes. En effet, ces paramètres sont des paramètres de transformation vers un repère que l'on ne connaît pas a priori. Chaque paramètre d'Helmert introduit donc un nouveau défaut de rang. On obtient donc un défaut de rang de sept. Le tableau 2.2 présente l'effet de système de référence calculé pour le système normal de la technique DORIS (resp. GPS et SLR), pour la semaine GPS 1305, dans lequel ont été introduits les paramètres de translations et d'échelle. On constate bien des valeurs très importantes pour tous les paramètres.

²Ces contraintes consistent à considérer les appoints des coordonnées de stations à estimer comme nuls à 100 mètres près. Pour plus de détail, on pourra se référer à la section 2.1.3.

	Tx	Ty	Tz	D	Rx	Ry	Rz
DORIS	> 1000	> 1000	> 1000	> 100	> 10	> 10	> 10
GPS	> 1000	> 1000	> 1000	> 100	> 10	> 10	> 10
SLR	> 1000	> 1000	> 1000	> 100	> 10	> 10	> 10

TAB. 2.2 – Effets de système de référence calculés avec une matrice de variance-covariance des positions de stations estimées simultanément avec les EOP et des paramètres de transformation (trois translations et le facteur d'échelle), sous contraintes lâches à 100 mètres, à partir des mesures DORIS (resp. SLR et GPS) pour la semaine GPS 1305. Les valeurs sont traduites en écarts-types sur les sept paramètres de transformation (en mm pour les translations, ppb pour le facteur d'échelle et mas pour les rotations).

VLBI Le défaut de rang calculé pour un système normal de la technique VLBI découlant de l'équation (2.1) est de six. Ce défaut de rang provient d'un problème de définition de l'orientation du repère (problème similaire aux techniques satellitaires qui apporte un défaut de rang de trois, voir précédemment) et du fait que les mesures VLBI ne sont pas sensibles à l'origine du repère, ce qui ajoute un défaut de rang de trois. On le vérifie en estimant l'effet de système de référence pour la semaine GPS 1305 (tableau 2.3).

	Tx	Ty	Tz	D	Rx	Ry	Rz
VLBI	> 1000	> 1000	> 1000	0.24	> 10	> 10	> 10

TAB. 2.3 – Effets de système de référence calculés avec une matrice de variance-covariance des positions de stations estimées simultanément avec les EOP, sous contraintes lâches à 100 mètres, à partir des mesures VLBI pour la semaine GPS 1305. Les valeurs sont traduites en écarts-types sur les sept paramètres de transformation (en mm pour les translations, ppb pour le facteur d'échelle et mas pour les rotations).

En ce qui concerne les systèmes normaux découlant de l'équation (2.13), on se trouve exactement dans la même situation que pour les techniques satellitaires avec l'ajout de défauts de rang aux systèmes. Comme on estime uniquement un facteur d'échelle dans le cas du VLBI, on augmente théoriquement le défaut de rang de un par rapport au cas précédent, soit un défaut de rang total de sept. L'effet de système de référence confirme cette valeur (cf. le tableau 2.4).

	Tx	Ty	Tz	D	Rx	Ry	Rz
VLBI	> 1000	> 1000	> 1000	> 100	> 10	> 10	> 10

TAB. 2.4 – Effets de système de référence calculés avec une matrice de variance-covariance des positions de stations estimées simultanément avec les EOP et le facteur d'échelle, sous contraintes lâches à 100 mètres, à partir des mesures VLBI pour la semaine GPS 1305. Les valeurs sont traduites en écarts-types sur les sept paramètres de transformation (en mm pour les translations, ppb pour le facteur d'échelle et mas pour les rotations).

Les différents cas étudiés précédemment sont rappelés dans le tableau suivant :

	Paramètres de transformation estimés	Défaut de rang
Techniques satellitaires	Aucun	3, lié à l'orientation du repère
	Translations et facteur d'échelle	7, lié à la définition du repère
VLBI	Aucun	6, lié à l'origine et à l'orientation du repère
	Facteur d'échelle	7, lié à la définition du repère

TAB. 2.5 – Défauts de rang pour les systèmes normaux hebdomadaires des techniques individuelles en fonction de l'estimation ou non de paramètres de transformation.

Combinaison des techniques Intéressons-nous maintenant à la combinaison des systèmes d'équations normales. Dans un premier temps, partons du cas d'école (sans intérêt en pratique) qui consiste à combiner les systèmes d'équations normales découlant des équations (2.1) de chaque technique en ne considérant aucun paramètre commun ³ ni aucun lien entre les techniques. Dans ce cas, les défauts de rang de ce système correspondent exactement à la somme des différents défauts de rang de chaque système individuel, soit un défaut de rang de quinze pour la combinaison des techniques DORIS, GPS, SLR et VLBI.

Si les EOP sont mis en commun dans la combinaison, il existe alors un lien sur l'orientation des repères terrestres matérialisés par les réseaux de stations de chaque technique. Définir l'orientation d'un repère matérialisé par les stations d'une technique permet donc de la définir pour les autres. On passe donc théoriquement d'un défaut de rang de quinze (douze liés à l'orientation du repère matérialisé par les réseaux de chaque technique et trois à la définition de l'origine du repère matérialisé par le réseau VLBI) à un défaut de rang de six (trois liés à la définition de l'orientation du repère combiné et trois à la définition de l'origine du repère matérialisé par le réseau VLBI). En pratique, comme on peut le voir dans le tableau 2.6 (cas global du type 1 qui correspond à ce type de combinaison), le défaut de rang global du système n'est que de trois. Ce phénomène avait déjà été observé par [Coulot et al., 2007].

L'effet de système de référence calculé à partir de la matrice de variance-covariance des positions de stations estimées simultanément avec les EOP et le facteur d'échelle, sous contraintes lâches à 100 mètres, à partir des mesures des quatre techniques de géodésie spatiale souligne la mauvaise définition de l'orientation mais pas de l'origine du repère terrestre, comme on aurait pu s'y attendre. En réalité, pour constater ce problème de définition de l'origine, il faut calculer l'effet de système de référence à partir de la matrice de variance-covariance précédente réduite aux stations de la technique VLBI seules. Dans ce cas, on constate bien un fort effet sur les translations. De même, en faisant ce calcul avec la matrice de variance-covariance réduite aux stations de la technique DORIS, on retrouve un effet de système de référence de 3 mm sur la translation en Z.

En rajoutant un lien entre les réseaux des stations des techniques par l'intermédiaire de rattachements locaux, ces effets internes disparaissent (voir le type 2 dans le tableau 2.6). Le défaut de rang est alors toujours de trois, défaut lié à la définition de l'orientation.

Le même type de raisonnement peut être fait sur la combinaison des systèmes d'équations normales découlant des équations (2.13). Dans ce cas, on passe d'un défaut de rang de 28 quand il

³on a donc $PC = A_{Tech}^{PC} = \emptyset$.

n'y a aucun lien entre les techniques à sept avec les EOP en paramètres communs et en rajoutant les rattachements. Ce défaut de rang correspond à la définition du repère combiné (voir le type 3 du tableau 2.6).

	Type	Tx	Ty	Tz	D	Rx	Ry	Rz
Global	1	0.2	0.2	0.5	0.02	> 10	> 10	> 10
DORIS		0.9	1.0	3.4	0.13	> 10	> 10	> 10
GPS		0.6	0.6	0.9	0.02	> 10	> 10	> 10
SLR		0.3	0.3	0.7	0.03	> 10	> 10	> 10
VLBI		> 1000	> 1000	> 1000	0.3	> 10	> 10	> 10
Global	2	0.2	0.2	0.5	0.02	> 10	> 10	> 10
DORIS		0.5	0.5	0.7	0.06	> 10	> 10	> 10
GPS		0.4	0.3	0.6	0.02	> 10	> 10	> 10
SLR		0.3	0.2	0.6	0.03	> 10	> 10	> 10
VLBI		0.6	0.5	0.5	0.07	> 10	> 10	> 10
Global	3	> 1000	> 1000	> 1000	> 100	> 10	> 10	> 10
DORIS		> 1000	> 1000	> 1000	> 100	> 10	> 10	> 10
GPS		> 1000	> 1000	> 1000	> 100	> 10	> 10	> 10
SLR		> 1000	> 1000	> 1000	> 100	> 10	> 10	> 10
VLBI		> 1000	> 1000	> 1000	> 100	> 10	> 10	> 10

TAB. 2.6 – Effets de système de référence calculés avec une matrice de variance-covariance des positions de stations estimées simultanément avec des EOP communs, sous contraintes lâches à 100 mètres, à partir de trois combinaisons différentes des mesures DORIS, GPS, SLR et VLBI pour la semaine GPS 1305. Ces effets sont calculés avec la matrice de variance-covariance des positions de toutes les stations estimées (Global) ou avec la matrice de variance-covariance réduite aux positions des stations de la technique DORIS (resp. GPS, SLR et VLBI). Type 1 : Combinaison sans les rattachements ni l'estimation de paramètres de transformation dans la combinaison. Type 2 : Combinaison avec les rattachements, sans l'estimation de paramètres de transformation dans la combinaison. Type 3 : Combinaison avec les rattachements et l'estimation de paramètres de transformation dans la combinaison. Les valeurs sont traduites en écarts-types sur les sept paramètres de transformation (en mm pour les translations, ppb pour le facteur d'échelle et mas pour les rotations).

Le tableau 2.7 récapitule les défauts de rang observés pour les différents cas évoqués précédemment.

Liens entre techniques	Paramètres de transformation estimés	Défaut de rang	
Aucun	Aucun	15 :	4 * 3 pour l'orientation par technique 3 pour l'origine du repère VLBI
EOP		3 :	3 pour l'orientation
EOP Rattachements		3 :	3 pour l'orientation
Aucun	Translations par technique satellitaire	28 :	7 * 4 pour la définition des repères par technique
EOP	Facteurs d'échelle par technique	19 :	4 * 3 pour la définition de l'origine par technique 4 * 1 pour la définition de l'échelle par technique 3 pour l'orientation
EOP Rattachements		7 :	7 pour la définition du repère combiné

TAB. 2.7 – Défauts de rang des systèmes normaux hebdomadaires combinés

2.1.3 Équations de contraintes et / ou de conditions nécessaires à la résolution

Pour apporter des informations supplémentaires afin de combler les défauts de rang des systèmes, on peut apporter d'autres types de mesures bien choisies et/ou ajouter des contraintes. Dans un premier temps, je vais présenter les contraintes habituellement utilisées en géodésie spatiale pour faire disparaître les défauts de rang présentés précédemment. Ensuite, je reviendrai plus en détail sur les contraintes à appliquer dans le cadre de la combinaison multi-techniques.

On distingue généralement deux types de contraintes pour résoudre les systèmes normaux issus des équations d'observations des techniques de géodésie spatiale, à savoir les contraintes lâches et les contraintes minimales.

Contraintes lâches et contraintes fortes Les contraintes les plus simples peuvent se mettre sous la forme :

$$P - P^0 = 0 (\sigma) \quad (2.18)$$

avec P le paramètre que l'on veut contraindre et P^0 la valeur a priori de ce paramètre. Selon la valeur de l'écart-type σ , on parle alors de contraintes fortes ou lâches. Par exemple, une contraintes (forte ou lâche) appliquée sur une coordonnées de station s'écrit :

$$x_{i,Tech} - x_i^0 = 0 (\sigma_{stations}) \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.19)$$

On parle de contraintes lâches pour $\sigma_{stations}$ supérieur ou égal au mètre et de contraintes fortes pour $\sigma_{stations}$ inférieur ou égal à 10^{-10} mètre [Altamimi, 2006].

Contraintes minimales Contrairement aux contraintes lâches, ces contraintes n'apportent que les informations strictement nécessaires à l'inversion du système [Sillard & Boucher, 2001]. En effet, ces contraintes portent sur des paramètres de transformation et permettent d'inverser les systèmes présentant des défauts de rang liés à la définition du repère. Pour obtenir la forme analytique de ces contraintes, repartons de la formule linéarisée de la similitude (équation (2.5))

entre des coordonnées de stations X_2 exprimées dans un repère R_2 et les coordonnées de ces mêmes stations (notées X_1) mais exprimées dans un repère R_1 :

$$X_2 = X_1 + T_{1 \rightarrow 2} + D_{1 \rightarrow 2}X_1 + R_{1 \rightarrow 2}X_1 \quad (2.20)$$

Cette équation peut également se mettre sous la forme :

$$X_2 = X_1 + A\theta_{1 \rightarrow 2} \quad (2.21)$$

avec $\theta_{1 \rightarrow 2}$ le vecteur des paramètres de transformation entre R_1 et R_2 .

Pour résoudre les problèmes de défauts de rang, on va contraindre ces paramètres. En effet, prenons par exemple le cas d'un système normal issu des équations d'observations d'une technique satellitaire. Comme nous l'avons déjà souligné, le défaut de rang de ce système provient de l'orientation qu'il faut définir lorsque l'on estime simultanément les EOP et les positions de stations. Pour ce faire, on va aligner le repère dans lequel seront exprimées les solutions (ici R_2) sur un repère R_1 connu dont l'orientation est définie, comme l'ITRF par exemple. Il suffit donc de contraindre les paramètres de rotation à être nuls.

Mathématiquement, on repart de la formule linéarisée de la similitude dans laquelle on ne fait plus intervenir que les rotations. On a toujours une équation de la forme de l'équation (2.21) mais $\theta_{1 \rightarrow 2}$ ne comprend alors que les paramètres de rotation. Par la méthode des moindres carrés, on peut écrire :

$$\begin{aligned} C &= (A^T A)^{-1} A^T \\ C(X_2 - X_1) &= \theta_{1 \rightarrow 2} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Pour exprimer la nullité des paramètres, deux possibilités existent alors. Soit par contraintes en imposant cette nullité à Σ_θ près :

$$C(X_2 - X_1) = 0 \quad (\Sigma_\theta) \quad (2.23)$$

Soit en utilisant des équations de condition :

$$C(X_2 - X_1) = 0 \quad (2.24)$$

Ces deux méthodes fournissent des résultats équivalents dès que l'on contraint suffisamment les paramètres de transformation dans l'équation (2.23) (contraintes inférieures ou égales au millimètre à la surface de la Terre). De ce fait, il est plus courant d'utiliser l'équation (2.23) car des équations de conditions imposent l'estimation de paramètres supplémentaires lors de la résolution du système (les multiplicateurs de Lagrange, cf. [Sillard & Boucher, 2001]).

Résolution des systèmes normaux Pour résoudre les systèmes normaux découlant des équations (2.1) ou (2.13), il est possible d'utiliser les contraintes lâches sur les stations et les EOP. De ce fait, on surcontraint le problème puisque l'on apporte plus d'informations que le défaut de rang du système.

Afin d'apporter uniquement les informations nécessaires à l'inversion, il faut utiliser les contraintes minimales. Au vu des défauts de rang résumés dans les tableaux 2.5 et 2.7, les contraintes à appliquer sont les suivantes :

Système normal hebdomadaire	Contraintes minimales (CM) à appliquer
Technique satellitaire seule Pas d'estimation de paramètres d'Helmert	3 CM sur les rotations
Technique VLBI seule Pas d'estimation de paramètres d'Helmert	3 CM sur les rotations 3 CM sur les translations
Technique DORIS, GPS, SLR ou VLBI seule Estimation des paramètres d'Helmert	7 CM
Combinaison Pas de lien entre techniques Pas d'estimation de paramètres d'Helmert	3 CM sur les rotations par réseau de technique (12 CM) 3 CM sur les translations sur un réseau VLBI
Combinaison EOP communs Pas d'estimation de paramètres d'Helmert	3 CM sur les rotations 3 CM sur les translations sur un réseau VLBI
Combinaison EOP communs et rattachements Pas d'estimation de paramètres d'Helmert	3 CM sur les rotations
Combinaison Pas de lien entre techniques Estimation de paramètres d'Helmert	7 CM par réseau de technique (28 CM)
Combinaison EOP communs Estimation de paramètres d'Helmert	3 CM sur les rotations 3 CM sur les translations et 1 CM sur le facteur d'échelle par réseau de technique (16 CM)
Combinaison EOP communs et rattachements Estimation de paramètres d'Helmert	7 CM

TAB. 2.8 – Contraintes minimales à appliquer pour différentes configurations de calcul afin de combler les défauts de rang liés à la définition du repère terrestre combiné.

2.1.4 Test numérique

Afin de valider cette approche, une combinaison hebdomadaire des techniques est réalisée sur dix semaines de données entre le 9 janvier 2005 et le 19 mars 2005. La figure 2.2 rappelle les différentes étapes de calcul pour réaliser la combinaison. Les paramètres estimés sont :

- Les appoints hebdomadaires de positions de stations, calculés au milieu de la semaine.
- Les appoints journaliers des coordonnées du pôle et de UT, calculés à 12 h.
- Les paramètres orbitaux (cf. section 1.1).
- Différents biais (biais de certaines stations SLR, biais de fréquence DORIS, biais d'horloge VLBI).
- Les ZTD échantillonnés toutes les deux heures pour les techniques radioélectriques.

Comme nous le verrons dans la suite, l'introduction des rattachements locaux dans la combinaison entraîne certaines difficultés, notamment liées à leur répartition géographique. De ce fait, les rattachements ne sont pas utilisés dans ce test.

Les seuls paramètres communs utilisés étant les EOP, on applique des contraintes minimales par technique (cf. tableau 2.8) par rapport à l'ITRF2005. Le repère R_c ainsi défini doit donc théoriquement être une réalisation de l'ITRF2005.

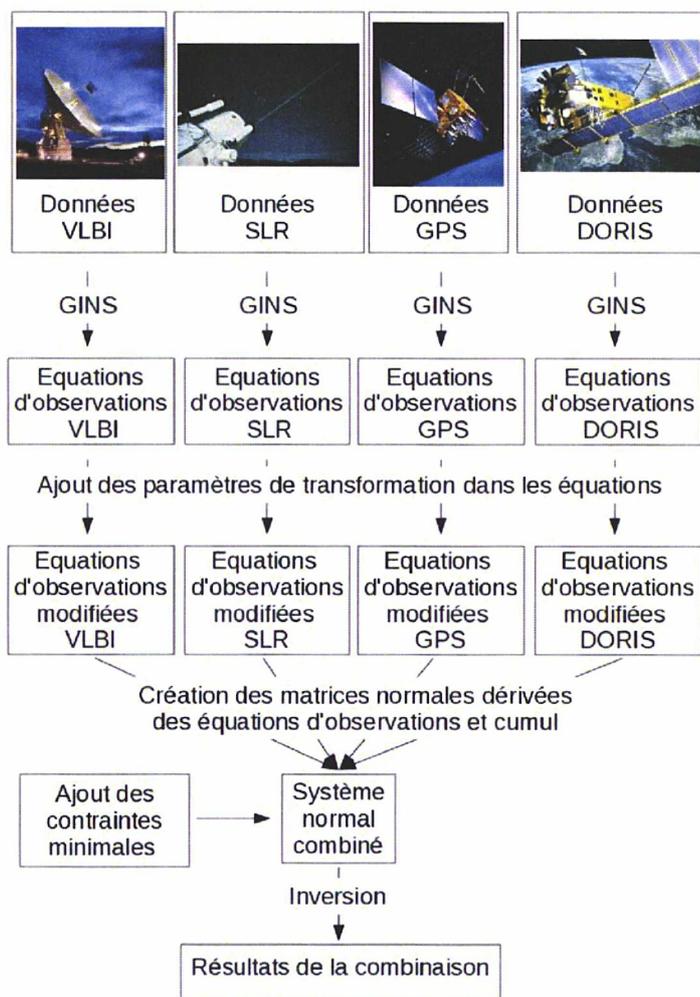


FIG. 2.2 – Schéma récapitulatif des différentes étapes de la combinaison

Pour contrôler que chaque solution hebdomadaire est bien exprimée dans l'ITRF2005, on va calculer les paramètres de transformation entre les positions estimées chaque semaine pour l'ensemble des stations des techniques et l'ITRF2005.

Pour vérifier l'homogénéité interne de la définition du repère terrestre combiné, les paramètres de transformation entre les positions estimées chaque semaine, dans la combinaison, du réseau de stations DORIS (resp. GPS, SLR, et VLBI) et l'ITRF2005 sont estimés. La matrice de variance-covariance pleine issue de la combinaison hebdomadaire est utilisée pour cette estimation et les stations sont éliminées du calcul si les résidus bruts de leurs coordonnées sont supérieurs à huit centimètres ou si ces résidus, après normalisation, sont supérieurs à quatre. Le tableau 2.9 récapitule les résultats obtenus.

	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	0.1 (0.1) 0.3	-0.4 (0.2) 0.4	0.0 (0.2) 0.1	0.0 (0.2) 0.0	0.0 (0.1) 0.0
Ty	0.1 (0.1) 0.2	1.4 (0.2) 1.4	0.0 (0.2) 0.0	0.0 (0.2) 0.0	0.0 (0.1) 0.0
Tz	-0.1 (0.1) 0.2	0.0 (0.2) 0.2	0.0 (0.2) 0.1	0.0 (0.2) 0.0	0.0 (0.1) 0.0
D	0.0 (0.0) 0.1	-0.2 (0.0) 0.2	0.0 (0.0) 0.0	0.0 (0.0) 0.0	0.0 (0.0) 0.0
Rx	-6 (4) 6	-31 (7) 37	-2 (7) 2	0 (8) 2	0 (3) 1
Ry	-1 (4) 3	-13 (7) 14	-1 (7) 2	1 (8) 4	0 (3) 1
Rz	-3 (4) 3	7 (8) 16	0 (7) 1	0 (8) 0	0 (3) 0

TAB. 2.9 – Paramètres de transformation - valeur moyenne pondérée (erreur formelle de la moyenne pondérée) écart-type pondéré en mm pour les translations T'_x , T'_y , T'_z , ppb pour les facteurs d'échelle D et μas pour les rotations R_x , R_y , et R_z - estimés entre différents réseaux de stations (toutes les stations, sous-réseau DORIS, GPS, SLR, ou VLBI) au sein de la combinaison et l'ITRF2005.

Comme on peut le constater, l'orientation de la solution est parfaitement homogène et semblable à celle de l'ITRF2005 à un niveau largement inférieur au millimètre à la surface de la Terre (1 μas correspondant à environ 30 μm à la surface de la Terre). En ce qui concerne l'échelle et l'origine, la solution est homogène et est exprimée dans l'ITRF2005 au niveau millimétrique. Seul le repère matérialisé par les stations DORIS présente encore une translation T'_y légèrement supérieure au millimètre. Cette approche semble donc avoir parfaitement rempli son rôle. Il faut toutefois vérifier que l'on conserve les informations d'incohérences entre les techniques dans les paramètres de transformations estimés durant la combinaison. Le tableau 2.10 récapitule les statistiques de ces paramètres estimés sur les trois mois.

	DORIS	GPS	SLR	VLBI
Tx	-1.4 (0.6) 4.4	-7.0 (0.2) 2.7	-3.8 (0.2) 3.7	
Ty	9.1 (0.6) 4.0	-5.1 (0.2) 2.7	2.6 (0.2) 1.7	
Tz	20.8 (2.8) 38.1	-7.1 (0.4) 4.7	0.9 (0.3) 5.7	
D	-1.4 (0.1) 0.5	-0.1 (0.0) 0.2	-3.0 (0.0) 0.4	-2.4 (0.2) 1.0

TAB. 2.10 – Paramètres de transformation estimés lors de la combinaison - valeur moyenne pondérée (erreur formelle de la moyenne pondérée) écart-type pondéré, en mm pour les translations T'_x , T'_y , T'_z , et ppb pour les facteurs d'échelle D - sur trois mois de données.

On constate que l'on retrouve les incohérences entre les techniques, comme notamment une différence de 0.6 ppb entre le facteur d'échelle du VLBI et du SLR, ou encore un important biais dans les paramètres de translation de la technique DORIS (voir la section 1.1.3).

Finalement, il est intéressant de regarder la qualité des EOP obtenus lors de la combinaison, EOP communs aux quatre techniques. Le tableau 2.11 récapitule les statistiques des EOP estimés sur les trois mois, la figure 2.3 donnant l'évolution temporelle de ces appoints.

	X_p (en μas)	Y_p (en μas)	UT (en μs)
Moyenne pondérée	31	16	3
Erreur formelle de la moyenne pondérée	0.1	0.2	0.5
Écart-type pondéré	41	39	13

TAB. 2.11 – Statistiques des appoints de coordonnées du pôle (X_p, Y_p) et du UT par rapport à la série IERS 05 C04, estimés lors de la combinaison comme paramètres communs aux techniques

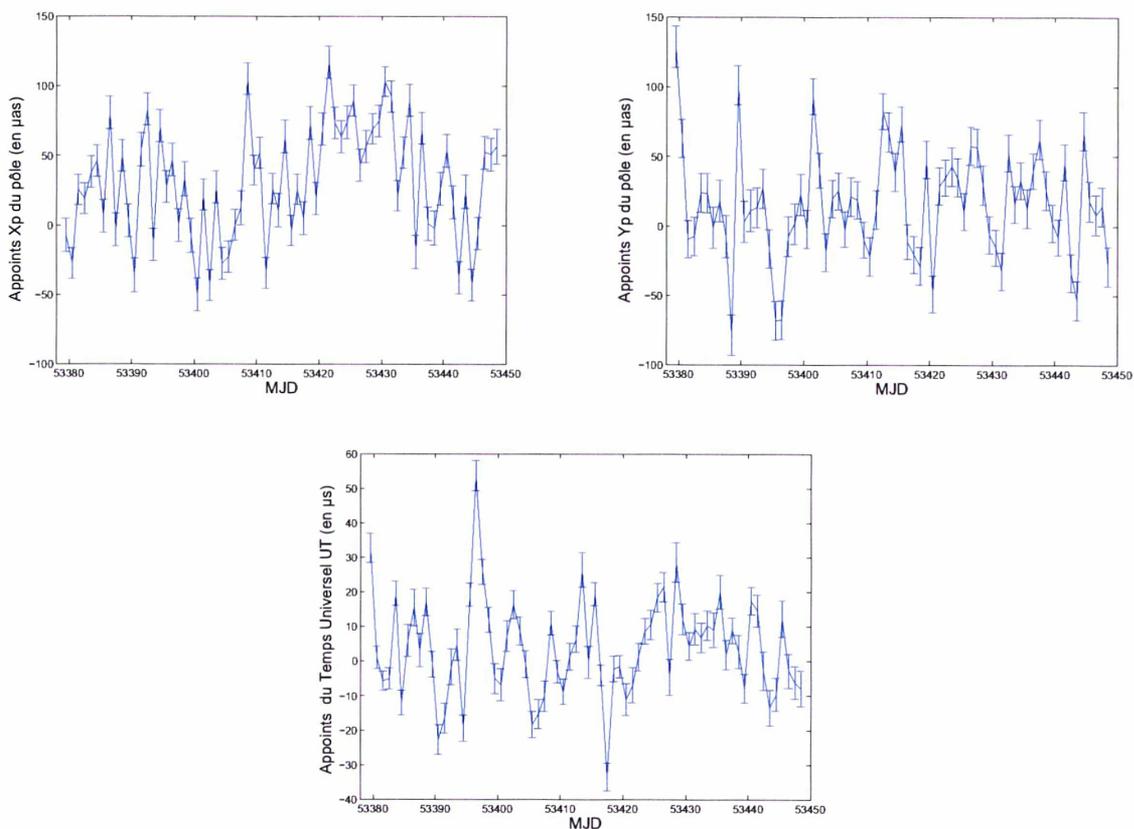


FIG. 2.3 – Appoints de coordonnées du pôle (X_p, Y_p) et appoints du UT par rapport à la série IERS 05 C04, estimés lors de la combinaison comme paramètres communs aux techniques sur la période du 9 janvier au le 19 mars 2005.

La qualité des coordonnées du pôle est équivalente à celle fournie par la technique GPS seule (31 ± 41) μas pour les appoints de la coordonnée X_p du pôle estimés dans la combinaison contre (28 ± 40) μas pour le GPS seul, (16 ± 39) μas pour les appoints de la coordonnée Y_p du pôle estimés dans la combinaison contre (15 ± 38) μas pour le GPS seul, voir la section 1.1.3). En ce qui concerne UT, on obtient des résultats proches de ceux obtenus par le VLBI ((3 ± 13) μs pour les appoints du UT estimés dans la combinaison contre (4 ± 11) μs pour le VLBI seul, voir la section 1.1.3), avec un échantillonnage nettement plus important sur la période (échantillonnage régulier et journalier sur toute la période pour la combinaison, soit 70 estimations, contre un

échantillonnage irrégulier comprenant 37 estimations du UT pour le VLBI seul). On retrouve ainsi des conclusions similaires à celles de [Coulot et al., 2007] en ce qui concerne les EOP.

L'estimation des paramètres de transformation a donc permis de résoudre le problème d'homogénéité du repère de référence combiné. De plus, les informations d'incohérence entre les techniques n'ont pas disparu et sont présentes dans ces paramètres estimés. L'approche de combinaison développée a donc bien joué son rôle et présente une avancée notable par rapport à [Coulot et al., 2007].

Jusqu'à présent, j'ai passé sous silence un aspect essentiel de la combinaison, à savoir la pondération des observations. En effet, dans une estimation par moindres carrés, la pondération des observations joue un rôle majeur. En outre, elle peut totalement fausser les résultats, si elle est mal évaluée. Cette pondération est d'autant plus importante dans le cadre d'une combinaison puisque de celle-ci va en partie dépendre l'impact des observations d'une technique par rapport à une autre sur les résultats. Dans la section suivante, je présente la méthode utilisée pour repondérer les jeux d'équations d'observations dont je dispose.

2.2 Pondérations des observations

Les combinaisons de techniques de géodésie spatiale font intervenir des observations qui ont des précisions différentes. Les traitements de ces observations introduisent des modèles dont certains sont spécifiques à la technique considérée, modèles possédant également leur propre précision. Il est donc important de tenir compte de ces faits dans les combinaisons. Ce type de problème est courant en géodésie dès que l'on utilise des données de sources différentes. Je vais donc présenter, dans un cadre purement formel, la méthode de repondération que j'ai utilisée puis je détaillerai le type de repondération utilisé, technique par technique, puis, au sein de la combinaison.

2.2.1 Méthode de repondération

On se place ici dans le cadre mathématique du problème de moindres carrés suivant :

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

avec Y_i ($1 \leq i \leq n$) n groupes statistiquement indépendants d'observations dont la variance est connue à un facteur σ_i^2 près ($var(Y_i) = \sigma_i^2 * \Sigma_i$, Σ_i connue), A_i la matrice de dérivées partielles du $i^{\text{ème}}$ groupe d'observations par rapport au vecteur de paramètres X . On notera N la matrice normale de ce système. On cherche à estimer les σ_i . Une méthode rigoureuse permettant d'obtenir un estimateur sans biais de ces facteurs de variance est appelée la méthode de Helmert (voir l'annexe C). Cependant, elle peut fournir des estimations complexes de σ_i ($\sigma_i^2 < 0$) et présenter un temps de calcul important. La méthode que j'ai utilisée pour repondérer mes jeux de données est la méthode dite du "degré de liberté" [Sillard, 1999]. Celle-ci, bien que mathématiquement moins rigoureuse dans le cadre qui nous intéresse que la méthode de Helmert, permet d'obtenir des valeurs toujours strictement positives des σ_i^2 , est plus rapide à mettre en œuvre, et fournit des résultats équivalents à la méthode de Helmert [Bähr, 2006]. Je présente ici son principe.

Rigoureusement, la méthode du "degré de liberté" se place dans le cadre où les variances des n groupes d'observations sont connues au même facteur σ_0^2 près ($var(Y_i) = \sigma_0^2 * \Sigma_i$, Σ_i connue). Dans ce cas, des estimateurs sans biais de ce facteur sont donnés par :

$$\hat{\sigma}_0^{2i} = \frac{V_i^T \Sigma_i^{-1} V_i}{f_i}$$

avec $\hat{\sigma}_0^{2i}$ l'estimation de σ_0^2 fournie par le groupe d'observations i , V_i le vecteur des résidus lié aux observations Y_i ($V_i = Y_i - A_i X$), $f_i = n_i - tr(A_i N^{-1} A_i^T \Sigma_i^{-1})$, et n_i le nombre d'observations du groupe i .

Pour appliquer ce type de méthode à la combinaison, la question à se poser est alors de savoir sur quels jeux de données ré-estimer ces facteurs de variances. Afin de répondre à cette question, je vais m'intéresser, dans un premier temps, à la repondération des observations des techniques individuelles puis je reviendrai sur la combinaison.

2.2.2 Étude technique par technique

Différentes approches de repondération hebdomadaire ont été étudiées selon la technique considérée. Ainsi, en ce qui concerne les techniques DORIS et SLR, deux hypothèses ont été confrontées. La première est une repondération par estimation d'un facteur de variance différent par jeu hebdomadaire d'observations se rapportant à un même satellite (je parlerai alors de repondération par satellite). La seconde est une repondération par estimation d'un facteur de variance pour l'ensemble des observations de la technique (je parlerai alors de repondération de la technique). Pour le VLBI, les hypothèses étudiées sont une repondération par estimation d'un facteur de variance différent pour chaque ensemble hebdomadaire d'observations d'une session (repondération par session) ou une repondération de la technique. Enfin, trois approches différentes ont été étudiées pour la technique GPS. Une approche de repondération par satellite (avec un traitement des observations non différenciées), une approche de repondération par sous-réseau de stations (sous-réseaux correspondant à ceux utilisés lors des traitements en doubles-différences présentés dans le chapitre 1), ou une approche de repondération de la technique. Le tableau 2.12 récapitule ces différentes approches.

Pour chacun de ces tests, les facteurs de variance sont comparés à celui obtenu par repondération de la technique. Le tableau 2.13 présente ces résultats sous forme de variations relatives. Soit σ_0 la racine carrée du facteur de variance obtenu par repondération d'une technique et σ_0^i celle obtenue pour un jeu d'observations hebdomadaires de cette technique (lié à un satellite particulier, à un sous-réseau, ou à une session). On estime alors la variation relative de σ_0^i par rapport à σ_0 :

$$\Delta\sigma = \frac{|\sigma_0^i - \sigma_0|}{\sigma_0} * 100$$

Le tableau 2.13 présente les valeurs médianes de ces variations relatives $\Delta\sigma$, notées $\bar{\Delta\sigma}$, sur les dix semaines de données, et pour les différents cas récapitulés dans le tableau 2.12.

Technique	Approche	Facteurs de variance estimés
DORIS	Repondération par satellite	$\sigma_0^{2^i}$ estimés par jeu d'observations se rapportant à un satellite ($1 \leq i \leq n$, n le nombre de satellites DORIS considérés)
	Repondération de la technique	σ_0^2 estimé pour l'ensemble des observations de la technique
GPS	Repondération par satellite	$\sigma_0^{2^i}$ estimés par jeu d'observations se rapportant à un satellite ($1 \leq i \leq n$, n le nombre de satellites GPS considérés)
	Repondération par sous-réseau	$\sigma_0^{2^i}$ estimés par jeu d'observations se rapportant à un sous-réseau ($1 \leq i \leq n$, n le nombre de sous-réseaux GPS utilisés)
	Repondération de la technique	σ_0^2 estimé pour l'ensemble des observations de la technique
SLR	Repondération par satellite	$\sigma_0^{2^i}$ estimés par jeu d'observations se rapportant à un satellite ($1 \leq i \leq n$, n le nombre de satellites SLR considérés)
	Repondération de la technique	σ_0^2 estimé pour l'ensemble des observations de la technique
VLBI	Repondération par session	$\sigma_0^{2^i}$ estimés par jeu d'observations se rapportant à une session ($1 \leq i \leq n$, n le nombre de sessions VLBI considérées)
	Repondération de la technique	σ_0^2 estimé pour l'ensemble des observations de la technique

TAB. 2.12 – Différentes approches de repondération hebdomadaire testées pour chaque technique.

Technique	Approche		$\Delta\sigma$
DORIS	Repondération par satellite	SPOT 2	6.8%
		SPOT 4	6.2%
		SPOT 5	3.1%
		Jason 1	1.1%
		ENVISAT	0.3%
GPS	Repondération par satellite		2.6%
	Repondération par sous-réseau		1.8%
SLR	Repondération par satellite	LAGEOS-1	2.8%
		LAGEOS-2	3.7%
VLBI	Repondération par session	Session IVS-R1	25%
		Session IVS-R4	29%
		Session XU	26%
		Session XK	24%

TAB. 2.13 – Valeurs médianes des variations relatives des facteurs de variance estimés par satellite, session ou sous-réseau par rapport à ceux estimés par technique.

On constate que les écarts sont de l'ordre de 0 à 7% pour DORIS, 2 à 3% pour GPS, 3 à 4% pour SLR et 24 à 29% pour VLBI. En rapportant ces pourcentages en incertitudes a

priori, ceux-ci correspondent, pour les trois techniques satellitaires, à des différences en centième de millimètres et sont donc négligeables. Une repondération des observations par technique est alors suffisante. Ce n'est pas le cas pour la technique VLBI qui nécessite donc une repondération par session.

2.2.3 Étude de la combinaison

Au vu des résultats précédents, la méthode de repondération adoptée lors de la combinaison est la suivante. Un facteur de variance est ré-estimé pour chaque technique satellitaire et pour chaque session du VLBI. On peut souligner qu'un test a été réalisé avec une repondération par satellite pour chaque technique satellitaire et par session pour le VLBI au sein de la combinaison afin de vérifier que les conclusions tirées des résultats précédents pouvaient se généraliser dans la combinaison. Ce test a abouti à la même conclusion que précédemment : une repondération par technique satellitaire est suffisante mais la repondération session par session des données VLBI est nécessaire. La figure (2.4) représente les incertitudes a priori sur les mesures des différentes techniques au sein de la combinaison, exprimées en cm pour les données GPS, SLR et les données des quatre sessions VLBI et en mm/s pour les mesures DORIS. Le tableau 2.14 présente les valeurs médianes de ces incertitudes.

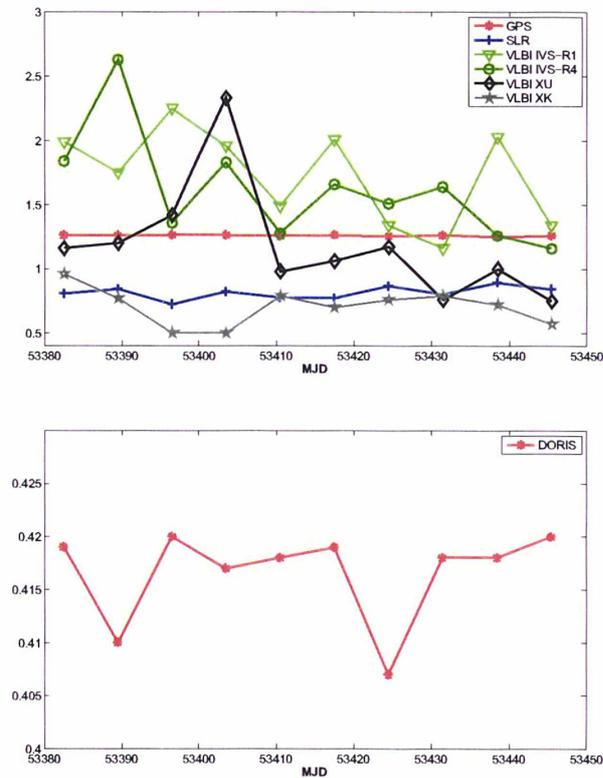


FIG. 2.4 – Incertitudes a priori des mesures des différentes techniques au sein de la combinaison, après repondération. Ces incertitudes sont exprimées en cm pour les données GPS, SLR et les données des quatre sessions VLBI et en mm/s pour les données DORIS.

Technique	Incertitude
DORIS	0.42 mm/s
GPS	1.26 cm
SLR	0.81 cm
VLBI session IVS-R1	1.86 cm
VLBI session IVS-R4	1.58 cm
VLBI session XK	0.74 cm
VLBI session XU	1.11 cm

TAB. 2.14 – Valeurs médianes des incertitudes a priori des mesures des différentes techniques satellitaires et des sessions VLBI au sein de la combinaison.

On constate que les données des différentes sessions VLBI ont des incertitudes très variables, allant de moins de un centimètre à plus de deux selon la session. De plus, leurs incertitudes ont des variations plus importantes au cours du temps que celles des autres techniques. Les sessions intensives présentent les incertitudes les plus faibles comparées à celles des sessions IVS-R1 et IVS-R4. Le tableau 2.14 montre que les données des sessions intensives XK et de la technique SLR ont les incertitudes a priori les plus faibles ; elles ont donc un rôle non négligeable dans la combinaison. Il faut toutefois relativiser ce fait. En effet, les mesures GPS, bien que sensiblement moins pondérées, sont nettement plus nombreuses que celles des autres techniques, ce qui confère à la technique GPS sans aucun doute le rôle central dans la combinaison. Pour donner un ordre de grandeur, on dispose d'environ sept cent mille observations GPS sur une semaine, à comparer à deux cent mille observations pour DORIS, environ quatre mille mesures pour le SLR et trois mille pour l'ensemble des sessions VLBI.

Tous ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par [Coulot, 2005], excepté pour la technique GPS où l'on observe un facteur deux de différence. Ceci s'explique par l'utilisation de doubles-différences dans mon cas au lieu de mesures non différenciées dans [Coulot, 2005].

On peut de plus noter que, lors de l'estimation des facteurs de variance, l'ensemble des paramètres estimés interviennent. Une autre approche consistant à ne faire intervenir que les paramètres communs à l'ensemble des techniques pour estimer ces facteurs peut également être envisagée. Cette deuxième approche est celle utilisée par [Coulot, 2005]. Il est intéressant de constater que ces deux approches aboutissent à des résultats très similaires.

Pour illustrer l'impact que peut avoir la repondération des mesures, le tableau 2.15 présente les statistiques des EOP estimés lors de deux combinaisons hebdomadaires dont la seule différence réside dans la repondération (REP) ou non (NON REP) des observations. On s'intéresse aux EOP puisqu'ils sont ici les seuls paramètres communs aux techniques. Ces combinaisons ont été réalisées avec estimation de paramètres de transformation et prise en compte des rattachements.

	X_p (en μas)		Y_p (en μas)		UT (en μs)	
	Non REP	REP	Non REP	REP	Non REP	REP
Moyenne pondérée (MP)	3	33	-9	0	5	2
Erreur formelle de MP	2	1	3	2	0.5	0.3
Écart-type pondéré	63	39	45	40	14	12

TAB. 2.15 – Statistiques des appoints de coordonnées du pôle (X_p, Y_p) et du UT par rapport à la série IERS 05 C04, estimés lors de la combinaison comme paramètres communs aux techniques. Comparaison entre une approche avec repondération (REP) et une approche sans repondération (Non REP) des observations.

On voit immédiatement l'intérêt de repondérer les mesures des techniques. En effet, on observe un gain de presque 40% sur l'écart-type pondéré des appoints du pôle X_p . De plus, on retrouve le biais d'environ 30 μas obtenu sur X_p lors du traitement de la technique GPS. Bien que l'amélioration ne soit pas aussi notable que pour X_p , les autres EOP ont systématiquement une variabilité inférieure après utilisation de la repondération. En fait, on constate qu'après celle-ci, on retrouve la qualité des coordonnées du pôle obtenue lors du traitement de la technique GPS seule et celle du UT obtenue lors du traitement de la technique VLBI (voir le chapitre 1), ce qui est loin d'être le cas sans repondération. Il est donc primordial de bien pondérer les techniques si on veut obtenir des résultats satisfaisants avec la combinaison.

Hormis la combinaison réalisée ici sans repondération pour évaluer l'intérêt de repondérer les mesures des techniques, toutes les combinaisons ont été effectuées avec repondération des observations par technique satellitaire et par session VLBI.

Un autre élément clé de la combinaison est l'utilisation de rattachements locaux. En effet, ceux-ci sont les seules informations qui permettent de lier les différents réseaux de techniques entre eux, à l'exception des EOP communs qui permettent de relier uniquement l'orientation des repères. Ils vont donc jouer un rôle central lors de la combinaison. Dans la prochaine section, je présente la manière dont sont introduits ces rattachements dans la combinaison ainsi que leur impact sur le repère combiné.

2.3 Utilisation des rattachements locaux

Les rattachements locaux apportent des informations pour lier les réseaux des techniques entre eux. Ils sont, à ce titre, d'un intérêt certain pour réaliser une combinaison. Leurs valeurs sont obtenues à partir d'observations au sol réalisées entre deux instruments localisés sur un même site. Le centre de produit de l'ITRF met à disposition de la communauté la valeur de ces rattachements ainsi que leurs incertitudes. Je présente dans cette partie deux approches différentes pour introduire ces liens entre les réseaux.

2.3.1 Utilisation directe des rattachements

On introduit les rattachements au sein de la combinaison à travers des équations d'observations de la forme :

$$X_1^0 + \delta X_1 - (X_2^0 + \delta X_2) = Ratt^{(1-2)} (\Sigma_{Ratt^{(1-2)}}) \quad (2.25)$$

avec X_1^0 (resp. X_2^0) le vecteur position a priori de la station 1 (resp. 2), δX_1 (resp. δX_2) le vecteur des appoints à estimer de la station 1 (resp. 2), $Ratt^{(1-2)}$ le vecteur de rattachement entre les stations 1 et 2 d'un même site, et $\Sigma_{Ratt^{(1-2)}}$ sa matrice de variance-covariance.

La figure 2.5 représente la position des sites de co-localisation utilisés lors de la combinaison, les figures 2.6, 2.7, 2.8, et 2.9 les répartitions géographiques de ces sites par technique.

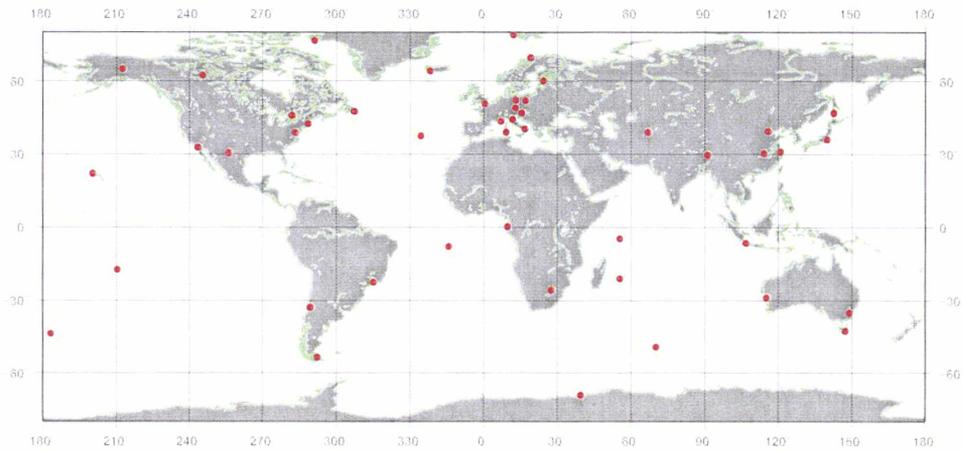


FIG. 2.5 – Répartition géographique des sites de co-localisation utilisés pour la combinaison.

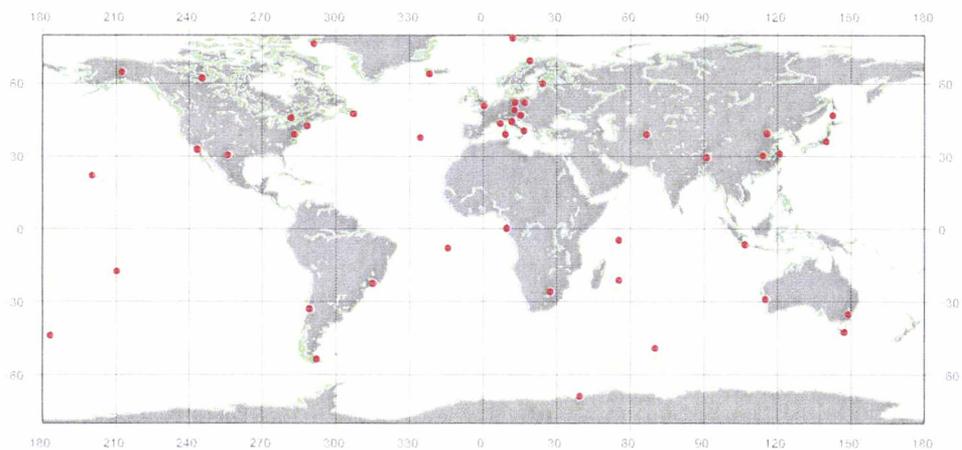


FIG. 2.6 – Sites de co-localisation comportant une antenne GPS.

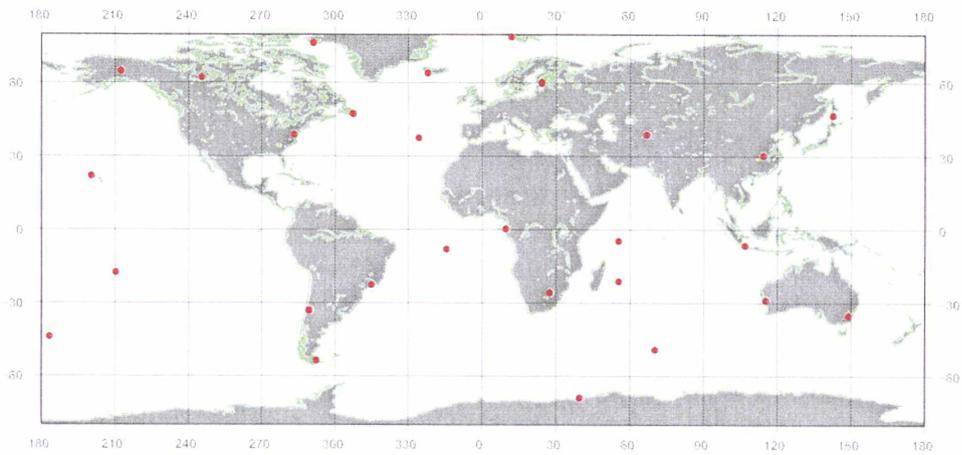


FIG. 2.7 – Sites de co-localisation comportant une balise DORIS.

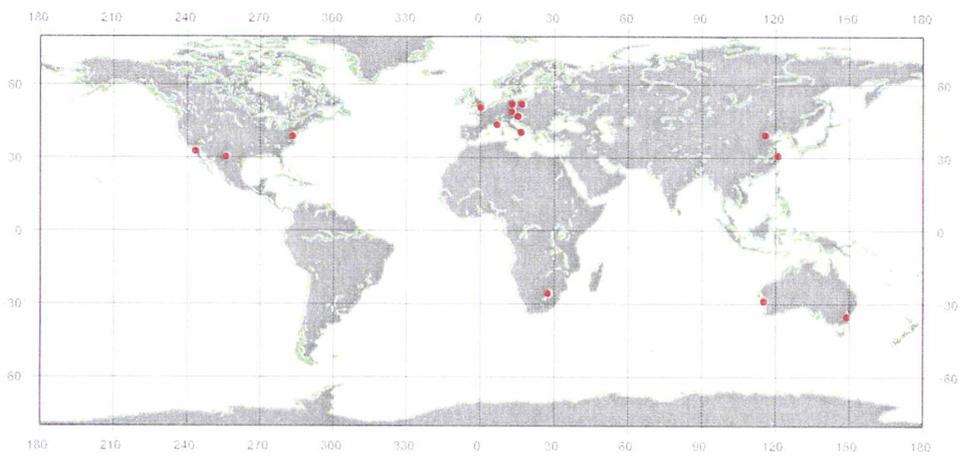


FIG. 2.8 – Sites de co-localisation comportant une station SLR.

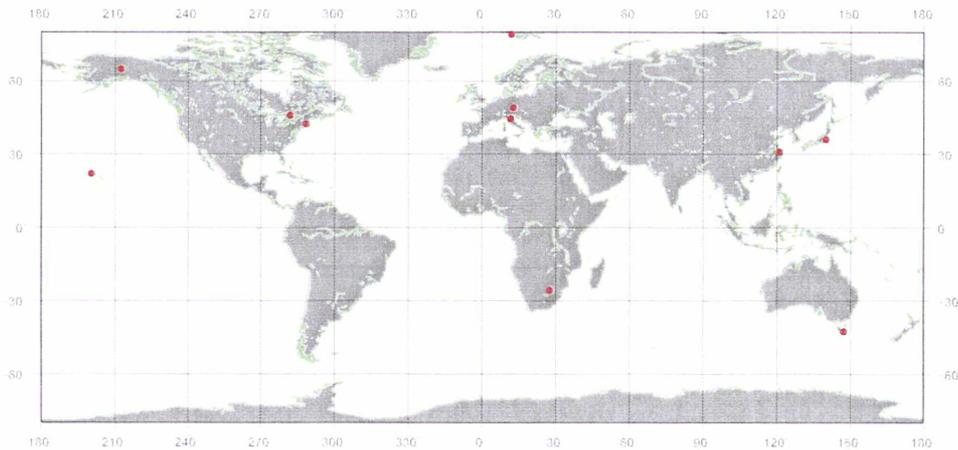


FIG. 2.9 – Sites de co-localisation comportant une antenne VLBI.

Tests numériques J’ai réalisé trois combinaisons hebdomadaires différentes dans lesquelles ont été introduits les rattachements. Pour chaque combinaison, je rappelle que les EOP (coordonnées du pôle et UT) sont communs aux techniques. Ces combinaisons sont réalisées sur la période comprise entre le 9 janvier et le 19 mars 2005.

L’ensemble des contraintes minimales utilisées dans ces combinaisons est appliqué sur un sous-réseau de core stations GPS géographiquement bien réparties afin de réduire l’impact de l’effet de réseau (voir [Collilieux, 2008] et annexe E). En effet, comme ce sous-réseau doit être stable dans le temps et que ses stations doivent être bien réparties, l’utilisation d’un sous-réseau de stations SLR ou VLBI n’est pas envisageable. De même, il faut des stations d’une très bonne qualité, ce qui élimine la possibilité d’utiliser un sous-réseau de stations DORIS, la qualité du positionnement des stations de cette technique n’atteignant pas encore le niveau de celle de la technique GPS. La seule alternative viable à l’utilisation d’un sous-réseau de stations GPS est donc l’utilisation d’un sous-réseau de stations de l’ensemble des techniques. Après avoir testé ces deux alternatives, j’ai constaté que l’on obtient un référencement légèrement plus homogène en utilisant les stations GPS seules. Je n’ai toutefois pas testé tous les sous-réseaux envisageables et il est possible qu’en choisissant des stations de chaque technique par une méthode comme les algorithmes génétiques (cf. annexe C), on puisse déterminer le meilleur sous-réseau auquel appliquer les contraintes minimales. Cependant, une telle méthode nécessitant un temps de calcul considérable, j’ai décidé d’utiliser un sous-réseau de core stations GPS.

Les trois combinaisons hebdomadaires testées sont :

- La combinaison notée CR (Combinaison utilisant les Rattachements) est une combinaison directe des systèmes d’observations des techniques avec l’utilisation des rattachements. Pour définir l’orientation du repère combiné, il faut ajouter trois contraintes minimales sur les rotations par rapport à l’ITRF2005 (cf. tableau 2.8). De ce fait, cette orientation doit théoriquement être identique à celle de l’ITRF2005.
- La combinaison CMR (Combinaison utilisant le Modèle et les Rattachements) est une combinaison utilisant le modèle décrit dans la section 2.1.1 (modèle qui consiste à intro-

duire des paramètres de transformation par technique) et les rattachements. Le repère issu de cette combinaison est défini comme étant l'ITRF2005. Pour cela, on applique sept contraintes minimales par rapport à l'ITRF2005 par semaine.

- La combinaison CMR-DRI (Combinaison utilisant le Modèle décrit dans la section 2.1.1 et les Rattachements avec une Définition du Repère combiné Indépendante) est une combinaison CMR pour laquelle l'origine et l'échelle du repère combiné sont indépendantes de l'ITRF ou de tout autre repère de référence. En effet, pour cette combinaison, j'ai défini l'origine du repère combiné comme étant celle du repère terrestre donné par les mesures de la technique SLR. Pour cela, il suffit de ne pas estimer les paramètres de translation pour la technique SLR. Le facteur d'échelle est, quant à lui, défini comme la moyenne des facteurs d'échelle donnés par les mesures de la technique SLR et VLBI séparément. Contraindre le facteur d'échelle estimé de la technique SLR à être l'exact opposé du facteur d'échelle estimé de la technique VLBI ($D_{SLR} = -D_{VLBI}$) aboutit à ce résultat. Enfin, concernant l'orientation du repère combiné, j'ai aligné celle-ci sur celle de l'ITRF2005, afin que les repères issus de ces trois combinaisons aient théoriquement la même orientation. De manière identique aux autres combinaisons, on applique donc trois contraintes minimales par rapport à l'ITRF2005.

Le tableau 2.16 rappelle les points importants de ces combinaisons.

	CR	CMR	CMR-DRI
Estimation de paramètres de transformation	non	oui	oui sans les paramètres de translations SLR
Rattachements	$X_1^0 + \delta X_1 - (X_2^0 + \delta X_2) = Ratt^{(1-2)}$ cf. équation (2.25)		
Contraintes	3 contraintes minimales sur les rotations	7 Contraintes minimales	$D_{SLR} = -D_{VLBI}$ et 3 contraintes minimales sur les rotations

TAB. 2.16 – Récapitulatif des différentes approches de combinaisons étudiées.

Ces différentes approches sont évaluées ici en terme d'homogénéité des repères terrestres combinés et de qualité des EOP estimés. Afin de contrôler cette homogénéité, les paramètres de transformation entre les positions estimées chaque semaine dans la combinaison de toutes les stations (resp. du réseau de stations DORIS, GPS, SLR, et VLBI) et l'ITRF2005 sont estimés. Le tableau 2.17 récapitule les résultats obtenus pour les trois combinaisons.

Combinaison CR					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	-8.2 (0.6) 2.8	-3.1 (0.8) 3.9	-5.6 (1.2) 2.5	-3.9 (0.9) 3.9	-3.9 (1.9) 3.8
Ty	-0.3 (0.6) 2.5	-0.8 (0.8) 2.7	-3.3 (1.2) 2.2	2.4 (0.8) 1.9	3.6 (1.5) 4.4
Tz	-5.6 (1.3) 4.7	-1.3 (1.3) 4.9	-10.5 (1.9) 3.9	0.8 (2.0) 4.1	7.9 (2.2) 6.3
D	-0.8 (0.1) 0.1	-1.0 (0.1) 0.2	-0.3 (0.1) 0.2	-2.7 (0.1) 0.4	-2.0 (0.2) 0.6
Rx	-12 (11) 39	-67 (22) 83	-14 (17) 37	34 (44) 85	149 (34) 63
Ry	-12 (9) 29	96 (25) 124	-33 (14) 26	-16 (39) 91	-80 (34) 90
Rz	-12 (9) 25	160 (22) 59	28 (12) 21	-47 (79) 66	64 (66) 144
Combinaison CMR					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	0.0 (0.2) 0.1	5.3 (0.6) 2.3	0.0 (0.2) 0.1	-0.5 (2.4) 1.6	1.6 (1.7) 2.8
Ty	0.0 (0.2) 0.0	-1.0 (0.7) 1.3	-0.0 (0.2) 0.0	3.4 (1.9) 1.6	5.6 (1.4) 4.0
Tz	0.0 (0.2) 0.1	4.0 (0.6) 3.3	0.0 (0.2) 0.1	4.0 (2.5) 0.6	11.4 (2.0) 4.3
D	0.0 (0.0) 0.0	-0.2 (0.1) 0.5	0.0 (0.0) 0.0	-0.5 (0.4) 0.2	-1.0 (0.3) 0.7
Rx	0 (6) 0	5 (19) 84	0 (7) 0	36 (41) 86	149 (33) 46
Ry	0 (6) 0	235 (25) 156	0 (7) 0	28 (37) 90	-36 (32) 85
Rz	0 (6) 1	142 (21) 51	-0 (7) 0	-91 (80) 57	30 (65) 151
Combinaison CMR-DRI					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	-5.1 (0.8) 4.0	4.5 (1.6) 6.0	-2.4 (2.4) 4.5	-3.7 (0.9) 4.2	0.7 (2.3) 6.3
Ty	2.6 (0.7) 1.9	-2.4 (1.4) 1.6	-0.7 (2.0) 1.6	2.8 (0.8) 2.0	3.2 (1.8) 3.1
Tz	0.4 (1.9) 6.1	4.4 (2.1) 8.1	-0.1 (3.3) 6.7	1.1 (2.3) 5.1	15.0 (2.8) 7.7
D	-2.7 (0.3) 0.2	-1.4 (0.4) 0.8	-1.7 (0.6) 0.7	-1.5 (0.7) 0.8	-2.7 (0.3) 0.8
Rx	-13 (14) 31	32 (26) 66	16 (27) 44	32 (49) 90	200 (37) 55
Ry	-32 (12) 40	239 (30) 163	-31 (26) 49	1 (45) 96	5 (34) 100
Rz	21 (10) 32	169 (25) 56	22 (21) 43	-69 (83) 77	-0 (63) 94

TAB. 2.17 – Paramètres de transformation - valeur moyenne pondérée (erreur formelle de la moyenne pondérée) écart-type pondéré en mm pour les translations T_x , T_y , T_z , ppb pour les facteurs d'échelle D et μ as pour les rotations R_x , R_y , et R_z - estimés entre différents réseaux de stations (toutes les stations, sous-réseau DORIS, GPS, SLR ou VLBI), sur dix semaines de données, au sein de la combinaison CR (resp. CMR et CMR-DRI) et l'ITRF2005. CR : Combinaison avec utilisation des rattachements. CMR : Combinaison avec estimation des paramètres de transformation et utilisation des rattachements, repère combiné défini comme étant l'ITRF2005. CMR-DRI : Combinaison avec estimation des paramètres de transformation et utilisation des rattachements, origine et échelle du repère combiné définies indépendamment (cf. texte).

Si on s'intéresse au repère combiné matérialisé par les positions de l'ensemble des stations, on constate que les repères combinés issus des trois combinaisons ont bien une orientation cohérente avec celle de l'ITRF2005. En effet, les paramètres de rotation entre ces repères et l'ITRF2005 sont très faibles (quelques dizaines de μ as, soit moins d'un millimètre rapporté à la surface de la Terre) voire non significatifs, vues les erreurs formelles. Concernant les translations et le facteur d'échelle, on peut voir qu'ils sont non significatifs pour la combinaison CMR. Le repère combiné

est bien réalisé dans l'ITRF2005. Pour les repères issus de CR et de CMR-DRI, ce n'est pas le cas. On constate des différences de quelques millimètres.

Si maintenant on s'intéresse à la cohérence interne des repères combinés, on constate de fortes hétérogénéités. Ainsi, on observe par exemple une distance entre l'origine réalisée par le réseau de stations DORIS et celle réalisée par le réseau de stations GPS de 9.9 mm au sein de la combinaison CR. Une différence de facteur d'échelle de 0.7 ppb entre le repère réalisé par le réseau SLR et celui réalisé par le réseau VLBI au sein de la combinaison CR est également visible. Deux hypothèses semblent raisonnables pour expliquer ces incohérences. Elles peuvent provenir de certains modèles spécifiques au traitement d'une technique mais aussi de la répartition géographique hebdomadaire des sites de co-localisation. En effet, sur une semaine, il n'est pas rare que l'on ne dispose pas de données sur certaines stations co-localisées, essentiellement des stations des techniques SLR et VLBI, qui disposent des réseaux de stations les moins denses et qui ont un réseau de stations co-localisées assez pauvre comparativement aux deux autres techniques (voir les figures 2.10, 2.11, 2.12, 2.13, et 2.14 montrant la répartition des rattachements sur une semaine donnée). Il n'est alors pas surprenant d'observer des hétérogénéités plus importantes pour ces techniques. En effet, les rattachements étant le seul lien entre les techniques, hormis les EOP, une mauvaise répartition des sites de co-localisation peut perturber le référencement.

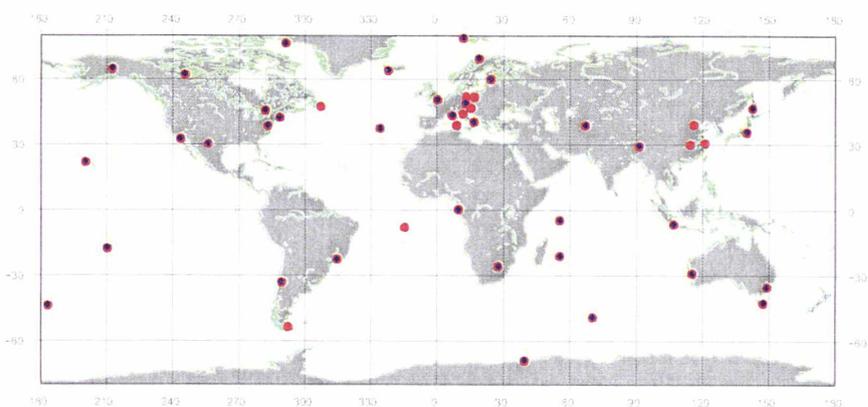


FIG. 2.10 – Répartition géographique des sites de co-localisation utilisés lors de la combinaison. Les points rouges correspondent à l'ensemble des sites de co-localisation utilisés au moins une fois sur la période du 9 janvier au 19 mars 2005. Les losanges bleus correspondent à ceux utilisés lors de la combinaison hebdomadaire pour la semaine GPS 1307.

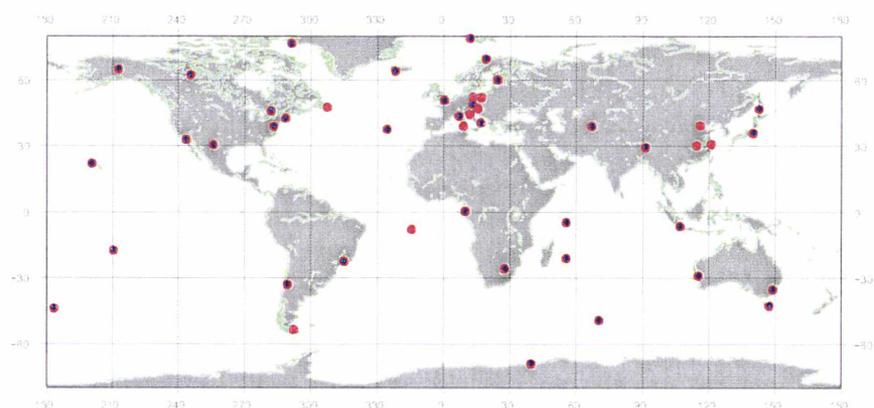


FIG. 2.11 – Répartition géographique des sites de co-localisation comportant une antenne GPS. Les points rouges correspondent à l'ensemble des sites de co-localisation utilisés au moins une fois sur la période du 9 janvier au 19 mars 2005 comportant une antenne GPS. Les losanges bleus correspondent à ceux utilisés lors de la combinaison hebdomadaire pour la semaine GPS 1307 et comportant une antenne GPS.

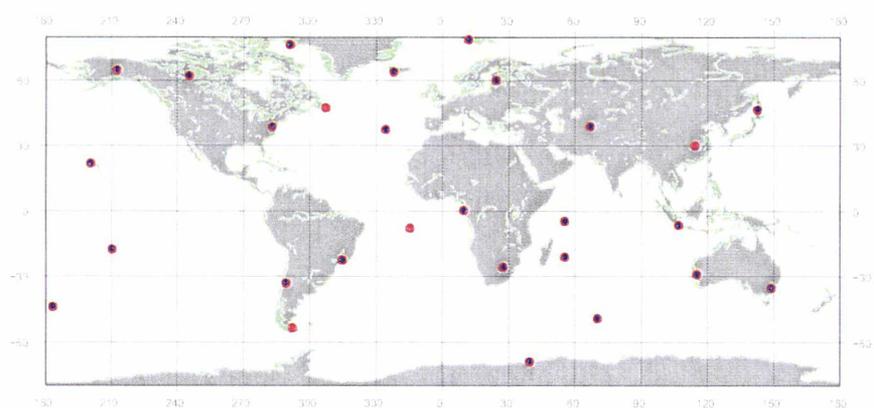


FIG. 2.12 – Répartition géographique des sites de co-localisation comportant une balise DORIS. Les points rouges correspondent à l'ensemble des sites de co-localisation utilisés au moins une fois sur la période du 9 janvier au 19 mars 2005 comportant une balise DORIS. Les losanges bleus correspondent à ceux utilisés lors de la combinaison hebdomadaire pour la semaine GPS 1307 et comportant une balise DORIS.

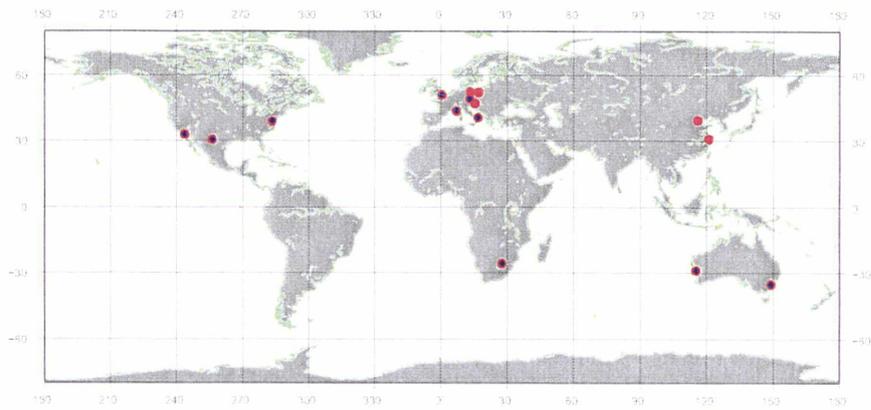


FIG. 2.13 – Répartition géographique des sites de co-localisation comportant une station SLR. Les points rouges correspondent à l'ensemble des sites de co-localisation utilisés au moins une fois sur la période du 9 janvier au 19 mars 2005 comportant une station SLR. Les losanges bleus correspondent à ceux utilisés lors de la combinaison hebdomadaire pour la semaine GPS 1307 et comportant une station SLR.

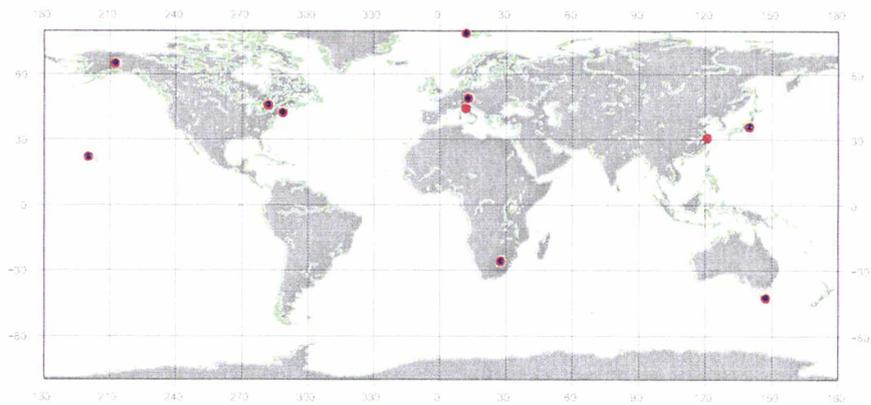


FIG. 2.14 – Répartition géographique des sites de co-localisation comportant une antenne VLBI. Les points rouges correspondent à l'ensemble des sites de co-localisation utilisés au moins une fois sur la période du 9 janvier au 19 mars 2005 comportant une antenne VLBI. Les losanges bleus correspondent à ceux utilisés lors de la combinaison hebdomadaire pour la semaine GPS 1307 et comportant une antenne VLBI.

Il semble probable que ces deux phénomènes interviennent. En effet, ce problème d'homogénéité du référencement était déjà visible sans l'utilisation des rattachements. Ce fait est d'ailleurs à l'origine du modèle de combinaison développé dans ce chapitre. Il y a donc des incohérences

liées aux techniques et vraisemblablement aux modèles spécifiques à ces techniques.

D'un autre côté, on a vu précédemment que sans rattachement et avec l'utilisation du modèle décrit dans la section 2.1.1, on obtenait un référencement homogène. Comme on peut le voir avec la combinaison CMR, l'ajout des rattachements entraîne la réapparition des hétérogénéités. Celles-ci sont toutefois plus faibles que dans la combinaison CR. Par exemple, la distance entre l'origine des repères matérialisés par le réseau de stations DORIS et par le réseau de stations GPS a diminué, passant de 9.9 mm à 6.7 mm. Afin de vérifier que ce sont les paramètres de transformation estimés lors de la combinaison qui ont absorbé une partie des incohérences, on peut rajouter à chaque translation estimée par rapport à l'ITRF2005 les paramètres de translations estimés dans la combinaison et recalculer la distance précédente. En effet, si on reprend les notations de la section 2.1.1, les paramètres de transformations estimés lors de la combinaison sont les paramètres permettant le passage entre le repère R_T et le repère R_C . En ajoutant ces paramètres aux paramètres estimés entre R_C et l'ITRF2005, on obtient les paramètres permettant de passer de R_T à l'ITRF2005. On doit donc retrouver les paramètres estimés pour la combinaison CR par rapport à l'ITRF2005. L'incohérence entre DORIS et GPS au niveau de l'origine du repère doit alors se retrouver dans la distance recalculée à partir de cette somme de paramètres. On obtient effectivement une distance qui passe de 6.7 mm à 11.2 mm. Cela montre que l'estimation des paramètres de transformation absorbe bien certaines incohérences entre les techniques.

On peut donc déduire de ces résultats que le modèle développé permet d'absorber une partie des incohérences entre les techniques mais que l'ajout des rattachements perturbe le référencement.

De plus, plusieurs faits viennent corroborer l'hypothèse d'un problème lié à la répartition géographique hebdomadaire des sites de co-localisation. En effet, les hétérogénéités les plus importantes sont observées pour le SLR et le VLBI. Ces deux techniques présentent justement, comme on l'a déjà dit, la plus mauvaise répartition de stations co-localisées par semaine. On pourra d'ailleurs remarquer que ce sont ces deux techniques qui sont utilisées pour définir le repère combiné dans la combinaison CMR-DRI. Or, c'est cette combinaison qui présente la plus grande différence d'échelle entre VLBI et SLR (1.2 ppb). Dans cette combinaison, les paramètres de transformation n'ont pas réduit les hétérogénéités mais en ont amplifié certaines. En effet, l'incohérence d'échelle entre VLBI et SLR encore présente dans les solutions de cette combinaison est de 1.2 ppb. Si on veut connaître la valeur de l'incohérence initiale d'échelle entre les réseaux de ces deux techniques, il faut prendre en compte la valeur des facteurs d'échelles estimés pour la technique SLR et pour la technique VLBI dans la combinaison. En effet, comme on l'a déjà vu pour les translations, ces paramètres relient l'échelle de R_T à R_C et les paramètres donnés dans le tableau 2.17 relient R_C à l'ITRF2005. En sommant ces paramètres, on obtient donc les paramètres entre R_T et l'ITRF2005. On peut alors calculer l'incohérence entre le facteur d'échelle du repère matérialisé par les stations VLBI et par les stations SLR. Or, on retrouve les 0.7 ppb déjà évoqués. On comprend bien qu'une mauvaise répartition des sites de co-localisation comportant une station SLR ou une antenne VLBI entraîne une mauvaise transmission de l'information de définition de l'origine et de l'échelle du repère combiné aux réseaux de stations des autres techniques, ce qui peut expliquer cette détérioration.

Enfin, on peut également constater des valeurs significatives de certaines rotations dans les trois combinaisons. Il est donc fort probable que l'on observe certains problèmes sur les EOP. On peut même émettre l'hypothèse que l'EOP qui sera le plus touché sera le UT. En effet, les

rotations du repère matérialisé par les stations GPS sont très faibles voire non significatives selon la rotation et la combinaison regardée. Comme c'est cette technique qui apporte le plus d'informations pour les coordonnées du pôle, ceux-ci sont sans doute peu impactés. Par contre, c'est le VLBI qui permet l'estimation du UT. Une mauvaise orientation du repère matérialisé par les stations VLBI doit donc avoir un impact significatif sur les résultats. Le tableau 2.18 donne les moyennes et écarts-types pondérés de ces EOP par rapport à la série IERS 05 C04.

	X_p (en μas)			Y_p (en μas)			UT (en μs)		
	CR	CMR	CMR-DRI	CR	CMR	CMR-DRI	CR	CMR	CMR-DRI
\bar{x}^w	67	26	34	-15	2	-21	12	8	10
$\sigma^w(x)$	40	40	56	45	39	46	16	16	16

TAB. 2.18 – Statistiques des appoints de coordonnées du pôle (X_p, Y_p) et du UT par rapport à la série IERS 05 C04, estimés lors des combinaisons CR, CMR et CMR-DRI. CR : Combinaison avec utilisation des rattachements. CMR : Combinaison avec estimation des paramètres de transformation et utilisation des rattachements, repère combiné défini comme étant l'ITRF2005. CMR-DRI : Combinaison avec estimation des paramètres de transformation et utilisation des rattachements, origine et échelle du repère combiné définies indépendamment (cf. texte).

Ces valeurs confirment ce à quoi l'on pouvait s'attendre. Concernant les coordonnées du pôle, la combinaison CMR est celle qui est la plus proche de la solution individuelle du GPS ((28 ± 40) μas pour X_p et (15 ± 38) μas pour Y_p). Or c'est la seule combinaison qui ne présente aucune rotation entre le réseau GPS et l'ITRF2005. Les deux autres combinaisons présentent des valeurs faibles des rotations (de l'ordre de 30 μas) à la limite de la significativité. Or on observe des différences entre les coordonnées du pôle obtenues par ces combinaisons et celles obtenues par le traitement GPS du même ordre de grandeur que ces rotations. Enfin, toutes les combinaisons présentent une forte détérioration du UT comparativement à la série obtenue par le traitement VLBI (4 ± 11 μs).

Nous avons donc vu que l'ajout des informations de rattachement dans la combinaison entraîne des problèmes au niveau du repère terrestre combiné. Ces problèmes sont vraisemblablement liés à la répartition géographique hebdomadaire des rattachements. Or, on ne peut pas faire grand chose concernant celle-ci. On peut toutefois se demander si modifier les pondérations des rattachements, notamment en les augmentant, ne permettrait pas de réduire l'impact de ce problème en renforçant le poids des informations des rattachements dans la combinaison. Nous allons donc maintenant nous intéresser à la pondération de ces rattachements.

Pondération des rattachements : Afin d'évaluer l'impact de la pondération des rattachements, deux combinaisons ont été réalisées, avec des approches identiques à CR et CMR. Pour ces deux combinaisons, les incertitudes a priori des rattachements sont arbitrairement fixées à 1 mm ($\sigma_{Ratt1-2} = 1$ mm). Cela revient à considérer que l'on accorde beaucoup plus de confiance aux informations de rattachements qu'aux données fournies par la géodésie spatiale. On les appellera par la suite CR-1mm et CMR-1mm. Le tableau 2.19 rappelle les différents points importants de ces combinaisons.

Le tableau 2.20 présente les résultats obtenus concernant les paramètres de transformation entre les positions estimées chaque semaine dans la combinaison de toutes les stations (resp. du réseau de stations DORIS, GPS, SLR et VLBI) et l'ITRF2005.

	CR	CR-1mm	CMR	CMR-1mm
Estimation de paramètres de transformation	non		oui	
Rattachements	$X_1^0 + \delta X_1 - (X_2^0 + \delta X_2) = Ratt^{(1-2)}$ cf. équation (2.25)			
Incertitudes a priori des rattachements	$\Sigma_{Ratt^{(1-2)}}$	1 mm	$\Sigma_{Ratt^{(1-2)}}$	1 mm
Contraintes	3 contraintes minimales sur les rotations		7 Contraintes minimales	

TAB. 2.19 – Récapitulatif des différentes approches de combinaisons étudiées.

Combinaison CR-1mm						
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI	
Tx	-8.1 (0.8) 2.7	-4.3 (1.1) 2.7	-5.7 (0.9) 2.5	-5.2 (0.9) 3.4	-5.7 (1.4) 2.4	
Ty	-0.8 (0.7) 2.3	-1.6 (1.1) 2.0	-2.0 (0.9) 1.8	1.3 (0.9) 1.7	2.9 (1.4) 3.8	
Tz	-5.7 (1.7) 4.4	-3.5 (1.9) 3.6	-9.1 (1.6) 3.4	0.6 (2.1) 4.0	-3.6 (1.9) 3.6	
D	-0.8 (0.1) 0.2	-0.6 (0.1) 0.2	-0.3 (0.1) 0.1	-2.4 (0.1) 0.4	-1.2 (0.2) 0.5	
Rx	-9 (14) 40	-57 (25) 38	-19 (14) 33	98 (36) 42	131 (39) 81	
Ry	-67 (12) 30	216 (24) 30	-38 (12) 28	5 (33) 58	-9 (33) 33	
Rz	55 (11) 25	18 (24) 22	31 (10) 21	-33 (41) 40	188 (37) 73	
Combinaison CMR-1mm						
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI	
Tx	0.0 (0.2) 0.0	0.7 (0.7) 0.6	0.0 (0.2) 0.0	-1.3 (1.1) 1.4	-1.6 (1.1) 2.0	
Ty	0.0 (0.2) 0.0	-0.9 (0.7) 0.3	0.0 (0.2) 0.0	3.5 (1.2) 1.6	5.3 (1.1) 2.9	
Tz	0.0 (0.2) 0.0	0.8 (0.7) 0.8	0.0 (0.2) 0.0	3.7 (1.1) 0.8	0.7 (1.1) 2.4	
D	-0.0 (0.0) 0.0	0.2 (0.2) 0.2	-0.0 (0.0) 0.0	-0.5 (0.2) 0.2	-0.8 (0.2) 0.5	
Rx	-0 (8) 0	-44 (21) 23	0 (7) 0	107 (34) 39	123 (37) 61	
Ry	0 (8) 0	253 (22) 22	0 (7) 0	50 (31) 61	19 (32) 38	
Rz	-0 (8) 0	-17 (23) 18	-0 (7) 0	-69 (39) 33	153 (37) 75	

TAB. 2.20 – Paramètres de transformation - valeur moyenne pondérée (erreur formelle de la moyenne pondérée) écart-type pondéré en mm pour les translations T_x , T_y , T_z , ppb pour les facteurs d'échelle D et μ as pour les rotations R_x , R_y , et R_z - estimés entre différents réseaux de stations (toutes les stations, sous-réseau DORIS, GPS, SLR ou VLBI), sur dix semaines de données, au sein de la combinaison CR-1mm (resp. CMR-1mm) et l'ITRF2005. CR-1mm : Combinaison avec utilisation des rattachements pondérés au millimètre. CMR-1mm : Combinaison avec estimation des paramètres de transformation et utilisation des rattachements pondérés au millimètre, repère combiné défini comme étant l'ITRF2005 (cf. texte).

En ayant contraint fortement les rattachements, on observe que l'on diminue globalement les hétérogénéités. Dans le cas de CR-1mm, on observe par exemple une amélioration de la cohé-

rence de l'origine des repères matérialisés par le réseau de stations DORIS et par le réseau de stations GPS. On observe par contre une augmentation de l'incohérence entre le facteur d'échelle SLR et VLBI qui passe de 0.7 ppb à 1.2 ppb. Pour la combinaison CMR-1mm, il n'y a plus d'incohérence de l'origine entre DORIS et GPS. De même que précédemment, on peut se demander si ce sont les paramètres de transformation estimés lors de la combinaison qui ont absorbé l'incohérence. Or en calculant la distance entre l'origine du repère matérialisé par le réseau de stations DORIS et celle du repère matérialisé par le réseau de station GPS, distance calculée en prenant en compte les paramètres de transformation estimés dans la combinaison, on obtient une distance de 4.3 mm, nettement inférieure à la distance observée pour CR et CMR de l'ordre de 10 mm.

On peut alors se poser la question de savoir si on a effectivement réduit l'incohérence entre les techniques au sein de la combinaison ou si l'on a forcé mathématiquement l'obtention de ce résultat par une pondération trop importante des rattachements. Si tel était le cas, cela aurait pour conséquence de détériorer les solutions et d'augmenter les résidus de la combinaison.

Afin de pouvoir conclure, on peut s'intéresser à différents indicateurs. Ainsi, le facteur unitaire de variance augmente d'environ 1% entre les combinaisons CR (resp. CMR) et CR-1mm (resp. CMR-1mm). A titre de comparaison, on observe une augmentation de 0.05% de ce facteur entre la combinaison CMR et CR. L'étude des résidus des différentes combinaisons montre également des différences significatives. Ainsi, intéressons-nous aux résidus des rattachements. Après calcul des moyennes pondérées des résidus des rattachements par semaine, on estime la médiane de ces moyennes sur la période de trois mois de test. La valeur de cette médiane, équivalente pour les combinaisons CR et CMR (resp. 5.0 mm pour CR et 4.7 mm pour CMR), a presque doublé pour CR-1mm et CMR-1mm (8.4 mm pour CR-1mm et 8.3 mm pour CMR-1mm). De même, on peut calculer la valeur médiane des moyennes pondérées des résidus des observations hebdomadaires sur les trois mois de test par technique. On constate alors que les résidus des observations des techniques VLBI et SLR sont les plus détériorés par la fixation des incertitudes des rattachements au millimètre. Cette valeur médiane, pour les observations VLBI, augmente d'environ 36%, soit 4 millimètres, passant de 11 mm à 15 mm, celle des observations SLR d'environ 7%, soit de 0.5 mm (7.4 mm pour CMR ou CR à 7.9 mm pour CR-1mm et 7.8 mm pour CMR-1mm), tandis que pour DORIS et GPS, elles sont quasiment stables (augmentation de 0.01 mm pour GPS et 0.001 mm/s pour DORIS, ce qui représente des variations inférieures à 1%).

Tous ces résultats montrent que pondérer les rattachements au millimètre n'est pas une approche satisfaisante. De plus, on voit bien qu'il faut être vigilant au niveau de l'interprétation des résultats. Une sur-pondération des rattachements, bien que paraissant améliorer la cohérence au premier abord, fournit en réalité des résultats de plus mauvaise qualité.

Si l'on veut pouvoir réaliser une combinaison indépendante d'un repère de référence externe comme l'ITRF, il faut utiliser les rattachements pour lier les techniques entre elles. Cependant, on a observé que l'utilisation hebdomadaire de ces rattachements est problématique, notamment en raison de la répartition géographique des sites co-localisés qui peut se dégrader suivant la semaine considérée. De plus, augmenter la pondération de ces rattachements afin de réduire l'impact de cette mauvaise répartition n'est pas une solution. Je présente donc dans la suite une autre approche pour lier les réseaux des techniques entre eux.

2.3.2 Autre approche pour rattacher les réseaux des techniques

Au lieu d'implémenter les rattachements avec l'équation (2.25), on part de l'équation suivante :

$$\delta X_1 - \delta X_2 = 0 \ (\Sigma_{(1-2)}) \quad (2.26)$$

avec δX_1 (resp. δX_2) le vecteur des appoints à estimer de la station 1 (resp. 2) et $\Sigma_{(1-2)}$ la matrice de variance-covariance de cette équation. En comparant ces deux équations, on constate qu'introduire des liens entre les réseaux par l'équation (2.26) revient à considérer que l'information de rattachement est déjà présente dans les coordonnées a priori des stations des sites de co-localisation, à savoir :

$$X_1^0 - X_2^0 = Ratt^{(1-2)} \quad (2.27)$$

On peut alors déterminer les incertitudes a priori $\sigma_{(1-2)}$ de la matrice $\Sigma_{(1-2)}$ à partir de la matrice de variance-covariance des positions a priori :

$$\begin{aligned} \sigma_{1-2} &= \sqrt{Var(X_1^0(t) - X_2^0(t))} = \sqrt{Var(X_1^0(t)) + Var(X_2^0(t)) - 2 \text{cov}(X_1^0(t), X_2^0(t))} \\ &\quad X_i^0(t) = X_i^0(t_0) + \delta t \dot{X}_i^0(t_0) \text{ avec } \delta t = t - t_0 \\ \text{donc } Var(X_i^0(t)) &= Var(X_i^0(t_0)) + \delta t^2 Var(\dot{X}_i^0(t_0)) + 2 \delta t \text{cov}(X_i^0(t_0), \dot{X}_i^0(t_0)) \\ \text{et } \text{cov}(X_1^0(t), X_2^0(t)) &= \text{cov}(X_1^0(t_0), X_2^0(t_0)) + \delta t^2 \text{cov}(\dot{X}_1^0(t_0), \dot{X}_2^0(t_0)) \\ &\quad + \delta t \text{cov}(X_1^0(t_0), \dot{X}_2^0(t_0)) + \delta t \text{cov}(\dot{X}_1^0(t_0), X_2^0(t_0)) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Si on utilise les coordonnées des stations dans l'ITRF2005 comme coordonnées a priori, les incertitudes $\sigma_{(1-2)}$ sont en général inférieures aux incertitudes $\sigma_{Ratt^{(1-2)}}$ des rattachements introduits avec l'équation (2.25). Ces incertitudes $\sigma_{(1-2)}$ sont pour la plupart comprises entre un millimètre et un centimètre (à comparer aux $\sigma_{Ratt^{(1-2)}}$ compris entre trois millimètres et quelques centimètres). Ces valeurs varient d'ailleurs au cours du temps. Du fait de cette pondération plus importante, les informations apportées par cette approche auront plus de poids dans la combinaison. Il faudra donc vérifier que l'on ne détériore pas les résultats comme lors du test de fixation des incertitudes des rattachements à un millimètre.

Un autre point important à souligner est que, avec cette approche, la combinaison devient dépendante des coordonnées a priori des stations utilisées. De ce fait, pour pouvoir utiliser cette approche, il faut que toutes les coordonnées a priori des stations soient exprimées dans le même repère. Or, comme on peut le voir dans le tableau 1.1, les coordonnées a priori de la technique SLR sont exprimées dans l'ITRF2005 rescaled⁴ comme le recommande l'ILRS, et non pas dans l'ITRF2005 comme les autres techniques. Jusqu'à présent, ce choix d'utiliser l'ITRF2005 rescaled pour le traitement de la technique SLR n'était pas problématique puisqu'il restait un a priori, ce qui n'influence pas les résultats des moindres carrés⁵. Avec l'utilisation de l'approche présentée ici, cela n'est plus possible. En effet, ce sont les rattachements qui transmettent dans

⁴Une incohérence de 1 ppb entre l'échelle des solutions VLBI et SLR ainsi qu'une pente de 0.08 ppb/an avaient été révélées à l'époque 2000.0 lors de la combinaison de l'ITRF2005. Comme l'échelle de l'ITRF2005 est définie par les mesures de la technique VLBI, il a été décidé de fournir également une solution SLR extraite de l'ITRF2005 et remise à l'échelle grâce au facteur d'échelle et pente mentionnés précédemment. Cette solution est l'ITRF2005 rescaled.

⁵Pour être exact, le changement des coordonnées a priori ne modifie pas les solutions si le nouveau jeu de coordonnées est assez proche de l'ancien afin de ne pas changer de minimum local lors de l'estimation. En effet, la méthode des moindres carrés est une méthode d'optimisation locale (cf. annexe C). J'ai vérifié que c'était bien le cas ici en refaisant toutes les combinaisons et en modifiant les coordonnées a priori des stations SLR dans les équations d'observations.

la combinaison les informations d'origine et d'échelle entre les réseaux des techniques. Si on ne change pas cet a priori et du fait de la dépendance à celui-ci introduite par l'approche étudiée de l'utilisation des rattachements, on obtiendra des positions de stations SLR exprimées dans l'ITRF2005 rescaled dans les solutions de la combinaison et des positions de stations des autres techniques exprimées dans l'ITRF2005. Afin de garantir que le repère combiné soit homogène, il faut donc modifier les coordonnées a priori des stations de la technique SLR, en passant de l'ITRF2005 rescaled à l'ITRF2005. Cela est possible par une simple opération sur les équations d'observations de la technique.

Enfin, on peut noter que cette dépendance aux coordonnées a priori semble être en contradiction avec l'objectif cité précédemment d'indépendance de la combinaison vis-à-vis des repères de référence externes. Il existe toutefois un moyen pour éviter ce désagrément. En effet, les problèmes que l'on rencontre avec les rattachements sont liés aux calculs hebdomadaires. Sur une semaine donnée, ne disposant pas de tous les rattachements, ceux-ci ne sont pas suffisants pour lier les réseaux des techniques entre eux. Cependant, lors d'une combinaison à plus long terme du type de la combinaison permettant d'obtenir l'ITRF, ce problème disparaît.

On peut donc, en théorie, réaliser une combinaison des observations des techniques sur plusieurs années, en estimant une position et une vitesse pour chaque station, en généralisant le modèle développé en section 2.1.1, en liant les techniques grâce aux rattachements (introduits par des équations du type (2.25)), et en définissant le repère combiné de la solution de manière similaire à la combinaison CMR-DRI. Les résultats en terme de positions et vitesses des stations de cette combinaison pourraient alors servir comme coordonnées a priori des stations dans les combinaisons hebdomadaires et l'utilisation de l'équation (2.26) n'impliquerait plus la dépendance à un repère de référence externe.

La réalisation d'une telle combinaison nécessite toutefois le traitement de plusieurs années de données afin de pouvoir estimer des vitesses de bonne qualité. Ayant traité un an de données, je n'ai pas réalisé un tel calcul. Afin d'étudier l'intérêt d'introduire les rattachements par l'intermédiaire de l'équation (2.26), j'utiliserai donc dans la suite l'ITRF2005.

Le tableau 2.22 présente les résultats obtenus par une telle combinaison que l'on notera CMR-M, similaire à la combinaison CMR (voir le tableau 2.21 pour le récapitulatif des points importants de ces deux combinaisons).

	CMR	CMR-M
Estimation de paramètres de transformation	oui	
Rattachements	$X_1^0 + \delta X_1 - (X_2^0 + \delta X_2) = Ratt^{(1-2)}$ cf. équation (2.25)	$\delta X_1 - \delta X_2 = 0$ ($\Sigma_{(1-2)}$) cf. équation (2.26)
Contraintes	7 Contraintes minimales	

TAB. 2.21 – Récapitulatif des différentes approches de combinaisons étudiées.

Combinaison CMR-M					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	0.1 (0.1) 0.2	-0.4 (0.4) 0.6	-0.0 (0.2) 0.0	-1.6 (0.7) 0.5	-0.5 (0.6) 1.2
Ty	-0.0 (0.1) 0.2	0.8 (0.4) 0.5	0.0 (0.2) 0.0	0.7 (0.7) 1.1	1.3 (0.5) 1.3
Tz	0.3 (0.1) 0.4	-0.5 (0.4) 0.6	-0.0 (0.2) 0.0	0.5 (0.7) 0.9	1.8 (0.5) 1.1
D	0.0 (0.0) 0.1	0.1 (0.1) 0.2	-0.0 (0.0) 0.0	-0.1 (0.2) 0.2	-0.2 (0.1) 0.3
Rx	4 (5) 5	2 (11) 21	0 (7) 0	9 (22) 29	23 (19) 35
Ry	-1 (5) 2	-11 (13) 6	0 (7) 0	9 (21) 28	-14 (17) 37
Rz	-1 (5) 5	4 (14) 17	-0 (7) 0	-10 (25) 18	17 (16) 39

TAB. 2.22 – Paramètres de transformation - valeur moyenne pondérée (erreur formelle de la moyenne pondérée) écart-type pondéré en mm pour les translations T_x , T_y , T_z , ppb pour les facteurs d'échelle D et μas pour les rotations R_x , R_y , et R_z - estimés entre différents réseaux de stations (toutes les stations, sous-réseau DORIS, GPS, SLR ou VLBI), sur dix semaines de données, au sein de la combinaison CMR-M et l'ITRF2005. CMR-M : Combinaison avec estimation des paramètres de transformation et utilisation de l'équation (2.26) pour lier les réseaux des techniques.

On constate que le repère combiné est bien réalisé dans l'ITRF2005, ce qui était déjà le cas avec la combinaison CMR, mais aussi que les positions de stations de chaque réseau de technique au sein de la combinaison matérialisent le même repère à un niveau proche du millimètre, ce qui n'était pas le cas dans les autres combinaisons utilisant des rattachements.

De plus, en ce qui concerne les EOP, on observe une nette amélioration en ce qui concerne le UT (moyenne et écart-type pondérés : $2 \pm 12 \mu\text{s}$) par rapport à la série obtenue par la combinaison CMR, les coordonnées du pôle étant similaire ($X_p : (33 \pm 39) \mu\text{as}$, $Y_p : (0 \pm 40) \mu\text{as}$). Ces résultats sont parfaitement cohérent avec la meilleure homogénéité de l'orientation du repère combiné.

Regardons ce qu'il en est des paramètres de transformation estimés lors de la combinaison (tableau 2.23) :

	DORIS	GPS	SLR	VLBI
Tx	-2.8 (0.4) 5.8	-7.3 (0.2) 2.8	-1.5 (0.2) 3.0	
Ty	0.7 (0.4) 7.7	-4.9 (0.2) 2.7	1.3 (0.2) 1.3	
Tz	4.5 (1.4) 6.8	-7.0 (0.4) 4.7	3.6 (0.3) 5.3	
D	-1.2 (0.1) 0.5	-0.1 (0.1) 0.1	-2.8 (0.0) 0.4	-2.1 (0.1) 0.5

TAB. 2.23 – Paramètres de transformation estimés lors de la combinaison CMR-M - valeur moyenne pondérée (erreur formelle de la moyenne pondérée) écart-type pondéré en mm pour les translations T_x , T_y , T_z , et ppb pour les facteurs d'échelle D - sur dix semaines de données.

On constate toujours une incohérence entre les translations pour les techniques GPS et SLR d'une dizaine de millimètres et une incohérence de 0.6 ppb entre les facteurs d'échelle pour les techniques SLR et VLBI. Ces incohérences sont bien absorbées par les paramètres de transformation.

Afin de vérifier que l'on n'a pas détérioré les solutions par l'utilisation de ces rattachements, les résidus par technique doivent être étudiés. Comparativement à CMR, la valeur médiane des moyennes pondérées des résidus des observations hebdomadaires sur les dix semaines pour la

technique GPS ou DORIS est stable (différence inférieure à 0.003 mm pour GPS et à 0.0005 mm/s pour DORIS, soit des variations inférieures à 0.1%). On observe une légère amélioration de 0.1 mm (environ 1%) pour le VLBI, et une légère détérioration du SLR de 0.1 mm (environ 1%). On ne détériore donc pas la solution comme on a pu le faire avec la fixation des incertitudes a priori des équations de rattachements à 1 mm (voir la section précédente). Cette approche permet donc d'obtenir un repère combiné homogène avec une combinaison des mesures hebdomadaire.

Dans ce chapitre, différents points ont donc été abordés :

- Un nouveau modèle de combinaison a été développé, modèle permettant d'obtenir des solutions dans un repère terrestre combiné homogène .
- La méthode de repondération des jeux d'observations des techniques dans la combinaison a été revue. L'utilisation de la méthode du degré de liberté permet en effet d'obtenir les mêmes résultats que la méthode de repondération optimale d'Helmert souvent utilisée, tout en étant plus rapide, facile à mettre en œuvre et garantissant des valeurs positives des incertitudes. Au niveau des jeux d'observations choisis, les tests réalisés ont abouti aux mêmes conclusions que [Coulot et al., 2007], à savoir une repondération par technique satellitaire et par session du VLBI.
- L'introduction des rattachements dans la combinaison a été étudiée. On a pu constater que ceux-ci sont un élément clé de la combinaison. Ils fournissent des liens entre les différents réseaux des techniques. Ce rôle prépondérant est toutefois problématique dans une combinaison hebdomadaire. En effet, sur une semaine, les sites de co-localisation comportant une antenne VLBI ou une station SLR peuvent être mal répartis, ce qui empêche d'obtenir un repère combiné homogène. La détérioration de cette homogénéité du repère due aux rattachements entraîne notamment l'obtention d'EOP de moins bonnes qualités que ceux obtenus par le traitement des meilleures techniques individuelles. Augmenter le poids relatif de ces rattachements par rapport aux mesures des techniques, approche adoptée par [Thaller et al., 2007] et [Krügel et al., 2007] dans le cadre d'une combinaison des techniques GPS et VLBI avec l'estimation journalière des positions de stations, loin d'améliorer la situation dans notre cas de combinaisons hebdomadaires des quatre techniques, détériore considérablement les solutions bien que le repère combiné ainsi obtenu soit plus homogène. Afin de permettre l'obtention d'une solution combinée hebdomadaire dont le repère est homogène, une approche différente de prise en compte des rattachements par l'introduction de l'équation (2.26) en lieu et place de l'équation (2.25) améliore sensiblement les résultats et permet d'obtenir des EOP de la qualité de ceux obtenus par le traitement des meilleures techniques individuelles.

Toutefois, afin de réduire l'impact des rattachements sur la combinaison, l'apport d'autres liens entre les techniques est une voie qu'il faut sans doute explorer. Pour cela, nous étudierons dans le chapitre suivant l'utilisation de délais troposphériques zénithaux communs et l'utilisation de satellites multi-techniques.

Chapitre 3

Vers de nouveaux liens entre les techniques

Comme je l'ai déjà signalé précédemment, un des avantages de la combinaison au niveau des observations est la possibilité d'utiliser des informations supplémentaires pour relier les techniques entre elles. Dans cette partie, je présente deux types de liens supplémentaires envisageables. Dans un premier temps, l'apport que peut avoir l'utilisation de délais troposphériques zénithaux communs dans la combinaison sera étudié. Ce type de lien ne concerne donc que les sites de co-localisation. Dans un deuxième temps, je présenterai l'impact que peuvent avoir les satellites multi-techniques. Ce type de lien spatial, lui, ne concerne plus uniquement les stations co-localisées mais l'ensemble des instruments réalisant des observations sur ces satellites.

3.1 Étude des ZTD en tant que paramètres communs

[Krügel et al., 2007] a déjà présenté une approche d'utilisation des ZTD pour lier les techniques au sein d'une combinaison GPS-VLBI. Cette approche, appelé "rattachements ZTD" (cf. partie 1.2.3) consiste à relier les ZTD de différents instruments de sites de co-localisation via des rattachements calculés à partir de modèles. Ainsi, pour deux stations co-localisées 1 et 2, les ZTD estimés au-dessus de la station 1 (ZTD_1) sont reliés aux ZTD estimés au-dessus de la station 2 (ZTD_2) par une relation du type :

$$ZTD_1 = ZTD_2 + \Delta ZTD_{Mod} \sigma_{ZTD_{1-2}}$$

où $\Delta ZTD_{Mod_{1-2}}$ et $\sigma_{ZTD_{1-2}}$ sont issus de modèles.

Ici, une approche sensiblement différente est étudiée. Elle consiste à mettre en commun des paramètres ZTD estimés via les observations des différents instruments d'un même site.

3.1.1 Mise en commun des ZTD

Les instruments d'un site de co-localisation émettent ou reçoivent des signaux traversant le même état et la même partie de la troposphère à un instant donné. Ces signaux sont donc perturbés par les mêmes conditions physiques. Afin d'expliquer la manière de prendre en compte ce fait dans la combinaison, je vais d'abord brièvement rappeler comment la traversée de la troposphère est modélisée puis je reviendrai sur la mise en commun des ZTD proprement dite.

Modélisation de la troposphère en géodésie spatiale De manière simplifiée, les mesures de géodésie sont basées sur la mesure d'une distance $d_{Sta-Sat}$ entre une station Sta et un satellite Sat via des ondes électromagnétiques. Dans le vide, ces ondes se déplacent à la vitesse de la lumière c et parcourent la distance $d_{Sta-Sat}$ en une durée t . Comme ces ondes traversent l'atmosphère, elles sont ralenties de δt . Ce délai est principalement engendré par la traversée de la troposphère, couche la plus basse et la plus dense de l'atmosphère, qui s'élève jusqu'à environ 8 km au pôle et 16 km à l'équateur. Ce retard peut très simplement s'exprimer sous forme d'une distance $L = c\delta t$. Cette distance doit être prise en compte lors du traitement des données. Un même type de correction peut être appliqué à tous les signaux radioélectriques (DORIS, GPS et VLBI). Le cas de la télémétrie laser est quelque peu différent puisque faisant intervenir des longueurs d'ondes optiques. De ce fait, les signaux émis par les instruments SLR sont par exemple peu sensibles au contenu en vapeur d'eau de l'atmosphère, à la différence des signaux radioélectriques.

La modélisation du retard engendré par la traversée de la troposphère se fait en deux étapes :

- (i) La modélisation du retard (ZTD) engendré par la traversée de la troposphère au zénith du point considéré (ici l'instrument de mesures).
- (ii) Le passage de ZTD à un délai dans la direction du signal de mesure par l'intermédiaire d'une fonction de projection.

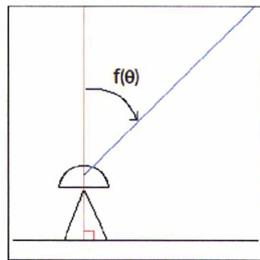


FIG. 3.1 – Illustration simple du rôle d'une fonction de projection (ici appelée $f(\theta)$), permettant de convertir le délai troposphérique zénithal en délai dans la direction du signal de mesure.

Le ZTD, qui représente un retard d'environ 2 mètres, est lui-même séparé en deux composantes. La composante dite sèche correspond au retard qu'aurait le signal de mesure en traversant une troposphère complètement sèche. Ce retard est parfaitement connu dès lors que l'on connaît la valeur de la pression au sol au moment des mesures. Il représente environ 80 à 90 % de la valeur du ZTD. La composante humide correspond au retard du signal dû au contenu en vapeur d'eau de l'atmosphère. De ce fait, cette composante est mal connue car la modéliser précisément nécessite de connaître le contenu en vapeur d'eau de la troposphère au moment de la mesure. Or, cette information n'est pas directement accessible. Il faut en effet avoir recours à des instruments spécifiques comme les radiomètres ou les radio-sondages. Et comme ces techniques présentent des désaccords entre elles, il est délicat d'introduire de telles informations dans le calcul GPS. De ce fait, il est nécessaire d'estimer des appoints au modèle puisque ce contenu reste un facteur limitant, même avec l'utilisation de modèles météorologiques évolués comme celui de l'ECMWF¹. On peut d'ailleurs souligner que grâce à l'estimation de ces appoints, on peut avoir accès à pos-

¹L'ECMWF fournit des cartes mondiales de corrections des parties sèches et humides des ZTD sur des grilles d'environ 40 x 40 km. Ces corrections résultent de l'intégration verticale des grilles météorologiques 3D (altitude,

teriori à ce contenu en vapeur d'eau. Pour plus de détails concernant ce contenu en vapeur d'eau et son estimation par différents types d'instruments, on pourra consulter [Bock et al., 2007].

Mise en commun Ce sont ces appoints des ZTD qui vont être mis en commun sur les sites de co-localisation. En effet, les ZTD entre deux instruments d'un même site ne sont pas égaux car ils ne se trouvent pas au même point. Principalement, ils ne sont pas à la même altitude (cf. figure 3.2). Il faut donc tenir compte de cette différence d'altitude.

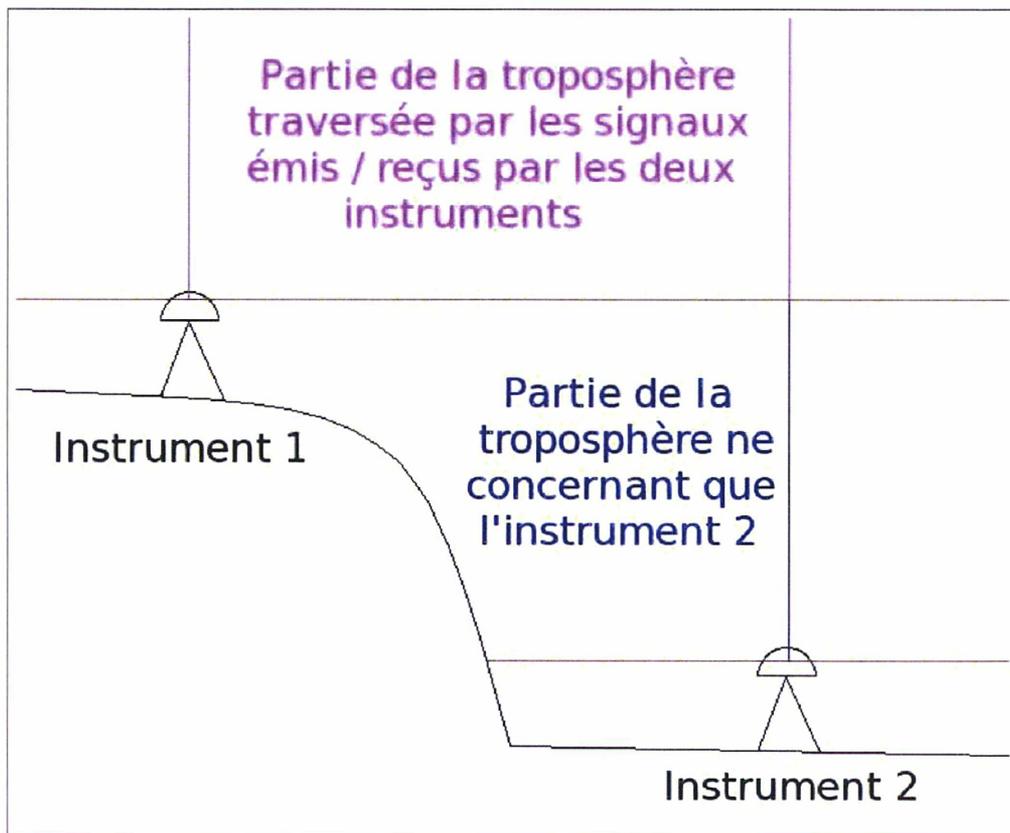


FIG. 3.2 – Traversée de la troposphère par des signaux au zénith de deux instruments co-localisés. Partie commune et partie individuelle.

Mathématiquement, considérons les ZTD de deux instruments d'un même site. On a :

$$\begin{aligned} ZTD_{Total_{Inst2}} &= ZTD_{Total_{Inst1}} + ZTD_{diff} \\ ZTD_{Total_{Inst2}} &= ZTD_{Mod_{Inst2}} + \delta ZTD_{Inst2} \\ ZTD_{Total_{Inst1}} &= ZTD_{Mod_{Inst1}} + \delta ZTD_{Inst1} \end{aligned} \quad (3.1)$$

avec $ZTD_{Total_{Inst2}}$ (resp. $ZTD_{Total_{Inst1}}$) le ZTD total au niveau de l'instrument 2 (resp. 1), ZTD_{diff} le ZTD provenant de la traversée d'une partie supplémentaire de la troposphère (partie bleue dans la figure 3.2) par les signaux émis / reçus par l'instrument 2 due à la différence d'altitude, $ZTD_{Mod_{Inst2}}$ (resp. $ZTD_{Mod_{Inst1}}$) la partie modélisée du ZTD au niveau de l'instrument 2 (resp. 1), et δZTD_{Inst2} (resp. δZTD_{Inst1}) l'appoint estimé du ZTD au niveau de

température et pression partielle de vapeur saturante sur 90 strates isobares de l'atmosphère) fournies par le modèle numérique de l'ECMWF. Pour plus d'informations, voir <http://www.ecmwf.int>.

l'instrument 2 (resp. 1).

L'approche étudiée ici consistant à considérer les appoints estimés comme étant identiques, on doit donc avoir :

$$\begin{aligned}
\delta ZTD_{Inst2} &= \delta ZTD_{Inst1} = \delta ZTD_{site} \\
ZTD_{Total_{Inst2}} &= ZTD_{Mod_{Inst2}} + \delta ZTD_{site} \\
ZTD_{Total_{Inst1}} &= ZTD_{Mod_{Inst1}} + \delta ZTD_{site} \\
&\Leftrightarrow \\
ZTD_{Mod_{Inst2}} &= ZTD_{Mod_{Inst1}} + ZTD_{diff}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Ce qui revient à dire que l'écart de ZTD provenant de la différence d'altitude entre les deux instruments est pris en compte dans le modèle. Cette assertion est la principale limitation de cette approche. En effet, autant la partie sèche de la troposphère est bien déterminée par les modèles, autant le contenu en vapeur d'eau est mal connu et variable dans le temps (avec des variations pouvant atteindre 5 cm par heure [Bock et al., 2010]). Ainsi, si la différence d'altitude entre les deux instruments est trop importante, on ne peut plus considérer les appoints de deux instruments comme communs. En effet, les appoints sont des corrections au modèle. En toute rigueur, on n'a pas l'égalité des appoints mais plutôt :

$$\delta ZTD_{Inst2} = \delta ZTD_{Inst1} + \delta ZTD_{diff} \tag{3.3}$$

où δZTD_{diff} représenterait la partie de l'appoint estimé qui concerne la partie de la traversée de la troposphère spécifique à l'instrument 2. Si la différence d'altitude est faible (de l'ordre de 100 m), on peut négliger cette partie qui est alors de l'ordre du mm sur les ZTD (les appoints ZTD estimés pouvant atteindre plusieurs dizaines de centimètres). Si cette différence d'altitude devient trop grande, on ne peut plus le faire. Ceci a été vérifié expérimentalement. En effet, dans un premier temps, une combinaison avec utilisation des ZTD communs sur l'ensemble des sites de co-localisation a été réalisée. Les résultats de cette combinaison ont montré une forte détérioration (pouvant atteindre plusieurs centimètres en terme de WRMS sur la composante verticale) du positionnement des stations co-localisées dont les instruments étaient à des altitudes très différentes. A l'inverse, pour des stations dont les altitudes sont différentes à moins de 100 m, on a pu observer une amélioration du positionnement, amélioration atteignant quelques millimètres sur la composante verticale (en terme de WRMS). La planimétrie joue semble-t-il un rôle moins important puisque deux stations distantes de plusieurs kilomètres en planimétrie et ayant une altitude similaire ont vu leur positionnement s'améliorer. Ces résultats sont en accord, en ce qui concerne les techniques GPS et DORIS, avec [Bock et al., 2010]. Dans la suite, on imposera donc que la mise en commun des ZTD ne se fasse que pour des instruments d'un même site présentant une différence d'altitude inférieure à 100 m.

Il est à noter qu'une étude a été réalisée sur la faisabilité d'utiliser le modèle ECMWF pour la technique SLR et d'estimer également des appoints communs avec les stations de cette technique. Cette utilisation du modèle de l'ECMWF est possible pour calculer le ZTD d'un signal de longueur d'onde optique en appliquant des facteurs correctifs. Cependant, les orbites des satellites LAGEOS obtenues par le logiciel GINS, dans ce cas, sont de moins bonne qualité que celles obtenues en utilisant le modèle de [Mendes & Pavlis, 2004] et sa fonction de projection correspondante, utilisant les mesures fournies par les capteurs météorologiques situés à côté des instruments de la technique SLR. En effet, sans l'estimation d'appoints, les WRMS des résidus des observations de la technique SLR sur les satellites LAGEOS sont d'environ 90% supérieurs quand on utilise l'ECMWF que quand on utilise le modèle standard. On peut également noter qu'estimer des appoints ZTD toutes les deux heures durant le calcul d'orbite n'est pas réalisable

en pratique car ces paramètres ne se contentent alors pas de corriger le modèle troposphérique mais absorbent d'autres signaux. On se retrouve alors avec des WRMS des résidus sur les satellites LAGEOS quasi nuls. Finalement, l'utilisation de ZTD communs ne concernera donc que les techniques radioélectriques.

D'un point de vue pratique, cette mise en commun des ZTD a nécessité plusieurs étapes. Lors de l'utilisation du logiciel GINS pour obtenir les équations d'observations de chaque technique (cf. annexe B), des appoints ZTD sont estimés (cf. figure 3.3).

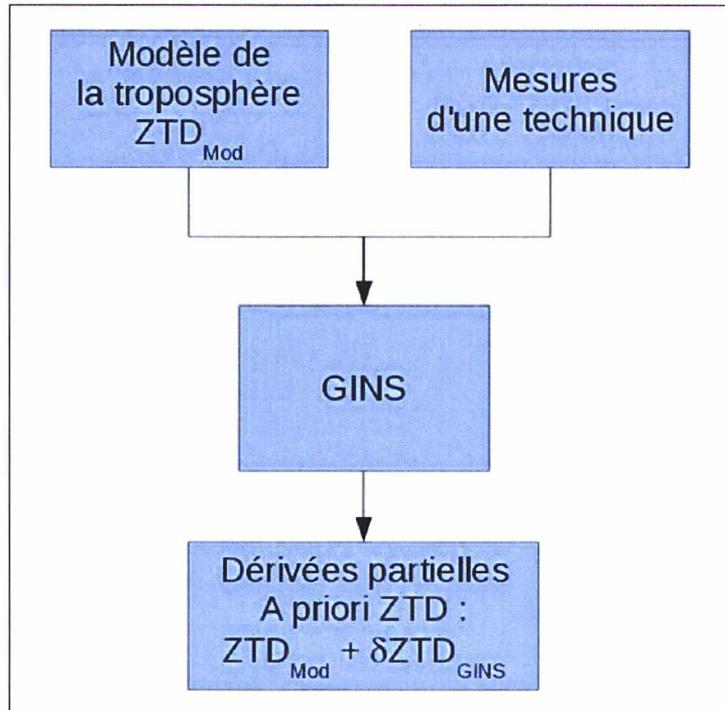


FIG. 3.3 – Schéma simplifié de l'obtention des fichiers de dérivées partielles à partir des mesures et d'un modèle de troposphère par le GINS.

De ce fait, les ZTD totaux obtenus après résolution de ces équations correspondent aux ZTD du modèle ZTD_{Mod} auxquels sont ajoutés les appoints estimés par le logiciel GINS δZTD_{GINs} durant le calcul des orbites et les appoints estimés lors de la résolution des équations d'observations δZTD_{Est} . Afin de pouvoir mettre en commun les appoints estimés δZTD_{Est} , il faut donc corriger les valeurs a priori des ZTD de ces équations d'observations ($ZTD_{A priori} = ZTD_{Mod} + \delta ZTD_{GINs}$) des valeurs estimées par le logiciel GINS δZTD_{GINs} . La deuxième étape pour la mise en commun est le ré-échantillonnage de ces ZTD. En effet, lors du traitement des données par le GINS, le logiciel choisit automatiquement de manière optimale quand estimer les ZTD en fonction des passages des satellites ou des premières mesures sur la station considérée. De ce fait, sur un site de co-localisation, il peut arriver, par exemple, que les appoints des ZTD estimés, présents dans les dérivées partielles fournies par le GINS pour le traitement GPS, soient des appoints estimés à 0h, 2h, 4h, etc. tandis que ceux estimés pour la technique DORIS le soient à 1h, 3h, etc. Il faut dans ce cas ré-échantillonner les ZTD d'un des systèmes d'observations afin que ces appoints soient estimés aux mêmes heures. Une fois ces étapes réalisées, on peut créer le système normal de la combinaison et résoudre le problème.

Afin d'évaluer l'intérêt de cette approche de ZTD communs, trois combinaisons ont été réalisées sur la période test de dix semaines entre le 9 janvier 2005 et le 19 mars 2005. Ces combinaisons sont inspirées des combinaisons CR, CMR et CMR-M présentées dans le chapitre précédent et utilisent la mise en commun des ZTD sur les sites de co-localisation. Le tableau 3.1 récapitule ces différentes approches de combinaisons.

	CR	CR-Z	CMR	CMR-Z	CMR-M	CMR-M-Z
Estimation de paramètres de transformation	non		oui			
Rattachements	$X_1^0 + \delta X_1 - (X_2^0 + \delta X_2) = Ratt^{(1-2)}$ cf. équation (2.25)			$\delta X_1 - \delta X_2 = 0$ ($\Sigma_{(1-2)}$) cf. équation (2.26)		
ZTD communs	non	oui	non	oui	non	oui

TAB. 3.1 – Récapitulatif des différentes approches de combinaisons étudiées.

Dans un premier temps, nous allons évaluer l'impact de l'utilisation des ZTD communs sur le référencement des solutions, et notamment sur l'homogénéité des solutions. Nous nous intéresserons ensuite plus particulièrement aux différents sites de co-localisation.

3.1.2 Apport au référencement ?

Afin d'étudier l'apport que pourraient avoir les ZTD communs à l'obtention d'un repère combiné homogène, de manière similaire aux tests réalisés dans le chapitre précédent, les paramètres de transformation entre les solutions des différentes combinaisons et l'ITRF2005 sont évalués, ainsi que les paramètres de transformations entre les repères réalisés par les positions de stations de chaque sous-réseau des techniques au sein de la combinaison et l'ITRF2005. Le tableau 3.2 présente l'ensemble des valeurs de ces paramètres pour les combinaisons étudiées.

Combinaison CR					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	-8.2 (0.6) 2.8	-3.1 (0.8) 3.9	-5.6 (1.2) 2.5	-3.9 (0.9) 3.9	-3.9 (1.9) 3.8
Ty	-0.3 (0.6) 2.5	-0.8 (0.8) 2.7	-3.3 (1.2) 2.2	2.4 (0.8) 1.9	3.6 (1.5) 4.4
Tz	-5.6 (1.3) 4.7	-1.3 (1.3) 4.9	-10.5 (1.9) 3.9	0.8 (2.0) 4.1	7.9 (2.2) 6.3
D	-0.8 (0.1) 0.1	-1.0 (0.1) 0.2	-0.3 (0.1) 0.2	-2.7 (0.1) 0.4	-2.0 (0.2) 0.6
Combinaison CR-Z					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	-8.2 (0.7) 2.8	-2.3 (1.0) 5.0	-4.7 (1.3) 8.5	-3.4 (0.8) 3.9	-2.5 (2.6) 4.7
Ty	-0.3 (0.7) 2.5	0.4 (1.0) 2.3	2.6 (1.3) 16.7	3.0 (0.7) 1.9	5.8 (2.0) 3.0
Tz	-6.8 (1.6) 17.2	-4.2 (1.7) 6.1	-12.2 (2.1) 12.3	-0.5 (1.8) 3.5	2.1 (2.8) 6.0
D	-0.8 (0.1) 0.2	-1.2 (0.1) 0.5	-0.2 (0.1) 0.3	-2.6 (0.1) 0.3	-1.5 (0.3) 0.8
Combinaison CMR					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	0.0 (0.2) 0.1	5.3 (0.6) 2.3	0.0 (0.2) 0.1	-0.5 (2.4) 1.6	1.6 (1.7) 2.8
Ty	0.0 (0.2) 0.0	-1.0 (0.7) 1.3	-0.0 (0.2) 0.0	3.4 (1.9) 1.6	5.6 (1.4) 4.0
Tz	0.0 (0.2) 0.1	4.0 (0.6) 3.3	0.0 (0.2) 0.1	4.0 (2.5) 0.6	11.4 (2.0) 4.3
D	0.0 (0.0) 0.0	-0.2 (0.1) 0.5	0.0 (0.0) 0.0	-0.5 (0.4) 0.2	-1.0 (0.3) 0.7
Combinaison CMR-Z					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	0.0 (0.0) 0.1	5.7 (0.8) 1.3	0.0 (0.0) 0.1	-1.0 (2.4) 1.6	1.1 (2.4) 3.4
Ty	0.0 (0.0) 0.1	-2.6 (0.9) 2.0	-0.0 (0.0) 0.1	4.0 (1.9) 1.8	4.1 (1.9) 5.0
Tz	0.0 (0.0) 0.4	4.9 (0.9) 2.7	0.0 (0.0) 0.1	3.2 (2.4) 1.0	11.4 (2.7) 5.0
D	0.0 (0.0) 0.0	-0.3 (0.2) 0.9	0.0 (0.0) 0.0	-0.4 (0.4) 0.2	-0.8 (0.3) 1.3
Combinaison CMR-M					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	0.1 (0.1) 0.2	-0.4 (0.4) 0.6	-0.0 (0.2) 0.0	-1.6 (0.7) 0.5	-0.5 (0.6) 1.2
Ty	-0.0 (0.1) 0.2	0.8 (0.4) 0.5	0.0 (0.2) 0.0	0.7 (0.7) 1.1	1.3 (0.5) 1.3
Tz	0.3 (0.1) 0.4	-0.5 (0.4) 0.6	-0.0 (0.2) 0.0	0.5 (0.7) 0.9	1.8 (0.5) 1.1
D	0.0 (0.0) 0.1	0.1 (0.1) 0.2	-0.0 (0.0) 0.0	-0.1 (0.2) 0.2	-0.2 (0.1) 0.3
Combinaison CMR-M-Z					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
Tx	0.1 (0.0) 0.1	-0.8 (0.5) 1.0	0.0 (0.0) 0.1	-1.6 (0.7) 0.5	-0.4 (0.6) 1.2
Ty	-0.0 (0.0) 0.1	0.5 (0.5) 0.9	-0.0 (0.0) 0.1	0.9 (0.7) 1.0	0.7 (0.6) 1.3
Tz	0.1 (0.0) 0.2	0.0 (0.5) 0.9	0.0 (0.0) 0.3	0.1 (0.7) 0.9	0.9 (0.5) 1.1
D	0.0 (0.0) 0.0	-0.0 (0.1) 0.3	0.0 (0.0) 0.0	-0.2 (0.2) 0.2	-0.3 (0.1) 0.4

TAB. 3.2 – Paramètres de transformation - valeur moyenne pondérée (erreur formelle de la moyenne pondérée) écart-type pondéré en mm pour les translations T'_x , T'_y , T'_z , et ppb pour les facteurs d'échelle D - estimés entre différents réseaux de stations (toutes les stations, sous-réseau DORIS, GPS, SLR ou VLBI), sur dix semaines de données, au sein de la combinaison CR (resp. CR-Z, CMR, CMR-Z, CMR-M et CMR-M-Z, cf. tableau 3.1) et l'ITRF2005.

On constate qu'il n'y a pas de différences significatives entre les combinaisons CMR (resp. CMR-M) et CMR-Z (resp. CMR-M-Z), c'est-à-dire les combinaisons dans lesquelles on estime des paramètres de transformation. En revanche, on observe des changements significatifs entre la combinaison CR et CR-Z, notamment sur les paramètres T_z entre le réseau de stations DORIS (resp. GPS et VLBI) et l'ITRF2005. On peut noter également une très forte augmentation de la variabilité des paramètres T_y et T_z dans le cas du réseau GPS.

Ceci est sans doute à mettre en relation avec le fait que l'on ne prend pas en compte les incohérences existantes entre les techniques dans cette combinaison. Or, des ZTD communs sont des informations fortes qui relient plusieurs techniques. On peut alors comprendre qu'il apparaît un désaccord entre la non-prise en compte des incohérences entre les techniques et ces ZTD communs qui sont valables dans le cas où il n'y a pas d'incohérence. Cela apporte également l'information que les incohérences entre les techniques ne proviennent pas de la modélisation de la troposphère. En effet, si c'était le cas, on devrait obtenir des résultats similaires entre CR-Z et CMR-Z puisque dans CMR-Z, on utilise des paramètres de transformation pour prendre en compte les incohérences des techniques. De plus, le fait que ce soit le référencement du réseau GPS qui soit le plus impacté par l'utilisation des ZTD communs est sans doute à mettre en relation avec le fait que la plupart des sites de co-localisation correspondent à un site possédant une antenne GPS et un autre instrument.

De plus, la différence de comportement entre CR-Z et CMR-Z est intéressante. En effet, on voit ici une limitation de la non-prise en compte des incohérences entre les techniques dans la combinaison. Si on ajoute des informations supplémentaires entre les techniques, informations qui n'améliorent pas la cohérence entre les techniques, on détériore les solutions de la combinaison. Par contre, si on prend en compte ces incohérences par l'estimation de paramètres, on peut rajouter ce type d'information sans détérioration.

Au vu de ces résultats, il semble que les ZTD communs n'apportent pas suffisamment d'informations supplémentaires pour assurer un référencement homogène lors de combinaison hebdomadaire. En effet, la combinaison CMR-Z présente encore des incohérences. On a vu également que lorsque l'on prend en compte les incohérences des techniques par l'estimation de paramètres de transformation, l'utilisation des ZTD communs ne modifie pas l'homogénéité des solutions. Ainsi, la combinaison CMR-M fournissant déjà un repère homogène, celui-ci le reste avec l'utilisation des ZTD communs. Cependant, ces ZTD apportent des informations supplémentaires. On peut donc s'attendre à des améliorations notables sur le positionnement des stations co-localisées et notamment sur la composante verticale des stations. En effet, les liens apportés par les ZTD communs sont des liens sur les sites de co-localisation. Il est donc intéressant de voir s'il y a un intérêt pour l'estimation du positionnement des stations sur ces sites de considérer les ZTD comme communs.

3.1.3 Étude de l'impact sur le positionnement

Dans un premier temps, pour chaque réseau de stations issu des différentes solutions des combinaisons (réseau de stations DORIS, GPS, SLR et VLBI), on estime les paramètres de transformation entre ces réseaux et l'ITRF2008². Après application de ces paramètres de transformation, on calcule les WRMS sur les dix semaines de test et sur les trois composantes E, N et U des stations. Une fois ces valeurs estimées pour chaque station, on peut alors comparer les solutions des différentes combinaisons entre elles, à savoir comparer CR (resp. CMR et CMR-M)

²On étudie les coordonnées des stations par rapport à l'ITRF2008 et non pas l'ITRF2005 car c'est la dernière réalisation de l'ITRF. On a toutefois gardé l'ITRF2005 comme référence pour étudier le repère combiné car celui-ci est défini par rapport à l'ITRF2005 via les contraintes minimales. Vu la sortie récente de l'ITRF2008, il n'a en effet pas été possible de retraiter les données avec celui-ci.

et CR-Z (resp. CMR-Z et CMR-M-Z), afin d'évaluer l'impact de l'utilisation des ZTD communs (voir le tableau 3.1 pour le rappel des éléments importants du traitement de ces combinaisons). Le tableau 3.3 présente la médiane des WRMS des résidus par composante, par réseau de techniques et par combinaison pendant la période test de dix semaines entre le 9 janvier 2005 et le 19 mars 2005.

	Combinaison CR			Combinaison CR-Z		
Réseau	E	N	U	E	N	U
DORIS	10.0	10.7	13.1	13.0	14.4	15.1
GPS	2.2	5.5	6.1	2.5	5.5	6.4
SLR	3.9	4.8	4.4	3.5	4.4	5.3
VLBI	7.5	12.4	11.6	8.4	13.1	13.0
	Combinaison CMR			Combinaison CMR-Z		
Réseau	E	N	U	E	N	U
DORIS	13.5	11.4	12.9	18.1	13.6	19.2
GPS	1.6	2.3	5.3	2.0	2.4	5.9
SLR	4.1	4.2	4.2	4.1	4.6	4.4
VLBI	5.9	11.3	16.3	6.4	11.8	16.1
	Combinaison CMR-M			Combinaison CMR-M-Z		
Réseau	E	N	U	E	N	U
DORIS	9.8	8.3	14.3	10.0	8.4	14.2
GPS	1.7	2.4	5.8	1.8	2.4	5.8
SLR	2.3	2.1	3.8	2.3	2.1	3.8
VLBI	2.7	2.9	8.2	2.8	2.8	7.1

TAB. 3.3 – Valeurs médianes des WRMS des résidus (en mm) sur les positions de stations par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions des combinaisons CR, CR-Z, CMR, CMR-Z, CMR-M et CMR-M-Z (cf. tableau 3.1) et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005. Les similitudes hebdomadaires sont estimées par sous-réseau DORIS (resp. GPS, SLR et VLBI) dans le cas des combinaisons CR, CR-Z, CMR et CMR-Z car le repère combiné de ces solutions n'est pas homogène. Les médianes des WRMS sont fournies par réseau de stations DORIS, GPS, SLR et VLBI.

En terme de WRMS, on observe un comportement assez similaire concernant l'apport des ZTD communs pour les combinaisons du type CR et CMR. En effet, quand on compare les résultats de CR (resp. CMR) à CR-Z (resp. CMR-Z), on observe une augmentation de la médiane des WRMS pour le réseau DORIS supérieure à 2 mm pour toutes les composantes. Les variations de WRMS pour les réseaux des autres techniques sont toutes sub-millimétriques, excepté pour la composante verticale du réseau VLBI entre les combinaisons CR et CR-Z où on observe une augmentation de 1.4 mm. La comparaison des combinaisons CMR-M et CMR-M-Z conduit à des observations différentes. Ainsi, pour toutes les composantes et pour tous les réseaux, on n'observe que de très faibles variations des médianes des WRMS (de l'ordre de 0.1 mm) excepté pour la composante verticale du VLBI où on observe une diminution de 1.1 mm de la médiane.

Ces résultats amènent plusieurs remarques. Tout d'abord, concernant la technique DORIS, le fait que les médianes des WRMS augmentent entre les combinaisons CR (resp. CMR) et CR-Z (resp. CMR-Z) laisse supposer qu'un grand nombre de stations voit leurs WRMS augmenter. On le vérifie avec les figures 3.4, 3.5 et 3.6 qui représentent la variation des WRMS des coordonnées

de stations par station et par composante entre les solutions de la combinaison CMR et CMR-Z pour le réseau d'antennes DORIS.

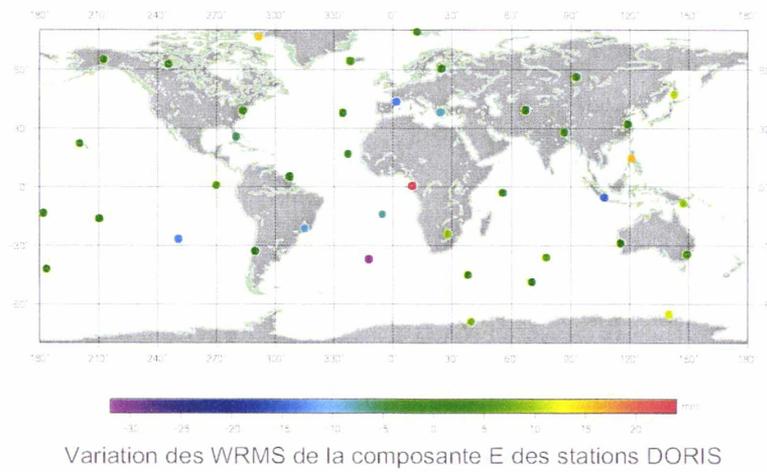


FIG. 3.4 – Différence de WRMS sur la composante E des stations DORIS entre la combinaison CMR et CMR-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

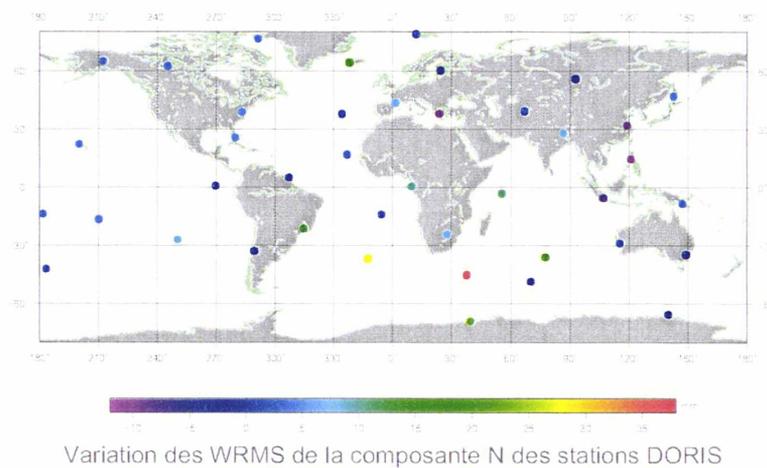


FIG. 3.5 – Différence de WRMS sur la composante N des stations DORIS entre la combinaison CMR et CMR-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

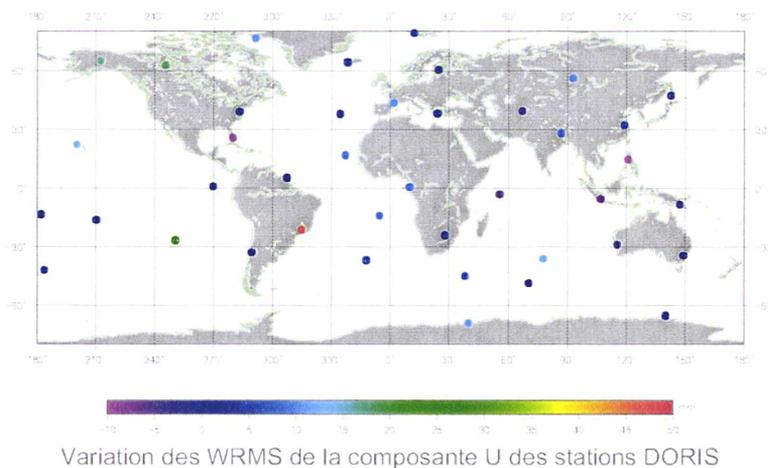


FIG. 3.6 – Différence de WRMS sur la composante U des stations DORIS entre la combinaison CMR et CMR-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

On observe en effet un grand nombre de stations qui présentent une augmentation importante de leurs WRMS, supérieure à 4 mm. Ce comportement est clairement différent de celui observé entre les combinaisons CMR-M et CMR-M-Z (cf. figures 3.7, 3.8 et 3.9).

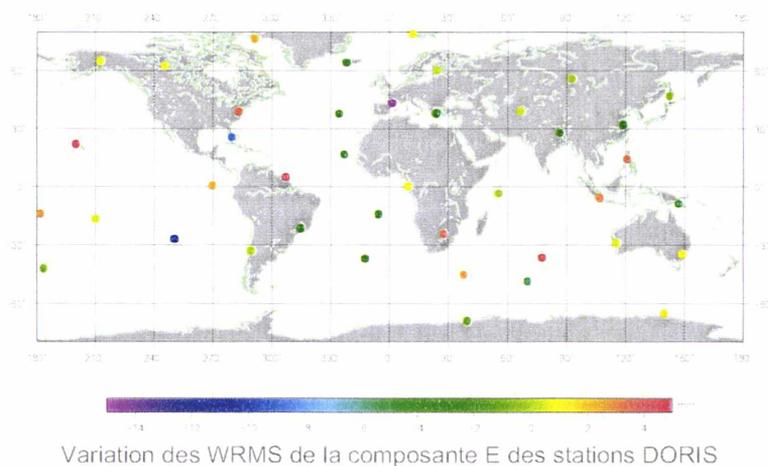


FIG. 3.7 – Différence de WRMS sur la composante E des stations DORIS entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

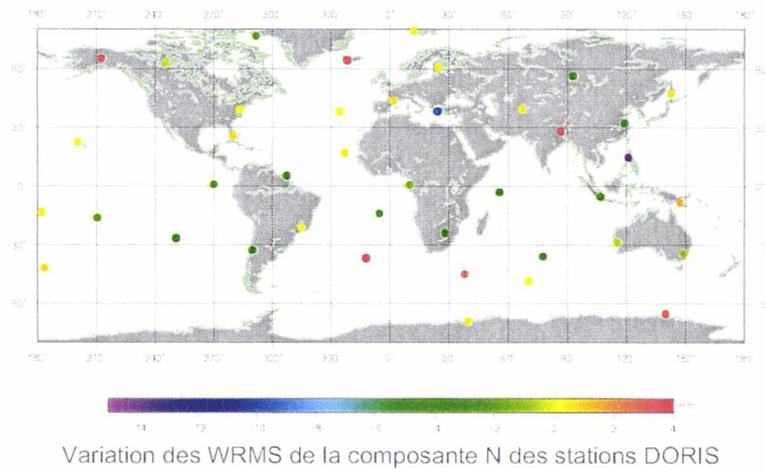


FIG. 3.8 – Différence de WRMS sur la composante N des stations DORIS entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

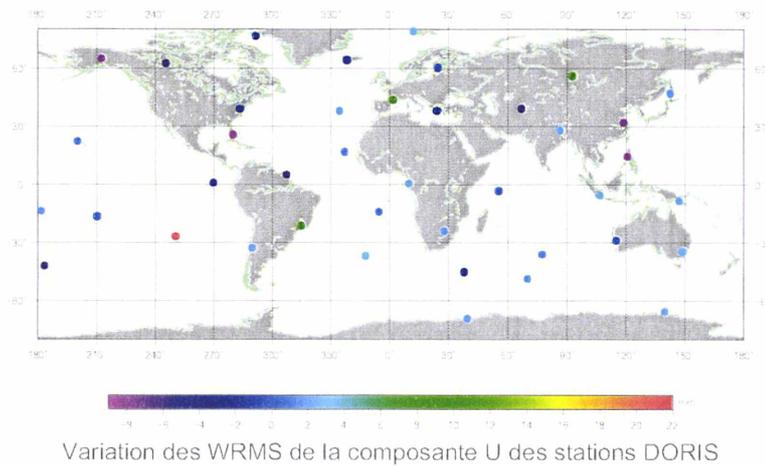


FIG. 3.9 – Différence de WRMS sur la composante U des stations DORIS entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

En effet, dans ce cas, si on s'intéresse à la composante verticale qui présente les plus fortes variations, on observe essentiellement quatre stations pour lesquelles on observe une augmentation importante des WRMS, augmentation supérieure à 4 mm. A l'opposé, pour dix stations, on constate une forte réduction supérieure à 4 mm, les autres stations présentant des variations

de l'ordre de 2 mm. De plus, la moitié des stations pour lesquelles on observe une forte augmentation de WRMS est située au niveau de l'anomalie Sud-Atlantique, ce qui, comme nous le verrons, n'est pas anodin.

On peut déduire de ces résultats que l'utilisation des ZTD communs détériore les résultats si on réalise une combinaison qui ne permet pas d'obtenir un repère combiné homogène (combinaisons CR-Z et CMR-Z). Dans le cas de la combinaison CMR-M-Z, les résultats sont plus encourageants. La plupart des variations de WRMS sont faibles, que ce soit pour les stations DORIS ou celles des autres techniques. Les figures 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17 et 3.18 nous montrent d'ailleurs ces différentes variations par technique et composante.

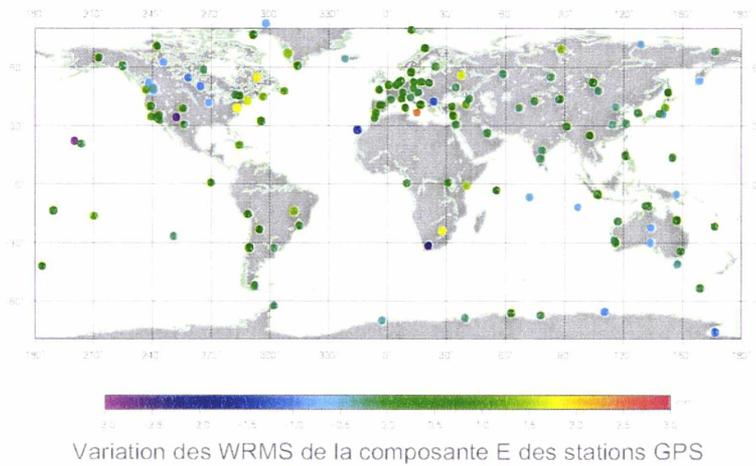


FIG. 3.10 – Différence de WRMS sur la composante E des stations GPS entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

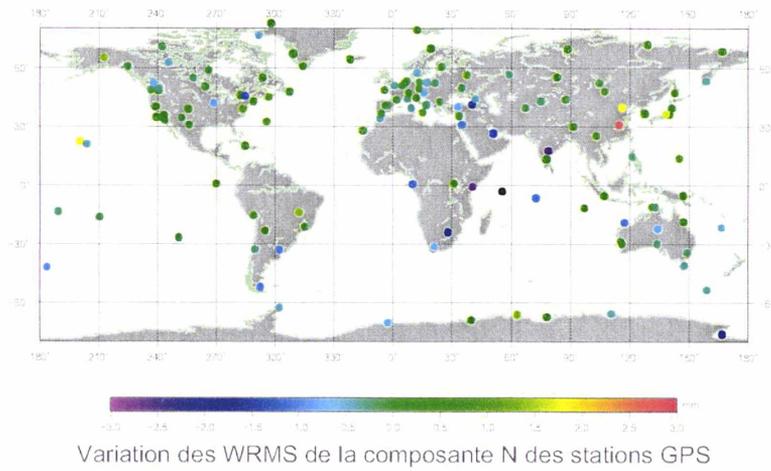


FIG. 3.11 – Différence de WRMS sur la composante N des stations GPS entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

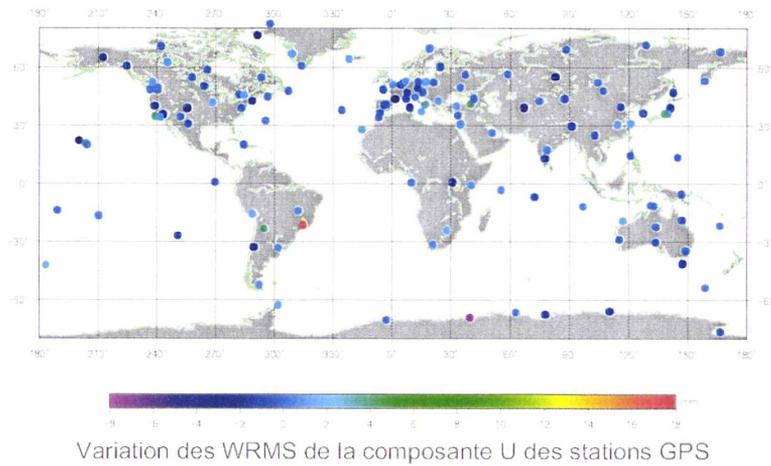


FIG. 3.12 – Différence de WRMS sur la composante U des stations GPS entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

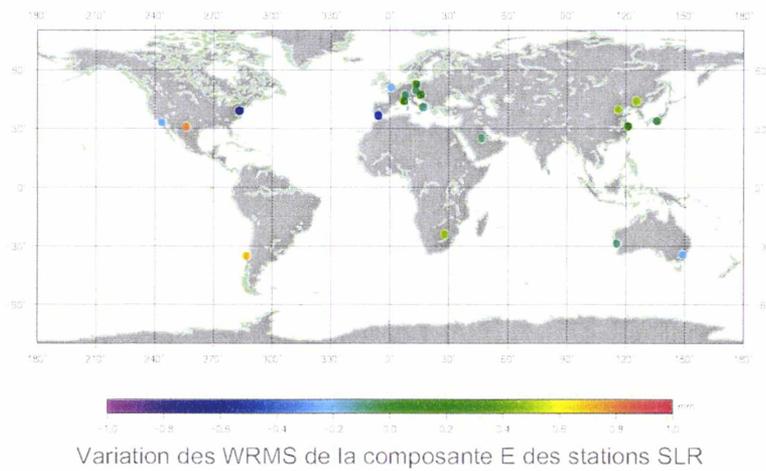


FIG. 3.13 – Différence de WRMS sur la composante E des stations SLR entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

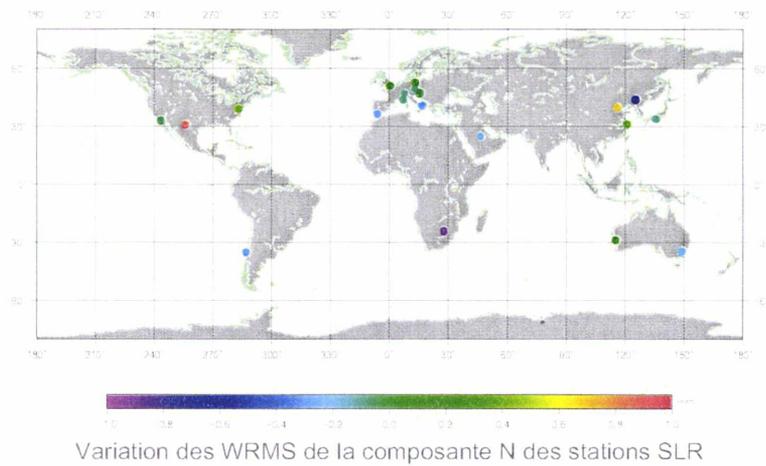


FIG. 3.14 – Différence de WRMS sur la composante N des stations SLR entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

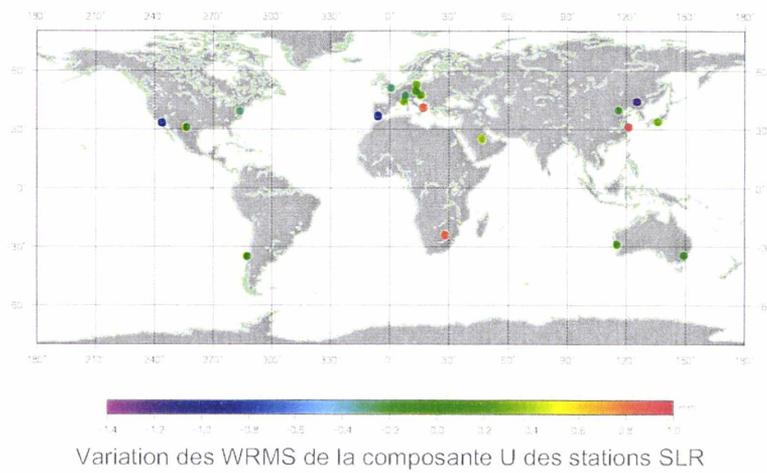


FIG. 3.15 – Différence de WRMS sur la composante U des stations SLR entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

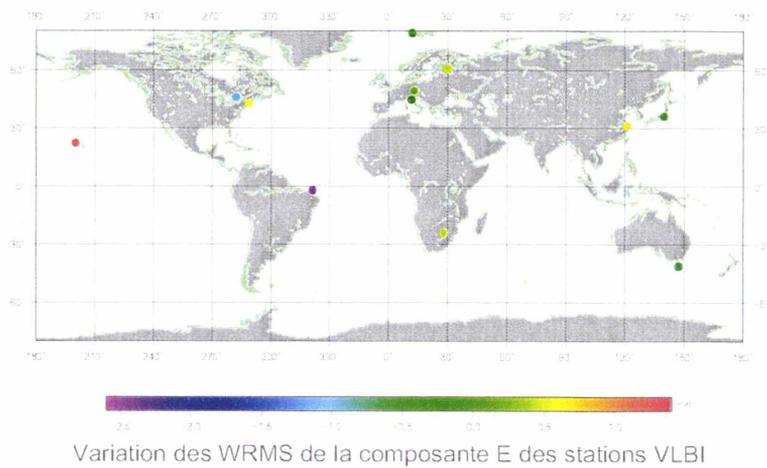


FIG. 3.16 – Différence de WRMS sur la composante E des stations VLBI entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

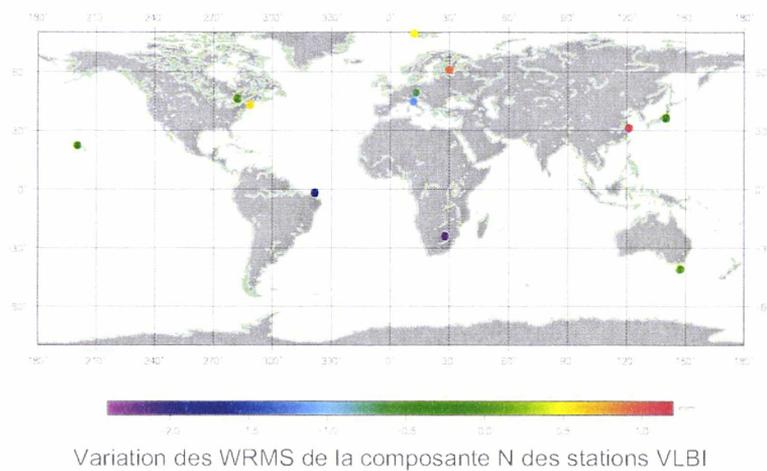


FIG. 3.17 – Différence de WRMS sur la composante N des stations VLBI entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

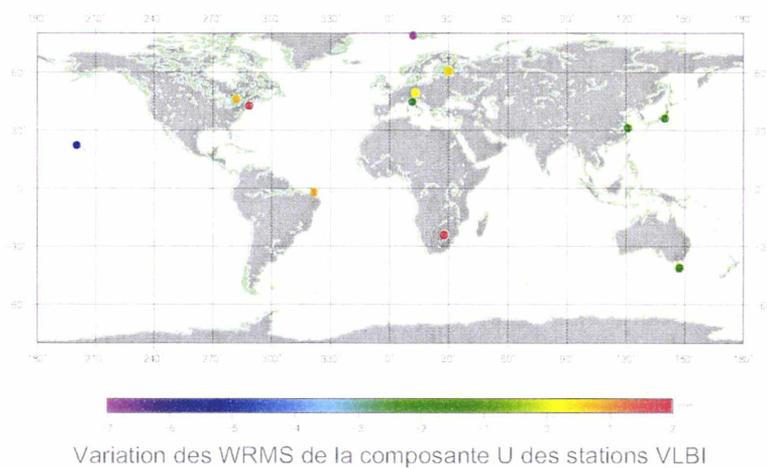


FIG. 3.18 – Différence de WRMS sur la composante U des stations VLBI entre la combinaison CMR-M et CMR-M-Z. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS quand on utilise les ZTD communs.

Ainsi, on observe des variations inférieures à 2 mm voire à 1 mm pour la majorité des stations des techniques GPS, SLR et VLBI. De plus, les variations les plus importantes sont souvent observées au niveau des côtes ou dans les zones des moussons. Or, à ces niveaux, la modélisation de la troposphère est de moins bonne qualité puisque l'on observe une forte variabilité de la

composante humide de l'atmosphère à l'interface terre-océan ou en période de moussons. Il n'est donc pas surprenant que l'on observe des variations plus marquées à ces endroits où les ZTD communs peuvent permettre une meilleure estimation des corrections troposphériques.

Nous allons maintenant nous intéresser plus dans le détail à certains sites de co-localisation. En effet, l'analyse des WRMS a ses limites et ne permet pas de conclure sur l'amélioration ou non des résultats de la combinaison CMR-M-Z par rapport à la combinaison CMR-M en ce qui concerne le positionnement des stations. En effet, autant une augmentation de plus de 4 mm pour un grand nombre de stations peut être traduit comme une détérioration, autant, pour des variations plus faibles de ces WRMS pour une majorité de stations et des variations importantes pour quelques stations, il est plus dur de conclure. En effet, dans tous les traitements réalisés dans ces travaux, les effets de charges hydrologiques et atmosphériques, ainsi que les effets de charges océaniques non liés aux marées, ne sont pas pris en compte. Ces signaux sont à l'origine de variations annuelles et semi-annuelles sur les composantes des stations. Or, il a été montré par [Collilieux, 2008] que ces signaux pouvaient être perturbés par l'effet de réseau et notamment l'estimation de paramètres d'échelle. En effet, la répartition des stations joue un rôle important dans l'estimation des paramètres de transformation et les signaux non modélisés qui doivent se retrouver dans les appoints des positions de stations estimés peuvent être absorbés en partie par les paramètres de transformation selon la répartition des stations (cf. annexe E). De ce fait, il est possible qu'une augmentation des WRMS d'une station soit liée à une réduction de l'effet de réseau et donc à une réduction des signaux absorbés par les paramètres de transformation qui se retrouvent dans les stations et peuvent augmenter des WRMS estimés sur trois mois.

Afin de pouvoir conclure, nous allons donc nous intéresser à différents sites spécifiques. Tout d'abord, intéressons-nous à un cas où l'on observe une diminution importante des WRMS sur les positions de stations d'un même site. Pour cela, analysons les résultats du site 12334 à Kitab en Ouzbékistan.

Site 12334 : Le tableau 3.4 présente les WRMS estimés par composante des deux stations de ce site, à savoir la station GPS KIT3 et la station DORIS KIUB, dans le cas de chaque combinaison. Afin d'avoir un élément de comparaison, la valeur du WRMS des résidus du calcul de l'ITRF2008 sur la même période de temps de ces stations est également fournie.

On constate une nette diminution de la composante verticale avec l'utilisation des ZTD communs pour les deux stations. De plus, on observe une légère augmentation des WRMS sur les composantes E et N de la station DORIS. En outre, on se rapproche des valeurs issues de l'ITRF2008. Or, comme on l'a vu au chapitre 1, le traitement des données DORIS réalisé dans ces travaux n'atteint pas la qualité des traitements réalisés par les meilleurs CA de l'IDS dont les solutions sont intervenues dans le calcul de l'ITRF2008 par l'intermédiaire de la solution combinée de l'IDS. Il est intéressant de noter sur la station KIUB que, grâce aux ZTD communs, on retrouve notamment sur la composante verticale un WRMS équivalent à celui de l'ITRF2008. De même, pour le GPS, on avait vu que certains CA, par leur modélisation (angle de coupure des observations faibles, échantillonnage des mesures important) obtenaient des solutions de meilleure qualité en ce qui concerne la composante verticale des stations par rapport à mon traitement GPS. C'est sans doute ce qui explique sur la station KIT3 l'écart du WRMS de la composante verticale entre la combinaison CMR-M et l'ITRF2008. Or, avec les ZTD communs, cet écart est grandement diminué.

Station KIUB			
	CMR-M	CMR-M-Z	ITRF2008
E	4.7	5.2	8.5
N	2.0	3.0	7.0
U	19.7	12.5	12.0
Station KIT3			
	CMR-M	CMR-M-Z	ITRF2008
E	3.6	3.4	3.2
N	4.2	4.1	4.3
U	12.8	9.1	7.4

TAB. 3.4 – WRMS des résidus (en mm) sur les positions des stations KIUB et KIT3 du site 12334 (Ouzbékistan) par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions des combinaisons CMR-M et CMR-M-Z (cf. tableau 3.1) et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005. Les valeurs des WRMS des résidus hebdomadaires de ces stations sur ces composantes et sur la même période de temps, estimés lors du calcul de l'ITRF2008, sont également fournies.

En ce qui concerne les ZTD proprement dits, La figure 3.19 présente les appoints des ZTD estimés en commun sur le site 12334 et ceux estimés pour chacune des deux stations.

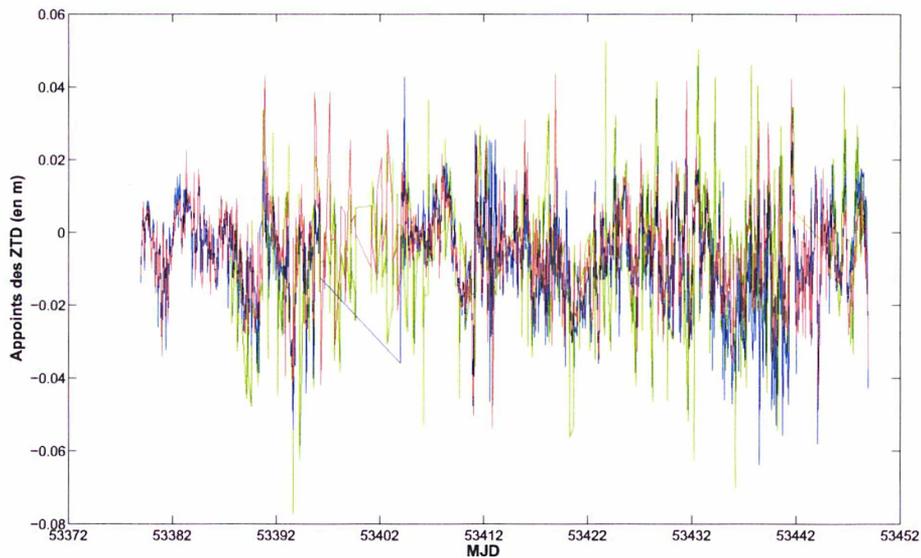


FIG. 3.19 – Comparaison entre les appoints des ZTD estimés sur le site 12334 (Ouzbékistan) lors de la combinaison CMR-M-Z (courbe rouge) et les appoints estimés pour la station GPS (courbe bleue) et la station DORIS (courbe verte) sur ce même site lors de la combinaison CMR-M.

On constate un très bon accord de ces séries de ZTD, accord qui se retrouve également lorsque l'on regarde les ZTD estimés par satellite pour la station DORIS (cf. figure 3.20).

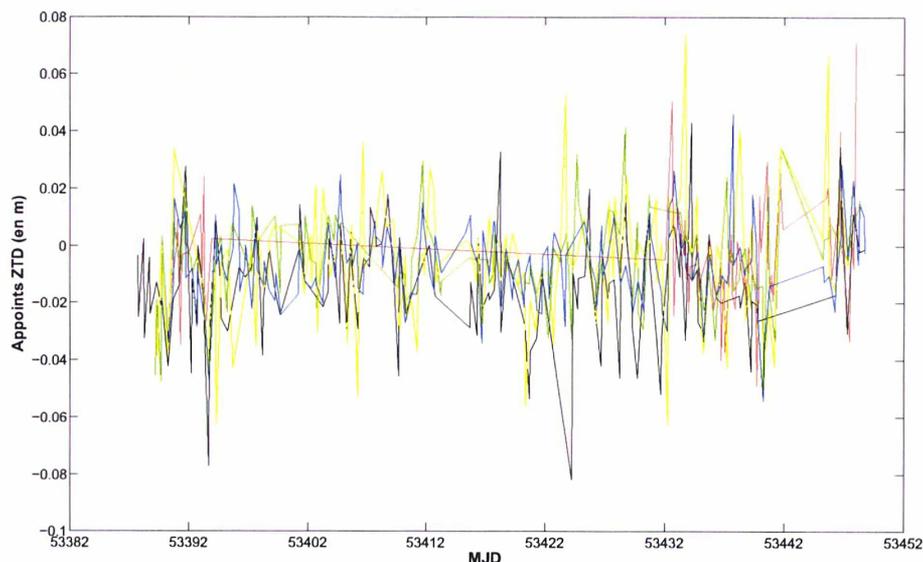


FIG. 3.20 – Appoints des ZTD estimés sur la station DORIS du site 12334 (Ouzbékistan) par satellite DORIS. En rouge : Jason-1, en noir : ENVISAT, en bleu : SPOT2, en vert : SPOT4, en jaune : SPOT5.

De plus, outre ce bon accord, la série des appoints des ZTD issus de la combinaison CMR-M-Z présente le plus faible écart-type de l'ensemble des séries. Ainsi, alors que la série des appoints sur la station DORIS estimée lors de la combinaison CMR-M présente un écart-type de 18 mm et celle sur la station GPS de 15 mm, la série des appoints communs présente un écart-type de 13 mm. Tous ces résultats montrent une amélioration de l'estimation des stations de ce site avec l'utilisation de ZTD communs.

Intéressons-nous maintenant au site 41703 au Chili où se trouve la station pour laquelle on observe la plus forte augmentation du WRMS des composantes, à savoir la station EASB (augmentation de 21.2 mm du WRMS de la composante U entre CMR-M et CMR-M-Z).

Site 41703 : Ce site dispose de deux instruments de géodésie spatiale, à savoir une balise DORIS (station EASB) et une antenne GPS (station ISPA). Le tableau 3.5 présente les WRMS sur les trois composantes de ces deux stations, dans le cas des combinaisons CMR-M et CMR-M-Z. Afin d'avoir un élément de comparaison, la valeur du WRMS des résidus du calcul de l'ITRF2008 sur la même période de temps pour ces stations est également fournie.

En prenant comme référence les WRMS issus de l'ITRF2008, on constate une amélioration notable de la composante Est de la station DORIS avec l'ajout des ZTD communs, les WRMS se rapprochant systématiquement du WRMS issu de l'ITRF2008. Les composantes Nord des deux stations sont quant à elles peu impactées. Par contre, la composante verticale est clairement détériorée pour la station DORIS alors qu'on observe une réduction du WRMS de cette composante pour la station GPS, qui se rapproche de celui issu du calcul de l'ITRF2008. Il semblerait donc que sur ce site, l'utilisation de ZTD communs améliore l'estimation de certaines composantes d'une station et la détériore pour une autre.

Station EASB			
	CMR-M	CMR-M-Z	ITRF2008
E	29.8	18.9	12.4
N	36.5	32.6	8.0
U	13.4	34.6	10.1
Station ISPA			
	CMR-M	CMR-M-Z	ITRF2008
E	3.8	3.6	2.0
N	2.5	2.5	1.3
U	12.9	11.6	7.7

TAB. 3.5 – WRMS des résidus (en mm) sur les positions des stations EASB et ISPA du site 41703 (Chili) par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions des combinaisons CMR-M et CMR-M-Z (cf. tableau 3.1) et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005. Les valeurs des WRMS des résidus hebdomadaires de ces stations sur ces composantes et sur la même période de temps, estimés lors du calcul de l'ITRF2008, sont également fournies.

La figure 3.21 présente les appoints des ZTD estimés sur ce site lors de la combinaison CMR-M-Z (qu'on appellera série ZTD combi), ainsi que les appoints estimés pour la station GPS (série ZTD GPS) et la station DORIS (série ZTD DORIS) dans le cas de la combinaison CMR-M.

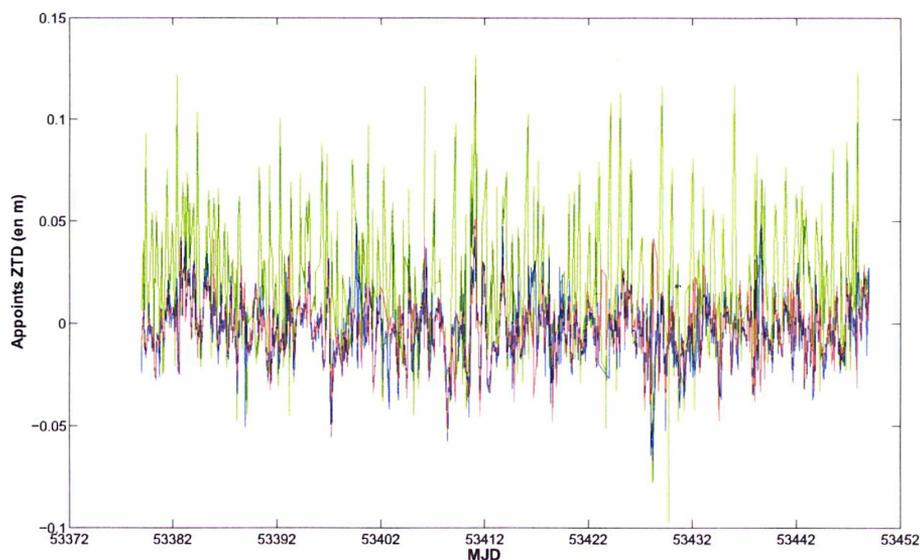


FIG. 3.21 – Comparaison entre les appoints des ZTD estimés pour le site 41703 (Chili) lors de la combinaison CMR-M-Z (courbe rouge) et les appoints estimés pour la station GPS (courbe bleue) et la station DORIS (courbe verte) sur ce même site lors de la combinaison CMR-M.

On constate la bonne cohérence des séries ZTD combi et ZTD GPS tandis qu'il existe un biais d'environ 15 mm entre ces deux séries et la série ZTD DORIS. On observe en outre une très forte variabilité de cette série (écart-type de 30.0 mm pour la série ZTD DORIS à comparer à 16.5 mm et 15.0 mm pour la série ZTD GPS et ZTD combi). En allant plus loin dans l'analyse, la figure 3.22 présente les appoints des ZTD estimés par satellite DORIS.

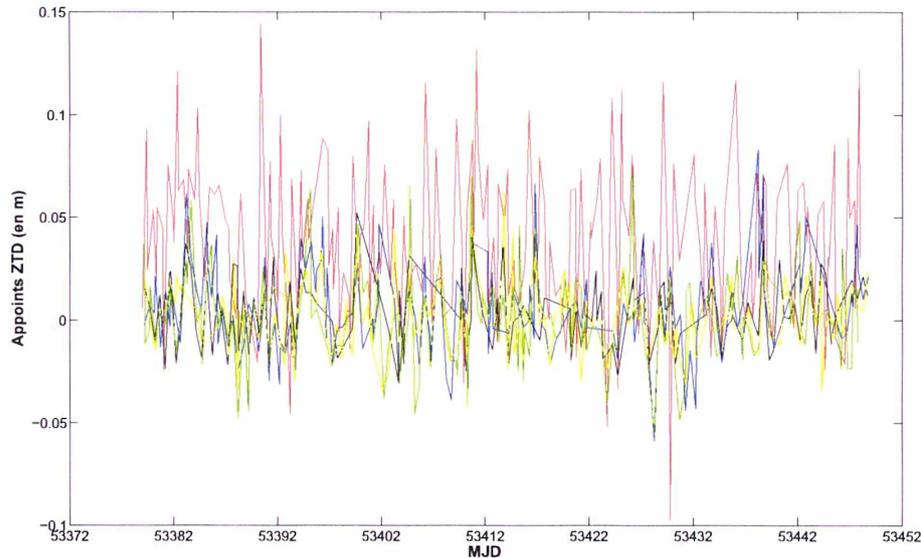


FIG. 3.22 – Appoints des ZTD estimés pour la station DORIS du site 41703 (Chili) par satellite DORIS. En rouge : Jason-1, en noir : ENVISAT, en bleu : SPOT2, en vert : SPOT4, en jaune : SPOT5.

Il existe une bonne corrélation entre les séries des appoints des ZTD liées à tous les satellites DORIS, excepté pour la série des appoints liée au satellite Jason-1, qui présente un biais très important d'environ 30 mm par rapport aux autres séries. Au vu de la localisation, il semble probable que ce problème soit lié à l'anomalie Sud-Atlantique [Lemoine & Capdeville, 2006]. En effet, l'antenne DORIS à bord du satellite Jason-1 possède un défaut qui entraîne des perturbations lors du passage du satellite au-dessus de cette anomalie magnétique. Un modèle est appliqué dans le traitement pour corriger au mieux ce défaut mais il semble qu'il ne soit pas complètement suffisant. Ce résultat est en accord avec [Bock et al., 2010] qui montrent également des problèmes de cohérence sur les ZTD estimés pour les stations localisées au-dessous de cette anomalie.

Il est toutefois intéressant de noter que bien que l'on détériore le positionnement de la station DORIS, celui de la station GPS est légèrement amélioré. En effet, on peut voir que la série ZTD combi est très proche de la série ZTD GPS. Les mesures sur le satellite Jason-1 n'ont donc semble-t-il pas impacté l'estimation des ZTD communs. Seule la position de la station DORIS a été détériorée. Ceci peut être mis en relation avec le nombre d'observations réalisées par les instruments de ces deux stations. Ainsi, on dispose d'environ 33000 mesures GPS pour 27000 mesures DORIS. Sur ces 27000 mesures, 4600 sont issues du satellite Jason-1. On dispose donc de 4600 observations qui conduisent à une estimation biaisée des ZTD sur 70000. L'impact est

donc marginal sur le ZTD et donc a fortiori sur la position GPS. Par contre, rapportées à la seule station DORIS, les mesures posant problèmes représentent environ 20 % des mesures de la station, d'où la détérioration observée.

On voit donc apparaître ici un des intérêts majeurs de la combinaison des techniques, qui est de détecter d'éventuelles problèmes de traitement d'une technique grâce aux informations apportées par les autres. Sur ce site, on observe clairement un problème lié au traitement des données du satellite Jason-1.

Pour conclure avec l'utilisation des ZTD communs, je présente les résultats obtenus sur le site 40424 aux États-Unis.

Site 40424 : Ce site a l'avantage de disposer des trois instruments radioélectriques de géodésie spatiale, à savoir un récepteur GPS, une balise DORIS et une antenne VLBI (cf. tableau 3.6).

Station 7298			
	CMR-M	CMR-M-Z	ITRF2008
E	3.1	5.0	5.7
N	2.7	3.6	6.1
U	11.7	6.5	6.0
Station KOKB			
	CMR-M	CMR-M-Z	ITRF2008
E	5.1	2.3	1.7
N	5.4	4.9	1.9
U	12.5	7.9	2.1
Station KOLB			
	CMR-M	CMR-M-Z	ITRF2008
E	6.1	10.8	11.3
N	10.5	10.5	6.7
U	5.9	6.4	12.5

TAB. 3.6 – WRMS des résidus (en mm) sur les positions des stations 7298 (VLBI), KOKB (GPS) et KOLB (DORIS) du site 40424 (États-Unis) par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions des combinaisons CMR-M et CMR-M-Z (cf. tableau 3.1) et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005. Les valeurs des WRMS des résidus hebdomadaires de ces stations sur ces composantes et sur la même période de temps, estimés lors du calcul de l'ITRF2008, sont également fournies.

On observe une nette amélioration de la composante verticale pour les stations GPS et VLBI, l'ensemble des WRMS estimés ayant tendance à se rapprocher de ceux obtenus lors du calcul de l'ITRF2008. La figure 3.23 représente les diverses séries d'appoints des ZTD estimés pour les combinaisons CMR-M et CMR-M-Z.

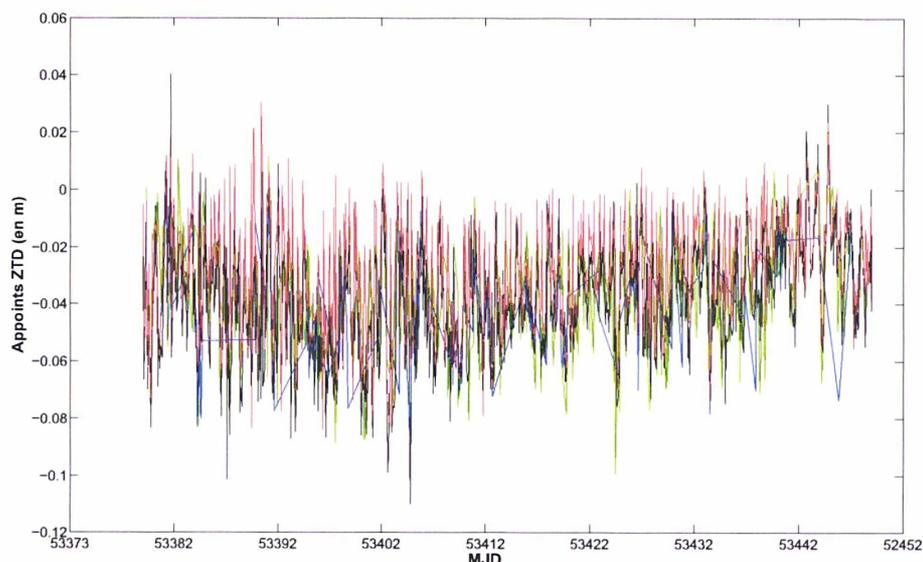


FIG. 3.23 – Comparaison entre les appoints des ZTD estimés pour le site 40424 (États-Unis) lors de la combinaison CMR-M-Z (courbe rouge) et les appoints estimés pour la station VLBI (courbe bleue), la station GPS (courbe noire) et la station DORIS (courbe verte) sur ce même site lors de la combinaison CMR-M.

On peut constater un très bon accord de ces séries pour ce site. En terme d'écart-type, les séries présentent la même variabilité d'environ 19 mm. Concernant la moyenne des appoints des ZTD pour ces séries sur la période de dix semaines, la série de la station GPS a une moyenne de -39 mm, comprise entre celle de la série de la station DORIS (-37 mm) et celle de la station VLBI (-42 mm). On observe donc un désaccord de l'ordre de 5 mm maximum sur ces appoints entre VLBI et DORIS, désaccord à nuancer puisque la série de la station VLBI est naturellement beaucoup moins échantillonnée que les deux autres séries (environ quatre fois moins d'estimations). En ne prenant en compte que les époques communes d'estimation, le désaccord tombe à 3 mm environ. Il est également intéressant de remarquer que la série combinée présente un biais sensiblement différent de ces trois séries, sa moyenne se situant à -27 mm, soit environ 1 cm de différence avec les estimations par technique. Au vu de l'amélioration du positionnement de ces stations, il semble probable que c'est cette série qui présente le biais le plus réaliste. De ce fait, sur ce site et grâce aux ZTD communs, on arrive à mieux distinguer pendant l'estimation les appoints des ZTD et les coordonnées des stations qui sont par construction de la modélisation de la troposphère, fortement corrélées. Ceci a le double avantage d'améliorer le positionnement des stations et les séries des appoints ZTD, séries qui sont intéressantes pour les météorologues afin d'évaluer le contenu en vapeur d'eau dans l'atmosphère [Bock et al., 2007].

En conclusion, l'utilisation des ZTD communs ne permet pas d'obtenir un repère combiné homogène à partir de combinaisons du type CR ou CMR (cf. tableau 3.1). Les informations supplémentaires que ces liens peuvent apporter ne sont pas suffisantes pour résoudre le problème d'hétérogénéité. Avec des approches de combinaisons du type CR ou CMR, qui ne permettent pas d'obtenir en l'état des repères combinés, l'utilisation des ZTD communs détériore même les solutions.

Dans le cas où la combinaison permet d'obtenir un repère combiné homogène (combinaison CMR-M), on voit apparaître les avantages des ZTD communs. Un premier point à souligner est que l'on ne détériore pas le repère combiné. Les informations supplémentaires apportées par les ZTD communs pour lier les techniques ne sont donc pas en désaccord avec celles apportées par la méthode d'utilisation des rattachements utilisée.

Concernant le positionnement des stations, on observe globalement des variations sub-millimétriques de la médiane des WRMS des coordonnées de stations par technique et par composante entre le calcul avec les ZTD communs (combinaison CMR-M-Z) et le calcul sans (combinaison CMR-M). Station par station, ces variations sont généralement inférieures à deux millimètres. Cependant, sur certains sites de co-localisation, on observe des variations importantes pouvant atteindre plusieurs centimètres. L'analyse de ces cas particuliers a montré un bon accord des séries d'appoints des ZTD estimés par technique ou en commun pour les sites de co-localisation. De plus, elle a mise en évidence qu'estimer des ZTD communs permet d'améliorer l'estimation des séries d'appoints des ZTD sur certains sites (cas du site 12334 par exemple), et même de faire disparaître certains biais dans ces séries (cas du site 40424), ce qui par conséquent a amélioré le positionnement des stations des sites concernés. Cette mise en commun a également permis, par la détérioration importante du positionnement d'une station DORIS, de souligner un problème lié au satellite Jason-1 et sans doute en rapport avec un problème de modélisation de l'anomalie Sud-Atlantique. Ce fait est d'autant plus intéressant qu'un des apports espérés de la combinaison de techniques est de permettre de détecter des erreurs propres aux techniques afin de pouvoir y remédier. Les résultats obtenus nous permettent également de détecter, sur les sites de co-localisation, si les appoints estimés des ZTD représentent bien ce qu'ils sont censés corriger et n'absorbent pas des informations provenant d'autres phénomènes. C'est notamment le cas pour la station EASB. Si on ne regarde que la série des appoints ZTD estimés par les mesures sur le satellite Jason-1, ces appoints contiennent les corrections estimées du modèle utilisé pour la traversée de la troposphère mais également des problèmes liés au modèle de l'anomalie Sud-Atlantique. Ce fait est intéressant si on compte utiliser la valeur de ces appoints, notamment lorsque l'on cherche des informations sur le contenu en vapeur d'eau de la troposphère sur ces sites.

Le tableau 3.7 récapitule l'ensemble de ces résultats :

Combinaisons CR-Z et CMR-Z	Repère terrestre combiné	Informations complémentaires pour lier les techniques insuffisantes pour garantir l'homogénéité du repère combiné.
	Position des stations	Détérioration du positionnement quand on utilise les ZTD communs (augmentation des WRMS des résidus des stations supérieure à 4 mm pour un grand nombre de stations DORIS).
Combinaison CMR-M-Z	Repère terrestre combiné	Informations complémentaires pour lier les techniques compatibles avec les informations de rattachements utilisées dans la combinaison CMR-M : obtention d'un repère combiné homogène.
	Positions des stations et ZTD	Médiane des WRMS des positions de stations par composante E, N et U stables.
		Fortes variations du positionnement de certaines stations, essentiellement des stations DORIS.
		Sur les sites de co-localisation, les ZTD communs ont permis : <ul style="list-style-type: none"> * la détection d'un problème lié au satellite Jason-1 et à l'anomalie Sud-Atlantique. * la correction de ce problème sur les séries de ZTD estimés, problème qui s'est transféré aux coordonnées des stations DORIS concernées avec détérioration de celles-ci (cas du site 41703). * l'amélioration des séries de ZTD estimés entraînant une meilleure estimation des coordonnées des stations (cas du site 12334 par exemple). * la correction de biais dans les séries ZTD entraînant également une meilleure estimation des coordonnées (cas du site 40424).

TAB. 3.7 – Apport des ZTD communs à la combinaison selon le type de combinaison (voir le tableau 3.1 pour le détail de ces combinaisons).

Comme l'apport de ces liens "terrestres" supplémentaires sur des sites de co-localisation, bien que très intéressant dans certains domaines, ne permet pas de garantir l'homogénéité du repère combiné avec les combinaisons du type CR et CMR, l'idée est d'apporter des liens beaucoup plus globaux entre les techniques, par l'intermédiaire des satellites multi-techniques.

3.2 Étude des satellites multi-techniques

Nous allons nous intéresser dans cette section à ce que peuvent apporter des liens spatiaux entre les techniques, liens qui touchent davantage de stations que les liens tels que les ZTD communs qui ne touchent que les sites de co-localisation. Plusieurs satellites utilisés dans les traitements des données des techniques sont des satellites multi-techniques, à savoir deux satellites GPS (PRN 05 et 06) qui disposent d'antennes GPS et de réflecteurs laser, le satellite ENVISAT qui dispose d'un instrument DORIS et de réflecteurs laser et le satellite Jason-1, qui, en plus de l'instrument DORIS, dispose d'une antenne GPS et de réflecteurs laser. Un des principaux intérêts de disposer de satellites multi-techniques en géodésie est de permettre d'estimer des orbites plus précises que si on disposait des mesures d'un seul instrument. Dans le cadre des POD (Precise Orbit Determination), ces satellites sont donc très étudiés. On peut citer par exemple les travaux récents de [Zelensky et al., 2010] ou encore [Lemoine et al., 2010] sur les satellites TOPEX, Jason-1 et Jason-2. Outre cet aspect d'amélioration des orbites, ces satellites multi-techniques peuvent également fournir des liens spatiaux dans une combinaison multi-techniques.

Jusqu'à présent, nous n'avons pas profité des avantages que peuvent fournir ces satellites multi-techniques. Ainsi, seules certaines mesures ont été utilisées (mesures GPS sur les satellites GPS et mesures DORIS sur les satellites ENVISAT et Jason-1). Dans le cadre de ces travaux préliminaires sur l'utilisation des satellites multi-techniques, nous allons prendre également en compte les mesures laser sur ENVISAT et Jason-1 et les mesures GPS sur Jason-1. Nous ne prendrons pas en compte ici les mesures laser sur les deux satellites GPS car cela nécessiterait le retraitement de l'ensemble des données GPS, ce qui n'a pas été fait faute de temps. Dans un premier temps, je décrirai comment les matrices de dérivées partielles sont obtenues à partir des mesures des différentes techniques sur ENVISAT et Jason-1 puis j'analyserai les résultats de la combinaison faisant intervenir ces observations.

3.2.1 Traitement des mesures des satellites multi-techniques ENVISAT et Jason-1

Les différents modèles utilisés sont strictement identiques à ceux qui ont été présentés dans le premier chapitre. L'utilisation des mesures de la technique SLR et DORIS sur le satellite ENVISAT ne pose aucun problème spécifique. En effet, le logiciel GINS permet d'obtenir, de la même manière que pour un calcul mono-technique, les matrices d'observations après estimation de l'orbite du satellite à partir des mesures conjointes des deux techniques SLR et DORIS. Le tableau 3.8 fournit les WRMS des résidus des observations d'une technique donnée sur le satellite ENVISAT, lors du calcul des arcs d'orbite de 30 h réalisé par le logiciel GINS avec la prise ou non en compte des mesures SLR, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005.

Satellite ENVISAT		
Résidus moyens pondérés	Calcul mono-technique DORIS	Calcul multi-technique DORIS+SLR
mesures DORIS	0.401 mm/s	0.376 mm/s
mesures SLR	-	1.5 cm

TAB. 3.8 – WRMS des résidus des observations des techniques DORIS et SLR sur le satellite ENVISAT, lors du calcul des arcs d'orbite de 30h réalisé par le logiciel GINS, dans le cas d'un calcul d'orbite mono-technique DORIS ou multi-technique DORIS+SLR, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005.

On peut noter une légère diminution des résidus des mesures DORIS lorsque l'on utilise les mesures SLR disponibles sur le satellite ENVISAT.

En ce qui concerne Jason-1, j'ai décidé de ne pas recalculer les orbites de toute la constellation GPS pour obtenir les matrices d'observations liées aux mesures sur ce satellite afin de réduire le temps de calcul. Je suppose donc ici que les mesures GPS sur le satellite Jason-1 influent de manière négligeable sur l'orbite des satellites de la constellation GPS. Cette hypothèse ne semble pas irréaliste au vu du nombre d'observations GPS sur le satellite Jason-1, équivalent au nombre de mesures d'une seule station GPS au sol alors que les mesures de plus de 150 stations sont utilisées dans le traitement des données de la technique GPS.

Le traitement des mesures réalisées sur le satellite Jason-1 ne va donc pas faire intervenir les mesures des stations GPS mais uniquement les mesures GPS du satellite Jason-1. Pour ce faire, les mesures GPS utilisées seront des mesures non-différenciées. Le traitement va donc né-

cessiter la connaissance des corrections d'horloges des satellites GPS, corrections qui doivent être cohérentes avec les orbites de mon traitement GPS présenté au premier chapitre et dans l'annexe D. Une étape préliminaire au calcul a donc été d'estimer ces corrections. Celles-ci ont été obtenues par un calcul GPS non différencié sur un de mes quatre sous-réseaux, calcul dans lequel les orbites sont figées et correspondent aux orbites que j'avais estimées. Une fois ces corrections connues, il est théoriquement possible de réaliser le traitement des mesures du satellite Jason-1. Cependant, du fait de l'impossibilité de réaliser le traitement simultané des trois types de mesures (GPS, SLR et DORIS) dans le GINS liée à un problème qui sera corrigé dans une nouvelle version du logiciel, le traitement des mesures du satellite Jason-1 s'est fait comme suit : dans un premier temps, de manière similaire au traitement réalisé sur ENVISAT, j'estime les matrices d'observations des techniques SLR et DORIS grâce au logiciel GINS. Dans un second temps, je récupère l'orbite du satellite Jason-1 estimée lors de ce traitement et je l'utilise dans le traitement des mesures GPS sur ce satellite. J'obtiens ainsi les matrices d'observations de la technique GPS. Le schéma 3.24 reprend ces différentes étapes.

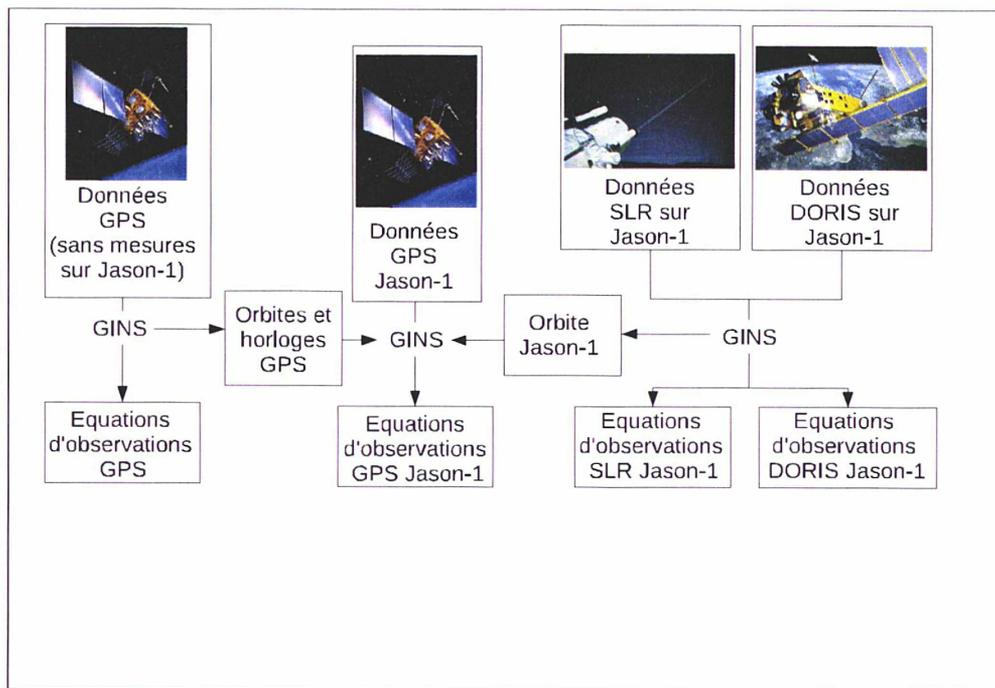


FIG. 3.24 – Schéma simplifié du traitement multi-techniques du satellite Jason-1 par le logiciel GINS afin d'obtenir les équations d'observations.

Le tableau 3.9 fournit WRMS des résidus des observations d'une technique donnée sur le satellite Jason-1, lors du calcul des arcs d'orbite réalisé par le logiciel GINS, dans le cas de la prise en compte ou non des mesures SLR, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005.

Pour des raisons pratiques, la longueur des arcs de ce traitement a été prise en cohérence avec ceux des arcs du traitement GPS, à savoir des arcs de 48 h, à la différence du traitement DORIS seul où la longueur des arcs est de 30 h. De ce fait, on ne peut réaliser la comparaison directe des valeurs obtenues pour le traitement DORIS seul et celles obtenues par le traitement multi-techniques. Ces valeurs ne sont donc fournies qu'à titre indicatif.

Satellite Jason-1		
Résidus moyens pondérés	Calcul mono-technique DORIS	Calcul multi-technique DORIS+GPS+SLR
mesures DORIS	0.399 mm/s	0.399 mm/s
mesures GPS	-	1.7 cm
mesures SLR	-	2.3 cm

TAB. 3.9 – WRMS des résidus des observations des techniques GPS, DORIS et SLR sur le satellite Jason-1, lors du calcul des arcs d’orbite de 48 h réalisé par le logiciel GINS, dans le cas de la prise en compte des mesures multi-techniques ou lors du calcul des arcs d’orbite de 30 h avec les mesures DORIS uniquement, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005.

Une fois ces matrices d’observations disponibles, il ne reste qu’à réaliser la combinaison de la même manière que précédemment. Ainsi, bien que les mesures GPS sur le satellite Jason-1 n’interviennent pas lors du calcul de son orbite par le logiciel GINS, elles interviendront pour l’estimation des paramètres orbitaux du satellite, paramètres communs aux trois techniques GPS, SLR et DORIS. De plus, ces mesures GPS interviendront également pour l’estimation des paramètres orbitaux des satellites de la constellation GPS.

En conclusion, L’approche présentée ici n’est pas optimale et reste une approche qui nécessitera des améliorations à l’avenir. Nous disposons toutefois lors de la combinaison d’un certains nombres de liens spatiaux, par l’intermédiaire de paramètres orbitaux, à savoir :

- Les paramètres orbitaux du satellite Jason-1 qui relie les techniques GPS, SLR et DORIS.
- Les paramètres orbitaux du satellite ENVISAT qui relie les techniques SLR et DORIS,.
- Les paramètres orbitaux des satellites GPS qui relie les techniques DORIS et GPS.

Nous allons maintenant étudier l’impact de ces liens au sein de la combinaison.

3.2.2 Apport sur le référencement des solutions

De même que pour l’ensemble des combinaisons réalisées jusqu’à présent, les paramètres de transformation entre les différentes solutions des combinaisons faisant intervenir les observations des satellites multi-techniques et l’ITRF2005 sont évalués, ainsi que les paramètres de transformations entre les repères réalisés par les positions de stations de chaque sous-réseau des techniques au sein de la combinaison et l’ITRF2005. Le tableau 3.10 fournit l’ensemble des valeurs de ces paramètres pour les combinaisons étudiées, combinaisons présentées dans le tableau 3.11.

Combinaison CMR					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
T _x	0.0 (0.2) 0.1	5.3 (0.6) 2.3	0.0 (0.2) 0.1	-0.5 (2.4) 1.6	1.6 (1.7) 2.8
T _y	0.0 (0.2) 0.0	-1.0 (0.7) 1.3	-0.0 (0.2) 0.0	3.4 (1.9) 1.6	5.6 (1.4) 4.0
T _z	0.0 (0.2) 0.1	4.0 (0.6) 3.3	0.0 (0.2) 0.1	4.0 (2.5) 0.6	11.4 (2.0) 4.3
D	0.0 (0.0) 0.0	-0.2 (0.1) 0.5	0.0 (0.0) 0.0	-0.5 (0.4) 0.2	-1.0 (0.3) 0.7
Combinaison CMR-S					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
T _x	0.0 (0.0) 0.1	3.7 (0.6) 2.3	-0.0 (0.0) 0.1	-1.6 (2.3) 2.2	2.0 (1.8) 2.9
T _y	0.0 (0.0) 0.1	-0.1 (0.6) 1.0	-0.0 (0.0) 0.1	3.5 (1.7) 1.1	5.3 (1.4) 4.0
T _z	0.0 (0.0) 0.3	5.2 (0.6) 1.7	-0.0 (0.0) 0.1	3.2 (2.3) 1.1	11.1 (2.1) 4.5
D	0.0 (0.0) 0.0	-0.4 (0.1) 0.4	-0.0 (0.0) 0.0	-0.4 (0.4) 0.2	-0.7 (0.3) 0.5
Combinaison CMR-M					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
T _x	0.1 (0.1) 0.2	-0.4 (0.4) 0.6	-0.0 (0.2) 0.0	-1.6 (0.7) 0.5	-0.5 (0.6) 1.2
T _y	-0.0 (0.1) 0.2	0.8 (0.4) 0.5	0.0 (0.2) 0.0	0.7 (0.7) 1.1	1.3 (0.5) 1.3
T _z	0.3 (0.1) 0.4	-0.5 (0.4) 0.6	-0.0 (0.2) 0.0	0.5 (0.7) 0.9	1.8 (0.5) 1.1
D	0.0 (0.0) 0.1	0.1 (0.1) 0.2	-0.0 (0.0) 0.0	-0.1 (0.2) 0.2	-0.2 (0.1) 0.3
Combinaison CMR-M-S					
	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
T _x	0.1 (0.0) 0.2	-0.5 (0.4) 0.6	0.0 (0.0) 0.1	-1.6 (0.6) 0.5	-0.1 (0.5) 1.2
T _y	-0.0 (0.0) 0.1	0.8 (0.4) 0.7	-0.0 (0.0) 0.1	0.9 (0.6) 0.8	1.3 (0.5) 1.3
T _z	0.2 (0.0) 0.2	-0.4 (0.4) 0.7	-0.0 (0.0) 0.2	0.3 (0.6) 0.9	1.6 (0.5) 1.0
D	0.0 (0.0) 0.1	-0.0 (0.1) 0.2	0.0 (0.0) 0.0	-0.1 (0.1) 0.2	-0.2 (0.1) 0.4

TAB. 3.10 – Paramètres de transformation - valeur moyenne pondérée (erreur formelle de la moyenne pondérée) écart-type pondéré en mm pour les translations T_x , T_y , T_z , et ppb pour les facteurs d'échelle D - estimés entre différents réseaux de stations (toutes les stations, sous-réseau DORIS, GPS, SLR ou VLBI), sur dix semaines de données, au sein de la combinaison CMR (resp. CMR-S, CMR-M et CMR-M-S, cf. tableau 3.11) et l'ITRF2005.

	CMR	CMR-S	CMR-M	CMR-M-S
Estimation de paramètres de transformation	oui	oui	oui	oui
Rattachements	$X_1^0 + \delta X_1 - (X_2^0 + \delta X_2) = Ratt^{(1-2)}$ cf. équation (2.25)		$\delta X_1 - \delta X_2 = 0$ ($\Sigma_{(1-2)}$) cf. équation (2.26)	
Satellites multi-techniques	non	oui	non	oui

TAB. 3.11 – Récapitulatif des différentes approches de combinaisons comparées pour étudier l'apport des satellites multi-techniques dans la combinaison.

On peut constater que lorsque l'on obtient un repère homogène (cas de la combinaison CMR-M), l'apport des mesures des satellites multi-techniques ne modifie pas cette homogénéité de manière significative.

Les enseignements à tirer de la comparaison des combinaisons CMR et CMR-S sont plus intéressants. En effet, comme le repère combiné issu de la combinaison CMR présente encore des hétérogénéités, on peut s'attendre à améliorer celui-ci par l'apport de liens spatiaux. Dans le détail, on constate que les paramètres de transformation entre les positions de stations du réseau VLBI et l'ITRF2005 n'ont pas changé de manière significative, ce qui est également le cas pour les stations des réseaux SLR et GPS.

D'un point de vue théorique, il n'est pas surprenant que les coordonnées du réseau GPS soient exprimées dans l'ITRF2005, quelle que soit la combinaison observée ici, puisque les contraintes minimales sont appliquées sur ce réseau. De même, le réseau VLBI n'a pas de raison d'être perturbé par l'ajout d'un lien spatial qui, par essence, ne le concerne pas. Comme les stations VLBI sont essentiellement co-localisées avec des stations GPS, il est normal que si le réseau GPS est peu impacté, le réseau VLBI le soit aussi.

Par contre, on pouvait espérer une amélioration du côté de la technique SLR puisque celle-ci est directement concernée par les liens spatiaux introduits par les satellites ENVISAT et Jason-1. Or ce n'est pas le cas puisqu'on n'observe aucun changement significatif. Il reste le cas du réseau DORIS. Ici, on constate des variations significatives sur les paramètres de transformation avec une tendance à réduire légèrement les incohérences entre le repère réalisé par ce réseau et celui réalisé par le réseau GPS.

Au final, en n'ayant utilisé que deux satellites multi-techniques, on observe un début d'amélioration du référencement interne de la combinaison. Cela est encourageant et l'on peut espérer améliorer encore les choses en introduisant davantage de mesures de satellites multi-techniques dans la combinaison, comme par exemple les mesures SLR réalisées sur les satellites GPS³. En l'état actuel des choses avec ces deux uniques satellites, le référencement homogène de la solution n'est garanti qu'à un centimètre près. De plus, cela ne règle pas le problème de référencement lié au réseau VLBI. De l'ensemble des tests réalisés dans ces travaux, seule les approches basées sur la combinaison CMR-M, à savoir l'estimation de paramètres de transformation au sein de la combinaison et l'utilisation d'équations de la forme (2.26) pour les rattachements permet d'assurer un référencement homogène au niveau de 1 à 2 millimètres.

Cet aspect du référencement ayant été traité, il est intéressant d'étudier l'impact de l'ajout des mesures des satellites multi-techniques sur les solutions de la combinaison en terme de positionnement.

3.2.3 Apport sur le positionnement des stations

De même que pour les ZTD, le positionnement d'une majorité de stations n'est que peu impacté par l'utilisation des satellites multi-techniques (variations des WRMS sur les trois composantes E, N et U inférieures au mm). Le tableau 3.12 présente la médiane des WRMS des résidus par composante, par réseau de techniques et par combinaison pendant la période test de dix semaines entre le 9 janvier 2005 et le 19 mars 2005.

On observe un comportement similaire sur l'évolution des médianes des WRMS pour les deux types de combinaisons étudiés. Ainsi, ces valeurs ont des variations sub-millimétriques sur toutes

³Concernant l'étude des liens spatiaux entre les techniques SLR et GPS, on pourra se référer à [Springer et al., 2009] et [Thaller et al., 2010].

les composantes excepté sur la composante verticale pour les stations DORIS où on observe une augmentation des WRMS de l'ordre de 1.5 mm. Il n'est pas étonnant que les stations les plus touchées par l'utilisation des liens spatiaux soient les stations de la technique DORIS puisque les deux satellites concernés par ces liens sont des satellites de la constellation DORIS. Nous verrons par la suite que l'augmentation de la médiane des WRMS observée sur la composante verticale pour les stations DORIS est signe non pas d'une dégradation mais d'une amélioration des résultats de la combinaison.

	Combinaison CMR			Combinaison CMR-S		
Réseau	E	N	U	E	N	U
DORIS	13.5	11.4	12.9	13.7	12.1	14.7
GPS	1.6	2.3	5.3	1.6	2.5	5.3
SLR	4.1	4.2	4.2	4.5	4.8	4.1
VLBI	5.9	11.3	16.3	6.4	11.8	16.1
	Combinaison CMR-M			Combinaison CMR-M-S		
Réseau	E	N	U	E	N	U
DORIS	9.8	8.3	14.3	9.2	8.8	15.5
GPS	1.7	2.4	5.8	1.8	2.3	5.8
SLR	2.3	2.1	3.8	2.5	2.5	3.9
VLBI	2.7	2.9	8.2	2.8	2.8	8.0

TAB. 3.12 – Valeurs médianes des WRMS des résidus (en mm) sur les positions de stations par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions des combinaisons CMR, CMR-S, CMR-M et CMR-M-S (cf. tableau 3.1) et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005. Les similitudes hebdomadaires sont estimées par sous-réseau DORIS (resp. GPS, SLR et VLBI) dans le cas des combinaisons CMR et CMR-S car le repère combiné de ces solutions n'est pas homogène. Les médianes des WRMS sont fournies par réseau de stations DORIS, GPS, SLR et VLBI.

Cependant, avant cela, on peut observer quelques stations dont les WRMS sont modifiés de manière importante. Pour le réseau de stations SLR, on observe ce phénomène sur trois stations, à savoir les stations 7824 à San Fernando en Espagne, 7237 à Changchun en Chine et 7308 à Koganei au Japon. Les deux premières voient leurs WRMS diminuer tandis que la dernière les voit augmenter (cf. tableau 3.13). Il se trouve que les positions de stations 7824 et 7237 sont estimées avec considérablement plus d'observations dans le cas des combinaisons avec satellites multi-techniques. Ainsi, sur les dix semaines de tests, le nombre de mesures permettant l'estimation des coordonnées de la station 7824 (resp. 7237) passe de 196 (resp. 192) à 1234 (resp. 924). Ceci explique la considérable amélioration de l'estimation des coordonnées de ces stations. Ce n'est pas le cas de la station 7308 dont les coordonnées sont estimées avec environ 200 mesures sur les 10 semaines (soit 20 mesures en moyenne par position hebdomadaire), ce qui explique la forte variabilité de cette station.

Station 7824				
	CMR	CMR-S	CMR-M	CMR-M-S
E	12.1	10.5	13.5	9.0
N	6.3	4.3	8.1	6.0
U	21.6	11.8	23.4	10.0

Station 7237				
	CMR	CMR-S	CMR-M	CMR-M-S
E	17.5	15.4	16.5	17.6
N	31.5	13.3	32.9	11.7
U	16.7	14.9	16.3	8.0

Station 7308				
	CMR	CMR-S	CMR-M	CMR-M-Z
E	23.0	16.1	24.0	20.7
N	4.2	20.7	5.3	16.2
U	43.5	56.9	43.6	63.4

TAB. 3.13 – WRMS des résidus (en mm) sur les positions des stations SLR 7824 en Espagne, 7237 en Chine et 7308 au Japon par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les solutions des combinaisons CMR, CMR-S, CMR-M et CMR-M-S (cf. tableau 3.11) et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005.

Pour le réseau de stations VLBI, on observe uniquement deux stations dont les WRMS des résidus de leurs coordonnées sont impactées à plus de 1 mm par l'utilisation des liens spatiaux dans la combinaison. Les coordonnées de ces stations sont estimées avec un faible nombre d'observations, ce qui peut expliquer ce phénomène. Les stations GPS, elles, ne voient aucune variations significatives de leurs positions. L'ensemble des variations sur ces stations est sub-millimétrique.

En ce qui concerne les stations DORIS, on observe qu'environ la moitié des stations présente une diminution des WRMS de leurs coordonnées tandis que l'autre moitié les voit augmenter. La figure 3.25 présente la différence de WRMS 3D pour les stations DORIS entre une combinaison avec et une combinaison sans l'utilisation de liens spatiaux.

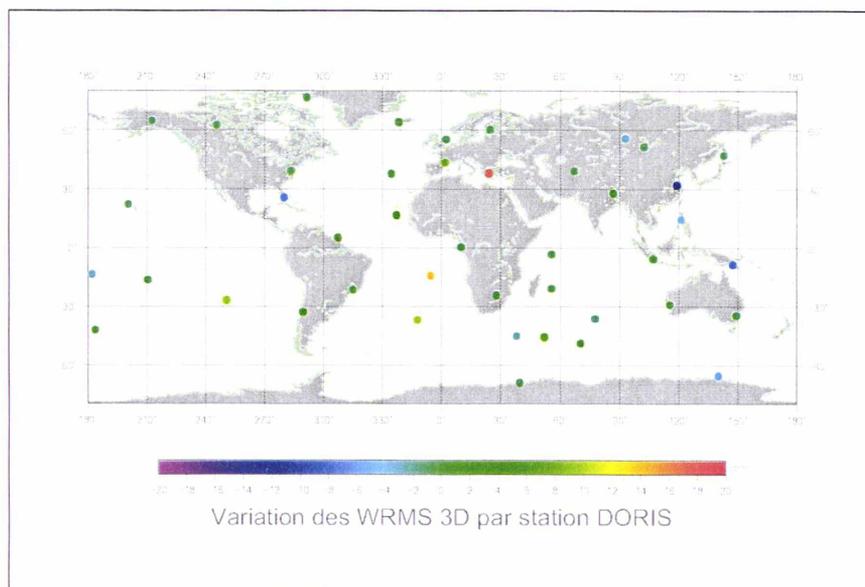


FIG. 3.25 – Différences de WRMS 3D pour les stations DORIS entre une combinaison avec et une combinaison sans l'utilisation de liens spatiaux. Les valeurs négatives correspondent à une diminution des WRMS 3D.

Pour pouvoir conclure, les WRMS des résidus des mesures sur l'ensemble des stations DORIS ont été calculés. On observe sur l'ensemble de ce réseau une légère amélioration, les résidus diminuant d'environ 1 à 2 % par station DORIS.

En calculant les résidus par station et par satellite, on observe une amélioration très nette des résidus du satellite Jason-1, avec une diminution de l'ordre de 7 % des résidus par station, réduction pouvant atteindre plus de 30 % pour certaines stations (voir figure 3.26). On observe d'ailleurs que les stations où la diminution des résidus est la plus importante sont localisées au niveau de l'anomalie Sud-Atlantique, ce qui confirme le problème détecté dans la section précédente.

Concernant le satellite ENVISAT, on observe une réduction des WRMS des résidus pour les deux tiers des stations et une détérioration pour l'autre tiers. Cependant, autant les détériorations correspondent à une augmentation des résidus de l'ordre de 1 à 2 % de la valeur des WRMS des résidus (avec un maximum de 4 % de détérioration pour une station), autant les améliorations sont de l'ordre de 6 à 7 % , et supérieure à 15 % pour certaines stations (voir figure 3.27).

Il y a donc une réduction globale des résidus pour les deux satellites Jason-1 et ENVISAT.

Si maintenant on s'intéresse aux mesures réalisées sur les autres satellites DORIS, les résultats sont différents. Les mesures réalisées sur les satellites SPOT présentent toutes le même comportement de leurs résidus, à savoir aucun changement, en moyenne, des WRMS des résidus par station. Pour la moitié des stations, on observe une amélioration de ces WRMS pouvant atteindre 1 %, pour l'autre moitié une augmentation des WRMS pouvant également atteindre 1 % (voir figure 3.28, 3.29 et 3.30).

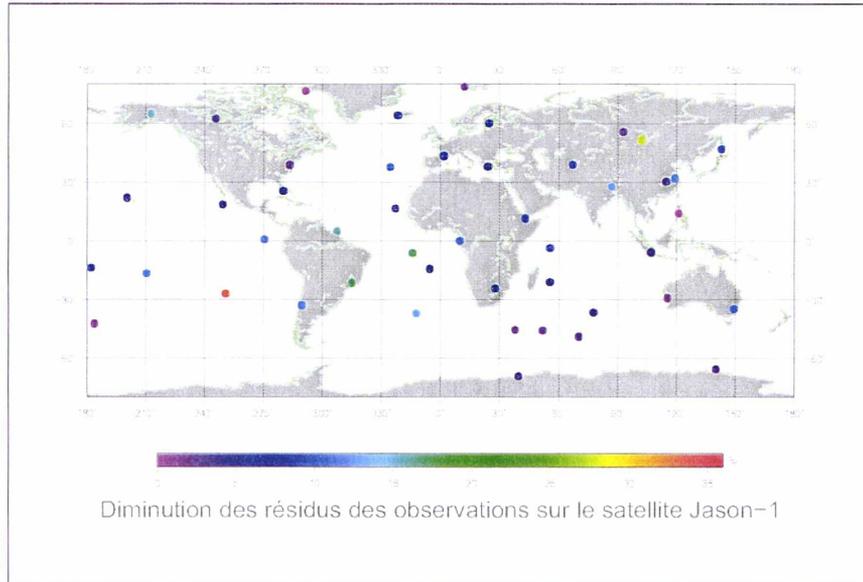


FIG. 3.26 – Diminution des résidus des observations sur le satellite Jason-1 par station entre une combinaison avec et une combinaison sans l'utilisation de liens spatiaux (résidus plus faibles pour la combinaison avec l'utilisation des liens spatiaux).

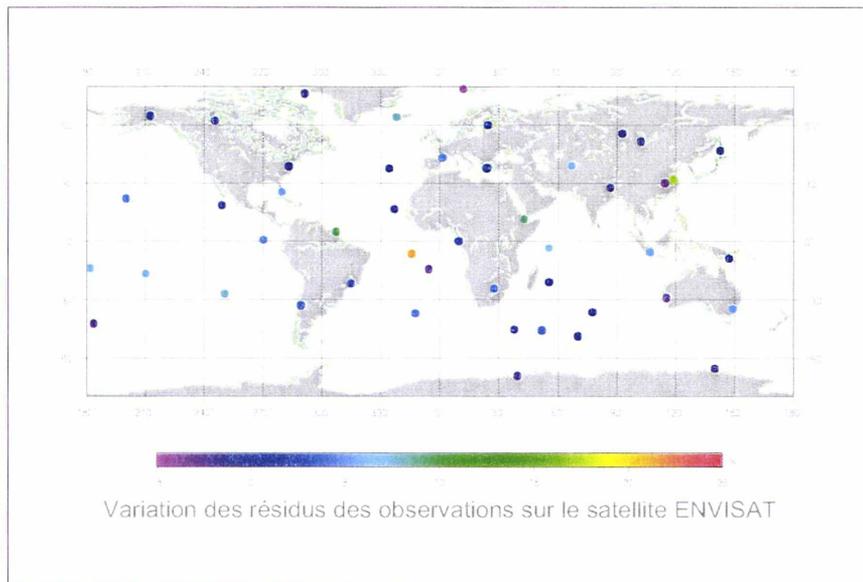


FIG. 3.27 – Variation des résidus des observations sur le satellite ENVISAT par station entre une combinaison avec et une combinaison sans l'utilisation de liens spatiaux. Les pourcentages positifs correspondent à une diminution des résidus pour la combinaison avec l'utilisation des liens spatiaux.

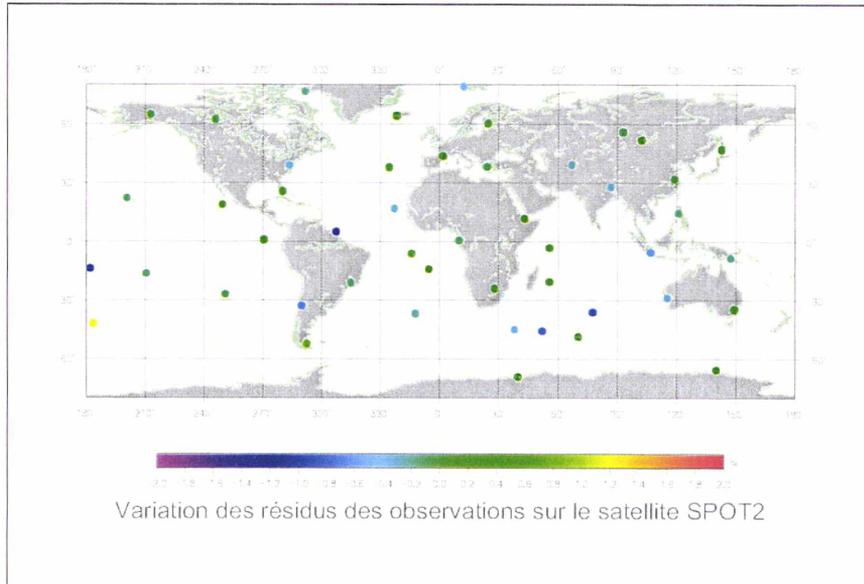


FIG. 3.28 – Variation des résidus des observations sur le satellite SPOT2 par station entre une combinaison avec et une combinaison sans l'utilisation de liens spatiaux. Les pourcentages positifs correspondent à une diminution des résidus pour la combinaison avec l'utilisation des liens spatiaux.

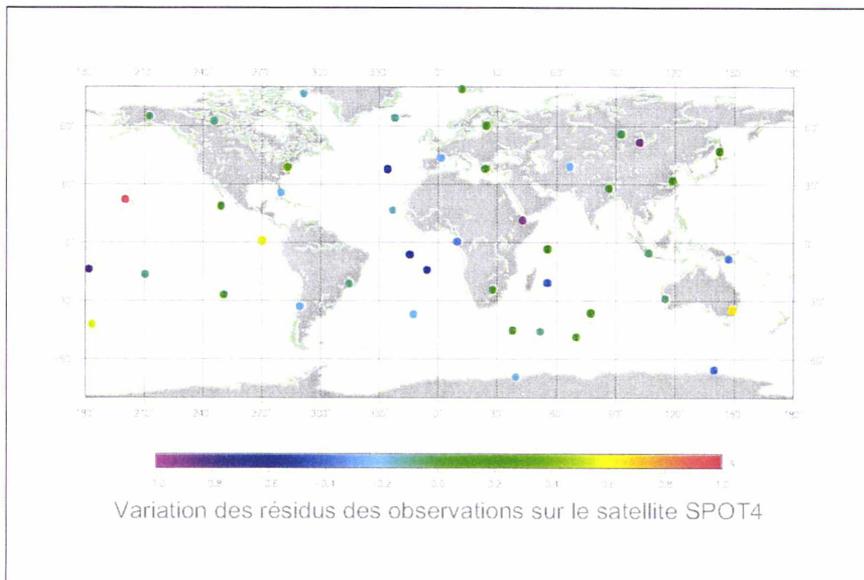


FIG. 3.29 – Variation des résidus des observations sur le satellite SPOT4 par station entre une combinaison avec et une combinaison sans l'utilisation de liens spatiaux. Les pourcentages positifs correspondent à une diminution des résidus pour la combinaison avec l'utilisation des liens spatiaux.

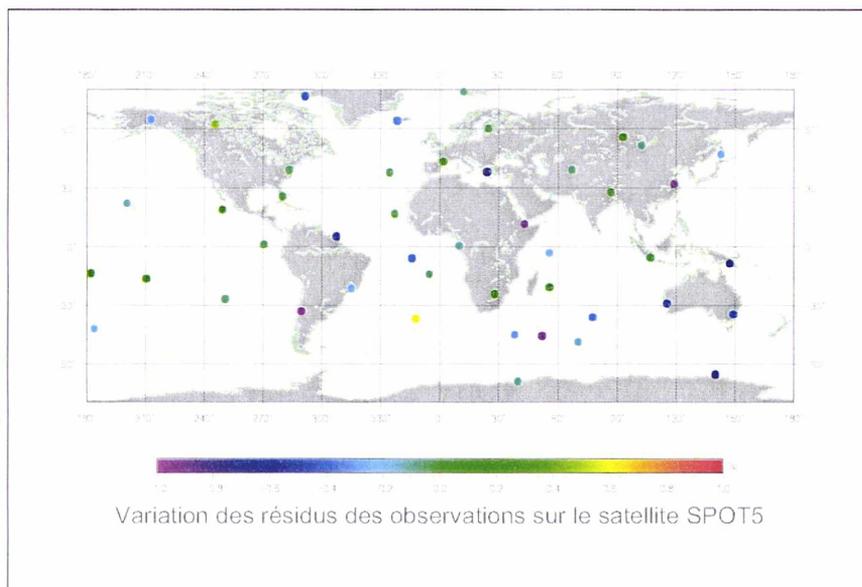


FIG. 3.30 – Variation des résidus des observations sur le satellite SPOT5 par station entre une combinaison avec et une combinaison sans l'utilisation de liens spatiaux. Les pourcentages positifs correspondent à une diminution des résidus pour la combinaison avec l'utilisation des liens spatiaux.

Au vu de ces différents résultats, on peut conclure que l'utilisation des liens spatiaux améliore sensiblement le positionnement des stations DORIS. Plus particulièrement, le traitement des observations des satellites Jason-1 et ENVISAT semble avoir été particulièrement amélioré grâce à l'apport des mesures multi-techniques, les WRMS des résidus des mesures sur ces satellites diminuant de façon significative quand on utilise les liens spatiaux.

Finalement, on peut s'intéresser à l'impact des liens spatiaux sur les paramètres orbitaux des satellites. Une comparaison directe peut être réalisée entre les paramètres orbitaux des satellites GPS estimés puisque les a priori de ces paramètres sont identiques pour les combinaisons avec ou sans liens spatiaux. On observe une variation moyenne d'environ 2 cm sur les positions initiales de ces satellites, variation de l'ordre de la précision de ces orbites (cf. annexe D). De plus, on observe également une amélioration très significative des erreurs formelles de ces paramètres. En effet, celles-ci diminuent en moyenne de 20 % par satellite GPS. En ce qui concerne les paramètres orbitaux du satellite Jason-1, la réduction des erreurs formelles est encore plus significative puisque l'on atteint une diminution de 86 % de celles-ci. De plus, si on calcule le rapport entre les valeurs des paramètres orbitaux estimés et leurs erreurs formelles, on observe une augmentation de la significativité des paramètres d'un facteur 2 à 3. Au vu des WRMS des résidus concernant les mesures sur ce satellite, on peut en déduire que l'on améliore sensiblement l'orbite de celui-ci par le traitement multi-techniques. En ce qui concerne le satellite ENVISAT, bien que les erreurs formelles augmentent (on peut observer une augmentation sensible allant jusqu'à un facteur huit des erreurs formelles), les rapports entre les valeurs des paramètres orbitaux estimés et leurs erreurs formelles montrent une augmentation de la significativité de ces paramètres d'un facteur 5 environ. Les WRMS des résidus des mesures sur ce satellite diminuant également, on peut en conclure, comme pour le satellite Jason-1, que l'on améliore l'orbite avec l'apport des mesures multi-techniques sur ce satellite.

Le tableau 3.14 rappelle les différents résultats obtenus grâce à l'utilisation des mesures des satellites multi-techniques.

Repère terrestre combiné	Légère amélioration de l'homogénéité du repère dans le cas d'une combinaison CMR-S par rapport à une combinaison CMR. Repère homogène dans le cas d'une combinaison du type CMR-M-S.
Positions des stations	Majorité des stations GPS, SLR et VLBI peu impactées. Diminution des résidus des observations par station DORIS. Amélioration du positionnement des stations DORIS.
Orbite des satellites multi-techniques	Augmentation de la significativité mathématique des paramètres orbitaux estimés. Réduction importante des résidus des observations sur les satellites Jason-1 et ENVISAT.

TAB. 3.14 – Apport des mesures des satellites multi-techniques Jason-1 et Envisat dans la combinaison. Voir le tableau 3.11 pour le rappel des points importants des combinaisons CMR, CMR-S et CMR-M-S.

Les liens supplémentaires entre les techniques dans la combinaison fournissent donc des informations complémentaires pour relier les techniques entre elles. En ce qui concerne l'apport des ZTD communs, on a vu une amélioration du positionnement de certaines stations et la détection d'un problème lié à Jason-1 et l'anomalie Sud-Atlantique. Pour le gain obtenu avec l'utilisation de liens spatiaux, même avec simplement deux satellites multi-techniques, on a observé une amélioration de l'homogénéité du référencement, notamment entre les stations GPS et DORIS, une amélioration du positionnement des stations DORIS, et une réduction drastique des erreurs formelles lors de l'estimation des paramètres orbitaux de l'ensemble des satellites de la constellation GPS et de Jason-1.

Je vais maintenant présenter les résultats d'une combinaison hebdomadaire du type CMR-M-Z (cf. tableau 3.1) réalisée sur un an de données. Nous pourrions ainsi évaluer les solutions de cette combinaison par rapport aux solutions individuelles de chaque technique en terme d'EOP et de positionnement et discuter de l'intérêt de celle-ci vis-à-vis de ces résultats.

Chapitre 4

Analyse des résultats d'une combinaison au niveau des observations

Après avoir étudié différentes approches de combinaisons et l'impact de différents liens entre les techniques sur une période d'environ trois mois, je vais présenter ici les résultats obtenus, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006, d'une combinaison au niveau des observations dont l'approche est déduite de ces divers tests. Dans un premier temps, je présenterai la méthode choisie pour combiner les techniques. J'analyserai ensuite les résultats obtenus sous divers angles. Ainsi, je vérifierai que cette approche fournit bien une solution homogène en ce qui concerne le référencement. Les séries des EOP obtenues seront ensuite analysées et nous les comparerons à différentes séries de référence ainsi qu'à celles obtenues par les traitements individuels des techniques présentées dans le premier chapitre. Le positionnement des différentes stations sera finalement étudié par comparaison aux résultats fournis par les traitements individuels des techniques et nous nous intéresserons plus particulièrement aux sites de co-localisation.

4.1 Approche adoptée

Au vu des différents résultats obtenus dans le deuxième chapitre, l'approche adoptée pour combiner les techniques reprend celle de la combinaison CMR-M. C'est-à-dire que nous allons estimer, en plus des paramètres comme les coordonnées hebdomadaires des stations ou les EOP journaliers¹, des paramètres de transformation par technique pour absorber les incohérences globales qui existent entre les techniques. Comme l'utilisation des rattachements locaux par l'intermédiaire de l'équation 2.25 ne permet pas d'assurer l'homogénéité du référencement des solutions, les informations de rattachements sont introduites dans la combinaison via la méthode développée dans la section 2.3.2. Enfin, vu les résultats concernant l'utilisation de ZTD communs sur les sites de co-localisation présentés dans le chapitre précédent, celle-ci est conservée ici. L'utilisation de liens spatiaux par l'intermédiaire des satellites multi-techniques n'a, quant à elle pas été retenue. En effet, l'étude précédente concernant ces liens spatiaux, bien qu'encourageante, n'était que préliminaire en raison de problèmes liés aux traitements des données. Le tableau 4.1 résume l'approche adoptée pour la combinaison des mesures dont les résultats vont être analysés, combinaison que nous appellerons par la suite *syrtelareg*.

¹Les EOP estimés ici sont les coordonnées du pôle et le UT. Les écarts au pôle céleste sont fixés à leurs valeurs a priori.

	Approche adoptée pour la combinaison syrte-lareg
Estimation de paramètres de transformation	Un facteur d'échelle hebdomadaire pour la technique VLBI Trois translations et un facteur d'échelle hebdomadaire pour chaque technique satellitaire DORIS, GPS et SLR
Pondération	Par technique satellitaire et par session VLBI
Contraintes	Sept contraintes minimales sur un sous-réseau de stations GPS par rapport à l'ITRF2005
Rattachements	$\delta X_1 - \delta X_2 = 0$ ($\Sigma_{(1-2)}$) cf. équation (2.26)
ZTD communs	Oui
Satellites multi-techniques	Non

TAB. 4.1 – Récapitulatif de l'approche adoptée pour la combinaison des mesures de géodésie spatiale syrte-lareg.

Dans un premier temps, nous allons contrôler la définition des repères combinés hebdomadaires.

4.2 Contrôle du référencement

Pour évaluer la stabilité de la définition des repères combinés hebdomadaires et leur homogénéité, comme pour les différents tests réalisés dans les chapitres précédents, les paramètres de transformation entre les solutions hebdomadaires de la combinaison syrte-lareg et l'ITRF2005 sont évalués, ainsi que les paramètres de transformation entre les repères combinés réalisés par les positions de stations de chaque sous-réseau des techniques et l'ITRF2005. Le tableau 4.2 présente l'ensemble des valeurs de ces paramètres.

	Toutes les stations	Sous-réseau DORIS	Sous-réseau GPS	Sous-réseau SLR	Sous-réseau VLBI
T _x	-0.0 (0.0) 0.3	-0.7 (0.2) 1.8	-0.1 (0.0) 0.2	-1.0 (0.4) 1.0	0.2 (0.4) 1.3
T _y	-0.1 (0.0) 0.2	0.7 (0.2) 1.3	-0.0 (0.0) 0.2	0.5 (0.4) 0.9	0.5 (0.4) 1.4
T _z	-0.0 (0.0) 0.3	-0.5 (0.2) 1.6	-0.0 (0.0) 0.2	-0.3 (0.4) 1.0	0.6 (0.4) 1.4
D	-0.0 (0.0) 0.1	0.0 (0.0) 0.3	-0.0 (0.0) 0.0	0.0 (0.1) 0.3	-0.3 (0.1) 0.3
R _x	1 (0) 4	-32 (6) 31	1 (0) 4	13 (11) 45	17 (10) 41
R _y	-1 (0) 5	-36 (7) 23	-1 (0) 4	7 (10) 46	-14 (9) 43
R _z	-0 (0) 3	39 (8) 37	0 (0) 3	8 (13) 35	-16 (8) 23

TAB. 4.2 – Paramètres de transformation - valeur moyenne pondérée (erreur formelle de la moyenne pondérée) écart-type pondéré en mm pour les translations T_x , T_y , T_z , ppb pour les facteurs d'échelle D et μas pour les rotations R_x , R_y , et R_z - estimés entre différents réseaux de stations (toutes les stations, sous-réseau DORIS, GPS, SLR ou VLBI) au sein de la combinaison syrte-lareg et l'ITRF2005 sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006 .

On constate immédiatement que le repère combiné matérialisé par l'ensemble des stations utilisées est réalisé dans l'ITRF2005, ce que l'on souhaitait vu l'approche utilisée. De plus, l'homogénéité du repère combiné est assurée à mieux que 2 mm sur l'année de mesure. Au vu de la

répartition hebdomadaire des sites de co-localisation, ces résultats sont d'une très bonne qualité et ne peuvent être obtenues par des combinaisons du type CR et CMR (cf. tableau 2.16) qui n'assurent l'homogénéité du repère combiné qu'à deux centimètres près sur trois mois (cf. chapitre 2). A titre de comparaison, [Coulot et al., 2007] assuraient le référencement à quelques centimètres près sur l'année 2002 (cf. tableau 1.18). Les solutions des combinaisons hebdomadaires des mesures fournies de manière opérationnelle par l'Observatoire de Paris dans le cadre du groupe COL de l'IERS assurent également l'homogénéité du repère combiné à quelques centimètres près en ce qui concerne l'origine et l'échelle [Gambis D., communication personnelle, 2008]. Il faut toutefois préciser que ces solutions opérationnelles étaient jusqu'à maintenant principalement axées sur l'étude des EOP, ce qui est cohérent avec l'homogénéité du repère combiné concernant l'orientation, de l'ordre du millimètre. L'étude du positionnement des stations nécessite toutefois l'obtention d'un repère combiné homogène. De plus, un des buts de la combinaison des mesures est de permettre l'obtention de séries temporelles d'EOP et d'un repère terrestre cohérents par l'estimation simultanée des EOP et des positions de stations à partir des observations des techniques. Si on n'assure pas l'homogénéité du repère, ce but ne peut pas être atteint. La combinaison présentée ici fournit ce type de solutions, ce qui est une avancée essentielle par rapport à [Coulot et al., 2007] et aux combinaisons opérationnelles fournies par l'Observatoire de Paris.

L'homogénéité de la solution ayant été contrôlé, il faut vérifier que les paramètres de transformation ont bien absorbé les incohérences qui n'apparaissent plus dans le repère combiné. Pour cela, nous allons comparer les paramètres de transformation estimés entre les solutions individuelles de chaque technique et l'ITRF2008 (cf. chapitre 1) avec les paramètres de transformation estimés lors de la combinaison. Comme les solutions de la combinaison ne sont pas exprimées dans l'ITRF2008, il faut bien entendu corriger ces paramètres des paramètres de transformation existants entre les solutions de la combinaison et l'ITRF2008. Le tableau 4.3 présente les WRMS calculés sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006 de ces différents paramètres de transformation.

	DORIS ind.	DORIS comb.	GPS ind.	GPS comb.
Tx	9.6	10.2	5.3	5.6
Ty	7.2	7.9	7.8	8.2
Tz	29.7	29.3	10.0	11.0
D	0.7	0.9	1.1	1.0
	SLR ind.	SLR comb.	VLBI ind.	VLBI comb.
Tx	4.1	4.0	-	-
Ty	3.7	3.2	-	-
Tz	5.8	5.4	-	-
D	0.8	0.8	1.0	1.1

TAB. 4.3 – WRMS des translations (en mm) et des facteurs d'échelles (en ppb) hebdomadaires entre les solutions hebdomadaires des techniques individuelles (syrte-lareg DORIS, syrtelareg GP, syrtelareg SLR et syrtelareg VLBI, voir 1.1.3), notées DORIS (resp. GPS, SLR et VLBI) ind., et l'ITRF2008 ainsi que les WRMS des paramètres de transformations estimés dans la combinaison corrigés des paramètres de transformation hebdomadaires entre les solutions combinées et l'ITRF2008, notées DORIS (resp. GPS, SLR et VLBI) comb. sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

On constate un excellent accord au niveau du millimètre sur les WRMS de ces paramètres.

On vérifie donc bien une fois encore que les paramètres de transformation estimés dans la combinaison absorbent les incohérences entre les techniques et permettent l'obtention de solutions homogènes et bien référencées.

Si maintenant on calcule la différence entre les séries de paramètres de transformation issues des traitements individuelles et celles issues de la combinaison, on observe des différences de plusieurs millimètres. Ces différences peuvent provenir de l'effet de réseau. En effet, [Collilieux et al., 2009] ont montré que les paramètres de transformation pouvaient absorber une partie des signaux non modélisés des stations comme les effets de charges et entraîner des variations d'amplitudes et de phases à la fois sur ces paramètres et sur les positions de stations. Ils ont d'ailleurs présenté une méthode afin de réduire cet effet de réseau dans le cas de la technique SLR. Celle-ci consiste à contraindre les appoints des stations SLR et GPS sur les sites de co-localisation dans les combinaisons, méthode qui est grandement similaire à l'approche adoptée pour introduire les informations de rattachement dans la combinaison syrte-lareg. Le tableau 4.4 présente les WRMS des différences de plusieurs séries de paramètres de translation entre le 09/01/2005 au 31/12/2005. Ces séries sont :

- Série SLR ind. La série des paramètres de translation hebdomadaires entre le repère matérialisé par les coordonnées de stations SLR de la solution syrte-lareg SLR et l'ITRF2005.
- Série SLR comb. La série des paramètres de translation hebdomadaires estimés pour la technique SLR dans la combinaison syrte-lareg.
- Série SLR ITRF2005 La série des paramètres de translation hebdomadaires entre les solutions hebdomadaires fournies par l'ILRS pour le calcul de l'ITRF2005 et l'ITRF2005.
- Série [Collilieux et al., 2009] La série des paramètres de translation hebdomadaires entre les solutions hebdomadaires fournies par l'ILRS pour le calcul de l'ITRF2005 et une combinaison similaire à celle de l'ITRF2005 dans laquelle on égalise les appoints des coordonnées de stations GPS et SLR sur les sites de co-localisation (données fournies par X. Collilieux).

	SLR comb. -	SLR comb. -	SLR comb. -	[Collilieux et al., 2009] -
	SLR ind.	SLR ITRF2005	[Collilieux et al., 2009]	SLR ITRF2005
Tx	4.1	4.7	4.2	4.6
Ty	3.2	3.7	3.7	4.2
Tz	4.5	4.8	4.4	4.6

TAB. 4.4 – WRMS des différences hebdomadaires entre les différentes séries SLR ind., comb., SLR ITRF2005 et [Collilieux et al., 2009] (cf. texte) sur la période du 09/01/2005 au 31/12/2005.

On constate que les variations observées entre les séries SLR comb. et SLR ind. peuvent s'expliquer par un effet de réseau au vu des valeurs obtenues entre les séries [Collilieux et al., 2009] et SLR ITRF2005. Il est cependant délicat de savoir si l'on a une diminution de l'effet de réseau dans le cas de la combinaison syrte-lareg car l'on ne dispose que d'un an de données. Cependant, au vu de la similitude d'approche concernant les sites de co-localisation GPS et SLR entre la combinaison syrte-lareg et [Collilieux et al., 2009], on peut supposer qu'il s'agit d'une réduction. Il faudra bien sûr le vérifier sur un traitement plus long.

L'homogénéité du référencement étant garanti à 2 millimètres près, nous pouvons maintenant nous intéresser aux différents produits de cette combinaison. Tout d'abord, nous allons étudier la série des EOP estimés puis les séries des coordonnées des stations.

4.3 EOP

Les figures 4.1, 4.2 et 4.3 représentent les séries temporelles des résidus des coordonnées du pôle et du UT par rapport à la série de référence IERS 05 C04, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006, obtenues par la combinaison syrtel-lareg des quatre techniques DORIS, GPS, SLR et VLBI. Le tableau 4.5 fournit les moyennes et écarts-types pondérés, ainsi que les WRMS, de ces résidus.

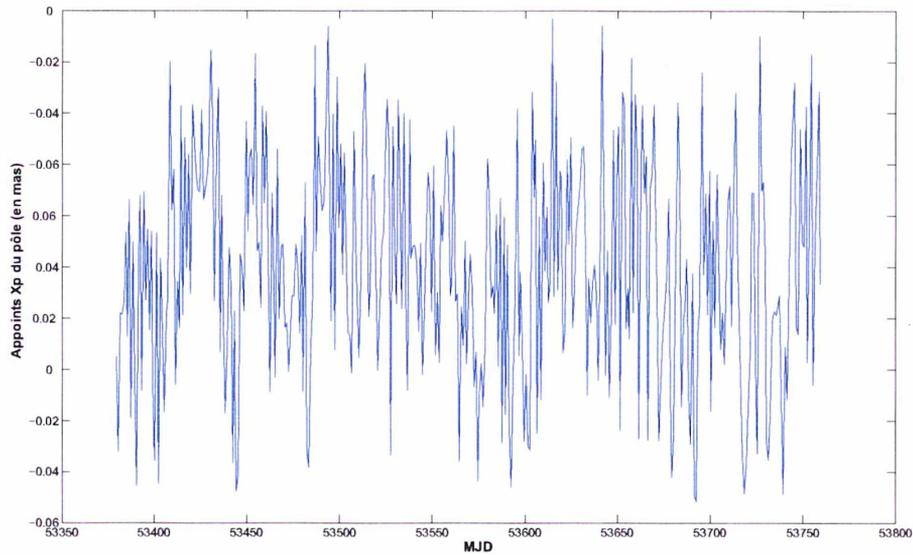


FIG. 4.1 – Appoints de la coordonnée X_p du pôle par rapport à la série IERS 05 C04, obtenus par la combinaison syrtel-lareg sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

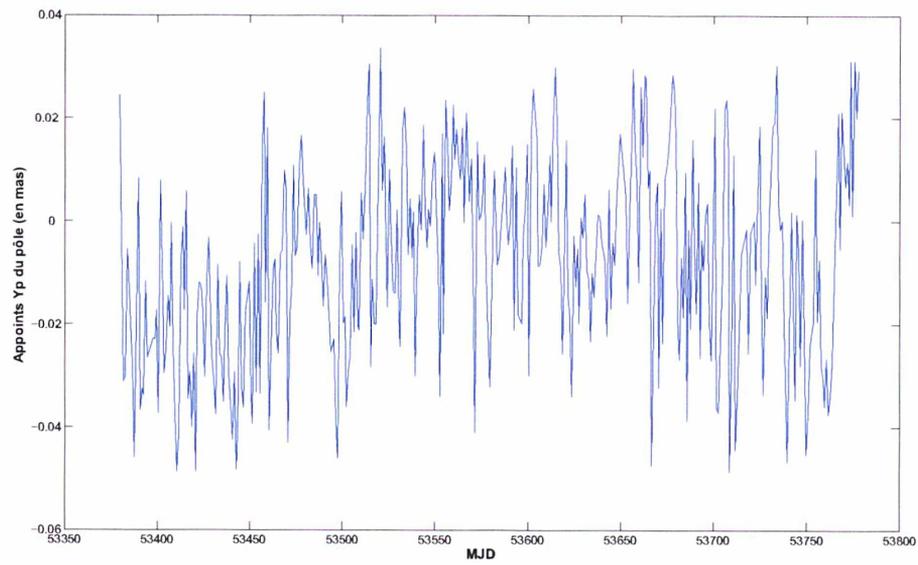


FIG. 4.2 – Appoints de la coordonnée Y_p du pôle par rapport à la série IERS 05 C04, obtenus par la combinaison syrte-lareg sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

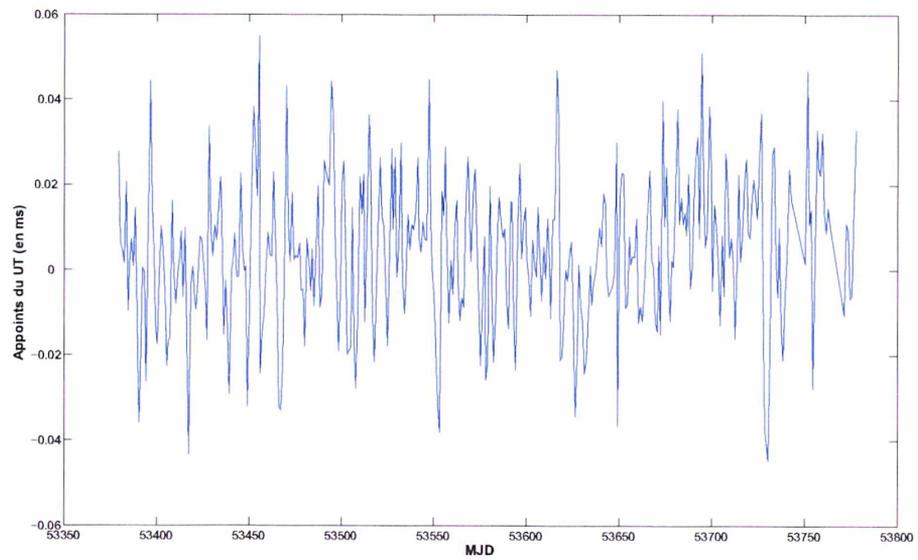


FIG. 4.3 – Appoints du UT rapport à la série IERS 05 C04, obtenus par la combinaison syrte-lareg sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$	WRMS
XP (μas)	42	45	61
YP (μas)	29	52	59
UT (μs)	4	12	13

TAB. 4.5 – Valeurs moyennes pondérées, écarts-types pondérés et WRMS des résidus des EOP par rapport à la série IERS 05 C04 fournis par les solutions de la combinaison syrte-lareg, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

Quand on compare ces résultats à ceux des traitements individuels des techniques sur cette même période, on observe que ceux-ci sont toujours du niveau des meilleures séries des résultats individuels. Ainsi, les écarts-types des résidus des coordonnées du pôle par rapport à la série IERS 05 C04 fournis par les solutions de la combinaison syrte-lareg sont légèrement plus faibles que ceux fournis par les solutions du traitement GPS (cf. tableau 4.6).

Combinaison	syrte-lareg		syrte-lareg GPS	
	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$
XP (μas)	42	45	36	58
YP (μas)	29	52	25	56

TAB. 4.6 – Valeurs moyennes et écarts-types pondérés des résidus des coordonnées du pôle par rapport à la série IERS 05 C04 fournis par les solutions de la combinaison syrte-lareg et par les solutions du traitement individuel syrte-lareg GPS (cf. section 1.1.3), sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

Concernant le UT, la série des résidus obtenue est en parfait accord statistique avec celle obtenue par le traitement syrte-lareg VLBI (cf. tableau 4.7).

Combinaison	syrte-lareg		syrte-lareg VLBI	
	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$
XP (μas)	4	12	4	11

TAB. 4.7 – Valeurs moyennes et écarts-types pondérés des résidus du UT par rapport à la série IERS 05 C04 fournis par les solutions de la combinaison syrte-lareg et par les solutions du traitement individuel syrte-lareg VLBI (cf. section 1.1.3), sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006.

Cependant, grâce à la combinaison, on a obtenu une série UT régulièrement échantillonnée de façon journalière, ce qui est loin d'être le cas de la série obtenue par le traitement syrte-lareg VLBI (cf. section 1.1.3).

De ce fait, il est intéressant de faire une analyse spectrale des différentes séries que nous avons obtenues, et notamment de la série du UT. Tout d'abord, la figure 4.4 représente le spectre de la série des coordonnées du pôle de la combinaison syrte-lareg et celui de la série IERS 05 C04, obtenus par transformation de Fourier. Le spectre estimé est un spectre complexe de $X_p - iY_p$. Ceci est lié au fait que l'on peut distinguer deux types d'ondes différentes pour les coordonnées du pôle X_p et Y_p . Ces ondes sont les ondes dites progrades et rétrogrades selon qu'elles tournent

ou non dans le sens trigonométrique dans le plan polaire $(X_p, -Y_p)$. Elles prennent la forme : $X_p = \rho \cos(\omega t + \phi)$ et $Y_p = \epsilon \rho \sin(\omega t + \phi)$ avec ω la fréquence, ρ l'amplitude et ϵ un terme égal à -1 pour une onde prograde et $+1$ pour une onde rétrograde. De ce fait, il est plus commode de réaliser un spectre complexe pour étudier ces fréquences et amplitudes.

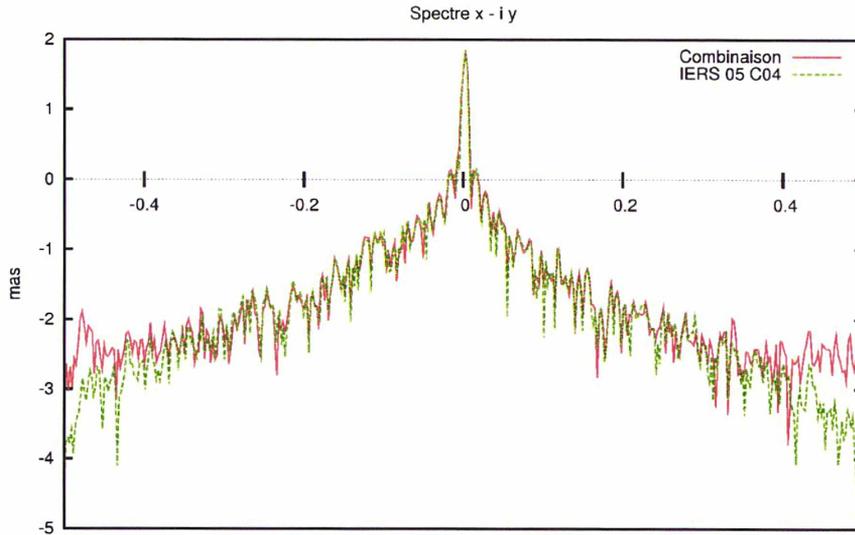


FIG. 4.4 – Comparaison des spectres fréquentiels complexes de la série des coordonnées du pôle de la série de référence IERS 05 C04 et de celle issue de la combinaison syrte-lareg. La représentation choisie est une représentation logarithmique des amplitudes (en ordonnée : -1 correspond à une amplitude de 10^{-1} mas) fonction des cycles par jour (en abscisse).

On peut observer un très bon accord à basse fréquence. Cet accord diminue dans les hautes fréquences (sur les périodes de 3 jours et moins). Or, il existe un problème de la série des pôles IERS 05 C04 au niveau de ces hautes fréquences. En effet, en raison de la méthode de combinaison des données provenant du GPS et du VLBI, un lissage des hautes-fréquences est réalisé. Dans le détail, les séries de coordonnées du pôle issues du GPS et introduites dans la combinaison pour obtenir la solution IERS 05 C04, présentent un échantillonnage journalier régulier (à 12h UTC). Ce n'est pas le cas des séries issues du traitement des données VLBI qui présentent des estimations à des dates intercalaires. Les estimations des coordonnées du pôle par le traitement des mesures des sessions VLBI sont des estimations réalisées au milieu de chaque session journalière et donc pas à 12h UTC (voir la section 1.1.3). De ce fait et en raison de la moins bonne qualité des séries des pôles issues des traitements VLBI, ces données introduisent des fréquences parasites. Lors de la combinaison, la méthode utilisée va donc lisser ces signaux parasites qui sont à des périodes d'environ deux jours [Bizouard, C., communication personnelle, 2010]. A noter que ce problème sera a priori réglé dans la nouvelle série officielle C04 compatible avec l'ITRF2008 en cours de calcul. De ce fait, la série de référence ne permet pas d'évaluer l'aspect haute fréquence de la série de coordonnées du pôle obtenue par la combinaison syrte-lareg. J'ai donc comparé cette série à une autre série ne présentant pas le défaut cité précédemment. Cette série est la série obtenue lors du calcul de l'ITRF2008 (cf. figure 4.5) qui est obtenue par combinaison rigoureuse des solutions de positions de stations et d'EOP fournies par les services de chaque technique [Altamimi et al., 2010].

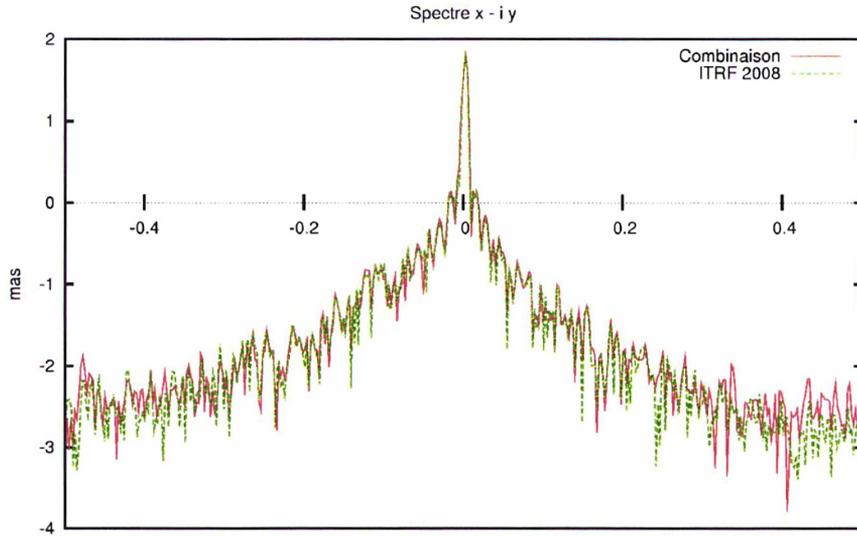


FIG. 4.5 – Comparaison des spectres fréquentiels complexes des séries de coordonnées du pôle issues de la combinaison syrte-lareg et du calcul de l’ITRF2008. La représentation choisie est une représentation logarithmique des amplitudes (en ordonnée : -1 correspond à une amplitude de 10^{-1} mas) fonction des cycles par jour (en abscisse).

On observe immédiatement un accord bien meilleur dans les hautes fréquences. Une comparaison à la série des coordonnées du pôle fournies par l’IGS et issue de la combinaison des solutions fournies par ses différents CA a également été réalisée et amène à la même conclusion. La série de coordonnées du pôle obtenue par la combinaison syrte-lareg est donc, en terme de moyenne et d’écart-type, du niveau de la série obtenue par le traitement GPS et possède un spectre similaire à la série issue du calcul de l’ITRF2008 et de la série de l’IGS. La combinaison n’a donc pas dégradé l’estimation des coordonnées du pôle mais ne l’a pas non plus amélioré de manière significative par rapport à la série obtenue par le traitement GPS.

Intéressons-nous maintenant à la série du UT. De même que pour la série de coordonnées du pôle, si on la compare à la série IERS 05 C04 (cf. figure 4.6), on observe un bon accord à basse fréquence. Celui-ci se dégrade à haute fréquence (cf. figure 4.7).

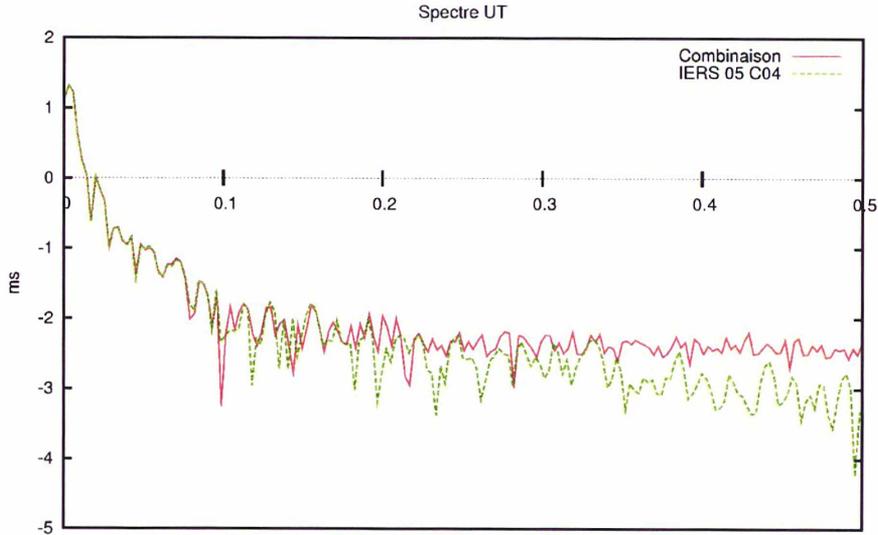


FIG. 4.6 – Comparaison des spectres fréquentiels de la série du UT de référence IERS 05 C04 et de celle issue de la combinaison syrte-lareg. La représentation choisie est une représentation logarithmique des amplitudes (en ordonnée : -1 correspond à une amplitude de 10^{-1} ms) fonction des cycles par jour (en abscisse).

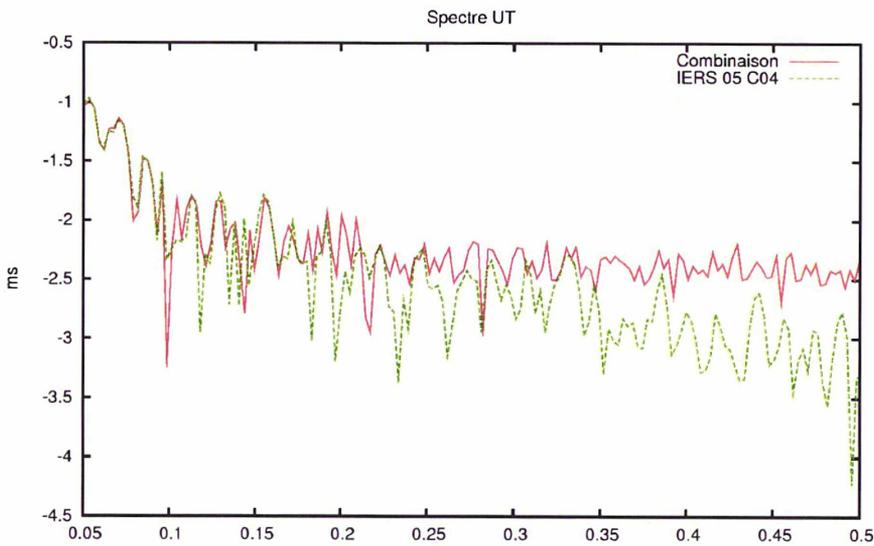


FIG. 4.7 – Comparaison des hautes fréquences des spectres fréquentiels de la série du UT de référence IERS 05 C04 et de celle issue de la combinaison syrte-lareg. La représentation choisie est une représentation logarithmique des amplitudes (en ordonnée : -1 correspond à une amplitude de 10^{-1} ms) fonction des cycles par jour (en abscisse).

Cela vient vraisemblablement de l'échantillonnage régulier de la série issue de la combinaison des mesures. Le VLBI, seule technique qui fournit le UT, ne permet pas d'obtenir un tel échantillonnage à lui seul. Ainsi, des informations fréquentielles supplémentaires sont présentes dans la série du UT obtenue par la combinaison des mesures. Il reste toutefois difficile de savoir si

ces signaux représentent un phénomène physique ou sont liés à un artefact de calcul vu l'amplitude de ceux-ci (quelques μs) et l'absence de comparaison possible à ce niveau de fréquence. Le tableau 4.8 fournit les périodes et les amplitudes des principaux signaux présents dans la série d'appoints du UT issue de la combinaison syrte-lareg par rapport à la série IERS 05 C04.

Période (en jours)	amplitude (en μs)
3.28	3.2
3.50	4.1
3.58	4.3
3.70	3.1
3.92	3.0
4.01	3.3
4.08	4.0
4.71	3.5
5.02	4.5
5.13	4.9
5.65	4.2
6.10	4.1
6.38	3.4
6.63	3.6
6.89	4.1
7.30	4.4
7.79	3.1
8.22	3.4
8.49	5.9
9.39	4.2
9.62	5.8
13.56	4.1
14.04	2.8
24.01	4.7
26.39	3.4
32.28	3.5
38.63	4.1

TAB. 4.8 – Périodes et amplitudes des signaux présents dans la série d'appoints du UT issue de la combinaison syrte-lareg par rapport à la série IERS 05 C04

Pour les périodes supérieures à 5 jours, certaines périodes détectées sont proches de périodes caractéristiques du modèle recommandé par l'IERS (voir les conventions IERS chapitre 8 [McCarthy & Petit, 2004]) décrivant les variations du UT dues aux déformations de la Terre liées aux marées zonales : 5.65 proche de 5.64, 6.89 proche de 6.86, 9.62 proche de 9.61, 13.56 proche de 13.61, 24.01 proche de 23.94. Les autres périodes supérieures à 5 jours sont également du même ordre de grandeur que celles des marées zonales mais avec un accord plus faible sur les périodes. Pour pouvoir conclure, il faudra effectuer cette analyse sur une série plus longue car les marées zonales ont des fréquences caractéristiques atteignant plusieurs centaines de jours et les périodes que l'on observe peuvent donc être perturbées par un effet de repliement de spectre.

Pour les périodes inférieures à 5 jours, cependant, il faudra pouvoir comparer la série de UT obtenue ici à des séries issues de traitements différents et fournissant le même niveau d'échan-

tillonnage. Cela nous permettra de séparer des signaux purement physique de signaux provenant d'éventuelles erreurs liées aux modèles et logiciels utilisés qui pourraient perturber ces hautes fréquences.

De plus, la non remise en cause du modèle de nutation dans la combinaison peut entraîner l'apparition de signaux parasites dans la série du UT. [Nothnagel & Schnell., 2008] ont en effet montrer que ne pas estimer les écarts au pôle céleste peut entraîner l'apparition d'un signal annuel d'environ $8 \mu\text{s}$ sur la série du UT dans le cas d'un biais du modèle de nutation de 0.3 mas . Afin d'évaluer cet impact, j'ai réalisé une combinaison dans laquelle les écarts au pôle céleste sont également estimés en tant que paramètres communs. Cela a nécessité de recalculer les matrices de dérivées partielles issues des traitements des techniques satellitaires. Cette combinaison n'a donc été réalisé que sur l'intervalle de dix semaines compris entre le 09/01/2005 et le 19/03/2005. Concernant la série de UT obtenue, celle-ci est identique en terme de moyenne et écart-type pondérés à la série obtenue précédemment et restreinte à l'intervalle de temps considéré, à savoir $(2 \pm 11) \mu\text{s}$. En ce qui concerne la différence des deux séries, elle présente une moyenne nulle et un écart-type de $3 \mu\text{s}$. Les deux séries sont donc presque identique. Au niveau de l'analyse spectrale, la série des différences ne fait ressortir que deux signaux ayant une amplitude supérieure à $1.5 \mu\text{s}$, à des périodes de 15.9 (amplitude de $2.8 \mu\text{s}$) jours et 5.3 jours (amplitude de $2.9 \mu\text{s}$). Il est donc peu probable que la non prise en compte des écarts au pôle céleste explique les signaux observés dans la série du UT.

4.3.1 Analyse des écarts au pôle céleste :

La figure 4.8 présente les séries temporelles des écarts dX et dY au pôle céleste (modèle IAU 2000, résolution B1.6 des conventions IERS 2003 [McCarthy & Petit, 2004]) estimés dans cette combinaison de dix semaines.

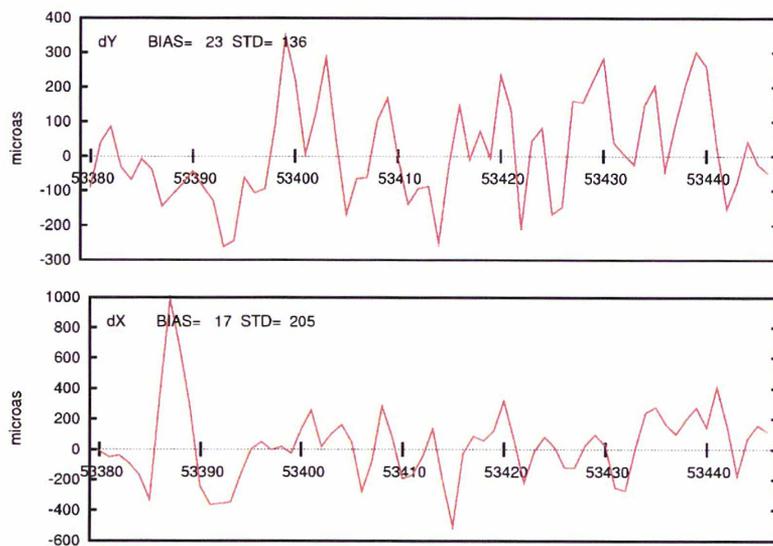


FIG. 4.8 – Résidus de la série des écarts au pôle céleste par rapport à la série IERS 05 C04 obtenus par la combinaison sur la période du 09/01/2005 au 19/03/2005 (Série IERS 05 C04 - Série obtenue par combinaison des mesures des techniques). Les dates en abscisse sont exprimées en MJD.

Ces écarts au pôle céleste présentent des écarts-types sensiblement plus importants que ceux

des séries issues du traitement syrte-lareg VLBI J des sessions IVS-R1 et IVS-R4 (voir section 1.1.3). Le tableau 4.9 donne les valeurs des moyennes et écarts-types pondérés des différences entre les séries des écarts au pôle céleste issues du traitement syrte-lareg VLBI J ou issues de la combinaison des mesures et la série IERS 05 C04. Ces valeurs sont également fournies pour les séries issues de la combinaison restreintes à l'échantillonnage du traitement syrte-lareg VLBI J (on restreint donc les séries issues de la combinaison à 20 estimations qui correspondent aux journées des mesures des sessions IVS-R1 et IVS-R4 au lieu des 70 estimations sur les 70 jours de traitement).

	syrte-lareg VLBI J		Combi-70		Combi-20	
	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$	\bar{x}^w	$\sigma^w(x)$
dX (μas)	-32	72	-17	205	-24	85
dY (μas)	-11	92	-23	136	-25	95

TAB. 4.9 – Valeurs moyennes et écarts-types pondérés des résidus des écarts dX et dY au pôle céleste par rapport à la série IERS 05 C04 fournis par les solutions de la combinaison et par les solutions du traitement individuel syrte-lareg VLBI J (cf. section 1.1.3), sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006. Les séries de la solution Combi-70 correspondent aux séries dX et dY issues de la combinaison et ayant donc un échantillonnage journalier régulier : 70 estimations sur les 70 jours du traitement. Les séries de la solution Combi-20 correspondent aux séries de la solution Combi-70 restreintes aux journées d'observations des sessions IVS-R1 et IVS-R4 utilisées pour le traitement syrte-lareg VLBI J : 20 estimations sur les 70 jours du traitement

Quand on restreint les séries estimées dans la combinaison aux jours des sessions IVS-R1 et IVS-R4, on retrouve la qualité de la solution syrte-lareg VLBI J. Plusieurs hypothèses sont envisageables pour expliquer l'écart observé quand on prend en compte l'ensemble des estimations. Soit les informations qu'apportent les mesures VLBI les jours des sessions IVS-R1 et IVS-R4 ne sont pas suffisantes pour permettre de décorréler complètement les paramètres orbitaux des techniques satellitaires et les paramètres de nutation comme pour le UT (ce qui peut se traduire par des signaux de périodes supérieures à 14 jours [Vondrák et al., 2003]), soit on observe un problème de la série de référence qui n'est estimée qu'avec les sessions du VLBI, et dont les valeurs journalières sont obtenues par interpolation de Lagrange [Bizouard & Gambis, 2009], soit ces deux hypothèses sont valables.

La figure 4.9 compare le spectre fréquentiel de ces séries à celui de la solution de référence IERS 05 C04. De manière encore plus flagrante que pour les séries du UT, on observe l'existence de signaux supplémentaires dans ces séries. Ceux-ci pourraient provenir d'erreurs possibles sur l'amplitude de certains termes de nutation à courtes périodes (cf. [Rothacher et al., 1999] qui a montré l'intérêt que peuvent avoir les mesures de la technique GPS pour estimer ces courtes périodes) ou encore être dus à des effets géophysiques mal modélisés à ces courtes périodes du fait que le modèle de nutation MHB recommandé par l'IERS ne repose que sur le VLBI. Concernant les périodes supérieures à 5 jours, on observe principalement un pic aux alentours de 13 jours dans les deux spectres, sans doute à relier à un effet de la marée lunaire de période 13,6 jours, effet mal déterminé en raison de phénomènes atmosphériques qui peuvent se superposer à cette période [Bizouard et al., 1998]. Afin de pouvoir déterminer si des signaux liés à la corrélation entre les paramètres orbitaux et les nutations sont présents, il faudra réaliser un calcul de ces nutations sur une période de temps plus longue. Il est délicat de conclure sur un spectre calculé avec uniquement trois mois de données, la résolution spectrale n'étant pas suffisante.

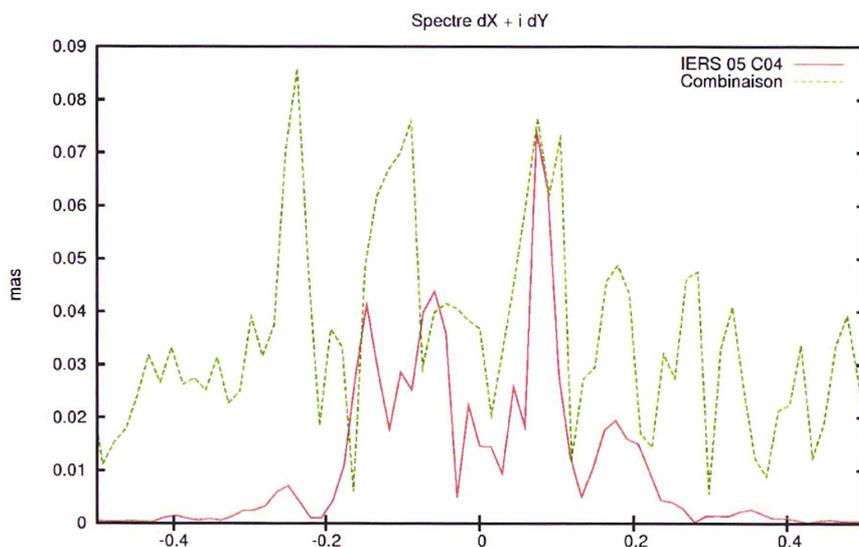


FIG. 4.9 – Comparaison des spectres fréquentiels de la série des appoints au pôle céleste de la série de référence IERS 05 C04 et de celle issue de la combinaison. La représentation choisie est une représentation des amplitudes (en ordonnée) fonction des cycles par jour (en abscisse).

En conclusion de cette analyse des séries d'EOP obtenues, la combinaison des mesures permet l'obtention de séries d'EOP cohérentes avec le repère terrestre combiné dans lequel sont exprimées les solutions hebdomadaires de la combinaison (coordonnées de stations et EOP étant estimés simultanément). On a pu constater que ces séries sont au moins du niveau de celles obtenues par les traitements individuels des techniques. De plus, la série de UT obtenue par la combinaison est particulièrement intéressante. En effet, en plus d'atteindre le niveau de la série issue du traitement individuel des observations de la technique VLBI, elle présente un échantillonnage journalier régulier grâce à l'apport des techniques satellitaires dans la combinaison. De ce fait, cette série présente des informations supplémentaires dans le domaine des hautes fréquences (périodes de l'ordre de 3 jours et inférieures). Ces informations sont intéressantes car sont soit le signe d'un problème de modélisation (si des séries de UT futures avec le même niveau d'échantillonnage sur cette période ne présentent pas ces informations) soit des informations réelles dont l'origine restera à déterminer. On retrouve d'ailleurs ce même type de conclusion concernant le spectre des séries des écarts au pôle céleste.

Afin de conclure sur l'intérêt de cette combinaison des mesures, il reste à étudier le positionnement des stations.

4.4 Stations

Dans un premier temps, les WRMS des résidus des stations par rapport à l'ITRF2008 sur les trois composantes E, N et U, après application des paramètres de transformations estimés entre les solutions combinées hebdomadaires syrte-lareg et l'ITRF2008, sont calculés par réseau de technique. Le tableau 4.10 présente ces WRMS et rappelle ceux obtenus par les traitements individuels syrte-lareg DORIS, syrte-lareg GPS, syrte-lareg SLR et syrte-lareg VLBI J (cf. section 1.1.3).

Solution	E	N	U
syrte-lareg DORIS	20.5	28.7	20.1
syrte-lareg (réseau DORIS)	11.1	8.2	16.0
syrte-lareg GPS	3.2	2.7	6.4
syrte-lareg (réseau GPS)	2.1	2.3	6.2
syrte-lareg SLR	8.8	9.8	7.5
syrte-lareg (réseau SLR)	3.0	3.3	7.2
syrte-lareg VLBI J	3.0	4.0	10.8
syrte-lareg (réseau VLBI)	2.8	2.9	10.4

TAB. 4.10 – Valeurs médianes des WRMS des résidus (en mm) sur les positions de stations par composante (E : Est, N : Nord, U : verticale) après estimation des similitudes hebdomadaires entre les différentes solutions individuelles (syrte-lareg DORIS, GPS, SLR et VLBI J) et la solution combinée syrte-lareg et l'ITRF2008, sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006. Les médianes des WRMS sont fournies par réseau de stations DORIS (resp. GPS, SLR et VLBI) pour la combinaison syrte-lareg.

On constate une amélioration notable des WRMS des résidus sur les composantes planimétriques, notamment en ce qui concerne les réseaux de stations DORIS et SLR, avec des valeurs de WRMS pouvant être dans certains cas trois fois plus faibles. Les réductions sont plus modestes en ce qui concerne la composante verticale, mais toujours présentes. De plus, si on regarde ces WRMS station par station, on observe que la réduction est globale et ne concerne pas seulement les sites de co-localisation. Ainsi, la figure 4.10 représente la différence de ces WRMS sur la composante E, station par station, entre la solution combinée et la solution individuelle de la technique SLR. Quand la valeur est négative, cela signifie que le WRMS sur la composante E de la station considérée est plus faible dans la solution combinée. De même, la figure 4.11 représente la différence de WRMS sur la composante N entre la solution combinée et la solution individuelle de la technique DORIS.

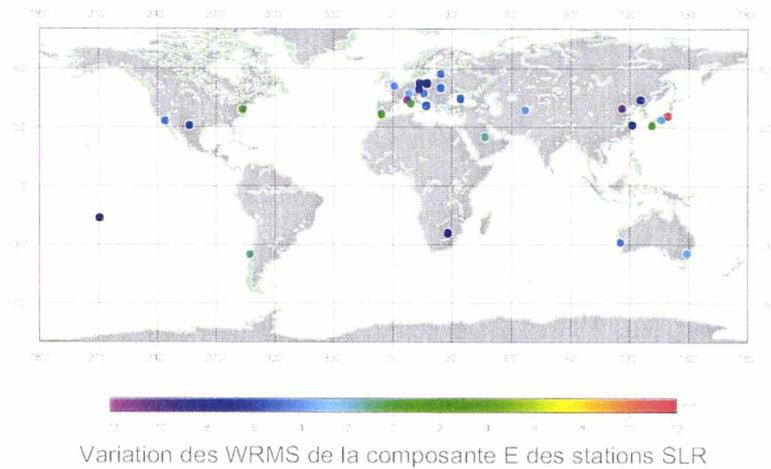


FIG. 4.10 – Différence de WRMS sur la composante E des stations SLR entre les solutions de la combinaison syrte-lareg et les solutions individuelles de la technique SLR sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006. Quand la valeur est négative, le WRMS considéré est plus faible pour les solutions de la combinaison.

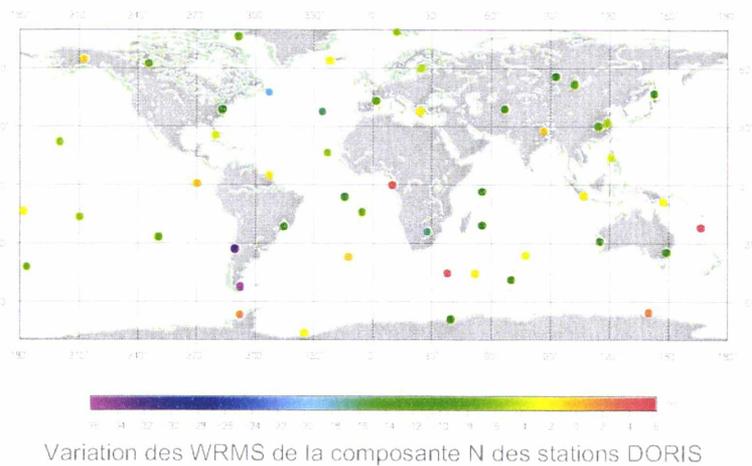


FIG. 4.11 – Différence de WRMS sur la composante N des stations DORIS entre les solutions de la combinaison syrte-lareg et les solutions individuelles de la technique DORIS sur la période du 09/01/2005 au 12/02/2006. Quand la valeur est négative, le WRMS considéré est plus faible pour les solutions de la combinaison.

La combinaison des mesures permet donc d'obtenir un positionnement planimétrique des stations des différentes techniques se rapprochant du niveau de précision du positionnement des

stations GPS, en améliorant même très légèrement celui-ci.

En ce qui concerne la composante verticale, l'évolution est faible, excepté pour le réseau de stations DORIS, pour lequel le positionnement vertical des stations est sensiblement amélioré. Ce résultat est en accord avec l'analyse réalisée précédemment sur l'apport de l'utilisation de ZTD communs dans la combinaison qui avait montré que les stations DORIS étaient les plus sensibles à ce type d'approche (cf. chapitre 3).

Finalement, on peut regarder de plus près les sites de co-localisation. Sur ces sites, les techniques sont censées mettre en évidence les mêmes signaux. Comme on n'a pas utilisé de modèles de surcharges atmosphériques et hydrologiques dans les traitements, les positions de stations doivent présenter des variations annuelles et semi-annuelles liées à ces effets [Tregoning & van Dam, 2005a]. Cependant, la période de calcul d'un an est trop courte pour pouvoir évaluer précisément ces différents termes périodiques. Sur un an de données, on ne peut espérer obtenir l'amplitude et la phase de ces termes dans les séries de positions de stations. Afin d'évaluer l'accord des techniques sur ces sites, on se contentera donc ici de fournir les coefficients de corrélation entre les différentes séries d'appoints de coordonnées des stations co-localisées. Il faut toutefois être vigilant sur l'interprétation de ces coefficients car, sur la période d'un an de données traitées, on ne dispose au plus que d'une cinquantaine d'estimations d'appoints de coordonnées par stations. Les figures 4.12, 4.13 et 4.14 présentent, par site, les valeurs minimales et maximales des corrélations obtenues entre les différentes séries d'appoints des coordonnées de stations co-localisées pour chaque composante E, N et U. Les coefficients estimés sur des séries de moins de vingt estimations ont été retirés.

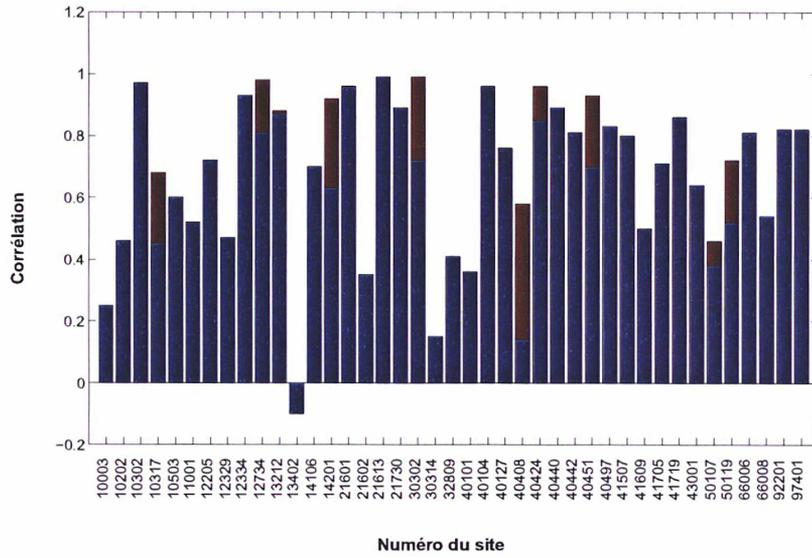


FIG. 4.12 – Coefficients de corrélation entre les différentes séries d'appoints de coordonnées sur la composante E des stations co-localisées de la solution combinée. Les résultats sont présentés par site; la partie bleue présente la corrélation minimale obtenue sur chaque site et celle en rouge la corrélation maximale, dans le cas où l'on dispose de plus de deux stations co-localisées.

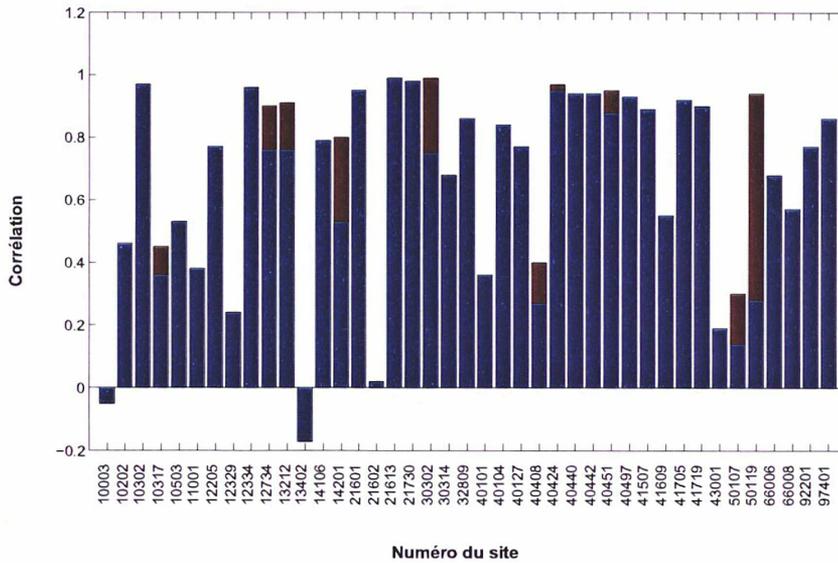


FIG. 4.13 – Coefficients de corrélation entre les différentes séries d'appoints de coordonnées sur la composante N des stations co-localisées de la solution combinée. Les résultats sont présentés par site; la partie bleue présente la corrélation minimale obtenue sur chaque site et celle en rouge la corrélation maximale, dans le cas où l'on dispose de plus de deux stations co-localisées.

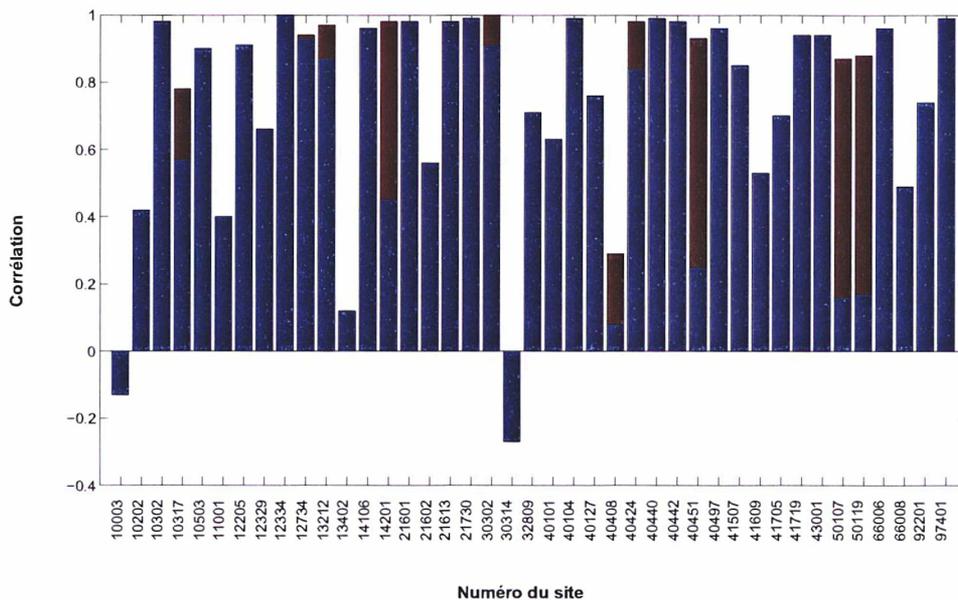


FIG. 4.14 – Coefficients de corrélation entre les différentes séries d’appoints de coordonnées sur la composante U des stations co-localisées de la solution combinée. Les résultats sont présentés par site; la partie bleue présente la corrélation minimale obtenue sur chaque site et celle en rouge la corrélation maximale, dans le cas où l’on dispose de plus de deux stations co-localisées.

On constate des corrélations moyennes d’environ 0.6 pour les composantes horizontales des stations, avec de fortes hétérogénéités entre certains sites où l’on observe une très bonne cohérence des séries d’appoints estimés (site 10302, 12334, 21613, 21730, etc.) et d’autres où la corrélation est proche de zéro (10003, 13402, 21602). Pour la composante verticale, on observe de meilleures corrélations avec plus de deux tiers des coefficients estimés supérieurs à 0.7. La différence de comportement entre les composantes peut s’expliquer par l’amplitude des signaux par rapport au bruit de mesure des techniques dans les séries de coordonnées. En effet, les effets de surcharges touchent essentiellement la composante verticale des stations et n’influent que très faiblement sur les composantes horizontales (signaux largement sub-millimétriques en général sur celles-ci [Tregoning & Watson, 2009]). Sur les composantes planimétriques, on est à la limite des valeurs de signaux que l’on peut détecter.

De plus, la corrélation des séries de stations des sites de co-localisation est impactée par l’effet de réseau [Collilieux, 2008]. En effet, comme on l’a souligné précédemment, cet effet de réseau peut entraîner un déphasage et une modification d’amplitude des signaux des stations. De ce fait, il peut diminuer la corrélation observée sur les séries temporelles des coordonnées de stations co-localisées, ce qui peut expliquer certains désaccords observés. Bien entendu, ces corrélations ne sont estimées que sur un an comme je l’ai déjà dit, et seule une étude sur une plus longue période permettra de réaliser une analyse plus poussée.

Afin d’avoir un aperçu plus visuel des corrélations existantes entre des séries de positions de stations sur un site de co-localisation, je présente les séries de positions de stations de deux sites de co-localisation. Le premier site (numéro 40424), à Kokee Park aux États-Unis est un site disposant de trois instruments qui ont fourni des mesures denses sur toute la période de

temps considérée. Le second site (numéro 30302), à Hartebeesthoek en Afrique du Sud, est un des rares sites à disposer d'instruments des quatre techniques.

Les figures 4.15, 4.16 et 4.17 présentent les séries d'appoints hebdomadaires estimés dans la combinaison, sur les trois composantes E, N et U, des stations co-localisées du site de Kokee Park aux États-Unis. Ce site dispose de trois instruments de géodésie spatiale, à savoir une antenne GPS, une balise DORIS et une antenne VLBI. Les biais observés sur les différentes composantes par rapport à l'ITRF2005 sont cohérents avec les différences des coordonnées de ces stations entre l'ITRF2008 et l'ITRF2005. En terme de corrélations, on obtient des valeurs supérieures à 0.85 sur ce site quelles que soient les séries comparées. De plus, les corrélations sont du même ordre de grandeur sur toutes les composantes.

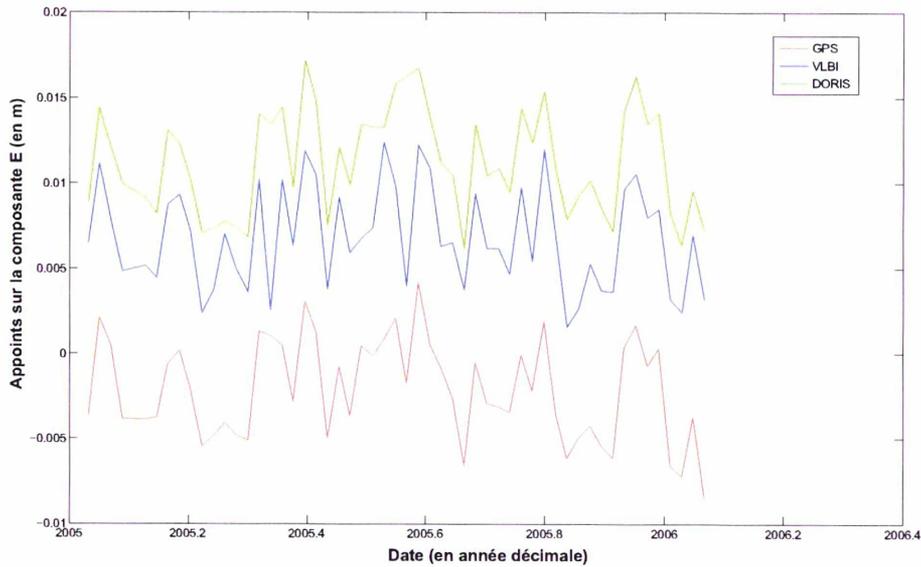


FIG. 4.15 – Appoints hebdomadaires sur la composante E estimés lors de la combinaison sur les stations DORIS, GPS et VLBI du site 40424 de Kokee Park aux États-Unis.

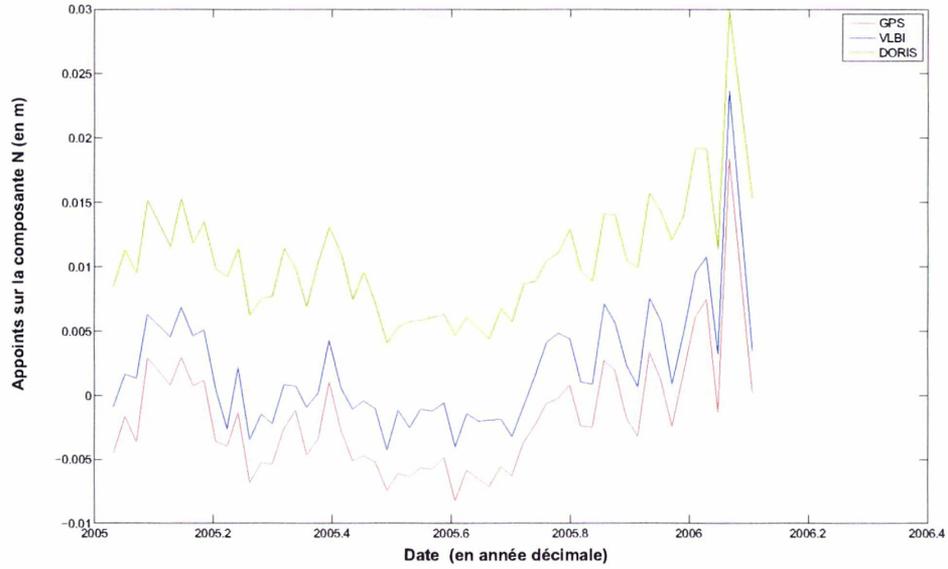


FIG. 4.16 – Appoints hebdomadaires sur la composante N estimés lors de la combinaison sur les stations DORIS, GPS et VLBI du site 40424 de Kokee Park aux États-Unis.

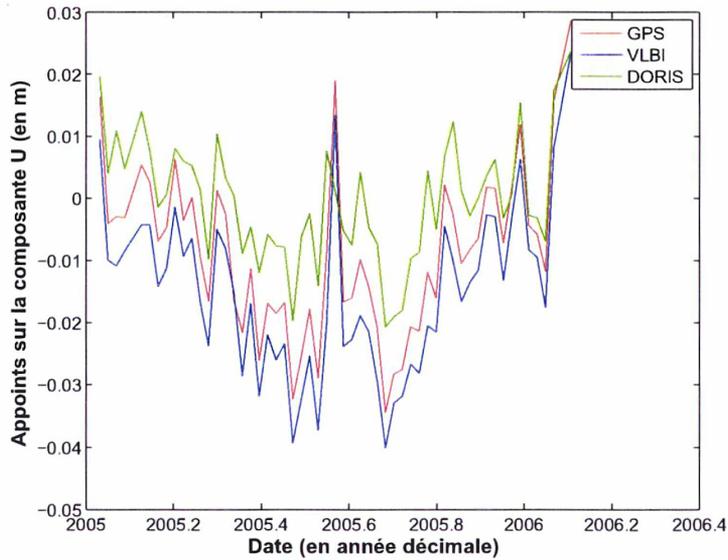


FIG. 4.17 – Appoints hebdomadaires sur la composante U estimés lors de la combinaison sur les stations DORIS, GPS et VLBI du site 40424 de Kokee Park aux États-Unis.

Les figures 4.18, 4.19 et 4.20 présentent les séries d'appoints hebdomadaires estimés dans la combinaison, sur les trois composantes E, N et U, des stations co-localisées du site de Hartebeesthoek en Afrique du Sud.

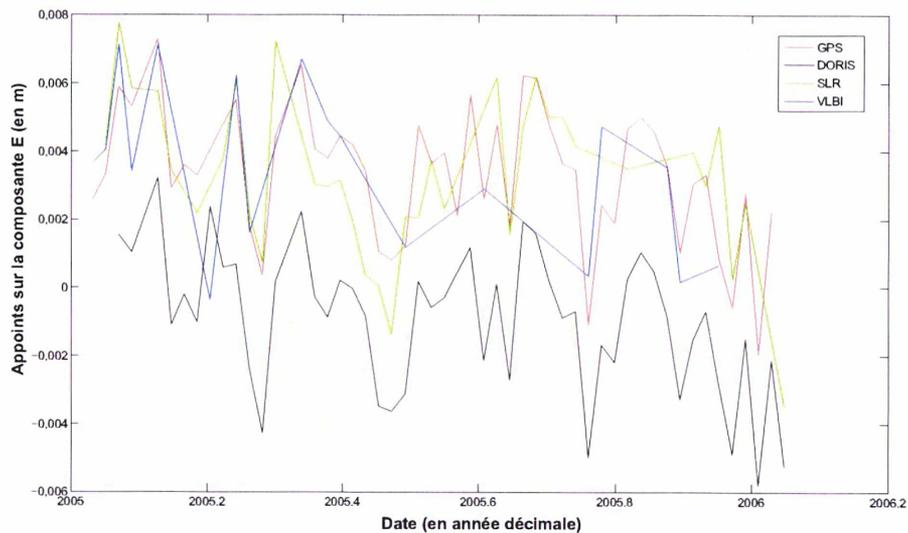


FIG. 4.18 – Appoints hebdomadaires sur la composante E estimés lors de la combinaison sur les stations DORIS, GPS, SLR et VLBI du site 30302 de Hartebeesthoek en Afrique du Sud.

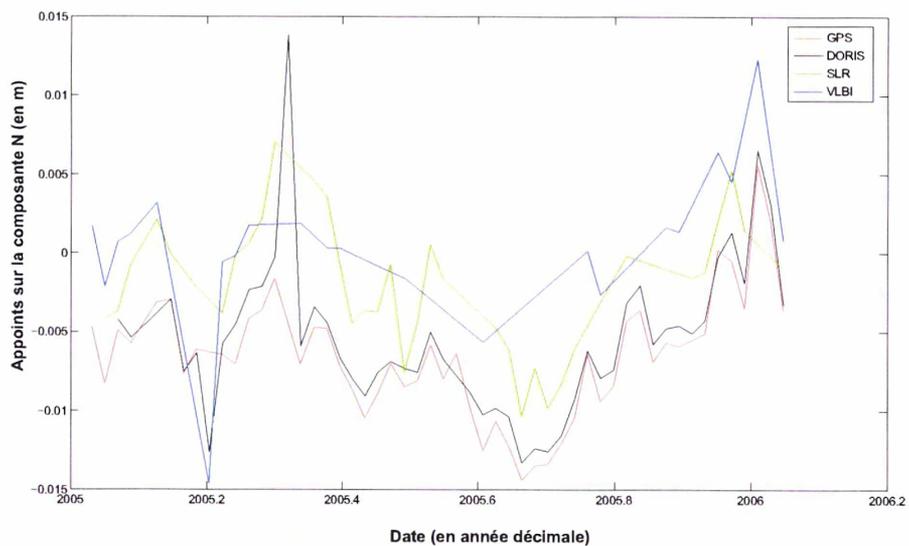


FIG. 4.19 – Appoints hebdomadaires sur la composante N estimés lors de la combinaison sur les stations DORIS, GPS, SLR et VLBI du site 30302 de Hartebeesthoek en Afrique du Sud.

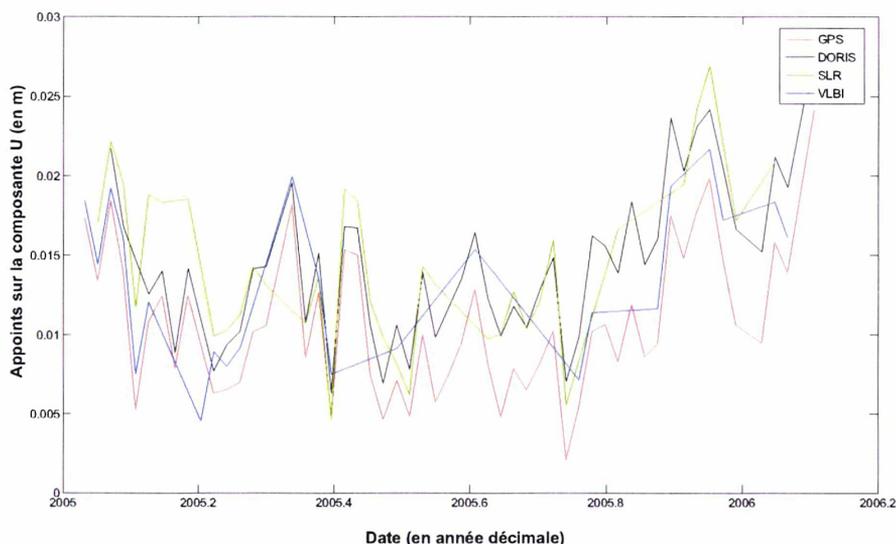


FIG. 4.20 – Appoints hebdomadaires sur la composante U estimés lors de la combinaison sur les stations DORIS, GPS, SLR et VLBI du site 30302 de Hartebeesthoek en Afrique du Sud.

On observe là encore une bonne adéquation des séries, avec un facteur de corrélation toujours supérieur à 0.7 sur ce site quelles que soient les séries comparées. De plus, on observe un comportement différent selon les composantes. Ainsi, les composantes verticales de ces stations sont en très bon accord, avec des coefficients de corrélation supérieur à 0.9 sur cette composante quelque soit les séries comparées. Les séries d'appoints sur les composantes horizontales présentent, quant à elles, des corrélations comprises entre 0.7 et 0.85.

De l'analyse de ces solutions hebdomadaires sur un an de données, on a donc vu dans un premier temps que l'on assure l'homogénéité du référencement des solutions. Nous avons constaté que les séries d'EOP obtenues sont au moins du même niveau que celles obtenues par le traitement individuel des mesures des techniques. De plus, on a constaté la présence d'informations supplémentaires à haute fréquence dans les séries temporelles de UT et des écarts au pôle céleste obtenues, ce qui est très intéressant et méritera des approfondissements afin de vérifier la véracité de ces signaux et la possible origine de ceux-ci. Enfin, concernant le positionnement des stations, on observe une nette réduction des WRMS des composantes horizontales des stations DORIS, SLR et VLBI qui se rapprochent de ceux des stations GPS. On observe également ce phénomène sur la composante verticale des stations mais dans une moindre mesure. En ce qui concerne l'étude de signaux communs sur les séries de positions des stations co-localisées, la période d'étude est trop courte pour pouvoir conclure. On observe toutefois en moyenne des corrélations de l'ordre de 0.6 à 0.7 sur les composantes horizontales et de 0.8 sur la composante verticale. Ces résultats sont très encourageants.

Il reste toutefois encore un certain nombre de points à approfondir pour arriver à obtenir le maximum d'informations des combinaisons des mesures des techniques. Dans le chapitre suivant, je rappelle donc l'ensemble des résultats de ces travaux et évoque différentes pistes d'évolutions envisageables afin d'améliorer encore les résultats de ces combinaisons.

Conclusions et perspectives

Synthèse des résultats

Durant ces travaux, les mesures des quatre techniques de la géodésie spatiale DORIS, GPS, SLR et VLBI ont été combinées. La réalisation de ces combinaisons au niveau des mesures a nécessité le traitement des mesures de ces quatre techniques par le même logiciel dans un souci de cohérence. En outre, la technique GPS a reçu une attention particulière. En effet, afin de pouvoir utiliser les mesures d'un grand nombre de stations, j'ai développé une approche de calcul par sous-réseaux qui n'existait pas dans le logiciel GINS qui a servi aux traitements. Cela a entraîné la mise en place d'une chaîne de calculs spécifique à cette technique avec notamment la détermination des sous-réseaux à utiliser par la méthode des algorithmes génétiques (cf. annexe C) et l'utilisation d'orbites combinées (cf. annexe D). Toutes les solutions des traitements des techniques individuelles ont en outre été comparées aux solutions des différents centres d'analyses des techniques considérées afin de valider les traitements utilisés.

[Coulot et al., 2007] ont réalisé une combinaison des techniques au niveau des systèmes normaux avec les EOP comme seuls liens entre les techniques. Ils ont alors montré l'intérêt d'une telle combinaison, notamment pour les séries d'EOP. Ces travaux sont d'ailleurs à l'origine des calculs opérationnels mis en place à l'observatoire de Paris dans le cadre du groupe COL de l'IERS (et anciennement du CRC du GRGS). Cependant, ils ont également souligné le problème de l'homogénéité du référencement des solutions et la nécessité d'autres informations pour lier les techniques entre elles.

Mes travaux sur les combinaisons s'inscrivent dans la continuité de ces résultats. Dans un premier temps, au lieu de réaliser la combinaison des techniques au niveau des systèmes normaux comme [Coulot et al., 2007], [Richard et al., 2009] ou encore [Thaller et al., 2007], j'ai combiné les techniques au niveau des mesures. La différence majeure entre ces deux approches se trouve dans la possibilité d'éliminer des mesures d'une technique grâce aux informations apportées par les mesures des autres techniques. Pour profiter au mieux de cet avantage, j'ai étudié un certain nombre de méthodes d'optimisation afin de déterminer les plus adaptées au calcul de la combinaison (cf. annexe C). Ces études ont abouti à la réalisation d'un logiciel spécifique LO-COMOTIV (cf. annexe B), qui, en plus de la méthode traditionnelle des moindres carrés, permet l'utilisation de W -estimateurs, méthodes statistiquement plus robustes vis-à-vis des erreurs de mesures.

Le problème d'hétérogénéité souligné par [Coulot et al., 2007] étant toujours présent, j'ai développé un modèle basé sur l'estimation de paramètres de transformation directement dans la combinaison. Ce modèle permet l'obtention de solutions homogènes, sans pour autant perdre les informations concernant les incohérences des techniques qui se retrouvent dans les paramètres de transformation estimés.

Les informations de rattachements des stations co-localisées ont ensuite été ajoutées dans la combinaison afin d'apporter des données supplémentaires pour relier les réseaux des techniques. L'ajout de ces rattachements a entraîné une détérioration de l'homogénéité de la solution. Que ce soit avec la prise en compte ou non du modèle développé, les solutions ne sont plus homogènes. Ceci est lié à la répartition des sites de co-localisation lors de traitements hebdomadaires. En effet, précédemment, comme les seuls liens entre les techniques étaient les EOP, il fallait définir le repère combiné pour chaque réseau des techniques via des contraintes minimales par technique. Avec l'apport des rattachements, on ne définit qu'une seule fois ce repère combiné, les rattachements ayant le rôle de relier les réseaux entre eux. Or, ces rattachements étant mal répartis, ce lien n'est pas suffisant pour garantir l'homogénéité du référencement. J'ai donc mis en place une façon différente d'introduire les rattachements dans la combinaison afin de résoudre ce problème. Cette méthode consiste à égaliser les appoints des coordonnées des stations co-localisées par l'intermédiaire de contraintes. Comme nous l'avons vu, elle a l'avantage de permettre l'obtention de solutions homogènes. De plus, elle ne nécessite pas de surévaluer le poids des rattachements par rapport aux mesures issues de la géodésie spatiale, comme il est fait dans [Thaller et al., 2007]. Les poids utilisés dans l'approche développée ici découlent des informations fournies par l'ITRF2005. Il faut en effet souligner que cette approche est dépendante des valeurs a priori des coordonnées des stations. Afin d'obtenir des solutions indépendantes de toute combinaison extérieure, il est donc nécessaire de réaliser une combinaison préliminaire des mesures à long terme afin d'obtenir les positions et vitesses des stations qui serviront d'a priori dans les calculs hebdomadaires. Ce type de combinaison à long terme ne présente pas, en théorie, les problèmes de la combinaison hebdomadaire puisque nous disposons alors de l'ensemble des sites de co-localisation. Toutefois, le calcul d'une solution à long terme n'a pas été réalisé ici faute de temps car elle nécessite le traitement d'au moins trois ans de données pour obtenir une estimation correcte des vitesses des stations. J'ai donc utilisé les coordonnées des stations de l'ITRF2005 comme a priori.

L'étude des rattachements ayant souligné leur impact majeur dans la combinaison, l'apport supplémentaire de liens entre les techniques a été étudié pour réduire cette influence, à savoir l'utilisation de ZTD communs et des satellites multi-techniques. L'utilisation des ZTD comme liens dans la combinaison a déjà fait l'objet d'une étude par [Krügel et al., 2007]. Contrairement à l'approche de rattachements ZTD choisie dans cet article, j'ai étudié la possibilité d'utiliser directement des ZTD communs sur les sites de co-localisation au vu de la bonne adéquation des ZTD estimés par technique (cf. [Bock et al., 2010] pour la comparaison GPS-DORIS). Une approche de paramètres communs fournit des liens plus forts entre les techniques qu'une approche de rattachements avec incertitudes. Bien que ne permettant pas d'obtenir un repère combiné homogène avec des combinaisons qui utilisent les rattachements locaux (combinaison du type CR ou CMR, voir tableau 3.1), cette approche améliore de façon notable le positionnement des stations DORIS avec une combinaison utilisant la méthode de prise en compte des informations de rattachement développée dans ces travaux (combinaison du type CMR-M). Cette amélioration est directement liée à une meilleure estimation des ZTD sur les sites de co-localisation, résultat également intéressant pour la météorologie et l'étude du contenu en vapeur d'eau de l'atmosphère. De plus, cette approche qui renforce les liens entre les techniques a également souligné l'intérêt de la combinaison puisqu'elle a permis de détecter un problème concernant la prise en compte de l'anomalie Sud-Atlantique lors du traitement des mesures liées au satellite Jason-1. Au vu des résultats obtenus avec cette approche et ceux de [Krügel et al., 2007], il sera intéressant de regrouper les deux méthodes en considérant des ZTD communs sur les sites de co-localisation où les stations sont proches (typiquement à moins de 100 mètres) et en utilisant

des rattachements ZTD pour les stations co-localisées plus éloignées.

Enfin, l'étude préliminaire de l'utilisation de liens spatiaux via les orbites des satellites multi-techniques a montré le grand intérêt que peut avoir cette approche, à la fois sur le référencement des solutions et sur l'amélioration de la détermination des orbites et du positionnement des stations. En effet, avec l'utilisation des liens spatiaux sur uniquement deux satellites, on a constaté une légère amélioration de l'homogénéité du repère combiné dans le cas des combinaisons CMR. De plus, on a observé une forte diminution des résidus sur ces deux satellites, une meilleure estimation des paramètres orbitaux et l'amélioration des estimations des coordonnées de stations, essentiellement pour les stations DORIS.

L'analyse des résultats d'une combinaison de mesures réalisées sur un an et reprenant les méthodes développées dans ces travaux a également été réalisée. Des résultats sur les EOP, on a retrouvé des conclusions similaires à celles de [Coulot et al., 2007], ou encore de [Thaller et al., 2007]. En effet, la combinaison des mesures permet l'obtention de séries d'EOP de qualité au moins équivalente aux séries obtenues par la meilleure technique individuelle et avec un échantillonnage régulier. Cet échantillonnage permet notamment de détecter des informations spectrales supplémentaires à haute fréquence. L'étude de ces signaux à haute fréquence permettra soit d'améliorer les modèles liés à la rotation de la Terre, soit de détecter des problèmes liés aux traitements des techniques. En ce qui concerne le positionnement des stations, les résultats sont tout aussi intéressants. Avec l'obtention de solutions homogènes grâce au modèle développé dans ces travaux, on a constaté une amélioration très significative du positionnement planimétrique des stations, avec une amélioration plus faible pour la composante verticale. Ainsi, les WRMS des composantes planimétriques des stations SLR et VLBI s'approchent, dans notre solution, de ceux des composantes planimétriques des stations GPS. Le positionnement des stations DORIS n'atteint pas encore ce niveau bien que l'on observe également une nette amélioration. Il ne faut pas oublier que cette technique n'était pas initialement prévue pour calculer des positions de stations au sol. Tous ces résultats sont très encourageants.

Pour résumer, en utilisant un minimum de contraintes dans la combinaison (sept contraintes minimales par semaine pour définir le repère combiné), on obtient un repère combiné et des EOP cohérents puisqu'issus du même traitement, une amélioration notable du positionnement des stations (amélioration pouvant atteindre le centimètre pour les stations DORIS) et des signaux supplémentaires dans les séries du UT et des écarts au pôle céleste grâce à l'échantillonnage permis par l'apport des mesures satellitaires.

Bien entendu, malgré les différentes améliorations apportées dans la combinaison, il reste encore de nombreuses voies à explorer pour extraire un maximum d'informations de ces combinaisons. Je vais donc, dans la suite, citer divers points d'améliorations possibles.

Perspectives

Durant ces travaux, en plus des rattachements locaux, nous avons introduit divers liens entre les techniques par l'intermédiaire des EOP, des ZTD et des satellites multi-techniques. Au vu des résultats obtenus, plusieurs améliorations concernant ces aspects de la combinaison peuvent être proposées.

- Concernant les EOP, on a constaté que lorsque l'on augmente l'échantillonnage des séries des EOP, et que l'on obtient un échantillonnage régulier, on observe des différences avec les séries de référence. Il sera donc intéressant d'améliorer encore cet échantillonnage et

d'estimer des EOP de façon sub-journalière. Cela est rendu possible dans la combinaison grâce à l'intervention des mesures des techniques satellitaires. [Thaller et al., 2007] ont déjà montré la faisabilité d'une telle approche dans le cadre d'une combinaison des techniques GPS et VLBI lors de la campagne CONT02 durant laquelle ils disposaient d'observations continues du VLBI sur un réseau de stations stables. De même, [Richard et al., 2009] estiment des EOP à 6 h pour les coordonnées du pôle et à 12 h pour les nutations dans une combinaison multi-technique réalisée de manière opérationnelle à l'observatoire de Paris, mais n'assurent pas l'obtention d'un repère combiné homogène. Avec l'approche développée dans cette thèse, on pourra obtenir des EOP avec un échantillonnage sub-journalier, EOP cohérents avec un repère terrestre combiné homogène. Au vu des résultats du chapitre 2, cela améliorera les résultats des EOP obtenus par rapport à une combinaison qui ne garantit pas l'homogénéité du repère terrestre.

- Revenons maintenant sur l'utilisation des ZTD communs. Comme je l'ai déjà souligné, il sera intéressant de combiner cette approche à l'approche de rattachements ZTD utilisée par [Krügel et al., 2007] afin d'augmenter le nombre de liens ZTD entre les stations (utilisation de ZTD communs pour les stations co-localisées proches à moins de 100 m et rattachements ZTD pour les autres). Au vu des résultats présentés dans cette thèse, il faudra porter une attention particulière aux stations DORIS situées au niveau de l'anomalie Sud-Atlantique dans le cas où les mesures Jason-1 sont utilisées. De plus, on ne s'est intéressé ici qu'aux ZTD. Il est tout aussi envisageable d'étudier l'ajout de liens via les gradients intervenant dans les modélisations récentes de la troposphère et qui permettent de tenir compte de l'anisotropie de l'atmosphère. Ces liens pourraient également se faire via des paramètres communs ou des contraintes entre les gradients des stations co-localisées.
- L'utilisation des liens spatiaux étant très prometteuse, l'ajout de satellites multi-techniques supplémentaires et notamment l'utilisation des mesures de télémétrie laser sur les satellites GPS devra être évalué. Des travaux sont d'ailleurs en cours sur l'utilisation des liens spatiaux pour combiner les mesures des techniques SLR et GPS, travaux qui ont montré l'intérêt que peut avoir ces liens spatiaux, notamment en complément des rattachements locaux dans la combinaison, voire en remplacement de ceux-ci (cf. [Springer et al., 2009] ou [Thaller et al., 2010]). De plus, il pourra être intéressant de réaliser des simulations pour étudier l'intérêt de disposer de davantage de satellites multi-techniques dans la combinaison, notamment pour réduire le rôle des rattachements locaux dans l'obtention du repère terrestre.

Hormis l'optimisation des différents liens déjà étudiés, il sera également intéressant de calculer un repère combiné séculaire sous la forme de positions et vitesses de stations par une combinaison au niveau des observations. Outre son intérêt en temps que tel, on pourrait alors s'affranchir de l'utilisation de l'ITRF dans les combinaisons hebdomadaires en utilisant ces coordonnées comme coordonnées a priori des stations.

Une autre voie d'amélioration de la combinaison peut passer par l'estimation des signaux géodynamiques communs aux stations co-localisées en estimant non plus un appoint δX par station mais un appoint ainsi que des champs de déformation modélisés en harmoniques sphériques. En allant plus loin, on pourrait même estimer des coefficients de la décomposition sur des bases d'ondelettes des signaux géodynamiques qui peuvent présenter des termes périodiques variables que ce soit en fréquence ou en amplitude. On pourrait également estimer en commun les premières harmoniques du champ de pesanteur terrestre pour les techniques satellitaires.

De plus, la combinaison présentée ici permet d'obtenir des EOP et un repère terrestre cohérents. On pourra estimer les coordonnées de radio-sources dans la combinaison afin d'obtenir également un repère céleste cohérent avec les EOP et le repère terrestre.

Il est également possible d'améliorer le processus même de la combinaison. En effet, dans ces travaux, j'ai estimé les solutions des combinaisons par la méthode des moindres carrés. Cette méthode, couramment utilisée, n'est pas la seule pouvant être intéressante. Ainsi, l'utilisation d'un filtre de Kalman pourrait apporter des améliorations notables. Par exemple, l'utilisation d'un tel filtre permettrait d'estimer les paramètres d'intérêt avec des échantillonnages supérieurs. Ainsi, en ce qui concerne les ZTD, on pourrait imaginer utiliser un échantillonnage adaptatif sur les sites de co-localisation. Quand de nombreux satellites sont présents, on pourrait estimer les ZTD avec un échantillonnage très petit (pourquoi pas envisager une estimation de ZTD toutes les cinq minutes voire moins, cf. [Bock et al., 2010]). Quand il n'y a que peu de satellites, on diminuerait l'échantillonnage. Ceci permettrait d'obtenir des informations plus denses sur les ZTD au moment où l'on dispose de nombreuses mesures, et donc d'avoir plus d'informations aux hautes fréquences de l'évolution du contenu en vapeur d'eau dans l'atmosphère. On pourrait également tenir compte de manière plus rigoureuse de l'évolution des rattachements dans le temps. En effet, actuellement, on dispose de valeurs de rattachements sur un site de co-localisation obtenues à une époque donnée. On considère que celles-ci n'évoluent pas dans le temps. L'utilisation du filtre permettrait de tenir compte de l'évolution des valeurs des rattachements au sol par l'intermédiaire de fonctions d'évolutions à déterminer.

Concernant ces rattachements, on peut aussi envisager d'utiliser directement les observations au sol d'angles et de distances entre les stations co-localisées plutôt que les produits de ces observations (à savoir les valeurs de distances entre les stations co-localisées et leurs incertitudes).

Enfin, dans une perspective à plus long terme, ces combinaisons des mesures ne sont qu'une étape vers un processus d'assimilation de données géodésiques et géophysiques (assimilation similaire à ce qui est fait pour calculer des modèles météorologiques [Ghil & Malanotte-Rizzoli, 1991]), afin d'obtenir un modèle complet de Terre (déformation de la croûte, courant atmosphérique et océanique, mouvements internes, etc.). Il sera alors peut-être possible de réaliser des prévisions d'évolution (de même qu'il y a actuellement des prévisions météorologiques) de la Terre dans son ensemble afin de prévenir les tremblements de Terre, les inondations, etc. Il est bien évident que cela ne pourra se faire du jour au lendemain mais cette évolution vers l'assimilation de données est en marche, comme on peut le voir notamment dans le cadre des projets du système GGOS (Global Geodetic Observing System) [Plag & Pearlman., 2009].

Bibliographie

- [Altamimi et al., 2010] Altamimi, Z., Collilieux, X., and Métivier, L. (2010). ITRF2008 : an improved solution of the International Terrestrial Reference Frame. *Journal of Geodesy*, soumis.
- [Altamimi et al., 2007] Altamimi, Z., Collilieux, X., Legrand, J., and Boucher, C. (2007). ITRF2005 : A new release of the international terrestrial reference frame based on time series of station positions and earth orientation parameters. *Journal of Geophysical Research*, 112, B09401, doi : 10.1029/2007JB004949.
- [Altamimi, 2006] Altamimi, Z. (2006). Systèmes de référence terrestres : définition, réalisation, application à l'ITRF, état actuel et perspectives. Habilitation à diriger des recherches. *Université Pierre et Marie Curie (Paris 6)*.
- [Andersen, 2000] Andersen, P.H. (2000). Multi-level arc combination with stochastic parameters. *Journal of Geodesy*, 74, pages 531-551, doi : 10.1007/s001900000115.
- [Bähr, 2006] Bähr, H. (2006). Variance Component Estimation for Combination of Terrestrial Reference Frames. Mémoire de stage de fin d'études, Université de Karlsruhe.
- [Beutler et al., 1995] Beutler, G., Kouba, J., and Springer T. A. (1995). Combining the orbits of the IGS Analysis Centers. *Journal of Geodesy*, 69, pages 200-222, doi : 10.1007/BF00806733.
- [Beutler et al., 1994] Beutler, G., Brockmann, E., Gurtner, W., Hugentobler, U., Mervart, L., Rothacher, M., and Verdun, A. (1994). Extended orbit modeling techniques at the CODE Processing Center of the International GPS Service for Geodynamics (IGS) : theory and initial results.. *Manuscripta Geodetica*, 19, pages 367-386, Springer-Verlag, ISSN 0340-8825.
- [Biancale et al., 2006] Biancale, R., Lemoine, J-M., Balmino, G., Loyer, S., Bruisma, S., Perosanz, F., Marty, J-C., and Gégout, C. (2006). 3 Years of Geoid Variations from GRACE and LAGEOS Data at 10-day Intervals from July 2002 to March 2005. CNES/GRGS Product, 2006 data available on CD-ROM, also on BGI web page <http://www.geodesie.ird.fr/bgi/>.
- [Bizouard & Gambis, 2009] Bizouard, C., and Gambis, D. (2009). The combined solution C04 for Earth Orientation Parameters consistent with International Terrestrial Reference Frame 2005. *AIG Symposium*, 134, pages 265-270, doi : 10.1007/978-3-642-00860-3.
- [Bizouard et al., 1998] Bizouard, C., Brzeziński, A., and Petrov, S. (1998). Diurnal atmospheric forcing and temporal variations of the nutation amplitude. *Journal of Geodesy*, 72, pages 561-577.
- [Bock et al., 2010] Bock, O., Willis, P., Lacarra, M. and Bosser, P. (2010). An inter-comparison of zenith tropospheric delays derived from DORIS and GPS data. *Advances in space research*, sous presse.
- [Bock et al., 2007] Bock, O., Bouin, M.-N., Walpersdorf, A., Lafore, J.-P., Janicot, S., Guichard, F., and Agusti-Panareda, A. (2007) Comparison of ground-based GPS precipitable water vapor to independent observations and Numerical Weather Prediction model reanalyses over Africa. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 133, pages 2011-2027, doi :10.1002/qj.185.
- [Boehm et al., 2006] Boehm, J., Werl, B., and Schuh, H. (2006) Troposphere mapping functions for GPS and very long baseline interferometry from European Centre for Medium-Range Weather Forecasts operational analysis data. *Journal of Geophysical Research*, 111, B02406, doi : 10.1029/2005JB003629.
- [Bonnell, 1999] Bonnell, T. (1999). Combinaison de jeux de coordonnées de stations terrestres en norme 11.. *Publication du LAREG*, MS11, Institut Géographique National.
- [Capitaine et al., 2003] Capitaine, N., Chapront, J., Lambert, S., and Wallace, P. (2003). Expressions for the Celestial Intermediate Pole and Celestial Ephemeris Origin consistent with the IAU 2000A

- precession-nutation model. *Astronomy & Astrophysics*, 400(3), pages 1145-1154, doi : 10.1051/0004-6361 :20030077.
- [Capitaine, 1990] Capitaine, N. (1990). The celestial Pole coordinates. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 48, pages 127-143.
- [Coello Coello, 2006] Coello Coello, C. A. (2006). Twenty Years of Evolutionary Multi-Objective Optimization : A Historical View of the field. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 1(1), pages 28-36.
- [Coello Coello, 2005] Coello Coello, C. A. (2005). *Evolutionary Multiobjective Optimization. Advanced Information and Knowledge Processing*. Chapitre 2 : Recent Trends in Evolutionary Multiobjective Optimization. Springer, pages 7-32, doi : 10.1007/1-84628-137-7_2
- [Collilieux et al., 2010a] Collilieux, X., Métivier, L., Altamimi Z., van Dam T., and Ray, J. (2010). Quality assessment of GPS reprocessed terrestrial reference frame. *GPS Solutions*, doi : 10.1007/s10291-010-0184-6.
- [Collilieux et al., 2010b] Collilieux, X., Altamimi Z., Coulot, D., van Dam T., and Ray, J. (2010). Impact of loading effects on determination of the International Terrestrial Reference Frame. *Advances in Space Research*, 45, pages 144-154, doi : 10.1007/978-3-540-85426-5_4
- [Collilieux et al., 2009] Collilieux, X., Altamimi Z., Ray, J., and van Dam T. (2009). Effect of the satellite laser ranging network distribution on geocenter motion estimation. *Journal of Geophysical Research*, 114n B04402, doi : 10.1029/2008JB005727.
- [Collilieux, 2008] Collilieux, X. (2008). Analyse des séries temporelles de positions de stations de géodésie spatiale : Application au repère international terrestre (ITRF). Thèse de doctorat, Observatoire de Paris.
- [Coulot, 2005] Coulot, D. (2005). Télémétrie Laser sur Satellites et combinaison de techniques géodésiques : Contributions aux Systèmes de Référence Terrestres et Applications. Thèse de doctorat, Observatoire de Paris.
- [Coulot et al., 2010] Coulot, D., Deleflie, F., Bonnefond, P., Exertier, P., Laurain, O., and de Saint-Jean, B. (2010). *Encyclopedia of Solid Earth Geophysics*. Chapitre Satellite Laser Ranging. Harsh K. Gupta (Ed.), Springer Science+Business Media B.V., sous presse.
- [Coulot et al., 2007] Coulot, D., Berio, P., Biancale, R., Loyer, S., Soudarin, L., and Gontier, A.-M. (2007). Towards a direct combination of space-geodetic techniques at the measurement level : methodology and main issues. *Journal of Geophysical Research*, 112, B05410, doi : 10.1029/2006JB004336.
- [Deb et al., 2003] Deb, K., Mohan, M., and Mishra, S. (2003). A Fast Multi-objective Evolutionary Algorithm for Finding Well-Spread Pareto-Optimal Solutions. *KanGAL Report*, 2003002.
- [Dill & Rothacher, 2003] Dill, R., and Rothacher, M. (2003). IERS analysis campaign to align EOP to ITRF2000/ICRF. *GEOTECHNOLOGIEN Science Report*, No. 3, ISSN 1619-7399.
- [Dow et al., 2009] Dow, J. M., Neilan, R. E., and Rizos, C. (2009). The International GNSS Service in a changing landscape of Global Navigation Systems. *Journal of Geodesy*, 83, pages 191-198, doi : 10.1007/s00190-008-0300-3.
- [Fey et al., 2009] Fey, A., Gordon, D., and Jacobs, C.S. (2009). *The Second Realization of the International Celestial Reference Frame by Very Long Baseline Interferometry, Presented on behalf of the IERS / IVS Working Group*. IERS Technical Note 35, ISBN 3-89888-918-6, en cours d'impression.
- [Gambis, 2004] Gambis, D. (2004). Monitoring Earth orientation using space-geodetic techniques : state-of-the-art and prospective. *Journal of Geodesy*, 78, pages 295-305, doi 10.1007/s00190-004-0394-1.
- [Gambis et al., 1993] Gambis, D., Essaifi, N., Eisop, E., and Feissel, M. (1993). *Universal time derived from VLBI, SLR and GPS*. IERS technical note 16.
- [Ge et al., 2005] Ge, M., Gendt, G., Dick, G., Zhang, F. P., and Reigber, C. (2005). Impact of GPS satellite antenna offsets on scale changes in global network solutions. *Geophysical Research Letters*, 32, L06310, doi :10.1029/2004GL022241414.
- [Ghil & Malanotte-Rizzoli, 1991] Ghil, M., and Malanotte-Rizzoli, P. (1991). Data assimilation in meteorology and oceanography. *Advances in Geophysics*, 33, pages 141-266, ISBN 0-12-018833-3.

- [Gobinddass et al., 2009] Gobinddass, M. L., Willis, P., De Viron, O., Sibthorpe, A., Zelensky, N. P., Ries, J. C., Ferland, R., Bar-Sever, Y., Diament, M., and Lemoine, F. G. (2009). Improving DORIS geocenter time series using an empirical rescaling of solar radiation pressure models. *Advances in space research*, 44(11), pages 1279-1287, doi :10.1016/j.asr.2009.08.004.
- [Goldberg, 1989] Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Reading, MA.
- [Guo & Langley, 2003] Guo, J., and Langley, R. B. (2004). A New Tropospheric Propagation Delay Mapping Function for Elevation Angles Down to 2 degrees. *ION GPS 2003*.
- [Hefty et al., 2000] Hefty, J., Rothacher, M., Springer, T., Weber, R., and Beutler, G. (2000). Analysis of the first year of Earth rotation parameters with a sub-daily resolution gained at the CODE processing center of the IGS. *Journal of Geodesy*, 74, pages 479-487, ISSN 0949-7714.
- [Kouba et al., 1994] Kouba, J., Mireaults, Y., and Lahaye, F. (1994). IGS Orbit/Clock Combination and Evaluation. *IGS Annual Report 1994*, Appendix I, pages 72-92.
- [Krügel et al., 2007] Krügel, M., Thaller, D., Tesmer, V., Rothacher, M., Angermann, D., and Schmid, R. (2007). Tropospheric parameters : combination studies based on homogeneous VLBI and GPS data. *Journal of Geodesy*, 81, pages 515-527, doi : 10.1007/s00190-006-0127-8.
- [Laumanns et al., 2002] Laumanns, M., Thiele, L., Deb, K., and Zitzler, E. (2002). Combining Convergence and Diversity in Evolutionary Multiobjective Optimization. *Evolutionary Computation*, 10(3), pages 263-282, doi :10.1162/106365602760234108
- [Lemoine et al., 2010] Lemoine, F. G., Zelensky, N. P., Chinn, D. S., Pavlis, D. E., Rowlands, D. D., Beckley, B. D., Luthcke, S. B., Willis, P., Ziebart, M., Sibthorpe, A., Boy, J. P., and Luceri, V. (2010). Towards development of a consistent orbit series for TOPEX, Jason-1, and Jason-2. *Advances in space research*, 46, pages 1513-1540, doi :10.1016/j.asr.2010.05.007.
- [Lemoine & Capdeville, 2006] Lemoine, J.-M., and Capdeville, H. (2006). A corrective model for Jason-1 Doris Doppler data in relation to the South Atlantic Anomaly. *Journal of Geodesy*, 80, pages 507-523, doi : 10.1007/s00190-006-0068-2.
- [Lyard et al., 2006] Lyard, F., Lefevre, F., Letellier, T., and Francis, O. (2006). Modelling the global ocean tides : modern insights from FES2004. *Ocean Dynamics*, 56, pages 394-415, doi : 10.1007/s10236-006-0086-x.
- [Ma et al., 1998] Ma, C., Arias, E. F., Eubanks, T. M., Fey, A. L., Gontier, A.-M., Jacobs, C. S., Sovers, O. J., Archinal, B. A., and Charlot, P. (1998) The International Celestial Reference Frame as Realized by Very Long Baseline Interferometry. *The Astronomical Journal*, 116, pages 516-546, doi : 10.1086/300408.
- [McCarthy & Petit, 2004] McCarthy, D. D., Petit, G. (2004). *IERS Conventions (2003)*. IERS Technical Note 32, ISBN 3-89888-884-3.
- [Mendes & Pavlis, 2004] Mendes, V. B., and Pavlis, E. C. (2004). High-Accuracy Zenith Delay Prediction at Optical Wavelengths. *Geophysical Research Letters*, 31, L14602, doi : 10.1029/2004GL020308.
- [Mendes et al., 2002] Mendes, V. B., Prates, G., Pavlis, E. C., Pavlis, D. E., and Langley, R. B. (2002). Improved Mapping Functions for Atmospheric Refraction Correction in SLR. *Geophysical Research Letters*, 29(10), 1414, doi : 10.1029/2001GL014394.
- [Michalewicz, 1999] Michalewicz, Z. (1999). *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer, ISBN 3-540-60676-9.
- [Niell, 1996] Niell, A. E. (1996). Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. *Journal of Geophysical Research*, 101(B2), pages 3227-3246.
- [Nothnagel et al., 2010] Nothnagel, A., Böckmann, S., and Artz, T. (2010). Analysis Coordinator Report. *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2009 Annual Report*, NASA/TP-2010-215860.
- [Nothnagel & Schnell., 2008] Nothnagel, A., and Schnell, D. (2008). The impact of errors in polar motion and nutation on UT1 determination from VLBI Intensive observations. *Journal of Geodesy*, 82, pages 863-869, doi : 10.1007/s00190-008-0212-2.
- [Pearlman et al., 2002] Pearlman, M. R., Degnan, J. J., and Bosworth, J. M. (2002). The International Laser Ranging Service. *Advances in Space Research*, 30(2), pages 135-143, doi :10.1016/S0273-1177(02)00277-6

- [Plag & Pearlman., 2009] Plag, H. P., and Pearlman, M. (2009). *Global Geodetic Observing System : Meeting the Requirements of a Global Society on a Changing Planet in 2020*. Springer, ISBN : 978-3-642-02686-7.
- [Rapacchi, 1994] Rapacchi, B. (1994). Une introduction à la notion de robustesse. *Note technique du centre universitaire de calcul de Grenoble*, disponible en ligne sur www.unige.ch/ses/sococ/eda/bernard/robuste.pdf.
- [Rault, 1998] Rault, S. (1998). Algorithmes parallèles pour le calcul d'orbites. *Thèse de doctorat, Université de Rennes I*.
- [Richard et al., 2009] Richard, J. Y., Bizouard, C., Bourda, G., Deleflie, F., Gambis, D., Loyer, S., and M. Soudarin, L. (2009) GRGS Combination of the terrestrial frame and earth orientation parameters at the observation level. Contribution to ITRF2008 realization. *Proceedings SF2A 2009*, pages 115-119.
- [Rothacher et al., 1999] Rothacher, M., Beutler, G., Herring, T. A., and M. Weber, R. (1999) Estimation of nutation using the Global Positioning System. *Journal of Geophysical Research*, 104(B3), pages 4835-4859, doi :10.1029/1998JB900078.
- [Schmid et al., 2007] Schmid, R., Steigenberger, P., Gendt, G., Ge, M., and Rothacher, M. (2007) Generation of a consistent absolute phase center correction model for GPS receiver and satellite antennas. *Journal of Geodesy*, 81, pages 781-798, doi : 10.1007/s00190-007-0148-y.
- [Schlüter & Behrend, 2007] Schlüter, W., and Behrend, D. (2007) The International VLBI Service for Geodesy and Astrometry (IVS) : current capabilities and future prospects. *Journal of Geodesy*, 81, pages 379-387, doi : 10.1007/s00190-006-0131-z.
- [Sebag & Schoenouer, 1996] Sebag, M., and Schoenauer, M. (1996). Contrôle d'un algorithme génétique. *Revue française d'intelligence artificielle*, 10,ISSN 0992-499X.
- [Sillard, 2001] Sillard, P. (2001). Estimation par moindres carrés. *Hermès Science Publications*, ISBN 2-7462-0339-1.
- [Sillard & Boucher, 2001] Sillard, P., Boucher, C. (2001). A review of algebraic constraints in terrestrial reference frame datum definition. *Journal of Geodesy*, 75, pages 63-73.
- [Sillard, 1999] Sillard, P. (1999). Modélisation des systèmes de référence terrestres. Contribution théorique et méthodologique. Thèse de doctorat, Observatoire de Paris.
- [Springer & Beutler, 1993] Springer, T. A., and Beutler, G. (1993). Towards an Official IGS Orbit by Combining the Results of All IGS Processing Centers. *Proceedings of the 1993 IGS Workshop*.
- [Springer et al., 2009] Springer, T. A., Dilssner, F., Escobar, D., Otten, M., Romero, I. and Dow, J. (2009). Multi-Technique Reprocessing and Combination using "Space-Ties". *Présentation AGU 2009*.
- [Thaller et al., 2010] Thaller, D., Dach, R., Seitz, M., Beutler, G., Mareyen, M., and Richter, B. (2010). Combination of GNSS and SLR using satellite co-locations. *Présentation REFAG 2010*.
- [Thaller et al., 2007] Thaller, D., Krügel, M., Rothacher, M., Tesmer, V., Schmid, R., and Angermann, D. (2007). Combined Earth orientation parameters based on homogeneous and continuous VLBI and GPS data. *Journal of Geodesy*, 81, pages 529-541, doi : 10.1007/s00190-006-0115-z.
- [Tregoning & van Dam, 2005a] Tregoning, P., and van Dam, T. (2005). Atmospheric pressure loading corrections applied to GPS data at the observation level. *Geophysical Research Letters*, 32, L22310, doi : 10.1029/2005GL024104.
- [Tregoning & van Dam, 2005b] Tregoning, P., and van Dam, T. (2005). The effects of atmospheric pressure loading and 7-parameter transformations on estimates of geocenter motion and station heights from space-geodetic observations. *Journal of Geophysical Research*, 110, B03408, doi : 10.1029/2004JB003334.
- [Tregoning & Watson, 2009] Tregoning, P., and Watson, C. (2009). Atmospheric effects and spurious signals in GPS analyses. *Journal of Geophysical Research*, 114, B09403, doi : 10.1029/2009JB006344.
- [Valette et al., 2010] Valette, J. J., Lemoine, F. G., Ferrage, P., Yaya, P., Altamimi, Z., Willis, P., and Soudarin, L. (2010). IDS contribution to ITRF2008. *Advances in space research*, en cours d'impression.
- [Vondrák et al., 2003] Vondrák, J., Ron, C. and Weber, R. (2003). Combined VLBI/GPS series of precession-nutation and comparison with IAU2000 model. *Astronomy & Astrophysics*, 397(2), pages 771-776, doi : 10.1051/0004-6361 :20021523.

- [Vondrák & Čepek, 2000] Vondrák, J., and Čepek, A. (2000). Combined smoothing method and its use in combining Earth orientation parameters measured by space techniques. *Astronomy & Astrophysics Supplement Series*, 147, pages 347-359, doi : 10.1051/aas :2000306.
- [Willis et al., 2010] Willis, P., Fagard, H., Ferrage, P., Lemoine, F. G., Noll, C. E., Noomen, R., Otten, M., Ries, J. C., Rothacher, M., Soudarin, L., Tavernier, G. and Valette, J. J. (2010). The International DORIS Service (IDS) : Toward maturity. *Advances in space research*, 45(12), pages 1408-1420, doi : 10.1016/j.asr.2009.11.018.
- [Whitley, 1993] Whitley, D. (1993). A genetic algorithm tutorial.. *Statistics and Computing*, 4, pages 65-85.
- [Xu, 2003] Xu, G. (2003). *GPS : Theory, Algorithms and Applications*.. Springer, ISBN 3-540-67812-3.
- [Yaya, 2002] Yaya, P. (2002). Apport des combinaisons de techniques astrométriques et géodésiques à l'estimation des paramètres d'orientation de la Terre. *Thèse de doctorat, Observatoire de Paris*.
- [Zelensky et al., 2010] Zelensky, N. P., Lemoine, F. G., Ziebart, M., Sibthorpe, A., Willis, P., Beckley, B. D., Klosko, S. M., Chinn, D. S., Rowlands, D. D., Luthcke, S. B., Pavlis, D. E., and Luceri, V. (2010). DORIS/SLR POD modeling improvements for Jason-1 and Jason-2. *Advances in space research*, 46, pages 1541-1558, doi :10.1016/j.asr.2010.05.008.

Annexe A

Repères terrestre, céleste et Paramètres d'Orientation de la Terre

Afin de pouvoir se positionner sur la Terre ou dans l'espace, l'utilisation de repères de référence est nécessaire. On distingue en astronomie et géodésie deux grands types de repères, à savoir les repères terrestres et les repères célestes. Les paramètres d'orientation de la Terre (EOP) sont les paramètres permettant de décrire l'orientation d'un repère de référence lié à la Terre par rapport à un repère de référence céleste. Ces différents éléments sont fondamentaux à la compréhension des travaux présentés ici. Dans cette annexe, je rappellerai donc les différentes notions que sont les systèmes et repères de référence et je présenterai les différents paramètres d'orientation de la Terre.

A.1 Système et repère de référence.

De manière simplifiée, le système de référence est une définition mathématique et le repère de référence sa réalisation. Mathématiquement, un système de référence se définit par la connaissance de son origine et de ses axes ou plans fondamentaux. Dans la suite, je vais présenter le système (ICRS) et repère (ICRF) de référence céleste international (système et repère céleste recommandés par l'UAI - Union Astronomique internationale, l'UGGI - Union Géodésique et Géophysique Internationale et l'IERS), ainsi que les systèmes (TRS) et repère (TRF) de référence terrestre.

A.1.1 ICRS et ICRF

L'ICRS est un système de référence quasi-inertiel. Il a pour origine le barycentre du système solaire. La direction de ses axes est fixe. Il vérifie les conditions spécifiées par les recommandations de l'UAI de 1991. L'ICRF est la réalisation de l'ICRS [Ma et al., 1998]. Il permet d'avoir accès à ce système. Ainsi, l'ICRF est matérialisé par les coordonnées d'un ensemble de radio-sources. Sa réalisation primaire est formée de coordonnées de radio-sources extragalactiques appelées quasars, situés suffisamment loin de la Terre pour pouvoir considérer leur mouvement propre comme nul. Ces positions sont exclusivement déterminées grâce à la technique VLBI. L'ICRF2, la deuxième et nouvelle réalisation de l'ICRS, a été adoptée en août 2009 par la 27^{ème} assemblée générale de l'UAI. Sa description complète est en outre disponible dans la note technique n° 35 de l'IERS.

Les travaux présentés ici n'ayant pas concerné directement le repère céleste, je ne m'étendrai pas d'avantage sur celui-ci. Nous allons nous intéresser plus spécifiquement au système et repère terrestre puisque un des objectifs majeurs de ces travaux a été d'obtenir des solutions de combinaisons des mesures dans un repère terrestre homogène.

A.1.2 TRS et TRF

Comme souligné précédemment, un système de référence terrestre, noté TRS, est parfaitement défini par la connaissance de son origine et de ses axes. Comme il existe une infinité de choix pour définir ces

éléments, il existe une infinité de systèmes et donc de repères de référence terrestre associés. Les repères de référence TRF, qui sont les réalisations physiques des TRS, sont, en géodésie, constitués par des coordonnées de stations réparties à la surface du globe. Ainsi, tout jeu de coordonnées de stations obtenu en définissant l'origine et les axes du système associé, est une réalisation de ce système de référence. De même, chaque sous-partie de ce jeu de coordonnées de stations est également une réalisation de ce système. C'est ce point qui va essentiellement nous intéresser dans ces travaux de thèse.

En effet, supposons que l'on dispose d'un jeu de coordonnées de N stations de référence, matérialisation d'un repère de référence bien défini. Notons ce jeu $\{X_R\}_N$. Ce jeu de coordonnées de stations peut être séparé en plusieurs jeux de coordonnées de I stations notées $\{X_R\}_I$. Maintenant, on réalise un calcul fournissant un nouveau jeu de coordonnées de ces N stations, note $\{X_{Calc}\}_N$. On veut vérifier que ces coordonnées fournissent une bonne matérialisation d'un repère de référence. Pour cela, on va estimer les paramètres de transformation entre le repère de référence bien défini et le nouveau repère via les coordonnées des stations. Mathématiquement, il faut estimer une similitude à sept paramètres (translations, facteurs d'échelle et rotations, si les coordonnées sont des positions) ou quatorze paramètres (translations, facteurs d'échelle, rotations et leurs dérivées temporelles, si les coordonnées sont des positions et vitesses). Ces paramètres reliant les deux repères entre eux, on doit obtenir la même valeur de ceux-ci quels que soient les jeux de coordonnées $\{X_R\}_I$ et $\{X_{Calc}\}_I$ qui servent à les estimer. Si ce n'est pas le cas, soit il existe un effet de réseau lié à la répartition des sous-réseaux [Collilieux et al., 2009], soit il existe un problème d'homogénéité du nouveau repère. A partir du moment où l'on dispose d'un repère de référence, on peut donc évaluer la qualité du repère de référence sous-jacent à un jeu de coordonnées estimé par un calcul de géodésie. Dans tous les résultats concernant le référencement présentés dans ce manuscrit, ce jeu de référence est l'ITRF.

A.1.3 ITRS et ITRF

L'ITRS est le système de référence terrestre recommandé par l'UAI, l'UGGI et l'IERS. Son origine est l'origine géocentrique, définie comme le centre des masses de la Terre, incluant l'atmosphère et les océans. Son orientation est définie de façon conventionnelle par celle du repère Bureau International de l'Heure (BIH) de 1984. L'évolution de cette orientation au cours du temps est fournie par une condition dite de non-rotation de la croûte terrestre. Finalement, son échelle est le mètre SI. Pour plus de détails concernant ce système, on pourra se reporter au chapitre 4 des conventions de l'IERS 2003 [McCarthy & Petit, 2004].

L'ITRF est la réalisation de ce système. En réalité, il existe plusieurs ITRF successifs, de l'ITRF88, à la réalisation la plus récente qu'est l'ITRF2008 [Altamimi et al., 2010]. Ces réalisations sont composées d'un ensemble de coordonnées de stations réparties sur le globe. Ces coordonnées sont des positions à un instant de référence ainsi que des vitesses. Elles sont obtenues par combinaison des solutions individuelles (positions de stations et depuis l'ITRF2005, EOP) issues des traitements séparés des mesures des techniques DORIS, GPS, SLR et VLBI. L'ITRF2008 ayant été publié à la fin de cette thèse, l'ensemble des calculs présentés dans ce manuscrit ont utilisé l'ITRF2005 comme a priori pour les coordonnées des stations. Cependant, il a été possible de réaliser des comparaisons avec l'ITRF2008 lors de l'analyse des résultats.

Afin de pouvoir changer de repère et passer du repère céleste (resp. terrestre) au repère terrestre (resp. céleste), il faut introduire différents paramètres. Ces paramètres, qui relient l'orientation de ces deux repères, sont appelés les paramètres d'orientation de la Terre.

A.2 Paramètres d'Orientation de la Terre

Les EOP relient un repère terrestre géocentrique au repère céleste géocentrique (repère qui diffère donc de l'ICRF par son origine qui est le barycentre du système solaire). Ainsi, ils permettent de convertir des coordonnées X_{Sta} d'un point exprimé dans un repère terrestre géocentrique dans un repère céleste géocentrique. En théorie, il suffit de connaître trois angles pour pouvoir réaliser une telle transformation, l'origine et l'échelle des deux repères étant identiques. Cependant, dans le cas de l'orientation de la Terre,

on utilise historiquement cinq paramètres : les coordonnées du pôle (X_p et Y_p), les écarts (dX et dY) au pôle céleste intermédiaire (noté CIP) dont la position est donnée par le modèle de précession-nutation¹ et la différence entre le temps universel UT1 et l'échelle de temps atomique TAI. L'équation (A.1) rappelle les formules de passages faisant intervenir ces paramètres.

$$\begin{aligned}
 X_{Sta}^{\text{Repère terrestre}} &= M X_{Sta}^{\text{Repère céleste}} \\
 \text{avec } M &= W(t).R(t).NP(t) \\
 \text{où } \begin{cases} W(t) = f(X_p, Y_p) \\ R(t) = g(UT1) \\ NP(t) = h(dX, dY) \end{cases} & \quad (A.1)
 \end{aligned}$$

où f (resp. g et h) sont des fonctions de X_p et Y_p (resp. UT1 et écarts au pôle céleste dX et dY).

Écarts au pôle céleste : Les écarts du pôle céleste observé par rapport au CIP sont déterminés sous la forme de deux corrections angulaires, dX et dY . Ce sont les écarts entre le pôle observé par l'intermédiaire de la technique VLBI (ou une autre technique, voir le tableau A.1) et le CIP calculé à partir du modèle de précession-nutation. Pour plus de détails, on pourra se référer à [Capitaine, 1990] et [Capitaine et al., 2003].

	LLR	VLBI	SLR	GPS	DORIS
Écarts au pôle céleste	**	***	*	*	
Temps Universel UT	*	***			
Hautes fréquences du UT		***	*	**	
Coordonnées du pôle		***	**	***	*

TAB. A.1 – Contributions des différentes techniques de géodésie spatiale à différents produits de l'IERS (tableau extrait de [Gambis, 2004]). Le nombre d'étoiles (*) indique la contribution relative de chaque technique.

¹La précession correspond aux mouvements séculaires de l'axe de rotation de la Terre dus à l'action de la Lune, du Soleil et des autres planètes. La nutation représente les variations plus rapides de cet axe. Le terme principal de la nutation possède une période de 18,6 ans et est à relier à la période de rétrogradation du nœud ascendant de l'orbite de la Lune.

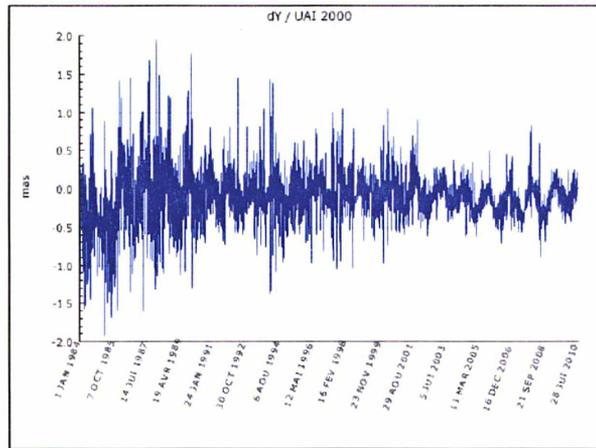
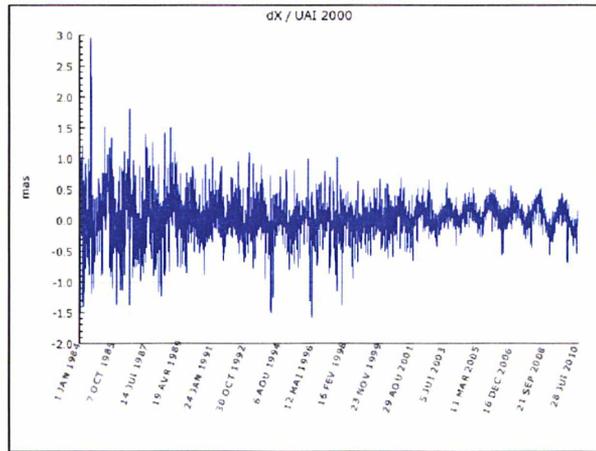


FIG. A.1 – Écarts dX et dY au pôle céleste fournis par la série EOP C04 entre 1984 et 2010 (source : http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/products/combined/C04_fr.html)

Temps universel UT1 : Le temps universel UT1 est l'angle horaire d'un soleil moyen fictif (défini comme ayant un mouvement uniforme le long de l'équateur) au méridien origine. Il est compté autour de l'axe du CIP et représente un angle de rotation de la Terre. Pour des raisons historiques, plutôt que de fournir cet angle, on fournit la différence entre UT1 et TAI (Temps Atomique International) ou bien entre UT1 et UTC (Temps Universel Coordonné). Ces deux échelles sont en effet les échelles de temps de référence, l'échelle UTC étant égale à l'échelle TAI à un nombre entier de secondes près. L'excès de la période de rotation par rapport à la période moyenne est appelé excès de longueur du jour (LOD).

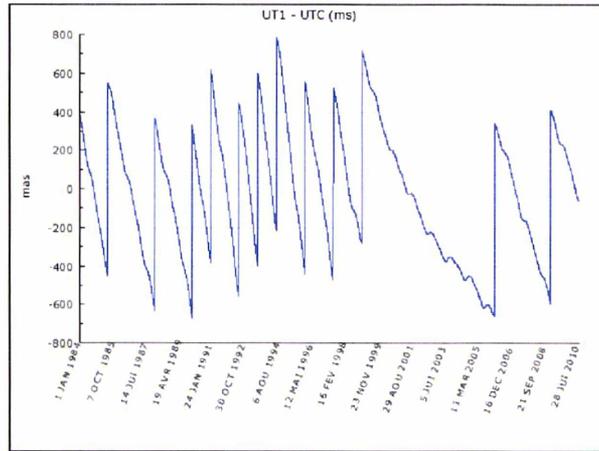


FIG. A.2 – Différence entre UT1 et UTC, extraite de la série EOP C04 entre 1984 et 2010 (source : http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/products/combined/C04_fr.html)

Coordonnées du pôle : Après la prise en compte des mouvements de précession-nutation avec les écarts au pôle céleste et la matrice de rotation autour du CIP, il reste une rotation de l'ordre d'un dixième de seconde de degré pour passer dans un repère terrestre géocentrique depuis le repère céleste géocentrique. Cette rotation est décrite par deux angles qui correspondent aux coordonnées du pôle (plus exactement du CIP) dans le repère terrestre.

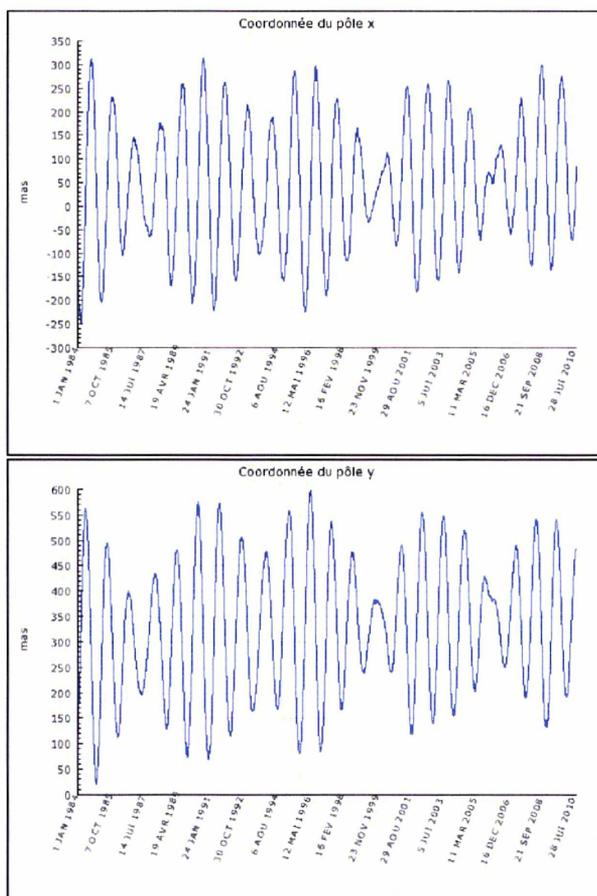


FIG. A.3 – Coordonnées du pôle extraites de la série EOP C04 entre 1984 et 2010 (source : http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/products/combined/C04_fr.html)

Annexe B

GINS et LOCOMOTIV

Cette annexe a pour but de présenter le logiciel d'orbitographie GINS du GRGS/CNES et le logiciel de combinaison LOCOMOTIV que j'ai développé durant ces travaux.

B.1 GINS

Les fonctionnalités du logiciel GINS sont multiples et ne sont pas limitées aux applications purement géodésiques. Ainsi, il permet le calcul d'orbite d'un objet autour d'un corps du système solaire, la détermination de paramètres géophysiques ou géodésiques (coefficients reliés au champ de gravité, à des modèles de marées, nombres de Love, positions et vitesses de stations, etc.) et la simulation de la restitution d'orbite d'un satellite. Il a été développé par le CNES à travers le laboratoire associé Dynamique Terrestre Planétaire (GRGS/DTP) à l'Observatoire Midi-Pyrénées. Concernant les techniques de géodésie spatiale, il permet en particulier le traitement des mesures des techniques DORIS, GPS, LLR, SLR et VLBI.

Je vais principalement présenter ici les étapes du calcul qui permettent d'obtenir les dérivées partielles intervenant dans les combinaisons présentées dans ce manuscrit. La figure B.1 représente celles-ci.

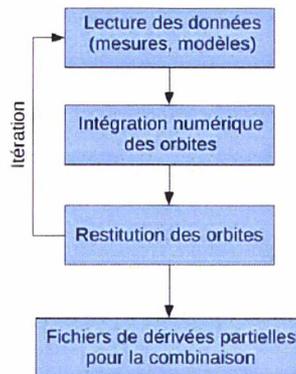


FIG. B.1 – Schéma récapitulatif de l'obtention des dérivées partielles utiles à la combinaison des mesures grâce au logiciel GINS

B.1.1 Intégration numérique des orbites

Dans un premier temps, le logiciel calcule les éphémérides d'un satellite par intégration de l'équation fondamentale de la dynamique¹ entre un instant initial et une date donnée, à partir d'un vecteur d'état du satellite à l'instant initial (position et vitesse ou éléments képlériens) et des forces agissant sur celui-ci. Les forces pouvant être prises en compte dans ce calcul sont des forces gravitationnelles (attraction gravitationnelle de la Terre, du Soleil, de la Lune et des planètes, marées solides et océaniques, pression atmosphérique, etc.) et des forces non-gravitationnelles (frottement atmosphérique, pression de radiation, albédo, diffusion thermique, etc.). Pour réaliser l'intégration, le logiciel utilise un intégrateur de type Cowell d'ordre variable (ordre 8 dans les traitements réalisés pour ces travaux, ce qui est la valeur conseillée pour ce type de traitement). Une fois cette intégration réalisée, il est alors possible de l'ajuster à certaines données via une étape de restitution

B.1.2 Restitution

Dans le cas où l'on dispose de mesures sur les satellites dont on estime les orbites (mesures DORIS sur les satellites embarquant un instrument DORIS, GPS sur les satellites de la constellation GPS, etc.), le logiciel va ajuster "au mieux" ces orbites sur les mesures. Cet ajustement se fait en minimisant les écarts au sens des moindres carrés entre les mesures prédites à partir de l'orbite calculée et les mesures réelles en estimant des paramètres. La liste des paramètres ajustables peut comprendre le bulletin initial du satellite (position et vitesse), des facteurs multiplicatifs des forces non gravitationnelles (frottement, portance, albédo, etc.), des coefficients empiriques de force (biais, dérive, termes périodiques, etc.), des forces stochastiques, des paramètres géométriques (stations de mesure, paramètres d'orientation, etc.) et des paramètres liés à la mesure.

Une fois la restitution de l'orbite réalisée, on itère le processus (intégration et restitution) jusqu'à convergence. Une fois celle-ci atteinte, le logiciel permet d'obtenir des matrices de dérivées partielles des mesures utilisées pour la restitution en fonction de différents paramètres, paramètres qui ne sont pas nécessairement ceux utilisés lors du calcul d'orbite. Dans le cadre du traitement des données DORIS, GPS et SLR, les calculs d'orbites sont réalisés à coordonnées de stations et paramètres d'orientation fixés. Ces paramètres sont ensuite libérés lors de la création des dérivées partielles en sortie du logiciel afin de pouvoir les ajuster dans les combinaisons.

B.2 LOCOMOTIV

Afin de réaliser la combinaison des mesures des différentes techniques de géodésie spatiale, j'ai développé un logiciel appelé LOCOMOTIV. De manière simplifiée, ce logiciel est un logiciel d'estimation par la méthode des moindres carrés ou par W-Estimeurs de Andrew, Biweight ou Huber (cf. annexe C). Il permet l'ajout de paramètres de transformation dans les équations d'observations issues des fichiers de dérivées partielles, la repondération des observations par la méthode du degré de liberté, l'élimination de paramètres et d'observations, l'utilisation des rattachements et de différents types de contraintes. La figure B.2 illustre le fonctionnement de ce logiciel.

¹C'est la deuxième loi de Newton. Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces appliquées à un objet ponctuel est égale au produit de la masse de l'objet par son vecteur accélération.

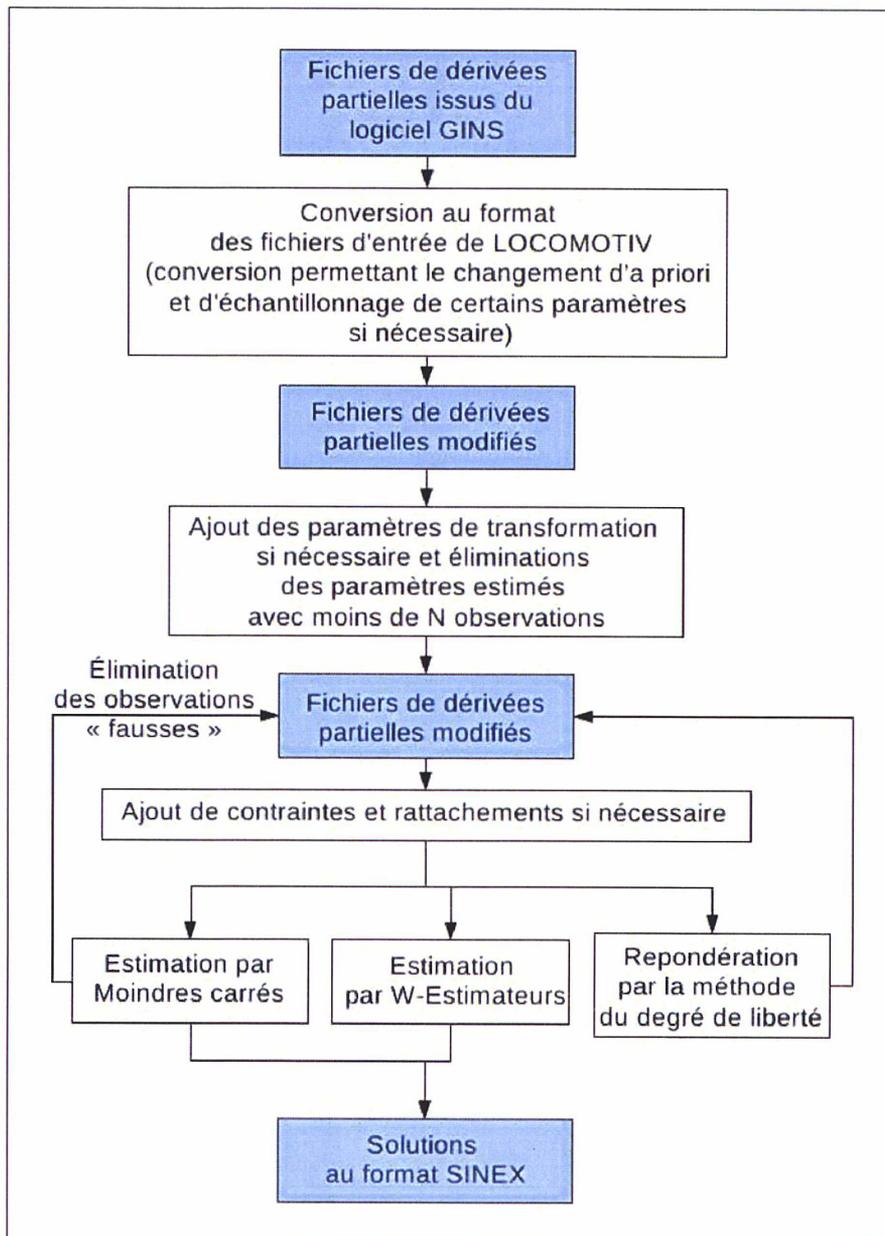


FIG. B.2 – Schéma de fonctionnement du logiciel LOCOMOTIV

Dans les combinaisons réalisées ici, j'ai choisi d'éliminer les paramètres estimés avec moins de cinq observations (nombre N dans la figure B.2). En ce qui concerne la méthode d'estimation utilisée, il s'est avéré que la méthode par moindres carrés était suffisante car le logiciel GINS a éliminé la majorité des observations fausses en amont ². De ce fait, les résultats entre l'utilisation des moindres carrés et des W-Estimateurs étaient similaires sur la période de temps considérée.

²La méthode d'estimation utilisée dans le logiciel GINS étant la méthode des moindres carrés, il faut souligner l'apport que peut avoir les méthodes d'estimations robustes dans ce logiciel. En effet, il peut arriver que des observations fausses soient mal détectées par la méthode des moindres carrés et entraînent l'élimination d'un très grand nombre de bonnes observations. J'ai par exemple eu le cas extrême d'un traitement journalier de mesures GPS qui avait abouti à la suppression de la majorité des mesures (environ 110 000 mesures éliminées sur 120 000). Il se trouve qu'avec les W-Estimateurs, j'ai pu détecter que le problème venait de seulement 14 mesures.

Annexe C

Méthodes d'optimisation

Cette annexe présente différentes méthodes d'optimisation et leurs intérêts afin de disposer d'autres outils que la méthode traditionnelle des moindres carrés pour résoudre des problèmes d'estimation. En effet, avant le développement de mon logiciel de combinaison, je me suis intéressé à différentes méthodes d'optimisation afin de déterminer celles que j'allais implémenter. Je présente ici l'ensemble des méthodes que j'ai étudiées. Au vu des résultats obtenus, j'ai implémenté la méthode traditionnelle des moindres carrés et les W -estimateurs dans mon logiciel. Il est à noter que je me suis également servi de la méthode du degré de liberté afin de repondérer les jeux de données provenant des différentes techniques (cf. chapitre 2) et les algorithmes génétiques afin de déterminer mes quatre sous-réseaux de stations GPS (cf. chapitre 1).

C.1 Problème général

Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons à la résolution de problèmes linéaires¹ pouvant se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$Y = AX$$

où Y représente un vecteur nommé vecteur des observations, A une matrice dite matrice modèle et X le vecteur des paramètres du modèle que l'on cherche à estimer.

Dans le cas où l'on dispose de plus d'observations que d'inconnues, c'est-à-dire dans le cas où A est de dimension (n, m) avec $n > m$, il n'y a pas a priori de solution unique. On cherche alors à déterminer une estimation statistique des paramètres qui tire au mieux parti de cette surabondance d'informations.

La méthode d'estimation des moindres carrés est une de ces méthodes les plus connues. Elle cherche à minimiser la somme des carrés des résidus, c'est-à-dire la norme \mathcal{L}_2 du vecteur des résidus ($\|V\|_2 = \|Y - AX\|_2$). On verra que d'autres méthodes d'estimation existent comme par exemple la méthode du simplexe qui cherche à minimiser la somme des valeurs absolues des résidus, à savoir la norme \mathcal{L}_1 du vecteur V ($\|V\|_1$).

Cette étude regroupe donc un certain nombre de méthodes permettant de résoudre ce type de problèmes. On cherche ici à les comparer selon plusieurs critères comme leur rapidité, leur dépendance aux erreurs d'observations, etc. Les méthodes comparées ici sont les méthodes des moindres carrés (méthode classique et les méthodes de moindres carrés pondérés itérés), la méthode du simplexe, la méthode des points intérieurs et enfin les algorithmes génétiques.

¹Remarque : certaines méthodes présentées ici peuvent être utilisées dans un cadre non linéaire. C'est notamment le cas des algorithmes génétiques dont je me suis servi pour déterminer des sous-réseaux de stations GPS.

C.2 Méthode des Moindres Carrés et MCPI

C.2.1 Moindres carrés

Cette partie s'inspire grandement de l'ouvrage de M. P. Sillard [Sillard, 2001]. Nous reprenons ici les résultats essentiels. Pour les démonstrations, le lecteur pourra donc se référer à ce livre.

Principe des moindres carrés

La méthode des moindres carrés est une méthode d'estimation très utilisée en géodésie. En effet, elle présente l'avantage d'être facile à implémenter et rapide d'exécution. C'est un estimateur en norme \mathcal{L}_2 . On cherche donc à minimiser la somme des carrés des résidus du problème linéaire $Y = AX$. Les solutions qui minimisent cette somme, dites optimales au sens des moindres carrés, s'obtiennent très simplement par cette formule, en notant $N = A^T A$ la matrice dite normale et $K = A^T Y$ le second membre :

$$\hat{X} = N^{-1}K$$

L'équation $NX = K$ est appelée équation normale.

Principe des moindres carrés pondérés

En pratique, les différentes observations ne sont pas toutes de même nature (mesures d'angles, de distances...) ni de même qualité (précision au mètre, au centimètre...). Il faut donc considérer que chaque observation, et donc chaque résidu, possède un écart-type a priori différent des autres. Dans le cas où toutes les observations sont deux à deux indépendantes, la matrice de variances-covariances des observations (notée Σ_Y) est diagonale. Soit, avec σ_i l'écart-type sur l'observation Y_i :

$$\Sigma_Y = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

On appelle poids, p_i , de l'observation i , la valeur $\frac{1}{\sigma_i^2}$. Celui-ci augmente avec la précision de l'observation. La matrice de poids P vaut donc :

$$P = \Sigma_Y^{-1}$$

La résolution par moindres carrés d'un système pondéré cherche alors à minimiser non plus la norme \mathcal{L}_2 des résidus V (c'est à dire minimiser $V^T V$) mais la norme \mathcal{L}_2 des résidus pondérés par le poids des observations (minimiser $V^T P V$). Cette résolution se fait de manière simple en réécrivant l'équation normale $NX = K$ avec $N = A^T P A$ et $K = A^T P Y$.

On peut également souligner que si les observations ne sont pas indépendantes, la matrice $P = \Sigma_Y^{-1}$ n'est plus diagonale mais la méthode de résolution reste la même.

Equations de conditions et équations de contraintes

Il n'est pas rare que des problèmes d'estimations soient assujettis à des conditions. On peut alors représenter le système à résoudre par moindres carrés :

$$\begin{cases} \text{minimiser } \|Y - AX\|_2 \\ \text{sous équations de condition } GX = 0 \end{cases}$$

sous la forme générale :

$$\left[\begin{array}{c|c} A^T P A & G^T \\ \hline G & 0 \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} X \\ \lambda \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} A^T P Y \\ 0 \end{array} \right]$$

où λ est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange (λ est défini par le théorème connu sous le nom de "condition nécessaire d'extremum relatif lié").

Il faut souligner que la nouvelle matrice $\left[\begin{array}{c|c} A^T P A & G^T \\ \hline G & 0 \end{array} \right]$ n'est pas définie positive sauf si $A^T P A$ l'est. Classiquement, on appelle les équations $AX = Y$ les équations d'observations et $GX = 0$ les équations de conditions.

On peut aussi avoir recours dans certains cas à des équations de contraintes. Ces contraintes sont facilement implémentables puisque, mathématiquement, elles ne consistent qu'à ajouter des équations supplémentaires au système. Cela est très utile quand on dispose d'informations supplémentaires sur les paramètres que l'on cherche à estimer. Ainsi, si on connaît la valeur Val_{X_i} du paramètre X_i à σ_i près, on peut rajouter l'équation $X_i = Val_{X_i} \pm \sigma_i$.

Manipulation d'équations normales

On s'intéresse ici à des transformations élémentaires qui permettent de travailler directement sur les équations normales.

Cumul d'observations : On considère m systèmes d'équations d'observations indépendants et relatifs au même paramètre inconnu X :

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_m \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_m \end{bmatrix} \text{ pondérés par } P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & P_m \end{bmatrix}$$

La matrice de poids étant bloc-diagonale, on a bien indépendance des systèmes d'observations entre eux.

Le système d'équations normales résultant de ces m systèmes d'équations est obtenu en sommant les équations normales $N_i = A_i^T P_i A_i$ de ceux-ci :

$$\left(\sum_{i=1}^m N_i \right) X = \sum_{i=1}^m A_i^T P_i Y_i$$

Réduction du système : Si on décompose le vecteur X inconnu en deux parties $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$, il est possible d'estimer uniquement une de ces parties X_i en ayant toutefois comme solution la même solution que si on avait estimé X directement. En effet, le système d'équations d'observations $(A_1|A_2) \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = Y$ réduit en X_2 a pour équation normale :

$$A_2^T P [I - A_1 N_1^{-1} A_1^T P] A_2 X_2 = A_2^T P [I - A_1 N_1^{-1} A_1^T P] Y$$

en supposant $N_1 = A_1^T P A_1$ inversible.

Propriétés statistiques

La méthode des moindres carrés étant une méthode d'estimation statistique, ces résultats présentent des propriétés intéressantes. On rappelle ici les points les plus importants :

Résidus de mesures et facteur unitaire de variance : On se place dans l'hypothèse où la variance des observations Y du système $Y = AX$ n'est connue qu'à un facteur près, appelé facteur unitaire de variance et noté σ_0^2 ($var(Y) = \sigma_0^2 \Sigma$). Le vecteur des résidus de mesures s'écrit alors :

$$\hat{V} = A\hat{X} - Y \text{ avec } \hat{X} = (A^T \Sigma_Y^{-1} A)^{-1} A^T \Sigma_Y^{-1} Y$$

Ce vecteur n'est rien d'autre qu'une variable aléatoire vectorielle d'espérance nulle et de variance :

$$\text{var}(\hat{V}) = \sigma_0^2(\Sigma_Y - A(A^T \Sigma_Y^{-1} A)^{-1} A^T)$$

avec $\text{cov}(\hat{V}, \hat{X}) = 0$.

De plus, un estimateur sans biais du facteur unitaire de variance est donné par :

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{V}^T \Sigma_Y^{-1} \hat{V}}{n - p}$$

où n est le nombre d'observations (dimension de Y) et p le nombre de paramètres (dimension de X).

Détection d'erreurs : En supposant que les observations soient des variables aléatoires réelles normales, les résidus v_i obtenus par moindres carrés suivent également des lois normales $N(0, \sigma_i)$. Statistiquement, on a donc environ 68% des résidus compris dans l'intervalle $[-\sigma_i, \sigma_i]$, ou encore 99,7% des résidus compris dans l'intervalle $[-3\sigma_i, 3\sigma_i]$.

On peut aussi étudier les résidus normalisés $\frac{v_i}{\sigma_i}$ qui suivent une loi de Student de degré $n-p$, loi qui tend vers la loi $N(0, 1)$ quand $n-p$ devient grand.

Si l'étude montre que certains résidus sont anormalement élevés, il est fort probable qu'il s'agisse d'erreurs de mesure. Dans ce cas, il suffit de retirer les observations correspondantes et de refaire le calcul.

C.2.2 Moindres Carrés Pondérés Itérés (MCPI)

Cette méthode repose sur un principe très simple. On réalise une première estimation par moindres carrés. Du résultat obtenu, on repondère les observations puis on réitère le calcul jusqu'à convergence du résultat. Par exemple, si on détecte un point supposé faux à l'itération i , on peut lui donner un poids plus faible à l'itération $i + 1$, ce qui fait que cette observation intervient moins dans l'estimation. On obtient alors une estimation moins sensible aux erreurs.

Plusieurs types de repondérations sont envisageables. On peut soit utiliser des méthodes de repondération du type méthode du degré de liberté ou méthode d'Helmert, soit faire intervenir des W-Estimateurs.

Méthode du degré de liberté

Soit le problème de moindres carrés $\begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$, les groupes d'observations étant considérés

indépendants. Supposons la variance des observations Y_i connue à un facteur σ_i^2 près ($\text{Var}(Y_i) = \sigma_i^2 \Sigma_i$, Σ_i connue), tous les σ_i^2 étant voisins de σ_0^2 . Un estimateur sans biais de ces σ_i^2 est alors :

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{\hat{V}_i^T \Sigma_i^{-1} \hat{V}_i}{f_i}$$

où $\hat{\sigma}_i^2$ est l'estimation de σ_0^2 fournie par le jeu d'observations i , \hat{V}_i le $i^{\text{ème}}$ élément du vecteur des résidus $\hat{V} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \vdots \\ \hat{V}_n \end{bmatrix}$ et f_i la valeur donnée par $f_i = n_i - \text{tr}(A_i N^{-1} A_i^T \Sigma_i^{-1})$ avec n_i le nombre d'observations du jeu i .

On utilise cet estimateur pour repondérer à chaque itération les observations. On obtient alors, comme on le verra plus tard, une méthode plus robuste (moins sensible aux erreurs) mais plus coûteuse en temps que les moindres carrés simples.

Méthode d'Helmert

Posons le système à résoudre sous la forme :

$$Y = AX + \epsilon$$

avec Y des observations, X les paramètres du modèle à estimer et ϵ une variable aléatoire vectorielle représentant les erreurs, dont la matrice de variance-covariance Λ est connue à un facteur σ^2 près :

$$E(\epsilon\epsilon^T) = \sigma^2\Lambda$$

On peut remarquer :

$$\text{Var}(Y) = E((Y - AX)(Y - AX)^T) = \sigma^2\Lambda$$

On a alors, avec $N = A^T\Lambda^{-1}A$:

$$\hat{X} - X = N^{-1}A^T\Lambda^{-1}\epsilon$$

et les résidus :

$$\hat{V} = (AN^{-1}A^T\Lambda^{-1} - I_n)\epsilon$$

Décomposons le vecteur des observations en m vecteurs d'observations deux à deux indépendants (à

savoir $\text{var}(Y) = \begin{bmatrix} \sigma_1^2\Lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_m^2\Lambda_m \end{bmatrix}$, chaque Y_i contenant n_i observations), on obtient :

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \vdots \\ \hat{V}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_m \end{bmatrix} N^{-1}A^T\Lambda^{-1}\epsilon - \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_m \end{bmatrix}$$

Soit :

$$\forall i, \hat{V}_i = A_i N^{-1}A^T\Lambda^{-1}\epsilon - \epsilon_i$$

En calculant l'espérance de la trace de $\hat{V}_i^T \Lambda_i^{-1} \hat{V}_i$, on arrive à :

$$E(\hat{V}_i^T \Lambda_i^{-1} \hat{V}_i) = [n_i - 2\text{tr}(N^{-1}N_i) + \text{tr}(N^{-1}N_i N^{-1}N_i)]\sigma_i^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^m \text{tr}(N^{-1}N_j N^{-1}N_i)\sigma_j^2$$

En posant H une matrice symétrique telle que $H_{i,j} = \delta_i^j [n_i - 2\text{tr}(N^{-1}N_i)] + \text{tr}(N^{-1}N_j N^{-1}N_i)$, et $\hat{c}_i = \hat{V}_i^T \Lambda_i^{-1} \hat{V}_i$, on peut écrire l'équation d'Helmert :

$$H \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 \\ \vdots \\ \hat{\sigma}_m^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{c}_1 \\ \vdots \\ \hat{c}_m \end{bmatrix}$$

En résolvant cette équation, on obtient des estimateurs sans biais des composantes de la variance σ_i^2 .

Il faut toutefois faire attention au fait que l'équation d'Helmert n'impose pas la positivité des composantes de la variance. Celles-ci peuvent donc être négatives. On peut toutefois utiliser l'algorithme du simplexe pour imposer cette positivité (cf. partie C.3.1). Au final, on préfère souvent utiliser la méthode du degré de liberté, plus simple à implémenter et donnant des résultats très similaires.

Les M-Estimateurs

Jusqu'à présent, on a vu des estimateurs qui minimisent la norme \mathcal{L}_2 des résidus. Or, il existe des estimateurs plus généraux, dits M-estimateurs, qui cherchent à minimiser des fonctions du type :

$$\sum_{i=1}^n \rho(Y_i, X)$$

Il existe un grand nombre de M-estimateurs. Nous citerons ici les trois M-estimateurs que nous avons testés :

- L'estimateur d'Andrew
- L'estimateur de Biweight
- L'estimateur de Huber

L'estimateur d'Andrew : Cet estimateur minimise la fonction :

$$\rho(u) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\pi u)}{\frac{\pi^2}{2}} & |u| \leq 1 \\ \frac{1}{\pi^2} & |u| > 1 \end{cases}$$

où $u = \frac{Y - AX}{cS}$ avec c un réel fixé entre 3 et 12² et S une fonction qui mesure la dispersion des observations. Couramment, on prendra S égale à la médiane de la valeur absolue des écarts ($S = \text{med}_i(|Y_i - \text{med}_j(Y_j)|)$).

L'estimateur de Biweight : Cet estimateur minimise la fonction :

$$\rho(u) = \begin{cases} \frac{[1 - (1 - u^2)^3]}{\frac{6}{1}} & |u| \leq 1 \\ \frac{1}{6} & |u| > 1 \end{cases}$$

où $u = \frac{Y - AX}{cS}$ avec c un réel fixé entre 3 et 12 et S la médiane de la valeur absolue des écarts.

L'estimateur de Huber : Cet estimateur minimise la fonction :

$$\rho(u) = \begin{cases} \frac{u^2}{2} & |u| \leq \alpha \\ k|u| - \frac{k^2}{2} & |u| > \alpha \end{cases}$$

où $u = \frac{Y - AX}{S}$ avec S la médiane de la valeur absolue des écarts et α un paramètre fixé strictement positif³.

Les W-Estimateurs

Un M-estimateur peut prendre une autre forme appelée W-estimateur, qui a l'avantage d'être facilement implémentable. C'est cette forme d'estimateur que nous avons testée.

Revenons sur les M-estimateurs. Minimiser une fonction de la forme $\sum_{i=1}^n \rho(Y_i, X)$, si ρ possède des dérivées ψ par rapport aux paramètres X sauf en un nombre fini de points, revient à résoudre le système :

$$\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, \psi(Y_i, X) = 0$$

²La valeur de c nous permet en quelque sorte de séparer les "bons" résidus des "mauvais" selon le type de problème. Une valeur importante de c entraîne que des résidus à valeurs relativement élevées seront considérés par l'algorithme comme corrects (cas $|u| \leq 1$) tandis que faire diminuer c entraînera que des résidus de plus en plus petits seront considérés comme mauvais (cas $|u| > 1$).

³La valeur de α joue le même rôle que c précédemment. Une valeur importante de α entraîne que des résidus à valeurs relativement élevées seront considérés par l'algorithme comme corrects (cas $|u| \leq \alpha$) tandis que faire diminuer α entraînera que des résidus de plus en plus petits seront considérés comme mauvais (cas $|u| > \alpha$).

Plus précisément, si on introduit la notation $\psi(x) = \frac{d\rho(x)}{dx}$, on arrive alors au système :

$$\sum_{i=1}^n \frac{d\rho(u_i)}{du_i} \frac{\partial u_i}{\partial X_j} = 0 \text{ pour } j=1, \dots, m$$

où m est le nombre de paramètres à estimer et $u_i = \frac{Y_i - \sum_{j=1}^m A_{ij} X_j}{cS}$.

En notant $w(u) = \psi(u)$, on a alors :

$$\sum_{i=1}^n w(u_i) u_i \frac{\partial u_i}{\partial X_j} = 0 \text{ pour } j=1, \dots, m$$

Ce système correspond exactement à ce que l'on obtient quand on résout le problème de moindres carrés pondérés et itérés suivant :

$$\min_{\theta} \sum_i w(r_i^{(k-1)}) r_i^2$$

où k indique le numéro de l'itération en cours et $w(r_i^{(k-1)})$ le poids associé à l'observation y_i ré-estimé après chaque estimation des paramètres X .

Finalement, le principe est simple :

1. On estime par moindres carrés les paramètres X , notés X^0 , du système d'observations $Y = AX$.
2. On calcule les résidus et on ré-estime les poids. On obtient $w_i(u_i^0)$.
3. Nouvelle estimation par moindres carrés de X . On obtient X^1 .
4. Si $\frac{|X^1 - X^0|}{X^0} > \epsilon$ et $k < k_{max}$, k_{max} et ϵ étant des critères d'arrêt donnés, on retourne en 2.

Pour finir, voici les fonctions $w(u)$ des W -estimateurs correspondant aux M -estimateurs déjà cités :

Estimateur d'Andrew Le M -estimateur d'Andrew correspond au W -estimateur défini par :

$$w(u) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi u)}{\pi u} & |u| \leq 1 \\ 0 & |u| > 1 \end{cases}$$

Estimateur de Biweight Il est défini par :

$$w(u) = \begin{cases} (1 - u^2)^2 & |u| \leq 1 \\ 0 & |u| > 1 \end{cases}$$

Estimateur de Huber Il est défini par :

$$w(u) = \begin{cases} 1 & |u| \leq \alpha \\ \frac{\alpha \operatorname{sgn}(u)}{u} & |u| > \alpha \end{cases}$$

Pour plus d'informations concernant ces M et W -estimateurs, on pourra se référer à [Rapacchi, 1994].

C.3 Méthode du Simplexe et points intérieurs

C.3.1 Méthode du Simplexe

La méthode du simplexe est une méthode d'estimation plus difficile à implémenter et nécessitant plus de temps de calcul que la méthode des moindres carrés. Cependant, on verra sur les exemples du chapitre C.5, qu'elle est moins sensible aux erreurs de mesure. Cet estimateur est un estimateur en norme \mathcal{L}_1 , c'est-à-dire que l'on cherche à minimiser la somme des valeurs absolues des résidus du problème linéaire $Y = AX$.

Contexte

Comme il a été dit dans la partie C.1, on cherche à estimer le vecteur des paramètres X , solution de l'équation $Y = AX$ où Y représente un vecteur nommé vecteur des observations et A la matrice modèle. Pour cela, on cherche à minimiser la norme \mathcal{L}_1 des résidus.

L'algorithme du simplexe s'utilise dans le cadre suivant : minimiser la fonction $\psi(X) = C^T X$, ψ forme linéaire de \mathbb{R}^p et C sa matrice associée, sous les contraintes $Y = AX$ et $X \in \mathbb{R}^p$ tel que $X \geq 0$.

Avant d'utiliser l'algorithme, il faut se placer dans le cadre de son utilisation.

Adaptation du problème à la méthode du simplexe

Tout d'abord, on va ré-écrire la fonction coût à minimiser afin de ne plus avoir à traiter la valeur absolue.

$$\|Y - AX\|_1 = \sum_{i=1}^n |Y_i - \sum_{j=1}^p A_{i,j} X_j|$$

On pose $\forall i$ numéro de ligne :

$$\omega_i = Y_i - \sum_{j=1}^p A_{i,j} X_j = n_i - m_i$$

$$\text{si } \omega_i > 0 \Rightarrow n_i = \omega_i \text{ et } m_i = 0$$

$$\text{si } \omega_i < 0 \Rightarrow n_i = 0 \text{ et } m_i = -\omega_i$$

$$\begin{aligned} \text{Ainsi, } \|Y - AX\|_1 &= \sum_{i=1}^n |Y_i - \sum_{j=1}^p A_{i,j} X_j| \\ &= \sum_{i=1}^n |\omega_i| \\ &= \sum_{i=1}^n n_i + m_i \end{aligned}$$

Dans l'algorithme, les paramètres recherchés doivent être positifs ce qui n'est généralement pas le cas. On réalise alors le même type de transformation.

Ainsi, $\forall i$ numéro de ligne on a :

$$Y_i = \sum_{j=1}^p A_{i,j} x_j + n_i - m_i$$

On pose $\forall j \in [1, p]$ $j^{\text{ième}}$ paramètre de X :

$$x_j = k_j - l_j$$

$$\text{si } x_j > 0 \Rightarrow k_j = x_j \text{ et } l_j = 0$$

$$\text{si } x_j < 0 \Rightarrow k_j = 0 \text{ et } l_j = -x_j$$

$$\begin{aligned} \text{Ainsi, } Y_i &= \sum_{j=1}^p A_{i,j} x_j + n_i - m_i \\ &= \sum_{j=1}^p A_{i,j} (k_j - l_j) + n_i - m_i \end{aligned}$$

On obtient alors l'expression matricielle suivante pour la $i^{\text{ème}}$ ligne :

$$Y_i = \underbrace{\left(0 \cdots 0 \quad \underbrace{1}_{2i^{\text{ème}} \text{ colonne}} \quad \underbrace{-1}_{2i+1} \quad 0 \cdots 0 \quad \underbrace{A_i \quad -A_i}_{2n+1} \right)}_{i^{\text{ème}} \text{ ligne de la nouvelle matrice modèle } \bar{A}} \times \underbrace{\begin{pmatrix} n_1 \\ m_1 \\ \vdots \\ n_j \\ m_j \\ \vdots \\ n_n \\ m_n \\ l_1 \\ \vdots \\ l_n \\ k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}}_{\bar{X}}$$

En notant $\forall j, A_j$ la $j^{\text{ème}}$ ligne de A .

En généralisant, on obtient le système suivant :

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & A_1 & -A_1 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & A_2 & -A_2 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 & A_n & -A_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ m_1 \\ \vdots \\ n_j \\ m_j \\ \vdots \\ n_n \\ m_n \\ l_1 \\ \vdots \\ l_n \\ k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$

Nous sommes bien arrivés aux conditions d'utilisation de l'algorithme du simplexe. En effet, on a bien $Y = \bar{A}\bar{X}$ avec $\bar{X} \geq 0$ et on cherche à minimiser $C^T \bar{X} = \underbrace{(1, \dots, 1)}_{2n}, 0, \dots, 0) \bar{X}$.

Ainsi, en rajoutant de nouveaux paramètres et en adaptant nos formules, on peut se placer dans le cadre d'utilisation de la méthode du simplexe. Dans la partie suivante, on s'intéresse à l'algorithme proprement dit.

Algorithme du simplexe

Cette partie est tirée de l'annexe B de la thèse de M. D. Coulot [?] qui présente l'utilisation de l'algorithme dans le cadre d'une maximisation de ψ . Quitte à remplacer ψ par $-\psi$, un problème de minimisation s'écrit comme un problème de maximisation et inversement.

Principe : L'algorithme du simplexe permet de répondre au problème suivant. On veut maximiser par rapport à X la fonction $\psi(X) = C^T X$ sous les conditions $AX = B$ et $X \geq 0$. C et X sont deux vecteurs de \mathbb{R}^n , B un vecteur de \mathbb{R}^m ($m \leq n$) et A une matrice de $\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$.

Définitions et remarques : La fonction ψ est appelée fonction objectif ou fonction coût. Le vecteur X est appelé vecteur des paramètres et tout vecteur X^* vérifiant les conditions $AX^* = B$, $X^* \geq 0$ est une solution réalisable.

L'ensemble des contraintes $K = \{X / AX = B, X \geq 0\}$ est l'ensemble des solutions réalisables. Cet ensemble est un polytope⁴. S'il est borné, on parle de polyèdre. Si K n'est pas un polyèdre, on dit que le problème n'est pas borné et si $K = \emptyset$, on dit que le problème est infaisable (dans ce cas, en effet, il n'existe pas de solution réalisable).

Les ensembles $H_\psi = \{X \in \mathbb{R}^n / C^T X = \psi\}$ constituent une famille d'hyperplans⁵. Le problème est donc de trouver la valeur extrême de ψ telle que l'hyperplan d'équation $C^T X = \psi$ ait une intersection non vide avec le polyèdre des contraintes. Si ce polyèdre est convexe⁶, on montre [Bonnell, 1999] que cette intersection se trouve obligatoirement sur la surface du polyèdre; c'est donc un sommet, une arête ou même une face. Ainsi, l'algorithme du simplexe⁷ est né des deux constatations suivantes :

- si le problème posé admet une solution optimale, au moins un des sommets de K est solution;
- le polyèdre convexe K possède un nombre fini de sommets.

Un algorithme fini pour résoudre le problème existe donc : il suffit de comparer les valeurs de la fonction ψ en un nombre fini de points : les sommets du polyèdre K des contraintes.

Algorithme : On suppose que la matrice A est de plein rang ($rg(A) = m$). On peut alors en extraire une matrice carrée $M \in \mathcal{M}_{(m,m)}(\mathbb{R})$ inversible de sorte que l'on puisse écrire⁸

$$A = \left(\underbrace{M}_m \mid \underbrace{N}_{n-m} \right)$$

et

$$X = \left(\underbrace{X_M^T}_m \mid \underbrace{X_N^T}_{n-m} \right)^T$$

La condition $AX = B$ donne alors

$$X_M = M^{-1}B - M^{-1}NX_N = X_M^* - M^{-1}NX_N$$

En adoptant la même décomposition pour le vecteur C , on aboutit à

$$\psi(X) = C_M^T X_M + C_N^T X_N = C_M^T X_M^* + (C_N^T - C_M^T M^{-1}N)X_N$$

⁴Le polytope est la généralisation à toutes les dimensions de la notion de polygone

⁵Le fait que l'on obtient un hyperplan se démontre aisément par application du théorème du rang.

⁶Un ensemble K est convexe si $\forall (A, B) \in K, [A, B] \subset K$.

⁷Un simplexe est un polytope convexe constitué de $n + 1$ sommets dans un espace de dimension n

⁸On peut éventuellement permuter les colonnes de la matrice A et les lignes du vecteur X .

Les composantes du vecteur X_M sont les variables en base et celles du vecteur X_N les variables hors-base.

Une condition nécessaire pour que ψ soit maximale en X_0 est que X_0 soit un point critique de ψ , soit

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \frac{\partial \psi}{\partial x_i}(X_0) = 0$$

C'est bien le cas pour les variables en base⁹; par contre, ce n'est pas le cas pour les variables hors-base. On peut alors imaginer faire entrer toutes les variables en base. C'est impossible dans la mesure où c'est le rang de la matrice A qui définit le nombre de variables en base. Une solution plus radicale est d'annuler toutes les variables hors-base. On montre alors que ψ est bien maximale en X_0 ($\psi(X_0) = C_M^T X_M^*$) [Bonnell, 1999].

Si ψ n'est pas encore maximisée, il existe une composante du vecteur $(C_N^T - C_M^T M^{-1}N)^T$ strictement positive. En effet, si ce n'est pas le cas, les composantes de ce vecteur sont toutes négatives ou nulles; si on augmente la valeur d'une variable hors-base, soit cela ne change pas la valeur de ψ , soit cela diminue la valeur de ψ , donc ψ est maximale, ce qui est contradictoire.

Parmi les composantes strictement positives de $(C_N^T - C_M^T M^{-1}N)^T$, on choisit la plus grande (on suppose que c'est la $j^{\text{ème}}$). Ainsi la variable hors-base correspondante (x_j) que l'on va augmenter en l'entrant en base est celle qui va donner l'accroissement maximal à ψ . Il faut donc donner à x_j la valeur maximale qui lui est permise.

On note $y = M^{-T}C_M$. Si a_j désigne le vecteur colonne de la matrice N correspondant à la variable x_j , la composante strictement positive de $(C_N^T - C_M^T M^{-1}N)^T$ correspondante est¹⁰ $\Gamma_j(C_N) - y^T a_j$.

L'accroissement de la variable x_j est limité par les m conditions $X_M \geq 0$ qui donnent

$$X_M = X_M^* - (M^{-1}a_j)x_j - \sum_{1 \leq i \leq n-m, i \neq j} (M^{-1}a_i)x_i \geq 0$$

Pour tout indice $i \neq j$, on pose $x_i = 0$: on se place ainsi dans des conditions proches de celles correspondant à l'extremum de ψ et les m conditions deviennent alors

$$X_M^* - (M^{-1}a_j)x_j \geq 0$$

On prend alors la valeur

$$x_j^* = \inf_{k \in \{1, \dots, m\}} \left\{ \frac{\Gamma_k(X_M^*)}{\Gamma_k(M^{-1}a_j)}, \frac{\Gamma_k(X_M^*)}{\Gamma_k(M^{-1}a_j)} > 0 \right\}$$

En effet, le vecteur X_M^* constitue, à chaque itération, une solution admissible donc toutes ses composantes sont positives. Ainsi, si $\Gamma_k(M^{-1}a_j) > 0$, la valeur obtenue est une limite supérieure positive pour x_j , sinon une limite inférieure négative dont on n'a pas à tenir compte.

La variable en base sortante (qui va donc remplacer x_j hors de la base) est la composante de X_M pour laquelle¹¹

$$\Gamma_k(X_M^*) - x_j^* \Gamma_k(M^{-1}a_j) = 0$$

La contribution numérique de la variable sortante x_k à la fonction coût ψ demeure inchangée. Par contre, la valeur de cette fonction est augmentée de $(\Gamma_j(C_N) - y^T a_j)x_j^*$.

⁹En effet, la fonction ψ ne dépend explicitement que des seules variables hors-base.

¹⁰ $\Gamma_i(Y)$ désigne la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur Y .

¹¹En effet, l'extremum est atteint en un vecteur pour lequel toutes les variables hors-base sont nulles.

Pour préparer l'itération suivante, il faut actualiser les données du problème, soit :

- (1) Permuter les colonnes k et j respectivement des matrices M et N .
- (2) Modifier le vecteur des variables en base selon

$$\begin{cases} \Gamma_k(X_M^*) & \rightarrow x_j^* \\ \Gamma_{i \neq k}(X_M^*) & \rightarrow \Gamma_i(X_M^*) - x_j^* \Gamma_i(M^{-1}a_j) \end{cases}$$

L'algorithme prend fin lorsque toutes les composantes de $(C_N^T - C_M^T M^{-1}N)^T$ sont négatives.

L'algorithme du simplexe modifié : L'algorithme du simplexe modifié est un algorithme du simplexe optimisé. Il existe en effet une autre façon d'utiliser l'algorithme du simplexe précédent. Elle repose sur l'utilisation de tableaux appelés dictionnaires [Bonnell, 1999]. C'est sur cette formulation qu'est basé l'algorithme du simplexe modifié.

On se place dans le contexte du modèle linéaire des moindres carrés. On cherche donc à résoudre le système $AX = B$ mais, cette fois-ci, avec un critère en norme \mathcal{L}_1 . On ne cherche donc plus à minimiser la quantité quadratique $\sum_i (\sum_j a_{ij}x_j - b_i)^2$ mais $\sum_i |\sum_j a_{ij}x_j - b_i|$. Pour nous placer dans le contexte d'utilisation de l'algorithme du simplexe précédent, il nous faut définir une fonction objectif ainsi qu'un ensemble de contraintes. Pour ce faire, on définit les variables ω_i par $\forall i, \omega_i \geq |\sum_j a_{ij}x_j - b_i|$. Ainsi, on peut prendre comme fonction coût la fonction $\psi(X) = \sum_i \omega_i$ et le problème se formule de la manière suivante :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } \psi(X) = \sum_i \omega_i \\ \text{sous les contraintes } \omega_i \geq \sum_j a_{ij}x_j - b_i \\ \text{et } \omega_i \geq b_i - \sum_j a_{ij}x_j \end{cases}$$

Cet algorithme général permet de minimiser $\|AX - B\|_1$ sous les contraintes (non obligatoires) $CX = D$ et $EX \leq F$. Il utilise une formulation par dictionnaires et repose sur le principe suivant. À chaque itération, la variable entrante est celle qui correspond à la valeur maximale de $\sum_i a_{ij}$ de sorte que AX approche au mieux et le plus vite possible le vecteur B . Cette méthode permet le saut de points intermédiaires sur la surface du polyèdre des contraintes. Pour plus de détails, j'invite le lecteur à consulter [Bonnell, 1999].

Remarques : L'algorithme du simplexe étant une méthode très robuste, il peut constituer un outil efficace de détection des fautes de mesure.

C'est également une méthode d'estimation efficace mais, reposant sur un processus itératif, elle peut s'avérer gourmande en temps de calcul et, d'autre part, elle ne fournit pas de grandeurs statistiques permettant de juger de la qualité des estimations comme c'est le cas pour la méthode des moindres carrés.

Utilisation pratique : La description de l'algorithme du simplexe présentée ici est assez théorique. Afin de bien comprendre comment on utilise cette méthode, le lecteur peut consulter des exemples simples utilisés en économie¹². Le fait d'utiliser l'algorithme pas à pas et à la main permet de bien comprendre la théorie exposée dans cette partie, c'est-à-dire de bien comprendre comment on parcourt les différents sommets du simplexe des contraintes.

¹²cf. site de l'université de Pau <http://www.iutbayonne.univ-pau.fr/~grau/D/chapitre4.html>

C.3.2 Méthode des points intérieurs

La méthode des points intérieurs est une méthode complémentaire de celle du simplexe. En effet, la méthode du simplexe s'attache à parcourir les arêtes du polytope des contraintes alors que la méthode des points intérieurs, comme son nom l'indique, passe par l'intérieur du polytope. Cette méthode a été au fur et à mesure enrichie et raffinée. Le lecteur pourra consulter le cours de Denis Naddef, professeur à l'IMAG¹³.

La méthode des points intérieurs est basée principalement sur l'optimisation sur un ellipsoïde, on parle de méthode «affine scaling». Nous n'aborderons dans ce document ni le Potential Reduction Algorithm ni les Path following algorithms, qui sont des idées complémentaires rajoutées à l'idée initiale exposée dans ce document.

Rappel du contexte

La méthode des points intérieurs, comme l'algorithme du simplexe, s'utilise en supposant que :

- $X \in \mathbb{R}^p$ tel que $X \geq 0$
- $Y = AX$

et cherche à minimiser :

- $\psi(X) = C^T X$, ψ forme linéaire de \mathbb{R}^p et C sa matrice associée.

Nous avons vu dans la partie C.3.1 comment formuler notre problème initial afin de se placer dans les conditions d'utilisation de la méthode.

Base théorique de la méthode affine scaling

Soit le problème :

Minimiser $C^T X$ sous les conditions $AX = B$ et $X \geq 0$. C et X sont deux vecteurs de \mathbb{R}^n , B un vecteur de \mathbb{R}^m ($m \leq n$) et A une matrice de $\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$.

et son dual :

Maximiser $p^T B$ sous les conditions $p^T A \leq C$

$P = \{X : AX = B, X \geq 0\}$ est l'ensemble des solutions réalisables et $\{X \in P : X > 0\}$ est l'intérieur de P . On appelle les éléments de cet ensemble les points intérieurs.

L'idée principale ici est que minimiser $C^T X$ pour $X \in P$ peut s'avérer difficile mais qu'il est beaucoup plus aisé de minimiser $C^T X$ pour X appartenant à un ellipsoïde car la solution possède une forme analytique. Au lieu de résoudre le problème directement sur P , on va résoudre une suite de problèmes d'optimisation sur des ellipsoïdes.

- (i) Soit un a priori $X_0 > 0$ à l'intérieur de P . On crée l'ellipsoïde S_0 centré en X_0 contenu dans P . On optimise $C^T X$ pour $X \in S_0$, ce qui donne un autre point intérieur X_1 .
- (ii) On réitère l'opération jusqu'à ce que l'on valide un critère d'arrêt.

Voici une illustration de l'évolution de l'algorithme permettant de se représenter géométriquement son principe :

¹³Cours accessible sur la page personnelle de M. Naddef <http://www.g-scop.inpg.fr/~naddefd/enseignement/>

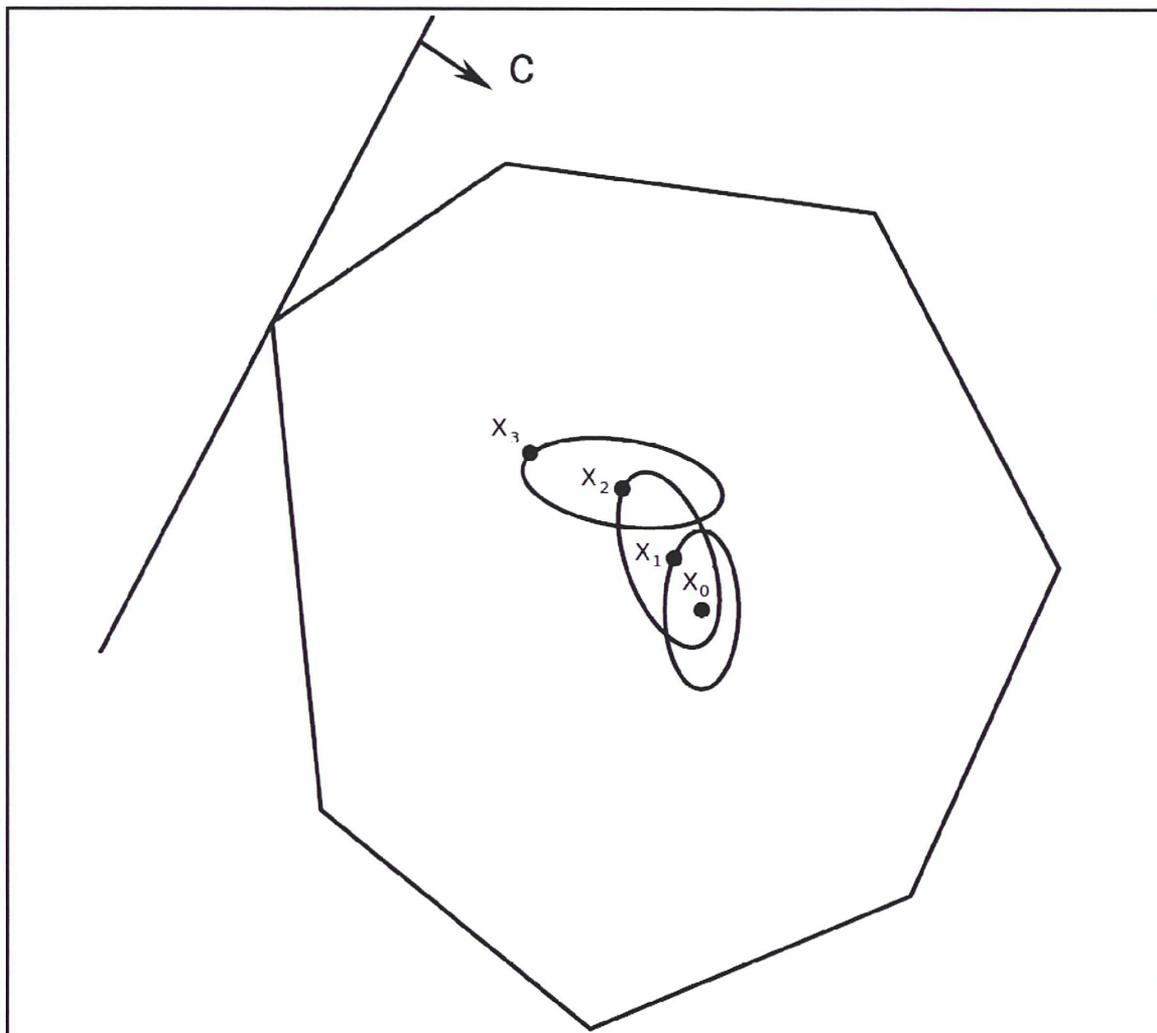


FIG. C.1 – Illustration des points intérieurs

C.4 Algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques représentent une méthode alternative d'optimisation avantageuse par rapport aux moindres carrés puisqu'ils permettent de considérer des fonctions coûts non différentiables, présentant des minima locaux et ne possédant pas obligatoirement de forme analytique. De plus, ils peuvent être multi-objectifs, permettant d'optimiser plusieurs critères en même temps. Ce sont toutes ces raisons qui m'ont d'ailleurs poussé à utiliser ces algorithmes pour la détermination de quatre sous-réseaux GPS dont les stations sont réparties le plus uniformément possible autour du globe. Cette annexe s'inspire grandement de [Coulot, 2005] et [Sebag & Schoenouer, 1996].

La méthode des algorithmes génétiques peut être schématisée ainsi :

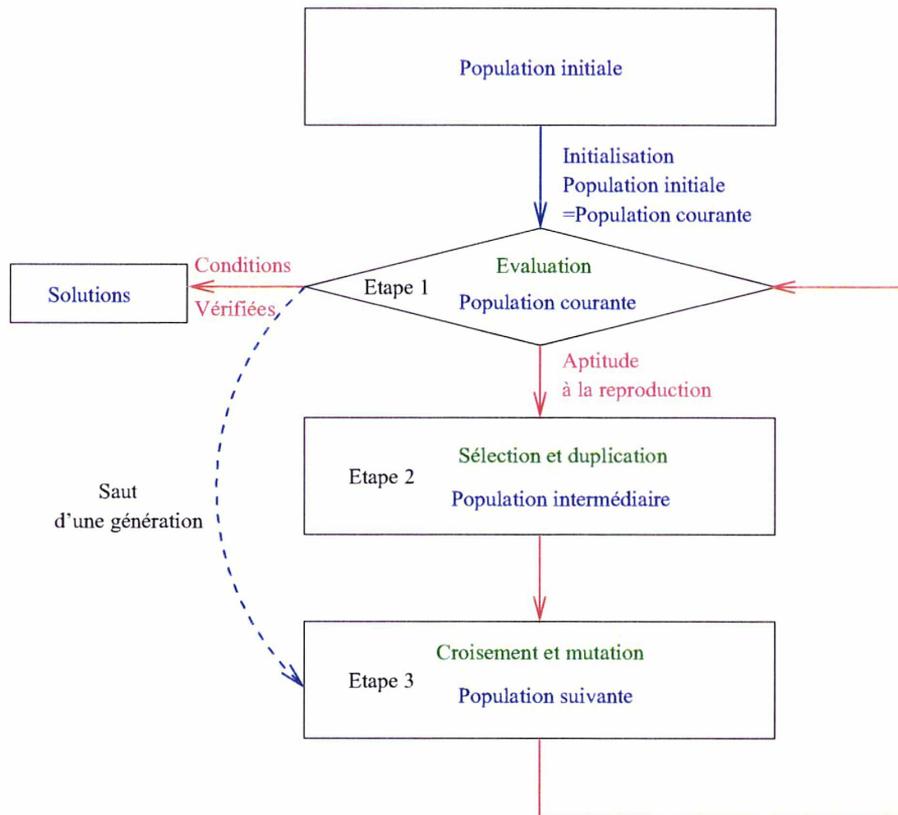


FIG. C.2 – Déroulement d'un algorithme génétique (figure tirée de la thèse de M. David Coulot [Coulot, 2005]).

Cette méthode repose sur les lois de la génétique et utilise ces lois (sélection, croisement et mutation) pour résoudre des problèmes d'optimisation.

C.4.1 Principe

On revient ici sur la version canonique des algorithmes génétiques, c'est-à-dire la version qui travaille sur des espaces binaires. Il existe une autre version qui travaille sur l'espace des réels mais nous n'en parlerons pas ici.

Soit l'espace de recherche $\Omega = \{0, 1\}^N$, on cherche à optimiser une fonction dite de performance (ou encore fonction fitness ou fonction coût) F définie sur Ω à valeurs dans \mathbb{R}^+ .

Définitions

Un élément de Ω est appelé individu ou chromosome. Un ensemble Π de chromosomes est appelé "population". L'opération de base de l'algorithme consiste à passer de la population courante Π_i à la population suivante Π_{i+1} et est appelée "génération".

Méthode

La méthode des algorithmes génétiques repose sur trois étapes (cf. [Coulot, 2005]) :

- Évaluation de la population courante

- Sélection
- Croisement/mutation

Les algorithmes génétiques utilisent un codage du vecteur des paramètres x . Chaque composante de ce vecteur est codée, généralement en binaire et ces codes sont ensuite concaténés pour former un unique vecteur correspondant donc à un individu.

Les algorithmes génétiques travaillent sur une population de ces individus. Pour démarrer l'algorithme, il faut générer une population initiale Π_0 , population qui constitue la population courante pour la première itération. Pour la créer, on peut par exemple tirer aléatoirement chacun des bits de l'ensemble des individus la constituant. On peut aussi utiliser des solutions approchées.

Cette population courante est ensuite évaluée à l'aide de la fonction de performance F . Une fonction dite d'aptitude va ensuite transformer ces performances individuelles en aptitudes à la reproduction.

Vient alors l'étape dite de sélection au cours de laquelle les meilleurs individus de la population courante sont recopiés un certain nombre de fois dans la population intermédiaire.

La troisième étape porte sur cette population intermédiaire. Elle se nomme étape de croisement. A partir de deux chromosomes de la population intermédiaire, on donne naissance à deux enfants :

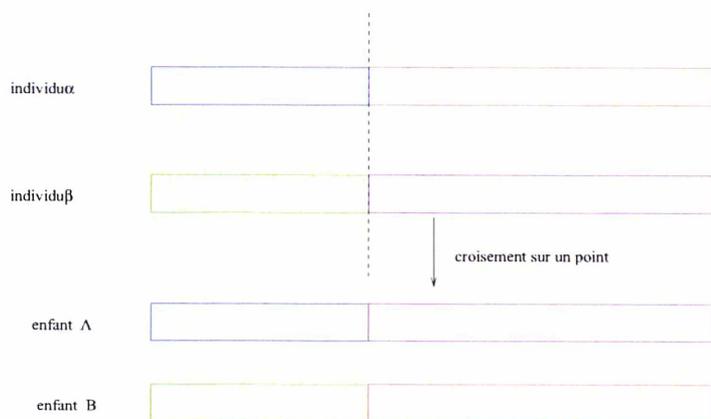


FIG. C.3 – Exemple de croisement de deux individus. Figure extraite de [Coulot, 2005].

La population ainsi créée peut alors subir des mutations (modifications de certains gènes) :

0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

↓ Mutations de gènes ↓

0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

FIG. C.4 – Exemple de mutations d'un individu.

On crée ainsi la population suivante, la nouvelle génération. Les itérations s'achèvent lorsqu'une population courante vérifie le critère d'arrêt. Ce critère d'arrêt est une des difficultés principales de la technique. En effet, en règle général, on ne sait jamais si on a trouvé l'optimum de F . Dans la pratique,

l'utilisateur déclare donc un nombre de générations maximum.

Cette méthode d'optimisation des algorithmes génétiques nécessite un temps de calcul important. En effet, il n'est pas rare qu'on doive calculer une centaine de générations constituées d'une centaine d'individus. Il existe une évolution de cette méthode dite des micro-algorithmes génétiques qui diminue le nombre de calculs nécessaires.

C.4.2 Intérêt des sélections, croisements et mutations

La démonstration mathématique rigoureuse de l'efficacité des algorithmes génétiques existe et utilise des chaînes de Markov. Cette démonstration étant longue et relativement complexe, nous ne la détaillerons pas ici. Néanmoins, une interprétation par partitions de l'espace de recherche permet de comprendre intuitivement pourquoi ces algorithmes donnent de bons résultats et, entre autres, pour quelle raison on peut affirmer qu'ils "scannent" l'espace de recherche des paramètres de façon "intelligente".

Partitions par schémas de l'espace de recherche

[Whitley, 1993] donne une explication de l'efficacité des algorithmes génétiques. Plaçons-nous dans le cas d'un codage binaire sur l bits (ou gènes). On peut, à l'aide de ce codage, représenter 2^l individus. À partir de ce codage, on définit les schémas comme des individus comportant des bits pouvant valoir indifféremment 0 ou 1 (on leur attribue la valeur *)¹⁴. L'ordre d'un schéma est le nombre de bits "non libres" du schéma¹⁵. Les schémas de même ordre et ayant les mêmes gènes fixés génèrent une partition de l'espace de recherche¹⁶.

Un chromosome appartient à 2^l schémas différents (l'espace de recherche compris) et il existe 3^l schémas différents dans tout l'espace (cet espace compris). On comprend ainsi l'intérêt de raisonner non pas sur un chromosome isolé mais sur une population de chromosomes afin de mieux couvrir l'ensemble des partitions de l'espace de recherche. De plus, on peut constater que le nombre de schémas représentés dans une population est nettement plus important que le nombre d'individus de cette population. Ainsi, lorsqu'un seul individu d'une population est évalué, on évalue déjà de nombreux schémas différents qui peuvent être concurrents. C'est ce parallélisme implicite des algorithmes génétiques qui les rend efficaces quant à la méthode de parcours de l'espace de recherche des paramètres.

Les opérateurs génétiques que sont la sélection, le croisement et la mutation permettent également d'optimiser ce parcours de l'espace de recherche des paramètres.

En effet, ce sont eux qui permettent de répondre au dilemme "exploitation contre exploration" [Sebag & Schoenouer, 1996] : il est impératif d'exploiter les schémas prometteurs découverts tout en continuant d'explorer l'espace de recherche pour découvrir d'autres schémas.

Sélection

La sélection crée, comme nous l'avons déjà dit, une population intermédiaire en recopiant des individus de la population courante. Il faut alors créer une fonction d'aptitude afin de sélectionner les individus qui feront partie de cette population intermédiaire. Une fonction classique pouvant être utilisée est l'espérance du nombre de copies. L'espérance du nombre de copies de l'individu x est fonction du rapport entre sa performance $F(x)$ et la performance moyenne des individus de la population courante. Plus cette espérance sera élevée, plus l'individu x aura de chances d'être présent dans la population intermédiaire. En pratique, pour sélectionner les individus, on effectue ce que l'on appelle un tirage à la roulette. Cette roulette comprend P cases dont la largeur est proportionnelle à l'espérance précédente. On "tire une boule" P fois. Lorsqu'elle tombe dans la case i , l'individu x_i est ajouté à la population intermédiaire. Ainsi, la sélection d'un individu mal adapté, bien que peu probable, reste toujours possible.

¹⁴Par exemple, dans le cas d'un codage sur trois bits, le chromosome 011 appartient aux schémas ***, 0**, 01*, 0*1, *11, **1 et *1*.

¹⁵Reprenant l'exemple précédent, le schéma *** est d'ordre 0, les schémas 01* et 0*1 sont d'ordre 2.

¹⁶Pour le codage sur trois gènes, $\{0**,1**\}$ et $\{00*,11*,10*,01*\}$ sont des exemples de partitions de l'espace de recherche.

Une autre méthode peut également consister à recopier un nombre de copies de l'individu x égal à la partie entière de son espérance. On complète ensuite la population par le tirage à la roulette.

La sélection sert donc à prendre les individus les "meilleurs" de la population courante vis-à-vis de la fonction d'aptitude.

Croisement

Comme on l'a vu, le croisement permet d'obtenir deux individus "enfants" à partir de deux "parents". L'idée, intuitive ici, est que les enfants peuvent cumuler les bons côtés de leurs parents et que le croisement permettra ainsi de progresser rapidement vers les régions optimales de l'espace de recherche. Cependant, cette opération peut nous faire atteindre des minima locaux si elle est utilisée seule. D'où l'intérêt des mutations.

Mutations

Les mutations, en effet, vont permettre d'éviter les minima locaux en "scannant" l'espace de manière plus étendue que si l'on utilisait uniquement les croisements. Pour être plus explicite, prenons un exemple très simple : on cherche l'individu codé sur trois bits pour lequel la somme de ces bits (ex : individu 010, somme : 1 ; individu 110, somme : 2) est minimum. Il est évident que cet individu est 000. Partons de la population initiale 111, 101, 100 et 110, ce qui représente tout de même la moitié des populations possibles. Quels que soient les croisements que l'on réalise avec ces individus, on n'aboutira jamais à 000. Une mutation, elle, permettra d'aboutir à ce résultat.

C.4.3 Les ϵ -MOEA

Il existe un nombre très varié d'algorithmes génétiques. Je me suis notamment intéressé aux algorithmes appelés MOEA (Multi-Objectives Evolutionary Algorithms) qui sont des algorithmes multi-objectifs. C'est-à-dire qu'ils permettent d'obtenir un ensemble de solutions qui respectent non plus un mais plusieurs critères d'optimisations ou objectifs. Ce type d'algorithme fournit un ensemble de solutions non dominées (appelé front de Pareto). Ces solutions sont les solutions parmi lesquelles on ne peut décider si une solution est meilleure qu'une autre, aucune n'étant systématiquement inférieure aux autres sur tous les objectifs.

Parmi ce type d'algorithmes, un des algorithmes qui semble particulièrement intéressant en terme de convergence et de temps de calcul est l'algorithme ϵ -MOEA [Deb et al., 2003]. Cet algorithme est basé sur le concept d' ϵ -dominance [Laumanns et al., 2002]. Le principe de cette approche est simple :

Soit une solution S d'un problème à n objectifs à minimiser. Le vecteur U^S représente l'ensemble des valeurs à minimiser correspondant à la solution S . On dit que S ϵ -domine une solution S_2 si :

$$U_i^S - U_i^{S_2} \leq \epsilon, 1 \leq i \leq n$$

Une telle approche permet de considérer deux solutions comme équivalente si la différence entre les valeurs des objectifs à minimiser entre ces deux solutions est trop faibles.

C.4.4 Fonctions à évaluer

L'intérêt des algorithmes génétiques est de permettre l'utilisation de fonctions coûts très variées. Dans le contexte de cette étude, on cherche à minimiser trois types de fonctions coûts différentes, à savoir $\|Y - AX\|_1$, $\|Y - AX\|_2$ et $\|Y - AX\|_\infty$. Les résultats de la partie suivante serviront donc à comparer cette approche aux autres méthodes d'estimations. Cependant, avant d'en arriver à ces comparaisons, je vais présenter la méthode que j'ai utilisé pour déterminer mes sous-réseaux de stations GPS (cf. chapitre 1).

C.4.5 Détermination de réseaux GPS par algorithmes génétiques

Le but est ici d'obtenir à partir d'une liste de stations, quatre listes de stations, contenant chacune un nombre équivalent de stations et huit stations communes. Chaque réseau doit en plus être réparti le plus uniformément possible sur la surface du globe. Pour trouver ces réseaux, deux étapes sont nécessaires. Dans la première étape, on détermine les huit stations communes. Pour ce faire, sept objectifs ont été utilisés. Les trois premiers objectifs consistent à minimiser les sommes par composante X, Y et Z des coordonnées cartésiennes des positions des huit stations. Plus ces valeurs sont faibles, plus le centre géométrique du réseau des huit stations se trouve proche de l'origine du repère. Les trois objectifs suivants consistent à évaluer la distribution de ces huit stations autour des axes. Ainsi, on veut qu'il y ait le même nombre de stations dans l'hémisphère Sud que dans l'hémisphère Nord, par exemple. Mathématiquement, on cherche à minimiser $\frac{sum_x}{8} * 100 - 50$, $\frac{sum_y}{8} * 100 - 50$ et $\frac{sum_z}{8} * 100 - 50$ avec, pour un réseau de 8 stations données de coordonnées $(x_i, y_i, z_i, 1 \leq i \leq 8)$:

$$\text{Pour } 1 \leq i \leq 8, \text{ si } x_i > 0, sum_x = sum_x + 1$$

$$\text{Pour } 1 \leq i \leq 8, \text{ si } y_i > 0, sum_y = sum_y + 1$$

$$\text{Pour } 1 \leq i \leq 8, \text{ si } z_i > 0, sum_z = sum_z + 1$$

Enfin, le huitième objectif consiste à obtenir une répartition la plus homogène possible sur le globe. On cherche donc à minimiser la valeur *Rep* définie comme suit :

$$\text{Pour } 1 \leq i \leq 8 : \quad Cadran[i] = 0$$

$$\text{Pour } 1 \leq i \leq 8 :$$

$$\text{Si } x_i > 0, y_i > 0 \text{ et } z_i > 0 : \quad Cadran[1] = 1$$

$$\text{Si } x_i > 0, y_i > 0 \text{ et } z_i > 0 : \quad Cadran[2] = 1$$

$$\text{Si } x_i > 0, y_i > 0 \text{ et } z_i > 0 : \quad Cadran[3] = 1$$

$$\text{Si } x_i > 0, y_i > 0 \text{ et } z_i > 0 : \quad Cadran[4] = 1$$

$$\text{Si } x_i > 0, y_i > 0 \text{ et } z_i > 0 : \quad Cadran[5] = 1$$

$$\text{Si } x_i > 0, y_i > 0 \text{ et } z_i > 0 : \quad Cadran[6] = 1$$

$$\text{Si } x_i > 0, y_i > 0 \text{ et } z_i > 0 : \quad Cadran[7] = 1$$

$$\text{Si } x_i > 0, y_i > 0 \text{ et } z_i > 0 : \quad Cadran[8] = 1$$

$$Rep = - \sum_{i=1}^8 Cadran[i]$$

L'algorithme a fourni un front de Pareto de 213 solutions. Afin de sélectionner l'une d'entre elles, d'autres critères ont été nécessaires. Le réseau choisi parmi les 213 proposés par les algorithmes est celui présentant le meilleur compromis entre le nombre de semaines où les stations observent (nombre à maximiser) et le nombre de sauts existant dans les séries temporelles de positions de stations (nombre à minimiser, ces sauts sont liés à des tremblements de terre, changement d'antennes, etc.).

Une fois les huit stations fixées, on complète chaque réseau. Pour cela, on réalise un algorithme qui minimise 24 objectifs. Ces objectifs ne sont rien d'autre que les six premiers objectifs présentés précédemment appliqués à chaque sous-réseau à déterminer. L'algorithme fournit alors un front de Pareto de 399 solutions. De même que précédemment, des critères de sélection ont été choisis comme obtenir les distances entre le barycentre de chaque réseau et l'origine du repère les plus faibles possibles et imposer pour les valeurs $\frac{sum_x}{8} * 100 - 50$, $\frac{sum_y}{8} * 100 - 50$ et $\frac{sum_z}{8} * 100 - 50$ soient au maximum égale à 20.

Pour plus de détails sur les algorithmes génétiques, on pourra se référer par exemple à [Goldberg, 1989], [Michalewicz, 1999], [Coello Coello, 2005] et [Coello Coello, 2006].

Nous avons donc présenté rapidement différentes techniques d'estimation et nous allons nous intéresser maintenant à leurs performances.

C.5 Étude comparative des différentes méthodes

C.5.1 Influence du bruit

Principe

Nous étudions ici l'influence du bruit sur les estimations faites par nos différentes méthodes. Pour ce faire, nous avons repris le cas de la droite, le vecteur des observations Y étant bruité par un bruit blanc gaussien plus ou moins important.

A partir de ces observations, on utilise les méthodes précédentes pour estimer les paramètres. On calcule ensuite les résidus des observations et on estime finalement la moyenne et l'écart-type de ces résidus.

Pratiquement, on crée 100 vecteurs d'observations (de dimension 100), bruités par un bruit blanc gaussien $\mathcal{N}(0, \sigma)$ de σ^2 variant entre 1 et 100 (nous avons testé $\sigma^2 = 1, 10$ ou 100). On calcule la moyenne et l'écart-type des résidus pour ces 100 vecteurs avec chaque méthode et on calcule la moyenne en valeur absolue de ceux-ci sur les 100 jeux d'observations.

Résultats

Nous présentons ici un tableau récapitulatif pour chaque méthode des résultats obtenus avec des bruits d'intensités différentes :

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.09	0.09	0.09	0.07	0.27
Écart-type	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.11	0.11	0.11	0.09	0.19
Itérations		16	7	8	13			51	51	51
Non-CV	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

TAB. C.1 – Vecteurs d'observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, pas d'erreurs, bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 1$. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d'observations de la moyenne et de l'écart-type des résidus, nombre d'itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n'ont pas convergé sur les 100 calculs (MC : Moindres Carrés, DL : Degré de Liberté, W-E : W-Estimateur, PI : méthode des Points Intérieurs, AG : Algorithmes génétiques).

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	0.24	0.28	0.26	0.27	0.29	0.34	0.34	0.34	0.24	0.79
Écart-type	0.23	0.25	0.24	0.24	0.26	0.30	0.30	0.30	0.23	0.70
Itérations		17	7	8	14			51	51	51
Non-CV	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

TAB. C.2 – Vecteurs d'observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, pas d'erreurs, bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 10$. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d'observations de la moyenne et de l'écart-type des résidus, nombre d'itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n'ont pas convergé sur les 100 calculs.

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	0.93	0.89	0.89	0.89	0.88	1.01	1.01	1.01	0.93	2.90
Écart-type	0.83	0.89	0.83	0.83	0.88	1.04	1.04	1.04	0.83	2.52
Itérations		19	8	9	15			51	51	51
Non-CV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TAB. C.3 – Vecteurs d’observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, pas d’erreurs, bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 100$. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d’observations de la moyenne et de l’écart-type des résidus, nombre d’itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n’ont pas convergé sur les 100 calculs.

Bilan

Comme on peut le voir sur les différents tableaux précédents, un bruit blanc gaussien n’entraîne pas de gros problèmes sur l’ensemble des méthodes présentées (à l’exception de l’algorithme génétique en norme infinie qui donne des résultats sensiblement dégradés par rapport aux autres méthodes). Nous allons donc pouvoir nous intéresser maintenant à l’influence des erreurs.

C.5.2 Influence des erreurs

Principe

Nous étudions ici l’influence d’erreurs de mesure dans les observations sur les estimations faites par nos différentes méthodes. Pour ce faire, nous avons repris le cas de la droite, le vecteur des observations Y contenant un certain pourcentage d’erreurs.

A partir de ces observations, on utilise les méthodes précédentes pour estimer les paramètres. On calcule ensuite les résidus des observations et on estime ensuite la moyenne et l’écart-type de ces résidus.

Pratiquement, on crée 100 vecteurs d’observations (de dimension 100), non bruitées mais contenant un certain pourcentage d’erreurs (10% : 10 observations fausses par vecteur ou 25% : 25 observations fausses par vecteur). On calcule la moyenne et l’écart-type des résidus pour ces 100 vecteurs avec chaque méthode et on calcule la moyenne en valeur absolue de ceux-ci sur les 100 jeux d’observations.

Résultats

Nous présentons ici un tableau récapitulatif pour chaque méthode des résultats obtenus avec des pourcentages d’erreurs différents :

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	10.06	0.10	0.00	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	10.06	99.33
Écart-type	6.00	0.08	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	6.00	31.68
Itérations		19	7	3	8			51	51	53
Non-CV	0	1	0	16	0	0	0	0	0	0

TAB. C.4 – Vecteurs d’observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, **10% d’erreurs**, pas de bruit. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d’observations de la moyenne et de l’écart-type des résidus, nombre d’itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n’ont pas convergé sur les 100 calculs.

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	25.00	1.85	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	25.00	103.1
Écart-type	14.53	1.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	14.53	45.44
Itérations		23	9	4	14			51	51	51
Non-CV	0	0	0	16	0	0	0	0	0	0

TAB. C.5 – Vecteurs d’observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, 25% d’erreurs, pas de bruit. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d’observations de la moyenne et de l’écart-type des résidus, nombre d’itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n’ont pas convergé sur les 100 calculs.

Bilan

On constate que les moindres carrés sont très sensibles aux erreurs. On voit d’ailleurs l’apport majeur des W-Estimateurs qui fournissent des résultats aussi robustes que le simplexe et les points intérieurs. Les algorithmes génétiques fournissent également des résultats cohérents, les normes \mathcal{L}_2 et \mathcal{L}_∞ ne sont pas robustes tandis que la norme \mathcal{L}_1 l’est.

C.5.3 Cadre général

Principe

On étudie ici l’influence combinée des erreurs de mesures et du bruit sur les estimateurs. Le protocole est le même que précédemment en combinant erreurs et bruits.

Résultats

Nous présentons ici un tableau récapitulatif, pour chaque méthode, des résultats obtenus avec observations bruitées et entachées d’erreurs :

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	5.03	0.20	0.11	0.09	0.10	0.11	0.11	0.11	5.03	98.31
Écart-type	3.39	0.16	0.08	0.08	0.10	0.10	0.11	0.10	3.39	19.59
Itérations		23	9	4	14					
Non-CV	0	0	64	1	0	0	0	0	0	0

TAB. C.6 – Vecteurs d’observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, 5% d’erreurs, bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 1$. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d’observations de la moyenne et de l’écart-type des résidus, nombre d’itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n’ont pas convergé sur les 100 calculs.

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	5.20	0.49	0.30	0.27	0.32	0.36	0.36	0.36	5.20	92.51
Écart-type	3.98	0.39	0.24	0.25	0.27	0.31	0.32	0.32	3.98	24.44
Itérations		23	22	9	17			51	51	54
Non-CV	0	0	25	0	0	0	0	0	0	0

TAB. C.7 – Vecteurs d’observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, 5% d’erreurs, bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 10$. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d’observations de la moyenne et de l’écart-type des résidus, nombre d’itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n’ont pas convergé sur les 100 calculs.

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	4.94	1.21	0.89	0.80	0.95	1.05	1.04	1.04	4.94	85.77
Écart-type	3.90	1.01	0.74	0.70	0.87	0.89	0.90	0.90	3.90	30.23
Itérations		24	11	10	17			51	51	53
Non-CV	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0

TAB. C.8 – Vecteurs d’observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, 5% d’erreurs, bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 100$. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d’observations de la moyenne et de l’écart-type des résidus, nombre d’itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n’ont pas convergé sur les 100 calculs.

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	10.31	0.42	0.08	0.08	0.12	0.13	0.13	0.13	10.31	103.1
Écart-type	5.72	0.25	0.08	0.08	0.10	0.11	0.11	0.11	5.72	30.71
Itérations		26	58	9	15			51	51	53
Non-CV	0	0	72	6	0	0	1	0	0	0

TAB. C.9 – Vecteurs d’observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, 10% d’erreurs, bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 1$. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d’observations de la moyenne et de l’écart-type des résidus, nombre d’itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n’ont pas convergé sur les 100 calculs.

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	9.61	0.82	0.27	0.27	0.35	0.37	0.37	0.37	9.61	97.62
Écart-type	6.46	0.62	0.31	0.29	0.34	0.39	0.39	0.39	6.46	36.60
Itérations		22	33	9	16			51	51	52
Non-CV	0	0	45	0	0	0	0	0	0	0

TAB. C.10 – Vecteurs d’observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, 10% d’erreurs, bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 10$. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d’observations de la moyenne et de l’écart-type des résidus, nombre d’itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n’ont pas convergé sur les 100 calculs.

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
Moyenne	10.33	1.87	0.88	0.83	1.12	1.19	1.20	1.20	10.33	99.88
Écart-type	6.72	1.55	0.89	0.83	1.10	1.16	1.17	1.17	6.72	34.47
Itérations		25	20	10	17			51	51	53
Non-CV	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0

TAB. C.11 – Vecteurs d’observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, 10% d’erreurs, bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 100$. Moyenne de la valeur absolue sur les 100 jeux d’observations de la moyenne et de l’écart-type des résidus, nombre d’itérations pour les méthodes de repondération et nombre de fois où les méthodes n’ont pas convergé sur les 100 calculs.

Bilan

Sur ces tests aussi, on constate que les W-Estimateurs, simplexes, points intérieurs et algorithmes génétiques utilisant la norme \mathcal{L}_1 fournissent les meilleurs résultats. Toutes ces techniques sont beaucoup plus robustes que la traditionnelle méthode des moindres carrés. Reste à savoir l’impact sur le temps de calcul de ces différentes méthodes.

C.5.4 Analyse du coût en temps de calcul des différentes méthodes

Principe

Nous nous intéressons ici au temps de calcul de chaque méthode d’estimation. Pour ce faire, nous avons repris le cas de la droite, entaché d’un bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 10$ et de 5% d’erreurs.

Pour estimer la vitesse des différents estimateurs, nous avons fait varier le nombre d’observations de 100 à 5000 (4 jeux tests : 100, 500, 1000 et 5000 observations).

Résultats

	MC	MC DL	W-E Andrew	W-E Biweight	W-E Huber	Simplexe	PI	AG Norme \mathcal{L}_1	AG Norme \mathcal{L}_2	AG Norme \mathcal{L}_∞
t en s (100)	0.00	0.07	0.01	0.00	0.01	0.05	0.06	3.11	3.21	3.37
t en s (500)	0.00	0.38	0.38	0.02	0.00	0.66	0.17	3.35	3.44	3.72
t en s (1000)	0.00	1.13	0.58	0.12	0.29	2.41	0.24	3.67	3.78	4.38
t en s (5000)	0.00	19.94	> 5min	5.43	11.43	59.51	2.73	6.23	6.55	8.89

TAB. C.12 – Vecteurs d’observations correspondant à la droite $y = 2x + 1$. Dimension 100, 500, 1000 ou 5000, 5% d’erreurs, bruit blanc gaussien de $\sigma^2 = 10$. Temps de calcul moyen sur les 100 jeux de test pour les différentes techniques d’optimisation.

Bilan

Du tableau précédent, on peut voir que la méthode la plus rapide reste sans conteste la méthode des moindres carrés. Les W-Estimateurs (excepté l’estimateur d’Andrew) et les Algorithmes génétiques en norme \mathcal{L}_1 prennent plus de temps mais fournissent des résultats robustes. En ce qui concerne les algorithmes génétiques, augmenter le nombre d’observations n’augmente que très légèrement le temps de calcul. Cependant (ce qui n’a pas été fait ici), augmenter le nombre de paramètres influe considérablement sur ce temps puisque l’espace de recherche des solutions est plus important. Ce problème peut toutefois être compensé par le fait que la méthode des algorithmes génétiques est une méthode de calculs très facilement parallélisable de manière efficace. Enfin, on constate que les points intérieurs vont sensiblement plus vite que le simplexe mais dans le cas où les observations sont au nombre de 5000, notre code ne

converge pas dans 75% des cas (ceci étant sans doute lié à un problème de l'implémentation de cet algorithme dans notre version de Matlab).

Du fait de ces résultats, j'ai implémenté dans le logiciel LOCOMOTIV, développé durant ces travaux pour réaliser la combinaison des mesures, les trois W -estimateurs présentés ici, en plus de la méthode des moindres carrés.

Annexe D

Orbites GPS

Pour obtenir un bon compromis entre le temps de calcul et la précision des résultats dans le cadre du traitement GPS par le logiciel GINS pour la combinaison des techniques au niveau des observations, j'ai décidé de séparer le calcul GPS en quatre calculs sur quatre sous-réseaux répartis de manière globale et homogène sur la surface de la Terre (cf. chapitre 1). Or, le logiciel GINS n'est pas prévu pour réaliser des calculs par sous-réseaux et cela peut poser par la suite des problèmes au niveau de la combinaison des mesures.

Pour comprendre d'où va venir le problème, rappelons comment, lors de l'utilisation du logiciel GINS, on obtient les matrices de dérivées partielles des observations de la technique GPS. Ce logiciel réalise, à partir des mesures de plusieurs stations GPS, un calcul d'orbites, avec les coordonnées de stations et les EOP fixés (ici, à l'ITRF2005 et à la série IERS 05 C04). Après plusieurs itérations, ce calcul permet d'obtenir des dérivées partielles par rapport aux paramètres orbitaux à partir des orbites estimées, ainsi que les dérivées partielles par rapport aux stations, aux EOP et aux autres paramètres d'intérêt. Par la suite, on ne remet plus en cause que le bulletin initial du satellite (à savoir positions et vitesses initiales des satellites) et quelques paramètres orbitaux supplémentaires (voir le chapitre 1 pour le détail de ces paramètres). On ne remet donc pas en cause l'orbite dans son intégralité.

Si on réalise un calcul GPS pour les quatre réseaux de stations, les équations d'observations que le logiciel GINS nous permet d'obtenir sont calculées avec des orbites différentes, orbites estimées à partir des mesures de chaque sous-réseau indépendamment. Si nous voulons combiner ces équations et avoir les paramètres orbitaux comme paramètres communs, il faut que ces quatre réseaux soient calculés avec la même orbite. D'où la nécessité de déterminer une orbite commune pour les quatre réseaux à partir des orbites estimées initialement par le logiciel GINS. Ce problème rejoint le problème de la combinaison des orbites fournies par les centres d'analyses (CA) pour obtenir les orbites combinées IGS [Kouba et al., 1994]. Nous allons donc revenir ici sur le problème de la combinaison d'orbites des satellites GPS et la combinaison de sous-réseaux.

D.1 Combinaison d'orbites des satellites GPS

Dans cette partie, nous nous intéressons à la combinaison des orbites. Le problème est le suivant : on dispose de différents arcs journaliers d'orbites estimés séparément pour l'ensemble des satellites GPS (par exemple, on dispose des orbites estimées par chaque CA de l'IGS). A partir de ceux-ci, on veut obtenir la meilleure orbite combinée possible pour chaque satellite (par exemple, on veut obtenir les orbites combinées IGS à partir des orbites fournies par les CA). Deux méthodes sont envisageables pour résoudre le problème : le calcul d'une orbite combinée par transformation des éphémérides estimées lors de chaque calcul GPS dans un même repère de référence ou la combinaison des vecteurs d'état initiaux des satellites avec certains paramètres orbitaux supplémentaires [Beutler et al., 1995]. Ces méthodes sont présentées et comparées ci-après.

D.1.1 Combinaison par transformation

La méthode présentée ici a l'avantage d'être rapide à mettre en œuvre. Elle peut toutefois avoir pour conséquence l'obtention d'une orbite combinée qui ne vérifie plus les lois fondamentales de la dynamique. Cette partie s'inspire grandement de [Springer & Beutler, 1993], [Kouba et al., 1994] et [Beutler et al., 1995]. Afin d'expliquer la méthode à partir d'un exemple concret, nous nous plaçons ici dans le cadre d'une combinaison d'orbites IGS à partir des orbites estimées par différents CA.

Il existe trois étapes à réaliser afin de combiner les orbites.

1. Réorientation de chaque orbite avant la combinaison.
2. Détermination des pondérations des données par CA et par satellite.
3. Obtention de l'orbite combinée.

1. La comparaison des éphémérides des satellites estimées par chaque CA montre qu'il existe des rotations significatives (pouvant atteindre quelques mas) entre les repères terrestres dans lesquels sont exprimés les orbites des satellites des différents CA. Ces rotations proviennent principalement du fait que les EOP estimés par les différents CA lors du calcul des orbites sont différents (cette différence pouvant atteindre quelques mas, cf. [Springer & Beutler, 1993]).

Pour pouvoir combiner ces orbites, il faut donc dans un premier temps faire tourner le repère de chaque orbite. Pour ce faire, il faut définir ce que l'on peut appeler un pôle IGS "vrai", ou plus précisément, il faut se donner une série temporelle de coordonnées du pôle. Celle-ci peut être soit une moyenne pondérée des coordonnées du pôle estimées par les CA, soit directement une série de référence comme la série IERS 05 C04. On note les coordonnées du pôle de référence $(X_{pole_{Ref}}, Y_{pole_{Ref}})$ et les coordonnées du pôle estimé par un CA $(X_{pole_{CA}}, Y_{pole_{CA}})$. Une fois cette référence définie, chaque orbite est tournée de la différence $(X_{pole_{Ref}} - X_{pole_{CA}})$ autour de l'axe y et de la différence $(Y_{pole_{Ref}} - Y_{pole_{CA}})$ autour de l'axe x de leur repère terrestre. A la fin de cette étape, les orbites de chaque CA sont exprimées dans des repères ayant sensiblement la même orientation, la plus grosse partie des différences d'orientation ayant été corrigées.

2. Maintenant, nous pouvons nous intéresser à la combinaison proprement dite. Comme il existe des différences dans la précision des résultats des calculs des différents CA, il faut pondérer différemment les données provenant de ceux-ci dans la combinaison. Il peut aussi exister des problèmes sur certains satellites (par exemple des manœuvres, etc.). Il faut donc également réaliser une pondération de ces données par satellite.

Pour déterminer ces pondérations, on calcule, pour chaque satellite, le vecteur \bar{x}^{sat} des valeurs moyennes non pondérées de ces positions issues des résultats des CA :

$$\bar{x}^{sat} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^{sat}}{n}$$

où $x_i^{sat} = [X_i^{sat} Y_i^{sat} Z_i^{sat}]$ représente le vecteur de coordonnées du satellite estimé par le centre i et n le nombre de CA fournissant une position pour ce satellite. On estime alors, en norme $\mathcal{L}1$ par la méthode du simplexe (cf. annexe C), une similitude à sept paramètres pour comparer chaque solution des CA à ces orbites moyennes. En effet, bien qu'ayant déjà corrigé la partie prépondérante des problèmes de référence dans la première étape, il reste encore des différences entre les repères de chaque CA. Le but de cette estimation est de déduire la valeur des poids spécifiques à appliquer aux résultats de chaque CA (notés W_{CA}). Ces poids dérivent de la formule de l'écart absolu médian :

$$W_{CA} = \frac{3 \sum_{sat=1}^{N^{sat}} Nepoch_{CA}^{sat} - 7}{\sum_{sat=1}^{N^{sat}} \sum_{i=1}^{Nepoch_{CA}^{sat}} |y_{CA}^{sat} - \bar{x}^{sat}|_i}$$

où N_{CA}^{sat} correspond au nombre de satellites dont l'orbite est estimée par le CA considéré, $Nepoch_{CA}^{sat}$ correspond au nombre de positions estimées par satellite pour le CA considéré et où $y_{CA}^{sat} = [X_{CA}^{sat} Y_{CA}^{sat} Z_{CA}^{sat}]$ correspond aux coordonnées du satellite estimées par le centre CA (x_{CA}^{sat}) corrigées des paramètres de transformation estimés. Plus précisément, en notant $\bar{x}^{sat} = [X^{sat} Y^{sat} Z^{sat}]$:

$$y_{CA}^{sat} - \bar{x}^{sat} = X_{CA}^{sat} - X^{sat} + Y_{CA}^{sat} - Y^{sat} + Z_{CA}^{sat} - Z^{sat}$$

On réalise alors, pour chaque satellite, une solution combinée pondérée :

$$\bar{y}^{sat} = \frac{\sum_{i=1}^n W_i x_i^{sat}}{\sum_{i=1}^n W_i}$$

3. La troisième étape consiste à calculer une transformation à sept paramètres entre la solution précédente et celles de chaque CA en utilisant des pondérations dépendantes des satellites, ce qui revient à poser comme équation par satellite :

$$x_{CA}^{sat} = \bar{y}^{sat} + A\theta_{CA} \quad (\sigma^{sat})$$

où θ_{CA} représente le vecteur des sept paramètres de transformation à estimer (avec A la matrice de la similitude correspondante) et où σ^{sat} est tel que :

$$W^{sat} = \frac{1}{\sigma^{sat2}} = \frac{n}{\sum_{j=1}^n Nepoch_j^{sat} \sum_{i=1}^n \frac{\|y_j^{sat} - \bar{x}^{sat}\|_i^2}{3Nepoch_j^{sat} - 7}}$$

On obtient finalement l'orbite combinée :

$$x_{Comb}^{sat} = \frac{\sum_{i=1}^n W_i (x_i^{sat} - A\theta_i)}{\sum_{i=1}^n W_i}$$

Cependant, comme il a déjà été dit, le défaut de cette approche est qu'elle peut aboutir à une orbite qui ne vérifie pas les lois de la dynamique. Pour résoudre ce problème, il faut imposer des conditions aux données.

Problème de la dynamique Sous certaines conditions, une orbite moyenne pondérée peut vérifier les lois de la dynamique. Pour cela, il faut que les différences entre les orbites initiales et l'orbite combinée soient faibles et que la somme des poids soit égale à un.

En effet, en partant du principe que chaque orbite à combiner vérifie les équations du mouvement (ce qui est normalement le cas) :

$$\ddot{x}_i(t) = \frac{\delta}{\delta x} V(x)|_{x_i}$$

avec V le potentiel du champ de pesanteur terrestre, et que l'orbite moyenne pondérée est donnée par :

$$x_0(t) = \sum_{i=1}^n k_i x_i(t)$$

avec k_i les coefficients de pondération, supposés constants sur la période de temps considérée (hypothèse licite dans la mesure où l'on réalise des combinaisons d'arcs journaliers), on a :

$$\ddot{x}_0(t) = \sum_{i=1}^n k_i \ddot{x}_i(t) = \sum_{i=1}^n k_i \frac{\delta}{\delta x} V(x)|_{x_i}$$

En développant au premier ordre le terme $\frac{\delta}{\delta x} V(x)|_{x_i}$, et en supposant $\sum_{i=1}^n k_i = 1$, on obtient :

$$\ddot{x}_0(t) = \frac{\delta}{\delta x} V(x)|_{x_0} + \sum_{i=1}^n k_i (x_i(t) - x_0(t)) \frac{\delta^2}{\delta^2 x} V(x)|_{x_0}$$

où

$$\sum_{i=1}^n k_i (x_i(t) - x_0(t)) = 0$$

On obtient bien le résultat souhaité, à savoir :

$$\ddot{x}_0(t) = \frac{\delta}{\delta x} V(x)|_{x_0}$$

Ce calcul est valable pour toute force dérivant d'un potentiel. [Springer & Beutler, 1993] ont évalué l'adéquation d'orbites combinées par une telle approche avec les lois de la dynamique et a montré que les orbites combinées vérifiaient ces lois aussi précisément que les orbites des centres d'analyse pris séparément.

Remarque : Dans le cas de la combinaison d'orbites réalisée par l'IGS, pour rendre compatibles les orbites combinées avec le repère de référence de l'IGS, une étape préparatoire est nécessaire avant d'appliquer la méthode précédente. Elle consiste à calculer les paramètres de transformation hebdomadaires entre les solutions de positions des stations de chaque CA et le repère combiné IGS et de ré-appliquer ces paramètres aux orbites des CA.

D.1.2 Combinaison des vecteurs d'état initiaux des satellites

Cette partie reprend [Beutler et al., 1994] et [Beutler et al., 1995].

L'idée ici est de réaliser un calcul d'orbites (intégration numérique et ajustement de l'orbite pour s'adapter au mieux aux observations) avec comme données en entrée de ce calcul les vecteurs d'état initiaux des satellites et des paramètres orbitaux complémentaires (dans la modélisation des orbites choisie dans [Beutler et al., 1994], il s'agit de neuf paramètres de pression de radiation solaire pour un satellite considéré). L'avantage de cette méthode est que l'on garantit que la solution combinée vérifie les lois de la dynamique. Cette méthode se déroule en deux étapes.

Dans un premier temps, on élimine les arcs de satellites de mauvaise qualité et on définit des poids par satellite et par CA. Pour ce faire, on utilise les positions de satellites estimées par un CA comme observations dans un calcul d'orbites (cela est possible par exemple dans le logiciel ORBIMP, cf. [Beutler et al., 1994]). Les résidus des positions de satellites sont ensuite analysés pour déterminer les mauvais arcs d'orbites. Dans un deuxième temps, on utilise l'ensemble des arcs d'une journée comme observations dans le calcul d'orbites pour obtenir l'orbite combinée.

D.1.3 Comparaison des deux approches

Une comparaison de ces deux méthodes à été réalisée par [Beutler et al., 1995]. En ce qui concerne les paramètres de transformation entre les orbites combinées obtenues par ces deux méthodes, il trouve une différence de l'ordre de 5 mm en translation, de 0.3 ppb pour l'échelle (soit environ 2 mm à la surface de la Terre) et 0.1 mas en orientation (soit environ 3 mm à la surface de la Terre). Après correction de ces paramètres, chaque solution est exprimée dans le même repère de référence. On peut alors calculer la différence de position, toutes les 15 minutes (les éphémérides des satellites étant fournies avec un pas de temps de 15 minutes en GPS) entre les solutions des deux approches et on obtient un RMS de 5 cm sur ces différences. Pour conclure, la méthode retenue par l'IGS pour combiner les orbites est la première présentée ici, au vu de sa simplicité d'implémentation. De plus, une méthode similaire à celle-ci peut être utilisée pour combiner les horloges des satellites [Kouba et al., 1994], ce qui permet d'avoir une approche homogène pour la combinaison de ces deux produits IGS (orbites et horloges de satellites).

D.2 Combinaison des sous-réseaux avec le logiciel GINS

Je présente ici l'approche adoptée pour obtenir les équations d'observations de chaque sous-réseau de stations GPS, équations qui sont utilisées au sein de la combinaison des techniques.

L'approche adoptée est une approche similaire à celle réalisée pour la combinaison des orbites IGS : chaque calcul GPS réalisé à partir des mesures des stations d'un sous-réseau fournit des orbites. Dans un premier temps, on combine ces orbites (cf. D.1.1) grâce à un logiciel que j'ai développé. Ensuite, on relance un calcul GPS pour chaque sous-réseau en fixant l'orbite à l'orbite combinée. On obtient ainsi des équations d'observations pour chaque sous-réseau basées sur les mêmes valeurs a priori. Notamment, les observations des stations communes aux sous-réseaux sont les mêmes. Lors de la combinaison des dérivées partielles, il est alors très simple d'éliminer les observations "doublons" provenant des stations communes aux sous-réseaux. On se retrouve alors avec un système GPS qu'on peut qualifier de cohérent.

Cette approche nous permet de disposer d'orbites a priori identiques pour l'ensemble des sous-réseaux et cohérentes avec les mesures utilisées.

Je reprends ici les informations fournies au chapitre 1 de cette thèse. Pour évaluer la qualité des orbites ainsi obtenues, je présente sur la période du 09 janvier au 19 mars 2005 les valeurs médianes des RMS 3D des résidus, estimés par jour et par satellite, et obtenus après estimation d'une similitude à sept paramètres entre les coordonnées des satellites estimées grâce aux mesures des stations de chaque sous-réseau et les coordonnées des satellites issues de la combinaison de l'IGS, ainsi que les valeurs médianes des RMS 3D des résidus obtenus après estimation de cette similitude entre les coordonnées des satellites issues de mes orbites combinées et celles des orbites IGS.

On constate que presque systématiquement (26 orbites sur 28 dans cet exemple), les orbites combinées présentent des RMS 3D plus faibles que les orbites des sous-réseaux. Cette réduction est loin d'être négligeable puisque la valeur médiane des RMS 3D peut diminuer de plus de 25% dans certains cas entre l'orbite combinée et l'orbite obtenue par le traitement des mesures d'un seul sous-réseau de stations. Dans les deux seuls cas où l'orbite combinée présente un RMS 3D plus important que celui obtenu par une orbite issue du traitement d'un seul sous-réseau, on constate que la différence sur la valeur médiane des RMS 3D est très faible (1 mm maximum ici). La combinaison d'orbites estimées par le logiciel GINS sur quatre sous-réseaux donne donc des résultats tout-à-fait satisfaisants.

PRN du satellite	RMS 3D				
	Réseau 1	Réseau 2	Réseau 3	Réseau 4	Combinaison
01	0.020	0.021	0.021	0.022	0.016
02	0.028	0.030	0.032	0.033	0.026
03	0.024	0.029	0.022	0.026	0.021
04	0.021	0.028	0.029	0.029	0.021
05	0.023	0.029	0.029	0.027	0.021
06	0.019	0.023	0.026	0.021	0.018
08	0.023	0.036	0.028	0.034	0.024
09	0.026	0.029	0.027	0.028	0.021
10	0.029	0.030	0.032	0.027	0.024
11	0.037	0.043	0.037	0.044	0.036
13	0.029	0.034	0.033	0.032	0.028
14	0.031	0.028	0.028	0.029	0.025
15	0.023	0.025	0.025	0.027	0.021
16	0.030	0.031	0.029	0.029	0.026
17	0.031	0.028	0.033	0.028	0.026
18	0.025	0.026	0.027	0.028	0.023
19	0.029	0.032	0.030	0.032	0.027
20	0.025	0.035	0.030	0.028	0.025
21	0.030	0.027	0.030	0.032	0.027
22	0.026	0.026	0.025	0.027	0.022
23	0.026	0.032	0.027	0.032	0.025
24	0.021	0.031	0.027	0.029	0.020
25	0.021	0.022	0.022	0.023	0.017
26	0.041	0.043	0.043	0.038	0.035
27	0.019	0.031	0.024	0.031	0.020
28	0.035	0.054	0.038	0.035	0.034
29	0.069	0.067	0.070	0.067	0.063
30	0.023	0.022	0.025	0.024	0.019

TAB. D.1 – Valeurs médianes des RMS 3D des résidus, estimés par jour et par satellite après estimation d’une similitude à sept paramètres, entre les coordonnées des satellites estimées grâce aux mesures des stations de chaque sous-réseau et les coordonnées des satellites issues de la combinaison de l’IGS, ainsi qu’entre les coordonnées des satellites issues de mes orbites combinées et celles issues de la combinaison de l’IGS. Ces résultats sont présentés satellite par satellite sur la période du 09 janvier au 19 mars 2005.

Annexe E

Simulations

Les simulations présentées ici ont pour but d'illustrer différents problèmes liés au référencement des techniques de géodésie spatiale. Dans ce cadre, deux simulations différentes vont être réalisées. Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à l'effet de réseau et notamment l'impact que peut avoir un réseau mal réparti sur le référencement. Dans un second temps, nous illustrerons les problèmes liés au référencement d'une technique par semaine.

E.1 Approche commune aux simulations

Je présente ici la méthode permettant d'obtenir les mesures simulées. Dans le cadre de ces simulations, nous nous contentons de simuler des mesures laser. Cette méthode nécessite deux étapes : la création d'une orbite de satellite qu'on considèrera comme étant l'orbite réelle puis la création des fichiers de mesures laser à partir de cette orbite.

E.1.1 Simulation d'une orbite

Pour simuler l'orbite, nous utilisons le logiciel GINS (voir l'annexe B). En effet, à partir d'un bulletin initial de satellite (position et vitesse du satellite à un instant initial donné), le logiciel permet de réaliser l'intégration des équations du mouvement du satellite pour obtenir l'orbite de celui-ci. Dans le cas du logiciel GINS, on obtient les positions et vitesses du satellite au pas d'intégration fixé avant calcul. L'algorithme d'intégration utilisé ici est l'algorithme de Cowell d'ordre 8 [Rault, 1998].

Au niveau des forces appliquées sur le satellite, la modélisation a été simplifiée le plus possible. On ne considère dans la simulation que le champ de pesanteur développé à l'ordre 2 (on prend en compte l'aplatissement terrestre). On ne considère aucune force de frottement, on ne prend pas en compte l'accélération d'attraction gravitationnelle de la Lune et des planètes du système solaire autre que la Terre, etc.

E.1.2 Simulation d'un fichier de mesures

Pour simuler des mesures, on place sur la sphère terrestre trente stations réparties de manière homogène sur tout le globe. Pour cela, on dispose les stations sur six méridiens ayant pour longitudes respectives 0° , 60° , 120° , 180° , 240° et 300° . Chaque méridien possédant cinq stations, réparties sur les latitudes -60° , -30° , 0° , 30° et 60° .

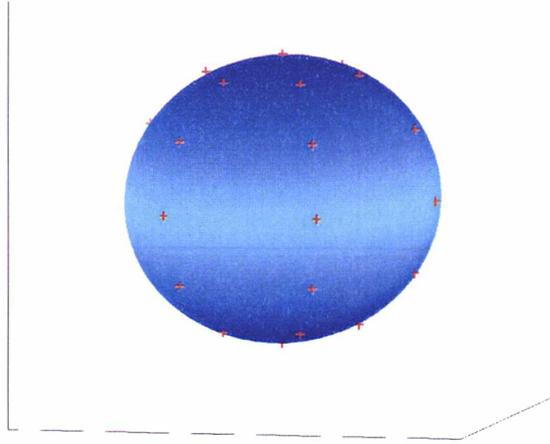


FIG. E.1 – Positions des stations uniformément réparties sur la sphère

A partir des positions de ces stations et de l'orbite du satellite exprimées dans le repère terrestre (ici, il s'agit d'un repère orthonormé ayant pour origine le centre de la sphère), on simule des mesures de distance entre stations et satellite à l'aide du logiciel MATLO. Cette simulation consiste simplement à calculer la distance entre station et satellite à chaque pas de mesure (pas choisi par l'utilisateur), puis à corriger cette distance des effets relativistes. Cette correction est appliquée car le logiciel GINS corrige systématiquement ces effets. Il reste alors à déterminer quelles mesures sont correctes, c'est-à-dire à récupérer les mesures dont l'angle d'élévation est supérieur à huit degrés dans notre cas. Une fois cette liste de distances à notre disposition, on crée un fichier de mesures au format quick-look de l'ILRS¹ qu'on va pouvoir utiliser comme tout fichier de mesures dans le logiciel GINS.

¹http://ilrs.gsfc.nasa.gov/products_formats_procedures/normal_point/format_and_data_integrity.html

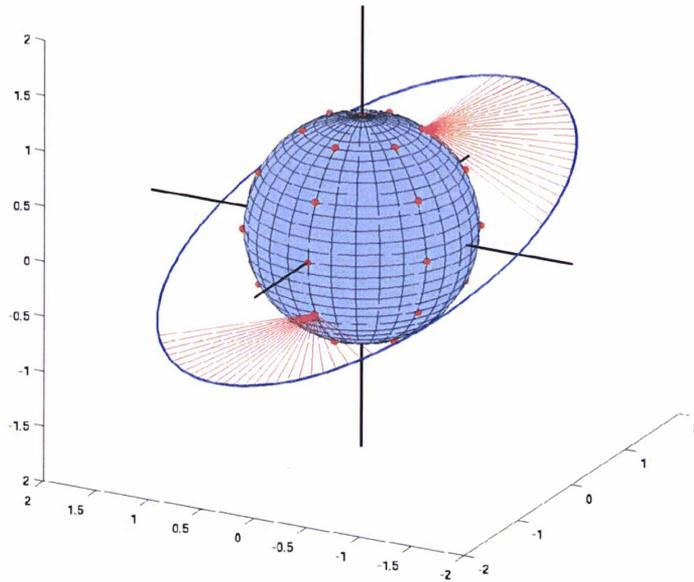


FIG. E.2 – Mesures simulées entre les stations et l'orbite du satellite.

E.1.3 Paramètres de repère

L'ensemble des simulations que je présente dans la suite de ce document s'intéresse essentiellement à des problèmes de repère de référence. Avant d'entrer dans le vif du sujet, il est bon de comprendre ce qu'il se passe dans un cas très simple.

Appelons RF1, le repère terrestre "réel" qui nous intéresse. C'est dans ce repère que doivent être exprimées les positions des stations et du satellite pour pouvoir simuler les mesures.

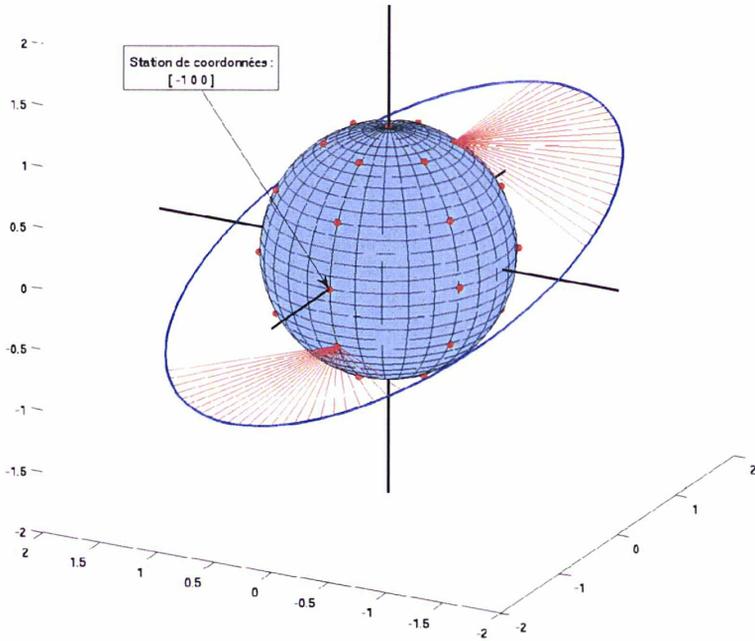


FIG. E.3 – Coordonnées vraies d’une station dans le repère RF1

Maintenant, supposons que nous disposons de positions a priori sur les stations exprimées dans un repère RF2 (par exemple l’ITRF2005 dans le cas d’un calcul classique). Pour obtenir ces positions a priori, il suffit de prendre les positions utilisées pour calculer les mesures simulées et de faire un changement de référentiel (on connaît donc les paramètres de transformation, que l’on notera θ entre RF1 et RF2).

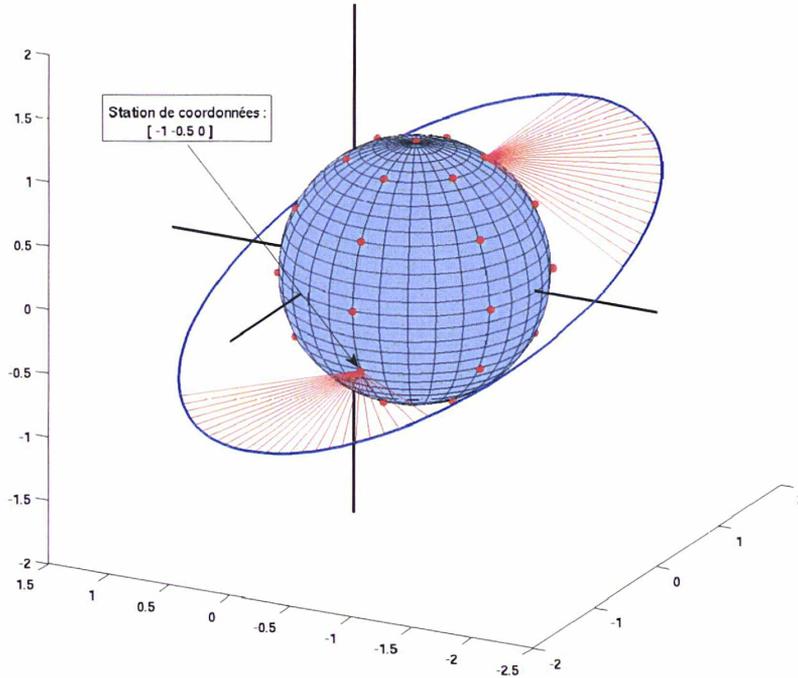


FIG. E.4 – Coordonnées approchées des stations dans le repère RF2 (cf. E.3)

Rappelons maintenant les étapes d'un calcul de géodésie spatiale sous le logiciel GINS pour obtenir des positions de stations à partir des mesures d'une technique spatiale comme la technique SLR. Dans un premier temps, on réalise un calcul d'orbite à stations fixées par le logiciel GINS. A la fin de ce processus, on obtient l'orbite du satellite considéré qui va nous permettre de calculer les équations de dérivées partielles des mesures. A partir de là, on ne remet plus en cause la dynamique complète de l'orbite (on ne fait plus d'intégration numérique) mais seulement certains paramètres orbitaux (notamment le bulletin initial du satellite). Les équations aux dérivées partielles fournies dans la première étape sont fonction de différents paramètres, comme par exemple des appoints sur les paramètres orbitaux remis en cause et des appoints sur les positions a priori des stations. La deuxième étape consiste donc à réaliser une estimation de ces paramètres par moindres carrés. Pour ce faire, le système présentant des défauts de rang, il faut utiliser des contraintes. Dans le cas de la télémétrie laser sur satellite, on utilise des contraintes minimales sur les rotations.

Si on veut définir précisément le repère dans lequel sera exprimé les positions des stations à la fin du calcul (repère qu'on appellera le repère d'arrivée du calcul), on introduit une similitude au niveau des équations aux dérivées partielles (cf. 2.1.1) et on utilise sept contraintes pour définir le repère d'arrivée.

Dans le cas de la simulation présentée ici, si on applique uniquement des contraintes minimales sur les rotations sans application de la similitude, les positions finales estimées vont être exprimées dans le repère "naturel" de l'orbite, soit le repère RF1 dans notre cas.

Si on utilise la similitude et que l'on contraint le repère d'arrivée du calcul à être le repère RF2, on va obtenir les positions de stations dans ce repère RF2 avec, en plus, la valeur des paramètres de transfor-

mation θ entre RF1 et RF2.

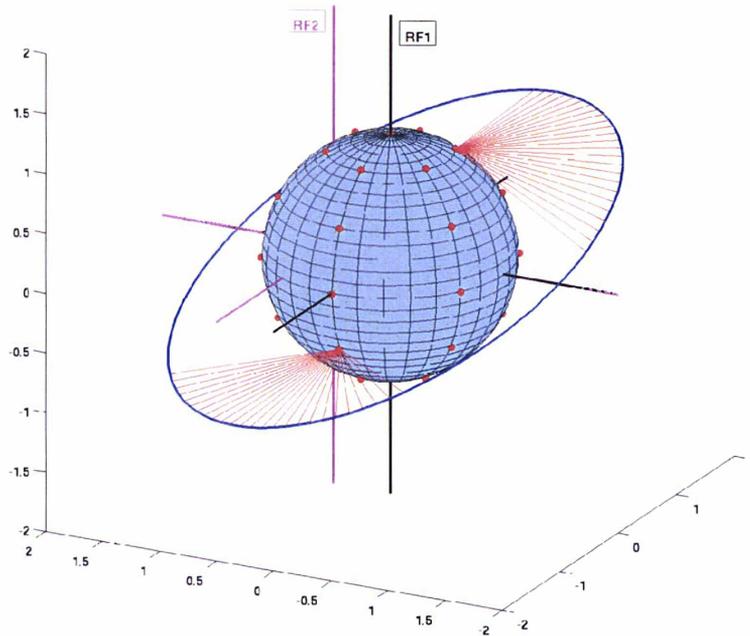


FIG. E.5 – RF1 : repère "naturel" de l'orbite; RF2 : repère connu puisque correspondant au repère dans lequel sont exprimées les positions a priori des stations.

E.2 Effet de réseau

Pour illustrer l'impact que peut avoir une mauvaise répartition d'un réseau de stations au niveau de la définition du repère de référence, j'ai réalisé une simulation. Différents auteurs ont déjà souligné ce problème (cf. [Collilieux et al., 2009]). Nous allons nous intéresser dans cette simulation à l'impact du réseau sur lequel on applique les contraintes minimales pour définir le repère d'arrivée. Pour pouvoir illustrer l'effet de réseau, il faut complexifier un peu la simulation. En effet, jusqu'à présent, les stations sont connues précisément, les mesures sont parfaites, le pôle terrestre est fixe... Il en résulte que l'effet de réseau est inexistant. Que l'on utilise l'ensemble des stations ou des stations disposées uniquement sur un quart d'hémisphère, on retrouve toujours les bonnes valeurs des positions des stations et des paramètres θ . Dans un premier temps, nous allons considérer qu'un petit nombre de stations possèdent des positions biaisées (dans le cadre de l'ILRS, il a été montré que le comportement irrégulier de l'échelle dans l'ITRF2005 était en grande partie lié à des biais de stations). Sur les 30 stations considérées, six stations ont vu leurs positions biaisées (biais intervenant uniquement sur la composante verticale de position de ces stations, on identifiera ces stations par la suite par le terme "stations biaisées"). Pour trois d'entre elles, le biais est sub-millimétrique, les trois autres ayant un biais compris entre 1 mm et 6 mm (1.5 mm

, 3 mm et 6 mm). RF2, le repère défini plus haut présente trois translations (de l'ordre du cm) et un facteur d'échelle de cinq millimètres par rapport à RF1. Comme nous l'avons vu précédemment, si tout était parfait et qu'il n'y avait pas de biais sur les positions des stations, on retrouverait ces paramètres de repère lors de l'estimation quel que soit le réseau considéré pour l'application des contraintes. Dans le cas où des biais sont présents, plusieurs tests ont été réalisés. Dans un premier temps, l'ensemble des stations a servi pour contraindre le système (contraintes, qui, je le rappelle, servent à définir le repère d'arrivée). Dans un second temps, seules 12 stations ont servi (six stations dont les positions n'ont pas été biaisées et les six stations biaisées). Dans un troisième test, seules six stations non biaisées ont servi, puis les six stations biaisées uniquement et pour finir seules les cinq stations de biais les plus faibles (la station biaisée de 6 mm a été enlevée). L'ensemble de ces tests a abouti à l'obtention des bonnes translations. Nous ne nous intéresserons donc qu'à l'échelle. Les résultats sont récapitulés dans le tableau ci-dessous :

	{stations}	6 nb + 6 b	6 nb	6 b	5 b
D (en mm)	4.6	3.8	5.0	2.7	3.5

TAB. E.1 – Estimation du facteur d'échelle D suivant le type de réseau ayant servi pour appliquer les contraintes minimales ({stations} : toutes les stations ; 6 nb + 6 b : 6 stations non biaisées, 6 stations biaisées ; 6 nb : 6 stations non biaisées ; 6 b : 6 stations biaisées ; 5 b : 5 stations biaisées).

On voit donc clairement un impact sur le facteur d'échelle. Ceci n'est pas surprenant. En effet, soit une station de coordonnées $X_1 = (x_1, y_1, z_1)^T$. Appliquer un biais sur la position de cette station, uniquement pour la composante verticale, revient à ajouter $\delta X_1 = (\delta x_1, \delta y_1, \delta z_1)^T$. Si l'on se place en coordonnées sphériques, on a, pour un biais vertical (et donc radial dans notre cas), noté δr :

$$X_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r + \delta r)\cos(\theta)\sin(\phi) \\ (r + \delta r)\sin(\theta)\sin(\phi) \\ (r + \delta r)\cos(\phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r\cos(\theta)\sin(\phi) \\ r\sin(\theta)\sin(\phi) \\ r\cos(\phi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\delta r}{r}\cos(\theta)\sin(\phi) \\ \frac{\delta r}{r}\sin(\theta)\sin(\phi) \\ \frac{\delta r}{r}\cos(\phi) \end{bmatrix}$$

$$X_2 = \left(1 + \frac{\delta r}{r}\right) \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = X_1 + kX_1 \text{ avec } k = \frac{\delta r}{r}$$

Or, écrivons la formule linéarisée de la similitude en ne prenant en compte qu'un facteur d'échelle D entre un ensemble de n stations dont les positions ont été biaisées X_2^i , avec $i \in [1, n]$ et ces mêmes stations non biaisées X_1^i :

$$\begin{aligned} X_2^1 &= X_1^1 + k_1 X_1^1 = X_1^1 + DX_1^1 \\ &\vdots \\ X_2^i &= X_1^i + k_i X_1^i = X_1^i + DX_1^i \\ &\vdots \\ X_2^n &= X_1^n + k_n X_1^n = X_1^n + DX_1^n \end{aligned}$$

On voit bien alors qu'une estimation par moindres carrés du facteur d'échelle va fournir comme facteur d'échelle la moyenne des biais dans ce cas.

Pour terminer avec l'effet de réseau, on peut également utiliser un modèle d'effet de charge atmosphérique qu'on ne prendra pas en compte dans l'estimation. En effet, les modèles d'effet de charge atmosphérique n'ont pas été pris en compte lors du calcul de l'ITRF2005 et de l'ITRF2008. Pour étudier l'impact de l'effet de réseau dans ce cas, on applique les contraintes sur quatre réseaux différents, à savoir : le réseau complet des stations, l'ensemble des stations de l'hémisphère Nord, les stations pour lesquelles l'effet de charge est en moyenne le plus faible (effet de charge en moyenne sur la semaine traitée millimétrique voire sub-millimétrique) et enfin un réseau de dix stations bien réparties. De même que

précédemment, l'effet de charge atmosphérique agit principalement sur le facteur d'échelle :

	Réseau 1	Réseau 2	Réseau 3	Réseau 4
D (en mm)	5.3	5.5	5.5	4.9

TAB. E.2 – Estimation du facteur d'échelle D suivant le type de réseau ayant servi pour appliquer les contraintes minimales (Réseau 1 : toutes les stations; Réseau 2 : toutes les stations de l'hémisphère Nord; Réseau 3 : stations pour lesquelles l'effet de charge atmosphérique est le plus faible; Réseau 4 : 10 stations bien réparties et d'effets de charge faibles).

On peut donc observer des variations pouvant atteindre 10 % de la valeur du facteur d'échelle. D'autre part, on peut constater que la répartition des stations sur lesquelles on va appliquer les contraintes minimales a de l'importance. Il faut donc garder cela à l'esprit lors d'un calcul réel. Le facteur d'échelle est perturbé par les effets de charge atmosphérique et pour limiter cet impact, l'utilisation d'un sous-réseau bien réparti est nécessaire.

Les différentes simulations présentées ici montrent de manière très simplifiée les problèmes liés à l'effet de réseau. Pour plus de détails concernant cet effet, on pourra se référer à [Collilieux, 2008] ou [Collilieux et al., 2009].

Nous allons maintenant nous intéresser au référencement hebdomadaire des solutions.

E.3 Référencement hebdomadaire

Comme le centre des masses de la Terre bouge dans l'espace au cours du temps, chaque semaine, l'origine du repère "naturel" défini par une technique spatiale change. En effet, cette origine n'est autre que l'un des foyers de l'ellipse du satellite de la technique considérée, origine qui n'est donc rien d'autre que le centre des masses de la Terre. Il en va de même pour le facteur d'échelle puisque, comme nous l'avons vu précédemment, ne serait-ce que l'absence de modélisation des effets de charge atmosphérique entraîne une variation du facteur d'échelle. Pour résumer, chaque semaine, les positions de stations estimées par l'intermédiaire des mesures d'une technique de géodésie spatiale sont exprimées dans un repère de référence qui est propre à cette semaine. Qu'est-ce que cela implique dans la pratique ? Si on ne prend pas en compte ce phénomène, nous allons introduire dans les positions des stations des mouvements qui ne sont pas liés à celles-ci mais à un mouvement global du repère. Ainsi, comme nous l'avons déjà vu à la partie E.1.3, si l'on estime les positions de stations sans estimer en même temps une similitude, les stations vont être exprimées dans le repère "naturel" de l'orbite.

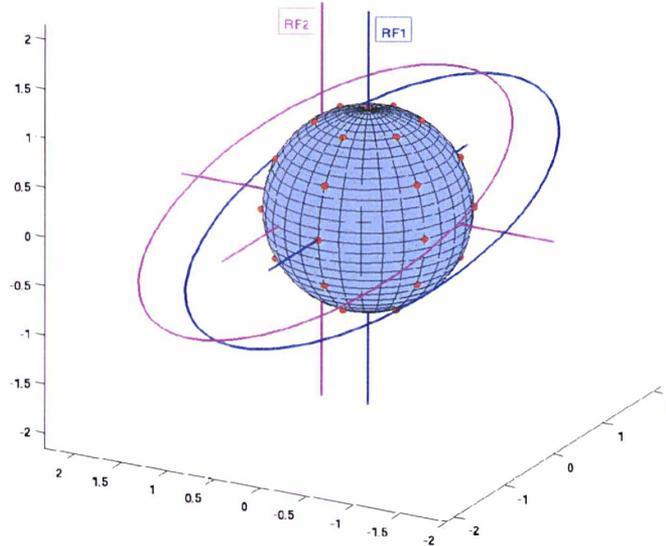


FIG. E.6 – Réalisation de repère hebdomadaire (RF1 : repère terrestre en semaine 1 , RF2 : repère terrestre en semaine 2).

La première semaine, les positions X_i des stations vont être exprimées dans le repère RF1. La deuxième semaine, elles seront exprimées dans le repère RF2. Soit θ le vecteur des paramètres de transformation entre RF1 et RF2. On a $X_i^{RF2} = X_i^{RF1} + A\theta$ (pour l'expression de A , se reporter à la section 2.1.1). En sortie de l'estimation, on obtient donc des positions hebdomadaires de stations qui ne sont pas directement comparables puisqu'exprimées dans des repères différents. Pour éviter ce problème, on peut fixer le repère de référence pour qu'il soit identique pour les deux semaines en utilisant une similitude (cf. section 2.1.1). Dans ce cas, on obtient des positions hebdomadaires directement comparables, car exprimées dans un même repère.

C'est bien ce que l'on obtient en simulant ce problème. Pour représenter un déplacement du centre de masse entre deux semaines de calcul, on translate l'orbite simulée d'un vecteur $T = (T_x, T_y, T_z)^T$. A partir de ces orbites, on simule les mesures puis on estime les positions des stations. On constate bien ce que l'on attendait, à savoir que les stations sont entachées des translations appliquées aux orbites si l'on n'applique pas de similitude lors de l'estimation.

Publications et communications

Publications

A. Pollet, D. Coulot et N. Capitaine. Combination of space-geodetic techniques at the measurement level. Proceedings of the IAG Symposium on Geodesy for Planet Earth, Buenos Aires, Argentine, 2009. Sous presse. (Article fourni à la suite de l'annexe)

D. Coulot, A. Pollet, X. Collilieux et P. Berio. Genetically Modified Networks : A Genetic Algorithm Contribution to Space Geodesy. Application to the referencing of the SLR Earth Orientation Parameters with respect to ITRF. Journal of Geodesy, 84(1), pages 31-53, 2010. Doi : 10.1007/s00190-009-0342-1.

D. Coulot, P. Berio et A. Pollet. Least-square mean effect : Applications to the analysis of SLR time series. Proceedings of the 15th International Laser Ranging Workshop, Canberra, Australia, 2006.

Notes d'informations scientifique et technique

A. Pollet et S. Nahmani. Étude comparative de différentes méthodes d'estimation. Rapport technique, Publication LAREG MM23, 2008.

S. Nahmani et A. Pollet. L'allongement troposphérique : Vers un modèle commun aux différentes techniques de géodésie spatiale? Rapport technique, Publication LAREG MM24, 2008.

Présentations orales

A. Pollet et D. Coulot. Combinaison des techniques de géodésie spatiale au niveau des observations. Journées de la recherche de l'IGN 2009, Saint-Mandé, France, 11-12 mars 2009.

A. Pollet, D. Coulot, N. Capitaine, S. Nahmani et Z. Altamimi. Combination of Space Geodetic Techniques at the Measurement Level. AGU Fall Meeting 2007, San Francisco, États-Unis, 10-14 décembre 2007.

A. Pollet, D. Coulot et N. Capitaine. Combination of Space Geodetic Techniques at the Measurement Level. IAG Symposium on Geodesy for Planet Earth 2009, Buenos Aires, Argentine, 31 août - 4 septembre 2009.

A. Pollet, D. Coulot et N. Capitaine. Combination of Space Geodetic Techniques Measurements. IAG Commission 1 Symposium REFAG 2010, Champs-sur-Marne, France, 4-8 octobre 2010.

D. Coulot, A. Pollet et Z. Altamimi. Influence of station referencing on the quality of EOP time series. IERS Workshop on EOP Combination and Prediction, Varsovie, Pologne, 19-21 octobre 2009.

Posters

A. Pollet, D. Coulot, N. Capitaine et S. Nahmani. Combination of Space Geodetic Techniques at the Measurement Level. EGU General Assembly 2008, Vienne, Autriche, 13-18 avril 2008.

A. Pollet, D. Coulot et N. Capitaine. Future of Space Geodetic Techniques Combination. EGU General Assembly 2009, Vienne, Autriche, 19-24 avril 2009.

E. Bernard, F. Golse, D. Coulot et A. Pollet. Drag effects with gas kinetic equations for Space Geodesy. VII Hotine Marussi Symposium 2009, Rome, Italie, 6-10 juillet 2009.

D. Coulot, A. Pollet, X. Collilieux, F. Deleffie, M. L. Gobinddass, L. Soudarin, P. Willis, J. M. Lemoine et H. Capdeville. Genetically Modified Networks : A Genetic Algorithm Contribution to Space Geodesy. Application to the transformation of SLR and DORIS EOP time series into ITRF2005. IAG Symposium on Geodesy for Planet Earth 2009, Buenos Aires, Argentine, 31 août - 4 septembre 2009.

Towards a combination of space-geodetic measurements.

A. Pollet, D. Coulot

Institut Géographique National, LAREG & GRGS,
6-8 Avenue Blaise Pascal, 77455 Champs-sur-Marne, Marne-la-Vallée, France

N. Capitaine

SYRTE, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC & GRGS,
61 Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

Abstract. The International Terrestrial Reference Frame (ITRF), the Earth Orientation Parameter (EOP) time series, and the International Celestial Reference Frame are obtained separately and may thus present inconsistencies. To solve this problem, a first step has been made with the latest ITRF realization (ITRF2005), which has been computed, for the first time, with consistent EOP time series. Another approach to better understand this issue is to directly estimate, in the same process, station positions and EOP time series, from all the space-geodetic measurements.

In the framework of the French Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale (GRGS) activities, this latter approach has been studied for several years. For this purpose, the observations of VLBI, SLR, GPS, and DORIS techniques are combined using the same models and software for all the individual data processing.

In this paper, we study methodological issues regarding the definition and the consistency of the weekly combined terrestrial frames.

Keywords. Terrestrial frames, Combination, Space Geodesy

1 Introduction

The International Earth rotation and Reference systems Service (IERS) provides different geodetic products as the International Terrestrial Reference Frame (ITRF), the Earth Orientation Parameters (EOP), and the International Celestial Reference Frame (ICRF), the EOP providing the link between ITRF and ICRF. These products are computed separately; this may introduce inconsistencies.

The latest ITRF realization, ITRF2005 [Altamimi et al., 2007], has been a major step toward the consistency between IERS products. Indeed, for the first time, the ITRS Product Center (PC) has provided the ITRF2005 together with consistent EOP time series.

Another approach is under investigation, namely the combination of space-geodetic techniques

(DORIS/GPS/SLR/VLBI) at the measurement level. This method permits us to use the same models and software for all techniques in order to obtain consistent results. Furthermore, such a combination enables the introduction of new common parameters and technique links, in addition to the local ties. It should thus allow us to evidence the possible systematic errors of each technique in order to understand and to reduce them. Several studies have been carried out on this subject. [Andersen, 2000] has applied this kind of combination with a stochastic approach and a square root formation filtering and smoothing to VLBI sessions. [Thaller et al., 2007] have combined GPS and VLBI data and got promising results regarding EOP and Zenithal Tropospheric Delays (ZTD). A proof of the great interest aroused by such combination is the creation of a new IERS working group (COL, for Combination at the Observation Level) in 2009.

The present study is the continuation of [Coulot et al., 2007], who have combined DORIS, GPS, SLR, and VLBI normal systems to evidence the interest of this approach for EOP (and, in particular, Universal Time - UT). We focus here on the definition and the homogeneity of the combined terrestrial frame. In the first section, we present the data used and the different parameters estimated during the combination. Then, we test different possible approaches to combine the observation systems with a particular emphasis on the consistency of the combined frame. Finally, we underline the major role of the local ties in the computation and we provide some conclusions and prospects.

2 Data, software, and parameters

We carry out tests over nearly three months of data obtained by the four space-geodetic techniques, available at the IVS, ILRS, IGS, and IDS data centers (between January 9 and March 19, 2005). The CNES¹/GRGS software GINS provides the observation systems for each technique. Indeed, this software, which is also designed for gravity field deter-

¹ Centre National d'Etudes Spatiales, French institute.

mination [Bruinsma et al., 2009], has the capability to process DORIS, GPS, SLR, and VLBI data (cf. [Bourda et al., 2007]). It is used by the IDS LCA-CNES/CLS, the IGS CNES/CLS, and the ILRS GRGS Analysis centers (AC), and by the Bordeaux Observatory for VLBI data processing. Table 1 details the processing configurations for each technique. These configurations are close to those applied by the AC for the satellite techniques and by the Bordeaux Observatory team for VLBI. The LAREG/GRGS LOCOMOTIV software combines weekly individual observation systems, uses the degree of freedom method [Sillard, 1999] in order to provide optimal weights for each satellite technique (one weight per satellite observation set) and each VLBI session observation set in the combina-

tion, and estimates the following parameters:

- weekly station positions, at the middle of the GPS week;
- daily EOP (polar motion and UT), at noon;
- orbital parameters in agreement with the three GRGS AC configurations;
- ZTD, every two hours, except for SLR;
- technique specific biases in agreement with the three GRGS AC configurations and with the Bordeaux Observatory VLBI configuration.

In addition, depending on the model applied for the combination, we estimate or not estimate Helmert parameters (translations and scale factor for each satellite technique and only scale factor for VLBI, cf. subsection 3.2).

	GPS	VLBI	DORIS	SLR
Data	double differences	IVS-R1, IVS-R4, intensive sessions		
Satellites	GPS constellation		SPOT 2, 4, 5 ENVISAT Jason 1	LAGEOS 1 LAGEOS 2
Sampling rate	10 min			
Elevation cutoff angle	10°	10°	12°	8°
Network	150 stations (IGS core sites + colocated stations)		All available stations	
Antenna model	Absolute			
Stations	ITRF2005			ITRF2005 rescaled
EOP	IERS 05 C04 [Bizouard & Gambis, 2009]			
Solid Earth tides	IERS conventions [McCarthy & Petit, 2004]			
Ocean tides	FES2004 [Lyard et al., 2006]			
Ocean loading	FES2004 [Lyard et al., 2006]			
Atm. loading	Not modeled			
Tropospheric model	ECMWF*			[Mendes & Pavlis, 2004]
Mapping function	[Guo & Langley, 2003]			[Mendes et al., 2002]
Orbital arc length	48 hours with a 24-hour overlapping		30 hours with a 6-hour overlapping	9 days with a 2-day overlapping

* <http://www.ecmwf.int>

Table 1. Configurations of GPS, VLBI, DORIS, and SLR processing.

3 Combination, referencing, and consistency

[Coulot et al., 2007] directly combined the normal equation systems derived from the technique observations. In this work, only the EOP were used as common parameters. The minimum constraints were applied over four sub-networks (one per tech-

nique). These minimum constraints were related to the parameters evidenced, per technique, in loose constrained combined solutions, by the reference system effect criterion [Sillard & Boucher, 2001]. This combination provided heterogeneous combined frames. Indeed, each technique realized its own reference frame. This may be caused by the lack of links between the technique networks; common EOP

indeed only link techniques regarding orientation. In the next sections, we thus introduce the local ties and we carry out different combinations (from C1 to C4) in order to obtain a solution for which the systematic errors of the techniques are well handled.

3.1 Model for an ideal case

We introduce local ties in the combination through observation equations:

$$X_0^1 + \delta X_c^1 - (X_0^2 + \delta X_c^2) = LocTie_X^{(1-2)} (\Sigma_{LocTie^{1-2}})^{-1/2}, \quad (1)$$

with X_0^1 (resp. X_0^2) being the station 1 (resp. 2) a priori positions, δX_c^1 (resp. δX_c^2) the estimated position offsets of station 1 (resp. 2), $LocTie_X^{(1-2)}$ the local tie vector between the stations 1 and 2 and $\Sigma_{LocTie^{1-2}}$ its variance-covariance matrix.

Theoretically speaking, each technique is sensitive to the scale of the terrestrial frame. Each satellite technique is sensitive to the terrestrial frame origin (the geocenter), via the dynamical orbits of its dedicated satellites. Through local ties, we can transmit this definition of the origin to the VLBI station network. Finally, we must conventionally define the orientation of the frame; no technique is sensitive to this orientation (EOP are estimated). We should thus theoretically obtain a homogeneous combined solution by gathering the normal equation systems per technique, with local ties and three minimum constraints (one per rotation) applied over a GPS sub-network to define the orientation of the combined frame w.r.t. ITRF2005.

However, as shown in Table 2 (C1 test), we still have inconsistent results. Indeed, we estimate the transformation parameters between different networks in the F_c combined frames (all the stations and DORIS, GPS, SLR, and VLBI sub-networks) and ITRF2005 in order to evaluate the homogeneity of the combined solutions. Each technique network realizes its own reference frame. For example, we notice a 3D discrepancy of about 9.6 mm between the DORIS and GPS translations and a scale difference of about 0.7 ppb (4 mm) between SLR and VLBI. Two reasons may explain these heterogeneities. Systematic errors exist between the techniques, due to problems in the models used, in particular the models specific to a particular technique (antenna model for GPS [Ge et al., 2005], solar radiation pressure for DORIS [Gobinddass et al., 2009], etc.) and/or introducing local ties on a weekly basis may be problematic. Indeed, on a weekly basis, we can get poor network distributions, especially regarding the co-located station networks for VLBI or SLR. To investigate these inconsistencies, we directly introduce Helmert parameters to take into account possible mismodellings.

3.2 Improved model

A possible way to ensure the homogeneity of the combined solution is to introduce the Helmert (transformation) parameters in the observation systems of each technique. We consider the following observation system

$$Y = A \begin{bmatrix} \delta X \\ \delta EOP \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad (2)$$

with Y being the pseudo-observations, A the design matrix, δX the station position offsets w.r.t. a frame F_k , δEOP the EOP offsets consistent with the orientation of F_k and α the other parameter offsets such as orbital parameters, ZTD, etc. We then introduce the transformation parameters, using the following equations:

$$\begin{aligned} \delta X &= \delta X_c + T + DX_0 + RX_0, \\ \delta EOP &= \delta EOP_c + R', \end{aligned} \quad (3)$$

with δX_c being the station position offsets w.r.t. F_c , the combined frame, T , D , R , and R' the scalars, vectors, and matrices related to the transformation parameters between the frames F_c and F_k , X_0 the a priori station positions, and δEOP_c the EOP offsets consistent with the orientation of F_c . In practice, no technique is sensitive to the orientation of F_c (we estimate EOP). The estimated EOP offsets thus align w.r.t. the orientation we define (ibid regarding the frame origin for the VLBI technique). We thus estimate translations and scale factor for satellite techniques

$$\begin{aligned} \delta X &= \delta X_c + T + DX_0, \\ \delta EOP &= \delta EOP_c, \end{aligned} \quad (4)$$

and only scale factor for VLBI technique

$$\begin{aligned} \delta X &= \delta X_c + DX_0, \\ \delta EOP &= \delta EOP_c. \end{aligned} \quad (5)$$

We thus obtain the following global observation system:

$$Y = B \begin{bmatrix} \delta X_c \\ \delta EOP_c \\ \alpha \\ \theta_{DORIS} \\ \theta_{GPS} \\ \theta_{SLR} \\ \theta_{VLBI} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

where θ_{tech} ($tech$ corresponding respectively to DORIS, GPS, SLR or VLBI) is the vector of the transformation parameters per technique (a scale factor for each technique and three translation parameters for each satellite technique) and B is the new design matrix, deduced from the matrix A . These transformation parameters are estimated in addition to all the other parameters.

Due to the lack of information regarding the F_c combined frame definition, the normal system deduced from this observation system presents rank deficiency. As local ties link the technique networks, this rank deficiency correspond to the seven parameters needed to define the combined frame.

This definition is obtained by using constraints: either constraints on the estimated transformation parameters and/or minimum constraints. Indeed, we can apply seven minimum constraints w.r.t. ITRF2005 to define F_c . We can also take advantage of the Helmert parameters. For example, if we want to define the origin of F_c as the SLR origin, we do not estimate the SLR translations. In this case, we define the origin of the combined frame independently of ITRF.

3.3 Numerical tests

We compare here two combinations: the "ideal case" combination, called C1 (cf. subsection 3.1), and a similar one with Helmert parameters, called C2 (cf. subsection 3.2). For local ties, we use the values and the associated standard deviations provided by the ITRF PC². More than 50 local ties are used per week. For the combination C1, we apply three minimum constraints w.r.t. ITRF2005 over a GPS sub-network to define the orientation of F_c . Consequently, F_c has the orientation of ITRF2005 but not necessarily the same origin and scale. For the combination C2, we use seven minimum constraints w.r.t. ITRF2005 over the same GPS sub-network to define F_c , which is thus theoretically fully expressed in ITRF2005.

To check the homogeneity of the combined solutions, we compute the transformation parameters between different networks in the F_c combined frame (all the stations, and DORIS, GPS, SLR, and VLBI sub-networks) and ITRF2005.

Table 2 shows that the estimation of the Helmert parameters in the combination increases the homogeneity of the solution. For example, the 3D discrepancy between the DORIS and GPS translations decreases from 9.6 mm to 6.7 mm. However, there are still some heterogeneities. The VLBI and SLR networks present the largest ones, probably due to poor co-located networks with a weekly sampling.

4 A possible approach of referencing

In order to obtain an homogeneous solution, we present another way of introducing local ties in the combination by the use of equality constraints between estimated co-located station position offsets:

$$\delta X_c^1 - \delta X_c^2 = 0 (\Sigma_{Tie^{1-2}}^*) . \quad (7)$$

with δX_c^1 (resp. δX_c^2) the estimated position offsets of station 1 (resp. 2).

Doing so, we consider that the value of the local tie is the difference between the ITRF2005 a priori station positions ($X_0^1 - X_0^2 = LocTie_X^{(1-2)}$ - cf. equation (1)). We thus switch from rescaled ITRF2005 to ITRF2005 for SLR a priori station positions, in order to get consistent values. The standard deviations $\sigma_{Tie^{1-2}}^*$ (on which $\Sigma_{Tie^{1-2}}^*$ is based) are computed from the variance-covariance matrix of the ITRF2005 a priori station positions X_0^1 and X_0^2 , at the considered epoch t:

$$\begin{aligned} \sigma_{Tie^{1-2}}^* &= \sqrt{Var(X_0^1(t) - X_0^2(t))} \\ &= \sqrt{Var(X_0^1(t)) + Var(X_0^2(t)) - 2 cov(X_0^1(t), X_0^2(t))} \\ X_0^i(t) &= X_0^i(t_0) + \delta t \dot{X}_0^i(t_0) \text{ with } \delta t = t - t_0 \\ \text{hence: } Var(X_0^i(t)) &= Var(X_0^i(t_0)) + \delta t^2 Var(\dot{X}_0^i(t_0)) \\ &\quad + 2 \delta t cov(X_0^i(t_0), \dot{X}_0^i(t_0)) \\ \text{and: } cov(X_0^1(t), X_0^2(t)) &= cov(X_0^1(t_0), X_0^2(t_0)) \\ &\quad + \delta t^2 cov(\dot{X}_0^1(t_0), \dot{X}_0^2(t_0)) + \delta t cov(X_0^1(t_0), \dot{X}_0^2(t_0)) \\ &\quad + \delta t cov(\dot{X}_0^1(t_0), X_0^2(t_0)) \end{aligned} \quad (8)$$

In practice, $\sigma_{Tie^{1-2}}^* \leq \sigma_{LocTie^{1-2}}$. Furthermore, this approach is ITRF-dependent: if an event has changed a co-located station position after 2005, this kind of local ties cannot be used for the considered co-location site. A secular solution, estimated from our data and used as the a priori solution, could avoid this dependence. Due to our short data span, here we have used the ITRF2005 to evaluate these constraints. We compute two combinations based on this approach, C3 and C4. Regarding the estimated parameters and the minimum constraints used, C3 (resp. C4) is similar to C1 (resp. C2).

In addition to C1 and C2, Table 2 also provides the statistics for the transformation parameters for the C3 and C4 combinations. The homogeneity of the solutions is improved for C3 and C4 but only the C4 combination gives a real consistent combined solution. Indeed, the heterogeneities for the scale and T_z still exist in the C3 combination. Regarding C4, these heterogeneities are embedded in the estimated Helmert parameters. For example, the difference between the VLBI and SLR estimated scale factors is about 0.7 ppb over the three months of studied data (Mean of estimated VLBI / SLR scale factor : -2.1 ppb / -2.8 ppb). In the same way, we find a 3D discrepancy of about 10.2 mm between the DORIS and GPS translations in the estimated Helmert parameters. They consequently do not disturb the referencing of the solution anymore.

² See <http://itrf.ensg.ign.fr/ties/ITRF2005/ITRF2005-localities.tab> .

Combination	C1	C2	C3	C4
Helmert parameters	No	Yes	No	Yes
Local tie handling	Eq. (1)	Eq. (1)	Eq. (7)	Eq. (7)
Local tie weights	Provided by ITRF PC	Provided by ITRF PC	Equation (8)	Equation (8)
Transformation parameters between all stations and ITRF2005				
T _x	-5.2 (0.7) 3.5	0.1 (0.2) 0.1	-5.3 (0.7) 3.6	0.1 (0.2) 0.2
T _y	1.5 (0.5) 1.6	0.0 (0.2) 0.1	1.9 (0.5) 1.5	0.0 (0.2) 0.2
T _z	-6.9 (0.9) 5.3	0.2 (0.3) 0.3	-5.9 (0.8) 5.3	0.4 (0.3) 0.4
D	-2.1 (0.4) 1.1	0.0 (0.3) 0.3	-3.3 (0.4) 1.5	-0.1 (0.2) 0.3
R _x	-40 (5) 28	-2 (3) 2	-36 (5) 27	5 (3) 6
R _y	-36 (17) 34	-2 (5) 2	-41 (18) 39	-2 (5) 3
R _z	32 (15) 26	-2 (6) 3	36 (16) 30	1 (7) 5
Transformation parameters between DORIS network and ITRF2005				
T _x	-2.6 (0.7) 3.5	5.9 (0.6) 2.1	-4.9 (0.6) 3.0	-0.3 (0.4) 0.6
T _y	0.1 (0.7) 2.5	-1.7 (0.6) 1.0	1.8 (0.6) 2.0	0.7 (0.4) 0.5
T _z	-0.8 (0.8) 3.7	2.9 (0.7) 3.0	-5.3 (0.8) 4.0	-0.3 (0.4) 0.7
D	-5.9 (0.5) 3.7	0.5 (0.7) 3.3	-3.1 (0.4) 1.3	0.5 (0.4) 1.5
R _x	-63 (22) 60	29 (27) 73	-26 (19) 42	4 (13) 22
R _y	105 (25) 72	298 (37) 139	-42 (17) 36	-8 (8) 8
R _z	175 (28) 93	146 (24) 58	31 (16) 30	-1 (12) 16
Transformation parameters between GPS network and ITRF2005				
T _x	-5.1 (0.7) 3.2	0.1 (0.3) 0.1	-5.1 (0.7) 3.3	0.0 (0.2) 0.1
T _y	-2.3 (0.7) 2.2	0.0 (0.2) 0.0	0.1 (0.6) 1.4	0.0 (0.2) 0.0
T _z	-9.8 (1.0) 5.3	0.1 (0.3) 0.1	-7.3 (0.9) 5.0	0.0 (0.2) 0.0
D	-1.3 (0.4) 0.9	0.0 (0.2) 0.1	-1.8 (0.4) 1.0	0.0 (0.2) 0.1
R _x	-20 (16) 31	2 (2) 0	-30 (15) 28	0 (2) 0
R _y	-29 (16) 30	-1 (2) 0	-33 (17) 34	0 (2) 0
R _z	25 (14) 24	-3 (3) 0	29 (15) 26	0 (2) 0
Transformation parameters between SLR network and ITRF2005				
T _x	-3.9 (0.7) 3.9	-0.5 (0.7) 1.6	-5.2 (0.6) 3.2	-1.4 (0.4) 0.3
T _y	2.4 (0.5) 1.9	3.4 (0.6) 1.6	1.2 (0.5) 1.7	0.2 (0.4) 1.2
T _z	0.8 (0.9) 4.1	3.9 (0.7) 0.6	-0.3 (0.8) 3.6	0.4 (0.4) 1.0
D	-16.2 (0.6) 2.4	-2.4 (0.7) 1.2	-12.0 (0.4) 2.4	-0.6 (0.5) 1.2
R _x	34 (23) 85	36 (24) 86	-13 (17) 40	9 (14) 33
R _y	-16 (26) 92	29 (27) 91	-36 (17) 39	13 (14) 29
R _z	-47 (24) 66	-51 (19) 57	40 (16) 39	-10 (11) 25
Transformation parameters between VLBI network and ITRF2005				
T _x	-3.8 (0.9) 3.5	1.5 (0.9) 3.2	-5.0 (0.7) 2.8	-0.9 (0.5) 1.3
T _y	5.5 (0.9) 4.8	6.9 (0.9) 4.6	1.5 (0.7) 2.5	1.5 (0.5) 1.5
T _z	7.2 (0.9) 3.5	10.8 (1.0) 4.1	-2.0 (0.8) 3.3	1.5 (0.5) 1.2
D	-12.1 (0.7) 3.8	-6.2 (0.9) 4.4	-6.3 (0.5) 1.8	-2.2 (0.5) 1.8
R _x	126 (25) 75	126 (25) 62	-6 (22) 58	8 (19) 43
R _y	-76 (28) 94	-36 (31) 95	-64 (19) 44	-32 (19) 45
R _z	87 (38) 172	64 (43) 181	51 (19) 45	24 (18) 39

Table 2. Transformation parameters - mean value (formal error of the mean value) standard deviation value in mm for translations and scale factor T_x, T_y, T_z , and D and μ as for rotations R_x, R_y , and R_z - estimated between different networks in the F_c combined frames (all the stations and DORIS, GPS, SLR, and VLBI sub-networks) and ITRF2005, for C1, C2, C3, and C4 combinations over three months of data (see text).

On the one hand, the local ties are essential to link the technique networks in the combination but,

on the another hand, they must be used carefully as they have a great impact.

5 Conclusions and prospects

Through the direct estimation of transformation parameters in the combination process, we get an homogeneous combined solution. With our new approach, the problem of datum inconsistency evidenced by [Coulot et al., 2007] is solved. But the introduction of the co-location information on a weekly basis appears to be problematic and it can twist the combined frame, due to poor weekly co-located networks. From the tests carried out in the present study, we recommend to use equality constraints between estimated co-located station position offsets together with a rigorous weighting (cf. equations (7) and (8)) to obtain an homogeneous result.

Even with this method, the definition of the combined frame will still inevitably depend on this link between the technique networks. Consequently, the introduction of supplementary common parameters and links could be helpful to decrease this dependence. At a terrestrial level, we could use common geodynamic signals (such as loading effects, for instance), ZTD, etc., and, at a space level, the use of multi-technique satellites should be of great interest.

With our combination model, the inconsistencies between the techniques are embedded in the estimated Helmert parameters. The understanding of these inconsistencies should help to improve some models. Gradually, such improvements should lead to more consistency and, consequently, to definitions of combined frame more independent of any external terrestrial reference frame. However, as long as technique discrepancies exist, the estimation of the Helmert parameters is essential to insure the homogeneity of the combined solutions.

References

- Altamimi, Z., Collilieux, X., Legrand, J., and Boucher, C. (2007). ITRF2005: A new release of the international terrestrial reference frame based on time series of station positions and earth orientation parameters. *Journal of Geophysical Research*, 112, B09401, doi: 10.1029/2007JB004949.
- Andersen, P.H. (2000). Multi-level arc combination with stochastic parameters. *Journal of Geodesy*, 74, pages 531-551, doi: 10.1007/s001900000115.
- Bourda, G., Charlot, P., and Biancale, R. (2007). GINS: a new tool for VLBI Geodesy and Astrometry. In *proc. of the 18th European VLBI for Geodesy and Astrometry (EVGA) Working Meeting*, 79, pages 59-63, ISSN 1811-8380.
- Bizouard, C., and Gambis, D. (2009). The combined solution C04 for Earth Orientation Parameters consistent with International Terrestrial Reference Frame 2005. In *proc. of IAG Symposia*, 134, pages 265-270, doi: 10.1007/978-3-642-00860-3.
- Bruinsma, S., Lemoine, J.-M., Biancale, R., and Valès, N. (2009). CNES/GRGS 10-day gravity field models (release 2) and their evaluation. *Advances in space research*, 45(2010), pages 587-601, doi:10.1016/j.asr.2009.10.012.
- Coulot, D., Berio, P., Biancale, R., Loyer, S., Soudarin, L., and Gontier, A.-M. (2007). Towards a direct combination of space-geodetic techniques at the measurement level : methodology and main issues. *Journal of Geophysical Research*, 112, B05410, doi: 10.1029/2006JB004336.
- Ge, M., Gendt, G., Dick, G., Zhang, F. P., and Reigber, C. (2005). Impact of GPS satellite antenna offsets on scale changes in global network solutions. *Geophysical Research Letters*, 32, L06310, doi:10.1029/2004GL022241414.
- Gobinddass, M. L., Willis, P., De Viron, O., Sibthorpe, A., Zelensky, N. P., Ries, J. C., Ferland, R., Bar-Sever, Y., Diament, M., and Lemoine, F. G. (2009). Improving DORIS geocenter time series using an empirical rescaling of solar radiation pressure models. *Advances in space research*, 44(11), pages 1279-1287, doi:10.1016/j.asr.2009.08.004.
- Guo, J., and Langley, R. B. (2004). A New Tropospheric Propagation Delay Mapping Function for Elevation Angles Down to 2 degrees. In *proc. of ION GPS 2003*.
- Lyard, F., Lefevre, F., Letellier, T., and Francis, O. (2006). Modelling the global ocean tides: modern insights from FES2004. *Ocean Dynamics*, 56, pages 394-415, doi: 10.1007/s10236-006-0086-x.
- McCarthy, D. D., and Petit, G. (2004). IERS Conventions (2003). *IERS Technical Note 32*, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt, Germany, ISBN 3-89888-884-3.
- Mendes, V. B., Prates, G., Pavlis, E. C., Pavlis, D. E., and Langley, R. B. (2002). Improved Mapping Functions for Atmospheric Refraction Correction in SLR. *Geophysical Research Letters*, 29(10), 1414, doi: 10.1029/2001GL014394.
- Mendes, V. B., and Pavlis, E. C. (2004). High-Accuracy Zenith Delay Prediction at Optical Wavelengths. *Geophysical Research Letters*, 31, L14602, doi: 10.1029/2004GL020308.
- Sillard, P. (1999). Modélisation des systèmes de référence terrestres. Contribution théorique et méthodologique. PhD thesis, Observatoire de Paris.
- Sillard, P., and Boucher, C. (2001). A review of algebraic constraints in terrestrial reference frame datum definition. *Journal of Geodesy*, 75, pages 63-73.
- Thaller, D., Krügel, M., Rothacher, M., Tesmer, V., Schmid, R., and Angermann, D. (2007). Combined Earth orientation parameters based on homogeneous and continuous VLBI and GPS data. *Journal of Geodesy*, 81, pages 529-541.