



HAL
open science

Dynamique et contrôle d'un marché financier avec une approche système multi-agents

Iris Lucas

► **To cite this version:**

Iris Lucas. Dynamique et contrôle d'un marché financier avec une approche système multi-agents. Autre [cs.OH]. Normandie Université, 2018. Français. NNT : 2018NORMLH39 . tel-02090616

HAL Id: tel-02090616

<https://hal.science/tel-02090616v1>

Submitted on 4 Apr 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité Informatique

Préparée au sein de « Université Le Havre »

**Dynamique et contrôle d'un marché financier avec une
approche système multi-agents
Présentée et soutenue par
Iris LUCAS**

**Thèse soutenue publiquement le 18/07/2018
devant le jury composé de**

M Cyrille Bertelle	Professeur des universités / Directeur du SFLog, Research Federation for Logistics, Université Le Havre, Le Havre, France	Directeur de thèse
M Michel Cotsaftis	Professeur des universités/ ECE Paris, Paris, France	Codirecteur de thèse
Mme Zahia Guessoum	Maître de conférence HDR / Membre du laboratoire informatique de Paris 6, équipe SMA / Université Pierre et Marie Curie, Paris, France	Examineur
M Alexandre Berred	Professeur des universités / Membre du laboratoire de Mathématiques Appliquées du Havre / Université Le Havre, Le Havre, France	Examineur
M Philippe Mathieu	Professeur des universités / Responsable de l'équipe SMAC du LIFL (Lille1/CNRS) / Université de Lille, Lille, France	Rapporteur
M Guillaume Deffuant	Professeur des universités / Directeur du laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Complexes au Cemagref, Clermont-Ferrand, France	Rapporteur

Thèse dirigée par Cyrille Bertelle et Michel Cotsaftis, laboratoire LITIS



Table des matières

Remerciements.....	6
Liste des figures.....	7
Préface.....	9
1. Introduction.....	11
1.1 Un regard système sur les marchés financiers.....	12
1.2 Les systèmes multi-agents appliqués aux marchés financiers.....	15
1.3 Les études de résilience et de robustesse des marchés financiers.....	16
1.4 Objectifs et plan de la thèse.....	17
1.5 Références du chapitre.....	18
2. Présentation des marchés financiers et de leurs mécanismes.....	22
2.1 Présentation globale des plateformes de négociation.....	23
2.1.1 Infrastructures de marché.....	23
2.1.2 Infrastructures post-marché.....	24
2.1.3 Les investisseurs.....	26
2.1.4 Les instruments financiers.....	28
2.1.5 Le marché action français.....	28
2.2 Introduction aux mécanismes des plateformes de trading.....	30
2.2.1 Présentation d'une journée de bourse type sur le marché action français.....	30
2.2.2 Introduction aux phases d'enchères et au calcul du prix théorique d'ouverture.....	32
2.2.3 Introduction au carnet d'ordres.....	32
2.2.4 Analyse d'un carnet d'ordres.....	35
3. Modélisation et implémentation d'un marché artificiel.....	40
3.1 Définition du processus de prise de décision.....	41
3.2 Définition d'un agent.....	43
3.2.1 Présentation des stratégies de trading.....	46
3.2.2 Personnalité des agents et règles de comportement.....	47
3.3 Présentation de l'implémentation du système.....	52
3.3.1 Dynamique d'une période.....	52
3.3.2 Diagramme UML de classes simplifiées du système.....	53
3.3.3 Organisation des simulations.....	53
3.4 Analyse des propriétés du système.....	54
4. Elements of decisional dynamics: an agent-based approach applied to artificial financial market.....	56
4.1 Introduction.....	58
4.2 Method description.....	59
4.2.A System relevance to ABM.....	60
4.2.B Overall representation.....	60
4.2.C Mathematical setting.....	61
4.3 Application to an artificial financial market.....	61
4.2.A Introduction to central order book mechanisms.....	61
4.2.B Model description.....	62
4.4 Simulation results and discussion.....	66
4.5 Conclusion.....	66

5. Heterogeneity and self-organization of complex systems through an application to financial market with multiagent systems.....	68
5.1 Introduction.....	69
5.2 Literature review.....	70
5.2.1 Market mechanism.....	70
5.2.1 Literature review.....	72
5.2.3 Contributions.....	73
5.3 Model description.....	73
5.3.1 Trading strategies.....	73
5.3.2 Personality and behavioral rules.....	74
5.3.3 Price discovery mechanism.....	75
5.3.4 Self-organization capacity.....	75
5.4 Numerical results.....	76
5.4.1 Trading strategies: distribution and convergence.....	77
5.4.2 Self-organization and price discovery mechanism.....	78
5.4.3 Self-organization and an important system design parameter.....	80
5.4 Conclusion.....	81
6. Self-organization, resilience and robustness of complex systems through an application to financial market with agent-based approach.....	83
6.1 Introduction.....	84
6.2 Literature review.....	86
6.3 Model description.....	88
6.3.1 Limit order book mechanisms.....	88
6.3.2 Financial agent-based modelling.....	91
6.3.3 Definition of system condition.....	91
6.4 Results.....	92
6.5 Conclusion.....	98
7. Conclusion.....	100
7.1 Bilan.....	101
7.2 Perspectives.....	102
8. Bibliographie.....	103

Abstract

This thesis suggests reflection in studying financial markets through complex systems prism.

First, an original mathematic description for describing agents' decision-making process in case of problems affecting by both individual and collective behavior is introduced. The proposed method is particularly applicable when studied system is characterized by non-linear, path dependent and self-organizing interactions. An application to financial markets is proposed by designing a multi-agent system based on the proposed formalization.

In this application, we propose to implement a computational agent-based financial market in which the system is described in both a microscopic and macroscopic levels are proposed. The agents' decision-making process is based on fuzzy logic rules and the price dynamic is purely deterministic according to the basis matching rules of a central order book as in NYSE-Euronext-Paris. We show that, while putting most parameters under evolutionary control, the computational agent-based system is able to replicate several stylized facts of financial time series (distributions of stocks returns showing a heavy tail with positive excess kurtosis and volatility clustering phenomenon).

Thereafter, with numerical simulations we propose to study three system's properties: self-organization, resilience and robustness. First a method is introduced to quantify the degree of self-organization which emerges in the system and shows that the capacity of self-organization is maximized when the agents' behaviors are heterogeneous. Secondly, we propose to study the system's response when market shock is simulated. In both cases, numerical results are presented and analyzed, showing how the global market behavior emerges from specific individual behavior interactions.

Our results notably show that the emergence of collective herding behavior when market shock occurs leads to a temporary disruption on the system self-organization. Finally, numerical simulations highlight that our artificial financial market can be able to absorb strong mono-shock but be lead to the rupture by low but repeated perturbations.

Keywords : Multi-Agent System, Complex system, Decision-making Process, Self-organization, Market Microstructure, Financial markets, Non-linear dynamic system, Resilience, Robustness, Collective Behavior.

Résumé

Cette thèse propose une réflexion autour de l'étude des marchés financiers sous le prisme des systèmes complexes.

Tout d'abord une description mathématique est proposée pour représenter le processus de prises de décision des agents dès lors où celui-ci bien que représentant les intérêts individuels d'un agent, est également influencé par l'émergence d'un comportement collectif. La méthode est particulièrement applicable lorsque le système étudié est caractérisé par une dynamique non-linéaire. Une application du modèle est proposée au travers de l'implémentation d'un marché artificiel boursier avec une approche système multi-agents. Dans cette application la dynamique du marché est décrite à la fois aux niveaux microscopiques (comportement des agents) et macroscopique (formation du prix). Le processus de décision des agents est défini à partir d'un ensemble de règles comportementales reposant sur des principes de logique floue. La dynamique de la formation du prix repose sur une description déterministe à partir des règles d'appariement d'un carnet d'ordres central tel que sur NYSE-Euronext-Paris. Il est montré que le marché artificiel boursier tel qu'implémenté est capable de répliquer plusieurs faits stylisés des marchés financiers : queue de distribution des rendements plus épaisse que celle d'une loi normale et existence de grappes de volatilité (ou volatility clustering).

Par la suite, à partir de simulations numériques il est proposé d'étudier trois grandes propriétés du système : sa capacité d'auto-organisation, de résilience et sa robustesse. Dans un premier temps une méthode est introduite pour qualifier le niveau d'auto-organisation du marché. Nous verrons que la capacité d'auto-organisation du système est maximisée quand les comportements des agents sont diversifiés. Ensuite, il est proposé d'étudier la réponse du système quand celui-ci est stressé via la simulation de chocs de marché. Dans les deux analyses, afin de mettre en évidence comment la dynamique globale du système émerge à partir des interactions et des comportements des agents des résultats numériques sont systématiquement apportés puis discutés.

Nos résultats montrent notamment qu'un comportement collectif grégaire apparaît à la suite d'un choc, et, entraîne une incapacité temporaire du système à s'auto-organiser. Finalement, au travers des simulations numériques il peut être également remarqué que le marché artificiel boursier implémenté est plus sensible à de faibles répétitions répétées qu'à un choc plus important mais unique.

Mot-clés : Système multi-agents, système complexe, processus de prise de décision, auto-organisation, microstructure de marché, marchés financiers, système dynamique non-linéaire, résilience, robustesse, comportement collectif.

Remerciements

Cette thèse est le produit d'un travail de plusieurs années qu'il ne m'aurait pas été possible d'achever sans l'aide et la bienveillance d'un grand nombre de personnes de mon entourage. Je souhaiterais tout d'abord remercier mon très estimé co-directeur de thèse, Michel Cotsaftis qui suit mon travail depuis mon entrée en école d'ingénieur et qui m'a toujours soutenue et poussée a donné le meilleur de moi-même. Je lui dois notamment mon initiation aux problématiques des systèmes complexes et ma sensibilisation aux problématiques de résilience et de robustesse. Je remercie mon très patient directeur de thèse Cyrille Bertelle pour m'avoir fait confiance tout au long de la thèse et qui a su me guider sereinement dans le formalisme de ce travail au travers de trois publications.

Je voudrais remercier les rapporteurs de cette thèse M. Philippe Mathieu, Professeur des Universités et responsable de l'équipe SMAC du LIFL à l'Université de Lille, et M. Guillaume Deffuant Professeur des Universités et directeur du laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Complexes au Cemagref à Clermont-Ferrand, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

J'associe à ces remerciements Mme Zahia Gessoum, Maître de conférences et membre du laboratoire d'informatique, équipe SMA à l'Université de Paris 6, et M. Alexandre Berred, Professeur des Universités et membre du laboratoire de Mathématiques Appliquées à l'Université Le Havre, pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Je remercie mes collègues de la Surveillance des Marchés de l'Autorité des Marchés Financiers (AMF) avec qui je travaille depuis avril 2016 pour m'avoir soutenue dans cette démarche en parallèle de mon activité professionnelle. J'aimerais en particulier remercier les membres de l'équipe ingénierie à laquelle j'appartiens : Julien pour sa bienveillance, Antoine pour être le meilleur des binômes, Franck R. pour être le meilleur des partenaires de soirée qu'il soit, Nicolas parce qu'il est Nicolas, Alexis pour son humour décoiffant, sans oublier ma chère Pamela qui amène chaque jour un peu de soleil dans notre bureau. Je remercie également mes autres collègues de la Surveillance pour leur bienveillance : Jean-Pierre, Florence, Laurent, Aubin, Benoît, Pierre, Frédéric, Sabrina, Béatrice et Olivier. Ces années n'auront pas été sans être parfois proie au doute, et je remercie également Franck L. et Alexandra pour m'avoir écouté me plaindre à de nombreuses reprises sur mes inquiétudes concernant le vide que j'avais peur de ressentir après ma thèse. Je remercie l'équipe du bar du Bianca, qui aura accueilli, sans jamais le savoir, mes moments de doute et de plaintes autour de quelques verres avec mes estimés collègues.

Je remercie tous mes amis qui ont subi au travers de ces dernières années mes moments de doutes, mes discours enflammés lorsque je tentais d'expliquer sur quoi je travaillais, sans être sûre d'avoir réellement su leur expliquer. En particulier, je voudrais remercier Norah, Laure-Anne et Lucie.

Je remercie ma famille pour leur soutien et leur présence tout au long de ce travail. J'ai la chance d'avoir deux parents exceptionnels Véronique et Stéphane qui m'ont donné le courage d'avancer et de mener à bien cette thèse malgré les difficultés du quotidien.

Enfin, je remercie également toutes les personnes qui ne sont pas citées ci-dessus mais qui ont d'une manière ou d'une autre contribué à l'achèvement de ce travail.

Liste des figures

Chapitre 2 Présentation des marchés financiers et de leurs mécanismes

Figure 2.1 Infrastructures marché et post-marché françaises.....	26
Figure 2.2 Organisation du marché actions sur Euronext Paris.....	29
Figure 2.3 Panorama des indices sur actions français.....	30
Figure 2.4 Evolution d'un cours de bourse d'une action au cours d'une journée type sur Euronext Paris.....	31
Figure 2.5 Exemple calcul du prix théorique d'ouverture ou de clôture.....	32
Figure 2.6 Représentation d'un carnet d'ordres simplifié.....	33
Figure 2.7 Présentation des règles d'appariement des ordres.....	34
Figure 2.8 Exemple de séquences plus ou moins volatiles.....	36
Figure 2.9 Exemple relation profondeur et liquidité.....	37
Figure 2.10 Exemple d'un carnet avec un spread large.....	38

Chapitre 3 Modélisation et implémentation d'un marché artificiel

Figure 3.1 Composantes du processus de prise de décision.....	42
Figure 3.2 Représentation des indicateurs définissant les stratégies de trading.....	47
Figure 3.3 Exemple de la soumission des ordres quand l'agressivité est égale 62.....	50
Figure 3.4 Exemple de la soumission des ordres quand l'agressivité est égale 25.....	50
Figure 3.5 Diagramme du processus de prise de décision des agents.....	51
Figure 3.6 Les différentes étapes d'une période.....	52
Figure 3.7 Diagramme UML simplifié des classes du système.....	53
Figure 3.8 Organisation des simulations.....	54

Chapitre 4 Elements of decisional dynamics: an agent-based approach applied to artificial financial market

Figure 4.1 Overall Block System Representation.....	60
Figure 4.2 Order book example.....	62
Figure 4.3 Execution example.....	63
Figure 4.4 Strategies indicators from the asset price evolution over the time.....	64
Figure 4.5 Numerical simulations time series.....	65
Figure 4.6 Illustration of volatility clustering though the example of four different returns paths...	66

Chapitre 5 Heterogeneity and self-organization of complex systems through an application to financial market with multi-agent systems

Figure 5.1 LOB example.....	71
Figure 5.2 Orders matching process example.....	72
Figure 5.3 Strategies indicators from the asset price evolution over the time.....	73
Figure 5.4 Evolution of the average trading period from which convergence fails increases when the number of implemented trading strategies in the market increases.....	78
Figure 5.5 No matter the choice in the price discovery mechanism (average or median), the convergence is improved when the number of implemented trading strategies in the market increases.....	79
Figure 5.6 Evolution of the average numbers of trades according to the choice in the price discovery mechanism (average or median).....	79
Figure 5.7. Convergence and tick-size.....	80
Figure 5.8. Evolutions of the average of number of trades and the average imbalance when the tick-size increases.....	81

Chapitre 6 Self-organization, resilience and robustness of complex systems through an application to financial market with agent-based approach

Figure 6.1 Example of LOB.....	88
Figure 6.2 Depth and Liquidity.....	90
Figure 6.3 Price paths when shock of -10% occurs at the 500th period.....	93
Figure 6.4 Evolution of the average imbalance before and after a sudden change of -10% according to different value of the agents' memory size.....	94
Figure 6.5 Evolution of the average number of trades and the average imbalance before and after the shock.....	96
Figure 6.6 Evolution of the average number of trades by trading session around the shock for different values of the agents' memory size.....	97
Figure 6.7 Evolution of the average imbalance before and after the shock for different values of the agents' memory size.....	98

Preface

« *Nous ne devons pas oublier que les sciences ont, avant tout, une destination plus directe et plus élevée, celle de satisfaire au besoin fondamental qu'éprouve notre intelligence de connaître les lois des phénomènes* » **Auguste Comte, Philosophe français du 19^{ème} siècle.**

Le succès est une notion relative, qui dans mon cas ne se résumera pas seulement à l'obtention de mon doctorat mais également à ce que ces presque 4 années de travaux de recherche m'auront apporté. J'ai poursuivi ma thèse en parallèle de mon activité de salarié en y sacrifiant une grande partie de mon temps libre pendant plusieurs années. La stimulation intellectuelle que m'a procuré cette expérience a longtemps été ma principale motivation pour poursuivre ce travail, mais ayant été confrontée comme beaucoup d'entre nous à une période d'incertitude à la fois sur l'aboutissement de ma démarche, mais également dans le processus de publication, j'ai cherché à prendre de la distance vis-à-vis des obligations de résultats pour mieux appréhender ce que le doctorat m'aura apporté, peu importe l'issue. Ayant menée à son terme cette thèse en parallèle de mes activités professionnelles qui nécessitent pourtant une expertise dans le domaine des marchés financiers et dans lesquelles je bénéficie d'une grande autonomie et d'une certaine liberté pour proposer des sujets, je suis convaincue que l'expérience du doctorat éveille la curiosité intellectuelle et la capacité de réflexion comme aucune autre mission professionnelle ne l'apporte à un jeune diplômé. Je reste également certaine qu'elle attise pour longtemps le besoin de stimulation et de challenge intellectuels et qu'il appartient à chacun d'entretenir et de créer les opportunités, de nourrir ce besoin, peu importe l'environnement dans lequel nous évoluerons (universitaire ou professionnel).

Science et philosophie

La recherche de la connaissance n'est pas un besoin physiologique tels que ceux partagés par la plupart des espèces, mais elle reste cependant un besoin fondamental pour l'Homme. Aristote, dans son ouvrage *Métaphysique – Livre A*, introduit la recherche de la connaissance comme une démarche intrinsèque à l'évolution de l'Homme : « *C'est, en effet, l'étonnement qui poussa, comme aujourd'hui, les premiers penseurs aux spéculations philosophiques. Au début, leur étonnement porta sur les difficultés qui se présentaient les premières à l'esprit ; puis, s'avancant ainsi peu à peu, ils étendirent leur exploration à des problèmes plus importants, tels que les phénomènes de la Lune, ceux du Soleil et des Étoiles, enfin la genèse de l'Univers.* ». L'étonnement étant un sentiment que chacun de nous expérimente un jour, que ce soit au travers des découvertes de notre enfance ou au cours des différentes expériences de notre vie, s'il est à l'origine de notre besoin de savoir tel que l'explique Aristote, la recherche de la connaissance est donc bien une fonction naturelle de l'Homme.

« *Or apercevoir une difficulté et s'étonner, c'est reconnaître sa propre ignorance [...]. Ainsi donc, si ce fut bien pour échapper à l'ignorance que les premiers philosophes se livrèrent à la philosophie, c'est qu'évidemment ils poursuivaient le savoir en vue de la seule connaissance et non pour une fin utilitaire.* » Tel qu'introduit Aristote, il y a dans l'étonnement, la prise de conscience de notre ignorance à laquelle nous cherchons alors à échapper. Dans les écrits d'Aristote, c'est en s'adonnant à la philosophie que les premiers philosophes remédièrent à leur ignorance et il est tout aussi vrai de tenir le même raisonnement pour les chercheurs qui se livrent à la recherche dans leurs domaines respectifs.

En réalité, l'ouvrage *Métaphysique* d'Aristote a été écrit pour répondre aux critiques dépeignant la philosophie comme inutile. Ainsi, le philosophe de l'époque a voulu démontrer que la philosophie n'existait pas pour servir une autre science et que « *cette science est aussi la seule de toutes les sciences qui soit une discipline libérale, puisque seule elle est à elle-même sa propre fin.* ».

Les résultats ne doivent pas obéir au positivisme

La pression autour de la finalité d'une science est une question qui a traversé les âges, et il est plus vrai que jamais que dans notre société actuelle, les résultats sont devenus primordiaux, que ce soit dans le monde des entreprises ou dans celui des académiciens. Plus particulièrement dans le cadre universitaire, ce sont les résultats positifs qui sont devenus les dictats d'un bon travail, et, dorénavant les résultats négatifs sont trop souvent perçus comme une absence de résultat. On entend par résultats positifs la démonstration que l'utilisation d'une méthode ou d'un procédé valide les hypothèses contrairement aux résultats négatifs qui concluent sur la réfutation du postulat initial de la démarche. Il est d'ailleurs intéressant d'observer cette tendance sur les statistiques des conclusions des différentes publications : dans son article *Negative results are disappearing from most disciplines* en 2011, Daniele Fanelli conclue que sur 4 600 papiers étudiés, toute discipline et pays confondus, la fréquence des conclusions positives ont augmentées de 22% entre 1990 et 2007. La communication de résultats négatifs est pourtant tout aussi importante que celles des résultats positifs. Dans leur article *Negativity towards negative results: a discussion of the disconnect between scientific worth and scientific culture* les auteurs retracent différents exemples dans l'histoire de la recherche médicale dans lesquels les résultats négatifs furent essentiels pour faire avancer la médecine mais également beaucoup plus difficiles à faire publier que les résultats positifs. Dans cet article comme dans ses semblables, l'argument central soutenant l'importance de communiquer sur des résultats négatifs est le suivant : la mutualisation des conclusions permet à la communauté de savoir optimiser et allouer ses travaux à des méthodes ou des procédés qui n'ont pas déjà été réfutés.

Références

Fanelli, D. (2011). Negative results are disappearing from most disciplines and countries. *Scientometrics*, 90(3), 891-904.

Matosin, N., Frank, E., Engel, M., Lum, J. S., & Newell, K. A. (2014). Negativity towards negative results: a discussion of the disconnect between scientific worth and scientific culture.

Weintraub, P. G. (2016). The importance of publishing negative results. *Journal of Insect Science*, 16(1).

Chapitre 1 Introduction

1. Introduction

"Au principe du déterminisme généralisé, on devrait substituer un principe qui conçoit une relation entre l'ordre, le désordre et l'organisation. Étant bien entendu que l'ordre ne signifie pas seulement les lois, mais aussi les stabilités, les régularités, les cycles organisateurs, et que le désordre n'est pas seulement la dispersion, la désintégration, ce peut être aussi le tamponnement, les collisions, les irrégularités". **Edgar Morin, Philosophe français du XXème siècle**

L'achèvement de cette thèse a requis la capacité de naviguer entre les travaux de plusieurs communautés scientifiques entre lesquelles il y a pourtant très peu, si ce n'est pour ne pas dire une absence totale de collaboration. Cette thèse est un fruit hybride entre des réflexions, des concepts du monde des systèmes complexes, et, les marchés financiers qui à eux seuls sont étudiés par au moins trois communautés de chercheurs distinctes : des mathématiciens, des informaticiens et des économistes. L'hyperspécialisation et la séparation des disciplines sont un schéma renforcé de ce que Descartes qualifiait comme « le grand paradigme de l'Occident » pour exprimer la disjonction entre philosophie et science, c'est-à-dire la séparation entre le sujet et l'objet. Plus récemment, dans son ouvrage *Introduction à la pensée complexe* le philosophe Edgar Morin observe les conséquences des principes de disjonction, de réduction et d'abstraction, qu'il réunit sous le concept de « paradigme de simplification » sur le monde contemporain. Il y introduit la théorie d'une intelligence aveugle dans laquelle l'isolation radicale entre philosophie et science, mais également la compartimentation des domaines scientifiques, auraient mené à la fois vers la réduction du complexe au simple et à l'incapacité de concevoir la relation entre l'un et le multiple. Selon l'auteur, « *l'intelligence aveugle détruit les ensembles et les totalités, elle isole tous ses objets de leur environnement. [...] la vision mutilante et unidimensionnelle se paie cruellement dans [...] l'incapacité de concevoir la complexité de la réalité [...] dans sa micro-dimension [...] et dans sa macro-dimension.* ». Si à première vue, les considérations du philosophe apparaissent éloignées de ce que peut être le contenu de cette thèse, Edgar Morin est en réalité un des rares de sa discipline à importer les concepts « système » comme les propriétés d'auto-organisation dans les Sciences humaines, et à s'intéresser aux interactions entre les dimensions micro et macro. La réflexion de l'auteur autour d'une recherche plus transversale n'est pas isolée, et différents articles sollicitent, par exemple, une collaboration entre la communauté des systèmes complexes et les économistes (Bouchaud (2008) ou Farmer (2012)).

1.1 Un regard système sur les marchés financiers

Dans son livre *Why stock markets crash: critical events in complex financial systems*, Sornette (2017) propose une vision justement « système » des marchés financiers en expliquant assez simplement la formation d'une bulle spéculative au travers de l'émergence d'un comportement collectif : une bulle spéculative est la résultante d'un mouvement amplifié de personnes qui suivent la tendance du marché, continuant à acheter tant que les prix montent et liquidant leur position dès lors que les prix baissent. L'émergence de comportement collectif est une propriété typiquement étudiée dans les travaux sur les systèmes complexes, au même rang que les propriétés d'auto-organisation, de résilience et de

robustesse¹ et qui donnent souvent lieu à des conclusions contre-intuitives au regard des nombreux degrés de libertés et des aspects multi-échelles qui caractérisent ces systèmes.

La théorie néoclassique économique postule que l'intérêt macro peut être calculé comme étant la somme des intérêts micro, en revanche si un modèle économique est étudié en tant que système complexe, considérant alors ses caractéristiques de système dynamique non linéaire, cette hypothèse devient fautive. Plus généralement, il est défendu dans cette thèse que l'étude de tout système multi-échelle et non-linéaire doit prendre en compte le système dans son ensemble, ainsi que ses interactions et les boucles de rétroactions existants entre ses différentes échelles (Vicsek, 2002). Dans son livre (Schelling, 2009) l'auteur donne un exemple très explicite de la notion de boucle de rétroaction : dans une salle publique les personnes d'un auditoire arrivent une à une. Avant de s'asseoir chaque personne évalue l'état des sièges occupés et restants et décident où s'asseoir selon un ensemble d'automatismes (laisser un siège d'écart entre deux personnes, ne pas se mettre au premier rang, préférer les sièges sur les extérieurs etc.). En imaginant que les personnes déjà assises peuvent changer de places pour augmenter leur bien-être au fur et à mesure que la salle se remplit, on exhibe un exemple d'une boucle rétroactive entre l'état macro (la cartographie des sièges restants) et la prise de décision micro (choix du siège occupé).

Au regard de la complexité des interactions des systèmes dynamiques non-linéaires, se pose la question de savoir qu'elle est la meilleure des approches pour les étudier. Depuis des décennies, les systèmes multi-agents ont été un outil formidable, permettant aux chercheurs de modéliser les différentes interactions, qui plus est à différentes échelles de ces systèmes (Bonabeau, 2002 ; Grimm et al., 2005 ; Melnik et al., 2013; Tanabe & Masuda, 2013; Yu et al., 2013). De nombreux tutoriels et conseils de modélisation ont d'ailleurs été introduit dans la littérature (Bonabeau, 2002 ; Gilbert, 2008 ; Grimm et al. 2005 ; Grimm et al., 2006 ; Grimm & Railsback 2013 ; Jennings, 2000 ; Macal & North, 2005 ; Macal & North, 2010 ; Macy & Willer, 2002), posant les différents concepts de ce qu'est un agent et comment modéliser ses interactions. Un agent est souvent cherché à être rationalisé (Newell, 1982), c'est d'ailleurs ce que la théorie des jeux étudie en premier lieu : comment prédire un acteur rationnel. Mais, comme exploré dans (Gintis, 2000), la théorie des jeux a également montré les limites du concept de « l'agent rationnel » dans la capacité de prédiction des comportements humains. Dorénavant, dans les travaux plus récents autour de la modélisation des processus de prise de décision, la notion de préférence et de personnalité des agents est devenue assez récurrente (Helbing et al., 2011). En y réfléchissant il y a d'ailleurs des phénomènes qui ne pourraient pas être étudiés sans la prise en compte d'un facteur irrationnel du comportement humain. Par exemple, le facteur de stress des participants de marché dans la crise des subprimes en 2007 qui a donné lieu à de nombreuses études autour du risque systémique, ou dans le comportement humain en cas d'évacuation urgente (Pan et al., 2007). La partie « non-rationnelle » d'un agent est vue comme la partie qui ne peut pas être prédit du comportement et englobe notamment : les préférences, les émotions, les sentiments et la personnalité. C'est cette partie de la définition des agents qui donne en partie lieu à une diversité des comportements. Prenons l'exemple de la bourse, si les agents étaient complètement rationnels alors l'offre et la demande en seraient fortement impactées : les agents auraient tendances à agir majoritairement dans la même direction et il pourrait ne pas y avoir suffisamment d'agents acheteurs et d'agents vendeurs au même moment pour que le marché fonctionne. Dans cet exemple c'est bien la pluralité des comportements qui permet au marché de fonctionner, et cette hétérogénéité est en partie due à la composante « non-rationnelle » des agents. Plus largement, cet exemple montre que pour assurer le fonctionnement d'un système certaines conditions sur les comportements semblent devoir être respectées, ce qui nous amène à introduire la notion d'auto-organisation d'un système.

¹ Une définition pour chacun des trois termes est donnée plus loin dans cette section

L'auto-organisation peut être définie comme « la création spontanée d'un schéma global et cohérent résultant d'interaction locales » (Heylighen, 2001). Pour illustrer cette définition on pourra donner en exemple le processus de cristallisation ou encore ce qu'Adam Smith appelait « la main invisible ». Etudier l'auto-organisation d'un système c'est être amené à étudier les mécanismes qui conduisent le système à converger et ce qui l'en empêche. Plus globalement c'est définir les conditions au niveau micro et macro qui assure la convergence du système et étudier ce qui peut remettre en cause sa dynamique (par exemple dans quelles conditions les marchés financiers se portent bien et qu'est-ce qui conduit à une crise financière). Autrement dit, on en revient à étudier les propriétés de résilience et de robustesse du système

La résilience est un concept d'origine physique qui a été transféré dans les sciences sociales pour de nombreuses applications comme en tant qu'outil de gestion des risques et des catastrophes (Provitolo, 2007). Le concept de résilience a été défini de deux manières (Perrings, 1998). D'un point de vue chronologie, la première définition a été introduite par Holling en 1973 et réfère à la capacité du système d'absorber les effets d'une perturbation (Holling, 1973). Puis, en 1984, Pimm définit la résilience comme la capacité d'un système à retourner à son état d'équilibre après avoir subi des perturbations. La résilience est alors une mesure de la vitesse à laquelle le système revient à son état d'équilibre (Pimm, 1984). Dans (Perrings, 1998), l'auteur soutient que finalement la résilience d'un système complexe peut être vue comme sa capacité à maintenir son auto-organisation.

Des travaux plus récents autour du concept de résilience continuent à discuter d'une définition universelle. Dans le domaine des mathématiques, les auteurs tentent de proposer une définition opérationnelle et commune du concept, toutefois celle-ci est souvent critiquée pour n'être adaptée qu'à un certain nombre restreint de systèmes, en particulier à ceux qui disposent seulement d'un petit nombre de degrés de liberté.

En effet, dans (Martin, 2004), l'auteur propose d'aborder le concept de résilience à partir de la « théorie de la viabilité » et formule pour cela une description mathématique d'une définition dite opérationnelle de la résilience dépendant de six éléments :

- (i) L'état du système ;
- (ii) Les objectifs (autrement dit les propriétés qui doivent être maintenues)
- (iii) Les différents types de perturbations à anticiper
- (iv) Le coût associé à l'effort nécessaire pour « restaurer » le système
- (v) Les mesures de contrôles disponibles
- (vi) L'échelle de temps

Pour rappel l'approche de « viabilité », introduite par (Aubin & Frankowska, 1991) étudie l'évolution des systèmes dynamiques sous contraintes sur l'état du système. Les auteurs définissent d'ailleurs, mathématiquement, un ensemble de contrôles qui assureraient l'évolution du système sous le respect de ces contraintes.

Toutefois, les définitions de la résilience orientée « théorie de la viabilité » sont critiquées pour ne pas s'appliquer aux systèmes décrits par un large nombre d'entités interconnectées (Deffuant & Gilbert, 2011). C'est pourquoi dans leur ouvrage Deffuant & Gilbert proposent une définition plus flexible du concept afin qu'elle s'adresse à un plus grand nombre de systèmes. Les auteurs militent notamment pour une définition qui n'impose pas la définition d'un certains nombres de propriétés qui doivent être maintenues lorsque le système est soumis à un certain stress.

La robustesse est définie comme étant la capacité du système à « continuer à opérer correctement dans un domaine de conditions opérationnelles et en-dehors duquel le système tombe » (Gribble, 2001). Il apparaît à de nombreuses reprises que l'acquisition de la robustesse se fait au détriment d'une certaine fragilité, « robust yet fragile » (Gribble, 2001 ; Carlson & Doyle, 2002).

1.2 Les systèmes multi-agents appliqués aux marchés financiers

Les premiers modèles agents appliqués aux marchés financiers ont fortement été imprégnés de la théorie néoclassique et consiste en des représentations macro du marché (Kim & Markowitz, 1989 ; Arthur et al., 1996 ; Caldarelli et al., 1997) alors que les travaux plus récents produisent des représentations beaucoup plus micro allant jusqu'à décrire les mécanismes des carnets d'ordres des plateformes de trading (Chiarella & Iori, 2002 ; Bartolozzi, 2010 ; Yamamoto, 2011). La définition des agents a elle aussi évoluée au travers des années : si dans les premiers papiers les agents étaient complètement homogènes (Lettau, 1997 ; Challet, et al., 2001), dorénavant les travaux se dirigent vers une implémentation plus hétérogène des agents avec notamment une diversification des processus de prise de décision (Kim & Markowitz, 1989 ; Arthur et al., 1996 ; Routledge 1999) . Les modèles les plus récents prennent également en compte des composantes non-rationnelles dans les comportements des agents comme l'aversion au risque ou des préférences dans les décisions d'investissement (court contre long terme) (Chiarella et al., 2009 ; Leal & Napoletano, 2017).

Autre caractéristique des systèmes multi-agents appliqués aux marchés financiers qui a évolué; la formation du prix. Globalement trois dynamiques récurrentes peuvent être trouvées dans la littérature concernée: le prix est calculé comme un équilibre entre l'offre et la demande et ne dépend pas de la trajectoire passée du prix (Arthur et al., 1996 ; Raberto et al., 2001), le prix est une chaîne de markov prenant en compte un ratio d'ajustement calculé à partir de l'offre et de la demande du dernier état (Kim & Markowitz, 1989 ; Caldarelli et al., 1997 ; Lux & Marchesi, 1999 ; Routledge, 1999 ; Challet, et al., 2001), enfin, le prix est calculé selon les mêmes règles qu'un vrai carnet d'ordres (Chiarella et al., 2009 ; Bartolozzi, 2010 ; Yamamoto, 2011 ; Leal & Napoletano, 2017).

Les études menées par ces travaux sont diverses : analyser l'impact des stratégies « spéculatives » par rapport à celles dites « fondamentalistes » sur la formation de prix (Lux & Marchesi, 1999 ; Chiarella et al., 2009), exhiber des relations entre certains comportements et la liquidité du marché (Yamamoto, 2011), ou encore étudier l'impact des effets de différentes politiques de réglementations sur la part de marché du trading haute-fréquence (Leal & Napoletano, 2017) .

Une partie de ces travaux a notamment donné lieu à des plateformes multi-agents open source tel qu'ArRtificial Open Market (ATOM) (Mathieu & Brandouy, 2010 ; Veryzhenko et al., 2011). Ce type de plateforme s'adresse à la fois à l'industrie financière qui serait, par exemple, à la recherche d'un outil pour tester des algorithmes de trading, et, aux chercheurs qui désirent s'appuyer sur une implémentation existante qui a déjà fait ses preuves. Dans (Mathieu & Brandouy, 2011) les auteurs proposent, à partir de leurs travaux sur ATOM, un modèle de découpage du flux d'ordres client d'un intermédiaire pour optimiser l'exécution de plusieurs intérêts opposés.

Les travaux menés dans le cadre de cette thèse peuvent être comparés aux représentations micro des papiers modélisant les mécanismes d'un carnet d'ordres (Chiarella et al., 2009 ; Bartolozzi, 2010 ; Yamamoto, 2011 ; Leal & Napoletano, 2017). En revanche, en partant de certaines observations sur les choix de modélisation faits par les auteurs, ou, de certains axes d'études absents, le modèle proposé dans cette thèse se distingue par plusieurs éléments. Tout d'abord, il est apparu que la question de l'hétérogénéité, tant sur la partie modélisation que sur l'étude de son impact sur la dynamique du système, était rarement discutée. Seuls quelques papiers proposent d'étudier le marché lorsque deux types de stratégies sont implémentés : chartiste (« spéculative ») ou fondamentaliste (Chiarella et al., 2009). Toutefois, dans le cadre de l'étude de Chiarella, l'implémentation d'agents fondamentalistes ne paraît pas pertinente dans la mesure où le papier se situe à un niveau micro de la représentation du

marché, c'est-à-dire au niveau du carnet d'ordres. On peut donc imaginer qu'à ce niveau de représentation les auteurs cherchent à répliquer une dynamique intra journalière à très court terme dont les fondamentalistes sont assez éloignés. En réalité, à ce niveau de granularité (de l'ordre de quelques secondes à plusieurs dizaines de minutes) la dynamique du carnet est surtout rythmée par le trading algorithmique (stratégies dites chartistes).

Par ailleurs, dans (Chiarella et al., 2009) comme dans (Yamamoto, 2011), la prise de décision des agents est basée sur une réallocation de leur portefeuille à chaque mouvement de prix. Alors que ces études se situent au niveau d'une représentation micro, la réallocation du portefeuille appartient davantage aux représentations macro qui s'inspirent largement de la théorie néoclassique. Il y a donc là une certaine incohérence entre la volonté de représenter la dynamique du marché à son niveau le plus granulaire possible et le maintien d'une modélisation néoclassique des comportements des agents. Les participants de marché en intra journalier (dès lors où considère qu'il s'agit pour la plupart d'algorithmes de trading) sont davantage concernés par des contraintes d'inventaires: soit parce qu'ils ont été programmés pour vendre ou acheter une certaine quantité d'actifs sur une période définie, soit parce qu'ils ont été paramétré pour terminer avec une position nulle à la fin de la période. Quoiqu'il en soit, il paraît plus juste de modéliser les agents en les rendant sensible à des seuils de variations du prix, comme il est proposé dans (Leal & Napoletano, 2017). Enfin, dans (Leal & Napoletano, 2017), à tout instant la décision d'un agent d'acheteur ou de vendre est générée aléatoirement avec la même probabilité. Ce choix de modélisation paraît peu censé si l'on veut relier comportement et formation de prix, puisqu'en rendant le sens de l'interaction aléatoire peu importe l'évolution du système, on oublie de prendre en compte la boucle de rétroaction entre le niveau macro (le prix) et le niveau micro (la décision des agents) qui est caractéristiques des marchés financiers.

1.3 Les études de résilience et de robustesse des marchés financiers

Lors d'un crash boursier, bancaire ou économique, le marché peut exhiber deux propriétés: résilience ou robustesse. Parmi les papiers qui se sont intéressés à l'impact des perturbations sur les marchés, deux grandes catégories de travaux peuvent être distinguées. La première, qui est aussi la plus éloignée des travaux de cette thèse, s'intéresse avant tout à la stabilité du marché interbancaire, et se concentre tout particulièrement sur l'étude des risques systémiques (Tucker, 2009; Anand et al., 2013). La plupart de ces travaux se basent sur des réseaux bayésiens pour modéliser les interconnexions entre les banques (Nier et al., 2007 ; Cont et al., 2009 ; Lorenz et al., 2009 ; Santos & Cont, 2010 ; Georg, 2013) et analysent comment la structure et des changements dans la structure du réseau impactent la stabilité du système. Généralement il est discuté au sein de ces travaux des avantages et des risques entre un système hautement interconnecté et un réseau très clustérisé. Autrement dit entre une plus grande probabilité de risque systémique mais avec l'idée que l'amplitude de la crise pourrait être mieux répartie, et, des risques très concentrés qui permettraient de contenir la "contagion" du choc, mais pourraient avoir de gros impacts localement (May et al., 2008). La seconde catégorie de papiers à laquelle les travaux de cette thèse est un ensemble d'études s'intéressant aux propriétés de résilience du carnet d'ordres, autrement dit à la reconstitution de celui-ci après qu'une perturbation soit survenue (Foucault et al., 2005 ; Large, 2007 ; Bookstaber et al., 2016).

La reconstitution du carnet doit être comprise comme un retour à son état initial, avant la perturbation. L'état d'un carnet d'ordres, pour la compréhension de cette étude, pourra être réduite au sens de la liquidité: l'offre et la demande en attente de contreparties dans le carnet. Pour simplifier, nous retiendrons qu'un carnet est liquide s'il y a suffisamment de volume disponible à l'achat et à la vente dans le carnet. La notion de "suffisamment" ne sera pas détaillée dans cette section, le lecteur peut

garder à l'esprit que plus un carnet est liquide moins il y a de volatilité à très court terme². Une façon empirique d'étudier la résilience du carnet est d'étudier comment le marché absorbe un ordre de grande quantité. Imaginons qu'un acheteur entre dans le carnet pour acheter plus de trois fois la quantité usuelle. Mécaniquement cet ordre (s'il on suppose qu'il y a assez de titres à la vente disponibles) va consommer une grande partie de la liquidité du carnet à la vente au point que si un autre acheteur arrive juste derrière lui, il pourrait ne plus rester assez de titres disponibles à la vente pour que ce second acheteur soit satisfait, tout du moins jusqu'à temps que des vendeurs proposent de nouveaux actifs à la vente dans le carnet. Sur cet exemple il peut être compris que ce que l'on va chercher à étudier dans l'analyse de résilience d'un carnet d'ordres c'est, la capacité de reconstitution du volume disponible du côté du carnet où la liquidité a fortement été consommée: après perturbation le carnet retrouve-t-il une liquidité similaire à celle avant le choc. Ensuite, on regarde à quelle vitesse cette reconstitution a lieu: plus la reconstitution est rapide moins il y a de risques qu'un participant de marché ne puisse être satisfait à cause d'une liquidité temporairement amoindrie.

Il est intéressant de remarquer que parmi les papiers de ces deux grandes catégories, une approche générale « réseau » est adoptée pour une représentation macro (stabilité interbancaire) et les systèmes multi-agents sont préférés pour les représentations micro (reconstitution du carnet).

Les travaux proposés sur les sujets de résilience du carnet sont intéressants mais se limitent encore trop souvent à des analyses empiriques de données de marché. Par exemple, dans (Large, 2007) l'auteur propose de quantifier à quelle fréquence une reconstitution du carnet est observée après un choc mais ne s'interroge pas sur les raisons qui mènent ou non à la reconstitution. Dans le cadre de cette thèse il est mis en avant que les propriétés de résilience et de robustesse d'un marché devraient être étudiées au travers du prisme des systèmes complexes, autrement dit en cherchant à comprendre comment les interactions entre les différents composants d'un système impacte la dynamique globale.

1.4 Objectifs et plan de la thèse

Au travers de cette thèse, il est proposé de s'intéresser à l'étude des marchés financiers sous le prisme des systèmes complexes. Pour cela, un modèle déterministe décrivant le fonctionnement d'une bourse est d'abord proposé puis une implémentation numérique est proposée avec une approche multi-agents. Une fois le marché artificiel recréé il est proposé de définir des indicateurs permettant d'étudier les propriétés d'auto-organisation, de résilience et de robustesse du marché. L'analyse est ensuite menée sur les résultats des simulations conduites dans le cadre de différents scénarios de conditions initiales du système.

Le document est articulé de la façon suivante. Le second chapitre de cette thèse est consacré à une introduction aux marchés financiers et à leurs mécanismes. Le troisième chapitre introduit une description des travaux réalisés et résume notamment les étapes de modélisation d'un marché action artificiel au travers d'une approche multi-agents. Les trois chapitres suivants sont présentés sous la forme d'articles en anglais tels qu'ils ont été publiés dans les revues *International Journal of Bifurcation and Chaos* et *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. Le quatrième chapitre introduit la proposition d'une méthode générale pour représenter un système complexe au travers d'un modèle agents ainsi que la présentation de l'application de cette méthodologie à un marché actions. Les preuves de répliques de faits stylisés des séries financières temporelles à partir de l'application proposée sont données dans ce troisième chapitre. La cinquième partie est dédiée à

² La relation entre liquidité et résilience est expliquée dans la section prochaine.

une étude des propriétés d'auto-organisation du système, puis un sixième chapitre est consacré à l'analyse de la résilience et de la robustesse du modèle. Enfin, un dernier chapitre de conclusion reprend les différentes contributions de ce travail.

1.5 Références du chapitre

- Anand, K., Gai, P., Kapadia, S., Brennan, S., & Willison, M. (2013). A network model of financial system resilience. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 85, 219-235.
- Arthur, W. B., Holland, J. H., LeBaron, B., Palmer, R. G., & Tayler, P. (1996). Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market.
- Aubin, J. P., & Frankowska, H. (1991). Viability Kernel of Control Systems. In *Nonlinear synthesis* (pp. 12-33). Birkhäuser, Boston, MA.
- Bartolozzi, M. (2010). A multi agent model for the limit order book dynamics. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 78(2), 265-273.
- Bonabeau, E. (2002). Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems, *National Academy of Sciences* 99, 7280-7287.
- Bookstaber, R., Foley, M. D., & Tivnan, B. F. (2016). Toward an understanding of market resilience: market liquidity and heterogeneity in the investor decision cycle. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 11(2), 205-227.
- Bouchaud, J. P. (2008). Economics needs a scientific revolution. *Nature*, 455(7217), 1181.
- Caldarelli, G., Marsili, M., & Zhang, Y. C. (1997). A prototype model of stock exchange. *EPL (Europhysics Letters)*, 40(5), 479.
- Carlson, J. M., & Doyle, J. (2002). Complexity and robustness. *Proceedings of the national academy of sciences*, 99(suppl 1), 2538-2545.
- Challet, D., Marsili, M., & Zhang, Y. C. (2001). Stylized facts of financial markets and market crashes in minority games. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 294(3), 514-524
- Chiarella, C., & Iori, G. (2002). A simulation analysis of the microstructure of double auction markets*. *Quantitative finance*, 2(5), 346-353.
- Chiarella, C., Iori, G., & Perelló, J. (2009). The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33(3), 525-537.
- Cont, R., Moussa, A., Minca, A., & Basto, E. (2009). Too interconnected to fail: contagion and systemic risk in financial networks. Lecture presented at the IMF, May.
- Dauphiné, A., & Provitolo, D. (2007). La résilience: un concept pour la gestion des risques. In *Annales de géographie* (No. 2, pp. 115-125). Armand Colin.

- Deffuant, G., & Gilbert, N. (Eds.). (2011). *Viability and resilience of complex systems: concepts, methods and case studies from ecology and society*. Springer Science & Business Media.
- Farmer, J. D. (2012). *Economics needs to treat the economy as a complex system*. Complexity Research Initiative for Systemic instabilities (CRISIS).
- Foucault, T., Kadan, O., & Kandel, E. (2005). Limit order book as a market for liquidity. *The review of financial studies*, 18(4), 1171-1217.
- Georg, C. P. (2013). The effect of the interbank network structure on contagion and common shocks. *Journal of Banking & Finance*, 37(7), 2216-2228.
- Gilbert, G. (2008). *Agent-based models* (no 153), Sage.
- Gintis, H. (2000). *Game theory evolving: A problem-centered introduction to modeling strategic behavior*, Princeton university press.
- Gribble, S. D. (2001, May). Robustness in complex systems. In *Hot Topics in Operating Systems, 2001. Proceedings of the Eighth Workshop on* (pp. 21-26). IEEE.
- Grimm, V., Revilla, E., Berger U., Jeltsch, F., Mooij, W., Railsback, S., Angelis, D. (2005). Pattern-oriented modeling of agent-based complex systems lessons from ecology, *Science* 310(5750), 987-991.
- Grimm, V., Berger, U., Bastiansen, F., Eliassen, S., Ginot, V., Giske, J., Huth, A. (2006). A standard protocol for describing individual-based and agent-based models, *Ecological Modelling* 198(1), 115-126.
- Grimm, V., Railsback, S. (2013). *Individual-based modeling and ecology*, Princeton Univ. Press.
- Helbing, D., Balmelli, S., Kohler, T., Frej, W., Ramalingam, B., Dinh, H., Mertens, S. (2011). How to do agent-based simulations in the future: from modeling social mechanisms to emergent phenomena and interactive systems design, in *Technical Report 11-06-024* (Santa Fe, NM: Santa Fe Institute).
- Heylighen, F. (2001). The science of self-organization and adaptivity. *The encyclopedia of life support systems*, 5(3), 253-280.
- Holling, C. S. (1973). Resilience and stability of ecological systems. *Annual review of ecology and systematics*, 4(1), 1-23.
- Jennings, N. (2000). On agent-based software engineering, *Artificial Intelligence* 117(2), 277-296.
- Kim, G. R., & Markowitz, H. M. (1989). Investment rules, margin, and market volatility. *The Journal of Portfolio Management*, 16(1), 45-52.
- Large, J. (2007). Measuring the resiliency of an electronic limit order book. *Journal of Financial Markets*, 10(1), 1-25.
- Leal, S. J., & Napolitano, M. (2017). Market stability vs. market resilience: Regulatory policies experiments in an agent-based model with low-and high-frequency trading. *Journal of Economic Behavior & Organization*.
- Lettau, M. (1997). Explaining the facts with adaptive agents: The case of mutual fund flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21(7), 1117-1147.
- Lorenz, J., Battiston, S., & Schweitzer, F. (2009). Systemic risk in a unifying framework for cascading processes on networks. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 71(4), 441-460.

- Lux, T., & Marchesi, M. (1999). Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market. *Nature*, 397(6719), 498.
- Macal, C., North, M. (2005). Tutorial on agent-based modeling and simulation, In *Proceedings of the 37th conference on Winter simulation* , 2-15.
- Macal, C., North, M. (2010). Tutorial on agent-based modelling and simulation, *Journal of Simulation* 5(3), 151-162.
- Macy, M., Willer, R. (2002). From factors to actors: Computational sociology and agent-based modeling, *Annual Review of Sociology* , 143-166.
- Martin, S. (2004). The cost of restoration as a way of defining resilience: a viability approach applied to a model of lake eutrophication. *Ecology and Society*, 9(2).
- Mathieu, P., & Brandouy, O. (2010). A generic architecture for realistic simulations of complex financial dynamics. In *Advances in Practical Applications of Agents and Multiagent Systems* (pp. 185-197). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Mathieu, P., & Brandouy, O. (2011). Efficient monitoring of financial orders with agent-based technologies. In *Advances on Practical Applications of Agents and Multiagent Systems* (pp. 277-286). Springer, Berlin, Heidelberg.
- May, R. M., Levin, S. A., & Sugihara, G. (2008). Complex systems: Ecology for bankers. *Nature*, 451(7181), 893-895.
- Melnik, S., Ward, J. A., Gleeson, J. P., & Porter, M. A. (2013). Multi-stage complex contagions. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 23(1), 013124.
- Newell, A. (1982). The knowledge level, *Artificial Intelligence* 18, 87-127.
- Nier, E., Yang, J., Yorulmazer, T., & Alentorn, A. (2007). Network models and financial stability. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31(6), 2033-2060.
- Pan, X., Han, C., Dauber, K., Law, K. (2007) A multi-agent based framework for the simulation of human and social behaviors during emergency evacuations, *Ai Society* 22(2), 113-132.
- Perrings, C. (1998). Resilience in the dynamics of economy-environment systems. *Environmental and Resource Economics*, 11(3-4), 503-520.
- Pimm, S. L. (1984). The complexity and stability of ecosystems. *Nature*, 307(5949), 321-326.
- Raberto, M., Cincotti, S., Focardi, S., Marchesi, M. (2001). Agent-based simulation of a financial market, *physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 299(1), 319-327.
- Routledge, B. R. (1999). Adaptive learning in financial markets. *The Review of Financial Studies*, 12(5), 1165-1202.
- Santos, E. B., & Cont, R. (2010). The Brazilian interbank network structure and systemic risk (No. 219).
- Schelling, T. (2009). *Micromotives and macrobehavior*, WW Norton Company.

Sornette, D. (2017). *Why stock markets crash: critical events in complex financial systems*. Princeton University Press.

Tanabe, S., & Masuda, N. (2013). Complex dynamics of a nonlinear voter model with contrarian agents. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 23(4), 043136.

Tucker, P. (2009). The debate on financial system resilience: macroprudential instruments. Barclays annual lecture, London, 22.

Veryzhenko, I., Mathieu, P., & Brandouy, O. (2011). Key Points for Realistic Agent-based Financial Market Simulations. In *ICAART (2)* (pp. 74-83).

Vicsek, T. (2002). Complexity: The bigger picture, *Nature* 418(6894),131.

Yamamoto, R. (2011). Order aggressiveness, pre-trade transparency, and long memory in an order-driven market. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35(11), 1938-1963.

Yu, W., Chen, G., Cao, M., Lü, J., & Zhang, H. T. (2013). Swarming behaviors in multi-agent systems with nonlinear dynamics. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 23(4), 043118.

Chapitre 2 Présentation des marchés financiers et de leurs mécanismes

2. Présentation des marchés financiers et de leurs mécanismes

« *Les Bourses ne traduisent pas l'état des économies, mais la psychologie des investisseurs.* »

Françoise Giroud, journaliste et femme politique française.

Qu'est-ce que les marchés financiers ? A quoi servent-ils ? Et comment fonctionnent-ils ? Comme tout marché, un marché financier est un lieu d'échange où les participants se mettent d'accord pour s'acheter et se vendre une certaine quantité de produits à un certain prix. Par la dénomination « marché financier » on peut, entre autre, désigner les marchés interbancaires où les banques se refinancent entre elles, ou, des plateformes boursières où des investisseurs traitent des instruments financiers (à l'instar d'Euronext Paris pour citer la principale bourse parisienne, la London Stock Exchange à Londres ou encore le NASDAQ aux Etats-Unis).

Une thèse entière ne suffirait pas à contenir tout ce qu'il y a savoir sur les marchés financiers, toutefois, dans le cadre de ce travail, nous proposons dans ce chapitre une introduction aux fonctionnements des plateformes de négociation. Nous commencerons d'abord par une présentation globale puis nous proposerons une introduction spécifique aux mécanismes des plateformes de trading.

2.1 Présentation globale des plateformes de négociation

2.1.1 Infrastructures de marché

Une plateforme de trading est un lieu permettant d'organiser et de centraliser les échanges, et selon le type d'infrastructure de plus ou moins superviser et contrôler ces échanges, contrairement au « gré à gré » où deux participants se mettent d'accord en amont de la transaction sur le prix et les modalités de l'échange. Les activités opérantes sur les plateformes sont soumises à plus de transparence et sont encadrées et contrôlées selon plus ou moins de règles. Trois types de plateformes peuvent être distingués :

- **Les marchés réglementés** : Un marché réglementé est un système géré par une entreprise de marché qui assure la rencontre de multiples intérêts acheteurs et vendeurs exprimés par des tiers sur des instruments financiers ou des actifs admis à la négociation. L'entreprise de marché doit mettre en place un certain nombre de contrôles afin d'assurer le bon fonctionnement du marché réglementé. Elle doit, en particulier, vérifier que ses membres respectent les règles du marché et détecter tout comportement potentiellement révélateur d'une manipulation de cours, d'une diffusion de fausse information ou d'une opération d'initié. L'entreprise de marché s'assure également que les émetteurs donnent accès à ses membres aux informations qu'ils rendent publiques³. En France le marché réglementé est dirigé par Euronext Paris.
- **Les systèmes multilatéraux de négociation** : Les systèmes multilatéraux de négociation (SMN) peuvent être gérés par un prestataire de services d'investissement agréé pour fournir le service d'investissement ou par une entreprise de marché. Le gestionnaire du système multilatéral de négociation doit établir des règles transparentes et non discrétionnaires, garantissant un processus de négociation équitable et ordonné et fixant des critères objectifs pour une exécution efficace des ordres. Les règles du système fixent des critères transparents concernant l'admission des instruments financiers aux négociations. Contrairement aux

³ Source <http://www.amf-france.org/Acteurs-et-produits/Marches-financiers-et-infrastructures/Presentation?>

marchés réglementés, un titre financier peut être admis aux négociations sans requérir l'accord de l'émetteur. Dans un tel cas, celui-ci n'est soumis à aucune obligation d'information financière à l'égard de la personne qui gère le système⁴. En France il existe quelques SMNs, dont Alternext géré par Euronext Paris.

- **Les systèmes organisés de négociation** : Les systèmes organisés de négociation sont un nouveau statut entré en vigueur début janvier 2018, qui englobera toutes les formes organisées d'exécution et de négociation ne correspondant pas aux fonctionnalités ou aux spécifications réglementaires des plates-formes existantes. Contrairement aux marchés réglementés et aux systèmes multilatéraux de négociation qui se caractérisent par l'exécution non discrétionnaire des transactions, l'opérateur d'un système organisé de négociation dispose d'un certain pouvoir discrétionnaire sur la manière dont sont exécutées les transactions⁵. Au regard du caractère récent de ce type d'infrastructure il existe encore peu d'OTFs en France au début 2018, on donnera en exemple l'OTF de Powernext⁶.

Il existe également deux autres types de système de négociation qui viennent compléter le panorama des infrastructures de marché : les « dark pools » et les « internalisateurs systématiques ». Dans le cadre de cette thèse nous nous intéresserons aux mécanismes de trading tels qu'ils peuvent être observés sur un marché réglementé ou un système multilatéral de négociation, toutefois il est intéressant pour le lecteur d'avoir une vision globale et exhaustive des infrastructures des marchés financiers. Le terme « dark pool » désigne communément les systèmes de négociation qui opèrent sans aucune transparence pré-négociation. Ce type de plateformes pourrait être comparé à un réseau d'échange privé où les acteurs échangent principalement de gros blocs de quantité de titre. Les « internalisateurs systématiques », sont des prestataires d'investissements qui, de façon organisée, fréquente et systématique, exécutent les ordres de leurs clients face à leur compte propre.

En France, les marchés réglementés, les SMN et les OTFs français sont supervisés par l'Autorité des Marchés Financiers (AMF). L'AMF approuve les règles du marché et toute modification ultérieure de celles-ci en s'assurant qu'elles sont conformes à la réglementation en vigueur. Les plateformes communiquent quotidiennement à l'AMF les ordres reçus des membres du marché et les transactions qui ont été exécutées. Sur cette base, les services de l'AMF établissent des contrôles afin de dépister les abus de marché potentiels⁷.

2.1.2 Infrastructures post-marché

Une fois qu'une transaction est exécutée, un mécanisme post-marché se met en place pour gérer le règlement et la livraison des titres au travers de deux infrastructures : la chambre de compensation et le dépositaire central. Ces deux infrastructures sont définies ci-dessous.

⁴ Source <http://www.amf-france.org/Acteurs-et-produits/Marches-financiers-et-infrastructures/Autres-lieux-de-negociation/Systemes-multilateraux-de-negociation>

⁵ Source

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Syst%C3%A8me_multilat%C3%A9ral_de_n%C3%A9gociation#La_diff%C3%A9renciation_avec_les_syst%C3%A8mes_organis%C3%A9s_de_n%C3%A9gociation_\(OTF\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Syst%C3%A8me_multilat%C3%A9ral_de_n%C3%A9gociation#La_diff%C3%A9renciation_avec_les_syst%C3%A8mes_organis%C3%A9s_de_n%C3%A9gociation_(OTF))

⁶⁶ <https://www.powernext.com/>

⁷ Source <http://www.amf-france.org/Acteurs-et-produits/Marches-financiers-et-infrastructures/Presentation?>

Chambre de compensation : D'une manière simplifiée, la chambre de compensation s'interpose, par le mécanisme de la novation, entre l'acheteur et le vendeur en devenant le vendeur face à l'acheteur et l'acheteur face au vendeur. Plus précisément, la chambre de compensation s'intercale entre ses adhérents compensateurs, qui sont les intermédiaires financiers devant régler et livrer les transactions négociées. Elle assume donc le risque de défaillance de l'une des contreparties en se substituant à celle-ci. Si l'adhérent compensateur ne livre pas les titres, après avoir mis en œuvre une procédure de relance, la chambre les acquerra en lieu et place de celui-ci afin de livrer la partie non défaillante. Elle apporte la garantie réciproque au vendeur. En cas de faillite d'un adhérent compensateur, la chambre prend à sa charge l'ensemble des obligations de celui-ci. Pour gérer ce risque de contrepartie, la chambre calcule et prélève des marges auprès de l'adhérent compensateur. Celles-ci ont pour vocation de couvrir le risque de perte si l'adhérent n'est pas en mesure de livrer les titres ou de payer les sommes dues. Si ces appels de marge s'avéraient insuffisants, la chambre pourrait puiser dans un fonds de garantie préalablement constitué par les contributions financières des adhérents compensateurs. Ces deux mécanismes permettent ainsi de garantir la solidité financière de la chambre⁸. En France, c'est LCH Clearnet⁹ qui joue le rôle de chambre compensatrice.

Dépositaire central : le dépositaire central a une double fonction. D'abord il fait le lien entre les sociétés émettrices de titres financiers qui y déposent leurs titres, que ceux-ci soient admis ou négociés sur des marchés réglementés ou des systèmes multilatéraux de négociation ou non, et les intermédiaires financiers qui conservent ces titres pour le compte des investisseurs ou leur propre compte. C'est la fonction de dépositaire central stricto sensu. Par ailleurs, il permet également aux intermédiaires financiers de réaliser les opérations de livraison des titres financiers contre paiement à la suite des négociations ou des cessions réalisées sur ces titres. C'est la fonction de gestionnaire de système de règlement-livraison¹⁰. En France, le dépositaire central est Euroclear France¹¹.

Le diagramme ci-dessous résume l'organisation et le rôle des infrastructures marché et post-marché françaises.

⁸ Source <http://www.amf-france.org/Acteurs-et-produits/Marches-financiers-et-infrastructures/Chambre-de-compensation?>

⁹ <https://www.lch.com/>

¹⁰ Source <http://www.amf-france.org/Acteurs-et-produits/Marches-financiers-et-infrastructures/Depositaire-central?>

¹¹ <https://www.euroclear.com/en.html>

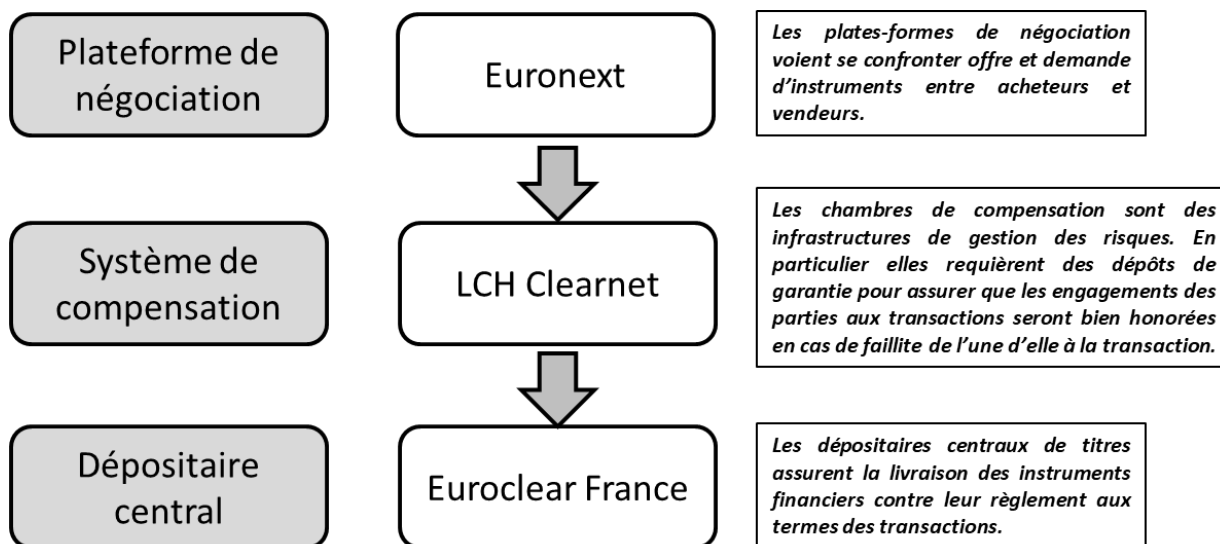


Figure 2.1 Infrastructures marché et post-marché françaises

2.1.3 Les investisseurs

Le temps de la criée est désormais résolu et, à l'ère du numérique, la quasi-totalité des échanges opérant sur les bourses se font de manière électronique. La transformation des moyens d'accès aux plateformes ont profondément modifié la dynamique des marchés en créant de nouveaux acteurs et de nouvelles stratégies. Aujourd'hui un particulier peut dorénavant s'improviser (non pas sans risque) trader depuis chez lui, derrière son ordinateur, en créant un compte chez un des intermédiaires offrant ce service en ligne, et avoir ainsi accès à plusieurs types de produits. En parallèle, les nouvelles technologies ont également permis le développement de l'algo-trading, autrement dit la création de robot-trader. Ces algorithmes sont créés pour analyser la configuration du marché et pour exécuter une ou plusieurs stratégies de manière autonome, c'est-à-dire sans intervention humaine. Lorsqu'on parle d'acteurs, il faut distinguer ceux qui ont un accès direct aux marchés, que l'on appelle « les membres de marché », et ceux qui n'en ont pas. Ces derniers devront alors faire appel à la première catégorie d'acteurs « les membres » pour accéder aux plateformes de négociation. Un accès au marché nécessite d'avoir un contrat avec la bourse et un accès technique à ses infrastructures. C'est parce qu'il est possible que quelqu'un traite pour le compte d'une autre personne, que la différence est faite entre, traiter pour compte propre, et, traiter pour un compte client. Dans le processus de trading pour compte client il faut retenir que le bénéficiaire final (le client) est propriétaire de la stratégie d'investissement et que l'intermédiaire (quel qu'il soit) est responsable de l'exécution de cette stratégie.

Une autre façon de distinguer les acteurs est d'identifier leur durée de portage, autrement dit le temps moyen qu'un participant conserve sa position avant de la liquider. La position d'un trader désigne la quantité signée qu'il détient d'un actif : s'il est « long » il a alors accumulé des titres et sa quantité d'actions sera positive, s'il est « short » il vend alors à découvert des titres qu'il ne possède pas et sa position sera négative. « Liquider une position » signifie « ramener à zéro », autrement dit, pour une position « long » cela revient à vendre tous ses titres, et pour une position « short », à racheter l'équivalent de la position détenue en négatif. Ainsi, parler de la durée de portage revient à parler de l'horizon d'investissement du participant.

Les principaux acteurs sur les marchés sont les suivants :

- **Banque d'investissement** : Une banque d'investissement est une banque, ou une division de la banque, qui rassemble l'ensemble des activités de conseil, d'intermédiation et d'exécution ayant trait aux opérations dites de haut de bilan (introduction en Bourse, émission de dette, fusion/acquisition) de grands clients corporate (entreprises, investisseurs, mais aussi États...)¹².
- **Société de gestion de Portefeuille** : Une Société de Gestion de Portefeuille (SGP) a pour activité de gérer des capitaux pour son compte ou pour celui de ses clients, soit en gérant des comptes-titres, on parle alors de gestion sous mandat (ou gestion privée), soit en gérant des Organismes de Placement Collectif en Valeurs Mobilières OPCVM. On parle alors de gestion collective. Les Sociétés de Gestion de Portefeuille peuvent être indépendantes, filiale d'un groupe bancaire ou filiale de compagnie d'assurance¹³.
- **Intermédiaire** : Un intermédiaire (ou broker en anglais) est un individu ou une société qui, monnayant une commission, exécute des ordres de bourse pour un investisseur tiers.
- **Hedge fund** : Les hedge funds, contrairement à leur nom qui signifie couverture, sont des fonds d'investissement non cotés à vocation spéculative. Ce sont des fonds spéculatifs recherchant des rentabilités élevées.¹⁴
- **Particuliers** : Les particuliers sont tous les investisseurs non institutionnels et non professionnels autre que ceux définis ci-dessus qui traitent sur le marché.

Théoriquement, tous les acteurs peuvent investir à court, moyen ou long terme. En revanche, en pratique, les sociétés de gestion de portefeuille sont davantage sur des investissements à moyen ou long terme (de quelques mois à plusieurs années) alors que les intermédiaires et les hedge funds ont une durée de portage très réduite, de l'ordre de quelques minutes à quelques jours tout au plus.

Le Tableau 1 ci-dessous distingue les principaux investisseurs en fonction des caractéristiques introduites ci-dessus.

Tableau 1 Présentation des participants principaux de marché

Type de participants de marchés	Membre de marché	Compte propre	Compte client	Horizon d'investissement
Banque d'investissement	X	X	X	Court/Moyen terme
Société de gestion de portefeuille		X	X	Moyen/Long terme
Intermédiaire	X	X	X	Court terme
Hedge funds	X	X		Court terme
Particuliers		X		Variable

¹² Source https://fr.wikipedia.org/wiki/Banque_d%27investissement

¹³ Source <https://www.opcvm360.com/education/glossaire-des-opcvm/definition/societe-de-gestion-de-portefeuille>

¹⁴ Source https://www.lesechos.fr/finance-marches/vernimmen/definition_hedge-fund.html

2.1.4 Les instruments financiers

Les instruments financiers les plus connus du grand public sont les actions et les obligations. Les premières sont des parts dans une entreprise et les secondes constituent une créance pour son émetteur. Il existe de bien nombreux autres produits qui s'échangent sur les plateformes, comme des contrats sur matières premières, des produits de taux, etc. Chaque type d'instrument a ses propres spécificités, sa propre complexité, et même son propre marché. Il n'est pas rare que pour parler d'une classe d'actif on emploie le terme « marché » comme pour désigner le « marché actions » ou le « marché des taux ». Certains produits ne sont directement traités que par des institutionnels (comme les obligations) alors que d'autres sont ouverts «au grand public » (comme les actions). Toutefois, un particulier peut quand même se retrouver à investir dans des instruments techniquement réservés aux professionnels en achetant des parts dans un Organisme de Placement Collectif en Valeurs Mobilières (OPCVM). Les OPCVM peuvent être vu comme un portefeuille à plusieurs poches : certaines poches permettent, au travers d'instruments dits « sans-risque » de garantir une part du capital investi, et d'autres en investissant dans des instruments plus risqués mais à plus fort rendement, permettent de booster la rentabilité du placement.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons au marché action tel qu'il est traité sur Euronext Paris. Pour cela nous proposons de présenter un panorama des actions françaises ci-après.

2.1.5 Le marché action français

Il existe à peu près 1000 actions listées en France sur Euronext Paris. Ces actions sont divisées sur trois segments, tous les trois organisés par Euronext Paris : le segment du marché réglementé « Euronext », et deux segments SMN « Alternext » et le « marché libre ». Globalement, la différence entre ces trois segments, outre leur caractère de marché réglementé et de SMN, est la taille des entreprises qui émettent les actions sur chacun de ces segments : ainsi les actions sur Euronext proviennent d'entreprises plus importantes que celles du segment d'Alternext, et les actions cotées sur Alternext sont émises par des structures plus grosses que celles du marché libre. Pour le reste de ce document, les informations délivrées concernent le marché réglementé « Euronext ».

Au sein du segment « Euronext », les actions sont organisées au travers de trois compartiments :

- compartiment A : « les blue chips » : sociétés dont la capitalisation est supérieure à 1 milliard d'euros ;
- compartiment B : « les mid caps »: sociétés valorisées entre 150 millions et 1 milliard d'euros ;
- compartiment C : « les small caps »: sociétés inférieures à 150 millions d'euros.

Contrairement aux segments, il n'existe pas de différences entre les règles de négociation des compartiments. Le diagramme ci-dessous récapitule l'organisation du marché actions sur Euronext Paris.

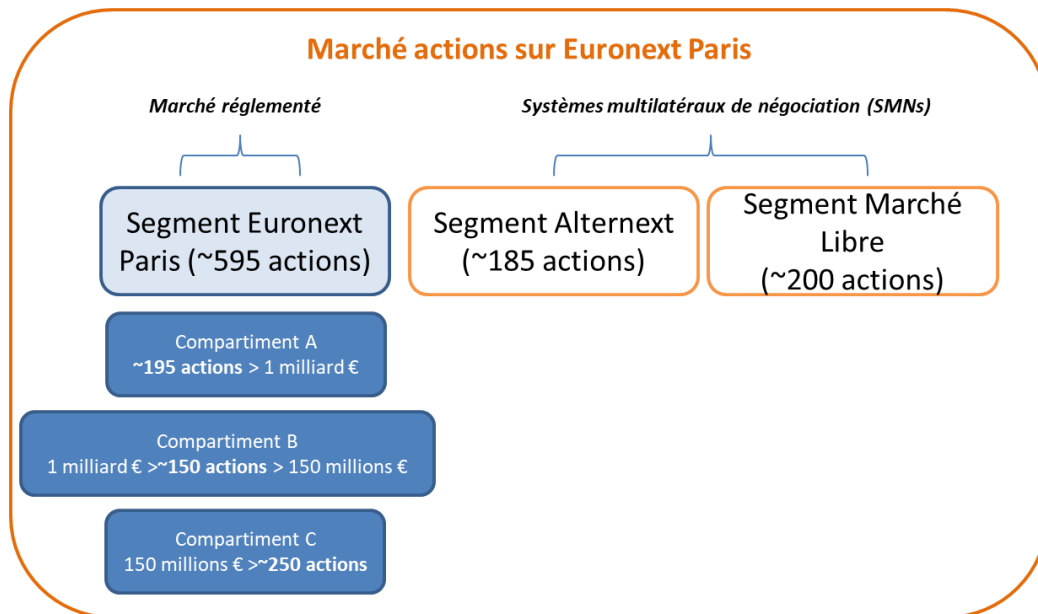


Figure 2.2 Organisation du marché actions sur Euronext Paris

Une autre façon de classer les actions est de regarder les indices auxquelles elles appartiennent. Un indice d'actions est lui-même un instrument financier dont le cours est une mesure de la performance des actions qui le composent. Autrement dit, quand le cours d'un indice¹⁵ augmente, cela traduit que globalement le cours des actions sous-jacentes a lui aussi augmenté. En réalité, la relation cause à effet entre le prix des sous-jacent et le prix de l'indice n'est pas une dynamique linéaire qui peut être clairement décrite. L'indice étant lui-même traité en parallèle de chacune des actions qui le composent, et une action pouvant entrer dans la composition des plusieurs indices, il est très difficile d'isoler et de voir qui influence qui. Il faut garder à l'esprit que les évolutions du cours de ces actifs sont en fortes adhérences les unes avec les autres. En France, les actions sont regroupées dans les indices dits de la famille CAC de telle façon à ce qu'un indice représente une fourchette de capitalisation boursière. Le diagramme ci-dessous présente ces indices.

¹⁵ Le cours d'un indice est calculé par des institutions agréées pour calculer et publier le cours des indices (il s'agit bien souvent des bourses comme Euronext. Le cours d'un indice est la somme des prix pondérés des sous-jacents de l'indice, en fonction de leur poids dans celui-ci (par exemple pour un indice sur actions, le poids d'un titre dans l'indice est défini en fonction de sa capitalisation flottante).

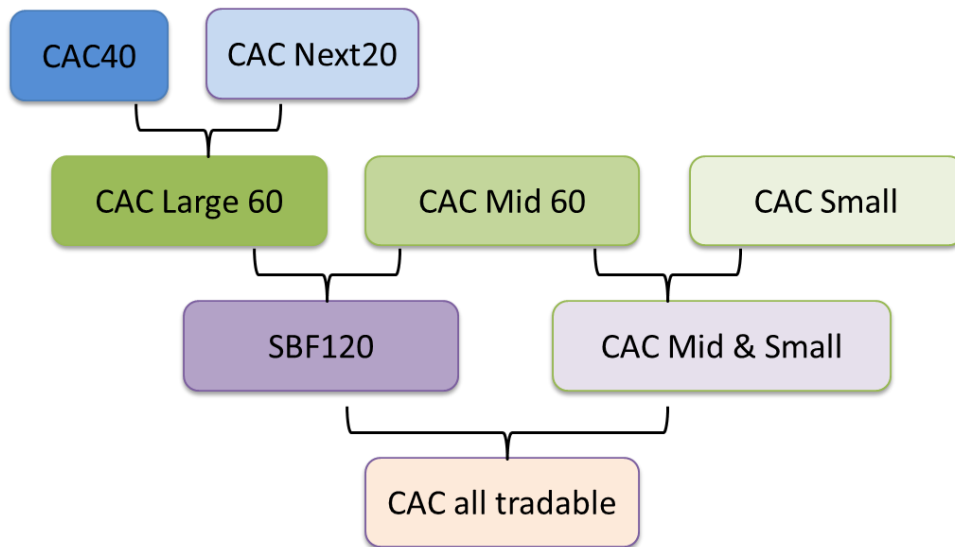


Figure 2.3 Panorama des indices sur actions français.

Le CAC40 est l'indice français regroupant les 40 plus grosses entreprises listées sur Euronext Paris. En tête de cet indice on retrouve notamment Total, Danone et BNP Paribas. Viennent ensuite les 20 prochaines plus grosses entreprises qui sont regroupés dans le CAC Next20. Regroupés, le CAC40 et le CAC Next20 forment le CAC Large 60. Le CAC Mid 60 est l'indice composé par les 60 prochaines plus grosses capitalisations après le CAC Next20. A eux deux, le CAC Large 60 et le CAC Mid 60 forment le SBF120. Les plus petites capitalisations sont regroupées sous l'indice CAC Small, qui, avec le CAC Mid 60 forment le CAC Mid & Small. Enfin Le SBF120 et le CAC Mid & Small forment le CAC all tradable. Un dernier indice qui n'apparaît pas sur la Figure 2.3 ci-dessus vient compléter le paysage des indices français en regroupant, en plus du CAC All tradable, toutes les actions listées qui n'appartiendraient pas aux indices ci-dessus (CAC All shares).

Dans le cadre de cette thèse, lorsque par la suite nous parlerons d'actifs ou d'instruments nous ferons référence au marché action.

2.2 Introduction aux mécanismes des plateformes de trading

2.2.1 Présentation d'une journée de bourse type sur le marché action français

Dans un premier temps nous proposons d'abord de décrire une journée type de trading sur le marché action, tel qu'elle se déroule sur la bourse Parisienne, Euronext Paris (segment du marché réglementé). Un jour de bourse est rythmé en trois temps : l'ouverture à 9 :00, la phase de trading continue et la clôture à 17 :35. Le graphique ci-dessous présente une représentation graphique de l'évolution d'un cours d'action sur une journée.

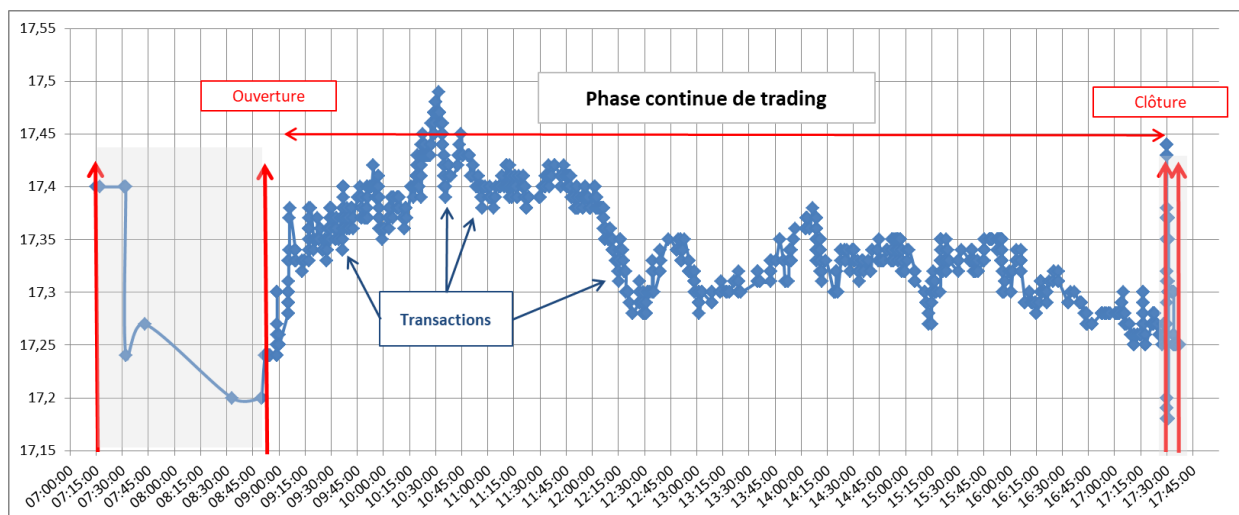


Figure 2.4 Evolution d'un cours de bourse d'une action au cours d'une journée type sur Euronext Paris. Trois phases sont différenciées : l'ouverture, la phase continue de trading et la clôture. Les phases grisées autour de l'ouverture et de la clôture marquent les périodes dites « d'enchères » durant lesquelles le mécanisme de prix obéit à un autre mode que celui de la phase continue. Ainsi lors des phases grisées les marqueurs bleus représentent l'évolution du prix théorique d'ouverture ou de clôture tel que calculé par la bourse, alors que dans la phase continue de trading, ils indiquent lorsqu'une transaction est établie entre deux participants. L'évolution du prix, transaction par transaction est la vision la plus granulaire qu'il peut exister du cours intra-journalier d'une action.

Dans la Figure 2.4 ci-dessus, trois phases sont distinguées : l'ouverture, la phase continue de trading et la clôture. La phase « d'enchère » avant l'ouverture permet dès 7:15:00 aux participants de commencer à soumettre leurs ordres. Cette accumulation des ordres prend fin entre 9:00:00 et 9:00:30 lorsque l'ouverture est déclenchée de manière aléatoire dans cet intervalle de trente secondes par la bourse. A l'ouverture, tous les ordres accumulés qui peuvent être satisfaits par le prix d'ouverture sont exécutés au prix d'ouverture, puis la phase continue de trading commence. Cette phase durera jusqu'à 17:30:00, puis commenceront les enchères pour la clôture qui sera elle aussi déclenchée de manière aléatoire par la bourse entre 17:35:00 et 17:35:30. Lorsque le prix de la clôture est connu, les participants ont ensuite un peu moins de 5 minutes, jusqu'à 17:40:00 pour continuer à traiter, exclusivement au prix de clôture. Le Tableau 2 ci-dessous récapitule les heures des différentes phases du trading sur une journée type d'Euronext Paris pour les actions du CAC40.

Tableau 2 Synthèse des horaires d'une journée de bourse

Heure début	Heure Fin	Période	Commentaire
07:15:00	[9:00:00;9:00:30]	Enchère d'ouverture	Ouverture est aléatoire entre 9:00:00 et 9:00:30.
[9:00:00;9:00:30]	17:30:00	Phase continue de trading	
17:30:00	[17:35:00;17:35:30]	Enchère de clôture	Clôture est aléatoire entre 17:35:00 et 17:35:30]
[17:35:00;17:35:30]	17:40:00	Trading au prix de clôture	Une fois la clôture déterminée de manière aléatoire entre 17:35:00 et 17:35:30 et que le prix de clôture est connu, les participants peuvent continuer à traiter, uniquement à ce prix, durant un peu moins de 5 minutes.

2.2.2 Introduction aux phases d'enchères et au calcul du prix théorique d'ouverture

Les phases d'enchères sont différenciées de la phase continue de trading par la manière dont le prix est déterminé. En effet dans la Figure 2.4 alors que les marqueurs bleus indiquent à chaque fois qu'une transaction est établie entre deux participants lors de la phase de trading, ils représentent le cours théorique d'ouverture ou de clôture tel que calculé par la bourse durant les phases d'enchères. Le calcul du prix théorique est rythmé par une règle principale : « satisfaire le plus grand nombre ». Le diagramme ci-dessous donne un exemple simplifié de ce calcul.

			14,0 €	10			0
			13,0 €	10			0
		10	12,0 €	10	10	10	20
		10	11,0 €	10			20
A	10	10	10,0 €	10	10		40
c		20	9,0 €	20			40
h		10	8,0 €	10			20
a		10	7,0 €	10			20
t	10	10	6,0 €				0

Figure 2.5 Exemple calcul du prix théorique d'ouverture ou de clôture

Dans la figure 2.5 ci-dessus, les ordres de ventes sont représentés en rouge, et les ordres d'achat en vert. Au moment de l'ouverture, ou de la clôture, la bourse stoppe l'accumulation des ordres qui a eu lieu lors de la phase d'enchère et fixe le prix d'ouverture ou de clôture en fonction du plus grand nombre d'intérêt satisfait. Dans l'exemple ci-dessus, on note qu'il existe à la fois des ordres positionnés à l'achat et à la vente pour des prix entre 7€ et 12€. Si le prix d'ouverture (ou de clôture) était fixé à 7€ ou 8€ alors seuls 20 titres au total seraient satisfaits (10 titres pour l'ordre à l'achat, et 10 titres pour l'ordre à la vente). En revanche, à 9€ ou 10€, 40 titres seraient satisfaits. La règle de satisfaire le plus grand nombre d'applique à la fois sur la quantité totale satisfaite mais aussi le nombre d'ordres satisfaits. Ainsi à 9€, deux ordres seraient satisfaits (un à l'achat et un à la vente), alors qu'à 10€, quatre ordres au total seraient satisfaits (deux à l'achat et deux à la vente). Ainsi, dans cet exemple, le prix d'ouverture (ou de clôture) serait fixé à 10€.

2.2.3 Introduction au carnet d'ordres

Il existe deux types d'ordres principaux : les ordres limites et les ordres marchés. Les ordres limites sont une demande ou une offre pour acheter ou vendre une certaine quantité de titres jusqu'à un certain prix. Par exemple un ordre limite de vente de 15 titres à 11€ est un engagement de la part du trader ayant soumis cet ordre à vendre 15 actions à 11€ ou plus. Dans le cas du côté acheteur, un ordre limite d'achat de 20 titres à 13€ est un engagement du trader à acheter 20 actions à 13€ ou moins cher. Pour révoquer ces engagements, le trader doit annuler ses ordres avant qu'ils soient exécutés. Un ordre marché, est un ordre à tout prix c'est-à-dire qui sera exécuté immédiatement au meilleur prix disponible. L'ensemble des ordres sont enregistrés dans un carnet d'ordres central. Le diagramme ci-dessous introduit une représentation simplifiée d'un carnet d'ordres.

				18,0€	69	13	43	5ème limite à la vente
				15,0€	81	52		4ème limite à la vente
				13,0€	49	110	16	3ème limite à la vente
				11,0€	16	52	11	2ème limite à la vente
				10,0€	33	22		1ère limite à la vente
				9,0€				Best bid
				8,0€				
1ère limite à l'achat		37	15	10				
2ème limite à l'achat			23	10				
3ème limite à l'achat	5	12	46	100				
4ème limite à l'achat		2	56	49				
5ème limite à l'achat				110				

Figure 2.6 Représentation d'un carnet d'ordres simplifié

Les ordres limites de vente sont représentés en rouge, et les ordres limites à l'achat sont représentés en vert. Les ordres à l'achat vont de 4€ à 9€, alors que les ordres de ventes s'étalent entre 10€ et 18€. Nous reviendrons plus tard sur les grandeurs qui permettent de qualifier l'état du carnet, toutefois avant d'expliquer les mécanismes d'appariement des ordres un certain nombre de notions doivent être définies :

- **Meilleures limites** : L'offre la plus basse à la vente (ici 10€) est couramment appelée « première limite à la vente » ou « meilleure limite à la vente » ou encore « best ask ». De la même manière, on appellera la demande la plus haute à l'achat « première limite à l'achat » ou « meilleure limite à l'achat » ou encore « best bid » (ici 9€).
- **Bid-ask spread** : La différence entre les deux premières limites des deux côtés du carnet, est appelée « fourchette offre-demande » ou « bid-ask spread », autrement dit ici 1€ (10€ - 9€).
- **Mid-price** : Le prix moyen entre les meilleures limites est le « mid-price », ici il serait égal à 9,50€.
- **Agressivité des ordres** : Un ordre limite peut être soit passif soit agressif. En effet, soit un ordre dont le prix limite est p , et la meilleure limite à l'achat est bb et la meilleure limite à la vente ba , alors :
 - S'il s'agit d'un ordre acheteur :
 - L'ordre est dit agressif si $p \geq ba$
 - L'ordre est dit passif si $p < ba$
 - S'il s'agit d'un ordre vendeur :
 - L'ordre est dit agressif si $p \leq bb$
 - L'ordre est dit passif si $p > bb$

Ainsi, un ordre passif est en attente dans le carnet qu'un ordre opposé vienne à sa rencontre, alors qu'un ordre agressif vient directement se positionner face à un ordre de l'autre côté du carnet, déclenchant immédiatement une transaction.

- **Profondeur** : La profondeur est la quantité de titre immédiatement disponible pour exécution, et se calcule comme étant la somme des quantités des ordres en attente dans le carnet. Ainsi, dans la Figure 2.6 la profondeur à la meilleure limite à l'achat est égale à 62 titres (37 + 15 + 10), et la profondeur à la meilleure limite à la vente est égale à 55 actions (33 + 22). La notion de profondeur est également applicable sur plusieurs limites. Ainsi dans l'exemple ci-dessus, la profondeur totale à l'achat sur les 5 limites est égale à la somme de la profondeur de chaque limite soit 475 titres.
- **Tick-size** : Le pas minimal de cotation, appelé « tick-size » est la différence minimale qu'on peut observer entre deux limites d'un même côté du carnet. Le tick-size n'est pas une valeur déduite du carnet mais un paramètre fixé pour chaque action par la bourse. Dans l'exemple ci-dessus, on imagine que le tick-size est égal à 1€.

A partir des définitions données ci-dessus, le mécanisme d'appariement des ordres peut désormais être présenté au travers du graphique ci-dessous.

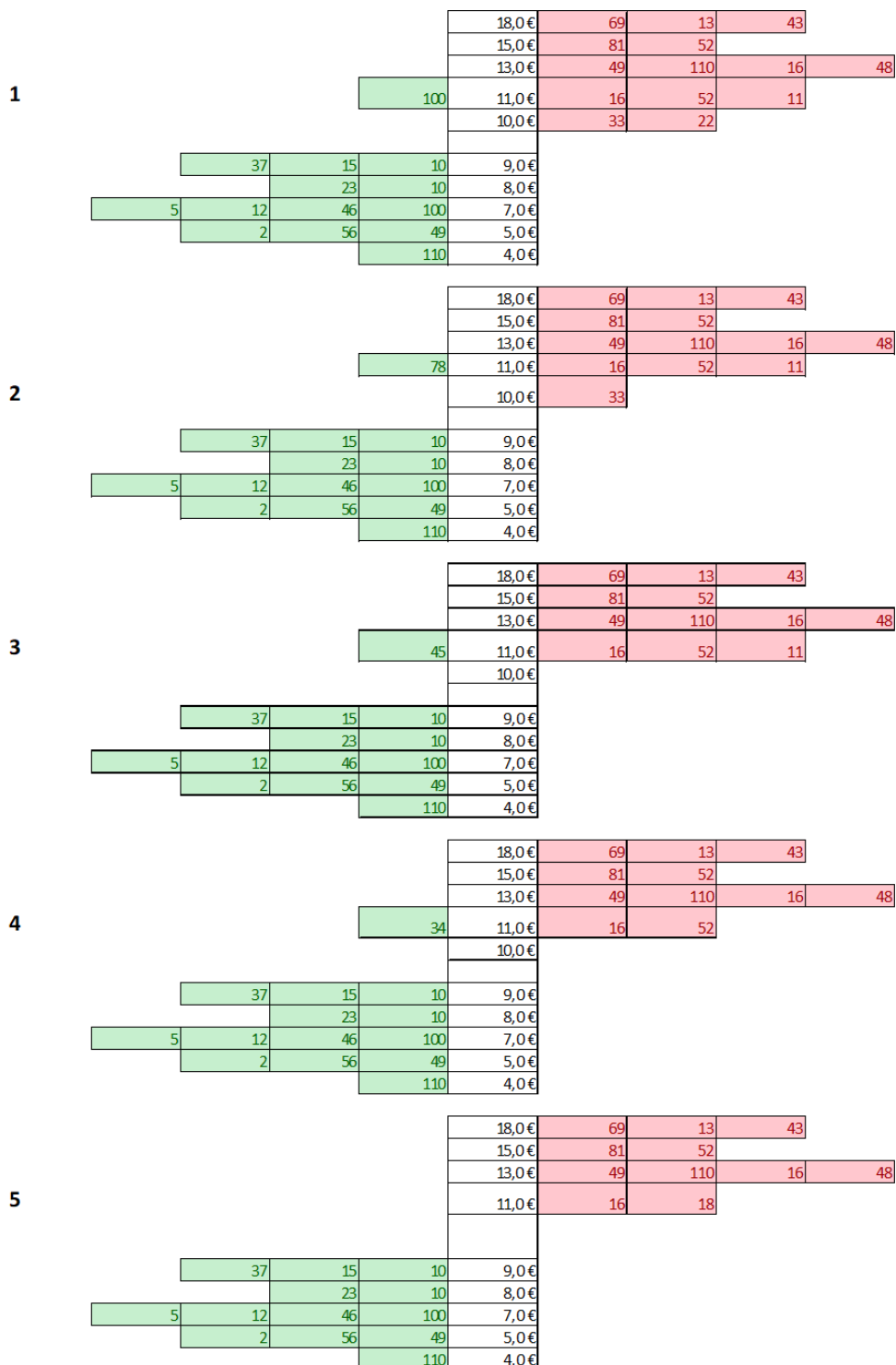


Figure 2.7 Présentation des règles d'appariement des ordres

Dans le graphique ci-dessus, chaque représentation du carnet (1 à 5) représente l'évolution de celui-ci au travers des différentes étapes d'exécution d'un ordre agressif. En (1), un ordre limite à l'achat est positionné sur la deuxième meilleure limite à la vente, soit à 11€ pour une centaine de titres. La priorité d'exécution est déjà donnée en termes de prix puis en termes d'ancienneté des ordres. Ainsi, l'ordre limite d'achat à 11€ signifie que l'acheteur est prêt à acheter jusqu'à 11€, mais puisqu'il existe

dans le carnet une offre à 10€, son ordre va d'abord s'exécuter contre ceux positionnés à la première limite. Deux ordres sont positionnés à la meilleure limite à la vente, nous considérerons dans cet exemple que plus un ordre de vente est positionné sur la droite (à gauche pour les ordres d'achat) plus l'ordre est ancien (en termes de date et heure de soumission). Selon les règles de priorités évoquées quelques lignes plus haut, l'ordre de 100 titres va d'abord être exécuté contre l'ordre de vente de 22 titres à 10€ en (2). Puis en (3) on remarquera que l'ordre sera exécuté contre le deuxième et dernier ordre de la première limite à la vente. En (3), la quantité restante à exécuter pour l'ordre initial est de 45 titres. Sur les étapes (4) et (5) l'ordre est exécuté contre les ordres limites positionnés à 11€. En (4) l'ordre de 11 titres est consommé entièrement, puis en (5) alors que la quantité restante est de 34, l'ordre vient finir son exécution contre l'ordre de 52 titres à 11€. L'ordre initial à 11€ de 52 titres n'est pas consommé entièrement, son reliquat est conservé dans le carnet en attendant une nouvelle exécution ou une annulation de son propriétaire. En (5) on note que toute la profondeur initialement observée en (1) 10€ a été consommé. Ainsi, post-exécution la meilleure limite à la vente est désormais 11€. Deux autres grandeurs sont également impactées par l'exécution :

- **Le bid-ask spread** : en (1) il valait 1€, en (5) il est égal à 2€ ;
- **Le mid-price** : en (1) il valait 9,50€, en (5) il se situe à 10€.

L'exemple présenté ci-dessous montre comment l'exécution d'un ordre « transforme » le carnet. Il faut imaginer qu'en fonction des actions, il peut se produire plusieurs transactions en quelques millisecondes. Une telle fréquence d'activité engendre une certaine complexité dans l'analyse de la dynamique du carnet d'ordres, qui est du coup souvent étudié au travers de variables agrégées sur des intervalles de quelques minutes.

2.2.4 Analyse d'un carnet d'ordres

Selon les objectifs, les marchés boursiers peuvent être étudiés sous différentes plages temporelles, toutefois si l'on souhaite analyser le comportement d'une action de la façon la plus micro qu'il soit, c'est alors à la dynamique de son carnet d'ordres que l'on va s'intéresser. Quel que soit l'espace-temps dans lequel l'étude se place, les notions de volatilité et de liquidité sont des invariants. La volatilité est l'ampleur des variations du prix d'un instrument sur une période donnée. Il existe plusieurs types de volatilité mais celle qui sera retenue dans le cadre de cette thèse est la volatilité historique qui est calculée comme étant l'écart type des rentabilités d'un actif. L'équation ci-dessous donne le calcul de la volatilité journalière d'une action sur une période T jours:

$$\sigma_{journaliere} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (r_i - \bar{r}_T)^2} \quad (1)$$

où r_i est le rendement journalier au jour i et \bar{r}_T le rendement journalier moyen sur la période T . Le graphique ci-après montre un exemple de deux séances plus ou moins volatiles. On appelle ici rendement journalier r , la variation entre le prix de clôture à t et celui à $t - 1$:

$$r = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \quad (2)$$

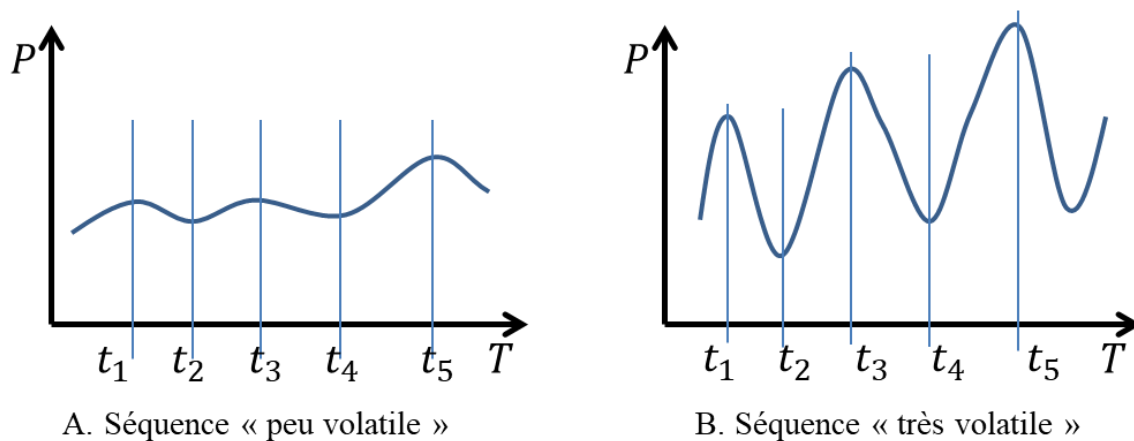


Figure 2.8 Exemple de séquences plus ou moins volatiles, où les abscisses représentent le temps et les ordonnées les prix

La volatilité est reliée à la notion de risque et d'incertitude. En effet, sur les marchés on a tendance à considérer qu'une forte volatilité historique implique une forte volatilité à venir. Ainsi, plus une action est volatile plus le prix futur risque d'être éloigné du prix actuel.

Contrairement à la volatilité, il n'existe pas de description mathématique de la liquidité d'une action. En revanche, sa définition la plus communément acceptée est la suivante : on dira qu'une action est liquide s'il est possible d'acheter et de vendre facilement sur le marché sans provoquer des variations significatives sur le prix. Autrement dit, la liquidité d'un titre peut être résumée à sa propension à être disponible à l'achat et à la vente. Le niveau de la liquidité d'un titre peut être appréhendé au travers de différents indicateurs : le volume, le nombre de transactions, le spread, mais aussi la profondeur dans le carnet.

A partir de la définition donnée ci-dessus, il est assez simple de voir pourquoi le volume et le nombre de transactions sont des indicateurs de la liquidité : plus une action est liquide plus est possible d'en acquérir un grand volume, et donc qu'il y ait un grand nombre de transactions réalisé sur cette valeur. En revanche, les relations entre la liquidité et le spread ou entre la liquidité et la profondeur sont plus difficiles à appréhender : un spread large et/ou une faible profondeur indique(nt) en général un faible niveau de liquidité, alors qu'un spread étroit et/ou une importante profondeur montre(nt) souvent un bon niveau de liquidité. Une façon d'expliquer cela est la suivante : comme définie dans la section précédente, la profondeur est le cumul des titres disponibles à la vente et à l'achat dans le carnet, soit le volume disponible immédiatement pour exécution. Le diagramme ci-dessous montre comment une plus grande profondeur permet de mieux absorber une transaction, c'est-à-dire sans que le prix soit (fortement) impacté.

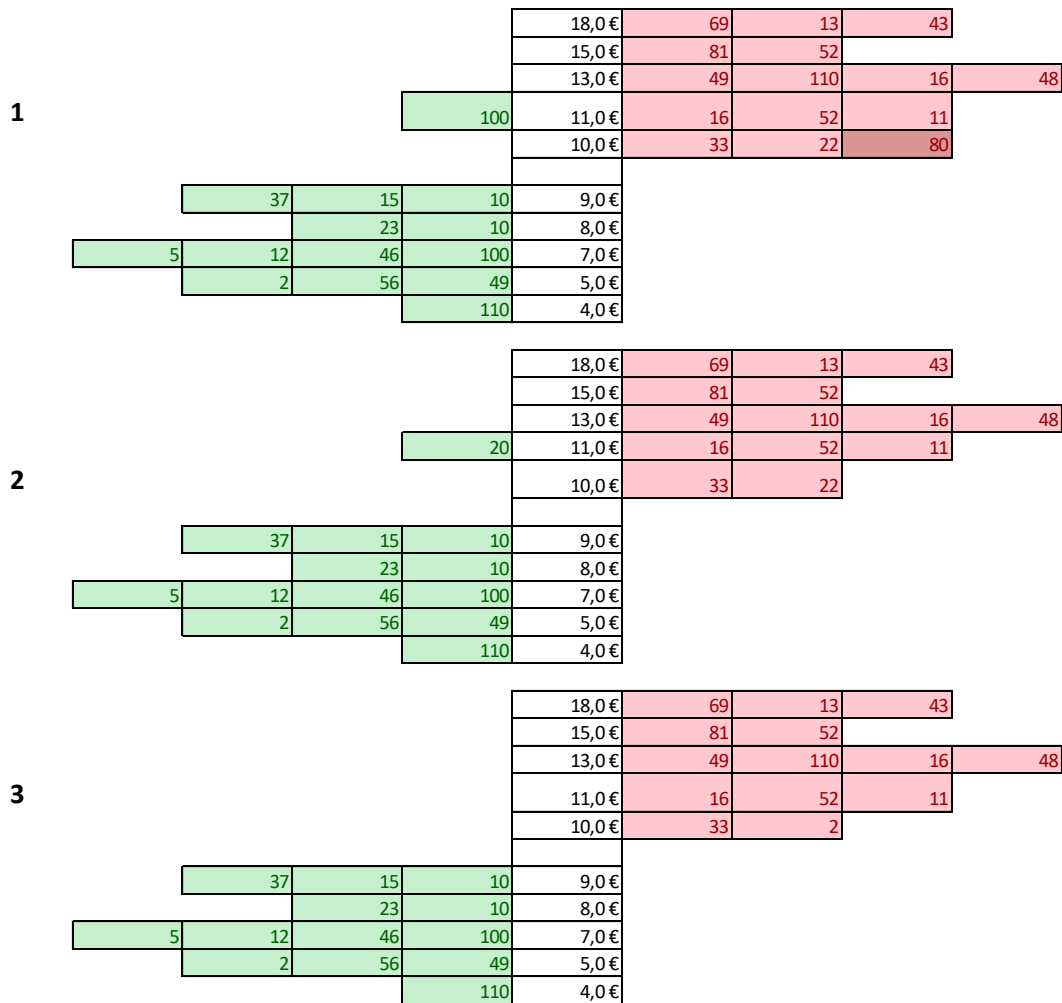


Figure 2.9 Exemple relation profondeur et liquidité

La Figure 2.9 ci-dessus reprend l'exemple du carnet de la Figure 2.7 à l'exception que la profondeur à la première limite à la vente est plus importante (voir rectangle rouge foncé à l'état 1 du carnet représenté dans la Figure 2.8).

Le Tableau 3 ci-dessous récapitule les profondeurs pour chacune des limites du carnet pour les Figures 2.7 et 2.9 à l'étape initiale (1) :

Tableau 3 Profondeurs à la vente des carnets représentés dans les Figures 2.7 & 2.9

Limite à la vente	Somme des quantités disponibles dans la Figure 2.7	Somme des quantités disponibles dans la Figure 2.9
1 ^{ère} limite : 10€	55	135
2 ^{ème} limite : 11€	79	79
3 ^{ème} limite : 13€	223	223
4 ^{ème} limite : 15€	133	133
5 ^{ème} limite : 18€	125	125
Toute limite confondue	615	695

Dans les deux Figures, il est proposé de regarder l'état du carnet après l'exécution d'un ordre d'achat de 100 titres. Le Tableau 4 ci-dessous résume les valeurs du spread et du mid-price après l'absorption de l'ordre dans les deux Figures 2.7 & 2.9.

Tableau 4 Résumé impact exécution d'un ordre d'achat de 100 titres dans les carnets représentés dans les Figures 2.7 & 2.9

Carnet/Grandeurs	Spread	Mid Price
Carnet Figure 8 Etat initial	1 €	9,5 €
Carnet Figure 8 Etat final	2 €	10 €
Variation Etat initial -> Etat Final	+1 €	+0,5 €
Carnet Figure 9 Etat initial	1 €	9,5 €
Carnet Figure 9 Etat final	1 €	9,5 €
Variation Etat initial -> Etat Final	0 €	0 €

Dans le Tableau 4 ci-dessus, on remarque que dans le cas du carnet représenté dans la Figure 2.9, soit la configuration avec la profondeur la plus importante, l'exécution d'un ordre d'achat de 100 titres n'a pas d'impact sur les mesures de l'état du carnet (spread et mid-price), contrairement au carnet représenté dans la Figure 2.7. Il convient donc de dire que le carnet de la Figure 2.9 montrait un meilleur niveau de liquidité que le carnet de la Figure 2.7. Dans cet exemple, le carnet de la Figure 2.9 est plus liquide car dispose d'une plus grande profondeur.

De la même façon, un carnet avec un spread plus large est la conséquence d'une faible profondeur. Imaginons qu'en reprenant l'exemple de la Figure 2.9, le spread ne soit pas de 1€ mais de 2€, cela est possible seulement si la première limite à la vente de 10€ était en réalité celle de 11€ (ou si la première limite à l'achat de 9€ était en réalité celle de 8€), autrement dit qu'aucune quantité ne soit disponible en-dessous de 11€. La Figure 2.10 ci-dessous représente un tel carnet.

			18,0 €	69	13	43	
			15,0 €	81	52		
			13,0 €	49	110	16	48
1		100	11,0 €	16	52	11	
		37	15	10	9,0 €		
			23	10	8,0 €		
	5	12	46	100	7,0 €		
		2	56	49	5,0 €		
			110		4,0 €		

Figure 2.10 Exemple d'un carnet avec un spread large

Dans la Figure 2.10 seul l'état initial du carnet est représenté avant l'exécution d'un ordre d'achat de 100 titres. On voit d'ailleurs que, contrairement aux exemples donnés en Figures 7 & 9, pour être exécuté totalement, l'ordre aurait dû être positionné sur la limite à 13€. L'état final du carnet aurait alors montré que dans ce cas, le spread après exécution aurait été de 4€, et le mid price de 11€. Ainsi, le carnet représenté dans la Figure 2.10 est moins liquide que celui donné en Figures 2.7 & 2.9.

Par ailleurs, au travers des différents exemples montrés ci-dessus il peut être remarqué qu'il revient plus cher de traiter une valeur peu liquide qu'une valeur liquide. En effet, si on calcule le prix de revient d'un achat de 100 titres au travers des différents exemples de carnet donnés dans les Figure 2.7, 2.9 & 2.10, on remarque que l'opération aura coûté moins chère lorsque le carnet était plus liquide. Le Tableau 5 ci-dessous récapitule les coûts de cette opération pour chacune des Figures.

Tableau 5 Prix de revient d'un achat de 100 titres dans les Figures 2.7, 2.9 & 2.10

Achat de 100 titres	Figure 2.7	Figure 2.9	Figure 2.10
Détails des exécutions	10€ x 55 + 11€ x 45	10€ x 100	11€ x (16 +52 +11) + 13€ x 21
Prix de revient global pour l'opération	1045€	1000€	1142€
Prix moyen par titre	10,45€	10€	11,42€

Mécaniquement, une action peu liquide est donc plus volatile qu'une action liquide. Si aujourd'hui aucune stratégie ne peut se vanter d'être capable de prédire le prix futur d'une action, au travers du carnet, et à une échelle de temps très réduite, il paraît assez raisonnable de penser que le prochain prix d'exécution sera relativement proche du mid-price. En revanche, il reste toujours difficile à cerner comment prédire si la prochaine exécution sera déclenchée par un ordre à l'achat ou par un ordre à la vente. Pour cela, de nombreuses études s'intéressent au déséquilibre du carnet, partant de l'hypothèse qu'il traduit la tendance imminente. Le déséquilibre du carnet, ou *imbalance* peut être retrouvé sous différents calculs qui mènent globalement à la même notion : la différence entre la quantité de titres disponibles à l'achat et celle disponible à la vente. Les travaux autour du déséquilibre du carnet cherchent à montrer qu'un *imbalance* en faveur du côté acheteur entraîne à très court terme des achats alors qu'un *imbalance* côté vendeur entraînerait des ventes.

Les travaux de cette thèse proposent de représenter un marché artificiel boursier au travers d'un modèle déterministe d'un carnet d'ordres. Le chapitre suivant introduit les choix de modélisation et d'implémentation réalisés dans ce cadre.

Chapitre 3 Modélisation et implémentation d'un marché artificiel

3. Modélisation et implémentation d'un marché artificiel

Le prix d'une action est une notion très relative : parle-t-on du prix de la clôture, du prix d'ouverture ou d'un prix moyen sur la journée ? La vision la plus discrétionnaire du prix d'une action est celle du prix d'exécution intra journalier transaction par transaction. Mais même en s'intéressant à ce niveau de granularité, il n'est pas possible d'extrapoler des données de transactions, une fonction finie qui permettrait de décrire la dynamique de la formation du prix. Pour rappel, pour comprendre comment un prix d'exécution est déterminé il faut revenir aux mécanismes du carnet d'ordres tels qu'ils ont été donnés dans la section précédente : un processus d'appariement entre les intérêts des acheteurs et les intérêts des vendeurs selon la règle de priorité suivante : « premier arrivé, premier servi ». Il faut notamment retenir que ces intérêts acheteurs et vendeurs sont des résultantes de différentes stratégies, de différents acteurs à différents instants, voilà pourquoi il est quasiment impossible de décrire une fonction qui permettrait de prendre en compte autant de paramètres. Par ailleurs, bien que le trading algorithmique représente désormais une part importante des échanges réalisés sur les marchés, il n'en reste pas moins que les intérêts acheteurs et vendeurs sont également empreints d'une composante qu'il est encore bien plus difficile à prévoir que les stratégies : une composante d'émotions et de sentiments humains. En effet, même si les robots traders sont créés pour tenter d'éradiquer toute composante non rationnelle des manœuvres de trading, il n'en reste pas moins que les algorithmes sont développés par des êtres humains et que les facteurs de stress, d'aversion au risque ou au regret sont des sentiments qui impactent la prise de décision.

La formation de prix est un sujet qui fait couler beaucoup d'encre. Il existe trois catégories de travaux qui étudient la formation de prix : des analyses empiriques procédant à des traitements statistiques sur des historiques de séries financières temporelles, des travaux mathématiques ou économétriques et des modélisations numériques du marché. Cette thèse appartient à cette troisième catégorie. Il a été annoncé plus haut dans cette section qu'il paraissait impossible d'imaginer une fonction capable de décrire la dynamique du prix d'une action qui pourrait prendre en compte les différents comportements des acteurs, en revanche, s'il existait un modèle mathématique permettant de prédire l'évolution du prix d'une action, celui-ci reposerait assurément sur la connaissance de ces comportements. Il est alors légitime de se demander s'il existe un sous-ensemble restreint de comportements qui, modélisé, pourrait donner lieu à une représentation crédible de la formation de prix (à partir d'un certain nombre d'hypothèses et de conditions établies).

3.1 Définition du processus de prise de décision

L'approche des systèmes multi-agents est un outil de modélisation qui permet de décrire des entités singulières obéissant à un certain nombre de règles définies de comportement et d'interaction à différentes échelles. C'est une approche « bottom-up » dans le sens où la dynamique globale du système repose, non pas sur une explicite description, mais sur la résultante des interactions des agents. De cette façon, il est possible d'étudier le système à partir des différents niveaux qui le composent et d'analyser comment les comportements micro impactent la dynamique globale du système. De la même manière, des paramètres globaux pouvant être également fixés au moment de la modélisation, les systèmes multi-agents permettent également d'observer comment des changements opérés sur ces paramètres globaux se répercutent sur les comportements des agents. Il est toutefois important de mettre en avant le fait que dans le cadre de cette thèse notre approche de modélisation est stigmergique, autrement dit contrairement à la plupart des systèmes multi-agents où les entités

interagissent directement entre elles, ici les interactions du système sont centralisées au niveau des mécanismes du carnet d'ordres. Par ailleurs, il n'y a pas de compétition entre les agents, les entités du marché représenté défendent des intérêts personnels (gagner de l'argent) et c'est le résultat de la synergie et de la confrontation de ces intérêts personnels que nous cherchons à étudier au niveau macro du système.

L'exercice le plus difficile dans le cadre de la représentation d'un système animé par des comportements divers est celui de la modélisation du processus de prise de décision. Peu importe le domaine, nous partons du postulat que toute décision est influencée par une composante rationnelle et une composante irrationnelle. Dans le cadre de cette thèse cherchons à décrire le comportement des traders, et pour cela il est proposé de relier la prise de décision d'un agent à différents éléments qui sont regroupés dans le graphique ci-dessous.

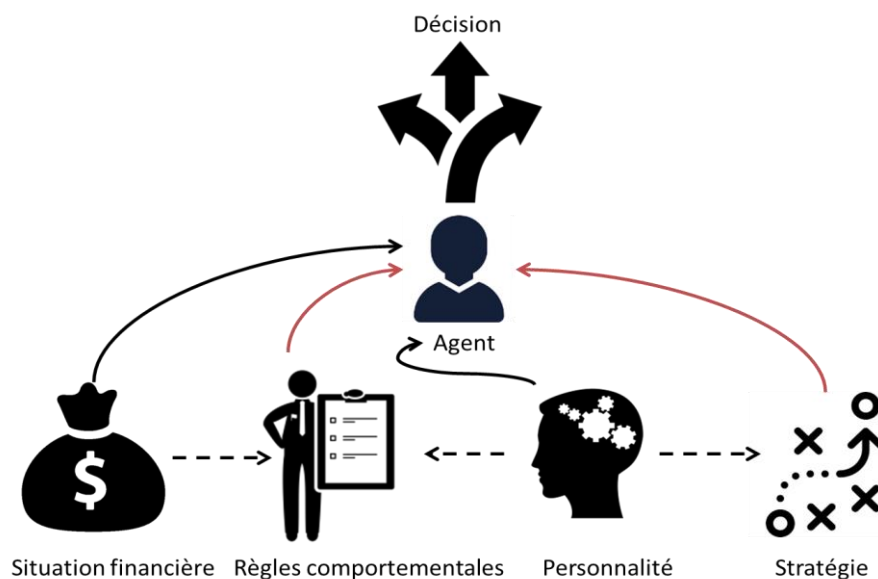


Figure 3.1 Composantes du processus de prise de décision

Lorsqu'un agent prend une décision, il est considéré que celle-ci est influencée par un certain nombre d'éléments :

- La situation financière de l'agent : a-t-il les fonds suffisants pour acheter ?
- La stratégie de trading : est-ce intéressant d'acheter ou de vendre ?
- La personnalité : par exemple la prise en compte de l'aversion au risque qui définit la tolérance de l'agent vis-à-vis des pertes qu'il est prêt à encourir;
- Les règles comportementales : comment la situation de l'agent et sa personnalité impactent sa décision (par exemple si un agent adopte un comportement grégaire alors celui-ci sera acheteur lorsque le prix monte et vendeur lorsque le prix baisse).

La difficulté dans la modélisation du processus de prise de décision est la prise en compte des différentes composantes qui peuvent s'influencer les unes et les autres : en se basant sur les indicateurs le prix pourrait remonter, mais la situation financière ne permet pas à l'agent de se positionner à l'achat ou bien celui-ci a déjà accumulé trop de pertes latente et son aversion au risque le pousse à vendre au lieu d'attendre de voir si le prix remonte.

La section suivante introduit les choix qui ont été réalisés dans cette thèse pour définir un agent.

3.2 Définition d'un agent

Le modèle de marché boursier artificiel introduit dans cette thèse est un marché action mono-actif S , composé de N traders qui achètent et vendent des titres au travers de T périodes consécutives. Un agent est composé :

- d'un portefeuille d'actions ;
- d'un montant de liquidité
- d'une mémoire limitée à un certain nombre de périodes passées
- d'une personnalité, elle-même composée de trois caractéristiques :
 - un niveau d'aversion au risque,
 - un niveau d'agressivité,
 - une variable binaire indiquant si l'agent adopte un comportement grégaire ou non.
- d'une stratégie de trading¹⁶ ;
- de l'historique de ses transactions et de ses ordres ;
- de l'historique de ses gains et de ses pertes (PnL) ;
- un seuil de tolérance de pertes au-dessus duquel l'agent vend ses actions pour éviter de perdre davantage ;
- un seuil de gains espérés au-dessus duquel l'agent vend ses actions pour convertir la rentabilité de ses actions en liquidité.

L'agent dispose également d'un certain nombre de fonctions, il peut :

- calculer son PnL ;
- obtenir l'inventaire de son portefeuille ;
- connaître ses liquidités disponibles ;
- actualiser les indicateurs résultants de sa stratégie de trading ;
- soumettre un ou plusieurs ordres à l'achat ou à la vente ;
- annuler un ou plusieurs ordres à l'achat ou à la vente.

i. Explication des types de variables « agent »

La plupart des variables définissant un agent évolue au cours du temps en fonction des décisions prises par celui-ci. Par exemple l'inventaire de l'agent décroîtra lorsque celui-ci vendra des actions et augmentera lorsqu'il achètera des titres. De la même façon les liquidités de l'agent se renforceront lors des ventes, et s'appauvriront lors des achats. Le Tableau 6 ci-dessous récapitule lesquelles de ces variables sont statiques ou dynamiques, ainsi que le domaine de valeurs qu'elles peuvent prendre.

¹⁶ Les stratégies de trading seront décrites dans la section suivante.

Tableau 6 Définition de la dynamique des variables d'un agent

Variable	Evolution	Valeurs possibles
Portefeuille d'actions	Dynamique	$[0; +\infty]$
Montant de liquidité	Dynamique	$[0; +\infty]$
Mémoire	Statique	$[2; 100^{17}]$
Personnalité – aversion au risque	Dynamique	$[0; 100]$
Personnalité – agressivité	Dynamique	$[0; 100]$
Personnalité – comportement grégaire	Dynamique	$\{0; 1\}$
Stratégie de trading	Statique	-
Historique des transactions et des ordres	Dynamique	-
Historique des gains et des pertes	Dynamique	-
Seuil de tolérance de pertes*	Dynamique	$[-\infty; +\infty]$
Seuil de gains espérés*	Dynamique	$[-\infty; +\infty]$

*Les seuils de tolérance et de gains espérés sont exprimés en pourcentage du montant des liquidités. Ainsi, un agent dont le seuil de tolérance de pertes est de -0,5, acceptera d'encourir des pertes équivalentes à 50% de ses liquidités disponibles. De la même façon un agent dont le seuil de gains espérés est de 0,01, vendra automatiquement ses actions lorsque la rentabilité de son portefeuille atteint l'équivalent de 1% de ses liquidités.

ii. Initialisation des variables « agent »

Mis à part les variables contenant les historiques des transactions, des ordres et des gains et des pertes qui sont des collections vides au moment de l'initialisation, toutes les autres variables répertoriées dans le Tableau 6 ci-dessus sont initialisées, soit au travers d'une distribution uniforme, soit à partir d'une formule reposant sur un coefficient d'initialisation et une variable déjà initialisée. Seule l'attribution de la stratégie reste toutefois à part, en effet, on fixe en amont la répartition en pourcentage des agents aux travers des différentes stratégies. Cette répartition restera statique au travers des itérations dépendantes les unes des autres.

Lorsqu'une variable est définie par une distribution uniforme, une variable globale $X(t)$ équivalente est fixée de sorte à ce que la génération de cette variable $x(t)$ au niveau des agents respecte le critère suivant à l'initialisation:

$$X(t_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t_0), \text{ où } N \text{ est le nombre d'agents} \quad (3)$$

Quatre variables d'un agent i sont initialisées de cette manière : le portefeuille d'actions $Position_i(t)$, la mémoire m_i , l'aversion au risque $r_i(t)$ et l'agressivité $a_i(t)$. Ainsi une valeur $X(t_0)$ est donnée en input pour chacune de ces variables. Nous verrons dans la section suivante que cette valeur restera constante au cours des itérations pour la mémoire et l'agressivité des agents.

Les autres variables « agents » sont ensuite initialisées de la manière suivante :

- le montant de liquidité $Cash_i(t)$ est calculé à partir d'un coefficient C fixé en input à l'initialisation et commun à tous les agents tel que :

¹⁷ En théorie la profondeur de la mémoire pourrait être infinie, mais pour des raisons de simplification nous considérerons que la mémoire ne peut pas aller au-delà de 100 périodes.

$$Cash_i(t_0) = C \times Position_i(t_0), \text{ où } i \text{ réfère à un agent et } C \in]0; 100] \quad (4)$$

- la variable binaire définissant si l'agent adopte ou non un comportement grégaire $g_i(t)$ est initialisée à partir de la valeur de l'aversion au risque r_i de sorte à ce que :

$$\begin{cases} g_i(t_0) = 1 \text{ si } r_i > 50^{18} \\ g_i(t_0) = 0 \text{ si } r_i \leq 50 \end{cases} \quad (5)$$

Autrement dit il est considéré ici que l'adoption d'un comportement grégaire est déclenchée lorsque le niveau d'aversion au risque d'un agent est trop élevé. En effet, il est apparemment assez naturel de supposer qu'un agent « paralysé » par le risque de perte préférera s'en remettre à la tendance du marché.

- le seuil de tolérance de perte $\sigma_{loss,i}(t)$ est initialisé à partir de la définition suivante :

$$\sigma_{loss,i}(t_0) = m_i(0,01r_i + 1,5)\pi_{worst,i}(t_0) \quad (6)$$

où m_i est la mémoire de l'agent, r_i l'aversion au risque et $\pi_{worst,i}(t_0)$ le pire rendement journalier (autrement dit le plus petit rendement négatif) observé par l'agent sur les m_i prix passés connus au moment de l'initialisation.

- le seuil de gains espérés $\sigma_{gain,i}(t_0)$ sur le même principe que $\sigma_{loss,i}$:

$$\sigma_{gain,i} = m_i(0,01r_i + 1,5)\pi_{best,i}(t_0) \quad (7)$$

où m_i est la mémoire de l'agent, r_i l'aversion au risque et $\pi_{best,i}(t_0)$ le meilleur rendement journalier (autrement dit le plus grand rendement positif) observé par l'agent sur les m_i prix passés connus au moment de l'initialisation.

iii. *Dynamiques des variables « agent »*

Dans le Tableau 6 ci-dessus, il a été indiqué lesquelles des variables « agent » évoluaient au cours du temps, soit pour un agent i :

- le portefeuille d'actions $Position_i(t)$ varie de sorte à ce que :

$$Position_i(t + 1) = Position_i(t) + Qty_{buy,i}(t) - Qty_{sell,i}(t) \quad (8)$$

où $Qty_{buy,i}(t)$ et $Qty_{sell,i}(t)$ sont respectivement le nombre de titres achetés et vendus par l'agent à la période t .

- le montant de liquidité $Cash_i(t)$ évolue de la manière suivante :

$$Cash_i(t + 1) = Cash_i(t) - Amnt_{buy,i}(t) + Amnt_{sell,i}(t) \quad (9)$$

où $Amnt_{buy,i}(t)$ et $Amnt_{sell,i}(t)$ sont respectivement le montant en euros de titres achetés et vendus par l'agent à la période t .

¹⁸ Il a été choisi de définir le seuil de basculement vers le comportement grégaire à 50 de manière arbitraire. On considère que plus un agent est stressé, plus il aura tendance à vouloir s'en remettre à la tendance.

- l'aversion au risque $r_i(t)$ est réévaluée à chaque période de la façon suivante :

$$r_i(t+1) = r_i(t)(1 + \varepsilon \Delta_{[t;t+1]}\sigma) \quad (10)$$

où ε est un coefficient pondération tiré aléatoirement pour chaque agent à chaque période entre 0 et 1, et $\Delta_{[t;t+1]}\sigma$ la variation relative de l'indicateur de volatilité $\sigma(t)$ entre les deux périodes tel qu'il est défini dans l'équation (15) ci-après. Il est usuel d'utiliser la volatilité comme mesure du stress dans le marché. L'indice de volatilité VIX par exemple, qui est censé traduire (approximativement les variations du S&P500 sur une période de 30 jours à venir est très suivi par les acteurs et est surnommé « l'indice de la peur ».

- L'agressivité $a_i(t)$ est générée à chaque début de période selon le critère de l'équation (3), ainsi $\forall t \in [0, 1, 2, \dots, 1000]$:

$$A(t_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i(t) \quad (11)$$

où N est le nombre d'agents et $A(t_0)$ l'agressivité moyenne par agent pour tout le marché fixé en input à l'initialisation du système.

- la variable binaire définissant si l'agent adopte ou non un comportement grégaire $g_i(t)$ est réévaluée chaque période selon l'équation (5) ;
- les seuils perte $\sigma_{loss,i}(t)$ et perte $\sigma_{gain,i}(t)$ sont réévalués à chaque période respectivement selon les équations (6) et (7).

3.2.1 Présentation des stratégies de trading

A l'initialisation du marché, chaque agent se voit attribuer une stratégie de trading qu'il conservera pour le reste de la simulation. Chacune de ces stratégies repose sur un ou plusieurs indicateurs calculés à partir de l'historique du prix de l'action et réévalués à chaque itération. Sachant que le dernier cours connu de l'action est P_{t-1} :

- le prix moyen glissant sur une période $\overline{p}_m(t)$:

$$\overline{p}_m(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=t-1-m}^{t-1} p_i \quad (12)$$

où p_i est le prix retenu pour la période i et m le nombre d'itérations sur lequel l'indicateur est calculé (en général la mémoire de l'agent).

- la distance Δ_m entre le dernier prix connu de l'action p_{t-1} et le prix moyen \overline{p}_m glissant sur une période m :

$$\Delta_m(t) = p_{t-1} - \overline{p}_m(t) \quad (13)$$

- le rendement moyen de l'action sur une période m :

$$\pi_m(t) = \frac{p_{t-1}}{p_{(t-1-m)}} - 1 \quad (14)$$

- un indicateur de volatilité calculant la diffusion entre les prix maximal et minimal observés sur la période $t - 1$:

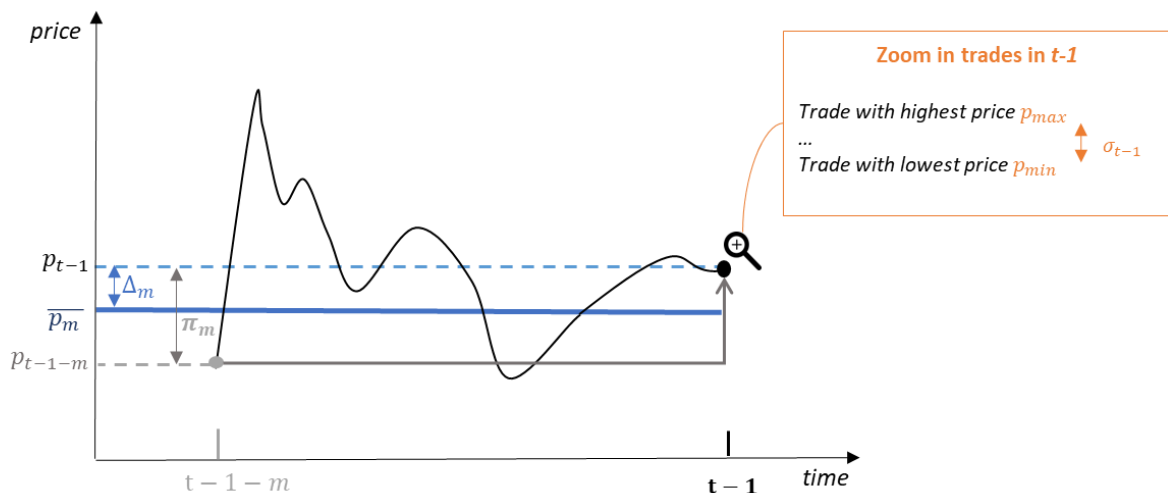
$$\sigma(t) = \frac{\max(p_{t-1,1}, \dots, p_{t-1,j})}{\min(p_{t-1,1}, \dots, p_{t-1,j})} - 1 \quad (15)$$

Dans le cadre de ce travail trois stratégies de trading ont été implémentées, le Tableau 7 ci-dessous résume leurs objectifs et les indicateurs sur lesquelles elles sont basées.

Tableau 7 Résumé des stratégies et de leurs indicateurs

Stratégie	Description	p_{t-1}	\bar{p}_m	Δ_m	π_m	σ
Moyenne glissante	La stratégie évalue si le prix de l'action est sur une phase croissante ou décroissante en fonction du prix moyen observé en pariant que le prix oscille autour de sa valeur moyenne.	X	X	X		
Variation forte	La stratégie recherche les forts mouvements de prix en pariant sur le fait que des variations importantes sont souvent suivies par d'autres mouvements de même amplitude.	X				X
Tendance	La stratégie projette une répétition des rendements connus dans le passé dans le futur.	X			X	

Les indicateurs techniques de stratégies définis ci-dessus sont explicités dans le graphique ci-dessous.



Dans le graphique ci-dessus, les éléments liés à la stratégie de trading « moyenne glissante » sont représentés en bleu, ceux de la stratégie « variation forte » en orange et enfin, ceux de la stratégie « tendance » en gris.

En sortie, chaque stratégie délivre à un agent le signal Achat, Vente ou Neutre. Cette information sera ensuite complétée par les autres composantes du processus de prise de décision de l'agent, telle que sa personnalité.

3.2.2 Personnalité des agents et règles de comportement

Si la stratégie de trading représente la composante « rationnelle » de la décision d'un agent, la composante « irrationnelle » de celle-ci est influencée par la personnalité du trader. Dans le cadre de cette modélisation, trois traits de caractère ont été retenus :

- l'aversion au risque $r_i(t)$: plus un agent a une aversion au risque élevée et moins l'agent est prêt à encourir des pertes.
- un comportement grégaire $g_i(t)$: un agent au comportement grégaire suit le marché, c'est-à-dire qu'il achète quand le prix monte et vend lorsque celui-ci baisse, alors qu'un agent indépendant suivra le mécanisme inverse: vendre quand le prix monte et acheter quand le prix baisse.
- l'agressivité $a_i(t)$: plus un agent est agressif, plus ses ordres le seront aussi.

L'aversion au risque et l'agressivité sont représentés par un scalaire pouvant aller de 0 à 100, 0 étant la valeur la plus faible (aucune aversion au risque ou aucune agressivité) et 100 l'état maximal (une paralysie totale face aux pertes potentielles, une agressivité maximale).

L'aversion au risque et le comportement grégaire sont dynamiques et reliés à l'évolution du marché :

- L'aversion au risque d'un agent s'accroît au cours du si la volatilité de l'action augmente. En revanche celle-ci diminue si la volatilité de l'action stagne ou diminue.
- A chaque période l'adoption d'un comportement grégaire pour un agent est révisée en fonction de la nouvelle valeur de son aversion au risque. Dès lors que l'aversion au risque d'un agent est comprise dans l'intervalle]50 ;100], alors il est considéré que l'agent adoptera un comportement grégaire jusqu'à la prochaine période.

L'agressivité d'un agent est elle aussi dynamique, mais n'est pas reliée à un paramètre du système et est recalculée à chaque période, de sorte à ce que la moyenne du niveau de l'agressivité des agents dans le système soit égale à une valeur donnée à l'initialisation.

Il a été vu que l'adoption d'un comportement grégaire entraînait chez l'agent un raisonnement simple : l'agent achète quand le prix monte et vend lorsque celui-ci baisse. En revanche, l'aversion au risque et l'agressivité des agents ont des impacts un peu plus complexes sur leur comportement. En effet, il est considéré que plus l'aversion au risque d'un agent est élevée, plus celui-ci est à la fois intolérant aux pertes potentielles, et prudent sur ses espérances en termes de gains attendus. Ainsi au cours de la simulation, les seuils de tolérance et d'espérance d'un agent diminuent lorsque son aversion au risque s'accroît, et augmentent lorsque celle-ci se réduit. Peu importe le résultat de la stratégie de trading, si un de ces seuils est atteint ou dépassé, l'agent se positionnera à la vente. Afin d'évaluer si les seuils perte $\sigma_{loss,i}(t)$ et gain $\sigma_{gain,i}(t)$ sont atteints ou dépassés on calcule la rentabilité latente du portefeuille de l'agent $\pi_i(t)$:

$$\pi_i(t) = Position_i(t)(P(t-1) - \overline{P_{buy,i}(t)}) \quad (16)$$

où $\overline{P_{buy,i}(t)}$ est le prix moyen d'achat de l'agent auquel il a acheté toutes ses actions encore en portefeuille, et $P(t-1)$ le dernier prix connu de l'action. Ainsi si on considère qu'un des deux seuils est atteint dès lors où une des inéquations suivantes est vraie :

$$Cash_i(t)\sigma_{loss,i}(t) \leq \pi_i(t) \quad (17)$$

Ou,

$$Cash_i(t)\sigma_{gain,i}(t) \geq \pi_i(t) \quad (18)$$

Il est considéré que tout ordre à l'achat comme à la vente est strictement unitaire. A tout instant, un agent peut à la fois être positionné à l'achat (si tel est le signal délivré par sa stratégie et qu'il dispose de fond suffisant) et à la vente (seuils de tolérance ou d'espérance atteint). Par ailleurs, pour des raisons de cohérence, un agent ne peut acheter que si sa liquidité immédiatement disponible le lui permet. Un agent ne peut vendre que des actions qu'il a déjà acquises. Enfin, si un agent à un inventaire nul, il sera automatiquement acheteur (sauf s'il n'a plus de liquidité).

Le niveau d'agressivité d'un agent $a_i(t)$ vient définir à quel prix celui-ci va soumettre ses ordres à la période t . Dans le modèle de carnet d'ordres décrit dans cette thèse il est considéré que seules les 5 meilleures limites¹⁹ sont connues des agents. Ainsi, puisque $a_i(t) \in [0; 100]$, on considèrera qu'un agent dont l'agressivité est inférieure à 50 soumettra exclusivement des ordres non-agressifs sur la période, alors qu'un agent dont l'agressivité est au moins égale à 50, n'enverra dans le carnet que des ordres agressifs. Pour rappel, un ordre agressif traverse le spread, autrement dit :

- un ordre agressif à l'achat est positionné à un prix égal ou supérieur à la première limite à la vente ;
- un ordre agressif à la vente est positionné à un prix égal ou en-dessous à la première limite à l'achat.

Et, un ordre non-agressif :

- s'il est à l'achat, est positionné à un prix strictement inférieur à la première limite à la vente ;
- s'il est à la vente, est positionné à un prix strictement supérieur à la première limite à l'achat.

La valeur de l'agressivité de l'agent $a_i(t)$ à la période t , permet de déterminer sur quelle limite (entre la 1^{ère} et la 5^{ème}) l'agent soumettra ses ordres. Ainsi, si n est le nombre de limite alors :

$$\begin{cases} 50 - 10(n + 1) < a_i(t) < 50 - 10n \\ 50 + 10n < a_i(t) < 50 + 10(n + 1) \end{cases}, n \in [0, \dots, 4] \quad (19)$$

Ainsi par exemple, si $a_i(t) = 55$ alors $n = 0$, autrement dit si l'agent soumet un ordre à t , celui-ci sera obligatoirement agressif, et positionné à la première limite du côté du carnet opposé au sens de l'ordre. Si, $a_i(t) = 45$ alors $n = 0$ également, mais cette fois-ci les ordres soumis à t par l'agent seront non-agressifs et positionnés à la première limite dans le côté du carnet qui est le même que le sens de l'ordre. Prenons un exemple pour illustrer ce mécanisme soit un agent i :

- à la période $t = 120$, $a_i(t = 120) = 62$:
 - $a_i(t = 120) > 50$ donc à la 120^{ème} période l'agent ne soumet que des ordres agressifs;
 - d'après l'équation (10) $n = 1$, les ordres de i seront donc soumis à la deuxième meilleure limite;

¹⁹ Le choix de rendre transparentes les 5 premières limites est cohérent avec ce qui est observé sur les marchés réels : la plupart des stratégies ne prennent pas en compte les mouvements au-delà des 5 premières limites.

Le graphique ci-dessous illustre un exemple de la soumission d'un ordre d'achat et d'un ordre de vente de l'agent à la période $t = 120$.

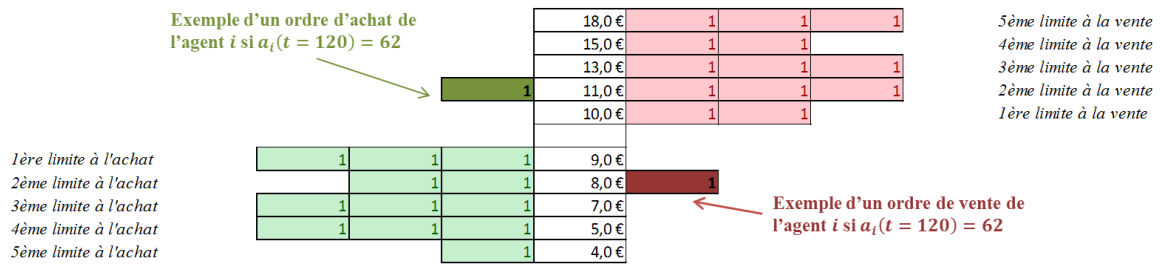


Figure 3.3 Exemple de la soumission des ordres quand l'agressivité $a_i(t) = 62$

- à la période $t = 121$, $a_i(t = 121) = 25$:
 - $a_i(t = 121) < 50$ donc à la 121^{ème} période l'agent ne soumet que des ordres non-agressifs;
 - d'après l'équation (10) $n = 3$, les ordres de i seront donc soumis à la troisième meilleure limite;

Le graphique ci-dessous illustre un exemple de la soumission d'un ordre d'achat et d'un ordre de vente de l'agent à la période $t = 121$.

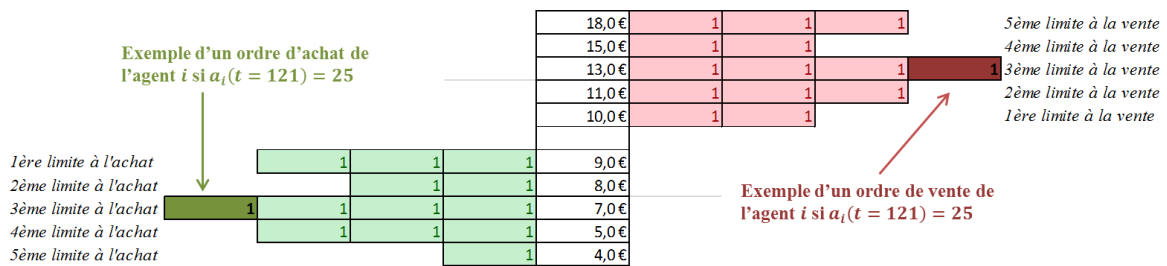


Figure 3.4 Exemple de la soumission des ordres quand l'agressivité $a_i(t) = 25$

Le diagramme ci-dessous récapitule le processus de prise de décision des agents.

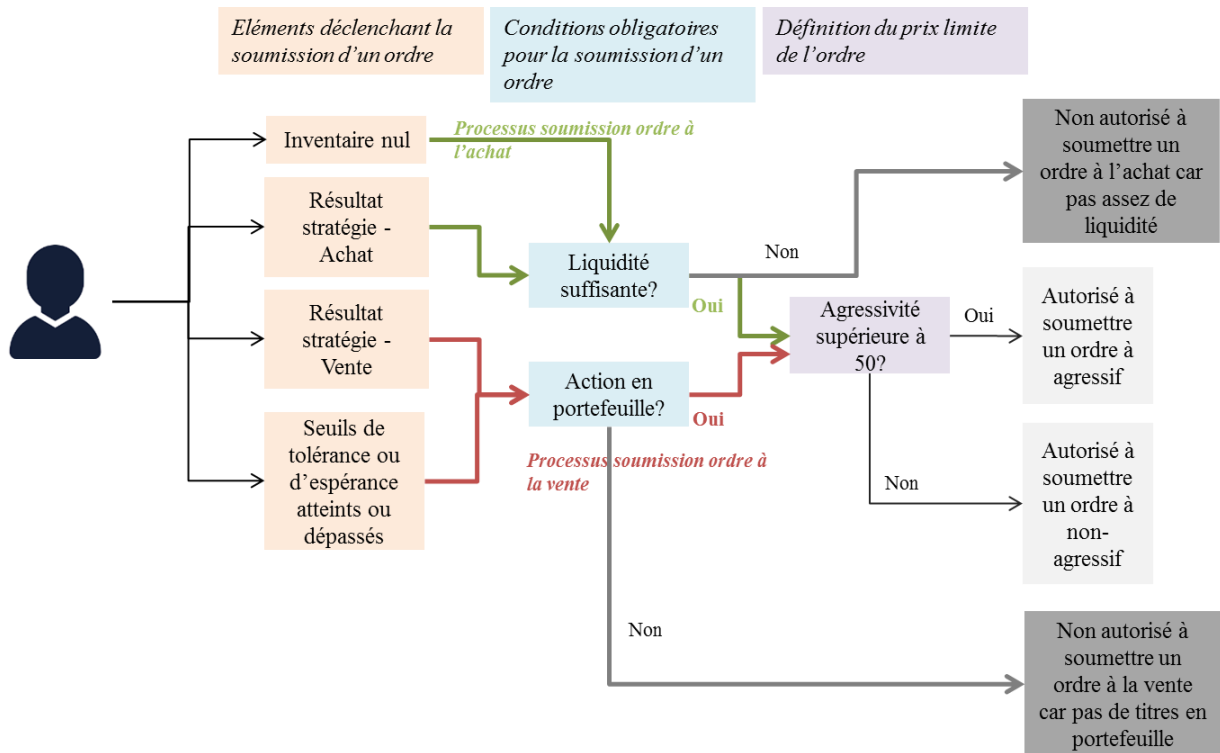


Figure 3.5 Diagramme du processus de prise de décision des agents

Dans la Figure 3.5 ci-dessus les principaux enchaînements entre les règles de comportement et la décision finale sont représentés.

Afin de faciliter la lecture du diagramme trois exemples de situation sont présentées ci-dessous, à une période t :

- un agent i ne dispose plus de liquidité mais détient plusieurs titres dans son portefeuille :
 - le résultat de sa stratégie lui conseille de se positionner à l'achat, or l'agent n'a plus de liquidité, il ne pourra donc pas soumettre d'ordre à l'achat,
 - en parallèle il se trouve que la situation de l'agent le mette en dépassement de son seuil de tolérance de perte, puisque l'agent détient des actions il est autorisé à vendre et pourra donc soumettre son ordre à la vente.
- Un agent j dispose à la fois de suffisamment de liquidité pour acheter au moins une action et de plusieurs actions dans son portefeuille :
 - le résultat de sa stratégie lui conseille de se positionner à l'achat, l'agent ayant suffisamment de liquidité, il peut donc soumettre son ordre à l'achat,
 - en parallèle il se trouve que la situation de l'agent le mette en dépassement de son seuil de gains espérés, puisque l'agent détient des actions en portefeuille, l'agent est donc autorisé à soumettre son ordre à la vente.
- Un agent k dispose suffisamment de liquidité pour acheter au moins deux actions mais n'a plus d'actions en portefeuille :
 - Le résultat de sa stratégie lui conseille de se positionner à l'achat, l'agent ayant suffisamment de liquidité, il peut donc soumettre son ordre à l'achat,
 - L'agent n'ayant pas d'actions en portefeuille, celui-ci ne peut pas être en dépassement de seuils, en revanche, puisqu'il dispose d'assez de liquidité, l'agent soumet un deuxième ordre à l'achat.

Dans les exemples des agents j et k ci-dessus on remarquera qu'il est tout à fait possible pour un agent de soumettre jusqu'à deux ordres, et de sens contraire qui plus est, durant la même période.

3.3 Présentation de l'implémentation du système

3.3.1 Dynamique d'une période

Lorsque les agents ont fini de soumettre leurs ordres, le mécanisme d'appariement des ordres se met ensuite en place, tel qu'explicité en section 2.2.3 Introduction au carnet d'ordres. Lorsqu'en fin de période, toutes les transactions ont été dénouées, les rentabilités latentes des portefeuilles des agents sur la période sont alors calculées, ainsi qu'un certain nombre de variables dites macro-variables:

- le prix moyen observés sur les transactions de la période ;
- le nombre de transaction
- le nombre d'agents dont la rentabilité latente du portefeuille est positive ;
- la moyenne d'aversion au risque des agents ;
- la moyenne du niveau d'agressivité des agents;
- le nombre d'agents ayant adoptés un comportement grégaire sur la période ;
- la profondeur cumulée à l'achat avant l'appariement des ordres ;
- la profondeur cumulée à la vente avant l'appariement des ordres ;
- la profondeur cumulée à l'achat après l'appariement des ordres ;
- la profondeur cumulée à la vente après l'appariement des ordres ;
- le déséquilibre du carnet avant l'appariement des ordres
- le déséquilibre du carnet après l'appariement des ordres.

Les variables définies ci-dessus sont celles qui seront ensuite utilisées pour étudier le système. Le diagramme ci-dessous présente les différentes étapes d'une période.

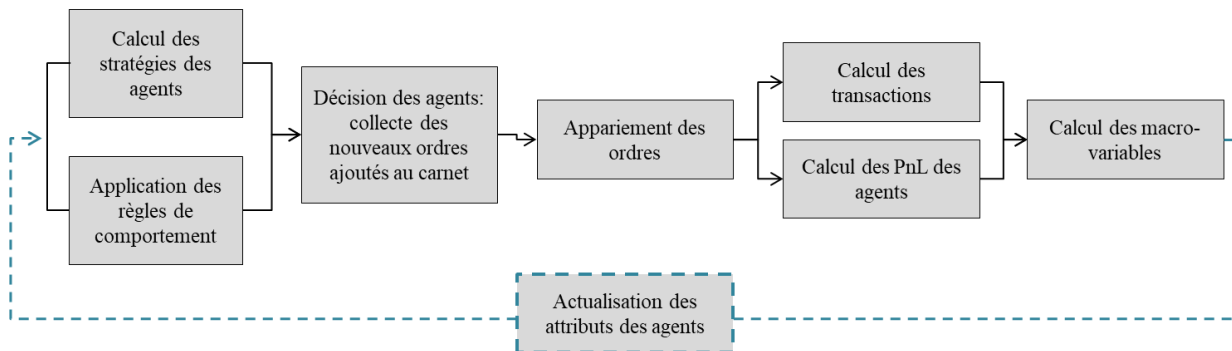


Figure 3.6 Les différentes étapes d'une période

Dans la Figure 3.6 ci-dessus, les différentes étapes d'une période sont résumées. Ainsi, on retrouve bien tout à gauche la partie processus de prise de décision des agents, prenant en compte le signal des stratégies et l'application des règles de comportement. Une fois les décisions des agents collectés au travers des nouveaux ordres dans le carnet, le mécanisme d'appariement se met en place. Enfin, lorsqu'en fin de période les macro-variables ont été calculés, on procède ensuite à l'actualisation des attributs des agents pour la période suivante (on recalcule le niveau d'aversion au risque, les seuils de tolérance et d'espérance etc.).

3.3.2 Diagramme UML de classes simplifiés du système

Afin de donner au lecteur une visualisation de la manière dont le système a été implémenté (en C#), le diagramme ci-dessous propose une représentation simplifiée de la conception objet de la solution.

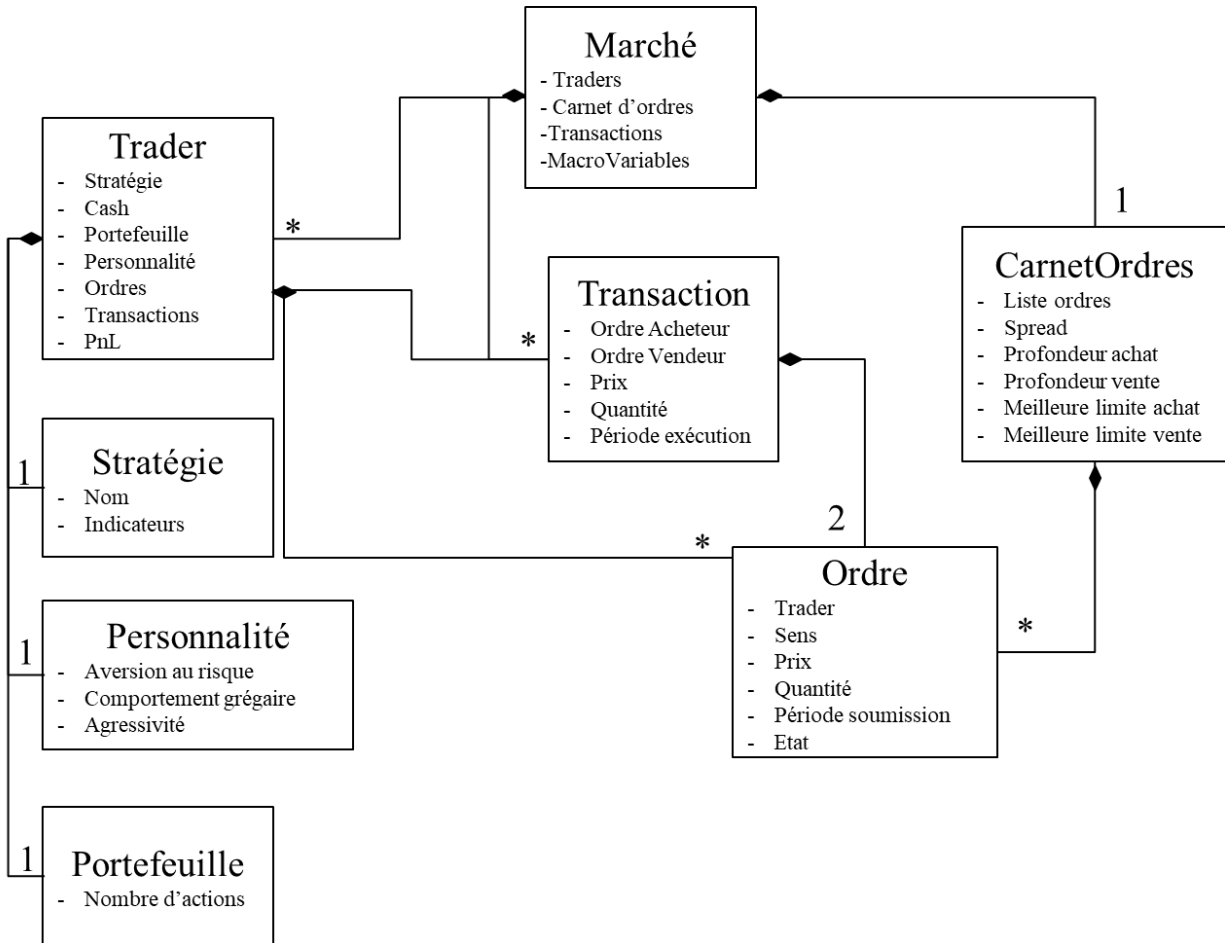


Figure 3.7 Diagramme UML simplifié des classes du système

Dans la Figure 3.7 ci-dessus les relations de cardinalité entre les différents objets sont explicitées. Par ailleurs, la représentation de l'encapsulation des différents objets de la solution permet notamment de comprendre comment tout au long d'une simulation la dynamique déterministe est entretenue. Enfin, une telle représentation permet en fin de simulation de conserver à la fois en détail chacune des périodes de toutes les trajectoires, et, de calculer des valeurs moyennées des macro-variables par période sur toutes les trajectoires simulées. Pour le reste du document, une trajectoire réfère à une simulation du système sur 1000 itérations consécutives et dépendent les unes des autres.

3.3.3 Organisation des simulations

Afin d'analyser les différentes propriétés du système, il est proposé de définir des scénari qui consistent en des jeux différents de conditions initiales. Puis, au travers de toutes les trajectoires simulées pour un scénario, les valeurs moyennes des macro-variables du système sont calculées par période sur toutes les trajectoires. Le diagramme ci-dessous explicite l'organisation des simulations.

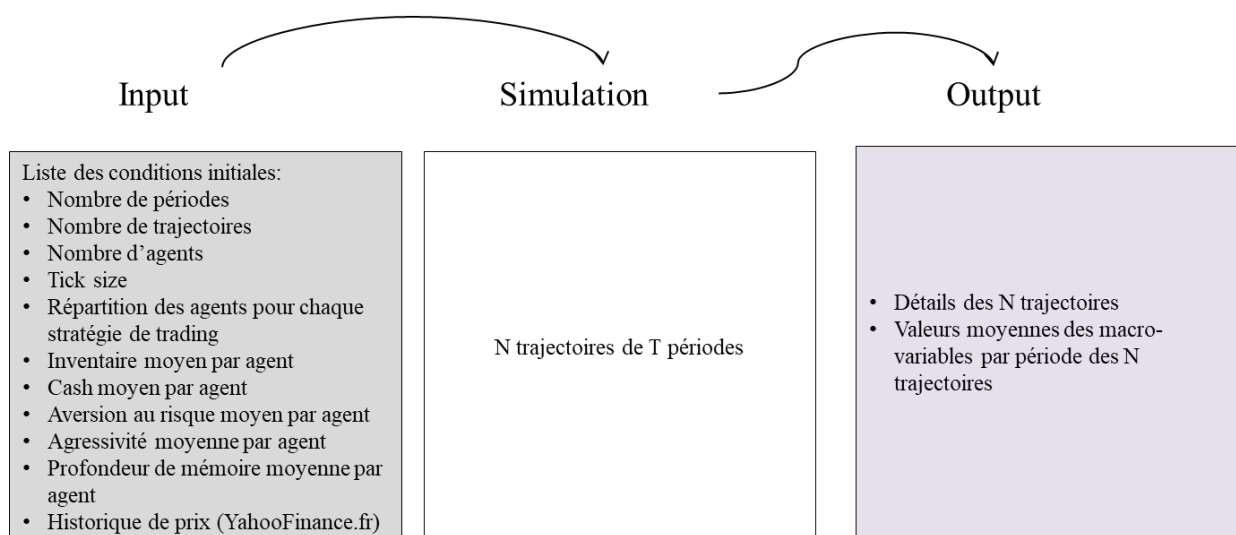


Figure 3.8 Organisation des simulations

Dans la Figure 3.8 ci-dessus, l'ensemble des conditions initiales en input du système sont données. Toutes les variables ont été définies plus haut dans la section et seront retrouvées dans les chapitres suivants (notamment avec des valeurs par défaut). Il est intéressant de remarquer que pour les simulations, la solution a besoin de peu de paramètres et de données. Les seules données mises en entrée du système sont un jeu de prix historique téléchargé sur YahooFinance.fr²⁰, qui met publiquement à disposition l'historique des prix quotidiens des actions françaises. L'initialisation du système se fait donc avec M prix historiques, où M est égal à la profondeur de mémoire moyenne par agent définie dans les conditions initiales. Il aurait été préférable au vu de la dynamique de formation de prix modélisée par le système d'avoir en input des données intra journalières, toutefois ces données étant difficilement accessibles, il conviendra que les premières périodes des simulations sont une « mise en route » non représentative. Puis, dès que le nombre de périodes atteint lors d'une simulation est supérieur à la taille de la mémoire des agents, alors cela signifie que le système opère en circuit fermé, autrement dit, toutes les variables sont calculées sur des outputs de la solution. Par exemple, si $M = 40$, et qu'à l'initialisation, la plus grande mémoire attribuée à un agent vaut 60 périodes, alors dès la 61^{ème} période de la simulation, tous les agents se basent sur des prix résultants uniquement des comportements et des interactions du système.

3.4 Analyse des propriétés du système

Le modèle tel que décrit ci-dessus a été implémenté afin de pouvoir étudier certaines propriétés bien connues des systèmes complexes à savoir l'émergence de comportement collectif, l'auto-organisation mais également la résilience et la robustesse. Il est proposé dans les trois chapitres suivants d'étudier ces propriétés au travers de différents scénarios de conditions initiales. Ces travaux ayant aboutis à trois publications distinctes chacun des prochains chapitres est laissé sous la forme de l'article tel qu'il a été publié.

Le premier article (chapitre 4) dont la référence est « Lucas, I., Cotsaftis, M., & Bertelle, C. (2018). *Elements of decisional dynamics: An agent-based approach applied to artificial financial market. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 28(2), 023114. » reprend les choix de modélisation décrits ci-dessus en repartant d'une méthodologie plus générale visant à être commune à toute représentation d'un système dynamique non linéaire, caractérisé par des interactions à multi-

²⁰ <https://fr.finance.yahoo.com/>

échelles. Afin de valider le modèle de marché boursier artificiel tel qu'introduit ici, la preuve d'obtention de réplique de faits stylisés des séries financières temporelles est donnée dans ce chapitre.

Le deuxième article (chapitre 5) dont la référence est « *Lucas, I., Cotsaftis, M., & Bertelle, C. (2017). Heterogeneity and Self-Organization of Complex Systems Through an Application to Financial Market with Multiagent Systems. International Journal of Bifurcation and Chaos, 27(14), 1750219* », propose une étude originale sur les relations entre hétérogénéité des comportements et auto-organisation du système. Dans ce chapitre il est proposé de définir des indicateurs permettant de qualifier la convergence du système, ou de son état auto-organisé et d'étudier comment la diversité des stratégies de trading des agents, autrement dit la pluralité de leurs comportements impacte la convergence du système.

Enfin, le dernier article (chapitre 6) dont la référence est « *Lucas, I., Cotsaftis, M., & Bertelle, C. (2018). Self-organization, resilience and robustness of complex systems through an application to financial market with agent-based approach. International Journal of Bifurcation and Chaos, 28(3)*, introduit l'étude des propriétés de résilience et de robustesse du système. Pour cela, une méthode est proposée pour qualifier ces notions au travers du système implémenté et différents types de perturbations (en termes d'amplitude et de fréquence) sont simulés pour analyser leurs effets sur le marché.

Chapitre 4 Elements of decisional dynamics: an agent-based approach applied to artificial financial market (*article publié introduit tel quel*)

Elements of decisional dynamics: An agent-based approach applied to artificial financial market

Iris Lucas, Michel Cotsaftis, and Cyrille Bertelle

Citation: *Chaos* **28**, 023114 (2018); doi: 10.1063/1.5010185

View online: <https://doi.org/10.1063/1.5010185>

View Table of Contents: <http://aip.scitation.org/toc/cha/28/2>

Published by the [American Institute of Physics](#)

Articles you may be interested in

[Phenomenology of coupled nonlinear oscillators](#)

Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science **28**, 023110 (2018); 10.1063/1.5007747

[On stability of fixed points and chaos in fractional systems](#)

Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science **28**, 023112 (2018); 10.1063/1.5016437

[The tipping point: A mathematical model for the profit-driven abandonment of restaurant tipping](#)

Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science **28**, 023109 (2018); 10.1063/1.5004711

[Comment on "A unifying view of synchronization for data assimilation in complex nonlinear networks" \[*Chaos* 27\(12\), 126802 \(2017\)\]](#)

Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science **28**, 028101 (2018); 10.1063/1.5000522

[Coexistence between silent and bursting states in a biophysical Hodgkin-Huxley-type of model](#)

Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science **27**, 123101 (2017); 10.1063/1.4986401

[Effects of stressor characteristics on early warning signs of critical transitions and "critical coupling" in complex dynamical systems](#)

Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science **27**, 121101 (2017); 10.1063/1.5008315

Welcome to a

Smarter Search 

PHYSICS
TODAY

with the redesigned
Physics Today Buyer's Guide

Find the tools you're looking for today!

Elements of decisional dynamics: An agent-based approach applied to artificial financial market

Iris Lucas,^{1,a)} Michel Cotsaftis,² and Cyrille Bertelle¹

¹Normandie Univ, UNIHAVRE, LITIS, Le Havre, 25 Rue Philippe Lebon, 76600 Le Havre, France

²ECE Paris School of Engineering, 37 Quai de Grenelle, 75015 Paris, France

(Received 23 October 2017; accepted 5 February 2018; published online 27 February 2018)

This paper introduces an original mathematical description for describing agents' decision-making process in the case of problems affected by both individual and collective behaviors in systems characterized by nonlinear, path dependent, and self-organizing interactions. An application to artificial financial markets is proposed by designing a multi-agent system based on the proposed formalization. In this application, agents' decision-making process is based on fuzzy logic rules and the price dynamics is purely deterministic according to the basic matching rules of a central order book. Finally, while putting most parameters under evolutionary control, the computational agent-based system is able to replicate several stylized facts of financial time series (distributions of stock returns showing a heavy tail with positive excess kurtosis, absence of autocorrelations in stock returns, and volatility clustering phenomenon). *Published by AIP Publishing.*

<https://doi.org/10.1063/1.5010185>

Research on system dynamics has long been restricted to systems of identified elements obeying passively specific interaction natural laws, which have been patiently established from experimental observations. A new dimension appeared when the analysis has been extended to another class of elements possessing internal degrees of freedom giving them the ability to (partially) decide on the future system state by their own action. By so doing, system elements, now called “agents” to mark the difference, are completely changing usual system dynamics by their active response to their environment in order to fulfill their individual goals. Beyond the heterogeneous behavior, in such systems, as financial markets, the global dynamics is also marked by properties of self-organization and emergence of collective behavior which make them difficult to analyze. For decades, multi-agent systems have been highlighted as being one of the most convenient approaches to model complex systems and to explain how their dynamics build up through autonomous agent interactions.

does not require the coordination of people to take the same action, but results from the convergence of selfish interests together with the impact of interactions between people through the complex network of their acquaintance (Sornette, 2009). It is worth wondering how self-organization and collective behavior are correlated with global and individual satisfaction. Actually, in any complex system, the overall state cannot be qualified as the sum of agent states. This means that these systems cannot be studied with a linear approach. Any system built from many highly interconnected parts on many scales requires separate interpretations at each level (Vicsek, 2002). A bottom-up simulation modelling is one tool to improve the insight into the dynamics of such systems (Bonabeau, 2002 and Grimm *et al.*, 2005). In (Jennings and Campos, 1997), the computational autonomous agents were described as a next generation model for complex systems. The agent-based approach is now at the heart of works for studying nonlinear and multi-scale systems as in (Melnik *et al.*, 2013; Tanabe and Masuda, 2013; and Yu *et al.*, 2013). Among these systems, insofar as they exhibit strong complex system properties, financial markets represent good candidates for the multi-agent approach. In Easley and O'Hara (1987), for example, the authors discuss the multi-agent system as a tool to gain a better understanding of financial markets, notably because they allow modeling the bridge between the micro-level (investor behavior) and macro-level (price dynamic). In the literature, many authors have agreed the definition that an agent is an encapsulated computer system situated in an environment and capable of flexible, autonomous action in order to meet its design objectives (Wooldridge, 1997). In Georg (2014), the agent-based modeling is described as being a computational method that enables the researcher to create, analyze, and experiment with models composed of agents interacting within an environment. Several tutorials on how to build an agent-based model (ABM) have been

I. INTRODUCTION

With many strongly interacting degrees of freedom, properties of self-organization, and emergence of collective behavior, the study of complex systems is an interdisciplinary field full of counterintuitive findings. This is for instance notably illustrated in (Sornette, 2009) where the author highlights that market crashes result from investor collective behavior: a speculative bubble is a cumulative move of trend followers who believe in the fact that recent positive returns may ensue future positive returns, and herding in sells, when the asset price begins to fall, leads to financial crash. The tipping point is difficult to predict because collective behavior

^{a)}Electronic mail: iris.lucas75@gmail.com

introduced (Bonabeau, 2002; Gilbert, 2008; Grimm *et al.* 2005, 2006; Grimm and Railsback, 2013; Jennings, 2000; Macal and North, 2005, 2010; and Macy and Willer, 2002), with the presentation of the ABM structure, in which the three core elements are agents, relationships (or interactions), and environment.

Agents are often designed under the Knowledge Level of Newell (Newell, 1982) which provides a way to rationalize agent behavior: an agent has specific goals and takes action based on its actual knowledge. Traditionally, the game theory is about prediction of how rational actors behave, but as explored in (Gintis, 2000), the game theory has also shown the limited capacity of rationality concept alone to predict human behavior. Decision theory (Fülöp, 2005 and Gintis, 2009) is the analysis of the behavior of an individual facing nonstrategic uncertainty and effective choices must be a function of organism state of knowledge, which consists in information supplied by sensory inputs monitoring individual organism internal states and its external environment. In Easley and O'Hara (1987), the decision-making process is defined as the study of identifying and choosing alternatives based on values and preferences. It is important to note that the decision maker also behaves under constraints. In an individual-based system representation, the description of an agent decision-making process is the core of modeling but is also a difficult part because one needs to confront the way to implement the agent decision-making process (evolutionary algorithms, neural networks, or fuzzy logic rules) and the choice of factors to be included into the inputs of this process (Helbing *et al.*, 2011).

In many problems, agent attributes should be dynamic regarding interaction results. For example, after 2007 subprime crisis, many papers have discussed the systemic risk through multi-agent systems. In such applications, one should take into account the spiral effect in which human-behavior features such as herding are the primary ones out of which all observed dynamics are generated. In the real world, financial crisis emerges because global risk aversion sentiment has increased, and so, this factor can no longer be considered as a static input but becomes an adaptive influent component factor in the agent decision-making process (Sornette, 2009).

In the history of the agent-based financial markets, the first models were macro-representation of the market relying on the neoclassical economics as in (Kim and Markowitz, 1989; Arthur *et al.*, 1996; and Caldarelli *et al.*, 1997), whereas most recent works provide micro-description of the trading platform mechanism like in (Chiarella and Iori, 2002; Bartolozzi, 2010; and Yamamoto, 2011). In the first artificial financial markets, the price was determined with a ratio between the demand and the offer. Both the demand and the offer were calculated as an aggregate resulting from the agents' utility functions. Now, the agent-based computational financial markets describe trading strategies where the agents' buying or selling interests are discretized. Therefore, the price dynamics is no longer a linear function of aggregated agents' behaviors but the emergence of system-level order that arises through the interactions of heterogeneous agents. We think that this evolution is favorable to analyze

the system properties as its capacity to be self-organized or resilient. Thus, in the same way as in (Peron *et al.*, 2012), the purpose of our work is to promote the notions of collective behavior, self-organization, and resilience in the financial market study. However, unlike in (Peron *et al.*, 2012) where the authors focus on the impact of the network structure on the system properties, we propose some design guidelines in order to study the relationship between the micro-behavior and the system capacity to be self-organized. Besides, although the trend is to move towards heterogeneous agents, most of the works only consider the impact of herding behavior on the market as in Naimzada and Pireddu (2015). We believe that the impact of heterogeneous behavior on the system properties should be analyzed too.

The current work introduces a multi-agent method to describe problems affected by both individual and collective behaviors in systems characterized by nonlinear, path dependent, and self-organizing interactions. Based on a multi-agent approach, we propose an original mathematic description of the agent decision-making process set up as the generic model. The contributions made by this work are threefold. First, the proposed general model takes into account the multi-scale property which is a main feature of complex systems and provides some design guidelines which should allow analysis on the system capacity to be self-organized. Second, all global and local system parameters are described deterministically. In other words, the system dynamics at the macro level (in our case, the price discovery) is the emergence of system-level order that arises through the interactions of heterogeneous and autonomous agents. Therefore, unlike the stochastic approach, our model is traceable and the adhesions between the different system scales are highlighted in the mathematical description of the model. Finally, the proposed agents' description allows the implementation of heterogeneous behavior.

We provide an application of this formalization with a computational agent-based financial market. Finally, we show that our representation is able to replicate stylized facts of financial time series.

The remainder of this paper is organized as follows. In Sec. II, we introduce the generic method. In Sec. III, we present an application of the approach to an artificial financial market. Finally, in Sec. IV, we analyze and discuss the results of computational simulations and compare them to typical documented market observation.

II. METHOD DESCRIPTION

A. System relevance to ABM

It is first important to fix the class of systems and applications to which the methodology is appropriate for their study. Above all, the method described here is designed for solving a problem strongly depending on agent system behavior in contrast to the one that is classically force driven. Note that the expression "solving a problem" covers system analysis (for example, the study of system sensitivity to an inherent parameter from agent behavior (Schelling, 2006).

Under the filter motivated by the problem to study, the systems for which present methodology is suitable are marked by the following main characteristics:

- Interactions between system agents are identifiable and nonlinear;
- Convergence and system dynamics are qualified by accomplished interactions between agents which allow such interactions in the future.
- System dynamics depend on the feedback loop between system state and agent interactions (Schelling, 2006); this would mean that every time a new entrant chooses a seat, all the other persons in the room change their seat).
- The agents are heterogeneous, but it is possible to generate a finite closed set of behaviors (even if in the real system possible behaviors are infinite in number) permitting convergence and system dynamic evolution.

For internal system consistency, the proposed methodology is based on the representation of an unavoidable bridge between micro- (agents) and macro- (system) levels. Independent of application domain, this fundamental bridge is the core of system design and represents the contribution of present work in the form of a “universal” modeling description which correctly expresses the decision-making process respecting the feedback loops characterizing system specific dynamic properties. We highlight in this paper that a fuzzy logic rule approach is notably convenient for modeling the agent decision-making process.

B. Overall representation

As for any dynamic system, the general principle is that system representation has to be strongly rooted on both respect of hierarchy and causality between components. To comply with this basic constraint, design must be thought according to the triplet {Inputs, Transformation Process, Outputs} characterizing all evolving systems. Inputs and Transformation Process provide Outputs (hierarchy), and Outputs will feedback both Inputs and Transformation Process (causality), see Fig. 1.

Inputs are the collection of scalar values defining system elements at both micro- and macro-levels at the beginning of iteration while the Transformation Process includes rules/functions which represent the system mechanism. The observable final set constitutes Outputs which will become

Inputs in the next system iteration. The transition between Output and Observable final sets must be subject to specific rules, in particular to deal with the residual state. This is for accounting the fact that, during iteration it may happen that all agents are not “satisfied” according to their internal rules. In Sec. II C, a method for designing such a representation by detailing what each block could be will be shown.

C. Mathematical setting

The current subsection describes with an original mathematical description how iteration proceeds. For the sake of clarity, iteration is divided into different steps marked by the calculation of both micro- and macro-scale variables. Table I reports the correspondence between blocks of Fig. 1 and descriptive variables in system equations (columns 1 and 2) and between blocks and acting rules on system variables (columns 3 and 4). In the Table below, the index t indicates that the variable is time dependent.

At each time step t , the system is composed of N agents $\{\vec{a}(k)\}$, $k = 1, \dots, N$, each represented by a vector $\vec{a}(k)$ of p micro-variables. The system state is represented by a vector $\vec{\Sigma}_t$ of Q macro variables. All agents’ microstates can also be gathered as the matrix A_t , composed of N columns. Let \mathcal{F} be the set of functions f_i $i \in [1, \dots, k]$ with k being the number of interpretational models defined for the application and where an interpretational model f_i is associated with a vector \vec{e} constituted with n elements of $\vec{\Sigma}_t$ selected by projection operator $P\{n\}$, $n \in [1, \dots, N]$. Finally, define the $n \times m$ matrix M_t , where the m columns are filled with vectors \vec{e} characterizing the chronological $t - m$ known states of the system for an agent, the m th being the last known state. m represents the accessible historical depth and its values could vary from agent to agent depending on their past memory. Then, for every agent at each step t ,

$$f_i(M_t) = \vec{l}_t, \quad (1)$$

where f_i is an interpretational Model and \vec{l}_t is the information extracted by the agent from its actual knowledge of the system. \vec{P}_t is a set of attributes whose elements p_t are set up at initialization and can be either static or dynamic during iteration. The elements $p_t \in \vec{P}_t$ (Agent Personality) which depend on t are updated as follows:

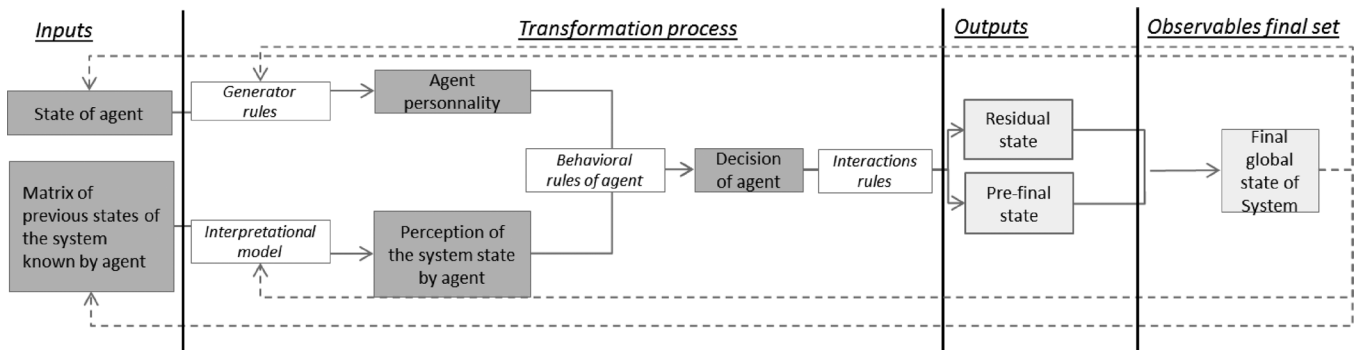


FIG. 1. Overall block system representation.

TABLE I. Correspondence between block designation and corresponding variables in equations.

Block description	Corresponding variable	Rule description	Corresponding variable
Agent state	$\vec{a}(k)_t$	Generating rules of agent personality	Π
Matrix of the past system states known to agents	M_t	Interpretational model	$f_j, j \in [1, \dots, J], J$ the number of interpretational models
Agent personality	\vec{P}_t	Behavioral rules	Ω
Agent information	\vec{l}_t	Interaction rules	θ_i , index i refers to “interaction”
Agent decision	\vec{r}_t	Coherence internal system rules	θ_c , index c refers to “coherence”
Residual system state	\vec{e}_t	Transition rules between outputs and observables final set	Φ
Pre-final system state	$\vec{\Xi}_t$		
Final global system state	$\vec{\Sigma}_t$		

$$\vec{P}_t = \Pi(\vec{P}_{t-1}, \Delta \vec{a}). \quad (2)$$

Π are the Generating Rules of Agent Personality. $\Delta \vec{a}$ symbolizes the modification of the agent state between iterations, and according to the application, the dynamics of every $p_t \in \vec{P}_t$ could be sensitive to one or several agent variables. A set of behavioral rules: $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_J\}$, with J being the number of rules, are defined as fuzzy logic ones with threshold values and whose result is binary,

$$\forall i \in [1, \dots, J], \omega_i : \text{if } \sigma_i > \alpha_{i,t} \text{ then Action}_A \\ \text{else Action}_B. \quad (3)$$

In (3), σ_i is the variable on which the rule is based, and $\alpha_{i,t}$ is the threshold value triggering Action_A . The variable σ_i can be based on element(s) of $\vec{a}_p(k)$ and the value of $\alpha_{i,t}$ can be either universal and so depends on macro variables or be computed from the value of agent properties.

Independent of system complexity, a set $\Theta = \{\Theta_c, \Theta_i\}$ of behavioral internal rules inherent to the system has to be clearly defined. The objective of these rules is to ensure that agents' behavioral rules respect a coherent behavior and to describe the interaction protocol between agents. Indeed, for every agent

$$\Omega(\vec{l}_t, \vec{P}_t) = \vec{r}_t, \quad (4)$$

where \vec{r}_t represents the agent's decision and Ω the behavioral rules.

The first subset $\{\Theta_c\}$ of Θ rules (index c for coherence) has to be taken into account to respect system coherence in (4)

$$\vec{r}_t = \Omega(\vec{l}_t, \vec{P}_t)_{\Theta_c}. \quad (5)$$

Depending on the nature of interaction, \vec{r}_t contains different information: on top of the decision of the agent, it could also contain a scalable value and information on agent urgency to see its action executed. These “scalable” elements are generated with f_i , the interpretational model of the agent.

The role of the second subset $\{\Theta_i\}$ of Θ rules (index i for iteration) is to organize the execution of each action. Let \vec{R}_t be the set of all agent decisions \vec{r}_t and $\vec{\Sigma}_t$ the last Final Global System State, then

$$(\vec{e}_t, \vec{\Xi}_t) = \Theta_i(\vec{R}_t, A_t, \sum_{i=1}^t \vec{r}_i). \quad (6)$$

Finally, it is assumed to describe another set of rules permitting to define the final global state of system $\vec{\Sigma}_t$ regarding the residual state \vec{e}_t and the pre-final state $\vec{\Xi}_t$,

$$\Phi(\vec{e}_t, \vec{\Xi}_t) = \vec{\Sigma}_t. \quad (7)$$

$\vec{\Sigma}_t$ has to be a set of variable which permits us to study the system with the following notions. First, $\vec{\Sigma}_t$ has to be able to describe the degree of convergence of the solution. Then, it should provide indicators about the self-organization level observed in the system. The final state also has to qualify the level of individual and global satisfaction among agents. Finally, when pertinent, the definition of $\vec{\Sigma}_t$ has to contain information which allows robustness analysis.

III. APPLICATION TO AN ARTIFICIAL FINANCIAL MARKET

Over the last few decades, many computational agent based financial markets have been documented in the literature. Actually, financial markets are good candidates for such an approach notably because price discovery is in some way a result of collective behavior. Artificial markets often have been implemented with the aim of being able to replicate some stylized facts of the financial time series. They can be distinguished into two categories, one with a pseudo-macro representation of the market (Caldarelli *et al.*, 1997; Challet *et al.*, 2001; and Raberto *et al.*, 2001) and the other one with a representation at microscopic time scale for matching the mechanics in the limit order book (LOB) as in (Chiarella and Iori, 2002; Bartolozzi, 2010; Chiarella *et al.*, 2009; Yamamoto, 2011; and Ponta *et al.*, 2012). All of them attempt to provide market representation to gain hopefully a better understanding of the system.

A. Introduction to central order book mechanisms

In the real financial market, we distinguish limit orders and market orders. The first one contains the information until which price the agent is willing to buy or to sell whereas a market order will be systematically executed at the best bid or ask. Limit orders are quotes for buying or selling a given number of shares at a specific price (or better), whereas market orders are requests to buy or to sell a certain quantity immediately at the best price available. Limit orders which are not executed when they are submitted to the

market constitute the limit order book (LOB). The term “limits” refers to the different available prices in the LOB. On the buy side, the highest bid (or the best bid) is the highest price at which participants are willing to buy, and on the sell side, the lowest ask (or the best ask) is the lowest price at which traders are willing to sell. The best bid is the first limit on the buy side, and the best ask is the first limit on the sell side. In the LOB, upper limits on the buy side refer to lower available prices than the best bid, whereas upper limits on the sell side refer to higher available prices than the best ask. Fig. 2 illustrates an example of LOB.

In Fig. 2, every x_i is called a “limit,” the best bid x_{-1} and best ask x_1 are both the first limits of their side, then x_{-2} and x_2 are the second limits, etc. The minimal value between two limits is the tick-size $\partial (x_{i+1} \geq x_i + \partial)$. Every rectangle represents a limit order with a specific quantity (not displayed in the figure) and a limit price. The price of limit buy (sell) order represents the highest (lowest) price at which the trader is willing to buy (to sell). Green rectangles symbolize the buy side and the red ones, the sell side.

If limit buy order (limit sell order) is submitted at the best bid or below (at the best ask or above), then it is stored in the LOB and is called a “non-aggressive order” (order b in Fig. 1). By contrast, if limit buy order (limit sell order) is submitted at the best ask or above (at the best bid or below), then the order is executed and is qualified as being an “aggressive order” (order a in Fig. 1). Upon execution, limit orders are prioritized in terms of price: an order of the first limit is executed before an order of the second limit. Then, limit orders at the same limit are prioritized from the oldest to the most recent (in terms of submission). Fig. 3 explains how the order a of Fig. 2 will be executed.

First in Step 1, status of order book shows that there are one limit order at the first limit x_{-1} with 10 available shares and three limit orders at second limit x_{-2} with a total of 157 available shares. Since there are not enough available shares at the first limit, the limit sell order a has been directly entered at the second limit x_{-2} . It would have also been possible to submit two orders for the same execution, but in this case, execution costs would have been doubled. Thus, according to the LOB matching rules, the order a will be first executed against the order placed at the first limit x_{-1} . Then, in Step 2, the remaining quantity is equal to 90 shares and the order a is executed against the first order which has been

entered at the second limit x_{-2} . In Step 3, the remaining quantity is equal to 15 shares and the order a is executed against the second order which has been entered at second limit x_{-2} . Since this order offers 62 shares and that the remaining quantity of order a is less than that, the residue with a new quantity of 47 shares remains in the LOB. Finally, in Step 4, since there is no longer executable quantity at the first limit x_{-1} , the unexecuted orders at the second limit x_{-2} become the new best bid. Unexecuted limit orders can be cancelled or modified (in terms of price or quantity), but then they lose their priority.

B. Model description

Our model is close to the one defined in (Chiarella and Iori, 2002). It describes a market constituted of N traders who trade a single asset. Trading takes place at discrete instants $t = 0, 1, \dots, T$ in which agents can send orders to the market for buying or selling a unit of asset. At each period, traders expect to earn money by benefiting from price movements they try to predict by processing data and computing (reliable) indicators. The model is described at both micro- (trader) and macro- (stock market) scales.

We present below the main differences between our representation and most agent-based financial markets found in the literature. By comparison, in the present representation:

- price is not an adjustment from the preceding one by applying a ratio between supply and demand but results from matching interactions between agents (purely deterministic according to the basis matching rules of a central order book, see Sec. III A) (Routledge, 1999);
- there is no exogenous fundamental price process (Raberto et al., 2001), all agents applied the chartist strategy (no economic justification). The representation of such strategies is adequate for the proposed method because they can be embodied as a set of indicators with thresholds which will trigger actions;
- there is no social interaction: agents do not communicate between them (Hong et al., 2004; Farmer and Foley, 2009; Ponta et al., 2011; and Goykhman and Teimouri, 2017);
- all the agents’ decision-making process is deterministic and put under evolutionary control (except for the

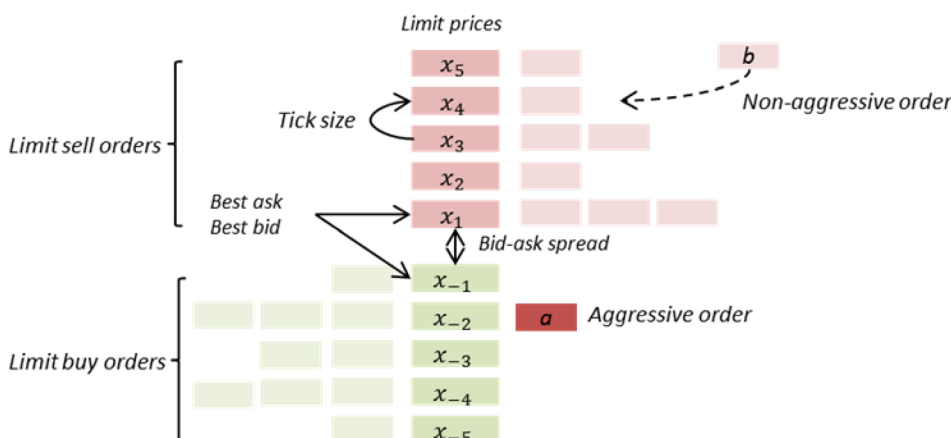


FIG. 2. Order book example.

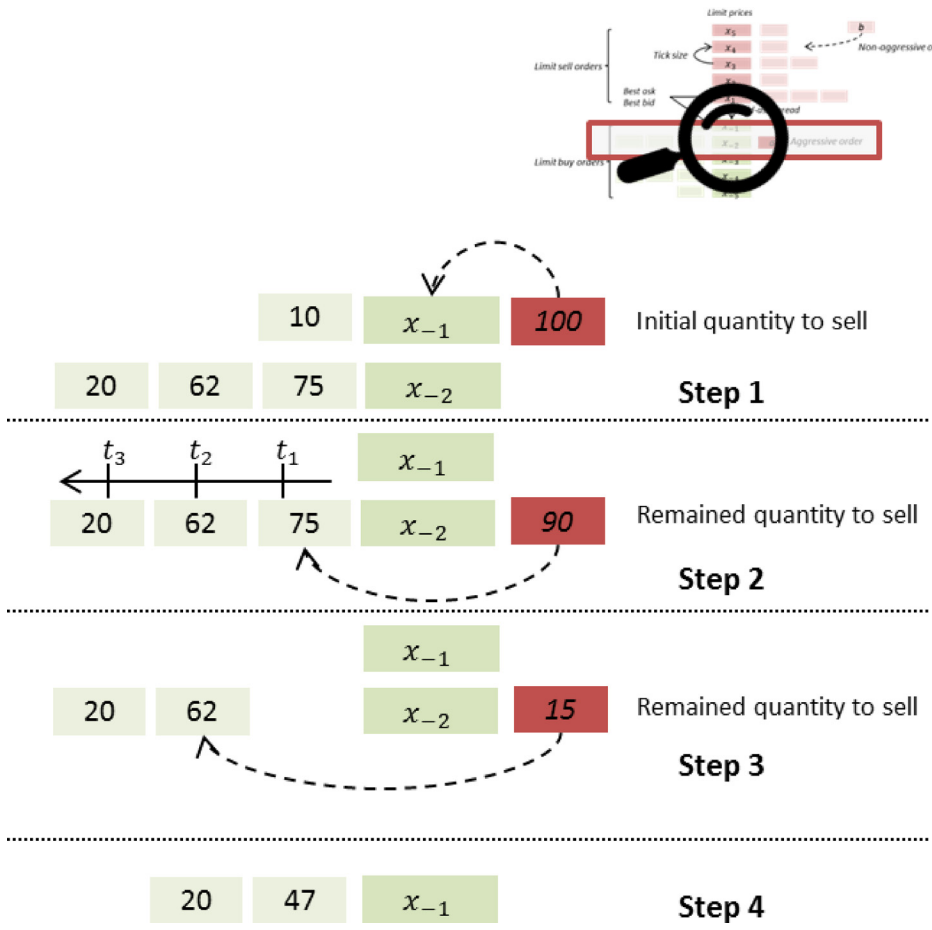


FIG. 3. Execution example.

generation of some threshold where a random and bounded coefficient is introduced).

From the mathematical description set in Sec. II C, we propose to model a market constituted of N agents who trade a single asset S . An agent, $\vec{a}(k)_t, k \in [1, 2, \dots, N]$ is represented by security endowment $a_1(k)$, cash endowment $a_2(k)$, a personality \vec{P}_t , and a trading strategy \vec{f}_i . We assume that the agent trading decision-making process depends on the agent personality, its trading strategy, and a set of behavioral trading rules Ω .

1. Agent's personality

Agent personality is a set of three components: the risk aversion $p_{1,t}$, the aggressiveness $p_{2,t}$, and the herding behavior $p_{3,t}$. For numerical application, at initialization, a value between 1 and 100 is fixed for $p_{1,t}$ and $p_{2,t}$ by setting an average value at the global system level and spreading it randomly through agents. $p_{3,t}$ is either equal to 1 or 0 and as explained above depends on $p_{1,t}$.

The risk aversion is an important component of the agent's personality which impacts the decision-making process in two different ways. First, it will define if the agent follows or not the market. Second, it will impact its loss tolerance. From iteration to another, agent's risk aversion evolves according to the agent's profit and loss (PnL) and the global risk aversion observed in the market.

The aggressiveness of an agent defines how its orders impact the market price. In order to simplify, it can be considered that the more an agent is aggressive, the more its order will make the market price to move far away from the last price. At present, the model does not contain a deterministic evolution of the aggressiveness, and at every period, values are uniformly distributed among the agents one more time. This is fairer in order not to sentence an agent to be too or not enough aggressive at the outset. However, in future works, we plan to make the level of aggressiveness depend on the spread size (Yamamoto, 2011). Finally, at every trading session, the agent is defined as a follower if $p_{1,t} > 50$; otherwise, it is defined as a contrarian. An agent follows the market will buy when the price goes up and sell when the price goes down. A contrarian does the opposite.

2. Agent's trading strategy

At each period t , agents determine if there is an opportunity to buy or to sell. Agent's decision is based on both its trading strategy and its behavioral rules. Three trading strategies are defined in the model. Three strategies have been implemented in the model:

- Strategy "mean reversion": traders bet that the price converges back to its equilibrium
- Strategy "volatility peak": traders bet that the volatility peak results in a reversal of the trend price

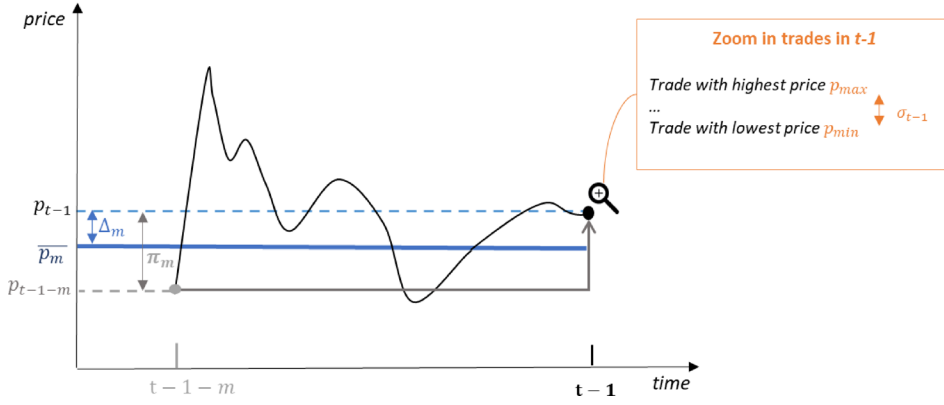


FIG. 4. Strategies of indicators from the asset price evolution over the time.

- Strategy “historical pattern”: traders project that stock returns follow a regular pattern

Figure 4 shows an example of an asset price evolution vs time and illustrates the indicators on which the strategies are based.

The blue elements refer to the “mean reversion” strategy, orange ones to the “volatility peak,” and grey ones to the “historical pattern” strategy. It can be noticed that if strategies “mean reversion” and “historical pattern” take into account price variation over several trading sessions, the “volatility peak” strategy is only focused on the trades’ prices in the last trading session. First, considering the blue elements, at the beginning of trading session t , a “mean reversion” sensitive agent i computes the distance Δ_m between the last market price p_{t-1} and the moving average \bar{p}_m of the last m_i past prices. Each “mean reversion” sensitive agent compares this distance to its two thresholds $\alpha_{\text{reversion},i,\text{up}}$ and $\alpha_{\text{reversion},i,\text{down}}$ above and below which the agent will buy or sell.

A “historical pattern” sensitive agent i will look at the asset return π_m over the last m trading sessions (difference between p_{t-1} and p_{t-1-m}). If π_m is positive, then i submits a buy order; otherwise, i submits a sell order. Finally, a “volatility peak” sensitive agent i will compare the last volatility indicator σ_t calculated as the difference between the highest price (p_{max}) and the lowest price (p_{min}) of the trades during the trading session $t-1$ with its threshold $\alpha_{\text{volatility},i}$ above which the agent will submit an order. To decide if it will buy or sell, agent i compares the last market price p_{t-1} with its average purchase price. For the “mean reversion” and the “volatility peak” strategies, the agent i can either be a follower or a contrarian.

3. Agent’s decision-making process

Therefore, as defined in the mathematical setting, the trading strategy corresponds to the interpretational model $f_i(M_t) = I_t$ clarified in (1). The trading strategy is applied to M_t , the m last prices and returns \vec{I}_t a vector which contains information about what the agent should do (to sell or to buy).

In parallel with the trading strategy result, a set of behavioral rules impact the final agents’ action. Agents’ behavioral rules Ω are based on fuzzy logic rules with threshold [see (3)]. Each threshold takes into account the market macro-variable and/or agents’ attributes. Three distinct kinds

of rules can be observed, first the “rules of tolerance” which directly reflect the risk the agent is willing to take (the agent incurs a loss or wants to generate cash from its portfolio performance). Second, the rules which define how the agents compute at which price they submit their orders.

Finally, the last category can be seen as rules of thumb: an agent cannot buy shares with cash it does not have nor sell shares it does not have. Besides, we assume that the agent has always at least one unit of asset in its portfolio; otherwise, it buys new shares. A price cannot be negative.

4. Stock market as complex system

Based on the LOB rules introduced in Sec. III A) when two orders match, a trade is triggered. The average execution price of all transactions in period t constitutes the price that agents retain for the next period. At the end of the trading session, orders which have not been executed constitute the residual state \vec{e}_t . We have defined our Transition Rules Φ [see (7)] between Outputs and Observables in order that unexecuted orders remain in the LOB as long as they are unexecuted or still conform to the agent’s behavioral rules.

Finally, we assume that the final state of artificial stock market $\vec{\Sigma}_t$ mainly contains the following information, at period t :

TABLE II. Values for initialization.

Description	Variable/formula	Value
Number of agents	N	1000
Average of agents’ securities endowment	$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N a_1(k)$	1000
Average of agents’ cash endowment	$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N a_2(k)$	10 000
Average of agents’ risk aversion level	$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N p_1(k)$	40
Average of agents’ aggressiveness level	$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N p_2(k)$	60
Average of agents’ historical data depth	$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N m(k)$	20 periods
Tick size	∂	0.05
Percentage of agents “mean reversion” sensitive	...	35%
Percentage of agents “volatility peak” sensitive	...	35%
Percentage of agents “historical pattern” sensitive	...	30%

- Average price of all trades
- Average level of every attribute
- Average PnL by agents
- Number of agents with a positive PnL
- Number of trades
- Remaining unexecuted orders

All these variables give information about the main notions which have been defined at the end of Sec. II C.

First, the number of traders is the information which monitors the degree of convergence. It can be understood as a market liquidity indicator. Market liquidity is a notion close to resilience. The more liquid a market is,

the larger its ability to absorb trade without variation in the price.

Both the number of agents with positive PnL and the average PnL by agents give information about the global degree of satisfaction among agents.

Finally, the number of unexecuted orders, and more precisely, the imbalance between the remaining limit buy orders and limit sell orders, is interesting information to evaluate the degree of self-organization in the stock market. Besides, in the case when we would like to analyze market resilience, most of the needed information should contain these variables.

Numerical simulation time series are introduced and discussed in Sec. IV.

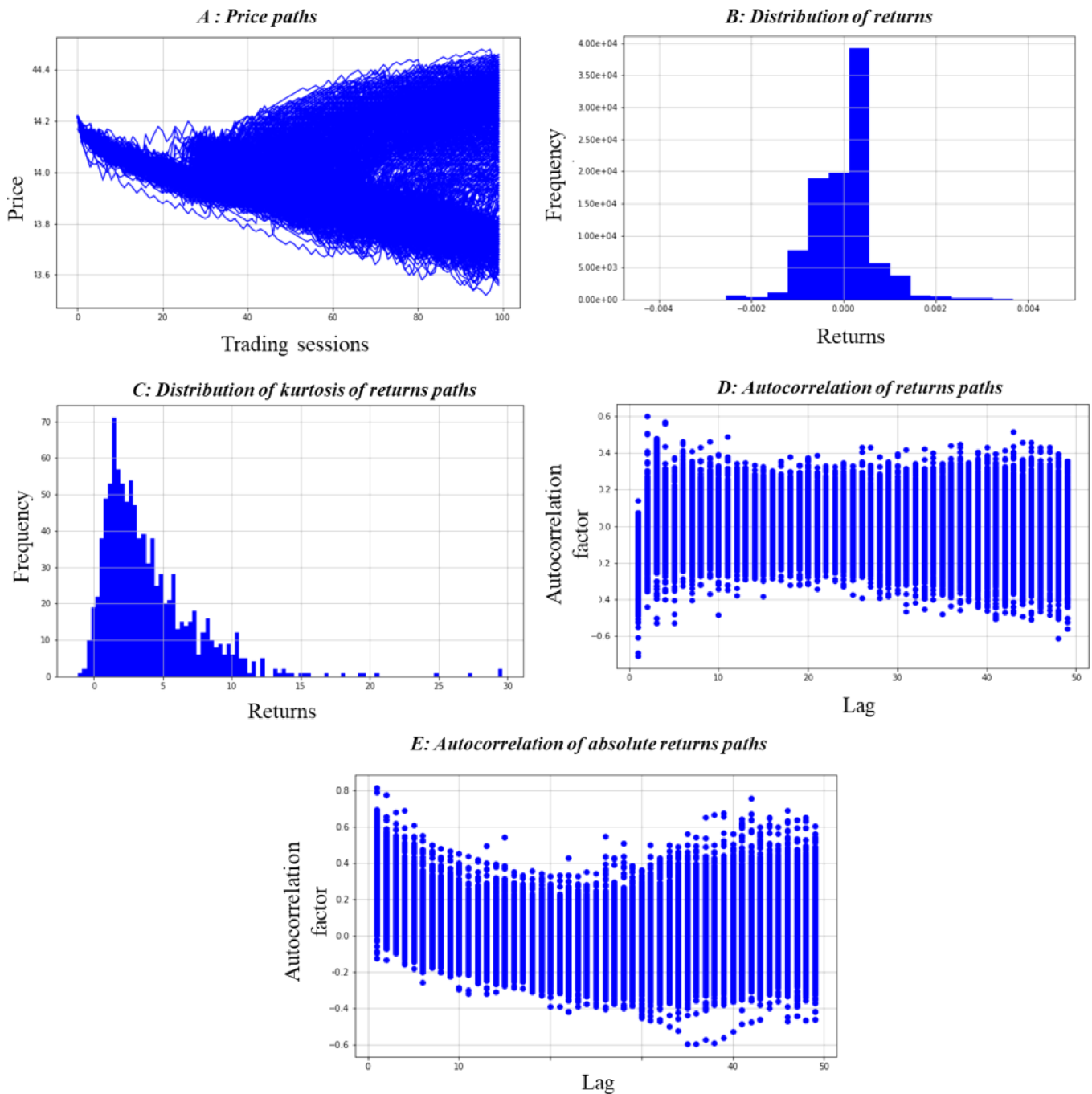


FIG. 5. Numerical simulations time series.

IV. SIMULATION RESULTS AND DISCUSSION

We propose in this section to show that the proposed method is able to reproduce actual system behavior in the case of agent-based financial market. For that, we propose to check if the multi-agent system is able to replicate several stylized facts that the study of financial time series has revealed in the empirical literature.

It should be noted that for initialization, a value for the different components of the agent definition is fixed by setting an average value at the global system level and spreading it randomly over agents. In the presented results, simulations are based on the following initialization (Table II):

After simulating 1000 different trajectories of the price S_t for $T = 100$ periods, we compute the time series of returns $r_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$, their histogram, the sample autocorrelation functions of returns, and the sample autocorrelation of absolute returns. Unlike other papers (Cont, 2007), we have chosen to analyze the distribution of paths and not to consider an average price trajectory. Hence, the below figures display the different time series for every path and should be considered as a whole.

Overall, the series obtained possess regularities which match the properties. First, the multi-agent system generates leptokurtic distributions of returns [Fig. 5(b) Distribution of returns, and Fig. 5(c) Distribution of kurtosis of return paths] with (semi) heavy tails, with excess kurtosis $\kappa \in [-0.5, 30]$, mainly concentrated around 5.

Furthermore, the returns [Fig. 5(d) Autocorrelation of return paths] present an insignificant value for lag = 1 but start to show a greater value when the lag increases. One

explanation is the nature of the trading strategies which are designed to exploit price movement by projecting past performance to the future. Hence, through their various historical data depth m , at least equal to or above 2 periods, the interactions of agents generate a kind of cycle in the stock price variation which explains that inside a trajectory of 100 periods, some returns can appear auto-correlated. Even if it is not what we expected to replicate, this phenomenon makes sense in a purely “speculative market” where all agents used chartist trading strategies based on various time scales contained in defined interval and where market is hermetically isolated from any exogenous event.

Finally, the autocorrelation function of absolute returns remains significantly positive over many time lags, implying that the system is able to replicate a phenomenon of volatility clustering. Fig. 6 shows four examples of return paths extracted from the 1000 trajectories of the numerical simulations.

Overall, return paths regularly exhibit clusters. The series are also marked by regular jump in the returns which are representative of characterized noise in small intraday time scales. In every subplot in Fig. 6, the red double arrows indicate where examples of volatility clustering can be observed.

V. CONCLUSION

To determine the specific dynamic features of a system constituted of agents each having their own goal, a general multi-scale and deterministic model of such system decisional dynamics has been set up. The different contributing

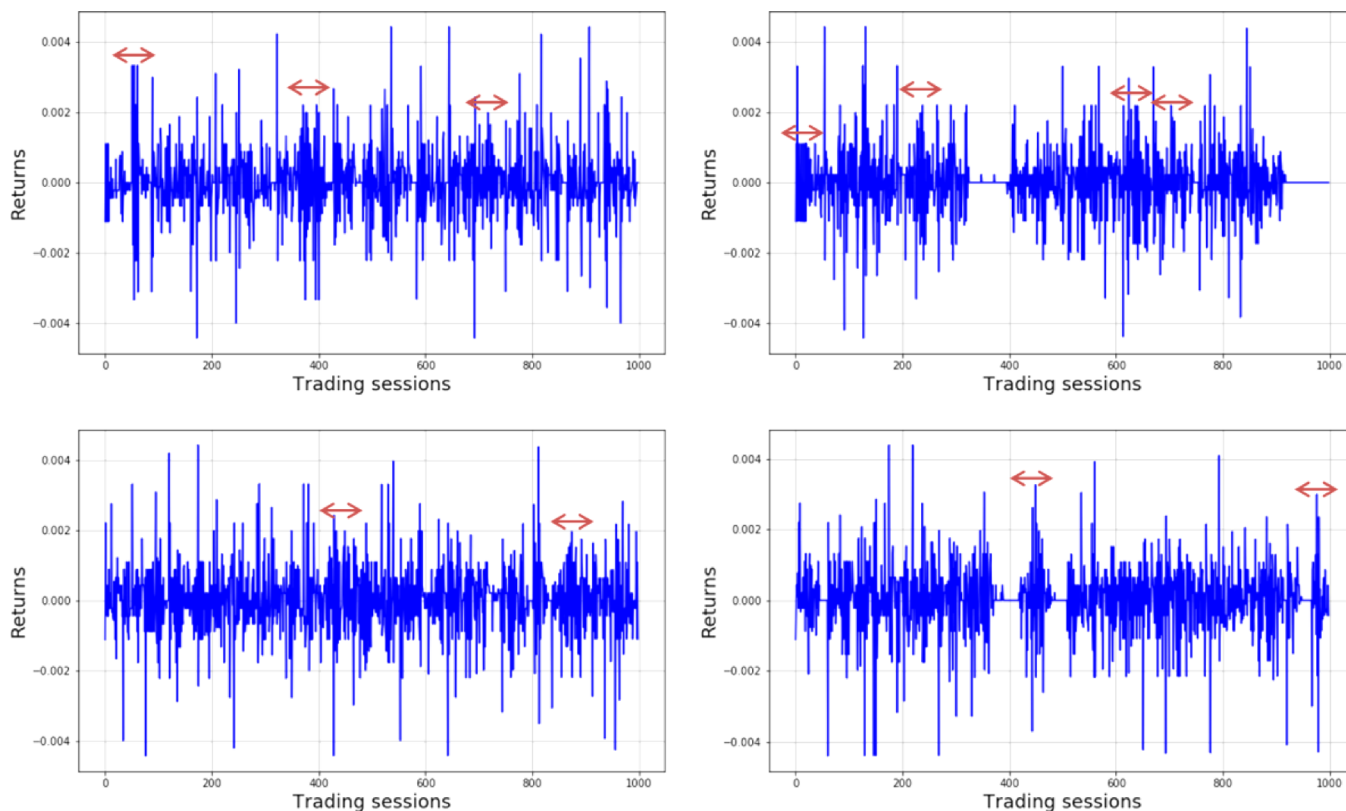


FIG. 6. Illustration of volatility clustering through the example of four different return paths.

elements have been displayed in a block representation structured in three main layers: the Inputs, the Transformation Process, and the Outputs. Links between the various blocks have been constructed to respect the high constraint of satisfying hierarchy and causality between components. This leads to a new type of dynamic system where evolution is driven by reactions of each agent to the value of a set of fundamental parameters of a global nature characterizing for each agent present (and possibly past) system state. The reactions are materialized by a set of rules fixing from threshold values the way each agent decides to take an action which is most favorable to its personal goal accomplishment. This case clearly demonstrates the interplay between global system outputs generated by the actions of all agents and the decision for next step action at local individual agent level. This result indicates that in some sense, there is no fundamental difference in the over-all process with the classical multi-body mechanical system where components just have much more restricted internal state space. By introducing a fully deterministic decision-making process, we enable the analysis of any problem affected by both individual and collective behavior under four main system-oriented notions: convergence, self-organization, satisfaction, and robustness. A simulated financial market, which well illustrates such a system with complex agent behavior has been numerically simulated. In this application, it has been shown that the agent-based financial market is able to replicate several stylized facts of the actual system.

- Arthur, W. B., Holland, J. H., LeBaron, B., Palmer, R. G., and Tayler, P., Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market, 1996.
- Bartolozzi, M., "A multi agent model for the limit order book dynamics," *Eur. Phys. J. B: Condens. Matter Complex Syst.* **78**(2), 265–273 (2010).
- Bonabeau, E., "Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems," *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **99**, 7280–7287 (2002).
- Caldarelli, G., Marsili, M., and Zhang, Y. C., "A prototype model of stock exchange," *Europhys. Lett.* **40**(5), 479 (1997).
- Challet, D., Marsili, M., and Zhang, Y. C., "Stylized facts of financial markets and market crashes in minority games," *Physica A: Stat. Mech. Appl.* **294**(3), 514–524 (2001).
- Chiarella, C. and Iori, G., "A simulation analysis of the microstructure of double auction markets*," *Quant. Finance* **2**(5), 346–353 (2002).
- Chiarella, C., Iori, G., and Perelló, J., "The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows," *J. Econ. Dyn. Control* **33**(3), 525–537 (2009).
- Cont, R., "Volatility clustering in financial markets: Empirical facts and agent-based models," in *Long Memory in Economics* (Springer, 2007), pp. 289–309.
- Easley, D. and O'hara, M., "Price, trade size, and information in securities markets," *J. Financ. Econ.* **19**, 69–90 (1987).
- Farmer, J. D. and Foley, D., "The economy needs agent-based modelling," *Nature* **460**(7256), 685–686 (2009).
- Fülöp, J., "Introduction to decision making methods," in BDEI-3 Workshop, Washington (2005).
- Georg, C., Contagious herding and endogenous network formation in financial networks, ECB Working Paper n1700 (2014).
- Gilbert, G., *Agent-Based Models* (Sage, 2008), No. 153.
- Gintis, H., *Game Theory Evolving: A Problem-Centered Introduction to Modeling Strategic Behavior* (Princeton University Press, 2000).
- Gintis, H., *The Bounds of Reason: Game Theory and the Unification of the Behavioral Sciences* (Princeton University Press, 2009).
- Goykhman, M. and Teimouri, A., "Machine learning in sentiment reconstruction of the simulated stock market," *Phys. A: Stat. Mech. Appl.* **492**, 1729–1740 (2017).
- Grimm, V., Berger, U., Bastiansen, F., Eliassen, S., Ginot, V., Giske, J., and Huth, A., "A standard protocol for describing individual-based and agent-based models," *Ecol. Modell.* **198**(1), 115–126 (2006).
- Grimm, V. and Railsback, S., *Individual-Based Modeling and Ecology* (Princeton University Press, 2013).
- Grimm, V., Revilla, E., Berger U., Jeltsch, F., Mooij, W., Railsback, S., and Angelis, D., "Pattern-oriented modeling of agent-based complex systems lessons from ecology," *Science* **310**(5750), 987–991 (2005).
- Helbing, D., Balmietti, S., Kohler, T., Frej, W., Ramalingam, B., Dinh, H., and Mertens, S., "How to do agent-based simulations in the future: From modeling social mechanisms to emergent phenomena and interactive systems design," Technical Report 11-06-024, Santa Fe Institute, Santa Fe, NM, 2011.
- Hong, H., Kubik, J., and Stein, J., "Social interactions and stock market participation," *J. Finance* **59**, 137–163 (2004).
- Jennings, N., "On agent-based software engineering," *Artif. Intell.* **117**(2), 277–296 (2000).
- Jennings, N. and Campos, J., "Towards a social level characterization of socially responsible agents," *IEE Proc.-Software Eng.* **144**(1), 11–25 (1997).
- Peron, T. K. D., da Fontoura Costa, L., and Rodrigues, F. A., "The structure and resilience of financial market networks," *Chaos* **22**(1), 013117 (2012).
- Kim, G. R. and Markowitz, H. M., "Investment rules, margin, and market volatility," *J. Portfolio Manage.* **16**(1), 45–52 (1989).
- Macal, C. and North, M., "Tutorial on agent-based modelling and simulation," *J. Simul.* **5**(3), 151–162 (2010).
- Macal, C. M. and North, M. J., "Tutorial on agent-based modeling and simulation," *J. Simul.* **4**(3), 151–162 (2010).
- Macy, M. and Willer, R., "From factors to actors: Computational sociology and agent-based modeling," *Annu. Rev. Sociol.* **28**, 143–166 (2002).
- Melnik, S., Ward, J. A., Gleeson, J. P., and Porter, M. A., "Multi-stage complex contagions," *Chaos* **23**(1), 013124 (2013).
- Naimzada, A. and Pireddu, M., "A financial market model with endogenous fundamental values through imitative behavior," *Chaos* **25**(7), 073110 (2015).
- Newell, A., "The knowledge level," *Artif. Intell.* **18**, 87–127 (1982).
- Ponta, L., Pastore, S., and Cincotti, S., "Information-based multi-assets artificial stock market with heterogeneous agents," *Nonlinear Anal.: Real World Appl.* **12**(2), 1235–1242 (2011).
- Ponta, L., Scalas, E., Raberto, M., and Cincotti, S., "Statistical analysis and agent-based microstructure modeling of high-frequency financial trading," *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.* **6**(4), 381–387 (2012).
- Raberto, M., Cincotti, S., Focardi, S., and Marchesi, M., "Agent-based simulation of a financial market," *Phys. A: Stat. Mech. Appl.* **299**(1), 319–327 (2001).
- Routledge, B. R., "Adaptive learning in financial markets," *Rev. Financ. Stud.* **12**(5), 1165–1202 (1999).
- Schelling, T., *Micromotives and Macrobehavior* (WW Norton Company, 2006).
- Sornette, D., *Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems* (Princeton University Press, 2009).
- Tanabe, S. and Masuda, N., "Complex dynamics of a nonlinear voter model with contrarian agents," *Chaos* **23**(4), 043136 (2013).
- Vicsek, T., "Complexity: The bigger picture," *Nature* **418**(6894), 131 (2002).
- Wooldridge, M., "Agent-based software engineering," *IEE Proc. Software Eng.* **144**(1), 26–37 (1997).
- Yu, W., Chen, G., Cao, M., Lü, J., and Zhang, H. T., "Swarming behaviors in multi-agent systems with nonlinear dynamics," *Chaos* **23**(4), 043118 (2013).
- Yamamoto, R., "Order aggressiveness, pre-trade transparency, and long memory in an order-driven market," *J. Econ. Dyn. Control* **35**(11), 1938–1963 (2011).

Chapitre 5 Heterogeneity and self-organization of complex systems through an application to financial market with multi-agent systems (*article publié introduit tel quel*)

Heterogeneity and self-organization of complex systems through an application to financial market with multi-agent systems

Iris Lucas, Michel Cotsaftis, Cyrille Bertelle[†]
Normandie Univ, UNIHAVRE, LITIS, Le Havre
ECE Paris School of Engineering, Paris, France

PRE-PRINT VERSION

ABSTRACT

Multi-agent systems (MAS) provide a useful tool for exploring the complex dynamics and behavior of financial markets and now MAS approach has been widely implemented and documented in the empirical literature. This paper introduces the implementation of an innovative multi-scale mathematical model for a computational agent-based financial market. The paper develops a method to quantify the degree of self-organization which emerges in the system and shows that the capacity of self-organization is maximized when the agents' behaviors are heterogeneous. Numerical results are presented and analyzed, showing how the global market behavior emerges from specific individual behavior interactions.

Keywords: *Multi-Agent System, Complex Behavior, Decision-making Process, Self-organization, Market Microstructure.*

1) Introduction

Since the last two decades, agent-based financial markets have been widely implemented and documented in the literature [LeBaron, 2006 ; Cristelli, 2013]. Multi-agent systems [MAS] provide a useful tool for exploring the behavior in financial markets. Indeed, the literature on MAS highlights the fact that MAS are an effective approach to model complex systems and to explain how their dynamics built up through autonomous agent interactions [Grimm et al., 2005; Wooldridge, 2009 ; Macal et al., 2010]. Because the global system behavior emerges from the properties and behavior of individuals, the definition of agents is the crux of any agent-based model and specific or general tutorials on agent-based modeling offer reflection leads [LeBaron, 2001 ; Macal et al. 2010]. In papers dealing with trading decision modeling, the decision-making process is modeled in many different ways [non-exhaustive list]: randomly [Raberto et al., 2001 ; Farmer et al., 2005], with an utility function [Arthur et al., 1996 ; Chiarella & Iori, 2002], or by probabilistic fuzzy logic [Van den Berg et al., 2004]. For the reason given below, we insist that agents' behavior should be described in a deterministic way and we highlight in this paper that fuzzy logic rules are notably a convenient approach. Indeed, financial markets belong to the kind of systems that are built from many strongly interconnected parts over different scales requiring separate interpretations at each level. In so doing, deterministic models are the only ones to ensure the traceability between the emergent properties at macro level and the micro behavior. However, with this approach the conception of agents and their interactions should be well thought in order to ensure system convergence. Indeed, in financial markets, or more broadly in market-based systems, global dynamics are related to the competition for scarce resources [Clearwater, 1996 ; Cliff, 1997]. Competition between agents results in both a common objective with different behaviors. If agent behaviors are regarded as force vectors, then the system converges when equilibrium occurs, which means that in the system there exist enough antagonist behaviors acting in relatively close magnitudes. Therefore, to make the system converge, heterogeneity in agents' behavior has to be created.

[†]Iris LUCAS, PhD Student, Normandie Univ, UNIHAVRE, LITIS, Le Havre, iris.lucas75@gmail.com

Michel Cotsaftis, Thesis co-director, ECE PARIS, mcot@ece.fr

Cyrille Bertelle, Thesis director, Normandie Univ, UNIHAVRE, LITIS, Le Havre, cyrille.bertelle@univ-lehavre.fr

In resource-based theory, rival firms compete on the basis of their resources and capabilities [Peteraf, 2003]. In this domain, Hoopes has introduced the term of competitive heterogeneity [Hoopes et al., 2003] and studied the sources of disparity in the performance of rival firms. This work is somewhat similar with Hoopes approach since we focus on agent design which results in heterogeneous behaviors. In addition, we are not only concerned about the source of heterogeneity in agent behavior but we are also interested by the impact of these heterogeneous behaviors on the system macro-dynamic. Some thinking on the first point is offered in specific of general tutorials on agent-based modeling [LeBaron, 2001 ; Macal et al. 2010] but the second aspect is broadly disregarded in literature dealing with agent-based financial markets. From this observation, a computational agent-based financial market is introduced in this paper. The model is described with few deterministic parameters and the agents' decision-making process is based on a set of fuzzy logic rules. Through this application, the main purpose of the paper is to study what are the conditions to make the system be self-organizing. *First* a method is proposed to quantify the degree of self-organization which emerges in the system. *Second*, results of the system capacity to be self-organizing are presented and discussed.

2) Litterature review

a. Market mechanism

The basis of trading in major international financial markets is often referred to in terms of CDA for Continuous Double Auction in the literature [Gjerstad & Dickhaut, 1998 ; Vytelingum et al., 2008]. It comes from the fact that elementary mechanism of price formation is a double auction where traders submit orders to buy and/ or sell [Cristelli et al., 2010]. There are two kinds of orders: limit orders and market orders. Limit orders are quotes for buying or selling a given number of shares at a specific price (or better) whereas market orders are requests to buy or to sell a certain quantity immediately at the best price available. Limit orders which are not executed when they are submitted to the market constitute the *limit order book* (LOB). The term "limits" refers to the different available prices in the LOB. On the buy side the highest bid (or *best bid*) is the highest price at which participants are willing to buy and on the sell side the lowest ask (or *best ask*) is the lowest price at which traders are willing to sell. The best bid is the first limit on the buy side and the best ask is the first limit on the sell side. In the LOB, upper limits on the buy side refer to lower available prices than the best bid whereas upper limits on the sell side refer to higher available prices than the best ask.

The difference between the best bid and the best ask is called the *spread*, and the mean value between the best ask and the best bid is the *mid-price* \bar{p} . Let's consider the following Figure 1 which illustrates the LOB.

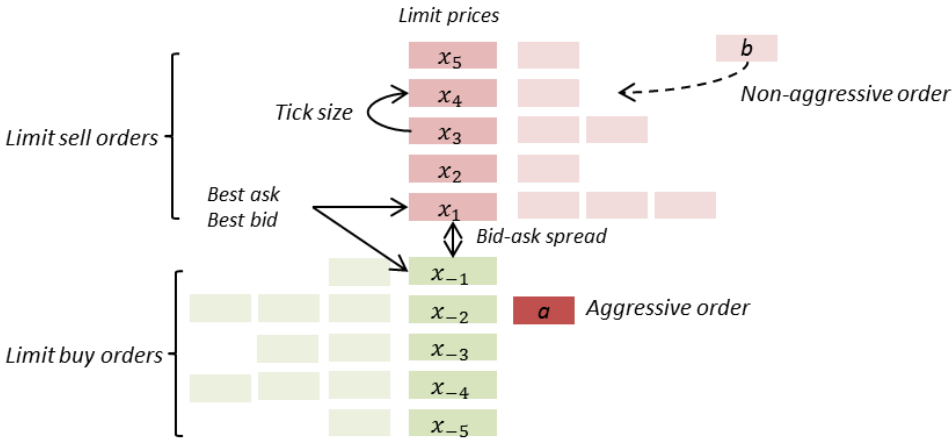


Figure 1 LOB example

In this figure, every x_i is called a “limit”, the best bid x_1 and best ask x_{-1} are both the first limits of their side, then x_2 and x_{-2} are the second limits etc. The minimal value between two limits is the *tick-size* δ ($x_{i+1} \geq x_i + \delta$). Every rectangle represents a limit order with a specific quantity (not displayed in the figure) and a limit price. The price of limit buy (sell) order represents the highest (lowest) price at which the trader is willing to buy (to sell). Green rectangles symbolize the buy side and the red ones, the sell side.

If limit buy order (limit sell order) is submitted at the best bid or below (at the best ask or above) then it is stored in the LOB and is called a “non-aggressive order” (order *b* in Figure 1). By contrast, if limit buy order (limit sell order) is submitted at the best ask or above (at the best bid or below) then the order is executed and is qualified as being an “aggressive order” (order *a* in Figure 1).

Upon execution, limit orders are prioritized in term of price: an order of the first limit is executed before an order of the second limit. Then, limit orders at the same limit are prioritized from the oldest to the most recent (in term of submission date and time). The following Figure 2 explains how the order *a* of Figure 1 will be executed.

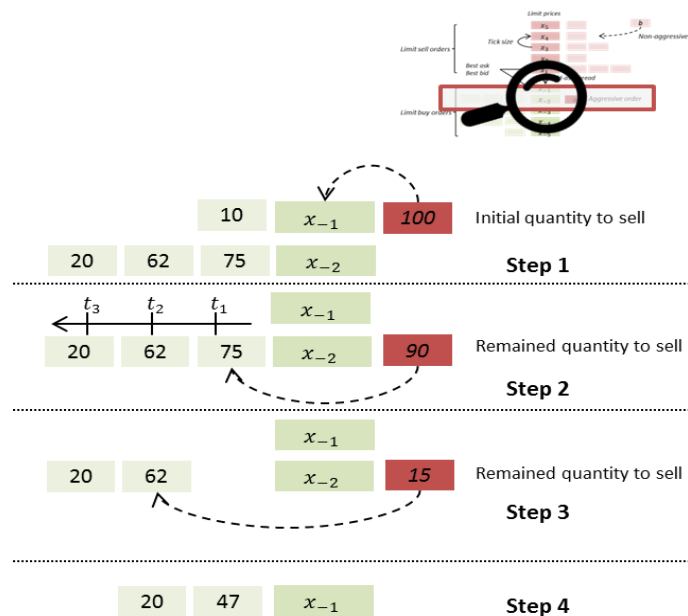


Figure 2 Orders matching process example

First in Step 1, status of order book shows that there is one limit order at the first limit x_{-1} with 10 available shares, and three limit orders at second limit x_{-2} with a total of 157 available shares. Since there is not enough available shares at the first limit, the limit sell order *a* has been directly entered at the second limit x_{-2} . It would have also been possible to submit two orders for the same execution but in this case execution costs would have been doubled. Thus, according to the LOB matching rules, the order *a* will be first executed against the order placed at the first limit x_{-1} . Then, in Step 2, the remaining quantity is equal to 90 shares and the order *a* is executed against the first order which has been entered at the second limit x_{-2} . In Step 3, the remaining quantity is equal to 15 shares and the order *a* is executed against the second order which has been entered at second limit x_{-2} . Since this order offers 62 shares and that the remaining quantity of order *a* is less than that, the residue with new quantity of 47 shares stay in the LOB. Finally, in Step 4, since there are no longer executable quantity at the first limit x_{-1} , the unexecuted orders at the second limit x_{-2} become the new best bid. Unexecuted limit orders can be *cancelled* or *modified* (in term of price or quantity) but then they lose their priority.

The following basic definitions have finally to be kept in mind:

Definition 1 Limit order: limit order is a request to buy or sell. The price of limit buy order (limit sell order) is the highest (lowest) price at which the trader is willing to buy (sell).

Definition 2 Tick-size: The tick-size δ is the minimal value between two limits: $x_{i+1} \geq x_i + \delta$.

Definition 3 Order Aggressiveness: an “aggressive order” is a limit buy order (limit sell order) submitted at the best ask or above (at the best bid or below). The farther is the limit at which the submitted order is placed from the best ask (the best bid) the more “aggressive” is the order. In other words, with p_l the limit price, δ the tick-size and v_{ask} the best ask (v_{bid} the best bid), one has $p_l = v_{ask} + \varepsilon\delta$ ($p_l = v_{bid} - \varepsilon\delta$), and the larger is ε , the more “aggressive” is the order. Implicitly, an “aggressive order” is an order with large quantity.

Definition 4 Spread: the spread ϵ is difference between the best bid and the best ask : $\epsilon = v_{ask} - v_{bid}$.

b. Literature review

Over the last decades, many computational agent-based financial markets have been documented in the literature. The first agent-based financial markets deviated from Grossman & Stiglitz model [Grossman & Stiglitz, 1980] which is based on the neoclassical models where agents aims to maximize their utility function by rebalancing their portfolio between risk-free bond with an interest rate and risky asset which pay a dividend [Kim & Markowitz, 1989 ; Arthur et al., 1996 ; Caldarelli et al., 1997].

Artificial markets have often been implemented with the aim of being able to replicate some stylized facts of the financial time series. They can be distinguished into two categories, one with a pseudo-macro representation of the market [Caldarelli et al., 1997 ; Challet, et al., 2001; Raberto et al., 2001] and the other one with a representation at microscopic time scale for matching the mechanisms of the limit order book [Chiarella & Iori, 2002 ; Bartolozzi, 2010 ; Yamamoto, 2011]. These models have been used for different studies, analyzing the impact of chartist and fundamental strategies on market dynamic, with a macro representation [Lux & Marchesi, 1999] or at the order book level [Chiarella et al., 2009]. More recently, the research in the microstructure area has provided different analysis such as a study about the relationship between the size of the spread and the order aggressiveness [Yamamoto, 2011] or a new model investigating the effects of different regulatory policies directed towards the high-frequency trading [Leal & Napoletano, 2017].

In all these representations the definition of an agent is rarely the same. Indeed, in some of them agents are completely homogeneous [Lettau, 1997 ; Challet, et al., 2001] but the trend is to move towards heterogeneous agents with the implementation of at least two kinds of strategies [Kim & Markowitz, 1989 ; Arthur et al., 1996 ; Routledge 1999]. The most recent models propose agents with different risk aversion, different time horizon and/or different strategies [Chiarella et al., 2009 ; Leal & Napoletano, 2017]. Besides, the price formation is also quite different from one paper to another but three main different processes can be found in these models: a clearing price computed as an equilibrium [Arthur et al., 1996 ; Raberto et al., 2001], an evolving price according to a ratio between the demand and the supply [Kim & Markowitz, 1989 ; Caldarelli et al., 1997 ; Lux & Marchesi, 1999 ; Routledge, 1999 ; Challet, et al., 2001] and finally a market price resulting from the mechanism of a limit order book [Chiarella et al., 2009 ; Bartolozzi, 2010 ; Yamamoto, 2011 ; Leal & Napoletano, 2017].

Setting aside the macro-models based on the neoclassical theory, and by focusing on the artificial markets which replicates closely the mechanism of a limit order book, several criticisms can be raised. First, the heterogeneity issue is rarely discussed and, to our knowledge, the only available study focuses on the impact of the chartist and fundamentalist

strategies on the limit order book dynamic [Chiarella et al., 2009]. However, it does not seem appropriate to refer to the fundamental value when the representation is considered at this scale. Indeed, the market share of algorithmic trading is more and more important, and the strategies of market making and/or of arbitrage are predominant.

Besides, we think that instead of rebalancing their portfolio allocation at every price movement [Chiarella et al., 2009 ; Yamamoto, 2011], agents should be sensitive to a price variation threshold like proposed in Leal & Napoletano model [Leal & Napoletano, 2017]. Unlike in Leal & Napoletano model [Leal & Napoletano, 2017] where the authors make the high-frequency traders submit buy or sell orders with equal probability, we believe that the agents' decision-making process should not be probabilistic but deterministic.

c. Contributions

Our contributions are threefold. *First*, an agent-based financial market close to Chiarella & Iori's one [Chiarella et al., 2009] is introduced, but whose agents' decision-making process is entirely *deterministic* based on a set of fuzzy logic rules. To our knowledge this is the first deterministic model which describes the mechanism of a limit order book and implements three different trading strategies. Besides, the proposed computational model is able to perform in full autonomy. In other words, the price discovery in the system is the emergence of system-level order that arises through the interactions of heterogeneous and autonomous agents. *Second*, a method is proposed to quantify the system capacity to be self-organized. The method has been applied and the results are introduced and discussed in the last section of this paper. *Third*, we show that diversity in decision-making process is critical for the emergence of self-organization.

3) Model description

The proposed model is a stock market populated by heterogeneous chartist traders. The market is constituted of N agents who trade an asset S for T trading sessions. Transactions are executed through a limit order book (LOB) where the information about the type and the price of all agents' orders is stored. In our model the quantity is obsolete since it is assumed that each order quantity is equal to one unit of asset. This assumption of trading only one unit of asset could be criticized. However, we want to make agents submit orders according to different chartist strategies based on price movement and not because they attempt to rebalance their portfolio by optimizing an utility function [Chiarella et al., 2009 ; Yamamoto, 2011]. We do not want to generate order sizes by a random process. Doing so, we choose to simplify the mechanism and retain a solution where the quantity of orders and so the quantity of trades is always equal to one unit of asset.

At market initialization t_0 , agents are defined with a trading strategy, a personality and an endowment of cash $Cash(t_0)$ and shares $Position(t_0)$. In the model there are three groups of trading strategies and the number of agents in each category, as the total number of agents N , is kept fixed over the simulation. It is assumed there is no dividend and the only way to generate cash for agents is to exploit asset price $p(t)$ variations, i.e. to sell at better price than they have bought.

a. Trading strategies

A trading strategy is a set of fuzzy logic rules based on indicators and thresholds which allows agents to extract information from system macro-variables between trading sessions. Each agent i has a memory m_i which means that it remembers the last m_i trading sessions. For setting the memory of every agent, a global memory variable M is fixed at initialization t_0 and then values are uniformly distributed among the agents.

Three strategies have been implemented in the model:

- **Strategy “mean reversion”**: traders bet that the price converges back to its equilibrium
- **Strategy “volatility peak”**: traders bet that volatility peak results in a reversal of the trend price
- **Strategy “historical pattern”**: traders project that stock returns follow a regular pattern

For the “mean reversion” and the “volatility peak” strategies, the agent i can either be a *follower* or a *contrarian*. A *follower* (a *contrarian*) submits a buy order (a sell order) when price goes up and submits a sell order (a buy order) when price goes down. The way that an agent is defined as being a follower or a contrarian is defined in the next section 3.b.

Figure 3 shows an example of an asset price evolution versus time and illustrates the indicators on which the strategies are based.

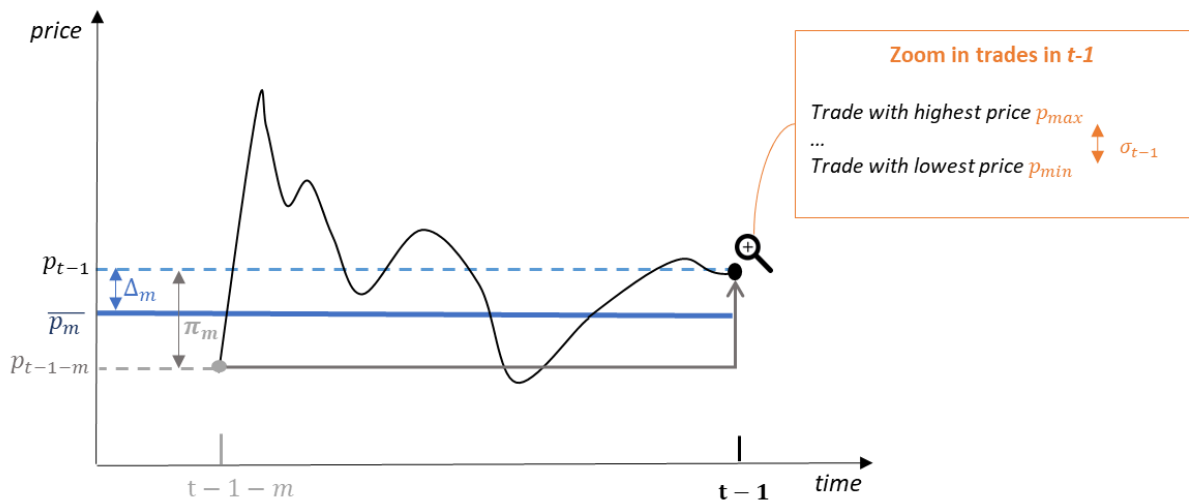


Figure 3 Strategies indicators from the asset price evolution over the time

The blue elements refer to the “mean reversion” strategy, orange ones to the “volatility peak” and grey ones to the “historical pattern” strategy. It can be noticed that if strategies “mean reversion” and “historical pattern” take into account price variation over several trading sessions, the “volatility peak” strategy is only focus on the executed prices in the last trading session.

i. Mean reversion strategy

First, considering the blue elements, at the beginning of trading session t , a “mean reversion” sensitive agent i computes the distance Δ_m between the last market price $p(t-1)$ and the moving average $\overline{p_m}$ of the last m_i past prices. Each “mean reversion” sensitive agent compares this distance to its two thresholds $\alpha_{reversion,i,up}$ and $\alpha_{reversion,i,down}$ above and below which the agent will buy or sell. If agent i is a follower then it buys when $\alpha_{reversion,i,up}$ is crossed but it sells when $\alpha_{reversion,i,down}$ is crossed. The contrarian does the opposite of the follower.

ii. Historical pattern strategy

An “historical pattern” sensitive agent i will look at the asset return π_m over the last m trading sessions (difference between $p(t-1)$ and $p(t-1-m)$). If π_m is positive then i submits a buy order otherwise i submits a sell order. There is no distinction between follower and contrarian for this strategy.

iii. Volatility peak strategy

Finally, a “volatility peak” sensitive agent i will compare the last volatility indicator σ_t calculated as the difference between the highest price (p_{max}) and the lowest price (p_{min}) of the trades during the trading session $t - 1$ with its threshold $\alpha_{volatility,i}$ above which the agent will submit an order. If agent i is a follower then it submits a buy order when the price is increasing over the last two periods and it submits a sell order when the price is decreasing over the last two periods. The contrarian does the opposite of the follower.

b. Personality and Behavioral rules

In addition to the trading strategy, an agent i obeys to a set of behavioral rules which are calibrated on its personality.

Agent personality is defined with the three components detailed below.

Risk aversion level $r_i(t)$: the higher the risk aversion, the lower is the loss tolerance and the higher is the herding behavior.

Herd-like behavior $h_i(t)$: determines if the agent i is a follower or a contrarian, meaning if it follows the market or not.

Aggressiveness level $a_i(t)$: the more aggressive the agent i , the more aggressive are its orders.

Risk aversion $r_i(t)$ and aggressiveness $a_i(t)$ level are valued between 0 and 100 whereas the herding behavior $h_i(t)$ is characterized by a binary variable. In the same way as for the memory size, global variables for the risk aversion R and the aggressiveness A are fixed at initialization t_0 and then values are uniformly distributed among the agents. Then, an agent i is a follower ($h_i(t)=1$) if and only if $r_i(t) > 50$, otherwise it is a contrarian ($h_i(t)=0$). As the trading sessions passed, the risk aversion level evolves according to the asset volatility. If volatility increases so does the risk aversion level. At each trading session, $h_i(t)$ is updated according to the new value of $r_i(t)$. For the time, the model does not contain a deterministic evolution of $a_i(t)$ and at every period values are uniformly distributed among the agents once more time. This is more fair in order not to sentence an agent to be too or not enough aggressive at the outset.

i. Agents' reaction to profit and loss

Personality of agent i defines its tolerance regarding the risk it is willing to take. Two thresholds $\alpha_{loss\ tolerance,i}(t_0)$ and $\alpha_{expected\ earning,i}(t_0)$ are set up at initialization t_0 for every agent above or below which they sell, either for limiting losses or making profit. $\alpha_{loss\ tolerance}(t)$ and $\alpha_{expected\ earning}(t)$ are dynamic and evolve in a deterministic way depending on the variation of the risk aversion level $r_i(t)$. The higher is the risk aversion level the lower are these thresholds. At the beginning of each trading session t , the agent i will compare its profits and losses $PnL_i(t)$ computed at the end of last trading session, and regardless of the result of its trading strategy, if $PnL_i(t)$ is above or below its tolerance threshold then i submits a sell order to the LOB.

ii. Agents' placement of orders mechanism

Agent aggressiveness will define the price of agent's limit orders. Indeed, it is assumed that at t , agent i knows the best five limits of the current LOB. If the agent has aggressiveness under 50 then its orders will be non-aggressive, otherwise they will be. As a reminder (as introduced in section 2.a) an aggressive order will cross the spread and triggers a trade. According to the value of agent aggressiveness, the limit price is set up as follows. First, agent i computes a limit n which allows to bound $a_i(t)$ as follows:

$$\begin{cases} 50 - 10(n + 1) < a_i(t) < 50 - 10n \\ 50 + 10n < a_i(t) < 50 + 10(n + 1) \end{cases}, n \in [0, \dots, 4] \quad (1)$$

Therefore, for example in equation (1) if $a_i(t)$ is equal to 55, then $n = 0$. Then the agent i will submit aggressive orders and thus its buy order (sell order) will be placed at the best ask (at the best bid). However if $a_i(t)$ is equal to 45 then $n = 0$ too. But in this case the agent i will submit non-aggressive orders and thus its limit buy order (limit sell order) will be placed at the best bid (at the best ask).

iii. Orders lifetime

Once all the agents have submitted their orders, the orders matching process (as explained in section 2.a) takes place, and when two orders match a trade is executed. Thus every order submitted at the beginning of t can be either executed or unexecuted. When orders are unexecuted they remain in the LOB as long as they are consistent with the two following rules:

- order lifetime is less than the agent's memory m_i ;
- order is consistent with the trading strategy of agent i at t .

An example of an inconsistent order would be as follows; if at t , the trading strategy of agent i indicates that i should submit buy orders, then all the sell orders of agent i submitted in previous trading sessions become inconsistent and are cancelled.

Unexecuted orders can be seen as the *residual state* of the system at period t .

c. Price discovery mechanism

At the end of the trading session t , the average price of all the trades is the critical information that agents remind for the future iteration. If $p(t)$ is the retained price for trading session t , $N_{trades}(t)$ the number of trades at t , and p_j the executed price of trade j , then:

$$p(t) = \frac{1}{N_{trades}(t)} \sum_{j=1}^{N_{trades}(t)} p_j \quad (2)$$

We assume here that $p(t)$ is the average of the price of trades but we would also have decided to retain another mechanism, as for example the median of the prices of trade instead of the average. In the section 4, we will show that this choice is not arbitrarily and has an impact on the system property.

d. Self-organization capacity

The notion of *residual state* is an important result of the system behavior which reflects a part of the emergence of *self-organization* in the system. Actually, the emergence of self-organization properties [Lichtenstein & Plowman, 2009] is a recurrent topic covered in literature on complex systems [Dobson, et Al. 2007]. Besides, a significant number of works have approached social-life systems [Miller & Page, 2009], like the economy, from the

complex systems perspective: how explain the emergence of system-level order that arises through the interactions of the system's interdependent components.

The emergence of self-organization in any system which exhibits complex behavior should be observed both with the degree of success and the degree of failure in consensus process between agents. In this paper, a consensus between two agents is observed when two agents agree on price for trading a certain amount of securities, in other words when a trade is executed. Thus, the degree of success in consensus between agents can be seen as the number of trades $N_{trades}(t)$ at trading session t . Higher is the number of trades, higher is the degree in the consensus process.

Here, we assume that the failure in the consensus process between agents is related to the *residual state* of the system, in other words the number of unexecuted orders. More particularly, we define the indicator of failure as being the absolute value of the difference between the unrealized selling interest and the unrealized buying interest. For that, at every end of trading session t , the imbalance $Imb(t)$ of the LOB is computed as being:

$$Imb(t) = |N_{unexecuted\ buy\ orders}(t) - N_{unexecuted\ sell\ orders}(t)| \quad (3)$$

$N_{unexecuted\ buy\ orders}(t)$ and $N_{unexecuted\ sell\ orders}(t)$ as being respectively the number of unexecuted buy orders and the number of unexecuted sell orders remaining at trading session t . An imbalance close to zero implies that there is equilibrium between the offer and the demand. In other words, if:

$$Imb(t) > \varepsilon \quad (4)$$

then, higher is ε , higher is the degree of failure in the consensus between agents.

4) Numerical results

One of the objectives of this works is to gain better understanding of how self-organization property emerges. Actually, we think that in the case of market-based system, like financial markets, the computational representation is capable of self-organization if there is enough heterogeneity among agents' behavior. To illustrate this statement, it is shown here that self-organization comes from diversity in the decision-making process. In addition, three kinds of analysis are proposed to observe the relationship between the self-organization and both the degree of success and the degree of failure in the consensus process between agents.

The operating plans of the computational multi-agent system proposed here consist of an analysis of different scenarios of 500 simulations of 1000 continuous trading sessions. The default values of the global parameters in these scenarios are reported in the below Table 1.

Table 1 Parameters

Parameters	Initialization method	Dynamic over simulation	Value by default
Number of agents N	Fixed	Constant	100
Endowment of share $Position_i$	Distributed from a global value $POSITION$	Time dependent	20
Coefficient c for cash endowment $Cash_i$	$Cash_i(t_0) = cposition_i(t_0)$	Time dependent	1.2
Memory size m_i	Distributed from a global value M	Constant	20
Tick-size ∂	Fixed	Constant	0.05
Risk aversion level r_i	Distributed from a global value R	Time dependent	40
Aggressiveness level a_i	Distributed from a global value A	Randomly re-generated at each trading session	60

At initialization, the cash endowment of an agent i is determined by $Cash_i(t_0) = c \text{position}_i(t_0)$, where $\text{position}_i(t_0)$ is the initial share endowment and c a coefficient.

To analyze the properties of the system, we define a domain in which the solution exists. In other words, we define the notion of system convergence and for which conditions the convergence is observed. We assume that the system converges as long as there are at least two participants who agree on price for trading a certain quantity of securities, we consider that the convergence fails when this criterion is no longer met. We assume that the convergence is the proof that the system is self-organized.

To characterize the convergence, we look for the trading period t_f from which there is no longer a trade until the end of simulation (as a reminder a scenario is run with 500 simulations of 1000 trading sessions). If $N_{trades}(t)$ is the number of trades at trading session t , then t_f is:

$$N_{trades}(t) = 0 \forall \text{ consecutive } t \in [t_f, \dots, 1000] \quad (5)$$

Therefore, the average trading period \bar{t}_f from which the convergence fails for a given scenario is the average of the t_f for the 500 simulations. \bar{t}_f represents the degree of convergence for the given scenario and is capped at 1000 (if there is at least one trade in the last trading session of all the 500 simulations). We assume that the degree of convergence is acceptable, or that the system is self-organized when $\bar{t}_f \geq 800$.

Simulation results show that in order to make the system converge (i.e $\bar{t}_f \geq 800$), the intrinsic conditions at initialization are as follows:

- the number of agents shall be higher than few dozen;
- the global memory size shall be set between 10 and 40 trading sessions;
- the coefficient for cash endowment shall be higher than 1;
- the securities endowment shall not exceed few hundred shares;
- the global risk aversion level shall not exceed 50;
- the global aggressiveness level shall not be below 50;
- the tick-size shall be equal or higher than 0.05.

In the model, three kinds of trading strategies have been implemented. As explained in Section 3.a, strategy is a set of fuzzy logic rules based on indicators and thresholds which allows agents to extract information from system macro-variables between trading sessions. Without questioning the fact that others strategies exist and that it would be at least equally enlightening to implement them instead ours, it is shown here that the combination of these three strategies allows the solution to converge (i.e $\bar{t}_f \geq 800$). The following subsection introduces and discusses the result of different scenarios of the distribution trading strategies.

a. Trading strategies distribution and convergence

The analyzed scenarios are reported in the below Table 3. Note that a trading strategy is assigned to an agent at initialization and remains unchanged until the end of the trading sessions.

Table 3 Trading strategies scenarios

Name	Percent of agents "mean reversion" sensitive	Percent of agents "volatility peak" sensitive	Percent of agents "historical pattern" sensitive
<i>a</i>	0%	0%	100%
<i>b</i>	0%	100%	0%

<i>c</i>	100%	0%	0%
<i>d</i>	0%	50%	50%
<i>e</i>	50%	50%	0%
<i>f</i>	50%	0%	50%
<i>g</i>	30%	20%	50%
<i>h</i>	33%	33%	34%
<i>i</i>	30%	50%	20%
<i>j</i> *	50%	20%	30%

*In scenario *j* 50% of agents are “mean reversion” sensitive, 20% are “volatility peak” sensitive and 30% are “historical pattern sensitive”

Scenarios from *a* to *c* highlighted in light blue refer to market where only one strategy is implemented, scenarios from *d* to *f* highlighted in medium blue represent cases where two strategies are applied, and finally scenarios from *g* to *j* highlighted in dark blue propose different distributions of three implemented trading strategies.

The below Figure 4 introduces the computed values of \bar{t}_f (black line) for each trading strategies scenario. For each scenario we also display the average number of trades (orange line) and the average imbalance (blue line) by trading session.

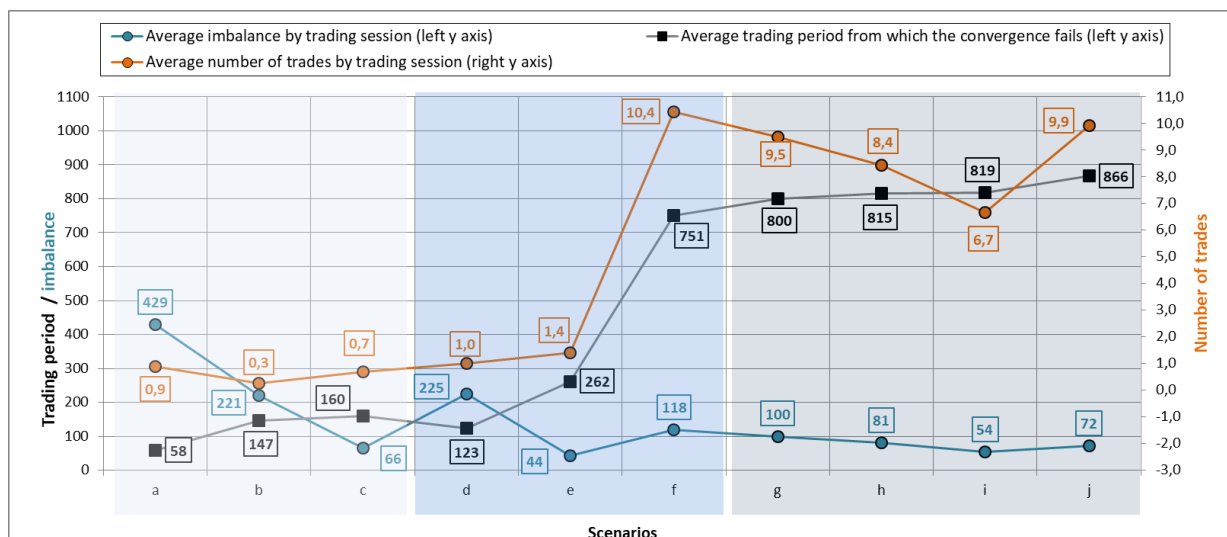


Figure 4 The black line shows that average trading period from which convergence fails increases when the number of implemented trading strategies in the market increases. Overall, it can be noticed that when the average trading period from which the convergence fails increases the average of number of trades (orange line) increases too and the average imbalance (blue line) decreases.

In Figure 4 if we look at the colored blocks we notice that the convergence is improved when the number of implemented strategies in the market increases: values of nodes highlighted in dark blue (three trading strategies scenarios) are higher than those of nodes highlighted in light blue (one trading strategy scenarios). Besides, it appears that the convergence increases both when the average number of trades increases and when the average imbalance decreases. In other words, it seems that the degree of success and the degree of failure in the consensus process between agents as previously defined are good indicators of system capability to be self-organized.

Actually, it is interesting to observe that to explain an increase in the convergence, the value of the degree of success in the consensus process between agents is not enough. Indeed, if we look for example at the value of nodes between scenarios *f* and *g* we see that the convergence increases since $\bar{t}_f(f) = 751$ and $\bar{t}_f(g) = 800$, and yet the average number of trades decreases from 10.4 to 9.5. However, in the same time between scenarios *f* and *g*,

the average imbalance decreases from 118 to 100 and this could explain why the convergence observed in scenario g is better than in scenario f .

The passage between scenarios e and f reveals a strong increase in the average trading period from which the convergence fails (+186%). In parallel, we also notice a very large jump in the number of trades (+643%). There is nothing else than the modification of the trading strategies distribution which leads to this jump. Indeed in scenario f we define a market where the first half of agents is “mean reversion” sensitive and the second one is “historical pattern” sensitive. It appears that this combination is just significantly better than the previous ones and a little less effective than the scenarios where three trading strategies are implemented. Actually, this example illustrates the emergence of non-linear collective behavior.

In order to complete this analysis, we did the same study by comparing the impact of two different prices mechanisms on the system convergence. For that, we propose to repeat the same exercise where this time the price $p(t)$ is not the average price of all the trades executed at period t , but the median price of all these trades.

b. Self-organization and price discovery mechanism

From here, we compare the system properties both when $p(t)$ is defined as in equation 2 and when $p(t)$ is not the average but the median price of all the trades of trading session t .

The Figure 5 below displays the value of the average trading period from which the convergence fails \bar{t}_f for every trading strategies scenarios for both when the price discovery mechanism is based on an average price and when the price dynamic is based on a median price.

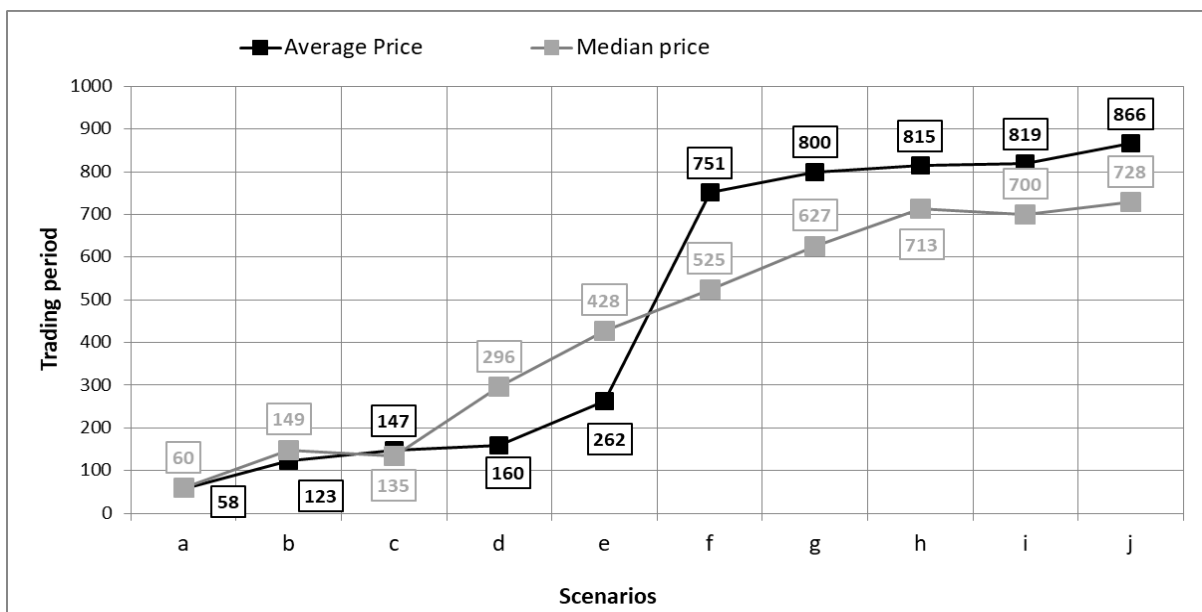


Figure 5 The figure shows that no matter if the price retained by the agents is an average price (black line) or a median price (grey line), the convergence is improved when the number of implemented trading strategies in the market increases. However, the method of the average price increases the average trading period from which the convergence fails by an average of 100 periods.

Overall, in Figure 5, we notice that a better degree of convergence is reached when the price discovery mechanism is based on average price. For every scenario, the below Figure 6 displays the value of the average number of trades (orange lines) and the value of the averages imbalance (blue lines). The metrics when the price discovery is based on an

average price are plotted in dark colors whereas those when the price dynamic is based on a median price are shown in light colors.

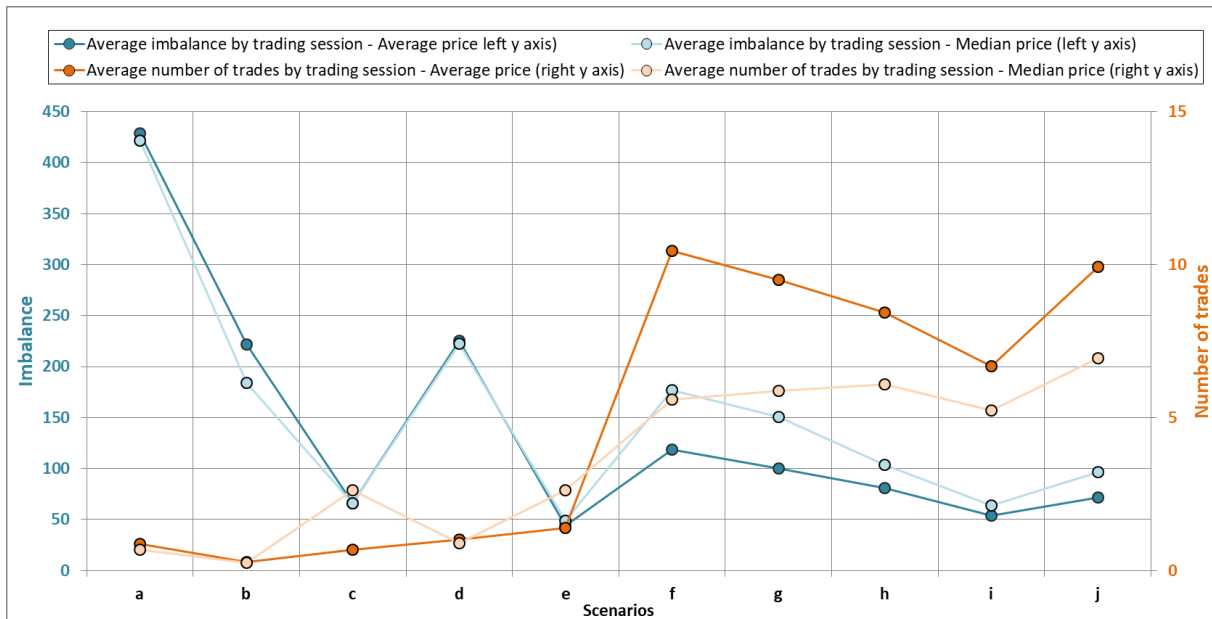


Figure 6 From scenarios *f*, the figure shows that the average numbers of trades of the average price method (dark orange line) are higher than those of the median price method (light orange line). In addition, it is also observed that the averages imbalance of the average price method (dark blue line) are lower than those of the median price method (light blue line). Besides, we have observed in Figure 5 that the degree of convergence tends to be higher when the price discovery is based on an average price. Thus, these results are consistent with those defined previously in Figure 4.

In Figure 6, it can be observed that from scenario *f*, the average price method is better than the median price method in terms of both the average number of trades and the average imbalance. This means that in these scenarios when the price discovery is based on an average price, then both the degree of success and the degree of failure in the consensus between agents are better than when the price dynamic is defined with a median price. In addition, we have concluded in Figure 5 that the convergence tends to be also better when the average price method is applied. These results are therefore consistent with the observations made in Figure 4: the system capability to be self-organized can be represented with the degree of success and the degree and failure in the consensus process between agents, characterized here by the number of trades and the imbalance.

c. Self-organization and an important system design parameter

Hitherto, we have analyzed the emergence of the system capability to be self-organized according to different scenarios of heterogeneity in the agents' behavior. In order to provide another example of the methodology that we have proposed to observe the self-organization, we have retained among the list of system parameters in Table 2 the one which appears to be the most important system design parameter, the tick-size. As reminder the tick-size δ is the minimal value between two limits of prices in the LOB. In our representation as in the reality the tick-size mechanically defines the magnitude of price change from one trading session to another. Higher is the tick-size, greater is the potential prices deviation. The value of the tick-size is critical for the convergence because as explained above, the purpose of the agents' trading strategies is to exploit the price change. Thus, this obviously involves that if the magnitude of price change is not sufficient enough then the trading strategy may be unable to extract information and agents do not take decision. If agents do not take decision then the convergence fails.

This feature of the system design is in some way an illustration of the volatility clustering phenomenon observed in financial markets which can be summarized as “small changes call small changes and large changes call large changes”. In other words, people reaction is proportional to the magnitude of market change. Actually it comes from the fact that investors wait signal from the market to take their decision because if price changes are too small (low volatility) then traders do not know where the market is going and exploit small variation is too costly.

Therefore, we now arbitrarily retain the scenario g (see Table 3) and study how the tick-size value impacts on the market convergence. The below Figure 7 displays the value of the average trading period from which the convergence fails \bar{t}_f for a given value of the tick-size for both the average price and the median price methods.

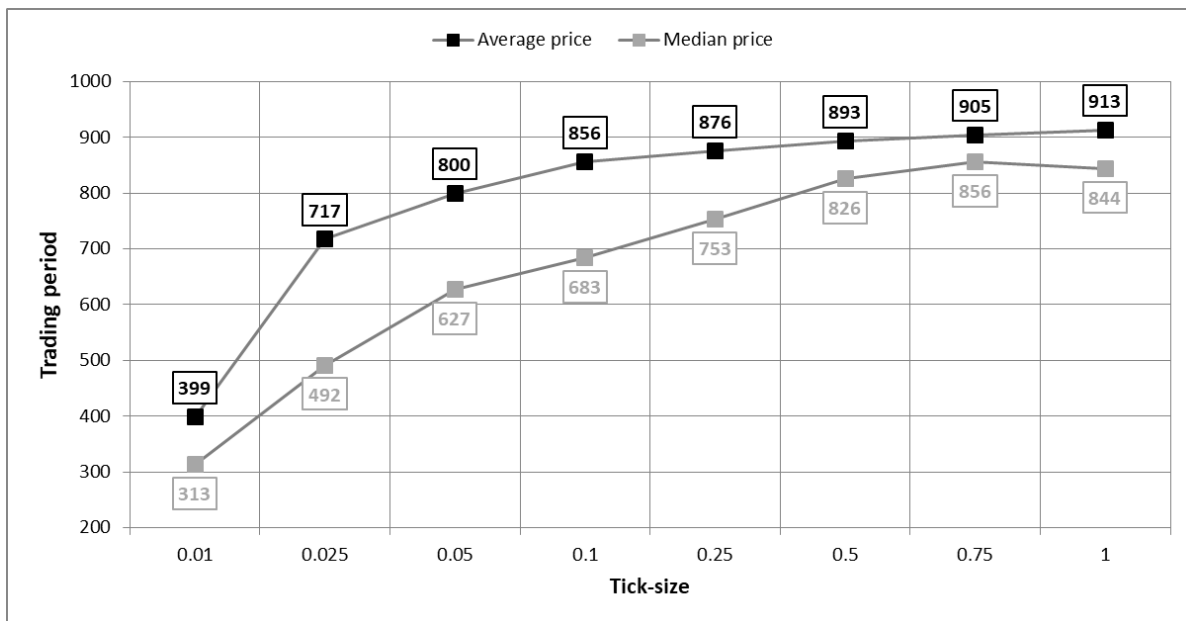


Figure 7. The figure shows that no matter if the price retained by the agents is an average price (black line) or a median price (grey line), below a certain value of tick-size the required value $\bar{t}_f = 800$ is not reached. Besides, the average price method always exhibits a better degree of convergence than the median price method.

In Figure 7 we observe that below a certain value of tick-size ($\partial = 0.05$ for the average method and $\partial = 0.5$ for the median method) the required value of $\bar{t}_f = 800$ is not reached. Besides, as already concluded before, the convergence is better when the average price method is applied. As previously, the below Figure 8 displays the value of the average number of trades (orange lines) and the value of the averages imbalance (blue lines). The metrics when the price discovery is based on an average price are plotted in dark colors whereas those when the price dynamic is based on a median price are shown in light colors.

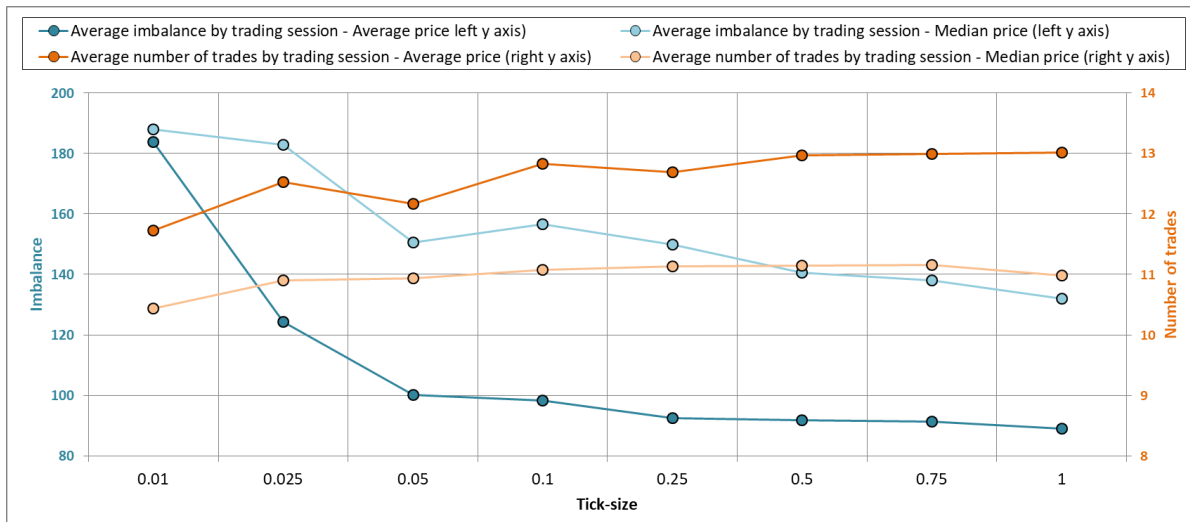


Figure 8. The figure shows that the average of number of trades (orange line) increases and the average imbalance decreases when the tick-size increases. Besides, the average numbers of trades of the average price method (dark orange line) are higher than those of the median price method (light orange line). In addition, it is also observed that the averages imbalance of the average price method (dark blue line) are lower than those of the median price method (light blue line). In addition, we have observed in Figure 7 that the degree of convergence tends to be higher when the price discovery is based on an average price. Thus, these results are consistent with those defined previously in Figure 4 and in Figure 6.

In Figure 8, we notice that the average number of trades increases and the average imbalance decreases when the tick-size increases. Besides, it is highlighted that the average price method is always better than the median price method in terms of both the average number of trades and the average imbalance. In the same way that we have concluded before, in Figure 7 and in Figure 8 it can be observed that the best configuration of both the degree of success and the degree of failure in the consensus between agents corresponds to the highest degrees of convergence.

5) Conclusion

A computational agent-based financial market with few deterministic parameters has been introduced in this paper. The proposed model is able to perform in full autonomy, meaning that the price discovery in the system results from the emergence of system-level order that arises through the interactions of heterogeneous and autonomous agents. Through an application it has been shown that it is possible to create heterogeneity in agents' behavior with deterministic description. In addition, a method to observe the system capacity to be self-organized, based on the notion of success in consensus between agents has been proposed and discussed. Finally, numerical results have shown that heterogeneity in agents' behavior is critical for the emergence of self-organization.

6) Bibliography

Arthur, W. B., Holland, J. H., LeBaron, B., Palmer, R. G., & Tayler, P. [1996]. Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market.

Bartolozzi, M. [2010]. A multi agent model for the limit order book dynamics. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 78[2], 265-273.

Caldarelli, G., Marsili, M., & Zhang, Y. C. [1997]. A prototype model of stock exchange. *EPL [Europhysics Letters]*, 40[5], 479.

Challet, D., Marsili, M., & Zhang, Y. C. [2001]. Stylized facts of financial markets and market crashes in minority games. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 294[3], 514-524.

- Chiarella, C., & Iori, G. [2002]. A simulation analysis of the microstructure of double auction markets*. *Quantitative finance*, 2[5], 346-353.
- Chiarella, C., Iori, G., & Perelló, J. [2009]. The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33[3], 525-537.
- Clearwater, S. H. [Ed.]. [1996]. *Market-based control: A paradigm for distributed resource allocation*. World Scientific.
- Cliff, D. [1997]. *Minimal-intelligence agents for bargaining behaviors in market-based environments*. Hewlett-Packard Labs Technical Reports.
- Cristelli, M. [2013]. *Complexity in financial markets: modeling psychological behavior in agent-based models and order book models*. Springer Science & Business Media.
- Cristelli, M., Alfi, V., Pietronero, L., & Zaccaria, A. [2010]. Liquidity crisis, granularity of the order book and price fluctuations. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 73[1], 41-49.
- Dobson, I., Carreras, B. A., Lynch, V. E., & Newman, D. E. [2007]. Complex systems analysis of series of blackouts: Cascading failure, critical points, and self-organization. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 17[2], 026103.
- Farmer, J. D., Patelli, P., & Zovko, I. I. [2005]. The predictive power of zero intelligence in financial markets. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 102[6], 2254-2259.
- Gjerstad, S., & Dickhaut, J. [1998]. Price formation in double auctions. *Games and economic behavior*, 22[1], 1-29.
- Grimm, V., & Railsback, S. F. [2005]. *Individual-based modeling and ecology [Vol. 2005]*. Princeton: Princeton university press.
- Grossman, S. J., & Stiglitz, J. E. [1980]. On the impossibility of informationally efficient markets. *The American economic review*, 70[3], 393-408.
- Hoopes D, Madsen T, Walker G. 2003. Why is there a resource-based view: getting closer to a theory of competitive heterogeneity. *Strategic Management Journal*, this issue.
- Kim, G. R., & Markowitz, H. M. [1989]. Investment rules, margin, and market volatility. *The Journal of Portfolio Management*, 16[1], 45-52.
- Leal, S. J., & Napoletano, M. [2017]. Market stability vs. market resilience: Regulatory policies experiments in an agent-based model with low-and high-frequency trading. *Journal of Economic Behavior & Organization*.
- LeBaron, B. [2001]. A builder's guide to agent-based financial markets. *Quantitative Finance*, 1[2], 254-261.
- LeBaron, B. [2006]. Agent-based computational finance. *Handbook of computational economics*, 2, 1187-1233.
- Lettau, M. [1997]. Explaining the facts with adaptive agents: The case of mutual fund flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21[7], 1117-1147.
- Lichtenstein, B. B., & Plowman, D. A. [2009]. The leadership of emergence: A complex systems leadership theory of emergence at successive organizational levels. *The Leadership Quarterly*, 20[4], 617-630.

- Lucas I, Cotsaftis M, Bertelle C [2017]. Elements of decisional dynamics: an agent-based approach applied to artificial financial market. Publication on-going.
- Macal, C. M., & North, M. J. [2010]. Tutorial on agent-based modelling and simulation. *Journal of simulation*, 4[3], 151-162.
- Miller, J. H., & Page, S. E. [2009]. *Complex adaptive systems: An introduction to computational models of social life*. Princeton university press.
- Peteraf, M. A., & Bergen, M. E. [2003]. Scanning dynamic competitive landscapes: a market-based and resource-based framework. *Strategic management journal*, 24[10], 1027-1041.
- Raberto, M., Cincotti, S., Focardi, S. M., & Marchesi, M. [2001]. Agent-based simulation of a financial market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 299[1], 319-327.
- Routledge, B. R. [1999]. Adaptive learning in financial markets. *The Review of Financial Studies*, 12[5], 1165-1202.
- Van den Berg, J., Kaymak, U., & Van den Bergh, W. M. [2004]. Financial markets analysis by using a probabilistic fuzzy modelling approach. *International Journal of Approximate Reasoning*, 35[3], 291-305.
- Vytelingum, P., Cliff, D., & Jennings, N. R. [2008]. Strategic bidding in continuous double auctions. *Artificial Intelligence*, 172[14], 1700-1729.
- Wooldridge, M. [2009]. *An introduction to multi-agent systems*. John Wiley & Sons.
- Yamamoto, R. [2011]. Order aggressiveness, pre-trade transparency, and long memory in an order-driven market. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35[11], 1938-1963.

Chapitre 6 Self-organization, resilience and robustness of complex systems through an application to financial market with agent-based approach (*article publié introduit tel quel*)

Self-organization, resilience and robustness of complex systems through an application to financial market with agent-based approach

*Iris Lucas, Michel Cotsaftis, Cyrille Bertelle⁺¹
Normandie Univ, UNIHAVRE, LITIS, Le Havre
ECE Paris School of Engineering, Paris, France

PRE-PRINT VERSION

ABSTRACT

This paper introduces the implementation of a computational agent-based financial market in which the system is described in both a microscopic and macroscopic levels. This artificial financial market is used to study the system response when a shock occurs. Indeed, when a market experiences perturbations, financial systems behavior can exhibit two different properties: resilience or robustness. Through simulations and different scenarios of market shocks, these system properties are studied. The results notably show that the emergence of collective herding behavior when market shock occurs leads to a temporary disruption on the system self-organization. Numerical simulations highlight that the market can be able to absorb strong mono-shock but be lead to the rupture by low but repeated perturbations.

Keywords: *Multi-Agent System, Complex Behavior, Resilience, Robustness, Collective Behavior, Market Microstructure*

1) Introduction

a. Context

When a market shock occurs, financial systems behavior can exhibit two different properties: resilience or robustness. The notion of resilience is applicable in a wide variety of circumstances including: biology, psychology, economy and engineering. Studies in relation to ecological stability theory in the 1960s and 1970s (Holling, 1961; Lewontin, 1969 ; May, 1972) are probably the first to address the resilience perspective (Folke, 2006). The concept of resilience has been defined in two different ways (Perrings, 1998). One definition is the capacity of a system to return to equilibrium after having suffered disruptions (Pimm, 1984). In this definition, the resilience is a measure of the speed of its return to equilibrium. The second definition, introduced by Holling in 1973, refers to the “ability of a system to absorb changes of state variables, driving variables, and parameters, and still persist” (Holling, 1973). In the Holling definition, there is no notion of unique equilibrium but it is assumed that systems can be characterized by multiple stable domains. Therefore a perturbation may induce the system to change from one stable domain to another.

The works that we refer above deal with ecological systems which exhibit a certain level of complexity. By complexity, we mean that ecological systems, as any complex adaptive systems, are characterized by non-linear dynamic, multi-scale interactions and self-organization. The non-linearity implies that effects are not proportional to their causes: small causes can have large effects. Another example of this non-linearity is the circular feedback relation between system’s components: “any change in the first component is fed back via its effects on the other components to the first component

⁺Iris LUCAS, PhD Student, Normandie Univ, UNIHAVRE, LITIS, Le Havre, iris.lucas75@gmail.com
Michel Cotsaftis, PhD co-director, ECE PARIS, mcot@ece.fr
Cyrille Bertelle, PhD director, Normandie Univ, UNIHAVRE, LITIS, Le Havre, cyrille.bertelle@univ-lehavre.fr

itself “ (Heylighen, 2001). The multi-scalability is the fact that complex systems usually have a hierarchical architecture and a large number of degrees of freedom. This hierarchical architecture can be seen as « boxes within boxes » (Heylighen, 2001) meaning that the system’s components are (relatively) autonomous subsystems. Finally the self-organization can be defined as “the spontaneous creation of a globally coherent pattern out of local interactions” (Heylighen, 2001). In order to illustrate this definition, Heylighen introduced several examples as the process of crystallization, or “the fact that what Adam Smith, the father of economics, called *the invisible hand* can nowadays simply be called self-organization”. Finally, by the Holling definition, the resilience of a complex system can be seen as its ability to maintain its self-organization (Perrings, 1998).

The robustness is the ability of a system to “continue to operate correctly across a wide range of operational conditions and to fail gracefully outside of that range” (Gribble, 2001). The property of robustness is a common goal for designers of high-end systems as engineering software or robotic devices. It is not the purpose of this paper to survey the design techniques to achieve robustness, however two findings in the literature dealing with robustness are interesting to highlight. Firstly, in (Gribble, 2001) author supports that “any system that attempt to gain robustness solely through precognition is prone to fragility”. The term “precognition” refers to a common design paradigm to achieve robustness that proposes to predict “the conditions in which a system will operate and then carefully architecting the system to operate well in those conditions” (Gribble, 2001). This approach is criticized by the author who puts in evidence that it is both virtually impossible to completely understand all the interactions in a complex system, and to predict all the perturbations that a system will encounter. The idea that robustness does not avoid fragility is also developed in (Carlson & Doyle, 2002). Indeed, in their paper, authors give several examples of systems that, according to them, are “robust yet fragile” as biological organism which are “highly robust to uncertainty in their environment and component parts yet can be catastrophically disabled by tiny perturbations to genes”. Secondly, in their paper, Carlson & Doyle also support that the “robustness drives internal complexity and is the most striking feature” of complex systems. Actually, authors illustrate through examples that there is a tradeoff between “robustness and internal simplicity”.

This paper does not aim to discuss this last finding about relationship between robustness and complexity, in contrast, the results introduced in the last section of this article illustrate rather well the duality between resilience and robustness. Indeed, resilience and robustness are two specific system behaviors according to perturbation. We assume here that the system resilience is about the system ability to return to self-organization whereas the system robustness is its ability to “maintain its specific functions despite external and internal perturbations” (Kitano, 2004). In others words, in the case of financial markets, a market is robust if market participants continue to trade as long as the prices collapse.

Financial markets are an interesting example of nonlinear dynamic system, notably because their self-organization can be observed in the price discovery and their dynamics are sufficiently known to be studied. In this paper we introduce an agent-based computational financial market and we propose an approach to study the system properties of resilience and robustness. The market is described both at a microscopic and a macroscopic level. Indeed, the agents’ behavior is described in a deterministic way and their interactions are modelled with a limit order book. In addition, the macro-dynamic of the market is exhibited with definitions of several macro and global variables, including a deterministic price discovery description. A limit order book (LOB) is the most microscopic view of the market. A detailed presentation of a LOB will be given in section 3, however in order to facilitate the reading of the literature review the main notions are recalled here. A LOB centralizes all the quotes for buying or selling a given number of shares at a specific price. In other words, this is where all the orders of the market participants are contained at any moment. Generally, an asymmetry between the demand and the offer, i.e. between the available quantities on the buy side and on the sell side, has an impact on the LOB dynamics which are studied in the literature with specific measures called the imbalance. The minimal value between two quotes prices is called the tick size. It is important to keep in mind that, mechanically, the higher is the tick size, the higher the standard deviation price can be. The difference between the best quote price on the buy side and the best quote price on the sell side is called the

spread and the cumulated quantity for the quotes with the same price is called the depth. Both the spread and the depth are indicators of the order book liquidity, which is the property which determines the order book ability to absorb perturbation. In other words, the higher is the liquidity of an order book, the more resilient is the order book. Usually, a large spread and/or a low depth drive a low level of liquidity.

The paper is organized as follows. In the next section a literature review is proposed. Then, an introduction to the mechanisms of a limit order book and the model description are given in the section 3. Finally the results are introduced and discussed in the section 4.

2) Literature review

The multi-agent systems (MAS) are a powerful tool to represent complex adaptive systems. Indeed, because of their many degrees of freedom it is difficult to mathematically model them, however by modelling the systems' components and their interactions, the MAS enable to explore their various degrees of complexity (Melnik et al., 2013; Tanabe & Masuda, 2013; Yu et al., 2013). Among the self-organized systems, the financial markets have largely been studied with the agent-based approach. Indeed, many artificial markets are documented in the literature, they can be distinguished into two categories, one with a pseudo-macro representation of the market (Caldarelli et al., 1997 ; Challet, et al., 2001; Raberto et al., 2001) and the other one with a representation at microscopic time scale for matching the mechanics of a limit order book as in (Chiarella & Iori, 2002 ; Bartolozzi, 2010 ; Chiarella et al., 2009 ; Yamamoto, 2011 ; Ponta et al., 2012).

In the literature dealing with the financial markets resilience, there are two main families. One refers to papers which focus on the interbank markets stability. This first category is actually more about the system stability, and more specifically studies the contagion of shocks in the banking system (Tucker, 2009; Anand et al., 2013). In these studies, the network theory is one of the most common approach; authors base their system stability analysis on the common exposures and interconnectedness between banks (Nier et al., 2007 ; Cont et al., 2009 ; Lorenz et al., 2009 ; Santos & Cont, 2010 ; Georg, 2013). These papers study how the network structures or changes in the network structure impact on the system stability. Generally, these studies compare the pros and cons between a highly interconnected network and a compartmentalized network. In the financial markets, this question involves a trade-off between local and systemic risk. Indeed, "if there is strong interconnection among all elements, a perturbation will encounter nothing to stop it from spreading" (May et al., 2008). However, "the wrong compartmentalization in financial markets could preclude stabilizing feedbacks, such as mechanisms for maintaining liquidity of cash flows through the financial system, where fragmentation leading to illiquidity could actually increase systemic risk" (May et al., 2008).

The second category of papers refers to studies of market resilience which deal with a micro representation of the market. In these models, this is the replenishment of the order book which is studied (Foucault et al., 2005 ; Large, 2007 ; Bookstaber et al., 2016). These studies are carried out by researchers in the market microstructure area and are primarily addressed to their counterparts or to financial markets actors.

In (Large, 2007) the author proposes to quantify the LOB replenishment in three aspects: magnitude, delay and trade direction. However, the given sense to magnitude in this study seems to be more about a frequency at which the replenishment is observed than the recovered depth at the best limits. We agree that the delay is an interesting measure but we regret that the author does not propose an imbalance measure rather than estimating the probability that the replenishment is at the "bid" or at the "ask". Indeed when an event (as a large trade) comes to take a large part of the liquidity of the order book, the spike in liquidity is usually observed in only one side. For example if a trader submits an aggressive sell orders with a large quantity, then this is the liquidity of the buying side which is

consumed. In this case we would like to study the replenishment of the buying side, but the probability measure that the author proposes is not an indication of the buying side liquidity recovery. However, the evolution of the imbalance should show first a disruption when the large trade occurs, and then if a replenishment takes place, a progressive imbalance reduction to finally return to a “quasi-equilibrium”.

In (Foucault et al., 2005) authors measure the market resilience as the probability that, after a liquidity shock, the spread reverts to its former level before the next transaction. They introduce a limit order book model where agents are either liquidity takers or liquidity providers. They conclude on two major findings: firstly the fact that a market with a high proportion of liquidity providers is more resilient and secondly that a reduction in the tick size reduces market resilience. The paper is one of the first of its kind. If the first point is now a well-known feature of the market, the finding about the tick size is quite counterintuitive and is opposite to the previous one. Indeed, structurally the shares with a small tick size are more liquid than shares with high tick size. Firstly because a small tick size attracts the high-frequency participants because as “speculators”, they exploit minimal price changes thanks to their very low latency infrastructure, and they quasi continuously maintain their presence in the best limits of the LOB in both buying and selling sides. Therefore, they tend to maintain a continuous presence in the LOB and doing so, provide liquidity to the other traders. Secondly, the authors finding about the impact of tick size is also counterintuitive with regard with the following explanation: the higher is the tick size, the higher is the standard deviation price (as introduced in the next section).

In (Bookstaber et al., 2016), authors introduce an agent-based model in which they study the heterogeneous decision cycles and their effect on liquidity and subsequently prices. They find evidence that “markets are especially time-sensitive during crises, and sometimes the only traders with sufficient capital to stabilize the market are the traders who have the longest decision cycles”. With regard to what it can be observed on the real market during a shock, we disagree with the second part of the authors’ findings. Indeed, in reality, the market participants with the longest decision cycles are most often the fund managers who tend to increase the price movement by selling during the price collapse. They are not the only kind of investors to sell during a crash; however two elements make them a market participant central in the price collapse. Firstly, most of the time, they are the ones with the largest quantity of assets to sell, making them responsible for an increase in the downward trend. Secondly, unlike proprietary trading firms they are forced to sell when the prices collapse: if they wait to see if the prices recover they might incur heavier losses and this could result in failure to fulfil their contractual obligations with regard to their clients.

Finally, we would like to refer to another study which cannot be included in one of the two previous categories described above because the market representation is proposed at another scale. In (Kauê Dal’Maso Peron et al., 2012), authors propose an entropy-related measurement to quantify what they call the robustness of the market. They analyze the topological of financial networks and they find that during the financial crisis the dynamic entropy decreases, meaning that (according to their model) the prices correlation between stocks increases. During market crashes, the increase in price correlations between assets is a well-known feature. Actually this aspect highlights the emergence of collective behavior usually called “Flight to quality” or “Flight to security”: during crisis, all the market participants tend to sell their risky assets and to invest in risk-free assets. The finding is an interesting replication of one of the most known stylized fact in the market response to financial crisis, the emergence of herding behaviors.

Overall, we regret that in the available literature, the subject of the limit order book resilience is not more broadly approached from the point of view of the complex adaptive systems. From this observation, we introduce in this paper a deterministic limit order book model and we propose to study the resilience and the robustness of the system. Firstly we propose to look at the market response when an exogenous perturbation is created in the system macro-dynamic by simulating a prices collapse. Secondly, we analyze the impact of the shock on the system capacity to be self-organized. Finally, we

propose to study the system behavior according to different kind of perturbations (in term of amplitude, or if the shock is single or repeated).

3) Model description

a. Limit order book mechanisms

A limit order book (LOB) is the most microscopic view of the market. This is where all the orders of the market participants are contained at any moment. The matching orders rules of the present model are the basic ones of any LOB and have already been described in (Lucas et al., 2017). We propose here to summarize below the main notions that are necessary for the understanding of our study.

In the case of this work, we are interested in limit order books where equity shares are traded. A LOB centralizes all the buying orders on one side (the buying side) and all the selling orders on another side (the selling side). The buying side is also called the « bid » and the selling side is known as the « ask ». There are two kinds of orders: limit orders and market orders. Limit orders are quotes for buying or selling a given number of shares at a specific price (or better) whereas market orders are requests to buy or to sell a certain quantity immediately at the best price available. Limit buy orders are usually submitted with a lower price than the limit sell orders, meaning that the “bid” tends to be lower than the “ask”. The term "limits" refers to the different available prices in the LOB. Figure 1 below shows an example of a LOB.

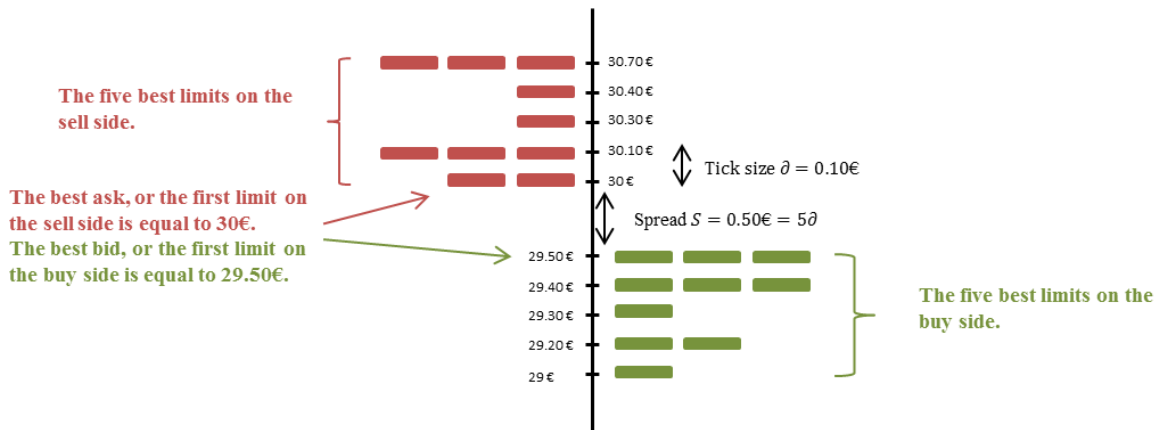


Figure 1 Example of LOB

In Figure 1, the rectangles represent the limit orders stored in the order book. The red ones are the limit sell orders and the green ones are the limit buy orders. In this example we display the five best limits, respectively on the buy side where the limit price $p_l \in [29, 29.50]$, and on the sell side where $p_l \in [30, 30.70]$. The best bid (first limit on the sell side) $\vartheta_b = 30\text{€}$ and the best ask (first limit on the buy side) $\vartheta_a = 29.50\text{€}$. We assume in our model that every order quantity is equal to one unit of asset. Besides, for the example we set the minimal value between two limits, the tick size δ is equal to 0.10€ . If p_l and p_{l+1} are the prices of two consecutive limits, then:

$$p_{l+1} \geq p_l + \delta \quad (1)$$

The bid-ask spread S represents the difference between the best bid ϑ_b and the best ask ϑ_a :

$$S = \vartheta_b - \vartheta_a \quad (2)$$

The spread can be notably expressed in a currency $S = 0.50\text{€}$ or in number of tick sizes $S = 5\delta$. The mean value between the best ask and the best bid is the mid-price:

$$p_{mid} = \frac{\vartheta_a + \vartheta_b}{2} \quad (3)$$

For a given limit, all the cumulated orders quantity is called the *depth* D_l . In our case all of the orders quantity is equal to one unit of asset, doing so in the Figure 1 the depth of the best ask is equal to two shares, and the depth of the best bid is equal to three shares. The difference between the available depth on the buy side and the available depth on the sell side is an interesting measure called the *imbalance* I_1 . The available depth on the buy side (conversely on the sell side) is the sum of all the cumulated limit buy orders quantity (conversely the cumulated limit sell orders quantity). Since in our model we assume that every order quantity is equal to one unit, then the imbalance is equal to the difference between the number of limit buy and the number of sell orders:

$$I_1(t) = \sum_{i=1}^5 N_{buy\ orders,i}(t) - \sum_{i=1}^5 N_{sell\ orders,i}(t) \quad (4)$$

with, $N_{buy\ orders,i}(t)$ and $N_{sell\ orders,i}(t)$ respectively the number of buy and sell orders of the i^{th} limit. In general the trading platforms do not display all the limits of an order book, but only the five or the ten first limits on both the buy and the sell side. Furthermore, most of the participants only take into account the activity of the first limits to make their decisions. Besides, the level of the order book transparency results in several works in the empirical literature which propose to analyze how the transparency impacts on the market dynamic (Duong et al., 2009; Kovaleva & Iori, 2014). We assume in our model that only the five best limits around the mid-price are displayed to the trading members.

When a limit order is submitted to the market, two cases can be distinguished. The two specific behaviors are defined in the following:

- the limit order is *non-aggressive*, meaning that it does not cross the spread and doing so the order is stored in the LOB when:
 - a limit buy order with limit price $p_{l,b}$, and $p_{l,b} \leq \vartheta_a$;
 - a limit sell order with limit price $p_{l,a}$, and $p_{l,a} \geq \vartheta_b$;
- the limit order is *aggressive*, meaning that it crosses the spread and doing so the order is executed when:
 - a limit buy order with limit price $p_{l,b}$, and $p_{l,b} \geq \vartheta_a$;
 - a limit sell order with limit price $p_{l,a}$, and $p_{l,a} \leq \vartheta_b$;

Both an aggressive limit order and a market order trigger a transaction. However a market order is executed at the best available price whatever the price whereas an aggressive limit order controls the execution price. Let's imagine that between the moment at which a trader submits his market buy order and the moment at which his order really enters in the market (depending on the participant localization and his technology, this delay can be few milliseconds or few seconds); the best available price suddenly soared. Finally, the trader pays much more than he expected. If the trader had submitted a limit buy order, then in any price movement scenarios, he will not buy at a price higher than the limit price of his order.

In our model we assume that agents only submit limit order, aggressive or not. Another way to distinguish between an aggressive order and a non-aggressive order is their impact on the liquidity of the LOB. The liquidity is a market property which defines the system ability to absorb perturbations: more liquid the market is, greater its ability to absorb variation in prices. The non-aggressive orders increase the liquidity (they are *liquidity providers*) whereas aggressive orders reduce the liquidity (they are *liquidity takers*). Indeed, the non-aggressive limit orders are stored in the LOB until an aggressive order matches them. Until their execution, the non-aggressive limit orders increase the depth of the limit at which they have been submitted. Figure 2 below shows how the depth is an indicator for the liquidity.

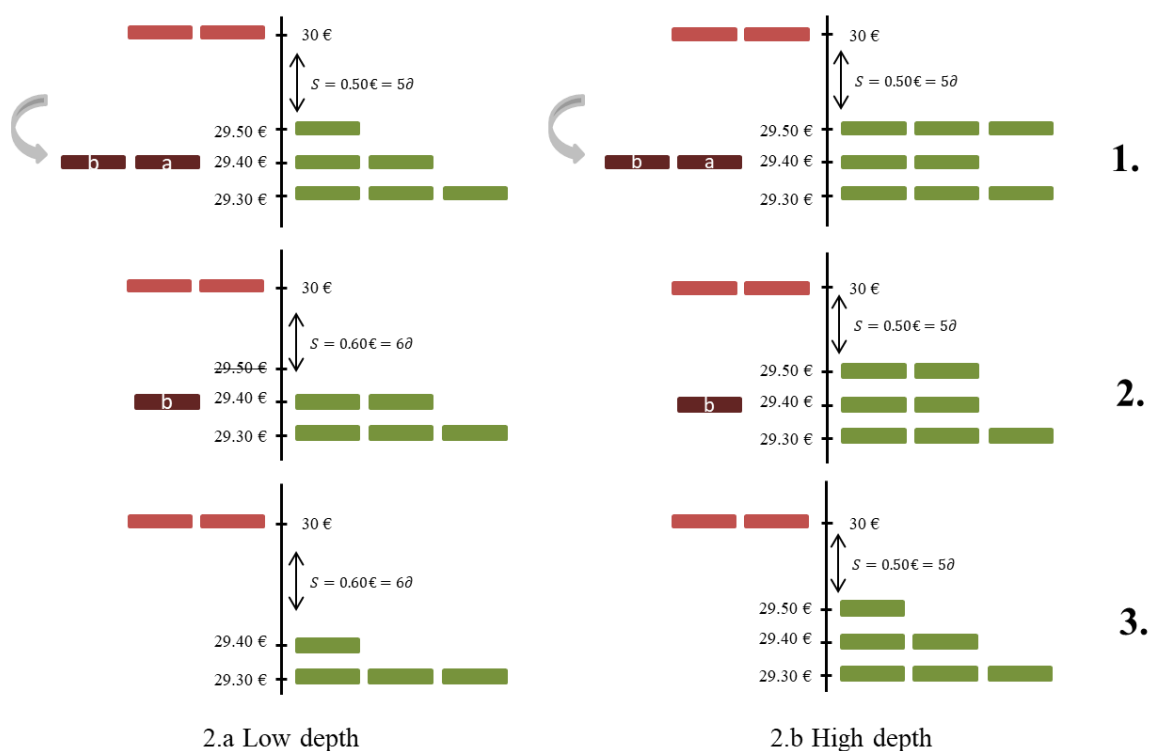


Figure 2 Depth and Liquidity

Figure 2 shows the different steps of an aggressive order execution in two different configurations: on the left side of the Figure 2 the depth at the best bid ($p_l = 29.50\text{€}$) is equal to only one share whereas on the right side of the Figure 2 the depth at the best bid is equal to three shares. Both in Figure 2.a and Figure 2.b, in step 1 two aggressive limit sell orders, called order *a* and order *b* are submitted at the second limit on the buy side ($p_l = 29.40\text{€}$). In step 2, according to the matching order rules, the first executed order is the first order entered in the market, in our example the order *a*. The order *a* is willing to sell at $p_l = 29.40\text{€}$, however since a better offer is available, the order *a* is executed at $p_l = 29.50\text{€}$. In Figure 2.a, the order *a* has consumed all the available liquidity at $p_l = 29.50\text{€}$ whereas in Figure 2.b, the order has only consumed one third of the best bid liquidity. Finally in step 3, on the left side of the Figure 2 the order *b* is executed at $p_l = 29.40\text{€}$, and on the right side of the Figure 2 the order is executed at $p_l = 29.50\text{€}$.

A way of expressing the difference of liquidity between Figure 2.a and Figure 2.b is by calculating the impact of the execution of orders *a* and *b* on both the spread and the mid-price. After these orders have been executed it can be noticed that in Figure 2.a, the new best bid is $p_l = 29.40\text{€}$, meaning that the new spread is equal to $S = 0.60\text{€}$, or $S = 6\delta$, and the new mid-price is equal to $\bar{p} = 29.7\text{€}$. In Figure 2.b these measures do not change with $S = 5\delta$ and $\bar{p} = 29.75\text{€}$. Therefore, in the case of the example with the greatest available depth at the best bid, the execution of orders *a* and *b* do not impact the LOB, whereas in the case of the example with the lowest available depth, the spread increases by 20% and the mid-price decreases by -0.17%. This illustrates why a greater depth (in the best limits) leads to a better liquidity.

Furthermore, from this example it can be highlighted that the higher is the tick size, the higher the standard deviation price can be. Indeed, in Figure 2, if the tick size were equal to $\delta = 0.15$ instead of $\delta = 0.10$, then it can be imagined that the second limit price on the buy side could have been $p_l = 29.35\text{€}$ instead of $p_l = 29.40\text{€}$. Therefore, in step 3, the mid-price could have been equal to $\bar{p} = 29.675\text{€}$, a fall of 0.25% from the mid-price in step 1. Finally, mechanically, the tick size value has an impact on the price discovery.

b. Financial agent-based modelling

The proposed model is a mono-asset stock market populated by heterogeneous chartist traders. The model is the same as described in (Lucas et al., 2017), we recall here the main parts of the model. The market is constituted of N agents who trade the asset A for $T = 1000$ trading sessions. Transactions are executed through a limit order book where the information about the type and the price of all agents' orders is stored. In our model the quantity is obsolete since it is assumed that each order quantity is equal to one unit of asset.

At market initialization t_0 , agents are defined with a trading strategy, a personality and an endowment of cash and shares. The total number of agents N is kept fixed over the simulation. It is assumed there is no dividend and the only way to generate cash for agents is to exploit asset price $p(t)$ changes, i.e. to sell at better price than they have bought. In our model a trading strategy is a set of fuzzy logic rules based on indicators and thresholds which allows agents to extract information from system macro-variables between trading sessions. In order to create heterogeneity in agents' behavior, three different strategies have been implemented (Lucas et al., 2017). Each agent i has a memory m_i which means that it remembers the last m_i trading sessions. In other words, if an agent i bases its strategy on the rolling mean price $\overline{p_{m_i}}$, then:

$$\overline{p_{m_i}}(t) = \frac{1}{m_i} \sum_{k=t-m_i}^t p(k) \quad (5)$$

For setting the memory of every agent, a global memory variable M is fixed at initialization t_0 and then values are uniformly distributed among the agents, so that the average agents' memory is equal to M :

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i, \text{ where } N \text{ is the number of agents} \quad (6)$$

In addition to the trading strategies, the agents respond to a set of behavioral rules which notably define how an agent sets the limit price of these orders according to its personality. It is important to note that an agent i removes its non-executed orders when their lifetime is at least equal to m_i periods. That is mean that if t_j is the period at which agent i has submitted its limit order o_i , then agent i removes o_i at t if $t - t_j \geq m_i$.

Finally, the interaction rules are the basic matching orders rules as described in the section 2.

At the end of the trading session t , the average price of all the trades is the critical information that agents remind for the future iteration. If $p(t)$ is the retained price for trading session t , $N_{trades}(t)$ the number of trades at t , and p_j the executed price of trade j , then:

$$p(t) = \frac{1}{N_{trades}(t)} \sum_{j=1}^{N_{trades}(t)} p_j \quad (7)$$

c. Definition of system condition

In order to evaluate the system condition over the simulations, we propose to define three state variables. Firstly, the number of trades by trading session $N_{trades}(t)$ provides an indication about the proper functioning of the system. Indeed, the macro-dynamic of the market can be observed through the price discovery and a price is set each time two agents find a consensus to trade one unit of asset. Therefore, the higher is the number of trades, the better is the system behavior.

Secondly, as introduced in previous section, the imbalance is an interesting measure to characterize the order book condition. Therefore, for the purpose of our analysis, we distinguish two measures of imbalance:

- The imbalance before orders matching $I_1(t)$, as introduced in equation (4), computes the difference between the number of orders of the five best limits on the buying side and on the selling side. $I_1(t)$ is computed just before the matching orders process takes place. This imbalance represent the difference between the depth of the two sides just after the agents have taken their decision;
- The imbalance post orders matching $I_2(t)$ provides an indication about the number of non-satisfied orders at the end of the trading session, no matter on which limit they are. This variable is calculated as being the absolute value of the difference between the total number of buying and selling orders which have not been filled at the end of the period. Unlike for $I_1(t)$, we do not conserve the information about on which side the order book is unbalanced and we take the absolute value of the difference:

$$I_2(t) = |N_{remaining\ buy\ orders}(t) - N_{remaining\ sell\ orders}(t)| \quad (8)$$

with $N_{remaining\ buy\ orders}(t)$ and $N_{remaining\ sell\ orders}(t)$ respectively the total number of remaining buy and sell orders at the end of trading session t .

In order to study the resilience of the market, we propose to simulate a shock at the 500th trading session. For this, independently of the market dynamic, we assume that:

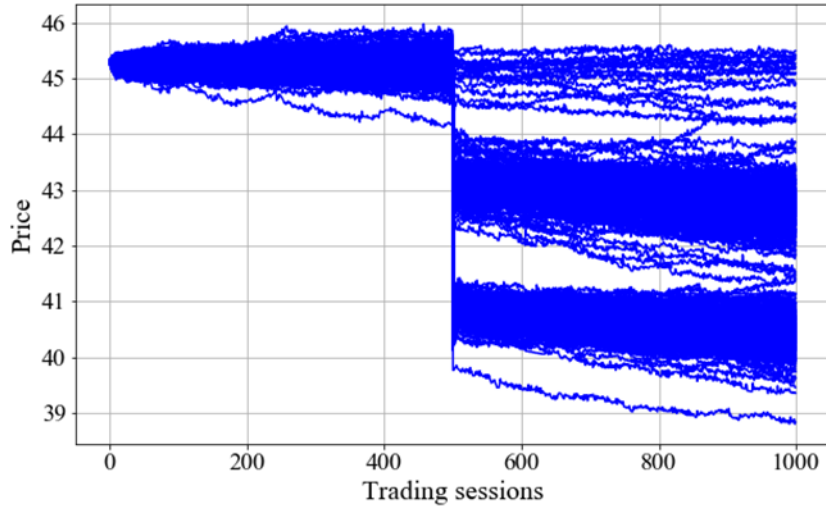
$$P(500) = 0.9P(499) \quad (9)$$

where $P(500)$ is the price of trading session $t = 500$ and $P(499)$ the price when $t = 499$.

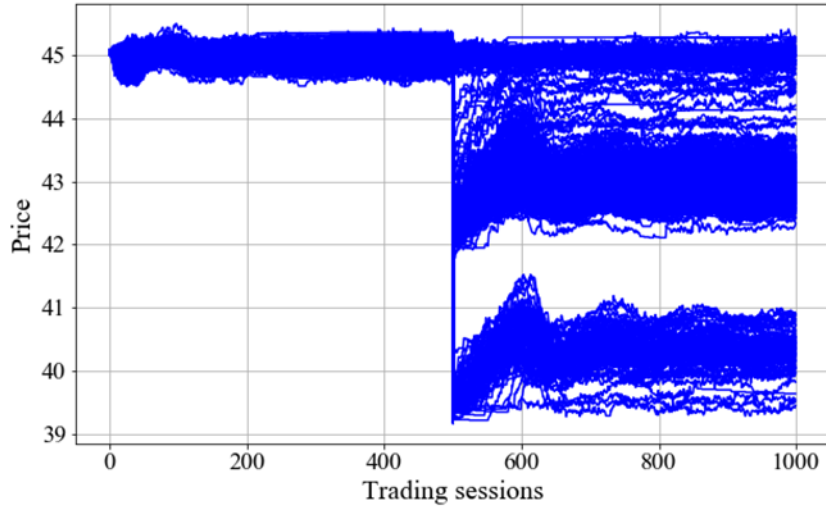
In this way we create an exogenous perturbation in the macro-dynamic of the market, and are able to observe the impact on the agents' behavior. Through different scenarios where the average memory of the agents varies from 5 to 80 trading sessions, we propose to analyze how the agents' memory impacts on the system response to an exogenous perturbation in its macro-dynamic. For the study, the operating plan of the computational multi-agent system consists of an analysis of 500 simulations of 1000 continuous trading sessions with the same initial conditions as introduced in (Lucas et Al., 2017). The results are introduced and discussed in the next section.

4) Results

As introduced at the beginning of the paper, we propose to study the resilience and the robustness of the system. We propose to simulate a fall of -10% in prices at trading session $t = 500$ and then to observe the market response. Firstly, we propose to look at the price response after the shock. Figure 3 below shows the price paths of the 500 simulations of the system when a shock of -10% occurs at period $t = 500$. In order to see if the average memory of the agents M has an impact on the price recovery, the same simulations have been repeated for different values of M , from 5 to 80 trading sessions. As a reminder, the agents' memories are distributed in order to ensure that the average agents' memory is equal to M (see equation (6)). The subfigures below display the results when $M = 10$ trading sessions (Figure 3.a) and when $M = 80$ trading sessions (Figure 3.b).



3.a Price paths when the agents average memory $M = 10$ trading sessions



3.b Price paths when the agents average memory $M = 80$ trading sessions

Figure 3 Price paths when shock of -10% occurs at $t = 500$. By comparing Figure 3.a with Figure 3.b, the price recovery observed when $M = 80$ trading sessions is better than when $M = 10$ trading sessions.

In Figure 3, we notice that the price recovery seems to be better when $M = 80$ than when $M = 10$. In order to quantify the price recovery we propose to count the number of price paths among the 500 simulations where after the shock, the prices recover at least at 95% of the price just before the prices go down. In other words, for any price paths of the 500 simulations, we look at if:

$$\exists t \in [501, 1000], P(t) \geq 0.95P(499) \quad (10)$$

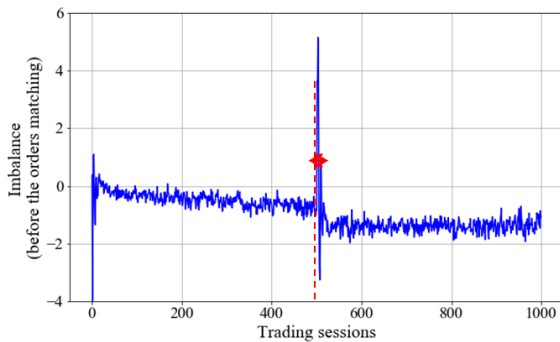
with $P(499)$ the last known price before the shock. The table below presents the results according to the value of M .

Table 1 Percent of price paths with recovery according to M

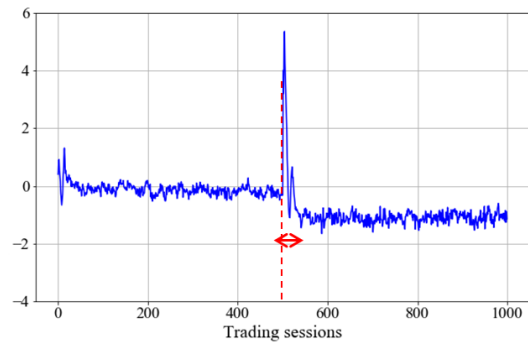
Value of M	% of price paths where equation (10) is satisfied
5	41%
10	51%
20	56%
40	62%
60	79%
80	93%

Overall, by looking at Table 1, it appears that when the agents have a long-term memory the price recovery is better than when agents have a short-term memory. Indeed, for example when $M = 60$ trading sessions, 79% of the 500 simulations satisfy the equation (10), whereas when $M = 10$ trading sessions only 51% of them meet the same criteria. One explication could be as follows: since in our model the agents' strategies have any economic foundation, agents see the price collapse as an opportunity to exploit the sudden change and, by speculating on a price recovery, they buy assets as long as they observe that the current prices are lower than those with they use to deal before the shock. In this way (by buying assets), the agents behavior leads to the price recovery. Therefore, since the agents with a long-term memory remember the price before the shock longer than agents with a short-term memory; they continue to buy after the shock longer than the others and this behavior results in a better recovery prices.

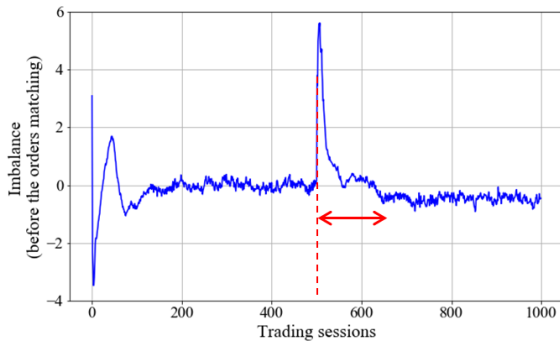
In order to highlight our explanation we propose to display the evolution of the order book imbalance $I_1(t)$ around the shock. Figure 4 below shows how the spike in prices impacts the order book imbalance $I_1(t)$.



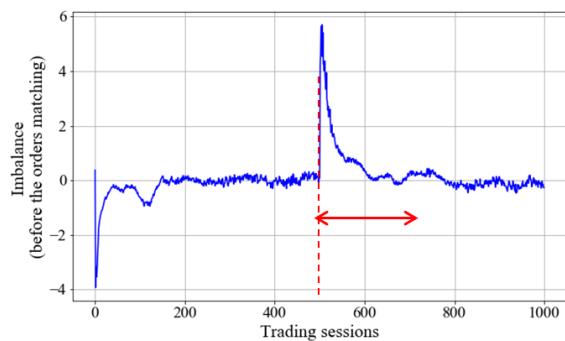
4.a Average imbalance by trading session when $M = 5$ trading sessions



4.b Average imbalance by trading session when $M = 10$ trading sessions



4.c Average imbalance by trading session when $M = 40$ trading sessions



4.d Average imbalance by trading session when $M = 80$ trading sessions

Figure 4 Evolution of the average imbalance before and after a sudden change of -10% according to different value of M . In every subfigure, a red dash-line designates when the shock occurs and a red double-arrow approximatively indicates the number of trading sessions it takes for observing the order book imbalance $I_1(t)$ returns to a “quasi-stability” after the shock.

We notice that higher the agents' average memory is, higher the number of trading sessions it takes for the imbalance $I_1(t)$ to be reduced.

In every subfigure of Figure 4, a red dash-line designated the 500th trading session, when the shock occurs, and a red double-arrow approximately indicates the number of trading sessions it takes for the imbalance $I_1(t)$ to be reduced. Indeed, as explained above, the price collapse leads agents to buy and this is reflected by a positive pick in the imbalance $I_1(t)$: just after the shock the LOB stores more limit buy orders than limit sell orders. In other words the shock leads to the emergence of collective herding behavior: there are more agents who want to buy than agents who want to sell. By comparing every subfigure, we notice that higher the agents' average memory is, larger the double-arrow size. This means that, after the shock the agents with a long-term memory continue to buy longer than the agents with a short-term memory. This illustration supports what we have highlighted in the description of the results of the Table 1 above.

The study above shows that when a shock occurs, agents with a long-term memory allow a better price recovery. However, this price recovery takes place at the expense of high imbalance $I_1(t)$ which persists over few dozens, or even several hundreds of trading sessions. In order to evaluate the impact of this "high imbalance regime", and notably if during this period the system is more fragile than usual, we propose to look at how the sudden change impacts on the system capacity to be self-organized.

As a reminder, in (Lucas et Al., 2017) it has been shown that a system capacity to be self-organized can be observed through two indicators: the degree of success and the degree of failure in the consensus process between agents. In the case of our application of a financial market, the number of trades represents the degree of success in the consensus process between agents by trading sessions $N_{trades}(t)$, and, the number of orders by trading sessions that have not been satisfied indicates the degree of failure. More precisely, the indicator of the degree of failure is represented by an imbalance post orders matching $I_2(t)$.

As previously, we compute the average value of both the number of trades $\overline{N_{trades}}(t)$ and the imbalance $\overline{I_2}(t)$ for every trading session $t \in [1, 2, \dots, 1000]$ on the 500 simulations:

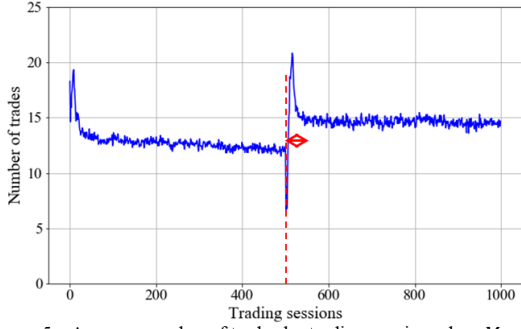
$$\overline{N_{trades}}(t) = \frac{1}{500} \sum_{i=1}^{500} N_{trades}^i(t) \quad (11)$$

where $N_{trades}^i(t)$ is the number of trades of the trading session t of the i^{th} simulation, and:

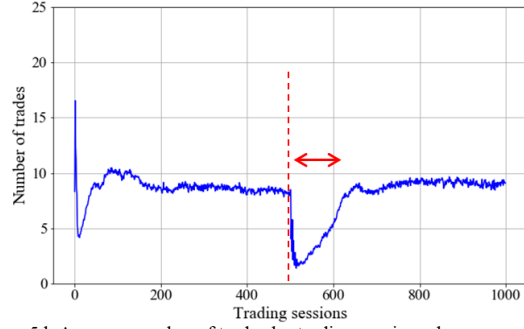
$$\overline{I_2}(t) = \frac{1}{500} \sum_{i=1}^{500} I_2^i(t) \quad (12)$$

where $I_2^i(t)$ is the imbalance of the trading session t of the i^{th} simulation.

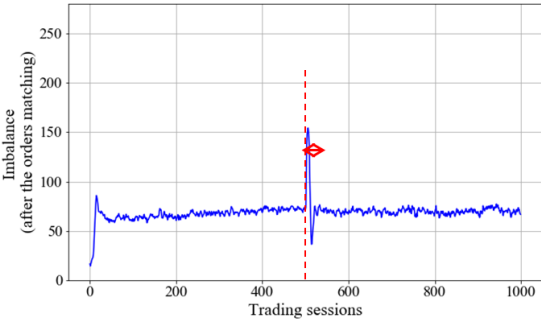
Figure 5 below shows the evolution of these two indicators around the shock according to different value of M .



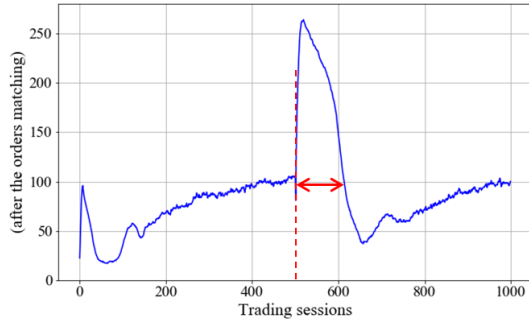
5.a Average number of trades by trading session when $M = 10$ trading sessions



5.b Average number of trades by trading session when $M = 80$ trading sessions



5.c Average number of imbalance post orders matching by trading session when $M = 10$ trading sessions



5.d Average number of imbalance post orders matching by trading session when $M = 80$ trading sessions

Figure 5 Evolution of the average number of trades and the average imbalance $I_2(t)$ before and after the shock. In every subfigure, a red dash-line designates when the shock occurs and a red double-arrow approximately indicates the number of trading sessions it takes for observing a return to a “quasi-stability” after the shock. We notice that higher the agents’ average memory is, higher the number of trading sessions it takes for both the average number of trades and the average imbalance $I_2(t)$ to return to “stability”.

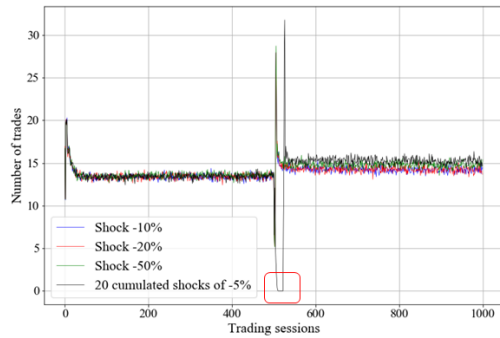
In Figure 5, it can be observed that when the sudden change occurs (designated by a red dash-line), the average number of trades declines sharply (Figures 5.a-b) and the average imbalance $I_2(t)$ considerably increases (Figures 5.c-d). In other words, the shock drives down the number of consensus between agents and drives up the number of agents who cannot be satisfied. As explained before, this is the result of a collective herding behavior emergence: most of the agents want to buy. This means that the shock temporarily disrupts the system capacity to be self-organized.

By comparing the subfigures where $M = 10$ trading sessions (Figures 5.a-c) with the subfigures where $M = 80$ trading session (Figures 5.b-d), it can be noticed that the disruption is very brief (only few trading sessions) when the agents have a short-term memory, whereas the perturbation persists much longer (about one hundred of trading sessions) when agents have a long-term memory. In other words, after a shock, a market with long-term memory agents takes longer than a market with short-term memory agents to return to its self-organization. If we assume that the return to self-organization is a proof of the system resilience (Perrings, 1998), then it seems that the system is more resilient when agents have a short-term memory than when they have a long-term memory.

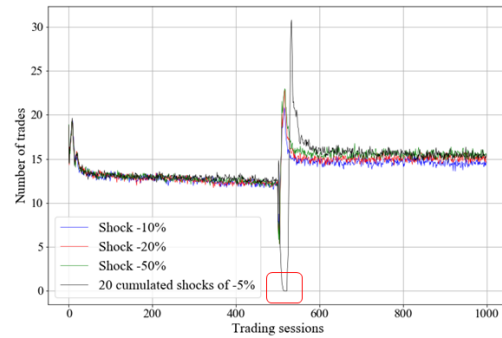
In order to study the system response to different shock amplitudes, the market behavior is analyzed for different value of sharp changes in prices at the 500th period (-20% or -50%), and when a perturbation of lighter intensity (-5%) is repeated over several consecutive periods. As in equation (9), three scenarios are distinguished:

$$\begin{cases} P(500) = 0.8P(499) \\ P(500) = 0.5P(499) \\ P(t) = 0.95P(t - 1) \forall t \in [500; 520] \end{cases} \quad (13)$$

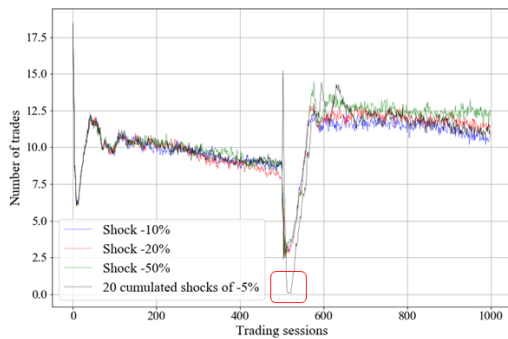
Figure 6 below shows the evolution of the average number of trades by trading session around the shock according to different value of M in the case of the three scenarios defined in equation (13).



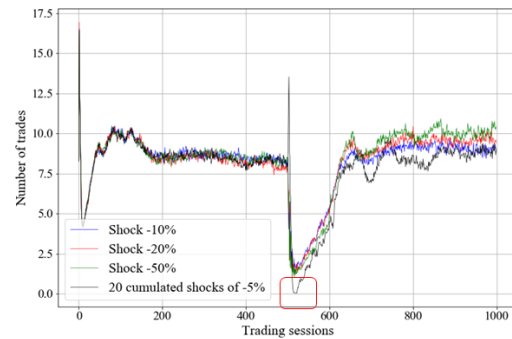
6.a Average number of trades by trading session when $M = 5$ trading sessions



6.b Average number of trades by trading session when $M = 10$ trading sessions



6.c Average number of trades by trading session when $M = 40$ trading sessions



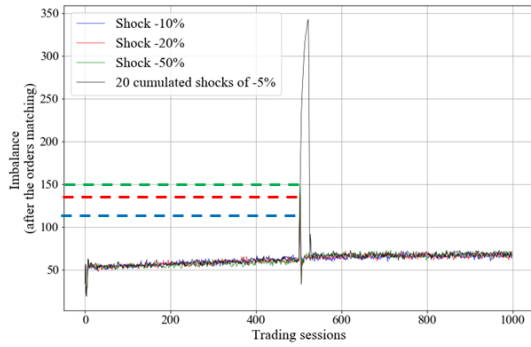
6.d Average number of trades by trading session when $M = 80$ trading sessions

Figure 6 Evolution of the average number of trades by trading session around the shock for different values of M . The blue curve represents the simulation when the amplitude of the shock is equal to -10% , the red one when the shock is equal to -20% , the green one when the sharp changes in prices is equal to -50% and the black one is the result of the scenario of repeated low perturbations of -5% on 20 periods. It can be noticed that no matter the scenario, the return to “stability” is quicker when the memory is short-term (Fig. 6.a & Fig. 6.b) than when the memory is longer (Fig. 6.c & Fig. 6.d). Except for the “repeated perturbations” scenario which drives a stronger impact than the others in the cases where the memory is short-term (Fig. 6.a & Fig. 6.b), overall, there are minimal differences in the system response according to the shock amplitude. In every scenario, the market systematically achieves a break over few trading sessions. This breaking point is indicated by the red squares when the average number of trades is equal to 0.

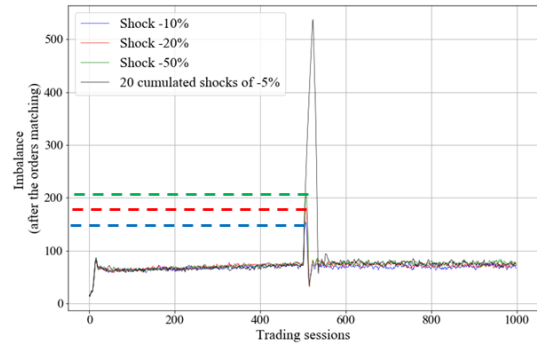
In Figure 6 it can be observed as previously in Figure 5 that the return to “stability” is quicker when the memory is short-term (Figures 6.a-b) than when the memory is longer (Figures 6.c-d). However, in almost every scenario, there are minimal differences in the market response even if the shock intensity increases. Indeed, the curves blue (shock -10%), red (shock -20%) and green shock -50%) remain mixed over the 1000 trading sessions, even during the sharp changes in prices. Only the “repeated perturbations” scenario (black line) seems to drive a stronger impact on the average number of trades when the memory is short-term (Figures 6.a-b).

An interesting result is also observed when repeated perturbations occurred. Indeed, for any value of M , quickly after the repeated perturbations of -5% starting, the market systematically achieves a breaking point, i.e. the average number of trades falls to 0. This breaking point is indicated in Figure 6 by red squares and takes only few periods before the system starts to return to “stability”. Therefore, it is not a strong shock that seems to weaken the market, but rather consecutive perturbations of low intensity. Since this break is observed quite at the same time, independent of the value of M , it is difficult to conclude on the market robustness between these scenarios. In addition, it seems that the agents’ memory does not affect the robustness property of the system.

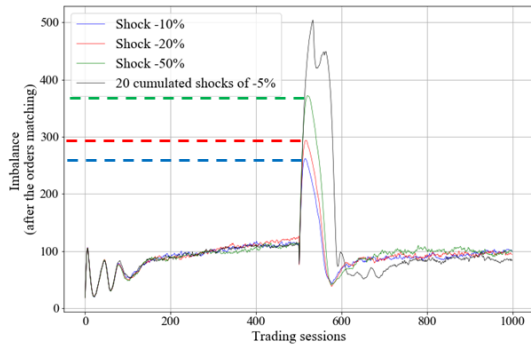
Figure 7 below shows the evolution of the average imbalance $I_2(t)$ by trading session around the shock according to different value of M in the case of the three scenarios defined in equation (13).



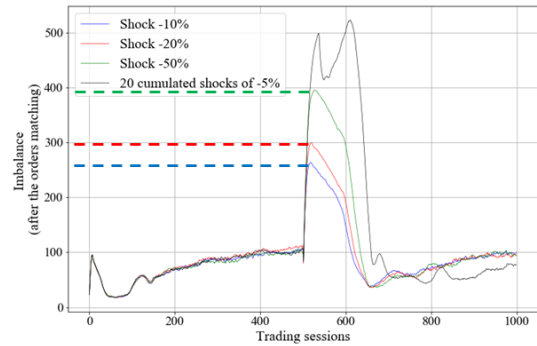
7.a Average number of imbalance post orders matching by trading session when $M = 5$ trading sessions



7.b Average number of imbalance post orders matching by trading session when $M = 10$ trading sessions



7.c Average number of imbalance post orders matching by trading session when $M = 40$ trading sessions



7.d Average number of imbalance post orders matching by trading session when $M = 80$ trading sessions

Figure 7 Evolution of the average imbalance $I_2(t)$ before and after the shock for different values of M . The blue curve represents the simulation when the amplitude of the shock is equal to -10% , the red one when the shock is equal to -20% , the green one when the sharp changes in prices is equal to -50% and the black one is the result of the scenario of repeated low perturbations of -5% on 20 periods. It can be noticed that no matter the scenario, the return to “stability” is quicker when the memory is short-term (Fig. 7.a & Fig. 7.b) than when the memory is longer (Fig 7.c & Fig. 7.d). Unlike the evolution of the average number of trades, it can be noticed that the market response is correlated to the shock amplitude. Indeed, if the evolution of the average imbalance $I_2(t)$ is compare with a bell, then it is observed that “the top of the bell” is taller when the shock intensity is higher. Besides, the bell is also slightly larger when the shock is stronger, meaning that the return to “stability” is harder.

In Figure 7, as previously in Figures 5 and 6 it can be observed that the return to “stability” is quicker when the memory is short-term (Figures 7.a-b) than when the memory is longer (Figures 7.c-d). Unlike in Figure 6, differences in market response according to shock amplitude are more visible. Indeed, the evolution of the average imbalance $I_1(t)$ before and after the shock can be compared with a bell. Therefore, in Figures 7.c-d, it can be observed that the higher is the shock intensity, the taller is the “top of the bell”. Besides, even if the phenomenon is discreet, the stronger is the shock, the “larger” is the bell, meaning that the return to “stability” is harder. The “rupture” of the system cannot be easily highlighted with the average imbalance $I_2(t)$ as with the average number of trades because there is no threshold value for the indicator that can precisely mark the breaking point. However, qualitatively, the spiraling average imbalance $I_2(t)$ after the shock exhibits the system rupture as well as the average number of trades falling at 0 in Figure 6.

In Figures 7.a-b when the memory is short-term, except for the “repeated perturbations” scenarios, it can be noticed that the market is more able to absorb the shocks than in Figures 7.c-d when the memory is longer. Indeed, not only the “return to stability” is quicker, but the impact of the shock (no matter the amplitude) on the average imbalance $I_2(t)$ is also significantly lower. Indeed, in the

scenario where the shock is the strongest (i.e -50%), the maximum average imbalance $I_2(t)$ (see the green dash line) is equal to 200 on the y-axis in Figures 7.a-b, when M is relatively short-term, whereas the maximum average imbalance $I_2(t)$ is equal to 400 on the y-axis in Figure 7.c-d when M is long-term.

As previously highlighted, this study shows that the market is more resilient when the memory is short-term than when the memory is long-term. In addition, this is not a strong isolated shock that weakens the system, but repeated and consecutive low perturbations.

Through numerical simulations by showing that we keep to observe transactions when a shock occurs, we highlight that our system is quite robust. In the same way, we show that that our system is able to return to its self-organization despite an exogenous disruption in its dynamic, meaning that the market is resilient. In addition, with the systematic observation of quicker return to self-organization when the agents' memory is short-term, we show that the system is more resilient than when agents' memory is longer. However, the agents' memory does not seem to have an impact on the market robustness. Finally, it has been shown that it is not a strong and isolated shock that weakens the system, but low and repeated perturbations that can lead the system to the rupture.

Unlike in reality, in our model the price collapse leads agents to buy whereas in the real markets the same event leads several market participants to sell. However, as already explained this difference results from the fact that in our model the agents have no economic foundation; they only speculate on price changes. This however does not negate our three major findings: firstly, by replicating a well-known emergence of collective behavior post shock, we show how a perturbation at macro level can affect micro-behaviors. Secondly, our results highlight that a collective herding behavior causes temporarily a disruption in the system capacity to be self-organized. Finally, the results put in evidence that the system can be able to absorb strong mono-shock but that it can be lead to rupture by low and repeated perturbations.

5) Conclusion

A limit order book model has been introduced in this paper. Through an agent-based approach, a study of the system resilience has been proposed and the results have highlighted that the model is able to replicate the emergence of collective herding behavior when a shock occurs. In addition, the simulations have put in evidence that the emergence of collective herding behavior lead to temporary disruption in the system capacity to be self-organized. However, we show that our system is able to maintain its self-organization despite a significant disruption in its macro-dynamic. Finally, it has also been shown that the system can absorb strong mono-shock but that it can be lead to the rupture by low and repeated perturbations.

6) References

1. Anand, K., Gai, P., Kapadia, S., Brennan, S., & Willison, M. (2013). A network model of financial system resilience. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 85, 219-235.
2. Bartolozzi, M. (2010). A multi agent model for the limit order book dynamics. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 78(2), 265-273.
3. Bookstaber, R., Foley, M. D., & Tivnan, B. F. (2016). Toward an understanding of market resilience: market liquidity and heterogeneity in the investor decision cycle. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 11(2), 205-227.
4. Caldarelli, G., Marsili, M., & Zhang, Y. C. (1997). A prototype model of stock exchange. *EPL (Europhysics Letters)*, 40(5), 479.
5. Carlson, J. M., & Doyle, J. (2002). Complexity and robustness. *Proceedings of the national academy of sciences*, 99(suppl 1), 2538-2545.

6. Challet, D., Marsili, M., & Zhang, Y. C. (2001). Stylized facts of financial markets and market crashes in minority games. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 294(3), 514-524
7. Chiarella, C., & Iori, G. (2002). A simulation analysis of the microstructure of double auction markets*. *Quantitative finance*, 2(5), 346-353.
8. Chiarella, C., Iori, G., & Perelló, J. (2009). The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33(3), 525-537.
9. Cont, R., Moussa, A., Minca, A., & Basto, E. (2009). Too interconnected to fail: contagion and systemic risk in financial networks. Lecture presented at the IMF, May.
10. Duong, H. N., Kalev, P. S., & Krishnamurti, C. (2009). Order aggressiveness of institutional and individual investors. *Pacific-Basin Finance Journal*, 17(5), 533-546.
11. Folke, C. (2006). Resilience: The emergence of a perspective for social–ecological systems analyses. *Global environmental change*, 16(3), 253-267.
12. Foucault, T., Kadan, O., & Kandel, E. (2005). Limit order book as a market for liquidity. *The review of financial studies*, 18(4), 1171-1217.
13. Georg, C. P. (2013). The effect of the interbank network structure on contagion and common shocks. *Journal of Banking & Finance*, 37(7), 2216-2228.
14. Gribble, S. D. (2001, May). Robustness in complex systems. In *Hot Topics in Operating Systems, 2001. Proceedings of the Eighth Workshop on* (pp. 21-26). IEEE.
15. Heylighen, F. (2001). The science of self-organization and adaptivity. *The encyclopedia of life support systems*, 5(3), 253-280.
16. Holling, C. S. (1961). Principles of insect predation. *Annual review of entomology*, 6(1), 163-182.
17. Holling, C. S. (1973). Resilience and stability of ecological systems. *Annual review of ecology and systematics*, 4(1), 1-23.
18. Kauê Dal'Maso Peron, T., da Fontoura Costa, L., & Rodrigues, F. A. (2012). The structure and resilience of financial market networks. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 22(1), 013117.
19. Kitano, H. (2004). Biological robustness. *Nature Reviews Genetics*, 5(11), 826-837.
20. Kovaleva, P., & Iori, G. (2014). Heterogeneous Beliefs and Quote Transparency in an Order-Driven Market. In *Nonlinear Economic Dynamics and Financial Modelling* (pp. 163-181). Springer International Publishing.
21. Large, J. (2007). Measuring the resiliency of an electronic limit order book. *Journal of Financial Markets*, 10(1), 1-25.
22. Lewontin, R.C., 1969. The meaning of stability. In: *Diversity and Stability of Ecological Systems*. Brookhaven Symposia in Biology no 22. Brookhaven, New York.
23. Lucas, I., Cotsaftis, M., & Bertelle, C. (2018). *International Journal of Bifurcation and Chaos*. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 27(14).
24. Lorenz, J., Battiston, S., & Schweitzer, F. (2009). Systemic risk in a unifying framework for cascading processes on networks. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 71(4), 441-460.
25. May, R. M. (1972). Will a large complex system be stable?. *Nature*, 238(5364), 413-414.
26. May, R. M., Levin, S. A., & Sugihara, G. (2008). Complex systems: Ecology for bankers. *Nature*, 451(7181), 893-895.
27. Melnik, S., Ward, J. A., Gleeson, J. P., & Porter, M. A. (2013). Multi-stage complex contagions. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 23(1), 013124.
28. Nier, E., Yang, J., Yorulmazer, T., & Alentorn, A. (2007). Network models and financial stability. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31(6), 2033-2060.
29. Perrings, C. (1998). Resilience in the dynamics of economy-environment systems. *Environmental and Resource Economics*, 11(3-4), 503-520.
30. Pimm, S. L. (1984). The complexity and stability of ecosystems. *Nature*, 307(5949), 321-326.
31. Ponta, L., Scalas, E., Raberto, M., & Cincotti, S. (2012). Statistical analysis and agent-based microstructure modeling of high-frequency financial trading. *IEEE Journal of selected topics in signal processing*, 6(4), 381-387.

32. Raberto, M., Cincotti, S., Focardi, S. M., & Marchesi, M. (2001). Agent-based simulation of a financial market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 299(1), 319-327.
33. Santos, E. B., & Cont, R. (2010). The Brazilian interbank network structure and systemic risk (No. 219).
34. Tanabe, S., & Masuda, N. (2013). Complex dynamics of a nonlinear voter model with contrarian agents. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 23(4), 043136.
35. Tucker, P. (2009). The debate on financial system resilience: macroprudential instruments. *Barclays annual lecture, London*, 22.
36. Yamamoto, R. (2011). Order aggressiveness, pre-trade transparency, and long memory in an order-driven market. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35(11), 1938-1963.
37. Yu, W., Chen, G., Cao, M., Lü, J., & Zhang, H. T. (2013). Swarming behaviors in multi-agent systems with nonlinear dynamics. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 23(4), 043118.

Chapitre 7 Conclusion

7. Conclusion

L'objectif premier de cette thèse était de promouvoir une approche système pour l'étude des marchés financiers. Afin de présenter les conclusions de cette thèse, il est proposé de reprendre les résultats des trois chapitres précédents qui ont été introduits dans le format tel qu'ils ont été publiés, puis nous proposerons quelques idées de perspective.

1. Bilan

Dans un premier temps, ce travail a commencé par une réflexion sur la représentation des marchés financiers qui sont caractérisés par un certain nombre d'éléments faisant d'eux des systèmes complexes à étudier : interactions multi-échelles, propriété d'auto-organisation, boucle de rétroaction entre la dynamique macro du marché et les comportements micro des participants, et enfin une infinité de comportements, qui plus est, ne pouvant pas être complètement rationalisés. Cette réflexion a ensuite été élargie pour finalement proposer une méthodologie de description générale pour représenter tout système dynamique non linéaire caractérisé par des interactions multi-échelles dans le cas où l'on souhaiterait étudier les différentes propriétés de ce système, et notamment les relations entre les interactions micro et macro (voir Chapitre 4).

Par ailleurs, il est important de revenir sur l'effort qui a été apporté dans la définition de ce formalisme pour privilégier la composante déterministe, d'abord dans la description des processus de prise de décision mais également dans celle des dynamiques des différentes variables d'état du système. En effet, ce choix est porté par la volonté de proposer une représentation permettant d'étudier les relations et les impacts des interactions entre les comportements micro et macro du système.

Dans le Chapitre 4 nous avons proposé d'utiliser le formalisme défini pour représenter un marché artificiel boursier, et, une première étude du système implémenté a permis de montrer qu'il était capable de répliquer des faits stylisés des séries financières tels que documentés dans la littérature concernée. Par la suite, nous avons également montré que le système était capable d'exhiber des exemples de comportement collectif en cas de simulation de crash boursier (Chapitre 6).

Une analyse des propriétés d'auto-organisation et de résilience du système a ensuite été réalisée et les résultats de cette étude sont rapportés et discutés dans les Chapitres 5 et 6 qui, pour rappel, ont été introduits dans ce document dans le format tel qu'ils ont été publiés. Dans le Chapitre 5, la capacité à être auto-organisé du système est étudiée au travers de la notion de convergence et de deux indicateurs définis dans le chapitre. Au travers de cette analyse il a été montré que non seulement l'auto-organisation était observée seulement si les comportements des agents étaient suffisamment hétérogènes, mais également que la convergence du système ne pouvait être observée que si les choix de modélisation assuraient une réaction de la part des agents pour tout changement d'état du système, quel que soit son amplitude.

Enfin, dans le Chapitre 6, au travers de la simulation de différents types de perturbation la réponse du système en cas de stress a pu être observée en faisant varier les valeurs de certains paramètres système. Pour cette étude, trois indicateurs ont été définis dans le chapitre pour qualifier l'état de résilience et

de robustesse du système. Si l'analyse n'a pas permis de conclure sur une relation entre les paramètres système étudiés et la robustesse du système, les résultats obtenus ont en revanche montrés que plus les entités du système détenaient une vision historique importante des états passés du système, plus le système était capable d'absorber le choc et de revenir à un état d'équilibre avec des niveaux de variables similaires à ceux observés avant la perturbation. Dans le cas où la mémoire des agents est restreinte le retour à l'équilibre est plus rapide mais les variables système ne retrouvent pas leur niveau d'avant. Toutefois, l'étude a également montré que retrouvés les niveaux similaires avant le choc avait un coût élevé pour le système. En effet, le régime dans lequel le système est observé entre la perturbation et son « retour à un état initial » montre une certaine fragilité. En réalité, le retour à l'équilibre s'accompagne de l'émergence d'un comportement collectif qui dégrade temporairement la capacité d'auto-organisation du système. Il a été observé que dans le cas où la vision historique des agents était importante, ce régime durait plus longtemps.

2. Perspectives

Malgré la rédaction du mémoire de thèse qui scelle d'une certaine manière un premier aboutissement, il est bien évidemment très difficile de ne pas continuer à voir toutes les améliorations et les axes d'approfondissement possible dans ses travaux de recherche. Tout d'abord dans le Chapitre 5 il a pu être remarqué que la solution implémentée n'était pas toujours capable d'assurer la formation d'un prix. En effet, en fin de simulation les comportements des agents ont tendance à devenir homogène (exclusivement vendeurs ou acheteurs). Deux axes possibles d'amélioration pourraient ici être étudiés pour maintenir l'hétérogénéité des comportements : insérer en cours de simulation de nouveaux agents, et, introduire un intérêt économique au moins chez une part des acteurs de sorte à générer des événements exogènes au système qui entraînerait une brusque pression à la vente ou à l'achat.

Vis-à-vis de l'application aux marchés financiers, il serait intéressant d'approfondir les résultats afin d'en proposer une interprétation qui viserait une publication dans un journal spécialisé.

Par ailleurs, afin d'étendre le domaine d'application de la réflexion menée dans le Chapitre 4 autour d'une méthode de représentation de système dynamique non linéaire l'exercice devrait être également réalisé pour les systèmes animés par des entités compétitives. En effet, pour rappel dans le cadre de cette thèse les interactions des agents ne se font pas directement en bilatéral mais sont centralisées au niveau du carnet d'ordres (approche stigmergique), étendre la réflexion au problématique de compétitivité entre agents permettrait donc de compléter ce travail.

Enfin, il serait intéressant de réaliser une application de la méthodologie proposée dans le Chapitre 4 à un système d'un autre domaine que celui des marchés financiers, comme par exemple à un réseau routier en modélisant le comportement des automobilistes, ou à un système dont la dynamique est basée sur des interactions bilatérales entre ses entités comme un marché interbancaire.

Chapitre 8 Références

8. Références

- Anand, K., Gai, P., Kapadia, S., Brennan, S., & Willison, M. (2013). A network model of financial system resilience. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 85, 219-235.
- Arthur, W. B., Holland, J. H., LeBaron, B., Palmer, R. G., & Tayler, P. (1996). Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market.
- Aubin, J. P., & Frankowska, H. (1991). Viability Kernel of Control Systems. In *Nonlinear synthesis* (pp. 12-33). Birkhäuser, Boston, MA.
- Baddeley, M. (2010). Herding, social influence and economic decision-making: socio-psychological and neuroscientific analyses., *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences* 365(1538), 281-290.
- Bartolozzi, M. (2010). A multi agent model for the limit order book dynamics. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 78(2), 265-273.
- Baur, D. (2000). Testing for contagion - mean and volatility contagion, *Multinational Financial Management* 13(4/5), 405-422.
- Bertella, M., Pires, F., Feng, L., Stanley, H. (2014). Confidence and the stock market: An agent-based approach, *PLoS one* 9, e83488.
- Bonabeau, E. (2002). Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems, *National Academy of Sciences* 99, 7280-7287.
- Bookstaber, R., Foley, M. D., & Tivnan, B. F. (2016). Toward an understanding of market resilience: market liquidity and heterogeneity in the investor decision cycle. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 11(2), 205-227.
- Caldarelli, G., Marsili, M., & Zhang, Y. C. (1997). A prototype model of stock exchange. *EPL (Europhysics Letters)*, 40(5), 479.
- Carlson, J. M., & Doyle, J. (2002). Complexity and robustness. *Proceedings of the national academy of sciences*, 99(suppl 1), 2538-2545.
- Challet, D., Marsili, M., & Zhang, Y. C. (2001). Stylized facts of financial markets and market crashes in minority games. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 294(3), 514-524
- Chan, N., LeBaron, B., Lo, A., Poggio, T. (1999). Agent-based models of financial markets: A comparison with experimental markets, *Unpublished Working Paper, MIT Artificial Markets Project, MIT, MA.*
- Chiarella, C., & Iori, G. (2002). A simulation analysis of the microstructure of double auction markets*. *Quantitative finance*, 2(5), 346-353.
- Chiarella, C., Iori, G., & Perelló, J. (2009). The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33(3), 525-537.

- Clearwater, S. H. (Ed.). (1996). *Market-based control: A paradigm for distributed resource allocation*. World Scientific.
- Cliff, D. (1997). *Minimal-intelligence agents for bargaining behaviors in market-based environments*. Hewlett-Packard Labs Technical Reports.
- Cont, R. (2007). Volatility clustering in financial markets: empirical facts and agent-based models, In *Long memory in economics*, 289-309.
- Cont, R., Moussa, A., Minca, A., & Basto, E. (2009). Too interconnected to fail: contagion and systemic risk in financial networks. Lecture presented at the IMF, May.
- Cristelli, M. (2013). *Complexity in financial markets: modeling psychological behavior in agent-based models and order book models*. Springer Science & Business Media.
- Cristelli, M., Alfi, V., Pietronero, L., & Zaccaria, A. (2010). Liquidity crisis, granularity of the order book and price fluctuations. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 73(1), 41-49.
- Dauphiné, A., & Provitolo, D. (2007). La résilience: un concept pour la gestion des risques. In *Annales de géographie* (No. 2, pp. 115-125). Armand Colin.
- Deffuant, G., & Gilbert, N. (Eds.). (2011). *Viability and resilience of complex systems: concepts, methods and case studies from ecology and society*. Springer Science & Business Media.
- Derveeuw, J., Beaufile, B., Brandouy, O., Mathieu, P. (2007). L'apport des sma la modélisation des marchés financiers, *Revue d'Intelligence Artificielle* 21 (5-6), 617-641.
- Derveeuw, J. (2008). *Simulation multi-agents de marchés financiers* (Doctoral dissertation, Université des Sciences et Technologie de Lille-Lille I).
- Dobson, I., Carreras, B. A., Lynch, V. E., & Newman, D. E. (2007). Complex systems analysis of series of blackouts: Cascading failure, critical points, and self-organization. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 17(2), 026103.
- Duong, H. N., Kalev, P. S., & Krishnamurti, C. (2009). Order aggressiveness of institutional and individual investors. *Pacific-Basin Finance Journal*, 17(5), 533-546.
- Easley, D., O'hara, M. (1987). Price, trade size, and information in securities markets, *Journal of Financial economics* 19, 69-90.
- Fanelli, D. (2011). Negative results are disappearing from most disciplines and countries. *Scientometrics*, 90(3), 891-904.
- Farmer, J. D., & Foley, D. (2009). The economy needs agent-based modelling. *Nature*, 460(7256), 685-686.
- Farmer, J. D., Patelli, P., & Zovko, I. I. (2005). The predictive power of zero intelligence in financial markets. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 102(6), 2254-2259. Folke, C. (2006). Resilience: The emergence of a perspective for social-ecological systems analyses. *Global environmental change*, 16(3), 253-267.
- Foucault, T., Kadan, O., & Kandel, E. (2005). Limit order book as a market for liquidity. *The review of financial studies*, 18(4), 1171-1217.

- Fülöp, J. (2005) Introduction to decision making methods, In BDEI-3 workshop, Washington.
- Georg, C. (2014). Contagious herding and endogenous network formation in financial networks, ECB Working Paper n1700.
- Georg, C. P. (2013). The effect of the interbank network structure on contagion and common shocks. *Journal of Banking & Finance*, 37(7), 2216-2228.
- Gilbert, G. (2008). *Agent-based models* (no 153), Sage.
- Gintis, H. (2000). *Game theory evolving: A problem-centered introduction to modeling strategic behavior*, Princeton university press.
- Gintis, H. (2009). *The bounds of reason: Game theory and the unification of the behavioral sciences.*, Princeton university press .
- Gjerstad, S., & Dickhaut, J. (1998). Price formation in double auctions. *Games and economic behavior*, 22(1), 1-29.
- Goykhman, M., & Teimouri, A. (2017). Machine learning in sentiment reconstruction of the simulated stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*.
- Gribble, S. D. (2001, May). Robustness in complex systems. In *Hot Topics in Operating Systems, 2001. Proceedings of the Eighth Workshop on* (pp. 21-26). IEEE.
- Grimm, V. , Revilla, E., Berger U., Jeltsch, F., Mooij, W., Railsback, S., Angelis, D. (2005). Pattern-oriented modeling of agent-based complex systems lessons from ecology, *Science* 310(5750), 987-991.
- Grimm, V., & Railsback, S. F. (2005). *Individual-based modeling and ecology* (Vol. 2005). Princeton: Princeton university press.
- Grimm, V., Berger, U., Bastiansen, F., Eliassen, S., Ginot, V., Giske, J., Huth, A. (2006). A standard protocol for describing individual-based and agent-based models, *Ecological Modelling* 198(1) , 115-126.
- Grimm, V., Railsback, S. (2013). *Individual-based modeling and ecology*, Princeton Univ. Press.
- Grossman, S. J., & Stiglitz, J. E. (1980). On the impossibility of informationally efficient markets. *The American economic review*, 70(3), 393-408.
- Helbing, D., Balmelli, S., Kohler, T., Frej, W., Ramalingam, B., Dinh, H., Mertens, S. (2011). How to do agen-based simulations in the future: from modeling social mechanisms to emergent phenomena and interactive systems design, in *Technical Report 11-06-024* (Santa Fe, NM: Santa Fe Institute).
- Heylighen, F. (2001). The science of self-organization and adaptivity. *The encyclopedia of life support systems*, 5(3), 253-280.
- Hirshleifer D., Teoh, S. (2009). Thought and behavior contagion in capital markets, *Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution* , 1-56.
- Hirshleifer, D. (2001). Investor psychology and asset pricing, *J. Finance* 64, 1533-1597.
- Holling, C. S. (1961). Principles of insect predation. *Annual review of entomology*, 6(1), 163-182.

- Holling, C. S. (1973). Resilience and stability of ecological systems. *Annual review of ecology and systematics*, 4(1), 1-23.
- Hong, H., Kubik, J., Stein, J. (2004). Social interactions and stock market participation, *J. Finance* 59, 137-163.
- Hoopes D, Madsen T, Walker G. 2003. Why is there a resource-based view: getting closer to a theory of competitive heterogeneity. *Strategic Management Journal*, this issue.
- Jennings, N. (2000). On agent-based software engineering, *Artificial Intelligence* 117(2), 277-296.
- Jennings, N., Campos, J. (1997) . Towards a social level characterization of socially responsible agents, *IEE Proceedings-Software Engineering* 144(1), 11-25.
- Kauê Dal'Maso Peron, T., da Fontoura Costa, L., & Rodrigues, F. A. (2012). The structure and resilience of financial market networks. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 22(1), 013117.
- Kim, G. R., & Markowitz, H. M. (1989). Investment rules, margin, and market volatility. *The Journal of Portfolio Management*, 16(1), 45-52.
- Kitano, H. (2004). Biological robustness. *Nature Reviews Genetics*, 5(11), 826-837.
- Kovaleva, P., & Iori, G. (2014). Heterogeneous Beliefs and Quote Transparency in an Order-Driven Market. In *Nonlinear Economic Dynamics and Financial Modelling* (pp. 163-181). Springer International Publishing.
- Large, J. (2007). Measuring the resiliency of an electronic limit order book. *Journal of Financial Markets*, 10(1), 1-25.
- Leal, S. J., & Napoletano, M. (2017). Market stability vs. market resilience: Regulatory policies experiments in an agent-based model with low-and high-frequency trading. *Journal of Economic Behavior & Organization*.
- LeBaron, B. (2001). A builder's guide to agent-based financial markets. *Quantitative Finance*, 1(2), 254-261.
- LeBaron, B. (2006). Agent-based computational finance. *Handbook of computational economics*, 2, 1187-1233.
- Lettau, M. (1997). Explaining the facts with adaptive agents: The case of mutual fund flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21(7), 1117-1147.
- Lewontin, R.C., 1969. The meaning of stability. In: *Diversity and Stability of Ecological Systems*. Brookhaven Symposia in Biology no 22. Brookhaven, New York.
- Lichtenstein, B. B., & Plowman, D. A. (2009). The leadership of emergence: A complex systems leadership theory of emergence at successive organizational levels. *The Leadership Quarterly*, 20(4), 617-630.
- Lorenz, J., Battiston, S., & Schweitzer, F. (2009). Systemic risk in a unifying framework for cascading processes on networks. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 71(4), 441-460.

- Lucas, I., Cotsaftis, M., & Bertelle, C. (2018). Elements of decisional dynamics: An agent-based approach applied to artificial financial market. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 28(2), 023114
- Lucas, I., Cotsaftis, M., & Bertelle, C. (2017). Heterogeneity and Self-Organization of Complex Systems Through an Application to Financial Market with Multiagent Systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 27(14), 1750219
- Lucas, I., Cotsaftis, M., & Bertelle, C. (2018). Self-organization, resilience and robustness of complex systems through an application to financial market with agent-based approach. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 28(3)
- Lux, T., & Marchesi, M. (1999). Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market. *Nature*, 397(6719), 498.
- Macal, C., North, M. (2005). Tutorial on agent-based modeling and simulation, In *Proceedings of the 37th conference on Winter simulation* , 2-15.
- Macal, C., North, M. (2010). Tutorial on agent-based modelling and simulation, *Journal of Simulation* 5(3), 151-162.
- Macy, M., Willer, R. (2002). From factors to actors: Computational sociology and agent-based modeling, *Annual Review of Sociology* , 143-166.
- Martin, S. (2004). The cost of restoration as a way of defining resilience: a viability approach applied to a model of lake eutrophication. *Ecology and Society*, 9(2).
- Mathieu, P., & Brandouy, O. (2010). A generic architecture for realistic simulations of complex financial dynamics. In *Advances in Practical Applications of Agents and Multiagent Systems* (pp. 185-197). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Mathieu, P., & Brandouy, O. (2011). Efficient monitoring of financial orders with agent-based technologies. In *Advances on Practical Applications of Agents and Multiagent Systems* (pp. 277-286). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Matosin, N., Frank, E., Engel, M., Lum, J. S., & Newell, K. A. (2014). Negativity towards negative results: a discussion of the disconnect between scientific worth and scientific culture.
- May, R. M. (1972). Will a large complex system be stable?. *Nature*, 238(5364), 413-414.
- May, R. M., Levin, S. A., & Sugihara, G. (2008). Complex systems: Ecology for bankers. *Nature*, 451(7181), 893-895.
- Melnik, S., Ward, J. A., Gleeson, J. P., & Porter, M. A. (2013). Multi-stage complex contagions. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 23(1), 013124.
- Miller, J. H., & Page, S. E. (2009). *Complex adaptive systems: An introduction to computational models of social life*. Princeton university press.
- Naimzada, A., & Pireddu, M. (2015). A financial market model with endogenous fundamental values through imitative behavior. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 25(7), 073110.
- Newell, A. (1982). The knowledge level, *Artificial Intelligence* 18, 87-127.

- Nier, E., Yang, J., Yorulmazer, T., & Alentorn, A. (2007). Network models and financial stability. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31(6), 2033-2060.
- O'hara, M. (1995). *Market microstructure theory*, Basil Blackwell, Cambridge, Mass. 108.
- Ottaviani, M., Sorenson, P. (2000). Herd behavior and investment: Comment, *American Economic Review* 90, 695-704.
- Pan, X., Han, C., Dauber, K., Law, K. (2007) A multi-agent based framework for the simulation of human and social behaviors during emergency evacuations, *Ai Society* 22(2), 113-132.
- Peng, L., Xiong, W. (2006). Investor attention, overconfidence and category learning, *J. Financial Economics* 80, 563-602.
- Perrings, C. (1998). Resilience in the dynamics of economy-environment systems. *Environmental and Resource Economics*, 11(3-4), 503-520.
- Peteraf, M. A., & Bergen, M. E. (2003). Scanning dynamic competitive landscapes: a market-based and resource-based framework. *Strategic management journal*, 24(10), 1027-1041.
- Pimm, S. L. (1984). The complexity and stability of ecosystems. *Nature*, 307(5949), 321-326.
- Ponta, L., Pastore, S., & Cincotti, S. (2011). Information-based multi-assets artificial stock market with heterogeneous agents. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 12(2), 1235-1242.
- Ponta, L., Scalas, E., Raberto, M., & Cincotti, S. (2012). Statistical analysis and agent-based microstructure modeling of high-frequency financial trading. *IEEE Journal of selected topics in signal processing*, 6(4), 381-387.
- Raberto, M., Cincotti, S., Focardi, S., Marchesi, M. (2001). Agent-based simulation of a financial market, *physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 299(1), 319-327.
- Routledge, B. R. (1999). Adaptive learning in financial markets. *The Review of Financial Studies*, 12(5), 1165-1202.
- Santos, E. B., & Cont, R. (2010). The Brazilian interbank network structure and systemic risk (No. 219). Schelling, T. (2006). *Micromotives and macrobehavior*, WW Norton Company.
- Sornette, D. (2009). *Why stock markets crash: critical events in complex financial systems*, Princeton University Press.
- Svarc, P., Svarcova, N. (2008). Technology adoption and herding behavior in complex social networks, IES Working Paper 7/2008, Charles Univ., Praha, Csechkoslovakia.
- Tanabe, S., & Masuda, N. (2013). Complex dynamics of a nonlinear voter model with contrarian agents. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 23(4), 043136.
- Tesfatsion, L., Judd, K. (2006). Agent-based computational economics, *Handbook of Computational Economics* 2.
- Tucker, P. (2009). The debate on financial system resilience: macroprudential instruments. *Barclays annual lecture*, London, 22.
- Van den Berg, J., Kaymak, U., & Van den Bergh, W. M. (2004). Financial markets analysis by using a probabilistic fuzzy modelling approach. *International Journal of Approximate Reasoning*, 35(3), 291-

- Vicsek, T. (2002). Complexity: The bigger picture, *Nature* 418(6894),131.
- Veryzhenko, I., Mathieu, P., & Brandouy, O. (2011). Key Points for Realistic Agent-based Financial Market Simulations. In *ICAART* (2) (pp. 74-83).
- Vytelingum, P., Cliff, D., & Jennings, N. R. (2008). Strategic bidding in continuous double auctions. *Artificial Intelligence*, 172(14), 1700-1729.
- Weintraub, P. G. (2016). The importance of publishing negative results. *Journal of Insect Science*, 16(1).
- Wooldridge, M. (1997). Agent-based software engineering, *IEE Proc. Software Engineering* 144(1) (1997) 26-37.
- Wooldridge, M. (2009). *An introduction to multi-agent systems*. John Wiley & Sons.
- Yamamoto, R. (2011). Order aggressiveness, pre-trade transparency, and long memory in an order-driven market. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35(11), 1938-1963.
- Yu, W., Chen, G., Cao, M., Lü, J., & Zhang, H. T. (2013). Swarming behaviors in multi-agent systems with nonlinear dynamics. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 23(4), 043118.