



HAL
open science

Champ de vitesses de l'ITRF Propriétés cinématiques de la croûte terrestre et Condition de non rotation globale

Juliette Legrand

► To cite this version:

Juliette Legrand. Champ de vitesses de l'ITRF Propriétés cinématiques de la croûte terrestre et Condition de non rotation globale. Astrophysique [astro-ph]. Observatoire de Paris, 2007. Français. NNT: . tel-02071422

HAL Id: tel-02071422

<https://hal.science/tel-02071422>

Submitted on 18 Mar 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale Astronomie et Astrophysique d'Ile de France
Observatoire de Paris

Champ de vitesses de l'ITRF, Propriétés cinématiques de la croûte terrestre et Condition de non rotation globale

THÈSE

Soutenue à l'Observatoire de Paris le 14 mars 2007

pour l'obtention du

Doctorat Astronomie et Astrophysique
mention Géodésie Spatiale

par

Juliette LEGRAND

Rapporteurs :

Eric CALAIS
Cornelis Wilhelmus KREEMER

Rapporteur
Rapporteur

Jury :

Nicole CAPITAINE
Jean CHERY
Michel DIAMENT
Cornelis Wilhelmus KREEMER
Christophe VIGNY
Zuheir ALTAMIMI

Présidente du jury
Examineur
Examineur
Rapporteur
Examineur
Directeur de thèse



Remerciements

Après trois années riches d'enseignements, ce mémoire m'offre l'occasion de remercier les personnes qui ont contribué de près ou de loin à ce travail.

En premier lieu, je tiens à remercier chaleureusement Zuheir Altamimi d'avoir encadré cette thèse et d'avoir toujours su se rendre disponible malgré un emploi du temps très serré. Un grand merci pour son professionnalisme, sa confiance, ses encouragements constants et sa patience à mon égard.

Toute ma reconnaissance va à Olivier Jamet, ce travail n'aurait pu aboutir sans ses idées et son aide précieuses.

Je tiens spécialement à remercier ceux qui ont accepté de juger ce travail : Eric Calais et Corné Kreemer qui ont bien voulu être les rapporteurs de cette thèse, Nicole Capitaine, présidente du jury et Jean Chéry, Michel Diament, Christophe Vigny, examinateurs dans ce jury.

Je tiens également à remercier toutes les personnes avec qui j'ai eu des discussions dans le cadre de cette thèse, je pense notamment à Martine Feissel-Vernier, Jean-Mathieu Nocquet et Patrick Sillard.

Merci à Ana Gomez, responsable de la formation doctorale "Dynamique des Systèmes Gravitationnels" et à Michel Kasser, "Directeur Exécutif du GRGS", pour la confiance qu'ils m'ont manifestée et leur soutien.

Merci à Danielle Michoud pour sa patience, sa gentillesse et sa disponibilité. Les démarches administratives en deviendraient presque sympathiques.

Merci à l'équipe de l'ESGT pour m'avoir permis de me confronter à l'enseignement de la géodésie mais surtout pour leur gentillesse et leur soutien.

Merci à toutes les personnes du LAREG que j'ai côtoyées au cours de ces 3 ans, avec un merci plus particulier à David et Karine pour leurs lectures attentives des différentes

versions de ce document, à Xavier pour toutes les discussions et idées échangées lorsqu'on partageait le même bureau, à Bertrand pour avoir parlementé avec mon ordinateur lors d'une ultime rébellion tout à fait inopportune, à Christiane pour son soutien administratif et sa gentillesse. Et encore un grand merci à tous pour m'avoir supportée, pour m'avoir encouragée et pour les moments partagés lors des traditionnelles pauses thé et caramels.

Je tiens également à remercier l'ensemble des personnes que j'ai côtoyées à l'IGN et à l'ENSG depuis mon premier stage en 2001 avec une pensée toute particulière pour Thierry Duquesnoy et Alain Harmel qui m'ont donné envie d'aller plus loin.

Je remercie tous mes proches et amis pour leur présence et leur soutien sans faille avec une mention spéciale pour le "comité de soutien" : Emilie, Fred, JB et Mathilde.

Et pour finir, un immense merci à William et à ma maman pour la chasse aux fautes d'orthographe, mais surtout pour tout le reste...

Table des matières

Introduction	1
---------------------	----------

Partie I Systèmes de référence terrestres

Chapitre 1 Les systèmes de référence terrestres	5
1.1 Quelques définitions et rappels	5
1.1.1 Système de Référence Terrestre Idéal	5
1.1.2 Transformation générale entre deux Systèmes de Référence Terrestres	6
1.1.3 Repère de Référence Terrestre	6
1.1.4 Transformation standard entre deux Repères de Référence Terrestres	6
1.2 Réalisation d'un système de référence en géodésie spatiale	7
1.2.1 Réalisation à partir des observations d'une ou plusieurs techniques	8
1.2.2 Les contraintes minimales	9
1.2.3 Réalisation par combinaison	10
1.3 Le Système International de Référence Terrestre	11
1.3.1 Système International de Référence Terrestre (ITRS)	12
1.3.2 Repère International de Référence Terrestre (ITRF)	12

Chapitre 2 Cumul de séries temporelles de positions de stations	15
2.1 Les données du réseau permanent EUREF	15
2.2 Le logiciel d'analyse et de combinaison CATREF	17
2.3 Des solutions hebdomadaires au repère cumulé	18
2.3.1 Premier cumul	18
2.3.2 Analyse de la solution cumulée brute	18
2.3.3 Traitement des discontinuités et des données aberrantes dans les séries de positions de stations	18
2.3.4 Cumul final	20
2.4 Le projet European Velocity Field (DEVF)	21

Partie II Tectonique des plaques

Chapitre 3 Introduction sur la tectonique des plaques	25
3.1 Historique	25
3.2 La théorie de la tectonique des plaques	26
3.3 Modélisation du déplacement des plaques à la surface de la Terre	28
Chapitre 4 Modèle de plaques absolu	31
4.1 Les points chauds	31
4.2 Système d'axes de Tisserand - condition de non rotation globale	32
4.3 Application de la condition NNR dans le cas de plaques rigides	33
Chapitre 5 Les modèles de plaques	37
5.1 NUVEL-1 et ses modèles dérivés	38
5.1.1 NUVEL-1 et NUVEL-1A	38
5.1.2 NNR-NUVEL1A	38
5.1.3 Les modèles basés sur NUVEL1 et les points chauds	38
5.2 REVEL	39

5.3	Global Strain Rate Model (GSRM)	40
5.4	Actual Plate Kinematic Model (APKIM)	43
5.5	Le modèle à six plaques estimé à partir du champ de vitesses de l'ITRF2000	43
5.6	PB2002	45

Chapitre 6 Calcul d'un modèle de plaques à partir d'un champ de vitesses **47**

6.1	Estimation de pôles de rotation : le principe	47
6.1.1	Introduction	47
6.1.2	Estimation des pôles de rotation	47
6.1.2.1	Passage des vitesses exprimées dans le repère global (V_{Xi}, V_{Yi}, V_{Zi}) aux vitesses exprimées dans le repère local (V_{ei}, V_{ni}, V_{hi})	48
6.1.2.2	L'équation d'observation	49
6.1.2.3	Résolution du système par moindres carrés	51
6.1.2.4	Expression des vecteurs rotation sous la forme des co- ordonnées géographiques du pôle de rotation et de la vitesse angulaire de la plaque - transformation de la matrice de variance-covariance	51
6.2	Le modèle de plaques de l'ITRF2005	53
6.2.1	Sélection des stations	53
6.2.2	Choix d'une stratégie d'estimation	55
6.2.3	Estimation du modèle de plaques dans l'ITRF2005	60
6.2.4	Estimation du modèle de plaques dans l'ITRF2000	62
6.2.4.1	Paramètres de transformation entre l'ITRF2000 et l'ITRF2005	62
6.2.4.2	Le modèle estimé dans l'ITRF2000	62
6.2.5	Comparaison avec le modèle GSRM-NNR-2	67

Partie III Interpolation d'un champ de vitesses horizontales

Chapitre 7 Introduction sur l'interpolation spatiale	73
7.1 Quelques méthodes d'interpolation	74
7.1.1 Les méthodes déterministes	74
7.1.2 Les méthodes stochastiques	74
7.2 Un exemple d'interpolation sur la sphère	75
7.3 Théorie de la collocation par moindres carrés	77
7.3.1 Le problème	77
7.3.2 L'estimateur linéaire de variance minimale	78
7.3.2.1 Propagation de la variance	80
7.3.2.2 Les matrices de variance-covariance	81
Chapitre 8 Application de la collocation par moindres carrés à l'interpolation d'un champ de vitesses	83
8.1 Interpolation directe d'un champ de vitesses horizontales	84
8.1.1 L'estimateur linéaire de variance minimale	85
8.1.2 Les matrices de variance-covariance	85
8.1.2.1 Matrice de variance-covariance des erreurs	85
8.1.2.2 Matrice de variance-covariance du bruit	85
8.1.2.3 Le modèle de covariance	85
8.1.3 Remarques sur cette approche	86
8.2 Relation entre la vitesse horizontale dans un repère local et la vitesse angulaire	86
8.2.1 Notations	86
8.2.2 Changement de repère	87
8.2.3 Vitesse sur une plaque rigide	87
8.3 Interpolation du champ de vitesses via les vitesses angulaires	88
8.3.1 L'estimateur linéaire de variance minimale	89
8.3.2 Les matrices de variance-covariance	90
8.3.2.1 Matrice de variance-covariance des erreurs	90
8.3.2.2 Matrice de variance-covariance du bruit	90
8.3.2.3 Le modèle de covariance	90
8.3.2.4 La fonction de covariance $K(P_i, P_j)$	91
8.4 Détermination de la fonction de covariance	91
8.4.1 Recherche d'un estimateur de la fonction de covariance	93
8.4.1.1 Notations	93

8.4.1.2	L'estimateur de la fonction de covariance à la distance h	94
8.4.2	Récapitulatif des résultats	95
8.4.3	Choix d'un modèle de fonction de covariance et détermination de ses paramètres	98
Chapitre 9 Deux exemples d'interpolation de champs de vitesses		99
9.1	Schéma du calcul	99
9.2	Application à l'interpolation du champ de vitesses de l'ITRF2005	101
9.2.1	Calcul des vitesses résiduelles	101
9.2.2	Choix des paramètres de la fonction de covariance	101
9.2.2.1	Estimation du covariogramme sur l'Eurasie	102
9.2.2.2	Estimation du covariogramme sur l'Amérique du Nord	102
9.2.2.3	Choix d'une fonction de covariance	103
9.2.3	L'interpolation	105
9.3	Application à l'interpolation du champ de vitesses EUREF	112
9.3.1	Estimation du pôle de rotation de la partie rigide de la plaque	112
9.3.2	Calcul des vitesses résiduelles	114
9.3.3	Estimation de la fonction de covariance	114
9.3.4	Le champ de vitesses interpolé	117
9.4	Commentaires sur la méthode d'interpolation développée	118

Partie IV Application explicite de la condition de non rotation à partir de l'ITRF2005

Chapitre 10 Application explicite de la condition de non rotation à partir de l'ITRF2005		123
10.1	Application explicite de la condition de non rotation : les équations	123
10.2	Mise en oeuvre de la condition de non rotation	125
10.2.1	Choix de la grille	125

Table des matières

10.2.2	Etat des lieux	126
10.2.3	Les différentes stratégies	128
Conclusion et Perspectives		133

Annexes

Annexes	139
Annexe A Résidus ITRF2005	139
Annexe B Résidus EUREF	147
Annexe C Détermination des coefficients a_i pour que la somme $\sum_i a_i x_i$ soit de variance minimale	151
Annexe D Calcul de la matrice de variance-covariance de β	155
Bibliographie	159
Sites internet	163
Table des figures	165
Liste des tableaux	169

Introduction

La définition du Repère International de Référence Terrestre (ITRF pour International Terrestrial Reference Frame en anglais) telle qu'elle est recommandée par les conventions du Service International de Rotation de la Terre et des Systèmes de Référence (IERS pour International Earth Rotation and Reference System Service en anglais) [McCarthy et Petit 2004] nécessite d'appliquer une condition de non rotation globale portant sur les mouvements horizontaux de la croûte terrestre afin de définir l'évolution temporelle de l'orientation de l'ITRF. Un repère de référence terrestre remplit une condition de non rotation lorsque le moment cinétique global de la croûte terrestre par rapport au repère est nul.

A ce jour, la condition de non rotation est définie implicitement par l'alignement de l'ITRF sur le modèle géophysique de tectonique des plaques qui vérifie une condition de non rotation NNR-NUVEL1A [Argus et Gordon 1991]. Ce modèle est basé sur des données géologiques et les vitesses des plaques sont calculées sur les 3,4 derniers millions d'années. Or, la cinématique de certaines plaques a changé et le modèle ne reflète pas la cinématique actuelle. De plus, certaines erreurs systématiques entachant les données utilisées pour le modèle ont été découvertes depuis sa publication et la condition de non rotation du modèle doit être révisée [Gordon 2001].

Les vitesses des stations d'observation terrestres sont de mieux en mieux déterminées par la géodésie spatiale. De plus, de nouvelles stations sont mises en place notamment dans les zones de déformation. Il est possible d'estimer un modèle cinématique des plaques tectoniques majeures, basé uniquement sur des données de géodésie spatiale. Et les déformations intraplaques sont être de mieux en mieux observées.

La problématique de cette thèse est de définir l'évolution temporelle de l'orientation de la dernière version de l'ITRF en appliquant explicitement la condition de non rotation uniquement à partir du champ de vitesses de l'ITRF. Pour cela, il faut pouvoir calculer le moment cinétique global de la croûte terrestre et donc connaître la vitesse de la croûte terrestre en tout point à la surface du globe.

On souhaite de plus utiliser toute l'information contenue dans le champ de vitesses de l'ITRF y compris celle venant des stations situées dans les zones de déformation. Même si on observe une densification du nombre de stations dans l'ITRF, la couverture spatiale n'est pas homogène et reste insuffisante. Par conséquent, afin de tenir compte de l'infor-

mation apportée par toutes les stations de l'ITRF pour appliquer la condition de non rotation, il est nécessaire d'interpoler le champ de vitesses existant.

Le travail réalisé dans cette thèse s'est articulé autour de trois points : le calcul d'un modèle de plaques tectoniques à partir de la dernière version de l'ITRF, l'élaboration d'une méthode permettant d'interpoler le champ de vitesses de l'ITRF et enfin l'application explicite de la condition de non rotation globale par calcul du moment cinétique global de la croûte terrestre à partir du champ de vitesses interpolé.

La première partie de ce mémoire est consacrée à des rappels fondamentaux concernant les systèmes de référence. Les notions fondamentales comme la définition d'un système et d'un repère de référence terrestres, les formules de changement de systèmes de référence et les différentes manières de réaliser un repère de référence font l'objet du premier chapitre. Le cumul de séries temporelles de positions de stations du réseau permanent européen EUREF Permanent Network (EPN) dans le but d'obtenir un champ de vitesses fait l'objet du deuxième chapitre.

Les notions concernant la tectonique des plaques font l'objet de la deuxième partie. Après un chapitre introductif sur le modèle de la tectonique des plaques et son historique, la notion de modèle absolu est introduite dans le chapitre quatre. Le système d'axes de Tisserand et la condition de non rotation sous-jacente y sont définis. Les principaux modèles de tectonique des plaques seront succinctement présentés au cinquième chapitre. Pour les modèles absolus basés sur l'application d'une condition de non rotation, la méthode utilisée est également exposée. La méthode d'estimation par moindres carrés pondérés d'un modèle cinématique de plaques tectoniques, à partir d'un champ de vitesses issu de la géodésie spatiale est détaillée dans le dernier chapitre de cette partie. Et finalement, le modèle de plaques estimé à partir du champ de vitesses de la dernière version de l'ITRF, l'ITRF2005 est présenté et analysé.

Dans une troisième partie, après une brève présentation de différentes méthodes d'interpolation d'un champ de vitesses, la méthode finalement retenue et développée dans le cadre de ce travail est détaillée. Cette méthode d'interpolation est basée sur la collocation par moindres carrés. La Terre est supposée sphérique. L'interpolation est menée plaque par plaque ; le mouvement rigide de chaque plaque étant retiré au préalable. Les différentes étapes ayant mené à l'élaboration de la méthode sont présentées. La méthode est appliquée à l'interpolation du champ de vitesses de l'ITRF2005 dans le but d'appliquer la condition de non rotation. La méthode développée a également été appliquée à l'interpolation du champ de vitesses du réseau GPS permanent d'EUREF (EPN) dans le cadre du projet Dense European Velocity Field.

Enfin, la dernière partie traite de l'application de la condition de non rotation de manière explicite à partir du champ de vitesses interpolé issu de l'ITRF2005.

Première partie

Systemes de référence terrestres

Chapitre 1

Les systèmes de référence terrestres

Une des principales activités de la géodésie spatiale est de déterminer la position de points ou d'objets à la surface de la Terre ou dans l'espace proche. Pour cela, un système de référence, dans lequel les coordonnées des points (positions et vitesses) seront exprimées, doit être adopté. Les coordonnées, et leurs repères et systèmes de référence associés ne sont pas observables. La notion de système de référence est un concept mathématique, introduit pour décrire la Terre et les variations de sa forme. Il existe différentes manières de réaliser un système de référence. Il est important que la réalisation du système de référence préserve la qualité initiale des observations utilisées. Un repère de référence est associé aux variances et covariances de ses coordonnées, lesquelles reflètent le bruit des observations et le bruit de définition du repère de référence.

1.1 Quelques définitions et rappels

1.1.1 Système de Référence Terrestre Idéal

En mathématiques, un système de référence idéal est défini par un repère cartésien direct en trois dimensions dont les axes sont orthogonaux. Il a une origine, une unité de longueur et une orientation données.

Un Système de Référence Terrestre (SRT) est un système de référence spatial en rotation avec la Terre dans son mouvement diurne. Dans un tel système, les positions des points attachés à la surface solide de la Terre ont des coordonnées qui ne subissent que de petites variations dans le temps, dues à des effets géophysiques (mouvements tectoniques, rebond post-glaciaire,...).

Un Système de Référence Terrestre Idéal est un repère affine (O, E) défini dans un espace euclidien de dimension 3. O est l'origine du repère, proche du centre des masses de la Terre. E est une base orthogonale directe de vecteurs de même norme. L'échelle du repère est définie comme la norme des vecteurs.

$$\lambda = \|\vec{E}_i\|_{i=1,2,3}$$

Les 3 vecteurs unitaires colinéaires à la base définissent son orientation. L'orientation est équatoriale, l'axe Z est dirigé suivant l'axe des pôles et les deux autres axes sont dans le plan équatorial.

1.1.2 Transformation générale entre deux Systèmes de Référence Terrestres

La transformation générale entre 2 SRT \mathcal{R}_1 et \mathcal{R}_2 , est une similitude euclidienne à 7 paramètres (3 translations, 3 rotations et un facteur d'échelle) :

$$X_2 = X_1 + T + \lambda R X_1 \quad (1)$$

X_1 et X_2 sont les coordonnées cartésiennes d'un point M exprimées respectivement dans les SRT \mathcal{R}_1 et \mathcal{R}_2 .

T est le vecteur de la translation entre les 2 SRT.

λ est le facteur d'échelle entre les 2 SRT.

R la matrice de rotation est composée des rotations autour des 3 axes.

$$R = R_X R_Y R_Z$$

$$\text{avec } R_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos R_X & \sin R_X \\ 0 & -\sin R_X & \cos R_X \end{bmatrix}, R_Y = \begin{bmatrix} \cos R_Y & 0 & -\sin R_Y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin R_Y & 0 & \cos R_Y \end{bmatrix}$$

$$\text{et } R_Z = \begin{bmatrix} \cos R_Z & \sin R_Z & 0 \\ -\sin R_Z & \cos R_Z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.1.3 Repère de Référence Terrestre

Un Repère de Référence Terrestre (RRT) est la matérialisation du SRT. Contrairement au SRT qui est un modèle mathématique, il est accessible aux utilisateurs et perfectible. Un RRT est défini par un ensemble de points physiques avec des coordonnées précises dont on connaît l'évolution en fonction du temps.

1.1.4 Transformation standard entre deux Repères de Référence Terrestres

Pour les repères réalisés par des techniques de géodésie spatiale, les translations sont de l'ordre de 100 mètres, les différences d'échelle et d'orientation entre les 2 repères sont de l'ordre de 10^{-5} [McCarthy et Petit 2004]. L'équation (1) peut donc être linéarisée. Les termes de second ordre négligés sont de l'ordre de 10^{-10} . On obtient alors la transformation standard entre 2 RRT appelée transformation d'Helmert :

$$X_2 = X_1 + T + DX_1 + RX_1 \quad (2)$$

$$\text{avec } T = {}^t[T_X, T_Y, T_Z], \lambda = 1 + D \text{ et } R = \begin{bmatrix} 0 & -R_Z & R_Y \\ R_Z & 0 & -R_X \\ -R_Y & R_X & 0 \end{bmatrix}.$$

X_1, X_2, T, D et R sont fonctions du temps. En dérivant l'équation (2) par rapport au temps, on obtient :

$$\dot{X}_2 = \dot{X}_1 + \dot{T} + \dot{D}X_1 + D\dot{X}_1 + \dot{R}X_1 + R\dot{X}_1 \quad (3)$$

D et R sont de l'ordre de 10^{-5} et les vitesses sont de l'ordre de 10 cm par an, les termes $D\dot{X}_1$ et $R\dot{X}_1$, représentant environ 0,1 mm par siècle, peuvent donc être négligés [McCarthy et Petit 2004]. L'équation (3) devient alors :

$$\dot{X}_2 = \dot{X}_1 + \dot{T} + \dot{D}X_1 + \dot{R}X_1 \quad (4)$$

1.2 Réalisation d'un système de référence en géodésie spatiale

Il existe différentes techniques de géodésie spatiale permettant de réaliser un système de référence terrestre :

- l'interférométrie à très longue base (VLBI pour Very Long Base Interferometry en anglais) qui repose sur l'observation simultanée de radio-sources extragalactiques (quasars) par au moins 2 radiotélescopes,
- la télémétrie laser sur la Lune (LLR pour Lunar Laser Ranging) et sur satellites artificiels (SLR pour Satellite Laser Ranging) qui mesure le temps de propagation aller - retour d'un tir laser sur les réflecteurs d'un satellite,
- le Global Positioning System (GPS) qui est un système américain de positionnement radioélectrique descendant, dont le segment spatial est constitué d'une constellation de 32 satellites,
- le système français de Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégrés par Satellite (DORIS ou Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite en anglais) qui est un système Doppler ascendant s'appuyant sur un réseau de poursuite au sol.

Un système de référence peut être réalisé soit en traitant les observations d'une ou plusieurs techniques de géodésie spatiale, soit en combinant des repères de référence déjà calculés à partir des observations des différentes techniques.

1.2.1 Réalisation à partir des observations d'une ou plusieurs techniques

Dans ce cas, l'équation normale construite à partir des observations des techniques spatiales (supposée convenablement réduite aux seules positions et vitesses des stations) s'écrit :

$$N.\Delta X_s = K \quad (5)$$

avec $\Delta X_s = X_s - X_a$ le vecteur des inconnues (positions et vitesses) linéarisées (X_s correspond aux positions et vitesses cumulées, X_a correspond aux positions et vitesses a priori), N l'équation normale et K le vecteur des observations.

D'un point de vue physique, aucune des techniques de géodésie spatiale ne fournit l'ensemble de l'information nécessaire permettant de complètement définir le RRT.

Les techniques dynamiques comme le LLR, le SLR, le GPS et DORIS sont sensibles au centre de masse de la Terre qui est le point autour duquel les satellites orbitent. Par contre, la technique VLBI n'est pas sensible au centre de masse de la Terre.

L'échelle d'un RRT est influencée par divers paramètres suivant les techniques de géodésie spatiale :

- la constante gravitationnelle GM_T pour les techniques dynamiques,
- la vitesse de la lumière c ,
- les corrections relativistes,
- la modélisation de la troposphère,
- d'autres effets spécifiques aux techniques de mesures :
 - "Effet d'antenne" pour les techniques VLBI, DORIS et GPS
 - Biais en distance pour la technique SLR
- le mouvement vertical des stations.

L'orientation est conventionnelle pour toutes les techniques de géodésie spatiale.

En terme d'équation normale, la matrice normale présente un défaut de rang égal au nombre de paramètres du RRT non définis par les observations. C'est le cas pour l'orientation et sa dérivée temporelle qui ne sont observées par aucune technique. C'est également le cas pour l'origine dans le cas du VLBI. Des contraintes supplémentaires sont donc nécessaires pour compléter la définition du RRT et rendre le système inversible. Il existe différents types de contraintes qui permettent de rendre le système (5) inversible.

Un premier type de contraintes (6) consiste à imposer l'égalité des positions et des vitesses à un sigma près pour un sous-ensemble de stations.

$$X - X_R = 0 \quad (\Sigma) \quad (6)$$

X_R est le vecteur des positions et vitesses dans le repère de référence dans lequel on veut que X soit exprimé. Σ est une matrice de variance-covariance généralement égale à $\Sigma = \sigma^2 I$.

- Pour $\sigma \leq 10^{-10}$ m sur les positions et $\sigma \leq 10^{-10}$ m/an sur les vitesses, les contraintes sont appelées contraintes fortes.
- Pour $\sigma \approx 10^{-5}$ m sur les positions et $\sigma \approx 10^{-5}$ m/an sur les vitesses, les contraintes sont appelées contraintes détachables (que l'on peut enlever numériquement).
- Pour $\sigma \geq 1$ m sur les positions et $\sigma \geq 10$ cm/an sur les vitesses, les contraintes sont dites contraintes lâches.

Les contraintes minimales sont un second type de contraintes. Elles permettent de définir le RRT en utilisant le minimum d'information. Elles sont appliquées sur les paramètres du RRT et non pas sur les coordonnées de stations.

1.2.2 Les contraintes minimales

Les contraintes minimales permettent de définir le système de référence sans altérer la qualité originale des observations [Sillard et Boucher 2001, Altamimi 2001]. La transformation standard entre 2 RRT, donnée par les équations (2) et (4), peut être réécrite sous la forme :

$$X = X_R + A\theta \quad (7)$$

avec

$$\begin{aligned} X &= [\dots, X^i, Y^i, Z^i, \dot{X}^i, \dot{Y}^i, \dot{Z}^i, \dots]^T \\ X_R &= [\dots, X_R^i, Y_R^i, Z_R^i, \dot{X}_R^i, \dot{Y}_R^i, \dot{Z}_R^i, \dots]^T \\ \theta &= [T_X, T_Y, T_Z, D, R_X, R_Y, R_Z, \dot{T}_X, \dot{T}_Y, \dot{T}_Z, \dot{D}, \dot{R}_X, \dot{R}_Y, \dot{R}_Z]^T \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & 0 & X_R^i & 0 & Z_R^i & -Y_R^i & & & & & & & \\ 0 & 1 & 0 & Y_R^i & -Z_R^i & 0 & X_R^i & & & & & & & \\ 0 & 0 & 1 & Z_R^i & Y_R^i & -X_R^i & 0 & & & & & & & \\ & & & & \approx 0 & & & 1 & 0 & 0 & X_R^i & 0 & Z_R^i & -Y_R^i \\ & & & & & & & 0 & 1 & 0 & Y_R^i & -Z_R^i & 0 & X_R^i \\ & & & & & & & 0 & 0 & 1 & Z_R^i & Y_R^i & -X_R^i & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

La solution par moindres carrés de l'équation (7) est :

$$\theta = (A^T A)^{-1} A^T (X - X_R) \quad (9)$$

On introduit la matrice B définie comme :

$$B = (A^T A)^{-1} A^T \quad (10)$$

Afin d'exprimer X dans le même repère que X_R utilisé comme solution de référence à Σ_θ près, on peut écrire :

$$B(X - X_R) = 0 \quad (\Sigma_\theta) \quad (11)$$

L'équation (11) est l'équation des contraintes minimales. Cette relation impose seulement que les deux repères de référence soient identiques. En effet, si l'on impose que les solutions X et X_R soient exprimées dans le même repère de référence, on peut écrire la relation (11) sous la forme de l'équation normale suivante :

$$B^T \Sigma_\theta^{-1} B (X - X_R) = 0 \quad (12)$$

L'équation (12) est cumulée aux équations normales du système (5) permettant ainsi d'inverser le système et d'exprimer la solution X dans le même repère que la solution X_R .

1.2.3 Réalisation par combinaison

Dans le cas de la réalisation d'un RRT par combinaison de RRT fournis par différentes techniques, le modèle de combinaison est basé sur la formule de transformation standard entre 2 RRT donnée par l'équation (7).

Les données

Les données en entrée sont les solutions individuelles exprimées dans des RRT différents. Ces solutions contiennent :

1. les positions des stations à des époques données $X_s^i = X^i(t_s) = [X_s^i, Y_s^i, Z_s^i]^T$,
2. les vitesses des stations $\dot{X}_s^i = [\dot{X}_s^i, \dot{Y}_s^i, \dot{Z}_s^i]^T$,
3. les paramètres de rotation de la Terre (le mouvement du pôle x_s^p, y_s^p et le temps universel UT_s) et leurs dérivées temporelles (\dot{x}_s^p, \dot{y}_s^p et LOD_s),
4. et la matrice de variance-covariance de toutes ces observations.

Les paramètres estimés

Les paramètres estimés sont les positions de stations $X_C^i = X_C^i(t_0)$ à une époque de référence t_0 , les vitesses des stations \dot{X}_C^i , les paramètres de rotation de la Terre exprimés dans le repère de la solution combinée ($x_C^p, y_C^p, UT_C, \dot{x}_C^p, \dot{y}_C^p, LOD_C$) et les paramètres de transformation entre les solutions individuelles et la solution combinée à chaque époque.

Le modèle de combinaison

Dans le cas général où l'on combine les positions, les vitesses et les paramètres de rotation de la Terre, le modèle de combinaison est :

$$\begin{cases} X_s^i &= X_C^i + (t_s^i - t_0) \dot{X}_C^i + T_k + D_k X_C^i + R_k X_C^i \\ &+ (t_s^i - t_k) [\dot{T}_k + \dot{D}_k X_C^i + \dot{R}_k X_C^i] \\ \dot{X}_s^i &= \dot{X}_C^i + \dot{T}_k + \dot{D}_k X_C^i + \dot{R}_k X_C^i \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} x_s^p &= x_c^p + R_{Yk} \\ y_s^p &= y_c^p + R_{Xk} \\ UT_s &= UT_c - \frac{1}{f} R_{Zk} \\ \dot{x}_s^p &= \dot{x}_c^p + \dot{R}_{Yk} \\ \dot{y}_s^p &= \dot{y}_c^p + \dot{R}_{Xk} \\ LOD_s &= LOD_c + \frac{\Delta_0}{f} \dot{R}_{Zk} \end{cases} \quad (13)$$

$f = 1.002737909350795$ est le facteur de conversion de temps universel en temps sidéral. Par définition, $LOD = -\Lambda_0 \frac{dUT}{dt}$ donc Λ_0 est égal à un jour en unité de temps.

Les positions sont exprimées en mètres, les vitesses en mètres par an. Les translations sont en mètres et leurs dérivées temporelles en mètres par an. L'unité de l'échelle est en ppm (10^{-6}) et sa dérivée temporelle est exprimée en ppm par an. Les rotations sont en secondes d'arc et leurs dérivées temporelles en secondes d'arc par an. Le mouvement du pôle est en millisecondes d'arc (mas) et leurs dérivées temporelles en mas par an. Le temps universel est en millisecondes et sa dérivée temporelle en millisecondes par an.

Définition du repère de référence de la solution combinée

Comme tout RRT, le RRT combiné comporte 14 degrés de liberté à définir. Il existe différentes façons de définir le repère de référence de la solution combinée :

- on peut fixer les 14 paramètres à zéro ou à des valeurs particulières parmi les inconnues (c'est-à-dire parmi les paramètres de transformation entre les solutions individuelles et la solution combinée),
- on peut utiliser les contraintes minimales (11),
- on peut également transformer toutes les solutions individuelles dans un repère de référence avant la combinaison. Ensuite, les solutions individuelles sont combinées sans estimer les paramètres de transformation entre les solutions individuelles et la solution combinée.

1.3 Le Système International de Référence Terrestre

Le Service International de la Rotation de la Terre et des Systèmes de Référence (IERS pour International Earth Rotation and Reference System Service en anglais) a été créé en 1987 par l'Union Astronomique Internationale (IAU pour International Astronomical Union en anglais) et l'Union Internationale de Géodésie et de Géophysique (IUGG pour International Union of Geodesy and Geophysics en anglais).

L'objectif premier de l'IERS est de servir les communautés astronomiques, géodésiques et géophysiques en fournissant :

- le Système International de Référence Céleste (ICRS pour International Celestial Reference System en anglais) et sa réalisation le Repère International de Référence Céleste (ICRF pour International Celestial Reference Frame en anglais),
- le Système International de Référence Terrestre (ITRS pour International Terrestrial Reference System en anglais) et sa réalisation le Repère International de Référence Terrestre,
- les Paramètres d'Orientations de la Terre (EOP pour Earth Rotation Parameters en anglais) nécessaires pour étudier les variations de l'orientation de la Terre et pour passer de l'ICRF à l'ITRF,

- des données géophysiques permettant d’interpréter et de modéliser les variations dans le temps et dans l’espace de l’ICRF, de l’ITRF et des EOP,
- des constantes et des modèles.

1.3.1 Système International de Référence Terrestre (ITRS)

Le Système International de Référence Terrestre (ITRS) est un Système de Référence Terrestre Conventionnel. Il a été défini par la résolution n° 2 de l’IUGG adoptée à Vienne en 1991 (Geodesist’s Handbook, 1992) et satisfait les conditions suivantes :

- l’ITRS est géocentrique. Son origine est le centre de masse de la Terre, incluant les océans et l’atmosphère,
- son échelle satisfait aux unités de mesure SI, son unité de longueur est le mètre,
- l’orientation de ses axes est fixée à celle du système de référence du BIH (Bureau International de l’Heure) à l’époque 1984.0, l’orientation est équatoriale,
- l’évolution temporelle de l’orientation est assurée par une condition de non rotation appliquée sur les mouvements horizontaux de la croûte terrestre. C’est l’application de cette condition qui est l’objet de cette thèse.

1.3.2 Repère International de Référence Terrestre (ITRF)

Le Repère International de Référence Terrestre (ITRF) est un réseau cinématique fournissant la position et la vitesse, ainsi que leurs variances et covariances, de points physiquement liés à la croûte terrestre.

Les réalisations de l’ITRF sont produites par le centre de produit ITRS (ITRS-PC) dépendant de l’IERS. Dix versions de l’ITRF ont été publiées. Actuellement, l’ITRF2000 est la version en usage et l’ITRF2005 vient d’être publié.

La construction de l’ITRF est basée sur la combinaison de plusieurs solutions individuelles calculées par les centres d’analyse utilisant des observations de plusieurs techniques de géodésie spatiale : VLBI, SLR, DORIS et GPS. Les solutions individuelles contiennent les positions et vitesses des stations ainsi que leurs matrices de variance-covariance. Elles sont fournies au format SINEX. Le format SINEX (Solution (Software/technique) INdependent EXchange Format) permet de fournir les solutions (coordonnées, vitesses, matrices de variance-covariance), ainsi que des informations concernant les stations dans un fichier ASCII.

L’ITRF2000 a été construit par combinaison de repères de référence (positions et vitesses) issus des différentes techniques de géodésie spatiale (GPS, VLBI, DORIS, SLR).

La nouvelle solution de l'ITRF, l'ITRF2005 est désormais basée sur la combinaison de séries temporelles de positions de stations et de paramètres de rotation de la Terre. Une seule série par technique est utilisée, il s'agit d'une combinaison des solutions individuelles fournies par les centres d'analyse de chaque technique.

En ce qui nous concerne, à savoir la définition de la dérivée temporelle de l'orientation, la condition de non rotation a été implicitement remplie par alignement des dérivées temporelles des trois rotations \dot{R} sur le modèle géophysique de tectonique des plaques de NNR-NUVEL1A. Le modèle NNR-NUVEL1A n'intervient pas dans l'estimation des vitesses.

Chapitre 2

Cumul de séries temporelles de positions de stations

Dans le cadre du projet Dense European Velocity Field (DEVF)[Altamimi 2004, Altamimi et Legrand 2005], le champ de vitesses du réseau EPN (EUREF Permanent Network) qui est le réseau GPS permanent européen de EUREF (EUropean REference Frame) a été estimé par cumul des solutions hebdomadaires de positions de stations fournies au format SINEX. Ce cumul a été réalisé avec le logiciel CATREF [Altamimi et al. 2004] développé à l'IGN pour le calcul de l'ITRF.

Dans un premier temps, les données du réseau EPN sont présentées. Puis, le logiciel CATREF utilisé pour le cumul des solutions hebdomadaires et les étapes permettant d'obtenir un champ de vitesses sont exposés.

2.1 Les données du réseau permanent EUREF

Dans le cadre de la réalisation et de la maintenance du système de référence européen, l'ETRS89, EUREF coordonne, depuis 1995, les activités liées à la mise en place d'un réseau GPS permanent en Europe. Une sélection de stations permanentes européennes constitue la base du réseau permanent européen EPN.

Les centres de données fournissent les données GPS des stations du réseau EPN. Le réseau est divisé en plusieurs sous-ensembles de stations qui sont traités par les centres d'analyse. Ces derniers sont chargés de produire des solutions journalières et hebdomadaires pour les sous-ensembles du réseau. Lors de ce calcul, les orbites, les corrections d'horloges et les paramètres de rotation de la Terre sont fixés. Les données d'une station sont traitées par plusieurs centres d'analyse.

Les solutions produites par les centres d'analyse sont ensuite collectées par le centre d'analyse coordinateur et combinées pour donner une solution hebdomadaire pour l'Europe. Cette solution est fournie au format SINEX et comporte les coordonnées des stations du réseau ainsi que les matrices de variance-covariance.

La carte FIG.2.1 présente les 214 stations du réseau EPN dont les données ont été traitées.

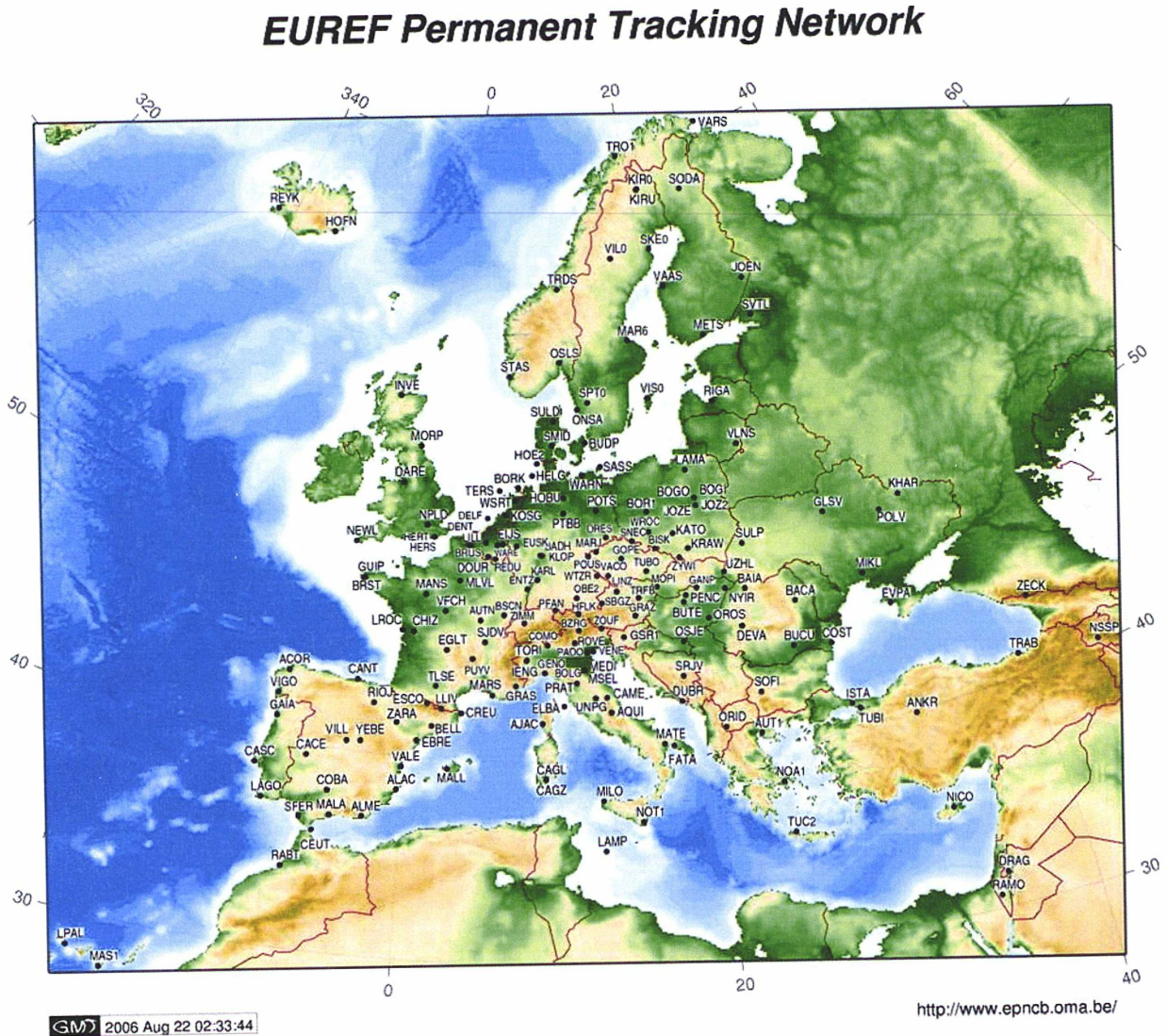


FIG. 2.1 – Carte du réseau EPN (Source : <http://www.epncb.oma.be/>).

Les centres d'analyse produisent des solutions qui sont établies avec les orbites et les paramètres de rotation de la Terre fixés. Le système de référence est donc défini par les orbites. Cependant, leur précision ne permet pas de définir le système à un niveau de qualité meilleur que 4 à 5 cm. Des contraintes sont donc appliquées par les centres d'analyse. Ces contraintes sont enlevées lors de l'estimation de la solution hebdomadaire combinée par le centre de combinaison EUREF.

Avant décembre 2004, afin de définir le système de référence, le centre de combinaison EUREF rajoutait des contraintes détachables sur un sous-ensemble de stations de

référence. Depuis décembre 2004, les solutions hebdomadaires sont mises en référence en utilisant des contraintes minimales.

2.2 Le logiciel d'analyse et de combinaison CATREF

Le logiciel d'analyse et de combinaison CATREF a été développé au sein du LAREG pour le calcul de l'ITRF [Altamimi et al. 2004]. Il comporte plusieurs modules de pré-traitement des données, un module de combinaison et plusieurs modules d'analyse des résultats.

Prétraitement des données

Le prétraitement des données EUREF consiste à enlever les contraintes détachables (pour les solutions avant décembre 2004) et à introduire des contraintes minimales dans chaque solution hebdomadaire.

Avant d'estimer la solution hebdomadaire cumulée sans en dégrader la qualité, les contraintes détachables doivent être enlevées et remplacées par des contraintes minimales [Altamimi et al. 2002a]. Afin de "remplacer" les contraintes détachables par des contraintes minimales, on a besoin de connaître les coordonnées a priori des stations notées $X_s^{a\ priori}$, les coordonnées estimées lors du calcul notées $X_s^{estimée}$, la matrice de variance-covariance a priori notée $\Sigma_s^{a\ priori}$ et la matrice de variance-covariance a posteriori notée $\Sigma_s^{estimée}$. La matrice de variance-covariance décontrainte est égale à [Altamimi et al. 2002a] :

$$(\Sigma_s^{décontrainte})^{-1} = (\Sigma_s^{estimée})^{-1} - (\Sigma_s^{a\ priori})^{-1} \quad (14)$$

Soit Σ_s^{CM} la matrice de variance-covariance de la solution sous contraintes minimales et Σ_θ une matrice diagonale contenant les variances des 14 paramètres nécessaires à la définition du RRT, on a :

$$(\Sigma_s^{CM})^{-1} = (\Sigma_s^{décontrainte})^{-1} + (B^T \Sigma_\theta^{-1} B) \quad (15)$$

Enfin, la solution sous contraintes minimales vaut [Altamimi et al. 2002a] :

$$X_s^{CM} = \Sigma_s^{CM} [(\Sigma_s^{estimée})^{-1} X_s^{estimée} - (\Sigma_s^{a\ priori})^{-1} X_s^{a\ priori}] \quad (16)$$

Le modèle de combinaison

Le cumul de séries temporelles de positions de stations est un cas particulier de la réalisation d'un système de référence par combinaison. Le modèle de combinaison est donc le même que celui présenté à l'équation (13) mais restreint aux positions de stations.

En entrée, on dispose des positions de stations à des époques différentes. En sortie, les paramètres estimés sont les positions de stations à un instant t_0 , les vitesses des stations

et les paramètres de transformation permettant de passer entre les repères des solutions individuelles et le repère cumulé. L'époque t_0 est choisie comme l'époque moyenne des mesures.

La définition du repère est assurée en appliquant des contraintes minimales sur un sous-ensemble de stations qui sont prises comme références.

2.3 Des solutions hebdomadaires au repère cumulé

2.3.1 Premier cumul

On dispose des fichiers SINEX des solutions hebdomadaires EUREF depuis janvier 1996 jusqu'à nos jours. Ces solutions sont cumulées afin d'estimer les positions et les vitesses des stations EUREF le plus précisément possible. Pour cela, dans un premier temps, on cumule les solutions et ensuite on procède à l'analyse de la solution cumulée afin de repérer les données aberrantes et les discontinuités dans les séries temporelles de positions.

2.3.2 Analyse de la solution cumulée brute

Les séries temporelles des résidus de positions de stations, exprimés dans le repère local (nord, est et verticale), issues du cumul des solutions hebdomadaires sont étudiées pour chaque station afin de rechercher les époques où il y a des discontinuités et des données aberrantes.

2.3.3 Traitement des discontinuités et des données aberrantes dans les séries de positions de stations

Les discontinuités

Afin d'améliorer la solution, la première étape consiste à repérer les discontinuités dans les séries. En effet, certaines stations présentent des discontinuités dans leur série de positions. Différentes causes sont possibles dont notamment les changements de matériel.

Dans ce cas, on introduit une discontinuité pour la station, le programme de combinaison estime une position et une vitesse avant la discontinuité et une position et une vitesse après.

Par exemple, en raison d'un changement d'antenne, la station EUSK présente une discontinuité (FIG.2.2) en 2001, l'introduction d'une discontinuité permet d'éliminer le saut dans la série (FIG.2.3). Les changements de matériel (antenne et récepteur) sont disponibles sur le site d'EUREF à l'adresse <http://www.epncb.oma.be>.

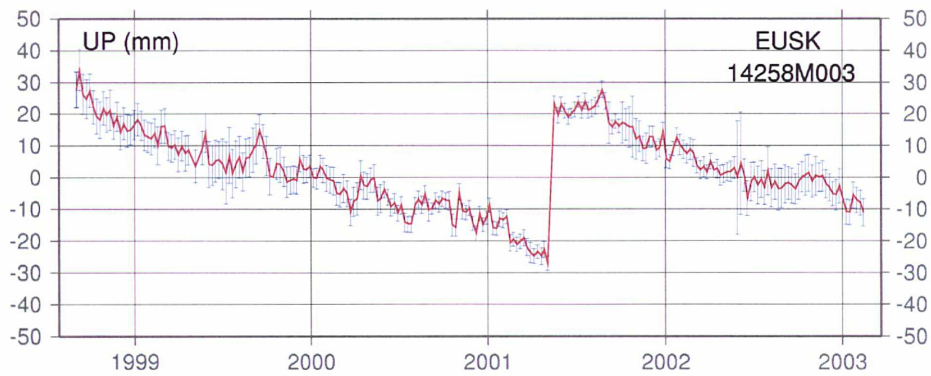


FIG. 2.2 – Composante verticale des résidus de la station de EUSK avant introduction d'une discontinuité.

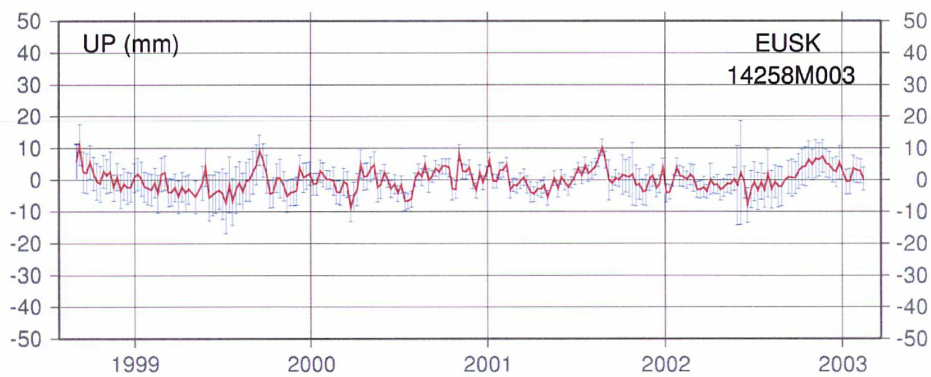


FIG. 2.3 – Composante verticale des résidus de la station de EUSK après introduction d'une discontinuité.

Les données aberrantes

Certaines semaines présentent des résidus hors norme. Deux cas peuvent se présenter. Dans le premier, seules quelques époques de la série sont affectées.

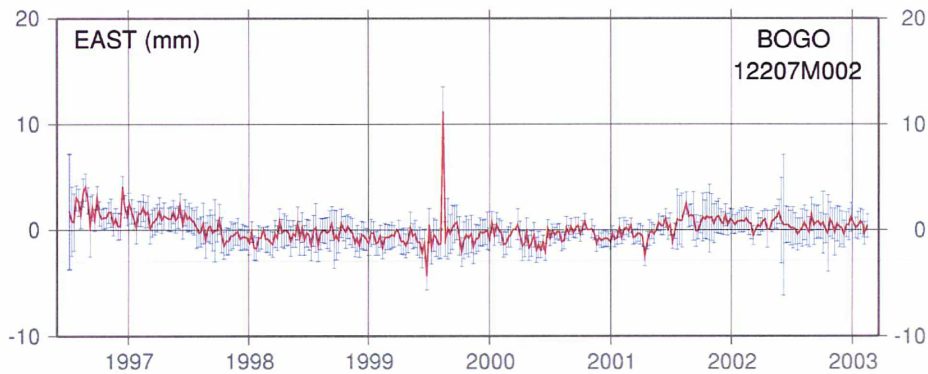


FIG. 2.4 – Composante est des résidus de la station de BOGO.

Par exemple, la composante est des résidus de la station BOGO (FIG.2.4) présente une valeur hors norme en 1999. Les points posant problème sont alors éliminés de la solution, afin de ne pas affecter l'estimation de la vitesse de la station.

Dans le second cas, toute une période présente des résidus hors norme. Par exemple, pour la station LAM0 (FIG.2.5) plus de 6 mois de données en l'an 2000 ont dû être éliminés du cumul.

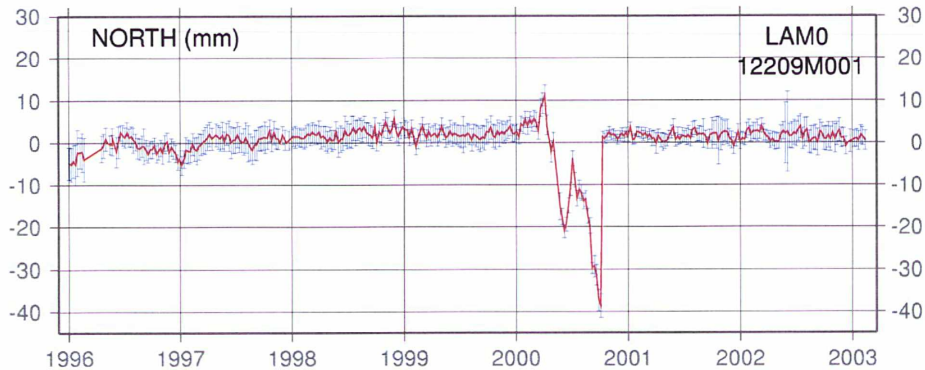


FIG. 2.5 – Composante nord des résidus de la station LAM0.

Les stations présentent des discontinuités, des résidus hors norme, des périodes plus ou moins longues durant lesquelles les données ne sont pas disponibles. Certaines sont affectées d'un signal périodique.

2.3.4 Cumul final

Une fois que toutes les stations ont été nettoyées, des contraintes sur les vitesses sont appliquées. En effet, lorsqu'on introduit une discontinuité, la position et la vitesse avant la discontinuité sont différentes de celles après. Des contraintes sont introduites afin que les vitesses avant et après les discontinuités soient les mêmes.

Le repère dans lequel est exprimée la solution cumulée est l'ITRF2005. Les stations de référence sont prises parmi des points qui appartiennent à la fois aux stations de la solution cumulée et à l'ITRF2005. La sélection de ces stations est importante. Outre d'appartenir à EUREF et à l'ITRF2005, les critères de sélection des stations de référence sont de disposer de données sur une longue période, que ces stations soient bien réparties géographiquement et qu'elles soient de bonne qualité (discontinuités, trous dans les données).

On obtient donc une solution cumulée fournissant les positions et vitesses des stations d'EUREF dans l'ITRF2005 que l'on appellera EUREF2005.

2.4 Le projet European Velocity Field (DEVF)

Le projet Dense European Velocity Field (DEVF) [Altamimi 2004, Altamimi et Le-grand 2005] a été initié par le groupe de travail EUREF Technical Working Group. Son objectif principal est d'assurer la maintenance à long terme du système de référence européen European Terrestrial Reference System 1989 (ETRS89).

L'ETRS89 coïncide avec l'ITRS à l'époque 1989.0 et est solidaire de la partie stable de la plaque eurasienne. Le champ de vitesses exprimé en ETRF, réalisation de l'ETRS89, est équivalent à un champ de vitesses résiduelles après avoir enlevé le pôle de rotation de l'Eurasie du champ de vitesses de l'ITRF. La dernière réalisation de l'ETRS89 est l'ETRF2000, elle correspond à la réalisation de l'ITRS qui est l'ITRF2000. L'ETRF2005 est en préparation.

Le DEVF a pour but de permettre une réalisation cinématique au lieu d'une réalisation statique de l'ETRS89 (tel que c'est le cas actuellement), permettant d'améliorer la précision du positionnement dans l'ETRS89. Par conséquent, il est nécessaire de pouvoir modéliser (prédire) la vitesse en tout lieu de l'Europe. Pour cela, le champ de vitesses horizontales de la solution EUREF2005 sera interpolé. Les résultats seront présentés chapitre 9.3.

Deuxième partie

Tectonique des plaques

Chapitre 3

Introduction sur la tectonique des plaques

Cette thèse traite de l'application explicite d'une condition de non rotation globale portant sur les mouvements horizontaux de la croûte terrestre à partir du champ de vitesses de l'ITRF2005.

Un repère satisfaisant à une condition de non rotation est défini de manière cinématique en imposant que le moment cinétique global de la croûte terrestre est nul. Il faut donc, afin de calculer ce moment cinétique global, connaître la vitesse de chaque point à la surface de la Terre.

Ce troisième chapitre est un chapitre introductif sur le modèle de la tectonique des plaques et son historique. Il est largement inspiré de sites internet dont la liste figure à la fin de ce document.

Le quatrième chapitre aborde les notions de modèles relatifs et absolus, de système d'axes de Tisserand et de condition de non rotation globale.

Les principaux modèles de tectonique des plaques seront succinctement présentés au chapitre cinq. Pour les modèles absolus basés sur l'application d'une condition de non rotation, la méthode utilisée est également exposée.

La méthode d'estimation par moindres carrés pondérés d'un modèle cinématique de plaques tectoniques, à partir d'un champ de vitesses issu de la géodésie spatiale est détaillée dans le dernier chapitre de cette partie. Et finalement, le modèle de plaques estimé à partir du champ de vitesses de l'ITRF2005 est présenté et analysé.

3.1 Historique

En 1912, le météorologue allemand Alfred Wegener formula une théorie "mobiliste" sur la dérive des "radeaux" continentaux sur les fonds océaniques : les continents dérive-

raient en glissant sur les fonds des océans. Autrefois réunis en une seule masse continentale nommée Pangée, les continents se sont dispersés pour atteindre leurs positions actuelles.

Les thèses de Wegener apparaissent comme un bouleversement radical des conceptions géologiques classiques. Wegener présente plusieurs arguments, certains anciens, d'autres nouveaux, en faveur de sa théorie :

- la correspondance entre les formes des continents mais aussi entre les formations géologiques qui se poursuivent de manière très satisfaisante,
- les analogies des faunes et des flores fossiles qui imposent des liaisons intercontinentales,
- les traces glaciaires qui ne peuvent se comprendre que si les continents ont été autrefois réunis,
- l'ampleur des déformations tectoniques observées dans les chaînes de montagnes qui nécessite des mouvements très importants,
- les échanges de signaux horaires entre des stations radiotélégraphiques du Groenland et de l'Europe qui semblent indiquer une évolution dans la différence des longitudes.

Ce concept fortement révolutionnaire à l'époque fut mal accueilli par les autres scientifiques. Il faut attendre les années soixante pour que la théorie de la "Dérive des continents" soit reprise et améliorée. La découverte des fonds marins (des dorsales, des fosses océaniques, des grandes fractures, de la différence géologique entre la croûte océanique et la croûte continentale, de la faible épaisseur de la série sédimentaire), la découverte de l'existence de bandes dans les planchers océaniques, "marquées" par un champ magnétique dirigé alternativement vers le Nord et vers le Sud et la sismologie ont permis à la communauté scientifique d'élaborer la théorie de la "tectonique des plaques".

"Dans sa formulation originelle, la théorie de la tectonique des plaques fut proposée en 1968 comme un modèle qui peut rendre compte des déformations actuelles, telles qu'elles s'expriment dans la sismicité, le volcanisme et la tectonique récente. Elle a donc un pouvoir prédictif pour les phénomènes observables aujourd'hui. En effet, sa caractéristique fondamentale est de reconnaître que les déformations sont concentrées à l'intérieur de ceintures étroites qui sont le siège d'une sismicité intense et d'un volcanisme fréquent. La surface de la Terre correspond donc à une mosaïque de plaques rigides dont les déplacements s'accompagnent de déformations le long de leurs frontières qui sont sismiques." [Xavier Le Pichon, La Recherche, 1990]

3.2 La théorie de la tectonique des plaques

La tectonique des plaques est une théorie scientifique planétaire unificatrice qui propose que les déformations de la lithosphère soient reliées aux forces internes de la Terre et que ces déformations se traduisent par le découpage de la lithosphère en un certain nombre de plaques rigides qui bougent les unes par rapport aux autres en glissant sur l'asthénosphère (manteau supérieur). La théorie de la tectonique des plaques permet de

fournir un schéma unique, logique et cohérent expliquant divers phénomènes tels que l'expansion des fonds océaniques, la dérive des continents, la répartition des séismes et des volcans, la formation et l'évolution des chaînes de montagnes.

La théorie de la tectonique des plaques est basée sur des principes simples :

- la surface du globe est composée de plaques rigides dont l'épaisseur varie d'une dizaine à une centaine de kilomètres,
- les plaques naissent au niveau des dorsales océaniques,
- les plaques s'écartent sans se déformer,
- les plaques sont détruites au niveau des zones de subduction par enfoncement dans le manteau. Mais, dans ce processus, seules les parties océaniques des plaques sont englouties, les continents, moins denses, se déplacent avec les plaques qui les portent, ils ne peuvent être engloutis dans le manteau,
- il existe 3 types de limites de plaques :
 1. les frontières divergentes qui sont des zones de tension où les plaques s'écartent,
 2. les frontières convergentes qui sont des zones de collision où une plaque s'enfonce dans le manteau,
 3. les failles transformantes qui sont des zones de cisaillement où les plaques glissent latéralement.
- les mouvements relatifs des plaques sont régis par les lois de la géométrie des calottes sphériques. Chaque plaque tectonique est rigide et se déplace comme une unité mécanique (i.e., une partie bouge, toute la plaque bouge). Presque toute l'activité tectonique se produit aux limites des plaques tectoniques.

La surface terrestre rigide ou lithosphère est divisée en une mosaïque de 7 plaques majeures et quelques plaques plus petites. Les plaques principales sont limitées par des rides océaniques, fosses et systèmes de chaînes montagneuses récentes. Elles incluent les plaques Pacifique, eurasienne, nord-américaine, sud-américaine, africaine, australienne et Antarctique. La plus grande est la plaque Pacifique, elle se compose presque principalement de croûte océanique et couvre environ 20% de la surface terrestre. Les autres plaques sont constituées de croûte océanique et continentale. Il n'y a pas de plaques majeures constituées uniquement de croûte continentale.

Les autres plaques incluent entre autres, la Chine, les Philippines, l'Arabie, Juan de Fuca, Cocos, la plaque Caraïbes et Scotia. Les petites plaques se forment à proximité des limites convergentes des plaques majeures où se produisent des collisions entre deux continents ou entre continent et océan. Elles sont caractérisées par des mouvements complexes et rapides.

La théorie de la tectonique des plaques possède un double statut : elle est utilisée à la fois comme un modèle prédictif et quantitatif et à la fois comme un cadre interprétatif pour l'ensemble des observations géologiques et géophysiques sur la Terre [Cazenave et Feigl 1994].

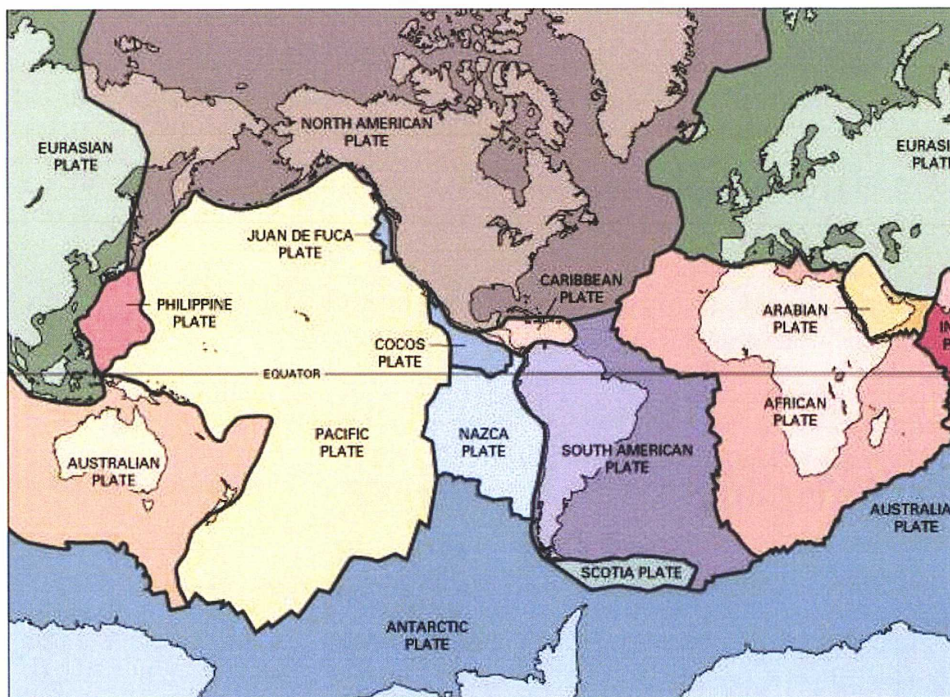


FIG. 3.1 – Carte des plaques tectoniques (Source : <http://pubs.usgs.gov/gip/dynamic/slabs.html>).

3.3 Modélisation du déplacement des plaques à la surface de la Terre

Le but d'un modèle cinématique est de décrire, à quelques millimètres par an près, le mouvement des plaques à la surface du globe. Pour simplifier le problème, on fait deux hypothèses :

- on suppose que les points de la surface de la Terre appartiennent à un nombre limité de plaques, définies comme des calottes rigides sur la surface d'une sphère,
- le mouvement d'une plaque est alors assimilable à une rotation autour d'un axe de la sphère qui perce la surface de la Terre en deux points appelés pôles eulériens.

La cinématique de chaque plaque est donc caractérisée par un vecteur à trois composantes. Comme l'illustre le schéma FIG.3.2, la vitesse \vec{V} du point dont la position est \vec{R} peut s'exprimer comme une rotation autour de l'axe dont le vecteur directeur est $\vec{\Omega}$ à la vitesse angulaire $\|\vec{\Omega}\|$.

Afin de décrire un modèle de plaques, il faut préciser le nombre, la géométrie des plaques et estimer les valeurs de leur rotation.

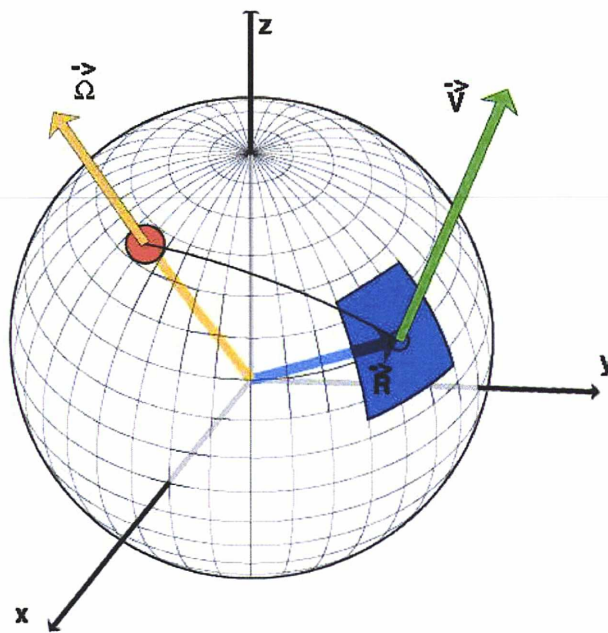


FIG. 3.2 – Schéma explicatif du pôle de rotation (Source : <http://www.geologie.ens.fr/~vigny/tecto-f.html>).

Chapitre 4

Modèle de plaques absolu

On peut exprimer un modèle de plaques en donnant les pôles de rotation relatifs par paires de plaques ou par rapport à une plaque supposée fixe, généralement la plaque Pacifique. Dans ce cas, on dispose d'un modèle de plaques relatif. Un repère de référence absolu est un repère dans lequel le modèle est donné par rapport au manteau terrestre.

Il existe deux manières de définir un modèle de plaques "absolu" [Argus et Gordon 1991], par les points chauds (Hotspots) ou par une condition de non rotation globale (No Net Rotation). Les deux méthodes sont basées sur des hypothèses fortes.

La première méthode basée sur les points chauds suppose que :

- les points chauds sont stationnaires par rapport à la mésosphère (ou manteau inférieur),
- la progression de l'âge et la forme linéaire des chaînes d'îles reflètent le mouvement entre les plaques et la mésosphère.

La seconde méthode basée sur la condition de non rotation (appelée condition NNR pour No Net Rotation en anglais) suppose que :

- le couplage entre la lithosphère et l'asthénosphère est uniforme latéralement,
- les couples associés aux frontières de plaques s'appliquent de manière symétrique sur les deux plaques formant la frontière.

Sous ces hypothèses, il n'y a pas de couple exercé sur la lithosphère et le repère de référence NNR donne la vitesse des plaques par rapport à la mésosphère [Solomon et Sleep 1974].

4.1 Les points chauds

Les conventions IERS [McCarthy et Petit 2004] recommandent que l'évolution temporelle de l'orientation de l'ITRF respecte une condition NNR. Par conséquent, la réalisation d'un repère absolu basé sur les points chauds n'était pas l'objet de ce travail et n'a pas été approfondi.

Pour que les points chauds puissent être utilisés dans la définition d'un modèle absolu,

ils doivent être fixes par rapport au manteau et les uns par rapport aux autres. Les points chauds situés aux frontières de plaques ne satisfont pas ces deux critères.

[Norton 2000] différencie trois grandes familles de points chauds qui présentent de petits mouvements relatifs internes (Pacifique, Indo-atlantique et Islande). Il conclut qu'un repère de référence global basé sur les points chauds n'est pas approprié car ces trois familles présentent des mouvements relatifs. Les points chauds du Pacifique bougent par rapport à ceux d'Indo-atlantique et d'Islande. Afin d'utiliser les points chauds pour déterminer un modèle absolu, il faut déterminer un sous-ensemble stable de points chauds.

4.2 Système d'axes de Tisserand - condition de non rotation globale

Les équations fondamentales de la théorie de la rotation de la Terre sont exprimées dans un système de coordonnées moyen dans lequel tout mouvement ou toute déformation de la Terre ne contribue pas au moment cinétique global. Ce système de coordonnées est appelé système d'axes de Tisserand.

Le système d'axes de Tisserand attaché à un corps C est défini en minimisant l'énergie cinétique du corps C dans le système d'axes. On peut montrer qu'un tel système vérifie deux conditions, une condition de non translation et une condition de non rotation. Autrement dit, le corps C n'a pas de rotation, ni de translation d'ensemble dans le système d'axes de Tisserand.

Soient deux repères R_0 et R . R_0 est attaché au corps C , il est en translation et en rotation par rapport à R qui est un repère inertiel. Au point M , la loi de composition des positions-vitesses s'écrit :

$$\begin{cases} \vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r} \\ \vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{v} + \vec{\omega} \wedge \vec{r} \end{cases} \quad (17)$$

avec \vec{R} la position du point M dans R , \vec{R}_0 l'origine de R_0 dans R , \vec{r} la position de M dans R_0 , \vec{V} la vitesse de M dans R , \vec{V}_0 la vitesse de l'origine de R_0 dans R , \vec{v} la vitesse de M dans R_0 et $\vec{\omega}$ la rotation de R_0 par rapport à R .

On définit l'énergie cinétique de C dans R_0 par :

$$T = \frac{1}{2} \int_C v^2 dm$$

On cherche à montrer que minimiser l'énergie cinétique T revient à imposer deux conditions vectorielles (non translation, non rotation).

$$\delta T = \int_C \vec{v} \cdot \delta \vec{v} dm$$

D'après l'équation (17), on a $\delta \vec{v} = -\delta \vec{V}_0 - \delta \vec{\omega} \wedge \vec{r} - \vec{\omega} \wedge \delta \vec{r}$ car $\delta \vec{V} = \vec{0}$

$$\delta T = - \left(\int_C \vec{v} dm \right) \cdot \delta \vec{V}_O - \left(\int_C (\vec{r} \wedge \vec{v}) dm \right) \cdot \delta \vec{\omega} + \left(\int_C \vec{v} dm \right) \cdot (\vec{\omega} \wedge \delta \vec{R}_0)$$

$\delta \vec{R}_0$, $\delta \vec{V}_O$, $\delta \vec{\omega}$ sont arbitraires, donc :

$$\delta T = 0 \iff \left(\int_C \vec{v} dm = \vec{0} \right) \text{ et } \left(\int_C (\vec{r} \wedge \vec{v}) dm = \vec{0} \right)$$

Finalement, définir un système tel que T l'énergie cinétique du corps C dans ce système soit minimale est équivalent à imposer :

$$\begin{cases} \int_C \vec{v} dm = \vec{0} & \text{(condition de non translation)} \\ \int_C \vec{r} \wedge \vec{v} dm = \vec{0} & \text{(condition de non rotation)} \end{cases} \quad (18)$$

Le système d'axes défini par les conditions de non translation $\int_C \vec{v} dm = \vec{0}$ et de non rotation $\int_C \vec{r} \wedge \vec{v} = \vec{0}$ est appelé système d'axes de Tisserand.

Le domaine d'intégration

Le domaine d'intégration est la Terre entière. Cependant, on ne dispose que des mouvements de la croûte terrestre. Par conséquent, le domaine d'intégration, dans notre cas, sera restreint à la croûte terrestre. On fait l'hypothèse d'une Terre sphérique de densité uniforme et unitaire et l'intégrale triple devient alors une intégrale surfacique.

4.3 Application de la condition NNR dans le cas de plaques rigides

L'objet de ce paragraphe est, dans un premier temps, de donner la forme de la condition NNR sous l'hypothèse de plaques rigides et de voir dans un deuxième temps comment on peut définir un modèle de plaques respectant une condition NNR à partir d'un modèle de plaques relatif.

On se place dans le cadre d'une Terre sphérique de rayon unitaire et de densité uniforme et unitaire. Le domaine d'intégration est restreint aux mouvements en surface, l'intégrale volumique est alors une intégrale surfacique. La condition NNR (18) devient alors :

$$\int_T \vec{r} \wedge \vec{v} dA = \vec{0} \quad (19)$$

L'intégrale sur toute la Terre est la somme des intégrales sur chaque plaque, on a donc l'équation :

$$\int_T \vec{r} \wedge \vec{v} dA = \sum_p \int_p \vec{r} \wedge \vec{v} dA$$

On pose L_p la contribution de la plaque p à l'intégrale.

$$L_p = \int_p \vec{r} \wedge \vec{v} dA$$

On appelle le repère vérifiant la condition (19) repère NNR. Soit ω_p la vitesse de la plaque p dans le repère NNR. Dans l'hypothèse de plaques rigides, la vitesse \vec{v} dans le repère NNR du point M de vecteur position \vec{r} situé sur la plaque p est donnée par la relation :

$$\vec{v}(\vec{r}) = \vec{\omega}_p \wedge \vec{r}$$

$$L_p = \int_p \vec{r} \wedge (\vec{\omega}_p \wedge \vec{r}) dA$$

En utilisant la formule du double produit vectoriel $\vec{r} \wedge (\vec{\omega}_p \wedge \vec{r}) = (\vec{r} \cdot \vec{r})\vec{\omega}_p - (\vec{r} \cdot \vec{\omega}_p)\vec{r}$, L_p se réécrit :

$$L_p = \int_p \vec{r} \wedge (\vec{\omega}_p \wedge \vec{r}) dA = \int_p ((\vec{r} \cdot \vec{r})\vec{\omega}_p - (\vec{r} \cdot \vec{\omega}_p)\vec{r}) dA = \int_p (\vec{r} \cdot \vec{r})\vec{\omega}_p dA - \int_p (\vec{r} \cdot \vec{\omega}_p)\vec{r} dA$$

En supposant la Terre sphérique et de rayon unité, on peut écrire l'intégrale $\int_p (\vec{r} \cdot \vec{r})\vec{\omega}_p dA$ en fonction de l'aire A_p de la plaque p et du vecteur rotation de la plaque p .

$$\int_p (\vec{r} \cdot \vec{r})\vec{\omega}_p dA = A_p \vec{\omega}_p$$

On peut écrire $\int_p (\vec{r} \cdot \vec{\omega}_p)\vec{r} dA$ sous forme matricielle. Pour ce faire, on introduit la matrice 3×3 symétrique S_p définie par :

$$S_{pij} = \int_p x_i x_j dA$$

avec

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

On a alors :

$$\int_p (\vec{r} \cdot \vec{\omega}_p)\vec{r} dA = S_p \vec{\omega}_p$$

On introduit $Q_p = (A_p I - S_p)$, alors $L_p = Q_p \vec{\omega}_p$.

Q_p est une matrice 3×3 qui ne dépend que de la géométrie de la plaque, définie par :

$$Q_{pij} = \int_p (\delta_{ij} - x_i x_j) dA$$

La condition de non rotation devient alors :

$$\int_T \vec{r} \wedge \vec{v} dA = \sum_p Q_p \vec{\omega}_p = \vec{0} \quad (20)$$

Afin de rendre un modèle relatif absolu, il faut calculer la vitesse d'une des plaques dans le repère absolu. On part du repère relatif donné par exemple par rapport à la plaque Pacifique supposée fixe. Soient $\omega_{Pacifique}$ la vitesse de la plaque Pacifique dans le repère NNR et $\omega_{p/Pacifique}$ la vitesse de la plaque p par rapport à la plaque Pacifique. Les vecteurs rotations des plaques sont additifs, donc :

$$\omega_p = \omega_{Pacifique} + \omega_{p/Pacifique} \quad (21)$$

En combinant les équations (20) et (21), on obtient :

$$\begin{aligned} \sum_p Q_p \vec{\omega}_p &= \sum_p Q_p (\omega_{Pacifique} + \omega_{p/Pacifique}) \\ &= \sum_p Q_p \omega_{Pacifique} + \sum_p Q_p \omega_{p/Pacifique} \\ &= \left[\sum_p Q_p \right] \omega_{Pacifique} + \sum_p Q_p \omega_{p/Pacifique} \end{aligned}$$

Sur une sphère de rayon unité,

$$\sum_p Q_p = \frac{8\pi}{3} I$$

A partir du modèle de plaques relatif, la vitesse de la plaque Pacifique dans le repère NNR peut être calculée en utilisant la formule :

$$\omega_{Pacifique} = -\frac{3}{8\pi} \sum_p Q_p \omega_{p/Pacifique} \quad (22)$$

Finalement, on obtient le modèle absolu à partir du modèle relatif en utilisant la formule d'additivité des vecteurs de rotation donnée à l'équation (21). Cette méthode est celle utilisée pour le modèle géophysique NNR-NUVEL1A que l'on présentera au prochain chapitre.

Chapitre 5

Les modèles de plaques

En 1967, Jason Morgan [Morgan 1968] développa la première hypothèse « plaquiste ». Il supposa que la lithosphère était découpée en une série de « blocs » parfaitement rigides, se déplaçant les uns par rapport aux autres. Le mouvement d'un bloc pouvait être décrit par une simple rotation entre sa position initiale et sa position finale, rotation définie par un axe passant par le centre de la Terre (axe eulérien) et une vitesse angulaire. Les failles transformantes correspondaient à des petits cercles centrés sur l'axe eulérien, permettant d'en déterminer la position.

La même année et indépendamment, Dan Mc Kenzie et Robert Parker [McKenzie et Parker 1967] développèrent des idées analogues en introduisant le terme de « plaque » et l'année suivante, Xavier Le Pichon, en fit une première application. Il divisa la surface du globe en 6 plaques lithosphériques [Le Pichon 1968] dont il détermina les frontières à partir de l'activité tectonique et calcula les pôles de rotation de leur mouvement relatif depuis 120 millions d'années. Par la suite, ces mêmes procédés permirent par « fermeture » des océans de reconstruire les positions successives des continents depuis 200 millions d'années [www.ens-lyon.fr/Planet-Terre/Infosciences/Geodynamique/Mouvements-plaques/Tectonique/Articles/histo-tecto.htm].

Les premiers modèles à inversion globale sont ceux de Chase, [Chase 1972; 1978] et Minster et Jordan [Minster et Jordan 1978]. Le modèle RM2 [Minster et Jordan 1978] était basé sur 330 données.

Le dernier modèle, qui s'imposera, intitulé NUVEL1 (Northwestern University VELOCITY) [DeMets et al. 1990] en utilise 1122. Un gros effort a été fait pour déterminer les limites de précision du modèle.

5.1 NUVEL-1 et ses modèles dérivés

5.1.1 NUVEL-1 et NUVEL-1A

Les modèles NUVEL-1 [DeMets et al. 1990] et NUVEL-1A [DeMets et al. 1994] sont des modèles cinématiques purement géophysiques fournissant les pôles de rotation de douze et seize plaques respectivement.

NUVEL-1 est construit à partir de données indirectes sur le mouvement relatif aux frontières. Pour les rides océaniques, la direction du mouvement est donnée par l'azimut des failles transformantes, la vitesse d'ouverture par les anomalies magnétiques. Le module de la vitesse est obtenu à partir de la vitesse d'expansion supposée constante sur les 3, 4 derniers millions d'années. Pour les frontières en décrochement, la direction de la frontière donne la direction du mouvement. Pour les subductions, la direction du mouvement est donnée par le vecteur glissement des grands séismes interplaques. Le module de la vitesse n'est donc contraint que par les anomalies magnétiques.

En 1994, une révision de l'échelle paléomagnétique modifie les vitesses estimées pour toutes les plaques, sans modifier leur direction, ce qui donne le modèle NUVEL-1A. Entre NUVEL-1 et NUVEL-1A, un facteur correctif de 0,95 a été appliqué.

5.1.2 NNR-NUVEL1A

Le modèle NNR-NUVEL1A [Argus et Gordon 1991] est un modèle de plaques absolu basé sur le modèle géophysique relatif NUVEL1A. Il comporte 16 plaques comme NUVEL1A. La condition de non rotation est appliquée en utilisant la méthode présentée au paragraphe 4.3. Les matrices Q_p sont estimées pour chaque plaque. Le vecteur rotation de la plaque Pacifique dans le repère NNR est estimé en utilisant l'équation (22).

Des erreurs systématiques entachant les données utilisées dans le modèle NUVEL1A (Pacifique, Caraïbes, Amérique du Nord) et des changements significatifs de cinématique dans les 3 derniers millions d'années (Nazca, Inde, Arabie, Eurasie) ont été mis en évidence par la comparaison de ce modèle avec les modèles issus de la géodésie spatiale [Sella et al. 2002, Kreemer et al. 2000]. Un changement dans les mouvements relatifs des plaques affecte également la condition NNR. Le modèle NNR-NUVEL1A a besoin d'être révisé en utilisant les nouvelles données disponibles [Gordon 2001].

5.1.3 Les modèles basés sur NUVEL1 et les points chauds

Le modèle HS2-NUVEL1 [Gripp et Gordon 1990] est un modèle absolu basé sur les points chauds et construit à partir du modèle relatif NUVEL1. Il a été révisé en 1994 avec NUVEL1A.

Plus récemment, le modèle HS3-NUVEL1A [Gripp et Gordon 2002] également basé sur les points chauds a été publié. Un système de points chauds, rigide sur les 5,8 derniers

millions d'années a été défini, les points chauds de ce sous-ensemble rigide ne présentent pas de mouvements relatifs significatifs (i.e. supérieurs à la barre d'erreur). Les incertitudes sur les vitesses angulaires des plaques par rapport aux points chauds sont mieux déterminées dans HS3-NUVEL1A que dans HS2-NUVEL1.

Il y a une rotation significative [Gripp et Gordon 2002] du repère absolu défini à partir des points chauds par rapport au repère défini à partir de NNR-NUVEL1A. Le pôle eulérien de cette rotation est égal à 56°S , 70°E et a une vitesse angulaire de $0,44 \pm 0,11$ degrés par million d'années.

5.2 REVEL

REVEL [Sella et al. 2002] est un modèle global décrivant les vitesses relatives de 19 plaques et blocs continentaux.

La carte FIG.5.1 donne les frontières des plaques et le champ de vitesses utilisés pour estimer le modèle REVEL.

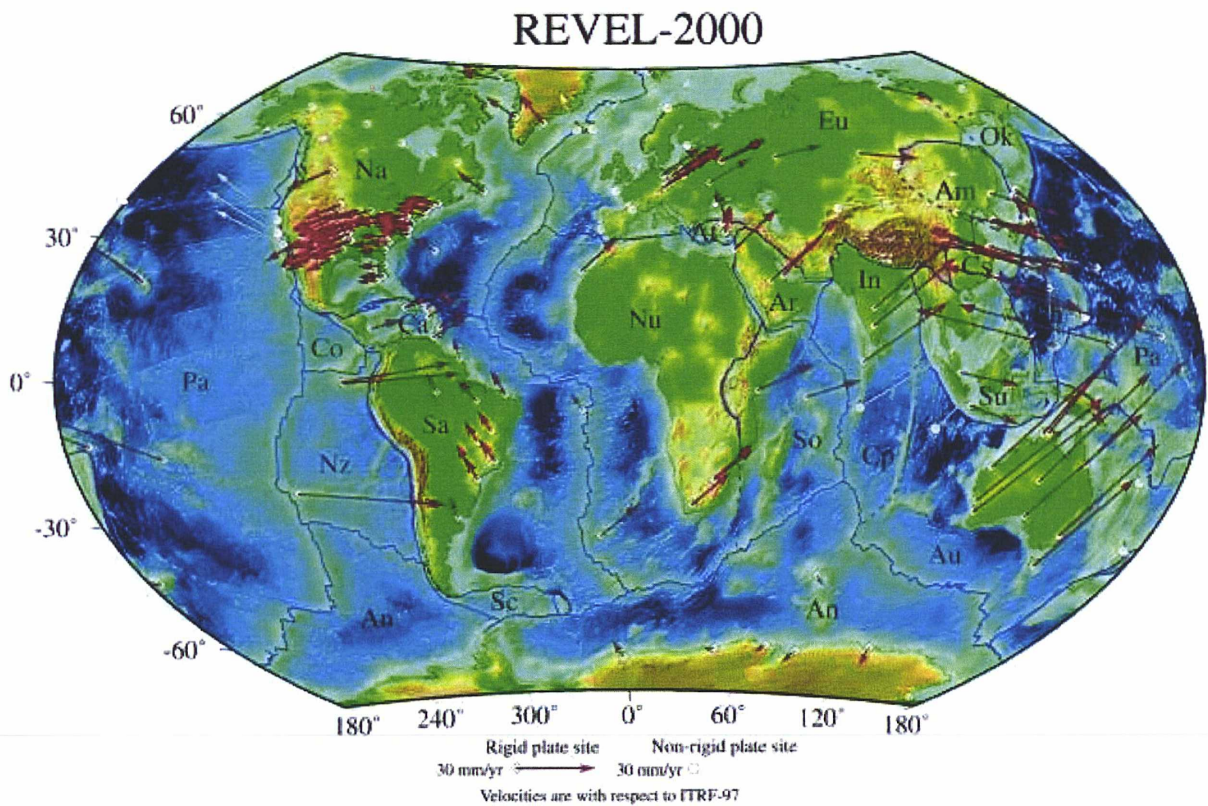


FIG. 5.1 – Modèle REVEL : vitesses des stations par rapport à l'ITRF97 utilisées pour estimer le modèle (Source : [Sella et al. 2002]).

Le modèle est calculé à partir de données de géodésie spatiale, principalement des données GPS. Les données GPS pour la période 1993-2000 ont été réanalysées de manière uniforme pour cette étude. Les sites GPS sont en majorité des sites permanents. L'erreur attendue sur la composante horizontale de la vitesse est de 0,5 à 1,5 mm/an. Les vitesses sont données dans l'ITRF97.

Les plaques sont supposées rigides et l'estimation des pôles de rotation est faite par moindres carrés. Les zones de déformation ne sont pas traitées et les stations situées dans des zones de déformation et à la frontière des plaques ne sont pas utilisées pour estimer les pôles de rotation.

Les plaques Amour, Anatolie, Arabie, Inde, Philippines, Somalie, Chine du sud, et Sonde ont moins de 5 sites et leur cinématique est mal déterminée.

Deux tiers des mouvements relatifs inter-plaques ne présentent pas de désaccords significatifs avec le modèle NNR-NUVEL1A. Les paires de plaques caraïbes - Amérique du Nord, caraïbes - Amérique du Sud et Amérique du Nord - Pacifique présentent des différences significatives probablement dues à des erreurs dans le modèle NNR-NUVEL1A. Les autres différences sont probablement dues à un changement de cinématique depuis les 3 derniers millions d'années. Les pôles relatifs des plaques arabe - Eurasie, arabe - Afrique (Nubie) et Eurasie - Inde présentent un ralentissement par rapport à NNR-NUVEL1A. Les paires de plaques Nazca - Pacifique, Nazca - Amérique du Sud et Afrique (Nubie) - Amérique du Sud présentent un ralentissement déjà observé par ailleurs.

Ce modèle n'est pas NNR proprement dit. Aucune condition de non rotation n'a été appliquée. Elle est imposée de manière implicite par un alignement sur l'ITRF97. Les vitesses sont données dans l'ITRF 97.

5.3 Global Strain Rate Model (GSRM)

Le modèle Global Strain Rate Model (GSRM) [Kreemer et al. 2000, Kreemer et Holt 2001a, Kreemer et al. 2003; 2006] est un modèle global des vitesses horizontales pour la surface de la Terre et des taux de déformation horizontaux pour presque toutes les zones de déformation aux frontières des plaques. Les modèles de vitesses et de déformation sont obtenus par un calcul global de champ tensoriel de gradients de vitesses.

Les observables utilisées pour contraindre le modèle sont :

1. un grand nombre de vitesses issues de la géodésie spatiale,
2. des tenseurs de moment sismique du catalogue CMT (Harvard Seismology Centroid Moment Tensor Project) qui donnent une description complète de la "taille" et de la géométrie des séismes,
3. des taux de glissement des failles quaternaires.

La lithosphère dans les zones de déformation est supposée se comporter comme un continuum [England et McKenzie 1982], ce qui est raisonnable pour des dimensions horizontales plusieurs fois supérieures à l'épaisseur de la lithosphère. Ceci veut dire que la résolution ne peut être supérieure à 50-100 km dans le champ tensoriel.

La condition de continuité est imposée sur les vecteurs rotations. L'interpolation est faite en utilisant une fonction de Bessel bicubique permettant une variation rapide du champ de taux de déformation. La rigidité de la plaque peut être simulée en contraignant la dérivée spatiale du vecteur rotation à être nulle.

Les limites des zones considérées comme rigides sont définies à partir de considérations sur la sismicité. La sismicité est par ailleurs utilisée pour déterminer le style et la direction du tenseur des taux de déformation en utilisant une sommation de Kostrov.

La carte FIG.5.2 montre les vitesses NNR fournies par le modèle aux noeuds d'une grille de 20 degrés par 20 degrés.

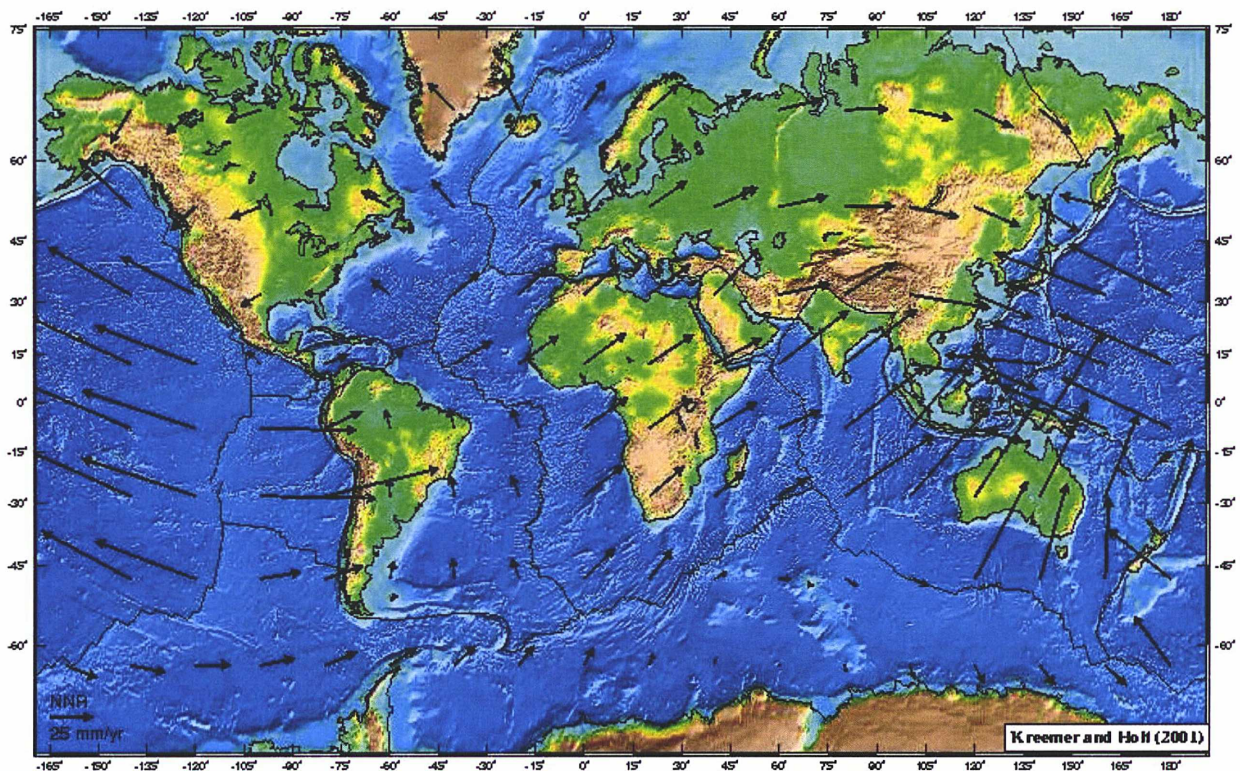


FIG. 5.2 – Modèle GSRM : vitesses NNR fournies par le modèle aux noeuds d'une grille de 20 degrés par 20 degrés (Source : [Kreemer et Holt 2001b]).

Le modèle GSRM-NNR-2 [Kreemer et al. 2006] est un modèle à 25 plaques. 19 plaques ont des données géodésiques permettant de contraindre leur mouvement. Le mouvement de 6 plaques (Capricorne, Caroline, Cocos, Juan de Fuca, Rivera et Scotia) n'est pas contraint par la géodésie spatiale.

La condition NNR de GSRM

Les zones de déformation sont prises en compte dans le modèle GSRM. Par conséquent, la condition NNR ne peut être appliquée en utilisant l'équation (22) qui est valable dans le cas de plaques supposées rigides. Le calcul de l'intégrale n'est donc pas réalisé par plaque. On part de l'équation (19). La vitesse angulaire $\vec{\omega}_p(\vec{r})$ d'un point M de vecteur position \vec{r} dans le repère NNR est une fonction continue du vecteur position \vec{r} sur une sphère unité.

$$\int_T \vec{r} \wedge \vec{v} dA = \int_T \vec{r} \wedge (\vec{\omega}_p(\vec{r}) \wedge \vec{r}) dA = \int_T (\vec{r} \cdot \vec{r}) \vec{\omega}_p(\vec{r}) dA - \int_T (\vec{r} \cdot \vec{\omega}_p(\vec{r})) \vec{r} dA \quad (23)$$

On introduit $M(\vec{r})$ une matrice 3×3 , on peut alors réécrire l'équation précédente sous forme matricielle :

$$\int_T \vec{r} \wedge \vec{v} dA = \int_T M(\vec{r}) \vec{\omega}_p(\vec{r}) dA \quad (24)$$

avec $M_{ij}(\vec{r}) = \delta_{ij} - x_i x_j$, δ_{ij} est le symbole de Kronecker et les x_i les coordonnées cartésiennes de \vec{r} .

Soient $\omega_{Pacifique}$ la vitesse de la plaque Pacifique dans le repère NNR et $\omega_{p/Pacifique}(\vec{r})$ la vitesse angulaire du point M dans un repère plaque Pacifique fixe. Les vecteurs rotations des plaques sont additifs, donc :

$$\omega_p(\vec{r}) = \omega_{Pacifique} + \omega_{p/Pacifique}(\vec{r}) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \int_T \vec{r} \wedge \vec{v} dA &= \int_T M(\vec{r}) \vec{\omega}_p(\vec{r}) dA = \int_T M(\vec{r}) [\omega_{Pacifique} + \omega_{p/Pacifique}(\vec{r})] dA \\ &= \left[\int_T M(\vec{r}) dA \right] \omega_{Pacifique} + \int_T M(\vec{r}) \omega_{p/Pacifique}(\vec{r}) dA \end{aligned}$$

Finalement, on obtient le pôle de rotation de la plaque Pacifique dans le repère NNR en calculant l'intégrale :

$$\omega_{Pacifique} = -\frac{3}{8\pi} \int_T M(\vec{r}) \omega_{p/Pacifique}(\vec{r}) dA \quad (26)$$

Dans le modèle [Kreemer et al. 2006], $\vec{\omega}_p(\vec{r})$ est résolu sur les noeuds d'une grille de 0.5 degrés par 0.6 degrés. Dans les zones de déformation, il est défini de manière continue

entre les noeuds par une spline de Bessel bicubique. Pour les plaques et les micro-plaques, $\vec{\omega}_p(\vec{r})$ est une constante égale à la vitesse angulaire de la plaque.

L'équation (26) est intégrée numériquement afin de calculer le pôle de rotation de la plaque Pacifique dans le repère NNR.

5.4 Actual Plate Kinematic Model (APKIM)

Il n'y a pas d'articles proprement dit sur ce modèle. On dispose de peu d'informations sur la méthode. Le modèle Actual Plate Kinematic Model (APKIM) [Drewes 1997] inclut 12 plaques majeures (seule la plaque Cocos n'est pas prise en compte) et 4 zones de déformation aux frontières des plaques (la Méditerranée, le Japon, la Californie et les Andes) [Drewes 1997].

Dans [Drewes 1997], la modélisation des zones de déformation régionales est faite en utilisant deux approches différentes :

1. La méthode des éléments finis utilise des modèles géophysiques de rhéologie et de forces décrivant la déformation continue. Le matériau est supposé homogène, isotrope et élastique.
2. Par collocation. Les vecteurs sont estimés par moindres carrés en utilisant une fonction empirique d'auto-covariance, fonction des vitesses latitudinales et longitudinales.

Les résultats obtenus avec ces deux méthodes sont sensiblement les mêmes.

Dans [Drewes 1997], le repère NNR est défini par la condition $\int_T \vec{V} dA = \vec{0}$, qui est réalisée en sommant les vitesses d'éléments de surface de $1^\circ \times 1^\circ$ et en contraignant cette somme à zéro. Dans [Drewes et Angermann 2001], la condition appliquée est $\sum V = 0$; $\sum V^T P V = \min$. La somme est réalisée sur des éléments de surface $1^\circ \times 1^\circ$ couvrant toute la terre.

5.5 Le modèle à six plaques estimé à partir du champ de vitesses de l'ITRF2000

Un modèle cinématique incluant 6 plaques tectoniques a été obtenu à partir du champ de vitesses de l'ITRF2000 [Altamimi et al. 2002a; 2003]. 51 stations ont été retenues pour estimer ce modèle. Les résultats du modèle ont montré un désaccord significatif avec le modèle NUVEL1A en terme de mouvements relatifs entre plaques tectoniques.

La condition NNR de l'ITRF2000

La condition de non rotation globale est implémentée de manière implicite dans l'ITRF2000 [Altamimi et al. 2002a; 2003]. L'évolution temporelle de l'ITRF2000 est alignée sur le modèle géophysique NNR-NUVEL1A, en minimisant la dérivée temporelle de la rotation

entre l'ITRF2000 et le modèle NNR-NUVEL1A.

Si on se limite aux angles de rotation et à leurs dérivées temporelles pour passer du repère 1 au repère 2, l'équation de transformation s'écrit :

$$\dot{X}^2 = \dot{X}^1 + \dot{R}.X^1 \quad (27)$$

avec $\dot{R}.X^i$ le vecteur vitesse dans le repère i et \dot{R} la matrice des dérivées temporelles des angles de rotation R_X , R_Y et R_Z .

$$\dot{R} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{R}_Z & \dot{R}_Y \\ \dot{R}_Z & 0 & -\dot{R}_X \\ -\dot{R}_Y & \dot{R}_X & 0 \end{bmatrix}$$

Les dérivées temporelles des rotations sont minimisées entre l'ITRF2000 et le modèle NNR-NUVEL1A en utilisant l'équation de contraintes minimales restreinte aux trois dérivées temporelles des rotations :

$$B(\dot{X}_{ITRF} - \dot{X}_{NNR-NUVEL1A}) = 0 \quad (28)$$

avec $B = (A^T A)^{-1} A^T$ et $A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & Z_a^i & -Y_a^i \\ -Z_a^i & 0 & X_a^i \\ Y_a^i & -X_a^i & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$

Pour l'ITRF2000, cet alignement a été réalisé sur 50 sites de grande qualité géodésique répartis sur 7 plaques tectoniques. Ces 50 points satisfont les critères suivants :

1. ils sont observés de manière continue depuis au moins 3 ans,
2. ils sont situés dans les zones rigides des plaques tectoniques et loin des zones de déformation,
3. ils présentent une erreur formelle sur la vitesse inférieure à 3 mm/an.

Ils sont répartis sur les plaques tectoniques de la manière suivante : 1 sur l'Afrique, 4 sur l'Antarctique, 4 sur l'Australie, 19 sur l'Eurasie, 14 sur l'Amérique du Nord, 4 sur Pacifique, 4 sur Amérique du Sud.

L'alignement de l'ITRF2000 sur NNR-NUVEL1A ne garantit pas que l'ITRF2000 satisfasse une condition NNR. En effet, un changement dans les mouvements relatifs des plaques affectent également la condition NNR. En raison d'erreurs systématiques dans NUVEL1A et de l'introduction de nouvelles plaques, la condition NNR appliquée dans NNR-NUVEL1A n'est pas valable et doit être révisée [Gordon 2001].

De plus, en raison des changements de cinématique observés, le modèle NUVEL1A n'est pas représentatif de la cinématique actuelle. La condition NNR du modèle NNR-NUVEL1A n'est donc pas représentative du champ de vitesses de l'ITRF.

5.6 PB2002

Le modèle PB2002 [Bird 2003] fournit les frontières de plaques sous forme numérique. La plupart de ces frontières sont fournies par la littérature. Quelques unes ont été déterminées à partir de la topographie, du volcanisme, et de la sismicité.

En plus, des 14 grandes plaques décrites dans NUVEL-1A, 38 petites plaques ont été incluses dans le modèle. Au total, PB2002 consiste en 52 plaques. Des zones de déformation sont signalées dans lesquelles les pôles de rotation fournis par le modèle ne sont pas valables.

La carte FIG.5.3 donne les limites des plaques et des zones de déformation.

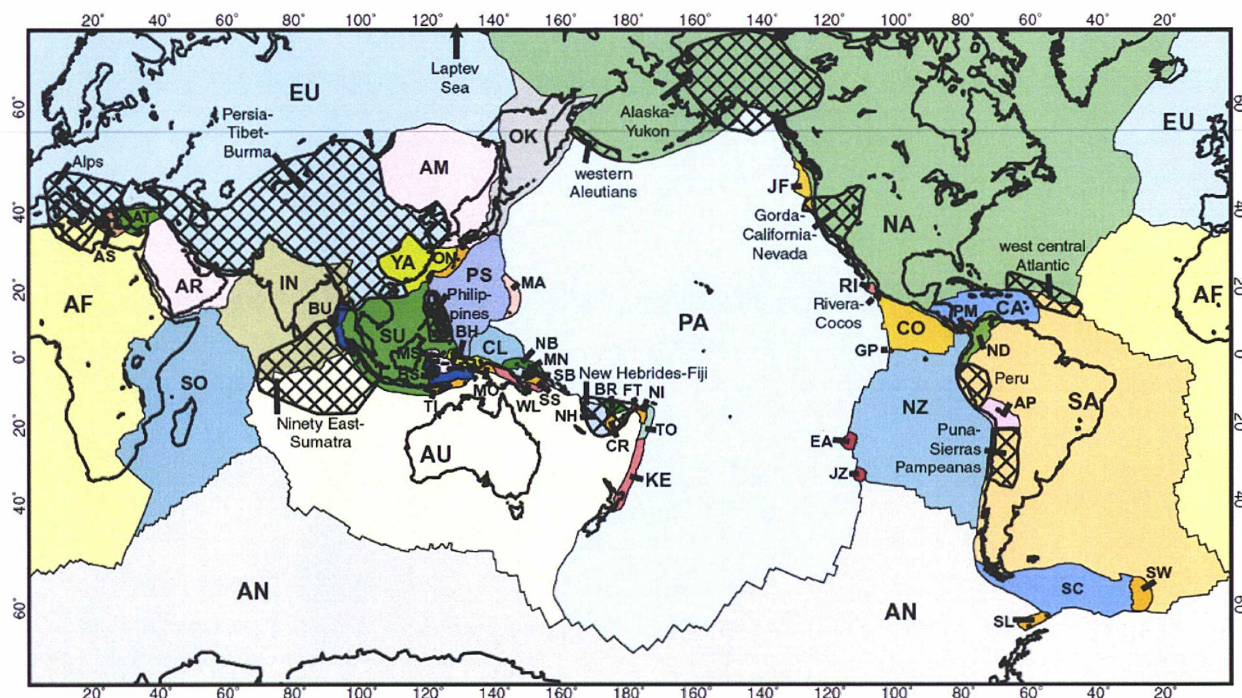


FIG. 5.3 – Modèle PB2002 : les 13 régions hachurées sont les zones de déformation (Source : [Bird 2003]).

Le modèle est donné dans un repère plaque Pacifique fixe, il s'agit donc d'un modèle relatif.

Les pôles d'Euler des 14 grandes plaques sont ceux de NUVEL-1A. Les pôles d'Euler des autres plaques sont donnés par la littérature ou estimés lors de cette étude.

En ce qui nous concerne, le modèle PB2002 a l'avantage de fournir, sous forme numérique, les limites récentes des plaques tectoniques. Il sera utilisé par la suite afin de définir

sur quelles plaques sont situées les stations de l'ITRF2005.

Chapitre 6

Calcul d'un modèle de plaques à partir d'un champ de vitesses

6.1 Estimation de pôles de rotation : le principe

6.1.1 Introduction

Un déplacement sur la surface de la Terre est assimilable à une rotation autour d'un axe vertical passant par un point situé à la surface de la Terre, appelé pôle d'Euler. Dans l'hypothèse des plaques rigides, la vitesse d'un point appartenant à une plaque donnée dépend donc de la distance du point au pôle de rotation de la plaque, et de la vitesse de rotation de la plaque autour du pôle. La formulation mathématique est la suivante :

$$V_i = \omega_p \wedge X_i \quad (29)$$

V_i est la vitesse du point i , X_i sa position et ω_p le vecteur rotation de la plaque p .

Le vecteur ω_p peut être donné sous la forme d'un vecteur tridimensionnel dont la norme donne la vitesse angulaire de rotation de la plaque. Différentes unités sont utilisées pour donner le vecteur ω_p : on trouve généralement ω_p donné en degrés par million d'années ($^\circ/Ma$) ou en millisecondes d'arc par an (mas/an). Le vecteur ω_p peut également être donné sous la forme des coordonnées géographiques du pôle de rotation à la surface de la Terre (λ, ϕ) en degrés et de la vitesse angulaire de rotation de la plaque donnée en degrés par million d'années ($^\circ/Ma$).

Les pôles de rotation sont fournis dans le même repère que le champ des vitesses horizontales. Par exemple, si le champ de vitesses est exprimé dans l'ITRF2005, le modèle sera lui aussi exprimé par rapport à l'ITRF2005.

6.1.2 Estimation des pôles de rotation

A partir d'un champ de vitesses, il est possible de déterminer les pôles de rotation d'une ou de plusieurs plaques. L'estimation est faite par moindres carrés en utilisant la

relation (29). Le résultat dépend du système de référence sous-jacent, du nombre de points utilisés et de leur répartition géographique sur la plaque, de la qualité des vitesses des stations utilisées et de la rigidité de la plaque.

On dispose d'un champ de vitesses et de sa matrice complète de variance-covariance fournis au format SINEX. La matrice de variance-covariance donne les écarts-types des vitesses ainsi que les corrélations entre les composantes pour chaque station et entre stations différentes. Le champ de vitesses et sa matrice sont fournis en coordonnées cartésiennes tridimensionnelles.

Pour chaque point P_i , on dispose d'une position à l'instant t exprimée en coordonnées cartésiennes tridimensionnelles (X_i, Y_i, Z_i) ou en coordonnées géographiques (λ_i, ϕ_i, h_i) , d'une vitesse exprimée en coordonnées cartésiennes tridimensionnelles $(V_{X_i}, V_{Y_i}, V_{Z_i})$ et de la matrice de variance-covariance associée.

6.1.2.1 Passage des vitesses exprimées dans le repère global $(V_{X_i}, V_{Y_i}, V_{Z_i})$ aux vitesses exprimées dans le repère local $(V_{e_i}, V_{n_i}, V_{h_i})$

Dans un premier temps, les vitesses tridimensionnelles sont transformées en vitesses horizontales. La matrice de variance-covariance est également modifiée pour être exprimée dans le repère local.

La formule de passage des vitesses exprimées dans le repère global $(V_{X_i}, V_{Y_i}, V_{Z_i})$ aux vitesses exprimées dans le repère local $(V_{e_i}, V_{n_i}, V_{h_i})$ est :

$$V_{enh_i} = R_{iXYZ \rightarrow enh} V_{XYZ_i} \quad (30)$$

avec $V_{XYZ_i} = \begin{bmatrix} V_{X_i} \\ V_{Y_i} \\ V_{Z_i} \end{bmatrix}$ la vitesse du point dans le repère global, $V_{enh_i} = \begin{bmatrix} V_{e_i} \\ V_{n_i} \\ V_{h_i} \end{bmatrix}$ la vitesse du point dans le repère local.

La matrice de passage du repère global au repère local est :

$$R_{iXYZ \rightarrow enh} = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda_i) & \cos(\lambda_i) & 0 \\ -\sin(\phi_i) \cos(\lambda_i) & -\sin(\phi_i) \sin(\lambda_i) & \cos(\phi_i) \\ \cos(\phi_i) \cos(\lambda_i) & \cos(\phi_i) \sin(\lambda_i) & \sin(\phi_i) \end{bmatrix}$$

Seule la vitesse horizontale de la station intervient dans l'équation (29). L'équation (30) peut donc être restreinte aux composantes est et nord de la vitesse :

$$V_{eni} = \begin{bmatrix} V_{e_i} \\ V_{n_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda_i) & \cos(\lambda_i) & 0 \\ -\sin(\phi_i) \cos(\lambda_i) & -\sin(\phi_i) \sin(\lambda_i) & \cos(\phi_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{X_i} \\ V_{Y_i} \\ V_{Z_i} \end{bmatrix} \quad (31)$$

On pose :

$$R_{iXYZ \rightarrow en} = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda_i) & \cos(\lambda_i) & 0 \\ -\sin(\phi_i) \cos(\lambda_i) & -\sin(\phi_i) \sin(\lambda_i) & \cos(\phi_i) \end{bmatrix}$$

Pour un champ de vitesses, on introduit les vecteurs $V_{XYZ} = V_{XYZ_{i \in [1,n]}}$ et $V_{en} = V_{en_{i \in [1,n]}}$ et la matrice $R_{XYZ \rightarrow en} = [\delta_{ij} R_{iXYZ \rightarrow en}]_{i,j \in [1,n]^2}$. On obtient alors l'expression matricielle :

$$V_{en} = R_{XYZ \rightarrow en} V_{XYZ} \quad (32)$$

La formule de propagation de la variance permet d'exprimer la matrice de variance-covariance du champ de vitesses horizontales dans le repère local à partir de la matrice de variance-covariance du champ de vitesses horizontales dans le repère global.

$$\Sigma_{V_{en}} = R_{XYZ \rightarrow en} \Sigma_{V_{XYZ}} {}^t R_{XYZ \rightarrow en}$$

avec $\Sigma_{V_{XYZ}}$ la matrice de variance-covariance du champ des vitesses tridimensionnelles et $\Sigma_{V_{en}}$ la matrice de variance-covariance du champ des vitesses horizontales.

6.1.2.2 L'équation d'observation

On se place dans l'hypothèse des plaques rigides. Pour chaque point P_i sur la plaque j , on peut donc utiliser l'équation (29). On introduit ω^j le vecteur rotation de la plaque j .

$$V_{XYZ_i} = \omega^j \wedge X_i$$

Cette formule peut se réécrire :

$$V_{XYZ_i} = \begin{bmatrix} V_{X_i} \\ V_{Y_i} \\ V_{Z_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Z_i & -Y_i \\ -Z_i & 0 & X_i \\ Y_i & -X_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_X^j \\ \omega_Y^j \\ \omega_Z^j \end{bmatrix}$$

Pour le point P_i sur la plaque j , on introduit :

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & Z_i & -Y_i \\ -Z_i & 0 & X_i \\ Y_i & -X_i & 0 \end{bmatrix}$$

n^j points appartiennent à la plaque j , on introduit la matrice :

$$A^j = \begin{bmatrix} A_{1j} \\ \vdots \\ A_{n^j j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Z_1 & -Y_1 \\ -Z_1 & 0 & X_1 \\ Y_1 & -X_1 & 0 \\ 0 & Z_2 & -Y_2 \\ -Z_2 & 0 & X_2 \\ Y_2 & -X_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & Z_{n^j} & -Y_{n^j} \\ -Z_{n^j} & 0 & X_{n^j} \\ Y_{n^j} & -X_{n^j} & 0 \end{bmatrix}$$

et le vecteur :

$$V_{XYZ}^j = \begin{bmatrix} V_{XYZ1} \\ \vdots \\ V_{XYZn^j} \end{bmatrix}$$

Pour chaque plaque j , on a :

$$V_{XYZ}^j = A^j \omega^j$$

Pour p plaques, on introduit la matrice :

$$A_G = [\delta_{ij} A^j]_{(i,j \in [1,n]^2)} = \begin{bmatrix} A^1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & A^p \end{bmatrix}$$

On introduit également les 2 vecteurs :

$$V_{XYZ} = \begin{bmatrix} V_{XYZ}^1 \\ \vdots \\ V_{XYZ}^p \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega^1 \\ \vdots \\ \omega^p \end{bmatrix}$$

Avec ces notations, on a :

$$V_{XYZ} = A_G \Omega \tag{33}$$

Seule la vitesse horizontale de la station intervient dans l'équation (29). Pour chaque station, on a donc seulement deux observations (V_e, V_n) au lieu de trois observations (V_X, V_Y, V_Z), il convient donc d'estimer les pôles de rotation à partir du champ de vitesses horizontales, plutôt qu'à partir du champ de vitesses tridimensionnelles [Nocquet et al. 2001]. En combinant les équations (32) et (33), on exprime le champ de vitesses horizontales en fonction du pôle de rotation de la plaque :

$$V_{en} = R_{XYZ \rightarrow en} V_{XYZ} = R_{XYZ \rightarrow en} A_G \Omega$$

On introduit la matrice $A = R_{XYZ \rightarrow en} A_G$ et le système à résoudre devient :

$$V_{en} = A \Omega \tag{34}$$

6.1.2.3 Résolution du système par moindres carrés

On résout le système (34) par moindres carrés pondérés. On dispose du vecteur d'observations V_{en} et de sa matrice de variance-covariance complète. On a trois inconnues par plaque et deux équations d'observations par point, il faut donc au moins deux points sur une plaque pour pouvoir estimer son pôle de rotation. En pratique, on estimera un pôle de rotation seulement pour les plaques ayant plus de trois sites.

Les paramètres estimés

La solution par moindres carrés [Sillard 2001] du système normal basé sur l'équation (34) est :

$$\hat{\Omega} = ({}^tAPA)^{-1}{}^tAPV_{en} \quad (35)$$

avec $P = \Sigma_{V_{en}}^{-1}$ la matrice de pondération.

Les résidus

Le vecteur des résidus est égal à

$$\hat{V} = V_{en} - A\hat{\Omega}$$

Les résidus représentent la différence entre la vitesse observée et la vitesse due au mouvement rigide estimé.

Le facteur unitaire de variance

Un estimateur sans biais du facteur unitaire de variance [Sillard 2001] est donné par :

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{V}^T P \hat{V}}{2n - 3p} \quad (36)$$

Le facteur de variance est une quantité sans dimension.

Matrice de variance-covariance des paramètres

La matrice de variance-covariance des paramètres vaut :

$$\Sigma_{\hat{\Omega}} = \hat{\sigma}_0^2 ({}^tAPA)^{-1} \quad (37)$$

Cette matrice donne une estimation de l'incertitude obtenue pour chaque paramètre estimé et de la covariance entre les paramètres.

6.1.2.4 Expression des vecteurs rotation sous la forme des coordonnées géographiques du pôle de rotation et de la vitesse angulaire de la plaque - transformation de la matrice de variance-covariance

Le pôle de rotation de la plaque j peut être fourni sous la forme du vecteur tridimensionnel $\omega^j = {}^t[\omega_X^j, \omega_Y^j, \omega_Z^j]$ ou sous la forme des coordonnées géographiques du pôle de rotation (λ^j, ϕ^j) et de la vitesse angulaire de rotation Ω^j .

La vitesse angulaire de la plaque j est égale à :

$$\Omega^j = \sqrt{\omega_X^{j2} + \omega_Y^{j2} + \omega_Z^{j2}} \quad (38)$$

Les coordonnées géographiques du pôle de rotation sont égales à :

$$\begin{cases} \lambda_j = \arctan \left[\frac{\omega_Y^j}{\omega_X^j} \right] \\ \phi_j = \arctan \left[\frac{\omega_Z^j}{\sqrt{\omega_X^{j2} + \omega_Y^{j2}}} \right] \end{cases} \quad (39)$$

On introduit le vecteur $\omega_{(\Omega, \lambda, \phi)}^j = {}^t[\Omega^j, \lambda_j, \phi_j]$. On introduit Σ_{ω^j} la matrice de variance-covariance associée au vecteur ω^j et $\Sigma_{\omega_{(\Omega, \lambda, \phi)}^j}$ la matrice de variance-covariance associée au vecteur $\omega_{(\Omega, \lambda, \phi)}^j$.

La matrice $\Sigma_{\omega_{(\Omega, \lambda, \phi)}^j}$ est obtenue par linéarisation des équations (38, 39) et par application de la formule de propagation de la variance.

$$\Sigma_{\omega_{(\Omega, \lambda, \phi)}^j} = J^j \Sigma_{\omega^j} {}^t J^j \quad (40)$$

avec

$$J^j = \begin{bmatrix} \frac{\omega_X^j}{\Omega^j} & \frac{\omega_Y^j}{\Omega^j} & \frac{\omega_Z^j}{\Omega^j} \\ -\frac{\omega_Y^j}{D^j} & \frac{\omega_X^j}{D^j} & 0 \\ -\frac{\omega_X^j \omega_Z^j}{\Omega^{j2} \sqrt{D^j}} & -\frac{\omega_Y^j \omega_Z^j}{\Omega^{j2} \sqrt{D^j}} & \frac{\omega_X^{j2} + \omega_Y^{j2}}{\Omega^{j2} \sqrt{D^j}} \end{bmatrix}$$

en posant

$$D^j = \omega_X^{j2} + \omega_Y^{j2}$$

On introduit le vecteur :

$$\Omega_{(\Omega, \lambda, \phi)} = \begin{bmatrix} \omega_{(\Omega, \lambda, \phi)}^1 \\ \vdots \\ \omega_{(\Omega, \lambda, \phi)}^p \end{bmatrix}$$

On introduit $\Sigma_{\Omega_{(\Omega, \lambda, \phi)}}$ la matrice de variance-covariance associée au vecteur $\Omega_{(\Omega, \lambda, \phi)}$.

On introduit la matrice :

$$J = [\delta_{ij} J^j]_{(i, j \in [1, n]^2)} = \begin{bmatrix} J^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & J^p \end{bmatrix}$$

Et finalement, on obtient :

$$\Sigma_{\hat{\Omega}_{(\Omega, \lambda, \phi)}} = J \Sigma_{\hat{\Omega}} {}^t J$$

Cette matrice donne une estimation de l'incertitude obtenue pour chaque élément du vecteur $\Omega_{(\Omega,\lambda,\phi)}$ et de la covariance entre ces éléments.

La corrélation ρ_{ab} entre deux paramètres a et b du vecteur $\Omega_{(\Omega,\lambda,\phi)}$ est alors égale à :

$$\rho_{ab} = \frac{C_{ab}}{\sigma_a \sigma_b}$$

avec C_{ab} la covariance entre les deux paramètres a et b , σ_a l'écart-type sur le paramètre a et σ_b l'écart-type sur le paramètre b .

6.2 Le modèle de plaques de l'ITRF2005

L'ITRF2005 fournit les coordonnées (positions et vitesses) de 654 stations pour 365 sites. Les stations proches géographiquement (jusqu'à 20km dans certains cas) sont attribuées à un même site, appelé site de co-localisation dans le cas où plusieurs techniques coexistent.

Le champ de vitesses de l'ITRF2005 est utilisé pour estimer les vecteurs de rotation des plaques tectoniques.

6.2.1 Sélection des stations

Afin de s'assurer de la qualité des vitesses utilisées dans l'estimation, une première sélection est effectuée. Elle repose sur deux critères.

Les stations ayant moins de 2,5 ans de données sont retirées de la sélection. En effet, la combinaison de l'ITRF2005 est basée sur un modèle linéaire. Les variations saisonnières ne sont pas estimées. Or, les positions des stations de l'ITRF2005 sont affectées de mouvements saisonniers typiquement de quelques millimètres d'amplitude. La présence de signaux annuels peut biaiser de manière significative l'estimation des vitesses [Blewitt et Lavallée 2002]. Lorsque les mouvements saisonniers ne sont pas modélisés, il est recommandé [Blewitt et Lavallée 2002] de ne pas prendre en compte les vitesses estimées pour les stations ayant moins de 2,5 ans de données.

Le deuxième critère est basé sur l'estimation de l'erreur donnée par la matrice de variance-covariance du champ de vitesses. Seules les stations ayant une erreur formelle sur la vitesse horizontale inférieure à 3 mm/an sont gardées.

Il reste alors 558 stations pour 289 sites. Une seule station par site est gardée. Deux cas se présentent :

- dans un premier cas, toutes les stations du site ont été contraintes à avoir la même vitesse. Elles présentent en général le même écart-type sur la vitesse. Dans ce cas, on garde une des stations au hasard.
- dans un second cas, les vitesses des stations situées sur le même site sont différentes, on choisit alors la station ayant l'erreur formelle la plus petite.

Cette sélection a été effectuée en vérifiant, pour chaque station, les séries temporelles des résidus afin d'avoir un champ de vitesses le mieux défini possible.

On dispose alors d'un champ de vitesses pour 289 stations ayant une erreur formelle sur la vitesse inférieure à 3 mm/an et au moins 2,5 ans d'observations, on appellera cette sélection de points ITRF2005S3.

Ces stations sont attribuées à une plaque tectonique en utilisant les limites de plaques fournies par le modèle PB2002. 22 plaques ou blocs rigides contiennent au moins une station. Le nom de ces plaques et le nombre de stations situées sur chacune d'elles sont donnés dans le tableau TAB.6.1. Les pôles de rotation sont estimés pour les plaques ayant au moins trois sites. On peut donc théoriquement estimer le pôle de 16 plaques.

Code de la plaque	Nombre de stations		Nom de la plaque
	ITRF2005S3	ITRF2005Pole	
plaques ayant un pôle estimé			
AF	20	13	Afrique (Nubie)
AM	6	5	Amour
AN	12	8	Antarctique
AR	7	4	Arabie
AU	18	15	Australie
CA	7	3	Caraïbes
EU	83	52	Eurasie
IN	4	3	Inde
NA	64	31	Amérique du Nord
NZ	3	3	Nazca
OK	11	5	Okhotsk
PA	22	10	Pacifique
SA	11	8	Amérique du Sud
SO	6	3	Somalie
YA	4	3	Yangtsé
plaques non déterminées			
SU	4		Sonde
AT	2		Anatolie
SB	1		Bismarck Sud
ND	1		Andes du Nord
MA	1		Mariannes
AS	1		Mer Égée
AP	1		Altiplano

TAB. 6.1 – Liste des plaques ayant au moins une station de la sélection ITRF2005S3.

Une première estimation est réalisée à partir de la sélection ITRF2005S3. Les stations qui ne respectent pas le modèle rigide et qui ont une vitesse résiduelle supérieure à 2

mm/an sont éliminées progressivement de l'estimation. En effet, le calcul est réalisé par itération. A chaque itération, les stations présentant les vitesses résiduelles les plus importantes sont rejetées.

Finalement, on a pu estimer la vitesse de 15 plaques. Le pôle de rotation n'a pu être estimé pour la plaque de la Sonde car les vitesses ne sont pas "cohérentes" entre elles. Il ne reste finalement que deux stations pour estimer le pôle. Pour les plaques Caraïbes et Inde, le faible nombre de stations (trois stations pour chacune des plaques), nous a obligé à garder des stations ayant des vitesses résiduelles supérieures à 2 mm/an et inférieure à 2,6 mm/an pour la plaque Caraïbes et 3,8 mm/an pour la plaque indienne.

Notre estimation pour la plaque OK est douteuse. En effet, on a pu trouver un mouvement rigide convenant à cinq stations mais celles ci sont mal réparties sur la plaque et les six autres stations ont des vitesses résiduelles en total désaccord avec cette rotation.

Les valeurs des vitesses résiduelles sont données dans le tableau TAB.A.1 situé en annexe A. Ce tableau récapitule, pour les 15 plaques dont la cinématique a pu être estimée, la liste des stations de la sélection ITRF2005S3. Pour chaque station, les informations suivantes sont fournies : le numéro DOMES et le code de la station, les coordonnées géographiques (λ, ϕ) , les composantes est et nord de la vitesse exprimée en ITRF2005, les écarts-types sur ces composantes $(\sigma_{V_e}$ et σ_{V_n}) ainsi que la corrélation entre les 2 composantes est et nord $\rho_{V_e V_n}$, et enfin la vitesse résiduelle obtenue en soustrayant la vitesse due au mouvement rigide de la plaque sur laquelle la station est située.

La sélection finale utilisée pour l'estimation des pôles de rotation des plaques est appelée ITRF2005Pole. Les stations de cette sélection sont marquées d'un *P* dans la dernière colonne du tableau TAB.A.1. Cette sélection contient 166 stations réparties sur 15 plaques. La liste des plaques et le nombre de stations par plaque pour la sélection ITRF2005Pole sont également donnés dans le tableau TAB.6.1.

Les vitesses exprimées dans l'ITRF2005 de la sélection ITRF2005Pole sont tracées sur la figure FIG.6.1 et les vitesses résiduelles sont tracées sur la carte FIG.6.2. La vitesse résiduelle d'une station est obtenue en soustrayant la vitesse due à la tectonique à la vitesse de la station. Sur ces deux cartes, le niveau de confiance des ellipses d'erreur est de 68%. On remarque qu'il n'y a pas d'effets systématiques dans les résidus du calcul par moindres carrés.

6.2.2 Choix d'une stratégie d'estimation

L'estimation du modèle de plaques peut être menée en suivant différentes stratégies.

On peut utiliser différentes matrices de poids lors de l'estimation. Dans le cas où la matrice de poids est l'inverse de la matrice de variance-covariance complète, les variances des vitesses ainsi que leurs corrélations sont alors prises en compte. Lorsqu'on utilise l'in-

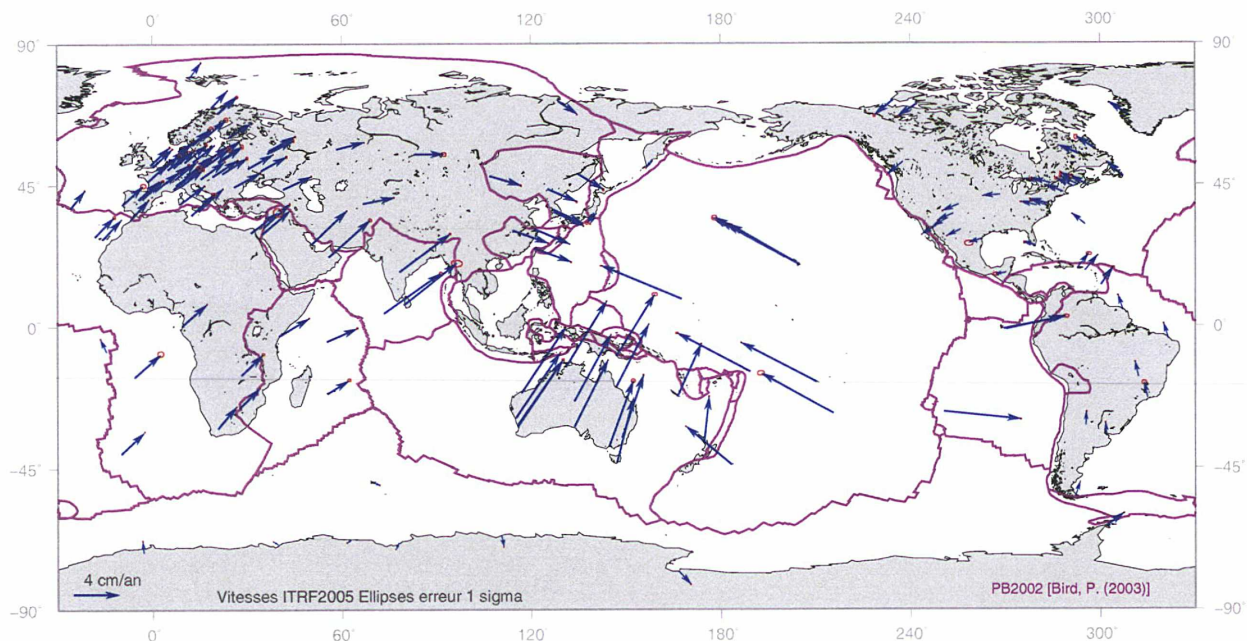


FIG. 6.1 – Champ des vitesses horizontales exprimées dans l'ITRF2005 de la sélection ITRF2005Pole.

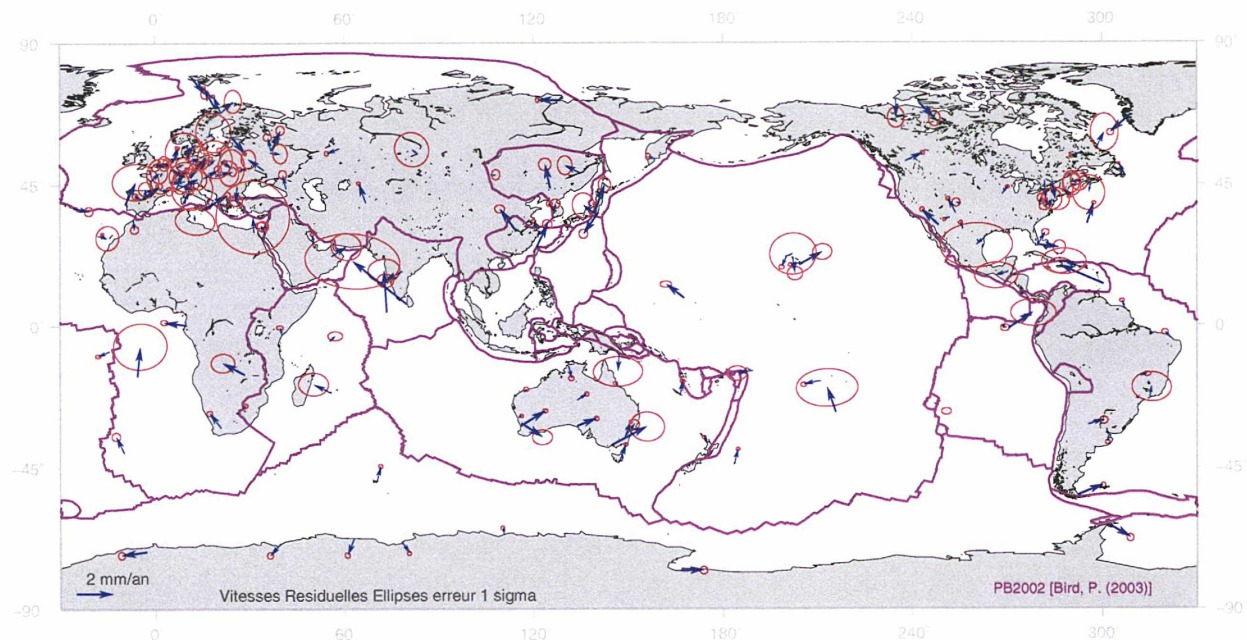


FIG. 6.2 – Champ des vitesses horizontales résiduelles de la sélection ITRF2005Pole.

verse de la matrice de variance-covariance des vitesses réduite à une matrice diagonale, seules les variances des vitesses sont prises en compte lors de l'inversion, les corrélations étant négligées.

On peut réaliser un calcul global, l'inversion du système est alors faite pour toutes les

plaques en une seule fois. On peut également faire un calcul plaque par plaque. Dans ce cas, le pôle de rotation de chaque plaque est estimé indépendamment des autres.

L'effet de système de référence

Toute matrice de variance-covariance d'un jeu de coordonnées de stations peut généralement se décomposer en une somme de bruit de mesure et d'effet dit de système de référence [Sillard et Boucher 2001].

Lors de l'estimation du modèle de plaques en utilisant une matrice de poids pleine, il peut arriver que les résidus ne soient pas centrés et qu'ils présentent un systématisme. L'effet disparaît lorsqu'on utilise une matrice de poids diagonale. Le systématisme observé est dû au fait que l'effet de système de référence dans la matrice de variance-covariance n'est pas négligeable.

Dans ce cas, il est nécessaire d'utiliser des contraintes internes qui ont pour effet de minimiser les corrélations liées à la géométrie du réseau. Pour cela, avant chaque estimation des pôles de rotation, la matrice de variance-covariance de la solution utilisée est réestimée en utilisant l'équation de contraintes internes suivante [Altamimi et al. 2002b] :

$$\Sigma_s^I = \Sigma_s - \Sigma_s^t B (B \Sigma_s^t B + \Sigma_\theta)^{-1} B \Sigma_s \quad (41)$$

avec Σ_s^I la matrice de variance-covariance réestimée, Σ_s la matrice de variance-covariance initiale de la solution, B la matrice des contraintes minimales définie à l'équation (10) et Σ_θ une matrice diagonale contenant les variances des 14 paramètres nécessaires à la définition du RRT.

Toutes les estimations de pôles de rotation sont donc faites à partir de champs de vitesses pour lesquels la matrice de variance-covariance a été réestimée en utilisant l'équation de contraintes internes donnée par l'équation (41).

Le choix de la stratégie

Le tableau TAB.6.2 récapitule les résultats calculés à partir d'une même sélection de stations (à savoir ITRF2005Pole), pour les quinze plaques dont la cinématique a pu être estimée et pour trois stratégies différentes. Dans la partie gauche du tableau, le modèle est donné pour un calcul plaque par plaque en utilisant une matrice de poids pleine (solution 1). Les deux autres résultats concernent un calcul global avec une matrice de poids diagonale (solution 2) ou pleine (solution 3).

Pour ces trois solutions et pour chaque plaque, la première ligne fournit le pôle de rotation de la plaque sous la forme des coordonnées géographiques du pôle de rotation (λ, ϕ) en degrés et de la vitesse angulaire de rotation Ω en degrés par million d'années

La cinquième colonne du tableau donne une quantité σ_p^2 que l'on appellera facteur de variance par plaque.

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} \left[\frac{RV_{ei}^2}{\sigma_{V_{ei}}^2} + \frac{RV_{ni}^2}{\sigma_{V_{ni}}^2} \right]}{2n_p - 3} \quad (42)$$

avec RV_e et RV_n les composantes est et nord des vitesses résiduelles, σ_{V_e} et σ_{V_n} les écarts-types sur les composantes est et nord des vitesses et n_p le nombre de stations sur la plaque p . $2n_p - 3$ est donc le nombre de degrés de liberté pour la plaque p . La dernière ligne du tableau donne, pour les solutions 2 et 3, l'estimation du facteur unitaire de variance. Dans le cas de la solution 3, la dernière colonne du tableau donne le facteur de variance par plaque normalisé par le facteur unitaire de variance.

Ces trois stratégies conduisent à des solutions équivalentes dans la mesure où les différences entre les paramètres estimés restent inférieures à trois fois l'écart-type des paramètres. La différence convertie en mm/an à la surface de la Terre reste inférieure à 0,7 mm/an pour toutes les plaques exceptée l'Inde où la différence atteint 1,5 mm/an.

Les écarts-types sur les valeurs des pôles (Ω, λ, ϕ) pour les plaques ayant peu de stations (AM, AR, CA, IN, OK, SO, YA) sont nettement sous-estimés dans la solution 1 en comparaison aux solutions 2 et 3. Par contre, pour les plaques comme PA, AN, AU, EU, NA où le nombre de stations est plus important, les écarts-types sur les valeurs du pôle sont du même ordre de grandeur dans les trois solutions. La matrice de variance-covariance des paramètres estimés (37) est normalisée par le facteur unitaire de variance (36). Dans le cas d'une estimation globale, cette normalisation est la même pour toutes les plaques. Dans le cas de la solution 1, la normalisation est faite indépendamment pour chaque plaque. Ceci peut expliquer que les écarts-types sur les pôles soient sous-estimés pour les plaques ayant peu de stations dans la solution 1. Afin d'avoir un modèle homogène en ce qui concerne les pôles et leurs incertitudes, une estimation globale est préférable.

Le facteur de variance par plaque calculé pour chaque plaque et pour les 3 solutions est un indicateur de l'adéquation du modèle aux mesures dans le cas de chaque plaque. Il permet de comparer les estimations obtenues par les 3 solutions pour chaque plaque. Dans le cas d'un calcul pour une seule plaque en utilisant une matrice de pondération diagonale, cette quantité est la même que le facteur unitaire de variance. Dans le cas, d'une matrice de pondération diagonale, il s'agit bien de la valeur qui a été minimisée. Par contre, dans le cas d'une matrice pleine, la valeur minimisée dépend également des corrélations. Il est donc normal que dans le cas d'un calcul diagonal ou par plaque, le facteur de variance par plaque soit plus faible que pour une estimation globale avec une matrice de pondération pleine.

On remarque également que les solutions 1 et 2 donnent des résultats proches en ce qui concerne les valeurs des pôles, alors que la solution 3 conduit à un modèle un peu différent. On peut donc en conclure que les corrélations entre les vitesses des stations d'une même plaque mais également de plaques différentes influencent les résultats. Les solutions 1 et 2

présentent des vitesses résiduelles légèrement inférieures à celles de la solution 3. Cependant, la corrélation entre les vitesses de stations différentes reflète la cohérence interne de la solution en tenant compte de la géométrie du réseau et de la mesure. Par conséquent, cette information ne doit pas être négligée dans le calcul d'un modèle de plaques.

Désormais, on adoptera la stratégie 3 qui consiste à réaliser une estimation globale par moindres carrés pondérés, en utilisant comme matrice de poids l'inverse de la matrice de variance-covariance pleine des vitesses.

6.2.3 Estimation du modèle de plaques dans l'ITRF2005

Le tableau TAB.6.3 donne les pôles de rotation de quinze plaques.

Pour chaque plaque, la première ligne fournit le pôle de rotation de la plaque sous la forme d'un vecteur tridimensionnel $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ exprimé en degrés par million d'années ($^\circ/Ma$), et sous la forme des coordonnées géographiques du pôle de rotation (λ, ϕ) en degrés et de la vitesse angulaire de rotation Ω en degrés par million d'années ($^\circ/Ma$). Pour chacun de ces six paramètres, la seconde ligne fournit l'incertitude associée au paramètre estimé. Les trois dernières colonnes du tableau donnent la corrélation entre la vitesse angulaire de rotation et la longitude du pôle $\rho_{\Omega\lambda}$, la corrélation entre la vitesse angulaire de rotation et la latitude du pôle $\rho_{\Omega\phi}$ et la corrélation entre la latitude et la longitude du pôle $\rho_{\lambda\phi}$.

La cinématique des plaques AN, AU, EU, NA, PA et SA déjà déterminée à partir de l'ITRF2000 [Altamimi et al. 2002a; 2003] est à nouveau estimée. Ces plaques ont au moins huit vitesses utilisées dans l'estimation, leur détermination est précise. Les écarts-types sur la position du pôle de rotation σ_ϕ et σ_λ restent inférieurs à 2° et l'écart-type sur la vitesse de rotation σ_Ω est de l'ordre de $0,003^\circ/Ma$. De plus, la corrélation entre la latitude et la longitude des pôles de rotation reste inférieure à 0,2, sauf pour l'Eurasie où la corrélation atteint 0,5, les corrélations entre les coordonnées du pôle et la vitesse angulaire du pôle restent inférieure à 0,3 sauf pour l'Eurasie où la corrélation entre la vitesse angulaire et la latitude du pôle atteint 0,59 et la plaque nord-américaine où la corrélation atteint 0,51.

La cinématique de neuf plaques supplémentaires a pu être déterminée. Il s'agit des plaques africaines AF et SO, des plaques AR, CA, IN, NZ et enfin des plaques AM, YA et OK.

La plaque AF est estimée à partir de 13 vitesses. L'incertitude sur la détermination du pôle de rotation est du même ordre que pour les 6 plaques (PA, AN, AU, EU, NA et SA).

En ce qui concerne les plaques SO, AR, CA, IN, NZ, AM, YA et OK, le nombre de stations disponibles pour déterminer la position du pôle est insuffisant pour permettre une bonne estimation en terme de précision. L'incertitude sur la position du pôle et sur la vitesse de la plaque est élevée et les paramètres estimés sont corrélés, comme le montre

6.2. Le modèle de plaques de l'ITRF2005

Plaque	ω_x °/Ma	ω_y °/Ma	ω_z °/Ma	Ω °/Ma	λ °E	ϕ °N	$\rho_{\Omega\lambda}$	$\rho_{\Omega\phi}$	$\rho_{\lambda\phi}$
AF	0,022 ±0,004	-0,170 ±0,002	0,205 ±0,003	0,267 ±0,003	-82,70 ±1,22	50,07 ±0,46	0,48	0,29	0,12
AM	-0,034 ±0,017	-0,147 ±0,023	0,227 ±0,024	0,273 ±0,011	-102,89 ±7,95	56,49 ±5,98	-0,87	0,88	-0,96
AN	-0,066 ±0,003	-0,091 ±0,004	0,193 ±0,006	0,224 ±0,006	-126,08 ±1,61	59,82 ±0,81	0,16	0,27	0,05
AR	0,369 ±0,015	0,032 ±0,017	0,440 ±0,012	0,575 ±0,019	4,91 ±2,35	49,91 ±0,58	0,97	-0,81	-0,84
AU	0,419 ±0,003	0,323 ±0,003	0,337 ±0,003	0,627 ±0,003	37,55 ±0,33	32,52 ±0,25	-0,30	0,10	-0,25
CA	-0,044 ±0,074	-0,185 ±0,154	0,153 ±0,054	0,244 ±0,138	-103,40 ±32,27	38,80 ±9,68	1,00	-0,99	0,99
EU	-0,018 ±0,002	-0,144 ±0,001	0,213 ±0,003	0,258 ±0,002	-97,30 ±0,81	55,78 ±0,47	0,43	0,59	0,49
IN	0,323 ±0,035	0,043 ±0,147	0,463 ±0,040	0,566 ±0,062	7,64 ±24,88	54,87 ±2,61	0,97	-0,76	-0,81
NA	0,007 ±0,002	-0,189 ±0,002	-0,018 ±0,003	0,190 ±0,002	-87,84 ±0,55	-5,51 ±0,82	0,18	0,51	0,12
NZ	-0,091 ±0,007	-0,444 ±0,022	0,454 ±0,009	0,641 ±0,014	-101,56 ±0,71	45,06 ±1,74	0,14	-0,73	-0,14
OK	-0,045 ±0,011	-0,055 ±0,009	-0,044 ±0,011	0,084 ±0,006	-128,83 ±11,03	-31,60 ±6,57	0,87	-0,87	-0,93
PA	-0,122 ±0,004	0,290 ±0,003	-0,603 ±0,003	0,680 ±0,003	112,79 ±0,68	-62,46 ±0,21	0,12	-0,17	0,002
SA	-0,075 ±0,003	-0,088 ±0,003	-0,035 ±0,003	0,121 ±0,003	-130,46 ±1,93	-16,99 ±1,54	0,13	-0,15	-0,19
SO	0,001 ±0,027	-0,181 ±0,025	0,250 ±0,008	0,308 ±0,017	-89,85 ±8,60	54,09 ±3,51	-0,92	-0,85	0,95
YA	-0,055 ±0,031	-0,147 ±0,052	0,272 ±0,036	0,314 ±0,012	-110,56 ±17,26	59,96 ±9,25	-0,94	0,94	0,99

TAB. 6.3 – Modèle de plaques estimé à partir de la sélection ITRF2005Pole et exprimé dans l'ITRF2005.

les corrélations entre les coordonnées géographiques du pôle et la vitesse angulaire de rotation ($\rho_{\Omega\lambda}$, $\rho_{\Omega\phi}$ et $\rho_{\lambda\phi}$).

Ce modèle est exprimé dans l'ITRF2005. On souhaite le comparer à d'autres modèles de plaques existants. Afin de comparer des modèles de plaques, ils doivent être estimés dans le même repère de référence ou de manière relative par paires de plaques.

Dans un premier temps, on a choisi de comparer ce modèle avec celui obtenu à partir du champ de vitesses de l'ITRF2000 [Altamimi et al. 2002a; 2003].

6.2.4 Estimation du modèle de plaques dans l'ITRF2000

Nous avons exprimé la solution ITRF2005 dans le repère de l'ITRF2000 en utilisant la transformation standard entre 2 RRT, donnée par les équations (2) et (4).

6.2.4.1 Paramètres de transformation entre l'ITRF2000 et l'ITRF2005

Le tableau TAB.6.4 donne les 14 paramètres de transformation entre l'ITRF2000 et l'ITRF2005. Ils ont été estimés à partir d'une sélection de 70 sites [Altamimi et al. 2007]. Ces paramètres sont disponibles sur le site [<http://itrf.ensg.ign.fr/>].

	T_X	T_Y	T_Z	D	R_X	R_Y	R_Z
	<i>mm</i>	<i>mm</i>	<i>mm</i>	10^{-9}	<i>mas</i>	<i>mas</i>	<i>mas</i>
	0.1	-0.8	-5.8	0.40	0	0	0
±	0.3	0.3	0.3	0.05	0.012	0.012	0.012
	\dot{T}_X	\dot{T}_Y	\dot{T}_Z	\dot{D}	\dot{R}_X	\dot{R}_Y	\dot{R}_Z
	<i>mm/an</i>	<i>mm/an</i>	<i>mm/an</i>	$10^{-9}/\text{an}$	<i>mas/an</i>	<i>mas/an</i>	<i>mas/an</i>
	-0.2	0.1	-1.8	0.08	0	0	0
±	0.3	0.3	0.3	0.05	0.012	0.012	0.012

TAB. 6.4 – Paramètres de transformation entre l'ITRF2005 et l'ITRF2000 (Source : [Altamimi et al. 2007]).

Seules les dérivées temporelles des translations, des rotations et du facteur d'échelle sont susceptibles de modifier le champ de vitesses et donc les valeurs des pôles de rotation estimées.

Par convention, l'orientation et l'évolution temporelle de l'orientation de l'ITRF2005 sont alignées sur l'ITRF2000. Les rotations et leurs dérivées temporelles sont donc nulles entre ces deux repères.

La dérivée de la translation en Z est le seul paramètre significatif. La dérive de la translation en Z affecte uniquement la composante nord des vitesses car la composante est ne dépend pas de V_Z . En effet, comme le montre l'équation (31), l'impact de la dérive en T_Z sur la composante nord des vitesses est égal à $\cos(\phi)\dot{T}_Z$ avec ϕ la latitude. L'effet de la dérive en T_Z sur la vitesse est donc de 1,8 mm/an à l'Equateur et nul aux Pôles.

Afin de voir l'influence de la dérive en T_Z sur le modèle de plaques estimé, le modèle est réestimé à partir du même champ de vitesses exprimé dans le repère de l'ITRF2000.

6.2.4.2 Le modèle estimé dans l'ITRF2000

On appelle A_{05} l'estimation qui a été faite à partir de la sélection ITRF2005Pole exprimée en ITRF2005.

La solution ITRF2005Pole est exprimée dans l'ITRF2000 en utilisant les paramètres de transformation donnés dans le tableau TAB.6.4. Les pôles sont recalculés à partir de

cette solution dans l'ITRF2000. On appelle A_{00} la solution estimée à partir de la sélection ITRF2005Pole transformée en ITRF2000.

Les estimations A_{00} et A_{05} sont récapitulées dans le tableau TAB.6.5.

Nom de la solution	Repère de référence	Données utilisées	nombre de sites
A_{05}	ITRF2005	ITRF2005	166
A_{00}	ITRF2000	ITRF2005	166

TAB. 6.5 – Tableau récapitulatif des estimations A_{00} et A_{05} .

Effet de la dérive en T_Z

Le tableau TAB.6.6 fournit les valeurs des pôles de rotation estimés pour les deux solutions A_{00} et A_{05} . La comparaison de ces deux solutions a pour but d'évaluer l'effet de la dérive en T_Z sur le modèle estimé.

D'une manière générale, on considère que deux paramètres estimés sont significativement différents lorsque la différence entre ces paramètres est supérieure à 3 fois l'écart-type du paramètre.

Les différences entre les pôles estimés A_{05} et A_{00} ne sont significatives que pour trois plaques NA, EU et AF. Cependant, il faut noter que pour ces 3 plaques, on se trouve à la limite de significativité. En effet, la différence est juste égale à trois fois l'écart-type.

On remarque que les différences sont significatives pour les plaques dont les paramètres sont les mieux déterminés. Afin d'avoir une idée de la répercussion de la dérive temporelle du T_Z sur les estimations, on traduit l'effet sur le pôle estimé en mm/an à la surface de la plaque. Pour cela, on utilise les deux estimations A_{05} et A_{00} pour calculer les vitesses rigides à la surface des plaques et on compare les différences obtenues.

Lorsque l'on regarde la différence traduite en mm/an à la surface de la plaque, les deux estimations donnent une différence inférieure à 1 mm/an pour toutes les plaques (sauf pour l'Inde où la différence atteint 1,4 mm/an). A titre d'exemple, la différence est de l'ordre de 0,4 mm/an sur la norme de la vitesse horizontale pour AN, 0,6 mm/an pour EU, 0,7 mm/an NA, 0,8 mm/an pour la plaque AF, 0,9 mm/an pour la plaque SO et 0,95 mm/an pour la plaque AU. De plus, comme on pouvait s'y attendre puisque seule la composante nord de la vitesse est affectée par la dérive en T_Z , la différence sur le pôle estimé affecte principalement la composante nord de la vitesse horizontale.

On a pu déceler une différence significative en terme de changement dans la vitesse estimée pour les plaques AF, EU, AN. Il s'agit des plaques les mieux déterminées. Pour les plaques où la différence sur le pôle estimé n'est pas significative, la différence en terme

Pl.	Sol.	$\omega_x \pm \sigma_{\omega_x}$ */Ma	$\omega_y \pm \sigma_{\omega_y}$ */Ma	$\omega_z \pm \sigma_{\omega_z}$ */Ma	$\Omega \pm \sigma_{\Omega}$ */Ma	$\lambda \pm \sigma_{\lambda}$ °E	$\phi \pm \sigma_{\phi}$ °N	$\rho\lambda\phi$
AF	A_{05}	0.022 ± 0.004	-0.170 ± 0.002	0.205 ± 0.003	0.267 ± 0.003	-82.70 ± 1.22	50.07 ± 0.46	0.12
	A_{00}	0.021 ± 0.004	-0.163 ± 0.002	0.204 ± 0.003	0.262 ± 0.003	-82.59 ± 1.28	51.20 ± 0.46	0.10
AM	A_{05}	-0.034 ± 0.016	-0.147 ± 0.023	0.227 ± 0.024	0.273 ± 0.011	-102.89 ± 7.95	56.49 ± 5.98	-0.96
	A_{00}	-0.040 ± 0.017	-0.148 ± 0.023	0.226 ± 0.024	0.273 ± 0.011	-104.95 ± 8.05	55.87 ± 5.88	-0.96
AN	A_{05}	-0.066 ± 0.003	-0.091 ± 0.004	0.193 ± 0.006	0.224 ± 0.006	-126.08 ± 1.61	59.82 ± 0.81	0.05
	A_{00}	-0.070 ± 0.003	-0.092 ± 0.004	0.192 ± 0.006	0.224 ± 0.006	-127.27 ± 1.58	59.10 ± 0.81	0.06
AR	A_{05}	0.369 ± 0.015	0.032 ± 0.017	0.440 ± 0.011	0.575 ± 0.019	4.91 ± 2.35	49.91 ± 0.58	-0.84
	A_{00}	0.365 ± 0.015	0.038 ± 0.017	0.439 ± 0.012	0.573 ± 0.019	5.98 ± 2.34	50.08 ± 0.61	-0.85
AU	A_{05}	0.419 ± 0.003	0.322 ± 0.003	0.337 ± 0.003	0.627 ± 0.003	37.55 ± 0.33	32.52 ± 0.25	-0.25
	A_{00}	0.414 ± 0.003	0.316 ± 0.003	0.337 ± 0.003	0.620 ± 0.003	37.29 ± 0.34	32.90 ± 0.25	-0.25
CA	A_{05}	-0.044 ± 0.074	-0.185 ± 0.154	0.153 ± 0.054	0.244 ± 0.138	-103.40 ± 32.27	38.80 ± 9.68	-0.99
	A_{00}	-0.041 ± 0.074	-0.175 ± 0.155	0.152 ± 0.054	0.236 ± 0.137	-103.14 ± 34.04	40.21 ± 10.95	-0.99
EU	A_{05}	-0.018 ± 0.002	-0.144 ± 0.001	0.213 ± 0.003	0.258 ± 0.002	-97.30 ± 0.81	55.78 ± 0.47	0.49
	A_{00}	-0.021 ± 0.002	-0.138 ± 0.001	0.212 ± 0.003	0.254 ± 0.002	-98.45 ± 0.84	56.64 ± 0.48	0.49
IN	A_{05}	0.323 ± 0.035	0.043 ± 0.147	0.463 ± 0.040	0.566 ± 0.062	7.64 ± 24.88	54.87 ± 2.61	-0.81
	A_{00}	0.313 ± 0.035	0.056 ± 0.147	0.464 ± 0.040	0.562 ± 0.065	10.06 ± 25.16	55.58 ± 3.12	-0.87
NA	A_{05}	0.007 ± 0.002	-0.189 ± 0.002	-0.018 ± 0.003	0.190 ± 0.002	-87.84 ± 0.55	-5.51 ± 0.82	0.12
	A_{00}	0.013 ± 0.002	-0.187 ± 0.002	-0.016 ± 0.003	0.188 ± 0.002	-86.00 ± 0.56	-4.87 ± 0.83	0.10
NZ	A_{05}	-0.091 ± 0.007	-0.444 ± 0.022	0.454 ± 0.009	0.641 ± 0.014	-101.56 ± 0.71	45.06 ± 1.74	-0.14
	A_{00}	-0.083 ± 0.007	-0.445 ± 0.022	0.456 ± 0.009	0.642 ± 0.014	-100.57 ± 0.71	45.22 ± 1.74	-0.08
OK	A_{05}	-0.045 ± 0.011	-0.055 ± 0.009	-0.044 ± 0.011	0.084 ± 0.006	-128.83 ± 11.03	-31.6 ± 6.57	-0.93
	A_{00}	-0.049 ± 0.011	-0.058 ± 0.009	-0.044 ± 0.011	0.088 ± 0.006	-130.02 ± 10.41	-30.23 ± 6.46	-0.93
PA	A_{05}	-0.122 ± 0.004	0.290 ± 0.003	-0.603 ± 0.003	0.680 ± 0.003	112.79 ± 0.68	-62.46 ± 0.21	0.002
	A_{00}	-0.121 ± 0.004	0.283 ± 0.003	-0.600 ± 0.003	0.675 ± 0.003	113.14 ± 0.7	-62.87 ± 0.21	0.009
SA	A_{05}	-0.075 ± 0.003	-0.088 ± 0.003	-0.035 ± 0.003	0.121 ± 0.003	-130.46 ± 1.93	-16.99 ± 1.54	-0.19
	A_{00}	-0.071 ± 0.003	-0.082 ± 0.003	-0.034 ± 0.003	0.114 ± 0.003	-130.68 ± 2.06	-17.31 ± 1.64	-0.19
SD	A_{05}	0.000 ± 0.027	-0.181 ± 0.025	0.250 ± 0.007	0.308 ± 0.017	-89.85 ± 8.60	54.09 ± 3.51	0.95
	A_{00}	-0.010 ± 0.027	-0.179 ± 0.025	0.249 ± 0.007	0.307 ± 0.018	-93.18 ± 8.22	54.19 ± 3.76	0.95
YA	A_{05}	-0.055 ± 0.031	-0.147 ± 0.052	0.272 ± 0.036	0.314 ± 0.012	-110.56 ± 17.26	59.96 ± 9.25	-0.99
	A_{00}	-0.062 ± 0.031	-0.147 ± 0.052	0.271 ± 0.036	0.315 ± 0.013	-112.71 ± 17.52	59.49 ± 8.98	-0.99

TAB. 6.6 – Tableau comparatif des pôles de rotation estimés dans l'ITRF2000 et dans l'ITRF2005. A_{05} est la solution ITRF2005Pole exprimée dans l'ITRF2005 et A_{00} est la solution ITRF2005Pole exprimée dans l'ITRF2000.

de vitesse estimée en des points de la surface de la plaque n'est pas plus petite que sur les plaques AF, EU et NA.

En raison de la dérive en T_Z , les deux champs de vitesses (ITRF2005Pole exprimés en ITRF2000 et en ITRF2005) conduisent à deux modèles différents. On ne peut pas mettre en évidence un effet systématique global sur les pôles estimés. Mais, l'effet de la dérive en T_Z se répercute essentiellement sur la composante nord de la vitesse estimée par les modèles. D'un point de vue statistique, les deux modèles conduisent à la même valeur de l'erreur moyenne quadratique et les résidus des deux estimations sont du même ordre de grandeur. La dérive en T_Z est probablement due à la géométrie du réseau SLR et à sa dégradation au cours du temps [Altamimi et al. 2007]. Aucune hypothèse physique ne permet de conclure sur la validité de la dérive en T_Z . Par conséquent, on ne peut conclure sur la validité d'un modèle ou de l'autre.

Après avoir comparé l'impact du changement de repère de référence et plus précisément l'impact de la dérive en T_Z , nous allons maintenant comparer le modèle estimé à partir

de la solution de l'ITRF2005 exprimée en ITRF2000 au modèle publié de l'ITRF2000 [Altamimi et al. 2002a; 2003].

Comparaison avec la solution de l'ITRF2000

Lors de la parution de l'ITRF2000 [Altamimi et al. 2002a; 2003], un modèle de plaques avait été estimé à partir d'une sélection de 51 sites. La cinématique des plaques a pu être estimée pour 6 plaques (Antarctique, Australie, Eurasie, Amérique du Nord, Pacifique et Amérique du Sud). Cette solution est appelée B_{00} .

Le champ de vitesses de ces 51 sites a été extrait de la solution ITRF2005 exprimée en ITRF2000. La solution estimée à partir de ce champ de vitesses est appelée C_{00} .

Les estimations A_{00} , B_{00} et C_{00} sont récapitulées dans le tableau TAB.6.7. La carte FIG.6.3 représente les 51 stations utilisées pour estimer le modèle de l'ITRF2000. Les 166 stations de la sélection ITRF2005Pole sont représentées sur la carte FIG.6.4.

Nom de la solution	Repère de référence	Données utilisées	nombre de sites
A_{00}	ITRF2000	ITRF2005	166
B_{00}	ITRF2000	ITRF2000	51
C_{00}	ITRF2000	ITRF2005	51

TAB. 6.7 – Tableau récapitulatif des estimations A_{00} , B_{00} et C_{00} .

Afin de ne pas être affectée par la dérive en T_Z en comparant les pôles de rotation estimés à partir de l'ITRF2000 (solution B_{00}) [Altamimi et al. 2002a] à la nouvelle solution, la comparaison est faite sur les estimations A_{00} et B_{00} . Les deux estimations sont données dans le tableau TAB.6.8.

L'ITRF2005 inclut 5 ans de données supplémentaires par rapport à l'ITRF2000, le nombre de sites disponibles et utilisés est plus grand (51 sites utilisés pour l'ITRF2000 et 166 sites utilisés pour l'ITRF2005). Les vitesses et leurs écarts-types ont donc changé entre les deux solutions.

D'un point de vue statistique, l'estimation A_{00} est meilleure que l'estimation B_{00} . Les écarts-types sur les pôles de rotation estimés ont sensiblement diminué. Les paramètres sont moins corrélés. Cette amélioration est due à l'augmentation du nombre de sites utilisés et à la meilleure détermination des vitesses utilisées.

La comparaison des estimations A_{00} et B_{00} ne met pas en évidence de différences significatives pour les plaques AN, AU, EU et SA. Par contre, pour les plaques NA et PA, on observe des différences significatives.

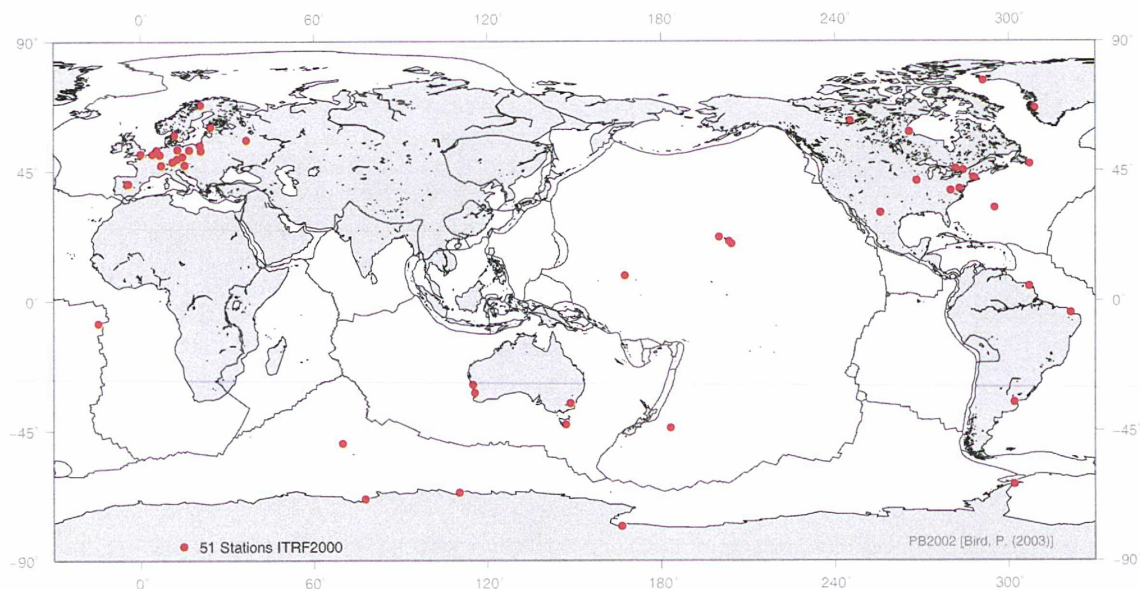


FIG. 6.3 – Sélection des 51 stations utilisées dans l'ITRF2000 [Altamimi et al. 2002a]

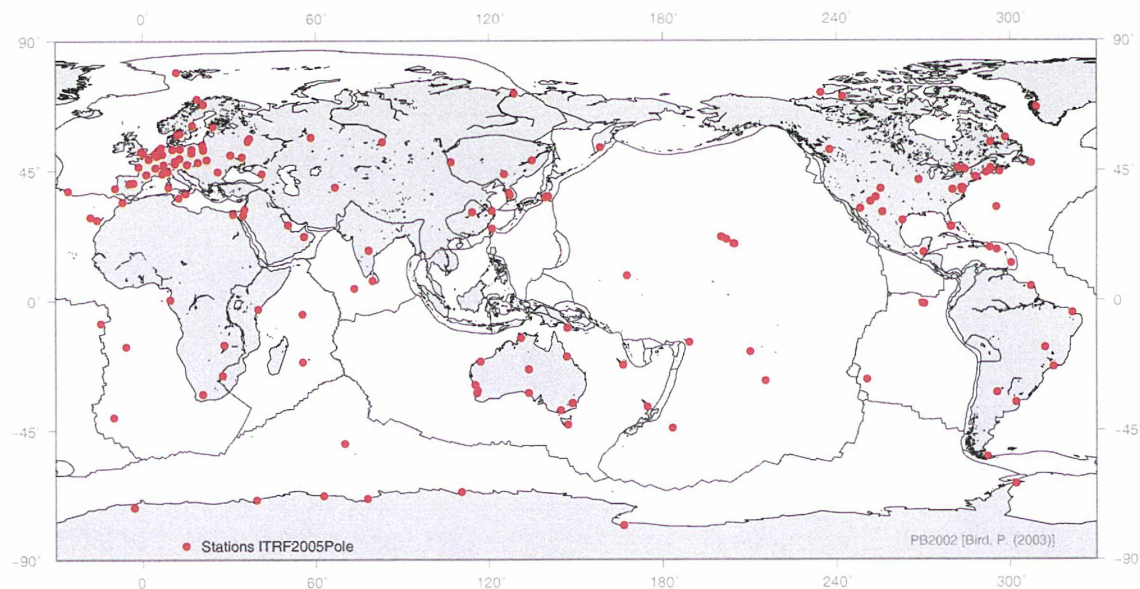


FIG. 6.4 – Sélection des 166 stations de ITRF2005Pole

Ces différences peuvent avoir plusieurs causes : l'augmentation du nombre de sites, ce qui entraîne un changement dans la géométrie du réseau et le changement dans les vitesses utilisées pour les deux solutions ITRF2000 et ITRF2005 dû aux 5 ans de données supplémentaires.

Afin de quantifier l'effet dû à la géométrie du réseau, on a extrait le sous-ensemble des 51 stations de la solution ITRF2005 exprimée dans l'ITRF2000. En effet, entre les estimations A_{00} et C_{00} seul le réseau change, les vitesses et la matrice de variance-covariance de ces vitesses sont les mêmes. Les pôles de rotation de l'estimation C_{00} sont également

Pl. Sol.	$\omega_x \pm \sigma_{\omega_x}$ °/Ma	$\omega_y \pm \sigma_{\omega_y}$ °/Ma	$\omega_z \pm \sigma_{\omega_z}$ °/Ma	$\Omega \pm \sigma_{\Omega}$ °/Ma	$\lambda \pm \sigma_{\lambda}$ °E	$\phi \pm \sigma_{\phi}$ °N	$\rho_{\Omega\phi}$	$\rho_{\Omega\lambda}$	$\rho_{\lambda\phi}$	
AN	A_{00}	$-0,070 \pm 0,003$	$-0,092 \pm 0,004$	$0,192 \pm 0,006$	$0,224 \pm 0,006$	$-127,27 \pm 1,58$	$59,10 \pm 0,81$	$0,29$	$0,17$	$0,06$
	B_{00}	$-0,064 \pm 0,007$	$-0,089 \pm 0,008$	$0,204 \pm 0,015$	$0,231 \pm 0,015$	$-125,57 \pm 3,69$	$61,83 \pm 2,14$	$0,45$	$0,14$	$-0,06$
	C_{00}	$-0,067 \pm 0,004$	$-0,093 \pm 0,005$	$0,199 \pm 0,009$	$0,230 \pm 0,009$	$-125,92 \pm 2,06$	$60,16 \pm 1,10$	$0,37$	$0,30$	$0,01$
AU	A_{00}	$0,414 \pm 0,003$	$0,316 \pm 0,003$	$0,337 \pm 0,003$	$0,620 \pm 0,003$	$37,29 \pm 0,34$	$32,90 \pm 0,25$	$0,10$	$-0,31$	$-0,25$
	B_{00}	$0,401 \pm 0,007$	$0,330 \pm 0,008$	$0,329 \pm 0,007$	$0,614 \pm 0,006$	$39,44 \pm 1,06$	$32,33 \pm 0,65$	$0,22$	$-0,43$	$-0,66$
	C_{00}	$0,412 \pm 0,005$	$0,320 \pm 0,005$	$0,335 \pm 0,005$	$0,620 \pm 0,004$	$37,78 \pm 0,70$	$32,72 \pm 0,43$	$0,40$	$-0,56$	$-0,57$
EU	A_{00}	$-0,021 \pm 0,002$	$-0,138 \pm 0,001$	$0,212 \pm 0,003$	$0,254 \pm 0,002$	$-98,45 \pm 0,84$	$56,64 \pm 0,48$	$0,59$	$0,43$	$0,49$
	B_{00}	$-0,022 \pm 0,006$	$-0,136 \pm 0,002$	$0,220 \pm 0,007$	$0,260 \pm 0,005$	$-99,37 \pm 2,29$	$57,96 \pm 1,21$	$0,88$	$0,90$	$0,87$
	C_{00}	$-0,021 \pm 0,006$	$-0,137 \pm 0,002$	$0,217 \pm 0,008$	$0,257 \pm 0,005$	$-98,57 \pm 2,33$	$57,55 \pm 1,32$	$0,90$	$0,87$	$0,87$
NA	A_{00}	$0,013 \pm 0,002$	$-0,187 \pm 0,002$	$-0,016 \pm 0,003$	$0,188 \pm 0,002$	$-86,00 \pm 0,56$	$-4,87 \pm 0,83$	$0,51$	$0,17$	$0,10$
	B_{00}	$0,023 \pm 0,002$	$-0,192 \pm 0,003$	$-0,017 \pm 0,004$	$0,194 \pm 0,003$	$-83,14 \pm 0,66$	$-5,04 \pm 1,14$	$0,67$	$0,27$	$0,13$
	C_{00}	$0,021 \pm 0,002$	$-0,196 \pm 0,004$	$-0,007 \pm 0,004$	$0,197 \pm 0,004$	$-83,81 \pm 0,66$	$-2,12 \pm 1,22$	$0,68$	$0,22$	$0,09$
PA	A_{00}	$-0,121 \pm 0,004$	$0,283 \pm 0,003$	$-0,600 \pm 0,003$	$0,675 \pm 0,003$	$113,14 \pm 0,70$	$-62,87 \pm 0,21$	$-0,17$	$0,13$	$0,01$
	B_{00}	$-0,100 \pm 0,010$	$0,272 \pm 0,006$	$-0,600 \pm 0,005$	$0,666 \pm 0,005$	$110,19 \pm 2,04$	$-64,18 \pm 0,40$	$-0,04$	$-0,52$	$0,32$
	C_{00}	$-0,117 \pm 0,005$	$0,279 \pm 0,003$	$-0,603 \pm 0,004$	$0,675 \pm 0,004$	$112,73 \pm 1,03$	$-63,35 \pm 0,29$	$-0,10$	$0,06$	$0,12$
SA	A_{00}	$-0,071 \pm 0,003$	$-0,082 \pm 0,003$	$-0,034 \pm 0,003$	$0,114 \pm 0,003$	$-130,68 \pm 2,06$	$-17,31 \pm 1,64$	$-0,15$	$0,13$	$-0,19$
	B_{00}	$-0,074 \pm 0,010$	$-0,075 \pm 0,010$	$-0,041 \pm 0,006$	$0,113 \pm 0,005$	$-134,63 \pm 7,40$	$-21,46 \pm 2,81$	$-0,02$	$0,10$	$-0,28$
	C_{00}	$-0,068 \pm 0,005$	$-0,074 \pm 0,005$	$-0,035 \pm 0,004$	$0,106 \pm 0,004$	$-132,35 \pm 3,65$	$-19,41 \pm 2,35$	$-0,05$	$0,12$	$-0,21$

TAB. 6.8 – Tableau comparatif des pôles de rotation estimés à partir de trois solutions dans l'ITRF2000. A_{00} est la solution ITRF2005Po1e exprimée dans l'ITRF2000, B_{00} est la solution des 51 stations utilisées pour estimer le modèle à 6 plaques dans l'ITRF2000 exprimée dans l'ITRF2000 et C_{00} est une extraction des 51 stations à partir de la solution ITRF2005Po1e exprimée dans l'ITRF2000. Les trois modèles estimés sont exprimés dans l'ITRF2000.

fournis dans le tableau TAB.6.8.

Pour la plaque PA, le nombre de stations a doublé (5 pour l'ITRF2000 et 10 pour l'ITRF2005), mais la différence n'est pas due au changement dans la géométrie du réseau utilisé pour l'estimation. En effet, la solution C_{00} donne quasiment la même résultat que la solution A_{00} . Par conséquent, lorsqu'on change uniquement le réseau, le pôle estimé reste le même. On peut donc supposer que la différence dans l'estimation est due aux changements dans la solution elle-même.

Par contre, pour la plaque NA, le réseau choisi pour estimer le pôle a une influence sur la position du pôle estimé. En effet, les solutions A_{00} et C_{00} ne sont pas équivalentes. Même si ces deux estimations remplissent les critères présentés dans le paragraphe concernant la sélection des stations.

6.2.5 Comparaison avec le modèle GSRM-NNR-2

On souhaite comparer notre modèle avec le modèle GSRM-NNR-2. Pour cela, les modèles doivent être exprimés dans le même repère de référence. Le modèle GSRM-NNR-2 [Kreemer et al. 2006] est fourni par rapport à l'ITRF2000. On le compare donc au modèle estimé à partir de la solution ITRF2005Po1e et exprimée dans l'ITRF2000 (TAB.6.9). C'est la solution appelée A_{00} dans le tableau FIG.6.5.

La carte FIG.6.5 représente les différences en terme de vitesses entre le modèle A_{00} et le modèle GSRM-NNR-2 (en gris) et les vitesses résiduelles obtenues en retirant les mou-

Pl.	Sol.	$\omega_x \pm \sigma_{\omega_x}$ °/Ma	$\omega_y \pm \sigma_{\omega_y}$ °/Ma	$\omega_z \pm \sigma_{\omega_z}$ °/Ma
AF	A_{00}	0,022 ± 0,004	-0,170 ± 0,002	0,205 ± 0,003
	GSRM-NNR-2	0,032 ± 0,003	-0,159 ± 0,001	0,200 ± 0,001
AM	A_{00}	-0,034 ± 0,016	-0,147 ± 0,023	0,227 ± 0,024
	GSRM-NNR-2	-0,063 ± 0,006	-0,118 ± 0,009	0,248 ± 0,012
AN	A_{00}	-0,066 ± 0,003	-0,091 ± 0,004	0,193 ± 0,006
	GSRM-NNR-2	-0,065 ± 0,001	-0,087 ± 0,001	0,186 ± 0,003
AR	A_{00}	0,369 ± 0,015	0,032 ± 0,017	0,440 ± 0,011
	GSRM-NNR-2	0,325 ± 0,014	-0,001 ± 0,016	0,417 ± 0,011
AU	A_{00}	0,419 ± 0,003	0,322 ± 0,003	0,337 ± 0,003
	GSRM-NNR-2	0,414 ± 0,002	0,314 ± 0,001	0,328 ± 0,001
CA	A_{00}	-0,044 ± 0,074	-0,185 ± 0,154	0,153 ± 0,054
	GSRM-NNR-2	-0,016 ± 0,006	-0,207 ± 0,015	0,161 ± 0,006
EU	A_{00}	-0,018 ± 0,002	-0,144 ± 0,001	0,213 ± 0,003
	GSRM-NNR-2	-0,030 ± 0,001	-0,137 ± 4.10 ⁻⁴	0,208 ± 0,001
IN	A_{00}	0,323 ± 0,035	0,043 ± 0,147	0,463 ± 0,040
	GSRM-NNR-2	0,298 ± 0,011	-0,028 ± 0,049	0,389 ± 0,015
NA	A_{00}	0,007 ± 0,002	-0,189 ± 0,002	-0,018 ± 0,003
	GSRM-NNR-2	0,022 ± 4.10 ⁻⁴	-0,193 ± 0,002	-0,017 ± 0,002
NZ	A_{00}	-0,091 ± 0,007	-0,444 ± 0,022	0,454 ± 0,009
	GSRM-NNR-2	-0,076 ± 0,004	-0,408 ± 0,012	0,436 ± 0,006
OK	A_{00}	-0,045 ± 0,011	-0,055 ± 0,009	-0,044 ± 0,011
	GSRM-NNR-2	0,151 ± 0,161	-0,228 ± 0,064	-0,231 ± 0,259
PA	A_{00}	-0,122 ± 0,004	0,290 ± 0,003	-0,603 ± 0,003
	GSRM-NNR-2	-0,098 ± 0,002	0,281 ± 0,002	-0,608 ± 0,001
SA	A_{00}	-0,075 ± 0,003	-0,088 ± 0,003	-0,035 ± 0,003
	GSRM-NNR-2	-0,055 ± 0,002	-0,085 ± 0,002	-0,047 ± 0,002
SO	A_{00}	0,000 ± 0,027	-0,181 ± 0,025	0,250 ± 0,007
	GSRM-NNR-2	-0,010 ± 0,008	-0,199 ± 0,008	0,253 ± 0,003
YA	A_{00}	-0,055 ± 0,031	-0,147 ± 0,052	0,272 ± 0,036
	GSRM-NNR-2	-0,078 ± 0,012	-0,107 ± 0,028	0,293 ± 0,016

TAB. 6.9 – Tableau comparatif des pôles de rotation estimés par la solution ITRF2005Pole dans l'ITRF2000 et le modèle GSRM-NNR-2 [Kreemer et al. 2006]. A_{00} est la solution ITRF2005Pole exprimée dans l'ITRF2000. Les vecteurs rotations de GSRM-NNR-2 [Kreemer et al. 2006] sont également exprimés dans l'ITRF2000.

vements rigides prédits par le modèle GSRM-NNR-2 au champ de vitesses ITRF2005S3 exprimé dans l'ITRF2000 (en rouge).

Les différences entre les modèles A_{00} et GSRM-NNR-2 sont significatives pour les plaques AU, EU, NA, PA et SA. Pour ces plaques, les incertitudes estimées sur les mesures sont petites. Afin de quantifier la différence en terme de vitesse, on calcule, pour

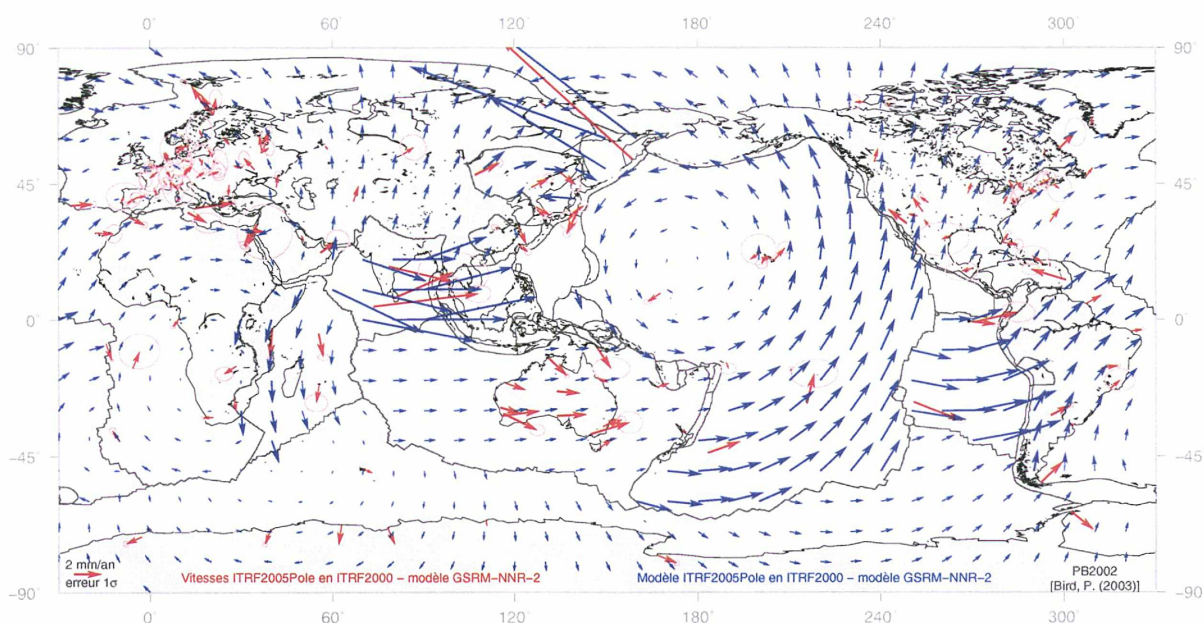


FIG. 6.5 – Comparaison des modèles A_{00} et GSRM-NNR-2 en terme de vitesses prédites. En rouge, les vitesses résiduelles obtenues en retirant les mouvements rigides prédits par le modèle GSRM-NNR-2 au champ de vitesses ITRF2005S3 exprimé dans l'ITRF2000. En gris, les différences en terme de vitesses entre le modèle A_{00} et le modèle GSRM-NNR-2.

chacune de ces plaques, la différence convertie en mm/an à la surface de la plaque. Cette différence reste inférieure à 1 mm/an pour AU, 1,2 mm/an pour EU et NA, inférieure à 2 mm/an pour SA et inférieure à 2,5 mm/an pour PA.

Le nombre de stations utilisées par [Kreemer et al. 2006] pour déterminer les pôles de rotation des plaques AN (12 stations) et AF (11 stations) est environ le même que pour notre solution. Pour les autres plaques, les stations utilisées par [Kreemer et al. 2006] pour estimer les pôles de rotation sont plus nombreuses que celles que nous avons utilisées. Pour NA, nous avons vu lors de la comparaison des estimations A_{00} et C_{00} que l'estimation était sensible au réseau de stations utilisé. Il est donc possible que la différence soit due à l'effet du réseau utilisé.

Cependant, lorsqu'on regarde, sur la carte FIG.6.5, les vitesses résiduelles obtenues en retirant les mouvements rigides issus du modèle GSRM-NNR-2, on remarque pour certaines plaques des effets systématiques, qui montrent un désaccord entre le champ de vitesses ITRF2005S3 exprimé dans l'ITRF2000 et le modèle GSRM-NNR-2. Il serait donc intéressant de comparer les vitesses utilisées pour les deux estimations afin de rechercher les causes des différences.

On a vu que la dérive en T_Z affectait l'estimation du modèle, la comparaison entre notre modèle et le modèle GSRM calculé à partir du champ de vitesses exprimé en ITRF2005 serait également souhaitable.

Les pôles de rotation des plaques OK et IN, bien que n'étant pas significativement différents dans les deux estimations conduisent à des différences exprimées en vitesses à la surface de la plaque pouvant atteindre 1,5 cm/an pour OK et 7 mm/an pour l'Inde.

Troisième partie

Interpolation d'un champ de vitesses horizontales

Chapitre 7

Introduction sur l'interpolation spatiale

L'interpolation spatiale permet d'estimer la valeur prise par un phénomène naturel en tout point de l'espace ou aux noeuds d'une grille régulière à partir de mesures ponctuelles et dispersées de ce phénomène.

Commençons par introduire quelques notions dans le cas général. On étudie un phénomène physique dans une région de l'espace géographique appelée champ et noté \mathcal{D} . Ce phénomène est représenté par une mesure localisée sur le territoire étudié. Une telle mesure est appelée variable régionalisée et est vue comme une fonction numérique définie sur le champ \mathcal{D} . Elle est notée $z(s)$, $s \in \mathcal{D}$ avec s qui représente un point du champ identifié par ses coordonnées géographiques.

En pratique, on ne dispose pas de la valeur de la variable régionalisée en tout point s du champ \mathcal{D} mais en un nombre fini n de sites d'observation. L'interpolation spatiale permet d'estimer une valeur d'une variable régionalisée en un site s_0 du champ \mathcal{D} autre qu'un des sites d'observation. On estime la valeur de la variable régionalisée en un site à partir des valeurs de la variable régionalisée mesurées sur les n sites d'observation. La valeur estimée sera notée \hat{s}_0 .

Les méthodes d'interpolation s'appuyant uniquement sur la variable régionalisée sont dites déterministes car aucune notion probabiliste n'intervient dans la définition de variable régionalisée.

L'interpolation spatiale peut aussi s'effectuer par une méthode stochastique. Dans ce cas, la variable régionalisée est vue comme une réalisation d'une fonction aléatoire $Z(s)$, $s \in \mathcal{D}$. Toute valeur de la variable régionalisée est alors considérée comme une réalisation d'une variable aléatoire.

7.1 Quelques méthodes d'interpolation

7.1.1 Les méthodes déterministes

Les méthodes barycentriques

Ces méthodes estiment la valeur d'une variable régionalisée en un point non observé comme la moyenne pondérée des valeurs observées de la variable régionalisée.

$$\hat{s}_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(s_i) \text{ avec } \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Les pondérations λ_i sont fonctions de la distance entre les sites d'observation et le site où la variable est estimée. De cette façon, les sites les plus proches ont plus d'influence dans l'interpolation. On peut même accorder un poids nul aux sites les plus éloignés, seules les observations au voisinage du site où la variable est estimée sont prises en compte. Il s'agit, dans ce cas, d'interpolation par partitionnement de l'espace.

Méthodes d'interpolation par partitionnement de l'espace

Ces méthodes sont un sous-ensemble des méthodes barycentriques. Elles se distinguent par un partitionnement du champ d'étude afin de déterminer les pondérations des observations et le voisinage du point d'estimation. Il existe deux principaux types de partitionnement d'un champ \mathcal{D} , par polygones (polygones de Thiessen, diagramme de Voronoï, Tessellation de Dirichlet, ...) ou par triangles (triangulation de Delaunay, ...). Il existe différentes méthodes basées sur le partitionnement de l'espace. A partir d'une triangulation, une interpolation s'effectue en ajustant une surface dans chaque triangle. Dans le cas de l'interpolation linéaire, ce sont des plans qui sont ajustés dans les triangles de Delaunay.

Les splines

L'idée est alors d'ajuster une surface sur tout le champ \mathcal{D} . Une spline est une famille de fonctions régulières de courbure minimale. Dans le cas du modèle GSRM [Kreemer et al. 2006], l'interpolation du vecteur rotation est réalisée en utilisant une spline de Bessel bicubique.

7.1.2 Les méthodes stochastiques

La collocation est une méthode stochastique. Cette méthode prend en compte la structure de dépendance spatiale des données. La valeur de la variable régionalisée en un site non observé est estimée par une combinaison linéaire des données ponctuelles observées. Les pondérations sont choisies de manière à obtenir un estimateur de la valeur de la variable régionalisée non biaisé et de variance minimale. La structure de dépendance spatiale des données doit être déterminée car en général, elle n'est pas connue a priori. Cette détermination est réalisée à partir d'une analyse covariographique.

7.2 Un exemple d'interpolation sur la sphère

Une méthode d'interpolation linéaire sur la sphère basée sur l'interpolation par partitionnement de l'espace par des triangles a été utilisée dans un premier temps afin d'interpoler un champ de vitesses. La bibliothèque d'algorithmes de triangulation et d'interpolation sur la sphère STRIPACK [Renka 1984] a été utilisée. Cette méthode n'a finalement pas été retenue, seul le principe et un exemple seront présentés succinctement ici.

L'interpolation est basée sur une triangulation de Delaunay, la valeur de la variable régionalisée en un site s_0 est estimée à partir des valeurs de la variable aux trois sommets du triangle dans lequel le site est localisé. La figure FIG.7.1 présente la triangulation de Delaunay (en jaune) basée sur des points dont la vitesse est connue (en bleu). Les points en rouge sont les points pour lesquels on souhaite estimer une vitesse. Les composantes est et nord de la vitesse sont calculées séparément.

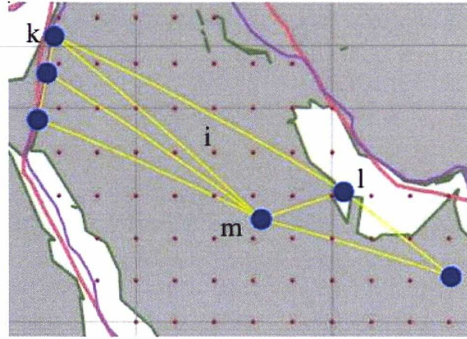


FIG. 7.1 – Triangulation de Delaunay (en jaune) basée sur des points dont la vitesse est connue (en bleu) superposée à une grille de points (en rouge) dont on veut la vitesse.

Les composantes est \mathcal{V}_e^i et nord \mathcal{V}_n^i de la vitesse au point i sont calculées à partir des composantes est des vitesses aux points k , l et m et des composantes nord des vitesses aux points k , l et m dans le cas où le point i est à l'intérieur du triangle (k, l, m) comme sur la figure FIG.7.1. Les équations donnant les composantes est \mathcal{V}_e^i et nord \mathcal{V}_n^i de la vitesse au point i sont de la forme :

$$\begin{cases} \mathcal{V}_e^i = b_{ik}V_e^k + b_{il}V_e^l + b_{im}V_e^m \\ \mathcal{V}_n^i = b_{ik}V_n^k + b_{il}V_n^l + b_{im}V_n^m \end{cases}$$

avec (V_e^k, V_n^k) la vitesse observée au point k , $(\mathcal{V}_e^i, \mathcal{V}_n^i)$ la vitesse estimée au point i et

$$b_{ik} = \frac{\mathcal{A}(P_i, P_l, P_m)}{\mathcal{A}(P_k, P_l, P_m)} \quad b_{il} = \frac{\mathcal{A}(P_i, P_m, P_k)}{\mathcal{A}(P_k, P_l, P_m)} \quad b_{im} = \frac{\mathcal{A}(P_i, P_k, P_l)}{\mathcal{A}(P_k, P_l, P_m)}$$

avec $\mathcal{A}(P_k, P_l, P_m)$ l'aire du triangle (P_k, P_l, P_m) .

Dans le cas où le point i n'est pas à l'intérieur de l'enveloppe convexe des points dont on connaît la vitesse, la vitesse est calculée à partir des deux points les plus proches ou du point le plus proche.

En pratique, le champ de vitesses interpolé est un champ de vitesses résiduelles, c'est à dire le champ de vitesses auquel on a retiré le mouvement rigide de la plaque. A titre d'exemple, la figure FIG.7.2 donne le champ de vitesses résiduelles interpolé sur une grille de 2 degrés par 2 degrés obtenu pour la plaque arabe.

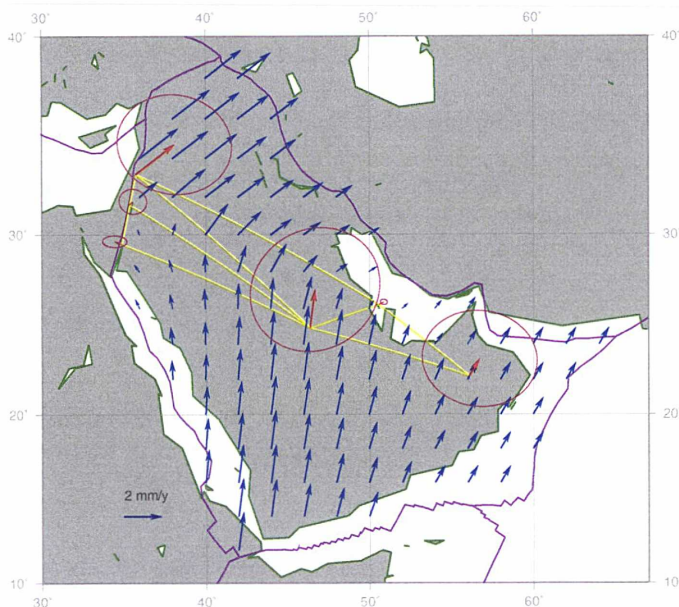


FIG. 7.2 – Champ de vitesses résiduelles interpolé (en bleu) aux noeuds d'une grille à partir d'un champ de vitesses connues (en rouge)

Cette méthode d'interpolation ne tient pas compte de la précision des vitesses. Elle ne donne pas une vitesse résiduelle nulle lorsque l'on est éloigné de points connus. La vitesse interpolée ne dépend que des sommets du triangle auquel le point appartient. Dans certains cas, la vitesse en un point ne dépend pas de ses trois voisins les plus proches.

On souhaite pouvoir tenir compte de l'information fournie par la matrice de variance-covariance des vitesses et faire dépendre la pondération de la distance entre le point où la vitesse est estimée et les stations où la vitesse est connue. On souhaite également avoir une information quantitative sur la qualité de l'interpolation réalisée via l'estimation d'une matrice de variance-covariance du champ interpolé.

De plus, dans cette approche, l'interpolation est menée sur deux champs de manière séparée (les deux champs scalaires V_e et V_n), or on voudrait prendre en compte le fait que la vitesse est un vecteur.

Pour ces raisons, cette approche simpliste a été abandonnée et une autre méthode basée sur la collocation par moindres carrés a été développée. Cette méthode fait l'objet des chapitres suivants.

7.3 Théorie de la collocation par moindres carrés

Dans le cadre de la thèse, la méthode retenue est basée sur la méthode stochastique de collocation par moindres carrés. Cette section présente la théorie dans le cadre général, elle est basée sur [Moritz 1989]. Les notations sont également celles de [Moritz 1989]. Certaines démonstrations sont reprises afin de faciliter la lecture.

7.3.1 Le problème

On dispose de deux champs $\overset{\circ}{l}$ et $\overset{\circ}{s}$ et d'une relation linéaire liant ces deux champs.

$$\overset{\circ}{l} = \mathcal{L}(\overset{\circ}{s})$$

\mathcal{L} est une forme linéaire.

On a mesuré le champ $\overset{\circ}{l}$ et on souhaite prédire le champ $\overset{\circ}{s}$ connaissant $\overset{\circ}{l}$. Soit l une mesure de $\overset{\circ}{l}$, $l = \overset{\circ}{l} + \eta$. η est appelé le bruit.

Soient p points P_1, \dots, P_p et q points Q_1, \dots, Q_q , $l(P) = [l(P_1), \dots, l(P_p)]^T$ le vecteur d'observations mesuré en chaque point (P_i , $i = 1, p$) et $s(Q) = [s(Q_1), \dots, s(Q_q)]^T$ le vecteur du signal inconnu dont on cherche la valeur en chaque point (Q_i , $i = 1, q$).

On suppose que l et s sont des variables aléatoires centrées : $E[l] = 0$ et $E[s] = 0$.

Soient $C_{l(P)l(P)}$ et $C_{s(Q)s(Q)}$ les matrices d'auto-covariance des vecteurs $l(P)$ et $s(Q)$ respectivement. $C_{s(Q)l(P)}$ est la matrice de variance-covariance entre $l(P)$ et $s(Q)$. En notation vectorielle, on obtient :

$$\begin{aligned} C_{l(P)l(P)} &= Cov(l(P), l(P)) = E[l(P)l(P)^T] \\ C_{s(Q)l(P)} &= Cov(s(Q), l(P)) = E[s(Q)l(P)^T] \\ C_{s(Q)s(Q)} &= Cov(s(Q), s(Q)) = E[s(Q)s(Q)^T] \end{aligned}$$

En chaque point P_i , ($i = 1 \dots p$), les observations peuvent s'écrire sous la forme :

$$l(P_i) = \overset{\circ}{l}(P_i) + \eta(P_i)$$

Il existe une relation linéaire entre $\overset{\circ}{l}(P_i)$ et $\overset{\circ}{s}(P_i)$, on peut donc écrire :

$$\overset{\circ}{l}(P_i) = B_{P_i} \overset{\circ}{s}(P_i)$$

B_{P_i} est la matrice qui donne la relation entre l'observation et le signal en chaque point P_i .

$$l(P_i) = B_{P_i}s(P_i) + \eta(P_i)$$

$$l(P) = \overset{\circ}{l}(P) + \eta(P) = Bs(P) + \eta(P)$$

avec B la matrice qui donne la relation entre les observations et le signal qu'on souhaite déterminer.

7.3.2 L'estimateur linéaire de variance minimale

Un estimateur linéaire de $s(Q)$ sachant $l(P)$ a la forme :

$$\hat{s}(Q) = Hl(P)$$

avec H une matrice $q \times p$.

On définit le vecteur erreur ϵ par :

$$\epsilon = \hat{s}(Q) - s(Q)$$

Soit la matrice de variance-covariance de l'erreur $C_{\epsilon\epsilon}$

$$C_{\epsilon\epsilon} = Cov(\epsilon, \epsilon) = E[\epsilon\epsilon^T] = E[(\hat{s}(Q) - s(Q))(\hat{s}(Q) - s(Q))^T]$$

Soit $\sigma_k^2 = E(\epsilon_k^2) = E[(\hat{s}(Q_k) - s(Q_k))^2]$ la variance de l'erreur ϵ_k au point Q_k . Cherchons H tel que la variance de l'erreur soit minimale. On cherche donc H tel que les σ_k^2 soient minimales.

Commençons par calculer $C_{\epsilon\epsilon}$.

$$\begin{aligned} \epsilon\epsilon^T &= (\hat{s}(Q) - s(Q))(\hat{s}(Q) - s(Q))^T \\ &= Hl(P)l(P)^T H^T - s(Q)l(P)^T H^T - Hl(P)s(Q)^T + s(Q)s(Q)^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{\epsilon\epsilon} &= E[\epsilon\epsilon^T] = HE[l(P)l(P)^T]H^T - E[s(Q)l(P)^T]H^T - HE[l(P)s(Q)^T] + E[s(Q)s(Q)^T] \\ &= HC_{l(P)l(P)}H^T - C_{s(Q)l(P)}H^T - HC_{s(Q)l(P)}^T + C_{s(Q)s(Q)} \end{aligned}$$

$$C_{\epsilon\epsilon} = HC_{l(P)l(P)}H^T - C_{s(Q)l(P)}H^T - HC_{s(Q)l(P)}^T + C_{s(Q)s(Q)} \quad (43)$$

De manière équivalente, on peut réécrire $C_{\epsilon\epsilon}$ sous la forme :

$$\begin{aligned} C_{\epsilon\epsilon} &= C_{s(Q)s(Q)} - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}C_{l(P)s(Q)} \\ &\quad + (H - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1})C_{l(P)l(P)}(H - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1})^T \end{aligned} \quad (44)$$

En effet,

$$C_{\epsilon\epsilon} = C_{s(Q)s(Q)} - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}C_{l(P)s(Q)} \\ + (HC_{l(P)l(P)} - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}C_{l(P)l(P)})(H^T - C_{l(P)l(P)}^{-1}C_{s(Q)l(P)}^T)$$

On sait que :

$$C_{l(P)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1} = I \\ C_{l(P)l(P)}^T = C_{l(P)l(P)} \\ C_{l(P)s(Q)} = C_{s(Q)l(P)}^T$$

$$C_{\epsilon\epsilon} = C_{s(Q)s(Q)} - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}C_{l(P)s(Q)} \\ + (HC_{l(P)l(P)} - C_{s(Q)l(P)})(H^T - C_{l(P)l(P)}^{-1}C_{s(Q)l(P)}^T)$$

$$C_{\epsilon\epsilon} = C_{s(Q)s(Q)} + HC_{l(P)l(P)}H^T - HC_{l(P)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}C_{s(Q)l(P)}^T - C_{s(Q)l(P)}H^T \\ - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}C_{l(P)s(Q)} + C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}C_{s(Q)l(P)}^T$$

Et enfin,

$$C_{\epsilon\epsilon} = C_{s(Q)s(Q)} + HC_{l(P)l(P)}H^T - HC_{s(Q)l(P)}^T - C_{s(Q)l(P)}H^T$$

On retrouve donc bien l'expression de l'équation (43).

Dans l'équation (44), on pose :

$$A = C_{s(Q)s(Q)} - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}C_{l(P)s(Q)} \\ B = (H - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1})C_{l(P)l(P)}(H - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1})^T$$

La matrice A ne dépend pas de H . Elle est la même pour tous les estimateurs linéaires. Et si on pose $H = C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}$, alors $B = 0$.

Supposons que $H \neq C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}$ et montrons que les termes diagonaux de B sont toujours positifs.

Notons γ la ligne k de la matrice $H - C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}$. Le terme diagonal k de la matrice B est alors : $\gamma C_{l(P)l(P)}\gamma^T$.

Par définition, une matrice M est définie positive si $xMx^T \geq 0$ pour tout vecteur arbitraire x . L'égalité est atteinte pour $x = 0$.

Une matrice de variance-covariance est définie positive, donc $\gamma C_{l(P)l(P)}\gamma^T \geq 0$ et $\gamma C_{l(P)l(P)}\gamma^T = 0$ pour $\gamma = 0$.

Les termes diagonaux de B sont toujours positifs donc les termes diagonaux de $C_{\epsilon\epsilon}$ sont toujours supérieurs aux termes diagonaux de A , à moins que B soit nulle.

La matrice H qui permet de minimiser la variance de l'erreur est donnée pour $B = 0$ donc pour $H = C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}$.

Finalement, la matrice H qui permet de minimiser la variance de l'erreur, est donc :

$$H = C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}$$

L'estimateur linéaire de variance minimale est donc :

$$\hat{s}(Q) = C_{s(Q)l(P)}C_{l(P)l(P)}^{-1}l(P) \quad (45)$$

Il s'agit du meilleur estimateur linéaire du signal s en fonction des mesures l . Il est non biaisé et de variance minimale.

7.3.2.1 Propagation de la variance

On cherche à exprimer les matrices de variance-covariance $C_{s(Q)l(P)}$ et $C_{l(P)l(P)}$ en fonction des matrices $C_{s(Q)s(P)}$, $C_{s(P)s(P)}$, $C_{\eta(P)\eta(P)}$ et B .

$$\begin{aligned} C_{s(Q)l(P)} &= E[s(Q)l(P)^T] \\ &= E[s(Q)(Bs(P) + \eta(P))^T] \\ &= E[s(Q)s(P)^T]B^T + E[s(Q)\eta(P)^T] \\ &= C_{s(Q)s(P)}B^T + E[s(Q)\eta(P)^T] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{l(P)l(P)} &= E[l(P)l(P)^T] \\ &= E[(Bs(P) + \eta(P))(Bs(P) + \eta(P))^T] \\ &= E[Bs(P)s(P)^T B^T] + E[Bs(P)\eta(P)^T] + E[\eta(P)s(P)^T B^T] + E[\eta(P)\eta(P)^T] \\ &= BE[s(P)s(P)^T]B^T + BE[s(P)\eta(P)^T] + E[\eta(P)s(P)^T]B^T + E[\eta(P)\eta(P)^T] \\ &= BC_{s(P)s(P)}B^T + BE[s(P)\eta(P)^T] + E[\eta(P)s(P)^T]B^T + C_{\eta(P)\eta(P)} \end{aligned}$$

Le signal s et le bruit η sont décorrélés, donc $E[s(Q)\eta(P)^T] = 0$, $E[s(P)\eta(P)^T] = 0$ et $E[\eta(P)s(P)^T] = 0$.

$$\begin{aligned} C_{s(Q)l(P)} &= C_{s(Q)s(P)}B^T \\ C_{l(P)l(P)} &= BC_{s(P)s(P)}B^T + C_{\eta(P)\eta(P)} \end{aligned}$$

L'estimateur linéaire $\hat{s}(Q)$ de variance minimale (45) devient donc :

$$\hat{s}(Q) = C_{s(Q)s(P)}B^T[BC_{s(P)s(P)}B^T + C_{\eta(P)\eta(P)}]^{-1}l(P) \quad (46)$$

7.3.2.2 Les matrices de variance-covariance

La matrice de variance-covariance de l'erreur $C_{\epsilon\epsilon}$

La matrice de variance-covariance de l'erreur $C_{\epsilon\epsilon}$ est :

$$C_{\epsilon\epsilon} = C_{s(Q)s(Q)} - C_{s(Q)l(P)} C_{l(P)l(P)}^{-1} C_{l(P)s(Q)} \quad (47)$$

La matrice de variance-covariance du bruit $C_{\eta\eta}$

La matrice de variance-covariance du bruit $C_{\eta(P)\eta(P)}$ est généralement connue.

La matrice de variance-covariance modèle C_{ss}

Pour déterminer la matrice C_{ss} , on doit déterminer un modèle de covariance qui est "adapté" au signal interpolé. Le choix de la fonction de covariance se fait à l'aide d'un variogramme ou d'un covariogramme.

Soit K une fonction de covariance. Le modèle est stationnaire et peut être isotrope ou anisotrope. Dans le cas d'un modèle isotrope, la fonction K ne dépend que de la distance entre les points. La fonction peut dépendre également de l'azimut entre les points ; dans ce cas, le modèle est anisotrope.

Chapitre 8

Application de la collocation par moindres carrés à l'interpolation d'un champ de vitesses

Ce chapitre présente la méthode développée au cours de ma thèse pour interpoler le champ de vitesses de l'ITRF en vue d'appliquer la condition de non rotation. Il s'agit de l'application de la section 7.3 à l'interpolation d'un champ de vitesses horizontales.

Cette méthode peut être utilisée pour d'autres applications mais je pense qu'il est utile de rappeler dans quel cadre elle a été développée afin de mieux comprendre les choix qui ont été faits.

On souhaite appliquer la condition NNR en utilisant le champ de vitesses de l'ITRF2005 et en prenant en compte les vitesses situées dans les zones de déformation. On dispose du champ de vitesses de l'ITRF et de sa matrice de variance-covariance. Les stations de l'ITRF ne sont pas régulièrement réparties à la surface de la Terre. L'application de la condition de non rotation passe par le calcul de l'intégrale (19) sur toute la surface terrestre. Afin de calculer cette intégrale, on a besoin de connaître la vitesse horizontale de points régulièrement répartis à la surface de la Terre. Pour cela, il faut interpoler le champ de vitesses horizontales. La composante verticale de la vitesse ne nous intéresse pas car elle n'a pas d'influence sur la condition NNR.

Le modèle a été contraint uniquement à partir de vitesses issues de la géodésie spatiale. Les séismes ou les taux de glissement de failles ne sont pas utilisés. En conséquence, les frontières de plaques sont peu contraintes. L'approche adoptée est donc de réaliser l'interpolation plaque par plaque.

L'interpolation doit être faite sur toute la Terre, Pôle Nord et Pôle Sud inclus.

Pour les grandes plaques, la zone sur laquelle est réalisée l'interpolation est trop étendue pour que l'on puisse se ramener à un plan par une projection cartographique. L'interpolation doit donc être menée sur la sphère.

Enfin, la variable à interpoler est un champ vectoriel. Deux approches sont possibles. On peut interpoler les deux composantes (est et nord) de la vitesse comme deux champs scalaires indépendants ou réaliser l'interpolation d'un champ vectoriel. La deuxième approche a été retenue.

Dans le cas où il n'y a pas de stations permettant de contraindre le mouvement, on souhaite que la vitesse rigide de la plaque soit adoptée.

Notations

On dispose de p points P_i (ϕ_i, λ_i) dont la vitesse horizontale $V(P_i) = (V_e(P_i), V_n(P_i))$ est connue. On dispose également de la matrice de variance-covariance de ce champ de vitesses. On cherche à estimer la vitesse horizontale en q points Q_j (ϕ_j, λ_j) notée $W(Q_j) = (W_e(Q_j), W_n(Q_j))$.

Pour pouvoir appliquer la collocation à notre problème, les champs $V(P)$ et $W(Q)$ doivent être centrés. On retire donc la vitesse rigide de la plaque et on travaille avec les vitesses résiduelles. Désormais, on adoptera les notations suivantes :

$V(P_i) = (V_e(P_i), V_n(P_i))$ les composantes est et nord des vitesses résiduelles mesurées au point P_i ,

$W(Q_j) = (W_e(Q_j), W_n(Q_j))$ les composantes est et nord des vitesses résiduelles que l'on cherche au point Q_j .

8.1 Interpolation directe d'un champ de vitesses horizontales

En chaque point P_i , les résidus est et nord de la vitesse observée ($V_e(P_i), V_n(P_i)$) sont composés d'un signal ($W_e(P_i), W_n(P_i)$) et d'une autre partie non corrélée au signal, le bruit noté ($\eta_e(P_i), \eta_n(P_i)$).

$$\begin{cases} V_e(P_i) = W_e(P_i) + \eta_e(P_i) \\ V_n(P_i) = W_n(P_i) + \eta_n(P_i) \end{cases} \quad (48)$$

On introduit le vecteur des observations,

$$V(P) = [V_e(P_1), V_n(P_1), \dots, V_e(P_p), V_n(P_p)]^T$$

le vecteur du signal,

$$W(Q) = [W_e(Q_1), W_n(Q_1), \dots, W_e(Q_q), W_n(Q_q)]^T$$

et le vecteur du bruit,

$$\eta(P) = [\eta_e(P_1), \eta_n(P_1), \dots, \eta_e(P_p), \eta_n(P_p)]^T$$

En notation vectorielle, on a :

$$V(P) = W(P) + \eta(P)$$

8.1.1 L'estimateur linéaire de variance minimale

D'après l'équation (46), l'estimateur linéaire de variance minimale s'écrit :

$$\hat{W}(Q) = C_{W(Q)W(P)}[C_{W(P)W(P)} + C_{\eta(P)\eta(P)}]^{-1}V(P) \quad (49)$$

avec $C_{\eta\eta}$ la matrice de variance-covariance du bruit et $C_{W(P)W(P)}$ et $C_{W(Q)W(P)}$ les matrices de variance-covariance modèles.

8.1.2 Les matrices de variance-covariance

8.1.2.1 Matrice de variance-covariance des erreurs

D'après l'équation (47), la matrice de variance-covariance de l'erreur $C_{\epsilon\epsilon}$ vaut :

$$C_{\epsilon\epsilon} = C_{W(Q)W(Q)} - C_{W(Q)V(P)}C_{V(P)V(P)}^{-1}C_{V(P)W(Q)} \quad (50)$$

8.1.2.2 Matrice de variance-covariance du bruit

$C_{\eta(P)\eta(P)}$ est la matrice de variance-covariance du bruit.

$$C_{\eta(P)\eta(P)} = E[\eta(P)\eta(P)^T]$$

La matrice $C_{\eta(P)\eta(P)}$ est une matrice $2p \times 2p$ composée de sous-matrices $C_{\eta(P_i)\eta(P_j)}$.

$$C_{\eta(P_i)\eta(P_j)} = E[\eta(P_i)\eta(P_j)^T] = \begin{bmatrix} E[\eta_e(P_i)\eta_e(P_j)] & E[\eta_e(P_i)\eta_n(P_j)] \\ E[\eta_n(P_i)\eta_e(P_j)] & E[\eta_n(P_i)\eta_n(P_j)] \end{bmatrix}$$

$C_{\eta(P)\eta(P)}$ est la matrice de variance-covariance prise dans le SINEX en négligeant les erreurs induites par l'estimation des mouvements rigides.

8.1.2.3 Le modèle de covariance

La matrice de variance-covariance modèle $C_{W(P)W(P)} = E[W(P)W(P)^T]$ est composée de $p \times p$ sous-matrices $C_{W(P_i)W(P_j)}$.

$$C_{W(P_i)W(P_j)} = E[W(P_i)W(P_j)^T] = \begin{bmatrix} E[W_e(P_i)W_e(P_j)] & E[W_e(P_i)W_n(P_j)] \\ E[W_n(P_i)W_e(P_j)] & E[W_n(P_i)W_n(P_j)] \end{bmatrix} \quad (51)$$

La matrice de variance-covariance modèle $C_{W(Q)W(P)} = E[W(Q)W(P)^T]$ est composée de $q \times p$ sous-matrices $C_{W(Q_i)W(P_j)}$.

$$C_{W(Q_i)W(P_j)} = E[W(Q_i)W(P_j)^T] = \begin{bmatrix} E[W_e(Q_i)W_e(P_j)] & E[W_e(Q_i)W_n(P_j)] \\ E[W_n(Q_i)W_e(P_j)] & E[W_n(Q_i)W_n(P_j)] \end{bmatrix}$$

$C_{W(Q)W(P)}$ et $C_{W(P)W(P)}$ sont calculées en utilisant le même modèle de covariance isotrope.

On introduit trois fonctions de covariance (K_{kl} $k, l = e(st), n(ord)$) qui ne dépendent que de la distance sphérique entre les points considérés.

$$E[W_k(I)W_l(J)] = K_{kl}(I, J) = K_{kl}(d_{ij}); \quad (k, l = e(st), n(ord)); \quad I, J = P_i, Q_j)$$

d_{ij} est la distance sphérique entre les points $I, J = P_i, Q_j$.

Ainsi,

$$C_{W(P_i)W(P_j)} = \begin{bmatrix} K_{ee}(P_i, P_j) & K_{en}(P_i, P_j) \\ K_{ne}(P_i, P_j) & K_{nn}(P_i, P_j) \end{bmatrix}$$

$$C_{W(Q_i)W(P_j)} = \begin{bmatrix} K_{ee}(Q_i, P_j) & K_{en}(Q_i, P_j) \\ K_{ne}(Q_i, P_j) & K_{nn}(Q_i, P_j) \end{bmatrix}$$

8.1.3 Remarques sur cette approche

Il est nécessaire de déterminer trois fonctions de covariance différentes, K_{ee} , K_{en} , K_{nn} [Caporali 2003] .

Les fonctions de covariance K_{ee} , K_{en} , K_{nn} ne dépendent pas uniquement de la distance entre les points. En effet, elles dépendent également de la latitude des points. Pour une étude dont la taille est petite devant la distance aux Pôles et n'incluant pas les Pôles, cette approche est valable. Dès qu'on travaille sur des zones de latitude étendue, il faudrait définir des fonctions de covariance qui dépendent de la latitude.

L'approche utilisée ne tient pas compte de la géométrie du mouvement. Supposons un mouvement rigide de l'ensemble de la plaque, l'interpolation du champ de vitesses résultant ne correspondrait pas à un mouvement rigide.

Pour pallier ces difficultés, on souhaite tenir compte de la géométrie du mouvement et exprimer la matrice de variance-covariance $C_{W(I)W(J)}$; $I, J = P, Q$ en fonction de la matrice de variance-covariance des vitesses angulaires. Il est donc nécessaire de pouvoir exprimer les vitesses horizontales en fonction des vitesses angulaires.

8.2 Relation entre la vitesse horizontale dans un repère local et la vitesse angulaire

8.2.1 Notations

En chaque point P_i , de coordonnées cartésiennes $XYZ_i = [X_i, Y_i, Z_i]^T$, de longitude et latitude sphériques (λ_i, ϕ_i) , de vitesse horizontale dans un repère cartésien $V_{XYZ_i} = [V_{X_i}, V_{Y_i}, V_{Z_i}]^T$, de vitesse horizontale dans un repère local $V_{eni} = [V_{ei}, V_{ni}]^T$ et de vitesse angulaire $\omega_i = [\omega_{X_i}, \omega_{Y_i}, \omega_{Z_i}]^T$.

Sur une sphère unité :

$$XYZ_i = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_i) \cos(\phi_i) \\ \sin(\lambda_i) \cos(\phi_i) \\ \sin(\phi_i) \end{bmatrix} \quad (52)$$

8.2.2 Changement de repère

Pour passer de la vitesse cartésienne à la vitesse locale au point P_i , on utilise la matrice de passage d'un vecteur exprimé en coordonnées globales à un vecteur exprimé en coordonnées locales $R_{iXYZ \rightarrow en}$:

$$V_{eni} = R_{iXYZ \rightarrow en} V_{XYZ_i} \quad (53)$$

$$R_{iXYZ \rightarrow en} = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda_i) & \cos(\lambda_i) & 0 \\ -\sin(\phi_i) \cos(\lambda_i) & -\sin(\phi_i) \sin(\lambda_i) & \cos(\phi_i) \end{bmatrix} \quad (54)$$

8.2.3 Vitesse sur une plaque rigide

La vitesse cartésienne V_{XYZ_i} au point P_i s'exprime en fonction de la vitesse polaire ω_i de la manière suivante :

$$\begin{aligned} V_{XYZ_i} &= \begin{bmatrix} \omega_{Xi} \\ \omega_{Yi} \\ \omega_{Zi} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & Z_i & -Y_i \\ -Z_i & 0 & X_i \\ Y_i & -X_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{Xi} \\ \omega_{Yi} \\ \omega_{Zi} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \sin(\phi_i) & -\sin(\lambda_i) \cos(\phi_i) \\ -\sin(\phi_i) & 0 & \cos(\lambda_i) \cos(\phi_i) \\ \sin(\lambda_i) \cos(\phi_i) & -\cos(\lambda_i) \cos(\phi_i) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{Xi} \\ \omega_{Yi} \\ \omega_{Zi} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (55)$$

En combinant les équations (53), (54), (55), on obtient :

$$V_{eni} = R_{iXYZ \rightarrow en} \omega_i \wedge X_i = A_{P_i} \omega_i \quad (56)$$

avec

$$A_{P_i} = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda_i) & \cos(\lambda_i) & 0 \\ -\sin(\phi_i) \cos(\lambda_i) & -\sin(\phi_i) \sin(\lambda_i) & \cos(\phi_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \sin(\phi_i) & -\sin(\lambda_i) \cos(\phi_i) \\ -\sin(\phi_i) & 0 & \cos(\lambda_i) \cos(\phi_i) \\ \sin(\lambda_i) \cos(\phi_i) & -\cos(\lambda_i) \cos(\phi_i) & 0 \end{bmatrix}$$

Après factorisation et simplification, on obtient :

$$A_{P_i} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi_i) \cos(\lambda_i) & -\sin(\phi_i) \sin(\lambda_i) & \cos(\phi_i) \\ \sin(\lambda_i) & -\cos(\lambda_i) & 0 \end{bmatrix} \quad (57)$$

avec

$$A_{P_i} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi_{P_i}) \cos(\lambda_{P_i}) & -\sin(\phi_{P_i}) \sin(\lambda_{P_i}) & \cos(\phi_{P_i}) \\ \sin(\lambda_{P_i}) & -\cos(\lambda_{P_i}) & 0 \end{bmatrix}$$

Soient le vecteur d'observations,

$$V(P) = [V_e(P_1), V_n(P_1), \dots, V_e(P_p), V_n(P_p)]^T$$

le vecteur du signal,

$$\omega(Q) = [\omega_X(Q_1), \omega_Y(Q_1), \omega_Z(Q_1), \dots, \omega_X(Q_q), \omega_Y(Q_q), \omega_Z(Q_q)]^T$$

et le vecteur du bruit,

$$\eta(P) = [\eta_e(P_1), \eta_n(P_1), \dots, \eta_e(P_p), \eta_n(P_p)]^T$$

En notation vectorielle, on a :

$$V(P) = W(P) + \eta(P) = A_P \omega(P) + \eta(P) \quad (62)$$

En chaque point Q_j , d'après l'équation (59), la vitesse au point Q_j , $W(Q_j)$, peut s'exprimer linéairement en fonction de $\omega(Q_j)$ via la matrice A_{Q_j} :

$$\begin{bmatrix} W_e(Q_j) \\ W_n(Q_j) \end{bmatrix}_j = A_{Q_j} \begin{bmatrix} \omega_X(Q_j) \\ \omega_Y(Q_j) \\ \omega_Z(Q_j) \end{bmatrix} \quad (63)$$

avec

$$A_{Q_j} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi_{Q_j}) \cos(\lambda_{Q_j}) & -\sin(\phi_{Q_j}) \sin(\lambda_{Q_j}) & \cos(\phi_{Q_j}) \\ \sin(\lambda_{Q_j}) & -\cos(\lambda_{Q_j}) & 0 \end{bmatrix} \quad (64)$$

En notation vectorielle, on a :

$$W(Q) = A_Q \omega(Q) \quad (65)$$

8.3.1 L'estimateur linéaire de variance minimale

D'après l'équation (46), l'estimateur linéaire de variance minimale $\hat{\omega}(Q)$ s'écrit :

$$\hat{\omega}(Q) = C_{\omega(Q)V(P)} C_{V(P)V(P)}^{-1} V(P)$$

$$C_{\omega(Q)V(P)} = C_{\omega(Q)\omega(P)} A_P^T$$

$$C_{V(P)V(P)} = A_P C_{\omega(P)\omega(P)} A_P^T + C_{\eta(P)\eta(P)}$$

Finalement, l'estimateur linéaire de variance minimale $\hat{\omega}(Q)$ s'écrit en fonction de $C_{\omega(Q)\omega(P)}$, $C_{\omega(P)\omega(P)}$ et A_P sous la forme :

$$\hat{\omega}(Q) = C_{\omega(Q)\omega(P)} A_P^T [A_P C_{\omega(P)\omega(P)} A_P^T + C_{\eta(P)\eta(P)}]^{-1} V(P) \quad (66)$$

Si on souhaite un estimateur du champ de vitesses horizontales $\hat{W}(Q)$ au lieu de l'estimateur du champ de vitesses angulaires $\hat{\omega}(Q)$, en utilisant l'équation (65), on obtient :

$$\hat{W}(Q) = A_Q \hat{\omega}(Q) = A_Q C_{\omega(Q)\omega(P)} A_P^T [A_P C_{\omega(P)\omega(P)} A_P^T + C_{\eta(P)\eta(P)}]^{-1} V(P) \quad (67)$$

8.3.2 Les matrices de variance-covariance

8.3.2.1 Matrice de variance-covariance des erreurs

D'après l'équation (47), la matrice de variance-covariance de l'erreur $C_{\epsilon\epsilon}$ vaut :

$$C_{\epsilon\epsilon} = C_{W(Q)W(Q)} - C_{W(Q)V(P)}C_{V(P)V(P)}^{-1}C_{V(P)W(Q)}$$

$$C_{W(Q)W(Q)} = A_Q C_{\omega(Q)\omega(Q)} A_Q^T$$

$$C_{W(Q)V(P)} = A_Q C_{\omega(Q)\omega(P)} A_P^T$$

$$C_{V(P)V(P)} = A_P C_{\omega(P)\omega(P)} A_P^T + C_{\eta(P)\eta(P)}$$

Finalement, la matrice de variance-covariance de l'erreur $C_{\epsilon\epsilon}$ s'écrit :

$$C_{\epsilon\epsilon} = A_Q C_{\omega(Q)\omega(Q)} A_Q^T - A_Q C_{\omega(Q)\omega(P)} A_P^T [A_P C_{\omega(P)\omega(P)} A_P^T + C_{\eta(P)\eta(P)}]^{-1} A_P C_{\omega(P)\omega(Q)} A_Q^T \quad (68)$$

8.3.2.2 Matrice de variance-covariance du bruit

Il s'agit de la même matrice qu'à la section 8.1.2.2. En pratique, $C_{\eta(P)\eta(P)}$ est toujours la matrice de variance-covariance du champ de vitesses observé.

8.3.2.3 Le modèle de covariance

La matrice de variance-covariance modèle $C_{\omega(P)\omega(P)} = E [\omega(P)\omega(P)^T]$ est une matrice $3p \times 3p$, composée de $p \times p$ sous-matrices $C_{\omega(P_i)\omega(P_j)} = E [\omega(P_i)\omega(P_j)^T]$.

$$C_{\omega(P_i)\omega(P_j)} = \begin{bmatrix} E [\omega_X(P_i)\omega_X(P_j)] & E [\omega_X(P_i)\omega_Y(P_j)] & E [\omega_X(P_i)\omega_Z(P_j)] \\ E [\omega_Y(P_i)\omega_X(P_j)] & E [\omega_Y(P_i)\omega_Y(P_j)] & E [\omega_Y(P_i)\omega_Z(P_j)] \\ E [\omega_Z(P_i)\omega_X(P_j)] & E [\omega_Z(P_i)\omega_Y(P_j)] & E [\omega_Z(P_i)\omega_Z(P_j)] \end{bmatrix} \quad (69)$$

La matrice de variance-covariance modèle $C_{\omega(Q)\omega(P)} = E [\omega(Q)\omega(P)^T]$ est une matrice $3q \times 3p$, composée de $q \times p$ sous-matrices $C_{\omega(Q_i)\omega(P_j)} = E [\omega(Q_i)\omega(P_j)^T]$.

Afin d'interpoler le champ de vitesses par collocation, on a besoin de la matrice de variance-covariance modèle. Dans la section 8.1, on avait trois fonctions de covariance différentes (K_{ee} , K_{en} , K_{nm}) à déterminer. L'objet de la section 8.3 est de se ramener à une seule fonction de covariance. Pour cela, plusieurs hypothèses doivent être faites sur la matrice modèle $C_{\omega(P_i)\omega(P_j)}$.

Première hypothèse

On suppose qu'il n'y a pas de corrélation entre les composantes $\omega_X(P_i)$, $\omega_Y(P_i)$ et $\omega_Z(P_i)$ du vecteur $\omega(P_i)$.

Deuxième hypothèse

On suppose qu'il n'y a pas non plus de corrélation entre deux composantes différentes des vecteurs $\omega(P_i)$ et $\omega(P_j)$ pour $i \neq j$. On peut donc écrire $C_{\omega(P_i)\omega(P_j)}$ pour $i = j$ et $i \neq j$ sous la forme :

$$C_{\omega(P_i)\omega(P_j)} = \begin{bmatrix} E [\omega(P_i)_X \omega(P_j)_X] & 0 & 0 \\ 0 & E [\omega(P_i)_Y \omega(P_j)_Y] & 0 \\ 0 & 0 & E [\omega(P_i)_Z \omega(P_j)_Z] \end{bmatrix} \quad (70)$$

Troisième hypothèse

De plus, en raison d'une symétrie de révolution, on suppose que

$$E [\omega(P_i)_X \omega(P_j)_X] = E [\omega(P_i)_Y \omega(P_j)_Y] = E [\omega(P_i)_Z \omega(P_j)_Z]$$

On introduit :

$$K(P_i, P_j) = E [\omega(P_i)_X \omega(P_j)_X] = E [\omega(P_i)_Y \omega(P_j)_Y] = E [\omega(P_i)_Z \omega(P_j)_Z]$$

$$C_{\omega(P_i)\omega(P_j)} = \begin{bmatrix} K(P_i, P_j) & 0 & 0 \\ 0 & K(P_i, P_j) & 0 \\ 0 & 0 & K(P_i, P_j) \end{bmatrix} = K(P_i, P_j) \mathcal{I}_3 \quad (71)$$

Désormais, afin d'obtenir la matrice modèle, on a besoin d'une seule fonction de covariance $K(P_i, P_j)$.

8.3.2.4 La fonction de covariance $K(P_i, P_j)$

Il faut choisir un modèle de covariance, c'est-à-dire la fonction $K(P_i, P_j)$. On prendra un modèle de covariance isotrope. Il existe différentes fonctions de covariance isotropes ayant des comportements plus ou moins différents : dérivée à l'origine nulle ou non et décroissance plus ou moins rapide. Le choix d'un modèle de covariance fera l'objet d'un paragraphe dans la suite du document.

En pratique, le modèle de covariance est défini à partir des observations. Il faut donc déterminer une expression de $K(P_i, P_j)$ en fonction des observations.

8.4 Détermination de la fonction de covariance

Pour cela, on commence par exprimer la matrice de variance-covariance $C_{W(P_i)W(P_i)}$ en fonction de $C_{\omega(P_i)\omega(P_i)}$.

Au point P_k , on a $W(P_k) = A_{P_k}\omega(P_k)$.

$$\begin{aligned}
 C_{W(P_i)W(P_j)} &= E[W(P_i)W(P_j)^T] \\
 &= E[A_{P_i}\omega(P_i)(A_{P_j}\omega(P_j))^T] \\
 &= E[A_{P_i}\omega(P_i)\omega(P_j)^T A_{P_j}^T] \\
 &= A_{P_i}E[\omega(P_i)\omega(P_j)^T]A_{P_j}^T \\
 &= A_{P_i}C_{\omega(P_i)\omega(P_j)}A_{P_j}^T \\
 &= A_{P_i}K(P_i, P_j)\mathcal{I}_3A_{P_j}^T \\
 &= A_{P_i}A_{P_j}^TK(P_i, P_j)
 \end{aligned}$$

Finalement, la matrice de variance-covariance $C_{W(P_i)W(P_j)}$ s'exprime linéairement en fonction de $K(P_i, P_j)$ par la relation :

$$C_{W(P_i)W(P_j)} = A_{P_i}A_{P_j}^TK(P_i, P_j) \quad (72)$$

avec

$$A_{P_i}A_{P_j}^T = \begin{bmatrix} -\sin(\phi_i)\cos(\lambda_i) & -\sin(\phi_i)\sin(\lambda_i) & \cos(\phi_i) \\ \sin(\lambda_i) & -\cos(\lambda_i) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin(\phi_j)\cos(\lambda_j) & \sin(\lambda_j) \\ -\sin(\phi_j)\sin(\lambda_j) & -\cos(\lambda_j) \\ \cos(\phi_j) & 0 \end{bmatrix}$$

La multiplication des matrices donne :

$$A_{P_i}A_{P_j}^T = \begin{bmatrix} \sin\phi_i\sin\phi_j\sin\lambda_i\sin\lambda_j + \sin\phi_i\sin\phi_j\cos\lambda_i\cos\lambda_j + \cos\phi_i\cos\phi_j & \sin\phi_i\sin\lambda_i\cos\lambda_j - \sin\phi_i\cos\lambda_i\sin\lambda_j \\ \sin\phi_j\cos\lambda_i\sin\lambda_j - \sin\phi_j\sin\lambda_i\cos\lambda_j & \sin\lambda_i\sin\lambda_j + \cos\lambda_i\cos\lambda_j \end{bmatrix}$$

D'après les équations (72) et (51) et après simplification et réorganisation des 4 composantes de la matrice $A_{P_i}A_{P_j}^T$, on obtient les 4 équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 E[W_e(P_i)W_e(P_j)] &= [\sin\phi_i\sin\phi_j\sin\lambda_i\sin\lambda_j + \sin\phi_i\sin\phi_j\cos\lambda_i\cos\lambda_j + \cos\phi_i\cos\phi_j]K(P_i, P_j) \\
 &= \frac{K(P_i, P_j)}{4}\cos(\lambda_j - \lambda_i + \phi_j - \phi_i) + \frac{K(P_i, P_j)}{4}\cos(\lambda_j - \lambda_i - \phi_j + \phi_i) + \frac{K(P_i, P_j)}{2}\cos(\phi_j - \phi_i) \\
 &\quad - \frac{K(P_i, P_j)}{4}\cos(\lambda_j - \lambda_i + \phi_j + \phi_i) - \frac{K(P_i, P_j)}{4}\cos(\lambda_j - \lambda_i - \phi_j - \phi_i) + \frac{K(P_i, P_j)}{2}\cos(\phi_j + \phi_i)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E[W_e(P_i)W_n(P_j)] &= [\sin\phi_i\sin\lambda_i\cos\lambda_j - \sin\phi_i\cos\lambda_i\sin\lambda_j]K(P_i, P_j) \\
 &= \frac{K(P_i, P_j)}{2}[\cos(\lambda_j - \lambda_i + \phi_i) - \cos(\lambda_j - \lambda_i - \phi_i)] \\
 &= K(P_i, P_j)[\sin(\lambda_j - \lambda_i)\sin\phi_i]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E[W_n(P_i)W_e(P_j)] &= [\sin\phi_j\cos\lambda_i\sin\lambda_j - \sin\phi_j\sin\lambda_i\cos\lambda_j]K(P_i, P_j) \\
 &= \frac{K(P_i, P_j)}{2}[\cos(\lambda_i - \lambda_j + \phi_j) - \cos(\lambda_i - \lambda_j - \phi_j)] \\
 &= K(P_i, P_j)[\sin(\lambda_i - \lambda_j)\sin\phi_j]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E[W_n(P_i)W_n(P_j)] &= [\sin\lambda_i\sin\lambda_j + \cos\lambda_i\cos\lambda_j]K(P_i, P_j) \\
 &= K(P_i, P_j)\cos(\lambda_j - \lambda_i)
 \end{aligned}$$

Les $E[W_e(P_i)W_e(P_j)]$, $E[W_e(P_i)W_n(P_j)]$, $E[W_n(P_i)W_e(P_j)]$, $E[W_n(P_i)W_n(P_j)]$ s'expriment donc en fonction de la fonction de covariance $K(P_i, P_j)$ et des latitudes et longitudes sphériques des points P_i et P_j suivant les équations :

$$E[W_e(P_i)W_e(P_j)] = [\sin \phi_i \sin \phi_j \sin \lambda_i \sin \lambda_j + \sin \phi_i \sin \phi_j \cos \lambda_i \cos \lambda_j + \cos \phi_i \cos \phi_j] K(P_i, P_j) \quad (73)$$

$$E[W_e(P_i)W_n(P_j)] = [\sin(\lambda_j - \lambda_i) \sin \phi_i] K(P_i, P_j) \quad (74)$$

$$E[W_n(P_i)W_e(P_j)] = [\sin(\lambda_i - \lambda_j) \sin \phi_j] K(P_i, P_j) \quad (75)$$

$$E[W_n(P_i)W_n(P_j)] = \cos(\lambda_j - \lambda_i) K(P_i, P_j) \quad (76)$$

Remarques

$E[W_e(P_i)W_e(P_j)]$, $E[W_e(P_i)W_n(P_j)]$, $E[W_n(P_i)W_e(P_j)]$, $E[W_n(P_i)W_n(P_j)]$ sont fonction des différences de longitudes.

En ce qui concerne les latitudes, $E[W_n(P_i)W_n(P_j)]$ ne dépend pas de la latitude des points alors que les composantes $E[W_e(P_i)W_e(P_j)]$, $E[W_e(P_i)W_n(P_j)]$ et $E[W_n(P_i)W_e(P_j)]$ en dépendent.

$E[W_e(P_i)W_e(P_j)]$, $E[W_e(P_i)W_n(P_j)]$, $E[W_n(P_i)W_e(P_j)]$, $E[W_n(P_i)W_n(P_j)]$ ne dépendent pas que de la position relative des points P_i , P_j ; ils dépendent également des latitudes et longitudes sphériques des points P_i , P_j .

8.4.1 Recherche d'un estimateur de la fonction de covariance

8.4.1.1 Notations

Soient 2 points P_i et P_j séparés d'une distance sur la sphère d_{ij} , soit $\widehat{K}(d_{ij})$ un estimateur de la fonction de covariance $K(P_i, P_j)$.

$$V_k(P_i) = W_k(P_i) + \eta_k(P_i); \quad k = e(st), n(ord) \quad (77)$$

V_k est la valeur mesurée au point P_i de $W_k(P_i)$ et $\eta_k(P_i)$ l'erreur sur $W_k(P_i)$.

On introduit les fonctions :

$$f_{ee}(P_i, P_j) = \sin \phi_i \sin \phi_j \sin \lambda_i \sin \lambda_j + \sin \phi_i \sin \phi_j \cos \lambda_i \cos \lambda_j + \cos \phi_i \cos \phi_j$$

$$f_{en}(P_i, P_j) = \sin(\lambda_j - \lambda_i) \sin \phi_i$$

$$f_{ne}(P_i, P_j) = \sin(\lambda_i - \lambda_j) \sin \phi_j$$

$$f_{nn}(P_i, P_j) = \cos(\lambda_j - \lambda_i)$$

En utilisant une formulation générale, on a :

$$E[W_k(P_i)W_l(P_j)] = f_{kl}(P_i, P_j)K(P_i, P_j); \quad k, l = e(st), n(ord) \quad (78)$$

Par souci de simplification, on introduit les notations suivantes : s pour la composante k du point P_i et t pour la composante l du point P_j .

$$\begin{aligned} V_s &= V_k(P_i) & W_s &= W_k(P_i) & \eta_s &= \eta_k(P_i) & V_s &= W_s + \eta_s \\ V_t &= V_l(P_j) & W_t &= W_l(P_j) & \eta_t &= \eta_l(P_j) & V_t &= W_t + \eta_t \end{aligned}$$

L'équation (78) s'écrit avec cette notation :

$$E[W_s W_t] = f_{st} K(st) \quad (79)$$

$$\begin{aligned} E[V_s V_t] &= E[(W_s + \eta_s)(W_t + \eta_t)] \\ &= E[W_s W_t + \eta_t W_s + \eta_s W_t + \eta_s \eta_t] \\ &= E[W_s W_t] + E[\eta_t W_s] + E[\eta_s W_t] + E[\eta_s \eta_t] \end{aligned}$$

On sait que :

$$E[W_s W_t] = f_{st} K(st)$$

$E[\eta_t W_s] = 0$ et $E[\eta_s W_t] = 0$ en raison de l'indépendance du bruit et du signal.

$E[\eta_s \eta_t]$ est la covariance entre η_s et η_t , on la notera C_{st} .

On obtient donc :

$$E[V_s V_t] = f_{st} K(st) + C_{st} \quad (80)$$

$$K(st) = \frac{E[V_s V_t] - C_{st}}{f_{st}} = E \left[\frac{V_s V_t - C_{st}}{f_{st}} \right] \quad (81)$$

L'équation (81) fournit l'expression de la fonction de covariance. Il nous en faut donc un estimateur.

8.4.1.2 L'estimateur de la fonction de covariance à la distance h

On cherche un estimateur de la fonction de covariance K pour une distance h . On introduit $n(h)$ le nombre de paires de points tels que $d_{ij} \approx h$. Et on se propose de calculer un estimateur $\hat{K}(h)$ de K à la distance h sous la forme :

$$\hat{K}(h) = \sum_{d_{st} \approx h} \alpha_{st} \frac{V_s V_t - C_{st}}{f_{st}}, \quad \sum_{d_{st} \approx h} \alpha_{st} = 1 \quad (82)$$

où les α_{st} sont les coefficients de pondération.

On pose $\beta_{st} = \frac{V_s V_t - C_{st}}{f_{st}}$, on a alors :

$$\hat{K}(h) = \sum_{d_{st} \approx h} \alpha_{st} \beta_{st}, \quad \sum_{d_{st} \approx h} \alpha_{st} = 1 \quad (83)$$

Détermination des coefficients de pondération α_{st}

On introduit les vecteurs $\beta = [\beta_{st}]_{d_{st} \approx h} = {}^t[\beta_{11}, \dots, \beta_{st}, \dots, \beta_{n(h)n(h)}]$ et $\alpha = [\alpha_{st}]_{d_{st} \approx h} = {}^t[\alpha_{11}, \dots, \alpha_{st}, \dots, \alpha_{n(h)n(h)}]$ et la matrice $\Sigma_\beta = [Cov(\beta_{st}, \beta_{uv})]_{(d_{st} \approx h, d_{uv} \approx h)}$ qui est la matrice de variance-covariance associée au vecteur β .

On peut montrer (cf Annexe C) que le vecteur α qui minimise $Var(\widehat{K}(h))$, en imposant $\sum_{d_{st} \approx h} \alpha_{st} = 1$, est de la forme :

$$\alpha = \frac{\Sigma_\beta^{-1} \mathbb{1}}{{}^t \mathbb{1} \Sigma_\beta^{-1} \mathbb{1}}$$

et que la variance de $\widehat{K}(h)$ vaut alors :

$$Var(\widehat{K}(h)) = \frac{1}{{}^t \mathbb{1} \Sigma_\beta^{-1} \mathbb{1}}$$

Calcul de la matrice de variance-covariance de β

Σ_β est la matrice de variance-covariance associée au vecteur β . Par définition, on a :

$$\Sigma_\beta = [Cov(\beta_{st}, \beta_{uv})]_{(d_{st} \approx h, d_{uv} \approx h)} \quad (84)$$

avec

$$Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) = E[(\beta_{st} - E[\beta_{st}])(\beta_{uv} - E[\beta_{uv}])] \quad (85)$$

On a montré (cf Annexe D) que :

$$\begin{aligned} Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) &= \frac{1}{f_{st} f_{uv}} (f_{su} f_{tv} K(su) K(tv) + f_{sv} f_{tu} K(sv) K(tu) \\ &\quad + f_{tv} K(tv) C_{su} + f_{sv} K(sv) C_{tu} + f_{tu} K(tu) C_{sv} + f_{su} K(su) C_{tv} \\ &\quad + C_{su} C_{tv} + C_{sv} C_{tu}) \end{aligned} \quad (86)$$

8.4.2 Récapitulatif des résultats

On dispose d'un champ de vitesses résiduelles et de leur matrice de variance-covariance. Les distances sphériques entre les stations sont estimées pour tous les couples de points que l'on peut former. Les couples sont ensuite classés par distance et attribués à une classe de distance.

Pour chaque classe de distance, on calcule le vecteur β et sa matrice de variance-covariance Σ_β .

$$\beta = \left[\beta_{kl}(P_i P_j) = \frac{V_k(P_i) V_l(P_j) - C_{V_k(P_i) V_l(P_j)}}{f_{kl}(P_i, P_j)} \right]_{\substack{d_{P_i P_j} \approx h \\ k, l = e(st), n(ord)}}$$

Un estimateur de la fonction de covariance à la distance h est :

$$\widehat{K}(h) = {}^t\alpha\beta \quad (87)$$

avec

$$\alpha = \frac{\Sigma_\beta^{-1}\mathbb{1}}{{}^t\mathbb{1}{}^t\Sigma_\beta^{-1}\mathbb{1}} \quad (88)$$

Un estimateur de la variance de $\widehat{K}(h)$ vaut alors :

$$\text{Var}(\widehat{K}(h)) = \frac{1}{{}^t\mathbb{1}{}^t\Sigma_\beta^{-1}\mathbb{1}} \quad (89)$$

On peut donc tracer la fonction de covariance et son incertitude en fonction de la distance. Une telle courbe s'appelle un covariogramme empirique. A partir du covariogramme empirique estimé, on détermine une fonction de covariance.

La matrice de variance-covariance de β dont dépend l'estimation de $\widehat{K}(h)$ est fonction de la fonction de covariance. Il est donc nécessaire de calculer $\widehat{K}(h)$ par itération.

Comparaison de deux estimateurs de la fonction de covariance

Nous avons développé une méthode "élaborée" pour estimer le covariogramme. L'utilisation de coefficients de pondération qui dépendent de Σ_β est-elle nécessaire? Peut-on se contenter d'une moyenne non pondérée?

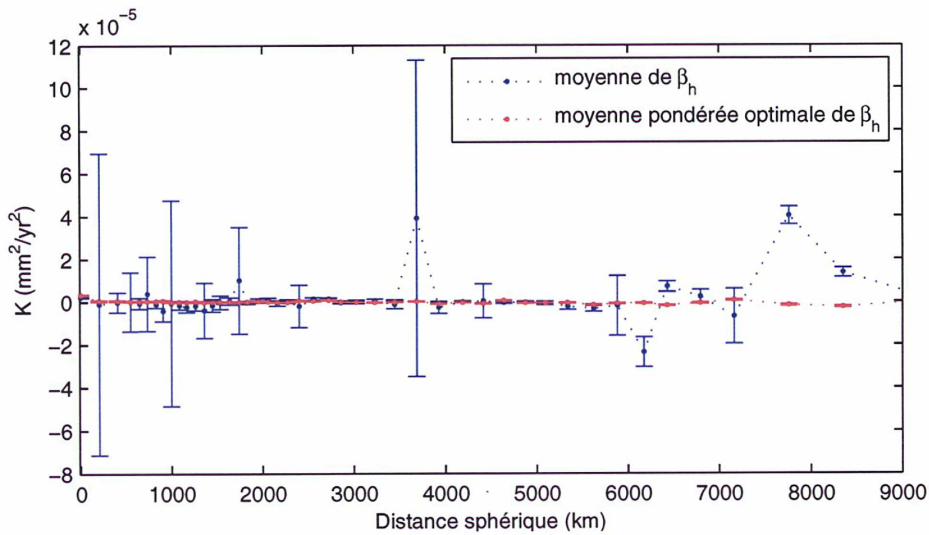


FIG. 8.1 – Exemple de covariogrammes estimés à partir d'un réseau situé sur la plaque eurasienne. Comparaison des covariogrammes estimés par une simple moyenne et par la moyenne pondérée optimale.

La précision des vitesses des stations utilisées n'est pas homogène, il est donc légitime et nécessaire de tenir compte de leur précision lors de l'estimation du covariogramme.

Le covariogramme estimé en utilisant la moyenne pondérée optimale est beaucoup moins bruité que l'autre calculé par une moyenne simple (FIG.8.1).

Rejet des vitesses hors norme

Certaines stations ont des vitesses que l'on peut qualifier de hors norme. On définit comme hors norme une station dont au moins une des composantes (est ou nord) présente une valeur de vitesse supérieure à trois fois la valeur de la moyenne quadratique des vitesses, c'est-à-dire telle que :

$$V_{\hat{P}_i(s=e,n)}^s > 3 \frac{\sqrt{\sum_{\substack{1 \leq j \leq p \\ (t=e,n)}} V_{\hat{P}_j}^t{}^2}}{p-1} \quad (90)$$

Les stations hors norme sont des stations affectées d'un déplacement local non corrélé avec les déplacements des stations voisines ou des stations isolées situées dans une zone de déformation importante. En pratique, peu de stations sont considérées comme hors norme et rejetées pour l'estimation du covariogramme. La figure FIG.8.2 montre les deux covariogrammes obtenus pour la plaque eurasiennne lorsqu'on rejete ou non les stations hors normes.

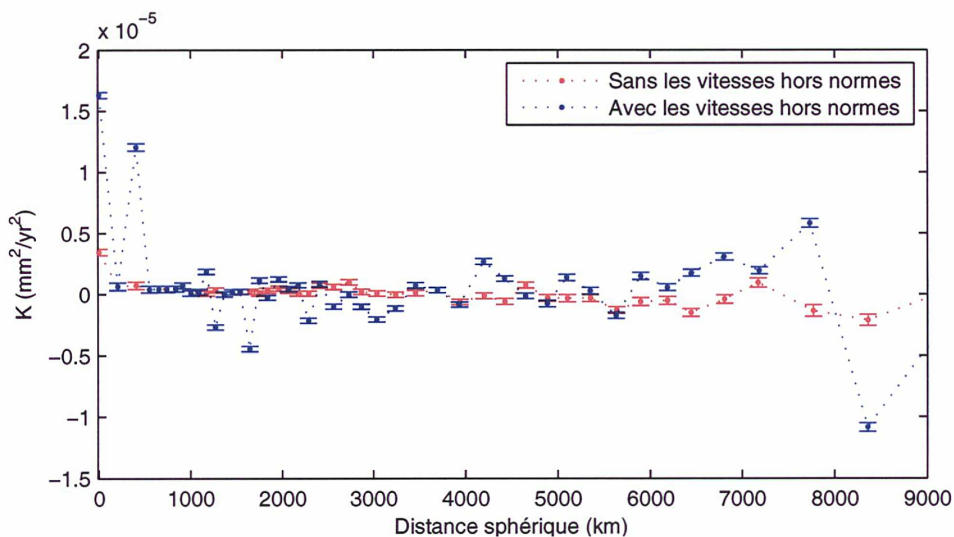


FIG. 8.2 – Exemple de covariogrammes estimés à partir d'un réseau situé sur la plaque eurasiennne. Comparaison des covariogrammes estimés avec ou sans rejet des vitesses hors norme.

Dans les différentes estimations de covariogramme réalisées, l'estimation est réalisée par la moyenne pondérée optimale (Eq.88) et les stations hors norme sont rejetées.

8.4.3 Choix d'un modèle de fonction de covariance et détermination de ses paramètres

On a choisi une fonction de covariance isotrope avec une dérivée nulle à l'origine appelée fonction de Cauchy :

$$K(d) = \frac{K_0}{1 + (d/a)^2} \quad (91)$$

K n'est fonction que de la distance sphérique d . Elle a deux paramètres : K_0 la covariance pour une distance nulle et a la distance de corrélation.

Cette fonction a également été utilisée dans plusieurs publications [Caporali et al. 2003, Kahle et al. 2000].

Les paramètres K_0 et a de la fonction sont déterminées à partir du covariogramme. Le covariogramme quantifie la dépendance entre deux mesures en fonction de la distance qui les sépare. Le caractère décroissant de la fonction de covariance traduit que plus la distance entre deux points est grande, moins les mesures (en l'occurrence les vitesses des stations) sont corrélées. En effet, plus deux stations sont éloignées l'une de l'autre, moins elles ont de chance d'avoir le même comportement. A contrario, deux stations situées très près l'une de l'autre ont de grandes chances d'avoir le même mouvement.

Dans le cas de l'estimation par la moyenne pondérée optimale, l'estimation de $\hat{K}(h)$ dépend de la fonction de covariance, il est donc nécessaire de calculer $\hat{K}(h)$ par itération.

Chapitre 9

Deux exemples d'interpolation de champs de vitesses

La méthode d'interpolation présentée a été appliquée à deux champs de vitesses différents : le champ de vitesses de l'ITRF2005 dans le but final d'appliquer la condition de non rotation, le champ de vitesses du réseau GPS permanent d'EUREF estimé au chapitre 2 dans le cadre du projet DEVF.

Pour l'application de la condition de non rotation, on a besoin d'un champ de vitesses interpolé aux noeuds d'une grille régulière afin de calculer le moment cinétique global de la croûte terrestre. En première approximation, on peut prendre la vitesse due au mouvement rigide de la plaque. Dans ce cas, on ne tient pas compte de l'information fournie par toutes les stations situées en zone de déformation. La vitesse est alors calculée à l'aide de l'équation (29) en utilisant les pôles de rotation des plaques estimés à partir de l'ITRF2005. Afin de tenir compte de l'information fournie par toutes les stations de l'ITRF2005, on souhaite interpoler le champ de vitesses résiduelles de l'ITRF2005 en utilisant la méthode développée.

Dans le cas de l'interpolation du champ de vitesses d'EUREF, la problématique est différente mais le but recherché est le même : avoir une estimation de la vitesse en un point quelconque de la plaque en exploitant au maximum le champ de vitesses disponible. En effet, on souhaite avoir l'estimation la plus exacte possible de la vitesse en un point quelconque en Europe. En première approximation, on peut prendre la vitesse due au mouvement rigide de la plaque européenne (plaque eurasienne restreinte à l'Europe occidentale). On calcule également le champ de vitesses européen interpolé en utilisant notre méthode.

9.1 Schéma du calcul

Les étapes de calcul d'interpolation du champ de vitesses d'une plaque sont données FIG.9.1.

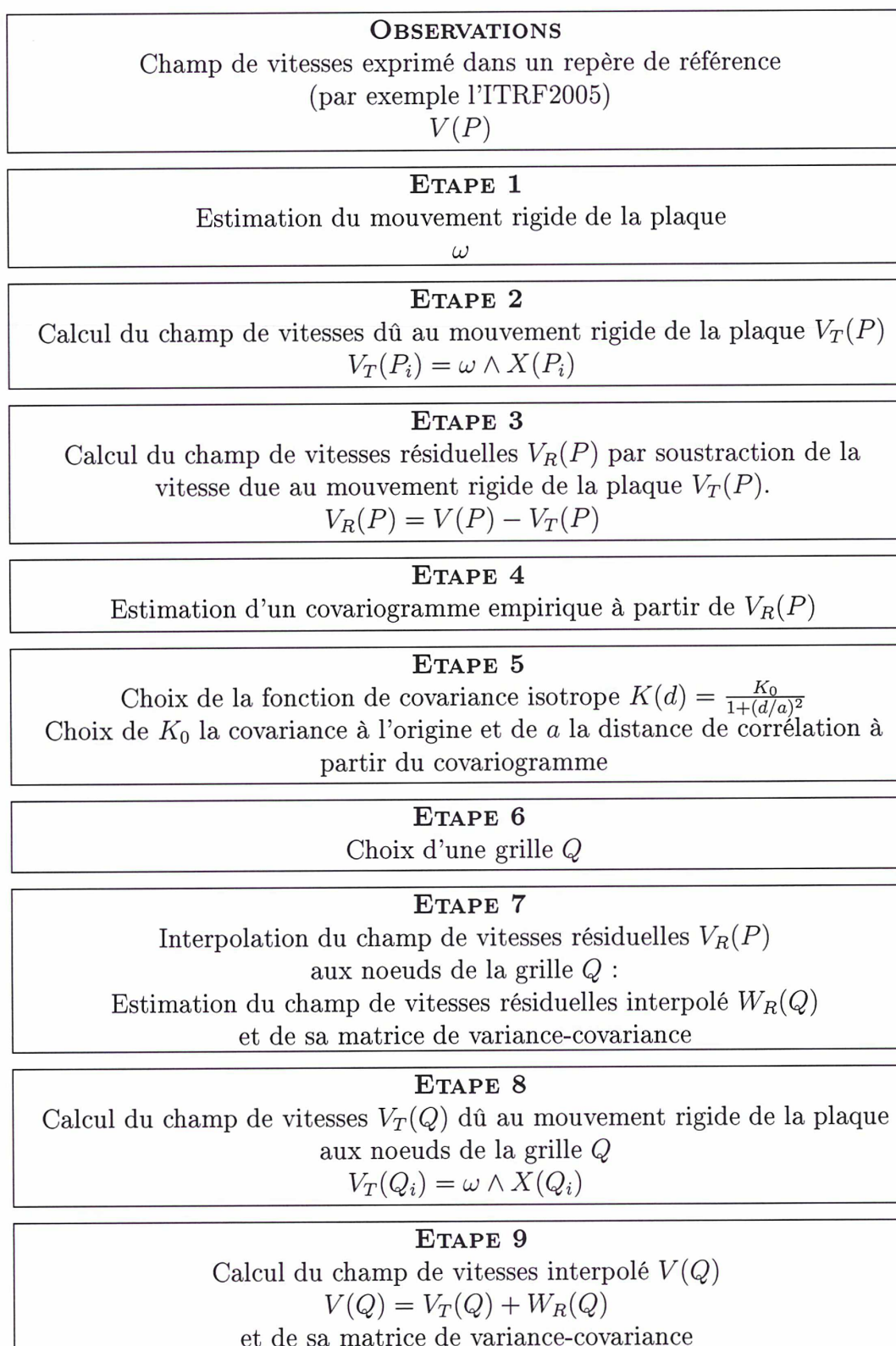


FIG. 9.1 – Schéma récapitulatif des étapes de l'interpolation d'un champ de vitesses

9.2 Application à l'interpolation du champ de vitesses de l'ITRF2005

Dans le cadre de l'application de la condition de non rotation au champ de vitesses de l'ITRF2005, la méthode d'interpolation d'un champ de vitesses horizontales est appliquée au champ de vitesses de la solution ITRF2005S3 introduite à la section 6.2. L'interpolation est menée plaque par plaque pour les plaques le permettant, c'est à dire pour les plaques ayant suffisamment de stations pour réaliser l'interpolation.

La première étape consiste, pour chaque plaque, à retirer le mouvement rigide de la plaque afin de se ramener à un champ de vitesses résiduelles.

A partir du champ de vitesses résiduelles et pour les plaques le permettant, un covariogramme empirique est estimé et la fonction de covariance est déterminée.

Finalement, les résultats de l'interpolation obtenue sont commentés.

9.2.1 Calcul des vitesses résiduelles

Pour chaque station de la solution ITRF2005S3, la vitesse due à la tectonique est calculée à partir du modèle de plaques de l'ITRF2005 dont les pôles sont donnés table TAB.6.3 en utilisant l'équation (34). On notera le champ de vitesses dû à la tectonique ITRF2005S3-T.

Les vitesses dues à la tectonique ITRF2005S3-T sont retirées des vitesses ITRF2005S3, ce qui donne les vitesses résiduelles, notées ITRF2005S3-R.

Nom de la solution	Vitesses	Données utilisées
ITRF2005S3	observées	ITRF2005S3
ITRF2005S3-T	prédites	modèle de plaques ITRF2005Pole
ITRF2005S3-R	résiduelles	ITRF2005S3 - ITRF2005S3-T

TAB. 9.1 – Récapitulatif des champs de vitesses.

Les valeurs des vitesses ITRF2005S3 et des vitesses résiduelles ITRF2005S3-R sont fournies dans le tableau TAB.A.1 situé en annexe A.

9.2.2 Choix des paramètres de la fonction de covariance

Seules les plaques eurasiennne et nord-américaine ont suffisamment de stations pour pouvoir estimer un covariogramme empirique.

9.2.2.1 Estimation du covariogramme sur l'Eurasie

Un covariogramme empirique est estimé à partir des stations de la plaque eurasiennne de ITRF2005S3-R en utilisant les équations (87), (88) et (89). La plaque eurasiennne compte 83 stations. Les classes de distances sont déterminées de façon à avoir un nombre égal de couples pour chaque estimation de la valeur de K . En pratique, on a pris un nombre de couples égal à 80. Ce choix a été fait empiriquement afin d'avoir une moyenne portant sur suffisamment de points et une résolution spatiale suffisante pour les distances inférieures à 1000 km afin de pouvoir déterminer les paramètres de la fonction de covariance.

Le graphique FIG.9.2 donne le covariogramme empirique estimé à partir de ITRF2005S3-R. Le covariogramme empirique est tracé en bleu et la fonction de covariance choisie est en rouge. Les barres d'erreur ont un niveau de confiance de 68 % (1σ).

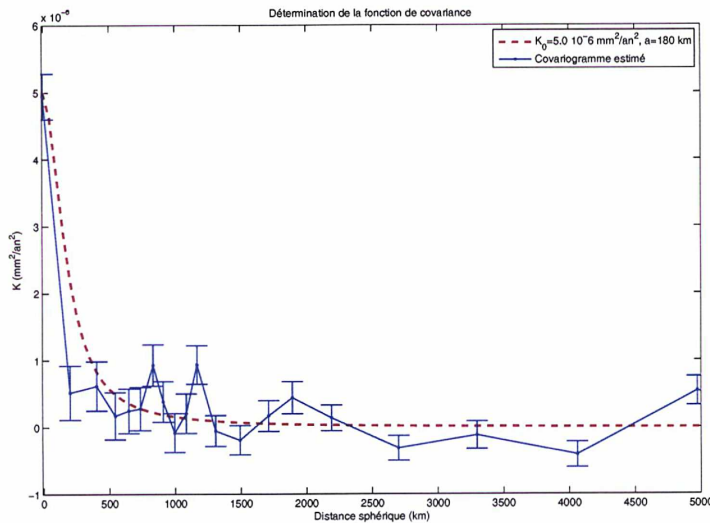


FIG. 9.2 – Covariogramme estimé à partir du champ de vitesses ITRF2005S3-R restreint à la plaque eurasiennne. Le covariogramme empirique apparaît en bleu, les barres d'erreur sont tracées pour un niveau de confiance de 68%. La fonction de covariance ($K_0 = 5,0 \cdot 10^{-6} mm^2/an^2$, $a = 180 km$) est tracée en rouge.

On a choisi une fonction de covariance de la forme $K(d) = \frac{K_0}{1+(d/a)^2}$ caractérisée par deux paramètres : un facteur de covariance à l'origine K_0 et une distance de corrélation a .

Les paramètres permettant d'approcher au mieux le covariogramme pour les distances les plus courtes sont un facteur de covariance à l'origine $K_0 = 5.0 \cdot 10^{-6} mm^2/an^2$ et une distance de corrélation $a = 180 km$.

9.2.2.2 Estimation du covariogramme sur l'Amérique du Nord

La plaque nord-américaine compte 64 stations. Les classes de distances sont comme pour l'Eurasie déterminées de façon à avoir un nombre égal de couples pour chaque esti-

mation de la valeur de K . En pratique, on a pris un nombre de couples égal à 60.

La figure FIG.9.3 donne le covariogramme empirique estimé à partir de ITRF2005S3-R. Le covariogramme empirique est tracé en bleu et la fonction de covariance choisie est en rouge. Les barres d'erreur ont un niveau de confiance de 68 %.

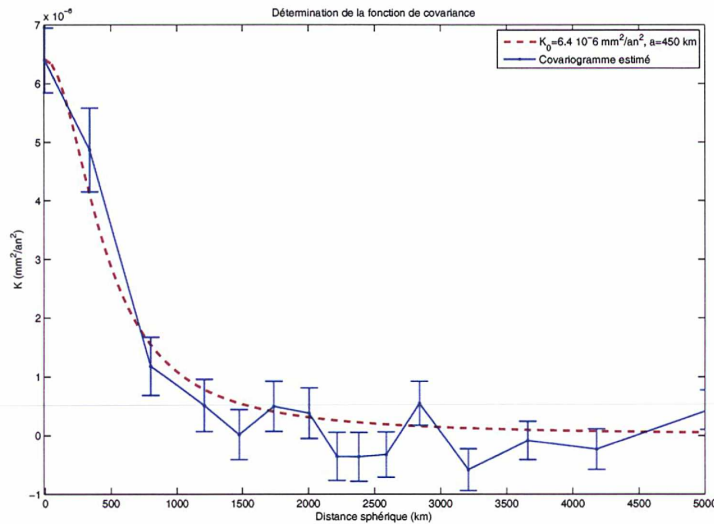


FIG. 9.3 – Covariogramme estimé à partir du champ de vitesses ITRF2005S3-R restreint à la plaque nord-américaine. Le covariogramme empirique apparaît en bleu, les barres d'erreur sont tracées pour un niveau de confiance de 68%. La fonction de covariance ($K_0 = 6,4 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 450 \text{ km}$) est tracée en rouge.

Les paramètres de la fonction de covariance permettant d'approcher au mieux le covariogramme pour les distances les plus courtes sont un facteur de covariance à l'origine $K_0 = 6,4 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2$ et une distance de corrélation $a = 450 \text{ km}$.

9.2.2.3 Choix d'une fonction de covariance

On ne peut tracer un covariogramme que pour les deux plaques les plus observées, l'Amérique du Nord et l'Eurasie. Les autres plaques n'ont pas assez de stations pour pouvoir estimer un covariogramme.

Cependant, on a besoin de définir une fonction de covariance permettant d'interpoler le champ de vitesses sur toutes les plaques interpolables. Or, l'Eurasie et l'Amérique du Nord ne conduisent pas à la même fonction de covariance, comme le montre la figure FIG.9.4.

Le covariogramme présente une covariance à l'origine de $6,4 \cdot 10^{-6} \pm 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2$ pour la plaque nord-américaine et de $4,9 \cdot 10^{-6} \pm 0,68 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2$ pour la plaque eurasienne. La barre d'erreur est donnée pour un intervalle de confiance de 68%. Par consé-

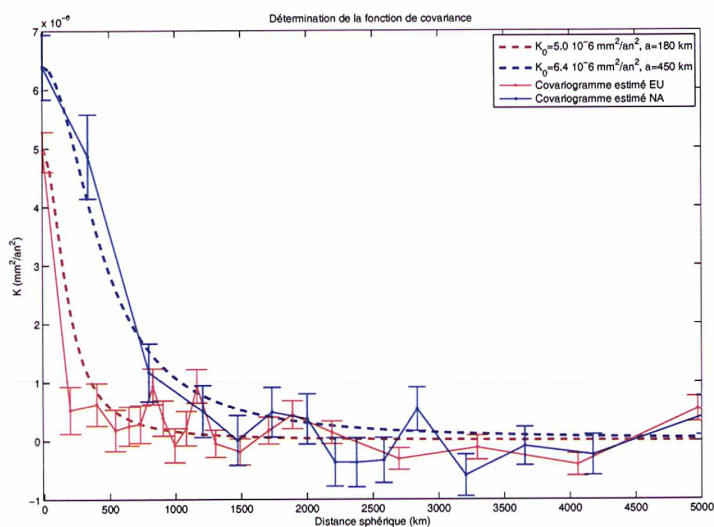


FIG. 9.4 – Graphique récapitulatif des covariogrammes estimés et des fonctions de covariance choisies à partir du champ de vitesses ITRF2005S3-R pour la plaque eurasiennne (en rouge) et à la plaque nord-américaine (en bleu). Les barres d'erreur sont tracées pour un niveau de confiance de 68%.

quent, les deux covariance à l'origine sont cohérentes à deux sigmas près. La fonction de covariance à l'origine dépend de la dispersion des vitesses sur la plaque.

En ce qui concerne la distance de corrélation, on trouve 450 *km* pour la plaque nord-américaine et 180 *km* pour la plaque eurasiennne. La distance de corrélation traduit la corrélation spatiale des vitesses. La différence entre ces deux valeurs traduit le fait que les plaques nord-américaine et eurasiennne n'ont pas le même comportement mais également le fait que la densité des stations servant à déterminer le covariogramme n'est pas la même.

La distance de corrélation dépend de la plaque elle-même. Les zones de déformation sont plus ou moins complexes et n'ont pas le même comportement d'une région à l'autre, ce qui se traduit par une fonction de covariance différente. Elle dépend également de la géométrie du champ de vitesses utilisé, de la densité des stations, et particulièrement de leur densité dans les zones de déformation. En effet, dans les zones de déformation, les vitesses sont corrélées spatialement. Mais dans des zones ayant un comportement rigide, le champ de vitesses traduit le bruit dans l'estimation des vitesses et le champ de vitesses n'est pas corrélé spatialement.

Par conséquent, les fonctions de covariance de deux plaques différentes n'ont pas de raison d'être exactement les mêmes. Mais, nous n'avons pas les moyens de déterminer de manière rigoureuse la fonction de covariance de chaque plaque. Il faut donc choisir une fonction de covariance qui nous permette d'interpoler le champ de vitesses sur toute la Terre.

En ce qui concerne la covariance à l'origine, on a choisi la moyenne des deux valeurs

soit $5,5 \cdot 10^{-6}$. Cette valeur est compatible à un sigma près avec les deux covariances définies.

Pour la distance de corrélation, on a également pris la moyenne. Elle est égale à 300 km.

Les paramètres des fonctions de covariance sont récapitulées dans le tableau TAB.9.2.

Plaque	covariance à l'origine en mm^2/an^2	distance de corrélacion en km
Amérique du Nord	$6,4 \cdot 10^{-6} \pm 1,1 \cdot 10^{-6}$	450
Eurasie	$4,9 \cdot 10^{-6} \pm 0,7 \cdot 10^{-6}$	180
Choix	$5,5 \cdot 10^{-6}$	300

TAB. 9.2 – Tableau récapitulatif des paramètres des fonctions de covariance déterminées pour l'Eurasie et l'Amérique du Nord.

9.2.3 L'interpolation

Les différents choix réalisés et les résultats obtenus sont commentés ici. Les champs de vitesses représentés sur les cartes sont interpolés sur une grille de 2 degrés par 2 degrés.

Influence des paramètres de la fonction de covariance

Les champs de vitesses résiduelles des plaques nord-américaine et eurasiennne conduisent à deux fonctions de covariance différentes. Nous avons choisi d'utiliser une fonction de covariance moyenne pour interpoler toutes les plaques. Il est donc important de tester l'influence et la validité d'un tel choix.

La carte FIG.9.5 représente les champs de vitesses interpolés pour trois distances de corrélation différentes (180, 300 et 450 km).

Lorsqu'on fait varier la distance de corrélation entre 180 km et 450 km, l'influence sur le champ de vitesses interpolé est visible, notamment dans les zones où les vitesses résiduelles sont importantes comme à la figure FIG.9.5.

Cependant, lorsqu'on prend également en compte les ellipses de confiance sur les vitesses interpolées, il apparaît que dans la majorité des cas, la différence n'est pas significative.

La carte FIG.9.6 donne les vitesses interpolées pour trois distances de corrélation différentes (180, 300 et 450 km). Les ellipses d'erreur sont tracées pour une distance de

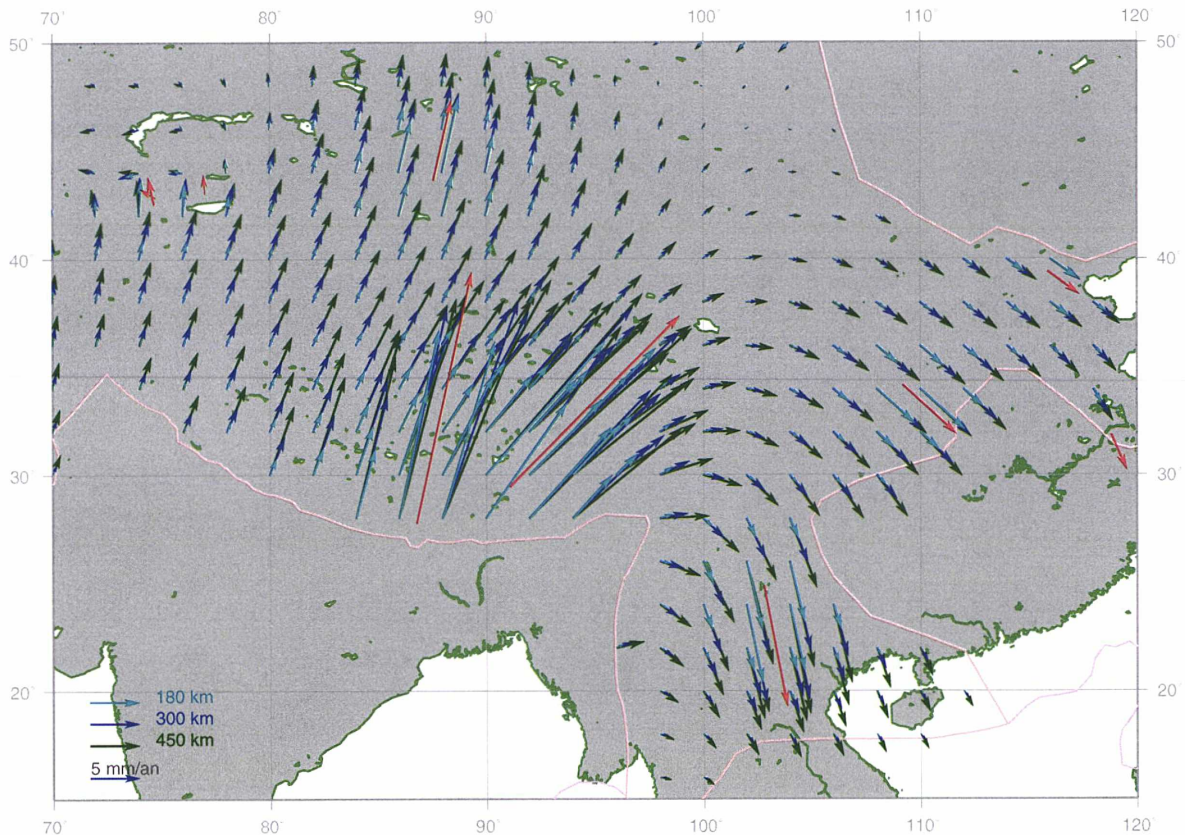


FIG. 9.5 – Champs de vitesses interpolés pour trois distances de corrélation différentes (180, 300 et 450 km). Les vitesses observées sont en rouge. Les limites de plaques PB2002 sont tracées en rose. La zone présentée est située à la limite des plaques eurasiennne et indienne. Les champs de vitesses sont exprimés par rapport à un repère plaque eurasiennne fixe.

corrélacion de 300 km. L'intervalle de confiance des ellipses est de 95%. Il s'agit d'un zoom au dessus du Tibet. Pour la plaque eurasiennne, c'est la seule zone où la différence entre les trois interpolations est supérieure à trois fois l'écart-type.

On remarque que seules les vitesses des points de la grille situés à moins de 300 km d'une vitesse observée (soit la distance de corrélation) présentent une différence significative (du point de vue de l'écart-type) sur la vitesse interpolée. Pour tous les autres points de la grille, les vitesses interpolées ne présentent pas de différences significatives.

Lorsque l'on fait varier la covariancia à l'origine entre $4,9 \cdot 10^{-6}$ et $6,4 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2$, l'influence sur le champ de vitesses interpolé est négligeable. La différence maximale (0,5 mm/an) est obtenue à la frontière entre les plaques indienne et eurasiennne. Cette différence n'est pas significative, comparée à l'écart-type de la vitesse la mieux déterminée sur la plaque eurasiennne. Par conséquent, ce paramètre n'est pas critique dans notre cas et pour les données utilisées.

Avec le champ de vitesses observé dont on dispose, les tests réalisés sur la plaque

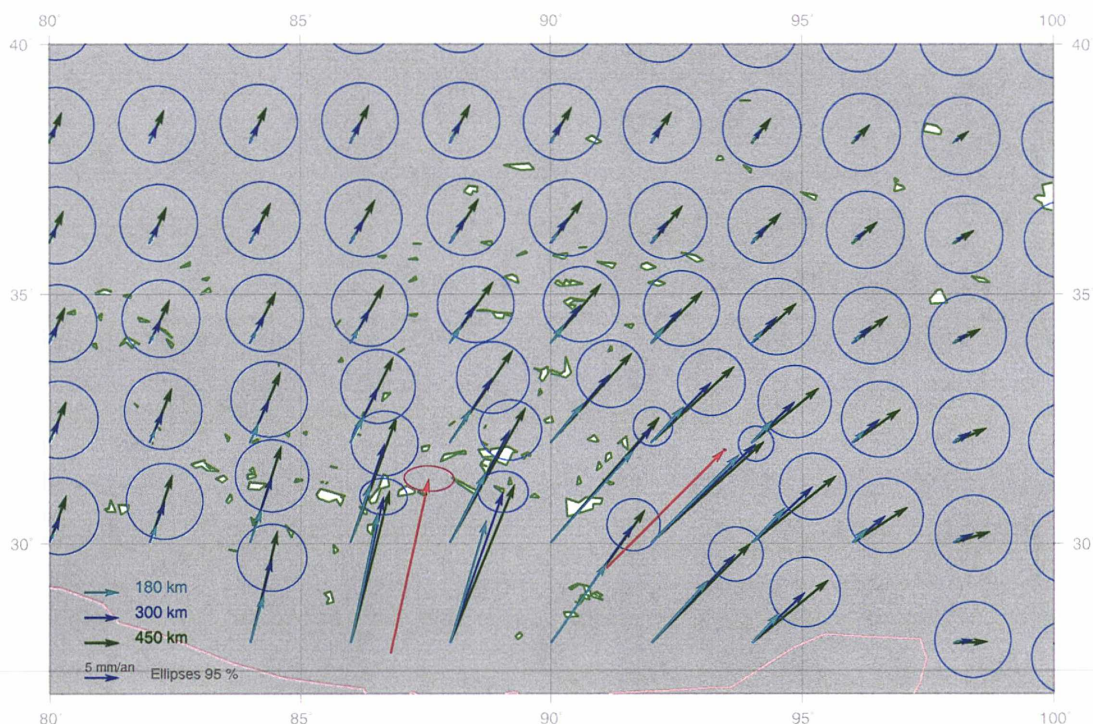


FIG. 9.6 – Champs de vitesses interpolés pour trois distances de corrélation différentes (180, 300 et 450 km). Les vitesses en rouge sont les vitesses observées. Il s'agit d'un zoom sur le Tibet. Les champs de vitesses sont exprimés par rapport à un repère plaque eurasienne fixe. Les ellipses d'erreur sont tracées pour un intervalle de confiance de 95%.

eurasienne montrent qu'on peut prendre une fonction de covariance moyenne sans changer globalement et de manière significative le champ de vitesses interpolé. Dans l'hypothèse d'un champ de vitesses plus dense, il serait nécessaire de définir beaucoup plus précisément la fonction de covariance.

Etude de la cohérence interne du champ de vitesses interpolé

La carte FIG.9.7 montre le champ de vitesses résiduelles interpolé pour une distance de corrélation égale à 300 km. Les vitesses de ITRF2005S3-R sont tracées en rouge et les vitesses interpolées sont en bleu. Les ellipses d'erreur des vitesses de ITRF2005S3-R sont tracées pour un intervalle de confiance de 68%. Autour de chaque site de ITRF2005S3, un cercle bleu clair égal à la distance de corrélation (300 km de rayon) est tracé.

Seuls les points situés à l'intérieur des cercles bleus clairs ou à proximité sont réellement contraints par les vitesses observées de l'ITRF2005. Ailleurs, la vitesse résiduelle interpolée est quasiment nulle. Par conséquent, pour ces points, la vitesse interpolée sera égale à la vitesse de la plaque.

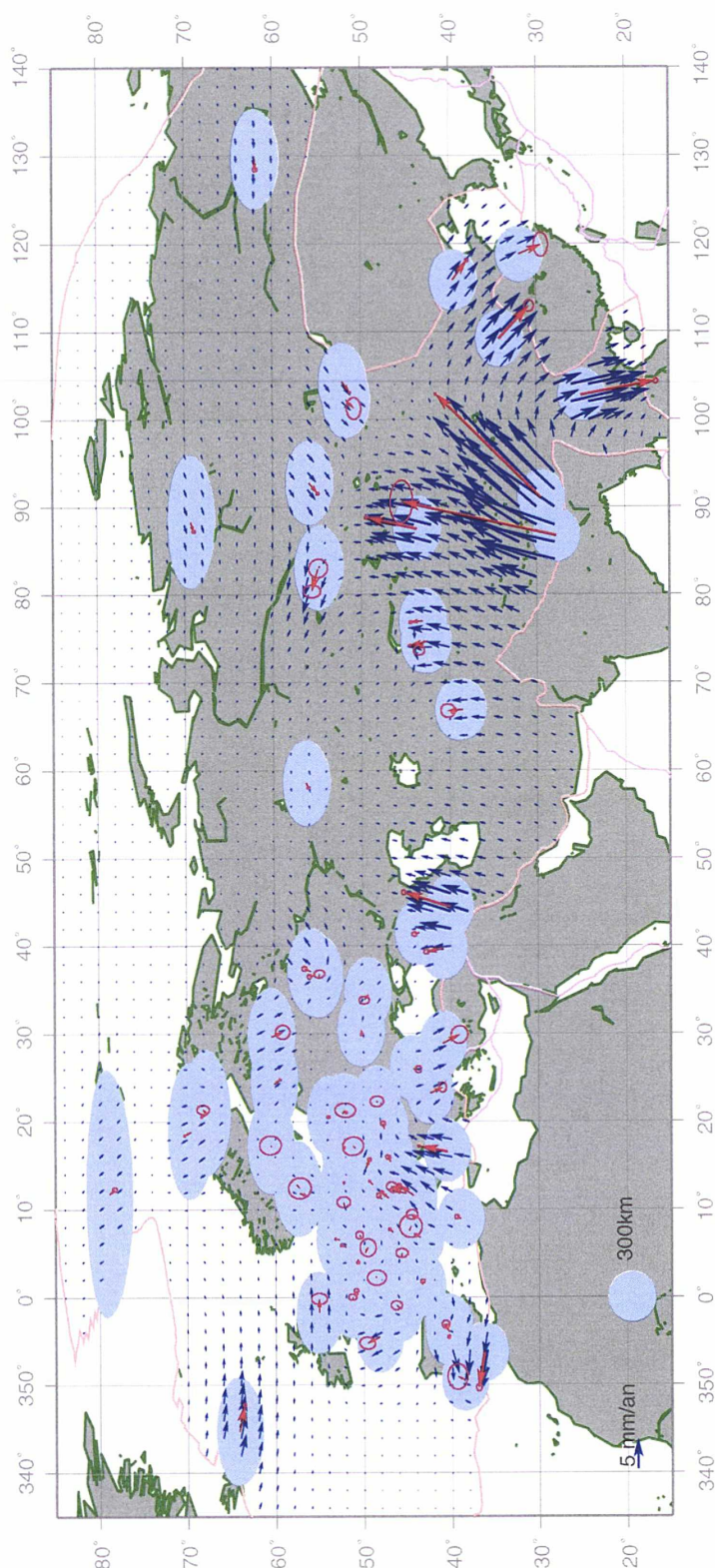


FIG. 9.7 – Champ de vitesses résiduelles interpolé pour une fonction de covariance ($K_0 = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 300 \text{ km}$). Les vitesses de ITRF2005S3-R sont en rouge. Les vitesses interpolées sont en bleu. L'intervalle de confiance des ellipses d'erreur est de 68%. Les champs de vitesses sont exprimés par rapport à un repère plaque eurasiennne fixe. Les cercles bleus autour des stations de ITRF2005S3 ont un rayon égal à la distance de corrélation, à savoir 300 km.

Les cartes FIG.9.8 et FIG.9.9 représentent le champ de vitesses interpolé dans deux zones, en Europe de l'Ouest et en Asie. Les vitesses de ITRF2005S3-R sont en rouge. Les vitesses interpolées sont en bleu. L'intervalle de confiance des ellipses d'erreur est de 68%.

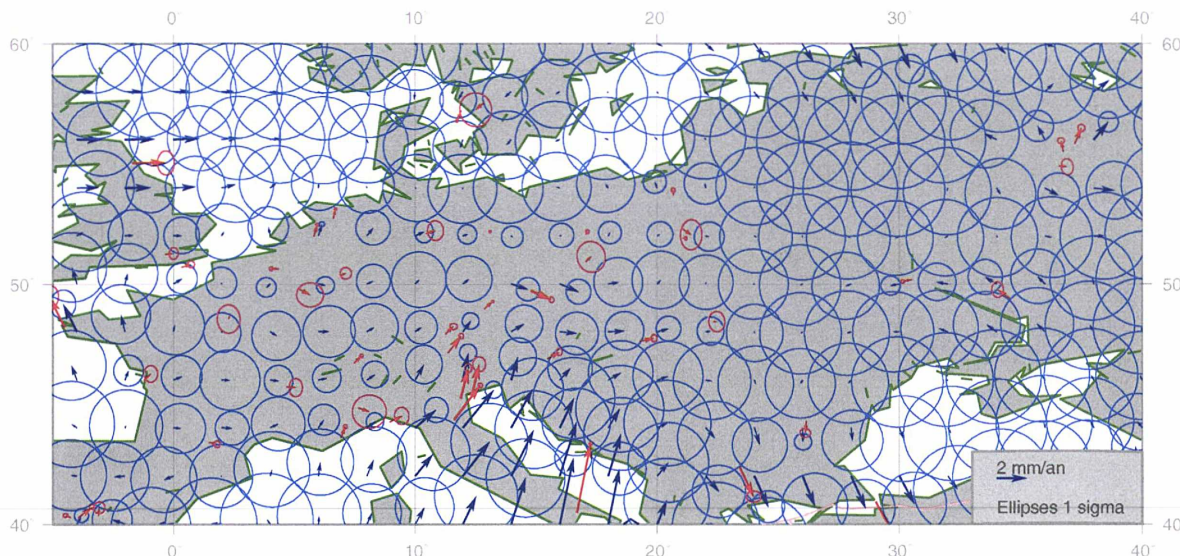


FIG. 9.8 – Champ de vitesses résiduelles interpolé pour une fonction de covariance ($K_0 = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 300 \text{ km}$) en Europe de l'Ouest. Les vitesses de ITRF2005S3-R sont en rouge. Les vitesses interpolées sont en bleu. L'intervalle de confiance des ellipses d'erreur est de 68%. Les champs de vitesses sont exprimés par rapport à un repère plaque eurasiennne fixe.

On remarque sur la carte FIG.9.8, que l'incertitude sur la vitesse interpolée en un point dépend de l'incertitude des vitesses proches (i.e. des vitesses participant à l'estimation de la vitesse au point calculé) et de l'inverse de la distance entre le point et les stations.

On observe sur les deux cartes que les vitesses résiduelles interpolées sont significatives quand elles sont proches de stations dont les vitesses sont bien déterminées ou quand elles sont dans des zones où les vitesses résiduelles sont importantes.

Mouvement rigide et vitesses résiduelles

On utilise ici les notations utilisées dans le schéma FIG.9.1.

En toute rigueur, le champ de vitesses résiduelles $V_R(P)$ à partir duquel le champ de vitesses interpolé est estimé doit être centré (cf section 7.3) i.e. d'espérance nulle. Pour que le champ de vitesses résiduelles $V_R(P)$ soit centré, il faut retirer la tendance moyenne affectant l'ensemble du champ de vitesses ITRF2005S3.

On a vu que dans les zones vides, la vitesse résiduelle interpolée $W_R(Q)$ est quasiment nulle. Dans ces zones, la vitesse interpolée exprimée dans l'ITRF2005 $V(Q)$ sera égale à

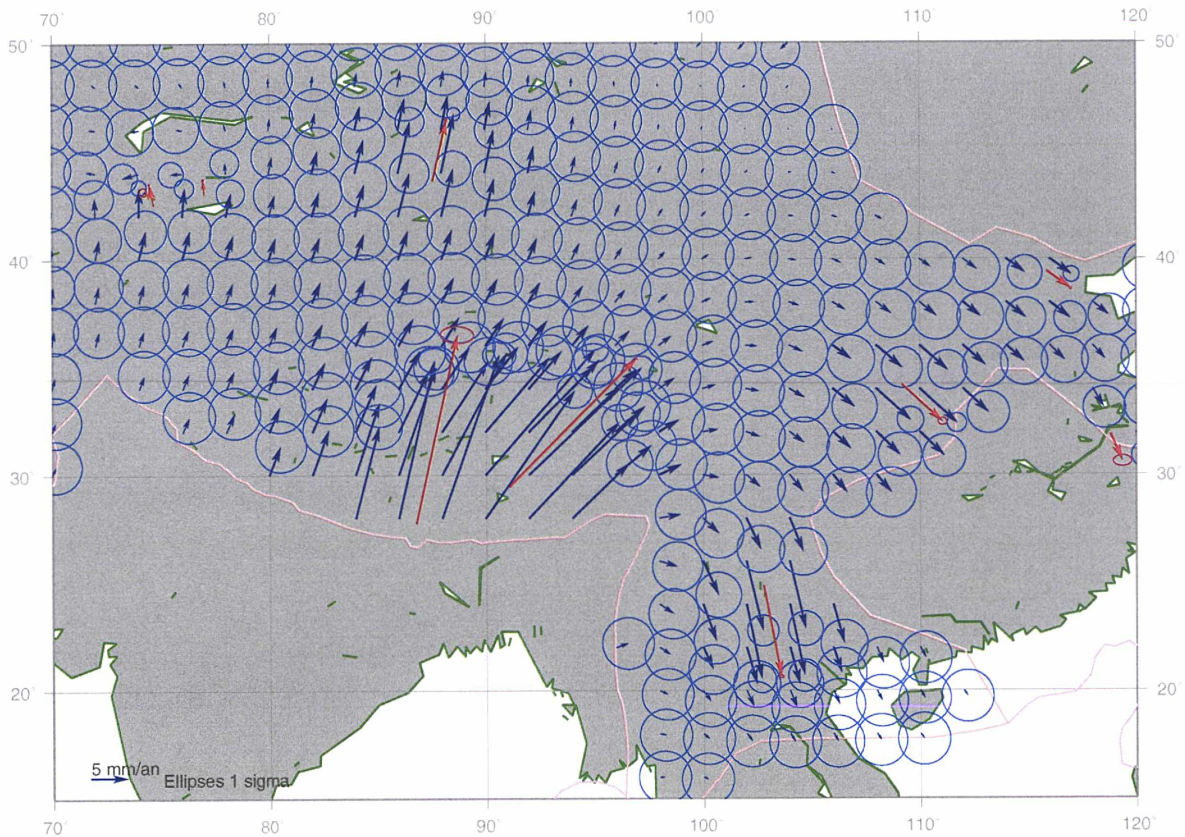


FIG. 9.9 – Champ de vitesses résiduelles interpolé pour une fonction de covariance ($K_0 = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 300 \text{ km}$) en Asie. Les vitesses de ITRF2005S3-R sont en rouge. Les vitesses interpolées sont en bleu. L'intervalle de confiance des ellipses d'erreur est de 68%. Les champs de vitesses sont exprimés par rapport à un repère plaque eurasiennne fixe.

la vitesse rigide $V_T(Q)$ uniquement.

En pratique, on souhaite que là où il n'y a pas d'information apportée par le champ de vitesses résiduelles, la vitesse due au mouvement rigide de la plaque soit adoptée. Pour cela, il faut que la vitesse $V_T(Q)$ soit égale à la vitesse rigide de la plaque.

Hors cas particulier, la vitesse rigide de la plaque est différente de la tendance moyenne affectant l'ensemble du champ de vitesses ITRF2005S3.

Il faut donc faire un choix entre :

- retirer le mouvement moyen affectant l'ensemble du champ de vitesses. Ce qui a pour conséquences que :
 - le champ $V_R(P)$ est centré,
 - la vitesse $V_T(Q)$ n'a pas de sens physique.
- retirer la vitesse due au mouvement rigide de la plaque. Ce qui a pour conséquences que :

- le champ $V_R(P)$ n'est pas rigoureusement centré,
- la vitesse $V_T(Q)$ est égale à la vitesse due au mouvement rigide de la plaque.

Finalement, on a retenu la seconde possibilité.

9.3 Application à l'interpolation du champ de vitesses EUREF

Dans le cadre du projet Dense European Velocity Field (DEVF), la méthode d'interpolation d'un champ de vitesses horizontales est appliquée au champ de vitesses de la solution EUREF2005 dont le cumul est présenté au paragraphe 2.3.4.

Le principe est le même que celui présenté pour l'interpolation du champ de vitesses de l'ITRF2005. Le mouvement rigide de la plaque eurasienne est calculé et retiré afin de se ramener à un champ de vitesses résiduelles. Puis, ce champ de vitesse est utilisé pour estimer un covariogramme empirique afin de déterminer la fonction de covariance. Finalement, le champ de vitesses du réseau GPS européen est interpolé.

9.3.1 Estimation du pôle de rotation de la partie rigide de la plaque

Le champ de vitesses de la solution cumulée EUREF2005 est utilisé pour estimer un pôle de rotation de la plaque européenne.

Afin que la présence de signaux annuels ne biaise pas l'estimation des vitesses [Blewitt et Lavallée 2002], seules les stations ayant plus de 2,5 ans d'observations sont gardées. Les stations ayant une erreur formelle sur la vitesse horizontale supérieure à 3 mm par an sont rejetées. Et enfin, seules les stations situées dans la partie rigide de la plaque sont utilisées lors de l'estimation. On dispose à l'issue de cette première sélection appelée EUREF2005S3 d'un réseau de 126 stations.

Les stations ayant une vitesse résiduelle supérieure à 1,5 mm par an sont éliminées du calcul de manière itérative. La carte FIG.9.10 représente les vitesses des 80 stations utilisées pour l'estimation du pôle de rotation de la plaque européenne stable, on appelle cette sélection de stations EUREF2005Pole.

La carte FIG.9.11 représente les vitesses résiduelles obtenues après avoir enlevé le mouvement rigide pour les stations EUREF2005Pole.

On dispose désormais du pôle de rotation de la partie occidentale de la plaque eurasienne permettant de calculer les vitesses résiduelles.

9.3. Application à l'interpolation du champ de vitesses EUREF

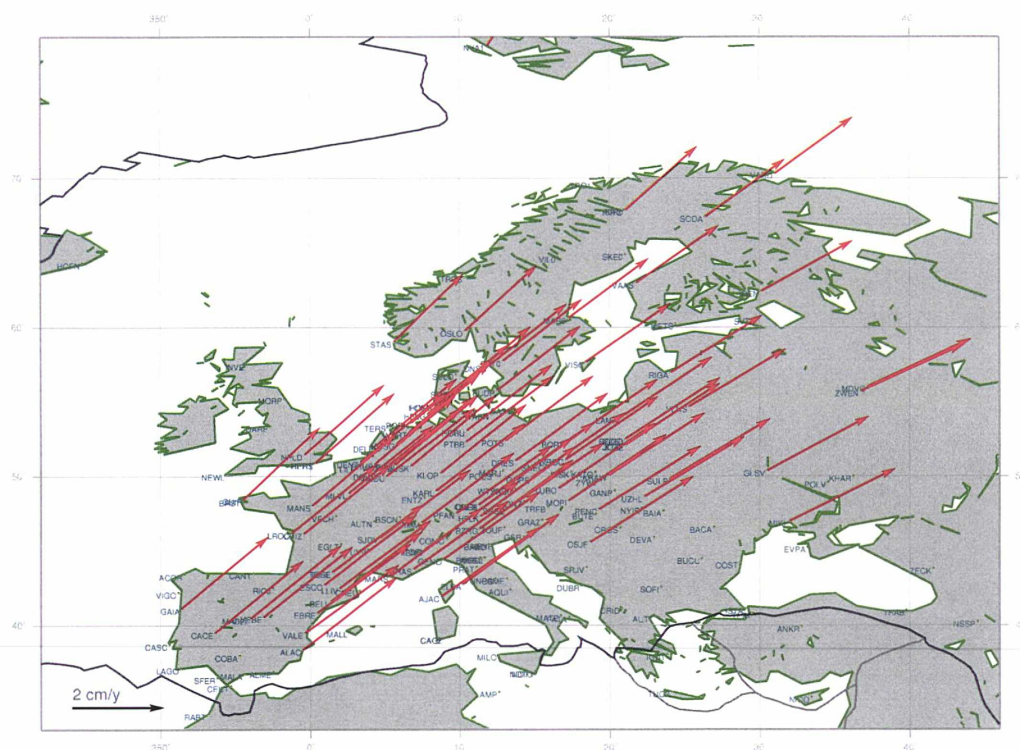


FIG. 9.10 – Carte des vitesses des stations 80 EUREF2005Po1e utilisées pour l'estimation du pôle de rotation.

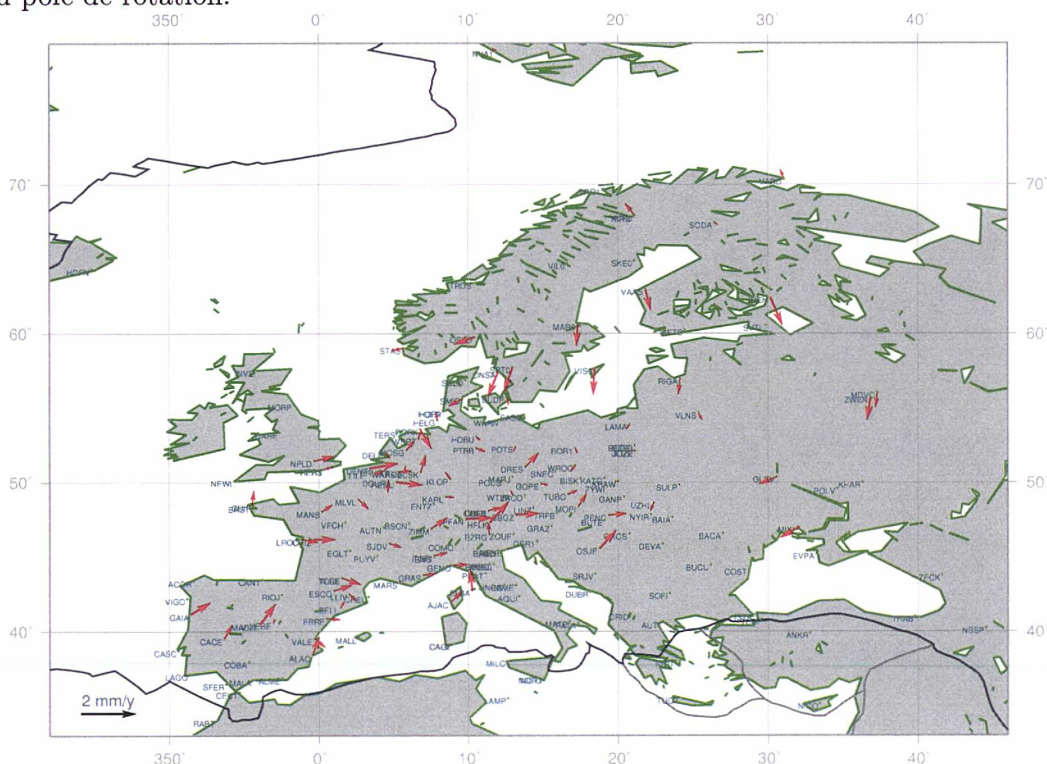


FIG. 9.11 – Carte des vitesses résiduelles des stations 80 EUREF2005Po1e utilisées pour l'estimation du pôle de rotation.

9.3.2 Calcul des vitesses résiduelles

Pour chaque station de EUREF2005S3, la vitesse due à la tectonique est calculée à partir du pôle de rotation en utilisant l'équation (34). On notera le champ de vitesses dû à la tectonique EUREF2005S3-T.

Les vitesses dû à la tectonique EUREF2005S3-T sont retirées des vitesses EUREF2005S3, ce qui donne les vitesses résiduelles, notées EUREF2005S3-R et représentées FIG.9.13.

9.3.3 Estimation de la fonction de covariance

En ce qui concerne la matrice de variance-covariance de EUREF2005S3-R, on prend la matrice de variance-covariance de EUREF2005S3.

Un covariogramme empirique est estimé à partir de EUREF2005S3-R en utilisant les équations (87), (88) et (89). Les classes de distances sont toujours déterminées de façon à avoir un nombre égal de couples pour chaque estimation de la valeur de K. En pratique, on a pris un nombre de couples égal à 120.

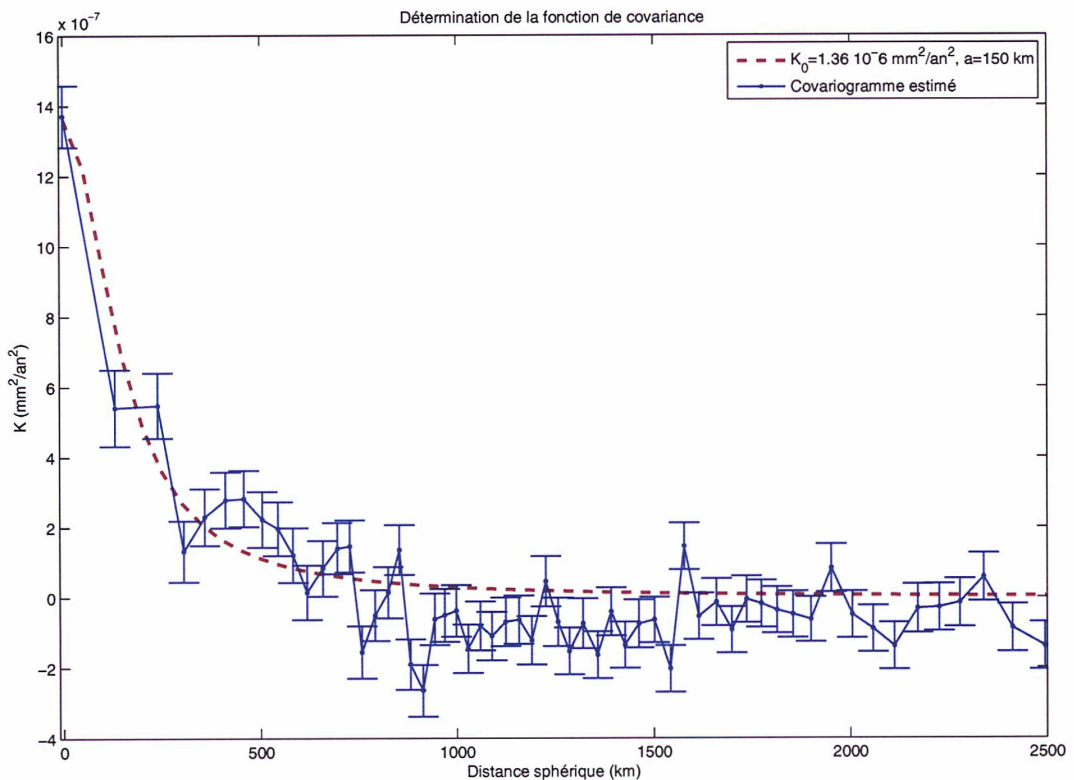


FIG. 9.12 – Covariogramme empirique (en bleu) estimé à partir du champ de vitesses EUREF2005S3-R. Les barres d'erreur sont tracées pour un niveau de confiance de 68%. La fonction de covariance ($K_0 = 1,36 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 150 \text{ km}$) est tracée en rouge.

La figure FIG.9.12 donne le covariogramme empirique estimé à partir de EUREF2005S3-R. Le covariogramme empirique est tracé en bleu et la fonction de covariance choisie est en rouge. Les barres d'erreur sont tracées pour un intervalle de confiance de 68%.

Les paramètres de la fonction de covariance ont été choisis afin d'approcher au mieux le covariogramme pour les distances les plus courtes. Les paramètres pour EUREF2005S3-R sont $K_0 = 1,36 \cdot 10^{-6} \pm 0,17 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2$ et une distance de corrélation $a = 150 \text{ km}$.

Le champ de vitesses ITRF2005S3-R donne une distance de corrélation égale à 180 km, à comparer aux 150 km obtenus à partir du champ de vitesses EUREF2005S3. Cette différence reste relativement faible.

La covariance à l'origine obtenue à partir du champ de vitesse EUREF2005S3-R ($1,4 \cdot 10^{-6} \pm 0,17 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2$) est trois fois et demie plus petite que celle obtenue à partir du champ de vitesses ITRF2005S3-R ($4,9 \cdot 10^{-6} \pm 0,68 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2$).

Ces différences sont dues au fait que les champs de vitesses et leurs matrices de variance-covariance sont différents pour les deux réseaux et que la zone concernée change également puisque la zone occupée par le réseau EUREF est restreinte à l'Europe. Les variances du champ de vitesses EUREF2005S3 sont sous-estimées par rapport aux variances du champ de vitesses de ITRF2005S3.

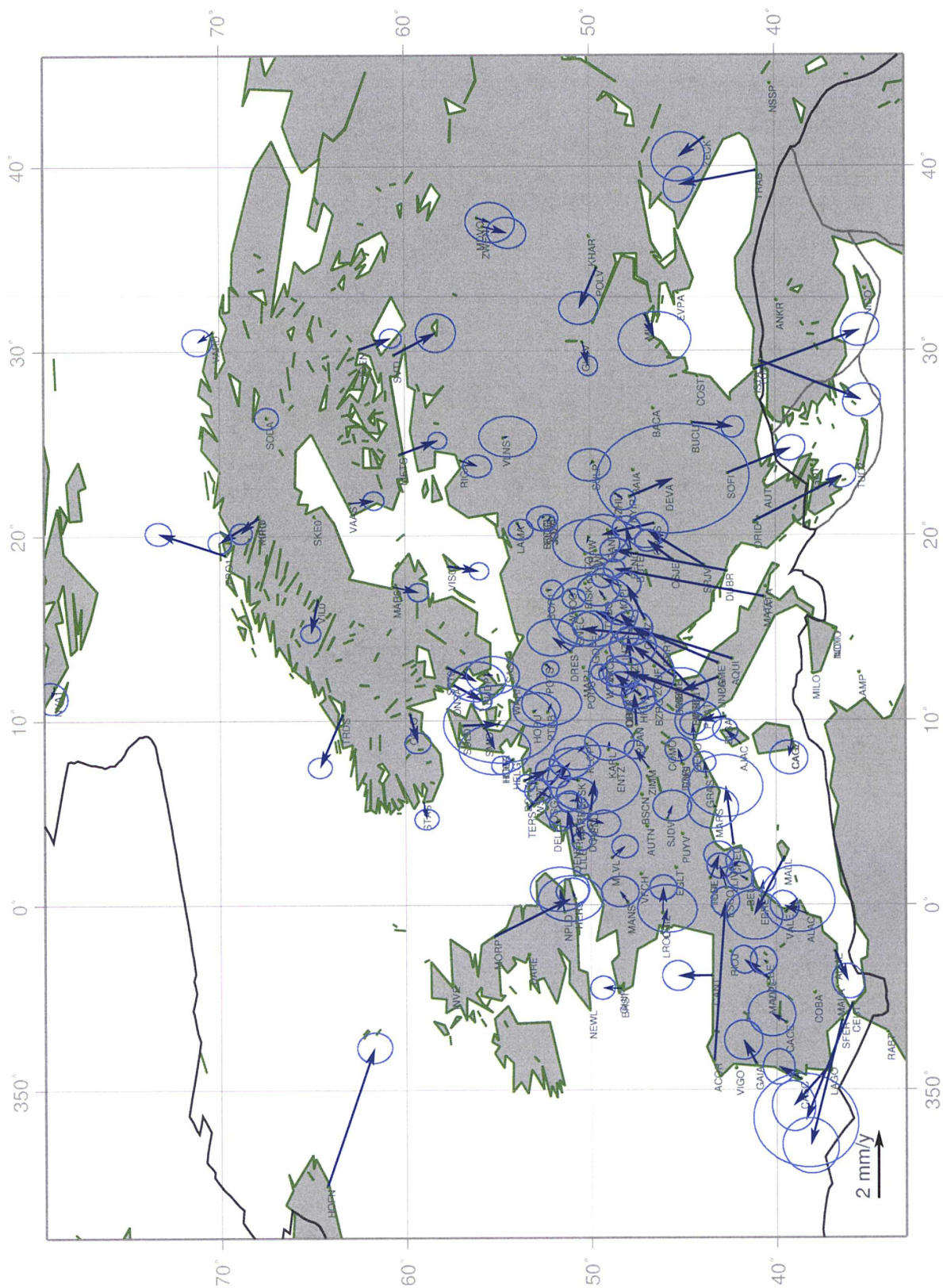


FIG. 9.13 – Carte des vitesses résiduelles des stations de la sélection EUREF2005S3.

9.3.4 Le champ de vitesses interpolé

La fonction de covariance est alors utilisée pour estimer un champ de vitesses aux noeuds d'une grille de un degré par un degré.

On obtient alors le champ de vitesses horizontales représenté en bleu sur la carte FIG.9.14. Les vitesses des stations EUREF sont tracées en rouge.

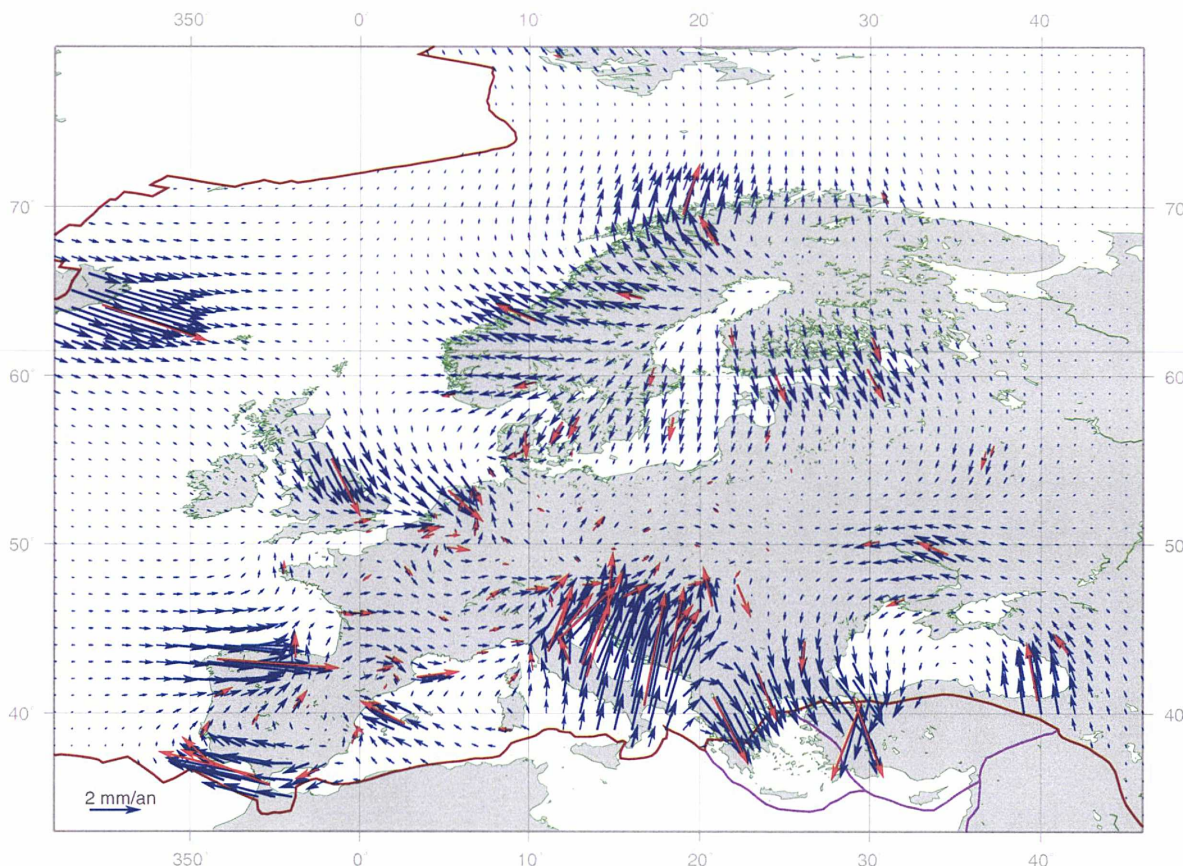


FIG. 9.14 – Champ de vitesses horizontales interpolé. En rouge, les stations de la sélection EUREF2005S3. En bleu, le champ de vitesses interpolés aux noeuds de la grille de un degré par un degré.

On remarque que dans les zones éloignées des stations EUREF, la vitesse résiduelle interpolée est quasiment nulle. Par conséquent, dans ces zones, la vitesse de la station (une fois qu'on lui a rajouté le mouvement rigide) est égale à la vitesse rigide de la plaque expliquée par le pôle de rotation estimé.

On remarque également qu'à proximité de stations isolées ayant une vitesse résiduelle importante, une zone circulaire dont le rayon est de l'ordre de la distance de corrélation présente une vitesse dans la même direction et d'une amplitude qui diminue à mesure que l'on s'éloigne de la station. C'est le cas, par exemple pour les stations MORP(GB),

HOFN(Islande) et ACOR(Espagne).

L'interpolation du champ de vitesses du réseau EPN présente plusieurs intérêts :

- dans le cas de l'implantation d'une nouvelle station du réseau. Afin d'être capable de fournir une vitesse pour la station plus réaliste qu'une vitesse calculée à partir de la vitesse rigide de la plaque, ceci peut être particulièrement intéressant pour les zones comme l'Italie.
- afin de déterminer dans quelles zones l'implantation de nouvelles stations amélioreraient la précision du champ interpolé. Par exemple, à proximité des stations "solitaires" ayant une forte vitesse résiduelle.

9.4 Commentaires sur la méthode d'interpolation développée

La méthode développée dans le cadre de cette thèse, basée sur la méthode de collocation par moindres carrés, est dédiée à l'interpolation d'un champ de vitesses. Ses principaux atouts sont de :

- prendre en compte le champ de vitesses horizontales en tant que champ vectoriel et non en tant que deux champs scalaires V_e et V_n indépendants l'un de l'autre,
- respecter la géométrie du mouvement. Pour cela, l'interpolation est menée sur les vitesses angulaires au lieu des vitesses horizontales,
- pouvoir être menée sur de grandes zones d'études, grâce à la définition d'une fonction de covariance indépendante du système de coordonnées et restant valide sur de grandes zones et dans des régions proches des Pôles,
- fournir une estimation de la précision de l'interpolation via la matrice de variance-covariance.

Cette méthode est adaptée aux deux applications pour lesquelles elle a été développée, elle utilise au maximum le champ de vitesses dont on dispose afin de prédire une vitesse.

Cependant, comme toutes les méthodes d'interpolation, moins il y a de données pour contraindre l'interpolation, plus le résultat est sensible aux observations fausses.

Afin d'améliorer l'interpolation réalisée, une densification du champ de vitesses observé est indispensable. La densification du champ de vitesses permettra de mieux rendre compte du mouvement réel de la croûte terrestre.

Mais dans le cas de zones de déformation complexes, il est probable qu'une fonction de covariance isotrope ne puisse rendre compte de la corrélation spatiale. Il faudrait alors définir une fonction de covariance plus complexe qui rende compte de l'anisotropie du mouvement.

On risque également de se trouver dans une configuration où la répartition et la densité des stations ne sont pas uniformes sur toute la zone d'étude. On se trouverait alors dans un cas de non stationnarité du champ de vitesses considéré. Il faudrait soit redécouper la plaque en différentes zones d'étude afin de tenir compte de la non stationnarité, soit trouver des solutions alternatives.

Dans le cadre de l'interpolation d'un champ de vitesses, un travail doit être mené concernant les matrices de variance-covariance des vitesses. Deux points doivent être approfondis.

Le premier point concerne la matrice appelée matrice de variance-covariance du bruit à la section 8.3.2 et la nécessité de repondérer la matrice de variance-covariance des vitesses afin qu'elle reflète la précision réelle des mesures. L'hypothèse de bruit blanc dans les séries temporelles de positions de station peut affecter l'incertitude estimée sur les vitesses [Williams 2003]. La repondération globale de la matrice en la multipliant par un facteur de variance n'est donc peut-être pas suffisante.

Le deuxième point concerne la matrice de variance-covariance modèle. Des tests doivent être menés afin de savoir si la covariance à l'origine estimée à partir du covariogramme peut être utilisée directement pour calculer la matrice modèle ou si un facteur de pondération doit lui être appliqué.

Les tests réalisés sur ces deux points n'ont pas donné des résultats significatifs mais dans le cas d'une densification du champ de vitesses observé, cela pourrait le devenir.

Quatrième partie

Application explicite de la condition de non rotation à partir de l'ITRF2005

Chapitre 10

Application explicite de la condition de non rotation à partir de l'ITRF2005

L'objectif de cette thèse est d'appliquer explicitement la condition de non rotation à partir du champ de vitesses de l'ITRF2005. Dans ce but, un modèle de plaques a été estimé à partir de l'ITRF2005 et afin de tenir compte des zones de déformation dans l'application de la condition NNR, une méthode d'interpolation basée sur la collocation par moindres carrés et adaptée à l'interpolation d'un champ de vitesses horizontales a été développée.

Dans la mesure où l'interpolation nous fournit le champ des vitesses angulaires interpolé aux noeuds d'une grille, on pourrait appliquer la condition NNR de la même manière que pour le modèle GSRM [Kreemer et al. 2006](cf section 5.3). Dans la suite, on a choisi une manière différente, mais équivalente d'appliquer la condition NNR.

10.1 Application explicite de la condition de non rotation : les équations

On suppose que l'on dispose de la vitesse horizontale de la croûte terrestre, exprimée dans un repère quelconque \mathcal{R} en chaque point d'une grille régulière. On cherche la rotation Ω à appliquer à un champ de vitesses exprimé dans le repère \mathcal{R} pour passer à un champ de vitesses respectant la condition NNR.

On dispose donc des n positions X_i et vitesses V_i des points du champ de vitesses interpolées dans le repère \mathcal{R} . En tout point i , la vitesse NNR V_i^{NNR} s'exprime en fonction de la vitesse V_i suivant la formule :

$$V_i^{NNR} = V_i + \Omega \wedge X_i \quad (92)$$

On peut écrire :

$$\Omega \wedge X_i = \begin{bmatrix} 0 & Z_i & -Y_i \\ -Z_i & 0 & X_i \\ Y_i & -X_i & 0 \end{bmatrix} \Omega \quad (93)$$

La rotation ainsi définie est contrainte par l'équation (19). On discrétise cette intégrale sur une grille régulière. On a donc :

$$\int_T X \wedge V^{NNR} ds \approx \sum_{i=1}^n X_i \wedge V_i^{NNR} ds_i = \vec{0}$$

avec ds_i l'élément de surface associé au point i . Cet estimateur est d'autant meilleur que le pas d'échantillonnage est petit.

On peut écrire :

$$X_i \wedge V_i^{NNR} = \begin{bmatrix} 0 & -Z_i & Y_i \\ Z_i & 0 & -X_i \\ -Y_i & X_i & 0 \end{bmatrix} V_i^{NNR} \quad (94)$$

En posant $A_i = \begin{bmatrix} 0 & -Z_i & Y_i \\ Z_i & 0 & -X_i \\ -Y_i & X_i & 0 \end{bmatrix}$, et en combinant les équations (92), (93) et (94),

on obtient :

$$X_i \wedge V_i^{NNR} = X_i \wedge (V_i + \Omega \wedge X_i) = A_i V_i + A_i(-A_i \Omega) = A_i V_i - A_i A_i \Omega$$

d'où

$$\sum_i^n X_i \wedge V_i^{NNR} ds_i = \sum_i^n [A_i V_i - A_i A_i \Omega] ds_i = \sum_i^n A_i V_i ds_i - \sum_i^n A_i A_i \Omega ds_i$$

Le système à résoudre pour estimer Ω est donc :

$$\left[\sum_i^n A_i A_i ds_i \right] \Omega = \sum_i^n A_i V_i ds_i \quad (95)$$

Ce système est un système de trois équations à trois inconnues, il a donc une solution unique qui est :

$$\Omega = \left[\sum_i^n A_i A_i ds_i \right]^{-1} \sum_i^n A_i V_i ds_i = [{}^t ASA]^{-1} {}^t ASV \quad (96)$$

avec $A = \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix}$, $V = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$ et $S = \begin{bmatrix} ds_1 I_3 & & \\ & \ddots & \\ & & ds_n I_3 \end{bmatrix}$

La matrice de variance-covariance du vecteur Ω , notée Σ_Ω est égale à :

$$\Sigma_\Omega = \left[[{}^t ASA]^{-1} {}^t AS \right] \Sigma_V {}^t \left[[{}^t ASA]^{-1} {}^t AS \right] \quad (97)$$

avec Σ_V la matrice de variance-covariance du champ de vitesses.

10.2 Mise en oeuvre de la condition de non rotation

On a donc besoin d'une grille et des vitesses exprimées dans l'ITRF2005 à chaque point de la grille.

10.2.1 Choix de la grille

L'intégration numérique est faite par discrétisation sur une grille régulière. Il faut donc choisir la grille sur laquelle on effectuera la discrétisation.

Le choix le plus simple consiste à prendre une grille de un degré par un degré. Dans ce cas, il faut normaliser les surfaces élémentaires par le cosinus de la latitude. En effet, la répartition n'est pas homogène à la surface de la Terre, la densité des points est bien plus importante aux Pôles. Par exemple, pour une grille de un degré par un degré, la distance entre deux points plus proches voisins, varie d'environ 110 km à l'équateur à 2 km aux Pôles. Le modèle APKIM utilise une grille de un degré par un degré. Le modèle GSRM utilise une grille de 0,6 degré par 0,5 degré.

En raison de cette "surdensité" de points dans les zones proches des Pôles, le temps de calcul de l'interpolation des zones polaires est très important. Afin de diminuer ce temps de calcul, on a cherché un maillage régulier sur la sphère.

Il existe un maillage simple de la sphère basé sur des subdivisions successives des faces d'un polyèdre régulier centré sur la sphère : l'icosaèdre. L'icosaèdre est un polyèdre régulier à vingt faces triangulaires équilatérales et douze sommets. L'échantillonnage est densifié par subdivision de chaque face en quatre triangles. Le maillage de la sphère est alors formé des intersections avec la sphère des directions définies par les sommets de l'icosaèdre subdivisé.

Ce maillage de la sphère basé sur l'icosaèdre a été calculé par Isabelle Panet dans le cadre de sa thèse [Panet 2005]. La construction du maillage a été réalisée à partir du code du logiciel Dome développé par Richard J. Bono.

Ce maillage est relativement régulier [Panet 2005] dans la mesure où il présente des variations relatives des longueurs d'arc du maillage sphérique autour de leur valeur moyenne majoritairement (90% pour le niveau de subdivision choisi) inférieur à 10%. Environ 50 % des arcs sont plus courts que la moyenne et 50% sont plus longs. Cependant, la dispersion est deux fois plus grande pour les arcs trop courts que pour les arcs trop longs.

Le maillage choisi présente une distance entre deux points plus proches voisins de moyenne égale à 120 km. Ce maillage est considéré comme régulier et les surfaces élémentaires sont donc égales. On peut donc prendre la matrice S égale à l'identité. L'équation

(96) devient donc :

$$\Omega = \left[\sum_i^n A_i A_i \right]^{-1} \sum_i^n A_i V_i = [{}^t AA]^{-1} {}^t AV \quad (98)$$

On a donc une grille, il faut maintenant choisir de quelle manière les vitesses aux noeuds de la grille vont être calculées.

10.2.2 Etat des lieux

On se base sur les 15 plaques de NNR-NUVEL1A, à savoir les plaques africaine (AF), Antarctique (AN), arabe (AR), australienne (AU), Caraïbes (CA), eurasienne (EU), indienne (IN), nord-américaine (NA), Nazca (NZ), Pacifique (PA), sud-américaine (SA), Cocos (CO), Juan de Fuca (JF), Philippines (PS) et Scotia (SC) (la plaque Riviera n'est pas prise en compte car sa surface est très petite). Ces 15 plaques sont marquées d'un cercle \circ dans le tableau TAB.10.1 et les contours de ces plaques sont tracés en jaune sur la carte FIG.10.1.

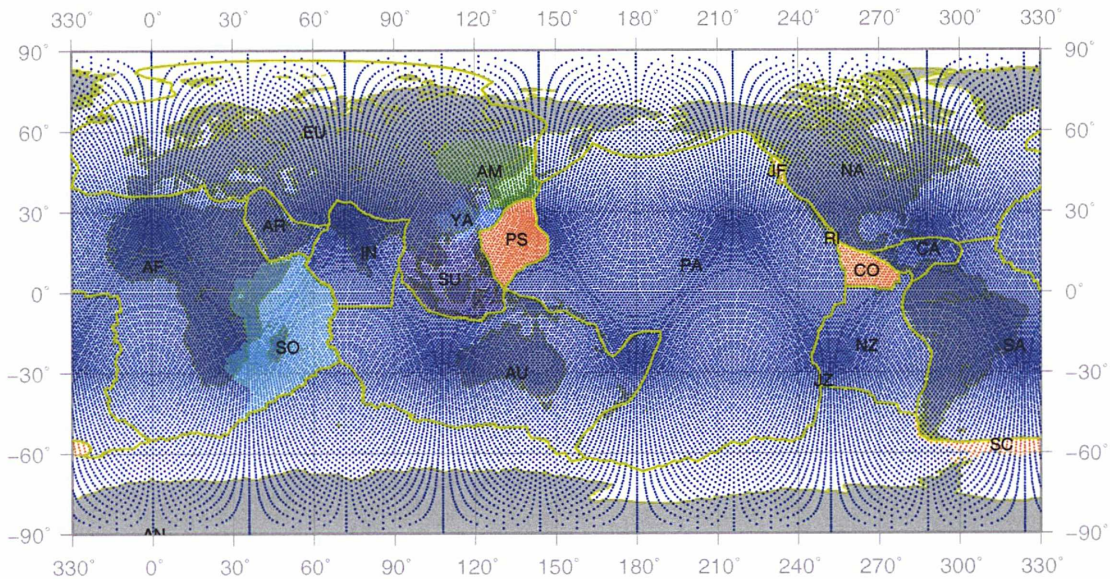


FIG. 10.1 – Carte des plaques tectoniques prises en compte pour l'application de la condition de non rotation.

Le modèle estimé à partir de l'ITRF2005 fournit les pôles de rotation de quatre plaques supplémentaires. La plaque africaine est découpée en deux plaques : la plaque Nubie et la plaque Somalie. La plaque eurasienne est découpée en quatre plaques : la plaque principale toujours appelée plaque eurasienne, deux autres plaques, Amour et Yangtsé dont la cinématique a pu être déterminée à partir de l'ITRF2005 et la plaque Sonde, même si l'ITRF2005 n'a pas permis de déterminer son mouvement. Sur la carte FIG.10.1, les points de la grille appartenant aux plaques somalienne, Amour et Yangtsé sont en bleu-vert et

Plaque NUVEL1A	% surface	Plaque	% surface			
PA			20,9	○	✓	*
AF	15,2	AF	11,3	○	✓	*
		SO	3,9		✓	*
EU	12,8	EU	9,6	○	✓	*
		SU	1,8			
		AM	0,9		✓	
		YA	0,4		✓	
NA			11,4	○	✓	*
AN			11,3	○	✓	*
AU			9,8	○	✓	*
SA			8,6	○	✓	*
NZ			3,4	○	✓	
IN			2,6	○	✓	
PH			1,3	○		
AR			1,0	○	✓	*
CA			0,8	○	✓	*
CO			0,5	○		
SC			0,3	○		
JF			0,06	○		
Terre			100			

TAB. 10.1 – Tableau des surfaces (en % de la surface terrestre) occupées par les plaques tectoniques prises en compte pour l'application de la condition de non rotation. Les plaques marquées d'un rond ○ sont celles qui ont un pôle de rotation défini dans le modèle NNR-NUVEL1A. Les plaques marquées d'un symbole ✓ sont celles qui ont un pôle de rotation défini dans l'ITRF2005. Les plaques marquées d'un symbole * sont celles pour lesquelles il a été possible d'interpoler le champ de vitesses.

ceux de la plaque Sonde sont en violet.

Il y a quatre plaques du modèle NNR-NUVEL1A pour lesquelles le champ de vitesses de l'ITRF2005 ne permet pas d'estimer de pôle de rotation. Il s'agit des plaques Cocos, Juan de Fuca, Phillipines et Scotia. Les points de la grille situés sur ces quatre plaques sont en orange sur la carte FIG.10.1.

Les plaques du modèle NNR-NUVEL1A qui ont pu être déterminées à partir du champ de vitesses de l'ITRF2005 sont marquées du symbole ✓ dans le tableau TAB.10.1. Les points de la grille de ces plaques sont en bleu foncé sur la carte FIG.10.1.

Parmi les plaques pour lesquelles on dispose du pôle de rotation estimé en ITRF2005, il y en a 10 pour lesquelles le champ des vitesses résiduelles a été interpolé. Il s'agit des

plaques Afrique (Nubie), Antarctique, arabe, australienne, Caraïbes, eurasienne, nord-américaine, Pacifique, sud-américaine et Somalie. Ces 10 plaques sont marquées du symbole \star dans le tableau TAB.10.1.

On dispose d'une vitesse estimée à partir de l'ITRF2005 pour 96% des points de la grille (ou de manière équivalente de la surface terrestre). Pour les 4% restants, c'est à dire pour les plaques Cocos, Juan de Fuca, Phillipines et Scotia, on prend la vitesse fournie par NUVEL1A à laquelle on rajoute le pôle de la plaque Pacifique de l'ITRF2005.

10.2.3 Les différentes stratégies

En première approximation, la vitesse aux noeuds de la grille est égale à la vitesse due au mouvement rigide des plaques tectoniques. C'est le cas pour le modèle NNR-NUVEL1A. Dans ce cas, en chaque point de position X_i situé sur la plaque p , la vitesse V_i vaut :

$$V_i = \omega_p \wedge X_i$$

Afin de tenir compte de l'information fournie par toutes les stations de l'ITRF2005, la condition de non rotation est appliquée à partir du champ de vitesses de l'ITRF2005 interpolé par collocation avec la méthode développée pour toutes les plaques où cela est possible.

Plusieurs modèles ont été testés.

Le premier modèle est noté **CAS 1**. Les champs de vitesses des plaques Pacifique, Afrique (Nubie), Eurasie, Amérique du Nord, Antarctique, Australie, Amérique du Sud, Arabie, Caraïbes, Somalie ont été interpolés en utilisant une fonction de covariance ayant une distance de corrélation de 300 km et une covariance à l'origine de $5,5 \cdot 10^{-6} \text{mm}^2/\text{an}^2$. La vitesse rigide due au mouvement de la plaque est celle estimée à partir du modèle présenté tableau TAB.6.3.

Les plaques Nazca, Amour, Yangtsé, Inde ne sont pas interpolées. On calcule la vitesse en utilisant la vitesse de la plaque. Les plaques Nazca et Amour n'ont pas beaucoup de stations et les vitesses résiduelles sont toutes inférieures à 1,5 mm/an, l'interpolation ne fournirait aucune différence significative avec la vitesse rigide de la plaque. Pour la plaque Yangtsé, il y a peu de stations et une seule vitesse résiduelle supérieure 1,5 mm/an. Pour l'Inde il y a peu de stations par rapport à la surface de la plaque.

Pour les plaques Phillipines, Cocos, Scotia et Juan de Fuca, la vitesse est fournie par le modèle NUVEL1A en rajoutant la valeur du pôle estimé par l'ITRF2005 pour la plaque Pacifique.

La vitesse de la plaque de la Sonde n'est fournie ni par l'ITRF2005, ni par le modèle NUVEL1A. On prend la vitesse de l'Eurasie pour calculer la vitesse rigide.

Modèle rigide ou interpolation

Dans un premier temps, on souhaite quantifier l'effet de l'interpolation du champ de vitesses sur la condition NNR. Pour cela, la rotation entre l'ITRF2005 et le repère NNR est estimée en utilisant le modèle noté CAS 2. Toutes les plaques sont supposées rigides, aucune plaque n'est interpolée. Les champs de vitesses des plaques Pacifique, Afrique (Nubie), Eurasie, Amérique du Nord, Antarctique, Australie, Amérique du Sud, Arabie, Caraïbes, Somalie ont été calculées à partir du modèle de l'ITRF2005. Pour les autres plaques, ce cas est identique au CAS 1.

On compare la rotation entre l'ITRF2005 et le repère NNR pour ces deux champs de vitesses afin de tester l'effet de l'interpolation du champ de vitesses de l'ITRF2005 sur le calcul de la condition de non rotation. Les estimations pour ces deux modèles sont données dans le tableau TAB.10.2.

	ω_X	ω_Y	ω_Z	ω_X	ω_Y	ω_Z	V_{max}
	mas/an			°/Ma			mm/an
Cas 1	0,045	-0,029	0,024	0,012	-0,008	0,007	1,8
	$\pm 0,003$	$\pm 0,002$	$\pm 0,003$	$\pm 0,001$	$\pm 0,001$	$\pm 0,001$	
Cas 2	0,048	-0,033	0,028	0,013	-0,009	0,008	2,0
	$\pm 0,004$	$\pm 0,003$	$\pm 0,003$	$\pm 0,001$	$\pm 0,001$	$\pm 0,001$	
Cas 3	0,048	-0,035	0,027	0,013	-0,010	0,007	2,0
Cas 4	0,045	-0,033	0,023	0,012	-0,009	0,007	1,9
GSRM-NNR-2	0,037	-0,041	0,063	0,010	-0,011	0,018	2,6
APKIM2005P	0,026	-0,010	0,015	0,007	-0,003	0,004	1,0

TAB. 10.2 – Vitesses angulaires entre l'ITRF2005 et le repère NNR. Les valeurs pour APKIM2005P et GSRM-2 sont issues de [Altamimi et al. 2007].

La différence entre les deux n'est pas significative. En terme de vitesse maximale à la surface de la Terre, la différence atteint 0,2 mm/an. On peut penser que ceci est dû à la faible couverture des zones de déformation par l'ITRF2005 et qu'une meilleure prise en compte des zones de déformation pourrait entraîner un changement significatif.

Ce résultat est tout de même conforté par les tests réalisés pour le modèle GSRM-NNR-2 [Kreemer et al. 2006]. En effet, les auteurs trouvent également que la condition de non rotation n'est pas très sensible aux écarts au modèle rigide des zones de déformation. En terme de vitesse maximale à la surface de la Terre, ils trouvent une différence égale à 0,3 mm/an.

L'effet de la dérive en T_Z

L'orientation et l'évolution temporelle de l'orientation de l'ITRF2005 sont alignées sur l'ITRF2000. Il ne doit donc pas y avoir de rotation entre le champ de vitesses de l'ITRF2000 et celui de l'ITRF2005. Ils doivent donc avoir la même rotation par rapport au repère NNR.

Cependant, on a également vu que la dérive en T_Z modifiait l'estimation du modèle de plaques.

Afin de vérifier l'effet de la dérive en T_Z sur la condition NNR, la rotation entre l'ITRF2000 et le repère NNR est estimée. Pour cela, le champ de vitesses rigide estimé à partir de la solution ITRF2005Po1e exprimée dans l'ITRF2000 est utilisé pour estimer la condition NNR. Cet essai est noté CAS 3, et seul le repère de référence change par rapport au CAS 2.

L'estimation est également donnée dans le tableau TAB.10.2, les incertitudes estimées pour ce modèle sont les mêmes que pour le CAS 2.

La condition de non rotation n'est pas affectée par la dérive en T_Z . En terme de vitesse maximale à la surface de la Terre, la différence entre CAS 2 et CAS 3 est nulle.

Les plaques non estimées par le modèle ITRF2005

Pour les plaques Philippines, Cocos, Scotia et Juan de Fuca, le pôle de rotation n'a pas pu être estimé à partir de l'ITRF2005. Dans CAS 1 et CAS 2, la vitesse est celle du modèle NUVEL1A en rajoutant la valeur du pôle estimé par l'ITRF2005 pour la plaque Pacifique. Afin de tester l'influence de ces vitesses sur la rotation estimée, le CAS 4 est identique au CAS 2, mais pour les plaques Philippines, Cocos, Scotia et Juan de Fuca, la vitesse est celle donnée par le modèle NNR-NUVEL1A. Convertie en mm/an à la surface de la Terre, la différence entre CAS 2 et CAS 4 vaut 0,1 mm/an.

La condition NNR

Le tableau TAB.10.2 fournit également la rotation entre l'ITRF2005 et les modèles NNR

APKIM2005P et GSRM-NNR-2. Les dérivées des rotations entre l'ITRF2005 et ces deux modèles sont estimés par [Altamimi et al. 2007] à partir d'une sélection de 70 sites.

Les trois modèles s'accordent à dire que la condition NNR de l'ITRF n'est pas entièrement remplie par le simple alignement de l'ITRF sur le modèle géophysique NNR-NUVEL1A. APKIM2005P trouve un désaccord maximal exprimé en terme de vitesse à la surface de la Terre de 1 mm/an, GSRM-NNR-2 trouve un désaccord plus important et il atteint 2,6 mm/an. Notre modèle se situe entre les deux avec 2 mm/an de désaccord. La comparaison des composantes géographiques du vecteur de rotation conduit à la même remarque.

Bien que les trois vecteurs aillent sensiblement dans la même direction, on ne peut pas dire quel est le modèle qui remplit le mieux la condition de non rotation. Les différences constatées entre les trois modèles suggèrent que l'exactitude de l'implémentation de la condition NNR dans l'ITRF2000 est au niveau de 2-3 mm/an.

Conclusion et Perspectives

A l'issu de ce travail de thèse, l'objectif qui était d'appliquer une condition de non rotation en utilisant uniquement et toute l'information contenue dans le champ de vitesses de l'ITRF2005 a été mené à bien.

La première partie traite de l'estimation d'un modèle de plaques à partir du champ de vitesses de l'ITRF2005.

L'ITRF2000 permettait d'estimer les pôles de rotations de six plaques seulement (Amérique du Nord, Amérique du Sud, Antarctique, Australie, Eurasie, Pacifique). Avec l'ITRF2005, on a pu estimer un modèle incluant huit autres plaques (Afrique (Nubie), Amour, Arabie, Caraïbes, Inde, Nazca, Somalie, Yangtsé).

Le modèle de plaques est estimé par moindres carrés pondérés (par l'inverse de la matrice de variance-covariance pleine) à partir d'un champ de vitesses exprimé dans l'ITRF2005. Le calcul est fait globalement pour toutes les plaques et fournis un modèle de plaques exprimé dans l'ITRF2005.

La solution ITRF2005 fournit un champ de vitesses plus dense et mieux déterminé grâce à 5 ans de données supplémentaires. De ce fait, le modèle de plaques de l'ITRF2005 est mieux déterminé avec des incertitudes sur les vitesses inférieures à celles de l'ITRF2000.

La dérive de la translation en Z observée entre l'ITRF2000 et l'ITRF2005 affecte la composante nord des vitesses horizontales, l'effet est maximal à l'équateur où il atteint 1,8 mm/an. L'effet sur la cinématique des plaques traduite en mm/an à la surface de la plaque est inférieure à 1 mm/an et affecte principalement la composante nord.

L'estimation du pôle de la plaque nord-américaine est apparue comme très sensible au réseau utilisé, ceci malgré le nombre assez important de stations utilisées dans le calcul.

La comparaison de notre modèle avec le modèle GSM-NNR-2 [Kreemer et al. 2006] met en évidence des différences significatives pour les plaques Amérique du Nord, Amérique du Sud, Australie, Eurasie, Pacifique. Ces différences traduites en vitesse à la surface de la plaque peuvent atteindre 2,5 mm/an pour la plaque Pacifique. On peut attendre à un effet dû au réseau de stations utilisé dans la mesure où le nombre de stations utilisées pour estimer le modèle de plaques GSM-NNR-2 est supérieur à celui de la solution

ITRF2005Pole. Cependant, une comparaison des champs de vitesses utilisés pour l'estimation des plaques serait souhaitable afin de rechercher les causes des différences.

La deuxième partie du travail a été consacrée au développement d'une méthode et des outils permettant d'interpoler un champ de vitesses.

La méthode retenue est basée sur la collocation par moindres carrés. On s'est attaché à traiter le champ de vitesses comme un champ vectoriel et non comme deux champs scalaires indépendant constitués des vitesses horizontales est et nord. Afin de respecter la géométrie du mouvement, l'interpolation est menée sur les vitesses angulaires plutôt que sur les vitesses horizontales. Enfin, pour pouvoir interpoler sur de grandes zones d'étude et dans les régions polaires, on a défini une fonction de covariance indépendante du système de coordonnées.

On dispose donc désormais d'un outil adapté à l'interpolation d'un champ de vitesses. Il a été utilisé pour interpoler le champ de vitesses de l'ITRF2005 et le champ de vitesses du réseau GPS permanent Européen EPN.

Dans le cadre de l'interpolation de champs de vitesses plus denses, trois points mériteraient d'être approfondis : la repondération des matrices de variance-covariance du bruit et du modèle de covariance, l'introduction d'une fonction de covariance anisotrope permettant de rendre compte de la complexité de la cinématique et l'élaboration d'une méthode pour essayer de tenir compte de la non stationnarité du champ de vitesses.

La dernière partie concerne l'application de la condition de non rotation sur l'ITRF.

Les valeurs estimées pour les rotations entre l'ITRF2005 et trois repères NNR, AP-KIM2005P, GSRM-NNR-2 et le notre, confirment que la condition de non rotation n'est pas satisfaite par l'alignement de l'ITRF2000 sur NNR-NUVEL1A. En effet, la rotation exprimée en vitesses à la surface de la Terre entre ces trois modèles NNR et l'ITRF2005 entraîne un effet maximal sur le champ de vitesses qui varie de 1 mm/an pour APKIM2005P à 2,6 mm/an pour GSRM-NNR-2. Notre modèle se situe entre les deux, avec 2 mm/an de différence maximale.

Le champ de vitesses interpolées et le champ de vitesses rigides conduisent à des solutions équivalentes. La modélisation des écarts au modèle rigide n'a pas une influence significative sur l'estimation de la condition de non rotation. Ce résultat est également confirmé par [Kreemer et al. 2006].

On a pu constater que la condition NNR n'était pas sensible à la dérive en T_Z observée entre l'ITRF2000 et l'ITRF2005.

La prochaine étape de l'ITRF2005 est sa densification, elle fournira un champ de vitesses plus dense pour estimer un modèle de plaques. On peut espérer que cette densification permettra d'améliorer la précision de l'estimation (Inde, Caraïbes, Okhotsk), de tester l'effet du réseau notamment sur la plaque Pacifique et de compléter le modèle pour les plaques Sonde et Phillipines.

Annexes

Annexe A

Résidus ITRF2005

DOMES	CODE	λ ° E	ϕ ° N	ITRF2005					Résidus		
				V_e (mm/an)	V_n (mm/an)	σ_{V_e} (mm/an)	σ_{V_n} (mm/an)	$\rho_{V_e V_n}$	V_e (mm/an)	V_n (mm/an)	
AF											
12706M002	LAMP	12,61	35,50	19,64	18,63	0,72	0,50	-0,08	0,02	-0,37	P
12717M004	NOT1	14,99	36,88	21,21	19,74	0,10	0,10	-0,03	1,41	0,83	P
20703S001	RAMO	34,76	30,60	21,61	20,32	0,20	0,20	-0,04	-2,50	3,38	
20704M001	TELA	34,78	32,07	22,88	19,83	0,63	0,40	-0,04	-1,12	2,90	
30101S001	7831	31,34	29,86	23,61	18,26	1,40	1,42	0,01	-0,04	0,83	P
30302M004	HRAO	27,69	-25,89	17,81	18,00	0,09	0,07	-0,04	0,15	0,10	P
30307M001	SIMO	18,44	-34,19	14,98	18,87	0,50	0,48	0,00	-1,85	0,14	
30314M004	SUTM	20,81	-32,38	16,30	19,36	0,11	0,09	0,00	-0,62	0,80	P
30604S001	tria	347,69	-37,07	23,85	20,21	0,70	0,47	0,00	1,78	2,24	
30606S002	hela	354,33	-15,94	23,27	20,26	1,01	0,86	0,04	0,16	1,65	P
30608M001	GOUG	350,12	-40,35	20,60	19,13	0,16	0,14	0,01	-0,44	0,91	P
31303M002	MAS1	344,37	27,76	16,58	17,85	0,06	0,05	0,00	-0,18	0,27	P
31906M004	PDEL	334,34	37,75	12,57	15,78	0,16	0,17	0,04	0,83	-0,23	P
32809M002	NKLG	9,67	0,35	21,65	19,22	0,13	0,09	-0,03	-1,17	0,14	P
32810M001	MSKU	13,55	-1,63	21,61	20,87	0,30	0,21	-0,01	-1,14	1,88	
34101S004	daka	342,57	14,73	22,37	18,39	1,68	0,87	-0,04	2,32	1,05	
34106M001	DAKA	342,53	14,68	21,11	14,14	1,64	1,29	-0,01	1,05	-3,20	
34601M001	ZAMB	28,31	-15,43	19,01	18,47	0,43	0,34	0,03	-1,19	0,64	P
35001M002	RABT	353,15	34,00	16,41	17,93	0,15	0,14	0,05	0,07	-0,58	P
81701M001	LPAL	342,11	28,76	16,63	17,14	0,42	0,45	0,05	0,50	-0,14	P
AM											
12361M001	KHAJ	135,05	48,52	22,58	-13,74	0,27	0,35	-0,01	-0,84	0,44	P
21611S001	7237	125,44	43,79	25,70	-11,19	0,22	0,23	0,00	-0,27	1,30	P
23902M002	DAEJ	127,37	36,40	26,34	-12,46	0,11	0,10	-0,03	-0,37	0,41	P
23903M001	SUWN	127,05	37,28	26,68	-12,54	0,17	0,16	-0,05	0,02	0,27	P
24201M001	ULAB	107,05	47,87	27,94	-8,32	0,15	0,19	0,01	0,21	0,03	P
AN											
30313S001	mara	37,86	-46,88	5,71	0,25	0,72	0,49	0,02	-0,29	-3,20	
66001M003	MCM4	166,67	-77,84	10,50	-11,46	0,14	0,14	0,00	1,24	0,04	P
66004M001	MAW1	62,87	-67,60	-3,51	-2,82	0,09	0,10	-0,02	-0,34	-0,88	P
66006S002	SYOG	39,58	-69,01	-4,12	2,43	0,11	0,12	0,00	-0,57	-0,66	P

Annexe A. Résidus ITRF2005

DOMES	CODE	λ ° E	ϕ ° N	ITRF2005					Résidus		
				V_e (mm/an)	V_n	σ_{V_e} (mm/an)	σ_{V_n}	$\rho_{V_e V_n}$	V_e (mm/an)	V_n	
66007S001	rota	291,88	-67,57	16,94	11,02	0,44	0,38	0,01	2,60	0,44	
66008M005	OHI2	302,10	-63,32	14,98	10,89	0,13	0,13	-0,01	1,15	-0,69	P
66009M001	VESL	357,16	-71,67	-1,08	10,25	0,13	0,13	-0,01	-1,38	-0,19	P
66010M001	DAV1	77,97	-68,58	-2,28	-5,69	0,07	0,07	-0,02	0,44	-0,61	P
66011M001	CAS1	110,52	-66,28	2,34	-10,02	0,07	0,08	-0,02	-0,06	0,39	P
91201M002	KERG	70,26	-49,35	5,19	-2,67	0,08	0,07	-0,06	0,22	0,84	P
91401S001	amsa	77,57	-37,80	11,42	-1,68	0,73	0,46	-0,03	1,38	3,33	
91501S001	adea	140,00	-66,66	10,66	-10,93	0,44	0,38	0,04	2,90	1,52	
AR											
20101S001	7832	46,40	24,91	32,12	29,85	0,42	0,41	0,09	0,58	2,53	
20706M001	ELAT	34,92	29,51	24,95	21,06	0,20	0,11	-0,06	-0,24	0,45	P
20710S001	DRAG	35,39	31,59	23,05	20,93	0,21	0,19	-0,06	-0,21	0,02	P
20711S001	ELRO	35,77	33,18	23,53	22,74	1,08	0,94	-0,05	1,75	1,60	
22201M001	AMMN	35,88	32,03	23,89	17,14	1,21	1,00	-0,02	0,95	-4,08	
24901M002	BAHR	50,61	26,21	31,22	30,01	0,06	0,05	-0,08	-0,13	0,50	P
25001M001	YIBL	56,11	22,19	36,50	32,66	0,56	0,50	-0,04	0,80	0,52	P
AU											
30802M001	DGAR	72,37	-7,27	46,50	32,16	0,11	0,08	-0,05	3,18	-1,47	
50103M108	TIDB	148,98	-35,40	18,57	55,62	0,06	0,06	0,00	0,32	0,86	P
50107M004	YAR1	115,35	-29,05	39,03	57,61	0,07	0,06	-0,04	0,17	0,09	P
50116M004	HOB2	147,44	-42,80	14,37	56,19	0,07	0,07	0,00	0,32	0,90	P
50119M002	STR1	149,01	-35,32	18,81	55,47	0,18	0,17	-0,04	0,52	0,71	P
50127M001	COCO	96,83	-12,19	45,42	50,38	0,12	0,09	-0,05	2,41	-0,25	
50133M001	PERT	115,89	-31,80	39,56	58,47	0,09	0,07	-0,02	1,38	0,84	P
50134M001	DARW	131,13	-12,84	35,97	58,12	0,10	0,08	-0,03	0,16	-0,65	P
50136M001	JAB1	132,89	-12,66	34,90	60,81	0,20	0,17	-0,03	-0,55	2,18	
50137M001	ALIC	133,89	-23,67	32,34	58,86	0,08	0,08	-0,02	0,52	0,35	P
50138M001	CEDU	133,81	-31,87	29,64	58,92	0,08	0,08	-0,02	1,09	0,43	P
50139M001	KARR	117,10	-20,98	38,99	58,05	0,09	0,08	-0,04	0,12	0,16	P
50140M001	TOW2	147,06	-19,27	28,83	55,67	0,08	0,07	0,00	-0,18	0,17	P
50181M001	NNOR	116,19	-31,05	39,31	56,95	0,37	0,27	0,02	1,16	-0,74	P
50182M001	MOBS	144,98	-37,83	20,85	57,14	0,64	0,54	-0,02	1,92	1,02	P
50209M001	AUCK	174,83	-36,60	4,37	40,11	0,07	0,06	0,05	-0,15	0,21	P
51001S001	mora	147,19	-9,44	33,76	54,59	0,90	0,53	0,03	-0,06	-0,87	P
92701M003	NOUM	166,41	-22,27	20,98	46,66	0,09	0,07	0,01	0,13	0,82	P
CA											
40901S001	GUAT	269,48	14,59	6,11	3,55	0,20	0,14	0,00	-5,22	-1,17	
41201S001	MANA	273,75	12,15	5,39	9,87	0,32	0,19	-0,02	-7,04	3,62	
41202S001	ESTI	273,64	13,10	12,16	11,93	1,59	1,23	-0,03	0,12	5,72	
41401S001	SSIA	270,88	13,70	5,48	9,82	0,41	0,32	0,00	-6,25	4,59	
42601S001	JAMA	283,22	17,94	2,63	10,80	0,32	0,25	-0,01	-7,79	1,30	
43201M001	CRO1	295,42	17,76	11,09	13,45	0,07	0,06	0,01	-0,14	0,16	P
43401S001	BARB	300,39	13,09	10,78	15,69	0,44	0,27	-0,01	-2,39	1,02	P
82001S003	PUR3	292,93	18,46	9,93	12,88	0,82	0,47	0,00	-0,87	0,32	P
EU											

DOMES	CODE	λ ° E	ϕ ° N	ITRF2005					Résidus		
				V_e (mm/an)	V_n	σ_{V_e} (mm/an)	σ_{V_n}	$\rho_{V_e V_n}$	V_e (mm/an)	V_n	
10001S006	OPMT	2,33	48,84	17,58	15,67	0,51	0,64	-0,02	-0,07	-0,20	P
10002M006	GRAS	6,92	43,75	20,18	16,37	0,09	0,10	-0,01	0,29	0,77	P
10003M009	TLSE	1,48	43,56	19,45	15,79	0,13	0,15	0,00	0,55	-0,12	P
10004M004	BRST	355,50	48,38	15,34	18,11	0,41	0,53	0,06	-1,03	2,04	
10023M001	LROC	358,78	46,16	18,15	16,44	0,31	0,37	0,01	0,47	0,43	P
10090M001	SJDV	4,68	45,88	19,54	15,70	0,30	0,41	0,01	0,61	-0,05	P
10204M002	HOFN	344,80	64,27	12,74	15,14	0,10	0,13	0,00	4,41	-0,79	
10302M003	TROM	18,94	69,66	14,34	15,50	0,06	0,05	-0,05	-0,58	1,08	P
10317M001	NYAL	11,87	78,93	10,46	14,27	0,15	0,16	-0,01	0,71	-0,91	P
10402M004	ONSA	11,93	57,40	16,99	14,49	0,06	0,06	-0,04	-0,27	-0,70	P
10403M002	KIRU	20,97	67,86	15,60	15,06	0,06	0,06	-0,03	-0,41	0,90	P
10405M002	MAR6	17,26	60,60	17,72	14,78	0,65	0,73	-0,04	0,24	0,15	P
10422M001	KROG	21,06	67,88	16,68	14,76	0,31	0,42	0,00	0,66	0,61	P
10425M001	SPTO	12,89	57,71	16,80	14,62	0,71	0,76	-0,02	-0,58	-0,48	P
10503S011	METS	24,40	60,22	19,87	12,73	0,06	0,05	-0,04	0,74	-0,96	P
11001S002	7839	15,49	47,07	21,52	15,29	0,13	0,16	0,12	0,79	0,45	P
11006S003	HFLK	11,39	47,31	20,77	16,40	0,10	0,13	0,00	0,88	1,14	P
11101M002	SOFI	23,39	42,56	23,97	11,84	0,33	0,25	-0,01	0,94	-2,01	
11206M006	PENC	19,28	47,79	22,22	14,62	0,14	0,17	-0,01	0,94	0,23	P
11401M001	BCUCU	26,13	44,46	23,07	12,64	0,23	0,20	-0,05	-0,07	-0,80	P
11502M002	GOPE	14,79	49,91	21,32	14,29	0,11	0,12	-0,02	1,40	-0,62	
12204M001	JOZE	21,03	52,10	20,82	14,17	0,07	0,07	-0,04	0,22	0,01	P
12205M002	BOR1	17,07	52,28	19,88	14,81	0,08	0,08	-0,02	0,10	0,15	P
12207M002	BOGO	21,04	52,48	21,08	13,78	0,48	0,68	0,03	0,56	-0,38	P
12209M001	LAMA	20,67	53,89	20,05	14,54	0,09	0,10	-0,03	-0,03	0,33	P
12217M001	WROC	17,06	51,11	20,43	14,99	0,63	0,70	-0,06	0,36	0,33	P
12301M001	UZHL	22,30	48,63	21,86	13,99	0,36	0,45	-0,04	0,21	0,00	P
12309M002	MDVO	37,22	56,03	23,07	12,54	0,15	0,17	0,00	0,45	1,07	P
12312M001	NSSP	44,50	40,23	28,75	17,59	0,16	0,14	-0,03	2,48	7,63	
12313M001	IRKT	104,32	52,22	24,63	-7,22	0,06	0,06	-0,03	-1,72	-1,29	
12319M001	NVSK	83,24	54,84	26,53	0,06	0,63	0,63	-0,06	-0,28	0,21	P
12330M001	ZWEN	36,76	55,70	22,43	12,30	0,16	0,13	-0,02	-0,18	0,74	P
12334M001	KIT3	66,89	39,13	27,78	5,46	0,06	0,05	-0,07	-0,38	1,07	P
12336M001	POLV	34,54	49,60	22,71	12,58	0,26	0,35	-0,03	-0,84	0,59	P
12338S001	bada	102,23	51,77	25,24	-6,69	0,76	0,50	0,03	-1,35	-1,31	
12340S002	1864	66,94	38,68	27,98	6,82	0,46	0,47	0,03	-0,21	2,45	
12348M001	POL2	74,69	42,68	27,59	5,09	0,07	0,06	-0,06	-0,64	2,85	
12349M002	KSTU	92,79	55,99	24,68	-4,23	0,10	0,11	-0,01	-1,71	-1,41	
12350S001	7380	29,78	60,53	20,90	10,95	0,47	0,48	0,00	0,78	-1,88	
12351M001	ZECK	41,57	43,79	25,33	11,34	0,14	0,16	-0,02	-0,18	0,75	P
12352M001	SELE	77,02	43,18	28,08	3,60	0,09	0,08	-0,01	-0,17	2,00	
12353M001	YAKA	129,68	62,03	19,00	-11,88	0,13	0,15	-0,01	-1,82	-0,12	
12356M001	GLSV	30,50	50,36	22,10	12,61	0,08	0,08	-0,03	-0,63	-0,10	P
12362M001	ARTU	58,56	56,43	24,66	6,30	0,07	0,09	-0,03	-0,69	-0,28	P
12364M001	NRIL	88,36	69,36	21,82	-2,09	0,09	0,11	-0,01	-1,52	-0,51	
12365M001	MOBN	36,57	55,11	23,26	11,54	0,27	0,36	-0,09	0,55	-0,06	P
12367M001	NOVJ	82,91	55,03	23,16	0,93	0,43	0,58	-0,02	-3,62	0,99	
12711M003	MEDI	11,65	44,52	22,31	17,55	0,10	0,10	-0,03	1,73	2,32	
12712M002	GENO	8,92	44,42	20,93	15,86	0,33	0,39	-0,04	0,83	0,40	P

Annexe A. Résidus ITRF2005

DOMES	CODE	λ ° E	ϕ ° N	ITRF2005					Résidus		
				V_e (mm/an)	V_n	σ_{V_e}	σ_{V_n}	$\rho_{V_e V_n}$	V_e (mm/an)	V_n	
12724S001	IENG	7,64	45,02	20,46	15,29	0,76	0,75	0,01	0,74	-0,26	P
12725M003	CAGL	8,97	39,14	21,61	16,13	0,14	0,14	-0,02	0,36	0,67	P
12734M008	MATE	16,70	40,65	23,19	19,40	0,07	0,07	-0,05	0,92	4,69	
12741M001	VE NE	12,33	45,44	21,05	17,45	0,29	0,34	-0,01	0,54	2,29	
12750S001	PADO	11,90	45,41	20,94	17,26	0,16	0,20	-0,02	0,51	2,06	
13101M004	BRUS	4,36	50,80	17,01	15,79	0,08	0,09	-0,02	-0,51	0,03	P
13102M001	REDU	5,14	50,00	18,74	15,27	0,60	0,54	-0,01	0,82	-0,44	P
13212M007	HERS	0,34	50,87	17,30	16,16	0,15	0,15	0,00	0,65	0,21	P
13234M003	NPLD	359,66	51,42	16,91	16,02	0,20	0,27	0,00	0,58	0,05	P
13299S001	MORP	358,31	55,21	17,11	16,03	0,38	0,54	-0,01	2,26	0,02	
13402M004	SFER	353,79	36,46	13,37	17,03	0,23	0,19	0,03	-5,90	0,93	
13406M001	VILL	356,05	40,44	19,62	16,78	0,12	0,10	0,00	0,94	0,71	P
13407S012	MADR	355,75	40,43	18,27	16,23	0,10	0,10	0,00	-0,35	0,15	P
13420M001	YE BE	356,91	40,52	18,85	16,58	0,26	0,26	0,02	0,03	0,52	P
13504M003	KOSG	5,81	52,18	17,66	16,45	0,07	0,06	-0,03	0,21	0,78	P
13506M005	WSRT	6,60	52,91	17,55	16,26	0,06	0,06	-0,04	0,14	0,64	P
13909S001	CASC	350,58	38,69	18,75	17,32	0,86	0,67	0,03	0,59	1,22	P
14001M004	ZIMM	7,47	46,88	19,71	16,05	0,08	0,08	-0,01	0,48	0,49	P
14106M003	POTS	13,07	52,38	18,99	15,09	0,05	0,05	-0,05	0,06	0,00	P
14201M010	WTZR	12,88	49,14	20,28	15,62	0,05	0,05	-0,05	0,55	0,51	P
14208M001	OB ER	11,28	48,09	20,21	15,80	0,16	0,14	0,00	0,53	0,54	P
14209S001	7203	6,88	50,52	18,52	15,76	0,26	0,26	-0,01	0,38	0,16	P
14234M001	PTBB	10,46	52,30	19,05	15,52	0,36	0,44	-0,03	0,65	0,19	P
20807M001	ISTA	29,02	41,10	25,59	10,23	0,60	0,57	-0,06	1,45	-2,74	
20808M001	TRAB	39,78	40,99	25,13	13,79	0,15	0,18	-0,05	-0,49	2,83	
21501S001	eveb	86,81	27,96	34,07	24,37	1,48	0,77	-0,06	5,60	25,53	
21601M001	BJFS	115,89	39,61	30,05	-11,17	0,10	0,11	-0,03	3,21	-2,35	
21604S003	pura	118,82	32,07	28,55	-13,13	0,82	0,50	0,01	1,56	-3,64	
21609M001	KUNM	102,80	25,03	30,23	-17,86	0,18	0,13	-0,09	2,36	-12,32	
21612M001	URUM	87,60	43,81	30,06	6,94	0,09	0,10	-0,03	1,85	8,31	
21613M001	LHAS	91,10	29,66	45,71	14,98	0,08	0,06	-0,04	17,23	17,34	
21614M001	XIAN	109,22	34,37	33,11	-12,21	0,38	0,33	-0,02	5,42	-5,02	
25601M001	CHUM	74,75	43,00	26,63	3,14	0,32	0,37	0,01	-1,57	0,91	
IN											
22306M002	IISC	77,51	13,03	41,35	35,33	0,12	0,08	-0,03	-6,09	1,28	
22307M001	HYDE	78,55	17,42	44,74	33,74	0,30	0,25	-0,01	-0,93	-0,52	P
22901S001	MALD	73,53	4,19	50,20	35,43	0,60	0,43	0,06	-0,14	2,33	P
23501S001	cola	79,87	6,89	46,88	36,91	1,98	1,05	-0,05	-2,98	2,38	P
NA											
10202M001	REYK	338,04	64,14	-10,66	19,72	0,08	0,09	0,01	-2,07	0,58	
12360M001	TIXI	128,87	71,63	16,78	-11,58	0,07	0,07	-0,01	1,48	0,95	P
12363M001	BILI	166,44	68,08	8,51	-20,62	0,20	0,23	0,02	4,01	-0,43	
40101M001	STJO	307,32	47,60	-14,36	12,75	0,05	0,05	0,04	-0,36	0,67	P
40104M002	ALGO	281,93	45,96	-16,17	2,51	0,05	0,05	0,06	0,06	-1,05	P
40105M002	DRAO	240,38	49,32	-12,83	-10,05	0,05	0,05	0,05	1,98	1,01	
40114M001	NRC1	284,38	45,45	-15,95	3,92	0,06	0,05	0,05	0,04	-0,52	P
40120M001	HLFX	296,39	44,68	-14,96	8,18	0,59	0,64	0,00	-0,11	-0,44	P

DOMES	CODE	λ ° E	ϕ ° N	ITRF2005					Résidus	
				V_e (mm/an)	V_n	σ_{V_e} (mm/an)	σ_{V_n}	$\rho_{V_e V_n}$	V_e (mm/an)	V_n
40124M001	PRDS	245,71	50,87	-13,96	-10,45	0,24	0,17	0,02	1,86	-1,11
40127M003	YELL	245,52	62,48	-16,52	-11,01	0,07	0,08	0,02	1,02	-1,61
40128M002	CHUR	265,91	58,76	-18,16	-3,75	0,11	0,11	0,03	0,68	-1,46
40129M003	ALBH	236,51	48,39	-7,74	-7,59	0,07	0,07	0,04	6,33	4,64
40130M001	HOLB	231,87	50,64	-12,88	-10,11	0,29	0,37	-0,02	0,75	3,47
40133M002	SCH2	293,17	54,83	-17,65	7,34	0,06	0,07	0,03	-0,50	-0,18
40134M001	WILL	237,83	52,24	-13,96	-11,38	0,07	0,07	0,03	0,95	0,45
40135M001	FLIN	258,02	54,73	-17,34	-6,73	0,06	0,07	0,04	0,41	-1,61
40136M001	WHIT	224,78	60,75	-10,57	-13,12	0,06	0,06	0,02	2,80	2,32
40137M001	DUBO	264,13	50,26	-17,48	-4,53	0,14	0,15	0,03	-0,25	-1,60
40138M001	NANO	235,91	49,29	-8,44	-8,25	0,24	0,30	-0,02	5,68	4,16
40140M001	UCLU	234,46	48,93	-3,24	-3,81	0,87	0,86	-0,01	10,57	9,02
40146S001	UNB1	293,36	45,95	-15,96	7,52	0,31	0,40	0,01	-0,53	-0,07
40147M001	CAGS	284,19	45,59	-15,85	3,43	0,51	0,41	-0,07	0,18	-0,95
40148M001	HOLM	242,24	70,74	-16,97	-11,32	0,21	0,28	-0,01	0,84	-0,87
40149M001	RESO	265,11	74,69	-20,85	-5,16	0,16	0,20	0,03	-0,26	-2,58
40150M001	INVK	226,47	68,31	-12,38	-15,27	0,25	0,32	-0,02	1,97	-0,27
40152M001	BAKE	264,00	64,32	-18,66	-4,55	1,02	0,99	0,04	0,91	-1,58
40153M001	EURK	274,06	79,99	-20,49	-7,51	0,88	1,04	-0,01	0,49	-8,20
40162M001	ALRT	297,66	82,49	-20,96	5,12	0,18	0,19	0,01	-1,95	-3,90
40163M001	SACH	234,75	71,99	-16,42	-13,75	0,31	0,37	0,00	0,03	-1,02
40164M001	NAIN	298,31	56,54	-16,38	10,09	0,51	0,69	-0,02	0,42	0,84
40405S031	GOLD	243,11	35,43	-17,67	-3,90	0,11	0,09	0,03	-5,42	6,30
40408M001	FAIR	212,50	64,98	-7,66	-20,55	0,07	0,08	-0,02	2,78	-2,45
40419S003	KODK	207,50	57,74	-14,60	-10,88	0,53	0,70	-0,09	-5,94	8,08
40433M004	QUIN	239,06	39,97	-21,42	-4,28	0,10	0,11	0,01	-8,60	7,19
40439S002	7207	241,72	37,23	-19,29	-4,37	0,08	0,08	0,03	-6,77	6,27
40440S003	7209	288,51	42,61	-14,91	5,62	0,07	0,07	-0,01	0,17	-0,29
40441S001	7204	280,16	38,44	-14,35	3,28	0,15	0,15	0,04	0,12	0,36
40442M012	MD01	255,99	30,68	-12,10	-5,51	0,07	0,06	0,02	-0,11	0,34
40451M123	GODE	283,17	39,02	-14,74	4,13	0,06	0,05	0,06	-0,23	0,12
40456M001	PIE1	251,88	34,30	-13,03	-7,38	0,06	0,06	0,06	-0,30	-0,10
40463S001	7611	253,75	35,78	-13,67	-5,85	0,07	0,07	0,02	-0,42	0,78
40465M001	NLIB	268,43	41,77	-15,13	-0,98	0,06	0,06	0,05	0,28	0,39
40466S001	7610	248,39	31,96	-12,77	-7,62	0,08	0,08	0,03	-0,92	0,85
40471S001	7618	288,01	42,93	-14,85	5,45	0,09	0,09	-0,06	0,34	-0,28
40472S004	AMC2	255,48	38,80	-14,41	-5,98	0,14	0,15	0,02	-0,28	0,05
40473M001	BREW	240,32	48,13	-12,85	-9,68	0,12	0,12	0,00	1,74	1,40
40489S001	7218	238,53	40,82	-20,62	-7,28	0,55	0,65	0,15	-7,70	4,35
40499S001	7219	279,62	25,61	-9,60	2,59	0,22	0,26	0,04	1,19	-0,14
40507M001	INEG	257,72	21,86	-14,99	-2,36	0,92	0,62	0,01	-5,57	2,88
40701M001	SCUB	284,24	20,01	-5,43	3,78	0,20	0,17	-0,02	3,47	-0,62
40902S001	ELEN	270,13	16,92	-8,65	-0,92	0,80	0,48	0,01	-0,63	-0,18
42501S004	BRMU	295,30	32,37	-11,64	9,38	0,07	0,06	0,01	0,36	1,12
43001M001	THU1	291,21	76,54	-22,05	4,86	0,09	0,09	0,01	-2,32	-1,98
43005M001	KELY	309,06	66,99	-17,33	11,61	0,13	0,12	0,00	-1,12	-0,98
43007M001	QAQ1	313,95	60,72	-16,99	13,98	0,28	0,36	0,01	-2,38	0,00
49837S001	DWH1	237,92	47,77	-10,77	-4,76	0,28	0,34	-0,03	3,40	7,05
49852S001	KYW1	278,35	24,58	-7,95	2,56	0,83	0,49	0,01	2,53	0,30

Annexe A. Résidus ITRF2005

DOMES	CODE	λ ° E	ϕ ° N	ITRF2005					Résidus		
				V_e (mm/an)	V_n	σ_{V_e} (mm/an)	σ_{V_n}	$\rho_{V_e V_n}$	V_e (mm/an)	V_n	
49878S003	ARP3	262,94	27,84	-11,90	-3,77	1,37	0,83	0,02	-0,47	-0,41	P
49907S001	SOL1	283,55	38,32	-14,20	4,45	0,36	0,38	-0,03	0,10	0,31	P
49908S001	USNA	283,52	38,98	-14,79	3,92	0,18	0,12	0,01	-0,31	-0,22	P
49913S001	HNPT	283,87	38,59	-13,93	2,65	0,37	0,43	-0,05	0,43	-1,62	
49914S001	AOML	279,84	25,73	-10,43	3,48	0,14	0,11	0,00	0,39	0,67	P
49927S001	BARH	291,78	44,40	-15,47	7,12	0,34	0,41	-0,06	-0,23	0,07	P
49928S001	EPRT	293,01	44,91	-15,28	7,66	0,32	0,37	-0,03	-0,04	0,18	P
NZ											
41703M003	EISL	250,62	-27,15	67,65	-6,87	0,19	0,12	0,01	0,01	-0,01	P
42004S001	gala	270,38	-0,90	52,64	11,30	0,83	0,48	-0,02	1,36	0,87	P
42005M002	GLPS	269,70	-0,74	51,07	9,84	0,17	0,12	0,02	-0,08	0,01	P
OK											
12329M003	YSSK	142,72	47,03	12,18	-13,21	0,13	0,15	0,03	15,66	-5,31	
12354M001	MAGO	150,77	59,58	11,65	-19,81	0,18	0,20	0,01	15,26	-12,03	
12355M002	PETP	158,61	53,07	-5,19	-7,42	0,10	0,11	0,00	-0,37	0,12	P
21701S001	1856	140,66	35,95	-4,72	-9,08	0,16	0,17	0,00	-0,81	-1,17	P
21702M002	MIZU	141,13	39,14	-1,51	-8,74	0,34	0,38	-0,01	2,27	-0,83	
21704S006	KGNO	139,49	35,71	-3,26	-6,33	0,22	0,27	-0,03	0,57	1,58	P
21729S007	USUD	138,36	36,13	0,01	-7,06	0,07	0,07	-0,03	3,72	0,84	
21730S005	TSKB	140,09	36,11	-3,92	-7,44	0,06	0,06	-0,01	-0,07	0,47	P
21739S001	7336	139,65	35,21	-11,49	5,35	0,71	0,76	-0,18	-7,62	13,25	
21740M001	7339	139,85	34,94	7,06	25,83	1,98	1,88	-0,04	10,96	33,73	
21741S002	MTKA	139,56	35,68	-4,45	-7,46	0,41	0,46	-0,04	-0,61	0,45	P
PA											
40400M007	JPLM	241,83	34,20	-37,37	14,51	0,10	0,09	0,05	5,90	-12,65	
40420M101	HARV	239,32	34,47	-42,53	24,88	0,41	0,44	0,00	1,16	-3,22	
40424M004	KOKB	200,34	22,13	-63,10	34,34	0,10	0,08	0,03	-0,30	-0,62	P
40445S008	MAUI	203,74	20,71	-61,91	33,74	0,16	0,16	-0,07	0,74	-1,26	
40477M001	MKEA	204,54	19,80	-63,42	34,91	0,07	0,06	0,06	-0,55	-0,08	P
40497M004	MONP	243,58	32,89	-38,66	17,43	0,11	0,11	-0,01	5,44	-9,05	
40503S003	soda	249,05	18,73	-47,70	18,84	1,64	0,93	0,05	7,84	-5,35	
40508M002	CIC1	243,33	31,87	-40,20	20,87	0,16	0,16	0,02	4,93	-5,70	
49895S001	UP01	204,12	20,25	-55,20	32,10	0,85	0,54	0,07	7,54	-2,88	
49909S001	SNI1	240,48	33,25	-41,83	25,07	1,17	1,16	0,00	2,71	-2,60	
49970S001	HNLC	202,14	21,30	-62,60	34,16	0,28	0,24	0,01	0,13	-0,82	P
49979S001	HIL0	204,95	19,72	-61,64	35,61	0,35	0,29	0,03	1,14	0,64	P
49980S001	LHUE	200,66	21,98	-62,50	35,11	0,87	0,78	0,02	0,27	0,15	P
50207M001	CHAT	183,43	-43,96	-40,19	33,80	0,07	0,06	0,06	0,21	0,83	P
50212M002	OUS2	170,51	-45,87	-31,51	33,17	0,20	0,25	-0,02	1,97	3,63	
50503S006	ASPA	189,28	-14,33	-63,91	33,90	0,37	0,27	0,05	-0,85	-0,13	P
50506M001	KWJ1	167,73	8,72	-70,39	29,42	0,21	0,11	0,01	-0,99	0,77	P
92201M009	THTI	210,39	-17,58	-66,26	34,50	0,11	0,08	0,08	-0,84	-0,18	P
92403S001	raqb	215,67	-27,62	-63,60	35,48	1,17	0,70	0,02	-0,47	1,38	P
92901S001	wala	183,82	-13,27	-66,71	31,29	1,73	1,00	0,01	-3,94	-1,80	

SA

DOMES	CODE	λ ° E	ϕ ° N	ITRF2005		σ_{V_e} (mm/an)	σ_{V_n} (mm/an)	$\rho_{V_e V_n}$	Résidus		
				V_e (mm/an)	V_n				V_e (mm/an)	V_n	
30602M001	ASC1	345,59	-7,95	-5,30	11,27	0,10	0,07	-0,02	-0,64	-0,27	P
41507M004	RIOG	292,25	-53,79	3,80	11,95	0,08	0,09	0,02	1,39	0,55	P
41510M001	LPGS	302,07	-34,91	-1,11	11,88	0,08	0,07	0,03	-0,09	-0,36	P
41511M001	CORD	295,53	-31,53	0,22	11,99	0,14	0,13	0,01	0,85	0,26	P
41514M001	UNSA	294,59	-24,73	5,49	11,55	0,13	0,12	0,03	6,80	-0,10	
41602M001	FORT	321,57	-3,88	-4,25	13,16	0,13	0,09	0,00	-0,30	0,32	P
41606M001	BRAZ	312,12	-15,95	-2,97	12,85	0,13	0,08	0,07	0,36	0,11	P
41609S001	cacb	315,00	-22,68	-3,14	13,37	0,73	0,54	-0,04	0,09	0,57	P
41705M003	SANT	289,33	-33,15	21,21	16,69	0,09	0,08	0,02	20,98	5,59	
41719M002	CONZ	286,97	-36,84	32,28	20,29	0,41	0,38	0,02	31,29	9,48	
97301M210	KOUR	307,19	5,25	-4,33	13,00	0,09	0,06	0,00	-0,17	0,45	P
SO											
30315M001	RBAY	32,08	-28,80	15,95	17,40	0,21	0,17	0,00	-3,33	0,34	
33201M001	MALI	40,19	-3,00	26,97	15,85	0,12	0,08	-0,02	-0,12	0,44	P
33901M001	MBAR	30,74	-0,60	24,28	17,49	0,18	0,15	0,00	-3,41	0,17	
39801M001	SEY1	55,48	-4,67	26,65	11,71	0,27	0,16	0,01	0,29	0,27	P
39901S002	djia	42,85	11,53	32,08	16,43	2,36	1,26	-0,01	2,13	1,64	
97401S001	reua	55,57	-21,21	19,04	11,90	0,54	0,42	-0,02	-0,93	0,48	P
YA											
21602M001	WUHN	114,36	30,53	31,48	-11,19	0,18	0,14	-0,03	-0,85	1,15	P
21605M002	SHAO	121,20	31,10	31,32	-13,35	0,08	0,07	-0,04	-0,15	0,37	P
23603S002	TWTF	121,16	24,95	32,57	-12,44	0,17	0,17	-0,04	0,60	1,28	P
23604S001	TNML	120,99	24,80	29,19	-10,36	0,38	0,30	-0,04	-2,81	3,32	

TAB. A.1: Liste des stations de la solution ITRF2005S3 triées par numéro DOMES. Pour chaque station, on a le numéro DOMES, le code à 4 caractères de la station, ses coordonnées géographiques (λ, ϕ), la vitesse horizontale (V_e, V_n) exprimée dans l'ITRF2005, les écart-types sur les composantes de la vitesse (σ_{V_e}) et (σ_{V_n}), la corrélation $\rho_{V_e V_n}$ entre les composantes V_e et V_n , et les vitesses résiduelles obtenues en retirant le mouvement dû à la plaque.

Annexe B

Résidus EUREF

DOMES	CODE	durée an	λ ° E	ϕ ° N	ITRF2005					Résidus		
					V_e (mm/an)	V_n (mm/an)	σ_{V_e} (mm/an)	σ_{V_n} (mm/an)	$\rho_{V_e V_n}$	V_e (mm/an)	V_n (mm/an)	
10002M006	GRAS	8,83	6,92	43,75	20,73	14,91	0,20	0,22	0,05	0,46	0,06	P
10003M009	TLSE	4,92	1,48	43,56	20,02	14,91	0,26	0,30	0,03	0,68	-0,25	P
10004M004	BRST	6,08	355,50	48,38	16,86	15,89	0,23	0,24	-0,03	0,02	0,55	P
10020M001	CHIZ	5,13	359,59	46,13	19,05	15,22	0,24	0,26	0,02	0,76	-0,02	P
10023M001	LRQC	3,73	358,78	46,16	18,70	15,12	0,47	0,58	0,04	0,57	-0,15	P
10073M008	MARS	7,06	5,35	43,28	20,07	15,02	0,41	0,50	0,01	-0,04	0,07	P
10077M005	AJAC	5,50	8,76	41,93	21,42	15,16	0,22	0,25	0,05	0,40	0,44	P
10090M001	SJDV	6,73	4,68	45,88	19,72	14,85	0,30	0,38	0,00	0,39	-0,15	P
10091M001	MANS	6,54	0,16	48,02	18,19	15,44	0,30	0,37	0,00	0,32	0,23	P
10092M001	MLVL	5,17	2,59	48,84	18,44	14,73	0,22	0,26	0,00	0,32	-0,37	P
10101M003	BUDP	3,08	12,50	55,74	18,11	14,11	0,37	0,52	0,01	-0,02	-0,27	P
10113M001	SULD	2,63	9,74	56,84	17,26	13,54	0,76	1,11	0,00	0,04	-1,08	P
10114M001	SMID	2,63	9,56	55,64	16,94	14,38	0,49	0,70	0,00	-0,61	-0,26	P
10204M002	HOFN	8,35	344,80	64,27	12,95	13,84	0,30	0,34	-0,03	4,10	-1,41	
10302M006	TRO1	7,69	18,94	69,66	15,65	15,66	0,22	0,26	0,02	0,65	2,00	
10307M001	OSLO	4,96	10,37	59,74	15,58	14,33	0,20	0,26	-0,01	-0,86	-0,24	P
10317M003	NYA1	7,52	11,87	78,93	9,49	14,53	0,31	0,32	0,07	-0,34	0,10	P
10322M002	VARD	5,17	31,03	70,34	17,01	12,36	0,26	0,30	0,01	-0,30	0,46	P
10330M001	STAS	5,17	5,60	59,02	15,11	14,83	0,20	0,24	-0,03	-0,51	-0,10	P
10331M001	TRDS	5,19	10,32	63,37	13,67	15,24	0,20	0,24	-0,02	-1,56	0,67	
10402M004	ONSA	9,62	11,93	57,40	17,04	13,56	0,17	0,19	-0,01	-0,48	-0,87	P
10403M002	KIRU	8,17	20,97	67,86	15,35	14,57	0,21	0,24	0,01	-0,73	1,16	P
10405M002	MAR6	9,27	17,26	60,60	17,49	13,14	0,18	0,20	0,00	-0,17	-0,73	P
10422M001	KIRO	8,67	21,06	67,88	15,59	13,91	0,20	0,22	0,00	-0,50	0,51	P
10423M001	VISO	9,27	18,37	57,65	18,62	12,83	0,17	0,19	0,01	-0,15	-0,92	P
10424M001	VILO	9,25	16,56	64,70	15,18	14,16	0,18	0,20	0,00	-1,00	0,21	P
10425M001	SPTO	3,60	12,89	57,71	17,20	13,47	0,39	0,56	0,00	-0,42	-0,87	P
10503S011	METS	9,48	24,40	60,22	19,64	11,83	0,17	0,18	0,03	0,42	-1,12	P
10511M001	VAAS	8,10	21,77	62,96	17,93	12,59	0,18	0,21	0,01	0,07	-0,72	P
10512M001	JOEN	8,23	30,10	62,39	20,00	11,13	0,18	0,21	0,03	0,33	-0,93	P
10513M001	SODA	6,40	26,39	67,42	17,34	12,64	0,21	0,24	-0,01	-0,02	-0,01	P
10801M001	VLNS	3,35	25,30	54,65	20,97	12,67	0,40	0,56	-0,01	0,04	-0,15	P
11001M002	GRAZ	9,25	15,49	47,07	22,05	14,61	0,24	0,28	-0,01	1,02	0,53	P
11005S002	PFAN	8,60	9,78	47,52	20,77	14,69	0,21	0,25	-0,01	0,90	0,06	P

Annexe B. Résidus EUREF

DOMES	CODE	durée an	λ ° E	ϕ ° N	ITRF2005					Résidus		
					V_e (mm/an)	V_n (mm/an)	σ_{V_e} (mm/an)	σ_{V_n} (mm/an)	$\rho_{V_e V_n}$	V_e (mm/an)	V_n (mm/an)	
11006S003	HFLK	6,29	11,39	47,31	20,85	15,27	0,24	0,29	0,00	0,63	0,78	P
11031S001	SBGZ	4,13	13,11	47,80	21,22	14,41	0,18	0,21	-0,01	0,80	0,08	P
11101M002	SOFI	7,92	23,39	42,56	24,02	11,25	0,25	0,29	-0,10	0,73	-1,86	
11206M006	PENC	9,58	19,28	47,79	22,14	13,76	0,24	0,27	-0,01	0,61	0,12	P
11207M001	OROS	3,85	20,67	46,56	21,70	15,00	0,40	0,52	-0,04	-0,35	1,53	
11208M001	NYIR	3,06	22,14	47,84	22,54	12,00	1,07	1,49	-0,04	0,53	-1,27	P
11401M001	BUCU	6,50	26,13	44,46	23,22	11,49	0,21	0,22	-0,10	-0,13	-1,21	P
11502M002	GOPE	7,42	14,79	49,91	20,38	14,14	0,29	0,38	-0,03	0,18	-0,01	P
11503M001	TUBO	4,38	16,59	49,21	20,97	14,14	0,31	0,41	-0,04	0,26	0,18	P
11507M001	MOPI	7,33	17,27	48,37	21,28	14,39	0,19	0,22	-0,01	0,24	0,51	P
11801S001	SRJV	3,63	18,41	43,87	23,27	15,42	0,34	0,41	-0,04	1,03	1,66	
11901M001	DUBR	4,31	18,11	42,65	23,05	17,08	0,24	0,28	-0,05	0,62	3,30	
11902M001	OSJE	4,73	18,68	45,56	22,50	14,44	0,21	0,25	-0,04	0,58	0,72	P
12204M001	JOZE	9,40	21,03	52,10	20,63	13,52	0,16	0,17	0,02	-0,18	0,10	P
12205M002	BOR1	9,52	17,07	52,28	20,02	13,77	0,19	0,22	0,01	0,01	-0,13	P
12207M002	BOGO	8,77	21,04	52,48	20,66	13,46	0,24	0,30	0,00	-0,05	0,04	P
12209M001	LAMA	8,88	20,67	53,89	20,09	13,36	0,20	0,24	0,00	-0,18	-0,10	P
12217M001	WROC	8,40	17,06	51,11	20,07	13,77	0,19	0,23	-0,02	-0,24	-0,14	P
12218M001	KRAW	3,06	19,92	50,07	20,91	13,62	0,47	0,65	-0,03	-0,19	0,06	P
12301M001	UZHL	6,15	22,30	48,63	21,68	13,01	0,21	0,24	-0,02	-0,18	-0,24	P
12302M002	RIGA	9,12	24,06	56,95	19,93	12,50	0,22	0,28	0,03	-0,16	-0,50	P
12309M002	MDVO	5,46	37,22	56,03	22,48	10,39	0,39	0,48	0,05	-0,14	-0,40	P
12330M001	ZWEN	5,87	36,76	55,70	22,43	10,17	0,30	0,38	0,07	-0,19	-0,71	P
12335M001	MIKL	3,04	31,97	46,97	23,04	11,47	0,54	0,71	-0,04	-0,73	-0,28	P
12336M001	POLV	4,42	34,54	49,60	22,42	11,81	0,32	0,38	0,01	-1,22	0,52	P
12350M001	SVTL	7,94	29,78	60,53	20,81	10,87	0,38	0,39	-0,01	0,66	-1,24	P
12351M001	ZECK	7,48	41,57	43,79	25,03	10,69	0,48	0,52	-0,04	-0,57	0,75	P
12356M001	GLSV	7,52	30,50	50,36	22,14	11,84	0,20	0,19	0,03	-0,71	-0,16	P
12366M001	SULP	4,31	24,01	49,84	21,78	13,10	0,31	0,42	-0,03	-0,10	0,09	P
12711M003	MEDI	9,35	11,65	44,52	23,22	16,60	0,23	0,27	0,01	2,29	2,13	
12712M002	GENO	7,12	8,92	44,42	20,97	14,73	0,22	0,25	0,03	0,50	0,03	P
12721M002	ELBA	4,17	10,21	42,75	20,97	15,39	0,39	0,45	-0,01	-0,11	0,79	P
12724M002	TORI	6,92	7,66	45,06	20,51	14,91	0,23	0,26	0,02	0,43	0,12	P
12725M003	CAGL	9,29	8,97	39,14	21,12	14,79	0,33	0,37	0,05	-0,53	0,09	P
12734M008	MATE	9,56	16,70	40,65	23,41	18,35	0,18	0,21	-0,04	0,82	4,39	
12741M001	VE NE	3,92	12,33	45,44	21,77	15,64	0,37	0,46	-0,01	0,93	1,24	
12750S001	PADO	3,44	11,90	45,41	21,18	15,99	0,31	0,39	-0,01	0,41	1,55	
12751M001	BZRG	6,12	11,34	46,50	20,31	14,96	0,27	0,32	-0,03	-0,10	0,47	P
12752M001	UNPG	6,90	12,36	43,12	20,95	15,50	0,46	0,54	0,00	-0,42	1,10	P
12754M001	CAME	3,81	13,12	43,11	23,06	17,99	0,71	0,87	-0,01	1,55	3,66	
12757M001	AQUI	4,23	13,35	42,37	22,62	17,25	0,34	0,40	0,00	0,92	2,94	
12760M001	PRAT	2,56	11,10	43,89	21,77	16,64	0,69	0,84	0,01	0,79	2,13	
13101M004	BRUS	9,54	4,36	50,80	17,42	14,84	0,18	0,19	-0,01	-0,49	-0,17	P
13102M001	REDU	2,63	5,14	50,00	19,20	14,85	0,67	0,92	0,00	0,90	-0,11	P
13112M001	DENT	8,71	3,40	50,93	18,63	15,24	0,33	0,43	0,00	0,96	0,18	P
13113M001	DOUR	8,63	4,59	50,09	18,06	14,55	0,26	0,33	-0,01	-0,10	-0,44	P
13114M001	WARE	9,12	5,25	50,69	18,56	14,98	0,31	0,40	0,01	0,44	0,03	P
13212M007	HERS	6,06	0,34	50,87	17,30	15,28	0,26	0,32	-0,01	0,23	0,07	P
13234M003	NPLD	4,21	359,66	51,42	17,42	15,37	0,43	0,58	0,01	0,66	0,14	P

DOMES	CODE	durée an	λ ° E	ϕ ° N	ITRF2005		σ_{V_e} (mm/an)	σ_{V_n} (mm/an)	$\rho_{V_e V_n}$	Résidus		
					V_e (mm/an)	V_n (mm/an)				V_e (mm/an)	V_n (mm/an)	
13299S001	MORP	2,96	358,31	55,21	16,39	13,02	0,45	0,63	-0,01	1,12	-2,25	
13402M004	SFER	7,65	353,79	36,46	16,08	16,31	0,54	0,55	0,05	-3,72	0,93	
13406M001	VILL	9,29	356,05	40,44	19,73	16,06	0,27	0,25	0,04	0,55	0,72	P
13410M001	EBRE	9,25	0,49	40,82	20,33	15,14	0,24	0,23	0,08	0,48	-0,07	P
13420M001	YEBE	5,29	356,91	40,52	19,36	15,42	0,28	0,26	0,06	0,06	0,10	P
13431M001	BELL	6,88	1,40	41,60	19,93	15,37	0,26	0,27	0,04	0,11	0,20	P
13432M001	CREU	4,44	3,32	42,32	21,70	15,29	0,61	0,73	0,03	1,72	0,22	
13433M001	ALAC	6,38	359,52	38,34	20,53	15,92	0,29	0,28	0,10	0,25	0,67	P
13434M001	ACOR	4,40	351,60	43,36	22,29	15,04	0,29	0,28	-0,02	4,71	-0,34	
13435M001	ESCO	4,56	0,98	42,69	20,11	15,38	0,25	0,26	0,05	0,63	0,19	P
13436M001	LLIV	6,42	1,97	42,48	19,94	14,89	0,25	0,26	0,06	0,23	-0,26	P
13437M001	ALME	4,87	357,54	36,85	19,40	14,91	0,34	0,32	0,10	-0,90	-0,39	P
13438M001	CANT	4,88	356,20	43,47	18,39	16,35	0,29	0,30	0,02	-0,01	1,01	P
13439M001	VALE	4,15	359,66	39,48	20,41	14,89	0,65	0,72	0,04	0,37	-0,35	P
13444M001	MALL	5,02	2,62	39,55	18,79	16,01	0,48	0,55	0,04	-1,72	0,90	
13447M001	CACE	4,29	353,66	39,48	19,27	15,81	0,44	0,46	0,04	0,25	0,43	P
13449M001	CEUT	3,62	354,69	35,90	16,61	16,75	0,92	1,03	0,06	-3,47	1,39	
13502M004	DELFF	9,38	4,39	51,99	17,67	14,80	0,20	0,23	-0,02	0,10	-0,21	P
13504M003	KOSG	9,02	5,81	52,18	18,00	15,28	0,22	0,26	-0,02	0,20	0,36	P
13506M005	WSRT	7,92	6,60	52,91	17,75	15,17	0,17	0,19	-0,01	0,00	0,30	P
13533M001	EIJS	5,69	5,68	50,76	18,16	15,13	0,20	0,23	-0,01	-0,03	0,21	P
13534M001	TERS	6,62	5,22	53,36	18,68	13,73	0,30	0,40	-0,02	1,36	-1,23	
13902M001	GAIA	4,75	351,41	41,11	18,90	15,76	0,38	0,37	0,00	0,71	0,38	P
13903M001	LAGO	4,58	351,33	37,10	18,05	16,47	0,49	0,42	0,04	-1,20	1,09	
13909S001	CASC	6,29	350,58	38,69	19,08	16,03	0,35	0,31	0,00	0,37	0,65	P
14001M004	ZIMM	9,60	7,47	46,88	20,12	15,21	0,18	0,20	0,01	0,53	0,41	P
14106M003	POTS	9,62	13,07	52,38	19,07	14,20	0,16	0,17	0,00	-0,14	-0,13	P
14108M001	DRES	6,21	13,73	51,03	20,12	14,81	0,36	0,49	0,00	0,42	0,55	P
14201M010	WTZR	9,42	12,88	49,14	19,90	14,55	0,15	0,16	0,00	-0,14	0,20	P
14202M003	HOBU	5,62	10,48	53,05	18,56	14,47	0,34	0,46	0,00	0,06	-0,09	P
14208M003	OBE2	4,23	11,28	48,09	20,39	14,64	0,23	0,29	-0,01	0,39	0,14	P
14214M002	KLOP	6,23	8,73	50,22	18,69	14,98	0,34	0,45	-0,01	-0,26	0,27	P
14216M001	KARL	7,29	8,41	49,01	19,45	14,72	0,36	0,48	0,00	0,24	-0,02	P
14234M001	PTBB	5,77	10,46	52,30	18,97	14,45	0,42	0,58	-0,01	0,26	-0,12	P
14258M003	EUSK	7,37	6,76	50,67	18,54	15,49	0,22	0,27	-0,01	0,11	0,64	P
14264M001	HELG	6,04	7,89	54,17	17,47	15,09	0,18	0,21	-0,01	-0,17	0,32	P
14268M001	BORK	5,00	6,75	53,56	17,90	14,15	0,22	0,25	-0,02	0,31	-0,71	P
14501M001	GSR1	4,12	14,54	46,05	21,33	16,63	0,34	0,45	-0,03	0,24	2,45	
15601M001	ORID	5,10	20,79	41,13	24,47	10,85	0,23	0,27	-0,10	1,33	-2,60	
20806M001	TUBI	6,46	29,45	40,79	23,30	9,18	0,32	0,37	-0,13	-1,16	-3,00	
20807M001	ISTA	5,87	29,02	41,10	25,52	9,12	0,33	0,37	-0,12	1,16	-3,13	
20808M001	TRAB	5,92	39,78	40,99	25,34	12,56	0,35	0,30	-0,14	-0,42	2,26	

TAB. B.1: Liste des stations de la solution EUREF2005S3 triées par numéro DOMES. Pour chaque station, on a le numéro DOMES, le code à 4 caractères de la station, ses coordonnées géographiques (λ , ϕ), la vitesse horizontale (V_e , V_n) exprimée dans l'ITRF2005, les écart-types sur les composantes de la vitesse (σ_{V_e}) et (σ_{V_n}), la corrélation $\rho_{V_e V_n}$ entre les composantes V_e et V_n , et les vitesses résiduelles obtenues en retirant le mouvement dû à la plaque.

Annexe C

Détermination des coefficients a_i pour que la somme $\sum_i a_i x_i$ soit de variance minimale

On cherche sous quelle forme il faut choisir les coefficients d'une moyenne pondérée afin que cette moyenne soit de variance minimale.

On introduit y la moyenne pondérée d'un échantillon $x_i, i \in [1, n]$ sous la forme :

$$y = \sum_i a_i x_i = {}^t a x$$

les $a_i, i \in [1, n]$ sont les coefficients que l'on cherche. On introduit les trois vecteurs $a = {}^t[a_1, \dots, a_n]$, $x = {}^t[x_1, \dots, x_n]$ et $\mathbb{1} = {}^t[1, \dots, 1]$ et $C = E[x^t x]$ la matrice de variance-covariance de x .

σ_y^2 est la variance de la somme pondérée y , la formule de propagation de la variance nous donne :

$$\sigma_y^2 = {}^t a C a$$

On cherche les a_i tels que σ_y^2 soit minimale sous la contrainte $\sum_i a_i = a \mathbb{1} = 1$.

Pour cela, on minimise la quantité $F(a) = {}^t a C a - \lambda({}^t a \mathbb{1} - 1)$ par rapport à a . On différencie donc $F(a)$ par rapport à a .

$$F(a) = {}^t a C a - \lambda({}^t a \mathbb{1} - 1)$$

Commençons par dériver la première partie de cette différence, c'est à dire ${}^t a C a$. On a l'égalité :

$${}^t a C a = \sum_k \sum_j C_{kj} a_k a_j$$

Annexe C. Détermination des coefficients a_i pour que la somme $\sum_i a_i x_i$ soit de variance minimale

On dérive ${}^t a C a$ par rapport à l'élément ν du vecteur a .

$$\frac{\partial {}^t a C a}{\partial a_\nu} = \sum_k \sum_j C_{kj} \frac{\partial (a_k a_j)}{\partial a_\nu} = \sum_k \sum_j C_{kj} [\delta_{k\nu} a_j + \delta_{j\nu} a_k]$$

$$\frac{\partial {}^t a C a}{\partial a_\nu} = \sum_k \sum_j C_{kj} \delta_{k\nu} a_j + \sum_k \sum_j C_{kj} \delta_{j\nu} a_k$$

Finalement, la dérivée partielle de ${}^t a C a$ par rapport à l'élément ν du vecteur a vaut :

$$\frac{\partial {}^t a C a}{\partial a_\nu} = \sum_j C_{\nu j} a_j + \sum_k C_{\nu k} a_k = 2 \sum_i C_{\nu i} a_i$$

La dérivée de ${}^t a C a$ par rapport au vecteur a vaut :

$$\frac{\partial {}^t a C a}{\partial a} = \begin{bmatrix} 2 \sum_j a_j C_{1j} \\ \vdots \\ 2 \sum_j a_j C_{ij} \\ \vdots \\ 2 \sum_j a_j C_{nj} \end{bmatrix}$$

On sait que :

$$C a = \begin{bmatrix} \sum_j a_j C_{1j} \\ \vdots \\ \sum_j a_j C_{ij} \\ \vdots \\ \sum_j a_j C_{nj} \end{bmatrix}$$

On a donc :

$$\frac{\partial {}^t a C a}{\partial a} = 2 C a$$

Dérivons la deuxième partie de $F(a)$ par rapport à a . Cette deuxième partie vaut :

$$\lambda({}^t a \mathbb{1} - 1) = \lambda\left(\sum_i a_i - 1\right)$$

La dérivée partielle de $\lambda({}^t a \mathbb{1} - 1)$ par rapport à l'élément ν du vecteur a vaut :

$$\frac{\partial \lambda({}^t a \mathbb{1} - 1)}{\partial a_\nu} = \lambda$$

La dérivée de $\lambda({}^t a \mathbb{1} - 1)$ par rapport au vecteur a vaut :

$$\frac{\partial \lambda({}^t a \mathbb{1} - 1)}{\partial a} = \lambda \mathbb{1}$$

On obtient finalement la dérivée de $F(a)$ par rapport au vecteur a :

$$\frac{\partial F(a)}{\partial a} = 2Ca - \lambda \mathbb{1}$$

$F(a)$ est minimale pour $\frac{\partial F(a)}{\partial a} = 0$ donc lorsqu'on a l'égalité :

$$\frac{\partial F(a)}{\partial a} = 2Ca - \lambda \mathbb{1} = 0$$

donc pour :

$$a = \frac{\lambda}{2} C^{-1} \mathbb{1} \quad (1)$$

Or, la condition $\sum_i a_i = a \mathbb{1} = 1$, nous donne :

$${}^t \left[\frac{\lambda}{2} C^{-1} \mathbb{1} \right] \mathbb{1} = \frac{\lambda}{2} {}^t \mathbb{1} C^{-1} \mathbb{1} = 1$$

On obtient donc :

$$\lambda = \frac{2}{{}^t \mathbb{1} C^{-1} \mathbb{1}}$$

En remplaçant λ dans l'équation (1), on obtient alors :

$$a = \frac{1}{2} \lambda C^{-1} \mathbb{1} = \frac{1}{2} \frac{2}{{}^t \mathbb{1} C^{-1} \mathbb{1}} C^{-1} \mathbb{1}$$

Les pondérations a_i telles que la variance de y soit minimale sont égales à :

$$a = \frac{C^{-1} \mathbb{1}}{{}^t \mathbb{1} C^{-1} \mathbb{1}} \quad (2)$$

On peut également calculer la variance de y .

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= {}^t(a)Ca = {}^t \left[\frac{C^{-1} \mathbb{1}}{{}^t \mathbb{1} C^{-1} \mathbb{1}} \right] C \left[\frac{C^{-1} \mathbb{1}}{{}^t \mathbb{1} C^{-1} \mathbb{1}} \right] \\ \sigma_y^2 &= {}^t(a)Ca = \frac{1}{{}^t \mathbb{1} C^{-1} \mathbb{1}} {}^t [C^{-1} \mathbb{1}] C \frac{1}{{}^t \mathbb{1} C^{-1} \mathbb{1}} [C^{-1} \mathbb{1}] \\ \sigma_y^2 &= {}^t(a)Ca = \frac{1}{{}^t \mathbb{1} C^{-1} \mathbb{1}} \frac{1}{{}^t \mathbb{1} C^{-1} \mathbb{1}} {}^t [C^{-1} \mathbb{1}] C [C^{-1} \mathbb{1}] \end{aligned}$$

$$\sigma_y^2 = {}^t(a)Ca = \frac{1}{{}^t\mathbb{1}{}^tC^{-1}\mathbb{1}} \frac{1}{{}^t\mathbb{1}{}^tC^{-1}\mathbb{1}} [{}^t\mathbb{1}{}^tC^{-1}]C[C^{-1}\mathbb{1}]$$

$$\sigma_y^2 = {}^t(a)Ca = \frac{1}{{}^t\mathbb{1}{}^tC^{-1}\mathbb{1}} \frac{1}{{}^t\mathbb{1}{}^tC^{-1}\mathbb{1}} {}^t\mathbb{1}{}^tC^{-1}\mathbb{1}$$

Finalement, la variance σ_y^2 de y est alors de la forme :

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{{}^t\mathbb{1}{}^tC^{-1}\mathbb{1}} \quad (3)$$

Cas d'une matrice de variance-covariance des x_i diagonale

Regardons à quoi sont égaux les coefficients de pondération dans le cas où la matrice de variance-covariance des x_i est diagonale.

Si C est une matrice diagonale, $C = \text{diag}(\sigma_{x_1}^2, \dots, \sigma_{x_n}^2)$ alors :

$$C^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{\sigma_{x_1}^2}, \dots, \frac{1}{\sigma_{x_n}^2}\right)$$

$$C^{-1}\mathbb{1} = \left[\frac{1}{\sigma_{x_1}^2}, \dots, \frac{1}{\sigma_{x_n}^2}\right]$$

$${}^t\mathbb{1}{}^tC^{-1}\mathbb{1} = \sum_i \frac{1}{\sigma_{x_i}^2}$$

Dans le cas de variables aléatoires x_j indépendantes, les coefficients a_j tels que la somme $y = \sum_j a_j x_j$ soit de variance minimale sont donc égaux à :

$$a_j = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{\sigma_{x_i}^2}} \frac{1}{\sigma_{x_j}^2} \quad (4)$$

Et la variance de $y = \sum_i a_i x_i$ vaut alors :

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{\sigma_{x_i}^2}} \quad (5)$$

Annexe D

Calcul de la matrice de variance-covariance de β

Σ_β est la matrice de variance-covariance associée au vecteur β .
On rappelle que le vecteur β est égal à :

$$\beta = [\beta_{st}]_{d_{st} \approx h} = {}^t[\beta_{11}, \dots, \beta_{st}, \dots, \beta_{n(h)n(h)}]$$

avec $\beta_{st} = \frac{V_s V_t - C_{st}}{f_{st}}$. Tous les termes ont été définis dans le document à la section 8.4 concernant la détermination de la fonction de covariance.

Par définition, on a :

$$\Sigma_\beta = [Cov(\beta_{st}, \beta_{uv})]_{(d_{st} \approx h, d_{uv} \approx h)} \quad (1)$$

avec

$$Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) = E[(\beta_{st} - E[\beta_{st}])(\beta_{uv} - E[\beta_{uv}])] \quad (2)$$

On cherche une expression de la matrice de variance-covariance de β afin de pouvoir la calculer.

$$E[\beta_{st}] = E\left[\frac{V_s V_t - C_{st}}{f_{st}}\right] = K(st) \approx K(h) \text{ car } d_{st} \approx h$$

$$E[\beta_{uv}] = E\left[\frac{V_u V_v - C_{uv}}{f_{uv}}\right] = K(uv) \approx K(h) \text{ car } d_{uv} \approx h$$

$$\begin{aligned} Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) &= E[(\beta_{st} - K(st))(\beta_{uv} - K(uv))] \\ &= E\left[\left(\frac{V_s V_t - C_{st}}{f_{st}} - K(st)\right)\left(\frac{V_u V_v - C_{uv}}{f_{uv}} - K(uv)\right)\right] \\ &= E\left[\left(\frac{V_s V_t - C_{st} - K(st)f_{st}}{f_{st}}\right)\left(\frac{V_u V_v - C_{uv} - K(uv)f_{uv}}{f_{uv}}\right)\right] \\ &= \frac{1}{f_{st}f_{uv}} E[(V_s V_t - C_{st} - K(st)f_{st})(V_u V_v - C_{uv} - K(uv)f_{uv})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) &= \frac{1}{f_{st}f_{uv}} E[V_s V_t V_u V_v - V_s V_t C_{uv} - V_s V_t K(uv) f_{uv} \\
 &\quad - C_{st} V_u V_v + C_{st} C_{uv} + C_{st} K(uv) f_{uv} \\
 &\quad - K(st) f_{st} V_u V_v + K(st) f_{st} C_{uv} + K(st) f_{st} K(uv) f_{uv}] \\
 &= \frac{1}{f_{st}f_{uv}} (E[V_s V_t V_u V_v] - E[V_s V_t] C_{uv} - E[V_s V_t] K(uv) f_{uv} \\
 &\quad - C_{st} E[V_u V_v] + C_{st} C_{uv} + C_{st} K(uv) f_{uv} \\
 &\quad - K(st) f_{st} E[V_u V_v] + K(st) f_{st} C_{uv} + K(st) f_{st} K(uv) f_{uv})
 \end{aligned}$$

On remplace $E[V_s V_t] = f_{st} K(st) + C_{st}$ et $E[V_u V_v] = f_{uv} K(uv) + C_{uv}$.

$$\begin{aligned}
 Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) &= \frac{1}{f_{st}f_{uv}} (E[V_s V_t V_u V_v] - (f_{st} K(st) + C_{st}) C_{uv} - (f_{st} K(st) + C_{st}) K(uv) f_{uv} \\
 &\quad - C_{st} (f_{uv} K(uv) + C_{uv}) + C_{st} C_{uv} + C_{st} K(uv) f_{uv} \\
 &\quad - K(st) f_{st} (f_{uv} K(uv) + C_{uv}) + K(st) f_{st} C_{uv} + K(st) f_{st} K(uv) f_{uv})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) &= \frac{1}{f_{st}f_{uv}} (E[V_s V_t V_u V_v] - f_{st} K(st) C_{uv} - C_{st} C_{uv} - f_{st} K(st) K(uv) f_{uv} - C_{st} K(uv) f_{uv} \\
 &\quad - C_{st} f_{uv} K(uv) - C_{st} C_{uv} + C_{st} C_{uv} + C_{st} K(uv) f_{uv} \\
 &\quad - K(st) f_{st} f_{uv} K(uv) - K(st) f_{st} C_{uv} + K(st) f_{st} C_{uv} + K(st) f_{st} K(uv) f_{uv})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) &= \frac{1}{f_{st}f_{uv}} (E[V_s V_t V_u V_v] \\
 &\quad - f_{st} f_{uv} K(st) K(uv) - f_{st} f_{uv} K(st) K(uv) + f_{st} f_{uv} K(st) K(uv) \\
 &\quad - f_{uv} K(uv) C_{st} - f_{uv} K(uv) C_{st} + f_{uv} K(uv) C_{st} \\
 &\quad - f_{st} K(st) C_{uv} - f_{st} K(st) C_{uv} + f_{st} K(st) C_{uv} \\
 &\quad - C_{st} C_{uv} - C_{st} C_{uv} + C_{st} C_{uv})
 \end{aligned}$$

$$Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) = \frac{1}{f_{st}f_{uv}} (E[V_s V_t V_u V_v] - f_{st} f_{uv} K(st) K(uv) - f_{uv} K(uv) C_{st} - f_{st} K(st) C_{uv} - C_{st} C_{uv}) \quad (3)$$

On peut montrer ([Jamet O., communication personnelle] et <http://mathworld.wolfram.com/GaussianJointVariableTheorem.html>) que pour quatre variables aléatoires gaussiennes V_s, V_t, V_u et V_v , on a :

$$E[V_s V_t V_u V_v] = Cov(V_s, V_t) Cov(V_u, V_v) + Cov(V_s, V_u) Cov(V_t, V_v) + Cov(V_s, V_v) Cov(V_t, V_u)$$

$$E[V_s V_t V_u V_v] = E[V_s V_t]E[V_u V_v] + E[V_s V_u]E[V_t V_v] + E[V_s V_v]E[V_t V_u]$$

$$\begin{aligned} E[V_s V_t V_u V_v] &= (f_{st}K(st) + C_{st})(f_{uv}K(uv) + C_{uv}) \\ &\quad + (f_{su}K(su) + C_{su})(f_{tv}K(tv) + C_{tv}) \\ &\quad + (f_{sv}K(sv) + C_{sv})(f_{tu}K(tu) + C_{tu}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E[V_s V_t V_u V_v] &= f_{st}f_{uv}K(st)K(uv) + f_{st}K(st)C_{uv} + f_{uv}K(uv)C_{st} + C_{st}C_{uv} \\ &\quad + f_{su}f_{tv}K(su)K(tv) + f_{su}K(su)C_{tv} + f_{tv}K(tv)C_{su} + C_{su}C_{tv} \\ &\quad + f_{sv}f_{tu}K(sv)K(tu) + f_{sv}K(sv)C_{tu} + f_{tu}K(tu)C_{sv} + C_{sv}C_{tu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E[V_s V_t V_u V_v] &= f_{st}f_{uv}K(st)K(uv) + f_{su}f_{tv}K(su)K(tv) + f_{sv}f_{tu}K(sv)K(tu) \\ &\quad + f_{st}K(st)C_{uv} + f_{uv}K(uv)C_{st} + f_{su}K(su)C_{tv} \\ &\quad + f_{tv}K(tv)C_{su} + f_{sv}K(sv)C_{tu} + f_{tu}K(tu)C_{sv} \\ &\quad + C_{st}C_{uv} + C_{su}C_{tv} + C_{sv}C_{tu} \end{aligned} \tag{4}$$

D'après l'équation (3) et l'équation (4), on a :

$$\begin{aligned} Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) &= \frac{1}{f_{st}f_{uv}}(f_{st}f_{uv}K(st)K(uv) + f_{su}f_{tv}K(su)K(tv) \\ &\quad + f_{sv}f_{tu}K(sv)K(tu) - f_{st}f_{uv}K(st)K(uv) \\ &\quad + f_{st}K(st)C_{uv} + f_{uv}K(uv)C_{st} - f_{uv}K(uv)C_{st} - f_{st}K(st)C_{uv} \\ &\quad + f_{tv}K(tv)C_{su} + f_{sv}K(sv)C_{tu} + f_{tu}K(tu)C_{sv} + f_{su}K(su)C_{tv} \\ &\quad + C_{st}C_{uv} + C_{su}C_{tv} + C_{sv}C_{tu} - C_{st}C_{uv}) \end{aligned}$$

Finalement, on a :

$$\begin{aligned} Cov(\beta_{st}, \beta_{uv}) &= \frac{1}{f_{st}f_{uv}}(f_{su}f_{tv}K(su)K(tv) + f_{sv}f_{tu}K(sv)K(tu) \\ &\quad + f_{tv}K(tv)C_{su} + f_{sv}K(sv)C_{tu} + f_{tu}K(tu)C_{sv} + f_{su}K(su)C_{tv} \\ &\quad + C_{su}C_{tv} + C_{sv}C_{tu}) \end{aligned} \tag{5}$$

Bibliographie

- Altamimi, Z. (2001). Analyse d'un logiciel de combinaison de positions et vitesses tridimensionnelles et des paramètres de rotation de la Terre. Technical report, LAREG.
- Altamimi, Z. (2004). Towards a dense European velocity field. *Toledo, Spain, June 4-7 2003, EUREF Publication No. 13*, pages 84–88.
- Altamimi, Z., Collilieux, X., Legrand, J., Garayt, B., et Boucher, C. (2007). ITRF2005 : A new release of the International Terrestrial Reference Frame based on time series of station positions and Earth Orientation Parameters. *J. Geophys. Res.*, Sous presse.
- Altamimi, Z. et Legrand, J. (2005). Dense European velocity field and EPN ETRS89 positions and velocities. *Bratislava, Slovakia, June 2-5 2004, EUREF Publication No. 14*, pages 60–63.
- Altamimi, Z., Sillard, P., et Boucher, C. (2004). CATREF Software : Combination and Analysis of Terrestrial Reference Frames. Technical report, LAREG.
- Altamimi, Z., Sillard, P., et Boucher, C. (2002a). ITRF2000 : A new release of the International Terrestrial Reference Frame for earth science applications. *J. Geophys. Res. - Solid Earth*, pages 2–1.
- Altamimi, Z., Sillard, P., et Boucher, C. (2002b). New trends for the realization of the international terrestrial reference system. *Advances in Space Research*, 30 :175–184.
- Altamimi, Z., Sillard, P., et Boucher, C. (2003). The impact of a No-Net-Rotation Condition on ITRF2000. *Geophys. Res. Lett.*, 30 :36–1.
- Argus, D. F. et Gordon, R. G. (1991). No-net-rotation model of current plate velocities incorporating plate motion model NUVEL-1. *Geophys. Res. Lett.*, 18 :2039–2042.
- Bird, P. (2003). An updated digital model of plate boundaries. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, pages 1–+.
- Blewitt, G. et Lavallée, D. (2002). Effect of annual signals on geodetic velocity. *J. Geophys. Res. - Solid Earth*, pages 9–1.
- Caporali, A. (2003). Average strain rate in the Italian crust inferred from a permanent GPS network - I. Statistical analysis of the time-series of permanent GPS stations. *Geophysical Journal International*, 155 :241–253.

- Caporali, A., Martin, S., et Massironi, M. (2003). Average strain rate in the Italian crust inferred from a permanent GPS network - II. Strain rate versus seismicity and structural geology. *Geophysical Journal International*, 155 :254–268.
- Cazenave, A. et Feigl, K. (1994). *Formes et mouvements de la terre : Satellites et géodésie*. Belin.
- Chase, C. G. (1972). The n-plate problem of plate tectonics. *Geophys. J.R. astr. Soc.*, 29 :117–122.
- Chase, C. G. (1978). Plate kinematics : The Americas, East Africa, and the rest of the world. *Earth and Planetary Science Letters*, 37 :355–368.
- DeMets, C., Gordon, R. G., Argus, D. F., et Stein, S. (1990). Current plate motions. *Geophys. J. Int.*, 101 :425–478.
- DeMets, C., Gordon, R. G., Argus, D. F., et Stein, S. (1994). Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal timescale on estimates of current plate motions. *Geophys. Res. Lett.*, 21 :2191–2194.
- Drewes, H. (1997). Combination of VLBI, SLR and GPS determined station velocities for actual plate kinematic and crustal deformation models. In Forsberg, R., Feissel, M., et Dietrich, R., editors, *Geodesy on the Move. Gravity, Geoid, Geodynamics and Antarctica*, volume 119, pages 377–382. Springer.
- Drewes, H. et Angermann, D. (2001). The actual plate kinematic and crustal deformation model 2000 (APKIM 2000) as a geodetic reference system. *IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, Hungary*.
- England, P. et McKenzie, D. (1982). A thin viscous sheet model for continental deformation. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 70 :295–321.
- Gordon, R. G. (2001). Some Recent Results for Geologically Instantaneous Plate Motions. *AGU Fall Meeting Abstracts*, pages A4+.
- Gripp, A. E. et Gordon, R. G. (1990). Current plate velocities relative to the hotspots incorporating the NUVEL-1 global plate motion model. *Geophys. Res. Lett.*, 17 :1109–1112.
- Gripp, A. E. et Gordon, R. G. (2002). Young tracks of hotspots and current plate velocities. *Geophys. J. Int.*, 150 :321–361.
- Kahle, H., Cocard, M., Peter, Y., Geiger, A., Reilinger, R., Barka, A., et Veis, G. (2000). GPS-derived strain rate field within the boundary zones of the Eurasian, African, and Arabian Plates. *J. Geophys. Res.*, pages 23353–23370.
- Kreemer, C., Haines, A. J., Holt, W. E., Blewitt, G., et Lavallée, D. (2000). On the determination of a global strain rate model. *Earth Planets Space*, 52 :765–770.

-
- Kreemer, C. et Holt, W. E. (2001a). A no-net-rotation model of present-day surface motions. *Geophys. Res. Lett.*, 28 :4407–+.
- Kreemer, C. et Holt, W. E. (2001b). A No-Net-Rotation Model of Present-Day Surface Motions. *AGU Fall Meeting Abstracts*, pages A6+.
- Kreemer, C., Holt, W. E., et Haines, A. J. (2003). An integrated global model of present-day plate motions and plate boundary deformation. *Geophys. J. Int.*, 154 :8–30.
- Kreemer, C., Lavallée, D. A., Blewitt, G., et Holt, W. E. (2006). On the stability of a geodetic no-net-rotation frame and its implication for the International Terrestrial Reference Frame. *Geophys. Res. Lett.*, 33 :17306–+.
- Le Pichon, X. (1968). Sea floor spreading and continental drift. *J. Geophys. Res.*, 73 :3661–3697.
- McCarthy, D. D. et Petit, G. (2004). IERS Conventions (2003), IERS Technical Note, No. 32. Technical report, IERS Convention Centre.
- McKenzie, D. P. et Parker, R. L. (1967). The North Pacific : an Example of Tectonics on a Sphere. *Nature*, 216 :1276–1280.
- Minster, J. B. et Jordan, T. H. (1978). Present-day plate motions. *J. Geophys. Res.*, 83 :5331–5354.
- Morgan, W. J. (1968). Rises, Trenches, Great Faults, and Crustal Blocks. *J. Geophys. Res.*, 73 :1959–+.
- Moritz, H. (1989). *Advanced Physical Geodesy*. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 2nd edition.
- Nocquet, J.-M., Calais, E., Altamimi, Z., Sillard, P., et Boucher, C. (2001). Intraplate deformation in western Europe deduced from an analysis of the International Terrestrial Reference Frame 1997 (ITRF97) velocity field. *J. Geophys. Res.*, 106 :11239–11258.
- Norton, I. (2000). Global hotspot reference frames and plate motion. In Richards, M., Gordon, R., et Van der Hilst, R., editors, *The history and dynamics of global plate motions*, volume 121 of *Geophys. Monograph*, pages 339–357.
- Panet, I. (2005). *Les ondelettes sphériques en gravimétrie spatiale - Applications en Polynésie Française et à l'étude du séisme de Sumatra-Andaman*. PhD thesis, Institut de Physique du Globe de Paris.
- Renka, R. J. (1984). Algorithm 623 : Interpolation on the surface of a sphere. *ACM Trans. Math. Softw.*, 10(4) :437–439.
- Sella, G. F., Dixon, T. H., et Mao, A. (2002). REVEL : A model for Recent plate velocities from space geodesy. *J. Geophys. Res. - Solid Earth*.
- Sillard, P. (2001). *Estimation par moindres carrés*. Hermes.

- Sillard, P. et Boucher, C. (2001). Review of Algebraic Constraints in Terrestrial Reference Frame Datum Definition. *Journal of Geodesy*, 75(2).
- Solomon, S. et Sleep, N. (1974). Some simple physical models for absolute plate motions. *J. Geophys. Res.*, 79(17) :2557–2567.
- Williams, S. (2003). The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series. *Journal of Geodesy*, 76(9).

Sites internet

Des sites internet consultés concernant la tectonique des plaques :

<http://www.geologie.ens.fr/~vigny/tecto-f.html>
<http://www.ens-lyon.fr/Planet-Terre/Infosciences/Geodynamique/Mouvements-plaques/index.html>
http://www.ggl.ulaval.ca/personnel/bourque/intro.pt/planete_terre.html
<http://www.geospace-online.com/gol-fr/sav/arc/sav-arc-tectonique1-fr.htm>
<http://cdf.u-3mrs.fr/~lepichon/>
<http://pubs.usgs.gov/gip/dynamic/>
<http://www.jpbc-imagine.com/djibgeol/annexes/intrplaq.html>
<http://www.mantleplumes.org/Hotspots.html>
<http://www.mantleplumes.org/index.html>
<http://www.educnet.education.fr/localisation/pedago/geologie/tectoplaque.htm>
<http://www.mantleplumes.org/index.html>
http://sps.unavco.org/crustal_motion/dxdt/model/
<http://gsrm.unavco.org/intro/>
<http://dgfi2.dgfi.badw-muenchen.de/geodis/GDYN/apkim.html>

Sites internet concernant le logiciel GMT

<http://gmt.soest.hawaii.edu/>
<http://www.ruf.rice.edu/~ben/gmt.html>

Site internet sur les mathématiques et la collocation

<http://www.les-mathematiques.net/>
<http://mathworld.wolfram.com/GaussianJointVariableTheorem.html>
<http://www.theses.ulaval.ca/2005/22636/22636.pdf>
<http://www.mathworks.com>

Le site d'EUREF : <http://www.epncb.oma.be/>

Le site de l'ITRF : <http://itrf.ensg.ign.fr/>

Le site de l'IERS : <http://www.iers.org/>

Table des figures

2.1	Carte du réseau EPN (Source : http://www.epncb.oma.be/).	16
2.2	Composante verticale des résidus de la station de EUSK avant introduction d'une discontinuité.	19
2.3	Composante verticale des résidus de la station de EUSK après introduction d'une discontinuité.	19
2.4	Composante est des résidus de la station de BOGO.	19
2.5	Composante nord des résidus de la station LAM0.	20
<hr/>		
3.1	Carte des plaques tectoniques (Source : http://pubs.usgs.gov/gip/dynamic/slabs.html).	28
3.2	Schéma explicatif du pôle de rotation (Source : http://www.geologie.ens.fr/~vigny/tecto-f.html).	29
5.1	Modèle REVEL : vitesses des stations par rapport à l'ITRF97 utilisées pour estimer le modèle (Source : [Sella et al. 2002]).	39
5.2	Modèle GSRM : vitesses NNR fournies par le modèle aux noeuds d'une grille de 20 degrés par 20 degrés (Source : [Kreemer et Holt 2001b]).	41
5.3	Modèle PB2002 : les 13 régions hachurées sont les zones de déformation (Source : [Bird 2003]).	45
6.1	Champ des vitesses horizontales exprimées dans l'ITRF2005 de la sélection ITRF2005Pole. 56	
6.2	Champ des vitesses horizontales résiduelles de la sélection ITRF2005Pole.	56
6.3	Sélection des 51 stations utilisées dans l'ITRF2000 [Altamimi et al. 2002a]	66
6.4	Sélection des 166 stations de ITRF2005Pole	66
6.5	Comparaison des modèles A_{00} et GSRM-NNR-2 en terme de vitesses prédites. En rouge, les vitesses résiduelles obtenues en retirant les mouvements rigides prédits par le modèle GSRM-NNR-2 au champ de vitesses ITRF2005S3 exprimé dans l'ITRF2000. En gris, les différences en terme de vitesses entre le modèle A_{00} et le modèle GSRM-NNR-2.	69
7.1	Triangulation de Delaunay (en jaune) basée sur des points dont la vitesse est connue (en bleu) superposée à une grille de points (en rouge) dont on veut la vitesse.	75
7.2	Champ de vitesses résiduelles interpolé (en bleu) aux noeuds d'une grille à partir d'un champ de vitesses connues (en rouge)	76

8.1	Exemple de covariogrammes estimés à partir d'un réseau situé sur la plaque eurasiennne. Comparaison des covariogrammes estimés par une simple moyenne et par la moyenne pondérée optimale.	96
8.2	Exemple de covariogrammes estimés à partir d'un réseau situé sur la plaque eurasiennne. Comparaison des covariogrammes estimés avec ou sans rejet des vitesses hors norme.	97
9.1	Schéma récapitulatif des étapes de l'interpolation d'un champ de vitesses	100
9.2	Covariogramme estimé à partir du champ de vitesses ITRF2005S3-R restreint à la plaque eurasiennne. Le covariogramme empirique apparaît en bleu, les barres d'erreur sont tracées pour un niveau de confiance de 68%. La fonction de covariance ($K_0 = 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 180 \text{ km}$) est tracée en rouge.	102
9.3	Covariogramme estimé à partir du champ de vitesses ITRF2005S3-R restreint à la plaque nord-américaine. Le covariogramme empirique apparaît en bleu, les barres d'erreur sont tracées pour un niveau de confiance de 68%. La fonction de covariance ($K_0 = 6,4 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 450 \text{ km}$) est tracée en rouge.	103
9.4	Graphique récapitulatif des covariogrammes estimés et des fonctions de covariance choisies à partir du champ de vitesses ITRF2005S3-R pour la plaque eurasiennne (en rouge) et à la plaque nord-américaine (en bleu). Les barres d'erreur sont tracées pour un niveau de confiance de 68%.	104
9.5	Champs de vitesses interpolés pour trois distances de corrélation différentes (180, 300 et 450 km). Les vitesses observées sont en rouge. Les limites de plaques PB2002 sont tracées en rose. La zone présentée est située à la limite des plaques eurasiennne et indienne. Les champs de vitesses sont exprimés par rapport à un repère plaque eurasiennne fixe.	106
9.6	Champs de vitesses interpolés pour trois distances de corrélation différentes (180, 300 et 450 km). Les vitesses en rouge sont les vitesses observées. Il s'agit d'un zoom sur le Tibet. Les champs de vitesses sont exprimés par rapport à un repère plaque eurasiennne fixe. Les ellipses d'erreur sont tracées pour un intervalle de confiance de 95%.	107
9.7	Champ de vitesses résiduelles interpolé pour une fonction de covariance ($K_0 = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 300 \text{ km}$). Les vitesses de ITRF2005S3-R sont en rouge. Les vitesses interpolées sont en bleu. L'intervalle de confiance des ellipses d'erreur est de 68%. Les champs de vitesses sont exprimés par rapport à un repère plaque eurasiennne fixe. Les cercles bleus autour des stations de ITRF2005S3 ont un rayon égal à la distance de corrélation, à savoir 300 km.	108
9.8	Champ de vitesses résiduelles interpolé pour une fonction de covariance ($K_0 = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 300 \text{ km}$) en Europe de l'Ouest. Les vitesses de ITRF2005S3-R sont en rouge. Les vitesses interpolées sont en bleu. L'intervalle de confiance des ellipses d'erreur est de 68%. Les champs de vitesses sont exprimés par rapport à un repère plaque eurasiennne fixe.	109

9.9	Champ de vitesses résiduelles interpolé pour une fonction de covariance ($K_0 = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 300 \text{ km}$) en Asie. Les vitesses de ITRF2005S3-R sont en rouge. Les vitesses interpolées sont en bleu. L'intervalle de confiance des ellipses d'erreur est de 68%. Les champs de vitesses sont exprimés par rapport à un repère plaque eurasienne fixe.	110
9.10	Carte des vitesses des stations 80 EUREF2005Pole utilisées pour l'estimation du pôle de rotation.	113
9.11	Carte des vitesses résiduelles des stations 80 EUREF2005Pole utilisées pour l'estimation du pôle de rotation.	113
9.12	Covariogramme empirique (en bleu) estimé à partir du champ de vitesses EUREF2005S3-R. Les barres d'erreur sont tracées pour un niveau de confiance de 68%. La fonction de covariance ($K_0 = 1,36 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{an}^2, a = 150 \text{ km}$) est tracée en rouge. . . .	114
9.13	Carte des vitesses résiduelles des stations de la sélection EUREF2005S3.	116
9.14	Champ de vitesses horizontales interpolé. En rouge, les stations de la sélection EUREF2005S3. En bleu, le champ de vitesses interpolés aux noeuds de la grille de un degré par un degré.	117
10.1	Carte des plaques tectoniques prises en compte pour l'application de la condition de non rotation.	126

Table des figures

Liste des tableaux

6.1	Liste des plaques ayant au moins une station de la sélection ITRF2005S3.	54
6.2	Comparaison de trois stratégies d'estimation du modèle de plaques. Les pôles de rotation sont exprimés dans l'ITRF2005.	58
6.3	Modèle de plaques estimé à partir de la sélection ITRF2005Pole et exprimé dans l'ITRF2005.	61
6.4	Paramètres de transformation entre l'ITRF2005 et l'ITRF2000 (Source : [Altamimi et al. 2007]).	62
6.5	Tableau récapitulatif des estimations A_{00} et A_{05}	63
6.6	Tableau comparatif des pôles de rotation estimés dans l'ITRF2000 et dans l'ITRF2005. A_{05} est la solution ITRF2005Pole exprimée dans l'ITRF2005 et A_{00} est la solution ITRF2005Pole exprimée dans l'ITRF2000.	64
6.7	Tableau récapitulatif des estimations A_{00}, B_{00} et C_{00}	65
6.8	Tableau comparatif des pôles de rotation estimés à partir de trois solutions dans l'ITRF2000. A_{00} est la solution ITRF2005Pole exprimée dans l'ITRF2000, B_{00} est la solution des 51 stations utilisées pour estimer le modèle à 6 plaques dans l'ITRF2000 exprimée dans l'ITRF2000 et C_{00} est une extraction des 51 stations à partir de la solution ITRF2005Pole exprimée dans l'ITRF2000. Les trois modèles estimés sont exprimés dans l'ITRF2000.	67
6.9	Tableau comparatif des pôles de rotation estimés par la solution ITRF2005Pole dans l'ITRF2000 et le modèle GSRM-NNR-2 [Kreemer et al. 2006]. A_{00} est la solution ITRF2005Pole exprimée dans l'ITRF2000. Les vecteurs rotations de GSRM-NNR-2 [Kreemer et al. 2006] sont également exprimés dans l'ITRF2000.	68
9.1	Récapitulatif des champs de vitesses.	101
9.2	Tableau récapitulatif des paramètres des fonctions de covariance déterminées pour l'Eurasie et l'Amérique du Nord.	105
10.1	Tableau des surfaces (en % de la surface terrestre) occupées par les plaques tectoniques prises en compte pour l'application de la condition de non rotation. Les plaques marquées d'un rond \circ sont celles qui ont un pôle de rotation défini dans le modèle NNR-NUVEL1A. Les plaques marquées d'un symbole \surd sont celles qui ont un pôle de rotation défini dans l'ITRF2005. Les plaques marquées d'un symbole \star sont celles pour lesquelles il a été possible d'interpoler le champ de vitesses.	127

10.2	Vitesses angulaires entre l'ITRF2005 et le repère NNR. Les valeurs pour AP-KIM2005P et GSRM-2 sont issues de [Altamimi et al. 2007].	129
A.1	Liste des stations de la solution ITRF2005S3 triées par numéro DOMES. Pour chaque station, on a le numéro DOMES, le code à 4 caractères de la station, ses coordonnées géographiques (λ, ϕ) , la vitesse horizontale (V_e, V_n) exprimée dans l'ITRF2005, les écart-types sur les composantes de la vitesse (σ_{V_e}) et (σ_{V_n}) , la corrélation $\rho_{V_e V_n}$ entre les composantes V_e et V_n , et les vitesses résiduelles obtenues en retirant le mouvement dû à la plaque.	145
B.1	Liste des stations de la solution EUREF2005S3 triées par numéro DOMES. Pour chaque station, on a le numéro DOMES, le code à 4 caractères de la station, ses coordonnées géographiques (λ, ϕ) , la vitesse horizontale (V_e, V_n) exprimée dans l'ITRF2005, les écart-types sur les composantes de la vitesse (σ_{V_e}) et (σ_{V_n}) , la corrélation $\rho_{V_e V_n}$ entre les composantes V_e et V_n , et les vitesses résiduelles obtenues en retirant le mouvement dû à la plaque.	149

Résumé

La définition du Repère International de Référence Terrestre (ITRF) telle qu'elle est recommandée par les conventions du Service International de Rotation de la Terre et des Systèmes de Référence (IERS) nécessite d'appliquer une condition de non rotation globale (NNR) portant sur les mouvements horizontaux de la croûte terrestre afin de définir l'évolution temporelle de l'orientation de l'ITRF. Le repère NNR est défini de manière cinématique en imposant que le moment cinétique global de la croûte terrestre par rapport au repère soit nul. A ce jour, cette condition est définie implicitement par l'alignement de l'ITRF sur le modèle géophysique de tectonique des plaques NNR-NUVEL1A.

Cependant, la présence d'un nombre important de sites dans l'ITRF2005 permet d'obtenir un modèle cinématique des plaques majeures basé uniquement sur les données de géodésie spatiale.

La problématique de cette thèse est d'appliquer explicitement la condition NNR à partir du champ de vitesses de l'ITRF2005 uniquement. Or, l'application de la condition NNR nécessite la connaissance du champ de vitesses en tout point de la croûte terrestre, il est donc nécessaire d'interpoler le champ de vitesses sur toute la Terre.

Pour cela, une méthode permettant d'interpoler un champ de vitesses horizontales a été développée. Elle est basée sur la collocation par moindres carrés. La Terre est supposée sphérique. L'interpolation est menée plaque par plaque ; le mouvement rigide de chaque plaque étant retiré au préalable. Afin de tenir compte de la géométrie du mouvement, et de définir un modèle de covariance indépendant du système de coordonnées restant valide sur de grandes zones d'études, ce sont sur les vitesses angulaires et non sur les vitesses horizontales que porte l'interpolation.

Les pôles de rotation décrivant la cinématique de quinze plaques sont déterminés à partir du champ de vitesses de l'ITRF2005. Le champ de vitesses de l'ITRF2005 est interpolé sur dix plaques ayant suffisamment de données. La rotation entre l'ITRF2005 et le repère NNR est estimée en utilisant le champ de vitesses interpolé. Cette rotation est finalement appliquée au champ de vitesses de l'ITRF2005 afin qu'il remplisse la condition NNR.

Enfin, la méthode développée est également appliquée à l'interpolation du champ de vitesses du réseau GPS permanent d'EUREF dans le cadre du projet Dense European Velocity Field.

Mots-clés: ITRF, Tectonique des plaques, Condition de non rotation globale, Interpolation, Collocation.

Abstract

As recommended by the Conventions of the International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS), the ITRF datum definition imposes the application of the No-Net-Rotation condition over the horizontal motion of the Earth crust allowing to define the time evolution of its orientation. The NNR frame is kinematically defined by imposing null angular momentum of the Earth crust with respect to the frame. Up to now, the NNR condition is implicitly defined by aligning the ITRF velocity field to the geophysical model NNR-NUVEL-1A.

Meanwhile the availability of a significant number of sites in the ITRF2005 allows the estimation of a kinematic model of major tectonic plates, based uniquely on space geodesy data.

The central theme of this thesis is the explicit application of the NNR condition using the ITRF2005 velocity field only. However, the NNR condition application implies the knowledge of point velocities everywhere over the Earth crust, leading to interpolate the velocity field over the entire Earth.

In order to achieve this goal, a method allowing to interpolate the velocity field was developed. It is based on the method of least squares collocation. Assuming a spherical Earth, the interpolation is operated plate by plate after removing the rigid motion beforehand.

The interpolation is applied over the angular velocity field, rather than over the horizontal velocity field itself. This allows : (1) to preserve the spherical motion characteristic of the velocity field and (2) to define a covariance model which is independant from the coordinate system and then remain valid on large areas.

The rotation poles describing the kinematic of 15 tectonic plates have been determined using the ITRF2005 velocity field. The latter is interpolated over ten plates having sufficient data. The rotation rate between the ITRF2005 and the NNR model is then estimated using the interpolated velocity field. The estimated rotation rate is then applied to the ITRF2005 velocity field in order to satisfy the NNR condition. Finally, the developed method is also applied to interpolate the velocity field of the EUREF GPS permanent network in the framework of the project Dense European Velocity Field.

Keywords: ITRF, Plate tectonic, No net rotation condition, Interpolation, Collocation.

