



**HAL**  
open science

# Etude de modèles prédictifs dans un réseau de stations GPS permanentes

Jamal Asgari

► **To cite this version:**

Jamal Asgari. Etude de modèles prédictifs dans un réseau de stations GPS permanentes. Astrophysique [astro-ph]. Observatoire de Paris, 2005. Français. NNT : . tel-02071417

**HAL Id: tel-02071417**

**<https://hal.science/tel-02071417>**

Submitted on 18 Mar 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Doctorale Astronomie & Astrophysique d'Ile de France

THESE DE DOCTORAT DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS  
~~EN DYNAMIQUE DES SYSTEMES GRAVITATIONNELS~~

ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE - MENTION GEODESIE

ETUDE DE MODELES PREDICTIFS DANS UN RESEAU DE  
STATIONS GPS PERMANENTES

Présentée par

JAMAL ASGARI

Cette thèse a été soutenue le 28 novembre 2005.

Le jury était constitué de :

M. Pierre EXERTIER	OCA	(Président du jury)
M. Bertrand MERMINOD	EPFL	(Rapporteur)
M. François PEYRET	LCPC	(Rapporteur)
Mme. Nicole CAPITAINE	OPM	(Examinateur)
M. Pierre BRIOLE	IPGP	(Examinateur)
M. Michel KASSER	IGN/ENSG	(Directeur)
M. Alain HARMEL	IGN/SGN	(Codirecteur)



A Nayer et Nazanine *pour leur sacrifices et leur patience*  
A Yasmine *pour la joie qu'elle m'a apportée*

# Remerciements

Cette thèse a été financée par le ministère de la science, de la recherche et de la technologie iranien. Elle s'est déroulée au sein l'Institut Géographique National sous la direction pédagogique de l'Observatoire de Paris.

Je souhaite remercier tout ceux qui ont contribué ou m'ont encouragé à la réalisation de cette thèse.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse Michel Kasser de m'avoir proposé cette thèse et de m'avoir aidé à réaliser cette étude au sein de SGN.

Je souhaite remercier mon co-directeur de thèse Alain Harmel pour son aide, sa disponibilité et ses compétences scientifiques qui m'ont permis de mener à bien cette thèse.

Je voudrais remercier mes rapporteurs Bertrand Merminod et François Peyret d'avoir rapporté ma thèse, aussi que Pierre Exertier, Pierre Briole et Nicole Capitaine pour avoir accepté d'être membres de jury.

Tous mes remerciements à Samuel Branchu pour son encouragement, et pour avoir corrigé les innombrables fautes d'orthographe de cette thèse.

Je remercie Madjid Abbasi qui est toujours présent à mes côtés depuis mon entrée à l'université pour m'encourager. Dans ce travail il m'a aidé pour la correction de la partie sur le LSSA.

Je remercie également tout le personnel du Service de Géodésie et Nivellement de l'IGN qui m'a accueilli et soutenu pendant ces années.

Je remercie mes parents et les membres de ma famille qui m'ont encouragé et soutenu de loin.

Enfin je n'aurais jamais terminé cette thèse sans mon épouse. Mille mercis à elle et à mes enfants.

# ETUDE DE MODELES PREDICTIFS DANS UN RESEAU DE STATIONS GPS PERMANENTES

## Résumé

Nous avons réalisé cette thèse en deux parties. Les motivations de la première partie de l'étude sont : l'investigation de la modélisation spatiale et temporelle des erreurs du GPS et l'étude de leur validité, en mettant l'accent sur les applications temps réel de réseau et les traitements non différentiels.

Dans la deuxième partie, il s'agit de la théorie des traitements non différentiels, le Positionnement Ponctuel Précis (PPP), et le développement dans l'IDE de *MATLAB* de *GPSS*, logiciel de PPP.

Les réseaux GPS sont en train de se développer rapidement dans le monde. En France, le service public de l'IGN (Institut Géographique National) a établi le Réseau GPS Permanent RGP<sup>1</sup>. Ses applications touchent différents domaines à différents niveaux de précision. Les applications en temps réel (DGPS, RTK) du RGP sont l'un des objectifs principaux de l'IGN. Dans ce concept, il faut gérer ou éliminer les biais correctement. Dans cette étude l'utilisation multi-référence du réseau avec l'établissement de modèles d'interpolation des différentes erreurs affectant les mesures GPS est examinée. Les méthodes de filtrage comme le filtrage de Kalman, la collocation et le krigeage sont étudiées.

L'ionosphère affecte les ondes électromagnétiques en induisant un délai de transmission additionnel. Cet effet dépend du contenu total en électrons (TEC)<sup>2</sup> et de la fréquence des ondes. Les méthodes de modélisation de l'ionosphère, employant les données des réseaux GPS, ont été beaucoup étudiées ces dernières années.

L'analyse spectrale des moindres carrés (LSSA<sup>3</sup>) est appliquée aux séries temporelles correspondant aux valeurs de TEC de quatre années. Ces données sont obtenues à partir des modèles ionosphériques calculés par le logiciel de Berne pour les stations du RGP. Nous avons écrit les codes *MATLAB* nécessaires pour exploiter ces données, pour leur analyse spectrale, ainsi que pour l'établissement d'un modèle de prédiction. Ces analyses montrent que le spectre des données contient des périodes de 1 jour, 12 heures et 8 heures.

Pour le positionnement absolu à partir du code, la validité de plusieurs modèles ionosphériques est étudiée, en examinant leur efficacité sur les données GPS réelles. En outre une nouvelle méthode d'établissement d'une grille ionosphérique pour la prévision du TEC est présentée. Ce modèle est basé sur les résultats de l'analyse spectrale des moindres carrés d'une série de quatre ans de données ionosphériques. Les grilles prédites pourront être diffusées par Internet pour des utilisations mono-fréquence du GPS.

Les essais numériques d'interpolation par collocation et krigeage sont réalisés pour la partie résiduelle du délai troposphérique. L'interpolation des autres erreurs peut être effectuée de façon similaire.

*GPSS*<sup>4</sup> est un logiciel de Positionnement Ponctuel Précis (PPP) qui utilise les données brutes au format RINEX<sup>5</sup> et les éphémérides précises. Avec cette méthode, en plus du

---

<sup>1</sup> <http://rgp.ign.fr>

<sup>2</sup> Total Electron Content

<sup>3</sup> Least Squares Spectral Analysis

<sup>4</sup> GPS Software

<sup>5</sup> Receiver INdependent EXchange format

positionnement absolu, nous pouvons estimer la valeur totale du délai troposphérique. Avec l'arrivée de la nouvelle fréquence  $L5$  et les améliorations des orbites pour le temps réel cette méthode est très prometteuse.

Développer le logiciel dans l'environnement de *MATLAB* présente l'avantage de la rapidité des tests et de la programmation scientifique avec ce langage. Nous avons développé toutes les fonctions nécessaires à ces calculs, plus des utilitaires de visualisation des données et des résultats. À la différence du positionnement relatif, les erreurs corrélées ne sont pas éliminées dans le PPP. Les fonctions de calcul de ces corrections ("*Phase Wind Up*", excentricité de phase du satellite, correction de marée terrestre, etc. ) font partie du logiciel.

# STUDY OF PREDICTIVE MODELS IN A NETWORK OF GPS PERMANENT STATIONS

## Abstract

This thesis consists of two parts with various objectives. The motivations of the first part of the study are : investigation of the GPS spatial and temporal error models, and study of their validity, emphasizing on the network real time applications and the non-differential processings.

In the second part the theory of non-differential positioning is studied and the development of non-differential GPS processing software in the *MATLAB* IDE is presented.

The permanent GPS networks are being developed quickly all around the world. In France, IGN (Institut Géographique National) established a Permanent GPS network (Réseau GPS Permanent RGP<sup>1</sup>) as a public service. Its applications pertain to various fields and precision levels. The real time applications (DGPS, RTK) of RGP is one of the main objectives of IGN. In order to perform this kind of applications, it is necessary to correct or eliminate biases and errors. In this study, we investigated the multi-reference use of the network with establishment of interpolation models of the various errors affecting GPS measurements. Filtering and adjustment methods like Kalman filter, collocation, and kriging are studied.

The ionosphere affects the electromagnetic waves by inducing an additional transmission time delay. This effect depends on the Total Electron Content (TEC) and on the wave frequency. Methods for ionospheric modeling, using the data of GPS networks, were developed during the last years. The Least Squares Spectral Analysis (LSSA) is applied to a 4 years series of TEC values. These data stem from ionospheric models calculated for the RGP network using the Bernese 4.2 software.

MATLAB programs were wrote to exploit these data for spectral analysis and for the establishment of a prediction model. These analyses show that the data spectrum contains 1 day, 12 hours and 8 hours periods. For absolute positioning using code pseudoranges, the validity of several ionospheric models is studied, by verifying their effectiveness for real data. Moreover we present a new computation method of ionospheric grids for the prediction of TEC values. This model relies on the least squares spectral analysis of a 4 years series of ionospheric data. The predicted grids could be diffused by Internet and be used in single frequency applications.

The numerical tests of interpolation via collocation and kriging were performed for the residual part of the tropospheric delay. The interpolation of other errors may be done in a similar manner.

The so-called *GPS Software (GPSS)* is developed in this thesis. It is a Precise Point Positioning (PPP) software which uses raw data in RINEX<sup>2</sup> format and precise ephemeris. It includes additional visualizations and data quality controls tools. By PPP method, together with absolute positioning, we can estimate the value of the total tropospheric delay. One could also import the tropospheric delay stemming from networks data computation.

The GPS new civilian frequency L5 and the improvement of orbit determination for real time applications will reinforce the importance of this method.

---

<sup>1</sup> <http://rgp.ign.fr>

<sup>2</sup> Receiver INdependent EXchange format

Moreover, the advantage of developing the software in the MATLAB IDE is the speed of scientific testing and programming with this language. We developed all the base functions for this software. Unlike the relative positioning, the correlated errors are not eliminated in the PPP. Functions for computing these corrections (phase wind up, satellite phase center offset, earth tide correction, etc.) are included in the software.

# Acronymes

AS Antispoofing  
C/A Coarse Acquisition  
CS Control Station  
DCB Differential Code Bias  
DGPS Differential GPS  
DOP Dilution of Precision  
DoD Department of Defense  
ECEF Earth Centered Earth Fixed  
EKF Extended Kalman Filter  
FM Frequency Modulation  
GDOP Geometric Dilution of Precision  
GLONASS Global Orbiting Navigation Satellite System  
GNSS Global Navigation Satellite System  
GPS Global Positioning System  
GSM Global System for Mobile Communications  
HDOP Horizontal Dilution of Precision  
HOW Hand Over Word  
IAG International Association of Geodesy  
ICAN International Commission for Aerial Navigation  
IERS International Earth Rotation Service  
IGN Institut Géographique National  
IGS International GNSS Service  
INS Inertial Navigation System  
IODC Issue of Data,Clock  
IODE Issue of Data,Ephemeris  
ITRF International Terrestrial Reference Frame  
ITRS International Terrestrial Reference System  
LAAS Local Area Augmentation System  
LADGPS Local Area Differential GPS  
LAMBDA Least squares AMBiguity Decorrelation Adjustment  
LSS Least Squares Spectrum  
LSSA Least Squares Spectral Analysis  
LST Least Squares Transform  
MJD Modified Julian Date  
NACA Advisory Committee for Aeronautics  
NAVSTAR Navigation Satellite Timing and Ranging

NGS National Geodetic Survey  
NMEA National Marine Electronics Association  
OTAN Organisation du traité de l'Atlantique Nord  
PPP Precise Point Positioning  
PPS Precise Positioning Service  
RGP Réseaux GPS Permanent  
RINEX Receiver Independent Exchange Format  
RTCM Radio Technical Commission For Maritime Services  
RTK Real Time Kinematic  
SGN Service de Géodésie et Nivellement  
SLM Single Layer Model  
SNR Signal to Noise Ratio  
SP3 Standard Format # 3  
SVN Space Vehicle Number  
TDOP Time Dilution of Precision  
TECU TEC Unit  
TEC Total Electron Content  
TGD Differential (Time) Group Delay  
TLM Telemetry word  
TOW Time of Week  
UTM Universal Transverse Mercator  
VDOP Vertical Dilution of Precision  
VRS Virtual Reference Station  
WAAS Wide Area Augmentation System  
WADGPS Wide Area Differential GPS  
WGS World Geodetic System  
ZPD Zenith Path Delay

---

---

# Table des matières

---

<b>Résumé</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>17</b>
<b>I<sup>er</sup> PARTIE</b>	<b>19</b>
<b>2 Les signaux GPS</b>	<b>23</b>
2.1 NAVSTAR GPS . . . . .	23
2.2 Principe de fonctionnement . . . . .	23
2.3 Les ondes électromagnétiques . . . . .	24
2.4 Caractéristiques des signaux GPS . . . . .	25
2.4.1 Les codes PRN . . . . .	26
2.4.2 Message radiodiffusé . . . . .	27
2.4.3 Structure détaillée du signal . . . . .	27
2.5 Les récepteurs GPS . . . . .	28
2.6 Les observables . . . . .	28
<b>3 Les réseaux permanents</b>	<b>31</b>
3.1 Introduction . . . . .	31
3.2 Réseau IGS . . . . .	32
3.2.1 IGS : Structure et aspect opérationnel . . . . .	32
3.3 Réseau Permanent Européen EUREF . . . . .	33
3.4 Réseau GPS Permanent RGP . . . . .	33
3.5 Réseau GPS permanent dans les alpes REGAL . . . . .	35
<b>4 Erreurs et biais des mesures GPS</b>	<b>37</b>
4.1 Introduction . . . . .	37
4.2 Les effets atmosphériques . . . . .	37

4.3	Erreurs d'orbite et horloge des satellites . . . . .	38
4.3.1	Les orbites précises de l'IGS . . . . .	39
4.3.2	Interpolation de Lagrange . . . . .	40
4.4	Effet relativiste . . . . .	42
4.5	Décalage du centre de phase des satellites . . . . .	42
4.6	Variation du centre de phase du récepteur . . . . .	45
4.7	Phase wind up . . . . .	45
4.8	Délai différentiel de groupe TGD et biais différentiel de code . . . . .	46
4.9	Effet de marée terrestre . . . . .	48
4.10	Effet de surcharge océanique . . . . .	51
4.11	Bruit du récepteur . . . . .	52
4.12	Multi-trajet . . . . .	53
4.13	Saut de cycle . . . . .	55
4.13.1	Combinaison des mesures pour la détection des sauts de cycle . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Délai ionosphérique</b> . . . . .	<b>57</b>
5.1	Introduction . . . . .	57
5.1.1	Indice de réfraction de l'ionosphère . . . . .	57
5.1.2	Délai de groupe ionosphérique . . . . .	59
5.2	Modélisation de l'ionosphère . . . . .	59
5.2.1	Modèle ionosphérique radiodiffusé de Klobuchar . . . . .	59
5.3	Calcul du retard ionosphérique à partir des mesures GPS . . . . .	60
5.3.1	Combinaison indépendante de la géométrie . . . . .	60
5.3.2	Modèle ionosphérique avec simple couche . . . . .	62
5.3.3	Modèle local . . . . .	62
5.3.4	Modèle global . . . . .	63
5.3.5	Modèle ionosphérique tomographique . . . . .	63
5.3.6	Comparaison de différents modèles ionosphériques . . . . .	65
5.3.7	Test de validité des modèles ionosphériques . . . . .	66
5.4	Modèle prédictif ionosphérique à base d'analyse spectrale des moindres carrés . . . . .	66
5.4.1	Analyse spectrale des moindres carrés . . . . .	66
5.4.2	La transformation des moindres carrés . . . . .	68
5.4.3	Spectre des moindres carrés . . . . .	69
5.4.3.1	LSS : estimation indépendante . . . . .	69
5.4.4	Données ionosphériques et stratégie d'analyse LSS . . . . .	70
5.4.5	Analyse LSS des données ionosphériques . . . . .	72
5.4.6	LSS des données sans retrait de tendance . . . . .	73
5.4.7	LSS des données avec retrait de tendance linéaire . . . . .	74

5.4.8	Construction du modèle harmonique . . . . .	74
5.4.9	Prévision d'erreurs ionosphériques . . . . .	76
5.4.10	Etablissement d'une grille de prédiction ionosphérique . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Décali troposphérique</b>	<b>79</b>
6.1	Introduction . . . . .	79
6.2	Les modèles de troposphère . . . . .	80
6.2.1	Le modèle de Saastamoinen . . . . .	81
6.2.2	Le modèle de Hopfield . . . . .	82
6.2.3	Le modèle troposphérique de l'OTAN . . . . .	82
6.3	Les fonctions d'élévation . . . . .	83
6.3.1	Fonction de Marini . . . . .	83
6.3.2	Fonction de Chao . . . . .	84
6.3.3	Fonction de Herring . . . . .	84
6.3.4	Fonction de Niell . . . . .	84
6.4	Allongement troposphérique et GPS . . . . .	86
6.4.1	Estimation du décali troposphérique par GPS . . . . .	86
6.5	Interpolation des erreurs de réseau . . . . .	87
6.5.1	Krigeage . . . . .	87
6.5.1.1	Krigeage ordinaire . . . . .	88
6.5.1.2	Krigeage universel . . . . .	90
<b>II<sup>e</sup></b>	<b>PARTIE</b>	<b>94</b>
<b>7</b>	<b>Positionnement Ponctuel Précis</b>	<b>97</b>
7.1	Introduction . . . . .	97
7.2	Le modèle mathématique . . . . .	98
7.3	Filtrage de Kalman . . . . .	104
7.3.1	Les équations du filtre de Kalman classique . . . . .	104
7.3.2	Filtre de Kalman étendu . . . . .	106
7.3.3	Modèle discret de Gauss-Markov . . . . .	106
7.3.4	Modèle dynamique . . . . .	108
7.3.4.1	Modèle dynamique étendu . . . . .	110
7.4	Poids des mesures . . . . .	113
7.5	Mise en oeuvre du filtre . . . . .	114
7.6	ITRF . . . . .	116
7.6.1	ITRF et GPS . . . . .	116
7.7	Corrections du positionnement non différentiel . . . . .	116

7.7.1	Effets satellitaires . . . . .	117
7.7.2	Effets de déplacement du site . . . . .	117
7.8	PPP monofréquence . . . . .	117
7.9	Présentation de la boîte à outils MATLAB . . . . .	118
7.9.1	Le logiciel GPSS Version 1.00 . . . . .	118
7.9.2	Les fonctions de GPSS . . . . .	118
7.10	Analyses numériques . . . . .	123
7.10.1	Traitement journalier . . . . .	124
7.10.2	Traitement d'une semaine . . . . .	128
7.10.3	Estimation de la troposphère . . . . .	130
7.10.4	Application aux mouvements de la croûte terrestre . . . . .	131
7.10.5	Traitement mono fréquence . . . . .	133
7.10.6	Positionnement cinématique . . . . .	135
7.10.7	Trajectographie cinématique . . . . .	137
<b>8</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>139</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>149</b>
<b>A</b>	<b>Le logiciel GPSS</b>	<b>151</b>
<b>B</b>	<b>Filtrage de Kalman</b>	<b>193</b>
B.1	Introduction . . . . .	193
B.2	Formulation discrète des systèmes dynamiques . . . . .	194
B.2.1	Algorithme récursif . . . . .	194
B.3	Discussion . . . . .	197
B.4	Filtre adaptatif de Kalman . . . . .	198

---

---

# Table des figures

---

2.1	a- Onde polarisée linéairement.                      b- Onde polarisée circulairement. . .	24
2.2	Le spectre des ondes électromagnétique. . . . .	25
2.3	Les signaux GPS. . . . .	27
3.1	Réseau IGS . . . . .	32
3.2	Réseau EUREF . . . . .	33
3.3	Réseau RGP (état du réseau en 14 octobre 2005). . . . .	35
3.4	Réseau REGAL. . . . .	36
4.1	Les divisions de l'atmosphère terrestre. . . . .	38
4.2	Différence entre les éphémérides précises et radiodiffusées. . . . .	39
4.3	Ecarts entre les coordonnées du satellite PRN1 pour le début de la journée avec l'interpolation de Lagrange de degré 9 avec ou sans éphémérides de la veille. Les coordonnées sont relatives au jour 3 de la semaine GPS 1341 avec les éphémérides igs13413.sp3 et igs13412.sp3+igs13413.sp3,). Le deuxième schéma est un zoom sur les deux premières heures. . . . .	41
4.4	Ecarts entre les coordonnées du satellite PRN1 pour la fin de journée avec l'interpolation de Lagrange de degré 9 avec ou sans éphémérides du lendemain. Les coordonnées sont relatives au jour 3 de la semaine GPS 1341 avec les éphémérides igs13413.sp3 et igs13413.sp3+igs13414.sp3,). Le deuxième schéma est un zoom sur la dernière demi-heure. . . . .	41
4.5	Correction relativiste des signaux GPS . . . . .	42
4.6	Calibration d'une antenne GPS par observation d'une ligne de base de référence, pour obtenir la variation relative du centre de phase. . . . .	45
4.7	Effet de <i>Phase wind-up</i> . . . . .	47
4.8	Relation entre TGD et DCB. . . . .	48
4.9	Corrections (en mètres) de marée terrestre due à la lune et au soleil en fonction du temps (en haut à gauche) et de la position (les trois autres schémas). En haut à droite : altitude, en bas à gauche : latitude, en bas à droite : longitude. . . . .	49

4.10	Déplacement de la croûte terrestre dû à la surcharge océanique. Issu du site web de KMS ( <i>National survey and cadastre</i> , Danemark). . . . .	51
4.11	Effet du multi trajet. Les lignes bleues (gras) représentent les ondes RHCP et les rouges (tirets) les LHCP. . . . .	53
4.12	Les observables du multi-trajet. . . . .	54
4.13	Combinaison de résidus ionosphériques, double différence de code et de phase, sans géométrie, pour le saut de cycle. . . . .	56
4.14	Les observables de simple différence OMC. . . . .	56
5.1	Les Valeurs Moyennes de TEC . . . . .	58
5.2	Modèle ionosphérique à une seule couche. . . . .	60
5.3	Traces des satellites sur la couche ionosphérique pour différentes stations. . . . .	61
5.4	Modèle ionosphérique local. . . . .	62
5.5	Modèle harmonique global. . . . .	63
5.6	Tomographie d'ionosphère. . . . .	64
5.7	Comparaison de modèles ; Klobuchar, Local (RGP), et Global (CODE) pour station mlvl 084, 2004 avec différents azimuts et angles zénithaux. . . . .	65
5.8	Divergence de L4 pour la station SMNE, jour 84, année 2004, a: Données brutes, b: Corrigées avec le modèle de Klobuchar, c: Corrigées avec un modèle polynomial (RGP) et, d: Corrigées avec un modèle harmonique global (CODE) . . . . .	67
5.9	Les valeurs de TEC pour $\varphi = 42^\circ$ , $\lambda = 10^\circ$ et les valeurs moyennes de chaque mois. . . . .	71
5.10	Spectre de TEC pour le point $\varphi = 42^\circ$ , $\lambda = 10^\circ$ . . . . .	71
5.11	Spectre de données après retrait de la période d'un jour . . . . .	72
5.12	Spectre de données après retrait des périodes de 1 et 1/2 jour. . . . .	72
5.13	a) Composant $E_{oo}$ comme données originales, b) Spectre des moindres carrés jusqu'à la période de 400 jours, c) Spectre des basses périodes. . . . .	73
5.14	a) Tendence linéaire estimée, et valeurs de TEC, b) Spectre des moindres carrés, c) Spectre des basses périodes. . . . .	74
5.15	Construction du modèle harmonique a Données originales $E_{oo}$ (les +), tendance linéaire, et données après enlèvement de tendance(les points). <b>b-d</b> Données(+), fonction trigonométrique(points), et résidus (ligne en gras) pour les périodes suivantes : <b>b</b> une journée, <b>c</b> une demi-journée, <b>d</b> Huit heures. (la série de données pour chaque étape est constituée par les résidus de l'étape précédente.) . . . . .	76
5.16	Résidus des prévisions du TEC. La ligne en gras montre les résidus du modèle qui sous-tend les observation et la ligne pointillée illustre les résidus de prédiction. . . . .	77
5.17	Grille de prédiction ionosphérique. A gauche : TEC estimé avec les données réelles. A droite : TEC prédit. . . . .	78
6.1	Atmosphère standard. . . . .	80

6.2	Interpolation de la solution RGP de la troposphère avec krigeage et collocation. Les stations en rouge n'ont pas participé au calcul . . . . .	92
7.1	Géométrie récepteur-satellite. . . . .	101
7.2	Correction de distance géométrique pour la marée terrestre et la surcharge océanique. . . . .	102
7.3	Organigramme du Filtre de Kalman Étendu. . . . .	107
7.4	Organigramme du PPP . . . . .	112
7.5	Différentes fonctions de variance des mesures. . . . .	113
7.6	Comportement de l'horloge de trois types de récepteurs : SMNE :LEICA CRS1000, TRYS :TRIMBLE 4000SSI, et AJAC :ASHTECH Z-XII3. . . . .	115
7.7	L'environnement GPSS . . . . .	118
7.8	Solution PPP pour la station SMNE jour 84 année 2004. . . . .	125
7.9	Solution absolue avec Code iono-free pour la station SMNE jour 84 année 2004. . . . .	125
7.10	Délai troposphérique ZPD avec PPP pour la station SMNE jour 84 année 2004. . . . .	125
7.11	Erreur d'horloge du récepteur avec PPP et code pour la station SMNE jour 84 année 2004. . . . .	126
7.12	Résidus Nord-Est de la solution PPP pour la station SMNE jour 84 année 2004. . . . .	126
7.13	Résidus des ambiguïtés pour le satellite PRN04. Solution PPP pour la station SMNE jour 84 année 2004. . . . .	126
7.14	Résidus des ambiguïtés pour le satellite PRN07. Solution PPP pour la station SMNE jour 84 année 2004. . . . .	127
7.15	résidus 3D de la solution code (gauche) et PPP (droit) pour la station SMNE jour 84 année 2004. . . . .	127
7.16	Traitement d'une semaine : résidus E. . . . .	129
7.17	Traitement d'une semaine : résidus N. . . . .	129
7.18	Traitement d'une semaine : résidus H. . . . .	129
7.19	Délai troposphérique estimé avec des coordonnées précises pour la station SMNE (sans estimation des coordonnées) jour 270 année 2004. . . . .	130
7.20	Délai troposphérique estimé avec estimation des coordonnées de la station SMNE jour 270 année 2004. . . . .	130
7.21	Délai troposphérique estimé avec des coordonnées précises pour la station SMNE (sans estimation de coordonnées) jour 84 année 2004. . . . .	131
7.22	Délai troposphérique estimé avec estimation des coordonnées pour la station SMNE jour 84 année 2004. . . . .	131
7.23	Solution PPP pour la station smne pendant 2 ans (Jan. 2003-Dec.2004). Mouvement de la station dans la direction est. . . . .	132
7.24	Solution PPP pour la station smne pendant 2 ans (Jan. 2003-Dec.2004). Mouvement de la station dans la direction nord. . . . .	132

7.25	Solution PPP pour la station smne pendant 2 ans (Jan. 2003-Dec.2004). Mouvement de la station en altitude . . . . .	132
7.26	Solution code (gauche) et PPP mono fréquence (droit) pour la station SMNE jour 270 année 2004. . . . .	133
7.27	Solution PPP pour la station SMNE jour 270 année 2004. . . . .	134
7.28	Solution code pour la station SMNE jour 270 année 2004. . . . .	134
7.29	Résidus 3D de la solution de code et PPP cinématique pour la station AJAC jour 270 année 2004. . . . .	135
7.30	Résidus EN de la solution PPP cinématique pour la station AJAC jour 270 année 2004. . . . .	136
7.31	Résidus H de la solution PPP cinématique pour la station AJAC jour 270 année 2004. . . . .	136
7.32	Trajet et altitude d'avion. . . . .	137
7.33	Différence entre les solution de code (lissée) et PPP. . . . .	137
7.34	Estimation de vitesse par la méthode PPP. . . . .	138
7.35	Estimation d'accélération par la méthode PPP. . . . .	138
A.1	L'environnement GPSS . . . . .	151
A.2	Résidus L4 utilisés pour les sauts de cycle. . . . .	154
A.3	Estimation de DOP par GPSS. . . . .	156
A.4	Les sorties de SINGDIF.M; Simple différence C/A et L2; Double différence C/A et L2; et Triple différence C/A et L2; Tous sont observées moins calculées (OMC) . . . . .	185
A.5	Les sorties de SINGDIF.M; T_cycle, T_wide, et T_Geo . . . . .	186
B.1	Schéma de Filtrage de Kalman. . . . .	197

---

---

# Liste des tableaux

---

2.1	Résumé des paramètres des signaux GPS et des formats de données . . . . .	26
3.1	Les produits de l'IGS . . . . .	34
4.1	Décalages des centres de phase des antennes GPS utilisé par le NGA, dans le système de coordonnées lié au satellite en mètres. . . . .	43
4.2	Décalages des centres de phase des antennes GPS utilisé par l'IGS, dans le système de coordonnées lié au satellite en mètres. . . . .	43
4.3	Corrections des éphémérides IGS. Date : 53274.50236 MJD . . . . .	44
4.4	Amplitude et phase de déplacement de surcharge océanique pour les stations SMNE et BRST du RGP. Calculé avec le logiciel <i>KMS_ap.exe</i> de KMS ( <i>National survey and cadastre</i> , Danemark). . . . .	52
5.1	Les directions utilisées pour le calcul de TEC . . . . .	65
5.2	Résultats de la construction du modèle harmonique pour toute la période . . . . .	75
5.3	Les résultats de construction de modèle harmonique pour la période de 52348.083 JD à 52354.16 JD . . . . .	75
6.1	Exemples de valeurs empiriques des constantes $K_i$ de la réfractivité . . . . .	80
6.2	La fonction $\delta R(H, Z)$ du modèle de Saastamoinen . . . . .	81
6.3	La fonction $B(h)$ du modèle de Saastamoinen . . . . .	81
6.4	Coefficients de la fonction d'élévation hydrostatique de Niell . . . . .	85
6.5	Coefficients de la fonction d'élévation humide de Niell . . . . .	85
7.1	Récapitulation du type de modèle avec changement des valeurs du temps de corrélation et les matrices de transition obtenues . . . . .	111
7.2	Les résultats du traitement d'une semaine pour 7 stations du RGP (Unité : mètre). . . . .	128
7.3	Résultats des traitement PPP pour la station smne pour une période de deux ans (2003-2004) . . . . .	131

- 7.4 Les écarts de traitement de PPP mono-fréquence avec les coordonnées RGP officielles en mètre (différents modèles ionosphérique) pour le jour 270, année 2004 . . . . . 133
- 7.5 Résultats des traitement PPP cinématique pour la station AJAC, Jour 270 année 2004) . . . . . 135

---

# Introduction

---

Avec le nombre croissant d'applications des systèmes globaux de navigation par satellite (GNSS), en particulier le GPS, l'étude des éléments qui affectent leurs signaux, la modélisation et la prédiction de leurs effets, et les traitements des signaux ont pris beaucoup d'importance.

Les applications du GPS différentiel (DGPS) occupent une large part de ce champ de recherche. A ce sujet, la littérature classique du GPS aborde habituellement les effets qui subsistent après la différenciation, sans s'attarder sur les effets existant en positionnement absolu seulement. Cependant, certains effets, comme le *phase wind up* ou la position du centre de phase des satellites, qui ne sont pas importants pour les méthodes relatives, jouent un rôle important dans le traitement non différentiel.

Un des effets les plus importants est provoqué par la couche ionisée de l'atmosphère, l'ionosphère, qui retarde les ondes électromagnétiques qui la traversent. La connaissance de l'état de l'ionosphère est un point clé dans le développement des applications du GPS.

L'atmosphère neutre affecte aussi les signaux. Son effet est l'allongement du temps de parcours des signaux entre le satellite et le récepteur, ce qui revient à un accroissement de la distance mesurée. Les modèles de troposphère divisent ce retard en deux parties sèche et humide. La partie humide est plus difficile à modéliser et constitue un élément délicat des utilisations de très haute précision.

En mode différentiel, il est possible d'estimer la plupart des effets en s'appuyant sur un réseau GPS permanent. Une fois leur estimation effectuée pour le réseau, ils peuvent être interpolés et prédits pour la station d'un utilisateur quelconque.

Traditionnellement l'élimination des biais passe par le traitement différentiel. Le principe est l'estimation du vecteur entre une station de coordonnées connues et une station inconnue. L'inconvénient de cette méthode est l'obligation d'avoir les informations sur les stations de référence. Avec l'arrivée prochaine du système européen GALILEO, et la nouvelle bande de fréquence  $L5$  (pour les utilisateurs civils), les traitements précis non différentiels deviendront relativement importants comme une alternative aux méthodes classiques.

## Objectifs de recherche

Les objectifs de cette thèse sont divisés en deux parties :

### Partie I

- ▷ Etude des biais du GPS et de leur comportement temporel et spatial.
- ▷ Analyse spectrale de l'erreur ionosphérique.
- ▷ Etude et établissement des modèles de prédiction et d'interpolation en général, et en particulier pour les effets atmosphériques.

### Partie II

- ▷ Etude du traitement non différentiel.
- ▷ Développement de *GPSS*, logiciel de Positionnement Ponctuel Précis (PPP). Son amélioration future, l'intégration de la nouvelle fréquence *L5* et du nouveau système GALILEO font partie des objectifs futurs de l'auteur ; le logiciel est conçu pour pouvoir intégrer aisément ces développements futurs.
- ▷ Analyses numériques sur les données du RGP et vérification des résultats.

## Structure de la thèse

La thèse est divisée en deux parties de huit chapitres, et deux annexes. Ils sont formés de la manière suivante :

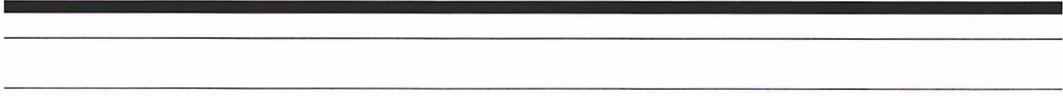
- ▷ *Le chapitre 1* est une introduction, une vue d'ensemble de la thèse.
- ▷ *Le chapitre 2* présente brièvement les signaux GPS, leurs caractéristiques, les informations envoyées par les satellites, et les observables du GPS.
- ▷ *Le chapitre 3* est une introduction sur les réseaux permanents, leurs applications et l'intérêt de leur développement. Ensuite des exemples d'application sont présentés.
- ▷ *Le chapitre 4* est consacré aux biais et erreurs des mesures. Dans ce chapitre les erreurs principales qui détériorent la qualité des mesures et les biais systématiques sont étudiés. Les erreurs du traitement non différentiel en font partie.
- ▷ *Le chapitre 5* est dédié au délai ionosphérique du GPS. L'effet ionosphérique et sa modélisation y sont expliqués. Ensuite l'analyse spectrale des données ionosphériques et un modèle prédictif sont développés.
- ▷ *Le chapitre 6* explique le délai troposphérique du GPS. La manière de gérer cette erreur est discutée ; certaines méthodes d'interpolation des erreurs de réseau sont étudiées ; des analyses numériques et des comparaisons sont effectuées. Bien que ces modèles soient présentés dans ce chapitre, ils sont valables pour l'interpolation des autres erreurs, pour les applications différentielles ou temps réel (DGPS, RTK, VRS).
- ▷ *Le chapitre 7* constitue la deuxième partie où l'on étudie la théorie des traitements non différentiels, les aspects techniques et numériques de la méthode du Positionnement Ponctuel Précis, et on présente le logiciel de traitement développé au cours de cette thèse, *GPSS*. Ensuite viennent des analyses numériques et des essais sur les observations du RGP.
- ▷ *L'annexe A* présente les fonctions du logiciel *GPSS*. Les en-têtes des codes MATLAB sont en anglais et les explications sont en français.
- ▷ *L'annexe B* présente la théorie générale du filtrage de Kalman.

---

## Contributions de cette thèse

Les contributions de cette thèse consistent en :

- ▷ La classification des biais GPS est réalisée et peut être utile pour le développement de logiciels.
- ▷ L'analyse spectrale des moindres carrés des données ionosphériques montre des composantes autres que la composante principale de période  $24h$ , notamment les composantes de périodes  $12h$  et  $8h$ .
- ▷ Les informations obtenues à partir de l'analyse spectrale des moindres carrés sont utilisées pour une nouvelle méthode d'établissement de grilles de prédiction ionosphérique.
- ▷ L'interpolation des erreurs dans un réseau est abordée et une méthode de collocation équivalente au krigeage universel est proposée. L'avantage de cette méthode sur le krigeage est que le calcul des coefficients de surface se fait une seule fois; on utilise les mêmes coefficients pour le délai troposphérique de chaque point.
- ▷ Dans la deuxième partie de cette thèse, nous avons écrit et testé un logiciel de traitement de GPS non différentiel (GPSS) dans l'EDI de MATLAB. Les essais effectués montrent des résultats initiaux satisfaisants.



# Première partie

Présentation générale du GPS,  
biais, erreurs et  
modèles prédictifs

---

# Les signaux GPS

---

## 2.1 NAVSTAR GPS

Dans les années 60, le système Transit fut le premier système opérationnel de navigation par satellite [74]. Deux autres programmes principaux ont été développés au cours des années 60 : *Timation* par le *Naval Research Laboratory* et le programme 621B par l'Organisation de l'espace et des missiles de l'Armée de l'Air Américaine. Ces deux programmes ont formellement fusionné en 1973 pour donner naissance à NAVSTAR GPS (*Navigation Satellite Timing And Ranging Global Positioning System*).

NAVSTAR GPS est un système de navigation pour toutes les conditions climatiques. Il doit répondre aux exigences des militaires : détermination précise des positions, des vitesses, du temps dans un système commun de référence, en n'importe quel point à la surface ou au-dessus de la terre de façon continue. Cette définition officielle montre l'origine militaire du GPS mais les applications civiles du GPS sont devenues très nombreuses. Il y a toutefois des restrictions imposées par l'armée américaine pour les utilisateurs civils.

## 2.2 Principe de fonctionnement

Le principe du positionnement par satellite est simple : on suppose que  $r_i$ , le vecteur de position géocentrique du satellite, est connu, et que le vecteur de position du récepteur  $\rho_k$  doit être estimé en utilisant les mesures qui contiennent des informations sur le vecteur topocentrique du satellite. Les mesures sont basées sur la réception et le traitement des ondes électromagnétiques transmises par les satellites. La position obtenue dépend des facteurs suivants :

- L'exactitude de la position du satellite
- La géométrie relative récepteur-satellite
- La précision des mesures

Les erreurs peuvent être considérablement réduites si le positionnement relatif est employé. Certaines des erreurs principales sont l'erreur d'orbite du satellite, les effets atmosphériques, le multi-trajet, et les erreurs instrumentales.

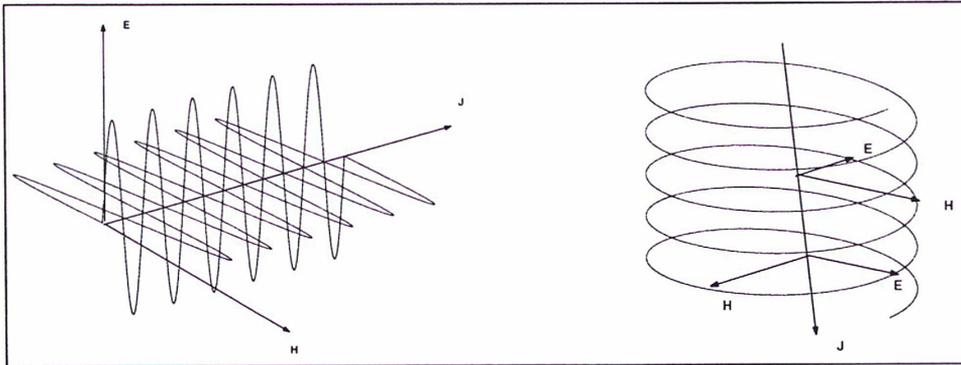


FIG. 2.1 – a- Onde polarisée linéairement.

b- Onde polarisée circulairement.

### 2.3 Les ondes électromagnétiques

Une onde électromagnétique est caractérisée par deux composantes vectorielles orthogonales : un champ électrique  $\mathbf{E}$  et un champ magnétique  $\mathbf{H}$ . Cette onde se déplace avec une vitesse  $\nu$ . Dans le vide la vitesse  $\nu$  est égale à  $c$  qui est la vitesse de la lumière

Dans un milieu isotrope la propagation d'une onde électromagnétique sinusoïdale et plane peut être écrite ainsi :

$$\vec{E}(t, x) = \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t - 2\pi \frac{1}{\lambda} j x)} = \mathbf{E}_0 e^{-i2\pi(ft - \frac{1}{\lambda} j x)} \quad (2.1)$$

Où

- $\mathbf{E}_0$  est l'amplitude,
- $t$  est le temps,
- $x$  est la position ,
- $j$  est le vecteur unité dans la direction de la propagation,
- $\lambda$  est la longueur d'onde,
- $\omega$  est la fréquence en radians/seconde,
- $f$  est la fréquence en cycles/seconde.

ou dans une forme plus complète avec introduction de la phase initiale  $\phi(t_0)$  (phase à l'origine dans l'émetteur)

$$\vec{E}(t, x) = \mathbf{E}_0 e^{-i2\pi(ft - \frac{1}{\lambda} j x + \phi(t_0))} \quad (2.2)$$

Un front d'ondes plat est un plan de phase constante à une certaine époque  $t = t_i$ . Il est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde électromagnétique. La polarisation d'une onde est le mode de vibration dans le plan de phase constante. Une onde non polarisée (telle que la lumière normale) vibre dans toutes les directions. Cependant un signal électromagnétique peut être polarisé, et les différents types de polarisations existent. Par exemple, la polarisation de l'onde dans la figure 2.1a est linéaire : direction du champ électrique est constante dans le temps (elle change seulement en amplitude). D'autres types de polarisations sont elliptique, circulaire, etc. Les signaux GPS ont une polarisation circulaire droite. Le champ électrique fait un mouvement en spirale à partir de l'émetteur vers récepteur, Figure 2.1b. La raison

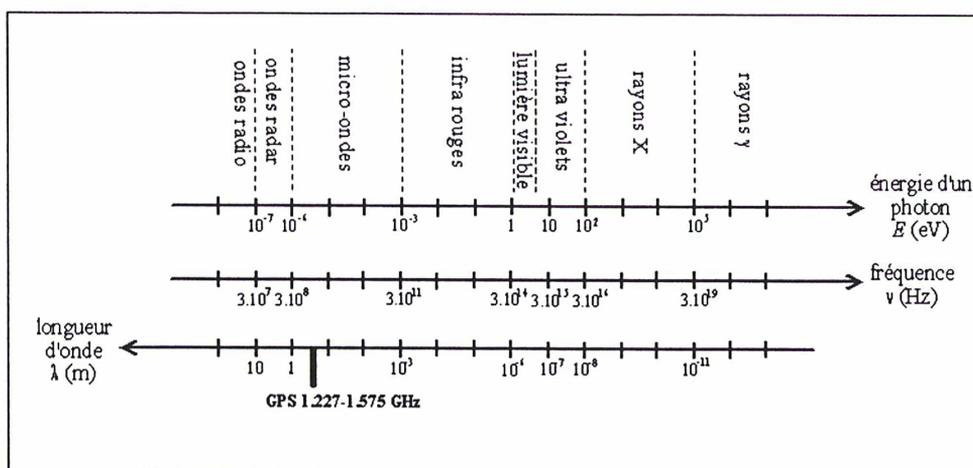


FIG. 2.2 – Le spectre des ondes électromagnétique.

de ce choix de polarisation est que les signaux GPS doivent passer l'atmosphère et le champ magnétique terrestres qui provoque l'effet de rotation de Faraday.

Ces ondes sont des ondes porteuses. Les informations (les codes) sont ajoutées sur les ondes porteuses. Cela s'appelle la modulation. La modulation peut être effectuée sur l'amplitude, la fréquence, ou la phase de l'onde porteuse. Pour le GPS la technique de modulation est la modulation biphase binaire. En raison de la modulation avec les codes, le signal GPS peut être considéré, en conséquence, comme la superposition d'un groupe, un paquet d'ondes, qui sont portées par la fréquence porteuse. La vitesse de ce groupe peut être différente de la vitesse de la phase de l'onde. Par conséquent, on distingue la vitesse de groupe et la vitesse de phase d'un signal. Dans la vide la vitesse de groupe et de phase sont égales.

Comme on peut le constater, une onde électromagnétique peut être caractérisée par quatre paramètres : amplitude, fréquence, phase, et polarisation. La modulation consiste à faire varier d'une façon contrôlée l'un des ces paramètres. Une onde électromagnétique modulée peut transmettre des informations.

## 2.4 Caractéristiques des signaux GPS

Pendant la phase de conception du GPS, parmi diverses bandes de fréquence, l'utilisation de la bande L des ondes électromagnétiques a été retenue. Cette bande de fréquence donne une puissance d'onde reçue acceptable pour une puissance d'émetteur raisonnable et permettant de couvrir toute la terre.

Les signaux radios transmis par GPS sont très complexes. La raison de cette complexité est que le GPS est un système de mesure descendant (les récepteurs sont passifs).

Les signaux GPS se composent de deux composants, Link1 ou L1, à une fréquence centrale de 1575.42 MHz, et Link2 ou L2, à une fréquence centrale de 1227.6 MHz. Chaque fréquence centrale est un multiple cohérent d'une horloge principale de

TAB. 2.1 – Résumé des paramètres des signaux GPS et des formats de données

paramètres	L1	L2
Fréquence(MHz)	$154 \times 10.23=1575.42$	$120 \times 10.23=1227.60$
Longueur d'onde(cm)	19.04	24.42

paramètres	Signal C/A	Signal P
Taux d'horloge de code	1.023 Mbps	10.23 Mbps
Longueur du code	1023 bits	$6 \times 10^{12}bits$ ; 1 semaine
Taux des données	50bps	50 bps
Porteuse	$L_1$	$L_1, L_2$

Structure des données

Subframe	Dix mots de 30-bit ; subframe de 6s
1	TLM    HOW    Bloc 1 - Correction d'horloge+ qualité de satellite
2	TLM    HOW    Bloc 2 -éphémérides
3	TLM    HOW    Bloc 3 - reste des éphémérides
4	TLM    HOW    Bloc 4 - Almanach +Ionosphère + Correction UTC
5	TLM    HOW    Bloc 5 -Almanach(25 frame pour almanach complet)

10.23 MHz donc :

$$L1 = 1575.42 \text{ MHz} = 154 \times 10.23 \text{ MHz}$$

$$L2 = 1227.6 \text{ MHz} = 120 \times 10.23 \text{ MHz}$$

La largeur de bande du signal GPS doit être environ 20 MHz pour pouvoir contenir l'information exigée. Il y a deux genres d'information ; les bruits pseudo-aléatoires (PRN<sup>1</sup>) et le message radiodiffusé.

#### 2.4.1 Les codes PRN

Les signaux GPS sont générés dans les satellites en tant qu'ondes sinusoïdales pures, puis sont modulés. Pour cela on utilise les codes PRN et les données de navigation. Dans un récepteur GPS, les mêmes codes PRN sont reproduits indépendamment. En alignant le code reproduit sur le code reçu et en connaissant l'instant de transmission du signal par le satellite, le temps de trajet et la distance entre le satellite et le récepteur peuvent être calculés.

Chaque satellite transmet deux codes PRN différents : le code C/A ou *Coarse/Acquisition* et le code P(Y) ou Précis.

Le code C/A est une série de  $2^{10} - 1 = 1023$  chiffres binaires à la période d'une milliseconde et à la longueur d'onde de 300 m. Chaque satellite envoie son propre code C/A. Il y a 32 codes C/A différents plus 4 codes C/A supplémentaires pour le secteur de commande.

<sup>1</sup> Pseudo Random Noises.

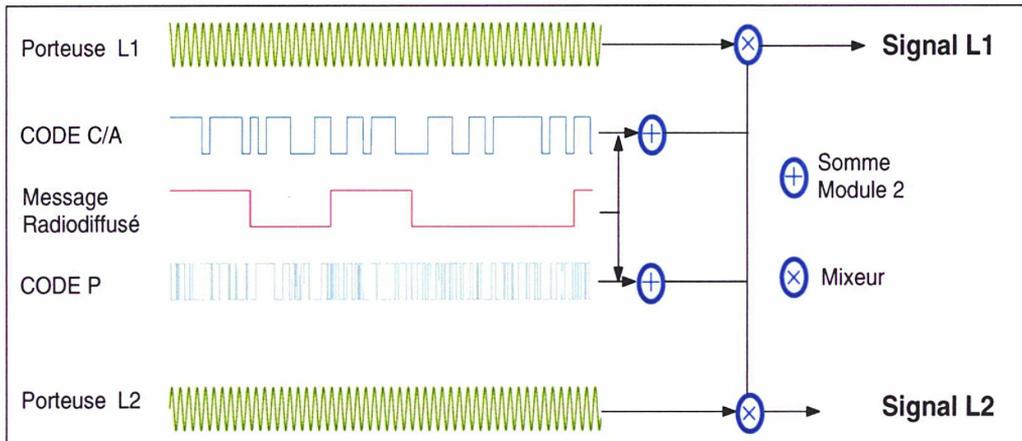


FIG. 2.3 – Les signaux GPS.

Le code P est un code long de  $2.35 \times 10^{14}$  bits et une fréquence de 10.23 Mbps (millions de bits par seconde) et une longueur d'onde de 30 m. La mesure sur ce code est plus précise en raison de la longueur d'onde plus petite. Le code P se répète après 266 jours. Chaque satellite transmet un segment d'une semaine de code P qui se répète à partir de chaque dimanche à 0h. Les caractéristiques du code P sont publiées dans le document GPS ICD-200 [38].

#### 2.4.2 Message radiodiffusé

L'utilisateur doit connaître les positions des satellites au moment de l'émission des ondes. Pour résoudre ce problème, un message radiodiffusé est superposé aux porteuses L1 et L2 avec les codes PRN. Chaque satellite diffuse son propre message, qui se compose des paramètres orbitaux (éphémérides), des informations sur l'horloge du satellite, l'état de fonctionnement du satellite, et des paramètres de correction ionosphérique. En outre il contient un outil important pour décoder le code P. C'est le mot de remise (HOW<sup>1</sup>) qui indique au récepteur où dans le code P il doit commencer sa recherche. Le message radiodiffusé est envoyé à 50 bits par seconde. Il faut 12.5 min pour que toutes les informations parviennent au récepteur mais les éléments orbitaux se répètent toutes les 30 secondes (voir tableaux 2.1).

#### 2.4.3 Structure détaillée du signal

Le signal L1 contient les signaux en phase et en quadrature. Le signal transmis par le satellite  $i$  est alors comme suit :

$$\mathbf{S}_{L_{1i}}(t) = \sqrt{2P_c} X G_i(t) D_i(t) \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \sqrt{2P_p} X P_i(t) D_i(t) \sin(\omega_1 t + \phi_1) \quad (2.3)$$

De même le signal L2 transmis par le satellite  $i$  peut être représenté ainsi :

$$\mathbf{S}_{L_{2i}}(t) = \sqrt{2P_c} X P_i(t) D_i(t) \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad (2.4)$$

<sup>1</sup> Hand Over Word.

où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont les fréquences de L1 et L2 respectivement,  $\phi_1$  et  $\phi_2$  représentent un petit bruit de phase et le composant de dérive d'oscillateur pour les phases L1 et L2,  $P_c$  et  $P_p$  sont les puissances des signaux C/A et P respectivement.  $X P_i(t)$  est la série de  $\pm 1$  du code P du satellite  $i$ ,  $X G_i(t)$  est le code unique C/A du satellite  $i$ , et les  $D_i(t)$  sont les données binaires de navigation.

## 2.5 Les récepteurs GPS

Le récepteur GPS est l'unité de réception, de traitement interne, de navigation, et si nécessaire de sauvegarde des mesures GPS en vue du post-traitement. Un récepteur GPS se constitue de cinq parties principales : l'antenne, le récepteur, le processeur, l'interface utilisateur, et la source d'énergie.

L'antenne capte le signal GPS de polarisation droite, l'amplifie et l'envoie au récepteur qui le déchiffre. Le processeur contrôle l'acquisition et la sauvegarde des données, et calcule les positions de navigation. Le choix du récepteur et des antennes dépend de l'utilisation à laquelle il est destiné. Pour des informations plus détaillées voir [74] ou [94].

## 2.6 Les observables

Il y a deux observables principales en GPS : la pseudodistance et la phase.

Les codes PRN transmis par les satellites sont utilisés pour trouver la distance entre le satellite et le récepteur. Le récepteur produit une réplique du signal et trouve son décalage avec le signal reçu. La pseudodistance est ce décalage multiplié par la vitesse de la lumière. La raison de cette dénomination est qu'il existe un biais de synchronisation entre l'horloge du récepteur et celle du satellite. La distance obtenue est affectée par ce biais. Ce biais est estimable en même temps que la position de l'antenne.

Le récepteur peut mesurer la phase de l'onde porteuse à partir du moment où il commence les mesures pour un satellite. Il reste une partie inconnue qui est le nombre de cycles effectués entre le satellite et le récepteur ; elle s'appelle l'ambiguïté de phase. La phase mesurée est l'observable de phase.

Les équations des observables de phase et de code s'écrivent sous la forme :

$$L_{r,i}^k = \rho_r^k + d\rho_{orb} - (\delta t_r - \delta t^k)c + \lambda_i N_{r,i}^k - \delta ion_{r,i}^k + \delta trop_r^k + \delta m_{r,\Phi}^k + c(b_{r,i} + b_i^k) + \epsilon_\Phi \quad (2.5)$$

$$P_{r,i}^k = \rho_r^k + d\rho_{orb} - (\delta t_r - \delta t^k)c + \delta ion_{r,i}^k + \delta trop_r^k + \delta m_{r,P}^k + c(b_{r,i} + b_i^k) + \epsilon_P \quad (2.6)$$

avec les notations suivantes :

indice r	le récepteur r
indice i=1 ou 2	les mesures sur les fréquences L1 ou L2 respectivement
indice k	le satellite k
$\rho_r^k$	la distance géométrique entre le satellite et le récepteur

$d\rho_{orb}$	l'erreur orbitale
$\delta t_r$	l'erreur d'horloge du récepteur
$\delta t^k$	l'erreur d'horloge du satellite
$c$	la vitesse de la lumière
$\lambda_i$	la longueur d'onde de $L_i$
$N_i^k$	l'ambiguïté de phase de $L_i$ et du satellite $k$
$\delta ion_{r,i}^k$	le délai ionosphérique
$\delta trop_r^k$	le délai troposphérique
$\delta m_{r,\Phi}^k$	le multi-trajet de phase
$\delta m_{r,P}^k$	le multi-trajet de code
$\epsilon_\Phi$	le bruit de mesure de la phase
$\epsilon_P$	le bruit de mesure du code
$b_{r,i}$	le biais électronique du récepteur
$b_i^k$	le biais électronique du satellite

$\rho_r^k$  contient l'information géométrique et peut être utilisé pour l'estimation de la position du récepteur, l'orbite du satellite, l'excentricité de l'antenne et ses variations. Les termes  $\delta t_r$  et  $\delta t^k$  correspondent aux horloges du récepteur et du satellite (transfert de temps).  $\delta ion$  est la signature de l'ionosphère dans les mesures, ce qui permet d'effectuer l'estimation de TEC. Enfin  $\delta trop$  contient l'information concernant la troposphère.

---

# Les réseaux permanents

---

## 3.1 Introduction

Un réseau permanent est constitué d'un ensemble de récepteurs GPS précis (double fréquence) qui sont en fonction de manière permanente sur des stations de référence (IGS<sup>1</sup>, RGP<sup>2</sup>).

L'intérêt de ce type de réseau est multiple. Parmi les applications des réseaux mondiaux sont la détermination des orbites précises, l'étude des mouvements de la croûte terrestre, la définition de systèmes de références, etc.

Leur utilisation pour le sondage atmosphérique de la troposphère et de l'ionosphère en est un autre aspect.

Les réseaux les plus denses sont certainement ceux mis en place pour les études sismiques. Le réseau du Japon avec 1200 stations permanentes et un traitement en temps réel est le plus prometteur pour l'avenir. Le réseau de la Californie est un autre exemple pour les applications de ce type. Récemment en Iran, qui est un des pays les plus touchés par les séismes, on a envisagé de mettre en place un réseau dense. Ce réseau est en cours de réalisation rapide ; l'année passée, on a installé 105 stations, et vue l'étendue du pays, on pense que l'on a besoin de 1800 stations à terme.

Les réseaux régionaux sont essentiellement développés pour les applications différentielles DGPS (Wide Area Differential GPS (WADGPS) ou Local Area Differential GPS (LADGPS) etc). Avec ces réseaux on peut estimer les biais des mesures GPS en temps réel, les interpoler pour la région, et les envoyer vers les utilisateurs. Les moyens d'envoi de ces informations sont les signaux radios (station locale) et les satellites spécialisés. Depuis peu, on utilise de plus en plus internet pour envoyer les corrections.

Les réseaux RTK<sup>3</sup> de taille plus petite sont développés pour les applications temps réel les plus précises. L'avantage des réseaux RTK est le positionnement avec la phase. Le concept de VRS<sup>4</sup> bénéficie des avantages de ces réseaux.

---

<sup>1</sup> *International GNSS Service*, précédemment *International GPS Service*

<sup>2</sup> Réseau GPS Permanent

<sup>3</sup> *Real Time Kinematic*

<sup>4</sup> *Virtual Reference Station*

## 3.2 Réseau IGS

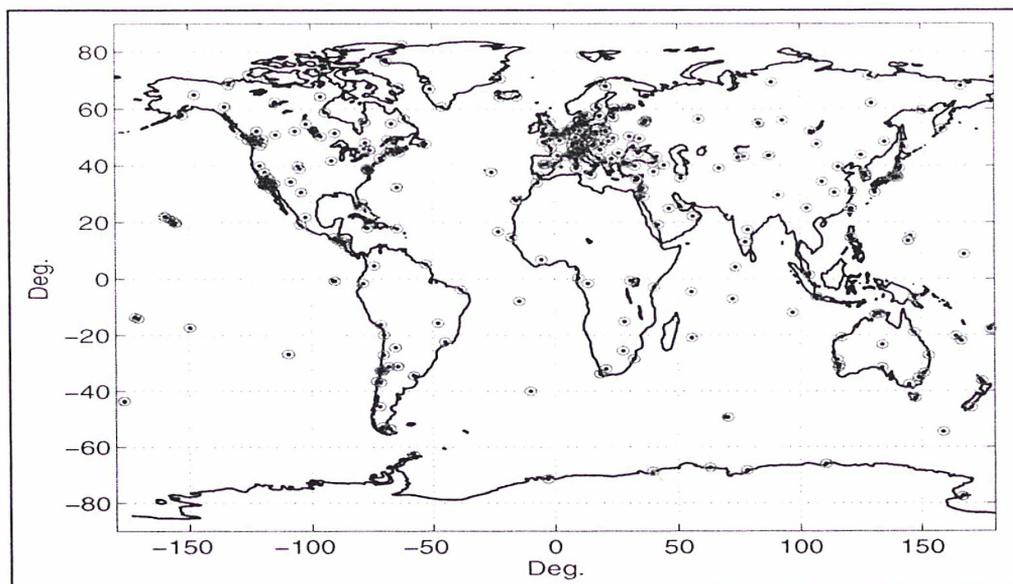


FIG. 3.1 – Réseau IGS .

Le Service International du GPS (IGS) a été formellement reconnu en 1993 par l'Association Internationale de la Géodésie (IAG). Il fournit les éphémérides précises des satellites GPS et d'autres produits destinés aux applications géodésiques et géophysiques : paramètres d'orientation de la terre (EOP), corrections d'horloge des satellites, ... Ainsi, depuis janvier 1994, les orbites officielles basées sur les contributions des sept centres d'analyse de l'IGS, sont disponibles pour la communauté des utilisateurs. L'information orbitale est normalement fournie dans le format SP3 standard.

### 3.2.1 IGS : Structure et aspect opérationnel

Depuis son établissement, l'IGS est structuré ainsi :

- Réseaux de stations
- Centres globaux et régionaux de données
- Centres d'analyses associés
- Coordonnateur d'analyse
- Bureau central
- Conseil de direction international.

Les produits de l'IGS sont les suivants :

- Ephémérides des satellites GPS
- Ephémérides des satellites GLONASS
- Paramètres de rotation de la terre
- Coordonnées et vitesses des stations de l'IGS
- Les informations d'horloge des satellites GPS et des stations de l'IGS
- Le retard zénithal dû à la troposphère
- Les modèles ionosphériques globaux.

Les produits de l'IGS sont présentés dans le tableau 3.1 où l'on peut voir leurs caractéristiques et leurs précisions.

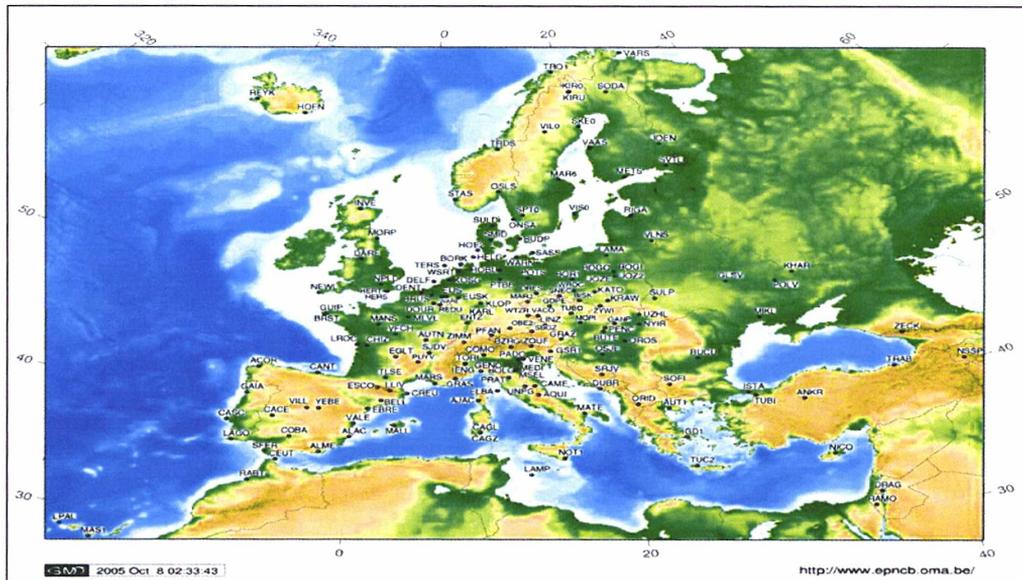


FIG. 3.2 – Réseau EUREF .

### 3.3 Réseau Permanent Européen EUREF

Le réseau EUREF ou EPN (Réseau Permanent Européen) est constitué de 160 stations (3.2). L'EPN a été mis en place par la sous-commission EUREF de l'IAG pour maintenir le système de référence européen (ETRS89) ainsi que la densification locale pour les pays européens.

Ce réseau fournit quasiment en temps réel les données GPS aux centres de données locaux et régionaux <sup>1</sup>.

L'organisation est similaire à celle de l'IGS mais avec des buts plus régionaux (par exemple il n'y a pas de calcul d'orbite). Le bureau central de l'EPN se trouve à l'Observatoire Royal de Belgique. Les traitements sont hebdomadaires et journaliers.

### 3.4 Réseau GPS Permanent RGP

Différents réseaux permanents nationaux constituent une densification du réseau EPN. C'est le cas du réseau français RGP avec, en association, le réseau géophysique REGAL.

Le Réseau GPS Permanent a été initié en 1998 au sein du LAREG (Laboratoire de Recherche en Géodésie) de l'IGN. Il est constitué à la fin 2005 d'une cinquantaine de stations.

<sup>1</sup> <http://www.euref-iag.net/>

TAB. 3.1 – Les produits de l'IGS

1– Éphémérides GPS et horloges des satellites et des stations					
		Précision	Délai	Mise à jour	Intervalle
Radiodiffusées	orbites	~ 200 cm	temps réel		quotidien
Ultra-Rapides (prédites)	horloge Sat. orbites	~ 7 ns ~ 10 cm	temps réel	quatre fois par jour	15 min
Ultra-Rapides (observées)	horloge Sat. orbites	~ 5 ns < 5 cm	3 heures	quatre fois par jour	15 min
Rapides	horloge Sat. orbites	~ 0.2 ns < 5 cm	17 heure	quotidien	15 min
Finales	horloge Sat. & Stn. orbites	0.1 ns < 5 cm	~13 jours	hebdomadaire	5 min 15 min
	horloge Sat. & Stn.	0.1 ns			5 min
2– Éphémérides GLONASS (Satellites)					
		Précision	Délai	Mise à jour	Intervalle
Final		30 cm	4 semaines	hebdomadaire	15 min
3–Coordonnées géocentriques des stations de l'IGS (>130 sites)					
		Précision	Délai	Mise à jour	Intervalle
Positions Finales	horizontal	3 mm	12 jours	hebdomadaire	hebdomadaire
Vitesses Finales	vertical horizontal	6 mm 2 mm/an	12 jours	hebdomadaire	hebdomadaire
	vertical	3 mm/an			
4–Les Paramètres de Rotation de la Terre : Mouvement Polaire (PM) Taux de Mouvement Polaire (PM rate) Longueur du Jour (LOD)					
		Précision	Délai	Mise à jour	Intervalle
Ultra-Rapides (prédits)	PM PM rate	0.3 mas 0.5 mas/jour	temps réel	quatre fois par jour	quatre fois par jour (00,06,12,18 UTC)
Ultra-Rapides (observés)	LOD PM PM rate	0.06 ms 0.1 mas 0.3 mas/jour	3 heures	quatre fois par jour	quatre fois par jour (00,06,12,18 UTC)
Rapides	LOD PM PM rate	0.03 ms < 0.1 mas < 0.2 mas/jour	17 heures	quotidien	quotidien(12 UTC)
Rapides	LOD PM PM rate	0.03 ms 0.05 mas < 0.2 mas/jour	13 jours	hebdomadaire	quotidien(12 UTC)
	LOD	0.02 ms			
5–Paramètres atmosphériques					
		Précision	Délai	Mise à jour	Intervalle
Délai Zénithal Troposphérique Final		4 mm	< 4 semaines	hebdomadaire	2 heures
Délai Zénithal Troposphérique Ultra-Rapide		6 mm	2-3 jours	3 heures	1 heures
Grille Ionosphérique (TEC)		2-8 TECU	~ 11 jours	hebdomadaire	2 heures ( 5°λ , 2.5° φ )





---

# Erreurs et biais des mesures GPS

---

## 4.1 Introduction

Un certain nombre de facteurs naturels et instrumentaux limitent la précision du GPS, surtout dans le positionnement absolu. La littérature classique parle habituellement des erreurs qui restent après la différenciation, mais il y a certains effets, comme le *phase wind up* ou la position du centre de phase du satellite, qui joue un rôle important dans les traitements non différentiels. Dans ce chapitre nous allons développer les différentes sources d'erreurs du positionnement GPS.

Toutes les mesures GPS : pseudo-distance, phase, Doppler, sont affectées par des biais et des erreurs. Les biais peuvent être définis comme des erreurs systématiques qui rendent les mesures vraies différentes des mesures observées d'une quantité constante, prévisible ou systématique. Les erreurs aléatoires sont imprévisibles, avec une distribution gaussienne.

Les biais sont à éliminer (réduire) soit par la modélisation soit par la différenciation des mesures. En tout cas il reste une partie aléatoire qui est plus importante pour les mesures de code que de phase.

## 4.2 Les effets atmosphériques

Les signaux GPS traversent l'atmosphère terrestre, ce qui les influence de manières diverses. L'atmosphère peut être divisée en différentes couches en fonction de leurs propriétés. La figure 4.1 montre les couches les plus communément envisagées. La troposphère est la couche la plus basse, s'étendant jusqu'à une altitude d'environ 10 km<sup>1</sup>. Aux altitudes comprises entre 10 et 50 km nous trouvons la stratosphère. La stratosphère définit une couche dans laquelle la température augmente avec l'altitude. Dans la partie supérieure de la stratosphère l'air peut atteindre des températures proches de 0°C. Cette élévation de la température est provoquée par l'absorption des rayons ultraviolet (UV) du soleil par la couche d'ozone. Dans les années 1920, pour les applications aéronautiques, les organisations américaines et européennes<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Elle s'étend en épaisseur de 8km depuis les pôles à 16km au-dessus de l'Equateur.

<sup>2</sup> National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) et International Commission for Aerial Navigation (ICAN)

ont défini des modèles standards d'atmosphère. Un modèle standard d'atmosphère représente la variation de la température, de la pression et de la densité, figure 6.1.

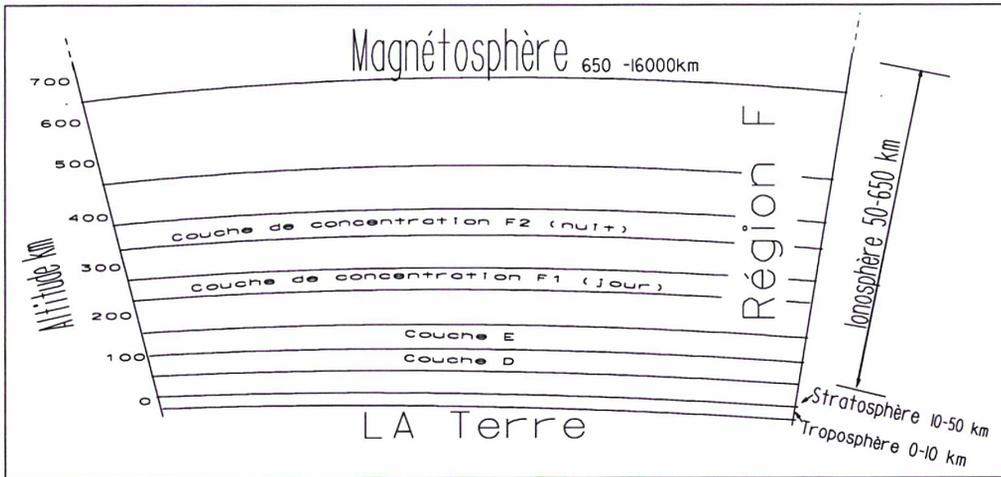


FIG. 4.1 – Les divisions de l'atmosphère terrestre.

L'ionosphère est une couche ionisée débutant aux alentours de 50 km d'altitude et atteignant 650 kilomètres et au-delà. Dans cette région de l'atmosphère, l'énergie du soleil est si forte qu'elle casse les molécules et les atomes de l'air, laissant des ions (atomes avec des électrons manquants) et des électrons libres. L'ionosphère est divisée en plusieurs régions indiquées par les lettres D, E, et F dont les altitudes changent en fonction du temps et de la position (figure 4.1).

L'ionosphère est une région dispersive : le retard induit sur une onde électromagnétique dépend de la fréquence de l'onde. En revanche, la troposphère n'est pas une région dispersive.

Les effets de l'ionosphère et de la troposphère et les méthodes pour les modéliser ou les éliminer sont développés dans les chapitres 5 et 6.

### 4.3 Erreurs d'orbite et horloge des satellites

Pour le positionnement GPS, les coordonnées des satellites sont supposées être connues précisément, ce qui n'est pas tout à fait le cas. Ces coordonnées sont diffusées par les satellites sous forme de 16 paramètres pseudo-keplériens. Six d'entre eux représentent les éléments d'une orbite elliptique à un instant donné. Les autres paramètres donnent la déviation d'orbite de cette ellipse. Ces orbites sont valides pour une période s'étendant de deux heures avant jusqu'à deux heures après une époque référence  $t_o$ . La figure 4.2 illustre le changement toutes les deux heures (sauts de coordonnées ou biais d'horloge). Les orbites radiodiffusées sont calculées à partir des observations de six stations de contrôle<sup>1</sup> [74]. Au fil du temps les orbites radiodiffusées sont devenues plus précises (de 20-50 m initialement à 2 m, voir figure 4.2).

<sup>1</sup> Monitor Stations : Colorado Spring, Kwajalein, Ascension Island, Hawaii, Diego Garcia, Cap Canaveral

L'erreur d'horloge du satellite est exprimée par un polynôme du deuxième degré :

$$\delta t^k = b + d(t - t_o) + a(t - t_o)^2 \quad (4.1)$$

$b$  est le biais,  $d$  est la dérivé,  $a$  est l'accélération, et  $t_o$  est l'époque de référence des éphémérides. Ces paramètres font partie des éphémérides radiodiffusées. En principe la validité correspond à  $|t - t_o| \leq 2 h$ .

Afin d'améliorer la qualité des orbites pour les applications scientifiques les plus précises, plusieurs équipes calculent les orbites des satellites GPS avec plus de précision. Les organisations comme l'IGS (le plus utilisé), le NGA<sup>1</sup> ou le NGS<sup>2</sup> mettent à la disposition des utilisateurs les éphémérides et les horloges précises.

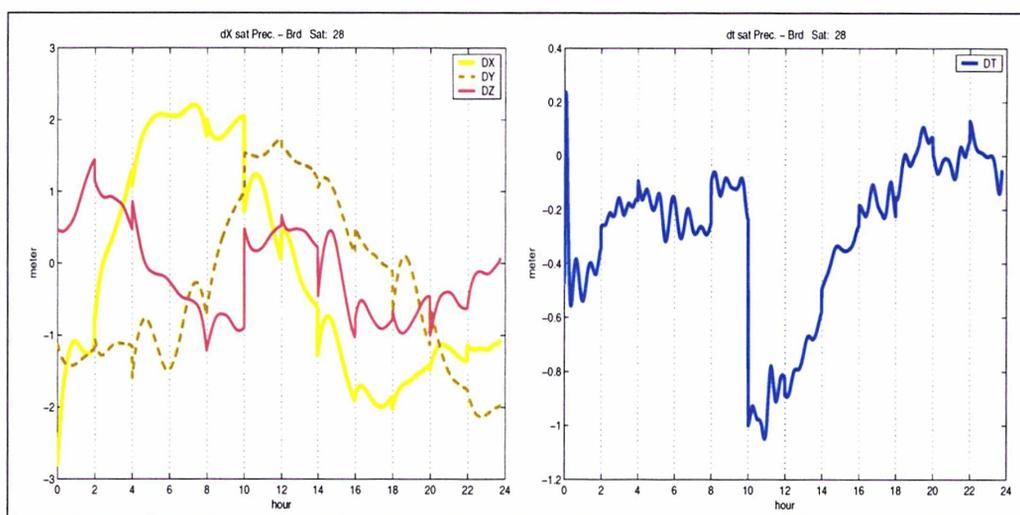


FIG. 4.2 – Différence entre les éphémérides précises et radiodiffusées.

#### 4.3.1 Les orbites précises de l'IGS

L'IGS produit trois types d'orbites :

1. **Orbites finales** : Ce sont les éphémérides les plus précises ; elles sont disponibles 2-3 semaines après les observations. La précision est inférieure à  $5cm$  pour les orbites et  $0.1ns$  pour les horloges.
2. **Orbites rapides** : Elles sont moins précises que les orbites finales mais sont disponibles plus rapidement,  $17h$  après l'observation. Pour la majorité des applications la précision de ces orbites est suffisante. La précision est de  $5cm$  pour les orbites et  $0.2ns$  pour les horloges.
3. **Orbites ultra rapides** : Ces orbites sont disponibles pour les applications temps réel. Elles contiennent  $48h$  d'orbites dont  $24h$  calculées avec les mesures GPS et  $24h$  prédites. Leur mise à jour est bi-quotidienne à  $3h$  et  $15h$  UTC. Leur précision est de  $25cm$  pour les orbites et  $5ns$  pour les horloges.

<sup>1</sup> National Geospatial-Intelligent Agency

<sup>2</sup> National Geodetic Survey

Les orbites précises de l'IGS sont publiées dans le format SP3 (Standard Product # 3). Les formats standards d'orbites ont beaucoup d'avantages, dont le plus évident est l'échange entre les logiciels. Les formats ASCII et binaires satisfont cette demande, mais le format ASCII a une plus grande généralité car indépendant du système d'exploitation.

Le format SP1 du NGS<sup>1</sup> est à la base des formats SP3, SP3b, et SP3c. Avec les besoins grandissants de la communauté des utilisateurs en nouvelles informations, on a développé ces formats avec : les corrections d'horloge et les lignes de commentaires (SP3), les orbites des satellites GLONASS (SP3b), et les informations supplémentaires d'horloge (SP3c).

Les orbites et les données d'horloges des satellites sont disponibles par intervalles de 15 *min*. Afin de calculer les éphémérides pour l'époque souhaitée nous devons utiliser une méthode d'interpolation appropriée. Il est possible d'utiliser les différentes méthodes classiques d'interpolation [67]. La méthode standard est l'interpolation de Lagrange. Normalement l'interpolateur de degré 11 est recommandé pour les coordonnées. Pour les horloges, comme il y a moins de changements entre les époques successives, on peut utiliser un polynôme de Lagrange de degré moins élevé.

### 4.3.2 Interpolation de Lagrange

Supposons que nous avons  $n + 1$  valeurs d'éphémérides :  $x(t_o), x(t_1), \dots, x(t_n)$  qui correspondent aux époques :  $t_o, t_1, \dots, t_n$ . Il existe un polynôme unique  $P_n$  qui satisfait :

$$P_n(t_i) = x(t_i), \quad i = 0, 1, \dots, n$$

Le polynôme d'interpolation de Lagrange est défini par :

$$P_n(t) = \sum_{i=0}^n x(t_i) l_i(t) \quad (4.2)$$

où

$$l_i(t) = \frac{(t - t_o)(t - t_1) \dots (t - t_{i-1})(t - t_{i+1}) \dots (t - t_n)}{(t_i - t_o)(t_i - t_1) \dots (t_i - t_{i-1})(t_i - t_{i+1}) \dots (t_i - t_n)}$$

Le polynôme de degré  $n$  nécessite  $n + 1$  points. Le polynôme 4.2 peut être utilisé pour une époque quelconque  $t$ .

L'erreur  $R_n(t)$  d'interpolation pour estimer la fonction  $x(t)$  au point  $t$  est [67] :

$$R_n(t) = x(t) - P_n(t) = \frac{L_{n+1} x^{n+1}(\xi)}{(n+1)!} \quad (4.3)$$

avec :

$$L_{n+1} = \prod_{i=0}^n (t - t_i),$$

$\xi$  est un point de l'intervalle  $[t_o, t_n]$ , et  $x^{n+1}$  est la dérivée  $n + 1$ <sup>ième</sup> de  $x(t)$ .

Pour obtenir la meilleure précision, le point de calcul doit se situer à bonne distance des bords de l'intervalle. L'une des difficultés de l'application des méthodes

---

<sup>1</sup> National Geodetic Survey.

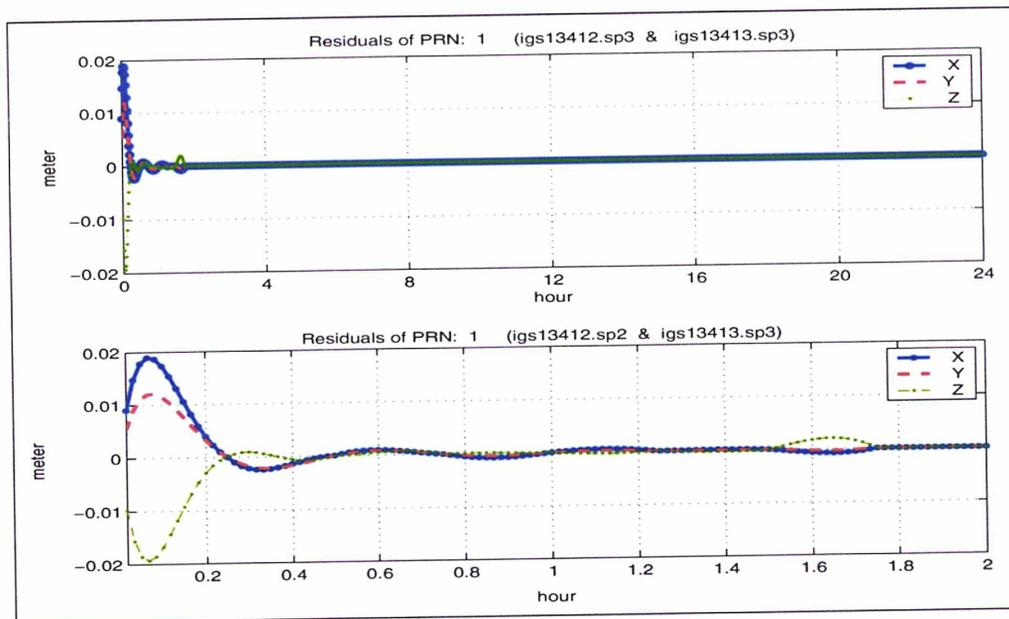


FIG. 4.3 – Ecart entre les coordonnées du satellite PRN1 pour le début de la journée avec l'interpolation de Lagrange de degré 9 avec ou sans éphémérides de la veille. Les coordonnées sont relatives au jour 3 de la semaine GPS 1341 avec les éphémérides igs13413.sp3 et igs13412.sp3+igs13413.sp3). Le deuxième schéma est un zoom sur les deux premières heures.

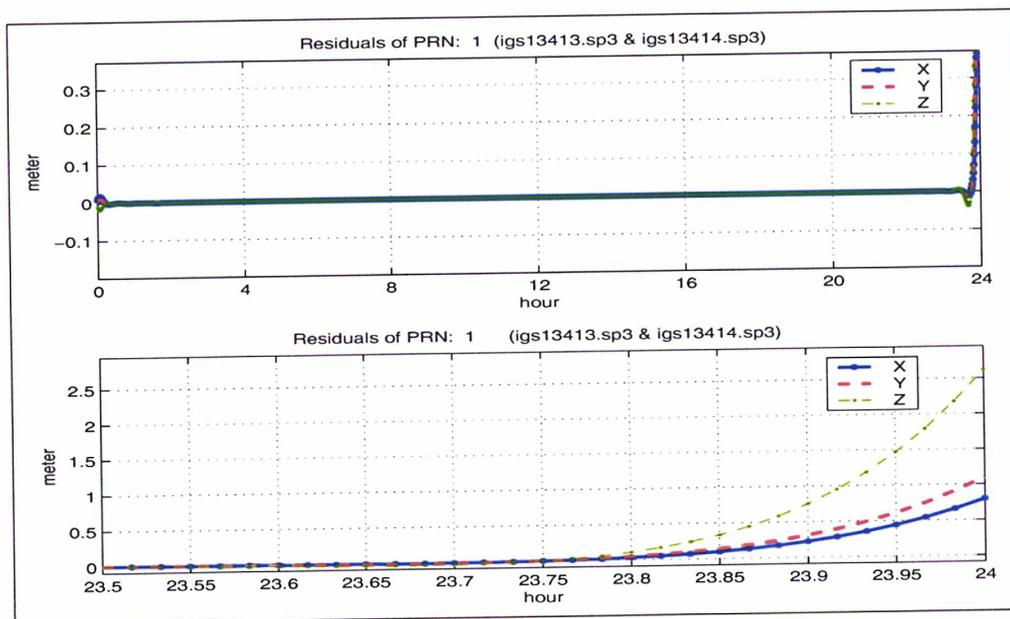


FIG. 4.4 – Ecart entre les coordonnées du satellite PRN1 pour la fin de journée avec l'interpolation de Lagrange de degré 9 avec ou sans éphémérides du lendemain. Les coordonnées sont relatives au jour 3 de la semaine GPS 1341 avec les éphémérides igs13413.sp3 et igs13413.sp3+igs13414.sp3). Le deuxième schéma est un zoom sur la dernière demi-heure.

d'interpolation de degré élevé est le problème des bords qui se dégradent très rapidement. Ainsi dans les figures 4.3 et 4.4, la perturbation à la fin, de 23h45 à 24h00, est importante parce qu'en fait on a extrapolé, les données se terminant à 23h45. Par contre pour le début de journée, de 0h00 au 0h15, on a moins de problème puisqu'on a les données à 0h00. Afin de résoudre ce défaut, il vaut mieux utiliser un polynôme de degré moins élevé pour les bords.

#### 4.4 Effet relativiste

Le champ de potentiel gravitationnel modifie la fréquence d'une horloge placée dans ce champ. Pour les satellites GPS, qui embarquent des horloges atomiques, cet effet se manifeste sous trois formes :

1. Il y a un décalage constant pour tous les satellites quand ils sont observés à partir de la terre. Cette partie est éliminée par les constructeurs des satellites en introduisant un décalage a priori, dit "*factory offset*"
2. La légère excentricité de chaque satellite cause un effet périodique qui dépend de la position du satellite [38] :

$$\Delta t_{rel} = \frac{2}{c^2} X^T \dot{X} \quad (4.4)$$

où  $X$  et  $\dot{X}$  sont les vecteurs de position et de vitesse du satellite. Ce délai est important pour le positionnement non différentiel.

3. Le délai de Sagnac dû à la rotation de la terre. Cette partie est prise en compte dans le développement des équations au chapitre 7.

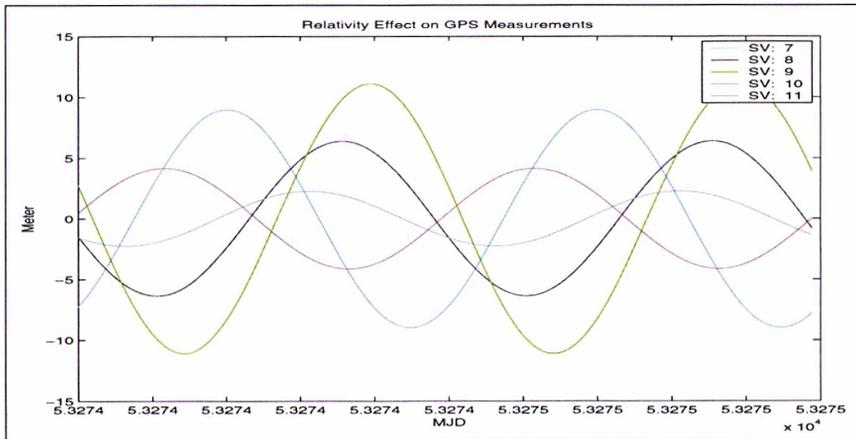


FIG. 4.5 – Correction relativiste des signaux GPS .

#### 4.5 Décalage du centre de phase des satellites

Sur certains satellites (Block I et II), le centre d'émission et le centre de masse sont décalés. Les éphémérides radiodiffusées sont publiées par rapport au centre de

TAB. 4.1 – Décalages des centres de phase des antennes GPS utilisé par le NGA, dans le système de coordonnées lié au satellite en mètres.

Satellite GPS	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta z$
Block II PRN	0.2794	0.0000	0.9519
Block IIA PRN	0.2794	0.0000	0.9519
Block IIR PRN 02	-0.0099	0.0061	-0.0820
Block IIR PRN 11	0.0019	0.0011	1.5141
Block IIR PRN 13	0.0024	0.0025	1.6140
Block IIR PRN 14	0.0018	0.0002	1.6137
Block IIR PRN 16	-0.0098	0.0060	1.6630
Block IIR PRN 18	-0.0098	0.0060	1.5923
Block IIR PRN 19	-0.0079	0.0046	-0.0180
Block IIR PRN 20	0.0022	0.0014	1.6140
Block IIR PRN 21	0.0023	-0.0006	1.5840
Block IIR PRN 22	0.0018	-0.0009	0.0598
Block IIR PRN 23	-0.0088	0.0035	0.0004
Block IIR PRN 28	0.0019	0.0007	1.5131

phase, mais les éphémérides précises donnent les coordonnées du centre de masse. Les coordonnées de tous les satellites doivent être rapportées au centre de phase.

La valeur du décalage dépend du choix du centre de calcul des orbites. Par exemple l'IGS utilise les décalages du tableau 4.2 (comme nous avons utilisé les orbites IGS, nous avons appliqué dans le chapitre 7 ces valeurs) et NGA<sup>1</sup> utilise les valeurs du tableau 4.1. Ce choix n'affecte pas le résultat final (dans la mesure où ces décalages sont presque totalement corrélés aux estimations d'horloge des satellites) mais il faut tenir compte du décalage utilisé pour les éventuelles corrections. On doit tenir compte de cet effet pour les traitements non différentiels (voir chapitre 7).

TAB. 4.2 – Décalages des centres de phase des antennes GPS utilisé par l'IGS, dans le système de coordonnées lié au satellite en mètres.

Satellite GPS	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta z$
Block II/IIA	0.279	0.000	1.023
Block IIR	0.000	0.000	0.000

Afin de corriger les coordonnées des satellites du décalage du centre de phase, on doit définir le système de coordonnées lié au satellite. L'origine de ce système est le centre de masse du satellite. L'axe  $z$  vise le centre de la terre. L'axe  $y$  est parallèle aux panneaux solaires et perpendiculaire à la direction satellite-soleil. L'axe  $x$  complète un repère cartésien direct.

Le vecteur unitaire de direction satellite-soleil est :

$$\hat{n} = \frac{\vec{X}_{so} - \vec{X}_{sat}}{\|\vec{X}_{so} - \vec{X}_{sat}\|} \quad (4.5)$$

où  $\vec{X}_{so}$  et  $\vec{X}_{sat}$  sont les vecteurs de position du soleil et du satellite dans le repère

<sup>1</sup> *National Geospatial-Intelligence Agency.* Les paramètres sont à [http://earth-info.nga.mil/GandG/sathtml/gpsdoc2005\\_07a.html](http://earth-info.nga.mil/GandG/sathtml/gpsdoc2005_07a.html)

terrestre.

Le vecteur unitaire de  $\vec{z}$  est :

$$\hat{k} = \frac{-\vec{X}_{sat}}{\|\vec{X}_{sat}\|} \quad (4.6)$$

Le vecteur unitaire de  $\vec{y}$  est :

$$\hat{j} = \frac{\hat{k} \times \hat{n}}{\|\hat{k} \times \hat{n}\|} \quad (4.7)$$

et enfin le vecteur unitaire de  $\vec{x}$  est :

$$\hat{i} = \hat{j} \times \hat{k} \quad (4.8)$$

Si le décalage dans le système de coordonnées du satellite est :

$$\Delta = [\Delta x, \Delta y, \Delta z]^T \quad (4.9)$$

le décalage dans le système terrestre ou plus précisément la corrections de centre de phase du satellite est :

$$\Delta X_{sat} = R^{-1} \Delta \quad (4.10)$$

où

$$R = \begin{bmatrix} \hat{i}^T \\ \hat{j}^T \\ \hat{k}^T \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R^{-1} = R^T$$

et enfin :

$$X_{sat} = X_{sat} + \Delta X_{sat} \quad (4.11)$$

Le tableau 4.3 montre les corrections des centres de phase calculées, pour un moment donné, avec le logiciel GPSS, voir annexe A. Comme on peut le constater la valeur peut être assez importante et pour le positionnement PPP son application est nécessaire [50].

TAB. 4.3 – Corrections des éphémérides IGS. Date : 53274.50236 MJD

Satellites	Phase Center Offset			Corrections of IGS ephemerids		
	x	y	z	X	Y	Z
10	0.28	0	1.02	-0.85	0.12	0.63
9	0.28	0	1.02	-0.32	0.67	-0.76
29	0.28	0	1.02	-0.69	-.32	-0.74
22	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
7	0.28	0	1.02	-0.34	-0.91	-0.43
28	0	0	0	0	0	0
31	0.28	0	1.02	-0.15	-0.88	-0.58
26	0.28	0	1.02	-0.62	-0.19	-0.84

## 4.6 Variation du centre de phase du récepteur

Le centre de phase du récepteur (point de réception des signaux GPS) n'occupe pas une position fixe : il varie avec l'élévation et l'azimut du satellite. Cette variation peut être assez grande et le biais introduit sur la composante verticale peut arriver jusqu'à quelques centimètres.

Mader [60] a utilisé les observations de simple différence d'une ligne de base de référence pour trouver la variation de centre de phase relative (PCV<sup>1</sup>). Il a relié les récepteurs à une horloge atomique pour diminuer le biais d'horloge du récepteur. La figure 4.6 illustre cette méthode. La variation du centre de phase de l'antenne de référence est supposée être très petite.

Pour l'estimation absolue de la PCV, une méthode a été développée par Wübbena et al. [104]. La base de cette méthode est le changement de position de l'antenne autour d'un point à l'aide d'un robot, puis l'interprétation des positions calculées pendant cette opération.

Dans les deux cas, le problème majeur est le multi-trajet et sa distinction d'avec la PCV. Wübbena et al. [104] ont utilisé la répétition des observations différentielles en temps sidéral pour éliminer le multi-trajet, ce qui est loin d'être complètement efficace.

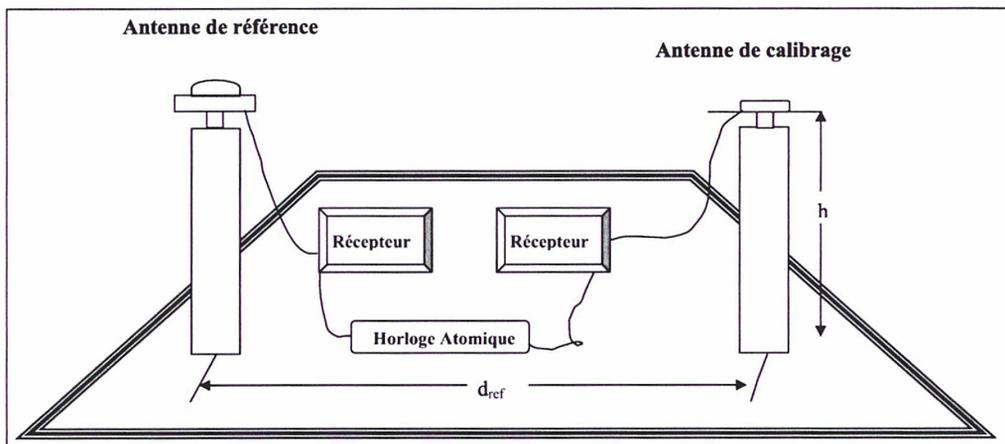


FIG. 4.6 – Calibration d'une antenne GPS par observation d'une ligne de base de référence, pour obtenir la variation relative du centre de phase.

## 4.7 Phase wind up

L'effet de *phase wind up* vient de ce que les ondes GPS sont circulairement polarisées, voir chapitre 2. La phase observée change avec le changement d'orientation des antennes du satellite et du récepteur. Cet effet est très petit pour les applications différentielles (de l'ordre de 2 mm pour une ligne de base de 500 km [108]). Aussi en positionnement relatif on peut le négliger, mais pour les méthodes non

<sup>1</sup> Phase Center Variation

différentielles cet effet est considérable : sans corriger les observations, nous n'aurons pas la précision centimétrique [50].

Wu et. al. [108] ont calculé la correction de *phase wind up* pour les antennes *dipôle croisé*. Une antenne *dipôle croisé* a deux éléments de dipôle perpendiculaires de gains égaux. Ils ont noté que le résultat obtenu est valable pour tous les types d'antennes. Dans leur développement ils ont supposé que la polarisation des ondes GPS est parfaitement RCP (*Right Circularly Polarized*).

Soient  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  les vecteurs unitaires de direction des éléments de dipôle de l'antenne du récepteur (le signal du dipôle de  $y$  a un retard de  $90^\circ$  par rapport au dipôle de  $x$ ). La direction de  $\hat{z}$  forme un repère cartésien direct avec  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$ . Pour le satellite  $\hat{x}'$ ,  $\hat{y}'$  et  $\hat{z}'$  sont définis de la même façon.  $\hat{k}$  est le vecteur unitaire de direction de émetteur-récepteur, figure 4.7. La correction de phase  $\Delta\Phi$  est l'angle entre les deux dipôles effectifs des antennes du satellite et du récepteur et leur rotation précédente (mémoire passée). Donc :

$$\Delta\Phi = 2\pi N + \Delta\phi \quad (4.12)$$

où  $\Delta\phi$  est la partie fractionnaire du cycle :

$$\Delta\phi = \text{sign}(\zeta) \cos^{-1} \left( \frac{\vec{D}' \cdot \vec{D}}{\|\vec{D}'\| \|\vec{D}\|} \right) \quad (4.13)$$

et

$$\zeta = \hat{k} (\vec{D}' \times \vec{D})$$

$\vec{D}$  et  $\vec{D}'$  sont les dipôles effectifs de l'émetteur et du récepteur :

$$\begin{aligned} \vec{D} &= [\hat{x} - \hat{k}(\hat{k} \cdot \hat{x})] + \hat{k} \times \hat{y} \\ \vec{D}' &= [\hat{x}' - \hat{k}(\hat{k} \cdot \hat{x}')] + \hat{k} \times \hat{y}' \end{aligned} \quad (4.14)$$

$\vec{D}$  et  $\vec{D}'$  sont les projections des dipôles sur la direction d'émission de l'onde. La relation 4.13 montre la rotation relative de deux antennes autour de la direction récepteur-satellite. La fonction *sign* est utilisée pour identifier le sens de rotation entre deux dipôles.  $N$  est la valeur entière :

$$N = \text{nint}[(\Delta\Phi_{pre} - \Delta\phi)/2\pi] \quad (4.15)$$

*nint* est la fonction de valeur entière la plus proche et  $\Delta\Phi_{pre}$  est la correction de phase précédente. On peut poser  $N = 0$  pour le début du traitement.

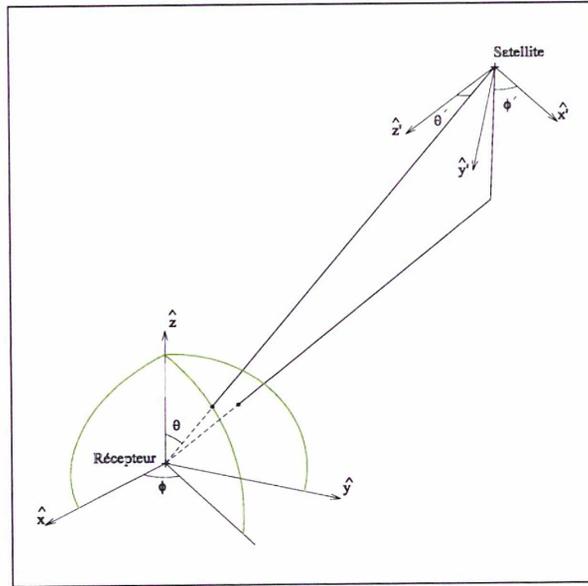
L'effet *phase wind up* pour les observations différentielles est calculé par Wu et. al. [108]. Cet effet est tout à fait négligeable pour les lignes de base de quelques centaines de kilomètres.

## 4.8 Délai différentiel de groupe TGD et biais différentiel de code

Le DCB<sup>1</sup> est le décalage d'émission (ou de réception) entre fréquences des signaux GPS, inévitable par construction. Ce délai existe aussi bien pour les satellites que

---

<sup>1</sup> Differential Code Bias (DCB)

FIG. 4.7 – Effet de *Phase wind-up*.

pour le récepteur. Pour des raisons de cohérence, les orbites et les horloges précises et radiodiffusées se réfèrent à la combinaison *ionospheric free*, voir équation 7.1. Donc l'utilisateur mono fréquence doit utiliser les valeurs de DCB des satellites. Différents types de codes impliquent différentes sortes de DCB. Il y a deux sortes de DCB :  $P1 - P2$  et  $C1 - P1$ .

$P1 - P2$  est le biais entre les mesures des codes  $P1$  et  $P2$ . Il est, typiquement, de l'ordre de quelques nanosecondes.

$C1 - P1$  est le décalage d'émission des signaux  $C/A$  et  $P1$  du satellite et du récepteur. Une partie de ce DCB dépend du satellite et une partie constante est due au récepteur.  $C1 - P1$  peut être calculé en moyennant les différences entre codes  $C/A$  et  $P1$ . Certains récepteurs n'ont pas la possibilité de mesurer  $P1$ . Pour ces récepteurs il faut appliquer le biais qui existe entre le code  $C/A$  et le code  $P1$  qui dépend des satellites. Le DCB est de l'ordre de 2 ns (60 cm). Les DCB sont uniques pour chaque satellite et leur changement est faible au cours du temps.

Un paramètre similaire est diffusé par les satellites ; il s'appelle Délai Différentiel de Groupe ou  $TGD$ <sup>1</sup>. C'est le délai entre  $L_1$  et  $L_2$  ou plus précisément  $P_1$  et  $P_2$  pour chaque satellite. Les TGD sont estimés par le constructeur.

La relation entre DCB et TGD est illustrée par la figure 4.8.  $\gamma$  vaut  $f_1^2/f_2^2$ . On a donc

$$TGD = \frac{P1 - P2}{1 - \gamma} \quad (4.16)$$

L'utilisateur mono fréquence doit appliquer la correction ci-dessous aux horloges

<sup>1</sup> Differential (Time) Group Delay (TGD)

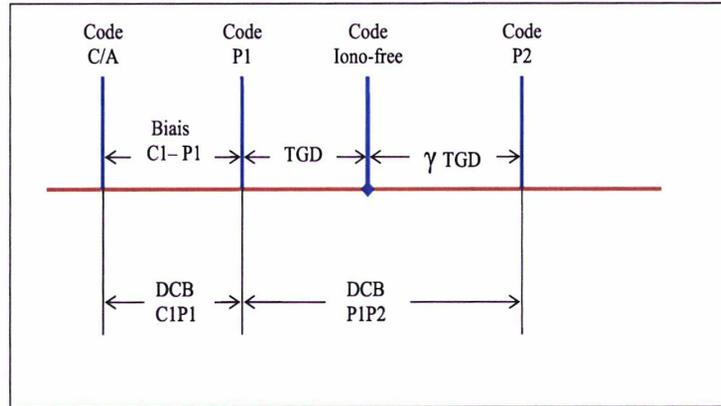


FIG. 4.8 – Relation entre TGD et DCB.

des satellites. Pour  $L_1$  on a :

$$dT_{L_1}^k = dT_{L_1}^k - TGD \quad (4.17)$$

et pour  $L_2$  :

$$dT_{L_2}^k = dT_{L_2}^k - \gamma TGD \quad (4.18)$$

où  $k$  est l'indice du satellite.

Certains centres de calcul de l'IGS mettent les DCB à la disposition des utilisateurs.

## 4.9 Effet de marée terrestre

La marée terrestre est la déformation élastique de la terre causée par l'attraction de la lune et du soleil. Cette déformation dépend du temps et de la position. Dans le positionnement relatif, pour une distance de quelques dizaines de kilomètres, cet effet est négligeable, mais pour le positionnement absolu (PPP), il est important d'en tenir compte. La marée terrestre est de l'ordre de quelques décimètres verticalement et quelques centimètres en longitude et en latitude.

Le déplacement d'une station peut être exprimé par des harmoniques sphériques [63]. Ces harmoniques sphériques sont caractérisées par les nombres de Love et de Shida qui dépendent de la latitude et de la fréquence de marée. A la précision de  $5mm$  on peut n'utiliser que le terme de deuxième degré [50]. Le déplacement de la station dû au deuxième degré de potentiel de marée est [63] :

$$\Delta \vec{r} = \sum_{j=2}^3 \frac{\mu_j R_E^4}{\mu R_j^3} \left\{ h_2 \hat{r} \left( \frac{3}{2} (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) - \frac{1}{2} \right) + 3 l_2 (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) \left[ \hat{R}_j - (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) \hat{r} \right] \right\} \quad (4.19)$$

où les paramètres sont les suivants :

$\mu$  constante de gravité de la terre

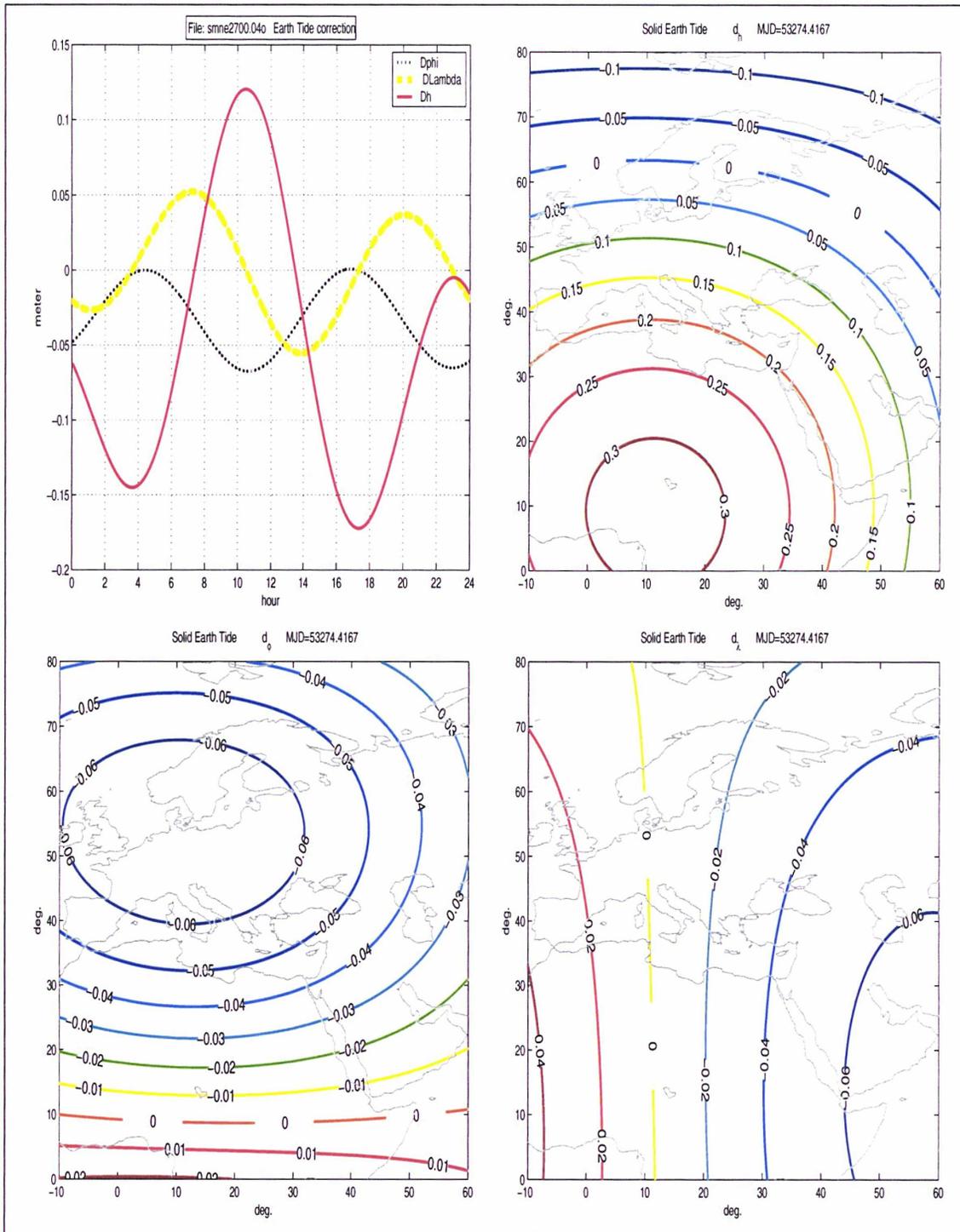


FIG. 4.9 – Corrections (en mètres) de marée terrestre due à la lune et au soleil en fonction du temps (en haut à gauche) et de la position (les trois autres schémas). En haut à droite : altitude, en bas à gauche : latitude, en bas à droite : longitude.

$R_E$	rayon équatorial de la terre
$j$	indice de la lune ( $j=2$ ) et du soleil ( $j=3$ )
$\mu_j$	constante de la gravité de la lune et du soleil
$\hat{R}_j$ et $R_j$	vecteur unitaire géocentrique de la lune et du soleil et leur grandeur
$\hat{r}$ et $R_E$	vecteur unitaire géocentrique de la station et sa grandeur
$h_2$	nombre de degré 2 de Love $\approx 0.6078$
$l_2$	nombre de degré 2 de Shida $\approx 0.0847$

Dans l'équation 4.19 le terme qui correspond à  $h_2$  est la composante radiale et le terme de  $l_2$  représente le déplacement transversal.

Les relations suivantes représentent la dépendance de  $h_2$  et  $l_2$  en latitude :

$$\begin{aligned} h_2 &= 0.6078 - 0.0003(3\sin^2\phi - 1) \quad \text{et} \\ l_2 &= 0.0847 + 0.0001(3\sin^2\phi - 1) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Le déplacement de la station dû au troisième degré du potentiel de marée est :

$$\Delta \vec{r} = \sum_{j=2}^3 \frac{\mu_j R_E^5}{\mu R_j^4} \left\{ h_3 \hat{r} \left( \frac{5}{2} (\hat{R}_j \cdot \hat{r})^3 - \frac{3}{2} (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) \right) + l_3 \left( \frac{15}{2} (\hat{R}_j \cdot \hat{r})^2 - \frac{3}{2} \right) \left[ \hat{R}_j - (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) \hat{r} \right] \right\} \quad (4.21)$$

où  $h_3 = 0.292$  et  $l_3 = 0.015$  sont les nombres de Love et de Shida de troisième degré. Pour la précision millimétrique, on peut négliger le terme en  $l_3$  de l'équation précédente.

La marée terrestre a une partie périodique et une partie permanente. Dans le traitement PPP de 24h la marée périodique n'affecte pas le résultat ; seule la partie permanente est à enlever mais pour les traitements plus courts il faut appliquer la correction totale. La composante radiale de la marée permanente due au terme de degré 2 est :

$$[-0.1206 + 0.0001P_2(\sin \phi)]P_2(\sin \phi) \quad m \quad (4.22)$$

La composante transversal (vers le nord) de marée permanente dû à terme de degré deux est :

$$[-0.0252 + 0.0001P_2(\sin \phi)](\sin 2\phi) \quad m \quad (4.23)$$

avec

$$P_2(\sin \phi) = (3 \sin^2 \phi - 1)/2$$

La figure 4.9 montre la variation temporelle de la marée terrestre pendant 24h, jour 270 de l'année 2004, pour la station de Saint-Mandé (en haut à gauche), et la variation locale pour la même jour à 10h. On voit clairement que le plus grand effet est sur l'altitude ; les autres composantes sont aussi relativement importantes.

Dans le cas de la gravimétrie aérienne l'effet de marée terrestre existe pour la station au sol mais est nul pour le récepteur embarqué. Dans ce cas il faut appliquer la totalité de l'effet de marée. Dans le cas de la photogrammétrie aérienne, en mode de positionnement relatif, tous les points d'image se déplacent comme la station de référence : il n'y a donc pas lieu d'appliquer la marée terrestre à la trajectoire de l'avion. En mode non différentiel, cette correction devra être appliquée.

### 4.10 Effet de surcharge océanique

La surcharge océanique est le déplacement de la croûte terrestre dû à la marée océanique. La grandeur de ce déplacement est de l'ordre de 0 – 5cm au bord des océans et est très faible loin des côtes.

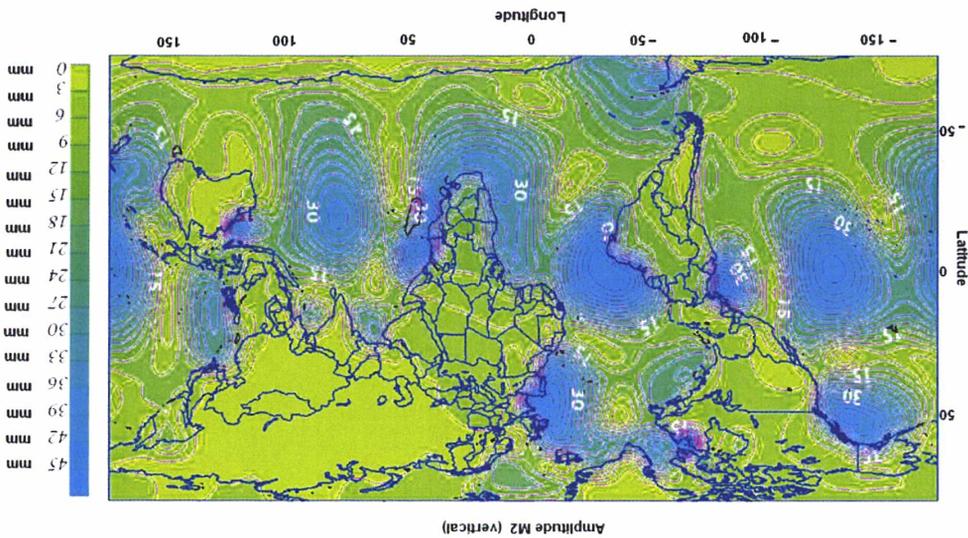


FIG. 4.10 – Déplacement de la croûte terrestre dû à la surcharge océanique. Issu du site web de KMS (*National survey and cadastre*, Danemark).

Le déplacement dû à la surcharge océanique d'une station au temps  $t$  (en secondes depuis minuit) peut être obtenu par [63] :

$$\Delta c = \sum_j^j f_j A_{cj} \cos(\omega_j t + \chi_j + u_j + \Phi_{cj}) \quad (4.24)$$

La somme se fait pour les onze ondes principales de marée. Ces ondes sont :

$$M_2, S_2, N_2, K_2, K_1, O_1, P_1, Q_1, M_f, M_m, S_m$$

$f_j$  et  $u_j$  dépendent du noeud lunaire (pour une précision de 1-3 mm on peut poser  $f_j = 1$  et  $u_j = 0$ ),  $\chi_j$  est l'argument astronomique à  $t = 0h$ ,  $\omega_j$  est la vitesse angulaire de marée à  $t = 0h$ ,  $A_{cj}$  est l'amplitude et  $\Phi_{cj}$  la phase dans la direction radiale (positive au sud et à l'ouest) pour une station.

On peut obtenir le code FORTRAN pour calculer  $\chi_j$  sur le site de conventions de IERS :

<ftp://maia.usno.navy.mil/conventions/chapter8/ray.f>

Ces valeurs sont calculées à partir de la convolution de la fonction de Green en utilisant le modèle de marée et les données littorales. Pour obtenir les valeurs à une station on peut utiliser le site de l'*Onsala Space Observatory* :

<http://www.oso.chalmers.se/~loading/>

TAB. 4.4 – Amplitude et phase de déplacement de surcharge océanique pour les stations SMNE et BRST du RGP. Calculé avec le logiciel *KMS\_ap.exe* de KMS (*National survey and cadastre*, Danemark).

```

$$ COLUMN ORDER: M2 S2 N2 K2 K1 O1 P1 Q1 MF MM SSA
$$ ROW ORDER:
$$ AMPLITUDES (m)
$$ RADIAL
$$ TANGENTL EW
$$ TANGENTL NS
$$ PHASES (deg)
$$ RADIAL
$$ TANGENTL EW
$$ TANGENTL NS
$$
SMNE 2.4250 48.8444
$$ Site no: 1
$$ KMS_ap: OCEAN LOADING EFFECTS BASED ON RR99
$$ SMNE RADI TANG lon/lat: 2.4250 48.8444
.00782 .00265 .00178 .00074 .00267 .00100 .00084 .00012 .00000 .00000 .00000
.00298 .00084 .00068 .00024 .00054 .00038 .00017 .00010 .00000 .00000 .00000
.00138 .00037 .00030 .00007 .00026 .00017 .00008 .00008 .00000 .00000 .00000
-71.8 -44.7 -91.3 -43.4 -63.9 -104.2 -65.5 120.1 0.0 0.0 0.0
97.5 129.7 76.4 131.9 97.6 14.3 93.1 -47.6 0.0 0.0 0.0
77.7 98.1 61.1 68.9 48.8 -75.0 45.1 -167.1 0.0 0.0 0.0
$$
BRST 355.5034 48.3805
$$ Site no: 2
$$ KMS_ap: OCEAN LOADING EFFECTS BASED ON RR99
$$ BRST RADI TANG lon/lat: 355.5034 48.3805
.03779 .01241 .00782 .00342 .00426 .00138 .00130 .00059 .00000 .00000 .00000
.00864 .00285 .00183 .00076 .00065 .00042 .00020 .00014 .00000 .00000 .00000
.00614 .00256 .00128 .00070 .00041 .00032 .00012 .00012 .00000 .00000 .00000
-61.9 -25.1 -82.0 -25.3 -71.6 -161.6 -73.7 100.7 0.0 0.0 0.0
96.9 130.6 76.5 129.7 89.2 -4.5 85.0 -74.6 0.0 0.0 0.0
28.0 62.8 14.9 58.2 21.0 -94.3 16.3 -168.0 0.0 0.0 0.0
END OF FILE

```

On peut aussi télécharger le code FORTRAN (ou le logiciel exécutable) et la grille correspondant au modèle RRAY99 sur le site suivant :

<http://research.kms.dk/~sak/soft1.html>

Une réalisation de ce logiciel est présentée dans le tableau 4.4 pour les stations de Saint-Mandé et Brest.

La figure 4.10 est une illustration des valeurs de la surcharge océanique due à l'amplitude de  $M2$  sur toute la planète. L'amplitude de  $M2$  a la plus grande part de cet effet et peut arriver jusqu'à  $5\text{cm}$  en composante radiale et  $2\text{cm}$  en horizontale pour les stations littorales. L'application de cet effet pour le positionnement GPS est nécessaire surtout pour la méthode PPP. Pour les calculs de  $24\text{h}$  on peut ne pas en tenir compte.

## 4.11 Bruit du récepteur

Le bruit du récepteur est surtout sensible sur les mesures de code. Ce bruit est causé par l'instabilité de l'oscillateur, la haute fréquence des signaux, les défaillances matérielles et logicielles. Le bruit sur le code C/A est plus important que sur le code P. Les récepteurs modernes ont moins de bruit de mesure (de l'ordre de quelques décimètres).

Un paramètre pour l'évaluation du bruit des récepteurs est le SNR (*Signal to Noise Ratio*). Normalement les constructeurs donnent une valeur a priori du SNR.

Le bruit de phase est de l'ordre de quelques millimètres. Le critère de  $C/N_0$  (*Carrier to Noise ratio*) est utilisé pour évaluer le bruit de phase, voir 7.4. Une

étude approfondie sur le SNR et  $C/N_o$  est faite par Collins et.al. [12].

## 4.12 Multi-trajet

Le phénomène de multi-trajet est dû à la réception du signal via un autre trajet que le trajet direct. Cela vient du fait que les surfaces autour de l'antenne reflètent les signaux. Le multi-trajet dépend seulement de l'environnement de l'antenne. Gérer ce biais est très important dans les utilisations cinématiques urbaines ainsi que pour les applications très précises comme les études tectoniques.

Plusieurs facteurs concourent à éliminer le multi-trajet. Premièrement les ondes réfléchies ont moins de puissance que les ondes directes. Deuxièmement les ondes GPS sont RHCP<sup>1</sup> tandis que les ondes réfléchies deviennent LHCP<sup>2</sup>. Les antennes GPS, par construction, reçoivent les ondes RHCP et éliminent les ondes LHCP. Mais s'il y a deux réflexions successives l'onde redevient RHCP, figure 4.11.

Dans le concept de station permanente, un autre avantage est la répétitivité des observations : on peut trouver la signature du multi-trajet à la même heure que le jour précédent avec 4min de décalage. En analysant les données, par exemple par analyse spectrale, on peut identifier son existence.

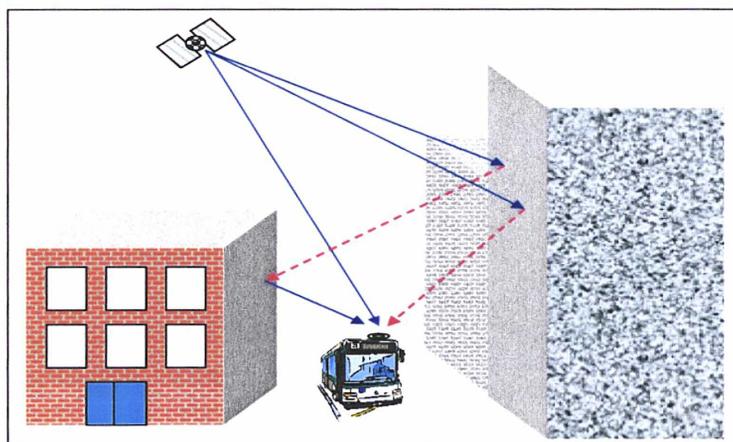


FIG. 4.11 – Effet du multi trajet. Les lignes bleues (gras) représentent les ondes RHCP et les rouges (tirets) les LHCP.

En général mieux vaut éviter le plus possible le multi-trajet en utilisant les antennes de type *Choke Ring* ou avec plan absorbant. Les méthodes de filtrage des ondes font partie des méthodes d'élimination du multi-trajet. Une autre possibilité est d'éviter les satellites proches de l'horizon.

Afin de vérifier l'importance du multi-trajet sur les mesures on peut utiliser les

<sup>1</sup> *Right Handed Circularly Polarized*

<sup>2</sup> *Right Handed Circularly Polarized*

observables  $MP1$  et  $MP2$  :

$$MP1 = P1 - \left(\frac{2}{\gamma-1} + 1\right) L1 + \left(\frac{2}{\gamma-1}\right) L2$$

$$MP2 = P2 - \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1}\right) L1 + \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} - 1\right) L2$$
(4.25)

où  $\gamma = (f_1/f_2)^2$ .

$MP1$  peut être calculé avec le code  $C/A$  en remplaçant  $P1$  par  $C1$ . La figure 4.12 montre les observables  $MP1$  ( $C/A$  et  $P1$ ),  $MP2$  et l'élévation du satellite pour la station AJAC et PRN5, jour 270 de l'année 2004. On voit que, avec la diminution de l'élévation, le bruit sur ces observables augmente. Les anomalies très grandes dans ces observables sont le signe du multi-trajet.

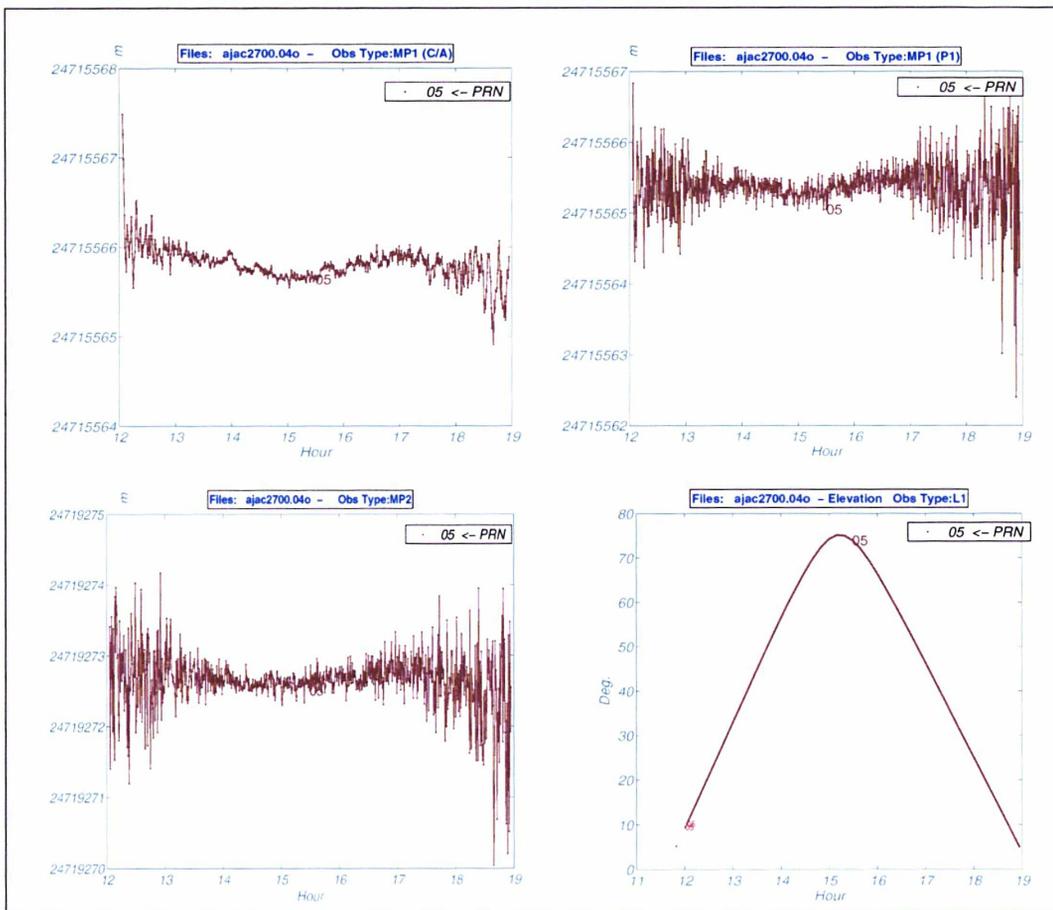


FIG. 4.12 – Les observables du multi-trajet.

Kwan et al [73] ont utilisé une antenne de  $3m$  de diamètre sans multi-trajet comme antenne de référence pour étudier le multi-trajet et pour la calibration de l'antenne.

## 4.13 Saut de cycle

Un saut de cycle est le changement rapide d'une mesure de phase en nombre entier. Ce phénomène n'affecte pas la partie fractionnaire de la phase. La cause d'un saut de cycle est la perte de réception du signal d'un satellite pendant un certain temps, ou des problèmes matériels. Il y a plusieurs méthodes pour la détection et la correction des sauts de cycle. La détection se fait habituellement par les différentes combinaisons des mesures.

### 4.13.1 Combinaison des mesures pour la détection des sauts de cycle

La simple différence entre deux époques de la combinaison sans géométrie ( $L1 - L2$ ), voir 5.3.1, est une mesure de vérification pour le saut de cycle. On a :

$$\delta L4 = L4(t_i + 1) - L4(t_i) = \lambda_1 \delta N_1 - \lambda_2 \delta N_2 - \delta \Delta_{ion} \quad (4.26)$$

où  $L4$  est la combinaison sans géométrie,  $t_i$  l'époque,  $\delta$  montre la différenciation entre deux époques, et  $\Delta_{ion}$  est l'effet résiduel de l'ionosphère sur  $L4$ .

La variation de la valeur de  $L4$  est due au changement de délai ionosphérique entre deux époques et des biais qui en général sont assez petits entre deux époques. Si on trouve des changements rapides, on peut s'attendre à la présence d'un saut de cycle.

La deuxième combinaison est la combinaison code-phase :

$$PhC = \lambda_4 \left( \frac{L1}{\lambda_1} - \frac{L2}{\lambda_2} \right) - \lambda_5 \left( \frac{P1}{\lambda_1} - \frac{P2}{\lambda_2} \right) \quad (4.27)$$

où  $\lambda_4 = (1/\lambda_1 - 1/\lambda_2)^{-1}$  et  $\lambda_5 = (1/\lambda_1 + 1/\lambda_2)^{-1}$

Nous avons utilisé cette combinaison au niveau de la double différence.

Un autre critère peut être la différence entre double différences sur  $L1$  et sur  $L2$ . C'est une combinaison  $L4$  sans géométrie au niveau de la double différence.

Les résultats de l'utilisation de ces combinaisons sont présentés dans la figure 4.13. Les observations des stations SMNE et EGLT sont utilisées. Le saut de cycle sur les observations de la station EGLT pour le satellite PRN24 est identifié par ces combinaisons. Sur la deuxième image (en haute à droite) on voit que pour la station SMNE il n'y pas saut de cycle pour PRN24.

Pour une station seule, on peut utiliser les simple différences observées entre les satellites moins les valeurs calculées (OMC). Le changement de cette combinaison est assez lent au cours du temps ; les changements rapides sont dus aux saut de cycle. La figure 4.14 montre les valeurs des OMC pour SMNE, jour 270, année 2004.

Après détection des sauts de cycle il faut soit réintroduire les nouvelles ambiguïtés, soit corriger d'un nombre entier de cycles. Les méthodes de filtrage comme le filtre de Kalman [53] ou les méthodes de reconstruction des données comme l'utilisation des ondelettes sont parmi les méthodes les plus proposées.

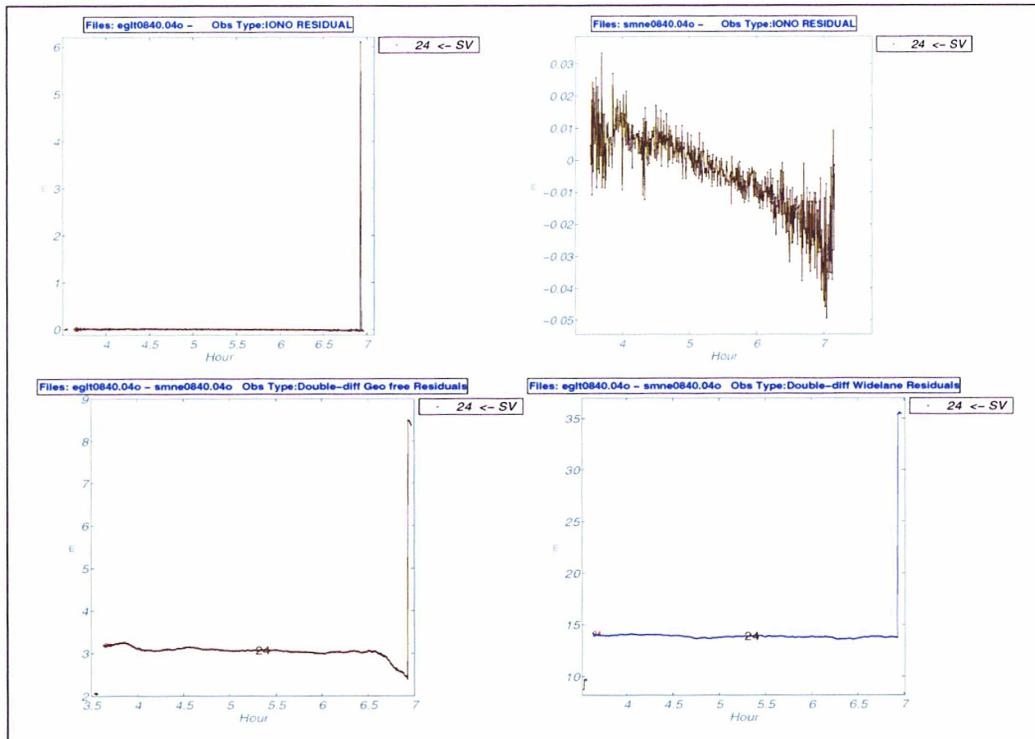


FIG. 4.13 – Combinaison de résidus ionosphériques, double différence de code et de phase, sans géométrie, pour le saut de cycle.

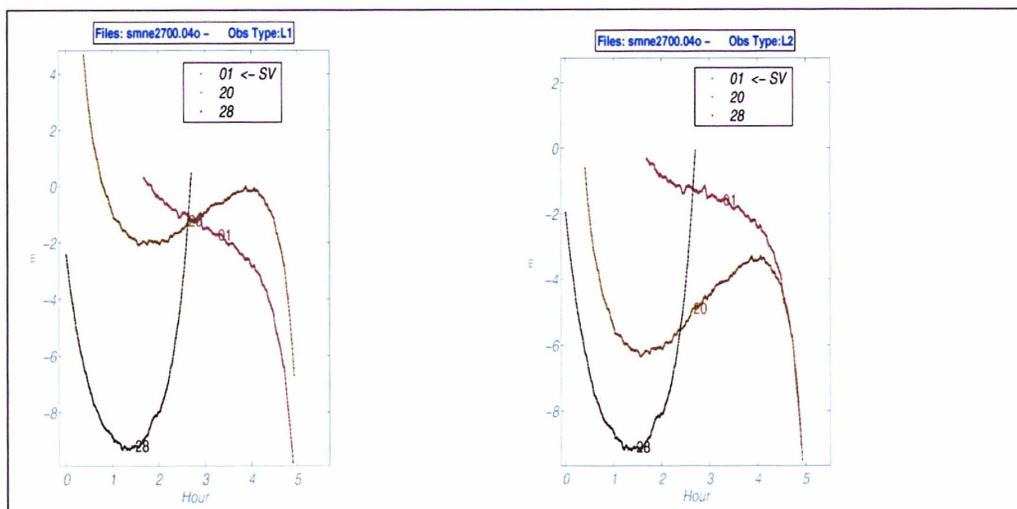


FIG. 4.14 – Les observables de simple différence OMC.

# Délai ionosphérique

## 5.1 Introduction

L'ionosphère affecte les ondes électromagnétiques en induisant un délai de transmission additionnel. Cet effet dépend du contenu total en électrons (TEC) et de la fréquence des ondes. Dans des conditions d'activité solaire normale, cette influence sur les signaux GPS est de l'ordre de quelques mètres à quelques dizaines de mètres, mais elle peut atteindre plus de 100 mètres lors de violents orages ionosphériques.

Pour le positionnement GPS précis, l'effet de l'ionosphère doit être estimé afin d'être éliminé des observations. Les évaluations précises de l'effet ionosphérique sont également importantes en recherche météorologique et pour l'observation de la Terre.

Actuellement les paramètres du modèle ionosphérique de Klobuchar sont diffusées à partir des satellites GPS, mais ce modèle permet seulement de corriger environ 50 % de l'effet. Un modèle plus précis est donc exigé. Les méthodes de modélisation de l'ionosphère, employant les données des réseaux GPS, ont été beaucoup étudiées ces dernières années. Cela a permis d'établir différents modèles basés sur les données des stations de référence.

### 5.1.1 Indice de réfraction de l'ionosphère

L'indice de réfraction de l'ionosphère peut être exprimée comme suit [74] :

$$n^2 = 1 - \frac{X}{\left(1 - iZ - \frac{Y_T^2}{2(1-X-iZ)}\right) \pm \left(\frac{Y_T^4}{4(1-X-iZ)^2} + Y_L^2\right)^{1/2}} \quad (5.1)$$

où

$$\begin{aligned} X &= Ne^2 / (4\pi^2 \epsilon_0 m f^2) = f_n^2 / f^2 \\ Y_L &= f_H \cos \theta / f \\ Y_T &= f_H \sin \theta / f \\ Z &= \nu / \omega \\ N &= \text{densité en électrons} \end{aligned}$$

- $f$  = fréquence en Hz  
 $e$  = charge de l'électron,  $-1.602 \times 10^{-19}$   
 $\epsilon_o$  = permittivité du vide,  $8.854 \times 10^{-12}$  farad/m  
 $m$  = masse au repos de l'électron,  $9.107 \times 10^{-31}$  kg  
 $\theta$  = angle du rayon par rapport au champ magnétique terrestre  
 $\nu$  = fréquence de collision électron-neutre  
 $f_H$  = gyro-fréquence de l'électron  
 $f_n$  = fréquence de plasma

Pour les signaux GPS, les valeurs de  $X$ ,  $Y_T$ ,  $Y_L$ , et  $Z$  dans l'équation 5.1 sont très petites par rapport à 1, donc l'indice de réfraction ionosphérique, obtenu par [10], est :

$$n = 1 - \frac{X}{2} \pm \frac{XY}{2} \cos \theta - \frac{X^2}{8} \quad (5.2)$$

avec  $Y = \frac{f_H}{f}$ . Le signe du troisième terme dépend de la polarisation de l'onde. Le second terme (correspondant à la correction ionosphérique de premier ordre) est une fonction de  $1/f^2$ , le troisième terme est une fonction de  $1/f^3$  (correction de second ordre), et le quatrième terme est une fonction de  $1/f^4$  (correction de troisième ordre).

L'approximation de premier ordre avec une erreur de moins de 1% est :

$$n = 1 - \frac{X}{2} = 1 - \frac{Ne^2}{8\pi^2\epsilon_o m f^2} = 1 - \frac{40.3}{cf^2} \int Ndl \quad (5.3)$$

La quantité  $\int Ndl$  est le contenu total en électrons (TEC) avec comme unité  $el/m^2$ <sup>1</sup>, c'est l'intégration de la densité d'électrons selon la direction satellite-récepteur. La figure 5.1 illustre les valeurs moyennes de TEC depuis janvier 1995<sup>2</sup>.

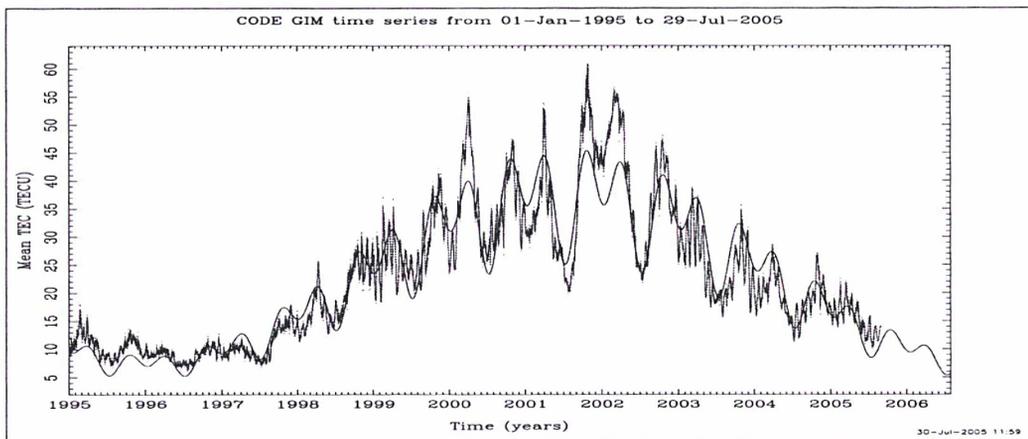


FIG. 5.1 – Les Valeurs Moyennes de TEC .

<sup>1</sup> Nombre d'électrons par mètre carré

<sup>2</sup> Issue du site internet de l'université de Berne (CODE)

A 14h on a la phase zéro pour le cosinus ; pendant la nuit la valeur du modèle est constante. La période et l'amplitude sont représentées par des polynômes de troisième degré du temps local et de la latitude géomagnétique. Les huit coefficients de ces polynômes sont envoyés par les satellites GPS avec les messages radiodiffusés. L'avantage du modèle de Klobuchar est sa simplicité, mais sa précision est limitée (de l'ordre de 50 – 60 % du délai total). De plus ce modèle est adapté seulement aux latitudes moyennes. Pour l'algorithme de calcul voir [74] page 513-514.

### 5.3 Calcul du retard ionosphérique à partir des mesures GPS

Pour calculer le retard ionosphérique, il faut une stratégie adaptée ou une combinaison linéaire des observations appropriée pour le calcul du TEC. L'avantage de l'utilisation des observations GPS est leur nombre important et de la facilité des mesures comparée aux autres méthodes de mesure de l'ionosphère (sondeurs ionosphériques, radars).

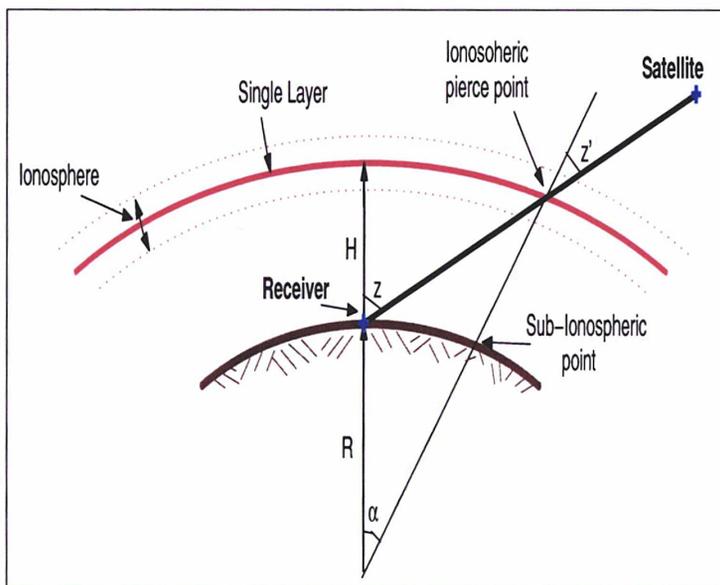


FIG. 5.2 – Modèle ionosphérique à une seule couche.

#### 5.3.1 Combinaison indépendante de la géométrie

La combinaison linéaire  $L4$  indépendante de la géométrie<sup>1</sup> est la base d'estimation du TEC à partir des mesures GPS. Cette combinaison pour la phase et le code est :

$$\begin{aligned} L_{r,4}^k &= L_{r,1}^k - L_{r,2}^k \\ P_{r,4}^k &= P_{r,1}^k - P_{r,2}^k \end{aligned} \quad (5.9)$$

<sup>1</sup> Geometry free

### 5.1.2 Délai de groupe ionosphérique

Le délai de groupe de l'ionosphère peut être exprimé sous la forme d'une intégrale en temps ou en distance :

$$\Delta\rho = \int (1 - n)dl \quad (5.4)$$

ou

$$\Delta t = \frac{1}{c} \int (1 - n)dl \quad (5.5)$$

Pour le GPS (les ondes de bande L) on a :

$$\Delta t = \frac{40.3}{cf^2} \int Ndl = \frac{40.3}{cf^2} TEC \quad (5.6)$$

L'équation 5.6 exprime la correction ionosphérique pour les mesures de code ; la correction pour la phase est identique avec un signe négatif.

## 5.2 Modélisation de l'ionosphère

Il est possible de modéliser le retard ionosphérique par des modèles expérimentaux ou théoriques. Les modèles théoriques sont basés sur des principes physiques, mais comme les variations de l'ionosphère peuvent être assez imprévisibles, ils sont pas assez précis. Les modèles empiriques sont basés sur les observations GPS. Ils sont plus précis mais il faut que les observations soient accessibles et la prédiction est moins précise.

Les modèles de l'ionosphère fournissent les valeurs de TEC dans le temps et l'espace. Dans ce qui suit nous allons présenter quelques-uns de ces modèles.

### 5.2.1 Modèle ionosphérique radiodiffusé de Klobuchar

Le modèle de Klobuchar est une représentation simple du délai ionosphérique sous la forme d'une fonction du cosinus :

$$\Delta T_{ion} = F \left\{ DC - A \cos \left[ \frac{2\pi(t - \phi)}{P} \right] \right\} \quad (5.7)$$

pour la nuit :

$$\Delta T_{ion} = FDC \quad (5.8)$$

où

$\Delta T_{ion}$	=	délai ionosphérique
$F$	=	facteur d'élévation du satellite
$DC$	=	délai constant de nuit (5 ns)
$A$	=	amplitude
$t$	=	temps local
$\phi$	=	décalage de phase (14 h)
$P$	=	période

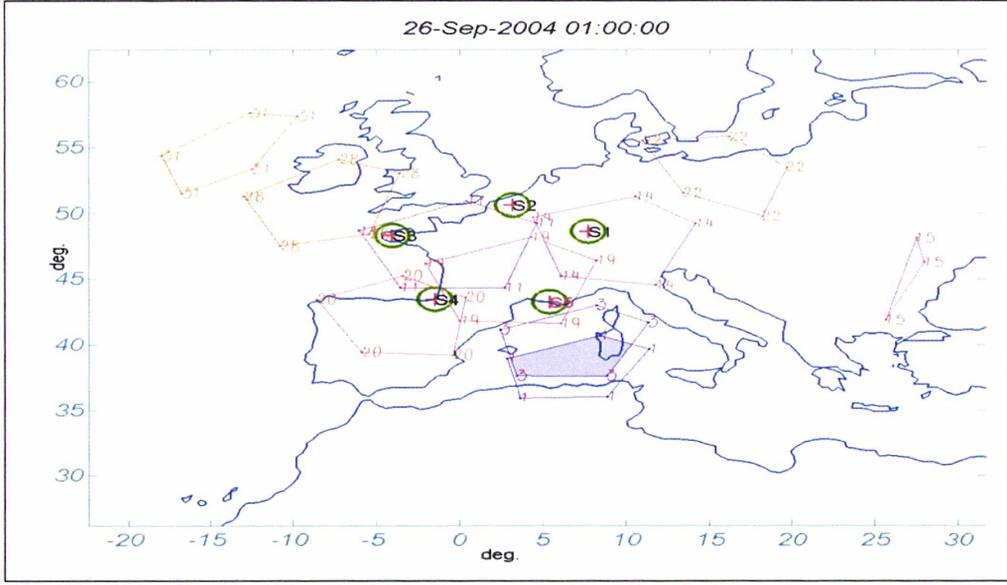


FIG. 5.3 – Traces des satellites sur la couche ionosphérique pour différentes stations.

En substituant les équations 2.5 et 2.6 dans l'équation précédente, on obtient :

$$\begin{aligned} L_{r,4}^k &= -(\delta ion_{r,1}^k - \delta ion_{r,2}^k) + (\lambda_1 N_{r,1}^k - \lambda_2 N_{r,2}^k) + c(b_{r,1} - b_{r,2}) + c(b_1^k - b_2^k) + \eta_\Phi \\ P_{r,4}^k &= (\delta ion_{r,1}^k - \delta ion_{r,2}^k) + c(b_{r,1} - b_{r,2}) + c(b_1^k - b_2^k) + \eta_P \end{aligned} \quad (5.10)$$

ou encore :

$$\begin{aligned} L_{r,4}^k &= -\Delta ion + \Delta N + cDCB_r + cDCB^k + \eta_\Phi \\ P_{r,4}^k &= \Delta ion + cDCB_r + cDCB^k + \eta_P \end{aligned} \quad (5.11)$$

Le terme  $\Delta N$  est constant tant qu'il n'y a pas de saut de cycle ou de perte de satellite. Les termes de DCB du satellite et du récepteur sont à peu près constants (pendant quelques heures). Les variations de ces combinaisons sont essentiellement dues à  $\Delta ion$ .  $\eta_P$  et  $\eta_\Phi$  sont des bruits résiduels sur le code et la phase respectivement. Si on arrive à résoudre les ambiguïtés on peut estimer le retard ionosphérique ou les valeurs de TEC. En utilisant 5.6, Le terme  $\Delta ion$  peut être écrit ainsi :

$$\Delta ion = a \left( \frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) TEC = a \left( \frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) F_I(z) E(\beta, s) \quad (5.12)$$

Avec l'introduction de l'unité  $TECU^1$  égale à  $1 \times 10^{16} \text{ electrons}/m^2$  pour le TEC, la constante  $a$  est égale à  $4.03 \times 10^{17} ms^{-2} TECU^{-1}$ ,  $F_I$  est la fonction d'élevation pour calculer le TEC oblique,  $z$  est l'angle zénithal du satellite,  $\beta$  est la latitude,  $s$  est la longitude soleil-fixe, et enfin  $E$  est le TEC vertical.

La combinaison  $L4$  peut être utilisée en mode absolu (il est possible d'utiliser les ambiguïtés issues du PPP, voir chapitre 7 et [11]) ou au niveau des double différences. Dans le deuxième cas, les DCB sont éliminés.

<sup>1</sup> TEC Unit

### 5.3.2 Modèle ionosphérique avec simple couche

Afin de modéliser l'ionosphère, ou bien le TEC, on suppose que l'ionosphère est concentrée sur une coquille sphérique d'épaisseur infinitésimale située à l'altitude d'environ 350-450 kilomètres au-dessus de la surface de la terre. L'application du modèle de simple couche (SLM <sup>1</sup>) exige le calcul de l'intersection de la ligne de visée entre le récepteur et le satellite sur la coquille d'ionosphère comme illustré sur le schéma 5.3. Le point d'intersection du signal avec la coquille ionosphérique est défini comme point de percée, où le rayon oblique a un angle zénithal  $z'$ . La fonction d'élevation pour relier le retard orthogonal au retard oblique,  $F_I$  peut être écrite ainsi :

$$F_I(z) = \frac{1}{\cos z'} \quad \text{où} \quad \sin z' = \frac{R}{R+H} \sin z, \quad (5.13)$$

$z$  et  $z'$  sont les angles zénithaux du satellite respectivement à la station et au point de percée de la couche,  $R$  est le rayon moyen de la Terre, et  $H$  est la hauteur de la couche.

### 5.3.3 Modèle local

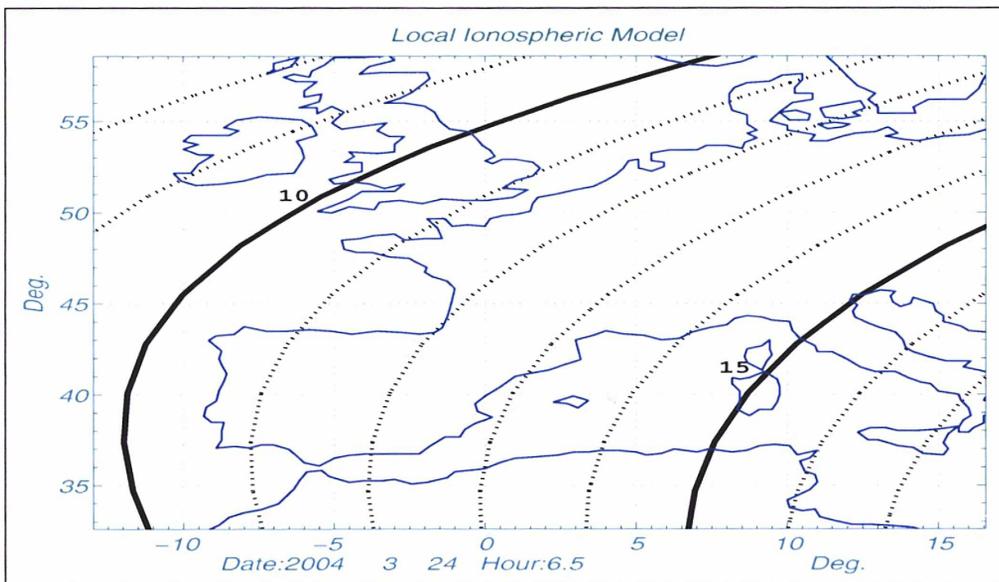


FIG. 5.4 – Modèle ionosphérique local.

Le modèle local du TEC est représenté par la série de Taylor suivante :

$$E(\beta, s) = \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^{m_{max}} E_{nm} (\beta - \beta_0)^n (s - s_0)^m, \quad (5.14)$$

où  $n_{max}$  et  $m_{max}$  sont les degrés de la série de Taylor,  $s_0$  et  $\beta_0$  sont l'origine du développement en série,  $E_{nm}$  sont les coefficients inconnus, et  $\beta$  et  $s$  sont la latitude et la longitude soleil-fixe du point de percée.

<sup>1</sup> Simple Layer Model

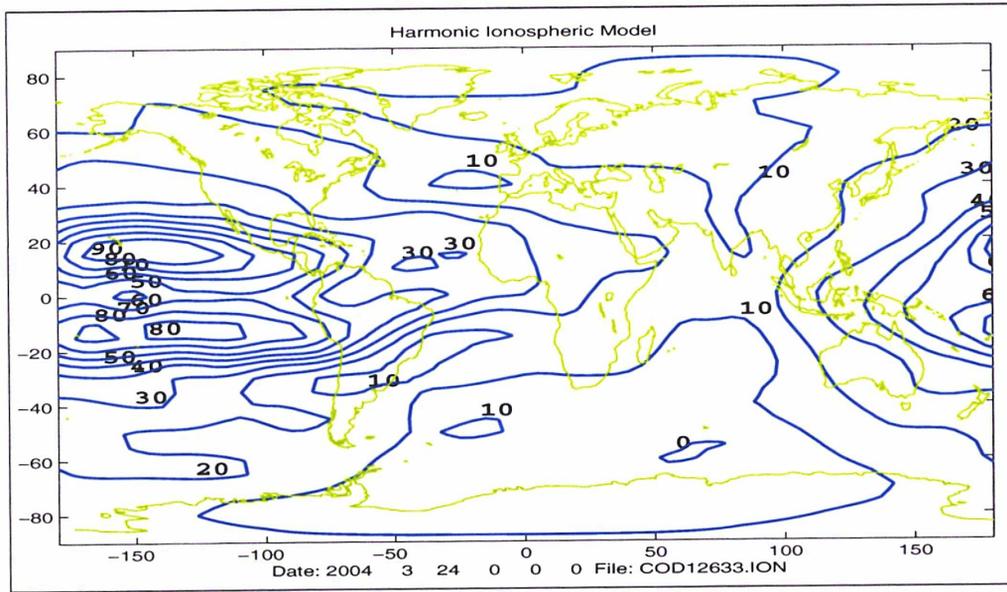


FIG. 5.5 – Modèle harmonique global.

Il faut être conscient du fait que toute la région du modèle n'est pas couverte par les observations GPS : on aura une interpolation pour compléter. La figure 5.3 illustre les polygones qu'on peut obtenir pour les satellites observés à cinq stations du RGP (STRA, LILE, PNDB, BRTZ, MARS) et leurs traces sur la couche ionosphérique.

### 5.3.4 Modèle global

Le modèle global du TEC peut être exprimé sous forme d'expansion en harmoniques sphériques comme suit [83] :

$$E(\beta, s) = \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n \tilde{P}_{nm}(\sin\beta)(a_{nm}\cos ms + b_{nm}\sin ms) \quad (5.15)$$

où  $n_{max}$  est le degré maximum de l'expansion,  $\tilde{P}_{nm}$  sont les fonctions de Legendre normalisées de degré  $n$  et d'ordre  $m$ .  $a_{nm}$ ,  $b_{nm}$  sont les paramètres inconnus qui doivent être estimés. La figure 5.5 montre un exemple de modèle harmonique (CODE).

### 5.3.5 Modèle ionosphérique tomographique

La tomographie est un procédé bien connu pour déterminer la distribution d'une quantité physique par des séries d'intégrales sur des chemins pour la région contenant la distribution. Elle reconstruit la distribution avec des fonctions de base et leurs coefficients. Ainsi, nous devons estimer les coefficients de tomographie.

En tomographie ionosphérique, la quantité physique est la distribution des électrons dans l'ionosphère ; l'intégrale de chemin donne la mesure du TEC du satellite au récepteur. Les coefficients sont ceux de la fonction horizontale et de la fonction radiale. Le schéma 5.6 montre la formation d'une image ionosphérique par tomographie. L'idée est de trouver une fonction 3D pour la distribution électronique

$N(\beta, s, h)$ . Cette fonction est le produit tensoriel de deux fonctions :

$$\begin{aligned} N(\beta, s, h) &= Z(h) \otimes Y(\beta, s), \\ Z(h) &= \sum a_k Z_k(h) \\ Y(\beta, s) &= \sum b_l Y_l(\beta, s) \end{aligned} \quad (5.16)$$

$Y$  est une fonction d'harmoniques sphériques et  $Z$  est une fonction empirique. Le but est de trouver les coefficients  $a_k$  et  $b_l$  de la fonction  $N(\beta, s, h)$ .

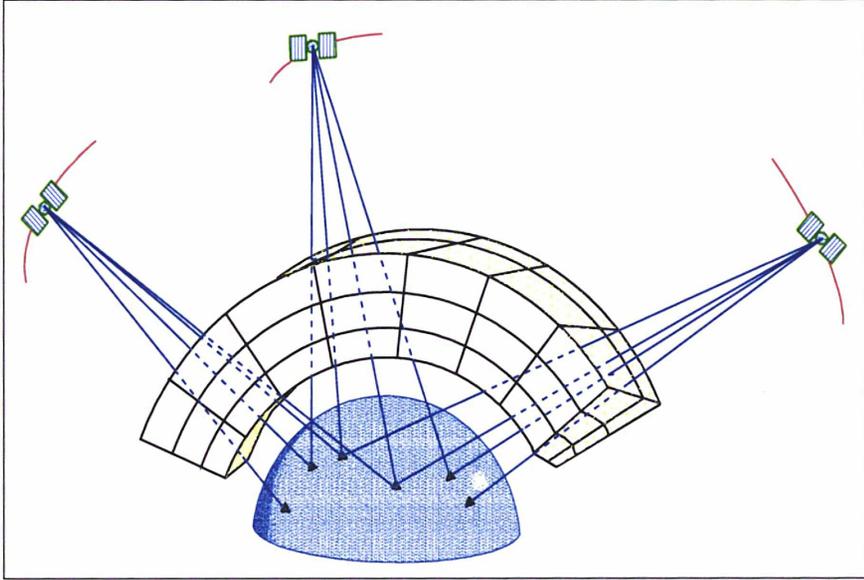


FIG. 5.6 – Tomographie d'ionosphère.

L'équation d'observation simplifiée de la tomographie ionosphérique (voir équation 5.11) est [58] :

$$TEC = \int_{rec}^{sat} N(\beta, s, h) dr \quad (5.17)$$

où  $s$  est la longitude géomagnétique soleil-fixe,  $\beta$  est la latitude, et  $h$  est l'altitude. En utilisant 5.16 et la représentation de  $Y$  avec les polynômes de Legendre, on obtient :

$$TEC = \int_{rec}^{sat} \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N ((a_{nk}^m \cos ms + b_{nk}^m \sin ms) \bar{P}_n^m(\cos\beta) Z_k(h)) dr \quad (5.18)$$

En réarrangeant :

$$\begin{aligned} TEC &= \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{nk}^m \int_{rec}^{sat} \cos ms \bar{P}_n^m(\cos\beta) Z_k(h) dr \\ &+ \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{nk}^m \int_{rec}^{sat} \sin ms \bar{P}_n^m(\cos\beta) Z_k(h) dr \end{aligned} \quad (5.19)$$

Les  $a_{nk}^m$  et  $b_{nk}^m$  sont les coefficients à estimer. Cette équation est un problème inverse et on utilise les méthodes inverses de tomographie pour la résoudre. Voir [41] pour les méthodes inverses.

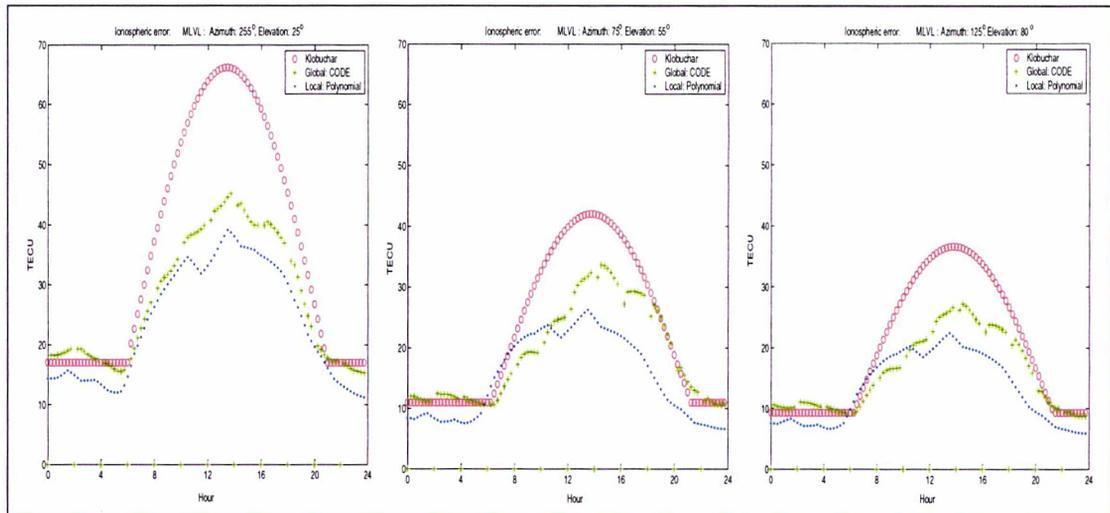


FIG. 5.7 – Comparaison de modèles ; Klobuchar, Local (RGP), et Global (CODE) pour station mlvl 084, 2004 avec différents azimuts et angles zénithaux.

On n'a pas mis en oeuvre cette méthode, faute de temps. Pour plus de détails, voir [19].

### 5.3.6 Comparaison de différents modèles ionosphériques

Nous avons fait la comparaison des valeurs du TEC obtenues à partir de trois modèles : Klobuchar, modèle harmonique global produit par CODE, et modèle local du RGP.

Dans le modèle de Klobuchar, on utilise les coefficients  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  des fichiers de navigation. Les valeurs de TEC obliques sont calculées en utilisant les fonctions d'élevation pour les trois modèles. Pour le calcul, on utilise les coordonnées de la station MLVL avec trois directions différentes (tableaux 5.1).

Direction	Azimut (deg)	Élévation (deg)
1	255	25
2	75	55
3	125	80

TAB. 5.1 – Les directions utilisées pour le calcul de TEC

Comme on peut le constater sur la figure 5.7, la différence entre le modèle Klobuchar et les deux autres est assez importante. En revanche, il y a moins d'écart entre le modèle global de CODE et le modèle local (polynômial) mais il peut arriver jusqu'à une dizaine de TECU sur l'écart oblique. A la section suivante, nous verrons l'effet de cet écart sur les observations GPS.

### 5.3.7 Test de validité des modèles ionosphériques

Afin de vérifier l'effet des modèles ionosphériques, on a développé un programme sous MATLAB pour corriger les observations à l'aide de ces modèles. Ensuite, les combinaisons linéaires L4 des observations sont utilisées pour vérifier l'efficacité de chaque modèle. En effet, comme nous l'avons vu, les variations de L4 sont essentiellement dues à l'ionosphère. Donc en éliminant son effet, on devrait trouver des valeurs à peu près constantes. La divergence des observations L4 est un bon critère pour tester l'effet d'un modèle (données sans saut de cycle et sans multi-trajet). Trois heures d'observations de la station SMNE pour le jour 84 de l'année 2004 (14-17 h) sont utilisées pour cela.

La figure 5.8 illustre la divergence de L4 pour différents cas (les observations L4 pour tous les satellites moins les observations à la première époque, pour une meilleure lisibilité). La figure 5.8a illustre la divergence de L4 pour les données brutes. Les figures 5.8b-d montrent les divergences de L4 pour les observations corrigées. Tous les modèles éliminent partiellement l'effet ionosphérique, mais le modèle local donne les meilleurs résultats. De plus on voit qu'à l'apparition des satellites les variations sont plus importantes; or cette situation est plus difficile à modéliser car les satellites sont plus bas.

## 5.4 Modèle prédictif ionosphérique à base d'analyse spectrale des moindres carrés

L'analyse spectrale des moindres carrés (LSSA <sup>1</sup>) est utilisée pour prédire le contenu total d'électrons (TEC) et de là, la correction ionosphérique. Les séries temporelles sont les valeurs de TEC calculées à partir de modèles ionosphériques. Les données correspondent à plusieurs années de traitement du réseau RGP. Les spectres des moindres carrés des données ont été estimés et on en a déduit le modèle prédictif. Ce modèle consiste en des fonctions trigonométriques et des tendances linéaires. Les fréquences des fonctions trigonométriques sont les composantes dominantes du spectre.

Les résultats des analyses montrent des périodes de 24h, 12h et 8h, ainsi que d'autres périodes moins importantes. Avec ces informations nous avons formé une grille de prédiction de l'ionosphère. Ce modèle pourrait être bénéfique pour les utilisateurs mono fréquence dans les applications temps réel.

### 5.4.1 Analyse spectrale des moindres carrés

Initialement développée par Vaníček (1969), [101], l'analyse spectrale des moindres carrés (LSSA) est une forme générale d'analyse spectrale de Fourier [15]. L'avantage principal de LSSA sur l'analyse spectrale de Fourier est de ne pas être limitée aux données équidistantes et aux fréquences entières. Par conséquent, il n'y a pas besoin de combler des manques de données par interpolation ou autre méthode. En outre, si nous avons des informations sur l'existence de certaines fréquences, on peut les employer dans la série de fréquence.

<sup>1</sup> Least Squares Spectral Analysis (LSSA)

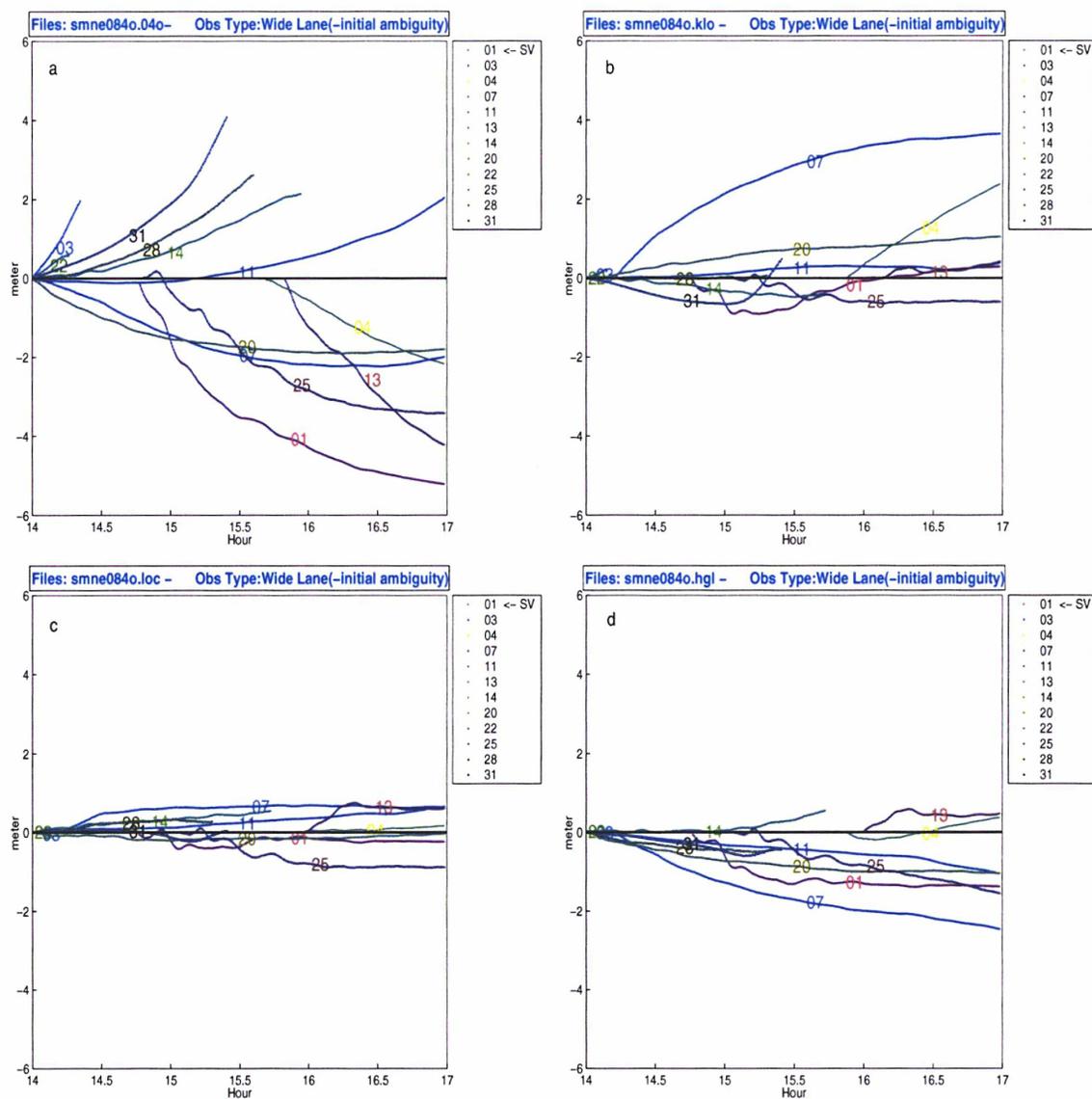


FIG. 5.8 – Divergence de L4 pour la station SMNE, jour 84, année 2004, a: Données brutes, b: Corrigées avec le modèle de Klobuchar, c: Corrigées avec un modèle polynomial (RGP) et, d: Corrigées avec un modèle harmonique global (CODE)

### 5.4.2 La transformation des moindres carrés

Considérons un ensemble de nombres réels positifs  $T$  :

$$T = [\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n]$$

Définissons : <sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \underline{C}_{\nu_j}^T &= [\cos \nu_j x_1, \cos \nu_j x_2, \dots, \cos \nu_j x_n] \\ \underline{S}_{\nu_j}^T &= [\sin \nu_j x_1, \sin \nu_j x_2, \dots, \sin \nu_j x_n] \end{aligned} \quad (5.20)$$

$j = 1, 2, \dots, m$

Une variété linéaire  $S$  peut être définie comme suit :

$$S = \text{Span}\{\underline{C}_{\nu_j}^T, \underline{S}_{\nu_j}^T, j = 1, 2, \dots, m\} \quad (5.21)$$

La projection orthogonale d'un vecteur  $f \in H^2$  sur  $S$  est un vecteur  $\underline{p}_\nu$ . Le but est de trouver  $\underline{p}_\nu$ . On peut l'écrire comme combinaison linéaire des vecteurs de base de  $S$  :

$$\underline{p}_\nu = \sum_{j=1}^m (\alpha_j \underline{C}_{\nu_j}^T + \beta_j \underline{S}_{\nu_j}^T) \quad (5.22)$$

ou sous la forme matricielle :

$$\underline{p}_\nu = \underline{A} \hat{c} \quad (5.23)$$

où

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \cos \nu_1 x_1 & \sin \nu_1 x_1 & \cos \nu_2 x_1 & \sin \nu_2 x_1 & \dots & \cos \nu_m x_1 & \sin \nu_m x_1 \\ \cos \nu_1 x_2 & \sin \nu_1 x_2 & \cos \nu_2 x_2 & \sin \nu_2 x_2 & \dots & \cos \nu_m x_2 & \sin \nu_m x_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \cos \nu_1 x_n & \sin \nu_1 x_n & \cos \nu_2 x_n & \sin \nu_2 x_n & \dots & \cos \nu_m x_n & \sin \nu_m x_n \end{bmatrix}$$

et

$$\hat{c} = [\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \dots, \alpha_m, \beta_m]^T$$

Le vecteur  $\hat{c}$  peut être calculé par la méthode des moindres carrés :

$$\hat{c} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{f} = \underline{N}^{-1} \underline{A}^T \underline{f} \quad (5.24)$$

$N$  est la matrice des coefficients. Le vecteur  $\hat{c}$  est la *transformée des moindres carrés* (LST<sup>3</sup>) de  $f$  correspondant aux fréquences  $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_m$ .

Le point important est le choix des fréquences  $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_m$  afin d'éviter un mauvais conditionnement. Il faut noter que pour des données non équidistantes, la fréquence de Nyquist et les fréquences entières ne sont pas définies. Si pour des données équidistantes nous choisissons les fréquences entières, la LST sera identique

<sup>1</sup> Les notations mathématiques sont selon [1].

<sup>2</sup> L'espace Hilbert de dimension  $n$

<sup>3</sup> Least Squares Transform (LST)

à la transformation de Fourier traditionnelle. Comme la transformation inverse de Fourier, il est possible de définir la transformation inverse des moindres carrés de la manière suivant :

$$\underline{\hat{f}} = \underline{A} \cdot \underline{\hat{c}} \quad (5.25)$$

C'est-à-dire :

$$\underline{\hat{f}} = \underline{p}_\nu$$

En substituant  $\underline{\hat{c}}$  dans l'équation 5.24 on a :

$$\underline{p}_\nu = \underline{A}(\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{f} \quad (5.26)$$

ou

$$\underline{p}_\nu = P \underline{f} \quad (5.27)$$

où

$$P = \underline{A}(\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \quad (5.28)$$

$P$  est l'opérateur de projection orthogonale des moindres carrés de  $H$  sur  $S$ .

### 5.4.3 Spectre des moindres carrés

Les méthodes traditionnelles d'estimation de fonctions de densité spectrale de puissance pour une série inégalement échantillonnée ont été souvent basées sur des méthodes d'approximation. Ainsi la série originale des données inégalement espacées devrait être interpolée ou approchée d'une série équidistante, afin d'employer des techniques de Fourier. Le problème, cependant, est que cette approche crée une nouvelle série de données qui peuvent causer des pics non réalistes dans le spectre. En outre, lisser des données par le choix de fonctions d'interpolation ou d'approximation peut éliminer les fréquences les plus élevées. La méthode de calcul de spectre LSS<sup>1</sup>, [101], basée sur l'estimation des moindres carrés, peut surmonter quelques-unes des limitations de l'analyse spectrale de Fourier.

Un autre procédé d'estimation spectrale des moindres carrés, l'estimation simultanée, a été développé par Craymer, voir [15]. L'avantage de l'estimation simultanée du LSS est que les corrélations entre les différentes fréquences sont prises en compte (les éléments non diagonaux de la matrice normale sont utilisés), mais le résultat est très sensible au choix des fréquences. Nous avons utilisé l'estimation LSS indépendante pour les analyses numériques.

Les effets de la fuite et du repliement spectraux (leakage and aliasing) peuvent dégrader les résultats finaux. Pour éviter ces effets, il existe différentes méthodes comme l'augmentation de l'amplitude temporelle des données et la diminution du pas d'échantillonnage (c'est-à-dire, approcher du cas idéal des données continues et infinies).

#### 5.4.3.1 LSS : estimation indépendante

Dans cette approche, les contributions des différentes fréquences sur tout le spectre de puissance sont calculées indépendamment. La base de cette séparation est la transformation des moindres carrés indépendante pour chaque fréquence.

---

<sup>1</sup> Least Squares Spectrum (LSS)

Considérons la matrice  $\underline{A}_{\nu_j}$  de conception (design) pour les colonnes qui correspondent à la fréquence  $\nu_j$  :

$$\underline{A}_{\nu_j} = \begin{bmatrix} \cos \nu_j x_1 & \sin \nu_j x_1 \\ \cos \nu_j x_2 & \sin \nu_j x_2 \\ \vdots & \vdots \\ \cos \nu_j x_n & \sin \nu_j x_n \end{bmatrix}_{n \times 2}$$

Ainsi :

$$\hat{c}(\nu_j) = (\underline{A}_{\nu_j}^T \underline{A}_{\nu_j})^{-1} \underline{A}_{\nu_j}^T \underline{f} \quad (5.29)$$

La puissance totale de  $\underline{f}$  est :

$$TotalPower = \underline{f}^T \underline{f} \quad (5.30)$$

Comme pour le spectre de Fourier, le composant spectral des moindres carrés  $s(\nu_j)$  peut être calculé ainsi :

$$s(\nu_j) = \underline{p}_{\nu_j}^T \underline{f} \quad (5.31)$$

La valeur spectrale normalisée pour  $\nu_j$  est

$$\tilde{s}(\nu_j) = \frac{s(\nu_j)}{\underline{f}^T \underline{f}} = \frac{\underline{p}_{\nu_j}^T \underline{f}}{\underline{f}^T \underline{f}} \quad (5.32)$$

La trace des valeurs spectrales ( $\tilde{s}(\nu_j)$ ) selon des fréquences  $\nu_j$  est *le spectre des moindres carrés* et peut être employée comme un outil pour la recherche sur les contributions des différentes fréquences dans la construction de la fonction originale  $\underline{f}$ . Il faut noter qu'il est pratiquement impossible de décomposer  $\underline{f}$  en fonctions de base d'après les résultats obtenus à partir du LSS ; toutefois, le LSS peut fournir des informations sur les propriétés physiques des données.

#### 5.4.4 Données ionosphériques et stratégie d'analyse LSS

Les valeurs du TEC et les coefficients du modèle à simple couche du RGP (calculés à partir du logiciel Bernese) sont employés pour les analyses. L'amplitude temporelle des données est approximativement de 4 ans. Plusieurs stratégies d'analyse des données sont appliquées. Les TEC obtenus pour des points arbitraires en fonction du temps et le coefficient  $E_{oo}$  du modèle sont les données essentielles ( $E_{oo}$  représente la valeur de TEC pour l'origine du développement en série de Taylor).

Il est possible de faire l'analyse LSS des autres coefficients du modèle mais ils n'ont pas de signification naturelle claire (en comparaison avec  $E_{oo}$ ).

Les valeurs moyennes globales du TEC peuvent être obtenues à partir du coefficient  $a_{oo}$  du modèle harmonique global, si le développement est fait pour la Terre entière [83]. Alors il peut constituer une série de données pour LSS<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Un modèle d'ionosphère harmonique calculé pour un réseau régional n'a pas cette caractéristique.

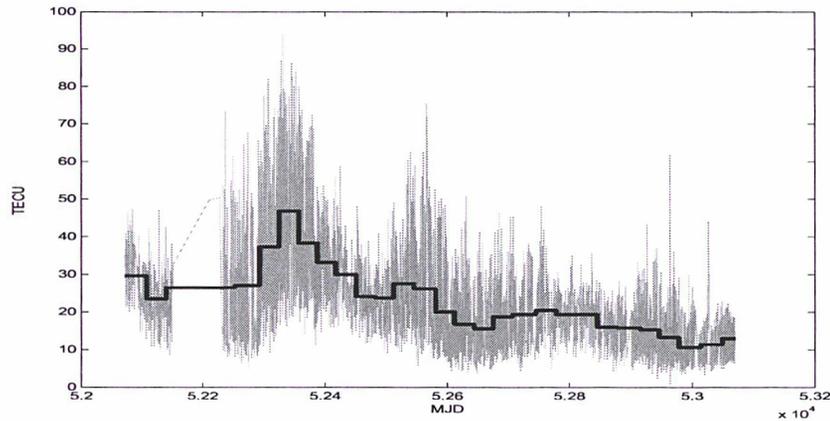


FIG. 5.9 – Les valeurs de TEC pour  $\varphi = 42^\circ$ ,  $\lambda = 10^\circ$  et les valeurs moyennes  $\overline{TECU}$  chaque mois.

La figure 5.9 montre les valeurs du TEC pour la période 2001-2004 et pour le point de coordonnées  $\lambda = 10^\circ$  et  $\phi = 42^\circ$ . La ligne bleue (en gras) illustre les TEC lissés mensuellement.

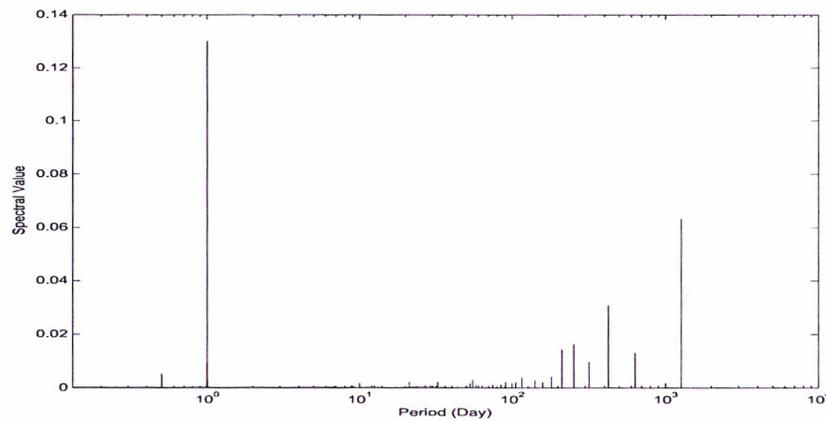


FIG. 5.10 – Spectre de TEC pour le point  $\varphi = 42^\circ$ ,  $\lambda = 10^\circ$ .

Nous suivrons le processus suivant pour l'analyse LSS :

1. Estimation du LSS des données (les grosses erreurs étant éliminées).
2. Détection des pics importants du spectre.
3. Tentative d'élimination de la plus grande composante spectrale par l'intermédiaire de l'estimation des moindres carrés.
4. Réestimation du LSS des nouvelles données; poursuite de l'enlèvement des composantes spectrales les plus grandes pour approcher d'un bruit blanc.

<sup>1</sup> Coordonnées du point sur simple couche

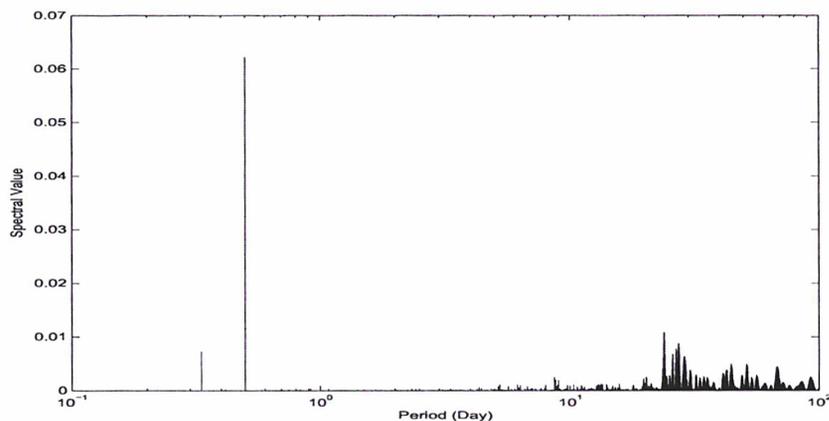


FIG. 5.11 – Spectre de données après retrait de la période d'un jour

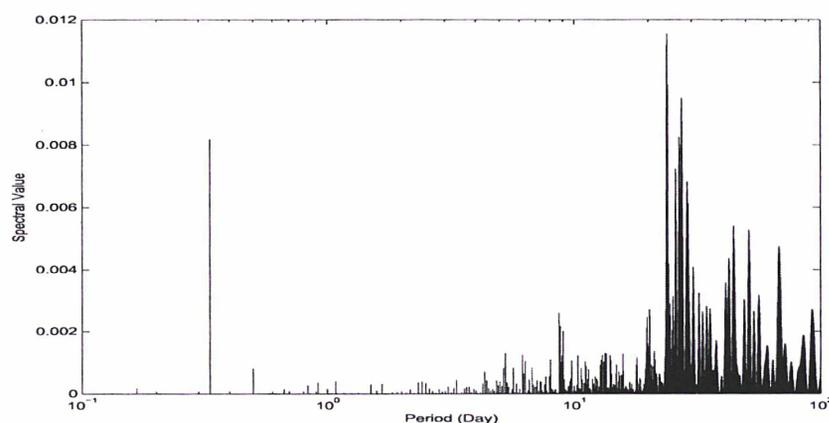


FIG. 5.12 – Spectre de données après retrait des périodes de 1 et 1/2 jour.

#### 5.4.5 Analyse LSS des données ionosphériques

L'ionosphère varie naturellement selon une périodicité quotidienne. L'analyse spectrale montre une autre composante dont la période est de  $12h$ ; on la voit systématiquement dans les spectres mais sa valeur est plus petite. Après l'élimination des périodes de 1 et  $1/2$  jours (par moindres carrés), un autre pic de 8 heures avec une valeur spectrale encore plus petite (mais non négligeable) apparaît. Cette fréquence a une signature très petite sur la série de données. Le but est d'approcher le plus possible du bruit blanc en estimant tous les composants spectraux importants (ce qui représente les fonctions de base qui contribuent le plus dans la série temporelle).

La figure 5.10 montre le spectre des données de la figure 5.9. Nous avons un pic de période 1 jour et un autre pic de période  $1/2$  jour. Les autres pics pour les périodes plus grandes (basses fréquences) viennent du fait que, pour les fréquences très basses, les vecteurs de base de la matrice  $A$ , équation 5.24, deviennent corrélés et la méthode LSSA est peu efficace dans ces conditions<sup>1</sup>. Par conséquent on se concentre seulement sur les périodes de moins de 100 jours.

<sup>1</sup> Sauf si on a choisi comme pour la méthode de Fourier des vecteurs orthogonaux dès le départ

La figure 5.11 est le LSS des données après élimination de la période d'un jour. La période de 1/2 jour devient la période dominante. La figure 5.12 est le spectre de données après enlèvement des périodes de 1 jour et 1/2 jour.

On trouve deux périodes essentielles de 1 et 1/2 jour et deux périodes moins importantes de 1/3 jour et 23.9 jours.

#### 5.4.6 LSS des données sans retrait de tendance

Pour réaliser le premier essai,  $E_{oo}$  est utilisé pour l'analyse de LSS. Les données sont clairement périodiques et il y a une période journalière évidente due à la variation de TEC pendant la nuit et le jour. La figure 5.13a montre les données initiales et la figure 5.13b le LSS correspondant. Les perturbations dans les basses fréquences (périodes plus grandes) montrent l'existence d'une tendance dans les données ; aussi dans les prochaines étapes nous allons retirer les effets de cette tendance en utilisant une fonction linéaire.

Afin de mieux étudier les hautes fréquences du spectre, on peut zoomer dans le spectre. La figure 5.13c montre le spectre correspondant. La période journalière est mise en évidence par le plus grand pic. Il y a un autre pic, plus petit, à la demi-journée.

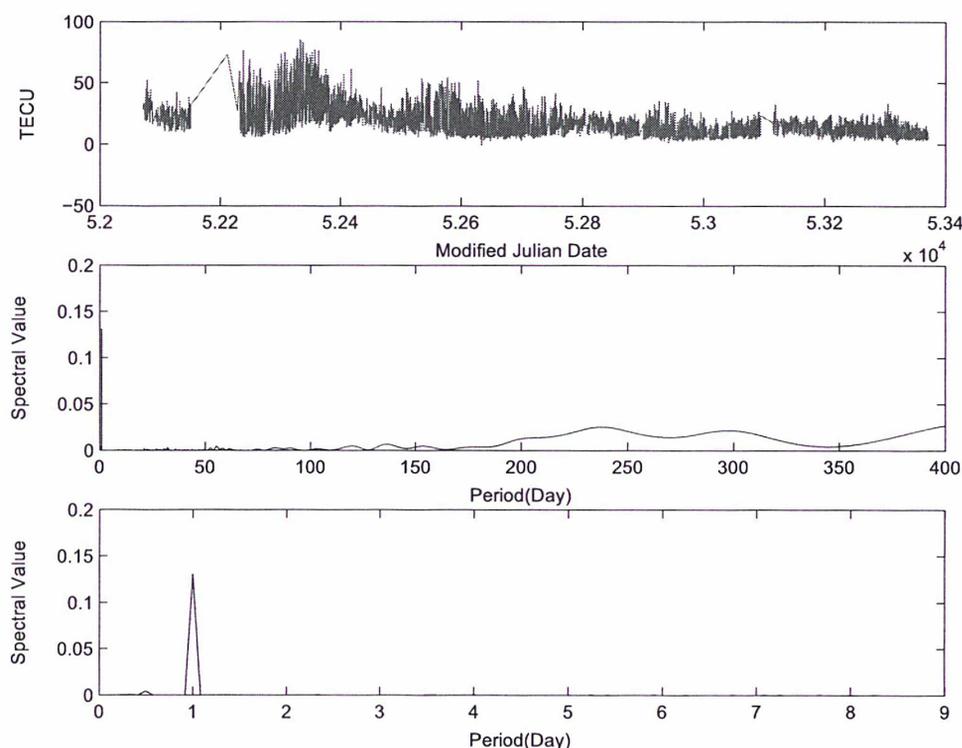


FIG. 5.13 – a) Composant  $E_{oo}$  comme données originales, b) Spectre des moindres carrés jusqu'à la période de 400 jours, c) Spectre des basses périodes.

### 5.4.7 LSS des données avec retrait de tendance linéaire

Une tendance linéaire illustre le comportement à long terme des données et des perturbations dans les basses fréquences du spectre. Pour cela une tendance linéaire avec les points de rupture multiples, figure 5.14a, est employée. Pour la nouvelle série on a :

$$\bar{y} = 2.8 \times 10^{-15}, \sigma(y) = 13.7$$

où  $y$  est la série de données après l'enlèvement de tendance.

Les figures 5.14 b et c sont les spectres LSS correspondants. Les distributions dans les basses fréquences ont disparu ; ainsi les pics peuvent être éliminés avec de meilleurs résultats.

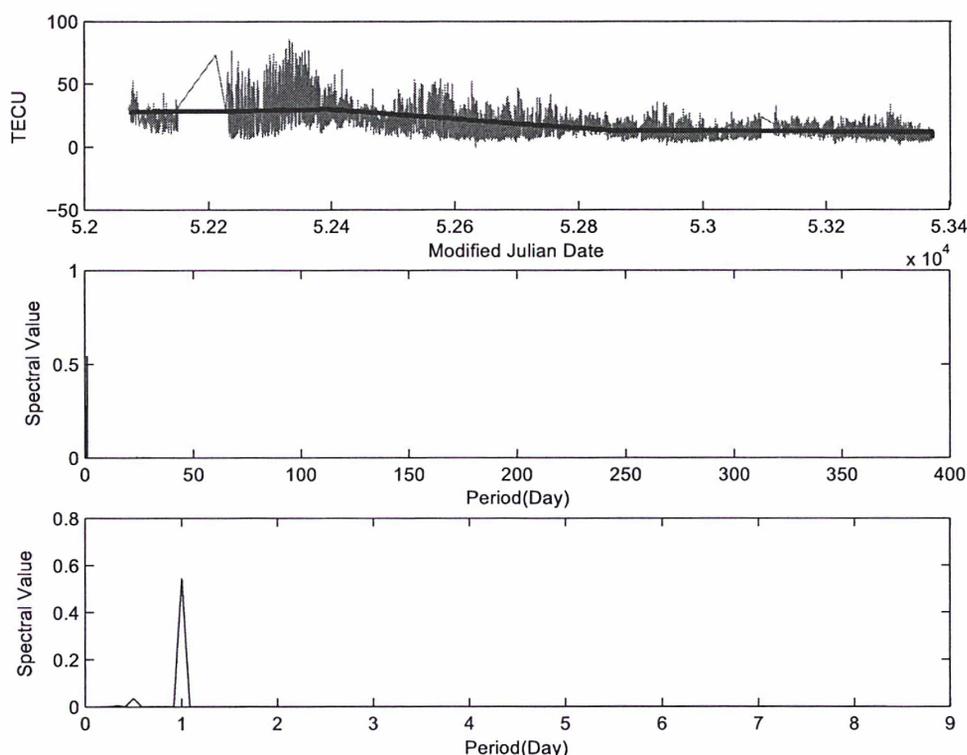


FIG. 5.14 – a) Tendance linéaire estimée, et valeurs de TEC, b) Spectre des moindres carrés, c) Spectre des basses périodes.

### 5.4.8 Construction du modèle harmonique

L'existence de pics importants dans le spectre mène à enlever les fréquences correspondantes par l'estimation de moindres carrés. Après avoir estimé chaque fonction harmonique, il est possible de la soustraire des données originales et d'essayer d'obtenir le LSS de la partie restante pour voir l'effet du retrait et pour trouver d'autres fréquences avec de grandes valeurs spectrales. Pour la fréquence  $i$ , le but est de trouver  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  comme :

$$f_i = \alpha_i \cos \nu_i x_j + \beta_i \sin \nu_i x_j, (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5.33)$$

ou sous la forme de matrice :

$$\begin{aligned}
 A_{\nu_i} &= [C_{\nu_i} S_{\nu_i}], \\
 [\alpha_i, \beta_i] &= (A_{\nu_i}^T A_{\nu_i})^{-1} A_{\nu_i}^T f, \\
 \hat{f}_i &= [\alpha_i, \beta_i] A_{\nu_i}^T, \\
 w &= f - \hat{f}_i.
 \end{aligned}
 \tag{5.34}$$

$w$  est la partie résiduelle. Ce procédé peut être appliqué pour toutes les autres fréquences. Les plus grands pics sont aux périodes  $1j$ ,  $12h$  et  $8h$ . Les résultats de l'estimation des moindres carrés pour ces fréquences sont présentés dans le tableau 5.2. Les valeurs spectrales correspondantes avant et après le retrait des fréquences sont présentées. En raison des variations élevées sur l'amplitude de données, les pics ne sont pas éliminés complètement mais leurs valeurs spectrales sont réduites.

Fréquence (Cycle/jour)	$\alpha_i$	$\beta_i$	Valeur spectrale avant évaluation	Valeur spectrale après d'évaluation	Rapport des écarts-types
1	-1.5035	-0.4371	.3853	.0824	0.5630
2	0.3902	-0.0212	.1012	.0628	0.9423
3	0.0489	0.1261	.0157	.0040	0.9924

TAB. 5.2 – Résultats de la construction du modèle harmonique pour toute la période

Fréquence (Cycle/jour)	$\alpha_i$	$\beta_i$	Valeur spectrale avant évaluation	Valeur spectrale après d'évaluation	Rapport des écarts-types
1	-2.7762	-0.8624	0.8793	.0031	0.2664
2	0.5240	0.0018	.3433	.001	0.7653
3	0.1223	0.3155	.2142	.0036	0.8307

TAB. 5.3 – Les résultats de construction de modèle harmonique pour la période de  $52348.08\bar{3}$  JD à  $52354.1\bar{6}$  JD

La dernière colonne des tableaux 5.2 et 5.3 contient le rapport des écarts-types avant et après l'estimation harmonique des données à chaque étape. Il peut être considéré comme un critère de l'efficacité de la fonction de base dans la construction de la fonction originale.

La figure 5.15 est le résultat de l'application de cette méthode. On voit la série de données, la fonction trigonométrique, et les résidus de chaque étape (données de l'étape suivante). On s'aperçoit aussi que l'efficacité de l'estimation est bien meilleure pour les pics les plus grands.

Même s'il y a des résultats plutôt bons, il est possible de réduire l'envergure des données pour essayer d'avoir des estimations plus fiables pour le court terme. Le tableau 5.3 montre les résultats de l'évaluation pour 140 heures de données. Les résultats évoluent considérablement. L'écart-type des résidus finaux et leur valeur moyenne sont 3,5 et -0,0475 TECU respectivement. Les pics sont aux fréquences  $f_1 = 0.980$ ,  $f_2 = 1.958$ ,  $f_3 = 2.938$ . Ces fréquences ne sont pas entières du fait de la faible amplitude temporelle des données.

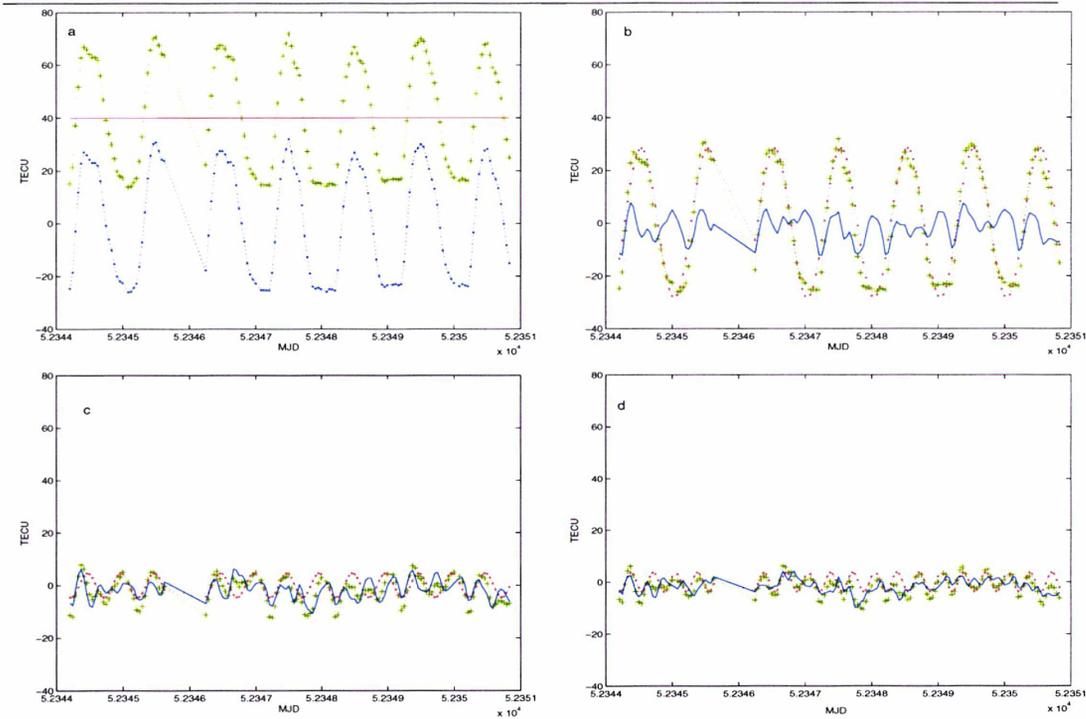


FIG. 5.15 – Construction du modèle harmonique **a** Données originales  $E_{oo}$ (les +), tendance linéaire, et données après enlèvement de tendance(les points). **b-d** Données(+), fonction trigonométrique(points), et résidus (ligne en gras) pour les périodes suivantes : **b** une journée, **c** une demi-journée, **d** Huit heures. (la série de données pour chaque étape est constituée par les résidus de l'étape précédente.)

#### 5.4.9 Prédiction d'erreurs ionosphériques

Jusqu'ici nous avons reconstruit la série de données en utilisant la tendance linéaire et les fonctions trigonométriques (fonctions de base des séries de Fourier). Il semble être possible d'employer ces fonctions pour extrapoler après le dernier point de la série de données. Les données de la dernière section sont employées à cette fin.

Les valeurs de TEC de 7 jours pour un point arbitraire ( $\phi = 50^\circ$ ,  $\lambda = 4^\circ$ ) sont utilisées pour cet essai. La figure 5.16 illustre la différence entre les valeurs prévues de TEC et obtenues par modèle d'après les observations. La précision se dégrade au bout de quelques jours, mais pour quelques heures les écarts-types des erreurs sont normalement sous 4 TECU.

#### 5.4.10 Etablissement d'une grille de prédiction ionosphérique

Une grille de prédiction ionosphérique est formée avec la méthode LSSA. Les valeurs de TEC sont calculées, à partir d'un modèle local pour plusieurs jours, pour chaque point de cette grille régulière. Ainsi pour chaque point de la grille nous avons une série temporelle. Un modèle de prédiction, en utilisant la méthode présentée dans les sections précédentes, est établi pour chaque point. Ces modèles sont à la base des tendances linéaires et des fonctions trigonométriques.

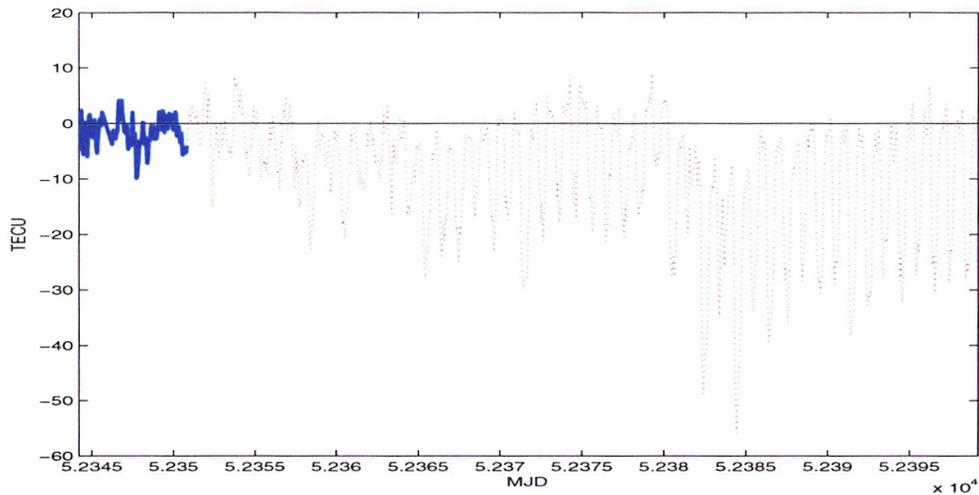


FIG. 5.16 – Résidus des prévisions du TEC. La ligne en gras montre les résidus du modèle qui sous-tend les observations et la ligne pointillée illustre les résidus de prédiction.

Les coefficients de ces modèles peuvent être utilisés pour n'importe quel point. On peut appliquer les méthodes d'interpolation pour les points intermédiaires.

Les données de 7 jours de 53084.50 MJD à 53091.46 MJD sont utilisées pour le test numérique. Les fonctions de prédiction des points sont estimées. La figure 5.17 illustre les modèles à base de données réelles et les modèles prédits. La prédiction s'étend jusqu'à 4 heures après la disponibilité du modèle. Quand l'activité ionosphérique est plus importante, la prédiction est valide pour les durées moins longues.

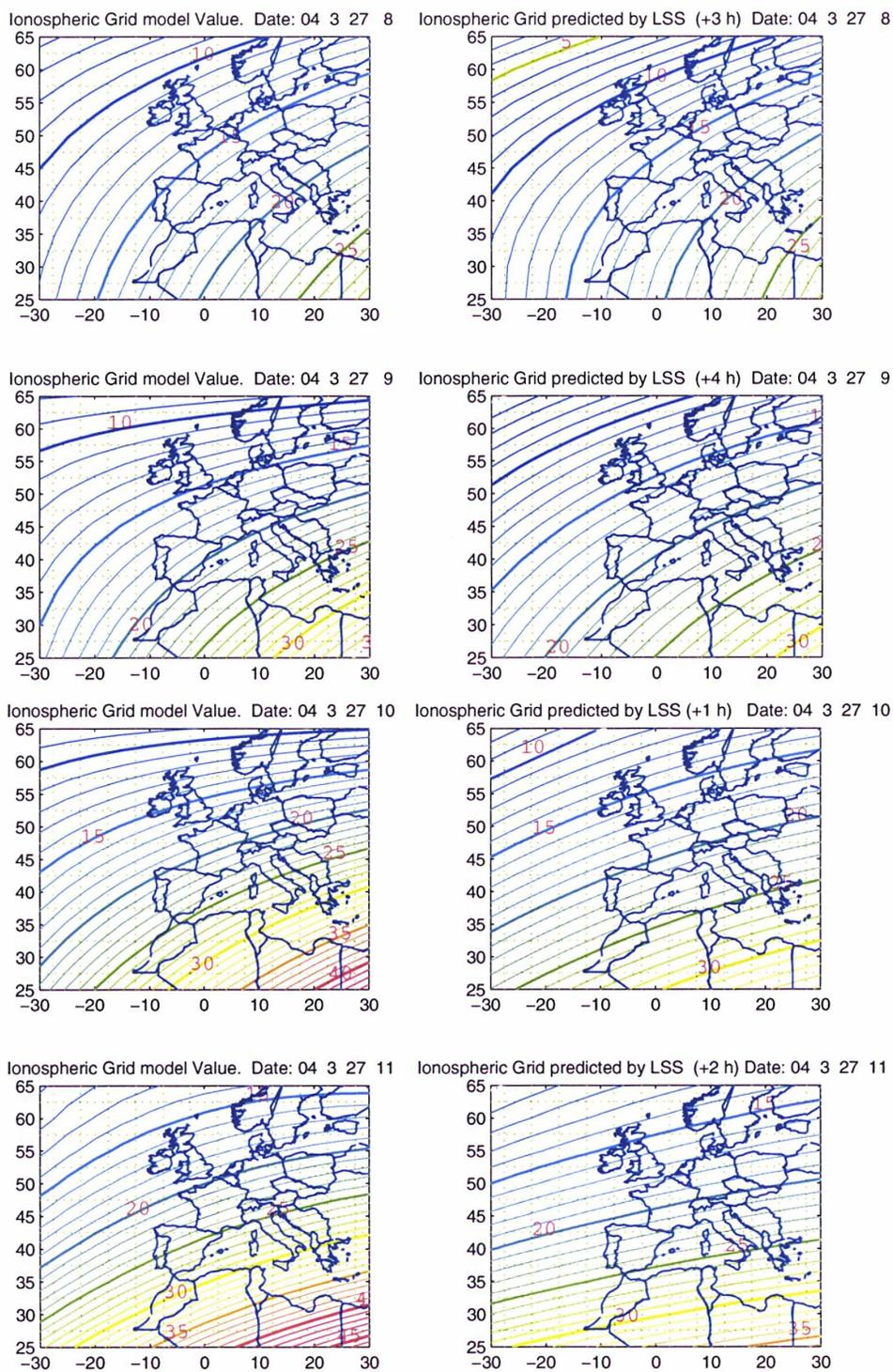


FIG. 5.17 – Grille de prédiction ionosphérique. A gauche : TEC estimé avec les données réelles. A droite : TEC prédit.

# Délai troposphérique

## 6.1 Introduction

L'atmosphère neutre, la partie non ionisée de l'atmosphère est divisée en deux composantes hydrostatique (sèche) et humide. Ces deux composantes affectent différemment la propagation des signaux. La vapeur d'eau est limitée à la troposphère<sup>1</sup>. La densité de vapeur d'eau est très variable en position et temps et est plus difficile à prédire que l'atmosphère sèche. La partie humide représente à peu près 10 % de l'effet total de la troposphère [74].

On considère la réfraction troposphérique comme le délai causé par l'atmosphère neutre. La troposphère est une région non dispersive pour les ondes électromagnétiques jusqu'à la fréquence d'environ 15 GHz. Donc le délai troposphérique est identique pour les mesures sur  $L1$  et  $L2$  et il ne peut pas être supprimé par double différence<sup>2</sup>.

Le délai troposphérique est défini sous la forme d'une intégrale de la distance le long du parcours de l'onde dans la troposphère moins la distance parcourue dans le vide :

$$d_{tro} = \int (n - 1) ds \quad (6.1)$$

où  $n$  est l'indice de réfraction de la troposphère. Généralement on utilise la réfractivité de la troposphère  $N$  :

$$N = 10^6(n - 1) \quad (6.2)$$

La réfractivité d'une partie de l'atmosphère est :

$$N = K_1 \left( \frac{P_d}{T} \right) Z_d^{-1} + \left[ K_2 \left( \frac{P_v}{T} \right) + K_3 \left( \frac{P_v}{T^2} \right) \right] Z_w^{-1} \quad (6.3)$$

où  $T$  est la température, et  $P_d$  et  $P_v$  les pressions partielles de l'air sec et de la vapeur d'eau respectivement,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  sont des coefficients déterminés empiriquement,  $Z_d$  est le facteur de compressibilité de l'air sec, et  $Z_w$  est le facteur de compressibilité de la vapeur d'eau. Le premier terme communément appelé "composante hydrostatique" représente la contribution de l'air total, et pas seulement de l'air sec, le second

<sup>1</sup> Jusqu'à 12 km d'altitude, et en majeure partie à moins de 4 km.

<sup>2</sup> En tenant en compte de la différence de délai de troposphère entre deux stations

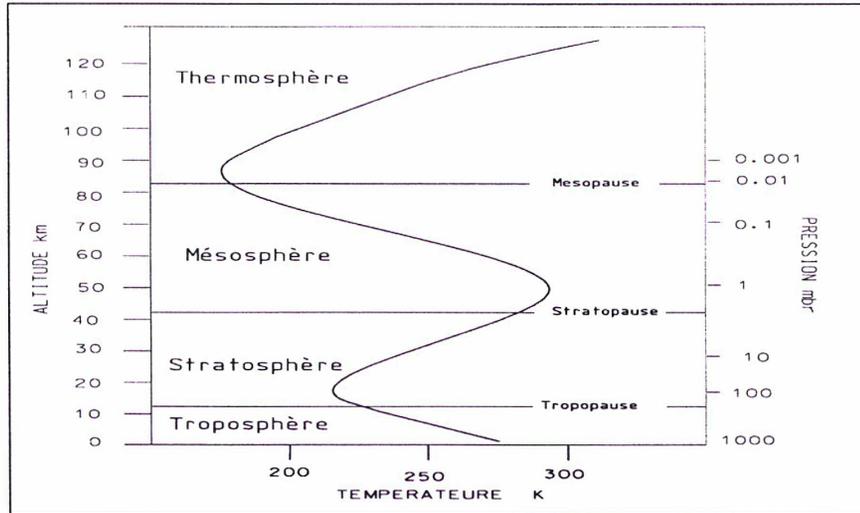


FIG. 6.1 – Atmosphère standard.

et le troisième celui de la vapeur d'eau. Alors on peut diviser  $N$  en deux parties sèche et humide :

$$N = N_d + N_w \quad (6.4)$$

donc

$$d_{tro} = 10^6 \int (N_d + N_w) ds = 10^6 \int N_d ds + 10^6 \int N_w ds \quad (6.5)$$

Le délai troposphérique dépend donc de la température, de la pression et de l'humidité. Dans les années 1920, pour les applications aéronautiques, des organisations américaines et européennes<sup>1</sup> ont défini des modèles standard d'atmosphère. Un modèle standard représente la variation de la température, de la pression et la densité, figure 6.1. La composante hydrostatique représente 90 % du délai troposphérique total et le délai zénithal correspondant est en général compris entre  $2m$  et  $2,5m$ . La contribution de la vapeur d'eau est plus petite (quelques dizaines de centimètres). A cause de sa grande variabilité, elle est plus difficile à estimer.

Référence	$K_1(K/mb)$	$K_2(K/mb)$	$K_3(K^2/mb)$
Thayer 1974	$77.604 \pm 0.014$	$64.79 \pm 0.08$	$(3.776 \pm 0.004)10^5$
Smith and Weintraub 1953	$77.61 \pm 0.01$	$72 \pm 9$	$(3.75 \pm 0.03)10^5$

TAB. 6.1 – Exemples de valeurs empiriques des constantes  $K_i$  de la réfractivité

## 6.2 Les modèles de troposphère

A cause de l'importance de l'effet de la troposphère sur les ondes radio, l'effort s'est porté sur la modélisation du délai troposphérique depuis des décennies. Nous présentons trois modèles qui sont basés sur le délai zénithal et l'utilisation de fonctions d'élévation (mapping functions) pour le délai oblique.

<sup>1</sup> National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) et International Commission for Aerial Navigation (ICAN)

Il existe plusieurs modèles de délai troposphérique. Les plus utilisés sont les modèles de Saastamoinen et de Hopfield. Ils peuvent être utilisés comme modèles a priori dans les calculs.

### 6.2.1 Le modèle de Saastamoinen

Le modèle de Saastamoinen est basé sur des lois relatives aux gaz parfaits. Le délai troposphérique est donné par l'équation suivante :

$$d_{trop} = \frac{0.002277}{\cos Z} \left[ P + \left( \frac{1225}{T} + 0.05 \right) P_v - \tan^2 Z \right] \quad (6.6)$$

où  $Z$  est l'angle zénithal,  $P$  est la pression atmosphérique (mbar),  $T$  est la température (K), et  $P_v$  est la pression partielle de la vapeur d'eau qui peut être écrite ainsi :

$$P_v = H_r \exp(-37.2465 + 0.213166T - 0.00025908T^2) \quad (6.7)$$

où  $H_r$  est l'humidité relative (en %).

L'utilisation de ce modèle ne permet pas d'atteindre des précisions de l'ordre du centimètre pour le GPS altimétrique relatif.

Pour plus de précision on ajoute des termes de correction à la forme standard du modèle de la manière suivante :

$$d_{trop} = \frac{0.002277}{\cos Z} \left[ P + \left( \frac{1225}{T} + 0.05 \right) P_v - B \tan^2 Z \right] + \delta R \quad (6.8)$$

Altitude km	Z (degrés)												
	60.66	66.00	70.00	73.00	75.00	76.00	77.00	78.00	78.50	79.00	79.50	79.75	80.00
0.0	0.003	0.006	0.012	0.020	0.031	0.039	0.050	0.065	0.075	0.087	0.102	0.111	0.121
0.5	0.003	0.006	0.011	0.018	0.028	0.035	0.045	0.059	0.068	0.079	0.093	0.101	0.110
1.0	0.002	0.005	0.010	0.017	0.025	0.032	0.041	0.054	0.062	0.072	0.085	0.092	0.100
1.5	0.002	0.005	0.009	0.015	0.023	0.029	0.037	0.049	0.056	0.065	0.077	0.083	0.091
2.0	0.002	0.004	0.008	0.013	0.021	0.026	0.033	0.044	0.051	0.059	0.070	0.076	0.083
3.0	0.002	0.003	0.006	0.011	0.017	0.021	0.027	0.036	0.042	0.049	0.058	0.063	0.068
4.0	0.001	0.003	0.005	0.009	0.014	0.017	0.022	0.030	0.034	0.040	0.047	0.052	0.056
5.0	0.001	0.002	0.004	0.007	0.011	0.014	0.018	0.024	0.028	0.033	0.039	0.043	0.047

TAB. 6.2 – La fonction  $\delta R(H, Z)$  du modèle de Saastamoinen

Altitude	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
B	1.156	1.079	1.006	0.938	0.874	0.813	0.757	0.654	0.5663

TAB. 6.3 – La fonction  $B(h)$  du modèle de Saastamoinen

Si on a les données météorologiques de surface en un point, on peut obtenir les valeurs du modèle avec les relations suivantes :

$$\begin{aligned} P &= P_r [1 - 0.0000226(h - h_r)]^{5.225}, \\ T &= T_r - 0.0065(h - h_r), \\ H &= H_r \exp[-0.0006396\Delta(h - h_r)]. \end{aligned}$$

où  $P$ ,  $T$ ,  $H$ ,  $h$  sont la pression, la température (Kelvin), l'humidité relative, et la hauteur de la station, respectivement. Les paramètres standard d'atmosphère valent :

$$\begin{aligned}
h_r &= 0 \text{ m,} \\
P_r &= 1013.25 \text{ mbar,} \\
T_r &= 18 \text{ }^\circ\text{C,} \\
H_r &= 50 \%.
\end{aligned}$$

Ce modèle est valide pour des élévations supérieures à  $10^\circ$  et permet d'avoir une première estimation du délai troposphérique. L'exactitude des composantes hydrostatique et humide du modèle est estimée autour de 2 – 3 mm et 3 – 5 mm, respectivement.

### 6.2.2 Le modèle de Hopfield

Le modèle empirique de Hopfield pour les indices de réfractivité sec et humide est donné ainsi :

$$N_d(h) = N_{d0} \left(1 - \frac{h}{h_d}\right)^4 \quad \text{pour } h \leq h_d = 43\text{km} \quad (6.9)$$

$$N_w(h) = N_{w0} \left(1 - \frac{h}{h_w}\right)^4 \quad \text{pour } h \leq h_w = 12\text{km} \quad (6.10)$$

$h$  est l'altitude de la station,  $N_{d0}$  et  $N_{w0}$  sont respectivement les indices de réfractivité sec et humide à la surface de la terre avec :

$$\begin{aligned}
N_{d0} &= K_1 \frac{P_0}{T_0} \\
N_{w0} &= K_2 \frac{P_{w0}}{T_0} + K_3 \frac{P_{w0}}{T_0^2}
\end{aligned}$$

Le délai zénithal est donné par l'intégrale suivante :

$$\begin{aligned}
d_{tro} &= 10^{-6} \int_0^{h_d} N_{d0} \left(1 - \frac{h}{h_d}\right)^4 dh + 10^{-6} \int_0^{h_w} N_{w0} \left(1 - \frac{h}{h_w}\right)^4 dh \\
&= \frac{10^{-6}}{5} (N_{d0} h_d + N_{w0} h_w)
\end{aligned} \quad (6.11)$$

Les valeurs de  $h_d$  et  $h_w$  valent typiquement 40-45 km et 10-13 km, respectivement. Le modèle de Hopfield a besoin de fonctions d'élévation pour le calcul du délai oblique (direction satellite - récepteur).

### 6.2.3 Le modèle troposphérique de l'OTAN

Le modèle troposphérique de l'OTAN utilise la valeur moyenne de la réfractivité de surface. Ce modèle se présente comme la somme de trois termes en fonction de l'altitude :

$$d_{tro}(h) = \sum_{i=1}^3 \Delta R_i(h) \quad (6.12)$$

où  $d_{tro}(h)$  est le délai zénithal troposphérique,  $h$  est l'altitude de la station. Les termes  $\Delta R_i$  sont définis comme suit.

1.  $\Delta R_1(h)$  est le terme pour la tranche d'altitude  $0 < h < 1 \text{ km}$

$$\Delta R_1(h) = [N_s(1 - h) + 0.5\Delta N(1 - h^2)] \times 10^{-3} \text{ m}$$

$N_s$  est coindice au niveau moyen de la mer, avec une valeur moyenne de 324.8 et un écart-type de 25.9 et  $\Delta N$  est :

$$\Delta N = -7.32e^{(0.005577N_s)}$$

$\Delta R_1(h) = 0$  si  $h > 1 \text{ km}$ .

2.  $\Delta R_2(h)$  correspond à la tranche d'altitude de  $1 < h < 9 \text{ km}$  :

$$\Delta R_2(h) = \frac{-8N_1}{\ln\left(\frac{N_1}{105}\right)} \left[ e^{-\ln\left(\frac{N_1}{105}\right)} - e^{0.125(1-h)\ln\left(\frac{N_1}{105}\right)} \right] \times 10^{-3} \text{ m}$$

où  $N_1 = N_s + \Delta N$ , et  $\Delta R_2(h) = 0$  si  $h \geq 9 \text{ km}$ , et  $\Delta R_2(h) = 1.427 \text{ m}$  si  $h \leq 1 \text{ km}$ .

3.  $\Delta R_3(h)$  correspond à la tranche d'altitude de  $9 < h < 20186.8 \text{ km}$  :

$$\Delta R_3(h) = \frac{-105}{142.4} \left[ e^{-2873.3187} - e^{-0.1424(h-9)} \right] \text{ m}$$

$\Delta R_3(h) = 0.732 \text{ m}$  si  $h < 9 \text{ km}$ .

La fonction d'élévation utilisée pour le modèle de l'OTAN est la fonction hydrostatique de Chao, équation 6.15.

## 6.3 Les fonctions d'élévation

Le délai troposphérique est fortement lié à l'élévation des satellites. Afin de modéliser cette dépendance, on utilise des fonctions d'élévation (mapping functions). On considère que le délai troposphérique possède une symétrie radiale (azimuthale).

En général la correction troposphérique est écrite ainsi :

$$d_{tro}(z) = d_{tro}^d(z)f_d(z) + d_{tro}^w(z)f_w(z) \quad (6.13)$$

où  $d_{tro}$  est le délai troposphérique total,  $z$  est l'angle zénithal,  $d_{tro}^d$  et  $d_{tro}^w$  sont les délais zénithaux troposphériques hydrostatique et humide, et  $f_d$  et  $f_w$  sont les fonctions d'élévation hydrostatique et humide.

La cosécante de l'angle zénithal est une fonction approximative (plane) pour les deux fonctions d'élévation. Cette hypothèse ne rend pas compte de la courbure de l'atmosphère et des variations temporelles de la vapeur d'eau. Des fonctions plus précises sont développées pour tenir compte de ces paramètres.

### 6.3.1 Fonction de Marini

Marini a montré que la dépendance de la correction troposphérique à l'angle zénithal peut être exprimée sous forme d'une fraction en chaîne de  $1/\cos z$ . La forme

générale de la fonction d'élévation de Marini est :

$$f(z) = \frac{1}{\cos z + \frac{a}{\cos z + \frac{b}{\cos z + \frac{c}{\cos z + \dots}}}}$$

où  $z$  est l'angle zénithal du satellite.  $a, b, c, \dots$  sont les coefficients à estimer. La fonction de Marini ne fait pas de séparation entre les composantes hydrostatique et humide. La majorité des fonctions d'élévation utilise une forme de fonction de Marini.

### 6.3.2 Fonction de Chao

Chao a utilisé deux fonctions différentes pour les parties hydrostatique et humide. Les fonctions d'élévation de Chao sont :

$$f_d(z) = \frac{1}{\cos z + \frac{0.00143}{\tan^{-1} z + 0.0455}}$$

$$f_w(z) = \frac{1}{\cos z + \frac{0.00035}{\tan^{-1} z + 0.017}}$$
(6.15)

où  $z$  est l'angle zénithal. La précision de la fonction de Chao est limitée et surtout elle ne varie pas dans le temps. Davis a amélioré cette fonction en introduisant des coefficients variables.

### 6.3.3 Fonction de Herring

La fonction de Herring est une amélioration de la fonction de Marini, pour que celle-ci soit unitaire au zénith. Cette fonction est :

$$f(z) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + c}}}{\cos z + \frac{a}{\cos z + \frac{b}{\cos z + c}}}$$
(6.16)

Les coefficients peuvent être estimés par ajustement de  $f$  sur des valeurs de température, d'humidité et de pression mesurées le long de profils.

### 6.3.4 Fonction de Niell

Les fonctions de Niell [69] prennent en compte les variations temporelles et géographiques du délai troposphérique. L'idée de Niell était d'incorporer les changements locaux et temporels (saisonnier et journalier) et les variations par rapport à l'altitude.

La fonction de Niell utilise les profils de température et d'humidité. Avec la régression des moindres carrés des quatre séries de données sous différentes latitudes, Niell a montré que la variation temporelle de la fonction d'élévation hydrostatique est sinusoïdale avec un

TAB. 6.4 – Coefficients de la fonction d'élévation hydrostatique de Niell

Coefficients	latitude				
	15°	30°	45°	60°	75°
Moyenne					
a	1.2769934e-3	1.2683230e-3	1.2465397e-3	1.2196049e-3	1.2045996e-3
b	2.9153695e-3	2.9152299e-3	2.9288445e-3	2.9022565e-3	2.9024912e-3
c	62.610505e-3	62.837393e-3	63.721774e-3	63.824265e-3	64.258455e-3
Amplitude					
a	0.0	1.2709626e-5	2.6523662e-5	3.4000452e-5	4.1202191e-5
b	0.0	2.1414979e-5	3.0160779e-5	7.2562722e-5	11.723375e-5
c	0.0	9.0128400e-5	4.3497037e-5	84.795348e-5	170.37206e-5
Correction de la Hauteur					
$a_{ht}$	2.53e-5				
$b_{ht}$	5.49e-3				
$c_{ht}$	1.14e-3				

certain écart [69]. Les fonctions de Niell utilisent la fonction d'élévation de Herring avec les coefficients du modèle de Niell.

Les coefficients de la fonction hydrostatique de Niell s'expriment ainsi :

$$O(\phi_i, t) = O_{avg}(\phi_i) + O_{amp}(\phi_i) \cos\left(\frac{t - T_o}{365.25} 2\pi\right) \quad O \in \{a, b, c\} \quad (6.17)$$

où  $T_o$  est la phase adoptée à DOY28,  $t$  est le temps de calcul à partir de janvier 0.0 (en TU),  $\phi_i$  sont les valeurs de latitude du tableau 6.4. La valeur qui correspond à la latitude de la station  $\phi$  doit être interpolée entre les  $O(\phi_i, t)$  les plus proches. Les valeurs de  $O(\phi_i, t)$  pour  $a, b, c$  sont données dans le tableau 6.4.

Pour les coefficients de NMF<sup>1</sup> humide, il n'y a pas de variations temporelles. L'interpolation des coefficients du tableau 6.5 doit être réalisée pour cela.

TAB. 6.5 – Coefficients de la fonction d'élévation humide de Niell

Coefficients	latitude				
	15°	30°	45°	60°	75°
a	5.8021897e-4	5.6794847e-4	5.8118019e-4	5.9727542e-4	6.1641693e-4
b	1.4275268e-3	1.5138625e-3	1.4572752e-3	1.5007428e-3	1.7599082e-3
c	4.3472961e-2	4.6729510e-2	4.3908931e-2	4.4626982e-2	5.4736038e-2

<sup>1</sup> Niell Mapping Function

La correction d'altitude s'obtient de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\Delta(Z) &= \frac{dm(z)}{dh} H \\ \frac{dm(z)}{dh} &= \frac{1}{\cos z} - f(z, a_{ht}, b_{ht}, c_{ht})\end{aligned}\tag{6.18}$$

où  $f(z, a_{ht}, b_{ht}, c_{ht})$  est la fraction en chaîne avec trois termes (équation 6.16), et les paramètres  $a_{ht}, b_{ht}, c_{ht}$  sont donnés par le tableau 6.4.

Dans les calculs de GPSS, voir Annexe A, nous avons utilisé les fonctions de Niell.

## 6.4 Allongement troposphérique et GPS

Pour les signaux GPS, la troposphère est un milieu non dispersif. La traversée de la troposphère accroît le temps de propagation du satellite au récepteur. Cet accroissement équivaut à un allongement spatial qui vaut en général entre  $2m$  et  $2.5m$  au zénith et peut arriver à plusieurs dizaines de mètres pour les satellites proches de l'horizon.

Le délai troposphérique affecte principalement la composante verticale de la solution. Au niveau horizontal, l'effet de ce délai dépend de la distribution des satellites : plus ils sont répartis de manière homogène autour de l'horizon, moins le délai troposphérique affecte les coordonnées horizontales.

D'une manière générale, l'effet résiduel de la troposphère est un des problèmes majeurs pour les applications très précises du GPS. Cela vient du fait que le délai troposphérique ne disparaît pas totalement dans les équations de double différences qui sont à la base de la plupart des logiciels GPS géodésiques.

### 6.4.1 Estimation du délai troposphérique par GPS

La plupart des logiciels utilisent les double différences des observations pour l'estimation du délai résiduel de troposphère. Par ailleurs il existe des méthodes de filtrage pour l'estimation du délai zénithal total. Nous avons développé cet aspect dans le Positionnement Ponctuel Précis (PPP) où on a utilisé les observations sans effet ionosphérique (*Ionospheric free*) avec le filtre étendu de Kalman pour estimer le délai total de troposphère parmi les autres paramètres au chapitre 7. L'avantage des méthodes non différentielles par rapport aux méthodes différentielles est que l'on n'est pas obligé d'utiliser les modèles a priori et que l'on estime directement le délai total, non pas les effets résiduels. Le problème dans l'estimation par la méthode de filtrage est la corrélation entre les paramètres d'horloge du récepteur, de la troposphère, et l'altitude des stations. Plus de détails sont présentés au chapitre 7.

Dans l'estimation de troposphère avec les doubles différences on utilise les observations (voir équation 2.5) entre les satellites  $k$  et  $l$ , et les stations  $i$  et  $j$  sous la forme suivante :

$$L_{ij}^{kl} = \rho_{ij}^{kl} + T_{ij}^{kl} - I_{ij}^{kl} + \lambda N_{ij}^{kl}\tag{6.19}$$

où  $\rho_{ij}^{kl}$  est la distance géométrique différentielle entre deux stations et deux satellites,  $T_{ij}^{kl}$ ,  $I_{ij}^{kl}$  sont les erreurs troposphérique et ionosphérique résiduelles,  $\lambda$  est la longueur d'onde, et  $N_{ij}^{kl}$  est l'ambiguïté de phase initiale. Le délai différentiel d'ionosphère peut être éliminé

de 6.19 en utilisant la combinaison indépendante de l'ionosphère au niveau des double différences. Si on utilise une méthode de résolution d'ambiguïté, on trouve l'effet résiduel de la troposphère avec l'équation 6.19.

Généralement le délai troposphérique est calculé suivant la direction zénithale pour chaque couple station-satellite. En utilisant cette méthode on aura le délai résiduel de troposphère et non pas le délai total. Il faut utiliser les fonctions d'élévation pour calculer le délai le long du trajet GPS. La solution de troposphère avec cette méthode est disponible sur le site du RGP<sup>1</sup>.

## 6.5 Interpolation des erreurs de réseau

Dans l'utilisation multi-référence d'un réseau pour le positionnement, les erreurs obtenues pour les stations de référence doivent être interpolées. L'interpolation des erreurs intervient dans le concept de VRS<sup>2</sup> ou de FKP<sup>3</sup>. Deux processus de collocation et de Krigeage sont utilisés dans cette étude.

Nous avons utilisé les méthodes d'interpolation pour estimer les valeurs des délais troposphériques pour les positions autres que les stations du réseau (en l'occurrence, le RGP). Ces méthodes, par ailleurs, peuvent être utilisées pour les applications temps réel de réseau, pour tous types d'interpolation localisée.

### 6.5.1 Krigeage

Le krigeage, d'après le nom de Danie Krige, ingénieur des mines sud africain, est une méthode d'interpolation avec estimation de la variance minimum. Le krigeage est une combinaison linéaire pondérée des données :

$$\hat{z}_u = a_o + \sum_{i=1}^n w_i z_i = a_o + \mathbf{w}_u^T \mathbf{z} \quad (6.20)$$

où  $a_o$  est une constante,  $\hat{z}_u$  est l'estimation de la donnée pour la position  $u$ , les  $z_i$  sont les valeurs connues, les  $w_i$  sont les poids d'interpolation,  $\mathbf{w}_u$  et  $\mathbf{z}$  sont les représentations vectorielles des  $w_i$  et des  $z_i$ . On peut considérer que  $z_i$  est une réalisation de la variable aléatoire  $Z_i$  :

$$\mathbf{Z} = [Z_1, Z_2, \dots, Z_n]^T = [Z(r_1), Z(r_2), \dots, Z(r_n)]^T$$

où  $r$  est la position de  $Z_i$ .  $Z(r)$  se compose d'une moyenne  $\mu$  et d'un résidu stochastique  $\epsilon$  :

$$Z(r) = \mu(r) + \epsilon(r)$$

avec la covariance constante suivante :

$$C(r, h) = C(h), \quad h = \|r_i - r_j\|$$

$r_i$  et  $r_j$  sont les vecteurs de position pour  $Z_i$  et  $Z_j$ ,  $h$  est le vecteur de déplacement, et  $C$  est l'opérateur de covariance.

<sup>1</sup> <http://rgp.ign.fr>

<sup>2</sup> Virtual Reference Station

<sup>3</sup> Flächenkorrekturparameter, Paramètre de Correction de Surface

Nous avons donc :

$$\hat{Z}_u = a_o + \mathbf{w}_u^T Z \quad (6.21)$$

Une évaluation de l'erreur d'estimation est

$$E\{Z_u - \hat{Z}_u\} = E\{Z_u - a_o - \mathbf{w}_u^T Z\} = \mu_u - a_o - \mathbf{w}_u^T \mu \quad (6.22)$$

où  $\mu_u = \mu(r_u)$  est l'espérance de  $Z_u$ ,  $\mu$  est le vecteur d'espérance.

$$\mu = [\mu(r_1), \mu(r_2), \dots, \mu(r_n)]^T$$

On cherche un estimateur non biaisé :

$$E\{Z_u - \hat{Z}_u\} = 0$$

ou

$$\mu_u - a_o - \mathbf{w}_u^T \mu = 0$$

La variance de l'estimation est :

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \text{var}(Z_u - \hat{Z}_u) \\ &= \text{var}(Z_u) - \text{var}(a_o + \mathbf{w}_u^T \mu) - 2\text{cov}(Z_u, a_o + \mathbf{w}_u^T \mu) \\ &= \sigma^2 + \mathbf{w}_u^T C \mathbf{w}_u - 2\mathbf{w}_u^T C \text{cov}(Z, Z_u) \end{aligned} \quad (6.23)$$

$C$  est la matrice de variance-covariance de  $Z$ . Les éléments de  $C$  sont :

$$C_{ij} = C(h_{ij}) = C(r_i - r_j)$$

$C(Z, Z_u)$  est le vecteur de covariance entre les  $Z_i$  et  $Z_u$ .

### 6.5.1.1 Krigeage ordinaire

Selon les suppositions a priori, il y a plusieurs sortes de krigeage : krigeage simple, ordinaire, universel, etc. Nous avons utilisé le krigeage dit ordinaire. Pour le krigeage ordinaire on suppose que la moyenne est constante :  $\mu(r_i) = \mu_u$ , ainsi :

$$E\{Z_u - \hat{Z}_u\} = \mu_u(1 - \mathbf{w}_u^T e_n) - a_o = 0 \quad (6.24)$$

$e_n$  est un vecteur  $n \times 1$  où tous les éléments valent 1. Cette relation est valide sous les conditions suivantes :

$$a_o = 0 \quad \text{et} \quad \mathbf{w}_u^T e_n = 1 \quad (6.25)$$

Donc le problème est de minimiser la variance  $\sigma_e^2$  avec les conditions d'équation 6.25. On introduit la fonction  $\mathbf{F}$  avec le multiplicateur de Lagrange  $-2\lambda_u$  et on utilise l'équation 6.23 :

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \sigma_e^2 + 2\lambda_u(\mathbf{w}_u^T e_n - 1) \\ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{w}_u} &= 2C\mathbf{w}_u - 2\text{cov}(Z, Z_u) + 2\lambda_u e_n = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \lambda_u} &= 2(\mathbf{w}_u^T e_n - 1) = 0 \end{aligned} \quad (6.26)$$

et par conséquent :

$$\begin{aligned} C\mathbf{w}_u + \lambda_u e_n &= \text{cov}(Z, Z_u) \\ e_n^T \mathbf{w}_u &= 1 \end{aligned} \quad (6.27)$$

Il est possible d'écrire les équations précédentes sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{u1} \\ \vdots \\ c_{un} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

ou

$$\begin{bmatrix} C_{pp} & e_n \\ e_n^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_u \\ \lambda_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_u \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

Pour obtenir les inconnues  $\mathbf{w}_u$ , nous allons inverser la matrice de la façon analytique suivante :

$$\begin{bmatrix} C_{pp} & e_n \\ e_n^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \\ N_3 & N_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & O_{n \times n} \\ O_{1 \times n} & 1 \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

où  $N$  est l'inverse de la matrice des coefficients. En développant ce système d'équations on a :

$$\begin{cases} a) & C_{pp}N_1 + e_n N_3 = I_n \\ b) & C_{pp}N_2 + e_n N_4 = O_{n \times n} \\ c) & e_n^T N_1 = O_{1 \times n} \\ d) & e_n^T N_2 = 1 \end{cases} \quad (6.31)$$

A partir de  $a$  nous avons

$$N_1 = C_{pp}^{-1}(I_n - e_n N_3) \quad (6.32)$$

En substituant dans  $c$  :

$$e_n^T C_{pp}^{-1}(I_n - e_n N_3) = O_{1 \times n}$$

Ainsi :

$$N_3 = \frac{e_n^T C_{pp}^{-1}}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} \quad (6.33)$$

On remplace 6.33 dans 6.32 et on obtient :

$$N_1 = C_{pp}^{-1} + \frac{-1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} e_n e_n^T C_{pp}^{-1} \quad (6.34)$$

A partir de  $b$  nous avons :

$$N_2 = -C_{pp}^{-1} e_n N_4 \quad (6.35)$$

En substituant dans  $d$  nous avons :

$$N_4 = \frac{-1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} \quad (6.36)$$

et enfin :

$$N_2 = \frac{1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} C_{pp}^{-1} e_n \quad (6.37)$$

Donc :

$$\begin{bmatrix} C_{pp} & e_n \\ e_n^T & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} C_{pp}^{-1} + \frac{-1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} e_n e_n^T C_{pp}^{-1} & \frac{1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} C_{pp}^{-1} e_n \\ \frac{e_n^T C_{pp}^{-1}}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} & \frac{-1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

En utilisant l'équation précédente on peut obtenir la solution du krigeage sous la forme suivante :

$$\mathbf{w}_u = C_u C_{pp}^{-1} - \lambda_u e_n^T C_{pp}^{-1} \quad (6.39)$$

et

$$\lambda_u = \frac{[C_u C_{pp}^{-1} e_n] - 1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} \quad (6.40)$$

Maintenant on peut estimer la valeur des paramètres atmosphériques pour un point autre que les stations du réseau. Le seul problème est la définition de la matrice de covariance  $C$ . On utilise la fonction de covariance linéaire suivante :

$$c_{ij} = \gamma(l_{max} - l_{r_i, r_j}) \quad (6.41)$$

$l_{r_i, r_j}$  est la distance entre  $r_i$  et  $r_j$ ,  $l_{max}$  est la distance maximale, et  $\gamma$  est un facteur d'échelle. Le choix de  $\gamma$  n'affecte pas la solution finale de l'interpolation  $\hat{z}$ .  $l_{max}$  doit être plus grande que la distance maximale entre les stations du réseau.

### 6.5.1.2 Krigeage universel

Pour le krigeage universel on suppose que la moyenne peut être écrite en tant que combinaison de fonctions connues :

$$\mu(r) = \sum_{k=0}^K b_k f_k(r) = \mathbf{b}^T \mathbf{f}(r) \quad (6.42)$$

où  $\mathbf{f}(r)$  est le vecteur des fonctions  $f_k(r)$  et  $\mathbf{b}^T$  le vecteur des coefficients  $b_k$ .

Nous avons donc :

$$E\{Z_u - \hat{Z}_u\} = \mathbf{b}^T \mathbf{f}(r_u) - a_o - \mathbf{w}_u^T \mu \quad (6.43)$$

avec

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu(r_1) \\ \vdots \\ \mu(r_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}^T \mathbf{f}(r_1) \\ \vdots \\ \mathbf{b}^T \mathbf{f}(r_n) \end{bmatrix} = \mathbf{H} \mathbf{b}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}^T(r_1) \\ \vdots \\ \mathbf{f}^T(r_n) \end{bmatrix}$$

Pour l'estimateur non biaisé :

$$E\{Z_u - \hat{Z}_u\} = \mathbf{b}^T (\mathbf{f}(r_u) - \mathbf{H}^T \mathbf{w}_u) - a_o = 0 \quad (6.44)$$

Cela implique les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^T \mathbf{w}_u &= \mathbf{f}(r_u) \\ a_o &= 0 \end{aligned} \quad (6.45)$$

Afin de trouver le vecteur de pondération du krigeage  $\mathbf{w}_u$ , il faut minimiser la variance  $\sigma_e^2$  avec les conditions précédentes. A nouveau on va introduire le paramètre  $\mathbf{F}$  et le vecteur des multiplicateurs de Lagrange  $-2\Lambda$  (avec  $\Lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]^T$ ) :

$$\mathbf{F} = \sigma_e^2 + 2\Lambda(\mathbf{H}^T \mathbf{w}_u - \mathbf{f}(r_u)) \quad (6.46)$$

Et pour le minimiser on a :

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{w}_u} = 2C\mathbf{w}_u - 2cov(Z, Z_u) + 2\mathbf{H}\Lambda = 0 \quad (6.47)$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Lambda} = 2(\mathbf{H}^T \mathbf{w}_u - \mathbf{f}(r_u)) = 0$$

Ainsi le système du krigeage universel est :

$$\begin{aligned} C\mathbf{w}_u + \mathbf{H}\Lambda &= cov(Z, Z_u) \\ \mathbf{H}^T \mathbf{w}_u &= \mathbf{f}(r_u) \end{aligned} \quad (6.48)$$

ou sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} & f_o(r_1) & \dots & f_K(r_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} & f_o(r_n) & \dots & f_K(r_n) \\ f_o(r_1) & f_o(r_2) & \dots & f_o(r_n) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_K(r_1) & f_K(r_2) & \dots & f_K(r_n) & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{u1} \\ \vdots \\ c_{un} \\ f_o(r_u) \\ \vdots \\ f_K(r_u) \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

Avec l'erreur suivante :

$$\sigma_e^2 = \sigma^2 - \mathbf{w}_u cov(Z, Z_u) - \Lambda^T \mathbf{f}(r_u) \quad (6.50)$$

Le choix de la matrice de covariance et les fonctions pour définir la moyenne dépendent de la nature du phénomène physique que l'on étudie.

Nous avons choisi le krigeage universel avec les définitions suivantes :

$$\begin{cases} f_o(r_i) = 1 \\ f_1(r_i) = X_i \\ f_2(r_i) = Y_i \end{cases} \quad (6.51)$$

donc :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & Y_1 \\ 1 & X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_n & Y_n \end{bmatrix}$$

Et pour la covariance :

$$c_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{2} [(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2] \ln [(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2] & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases} \quad (6.52)$$

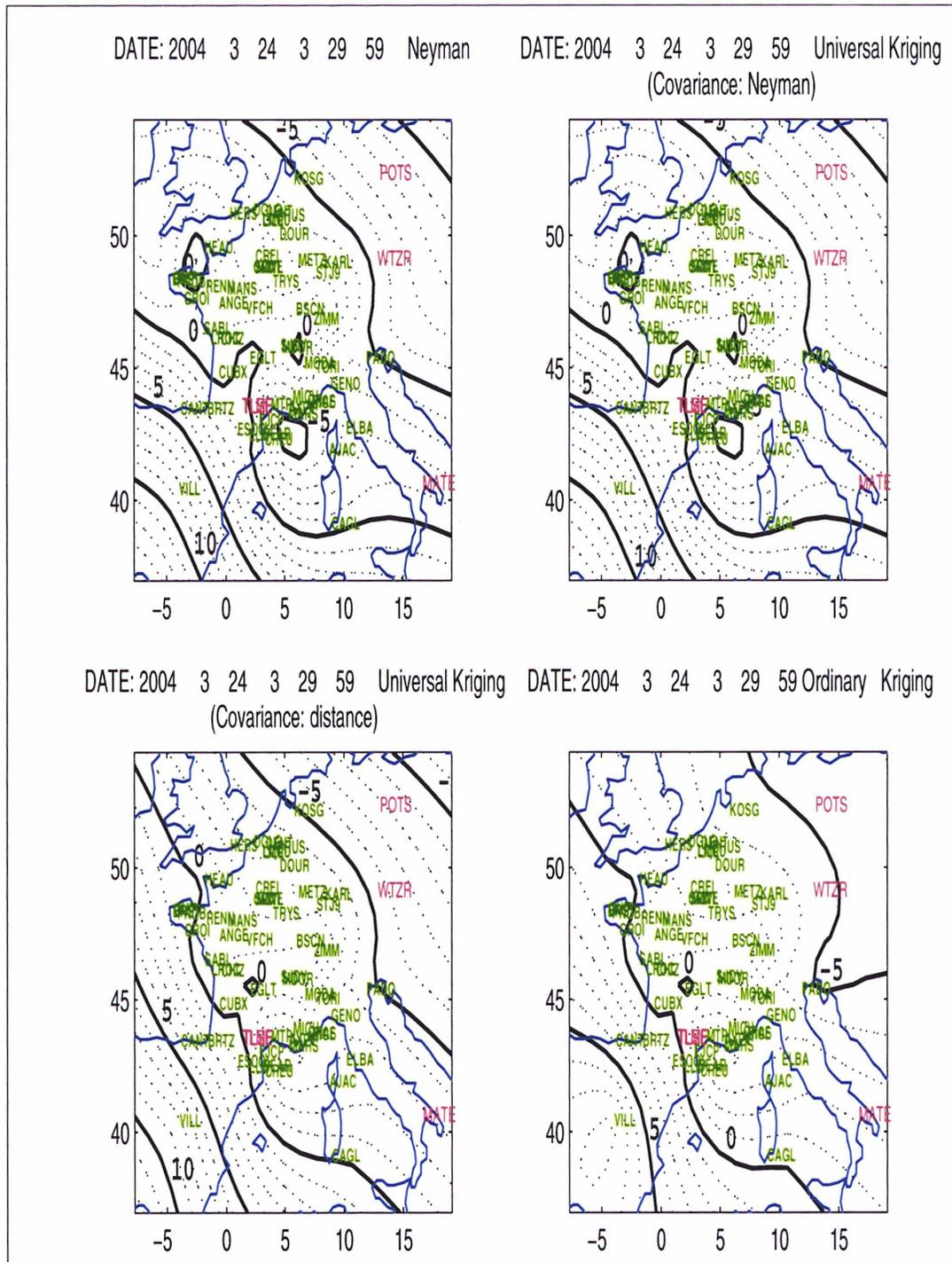


FIG. 6.2 – Interpolation de la solution RGP de la troposphère avec krigage et collocation. Les stations en rouge n'ont pas participé au calcul

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} & 1 & X_1 & Y_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} & 1 & X_n & Y_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ X_1 & X_2 & \ddots & X_n & 0 & 0 & 0 \\ Y_1 & Y_2 & \ddots & Y_n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{u1} \\ \vdots \\ c_{un} \\ 1 \\ X_u \\ Y_u \end{bmatrix} \quad (6.53)$$

Neyman [68] a montré qu'avec la méthode de collocation nous pouvons obtenir cette surface sans résoudre le système d'équations 6.53 pour chaque nouveau point. C'est-à-dire qu'on obtient les coefficients d'interpolation une fois, puis on les utilise pour tous les autres points avec les conditions ci-dessous pour le point de calcul :

$$\begin{aligned} f_k(r_u) &= 0, \quad k = 0, 1, 2 \\ c_{iu} &= z_i, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

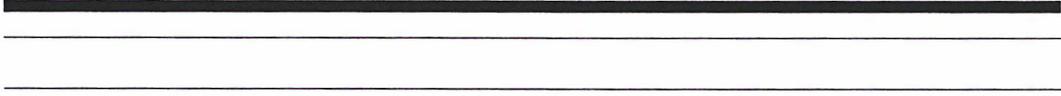
Ensuite on a :

$$z_u = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n [(X_u - X_j)^2 + (Y_u - Y_j)^2] \ln [(X_u - X_j)^2 + (Y_u - Y_j)^2] + \lambda_1 + \lambda_2 X_u + \lambda_3 Y_u \quad (6.54)$$

Sous ces conditions le résultat obtenu pour cette surface est identique au krigeage universel, sauf que l'on n'est pas obligé de recalculer les coefficients.

Le krigeage ordinaire et la surface de Neyman font partie du logiciel GPSS, voir annexe A. Nous les avons utilisés pour l'interpolation du délai troposphérique résiduel mais ils peuvent être utilisés pour les autres erreurs.

La figure 6.2 montre les résultats de ces interpolations. Comme on peut le constater, les krigeages universel et ordinaire donnent à peu près les mêmes résultats autour du centre du réseau, mais dans au bord le krigeage universel donne des résultats plus perturbés que le krigeage ordinaire. En tous cas, le résultat est très sensible au choix de la fonction de covariance qui doit correspondre à la nature des données. Dans le cas de l'interpolation atmosphérique, le changement temporel des paramètres rend plus difficile le choix de la fonction de covariance. Normalement on utilise des fonctions de covariance qui dépendent de la distance entre les stations, comme 6.41. Avec la surface de Neyman nous avons une covariance qui en plus de la distance dépend aussi des coordonnées des points.



## Deuxième partie

Positionnement non différentiel et  
développement de logiciels GPS

---

# Positionnement Ponctuel Précis

---

## 7.1 Introduction

Durant cette thèse, nous avons développé le logiciel GPSS<sup>1</sup> de Positionnement Ponctuel Précis (traitement non différentiel), dans l'environnement MATLAB (voir Annexe A). Les fonctionnalités de ce logiciel pourront être étendues au cours des recherches à venir. La rapidité de programmation en MATLAB est un élément important pour le développements de logiciels scientifiques. Dans les sections suivantes, on présente d'abord les bases théoriques du Positionnement Ponctuel Précis, puis le logiciel GPSS, et enfin quelques essais numériques effectués avec logiciel.

Le positionnement de niveau centimétrique avec le GPS, et la stabilité à long terme des solutions, font appel à certaines stratégies de calcul. Tout d'abord, on peut utiliser les orbites précises des satellites, par exemple celles de l'IGS. De plus, on effectue un positionnement différentiel qui exige la combinaison des observations de deux récepteurs GPS, au minimum ; les coordonnées d'au moins une station doivent être connues. La position de l'utilisateur peut alors être estimée relativement à cette station de référence. Les observations de phase de la porteuse sont utilisées et la stratégie de calcul repose sur l'estimation de lignes de base. En général les observations différentielles permettent d'éliminer les erreurs communes des satellites, des horloges des récepteurs et autres erreurs. Ce mode de traitement s'est avéré très efficace et est très répandu. Mais il a l'inconvénient d'imposer l'observation simultanée aux stations de référence.

La méthode du Positionnement Ponctuel Précis (PPP) est une approche différente qui utilise les observations (non différentielles) de phase et de code pour les deux fréquences, ainsi que les orbites précises, pour arriver à la précision centimétrique pour un point unique (statique ou cinématique). Cela est possible si on tire profit des estimations des horloges des satellites, disponibles avec les coordonnées des satellites dans les produits d'orbite précise de l'IGS, et de la modélisation des effets systématiques qui causent des variations de l'ordre du centimètre dans les mesures GPS. En outre, le retard troposphérique (zénithal) à la station peut être estimé avec une précision centimétrique et l'erreur d'horloge du récepteur GPS avec 0.1 nanoseconde de précision.

À la différence du positionnement relatif, les erreurs communes ne disparaissent pas dans le PPP, ni ne sont minimisées. Certains des ces erreurs sont :

1. Les mouvements du site dus à des phénomènes géophysiques tels que les mouvements

---

<sup>1</sup> GPS Software, en attendant un meilleur nom ...

tectoniques, les marées terrestres, et la surcharge océanique,

2. Les erreurs d'observation telles que les effets de la troposphère et de l'ionosphère, le multi-trajet.
3. Les erreurs liées aux satellites : les horloges, l'excentricité du centre de phase de l'antenne, le délai différentiel de groupe (TGD), la relativité et la phase initiale de l'antenne.
4. Les erreurs dues au récepteur : l'excentricité du centre de phase de l'antenne et la phase de l'antenne.

## 7.2 Le modèle mathématique

Les combinaisons linéaires sans effet ionosphérique <sup>1</sup> du code et de la phase doivent être utilisées pour la méthode PPP.

On commence par donner les poids appropriés aux mesures. Il faut faire attention à cette étape pour bien gérer les différents types de mesures, puisque l'ordre de grandeur du bruit n'est pas le même pour le code et la phase. Cet aspect est développé dans la section 7.4.

Les combinaisons linéaires dites *Ionospheric free* du code et de la phase peuvent être exprimées ainsi :

$$L_3^k = \left(\frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\right)L_1^k - \left(\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}\right)L_2^k \quad (7.1)$$

$$P_3^k = \left(\frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\right)P_1^k - \left(\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}\right)P_2^k \quad (7.2)$$

où le  $k$  en exposant est l'indice du satellite,  $L_1$  et  $L_2$  sont les observations de phase sur les bandes  $L1$  et  $L2$ ,  $f_1$  et  $f_2$  sont leurs fréquences respectives et  $P_1$  et  $P_2$  sont les mesures de code sur ces deux fréquences. En utilisant ces équations on peut éliminer le premier degré de l'effet ionosphérique. L'erreur ionosphérique due aux degrés supérieurs est de l'ordre de quelques millimètres en distance entre satellite et récepteur et encore moins sur le positionnement.

Les équations d'observation 7.1 et 7.2 peuvent être exprimées sous la forme suivante :

$$L_3^k = \rho^k + d\rho_{orb} - (\delta t_r - \delta t^k)c + \lambda N^k + \delta_{trop}^k + d\rho_{tide} + \delta_{wup}^k + \delta_{rel}^k + \delta_{mu\Phi}^k + \epsilon_\Phi \quad (7.3)$$

$$P_3^k = \rho^k + d\rho_{orb} - (\delta t_r - \delta t^k)c + \delta_{trop}^k + d\rho_{tide} + \delta_{rel}^k + \delta_{mu_P}^k + \epsilon_P \quad (7.4)$$

avec les notations suivantes :

- $\rho^k$  la distance géométrique entre le satellite et le récepteur
- $d\rho_{orb}$  l'erreur orbital
- $\delta t_r$  l'erreur d'horloge du récepteur
- $\delta t^k$  l'erreur d'horloge du satellite
- $c$  la vitesse de la lumière
- $\lambda$  la longueur d'onde de  $L3$
- $N^k$  l'ambiguïté de phase de  $L3$  (nombre réel)

<sup>1</sup> Ionospheric free.

$\delta_{trop}^k$	le délai troposphérique
$d\rho_{tide}$	l'effet de la marée terrestre et de la surcharge océanique sur la distance géométrique
$\delta_{rel}^k$	l'effet relativiste
$\delta_{wup}^k$	la différence de phase due au phénomène de <i>Phase Wind Up</i>
$\delta_{muP}^k$	le multi-trajet de code
$\delta_{mu\Phi}^k$	le multi-trajet de phase
$\epsilon_{\Phi}$	le bruit de mesure de phase L3
$\epsilon_P$	le bruit de mesure de code P3

Le but est de calculer les coordonnées précises de la station de référence avec élimination ou estimation des différents effets et erreurs qui s'exercent sur les mesures. En ce qui concerne les effets atmosphériques, on doit choisir des stratégies différentes pour les effets ionosphérique et troposphérique. A cause de ses variations instantanées et de sa valeur importante, l'utilisation d'un modèle prédictif de l'ionosphère pour les applications précises (centimétriques) est impossible et la seule façon de contourner cela est d'éliminer cet effet par les différentes combinaisons d'observations (c'est aussi le cas pour le positionnement relatif, si on considère que l'erreur ionosphérique est égale pour deux stations). Ici on a choisi les observations L3 et P3 mais on peut former un autre type de combinaison, par exemple Gao, et al [27] ont utilisé L3 et les combinaisons suivantes :

$$P_{IF,L_i} = \frac{(P_i + L_i)}{2} \quad , \quad (i = 1, 2) \quad (7.5)$$

Cette combinaison du code et de la phase est sans effet ionosphérique. L'intérêt de cette combinaison est la diminution du bruit du code qui peut aider à une convergence plus rapide de la solution.

L'effet troposphérique est bien plus stable (voir 6). Pour le gérer on peut soit utiliser un modèle standard de troposphère, comme le modèle de Saastamoinen, accompagné d'un modèle prédictif pour la précision élevée, soit on peut estimer le délai zénithal troposphérique avec les autres inconnues. On a donc :

$$\delta_{tropo} = (MF)(ZPD) \quad (7.6)$$

où MF (*Mapping function*) est la fonction d'élévation du délai pour la direction récepteur-satellite et ZPD est le délai zénithal troposphérique.

La MF est une fonction de valeur très proche de la sécante ( $\frac{1}{\cos Z}$ ) de l'angle zénithal du satellite. Nous utilisons la fonction "dry Niell" (voir chapitre 6.3.4) car elle prend en compte la position géographique du site. On peut utiliser la sécante de l'angle zénithal ou bien d'autres fonctions qui sont expliquées dans la section 6.3

On cherche à calculer le vecteur de position du récepteur  $\mathbf{x}_r = (x, y, z)^T$ . Pour cela nous devons estimer les ambiguïtés  $N^k$ , le biais d'horloge du récepteur  $\delta t_r$ , et le délai zénithal troposphérique ZPD. Donc le vecteur des inconnues est :

$$X = [\mathbf{x}_r^T, N^k, c \delta t_r, ZPD]^T$$

Dans les équations 7.3 et 7.4 on peut calculer les valeur de  $\delta_{rel}^k$ ,  $d\rho_{tide}$  et  $\delta_{wup}^k$  de façon explicite, chapitre 4. Aussi en utilisant les informations d'orbite et horloge précise on a :

$$L_3^k = \rho^k - c \delta t_r + \lambda N^k + M ZPD + \epsilon_{\Phi} \quad (7.7)$$



$$P_3^k = \rho^k - \delta t_{rc} + M ZPD + \epsilon_P \quad (7.8)$$

En linéarisant les deux équations précédentes autour d'une solution approchée,  $X_o$  :

$$L_3^k = L_3^k(o) + \frac{\partial \rho^k}{\partial X}(X - X_o) - \frac{\partial \delta t_{rc}}{\partial X}(X - X_o) + \lambda \frac{\partial N^k}{\partial X}(X - X_o) + M \frac{\partial ZPD}{\partial X}(X - X_o) + \epsilon_\Phi \quad (7.9)$$

$$P_3^k = P_3^k(o) + \frac{\partial \rho^k}{\partial X}(X - X_o) - \frac{\partial \delta t_{rc}}{\partial X}(X - X_o) + M \frac{\partial ZPD}{\partial X}(X - X_o) + \epsilon_P \quad (7.10)$$

avec :

$$X_o = [\mathbf{x}_{r(o)}^T, N_{(o)}^k, c \delta t_{r(o)}, ZPD_{(o)}]^T$$

$$L_3^k(o) = \rho(\mathbf{x}^k(t - \tau^k), \mathbf{x}_{r(o)}, N_{(o)}^k, c \delta t_{r(o)}, ZPD_{(o)}, \delta \rho_\Phi, t)$$

$$P_3^k(o) = \rho(\mathbf{x}^k(t - \tau^k), \mathbf{x}_{r(o)}, c \delta t_{r(o)}, ZPD_{(o)}, \delta \rho_P, t)$$

où l'indice (o) désigne les valeurs initiales des inconnues,  $\delta \rho_\Phi$  et  $\delta \rho_P$  sont les corrections des mesures de phase et de code,  $t$  est le temps de réception de signal,  $\tau^k$  est le temps de parcours entre le satellite  $k$  et le récepteur, et  $\mathbf{x}^k$  est le vecteur de position du satellite.

On développe chaque terme des équations 7.9 et 7.10. La distance  $\rho$  est la distance parcourue par le signal dans un repère inertiel entre le satellite à l'instant  $t - \tau^k$  et le récepteur à l'instant  $t$ ; il faut corriger les mesures de la rotation de la terre pendant la traversée du signal. Ainsi on peut écrire :

$$\mathbf{x}_I^k(t - \tau^k) = R_3(\omega_e \tau^k) \mathbf{x}^k(t - \tau^k) \quad (7.11)$$

où  $\mathbf{x}_I^k(t - \tau^k)$  est le vecteur de position du satellite à l'instant  $(t - \tau^k)$  dans le système inertiel  $I$  (non tournant) défini à l'instant  $t$ ,  $\mathbf{x}^k(t - \tau^k)$  est le vecteur de position du satellite dans le système terrestre ECEF<sup>1</sup> (tournant),  $\omega_e$  est la vitesse angulaire de rotation de la terre qui vaut :

$$\omega_e = 7.2921151467 \times 10^{-5} \frac{rad}{s},$$

et la matrice de rotation  $R_3$  est :

$$R_3(\omega_e \tau^k) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_e \tau^k) & \sin(\omega_e \tau^k) & 0 \\ -\sin(\omega_e \tau^k) & \cos(\omega_e \tau^k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ou<sup>2</sup>

$$R_3(\omega_e \tau^k) = \begin{bmatrix} 1 & \omega_e \tau^k & 0 \\ -\omega_e \tau^k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

<sup>1</sup> Earth Centered Earth Fixed.

<sup>2</sup> Matrice de petite rotation ( $\omega_e \tau^k$  est très faible).

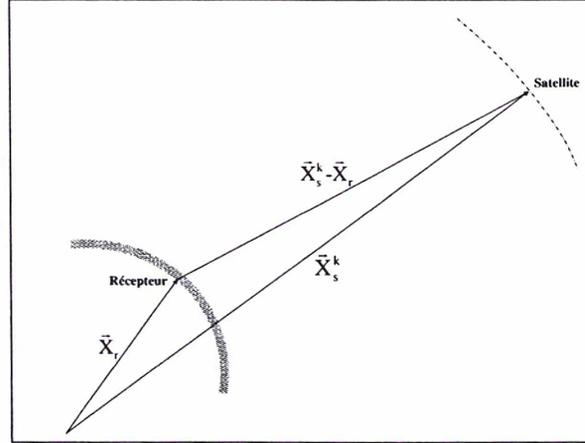


FIG. 7.1 – Géométrie récepteur-satellite.

La position ECEF du satellite  $\mathbf{x}^k(t - \tau^k)$  peut être exprimée ainsi :

$$\mathbf{x}^k(t - \tau^k) = \mathbf{x}^k(t) - \dot{\mathbf{x}}^k(t)\tau^k$$

avec

$$\dot{\mathbf{x}}^k(t) = \frac{\mathbf{x}^k(t + \epsilon) - \mathbf{x}^k(t)}{\epsilon}$$

$\epsilon$  étant une petite valeur de temps, par exemple 0,1 s. Par conséquent :

$$\mathbf{x}_I^k(t - \tau^k) = R_3(\omega_e \tau^k)(\mathbf{x}^k(t) - \dot{\mathbf{x}}^k(t)\tau^k)$$

Par définition

$$\rho(\mathbf{x}_I^k(t - \tau^k), \mathbf{x}_{r_I}(t)) = \|\mathbf{x}_I^k(t - \tau^k) - \mathbf{x}_{r_I}(t)\| \quad (7.12)$$

Nous allons développer le vecteur de différence  $\mathbf{x}_I^k(t - \tau^k) - \mathbf{x}_{r_I}(t)$ . Comme on a choisi l'instant  $t$  pour la définition du système inertiel, on a  $\mathbf{x}_{r_I}(t) = \mathbf{x}_r(t)$ , donc :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_I^k(t - \tau^k) - \mathbf{x}_{r_I}(t) &= R_3(\omega_e \tau^k)(\mathbf{x}^k(t) - \dot{\mathbf{x}}^k(t)\tau^k) - \mathbf{x}_r(t) \\ &= R_3(\omega_e \tau^k)(\mathbf{x}^k(t) - \dot{\mathbf{x}}^k(t)\tau^k - R_3(-\omega_e \tau^k)\mathbf{x}_r(t)) \\ &= R_3(\omega_e \tau^k)(\mathbf{x}^k(t) - \dot{\mathbf{x}}^k(t)\tau^k - (I + H\omega_e \tau^k)\mathbf{x}_r(t)) \\ &= R_3(\omega_e \tau^k)(\mathbf{x}^k(t) - \mathbf{x}_r(t) - (\dot{\mathbf{x}}^k(t) + H\omega_e \mathbf{x}_r(t))\tau^k) \\ &= R_3(\omega_e \tau^k)(\rho \mathbf{u} - \frac{\rho}{c} \mathbf{v}_r) \end{aligned}$$

où on a utilisé la relation

$$R_3(-\omega_e \tau^k) = \begin{bmatrix} 1 & \omega_e \tau^k & 0 \\ -\omega_e \tau^k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \omega_e \tau^k = I + H\omega_e \tau^k$$

et

$$\mathbf{v}_r = \dot{\mathbf{x}}^k(t) + H\omega_e \mathbf{x}_r(t)$$

qui représente la vitesse relative dans le repère tournant.  $\varrho$  est la distance géométrique à l'instant  $t$  entre le récepteur et le satellite, et  $\mathbf{u}$  est le vecteur unitaire de la direction récepteur-satellite.

La rotation n'a pas d'effet sur la distance (isométrie), donc :

$$\rho = \| R_3(\omega_e \tau^k)(\varrho \mathbf{u} - \frac{\rho}{c} \mathbf{v}_r) \| = \| (\varrho \mathbf{u} - \frac{\rho}{c} \mathbf{v}_r) \|$$

et :

$$\rho^2 = \varrho^2 + \frac{\rho^2}{c^2} \| \mathbf{v}_r \|^2 - 2\varrho \mathbf{u}^T \frac{\rho}{c} \mathbf{v}_r \quad (7.13)$$

La solution de l'équation précédente, en négligeant le terme en  $\frac{1}{c^2}$ , mène à :

$$\rho = \varrho(1 - \mathbf{u}^T \frac{\mathbf{v}_r}{c}) \quad (7.14)$$

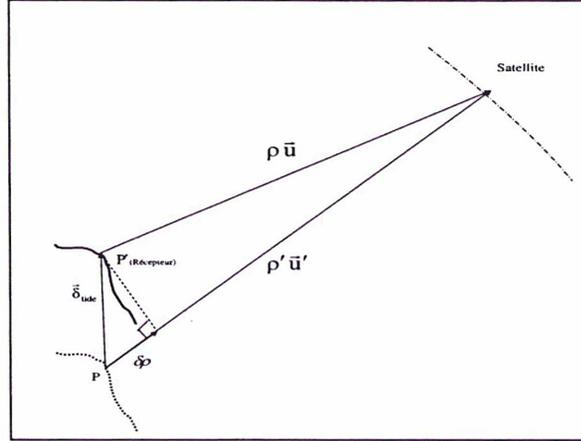


FIG. 7.2 – Correction de distance géométrique pour la marée terrestre et la surcharge océanique.

A ce stade nous pouvons calculer la dérivée partielle de  $\rho$ . On peut récrire l'équation 7.13 ainsi :

$$\rho^2 = (\mathbf{x}^k - \mathbf{x}_r)^T (\mathbf{x}^k - \mathbf{x}_r) - 2(\mathbf{x}^k - \mathbf{x}_r)^T \frac{\mathbf{v}_r}{c} \rho + \rho^2 \frac{\| \mathbf{v}_r \|^2}{c^2}$$

Toujours en négligeant les termes en  $\frac{1}{c^2}$ , et aussi en considérant que  $d\mathbf{v}_r$  est négligeable, on arrive à :

$$\begin{aligned} 2\rho d\rho &= 2(\mathbf{x}^k - \mathbf{x}_r)^T (d\mathbf{x}^k - d\mathbf{x}_r) - 2\rho (d\mathbf{x}^k - d\mathbf{x}_r)^T \frac{\mathbf{v}_r}{c} - 2(\mathbf{x}^k - \mathbf{x}_r)^T \frac{\mathbf{v}_r}{c} d\rho \\ (\rho + \varrho \mathbf{u}^T \frac{\mathbf{v}_r}{c}) d\rho &= (\varrho \mathbf{u}^T - \rho \frac{\mathbf{v}_r^T}{c})(d\mathbf{x}^k - d\mathbf{x}_r) \end{aligned} \quad (7.15)$$

La substitution de l'équation 7.14 dans 7.15 amène à :

$$(\varrho(1 - \mathbf{u}^T \frac{\mathbf{v}_r}{c}) + \varrho \mathbf{u}^T \frac{\mathbf{v}_r}{c}) d\rho = (\varrho \mathbf{u}^T - \varrho(1 - \mathbf{u}^T \frac{\mathbf{v}_r}{c}) \frac{\mathbf{v}_r^T}{c})(d\mathbf{x}^k - d\mathbf{x}_r)$$

et en négligeant  $\frac{1}{c^2}$  :

$$d\rho = (\mathbf{u}^T - \frac{\mathbf{v}_r^T}{c})(d\mathbf{x}^k - d\mathbf{x}_r) = (\mathbf{u}^T - \frac{\mathbf{v}_r^T}{c})d\mathbf{x}^k + (-\mathbf{u}^T + \frac{\mathbf{v}_r^T}{c})d\mathbf{x}_r$$

et donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{x}^k} &= \mathbf{u}^T - \frac{\mathbf{v}_r^T}{c} \\ \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{x}_r} &= -\mathbf{u}^T + \frac{\mathbf{v}_r^T}{c} \end{aligned} \quad (7.16)$$

Dans notre problème,  $\mathbf{x}^k$  est connu avec une précision suffisante (éphémérides précises), donc il ne fait pas partie des paramètres à calculer. La valeur de  $\frac{\mathbf{v}_r^T}{c}$  est de l'ordre de  $10^{-5}$  et il est possible de le négliger. Alors les dérivées partielles dans les équations 7.9 et 7.10 valent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^k}{\partial X} &= [-\mathbf{u}^T + \frac{\mathbf{v}_r^T}{c} \quad 0 \quad 0 \quad 0], \\ \lambda \frac{\partial N^k}{\partial X} &= [O_3^T \quad \lambda \quad 0 \quad 0], \\ \frac{\partial c \delta t_r}{\partial X} &= [O_3^T \quad 0 \quad 1 \quad 0], \\ M \frac{\partial ZPD}{\partial X} &= [O_3^T \quad 0 \quad 0 \quad M] \end{aligned}$$

où  $O_3^T = [0 \quad 0 \quad 0]$ , donc :

$$\begin{bmatrix} L_3^k - L_3^k(o) \\ P_3^k - P_3^k(o) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \epsilon_{\Phi}^k \\ \epsilon_P^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}^T + \frac{\mathbf{v}_r^T}{c} & \lambda & 1 & M \\ -\mathbf{u}^T + \frac{\mathbf{v}_r^T}{c} & 0 & 1 & M \end{bmatrix} (X - X_o) \quad (7.17)$$

Maintenant, supposons que nous avons  $n$  satellites pour une époque donnée, alors :

$$\begin{bmatrix} L_3^1 - L_3^1(o) \\ P_3^1 - P_3^1(o) \\ \vdots \\ L_3^k - L_3^k(o) \\ P_3^k - P_3^k(o) \\ \vdots \\ L_3^n - L_3^n(o) \\ P_3^n - P_3^n(o) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \epsilon_{\Phi}^1 \\ \epsilon_P^1 \\ \vdots \\ \epsilon_{\Phi}^k \\ \epsilon_P^k \\ \vdots \\ \epsilon_{\Phi}^n \\ \epsilon_P^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}^{1T} + \frac{\mathbf{v}_r^{1T}}{c} & \lambda & \dots & 0 & \dots & 0 & 1 & M^1 \\ -\mathbf{u}^{1T} + \frac{\mathbf{v}_r^{1T}}{c} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 1 & M^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\mathbf{u}^{kT} + \frac{\mathbf{v}_r^{kT}}{c} & 0 & \dots & \lambda & \dots & 0 & 1 & M^k \\ -\mathbf{u}^{kT} + \frac{\mathbf{v}_r^{kT}}{c} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 1 & M^k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\mathbf{u}^{nT} + \frac{\mathbf{v}_r^{nT}}{c} & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda & 1 & M^n \\ -\mathbf{u}^{nT} + \frac{\mathbf{v}_r^{nT}}{c} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 1 & M^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x(o) \\ y - x(o) \\ z - z(o) \\ N^1 - N_{(o)}^1 \\ \vdots \\ N^k - N_{(o)}^k \\ \vdots \\ N^n - N_{(o)}^n \\ c\delta t_r - c\delta t_{r(o)} \\ ZPD - ZPD_{(o)} \end{bmatrix} \quad (7.18)$$

Ici  $\mathbf{u}^k$  est le vecteur unitaire de direction récepteur - satellite  $k$ ,  $\mathbf{v}_r^k$  est le vecteur vitesse relative dans le repère tournant.  $M^k$  est la valeur de la *mapping function* pour le satellite  $k$ , et  $x(o)$ ,  $y(o)$ , et  $z(o)$  sont les coordonnées initiales du site.

Dans les équations 7.18 il y a :

- trois coordonnées,
- $n$  inconnues d'ambiguïtés,
- le biais d'horloge de récepteur,
- le délai zénithal troposphérique.

En tout nous avons  $n + 5$  inconnues pour  $2n$  observations à chaque époque. Nous avons donc besoin d'au moins cinq satellites pour résoudre le système.

Nous allons utiliser une approche séquentielle (filtrage de Kalman étendu) pour la solution des équations 7.18. La linéarisation apparaît dans la mise à jour de la matrice de covariance et de la matrice de gain. En revanche, nous utilisons les équations 7.3 et 7.4 (sans linéariser) dans la mise à jour des mesures. Ainsi le problème devient :

$$Y = f(X) \quad (7.19)$$

avec

$$Y = [L3, P3]^T$$

$$X = [x_r^T, N^k, \delta t_r, ZPD]^T$$

Soit  $R$  la matrice de covariance de  $Y$ . La matrice  $R$  a une grande importance, parce que les observables n'ont pas la même précision et de plus elles dépendent de l'époque d'observation, de l'élévation des satellites, du bruit de mesure, et de la stabilité du récepteur ; voir 7.4. La précision de la méthode PPP dépend aussi du bruit du code du récepteur.

Les corrections nécessaires pour le PPP seront discutées dans les sections suivantes mais avant nous présenterons la méthode séquentielle de résolution du problème.

## 7.3 Filtrage de Kalman

Pour résoudre le système d'équations 7.18, nous avons utilisé le filtre de kalman étendu. Le filtre de Kalman (standard) estime un processus en employant une forme de rétroaction<sup>1</sup>. Il estime l'état du processus à un moment donné et puis obtient la rétroaction sous forme de nouvelles mesures (bruit). La méthode de filtrage de Kalman pour un problème linéaire est expliquée en détail en Annexe B. Les équations du filtre de Kalman sont de deux sortes : les équations de mise à jour temporelle<sup>2</sup> et les équations de mise à jour des mesures<sup>3</sup>. Les équations de mise à jour temporelle ont pour objet de projeter en avant (dans le temps) les évaluations des inconnues et leur matrice de covariance, pour obtenir les évaluations a priori pour la prochaine étape. Les équations de mise à jour des mesures incorporent les nouvelles mesures dans l'estimation a priori pour obtenir une évaluation a posteriori améliorée. Les équations de mise à jour temporelle peuvent également être considérées comme des équations de prédiction, alors que les équations de mise à jour des mesures peuvent être considérées comme des équations de correction.

### 7.3.1 Les équations du filtre de Kalman classique

Le filtre de Kalman utilise la représentation d'état. La partie stochastique est modélisée par des bruits blancs gaussiens. Le modèle dynamique du système, ou équation d'état est :

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Lambda_{k,k-1} u_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} \omega_{k-1} \quad (7.20)$$

<sup>1</sup> feedback.

<sup>2</sup> Time update.

<sup>3</sup> Measurement update.

avec

$X_k$	vecteur d'état à l'instant $t_k$
$\Phi$	matrice de transition
$\Lambda$	matrice de commande
$u_k$	vecteur de commande
$\Gamma$	matrice de perturbation
$\omega$	bruit de modèle (blanc gaussien de covariance $Q_k$ )

Le sens de chaque terme est présenté en annexe B. Notre problème est plus simple : nous avons seulement le premier terme à droite de l'équation 7.20, et le bruit  $\omega$  avec la matrice de perturbation  $\Gamma = I$ . Ainsi on a

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + \omega_{k-1}, \quad \omega_{k-1} \sim \mathcal{N}(0, Q_k) \quad (7.21)$$

L'influence du terme perturbant et l'inexactitude du modèle, au bout d'un certain temps, peuvent dégrader le résultat du modèle dynamique 7.20. En pratique pour améliorer l'estimation, des observations supplémentaires sont nécessaires. Pour un modèle linéaire :

$$Y_k = A_k X_k + \Delta_k \quad (7.22)$$

$A$ , la matrice de design, est connue ;  $\Delta$  est l'erreur aléatoire. En outre nous connaissons la matrice covariance des erreurs aléatoires des observations  $C_{\Delta_i}$  comme suit :

$$C_{\Delta_i} = R_i, \quad \Delta_i \in N(0, R_i) \quad (7.23)$$

Les conditions initiales sont

$$\begin{aligned} \hat{X}_o &= E(X_o), \\ C_o &= E(\tilde{X}_o^k \tilde{X}_o^k), \\ E(\Delta_k, \omega_j^t) &= \delta_{k,j} \quad \forall j, k \end{aligned} \quad (7.24)$$

où l'opérateur  $E(\cdot)$  est l'espérance mathématique,  $\hat{x}_o$  est l'estimation de  $x$  à  $t_o$ ,  $\tilde{X}_k = \hat{X}_k - X_k$ ,  $C_k$  est la covariance de l'erreur d'estimation, et  $\delta$  est le delta de Kronecker. La troisième condition vient de l'hypothèse d'indépendance des bruits de mesure et de modèle.

Les calculs sont faits de façon itérative et incrémentale. En fait, les calculs font intervenir des matrices intermédiaires, désignées par un tilde (prédiction) par opposition aux estimations finales, désignées par un accent circonflexe. Supposons que nous connaissons les estimations finales à l'instant  $t_{k-1}$ . Voici comment propager l'estimation au pas suivant.

Prédiction de l'état (ou extrapolation du vecteur d'état) :

$$\tilde{x}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} \quad (7.25)$$

Cet état extrapolé permet de fournir une estimation intermédiaire. On peut aussi fournir des estimations à plusieurs instants entre deux calculs du filtre.

Prédiction de la covariance de l'erreur d'estimation (ou extrapolation de la covariance d'estimation) :

$$\tilde{C}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{C}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + Q_{k-1} \quad (7.26)$$

Calcul du gain de Kalman :

$$K_k = \tilde{C}_k A_k^T [A_k \tilde{C}_k A_k^T + R_k]^{-1} \quad (7.27)$$

Correction de la covariance d'erreur d'estimation (ou mise à jour de la covariance d'estimation) :

$$\hat{C}_k = (I - K_k A_k) \tilde{C}_k \quad (7.28)$$

Pour des raisons de sensibilité aux erreurs de modélisation du problème, on trouve aussi ceci :

$$\hat{C}_k = (I - K_k A_k) \tilde{C}_k (I - K_k A_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (7.29)$$

C'est la forme de Joseph qui garantit à la fois la conservation de la symétrie et le caractère défini-positif de la matrice de covariance.

Correction de l'état (ou mise à jour observationnelle de l'état estimé) :

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + K_k [Y_k - A_k \tilde{x}_k] \quad (7.30)$$

Le filtre de Kalman est présenté avec plus de détails en annexe B.

### 7.3.2 Filtre de Kalman étendu

Le filtre de Kalman étendu (EKF) est une extension du filtre de Kalman standard. Il est utilisé quand les relations de mesures ou le processus sont non-linéaires. EKF fournit un algorithme simple et efficace pour les systèmes non-linéaires. En fait on utilise la méthode standard de Kalman avec linéarisation et une approximation de Taylor autour de la solution précédente.

Dans notre cas nous avons un système dynamique linéaire avec un système de mesures non-linéaire. Donc on a :

$$\begin{aligned} \tilde{x}_k &= \Phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} \\ Y_k &= f(X_k) + \Delta_k \end{aligned} \quad (7.31)$$

$f$  est une fonction non-linéaire des inconnues. La figure 7.3 représente le filtre de Kalman étendu.

### 7.3.3 Modèle discret de Gauss-Markov

Un processus de Markov est un processus aléatoire qui permet la liaison entre deux étapes successives par des filtres assez simples. Si la distribution de probabilité pour le processus  $x_k$  dépend seulement de la valeur à l'époque précédente  $x_{k-1}$  nous aurons un modèle de Markov de premier ordre. L'équation différentielle pour le processus de premier ordre de Markov  $x(t)$  en état continu est :

$$\dot{x}(t) = -\frac{1}{\tau} x(t) + w(t) \quad (7.32)$$

où  $\tau$  est le temps de corrélation et le  $w$  est un bruit blanc. Si la fonction de densité de probabilité de  $w$  et donc  $x$  sont gaussiennes, le processus s'appelle un processus de Gauss-Markov. La version discrète d'un processus de Gauss-Markov peut être écrite ainsi :

$$x_{k+1} = \kappa x_k + w_k \quad (7.33)$$

où  $\kappa = \exp(-\frac{T}{\tau})$ .  $T$  représente l'intervalle de données. On définit le coefficient d'amortissement  $\beta$  ainsi :

$$\beta = \frac{1}{\tau}$$

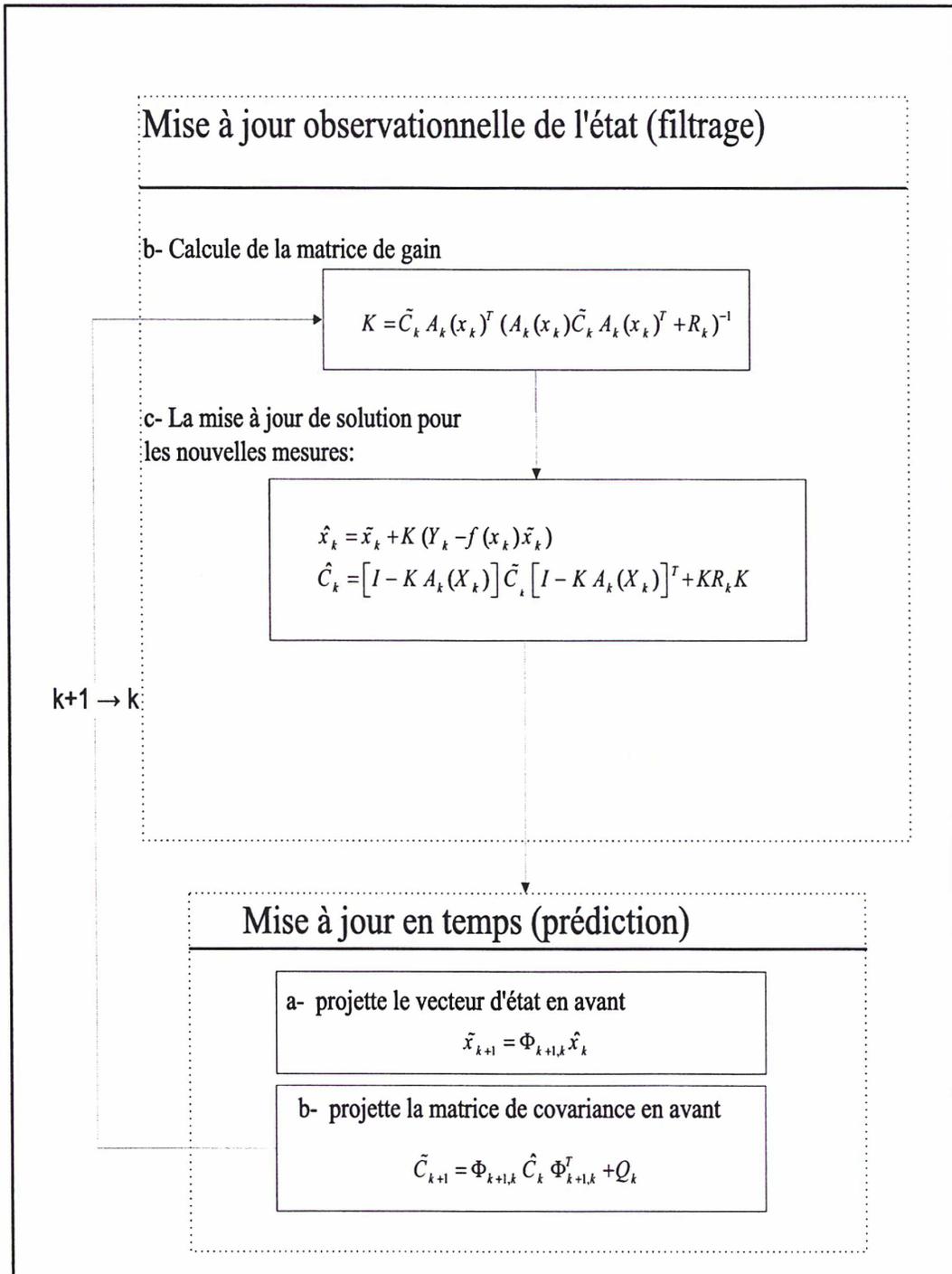


FIG. 7.3 – Organigramme du Filtre de Kalman Étendu.

Une grande valeur de  $\beta$  donne une corrélation faible. Cela permet à une variable de changer plus rapidement d'une époque à la suivante. A l'inverse, une petite valeur de  $\beta$  donne une corrélation élevée entre des époques successives, et permet ainsi seulement une petite variation. La covariance associée, dans la forme discrète, pour le bruit blanc gaussien  $w$  est

$$C(w) = \frac{q}{2\beta}(1 - \exp(-2T\beta)) \quad (7.34)$$

$q$  est la variance du bruit du processus. Si  $\tau$  est nul, le modèle devient un modèle de bruit blanc pur, ce qui implique  $\kappa = 0$ . Mais si le temps de corrélation  $\tau$  approche l'infini, le processus s'appelle la marche aléatoire pure et dans ce cas  $\kappa = 1$ .

### 7.3.4 Modèle dynamique

Dans le contexte du filtre de Kalman, un système dynamique est en général vu comme un ensemble d'équations ordinaires décrivant l'évolution temporelle de l'état d'un système physique. En pratique, on est principalement intéressé à connaître l'état d'un système à intervalles discrets de temps, qui correspondent habituellement à la période de l'échantillonnage.

Le rôle d'un modèle dynamique est de décrire le comportement d'un système avec peu de paramètres. Cependant le modèle dynamique doit également décrire toute la dynamique du système. Dans le cas où les mesures sont indisponibles ou incertaines, le modèle dynamique peut également jouer le rôle d'un filtre. L'utilisation d'un modèle dynamique, dans de telles circonstances, pour obtenir une évaluation d'état, pourrait dégrader l'exactitude de l'estimation, mais au moins le filtre peut continuer à fonctionner sans modification. En fait, on peut continuer à employer l'algorithme de prévision pour estimer continuellement la dernière évaluation de l'état, jusqu'à ce que les mesures deviennent disponibles (ou de nouveau fiables).

Pour le positionnement cinématique, les positions aux temps  $t_i$  et  $t_{i+1}$  peuvent être reliées par :

$$X_{i+1} = X_i + \dot{X}_i \Delta t + \ddot{X}_i \frac{\Delta t^2}{2!} + \dddot{X}_i \frac{\Delta t^3}{3!} + \dots \quad (7.35)$$

où le nombre de points au-dessus du paramètre indique l'ordre de la différentiation.

L'équation 7.35 montre que pour un modèle dynamique correct, les dérivées du vecteur position  $X_i$  sont nécessaires. En réalité elles ne sont pas disponibles, et le modèle est approché par une série tronquée. En général on utilise soit un modèle à vitesse constante :

$$X_{i+1} = X_i + \dot{X}_i \Delta t$$

avec  $\dot{X}_i$  constante pour l'intervalle  $\Delta t$ , soit un modèle à accélération constante :

$$X_{i+1} = X_i + \dot{X}_i \Delta t + \ddot{X}_i \frac{\Delta t^2}{2}$$

avec  $\ddot{X}_i$  constante pour l'intervalle  $\Delta t$ . La validité de ces hypothèses dépend de la durée de  $\Delta t$  et du degré de linéarité du système.

Une méthode alternative est de modéliser les composantes de la vitesse et/ou de l'accélération comme un processus corrélé dans le temps. Supposons que l'accélération

puisse être modélisée par une fonction de corrélation exponentielle :

$$E\{\ddot{X}(t)\ddot{X}(t+\tau)\} = \sigma_a^2 \exp(-\alpha_2|\tau|) \quad (7.36)$$

où  $\sigma_a^2$  est la variance de l'accélération, et  $1/\alpha_2$  est la constante de temps d'accélération. Le paramètre de corrélation  $\alpha_2$  permet de modéliser des systèmes aux dynamiques différentes. Par exemple, un véhicule se déplaçant à un niveau soutenu d'accélération serait bien modélisé par une petite valeur de  $\alpha_2$ , alors qu'un objet avec un changement rapide d'accélération serait bien modélisé avec une grande valeur de  $\alpha_2$ .

Changer la valeur de  $\alpha_2$  est une manière d'ajuster le modèle dynamique. Dans ce cas un  $\alpha_2$  très bas correspondrait à un modèle de second ordre (accélération constante), et un  $\alpha_2$  très haut correspond à un modèle de premier ordre (vitesse constante). La composante de bruit blanc du modèle d'accélération permet au modèle de contrôler l'excédent aléatoire de l'accélération de manière réaliste.

L'équation d'état pour le modèle d'accélération corrélé selon le temps peut être écrite ainsi :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (7.37)$$

L'équation 7.37 est du format standard :

$$\dot{x} = Ax + Bw \quad (7.38)$$

ou dans la forme discrète :

$$X(k+1) = \Phi(k+1, k)X(k) + w(k) \quad (7.39)$$

où

$$\Phi(k+1, k) = \exp(A(t_{k+1} - t_k)) \quad (7.40)$$

L'équation 7.40 exprime la matrice de transition d'état entre les instants  $k$  et  $k+1$  d'un système linéaire invariable (i.e. les matrices  $A$  et  $B$  ne varient pas).

La matrice de transition d'état est obtenue par une expansion en série du côté droit de l'équation 7.40 avec la substitution de la matrice  $A$  :

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & T & c \\ 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix} \quad (7.41)$$

avec

$$\begin{aligned} c &= \frac{T^2}{2!} - \frac{\alpha_2 T^3}{3!} + \frac{\alpha_2^2 T^4}{4!} + \dots = \frac{(\exp(-\alpha_2 T) - 1 + \alpha_2 T)}{\alpha_2^2} \\ d &= T - \frac{\alpha_2 T^2}{2!} + \frac{\alpha_2^2 T^3}{3!} - \frac{\alpha_2^3 T^4}{4!} + \dots = \frac{(1 - \exp(-\alpha_2 T))}{\alpha_2} \\ e &= 1 - \alpha_2 T + \frac{\alpha_2^2 T^2}{2!} - \frac{\alpha_2^3 T^3}{3!} + \frac{\alpha_2^4 T^4}{4!} + \dots = \exp(-\alpha_2 T) \end{aligned}$$

### 7.3.4.1 Modèle dynamique étendu

Le modèle dynamique étendu permet que les composants de vitesse et d'accélération soient corrélés dans le temps. De nouveau chacun de ces composants peut être représenté par une fonction de corrélation exponentielle :

$$E\{\dot{X}(t)\dot{X}(t+\tau)\} = \sigma_v^2 \exp(-\alpha_1|\tau|)$$

$$E\{\ddot{X}(t)\ddot{X}(t+\tau)\} = \sigma_a^2 \exp(-\alpha_2|\tau|) \quad (7.42)$$

$\sigma_v^2$  est la variance de la vitesse,  $\sigma_a^2$  est la variance de l'accélération,  $1/\alpha_1$  est la constante de temps de vitesse, et  $1/\alpha_2$  est la constante de temps d'accélération.

L'équation d'état pour le modèle avec la vitesse et l'accélération corrélées dans le temps peut être écrite ainsi :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha_1 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (7.43)$$

Notez que l'équation ci-dessus est au format standard avec les mêmes relations que les équations 7.38 – 7.40) avec la matrice de transition d'état (obtenue par une expansion) :

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & a & c \\ 0 & b & d \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix} \quad (7.44)$$

avec

$$a = T - \frac{\alpha_1 T^2}{2!} + \frac{\alpha_1^2 T^3}{3!} - \frac{\alpha_1^3 T^4}{4!} + \dots = \frac{1 - \exp(-\alpha_1 T)}{\alpha_1}$$

$$b = 1 - \alpha_1 T + \frac{\alpha_1^2 T^2}{2!} - \frac{\alpha_1^3 T^3}{3!} + \frac{\alpha_1^4 T^4}{4!} + \dots = \exp(-\alpha_1 T)$$

$$d = \frac{T^2}{2!} - \frac{(\alpha_1 + \alpha_2) T^3}{3!} + \frac{(\alpha_1^2 + \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2^2) T^4}{4!} + \dots$$

$$e = T + \frac{(-\alpha_1 - \alpha_2) T^2}{2!} + \frac{(\alpha_1^2 + \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2^2) T^3}{3!} + \frac{(-\alpha_1^3 - \alpha_1^2 \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2^2 - \alpha_2^3) T^4}{4!} + \dots = \frac{1 - \exp(-\alpha_2 T)}{\alpha_2}$$

$$e = 1 - \alpha_2 T + \frac{\alpha_2^2 T^2}{2!} - \frac{\alpha_2^3 T^3}{3!} + \frac{\alpha_2^4 T^4}{4!} + \dots = \exp(-\alpha_2 T)$$

En réalité, le manque de connaissance du système peut engendrer un degré d'imprévisibilité dans le comportement du modèle qui n'est pas toujours négligeable. Le modèle dynamique étendu a la capacité de s'adapter à un éventail de conditions dynamiques par la manipulation des paramètres de corrélation de temps pour la vitesse et l'accélération. En ajustant les valeurs de  $\alpha_1$  et de  $\alpha_2$ , on peut contrôler la dynamique du système : position constante, vitesse constante, vitesse corrélée dans le temps, accélération constante, accélération corrélée dans le temps, ou vitesse et accélération corrélées dans le temps.

Le tableau 7.1 montre les matrices de transition et les spécificités de modèle pour différents  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ .

TAB. 7.1 – Récapitulation du type de modèle avec changement des valeurs du temps de corrélation et les matrices de transition obtenues

Type de modèle	$\alpha_1$	$\alpha_2$	Matrice de transition
Position constante	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow \infty$	$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Vitesse corrélée par le temps	$> 0$	$\rightarrow \infty$	$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Vitesse constante	$\rightarrow 0$	$\rightarrow \infty$	$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Accélération corrélée par le temps	$\rightarrow 0$	$> 0$	$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & T & c \\ 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix}$
Accélération constante	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$	$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Accélération et vitesse corrélées par le temps	$> 0$	$> 0$	$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & a & c \\ 0 & b & d \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix}$

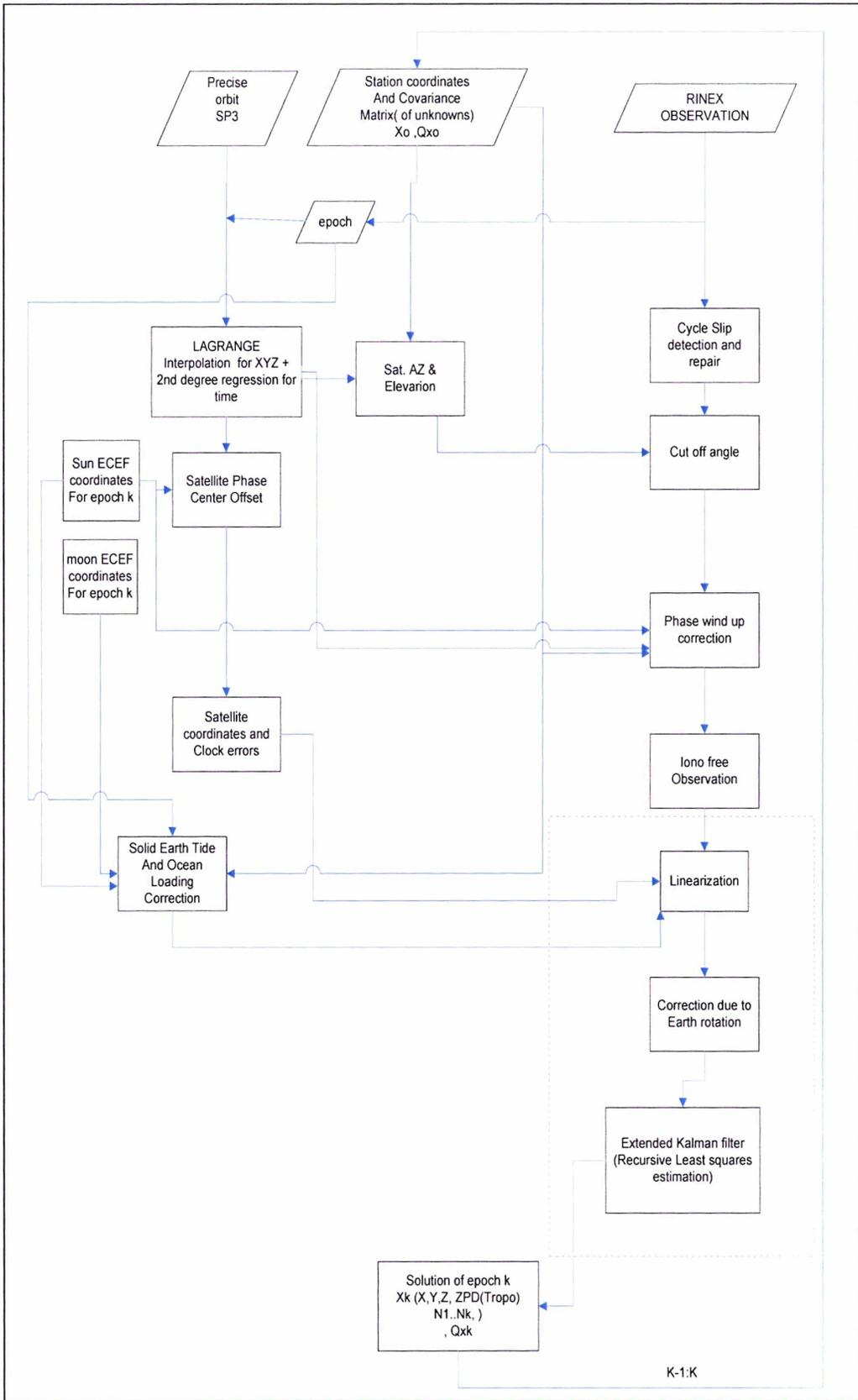


FIG. 7.4 – Organigramme du PPP .

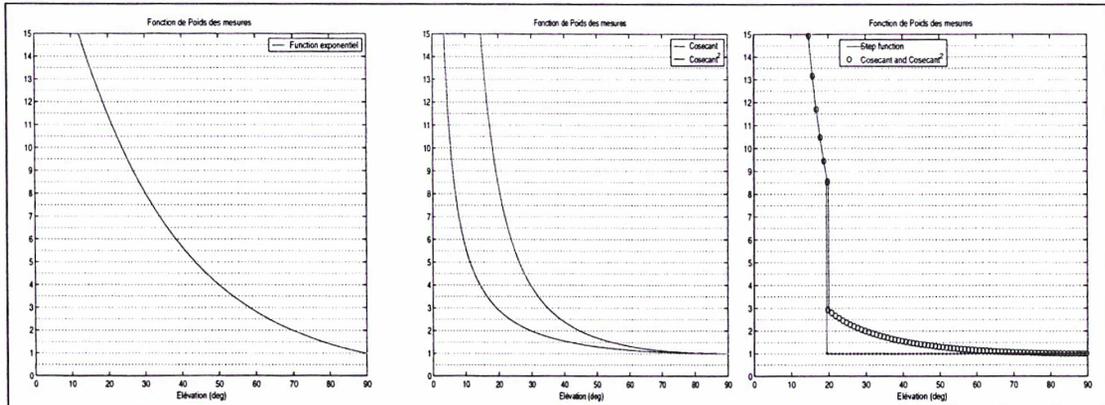


FIG. 7.5 – Différentes fonctions de variance des mesures.

## 7.4 Poids des mesures

Au cours des recherches scientifiques récentes, on a porté plus d'attention aux méthodes de pondération des observations [93], [12]. Puisque les différentes méthodes de pondération apportent différentes solutions en particulier pour l'altitude, les poids appropriés doivent être données aux observations.

Les poids des mesures, qui sont représentés par la matrice de poids, permettent de préciser la contribution de chaque observation dans la solution finale. Par exemple, on peut donner des poids plus petits aux observations les plus bruitées [93].

Le choix de la matrice des poids est optimal quand elle est l'inverse de la matrice de variance-covariance des observations (avec la variance du poids unité égale à 1). Pour estimer la matrice de variance-covariance on doit connaître les propriétés stochastiques des observations. La précision des mesures dépend de différents facteurs comme l'élévation des satellites, le bruit de mesures des récepteurs, l'activité de l'ionosphère et autres sources d'erreurs. Collins et Langley [12] proposent trois possibilités pour pondérer les observations :

1. Poids égaux pour toutes les observations
2. Pondérer selon la sécante ( $\frac{1}{\cos Z}$ ) de l'angle zénithal des satellites
3. Pondérer en utilisant les valeurs du Rapport Signal sur Bruit SNR (Signal to Noise Ratio)

Pour la pondération par SNR, l'équation d'erreur approximative de phase (L1 ou L2) est [12] :

$$\sigma_{L1,L2} = \sqrt{\frac{B}{c/n_o} \frac{\lambda}{2\pi}} \quad (7.45)$$

où  $B$  est la largeur de bande de la boucle de poursuite de la phase (Carrier-Tracking Loop<sup>1</sup>) en Hz,  $\lambda$  est la longueur d'onde en m, et  $c/n_o$  est la densité du rapport signal/bruit pour

<sup>1</sup> Un module dans un récepteur GPS qui démodule, ou extrait, le message du satellite en alignant la phase du signal de l'oscillateur du récepteur avec la phase du signal reçu. Une fois que les signaux local et reçu sont raccordés (Locked), la phase du signal reçu peut être mesurée pour fournir l'observation de phase de la porteuse.

la phase de la porteuse :

$$c/n_o = 10^{C/N_o}$$

La densité du rapport signal/bruit ( $C/N_0$ ) est le rapport du niveau de puissance d'un signal porteur à la puissance du bruit dans une largeur de bande 1-Hz. C'est un paramètre principal dans l'analyse des performances d'un récepteur GPS. Les valeurs nominales de  $C/N_0$  du récepteur sont souvent de l'ordre de 40 à 50 dB-Hz.

Par ailleurs on peut utiliser le carré de la sécante ( $1/\cos z$ ) de l'angle zénithal de satellite ou une combinaison de la sécante et de son carré [107] :

$$\sigma^2(z) = \begin{cases} \sigma^2 \sec^2(z) & z > \alpha \\ \sigma^2 \sec(z) & z < \alpha \end{cases} \quad (7.46)$$

où  $\alpha$  indique l'angle de changement de stratégie de pondération. On peut aussi interpoler la fonction de poids pour éviter la rupture en  $z = \alpha$ .

Une possibilité similaire est de ne pas pondérer les satellites hauts :

$$\sigma^2(z) = \begin{cases} \sigma^2 \sec^2(z) & z > \alpha \\ \sigma^2 & z < \alpha \end{cases} \quad (7.47)$$

Une pondération exponentielle pour amortir les observations proches de l'horizon a été proposée par Euler et Goad [21]. Les différents schémas de pondération sont illustrés dans la figure 7.5.

## 7.5 Mise en oeuvre du filtre

La mise en oeuvre du filtre de Kalman implique l'arrangement de la matrice  $Q$  de variance-covariance du bruit des paramètres, et la matrice  $R$ , variance-covariance du bruit des observations. La matrice de covariance initiale des paramètres  $\tilde{C}_o$  est réglée au début. Puisque l'algorithme de Kalman utilise la mise à jour des mesures et la mise à jour dans le temps, la matrice  $\tilde{C}_o$  est ajustée pour refléter la qualité des paramètres estimés. La matrice  $Q$  affecte  $\tilde{C}_k$  dans l'étape de mise à jour temporelle, tandis que dans la mise à jour des mesures,  $\tilde{C}_k$ ,  $R$  et  $A_k$  influencent la matrice de gain de Kalman  $K$  qui affecte à son tour la matrice de covariance  $C_k$ . Par conséquent, la performance de filtre de Kalman dépend des valeurs appropriées données à ces paramètres pour qu'ils reflètent la qualité des paramètres respectifs.

La matrice  $R$  est une matrice diagonale avec comme éléments diagonaux les valeurs des poids des observations. On peut mettre pour la variance des observations de phase une valeur nominale de 2 mm et pour le code 20 cm (ça dépend du type de récepteur). Ensuite le poids est calculé en multipliant la variance par la cosécante ou le carré de la cosécante de l'élévation du satellite, voir 7.4.

L'ajustement de la matrice de covariance des inconnues,  $C_k$ , est plus délicat. Il y a plusieurs facteurs qui jouent un rôle important pour sa formation. D'abord il y a la dynamique du système ou plus simplement, le changement des inconnues entre deux époques successives. Plus le paramètre est censé varier entre deux époques, plus on doit augmenter la valeur de la variance correspondante. Par exemple les valeurs des variances pour les

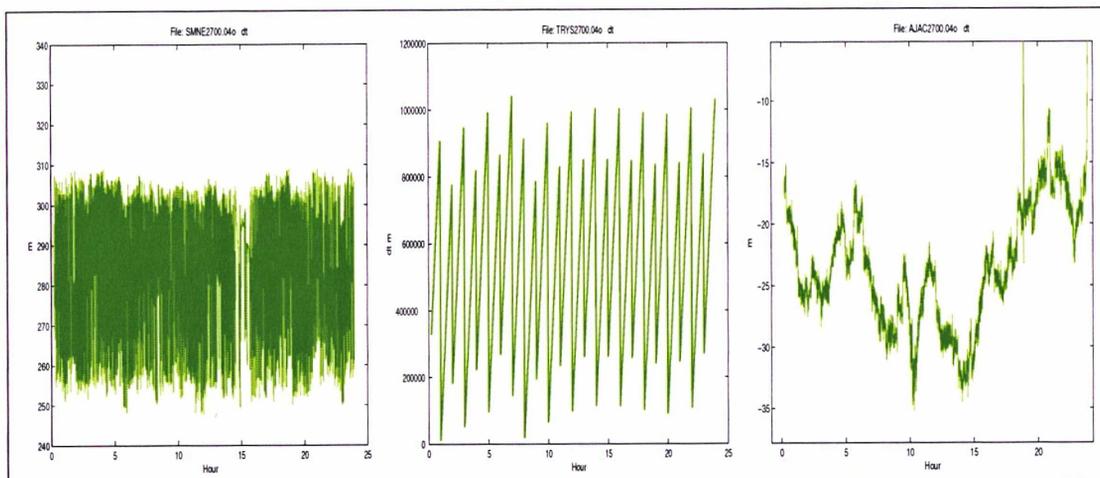


FIG. 7.6 – Comportement de l’horloge de trois types de récepteurs : SMNE :LEICA CRS1000, TRYS :TRIMBLE 4000SSI, et AJAC :ASHTECH Z-XII3.

coordonnées doivent être proches de zéro pour le positionnement statique, tandis que pour le positionnement cinématique d’un avion ou un satellite de basse altitude<sup>1</sup>, il faut utiliser des valeurs très grandes (qui correspondent aussi au changement de position entre deux époques).

Dans la méthode statique, le changement essentiel entre deux époques est l’effet périodique de la marée terrestre. Dans notre traitement, elle est éliminée avant chaque étape donc on peut utiliser une valeur nulle pour la variance des coordonnées.

Pour les ambiguïtés, il n’y a pas de changement entre deux époques (sauf dans le cas d’un saut de cycle, ce qui est évitable avec le nettoyage des données). Il y a deux cas particuliers : observation d’un nouveau satellite, apportant donc de nouvelles inconnues ; et disparition d’un satellite. Pour les nouveaux satellites, on ajoute une colonne et une ligne avec des valeurs nulles dans la matrice  $C_k$  pour la colonne et ligne qui correspondent à la nouvelle ambiguïté ; pour l’élément diagonal on mettra une valeur très grande, par exemple  $10^9$ . Ainsi la matrice  $C_k$  devient :

$$C_k = \begin{array}{c} N_{new} \\ \downarrow \\ \left[ \begin{array}{ccc|ccc} C_1 & & O & & C_2 \\ \hline O & & 10^9 & & O \\ \hline C_3 & & O & & C_4 \end{array} \right] \leftarrow N_{new} \end{array} \quad (7.48)$$

Dans le cas où on perd un satellite, la ligne et la colonne d’ambiguïté de ce satellite doivent simplement être éliminées de  $C_k$ .

Si nous avons l’estimation de la troposphère, une valeur de variance de l’ordre de  $10^{-6}$  à  $10^{-7}$ m peut être appropriée.

La dynamique de l’horloge du récepteur dépend du type de récepteur. Certains constructeurs comme Trimble utilisent des réajustements de temps<sup>2</sup> qui engendrent des variations importantes, voir la figure 7.6. Dans ce cas la variance doit être très grande. En général,

<sup>1</sup> Low earth orbiter.

<sup>2</sup> Steering and resetting.

pour un oscillateur à quartz, il vaut mieux estimer le paramètre d'horloge du récepteur à chaque époque en affectant une valeur très grande pour l'horloge du récepteur (de l'ordre de  $10^8 m^2$ ).

Dans la définition de la matrice de covariance initiale des paramètres ( $\tilde{C}_o$ ), des variances très grandes pour les ambiguïtés et l'horloge du récepteur sont nécessaires. Mais pour les coordonnées, on peut utiliser la solution de code avec son erreur nominale (1-5 mètre), et pour la troposphère, le modèle standard (par exemple Saastamoinen) avec une erreur de 10 cm.

## 7.6 ITRF

L'ITRF<sup>1</sup> est une réalisation du système de référence terrestre international (ITRS)[8]. L'ITRS est réalisé par l'évaluation des coordonnées et des vitesses des stations de l'IERS<sup>2</sup>. La définition de l'ITRS remplit les conditions suivantes[63] :

1. C'est un système géocentrique, le centre de masse étant défini pour la terre entière, y compris les océans et l'atmosphère ;
2. L'unité de la longueur est le mètre (SI). Cette échelle est conforme à la coordonnée de temps TCG d'un repère géocentrique local , en accord avec la résolution de l'IAU<sup>3</sup> et de l'IUGG<sup>4</sup> ( 1991).
3. Son orientation a été initialement donnée par l'orientation du Bureau International de l'Heure (BIH) à 1984.0 ;
4. L'évolution temporelle de l'orientation est assurée en employant une condition de "no-net rotation" (pas de rotation globale) concernant les mouvements tectoniques horizontaux de la Terre entière.

### 7.6.1 ITRF et GPS

Le rapport entre l'ITRF et le GPS est devenu plus important avec la création de l'IGS. L'IGS fonctionne en collaboration étroite avec le service international de rotation de la terre (IERS). L'IERS calcule la position et la vitesse des stations de l'ITRF et les paramètres de rotation de la Terre. De son côté, l'IGS soutient l'objectif de l'accessibilité globale de l'ITRF et son amélioration. Depuis le commencement des activités de l'IGS, les centres d'analyse de l'IGS emploient des coordonnées de l'ITRF pour un sous-ensemble de stations dans leurs calculs d'orbite. Les éphémérides combinées de l'IGS sont compatibles avec l'ITRF.

## 7.7 Corrections du positionnement non différentiel

Les divers erreurs et biais qui affectent les observations GPS sont développées en détail au chapitre 4. Normalement dans les traitements relatifs seules les erreurs qui restent après la double différence sont prises en compte. Dans le cas du positionnement absolu (PPP), il faut corriger les mesures de tous les effets existants. Dans la suite on présente les corrections propres au PPP.

<sup>1</sup> International Terrestrial Reference Frame.

<sup>2</sup> International Earth Rotation and Reference Systems Service.

<sup>3</sup> International Astronomical Union.

<sup>4</sup> International Union of Geodesy and Geophysics.

### 7.7.1 Effets satellitaires

**Centres de phases des satellites** Cet effet vient de la séparation entre le centre de masse et le centre de phase des satellites. Voir 4.6.

**TGD et DCB** Les signaux transmis par un satellite GPS sont dérivés de manière cohérente de la fréquence standard à bord du satellite. Mais cela n'est pas possible de manière exacte. Le délai différentiel de groupe TGD est le décalage d'horloge de chaque satellite. Il change avec le temps (bien que lentement). La valeur du TGD pour chaque satellite est estimée par le constructeur et fait partie du message radiodiffusé. La valeur radiodiffusée ne change pas au cours de la vie du satellite<sup>1</sup>. Le DCB est un paramètre similaire : c'est la différence de délai entre les deux fréquences dans les satellites et le récepteur ; cette différence est due au matériel. Le DCB peut être estimé avec certains logiciels. Si on utilise les orbites IGS il n'est pas nécessaire d'utiliser les DCB P1P2 mais il est important de les utiliser pour C/A et P2. Pour plus de détail voir 4.8.

**Phase wind up** Les ondes électromagnétiques émises sont des ondes circulaires polarisées (RCP) voir 2.3. Donc chaque rotation de satellite peut introduire un changement dans la phase mesurée. Pour plus de détail voir 4.7.

L'effet de la rotation du récepteur est totalement absorbée dans l'horloge du récepteur.

### 7.7.2 Effets de déplacement du site

**Effet de marée terrestre** La marée terrestre due à la lune et au soleil fait varier la position des stations. La correction de marée peut atteindre 5 cm horizontalement et 30 cm verticalement. Il faut corriger la position (les mesures) pour avoir la précision centimétrique. Il faut appliquer cette correction à bon escient. Par exemple pour la trajectographie d'un avion il n'y a pas de correction de marée, mais si le problème est la trajectographie pour la photogrammétrie il faut bien appliquer cette correction car l'effet existe pour la surface de l'image.

Pour le positionnement relatif, si la distance est d'au plus quelques centaines de kilomètres cet effet est négligeable.

**Effet de surcharge océanique** Le raisonnement qui a été fait pour la marée terrestre est valide ici. La correction de surcharge océanique peut atteindre 5 cm. Voir 4.10.

## 7.8 PPP monofréquence

Le positionnement précis monofréquence est un problème assez délicat car on est obligé d'utiliser des modèles ionosphériques. A cause des variations imprévisibles de l'ionosphère, il est très difficile de la modéliser. De plus les DCB jouent un rôle plus important ici.

Quoi qu'il en soit, avec les modèles ionosphériques (et troposphériques) on arrive à une précision de quelques décimètres pour le PPP monofréquence. Un exemple de traitement monofréquence est présentée dans les analyses numériques.

---

<sup>1</sup> The L1 and L2 correction term, TGD, is calculated by the CS to account for the effect of SV group delay differential between L1 and L2 based on measurements made by the SV contractor during factory testing ([38] Page 90).

## 7.9 Présentation de la boîte à outils MATLAB

### 7.9.1 Le logiciel GPSS Version 1.00

La boîte à outils GPSS a été développée au cours de cette thèse. GPSS est à la fois un logiciel autonome de traitement non différentiel (PPP) et une interface graphique pour diverses applications et pour la visualisation des données GPS dans l'environnement de MATLAB. La figure A.1 montre un exemple de capture d'écran de GPSS. Dans la suite, on donne l'explication des fonctions et des applications de cette boîte. Ensuite les analyses numériques réalisées avec GPSS sont présentées.

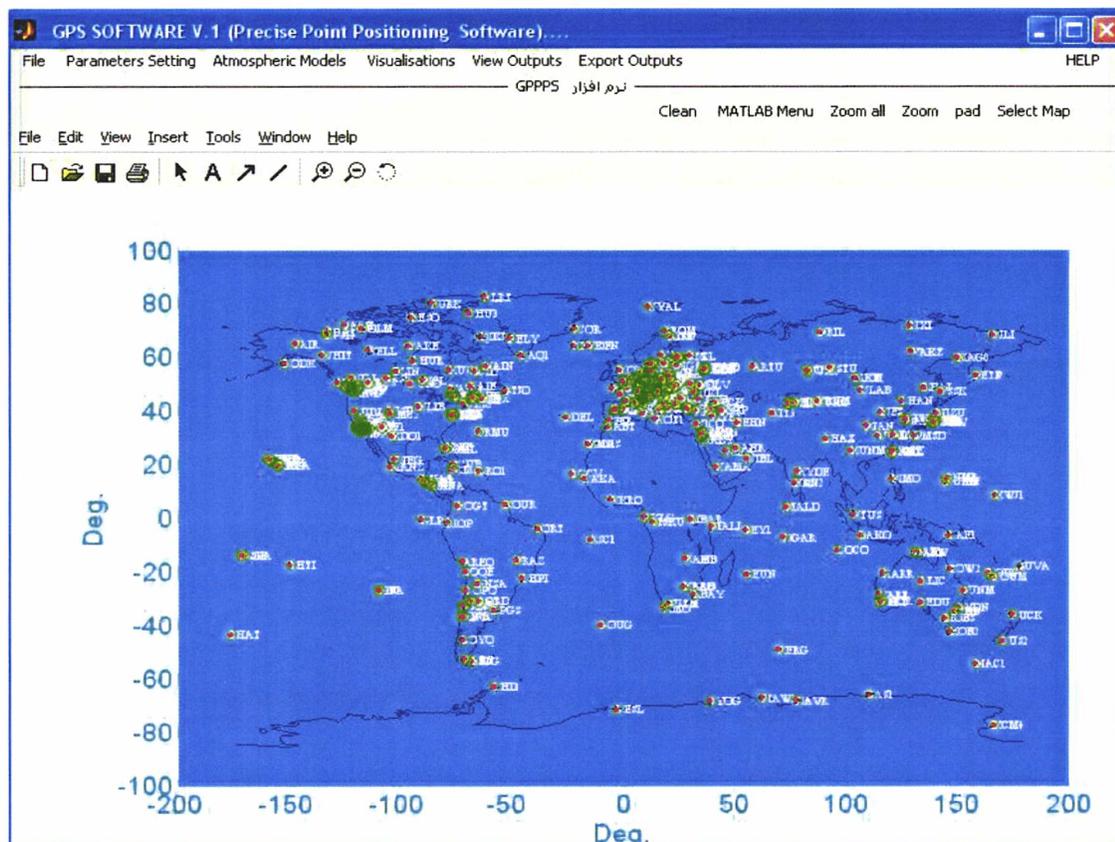


FIG. 7.7 – L'environnement GPSS

### 7.9.2 Les fonctions de GPSS

Les lignes de commandes sous MATLAB des fonctions de GPSS sont présentées dans cette section. Les titres correspondent aux noms des fonctions ; sont données les lignes de commandes, les entrées et sorties et les explications en français.

#### Arc.OBS

Cette fonction élimine les observations de courte période. La période minimum est un paramètre ( $a$ ).

#### BDNMF

Ceci est la version MATLAB de NMFDRY.FOR de Bernese 4.2 pour calculer la fonction de mapping de Niell (composante sèche).

**BWNMF**

Ceci est la version MATLAB de NMFWET.FOR de Bernese 4.2 pour calculer la fonction de mapping de Niell (composante humide).

**COD\_SOLV**

Estimation des coordonnées avec les observations de code. Tous les paramètres sont sous la forme de matrices ( sauf *max\_it* et *c!*). Les corrections atmosphériques peuvent être appliquées mais on doit les calculer en dehors de *cod\_solv*.

**COOREAD2**

*COOREAD2* lit et importe les informations des stations pour GPSS ou autre application.

**CYCLE\_ALL**

Cette fonction nettoie les données des sauts de cycle. Elle utilise des observations Widelane.

**DOP**

DOP calcule les différents *Dilution of Precision (DOP)*. Ces valeurs expriment la géométrie des satellites. Les indicateurs DOP sont issus de développements statistiques.

**Ear\_tid**

*Ear\_tid* calcule l'effet de marée terrestre pour les applications non différentielles; elle peut être utile aussi pour les traitements relatifs avec une grande distance entre stations, voir 4.9.

**Ear\_tidall**

Cette fonction est utilisée pour la correction permanente de marée terrestre.

**epo\_rapid**

Pour un fichier RINEX qui est ouvert avec la fonction *fopen* de MATLAB, *epo\_rapid* lit une époque d'observation; s'il y a deux lignes pour chaque satellite, elle lit la première ligne sans l'indicateur des observations. Afin de lire les données complètes il faut utiliser *epoch\_r*.

**epoch\_r**

*epo\_rapid* et *epoch\_r* peuvent être utilisées pour lire une époque d'un fichier d'observation RINEX déjà ouvert. Après avoir analysé l'en-tête du fichier avec la fonction *rinex\_h* on peut utiliser ces programmes pour lire le fichier.

**epoch\_w2****epoch\_wRapid**

Ces deux fonctions écrivent au format RINEX une époque d'observation.

**ERP\_ROT**

Correction du mouvement du pôle pour le PPP.

**fil2utm**

Cette fonction transforme les coordonnées géographiques en coordonnées planes UTM.

**fil2xyz**

Cette fonction transforme les coordonnées géographiques en coordonnées cartésiennes.

func\_ppp\_kin

func\_ppp\_sta

*func\_ppp\_sta* et *func\_ppp\_kin* sont les deux fonctions principales du traitement PPP. *func\_ppp\_sta* est plus complète avec plus d'options comme le nettoyage des données, le PPP mono fréquence etc. En revanche *func\_ppp\_kin* lit les mesures époque par époque.

GPS\_exp

C'est un script de MATLAB qui exporte les sorties de *func\_ppp\_sta* et *func\_ppp\_kin*. Dans les menus de GPSS on peut choisir une période pour exporter les valeurs moyennes de chaque paramètre.

GPS\_T

Conversion de Modified Julian Date (MJD) au temps GPS (semaine GPS et seconde de semaine).

GPSS

GPSS est le programme d'interface graphique pour les applications de la boîte à outils GPSS. Si on lance GPSS à partir de la ligne de commande MATLAB, on aura les menus de GPSS avec une fenêtre de visualisation. Il est possible de changer la carte par défaut en une carte régionale très détaillée. Dans les en-tête, les fonctions de chaque menu sont expliquées brièvement.

haionr

Les fichier \*.ion de modèle ionosphérique (horaire) issue de BERNESE peuvent être importées dans GPSS sous forme de matrices avec cette fonction.

haionr\_j

Les fichiers \*.ion de modèle ionosphérique (journalier) issus de BERNESE peuvent être importés dans GPSS sous forme de matrices avec cette fonction. A chaque fois qu'on fait appel à cette fonction, on aura les coefficients du modèle de l'heure suivante dans le fichier.

igssta\_vis

Visualisation des réseaux GPS.

ion\_day

Code MATLAB pour importer les stations de réseaux dans l'environnement de GPSS.

ion\_h

Calcule la série harmonique d'un modèle global.

ion\_plz

Trouve l'emplacement du piercing point sur la couche ionosphérique.

ionfc\_EKF

Programme de MATLAB pour traitement automatique avec la méthode PPP. Les paramètres doivent être réglés manuellement.

klob

Modèle ionosphérique klobuchar.

krigj

Interpolation 2D avec Krigeage.

krigsurf

Trace le résultat de interpolation avec krigage.

- lagrange  
Interpolation de Lagrange pour les coordonnées des satellites.
- lagrangeT  
Interpolation de Lagrange pour les erreurs d'horloges des satellites.
- lst\_Day  
Importe le modèle ionosphérique polynomial.
- lun\_p  
Calcule les coordonnées de la lune pour une station à un instant donné.
- mean\_av  
Calcul de moyenne.
- Mgrid  
Trace une grille.
- MHopfield  
La version MATLAB du code de BERNESE pour le modèle troposphérique de Hopfield.
- MP\_1\_2  
Cette fonction forme les observables de multi-trajet.
- mytrend  
Estimation d'une tendance linéaire avec les points de fractures de ligne.
- nav2igps  
Importe les informations du fichier de navigation RINEX sous forme de matrices.
- Neym\_srf  
Interpolation 2D avec collocation. De plus, tracé du résultat de l'interpolation.
- NMF  
La fonction de mapping de Niell.
- OBS\_OMC  
Elle calcule les observations sous la forme observée moins prédite.
- obs\_slc  
Réorganise les types des observations.
- obs2AzEl  
Estimation des azimuths et élévations des satellites avec les observations de GPS.
- OBSM\_rpd  
Importe les observations RINEX dans GPSS (Remplacée par rinex2mat.m)
- OBSMAT  
Importe les observations RINEX dans GPSS (Remplacée par rinex2mat.m)
- p\_eph  
Extrait les informations d'éphémérides au format SP3.
- Perm\_tide  
La partie permanente de la marée terrestre.
- phas\_wup  
La correction de phase wind up.
- plan\_PLim  
Trace une carte avec des limites et les fichiers de carte.
- planeuro  
La carte du monde en format vectoriel.

planpl

Elle forme un fichier de carte à partir des différents fichiers de polygones.

planplot

Trace une carte.

plotcont

Elle change les caractéristiques des courbes de niveau sous MATLAB pour le cas où on désire les teintes hypsométriques et les courbes de niveau ensemble. La sortie est un tracé.

plot\_h\_j

Affichage d'un modèle ionosphérique harmonique.

plt\_dop

Visualise les valeurs de DOP.

plt\_ion\_poly

Affichage d'un modèle ionosphérique polynômial.

plt\_polar

Affichage polaire des observations GPS.

plt\_Sdif

Visualise les mesures GPS.

plt\_Sno

Trace le nombre de satellites GPS observés.

pointinf2

Fonction d'information sur les points.

ppp\_ekf

La fonction de solution PPP avec filtre de Kalman étendu.

ppp\_ekf\_kin

La fonction de solution PPP avec filtre de Kalman étendu (avec moins d'options).

ppp\_plot

Graphiques de solution PPP.

PRENEW\_bern

La version MATLAB de PRENEW.for pour calculer la matrice de précession.

rel\_cor

La correction relativiste des mesures GPS.

rinex\_h

Analyse l'en-tête des fichiers d'observation RINEX.

rinex2mat

Importe les observation RINEX dans GPSS.

saasta

Modèle troposphérique de Saastamoinen.

Sat\_iPOLY

Fonction de visualisation des traces des satellites sur la couche ionosphérique pour plusieurs stations (en forme de polygone).

sat\_phas

La correction d'excentricité du centre de phase d'un satellite GPS.

sat\_phas\_bern

La correction d'excentricité du centre de phase d'un satellite GPS (code de BERNESE).

Sat\_trace

Fonction de visualisation des traces des satellites sur la couche ionosphérique pour une station.

satcoord

Les coordonnées des satellites avec les éphémérides radiodiffusées.

S\_dif\_OMC

Calcule les observations de simple différence sous la forme observée moins prédite.

SINGDIF

Cette fonction extrait les observations RINEX de deux stations et forme les différentes observées.

sta\_inf

Cette fonction lit les fichier d'informations de réseaux.

SUN\_bern

Position du soleil (Bernese).

sunephm

Position du soleil.

T\_S\_ep

Interpolation Lagrange de l'erreur d'horloge du satellite .

T\_S\_spln

Interpolation avec spline de l'erreur d'horloge du satellite .

TGD

Extrait le TGD de l'éphéméride radiodiffusée.

tropo\_epo

Lit le fichier de modèle troposphérique (format Bernese).

troread

Trace le modèle troposphérique (format Bernese).

UTM2fil

Transforme les coordonnées UTM en coordonnées géographiques.

Wide\_L

Calcule les observables widelanes.

xyz\_brd

Coordonnées de satellite, erreur d'horloge de satellite, et TGD à partir des éphémérides radiodiffusées.

XYZ\_S\_ep

Coordonnées des satellites à partir des éphémérides précises.

xyz2fil

Transforme les coordonnées cartésiennes en coordonnées géographiques.

## 7.10 Analyses numériques

Nous avons réalisé diverses analyses numériques avec le logiciel GPSS. Le PPP peut être utilisé aussi bien dans le cas statique que cinématique. Dans la section suivante, on

montre tout d'abord le traitement de 24 heures d'observations d'une station (SMNE, à Saint-Mandé - 94), puis le traitement d'une semaine pour plusieurs stations du Réseau GPS Permanent (RGP), afin de montrer la répétitivité des solutions.

Les estimations de la troposphère en fixant les coordonnées des stations, et sans les fixer, sont présentées en 7.10.3. La section 7.10.4 montre le traitement de deux ans (2003-2004) pour la station SMNE. La tendance linéaire de chaque coordonnée est comparée avec la solution ITRF.

Les possibilités du PPP mono-fréquence et du PPP cinématique sont exposées dans les analyses numériques finales.

### 7.10.1 Traitement journalier

Les données double fréquence de la station SMNE pour le jour 84 de l'année 2004 sont utilisées pour illustrer le traitement de manière générale, l'exactitude de la solution, et les sorties graphiques du logiciel.

La solution finale présente un écart centimétrique avec les coordonnées ITRF :

- $dN = -0,01$  m ,  $\sigma N = 0,005$  m
- $dE = -0,02$  m ,  $\sigma E = 0,003$  m
- $dh = 0,01$  m ,  $\sigma h = 0,012$  m

Tandis que la solution absolue du code donne :

- $dN = 0,01$  m ,  $\sigma N = 0,33$  m
- $dE = -0,08$  m ,  $\sigma E = 0,31$  m
- $dh = -0,37$  m ,  $\sigma h = 0,69$  m

La figure 7.10 montre la solution troposphérique. Le problème essentiel dans cette approche est la corrélation entre l'estimation de ZPD, le biais d'horloge du récepteur, et la composante altimétrique.

Ensuite on a l'estimation du biais d'horloge du récepteur, figure 7.19. Pour ce paramètre il faut régler le filtre de Kalman de telle manière que l'estimation de l'horloge du récepteur puisse varier rapidement. Comme on peut le constater dans la figure 7.19, pour certains récepteurs la variation de ce biais peut être assez importante.

Figures 7.13 représente les différences d'ambiguïtés entre époques successives. Après quelques minutes d'observation pour chaque satellite, cette valeur devient très petite. Après la stabilisation des ambiguïtés on peut les fixer.

Enfin figures 7.15 représente les nuages des points 3D de la solution PPP et code.

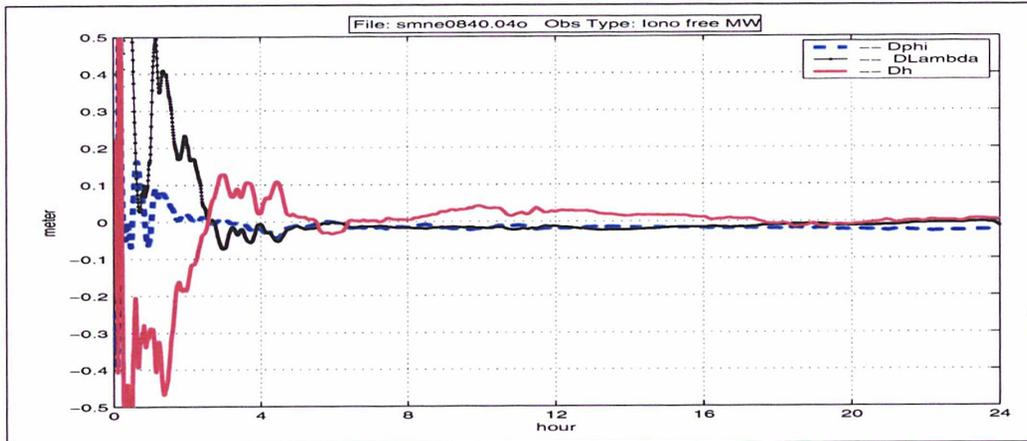


FIG. 7.8 – Solution PPP pour la station SMNE jour 84 année 2004.

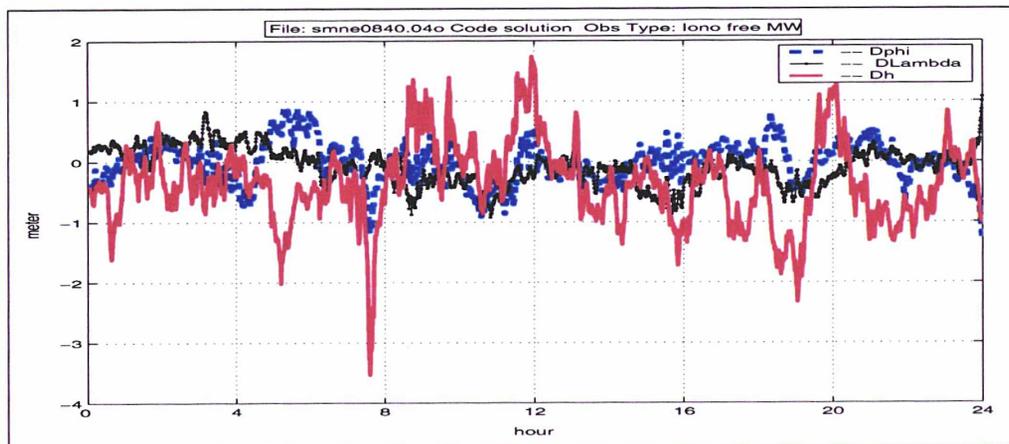


FIG. 7.9 – Solution absolue avec Code iono-free pour la station SMNE jour 84 année 2004.

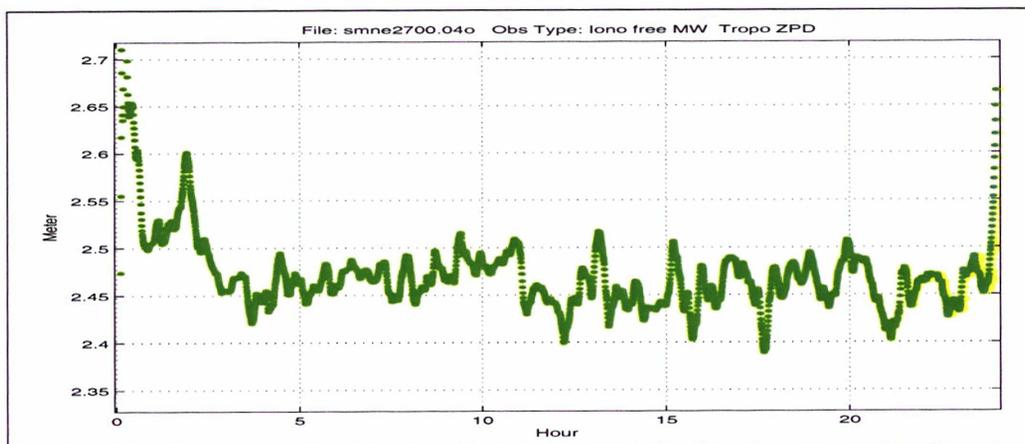


FIG. 7.10 – Délai troposphérique ZPD avec PPP pour la station SMNE jour 84 année 2004.

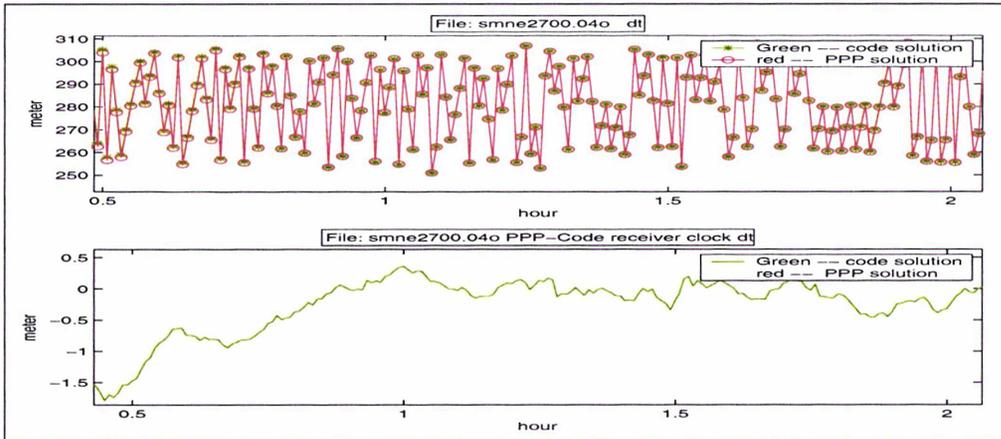


FIG. 7.11 – Erreur d’horloge du récepteur avec PPP et code pour la station SMNE jour 84 année 2004.

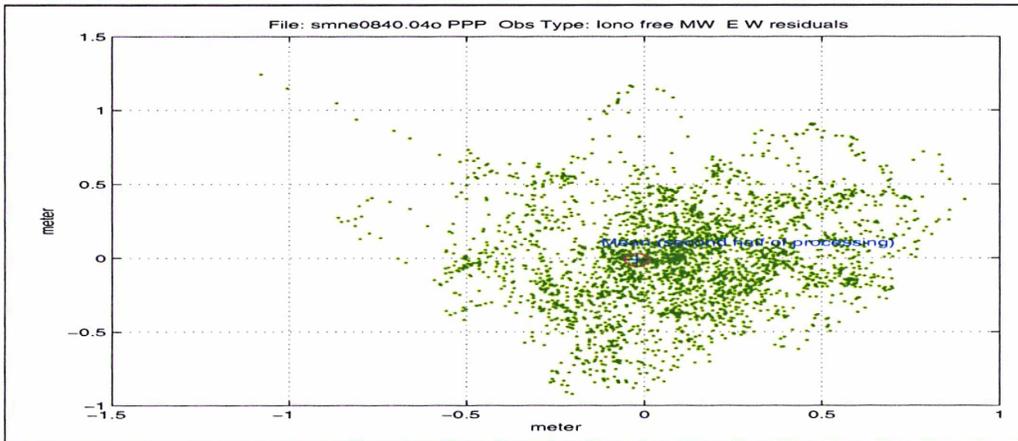


FIG. 7.12 – Résidus Nord-Est de la solution PPP pour la station SMNE jour 84 année 2004.

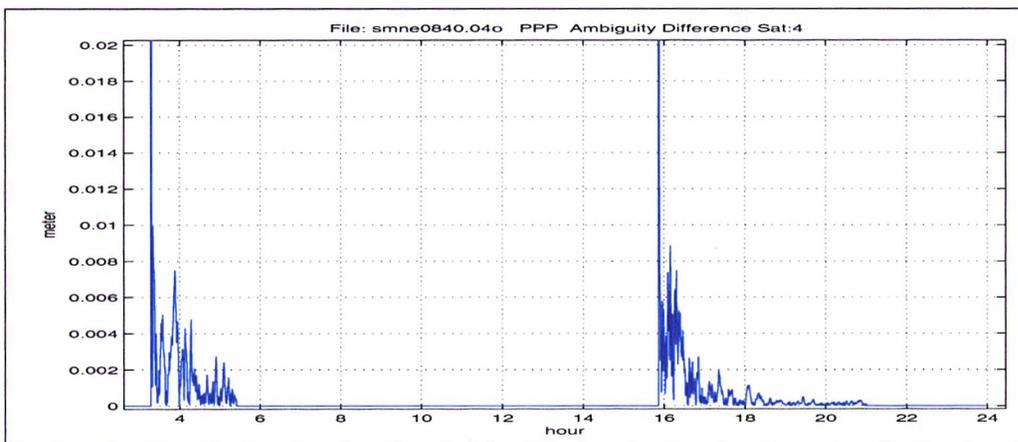


FIG. 7.13 – Résidus des ambiguïtés pour le satellite PRN04. Solution PPP pour la station SMNE jour 84 année 2004.

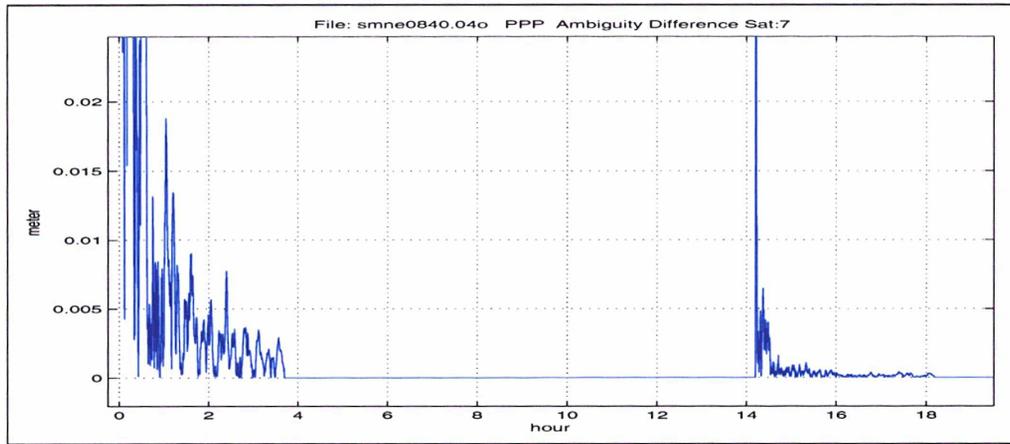


FIG. 7.14 – Résidus des ambiguïtés pour le satellite PRN07. Solution PPP pour la station SMNE jour 84 année 2004.

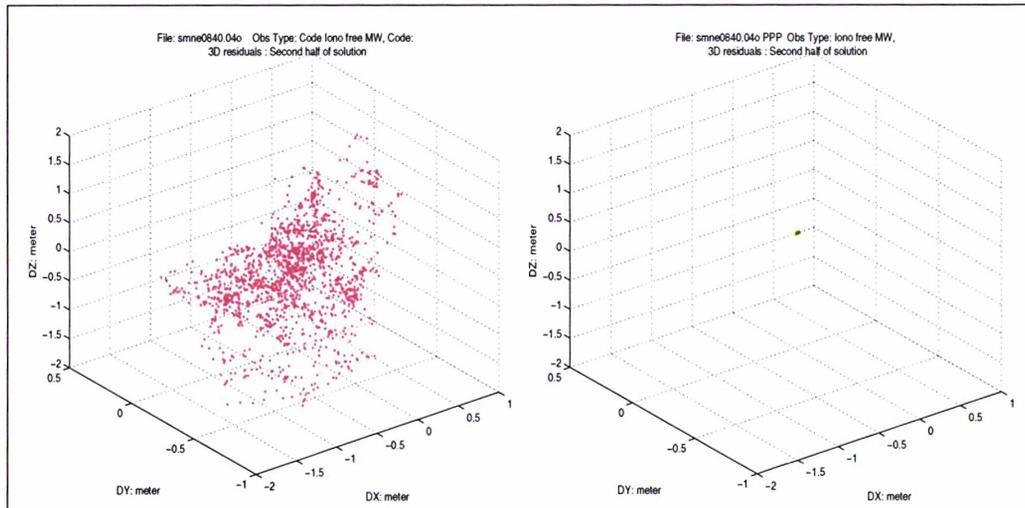


FIG. 7.15 – résidus 3D de la solution code (gauche) et PPP (droit) pour la station SMNE jour 84 année 2004.

## 7.10.2 Traitement d'une semaine

Les mesures de sept stations RGP pour la semaine 1289 sont utilisées pour cet essai. Les données de chaque station sont traitées par sessions de 24h. Le tableau 7.2 montre l'écart entre la solution PPP et les coordonnées ITRF ainsi que les écarts-types de chaque composante. Les figures 7.16 à 7.18 montrent les tracés des solutions journalières.

TAB. 7.2 – Les résultats du traitement d'une semaine pour 7 stations du RGP (Unité : mètre).

Station	Année	Jour	dN (Nord)	$\sigma dN$	dE (Est)	$\sigma dE$	dh	$\sigma dh$
ANGE	2004	263	-0.001	0.0008	0.0161	0.0013	-0.046	0.0030
ANGE	2004	264	0.0004	0.0003	0.0034	0.0010	-0.060	0.0017
ANGE	2004	265	0.0048	0.0013	0.0010	0.0011	-0.064	0.0070
ANGE	2004	266	0.0010	0.0008	0.0200	0.0014	-0.041	0.0033
ANGE	2004	267	-0.033	0.0881	-0.009	0.0148	0.0308	0.1057
ANGE	2004	268	0.0080	0.0004	0.0118	0.0006	-0.076	0.0046
ANGE	2004	269	-0.004	0.0010	0.0143	0.0015	-0.077	0.0019
CREI	2004	263	-0.016	0.0010	0.0423	0.0013	-0.016	0.0027
CREI	2004	264	-0.017	0.0005	0.0294	0.0010	-0.029	0.0023
CREI	2004	266	-0.012	0.0007	0.0420	0.0006	-0.014	0.0029
CREI	2004	267	-0.011	0.0006	0.0355	0.0016	-0.005	0.0055
CREI	2004	268	-0.014	0.0005	0.0424	0.0007	-0.047	0.0043
CREI	2004	269	-0.019	0.0006	0.0310	0.0026	-0.046	0.0018
EGLT	2004	263	-0.001	0.0013	0.0250	0.0016	-0.065	0.0025
EGLT	2004	264	-0.000	0.0003	0.0126	0.0010	-0.075	0.0022
EGLT	2004	265	0.0051	0.0012	0.0097	0.0011	-0.083	0.0057
EGLT	2004	266	0.0003	0.0008	0.0279	0.0008	-0.062	0.0038
EGLT	2004	267	0.0018	0.0010	0.0209	0.0019	-0.063	0.0069
EGLT	2004	268	0.0056	0.0007	0.0203	0.0012	-0.085	0.0042
EGLT	2004	269	-0.004	0.0009	0.0177	0.0010	-0.089	0.0017
MLVL	2004	263	-0.014	0.0009	0.0256	0.0016	-0.025	0.0026
MLVL	2004	264	-0.013	0.0004	0.0124	0.0009	-0.041	0.0027
MLVL	2004	265	-0.001	0.0004	0.0191	0.0005	-0.042	0.0041
MLVL	2004	266	-0.009	0.0007	0.0250	0.0008	-0.033	0.0035
MLVL	2004	267	-0.009	0.0006	0.0189	0.0010	-0.019	0.0057
MLVL	2004	268	-0.012	0.0005	0.0279	0.0009	-0.051	0.0044
MLVL	2004	269	-0.016	0.0007	0.0166	0.0027	-0.055	0.0019
SJDV	2004	263	-0.018	0.0008	0.0165	0.0010	-0.044	0.0026
SJDV	2004	264	-0.017	0.0003	0.0051	0.0013	-0.046	0.0020
SJDV	2004	265	-0.008	0.0007	-0.005	0.0015	-0.066	0.0041
SJDV	2004	267	-0.018	0.0006	0.0067	0.0011	-0.043	0.0079
SJDV	2004	268	-0.010	0.0004	0.0054	0.0010	-0.064	0.0042
SJDV	2004	269	-0.022	0.0010	0.0009	0.0021	-0.067	0.0010
SMNE	2004	263	-0.013	0.0015	0.0173	0.0013	-0.013	0.0024
SMNE	2004	264	-0.012	0.0007	0.0010	0.0014	-0.041	0.0027
SMNE	2004	265	0.0006	0.0014	0.0037	0.0014	-0.039	0.0064
SMNE	2004	266	-0.006	0.0011	0.0149	0.0012	-0.013	0.0029
SMNE	2004	267	-0.010	0.0011	0.0124	0.0013	-0.018	0.0066
SMNE	2004	268	-0.010	0.0007	0.0140	0.0011	-0.049	0.0045
SMNE	2004	269	-0.015	0.0010	0.0104	0.0026	-0.052	0.0016
VFCH	2004	263	-0.023	0.0010	0.0265	0.0011	-0.050	0.0028
VFCH	2004	264	-0.037	0.0008	0.0415	0.0038	-0.043	0.0069
VFCH	2004	265	-0.016	0.0013	0.0152	0.0009	-0.063	0.0061
VFCH	2004	266	-0.021	0.0011	0.0268	0.0010	-0.058	0.0038
VFCH	2004	267	-0.022	0.0009	0.0199	0.0022	-0.047	0.0065
VFCH	2004	268	-0.018	0.0006	0.0131	0.0009	-0.049	0.0042
VFCH	2004	269	-0.026	0.0013	0.0169	0.0014	-0.085	0.0017

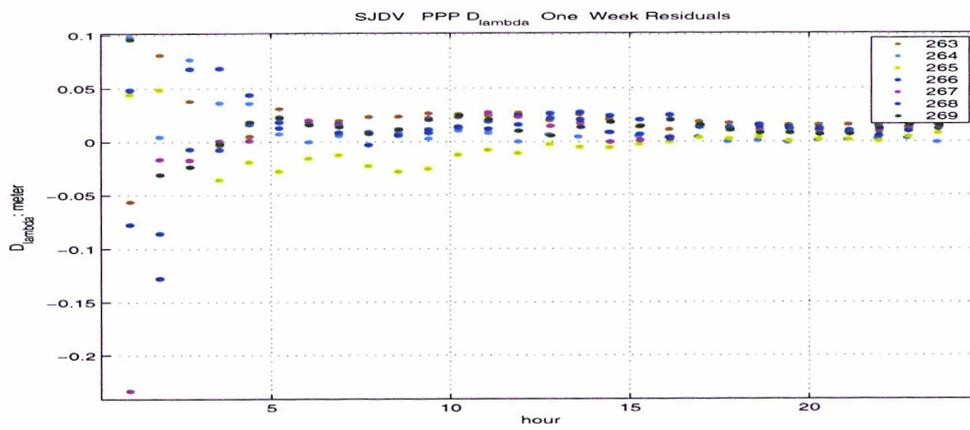


FIG. 7.16 – Traitement d’une semaine : résidus E.

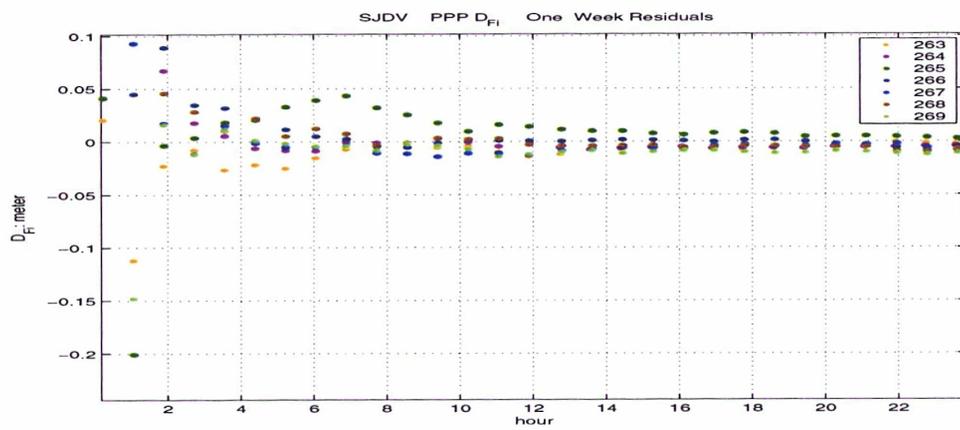


FIG. 7.17 – Traitement d’une semaine : résidus N.

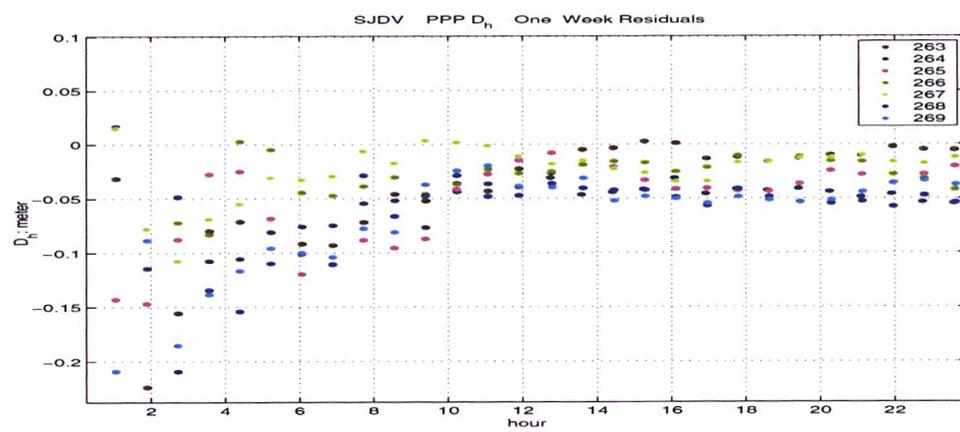


FIG. 7.18 – Traitement d’une semaine : résidus H.

### 7.10.3 Estimation de la troposphère

Ici, on a estimé la troposphère pour les jours 84 et 270 de l'année 2004 de la station SMNE. Pour cela on a fait une fois l'estimation des coordonnées et du ZPD ensemble, puis on a fixé les coordonnées de la station (coordonnées ITRF) et on a seulement estimé le ZPD. Les résultats de ces analyses sont comparés avec la solution du Bernese (Figure 7.19 à 7.22). Comme on peut le voir, quand on utilise les coordonnées précises les résultats s'améliorent, surtout au début de l'analyse, car les coordonnées précises aident à trouver les ambiguïtés plus rapidement.

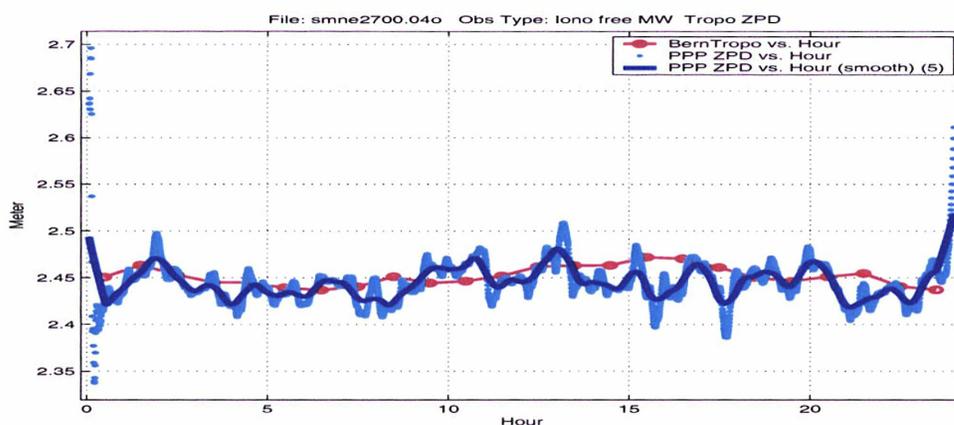


FIG. 7.19 – Délai troposphérique estimé avec des coordonnées précises pour la station SMNE (sans estimation des coordonnées) jour 270 année 2004.

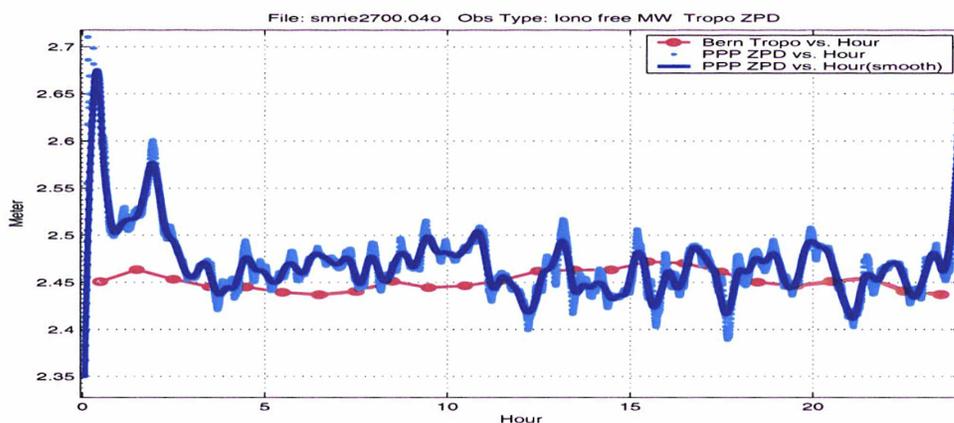


FIG. 7.20 – Délai troposphérique estimé avec estimation des coordonnées de la station SMNE jour 270 année 2004.

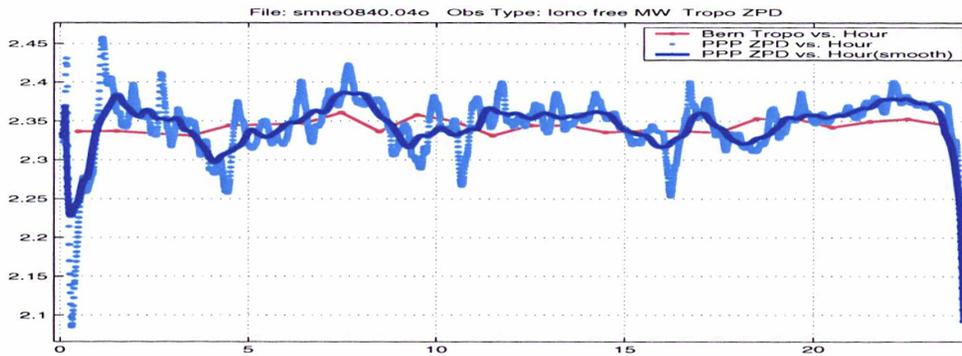


FIG. 7.21 – Délai troposphérique estimé avec des coordonnées précises pour la station SMNE (sans estimation de coordonnées) jour 84 année 2004.

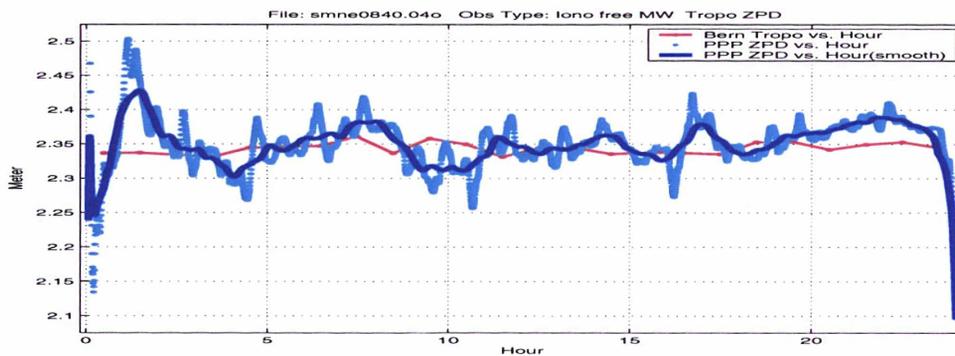


FIG. 7.22 – Délai troposphérique estimé avec estimation des coordonnées pour la station SMNE jour 84 année 2004.

#### 7.10.4 Application aux mouvements de la croûte terrestre

On a effectué le traitement journalier sur deux ans pour la station SMNE afin de montrer l'accord de la solution PPP avec le mouvement de la station donné par l'ITRF. Les résultats sont présentés dans les tableaux 7.3 et les figures 7.23 à 7.25. Les lignes de régression des solutions PPP ont les mêmes comportements que les mouvements calculés à partir de l'ITRF.

Période	Est		Nord		h	
	moyen	variance	moyen	variance	moyen	variance
2003	0.02 cm	1.27 cm	-1.11 cm	0.95 cm	-3.09 cm	3.13 cm
2004	0.64 cm	1.18 cm	-1.29 cm	0.78 cm	-3.16 cm	3.25 cm
2003-2004	0.34 cm	1.26 cm	-1.20 cm	0.87 cm	-3.1 cm	3.19 cm

TAB. 7.3 – Résultats des traitement PPP pour la station smne pour une période de deux ans (2003-2004)

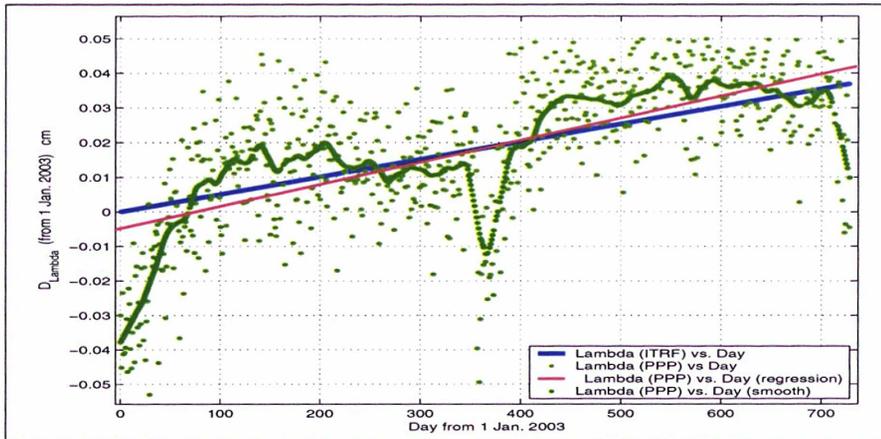


FIG. 7.23 – Solution PPP pour la station smne pendant 2 ans (Jan. 2003-Dec.2004).  
Mouvement de la station dans la direction est.

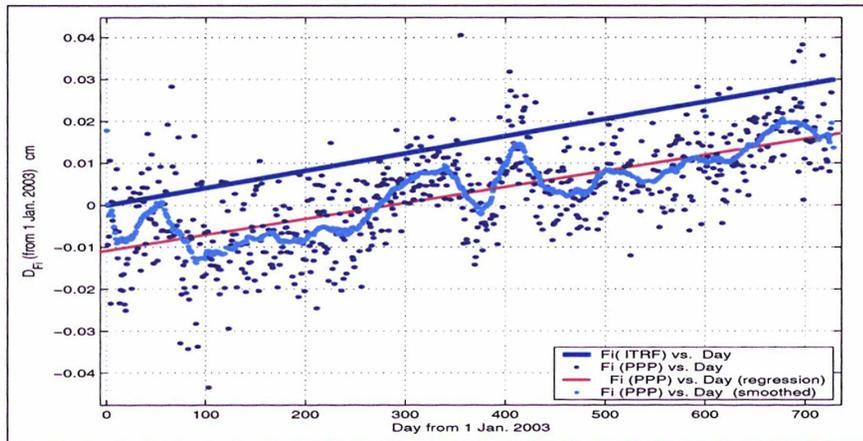


FIG. 7.24 – Solution PPP pour la station smne pendant 2 ans (Jan. 2003-Dec.2004).  
Mouvement de la station dans la direction nord.

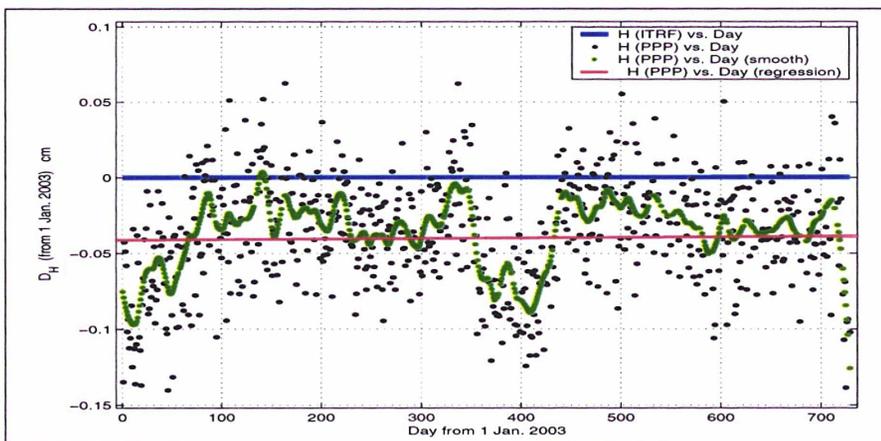


FIG. 7.25 – Solution PPP pour la station smne pendant 2 ans (Jan. 2003-Dec.2004).  
Mouvement de la station en altitude

## 7.10.5 Traitement mono fréquence

Le Positionnement Ponctuel Précis mono-fréquence n'est pas possible au niveau centimétrique. Tout de même, il est possible d'obtenir une précision de niveau décimétrique en utilisant les différents modèles ionosphériques.

Les écarts entre les coordonnées ITRF et la solution PPP avec trois modèles ionosphériques sont présentés dans le tableau 7.4. En utilisant le modèle local de la solution du réseau RGP on a le meilleur résultat, mais la précision est de l'ordre de quelques décimètres. Quoiqu'il en soit, la précision est meilleure avec le PPP mono-fréquence que la solution code pure.

Méthode	Station	Modèle Ionosphérique Solution RGP			Modèle Ionosphérique Global CODE			Modèle Ionosphérique Klobuchar		
		E	N	h	E	N	h	E	N	h
PPP	SMNE	.07	-0.27	-0.14	0.27	-0.06	-0.62	0.23	-.67	0.97
	CHIZ	0.39	-0.33	0.13	0.48	-0.05	-0.10	0.58	-0.61	1.26
	MLVL	0.12	-0.31	-0.07	0.14	-0.05	0.44	0.21	-.66	0.92
CODE C/A avec modèle ion.	SMNE	-0.06	1.17	6.00	-0.02	1.4	5.49	0.23	0.72	6.88
	CHIZ	0.23	1.41	6.57	0.33	1.54	6.12	0.52	0.96	7.8
	MLVL	0.14	1.28	6.43	0.22	1.50	5.98	0.45	0.81	7.30

TAB. 7.4 – Les écarts de traitement de PPP mono-fréquence avec les coordonnées RGP officielles en mètre (différents modèles ionosphérique) pour le jour 270, année 2004

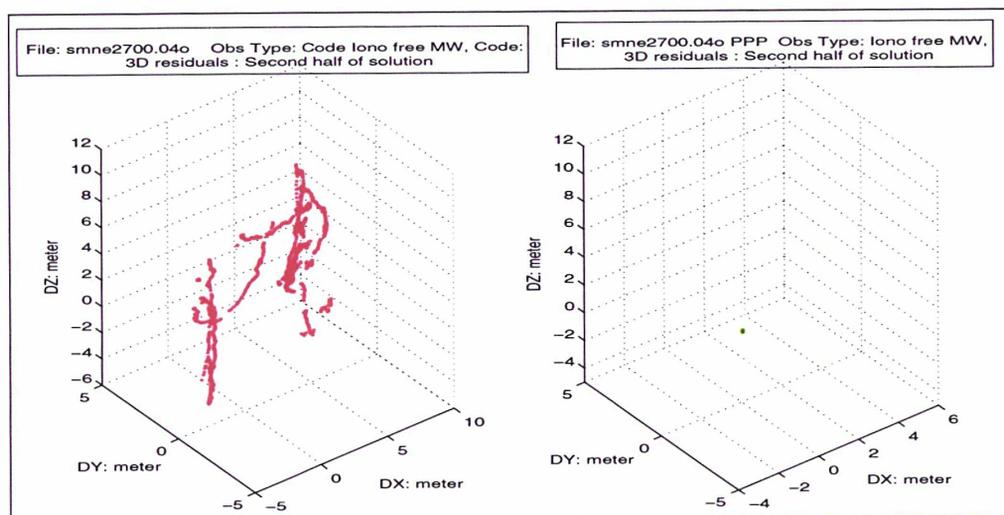


FIG. 7.26 – Solution code (gauche) et PPP mono fréquence (droit) pour la station SMNE jour 270 année 2004.

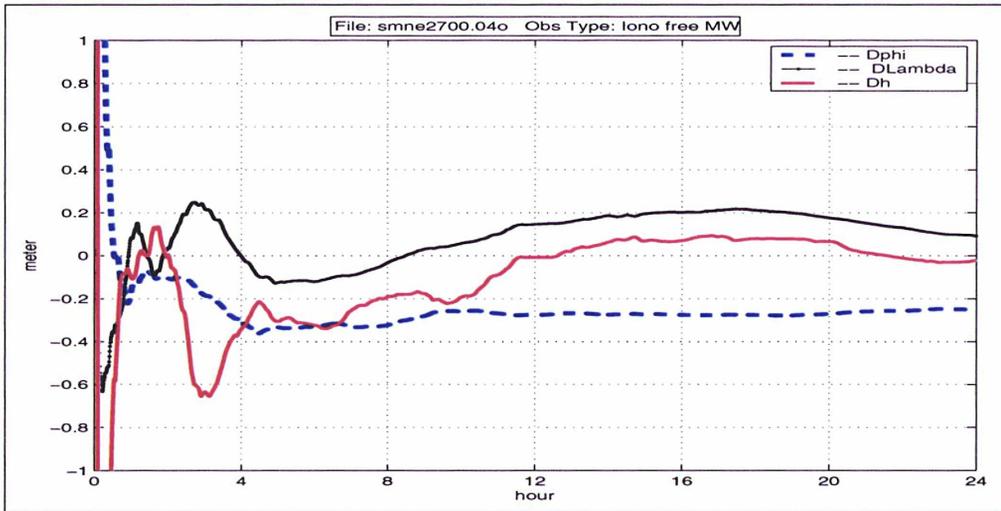


FIG. 7.27 – Solution PPP pour la station SMNE jour 270 année 2004.

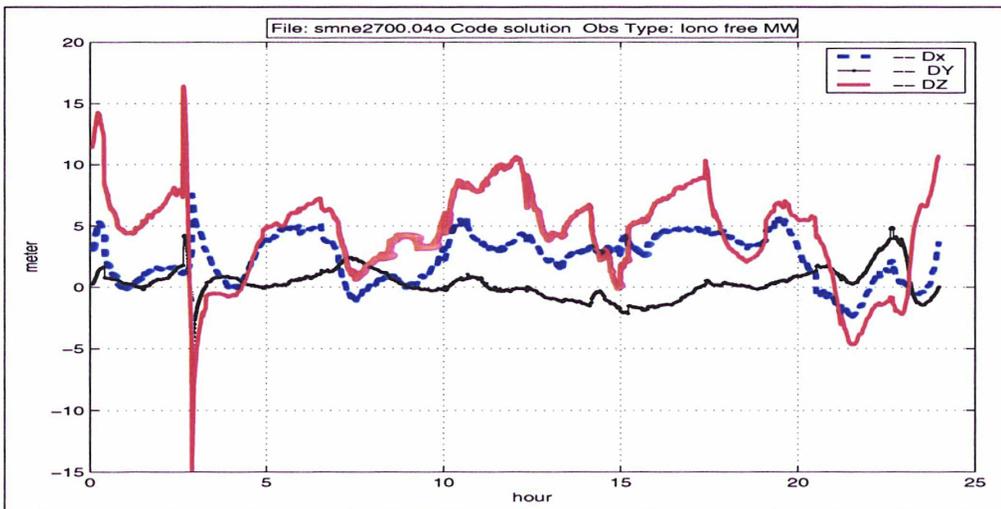


FIG. 7.28 – Solution code pour la station SMNE jour 270 année 2004.

### 7.10.6 Positionnement cinématique

Le positionnement cinématique devient possible en incluant la dynamique de modèle dans le filtre de Kalman. Concrètement on peut attribuer les valeurs appropriées aux variances des coordonnées.

Pour cette analyse, on attribue des valeurs très grandes aux variances des coordonnées d'une station du RGP, comme si on estimait les coordonnées à chaque époque indépendamment de l'époque précédente. Les résultats numérique pour la station AJAC jour 270 de l'année 2004 sont présentées dans le tableau 7.5.

La figure 7.29 montre les nuages de points pour les solutions code et PPP. Les points sont moins dispersés dans la solution PPP que dans la solution de code, ce qui correspond à des variances plus petites pour le PPP (tableau 7.5).

Période	Est		Nord		Altitude	
	moyen	variance	moyen	variance	moyen	variance
PPP	0.05 m	0.10 m	-0.01 m	0.12 m	-0.22 m	0.23 m
Code	-0.04 m	0.57 m	0.02 m	0.40 m	-0.29 m	1.10 m

TAB. 7.5 – Résultats des traitement PPP cinématique pour la station AJAC, Jour 270 année 2004)

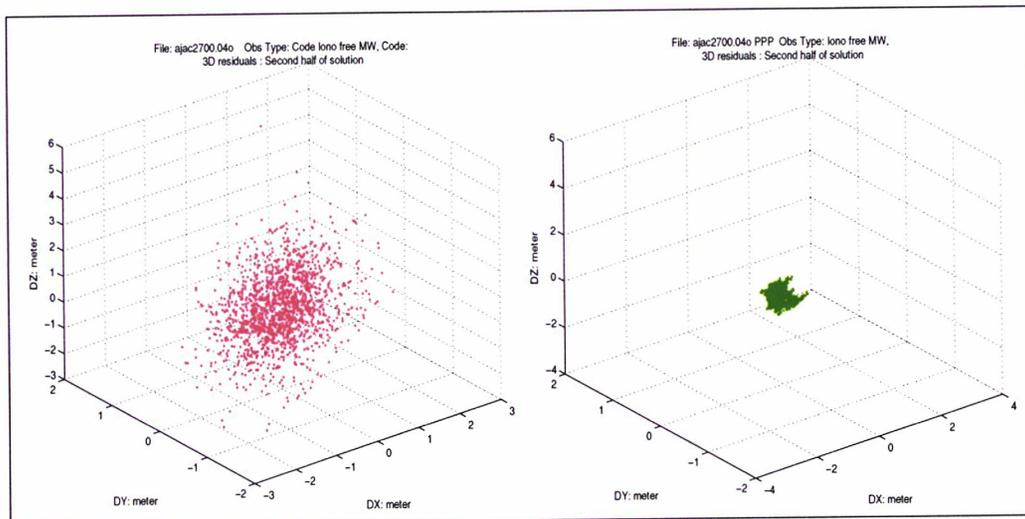


FIG. 7.29 – Résidus 3D de la solution de code et PPP cinématique pour la station AJAC jour 270 année 2004.

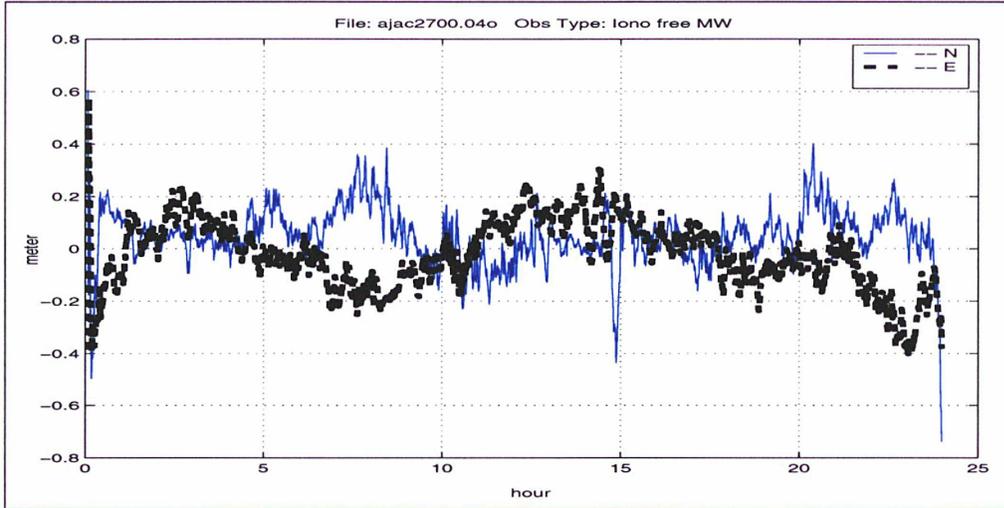


FIG. 7.30 – Résidus EN de la solution PPP cinématique pour la station AJAC jour 270 année 2004.

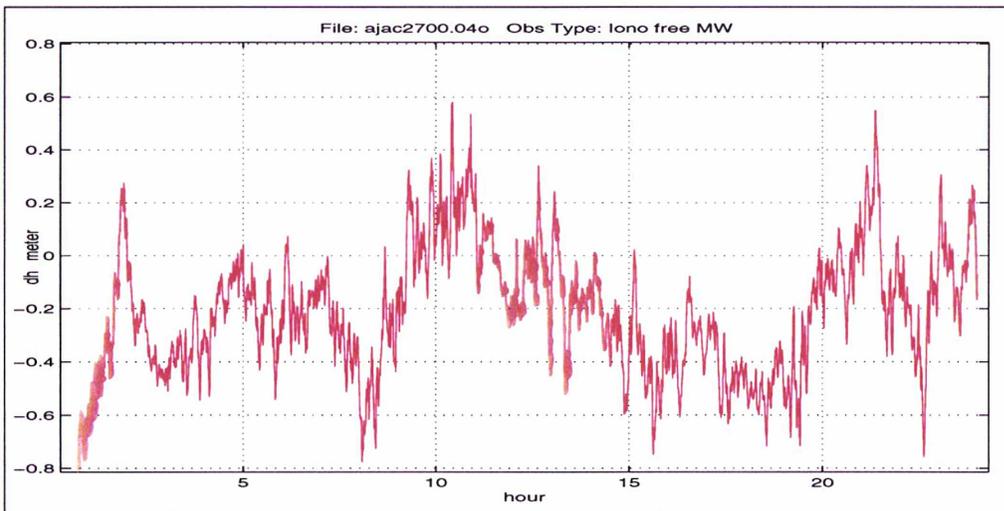


FIG. 7.31 – Résidus H de la solution PPP cinématique pour la station AJAC jour 270 année 2004.

## 7.10.7 Trajectographie cinématique

Cet essai est similaire au précédent sauf qu'on prend en compte la réalité du modèle dynamique (la vitesse et accélération de l'avion) et de plus on estime la vitesse et l'accélération. Dans les schémas suivants on a la trajectoire, la différence entre les solutions code et PPP, la vitesse, et l'accélération estimées.

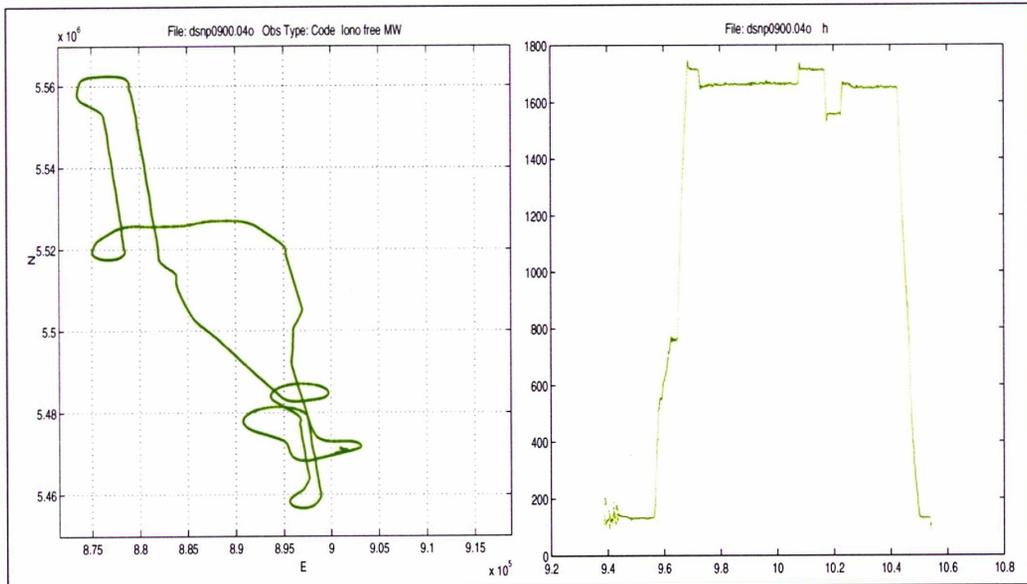


FIG. 7.32 – Trajet et altitude d'avion.

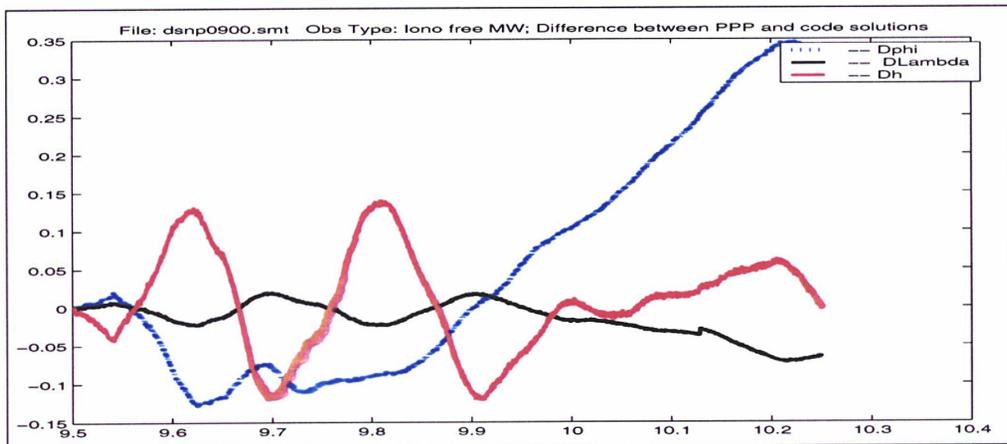


FIG. 7.33 – Différence entre les solution de code (lissée) et PPP.

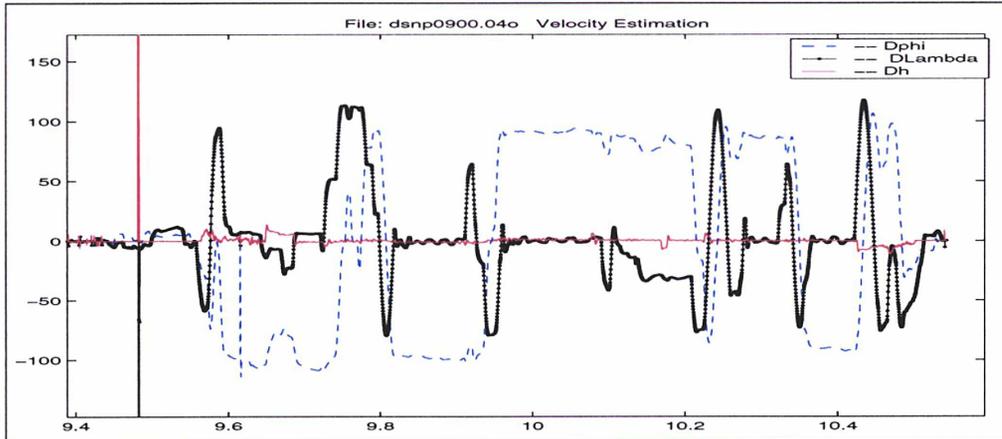


FIG. 7.34 – Estimation de vitesse par la méthode PPP.

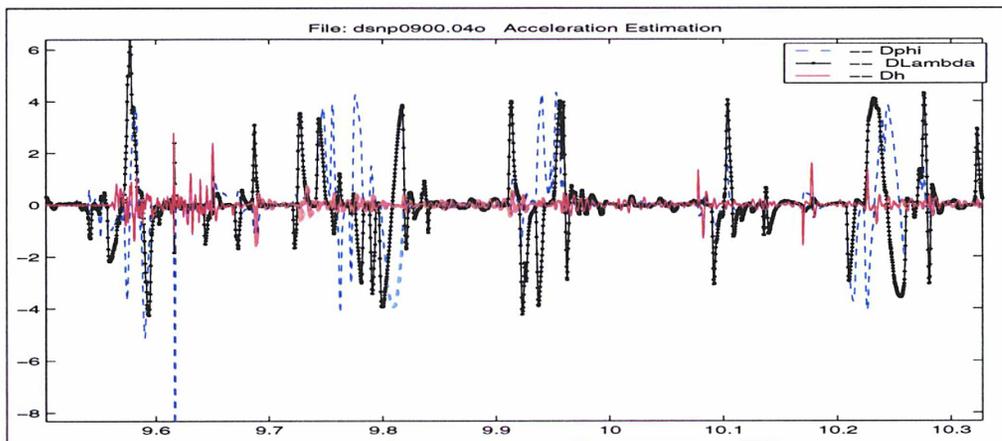


FIG. 7.35 – Estimation d'accélération par la méthode PPP.

---

# Conclusions et perspectives

---

Les objectifs de cette thèse étaient la réalisation de modèles prédictifs, l'analyse des erreurs, et le développement d'un logiciel de GPS non différentiel. Nous avons étudié les modèles d'erreurs et les biais du GPS. La modélisation locale et temporelle des différentes sources d'erreurs est présentée dans la première partie. Les biais des traitements non différentiels et l'étude de la validité des modèles d'erreurs sont également abordés au cours de notre travail.

L'établissement des modèles d'interpolation des différentes erreurs affectant les mesures GPS est réalisé. Les méthodes de filtrage comme le filtrage de Kalman, la collocation et le krigeage sont étudiées et appliquées dans les analyses numériques.

L'analyse numérique des modèles d'interpolation est réalisée pour le délai troposphérique mais reste valable pour les autres corrections à effectuer pour le DGPS.

La théorie du positionnement non différentiel puis le développement du logiciel *GPSS*<sup>1</sup> de traitement non différentiel forment la deuxième partie de la thèse. Les méthodes de filtrage de Kalman et du filtrage de Kalman étendu sont intégrés dans le logiciel.

L'ionosphère retarde les ondes électromagnétiques. Cet effet dépend du contenu total en électrons (TEC) et de la fréquence des ondes. Cette influence sur les signaux GPS est de l'ordre de quelques mètres à quelques dizaines de mètres, mais elle peut atteindre plus de 100 mètres lors de violents orages ionosphériques.

L'analyse spectrale des moindres carrés (LSSA) est appliquée aux séries temporelles de TEC de quatre années (obtenues à partir des modèles ionosphériques du RGP). L'avantage principal de LSSA sur l'analyse spectrale de Fourier est de ne pas être limitée aux données équidistantes et aux fréquences entières.

Ces analyses montrent que le spectre des données contient des périodes de 1 jour, 12 heures et 8 heures. En utilisant les résultats de ces analyses, une nouvelle méthode d'établissement de grilles ionosphériques pour la prévision du TEC est présentée. Ce modèle est basé sur l'analyse spectrale des moindres carrés des séries de quatre ans. Les grilles prédites pourront être diffusées par Internet pour des utilisations mono fréquence du GPS.

L'estimation des erreurs à l'aide d'un réseau permanent est utile pour plusieurs raisons : en premier lieu pour les applications différentielles comme le DGPS ou le RTK ; ensuite pour le sondage atmosphérique. Les produits des ces sondages sont disponibles sur le site du RGP. Les méthodes et les modèles mathématiques pour ces sondages ont fait l'objet

---

<sup>1</sup> GPS Software

de nombreuses études.

Dans le traitement de réseau, après le calcul des erreurs, leur interpolation et leur prédiction jouent un rôle important dans les applications différentielles. Nous avons présenté quelques algorithmes pour cela.

Dans le positionnement PPP les erreurs corrélées ne sont pas éliminées. Nous les avons prises en compte dans le logiciel *GPSS*. Avec la méthode PPP, en plus de la position, il est possible d'estimer la valeur totale du délai troposphérique. Le filtrage étendu de Kalman est la base de nos traitements. Dans certains domaines comme la gravimétrie aérienne, on a besoin de mesurer l'accélération du véhicule ou de l'avion. Il est possible d'introduire les vitesses et les accélérations dans le filtre de Kalman.

Plusieurs algorithmes sont envisageables pour les traitements PPP. Une alternative au filtrage de Kalman est d'utiliser toutes les observations une fois pour toutes et de traiter ensemble toutes les inconnues. Pour diminuer le nombre d'inconnues, il est possible de pré-éliminer les ambiguïtés.

Les applications temps réel du PPP sont pour l'instant limitées à cause du délai de disponibilité des orbites et des horloges précises. Les produits ultra-rapides ne sont pas encore suffisamment précis surtout en ce qui concerne l'horloge des satellites.

Malgré tout, les orbites précises sont en train de s'améliorer et la disponibilité d'orbites plus précises en temps réel sera possible à l'avenir. Pour les orbites radiodiffusées des améliorations sont envisagées. Avec l'arrivée de la nouvelle fréquence *L5* et l'amélioration des orbites pour le temps réel, cette méthode est très prometteuse.

L'application du PPP pour les études tectoniques est limitée par sa précision. L'intérêt dans ce domaine est que cette méthode est absolue (même si l'on utilise les stations de l'IGS), donc on peut étudier indépendamment les mouvements de stations proches les unes des autres. Nous avons fait le calcul sur deux ans d'observations de la station SMNE; la comparaison avec la solution ITRF montre le même comportement, pour les trois composantes.

Le calcul du délai troposphérique zénithal total est possible. Le problème est la corrélation entre le biais d'horloge du récepteur, le délai troposphérique et la composante verticale de la position de la station. On sait que l'atmosphère neutre, la partie non ionisée de l'atmosphère, est divisée en deux composantes hydrostatique (sèche) et humide. Ces deux composantes affectent différemment la propagation des signaux. Pour améliorer *GPSS*, il faudrait utiliser deux fonctions d'élévation séparées pour les parties humide et sèche dans l'algorithme de PPP.

Les analyses montrent la possibilité du PPP cinématique avec une précision décimétrique. L'utilisation du PPP dans ce domaine est encore limitée surtout pour les applications temps réel faute d'orbites très précises en temps réel.

Dans *GPSS*, il est possible de fixer les coordonnées et d'estimer seulement le délai troposphérique. L'utilisation de cette méthode réduit considérablement sa corrélation avec l'altitude de la station et donne de meilleurs résultats. Il est aussi possible d'introduire un modèle troposphérique dans *GPSS*.

L'observable que nous avons utilisée est l'observable sans effet ionosphérique *L3*. Le seul problème est la partie résiduelle de l'effet ionosphérique, le troisième degré. Pendant les périodes de forte activité de l'ionosphère, ce terme peut influencer la solution. Avec la nouvelle fréquence *L5* on aura plus de combinaisons pour éliminer l'effet ionosphérique.

Le développement du logiciel *GPSS* nous a donné l'expérience du travail avec les me-

sures brutes du GPS où l'on a cherché à améliorer les méthodes numériques et les techniques de programmation, ce qui rendra nos développements à venir plus rapides et plus efficaces.

---

---

# Bibliographie

---

- [1] ABBASI, M. Comparison of fourier, least squares and wavelet spectral analysis methods, tested on persian gulf tidal data. Master's thesis, Surveying Engineering Department, K.N. Toosi University, Tehran,Iran, 1999.
- [2] ARTRU, J. *Observations au sol ou par satellite et modélisation des signaux ionosphériques post-sismiques*. PhD thesis, Institut de Physique du Globe de Paris, 2001.
- [3] AUGUSTSON, R. A Global Positioning System (GPS) Primer. Master's thesis, B.A. Regents College, University of Colorado at Denver, 2003.
- [4] BISNATH, S., AND LANGLEY, R. High-precision platform positioning with a single GPS receiver. In *Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation* (Salt Lake City, USA, September 2001), ION GPS-2001.
- [5] BISNATH, S., AND LANGLEY, R. Precise orbit determination of low earth orbiters with GPS point positioning. ION National Technical Meeting.
- [6] BOS, M., AND SCHERNECK, H. Ocean tide loading provider . Mathematical Geodesy and Positioning, Faculty of Aerospace Engineering, <http://www.oso.chalmers.se/~loading/>.
- [7] BOUCHER, C., AND ALTAMIMI, Z. ITRF and its relationship to GPS. *GPS World* 7, 9 (1996), 71–74. <http://lareg.ensg.ign.fr/CIAG/WITRF/ITRF-GPS.html>.
- [8] BOUCHER, C., ALTAMIMI, Z., AND SILLARD, P. The 1997 International Terrestrial Reference Frame. IERS Technical Note 27, Observatoire de Paris, 1999.
- [9] BRÉMAUD, P. *Mathematical Principles of Signal Processing, Fourier and Wavelet Analysis*. Springer, 2001.
- [10] BRUNNER, F., AND GU, M. An improved model for the dual frequency ionospheric correction of GPS observation. *Manuscripta Geodaetica* 16 (1991), 205–214.
- [11] CHEN, W., HU, C., CHEN, Y., AND DING, X. Absolute ionospheric delay estimation based on GPS PPP and GPS active network. The 2004 International Symposium on GNSS/GPS.
- [12] COLLINS, J., AND LANGLEY, R. Possible weighting schemes for GPS carrier phase observations in the presence of multipath. Contract report DAAH04-96-C-0086 / TCN 98151, United States Army Corps of Engineers Topographic Engineering Center, March 1999. <http://http://gauss.gge.unb.ca/papers.pdf/acereport99.pdf>.

- [13] COLOMBO, O., HERNANDEZ-PAJARES, M., JUAN, J., AND SANZ, J. Ionospheric tomography helps resolve GPS ambiguities on the fly at distances of hundreds of kilometers during increased geomagnetic activity. In *Position Location and Navigation Symposium* (San Diego, CA, USA, 2000), IEEE, pp. 15–21.
- [14] COLOMBO, O., HERNÁNDEZ-PAJARES, M., JUAN, J., SANZ, J., AND TALAYA, J. Resolving carrier-phase ambiguities on the fly, at more than 100 km from the nearest reference site, with the help of ionospheric tomography. In *Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation*.
- [15] CRAYMER, M. *The Least Squares Spectrum, Its Inverse Transform and Autocorrelation Function : Theory and Some Applications in Geodesy*. PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1998.
- [16] DACH, R., BEUTLER, G., HUGENTOBLE, U., SCHAER, S., SCHILDKNECHT, T., SPRINGER, T., DUDLE, G., AND PROST, L. Time transfer using GPS carrier phase : Error propagation and results. *Journal of Geodesy* 77 (2003), 1–14.
- [17] DAI, L., HAN, S., WANG, J., AND RIZOS, C. A study of GPS/GLONASS multiple reference station techniques for precise real-time carrier phase-based positioning. In *Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation* (Salt Lake City, USA, September 2001), ION GPS-2001, pp. 392–403.
- [18] DIERICK, M. *Tomographic Imaging Techniques using Cold and Thermal Neutron Beams*. PhD thesis, Faculty of Sciences Department of Subatomic and Radiation Physics UNIVERSITEIT GENT, 2004.
- [19] DUCIC, V. *Tomographie de l'ionosphère et de la troposphère à partir des données GPS denses. Applications aux risques naturels et amélioration de l'interférométrie SAR*. PhD thesis, Université PARIS 7 - DENIS DIDEROT, 2004.
- [20] ELÓSEGUI, P., DAVIS, J. L., GRADINARSKY, L. P., ELGERED, G., JOHANSSON, J. M., TAHMOUSH, D. A., AND RIUS, A. Sensing atmospheric structure using small-scale space geodetic networks. *GEOPHYSICAL RESEARCH LETTERS* 26, 16 (1999), 2445–2448. [http://cfa-www.harvard.edu/space\\_geodesy/ATMSD/Publications/atmsd\\_zdg99.pdf](http://cfa-www.harvard.edu/space_geodesy/ATMSD/Publications/atmsd_zdg99.pdf).
- [21] EULER, H.-J., AND GOAD, C. On optimal filtering of GPS dual frequency observations without using orbit information. *Bulletin Géodésique* 2, 9 (1991), 130–143.
- [22] FARRELL, J., AND GIVARGIS, T. Differential GPS Reference Station algorithm-design and analysis. *IEEE transactions on control systems technology* 8, 3 (2000). <http://http://www.ics.uci.edu/~givargis/pubs/J1.pdf>.
- [23] FERNÁNDEZ, M. *Contributions to the 3D ionospheric sounding with GPS data*. PhD thesis, Research group of Astronomy and Geomatics, Depts. of Applied Mathematics IV and Applied Physics, Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Spain, January 22 2004. <http://www.tdx.cesca.es/TDX-0709104-094810/index.html>.
- [24] FOTOPOULOS, G. Parameterization of DGPS carrier phase errors over a regional network of reference stations. Report number 20142, University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, 2000. <http://http://www.geomatics.ucalgary.ca/links/GradTheses.html>.
- [25] FOTOPOULOS, G., AND CANNON, M. An overview of multi-reference station methods for cm-level positioning. *GPS Solutions* 4, 3 (2001), 1–10.

- [26] GAO, Y., AND LIU, Z. Precise ionosphere modeling using regional GPS network data. *Journal of Global Positioning Systems 1* (2002), 18–24.
- [27] GAO, Y., AND WOJCIECHOWSKI, A. High precision kinematic positioning using single dual-frequency GPS receiver. ISPRS-2004.
- [28] GE, L., CHEN, H., AND HAN, S. AND RIZOS, C. Adaptive filtering of continuous GPS results. *Journal of Geodesy 4* (2000), 572–580. [http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/ge\\_etal2000a.pdf](http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/ge_etal2000a.pdf).
- [29] GREJNER-BRZEZINSKA, D. A. Positioning accuracy of the GPSVan. In *Proceedings of the 52nd Annual National Technical Meeting of the Institute of Navigation* (Palm Springs, CA, USA, 1995), pp. 657–665.
- [30] GREWAL, M., AND WEILL, L.R. ANDREWS, A. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*. John Wiley Sons, 2001.
- [31] HAN, S., KWON, J., AND JEKELI, C. Accurate absolute GPS positioning through satellite clock error estimation. *Journal of Geodesy 75* (2001), 33–43.
- [32] HERNÁNDEZ-PAJARES, M., JUAN, J., AND SANZ, J. A new strategy for real-time integrated water vapor determination in WADGPS networks. *Geophysical Research Letters 28*, 17 (2001). <http://bowie.gsfc.nasa.gov/697/staff/colombo/pdfs/grl.tropo.paper2001.pdf>.
- [33] HERNÁNDEZ-PAJARES, M., JUAN, J. M., SANZ, J., AND COLOMBO, O. Tomographic modeling of GNSS ionospheric corrections : Assessment and real-time applications. In *Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation* (Salt Lake City, USA, September 2001), ION GPS-2001.
- [34] HOFMANN-WELLENHOF, B., LICHTENEGGER, H., AND COLLINS, J. *Global Positioning System : Theory and practice*, 5th revised edition ed. Springer-Verlag, 2001.
- [35] HU, G., KHOO, H., GOH, P., AND LAW, C. Development and assesment of GPS vittual reference stations for RTK positioning. *Journal of Geodesy 77*, 5–6 (2003), 292–302.
- [36] HU, G., KHOO, V., GOH, P., AND LAW, C. Internet-based GPS VRS RTK positioning with a multiple reference station network. *Journal of Global Positioning Systems 1*, 2 (2002), 113–120.
- [37] HUGENTOBLER, U., SCHAER, S., AND FRIDEZ, P. *Documentation of the Bernese GPS Software Version 4.2*. Astronomical Institute of the University of Berne, Berne, Switzerland, 2001.
- [38] ICD-GPS-200C. Navstar GPS Space Segment / Navigation User Interfaces : Interface Control Document ICD-GPS-200C. IRN-200C-002, 1997. ARINC Research Cooperation, CA.
- [39] ICD-GPS-705. Navstar GPS Space Segment / User Segment L5 Interfaces ICD-GPS-705, 2002. ARINC Research Cooperation, CA.
- [40] JÄGGI, A., BEUTLER, G., AND HUGENTOBLER, U. Using double difference information from network solutions to generate observations for a virtual GPS reference receiver. In *In Vistas for Geodesy in the New Millennium* (2002), vol. 8, pp. pp. 59–65.
- [41] JIMÉNEZ, A. *Atmospheric Tomography Using Satellite Radio Signals*. PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Spain, October 1999. <http://www.tdx.cesca.es/TDX-0306103-162444/index.html>.

- [42] JIN, X. *Theory of carrier adjusted DGPS positioning approach and some experimental results*. Delft University Press, 1996.
- [43] JONGE, P., AND TIBERIUS, C. LAMBDA method for integer ambiguity estimation : implementation aspects. LGR-series 12, Delft Geodetic Computing Centre, Delft, Netherlands, 1996.
- [44] JUAN, J., RIUS, A., HERNÁNDEZ-PAJARES, M., AND SANZ, J. A two-layer model of the ionosphere using Global Positioning System data. *Geophysical Research Letters* 24, 4 (1997), 393–396.
- [45] JUOMPAN-YAKAM, B. *Metrologie des comparaisons d’horloges par satellites*. PhD thesis, Observatoire de paris, 1994.
- [46] KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering, Transactions of the ASME* 82, 1 (1960), 35–45.
- [47] KECHINE, M., TIBERIUS, C., AND VAN DER MAREL, H. An experimental performance analysis of real-time kinematic positioning with NASAs internet-based global differential GPS. *GPS Solutions* 8, 1 (2004), 9–22.
- [48] KLEIJER, F. *Troposphere Modeling and Filtering for Precise GPS Leveling*. PhD thesis, Mathematical Geodesy and Positioning, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, 2004.
- [49] KOMJATHY, A., AND LANGLEY, R. improvement of a global ionospheric model to provide ionospheric range error corrections for single-frequency GPS users. ION 52nd Annual Meeting. <http://gauss.gge.unb.ca/grads/attila/papers/52am/ion52am.pdf>.
- [50] KOUBA, J. A guide to using international GPS service (IGS) products, 2003. <http://igsb.jpl.nasa.gov/igsb/resource/pubs/GuidetoUsingIGSPProducts.pdf>.
- [51] LANDAU, H., VOLLATH, U., AND CHEN, X. Virtual Reference Station Systems. *Journal of Global Positioning Systems* 1, 2 (2002), 137–143.
- [52] LANDAU, H., VOLLATH, U., AND CHEN, X. Virtual reference stations versus broadcast solutions in network rtk - advantages and limitations. In *GNSS 2003* (Graz, Austria, 2003).
- [53] LEIK, A. *GPS satellite surveying*, 2nd ed. John Wiley Sons, 1995.
- [54] LEVY, L. J. The kalman filter : Navigation’s integration workhorse. *GPS World* 8, 9 (1997), 65–71.
- [55] LI, Z., AND GAO, Y. Improving ambiguity resolution for a regional area DGPS system using multiple days of data. In *Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation* (Nashville, Tennessee, USA, September 15-18 1998), ION GPS-1998.
- [56] LIU, G., AND LACHAPPELLE, G. Ionosphere weighted GPS cycle ambiguity resolution. ION NTM GPS-2002.
- [57] LIU, X., TIBERIUS, C., AND DE JONG, K. Modelling of differential single difference receiver clock bias for precise positioning. *GPS Solutions* 7, 4 (2004), 209–221.
- [58] LIU, Z., AND GAO, Y. Optimization of parameterization in ionospheric tomography. In *Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation* (Salt Lake City, USA, September 2001), ION GPS-2001.
- [59] MACABIAU, C. *Analysis Of The Feasibility Of Using GPS Carrier Phase Ambiguity Resolution Techniques For Precision Approaches*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1997.

- [60] MADER, G. GPS antenna calibration at the national geodetic survey. *GPS Solutions* 3, 1 (1999), 50–58.
- [61] MAREL, H. Virtual GPS reference stations in the netherlands. In *Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation* (Nashville, USA, September 1998), ION GPS-1998.
- [62] MARSHALL, J., SCHENEWERK, M., SWAY, R., AND GUTMAN, S. The effect of the maps weather model on GPS determined ellipsoidal heights. *GPS Solutions* 5, 1 (2001), 1–14.
- [63] MCCARTHY, D., AND PETIT, G. E. Iers conventions (2003). IERS Technical Note 32, International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS); Service International de la Rotation Terrestre et des Systèmes de Référence, 2004.
- [64] MOORE, M., AND WANG, J. Adaptive dynamic modelling for kinematic positioning. In *IAG Scientific Assembly* (Budapest, Hungary, 2-7 September 2001), ION GPS-1998. [http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/moore\\_etal2001a.pdf](http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/moore_etal2001a.pdf).
- [65] MUSA, T., WANG, J., RIZOS, C., AND SATIRAPOD, C. Stochastic modelling for network-based GPS positioning. In *The 6th International Symposium on Satellite Navigation Technology Including Mobile Positioning Location Services Melbourne, Australia* (Banff, Canada, July 22-25 2003), SatNav 2003.
- [66] NASA. The us standard atmosphere 1976. <http://mtp.jpl.nasa.gov/notes/altitude/StdAtmos1976.html>.
- [67] NETA, B., SAGOVAC, C., DANIELSON, D., AND CLYNCH, J. Fast interpolation for global positioning system (GPS) satellite orbits, 1996. [www.math.nps.navy.mil/~bneta/interp.ps](http://www.math.nps.navy.mil/~bneta/interp.ps).
- [68] NEYMAN, Y. Approximation, collocation, and time series., 1996. A course presented in surveying engineering department of K.N. Toosi university of technology, Tehran, Iran.
- [69] NIELL, A. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. *Journal of Geophysical Research* 101, B2 (1996), 3227–3246. <http://www.agu.org/journals/jb/jb9602/95JB03048.pdf> (AGU Members).
- [70] ODIJK, D. Instantaneous GPS positioning under geomagnetic storm conditions. *GPS Solutions* 5, 2 (2001), 29–42.
- [71] ODIJK, D. *Fast precise GPS positioning in the presence of ionospheric delays*. Netherland Geodetic Commission Publication on Geodesy, 2002.
- [72] PAGIATAKIS, S. Stochastic significance of peaks in the least-squares spectrum. *Journal of Geodesy* 73 (1999), 67–78.
- [73] PARK, K., DAVIS, J., JARLEMARK, P., ELOSEGUI, P. NORMANDEAU, J. C. B., NIELL, A., MEERTENS, C., AND ANDREATTA, V. Multipath characteristics of gps signals as determined from the antenna and multipath calibration system. In *Proceedings of the 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation* (Portland, OR, USA, September 2000), ION GPS-2002.
- [74] PARKINSON, B. W., SPILKER, J. J., AXELRAD, P., AND ENGE, P. *Global Positioning System : Theory and Applications*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- [75] PRESS, W., TEUKOLSKY, S., VETTERLING, W., AND FLANNERY, P. B. *Numerical Recipes in FORTRAN, The Art of Scientific Computing*, second ed. Cambridge University Press, 1992.

- [76] QUAN LE, A. Achieving decimetre accuracy with single frequency standalone GPS positioning. In *Proceedings of the 17th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation*.
- [77] RIUS, A., RUFFINI, G., AND CUCURULL, L. Improving the vertical resolution of ionospheric tomography with GPS occultations. *GEOPHYSICAL RESEARCH LETTERS* 24, 18 (1997).
- [78] RIZOS, C., HAN, S., AND CHEN, H.-Y. Carrier phase-based, medium-range, GPS rapid static positioning in support of geodetic applications : Algorithms and experimental results. In *Proceedings Spatial Information Science and Technology (SIST'98)* (Wuhan, P.R. China, December 13-16 1998), ION GPS, pp. 7–16.
- [79] RIZOS, C., KINLYSIDE, D., YAN, T., OMAR, S., AND MUSA, T. Implementing network rtk : The sydney CORS infrastructure. In *6th Int. Symp. on Satellite Navigation Technology Including Mobile Positioning Location Services* (Melbourne, Australia, 2003). [http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/rizos\\_etal2003a.pdf](http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/rizos_etal2003a.pdf).
- [80] RTCM, . RtcM special committee, no. 104. RTCM recommended standards for differential GNSS (Global Navigation Satellite System) service Version 2.2. Tech. rep., Radio Technical Commission for Maritime Services, Alexandria, Virginia 22314-2840, USA, 1998.
- [81] SALYCHEV, O. *Inertial Systems in Navigation and Geophysics*. Bauman MS TU Press Moscow, 1998.
- [82] SATIRAPOD, C., AND RIZOS, C. Multipath mitigation by wavelet analysis for GPS base station applications.
- [83] SCHAER, S. *Mapping and Predicting the Earth's Ionosphere Using the Global Positioning System*. PhD thesis, Astronomical Institute of the University of Berne, Berne, Switzerland, 1999.
- [84] SEEBER, G. *Satellite Geodesy : Foundations, methods and applications*. Walter de Gruyter, 1993.
- [85] SIMSKY, A., AND SLEEWAEGER, J. C/A pseudorange anomaly in geodetic-grade receivers. In *GNSS 2004* (Rotterdam, Netherlands, May 2004).
- [86] SOHN, Y., , AND KEE, C. Modified tomographic estimation of the ionosphere using the set of adequate bases. The 2004 International Symposium on GNSS/GPS.
- [87] STRANG, G., AND BORRE, K. *Linear Algebra, Geodesy, and GPS Linear Algebra, Geodesy, and GPS*. Wellesley-Cambridge Press, 1997.
- [88] T.A., M., LIM, S., AND RIZOS, C. Low latitude troposphere : A preliminary study using GPS CORS data in south east asia. In *U.S. Institute of Navigation National Tech. Meeting* (San Diego, California, USA, January 2005). [http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/musa\\_etal2005a.pdf](http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/musa_etal2005a.pdf).
- [89] TEUNISSEN, P. The least squares ambiguity decorrelation adjustment : a method for fast GPS integer ambiguity estimation. *Journal of Geodesy* 70 (1995), 65–82.
- [90] TEUNISSEN, P. A canonical theory for short GPS baselines. part I : The baseline precision. *Journal of Geodesy* 71 (1997), 320–336.
- [91] TEUNISSEN, P. *Adjustment theory ; an introduction*. Delft University Press, 2000.
- [92] TEUNISSEN, P. *Dynamic data processing ; recursive least-squares*. Delft University Press, 2001.

- [93] TEUNISSEN, P., JONKMAN, N., AND TIBERIUS, C. Weighting GPS dual frequency observations : Bearing the cross of cross-correlation. *GPS Solutions* 2, 2 (1998), 28–37.
- [94] TEUNISSEN, P., AND KLEUSBERG, A. *GPS for Geodesy, Lecture Notes in Earth Sciences*, 1th ed. Springer-Verlag, 1996.
- [95] TEUNISSEN, P., AND ODIJK, D. Ambiguity dilution of precision : Definition, properties and application. In *Proceedings of the 10th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation* (Kansas City, USA, September 16–19 1997), ION GPS, pp. 891–899.
- [96] TEUNISSEN, P., AND ODIJK, D. Rank-defect integer estimation and phase only modernized GPS. *Journal of Geodesy* 76 (2003), 523–535.
- [97] THOMSEN, H. *Mathematical modeling within GPS model control and success probability*. Danish GPS center, Aalborg University. Denmark, 2000.
- [98] TIBERIUS, C. The GPS data weight matrix : What are the issues? In *National Technical Meeting and the 19th Biennial Guidance Test Symposium* (San Diego, USA, January 25–27 1999), ION GPS-2002, pp. 219–227.
- [99] UNAVCO. UNAVCO The University NAVSTAR Consortium. <http://www.unavco.org/unavco.html>.
- [100] UNAVCO FACILITY. UNAVCO The University NAVSTAR Consortium Facility. <http://www.unavco.org/facility>.
- [101] VANÍČEK, P. Approximate Spectral Analysis by Least-Squares Fit. *Astrophysics and Space Science* 4 (1969), 387–391.
- [102] VANÍČEK, P. Further Development and Properties of the Spectral Analysis by Least Squares. *Astrophysics and Space Science* 12 (1971), 10–33.
- [103] WANNINGER, L. Virtual reference stations for centimeter-level kinematic positioning. In *Proceedings of the 15th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation* (Portland, Oregon, USA, September 2002), ION GPS-2002, pp. 1400–1407.
- [104] WÜBBENA, G., SCHMITZ, M., MENGE, F., BÖDER, V., AND SEEBER, G. Automated absolute field calibration of gps antennas in real-time. In *Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation* (Salt Lake City, Utah, USA, September 2000), ION GPS-2000.
- [105] WÜBBENA, G., AND WILLGALIS, S. State-space approach for precise real-time positioning in GPS reference networks. In *Proceedings Int. Symp. on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation (KIS2001)* (Banff, Canada, June 5–8 2001), ION GPS-2002, pp. 72–79.
- [106] WELLS, D. Functional analysis applied to least squares in geomatics., 1994.
- [107] WITCHAYANGKON, B. *Elements of GPS Precise Point Positioning. Ph.D. dissertation*. PhD thesis, Department of Spatial Information Science and Engineering, University of Maine, Orono, Maine, U.S.A., 2000.
- [108] WU, J., WU, S., HAJJ, G., BERTIGER, W., AND LICHTEN, S. Effect of antenna orientation on GPS carrier phase. *manuscripta geodaetica* 18 (1993), 91–98.
- [109] XU, G. *GPS Theory, Algorithms and Applications*. Springer Verlag, 2003.

## Le logiciel GPSS

La boîte à outils *GPSS* a été développée au cours de cette thèse. *GPSS* est à la fois un logiciel autonome de traitement non différentiel (PPP) et une interface graphique pour diverses applications et pour la visualisation des données GPS dans l'environnement de MATLAB. La figure A.1 montre un exemple de capture d'écran de *GPSS*. Dans la suite, on donne l'explication des fonctions et des applications de cette boîte.

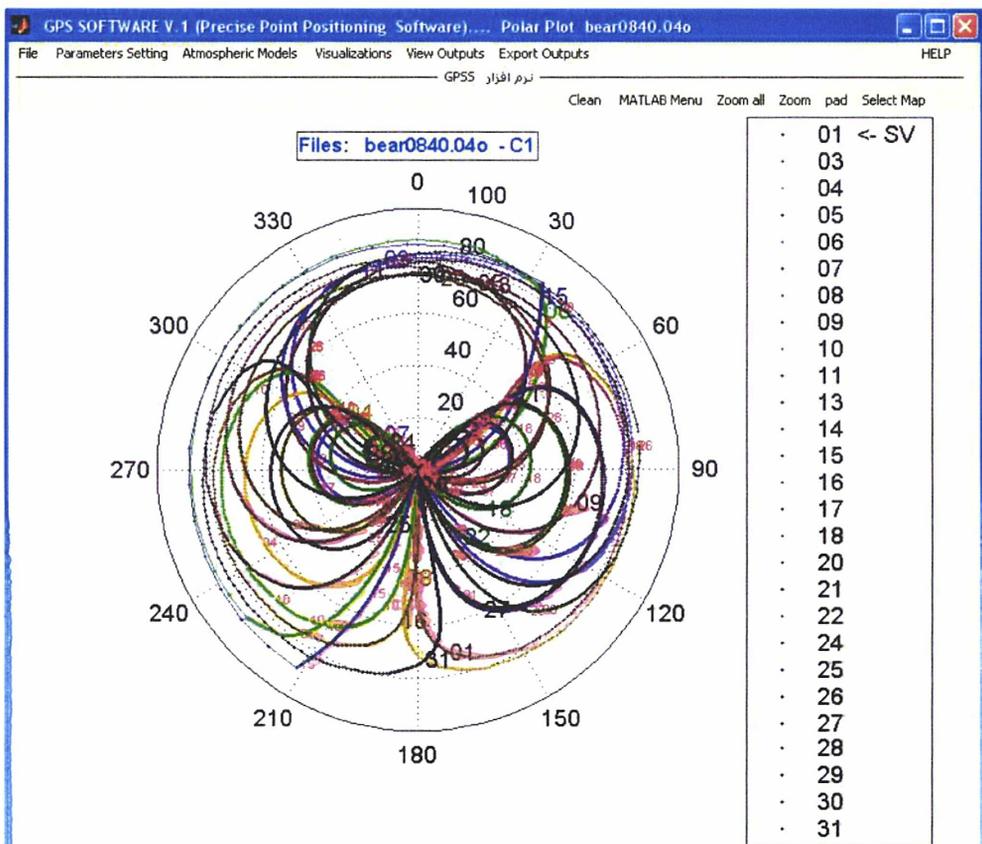


FIG. A.1 – L'environnement GPSS

Les lignes de commandes sous MATLAB des fonctions de *GPSS* sont présentées dans

cette section. Les titres correspondent aux noms des fonctions ; sont données les lignes de commandes, les entrées et sorties et les explications en français.

### Arc\_OBS

```
function OBST=ARC_OBS(OBST,a)

PURPOSE:
    FUNCTION FOR ELIMINATE THE DATA WITH PERIOD SMALLER THAN a
inputs:
    OBST      : The matrix of observations
    a        : The minimum duration of observations.
Output:
    OBST      : The matrix of observations
```

Cette fonction élimine les observations de courte période. La période minimum est le paramètre (*a*).

### BDNMF

```
function HMF = BDNMF(EPOCH,LAT,HEIGHT,ZEN)

MATLAB VERSION OF BERNESE NMFDRY.FOR
JUNE 2005 DJAMAL ASGARI
NAME      : NMFDRY

PURPOSE   : ROUTINE TO COMPUTE THE NIELL MAPPING FUNCTION (NMF)
            FOR THE HYDROSTATIC (DRY) COMPONENT. SEE ALSO SR
            NMFWET FOR THE WET COMPONENT.

PARAMETERS :
    IN : EPOCH : OBSERVATION EPOCH IN MJD           R*8
        LAT  : LATITUDE OF STATION IN RAD          R*8
        HEIGHT : HEIGHT OF STATION IN M           R*8
        ZEN  : ZENITH DISTANCE IN RAD             R*8
    OUT : HMF  : MAPPING FUNCTION FOR DRY DELAY     R*8(2)
            (1): MAPPING FACTOR
            (2): DERIVATIVE WITH RESPECT TO
                ZENITH DISTANCE (IN 1/RAD)
```

Ceci est la version MATLAB de NMFDRY.FOR de Bernese 4.2 pour calculer la fonction de mapping de Niell (composante sèche).

### BWNMF

```
function WMF = BWNMF(LAT,ZEN)

MATLAB VERSION OF BERNESE NMFWET.FOR
JUNE 2005 DJAMAL ASGARI
NAME      : NMFWET

PURPOSE   : ROUTINE TO COMPUTE THE NIELL MAPPING FUNCTION (NMF)
            FOR THE WET COMPONENT. SEE ALSO SR NMFDRY FOR THE
            HYDROSTATIC (DRY) COMPONENT.

PARAMETERS :
    IN : LAT  : LATITUDE OF STATION IN RAD          R*8
        ZEN  : ZENITH DISTANCE IN RAD             R*8
    OUT : WMF  : MAPPING FUNCTION FOR WET DELAY     R*8(2)
```

- (1): MAPPING FACTOR  
 (2): DERIVATIVE WITH RESPECT TO  
 ZENITH DISTANCE (IN 1/RAD)

Ceci est la version MATLAB de NMFWET.FOR de Bernese 4.2 pour calculer la fonction de mapping de Niell (composante humide).

#### COD\_SOLV

```
function [Xsta,dt] = cod_solv(Xs,Vs,Xsta,OBS,d_tro,d_ion,...
                             DT_s, Z ,max_it,c)
```

PURPOSE:

GPS SINGLE EPOCH CODE SOLUTION

Inputs:

Xs : Coordinates of GPS Satellites ECEF  
 Vs : Velocity of GPS Satellites (3D vector)  
 Xsta : Approximate Station coordinates  
 OBS : Pseudorange Observations  
 d\_tro : Tropospheric range error  
 d\_ion : Ionospheric range error  
 DT\_s : Satellites clock corrections  
 Z : Zenith angle of satellites  
 max\_it : Maximum number of iteration  
 c : Velocity of light

Outputs:

Xsta : Estimated Station coordinates  
 dt : Estimated Receiver clock bias

Estimation des coordonnées avec les observations de code. Tous les paramètres sont sous la forme de matrices (sauf *max\_it* et *c*!). Les corrections atmosphériques peuvent être appliquées mais on doit les calculer en dehors de *cod\_solv*.

#### COOREAD2

```
function [STA,UTM_E,UTM_N,h,ZONE]= cooread2()
```

PURPOSE:

READ THE STATIONS COORDINATES LIST OF A NETWORK IN THE FOLLOWING FORMAT:

```
AJAC A 1 P 4696989.704 723994.211 4239678.309 ETRS89 SGN
AQUI A 1 P 4592507.865 1089876.108 4276392.765 ITRF97 CODE
```

COORFICH.M IS THE FILE CONTAINING THESE INFORMATION IT IS POSSIBLE TO ADD THE NEW STATIONS (OR CHANGE THE FILE!).

Inputs: --

Output:

STA : Station names,  
 UTM\_E : UTM East coordinates ,  
 UTM\_N : UTM North coordinates ,  
 h : Height,  
 ZONE : UTM zone number.

*COOREAD2* lit et importe les informations des stations pour *GPSS* ou une autre application.

#### CYCLE\_ALL

```
function [OBS ,OBStype]=cycle_ALL(OBS,Epoch,m,OBStype,epo, arc,aWL)
```

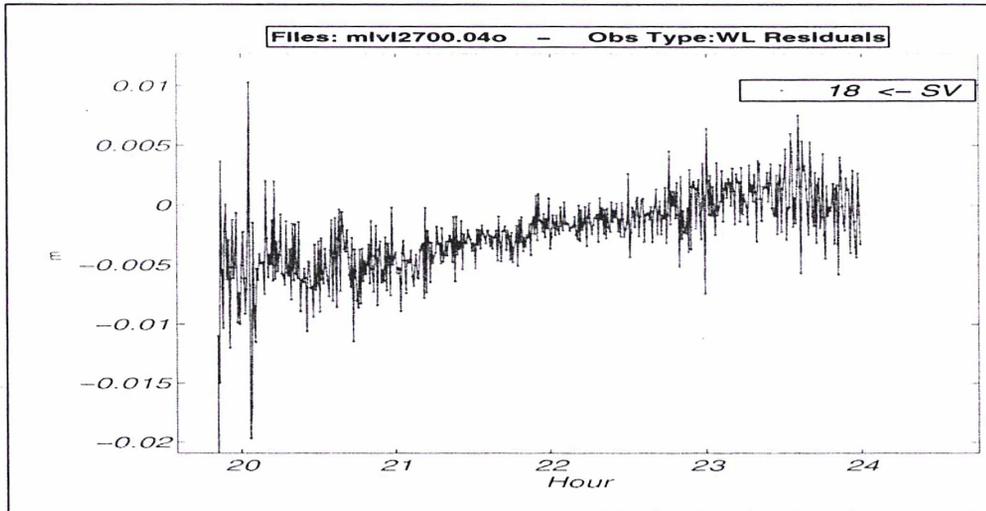


FIG. A.2 – Résidus L4 utilisés pour les sauts de cycle.

PURPOSE:

THIS FUNCTION CLEAN THE GPS OBSERVATION WITH WIDELANE OBSERVATION IT CHECKS THE DATA FOR EVENTUAL CYCLE SLIPS. IT DOES NOT REPAIRS THE DATA. JUST REPLACE ZEROS IN THE CASE OF CYCLE SLIP AND ELIMINATE THE SMALL PERIODS OF DATA.

Inputs:

OBS : Observations  
 Epoch : Epochs information (matrix)  
 m : Number of observations  
 OBStype : Observations types  
 epo : epoch interval  
 arc : minimum number of observations (successive)  
 aWL : Widelane difference change.

Outputs:

OBS : Observations  
 OBStype : Rearranged Observations types

Cette fonction nettoie les données des sauts de cycle. Elle utilise des observations Widelane. Théoriquement les observations de  $L4$  ne doivent pas beaucoup varier entre deux époques successives, c'est-à-dire :

$$L4(t_i) - L4(t_{i-1}) \approx L4(t_{i+1}) - L4(t_i)$$

La différence ne doit pas excéder quelques centimètre (en fonction de l'activité ionosphérique). On peut changer les paramètres de cette fonction, soit directement dans la fonction (à éviter!), soit dans le menu de *GPSS* :

(Visualisation → View RINEX Obs. → Clean Data (L4) → Change Clean parameters)

Ensuite ces valeurs seront utilisées aussi bien pour le traitement que pour la visualisation. Les valeurs initiales sont :

$$aWL = 4 \text{ cm} \quad \text{et} \quad a = 20 \text{ époques}$$

## DOP

```

function [GDOP, PDOP ,HDOP, VDOP, TDOP] = DOP(Az,el)
PURPOSE:
    CALCULATE THE VARIOUS DILUTION OF PRECISION.
INPUTS:
    Az      : Azimuth (matrix) of satellites
    el      : Elevation angle of satellites
OUTPUTS:
    GDPS    : Global DOP
    PDOP    : Position DOP
    HDOP    : Horizontal DOP
    VDOP    : Vertical DOP
    TDOP    : Time DOP

```

DOP calcule les différents *Dilution of Precision (DOP)*. Ces valeurs expriment la géométrie des satellites. Les indicateurs DOP sont issus de développements statistiques. Si on a la matrice de design (dans le système local : East,North,Height) :

$$A = \begin{bmatrix} E^1 - E_i & N^1 - N_i & h^1 - h_i & c \\ E^2 - E_i & N^2 - N_i & h^2 - h_i & c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ E^k - E_i & N^k - N_i & h^k - h_i & c \end{bmatrix}$$

la matrice des cofacteurs est :

$$Q_x = (A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_E^2 & \sigma_{EN} & \sigma_{Eh} & \sigma_{Et} \\ \sigma_{NE} & \sigma_N^2 & \sigma_{Nh} & \sigma_{Nt} \\ \sigma_{hE} & \sigma_{hN} & \sigma_h^2 & \sigma_{ht} \\ \sigma_{tE} & \sigma_{tN} & \sigma_{th} & \sigma_t^2 \end{bmatrix}$$

La diagonale principale de la matrice des cofacteurs contient les variances respectives des erreurs relatives aux trois axes de coordonnées E, N et h du système local. Elles fournissent de cette manière des indicateurs instructifs et fiables sur la qualité de la précision de la position calculée par le GPS : ces sont les indicateurs DOP. Ainsi nous avons :

$$\begin{aligned} GDOP &= \sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_h^2 + \sigma_t^2 \cdot c^2} \\ PDOP &= \sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_h^2} \\ HDOP &= \sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_N^2} \\ VDOP &= \sqrt{\sigma_h^2} \\ TDOP &= \sqrt{\sigma_t^2} \end{aligned} \tag{A.1}$$

La figure A.3 visualise le calcul de DOP avec GPSS.

## Ear\_tid

```

function Dr=Ear_tid(Xsta,Xs,RE,Rj,j)
PURPOSE:
    CALCULATE THE Earth TIDE CORRECTION FOR ABSOLUTE GPS PROCESSING.
INPUTS:
    Xsta    : Station ECEF coordinates,
    Xs      : SUN or MOON coordinates (unite vector),
    RE      : Radius of Earth,
    Rj      : SUN or MOON distance from earth center.,
             Sun (j=2) or Moon (j=1) index.

```

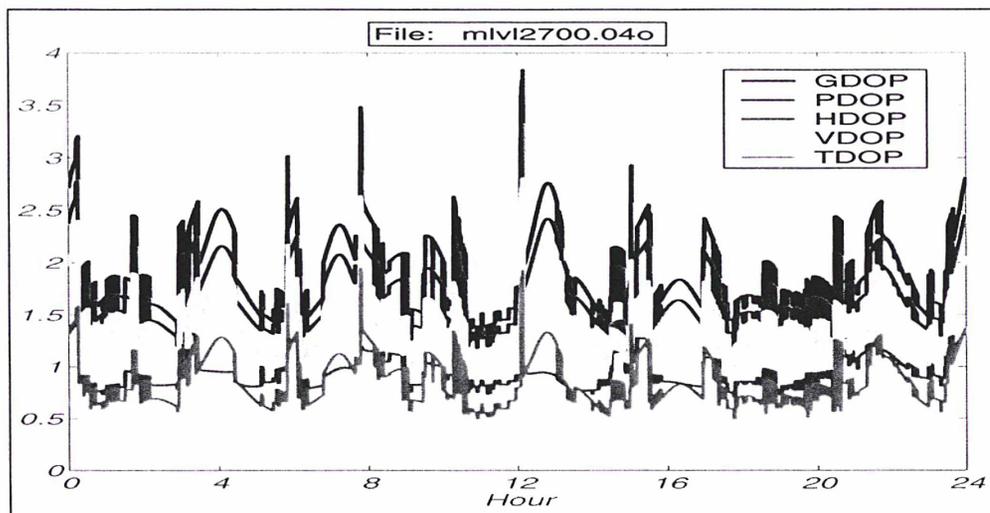


FIG. A.3 – Estimation de DOP par GPSS.

```

OUTPUTS:
    Dr           : 3D Tide Correction

```

Ear\_tid calcule l'effet de marée terrestre pour les applications non différentielles ; elle peut être utile aussi pour les traitements relatifs avec une grande distance entre stations. Voir 4.9.

#### Ear\_tidall

```

function Drpr=Ear_tidall(Xsta,MJD)
PURPOSE:
    CALCULATE THE EARTH TIDE (THIRD TERME) CORRECTION FOR ABSOLUTE
    GPS PROCESSING.
INPUTS:
    Xsta      : Station ECEF coordinates,
    MJD       : Modified Julian date
OUTPUTS:
    Dr        : 3D Tide Correction (Only third term)

```

Cette fonction est utilisée pour la correction de la partie permanente de la marée terrestre.

#### epo\_rapid

```

function [OBS_epch,Lin1] = epo_rapid(fdd,m)
PURPOSE:
    EPOCHWISE READING OF RINEX DATA. IT READ ONE EPOCH OF RINEX
    FILE IDENTIFIED BY fdd (JUST FIRST LINE OBSERVATIONS WITHOUT
    THE OBSERVATIONS FLAGS FOR COMPLETE TWO LINE READ USE epoch_r)
INPUTS:
    fdd       : RINEX file identifier
    m         : Number of observations
OUTPUTS:
    OBS_epch  : Observations matrix of one epoch (just first line
               of two line RINEX data !)

```

Lin1 : The epoch line; time, SVs

Pour un fichier RINEX qui est ouvert avec la fonction *fopen* de MATLAB, *epo\_rapid* lit une époque d'observation; s'il y a deux lignes pour chaque satellite, elle lit la première ligne sans l'indicateur des observations. Afin de lire les données complètes il faut utiliser *epoch\_r*.

#### epoch\_r

```
function [OBS_epch,Lin1] = epoch_r(fdd,m)
PURPOSE:
    EPOCHWISE READING OF RINEX DATA. IT READ ONE EPOCH OF RINEX
    FILE IDENTIFIED BY fdd (COMPLETE TWO LINE READ, WITH THE
    OBSERVATIONS FLAGS, IF YOU NEED JUST FIRST LINE OF OBSERVAT-
    IONS USE epo_rapid)

INPUTS:
    fdd      : RINEX file identifier
    m        : Number of observations

OUTPUTS:
    OBS_epch : Observations matrix of one epoch
    Lin1     : The epoch line; time, SVs
```

*epo\_rapid* et *epoch\_r* peuvent être utilisées pour lire une époque d'un fichier d'observation RINEX déjà ouvert. Après avoir analysé l'en-tête du fichier avec la fonction *rinex\_h* on peut utiliser ces programmes pour lire le fichier et chaque fois qu'on fait appel à ces fonctions on obtient des sorties du type suivant :

Avec: [obs , Tline] = epo\_rapid(fdd,m): On a: obs =

Columns 1 through 5

10.00	-232438.94	-152512.05	25157401.27	25157410.84	25157400.51
9.00	-16475883.66	-12819022.15	21355822.39	21355827.05	21355821.43
29.00	-22094492.72	-17176405.93	20739103.51	20739108.48	20739103.11
22.00	-10660416.12	-7860291.79	24385452.00	24385457.38	24385452.99
18.00	-14838665.74	-11117943.08	22386872.48	22386875.63	22386871.16
7.00	-8742518.83	-6422642.45	23141244.21	23141250.12	23141243.20
28.00	-17288908.05	-13449699.52	22126693.63	22126697.57	22126692.72
31.00	-13930638.84	-10831508.58	22637968.86	22637974.07	22637968.34
26.00	-21695904.59	-16453402.09	20329519.87	20329524.37	20329519.60

Tline =

2004.00	9.00	26.00	12.00	0	0	0	53274.50	9.00	0
---------	------	-------	-------	---	---	---	----------	------	---

et: [obs , Tline] = epoch\_r(fdd,m): donne: obs =

10.00	-232438.94	4	9	-152512.05	4	5	25157401.27	4	0	25157410.84	4	0	25157400.51	4	0	-3785.80	0	0	-2949.97	0	0
9.00	-16475883.66	4	9	-12819022.15	4	6	21355822.39	4	0	21355827.05	4	0	21355821.43	4	0	2512.36	0	0	1957.68	0	0
29.00	-22094492.72	4	9	-17176405.93	4	7	20739103.51	4	0	20739108.48	4	0	20739103.11	4	0	-1486.26	0	0	-1158.13	0	0
22.00	-10660416.12	4	9	-7860291.79	4	5	24385452.00	4	0	24385457.38	4	0	24385452.99	4	0	2528.38	0	0	1970.17	0	0
18.00	-14838665.74	4	9	-11117943.08	4	6	22386872.48	4	0	22386875.63	4	0	22386871.16	4	0	921.16	0	0	717.79	0	0
7.00	-8742518.83	4	9	-6422642.45	4	5	23141244.21	4	0	23141250.12	4	0	23141243.20	4	0	1889.69	0	0	1472.50	0	0
28.00	-17288908.05	4	9	-13449699.52	4	6	22126693.63	4	0	22126697.57	4	0	22126692.72	4	0	-2221.23	0	0	-1730.84	0	0
31.00	-13930638.84	4	9	-10831508.58	4	6	22637968.86	4	0	22637974.07	4	0	22637968.34	4	0	1444.93	0	0	1125.93	0	0
26.00	-21695904.59	4	9	-16453402.09	4	7	20329519.87	4	0	20329524.37	4	0	20329519.60	4	0	-1312.79	0	0	-1022.95	0	0

Tline =

2004.00	9.00	26.00	12.00	0	0	0	53274.50	9.00	0
---------	------	-------	-------	---	---	---	----------	------	---

#### epoch\_w2

```
function epoch_w2(fdd,epoch,Tline)
PURPOSE:
    WRITES ONE EPOCH OF DATA TO RINEX FORMAT. IT WRITES ONE EPOCH
    TO RINEX FILE IDENTIFIED BY fdd (EPOCH FORMAT IS THE SAME
    AS epoch_r)
```

```

INPUTS:
    fdd      : RINEX file identifier
    epoch    : Observations matrix of one epoch
    Tline    : The epoch line; time, SVs
OUTPUTS:
    Writes to file:fdd

```

### epoch\_wRapid

```

function epoch_wRapid(fdd,epoch,Tline)
PURPOSE:
    WRITES ONE EPOCH OF DATA TO RINEX FORMAT. IT WRITES ONE EPOCH
    TO RINEX FILE IDENTIFIED BY fdd (EPOCH FORMAT IS THE SAME
    AS epo_rapid)

INPUTS:
    fdd      : RINEX file identifier
    epoch    : Observations matrix of one epoch
    Tline    : The epoch line; time, SVs
OUTPUTS:
    Writes to file:fdd

```

Ces deux fonctions écrivent au format RINEX une époque d'observations.

### ERP\_ROT

```

function DFLH=ERP_ROT(FI,LAM,XP,YP)
PURPOSE:
    ROTATIONAL DEFORMATION DUE TO POLAR MOTION
INPUTS:
    XP,YP    : Pole coordinates seconds of arc
    FI,LAM   : Station geodetic Coordinates
OUTPUTS:
    DFLH     : Dfi,Dlambda,Dh

```

### Correction de mouvement de pôle pour PPP

#### fil2utm

```

function [UTM_E,UTM_N]=fil2utm(fi,lambda,h,ellipsoid,zone_n) PURPOSE:
    GEODETIC COORDINATES -> UNIVERSAL TRANSVERSE MERCATOR COORDINATES
INPUTS:
    fi,lambda,h: Station geodetic Coordinate
    ellipsoid  : ELLIPSOID ID.
    zon_n      : UTM ZONE NUMBER
OUTPUTS:
    UTM_E,UTM_N: UTM COORDINATES

```

Cette fonction transforme les coordonnées géographiques en coordonnées planes UTM.

#### fil2xyz

```

function [X,Y,Z]= fil2xyz(Fi,Lambda,h,ellipsoid)
PURPOSE
    GEODETIC COORDINATES --> 3D CARTESIAN COORDINATES.
INPUTS:
    Fi,Lambda,h : Station geodetic Coordinate,

```

```

    ellipsoid : ELLIPSOID ID.
OUTPUTS:
    X,Y,Z      : CARTESIAN COORDINATES.

```

Cette fonction transforme les coordonnées géographiques en coordonnées cartésiennes.

### func\_ppp\_kin

```

function [XetdT,DTR,NDif_all,N_all]= func_ppp_kin(f_g,p_g,f_sp3,p_sp3,f_tr,p_tr,...
    f_dcb,p_dcb,f_SatPh,p_SatPh,f_sta ,p_sta ,Xsta1,tro_id,V_id,a_id,...
    cosz_id,code_var,phi_var,cut_ang,Sat_del,N_var,tro_model,Tide_id,...
    Mpfun,Qx,Qy,Qz,QVx,QVy,QVz,Qax,Qay,Qaz,Qdt,QN,Qzpd,Refs);

```

#### PURPOSE:

THIS IS THE MAIN FUNCTION OF PPP (and CODE) PROCESSING.  
 THE PROCESSING IS EPOCHWISE (READS EACH EPOCH THEN  
 PROCESSES) THERE IS NOT ANY DATA CLEANING IN THIS MODE  
 USE func\_ppp\_sta FOR THIS MEANS. THERE ARE VARIOUS OPTIONS  
 OF ESTIMATION.

#### INPUTS:

```

f_g      : RINEX observation file name
p_g      : RINEX observation file path
f_sp3    : SP3 file name
p_sp3    : SP3 file path
f_tr     : Tropospheric model file name (BERNESE FORMAT).
           set empty if it is not available.
p_tr     : Tropospheric model file path (BERNESE FORMAT)
           set empty if it is not available.
f_dcb    : DCB file name. set empty if it is not available.
p_dcb    : DCB file path. set empty if it is not available.
f_SatPh  : Satellites phase center file name.
p_SatPh  : Satellites phase center file path.
f_sta    : Stations information file name.
           (Name, coordinate, antenna phase center offset)
p_sta    : Stations information file path.
Xsta1    : Initial (Approximate) station coordinates (ITRF).
tro_id   : Tropospheric estimation identifier:
           Zero : No ; ONE : YES.
V_id     : Velocity estimation identifier:
           Zero : No ; ONE : YES.
a_id     : acceleration estimation identifier:
           Zero : No ; ONE : YES.
cosz_id  : Observations weighting identifier:
           Zero : No ; ONE : COS(Z); TWO:(COS(Z))^2.
code_var : Variance of code observations (cm)
phi_var  : Variance of phase observations (cm)
cut_ang  : Cut off angle
Sat_del  : Masked satellites
N_var    : Allowed change of Ambiguity estimation
           between two epochs
tro_model : tropospheric models: 'NET': Bernese;
           'HOP': Hopfield;'SAS':Saastamoinen
Tide_id  : Solid earth correction identifier:
           Zero : No ; ONE : YES.
Mpfun    : Tropospheric Mapping function:
           'DNL': dry Niell; 'COS': COS(Z)
Qx,Qy,Qz : Variance of receiver coordinates (Kalman filter)
QVx,QVy,QVz : Variance of receiver velocity (Kalman filter)
Qax,Qay,Qaz : Variance of receiver acceleration (Kalman filter)
Qdt       : Variance of receiver clock (Kalman filter)
QN        : Apriori Variance of receiver clock (Kalman filter)

```

Qzpd : Variance of ZPD (Kalman filter)  
 Refs : Reference satellite (only if cycle\_s used for data cleaning)

## OUTPUTS:

XetdT : Estimated parameters with PPP  
 DTR : Estimated parameters with code (L3)  
 NDif\_all : Difference between ambiguities estimations  
           between successive epochs  
 N\_all : Estimated ambiguities

## func\_ppp\_sta

```
function [XetdT,DTR,NDif_all,N_all]= func_ppp_sta(f_g,p_g, f_sp3, p_sp3, f_tr,p_tr,...
        p_ion,f_ion,p_harm,f_harm, PATH_N,FILE_N,f_dcb, p_dcb,f_SatPh, p_SatPh,...
        f_sta,p_sta,Xsta1,tro_id,single_id,coord_id,V_id,a_id,cosz_id,code_var,...
        phi_var,cut_ang,Sat_del,N_var,tro_model,Tide_id,Mpfun,Qx,Qy,Qz,QVx,QVy,...
        QVz,Qax,Qay,Qaz,Qdt,QN,Qzpd,Refs,aWL,arc);
```

## PURPOSE:

THIS IS THE MAIN FUNCTION OF PPP (and CODE) PROCESSING.  
 THERE ARE VARIOUS OPTIONS OF ESTIMATION. HERE THERE ARE  
 ADDITIONAL FEATURES THAN func\_ppp\_kin (SINGLE FREQUENCY PPP,  
 IONOSPHERE MODEL, DATA CLEANING) IT READS WHOLE DATA AND THEN  
 PROCESSES IT (IT IS NOT THE CASE IN func\_ppp\_kin)

## INPUTS:

f\_g : RINEX observation file name  
 p\_g : RINEX observation file path  
 f\_sp3 : SP3 file name  
 p\_sp3 : SP3 file path  
 f\_tr : Tropospheric model file name (BERNESE FORMAT).  
       set empty if it is not available.  
 p\_tr : Tropospheric model file path (BERNESE FORMAT)  
       set empty if it is not available.  
 f\_ion : Polynomial ionospheric file name (BERNESE FORMAT)  
 p\_ion : Polynomial ionospheric file path (BERNESE FORMAT)  
       (just the p\_ion path is necessary because we select the  
       hourly data in p\_ion automatically)  
 f\_harm : Harmonic ionospheric file name (BERNESE FORMAT)  
 p\_harm : Harmonic ionospheric file path (BERNESE FORMAT)  
 FILE\_N : RINEX navigation file name  
 PATH\_N : RINEX navigation file path  
 f\_dcb : DCB file name. set empty if it is not available.  
 p\_dcb : DCB file path. set empty if it is not available.  
 f\_SatPh : Satellites phase center file name.  
 p\_SatPh : Satellites phase center file path.  
 f\_sta : Stations information file name.  
       (Name, coordinate, antenna phase center offset)  
 p\_sta : Stations information file path.  
 Xsta1 : Initial (Approximate) station coordinates (ITRF).  
 tro\_id : Tropospheric estimation identifier:  
       Zero : No ; ONE : YES.  
 single\_id : Single frequency PPP identifier:  
       Zero : No ; ONE : YES.  
 coord\_id : Station coordinates estimation identifier:  
       Zero : No ; ONE : YES.  
 V\_id : Velocity estimation identifier:  
       Zero : No ; ONE : YES.  
 a\_id : acceleration estimation identifier:

```

                                Zero : No ; ONE : YES.
cosz_id      : Observations weighting identifier:
                                Zero : No ; ONE : COS(Z); TWO:(COS(Z))^2.
code_var     : Variance of code observations (cm)
phi_var     : Variance of phase observations (cm)
cut_ang     : Cut off angle
Sat_del     : Masked satellites
N_var       : Allowed change of Ambiguity estimation
              between two epochs
tro_model   : tropospheric models: 'NET': Bernese;
              'HOP': Hopfield;'SAS':Saastamoinen
Tide_id     : Solid earth correction identifier:
              Zero : No ; ONE : YES.
Mpfun      : Tropospheric Mapping function:
              'DNL': dry Niell; 'COS': COS(Z)
Qx,Qy,Qz   : Variance of receiver coordinates (Kalman filter)
QVx,QVy,QVz : Variance of receiver velocity (Kalman filter)
Qax,Qay,Qaz : Variance of receiver acceleration (Kalman filter)
Qdt        : Variance of receiver clock (Kalman filter)
QN         : Apriori Variance of receiver clock (Kalman filter)
Qzpd      : Variance of ZPD (Kalman filter)
Refs       : Reference satellite (only if cycle_s used for data cleaning)
aWL       : Maximum value of widelane residual (Cycle Slip)
arc       : Minimum observation duration

```

OUTPUTS:

```

XetdT      : Estimated parameters with PPP
DTR        : Estimated parameters with code (L3)
NDif_all   : Difference between ambiguities estimations
              between successive epochs
N_all      : Estimated ambiguities

```

*func\_ppp\_sta* et *func\_ppp\_kin* sont les deux fonctions principales du traitement PPP. *func\_ppp\_sta* est plus complète avec plus d'options comme le nettoyage des données, le PPP mono fréquence etc. En revanche *func\_ppp\_kin* lit les mesures époque par époque.

### GPS\_exp

PURPOSE:

```

THIS MATLAB SCRIPT FILE WRITES THE PARAMETERS AND OUTPUTS OF
func_ppp_sta or func_ppp_kin TO A SELECTED FILE (BY USER).

```

INPUTS:

```

THE INPUTS ARE THE PARAMETERS OF func_ppp_sta or func_ppp_kin PLUS
THEIR OUTPUTS.

```

OUTPUTS:

```

WRITE TO A SELECTED FILE.

```

Ce script de MATLAB exporte les sorties de *func\_ppp\_sta* et *func\_ppp\_kin*. Dans les menus de *GPSS* on peut choisir une période pour exporter les valeurs moyennes de chaque paramètre.

### GPS\_T

```

function [TOW,Week] = GPS_T(MJD)

```

PURPOSE:

```

THIS FUNCTION CONVERT MODIFIED JULIAN DATE TO GPS WEEK NUMBER
AND TIME OF WEEK (SECONDS).

```

INPUTS:

```

MJD          : MODIFIED JULIAN DATE
OUTPUTS:
TOW          : TIME OF WEEK (SECONDS).
Week        : GPS WEEK NUMBER

```

Conversion de Modified Julian Date (MJD) en temps GPS (semaine GPS et seconde de semaine).

## GPSS

GPSS SOFTWARE USER INTERFACE

### PURPOSE:

THIS MATLAB SCRIPT FILE IS THE GRAPHIC USER INTERFACE FOR THE GPSS FUNCTIONS. RUNNING GPSS SCRIPT IN THE MATLAB COMMAND WINDOWS OPEN A WINDOW WITH VARIOUS INTERFACES AND VISUALIZATIONS AFTER RUNNING THIS PROGRAM A WORD MAP APPEARS IN THE GPSS WINDOWS IT IS POSSIBLE TO CHANGE IT FOR A MOST DETAILED MAP (SOME MAPS EXIST IN THE PLAN DIRECTORY IT IS POSSIBLE TO DEFINE A NEW MAP IN THE SAME FORMAT. THEN IT SHOULD BE LOADED BY SELECT MAP MENU. AFTER LOADING THE RINEX OBSERVATION FILE THE STATION NAME (WITH THE APPROXIMATE ,RINEX HEADER, COORDINATES) WILL BE DISPLAYED IN THE ACTIVE WINDOW. CLICKING OVER THE STATION OPENS A NEW WINDOW WITH THE STATIONS COORDINATES AND SOME OTHER INFORMATION ( THE SAME FUNCTION EXIST FOR MORE STATIONS PLUS THE SPATIAL DISTANCE BETWEEN STATIONS). THERE IS NOT THE SPECIAL INPUTS/OUTPUTS LIKE OTHER FUNCTIONS BUT THE MENU COMMANDS PLAY THIS ROLE.

### LIST OF THE MENU AND APPLICATIONS:

```

FILE ->
- OBSERVATION FILE : SELECT RINEX OBSERVATION FILE (READ FILE'S
                    PATH AND NAME).
- EPHEMERIS ->
    - PRECISE : SELECT PRECISE EPHEMERIS
              ,SP3, FILE.
    - BROADCAST : SELECT RINEX NAVIGATION FILE.
- PRINT FIGURE : SEND CURRENT VIEW TO THE PRINTER.
- SAVE FIGURE : SAVE CURRENT VIEW TO DIFFERENT FORMATS.

```

### PARAMETERS SETTING ->

```

- PPP PARAMETERS : OPENS A NEW WINDOWS WITH THE POSSIBILITY
  OF SETTING THE VARIOUS PARAMETERS OF PROCESSING. THE
  ENTRIES THEN WILL BE USED FOR func_ppp_sta OR func_ppp_kin.
  TO MORE INFORMATION ABOUT THE PARAMETERS SEE func_ppp_sta
  OR func_ppp_kin. ALSO IN THIS WINDOW IT IS POSSIBLE TO
  SAVE THE ENTERED PARAMETERS OR LOAD A SAVED PARAMETERS.
  STATIC PROCESSING ICON WILL LAUNCH func_ppp_sta AND
  KINEMATIC PROCESSING WILL LAUNCH func_ppp_kin.
- DOUBLE FREQUENCY : IF CHECKED THE PROGRAM DO THE DOUBLE
  DIFFERENCE PROCESSING (STANDARD PPP).
- SINGLE FREQUENCY ->
    - LOCAL IONO. MODEL : SINGLE FREQUENCY
      PPP WITH POLYNOMIAL IONOSPHERIC MODEL
      (BERNESE FORMAT).
    - HARMONIC IONO. MODEL : SINGLE FREQUENCY
      PPP WITH HARMONIC IONOSPHERIC MODEL
      (BERNESE FORMAT).
    - KLOBUCHAR IONO. MODEL : SINGLE FREQUENCY
      PPP WITH KLOBUCHAR IONOSPHERIC MODEL

```

(BROADCAST MODEL).

ATMOSPHERIC MODELS ->

TROPOSPHERE : SELECT THE TROPOSPHERIC MODEL DIRECTORY  
(READ ALL FILES AND USE INTERPOLATION).

IONOSPHERE ->

- POLYNOMIAL : SELECT THE POLYNOMIAL  
IONOSPHERIC MODEL FILE AND PATH.

- SELECT THE HARMONIC IONOSPHERIC MODEL  
FILE AND PATH.

VISUALIZATIONS ->

TROPOSPHERIC MODEL : DISPLAY THE SELECTED TROPOSPHERE MODEL  
IN THE PREVIOUS MENU. THE USER SHOULD SELECT THE DESIRED HOUR  
TO VIEW.

IONOSPHERIC MODEL ->

HARMONIC MODEL : DISPLAY THE HARMONIC  
IONOSPHERIC MODEL (SELECTED IN THE PREVIOUS  
MENU). THE USER SHOULD SELECT THE CORNERS OF  
THE IONOSPHERIC VIEW !

POLYNOMIAL MODEL : DISPLAY THE POLYNOMIAL  
IONOSPHERIC MODEL (SELECTED IN THE PREVIOUS  
MENU). THE USER SHOULD SELECT THE CORNERS OF  
THE IONOSPHERIC VIEW !

IGS STATIONS : DISPLAY THE IGS STATIONS. IT IS POSSIBLE TO CLICK  
OVER ANY STATION TO HAVE ITS INFORMATION.

RGP STATIONS : DISPLAY THE RGP STATIONS. IT IS POSSIBLE TO CLICK  
OVER ANY STATION TO HAVE ITS INFORMATION.

VIEW RINEX OBS. ->

SELECT RINEX FILE : SELECT RINEX  
OBSERVATION FILE (JUST FOR VIEW !)  
SELECT SATELLITES TO VIEW : NO COMMENT!  
CLEAN DATA (L4) ->

CLEAN : CLEAN THE DATA WITH  
CYCLE\_ALL FUNCTION AND THE  
PREDEFINED VALUES. CHANGE  
CLEAN PARAMETERS: CHANGE THE  
VALUES OF CYCLE\_ALL FUNCTION.

POLAR: POLAR VIEW OF DATA (JUST THE FIRST  
OBSERVATION TYPE).

RAW OBSERVATION VALUES: VIEW ALL TYPES OF  
DATA FOR SELECTED (DEFAULT:ALL) SATELLITES.  
AFTER EACH OBSERVATION TYPE PRESS ENTER  
TO VIEW THE NEXT OBSERVATION TYPE.

AZIMUTH: VIEW THE AZIMUTH OF SATELLITES (JUST  
THE FIRST OBSERVATION TYPE).

ELEVATION: VIEW THE ELEVATION OF SATELLITES (JUST  
THE FIRST OBSERVATION TYPE).

WIDELANE: VIEW THE WIDELANE OBSERVABLE (L4).

MULTIPATH ->

MP1 (C/A) : VIEW MP1  
OBSERVABLE IF C/A EXISTS!  
MP1 (P1) : VIEW MP1  
OBSERVABLE IF P1 EXISTS!  
MP2 (P2) : VIEW MP2  
OBSERVABLE

SATELLITE NUMBERS: <--JUST DO IT

DOP : VIEW THE ALL TYPES OF DOP

SATELLITE TRACK (IONO. LAYER) ->

SINGLE STATION : DISPLAY

THE TRACK OF SATELLITES ON  
 THE IONOSPHERIC SINGLE  
 LAYER OBSERVED FROM THE SELECTED  
 STATION (RINEX OBSERVATION FILE).  
 MULTIPLE STATIONS : DISPLAY  
 THE TRACK OF SATELLITES ON  
 THE IONOSPHERIC SINGLE  
 LAYER FOR SEVERAL STATIONS AS THE  
 POLYGONS.

VIEW OUTPUTS ->            IN THIS MENU IT IS POSSIBLE TO VIEW THE OUTPUTS OF PPP PROCESSING  
 AS FOLLOWS:

PPP SOLUTION(F,L,H)  
 PPP SOLUTION(X,Y,Z)  
 3D COORDINATES RESIDUALS  
 PPP RESIDUALS(F,L,H)  
 PPP RESIDUALS(X,Y,Z)  
 CODE RESIDUALS(F,L,H)  
 CODE RESIDUALS(X,Y,Z)  
 RECEIVER CLOCK  
 CODE SOLUTION(F,L,H)  
 PPP AND CODE SOLUTION(F,L,H)  
 PPP - CODE SOLUTION(F,L,H)  
 PPP - E W RESIDUALS  
 PPP AMBIGUITY DIFFERENCE  
 PPP AMBIGUITY  
 TROPOSPHERE: ZPD  
 SOLID EARTH TIDE  
 VELOCITY  
 ACCELERATION  
 KINEMATIC TRAJECTORY  
 ALL

EXPORT OUTPUTS ->        THIS MENU EXPORT THE OUTPUTS OF PPP PROCESSING  
 ALL : WRITE RESULTS OF ALL EPOCHS TO A SELECTED FILE  
 MEAN OF # EPOCHS : WRITE THE MEAN VALUES OF MULTIPLE EPOCHS  
 (USER DEFINED) TO THE SELECTED FILE.

*GPSS* est le programme à interface graphique pour les applications diverses de la boîte à outils *GPSS*. Si on lance *GPSS* à partir de la ligne de commends MATLAB on obtiendra des menus et une fenêtre de visualisation. Il est possible de changer la carte par défaut en une carte régionale détaillée. Dans l'en-tête les fonctions de chaque menu sont expliquées brièvement.

#### haionr

```
function [Coef ,inf,Ctime] = haionr(p_g,f_g)
```

#### PURPOSE:

FUNCTION OF EXTRACTING THE HOURLY HARMONIC IONOSPHERIC MODEL  
 FILE

#### INPUTS:

p\_g : HARMONIC IONOSPHERIC MODEL PATH  
 f\_g : HARMONIC IONOSPHERIC MODEL FILE NAME

#### OUTPUTS:

Coef : THE MATRIX OF COEFFICIENTS; DEGREE,  
 ORDER, VALUE (TECU), AND RMS (TECU)  
 inf : VECTOR OF PARAMETERS:  
 inf(1) : DEGREE  
 inf(2) : ORDER

```

inf(3) : GEOGRAPHICAL (=1) OR GEOMAGNETIC (=2) FRAME : 1
inf(4) : MEAN (=1) OR TRUE (=2) POSITION OF THE SUN : 1
inf(5) : MAPPING FUNCTION
inf(6) : HEIGHT OF SINGLE LAYER
inf(7) : RMS ERROR (KM) OF SINGLE LAYER
inf(8) : MINIMUM LATITUDE (DEGREES)
inf(9) : MAXIMUM LATITUDE (DEGREES)
inf(10) : NUMBER OF CONTRIBUTING STATIONS
inf(11) : NUMBER OF CONTRIBUTING SATELLITES
inf(12) : ELEVATION CUT-OFF ANGLE (DEGREES)
inf(12) : MAXIMUM TEC AND ITS RMS ERROR (TECU)
Ctime : PERIOD OF VALIDITY

```

Les fichiers \*.ion de modèle ionosphérique (horaires) issus de BERNESE peuvent être importés dans GPSS sous forme de matrices avec cette fonction.

#### haionr\_j

```
function [Coef ,inf,Ctime] = haionr_j(fid)
```

##### PURPOSE:

FUNCTION OF EXTRACTING THE DAILY HARMONIC IONOSPHERIC MODEL FILE. THIS FUNCTION IS THE SAME AS THE HAIONR.M BUT FOR EVERY CALL OF THE FUNCTION IT READ THE NEXT HOUR IONOSPHERIC MODEL IN THE DAILY FILE.

##### INPUTS:

fid : OPENED HARMONIC IONOSPHERIC MODEL FILE IDENTIFIER.

##### OUTPUTS:

Coef : THE MATRIX OF COEFFICIENTS; DEGREE, ORDER, VALUE (TECU), AND RMS (TECU)

inf : VECTOR OF PARAMETERS:

```

inf(1) : DEGREE
inf(2) : ORDER
inf(3) : GEOGRAPHICAL (=1) OR GEOMAGNETIC (=2) FRAME : 1
inf(4) : MEAN (=1) OR TRUE (=2) POSITION OF THE SUN : 1
inf(5) : MAPPING FUNCTION
inf(6) : HEIGHT OF SINGLE LAYER
inf(7) : RMS ERROR (KM) OF SINGLE LAYER
inf(8) : MINIMUM LATITUDE (DEGREES)
inf(9) : MAXIMUM LATITUDE (DEGREES)
inf(10) : NUMBER OF CONTRIBUTING STATIONS
inf(11) : NUMBER OF CONTRIBUTING SATELLITES
inf(12) : ELEVATION CUT-OFF ANGLE (DEGREES)
inf(12) : MAXIMUM TEC AND ITS RMS ERROR (TECU)
Ctime : PERIOD OF VALIDITY

```

Les fichier \*.ion de modèle ionosphérique (journaliers) issus de BERNESE peuvent être importés dans GPSS sous forme de matrices avec cette fonction. A chaque fois qu'on fait appel à cette fonction on aura les coefficients du modèle de l'heure suivante dans le fichier.

#### igssta\_vis

THIS SCRIPT DISPLAY THE IGS (OR RGP) NETWORK IN THE GPSS WINDOW. IT IS POSSIBLE TO USE IT FOR ANY OTHER NETWORKS. FIRST CREATE A STATION FILE ( FIRST LINE BLANK OR COMMENT) THEN ADD IN THE FOLLOWING IF LOOP THE NAME OF FILE !)

## Visualisation des réseaux GPS

## ion\_day

```
function [LND, coef]=ion_day(p_g)
PURPOSE:
    THIS FUNCTION READ THE SEVERAL HOURLY POLYNOMIAL IONOSPHERIC
    MODEL AND EXPORT THE DATA IN THE MATRIX FORM.
INPUTS:
    p_g : THE PATH OF THE IONOSPHERIC MODELS
OUTPUTS:
    LND : THE MODEL'S INFO.
    coef: THE COEFFICIENTS OF THE MODELS (SEE lst_day)
```

Code de MATLAB pour importer les stations de réseaux dans l'environnement de *GPSS*.

## ion\_h

```
function      Eharm=ion_h(Coef ,inf,Ctime,dth,Beta,Lam,flag)
PURPOSE:
    COMPUTE THE TEC VALUES OF HARMONIC MODEL
INPUTS:
    Coef : THE MATRIX OF COEFFICIENTS; DEGREE,
           ORDER, VALUE (TECU), AND RMS (TECU)
    inf : VECTOR OF PARAMETERS:
        inf(1) : DEGREE
        inf(2) : ORDER
        inf(3) : GEOGRAPHICAL (=1) OR GEOMAGNETIC (=2) FRAME :    1
        inf(4) : MEAN (=1) OR TRUE (=2) POSITION OF THE SUN   :    1
        inf(5) : MAPPING FUNCTION
        inf(6) : HEIGHT OF SINGLE LAYER
        inf(7) : RMS ERROR (KM) OF SINGLE LAYER
        inf(8) : MINIMUM LATITUDE (DEGREES)
        inf(9) : MAXIMUM LATITUDE (DEGREES)
        inf(10) : NUMBER OF CONTRIBUTING STATIONS
        inf(11) : NUMBER OF CONTRIBUTING SATELLITES
        inf(12) : ELEVATION CUT-OFF ANGLE (DEGREES)
        inf(12) : MAXIMUM TEC AND ITS RMS ERROR (TECU)
    Ctime : PERIOD OF VALIDITY
    dth   : THE DIFFERENCE BETWEEN CURRENT TIME AND THE MODEL ORIGIN TIME
OUTPUTS:
    Eharm : THE TEC VALUE (TECU)
```

Calcul la série harmonique d'un modèle global.

## ion\_plz

```
function [X_per,phi, lambda,h, ZI ] = ion_plz(XP,XS,HSLM);
PURPOSE:
    COMPUTE THE PIERCING POINT OF SATELLITE IN THE SINGLE LAYER (IONOSPHERIC).
    IT USES THE SPHERICAL APPROXIMATION FOR THIS MEANS.

INPUTS:
    XP      : STATION COORDINATES VECTOR; [X Y Z]
    XS      : SATELLITE COORDINATES VECTOR; [X Y Z]
    HSLM    : HEIGHT OF SINGLE LAYER

OUTPUTS:
    X_per   : PIERCING POINT COORDINATES
    phi,lambda,h : GEODETIC COORDINATES OF PIERCING POINT
```

ZI : ZENITH ANGLE OF SATELLITE ON THE PIERCING POINT

Trouve l'emplacement du piercing point sur la couche ionosphérique.

ionfc\_EKF

PURPOSE:  
THIS SCRIPT IS FOR THE AUTOMATIC PROCESSING OF SEVERAL DAYS AND STATIONS.  
IT IS LIKE THE func\_ppp\_sta BUT ALL THE INPUTS MUST BE DEFINED IN  
THE SCRIPT.

Programme de MATLAB pour le traitement automatique avec la méthode PPP. Les paramètres doivent être réglés manuellement.

klob

function Tion=klob(Az,E,Tgps,alpha,beta,phi\_u,Lam\_u)

PURPOSE:  
COMPUTE THE IONOSPHERIC DELAY WITH KLOBUCHAR MODEL.  
INPUTS:  
Az : SATELLITE AZIMUTH  
E : SATELLITE ELEVATION  
Tgps : GPS TIME OF WEEK (SECOND)  
alpha : ALPHA COEFFICIENTS  
beta : BETA COEFFICIENTS  
phi\_u : STATION LATITUDE (SEMICIRCLE)  
Lam\_u : STATION LONGITUDE (SEMICIRCLE)  
OUTPUTS:  
Tion : IONOSPHERIC DELAY (SECOND)

Modèle ionosphérique de Klobuchar.

krigj

function AP = krigj(XP,YP,X,Y,A,lmax)

PURPOSE:  
2D KRIGING INTERPOLATION  
INPUTS:  
XP,YP : INTERPOLATION POINT 2D COORDINATES  
X,Y : COORDINATE VECTORS OF KNOWN POINTS  
A : FUNCTIONAL VALUES AT X,Y  
lmax : MAXIMUM DISTANCE (FOR COVARIANCE MATRIX)  
OUTPUTS:  
AP : FUNCTION VALUES AT XP,YP

Interpolation 2D avec Krigeage.

krigsurf

function HP=krigsurf(x,y,alp,yp,Hemis,ZONE,NO PLOT)

PURPOSE:  
2D KRIGING INTERPOLATION DEMONSTRATION. THE FUNCTION IS SPECIALLY  
FOR TROPOSPHERIC MODEL BUT MAY BE UTILIZED FOR ANY OTHER  
INFORMATION, e.g. HEIGHT OR ANY OTHER Z VALUE.  
INPUTS:  
x,y : THE COORDINATES OF KNOWN POINTS (UTM)

```

alp      : THE VALUES OF THE FUNCTION ON  x,y POINTS
xp,yp    : COORDINATES OF GRID (UTM) WITH NO alp VALUES (TO BE INTERPOLATED)
Hemi     : HEMISPHERE ('N' OR 'S')
ZONE     : UTM ZONE NUMBER
NO PLOT  : SET 'N' IF PLOT IS NOT NECESSARY  OTHERWISE IT IS NOT
          NECESSARY

OUTPUTS:
HP       : THE FUNCTION VALUES OF xp,yp.

          PLOT THE GRID, AFTER KRIGING, IN THE ACTIVE AXIS.

```

Trace le résultat de interpolation avec krigeage.

### lagrange

```

function [xii,yii,zii]=lagrange(to,t,x,y,z)
PURPOSE:
    LAGRANGE INTERPOLATION OF SATELLITE COORDINATES
INPUTS:
    to      : TIME OF INTERPOLATION
    t       : THE KNOWN POINTS TIME VECTOR
    x,y,z   : 3D COORDINATES VECTORS CORRESPONDING TO t

OUTPUTS:
    xii,yii,zii : INTERPOLATED 3D COORDINATES CORRESPONDING TO to

```

Interpolation de Lagrange pour les coordonnées des satellites.

### lagrangeT

```

function T_sat=lagrangeT(to,t,T_s)
PURPOSE:
    LAGRANGE INTERPOLATION OF SATELLITE  CLOCK ERROR
INPUTS:
    to      : TIME OF INTERPOLATION
    t       : THE KNOWN POINTS TIME VECTOR
    T_s     : SATELLITE CLOCK ERROR VECTOR CORRESPONDING TO t

OUTPUTS:
    T_sat   : SATELLITE CLOCK ERROR  CORRESPONDING TO to

```

Interpolation de Lagrange pour les erreurs d'horloges des satellites.

### lst\_Day

```

function [ln,coef]=lst_Day(f_g,p_g);
PURPOSE:
    THIS FUNCTION READ THE  HOURLY POLYNOMIAL  IONOSPHERIC
    MODEL AND EXPORT THE DATA IN THE MATRIX FORM.
INPUTS:
    f_g : THE NAME OF THE IONOSPHERIC MODELS
    p_g : THE PATH OF THE IONOSPHERIC MODELS
OUTPUTS:
    LND : THE MODEL'S INFO. WITH FOLLOWING FORMAT:
          YEAT  MONTH  DAY  HOUR  MJD      DOY  ORIGIN(PHI,L)  COEFFICIENTS

          2004.00  3.00  23.00  23.50  53087.98  84.00  3.01  45.99  ...
          0.81  -0.04  0.05  -0.15  -0.02  -0.03  0.13  0.04  0.07  0.05  0.05  0.02

    coef: THE COEFFICIENTS  NUMBER E.G.

```

```

0          0
0          1.00
0          2.00
1.00       0
1.00       1.00
2.00       0

```

Importe un modèle ionosphérique polynomial.

lun\_p

```

function [Xct_m,Xi_m,rg,h_m,az_m]=lun_p(MJD,Lambda,phi);
PURPOSE:
    COMPUTE THE POSITION OF THE MOON
INPUTS:
    MJD      : MODIFIED JULIAN DATE
    Lambda,phi : GEODETIC COORDINATES OF THE STATION

OUTPUTS:
    Xct_m    : MOON CT COORDINATES
    Xi_m     : MOON INERTIAL COORDINATES
    rg       : DISTANCES BETWEEN MOON AND EARTH CENTERS
    h_m      : MOON ALTITUDE
    az_m     : MOON AZIMUTH

```

Calcule les coordonnées de la lune pour une station à un instant donné.

mean\_av

```

function y= mean_av(x,N)
PURPOSE:
    MEANING AVERAGE OF x
INPUTS:
    x      : DATA
    N      : MEANING LAPS
OUTPUTS:
    Y      : MEANING AVERAGED DATA.

```

Valeur moyenne.

Mgrid

```

function Mgrid(X,Y,Lstyle,Lwidth)
%PURPOSE:
% MAKES A GRID
% DO IT -> figure;Mgrid(0:5:100,0:5:100,'g:',.1);
% OR ANY OTHER GRID

```

Trace une grille.

MHopfield

```

function DR = MHopfield(P,T,HS,RH,Z) PURPOSE:
    MATLAB VERSION OF BERNESE MODIFIED HOPFIELD TROPOSPHERIC MODEL
    CONVERTED BY DJAMAL ASGARI 2005.

```

```

MODEL 2: MODIFIED HOPFIELD
IN : Z      : ZENITH-DISTANCE (RADIAN)      R*8

```

```

HS      : HEIGHT OF OBSERVATORY ABOVE          R*8
         SEA-LEVEL (M)
T       : TEMPERATURE (Kelvin)                R*8
P       : ATMOSPHERIC PRESSURE (MBAR)          R*8
RH      : RELATIVE HUMIDITY                   R*8
MODEL   : 1 : SAASTAMOINEN                     I*4
         2 : MODIFIED HOPFIELD
         3 : SIMPLIFIED HOPFIELD
         4 : MARINI MURRAY (SLR)
         ORIGINAL MODEL + 10 : DRY PART ONLY
         11: SAASTAMOINEN DRY PART ONLY
         12: MODIFIED HOPFIELD DRY ONLY
         13: SIMPLIFIED HOPFIELD DRY ONLY
OUT : DR      : TROPOSPHERIC CORRECTION (M)    R*8

```

La version MATLAB du code de BERNESE pour le modèle troposphérique de Hopfield.

#### MP\_1\_2

```

function [MP1CA,MP1P,MP2] =MP_1_2(OBS,Epoch,m,OBStype) PURPOSE:
    GENERATE MULTIPATH OBSERVATION
INPUTS:
    OBS      : OBSERVATION MATRIX
    EPOCH    : EPOCHS INFORMATION
    m        : NUMBER OF OBSERVATION
    OBStype  : OBSERVATION TYPES
OUTPUTS:
    MP1CA   : MP1 OBSERVATION CALCULATED FROM C/A CODE
    MP1P    : MP1 OBSERVATION CALCULATED FROM P CODE
    MP2     : MP2 OBSERVATION

```

Cette fonction forme les observables de multi-trajet.

#### mytrend

```

function [yc,abT ] = mytrend(x,y,b)
PURPOSE:
    ESTIMATE A LINEAR TREND FOR DATA WITH MULTIPLE BREAKPOINTS
INPUTS:
    x,y      : ARGUMENTS OF DATA AND THE DATA VALUES
    b        : BREAK POINTS (OVER x AXIS)
OUTPUTS:
    yc       : LINEAR TREND VALUES
    abT      : THE COEFFICIENTS OF LINEAR EQUATIONS

```

Estimation d'une tendance linéaire avec les points de fracture de ligne.

#### nav2igps

```

function [A,svinf,UTCinf,A_ion,B_ion] = nav2igps(FILEN,PATHN);
PURPOSE:
    FUNCTION FOR EXTRACTING THE RINEX NAVIGATION FILE.
INPUTS:
    FILEN    : THE NAVIGATION FILE NAME
    PATHN    : THE NAVIGATION FILE PATH
OUTPUTS:
    A        : THE MATRIX OF LINES CONTAINING THE PRN, TIME ,

```

```

                                AND SATELLITES CLOCK INFORMATION. (LINE 09 BELOW)
svinf      : THE EPHEMERIS INFORMATIONS IN FORM OF A VECTOR.
            (LINES 10 TO 16 BELOW)
UTCinf     : DELTA-UTC: A0,A1,T,W
A_ion      : ION ALPHA
B_ion      : ION BETA

01      2          NAVIGATION DATA          RINEX VERSION / TYPE
02 CCRINEXN V1.6.0 UX CDDIS          25-MAR-04 02:37 PGM / RUN BY / DATE
03 IGS BROADCAST EPHEMERIS FILE          COMMENT
04      0.2142D-07 0.7451D-08 -0.1192D-06 0.0000D+00 ION ALPHA
05      0.1229D+06 0.0000D+00 -0.2621D+06 0.1966D+06 ION BETA
06      0.279396772385D-08-0.888178419700D-15 589824 1263 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
07      13          LEAP SECONDS
08          END OF HEADER
09 1 04 3 24 0 0 0.0 0.336020253599D-03 0.181898940355D-11 0.000000000000D+00
10      0.177000000000D+03 0.131250000000D+02 0.412410035676D-08-0.166023445097D+00
11      0.851228833199D-06 0.535588490311D-02 0.969506800175D-05 0.515358155251D+04
12      0.259200000000D+06-0.242143869400D-07-0.213798539835D+01-0.372529029846D-08
13      0.978264262233D+00 0.201687500000D+03-0.167365293539D+01-0.788568561332D-08
14      0.384301721995D-09 0.000000000000D+00 0.126300000000D+04 0.000000000000D+00
15      0.280000000000D+01 0.000000000000D+00-0.325962901115D-08 0.177000000000D+03
16      0.255630000000D+06 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00

```

Importe les informations des fichiers de navigation RINEX sous forme de matrices.

### Neym\_srf

```

function a_t=Neym_srf(x,y,z,xp,yp,Hemis,ZONE,NOPLOT)
PURPOSE:
    2D INTERPOLATION DEMONSTRATION USING COLLOCATION METHOD.
    THE FUNCTION IS SPECIALLY FOR TROPOSPHERIC MODEL BUT MAY
    BE UTILIZED FOR ANY OTHER INFORMATION, e.g. HEIGHT OR ANY
    OTHER Z VALUE.

INPUTS:
    x,y      : THE COORDINATES OF KNOWN POINTS (UTM)
    alp      : THE VALUES OF THE FUNCTION ON x,y POINTS
    xp,yp    : COORDINATES OF GRID (UTM) WITH NO alp VALUES (TO BE INTERPOLATED)
    Hemi     : HEMISPHERE ('N' OR 'S')
    ZONE     : UTM ZONE NUMBER
    NOPLOT   : SET 'N' IF PLOT IS NOT NECESSARY OTHERWISE IT IS NOT
              NECESSARY

OUTPUTS:
    zp      : THE FUNCTION VALUES OF xp,yp.

    PLOT THE GRID IN THE ACTIVE AXIS.

```

Interpolation 2D avec collocation. De plus elle trace le résultat de l'interpolation.

### NMF

```

function MPF=NMF(Z,phi,H,doy,ind)
PURPOSE:
    NIEL MAPPING FUNCTION DRY OR WET.

INPUTS:
    Z      : SATELLITES ZENITH ANGLE IN DEGREE
    phi    : STATION LATITUDE IN DEGREE
    H      : STATION HEIGHT IN DEGREE
    doy    : DAY OF YEAR + (TIME OF DAY)/24 ,TIME IS THE Mod(MJD,1)

```

```

ind          : FUNCTION MODE; 'D': DRY AND 'W': WET
OUTPUTS:
MPF          : MAPPING FUNCTION VALUES

```

La fonction de mapping de Niell.

### OBS\_OMC

```

function  OBST_C=OBS_OMC(OBSTph,p_sp3,f_sp3,Xsta,sat_xyz,c);
PURPOSE:
      THIS FUNCTION  CALCULATES  OBSERVED MINUS COMPUTED
      OBSERVATION.
INPUTS:
  OBST      : OBSERVATION MATRIX >>> THE UNIT IS METER FOR ALL
             OBSERVATION TYPES
  Xsta      : STATION COORDINATES
  f_sp3     : SP3 FILE NAME
  p_sp3     : SP3 FILE PATH
  sat_xyz   : SATELLITE PHASE CENTER OFFSET MATRIX SEE:
             ... \GPSS\PAR\SAT_PHASE.PHS
  Refs     : REFERENCE SATELLITE OF SINGLE DIFFERENCE
  c         : VELOCITY OF LIGHT
OUTPUTS:
  S_dif_omc : SINGLE DIFFERENCE OBSERVED MINUS COMPUTED OBSERVATION.

```

Elle calcule les observations de GPS sous la forme O-C (observé moins calculé).

### obs\_slc

```

function S=obs_slc(OBST_TYPE)
PURPOSE:
      FIND THE PLACE OF GPS OBSERVATION TYPES IN THE ORDER OF: L1 L2 C1 P1 P2.
      e.g. L2 L1 C1 P2 P1 WE HAVE S = [ 2  1  3  5  4]
INPUTS:
  OBST_TYPE : GPS OBSERVATIONS TYPES
OUTPUTS:
  S         : ORDER OF  OBSERVATIONS TYPES

```

Réorganise les types d'observations.

### obs2AzEl

```

function [AZ ,ELV]=obs2AzEl(OBST,Xsta,FILE_N,PATH_N,Eph_id)
PURPOSE:
      COMPUTE THE AZIMUTH AND ELEVATION ANGLE OF THE SATELLITES FROM
      OBSERVATION MATRIX OBST.
INPUTS:
  OBST      : GPS OBSERVATION MATRIX (FORMAT rinex2mat.m)
  Xsta      : STATION COORDINATES
  FILE_N    : EPHEMERIS FILE NAME (BROADCAST OR PRECISE)
  PATH_N    : EPHEMERIS FILE PATH
  Eph_id    : 'BRD': BROADCAST , 'PRE': PRECISE
OUTPUTS:
  AZ        : AZIMUTH MATRIX
  ELV       : ELEVATION MATRIX

```

Estimation d'azimuths et d'élévations des satellites avec les observations GPS.

## OBSM\_rpd

```
function [OBST,OBStype,epo]=OBSM_rpd(fdd1,i_test)
PURPOSE:
    THIS FUNCTION IS LIKE OBSMAT BUT JUST FIRST FIVE OBSERVATION
    OF RINEX FILE ARE USED. EXPORT THE GPS OBSERVATIONS TO
    MATRIX (REPLACED BY rinex2mat.m)
INPUTS:
    fdd1      : FILE IDENTIFIER OF RINEX OBSERVATION FILE
    i_test    : IF IT EXISTS PROGRESSING BAR APPEARS !
OUTPUTS:
    OBST      : GPS OBSERVATION MATRIX
    OBStype   : GPS OBSERVATIONS TYPES
    epo       : EPOCHS INTERVAL ; SECONDS
```

Importe les observations RINEX dans GPSS (Remplacée par rinex2mat.m)

## OBSMAT

```
function [OBST,OBStype,epo]=OBSMAT(fdd1)
PURPOSE:
    EXPORT THE GPS OBSERVATIONS TO MATRIX (REPLACED BY rinex2mat.m)
INPUTS:
    fdd1      : FILE IDENTIFIER OF RINEX OBSERVATION FILE
OUTPUTS:
    OBST      : GPS OBSERVATION MATRIX
    OBStype   : GPS OBSERVATIONS TYPES
    epo       : EPOCHS INTERVAL ; SECONDS
```

## p\_eph

```
function [SPT, Epo, sat_pr,sats,Epo_jd]=p_eph(p_sp3,f_sp3)
PURPOSE:
    FUNCTION FOR EXTRACTING THE SP3 FILE.
INPUTS:
    p_sp3     : THE SP3 FILE PATH
    f_sp3     : THE SP3 FILE NAME
OUTPUTS:
    SPT       : THE MATRIX OF PRECISE EPHEMERIS;
               SPT=[PRN; EPOCH_1; EPOCH_2 ; ... ;EPOCH_N];
               WHERE EPOCH_i=[X_i ; Y_i ;Z_i];
    Epo       : DATE AND TIME OF EPHEMERIS
    sat_pr    : SATELLITE ACCURACY: 1= Superb 99=Do not use 0=Unknown
    sats      : CALCULATED SATELLITES (PRN).
    Epo_jd    : TIME OF EPHEMERIS IN MJD
```

Extraire les informations des éphémérides SP3.

## Perm\_tide

```
function P_tide=Perm_tide(Xsta)
PURPOSE:
    CALCULATE THE PERMANENT Earth TIDE CORRECTION FOR ABSOLUTE GPS PROCESSING.
INPUTS:
    Xsta      : Station ECEF coordinates,
OUTPUTS:
    P_tide    : Tide Correction (DN DE Dh)
```

La partie permanente de la marée terrestre

#### phas\_wup

```
function Dphi=phas_wup(Xsun,Xsat,Xsta)
%PURPOSE:
    CALCULATE THE PHASE WIND UP CORRECTION.
INPUTS:
    Xsta      : Station ECEF coordinates,
    Xsun      : SUN coordinates (unite vector),
    Xsat      : SATELLITES ECEF coordinates,
OUTPUTS:
    Dphi      : GPS PHASE CORRECTION
```

La correction de *phase wind up*.

#### plan\_PLim

```
function plan_PLim(fidp,Lim_phi,Lim_lam)
PURPOSE:
    DRAW A MAP WITH DEFINED LIMITS AND MAP FILE;
INPUTS:
    fidp      : MAP FILE IDENTIFIER (SEE \GPSS\plan\ wrd.txt FORMAT)
    Lim_phi   : LATITUDE LIMITES
    Lim_lam   : LONGITUDE LIMITS
OUTPUTS:
    PLOT A MAP !
```

Trace une carte des limites ; fichiers de carte.

#### planeuro

```
PURPOSE:
    THIS SCRIPT PLOT THE WORLD MAP
    IT READS THE DATA AT \GPSS\plan\PhiLam DATA AND DRAW THEM !
```

La carte du monde au format vectoriel.

#### planpl

```
function planpl(POLY_dir,P_w,F_w,m,n)
PURPOSE:
    READ DIFFERENT POLYGON DATA AND WRITE THEM TO ONE FILE
    THE FILE NAMES ARE i.txt i=1,2,..., n
    planpl('...\GPSS\plan\','test.txt',2,5)
INPUTS:
    POLY_dir  : DIRECTORY OF POLYGONS
    P_w       : PATH OF NEW FILE
    F_w       : NAME OF NEW FILE
    m,n       : FIRST AND LAST FILE
OUTPUTS:
    PLOT A MAP !
```

Elle forme un fichier de carte à partir des différents fichiers de polygones.

#### planplot

```
PURPOSE:
    THIS SCRIPT PLOT A MAP
```

---

IT READS THE DATA OF A OPENED MAP FILE

Trace une carte.

plot\_cont

```
function plot_cont(Lam,Beta,E,pla,cont_1)
PURPOSE:
    DRAW A PCOLOR MAP PLUS THE CONTOURS IN MATLAB. YOU CAN
    CHANGE THE COLORS AND PROPERTIES OF THE CONTOURS IN THIS
    FUNCTION
INPUTS:
    Lam      : LONGITUDE GRID
    Beta     : LATITUDE GRID
    E        : VALUES OF GRID POINTS
    pla      : MAP DRAW id 'W': WORLD, 'E': EUROPE; 'N': NO MAP.
    cont_1   : THE WEIGHT OF MINOR CONTOURS
OUTPUTS:
    PLOT A MAP !
```

Elle change les caractéristiques des contours de MATLAB pour le cas où l'on veut le pcolor et les contours de MATLAB ensemble. La sortie est un tracé.

plot\_h\_j

```
function MM= plot_h_j(f_g,p_g)
PURPOSE:
    PLOT THE HARMONIC IONOSPHERIC MODEL
INPUTS:
    f_g      : NAME OF HARMONIC IONOSPHERIC MODEL
    p_g      : PATH OF HARMONIC IONOSPHERIC MODEL
OUTPUTS:
    PLOT THE HARMONIC IONOSPHERIC MODEL
```

Illustration d'un modèle ionosphérique harmonique.

plotcont

```
function plotcont(Lam,Beta,E,pla,cont_1)
PURPOSE:
    DRAW A PCOLOR MAP PLUS THE CONTOURS IN MATLAB. YOU CAN
    CHANGE THE COLORS AND PROPERTIES OF THE CONTOURS IN THIS
    FUNCTION
INPUTS:
    Lam      : LONGITUDE GRID
    Beta     : LATITUDE GRID
    E        : VALUES OF GRID POINTS
    pla      : MAP DRAW id 'W': WORLD, 'E': EUROPE; 'N': NO MAP.
    cont_1   : THE WEIGHT OF MINOR CONTOURS
OUTPUTS:
    PLOT A MAP.
```

Elle change les caractéristiques des contours de MATLAB pour le cas où on veut le pcolor et les contours de MATLAB ensemble. La sortie est un tracé.

plt\_dop

```
function plt_dop(AZ,ELV,f_g,figid,fig_h )
```

```

PURPOSE:
    PLOT THE DOP VALUES
INPUTS:
    AZ           : AZIMUTH MATRIX
    ELV          : ELEVATION MATRIX
    f_g          : GPS OBSERVATION FILE NAME (OR ANY OTHER NAME !)
    figid        : IF EQUAL 1 PLOT IN THE fig_h ELSE OPEN NEW FIGURE
    fig_h        : FIGURE HANDLE (TO PLOT IN A DESIRED FIGURE)
OUTPUTS:
    PLOT THE DOP VALUES

```

Visualise les valeurs des DOP.

#### plt\_ion\_poly

```

function plt_ion_poly(pt_ion)
PURPOSE:
    PLOT THE POLYNOMIAL IONOSPHERIC MODEL
INPUTS:
    pt_ion       : PATH OF HOURLY POLYNOMIAL IONOSPHERIC MODEL
OUTPUTS:
    PLOT THE POLYNOMIAL IONOSPHERIC MODEL

```

Illustration d'un modèle ionosphérique polynômial.

#### plt\_polar

```

function plt_polar(AZ,E,f_1,f_2,epo,figN,sat_no,figid,fig_h);
PURPOSE:
    POLAR PLOT OF GPS OBSERVATIONS
INPUTS:
    AZ           : AZIMUTH MATRIX
    ELV          : ELEVATION MATRIX
    f_1          : GPS OBSERVATION FILE NAME (OR ANY OTHER NAME !)
    f_2          : GPS OBSERVATION FILE NAME (OR ANY OTHER NAME !)
    epo         : EPOCHS INTERVAL
    figN         : NAME OF FIGURE
    sat_no       : SATELLITES TO SHOW
    figid        : IF EQUAL 1 PLOT IN THE fig_h ELSE OPEN NEW FIGURE
    fig_h        : FIGURE HANDLE (TO PLOT IN A DESIRED FIGURE)
OUTPUTS:
    POLAR PLOT

```

Polar plot des observations GPS.

#### plt\_Sdif

```

function plt_Sdif(OBST,m,OBStype,f_1,f_2,epo,figN,sat_no,figid,fig_h );
PURPOSE:
    PLOT OF GPS OBSERVATIONS
INPUTS:
    OBST         : OBSERVATIONS MATRIX
    m            : NUMBER OF OBSERVATIONS TO SHOW
    OBStype      : GPS OBSERVATIONS TYPE
    f_2          : GPS OBSERVATION FILE NAME (OR ANY OTHER NAME !)
    epo         : EPOCHS INTERVAL
    figN         : NAME OF FIGURE
    sat_no       : SATELLITES TO SHOW
    figid        : IF EQUAL 1 PLOT IN THE fig_h ELSE OPEN NEW FIGURE
    fig_h        : FIGURE HANDLE (TO PLOT IN A DESIRED FIGURE)

```

OUTPUTS:  
PLOT OF GPS OBSERVATIONS

Visualise les mesures GPS.

plt\_Sno

```
function plt_Sno(Epoch,f_g, figid,fig_h )
PURPOSE:
    PLOT OF NUMBER OF OBSERVED SATELLITES AT EACH EPOCH
INPUTS:
    Epoch      : EPOCHS MATRIX (SEE rin2mat.m)
    f_g        : GPS OBSERVATION FILE NAME (OR ANY OTHER NAME !)
    figid      : IF EQUAL 1 PLOT IN THE fig_h ELSE OPEN NEW FIGURE
    fig_h      : FIGURE HANDLE (TO PLOT IN A DESIRED FIGURE)
OUTPUTS:
    PLOT NUMBER OF SATELLITES
```

Trace le nombre des satellites GPS observés.

pointinf2

```
function text_s = pointinf2(E,N,name_gps,fsize,fig_h)
PURPOSE:
    PLOT A SERIES OF POINTS AND ASSIGNS HANDLES TO POINTS
    FOR THE FORMAT OF POINTS SEE IGS_STA.M
```

Fonction d'information des points de réseau.

ppp\_ekf

```
function [XNt,Qxk,indNx] = ppp_ekf(XNt,Dr_Etide,Xs,Vs,Q,Qxk_1,sat,ionfree,...
                                ionfreeC,Z_sta,d_tro,DT_s,tro_id,mjd,MF,...
                                coord_id,Xstal,V_id,a_id,Vzpd_id,azpd_id,fr1,fr2,c);
PURPOSE:
    THIS FUNCTION SOLVES PPP WITH EXTENDED KALMAN FILTER METHOD.
INPUTS:
    XNt      : VECTOR OF UNKNOWNNS FOR EPOCH K-1
    Dr_Etide : EARTH TIDE CORRECTION
    Xs       : SATELLITES COORDINATES MATRIX
    Vs       : SATELLITES VELOCITIES MATRIX
    Q        : OBSERVATION COVARIANCE MATRIX
    Qxk_1    : UNKNOWNNS COVARIANCE MATRIX OF EPOCH K-1
    sat      : OBSERVED SATELLITES
    ionfree  : PHASE L3 OBSERVATIONS
    ionfreeC : CODE L3 OBSERVATIONS
    Z_sta    : STATION ZENITH ANGLE
    d_tro    : TROPOSPHERIC CORRECTION
    DT_s     : SATELLITES CLOCK CORRECTION
    tro_id   : TROPOSPHERIC ESTIMATION IDENTIFIER:
    mjd      : MODIFIED JULIAN DATE
    MF       : MAPPING FUNCTION
    coord_id : STATION COORDINATES ESTIMATION IDENTIFIER:
    Xstal    : INITIAL (APPROXIMATE) STATION COORDINATES (ITRF).
    V_id     : VELOCITY ESTIMATION IDENTIFIER:
    a_id     : ACCELERATION ESTIMATION IDENTIFIER:
    Vzpd_id  : VELOCITY OF ZPD ESTIMATION IDENTIFIER:
    azpd_id  : ACCELERATION OF ZPD ESTIMATION IDENTIFIER:
    fr1      : L1 FREQUENCY
```

```

fr2      : L2 FREQUENCY
c        : VELOCITY OF LIGHT
INPUTS:
XNt      : VECTOR OF UNKNOWNNS FOR EPOCH K
Qxk      : UNKNOWNNS COVARIANCE MATRIX OF EPOCH K
indNx    : SATELLITES OF EPOCH K

```

La fonction de solution PPP avec filtre de Kalman étendu.

#### ppp\_ekf\_kin

```

function [XNt,Qxk,indNx] = ppp_ekf_kin(XNt,Dr_Etide,Xs,Vs,Q,Qxk_1,sat,...
                                     ionfree,ionfreeC,Z_sta,d_tro,DT_s,...
                                     tro_id,mjd,MF,V_id,a_id,fr1,fr2,c);

```

#### PURPOSE:

THIS FUNCTION SOLVES PPP WITH EXTENDED KALMAN FILTER METHOD.  
IT IS LIKE ppp\_ekf WITH LESS FEATURES.

#### INPUTS:

```

XNt      : VECTOR OF UNKNOWNNS FOR EPOCH K-1
Dr_Etide : EARTH TIDE CORRECTION
Xs       : SATELLITES COORDINATES MATRIX
Vs       : SATELLITES VELOCITIES MATRIX
Q        : OBSERVATION COVARIANCE MATRIX
Qxk_1    : UNKNOWNNS COVARIANCE MATRIX OF EPOCH K-1
sat      : OBSERVED SATELLITES
ionfree  : PHASE L3 OBSERVATIONS
ionfreeC : CODE L3 OBSERVATIONS
Z_sta    : STATION ZENITH ANGLE
d_tro    : TROPOSPHERIC CORRECTION
DT_s     : SATELLITES CLOCK CORRECTION
tro_id   : TROPOSPHERIC ESTIMATION IDENTIFIER:
mjd      : MODIFIED JULIAN DATE
MF       : MAPPING FUNCTION
V_id     : VELOCITY ESTIMATION IDENTIFIER:
a_id     : ACCELERATION ESTIMATION IDENTIFIER:
fr1      : L1 FREQUENCY
fr2      : L2 FREQUENCY
c        : VELOCITY OF LIGHT

```

#### INPUTS:

```

XNt      : VECTOR OF UNKNOWNNS FOR EPOCH K
Qxk      : UNKNOWNNS COVARIANCE MATRIX OF EPOCH K
indNx    : SATELLITES OF EPOCH K

```

La fonction de solution PPP avec filtre de Kalman étendu (avec moins d'options).

#### ppp\_plot

```

function ppp_plot(XetdT,Xsta1,f_g,DTR,NDif_all,N_all,fig_h,p_map,f_map,...
                 map_id,tro_id,Tide_id,V_id,a_id,opt,figid)

```

#### PURPOSE:

THIS FUNCTION PLOTS THE RESULTS OF PPP PROCESSING.  
THERE ARE A VARIETY OF CHOICE !

#### INPUTS:

```

XetdT    : Estimated parameters with PPP
Xsta1    : Initial (Approximate) station coordinates (ITRF).
f_g      : RINEX observation file name
DTR      : Estimated parameters with code (L3)

```

NDif\_all : Difference between ambiguities estimations  
           between successive epochs  
 N\_all : Estimated ambiguities  
 fig\_h : FIGURE HANDLE (TO PLOT IN A DESIRED FIGURE)  
 f\_map : MAP FILE NAME  
 p\_map : MAP FILE PATH  
 tro\_id : Tropospheric estimation identifier:  
           Zero : No ; ONE : YES.  
 Tide\_id : Solid earth correction identifier:  
           Zero : No ; ONE : YES.  
 V\_id : Velocity estimation identifier:  
           Zero : No ; ONE : YES.  
 a\_id : acceleration estimation identifier:  
           Zero : No ; ONE : YES.  
 opt : DIFFERENT OPTIONS OF PLOTTING AS:

PLOT	opt
-----	-----
PPP SOLUTION(F,L,H)	2
PPP SOLUTION(X,Y,Z)	22
3D COORDINATES RESIDUALS	3
PPP RESIDUALS(F,L,H)	4
PPP RESIDUALS(X,Y,Z)	5
CODE RESIDUALS(F,L,H)	41
CODE RESIDUALS(X,Y,Z)	51
RECEIVER CLOCK	6
CODE SOLUTION(F,L,H)	7
PPP AND CODE SOLUTION(F,L,H)	27
PPP - CODE SOLUTION(F,L,H)	271
PPP - E W RESIDUALS	272
PPP AMBIGUITY DIFFERENCE	8
PPP AMBIGUITY	9
TROPOSPHERE: ZPD	10
SOLID EARTH TIDE	11
VELOCITY	12
ACCELERATION	13
KINEMATIC TRAJECTORY	1
ALL	0

figid : IF EQUAL 1 PLOT IN THE fig\_h ELSE OPEN NEW FIGURE

OUTPUTS:

GRAPHICAL DEMONSTRATIONS OF RESULTS

### Graphiques des solutions PPP.

#### PRENEW\_bern

function PRAEZ=PRENEW\_bern(XMJD)  
 MATLAB version of bernese PRENEW.for  
 2004 Djamel Asgari  
 NAME : PRENEW

CALL PRENEW(XMJD,PRAEZ)

PURPOSE : COMPUTATION OF PRECESSION-MATRIX FROM 1950.0  
 TO EPOCH XMJD  
 SEE "USNO CIRCULAR NO 163",1981  
 (IAU RESOLUTIONS)

PARAMETERS :

IN : XMJD : EPOCH IN MODIFIED JULIAN DATE R\*8

```

OUT : PRAEZ : PRECESSION - MATRIX                R*8(3,3)

SR CALLED : ---

REMARKS : ---

AUTHOR : G.BEUTLER

VERSION : 3.4 (JAN 93)

CREATED : 87/10/29 10:00          LAST MODIFIED : 88/11/21 17:14

COPYRIGHT : ASTRONOMICAL INSTITUTE
1987      UNIVERSITY OF BERNE
          SWITZERLAND

```

La version MATLAB de PRENEW.for pour calculer la matrice de précession.

#### rel\_cor

```

function Delt_r=rel_cor(Xs,Vs)
PURPOSE:
    RELATIVISTIC CORRECTION OF GPS OBSERVATIONS IN SEC.
INPUTS:
    Xs      : SATELLITES COORDINATES
    Vs      : SATELLITES VELOCITIES
OUTPUTS:
    Delt_r   : Relativistic correction in sec.

```

La correction relativiste des mesures GPS.

#### rinex\_h

```

function [m,OBStype,epo,fdd,Xapr]=rinex_h(f_g,p_g)
PURPOSE:
    ANALYSIS OF RINEX FILE HEADER
INPUTS:
    f_g      : RINEX OBSERVATION FILE NAME
    p_g      : RINEX OBSERVATION FILE PATH
OUTPUTS:
    m        : NUMBER OF OBSERVATION
    OBStype  : OBSERVATION TYPES
    epo      : EPOCHS INTERVAL ; SECONDS
    fdd      : OPENED RINEX FILE IDENTIFIER
    Xapr     : APPROXIMATE COORDINATES

```

Analyse l'en tête des fichiers d'observation RINEX.

#### rinex2mat

```

function [OBS,Epoch,m,OBStype,epo,Xapr]=rinex2mat(f_g,p_g)
PURPOSE:
    EXTRACT THE GPS OBSERVATIONS FROM RINEX FILE
INPUTS:
    f_g      : RINEX OBSERVATION FILE NAME
    p_g      : RINEX OBSERVATION FILE PATH
OUTPUTS:
    OBS      : OBSERVATION MATRIX
    EPOCH    : EPOCHS INFORMATION
    m        : NUMBER OF OBSERVATION

```

```

OBStype : OBSERVATION TYPES
epo      : EPOCHS INTERVAL ; SECONDS
Xapr     : APPROXIMATE COORDINATES

```

Importe les observation RINEX à GPSS.

#### saasta

```

function dr = saasta(pnbr,tkel,hum,h,zen)
PURPOSE:
    SAASTAMOINEN TROPOSPHERIC MODEL
INPUTS:
    pnbr      : PRESSURE mbar
    tkel      : TEMPERATURE KELVIN
    hum       : RELATIVE HUMIDITY
    h         : HEIGHT
    zen       : ZENITH ANGLE
OUTPUTS:
    dr        : TROPOSPHERIC DELAY

```

Modèle troposphérique Saastamoinen.

#### Sat\_iPOLY

```

function Sat_iPOLY(p_sp3,f_sp3,X_hex,MaxZ,Hmap,sat_no,figid,fig_h );
PURPOSE:
    FUNCTION FOR DISPLAY THE POLYGONS OF IONOSPHERIC PIERCE POINTS
INPUTS:
    p_sp3     : SP3 PATH
    f_sp3     : SP3 FILE
    X_hex     : STATION COORDINATES WGS84
    MaxZ      : MAXIMUM ZENITH ANGLE
    Hmap      : HEIGHT OF SIMPLE LAYER
    sat_no    : SATELLITE TO SHOW, (YOU CAN SET 0 FOR ALL)
    figid,fig_h: PARAMETERS REQUIRED FOR GPSS SET 0 AND 0 TO RUN INDEPENDENTLY
OUTPUTS:
    PLOT THE PIERCING POINTS POLYGONS.

```

Fonction de visualisation des traces des satellites sur la couche ionosphérique pour plusieurs stations (en forme de polygone).

#### sat\_phas

```

function DXsat=sat_phas(Xsun,Xsat,S_phco)
PURPOSE:
    SATELLITE PHASE CENTER OFFSET CORRECTION .
INPUTS:
    Xsat      : SATELLITES COORDINATES
    Xsun      : SUN COORDINATES
    S_phco    : PHASE CENTER OFFSET IN THE SATELLITE COORDINATE
                SYSTEM
OUTPUTS:
    DXsat     PHASE CENTER OFFSET IN THE ECEF COORDINATE SYSTEM

```

La correction d'excentricité du centre de phase d'un satellite GPS.

#### sat\_phas\_bern

```

function DXsat=sat_phas_bern(Xsun,Xsat,S_phco)

```

```

PURPOSE:
    SATELLITE PHASE CENTER OFFSET CORRECTION .
INPUTS:
    Xsat      : SATELLITES COORDINATES
    Xsun      : SUN COORDINATES
    S_pho     : PHASE CENTER OFFSET IN THE SATELLITE COORDINATE
                SYSTEM
OUTPUTS:
    DXsat     PHASE CENTER OFFSET IN THE ECEF COORDINATE SYSTEM

THIS FUNCTION IS THE MATLAB VERSION OF THE BERNESE 4.2 RELATED
CORRECTION
By J. ASGARI
2004

```

La correction d'excentricité du centre de phase d'un satellite GPS (code de BERNESE).

#### Sat\_trace

```

function Sat_trace(p_sp3,f_sp3,X_hex,MaxZ,Hmap,sat_no,figid,fig_h );
PURPOSE:
    FUNCTION FOR DISPLAY THE IONOSPHERIC PIERCE POINTS (ONE STATION)
INPUTS:
    p_sp3     : SP3 PATH
    f_sp3     : SP3 FILE
    X_hex     : STATION COORDINATES WGS84
    MaxZ     : MAXIMUM ZENITH ANGLE
    Hmap     : HEIGHT OF SIMPLE LAYER
    sat_no    : SATELLITE TO SHOW, (YOU CAN SET 0 FOR ALL)
    figid,fig_h: PARAMETERS REQUIRED FOR GPSS SET 0 AND 0 TO RUN INDEPENDENTLY
OUTPUTS:
    PLOT THE PIERCING POINTS FOOTPRINTS.

```

Fonction de visualisation des traces des satellites sur la couche ionosphérique pour une station.

#### satcoord

```

function Xs = satcoord(t,A);
PURPOSE:
    COMPUTE COORDINATES OF SATELLITE AT TIME t USING
    BROADCAST EPHEMERIS.
INPUTS:
    t        : TIME OF WEEK
    A        : BROADCAST EPHEMERIS
OUTPUTS:
    Xs       : SATELLITE COORDINATES

```

Les coordonnées des satellites avec les éphémérides radiodiffusées.

#### S\_dif\_OMC

```

function S_dif_OMC=Sdf_OMC(OBSTph,Refs,p_sp3,f_sp3,Xsta,sat_xyz,c)
PURPOSE:
    THIS FUNCTION CALCULATES SINGLE DIFFERENCE OBSERVED MINUS COMPUTED
    OBSERVATION.
INPUTS:

```

```

OBST      : OBSERVATION MATRIX >>> THE UNIT IS METER FOR ALL
           : OBSERVATION TYPES
Xsta      : STATION COORDINATES
f_sp3     : SP3 FILE NAME
p_sp3     : SP3 FILE PATH
sat_xyz   : SATELLITE PHASE CENTER OFFSET MATRIX SEE:
           : ... \GPSS\PAR\SAT_PHASE.PHS
Refs      : REFERENCE SATELLITE OF SINGLE DIFFERENCE
c         : VELOCITY OF LIGHT
OUTPUTS:
S_dif_omc : SINGLE DIFFERENCE OBSERVED MINUS COMPUTED OBSERVATION.

```

Calcule les observations de simple différence sous la forme O-C (observé moins calculé).

### SINGDIF

```

function [...
  OBST1,OBST2,OBStype1,OBStype2,S_dif,DD_dif,T_dif,...
  T_cycle,T_cycle2,T_wide,T_Geo]=SINGDIF(f_1,p_1,f_2,p_2,Xsta1,Xsta2,...
  p_sp3,f_sp3,sat_xyz,Refs,omc_ind,ind);
PURPOSE:
  THIS FUNCTION EXTRACTS THE DATA OF TWO STATIONS, AND FORMS THE
  VARIOUS KIND OF OBSERVATION DIFFERENCES, ALSO IT IS POSSIBLE TO
  CALCULATE THE RELATED OBSERVED MINUS CALCULATED VALUES.

INPUTS:
f_1      : FIRST RINEX OBSERVATION FILE NAME
p_1      : FIRST RINEX OBSERVATION FILE PATH
f_2      : SECOND RINEX OBSERVATION FILE NAME
p_2      : SECOND RINEX OBSERVATION FILE PATH
Xsta1    : FIRST STATION COORDINATES. SET 0 IF THE RINEX HEADER
           : COORDINATES SHOULD BE USED.
Xsta2    : SECOND STATION COORDINATES. SET 0 IF THE RINEX HEADER
           : COORDINATES SHOULD BE USED.
f_sp3    : SP3 file name
p_sp3    : SP3 file path
sat_xyz  : SATELLITES PHASE CENTER OFFSET MATRIX IF NOT
           : AVAILABLE SET 0
Refs     : REFERENCE SATELLITE
omc_id   : IF 1 COMPUTE THE OBSERVED MINUS COMPUTED OBSERVATIONS
           : ELSE JUST DIFFERENCE THE OBSERVATIONS
ind      : 1*4 VECTOR THAT INDICATE THE OBSERVABLE TYPES TO BE
           : COMPUTED SET ZERO FOR EACH ELEMENT IF NOT TO BE COMPUTED
           : ELSE SET THE VALUES AS BELOW:
           : ind= [S_dif,DD_dif,T_dif,          T_cycle,T_cycle2,T_wide,T_Geo]
           : ind=[ 1 , 2 , 3 ,          4          ];

OUTPUTS:
OBST1    : GPS OBSERVATION MATRIX OF FIRST FILE
OBSTtype1 : GPS OBSERVATIONS TYPES OF FIRST FILE
OBST2    : GPS OBSERVATION MATRIX OF SECOND FILE
OBSTtype2 : GPS OBSERVATIONS TYPES OF SECOND FILE
S_dif    : SINGLE DIFFERENCE (BETWEEN TWO STATIONS) IF omc_id==1 IT IS OMC
DD_dif   : DOUBLE DIFFERENCE (BETWEEN TWO STATIONS) IF omc_id==1 IT IS OMC
T_dif    : TRIPLE DIFFERENCE (BETWEEN TWO STATIONS) IF omc_id==1 IT IS OMC
T_cycle  : PHASE - CODE SINGLE DIFFERENCE (BETWEEN TWO EPOCHS) FOR FIRST
           : FILE IT MAY BE USED FOR CYCLE SLIPS DETECTION (IONO
           : RESIDUAL)
T_cycle2 : PHASE - CODE SINGLE DIFFERENCE (BETWEEN TWO EPOCHS) FOR SECOND
           : FILE IT MAY BE USED FOR CYCLE SLIPS DETECTION (IONO

```

```
RESIDUAL)
T_wide      : WIDELANE RESIDUAL
T_Geo       : GEOMETRY FREE (RESIDUAL) DOUBLE DIFFERENCED OBSERVATION
              (L1-L2),
```

Cette fonction extrait les observations RINEX de deux stations et forme les différentes observables. Les schémas de ces observations sont présentés dans les figures A.4 et A.5.

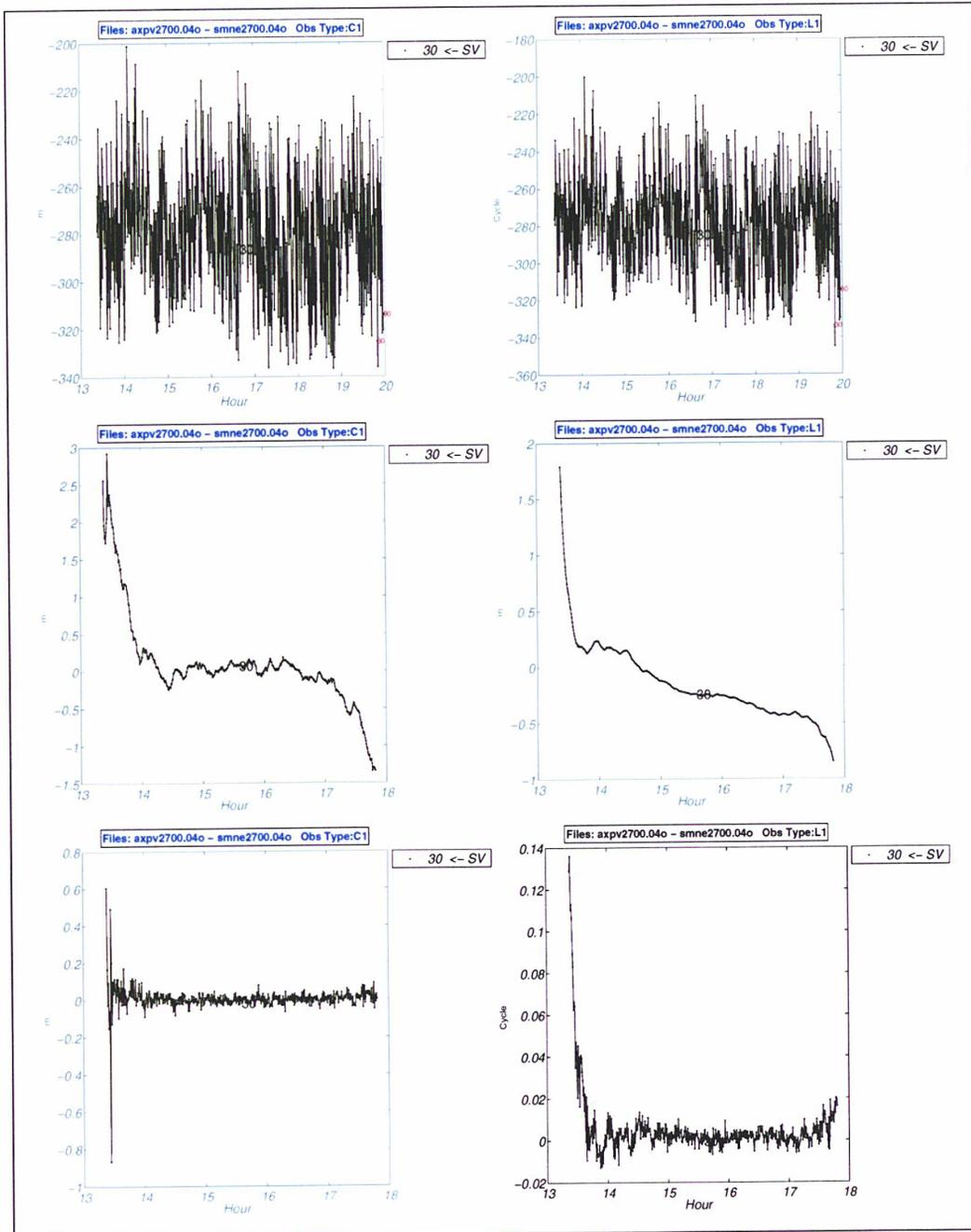


FIG. A.4 – Les sorties de SINGDIF.M; Simple différence C/A et L2; Double différence C/A et L2; et Triple différence C/A et L2; Tous sont observées moins calculées (OMC)

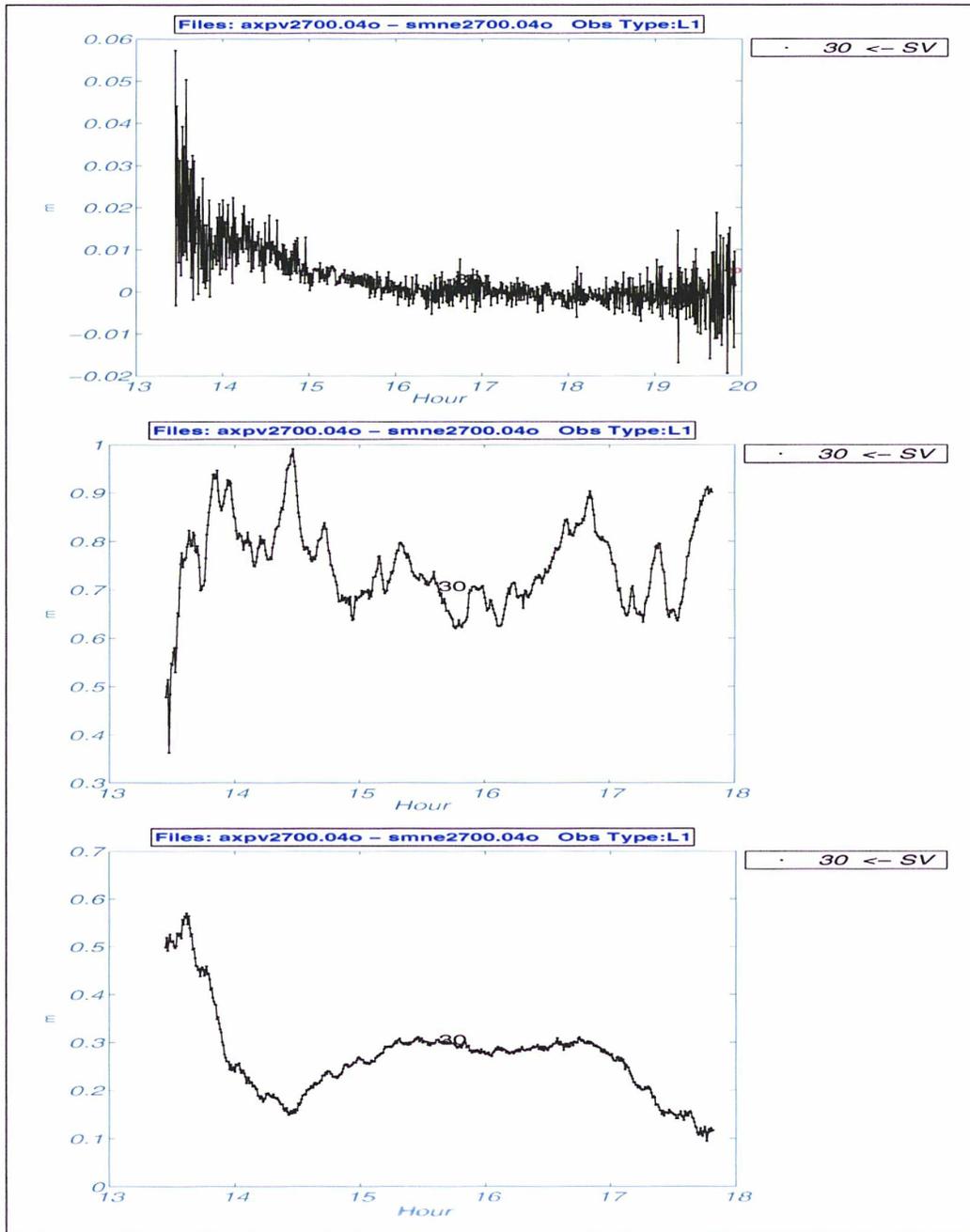


FIG. A.5 – Les sorties de SINGDIF.M; T\_cycle, T\_wide, et T\_Geo

**sta\_inf**

```
function [STA,Xsta,DHa]= sta_inf(p_sta,f_sta)
PURPOSE:
    THIS FUNCTION READ THE STATIONS INFORMATION FILE AND EXPORT THE
    RESULTS IN THE MATRIX FORM. SEE ...\GPSS\PAR\STACCOOR.ANT FILE FOR
    THE FORMAT
INPUTS:
    p_sta      : STATIONS INFO. FILE PATH
    p_sta      : STATIONS INFO. FILE NAME
OUTPUTS:
    STA        : STATION NAMES STRING
    Xsta       : STATIONS COORDINATES
    DHa        : RECEIVER ANTENNA OFFSET INFO.
```

Cette fonction lit les fichiers d'information des réseaux.

**SUN\_bern**

```
function [X,R,L,B]=SUN_bern(XMJD)
MATLAB version of bernese SUN.for
SEPTEMBER 2004 Djamal Asgari
NAME      : SUN

    CALL SUN(XMJD,X,R,L,B)

PURPOSE   : COMPUTATION OF POSITION OF THE SUN AT TIME XMJD
            (MODIFIED JULIAN DATE). THIS SR WAS WRITTEN USING
            SIMON NEWCOMB'S "TABLES OF THE SUN"

PRECISION :          MAXIMUM          MEAN
            DIFFERENCES
            L          .08"           .03"
            B          .03"           .005"
            R          3.E-7           .5E-7

PARAMETERS :
    IN : XMJD : EPOCH IN MODIFIED JULIAN DATE      R*8
    OUT : X(K),K=1,2,3 : RECTANGULAR COORDINATES OF  R*8
           THE SUN IN EQUATORIAL SYSTEM 1950.0
    R   : DISTANCE EARTH-SUN (IN AU)                R*8
    L , B : ECLIPTICAL LONGITUDE, LATITUDE IN      R*8
           SYSTEM OF EPOCH XMJD

SR CALLED : PRENEW

REMARKS   : ---

AUTHOR    : G.BEUTLER

VERSION    : 3.4 (JAN 93)

CREATED   : 87/12/11 12:02          LAST MODIFIED : 90/01/11 11:45
COPYRIGHT : ASTRONOMICAL INSTITUTE
            1987      UNIVERSITY OF BERNE
                       SWITZERLAND
```

Position du soleil (Bernese).

## sunephm

```
function [Xct_sun,Xi_sun,R,h,az ]=sunephm(MJD,Lambda,phi);
PURPOSE:
    COMPUTE THE    SUN POSITION
INPUTS:
    MJD           : MODIFIED JULIAN DATE
    Lambda,phi    : GEODETIC COORDINATES OF THE STATION

OUTPUTS:
    Xct_sun       : SUN CT COORDINATES
    Xi_m          : SUN INERTIAL COORDINATES
    R             : DISTANCES BETWEEN SUN AND EARTH CENTERS
    h            : SUN ALTITUDE
    az           : SUN AZIMUTH
```

Position du soleil.

## T\_S\_ep

```
function T_sat1=T_S_ep(t,pol_d,Epo_jd,SPT)
PURPOSE:
    INTERPOLATE THE SATELLITES CLOCK ERRORS FROM PRECISE DATA FOR A GIVEN EPOCH
    LAGRANGE INTERPOLATION
INPUTS:
    t             : THE INTERPOLATION TIME; MODIFIED JULIAN DATE
    pol_d        : DEGREE OF POLYNOMIAL
    Epo_jd       : TIME OF (ALL) EPHEMERIS IN MJD
    SPT          : THE MATRIX OF PRECISE EPHEMERIS;
                  SPT=[PRN; EPOCH_1; EPOCH_2 ; ... ;EPOCH_N];
                  WHERE EPOCH_i=[X_i ; Y_i ;Z_i];
OUTPUTS:
    T_sat1       : THE SATELLITES CLOCK ERRORS AT TIME t
```

Interpolation de Lagrange de l'erreur d'horloge d'un satellite.

## T\_S\_spln

```
function T_sat2=T_S_spln(t,pol_d,Epo_jd,SPT);
PURPOSE:
    INTERPOLATE THE SATELLITES CLOCK ERRORS FROM PRECISE DATA FOR A GIVEN EPOCH
    SPLINE INTERPOLATION
INPUTS:
    t             : THE INTERPOLATION TIME; MODIFIED JULIAN DATE
    pol_d        : DEGREE OF POLYNOMIAL
    Epo_jd       : TIME OF (ALL) EPHEMERIS IN MJD
    SPT          : THE MATRIX OF PRECISE EPHEMERIS;
                  SPT=[PRN; EPOCH_1; EPOCH_2 ; ... ;EPOCH_N];
                  WHERE EPOCH_i=[X_i ; Y_i ;Z_i];
OUTPUTS:
    T_sat2       : THE SATELLITES CLOCK ERRORS AT TIME t
```

Interpolation spline de l'erreur d'horloge d'un satellite .

## TGD

```
function TGD = TGD(sats,T,A,svinf);
PURPOSE:
    EXTRACT DIFFERENTIAL GROUP DELAY FROM BROADCAST EPHEMERIS.
INPUTS:
    sats         : SATELLITES TO BE COMPUTED
```

```

T          : CALCULATE TIME MJD
A          : THE MATRIX OF LINES CONTAINING THE PRN, TIME ,
           : AND SATELLITES CLOCK INFORMATION.
svinf      : THE EPHEMERIS INFORMATIONS IN FORM OF A VECTOR.
OUTPUTS:
TGD        : DIFFERENTIAL GROUP DELAY.

```

Extrait le TGD de l'éphéméride radiodiffusée.

#### tropo\_epo

```

function [A,ind]=tropo_epo(f_g,p_g,STA,UTM_E,UTM_N,h);
PURPOSE:
    EXTRACT TROPOSPHERIC MODEL DATA (BERNESE FORMAT)
INPUTS:
    f_g          : TROPOSPHERIC MODEL FILE NAME
    p_g          : TROPOSPHERIC MODEL FILE PATH
    STA          : STRING OF ALL EXISTING STATIONS OF NETWORK (SEE COOREAD2.M)
    UTM_E,UTM_N,h: UTM COORDINATES OF NETWORK STATIONS
OUTPUTS:
    A            : TROPOSPHERE ESTIMATION INFORMATIONS:
                 A(K)=[ i, MJD ,UTM_E(i),UTM_N(i),h(i) ,...
                       ESTIMATED TROPOSPHERIC ERROR , STD OF ESTIMATED TROPOSPHERIC ERROR,...
                       (ESTIMATED TROPOSPHERIC ERROR - SAASTAMOINEN TROPOSPHERE MODEL) ] ;
    ind          : INDEX FOR RANGE OF EACH STATION IN "A" (AFTER SORT)

```

Lire le fichier de modèle troposphérique (format Bernese).

#### trhread

```

function ln=trhread(f_g,p_g,hour,ZONE);
PURPOSE:
    PLOT TROPOSPHERIC MODEL DATA (BERNESE FORMAT)
    USING KRIGING AND COLLOCATION.
INPUTS:
    f_g          : TROPOSPHERIC MODEL FILE NAME
    p_g          : TROPOSPHERIC MODEL FILE PATH
    hour         : HOUR TO PLOT
    ZONE         : UTM ZONE NUMBER
OUTPUTS:
    PLOT THE TROPOSPHERIC MODEL

```

Trace le modèle troposphérique (format Bernese).

#### UTM2fil

```

function [latitude,longitude ]=UTM2fil(x,y,zone,hemis,ellipsoid)
PURPOSE
    UNIVERSAL TRANSVERSE MERCATOR COORDINATES --> GEODETIC COORDINATES
INPUTS:
    x,y          : UTM COORDINATES
    zone         : ZONE NUMBER
    hemis        : HEMISPHERE 'N' OR 'S'
    ellipsoid    : ELLIPSOID ID.
OUTPUTS:
    latitude     : LATITUDE
    longitude    : LONGITUDE

```

Transforme les coordonnées UTM en coordonnées géographiques.

#### Wide\_L

```
function WL =Wide_L(OBS,Epoch,m,OBStype)
PURPOSE:
    COMPUTE WIDELANE OBSERVABLES
INPUTS:
    OBS      : OBSERVATION MATRIX
    EPOCH    : EPOCHS INFORMATION
    m        : NUMBER OF OBSERVATION
    OBStype  : OBSERVATION TYPES
OUTPUTS:
    WL      : WIDELANE OBSERVABLES
```

Calcule les observables widelane.

#### xyz\_brd

```
function [Xs,DT_s,TGD] = xyz_brd(sats,T,A,svinf);
PURPOSE:
    COMPUTE SATELLITES COORDINATES, CLOCKS ERRORS, AND TGD
    FROM BROADCAST EPHEMERIS.
INPUTS:
    sats      : SATELLITES TO BE COMPUTED
    T         : CALCULATE TIME MJD
    A         : THE MATRIX OF LINES CONTAINING THE PRN, TIME ,
              AND SATELLITES CLOCK INFORMATION.
    svinf     : THE EPHEMERIS INFORMATIONS IN FORM OF A VECTOR.
OUTPUTS:
    Xs        : SATELLITES COORDINATES
    DT_s      : CLOCKS ERRORS
    TGD       : DIFFERENTIAL GROUP DELAY
```

Coordonnées, erreur d'horloge et TGD d'un satellite, à partir des éphémérides radiodiffusées.

#### XYZ\_S\_ep

```
function pos_sat=XYZ_S_ep(t,pol_d,Epo_jd,SPT)
PURPOSE:
    INTERPOLATE THE SATELLITES COORDINATES FROM PRECISE DATA FOR A GIVEN EPOCH
    BY LAGRANGE INTERPOLATION
INPUTS:
    t         : THE INTERPOLATION TIME; MODIFIED JULIAN DATE
    pol_d     : DEGREE OF POLYNOMIAL
    Epo_jd    : TIME OF (ALL) EPHEMERIS IN MJD
    SPT       : THE MATRIX OF PRECISE EPHEMERIS;
              SPT=[PRN; EPOCH_1; EPOCH_2 ; ... ;EPOCH_N];
              WHERE EPOCH_i=[X_i ; Y_i ;Z_i];
OUTPUTS:
    pos_sat   : THE SATELLITES COORDINATES AT TIME t
```

Coordonnées d'un satellite à partir des éphémérides précises.

#### xyz2fil

```
function [Fi,Lambda,h]=xyz2fil(X,Y,Z,ellipsoid)
PURPOSE
```

```
3D CARTESIAN COORDINATES --> GEODETIC COORDINATES
INPUTS:
  X,Y,Z      : CARTESIAN COORDINATES.
  ellipsoid  : ELLIPSOID ID.
OUTPUTS:
  Fi,Lambda,h : Station geodetic Coordinate.
```

Transforme les coordonnées cartésiennes en coordonnées géographiques.

# Filtrage de Kalman

## B.1 Introduction

Le problème général (cas continu) peut être ainsi défini par un système d'équations différentielles ordinaires :

$$\dot{X}_{k,1}(t) = F_{k,k}(t)X_{k,1}(t) + G_{k,m}(t)W_{m,1}(t) + L_{k,l}(t)U_{l,1}(t) \quad (\text{B.1})$$

C'est l'état continu canonique tel qu'il est appliqué dans les estimations dynamiques modernes et la théorie du contrôle.

Notations : "." désigne la dérivée temporelle.

$X(t)$  est le vecteur d'état du système dynamique ; il représente l'état du système à un moment donné " $t$ ". Les éléments de  $X$  peuvent être les positions, les vitesses, les erreurs d'horloge ou les ambiguïtés de phase.

$F(t)$  est la matrice dynamique

$G(t)$  est la matrice de perturbation

$L(t)$  est la matrice de contrôle

$W(t)$  est un vecteur de bruit blanc centré ; sa matrice de covariance peut être interprétée avec l'aide de la fonction de delta de Dirac

$$Q = I.\delta(t - \tau)$$

Dans ce contexte  $G.W$  est habituellement interprété comme le bruit du système.

$U(t)$  est l'entrée de contrôle ; c'est une fonction déterministe.  $L.U$  est le contrôle du système.

Le vecteur d'état n'est pas unique pour le système dynamique. Toute transformation non singulière du vecteur d'état est un vecteur d'état.

Étant donné le vecteur d'état à un moment particulier  $t_o$ , le système (B.1) peut être intégré pour trouver le vecteur d'état à un autre moment  $t$ . C'est le problème initial de Cauchy classique. La solution de ce problème peut être trouvée avec l'aide d'informations supplémentaires sur le vecteur d'état, et ces informations sont normalement représentées par des fonctions linéaires des composants du vecteur d'état, qui peuvent être mesurés

ainsi :

$$Y_{n,1}(t) = H_{n,k}(t)X_{k,1}(t) + \Delta(t) \quad (\text{B.2})$$

$Y$  est le vecteur mesuré

$H$  est la matrice de design qui relie les mesures avec le vecteur d'état

$\Delta$  est le vecteur des erreurs de mesures aléatoires.

Le problème est de combiner le problème initial de Cauchy et les observations au temps  $t$  pour estimer le vecteur d'état optimal ( le meilleur estimateur dans le sens de moindres des carrés).

## B.2 Formulation discrète des systèmes dynamiques

Dans les applications géodésiques, nous traitons des vecteurs d'état discrets dans le temps  $t_k, k = 1, 2, \dots$ . Dans ce cas, les équations différentielles se réduisent à des équations aux différences de la forme récursive suivante :

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1}\omega_{k-1} + \Lambda_{k,k-1}u_{k-1} \quad (\text{B.3})$$

où  $X_k$  est le vecteur d'état au temps  $t_k$ ,  $\Phi$  est la matrice de transition,  $w$  est le vecteur de bruit blanc de moyenne nulle dont la fonction de covariance est

$$Q = C_w(t_k, t_j) = E(\omega_k, \omega_j^t) = \delta_{k,j}I$$

où  $E$  est l'espérance d'ensemble et  $\delta$  est le delta de Kroneker.

$\Gamma$  est la matrice de perturbation et satisfait l'équation

$$\Gamma_{k,k-1}\omega_{k-1} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_k, \tau)G(\tau)\omega(\tau)d(\tau)$$

$\Lambda$ , la matrice de contrôle, est définie par

$$\Lambda_{k,k-1}u_{k-1} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_k, \tau)L(\tau)u(\tau)d(\tau)$$

Donc le problème est de convertir le modèle continu en modèle discret où le problème principal est le calcul de la matrice de perturbation  $\Gamma$ .

### B.2.1 Algorithme récursif

Prenons le modèle dynamique comme suit

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1}\omega_{k-1} \quad (\text{B.4})$$

La valeur initiale et sa matrice de covariance sont  $X_o, C_o$ . Nous pouvons calculer une prédiction  $\tilde{X}(t)$  du vecteur d'état par la solution initiale de problème de Cauchy du cas homogène ( $X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1}$ ) et aussi trouver la matrice de covariance correspondante  $\tilde{C}(X)$ . L'influence du terme perturbant, parfois très significative, après une période de

temps, peut dégrader l'exactitude du vecteur d'état. C'est pourquoi en pratique des observations supplémentaires sont employées. Nous avons les observations comme suit :

$$Y_k = H_k X_k + \Delta_k \quad (\text{B.5})$$

$H$ , la matrice de design, est connue,  $\Delta$  le vecteur d'erreur aléatoire. En outre nous connaissons la matrice de covariance des erreurs aléatoires d'observations  $C_{\Delta_k}$  :

$$C_{\Delta_k} = R_k, \quad \Delta_k \in N(0, R_k) \quad (\text{B.6})$$

Un point important est que le nombre d'observations peut être inférieur au nombre d'inconnues (et il n'y a aucune restriction). Par exemple, l'orbite des satellites peut être décrite par les équations différentielles ou les équations aux différences et on peut les intégrer ; pour chaque période des observations additionnelles peuvent être introduites et exprimées comme l'équation (B.6). Le problème est d'estimer le vecteur d'état optimal, prenant en compte les observations données.

Les données initiales pour l'estimation optimale sont la prédiction  $\tilde{X}_k$

$$\tilde{X}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1}$$

et les résultats de mesure  $Y_k$ . Se limitant aux estimateurs récursifs linéaires, on peut écrire le  $\hat{X}_k$  optimal comme la combinaison linéaire suivante

$$\hat{X}_k = M_k \tilde{X}_k + K_k Y_k \quad (\text{B.7})$$

Ici les matrices  $M$  et  $K$  doivent être trouvées, de telle manière que  $\hat{X}_k$  soit optimal. Pour l'optimalité nous définissons deux critères : sans biais et effectif. Sans biais signifie que l'espérance mathématique de l'estimateur coïncide avec la valeur réelle. Pour l'estimateur effectif il n'y a pas de définition unique ; habituellement l'estimateur d'un vecteur aléatoire serait l'effectif si la trace de la matrice correspondante de covariance est minimum.

Pour l'absence de biais nous avons

$$E\{\hat{X}_k\} = M_k E\{\tilde{X}_k\} + K_k E\{Y_k\}$$

$$X_k = M_k X_k + K_k H_k X_k$$

alors

$$M_k = I - K_k H_k$$

Substituant cela à la formule (B.7), on a

$$\hat{X}_k = (I - K_k H_k) \tilde{X}_k + K_k Y_k$$

$$\hat{X}_k = \tilde{X}_k + K_k (Y_k - H_k \tilde{X}_k) \quad (\text{B.8})$$

où

$$\Delta Y_k = Y_k - H_k \tilde{X}_k$$

est le signal correctif interprété comme l'écart entre le résultat ( $Y_k$ ) d'observation et le résultat ( $\tilde{Y}_k = H_k \tilde{X}_k$ ) calculé.

La matrice  $K$  reste inconnue et nous pouvons la calculer dans la condition d'effectivité. On propose les notations suivantes

$$\hat{\varepsilon}_k = \hat{X}_k - X_k, \quad \tilde{\varepsilon}_k = \tilde{X}_k - X_k,$$

$$\tilde{X}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (\text{B.9})$$

$\hat{\varepsilon}_k$  est l'erreur de l'estimateur optimal,  $X_k$  est la valeur réelle du vecteur d'état,  $\tilde{\varepsilon}_k$  est l'erreur de la prédiction. On suppose que l'estimation optimale du vecteur d'état à l'instant précédent  $t_{k-1}$  a été déjà obtenue ; notre problème est de le calculer pour l'instant suivant  $t_k$  :

$$\hat{X}_{k-1}, \hat{C}_{k-1} \mapsto \hat{X}_k = ? \quad \hat{C}_k = ?$$

Ainsi nous avons

$$\begin{aligned} \hat{X}_k &= \tilde{X}_k + K_k(Y_k - H_k \tilde{X}_k) = \\ &= \tilde{X}_k + K_k(H_k X_k + \Delta_k - H_k \tilde{X}_k) = \\ &= \tilde{X}_k + K_k \Delta_k + K_k H_k (-\tilde{\varepsilon}_k) + X_k - X_k = \\ &= \tilde{\varepsilon}_k + K_k H_k (-\tilde{\varepsilon}_k) + X_k + K_k \Delta_k \\ \Rightarrow \hat{\varepsilon}_k &= (I - K_k H_k) \tilde{\varepsilon}_k + K_k \Delta_k \\ \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\hat{C}_k = E\{\hat{\varepsilon}_k \hat{\varepsilon}_k^t\} = (I - K_k H_k) \tilde{C}_k (I - K_k H_k)^t + K_k R_k K_k^t \quad (\text{B.10})$$

ici

$$\begin{aligned} E\{\tilde{\varepsilon}_k \tilde{\varepsilon}_k^t\} &= \tilde{C}_k \\ E\{\Delta_k \Delta_k^t\} &= R_k \\ E\{\Delta_k \tilde{\varepsilon}_k^t\} &= 0 \end{aligned}$$

Maintenant le problème est de trouver la matrice  $K$  de sorte que la trace de  $\hat{C}_k$  soit minimum. Ainsi nous devons différencier la trace de  $\hat{C}_k$  par rapport à la matrice  $K$ . Le résultat final est

$$K_k = \tilde{C}_k H^t (H \tilde{C}_k H^t + R_k)^{-1} \quad (\text{B.11})$$

La matrice  $K$  s'appelle la matrice de gain, parce qu'elle contribue à l'amélioration de la prédiction  $\tilde{X}_k$  pour chaque époque. Dans cette étape nous pouvons calculer le vecteur d'état et la covariance des erreurs. Ce procédé peut être fait pour chaque époque. L'algorithme pour le filtre de Kalman est représenté par la Figure B.1

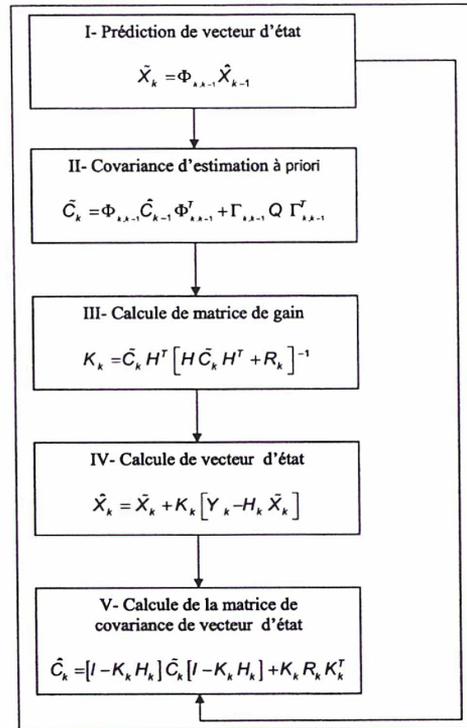


FIG. B.1 – Schéma de Filtrage de Kalman.

### B.3 Discussion

1. Les mesures  $Y_k$  sont utilisées dans l'algorithme juste à la dernière étape. Par conséquent on peut prévoir la précision du vecteur d'état  $\hat{C}$  à l'avance, avant la mesure ou même sans mesurer du tout.
2. Prenons  $n = k$  et supposons que  $H = I$ , ainsi nous avons

$$0 \leq K_k = \tilde{C}_k (\tilde{C}_k + R_k)^{-1} \leq I$$

puis

$$\text{si } R_k \ll \tilde{C}_k \Rightarrow K_k \approx I \Rightarrow \hat{X}_k \approx Y_k$$

Dans ce cas-ci la précision des mesures est beaucoup plus haute que celle de la prédiction. Ainsi le résultat final de  $\hat{X}_k$  coïncide approximativement avec les observations. Par ailleurs

$$\text{si } R_k \gg \tilde{C}_k \Rightarrow K_k \approx \underline{0} \Rightarrow \hat{X}_k \approx \tilde{X}_k$$

alors l'estimation finale est proche de la prédiction et la contribution des mesures n'est pas significative dans le résultat final.

3. En général l'instant "t" du vecteur d'état  $X(t)$  peut être plus grand, plus petit, ou coïncider avec "t<sub>k</sub>" c.-à-d.

$$t > t_k, t < t_k, t = t_k.$$

Par conséquent nous avons différents modes d'estimation : prédiction, lissage, et filtrage.

**a Problème du filtrage**

l'algorithme de filtrage est donné dans la figure(1)

**b Problème de la prévision**

Dans ce cas-ci au temps  $T_{k+N} > t_k$  nous n'avons pas l'observation correspondante. Ainsi la correction des mesures serait égale à zéro c.-à-d.  $K = 0$  et

$$\hat{X}_{i+N} = \Phi_{k+N, k+N-1} \hat{X}_{k+N-1} = \left( \prod_{i=1}^N \Phi_{k+i, k+i-1} \right) \hat{X}_{k+N-1} \quad (\text{B.12})$$

et la matrice de covariance de la prévision est

$$\hat{C}_{k+N, k} = \Phi_{k+N, k} \hat{C}_k \Phi_{k+N, k}^T + \sum_{j=1}^N \Phi_{k+N, k+j} \Gamma Q \Gamma^T \Phi_{k+N, k+j}^T$$

où  $\Phi_{k+N, k} = \prod_{i=1}^N \Phi_{k+i, k+i-1}$

La précision de la prédiction dépend du degré du bruit d'entrée et de la représentation déterministe du système.

**c Problème du lissage**

Pour l'époque intermédiaire  $t_k$  où  $t_0 < t_k < t_N$  nous avons les observations de toutes les époques, l'estimation du vecteur d'état optimal employant toutes les mesures est possible. Le procédé correspondant est :

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k/N} &= \hat{X}_k + K_k^{smooth} (\hat{X}_{k+1/N} - \Phi_{k+1, k} \hat{X}_k) \\ K_k^{smooth} &= \hat{C}_k \Phi_{k+1, k}^T [\Phi_{k+1, k} \hat{C}_k \Phi_{k+1, k}^T + Q]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

où  $\hat{X}_{N/N} = \hat{X}_N$

**B.4 Filtre adaptatif de Kalman**

Si notre connaissance a priori du système n'est pas suffisante, il n'est pas possible d'estimer le vecteur d'état de la méthode précédente. Dans ce cas-ci quelques estimations de précision peuvent être faites afin d'employer l'algorithme de Kalman. Considérons que  $R_k = E\{\Delta_k \Delta_k^T\}$  n'est pas connu avec précision :

$$C_{\Delta y_k} = E\{\Delta y_k \Delta y_k^T\} = H \tilde{C}_k H^T + R_k \quad (\text{B.14})$$

Définissons  $C_k$  avec la condition de densité maximum de probabilité des processus  $\Delta y_1 \Delta y_2 \dots \Delta y_k$  comme

$$\max_{E\{\Delta y_k \Delta y_k^T\}} p(\Delta y_1 \Delta y_2 \dots \Delta y_k)$$

Dans le cas du système stationnaire nous avons

$$\hat{C}_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \Delta y_i \Delta y_i^T$$

$$\hat{C}_k = \frac{k-1}{k} \hat{C}_{k-1} + \frac{1}{k} \Delta y_k \Delta y_k^T$$

où  $\Delta y_k = y_k - H\tilde{x}_k$

Par substitution dans l'équation (B.14)

$$\hat{R}_k = \hat{C}_k - H\tilde{C}_kH^T$$

Alors on peut faire le filtrage de Kalman en utilisant la matrice estimée de covariance des mesures  $\hat{R}$ .

Considérons que la matrice de covariance du bruit d'entrée  $Q$  est inconnue :

$$\hat{x}_k = \Phi\tilde{x}_k + \Gamma\tilde{\omega}_k$$

$$\hat{x}_k - \Phi\tilde{x}_k = \Gamma\tilde{\omega}_k$$

D'après l'estimateur de Kalman nous avons

$$\hat{x}_k - \Phi\tilde{x}_k = K_k\Delta Y_k$$

ainsi

$$K_k\Delta Y_k = \Gamma\tilde{\omega}_k$$

Prenant en compte la propriété d'opérateur de covariance

$$K_k E\{\Delta y_k \Delta y_k^T\} K_k^T = \Gamma E\{\tilde{\omega}_k \tilde{\omega}_k^T\} \Gamma^T$$

ou

$$K_k \hat{C}_{\Delta y_k} K_k^T = \Gamma \tilde{Q}_k \Gamma^T$$

Si les variations de  $K$  sont assez petites alors  $K_k \approx K_{k-1}$  d'où

$$\Gamma \tilde{Q}_k \Gamma^T = K_{k-1} \hat{C}_{\Delta y_k} K_{k-1}^T$$

Par conséquent sans estimer  $Q$  nous pouvons directement employer cette formule dans le procédé de Kalman.