



**HAL**  
open science

# Commandes linéaires et non linéaires en électropneumatique. Méthodologies et applications

Xavier Brun

► **To cite this version:**

Xavier Brun. Commandes linéaires et non linéaires en électropneumatique. Méthodologies et applications. Automatique / Robotique. Insa Lyon, 1999. Français. NNT: . tel-02069475

**HAL Id: tel-02069475**

**<https://hal.science/tel-02069475>**

Submitted on 15 Mar 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

*présentée*

DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

*pour obtenir*

## LE GRADE DE DOCTEUR

Formation doctorale : **Automatique Industrielle**

Ecole Doctorale : Electronique, Electrotechnique, Automatique (EEA)  
INSAL - ECL – UCB.Lyon 1 – Univ. de Savoie- Univ. de Saint-Etienne

*par*

**Xavier BRUN**

Maître es sciences EEA

---

### **Commandes linéaires et non linéaires en électropneumatique. Méthodologies et Applications.**

---

Soutenu le 9 décembre 1999 devant la Commission d'Examen

#### **Jury**

<b>M. J. DESCUSSE</b>	Directeur de Recherche CNRS	Président
<b>M. A. FOSSARD</b>	Directeur de Recherche ONERA Cert Toulouse	Rapporteur
<b>M. J.C. MARE</b>	Professeur à l'INSA de Toulouse	Rapporteur
<b>M. E. RICHARD</b>	Maître de Conférence à l'Université de Nancy	Examineur
<b>M. D.HUBERT</b>	Ingénieur ASCO JOUCOMATIC	Examineur
<b>M. S. SCAVARDA</b>	Professeur à l'INSA de Lyon	Examineur
<b>M. D. THOMASSET</b>	Professeur à l'INSA de Lyon	Directeur de thèse

*Cette thèse a été préparée au Laboratoire d'Automatique Industrielle de l'INSA de Lyon*

# REMERCIEMENTS

*Ces travaux que vous avez entre vos mains ont été effectués au sein du Laboratoire d'Automatique Industrielle (L.A.I.) de l'INSA de Lyon. J'ai eu un grand plaisir d'être accueilli par Monsieur le Professeur **A. Jutard**, directeur du L.A.I. lors de mon arrivée en 1996, je tiens à lui exprimer toute ma gratitude.*

*Que Monsieur le Professeur **S. Scavarda** actuel directeur du L.A.I. soit vivement remercié pour ces conseils, son aide, ces encouragements et toutes les discussions que nous avons eues tout au long de ce travail. Je lui suis très reconnaissant pour la confiance qu'il m'a témoignée, les responsabilités qu'il m'a confiées et bien sûr les voyages et rencontres qu'il m'a permis d'effectuer lors des congrès et séminaires.*

*Pour ces kilomètres parcourus, je tiens également à exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur **D. Thomasset**, mon directeur de recherche. J'ai éprouvé un réel plaisir de travailler avec lui tout au long de ces trois dernières années. Ses qualités scientifiques et humaines, son enthousiasme, sa bonne humeur, ont été pour moi une réelle source de motivation.*

*J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur le Professeur **A. Fossard**, Professeur à l'École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace à Toulouse pour ces conseils, pour la réalisation de cette version finale du document et pour le double honneur qu'il m'a fait d'accepter de participer à mon jury de thèse et d'être l'un des rapporteurs de ces travaux.*

*Que Monsieur le Professeur **J.C. Maré**, Professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse au Laboratoire de Génie Mécanique, soit vivement remercié pour l'honneur qu'il m'a fait d'accepter de participer à mon jury de thèse et d'être l'un des rapporteurs.*

*Je tiens à assurer toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur **J. Descusse**, Directeur de recherche CNRS, d'avoir fait parti de mon jury de thèse et de l'avoir présidé.*

*Je remercie très sincèrement Monsieur **E. Richard**, Maître de Conférence à l'Université de Nancy, pour les discussions fructueuses que nous avons eues concernant certains aspects de ce travail et pour avoir été membre de mon jury.*

*Je tiens également à remercier Monsieur **D. Hubert**, Chef de projet chez Joucomatic, pour avoir accepté l'invitation à mon jury de thèse et pour avoir représenté la partie industrielle et commenté l'apport du travail dans le domaine de la commande des actionneurs électropneumatiques.*

*Mes remerciements vont également à **tous les membres du Projet de Recherche Commun – Groupe de Recherche** que j'ai côtoyé ces trois dernières années, je pense ici aux équipes de Longwy, Metz et Grenoble.*

*L'accueil, l'ambiance et l'aide du **Laboratoire d'Automatique Industrielle** sont les raisons pour lesquels je souhaite vivement dire un grand Merci à toutes les personnes que j'ai connues au fil de ces dernières années. Je citerai entre autres Christine, Patricia, Natalie, Tan, Stéphane, Guy, Flavio, Sam, Hakim, Fred, Patrick et Tof. Auxquels j'ajouterai les collègues (ex et présents) de l'équipe Fluidetronique : Sylvie avec qui j'ai eu la chance de travailler, son efficacité, ses connaissances, sa*

*rigueur et son amabilité furent un grand plaisir à côtoyer, merci à Roger, Mohamed, Mazouz, Xiaoguang, Willy, Eric, Javier et Ludo. Enfin j'exprime ma gratitude à Monique pour son talent.*

***A mes amis** du 50 qui ont su animer les soirées, les voyages et les vacances que nous avons partagés : Merci !*

*Enfin dernier de cette liste, mais bien plus haut dans mon cœur, je tiens à remercier ceux qui m'ont soutenus depuis le début, mes très fidèles aficionados : **Marie-Claude, Marc** et **Manu**, mère, père et très cher frère je tiens à vous exprimer ma plus profonde reconnaissance. Merci à toi **Anne** d'avoir rejoint ce trio.*



# SOMMAIRE

REMERCIEMENTS .....	7
NOMENCLATURE .....	13
INTRODUCTION GENERALE .....	17
<b>CHAPITRE 1</b>	
<b>DESCRIPTION ET MODELISATION D'UN SYSTEME ELECTROPNEUMATIQUE DE POSITIONNEMENT</b>	
<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>23</b>
<b>2. DESCRIPTION D'UN SYSTEME ELECTROPNEUMATIQUE DE POSITIONNEMENT .....</b>	<b>24</b>
2.1. Présentation générale.....	24
2.2. La source d'énergie .....	27
2.3. Les servo-distributeur.....	28
2.4. L'actionneur linéaire .....	31
2.5. La charge en mouvement .....	32
2.6. La carte d'acquisition .....	32
2.7. L'instrumentation de mesure.....	34
2.7.1. L'enregistreur numérique .....	34
2.7.2. Les capteurs.....	35
2.7.2.1. Les capteurs de position .....	35
2.7.2.2. Les capteurs de pression.....	36
2.7.2.3. Les autres capteurs .....	36
2.7.3. Les conditionneurs analogiques .....	36
<b>3. MODELISATION D'UN SYSTEME ELECTROPNEUMATIQUE DE POSITIONNEMENT.....</b>	<b>37</b>
3.1. Modélisation pour la simulation.....	37
3.2. Caractéristiques du servo-distributeur utilisé .....	37
3.2.1. Modèle dynamique du servo-distributeur.....	38
3.2.2. Modélisation de l'étage en débit.....	39
3.2.3. Modèle de simulation du servo-distributeur .....	42
3.3. Modèle thermodynamique d'une chambre pneumatique de volume variable .....	42
3.3.1. Introduction .....	42
3.3.2. Hypothèses classiques .....	43
3.3.3. Bilan d'énergie interne .....	43
3.3.4. Equation régissant l'évolution de la température .....	46
3.3.5. Equation régissant l'évolution de la pression .....	47
3.3.6. Bilan et remarques.....	48
3.3.7. Cas particuliers .....	49
3.4. Modèle de la partie mécanique de l'axe .....	50
3.5. Modélisation des frottements .....	51
3.5.1. Introduction .....	51
3.5.2. Généralités sur les frottements .....	51
3.5.2.1. Frottement visqueux .....	52
3.5.2.2. Frottement sec statique.....	52
3.5.2.3. Frottement de Stribeck .....	53
3.5.2.4. Frottement de Coulomb.....	53
3.5.2.5. Modèles mathématiques .....	53
3.5.2.6. Conclusions à propos des modèles de frottements .....	58
3.5.3. Mesures expérimentales des frottements .....	59
3.5.4. Modèle de frottement retenu pour la simulation .....	61
3.5.5. Conclusion.....	62
3.6. Modèle global retenu pour la simulation.....	63

3.6.1.	Modèle d'état.....	64
3.6.2.	Schéma bloc non linéaire .....	65
3.6.3.	Choix d'un logiciel de simulation .....	65
<b>4.</b>	<b>CONCLUSIONS.....</b>	<b>67</b>

## CHAPITRE 2

### DU MODELE DE SIMULATION AUX MODELES DE COMMANDE : SIMPLIFICATIONS ET ANALYSES

<b>1.</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>71</b>
<b>2.</b>	<b>MODELES DE COMMANDE LINEAIRES.....</b>	<b>71</b>
2.1.	Hypothèses classiquement utilisées.....	71
2.2.	Elaboration d'un modèle linéaire .....	73
2.2.1.	Etude de l'équilibre d'un axe électropneumatique .....	75
2.2.2.	Modèle linéarisé tangent .....	78
2.2.3.	Schéma bloc du modèle linéarisé tangent.....	81
2.3.	Réduction de modèle.....	81
2.3.1.	Modèle linéarisé tangent réduit .....	81
2.3.2.	Schéma bloc du modèle linéarisé tangent réduit .....	84
<b>3.</b>	<b>ANALYSE DES MODELES DE COMMANDE LINEAIRES .....</b>	<b>85</b>
3.1.	Etude du modèle linéarisé tangent.....	85
3.1.1.	Choix d'un modèle nominal lorsque la position varie .....	86
3.1.2.	Choix d'un modèle nominal lorsque la masse varie .....	87
3.2.	Etude du modèle linéarisé tangent réduit .....	88
3.3.	Validation du modèle linéarisé tangent réduit.....	90
3.3.1.	Commandabilité et observabilité.....	90
3.3.2.	Comparaison des réponses fréquentielles des deux modèles linéaires .....	90
<b>4.</b>	<b>MODELES NON LINEAIRES AFFINES EN LA COMMANDE.....</b>	<b>91</b>
4.1.	Introduction.....	91
4.2.	Approximation des caractéristiques bidimensionnelles du servo-distributeur .....	91
4.3.	Présentation des modèles affines en la commande.....	94
4.3.1.	Modèle affine en la commande multi-entrées .....	95
4.3.2.	Modèle affine en la commande mono-entrée .....	96
<b>5.</b>	<b>ANALYSE DES MODELES NON LINEAIRES AFFINES EN LA COMMANDE .....</b>	<b>97</b>
5.1.	Quelques éléments de géométrie différentielle .....	97
5.2.	Domaine physique.....	100
5.3.	Analyse du modèle affine en la commande mono-entrée.....	101
5.3.1.	Indice caractéristique d'un système S.I.S.O. ....	101
5.3.2.	Changement de coordonnées.....	105
5.4.	Modèle affine en la commande multi-entrées .....	107
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONS.....</b>	<b>107</b>

## CHAPITRE 3

### ETUDE DU REDECOLLAGE DES ACTIONNEURS ELECTROPNEUMATIQUES

<b>1.</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>111</b>
<b>2.</b>	<b>GENERALITES CONCERNANT LE "STICK-SLIP" .....</b>	<b>111</b>
<b>3.</b>	<b>EFFET D'UNE ACTION INTEGRALE DANS LA LOI DE COMMANDE .....</b>	<b>113</b>
<b>4.</b>	<b>DIFFERENTES NOTIONS D'EQUILIBRE.....</b>	<b>114</b>
<b>5.</b>	<b>REDECOLLAGE D'UN VERIN ELECTROPNEUMATIQUE SIMPLE EFFET .....</b>	<b>115</b>
5.1.	Présentation et modélisation du procédé .....	115
5.2.	Condition nécessaire et suffisante permettant de prédire le redécollage d'un vérin simple effet....	116
5.3.	Démonstration .....	117
<b>6.</b>	<b>REDECOLLAGE D'UN VERIN ELECTROPNEUMATIQUE DOUBLE EFFET. ....</b>	<b>121</b>
6.1.	Introduction.....	121
6.2.	Condition nécessaire et suffisante permettant de prédire le redécollage d'un vérin double effet....	121
6.3.	Démonstration .....	122
<b>7.</b>	<b>MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE ET ANALYSE D'UN REDECOLLAGE .....</b>	<b>124</b>
7.1.	Essai expérimental .....	124

7.2.	Analyse dans le plan ( $S_{PP}, S_{PN} + F_{ext}$ ) .....	125
7.3.	Comparaison avec la simulation.....	127
<b>8.</b>	<b>CONCLUSIONS.....</b>	<b>128</b>

## CHAPITRE 4

### SYNTHESES DE COMMANDES ET RESULTATS EXPERIMENTAUX

<b>1.</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>133</b>
<b>2.</b>	<b>ELABORATION D'UN PROTOCOLE EXPERIMENTAL.....</b>	<b>134</b>
2.1.	Objectifs .....	134
2.2.	Définitions et notations .....	135
2.3.	Choix des capteurs .....	137
<b>3.</b>	<b>COMMANDES LINEAIRES POUR DES CONSIGNES POINT A POINT. ....</b>	<b>139</b>
3.1.	Généralités.....	139
3.2.	Retour d'état à Gains Fixes .....	140
3.3.	Retour d'état à Gains Variables.....	142
3.4.	Résultats de Simulation et Comparaisons .....	143
3.5.	Résultats Expérimentaux et Comparaisons .....	147
3.6.	Conclusions .....	151
<b>4.</b>	<b>COMMANDE NON LINEAIRE ET COMMANDE LINEAIRE EN SUIVI DE TRAJECTOIRE .....</b>	<b>151</b>
4.1.	Principe du suivi de trajectoire.....	151
4.2.	Commande Linéaire en suivi de trajectoire.....	154
4.3.	Commande Non Linéaire en suivi de trajectoire.....	155
4.3.1.	Commande non linéaire linéarisante stabilisante .....	155
4.3.2.	Etude de la stabilité de la dynamique résiduelle.....	157
4.3.2.1.	Stabilité asymptotique globale .....	157
4.3.2.2.	Stabilité asymptotique locale.....	158
4.4.	Choix de trajectoires admissibles .....	161
4.5.	Résultats Expérimentaux.....	164
4.5.1.	Résultats expérimentaux obtenus avec la commande linéaire.....	164
4.5.2.	Résultats expérimentaux obtenus avec la commande non linéaire .....	168
4.5.3.	Comparaison des résultats expérimentaux .....	170
4.6.	Conclusions .....	171
<b>5.</b>	<b>CONCLUSIONS.....</b>	<b>173</b>

## CHAPITRE 5

### COMMANDE NON LINEAIRE MULTIVARIABLE. SYSTEME PLAT ET CONSIDERATIONS ENERGETIQUES

<b>1.</b>	<b>AVANT PROPOS.....</b>	<b>177</b>
<b>2.</b>	<b>RAPPEL DES DEFINITIONS PRINCIPALES CONCERNANT LES SYSTEMES PLATS.....</b>	<b>180</b>
<b>3.</b>	<b>APPLICATION DU CONCEPT DE PLATITUDE AUX SYSTEMES ELECTROPNEUMATIQUES. ...</b>	<b>181</b>
3.1.	Introduction .....	181
3.2.	Considérations Energétiques .....	182
3.3.	Planification de trajectoires.....	184
3.4.	Synthèse de la Commande non linéaire multivariable .....	186
3.5.	Résultats de Simulation : Comparaisons commande non linéaire monovariante et multivariable ..	188
<b>4.</b>	<b>CONCLUSIONS.....</b>	<b>195</b>

<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>197</b>
--	------------

<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>201</b>
----------------------------	------------

## NOMENCLATURE

*Dans ce rapport, un effort particulier a été fait pour mettre au point une symbolique cohérente. Même si ces notations ne sont pas toujours normalisées, notre principal souci fut le respect de la pensée de Leibniz : « Il faut demander aux symboles de se prêter à la recherche ; cela est atteint principalement quand ils expriment d'une manière concise et qu'ils dépeignent presque la nature intime des choses, car alors ils épargnent merveilleusement l'effort de la pensée ».*

Paramètre	Définition	Unité
a	Accélération linéaire	m.s <sup>-2</sup>
A	Matrice d'état	
A	Section de passage d'un orifice	m <sup>2</sup>
b	Rapport de pression critique	
B	Matrice de commande	
b <sub>i</sub>	i <sup>ème</sup> terme de la matrice de commande B	
C	Conductance sonique	s.m <sup>4</sup> .kg <sup>-1</sup>
C	Coefficient de friction (ou de lubrification) dépendant de la vitesse	m.s <sup>-1</sup>
c <sub>p</sub>	Chaleur spécifique massique du gaz à pression constant	J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
c <sub>v</sub>	Chaleur spécifique massique du gaz à volume constant	J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
C <sub>f</sub>	Couple de frottement sec	N.m
$C_{p_i,j} = \left. \frac{\partial q_{m,j}}{\partial p_i} \right _e$	Dérivée par rapport à p <sub>i</sub> de q <sub>m,j</sub> autour de l'équilibre	kg.s <sup>-1</sup> .Pa
C <sub>q</sub>	Coefficient de débit	
E <sub>c</sub>	Energie cinétique	J
E <sub>p</sub>	Energie potentielle	J
F	Force	N
F <sub>ext</sub>	Force extérieure	N
F <sub>f</sub>	Frottement sec	N
F <sub>c</sub>	Force de frottement de Coulomb [N]	N
F <sub>s,∞</sub>	Amplitude du frottement de Stribeck après un arrêt prolongé	N
F <sub>s,a</sub>	Amplitude du frottement de Stribeck à la fin de la période de glissement précédente	N
F <sub>p</sub>	Effort de pression	N
F <sub>s</sub>	Force de frottement de stiction	N
F <sub>sk</sub>	Force de frottement de Stribeck	N

Nomenclature

$k_t$	Constante de raideur dépendant des propriétés des matériaux en contact et de l'état de surface de glissement	$N.m^{-1}$
g	Accélération de pesanteur	$m.s^{-2}$
$G_i$	Gain statique par rapport à l'entrée i	
$G_{ij} = \left. \frac{\partial q_{mj}}{\partial a} \right _e$	Dérivée par rapport à i de $q_{mj}$ autour de l'équilibre	$N.m.Pa^{-1}$
h	Enthalpie massique	$J.kg^{-1}$
i	Courant	A
j	Jerk	$m.s^{-3}$
k	Coefficient polytropique	
$K_c$	Constante de couple	$N.m.Pa^{-1}$
$K_\theta$	Cylindrée par radian du vérin	$M^3.rad^{-1}$
l	Course du vérin	M
m	Masse	Kg
p	Pression	Pa
Q	Quantité de chaleur	J
$q_m$	Débit massique	$kg.s^{-1}$
$q_v$	Débit volumique	$m^3.s^{-1}$
r	Constante des gaz parfaits relative à l'unité de masse	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
R	Constante molaire des gaz parfaits	$J.mol^{-1}.K^{-1}$
Re	Nombre de Reynolds	
S	Section du piston	$m^2$
$t_2$	Temps de collage	s
T	Température absolue	K
u	Tension	V
U	Energie interne du gaz contenu dans une chambre	J
v	Vitesse	$m.s^{-1}$
$v_s$	Vitesse caractéristique du frottement de Stribeck	$m.s^{-1}$
V	Volume	$m^3$
W	Travail des forces extérieures	J
x	Position du tiroir du servo-distributeur	m
$\underline{x}$	Vecteur d'état	
y	Position	m
$\underline{y}$	Vecteur de sortie	

### Lettres grecques

$\delta$	Variation de	
$\gamma$	Rapport des chaleurs spécifiques à pression et volume constants.	
$\kappa$	Raideur pneumatique	$\text{kg.s}^{-2}$
$\dot{\gamma}$	Accélération angulaire	$\text{rad.s}^{-2}$
$\theta$	Position angulaire	rad
$\phi$	Diamètre	m
$\tau$	Constante de temps	s
$\tau_L$	"Mémoire du frottement", équivalent à un retard pur	s
$\rho$	Masse volumique	$\text{kg.m}^{-3}$
$\sigma_1$	Amortissement	$\text{N.s.m}^{-1}$
$\sigma_0$	Constante de raideur en collage	$\text{N.m}^{-1}$
$\lambda$	Coefficient d'échange convectif entre le gaz et la paroi	$\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$
$\nu$	Viscosité dynamique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
$\omega$	Pulsation	$\text{rad.s}^{-1}$
$\zeta$	Coefficient d'amortissement	

### Indices et exposants

am	Amont	
av	Aval	
c	Grandeur relative à une chambre du cylindre	
cap	Capteur	
cl	Closed loop : boucle fermée	
cp	Position centrale	
cr	Critique	
cyl	Grandeur relative au cylindre	
d	Désiré	
D	Volume mort	
ext	Extérieur	
E	Echappement	
f	Frottement	
ij	Grandeur relative à un orifice de pression amont/aval : $p_i/p_j$	
in	Entrée	
l	Leakage/fuite	

m	Moyen	
min	Minimum	
max	Maximum	
N	Grandeur relative à la chambre N entraînant un déplacement négatif	
ol	Open loop : boucle ouverte	
out	Sortie	
P	Grandeur relative à la chambre P entraînant un déplacement positif	
r	Trajectoire de référence	
st	Statique	
S	Source	
sv	Servovalve	
svd	Servo-distributeur	
t	Tiroir	
U	Utilisation	
e	Equilibre	
r	Réduit	

### Sous-indices

i	Interne	
m	Massique	
v	Volumique	

### Divers

(0)	valeur initiale d'une grandeur	
-----	--------------------------------	--

### Abréviations

CAN	Convertisseur Analogique Numérique	
CNA	Convertisseur Numérique Analogique	
CNL	Commande Non Linéaire	
DSP	Digital Signal Processing	
EM	Etendue de mesure	
LSB	Low Significant Bit : Bit de poids le plus faible	
M.I.M.O.	Multi Input Multi Output : Multi -entrées, Multi -sorties.	
S.I.S.O.	Simple Input Simple Output : Mono-entrée, Mono-sortie.	
P.I.D.	Proportionnel Intégral Dérivé	

## INTRODUCTION GENERALE

Les premiers axes électropneumatiques asservis sont apparus sur le marché industriel au cours des années 1980. Mais le principe de la commande pneumatique apparaît dès 300 ans av. J.C. En effet, à cette époque, les Syriens utilisaient la sarbacane pour chasser. Cet outil (cf. figure 0.1) très astucieux est constitué des éléments essentiels composant un système pneumatique. Les poumons jouent dans ce cas le rôle du compresseur, la langue n'est autre qu'un distributeur assurant le transfert ou le blocage de l'air entre les poumons et la chambre de la sarbacane. L'étanchéité entre la fléchette (piston) et la sarbacane (cylindre) est assurée par un bouchon de moelle de bambou. Mais déjà à cette époque, les utilisateurs devaient trouver un compromis lors de la fabrication de ce bouchon qui était nécessaire pour limiter les fuites mais engendrait des frottements.



Utilisation de la sarbacane

**Figure 0.1:** Principe de la commande pneumatique.

Deux mille ans plus tard, suite aux efforts et aux collaborations entre industriels et universitaires, des laboratoires de recherche et de développement en Allemagne, au Royaume-Uni, en Chine, au Japon, aux Etats-Unis et en France principalement, ont mis au point des composants électropneumatiques.

L'essor des systèmes à fluide sous pression a entraîné le développement de la communauté "Fluid Power". Elle regroupe un ensemble d'activités scientifiques concernant des systèmes mettant en œuvre un fluide sous pression pour assurer le transfert d'énergie de la source vers le système à commander. Les systèmes "Fluid Power" sont des systèmes pluridisciplinaires faisant appel à des spécialistes de la thermodynamique, de la mécanique des fluides (compressibles et incompressibles), de la thermique, de la tribologie, de la mécanique générale, de l'électronique, de l'informatique ... et de l'automatique.



Notons également les problèmes engendrés par la non linéarité des phénomènes associés aux échanges et aux stockages d'énergie dans un fluide, ainsi que par la complexité technologique des systèmes du domaine "Fluid Power". L'existence de ces propriétés spécifiques implique le développement de *modèles de simulation* ayant pour but de reproduire au mieux les phénomènes observés et mesurés, dans le but d'effectuer des études réalistes de faisabilité de *lois de commandes* prenant en compte ces spécificités.

Les laboratoires de recherche en "Fluid Power" sont très nombreux dans le monde ; nous pouvons citer, parmi les plus célèbres, le Fluid Power Center à l'Université de Bath (Angleterre), l'Institut für fluidtechnische Antriebe und Steuerungen à Aix la Chapelle (Allemagne), l'Institute of Hydraulics and Automation à Tampere (Finlande), la Division of Fluid Power de l'Université de Linköping (Suède), l'Université de Porto (Portugal), l'Institute for Fluid Power Transmission and Control de l'Université de Hangzhou (Chine), le Department of Mechanical Engineering de l'University de Tokyo (Japon), l'Université de Monash à Clayton: Victoria (Australie), le Departement of Mechanical Engineering de l'Université de Saskatchewan (Canada). Début 1999, Scavarda [Scavarda 1999] a repertorié soixante sept villes possédant un établissement d'enseignement supérieur ayant une activité de recherche en "Fluid Power". Cette liste non exhaustive avoisine aujourd'hui la centaine. La carte de la figure 0.2 met en évidence la vitalité de la recherche "Fluid Power" en Europe. Elle est dominée en partie par les Scandinaves, les Allemands, les Anglais, les Italiens et les Français. Les informations concernant l'Europe de l'Est demandent à être complétées.



Figure 0.2: La recherche "Fluid Power" en Europe.

En Europe, l'activité commande des systèmes *électropneumatiques* est surtout présente au sein des laboratoires de Bath [Edge 1997], de Tampere dirigé par le Professeur Vilenius, de Linköping sous la direction du Professeur Palmberg, d'Aix la chapelle dirigé par le Professeur Murrenhoff et au Laboratoire d'Automatique Industrielle de l'INSA de Lyon, au sein duquel de nombreux chercheurs ont apporté leur contribution à l'étude des asservissements des systèmes *électropneumatiques* :

- Kellal [Kellal 1987] a proposé un modèle fin d'un ensemble servovalve-vérin-charge.
- Richard [Richard 1990] a synthétisé et testé des lois de commandes linéaires et non linéaires pour asservir en position un axe électropneumatique rotatif.
- Det [Det 1991] a étudié la faisabilité d'une pince à souder électropneumatique et a abordé des problèmes de commande en position et en effort.
- Lin [Lin 1992] présente une première approche du problème posé par la commande des vérins de grande longueur.
- Sesmat [Sesmat 1996] a développé un modulateur de puissance électropneumatique. Une modélisation fine du composant a permis de reproduire en simulation les phénomènes observés expérimentalement.
- Bouri [Bouri 1997] a mis en avant l'apport de la commande par mode de glissement appliquée à un actionneur électropneumatique rotatif.

La contribution que nous présentons dans ce mémoire s'insère dans le cadre d'un PRC GdR et vient le compléter. Ce projet intitulé "Modélisation et Commande des systèmes à Fluide sous Pression" a été dirigé par S. Scavarda (LAI), D. Thomasset (LAI) et E. Richard (CRAN) de 1996 à 1999 [Scavarda *et al.* 1999]. L'un des objectifs de ce groupe était de répondre à une question que se posent de nombreux industriels : "Etant donné un dispositif et un cahier des charges, quelle méthode de commande utiliser ?"

Notre participation à ce groupe, et notre contribution, ont pour but de donner des éléments de réponse à ce très vaste problème. Nous nous sommes limité à un dispositif composé d'un vérin électropneumatique linéaire commandé par deux servo-distributeurs. Le cahier des charges concernait l'asservissement en position de l'axe, en point à point et en suivi de trajectoires.

Nous présentons dans le premier chapitre de ce document le banc d'essai du système électropneumatique de positionnement étudié. Une modélisation des différents composants est effectuée pour développer un modèle de connaissance utilisé en simulation. Dans ces travaux, la validation des lois de commandes est effectuée à partir des résultats expérimentaux. Le rôle de la simulation est d'assurer un premier réglage des gains de loi de commande avant de l'implanter sur le procédé industriel.

L'objectif du second chapitre est d'obtenir, à partir du modèle de simulation, différents modèles utilisables pour la synthèse de lois de commandes. Chaque modèle, linéaire ou non linéaire, est analysé au sens de l'automaticien : réponses temporelles et fréquentielles, variation des paramètres, modèle moyen, commandabilité, observabilité, étude des indices caractéristiques.

Le troisième chapitre est peut être, avec le dernier, le plus original. Il porte sur l'analyse d'un phénomène très peu apprécié des industriels : le redécollage. Nous expliquons les différentes causes pouvant engendrer ce décollement du joint des parois interne du cylindre lorsqu'un équilibre partiel est atteint. Une étude théorique et une analyse de résultats expérimentaux sont présentées.

Différents types de commande sont développés dans le quatrième chapitre. Nous avons effectué des études comparatives à partir des résultats expérimentaux conformément à un "benchmark" industriel que nous avons développé. Ainsi les résultats sont présentés en terme de moyenne, d'écart type, d'extremum, de temps de réponse... sur un ensemble d'essais statistiquement représentatif. Le but est de regarder entre autres la répétabilité des performances des lois de commande étudiées et de proposer un véritable critère de choix en fonction des objectifs désirés. Les commandes sont comparées en simulation et sur le procédé industriel. Il s'agit de commandes utilisant le linéarisé tangent (placement de pôles, gains variables) ou le modèle non linéaire (linéarisation entrée-sortie) en point à point ou en suivi de trajectoires.

Une ouverture est effectuée au cinquième chapitre où nous proposons de commander deux servo-distributeur séparément. Cette commande multivariable nous permet de profiter du degré de liberté du système pour se fixer un objectif supplémentaire au suivi de trajectoire : la consommation énergétique. En effet, un choix judicieux de la seconde entrée permet de diminuer la quantité d'air nécessaire pour assurer le déplacement. Nous abordons ce problème selon une technique moderne de l'Automatique : la platitude.

# Chapitre 1

**Description et modélisation  
d'un système électropneumatique  
de positionnement.**



# CHAPITRE 1

## DESCRIPTION ET MODELISATION D'UN SYSTEME ELECTROPNEUMATIQUE DE POSITIONNEMENT.

### 1. INTRODUCTION

Le double objectif de ce chapitre est la description et la modélisation d'un système électropneumatique de positionnement.

Dans un premier temps, il s'agit de décrire les éléments de base constituant la partie opérative (le système électropneumatique) et la partie commande (interface et ordinateur numérique). Ce banc d'essai a été développé en collaboration avec la société Joucomatic. Une version de ce prototype est commercialisée sous le nom de Positronic-P.O.S. (pour Power mOtion System) [Positronic 1997]. La source d'énergie, les servo-distributeurs, l'actionneur, les capteurs et les systèmes d'acquisition sont présentés. Nous n'avons pas ici la prétention de faire un état de l'art de ces composants présents dans tous les systèmes "Fluid Power" [Blackburn *et al.* 1966, Manuel de la pneumatique 1979, Faisandier 1999], mais d'insister sur les caractéristiques particulières du matériel utilisé.

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la modélisation de l'ensemble du système. Nous entendons par modèle, un modèle de connaissance capable de représenter au mieux les phénomènes physiques, mécaniques et thermodynamiques qui interviennent dans ce type de système. Le servo-distributeur utilisé a été développé au sein du laboratoire [Sesmat 1996] en collaboration avec la société Joucomatic. Ainsi nous possédons un modèle très précis de cet élément. L'actionneur pneumatique est composé de deux chambres en parallèle. C'est pourquoi différents modèles thermodynamiques de chambre de volume variable sont développés, afin de retenir celui qui se rapproche le plus de notre procédé. Un problème très néfaste au développement industriel des axes électropneumatiques est lié à la présence de frottements secs. Une étude approfondie de ce phénomène est présentée. Elle a pour but de valider, à partir de mesures expérimentales, un modèle de frottement dédié à la simulation. Enfin, le modèle global retenu pour la simulation est présenté sous forme de modèle d'état et de schéma bloc non linéaire, tel qu'il est implanté dans le logiciel retenu pour la simulation.

## 2. DESCRIPTION D'UN SYSTEME ELECTROPNEUMATIQUE DE POSITIONNEMENT

### 2.1. PRESENTATION GENERALE

Un système électropneumatique, comme tout système "Fluid Power", est composé généralement des éléments de base suivants (fig. 1.1):

- d'une source d'énergie et de ses dispositifs annexes : régulation, filtrage, traitement de l'énergie, système de sécurité en cas de défaillance, conduites et raccords pneumatiques, accumulateur.
- d'un modulateur de puissance délivrant l'énergie pneumatique nécessaire au système en fonction de la commande qui lui est appliquée.
- d'un actionneur qui utilise l'énergie délivrée via le modulateur dans le but de répondre au cahier des charges imposé par l'utilisateur en terme de réponse temporelle ou parfois fréquentielle.
- d'un système à commander qui est dans la plupart des cas une charge déplacée par l'actionneur.
- d'une chaîne de mesure composée de capteurs et de leurs conditionneurs analogiques ou numériques.
- d'un calculateur analogique ou numérique qui, à partir des signaux de mesure, des consignes et de contraintes généralement liées à la sécurité (entrées tout ou rien), élabore la commande à appliquer au modulateur de puissance via une interface de puissance.

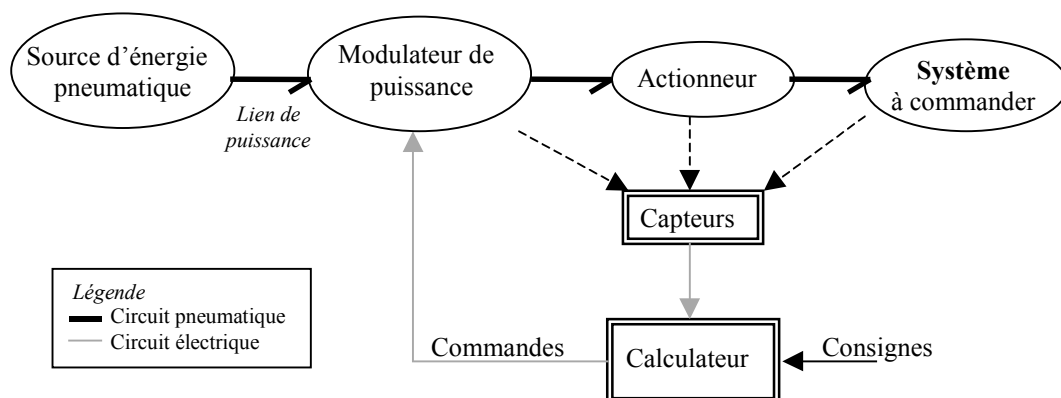


Figure 1.1: Principe de base d'un système électropneumatique.

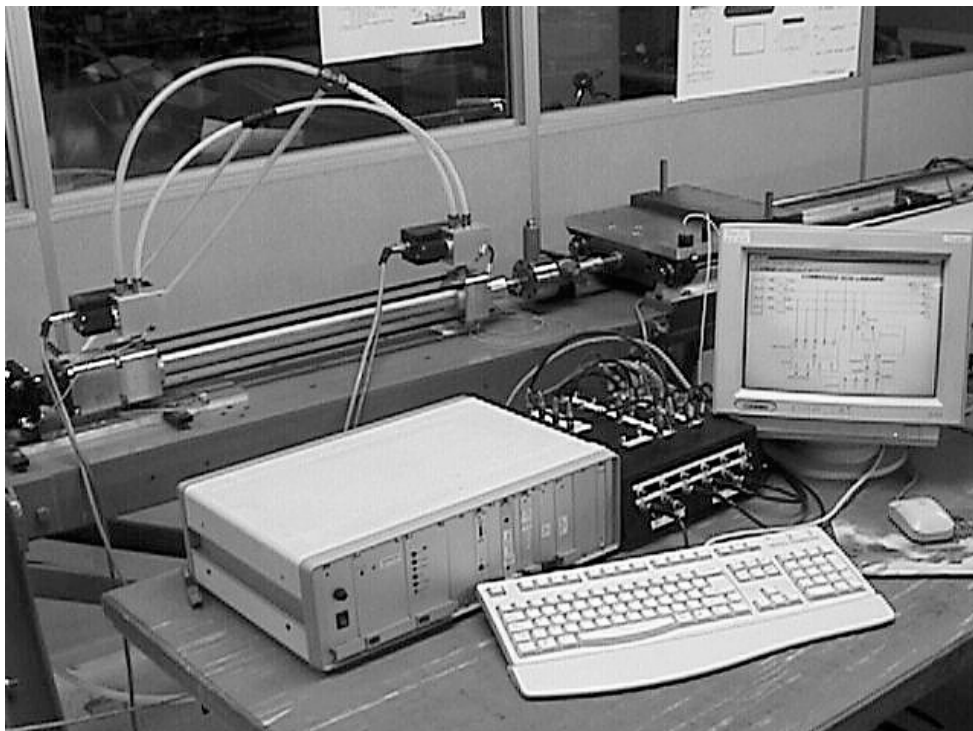
La connaissance de ces différents étages de puissance et de ces diverses technologies est indispensable pour appréhender les objectifs de commande d'actionneur électropneumatique. Même si l'automaticien, dans une analyse fonctionnelle préalable, privilégie les phénomènes à constante de

temps lentes par rapport à ceux à échelle rapide, il est nécessaire de connaître tous les composants pour élaborer un asservissement efficace de positionnement électropneumatique. D'autre part, le dimensionnement de tous ces composants doit être effectué pour répondre correctement au cahier des charges. En effet, la notion d'élément dimensionnant est très importante : elle permet de connaître la cause de certaines saturations et les limites du système.

Le banc d'essai présent au Laboratoire d'Automatique Industrielle de l'INSA de Lyon est constitué des éléments suivants (cf. photographie fig. 1.2 et schéma de principe fig. 1.3):

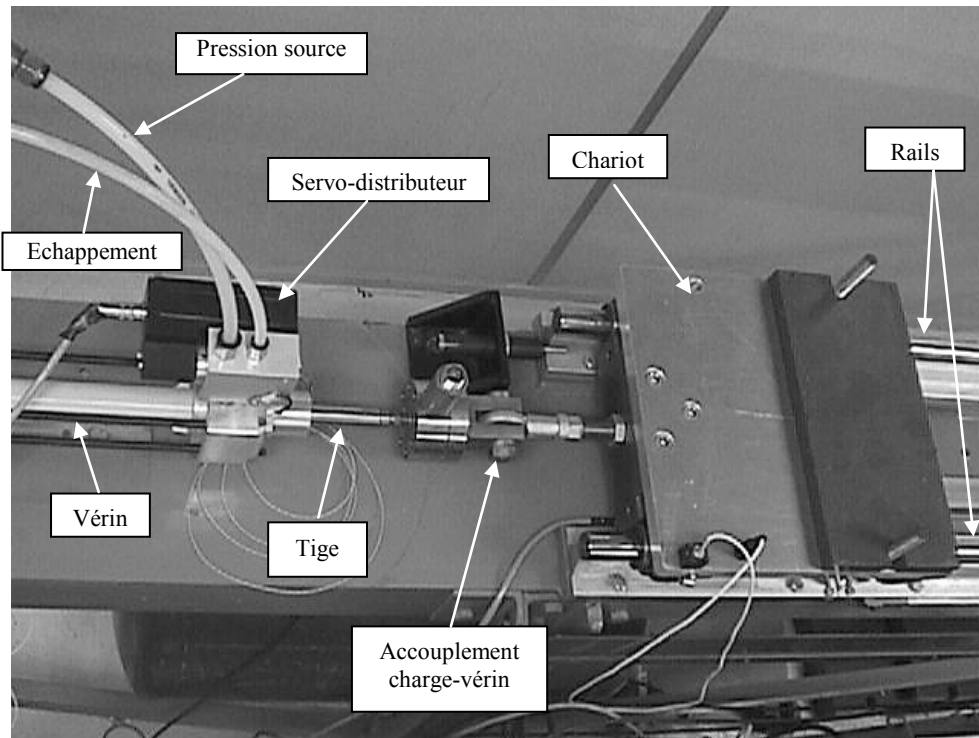
- Une alimentation en air comprimé.
- Deux servo-distributeurs pour régulation de débit : « Servotronic » de la société Joucomatic.
- Un vérin linéaire pneumatique double effet à tige, également commercialisé par la société Joucomatic sous le nom de « Positronic ».
- Un chariot guidé sur rails.
- Différents capteurs.
- Un dispositif électronique.
- Un ordinateur muni d'une carte d'acquisition.
- Un enregistreur numérique

Les paragraphes suivants ont pour but d'expliquer le fonctionnement et de donner les caractéristiques des éléments précités.



a/ Vue générale





b/ Vue de dessus

Figure 1.2: Banc d'essai de l'actionneur électropneumatique.

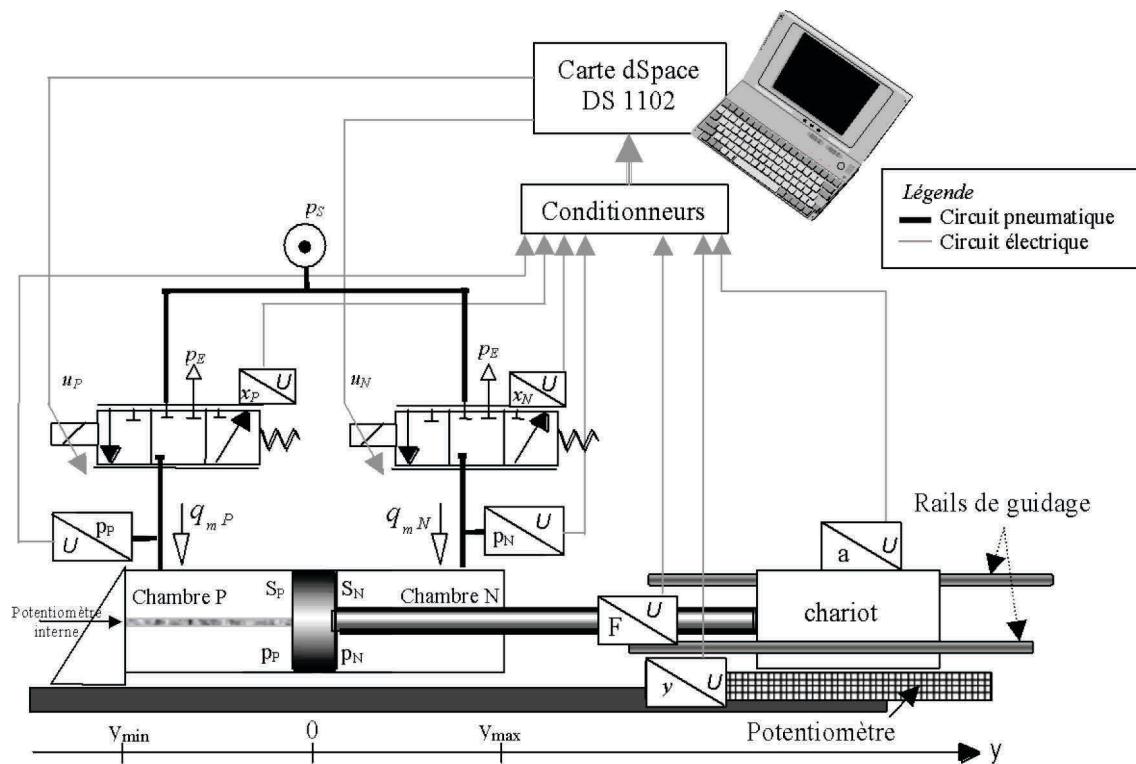


Figure 1.3: Schéma de principe du banc d'essai

## 2.2. LA SOURCE D'ENERGIE

L'air comprimé délivré par un compresseur (cf. fig. 1.4) est filtré pour éviter principalement l'encrassement des servo-distributeurs, qui sont les éléments les plus fragiles du système. La pression d'alimentation  $p_s$  est réglée manuellement à 7 bar absolus\* à l'aide d'un détendeur.

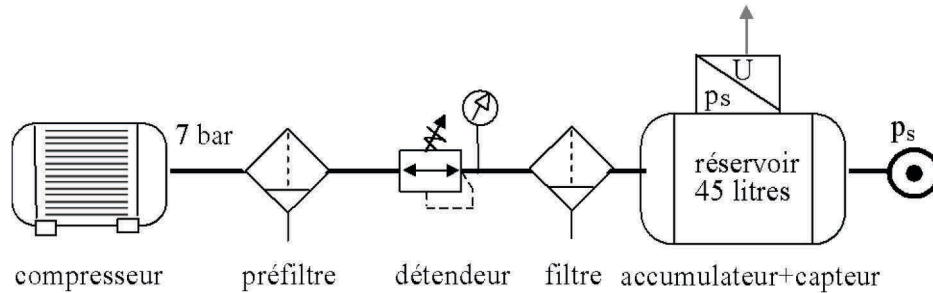


Figure 1.4: Alimentation et traitement de l'air.

Cette source de pression peut être considérée comme constante grâce à la présence d'un réservoir de grand volume (45 litres) par rapport à la cylindrée totale de l'actionneur qui est d'environ 0.3 litre.

Le filtrage est composé d'un préfiltre de  $5 \mu\text{m}$  et d'un filtre submicronique de  $0.01 \mu\text{m}$ .

Le dimensionnement d'un compresseur est imposé par le débit volumique d'air qu'il doit être capable de fournir à une pression constante. Par exemple, la puissance requise pour produire de l'air comprimé à une pression normale d'utilisation de 7 bar est de l'ordre de 20 cv pour assurer un débit volumique de l'ordre de  $170 \text{ m}^3/\text{h}$  [Manuel de la pneumatique 1979]. Cette valeur varie quelque peu avec le type de compresseur et son rendement global. Le coût réel de la génération de cette puissance à l'entrée dépend évidemment du rendement du moteur d'entraînement. Les moteurs électriques sont en général les plus économiques puisqu'ils peuvent atteindre des rendements supérieurs à 90%. Ainsi, pour l'exemple précédent, le coût de fabrication d'air comprimé à 7 bar pour  $170 \text{ m}^3/\text{h}$  est de l'ordre de 30 kF/an. Ce prix de revient concerne un petit compresseur ; il est évident que dans l'industrie pour alimenter une chaîne de production en air comprimé, cette somme sera beaucoup plus importante. A l'heure actuelle, bien que l'air comprimé soit l'une des sources d'énergie la moins chère, les rendements des installations sont loin d'être optima. L'un des paramètres les plus importants devant être pris en compte dans les bilans économiques d'une installation à air comprimé est la taille optimale de la canalisation de distribution. Les différentes lignes de distribution de l'air comprimé génèrent obligatoirement des pertes de charge qui doivent être minimisées par un dimensionnement adéquat des tuyauteries. Ces pertes sont acceptables lorsqu'elles sont inférieures à 10 % de la pression nominale.

\* Par la suite, toutes les valeurs de pression exprimées en bar, le seront en bar absolu. Dans les rares cas où la pression sera exprimée par rapport à la pression atmosphérique, le terme relatif sera précisé.

Une formule très simplifiée, mais couramment employée, donnant la perte de charge dans une longueur rectiligne de tuyau est donnée approximativement par la formule ci-dessous [Idel'cick, 1986]:

$$\Delta p = \frac{LV^2}{KRD^5} \quad (1.1)$$

où :  $\Delta p$  = perte de charge

L = longueur du tuyau

V = volume d'air libre s'écoulant dans le tuyau

K = constante dépendant de l'unité employée pour L, V, D

R = rapport de compression à l'entrée du tuyau

D = diamètre du tuyau

Les pertes étant proportionnelles à la longueur de la ligne de distribution (cf. éq. 1.1) ; il est nécessaire de réduire la longueur des tuyauteries et de minimiser le nombre de coude. Dans notre cas, la présence d'un capteur de pression dans l'accumulateur nous permet de constater que la pression d'alimentation reste constante ; de plus nous avons vérifié expérimentalement que les pertes de charges sont négligeables.

### 2.3. LES SERVO-DISTRIBUTEURS

Historiquement, les premières servovalves électropneumatiques étaient issues de l'électrohydraulique ; il s'agissait de composants à 5 voies. Une seule est suffisante pour la commande d'un axe linéaire ou rotatif. Une servovalve 5 voies est strictement identique à deux servovalves 3 voies à alimentation commune dont les commandes sont de signe opposé, ceci si les fuites sont symétriques par rapport à la position fermée.

Le développement de vérins de longueur de plus en plus grande a conduit à une intégration des éléments modulateurs de puissance aux extrémités des vérins afin de réduire l'encombrement du système et la longueur des tuyauteries de raccordement. Il est impossible d'imaginer des vérins de plusieurs mètres de long contrôlés par un seul servo-distributeur ; les pertes de charges et la dynamique de propagation du fluide entraîneraient des problèmes très importants pour la commande. Citons deux applications qui nécessitent obligatoirement deux modulateurs de puissance par axe [Energie Fluide, 1997]:

- En 1995, la société Hydrauline, filiale de Manesmann Rexroth, a fabriqué des vérins de 35 mètres de long pour un barrage de retenue à Rotterdam.
- En 1996, la même société se distinguait par un nouveau record en développant des vérins de 50 mètres de long destinés à un atelier de fabrication de tubes extrêmement longs sans soudure, à Indianapolis. Ces vérins hydrauliques pèsent 20 tonnes pour un diamètre de 150 à 250 mm ; ils peuvent se déployer sur 100 mètres de long et transmettre une force de 140 tonnes sous une pression de 200 bar.

Pour les raisons précitées, la société Asco-Joucomatic a décidé de commercialiser un axe électropneumatique, pré-équipé de deux servo-distributeurs Servotronic, sous le nom de POSITRONIC –P.O.S. (pour Power mOtion System) [Positronic 1997]. Cet axe a été développé en partenariat avec le Laboratoire d'Automatique Industrielle lors de la thèse de Sylvie Sesmat sous la direction du Professeur Scavarda. Les travaux réalisés au laboratoire concernaient essentiellement la conception, le développement et la mise au point du servo-distributeur pneumatique [Sesmat 1996]. Ce modulateur est commercialisé soit comme régulateur de débit, soit comme régulateur de pression sous le nom de Servotronic [Servotronic 1997]. C'est sous la première forme que nous l'avons utilisé. Deux servo-distributeurs 3 orifices / 3 positions pour régulation de débit alimentent les chambres du vérin. Chaque composant est constitué d'un distributeur pneumatique équipé d'un tiroir chemise appairé, d'un électro-aimant proportionnel qui commande directement le déplacement du tiroir, et d'un capteur de position (cf. fig. 1.5). La position du tiroir est asservie par une commande de type PID. Les principales caractéristiques données par le constructeur sont résumées dans le tableau 1.1.

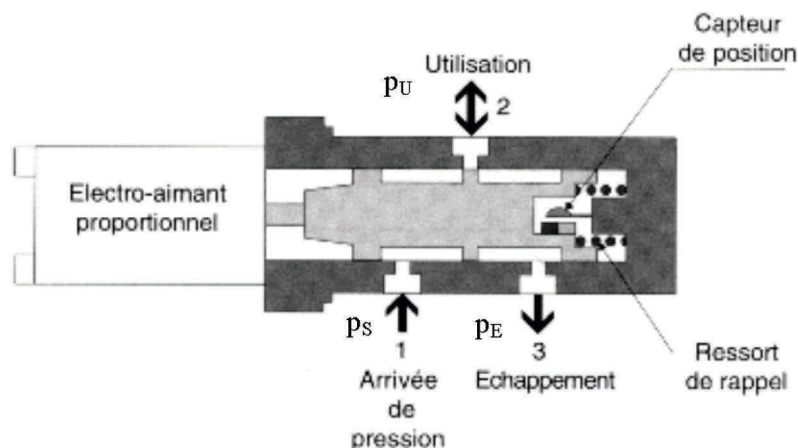
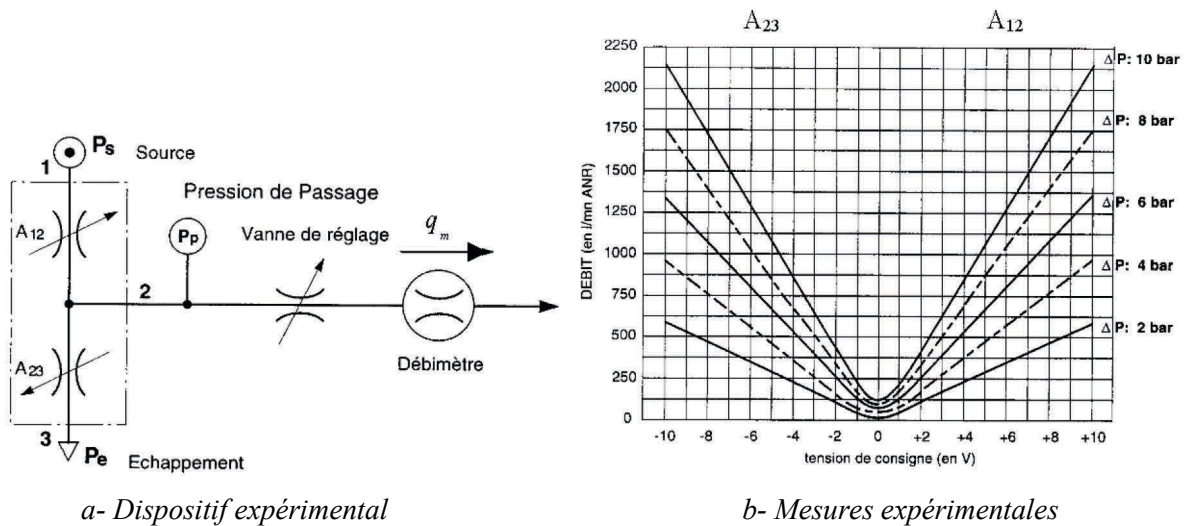


Figure 1.5: Schéma de principe de la Servotronic

Pression maximum admissible	10 bars
Signal de consigne	$\pm 10$ V
Coefficient de débit à pleine ouverture [Norme ISO 6358]	Conductance sonore : $C = 3.29 \times 10^{-8} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$ Rapport de pression critique : $b = 0.44$
Débit pour $p_s=7$ bar et $p_U=p_E$	1400 NI/mn* à pleine ouverture.
Débit de fuite maximum pour $p_s=7$ bar et $p_U=p_E$	50 NI/mn (consigne 0 V)
Température du fluide	+5°C à +40°C
Bande passante à -3 dB	170 Hz à 50 % d'amplitude.
Temps de réponse mécanique	5 ms à 50% d'amplitude
Tension d'alimentation	24 V
Courant maxi	1.25 A
Puissance maxi	30 W

**Tableau 1.1:** Caractéristiques de la Servotronic.

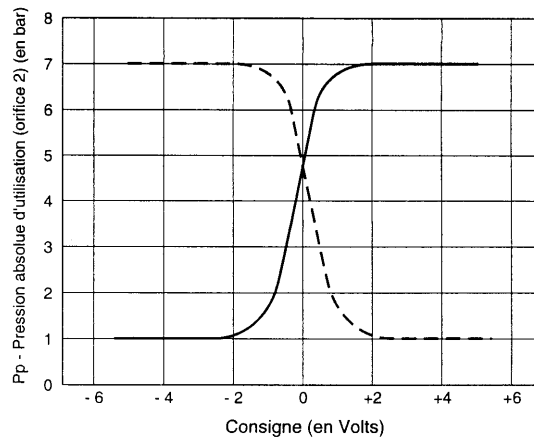
Ce servo-distributeur 3/3 est de type centre ouvert : mise à l'échappement de la chambre d'utilisation lors d'une coupure de courant (position "fail-safe"). Il est commandé électroniquement (cartes de commande et de puissance intégrées). Il délivre un débit fonction de la commande électrique et des rapports de pression amont / aval sur les orifices. Les courbes de gain en débit données par le constructeur sont obtenues en mesurant le débit massique traversant l'orifice  $A_{23}$  pour des tensions négatives et l'orifice  $A_{12}$  pour des tensions positives (cf. fig. 1.6a). Elles sont fournies (cf. fig. 1.6b) pour des pressions sources de 2, 4, 6, 8, 10 bars (relatifs) avec une pression d'échappement constante égale à la pression atmosphérique.



**Figure 1.6:** Caractéristiques constructeur du gain en débit

Le constructeur donne également la courbe de gain en pression (cf. fig. 1.7) représentant l'évolution de la pression au niveau de l'orifice d'utilisation en fonction de la tension de consigne, l'orifice d'utilisation étant obturé. La tension de consigne varie dans l'intervalle [-4 V; 4 V] en effectuant un aller-retour afin de mettre en évidence la quasi-inexistence d'hystérésis.

\* 1 NI/mn =  $2.13 \times 10^{-5}$  kg/s



**Figure 1.7:** Caractéristiques constructeur du gain en pression à débit nul.

## 2.4. L'ACTIONNEUR LINEAIRE

L'actionneur utilisé est un vérin double effet simple tige (cf. fig. 1.3), sa spécificité essentielle étant sa dissymétrie. En effet, la section de la tige est très importante par rapport à la section du piston. En général la différence de section effective varie de 4 à 20% pour les vérins simple tige [Kain et Wartelle 1973]. Est définie comme section effective, la surface du piston en contact avec l'air ; ainsi pour la chambre P, il faut soustraire la section du potentiomètre interne de la section du piston, et pour la chambre N, la section effective correspond à la section du piston moins la section de la tige (cf. tableau 1.2). Ainsi, pour le vérin étudié, le rapport entre les deux sections effectives atteint presque 25%.

Le diamètre du vérin est de 32 mm ; en général y est associé une tige de diamètre 12 mm environ, alors qu'ici le diamètre de la tige est de 20 mm.

Paramètres	Définition	Valeurs numériques	Unité
$l$	Course du vérin	500	mm
$M$	Masse de la partie mobile	17	kg
$\Phi_{\text{cap}}$	Diamètre du capteur interne de position	$9.9 \cdot 10^{-3}$	m
$\Phi_{\text{tige}}$	Diamètre de la tige	$2 \cdot 10^{-2}$	m
$\Phi_{\text{cyl}}$	Diamètre du vérin	$3.2 \cdot 10^{-2}$	m
$S_P$	Section utile du vérin chambre P	$7.2727 \cdot 10^{-4}$	$\text{m}^2$
$S_N$	Section utile du vérin chambre N	$4.9009 \cdot 10^{-4}$	$\text{m}^2$
$S_{\text{tige}}$	Section de la tige	$3.1416 \cdot 10^{-4}$	$\text{m}^2$
$V_{DP}$	Volume mort côté P	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$\text{m}^3$
$V_{DN}$	Volume mort côté N	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$\text{m}^3$
$V_P(0)$	Volume de la chambre P pour $y=0$	$1.8822 \cdot 10^{-4}$	$\text{m}^3$
$V_N(0)$	Volume de la chambre N pour $y=0$	$1.2892 \cdot 10^{-4}$	$\text{m}^3$
$F_P$	Effort maximum entrée tige	297	N
$F_N$	Effort maximum sortie tige	420	N

**Tableau 1.2:** Principales caractéristiques du vérin.

Le dimensionnement d'un vérin est imposé par la charge à déplacer. Pour une utilisation optimale du vérin il est recommandé d'avoir un taux de charge de l'ordre de 75%, ce taux étant le rapport entre la charge à déplacer et l'effort dynamique. Des abaques représentant les efforts développés en sortie et en entrée de tige dans le plan pression source / effort dynamique, pour différentes sections de tige, permettent de choisir les dimensions du vérin en terme de diamètre du vérin et de diamètre de tige [Positronic P.O.S. 1997].

## **2.5. LA CHARGE EN MOUVEMENT**

La tige de l'actionneur est reliée à un chariot guidé sur rails. La liaison tige / chariot est une rotule sphérique, considérée comme rigide et indéformable. Le chariot se déplace sur deux glissières cylindriques. La liaison chariot / unité de guidage est assurée par douilles à billes, dans le but de limiter les frottements. Deux absorbeurs de chocs sont disposés en fin de course afin d'augmenter la durée de vie de l'ensemble du mécanisme. La masse totale à vide de la partie mobile correspondant à l'ensemble piston-tige-chariot est de 17 kg.

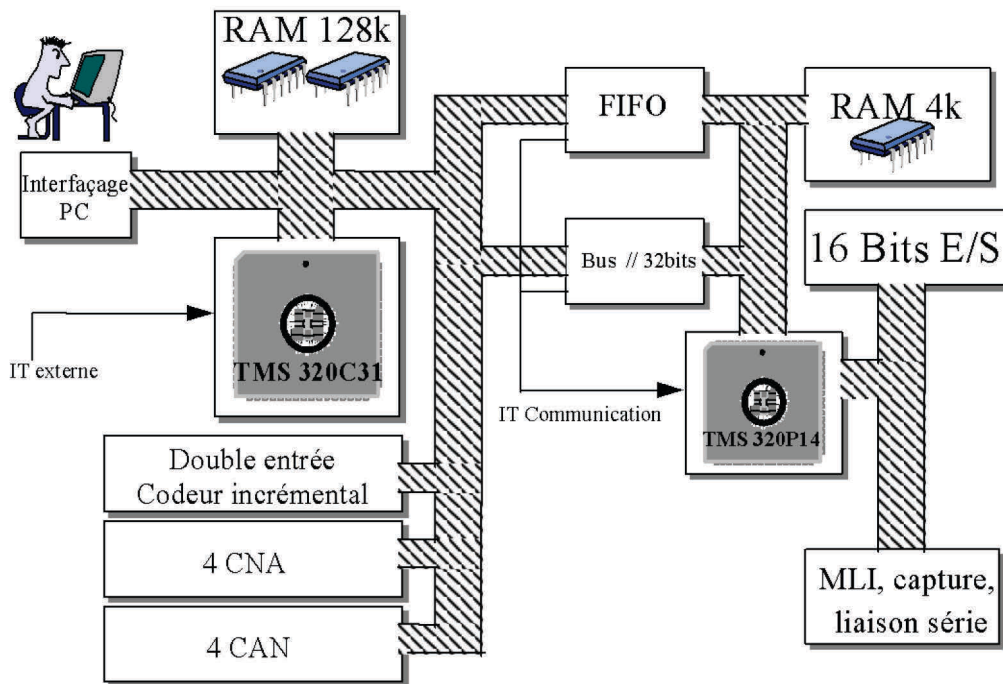
## **2.6. LA CARTE D'ACQUISITION**

Ces dernières années ont été marquées par le développement important des systèmes de commande à base de DSP (Digital Signal Processing). La puissance et la rapidité de calcul de ces composants sont les principales raisons de leur popularité. La performance des cartes d'acquisition pour PC a connu une énorme croissance lors de cette décennie. Cette solution embarquée est très séduisante pour l'industriel, et très commode pour la mise au point de lois de commande. Ainsi en 1996 l'équipe a fait l'acquisition de la carte dSpace DS1102 commercialisée par la société Scientific Software.

Cette carte convient parfaitement au prototypage rapide de commande ; elle s'articule autour du processeur TMS320C31 de Texas Instrument et est connectée via le bus ISA d'un PC, liaison qui permet le téléchargement de code exécutable pour le DSP depuis le PC siège de la compilation . Pour ce faire, la carte est équipée d'une zone mémoire RAM de 128 Ko, le DSP utilisé étant un processeur 32 bit à virgule flottante. Ce lien par bus PC est également mis à profit pour permettre un dialogue de haut niveau en temps réel entre le DSP et les outils de supervision installé sur PC (logiciels Trace et Cockpit). Le processeur est entièrement programmable à partir d'un langage de type schémas blocs (Simulink) grâce au RTI (Real-Time Interface) et au RTW (Real Time Workshop). Les principales caractéristiques de la carte sont résumées dans le tableau **1.3** ; elle est schématisée par la figure **1.8**.

			Résolution	Temps de conversion
Entrées Analogiques	4 voies	Voies 1 et 2	16 bit	4 $\mu$ s
		Voies 3 et 4	12 bit	1.25 $\mu$ s
Sorties Analogiques	4 voies		12 bit	4 $\mu$ s
Entrées Numériques	16		16 bit	
Sorties Numériques	16		16 bit	
Processeur Maître	TMS320C31	40 MHz	32 bit	
Processeur Esclave	TMS320P14	25 MHz	32 bit	

**Tableau 1.3:** Principales caractéristiques de la carte dSpace DS1102



**Figure 1.8:** Schéma synoptique de la carte dSpace DS1102

Comme le montre le schéma synoptique de la carte, celle-ci intègre également un certain nombre de périphériques tels que deux étages d'entrées pour codeur incrémental, un processeur esclave, le TMS320P14 dédié à la gestion des 16 entrées/sorties numériques, des sorties MLI, de la liaison série... Il existe deux types de liaisons entre les processeurs : un bus parallèle classique de 32 bit et une liaison 32 bit "bufferisée" via une FIFO. Cette dernière a l'avantage de permettre une communication entre les deux processeurs sans synchronisation de ces derniers. Ce type de liaison assure des durées d'exécution des tâches très courtes.

La commande d'axe électropneumatique ou électrohydraulique se fait en général à une fréquence comprise entre 100 Hz et 1 kHz, ce qui reste compatible avec les capacités de la carte qui peuvent être atténuées lors de l'utilisation des bibliothèques de fonctions. Ainsi il n'est pas nécessaire de modifier les routines d'entrées / sorties téléchargées à l'initialisation dans le processeur esclave et les temps d'attente entre les deux DSP ne sont pas contraignants face à la période d'échantillonnage. Ce



problème devient gênant dans le cas de commande de moteur électrique par modulation de largeur d'impulsions par exemple, où il faut échantillonner à des fréquences plus importantes (supérieures à 10 kHz).

La figure 1.9 résume la démarche et les logiciels ou fichiers utilisés lors de l'implantation d'une nouvelle loi de commande. La documentation de la partie "software" est référencée dans la bibliographie technique à la fin de ce document [dSpace et Texas Instrument].

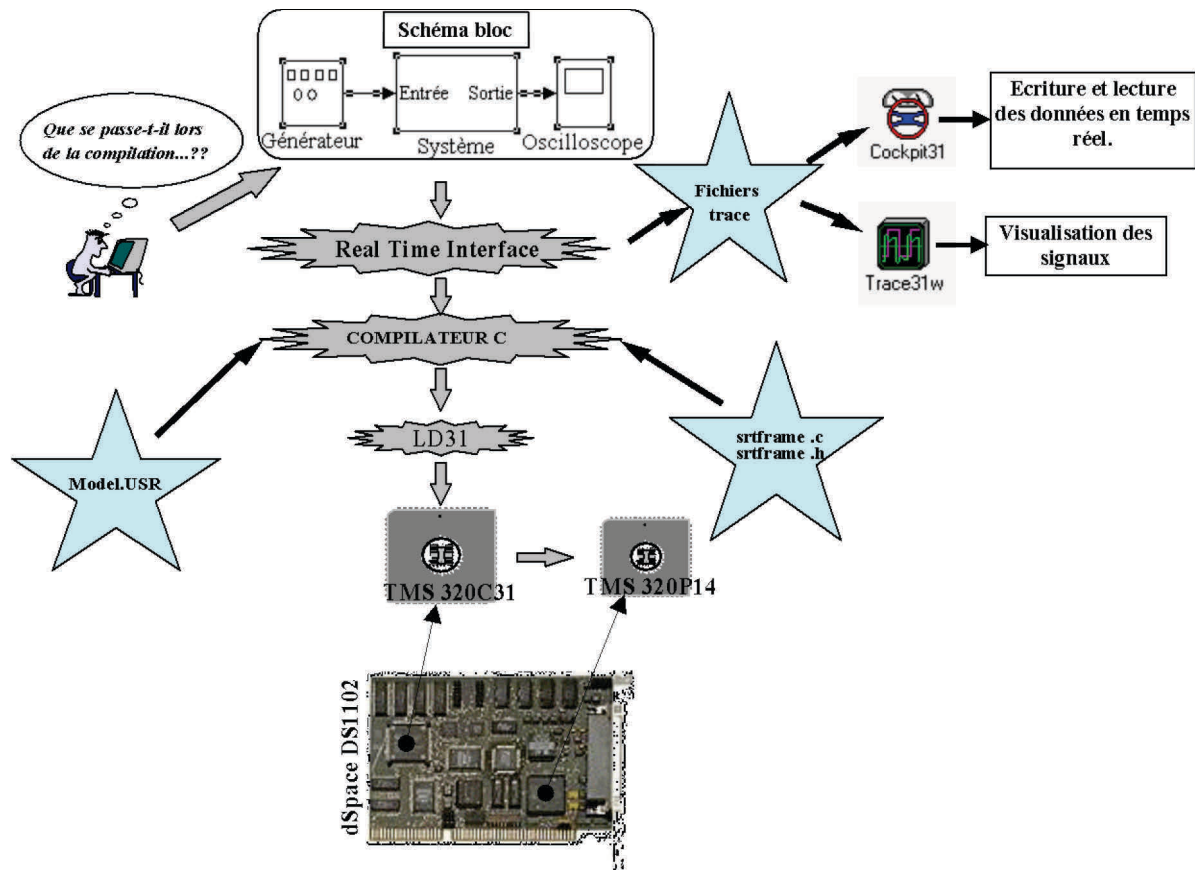


Figure 1.9: De la compilation à l'implantation des fichiers Simulink.

## 2.7. L'INSTRUMENTATION DE MESURE

### 2.7.1. L'enregistreur numérique

Il est très important d'insister sur le fait que si la commande est effectuée à partir de signaux traités par la carte dSpace, toute l'analyse est quant à elle effectuée sur les signaux mesurés via un enregistreur numérique. Une analyse approfondie d'un système commandé nécessite l'enregistrement simultané d'un nombre important de signaux pour que les résultats obtenus soient statistiquement significatifs.

Une grande capacité de stockage est alors nécessaire, ce qui n'est pas le cas si on utilise la carte dSpace. Ainsi notre choix s'est porté sur l'enregistreur numérique Odyssey de Nicolet Technologies.

Cet appareil peut enregistrer pendant plus de 24 heures à une cadence de 1 KHz sur 8 voies d'acquisition. Il est muni d'un DSP par voie, utilisé pour les calculs temps réel, les triggers intelligents et la compression de données. La version utilisée possède huit voies d'acquisition équipées de convertisseur analogique / numérique 16 bit / 100 kHz.

Cependant, un effort important a été fait pour faire correspondre au mieux les signaux mesurés par les deux systèmes, ceci en réglant les offsets, les gains de conversions, les calibres de mesures et les filtres numériques. Par contre, il faut être conscient que les convertisseurs analogique / numérique sont différents, que l'enregistreur numérique est intégré dans un PC industriel et possède donc une meilleure immunité aux bruits.

### 2.7.2. Les capteurs

Ce banc d'essai est équipé de onze capteurs dont sept sont représentés sur la figure 1.3. Les lois de commandes qui ont été implantées n'utilisent que le potentiomètre externe, l'accéléromètre et/ou les deux capteurs de pression. Tous les autres capteurs sont nécessaires pour valider nos hypothèses (thermocouples, capteurs de position servo-distributeur, pression source, potentiomètre interne) et mettre en évidence certains phénomènes (capteur d'effort, capteurs de position servo-distributeur).

#### 2.7.2.1. Les capteurs de position

Chaque servo-distributeur est équipé d'un capteur de position (cf. figure 1.5) qui délivre un signal proportionnel à la position du tiroir.

Deux capteurs peuvent donner la position de la masse en mouvement ; leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau 1.4. Pour la commande en position de l'axe, la sensibilité du capteur externe étant meilleure, seul ce capteur est utilisé. De plus, pour toutes les lois de commandes, il a toujours été relié à la première voie de la carte dSpace (CAN 16 bit) afin d'obtenir la meilleure résolution possible et ainsi donner des résultats chiffrés en centième de millimètres.

Capteur de Position	Interne	Externe
Marque	Penny&Gilles	NOVOtechnik
Etendue de mesure	600 mm	500 mm
Sortie signal	±10 V	±10 V
Sensibilité	33 mV/mm	40 mV/mm
LSB pour un CAN 16 bit	9.2 µm	<b>7.6 µm</b>
LSB pour un CAN 12 bit	147 µm	122 µm
	Diamètre = 9.9 mm	

**Tableau 1.4:** *Caractéristiques des capteurs de position.*

### 2.7.2.2. Les capteurs de pression

Afin de vérifier les faibles fluctuations de la pression source, un capteur de pression relatif (cf. figure 1.4) d'étendue de mesure de 10 bars est disposé dans l'accumulateur.

Les pressions dans les chambres de chaque vérin sont données par des capteurs miniatures très précis et avec une grande bande passante (cf. tableau 1.5) ; leur montage respecte au mieux le fait d'être à membrane affleurante au niveau de la chambre.

Capteur de pression absolue $p_p$ et $p_N$	Identiques
Etendue de mesure	7 bar
Sensibilité	20 mV/bar
Précision (Non linéarité et hystérésis)	0,1 % de l'EM
Répétabilité	0,1 %
Fréquence propre	500 kHz
Température de fonctionnement	-55°C à 204°C
Température de compensation	+25°C à +80°C

**Tableau 1.5:** *Caractéristiques des capteurs de pression..*

### 2.7.2.3. Les autres capteurs

Le capteur d'effort est utilisé pour identifier les frottements ; son étendue de mesure est de 200 daN, sa sensibilité de 10 mV/daN.

L'accéléromètre utilisé est de marque Entran ; son étendue de mesure est de  $\pm 5$  g ( $g=9.81$  m/s<sup>2</sup>) avec une sensibilité de 1 V/g.

Les thermocouples installés ont de très faibles bandes passantes (technologie cuivre / cuivre nickel) ; ils sont donc utilisés uniquement pour mesurer la température en régime permanent.

## 2.7.3. Les conditionneurs analogiques

Le dispositif électronique se présente sous forme d'un boîtier rack comprenant les alimentations et différentes cartes de conditionnement assurant le filtrage et l'amplification des signaux. De plus, une carte de dérivation analogique reconstruit la vitesse, l'accélération, ainsi que l'erreur de position. Ceci a été réalisé dans un but d'industrialisation au coût le plus compétitif de l'ensemble POSITRONIC. Un "effet loupe" permet d'avoir en plus de cette erreur, 4 fois l'erreur et 0.5 fois l'erreur, ceci dans le but d'augmenter artificiellement la résolution du capteur de position. La position peut être filtrée par l'intermédiaire de filtres réjecteurs (fréquences : 50, 100 ou 150 Hz).

### 3. MODELISATION D'UN SYSTEME ELECTROPNEUMATIQUE DE POSITIONNEMENT.

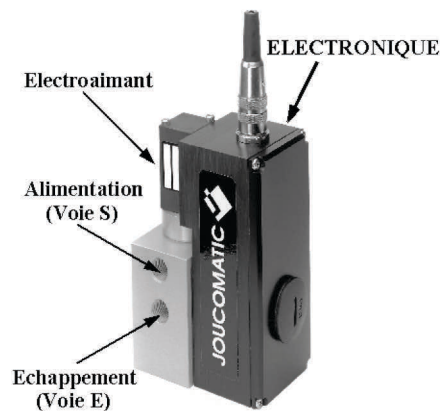
#### 3.1. MODELISATION POUR LA SIMULATION\*

Le modèle présenté ici est exclusivement développé pour la simulation numérique. Il est simplifié au chapitre suivant pour servir de modèle de commande. Dans ce paragraphe, nous décrivons les différents phénomènes physiques, sans nous imposer de contrainte sur la forme des équations. Peu importe si le modèle est non linéaire, non affine en la commande, implicite, algèbro-différentiel, discontinu,  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_\infty$ , défini par morceaux ou autre.

Nous présentons successivement dans cette partie les modèles retenus pour simuler les servo-distributeur, une chambre pneumatique à volume variable, les frottements et la partie mécanique en translation.

#### 3.2. CARACTERISTIQUES DU SERVO-DISTRIBUTEUR UTILISE

Le servo-distributeur utilisé a été conçu et réalisé lors d'une collaboration antérieure entre la société JOUCOMATIC et le Laboratoire d'Automatique Industrielle de l'INSA de Lyon [Sesmat 1996]. Il est actuellement commercialisé sous le nom de SERVOTRONIC [Servotronic 1997] (cf. figure 1.10).



**Figure 1.10:** Photographie du servo-distributeur JOUCOMATIC SERVOTRONIC

Il comporte un tiroir coulissant dans une chemise, actionné directement par un électroaimant proportionnel en opposition avec un ressort. Le tiroir est asservi en position et la commande en puissance de l'électroaimant est réalisée à partir d'une commande par modulation de largeurs d'impulsions.

---

\* La terminologie désormais classiquement adoptée par les automaticiens : modèle de conception, modèle de simulation, modèle de commande, sera également retenue tout au long de ce mémoire.

Dans notre cas, nous considérons l'ensemble constitué de la partie mécanique du modulateur de puissance et de son électronique de commande. La grandeur d'entrée est alors une tension correspondant à la consigne de position du tiroir. Compte tenu de l'efficacité de l'asservissement en position du tiroir, l'hystérésis est négligeable. La consigne de position peut donc être considérée comme variable d'entrée du modèle de l'étage en débit (cf. figure 1.11).

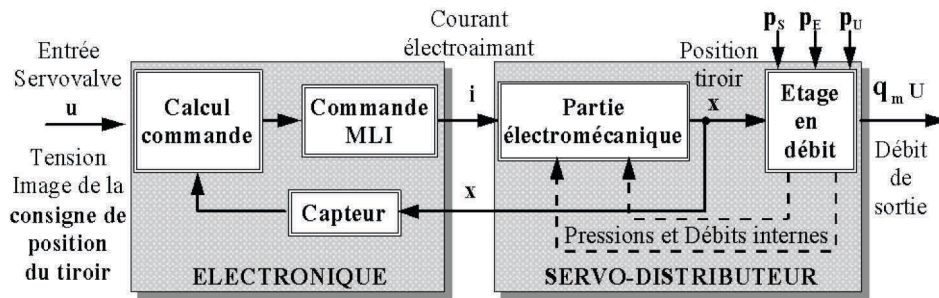


Figure 1.11: Structure du servo-distributeur JOUCOMATIC SERVOTRONIC

### 3.2.1. Modèle dynamique du servo-distributeur

Un modèle d'aide à la conception, faisant apparaître les différents composants mécaniques et électroniques, a été établi lors de la conception du modulateur [Sesmat 1996]. Celui-ci permet de prendre en compte les non linéarités au niveau de chaque élément. Compte tenu des écarts de dynamique importants existant au sein du système constitué par un axe électropneumatique, nous utilisons un modèle moyen pour la commande par modulation de largeur d'impulsions. Ceci permet d'insérer plus aisément le modèle de simulation dynamique du modulateur de puissance dans le modèle global de simulation de l'axe.

Le modèle d'état non linéaire de la partie électromécanique du servo-distributeur s'articule autour de l'équation d'état en courant représentant la partie électrique et les équations d'état en vitesse et position correspondant à la partie mécanique. Si on prend en compte les efforts hydrodynamiques sur le tiroir, il est nécessaire de faire apparaître les équations d'état régissant la dynamique d'évolution de chacune des pressions internes à l'étage en débit. En supposant la loi d'évolution polytropique, le modèle d'état non linéaire est alors du 8<sup>ème</sup> ordre [Sesmat 1996].

Dans le cadre de la synthèse de la loi de commande pour l'asservissement en position du tiroir, les efforts hydrodynamiques sont négligés pour aboutir à un modèle du 3<sup>ème</sup> ordre faisant apparaître les variables d'état : position, vitesse et courant. Les équations d'état sont linéarisées autour d'un point d'équilibre, puis un changement de variable faisant apparaître l'accélération est effectué.

L'asservissement est réalisé à partir d'un retour d'état en position, vitesse, accélération auquel est ajoutée une action intégrale permettant d'annuler l'erreur statique. Le comportement dynamique en

boucle fermée est fixé par l'utilisation d'un polynôme de Bessel [Franklin *et al* 1987] comme dénominateur de la fonction de transfert du troisième ordre (cf. équation 1.2), cette méthode offre un bon compromis entre une bande passante assez élevée et un dépassement de la réponse indicielle acceptable [Richard 1990].

$$(s + (0,7455 \pm 0,7112j)\omega_0)(s + 0,9420\omega_0) \quad (1.2)$$

avec  $\omega_0 = 1090 \text{ rad/s}$  correspondant à un temps de réponse (à 95% de la valeur finale) du système linéaire de 3.6 ms.

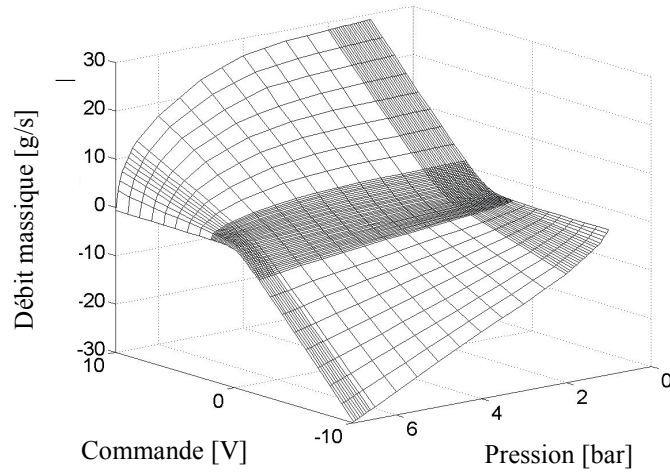
### 3.2.2. Modélisation de l'étage en débit

L'étage en débit du servo-distributeur SERVOTRONIC de JOUCOMATIC peut difficilement être modélisé par un classique demi-pont de Wheatstone en raison de l'existence de fuites de l'intérieur de cet étage vers l'extérieur et le long des portées d'extrémité du tiroir. Cela signifie qu'une caractérisation expérimentale des quarts de pont ne permet pas d'obtenir un modèle correct de l'étage en débit. C'est pourquoi une caractérisation globale de l'étage en débit a été effectuée *expérimentalement* [Sesmat *et al.* 1996].

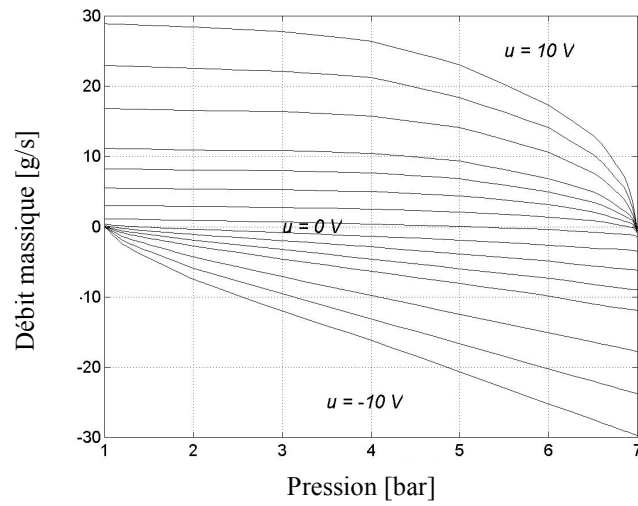
Plus précisément, la caractérisation proposée est:

- *globale* du fait que l'on recherche à exprimer le débit d'utilisation  $q_m$  en fonction de la pression d'utilisation  $p$  et de la commande  $u$ , pour des pressions d'alimentation et d'échappement constantes. Elle s'oppose donc à la caractérisation en quart de pont.
- *statique* du fait qu'à chaque variation de la commande ou de la pression d'utilisation, le relevé des mesures (pression et débit) est effectué lorsque le débit est en régime établi.

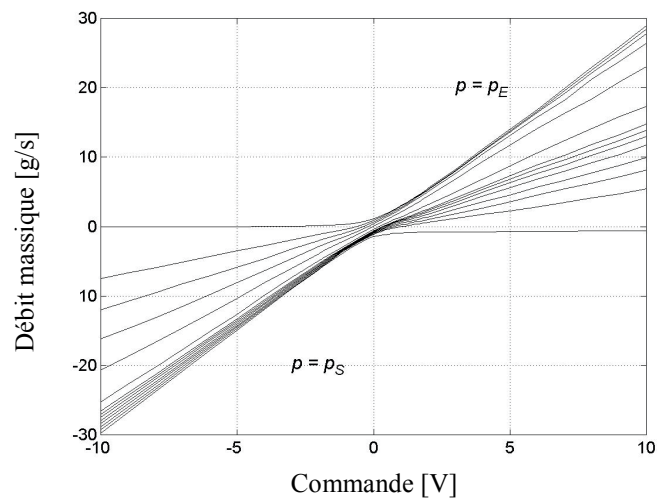
La figure **1.12** montre l'évolution du débit en fonction de la commande et de la pression dans l'espace d'évolution. Pour une meilleure visualisation du comportement vis à vis de la commande ou de la pression et même du débit, on projette "cette caractéristique bidimensionnelle" sur les différents plans  $(p, q_m)$ ,  $(u, q_m)$  et  $(u, p)$ . Les figures **1.13**, **1.14** et **1.15** correspondent à ces représentations : la première, dans le plan  $(p, q_m)$  est appelée réseau de caractéristiques de débit ; la seconde, dans le plan  $(u, q_m)$  est appelée réseau de caractéristiques de gain en débit ; la dernière, dans le plan  $(u, p)$  est appelée réseau de caractéristiques de gain en pression. Le terme réseau est utilisé pour spécifier le fait que l'on a une courbe pour chaque valeur de  $u$ , de  $p$  ou de  $q_m$ .



**Figure 1.12:** Caractéristique bidimensionnelle globale statique.



**Figure 1.13:** Réseau de caractéristiques de débit.



**Figure 1.14:** Réseau de caractéristiques de gain en débit

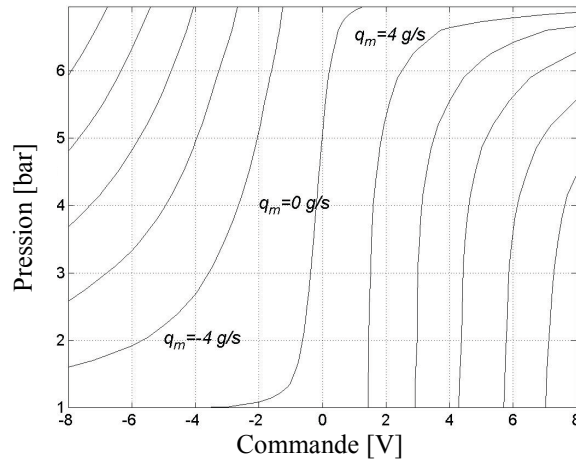
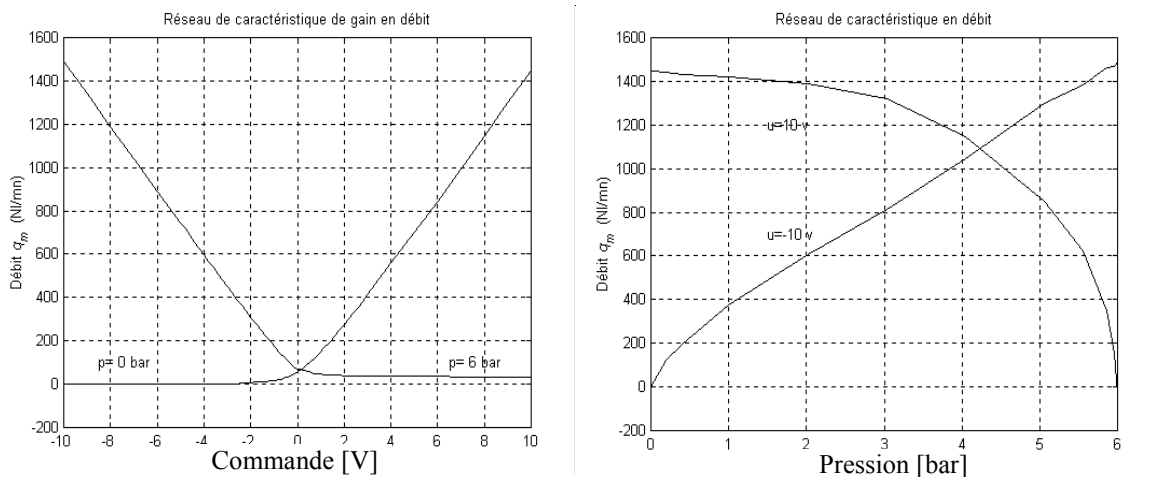


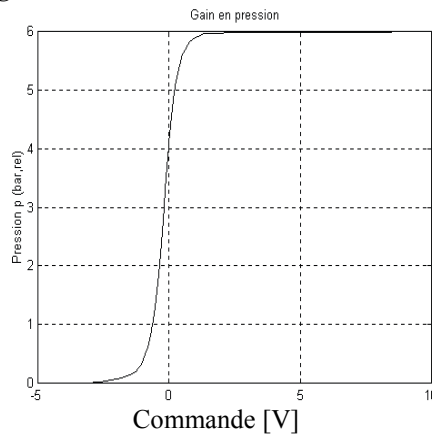
Figure 1.15: Réseau de caractéristiques de gain en pression (par pas de 4 g/s).

Généralement, les constructeurs ne fournissent pas ce type de caractéristiques ; dans leurs documentations, seules les caractéristiques aux limites comme le montrent les figures 1.16 a-b-c sont proposées. On ne considère, pour les caractéristiques de gain en débit, que les pressions d'alimentation et d'échappement ; pour les caractéristiques de débit, que les commandes minimale et maximale, et que le gain en pression pour un débit nul.



a - Caractéristiques de gain en débit

b - Caractéristiques de débit



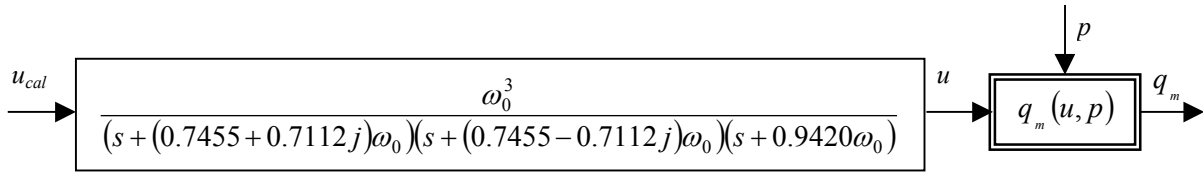
c - Caractéristique de gain en pression à débit nul

Figure 1.16: Caractéristiques généralement fournies par les constructeurs.



### 3.2.3. Modèle de simulation du servo-distributeur

Le modèle du servo-distributeur, muni de sa commande par retour d'état (position, vitesse et accélération), retenu pour la simulation dans le cadre de la synthèse de la loi de commande pour l'asservissement d'axe électropneumatique est donc composé d'un étage dynamique et d'un étage statique. L'étage dynamique est caractérisé par une fonction de transfert du troisième ordre dont les pôles sont fixés par le polynôme de Bessel (cf. équation 1.2) et de gain statique unitaire. L'étage statique est un tableau de point issu de mesures expérimentales. Les deux servo-distributeurs seront supposés identiques.



**Figure 1.17:** *Modèle de simulation complet du servo-distributeur Servotronic*

La commande  $u$  étant l'image de la position du tiroir ( $u=x$ ), le modèle d'état de l'étage dynamique du servo-distributeur peut être également représenté par le système d'équation 1.3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\ddot{x}}{dt} = -a_{11}\ddot{x} - a_{12}\dot{x} - a_{13}x + Ku_{cal} \\ \frac{d\dot{x}}{dt} = \ddot{x} \\ \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ u = x \end{array} \right. \quad (1.3)$$

## 3.3. **MODELE THERMODYNAMIQUE D'UNE CHAMBRE PNEUMATIQUE DE VOLUME VARIABLE**

### 3.3.1. Introduction

Kellal [Kellal 1987] donne une bibliographie détaillée des différents modèles thermodynamiques d'une chambre de volume variable qui ont été établis ces trente dernières années. Tous ces modèles sont issus de l'application du premier principe de la thermodynamique aux systèmes fermés ou ouverts, selon le système considéré, et de l'équation de continuité (conservation de la masse).

Le modèle usuel déduit du pseudo bond graph proposé par Karnopp [Karnopp 1979] fait apparaître deux variables d'état extensives que sont l'énergie interne  $U$  et la masse  $m$  de l'air contenu dans la chambre. D'autres auteurs utilisent les variables intensives pression  $p$  et température  $T$  qui sont directement mesurables. Pour cette raison, nous présenterons ici ce type de modèle.

Dans cette partie, nous allons tout d'abord rappeler les hypothèses classiquement admises lors de cette modélisation. Puis, nous présenterons la modélisation adoptée par Jebar [Jebar 1977] qui utilise une formulation du premier principe pour les systèmes thermodynamiques ouverts (i.e. à masse non constante). Nous présenterons les équations différentielles en pression et en température dans le cas le plus général, puis dans certains cas particuliers où une loi d'évolution est supposée a priori.

### 3.3.2. Hypothèses classiques

Les hypothèses classiquement admises pour établir le modèle dynamique d'une chambre sont les suivantes :

- l'air est un gaz parfait et obéit à la loi d'état :

$$\frac{p}{\rho} = rT \quad (1.4)$$

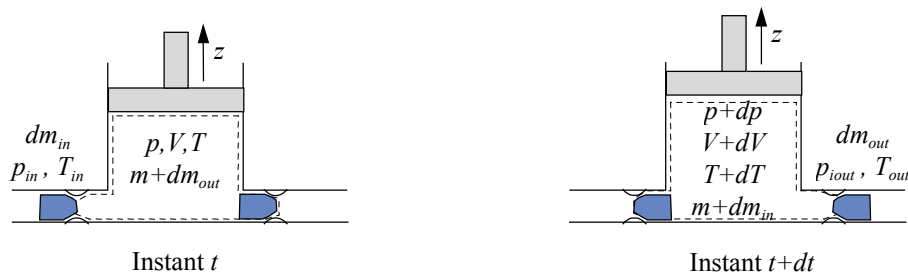
- l'énergie cinétique est négligeable dans la chambre,
- l'écoulement dans les conduites en entrée et en sortie est pseudo stationnaire, ce qui signifie que le débit ne dépend du temps que par l'intermédiaire des pressions amont et aval [Kain et Wartelle 1973]. L'expression du débit à chaque instant est la même qu'en régime stationnaire établi (les phénomènes de propagation d'onde dans les canalisations sont négligés). Ceci peut se justifier par le fait que le temps d'établissement du régime d'écoulement dans les canalisations est faible devant le temps de mise sous pression ou de mise à l'échappement des chambres.
- l'écoulement s'effectue sans échange de travail, ni de chaleur avec l'extérieur (adiabatique);
- l'échange de travail avec le piston est réversible,
- les conduites de mise sous pression et de mise à l'échappement sont à la même hauteur.
- à chaque instant, les grandeurs thermodynamiques pression  $p$ , température  $T$  et masse volumique  $\rho$  du gaz sont uniformes à l'intérieur de la chambre, sauf dans une zone de volume très petit et négligeable, située près des connexions, où les gradients sont importants et où il peut y avoir onde de choc, tourbillons, décollements,... [Kain et Wartelle 1973].

### 3.3.3. Bilan d'énergie interne

La masse d'air contenue dans une chambre de vérin (ou dans une chambre dans laquelle on veut réaliser une régulation de pression) varie au cours du temps ; il s'agit donc d'un système thermodynamiquement ouvert.

Pour modéliser ce système, on applique le premier principe de la thermodynamique à une masse de gaz constante convenablement choisie [Jebar 1977]. Cette masse est égale à :  $m + dm_{in} + dm_{out}$  ; elle est constante entre les instants  $t$  et  $t + dt$  et est répartie de la façon représentée sur la figure 1.18 :

- à l'instant  $t$  : la masse  $dm_{in}(p_{in}, T_{in})$  est en amont de la restriction d'alimentation,  
 la masse  $m + dm_{out}(p, T)$  se trouve dans la chambre de volume  $V$  ;  
 à l'instant  $t + dt$  : la masse d'air dans le volume  $V + dV$  est égale à  $m + dm_{in}(p + dp, T + dT)$ ,  
 la masse  $dm_{out}(p_{out}, T_{out})$  est en aval de la restriction de sortie.



**Figure 1.18:** Evolution de l'état du fluide entre les instants  $t$  et  $t + dt$ .

Le premier principe de la thermodynamique exprime que la variation de l'énergie totale du fluide contenu dans un domaine  $D$  est égale à la somme du travail des forces extérieures au domaine et de la quantité de chaleur échangée avec l'extérieur :

$$dU + dE_c + dE_p = \delta W + \delta Q \quad (1.5)$$

avec :  $dU$  : variation d'énergie interne,

$dE_c$  : variation d'énergie cinétique,

$dE_p$  : variation d'énergie potentielle,

$\delta W$  : travail des forces extérieures,

$\delta Q$  : quantité de chaleur échangée avec l'extérieur.

Compte tenu des hypothèses d'homogénéité, on peut exprimer ces différentes grandeurs.

Variation d'énergie interne :

$$dU = [(m + dm_{in})c_v(T + dT) + dm_{out}c_vT_{out}] - [(m + dm_{out})c_vT + dm_{in}c_vT_{in}] \quad (1.6)$$

En négligeant les termes du second ordre, on obtient :

$$dU = mc_vdT + dm_{in}c_v(T - T_{in}) + dm_{out}c_v(T_{out} - T) \quad (1.7)$$

Variation d'énergie cinétique (énergie cinétique négligeable dans la chambre):

$$dE_c = \frac{1}{2} dm_{out} v_{out}^2 - \frac{1}{2} dm_{in} v_{in}^2 \quad (1.8)$$

Variation d'énergie potentielle :

$$dE_p = dm_{out} g z_{out} - dm_{in} g z_{in} \quad (1.9)$$

Travail des forces extérieures :

$$\delta W = \underbrace{-pdV}_{\text{travail échangé avec le piston}} + \underbrace{p_{in} dV_{in}}_{\text{travail des forces de pression } p_{in} \text{ sur la section droite en entrée}} - \underbrace{p_{out} dV_{out}}_{\text{travail des forces de pression } p_{out} \text{ sur la section droite en sortie}} \quad (1.10)$$

or :

$$dV_{in} = \frac{dm_{in}}{\rho_{in}} \quad \text{et} \quad dV_{out} = \frac{dm_{out}}{\rho_{out}} \quad (1.11)$$

d'où :

$$\delta W = -pdV + \frac{p_{in}}{\rho_{in}} dm_{in} - \frac{p_{out}}{\rho_{out}} dm_{out} \quad (1.12)$$

Echange thermique avec la paroi de la chambre :

$$\delta Q = \lambda S_c (T_c - T) dt \quad (1.13)$$

avec:

$\lambda$  : coefficient de transfert thermique par convection entre le gaz et la paroi (échanges de chaleur par rayonnement et capacité thermique des parois de la chambre négligés),

$S_c$  : aire totale intérieure de la chambre correspondant à la surface d'échange entre le gaz et les parois de la chambre.

$T_c$  : température de la paroi de la chambre, supposée constante (inertie thermique importante des parois).

Compte tenu des expressions 1.7, 1.8, 1.9, 1.12 et 1.13 l'expression 1.5 s'écrit :

$$mc_v dT = -pdV + dm_{in} \left( c_v T_{in} + \frac{p_{in}}{\rho_{in}} + \frac{v_{in}^2}{2} + g z_{in} - c_v T \right) - dm_{out} \left( c_v T_{out} + \frac{p_{out}}{\rho_{out}} + \frac{v_{out}^2}{2} + g z_{out} - c_v T \right) + \delta Q \quad (1.14)$$

d'où :

$$mc_v dT + c_v T (dm_{in} - dm_{out}) = -pdV + dm_{in} \left( c_v T_{in} + \frac{p_{in}}{\rho_{in}} + \frac{v_{in}^2}{2} + g z_{in} \right) - dm_{out} \left( c_v T_{out} + \frac{p_{out}}{\rho_{out}} + \frac{v_{out}^2}{2} + g z_{out} \right) + \delta Q \quad (1.15)$$

En notant que :

- l'**énergie interne** du gaz contenu dans la chambre s'exprime par :

$$U = mc_v T \quad (1.16)$$

- la **variation** de la **masse** à l'intérieur de la chambre s'écrit :

$$dm = dm_{in} - dm_{out} \quad (1.17)$$

- sous l'hypothèse de **réversibilité**, le travail machine est égal à :

$$dW_m = -pdV \quad (1.18)$$

- l'**énergie massique totale** E s'écrit :

$$E = \underbrace{u}_{\substack{\text{énergie interne} \\ \text{massique}}} + \underbrace{\frac{p}{\rho}}_{\substack{\text{énergie de} \\ \text{pression}}} + \underbrace{gz}_{\substack{\text{énergie de} \\ \text{pesanteur}}} + \underbrace{\frac{v^2}{2}}_{\substack{\text{énergie} \\ \text{cinétique}}} \quad (1.19)$$

- le **débit massique en entrée**  $q_{m,in}$  vérifie l'équation suivante :

$$q_{m,in} dt = dm_{in} \quad (1.20)$$

- de même, le **débit massique en sortie**  $q_{m,out}$  vérifie l'équation suivante :

$$q_{m,out} dt = dm_{out} \quad (1.21)$$

On obtient alors l'expression du **premier principe de la thermodynamique pour les systèmes ouverts** sous la forme suivante :

$$\boxed{\frac{dU}{dt} = \frac{dW_m}{dt} + \underbrace{h_{in}q_{m,in} - h_{out}q_{m,out}}_{\substack{\text{flux} \\ \text{d'enthalpie totale}}} + \frac{\delta Q}{dt}} \quad (1.22)$$

$\frac{dU}{dt}$   
énergie interne
 $\frac{dW_m}{dt}$   
travail machine
 $h_{in}q_{m,in} - h_{out}q_{m,out}$   
flux d'enthalpie totale
 $\frac{\delta Q}{dt}$   
échange thermique

### 3.3.4. Equation régissant l'évolution de la température

En appliquant, sous les hypothèses décrites précédemment, le bilan d'énergie interne (1.22) à la chambre considérée, on obtient :

$$mc_v \frac{dT}{dt} = -p \frac{dV}{dt} + q_{m,in} \left[ c_v T_{in} + \frac{p_{in}}{\rho_{in}} + \frac{v_{in}^2}{2} - c_v T \right] - q_{m,out} \left[ c_v T_{out} + \frac{p_{out}}{\rho_{out}} + \frac{v_{out}^2}{2} - c_v T \right] + \frac{\delta Q}{dt} \quad (1.23)$$

L'hypothèse d'un gaz parfait permet d'écrire :

$$c_v T + \frac{p}{\rho} = c_p T = h \quad (1.24)$$

Les hypothèses admises sur les écoulements permettent d'appliquer la formule de Zeuner:

$$h + \frac{v^2}{2} = Cte \quad (1.25)$$

au niveau de l'alimentation et de l'échappement :

$$c_p T_{in} + \frac{v_{in}^2}{2} = c_p T_r \quad (1.26)$$

$$c_p T_{out} + \frac{v_{out}^2}{2} = c_p T_r \quad (1.27)$$

$T_r$  correspond à la température dans un réservoir amont de section infiniment grande de façon à ce que la vitesse du fluide soit nulle (état générateur).

En utilisant les propriétés thermodynamiques des gaz parfaits données par la loi de Mayer

$$\frac{c_p}{c_v} = \gamma \quad et \quad c_v = \frac{r}{\gamma - 1} \quad (1.28)$$

on obtient l'équation régissant l'évolution de la température à l'intérieur de la chambre :

$$\boxed{\frac{dT}{dt} = -(\gamma - 1) \frac{T}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{rT}{pV} (\gamma T_r - T) q_{m,in} - \frac{rT^2}{pV} (\gamma - 1) q_{m,out} + (\gamma - 1) \frac{T}{pV} \frac{\delta Q}{dt}} \quad (1.29)$$

### 3.3.5. Equation régissant l'évolution de la pression

L'équation de continuité (conservation de la masse) appliquée à la chambre s'écrit :

$$\frac{dm}{dt} = q_{m,in} - q_{m,out} \quad (1.30)$$

En utilisant  $m = \rho V$  et par différentiation de l'équation d'état des gaz parfaits (1.4), on obtient :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{rT}{V} (q_{m,in} - q_{m,out}) + \frac{p}{T} \frac{dT}{dt} - \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} \quad (1.31)$$

A partir de 1.29 on obtient l'équation régissant l'évolution de la pression dans la chambre :

$$\boxed{\frac{dp}{dt} = -\gamma \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{\gamma r T_r}{V} q_{m,in} - \frac{\gamma r T}{V} q_{m,out} + \frac{(\gamma - 1)}{V} \frac{\delta Q}{dt}} \quad (1.32)$$

### 3.3.6. Bilan et remarques

L'évolution thermodynamique de l'air dans une chambre de volume variable est alors décrite par les deux équations différentielles 1.29 et 1.32 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{dt} = -\gamma \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{\gamma r T_r}{V} q_{m, in} - \frac{\gamma r T}{V} q_{m, out} + \frac{(\gamma-1)}{V} \frac{\delta Q}{dt} \\ \frac{dT}{dt} = -(\gamma-1) \frac{T}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{rT}{pV} (\gamma T_r - T) q_{m, in} - \frac{rT^2}{pV} (\gamma-1) q_{m, out} + (\gamma-1) \frac{T}{pV} \frac{\delta Q}{dt} \end{array} \right. \quad (1.33)$$

Remarque :

Geider [Geider 1997] a proposé l'établissement de ce modèle en faisant apparaître des valeurs moyennes de pression et de température d'après les définitions des moyennes spatiales introduites par Colin [Colin 1992] (cf. équations 1.34 et 1.35) et en utilisant de plus des moyennes surfaciques. L'utilisation de ces grandeurs moyennes permet une modélisation qui ne nécessite pas l'hypothèse d'uniformité des grandeurs thermodynamiques sur tout le volume, mais elle nécessite les deux hypothèses suivantes :

- les vitesses du fluide sont uniformes sur chacune des sections d'entrée et de sortie (écoulement turbulent),
- la pression moyenne sur la surface du piston est égale à la pression moyenne sur le volume.

$p$  correspond à la pression moyenne sur le volume de la chambre :

$$\langle p \rangle = \frac{\iiint_D p dV}{V} \quad (1.34)$$

$T$  correspond à la température moyenne dans la chambre pondérée par la masse :

$$[T] = \frac{\iiint_D \rho T dV}{m} \quad (1.35)$$

Compte tenu des hypothèses un peu moins restrictives, cette modélisation faisant apparaître des grandeurs moyennes semble donc un peu plus rigoureuse que si l'on suppose les grandeurs thermodynamiques uniformes, mais malheureusement les capteurs de pression et de température moyennes n'existent pas! Lors de la validation de ce modèle, l'emplacement des capteurs est donc très important surtout si l'on considère la remarque de Kain et Wartelle [Kain et Wartelle 1973] soulignant l'existence d'une zone où les gradients sont importants et où il peut y avoir onde de choc, tourbillons, décollements...

### 3.3.7. Cas particuliers

Suite à la difficulté due à l'identification du coefficient d'échange convectif entre la paroi et le gaz (cf. équation 1.13), des modèles simplifiés issus d'hypothèses sur la quantité de chaleur échangée ont été proposés. De nombreux auteurs ont utilisé une loi d'évolution théorique du fluide pour établir le modèle d'une chambre. Ainsi parmi eux, Burrows [Burrows 1972] a utilisé un modèle adiabatique réversible (isentropique), Zalmanzon [Zalmanzon 1965] un modèle isotherme et Andersen [Andersen 1967] et Chitty et Lambert [Chitty et Lambert 1976] un modèle polytropique.

En utilisant une intégrale première construite à partir des équations différentielles (1.33), Bouhal [Bouhal 1994] a montré que l'on peut retrouver ces trois modèles qui ne comportent alors plus qu'une seule équation différentielle et une relation algébrique de la forme  $T^k P^{1-k} = Cte$ .

Cas **isotherme** ( $k = 1$ )

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{rT}{V} (q_{m\,in} - q_{m\,out}) \quad (1.36)$$

Cas **isentropique** (adiabatique réversible :  $\delta Q = 0$ ) ( $k = \gamma = 1.4$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{dt} = -\gamma \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{\gamma rT}{V} (q_{m\,in} - q_{m\,out}) \\ T^\gamma p^{(1-\gamma)} = T_0^\gamma p_0^{(1-\gamma)} \end{array} \right. \quad (1.37)$$

Cas **polytropique** ( $1 < k < \gamma$ )

$$\boxed{\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{dt} = -k \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{krT}{V} (q_{m\,in} - q_{m\,out}) \\ T^k p^{(1-k)} = T_0^k p_0^{(1-k)} \end{array} \right.} \quad (1.38)$$

Suite à des comparaisons entre ces différents modèles, il apparaît que l'évolution de la pression dans une chambre peut être représentée :

- Soit par le modèle 1.33 avec un coefficient d'échange thermique variant en fonction de la température, de la pression et de la vitesse. Mais cette loi d'évolution est très difficile à quantifier. A titre d'information, pour l'asservissement en effort, la vitesse étant nulle, l'équation 1.39 [Det 1991] donne une bonne expression du coefficient d'échange thermique.

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{p \times T}{p_0 \times T_0}} \quad (1.39)$$



- Soit par un modèle polytropique, qui peut être vu comme un modèle moyen pour une grande plage de fonctionnement. Nous avons retenu un coefficient polytropique  $k=1.2$ , et c'est donc l'équation 1.38 qui a été retenue pour simuler l'évolution des pressions et des températures dans les deux chambres du vérin.

### 3.4. MODELE DE LA PARTIE MECANIQUE DE L'AXE

La figure 1.19 présente schématiquement la partie mécanique de l'axe.

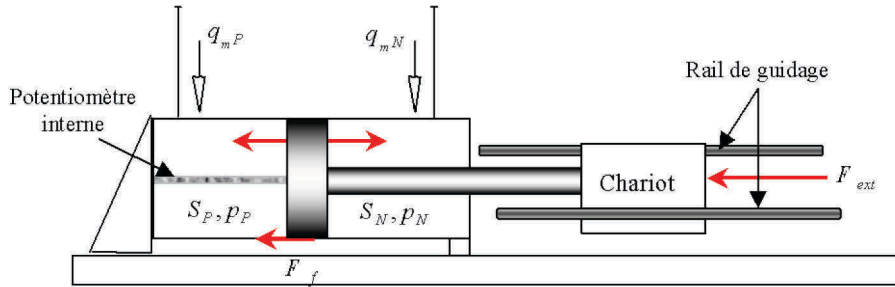


Figure 1.19: Schéma de la partie mécanique de l'axe

La deuxième loi de Newton appliquée au solide en mouvement, sous les hypothèses d'une liaison tige / chariot rigide et d'un solide indéformable, donne l'équation dynamique du mouvement 1.40.

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} [S_P P_P - S_N P_N - F_f - F_{ext}] \\ \frac{dy}{dt} = v \end{cases} \quad (1.40)$$

La force de frottement est détaillée dans le paragraphe suivant. La force extérieure tient compte de la pression atmosphérique (cf. équation 1.41) et des butées de fin de course internes au vérin.

$$F_{ext} = (S_P - S_N) p_E \quad \text{si} \quad y \in [y_{min}, y_{max}] \quad (1.41)$$

Pour simuler la force de contact lorsque le piston arrive en butée, nous définissons une force de rappel, dont la constante de raideur prend la valeur  $K_{caout}$  si le vérin arrive au milieu du volume mort, et  $K_{butée}$  si le vérin est en butée :

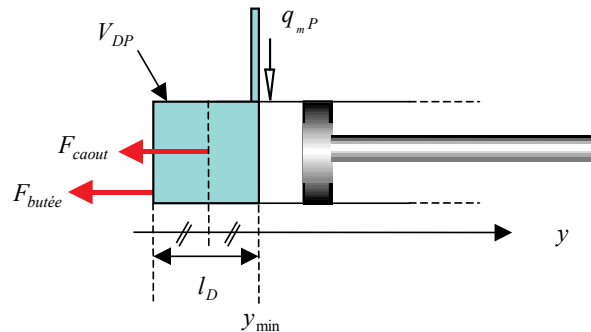


Figure 1.20: Modélisation de la force de butée.

### 3.5. MODELISATION DES FROTTEMENTS

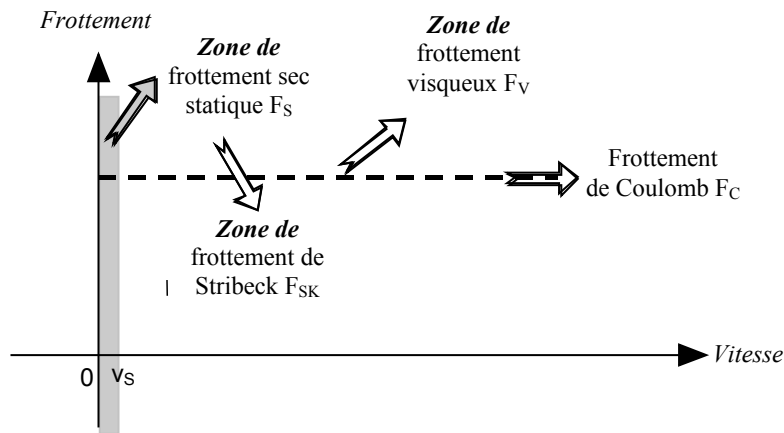
#### 3.5.1. Introduction

L'influence des frottements dans un système industriel a fait et fait encore l'objet de nombreuses publications. Différents auteurs [Tustin 1947, Dahl 1968, Bo et Pavelescu 1982, Karnopp 1985, Hess et Soom 1990, Canudas *et al* 1991, Dupont et Dunlap 1993] ont proposé des modèles physiques et mathématiques dans le but de représenter et d'analyser ce phénomène complexe. Tout contact entre deux points peut être source de frottement ; cet aspect de la mécanique est étudié au niveau microscopique en tribologie. L'automaticien a besoin de pouvoir reproduire ces frottements en simulation dans le but d'obtenir un modèle correspondant au mieux à son procédé expérimental. Les modèles mathématiques ont évolué parallèlement à la puissance de calcul des ordinateurs ; ainsi des algorithmes complexes tenant compte des non linéarités, des discontinuités..., peuvent être utilisés pour représenter maintenant l'évolution des forces de frottement.

En régime statique, la présence de frottements entraîne une erreur de positionnement non nulle et parfois des cycles limites. De plus, ces frottements sont sources d'erreur de suivi de trajectoire car ils peuvent retarder le démarrage du système. Or, l'un des problèmes le plus pénalisant à la pénétration industrielle des actionneurs électropneumatiques asservis, est l'existence d'une erreur statique. Les constructeurs essaient de réduire à la conception la présence de frottements, par l'intermédiaire de nouvelles formes de joints, en soignant l'état de surface des métaux, en limitant l'utilisation de lubrifiants ou de graisses [Kirkegaard 1990]. Mais bien que peu appréciés en régime statique, les frottements contribuent naturellement à l'amortissement des systèmes et sont donc favorables en régime dynamique.

#### 3.5.2. Généralités sur les frottements

A chaque système physique peut correspondre un modèle de frottement différent ; il est très souvent supposé que seuls les paramètres évoluent avec le temps, mais que la forme générale du modèle reste la même. Classiquement, le frottement est représenté en fonction de la vitesse. Les modèles seront donnés par la suite comme étant symétriques, mais ceci n'est pas le cas dans notre procédé ; chaque frottement décrit par la suite devra être vu comme étant égal à  $F^+$  si la vitesse est positive ou à  $F^-$  si elle est négative. Parmi les différents types de frottements, nous distinguerons : le frottement visqueux, le frottement statique, le frottement de Stribeck et le frottement de Coulomb (cf. figure 1.21).



**Figure 1.21:** Différents phénomènes de frottements

Après une brève description de ces différents phénomènes, nous donnerons les différents modèles proposés le plus souvent dans la littérature, dans le but d'en retenir un se rapprochant au mieux de notre procédé expérimental ; il pourra être alors utilisé en simulation.

### 3.5.2.1. Frottement visqueux

Le phénomène le plus connu concerne le frottement visqueux. La présence d'un fluide entre deux surfaces en glissement relatif est source de dissipation d'énergie. Le cisaillement de ce fluide dépend de sa viscosité cinématique qui est fonction de la pression et de la température. La viscosité de l'air pour une température de 15.5°C et sous un atmosphère, est  $\nu=1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . Dans les systèmes pneumatiques, pour des variations de pression de 6 bar et de température d'une centaine de degrés, nous pouvons supposer la viscosité constante. De plus, sous l'hypothèse d'une surface homogène, nous pouvons modéliser le frottement visqueux comme étant proportionnel à la vitesse :  $F_v = b_v \times v$

avec  $F_v$  : frottement visqueux [N]

$b_v$  : coefficient de frottement visqueux [N/(m/s)]

$v$  : vitesse [m/s]

### 3.5.2.2. Frottement sec statique

Cette phase de modélisation (cf. figure 1.21) est la plus délicate ; elle correspond au régime à vitesse très faible ( $v < v_s$ ). Pour des vitesses proches de zéro, il est très difficile de connaître la valeur du frottement sec. L'adhérence du piston au niveau des parois du cylindre est majorée par une force de collage notée  $F_{s_s}$ , s signifiant "stiction". Ainsi le piston gardera une vitesse nulle tant que la somme des forces qui s'exerce sur lui restera inférieure à cette force de "stiction". Cette dernière est source du phénomène de redécollage, très néfaste au niveau des asservissements (cf. chapitre 3). Cet effet est connu sous le nom de "stick-slip", qui peut entraîner un comportement dynamique instable du

système. En simulation, la discontinuité du frottement sec lors du changement de signe de la vitesse peut être source de problèmes d'intégration ; si l'algorithme d'intégration ne sait pas gérer ces discontinuités, il est fort possible qu'il ne converge pas. Ainsi, il peut être souhaitable d'avoir une loi d'évolution continue du frottement sec. Le modèle spatial de représentation des frottements le plus connu est celui de Dahl [Dahl 1968] (cf. figure 1.26). Dans le cas d'un mouvement unidimensionnel, il exprime la variation du frottement par rapport à la position en fonction du signe de la vitesse, du frottement de Coulomb et de deux paramètres permettant de représenter un comportement élastoplastique d'une part, et de régler la rapidité avec laquelle le frottement va tendre vers  $F_c$  d'autre part.

### 3.5.2.3. Frottement de Stribeck

Dès 1902, Stribeck observe une décroissance exponentielle de la force de frottement dans une plage de vitesse proche de l'état quasi statique. Dès que la somme des forces devient supérieure au frottement de "stiction" alors le piston décolle et se met à glisser le long des parois du cylindre ; la vitesse augmente alors que le frottement diminue et tend vers le frottement de Coulomb. Cette zone de décroissance du frottement peut engendrer des problèmes de stabilité ; elle a été mise en évidence par Armstrong-Hélouvry [Armstrong-Hélouvry 1988]. Cette décroissance de l'effort de Stribeck peut atteindre 25 % de l'effort de démarrage.

### 3.5.2.4. Frottement de Coulomb

Le modèle de Coulomb est le plus ancien modèle de description des frottements ; il date de 1785. Il exprime que le frottement mutuellement exercé par deux surfaces en contact animées l'une par rapport à l'autre d'un mouvement tangent est parallèle, de sens opposé au déplacement et de norme  $F_c$  constante et égal au coefficient de Coulomb multiplié par l'effort normal.

### 3.5.2.5. Modèles mathématiques

Dans le but de clarifier la présentation des différents modèles mathématiques, nous ne reprendrons pas les notations de chacun des auteurs, mais respecterons une notation unique.

#### **Notations concernant les frottements**

$F_f$	Force de frottement [N]
$F_c$	Force de frottement de Coulomb [N]
$F_s$	Force de frottement de stiction [N]
$F_{sk}$	Force de frottement de Stribeck [N]
$F_v$	Force de frottement visqueux [N]

$b_v$	Coefficient de frottement visqueux [N.s.m <sup>-1</sup> ]
$v$	Vitesse relative du solide en déplacement [m.s <sup>-1</sup> ]
$v_s$	Vitesse caractéristique du frottement de Stribeck [m.s <sup>-1</sup> ]
$C$	Coefficient de friction (ou de lubrification) dépendant de la vitesse.
$\gamma$	Paramètre temporel tenant compte de l'évolution du frottement statique [s]
$F_{s,a}$	Amplitude du frottement de Stribeck à la fin de la période de glissement précédente [N]
$F_{s,\infty}$	Amplitude du frottement de Stribeck après un arrêt prolongé [N]
$k_t$	Constante de raideur dépendant des propriétés des matériaux en contact et de l'état de surface de glissement [N.m <sup>-1</sup> ]
$\tau_L$	"mémoire du frottement", équivalent à un retard pur [s]
$t_2$	Temps de collage [s]
$x$	Position du solide en déplacement [m]
$\sigma_0$	Constante de raideur en collage [N.m <sup>-1</sup> ]
$\sigma_1$	Amortissement [N.s.m <sup>-1</sup> ]

Fonctions :

$$\text{sign} \left| \begin{array}{l} \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R} \\ x \rightarrow \begin{cases} 1 \text{ si } x > 0 \\ [-1; 1] \text{ si } x = 0 \\ -1 \text{ si } x < 0 \end{cases} \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \text{sgn} \left| \begin{array}{l} \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R} \\ x \rightarrow \begin{cases} 1 \text{ si } x > 0 \\ 0 \text{ si } x = 0 \\ -1 \text{ si } x < 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

Nous présentons dans cette partie les modèles mathématiques les plus utilisés. Nous avons vu que le modèle de Coulomb fut établi en 1785 et qu'en 1902 Stribeck observa plus précisément le comportement des frottements à faible vitesse. Mais ce n'est qu'en 1947 que Tustin [Tustin 1947] propose un modèle mathématique assez complet, représentant les frottements de Coulomb, les frottements visqueux, ainsi que l'effet de Stribeck.

#### Modèle de Frottement de Tustin : 1947

$$F_f(v) = [F_c + b_v \times |v| + (F_s - F_c) \times \exp(-C \times |v|)] \text{sgn}(v) \quad (1.42)$$

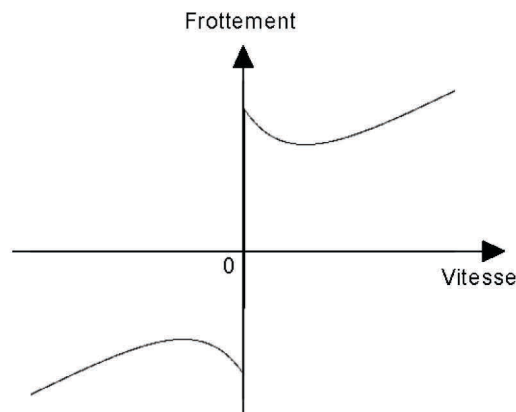


Figure 1.22: Modèle de frottement de Tustin

En général, ici et comme partout ailleurs, les coefficients de lubrification ( $C$ ) et de viscosité ( $b_v$ ) sont indépendants du signe de la vitesse, ce qui n'est pas toujours le cas des frottements statiques et de Coulomb.

A partir de ce modèle Bo et Pavelescu [Bo et Pavelescu 1982] proposent le comportement du frottement suivant.

Modèle de Frottement de Bo et Pavelescu : 1982

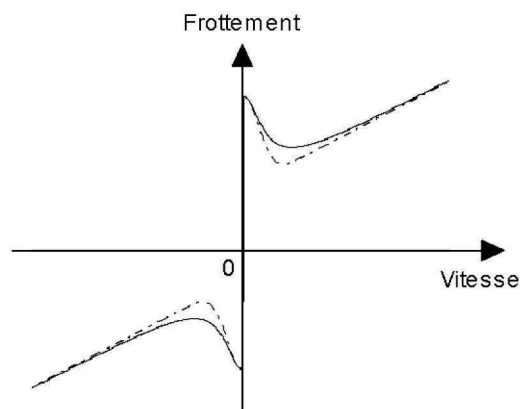
$$F_f(v) = F_c + b_v v + (F_s - F_c) \times \exp\left(-\left(\frac{v}{v_s}\right)^\delta\right) \text{ avec } \frac{1}{2} \leq \delta \leq 1 \quad (1.43)$$

$\delta$  et  $v_s$  sont des paramètres empiriques,  $v_s$  représente la vitesse caractéristique de Stribeck.

Quelques années plus tard Armstrong-Hélouvry [Armstrong-Hélouvry 1990] reprennent ce modèle en fixant  $\delta=2$ . Pour des vitesses faibles, l'effet de Stribeck peut être linéarisé par rapport aux paramètres  $F_s$  et  $F_c$  -cf. figure 1.23) ; ainsi Hess et Soom [Hess et Soom 1990] proposent le modèle équivalent pour  $v \rightarrow v_s$  et  $\delta=2$ .

Modèle de Frottement de Hess et Soom : 1990

$$F_f(v) = F_c + b_v v + \frac{F_s - F_c}{1 + \left(\frac{v}{v_s}\right)^2} \quad (1.44)$$



**Figure 1.23:** Linéarisation du modèle de Bo et Pavelescu ( \_ . \_ ) pour  $\delta=2$  par Hess et Soom ( \_\_ )

En 1991, Canudas de Witt [Canudas *et al* 1991] propose un modèle de frottement dont les trois paramètres à identifier apparaissent de façon linéaire.

Modèle de Frottement de Canudas de Witt : 1991

$$F_f(v) = \left[ F_c + b_v \times |v| + F_s \times |v|^{1/2} \right] \text{sgn}(v) \quad (1.45)$$

Ce modèle a été utilisé dans différents travaux [Canudas *et al* 1991, Laval 1997].

Pour compléter ce bilan sur les modèles de frottements, nous citerons les modèles plus complexes et plus récents de Armstrong-Hélouvry *et al.* [Armstrong-Hélouvry *et al* 1994] et de Lugre [Canudas *et al* 1995].

Modèle de Frottement de Armstrong-Hélouvry *et al.* : 1994

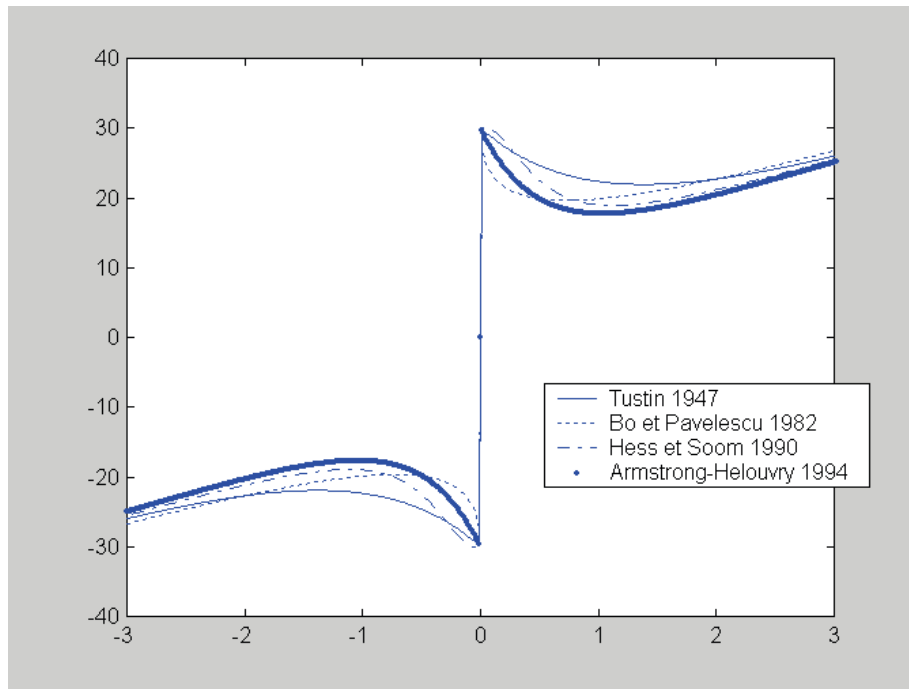
Ce modèle comporte sept paramètres  $(F_c, b_v, F_{s,\infty}, k_t, v_s, \tau_L, \gamma)$  ; chacun représente un type de frottement différent.

$$\left\{ \begin{array}{l} F_f(x) = -k_t \times x \quad \text{si} \quad v = 0 \\ F_f(v, t) = \left[ F_c + b_v \times |v| + F_s(\gamma, t_2) \frac{1}{1 + \left( \frac{v(t - \tau_L)}{v_s} \right)^2} \right] \text{sign}(v) \\ \text{avec } F_s(\gamma, t_2) = F_{s,a} + (F_{s,\infty} - F_{s,a}) \times \frac{t_2}{t_2 + \gamma} \end{array} \right. \quad (1.46)$$

Quatre nouvelles constatations faites expérimentalement sont présentées ici :

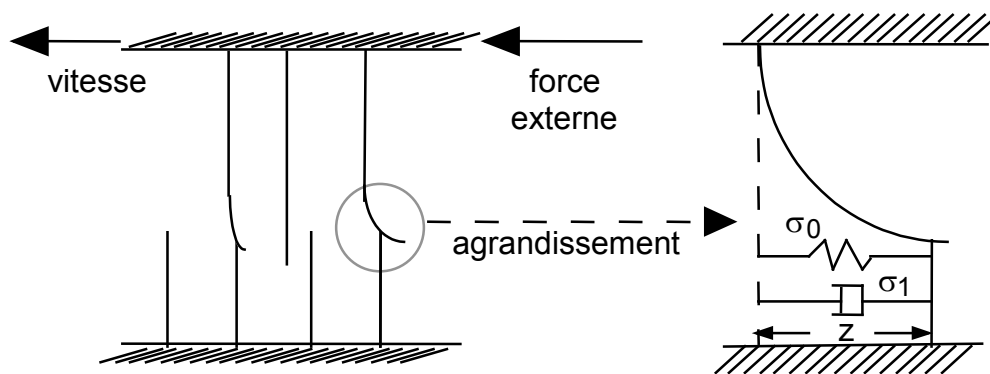
- La décroissance de l'amplitude du Stribeck en fonction du nombre de décollages précédents.
- La décroissance de l'amplitude du Stribeck en fonction du temps écoulé entre deux décollages successifs.
- Le facteur  $\tau_L$  met en évidence la relation temporelle existant entre le frottement et la vitesse. En effet, un changement de vitesse n'implique pas spontanément une variation du frottement. Ce décalage temporel est vu comme un principe de mémoire du frottement qu'avait observé Sampson *et al* en 1943 [Sampson *et al* 1943].
- Le frottement à vitesse nulle est caractérisé comme une raideur  $k_t$  entraînant une force qui s'oppose au mouvement.

La figure 1.24 décrit l'évolution du frottement en fonction des différents modèles présentés : modèle de Tustin (équation 1.42), de Bo et Pavelescu (équation 1.43), de Hess et Soom (équation 1.44) et de Armstrong-Hélouvry *et al* (équation 1.46).



**Figure 1.24:** Comparaison entre différents modèles de frottements

Récemment, un nouveau modèle dynamique de frottement, appelé modèle de Luge, a été développé après un travail conjoint entre les équipes de Åström à Lund en Suède et de Canudas de Witt à Grenoble [Canudas *et al* 1995, Lischinsky 1997]. La force de frottement est vue ici comme venant de la déformation de ressorts (ou "poils") élastiques représentant le contact entre deux corps rigides (cf. figure 1.25).



**Figure 1.25:** Modélisation ressort-amortisseur du modèle dynamique de frottement.

Vis à vis des premiers modèles présentés, il est tenu compte ici de deux phénomènes supplémentaires:

- Le comportement d'hystérésis du frottement pour des vitesses non stationnaires.
- La représentation de faibles déplacements pendant la phase de collage.



Modèle de Frottement de Lugre : 1995

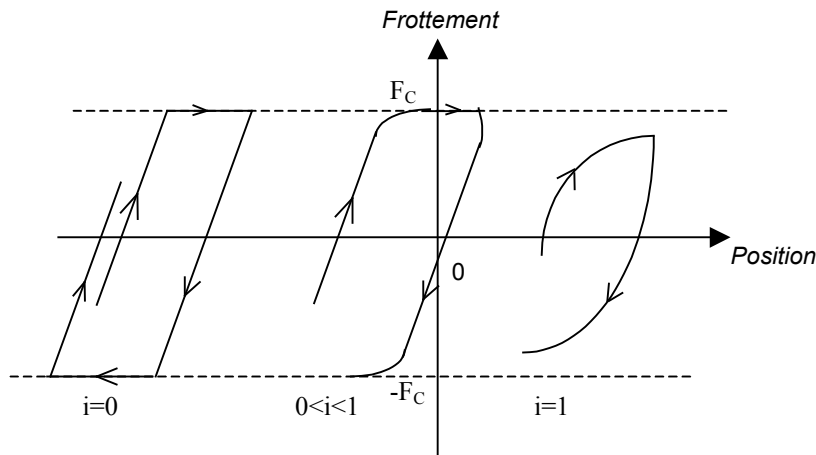
$$\begin{cases} \dot{z} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z \\ g(v) = F_c + (F_s - F_c) \exp\left(-\left(\frac{v}{v_s}\right)^2\right) \\ F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + b_v v \end{cases} \quad (1.47)$$

La représentation des micro déplacements dans la phase de collage fut introduite pour la première fois dans le modèle de Dahl [Dahl 1968], pour rendre compte du frottement sec intervenant dans les roulements à bille. Ce modèle agit uniquement sur quelques dixièmes de millimètre.

Modèle de Frottement de Dahl : 1968

$$\frac{dF_f(x)}{dx} = \sigma \left| 1 - \frac{F_f}{F_c} \text{sign}(v) \right|^i \text{sgn} \left( 1 - \frac{F_f}{F_c} \text{sign}(v) \right) \text{ avec } \begin{cases} \sigma \geq 0 \\ i \text{ réel positif} \end{cases} \quad (1.48)$$

Le paramètre  $\sigma$  caractérise la rapidité avec laquelle  $F_f$  tend vers son asymptote. Dahl modélise le comportement de matériaux malléables avec  $i < 1$ , et cassant avec  $i > 1$  (cf. figure 1.26) [Bliman 1990, Bliman 1991].



**Figure 1.26:** Evolution spatiale du frottement d'après le modèle de Dahl

3.5.2.6. Conclusions à propos des modèles de frottements

Ce bilan à propos des frottements met en évidence la difficulté de modéliser la force d'adhérence qui dépend d'un grand nombre de comportements mécaniques et de paramètres expérimentaux : déformation élastique, viscoélastique ou plastique des solides en contact, vitesse de rupture, état de

surface, pression [Bowns *et al* 1973, Belforte *et al* 1989], température, "histoire" du mouvement, qualité de l'air...

### 3.5.3. Mesures expérimentales des frottements

La difficulté majeure posée par l'identification des frottements consiste à obtenir les valeurs aux faibles vitesses [Dahl 1977, Elhami et Brookfield 1997, Haessig et Friedland 1991, Schroeder et Singh 1993]. Une bonne qualité des appareils de mesure est indispensable ; le bruit de mesure est un obstacle important à l'obtention des paramètres d'un modèle, que ce soit hors ligne ou en temps réel. L'identification des frottements faite hors ligne réduit la complexité globale de la commande, mais il est nécessaire de la répéter périodiquement ; en effet, ces paramètres évoluent avec le temps, selon le vieillissement du mécanisme (état de surface, cylindricité, dégradation des joints...) et les conditions de fonctionnement (température, qualité de l'air, pression atmosphérique...).

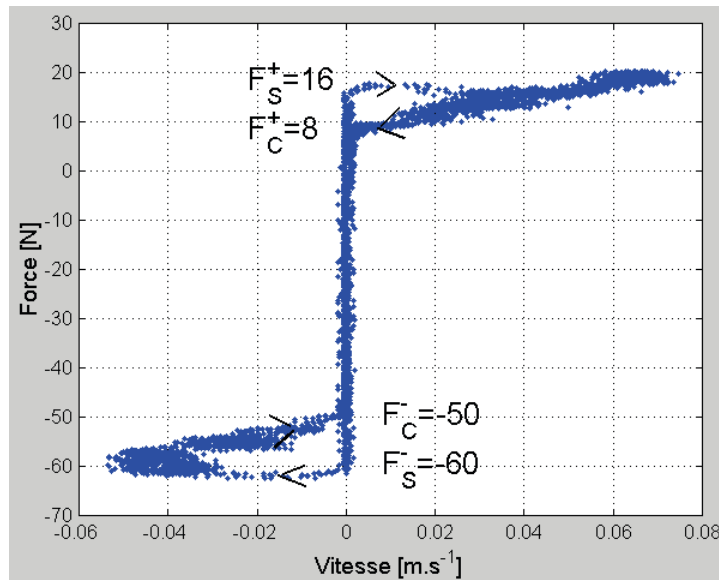
Dans notre cas, nous avons opté pour une identification hors ligne. A partir de l'équation 1.40 dans le cas où la force extérieure se limite à la force exercée par la pression atmosphérique, les frottements peuvent être reconstruits selon la formule suivante :

$$F_f = S_P p_P - S_N p_N - (S_P - S_N) p_E - ma \quad (1.49)$$

Ainsi, pour des mouvements à très faible vitesse, la mesure des pressions dans chaque chambre, et la mesure de l'accélération du piston, permettent d'identifier les frottements secs statiques ( $F_S$ ) et dynamiques ( $F_C$ ) dépendant du sens du mouvement. Les résultats présentés par la figure 1.27 ne correspondent qu'à un cas particulier : pour une vingtaine de cycles autour de la position centrale, nous pouvons effectuer les observations suivantes :

- Il existe une hystérésis pour des vitesses appartenant à l'intervalle  $[v_S^-; v_S^+] = [-40 \text{ mm/s}; +30 \text{ mm/s}]$ . Ce qui signifie que l'effet de Stribeck a lieu uniquement lorsque la vitesse augmente. En dehors des phases pour lesquels la vitesse devient nulle, un modèle linéaire peut être utilisé faisant uniquement intervenir le frottement visqueux et le frottement de Coulomb.
- Les frottements secs sont dissymétriques ; il existe un facteur 4 entre les valeurs positives et négatives.
- Nous pouvons définir une zone de très faibles vitesses  $[-2 \text{ mm/s}; +2 \text{ mm/s}]$  où la valeur des frottements est bornée par  $[F_S^-; F_S^+]$ .

- Pour des cycles de fonctionnement identiques (autour de la même position, régime statique de même durée) et dans les mêmes conditions de fonctionnement (température, pression), nous avons une bonne répétabilité des résultats.



**Figure 1.27:** Identification des frottements secs.

Des mesures identiques ont été effectuées pour d'autres positions, sous d'autres conditions de fonctionnement, après des temps de chauffe plus ou moins long et avec d'autres consignes. Nous présentons dans le tableau 1.6 une synthèse des résultats obtenus. Nous pouvons noter que les frottements augmentent si la somme des pressions d'air des deux chambres du vérin augmente [Richard 90, Geider 97]

	Unité	Minimum	Maximum	<b>Moyenne</b>
$F_S^+$	N	11	40	25
$F_C^+$	N	5	15	10
$ F_S^- $	N	30	70	50
$ F_C^- $	N	20	60	40
$v_S^+$	mm/s	25	55	45
$ v_S^- $	mm/s	30	55	45
$b_v$	N/m/s	130	150	140

**Tableau 1.6:** Identification des frottements.

La dernière ligne de ce tableau permet de constater que seule la valeur du coefficient de frottement visqueux n'est que peu influencée par les conditions expérimentales. Ces faibles variations inférieures à 10 %, nous permettent de justifier une valeur moyenne de coefficient de frottement visqueux égale à  $140 \text{ N.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$  qui sera retenue pour toutes les simulations.

En première approximation, les valeurs numériques de frottement sec sont de l'ordre de 10 % de l'effort maximum que peut développer le piston. Le tableau 1.2 précise qu'avec une pression source de 7 bar, l'effort maximum que peut développer le vérin est égal à 297 N pour faire rentrer la tige et égal à 420 N pour la faire sortir. Ce qui correspond aux valeurs suivantes  $F_S^+ \approx 30$  N et  $|F_S^-| \approx 40$  N, les valeurs moyennes retenues dans ce tableau justifiant très souvent l'approximation effectuée.

Un constat important résultant de ce tableau concerne le fait que les résultats sont très peu répétitifs. Les frottements secs sont fonction des conditions expérimentales, ils augmentent avec la somme des pressions d'air des deux chambres du vérin [Geider 1997].

Les plus grandes variations des frottements peuvent atteindre un facteur 4. De plus, les valeurs de frottement sec dynamique maximum peuvent dépasser les valeurs de frottement sec statique minimum. Ainsi, pour ces raisons, les valeurs moyennes retenues ne sont pas représentatives dans de nombreux cas. Le modèle que nous retiendrons sera très fiable qualitativement, mais il serait nécessaire de l'ajuster quantitativement pour comparer chaque essai expérimental avec les simulations.

De plus, l'hystérésis observée pour de faibles vitesses est toujours de la forme mise en évidence par la figure 1.27 : une décroissance exponentielle lorsque la vitesse augmente (effet Stribeck), et une décroissance linéaire lorsque la vitesse diminue (effet dû essentiellement aux frottements visqueux). Cette constatation n'est jamais prise en compte par les modèles de frottements les plus courants présentés précédemment.

#### 3.5.4. Modèle de frottement retenu pour la simulation

Suite aux constatations faites au paragraphe précédent et au vu des modèles présentés, le modèle de Tustin s'avère le mieux adapté lorsque l'accélération est positive. Par contre, pour une accélération négative, l'effet de Stribeck peut être négligé. Ainsi nous avons retenu pour la simulation le modèle suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } v > 0 \\ \text{Si } v < 0 \\ \text{Si } v = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \begin{cases} F_f(v) = F_C^+ + b_v \times v + (F_S^+ - F_C^+) \exp(-C \times v) & \text{si } a \geq 0 \\ F_f(v) = F_C^+ + b_v \times v & \text{si } a < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} F_f(v) = F_C^- + b_v \times v + (F_S^- - F_C^-) \exp(C \times v) & \text{si } a \geq 0 \\ F_f(v) = F_C^- + b_v \times v & \text{si } a < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} F_f = F_S^- & \text{si } (S_P p_P - S_N p_N) \text{ augmente} \\ F_f(v) = F_S^+ & \text{si } (S_P p_P - S_N p_N) \text{ diminue} \end{cases} \end{array} \right. \quad (1.50)$$

A vitesse nulle, le frottement sec dépend du sens d'évolution de l'effort de pression ; il doit être égal au frottement sec statique qui s'opposerait au mouvement lorsque la force de pression devient supérieure à ce frottement.

Ce modèle est donc qualitativement représentatif ; la loi d'évolution des frottements secs est représentée par la figure 1.28. De façon qualitative, les valeurs numériques retenues pour toutes les simulations sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_S^+ = 25 \text{ N} \quad \text{et} \quad F_S^- = -50 \text{ N} \\ F_C^+ = 10 \text{ N} \quad \text{et} \quad F_C^- = -40 \text{ N} \\ C = 100 \\ b_v = 140 \text{ N/m/s} \end{array} \right. \quad (1.51)$$

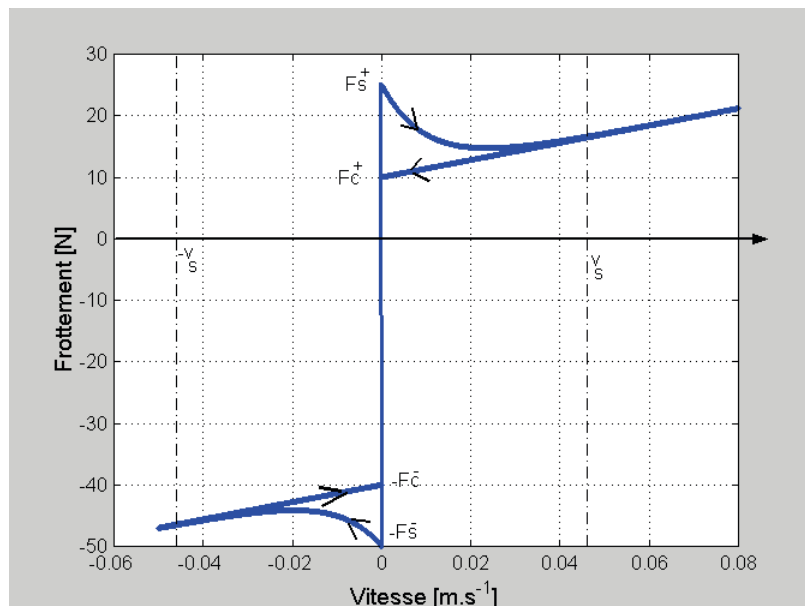


Figure 1.28: Modèle de simulation des frottements.

### 3.5.5. Conclusion

Cette étude sur les frottements a montré que malgré la quantité de modèles de frottements existants dans la littérature, il est nécessaire de trouver un compromis entre ces modèles afin de représenter au mieux les résultats obtenus expérimentalement. Hélas, le caractère non répétitif des valeurs numériques des différents phénomènes de frottement nous a permis de valider un modèle uniquement de manière qualitative. La meilleure façon d'obtenir un modèle quantitatif serait d'estimer le frottement en temps réel . Ceci nécessiterait la présence de deux capteurs de pression et d'un accéléromètre. Or notre but est de comparer différentes lois de commandes, et le nombre de capteurs est un critère économiquement important. Ainsi nous n'avons pas étudié de commande permettant d'estimer et de compenser les frottements. Cette solution a été envisagée dans les travaux utilisant une

structure de commande adaptative [Canudas *et al* 1987], ou par mode de glissement [Drakunov *et al* 1997], ou basée sur un modèle prédictif [Colombi 1995], ou encore en compensant les frottements par une commande à temps variant [Song *et al* 1999].

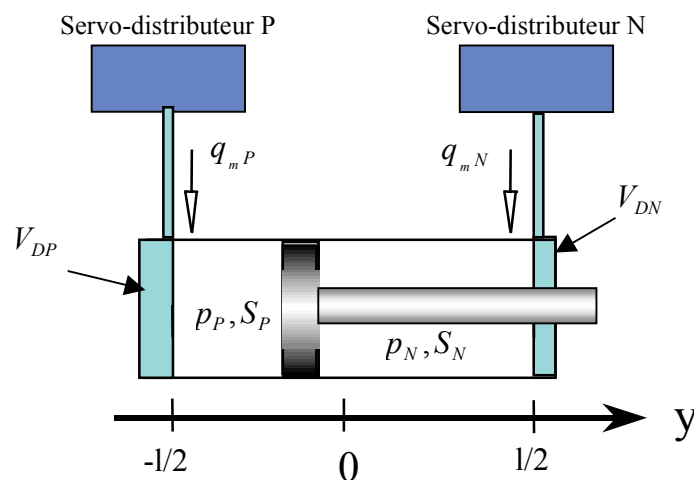
### 3.6. MODELE GLOBAL RETENU POUR LA SIMULATION

#### 3.6.1. Modèle d'état

Les deux servo-distributeurs supposés identiques sont modélisés par le système d'équation 1.3. L'axe électropneumatique est composé de deux chambres à volume variable. Le débit de fuite inter-chambre est supposé nul. Cette hypothèse est vérifiée expérimentalement en immobilisant le chariot. Si la pression dans une chambre augmente et si l'autre chambre est reliée à la pression atmosphérique, il n'est constaté aucun débit sortant. Ceci est le cas pour la plupart des axes pneumatiques ou hydrauliques linéaires. La difficulté de conception de joint pour les axes rotatifs à palette entraîne obligatoirement la présence de fuites chez ces derniers. La loi d'évolution des pressions et des températures est celle représentée par l'équation 1.38 (cas polytropique). De l'équation dynamique du mouvement 1.40 et du modèle de frottement retenu pour la simulation (cf. équation 1.50), nous obtenons le modèle de simulation global de l'axe électropneumatique :

Les volumes des chambres (cf. équation 1.52) tiennent compte des volumes morts (cf. figure 1.29). Afin de ne pas ajouter de longueur de ligne, les servo-distributeurs sont directement fixées sur le vérin. Ce qui permet de déduire les volumes morts uniquement en fonction des plans de construction du vérin.

$$\begin{cases} V_P(y) = V_P(0) + S_P y \\ V_N(y) = V_N(0) - S_N y \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} V_P(0) = V_{DP} + S_P \frac{l}{2} \\ V_N(0) = V_{DN} + S_N \frac{l}{2} \end{cases} \quad (1.52)$$



**Figure 1.29:** Représentation des volumes morts dans le vérin, et entre les distributeurs et le vérin.

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\ddot{x}_P}{dt} &= -a_{11}\ddot{x}_P - a_{12}\dot{x}_P - a_{13}x_P + Ku_{Pcal} \\
 \frac{d\dot{x}_P}{dt} &= \ddot{x}_P \\
 \frac{dx_P}{dt} &= \dot{x}_P \\
 u_P &= x_P
 \end{aligned} \right\} \text{Servo-distributeur P}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\ddot{x}_N}{dt} &= -a_{11}\ddot{x}_N - a_{12}\dot{x}_N - a_{13}x_N + Ku_{Ncal} \\
 \frac{d\dot{x}_N}{dt} &= \ddot{x}_N \\
 \frac{dx_N}{dt} &= \dot{x}_N \\
 u_N &= x_N
 \end{aligned} \right\} \text{Servo-distributeur N}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{dp_P}{dt} &= \frac{krT_P}{V_P(y)} \left[ q_{mP}(u_P, p_P) - \frac{S_P}{rT_P} p_P v \right] \\
 T_P &= T_0 \left( \frac{p_0}{p_P} \right)^{\frac{1-k}{k}}
 \end{aligned} \right\} \text{Chambre polytropique P}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{dp_N}{dt} &= \frac{krT_N}{V_N(y)} \left[ q_{mN}(u_N, p_N) + \frac{S_N}{rT_N} p_N v \right] \\
 T_N &= T_0 \left( \frac{p_0}{p_N} \right)^{\frac{1-k}{k}}
 \end{aligned} \right\} \text{Chambre polytropique N}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{dv}{dt} &= \frac{1}{M} [S_P p_P - S_N p_N - F_f(v) - F_{ext}] \\
 \frac{dy}{dt} &= v
 \end{aligned} \right\} \text{Equations mécaniques}$$
(1.53)

### 3.6.2. Schéma bloc non linéaire

Le modèle de simulation peut être mis sous la forme du schéma bloc suivant (cf. figure 1.30). Il met en évidence une structure parallèle correspondant aux mises en pression des deux chambres, en série avec la partie mécanique de l'axe.

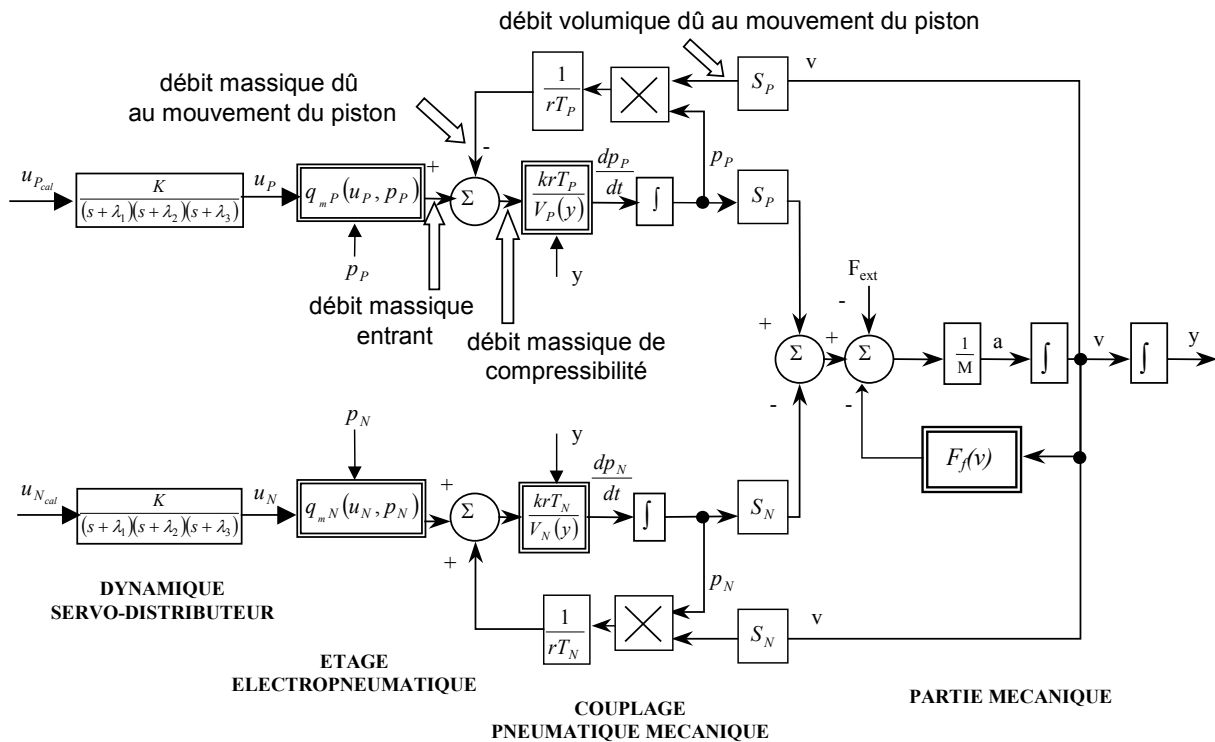


Figure 1.30: Schéma bloc non linéaire du modèle de simulation complet

### 3.6.3. Choix d'un logiciel de simulation

De par la forme du modèle 1.53, le logiciel de simulation doit posséder un solveur permettant de gérer les discontinuités. Après avoir utilisé ACSL (Advanced Continuous Simulation Language) [ACSL 1999], Matlab-Simulink [Matlab 1999] et AMESIm (Advanced Modeling Environment for Simulation) [AMESim 1999], nous avons retenu ce dernier logiciel pour les raisons suivantes :

Le solveur spécifique au logiciel AMESim adapte automatiquement l'ordre et le type d'algorithme au cours de la simulation en fonction des caractéristiques des équations différentielles. Il gère de façon autonome l'algorithme d'intégration qui est le plus propice lors de chaque pas d'intégration.



- Le logiciel AMESim fonctionne sur station, ce qui, ajouté aux qualités du solveur, permet de gagner énormément en temps de calcul. Cette remarque était vraie en 1997 et ne l'est pratiquement plus actuellement avec le développement des performances des ordinateurs personnels.
- Il s'agit d'un logiciel métier. En effet AMESim est à la base dédié à la simulation des systèmes à fluide sous pression. Les bibliothèques pneumatiques ont été et sont développées au sein du Laboratoire d'Automatique Industrielle de l'INSA de Lyon [Bideaux et Scavarda 1998] et nos résultats participent à ce partenariat avec la société Imagine qui développe et commercialise ce logiciel.

La figure 1.31 présente un aperçu de l'interface utilisateur du logiciel de simulation AMESim. Cet exemple concerne une commande non linéaire bi-variable utilisant deux capteurs de pression, des capteurs de position, de vitesse et d'accélération. L'objectif est de faire du suivi de trajectoire de position, vitesse et accélération en limitant la consommation d'énergie pneumatique. Nous présentons plus en détail cette technique de commande à la fin de notre document (cf. chapitre 4).

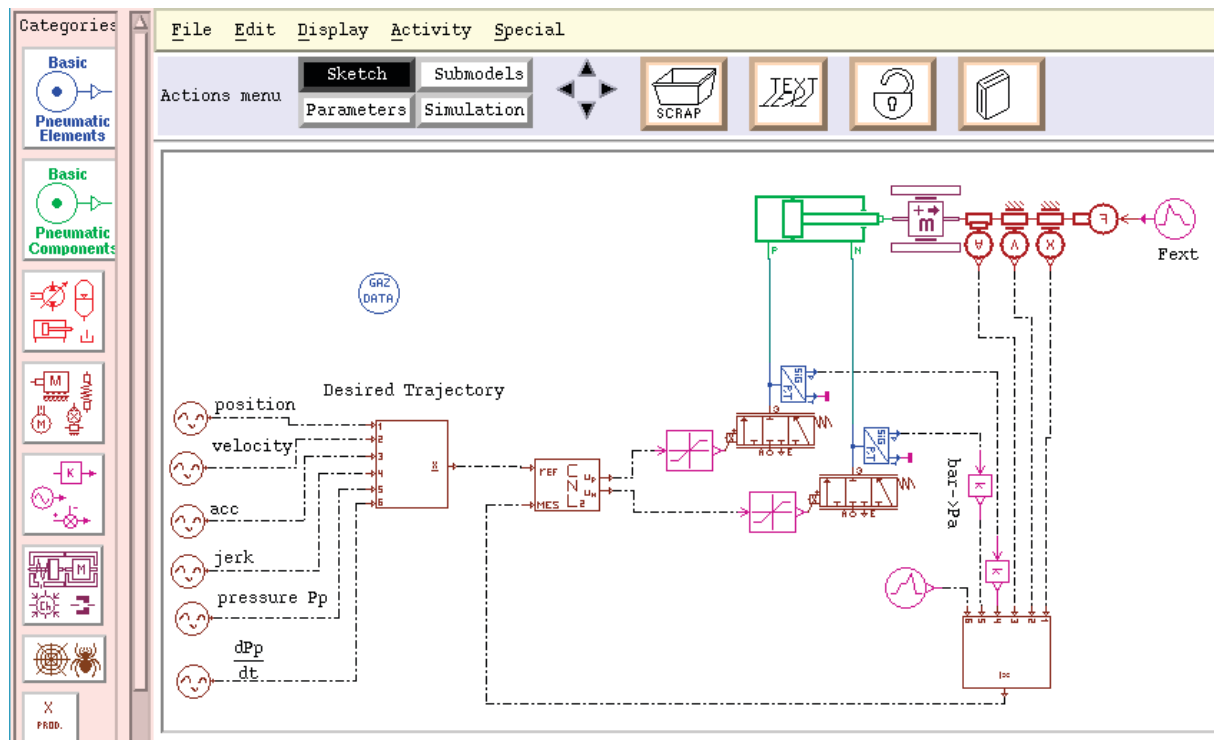


Figure 1.31: Logiciel de Simulation AMESim.

## 4. CONCLUSIONS

Dans ce chapitre nous avons présenté un système de commande d'axe linéaire électropneumatique. Les composants constituant un tel procédé ont été décrits et modélisés. Après avoir présenté différents types de modèles de chambre à volume variable et de frottements, des comparaisons expérimentales nous ont permis de valider un modèle global de simulation. Ce modèle reste valable dans le cas d'un actionneur pneumatique rotatif, mais il est nécessaire dans ce cas de faire les changements de variables suivants :

Les sections du piston deviennent la constante de couple du vérin :  $S \rightarrow K$  ,

La masse totale est alors l'inertie totale :  $M \rightarrow I$  ,

Les forces sont des couples :  $F \rightarrow C$  ,

La vitesse linéaire est une vitesse angulaire :  $v \rightarrow \Omega$  ,

La position linéaire est une position angulaire :  $y \rightarrow \theta$  ,

D'autre part, il faut modéliser et mesurer les fuites inter-chambres qui ne sont plus négligeables. Par contre, les frottements sont moins importants et sont souvent négligés.

Ce modèle de simulation nous est très utile pour tester différentes lois de commandes et effectuer un premier réglage des gains de correcteurs avant l'implantation sur le procédé expérimental. Toutefois, nous avons vu que le modèle de frottement n'est qu'un modèle moyen qui représente au plus juste les différents phénomènes observés, mais la non répétabilité des résultats expérimentaux observés au niveau des frottements secs ne nous permet pas d'avoir un modèle validé quantitativement de façon globale.

Nous pouvons donc prétendre obtenir des résultats de simulation qualitativement corrects, car validés par des essais expérimentaux. Mais l'aspect quantitatif devra être analysé avec prudence.

A partir de ce modèle de simulation non linéaire, il est possible maintenant de déduire différents modèles de commandes. Leurs élaborations et leurs analyses font l'objet du chapitre suivant. Le phénomène de "redécollage" qui justifie la nécessité de l'étude des frottements de ce présent chapitre sera décrit au troisième chapitre.

# Chapitre 2

**Du modèle de simulation  
aux modèles de commande :  
Simplifications et Analyses**



## **CHAPITRE 2**

# **DU MODELE DE SIMULATION AUX MODELES DE COMMANDE : SIMPLIFICATIONS ET ANALYSES.**

### **1. INTRODUCTION**

Le modèle de simulation établi au chapitre précédent n'est pas exploitable pour la synthèse de loi de commande, du fait de ses non-linéarités, de ses discontinuités et de l'aspect non quantitatif du modèle de frottement. C'est pourquoi l'objectif de ce chapitre est d'élaborer et d'analyser différents modèles de commande. Ainsi à partir du modèle de connaissance issu des lois de la thermodynamique, de la physique, de la mécanique et de mesures expérimentales, nous sommes amenés à introduire des hypothèses simplificatrices afin de présenter deux types de modèles :

- dans un premier temps nous étudierons les modèles linéaires qui peuvent être obtenus à partir des techniques mathématiques issues des travaux de Taylor : modèles linéarisés tangents. Pour ce faire, l'étude de l'équilibre de l'ensemble servo-distributeur, axe électropneumatique et charge, est présentée. De plus, une réduction de modèle faisant intervenir les variables de phase comme variables d'état permet d'obtenir un modèle très utile pour la synthèse de commande par placement de pôles. Ces modèles sont analysés via les techniques classiques de l'Automatique Linéaire : étude fréquentielle, sensibilité aux paramètres, commandabilité et observabilité.

- une seconde approche a pour but de présenter des modèles non linéaires sous une forme affine en la commande. Ils peuvent ainsi être utilisés pour la synthèse de commande non linéaire par linéarisation entrée-sortie, formalisée par Isidori [Isidori 1989]. Ces modèles sont analysés via les techniques de l'Automatique Non Linéaire : indice caractéristique, difféomorphisme et singularités.

### **2. MODELES DE COMMANDE LINEAIRES**

#### **2.1. HYPOTHESES CLASSIQUEMENT UTILISEES**

Il a été constaté [Kain et Wartelle 1973] que les variations de température dans les deux chambres P et N peuvent être négligées devant la température de la source  $T_S$ , ainsi  $T_P = T_N = T_S$ .

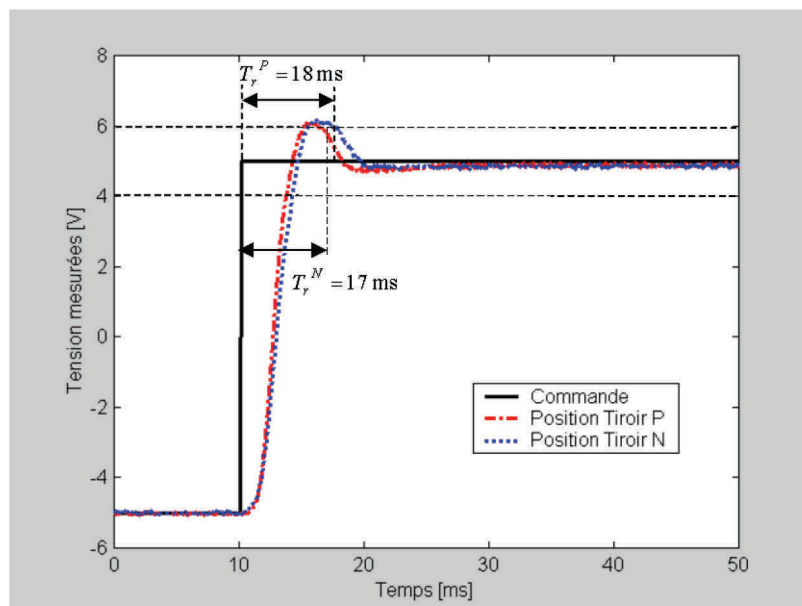
Au modèle complet de simulation obtenu au premier chapitre correspondent deux échelles de temps différentes. La dynamique rapide du positionnement du tiroir du servo-distributeur ( $\omega_{svd}=1400$  rad/s

pour 50% de la course) peut être négligée devant la dynamique lente de positionnement du vérin dont la pulsation propre en boucle ouverte, en position centrale, est  $\omega_{ol}=14.5$  rad/s ; ainsi  $\omega_{svd} \approx 100 \times \omega_{ol}$ . Cette hypothèse est classiquement utilisée [Kellal 1987] dans le cadre de l'élaboration de modèle de commande en position d'un axe électropneumatique.

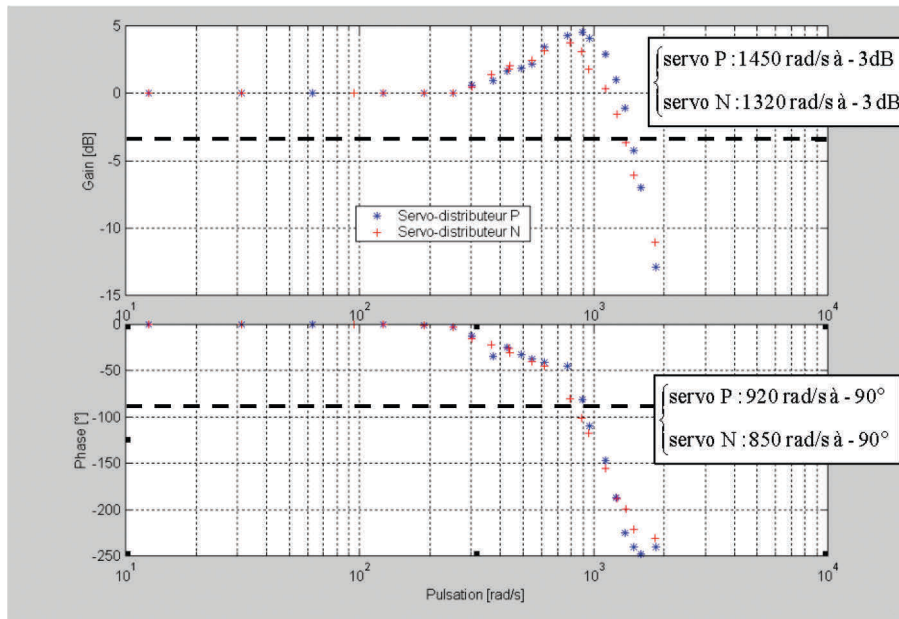
Dans nos travaux, toutes les commandes issues d'un modèle linéaire sont calculées en supposant les servo-distributeurs identiques et symétriques. Ces hypothèses sont technologiquement très difficiles à respecter. Les composants diffèrent de par leur qualité d'usinage, les caractéristiques de leur électro-aimant, la raideur de leur ressort, les fuites et les composants électroniques. Mais le réglage du P.I.D contrôlant la position du tiroir permet d'atténuer fortement ces différences. Nous nous sommes astreints à régler les deux servo-distributeurs pour avoir des réponses temporelles (cf. figure 2.1) et fréquentielles (cf. figure 2.2) semblables. Le tableau 2.1 résume les principales caractéristiques des deux servo-distributeurs.

	Servo-distributeur P	Servo-distributeur N
Temps de réponse	18 ms	17 ms
Bande passante à -3dB	230 Hz	210 Hz
Bande passante à -90°	145 Hz	135 Hz
Fréquence de résonance	140 Hz	125 Hz
Facteur de résonance	4.6 dB	3.8 dB

**Tableau 2.1:** Comparaisons du comportement des deux servo-distributeurs pour 50% de la course totale du tiroir.

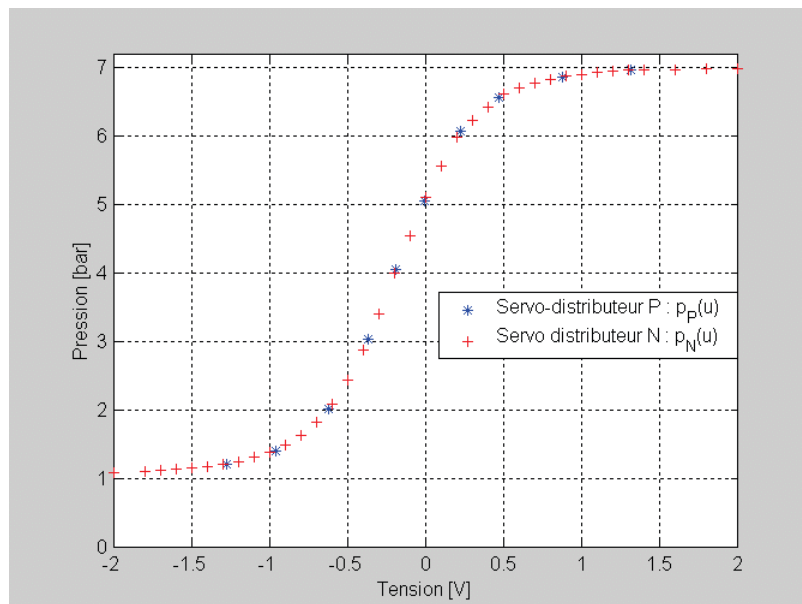


**Figure 2.1:** Comparaisons des réponses temporelles des deux servo-distributeurs sur 50% de la course totale.



**Figure 2.2:** Comparaisons des réponses fréquentielles des deux servo-distributeurs sur 50% de la course totale.

La figure 2.3 met en évidence que les caractéristiques de gain en pression à débit nul pour les deux servo-distributeurs peuvent être considérées comme identiques. Ce point est très important car cette caractéristique influence énormément les performances du système.



**Figure 2.3:** Comparaison des gains en pression à débit nul des deux servo-distributeurs.

Pour toutes les commandes linéaires étudiées dans ce mémoire, la commande calculée pour le servo-distributeur P sera de signe opposé à la commande appliquée au servo-distributeur N (cf. équation 2.1). La pression source étant la même, cela revient à utiliser un servo-distributeur 5 voies. Mais comme nous l'avons déjà souligné au premier chapitre, l'utilisation de deux servo-distributeurs 3 voies est très intéressante car elle limite les longueurs des lignes pneumatiques et l'encombrement de l'installation.

$$\begin{cases} q_{mP}(u_P, p_P) = q_m(u, p_P) \\ q_{mN}(u_N, p_N) = q_m(-u, p_N) \end{cases} \quad (2.1)$$

Le modèle linéarisé tangent est donc calculé à partir du modèle non linéaire mono-entrée (2.2) qui peut se mettre sous la forme  $\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, u)$  où le vecteur d'état est  $\underline{x} = [p_P, p_N, v, y]^T$ .

$$\begin{cases} \frac{dp_P}{dt} = \frac{krT_s}{V_P(y)} \left[ q_m(u, p_P) - \frac{S_P}{rT_s} p_P v \right] \\ \frac{dp_N}{dt} = \frac{krT_s}{V_N(y)} \left[ q_m(-u, p_N) + \frac{S_N}{rT_s} p_N v \right] \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} [S_P p_P - S_N p_N - F_f(v) - F_{ext}] \\ \frac{dy}{dt} = v \end{cases} \quad (2.2)$$

## 2.2. ELABORATION D'UN MODELE LINEAIRE

La technique la plus utilisée pour déduire du modèle non linéaire de simulation un modèle linéaire exploitable pour calculer une loi de commande repose sur l'élaboration d'un modèle linéarisé tangent valable autour d'un point de fonctionnement. Cette technique est ancienne ; son utilisation s'est répandue de par la facilité d'analyse du comportement des systèmes linéaires. Elle a fait ses preuves dans de nombreux procédés de régulation (dans la majorité des processus chimiques ou du génie des procédés par exemples). Pour ce faire, il est nécessaire d'étudier l'ensemble d'équilibre du système non linéaire pour déduire un ou plusieurs modèles linéarisés tangents.



### 2.2.1. Etude de l'équilibre d'un axe électropneumatique

**Définition 2.1:** Ensemble d'équilibre d'un système commandé.

L'ensemble d'équilibre d'un système mono-entrée  $\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, u)$   $\underline{x} \in \mathfrak{R}^n ; u \in \mathfrak{R}$  est défini par l'ensemble des couples (état, commande) annulant le champ de vecteurs  $f$ . C'est à dire qu'il s'agit de l'ensemble des points singuliers de  $f$ .

$$E = \left\{ (\underline{x}^e, u^e) \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R} / f(\underline{x}^e, u^e) = 0 \right\} \quad (2.3)$$

L'ensemble  $E = (p_P^e, p_N^e, v^e, y^e, u^e)$  définit donc l'ensemble d'équilibre du modèle du système électropneumatique. L'équation 2.3 appliquée au système 2.2 génère le système suivant à résoudre :

$$\begin{cases} y^e \text{ quelconque} \\ q_m(u^e, p_P^e) = 0 \\ q_m(-u^e, p_N^e) = 0 \\ S_P p_P^e - S_N p_N^e - F_f(v^e) - F_{ext}^e = 0 \\ v^e = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

#### Hypothèses supplémentaires:

- D'après le modèle de frottement retenu au premier chapitre, nous savons que les frottements secs pour une vitesse nulle sont dépendants de nombreux paramètres. Les valeurs mesurées appartiennent à l'intervalle  $[-70 \text{ N}; +40 \text{ N}]$ . Etant donné la non répétabilité des résultats, nous supposons par la suite que la valeur moyenne des frottements à l'équilibre est nulle. Une justification supplémentaire de cette hypothèse est donnée à la fin de ce paragraphe.
- Les forces extérieures à l'équilibre se limitent à la force due à la pression atmosphérique.

Ces deux points sont résumés par la relation 2.5:

$$\begin{cases} F_f(v^e) = 0 \\ F_{ext}^e = (S_P - S_N) p_E \end{cases} \quad (2.5)$$

Ainsi pour déduire les conditions d'équilibre, il faut résoudre le système 2.6 à trois équations et trois inconnues  $(p_P^e, p_N^e, u^e)$  :

$$\begin{cases} q_m(u^e, p_P^e) = 0 \\ q_m(-u^e, p_N^e) = 0 \\ S_P p_P^e - S_N p_N^e - F_{ext}^e = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

La solution proposée repose sur une méthode graphique. Les trois inconnues peuvent être déduites des courbes de gain en pression et de gain en effort à débit nul. La figure 2.4 résume les trois étapes permettant d'obtenir les valeurs de la commande et des pressions à l'équilibre :

- ① A partir de la courbe de gain en effort à débit nul, déduite des courbes des gains en pression à débit nul par la relation 2.7, et connaissant la valeur de l'effort à l'équilibre ( $F_{ext}^e = (S_P - S_N)p_E$ ), la commande à l'équilibre  $u^e$  est obtenue.
- ②  $Force(u) = S_P p_P(u) - S_N p_N(u)$  (2.7)
- ③ Connaissant la valeur de la commande à l'équilibre, nous pouvons déduire sur la courbe de gain en pression la valeur de la pression à l'équilibre dans la chambre P :  $p_P^e$
- ④ Les deux servo-distributeurs étant supposés identiques, la valeur de la pression à l'équilibre dans la chambre N est déduite de la courbe de gain en pression pour une commande égale à  $-u^e$

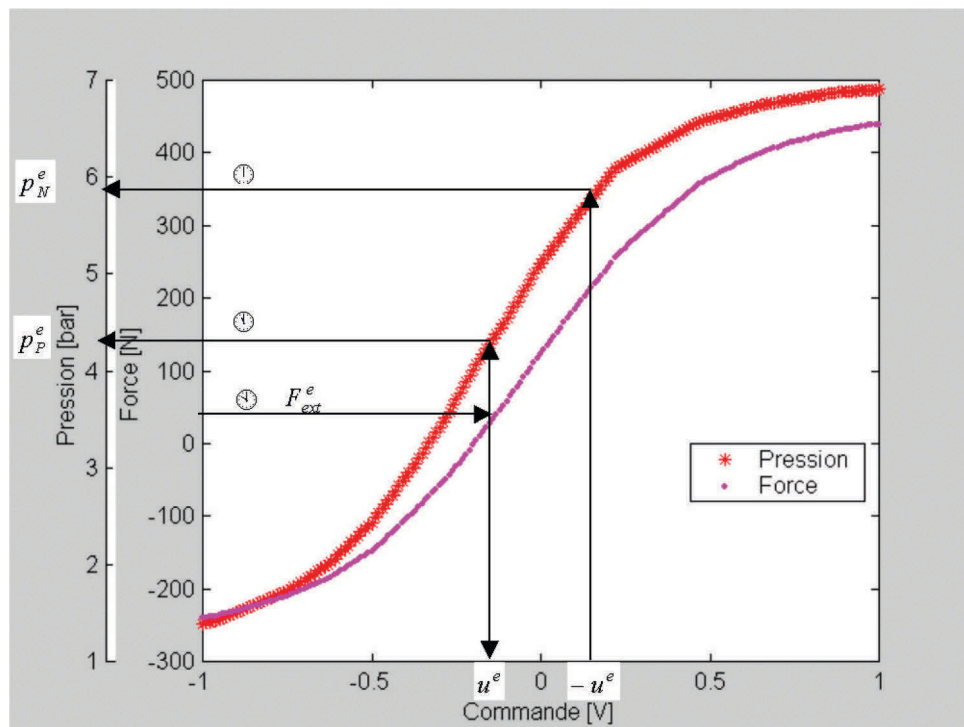


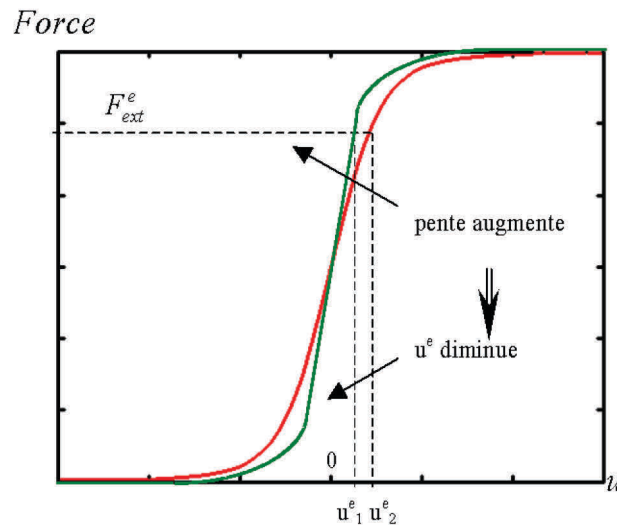
Figure 2.4: Résolution graphique des variables d'équilibre.

Justification supplémentaire de l'hypothèse :  $F_f(v^e) = 0$

Pour les modulateurs de puissance utilisés dans la commande en position d'axes électropneumatiques, la variation de pression à débit nul s'effectue pour environ 10% de l'amplitude maximale des valeurs de commande. Ceci est important pour les performances statiques d'un axe asservi en position. En effet, si nous utilisons une commande point à point (consigne  $y_d$ ) et un retour en position, vitesse et accélération; on a, à l'équilibre :  $u^e = K_y(y^e - y_d)$ . L'erreur statique théorique est alors égale à  $u^e/K_y$ . Pour minimiser cette erreur, soit nous imposons un grand gain de retour en position  $K_y$ , soit il faut avoir un  $u^e$  faible. Cette deuxième solution est celle envisagée lors de la conception d'un modulateur de puissance. En effet, la partie linéaire du gain en effort à débit nul est de pente proportionnelle à la partie linéaire du gain en pression à débit nul ; ce facteur de proportionnalité entre les deux pentes est noté  $\alpha$ .

$$\begin{cases} p_P(u) = \alpha \times u \\ p_N(u) = -\alpha \times u \end{cases} \Rightarrow \text{Force}(u) = S_P p_P(u) - S_N p_N(u) = (S_P + S_N) \alpha \times u$$

La figure 2.5 met en évidence que pour avoir  $u^e$  qui tende vers zéro il faut avoir une pente du gain en effort importante.



**Figure 2.5:** Variation de la commande à l'équilibre en fonction de la pente du gain en effort.

Si nous ne négligeons pas les frottements secs, nous avons à l'équilibre la relation suivante :

$$F_{ext}^e + F_S^- \leq S_P p_P^e - S_N p_N^e \leq F_{ext}^e + F_S^+ \quad (2.8)$$

La tension d'équilibre  $u^e$  appartient alors à la zone  $\left[ (u^e)^-, (u^e)^+ \right]$  visible sur la figure 2.6.

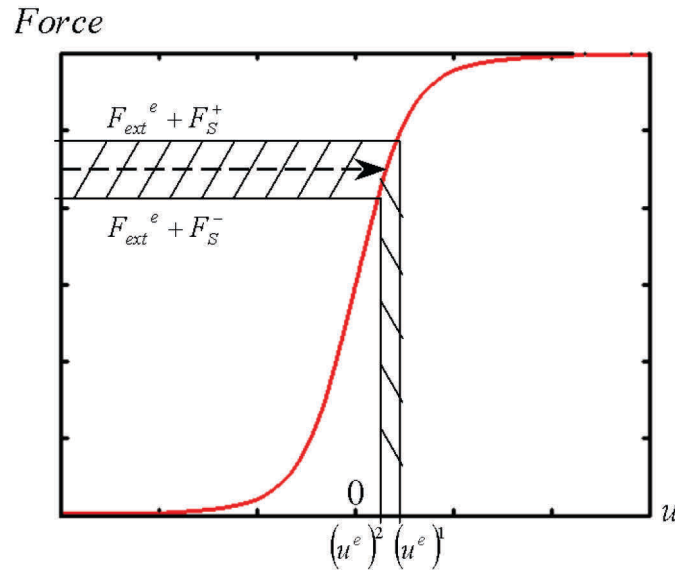


Figure 2.6: Gain en effort à débit nul.

Le fait de posséder un servo-distributeur ayant une pente importante de gain en pression dans sa partie linéaire a pour avantages d'améliorer les performances statiques, mais aussi de diminuer l'intervalle  $\left[ (u^e)^2, (u^e)^1 \right]$  et donc de nous permettre d'avoir une bonne approximation de  $u^e$  si nous négligeons les frottements secs statiques.

### 2.2.2. Modèle linéarisé tangent

**Définition 2.2:** Modèle linéarisé tangent (ordre 1)

Au voisinage d'un point d'équilibre  $(\underline{x}^e, u^e)$  de E, une approximation de l'évolution du système est effectuée. En utilisant un développement en série de Taylor limité au 1<sup>er</sup> ordre de la fonction non linéaire  $f$  et en notant les variations de l'état et de la commande autour de l'ensemble d'équilibre comme l'indique le système 2.9, le modèle linéarisé tangent est donné par l'équation d'état 2.10.

$$\begin{cases} \delta \underline{x} = \underline{x} - \underline{x}^e \\ \delta u = u - u^e \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\delta \dot{\underline{x}} = \left. \frac{\partial f(\underline{x}, u)}{\partial \underline{x}} \right|_{(\underline{x}^e, u^e)} \delta \underline{x} + \left. \frac{\partial f(\underline{x}, u)}{\partial u} \right|_{(\underline{x}^e, u^e)} \delta u \quad (2.10)$$

Avec les notations (2.11), le modèle linéarisé tangent du système électropneumatique est calculé autour de l'équilibre ; il dépend uniquement de la position du cylindre. Les frottements considérés se limitent aux frottements visqueux.

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta p_P = p_P - p_P^e \\ \delta p_N = p_N - p_N^e \\ \delta v = v - v^e \\ \delta y = y - y^e \\ \delta u = u - u^e \end{array} \right. \quad (2.11)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta p_P \\ \delta p_N \\ \delta v \\ \delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_P^e} & 0 & -\frac{kp_P^e S_P}{V_P(y^e)} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_N^e} & \frac{kp_N^e S_N}{V_N(y^e)} & 0 \\ \frac{S_P}{M} & -\frac{S_N}{M} & -\frac{b_v}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p_P \\ \delta p_N \\ \delta v \\ \delta y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{krT_S}{V_P(y^e)} G_{uP}^e \\ -\frac{krT_S}{V_N(y^e)} G_{uN}^e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta u \quad (2.12)$$

Les constantes de temps de mise en pression à volume constant des deux chambres P et N ( $\tau_P^e$  et  $\tau_N^e$ ) sont définies par la formule 2.13:

$$\tau_P^e = \frac{V_P(y^e)}{krT_S C_{p_P P}^e} \quad \tau_N^e = \frac{V_N(y^e)}{krT_S C_{p_N N}^e} \quad (2.13)$$

Les coefficients de sensibilité du débit par rapport à la pression sont définis par la formule 2.14:

$$C_{p_P P}^e = - \left. \frac{\partial q_m(u, p_P)}{\partial p_P} \right|_{(p_P^e, u^e)} \quad C_{p_N N}^e = - \left. \frac{\partial q_m(u, p_N)}{\partial p_N} \right|_{(p_N^e, -u^e)} \quad (2.14)$$

Les coefficients de sensibilité du débit par rapport à la commande sont définis par la formule 2.15:

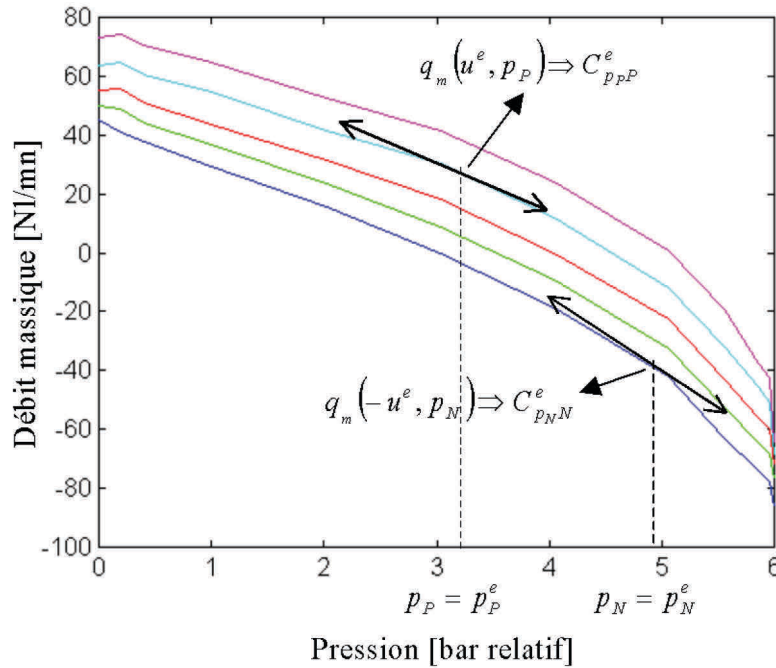
$$G_{uP}^e = \left. \frac{\partial q_m(u, p_P)}{\partial u} \right|_{(p_P^e, u^e)} \quad G_{uN}^e = - \left. \frac{\partial q_m(u, p_N)}{\partial u} \right|_{(p_N^e, -u^e)} \quad (2.15)$$

Les coefficients de sensibilité du débit par rapport aux pressions ( $C_{p_P P}^e$  et  $C_{p_N N}^e$ ) et à la commande ( $G_{uP}^e$  et  $G_{uN}^e$ ) sont déterminés respectivement à partir du réseau de caractéristiques de débit (cf. figure 2.7) et du réseau de caractéristiques de gain en débit (cf. figure 2.8). Ils sont définis de façon à être tous positifs.

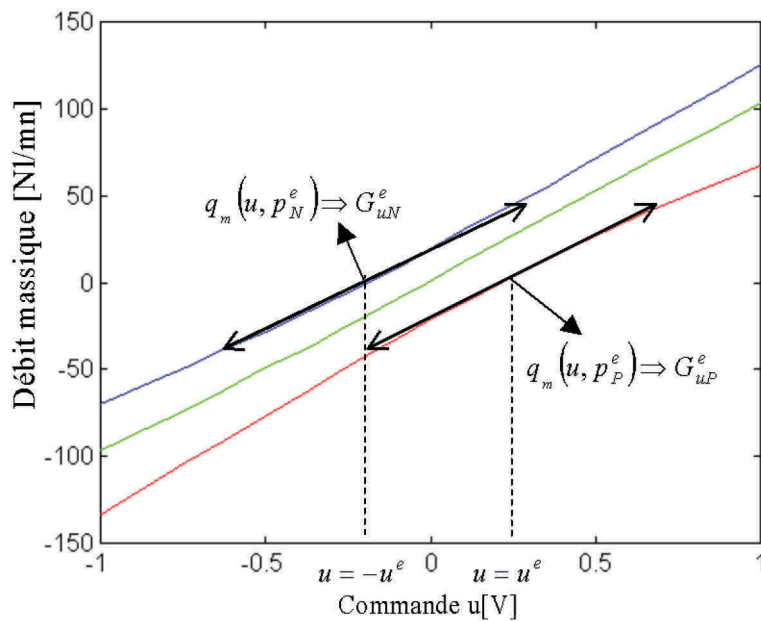
Par exemple, pour un équilibre donné, le coefficient  $C_{p_P P}^e$  de sensibilité du débit massique  $q_{mP}$  vis à vis de la pression  $p_P$  est égal, au signe près, à la pente de la tangente à la caractéristique de débit du

servo-distributeur. Cette pente est calculée au point  $p_P^e$  de la caractéristique  $q_{mP}$  correspondant à  $u = u^e$ .

Les trois autres coefficients sont obtenus d'une manière similaire.



**Figure 2.7:** Réseau de caractéristiques de débit  $q_m(p)$  pour différentes commandes : détermination des  $C_p$ .



**Figure 2.8:** Réseau de caractéristiques de gain en débit  $q_m(u)$  pour différentes pressions d'utilisation : détermination des  $G_u$ .

### 2.2.3. Schéma bloc du modèle linéarisé tangent

Le modèle linéarisé tangent est équivalent au schéma bloc 2.9. Nous retrouvons, comme pour le schéma bloc non linéaire, la structure parallèle correspondant aux mises en pression dans les deux chambres. Les deux étages électropneumatique et mécanique ainsi que leur couplage apparaissent très clairement.

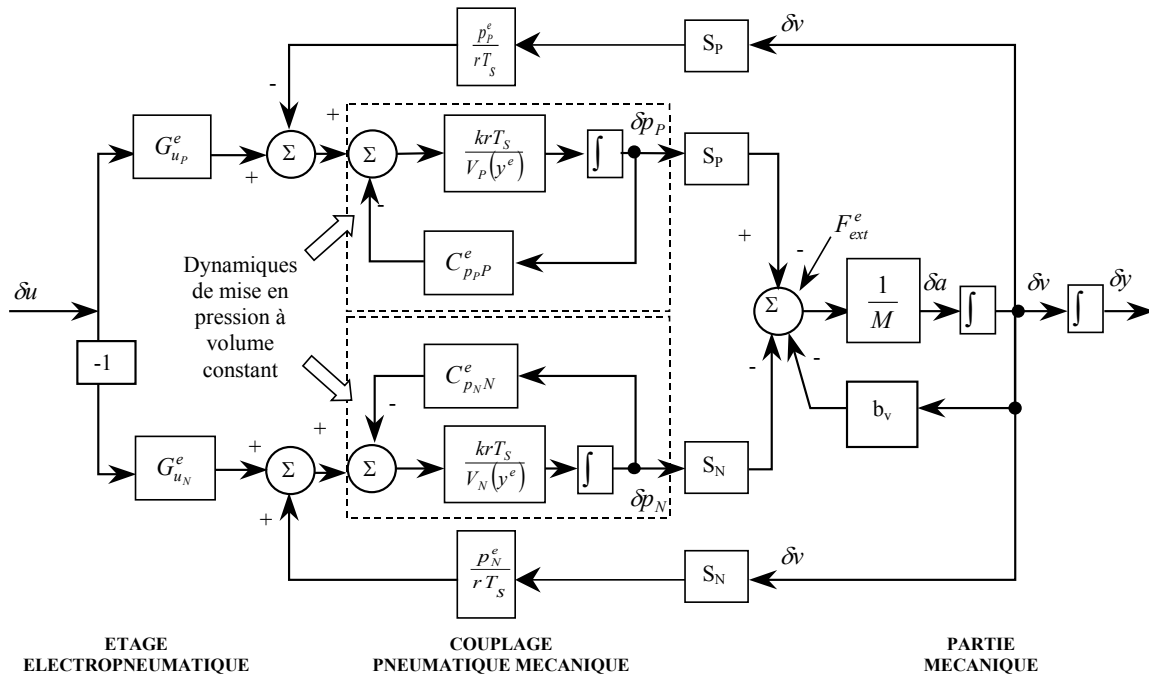


Figure 2.9: Schéma bloc linéaire du modèle linéarisé tangent.

## 2.3. REDUCTION DE MODELE

Le modèle linéarisé tangent défini par l'équation 2.12 peut être utilisé pour synthétiser une loi de commande utilisant des boucles locales de pression, ou dans le cas d'une commande par retour d'état en position, vitesse et pression. De nos jours, très peu de fabricants utilisent des capteurs de pression pour positionner un axe électropneumatique. Par contre, bien que peu apprécié par les industriels, l'accéléromètre est encore énormément employé. Ainsi est-il intéressant de réduire ce modèle pour faire apparaître les variables de phase dans le vecteur d'état réduit :  $\underline{x}^r = [y, v, a]^T$ .

### 2.3.1. Modèle linéarisé tangent réduit

Le premier à aborder la réduction de modèle d'un axe électropneumatique est Shearer [Shearer1956]. Lors de son étude il effectue les trois hypothèses suivantes :

1. Le vérin est symétrique :  $S_P = S_N$
2. L'effort extérieur est nul :  $F_{ext} = 0$
3. Les deux servo-distributeurs sont identiques

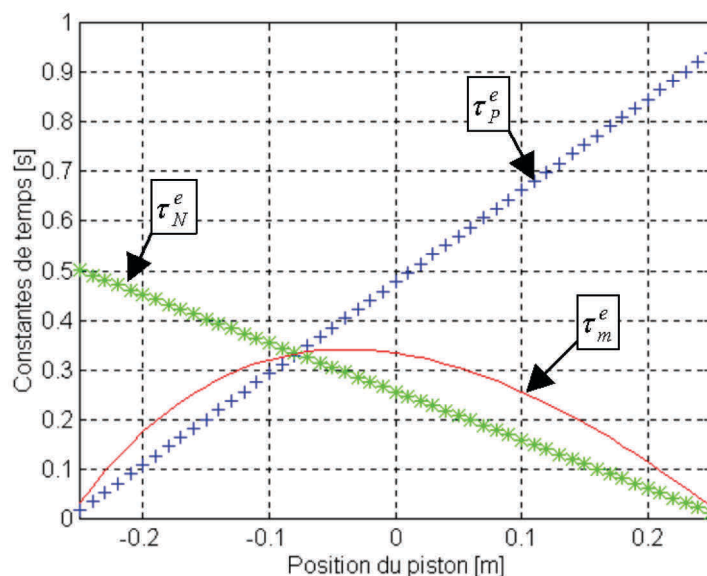
De ces deux premières hypothèses résulte l'égalité des pressions à l'équilibre dans les deux chambres :  $p_P^e = p_N^e$ . Dans ce cas et du fait de l'hypothèse 3, nous avons l'égalité des coefficients de sensibilité du débit par rapport à la pression :  $C_{p_P}^e = C_{p_N}^e$  et des coefficients de sensibilité du débit par rapport à la commande :  $G_{u_P}^e = G_{u_N}^e$ . Ainsi, en position centrale, les constantes de temps de mise en pression à volume constant des deux chambres P et N sont égales :  $\tau_P^e = \tau_N^e$ . Pour ce cas particulier, en combinant les équations d'états associées aux pressions dans les chambres, nous déduisons l'équation d'évolution du jerk (dérivée de l'accélération) et obtenons directement le modèle réduit en position, vitesse et accélération.

Pour le vérin asymétrique utilisé, les constantes de temps  $\tau_P^e$  et  $\tau_N^e$  sont différentes, surtout lorsque le piston se trouve en extrémité (cf. figure 2.10). Leur rapport peut atteindre un facteur dix. Cette dissymétrie est la raison principale du phénomène de redécollage des vérins pneumatiques. Ce phénomène, très néfaste, est développé dans le troisième chapitre.

Kellal *et al* [Kellal *et al* 1986] ont proposé de définir une constante  $\tau_m^e$  égale à la moyenne

géométrique de  $\tau_P^e$  et  $\tau_N^e$  :  $\frac{1}{\tau_m^e} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_P^e} + \frac{1}{\tau_N^e} \right)$ . L'évolution par rapport à la position de cette constante

moyenne est représentée sur la figure 2.10. Le choix de la moyenne géométrique a été retenu afin de donner le plus d'importance à la constante de temps la plus faible.



**Figure 2.10:** Evolution des constantes de temps de mise en pression en fonction de la position du cylindre.



Comme l'a fait Shearer dans le cas d'un vérin symétrique, il est alors possible de réduire le modèle en remplaçant les deux constantes de temps par leur moyenne géométrique, et en combinant les deux équations d'états associées aux pressions ; on obtient alors le modèle 2.16 :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta y \\ \delta v \\ \delta a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\omega_{ol}^e & -2\zeta_{ol}^e \omega_{ol}^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y \\ \delta v \\ \delta a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} \delta u \quad (2.16)$$

Le coefficient intervenant dans le vecteur de commande est défini par la relation 2.17 :

$$b_3 = \frac{k r T_s}{M} \left[ \frac{S_P G_{uP}^e}{V_P(y^e)} + \frac{S_N G_{uN}^e}{V_N(y^e)} \right] \quad (2.17)$$

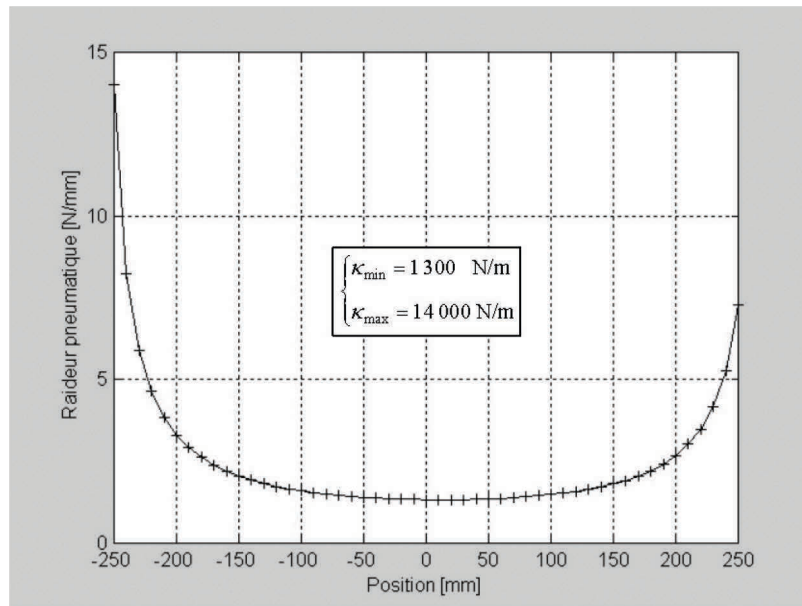
La pulsation propre du système en boucle ouverte, notée  $\omega_{ol}^e$ , dépend de la position d'équilibre :

$$\omega_{ol}^e = \sqrt{\omega_{cyl}^e{}^2 + \frac{b_v}{\tau_m M}} \quad \text{avec} \quad \omega_{cyl}^e = \sqrt{\frac{k}{M} \left[ \frac{S_P^2 p_P^e}{V_P(y^e)} + \frac{S_N^2 p_N^e}{V_N(y^e)} \right]} \quad (2.18)$$

La pulsation propre du vérin, notée  $\omega_{cyl}^e$ , met en évidence la raideur pneumatique du système. Cette raideur, notée  $\kappa$ , est donnée par l'équation 2.19 :

$$\kappa = \frac{k}{2} \left[ \frac{S_P^2 p_P^e}{V_P(y^e)} + \frac{S_N^2 p_N^e}{V_N(y^e)} \right] \quad (2.19)$$

Lorsque les deux chambres sont isolées, la raideur pneumatique correspond à deux ressorts montés en parallèle. La figure 2.11 présente la grande plage de variation de la raideur pneumatique en fonction de la position du vérin. Cette raideur, qui est maximale lorsque le vérin est en extrémité, est inversement proportionnelle à la constante de temps moyenne. Ceci signifie physiquement que plus le temps de mise en pression est rapide, plus grande est la raideur pneumatique de la chambre.



**Figure 2.11:** Evolution de la raideur pneumatique en fonction de la position du cylindre.

Le coefficient d'amortissement du système en boucle ouverte, notée  $\zeta_{ol}^e$ , dépend également de la position d'équilibre (cf. relation 2.20).

$$\zeta_{ol}^e = \frac{1}{2\omega_{ol}^e} \left( \frac{1}{\tau_m^e} + \frac{b_v}{M} \right) \quad (2.20)$$

### 2.3.2. Schéma bloc du modèle linéarisé tangent réduit

Au modèle d'état 2.16 correspond la fonction de transfert en boucle ouverte 2.21 reliant la commande du servo-distributeur (variable d'entrée) à la position du cylindre du vérin (variable de sortie). Cette relation montre que l'approximation du procédé modulateur de puissance-vérin-charge est représentée par un intégrateur en cascade avec un système du deuxième ordre. La commande de ce système par placement de pôle est alors possible avec ce modèle ; elle est abordée au quatrième chapitre.

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_3}{p(p^2 + 2\zeta_{ol}^e \omega_{ol}^e p + (\omega_{ol}^e)^2)} = \frac{K}{p \left( \left( \frac{p}{\omega_{ol}^e} \right)^2 + 2\zeta_{ol}^e \frac{p}{\omega_{ol}^e} + 1 \right)} \quad (2.21)$$

Le numérateur du système en boucle ouverte, noté  $K$ , est défini par la relation 2.22

$$K = \frac{b_3}{(\omega_{ol}^e)^2} \quad (2.22)$$

Le modèle d'état 2.16 est équivalent au schéma bloc représenté sur la figure 2.12 sur lequel apparaissent les variables de phase : position, vitesse, accélération et jerk.

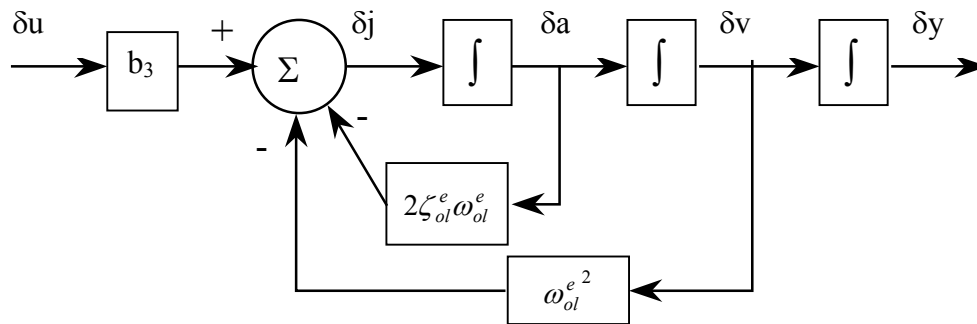


Figure 2.12: Schéma bloc du modèle linéarisé réduit.

### 3. ANALYSE DES MODELES DE COMMANDE LINEAIRES

L'objectif de cette partie est l'analyse des deux modèles linéarisés tangents développés précédemment. Dans un premier temps, une analyse fréquentielle du modèle non réduit est effectuée. Il s'agit de déterminer un modèle nominal valable pour une grande plage de fonctionnement. "Nominal" est ici employé au sens de "moyen". Ceci signifie que nous allons étudier l'évolution des réponses fréquentielles en fonction de la position du vérin afin d'établir un modèle moyen qui représentera au mieux le système électropneumatique. Cette étude est obligatoire pour quiconque voudrait synthétiser une commande robuste de type  $H_\infty$ . Elle permet également de mettre en avant la sensibilité du modèle de commande en fonction des variations de la position.

Lors de l'asservissement d'axes électropneumatiques, le paramètre qui est amené à évoluer le plus fréquemment est la masse à déplacer. C'est pourquoi, avec la même approche fréquentielle, une étude du modèle est effectuée pour mettre en évidence la sensibilité du procédé par rapport aux variations de la masse en mouvement.

Une seconde phase présente une brève étude du modèle linéarisé tangent réduit. Cette étude met en avant les variations de la pulsation propre, du coefficient d'amortissement et du gain statique du système en fonction de la position du vérin et de la masse transportée.

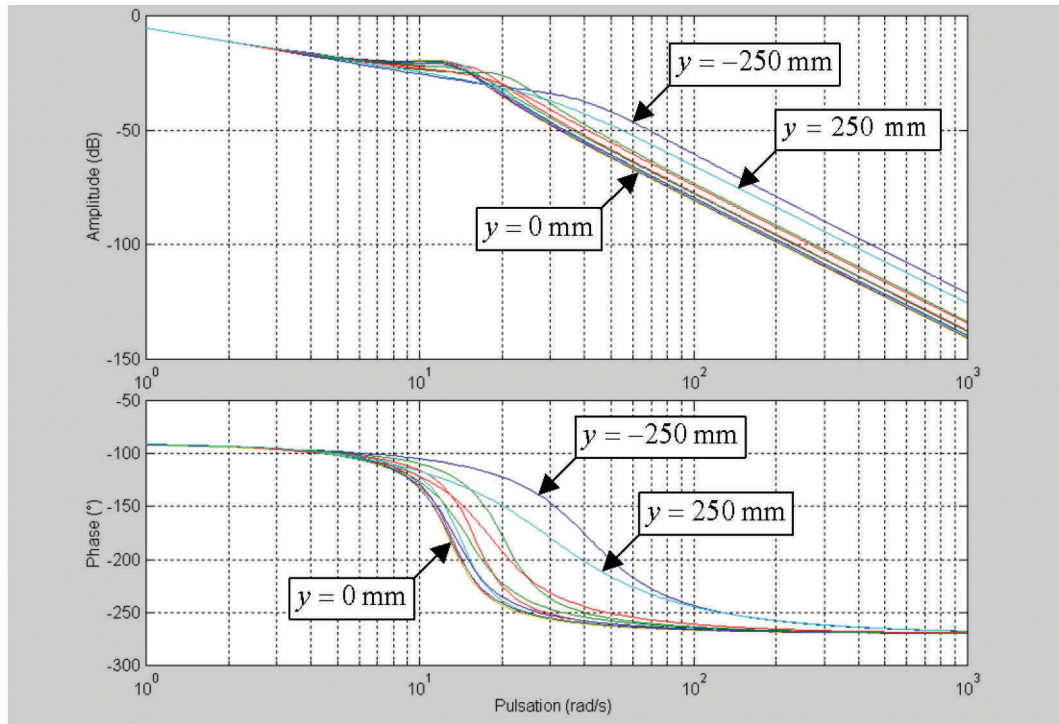
Enfin, une comparaison fréquentielle du modèle moyen et du modèle réduit est effectuée.

#### 3.1. ETUDE DU MODELE LINEARISE TANGENT

Le modèle linéarisé tangent varie essentiellement en fonction de deux paramètres : la position et la masse. Pour trouver un modèle nominal nous devons étudier les réponses fréquentielles du système pour différentes positions variant entre  $-0.250$  m et  $+0.250$  m et/ou pour différentes masses.

### 3.1.1. Choix d'un modèle nominal lorsque la position varie

La figure 2.13 présente le comportement fréquentiel du modèle linéarisé tangent 2.12 pour différentes positions d'équilibre. La position varie par pas de 50 millimètres entre la valeur minimale : -250 millimètres et la valeur maximale de + 250 millimètres.

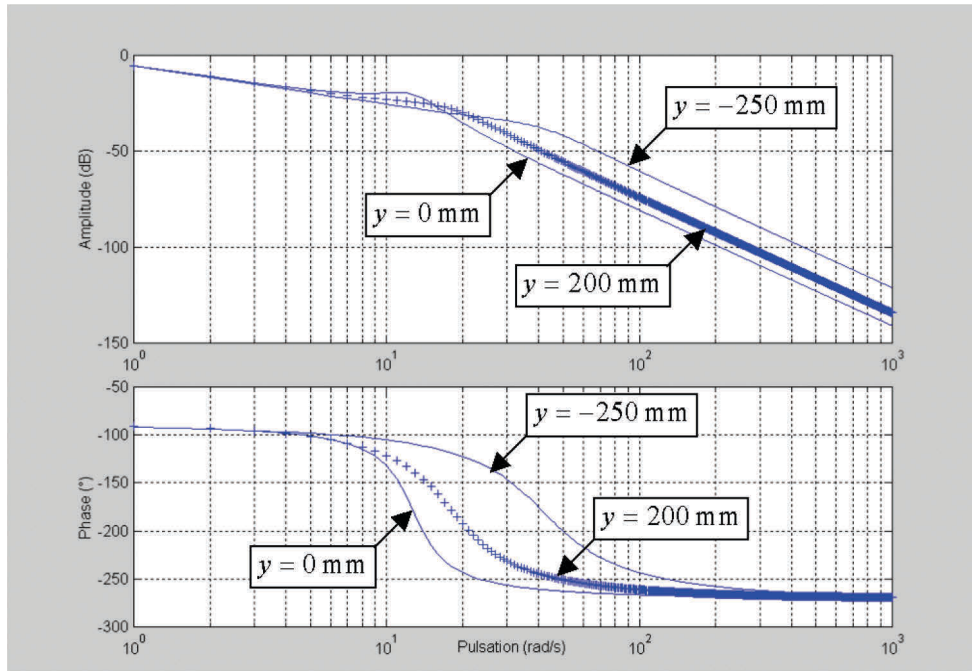


**Figure 2.13:** *Comportement fréquentiel du modèle linéarisé tangent. Sensibilité par rapport à la position.*

Bien qu'identiques pour des pulsations inférieures à 5 rad/s, les réponses fréquentielles diffèrent fortement au-delà. Un écart de 20 dB est visible sur la figure 2.13 à partir des pulsations supérieures à 30 rad/s. Le déphasage passe de  $-90^\circ$  à  $-270^\circ$  en une octave pour la position centrale, alors qu'il faut plus d'une décade pour les positions extrêmes.

Ces résultats montrent que la bande passante est plus élevée aux extrémités. Nous pouvons donc envisager d'avoir des performances du système en boucle fermée meilleures (en terme de temps de réponse) pour des déplacements ayant lieu dans les zones où la position appartient aux intervalles  $[-250\text{ mm}; -200\text{ mm}]$  et  $[+200\text{ mm}; +250\text{ mm}]$ . Néanmoins, si l'on envisage une loi de commande linéaire sur toute la course du vérin, les courbes fréquentielles précédentes montrent qu'une condition nécessaire et suffisante de stabilité pour tout point de fonctionnement est d'assurer la stabilité du système bouclé pour la position centrale

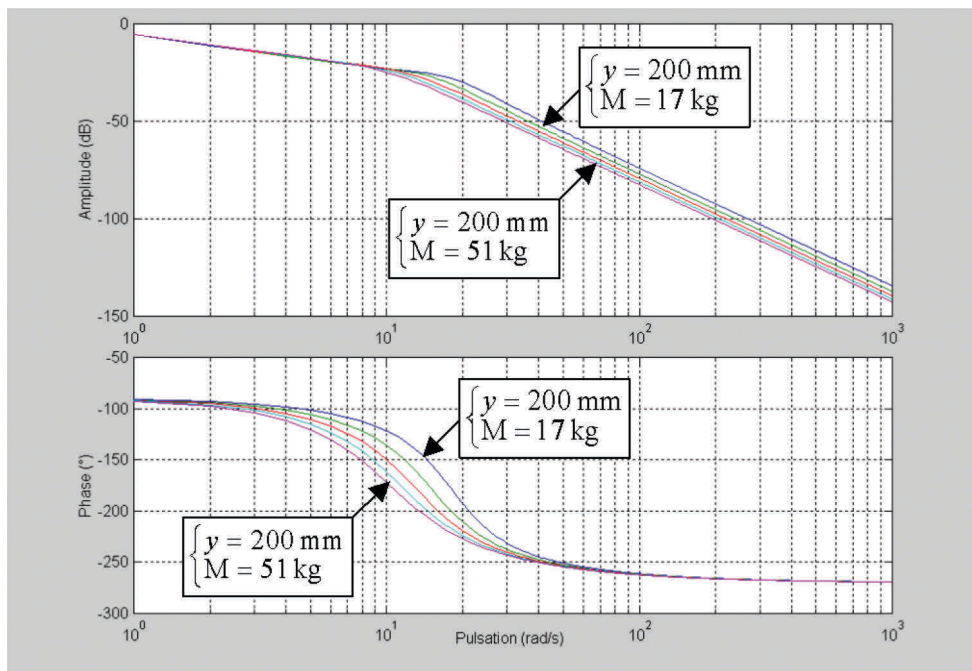
Nous retenons alors un modèle nominal ayant une réponse fréquentielle assez "centrale" par rapport à l'enveloppe des résultats. Ce modèle est obtenu pour  $y = +0.200\text{ m}$  ; la réponse fréquentielle moyenne en amplitude ainsi qu'en phase est donnée par la figure 2.14.



**Figure 2.14:** Choix d'un modèle nominal lorsque la position varie.

### 3.1.2. Choix d'un modèle nominal lorsque la masse varie

A vide, la masse en déplacement (chariot + tige) est de 17 kg. L'étude présentée dans ce paragraphe suppose une variation de masse qui peut aller jusqu'à 200% de la valeur à vide. En fixant  $y=+0.200$  m, nous pouvons choisir un modèle nominal à partir d'une enveloppe de diagrammes fréquentiels obtenue pour différentes masses (cf. figure 2.15). Nous retenons une masse de 37.4 kg pour le modèle moyen (cf. figure 2.16).



**Figure 2.15:** Comportement fréquentiel du modèle linéarisé tangent. Sensibilité par rapport à la masse.

De ces deux figures, il ressort qu'une grande variation de masse n'a pas d'influence sur l'allure du gain. Ce gain est indépendant de la masse pour des pulsations inférieures à 10 rad/s, et il diminue de quelques décibels (entre 6 et 10) pour des fréquences plus hautes.

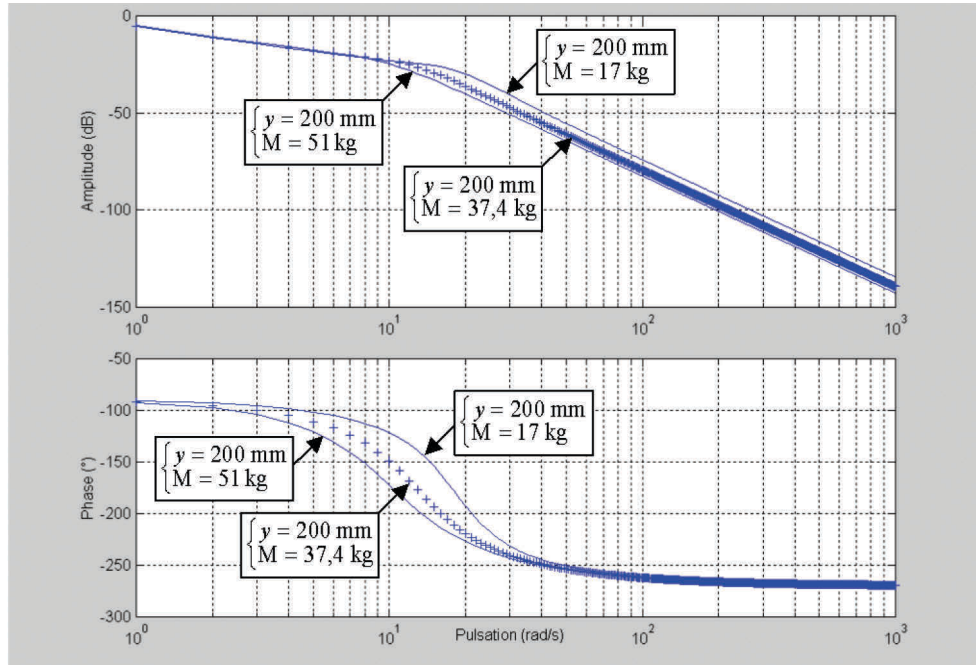


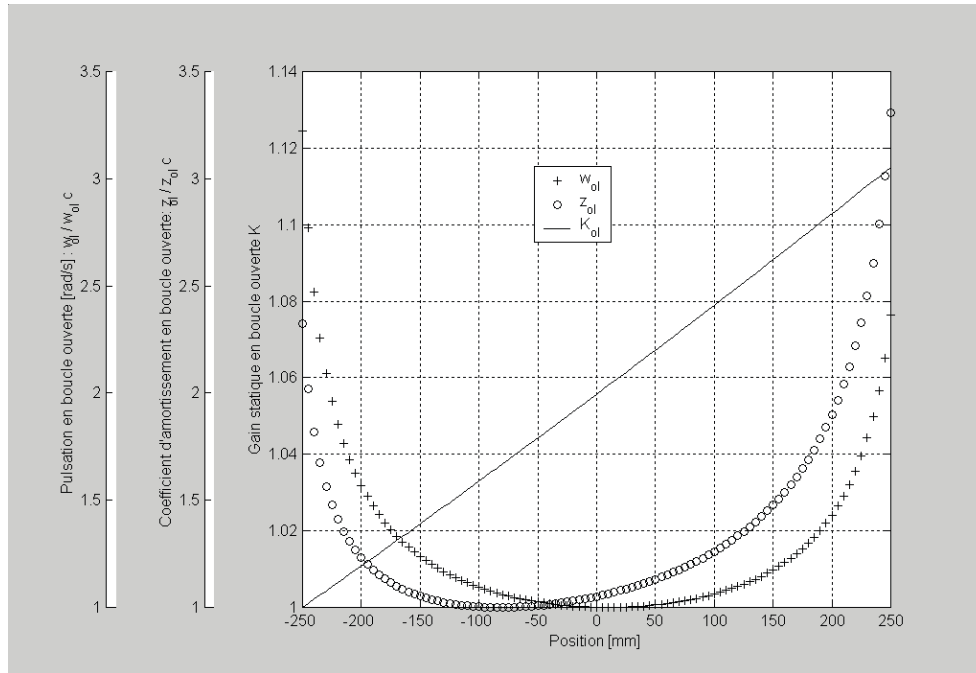
Figure 2.16: Choix d'un modèle nominal lorsque la masse varie.

### 3.2. ETUDE DU MODELE LINEARISE TANGENT REDUIT

La fonction de transfert 2.21 du modèle linéarisé tangent réduit est définie par trois paramètres :

- la pulsation propre en boucle ouverte calculée à l'équilibre et notée  $\omega_{ol}^e$ ,
- le coefficient d'amortissement en boucle ouverte calculée à l'équilibre et notée  $\zeta_{ol}^e$ ,
- le numérateur  $K$  de la fonction de transfert en boucle ouverte.

L'évolution de ces trois paramètres est représentée par la figure 2.17. Le gain statique est une fonction linéaire de la position ; sa plage de variation est toutefois assez faible, de l'ordre de 10 %. Le coefficient d'amortissement et la pulsation propre connaissent une variation très semblable, qui peut être négligée si les déplacements ont lieu dans l'intervalle de position  $[-200 \text{ mm}; +200 \text{ mm}]$ . Par contre, nous retrouvons les résultats obtenus avec le modèle du quatrième ordre, où les variations aux extrémités sont très importantes: elles peuvent atteindre un facteur trois.



**Figure 2.17:** Evolution normalisée des caractéristiques du modèle réduit en fonction de la position.

Le tableau 2.2 donne les valeurs numériques des caractéristiques du système et leurs plages d'évolution en fonction de la position.

$$\text{A l'équilibre : } \begin{cases} u^e = -0.14 \text{ V} \\ p_P^e = 4.31 \text{ bar} \\ p_N^e = 5.75 \text{ bar} \\ v^e = 0 \text{ m.s}^{-1} \\ y^e \text{ quelconque} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} C_{pP} = 3.9 \times 10^{-9} \text{ kg.s}^{-1}.\text{Pa}^{-1} \\ C_{pN} = 5.0 \times 10^{-9} \text{ kg.s}^{-1}.\text{Pa}^{-1} \\ G_{uP} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ kg.s}^{-1}.\text{V}^{-1} \\ G_{uN} = 2.1 \times 10^{-3} \text{ kg.s}^{-1}.\text{V}^{-1} \end{cases}$$

Paramètre	Notation	Unité	Position centrale	Minimum	Maximum
Volume de la chambre P	$V_P$	$\text{cm}^3$	157	10	374
Volume de la chambre N	$V_N$	$\text{cm}^3$	157	12	257
Constante de temps chambre P	$\tau_P$	s	0.40	0.025	0.95
Constante de temps chambre N	$\tau_N$	s	0.31	0.024	0.50
Constante de temps moyenne	$\tau_m$	s	0.35	0.046	0.35
Pulsation propre du cylindre en b.o.	$\omega_{cyl}$	$\text{rad.s}^{-1}$	12.80	12.49	40.58
Pulsation propre du système en b.o.	$\omega_{ol}$	$\text{rad.s}^{-1}$	13.13	12.83	41.33
Coefficient d'amortissement du système en b.o.	$\zeta_{ol}$		0.22	0.20	0.40
Numérateur de la fonction de transfert en b.o.	$K$	$\text{m.s}^{-1}.\text{V}^{-1}$	0.54	0.52	0.57
Raideur du système en b.o.	$\kappa$	$\text{N.m}^{-1}$	1 400	1 300	14 000

**Tableau 2.2:** Caractéristiques du système en position centrale

Les variations de la masse influent surtout sur les performances du système à haute fréquence. Il est à remarquer que  $\kappa$  est indépendant de la charge déplacée.

### 3.3. VALIDATION DU MODELE LINEARISE TANGENT REDUIT

#### 3.3.1. Commandabilité et observabilité

La structure parallèle du schéma bloc du modèle linéarisé tangent non réduit (cf. figure 2.9) explique la présence d'un zéro dans la fonction de transfert qui relie la tension de commande à la position. Il est donc envisageable de trouver des conditions d'équilibre pour lesquelles il peut y avoir simplification du zéro par un pôle, ce qui entraîne une perte de commandabilité ou d'observabilité. C'est en fait ce qui se passe lorsqu'une constante de temps moyenne est fixée. Richard [Richard 1990] a étudié les conditions de commandabilité et d'observabilité des modèles de positionnement électropneumatiques. De cette étude, il ressort que ce sont les fuites qui rendent le système commandable ou observable. Ces fuites ont lieu soit au niveau des distributeurs, soit entre les chambres du vérin. Le tableau 2.3 résume les résultats.

Conditions	Commandabilité	Observabilité
Distributeur et vérin sans fuites.	Non commandable en toute position	Non observable en toute position
Distributeur sans fuites Vérin avec fuites	Non commandable en position centrale, dans le cas d'un vérin symétrique.	Non observable en position centrale, dans le cas d'un vérin symétrique.
Distributeur et vérin avec fuites.	Commandable sauf condition très particulière	Non observable en une position

**Tableau 2.3:** Bilan des critères de commandabilité et d'observabilité [Richard 1990]

#### 3.3.2. Comparaison des réponses fréquentielles des deux modèles linéaires

Les réponses en fréquence (cf. figure 2.18) des modèles linéarisés tangents réduits ou non, mettent en avant la validité de l'approximation de la constante de temps moyenne. Les écarts maxima obtenus pour  $y = +0.200$  m et  $M = 37.4$  kg, sont de 3 décibels et 15 degrés.



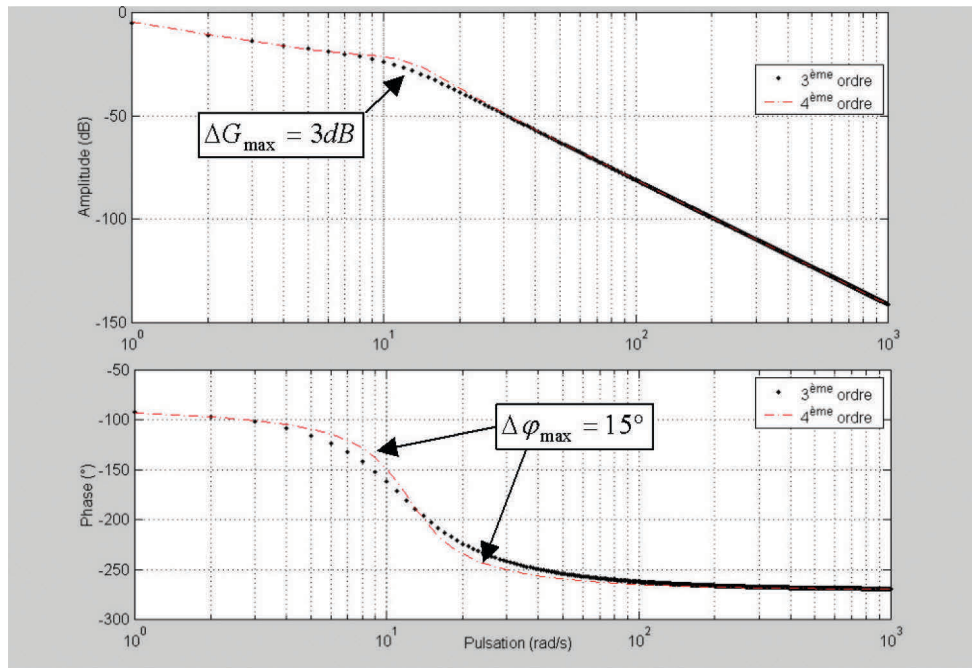


Figure 2.18: Comparaison des réponses en fréquence des modèles du 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> ordre.

## 4. MODELES NON LINEAIRES AFFINES EN LA COMMANDE

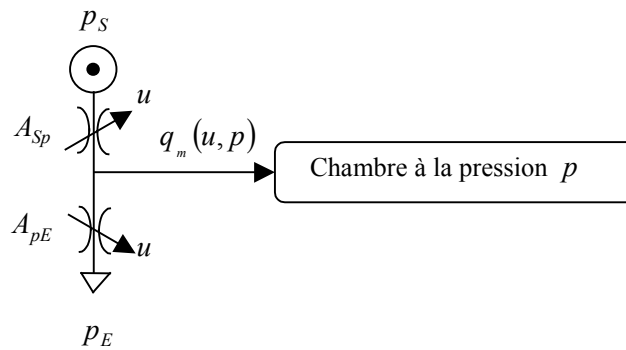
### 4.1. INTRODUCTION

Pour appliquer la théorie de la commande non linéaire développée par Isidori, et obtenir une loi de commande explicite, il est nécessaire d'avoir un modèle qui soit affine en la commande, c'est à dire que la dérivée temporelle de l'état soit linéairement dépendante des variables de commande. A la vue du modèle de simulation obtenu au chapitre précédent, il est évident que ce n'est pas le cas. Le problème vient du fait que la tension de commande du servo-distributeur intervient de manière non linéaire via les débits massiques  $q_{mP}(u_P, p_P)$  et  $q_{mN}(u_N, p_N)$  entrant et sortant des chambres de l'actionneur. L'objectif est donc d'établir une approximation des caractéristiques bidimensionnelles du servo-distributeur, qui permettra de mettre le modèle sous la forme désirée.

### 4.2. APPROXIMATION DES CARACTERISTIQUES BIDIMENSIONNELLES DU SERVO-DISTRIBUTEUR

En appliquant les lois d'écoulement des fluides dans une restriction [McCloy 1968, Norme ISO 6358], les modèles obtenus ne sont pas exploitables pour la synthèse de commande non linéaires [Araki 1981, Mo 1989]. C'est pourquoi Richard [Richard 1990] propose un modèle du débit massique d'utilisation reconstruit à partir des caractérisations expérimentales de chaque restriction d'admission ( $A_{Sp}$ ) et

d'échappement ( $A_{pE}$ ). Ce type d'approximation est source d'erreur importante si le débit de fuite n'est pas négligeable, ce qui est le cas du servo-distributeur Servotronic où les fuites maximales sont de l'ordre de 40 Nl/mn. Il est donc préférable d'utiliser une caractérisation globale où le servo-distributeur 3/2 est vu comme un demi-pont de Wheatstone. La figure 2.19 schématise ce demi-pont, où ne sont pas représentés les circuits annexes d'écoulement de l'air [Sesmat 1996]. Le débit d'utilisation dépend de la tension de commande et de la pression d'utilisation.



**Figure 2.19:** Représentation en demi-pont de Wheatstone d'un servo-distributeur 3/2.

Les caractéristiques statiques  $q_m(u, p)$  issues des mesures expérimentales ont été approximées au sens des moindres carrés par des fonctions polynomiales affines en une nouvelle variable de commande par Belgharbi *et al.* [Belgharbi *et al* 1999] :

$$q_m(u, p) = \varphi(p) + \psi(p, \text{sgn}(\Gamma(u))) \times \Gamma(u) \quad (2.23)$$

$\varphi$  et  $\psi$  sont des fonctions polynomiales d'ordre 5. La fonction  $\Gamma$  est proportionnelle à la variable de commande.

- $\Gamma(u)$  est la nouvelle variable de commande ; il s'agit d'une fonction bijective représentant l'évolution de la section de restriction équivalente que traverse le fluide en fonction de la position du tiroir. Cette fonction est donc homogène à des  $m^2$ .
- $\varphi(p)$  représente le débit de fuite dans le servo-distributeur (kg/s).
- $\psi(p, \text{sgn}(\Gamma(u)))$  est une fonction dépendant du signe de la commande, car l'admission ( $\Gamma(u) > 0$ ) est différente de l'échappement ( $\Gamma(u) < 0$ ). Elle est homogène à des  $kg/s/m^2$ .

Les équations algébriques de ces approximations sont données par l'équation 2.24. Les figures 2.20 et 2.21 représentent l'évolution des fonctions polynomiales.

$$\begin{cases} \varphi(p) = 5.32 + 33.11p - 21.95p^2 + 5.95p^3 - 0.75p^4 + 3.4e-2p^5 \\ \psi(p, u > 0) = 7.23 \times 10^5 - 3.14 \times 10^5 p + 2.16 \times 10^5 p^2 - 6.81 \times 10^4 p^3 + 9.82 \times 10^3 p^4 - 5.51 \times 10^2 p^5 \\ \psi(p, u < 0) = -3.30 \times 10^5 + 5.26 \times 10^5 p - 2.30 \times 10^5 p^2 + 5.74 \times 10^4 p^3 - 6.92 \times 10^3 p^4 + 3.21 \times 10^2 p^5 \\ \Gamma(u) = 2.397 \times 10^4 u \end{cases} \quad (2.24)$$

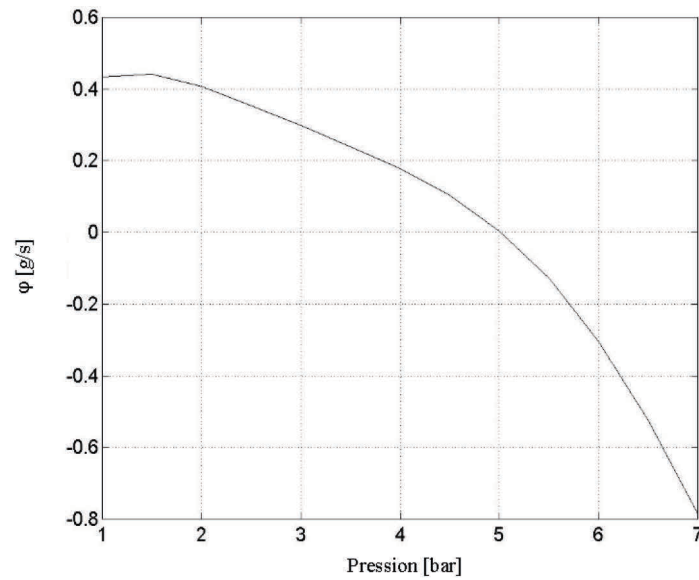


Figure 2.20: Fonction  $\varphi(p)$ .

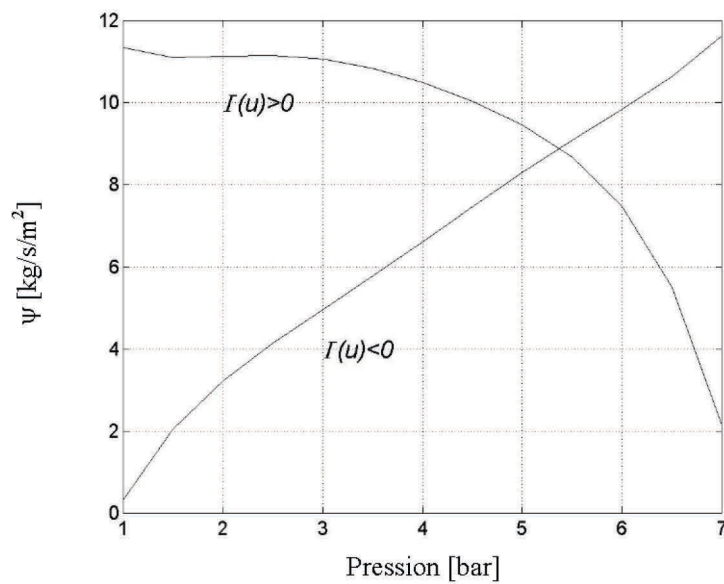
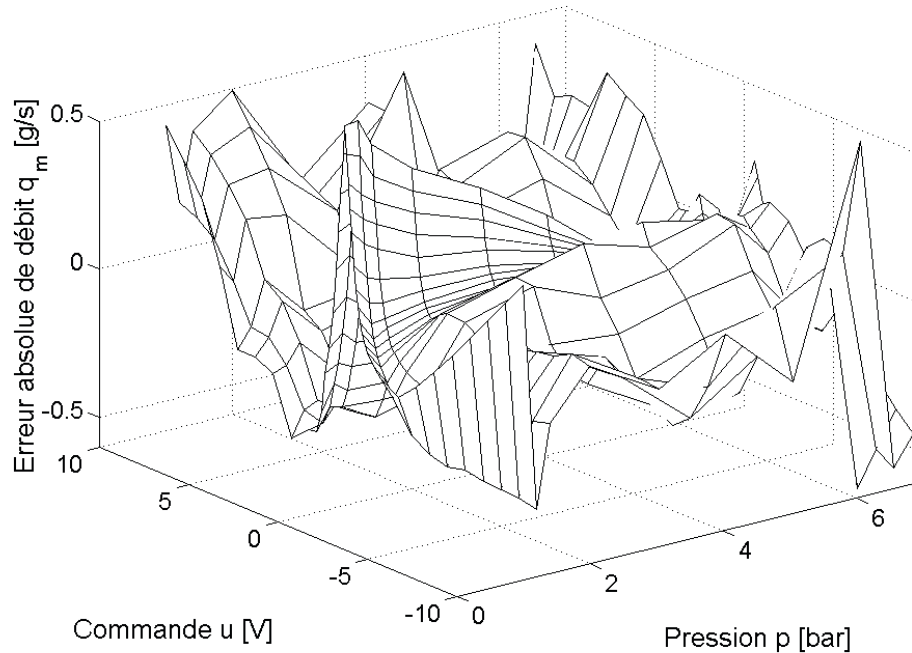


Figure 2.21: Fonction  $\psi(p, \text{sgn}(\Gamma(u)))$ .

Les erreurs sur les débits massiques engendrées par ces approximations sont très faibles comme le montre la figure 2.22. Elles sont maximales aux bords du domaine de pression ainsi que pour des commandes très faibles. Cette constatation est très importante pour l'analyse des résultats expérimentaux qui sera effectuée au dernier chapitre de ce mémoire.



**Figure 2.22:** Erreurs de débits engendrées par les approximations.

### 4.3. PRESENTATION DES MODELES AFFINES EN LA COMMANDE

Pour obtenir un modèle affine en la commande, les mêmes hypothèses que celles utilisées pour la synthèse du modèle linéarisé tangent sont effectuées, c'est à dire que :

- la dynamique du servo-distributeur est négligée,
- la variation des températures dans les chambres est négligée par rapport à la température source,
- les frottements se limitent aux frottements visqueux.

Nous obtenons alors le modèle de commande sous la forme donné par la relation 2.25:

$$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}) + g(\underline{x}) \times \underline{U} \quad \text{avec} \quad \underline{x} = [p_P \quad p_N \quad v \quad y]^T \quad (2.25)$$

Deux modèles affines en la commande sont alors obtenus suivant le nombre d'entrées utilisé.

### 4.3.1. Modèle affine en la commande multi-entrées

De par les résultats précédemment énoncés, le modèle multi-entrées affine en la commande s'écrit comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_P}{dt} = \frac{krT_s}{V_P(y)} \left[ \varphi(p_P) - \frac{S_P}{rT_s} p_P v \right] + \frac{krT_s}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(\Gamma(u_P))) \times \Gamma(u_P) \\ \frac{dp_N}{dt} = \frac{krT_s}{V_N(y)} \left[ \varphi(p_N) + \frac{S_N}{rT_s} p_N v \right] + \frac{krT_s}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(\Gamma(u_N))) \times \Gamma(u_N) \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} [S_P p_P - S_N p_N - b_v v - F_{ext}] \\ \frac{dy}{dt} = v \end{array} \right. \quad (2.26)$$

Le vecteur de commande est donné par l'équation 2.27. Les champs de vecteurs  $f(\underline{x})$  et  $G(\underline{x})$  sont définis par les relations 2.28 et 2.29 respectivement.

$$\underline{U} = \begin{pmatrix} U_P \\ U_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma(u_P) \\ \Gamma(u_N) \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

$$f(\underline{x}) = \begin{pmatrix} \frac{krT_s}{V_P(y)} \left[ \varphi(p_P) - \frac{S_P}{rT_s} p_P v \right] \\ \frac{krT_s}{V_N(y)} \left[ \varphi(p_N) + \frac{S_N}{rT_s} p_N v \right] \\ \frac{1}{M} [S_P p_P - S_N p_N - b_v v - F_{ext}] \\ v \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

$$G(\underline{x}) = (g_1(\underline{x}) \quad g_2(\underline{x})) = \begin{pmatrix} \frac{krT_s}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(U_P)) & 0 \\ 0 & \frac{krT_s}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(U_N)) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

La figure 2.23 représente le schéma bloc de ce modèle de commande non linéaire affine multi-entrées.

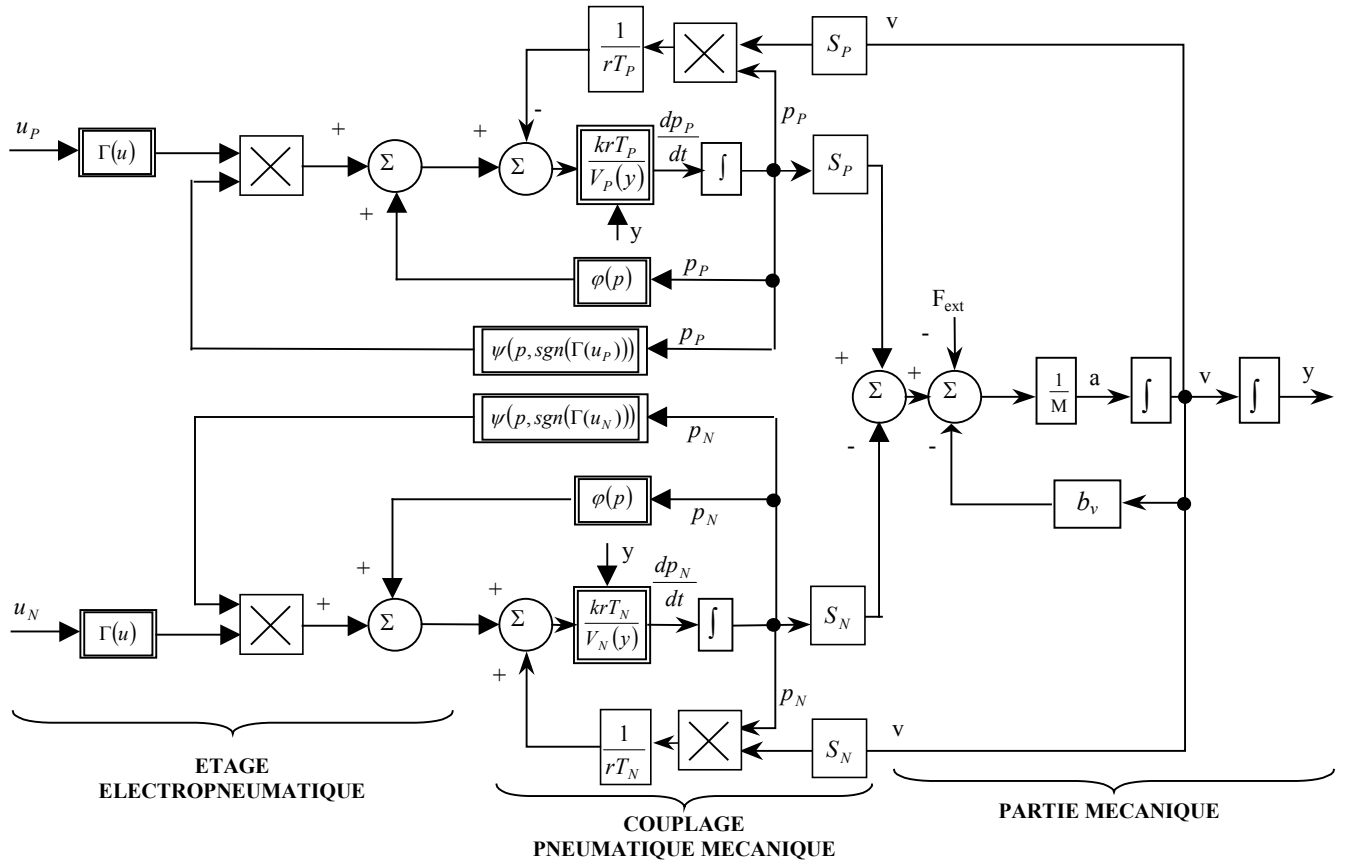


Figure 2.23: Schéma bloc non linéaire associé au modèle affine en la commande multi-entrées.

#### 4.3.2. Modèle affine en la commande mono-entrée

En supposant que les deux servo-distributeurs soient pilotés avec une source de pression commune et une commande de signe opposé  $u_P = u$  et  $u_N = -u$ , et du fait que la fonction  $\Gamma$  est impaire, le modèle mono-entrée affine en la commande devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_P}{dt} = \frac{krT_s}{V_P(y)} \left[ \varphi(p_P) - \frac{S_P}{rT_s} p_P v \right] + \frac{krT_s}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(\Gamma(u))) \times \Gamma(u) \\ \frac{dp_N}{dt} = \frac{krT_s}{V_N(y)} \left[ \varphi(p_N) + \frac{S_N}{rT_s} p_N v \right] - \frac{krT_s}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(\Gamma(-u))) \times \Gamma(u) \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} [S_P p_P - S_N p_N - b_v v - F_{ext}] \\ \frac{dy}{dt} = v \end{array} \right. \quad (2.30)$$

Le champ de vecteurs  $f(\underline{x})$  est identique au cas précédent ; par contre le champ de commande s'écrit :

$$g(x) = \begin{pmatrix} \frac{krT_s}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(U)) \\ -\frac{krT_s}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(-U)) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

## 5. ANALYSE DES MODELES NON LINEAIRES AFFINES EN LA COMMANDE

### 5.1. QUELQUES ELEMENTS DE GEOMETRIE DIFFERENTIELLE

Ce paragraphe permet de présenter les principales définitions et les notions nécessaires à l'analyse et à la synthèse de lois de commande linéarisantes. Des notions plus complètes de géométrie différentielle utilisée en Automatique non linéaire se trouvent par exemple dans les ouvrages d'Isidori [Isidori 1989], de Nijmeijer et Van der Schaft [Nijmeijer et Van der Schaft 1990] et de Fossard et Normand-Cyrot [Fossard et Normand-Cyrot 1993, Descusse 1993].

#### **Définition 2.3:** Variété différentiable

- Soit  $\phi : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^{n-p}$   

$$\underline{x} \mapsto \phi(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \phi_1(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ \phi_{n-p}(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix}$$
- Soit  $\underline{x}^e$  un point de  $\mathfrak{R}^n$  vérifiant  $\phi(\underline{x}^e) = 0$
- Soit la matrice  $d\phi(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \phi_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \phi_n}{\partial x_1} & & \frac{\partial \phi_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$  supposée de rang plein dans un voisinage  $U$  de  $\underline{x}^e$

Alors l'ensemble  $V = \{\underline{x} \in U / \phi(\underline{x}^e) = 0\}$  définit une variété.

Afin de pouvoir décrire totalement une variété, il est souvent nécessaire d'utiliser plusieurs systèmes de coordonnées. Un changement de coordonnées non linéaire est défini par un difféomorphisme.

**Définition 2.4:** Difféomorphisme

On appelle difféomorphisme une application  $\phi$   $\left\{ \begin{array}{l} U \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \tilde{U} \subset \mathbb{R}^n \\ \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \mapsto \phi(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \phi_1(\underline{x}) \\ \vdots \\ \phi_n(\underline{x}) \end{bmatrix} \end{array} \right.$  vérifiant :

- $\phi$  est bijectif de  $U$  dans son image  $\tilde{U}$ .
- $\phi$  est de classe  $C^1$  dans  $U$ , c'est à dire que  $\frac{\partial \phi}{\partial \underline{x}}$  existe et est continue dans  $\tilde{U}$ .
- $\phi^{-1}$  est de classe  $C^1$  dans  $U$ , c'est à dire que  $\frac{\partial \phi^{-1}}{\partial \underline{x}}$  existe et est continue dans  $\tilde{U}$ .

La notion de difféomorphisme local est souvent utilisée. Il s'agit d'un difféomorphisme où l'application  $\phi$  est de classe  $C^1$  uniquement autour d'un voisinage de  $\underline{x}^e$ .

**Définition 2.5:** Champ de vecteurs

De manière intrinsèque, un champ de vecteurs  $f$  associe à un point  $p$  d'une variété différentiable  $M$  (ensemble des points muni d'une structure de variété) un vecteur  $X$  de l'espace tangent à  $M$  en  $p$  noté  $T_p M$  :

$$f : \begin{cases} M \rightarrow p \cup T_p M \\ p \mapsto X = f(p) \end{cases}$$

Il existe un lien très étroit entre les champs de vecteurs et les équations différentielles. La définition suivante permet de mettre en évidence ce lien.

**Définition 2.6:** Flot d'un champ de vecteurs

Soit un champ de vecteurs  $f$  exprimé dans un système de coordonnées  $\underline{x}$  :

$$f : U \subset \mathbb{R}^n \rightarrow T_{\underline{x}} \mathbb{R}^n$$

On considère alors l'équation différentielle ci-dessous :

$$\dot{\underline{x}}(t) = f(\underline{x}(t))$$

Soit  $X_f(t, \underline{x})$ , encore noté  $X_f^t(\underline{x})$ , la solution locale (définie pour  $t \in ]-t_{\min}(\underline{x}), t_{\max}(\underline{x})[$ ) de l'équation différentielle initialisée en  $\underline{x}$  à  $t = 0$ . On appelle flot du champ  $f$  l'application :

$$X_f : \begin{cases} ]-t_{\min}(\underline{x}), t_{\max}(\underline{x})[ \times (U \subset \mathbb{R}^n) \rightarrow \mathbb{R}^n \\ (t, \underline{x}) \mapsto X_f(t, \underline{x}) \end{cases}$$



**Définition 2.7:** Champ de vecteurs complet

Le champ de vecteurs  $f$  est complet si  $X_f^t(\underline{x})$  est défini pour tout  $t \geq 0$  et pour tout  $\underline{x} \in \mathfrak{R}^n$ .

Remarque : Si  $f$  est un champ de vecteurs complet, alors pour  $t$  fixé, l'application :

$$X_f^t(\cdot) : \begin{cases} \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n \\ x \mapsto \tilde{x} = X_f^t(x) \end{cases} \quad \text{constitue un difféomorphisme et le difféomorphisme}$$

réciproque est donné par  $x = X_f^{-t}(\tilde{x})$ .

**Définition 2.8:** Dérivée de Lie d'une fonction scalaire dans la direction d'un champ.

Soit un champ de vecteurs  $f$  et soit  $h$  une fonction à valeurs réelles définie pour un système de coordonnées dans un ouvert  $U \in \mathfrak{R}^n$ .  $h(X_f^t(x))$  représente alors la fonction  $h$  évaluée le long des trajectoires de  $f$  initialisée en  $x$  à  $t=0$ . La dérivée de Lie de la fonction  $h$  dans la direction du champ  $f$  est alors définie par

$$L_f h \stackrel{\text{déf}}{=} \left. \frac{dh(X_f^t(x))}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{X_f^0(x)} \times \left. \frac{dX_f^t(x)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\partial h}{\partial x} f(x)$$

Ce qui peut encore s'écrire :

$$L_f h \stackrel{\text{déf}}{=} \langle dh, f \rangle = \frac{\partial h}{\partial x} f = \left( \frac{\partial h}{\partial x_1} \dots \frac{\partial h}{\partial x_n} \right) \times \begin{pmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{\partial h}{\partial x_i}$$

L'opérateur différentiel de Lie permet d'associer à chaque champ de vecteurs un opérateur différentiel du premier ordre. On peut montrer que, réciproquement, à chaque opérateur différentiel peut être associé un champ de vecteurs. Les dérivées de Lie itérées sont également définies :

**Définition 2.9:** Dérivée de Lie itérée

La dérivée d'une fonction dans la direction d'un champ étant elle-même une fonction scalaire, alors la dérivée de Lie itérée est définie par :

$$\begin{cases} L_f^0 h(x) \stackrel{\text{déf}}{=} h(x) \\ L_f^n h(x) \stackrel{\text{déf}}{=} L_f(L_f^{n-1} h)(x) \quad \forall n \geq 1 & \text{, opérateur d'ordre } n \\ L_{g_1}^{r_1} L_{g_2}^{r_2} \dots L_{g_k}^{r_k} h(x) \stackrel{\text{déf}}{=} L_{g_1}^{r_1} (L_{g_2}^{r_2} \dots L_{g_k}^{r_k} (x)) & \text{, différentiation d'ordre } r_1 + \dots + r_k \end{cases}$$

## 5.2. DOMAINE PHYSIQUE

Les caractéristiques statiques  $q_m(u, p)$  ont été approximées par des fonctions polynomiales affines en une nouvelle variable de commande (cf. équation 2.23). Ces fonctions, déduites des mesures expérimentales, ont été validées pour des pressions de fonctionnement comprises entre la pression d'échappement et la pression source. Ainsi les champs de vecteurs  $f(\underline{x})$ ,  $G(\underline{x})$  et  $g(\underline{x})$  ne sont pas complets. Le domaine physique de fonctionnement, noté  $D_\varphi$ , est défini par les relations 2.32, qui correspondent simplement aux contraintes physiques sur les variables d'état.

$$D_\varphi : \begin{cases} y \in [y_{\min}; y_{\max}] \\ p_P \in [p_E; p_S] \\ p_N \in [p_E; p_S] \end{cases} \quad (2.32)$$

En effet, la présence des butées de fin de course maintient l'évolution de la position du chariot dans le domaine physique. Les sorties de la carte d'acquisition sont saturées et cette saturation correspond au domaine physique de la commande. Dans des conditions "normales" d'utilisation, les pressions dans les chambres ne dépassent pas la pression source et restent supérieures à la pression atmosphérique. Il s'agit là d'observations effectuées à partir de nombreux essais expérimentaux. Mais à ce jour, personne n'a démontré mathématiquement cette proposition dans un cadre général. Nous définissons par conditions "normales" des essais qui ne concernent pas le cas limite suivant [Richard 1990]. Pour freiner une inertie importante se déplaçant à grande vitesse, il est possible que l'inertie entraîne le piston avec une vitesse suffisante pour élever la pression dans la chambre en compression. De ce fait il en résulte un débit sortant des deux chambres, et, selon les conditions de fonctionnement, deux phénomènes peuvent se produire : soit la chambre en compression peut voir sa pression dépasser la pression source, soit la détente ayant lieu dans l'autre chambre peut entraîner une pression inférieure à la pression d'échappement.. Dans des conditions extrêmes d'utilisation, nous avons expérimentalement observé ces événements. Elles concernaient des mouvements imposés aux extrémités de la plage de fonctionnement en position, pour des masses à déplacer importantes et pour des trajectoires à vitesses élevées. Mais sur 90% de la course maximale ( $y \in [-200 \text{ mm}; 200 \text{ mm}]$ ), ce phénomène n'a jamais été observé.

### 5.3. ANALYSE DU MODELE AFFINE EN LA COMMANDE MONO-ENTREE

#### 5.3.1. Indice caractéristique d'un système S.I.S.O.

**Définition 2.10:** Indice caractéristique d'un système S.I.S.O. [Isidori 1989]

Le système non linéaire mono-entrée mono-sortie  $\begin{cases} \dot{\underline{x}} = f(\underline{x}) + g(\underline{x}) \times u \\ y = h(\underline{x}) \end{cases}$  est dit avoir un indice

caractéristique égal à  $\rho$  au point  $\underline{x}^e$  si

$$\text{i/ } L_g L_f^k h(x) = 0 \text{ pour tout } \underline{x} \text{ au voisinage de } \underline{x}^e \text{ et pour tout } k < \rho - 1$$

$$\text{ii/ } L_g L_f^{\rho-1} h(x) \neq 0 \text{ pour tout } \underline{x} \text{ au voisinage de } \underline{x}^e$$

L'indice caractéristique est aussi appelé degré relatif. Il s'interprète comme le nombre minimal "d'intégrations" pour que l'entrée affecte la sortie.

Soit le modèle mono-entrée défini par les champs de vecteurs 2.28 et 2.31 ; et le modèle mono-sortie défini par la relation suivante :

$$\underline{Y} = h(\underline{x}) = y \quad (2.33)$$

Un calcul élémentaire nous donne les relations suivantes :

$$\begin{cases} L_g h = 0 \\ L_g L_f h = 0 \\ L_g L_f^2 h = \frac{krT_S}{M} \left[ \frac{S_P}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(U)) + \frac{S_N}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(-U)) \right] \end{cases} \quad (2.34)$$

L'indice caractéristique de ce système est égal à trois, sauf sur la sous-variété définie par  $L_g L_f^2 h(x) = 0$ . Il est donc local. Cependant s'il n'existe pas de triplet  $(p_P, p_N, y) \in D_\varphi$  et vérifiant la relation 2.35, l'indice caractéristique de la sortie  $y$  sera égal à 3 sur tout le domaine physique. On dira alors que l'indice caractéristique de la sortie  $y$  est "physiquement" global. Cette condition ne dépend pas de la vitesse, mais uniquement de trois variables d'état :  $y, p_P, p_N$

$$\frac{S_P}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(U)) + \frac{S_N}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(-U)) = 0 \quad (2.35)$$

Jusqu'à ce jour aucune preuve, ni théorème concernant l'existence d'un degré relatif globale n'existe à propos des modèles des actionneurs électropneumatiques asservis. Ce qui signifie que les singularités de ces systèmes n'ont jamais été étudiées analytiquement. Les résultats obtenus aujourd'hui concernent des vérins symétriques linéaires [Richard 1990] ou rotatif [Bouri 1997]. Dans ce cas, les conditions de singularités sont définies par :

- La pression dans une chambre est égale à la pression source, et la pression de l'autre chambre est égale à la pression atmosphérique.
- L'air circule de la chambre vers la source ou de l'échappement vers une chambre.

Dans ce mémoire, nous proposons une étude quantitative, qui peut être effectuée pour tout type d'actionneurs électropneumatiques dont les quatre caractéristiques suivantes sont connues :

- ① caractéristiques statiques d'évolution du débit massique en fonction des pressions et de la commande du ou des servo-distributeurs ;
- ② volumes morts dans les chambres du vérin ;
- ③ sections du cylindre et de la tige ;
- ④ course du vérin.

**Condition Nécessaire et Suffisante du caractère "physiquement" global de l'indice caractéristique**

Une condition nécessaire et suffisante pour que l'indice caractéristique soit global sur tout le domaine physique  $D_\varphi$ , est que :

Quelles que soient les valeurs des pressions dans les chambres appartenant au domaine physique  $D_\varphi$ ,  $L_g L_f^2 h_i(x)$  s'annule uniquement pour des positions situées à l'extérieur du domaine physique. Ce qui peut être résumé par la relation suivante :

$$\forall (p_P, p_N, y) \in D_\varphi, L_g L_f^2 h_i(x) \neq 0 \tag{2.36}$$

**Etude de l'indice caractéristique :**

Pour démontrer l'aspect local ou global de cet indice caractéristique, l'étude proposée ici est effectuée dans le domaine physique de fonctionnement défini par (2.32). La fonction  $\psi$  est strictement positive (cf. figure 2.21). La relation 2.35 est analysée avec les valeurs numériques suivantes :

$$\begin{aligned}
 \text{Å} \quad & \begin{cases} \psi(p, U > 0) = 7.23 \times 10^5 - 3.14 \times 10^5 p + 2.16 \times 10^5 p^2 - 6.81 \times 10^4 p^3 + 9.82 \times 10^3 p^4 - 5.51 \times 10^2 p^5 \\ \psi(p, U < 0) = -3.30 \times 10^5 + 5.26 \times 10^5 p - 2.30 \times 10^5 p^2 + 5.74 \times 10^4 p^3 - 6.92 \times 10^3 p^4 + 3.21 \times 10^2 p^5 \end{cases} \\
 \text{Á} \quad & \begin{cases} V_{DP} = 1.0e - 5 \text{ m}^3 \\ V_{DN} = 1.2e - 5 \text{ m}^3 \end{cases} \\
 \text{Â} \quad & \begin{cases} S_P = 7.2727e - 4 \text{ m}^2 \\ S_N = 4.9009e - 4 \text{ m}^2 \end{cases} \\
 \text{Ã} \quad & \text{course} = 0.500 \text{ m}
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Premier cas :

- Si  $U > 0$  et  $\psi^+(p_P) = \psi^-(p_N)$  alors la relation 2.35 s'écrit :

$$\frac{S_P}{V_P(0) + S_P y} \psi^+(p_P) + \frac{S_N}{V_N(0) - S_N y} \psi^-(p_N) = 0$$

- Si  $U < 0$  et  $\psi^-(p_P) = \psi^+(p_N)$  alors la relation 2.35 s'écrit :

$$\frac{S_P}{V_P(0) + S_P y} \psi^-(p_P) + \frac{S_N}{V_N(0) - S_N y} \psi^+(p_N) = 0$$

Ces deux dernières relations ne sont jamais vérifiées. L'indice caractéristique est donc égal à trois sur tout le domaine physique.

Deuxième cas : Si  $U > 0$  et  $\psi^+(p_P) \neq \psi^-(p_N)$ , l'équation 2.35 peut se mettre sous la forme suivante,

$$y(p_P, p_N) = \frac{\frac{V_N(0)}{S_N} \psi^+(p_P) + \frac{V_P(0)}{S_P} \psi^-(p_N)}{\psi^+(p_P) - \psi^-(p_N)} \tag{2.38}$$

Il est possible de calculer la surface d'évolution de la position pour toutes les valeurs de pression appartenant au domaine physique.

L'étude de cette surface a été effectuée à partir du logiciel Matlab ; les résultats obtenus sont les suivants :

$$-\forall (p_P, p_N) \in [1 \text{ bar}, 7 \text{ bar}], y \notin [-0.250 \text{ m}, 0.250 \text{ m}]$$

-La valeur de la position la plus proche de la frontière supérieure du domaine physique (+0.250 mètre) est obtenue lorsque les deux pressions des chambres sont égales à la pression atmosphérique ; la position est alors égale à +0.291 mètre. La surface d'évolution de la position reste

voisine de cette valeur si  $\begin{cases} p_N = p_E \\ p_P \text{ augmente jusqu'à } 6 \text{ bar} \end{cases}$

-La valeur de la position la plus proche de la frontière inférieure du domaine physique (-0.250 mètre) est obtenue lorsque les pressions des deux chambres sont égales à la pression source ; la position est alors égale à -0.387 mètre. La surface d'évolution de la position reste voisine de cette

$$\text{valeur si } \begin{cases} p_N \text{ diminue jusqu'à } 2.5 \text{ bar} \\ p_P = p_S \end{cases}$$

Troisième cas : Si  $U < 0$  et  $\psi^-(p_P) \neq \psi^+(p_N)$

Une étude similaire au second cas donne les résultats suivants : la surface d'évolution de la position pour toutes les valeurs de pression appartenant au domaine physique est donnée par l'équation 2.39.

$$y(p_P, p_N) = \frac{\frac{V_N(0)}{S_N} \psi^-(p_P) + \frac{V_P(0)}{S_P} \psi^+(p_N)}{\psi^-(p_P) - \psi^+(p_N)} \quad (2.39)$$

L'étude de cette surface donne les résultats suivants :

$$-\forall (p_P, p_N) \in [1 \text{ bar}, 7 \text{ bar}], y \in [-0.250 \text{ m}, 0.250 \text{ m}]$$

-La valeur de la position la plus proche de la frontière supérieure du domaine physique (+0.250 mètre) est obtenue lorsque les deux pressions des chambres sont égales à la pression source ; la position est alors égale à +0.398 mètre. La surface d'évolution de la position reste voisine de cette

$$\text{valeur si } \begin{cases} p_N = p_S \\ p_P \text{ diminue jusqu'à } 3 \text{ bar} \end{cases}$$

-La valeur de la position la plus proche de la frontière inférieure du domaine physique (-0.250 mètre) est obtenu lorsque les deux pressions des chambres sont égales à la pression d'échappement ; la position est alors égale à -0.280 mètre. La surface d'évolution de la position reste voisine de cette

$$\text{valeur si } \begin{cases} p_N \text{ augmente jusqu'à } 6.5 \text{ bar} \\ p_P = p_E \end{cases}$$

Conclusion :

Dans les trois cas possibles, la condition nécessaire et suffisante 2.36 est vérifiée. L'indice caractéristique du système électropneumatique représenté par le modèle 2.30 est donc égal à trois sur **tout** le domaine physique.

Les deux modèles affines en la commande doivent être mis sous une forme canonique particulière appelée “forme normale” pour pouvoir effectuer la synthèse de loi de commandes linéarisantes. Pour ce faire, nous devons déterminer un changement de coordonnées à l’aide d’un difféomorphisme constitué des variables de phases issues des dérivations successives de la sortie.

### 5.3.2. Changement de coordonnées

Le difféomorphisme constituant le changement de coordonnées doit être complété par une quatrième composante  $\phi_4(\underline{x})$  assurant son inversibilité :

$$\underline{z} = \phi(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \phi_1(\underline{x}) = h(\underline{x}) = y \\ \phi_2(\underline{x}) = L_f h(\underline{x}) = v \\ \phi_3(\underline{x}) = L_f^2 h(\underline{x}) = a \\ \phi_4(\underline{x}) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

De par l’indice caractéristique inférieur à l’ordre du système, il existera une dynamique résiduelle après synthèse de la loi de commande. Pour simplifier l’étude de cette dynamique, Isidori [Isidori 1989] fait la proposition suivante.

#### **Proposition d’Isidori**

Soit un système de rang  $n$  de degré relatif  $\rho$  au voisinage de  $\underline{x}^e$  tel que  $\rho < n$ . Soit :

$$\begin{cases} \phi_1(\underline{x}) = h(\underline{x}) \\ \phi_2(\underline{x}) = L_f h(\underline{x}) \\ \vdots \\ \phi_\rho(\underline{x}) = L_f^{\rho-1} h(\underline{x}) \end{cases} . \text{ Alors, il est toujours possible de trouver } n - \rho \text{ fonctions } \phi_{\rho+1}(\underline{x}), \dots, \phi_n(\underline{x}) \text{ de}$$

sorte que le difféomorphisme  $\phi(\underline{x})$  complété  $\phi(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \phi_1(\underline{x}) \\ \vdots \\ \phi_\rho(\underline{x}) \\ \vdots \\ \phi_n(\underline{x}) \end{bmatrix}$  ait une matrice jacobienne ne possédant

pas de singularité autour du voisinage  $\underline{x}^e$ .

Les valeurs de ces fonctions complémentaires peuvent être choisies arbitrairement mais il est toujours possible de les choisir de sorte que :

$$L_g \phi_i(\underline{x}) = 0 \quad \text{pour tout } \rho + 1 \leq i \leq n \text{ et pour tout } \underline{x} \text{ proche de } \underline{x}^e \quad (2.41)$$

L'intérêt de ce choix réside dans le fait que la commande n'intervient pas dans la dynamique résiduelle, ce qui rend l'étude de sa stabilité moins difficile. Cependant l'obtention des fonctions complétant le difféomorphisme tel que  $L_g \phi_i(\underline{x}) = 0$  conduit à un système aux dérivées partielles dont la solution analytique est généralement très difficile à trouver.

De cette proposition, appliquée au modèle mono-entrée 2.30, résulte la condition d'Isidori suivante :

$$\frac{\partial \phi_4(\underline{x})}{\partial p_P} = \frac{V_P(y)}{V_N(y)} \times \frac{\psi(p_N, \text{sgn}(-U))}{\psi(p_P, \text{sgn}(U))} \times \frac{\partial \phi_4(\underline{x})}{\partial p_N} \quad (2.42)$$

De par la nature polynomiale de la fonction  $\psi$ , la solution analytique de cette équation aux dérivées partielles est difficile à obtenir. C'est pourquoi le difféomorphisme complété  $\phi(\underline{x})$  retenu ne respecte pas la condition d'Isidori. Nous avons choisi  $\phi_4(\underline{x}) = p_P$  ce qui permet à la matrice jacobienne de ce difféomorphisme d'être non singulière  $\forall \underline{x} \in D_\phi$ .

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \phi(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \phi_1(\underline{x}) = h(\underline{x}) = y \\ \phi_2(\underline{x}) = L_f h(\underline{x}) = v \\ \phi_3(\underline{x}) = L_f^2 h(\underline{x}) = a \\ \phi_4(\underline{x}) = p_P \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Avec ce changement de coordonnées, le système s'écrit:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \dot{z}_3 = L_f^3 h(\phi^{-1}(z)) + L_g L_f^2 h(\phi^{-1}(z))U \\ \dot{z}_4 = \dot{p}_P \end{cases} \quad (2.44)$$

Les termes non linéaires  $L_f^3 h(\phi^{-1}(z))$  homogène à  $[\text{m} \cdot \text{s}^{-3}]$  et  $L_g L_f^2 h(\phi^{-1}(z))$  homogène à  $[\text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}]$  sont définis par les relations suivantes écrites en les variables d'états initiales :

$$\begin{cases} L_g L_f^2 h(x) = \frac{krT_s}{M} \left[ \frac{S_P}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(U)) + \frac{S_N}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(U)) \right] \\ L_f^3 h(x) = \frac{krT_s}{M} \left[ \frac{S_P}{V_P(y)} \varphi(p_P) - \frac{S_N}{V_N(y)} \varphi(p_N) - \frac{v}{rT_s} \left( \frac{S_P^2 p_P}{V_P(y)} + \frac{S_N^2 p_N}{V_N(y)} \right) \right] - \frac{b_v}{M^2} (S_P p_P - S_N p_N - b_v v - F_{ext}) \end{cases} \quad (2.45)$$



#### 5.4. MODELE AFFINE EN LA COMMANDE MULTI-ENTREES

**Définition 2.11:** Indice caractéristique d'un système M.I.M.O carré ( $dim(\underline{y}) = dim(\underline{u}) = m$ ). [Isidori 1989]

Le système non linéaire multi-entrées multi-sorties  $\begin{cases} \dot{\underline{x}} = f(\underline{x}) + \sum_{i=1}^m g_i(\underline{x})u_i \\ y_1 = h_1(\underline{x}) \\ \vdots \\ y_m = h_m(\underline{x}) \end{cases}$  a un indice caractéristique (vecteur) égal à  $\rho = [\rho_1 \ \rho_2 \ \dots \ \rho_m]^T$  au point  $\underline{x}^e$  si  $L_g L_f^k h_i(\underline{x}) = 0$  pour tout  $\underline{x}$  au voisinage de  $\underline{x}^e$ , pour tout  $k < \rho_i - 1$ , pour tout  $1 \leq j \leq m$  et pour tout  $1 \leq i \leq m$

Soit le modèle multi-entrées défini par les champs de vecteurs 2.28 et 2.29, et le modèle multi-sorties défini par la relation suivante :

$$\underline{Y} = h(\underline{x}) = \begin{cases} h_1(\underline{x}) = p_P \\ h_1(\underline{x}) = y \end{cases} \quad (2.46)$$

Dans ce cas la solution est beaucoup plus simple ; en effet, la somme des composantes du vecteur d'indice caractéristique associées aux deux sorties que sont la pression  $p_P$  ( $\rho_1 = 1$ ) et la position  $y$  ( $\rho_2 = 3$ ) est égale à l'ordre du système. Nous avons là une condition nécessaire et suffisante de complète linéarisation ("Full linearization"). Ce système ne possède donc pas de dynamique résiduelle après un premier bouclage linéarisant entrée-sortie. Il est donc stabilisable par retour d'état.

## 6. CONCLUSIONS

Ce chapitre nous a permis d'élaborer et de valider différents modèles nécessaires à la commande en position d'actionneur électropneumatique :

- un modèle linéarisé tangent avec quatre variables d'états : les pressions dans chacune des deux chambres, la vitesse et la position de la masse en mouvement. Ce modèle peut être utilisé pour calculer une loi de commande avec, par exemple, des boucles locales de pression. Dans ce mémoire, cette possibilité n'est pas présentée, mais semble une perspective de recherche intéressante. Toutefois ce résultat reste nécessaire pour élaborer un autre modèle linéaire ;

- un modèle linéarisé tangent réduit. Ce modèle est utilisé pour la synthèse de commande par placement de pôles. La sensibilité à certains paramètres (position du cylindre et masse en mouvement) a nécessité l'élaboration d'un modèle moyen intitulé modèle nominal. Ce dernier peut être très utile à la détermination d'un gabarit fréquentiel nécessaire à la synthèse de commande robuste de type  $H_\infty$  ou CRONE [Oustaloup 1991] ;

- un modèle non linéaire affine en la commande avec une seule entrée. Il permettra, au chapitre 4, d'appliquer la synthèse de la commande non linéaire par linéarisation entrée-sortie et découplage. Après avoir rappelé les définitions de base de géométrie différentielle, l'étude des singularités de l'indice caractéristique a été effectuée.

- un modèle non linéaire affine en la commande avec deux entrées. La synthèse de loi de commande à partir de ce modèle est abordée dans le chapitre 5 selon deux techniques : la commande non linéaire linéarisante et la platitude.

Avant de synthétiser différentes lois de commandes, nous présentons dans le chapitre suivant un problème limitant la pénétration et le développement industriel des axes électropneumatiques. Il s'agit du redécollage du cylindre du vérin après une phase d'arrêt. Il constitue un critère important de comparaison des résultats expérimentaux obtenus avec les différentes lois de commandes linéaires et non linéaires qui sont développées aux chapitres 4 et 5.

# Chapitre 3

**Etude du redécollage  
des actionneurs électropneumatiques**



## **CHAPITRE 3**

# **ETUDE DU REDECOLLAGE DES ACTIONNEURS ELECTROPNEUMATIQUES.**

### **1. INTRODUCTION**

Ce chapitre concerne l'étude du redécollage des actionneurs électropneumatiques. Ce phénomène rend plus délicat le développement des systèmes pneumatiques, concurrencés par les procédés électriques ; c'est pourquoi nous avons décidé de consacrer un chapitre complet à ce problème.

Nos travaux expliquent le phénomène bien connu de "Stick-Slip" sur un système mécanique et ont pour but d'étendre ces résultats aux procédés électropneumatiques.

Nous présentons dans un premier temps l'effet que peut avoir une action intégrale dans la loi de commande d'un système mécanique en présence de frottements secs.

Après une définition précise des différents états d'équilibres possibles des systèmes considérés, nous proposons deux résultats nouveaux permettant de prédire le redécollage d'un actionneur électropneumatique. Le premier de ces résultats est obtenu pour un vérin simple effet. Le second concerne le cas plus complexe d'un vérin double effet. Les démonstrations mathématiques de ces résultats permettent de mieux appréhender le phénomène d'un point de vue théorique. L'analyse des résultats expérimentaux comparés à ceux de simulation vient compléter notre étude et valider les hypothèses effectuées lors de la démonstration. Cette dernière partie généralise nos premiers résultats obtenus concernant le redécollage d'actionneurs électropneumatiques [Brun *et al* 1999d].

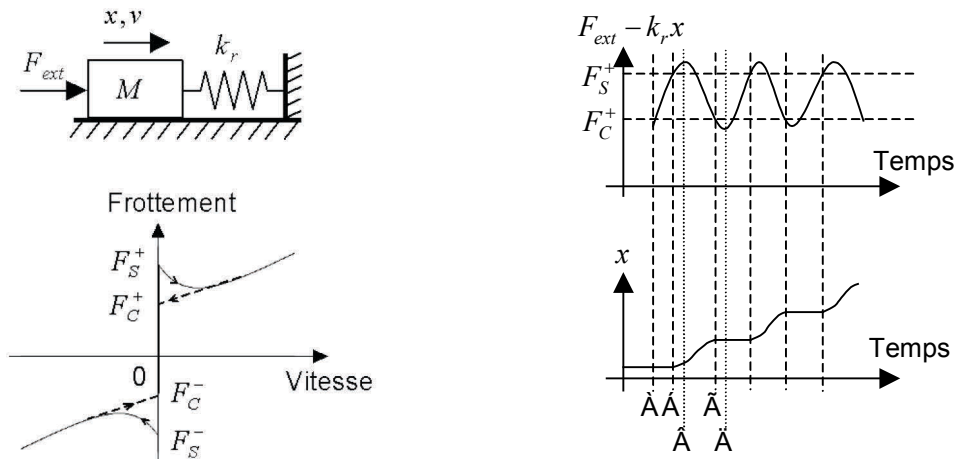
### **2. GENERALITES CONCERNANT LE "STICK-SLIP"**

La présence de "Stick-Slip", très néfaste au niveau des performances d'un système asservi, est très souvent observée expérimentalement [Armstrong Hérouvry 1990, Kimura *et al* 1997, Sesmat et Scavarda 1998, Tafazoli 1998, Kang 1998, Tokashiki Kishimoto 1999].

Un solide en mouvement en contact avec une surface et se déplaçant de manière saccadée, c'est à dire avec une succession de phases de collage et de phases de glissement, est confronté à un problème dit

de “Stick-Slip”. Ce qui peut être traduit par broutement\*, collage-glissement ou, dans certains cas, par cycle limite.

Un exemple très simple mettant en avant ce phénomène peut être représenté par la figure 3.1. Une masse en translation sur un plan horizontal est fixée par un ressort de raideur  $k$  à un mur. Elle subit une force extérieure sinusoïdale. Considérons un modèle de frottement avec hystérésis étudié au chapitre 1 et représenté par la figure 3.1. Sous ces hypothèses, si la force extérieure oscille entre les valeurs de frottement sec statique ( $F_S$ ) et de Coulomb ( $F_C$ ), alors la masse avance de manière saccadée avec une succession de phases de collage et de phases de glissement.



**Figure 3.1:** Mise en évidence du “Stick-Slip” sur un système mécanique élémentaire.

Les conditions de collage et de glissement, limitées au cas où  $F_{ext} - k_r x > 0$ , sont résumées par les relations 3.1 ; le lecteur étendra de lui-même au cas où  $F_{ext} - k_r x < 0$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } (F_{ext} - k_r x > 0) \text{ augmente :} \\ \text{Si } (F_{ext} - k_r x > 0) \text{ diminue :} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} F_{ext} - k_r x \leq F_S^+ \text{ alors } v = 0 \Leftrightarrow \text{collage} \\ F_{ext} - k_r x > F_S^+ \text{ alors } v \neq 0 \Leftrightarrow \text{glissement} \\ F_{ext} - k_r x > F_C^+ \text{ alors } v \neq 0 \Leftrightarrow \text{glissement} \\ F_{ext} - k_r x \leq F_C^+ \text{ alors } v = 0 \Leftrightarrow \text{collage} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{exemple} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{de } \dot{A} \text{ à } \dot{A} \\ \text{de } \dot{A} \text{ à } \dot{A} \\ \text{de } \ddot{A} \text{ à } \ddot{A} \\ \text{de } \ddot{A} \text{ à } \ddot{A} \end{array} \right. \end{array} \quad (3.1)$$

\* Attention, le terme de broutement est parfois utilisé pour signifier réticence dans les commandes par mode de glissement, il ne s’agit pas de ce phénomène dans le cas que nous étudions.

### 3. EFFET D'UNE ACTION INTEGRALE DANS LA LOI DE COMMANDE

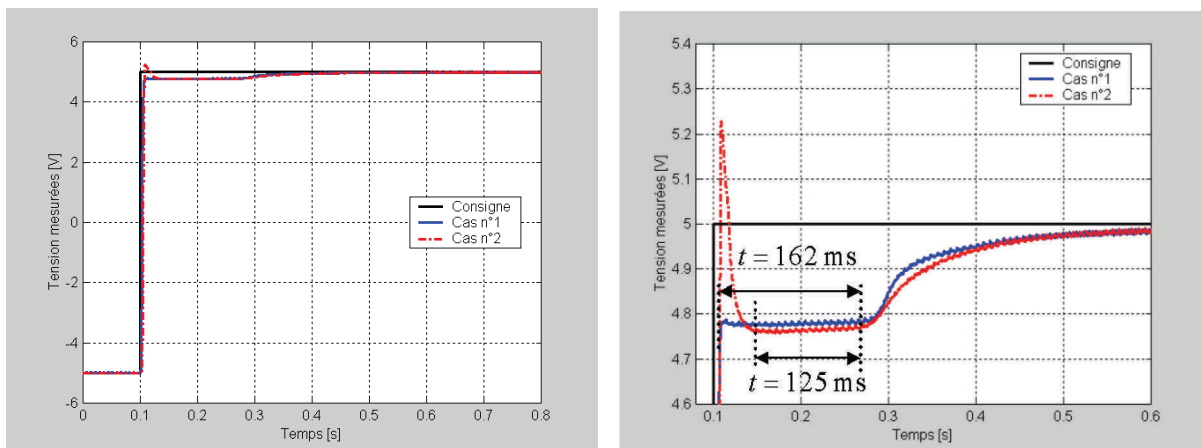
La cause la plus répandue conduisant à des cycles limites dans un système asservi est la présence conjointe de frottements secs et d'une action intégrale dans la loi de commande. Dans ce cas, le système peut osciller entre deux positions situées autour de la position de référence. En effet, lorsqu'un régime statique du procédé est obtenu, si l'erreur statique est non nulle, elle est sommée de part la présence de l'action intégrale, de sorte à synthétiser une commande dont l'équivalent en force peut devenir supérieur au frottement sec statique. Le système redécollé donc pour se stabiliser de l'autre coté de la position de référence et le même phénomène peut se reproduire sans amortissement si l'action intégrale est importante. Il s'agit dans ce cas de cycles limites ; l'utilisation d'une action intégrale dans la loi de commande ne peut alors être utilisée de manière classique. Plusieurs techniques existent pour limiter ce phénomène.

- A première vue, la solution qui semble la plus séduisante consisterait à définir une zone morte à l'entrée du bloc intégrateur pour inhiber son effet en régime statique. Nous perdons, dans cette hypothèse, le grand intérêt de l'action intégrale, qui est d'annuler l'erreur statique.
- Une autre approche consiste à appliquer une série d'impulsions pour vaincre la force de collage lorsque le système est à l'arrêt, et ce jusqu'à annuler l'erreur statique [Suzuki et Tomizuka 1991]. Mais cette proposition conduit à une réponse du système peu séduisante, car la consigne est atteinte après une succession de paliers.
- Cheng et Chen. [Cheng et Chen 1998] proposent une procédure de réglage des gains du P.I.D. qui supprime l'effet de "Stick-Slip". Cette technique consiste à placer les pôles du système de sorte à respecter un critère qui évite les cycles limites. Pour ce faire, une commande à grands gains est nécessaire. Il lui est associée une boucle évitant les saturations excessives de la commande, due à l'action intégrale. Cette technique est connue des automaticiens sous le nom d'"anti-windup", qui peut être traduit par anti-emballement. Cette solution, plus efficace que les deux précédentes, nécessite néanmoins la présence d'un modèle de frottement. Or, comme il l'a été montré au premier chapitre, la connaissance quantitative des frottements secs n'est pas satisfaisante dans de très nombreux systèmes. Leur caractère peu répétitif nous a conduit à ne pas utiliser cette technique qui à pourtant fait ses preuves sur certains procédés.

Cette liste est non exhaustive ; il n'est pas mentionné ici, par exemple, un calcul du gain de l'action intégrale en fonction de frottements issus d'un observateur non linéaire. Cette méthode constitue une solution envisageable, mais assez complexe [Tafazoli 1998]. D'autres propositions ont été étudiées pour la commande d'axes électriques [Schmitt 1991, Cadiou 1994] ou électropneumatiques [Hamiti *et al.* 1996].

*Ces constatations ont été l'une des raisons pour laquelle dans toutes les lois de commandes présentées dans le chapitre suivant, il n'est jamais utilisé d'intégrateur.*

L'intégrateur situé au niveau de la commande du tiroir des servo-distributeurs reste néanmoins un problème. De par le choix industriel, nous avons conservé son action mais nous avons attaché une grande attention à sa valeur. En effet, comme nous l'avons présenté au début du chapitre 2, la réponse temporelle du servo-distributeur à un échelon se fait avec un léger dépassement, mais sans phase de collage avec une erreur de position non nulle. Nous rappelons les temps de réponses obtenus qui sont de l'ordre de 18 millisecondes. La figure 3.2 présente deux possibilités de mauvais réglage du P.I.D. commandant le positionnement du tiroir du servo-distributeur. Dans le premier cas, l'action intégrale est trop faible, la commande calculée génère un effort inférieur aux frottements secs du servo-distributeur, le tiroir reste collé pendant 162 millisecondes, mais la commande continue d'évoluer, ce qui entraîne la mise en mouvement du tiroir. Dans le second cas, l'action intégrale est trop forte, le système se stabilise assez loin de la consigne après le premier dépassement. Le phénomène, précédemment cité, intervient après un arrêt du tiroir de 125 millisecondes.



a/ Déplacement du tiroir sur 50% de sa course.      b/ Zoom effectué autour de la position d'arrivée.

**Figure 3.2:** Mise en évidence du redécollage dû à l'action intégrale au niveau du servo-distributeur.

*Ce phénomène de "Stick-Slip" dû à l'action intégrale de la loi de commande des servo-distributeurs n'est pas la seule cause de redécollage des actionneurs électropneumatiques.*

#### 4. DIFFERENTES NOTIONS D'EQUILIBRE

La définition de l'ensemble d'équilibre d'un système commandé est donnée au début du second chapitre ; elle ne peut prêter à confusion, si nous restons rigoureux dans la notion d'équilibre. En effet, il faut distinguer les trois états suivants :

- **équilibre** d'un axe électropneumatique.
- **équilibre mécanique** d'un axe électropneumatique.
- **équilibre pneumatique** d'un axe électropneumatique.



La nullité de **toutes** les dérivées temporelles des variables d'état définit l'ensemble d'équilibre. Nous parlerons dans ce cas d'équilibre de l'axe électropneumatique, voir d'équilibre complet pour éviter parfois les confusions.

Un système à l'arrêt, c'est à dire dont l'accélération et la vitesse sont nulles, définit ce que nous appelons un système à l'équilibre mécanique. Dans ce cas, les variables pneumatiques (pressions) peuvent continuer à évoluer. L'équilibre mécanique est donc un équilibre partiel.

Lorsque la ou les pressions sont stabilisées dans la ou les chambres d'un vérin, selon qu'il s'agisse d'un vérin simple ou double effet respectivement, nous parlerons d'équilibre pneumatique. L'équilibre pneumatique est aussi un équilibre partiel.

Ainsi, avec ces définitions, un axe électropneumatique est à l'équilibre si, et seulement si, il a atteint l'équilibre mécanique et l'équilibre pneumatique.

## 5. REDECOLLAGE D'UN VERIN ELECTROPNEUMATIQUE SIMPLE EFFET

### 5.1. PRESENTATION ET MODELISATION DU PROCEDE

Un vérin électropneumatique simple effet représenté sur la figure 3.3 est commandé par un seul servo-distributeur 3/2. Ce dernier contrôle le débit entrant dans la chambre ; la pression s'appliquant sur le piston génère une force qui s'oppose à l'effort créé par un ressort de raideur  $k_r$ . Une masse  $M$  est ainsi déplacée sur un plan horizontal. Des frottements s'exercent entre le joint du piston et la paroi du cylindre, ainsi qu'entre la masse et la surface de glissement. Selon les hypothèses suivantes, le modèle 3.2 est obtenu :

- L'air est assimilé à un gaz parfait, et son énergie cinétique est négligée.
- L'évolution de la pression dans la chambre à volume variable est polytropique.
- Les variations de température dans la chambre sont négligeables ; cette température est considérée égale à celle de la source.
- Les frottements sont modélisés par le modèle avec hystérésis retenu au chapitre 1
- Les fuites au niveau du servo-distributeur ainsi que dans le vérin sont négligées.
- La force extérieure s'opposant au mouvement est constante ; elle est notée  $F_{ext}$ .

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = \frac{krT}{V(y)} \left[ q_m(u, p) - \frac{p}{rT} Sv \right] \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} [Sp - k_r y - F_f(v) - F_{ext}] \\ \frac{dy}{dt} = v \end{cases} \quad (3.2)$$

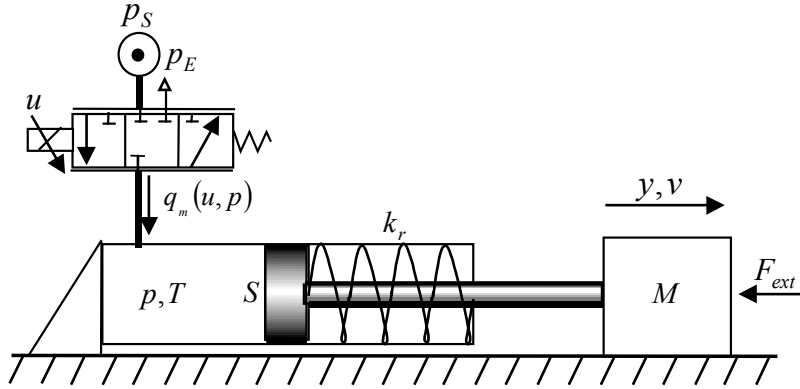


Figure 3.3: Vérin électropneumatique simple effet.

## 5.2. CONDITION NECESSAIRE ET SUFFISANTE PERMETTANT DE PREDIRE LE REDECOLLAGE D'UN VERIN SIMPLE EFFET

*Condition nécessaire et suffisante de transformation d'un équilibre partiel en équilibre complet. Cas d'un vérin électropneumatique simple effet. Prédiction et quantification de l'apparition du phénomène de redécollage.*

Soit un vérin électropneumatique simple effet, déplaçant une masse horizontale sur laquelle agit une force extérieure constante  $F_{ext}$  et des frottements secs  $F_S$  et visqueux. Cet actionneur est commandé par un servo-distributeur 3/2. Si la commande  $u$  n'est synthétisée qu'à partir des informations de position, et/ou de vitesse, et/ou d'accélération, alors :

La **condition nécessaire et suffisante** pour que la commande  $u^{stop}$  appliquée lors de l'équilibre mécanique n'entraîne **aucun redécollage** est la suivante :

- La pression d'équilibre pneumatique qui peut être déduite du gain en pression à débit nul du servo-distributeur pour  $u = u^{stop}$  doit être comprise entre  $p^-$  et  $p^+$  avec :

$$p^- = \frac{1}{S} (k_r y^{stop} + F_S^- + F_{ext}) \quad \text{et} \quad p^+ = \frac{1}{S} (k_r y^{stop} + F_S^+ + F_{ext}) \quad (3.3)$$

Dans le cas contraire, l'équilibre mécanique partiel n'entraînera pas un équilibre complet de l'axe électropneumatique. Le phénomène de **redécollage** est alors **inévitable**. La durée du palier correspondant à l'équilibre mécanique dépend de la constante de temps  $\tau^{stop}$  représentant la dynamique de mise en pression dans la chambre et des valeurs de pression  $p^e, p^{stop}, p^+$  et  $p^-$ . La durée de ce palier dépend des deux configurations suivantes :

- Si et seulement si la pression à l'arrêt  $p^{stop}$  est inférieure à la pression d'équilibre  $p^e$  et que  $p^e > p^+ > p^{stop}$ , alors la masse redécollage ; la tige sort du vérin après une phase quasi-statique de

durée égale à :

$$t^{red+} = \tau^{stop} \ln\left(\frac{p^e - p^{stop}}{p^e - p^+}\right)$$

- Si et seulement si la pression à l'arrêt  $p^{stop}$  est supérieure à la pression d'équilibre  $p^e$  et que  $p^{stop} > p^- > p^e$ , alors le vérin redécollage ; la tige entre dans le vérin après une phase quasi-statique

de durée égale à :

$$t^{red-} = \tau^{stop} \ln\left(\frac{p^{stop} - p^e}{p^- - p^e}\right)$$

### 5.3. DEMONSTRATION

L'équilibre mécanique du système 3.2 est atteint lorsque la vitesse est nulle et que le bilan des forces exercées sur le piston est inférieur à la force de frottement de Coulomb  $F_C^+$  et supérieur à  $F_C^-$ . Comme nous l'avons présenté au premier chapitre, la force de frottement pour une vitesse nulle est comprise entre les valeurs positives et négatives de frottements secs statiques, notés  $F_S^+$  et  $F_S^-$ . Ainsi le système peut être à l'arrêt pour plusieurs valeurs de pression. L'équilibre mécanique peut donc être obtenu sans que la pression dans la chambre se soit stabilisée. Cette notion d'équilibre partiel est notée avec en exposant le mot "stop". A l'instant où l'équilibre mécanique est atteint, nous adoptons les notations suivantes :

$$\begin{cases} y = y^{stop} \\ v = v^{stop} = 0 \\ p = p^{stop} \\ u = u^{stop} \\ t = t^{stop} \end{cases} \quad (3.4)$$

Si la loi de commande n'utilise pas de retour en pression, ou en effort, mais si elle est uniquement calculée à partir des informations de position, et/ou de vitesse, et/ou d'accélération, alors la valeur de  $u^{stop}$  est constante durant toute la phase de l'équilibre partiel. Du modèle 3.2 nous déduisons la valeur de  $p^{stop}$  ainsi que la loi d'évolution de la pression lors de l'équilibre partiel.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp(t)}{dt} = \frac{krT}{V(y^{stop})} q_m(u^{stop}, p(t)) \\ p^{stop} = \frac{1}{S} (k_r y^{stop} + F_f(v^{stop}) + F_{ext}) \text{ avec } F_C^- \leq F_f(v^{stop}) \leq F_C^+ \end{array} \right. \quad (3.5)$$

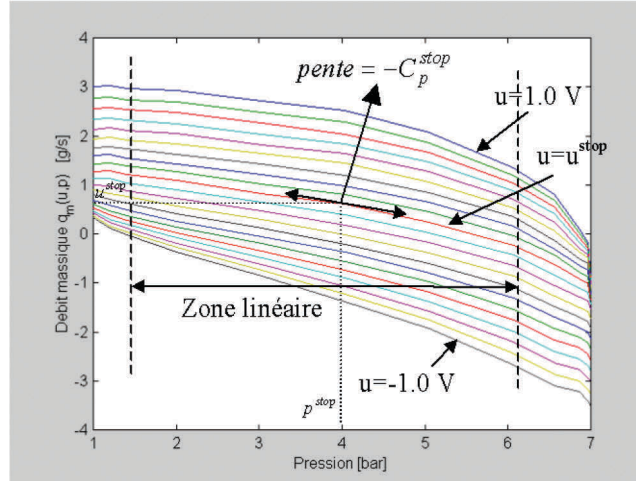
De l'expression 3.5 nous délimitons une zone à laquelle appartient la pression dans la chambre, à l'instant où la masse s'arrête (cf. relation 3.6); ainsi qu'une zone dans laquelle peut évoluer cette pression après cet instant  $t^{stop}$  (cf. relation 3.7) où l'équilibre mécanique est maintenu.

$$\frac{1}{S} (k_r y^{stop} + F_C^- + F_{ext}) \leq p^{stop} \leq \frac{1}{S} (k_r y^{stop} + F_C^+ + F_{ext}) \quad (3.6)$$

$$\boxed{\left\{ \begin{array}{l} p^- = \frac{1}{S} (k_r y^{stop} + F_S^- + F_{ext}) \\ p^+ = \frac{1}{S} (k_r y^{stop} + F_S^+ + F_{ext}) \\ p^- \leq p(t^{red} \geq t \geq t^{stop}) \leq p^+ \end{array} \right.} \quad (3.7)$$

L'évolution de la pression dans la chambre peut générer un effort qui entraînerait le redécollage du vérin. Cependant pour pouvoir conclure ou non au redécollage, il faut étudier l'équation différentielle non linéaire représentant l'évolution de la pression lors de l'équilibre partiel (cf. expression 3.5). Pour ce faire, une approximation linéaire du débit peut être effectuée. Ceci est justifié par le fait qu'un servo-distributeur de qualité possède une courbe de gain en pression à débit nul avec une forte pente ; donc à l'équilibre partiel la commande  $u^{stop}$  est toujours faible. Ceci est d'autant plus vrai que si les frottements ne sont pas très importants, c'est à dire de l'ordre de 5 à 10 % de l'effort maximal que peut développer le vérin ( $F_{max} = S \times p_S$ ). De plus les caractéristiques de gain en débit sont pratiquement linéaires pour de faibles valeurs de la commande, et ce pour une grande plage d'évolution de la pression (cf. figure 3.4). Ainsi est défini le coefficient de sensibilité du débit massique par rapport à la pression calculé au voisinage de la position d'arrêt, noté  $C_p^{stop}$ . Ce coefficient est défini de telle sorte qu'il soit toujours positif.

$$C_p^{stop} = - \left. \frac{\partial q_m(u^{stop}, p)}{\partial p} \right|_{(p^{stop}, u^{stop})} \quad (3.8)$$



**Figure 3.4:** Caractéristiques de débit pour des faibles commandes.

Nous calculons alors le modèle linéarisé tangent autour de l'équilibre partiel (équation 3.9). Il est à noter que nous recalons ici l'échelle temporelle en prenant comme référence l'instant auquel le système atteint l'équilibre partiel :  $t^{stop} = 0$ .

$$\begin{cases} \delta p(t) = p(t) - p^{stop} \\ \frac{d\delta p(t)}{dt} = -\frac{krTC_p^{stop}}{V(y^{stop})} \delta p(t) + \frac{krT}{V(y^{stop})} q_m(u^{stop}, p^{stop}) \end{cases} \quad (3.9)$$

La solution de l'équation différentielle du premier ordre (équation 3.9) est donnée par la relation 3.10, de par la valeur des pressions, à l'instant initial ( $p(t=0) = p^{stop}$ ), et lors de l'équilibre pneumatique :  $\lim_{t \rightarrow +\infty} p(t) = p^e$

$$\boxed{p(t) = (p^{stop} - p^e) e^{-\frac{t}{\tau^{stop}}} + p^e \quad \text{avec} \quad \tau^{stop} = \frac{V(y^{stop})}{krTC_p^{stop}}} \quad (3.10)$$

La figure 3.5 met en évidence les deux cas possibles qui peuvent être rencontrés lors de l'équilibre partiel d'un vérin simple effet électropneumatique. Dans les deux cas, l'équilibre mécanique est atteint à  $t = t^{stop}$  représenté par le point A.

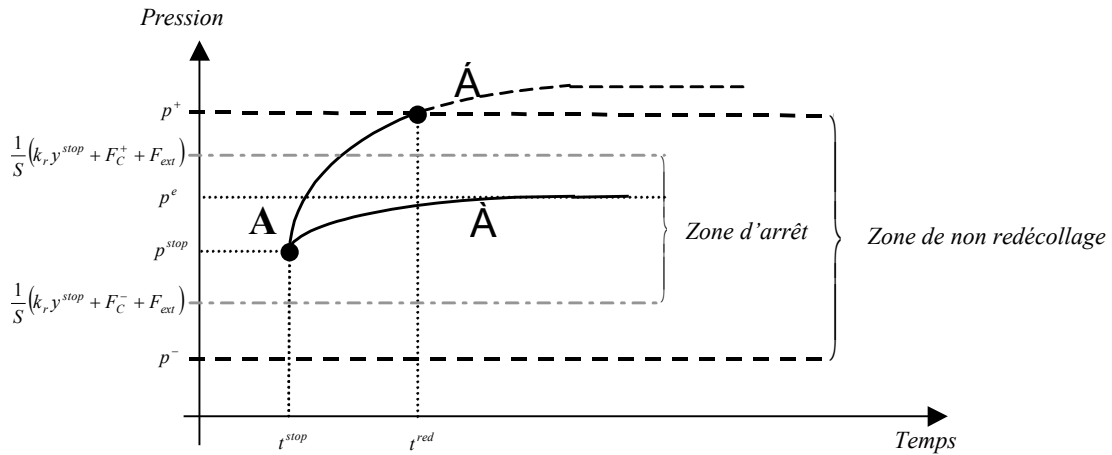


Figure 3.5: Deux évolutions possibles de la pression lors de l'équilibre mécanique partiel.

- ① Au regard des relations 3.7 et 3.10, nous pouvons déduire la **condition nécessaire et suffisante** qui assure le **non redécollage** du vérin après un équilibre mécanique partiel. L'équilibre mécanique devient après un temps fini un équilibre complet si et seulement si l'équilibre pneumatique est obtenu pour une pression qui appartient à la zone de non redécollage. Le régime permanent est alors obtenu tant que la commande n'évolue pas.
- ② Si  $\lim_{t \rightarrow +\infty} p(t) \notin [p^-, p^+]$ , alors le joint se met à glisser sur la paroi à  $t = t^{red}$ . Une nouvelle commande est calculée, le phénomène peut alors se reproduire. Nous sommes alors en présence de "stick-slip". Il n'est pas fait mention de cycle limite dans ce cas, car le phénomène peut être amorti si la nouvelle valeur de  $p^{stop}$  tend vers  $p^e$ .

Remarque : Dans le cas où la pression décroît, la même analyse peut être effectuée.

Un résultat très intéressant dans le cas  $\wedge$  concerne la prédiction de l'instant de redécollage. En effet, de la commande  $u^{stop}$ , il est possible à partir du gain en pression à débit nul de déduire la pression d'équilibre  $p^e$ . L'évolution temporelle de la pression permet de déduire l'instant de décollage dans le sens positif ou négatif du déplacement, respectivement noté  $t^{red+}$  et  $t^{red-}$ .

$$\begin{cases} p(t) = (p^{stop} - p^e) e^{-\frac{t}{\tau^{stop}}} + p^e \\ p(t^{red+}) = p^+ \\ p(t^{red-}) = p^- \end{cases} \quad (3.11)$$

La solution du système 3.11 est donnée par l'équation 3.12:

$$\begin{cases} \text{Si } p^e > p^+ > p^{stop} \text{ alors } t^{red+} = \tau^{stop} \ln\left(\frac{p^e - p^{stop}}{p^e - p^+}\right) \\ \text{Si } p^{stop} > p^- > p^e \text{ alors } t^{red-} = \tau^{stop} \ln\left(\frac{p^{stop} - p^e}{p^- - p^e}\right) \end{cases} \quad (3.12)$$

Cette dernière relation met en évidence les conditions qui augmentent la durée des phases de d'arrêt hors équilibre complet, entraînant nécessairement des redécollages. Il s'agit des cas :

- où la constante de temps de mise en pression dans la chambre est grande, c'est à dire que le volume de la chambre est grand;
- où  $|p^e - p^{stop}|$  est grand, c'est à dire que les frottements secs statiques sont importants. Le fait d'augmenter les frottements limite les risques de redécollage mais augmente la durée de l'équilibre partiel.

## 6. REDECOLLAGE D'UN VERIN ELECTROPNEUMATIQUE DOUBLE EFFET.

### 6.1. INTRODUCTION

La modélisation de ce procédé, développée au premier chapitre, nous à permis de mettre en évidence la structure parallèle du schéma bloc, due à la présence de deux chambres. Dans ce cas les conditions de redécollage ne dépendent pas uniquement des pressions, mais de l'évolution de l'effort pneumatique lorsque l'équilibre mécanique est atteint. Il est impossible de prédire analytiquement la durée des équilibres partiels. Par contre nous donnons un résultat général concernant les conditions de redécollage.

### 6.2. CONDITION NECESSAIRE ET SUFFISANTE PERMETTANT DE PREDIRE LE REDECOLLAGE D'UN VERIN DOUBLE EFFET

*Condition nécessaire et suffisante de transformation d'un équilibre partiel en équilibre complet. Cas d'un vérin électropneumatique double effet. Prédiction de l'apparition du phénomène de redécollage.*

Soit un vérin électropneumatique double effet, déplaçant une masse horizontale sur laquelle agit une force extérieure constante  $F_{ext}$  et des frottements secs  $F_S$  et visqueux. Cet actionneur est commandé

par deux servo-distributeurs 3/2. Si les commandes  $u_p$  et  $u_N$  ne sont synthétisées qu'à partir des informations de position, et/ou de vitesse, et/ou d'accélération, alors :

La **condition nécessaire et suffisante** pour que la commande  $u^{stop}$  appliquée lors de l'équilibre mécanique n'entraîne **aucun redécollage** est la suivante :

$$\forall t \geq t^{stop}, F_S^- < F(t) < F_S^+ \quad (3.13)$$

avec 
$$F(t) = S_P (p_P^{stop} - p_P^e) e^{-\frac{t-t^{stop}}{\tau_P^{stop}}} - S_N (p_N^{stop} - p_N^e) e^{-\frac{t-t^{stop}}{\tau_N^{stop}}} + S_P p_P^e - S_N p_N^e - F_{ext}$$

Dans le cas contraire, l'équilibre mécanique partiel n'entraînera pas un équilibre complet de l'axe électropneumatique. Le phénomène de **redécollage** est alors **inévitable**. Les durées  $t^{red+}$  et  $t^{red-}$  des paliers correspondant à l'équilibre mécanique sont solutions de :

$$\begin{aligned} & S_P (p_P^{stop} - p_P^e) e^{-\frac{t^{red+}}{\tau_P^{stop}}} - S_N (p_N^{stop} - p_N^e) e^{-\frac{t^{red+}}{\tau_N^{stop}}} + S_P p_P^e - S_N p_N^e - F_{ext} = F_S^+ \\ \text{ou} & \\ & S_P (p_P^{stop} - p_P^e) e^{-\frac{t^{red-}}{\tau_P^{stop}}} - S_N (p_N^{stop} - p_N^e) e^{-\frac{t^{red-}}{\tau_N^{stop}}} + S_P p_P^e - S_N p_N^e - F_{ext} = F_S^- \end{aligned} \quad (3.14)$$

### 6.3. DEMONSTRATION

Soit le modèle polytropique non linéaire d'un axe électropneumatique décrit au premier chapitre (cf. équation 1.52). Lorsque l'équilibre mécanique partiel est atteint à l'instant  $t = t^{stop}$ , le système différentiel initial se ramène au système algèbro-différentiel suivant :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dp_P(t)}{dt} &= \frac{krT}{V_P(y^{stop})} q_{mP}(u_P^{stop}, p_P(t)) \\ \frac{dp_N(t)}{dt} &= \frac{krT}{V_N(y^{stop})} q_{mN}(u_N^{stop}, p_N(t)) \\ F(t^{stop}) &= S_P p_P^{stop} - S_N p_N^{stop} - F_f(v^{stop}) - F_{ext} = 0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} F_C^- \leq F_f(t^{stop}) \leq F_C^+ & \text{Zone d'arrêt} \\ F_S^- \leq F_f(t^{red} \geq t > t^{stop}) \leq F_S^+ & \text{Zone de non redécollage} \end{cases} \\ v^{stop} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (3.15)$$

Pour les mêmes raisons que pour le cas d'un vérin simple effet, il est justifié de définir le modèle linéarisé tangent de l'évolution des pressions dans les chambres autour des pressions d'arrêt. Avec les notations définies par 3.16, nous obtenons le modèle 3.17 en prenant comme référence temporelle l'instant d'arrêt  $\underline{t^{stop} = 0}$



$$\left\{ \begin{array}{l} C_{p_P P}^{stop} = - \frac{\partial q_{mP}(u_P^{stop}, p_P)}{\partial p_P} \Big|_{(p_P^{stop}, u_P^{stop})} \\ \delta p_P(t) = p_P(t) - p_P^{stop} \\ \tau_p^{stop} = \frac{V(y^{stop})}{krTC_{p_P P}^{stop}} \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{p_N N}^{stop} = - \frac{\partial q_{mN}(u_N^{stop}, p_N)}{\partial p_N} \Big|_{(p_N^{stop}, u_N^{stop})} \\ \delta p_N(t) = p_N(t) - p_N^{stop} \\ \tau_N^{stop} = \frac{V(y^{stop})}{krTC_{p_N N}^{stop}} \end{array} \right. \quad (3.16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\delta p_P(t)}{dt} = - \frac{1}{\tau_p^{stop}} \delta p_P(t) + \frac{krT}{V_P(y^{stop})} q_m(u_P^{stop}, p_P^{stop}) \\ \frac{d\delta p_N(t)}{dt} = - \frac{1}{\tau_N^{stop}} \delta p_N(t) + \frac{krT}{V_N(y^{stop})} q_m(-u_N^{stop}, p_N^{stop}) \end{array} \right. \quad (3.17)$$

Les solutions de ces deux équations différentielles sont données par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_P(t) = (p_P^{stop} - p_P^e) e^{-\frac{t}{\tau_p^{stop}}} + p_P^e \\ p_N(t) = (p_N^{stop} - p_N^e) e^{-\frac{t}{\tau_N^{stop}}} + p_N^e \end{array} \right. \quad (3.18)$$

Nous obtenons ainsi l'évolution de la force qui s'oppose au frottement lors de l'équilibre mécanique partiel :

$$F(t) = S_P (p_P^{stop} - p_P^e) e^{-\frac{t}{\tau_p^{stop}}} - S_N (p_N^{stop} - p_N^e) e^{-\frac{t}{\tau_N^{stop}}} + S_P p_P^e - S_N p_N^e - F_{ext} \quad (3.19)$$

Si quel que soit  $t \geq t^{stop}$ , cette force reste dans le domaine  $[F_S^-, F_S^+]$ , alors l'équilibre partiel devient un équilibre complet. Sinon le vérin redécolle, les nouvelles commandes calculées peuvent entraîner ou non un nouveau redécollage, le phénomène de "Stick-Slip" peut alors apparaître.

Le vérin redécolle lorsque  $F(t^{red+}) = F_S^+$  ou  $F(t^{red-}) = F_S^-$ , ce qui conduit bien aux deux équations proposées en 3.14. Ces équations sont impossibles à résoudre analytiquement car de la forme :  $Ae^{-\alpha x} + Be^{-\beta x} = C$ . Il est possible de trouver une approximation du temps de redécollage en effectuant un développement limité au premier ordre de la fonction exponentielle. Ceci est justifié si le temps de redécollage est très faible vis à vis des deux constantes de temps de mise en pression dans chaque chambre. Dans ce cas, le résultat est donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} t^{red+} = \frac{S_P (p_P^{stop} - p_P^e) - S_N (p_N^{stop} - p_N^e) + S_P p_P^e - S_N p_N^e - F_{ext} - F_S^+}{\frac{S_P (p_P^{stop} - p_P^e)}{\tau_p^{stop}} - \frac{S_N (p_N^{stop} - p_N^e)}{\tau_N^{stop}}} \quad \text{si} \quad \begin{cases} t^{red+} \ll \tau_p^{stop} \\ t^{red+} \ll \tau_N^{stop} \end{cases} \\ t^{red-} = \frac{S_P (p_P^{stop} - p_P^e) - S_N (p_N^{stop} - p_N^e) + S_P p_P^e - S_N p_N^e - F_{ext} - F_S^-}{\frac{S_P (p_P^{stop} - p_P^e)}{\tau_p^{stop}} - \frac{S_N (p_N^{stop} - p_N^e)}{\tau_N^{stop}}} \quad \text{si} \quad \begin{cases} t^{red-} \ll \tau_p^{stop} \\ t^{red-} \ll \tau_N^{stop} \end{cases} \end{array} \right. \quad (3.20)$$

## 7. MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE ET ANALYSE D'UN REDECOLLAGE

### 7.1. ESSAI EXPERIMENTAL

Des essais expérimentaux ont été effectués sur le vérin double effet décrit au premier chapitre. Nous présentons dans cette partie un résultat mettant en évidence le redécollage de la masse en translation après qu'un équilibre mécanique partiel ait été atteint. L'essai présenté a été obtenu avec une commande en retour d'état classique, synthétisée à partir du modèle linéarisé tangent, en s'imposant une dynamique en boucle fermée 20% plus rapide qu'en boucle ouverte (cf. chapitre 4). La commande du servo-distributeur N est de signe opposée à la commande calculée par le servo-distributeur P. Le déplacement à lieu en extrémité, tige sortie avec une position initiale de +220 mm, et une position finale égale à +170 mm. La figure 3.6 met en évidence le redécollage qui a lieu à l'instant  $t=t_3$  et qui a pour amplitude un millimètre.

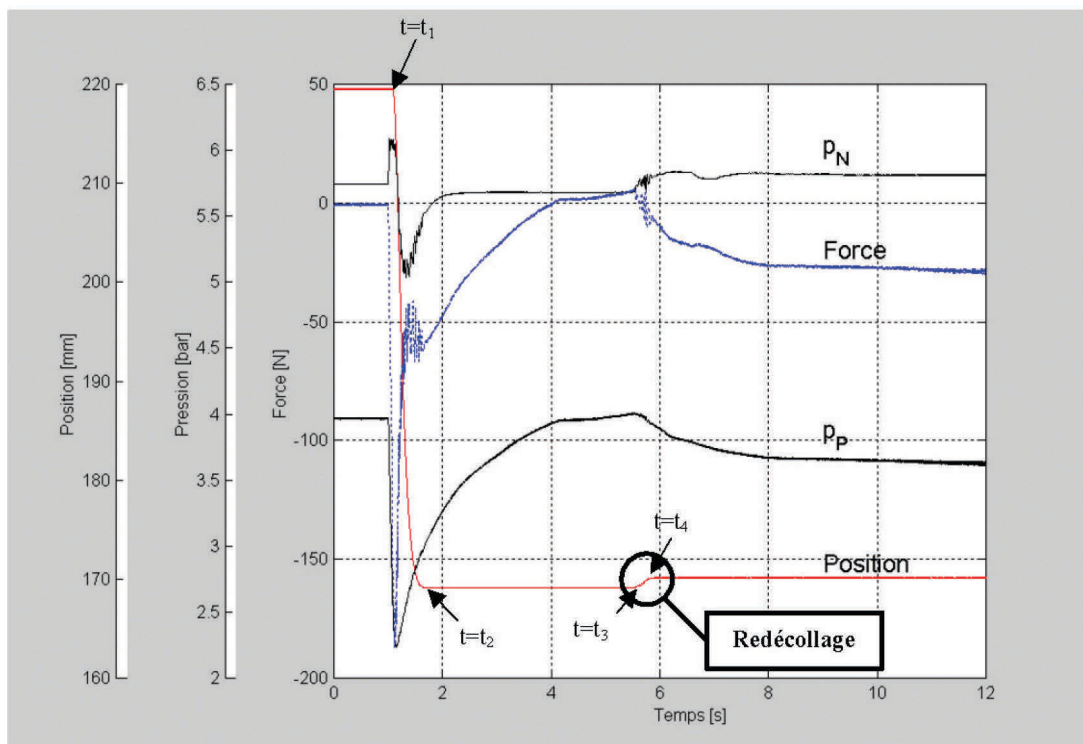


Figure 3.6: Mise en évidence expérimentale d'un redécollage.

La position et les pressions sont mesurées, la force est reconstruite comme suit :

$$F(t) = S_P p_P(t) - S_N p_N(t) - F_{ext} \quad \text{avec} \quad F_{ext} = S_t p_E \quad (3.21)$$

### 7.2. ANALYSE DANS LE PLAN $(S_P P_P, S_N P_N + F_{ext})$

Les frottements secs peuvent être identifiés à partir de la figure 3.6. En effet, les résultats expérimentaux permettent de déduire les valeurs suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{à l'instant de démarrage} & t = t_1 \quad F_f = F_S^+ \\ \text{à l'instant du premier arrêt} & t = t_2 \quad F_f = F_C^+ \\ \text{à l'instant de décollage} & t = t_3 \quad F_f = F_S^- \\ \text{à l'instant du second arrêt} & t = t_4 \quad F_f = F_C^- \end{array} \right. \quad (3.22)$$

Durant tout le temps de l'équilibre partiel la force qui s'oppose au mouvement est comprise entre les valeurs de frottements secs statiques positif et négatif. Pour bien mettre en évidence le redécollage, il est intéressant de représenter l'évolution de l'effort dans le plan  $(S_P P_P, S_N P_N + F_{ext})$ . Les premiers résultats ont été obtenus en simulation par Sesmat et Scavarda. [Sesmat et Scavarda 1998]. Nous étendons ici l'analyse théorique que nous validons par des essais expérimentaux.

Dans ce plan, et grâce aux relations 3.22, nous avons également tracé les quatre droites d'équation 3.23 ayant pour coefficient directeur l'unité, et ordonnée à l'origine les différentes valeurs de frottements secs.

$$S_N P_N + F_{ext} = S_P P_P + F_f \quad \text{avec} \quad F_{ext} = S_t P_E \quad (3.23)$$

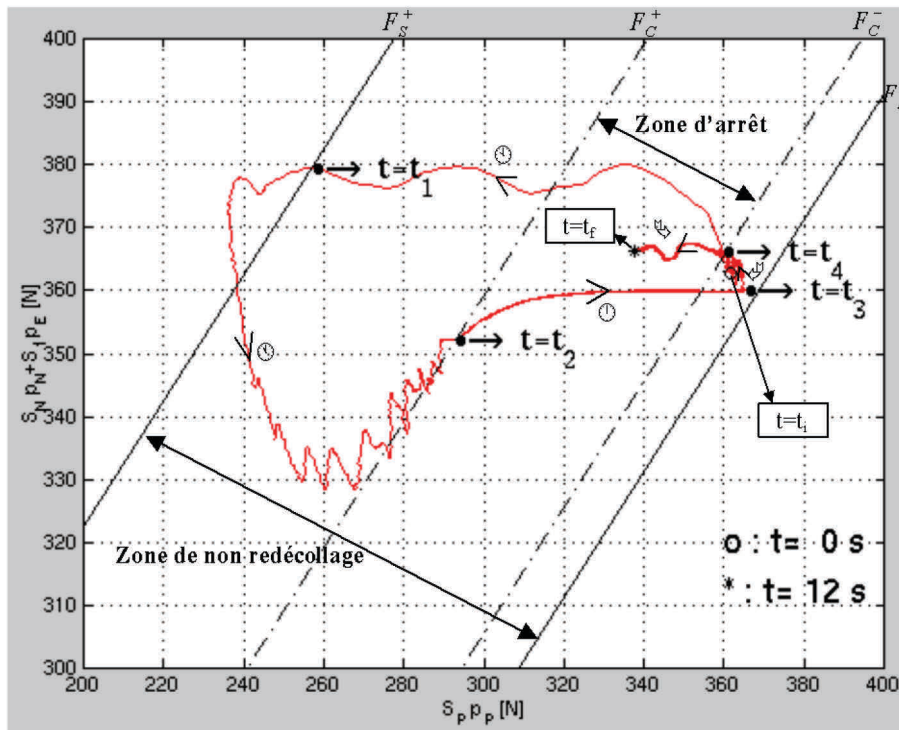


Figure 3.7: Analyse du redécollage dans le plan  $(S_P P_P, S_N P_N + F_{ext})$ .

Cette figure 3.7 présente de nombreuses informations qui mettent en évidence les différentes phases d'équilibre partiel. Le tableau 3.1 fait le bilan quantitatif et qualitatif de l'effort reconstruit d'après l'équation 3.21 aux instants remarquables.

Temps [s]	Evénement	Equilibre	Position [mm]	Erreur statique [mm]	$F(t)$
$t_i=0$	Début	Complet	219.52	0.48	$\in [F_c^-, F_c^+]$
$t_1=1.087$	Décollage	Régime dynamique	219.52	0.48	$F_s^+$
$t_2=1.675$	Premier Arrêt	Partiel : mécanique	169.13	0.87	$F_c^+$
$t_3=5.536$	Redécollage	Régime dynamique	169.13	0.87	$F_s^-$
$t_4=5.816$	Deuxième arrêt	Partiel : mécanique	170.13	0.13	$F_c^-$
$t_f=12.0$	Fin	Complet	170.13	0.13	$\in [F_c^-, F_c^+]$

**Tableau 3.1:** Différents régimes d'équilibre

Les phases numérotées de ① à ⑤ sur la figure 3.7 représentent les différentes évolutions possibles d'un état d'équilibre partiel ou non, vers un autre état d'équilibre partiel ou non :

- ①  $t \in [t_i, t_1]$  : l'état d'équilibre est complet pour  $t < 1.0$  s. La commande est constante. A  $t = 1.0$  s, on fait évoluer la consigne. La commande va elle aussi évoluer, et donc les pressions dans les deux chambres également. Il existe un seuil où la masse reste immobile : ce temps correspond à une mise en pression dans les chambres qui génère un effort suffisant pour vaincre les frottements secs statiques. La durée de ce seuil est de 87 ms.
- ②  $t \in [t_1, t_2]$  : il s'agit du régime dynamique. Il est intéressant de remarquer les oscillations de la force autour du frottement de Coulomb. Elles sont dues au fait que ce frottement varie avec la position et la très faible vitesse. Il s'agit en fait du phénomène de "Stick-Slip", mais à l'échelle microscopique. De part la précision du capteur, ce phénomène n'est pas visible sur la mesure de la position. L'erreur statique, égale à +0.87 mm, est assez importante.
- ③  $t \in [t_2, t_3]$  : l'état d'équilibre est partiel. En effet, les pressions dans les deux chambres continuent à évoluer tant que  $F(t) \leq F_s^-$ . La commande reste constante ; le redécollage n'est donc pas dû à une action intégrale qui annulerait l'erreur statique. Il est très net sur les figures 3.6 et 3.7 que l'équilibre pneumatique est atteint dans la chambre N, alors que la pression évolue encore dans la chambre P. Ceci vient du fait que les constantes de temps sont très différentes pour la position désirée (dans un rapport de un à huit dans ce cas). Ainsi les redécollages seront plus fréquents

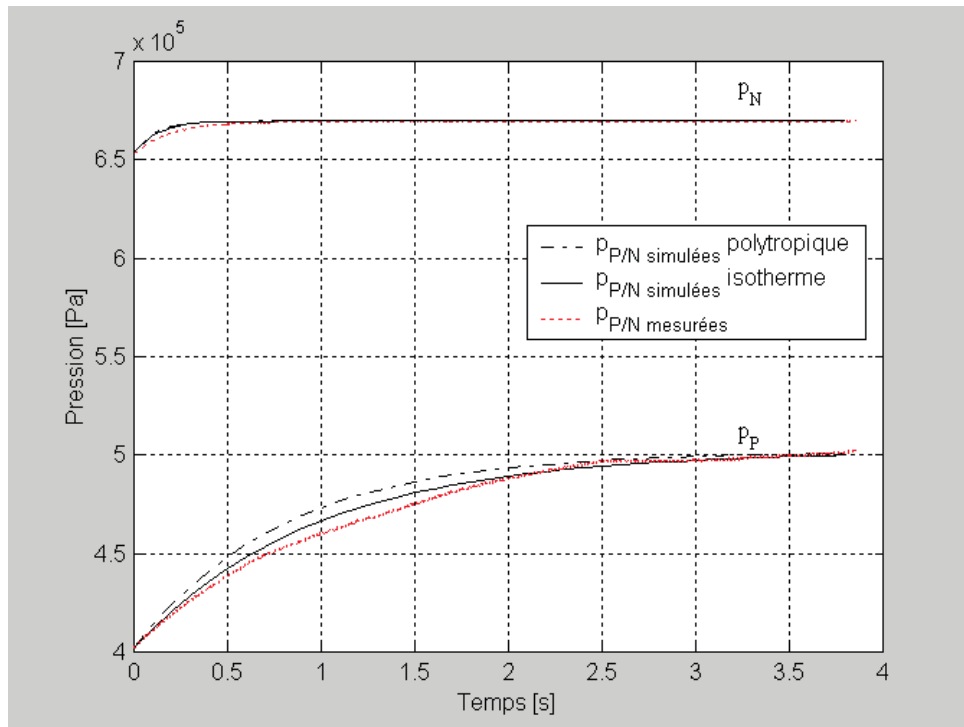
lorsque les vérins sont fortement asymétriques, et/ou pour des positions désirées proches des extrémités.

- ④  $t \in [t_3, t_4]$  : une nouvelle valeur de la commande est calculée à chaque pas d'échantillonnage ; c'est pourquoi  $F(t)$  converge très vite vers  $F_C^-$ . La nouvelle valeur de l'erreur statique est de 0.13 mm, ce qui est beaucoup plus acceptable.
- ⑤  $t \in [t_4, t_f]$  : dans cet intervalle, la commande est constante. Les pressions continuent à évoluer, sans sortir de la zone de non redécollage. Ainsi l'équilibre pneumatique est atteint, et l'équilibre mécanique partiel se transforme en équilibre complet.

### 7.3. COMPARAISON AVEC LA SIMULATION

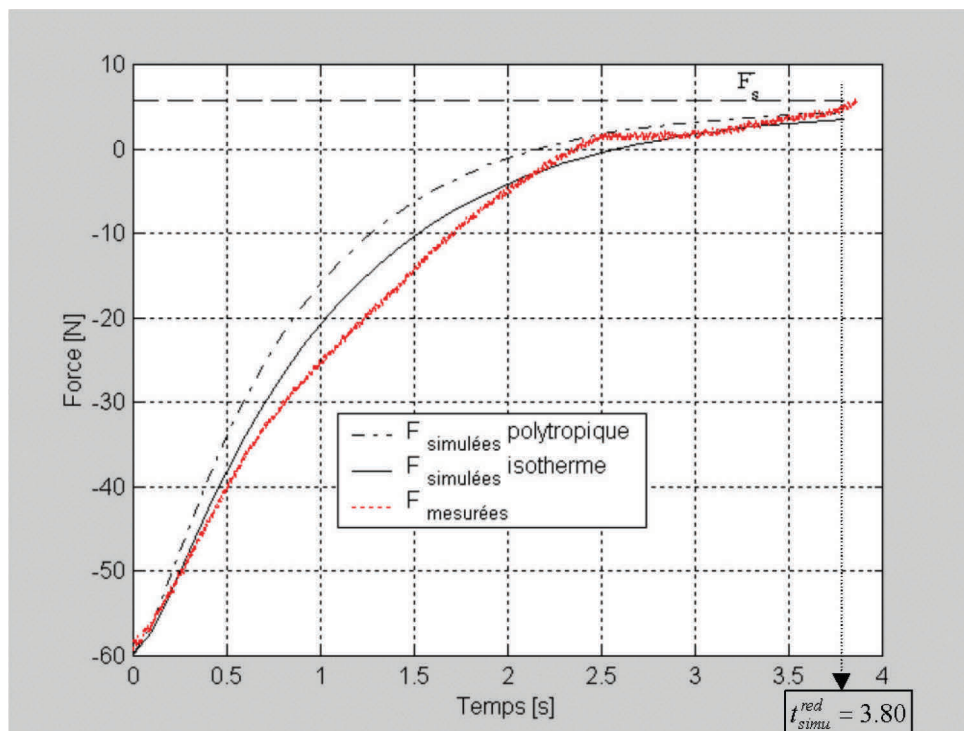
Lors de l'équilibre mécanique, les figures 3.8 et 3.9 présentent respectivement l'évolution des pressions et de la force (définie par l'équation 3.21) simulées et expérimentales.

Ces résultats mettent en avant que le modèle polytropique n'est pas le plus adéquat lors de la mise en pression dans une chambre à volume fixe. En effet, le modèle isotherme se rapproche plus des résultats expérimentaux. Pour bien faire, il serait nécessaire de définir un coefficient polytropique fonction de la pression. Cette remarque justifie le choix d'une valeur moyenne du coefficient polytropique effectuée au premier chapitre, et ce quelles que soient la pression, la température et la vitesse. Il n'est pas question de retenir un modèle de simulation différent de celui développé au premier chapitre. La solution retenue ne concerne ici qu'une chambre à volume fixe, alors que le modèle complet du procédé sera validé au quatrième chapitre, suite à des comparaisons avec des résultats expérimentaux.



**Figure 3.8:** Evolutions simulées et mesurées des pressions durant l'équilibre mécanique partiel.

Le frottement sec statique de redécollage ayant été identifié pour cet essai, il est alors possible, dans ce cas particulier, de prédire la durée de l'instant de redécollage. Il est égale à  $t_3 - t_2$  en résolvant numériquement l'équation 3.20. Le résultat théorique est de 3.80 secondes (cf. la figure 3.9), ce qui est très proche du résultat expérimental, où la phase de collage dure 3.86 secondes.



**Figure 3.9:** Evolutions simulées et mesurées de l'effort durant l'équilibre mécanique partiel.

## 8. CONCLUSIONS

L'apport de ce chapitre concerne, en grande partie, les deux résultats, proposés et démontrés, concernant le redécollage des actionneurs électropneumatiques. Le premier résultat donne une condition nécessaire et suffisante permettant de prédire et de quantifier le redécollage d'un vérin simple effet. Le deuxième, plus complexe, donne également une condition nécessaire et suffisante, qui permet de prédire le redécollage d'un vérin double effet. Ce cas a été étudié expérimentalement, les outils mathématiques et les outils de simulation nous ont permis de mettre en avant ce phénomène et de l'expliquer.

Ce phénomène n'est pas dû à l'utilisation d'une action intégrale dans la loi de commande qui peut générer, comme il l'est rappelé au début de ce chapitre, des cycles limites, mais au fait qu'un axe électropneumatique peut être à l'arrêt sans que la pression dans la chambre ne soit stabilisée, de part la présence de frottements secs. L'étude de la modélisation des frottements effectuée au premier chapitre nous a été utile pour démontrer nos résultats. Ces derniers peuvent être facilement étendus au cas des vérins inclinés, où seule la pesanteur doit être introduite dans le modèle.

Le phénomène de redécollage est aussi présent dans le cas de procédés électrohydrauliques. Mais du fait des dynamiques de mise en pression dans les chambres plus rapides, il est moins souvent observé dans le cas d'un vérin simple effet. Par contre, dans le cas d'un vérin double effet, où les deux chambres peuvent être de volume très différent, le système électrohydraulique peut redécoller pour les mêmes raisons que celles présentées dans ce chapitre.

Les solutions envisageables pour limiter le "Stick-Slip" sont résumées dans ce chapitre dans le cas d'utilisation d'une action intégrale dans la loi de commande. Cette action, très néfaste pour les systèmes électropneumatiques, n'a pas été utilisée dans toutes les lois de commandes synthétisées au chapitre suivant. Une solution consiste, dès la conception, à augmenter les frottements. Or, les fabricants cherchent depuis des années à réduire leur présence, car elle génère des erreurs statiques importantes ; mais c'est ainsi que les redécollages ont été le plus souvent observés. La solution doit alors être envisagée lors de l'élaboration de la loi de commande.

# Chapitre 4

**Synthèses de Commandes  
et Résultats Expérimentaux**





## CHAPITRE 4

# SYNTHESES DE COMMANDES ET RESULTATS EXPERIMENTAUX.

### 1. INTRODUCTION

Lors des vingt dernières années, le développement parallèle des systèmes à fluide sous pression et de la théorie de la commande a donné lieu à l'implantation de lois de commande dites "modernes" sur des actionneurs électropneumatiques et électrohydrauliques. Cependant, la première stratégie de commande proposée par Shearer en 1956 [Shearer 1956] était déjà un retour d'état. Ces travaux ont été repris pour être améliorés plus tard par Burrows [Burrows 1972].

Edge [Edge 1997] dresse un état de l'art très complet des différentes techniques de commandes qui ont été testées en hydraulique ou en pneumatique. Des résultats satisfaisants, en pneumatique, ont été obtenus par l'intermédiaire de :

- commande adaptative [Edge et Figeredo 1987, Noritsugu *et al.* 1988] ;
- commande  $H_\infty$  [Piche *et al.* 1991]
- commande basée sur des réseaux de neurones [Liu et Dransfield 1993].
- commande par mode de glissement [Vaughan et Gamble 1992, Bouri *et al.* 1994, Surgenor *et al.* 1995] ;
- commande floue [Klein et Back 1995]
- commande avec un P.I.D. sophistiqué [Wang *et al.* 1999] ;

Le triple objectif de ce chapitre concerne la synthèse, l'implantation et la comparaison de différentes lois de commande sur l'actionneur électropneumatique préalablement décrit, modélisé et analysé. Ces travaux se décomposent en trois grandes parties.

Dans un premier temps, nous présenterons le protocole expérimental retenu pour quantifier et comparer nos résultats expérimentaux. Ensuite, il s'agit de présenter deux techniques de commande linéaire testées pour des consignes point à point\*. Les résultats simulés et expérimentaux obtenus avec chacune d'elles sont discutés. Enfin la dernière partie est consacrée au problème de suivi de trajectoire. Pour ce faire, les techniques de commande linéaire classiques sont comparées avec la méthode de commande non linéaire linéarisante.

---

\* Une consigne point à point correspond à un échelon. Pour optimiser la durée des tests, nous avons utilisé des consignes carrées, permettant pour une amplitude donnée d'avoir des résultats expérimentaux dans les deux sens possibles de déplacement.

Il est important de noter que toutes les commandes synthétisées et implantées qui sont présentées dans ce chapitre concernent un système mono-entrée et mono-sortie. En effet, une commande est calculée et envoyée à un servo-distributeur, alors que l'autre servo-distributeur reçoit la commande de signe opposée. L'utilisation indépendante de ces deux modulateurs de puissance fait l'objet du chapitre suivant.

## 2. ELABORATION D'UN PROTOCOLE EXPERIMENTAL

### 2.1. OBJECTIFS

Que ce soit d'un point de vue industriel ou d'un point de vue universitaire, la mise en forme de résultats expérimentaux est une tâche très délicate. En effet, à partir d'une courbe, nombreuses peuvent être les interprétations. Nous présentons dans ce chapitre des résultats expérimentaux issus de tests effectués chaque fois sur 100 essais. Ainsi nous pouvons extraire des moyennes, des valeurs minimum et maximum, ainsi que des écarts types. Ces statistiques sont proposées sous forme de tableaux ; quelques courbes sont également présentes pour donner au lecteur un aperçu plus rapide (mais moins complet) des résultats.

Tous les critères de performances quantifiés dans ce mémoire, correspondent à des objectifs précis qui sont généralement donnés par un cahier des charges. C'est pourquoi nous présentons une sorte de "benchmark" industriel. Ce mot est très souvent rencontré [Masten et Cohen 1990, Ben Abdenour *et al.* 1998, Commande et Diagnostic des Machines Electriques, Projet en collaboration avec le GdR Electrotechnique (GdR-SDSE) et le GdR-ISIS, cf. [http://www.ircyn.prd.fr/gdr/Proj\\_Rech\\_Machine\\_Elec.html](http://www.ircyn.prd.fr/gdr/Proj_Rech_Machine_Elec.html)]. Il signifie l'élaboration d'un protocole expérimental, permettant d'étudier différentes commandes sur différentes maquettes ou procédés industriels.

Notre but est de donner le plus d'informations possibles quant aux résultats obtenus, et ce, pour différentes commandes et différentes consignes. Il serait prétentieux de prétendre affirmer que telle commande est meilleure que telle autre. En effet, chacune a ses qualités et ses défauts, que nous voulons mettre en avant dans ce chapitre. Ceci pour aider l'utilisateur à choisir une loi de commande en fonction d'un cahier des charges donné.

Nous définissons ainsi :

- des critères physiques, quantifiables, comme par exemple, la précision, la répétabilité, la vitesse maximale et l'accélération maximale;
- des critères économiques. Dans notre cas, notre objectif ne consiste pas à concevoir le système électropneumatique. Mais, à partir des éléments que nous possédons, de minimiser le prix de revient de la solution présentée. Pour ce faire, deux possibilités s'offrent à nous. Il s'agit soit de minimiser le nombre de capteurs utilisés, soit de limiter la consommation énergétique sans

diminuer les performances de l'asservissement. Intervient également dans ces critères économiques, la complexité d'implantation et de réglage de la loi de commande. En effet, ce sont ces paramètres qui fixent la durée de formation nécessaire pour assurer la mise en œuvre et la maintenance du procédé sur le site industriel.

## 2.2. DEFINITIONS ET NOTATIONS

*Toutes les notations utilisées dans les tableaux de résultats expérimentaux de ce chapitre sont définies dans ce paragraphe.*

Nous entendons par valeur moyenne, la moyenne arithmétique de différentes mesures effectuée sur  $n$  essais expérimentaux. Ce nombre  $n$  est dans notre cas égal à 100. En effet, ce nombre d'essais s'est avéré nécessaire pour obtenir des résultats pouvant être à la base d'études statistiques. C'est à partir de 80 essais que les résultats ont une répartition gaussienne.

La valeur moyenne est notée par un trait horizontal sur la donnée. Ainsi nous définissons la position moyenne par l'équation 4.1 et l'erreur statique moyenne par la relation 4.2, l'erreur statique étant égale à la différence entre la consigne et la position lorsque l'équilibre complet est atteint, c'est à dire lorsqu'il n'y a aucun risque de redécollage (cf. chapitre 3).

Position moyenne, notée  $\bar{y}$  :

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (4.1)$$

Erreur statique moyenne, notée  $\bar{\varepsilon}$  :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_d - y_i)}{n} \quad (4.2)$$

Une notion très importante est donnée par l'écart type, noté  $\sigma$  et défini par la relation 4.3. Ce terme traduit la répétabilité des résultats. C'est ce que l'utilisateur recherche dans la plupart des cas. En effet, atteindre une consigne avec 0.01 mm d'erreur, est envisageable avec un asservissement électropneumatique. Ce chiffre est donné par la valeur moyenne de l'erreur statique, mais ce qui est très souvent demandé, c'est le positionnement en un point précis de façon répétitive. Ainsi un procédé dont les performances sont  $\bar{\varepsilon} = 0.5$  mm et  $\sigma = 0.1$  mm est, dans la plupart des cas, beaucoup plus intéressant que celui assurant  $\bar{\varepsilon} = 0.1$  mm et  $\sigma = 0.5$  mm.


Ecart type, noté  $\sigma$  :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} \quad (4.3)$$

Lors de consigne point à point, un critère de performance dynamique important est donné par le temps de montée (ou de descente). Nombreuses sont les définitions possibles de cette valeur. Nous avons décidé de retenir comme définition du temps de montée celle qui donne la durée nécessaire pour parcourir la distance délimitée par les deux points situés entre 10 % et 90 % de la consigne. Ce choix à été motivé suite à l'analyse des frottements effectuée au préalable. En effet, ce temps, noté  $\tau_r$ , se veut être un critère uniquement dynamique. Or la présence de frottements secs est source de deux problèmes que nous voulons exclure de la quantification des performances dynamiques. Primo, ils peuvent entraîner au démarrage une phase de collage, qui peut être vue comme un retard pur. Secundo, ils peuvent entraîner le phénomène de redécollage, étudié au chapitre précédent. Mais cette occurrence n'a pas été observée lorsque la position du cylindre se trouve entre 10 et 90% de la valeur de consigne. Ainsi la définition retenue permet-elle d'avoir un temps de montée (ou de descente) indépendant de la valeur des frottements secs.

Pour compléter ces informations, nous donnerons également les valeurs maximales de vitesse et d'accélération obtenues lors de consigne point à point, ainsi que les erreurs statiques maximales observées.

Les résultats de chacune des lois de commandes seront présentés sous forme de tableau (cf. tableau 4.1) à deux entrées, l'une récapitulant les critères précédemment définis, et l'autre concernant la consigne (amplitude et sens).

Position Amplitude [mm]	 de ... à ...	
Sens du déplacement	-	+
$\sigma$ [mm]	...	...
$\bar{\varepsilon}$ [mm]	...	...
$\bar{\varepsilon}_{\max}$ [mm]	...	...
$\bar{y}$ [mm]	...	...
$\tau_r$ [ms]	...	...
$v_{\max}$ [mm/s]	...	...
$a_{\max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	...	...

**Tableau 4.1:** Critères de comparaison retenus pour une consigne point à point.

Une étude plus complète est effectuée lorsqu'il s'agit de suivi de trajectoire. En effet, dans ce cas, il est intéressant de calculer le maximum de l'erreur moyenne de suivi ainsi que le maximum de l'écart type, durant tout l'asservissement. Ils sont respectivement notés  $\max_{\forall t}(\bar{\varepsilon}(t))$  et  $\max_{\forall t}(\sigma(t))$ . Il est important de remarquer que l'erreur entre la consigne et la position est notée  $\varepsilon$ , qu'il s'agisse d'une erreur de suivi ou d'une erreur statique. Pour une distribution Gaussienne, nous rappelons que 90% des résultats sont compris entre la valeur moyenne moins l'écart type, et la valeur moyenne plus l'écart

type. Nous présenterons alors les comparaisons entre deux lois de commandes en suivi de trajectoire comme le montre le tableau 4.2.

	Type de trajectoire	$\alpha$		Amélioration
	Loi de commande	A	B	
<b>Distribution Gaussienne</b>	$\max_{\forall t}(\sigma(t))$ [mm]	...	...	... %
	$\max_{\forall t}(\bar{\varepsilon}(t))$ [mm]	...	...	... %
68,3 %	$\max_{\forall t}(\bar{\varepsilon}(t) \pm \sigma(t))$ [mm]	...	...	...%
90,0 %	$\max_{\forall t}(\bar{\varepsilon}(t) \pm 1.64 \times \sigma(t))$ [mm]	...	...	...%
99,0 %	$\max_{\forall t}(\bar{\varepsilon}(t) \pm 2.58 \times \sigma(t))$ [mm]	...	<b>X</b>	... %

**Tableau 4.2:** Comparaisons statistiques entre deux lois de commandes en suivi de trajectoire.

Ce tableau se lit de la manière suivante : lors d'un suivi de trajectoire de type  $\alpha$  avec la loi de commande B : 99,0% des erreurs de suivi sont inférieures à **X** mm.

De plus, des courbes expérimentales donneront l'évolution des erreurs moyennes, de l'écart type, et des erreurs maximales sur **toute** la trajectoire. Cette étude sera effectuée sur les erreurs de suivi de position ainsi que sur les erreurs de suivi de vitesse.

### 2.3. CHOIX DES CAPTEURS

L'accéléromètre n'a pas été utilisé dans les essais présentés dans ce mémoire. Ce choix a été motivé par les contraintes industrielles. En effet, les utilisateurs d'axe de positionnement ne souhaitent pas avoir une masse en mouvement avec "un fil à la patte". Pour ce faire, trois solutions sont envisageables :

- La solution *tout analogique* : le signal analogique de position délivré par le potentiomètre est dérivé et filtré analogiquement, pour obtenir dans un premier temps la vitesse, puis dans un second temps l'accélération.
- La solution *tout numérique* : la dérivation numérique a été utilisée avec succès sur des axes électropneumatiques [Ionnidis et Nguyen 1986, Huang 1989, Zhou et Lu 1989, Richard 1990]. La qualité d'une dérivation numérique dépend essentiellement du niveau de bruit et de la quantification du signal à dériver. Ce deuxième critère ne s'est pas avéré contraignant de par la qualité des convertisseurs analogique / numérique 16 bit qui équipent les deux premières voies de la carte d'acquisition. Par contre, les problèmes rencontrés proviennent essentiellement du niveau

de bruit présent sur les signaux électriques. Ceux-ci ont été réduits en respectant au mieux les consignes de compatibilité électromagnétique, en portant une grande attention aux circuits de masses et en utilisant un filtre anti-parasites entre le secteur et la partie commande. Dans ces conditions, parmi les algorithmes de dérivation numérique temps réel testés, celui qui offre le meilleur compromis entre le niveau de bruit sur le signal dérivé et son déphasage, est donné par l'équation 4.4.

- $$v(k) = \frac{x(k) - x(k-2)}{2Te} \quad (4.4)$$

De même, l'accélération est obtenue par dérivation numérique du signal de vitesse entre deux périodes d'échantillonnage :

$$a(k) = \frac{v(k) - v(k-2)}{2Te} \quad (4.5)$$

- La solution *mixte* : elle consiste à reconstruire la vitesse de façon analogique, puis de dériver ce signal numériquement pour obtenir l'accélération.

C'est cette dernière solution qui a été retenue. Elle offre en effet les meilleurs résultats, dans les conditions expérimentales où nous avons travaillé. Néanmoins, nous pensons que la solution tout numérique est envisageable dans l'avenir. Pour ce faire, il faudrait changer de capteur de position, en utilisant par exemple des capteurs magnétostrictifs, qui ont une meilleure précision mais sont plus onéreux. Si le signal de position est moins bruité, ceci permettrait d'utiliser une double dérivation numérique. De par le progrès des processeurs, deux lignes de calculs pour reconstruire la vitesse et l'accélération sont bien plus avantageuses que quelques amplificateurs opérationnels, résistances et capacités et offrent de meilleurs résultats.

Ainsi tous les résultats présentés ont été obtenus avec un capteur (position), une dérivation analogique (vitesse) et une dérivation numérique (accélération).

*Rappel* : Les positions extrêmes du vérin sont atteintes pour  $y_{min} = -0.250$  m et  $y_{max} = +0.250$  m alors que la position centrale correspond à  $y_{cp} = -0.047$  m.

*Remarque* : Tous les essais présentés dans ce mémoire ont été effectués avec une masse totale en translation égale à 17 kg.

### 3. COMMANDES LINEAIRES POUR DES CONSIGNES POINT A POINT.

#### 3.1. GENERALITES

La synthèse et l'analyse des lois de commandes, ainsi que les essais expérimentaux développées dans cette partie, ont en partie été présentés lors de l'European Control Conference en 1999 [Brun *et al.* 1999a]. Le modèle linéarisé tangent réduit, d'ordre trois, obtenu au second chapitre est à la base de la synthèse des lois de commandes par retour d'état partiel. En effet, qu'il soit obtenu à partir d'un modèle de connaissance (cf. équation 4.6) ou par identification [Hamiti 1996], ce modèle du troisième ordre est acceptable pour représenter les dynamiques d'un système électropneumatique et utilisable pour la synthèse de la commande.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y \\ v \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\omega_{ol}^2 & -2\zeta_{ol}\omega_{ol} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ v \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} u \quad (4.6)^*$$

Dans la plupart des procédés industriels, les objectifs primordiaux à atteindre concernent la nécessité d'avoir une dynamique rapide et de ne pas dépasser la consigne.

Les coefficients de retour d'état sont obtenus via une méthode classique de placement de pôles qui fixe la dynamique du système en boucle fermée. Nous avons retenu l'un des choix le plus répandu, concernant l'asservissement de position d'un actionneur électropneumatique, qui consiste à imposer un polynôme caractéristique en boucle fermée du troisième ordre. Il est composé d'un second ordre dominant, en cascade avec un premier ordre [Shearer 1956, Burrows 1972]. Cette solution a été retenue après comparaisons avec d'autres méthodes de placement de pôles :

- polynôme de Bessel du troisième degré proposé par Franklin *et al* [Franklin *et al.* 1987] ;
- polynôme du troisième degré minimisant le critère  $\int_0^{\infty} t|\varepsilon|dt$ , I.T.A.E. ;
- polynôme correspondant à trois pôles identiques.

Ainsi le polynôme caractéristique du système en boucle fermée est représenté par l'expression 4.7 ; il offre le meilleur compromis entre une large bande passante et un dépassement minimal de la consigne:

$$\left(\lambda^2 + 2w_{cl}\zeta_{cl}\lambda + w_{cl}^2\right)\left(\lambda + \frac{1}{\tau_{cl}}\right) \quad (4.7)$$

\* Pour simplifier les notations, la variation autour d'un point d'équilibre n'est plus repérée par le symbole  $\delta$  et l'équilibre n'est plus repéré par l'exposant  $e$ . Mais le lecteur doit garder à l'esprit que ce modèle est valable autour d'un point d'équilibre.



Avec les trois notations et choix suivants :

- Le coefficient d'amortissement du second ordre, noté  $\zeta_{cl}$ , est égal à un.
- La pulsation en boucle fermée du second ordre, notée  $\omega_{cl}$ , est proportionnelle à la pulsation en boucle ouverte du modèle, notée  $\omega_{ol}$ .
- La pulsation correspondant à l'inverse de la constante de temps, noté  $\tau_{cl}$ , est égale à six fois la pulsation du second ordre en boucle fermée.

Avec des gains de retour en position, vitesse et accélération, respectivement notés  $K_y, K_v$  et  $K_a$ , et une consigne notée  $y_d$ , la loi de commande s'écrit alors :

$$\boxed{u = u^e + K_y(y_d - y) - K_v v - K_a a} \quad (4.8)$$

Un retour en position, vitesse et accélération est une commande de type P.D.D<sup>2</sup>. : proportionnel, dérivée et dérivée seconde.

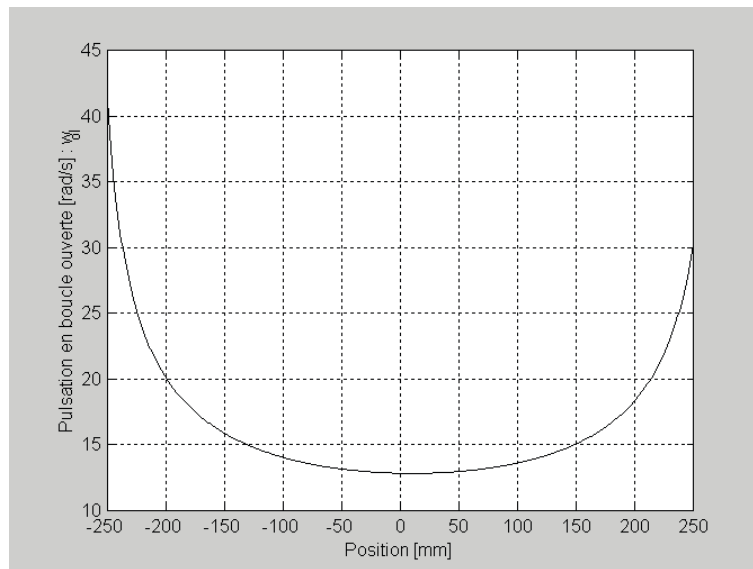
A partir des relations 4.6, 4.7 et 4.8, les valeurs analytiques des gains de retour d'état sont obtenues :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_y = \frac{6\omega_{cl}^3}{b_3} \\ K_v = \frac{(13\omega_{cl}^2 - \omega_{ol}^2)}{b_3} \\ K_a = \frac{(8\omega_{cl} - 2z_{ol}\omega_{ol})}{b_3} \end{array} \right. \quad (4.9)$$

### 3.2. RETOUR D'ETAT A GAINS FIXES

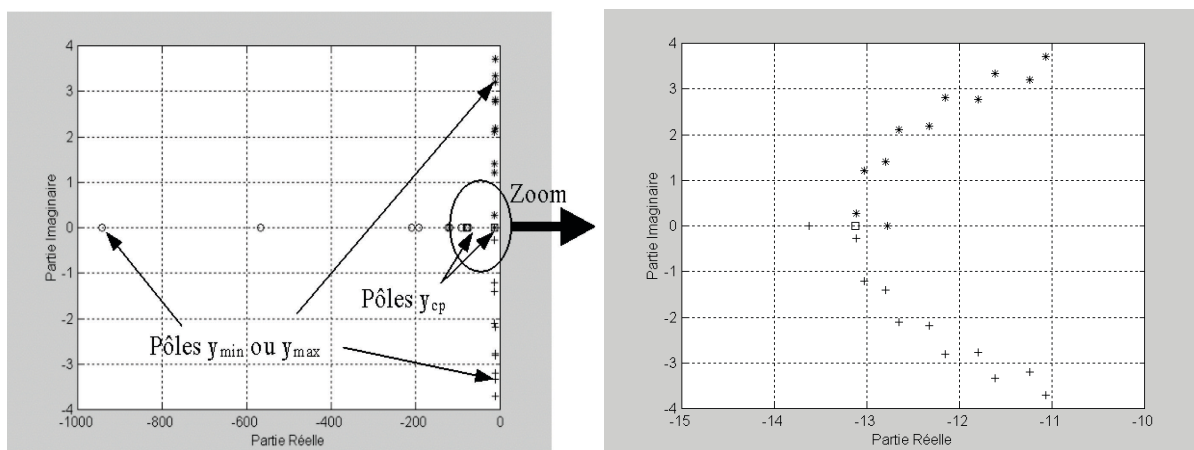
Les gains de retour d'état dépendent de la position du piston, du fait du paramétrage de l'ensemble d'équilibre. L'étude fréquentielle effectuée au chapitre trois nous a permis de mettre en avant le fait que : dans le cas d'une commande par retour d'état, pour assurer la stabilité du système en toute position, il faut l'assurer pour la position centrale. En utilisant le critère de Routh Hurwitz, il est possible de démontrer ce résultat de stabilité asymptotique, qui donne une relation entre la pulsation en boucle fermée et les caractéristiques du système en boucle ouverte. Ces calculs montrent qu'il n'est pas envisageable d'imposer des dynamiques en boucle fermée très supérieures à la pulsation naturelle du système en boucle ouverte. Ainsi, la commande à gains fixes sera synthétisée en position centrale pour assurer la stabilité.

Nous avons constaté expérimentalement et en simulation qu'un vérin électropneumatique, commandé par un retour d'état à gains fixes, possède une dynamique en boucle fermée quasiment constante quelle que soit la position. Ceci est contraire à ce que nous imaginions. En effet, la pulsation naturelle du système est minimum en position centrale mais varie avec un facteur trois (cf. figure 4.1) en extrémité. Ainsi, en boucle fermée, même si la commande est synthétisée au centre, les performances du système devraient "à priori" être meilleures aux extrémités.



**Figure 4.1:** Evolution de la pulsation naturelle du modèle linéarisé tangent réduit en fonction de la position.

Ce fait remarquable peut être expliqué par l'analyse des pôles du système en boucle fermée, variant en fonction de la position.



a/ Pleine échelle

b/ Zoom

**Figure 4.2:** Evolution des pôles en boucle fermée en fonction de la position.

Les figures 4.2 a et b montrent l'évolution des pôles du système pour des gains fixes calculés en position centrale, puis appliqués en différentes positions. La commande est synthétisée en se fixant une dynamique en boucle fermée au centre, égale à la pulsation naturelle du système :  $w_{cl} = w_{ol}$ .

- Tout au long de la course, la partie imaginaire des pôles peut être négligée devant leur partie réelle. Ce qui conduit dans tous les cas à une réponse indicielle sans oscillations, et empêche ainsi tout dépassement de la consigne.
- De plus, le zoom montre que les deux pôles complexes peuvent être assimilés à un pôle double réel, qui est sensiblement constant quelle que soit la position. Vu que ce pôle double impose la dynamique du système (car le troisième a été fixé six fois plus rapide en position centrale, et ne fait qu'augmenter lorsqu'on s'éloigne de cette position), la dynamique en boucle fermée est donc quasiment invariante quelle que soit la position, lorsque les gains fixes de retour d'état ont été synthétisés pour la partie centrale du vérin.

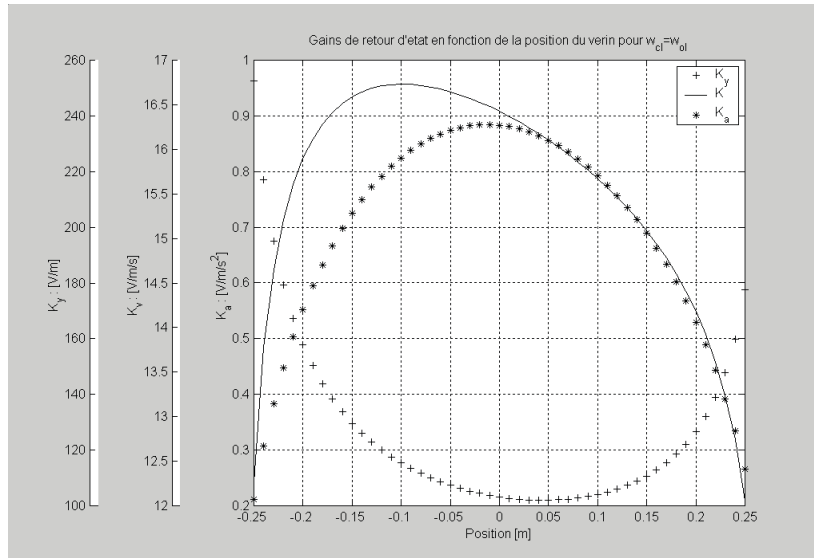
### 3.3. RETOUR D'ETAT A GAINS VARIABLES

Dans ce cas, les gains de retour d'état calculés dépendent de la position désirée fixée par la consigne. La loi de commande permettant de tenir compte des caractéristiques naturelles des systèmes électropneumatiques de positionnement est donnée par l'équation suivante:

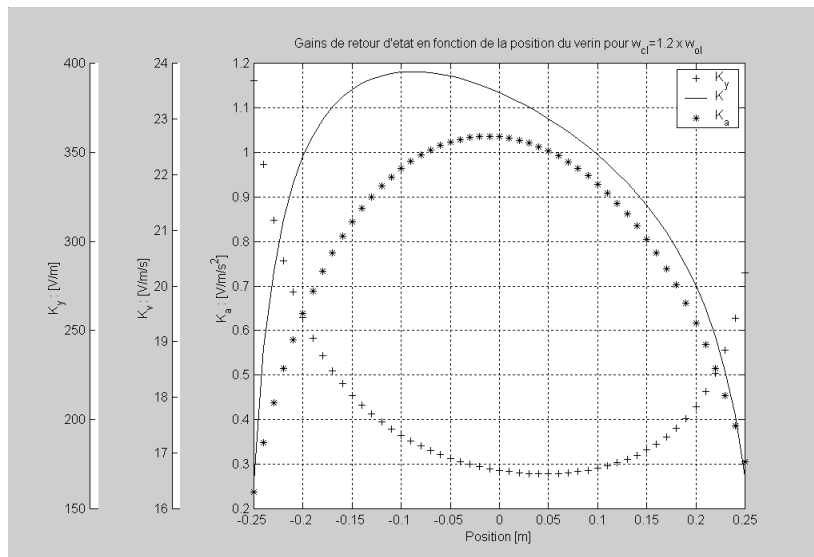
$$\boxed{u(y_d) = u^e + K_y(y_d)(y_d - y) - K_v(y_d)v - K_a(y_d)a} \quad (4.10)$$

L'évolution des gains de retour d'état en fonction de la position est représentée par la figure 4.3 a, pour  $w_{cl} = w_{ol}$ , et la figure 4.3 b, pour  $w_{cl} = 1.2 \times w_{ol}$ .

Lors de l'implantation de la loi de commande, les gains sont calculés en temps réel à partir de fonctions polynomiales issues du lissage de ces courbes, en minimisant les erreurs entre les approximations et les points calculés au sens des moindres carrés. Pour chaque gain, nous avons obtenu un polynôme du quatrième ordre qui représente l'évolution du gain de retour d'état en fonction de la position du cylindre.



a/  $w_{cl} = w_{ol}$



b/  $w_{cl} = 1.2 \times w_{ol}$

**Figure 4.3:** Evolution des gains de retour d'état.

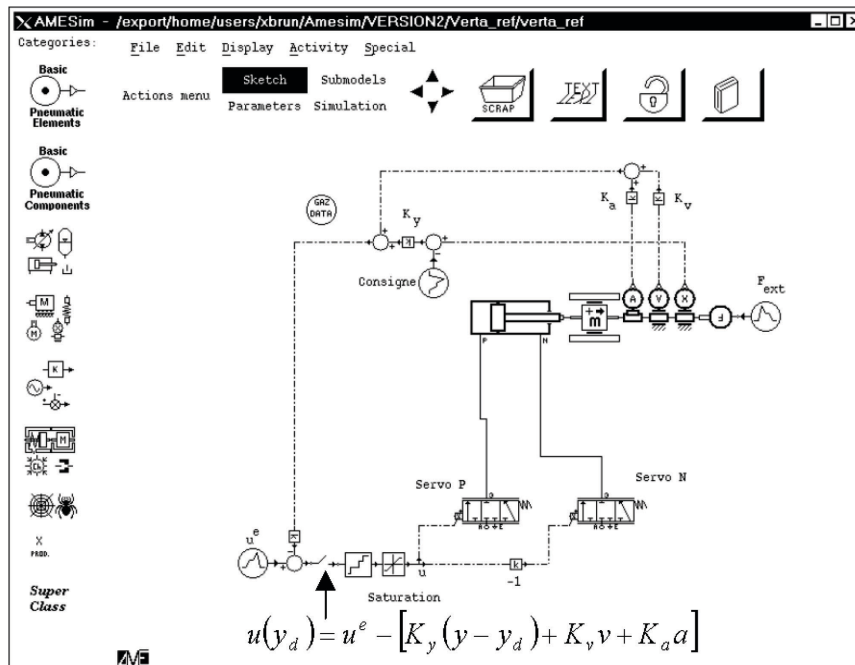
### 3.4. RESULTATS DE SIMULATION ET COMPARAISONS

Toutes les lois de commande étudiées ont été précédemment testées en simulation. Ceci permet de répondre à un double objectif :

- La validation du modèle de simulation obtenu au second chapitre.
- Le pré-réglage des paramètres des lois de commandes avant un réglage plus fin effectué sur le banc d'essai.

Les simulations, comme nous l'avons mentionné au premier chapitre, ont été effectuées à partir du logiciel AMESim. La figure 4.4 présente la simulation de l'actionneur électropneumatique commandé

par un retour d'état à gains fixes. L'utilisateur peut, pour une consigne qu'il se fixe, observer l'évolution de toutes les variables d'états, ainsi que de la commande et des variables de puissance (effort et flux).



**Figure 4.4:** Simulation d'un retour d'état à gains fixes sur le procédé électropneumatique.

La figure 4.5 présente l'évolution de la position pour une consigne d'amplitude 50 millimètres appliquée à proximité de l'extrémité du vérin. Le temps de montée est de l'ordre de 0.25 seconde. L'agrandissement effectué autour de la position de consigne montre que l'erreur statique est de 0.1 millimètre, et que les gains assurent une réponse conforme au cahier des charges (pas de dépassement). De plus, l'évolution de la commande n'est ni saturée, ni chahutée (cf. figure 4.5). Ceci nous permet d'avoir un premier réglage correct avant l'implantation de cette loi de commande sur le procédé expérimental. Le chahutement de la commande n'est pas un problème scientifiquement rédhibitoire vu que la position est filtrée par un filtre d'ordre trois (indice caractéristique). Cependant ce chahutement est un problème de "marketing" car il induit un crépitement important du servo-distributeur, ce qui pour un industriel est inacceptable.

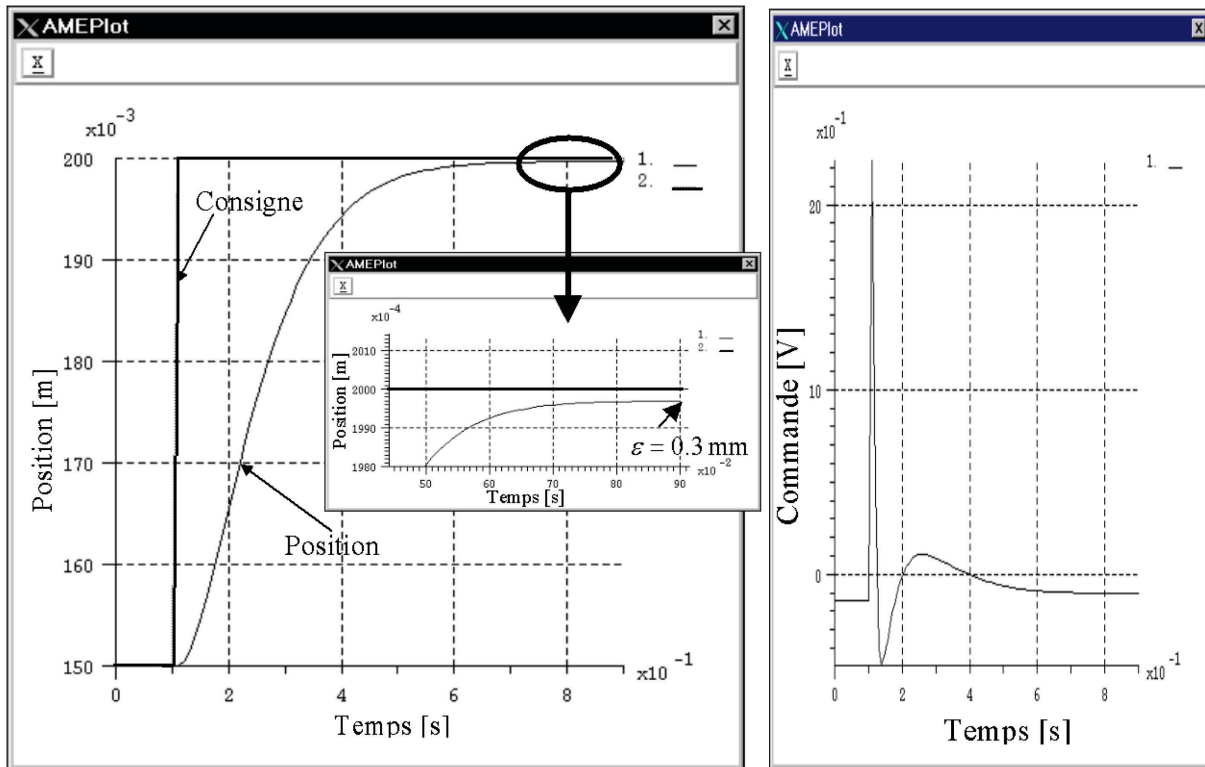
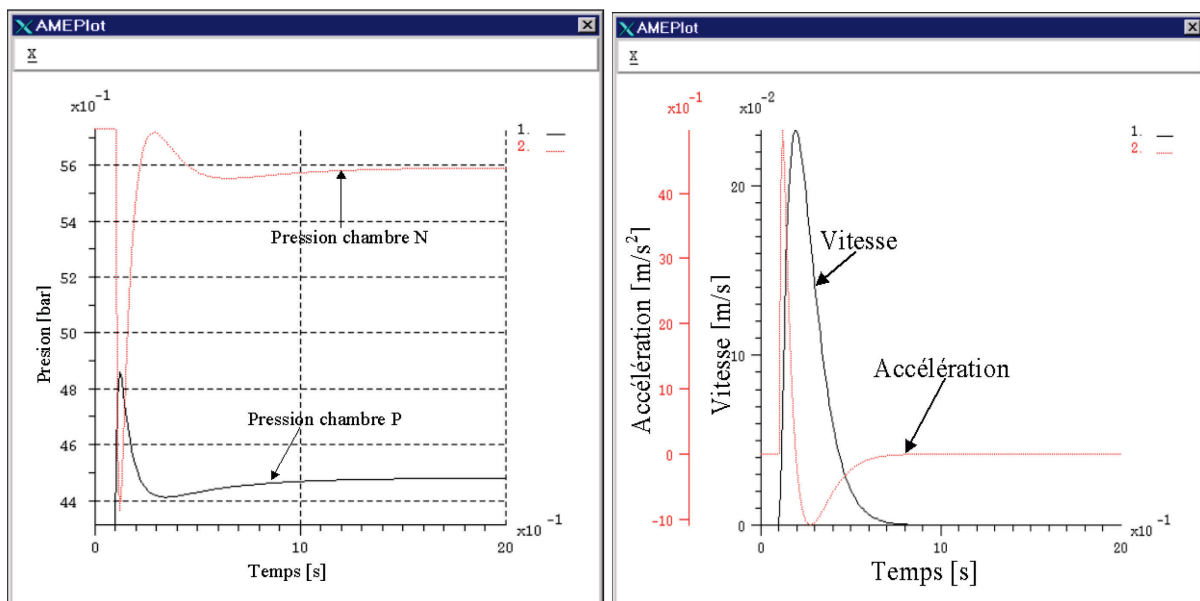


Figure 4.5: Réponse à un échelon en bout de course : Consigne, Position et Commande.

Les figures 4.6 représentent l'évolution des pressions dans les chambres ainsi que la vitesse et l'accélération de la masse déplacée. Il est très intéressant de noter que l'équilibre mécanique est atteint en 0.9 secondes, alors que les pressions continuent à évoluer, pour se stabiliser après 1.7 secondes. Néanmoins, dans ce cas, aucun redécollage n'est observé.



a/ Pressions dans les deux chambres P et N. b/ Vitesse et Accélération de la masse déplacée.

Figure 4.6: Réponse à un échelon en bout de course.

Les vitesse et accélération maximales obtenues en simulation sont très proches des mesures effectuées. En effet, d'après les résultats expérimentaux présentés ci-après (cf. tableau 4.4) et les résultats simulés, nous pouvons dresser, pour cette consigne, les comparaisons suivantes :

Résultats	Simulés	Expérimentaux
$\varepsilon$ [mm]	0.30	0.20
$\tau_r$ [ms]	272	250
$v_{\max}$ [mm/s]	253	230
$a_{\max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	4.59	4.70

Tableau 4.3: Comparaison Résultats simulés et expérimentaux.

Un de nos objectifs est que le modèle de simulation reproduise les différents comportements du procédé, et ce, pour pouvoir effectuer des études réalistes concernant la faisabilité d'une loi de commande. Nous pouvons alors être satisfaits de ces résultats qui valident notre modèle de simulation développé au premier chapitre.

La figure 4.7 présente la simulation de l'actionneur électropneumatique commandé par retour d'état à gains variables. Il faut remarquer la présence des trois fonctions polynomiales issues de l'interpolation des gains de retour d'état dépendants de la consigne désirée. Les résultats que nous présentons ont été obtenus avec les fonctions suivantes :

$$\begin{cases} K_y(y_d) = 3.09 \times 10^4 y_d^4 - 1.7 \times 10^3 y_d^3 - 2.0 \times 10^2 y_d^2 - 1.6 \times 10^2 y_d + 1.1 \times 10^2 \\ K_v(y_d) = -1.26 \times 10^2 y_d^4 + 91 y_d^3 + 13 y_d^2 - 6 y_d + 17 \\ K_a(y_d) = -70 y_d^4 + 4.4 y_d^3 - 5.8 y_d^2 - 0.17 y_d + 0.89 \end{cases} \quad (4.11)$$

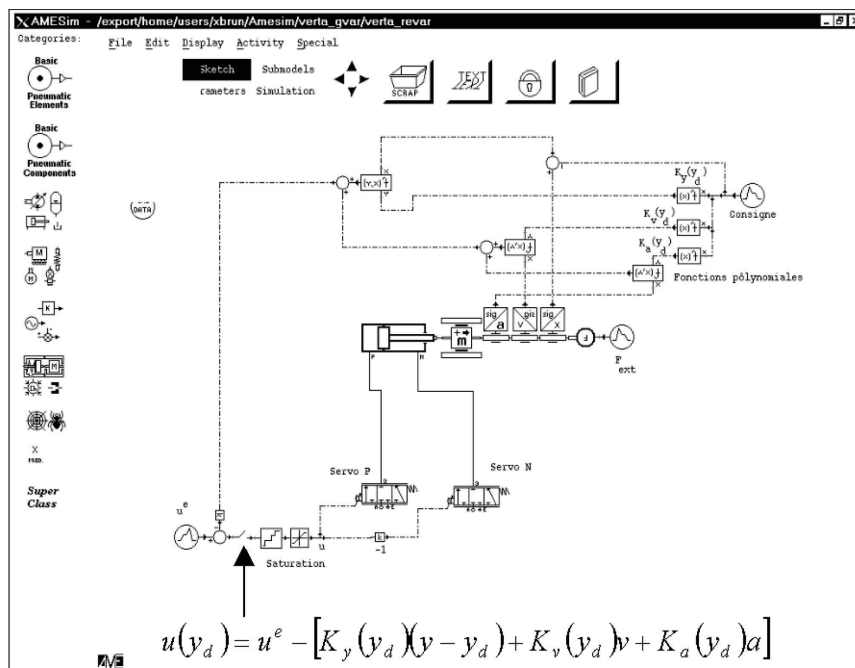
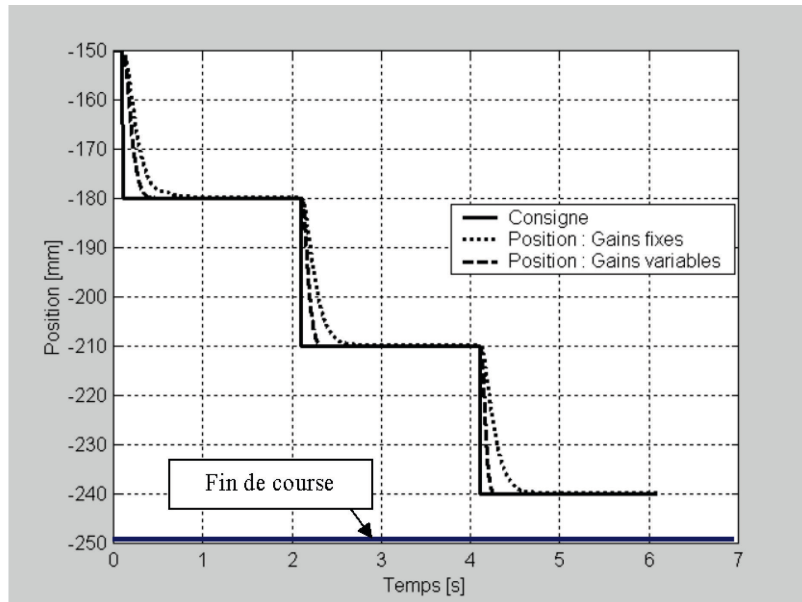


Figure 4.7: Simulation d'un retour d'état à gains variables sur le procédé électropneumatique.

La figure 4.8 présente une comparaison des résultats de simulation obtenus avec les deux types de commande. Il est visible que la commande à gains variables permet d'avoir des dynamiques plus rapides, et ceci est d'autant plus vrai lorsqu'on se rapproche des fins de course du piston.



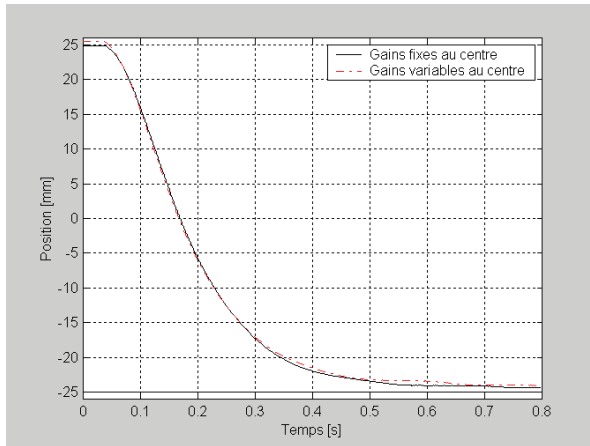
**Figure 4.8:** Comparaison gains fixes et gains variables. Résultats de simulation.

### 3.5. RESULTATS EXPERIMENTAUX ET COMPARAISONS

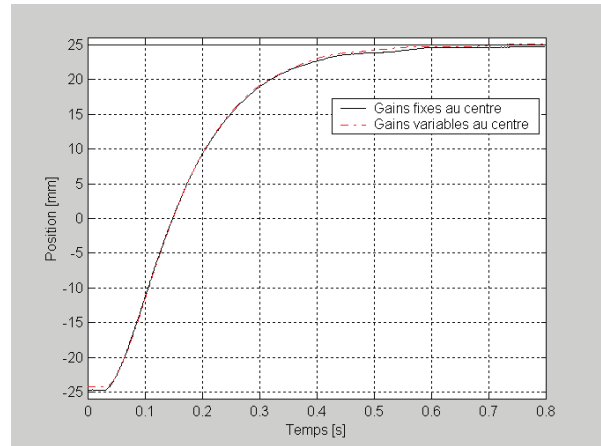
Pour une amplitude du mouvement égal à 10% de la course du vérin, les figures 4.9, 4.10 et 4.11 présentent une comparaison des résultats obtenus avec les commandes par retour d'état à gains fixes et à gains variables, et ce respectivement autour de la position centrale, proche de l'extrémité tige rentrée et proche de l'extrémité tige sortie.

L'amélioration apportée par la commande à gains variables est très nette aux extrémités : le temps de montée est beaucoup plus faible avec la commande à gains variables lorsque la tige est complètement rentrée ou complètement sortie.



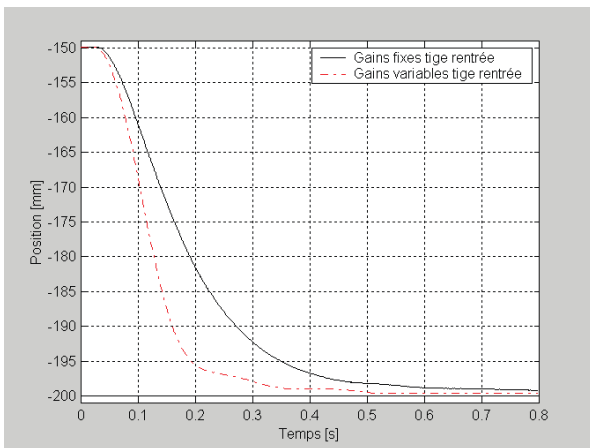


a/ Dans le sens négatif du mouvement

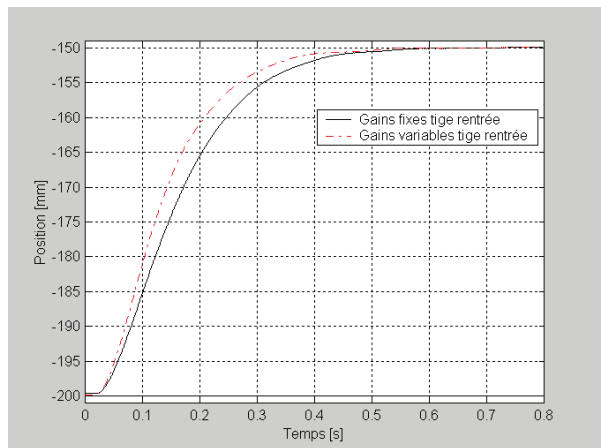


b/ Dans le sens positif du mouvement

**Figure 4.9:** Comparaison gains fixes et gains variables, tige au centre.  
Résultats expérimentaux.

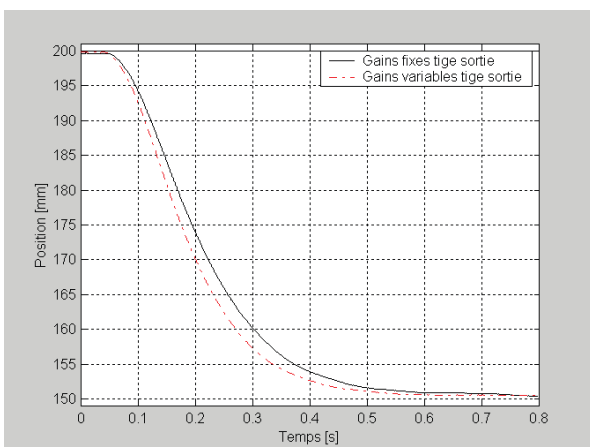


a/ Dans le sens négatif du mouvement

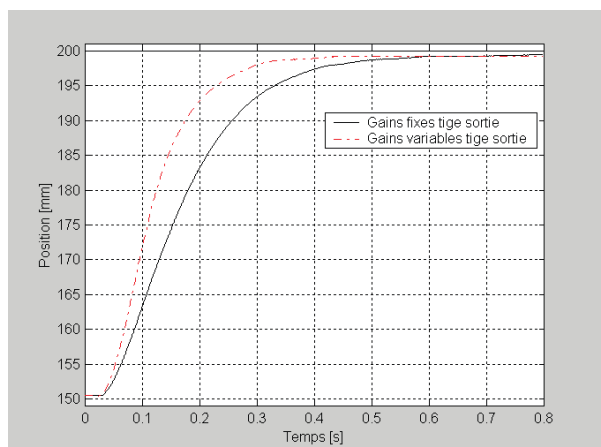


b/ Dans le sens positif du mouvement

**Figure 4.10:** Comparaison gains fixes et gains variables en extrémité, tige rentrée.  
Résultats expérimentaux.



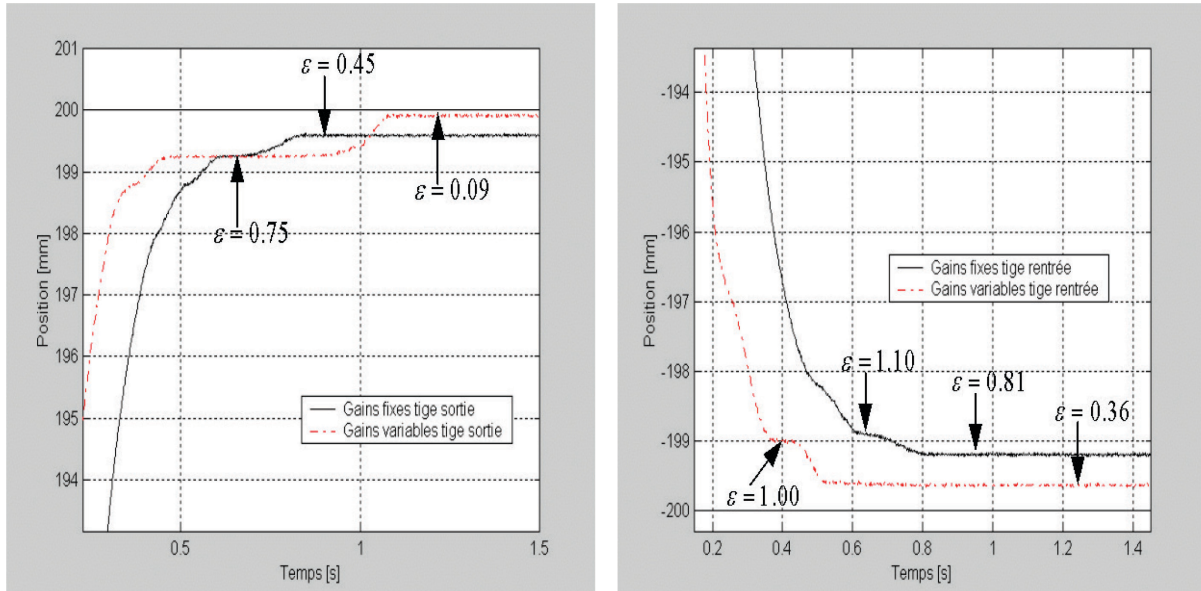
a/ Dans le sens négatif du mouvement



b/ Dans le sens positif du mouvement

**Figure 4.11:** Comparaison gains fixes et gains variables en extrémité, tige sortie.  
Résultats expérimentaux.

Il est intéressant de noter que le phénomène de redécollage, décrit et analysé au troisième chapitre, peut avoir lieu avec les deux types de commandes. Les figures 4.12 a et b, mettent en évidence l'occurrence de cet événement. Dans les quatre cas de redécollage présentés sur ces figures, l'erreur entre la consigne et la position mesurée diminue. De plus, l'erreur statique semble être plus faible avec une commande à gains variables. Pour justifier cette remarque une étude expérimentale sur plusieurs essais est nécessaire.



a/ Tige sortie

b/ Tige rentrée

**Figure 4.12:** Redécollages observés avec les deux types de commande. Résultats expérimentaux.




Le tableau 4.4 présente les résultats expérimentaux obtenus autour de la position centrale et des positions proches de chacune des extrémités avec une commande à gains fixes. Tous les critères présentés lors de l'élaboration du protocole expérimental au début de ce chapitre ont été étudiés pour être quantifiés. Les moyennes présentées ont été calculées pour 100 essais expérimentaux.

Loi de commande	Gains Fixes					
	de -200 à -150		de -25 à +25		de 150 à 200	
Position Amplitude [mm]						
Sens du déplacement	-	+	-	+	-	+
$\sigma$ [mm]	0.114	0.121	0.120	0.110	0.006	0.116
$ \bar{\varepsilon} $ [mm]	0.41	0.21	0.27	0.01	0.40	0.20
$\bar{\varepsilon}_{\max}$ [mm]	0.61	0.59	0.32	0.30	0.50	0.23
$\bar{y}$ [mm]	-199.59	-149.79	-24.73	24.99	150.40	199.80
$\tau_r$ [ms]	253	263	251	259	259	272
$v_{\max}$ [mm/s]	252	247	244	264	222	253
$a_{\max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	4.56	4.70	4.35	4.59	3.48	4.59

**Tableau 4.4:** Commande par retour d'état à gains fixes. Résultats expérimentaux.

Nous retrouvons dans ce tableau le résultat expliqué lors de la synthèse de la commande à gains fixes, concernant la quasi-constance du temps de montée, quelle que soit la position désirée.


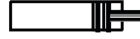
De la même manière, le tableau 4.5, présente les mêmes notions, obtenues cette fois avec la commande par retour d'état à gains variables.

Loi de commande	Gains Variables					
	 de -200 à -150		 de -25 à +25		 de 150 à 200	
Position Amplitude [mm]						
Sens du déplacement	-	+	-	+	-	+
$\sigma$ [mm]	0.027	0.021	0.089	0.105	0.035	0.119
$ \bar{\varepsilon} $ [mm]	0.35	0.13	0.61	0.20	0.42	0.29
$\bar{\varepsilon}_{\max}$ [mm]	0.38	0.17	0.74	0.56	0.46	0.39
$\bar{y}$ [mm]	-199.65	-149.87	-24.39	25.20	150.42	199.71
$\tau_r$ [ms]	141	220	262	248	243	165
$v_{\max}$ [mm/s]	427	313	244	264	251	393
$a_{\max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	6.39	4.59	4.05	4.59	4.75	4.59

**Tableau 4.5:** Commande par retour d'état à gains variables. Résultats expérimentaux.

En terme de répétabilité, l'écart type peut être considéré comme étant indépendant de la position. Il est de l'ordre de 0.10 millimètre pour la commande à gains fixes, et d'environ 0.07 millimètre pour la commande à gains variables. Ces résultats correspondent avec ce qui se fait de mieux à l'heure actuelle sur le marché industriel des axes électropneumatiques asservis.

Le tableau 4.6 résume les principales améliorations apportées par la commande à gains variables. Les améliorations les plus nettes concernent les temps de montée beaucoup plus rapides aux positions extrêmes.

Position Amplitude [mm]	 de -200 à -150		 de 150 à 200	
	-	+	-	+
Sens du déplacement	-	+	-	+
$\sigma$	- 43 %			
$\bar{\varepsilon}$ [mm]	- 0.08	- 0.36	- 0.11	+ 0.22
$\tau_r$	-43 %	- 17 %	- 16 %	- 39%
$v_{\max}$	+ 69 %	+ 27 %	+ 13%	+ 55%

**Tableau 4.6:** Améliorations apportées par la loi de commande à gains variables par rapport à la commande par retour d'état à gains fixes.

### 3.6. CONCLUSIONS

L'étude des commandes linéaires par retour d'état de type P.D.D<sup>2</sup>., à gains fixes et à gains variables, conduit aux conclusions suivantes :

- La commande linéaire à gains fixes donne des résultats tout à fait satisfaisants pour des consignes situées autour de la position centrale. La répétabilité des résultats est admissible, l'écart type étant de l'ordre de 0.1 millimètre. De plus, le grand avantage de cette commande est sa simplicité : il est aisé d'ajuster les gains sur site.
- L'apport de la commande linéaire à gains variables est très intéressant lorsque les positions désirées se rapprochent des extrémités. En effet, dans ce cas, les temps de montée (ou de descente) peuvent être améliorés de l'ordre de 40 %. Ceci sans augmenter l'erreur statique moyenne qui ne dépasse pas 0.40 millimètre, et en diminuant l'écart type (0.07 mm).
- Néanmoins, dans les deux cas, le phénomène de redécollage peut se produire, et ce, de façon non prévisible. Les temps de collage maxima observés sont de l'ordre de la seconde. Il s'ensuit un déplacement, proche de la position désirée, de l'ordre du millimètre.

Les simulations nous ont permis de valider le modèle développé au premier chapitre. Ceci nous offre donc la possibilité de tester au préalable des lois de commandes avant de les implanter. Tous les résultats présentés jusqu'alors l'ont été pour des consignes point à point. L'objet du paragraphe suivant a pour but de définir des trajectoires admissibles et d'expliquer le principe du suivi de trajectoire pour comparer les lois de commande linéaires et non linéaires.

## 4. COMMANDE NON LINEAIRE ET COMMANDE LINEAIRE EN SUIVI DE TRAJECTOIRE

Nous présentons dans ce paragraphe des résultats expérimentaux obtenus en suivi de trajectoire pour deux types de commande. Nous développons la synthèse et comparons les résultats obtenus avec une commande linéaire et avec une commande plus sophistiquée : la commande non linéaire linéarisante et stabilisante. Ces travaux partiellement présentés dans [Brun *et al.* 1999e] montrent également l'importance du choix de la trajectoire de référence.

### 4.1. PRINCIPE DU SUIVI DE TRAJECTOIRE

Comme il a été vu lors de la modélisation du procédé électropneumatique, le modèle linéarisé tangent réduit, ainsi que le modèle affine en la commande mono variable, possèdent tous les deux un indice

caractéristique égal à trois. Ainsi en choisissant un modèle de référence de type triple intégrateur et en utilisant un premier bouclage linéarisant, il est alors envisageable d'avoir en théorie une réponse en sortie sans erreur de suivi.

Le premier bouclage doit donc mettre le système sous la forme d'un triple intégrateur, donnée par l'équation 4.12 (forme canonique de Brunovsky). Cette linéarisation peut être *locale*, si elle est effectuée à partir du modèle linéarisé tangent, ou *globale*, voir *semi-globale*, si les techniques de commandes non linéaires linéarisantes sont employées. Dans le cas que nous étudions nous avons démontré au second chapitre le caractère global sur tout le domaine physique de l'indice caractéristique. Ce résultat conduit donc à une linéarisation globale sur tout le domaine physique.

Par la suite, les deux méthodes sont présentées, étudiées et implantées pour être comparées.

$$\dot{\underline{z}} = I_d \underline{z} + B_J j_c \quad \text{avec } I_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_J = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{z} = \begin{bmatrix} y \\ v \\ a \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$j_c$  est le jerk reconstruit à partir de la consigne et du second retour stabilisant :

$$j_c = j_d - j_\varepsilon \quad (4.13)$$

L'erreur sur les variables d'état est représentée par le vecteur  $\underline{z}_\varepsilon$  défini par  $\underline{z}_\varepsilon = \underline{z}_d - \underline{z}$ . Avec le premier bouclage et le modèle de référence représenté par un triple intégrateur, nous obtenons :

$$\dot{\underline{z}}_\varepsilon = I_d \underline{z}_\varepsilon + B_J j_\varepsilon \quad (4.14)$$

Ainsi, sans perturbation, la réponse du système bouclé devrait suivre exactement le modèle de référence. Les position, vitesse et accélération mesurées devraient être égales aux consignes désirées. Toutefois, il existe toujours des perturbations extérieures, des bruits sur les signaux de mesure et, bien sûr, une différence entre le modèle de commande et le procédé, qui sont des raisons suffisantes pour rendre un deuxième bouclage nécessaire. Ce deuxième bouclage a pour but d'assurer la stabilité du procédé en fixant la dynamique de l'annulation de l'erreur entre les mesures et la consigne. Les gains sont calculés de la même façon que lors de consigne point à point. Un retour d'état statique est choisi, les gains de retour d'état sont calculés pour la position centrale afin d'assurer une pulsation en boucle fermée une fois et demie plus rapide qu'en boucle ouverte. :

$$\omega_{cl} = 1.5 \times \omega_{ol}(y_{cp}) \quad (4.15)$$

Nous obtenons ainsi le second bouclage, qui, quelle que soit la technique utilisée pour le premier bouclage, est de la forme suivante :

$$j_\varepsilon = -K_2 z_\varepsilon \tag{4.16}$$

Avec  $K_2 = \begin{bmatrix} K_{y2} \\ K_{v2} \\ K_{a2} \end{bmatrix}$ , nous obtenons :

$$\begin{cases} K_{y2} = 6\omega_{cl}^3 \\ K_{v2} = 13\omega_{cl}^2 \\ K_{a2} = 8\omega_{cl} \end{cases}$$

Lors de la synthèse de la commande en suivi de trajectoire, nous avons négligé les frottements secs. Pour minimiser les problèmes de collage au démarrage, nous avons utilisé un artifice qui s'est avéré très efficace quelle que soit la position de départ. Il consiste à saturer la commande au démarrage pendant une période d'échantillonnage. Pour ce faire, lors de l'implantation, si la vitesse mesurée est nulle et que le jerk désiré est non nul, alors, quelles que soient les erreurs de position, vitesse et accélération, la commande est saturée (cf. figure 4.13). Ce terme noté  $u_{boost}$  permet de transmettre l'énergie nécessaire au système pour qu'il puisse vaincre la force de frottement sec. Cette méthode peut être comparée à celle utilisée en électronique de puissance lorsque des pics de courant sont délivrés pour faire basculer plus rapidement les transistors de puissance d'un état bloqué à un état passant.

Le principe d'une commande en suivi de trajectoire est résumé par la figure 4.13.

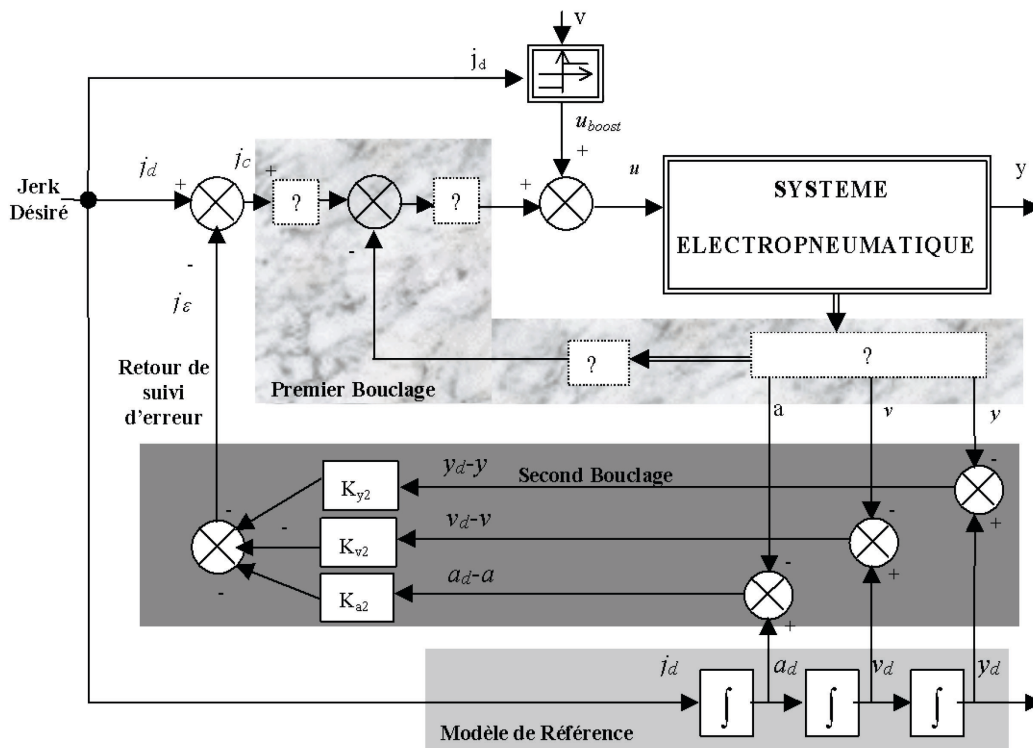


Figure 4.13: Principe du suivi de trajectoire.

## 4.2. COMMANDE LINEAIRE EN SUIVI DE TRAJECTOIRE

En utilisant le principe de suivi de trajectoire décrit précédemment, la loi de commande linéaire correspondant au premier bouclage est synthétisée à partir du modèle linéarisé tangent donné par l'expression 4.6 [Sesmat *et al.* 1997].

La première boucle qui permet de transformer le modèle du système électropneumatique en un triple intégrateur, autour d'un point de fonctionnement, correspond à un bouclage par retour d'état à gains fixes, donné par la relation 4.17 et représenté par la figure 4.14.

$$u = -K_1 z + u_c + u_{boost} \quad (4.17)$$

$$\text{Avec } K_1 = \begin{bmatrix} K_{y1} \\ K_{v1} \\ K_{a1} \end{bmatrix}, \text{ nous obtenons : } \begin{cases} K_{y1} = 0 \\ K_{v1} = -\frac{\omega_{ol}^2}{b} \\ K_{a1} = -\frac{2\zeta_{ol}\omega_{ol}}{b} \end{cases}$$

Le système est alors équivalent au modèle d'état 4.12, avec  $u_c = \frac{1}{b} j_c$ .

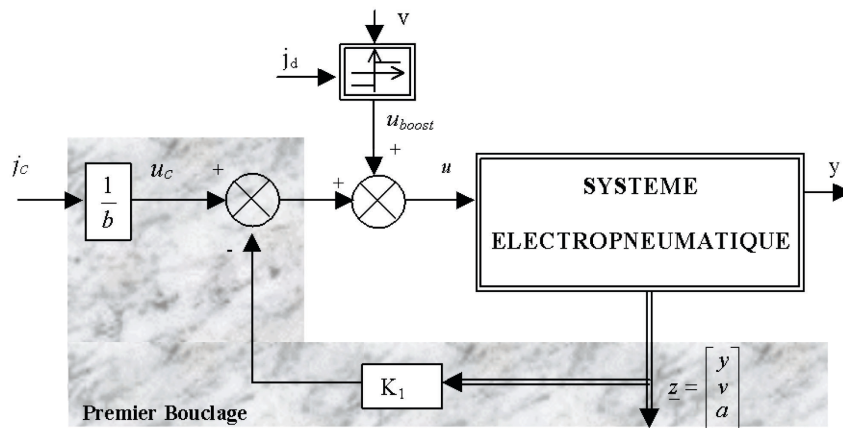


Figure 4.14: Premier bouclage linéaire en suivi de trajectoire.

Le bouclage stabilisant est alors utilisé ; la loi de commande linéaire stabilisante autour d'un point de fonctionnement est alors donnée par l'équation suivante :

$$u = u_{boost} - K_{y1}y - K_{v1}v - K_{a1}a + \frac{1}{b} \left( j_d + K_{y2}(y_d - y) + K_{v2}(v_d - v) + K_{a2}(a_d - a) \right) \quad (4.18)$$

### 4.3. COMMANDE NON LINEAIRE EN SUIVI DE TRAJECTOIRE

#### 4.3.1. Commande non linéaire linéarisante stabilisante.

Le modèle non linéaire électropneumatique, affine en la commande, obtenu au second chapitre est rappelé par les relations 4.19.

$$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}) + g(\underline{x}) \times U \quad \text{avec} \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} p_P \\ p_N \\ v \\ y \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad U = \Gamma(u) \quad (4.19)$$

$$f(\underline{x}) = \begin{pmatrix} \frac{krT_s}{V_P(y)} \left[ \varphi(p_P) - \frac{S_P}{rT_s} p_P v \right] \\ \frac{krT_s}{V_N(y)} \left[ \varphi(p_N) + \frac{S_N}{rT_s} p_N v \right] \\ \frac{1}{M} [S_P p_P - S_N p_N - b_v v - F_{ext}] \\ v \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad g(\underline{x}) = \begin{pmatrix} \frac{krT_s}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(U)) \\ -\frac{krT_s}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(-U)) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Pour transformer ce modèle en triple intégrateur de façon globale, la méthode d'Isidori [Isidori *et al.* 1981, Isidori 1989] synthétisant une commande non linéaire linéarisante a été utilisée. Cette technique déjà fait ses preuves sur des vérins électropneumatiques rotatifs [Richard 1990, Richard et Scavarda 1996, Bouri et Thomasset 1996, Bouri *et al.* 1996a/b] ainsi que sur des vérins hydrauliques linéaires [Quintas 1999].

L'analyse du modèle précédent effectuée au deuxième chapitre permet d'affirmer que l'indice caractéristique de ce système électropneumatique est égale à trois sur **tout** le domaine physique.

La forme normale utile à la synthèse de la loi de commande obtenue après changement de variable est:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \dot{z}_3 = L_f^3 h(\phi^{-1}(z)) + L_g L_f^2 h(\phi^{-1}(z)) U \\ \dot{z}_4 = \dot{p}_P \end{cases} \quad (4.20)$$

Les termes non linéaires  $L_f^3 h(\phi^{-1}(z))$  homogène à  $[\text{m} \cdot \text{s}^{-3}]$  et  $L_g L_f^2 h(\phi^{-1}(z))$  homogène à  $[\text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}]$  sont définis par les relations suivantes écrites en les variables d'état initiales :



$$\begin{cases} L_g L_f^2 h(x) = \frac{krT_s}{M} \left[ \frac{S_P}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(U)) + \frac{S_N}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(-U)) \right] \\ L_f^3 h(x) = \frac{krT_s}{M} \left[ \frac{S_P}{V_P(y)} \varphi(p_P) - \frac{S_N}{V_N(y)} \varphi(p_N) - \frac{v}{rT_s} \left( \frac{S_P^2 p_P}{V_P(y)} + \frac{S_N^2 p_N}{V_N(y)} \right) \right] - \frac{b_v}{M^2} (S_P p_P - S_N p_N - b_v v - F_{ext}) \end{cases} \quad (4.21)$$

Nous rappelons le résultat classique suivant :

**Théorème 4.1:** La condition nécessaire et suffisante pour que le système  $\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}) + g(\underline{x}) \times U$  avec  $\underline{x} \in X$  soit découplable et linéarisable par bouclage statique dans un ouvert  $V$  de  $X$  est que la matrice de découplage soit inversible dans  $V$ .

La matrice de découplage, notée  $\Delta(\underline{x})$ , est définie par  $\Delta(\underline{x}) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\rho_1-1} h_1(\underline{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\rho_1-1} h_1(\underline{x}) \\ \vdots & & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{\rho_m-1} h_m(\underline{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\rho_m-1} h_m(\underline{x}) \end{bmatrix}$

La matrice de découplage du système 4.19 est donnée par la relation 4.22. Elle est non singulière sur tout le domaine physique  $D_\varphi$  du fait que la fonction  $\psi$  ne s'annule jamais.

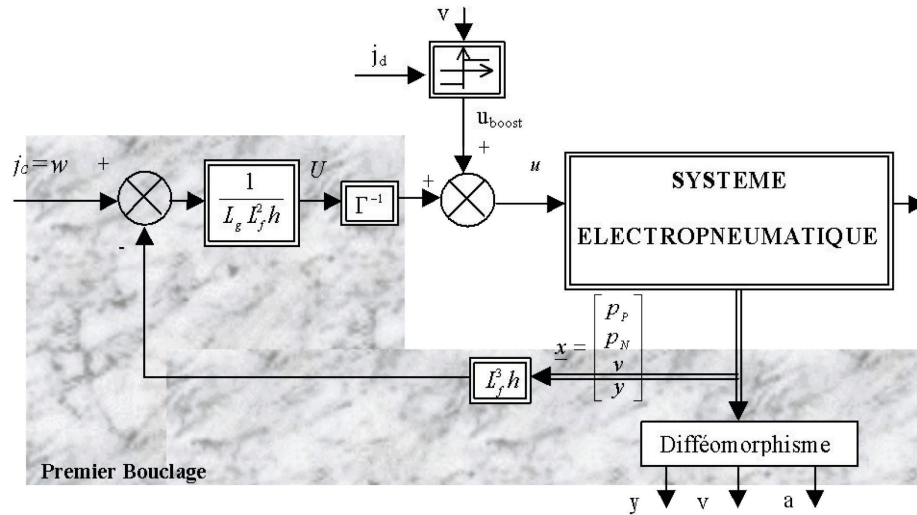
$$\Delta(\underline{x}) = \begin{bmatrix} L_{g_1} h_1(\underline{x}) & L_{g_2} h_1(\underline{x}) \\ L_{g_1} L_f^2 h_2(\underline{x}) & L_{g_2} L_f^2 h_2(\underline{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{krT_s}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(U)) & 0 \\ \frac{krT_s}{V_P(y)} \psi(p_P, \text{sgn}(U)) \frac{S_P}{M} & -\frac{krT_s}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(-U)) \frac{S_N}{M} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Dans le cas d'un système mono entrée et mono sortie, la commande est alors donnée par :

$$U = \frac{1}{L_g L_f^2 h} (-L_f^3 h + w) \quad (4.23)$$

**Remarque :** Malgré la présence de  $\text{sgn}(U)$  dans l'équation 4.21, il est important d'insister sur le fait que l'équation 4.23 n'est pas implicite. En effet  $L_g L_f^2 h$  est toujours strictement positif. Donc le signe de  $U$  est identique au signe de  $(-L_f^3 h + w)$ . Or  $w$  étant par définition indépendant de  $U$  ainsi que  $L_f^3 h$  (cf. relation 4.21), nous obtenons bien une loi de commande explicite. Cette remarque explique le choix de la forme de la fonction  $\varphi$  lors des approximations polynomiales des lois de débit, qui se devait d'être indépendante de  $U$ .

Il est à noter que pour ce bouclage, la loi de commande non linéaire nécessite deux capteurs de pressions supplémentaires par rapport à la loi de commande linéaire. Le principe de la commande non linéaire linéarisante (premier bouclage) est résumé par la figure 4.15. Pour ne pas fausser les critères de comparaison de ces deux lois de commandes, dans ce cas également nous avons utilisé l'impulsion au démarrage notée  $u_{boost}$ .



**Figure 4.15:** Premier bouclage non linéaire en suivi de trajectoire.

Après bouclage stabilisant, la loi de commande non linéaire linéarisante et stabilisante sur tout le domaine physique est donnée par l'équation suivante :

$$u = \Gamma^{-1} \left( \frac{1}{L_g L_f^2 h} \left( -L_f^3 h + j_d - K_{y2}(y_d - y) - K_{v2}(v_d - v) - K_{a2}(a_d - a) \right) \right) + u_{boost} \quad (4.24)$$

### 4.3.2. Etude de la stabilité de la dynamique résiduelle

La loi de commande donnée par l'équation 4.24 conduit à une partie inobservable de dimension un. La validité de cette loi de commande dépend de la stabilité de cette dynamique résiduelle. Cette étude fait l'objet de ce paragraphe.

#### 4.3.2.1. Stabilité asymptotique globale

Dans le cas de suivi de trajectoire, la commande dépend du choix des trajectoires qui sont des fonctions du temps. Ainsi la loi de commande dépend explicitement du temps ; la dynamique du système bouclé est alors à temps variant, l'étude de la stabilité globale de la dynamique résiduelle devient alors un problème très difficile à résoudre. Ce problème reste ouvert.

## 4.3.2.2. Stabilité asymptotique locale

Les résultats présentés concernent l'étude de la stabilité locale de la dynamique résiduelle. L'objectif de ce paragraphe est de démontrer que lorsque l'équilibre mécanique partiel est atteint, la pression dans chacune des chambres se stabilise asymptotiquement vers un point d'équilibre.

A l'équilibre mécanique défini par la relation 4.25, la loi d'évolution de la pression dans la chambre P est donnée par l'équation différentielle non linéaire 4.26.

$$\left\{ \begin{array}{l} y = y^{stop} \neq y^d \\ v^{stop} = v^d = 0 \\ a^{stop} = a^d = 0 \\ U^{stop}(p_P, p_N) = \frac{-\frac{krT_s}{M} \left[ \frac{S_P}{V_P(y^{stop})} \varphi(p_P) - \frac{S_N}{V_N(y^{stop})} \varphi(p_N) \right] + \frac{b_v}{M^2} (S_P p_P - S_N p_N - F_{ext}^{stop}) - K_{y_2} (y_d - y^{stop})}{\frac{krT_s}{M} \left[ \frac{S_P}{V_P(y^{stop})} \psi(p_P, \text{sgn}(U^{stop})) + \frac{S_N}{V_N(y^{stop})} \psi(p_N, \text{sgn}(-U^{stop})) \right]} \end{array} \right. \quad (4.25)^*$$

$$\frac{dp_P}{dt} = \frac{krT_s}{V_P(y^{stop})} \left[ \varphi(p_P) + \psi(p_P, \text{sgn}(U^{stop})) U^{stop} \right] \quad (4.26)$$

Lorsque l'équilibre mécanique est atteint, la commande  $U^{stop}$  n'est pas stabilisée, elle dépend des pressions dans les deux chambres qui continuent d'évoluer. Bouri et Thomasset [Bouri et Thomasset 1997] proposent d'écrire l'évolution de la pression dans la chambre P indépendamment de l'évolution de la commande lors de la phase d'arrêt. Pour ce faire, nous déduisons du système 4.27 la relation 4.28.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_P}{dt} = \frac{krT_s}{V_P(y^{stop})} \left[ \varphi(p_P) + \psi(p_P, \text{sgn}(U^{stop})) \right] \times U^{stop} \\ \frac{dp_N}{dt} = \frac{krT_s}{V_N(y^{stop})} \left[ \varphi(p_N) - \psi(p_N, \text{sgn}(-U^{stop})) \right] \times U^{stop} \\ S_P p_P - S_N p_N - F_{ext}^{stop} = 0 \end{array} \right. \quad (4.27)$$

$$U^{stop} = \frac{1}{\psi(p_P, \text{sgn}(U^{stop}))} \left[ \frac{V_P(y^{stop})}{krT_s} \times \frac{dp_P}{dt} - \varphi(p_P) \right] = \frac{1}{\psi(p_N, \text{sgn}(-U^{stop}))} \left[ -\frac{V_N(y^{stop})}{krT_s} \times \frac{dp_N}{dt} + \varphi(p_N) \right] \quad (4.28)$$

\* Pour simplifier l'écriture des équations,  $U^{stop}(p_P, p_N)$  est noté  $U^{stop}$ .

En utilisant la troisième équation de 4.27 :  $S_P p_P - S_N p_N - F_{ext}^{stop} = 0$ , nous pouvons écrire l'évolution de la pression dans la chambre P indépendamment de  $p_N$  et  $\frac{dp_N}{dt}$ , seul le signe de  $U^{stop}$  est à prendre en considération. On obtient :

$$\Lambda(p_P) \times \frac{dp_P}{dt} = \Theta(p_P) \quad (4.29)$$

$$\text{Avec } \left\{ \begin{array}{l} \Lambda(p_P) = \frac{S_P}{krT_S} \left[ \frac{V_P(y^{stop})}{S_P \times \psi(p_P, \text{sgn}(U^{stop}))} + \frac{V_N(y^{stop})}{S_N \times \psi\left(\frac{1}{S_N}(S_P p_P - F_{ext}^{stop}), \text{sgn}(-U^{stop})\right)} \right] \\ \Theta(p_P) = \frac{\varphi(p_P)}{\psi(p_P, \text{sgn}(U^{stop}))} + \frac{\varphi\left(\frac{1}{S_N}(S_P p_P - F_{ext}^{stop})\right)}{\psi\left(\frac{1}{S_N}(S_P p_P - F_{ext}^{stop}), \text{sgn}(-U^{stop})\right)} \end{array} \right.$$

Du fait que la fonction  $\psi(p_P)$  (représentée au paragraphe 4.2 du second chapitre) est strictement positive quelque soit le signe de  $U^{stop}$ , la fonction  $\Lambda(p_P)$  est alors elle aussi strictement positive quelque soit le signe de  $U^{stop}$ . L'existence ou non d'un point d'équilibre se limite donc à l'étude de la fonction  $\Theta(p_P)$ . Pour prouver l'existence d'un seul point d'équilibre  $p_P^e$ , il suffit de montrer que quelque soit  $p_P \in D_\varphi$  cette fonction change de signe tout en restant strictement monotone.

La seule solution que nous avons trouvée à ce jour passe par une étude analytique de la fonction  $\Theta(p_P)$  à l'intérieur du domaine physique  $D_\varphi$ .

En choisissant  $F_{ext}^{stop}$  comme au chapitre 2, on représente  $p_N$  en fonction de  $p_P$  (cf. figure 4.16). Ceci nous montre que l'on doit restreindre l'étude de la fonction  $\Theta(p_P)$  pour  $p_P \in [1.12 \text{ bar} ; 5.17 \text{ bar}]$ . En effet, au delà de 5,17 bar  $p_N$  sort du domaine physique  $D_\varphi$ .

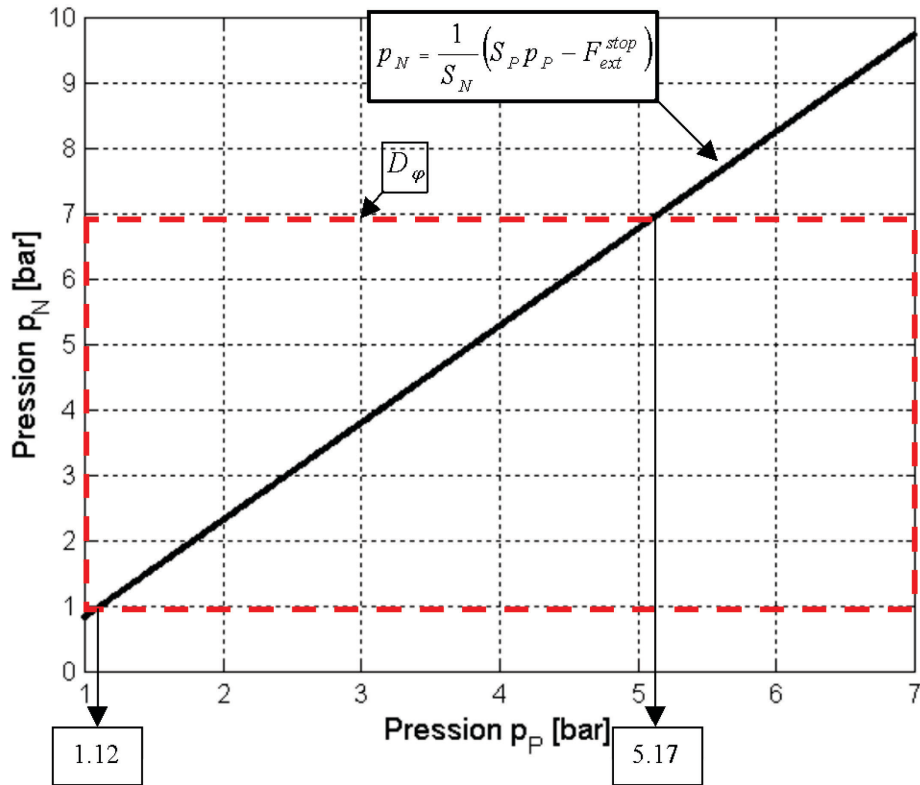


Figure 4.16: *Domaine d'évolution du couple de pression  $(p_p, p_N)$ .*

Ainsi, la figure 4.17 représente l'évolution de la fonction  $\Theta(p_p)$  dans le domaine de pression [1.12 bar ; 5.17 bar] pour  $U^{stop} > 0$  et  $U^{stop} < 0$

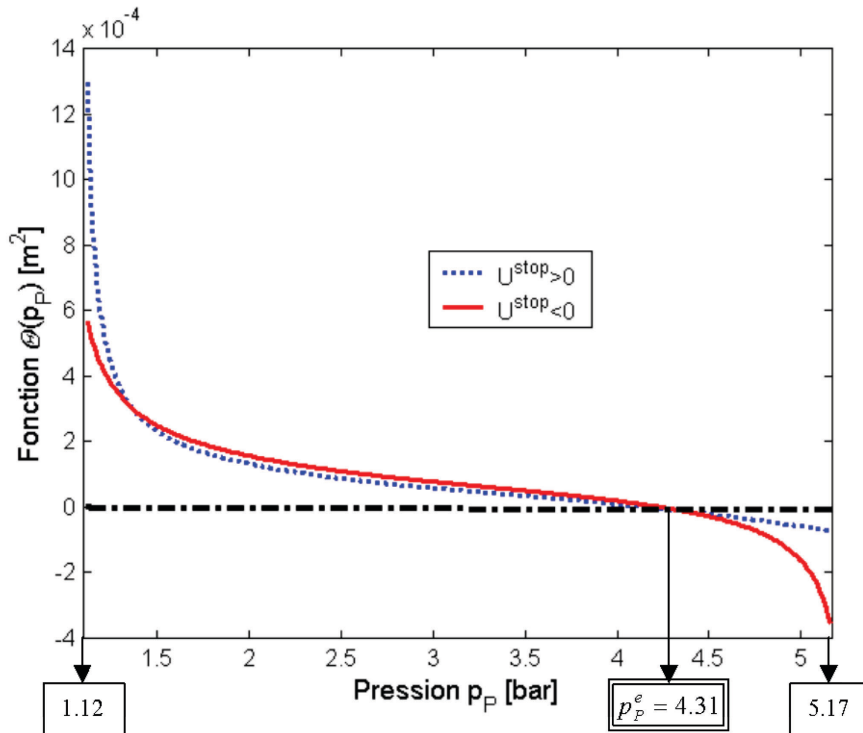


Figure 4.17: *Evolution de  $\Theta(p_p)$ .*

Quelque soit le signe de  $U^{stop}$ ,  $\Theta(p_p)$  est strictement monotone et s'annule pour  $p_p = p_p^e$ . A partir de ce résultat nous pouvons aisément prouver la stabilité asymptotique locale du point d'équilibre  $p_p^e$  de la dynamique résiduelle en utilisant la fonction de Lyapunov  $V = \frac{1}{2}(p_p - p_p^e)^2$  qui vérifie les propriétés suivantes :

- $\forall p_p, V > 0$  ;
- $V$  est une fonction propre :  $\lim_{\|p_p\| \rightarrow \infty} V(p_p) = +\infty$  ;
- $V = 0$  si et seulement si  $p_p = p_p^e$  ;
- $\dot{V} < 0$  d'après l'équation 4.29 et la figure 4.17 ;
- $\dot{V} = 0$  si et seulement si  $p_p = p_p^e$  .

Ce résultat ne concerne que la stabilité asymptotique locale du système, néanmoins, les très nombreux résultats expérimentaux obtenus n'ont jamais mis en avant un cas précis où la dynamique résiduelle serait instable. Ce problème théorique (stabilité globale sur  $D_\varphi$  de la dynamique résiduelle) non résolu reste le point faible de la commande non linéaire linéarisante entrée-sortie des actionneurs électropneumatiques quand le système n'est pas complètement linéarisable, c'est à dire lorsque l'indice caractéristique de la sortie considérée n'est pas égal au nombre de variables d'états.

#### 4.4. CHOIX DE TRAJECTOIRES ADMISSIBLES

L'allure d'une trajectoire de suivi est un élément déterminant pour la conception d'un système d'asservissement. C'est cet objectif qui est très souvent à la base du dimensionnement de l'ensemble : source d'énergie, modulateur de puissance et actionneur [Fotsu-Ngwompo. 1997].

Il est indispensable pour un suivi exact de trajectoire que la sortie  $\underline{y}(t)$  vérifie certaines conditions de dérivabilité. Dans le cas d'un système mono variable, il est indispensable que la sortie  $\underline{y}(t)$  soit au moins de classe  $C^\rho$ , où  $\rho$  est le degré relatif entrée-sortie.

Le degré relatif de la position est égal à trois, ce qui signifie qu'il existe "trois intégrations" entre la commande et cette sortie. La référence de position pouvant être suivie doit alors être au moins trois fois dérivable (de classe  $C^3$ ), et ainsi de suite, jusqu'à une classe  $C^0$  pour le jerk. Il est alors possible de choisir une fonction polynomiale d'ordre 3 pour effectuer du suivi de trajectoire. Néanmoins, notre but est de définir une trajectoire qui corresponde à des critères physiques généralement fixés dans un cahier des charges. Ainsi, pour respecter les contraintes industrielles, les trajectoires sont définies en

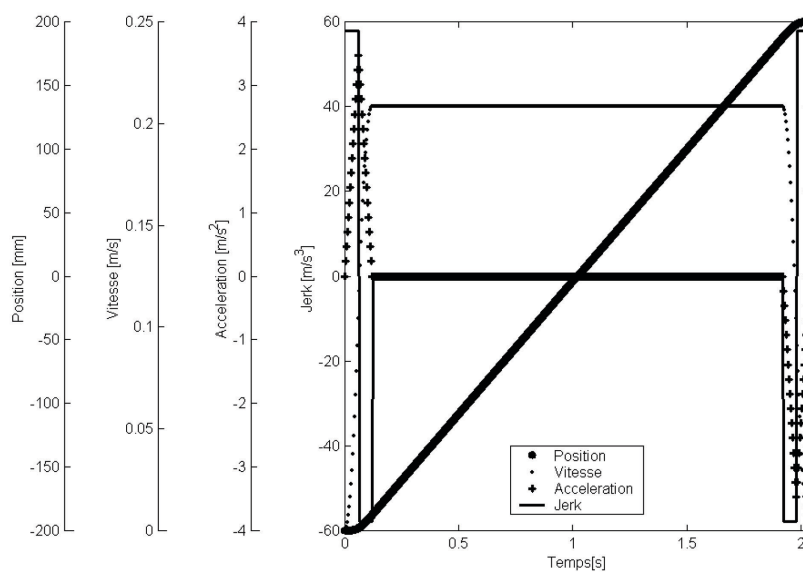
termes de vitesse et accélération maximales, en terme de durée de palier à vitesse ou accélération constante. La trajectoire retenue est alors issue d'un algorithme inspiré des travaux internes au laboratoire [Gottrant 1994]. Le jerk désiré est défini par morceaux (durée et amplitude), puis l'accélération, la vitesse et la position sont calculées par intégrations successives.

Les résultats présentés par la suite le sont pour deux types de trajectoires très utilisées industriellement. Elles ont toutes les deux la même amplitude (90% de la course maximale) et la durée du déplacement est identique (2.04 s). Le tableau 4.7 résume leurs principales caractéristiques.

Trajectoire	A vitesse constante	A accélération puis décélération constantes
Amplitude du mouvement [mm]	400	
Période d'échantillonnage [ms]	4	
Durée de la sortie de la tige [s]	2.040	
Durée du cycle [s]	9.996	
Durée à jerk constant [ms]	60	60
Durée à accélération constante [ms]	0	900
Durée à vitesse constante [ms]	1 800	0
Vitesse maximum [m/s]	0.20	0.39
Accélération maximum [m/s <sup>2</sup> ]	3.4	0.41
Jerk maximum [m/s <sup>3</sup> ]	58	6.8

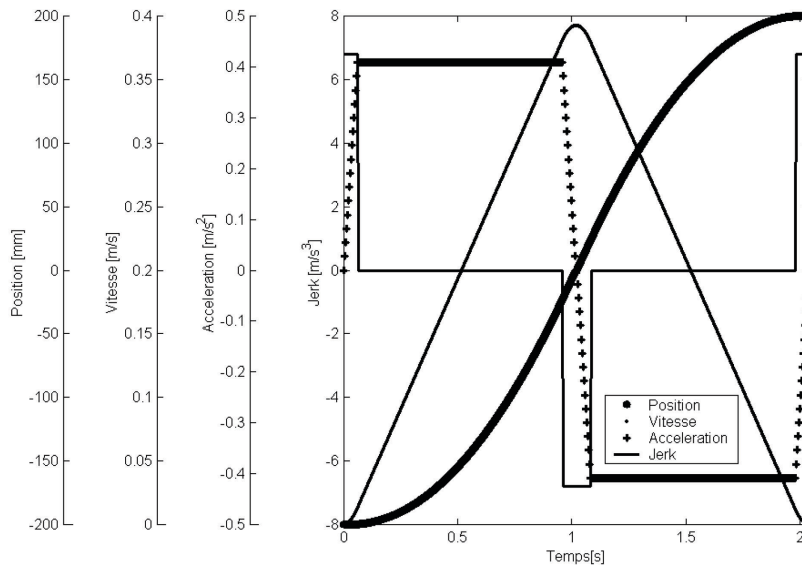
**Tableau 4.7:** Caractéristiques des trajectoires désirées.

- La première trajectoire concerne un déplacement s'effectuant à vitesse constante durant 90% du temps. Ceci nécessite des accélérations et décélérations brutales, mais permet d'effectuer des tâches à vitesse constante (peinture par exemple). Cette trajectoire est souvent utilisée en robotique.



**Figure 4.18:** Trajectoire à vitesse constante.

- La seconde trajectoire ne possède aucune phase à vitesse constante ; elle permet d'avoir une accélération constante, puis à mi-course la décélération devient constante. La vitesse maximum atteinte est alors plus importante, mais le déplacement se fait sans à coups, ce qui peut permettre par exemple de transporter des produits dangereux, des flacons bien remplis ou des produits fragiles.



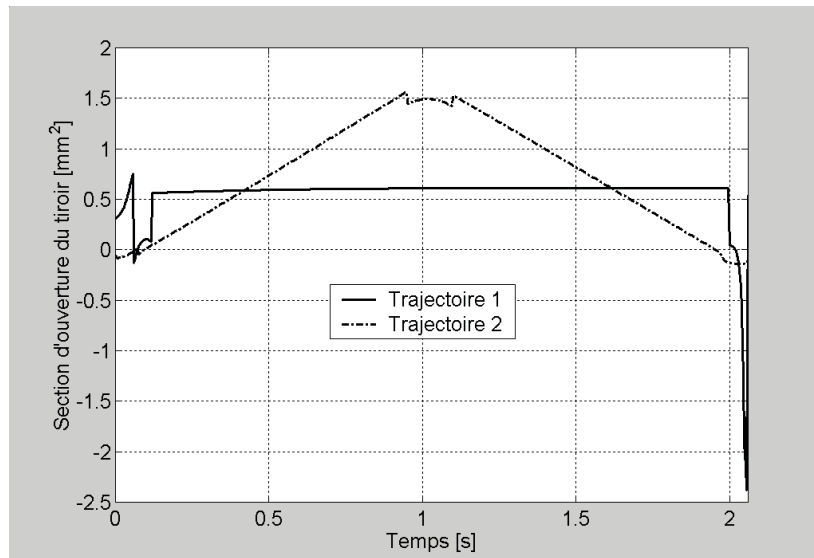
**Figure 4.19:** Trajectoire à accélération et décélération constantes.

Dans le cas où le système est inversible [Sliverman 1969], pour une trajectoire de sortie  $\underline{y}(t)$  que nous souhaitons imposer au système, il est possible de déterminer la commande  $\underline{u}(t)$  qu'il faut appliquer en entrée pour atteindre l'objectif.

Après avoir choisi et paramétré en amplitude et en temps les trajectoires désirées, il s'agit d'en vérifier l'admissibilité. Ce problème est fortement lié au problème de l'inversibilité des systèmes. Dans le cas de la synthèse de commande non linéaire linéarisante, Richard et Scavarda [Richard et Scavarda 1991] ont démontré qu'il est possible de calculer la commande théorique pour une trajectoire de position désirée. Ce problème a une solution car le système est inversible. Ainsi Sesmat et Scavarda [Sesmat et Scavarda 1995] ont proposé une procédure permettant de vérifier la section d'ouverture théorique du servo-distributeur pour une consigne donnée. A partir de ces travaux, nous sommes alors capables de déduire du modèle inverse réduit, l'évolution temporelle de la section d'ouverture.

Sachant que la section nominale des servo-distributeurs utilisés est de  $24 \text{ mm}^2$ , une trajectoire sera dite admissible si elle n'entraîne pas une ouverture théorique du tiroir de plus de  $12 \text{ mm}^2$ . La marge de 50% peut paraître excessive, mais les hypothèses effectuées pour calculer la section d'ouverture sont nombreuses. La figure 4.20 permet, d'après les critères sus-cités, d'affirmer que les deux trajectoires retenues sont admissibles.





**Figure 4.20:** Evolution théorique de la section d'ouverture des servo-distributeurs pour les deux trajectoires utilisées.

## 4.5. RESULTATS EXPERIMENTAUX

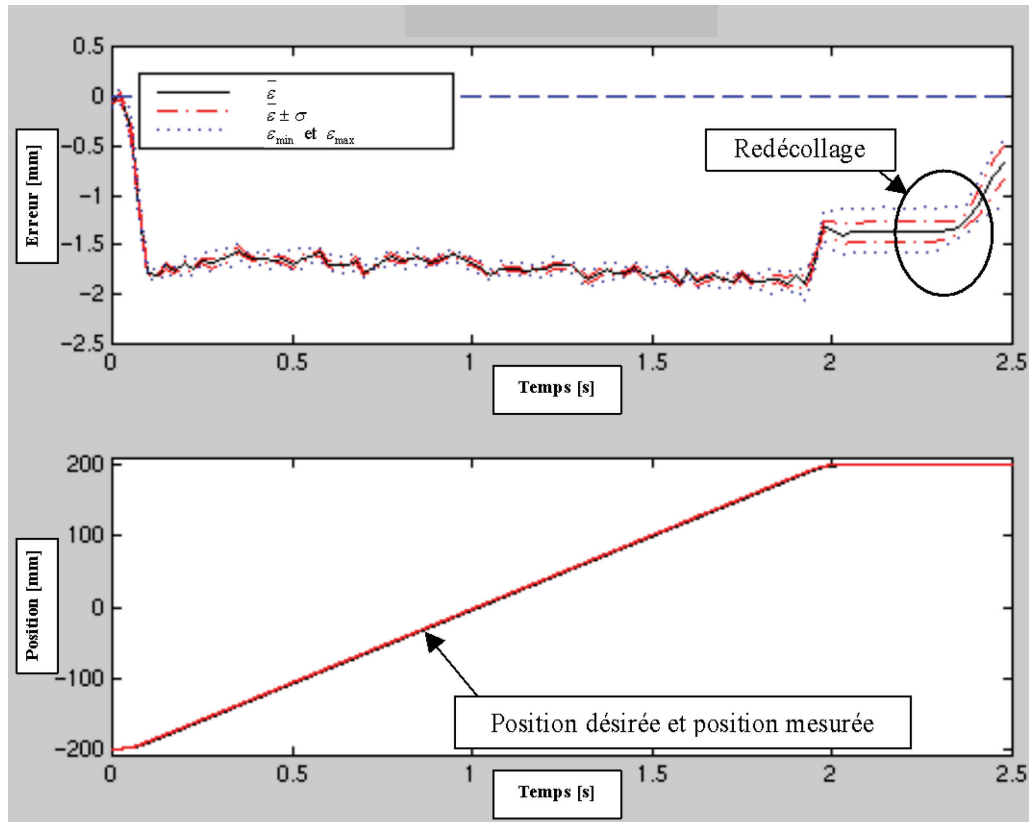
Ce paragraphe est consacré à la présentation, l'analyse et la comparaison des résultats expérimentaux obtenus. Dans un premier temps, les résultats de commande linéaire en suivi de trajectoire sont présentés et analysés. Puis il en est de même avec les courbes concernant la commande non linéaire linéarisante. Enfin une étude comparative des deux lois de commande est effectuée pour permettre à l'utilisateur de choisir la technique qui réponde au mieux à son cahier des charges.

### 4.5.1. Résultats expérimentaux obtenus avec la commande linéaire

Les différentes courbes présentées dans ce paragraphe sont des résultats statistiques effectués sur 100 essais expérimentaux. Comme nous l'avons expliqué lors de l'élaboration du protocole expérimental, nous présentons ici nos résultats en terme d'erreur moyenne sur la position ( $\bar{\varepsilon}$ ) et la vitesse ( $\bar{\varepsilon}_v$ ), en terme d'écart type ( $\sigma$ ) de ces deux erreurs moyennes ainsi qu'en terme d'erreur maximum et minimum.

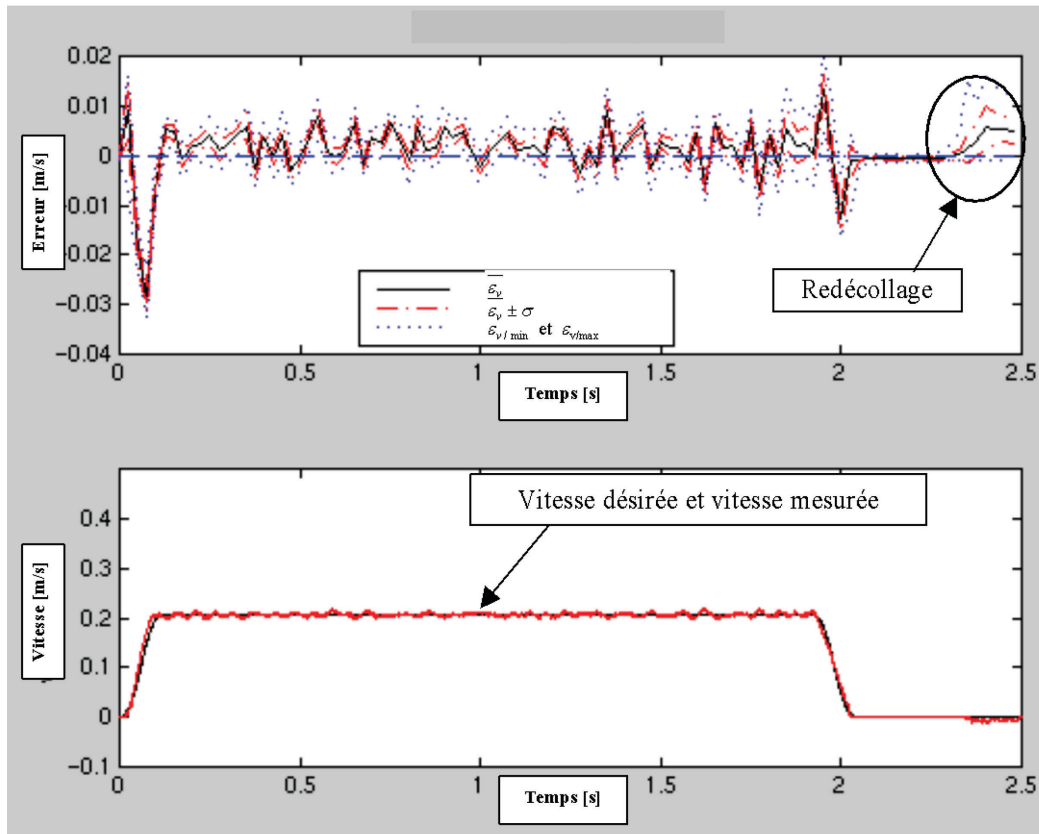
Les figures 4.21 et 4.22 présentent les résultats obtenus lors de la sortie de la tige à vitesse constante. Nous constatons que l'erreur de suivi est de l'ordre de 2 mm pour une amplitude de déplacement de 400 mm. L'erreur statique moyenne est de 0.05 mm en position  $y = -200$  mm et de 0.5 mm en position  $y = +200$  mm. L'erreur statique est fonction de la position, car le linéarisé tangent a été effectué autour de la position centrale ; la loi de commande est donc validée de manière locale, ce qui entraîne des différences de comportement du système lorsqu'on se rapproche des extrémités.

Un fait très important à remarquer concerne le redécollage du piston qui a lieu systématiquement autour de  $t = 2.35$  s (cf. figure 4.21). Il entraîne une diminution de l'erreur de position de l'ordre du millimètre.



**Figure 4.21:** Erreur en position pour une trajectoire à vitesse constante. Commande linéaire.

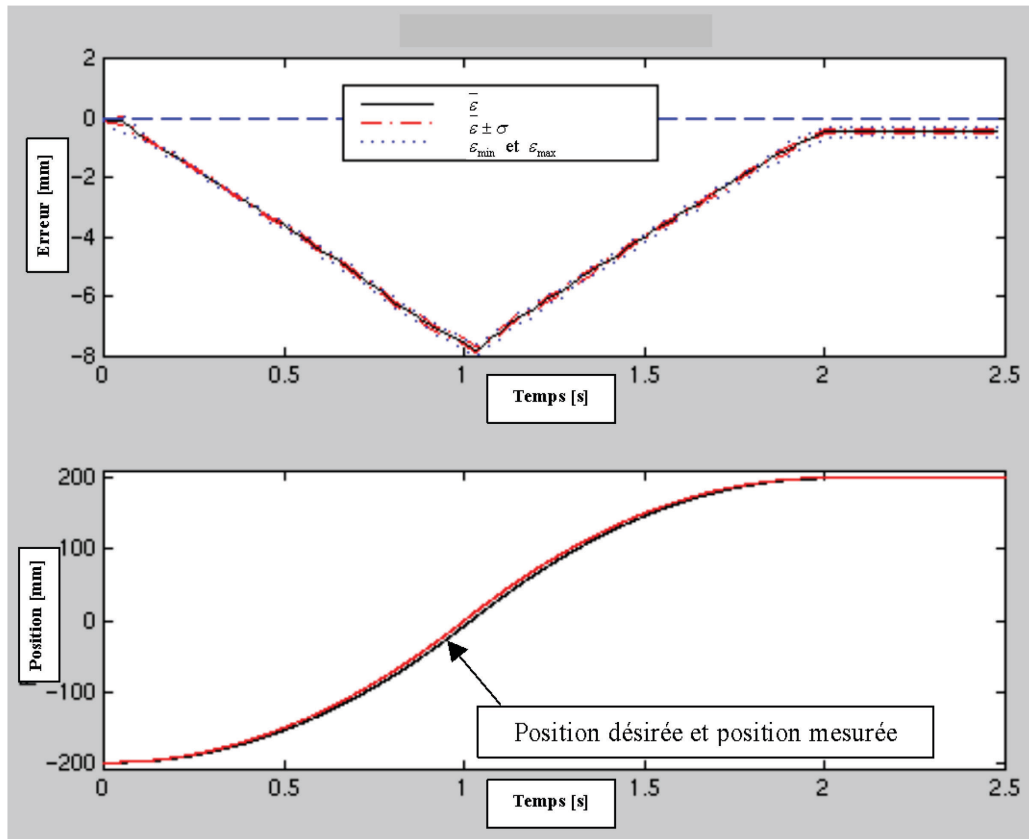
Lors de la phase à vitesse constante, l'erreur moyenne sur la vitesse est inférieure à 10 mm/s. Cette valeur est plus importante lors des phases d'accélération et de freinage. Ceci vient du fait que l'accélération qui est reconstruite numériquement à partir de la vitesse obtenue par dérivation analogique du signal de position, est légèrement déphasée. Ainsi le retard sur l'information d'accélération entraîne des erreurs de vitesse qui peuvent atteindre 30 mm/s lors des phases où la vitesse n'est pas constante.



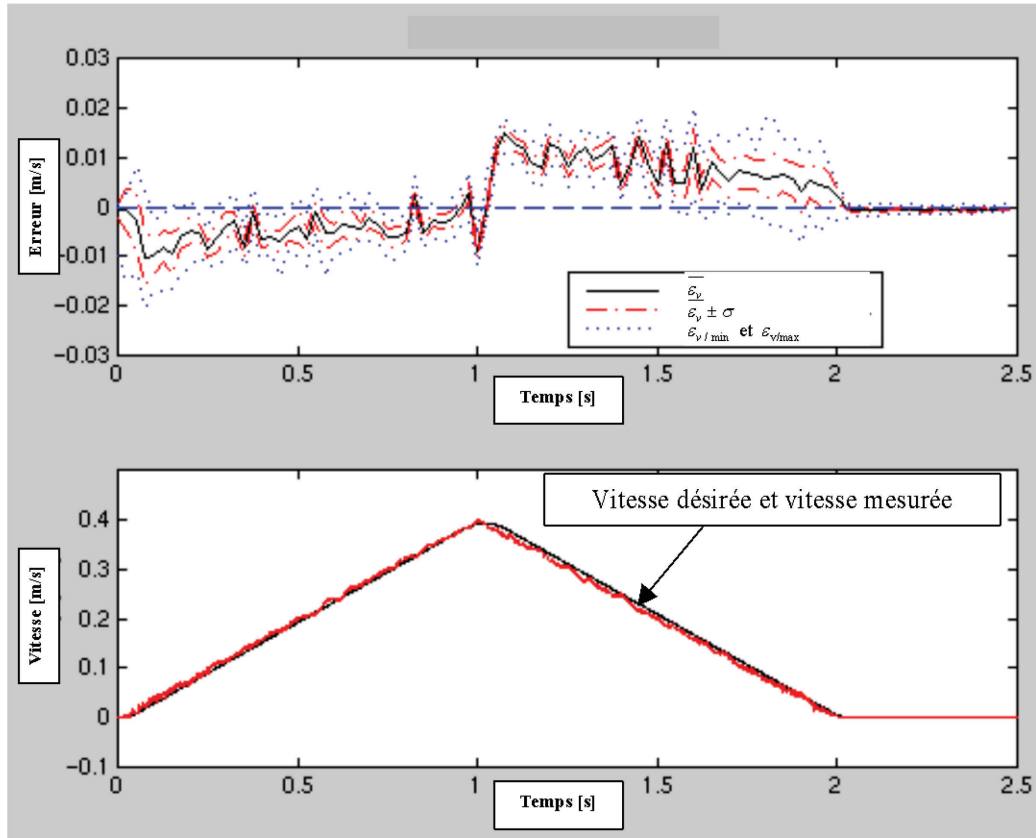
**Figure 4.22:** Erreur en vitesse pour une trajectoire à vitesse constante.  
Commande linéaire.

Les figures 4.23 et 4.24 présentent les résultats obtenus lors de la sortie de la tige à accélération puis décélération constantes. L'erreur en position est proportionnelle à la vitesse de déplacement. Elle est maximum en position centrale (8 mm). Ce résultat, qui peut paraître peu satisfaisant s'il s'agit d'effectuer un suivi de trajectoire en position, devient tout à fait acceptable pour du suivi de trajectoire en vitesse. En effet, la figure 4.24 met en avant des erreurs de suivi de vitesse inférieures à 10 mm/s.

De plus, dans ces essais, aucun phénomène de redécollage n'est apparu. Ceci peut s'expliquer par le fait que les accélérations atteintes sont beaucoup moins importantes avec cette seconde trajectoire, ce qui permet aux pressions d'être très proches des pressions d'équilibre lors de l'arrêt du piston. Mais cette remarque reste à être démontrée, afin de synthétiser des trajectoires dont l'allure limiterait les risques de redécollage.



**Figure 4.23:** Erreur en position pour une trajectoire à accélération puis décélération constantes. Commande linéaire.



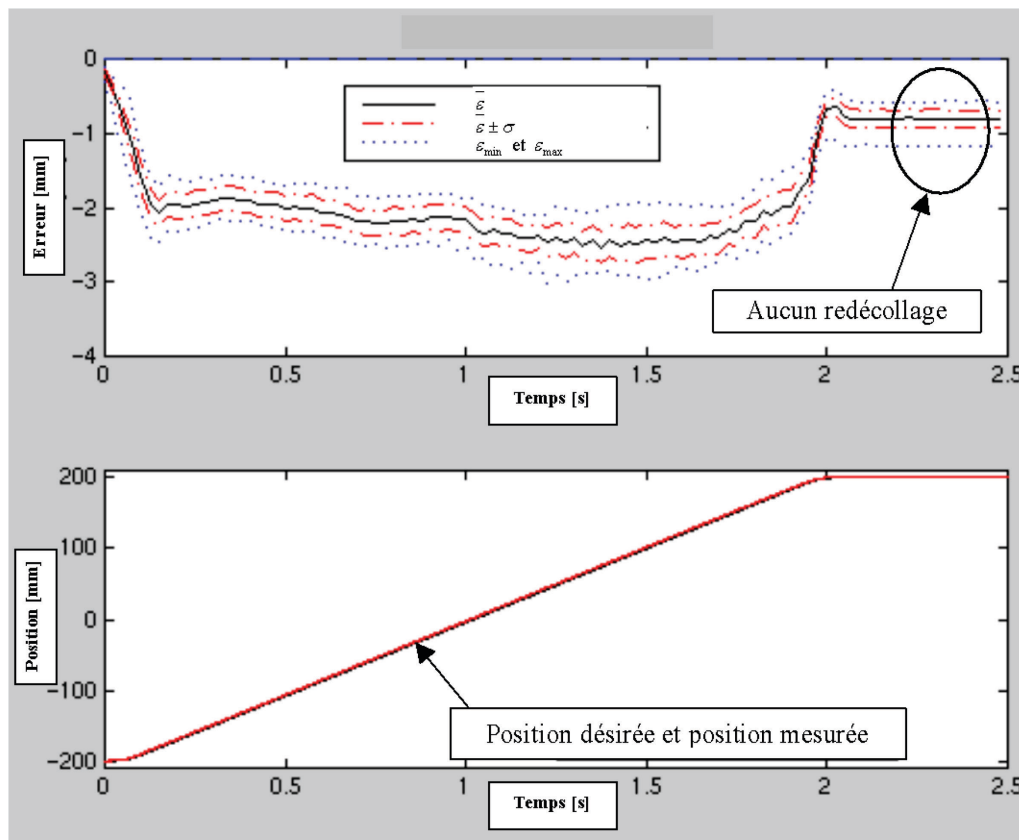
**Figure 4.24:** Erreur en vitesse pour une trajectoire à accélération puis décélération constantes. Commande linéaire.

#### 4.5.2. Résultats expérimentaux obtenus avec la commande non linéaire

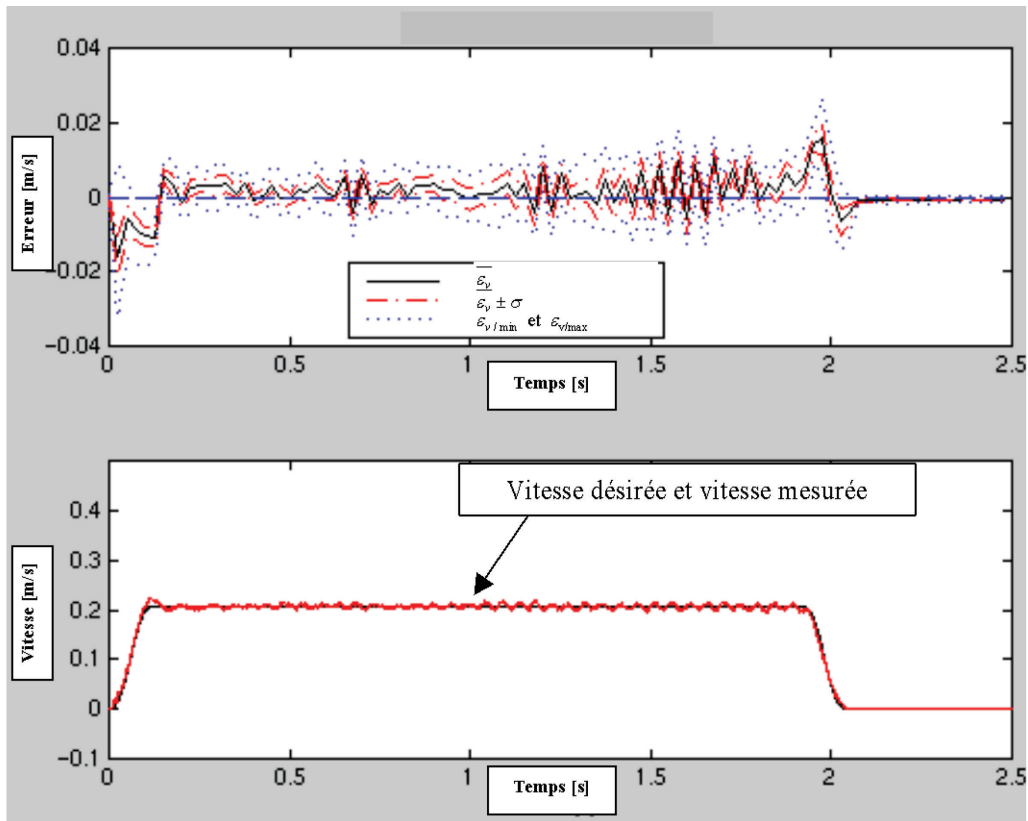
Les mêmes essais qu'au paragraphe précédent ont été effectués avec la commande non linéaire linéarisante pour les mêmes trajectoires de consigne.

Les figures 4.25 et 4.26 présentent les résultats obtenus lors de la sortie de la tige à vitesse constante. L'erreur de suivi de trajectoire est de l'ordre de 2 mm avec un écart type de 0.5 mm.

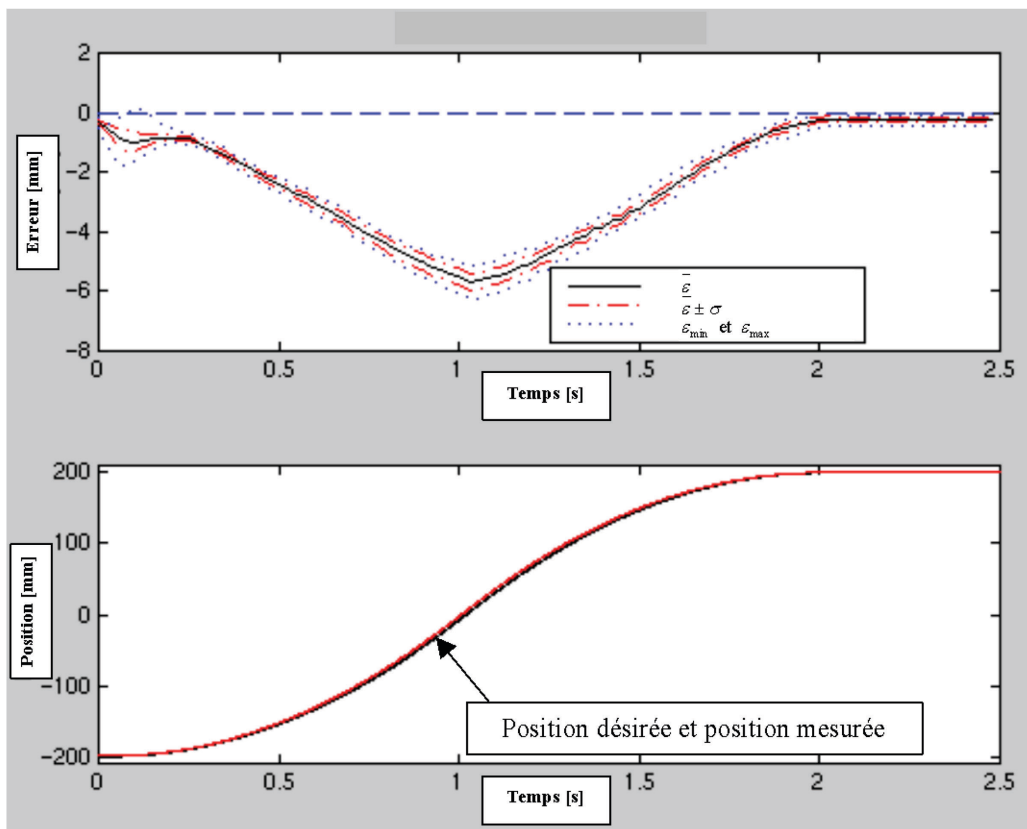
Dans ce cas et contrairement aux résultats obtenus avec la commande linéaire (cf. figure 4.21), **aucun redécollage** n'a été observé. Une ébauche d'explication peut être apportée en analysant le rôle joué par le bouclage non linéaire. Ce dernier utilise les informations de pression pour linéariser le système tout au long du déplacement. Ainsi les dynamiques de pressions sont différentes lorsque l'équilibre mécanique est atteint avec un bouclage linéaire, et avec un bouclage non linéaire. De plus, dans ce second cas, la commande évolue lors de l'équilibre mécanique du fait de l'évolution des pressions dans les chambres. Mais comment démontrer que le bouclage non linéaire limite les risques de redécollage ? Il s'agit là d'une perspective intéressante pour faire face à ce problème de redécollage. Néanmoins, si nous ne pouvons démontrer à l'heure actuelle ce résultat, nous pouvons toujours constater que pour les 100 essais effectués, aucun ne présente de redécollage.



**Figure 4.25:** Erreur en position pour une trajectoire à vitesse constante. Commande non linéaire.

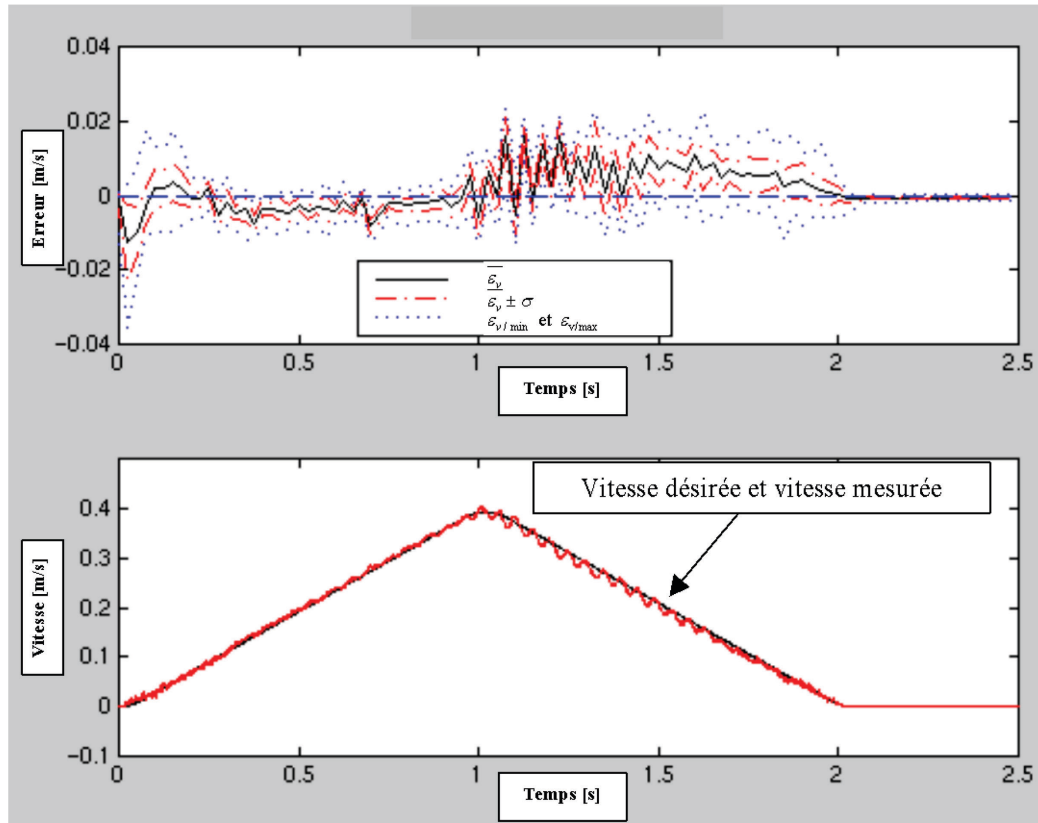


**Figure 4.26:** Erreur en vitesse pour une trajectoire à vitesse constante. Commande non linéaire.



**Figure 4.27:** Erreur en position pour une trajectoire à accélération puis décélération constantes. Commande non linéaire.

Les figures 4.27 et 4.28 présentent les résultats obtenus lors de la sortie de la tige à accélération puis décélération constantes. Comme constaté précédemment, l'erreur en position est proportionnelle à la vitesse de déplacement. Mais dans ce cas, l'erreur maximum atteinte est moins importante (6 mm contre 8 mm avec la commande linéaire : cf. figure 4.23).



**Figure 4.28:** Erreur en vitesse pour une trajectoire à accélération puis décélération constantes. Commande non linéaire.

#### 4.5.3. Comparaison des résultats expérimentaux

Les huit dernières courbes présentées concernent des mouvements s'effectuant dans le sens de la sortie de la tige. Les tests ont également été effectués et analysés statistiquement pour des mouvements dans le sens contraire.

Pour des procédés industriels, le critère de qualité le plus important concerne souvent la répétabilité des résultats. C'est pourquoi nous avons décidé de faire apparaître dans les tableaux 4.8 et 4.9 la répartition des résultats autour de la valeur moyenne. Ces tableaux comparatifs permettent d'enrichir les résultats déjà visibles sur les figures précédentes.

Ces tableaux se lisent de la manière suivante. Par exemple, lors d'un suivi de trajectoire à vitesse constante (cf. tableau 4.8) avec la loi de commande non linéaire : 90,0% des erreurs de suivi sont inférieures à 2.91 mm, et ce tout au long de la trajectoire. Ce chiffre est égal à 4.18 mm pour la

commande linéaire. Ainsi l'amélioration apportée dans ce cas par la commande non linéaire linéarisante est de 30%.

Cette amélioration est essentiellement due au fait que les non linéarités introduites par les débits massiques sont prises en compte par les approximations polynomiales utilisées pour la synthèse de la commande non linéaire, alors que la commande linéaire transforme le système en triple intégrateur uniquement autour de la position d'équilibre où est linéarisé le modèle.

	Type de trajectoire		Palier à vitesse constante		
	Loi de commande		Linéaire	Non linéaire	Amélioration.
<i>Distribution</i>	$\max_{v_t}(\sigma(t))$ [mm]		0.60	0.25	
<i>Gaussienne</i>	$\max_{v_t}(\bar{\varepsilon}(t))$ [mm]		3.20	2.50	<b>22 %</b>
68.3 %	$\max_{v_t}(\bar{\varepsilon}(t) \pm \sigma(t))$ [mm]		3.80	2.75	<b>28 %</b>
90,0 %	$\max_{v_t}(\bar{\varepsilon}(t) \pm 1.64 \times \sigma(t))$ [mm]		4.18	2.91	<b>30 %</b>
99,0 %	$\max_{v_t}(\bar{\varepsilon}(t) \pm 2.58 \times \sigma(t))$ [mm]		4.75	3.15	<b>34 %</b>

**Tableau 4.8:** Comparaisons statistiques en terme d'erreur de suivi de position entre la commande linéaire et commande non linéaire –Trajectoire à vitesse constante

Dans tous les cas étudiés, la commande non linéaire apporte des améliorations de 20 à 30 % en terme d'écart type. La répétabilité des résultats est donc meilleure avec cette loi.

	Type de trajectoire		Palier à accélération constante		
	Loi de commande		Linéaire	Non linéaire	Amélioration.
<i>Distribution</i>	$\max_{v_t}(\sigma(t))$ [mm]		0.05	0.10	
<i>Gaussienne</i>	$\max_{v_t}(\bar{\varepsilon}(t))$ [mm]		7.30	5.80	<b>21 %</b>
68.3 %	$\max_{v_t}(\bar{\varepsilon}(t) \pm \sigma(t))$ [mm]		7.35	5.90	<b>20 %</b>
90,0 %	$\max_{v_t}(\bar{\varepsilon}(t) \pm 1.64 \times \sigma(t))$ [mm]		7.38	5.96	<b>19 %</b>
99,0 %	$\max_{v_t}(\bar{\varepsilon}(t) \pm 2.58 \times \sigma(t))$ [mm]		7.43	6.06	<b>18 %</b>

**Tableau 4.9:** Comparaisons statistiques en terme d'erreur de suivi de position entre la commande linéaire et commande non linéaire –Trajectoire à accélération et décélération constantes.

## 4.6. CONCLUSIONS

Nous avons vu que la commande en suivi de trajectoire pose en premier lieu le problème de choix d'une trajectoire admissible par le système. Ceci peut être vu comme une question de dimensionnement. Si la trajectoire est fixée par le cahier des charges, il est alors possible de déterminer dans notre cas la section maximale théorique d'ouverture du tiroir du modulateur de



puissance qui est nécessaire pour éviter la saturation de la commande. La valeur maximale de l'accélération peut également être utile au choix des sections de l'actionneur ou au dimensionnement du compresseur délivrant la pression source. Deux types de trajectoire ont été étudiés. Le premier concerne une trajectoire avec un palier à vitesse constante durant 90 % du déplacement. Le second est une trajectoire à accélération constante puis décélération constante sans palier à vitesse constante.

La présentation du principe de suivi de trajectoire met en avant une première boucle linéarisante et une seconde boucle stabilisante. Cette dernière est commune aux deux techniques de commande qui ont été étudiées.

- La commande linéaire à gains fixes est aisée à synthétiser; par contre elle ne transforme le système en triple intégrateur qu'autour du point de linéarisation. Or, dans la plupart des cas, un suivi de trajectoire se fait sur une grande partie de la course utile du vérin. Néanmoins les résultats obtenus sont tout à fait acceptables. Pour les deux types de trajectoires étudiées, les erreurs de suivi de vitesse ne dépassent jamais 10 mm/s. Sur toute la course et pour 100 essais, le maximum de l'erreur moyenne de position est de 3.2 mm pour la trajectoire à vitesse constante et de 7.3 mm pour la trajectoire à accélération et décélération constante.
- La commande non linéaire nécessite un calcul plus complexe pour le premier bouclage, mais celui-ci permet de transformer le système en triple intégrateur sur **toute** la course. Le bouclage fait apparaître une dynamique résiduelle dont la stabilité asymptotique globale n'a pas été prouvée. Un résultat de stabilité locale est démontré, mais ce point reste un problème important à résoudre. Les inconvénients de cette commande sont donc sa complexité, la présence d'une dynamique résiduelle inobservable et également la nécessité de deux capteurs de pression afin de réaliser le bouclage linéarisant. Elle semble donc d'un point de vue économique moins avantageuse que la première solution. Par contre, ces performances sont meilleures que celles obtenues avec la commande linéaire, et ce en termes d'écart type, d'erreur moyenne et donc de répétabilité. Ces améliorations ont été quantifiées ; elles sont de l'ordre de 20 à 30%.

Des résultats présentés, il ressort un fait très intéressant concernant le phénomène de redécollage. Celui-ci a été observé systématiquement dans le cas d'une trajectoire à vitesse constante pour une commande linéaire, alors que pour la même trajectoire la commande non linéaire n'engendre aucun redécollage. Les explications avancées dans la partie précédente doivent contribuer à la maîtrise de ce phénomène. De plus nous avons mis en évidence qu'avec une trajectoire où l'accélération maximum et le jerk maximum sont diminués, **aucun** redécollage n'est apparu avec les deux types de commande. Ainsi, si le troisième chapitre propose des solutions technologiques permettant de réduire l'occurrence des redécollages dès la conception, nous proposons dans cette dernière partie une autre solution qui consisterait à définir des trajectoires qui limiteraient les risques de redécollage. Attention, il ne faut pas voir ici des trajectoires plus lentes qui engendreraient une perte de productivité. En effet, dans la

solution proposée, les mouvements ont une durée identique : c'est en augmentant la vitesse maximale et en diminuant l'accélération et le jerk maximum que nous sommes parvenus à déjouer le problème du redécollage. Bien que difficile, il nous semble possible d'élaborer une procédure qui permettrait de synthétiser une trajectoire qui limiterait, voire inhiberait, l'occurrence des redécollages.

## 5. CONCLUSIONS

Ce chapitre nous a permis de valider le modèle de simulation développé au premier chapitre et de synthétiser différentes lois de commandes à partir des modèles simplifiés développés et analysés au second chapitre.

Deux stratégies de consignes ont été étudiées.

- D'une part, des consignes point à point pour lesquelles les avantages et les inconvénients des commandes linéaires à gains fixes et à gains variables ont été discutés (cf. Conclusions au paragraphe 3.6).
- D'autre part, des consignes en suivi de trajectoire pour lesquelles les apports possibles de la commande non linéaire vis à vis d'une commande classique par retour d'état ont été mis en avant (cf. Conclusions au paragraphe 4.6).

Ainsi l'analyse des résultats expérimentaux a été effectuée avec le souci constant de permettre à l'utilisateur de pouvoir choisir une loi de commande qui réponde au mieux à un objectif donné.

Nous n'avons pas voulu charger ce document en résultats expérimentaux et courbes multiples. C'est pourquoi nous ne présentons pas de tests pour de nombreuses amplitudes de mouvement, autour de différentes origines et pour différentes masses. Néanmoins, les résultats analysés nous semblent assez complets en terme d'informations disponibles sur chaque courbe et dans chaque tableau. Il est important de noter qu'il s'agit de statistiques effectuées sur 100 essais.

Le problème de redécollage reste, dans le cas de consigne point à point, assez fréquent et semble être atténué avec la commande non linéaire ou avec des trajectoires ne comportant pas d'accélération trop importante.

Ces résultats expérimentaux esquissent l'ébauche d'explications théoriques qui restent à être démontrées.

Pour tous les essais de ce chapitre, une seule commande est calculée, les deux servo-distributeurs recevant des signaux de signe opposé. L'objectif du dernier chapitre est d'utiliser les deux

modulateurs de puissance, et donc de profiter de la présence d'une seconde commande pour contrôler une seconde sortie.

Si aucun résultat de simulation n'a été présenté en suivi de trajectoire dans ce chapitre, c'est que leur utilité nous a semblé plus importante dans le chapitre suivant, afin de comparer les commandes non linéaires possédant une ou deux entrées.

# Chapitre 5

**Commande Non Linéaire multivariable.**

**Systeme Plat  
et**

**Considérations Energétiques**



## CHAPITRE 5

# COMMANDE NON LINEAIRE MULTIVARIABLE. SYSTEME PLAT ET CONSIDERATIONS ENERGETIQUES.

L'avant propos de ce chapitre a pour but de mettre en évidence les différences que nous avons constatées entre la théorie de la platitude [Fliess *et al.* 1995] et la théorie de la commande non linéaire linéarisante [Isidori 1989] lorsqu'on désire appliquer ces techniques à la commande des systèmes réels. Pour ce faire, un avant propos présente les deux méthodes appliquées sur un exemple physique. Par la suite, et après avoir donné la définition d'un système différentiellement plat, nous appliquons cette technique au procédé électropneumatique. L'utilisation d'une seconde commande nous permet de mettre à profit le degré de liberté du système afin de contrôler une seconde sortie dans le but de diminuer la consommation énergétique.

### 1. AVANT PROPOS

Soit un réacteur chimique modélisé par le système non linéaire défini par l'équation 5.1, où les variables d'état sont homogènes à des concentrations ( $x_1, x_2$  et  $x_3 \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$ ). L'objectif est de concevoir un contrôleur stabilisant exponentiellement le système.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 - x_2 u \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \\ \dot{x}_3 = x_2 - x_1 + 2x_2(u - x_2) \end{cases} \quad (5.1)$$

#### Linéarisation entrée-sortie

Nous désirons réguler la sortie  $x_1$ . Pour ce faire, la commande non linéaire linéarisante donnée par l'équation 5.2 transforme le système précédent en une partie linéaire de dimension un, stabilisable exponentiellement, et un sous-système de dimension deux (cf. système 5.3) inobservable dont nous devons étudier la stabilité.

$$u = \frac{x_3 - w}{x_2} \quad (5.2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = w \\ \dot{x}_2 = -x_2 + \frac{x_3 - w}{x_2} \\ \dot{x}_3 = x_2 - x_1 + 2x_2 \left( \frac{x_3 - w}{x_2} - x_2 \right) \end{cases} \quad (5.3)$$

L'ensemble d'équilibre de ce système est de dimension 1 :

$$(x_1^e = a, x_2^e = a, x_3^e = a^2, w^e = 0), \quad a \in \mathfrak{R}^+ \setminus \{0\} \quad (5.4)$$

$w = -K_1(x_1 - a)$  avec  $K_1 > 0$  stabilise exponentiellement  $x_1$  autour du point d'équilibre désiré ( $x_1^e = a$ ). Mais le sous-système  $(x_2, x_3)$  se stabilise-t-il autour de ( $x_2^e = a, x_3^e = a^2$ ) ?

Il est possible de répondre à cette question en étudiant la stabilité locale au sens de la dynamique des zéros [Isidori 1989]. La relation 5.5 présente le sous-système  $(x_2, x_3)$  linéarisé autour du point d'équilibre ( $x_2^e = a, x_3^e = a^2$ ).

$$\begin{cases} \delta\ddot{x}_2 = -2\delta\dot{x}_2 + \frac{\delta\dot{x}_3}{a} - \frac{\delta w}{a} \\ \delta\ddot{x}_3 = (1 - 4a)\delta\dot{x}_2 + 2\delta\dot{x}_3 - 2\delta w \end{cases} \quad (5.5)$$

Au regard des valeurs propres de la matrice du linéarisé tangent  $\left(-\frac{1}{\sqrt{a}}; +\frac{1}{\sqrt{a}}\right)$ , il est évident que le

linéarisé tangent de la dynamique des zéros est instable. Donc le système non linéaire bouclé par la loi de commande linéarisante est instable.

**Conclusion** : Il est impossible d'utiliser la technique de linéarisation entrée sortie pour réguler  $x_1$ , car une partie du système diverge, même si  $x_1$  est stabilisé.

### **Choix d'une autre sortie**

Etudions les propriétés de la sortie  $y_1$  définie par :

$$y_1 = x_1 + \frac{x_2^2}{2} \quad (5.6)$$

Calculons les dérivées successives de  $y_1$  jusqu'à ce que la commande apparaisse, et effectuons le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} y_2 = \dot{y}_1 = x_3 - x_2^2 \\ y_3 = \ddot{y}_1 = -x_1 + x_2 \\ w = \ddot{y}_1 = -x_2 - x_3 + (1 + x_2)u \end{cases} \quad (5.7)$$

Le bouclage statique non linéaire linéarisant défini par l'équation 5.8 transforme alors le système 5.3 avec la sortie 5.6 en triple intégrateur (cf. équation 5.9).

$$u = \frac{x_2 + x_3 + w}{1 + x_2} \quad (5.8)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w \quad (5.9)$$

$x_1, x_2$  et  $x_3$  peuvent s'écrire uniquement en fonction de la sortie désirée  $y_1^d$  et de ses dérivées successives jusqu'à l'ordre 2. Sous certaines hypothèses [Martin et Petit 1997], le résultat obtenu est le suivant :

$$\begin{cases} x_1 = -(1 + \ddot{y}_1^d) + \sqrt{1 + 2(\dot{y}_1^d + \ddot{y}_1^d)} \\ x_2 = -1 + \sqrt{1 + 2(\dot{y}_1^d + \ddot{y}_1^d)} \\ x_3 = 2 + 2\dot{y}_1^d + \dot{y}_1^d + 2\ddot{y}_1^d + 2\sqrt{1 + 2(\dot{y}_1^d + \ddot{y}_1^d)} \end{cases} \quad (5.10)$$

Il est alors possible d'exprimer la commande en fonction de la trajectoire désirée et de ses dérivées jusqu'à l'ordre 3.

$$u = \frac{1 + 2\dot{y}_1^d + \dot{y}_1^d + 2\ddot{y}_1^d + 3\sqrt{1 + 2(\dot{y}_1^d + \ddot{y}_1^d)} + w}{\sqrt{1 + 2(\dot{y}_1^d + \ddot{y}_1^d)}} \quad (5.11)$$

*Ainsi, tout le comportement dynamique du système se trouve décrit par la sortie  $y_1$ , et la commande linéarisante peut être calculée uniquement à l'aide de la connaissance de la trajectoire désirée qui*



doit être au moins trois fois dérivable. Le système peut alors être linéarisé par une commande en boucle ouverte qui ne nécessite aucun capteur.

$y_1$  joue alors le rôle d'une sortie de Brunovsky (cf. système 5.9) [Kailath 1980]. Mais dans un cadre non linéaire,  $y_1$  est appelée une **sortie plate** [Fliess *et al.* 1995].

Conclusion : Un choix judicieux de la sortie permet de calculer une commande boucle ouverte du système. En ajoutant un terme de correction en boucle fermée, il est alors aisé d'assurer la stabilité exponentielle du système.

Cet exemple met en avant l'intérêt de l'approche par la platitude en terme de stabilité. Par contre il est important de noter le problème suivant. Le cahier des charges impose une trajectoire de sortie sur l'état  $x_1$  ; or l'utilisation de la platitude nous impose de contrôler  $y_1 = x_1 + \frac{x_2^2}{2}$ . Les états pouvant s'exprimer en fonction de la sortie désirée, il faut alors résoudre la première équation du système 5.10 afin de construire la sortie plate à partir des objectifs imposés. Dans ce cas nous devons alors résoudre une équation différentielle non linéaire du second ordre !

Ce problème n'existe évidemment pas si les trajectoires, imposées par le cahier des charges, sont des trajectoires concernant les sorties plates.

## 2. RAPPEL DES DEFINITIONS PRINCIPALES CONCERNANT LES SYSTEMES PLATS

**Définition : Système plat** : [Fliess *et al.* 1995]

Le système défini par  $\dot{x} = f(x, u)$ ,  $x \in \mathfrak{R}^n$ ,  $u \in \mathfrak{R}^m$  est **plat** s'il existe une application  $h : \mathfrak{R}^n \times (\mathfrak{R}^m)^{r+1} \rightarrow \mathfrak{R}^m$ , une application  $\eta : (\mathfrak{R}^m)^r \rightarrow \mathfrak{R}^n$  et une application  $\mathcal{G} : (\mathfrak{R}^m)^{r+1} \rightarrow \mathfrak{R}^m$ , telles qu'on puisse écrire :

$$y = h(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(r)})$$

$$x = \eta(y, \dot{y}, \dots, y^{(r-1)})$$

$$u = \mathcal{G}(y, \dot{y}, \dots, y^{(r-1)}, y^{(r)})$$

Ceci signifie qu'un système est plat s'il existe un vecteur de sortie tel que tous les états et toutes les entrées s'expriment à partir des sorties et de leurs dérivées successives. C'est à dire que tout le

comportement dynamique du système peut être résumé par le comportement dynamique de ses sorties plates.

Trouver une condition nécessaire et suffisante de platitude reste un problème ouvert ; il n'existe pas de méthode systématique pour construire une sortie plate.

Conséquences :

- La notion de platitude est uniquement envisageable si le système est carré. La dimension de la sortie plate est égale au nombre de commandes du système.
- Pour un système monovarié, la platitude et la "full" linéarisation par bouclage statique sont équivalentes (même si la mise en œuvre pratique est différente).
- Pour un système multivariable, la platitude et la "full" linéarisation par bouclage dynamique endogène [Martin 1992, Lévine 1999] sont équivalentes (même si la mise en œuvre pratique est différente).

Les champs d'application des systèmes plats sont multiples ; citons entre autres la commande des réacteurs chimiques [Rothfuß *et al.* 1995], la commande des moteurs [Chelouah *et al.* 1996], la commande de suspension active ou semi-active [Boichot *et al.* 1999], le pilotage automatique d'avion [Martin 1992], le pilotage de grue [Lévine *et al.* 1997]. Les applications aux systèmes mécaniques sont nombreuses [Lévine 1999].

### **3. APPLICATION DU CONCEPT DE PLATITUDE AUX SYSTEMES ELECTROPNEUMATIQUES.**

#### **3.1. INTRODUCTION**

Nous montrons dans ce troisième paragraphe l'intérêt de l'utilisation de deux servo-distributeurs trois voies à la place d'un servo-distributeur cinq voies pour la commande en position d'un axe électropneumatique. L'objectif est de mettre en évidence les avantages apportés par l'utilisation des propriétés de platitude du système en terme de planification de trajectoire, de stabilité et de gain énergétique.

La conception de vérins de grande longueur et de vérins simple effet sont les principales raisons de l'apparition des modulateurs électropneumatiques à trois voies. Dans tous les tests présentés auparavant, les deux servo-distributeurs sont alimentés par la même source de pression et commandés par deux tensions en opposition de signe ; cette configuration est, si on suppose les composants identiques et symétriques, équivalente à un servo-distributeur cinq voies.

Une commande est suffisante pour suivre les objectifs définis par les utilisateurs qui désirent asservir l'axe en position. Cependant il semble intéressant d'utiliser les deux commandes indépendamment, en se fixant une seconde consigne déduite d'un second objectif, et ceci sans dégrader les performances de suivi de trajectoire

Le choix de cette nouvelle sortie a été motivé par l'aspect financier des asservissements des systèmes à fluide sous pression. Nous avons décidé d'essayer de réduire la quantité d'énergie délivrée par la source de pression. Cette solution, déjà envisagée dans les actionneurs électriques (moteur asynchrone) [Canudas et Seleme 1997], est nouvelle dans le domaine du "Fluid Power". En effet, récemment Bachmann et Surgenor [Bachmann et Surgenor 1997] ont proposé de modifier la structure du système par l'ajout d'un réservoir de stockage. Dans la solution que nous proposons, les gains énergétiques sont obtenus sans modifier le procédé et donc sans coût matériel. L'utilisation du degré de liberté du système permet de satisfaire conjointement le suivi de trajectoire de position et de diminuer la consommation d'énergie à la source. Cette nouvelle loi de commande [Brun et Thomasset 1999c] est développée selon la théorie des systèmes plats ; les résultats obtenus en simulation sont comparés avec ceux issus de la théorie de la commande non linéaire linéarisante mono-entrée (cf. chapitre 4).

### 3.2. CONSIDERATIONS ENERGETIQUES

Le premier principe de la thermodynamique exprime que la variation de l'énergie totale du fluide contenu dans un domaine est égale à la somme du travail des forces extérieures au domaine et de la quantité de chaleur échangée avec l'extérieur. Comme nous l'avons écrit au premier chapitre dans le paragraphe 3.3.3, le **premier principe de la thermodynamique pour les systèmes ouverts** peut être écrit sous la forme suivante :

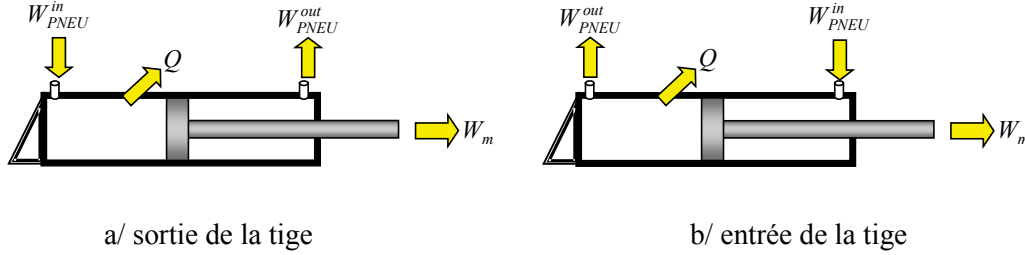
$$\underbrace{\frac{dU}{dt}}_{\text{énergie interne}} = \underbrace{\frac{dW_m}{dt}}_{\text{travail machine}} + \underbrace{h_{in}q_{m_{in}} - h_{out}q_{m_{out}}}_{\text{flux d'enthalpie totale}} + \underbrace{\frac{\delta Q}{dt}}_{\text{échange thermique}} \quad (5.12)$$

A la fin de chaque cycle, l'équilibre complet est atteint : la valeur des pressions, températures et volumes initiaux et finaux dans chaque chambre sont égaux. Ainsi, les variations d'énergie interne sont nulles.

En intégrant l'équation 5.12 sur un cycle de fonctionnement de durée  $T_{cycle}$ , nous obtenons le résultat suivant :

$$W_{PNEU}^{in} = W_{PNEU}^{out} - W_m - Q \quad (5.13)$$

L'énergie pneumatique délivrée par la source (notée  $W_{PNEU}^{in}$  et définie par l'équation 5.15), se transforme en travail mécanique (noté  $W_m$  et défini par l'équation 5.17) est perdue par convection à travers les parois (énergie calorifique, notée  $Q$  et définie par l'équation 5.18) et est également perdue dans l'atmosphère ( $W_{PNEU}^{out}$  définie par l'équation 5.16) comme le montre la figure 5.1 et comme le résume l'équation 5.13.



**Figure 5.1:** Transferts énergétiques lors d'un cycle de fonctionnement.

Les débits enthalpiques entrant et sortant des chambres P et N sont définis par :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{P_{in}}(t) = q_{mP}(t) c_p T_S \\ H_{N_{in}}(t) = q_{mN}(t) c_p T_S \end{array} \right\} \text{ débits enthalpiques délivrés par la source} \quad (5.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{P_{out}}(t) = q_{mP}(t) c_p T_P(t) \\ H_{N_{out}}(t) = q_{mN}(t) c_p T_N(t) \end{array} \right\} \text{ débits enthalpiques sortant des chambres de l'actionneur}$$

$$W_{PNEU}^{in} = \int_0^{T_{cycle}} h_{in} q_{m_{in}} dt = \int_0^{T_{cycle}} [H_{P_{in}}(t) + H_{N_{in}}(t)] dt \quad (5.15)$$

$$W_{PNEU}^{out} = \int_0^{T_{cycle}} h_{out} q_{m_{out}} dt = \int_0^{T_{cycle}} [H_{P_{out}}(t) + H_{N_{out}}(t)] dt \quad (5.16)$$

$$W_m = - \int_0^{T_{cycle}} [F(t) \cdot v(t)] dt \quad \text{avec} \quad F(t) = S_P p_P(t) - S_N p_N(t) - b v(t) - F_f - F_{ext} \quad (5.17)$$

$$Q = Q_P + Q_N \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_P = \lambda \int_0^{T_{cycle}} S_{cP}(t) (T_c - T_P(t)) dt \\ Q_N = \lambda \int_0^{T_{cycle}} S_{cN}(t) (T_c - T_N(t)) dt \end{array} \right. \quad (5.18)$$

$\lambda$  : coefficient de transfert thermique par convection entre le gaz et la paroi (les échanges de chaleur par rayonnement et la capacité thermique des parois de la chambre sont négligés),

$S_{cX}$  : aire totale intérieure de la chambre X (avec X=P ou X=N) correspondant à la surface d'échange entre le gaz et les parois de la chambre.

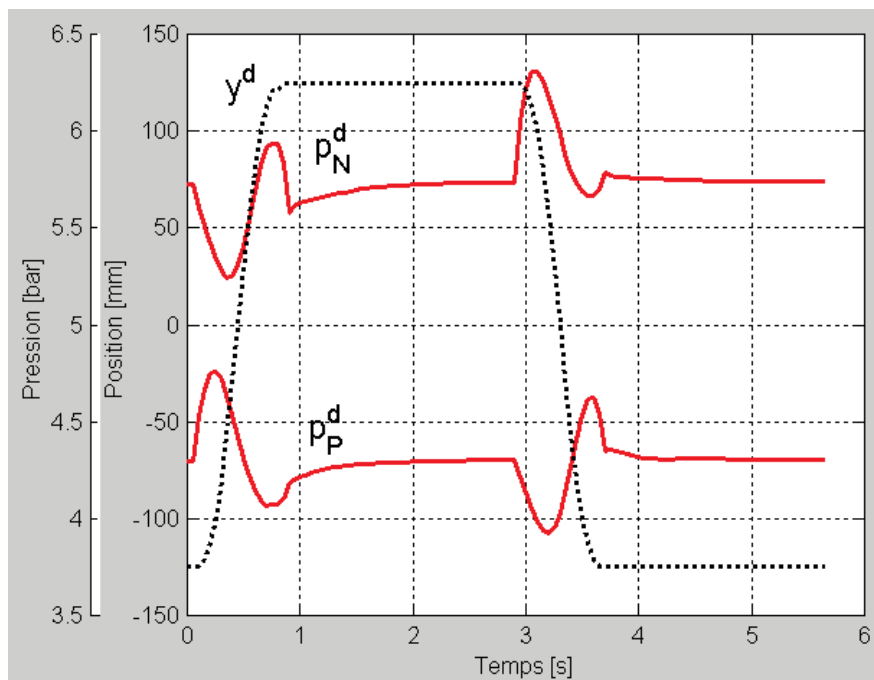
$T_c$  : température des parois de la chambre, supposée constante (inertie thermique importante des parois).

### 3.3. PLANIFICATION DE TRAJECTOIRES

De façon idéale, le problème de l'optimisation de la consommation énergétique devrait être posé sous la forme d'un critère à optimiser, ceci dans le but de générer les trajectoires à dépense d'énergie minimale [Roussel 1998].

Nous proposons ici une solution sous-optimale qui consiste à choisir les trajectoires de la sortie plate et de vérifier a posteriori l'intérêt énergétique de ce choix [Brun *et al.* 1999b].

Notre approche repose sur l'observation de l'évolution des pressions dans chaque chambre, obtenue avec une stratégie de commande mono-entrée, lors d'un cycle de fonctionnement. La figure 5.2 met en évidence que pour sortir la tige du vérin ( $0 \leq t \leq 1$  s) les pressions dans les deux chambres oscillent autour des pressions d'équilibre. Ceci signifie, pour la chambre P par exemple, qu'une quantité importante d'énergie est apportée par la source vers la chambre pour être perdue vers l'échappement lors de la décélération. De plus, les pressions moyennes de fonctionnement sont assez importantes, ce qui signifie qu'une partie de l'énergie est utilisée à comprimer l'air plutôt qu'à assurer le déplacement du piston.



**Figure 5.2:** Evolution des pressions pour une trajectoire de position fixée. Résultat obtenu avec une seule commande (non linéaire linéarisante et stabilisante).

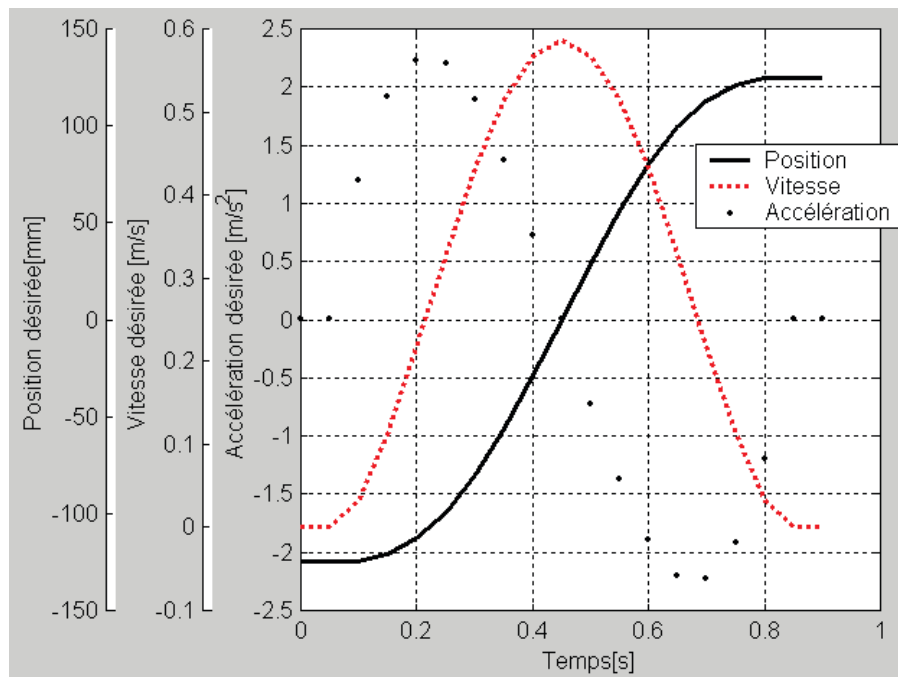
Fort de cette constatation, nous avons décidé, pour la même trajectoire de position, d'imposer une trajectoire de pression dans la chambre P avec un profil moins oscillant, et une valeur moyenne plus faible [Salama 1998]. La trajectoire de position fixe la trajectoire d'accélération désirée, et donc la

trajectoire en différence de pression. Ainsi pour une trajectoire de pression et une trajectoire de position désirée, la trajectoire de pression dans l'autre chambre peut être reconstruite (cf.  $p_N^{rec}$  dans l'équation 5.19). Ce résultat est très utile pour vérifier si les trajectoires retenues n'entraînent pas des pressions théoriques en dehors du domaine physique.

$$p_N^{rec} = \frac{1}{S_N} (S_P p_P^d - b_v v^d - F_f - F_{ext} - m a^d) \quad (5.19)$$

Notre objectif est donc le suivant : pour une trajectoire de position fixée (au moins trois fois dérivable), nous définissons une trajectoire de pression (au moins une fois dérivable), afin de réduire la consommation énergétique.

Le passage d'un point d'équilibre à un autre se fait par la connaissance des conditions initiales et finales des trajectoires. Ainsi la trajectoire de position peut être définie par un polynôme du 5<sup>ème</sup> degré et la trajectoire de pression par un polynôme du 3<sup>ème</sup> degré. Les tests sont effectués sur un aller-retour, les trajectoires sont symétriques, la durée totale du cycle est de 5.6 secondes. Lors de la sortie de la tige la durée du mouvement est de 0.8 seconde (cf. figure 5.3); il en est de même pour l'entrée de la tige. Les deux phases statiques sont de durée identique (2.0 secondes)



**Figure 5.3:** Trajectoire de mouvement désiré lors de la sortie de la tige.

L'évolution de la pression  $p_p^d$  est représentée par la figure 5.4 qui met également en évidence le fait que la pression  $p_N^{res}$  reste à l'intérieur du domaine physique.

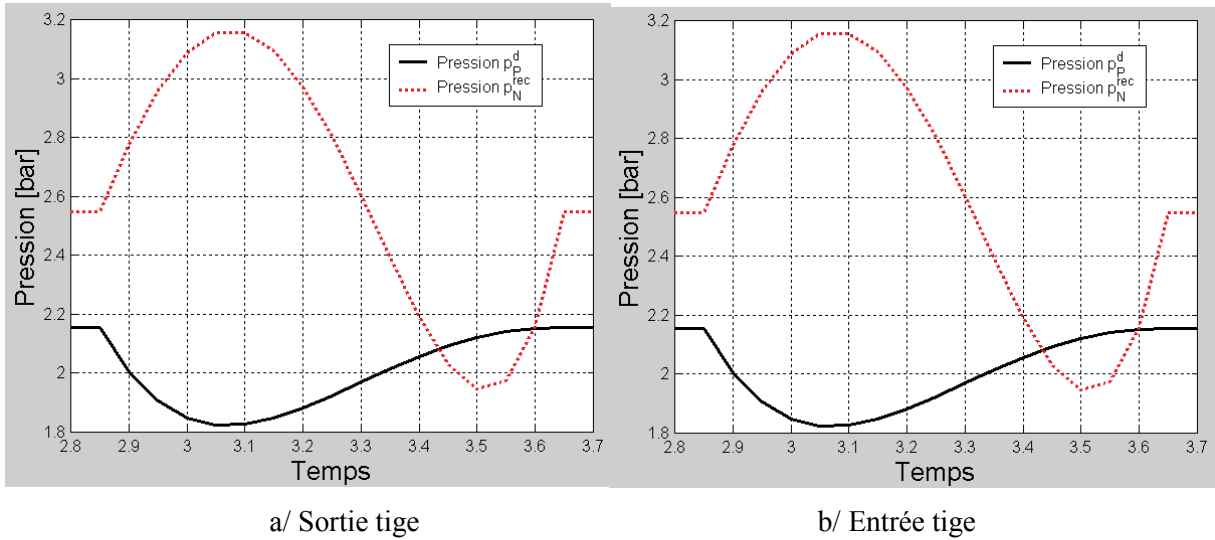


Figure 5.4: Trajectoire de pression désirée  $p_p^d$  et reconstruite  $p_N^{rec}$ .

### 3.4. SYNTHÈSE DE LA COMMANDE NON LINÉAIRE MULTIVARIABLE

La pression dans la chambre P et la position sont des sorties plates. En effet, la somme des indices caractéristiques associés à  $p_p$  et  $y$ , respectivement égaux à un et trois, est égale à la dimension du système défini par la relation 5.20. Cette condition est suffisante pour affirmer que ce modèle est différentiellement plat.

$$\begin{cases} \frac{dp_p}{dt} = \frac{krT_s}{V_P(y)} \left[ \varphi(p_p) - \frac{S_P}{rT_s} p_p v \right] + \frac{krT_s}{V_P(y)} \psi(p_p, \text{sgn}(\Gamma(u_p))) \times \Gamma(u_p) \\ \frac{dp_N}{dt} = \frac{krT_s}{V_N(y)} \left[ \varphi(p_N) + \frac{S_N}{rT_s} p_N v \right] - \frac{krT_s}{V_N(y)} \psi(p_N, \text{sgn}(-\Gamma(u_N))) \times \Gamma(u_N) \\ \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{M} \left[ S_P p_P - S_N p_N - b \frac{dy}{dt} - F_{ext} \right] \end{cases} \quad (5.20)$$

D'après la définition de la platitude, les commandes  $u_p$  et  $u_N$  peuvent s'exprimer uniquement en fonction des sorties plates et de leurs dérivées successives ; elles sont donc obtenues à partir des trajectoires de référence sans intégration (cf. relation 5.21 où  $p_N^{rec}$  est obtenu d'après l'équation 5.19)

$$\left\{ \begin{array}{l} u_P = \Gamma^{-1} \left[ \frac{\frac{S_P}{rT_S} p_P^d v^d - \varphi(p_P^d)}{\psi(p_P^d, \text{sgn}(U_P))} + \frac{\frac{V_P(y^d)}{krT_S}}{\psi(p_P^d, \text{sgn}(U_P))} w_1 \right] \\ u_N = \Gamma^{-1} \left[ -\frac{\frac{S_N}{rT_S} p_N^{rec} v^d + \varphi(p_N^{rec}) + \frac{V_N(y^d)}{krT_S} \frac{b}{S_N} a^d}{\psi(p_N^{rec}, \text{sgn}(U_N))} + \frac{\frac{V_N(y^d)}{krT_S}}{\psi(p_N^{rec}, \text{sgn}(U_N))} \left( -\frac{S_P}{S_N} w_1 + \frac{M}{S_N} w_2 \right) \right] \end{array} \right. \quad (5.21)$$

En appliquant ces commandes en boucle ouverte, le système est découplé (cf. relation 5.22). Nous obtenons un premier sous-système équivalent à un intégrateur associé à la pression, et un second sous-système équivalent à un triple intégrateur associé à la position. Ces deux sous-systèmes sont tous les deux stabilisables par retour d'erreur (cf. relation 5.23). Contrairement à la commande monovariante, il est évident que ce système bouclé est **globalement asymptotiquement stable** sur le domaine physique.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_P}{dt} = w_1 \\ \frac{dy}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = a \\ \frac{da}{dt} = w_2 \end{array} \right. \quad (5.22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1 = \frac{dp_P^d}{dt} - K_{p_P} (p_P - p_P^d) \\ w_2 = j^d - K_a (a - a^d) - K_v (v - v^d) - K_y (y - y^d) \end{array} \right. \quad (5.23)$$

La schéma bloc de la figure 5.5 résume le principe de la commande multivariable.



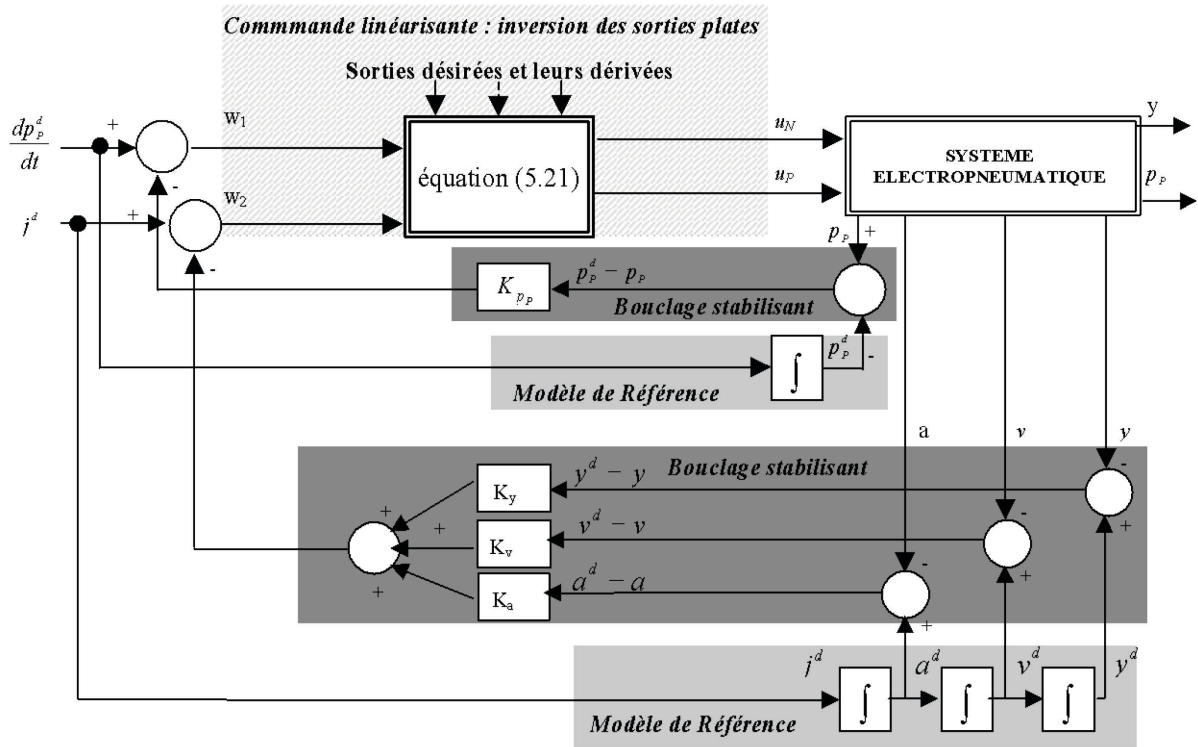


Figure 5.5: Mise en œuvre du concept de platitude et planification de trajectoire.

### 3.5. RESULTATS DE SIMULATION : COMPARAISONS COMMANDE NON LINEAIRE MONOVARIABLE ET MULTIVARIABLE

Les deux lois de commandes ont été comparées en simulation avec le logiciel AMESim (cf. figure 5.6).

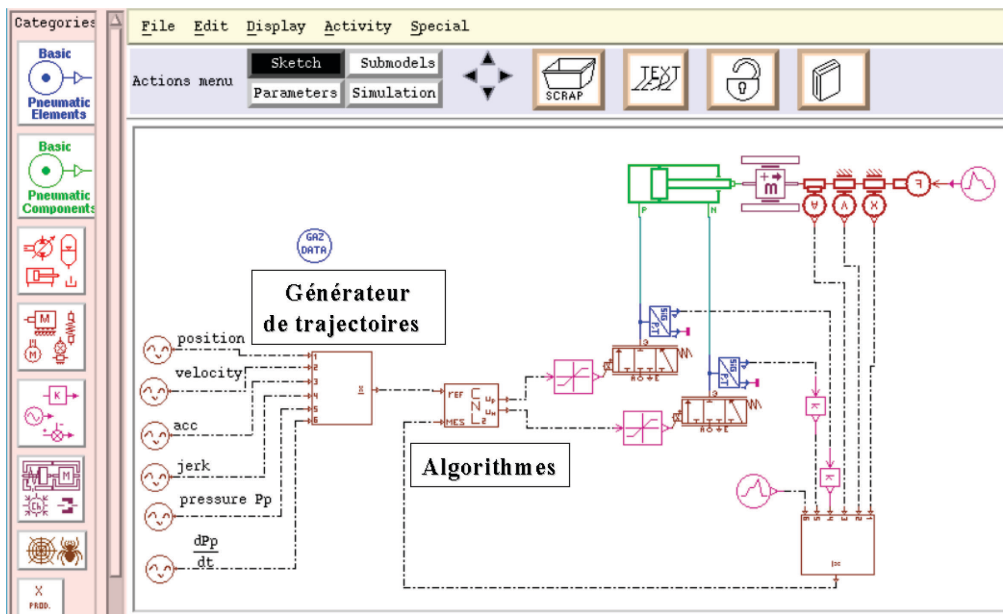
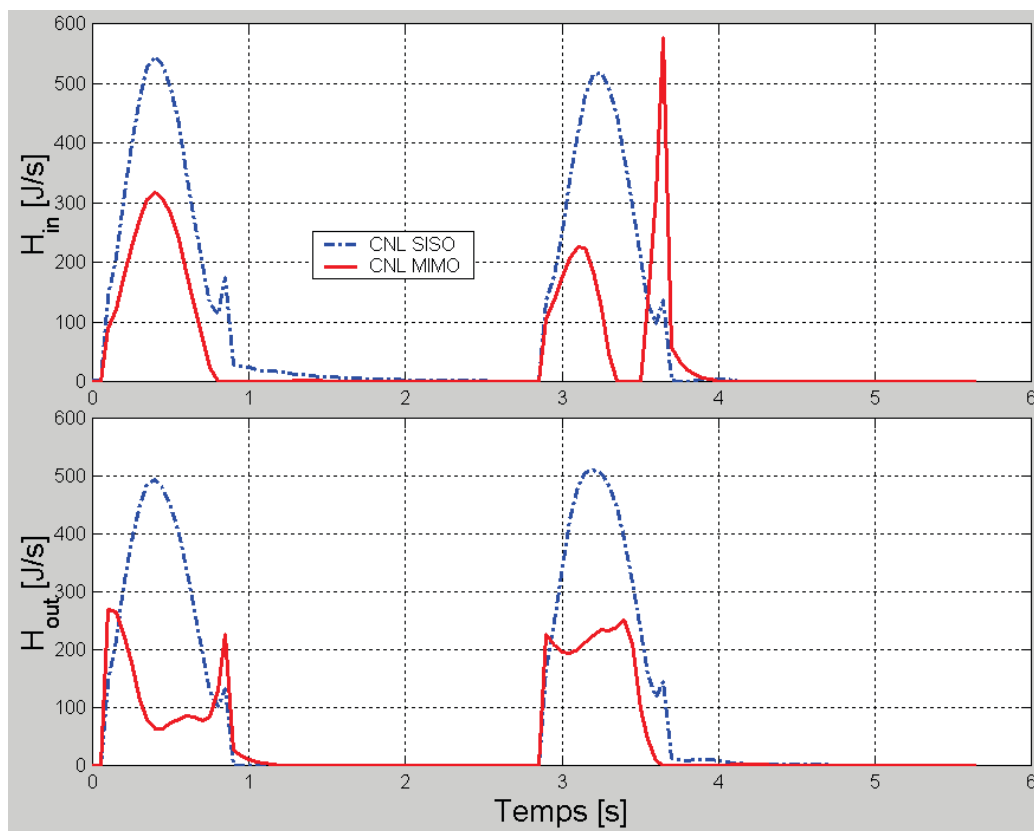


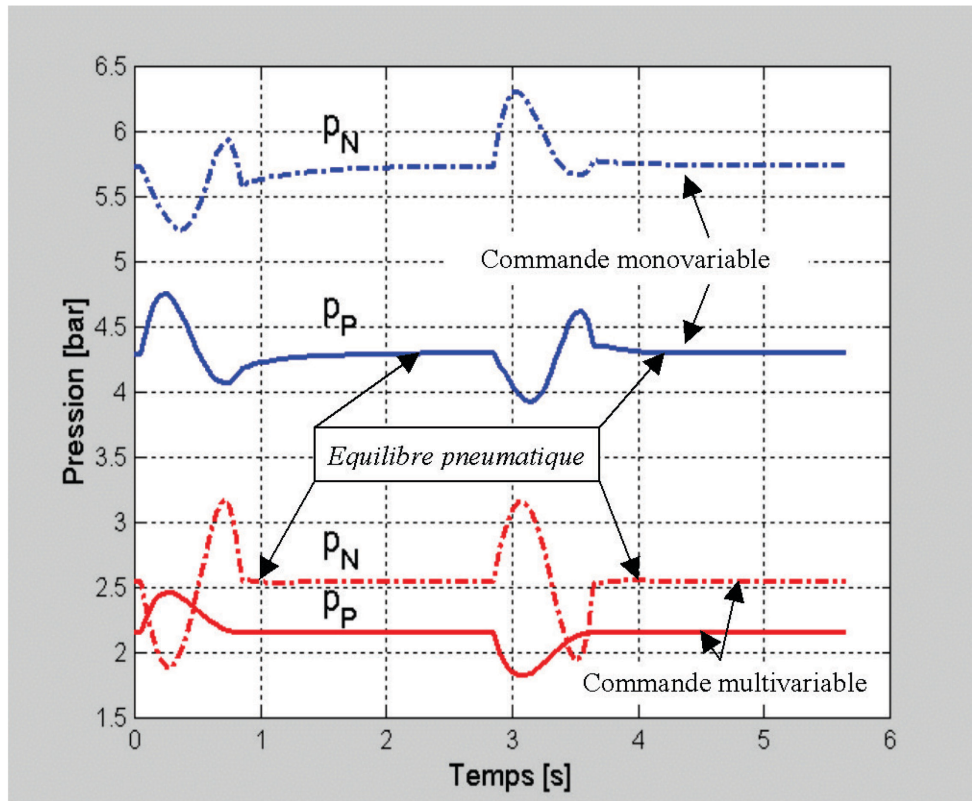
Figure 5.6: Modèle de simulation des commandes non linéaires monovarsiable et multivariable.

Le premier résultat intéressant concerne l'évolution du débit enthalpique délivré par la source. La figure 5.7 met en avant les résultats obtenus avec les deux types de commandes. D'après l'équation 5.15, en intégrant les débits enthalpiques sur tout le cycle de fonctionnement, nous obtenons la quantité d'énergie que délivre la source pour assurer le mouvement. Les résultats de ces intégrations mettent en évidence le net avantage de la commande multivariable, qui entraîne une économie d'énergie de **50 %**. En effet, avec une commande, la source débite 530 J, alors que 265 J suffisent pour déplacer la même masse sur la même trajectoire de position avec deux servodistributeurs commandés séparément. Le fait de réduire les pressions de fonctionnement (cf. figure 5.8) entraîne donc un gain énergétique important.

Ces résultats encourageants peuvent être améliorés. Le rendement énergétique, que nous définissons comme le rapport entre le travail mécanique et l'énergie délivrée par la source, est, dans le cas d'actionneur électropneumatique, très faible. Bachman et Surgenor [Bachman et Surgenor 1997] obtiennent un rendement de l'ordre de 9.4 %, en considérant le procédé adiabatique. Dans notre étude, où nous avons tenu compte des pertes par convection, les rendements obtenus avec une ou deux commandes sont respectivement de 3.7 % et de 7.4 %. Ces deux chiffres montrent l'importance des travaux qui restent à effectuer ainsi que l'intérêt financier que présente cette nouvelle stratégie.



**Figure 5.7:** Evolution temporelle du débit enthalpique délivré par la source  $H_{in}$  et du débit enthalpique sortant de l'actionneur vers l'échappement  $H_{out}$ .

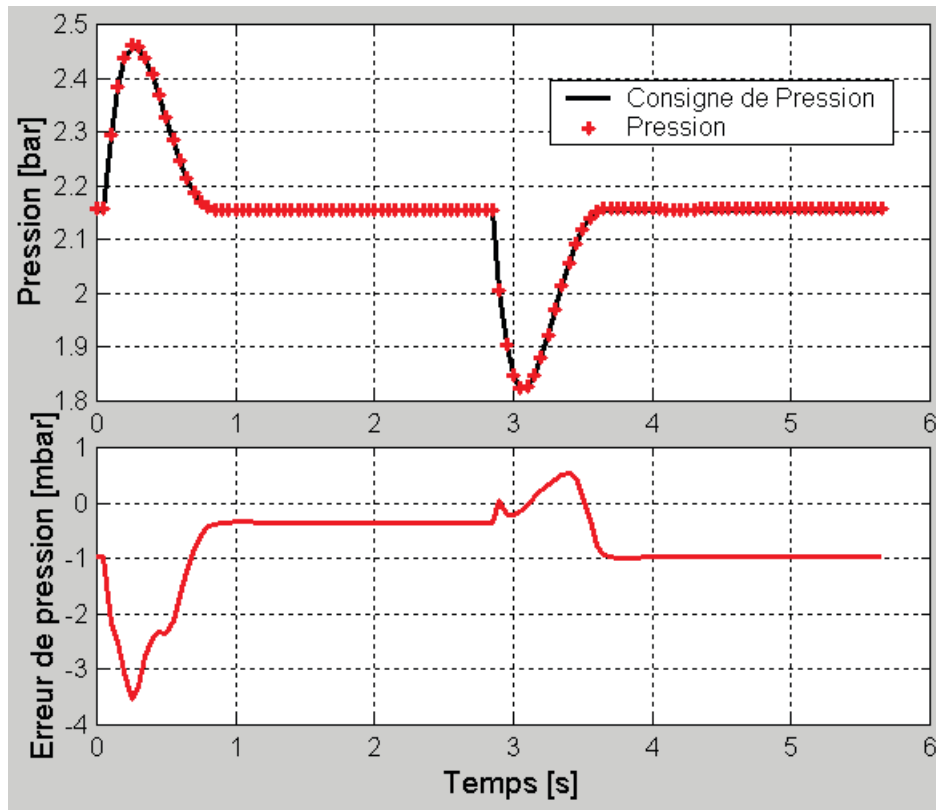


**Figure 5.8:** Evolution temporelle des pressions dans les deux chambres avec la commande monovariante et avec la commande multivariable.

La figure 5.8 montre également que la trajectoire de pression imposée est admissible dans le sens où elle entraîne une pression dans la chambre N comprise entre la pression atmosphérique et la pression source. De plus, il est intéressant de noter que la phase d'équilibre partiel, due à la structure parallèle du système, est plus courte avec la commande multivariable, ce qui peut être une solution envisageable pour **limiter les problèmes de redécollage** étudiés au troisième chapitre.

Le fait de commander la pression dans une chambre permet de la stabiliser rapidement autour de sa valeur d'équilibre; néanmoins, la pression dans l'autre chambre peut continuer à évoluer. Ainsi, d'un point de vue théorique, il est évident que la commande multivariable n'inhibe pas les problèmes de redécollage. Par contre, ces premiers résultats mettent en évidence que deux servo-distributeurs commandés séparément peuvent diminuer les apparitions du phénomène de redécollage.

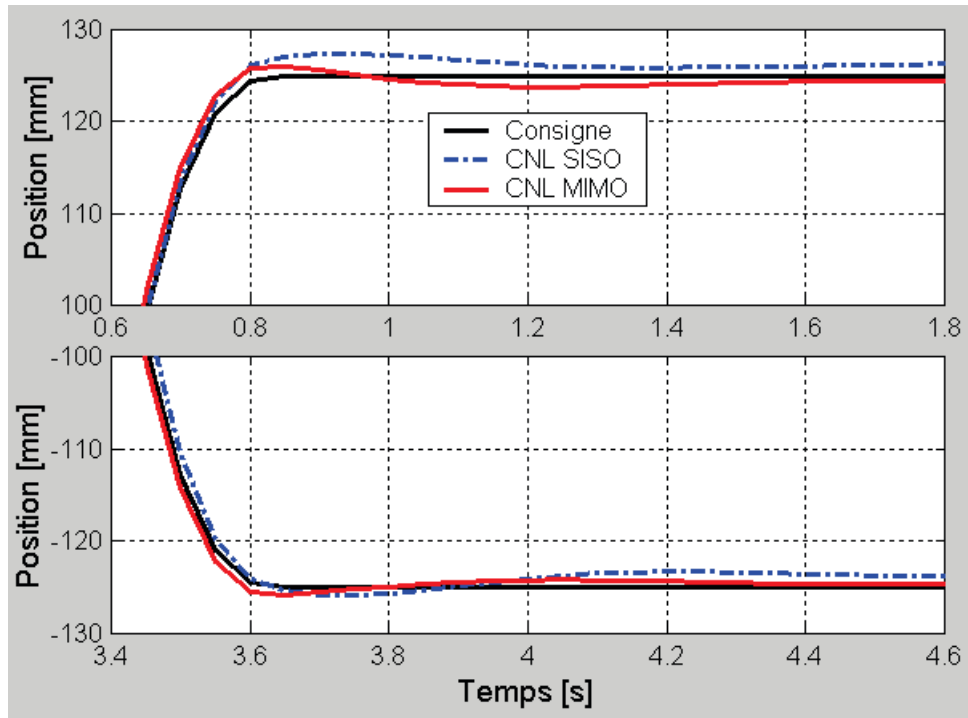
D'après les résultats de simulation, la figure 5.9 montre que le suivi de la trajectoire de pression est assuré avec une erreur maximale inférieure à 4 mbar



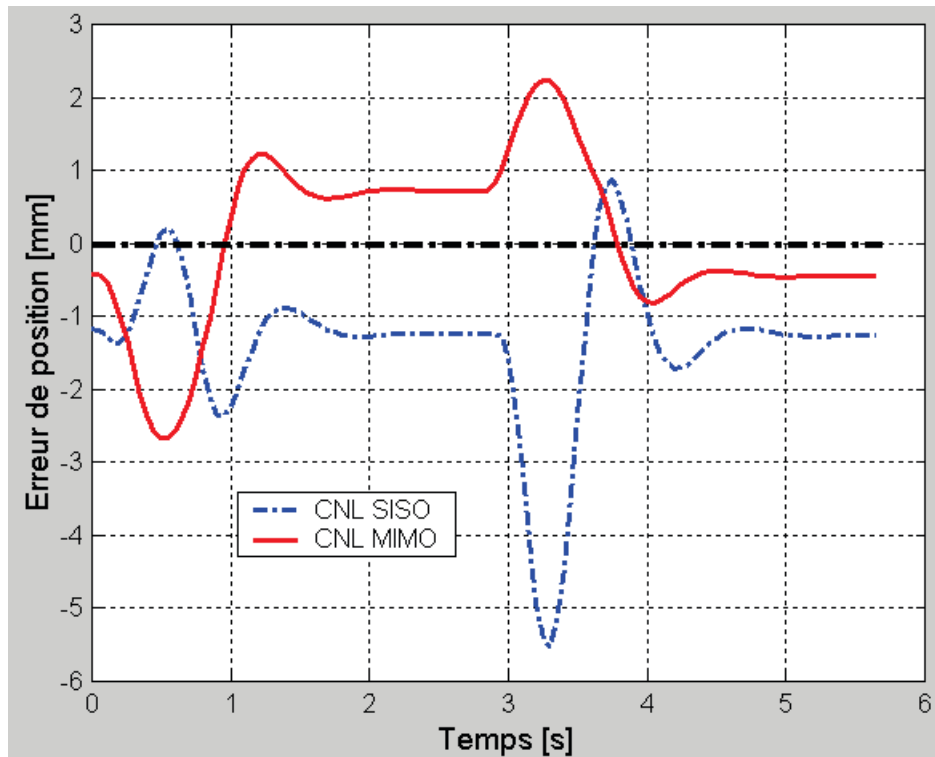
**Figure 5.9:** Evolution temporelle de pression dans la chambre  $P$  avec la commande multi variable.

Il est intéressant de remarquer que les résultats obtenus en suivi de position sont meilleurs avec la commande multivariable (cf. figures 5.10 et 5.11). Ceci peut s'expliquer en analysant les erreurs effectuées lors de l'approximation des caractéristiques de débit massique (cf. paragraphe 4.2 du second chapitre), ainsi qu'au vu de l'évolution des commandes présentées par la figure 5.13. Les plages de fonctionnement des commandes et des pressions sont différentes suivant la stratégie de commande adoptée.

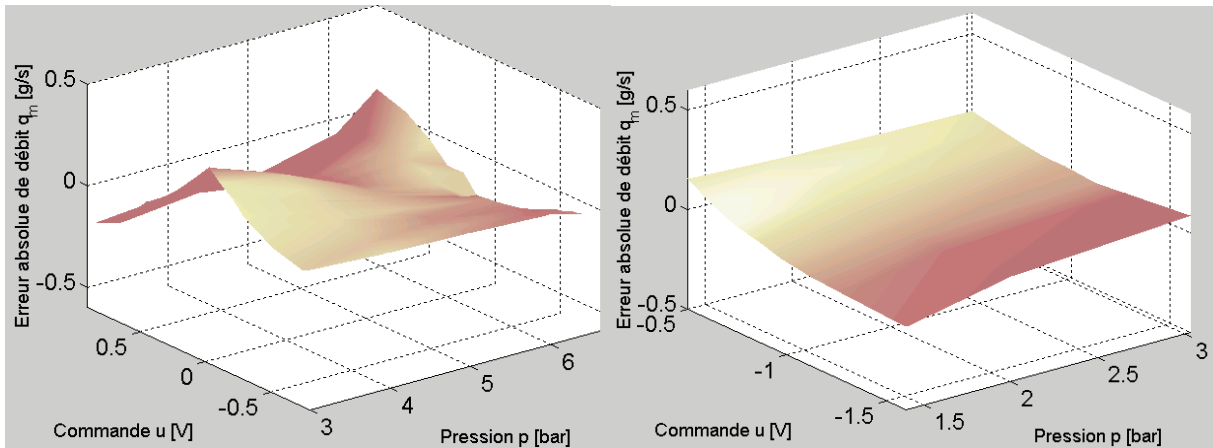
Les figures 5.12 a et b montrent que les erreurs d'approximations sont moins importantes avec la trajectoire de pression choisie pour la commande multivariable. Ce résultat peut être amélioré si, pour planifier la trajectoire de pression, nous prenons en compte un critère qui assurerait un fonctionnement dans la plage de pressions et de commandes où l'erreur sur le débit massique est minimum.



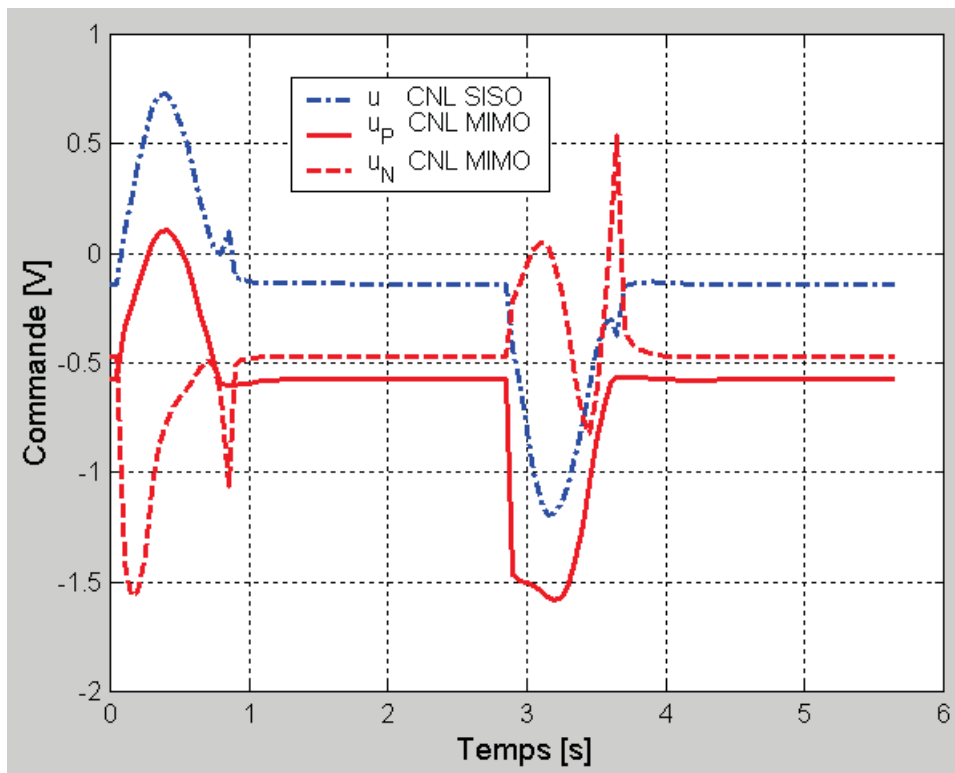
**Figure 5.10:** Evolution temporelle de la position avec la commande monovariante et avec la commande multivariable



**Figure 5.11:** Evolution temporelle des erreurs de suivi de position avec la commande monovariante et avec la commande multivariable.

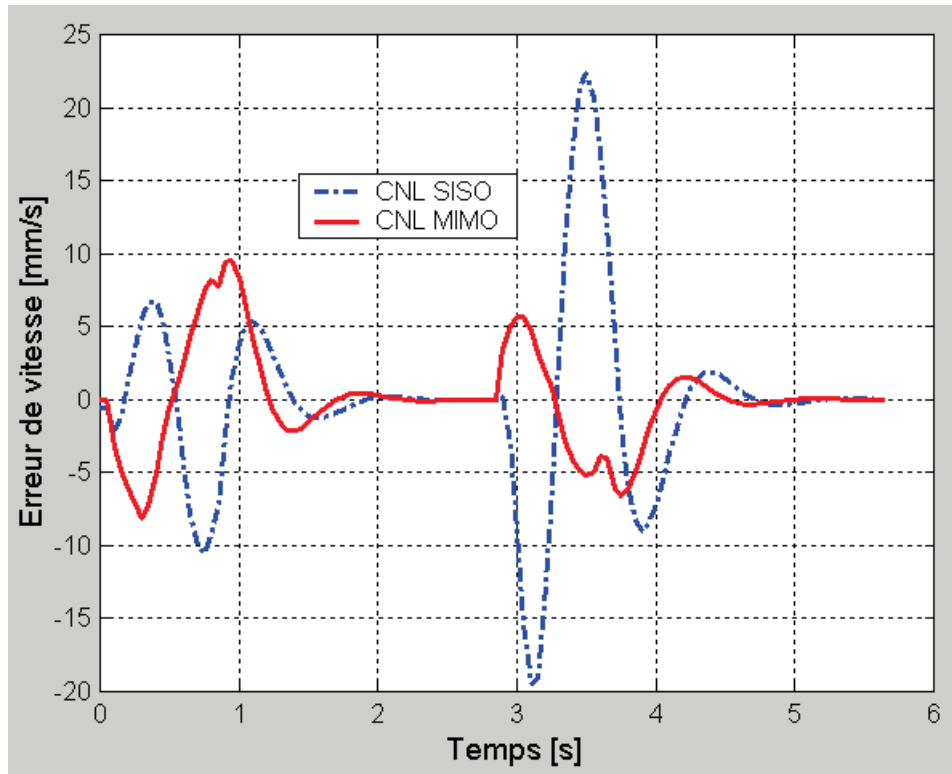


a/ Zone de fonctionnement avec une commande    b/ Zone de fonctionnement avec deux commandes  
**Figure 5.12:** Erreurs de débits engendrées par les approximations polynomiales.



**Figure 5.13:** Comparaison des commandes monovariante et multivariable.

La figure 5.14 fait apparaître que les erreurs de suivi de vitesse sont également diminuées avec l'utilisation de deux commandes.



**Figure 5.14:** Evolution temporelle des erreurs de suivi de vitesse avec la commande monovariante et avec la commande multivariable.

Le tableau 5.1 résume les améliorations apportées par la commande multivariable en terme d'erreur de suivi de position et de vitesse. Les symboles sont définis comme suit :

$\bar{\varepsilon}_y$  et  $\bar{\varepsilon}_v$  représentent respectivement l'erreur moyenne de suivi de position et de suivi de vitesse ;

$\varepsilon_y^{\max}$  et  $\varepsilon_v^{\max}$  représentent respectivement l'erreur maximum de suivi de position et de suivi de vitesse ;

$\Delta\varepsilon_y^{\max}$  et  $\Delta\varepsilon_v^{\max}$  représentent respectivement l'écart entre l'erreur maximum positive et négative de position et de vitesse.

	Erreur de suivi de position			Erreur de suivi de vitesse		
	$\bar{\varepsilon}_y$ [mm]	$\varepsilon_y^{\max}$ [mm]	$\Delta\varepsilon_y^{\max}$ [mm]	$\bar{\varepsilon}_v$ [mm/s]	$\varepsilon_v^{\max}$ [mm/s]	$\Delta\varepsilon_v^{\max}$ [mm/s]
CNL SISO	<b>1.43</b>	-5.51 à 0.87	6.37	<b>3.7</b>	-19.5 à 22.4	41.9
CNL MIMO	<b>0.92</b>	-2.67 à 2.24	4.91	<b>2.1</b>	-8.1 à 9.5	17.6
<b>Améliorations</b>	<b>36 %</b>			<b>41 %</b>		

**Tableau 5.1:** Améliorations en suivi de position et de vitesse.

## 4. CONCLUSIONS

A l'heure actuelle, les rendements énergétiques des axes électropneumatiques sont très faibles. Ce chapitre montre qu'il est possible de diminuer considérablement les consommations énergétiques au niveau de la source. La planification de trajectoire présente un intérêt évident en terme de stabilité et permet également des gains énergétiques de l'ordre de 50 %. Ceci est réalisé sans dégrader les performances de suivi de position et de vitesse. Au contraire, un choix judicieux de la trajectoire de position permet de diminuer les erreurs de suivi.

Ces premiers résultats doivent maintenant encourager l'étude du choix de la trajectoire optimale de la seconde sortie permettant de minimiser un critère énergétique. De plus, il semble nécessaire d'étudier l'effet des frottements et l'influence du choix de la nouvelle trajectoire sur la raideur du système avant d'implanter cette nouvelle loi de commande expérimentalement.

La platitude est dans notre cas une "re-formulation" de la "full" linéarisation proposée par Isidori [Isidori 1989]. Cependant, le grand intérêt de cette approche est dû à la commande boucle ouverte découplante et linéarisante, qui, de plus, permet pour une trajectoire donnée, de vérifier si le servo-distributeur est correctement dimensionné. L'aspect financier très important que présente cette commande multivariable concerne également l'économie d'un capteur de pression par rapport à la commande non linéaire linéarisante monovariable.

Récemment une démarche similaire à la notre a été effectuée pour la commande en position d'actionneur électrohydraulique [Bindel et al 1999]. Dans ces travaux il est aussi question de piloter les deux chambres de l'actionneur par deux servo-distributeurs afin d'assurer le déplacement imposé par le cahier des charges, et ce tout en pilotant une pression dans une chambre dans le but de réduire sa valeur moyenne et donc de réduire la consommation énergétique. Aucun chiffrage concernant les résultats obtenus en hydraulique n'est donné, mais il est certain qu'une diminution semblable à celle que nous obtenons en pneumatique (en simulation) assurerait un gain économique très encourageant pour le développement de cette nouvelle stratégie.



## **CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES**

L'élaboration d'un modèle de simulation issue des lois de la thermodynamique et de la mécanique nous a permis de développer des modèles de commandes afin de synthétiser différentes lois de commandes linéaires et non linéaires que nous avons appliquées sur un procédé électropneumatique.

Lors de la modélisation du procédé électropneumatique, les difficultés rencontrées concernent essentiellement les non linéarités dues à la représentation du débit massique délivré par le servodistributeur, la représentation de l'évolution de la pression dans une chambre à volume variable, ainsi que la modélisation des frottements secs. Concernant ce dernier point, une étude approfondie théorique et expérimentale a débouché sur un modèle de frottement qualitatif, à cinq paramètres. De façon quantitative, la valeur de ces coefficients n'a pu être fixée du fait de la non répétabilité des mesures. Ce point complique l'étude du problème du redécollage effectuée au troisième chapitre. Néanmoins, nous sommes parvenus à démontrer des conditions nécessaires et suffisantes de non redécollage d'un vérin électropneumatique simple ou double effet. Ce phénomène étant aujourd'hui compris, nous devons maintenant étudier les possibilités qui permettraient par la commande d'inhiber cet effet indésirable. Si, parmi les résultats obtenus, c'est la commande non linéaire qui présente sur ce point les meilleurs résultats, il semble envisageable de proposer une structure de commande encore plus efficace.

Le "benchmark" industriel proposé nous a permis, à partir d'un nombre d'essais expérimentaux statistiquement représentatif, de comparer des lois de commandes linéaires par placement de pôles, à gains fixes et à gains variables en point à point, ainsi qu'une commande non linéaire linéarisante avec une commande linéaire classique en suivi de trajectoire. Le tableau qui suit résume les résultats obtenus; il est un élément de réponse important à la question vue en introduction et posée par les industriels : "Etant donné un dispositif et un cahier des charges, quelle méthode de commande utiliser?". Ainsi selon les objectifs à atteindre, l'utilisateur peut choisir la loi de commande qui présentera le meilleur compromis performance / difficultés de réglage.

Ce tableau ne concerne qu'un échantillon des lois de commande existant à l'heure actuelle; il peut être vu comme un point de départ pour répondre à la question posée, à charge aux spécialistes des différents types de commandes de le compléter et de venir ajouter des colonnes présentant les résultats obtenus avec des commandes par mode de glissement, adaptatives, floues, basées sur des réseaux de neurones, de type  $H_\infty$ ...

Nos résultats mettent en avant les bonnes performances des lois de commandes sophistiquées, qui ne sont pas les plus aisées à mettre en œuvre. Leur utilisation pourrait être retenue pour les tâches demandant une très grande précision.

Type de consigne	Point à point		Suivi de trajectoire	
Type de commande	Retour d'état à gains fixes	Retour d'état à gains variables	Bouclage linéaire + bouclage stabilisant	Bouclage non linéaire + bouclage stabilisant
Erreur statique	+	++	+	+
Erreur de suivi de position	X		+	++
Erreur de suivi de vitesse			++	++
Temps de réponse autour de la position centrale	+	+	X	
Temps de réponse proche des extrémités	+	+++		
Vitesse maximale	+	++		
Ecart type	+	+++	+	++
Redécollage	--	-	--	+
Nombre de capteur	1*	1*	1*	1*+2**
Complexité à synthétiser	++	-	+	--
Complexité à régler	++	-	+	-

**Tableau :** Aide à la décision d'une stratégie de commande.

De nos jours, et de plus en plus, les industriels ont pour principal objectif d'augmenter le rapport performances / investissements. La solution retenue consiste très souvent à diminuer l'investissement sans détériorer les performances. La dernière loi de commande que nous avons présentée a été développée dans cet esprit. En effet, nous avons montré qu'à partir d'une commande multivariable synthétisée selon le concept des systèmes différentiellement plats, il est envisageable de diminuer la consommation énergétique tout en conservant les mêmes performances de suivi, voire même en les améliorant. Les résultats de simulation obtenus dans ce cas doivent encourager le développement de travaux dans cet axe de recherche.

\* Un capteur de position; la vitesse et l'accélération sont obtenues par dérivation analogique et/ou numérique.

\*\* Deux capteurs de pression.

Un effort très important doit être effectué aujourd'hui pour synthétiser les lois de commandes afin d'obtenir des paramètres de réglage "haut niveau" directement liés à la physique du système. L'idéal serait que les paramètres de synthèse d'une loi de commande permettent à un personnel connaissant généralement bien le comportement du procédé mais non spécialiste de l'Automatique de régler indépendamment les performances du système bouclé. Alors les procédures de mise en œuvre et surtout de maintenance seront simplifiées, et le développement industriel d'une telle loi de commande pourra être envisagé de façon optimiste.

## BIBLIOGRAPHIE

**ANDERSEN, B.W.** *The analysis and design of pneumatic systems*. New-York : John Wiley and Sons, 1967, 302 p.

**ARAKI, K.** *Effects of valve configuration on a pneumatic servo*. In: 6th International Fluid Power Symposium, Cambridge, Paper F2, 1981, p 271-290.

**ARMSTRONG-HELOUVRY, B.** *Friction : Experimental Determination Modeling and Compensation*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Philadelphie, 1988, Vol 3, p 1422-1427.

**ARMSTRONG-HELOUVRY, B.** *Friction lag and stick-slip*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nice, France, 1992, p 1448-1453.

**ARMSTRONG-HELOUVRY, B.** *Stick-Slip Arising from Stribeck Friction*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Cincinnati, 1990, p 1377-1382.

**ARMSTRONG-HELOUVRY, B., DUPONT, P., CANUDAS DE WIT, C.** *A survey of analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction*. Automatica, 1994, Vol. 30, p 1083-1138.

**BACHMANN, J.R., SURGENOR, B.W.** *On design and performance of a closed circuit pneumatic positioning system*. The fifth Scandinavian International Conference on Fluid Power, Linköping, Sweden, May 28-30, 1997, Vol.1, p 309-322.

**BELFORTE, G., D'ALFIO, N., RAPARELLI, T.** *Experimental Analysis of Friction Forces in Pneumatic Cylinders*, Journal of Fluid Control, 1989, vol 20, N°1, p 42-60.

**BELGHARBI, M., BRUN, X., SCAVARDA, S., SESMAT, S., THOMASSET, D.**, PRC/GDR "Modélisation et Commande des Systèmes à Fluide sous Pression", Villeurbanne, INSA-Lyon, Laboratoire. Industrielle.

Activité 1: *"Dispositifs expérimentaux"*, Mars 1997, 60 p.

Activité 2: *"Eléments de modélisation en électropneumatique - Modèles de différents systèmes électropneumatiques"*, Octobre 1997, 80 p.

Activité 3: *"Analyse de modèle, Commande linéaire et non linéaire"*, Décembre 1997, 30 p.

**BELGHARBI, M., THOMASSET, D., SCAVARDA, S., SESMAT, S.**, *Analytical model of the flow stage of a pneumatic servo-distributor for simulation and nonlinear control.*, in the Sixth Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP'99, Tampere, Finland, May 26-28, 1999, p847-860.

**BEN ABDENOUR, R., BOUANI, F., KSOURI, M., FAVIER, G.** *Etude comparative des commandes floue et prédictive généralisée : application à un procédé pilote*. APII JESA, 1998, Vol. 32, n°2, p 1-19.

**BIDEAUX, E., SCAVARDA, S.** *A pneumatic library for AMESim*. ASME Int. Mechanical Engineering Congress and Exposition, Anaheim, California, IMECE'98, November 15-20 1998, p 185-195.

**BINDEL, R., NITSCHKE, R., ROTHFUSS, R., ZEITZ, M.** *Flatness based control of a two valve hydraulic joint actuator of a large manipulator*. Proc ECC'99, Karlsruhe, Deutschland, 1999, [CD Rom], réf F1009-2.

- BLACKBURN, J.F., REETHOF, G., SHEARER, J.L.** *Mécanismes et servo-mécanismes à fluide sous pression*. Paris : Dunod, Tome I, 1966, 440 p.
- BLIMAN, P.A.** *Etude mathématique d'un modèle de frottement sec, le modèle de P.R. Dahl*. Thèse Sci : Université Paris IX, 1990, 179 p.
- BLIMAN, P.A.** *Mathematical Study of the dahl's friction model*. European Journal of Mechanics. A/Solids, 1992, Vol. 11, n°6, p 835-848.
- BO, L. C., PAVELESCU, D.** *The friction-speed relation and its influence on the critical velocity of the stick-slip motion*. Wear, 1982, Vol 3, p 277-289.
- BOICHOT, J., DELALEAU, E., DIEP, N.V., LEVINE, J., PARZY, E.** *Modelling and control of a 2 d.O.F. high precision positioning system*. Proc ECC'99, Karlsruhe, Deutschland, 1999, [CD Rom], réf F1009-1.
- BOURDAT, S., RICHARD, E., SCAVARDA, S.** *A modified linear reduced observer for a pneumatic servodrive*. Fluid Power Components and Systems – Third Bath International Fluid Power Workshop, Ed. by Burrows C.R. and Edge K., Tounton, Somerset (England) : Research Studies Press Ltd, 1991, p 359-371.
- BOURI, M.** *Contribution à la commande non linéaire par mode de glissement, application aux actionneurs électropneumatiques* Thèse Sci. :Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1997, 194 p.
- BOURI, M., THOMASSET, D.** *Discontinuous control of an electropneumatic actuator using an integral switching surface*. Accepté en 1998 à IEEE Transaction on Control Systems Technology, en cours de correction.
- BOURI, M., THOMASSET, D.** *Robust position tracking of an electropneumatic actuator via a sliding mode approach*. Accepté en 1999 dans International Journal of Robust and Nonlinear Control, en cours de correction.
- BOURI, M., THOMASSET, D., NGWOMPO R.F.** *Nonlinear sliding mode control synthesis with electropneumatic application*. CESA Symposium on Control, Optimization and supervision, Lille 1996, p 53-58.
- BOURI, M., THOMASSET, D., RICHARD, E., SCAVARDA, S.** *Non linear sliding mode control of an electropneumatic servodrive.*, Innovations in Fluid Power – Seventh Bath International Fluid Power Workshop, Ed. by Burrows C.R. and Edge K., Tounton, Somerset (England) : Research Studies Press Ltd, 1994, p.201-220.
- BOURI, M., THOMASSET, D., SCAVARDA, S. [a]** *Nonlinear controller with perturbation estimation for electropneumatic actuators*. Ninth Bath Fluidpower Workshop, Bath, UK., september 1996, p 72-86.
- BOURI, M., THOMASSET, D., SCAVARDA, S., [b]** *Integral sliding mode controller of a rotational servodrive*. Third JHPS, Tokyo, Japan, November 1996, p 145-150.
- BOWNS, D.E., BALLARD, R.L. , STILES, L.** *The Effect of Seal Friction on the Dynamic Performance of Pneumatic Actuators*, 3<sup>rd</sup> Interational Fluid Power Symposium, BHRA, 1973, Paper C3, pp 29-48.

- BRUN, X., SESMAT, S., THOMASSET, D., SCAVARDA, S. [a]** *A comparative study between two control laws of an electropneumatic actuator.* European Control Conference ECC'99 Karlsruhe, 31 Août au 03 Septembre 1999, [CD Rom], réf F1000-5.
- BRUN, X., THOMASSET, D., SESMAT, S. [b]** *Limited energy consumption in positioning control of an electropneumatic actuator.* Bath Workshop on Power Transmission & Motion Control, 8-10 Septembre 1999, p 199-211.
- BRUN, X., THOMASSET, D. [c]** *Advantage of path planning in positioning control of electropneumatic actuator.* Journées Doctorales d'Automatique, Nancy, 21/22/23 Septembre 1999, p 185-188.
- BRUN, X., SESMAT, S., SCAVARDA, S., THOMASSET, D. [d]** *Simulation and experimental study of the partial equilibrium of an electropneumatic positioning system, cause of the sticking and restarting phenomenon.* 4<sup>th</sup> JHPS International Symposium on Fluid Power, Tokyo, Japan, November 15-17, 1999.
- BRUN, X., BELGHARBI, M., SESMAT, S., THOMASSET, D., SCAVARDA, S. [e]** *Control of an electropneumatic actuator, comparison between some linear and nonlinear control laws.* Journal of Systems and Control Engineering, 1999, Vol. 213, N°15, p 387-406.
- BURROWS, C.R.** *Fluid Power Servomechanisms.* London: Van Nostrand Reinhold Company, 1972. 237 p.
- CADIOU, J.C.** *Etude et mise en oeuvre de commandes sur un actionneur électrique avec jeux et frottements secs.* Thèse Sci: Université Paris VI, France, 1994, 212 p.
- CANUDAS DE WIT, C., NOËL, P., AUBIN, A., BROGLIATO, B.** *Adaptive friction compensation in robot manipulators : low velocities.* Int. Journal of Robotics Research, 1991, Vol. 10-3, p 189-199.
- CANUDAS DE WIT, C., OLSSON, H., ASTRÖM, K.J., LISCHINSKY, P.** *A new model for control of systems with friction.* IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, Vol. 40, n°3, p 419-425.
- CANUDAS DE WIT, C., SELEME, S.I.** *Robust Torque Regulation for Induction Motors: The Minimum energy approach.* Automatica, 1997, Vol 33, N°1, p 63-79.
- CANUDAS, C., ASTRÖM, K.J., BRAUN, K.** *Adaptive Friction Compensation in DC-Motor Drives.* IEEE Journal of Robotics and Automation, December 1987, Vol RA-3, n°6, p-681-685.
- CHELOUAH, A., DELALEAU, E., MARTIN, P., ROUCHON, P.,** *Differential flatness and control of induction motors.* Proc; of the Symposium on Control, Optimization and Supervision; Computational Engineering in System Applications IMACS Multiconference, Lille, France, 9-12 juillet 1996, p 80-85.
- CHENG, C.C, CHEN, C.Y.** *A PID approach to suppressing stick-slip in the positioning of transmission mechanisms.* Cont. Eng. Pract., 1998, Vol 6 n°4, p 359-367.
- CHITTY, A., LAMBERT, T.H.** *Modelling a loaded two-way pneumatic actuator.* Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1976, vol. 9, n° 1, p 19-25.
- COLIN, S.,** *Etude et modélisation en écoulements compressibles des systèmes potentiométriques de type buse-palette.* Thèse Sci; Institut de Mécanique de Toulouse, 1992, 180 p.

- COLOMBI, S.** *Comparison of different control strategies and friction compensation algorithm in position and speed controls.* Workshop on Motion Control, Munich, October 1995, p 173-180.
- DAHL, P. R.** *A Solid friction model.* El segundo, (California), The Aerospace Corporation, May 1968, p 3107-3118, TOR-158.
- DAHL, P. R.** *Measurement of solid friction parameters of ball bearings.* Proceeding of 6th Annual Symposium on Incremental Motion Control System and Devices, University of Illinois, 1977, p 49-60.
- DESCUSSE, J.** *La linéarisation entrées-sorties par difféomorphisme et bouclage.* Dans Fossard, A.J. et Normand-Cyrot, D. *Systèmes non linéaires : tome 3*, Paris : Dunod, 1993, p 45-70.
- DET, F.** *Modélisation en bond graphs simulation et commande d'une pince à souder électropneumatique.* Thèse: Sci.: Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1991. 278 p.
- DRAKUNOV, S., HANCHIN, D., SU, W.C., OZGÜNER, U.** *Nonlinear Control of a roadless Pneumatic Servoactuator, or Sliding Modes versus Coulomb Friction.* Automatica, 1997, Vol. 33, n°7, p 1401-1408.
- DUPONT, P.E., DUNLAP, E.P.** *Friction Modeling and Control in Boundary Lubrication.* Proc. Of American Control Conference, San Francisco, CA, June 1993, p 1910-1914.
- EDGE, K.A., FIGEREDO, K.R.A.,** *An adaptively controlled electrohydraulic servo-mechanism: Part 1: Adaptive controller design - Part 2: Implementation.* In: Proc. Instn. Mech. Engrs. Part B, 1987, Vol 201, N°3 p 175-180 and p 181-189.
- EDGE, K.A.,** *The control of fluid power systems - responding to the challenge.* Journal of Systems and Control Engineering, 1997, Vol 211, N°12, p 91-110.
- ELHAMI, M.R., BROOKFIELD, D.J.** *Sequential Identification of Coulomb and Viscous Friction in Robot Drives.* Automatica, Vol. 33, n°3, 1997, p 393-401.
- Energie Fluide*, Numéro 3, Avril 1997, p 9-11.
- FAISANDIER, J.** *Mécanismes Hydrauliques et pneumatiques*, Paris : Dunod, 1999, 681 p.
- FLIESS, M., LÉVINE, J., MARTIN, PH., ROUCHON, P.** *Flatness and defect of nonlinear systems: introductory theory and examples.* Int. J. Control, 1995, Vol 61, p 1327-1361.
- FOSSARD., A.J., NORMAND-CYROT, D.** *Systèmes non linéaires*, Paris :Masson, Volume 3 : Commande, 1993, 268 p.
- FOTSU-NGWOMPO, R.,** *Contribution au dimensionnement des systèmes sur des critères dynamiques et énergétiques –Approche par Bond Graph–,* Thèse: Sci.: Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1997. 189 p.
- FRANKLIN, G.F., POWELL, J.D., EMAMI-NAEINI, A.,** *Feedback Control of dynamic Systems*, Reading (MA), Addison-Wesley Publishing Company, 1987, 622 p.
- GEIDER, O.,** *Modélisation et Commande d'un actionneur pneumatique à faible coût.* Thèse Sci. INSA de Toulouse, 1997, 144 p.
- GOTTRANT, D.** *Génération de trajectoire pour un système.* Rapport de DEA, LAI, INSA de Lyon, 1994, 84 p.

- HAESSIG, D.A, FRIEDLAND, B.** *On the modeling and simulation of friction.* Journal of Dynamical Systems, Measurement and Control, 1991, Vol. 113, p 354-362.
- HAMITI, K., VODA-BESANÇON, A., ROUX-BUISSON, H.,** *Position Control of a Pneumatic Actuator Under the influence of Stiction.* Control Eng. Practice, 1996, Vol. 4, n°8, p 1079-1088.
- HESS, D.P., SOOM ,A.** *Friction at a lubricated line contact operating at oscillating sliding velocities.* Journal of Tribology, 1990, Vol 112, n°1, p 147-152.
- HUANG, W.,** *State Variable Feedback Controller in pneumatic positioning system.* Fluid Power Transmission and Control , proc. 2<sup>nd</sup> international conference, Hangzhou (Chine), 20-22 Mars 1989, p 466-468.
- IDEL'CIK, I.E.,** *Memento des pertes de charges,* Paris:Eyrolles, 1986, 494 p.
- IONNIDIS, I., NGUYEN, H.T.,** *Microcomputer controlled servo pneumatic drives.* 7<sup>th</sup> International Fluid Power Symp., Bath (England), 16-18 Septembre 1986, p 155-161.
- ISIDORI, A.** *Nonlinear control systems.* 2<sup>nd</sup> edition, New York : Springer Verlag, 1989, 479 p.
- ISIDORI, A., KRENER, A.J., GORI-GIORGI, C., MONACO, S.** *Nonlinear decoupling via feedback..* IEEE Transaction Automatic Control, 1981, Vol AC-26, n°2, p 331-345.
- JEBAR, H.S.** *Design of pneumatic actuator systems.* Thèse Sci.: University. Of Nottingham, 1977, 426 p.
- KAILATH, T.** *Linear Systems.* Englewood Cliffs (NJ), Prentice-Hall, 1980, 682 p.
- KAIN, J., WARTELLE, C.** *Dynamique des vérins pneumatiques.* Les Mémoires Techniques du CETIM, Septembre 1973, n° 17, p 95.
- KALMAN, R.E., BERTRAM, J.E. [a]** *Control System Analysis and Design via the 'Second Method' of Lyapunov. In Continuous-time System.* Trans. ASME J. Basic Eng., June 1960, p. 371-393.
- KALMAN, R.E. [b]** *Contributions to the theory of optimal control* Bol. Soc. Mat. Mexicana, 1960, vol. 5, p 102-119.
- KALMAN, R.E. [c]** *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problem.* ASME J. Basic Eng., 1960, vol. 82, p34-45.
- KANG, M.S.** *Robust digital friction compensation.* Cont. Eng. Practice, 1998, Vol 6 n°3, p 359-367.
- KARNOPP, D. C.** *State variables and pseudo bond graphs for compressible thermofluid systems.* Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, September 1979, vol. 101, n°3, p 201-204.
- KARNOPP, D.** *Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems.* Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, March 1985, Vol. 107, p 100-103.
- KELLAL, A.** *Contribution à l'étude des asservissements électropneumatiques. Application à la réalisation d'un asservissement numérique d'un axe de robot.* Thèse Sci. : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1987,173 p.
- KELLAL, A., SCAVARDA, S., FONTAINE, J.G.** *Electropneumatic servodrive for a robot.* Proceedings of the 16th ISIR – International Symposium on Industrial Robots, Brussels, Belgium, 29 Sept. - 2 Oct, 1986, p 117-128.



- KIMURA, T., HARA, S., FUJITA, T., KAGAWA, T.** *Feedback Linearization for Pneumatic Actuator Systems with Static Friction*. Control Eng. Practice, 1997, Vol. 5, n°10, p 1385-1394.
- KIRKEGAARD, K.S.**, *Non lubricated pneumatic sealing systems*. In: 9 Aachener Fluid technisches Kolloquium, Fachgebeit, Aachen, 20-22 März 1990, Vol 3, p 77-98.
- KLEIN, A. BACK, W.**, *An intelligent optimisation of a state loop controller with fuzzy-set-logic*. In Circuit Component and System Design, Proceedings of Fifth Bath International Fluid Power Workshop, Ed. by Burrows C.R. and Edge K., Tounton, Somerset (England) : Research Studies Press Ltd, 1995, p 381-399.
- LAVAL, L.** *Modélisation et Commande Robuste en Force d'un actionneur Hydraulique confronté à un environnement incertain : Approche  $H_\infty$  et Commande Adaptative*. Thèse Sci. : Université Paris VI, France, 1997, 239 p.
- LEVINE, J.**, *Perspectives in the Control of Mechanical Systems*. In Highlights of ECC'99, Advance in Control, Karlsruhe, Deutschland, 1999, p197-227.
- LEVINE, J., ROUCHON, P., YUAN, G., GREBORI, C., HUNT, B.R., KOSTELICH, E., OTT, E., YORKE, J.**, *On the control of US Navy cranes*. Proc. of ECC'97, Bruxelles, Belgique, 1997, paper n°717, 1997.
- LIN, X.F.** *Contribution à la modélisation et à la commande d'un vérin pneumatique de grande longueur*. Thèse : Sci.: Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1992, 193p.
- LISCHINSKY, P.A.** *Compensation de frottement et commande en position d'un robot hydraulique industriel*. Thèse Sci : Laboratoire d'Automatique de Grenoble, France 1997, 170 p.
- LIU, P., DRANSFIELD, P.**, *Intelligent control of air servodrives using neural networks*. Proc. of Second JHPS International symposium on Fluid Power, Tokyo, Japon, 1993, p 381-399.
- Manuel de la pneumatique*, Seconde Edition, Paris : Edirep, 1979, 555 p.
- MARTIN, P.** *Contribution à l'étude des systèmes différentiellement plats*. Thèse Sci.: Ecole des Mines de Paris, 1992, 102 p.
- MARTIN, P., PETIT N.** *Commande des systèmes non linéaires, le point de vue des systèmes plats*. Notes de cours MT BETA N°16, Ecole Centrale Paris, 1997, 29p.
- MASTEN, M.K., COHEN, H.E.**, *An advance showcase of adaptive controller design*. International Journal of Adaptative Control And Signal Processing, 1990, Vol. 4, p 89-98.
- Mc CLOY, D.** *Discharge characteristics of servo valve orifices*. In: The 1968 Fluid Power International conference, Olympia, Paper 6, 1968, p 43-50.
- MO, J. P. T.** *Analysis of compressed air flow through a spool valve*. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I, 1989, vol. 203, n° 2, p 121-131.
- NASLIN, P.** *Technologie et calcul pratique des systèmes asservis*. Paris, Dunod, 1968, 533 p.
- NIJMEIJER, H., VAN DER SCHAFT, A. J.** *Non linear dynamical control systems*. New York : Springer Verlag, 1990, 479 p.

**NORISTUGU, T., WADA, T., YANOSAKA, M.,** *Adaptive control of electropneumatic servo system.* In: 2nd Int. Symp. On Fluid Control, Measurement, Mechanics and flow visualisation. Sheffield, England, 1988, p 285-289.

Norme ISO 6358 *Transmissions pneumatiques - Eléments traversés par un fluide compressible - Détermination des caractéristiques de débit*, 1989, 14 p.

Norme ISO 6953 -1 *Transmissions pneumatiques - Réducteurs de pression pour air comprimé, Partie 1 : Principales caractéristiques à inclure dans la documentation commerciale et exigences particulières*, 1990, 5 p.

**OUSTALOUP, A.** *La commande CRONE.* Traité des nouvelles technologies, série automatique. Paris, Hermes, 1991, 495 p.

**PICHE, R., POHJOLAINEN, S., VIRVALO, T.,** *Design of robust controllers for position servos using H-infinity theory.* Proc. Instn Mech Engrs, Part I, 1991, Vol 205, n°4, p 299-306.

**QUINTAS, M.,** *Contribution à la modélisation et à la commande robuste des systèmes électrohydrauliques.* Thèse: Sci.: Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1999, 298 p.

**RICHARD, E.** *De la commande linéaire et non linéaire en position des systèmes électropneumatiques* Thèse: Sci.: Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1990, 291 p.

**RICHARD, E., SCAVARDA, S.** *Comparison between Linear and Nonlinear control of an eletropneumatic servodrive.* Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, June 1996, Vol. 118, p 245-252.

**RICHARD, E., SCAVARDA, S.,** *Nonlinear control of pneumatic servodrive.* Proc. Second Bath Int. Fluid Power Workshop, Ed. by Burrows C.R. and Edge K., Tounton, Somerset (England) : Research Studies Press Ltd, 1991, p 59-75.

**ROTHFUSS, R., RUDOLPH, J., ZEITZ, M.** *Flatness based control of a chemical reactor model,* European Control Conference, Rome, Italy, September 1995, p 637-642.

**ROUSSEL, L.** *Génération de trajectoires optimales de marche pour un robot bipède.* Thèse: Sci.: Institut National Polytechnique de Grenoble, 1998, 152 p.

**SALAMA, L.** *Commande multivariable d'un système électropneumatique. Synthèse utilisant la platitude et la minimisation d'énergie.* Rapport de DEA, LAI, INSA de Lyon, 1998, 56 p.

**SAMPSON, J.B., MORGAN, F., REED, D.W., MUSKAT, M.** *Friction behavior during the slip portion of the stick-slip process.* Journal Applied Physics, 1943, Vol 14, n°2, p 689-700.

**SCAVARDA, S.** *La communauté scientifique Fluid Power.* Journéees organisées par la SIA et le Pôle transmission de puissance : Fluid Power Control et les transports, 4-5 Mai 1999, 7p.

**SCAVARDA, S., THOMASSET, D., RICHARD, E.,** *"Modélisation et Commande des Systèmes à Fluide sous Pression"*, Rapport final PRC GdR d'Automatique, 20 Mai 1999, 443 p. Le résumé peut être chargé à l'adresse web : [http://www.ircyn.prd.fr/gdr/Proj\\_RechF.html](http://www.ircyn.prd.fr/gdr/Proj_RechF.html)

**SCHMITT, L.,** *Sur l'autoréglage en asservissements en position dans les systèmes de commande d'axe industriels.* Thèse: Sci.: Institut National Polytechnique de Grenoble, 1991, 215 p.

**SCHOLZ, D.** *Auslegung servopneumatischer Antriebssysteme.* Dissertation RWTH, Aachen, 1990, 231 p.

- SCHROEDER, L.E., SINGH, R.** *Experimental Study of friction in a pneumatic actuator at constant velocity.* Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1993, Vol. 115, p 575-577.
- SESMAT, S.** *Modélisation, Simulation et Commande d'une Servovalve Electropneumatique.* Thèse: Sci.: Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1996, 307 p.
- SESMAT, S., SCAVARDA, S.** *Static characteristics of a three way servovalve.* In: 12th Aachen Conference on Fluid Power Technology, Aachen, Allemagne, March 12-13, 1996, p 643-652.
- SESMAT, S., SCAVARDA, S.,** *Study of the behaviour of an electropneumatic positioning system near the equilibrium state.* 1 Int. Fluid. Kolloq. in Aachen, Aachen, 17-18 Marz, 1998, vol. 2, p 321-334.
- SESMAT, S., SCAVARDA, S., THOMASSET, D.** *Comparison of three tracking control laws for an electropneumatic positioning system.* Congresso Internazionale della Trasmissione di Potenza '97, Automazione e progettazione, Sessione Pneumatica, Assago (MI), Italia, 10-11 giugno, 1997, p 611-622.
- SESMAT, S., SCAVARDA, S., LIN-SHI, X.,** *Verification of electropneumatic servovalve size using non-linear control theory applied to cylinder position tracking.* Proc. Fourth Scandinavian International Conference on Fluid Power, Tampere, Finland, September 26-29, 1995, p 504-513.
- SHEARER, J.L.** *Study of pneumatic processes in the continuous control of motion with compressed air.* Parts I and II. Trans. Am. Soc. Mech. Eng. 1956, Vol. 78, p 233-249.
- SLIVERMAN, L.M.,** *Inversion of multivariable linear systems.* IEEE Transactions on Automatic Control, Juin 1969, vol. AC-14, n°3, p270-276.
- SONG, G., CAI, L., WANG, Y.** *Robust friction compensation for precise and smooth position regulation.* Journal of Systems and Control Engineering, 1999, Vol 213, N°2, p 157-161.
- SURGENOR, B.W., VAUGHAN N.D., UEBING, M.,** *Continuous sliding mode control of a pneumatic positioning system.* 8<sup>th</sup> Bath International Fluidpower Workshop, UK., Sept 1995, 17 p.
- SUZUKI, A., TOMIZUKA, M.,** *Design and Implementation of Digital Servo Controller for High Speed Machine Tools* Proc. AACC, Boston, 1991, p 1246-1251.
- TAFAZOLI, S.** *Tracking control of an Electrohydraulic Manipulator in the presence of Friction.* IEEE Trans. on Cont. Syst. Tech., May 1998, Vol. 6, n°3, p 401-411.
- TOKASHIKI KISHIMOTO, L.R,** *Dynamic Characteristics of Pneumatic Cylinder Systems,* Thèse: Sci.: Tokyo Institute of Technology, 1999, 133 p.
- TUSTIN A.** *The Effect of Backlash and Speed-dependent Friction on the Stability of closed-cycle control systems.* Journal of the Institution of Electrical Engineers, 1947, Vol. 94, n°2A, p 143-151.
- VAUGHAN, N. D., GAMBLE, J. B.,** *Sliding mode control of a proportional solenoid valve.* Fluidpower Systems Modelling and Control. Burrows C. R. and Edge K. A. Eds. Taunton : Research Studies Press, 1992, p. 95-107.
- WANG, J., PU, J., MOORE, P.** *Accurate position control of servo pneumatic actuator.* Control Engineering Practice, 1999, Vol 7 n°63, p 699-706.
- WARTELLE, C.** *Caractéristiques de débit des appareils à fluides compressibles considérés isolément ou montés en série.* Mémoires techniques du CETIM, 1972, n° 13, p 54.

**ZALMANZON, L.A.** *Components for pneumatic control instruments*. Oxford: Pergamon press, 1965. 320 p.

**ZAMES, G. [a]** *On the Input-Output Stability of Time-Varying Non-linear Feedback Systems, Part I: Conditions Derived Using Concepts of Loop Gain, Conicity, and Positivity*. IEEE Trans. Automatic Control, 1966, vol. AC-11, no. 2, p 228-238.

**ZAMES, G. [b]** *On the Input-Output Stability of Time-Varying Non-linear Feedback Systems, Part II: Conditions Involving Circles in the Frequency Plane and Sector Nonlinearities*. IEEE Trans. Automatic Control, 1966, vol. AC-11, no. 3, p 465-476.

**ZHOU, H., LU, Y.X.** *The further study on electropneumatic servo control system*. Fluid Power Transmission and Control , proc. 2<sup>nd</sup> international conference, Hangzhou (Chine), 20-22 Mars 1989, p 415-420.

### **Documentation Technique**

AMESim Advanced Modelling Environment for performing Simulations, Société Imagine, Fluid Power System and Powertrain Simulation.

ACSL Advanced Continuous Simulation Language, MGA Software, ACSL reference manual.

MATLAB The language of technical Computing, The MathWorks Inc.

DSPACE COCKPIT *Instrument Panel. User's Guide & Reference Guide*. Paderborn, 1995, 150 p.

DSPACE *Floating Point Controller Board DS1102. User's Guide*. Paderborn, 1995, 62 p.

DSPACE *Real-Time Interface to SIMULINK RTI31. Release Notes*. Paderborn, 1996, 44 p.

DSPACE *Real-Time Interface to SIMULINK RTI31. User's Guide*. Paderborn, 1995, 107 p.

DSPACE *Real-Time TRACE Module. Release Notes*. Paderborn, 1996, 208 p.

DSPACE *Real-Time TRACE Module. User's Guide & Reference Guide*. Paderborn, 1995, 208 p.

DSPACE *Software Environment DS1102. Reference Guide*. Paderborn, 1995, 70 p.

POSITRONIC P.O.S, *Composants Pneumatiques d'Automatisation*, Joucomatic, 1997, P360, p 1-24.

SERVOTRONIC, *Composants Pneumatiques d'Automatisation*, Joucomatic, 1997, P330, p 1-6

TEXAS INSTRUMENTS TMS320 *Floating Point DSP optimizing C compiler. User's Guide*. Texas Instruments Inc., 1995, 180 p.

TEXAS INSTRUMENTS TMS320C1X. *User's Guide. USA*. Texas Instruments Inc., 1994, 420 p.

TEXAS INSTRUMENTS TMS320C1X/C2X/C2XX/C5X *Assembly Language Tools. User's Guide*. Texas Instruments Inc., 1995, 250 p.

TEXAS INSTRUMENTS TMS320C3X. *User's Guide. USA*. Texas Instruments Inc., 1995, 630 p.

## RESUME

Ces travaux présentent, synthétisent et comparent différentes lois de commandes linéaires et non linéaires appliquées à un système électropneumatique constitué d'un axe linéaire commandé par deux servo-distributeurs régulant le débit massique entrant dans chaque chambre de l'actionneur. Les résultats expérimentaux sont exposés selon un "benchmark" industriel. L'élaboration de celui-ci a été effectuée dans le but de mettre en avant des critères de performances issues de mesures (erreur statique moyenne, écart type, erreur de suivi, temps de réponse) et de performances économiques (nombre de capteurs, complexité de mise en œuvre, de réglage, de maintenance). L'objectif est de regarder entre autre la répétabilité (du fait des erreurs de modélisation: fuites et frottements secs en particulier) des performances des lois de commande étudiées et de proposer un véritable critère de choix en fonction des objectifs désirés.

La démarche retenue consiste, avant de réaliser les tests sur le procédé, à effectuer un premier réglage des gains des lois de commande sur un modèle de simulation établi à partir des lois de la thermodynamique et de la mécanique.

Pour les consignes point à point, la synthèse des paramètres de commande en gain fixes ou variables s'effectue au moyen du modèle linéarisé tangent par une technique classique de placement de pôles. Dans le cas du suivi de trajectoire (de position, vitesse ou accélération), la commande non linéaire linéarisante entrée-sortie et la méthode basée sur le modèle linéarisé tangent sont comparées. Ainsi, différents types de modèles et de lois de commandes sont donc synthétisés et analysés.

La présence de frottements secs sur le système électropneumatique étudié est source de décollage du piston après une phase quasi statique. Cette indésirable occurrence fait l'œuvre d'une étude théorique et expérimentale. Ce phénomène est expliqué, mis en évidence et nous proposons une procédure permettant de prédire son apparition.

Le dernier chapitre de ce mémoire traite de la mise en œuvre en simulation d'une loi de commande basée sur la théorie des systèmes différentiellement plats. Cette partie revêt un caractère prospectif car cette technique de commande utilisant deux commandes et deux sorties plates apparaît, à notre connaissance, pour la première fois en électropneumatique. Son avantage principal est de permettre de satisfaire simultanément des objectifs de suivi de trajectoire et de minimisation énergétique.

## MOTS CLES

Commande non linéaire, commande électropneumatique, simulation, expérimentation, frottement, système plat.

## ABSTRACT

*Linear and nonlinear controls in electropneumatic. Methodologies and applications.*

This work presents, synthesizes and compares some linear and nonlinear control laws applied to an electropneumatic system. The system under consideration is a linear double acting electropneumatic servodrive using a simple rod controlled with two servo-distributors. An industrial benchmark is developed to present the experimental results in terms of static error, standard deviation, tracking error, response time, and also economics criteria as sensor number, complexity to implement or difficulty in term of servicing. The goal is to see the repeatability of the results (against modelling errors like leakage and dry frictions) of different control laws. These results will help the users to choose the appropriate strategy for a given objective.

The chosen procedure consists, before the experimental implementation, in doing a first adjustment of gain controls by means of simulation. The simulated model results from the thermodynamics and mechanics laws.

Concerning point to point desired trajectory, the parameter synthesis is obtained from the linearised tangent model with a classical pole placement method. For tracking trajectory (position, velocity or acceleration), the linearising nonlinear control law is compared to a linear one. In that aim, different linear and nonlinear models are developed and analysed.

The presence of dry friction in the electropneumatic system leads to the occurrence of piston unsticking after a quasi-static stage. This phenomenon is theoretically and experimentally studied.

Finally, a prospective work concern the simulated results of a nonlinear control law based on the theory of differentially flat systems. This strategy using two controls and two flat outputs is, to our knowledge, a new strategy in electropneumatic. The advantage of this method is the possibility to achieve simultaneously two goals: tracking trajectory and energetic minimisation.

## KEYWORDS

Nonlinear control, electropneumatic system, simulation, experimentation, friction, flatness.