



**HAL**  
open science

## Estimation pour le développement de systèmes d'aide à la conduite des véhicules à deux-roues motorisés

Pierre-Marie Damon

► **To cite this version:**

Pierre-Marie Damon. Estimation pour le développement de systèmes d'aide à la conduite des véhicules à deux-roues motorisés. Automatique / Robotique. Université Paris-Saclay; Université d'Evry-Val-d'Essonne, 2018. Français. NNT : 2018SACLE034 . tel-02024804

**HAL Id: tel-02024804**

**<https://hal.science/tel-02024804>**

Submitted on 19 Feb 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Estimation pour le développement de systèmes d'aide à la conduite des véhicules à deux-roues motorisés

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay  
préparée à Université d'Evry-Val-d'Essonne

Ecole doctorale n°580 Sciences et Technologies de l'Information et de la  
Communication (STIC)  
Spécialité de doctorat : Automatique

Thèse présentée et soutenue à Evry, le 20 novembre 2018, par

**PIERRE-MARIE DAMON**

Composition du Jury :

Philippe Chevrel Professeur à IMT Atlantique	Président
Thierry-Marie Guerra Professeur à l'Université de Valenciennes	Rapporteur
Philippe Martinet Directeur de Recherche à l'INRIA, Nice	Rapporteur
Michèle Gouiffes Maître de Conférences HDR à l'Université Paris-Sud	Examinatrice
Kamal Youcef-Toumi Professeur au MIT, Cambridge, USA	Examineur
Hichem Arioui Maître de Conférences HDR à l'Université d'Evry	Directeur de thèse
Hicham Hadj-Abdelkader Maître de Conférences à l'Université d'Evry	Encadrant
Dalil Ichlalal Maître de Conférences à l'Université d'Evry	Encadrant
Saïd Mammam Professeur à l'Université d'Evry	Invité

Mis en page avec la classe thesul.

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon équipe encadrante constituée de Monsieur Hichem Arioui, Monsieur Dalil Ichalal, Monsieur Hicham Hadj-Abdelkader et Monsieur Lamri Nehaoua tous Maîtres de Conférences à l'Université d'Évry Val d'Essonne. Ils ont su partager leurs intuitions et leurs expériences pour orienter mes travaux de recherche tout en me laissant une vraie autonomie. Ils m'ont également accordé du temps pour approfondir des sujets quand le besoin se faisait ressentir. Je les remercie donc pour leur disponibilité permanente, leur soutien, l'ambiance conviviale de travail qu'ils ont instauré et cette motivation qu'ils ont su entretenir tout au long de cette thèse.

Je souhaite ensuite remercier Monsieur Kamal Youcef-Toumi, Professeur au MIT, pour m'avoir accepté en stage dans son laboratoire (MRL, Mechatronics Research Laboratory) pendant une durée de 10 mois. À l'occasion de cette expérience, j'ai pu bénéficier de son énorme expérience industrielle et de recherche, mais aussi d'un regard nouveau sur mes travaux. Je le remercie énormément pour son accueil, sa disponibilité, ses conseils et son implication dans mes recherches. Je le remercie aussi pour avoir accepté d'être examinateur de cette thèse.

J'adresse tous mes remerciements à Monsieur Thierry-Marie Guerra, Professeur à l'Université de Valenciennes, ainsi qu'à Monsieur Philippe Martinet, Directeur de Recherche à l'INRIA, de l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de cette thèse.

J'exprime ma gratitude à Madame Michèle Gouiffes, Maître de Conférences à l'Université Paris-Sud, et à Monsieur Philippe Chevrel, Professeur à Centrale Nantes, qui ont bien voulu être examinateurs.

Un grand merci aussi à tous les membres du laboratoire IBISC qui ont contribué, de près ou de loin, à mes travaux et, en particulier, au personnel de l'atelier qui a su faire preuve de disponibilité pour les manipulations et l'instrumentation des plateformes expérimentales.

Enfin, je ne pourrais finir ces remerciements sans penser à ma femme, mes parents et plus généralement, mon entourage, dont le soutien et l'encouragement permanents m'ont été d'un grand réconfort et ont contribué à l'aboutissement de ce travail.



*"Life is like riding a bicycle. To keep your balance, you must keep moving."  
Albert Einstein*



## Résumé

Les études d'accidentologie sont unanimes : les conducteurs de Véhicules Deux-Roues Motorisés (V2RM) sont les usagers de la route les plus vulnérables. Alors que depuis plusieurs années, le nombre total d'accident tend à diminuer, celui impliquant les motards reste alarmant. Malheureusement, ce constat est valable dans de nombreuses régions et encore plus dans les pays d'Asie où l'usage des V2RM est beaucoup plus répandu. La sécurité de ces usagers devient un enjeu majeur dans nos sociétés.

Ces 20 dernières années, le développement des Systèmes de Transport Intelligents (STI) a largement contribué dans la diminution du nombre d'accidents sur les routes. Parmi ces derniers, on retrouve les systèmes d'aide à la conduite aussi connus sous le nom d'*Advanced Driver Assistance Systems* (ADAS). Les plus répandus sont l'ABS, l'ESP, l'ACC, etc. Néanmoins, la plupart d'entre eux sont uniquement destinés aux Véhicules Quatre-Roues Motorisés (V4RM). Les spécificités de la dynamique du V2RM, à savoir l'amplitude du mouvement de roulis ou encore les phénomènes de transfert de charge ne permettent pas de transposer directement ce qui a été développé pour les V4RM. Dans le cas des V2RM, on ne parlera donc pas d'ADAS, mais d'*Advanced Rider Assistance Systems* (ARAS).

Le développement des ARAS est un vrai challenge pour les acteurs du domaine. En effet, les V2RM sont des véhicules bon marché, ce qui implique le développement de solutions bas-coûts. Ils sont également très compacts menant à des contraintes d'intégration sévères. Pour finir, leur dynamique est très complexe à cause de leur comportement fortement non-linéaire et instable. Ces raisons complexifient considérablement le développement des ARAS.

Cette thèse s'inscrit dans ce contexte en proposant différents travaux d'observation. En effet, le développement d'ARAS est basé sur le calcul d'indicateur de manœuvrabilité à partir de la connaissance de variables dynamiques pertinentes. Parmi ces dernières, certaines ne sont pas mesurables comme les forces pneumatiques, alors que d'autres sont très coûteuses à mesurer comme la vitesse latérale, etc. Que ce soit pour des raisons techniques ou économique, le recours aux outils d'observation s'inscrit parfaitement dans le cadre du développement des ARAS. Il permet l'estimation de la dynamique tout en réduisant le nombre de capteurs et en contournant la problématique de non-mesurabilité de certains états.

Une partie de cette thèse est dédiée aux observateurs basés modèle. Cela signifie que la synthèse de l'observateur est réalisée à partir d'un modèle mathématique du V2RM. Un observateur à entrées inconnues, un observateur de Luenberger non-linéaire et un observateur algébrique ont été proposés. Ces derniers requièrent une combinaison simple de capteurs et prennent en compte les réalités d'un scénario de conduite comme les variations de vitesse longitudinale. Ils ont été validés à l'aide du célèbre simulateur BikeSim et même sur des données expérimentales. Ils s'avèrent donc être de sérieux candidats pour des applications plus concrètes.

Une seconde partie aborde l'estimation basée sur des techniques de perception visuelle. En effet, la vision permet de nous affranchir à la fois d'un modèle du V2RM et aussi des nombreuses hypothèses restrictives nécessaires à l'estimation de certaines dynamiques. Dans ce contexte, un premier algorithme d'estimation et de prédiction a été proposé pour un système d'aide à la conduite en virage. Il permet d'estimer la position latérale et la trajectoire du V2RM sur la chaussée tout en prédisant la géométrie de la route sur un horizon de 30 mètres. Dans la continuité de ce travail, nous avons proposé une technique de caractérisation du comportement



de braquage pour la détection de sur et sous-virage. Enfin, un observateur basé sur des primitives visuelles a été proposé pour l'estimation de l'angle de roulis. Encore un fois, ces travaux ont été validés sur BikeSim et sont en cours de validation sur des données expérimentales.

**Mots-clés:** Véhicules à Deux-Roues Motorisés, Système d'Aide à la Conduite, Observateurs Basés Modèles, Observateurs Basés Vision, Validation sur Simulateur, Validation Expérimentale

## Abstract

The road accidents investigations are unanimous : Powered Two-Wheeled Vehicles (P2WV) users are the most vulnerable on the road. Although the global number of road accidents tend to decrease for several years, the number of accidents involving motorcycles are still alarming. Unfortunately, this observation concerns many regions in the world and, even more, Asian countries where the use of motorcycle is much higher than elsewhere. Nowadays, safety of P2WV users become a major concern in our society.

During the two last decades, the development of Intelligent Transport Systems (ITS) has largely contributed to decrease the number of road accidents while improving safety and comfort in our vehicles. Among the ITS, one can find the well-known Advanced Driver Assistance Systems (ADAS). The most common ADAS are the ABS, the ESP, the ACC, etc. Nevertheless, most of them are only dedicated to Powered Four-Wheeled Vehicles (P4WV). The P2WV dynamics attributes such that the large roll motion or the load transfer phenomenon do not allow to extend directly what were done for P4WV. Hence, such systems are called Advanced Rider Assistance Systems (ARAS) for P2WV.

The ARAS development is a real challenge for the actors on the motorcycle market. Indeed, P2WV are generally cheaper than other motorized vehicles. Hence, it requires low cost solution. Moreover, they are more and more compact leading to difficulties for the hardware integration. Furthermore, their dynamics is very complex because of their unstable and highly nonlinear behavior. These three reasons make the ARAS development drastically more complex.

This PhD takes place in this context and proposes several works addressing P2WV dynamics estimation. Indeed, the development of ARAS is based on handling indicators computed from some pertinent dynamics variables. Among the latter, some are unmeasurable like the tire forces, whereas some others require expensive sensors such as the lateral speed, etc. For both technical or economic reasons, the use of observation techniques turns out to be an adequate solution in the development of ARAS. Such techniques allow to estimate the vehicle dynamics while reducing the number of sensors and overcoming the unmeasurability of some dynamics states.

A part of this PhD is dedicated to model-based observers. It means that the observers are designed using a mathematical model of the P2WV. In this context, three different observers were proposed : an unknown input observer, a nonlinear Luenberger observer and an algebraic observer. Both of them require a simple combination of sensors and take into account realistic assumption like the longitudinal speed variation. They were validated by means of the well-known simulator BikeSim and even with experimental data. We demonstrated that these three observers have a serious potential for industrial applications.

A second part of this PhD deals with vision-based estimation techniques. Indeed, a such approach allows to bypass the use of a P2WV model and all the restrictive assumptions necessary to estimates some dynamics. In a first time, we proposed an estimation and prediction algorithm to assist the rider in turn. It allows to estimate the P2WV relative lateral position and heading angle to the road. Simultaneously, it predicts the road curvature within 30 meters ahead of the vehicle. Then, we used this algorithm to propose a steering behavior characterization technique for over and under-steering detection. In a last work, we proposed an image-based observer to estimate the P2WV roll angle. All these works were validated using BikeSim and we are currently testing them with experimental data.

**Keywords:** Powered Two-Wheeled Vehicles, Advanced Rider Assistance Systems, Model-Based Observers, Vision-Based Observers, Simulator Validation, Experimental Validation



# Liste des publications

## Conférences internationales

1. **P. M. Damon**, H. Dabladji, D. Ichalal, L. Nehaoua and H. Arioui, “Lateral Motorcycle Dynamics and Rider Action Estimation : An LPV Unknown Input Observer Approach,” *IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, pp. 711-716, Sept 2016
2. **P. M. Damon**, H. Dabladji, D. Ichalal, L. Nehaoua and H. Arioui, “Estimation of Lateral Motorcycle Dynamics and Rider Action with Luenberger Observer,” *IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, pp. 2392-2397, Nov 2016
3. **P. M. Damon**, D. Ichalal, L. Nehaoua and H. Arioui, “Lateral & Steering Dynamics Estimation for Single Track Vehicle : Experimental Tests,” *IFAC World Congress*, vol. 50, p. 3400-3405, July 2017
4. **P. M. Damon**, D. Ichalal, H. Arioui and S. Mammar, “Cascaded Flatness-Based Observation Approach For Lateral Motorcycle Dynamics Estimation,” *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, pp. 3243-3248, Oct 2017
5. **P. M. Damon**, D. Ichalal, L. Nehaoua, H. Arioui and S. Mammar, “Rider weight consideration for observer design with an application to the estimation of the lateral motorcycle dynamics and rider’s action,” *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, pp. 3237-3242, Oct 2017
6. **P. M. Damon**, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui and K. Youcef-Toumi, “Image-based lateral position, steering behavior estimation and road curvature prediction for motorcycles,” *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Oct 2018
7. **P. M. Damon**, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui and K. Youcef-Toumi, “Inverse Perspective Mapping Roll Angle Estimation for Powered Two-Wheeled Vehicles,” *IEEE International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)*, 2018
8. **P. M. Damon**, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui and K. Youcef-Toumi, “Powered Two-Wheeled Vehicles Steering Behavior Study : Vision-Based Approach,” *IEEE International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)*, 2018
9. H. Dabladji, **P. M. Damon**, D. Ichalal, L. Nehaoua and H. Arioui, “Observer-based controller and separation principle for TS systems with unmeasurable premise variables,” *IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, pp. 954-959, Sept 2016
10. D. Ichalal, N. Ait Oufroukh, **P. M. Damon**, H. Arioui and S. Mammar, “PI Observer Robust Fault Estimation for Motorcycle Lateral Dynamics,” *IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC)*, 2017, pp. 127-132, May 2017
11. M. Fouka, **P. M. Damon**, L. Nehaoua, H. Arioui and S. Mammar, “Parametric Identification of a Powered Two-Wheeled Vehicles : Algebraic Approach,” *Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, pp. 1047-1052, July 2017

### Journaux internationaux

1. **P. M. Damon**, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui and K. Youcef-Toumi, “Image-based lateral position, steering behavior estimation and road curvature prediction for motorcycles,” *IEEE Robotics and Automation Letters (RAL)*, vol. 3, pp. 2694-2701, July 2018
2. **P. M. Damon**, D. Ichalal and H. Arioui, “Steering and Lateral Motorcycle Dynamics Estimation : Validation of Luenberger LPV Observer Approach,” *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles (TIV)*, 2018

### Séminaires et participations aux conférences

1. **P. M. Damon**, H. Dabladji, D. Ichalal, L. Nehaoua, H. Arioui and S. Mammar, “Lateral Motorcycle Dynamics and Rider Action Estimation,” *Groupe de Travail Automatique et Automobile (GTAA)*, France, Mulhouse, Dec 2016
2. **P. M. Damon**, H. Dabladji, D. Ichalal, L. Nehaoua and H. Arioui, “Lateral Motorcycle Dynamics and Rider Action Estimation : An LPV Unknown Input Observer Approach,” *IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, Argentina, Buenos Aires, Sept 2016
3. H. Dabladji, **P. M. Damon**, D. Ichalal, L. Nehaoua and H. Arioui, “Observer-based controller and separation principle for TS systems with unmeasurable premise variables,” *IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, Argentina, Buenos Aires, Sept 2016
4. **P. M. Damon**, D. Ichalal, L. Nehaoua and H. Arioui, “Lateral & Steering Dynamics Estimation for Single Track Vehicle : Experimental Tests,” *IFAC World Congress*, France, Toulouse, July 2017

# Sommaire

Table des figures	21
Liste des tableaux	25
Notations	27
Nomenclature	29
Abréviations	33
Introduction générale	35
<b>Chapitre 1</b>	
<b>Contexte et motivations de la thèse</b>	
1.1 Les accidents de la route : septième cause de mortalité dans le monde . . . . .	41
1.1.1 L'accidentologie routière en quelques chiffres dans le monde et en France	41
1.1.2 Les conducteurs de V2RM : les usagers les plus vulnérables . . . . .	44
1.2 Quelles solutions sont mises en place? . . . . .	46
1.2.1 Les actions gouvernementales . . . . .	46
1.2.2 L'évolution des infrastructures routières . . . . .	49
1.2.3 Les réponses de l'industrie automobile . . . . .	50
1.3 Objectifs de la thèse . . . . .	59
1.3.1 Contribution au développement de nouveaux ARAS . . . . .	59
1.3.2 Vers des solutions plus concrètes et réalistes . . . . .	61
1.4 Conclusion . . . . .	66

---

**Partie I Dynamique des véhicules à deux-roues motorisés 67**
**Introduction 69****Chapitre 2****Les pneumatiques**

2.1	Efforts pneumatiques . . . . .	73
2.2	Géométrie et cinématique du pneumatique . . . . .	75
2.3	Modélisation des forces pneumatiques . . . . .	75
2.3.1	Formule magique de Pacejka : généralités . . . . .	75
2.3.2	Force longitudinale . . . . .	77
2.3.3	Force latérale . . . . .	78
2.3.4	Force verticale . . . . .	80
2.3.5	Couplage des forces . . . . .	81
2.3.6	Phénomène transitoire : la relaxation . . . . .	83
2.4	Modélisation des moments pneumatiques . . . . .	83
2.4.1	Moment de renversement . . . . .	83
2.4.2	Moment de résistance au roulement . . . . .	84
2.4.3	Moment d'auto-alignement . . . . .	85
2.5	Conclusion . . . . .	86

**Chapitre 3****Modèle multi-corps**

3.1	Principe de Jourdain et dynamique du V2RM : prérequis . . . . .	88
3.1.1	Modélisation du V2RM . . . . .	88
3.1.2	Principe de Jourdain . . . . .	90
3.2	Cinématique du V2RM . . . . .	92
3.2.1	Corps arrière suspendu . . . . .	92
3.2.2	Corps arrière non-suspendu . . . . .	94
3.2.3	Corps avant suspendu . . . . .	94
3.2.4	Corps avant non-suspendu . . . . .	95
3.2.5	Corps supérieur du conducteur . . . . .	95
3.2.6	Corps inférieur du conducteur . . . . .	96
3.2.7	Roue arrière . . . . .	97
3.2.8	Roue avant . . . . .	97
3.3	Définition de la matrice de masse . . . . .	98
3.4	Définition du vecteur des efforts généralisés non-conservatifs . . . . .	99

3.4.1	Force gravitationnelle . . . . .	99
3.4.2	Couple de braquage . . . . .	99
3.4.3	Couples moteur et de freinage . . . . .	100
3.4.4	Efforts des suspensions avant et arrière . . . . .	100
3.4.5	Forces et moments pneumatiques . . . . .	102
3.4.6	Forces aérodynamiques . . . . .	102
3.4.7	Autres efforts . . . . .	103
3.5	Définition du vecteur des efforts généralisés résiduels . . . . .	105
3.6	Bilan . . . . .	105
3.7	Conclusion . . . . .	106

## **Chapitre 4**

### **Modélisation du V2RM pour la commande et l'observation : linéarisation et simplifications**

4.1	Modèle deux-corps de la dynamique latérale . . . . .	108
4.1.1	Hypothèses et prérequis . . . . .	108
4.1.2	Conversion vers un modèle deux-corps . . . . .	109
4.1.3	Cinématique du modèle deux-corps . . . . .	110
4.1.4	Définition de la matrice de masse . . . . .	116
4.1.5	Définition du vecteur des efforts généralisés non-conservatifs . . . . .	116
4.1.6	Définition des efforts généralisés résiduels . . . . .	117
4.1.7	Linéarisation . . . . .	118
4.1.8	Bilan . . . . .	124
4.1.9	Alternatives de modélisation . . . . .	127
4.2	Modèle un-corps de la dynamique longitudinale . . . . .	128
4.2.1	Hypothèses . . . . .	128
4.2.2	Bilan . . . . .	128
4.3	Conclusion . . . . .	129

<b>Conclusion</b>	<b>131</b>
-------------------	------------

<b>Partie II Observateurs basés modèles pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM</b>	<b>133</b>
------------------------------------------------------------------------------------------------	------------

<b>Introduction</b>	<b>135</b>
---------------------	------------



**Chapitre 5**

**Observateur à entrées inconnues**

5.1	Prérequis . . . . .	140
5.2	Formulation du problème . . . . .	142
5.3	Synthèse de l'observateur . . . . .	143
5.3.1	Mise en équation . . . . .	143
5.3.2	Algorithme de synthèse . . . . .	146
5.4	Validation de l'observateur . . . . .	147
5.4.1	Validation théorique sur le modèle de synthèse . . . . .	147
5.4.2	Validation expérimentale . . . . .	151
5.5	Conclusion . . . . .	155

**Chapitre 6**

**Observateur de Luenberger non-linéaire**

6.1	Prérequis : définition & synthèse de l'observateur de Luenberger . . . . .	158
6.1.1	Synthèse avec connaissance des entrées . . . . .	159
6.1.2	Synthèse en présence d'entrées inconnues . . . . .	159
6.2	Formulation du problème . . . . .	160
6.2.1	Augmentation du modèle . . . . .	160
6.2.2	Transformation sous forme polytopique . . . . .	161
6.3	Synthèse de l'observateur nominal . . . . .	161
6.3.1	Mise en équation . . . . .	161
6.3.2	Algorithme de synthèse . . . . .	164
6.4	Synthèse de l'observateur robuste aux bruits de mesure . . . . .	164
6.5	Validation de l'observateur . . . . .	166
6.5.1	Validation théorique sur le modèle de synthèse . . . . .	166
6.5.2	Validation avec le simulateur BikeSim . . . . .	170
6.6	Conclusion . . . . .	180

**Chapitre 7**

**Observateur algébrique**

7.1	Prérequis . . . . .	182
7.2	Formulation du problème . . . . .	183
7.3	Synthèse de l'observateur . . . . .	184
7.3.1	Mise en équation . . . . .	184
7.3.2	Algorithme de synthèse . . . . .	186
7.4	Validation avec le simulateur BikeSim . . . . .	186

7.4.1	Simulation d'un double changement de ligne . . . . .	187
7.4.2	Simulation d'un slalom . . . . .	189
7.4.3	Simulation d'un circuit . . . . .	191
7.5	Conclusion . . . . .	193

## Chapitre 8

### Vers des observateurs robustes pour un conducteur incertain

8.1	Introduction . . . . .	195
8.2	Reformulation du modèle deux-corps pour la synthèse d'un observateur robuste	197
8.2.1	Contexte & hypothèses . . . . .	197
8.2.2	Reformulation du modèle LPV de la dynamique latérale du V2RM . .	199
8.3	Application à l'observateur de Luenberger non-linéaire . . . . .	199
8.3.1	Augmentation du nouveau modèle LPV . . . . .	199
8.3.2	Synthèse d'un observateur de Luenberger non-linéaire robuste pour un conducteur incertain . . . . .	200
8.4	Validation avec le simulateur BikeSim . . . . .	201
8.5	Conclusion . . . . .	205

## Conclusion 207

## Partie III Estimateurs basés vision pour l'assistance à la conduite des V2RM en situation de virage 211

### Introduction 213

## Chapitre 9

### Estimation de la position relative du V2RM et prédiction de la géométrie de la route

9.1	Prérequis . . . . .	218
9.1.1	Modélisation de la caméra . . . . .	218
9.1.2	Projection perspective inverse . . . . .	220
9.2	Reconstruction de la vue de dessus de la route . . . . .	222
9.3	Détection des marquages au sol . . . . .	225
9.3.1	Filtrage des marquages au sol . . . . .	225
9.3.2	Suivi des lignes de la chaussée . . . . .	227
9.4	Modélisation de la trajectoire d'une route . . . . .	228
9.5	Algorithme de synthèse . . . . .	231

9.6	Validation avec le simulateur BikeSim . . . . .	232
9.6.1	Simulation d'une route extra-urbaine . . . . .	232
9.6.2	Simulation d'un double changement de ligne . . . . .	235
9.6.3	Discussion des résultats . . . . .	237
9.7	Conclusion . . . . .	239

<b>Chapitre 10</b>
--------------------

<b>Estimation de l'angle de roulis basée sur la vision</b>
------------------------------------------------------------

10.1	Algorithme d'estimation de l'angle de roulis . . . . .	243
10.1.1	Contexte et hypothèses . . . . .	243
10.1.2	Boucle d'itération numérique . . . . .	243
10.1.3	Algorithme de synthèse . . . . .	246
10.2	Validation avec le simulateur BikeSim . . . . .	247
10.2.1	Simulation d'une route extra-urbaine . . . . .	247
10.2.2	Simulation d'un double changement de ligne . . . . .	248
10.2.3	Discussion des résultats . . . . .	248
10.3	Conclusion . . . . .	250

<b>Chapitre 11</b>
--------------------

<b>Caractérisation du comportement de braquage basée vision</b>
-----------------------------------------------------------------

11.1	Approche cinématique . . . . .	255
11.2	Approche basée sur la vision . . . . .	256
11.2.1	Calcul des indicateurs basés sur la vision . . . . .	256
11.2.2	Algorithme de synthèse . . . . .	257
11.3	Validation sur le simulateur BikeSim . . . . .	258
11.3.1	Simulation de scénarios de sous et survirage . . . . .	258
11.3.2	Discussion des résultats . . . . .	263
11.4	Conclusion . . . . .	263

<b>Conclusion</b>	<b>265</b>
-------------------	------------

<b>Conclusion générale</b>	<b>269</b>
----------------------------	------------

<b>Annexes</b>	<b>277</b>
----------------	------------

<b>Annexe A</b>
-----------------

<b>Compléments à la modélisation du V2RM</b>
----------------------------------------------

---

A.1	Autres modèles du pneumatique . . . . .	279
A.2	Développement du modèle huit-corps du V2RM . . . . .	281
A.3	Dérivation du modèle longitudinal un-corps du V2RM . . . . .	292

**Annexe B**

**Complément à l'observation basée modèle : observateurs, observabilité et détectabilité**

B.1	Observateur pour les systèmes dynamiques . . . . .	307
B.2	Stabilité et observabilité des systèmes linéaires . . . . .	308
B.3	Observabilité des systèmes non-linéaires . . . . .	310

**Annexe C**

**Outils d'Automatique**

C.1	Propriété de la somme convexe . . . . .	311
C.2	Erreur quadratique moyenne . . . . .	311

**Annexe D**

**Passage du repère inertiel au repère de modélisation**

**Annexe E**

**Données numériques du modèle deux-corps du V2RM**



# Table des figures

1.1	Résumé sur l'accidentalité des motards en France pendant l'année 2016 [1] . . . . .	46
1.2	Évolution de la mortalité sur les routes françaises 1970-2016 en fonction des mesures de sécurité routière [2] . . . . .	48
1.3	Sécurité et chronologie d'un accident de la route . . . . .	51
1.4	Mouvement d'inclinaison du V2RM . . . . .	52
1.5	Rapport masse conducteur/véhicule dans le cas d'un V2RM . . . . .	53
1.6	Phénomènes de transfert de charge des V2RM . . . . .	54
1.7	Etude des performances du système d'anti-blocage des roues pour les V2RM réalisée en Allemagne [3] . . . . .	55
1.8	Schéma de principe de l'avertisseur d'intersection proposé par Honda sur le V2RM Honda ASV-3 [4] . . . . .	56
1.9	Schéma de principe du système d'alerte pour la prise de virage [5] . . . . .	57
1.10	Illustration du concept de scooter BMW C1-E . . . . .	58
1.11	Illustration du prototype d'airbag sur le prototype ASV-3 de Yamaha . . . . .	59
1.12	Architecture de conception d'un système d'aide à la conduite avec l'utilisation d'observateurs . . . . .	60
1.13	Aperçu du simulateur BikeSim . . . . .	62
1.14	Scénarios de simulation issus de BikeSim utilisés pour la validation des algorithmes . . . . .	63
1.15	V2RM instrumentés du laboratoire . . . . .	64
1.16	Instrumentation du Scooter Peugeot . . . . .	65
2.1	Illustration des efforts générés par le pneumatique . . . . .	74
2.2	Illustration de la formule magique de Pacejka . . . . .	77
2.3	Tracé de la force pneumatique longitudinale avec la formule magique de Pacejka . . . . .	77
2.4	Tracé de la force pneumatique latérale avec la formule magique de Pacejka . . . . .	79
2.5	Bilan des moments et des forces agissants sur le V2RM . . . . .	81
2.6	Tracé de l'ellipse de friction du pneumatique à partir la formule magique de Pacejka . . . . .	82
2.7	Illustration du moment de renversement . . . . .	84
2.8	Illustration du moment de résistance au roulement . . . . .	84
2.9	Influence de la pression de gonflage, de la force verticale et du rayon de la roue sur le moment de résistance au roulement . . . . .	85
2.10	Illustration du moment d'auto-alignement . . . . .	86
3.1	Géométrie du modèle huit-corps du V2RM et de son conducteur . . . . .	89
3.2	Schéma de l'orientation des repères fixes et mobiles . . . . .	89
3.3	Géométrie des suspensions du V2RM . . . . .	101
3.4	Illustration d'une route en pente et en dévers . . . . .	104

---

4.1	Géométrie du modèle deux-corps du V2RM et de son conducteur . . . . .	109
4.2	Description géométrique du modèle deux-corps du V2RM et de son conducteur . .	119
4.3	Relations géométriques du modèle deux-corps du V2RM et de son conducteur . .	120
4.4	Courbes de stabilité du modèle deux-corps de la dynamique latérale du V2RM sans la prise en compte de la relaxation . . . . .	126
4.5	Courbes de stabilité du modèle deux-corps de la dynamique latérale du V2RM avec la prise en compte de la relaxation . . . . .	126
5.1	Consignes pour un scénario de double changement de ligne . . . . .	148
5.2	Entrées de commande pour un scénario de double changement de ligne simulé avec BikeSim . . . . .	148
5.3	Trajectoire pour un scénario de double changement de ligne simulé avec BikeSim	149
5.4	États dynamiques mesurés pendant le scénario de double changement de ligne . .	149
5.5	États dynamiques estimés pendant le scénario de double changement de ligne . .	150
5.6	Entrées inconnues reconstruites pendant le scénario de double changement de ligne	151
5.7	Scénario expérimental réalisé avec le scooter du laboratoire . . . . .	152
5.8	États dynamiques mesurés lors de l'expérimentation . . . . .	152
5.9	États estimés de la dynamique latérale lors de l'expérimentation . . . . .	153
5.10	Couple de braquage reconstruit lors de l'expérimentation . . . . .	154
5.11	Données des capteurs vs états estimés de la dynamique latérale lors de l'expéri- mentation . . . . .	154
6.1	Consignes pour un scénario de deux doubles changements de ligne successifs . . .	166
6.2	Entrées de commande pour un scénario de deux doubles changements de ligne successifs simulés avec BikeSim . . . . .	167
6.3	Trajectoire pour un scénario de deux doubles changements de ligne successifs simulés avec BikeSim . . . . .	167
6.4	États dynamiques mesurés pendant le scénario de deux doubles changements de ligne successifs . . . . .	168
6.5	États dynamiques estimés pendant le scénario de deux doubles changements de ligne successifs . . . . .	169
6.6	Scénario de circuit simulé avec BikeSim . . . . .	171
6.7	États dynamiques mesurés pendant la simulation du circuit . . . . .	172
6.8	États dynamiques estimés pendant la simulation du circuit . . . . .	173
6.9	Scénario de slalom simulé avec BikeSim . . . . .	173
6.10	États dynamiques mesurés pendant la simulation du slalom . . . . .	174
6.11	États dynamiques estimés pendant la simulation du slalom . . . . .	175
6.12	Trajectoire du V2RM pour un double changement de ligne, exécuté à 100 km/h, simulé avec BikeSim . . . . .	176
6.13	États dynamiques mesurés pendant le double changement de ligne . . . . .	177
6.14	États dynamiques estimés pendant le double changement de ligne . . . . .	177
6.15	États dynamiques estimés et filtrés pendant le double changement de ligne . . . .	178
7.1	Scénario de double changement de ligne, exécuté à 100 km/h, simulé avec BikeSim	187
7.2	États dynamiques mesurés pendant le scénario du double changement de ligne . .	188
7.3	États dynamiques estimés pendant le scénario du double changement de ligne . .	188
7.4	Scénario de slalom simulé avec BikeSim . . . . .	189
7.5	États dynamiques mesurés pendant le scénario du slalom . . . . .	190

---

7.6	États dynamiques estimés pendant le scénario du slalom . . . . .	191
7.7	Scénario de circuit simulé avec BikeSim . . . . .	191
7.8	États dynamiques mesurés pendant le scénario du circuit . . . . .	192
7.9	États dynamiques estimés pendant le scénario du circuit . . . . .	193
8.1	Erreurs d'estimation pour l'observateur nominal et un motard dont la masse est incertaine pendant la simulation d'un circuit BikeSim . . . . .	197
8.2	Scénario de circuit simulé avec BikeSim . . . . .	201
8.3	États dynamiques mesurés pour trois gabarits de motard pendant la simulation du circuit . . . . .	202
8.4	Erreurs d'estimation des états pour trois gabarits de motard pendant la simulation du circuit : observateur nominal vs robuste . . . . .	204
8.5	Erreurs d'estimation pour l'observateur robuste et un motard dont la masse est incertaine pendant la simulation d'un circuit BikeSim . . . . .	204
9.1	Illustration de la capture d'une image par une caméra conventionnelle . . . . .	219
9.2	Exemples d'application de la technique de projection perspective inverse . . . . .	220
9.3	Illustration d'une projection perspective inverse . . . . .	221
9.4	Reconstruction d'une vue de dessus de la route à partir de l'image d'une caméra embarquée à l'avant du V2RM . . . . .	224
9.5	Description des étapes de filtrage des marquages dans l'image vue de dessus de la route . . . . .	226
9.6	Illustration du suivi des lignes de la chaussée . . . . .	228
9.7	Schéma du V2RM et de la chaussée pour la reconstruction de la vue de dessus de la route . . . . .	229
9.8	Illustration de l'approximation des lignes pour l'identification des paramètres . . . . .	230
9.9	Scénario de route extra-urbaine, exécuté à 100 <i>km/h</i> , simulé avec BikeSim . . . . .	233
9.10	Résultats d'estimation pendant le scénario de route extra-urbaine pour une résolution de caméra de (640 × 480) . . . . .	234
9.11	Résultats d'estimation pendant le scénario de route extra-urbaine pour une résolution de caméra de (1080 × 720) . . . . .	235
9.12	Scénario de double changement de ligne, exécuté à 100 <i>km/h</i> , simulé avec BikeSim . . . . .	235
9.13	Résultats d'estimation pendant le scénario de double changement de ligne pour une résolution de caméra de (640 × 480) . . . . .	236
9.14	Résultats d'estimation pendant le scénario de double changement de ligne pour une résolution de caméra de (1080 × 720) . . . . .	237
10.1	Schéma de fonctionnement de la boucle d'estimation numérique de l'angle de roulis . . . . .	244
10.2	Illustration des étapes la boucle d'estimation de l'angle de roulis . . . . .	246
10.3	Résultats d'estimation de l'angle de roulis pendant le scénario de route extra-urbaine pour deux résolutions d'image : (640 × 480) vs (1080 × 720) . . . . .	247
10.4	Résultats d'estimation de l'angle de roulis pendant le scénario de double changement de ligne pour deux résolutions d'image : (640 × 480) vs (1080 × 720) . . . . .	248
11.1	Trajectoire du véhicule en virage pour différents comportements de braquage . . . . .	259
11.2	Dynamique du véhicule et de l'action du conducteur en virage pour différents comportements de braquage . . . . .	259
11.3	Ratio de braquage cinématique . . . . .	260



11.4 Résultats d'estimation pendant un virage constant pour une résolution d'image de $(1080 \times 720)$ . . . . .	261
11.5 Indicateurs basés vision pour la détection de sous et survirage . . . . .	262
A.1 Géométrie du modèle longitudinal un-corps du V2RM et de son conducteur . . . .	293
D.1 Représentation des angles d'Euler sur le V2RM . . . . .	313
D.2 Illustration des vecteurs des accélérations lors d'un mouvement de roulis . . . . .	316

# Liste des tableaux

1.1	Classement du taux de mortalité des accidents de la route par région dans le monde, en 2013, d'après une étude de l'organisation mondiale de la santé [6] . . .	42
1.2	Statistiques d'accidentologie sur le réseau routier français pendant les années 2010, 2015, 2016 et 2017 [7, 8] . . . . .	44
1.3	Contribution du motard dans les causes d'accidents [9] . . . . .	45
3.1	Définition des variables dynamiques dans le vecteur des vitesses généralisées pour le modèle huit-corps . . . . .	92
3.2	Définition des termes dans l'expression du vecteur des efforts généralisés pour le modèle huit-corps . . . . .	106
4.1	Définitions des termes de la matrice de masse du modèle deux-corps . . . . .	121
4.2	Définitions des termes du vecteur des efforts généralisés du modèle deux-corps . .	121
4.3	Définition des termes relatifs à la contribution des forces pneumatiques . . . . .	124
6.1	Résultats des études de l'erreur quadratique moyenne de la littérature pour l'estimation de l'angle de roulis . . . . .	179
6.2	Résultats de l'étude de l'erreur quadratique moyenne pour l'observateur de Luenberger non-linéaire . . . . .	180
9.1	Distances de sécurité réglementaires entre les véhicules sur les différents types de route en France [10] . . . . .	226
9.2	Temps de prédiction en fonction de l'horizon de la région d'intérêt . . . . .	231
9.3	Résultats de l'étude de l'erreur quadratique moyenne : résolution de la caméra vs précision des estimations . . . . .	238
9.4	Bilan sur la précision de l'estimation de la position relative du V2RM par rapport à la chaussée . . . . .	238
10.1	Résultats de l'étude de l'erreur quadratique moyenne pour le scénario de double changement de ligne . . . . .	249
A.1	Définition des termes de la matrice de masse du modèle un-corps . . . . .	305
A.2	Définition des termes du vecteur des efforts généralisés du modèle un-corps . . . .	305
E.1	Valeurs numériques des termes de la matrice $A(v_x)$ et du vecteur $B$ de la représentation d'état du modèle deux-corps du V2RM issu de BikeSim . . . . .	317
E.2	Valeurs numériques des termes de la matrice $A(v_x)$ et du vecteur $B$ de la représentation d'état du modèle deux-corps du scooter du laboratoire . . . . .	318



# Notations



# Nomenclature

$\diamond, \diamond_f, \diamond_r$	Grandeur $\diamond$ générale, relative au corps avant et relative au corps arrière
$\diamond_0, \diamond_{max}, \diamond_{min}$	Valeurs initiale/statique, maximale et minimale de la grandeur $\diamond$
$\dot{\diamond}, \ddot{\diamond}$	Dérivées temporelles première et seconde de la grandeur $\diamond$
$\hat{\diamond}$	Valeur estimée de la grandeur $\diamond$
$a_x, a_y, a_z$	Accélérations longitudinale, latérale et verticale
$a_R, \varepsilon_R$	Accélérations linéaire et angulaire résiduelles (3.11)
$A_d$	Surfaces par projection frontale de l'ensemble véhicule/conducteur (3.56)
$a, f, k, j, h, e, c, s$	Paramètres géométriques du modèle deux-corps (figure 4.2)
$\alpha$	Angle de dérive du pneumatique (2.1)
$B_\nu, C_\nu, D_\nu, E_\nu$	$\nu \in \{\alpha, \gamma, \kappa\}$ , termes de la formule magique de Pacejka (2.4)
$C_\alpha, c_\alpha$	Coefficients de raideur du glissement latéral général (2.10) et normalisé (2.11)
$C_\gamma, c_\gamma$	Coefficients de raideur du carrossage général (2.10) et normalisé (2.11)
$\chi$	Angle de rotation du bras oscillant (figures 3.1 et 3.2)
$C_{xy}$	Produit des inerties autour des axes $X$ et $Y$
$C_d, C_l$	Coefficients aérodynamique de trainée (3.56) et de portance (3.57)
$C, C_0, C_1$	Paramètres du modèle de la clothoïde ((9.18) et (9.19))
$d_p$	Distance du bras de levier longitudinal au point de contact du pneumatique (figure 2.8)
$\Delta F_z$	Transfert de charge vertical (2.16)
$\delta$	Angle de direction (figures 3.2)
$\delta_\zeta$	Variation du mouvement de tangage de la caméra (9.9)
$\Delta\psi$	Angle de lacet relatif entre les trajectoires du V2RM et de la route (figure 9.7)
$\Delta Y$	Position latérale relative entre les trajectoires du V2RM et de la route (figure 9.7)
$\Delta\phi$	Intervalle de recherche pour l'estimation de l'angle de roulis (figure 10.1)
$\delta_\phi$	Pas d'itération de la boucle numérique d'estimation du roulis (figure 10.1)
$\Delta\delta$	Angle de direction effectif (11.4)
$\epsilon$	Angle de chasse (figure 3.1)
$\eta, \eta_p$	Chasses mécanique et chasse pneumatique (figures 4.2 et 2.10)
$F_x, F_y, F_z$	Forces pneumatiques longitudinale, latérale et verticale (figure 2.1)
$F_s$	Force générée par la suspension (figure 3.3)
$F_a, F_d, F_l$	Forces aérodynamiques, force de trainée (3.56) et force de portance (3.57)
$F_T, M_T$	Forces et moments générés par le pneumatique (2.3)

$F_s, F_b$	Forces générées par la pente (3.63) et par le dévers (3.61)
$\mathcal{F}_n(O_n, i_n, j_n, k_n)$	$n \in \{c, v, w\}$ , repères pour la vision d'origine $O_n$ et d'axes $(i_n, j_n, k_n)$
$FOV_u, FOV_v$	Champs de vision horizontal et vertical de la caméra
$f_u, f_v$	Distances focales horizontale et verticale de la caméra (9.3)
<b>G</b>	Matrice de collinéation (9.6)
$g$	Gravité terrestre
$G_i$	$i \in \{m, f_s, f_{ns}, r_s, r_{ns}, d_l, d_u\}$ , centres de gravité des différents corps du modèle du véhicule (figure 3.1)
$\gamma$	Angle de carrossage du pneumatique (2.1)
<b>H</b>	Matrice d'homographie (9.7)
$h_m, l_m$	Paramètres géométriques (figure 2.5)
$h_c$	Hauteur de la caméra (figure 9.7)
$\iota$	Déformation verticale du pneumatique (2.2)
$\mathcal{I}_G$	Matrice d'inertie du corps de centre de gravité $G$
$\mathcal{I}_{x_G}, \mathcal{I}_{y_G}, \mathcal{I}_{z_G}$	Inertie du corps de centre de gravité $G$ suivant les axes $X, Y$ et $Z$
$\mathcal{I}_{y_{R_f}}, \mathcal{I}_{y_{R_r}}$	Inertie des roues avant et arrière autour de l'axe $Y$
$I(u, v)$	Point de coordonnées $(u, v)$ dans l'image $I$
$I, I', I''_i$	Images acquise par la caméra, image vue de dessus et image filtrée pour $i \in \{1, 2, 3\}$ (figures 9.4 et 9.5)
$\kappa$	Glissement longitudinal du pneumatique (2.1)
$K_\kappa, k_\kappa$	Coefficients de raideur du glissement longitudinal général (2.6) et normalisé (2.7)
$K_\delta$	Coefficient d'amortissement visqueux du mécanisme de direction
<b>K</b>	Matrice intrinsèque de la caméra (9.2)
$l_f, l_r$	Distances entre le point de contact pneu avant/sol et la projection du centre de gravité et entre le point de contact pneu arrière/sol et la projection du centre de gravité (figure 4.2)
$\lambda$	Distance d'élongation de la suspension (figure 3.3)
$M_x, M_y, M_z$	Moments pneumatiques de renversement, de résistance au roulement et d'auto-alignement (figure 2.1)
$\mathcal{M}$	Matrice de masse (3.13)
$\mathcal{M}, \mathcal{M}_f, \mathcal{M}_r$	Masse totale de l'ensemble véhicule/motard, du corps avant et du corps arrière
$\mathcal{M}_{rider}, \mathcal{M}_{V2RM}$	Masses du motard et du V2RM
$\mathcal{M}_G$	Masse du corps de centre de gravité $G$
$\mu$	Coefficient d'adhérence pneumatique/chaussée
$\omega_{AB}, \varepsilon_{AB}$	Vitesse et accélération angulaire du vecteur $\vec{AB}$ (3.5)
$\mathcal{P}$	Pression de gonflage du pneumatique (2.22)
$p$	Empattement (figure 4.2)
$\phi, \zeta, \psi$	Angles d'Euler : angles de roulis, de tangage et de lacet (figure D.1)
$\mathbf{P}_w$	Point 3D exprimé en coordonnées homogènes
$\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{p}_w$	Point 2D exprimé en coordonnées homogènes
$Q, Q_a, Q_r$	Vecteurs des efforts généralisés : total, non-conservatifs et résiduels (3.14)
<b>R</b>	Matrice de rotation de la caméra ((9.4) et (9.5))
$R$	Rayon de roue
$\mathcal{R}_n(n, i_n, j_n, k_n)$	$n \in \{V, O, A, \phi, \zeta, \epsilon, \delta, \chi, \xi, \nu T_f, T_r, bf, vh\}$ , repères de modélisation du modèle du véhicule d'origine $n$ et d'axe $(i_n, j_n, k_n)$

---

$r_{AB}$	Vecteur des coordonnées de $\vec{AB}$
$\rho_{air}$	Masse volumique de l'air
$R_{r0}, R_r$	Rayon idéal (sans glissement latéral) (11.2) et rayon réel du virage (11.5)
$r_w$	Ratio entre la masse du motard nominale et celle du motard incertain
$\sigma_x, \sigma_y$	Longueurs de relaxation longitudinale et latérale du pneumatique (2.18)
$s_p$	Distance du bras de levier latéral au point de contact du pneumatique (figure 2.7)
$s_{\Delta_\phi}$	Coefficient de sécurité pour l'intervalle de recherche de l'angle de roulis
$\mathbf{t}$	Vecteur de translation de la caméra
$\theta$	Angle de rotation de la roue (figure 3.1)
$\vartheta$	Vecteur des vitesses généralisés (3.15), (4.1)
$\tau_D, \tau_B$	Couples de propulsion et de freinage à la roue
$\tau$	Couple de braquage appliqué sur le guidon
$\tau_t$	Indicateur de performances temporelles (ratio entre le temps de calcul et celui de simulation)
$\Upsilon$	Borne du tube de convergence de l'observateur de Luenberger non-linéaire
$v_x, v_y, v_z$	Vitesses longitudinale, latérale et verticale
$v_{AB}, a_{AB}$	Vitesse et accélération linéaires du vecteur $\vec{AB}$ (3.4)
$\mathbf{V}_x$	Plage de variation de la vitesse longitudinale
$w$	Largeur des marquages de la chaussée en pixel
$\xi, \nu$	Angles d'inclinaisons longitudinale et latérale du buste du conducteur (figures 3.1 et 3.2)
$X_i, Y_i$	$i \in \{min, max\}$ coordonnées de la région d'intérêt de la vue de dessus (figure 9.7)
$\xi_\delta$	Ratio de braquage (11.1)
$z$	Pompage
$\zeta_s, \phi_b$	Angles de la pente et du dévers de la route (figure 3.4)
$\zeta_0$	Angle de tangage de montage de la caméra
$z_c$	Hauteur de montage la caméra





# Abréviations

<i>ABS</i>	<b>Anti-lock Braking System</b>
<i>ADAS</i>	<b>Advanced Driver Assistance Systems</b>
<i>ARAS</i>	<b>Advanced Rider Assistance Systems</b>
<i>BS</i>	<b>BikeSim</b>
<i>CAO</i>	<b>Conception Assistée par Ordinateur</b>
<i>CDG</i>	<b>Centre De Gravité</b>
<i>CI</i>	<b>Condition Initiale</b>
<i>DCL</i>	<b>Double Changement de Ligne</b>
<i>DDL</i>	<b>Degré De Liberté</b>
<i>EI</i>	<b>Entrée Inconnue</b>
<i>ESP</i>	<b>Electronic Stability Program</b>
<i>FOV</i>	<b>Field Of View</b>
<i>IBISC</i>	<b>Informatique, Biologie Intégrative et Systèmes Complexes</b>
<i>IMU</i>	<b>Inertial Measurement Unit</b>
<i>LMI</i>	<b>Linear Matrix Inequality</b>
<i>LPV</i>	<b>Linéaire à Paramètre Variant</b>
<i>LTI</i>	<b>Linéaire à Temps Invariant</b>
<i>MSC</i>	<b>Motorcycle Stability Control</b>
<i>OAL</i>	<b>Observateur ALgébrique</b>
<i>OEI</i>	<b>Observateur à Entrées Inconnues</b>
<i>OLNL</i>	<b>Observateur de Luenberger Non-Linéaire</b>
<i>OMS</i>	<b>Organisation Mondiale de la Santé</b>
<i>ONISR</i>	<b>Observatoire National Interministériel de la Sécurité Routière</b>
<i>PPI</i>	<b>Projection Perspective Inverse</b>
<i>PPV</i>	<b>Principe des Puissances Virtuelles</b>
<i>RI</i>	<b>Région d'Intérêt</b>
<i>RMSE</i>	<b>Root Mean Square Error</b>
<i>SLAM</i>	<b>Simultaneous Localization And Mapping</b>
<i>TCS</i>	<b>Traction Control System</b>
<i>TS</i>	<b>Takagi-Sugeno</b>
<i>V2RM</i>	<b>Véhicules à Deux-Roues Motorisés</b>
<i>V4RM</i>	<b>Véhicules à Quatre-Roues Motorisés</b>
<i>VDD</i>	<b>Vue De Dessus</b>



# Introduction générale



Dans un monde où les transports ferroviaire et aérien séduisent de plus en plus de voyageurs, les transports routiers restent, de très loin, les plus utilisés. En effet, ces derniers accordent une plus grande flexibilité aux usagers et sont indispensables dans certaines régions du monde dépourvues d'autre moyen de transport.

Dans ce contexte, le nombre d'usagers de la route ne cesse d'augmenter. Cette augmentation n'épargne pas le nombre d'utilisateurs de Véhicules Deux-Roues Motorisés (V2RM). Ces usagers se tournent vers ces véhicules pour leur maniabilité et leur agilité dans le flot de circulation et notamment dans les zones saturées par le trafic. Ou, tout simplement, pour le plaisir de conduite que les V2RM procurent. Ce sont également des véhicules plus compacts aisément stationnables.

Dans les pays en voie de développement, les V2RM sont très populaires car ils font partie des véhicules motorisés les plus accessibles. Ils sont souvent un moyen de transport principal. Alors que dans les pays industrialisés, les V2RM sont souvent des véhicules complémentaires, utilisés aussi bien pour des trajets professionnels que pour des usages récréationnels. Par ailleurs, dans les villes à forte démographie où la pollution devient une préoccupation majeure, les V2RM s'avèrent être une solution parfaitement adaptée. En effet, ce sont des véhicules, souvent dédiés à des trajets urbains, qui peuvent facilement être électrifiés. Les V2RM ont, sans aucun doute, un rôle à jouer dans le futur de nos modes de transport.

Malheureusement, cette augmentation du nombre d'usagers de la route est directement corrélée à une hausse du nombre d'accidents. D'après une étude de l'OMS, pendant l'année 2016, près de 1.4 millions de personnes ont perdu la vie dans des accidents de la route. Ils représentaient la huitième cause de mortalité dans le monde et la première en dehors des problèmes de santé. Les usagers de V2RM, appartenant au groupe des usagers non-carrossés avec les piétons et les cyclistes, apparaissaient clairement comme les usagers les plus vulnérables. En France, les motards représentent chaque année, approximativement 2% du parc automobile et presque un quart des morts. Autrement dit, ramené au kilomètre, un usager de V2RM à 24 fois plus de risque d'être victime d'un accident mortel qu'un usager de Véhicules Quatre-Roues Motorisés (V4RM).

Par ailleurs, derrière le triste coût humain des accidents de la route se cache un gouffre financier sans précédent. Dans le monde, ces derniers coûtent environ 500 milliards de dollars chaque année. Soit de 2 à 5% du Produit Intérieur Brut (PIB) de chaque pays. À titre d'exemple, en France, le coût général de l'insécurité routière a été évalué à 50 milliards d'euros en 2016. Soit 800 euros par citoyen pour l'année en question.

La sonnette d'alarme a été tirée depuis de nombreuses années déjà. Plusieurs acteurs ont proposé des solutions à cette situation d'urgence. On peut citer les actions gouvernementales qui ont permis de réglementer l'usage des véhicules sur les routes. Aussi, les organismes de formation qui ont mis en place un apprentissage de la conduite toujours plus adapté. Cependant, ces actions ont un caractère « préventif », puisqu'elles ciblent clairement l'éducation, la sensibilisation et la formation des conducteurs. Or, nous savons que même si un usager est bien formé, responsable et respectueux de la réglementation, il est loin d'être hors de portée des dangers sur les routes. Ces actions sont donc loin d'être suffisantes. Dans ce contexte, la conception des infrastructures routières a également été repensée. Cela a permis de construire des routes moins accidentogènes, même si l'on reproche aujourd'hui le manque de considération des usagers de V2RM. En effet, les infrastructures sont conçues pour le V4RM et il n'existe pas de voie de circulation dédiées aux V2RM. Pour finir, un des acteurs les plus importants à avoir apporté des solutions aux accidents de la route est l'industrie automobile.

En effet, les constructeurs automobiles et les équipementiers n'ont pas cessé d'innover pour concevoir des systèmes améliorant la sécurité et le confort dans nos véhicules. Ces dispositifs sont bien connus sous le nom de systèmes d'aide à la conduite ou d'*Advanced Driver Assistance Systems* (ADAS) en anglais. Leur objectif est d'assister le conducteur dans des phases de conduite

dites « à risque ». Pour certains de ces systèmes, il s'agit de simples alertes lors de détection de dangers. Alors que pour d'autres, ce sont des systèmes beaucoup plus complexes qui agissent sur la dynamique du véhicule par l'intermédiaire d'actionneurs. Ces systèmes ont indiscutablement contribué à diminuer le nombre d'accidents. À titre d'illustration, dans [11], une étude sur le célèbre *Electronic Stability Program* (ESP) a montré que ce système aurait permis de diminuer de moitié le nombre d'accidents, de 13% les collisions frontales et les accidents mortels de 32%.

Bien qu'à l'heure actuelle les nouveaux V4RM embarquent de plus en plus d'ADAS, ce n'est pas le cas des V2RM. Les spécificités de la dynamique de ces véhicules, à savoir l'amplitude du mouvement de roulis, les phénomènes de transfert de charge extrême (*wheelie* vs *stoppie*) ou encore le rapport entre la masse du conducteur et celle du véhicule ne permettent pas de transposer directement les solutions développées pour les V4RM. Les industriels du V2RM sont donc contraints de concevoir des dispositifs spécifiques d'aide à la conduite en faveur des motards, on parle alors d'*Advanced Rider Assistance Systems* (ARAS).

Par analogie avec la contribution des ADAS dans la diminution du nombre d'accidents, les industriels sont certains que les ARAS pourraient, eux aussi, considérablement réduire le nombre d'accidents impliquant les V2RM. Ces dernières années, le développement des ARAS est donc devenu un vrai challenge pour les acteurs du domaine. En effet, les V2RM sont des véhicules bon marché, ce qui implique le développement de solutions bas-coûts. Ils sont également très compacts avec des contraintes d'intégration mécanique sévères. Pour finir, leur dynamique est très complexe. À ce titre, ce sont des véhicules naturellement instables dont l'équilibre est souvent précaire. Ces trois raisons complexifient considérablement le développement des ARAS. Néanmoins, il existe quelques systèmes déjà sur le marché comme l'*Anti-lock Braking System* (ABS), le *Traction Control System* (TCS) ou encore le *Motorcycle Stability Control* (MSC). Cependant, la plupart d'entre eux restent destinés à des véhicules très haut de gamme.

L'objectif de mes travaux de thèse est d'apporter une contribution au développement des ARAS et, plus particulièrement, à ceux destinés à l'assistance en situation de virage. En effet, les virages font partie des scénarios les plus accidentogènes avec des pertes de contrôle du véhicule récurrentes. Dans ce contexte, nous avons ciblé un sujet avec de réelles perspectives industrielles, à savoir l'introduction des techniques modernes d'observation dans la conception des ARAS. En d'autres termes, il s'agit de développer des algorithmes « intelligents » capables d'estimer des variables dynamiques pertinentes pour la détection des situations à risque (route glissante, angle de roulis critique, etc.). Dans le schéma de principe, ces variables estimées permettent d'alimenter la fonction de risque qui calcule les indicateurs de risque et/ou les consignes de commandes.

Ces techniques d'observation suscitent un fort intérêt dans les applications automobiles et d'autant plus pour les V2RM. En effet, elles permettent d'estimer certaines dynamiques du véhicule aussi bien pour des raisons économiques que techniques. Elles permettent, par exemple, de contourner l'utilisation de capteurs coûteux ou, tout simplement, d'estimer des variables dynamiques non-mesurables. Dans ce dernier cas, cela signifie qu'il n'existe pas de capteurs adéquats comme pour les forces pneumatiques ou le couple de braquage par exemple. Par ailleurs, ces algorithmes d'observation ne sont que des artefacts algorithmiques qui n'impliquent aucune contrainte d'intégration ou même de maintenance.

Finalement, nous avons abordé ce sujet avec deux approches : une première approche, plus conventionnelle, basée sur un modèle mathématique du V2RM. Quant à la seconde, elle est basée sur des techniques de perception visuelle. Pour chacune d'entre elles, nous avons proposé plusieurs travaux originaux.

Ce manuscrit de thèse présente les travaux de manière chronologique. Il est organisé de la manière suivante. Le chapitre 1 discute le contexte et les motivations de ces trois années de recherches. À cette occasion, une étude approfondie des statistiques d'accidentologie est présen-

tée. Puis, le périmètre et les objectifs de cette thèse sont clairement détaillés. Finalement, les « outils de validation » sont introduits, à savoir les plateformes expérimentales du laboratoire et le logiciel de simulation BikeSim (BS).

La première partie de ce manuscrit aborde la modélisation du V2RM. Dans le chapitre 2, il est question de modéliser les pneumatiques. Dans un troisième chapitre (chapitre 3), un modèle complet du V2RM et de son conducteur est dérivé. Puis, dans le chapitre 4, ce modèle est simplifié pour obtenir un modèle de synthèse, plus propice au développement des algorithmes de commande et d'observation. Cette partie est fondamentale car elle présente les modèles dynamiques du V2RM utilisés pour la synthèse des observateurs discutés dans la partie suivante. De plus, elle permet de se familiariser avec les spécificités de la dynamique des V2RM.

La seconde partie de ce manuscrit reprend tous les travaux présentés sur les observateurs basés modèles. Il est alors question d'estimer simultanément la dynamique latérale du V2RM et l'action du motard. Dans ce contexte, trois observateurs sont présentés : un Observateur à Entrée Inconnue (OEI) dans le chapitre 5, un Observateur de Luenberger Non-Linéaire (OLNL) dans le chapitre 6 et un Observateur ALgébrique dans le chapitre 7. Leurs conceptions sont basées sur le modèle deux-corps de la dynamique latérale du V2RM (chapitre 4). Il est important de souligner que ces observateurs tiennent compte d'hypothèses réalistes comme la variation de vitesse longitudinale. Nous avons également proposé une technique pour concevoir un observateur robuste vis-à-vis d'un conducteur incertain dans le chapitre 8.

Finalement, la troisième partie de ce manuscrit aborde la synthèse d'estimateurs basés sur des techniques de perception visuelle. Dans premier un temps, nous avons travaillé sur un estimateur original utilisant la Projection Perspective Inverse (PPI) pour la reconstruction d'une Vue De Dessus (VDD) de la route. À partir de cette dernière, l'algorithme est capable d'estimer des indicateurs dynamiques pertinents comme la position du V2RM sur la chaussée et de prédire la géométrie de la route (chapitre 9). Ensuite, nous avons proposé une extension de cet algorithme pour estimer l'angle de roulis du véhicule. L'approche requiert seulement l'usage d'une caméra conventionnelle (chapitre 10). Il est alors question d'apporter une vraie alternative aux observateurs basés modèles pour estimer cet angle indispensable dans la quantification du risque en virage. Pour finir, nous sommes sortis du cadre de l'estimation/observation pour aborder un sujet tout aussi intéressant : la synthèse d'une fonction de risque. Dans le chapitre 11, nous nous sommes intéressés à la valorisation des indicateurs précédemment estimés par la vision en étudiant une fonction de détection des comportements de braquage sous et survireur. L'approche basée vision proposée s'avère être très pertinente et plus riche en information que l'approche cinématique plus communément utilisée.

Une conclusion générale termine cette thèse et introduit les perspectives ouvertes par les travaux présentés dans ce manuscrit.





# Chapitre 1

## Contexte et motivations de la thèse

### Sommaire

---

<b>1.1 Les accidents de la route : septième cause de mortalité dans le monde</b> . . . . .	<b>41</b>
1.1.1 L'accidentologie routière en quelques chiffres dans le monde et en France . . . . .	41
1.1.2 Les conducteurs de V2RM : les usagers les plus vulnérables . . . . .	44
<b>1.2 Quelles solutions sont mises en place ?</b> . . . . .	<b>46</b>
1.2.1 Les actions gouvernementales . . . . .	46
1.2.2 L'évolution des infrastructures routières . . . . .	49
1.2.3 Les réponses de l'industrie automobile . . . . .	50
<b>1.3 Objectifs de la thèse</b> . . . . .	<b>59</b>
1.3.1 Contribution au développement de nouveaux ARAS . . . . .	59
1.3.2 Vers des solutions plus concrètes et réalistes . . . . .	61
<b>1.4 Conclusion</b> . . . . .	<b>66</b>

---

### 1.1 Les accidents de la route : septième cause de mortalité dans le monde

#### 1.1.1 L'accidentologie routière en quelques chiffres dans le monde et en France

##### 1.1.1.1 Les accidents de la route dans le monde

Le terme d'accidentologie a été créé en 1968 par des chercheurs de l'Organisme National de recherche dans le domaine de la Sécurité Routière (ONSER). L'accidentologie est l'étude des accidents de la route, tant du point de vue de leurs causes, que de leurs effets. Aujourd'hui, c'est un sujet qui motive beaucoup de chercheurs qui analysent les accidents pour en comprendre les causes et proposer des solutions.

Dans le rapport sur les causes de mortalité récurrentes dans le monde, publié par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) [12], les accidents de la route :

- étaient la dixième cause de mortalité dans le monde en 2010,
- étaient la huitième cause de mortalité dans les pays émergents en 2016,
- n'apparaissaient pas dans les dix premières causes de décès des pays développés en 2016,
- étaient la première cause de décès chez les jeunes âgés de 15 à 29 ans en 2016,

— étaient la huitième cause de mortalité dans le monde en 2016, derrière les maladies cardiovasculaires, respiratoires, les Accidents Vasculaires Cérébraux (AVC), etc.

À noter que c'est la seule des causes parmi les dix premières qui n'est pas liée à des maladies ou des complications de santé.

Pendant l'année 2016, dans le monde, 59.9 millions de personnes ont perdu la vie dont 1.4 millions dans les accidents de la route, soit 2.5% de tous les décès. Ce qui correspond à 3 835 décès chaque jour, soit presque un accident mortel toutes les 25 secondes. Ces chiffres sont alarmants. En se basant sur ces statistiques, si rien n'est fait, en 50 ans les accidents de la route feront plus de morts que la seconde guerre mondiale ! En plus des décès, on recense entre 20 et 50 millions de blessés par an suite à des accidents de la route. Malheureusement, beaucoup d'entre eux gardent une invalidité à vie à la suite de leurs blessures. Plus triste encore, l'OMS estime que, sans aucune action soutenue, les accidents de la route deviendront, selon les projections, la septième cause de mortalité mondiale d'ici à 2030.

Le tableau 1.1 présente quelques chiffres issus du rapport sur l'accidentologie mondiale publié par l'OMS. Ce rapport [6] paru en 2015 présente les chiffres de l'année 2013. En effet, ce genre d'étude statistique est très complexe d'autant plus que certains pays ne recensent pas tous les accidents faute d'un département civil dédié. Ce document est donc le fruit d'un long travail de l'OMS et c'est le dernier en date qui répertorie les statistiques à l'échelle mondiale.

Région	Rang	Taux de mortalité pour 100 000 habitants	Taux de mortalité pour 100 000 véhicules	Nombre de tués
Libye	1	73.4	128.2	4 554
Thaïlande	2	36.2	74.6	24 237
Malawi	3	35.0	1 310.4	5 732
Afrique	29	26.6	574	246 719
Monde	82	17.4		1 250 000
Amérique	97	15.9	33	153 789
États-Unis	126	10.6	12.9	34 064
Europe	135	9.3	19	84 589
France	166	5.1	7.6	3 268
Allemagne	172	4.3	6.8	3 540
Suède	183	2.8	4.7	272
Suisse	184	2.6	3.6	216
Norvège	185	2.2	3.1	112

TABLE 1.1 – Classement du taux de mortalité des accidents de la route par région dans le monde, en 2013, d'après une étude de l'organisation mondiale de la santé [6]

Le tableau 1.1 montre quelques indicateurs intéressants pour évaluer la mortalité sur les routes. Le classement tient compte des pays et des continents, au total 185 candidats sont répertoriés. Il est ordonné en fonction du taux de décès sur les routes pour 100 000 habitants. On peut remarquer que ces chiffres sont très hétérogènes entre les pays mais aussi entre les continents. Il apparaît que 90% des décès sur les routes surviennent dans les pays à revenu faible ou intermédiaire qui possèdent environ 54% du parc mondial de véhicules. Ces chiffres très inquiétants pour certains pays, comme la Libye, où presque un citoyen sur 1300 est mort dans les accidents de la route pendant l'année 2013<sup>1</sup>. Si le taux de mortalité était identique en France, environ

1. La Libye a été le siège de plusieurs conflits de grande ampleur pendant cette année, ce qui pourrait expliquer ces chiffres.

50 000 usagers de la route seraient morts en 2013, contrairement aux 3 268 répertoriés. À l'inverse, les pays scandinaves et la Suisse ont été les meilleurs élèves en matière de sécurité routière avec moins de 3 morts pour 100 000 habitants. On peut remarquer que l'Europe fait partie des continents où l'accidentologie routière est la plus faible, à l'inverse de l'Afrique où les routes sont beaucoup plus meurtrières. Finalement, ce tableau met en avant une forte hétérogénéité des chiffres de mortalité sur les routes qui sont étroitement liés à la situation économique du pays ou du continent en question.

L'étude de l'OMS [6, 13] dresse un profil type de l'utilisateur de la route qui meurt de manière récurrente dans les accidents. Cette personne :

- est un homme (73% des tués sur les routes sont des hommes),
- est un adolescent ou un adulte (la tranche d'âge des 15 à 44 ans représente 48% des tués),
- se déplace à pied, à vélo ou à motocycle (près de 50% des morts sur les routes),
- réside dans un pays à revenu faible ou intermédiaire (90% des décès sur les routes surviennent dans ces régions).

L'OMS s'est aussi intéressée aux facteurs de risque qui interviennent dans les accidents [13]. Les résultats mettent en avant :

- la vitesse (1 km/h supplémentaire de la vitesse moyenne d'un véhicule entraîne une hausse de 3% de l'incidence des accidents faisant des blessés et une hausse de 4 à 5% de l'incidence des accidents mortels),
- la conduite en état d'ébriété et/ou sous l'influence de substances psychoactives (pour la consommation d'alcool 0.5, 0.8 et 1.2 g/L multiplient respectivement par 2, 10 et 35 le risque d'accident de la route [14]),
- l'absence du port de casque pour les motocyclistes (il peut réduire de près de 40% le risque de décès et de plus de 70% le risque de traumatisme grave),
- l'absence du port de la ceinture de sécurité (elle réduit le risque de décès de 40% à 50% pour les occupants à l'avant et de 25% à 75% pour ceux assis à l'arrière),
- l'absence de dispositifs de sécurité pour les enfants (ils réduisent d'environ 70% les décès des nourrissons et de 54% à 80% les décès des jeunes enfants),
- les distractions au volant (à titre d'exemple : l'usage du téléphone portable au volant multiplie par quatre le risque d'être impliqué dans un accident),
- les infrastructures routières dangereuses,
- les véhicules dangereux,
- les insuffisances des soins après un accident,
- les manquements au code de la route,
- etc.

Par ailleurs, derrière le triste coût humain des accidents de la route se cachent des répercussions économiques sans précédent. D'après certaines études comme dans [15], le coût des accidents de la route dans le monde serait estimé à plus de 500 milliards de dollars chaque année. Par analogie avec les chiffres du recensement démographique mondial, les accidents de la route coûtent, chaque année, environ 70 dollars à chaque être humain sur la terre. Sans évolution de la situation, cela correspondrait à plus de 5 000 dollars en moyenne pendant leur vie. À une échelle plus locale, les accidents de la route coûtent à la plupart des pays entre 2% et plus de 5% de leur Produit Intérieur Brut (PIB) [6]. Encore une fois, ces chiffres dépendent directement des ressources économiques du pays.

### 1.1.1.2 Les accidents de la route en France

En France, un département ministériel dédié s'occupe des études d'accidentologie sur le réseau français, il s'agit de l'Observatoire National Interministériel de la Sécurité Routière (ONISR). L'ONISR publie chaque année des rapports statistiques complets sur les accidents de la route en France. Ces bilans annuels ont pour but de faire connaître les tendances de l'accidentalité pour en comprendre les mécanismes à travers des analyses thématiques. Les données publiées par l'ONISR proviennent du fichier national des accidents corporels de la circulation routière. Ces derniers sont fournis par les forces de l'ordre qui les remplissent obligatoirement à la suite d'un accident de la route impliquant des dommages corporels.

Les résultats des deux derniers rapports définitifs, pour 2016 [7] et 2017 [8], sont résumés dans le tableau 1.2. Ce tableau montre la répartition de la mortalité sur les routes françaises en fonction du mode de transport. Même si le nombre de morts sur les routes est globalement à la baisse en France, c'est le même constat qu'au niveau mondial. Le groupe des usagers "non-carrossés" incluant les piétons et les véhicules deux-roues motorisés et non-motorisés sont les plus vulnérables. Sur l'année 2016, ces usagers représentaient 42% des morts et 70% des blessés graves [7]. Ces chiffres montrent aussi que, malgré les efforts réalisés pour réduire l'accidentalité, les chiffres sont quasiment stables depuis ces 3 dernières années. Pour information, le nombre d'accidents mortels en France a été à la hausse jusqu'en 1972 lorsqu'il a atteint le pic historique des 18 113 morts (voir la figure 1.2). Cette figure confirme que les chiffres sont à la baisse depuis plus de 40 ans avec une stabilisation visible durant ces dernières années.

Moyen de transport	2010	2015	2016	2017	2010 → 2017	2015 → 2017
Piétons	485	468	559	484	- 0.2 %	+ 3.4 %
Vélos	147	149	162	173	+ 17.7 %	+ 16.1 %
Cyclomoteur (V2RM)	248	155	121	117	- 52.8 %	- 24.5 %
Motocyclette (V2RM)	704	614	613	669	- 4.9 %	+ 8.9 %
Véhicules de tourisme	2117	1796	1760	1767	- 16.5 %	- 1.6 %
Véhicules utilitaires	146	120	130	99	- 32.2 %	- 17.5 %
Poids lourd	65	56	55	51	- 21.5 %	- 8.9 %
Transports en commun	4	43	12	14	+ 250 %	- 67.4 %
Autres	76	60	65	74	- 2.6 %	+ 23.3 %
Total	3992	3461	3477	3448	- 13.6 %	- 0.4 %
Total V2RM	952	769	734	786	- 17.4 %	+ 2.2 %

TABLE 1.2 – Statistiques d'accidentologie sur le réseau routier français pendant les années 2010, 2015, 2016 et 2017 [7, 8]

Par comparaison avec le bilan financier mondial des accidents de la route. Le coût général de l'insécurité routière en France, incluant celui des accidents, a été estimé à environ 50 milliards d'euros, soit 2.2% du PIB français en 2016. Cela correspond à presque 800 euros par citoyen juste pour l'année 2016. Si les chiffres restent constant, à la fin de sa vie un Français aura contribué à hauteur de 64 000 euros pour l'insécurité routière.

### 1.1.2 Les conducteurs de V2RM : les usagers les plus vulnérables

Que ce soit au niveau mondial ou à l'échelle de la France, les résultats ci-dessus sont unanimes : les usagers de la route non-carrossés sont les plus vulnérables. Parmi ces usagers, on compte les piétons et surtout les conducteurs de V2RM (motocyclistes et cyclomotoristes).

**Dans le monde :**

Dans son rapport [6], l’OMS est claire : *"La sécurité des V2RM doit être aussi une priorité"*. Cette citation sous-entend fortement que de nombreux efforts ont été faits pour améliorer la sécurité des véhicules de manière générale alors que les V2RM ont été mis de côté.

Le constat est accablant, depuis de nombreuses années les usagers de V2RM représentent environ un quart des morts sur les routes dans le monde [6]. Plus tristes encore, les accidents mortels de V2RM repartent à la hausse. Pas seulement dans des pays à faible ou moyen revenus où les V2RM se démocratisent impliquant, in fine, plus d’accidents. Mais aussi dans des pays industrialisés comme les États-Unis, où les décès des usagers de V2RM atteignent des records [16].

Bien que l’OMS estime qu’un quart des morts sont des conducteurs de V2RM dans le monde, la distribution de ces chiffres est plus que disproportionnée suivant les régions. Deux raisons principales expliquent cette observation. Premièrement, le nombre d’usagers et deuxièmement l’utilisation des V2RM. En effet, dans les pays développés, ce sont des véhicules utilisés en complément d’un V4RM. Ces usagers éviteront les situations météorologiques à risque par exemple. Alors que dans les pays émergents, c’est un moyen de transport principal qui est vital pour de nombreuses familles. Par exemple, pendant l’année 2015, en Thaïlande, au Vietnam, en Indonésie et en Malaisie près de 90% des foyers possédaient un V2RM qui représentait 70% du parc de véhicules [17].

**En Europe :**

L’accidentalité des motards est devenue un sujet tellement préoccupant pour l’Europe que certaines organisations comme la célèbre Motorcycle Accidents In Depth Study (MAIDS) ont décidé de se concentrer sur ce sujet. Cette organisation a réalisé une étude très intéressante dont les résultats sont publiés dans [9]. Ils sont issus de l’analyse de pas moins de 921 accidents impliquant des V2RM dans 5 pays de l’UE pendant un an. Le bilan est très clair :

- dans 37.4% des accidents de V2RM le motard est seul responsable du crash, alors que dans 50.5% des accidents le conducteur d’un véhicule tiers est responsable,
- les causes récurrentes identifiées dans les accidents dont le motard est seul responsable sont présentées dans le tableau 1.3,
- dans 32% de tous les accidents de V2RM, une perte de contrôle du deux-roues a eu lieu. Elle est souvent liée à une action inadaptée du motard,
- l’infrastructure, les conditions météorologiques, les défaillances mécaniques sont aussi identifiées comme des facteurs responsables d’accidents.

<b>Facteur humain</b>	<b>Contribution</b>
Défaut de trajectoire	32.2%
Défaut d’analyse du trafic	27.7%
Obstruction du champ de vision	18.5%
Différence de vitesse	18%
Inattention	10.6%

TABLE 1.3 – Contribution du motard dans les causes d’accidents [9]

**En France :**

Intéressons-nous maintenant au dernier rapport définitif de l'ONISR qui concerne l'année 2016 [7]. Le bilan statistique concernant les motards est très bien résumé dans la figure 1.1 issue de [1].

Ces résultats mettent en évidence le sous-équipement des usagers de V2RM en France. Cependant, le fait le plus marquant est que les V2RM représentaient à peine 2% du trafic motorisé, presque un quart des morts sur le réseau routier et environ la moitié des accidents graves. Pour un kilomètre parcouru, un motard a 24 fois plus de risque d'être tué qu'un automobiliste au volant d'un V4RM. Encore une fois, ces données confirment la grande vulnérabilité de cette catégorie d'usagers de la route.

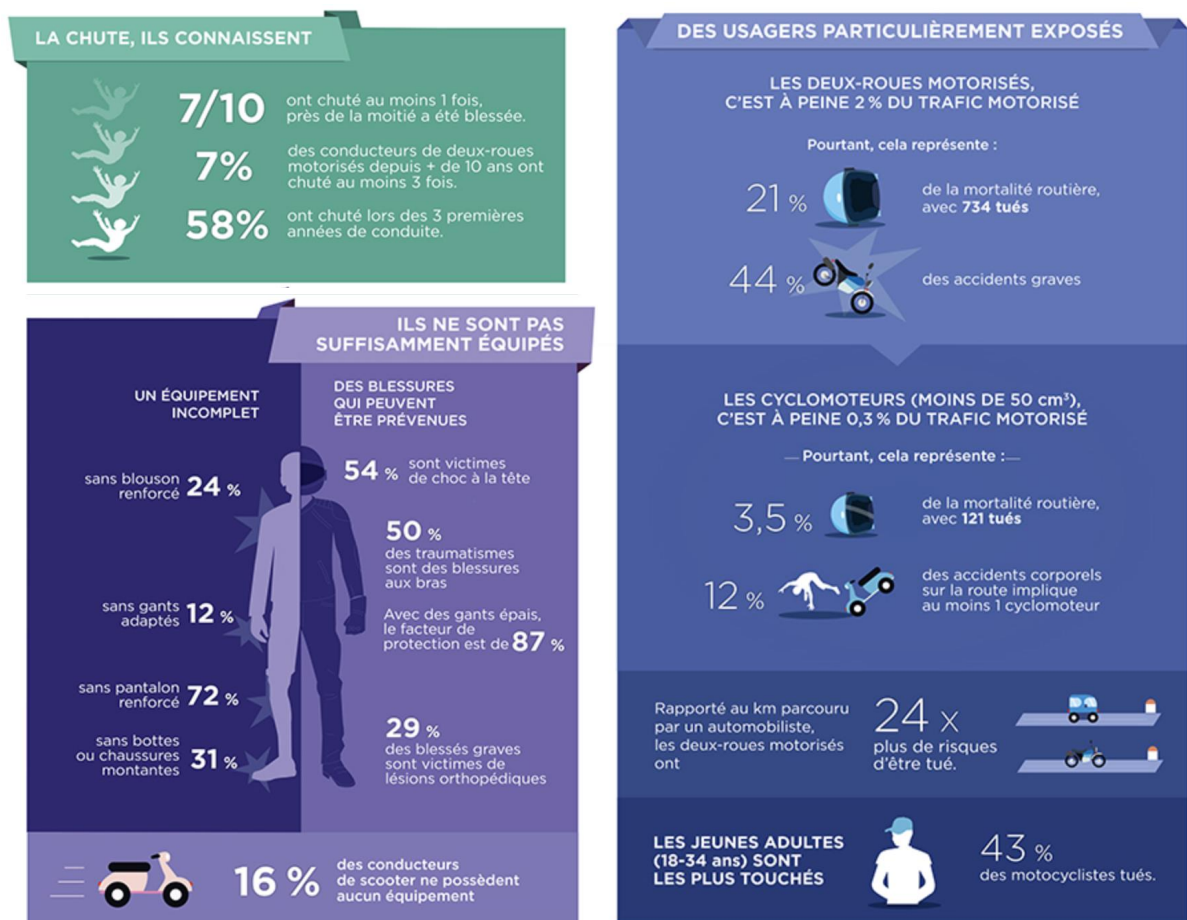


FIGURE 1.1 – Résumé sur l'accidentalité des motards en France pendant l'année 2016 [1]

## 1.2 Quelles solutions sont mises en place ?

### 1.2.1 Les actions gouvernementales

Les actions gouvernementales jouent un rôle très important dans les accidents de la route que ce soit à l'échelle globale ou locale.

À l'échelle mondiale ou même continentale, il n'existe aucune uniformisation totale des réglementations sur la circulation routière. Elles sont propres à chaque pays voir à chaque région d'un même pays. On pourra citer l'exemple des États-Unis où chaque État possède son code de la route.

Malgré cela, l'OMS encourage vivement les actions locales à travers des études approfondies et en fixant des objectifs. Par exemple, le programme de développement durable à l'horizon 2030 des Nations Unies a fixé une cible ambitieuse pour la sécurité routière. À savoir diminuer de moitié le nombre total des morts et des blessés dus aux accidents de la route d'ici à 2020. Dans la suite de cette section, on citera quelques actions gouvernementales relatives à la sécurité routière en France.

Depuis son apparition, le code de la route a permis d'organiser et de sécuriser le transit de bien et de personne sur les routes publiques. Aujourd'hui, le code de la route est un ensemble d'articles très complexes en constantes évolutions. Des entités comme le Comité Interministériel de la Sécurité Routière (CISR) se réunissent régulièrement pour améliorer la réglementation routière inscrite dans le code. On pourra citer l'exemple récent de l'abaissement de la vitesse limite sur les routes départementales à double sens de 90 à 80 *km/h*. Même si cette mesure est très controversée, elle est supposée sauver entre 300 et 400 vies par an d'après l'ONISR. Le code de la route est donc un des piliers de la sécurité routière en France. À noter qu'il existe une réglementation comparable dans presque tous les pays du monde. Néanmoins, elle est plus ou moins bien respectée.

En France, l'État a beaucoup investi pour le respect du code de la route. Il y a eu de nombreuses actions dans cette direction. On peut noter quelques étapes majeures comme l'instauration du permis à douze points en 1989.

Le gouvernement français a joué ensuite la carte de la répression, en multipliant les contrôles sur les routes (vitesse, alcool, etc.). Dans un premier temps, ces contrôles étaient réalisés par des équipes des forces de l'ordre mobiles. Puis, l'État a mis l'accent sur les contrôles de vitesse. Rappelons que la vitesse excessive a été identifiée, non pas comme un facteur responsable, mais comme un facteur fortement aggravant lors des accidents de la route. Dans ce contexte, c'est en 2003 que le premier radar totalement automatique a été inauguré. Aujourd'hui, les routes françaises comptent plus de 4500 radars automatiques toujours plus performants. Ils sont capables de verbaliser diverses infractions simultanément. L'État français ne compte pas s'arrêter là puisqu'un grand nombre d'appareils sont en cours de déploiement sur le territoire. Par ailleurs, depuis le début de l'année, une nouvelle génération de radar a fait son apparition. Il s'agit de véhicules roulants qui verbalisent en mouvement avec des radars embarqués. On parle de radar mobile de nouvelle génération. Néanmoins, même si cela peut s'apparenter à de la répression abusive pour certains, les contrôles de vitesse ont indiscutablement permis de responsabiliser beaucoup de conducteurs et de diminuer le nombre de morts sur les routes. La figure 1.2 retrace la chronologie des principales mesures de sécurité routière [2]. Même s'il est impossible de décorrélérer les résultats en fonction des différentes mesures, cette figure montre l'impact positif du déploiement des appareils de contrôle de vitesse sur le nombre de morts sur les routes.

Pour ce qui concerne les V2RM, l'État a mis en place des mesures spécifiques. Pour information, il est intéressant de savoir que la conduite d'un deux-roues motorisé est possible à partir de l'âge de 14 ans. La loi stipule qu'un adolescent titulaire du Brevet de Sécurité Routière (BSR) est autorisé à conduire un V2RM d'une cylindrée maximum de 50 *cc* dont la vitesse maximale ne dépasse pas 45 *km/h*.



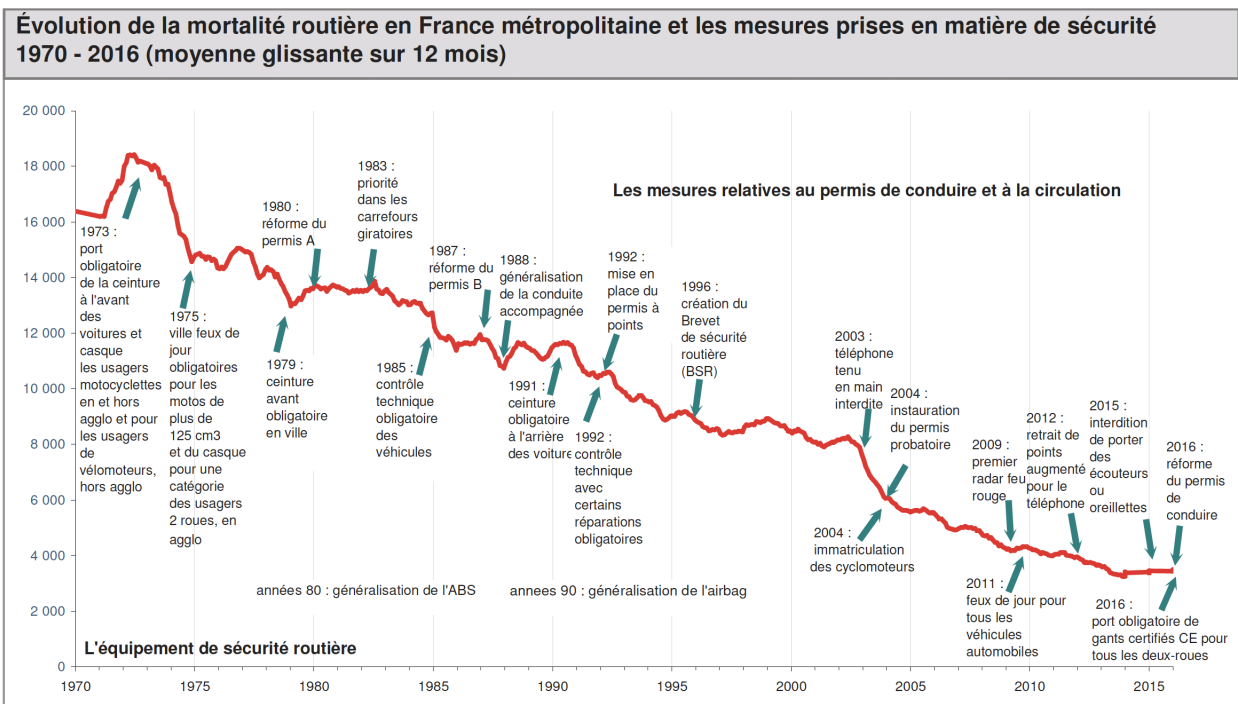
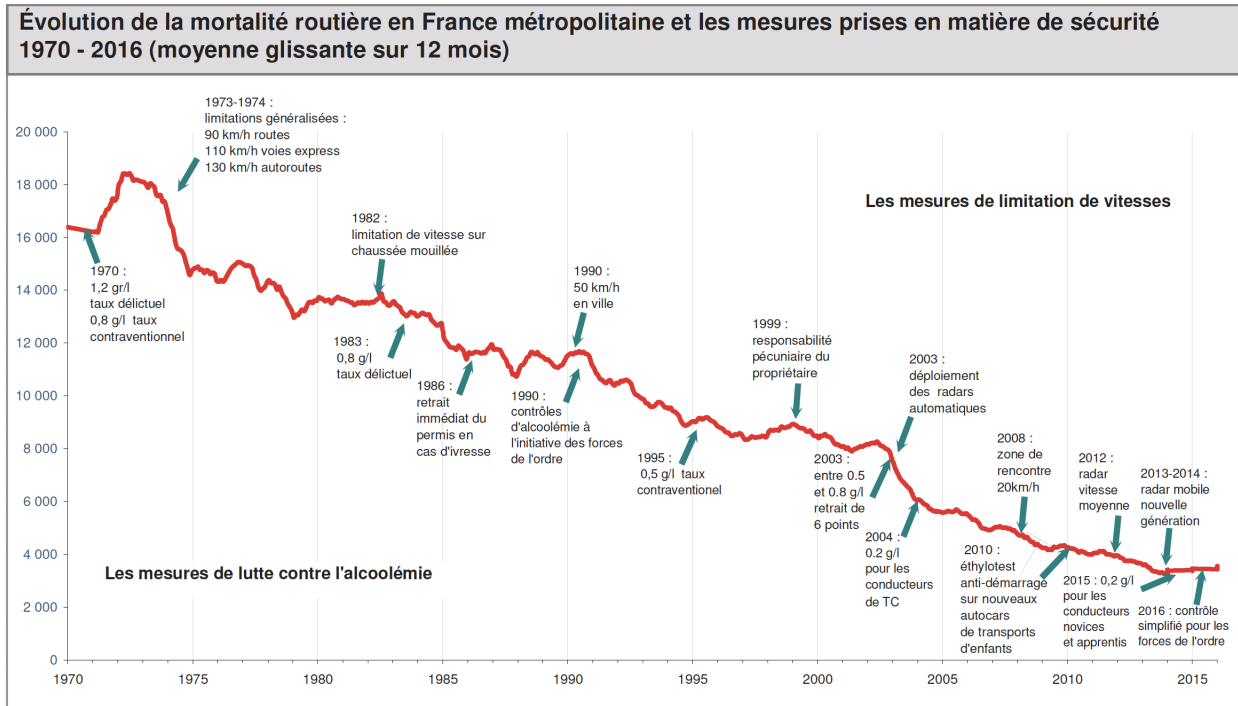


FIGURE 1.2 – Évolution de la mortalité sur les routes françaises 1970-2016 en fonction des mesures de sécurité routière [2]

À partir de 16 ans, il est possible d'obtenir le permis A1 permettant de conduire un deux-roues dont la puissance peut atteindre 11 kW équivalente à 125 cc. Aussi, il existe une équivalence à ce permis pour les titulaires du permis voiture B. Depuis quelques années, elle peut être obtenue après une courte formation. Avant, le permis A1 était automatiquement délivré avec le permis B.

Or, des conducteurs totalement novices se retrouvaient au guidon d'un V2RM d'une puissance de 11 kW sans aucune formation préalable et, possiblement, sans jamais avoir conduit un V2RM de plus petite cylindrée auparavant. Ces motards étaient, pour la plupart, des usagers de V2RM avec un manque de formation qui présentaient un risque d'accident très important. C'est pourquoi le gouvernement a légiféré une nouvelle loi sur le sujet.

Cette organisation des différents permis cible très clairement l'éducation des motards novices qui sont bien connus comme des usagers à risque. C'est d'autant plus vrai, quand ils sont au guidon d'un V2RM puissant. Elle converge également vers une uniformisation européenne du permis de conduire pour les V2RM.

### 1.2.2 L'évolution des infrastructures routières

Rappelons que l'OMS reconnaît clairement les défauts d'infrastructure routière comme des facteurs de risque récurrents dans les accidents de la route [6]. Il est évident qu'une amélioration de la sécurité sur les routes ne peut pas se faire sans une amélioration de l'infrastructure. De plus, on reproche souvent à beaucoup d'infrastructures routières d'être pensées pour les utilisateurs de V4RM et non pour les motards. Il y a donc clairement un manque de prise en compte des utilisateurs de V2RM dans la conception des ouvrages routiers.

Tout comme le code de la route qui régit l'usage de la voie publique, il existe des directives très strictes sur la conception des infrastructures routières. Ces dernières tiennent compte aussi bien de l'intégration de l'infrastructure dans l'environnement que des caractéristiques propres à cette dernière. En ce qui concerne les spécifications de ladite infrastructure, elles considèrent un ensemble de paramètres afin de définir un tracé optimal. Parmi les paramètres considérés, on retrouve bien évidemment le profil de route urbain, extra urbain ou autoroutier. Ou encore la visibilité, le dévers, la pente, etc. Dès lors que les gouvernements ont compris que les infrastructures jouaient un rôle important dans les accidents de la route, leur conception est devenue un axe de recherche très actif.

Il est indiscutable que la maintenance du réseau routier est tout aussi importante que la qualité de construction. En effet, des routes mal entretenues peuvent vite devenir accidentogènes et encore plus pour les V2RM. Si on prend l'exemple le plus commun qui est la formation des nids-de-poule, ces derniers peuvent facilement provoquer une perte de contrôle du V2RM et donc un accident. Rappelons que les V2RM sont des véhicules pour lesquels l'équilibre est parfois précaire, notamment en virage, et que certains défauts de la route peuvent avoir de lourdes conséquences.

En France, l'État est responsable de près de 21 000 km de route. La part modale du réseau routier en France dépasse 85% que ce soit pour le transport de personnes ou de marchandises. À titre d'information, pendant l'année 2015, l'État a consacré près de 700 millions d'euros à l'entretien et à l'exploitation du réseau routier national qui représente un patrimoine de 143 milliards d'euros.

Dans la suite de ce manuscrit, on s'est intéressé en détail à la réglementation des marquages délimitant la chaussée aussi connus sous le nom de signalisation routière horizontale. Elle est régie par l'instruction interministérielle sur la signalisation routière [18]. Une investigation approfondie de ce document nous a permis de comprendre que les ingénieurs utilisent un modèle mathématique bien précis pour définir la trajectoire d'une route et de ses marquages. Il s'agit du modèle de la clothoïde<sup>2</sup>, aussi connu sous le nom de spirales d'Euler. C'est une fonction mathématique qui permet de modéliser trois cas de figure en jouant sur deux paramètres : la ligne droite, le virage à rayon de courbure constant et la clothoïde. Cette dernière permet de

2. La clothoïde est une courbe plane caractérisée par le fait qu'en un point appartenant à la courbe, sa courbure est proportionnelle à l'abscisse curviligne de ce point. C'est une référence très répandue pour le tracé des routes.

connecter, de manière fluide, une ligne droite et un virage de telle sorte à éviter les mouvements brusques de direction et les pertes de visibilité. Elle facilite également le suivi des marquages par le conducteur et garantit des critères de maniabilité et manœuvrabilité lors de la prise de virage.

De plus, les tendances de l'industrie automobile actuelle et l'accélération des progrès technologiques laissent penser que l'infrastructure routière va rapidement évoluer dans les prochaines années. En effet, il y a un tel engouement pour les véhicules autonomes à l'heure actuelle que l'adaptation du réseau routier va devenir une priorité. On peut imaginer que la visibilité des marquages au sol va devenir cruciale pour ces nouveaux véhicules sans chauffeur. En effet, ces derniers sont un des moyens de se repérer sur la chaussée pour les pilotes autonomes. Nous insistons sur la présence de marquages au sol visibles car une partie des travaux présentés dans ce manuscrit est basée sur la détection des marquages au sol délimitant la route. Il s'agit des travaux sur l'estimation basée sur des techniques de vision.

Dans ce contexte, beaucoup de travaux de recherche sont menés pour améliorer les infrastructures routières tout en prenant en compte les nouveaux véhicules, les nouvelles ressources énergétiques, etc. À titre d'exemple, on peut citer l'Institut Français des sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux (IFSTTAR) où des chercheurs étudient des routes de dernière génération. Des voies de circulation à énergie positive capables de produire de l'énergie pour alimenter le réseau domestique ou même de recharger un véhicule électrique.

En conclusion, la course technologique au véhicule autonome n'est pas encore terminée mais l'infrastructure doit rapidement évoluer pour pouvoir intégrer ces véhicules une fois sur le marché. Comme pour beaucoup d'objets du quotidien, la route doit devenir intelligente et communicante. Dans cette direction, on peut noter par exemple l'apparition de signalisations connectées comme les feux rouges.

### 1.2.3 Les réponses de l'industrie automobile

#### 1.2.3.1 La sécurité active et passive : un axe prioritaire pour les industriels

Parallèlement aux actions gouvernementales et à l'amélioration continue des infrastructures, les industriels du monde automobile ont investi énormément dans la sécurité de nos véhicules et notamment dans les systèmes d'aide à la conduite. Avant toute chose, il est important d'introduire quelques notions et notamment les termes de sécurité passive et active. Ces derniers sont souvent confondus avec systèmes actifs ou passifs. La sécurité passive ou encore active se réfère à la chronologie de l'accident comme présenté sur la figure 1.3. On parlera de point de non-retour lorsque l'accident est inévitable. Avant ce point il s'agit de sécurité active et après ce point, on parlera de sécurité passive.

Bien que des innovations comme la ceinture de sécurité, les airbags ou tous les travaux sur la déformation de la structure des véhicules ont largement contribué à diminuer la gravité des accidents, on s'intéressera ici aux systèmes d'aide à la conduite, aussi appelés *Advanced Driver Assistance Systems* (ADAS). De tels systèmes ont pour objectifs d'alerter et dans certains cas, d'assister le conducteur dans des situations de conduite dites dangereuse. La première date marquante dans le développement des ADAS remonte à 1978 lorsque le premier véhicule de série a été équipé du célèbre ABS. Comme beaucoup d'ADAS qui ont suivi, il était d'abord réservé aux véhicules très haut de gamme. Il a été ensuite démocratisé à un tel point qu'il est obligatoire sur tout véhicule neuf homologué CE depuis 2003. Ces 30 dernières années, le développement de tels systèmes est devenu un axe prioritaire pour les équipementiers et les constructeurs de véhicules.

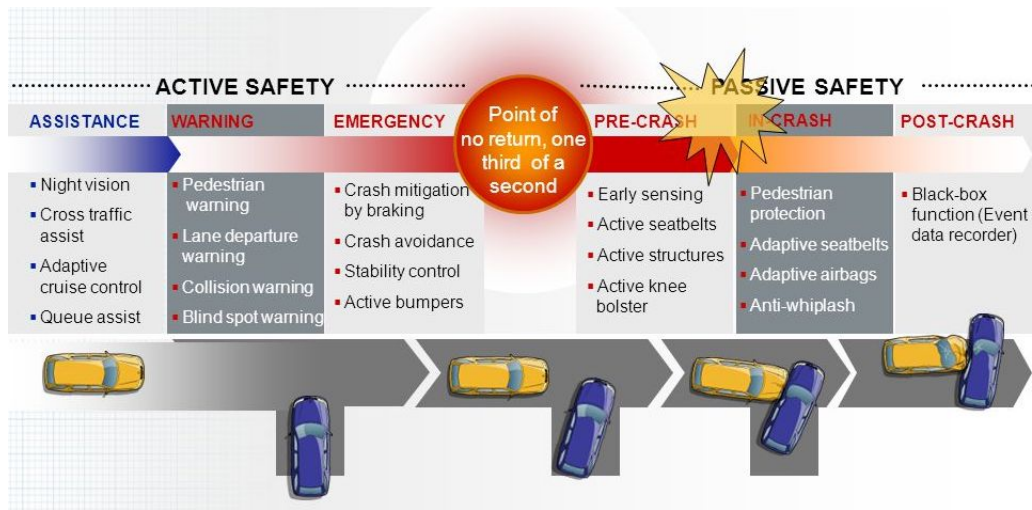


FIGURE 1.3 – Sécurité et chronologie d'un accident de la route

Aujourd'hui, il en existe multitude d'ADAS pour des applications très variées. À titre d'illustration, on peut citer :

- Les systèmes d'aide au freinage et au maintien de trajectoire :
  - ◊ Les systèmes d'aide à la motricité :
    - ★ Les systèmes antipatinages (TCS pour *Traction Control System*)
  - ◊ Les systèmes d'aide au freinage :
    - ★ Anti-blocage des freins (ABS pour *Anti-lock Braking System*)
    - ★ Répartition électronique de la force du freinage (EBFD pour *Electronic Brake-force Distribution*)
  - ◊ Les systèmes de correction de trajectoire :
    - ★ Programme électronique de stabilisation (ESP pour *Electronic Stability Program*)
    - ★ Assistance au suivi de ligne (LKS pour *Lane Keeping System*)
- Les systèmes de régulation de vitesse :
  - ◊ Limiteur de Vitesse (LV)
  - ◊ Régulateur de Vitesse (RV)
- Les systèmes anti-collisions :
  - ◊ Freinage automatique d'urgence (EBA pour *Emergency Brake Assist*)
  - ◊ Régulateur de vitesse adaptatif (ACC pour *Active Cruise Control*)
- Les systèmes d'alertes :
  - ◊ Détecteur de fatigue, d'inattentions et de vigilance du conducteur
  - ◊ Alerte de Franchissement Involontaire de Ligne (AFIL)
  - ◊ Détection de véhicules présents dans les angles morts (BSM pour *Blind Spot Monitoring*)
  - ◊ Alerte de Distance de Sécurité (ADS)
- Autres :
  - ◊ Aide au stationnement (PA pour *Parking Assist*)
  - ◊ Phare directif
  - ◊ Véhicule communicant (V2I et V2V pour *Vehicle To Infrastructure* et *Vehicle To Vehicle*)
- etc.

Cette liste est non exhaustive. À noter que les dénominations commerciales citées ci-dessus

peuvent varier d'un constructeur à un autre. Beaucoup d'études ont montré que de les ADAS ont indiscutablement contribué à diminuer le nombre d'accidents sur les routes. Par exemple dans [19], les auteurs ont étudié l'impact des systèmes anti-colisions sur les accidents de la route. Ces systèmes qui assistent le conducteur en cas de détection d'un crash imminent auraient permis de diminuer de plus de 45% le nombre d'accidents. Tandis que dans [20, 21], les auteurs ont mené une étude similaire sur les systèmes de régulation de vitesse intelligents et adaptatifs (détection de survitesse, ajustement automatique de la vitesse, etc.). Ils ont conclu que ces systèmes d'aide à la conduite auraient permis de diminuer de plus de 40% le nombre d'accidents et de plus de 59% ceux mortels. Dans [11] a investigué les effets de l'ESP sur les accidents de la route. Les résultats sont clairs, l'ESP aurait réduit de 49% le nombre d'accidents, 13% les collisions frontales et les accidents mortels de 32%.

### 1.2.3.2 Le sécurité active et passive : les V2RM des véhicules mis de côté

Dans cette course effrénée aux nouveaux ADAS, les V2RM ont souvent été mis de côté même si quelques solutions sont actuellement sur le marché. En effet, les V2RM ont beaucoup de spécificités propres qui ne permettent pas d'étendre directement la grande majorité des ADAS initialement développés pour les V4RM. Parmi les spécificités les plus significatives, on retrouve :

- **L'équilibre** : un V4RM est, par nature, stable en situation de conduite normale ou à l'arrêt. Ce n'est pas le cas des V2RM qui sont naturellement instables sans mouvement et sans intervention extérieure. Alors que les algorithmes de contrôle pour les pilotes autonomes sont déjà nombreux pour les V4RM, ceux pour les V2RM sont quasi inexistants. Même si les applications industrielles des V2RM autonomes sont rares, mise à part pour des tests de crash par exemple, il y a un vrai défi technique derrière la problématique de contrôle. À la différence des V4RM, un tel algorithme doit assurer le suivi de trajectoire mais également le contrôle de la stabilité latérale du véhicule. Bien que cela puisse paraître complexe d'un point de vue automatique, le motard réalise ces actions instinctivement.
- **Les mouvements d'inclinaison du véhicule** : il s'agit de la composante la plus importante des mouvements latéraux des V2RM (voir la figure 1.4 tirée d'une célèbre bande dessinée).



FIGURE 1.4 – Mouvement d'inclinaison du V2RM

En effet, le V2RM doit s'incliner pendant un virage afin d'assurer l'équilibre entre les forces latérales. Cet angle d'inclinaison, appelé angle de roulis, est négligeable dans la

dynamique automobile. Cependant, il peut dépasser les 50 degrés dans certains scénarios de conduite avec un V2RM. Cette particularité ne permet généralement pas de réutiliser les modèles véhicules (modèle bicyclette, etc.) développés pour les V4RM car l'angle de roulis est négligé. C'est une des raisons qui impliquent le développement de modèles dynamiques propres aux V2RM intégrant explicitement la dynamique de roulis.

- **Le rapport masse conducteur/véhicule** : C'est un autre facteur très important à considérer, notamment pour la robustesse des algorithmes. On a vu précédemment que les V2RM regroupaient aussi bien les cyclomoteurs que les motocyclettes. Parmi cette première catégorie, on retrouve les scooters de faible cylindrée (50 cc) qui pour certains modèles peuvent s'approcher des 50 kg. Alors que la catégorie des motocyclettes inclue des V2RM de grosses cylindrées avec des gabarits très imposants qui peuvent dépasser les 400 kg. Par ailleurs, on sait que les morphologies sont très différentes d'un usager à un autre, ce qui aura des conséquences directes sur la dynamique du V2RM. Alors que pour les V4RM, les variations de masse du conducteur ramenée à la masse du véhicule sont négligeables. Il faut garder en tête que beaucoup de V2RM sont homologués pour le transport d'un passager et que c'est un autre facteur à prendre en compte. La figure 1.5 aborde avec humour ce sujet.



FIGURE 1.5 – Rapport masse conducteur/véhicule dans le cas d'un V2RM

- **La commande des mouvements latéraux** : le mouvement latéral du V2RM résulte d'une action de rotation du guidon ou de l'inclinaison du véhicule. De tels mouvements ont lieu lors de la prise de virage, lors d'un dépassement, etc. Les mouvements latéraux d'un V2RM sont contrôlés grâce à un ensemble d'actions corrélées du conducteur. L'inclinaison du buste, la vitesse, etc. et le couple appliqué sur le guidon. Ce dernier est directement lié à la roue avant sans étage de réduction. Alors que pour les V4RM, le conducteur contrôle la dynamique latérale *via* l'angle de braquage du volant. Dans ce cas, ce dernier est relié aux roues avant par un système de crémaillère qui démultiplie la consigne. Par conséquent, le conducteur d'un V2RM ressent davantage l'effort résultant de la route sur le mécanisme de direction. De plus, l'angle de direction est, en général, très faible surtout à grande vitesse.
- **Le transfert de charge** : du fait de la géométrie du V2RM, et notamment de la position du Centre De Gravité (CDG), le transfert de charge entre les roues avant et arrière est plus important. Cela conduit parfois à des situations dangereuses telles que le *stoppie*

(le soulèvement de la roue arrière lors d'un freinage brusque – figure 1.6.a) ou le *wheelie* (soulèvement de la roue avant lors de l'accélération – figure 1.6.b). Ces phénomènes sont presque toujours négligés dans les études dynamiques des V4RM à cause de leur faible amplitude. Cela s'explique d'abord par la position beaucoup plus basse du CDG et aussi par la masse importante du véhicule. Néanmoins, le transfert de charge doit être pris en compte pour les V2RM au risque de provoquer l'instabilité voire la chute du véhicule.

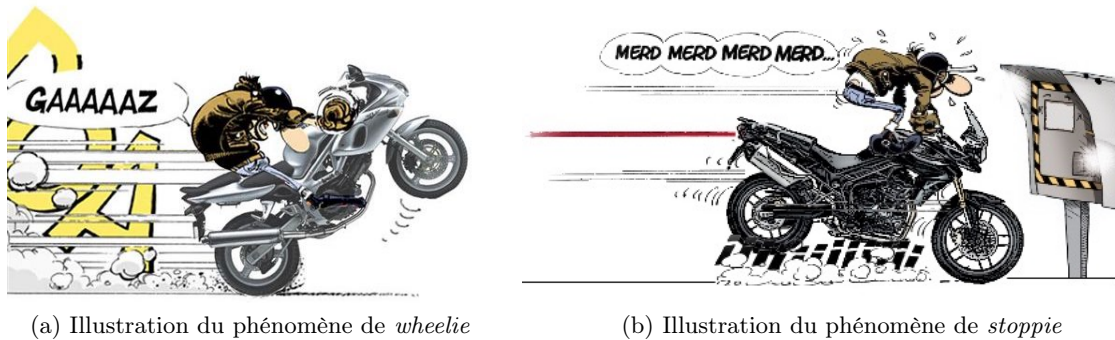


FIGURE 1.6 – Phénomènes de transfert de charge des V2RM

- **Contre-braquage** : ce phénomène transitoire résulte des effets gyroscopiques qui contribuent à générer un mouvement de roulis de la roue avant. Ainsi, un mouvement de braquage à droite génère un moment de roulis à gauche et vice-versa. Néanmoins, l'amplitude de ce phénomène est faible comparée aux autres moments agissant sur les roues, mais son caractère transitoire est très important lors de la prise de virage.

Il existe encore de nombreuses différences entre les V4RM et les V2RM, comme l'absence de carrossage par exemple. La liste ci-dessus reprend des points importants mais elle n'est pas exhaustive. Néanmoins, elle explique très clairement pourquoi les ADAS développés pour les V4RM ne sont pas directement transposables pour les V2RM. Il est donc nécessaire de développer des solutions dédiées aux V2RM. Dans ce cas, on utilisera plus le terme ADAS destiné au marché des V4RM, mais celui d'*Advanced Rider Assistance Systems* (ARAS) pour désigner les systèmes d'aide à la conduite en faveur des motards.

Le développement des ARAS est un vrai défi technique pour les acteurs du domaine avec des verrous aussi bien techniques qu'économiques. Comme nous avons pu le voir ci-dessus, la prise en compte de certaines spécificités propres aux V2RM, comme la dynamique de roulis, rendent la modélisation, et plus généralement l'étude de la dynamique de ces véhicules, très complexe. Les modèles mathématiques obtenus sont fortement non-linéaires avec des dynamiques instables. De plus, les V2RM sont des véhicules très compacts avec de fortes contraintes d'intégration matérielle. Par ailleurs, c'est un marché plus accessible que celui des V4RM. Le prix de vente des véhicules y est plus bas. Cela oblige les concepteurs d'ARAS à s'orienter vers des solutions bas-coût.

À ces difficultés s'ajoute un réel problème d'acceptabilité du côté des motards [22]. En effet, on distingue deux catégories d'usagers de deux-roues. Les motards qui utilisent leur V2RM comme un moyen de transport fonctionnel et une tout autre catégorie, qui les utilise plutôt en loisir. Alors que ces premiers usagers vont facilement accepter les ARAS, ce n'est pas le cas du second groupe. Ces derniers cherchent, avant tout, les sensations de conduite et la liberté de pilotage que peut offrir un V2RM. Le fait que certains ARAS puissent intervenir pour corriger l'action

du conducteur est très mal perçu.

Pour résumer, lors du développement d'un ARAS, le concepteur doit penser une solution aisément intégrable sur le véhicule tenant compte de toute la complexité des mouvements dynamiques du V2RM et facilement acceptée par l'utilisateur. Le tout a un coût minimal. Ce sont des contraintes difficilement compatibles qui ont indiscutablement freiné les équipementiers et les constructeurs de V2RM dans le développement de tels systèmes. C'est pourquoi cette thématique relève aujourd'hui de la recherche.

Malgré les difficultés à développer de telles solutions, il existe quelques ARAS sur le marché. À noter que la plupart d'entre eux concernent une infime partie des V2RM très haut de gamme. Parmi les ARAS existants, on peut trouver :

- **Le MSC** (*Motorcycle Stability Control*) [23] : cet ARAS apparu en 2014 sur le marché est un des plus remarquables. C'est le seul vraiment dédié aux V2RM. Les autres ARAS mentionnés ci-dessous sont des adaptations plus ou moins complexes des systèmes existant pour les V4RM. Le MSC est le fruit d'une collaboration étroite entre Bosch et la célèbre marque autrichienne de véhicules deux-roues KTM. Cette dernière voulait équiper son véhicule le plus haut de gamme, la KTM 1190 Adventure, avec un ARAS d'un nouveau genre. Dans ce contexte, le MSC est destiné à améliorer la stabilité du véhicule dans la plupart des situations de conduite et aussi les performances de freinage en courbe, lorsque le système ABS traditionnel montre des faiblesses.
- **L'ABS** (*Anti-lock Braking System*) : comme pour les V4RM, il s'agit d'un système d'antiblocage des roues en freinage. C'est sans aucun doute l'ARAS le plus démocratisé sur les V2RM, même s'il ne concerne qu'une faible proportion du parc total de V2RM. Même si son efficacité est indiscutable en ligne droite (voir figure 1.7), il a longtemps été contesté pour ses désagréments en virage. Lorsque l'ABS se déclenchait en virage, il s'avérait très déstabilisant pour le motard. Pour pallier ce problème, l'équipementier Bosch a développé pas moins de 9 générations d'ABS pour les V2RM. Ils ont également mis au point le MSC, mentionné ci-dessus, qui permet de compléter l'action du système ABS traditionnel en virage. À noter que l'ABS est obligatoire depuis 2016 sur tous les V2RM neufs homologués vendus en France et depuis 2006 pour les V4RM. Soit 10 ans de décalage entre les deux catégories de véhicules.

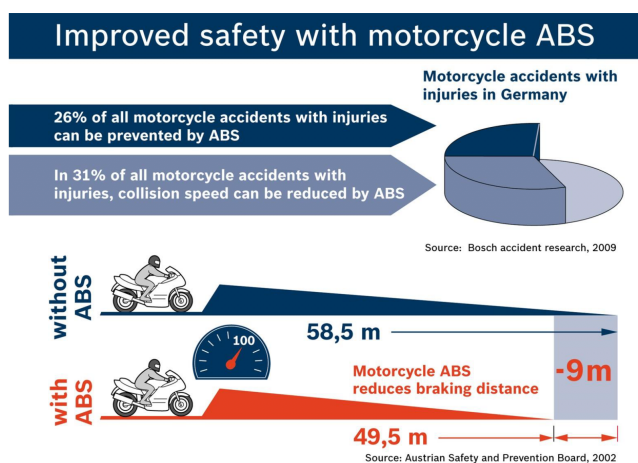


FIGURE 1.7 – Etude des performances du système d'anti-blocage des roues pour les V2RM réalisée en Allemagne [3]



- **Le TCS (Traction Control System)** [24] : c'est un système d'anti-patinage des roues en phase d'accélération. Il peut intervenir aussi bien lors des accélérations en ligne droite que celles en sortie de virage quand le V2RM est encore incliné. En effet, lorsque le couple moteur est beaucoup trop important par rapport à l'adhérence disponible et à la capacité à transformer la charge verticale en force horizontale de propulsion, le TCS adapte la demande de couple pour éviter le glissement du pneumatique arrière. Comme pour l'ABS, il se base sur la différence de vitesse de rotation entre les deux roues du véhicule.
- **Les avertisseurs d'angle mort, les régulateurs et adaptateurs de vitesse** : ils sont identiques à ceux utilisés pour les V4RM.

Sur le plan de la recherche, d'autres solutions ont été envisagées. On peut citer le projet européen SAFERIDER [25] dont les acteurs se sont beaucoup investis pour trouver des solutions au développement de nouveaux ARAS. Des fonctions de risque ont été proposées pour générer des vitesses ou des distances de sécurité limites. Cependant, ces travaux ne tiennent compte que de la cinématique des V2RM et certains aspects dynamiques importants ont été négligés comme la dynamique de roulis. Des travaux plus récents ont été initiés afin de mieux prendre en compte la dynamique des V2RM dans l'élaboration des fonctions de risque [26]. Ci-dessous une liste des systèmes d'aide à la conduite, ou à défaut des fonctions de risque, abordés en recherche :

- **L'avertisseur d'intersection** : ce système permet d'informer le conducteur de la distance jusqu'à la ligne délimitant un arrêt (stop, etc.) et, éventuellement, de l'alerter en cas de survitesse. Par ailleurs, il émet une alerte si un autre véhicule approche à l'intersection. C'est les constructeurs japonais Yamaha et Honda qui ont proposé des prototypes dotés de cette technologie : le Honda ASV-3 [27], le Yamaha ASV-2 et le Yamaha ASV-3 [28]. La figure 1.8 montre un schéma de principe de la solution proposée par Honda.

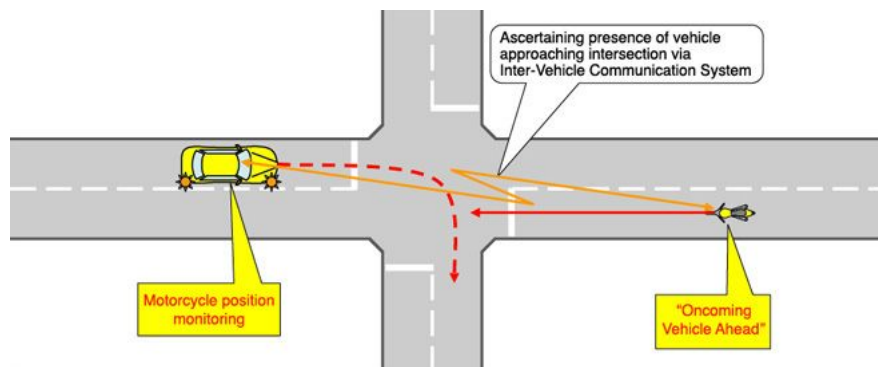


FIGURE 1.8 – Schéma de principe de l'avertisseur d'intersection proposé par Honda sur le V2RM Honda ASV-3 [4]

- **L'avertisseur de collision** : cet ARAS détecte les obstacles comme les véhicules à l'arrêt, les objets abandonnés ou la présence de piétons sur la voie de circulation. Le projet WATCH-OVER se distingue dans cette thématique [29]. Son objectif est de concevoir un système coopératif afin de prévenir les présences indésirables sur la voie. Le principe du système est fondé sur des communications à courtes distances et des capteurs de vision.
- **Le système d'alerte sur les véhicules à proximité** : il s'agit d'un système d'aide qui informe le motard sur la position, la direction et la vitesse des véhicules à proximité.

- **Le système d’alerte lors de la prise de virage** : ce système présenté dans [5] est un des résultats du projet SAFERIDER. Il communique au conducteur des informations sur l’allure du virage, le dévers, la courbure, etc. Néanmoins, il nécessite l’utilisation d’un système de localisation précis et il suppose la disponibilité d’une cartographie de la route. La figure 1.9 montre le schéma de principe associé au système. À noter que nous avons proposé une solution comparable pour l’estimation de la géométrie de la route.

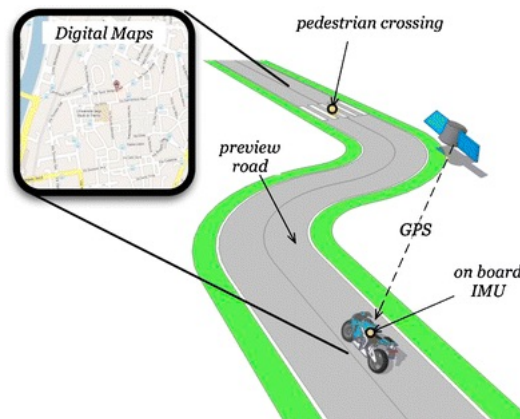


FIGURE 1.9 – Schéma de principe du système d’alerte pour la prise de virage [5]

- **Les feux adaptatifs** : cette fonctionnalité s’avère très utile pour les V2RM du fait de l’amplitude des angles de roulis qu’ils peuvent prendre. Les V2RM équipés de cette technologie adaptent automatiquement la direction des feux afin de mieux éclairer la route en virage.
- **Les systèmes d’alerte sur les vitesses limites** : dans le projet ISA MOTOBIKE [30], un système d’alerte de vitesse limite a été implanté sur une Suzuki Bandit 650s. Une alerte est envoyée au conducteur si un premier seuil critique est atteint. Sans intervention du conducteur et lorsqu’un second seuil, plus élevé est atteint, un contrôleur intervient afin de réduire le couple moteur disponible. Cependant, cette problématique n’est pas encore complètement résolue. En effet, la plupart des systèmes d’alerte de vitesse limite (entre autres le projet ISA MOTOBIKE) sont initialement développés pour les V4RM et la transposition directe n’est pas forcément la solution la plus appropriée. Dans ce contexte, des travaux récents ont été initiés afin de mieux prendre en compte la dynamique des V2RM [26, 31].

De nos jours, seuls les prototypes ASV-2 et ASV-3 de Yamaha et le prototype ASV-3 de Honda sont équipés de la plupart des technologies citées précédemment. Cependant, ces véhicules n’ont pas dépassé le stade du prototypage et les modèles commercialisés dotés de ces technologies sont quasi inexistantes.

À noter qu’il existe d’autres solutions de sécurité passive pour les motards. Ces systèmes nous intéressent moins puisqu’ils ont pour objectifs de diminuer la gravité des accidents et non de prévenir et/ou corriger les situations de conduite dangereuses. De plus, ils concernent généralement l’équipement du motard et non le V2RM en lui-même. Les solutions les plus répandues sur le marché sont :

- **Le casque** : c’est de loin la meilleure solution de sécurité passive pour les motards. C’est

un moyen de protection accessible à bon nombre d'usagers qui est déjà obligatoire dans beaucoup de régions du monde. Une étude approfondie de l'OMS [32] sur les conséquences des chocs cérébraux relatifs aux accidents de V2RM a montré que, le port du casque diminue le risque et la sévérité des blessures à la tête de 72%.

- **Les équipements divers du motard** : de nombreuses études ont montré que le port d'équipements de sécurité, complémentaires au casque comme la veste, les gants coqués, le pantalon et les bottes adéquates, permettraient de diminuer considérablement la gravité d'un accident de V2RM. À noter que, la plupart de ces équipements ne sont pas obligatoires mais des campagnes de sensibilisation régulières incitent de plus en plus d'usagers à s'en équiper. Il est intéressant de noter que certains industriels dans le domaine de l'équipement du motard ont développé des sortes d'airbags directement intégrés à la veste. Ces derniers se gonflent en une fraction de seconde en cas d'accident et permettent de diminuer la gravité l'impact. Ils sont d'ores et déjà présents sur le marché. À noter que certains ont déjà été retirés de la vente du fait d'une technologie, facilement inflammable.

À la différence des V4RM, l'absence d'habitacle sur les V2RM limite considérablement les développements en matière de sécurité passive intégrée au véhicule. Alors que la dissipation de l'énergie cinétique du véhicule pendant un choc est une priorité pour un ingénieur en sécurité automobile, ce n'est pas du tout le cas pour les V2RM. Cela s'explique par le fait que le motard n'est pas confiné dans une cellule de survie et qu'il n'est pas solidaire du véhicule. Pour pallier à ce problème, certains constructeurs de V2RM ont tenté de proposer des véhicules dotés d'un habitacle comme pour certains scooters de la marque BMW (voir la figure 1.10). Ces véhicules ont rencontré un succès très limité sur le marché de la vente.



(a) Concept Scooter BMW C1-E



(b) Concept Scooter BMW C1-E

FIGURE 1.10 – Illustration du concept de scooter BMW C1-E

D'autres acteurs se sont également intéressés à l'installation d'airbags intégrés au véhicule. Dans ce contexte, Yamaha a proposé, sur son prototype ASV-3, un airbag qui se déploie entre les jambes du motard en cas de choc (voir figure 1.11). Malheureusement, aucun de ces systèmes n'a atteint le stade de la grande série. Ils ont été abandonnés au stade de prototype ou de la petite série.



FIGURE 1.11 – Illustration du prototype d’airbag sur le prototype ASV-3 de Yamaha

Pour finir, on peut citer le célèbre programme European New Car Assessment Program (Euro NCAP). Il existe des équivalents dans d’autres régions du monde que l’Europe. L’Euro NCAP est un organisme international indépendant créé en 1997. Aujourd’hui, c’est un standard incontournable pour tester la sécurité passive des V4RM pendant des tests de crashes, à un tel point que 9 V4RM sur 10 vendus en Europe possèdent une note attribuée par l’Euro NCAP. Pour les V2RM, il n’existe rien de ce genre, même si des discussions commencent à faire surface sur le sujet. Encore une fois, cela confirme bien le retard en matière de sécurité des véhicules deux-roues.

## 1.3 Objectifs de la thèse

### 1.3.1 Contribution au développement de nouveaux ARAS

L’objectif de mes travaux de thèse est de proposer des solutions techniques originales pour contribuer au développement de nouveaux ARAS. Il est évident que les solutions étudiées doivent répondre aux contraintes discutées dans le paragraphe précédent. À savoir :

- être facilement intégrable *via* une architecture matérielle compacte,
- être économique avec l’utilisation de capteurs bas-coût,
- être transparente et facilement acceptable vis-à-vis du motard,
- prendre en compte toutes les subtilités de la dynamique des V2RM.

Les virages sont bien connus comme des zones à risque pour les usagers de V2RM. À l’approche d’une courbe, le motard doit adapter sa vitesse, la trajectoire du véhicule, la position de son corps et agir de manière adéquate sur le guidon, etc. Un ensemble d’actions complexes où la moindre erreur peut conduire à la chute. Même pour les conducteurs expérimentés, ces zones sont dangereuses à cause des incertitudes comme l’état de la chaussée, les conditions climatiques, etc. Dans les publications [33] et [34], les auteurs ont étudié l’impact de la géométrie des virages sur les accidents de V2RM. Les résultats montrent clairement que ces paramètres influent sur la fréquence et la sévérité des accidents impliquant les deux-roues. Il apparaît aussi que 15% de la totalité des accidents de V2RM ont lieu en virage et sans tiers. Ces deux études ont également montré que des pertes de contrôle étaient souvent à l’origine des accidents en courbe. Elles provenaient de défauts d’appréciation de la vitesse ou de la distance, de mauvaises trajectoires, de défauts d’infrastructure, etc.

Il est incontestable que des ARAS adéquats permettraient d’éviter un bon nombre de ces accidents. C’est pourquoi, pendant cette thèse, on s’est particulièrement intéressé aux systèmes

d'aide à la conduite en situation de virage. En plus du besoin clairement identifié, à savoir l'anticipation des pertes de contrôle en virage, il y a un vrai défi scientifique. En effet, la dynamique latérale du V2RM est un sujet très complexe qui est toujours d'actualité dans les thématiques de recherche actuelles. À noter que la dynamique longitudinale pure s'apparente à celle des V4RM, à la différence des phénomènes de transfert de charge extrêmes (*wheelie et stoppie*).

Dans le principe, l'architecture des ADAS et des ARAS est sensiblement la même. Rappelons la distinction entre les systèmes dits passifs, qui alertent seulement le conducteur, et ceux actifs qui incluent des actionneurs permettant d'agir sur la dynamique. La figure 1.12.a présente, de manière très générale, les différentes composantes d'un système d'aide à la conduite passif ou actif. Dans cette figure, nous avons utilisé l'exemple de l'ABS, qui est un système typiquement actif, pour illustrer le schéma. On peut observer le périmètre des travaux de recherche présentés dans ce manuscrit et, plus généralement, abordés pendant mes travaux de thèse. Nous nous sommes donc particulièrement intéressés à l'aspect instrumentation du véhicule et à la synthèse des fonctions de risque. Ces dernières sont des algorithmes mathématiques qui calculent, en temps réel, des indices de risque, de manœuvrabilité et des consignes de commande pour les systèmes actifs.

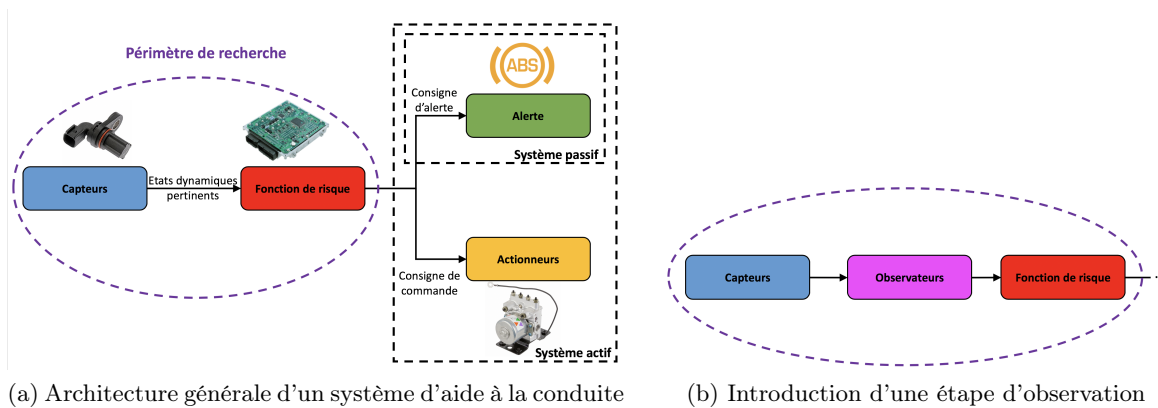


FIGURE 1.12 – Architecture de conception d'un système d'aide à la conduite avec l'utilisation d'observateurs

Pour réaliser ces calculs, de telles fonctions nécessitent d'être alimentées par des données dynamiques pertinentes. Certaines de ces données sont directement accessibles à la mesure comme les vitesses de rotation des roues pour l'ABS. Alors que d'autres ne sont tout simplement pas mesurables. En d'autres termes, il n'existe pas de capteur adéquat permettant de mesurer la variable en question. Encore une fois, c'est un point qui ne joue pas en faveur des V2RM car beaucoup des états de la dynamique latérale ne sont pas mesurables. C'est notamment le cas des forces latérales générées par les pneumatiques, de l'adhérence disponible au sol, des dérives pneumatiques, du couple de braquage, etc. Par ailleurs, même si certaines variables sont mesurables, les capteurs correspondants peuvent s'avérer très onéreux. C'est le cas par exemple de la vitesse latérale qui peut être mesurée à l'aide d'un Corévit dont le prix avoisine les 20 000 euros.

Finalement, les travaux présentés dans ce manuscrit proposent l'utilisation des outils d'observation modernes pour répondre aux problématiques citées ci-dessus. Rappelons que les observateurs peuvent être assimilés à des capteurs virtuels et qu'ils ne sont que des artefacts mathématiques. Ces derniers permettent de minimiser le nombre de capteurs en contournant l'usage des dispositifs de mesure les plus coûteux, mais aussi d'estimer certaines variables dynamiques non-mesurables nécessaires aux calculs de la fonction de risque. Comme les observateurs nécessitent

une combinaison de quelques mesures judicieusement choisies, l'étape d'estimation s'intègre naturellement entre le bloc capteurs, fournissant les mesures, et celui de la fonction de risque (voir figure 1.12.b).

### 1.3.2 Vers des solutions plus concrètes et réalistes

La question de l'estimation de la dynamique latérale des V2RM a déjà été abordée à de multiples reprises dans la littérature et même dans des travaux de thèse du laboratoire Informatique, Biologie Intégrative et Systèmes Complexes (IBISC). En effet, Mr. Dabladji, ancien doctorant de l'équipe, a largement apporté sa contribution sur la question dans [35]. Malgré la diversité des solutions proposées dans la littérature et même dans [35], rares sont celles qui prennent en compte la réalité de la dynamique du V2RM. Elles s'attardent généralement sur les aspects théoriques. Aussi contradictoire que cela puisse paraître, ce n'est que très récemment que les premiers observateurs de la dynamique latérale du V2RM tenant compte des variations de vitesse longitudinale ont été proposés.

De plus, très peu de ces travaux d'observation ont été validés sur des données expérimentales ou, à défaut, sur des logiciels de simulation dynamiques avancés. Les validations sont souvent proposées sur les modèles utilisés pour la synthèse des observateurs. Cette étape est importante voire indispensable pour prouver la convergence des états estimés. Cependant, un observateur très performant d'un point de vue théorique, peut s'avérer très décevant lorsqu'il est testé dans des conditions plus réalistes. Surtout dans des applications destinées aux V2RM, où le modèle mathématique, généralement utilisé, est loin d'être exact. En effet, les incertitudes paramétriques sont omniprésentes comme la masse du conducteur par exemple. De plus, ces modèles dynamiques du véhicule sont souvent simplifiés et linéarisés pour faciliter la synthèse des observateurs. Néanmoins, rappelons que la dynamique latérale des V2RM est fortement non-linéaire. Dans ce contexte, les travaux présentés dans ce manuscrit essaient d'intégrer au mieux les réalités d'un scénario de conduite réalisé avec un V2RM. De plus, tous les algorithmes d'observation proposés ont été validés avec le simulateur BikeSim (BS) et sur des données expérimentales pour certains. Cette thèse est une étape importante dans une démarche de valorisation pratique de nos travaux souvent qualifiés de théorique. Outre la proposition d'observateurs originaux pour estimer la dynamique latérale du V2RM, nous avons mis l'accent sur la validation « réaliste » des algorithmes.

#### 1.3.2.1 Validation des algorithmes avec BikeSim

À l'heure de l'accélération des processus de développement des véhicules, les simulateurs dynamiques avancés tels que BS sont des outils incontournables. À noter que BS est la version deux-roues du célèbre simulateur CarSim commercialisé par la société Mechanical Simulation. À noter qu'il existe plusieurs acteurs comme la société IPG Automotive qui propose MotorcycleMarker. Grâce à des modèles mathématiques multi-corps très complexes, ils permettent de simuler finement la dynamique des véhicules. De plus, les algorithmes de ces simulateurs sont sans cesse améliorés. Ils intègrent maintenant des moteurs générant des rendus visuels impressionnants, à tel point qu'il est possible de simuler des caméras virtuelles embarquées sur le véhicule. Nous avons travaillé avec cette fonctionnalité lors du développement d'observateurs basés sur la vision.

Pour information, BS intègre un modèle dynamique du V2RM comptant pas moins de neuf corps autorisant un total de seize Degrés de Liberté (DDL). Ces simulateurs ont été largement validés par comparaison avec des campagnes de tests expérimentaux. Ce sont donc des outils fiables qui permettent de simuler fidèlement le comportement dynamique du véhicule sur des

scénarios donnés. Dans une démarche de synthèse d’algorithmes de commande et/ou d’observation de la dynamique du véhicule, ces outils de simulation s’avèrent être incontournables. En effet, ils permettent de valider les algorithmes sur des scénarios dangereux, très réalistes, et ce, sans aucun risque pour un vrai conducteur. On peut citer de nombreux travaux utilisant de tels logiciels pour des validations avancées [36, 37, 38, 39, 40, 41, 42], etc. De plus, ils permettent un gain de temps énorme et une validation plus variée des algorithmes. Ces derniers peuvent être testés pour des morphologies de conducteurs, des modèles du véhicule, des jeux de paramètres très variés.

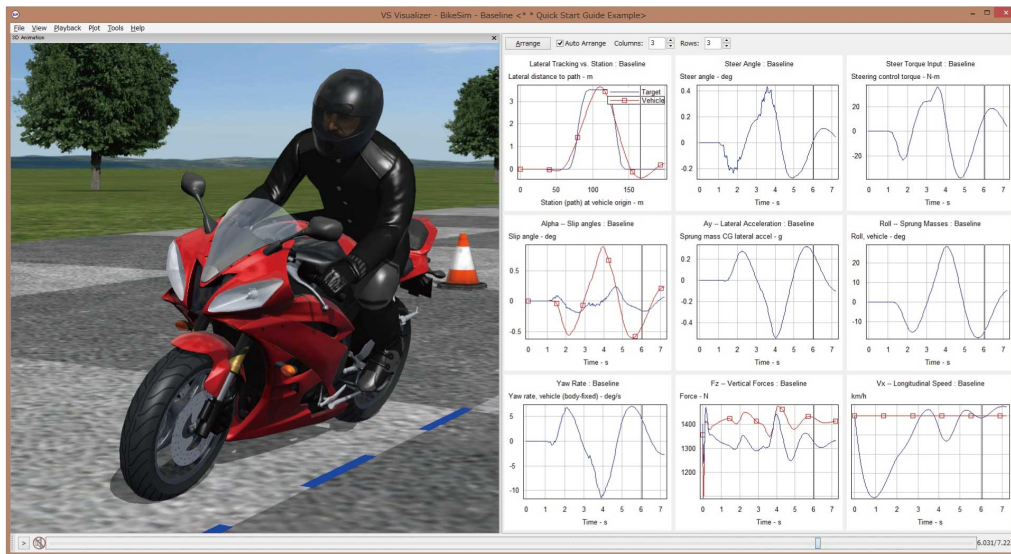


FIGURE 1.13 – Aperçu du simulateur BikeSim

Pour valider nos algorithmes d’observation, nous avons utilisé plusieurs scénarios de référence dans BS. Parmi ces derniers, on retrouve :

- **un scénario de circuit** : polyvalent, ce scénario (voir figure 1.14.a) propose des trajectoires variées (lignes droites, virages serrés, courbes larges, etc.) qui sont représentatives d’un cas de conduite usuelle.
- **un scénario de double changement de ligne** : ce dernier (voir figure 1.14.b) est un standard dans le monde automobile, aussi connu sous le nom de ISO 3888-1. Il simule une manœuvre d’évitement d’obstacle ou bien de dépassement. Toutes deux sont bien connues comme étant des situations à risque.
- **un scénario de slalom** : ce dernier (voir figure 1.14.c) n’est pas représentatif d’un cas de conduite sur route. Néanmoins, il ne s’avère pas moins intéressant pour fortement exciter la dynamique latérale. Il permet alors de tester des conditions limites pendant lesquelles des phénomènes indésirables apparaissent (saturation des forces pneumatiques, etc.)
- **un scénario de route extra urbaine** : comme son nom l’indique, l’objectif est de simuler une route hors agglomération (voir figure 1.14.d).
- **un scénario de virage à rayon constant** : ce scénario bien spécifique est utilisé pour simuler les phénomènes de sur et sous virage.

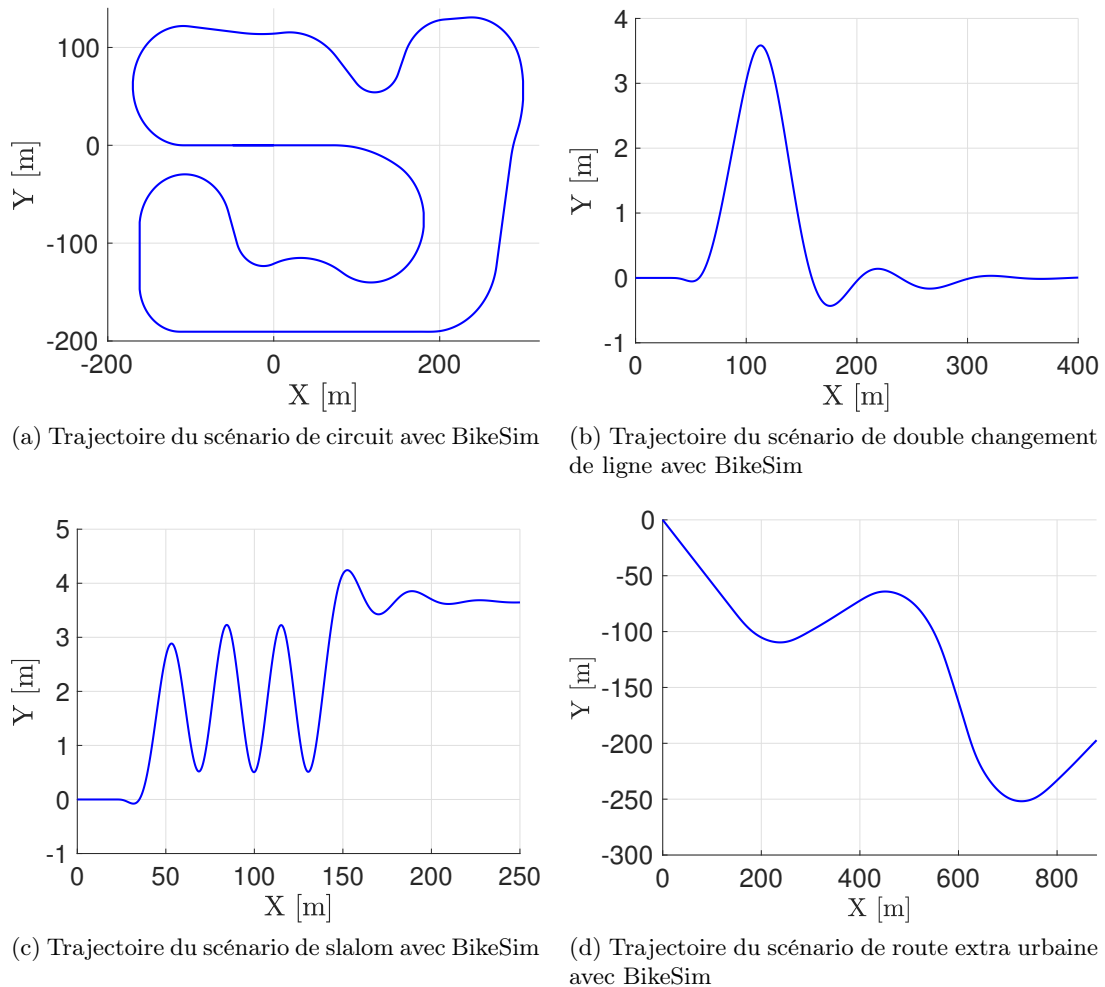


FIGURE 1.14 – Scénarios de simulation issus de BikeSim utilisés pour la validation des algorithmes

### 1.3.2.2 Validation des algorithmes sur un V2RM instrumenté

À l'heure actuelle, le laboratoire dispose de deux V2RM destinés aux expérimentations :

- **un scooter Peugeot Scoot'elec** : c'est un scooter de petite cylindrée (équivalent 50 cc) avec un système de propulsion entièrement électrique. Ce genre de V2RM s'avère intéressant pour la commande, puisque la programmation d'un contrôleur pour un moteur électrique est plus accessible que de développer un système similaire pour un moteur thermique. Néanmoins, les performances dynamiques de ce véhicule s'avèrent très limitées et non représentatives d'un V2RM moyen.
- **une KTM 1290 Adventure S** : c'est un des véhicules les plus haut de gamme actuellement commercialisés. Il est équipé de la plupart des ARAS présents sur le marché : MSC, ABS, TCS, etc.

Par ailleurs, depuis quelques années, le laboratoire IBISC a étendu ses compétences de recherche sur les véhicules deux-roues en initiant des travaux sur les Véhicules Trois-Roues Motorisés (V3RM). Le plus souvent, il s'agit de scooters dotés de deux roues à l'avant. Dans ce contexte, le laboratoire IBISC possède un V3RM pour les expérimentations. En pratique, des



travaux sur les observateurs par intervalle sont en cours de validation sur ce véhicule.



FIGURE 1.15 – V2RM instrumentés du laboratoire

À noter que les données expérimentales utilisées pour la validation de certains observateurs présentés dans ce manuscrit proviennent de campagnes de tests réalisés avec le Peugeot Scoot'elec. En effet, la KTM a été acquise par le laboratoire après ces campagnes d'essai.

Ci-dessous une description succincte de l'instrumentation du scooter Peugeot. Il ne s'agit pas de rentrer dans les détails des fiches techniques des capteurs mais de présenter l'agencement et quelques-unes des spécifications importantes de l'architecture matérielle (voir figure 1.16). Cette dernière inclut :

- **un ordinateur embarqué** : c'est le cerveau de notre architecture. C'est un modèle NUVO-30005EB fabriqué par Neosys Technology dédié aux applications embarquées. Équipé d'un processeur puissant (Intel Core i7-3610QM), il intègre aussi un récepteur GPS permettant de mesurer la vitesse et la position du V2RM.
- **une carte d'entrée/sortie digitale et analogique** : il s'agit de la carte PCIe-6353 (accompagnée du boîtier SCB-68) de National Instrument. C'est un ensemble avec un nombre de ports important qui permet de venir connecter les capteurs et/ou les actionneurs, qu'ils soient numériques ou analogiques. Cette carte possède une toolbox aussi bien dans Matlab que dans Labview.
- **une centrale inertielle** : il s'agit d'une *Inertial Measurement Unit* (IMU) haut de gamme IG-500A fabriquée par SBG. Rappelons qu'elle intègre un accéléromètre, un gyroscope et un magnétomètre. Cette dernière fournit avec une très bonne précision les mesures des trois angles d'Euler, leur vitesse associée et les accélérations sur les trois axes. Elle est installée à proximité du CDG (voir figure 1.16). À noter que l'IMU donne les mesures dans le repère attaché au véhicule qui est souvent différent de celui utilisé pour synthétiser le modèle mathématique du V2RM. Sur ce sujet le lecteur pourra se référer à l'annexe D.
- **un codeur de direction** : il permet d'accéder à la mesure de l'angle de direction. Il s'agit ici d'un codeur absolu directement installé sur la colonne de direction sans étage de réduction ou de démultiplication (voir figure 1.16). Le codeur utilisé est commercialisé par IVO Industries sous le modèle GA210 et propose une résolution de 10 bits pour 1024 pas par révolution. À noter que le choix de ce capteur est à considérer avec attention car l'amplitude de l'angle de direction est faible (inférieur à 10 degrés). De ce fait, il est

nécessaire de choisir un capteur avec une bonne précision s'il est installé sur la colonne, ou un capteur avec une précision moindre couplé avec un système de démultiplication (étage d'engrenage, courroie [43], etc.).

- **Deux capteurs de vitesse de rotation des roues** : ce sont des capteurs très répandus du vélo jusqu'au V4RM en passant par toutes les catégories de véhicules sans exception. Il en existe différentes technologies. Dans notre cas, nous avons choisi un simple capteur optique pour la mesure de la vitesse de rotation des roues. Le capteur est vendu par la marque Kingbright sous le modèle KTIR 0221 DS.



FIGURE 1.16 – Instrumentation du Scooter Peugeot

La campagne de test utilisée pour valider certains observateurs a été réalisée autour du laboratoire dans le parc industriel. Il s'agissait d'une conduite normale sans manœuvre dangereuse. L'acquisition des données a été réalisée à  $100\text{ Hz}$  sauf pour le GPS intégré à l'ordinateur qui est plus lent avec une fréquence maximale de  $10\text{ Hz}$ . Les jeux de paramètres du modèle mathématique utilisé pour la synthèse de l'observateur ont été déduits d'une maquette numérique réalisée avec un logiciel de Conception Assistée par Ordinateur (CAO).

Depuis la dernière campagne de tests et la réception de la nouvelle KTM, le scooter Peugeot a été réinstrumenté en vue d'une automatisation complète. En plus des capteurs déjà installés, une carte de commande du moteur de propulsion électrique et un moteur électrique sur l'axe de direction ont été installés. Bien que les applications commerciales du V2RM autonome sont quasi inexistantes, un tel véhicule présente un énorme intérêt en matière de recherche. Il permet de tester les modèles de la dynamique du véhicule en ajustant les différents paramètres (masses, inerties, etc.). Une fois le modèle adéquat trouvé, l'automatisation permet de réaliser des scénarios critiques sans danger pour un conducteur réel. Cela nous permettrait aussi de valider les algorithmes de commande proposés dans les précédents travaux du laboratoire.

Pour conclure cette section, il est légitime de se demander quelle est la plus pertinente des validations. Celle sur un simulateur tel que BS, qui permet de tester des scénarios critiques avec des phénomènes très dangereux comme par exemple, la saturation des forces pneumatiques. Ou bien la validation expérimentale qui, dans la plupart du temps, se fera sur un scénario de

conduite normale qui sollicitera très peu la dynamique latérale. Dans ce cas, l'hypothèse de la dynamique latérale linéaire est cohérente et les résultats des algorithmes peuvent être tout à fait acceptables. Néanmoins, qu'en est-il lorsque la situation est telle que le domaine de linéarité n'est plus valable (diminution de l'adhérence disponible, angle de roulis important, etc.)? Seul un pilote professionnel capable de réaliser les manœuvres les plus dangereuses avec un V2RM instrumenté pourrait répondre à cette question.

## 1.4 Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous avons discuté du contexte et des motivations du sujet de la thèse présentée dans ce manuscrit. En résumé, les chiffres d'accidentologie des V2RM sont dramatiques. Ces derniers font clairement partie des usagers de la route les plus vulnérables. À titre d'illustration, en France, les motards ont un risque d'accident mortel ramené au kilomètre environ 20 fois supérieur par rapport aux conducteurs de V4RM.

Alors que depuis plusieurs décennies, les accidents mortels impliquant les V4RM ont très largement diminué, ceux impliquant les V2RM sont en stagnation, ou même en augmentation dans certaines régions du monde. Les actions préventives (réglementation de l'usage des routes, formation des conducteurs, campagnes de sensibilisation, etc.), l'amélioration des infrastructures routières et les réponses de l'industrie automobile ont indéniablement contribué à réduire l'accidentalité générale.

Néanmoins, les V2RM ont très peu bénéficié de ces améliorations. Le manque de considération de ces usagers est incontestable et explique ces chiffres alarmants. Par exemple, les défauts d'adaptation des infrastructures routières, initialement conçues pour les V4RM, sont des causes récurrentes dans les accidents impliquant des V2RM. De plus, alors que la démocratisation des systèmes embarqués d'aide à la conduite a joué un des rôles les plus importants dans la diminution du nombre et de la sévérité des accidents, les V2RM ont été mis de côté. En effet, ce sont des véhicules avec des spécificités qui leur sont propres et qui ne permettent pas d'étendre l'usage des solutions développées pour les V4RM. De plus, les V2RM sont des véhicules meilleurs marché, compacts dont la dynamique est fortement complexe avec un équilibre précaire et naturellement instable. Finalement, ce sont des contraintes qui ont été de véritables freins dans le développement de ces dispositifs d'aide à la conduite pour les V2RM.

Même si quelques-uns de ces dispositifs existent, d'ores et déjà, sur le marché pour les V2RM haut de gamme, le développement de tels systèmes est un vrai défi pour les acteurs du domaine. Cette thèse s'inscrit dans ce contexte en apportant une contribution au développement des systèmes d'aide à la conduite en faveur des motards, aussi connus sous le nom d'*Advanced Rider Assistance Systems* (ARAS). Durant ces trois années de recherche, nous avons mis, autant que faire se peut, l'accent sur le développement de solutions réalistes et sur leurs validations. Autrement dit, il est question de proposer des solutions avec un réel potentiel pour d'éventuelles applications industrielles. Dans cette démarche de validation, nous avons utilisé le logiciel de simulation V2RM BikeSim (BS) et les plateformes expérimentales du laboratoire.

Première partie

Dynamique des véhicules à deux-roues  
motorisés



# Introduction

Depuis l'apparition des véhicules, les scientifiques n'ont pas cessé d'étudier leurs dynamiques pour comprendre les phénomènes qui les animent. Alors que la dynamique des Véhicules à quatre-Roues Motorisés (V4RM) est assez intuitive, celles des deux-roues s'avèrent être beaucoup moins instinctives à cause de phénomènes spécifiques tels que les effets gyroscopiques. De nombreux chercheurs se sont intéressés au sujet depuis la fin du XIXème siècle. Parmi les premiers travaux abordant la modélisation des bicyclettes, on trouve le travail de Rankine [44] publié en 1869. Néanmoins, cette contribution apporte peu sur le plan technique. Ce n'est que 30 ans plus tard, en 1899, que Whipple a publié un travail faisant de lui un véritable pionnier dans le domaine. Sa contribution [45] a littéralement marqué l'histoire de la modélisation des bicycles. Pour la première fois, le mouvement d'une bicyclette et son conducteur a été décrit par un système d'équations différentielles non-linéaires. Cependant, les capacités de calcul de l'époque étaient assez réduites menant l'auteur à simplifier le problème. Pour ce faire, il a linéarisé les équations autour d'un état d'équilibre pour une conduite en ligne droite à une vitesse constante. Dans son travail, Whipple a proposé un modèle considérant la bicyclette comme un ensemble de deux-corps rigidement liés par l'axe de rotation du mécanisme de direction. Les roues sont assimilées à des disques fins roulant sans glissement avec des contraintes holonomes par rapport au mouvement vertical et des contraintes non-holonomes par rapport aux mouvements longitudinal et latéral [46]. Une fois les bases de la modélisation de la bicyclette jetées, les chercheurs ont abordé un sujet propre à ce type de véhicule : l'étude de la stabilité. En effet, du fait de leur structure, ces véhicules sont naturellement instables et sujets à des phénomènes vibratoires complexes. De nombreuses études ont été menées sur ce sujet entre les années 1900 et 1970 [47]. Ces études reprennent les hypothèses utilisées par Whipple, à savoir une linéarisation autour d'un point d'équilibre pour une vitesse longitudinale constante.

Bien que ces travaux aient largement contribué à la compréhension de la dynamique du véhicule deux-roues, ils ont uniquement abordé la modélisation des bicyclettes et non celle des motocyclettes aussi appelées V2RM. Bien que ces deux catégories aient des attributs en commun, elles diffèrent également par de nombreux aspects. Par exemple un V2RM de tourisme peut peser jusqu'à 40 fois plus lourd qu'une bicyclette, impliquant un rapport masse conducteur sur masse véhicule très différent. De plus, les plages de vitesse possibles ne sont aucunement comparables puisque, en général, un bon cycliste pourra atteindre les 50 km/h, alors qu'un motard pourra aisément dépasser les 300 km/h avec un V2RM sportif. Finalement, les effets aérodynamiques qui étaient négligés dans la modélisation des bicyclettes deviennent prépondérants dans celle des V2RM. On peut encore citer la géométrie des pneumatiques, les mécanismes des suspensions, etc. qui sont aussi des points de divergence entre bicyclette et V2RM. De plus, l'interface pneumatique-sol est également bien différente. Tous ces arguments justifient la nécessité de développer des modèles spécifiques aux V2RM.

C'est en 1971 que Sharp s'est intéressé à cette question. Dans [48], il a proposé un travail de référence sur la modélisation des V2RM complétée par une analyse de stabilité. Il a mis en

évidence trois modes vibratoires instables : le *capsize*, le *weave* et le *wobble*. Sur le plan de la modélisation, Sharp a apporté une contribution importante par rapport au travail de Whipple en considérant les deux pneumatiques comme des générateurs de forces. Il a exprimé les forces pneumatiques latérales en fonction de deux paramètres bien connus dans le domaine de la liaison au sol : le carrossage et le glissement latéral. De plus, il a considéré la dynamique de ces forces en introduisant le phénomène de relaxation. Puis, cinq ans après avoir adressé la question de la stabilité latérale du V2RM, Sharp a de nouveau proposé une contribution sur la problématique. Dans [49], il a abordé l'étude de l'effet de l'accélération et la décélération sur la stabilité des V2RM. L'approche consiste à découpler les dynamiques longitudinale et latérale pour établir l'équation du mouvement nécessaire à l'étude de stabilité. Des résultats plus récents publiés dans [50], basés sur des modèles plus avancés ont montré des discordances dans les résultats proposés dans [49].

C'est quelques années après les premiers travaux de Sharp que la communauté scientifique du V2RM a commencé à compléter et complexifier les modèles du V2RM pour les rendre de plus en plus fidèles à la réalité. Comme discuté précédemment, pour l'étude des V2RM, la prise en compte des effets aérodynamiques est indispensable. C'est en 1974 dans [51] que la première contribution sur le sujet est publiée. L'auteur a montré l'importance des forces aérodynamiques sur les performances et la stabilité des V2RM. Il a mis en évidence que les forces de traînée et de portance contribuent d'une manière significative à des changements dans la posture de la moto, sur la compression des suspensions et sur les forces verticales aux pneumatiques. À cause de sa conception, les chercheurs se sont rapidement intéressés à l'étude de l'influence de la flexibilité des composants sur la dynamique du V2RM. Dans [52], Sharp a étudié la flexibilité de la roue arrière par rapport au corps arrière. Tandis qu'une étude plus avancée incluant la liaison pneu arrière/corps arrière par le biais du bras oscillant et la fourche a été proposée dans [53, 54]. Étrangement, ce n'est qu'en 1980 dans [55] que le motard a été considéré comme un corps à part entière. L'auteur a modélisé le conducteur comme un pendule inversé. Par la suite, dans [56], l'auteur a proposé des DDL supplémentaires pour les mouvements du conducteur dans le modèle, à savoir le mouvement de roulis de son buste et la translation latérale de ses jambes par rapport au véhicule. De manière parallèle, des chercheurs se sont intéressés à l'interaction entre le motard et le V2RM comme dans [57], où le conducteur a été représenté comme étant un contrôleur actif.

Pour la plupart des travaux de modélisation du V2RM cités ci-dessus, les modèles pneumatiques utilisés étaient linéaires. Dans les faits, les efforts pneumatiques étaient considérés comme proportionnels au glissement et au carrossage. Néanmoins, de simples phénomènes physiques tels que le "dérapage" ont montré que cette hypothèse n'était valable que pour de faibles sollicitations pneumatiques et que des phénomènes de saturation apparaissent pour des sollicitations plus importantes. Pacejka a très largement étudié la modélisation des efforts pneumatiques et ce fut un des premiers à proposer un modèle non-linéaire de ces forces. Son modèle est célèbre sous le nom de formule magique de Pacejka. À noter qu'il résulte d'une approche purement empirique basée sur des mesures issues de bancs de tests. Sa première contribution a été pour les V4RM dans [58] et par la suite pour les V2RM dans [59]. À noter qu'il existe de nombreux autres modèles pneumatiques dont certains sont discutés dans la section dédiée à la modélisation des pneumatiques de cette partie du rapport.

Depuis la fin du XX<sup>ème</sup> siècle et le début du XXI<sup>ème</sup>, les progrès en électronique et en informatique ont considérablement augmenté les capacités de calcul des nouveaux ordinateurs et calculateurs. Cela a très largement contribué au développement d'outil de calcul numérique pour la résolution d'équations. C'est en 2001 que l'équipe de Sharp a pleinement profité de ses progrès en proposant un modèle multi-corps du V2RM basé sur un logiciel de conception électronique de

---

chez National Instrument [60]. On notera que dans cette contribution les efforts pneumatiques ne sont pas modélisés à partir de la formule magique mais à partir du modèle proposé dans [61]. Ce modèle du V2RM a permis de résoudre les contraintes de linéarisation ou de restriction de la vitesse longitudinale pour adresser des amplitudes de mouvements beaucoup plus larges. Ce fut l'un des premiers travaux qui a permis de mieux appréhender une des questions les plus complexes de la modélisation du V2RM : les couplages entre les dynamiques latérale et longitudinale.

Après avoir complété le travail de Whipple en intégrant les effets aérodynamiques, les forces générées par les pneumatiques, l'influence du conducteur, la flexibilité des corps du V2RM, les chercheurs ont tenté de multiplier le nombre de corps et de DDL dans la dérivation du modèle. En effet, augmenter le nombre de corps et de DDL permet de modéliser plus fidèlement la dynamique propre à chacun des composants du V2RM (roues, suspensions, direction, etc.). Dans ce contexte, en 2002, un modèle à 11 DDL fut proposé en utilisant une approche de modélisation appelée *natural coordinates approach* [62]. Ensuite, Sharp s'est intéressé à un autre défi, à savoir la prise en compte de la géométrie des pneumatiques dans le modèle. En effet, tous ces travaux ont considéré la roue comme étant un disque fin et rigide dont la géométrie du contact avec le sol est ponctuelle. En 2004, dans [63], Sharp a présenté un modèle tenant compte de la largeur des pneumatiques ainsi que des interactions entre les forces pneumatiques latérales et longitudinales. Ce modèle est considéré comme étant le plus fidèle de la littérature. Il a été repris par la société Mechanical Simulation Corporation, créateur de CarSim, qui l'utilise dans son célèbre simulateur V2RM BikeSim. On notera que ce simulateur a été utilisé pour la validation de plusieurs de nos travaux. Plus récemment, dans les travaux menés au laboratoire IBISC [64, 65], l'auteur a proposé un modèle équivalent. À la différence de Sharp qui a utilisé l'approche conventionnelle avec les équations mécaniques de Lagrange, ce dernier a synthétisé le modèle du V2RM et de son conducteur à partir du principe de Jourdain. Que ce soit avec le formalisme de Lagrange ou de Jourdain, le modèle obtenu est bien entendu fortement non-linéaire, il ne compte pas moins de huit-corps autorisant un total 16 DDL.

Finalement, il existe une grande variété de modèles dynamiques du V2RM. Le choix de ce dernier dépend principalement de l'application visée. En effet, un logiciel de simulation supposé simuler fidèlement le comportement dynamique du V2RM embarquera de préférence un modèle multi-corps du véhicule. À l'inverse, les concepteurs d'algorithmes de commande et/ou d'observation recherchent des modèles, plus simples, capables de simuler la dynamique générale du véhicule. Dans ce cas, il est préférable de s'orienter vers un modèle avec moins de corps, comme le modèle deux-corps de Sharp [48] par exemple.





# Chapitre 2

## Les pneumatiques

### Sommaire

---

<b>2.1 Efforts pneumatiques</b> . . . . .	<b>73</b>
<b>2.2 Géométrie et cinématique du pneumatique</b> . . . . .	<b>75</b>
<b>2.3 Modélisation des forces pneumatiques</b> . . . . .	<b>75</b>
2.3.1 Formule magique de Pacejka : généralités . . . . .	75
2.3.2 Force longitudinale . . . . .	77
2.3.3 Force latérale . . . . .	78
2.3.4 Force verticale . . . . .	80
2.3.5 Couplage des forces . . . . .	81
2.3.6 Phénomène transitoire : la relaxation . . . . .	83
<b>2.4 Modélisation des moments pneumatiques</b> . . . . .	<b>83</b>
2.4.1 Moment de renversement . . . . .	83
2.4.2 Moment de résistance au roulement . . . . .	84
2.4.3 Moment d'auto-alignement . . . . .	85
<b>2.5 Conclusion</b> . . . . .	<b>86</b>

---

Ce chapitre aborde la modélisation des pneumatiques pour les V2RM dont les caractéristiques influent fortement sur l'interaction pneumatique/chaussée. Ces spécificités des V2RM ne permettent généralement pas d'utiliser les modèles existants pour les V4RM et nécessitent de développer un modèle dédié. La modélisation est une étape incontournable puisqu'il n'existe aucun moyen de mesurer les forces et les moments pneumatiques d'un V2RM en ordre de marche.

Dans un premier temps, ce chapitre introduit les enjeux relatifs à la modélisation des pneumatiques pour un modèle dynamique du V2RM. Dans un second temps, la modélisation des forces pneumatiques est abordée notamment avec la formule magique de Pacejka [59]. Pour finir, c'est les expressions des trois moments pneumatiques qui sont dérivées.

### 2.1 Efforts pneumatiques

Les pneumatiques jouent un rôle primordial, puisqu'ils doivent générer les forces indispensables à l'accélération, au freinage et aux mouvements latéraux tout en assurant un confort de conduite. Le comportement vertical du pneumatique peut être assimilé à un système masse ressort assurant un premier filtrage des vibrations avant que les suspensions ne prennent le relai. L'interaction entre les pneumatiques et la chaussée est donc l'un des phénomènes les plus importants et complexes dans l'étude de la dynamique des véhicules terrestres. La zone de "patch"

qui correspond à la surface d'écrasement du pneumatique sur la chaussée est la seule interface de contact entre le véhicule et son environnement. Cette interaction est d'autant plus importante pour les V2RM car leur stabilité est directement liée à l'état dynamique de leurs deux pneumatiques. Un simple défaut d'adhérence peut rapidement conduire à une chute. Rappelons que l'adhérence aussi appelée "friction" est caractérisée par un coefficient noté  $\mu$  qui traduit la capacité du pneumatique à transformer une force verticale en force latérale et longitudinale. Il est communément considéré que les propriétés d'adhérence de la route sont uniformes par section et non directionnelles. L'adhérence  $\mu$  dépend fortement des conditions environnementales (état de la chaussée, type de revêtement, etc.). Les performances du pneumatique dépendent également de sa pression de gonflage et de sa température.

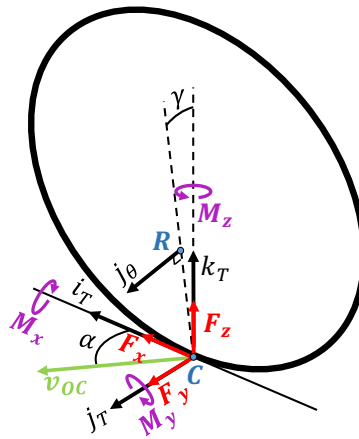


FIGURE 2.1 – Illustration des efforts générés par le pneumatique

L'interaction pneumatique/chaussée peut être représentée par un système de trois forces et trois moments comme sur la figure 2.1 :

- $F_x$  : la force longitudinale suivant  $i_T$  générée pendant les phases d'accélération ( $F_x > 0$ ) ou de freinage ( $F_x < 0$ ),
- $F_y$  : la force latérale suivant  $j_T$  générée lors de scénarios impliquant la dynamique latérale (virage, etc.),
- $F_z$  : la force verticale perpendiculaire au sol suivant  $k_T$ , qui peut être exprimée en fonction de la charge statique  $F_{z_0}$  et du phénomène de transfert de charge  $\Delta F_z$ ,
- $M_x$  : le moment de renversement autour de l'axe longitudinal  $i_T$ ,
- $M_y$  : le moment de résistance au roulement autour de l'axe vertical  $j_T$ ,
- $M_z$  : le moment d'auto-alignement autour de l'axe horizontal  $k_T$ .

L'indice  $T$  désigne les variables attribuées aux pneumatiques sans distinction avant arrière.

## 2.2 Géométrie et cinématique du pneumatique

Dans ce document, et sauf indication contraire, les roues du V2RM sont considérées comme des disques fins et rigides. Le contact pneumatique-chaussée est alors ponctuel au point que l'on notera  $C$ . On négligera donc les effets complexes liés au déplacement latéral du point de contact. Pour étudier la cinématique du pneumatique, on lui associera un repère local que l'on notera  $\mathcal{R}_T(C, i_T, j_T, k_T)$  tel que son origine soit le point de contact  $C$  (figure 2.1). Le vecteur  $k_T$  est normal à la route, les vecteurs  $i_T$  et  $j_T$  sont respectivement obtenus par les produits vectoriels  $i_T = j_\theta \times k_T$  et  $j_T = k_T \times i_T$ . Chacun des deux pneumatiques du V2RM est soumis à des phénomènes bien connus dans la modélisation des véhicules terrestres qui sont le carrossage, la dérive et le glissement. Le carrossage, noté  $\gamma$ , a pour axe de rotation  $i_T$  tel que  $\sin(\gamma) = k_T \cdot j_\theta$ . C'est une caractéristique purement géométrique. Alors que la déformation du patch dans le sens latéral génère un angle de glissement aussi appelé dérive pneumatique. Il est généralement noté  $\alpha$  et correspond à l'angle entre le vecteur vitesse au point  $C$  noté  $v_{OC}$  et l'axe longitudinal de la roue  $i_T$ . Enfin, la vitesse relative entre la vitesse linéaire générée par la rotation de la roue  $\dot{\theta}$  et la vitesse longitudinale du point de contact  $v_{OC}$  engendre un glissement longitudinal noté  $\kappa$ . Finalement, on obtient les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}\kappa &= -\frac{V_C - R\dot{\theta}}{\max(V_C, R\dot{\theta})} \\ \alpha &= -\frac{\text{atan}(j_T \cdot v_{OC})}{i_T \cdot v_{OC}} \\ \gamma &= -\text{asin}(k_T \cdot j_\theta)\end{aligned}\tag{2.1}$$

avec  $V_C = \|v_{OC}\|$  la vitesse au point de contact  $C$  et  $R$  le rayon effectif de la roue.

Par ailleurs, en assumant que le point  $C$  est toujours en contact avec le pneumatique et le sol, on peut calculer la déformation verticale du pneumatique avec la relation :

$$\iota = k_T \cdot r_{VC}\tag{2.2}$$

avec  $r_{VC}$  le vecteur des coordonnées de  $C$  dans le repère du véhicule  $\mathcal{R}_V$  que l'on définira par la suite. Cette déformation permet de calculer la charge normale nécessaire pour éviter le décollement de la roue.

Après avoir défini les relations cinématiques dans le repère propre au pneumatique, on peut exprimer les forces et moments sous forme d'un torseur des efforts. Si on note  $F_T$  et  $M_T$  respectivement la force et le moment total au point  $C$  qui est le point de contact entre la roue et le sol, il vient :

$$\begin{aligned}F_T &= F_x i_T + F_y j_T + F_z k_T \\ M_T &= M_x i_T + M_y j_T + M_z k_T\end{aligned}\tag{2.3}$$

À présent, il est nécessaire de définir les expressions des composantes du système (2.3) en leur associant un modèle.

## 2.3 Modélisation des forces pneumatiques

### 2.3.1 Formule magique de Pacejka : généralités

En regard du rôle primordial de la dynamique du contact entre le pneumatique et la chaussée de nombreux travaux ont été proposés dans la littérature. On trouve des modèles avec des complexités très variées, certains théoriques, d'autres semi-empiriques ou encore d'autres totalement

basés sur des mesures expérimentales comme le célèbre modèle de Pacejka. Ce dernier est aussi connu sous le nom de formule magique. Parallèlement, certains de ces modèles sont statiques. Ils considèrent uniquement le régime établi des forces pneumatiques alors que d'autres prennent en compte le régime transitoire pendant la synthèse du modèle. Quelques-uns des modèles les plus répandus sont présentés dans l'annexe A à la section A.1. Ils sont introduits dans leur expression générale et sont, bien entendu, applicables aux pneumatiques avant et arrière du V2RM. Finalement, cette section détaillera les expressions des trois forces pneumatiques basées sur la formule magique de Pacejka.

En effet, ce modèle est le plus répandu pour les problématiques de modélisation des pneumatiques des véhicules terrestres et notamment pour les V2RM. De plus, il existe dans la littérature une base de données conséquente pour différentes tailles de pneumatiques V2RM. Pour finir, les formules du modèle de Pacejka sont facilement linéarisables en fonction des paramètres et il est également possible de coupler ce modèle statique avec la dynamique de relaxation pour capturer les phénomènes transitoires. Ces notions sont discutées dans la section suivante. Il s'avère être un parfait candidat pour les questions d'observation et de contrôle. À l'inverse, certains des modèles de littérature beaucoup plus complexes sont plus appropriés au design des pneumatiques et à leur étude comportementale. La section ci-dessous détaille les expressions des forces pneumatiques à l'aide de la formule de Pacejka. Les tracés proposés ont été réalisés à partir d'un pneumatique de V2RM de dimension 160/70, ce qui signifie que la hauteur de la carcasse du pneu mesure 160 mm et que sa largeur fait  $0.7 \times 160 = 112$  mm. Cette taille est standard pour les V2RM et peut correspondre à un pneumatique avant ou même arrière. Les valeurs des paramètres sont issues de [66].

La formule magique pour la modélisation des forces et des moments pneumatiques a été introduite par Pacejka en 1993 [59]. C'est de loin le modèle le plus utilisé pour modéliser les pneumatiques dans la dynamique des véhicules comme par exemple dans les simulateurs [67, 68]. La modélisation proposée par Pacejka est le fruit d'une approche totalement empirique ou les paramètres sont identifiés à partir de mesures expérimentales sur banc de test. L'expression de la formule magique est donnée par l'équation suivante :

$$F(\nu) = D_\nu \sin \left( C_\nu \operatorname{atan} \left( B_\nu \nu - E_\nu (B_\nu \nu - \operatorname{atan}(B_\nu \nu)) \right) \right) \quad (2.4)$$

avec  $B_\nu$ ,  $C_\nu$ ,  $D_\nu$  et  $E_\nu$  les paramètres empiriques à déterminer et  $\nu \in \{\alpha, \gamma, \kappa\}$  correspondant respectivement soit à l'angle de glissement latéral ou de carrossage ou bien au glissement longitudinal.

Lorsque  $\nu = \kappa$ ,  $F(\nu)$  représente la force longitudinale  $F_x$ . À l'inverse si  $\nu \in \{\alpha, \gamma\}$  alors  $F(\nu)$  désigne la force latérale  $F_y$ . La figure 2.2 illustre l'allure générale de  $F(\nu)$  en fonction de  $\nu$  lorsque  $\nu = \kappa$ . À noter que dans ce cas précis le glissement longitudinal est exprimé en pourcentage et que l'allure de la courbe est similaire pour le cas de la force latérale. La signification des différents paramètres de la formule est la suivante :

- $D_\nu$  représente le pic de la courbe (à condition que  $E_\nu < 1$  et  $C_\nu > 1$ ) et dépend linéairement de la force verticale  $F_z$  à partir de la relation  $D_\nu = F_z d_\nu$ . Le paramètre  $d_\nu$  correspond à une valeur normalisée du paramètre  $D_\nu$ .
- $C_\nu$  est directement relié à la valeur de saturation quand  $\nu$  tend vers l'infini telle que  $\lim_{\nu \rightarrow \infty} F(\nu) = D_\nu \sin(\frac{\pi}{2} C_\nu)$ .
- $B_\nu$  agit sur la pente de la courbe autour de  $\nu = 0$ .
- $E_\nu$  est lié à l'amplitude et la position du pic.

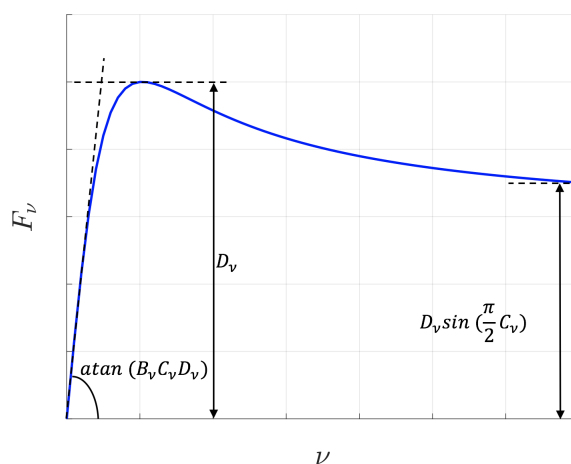


FIGURE 2.2 – Illustration de la formule magique de Pacejka

### 2.3.2 Force longitudinale

Lors d'une accélération ou d'un freinage, le pneumatique subit une déformation au niveau du patch de contact avec le sol. À cause de cette déformation, pour chaque point appartenant au patch, la vitesse longitudinale générée par le couple moteur/frein appliqué à la roue est supérieure à la vitesse tangentielle du pneumatique dans le cas d'une accélération. Pour un freinage, cette même vitesse est inférieure. Cette différence génère un glissement longitudinal noté  $\kappa$  dont l'expression est donnée dans l'équation (2.1). Par convention le glissement longitudinal est positif en accélération et négatif dans le cas inverse.

#### Représentation non-linéaire :

Lorsqu'on considère un scénario de dynamique longitudinale pure le carrossage  $\gamma$  et le glissement latéral  $\alpha$  sont nuls. Dans ce cas la force longitudinale générée par le pneumatique dépend uniquement du glissement longitudinal  $\kappa$ . Elle peut être exprimée avec la formule magique de Pacejka introduite dans (2.4) en considérant  $\nu = \kappa$ .

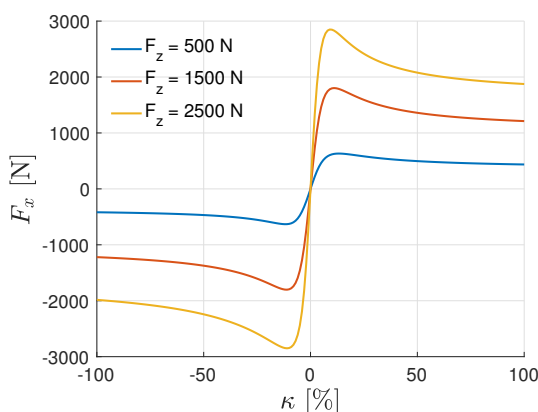


FIGURE 2.3 – Tracé de la force pneumatique longitudinale avec la formule magique de Pacejka

La figure 2.3 montre l'allure de la force en fonction du glissement longitudinal pour différentes charges verticales  $F_z$  avec une charge verticale statique fixe  $F_{z_0} = 1 \text{ kN}$ . On rappellera que  $F_{z_0}$

dépend de la répartition des masses en statique alors que  $F_z$  est la force verticale dynamique dépendante de  $F_{z0}$  mais aussi du phénomène de transfert de charge  $\Delta F_z$ .

À noter que le pic du coefficient d'adhérence longitudinale dépend fortement de l'état de la chaussée. Le rapport  $\frac{F_x}{F_z}$  peut varier entre 0.1 pour une route verglacée à plus de 1 pour un bitume en condition idéale, en passant par environ 0.8 pour une route mouillée.

### Représentation linéaire :

Dans les problématiques d'estimation ou de contrôle, on est souvent amené à utiliser une formulation linéaire de ce modèle identique à celle introduite par Rajamani dans l'équation (A.11). Pour de faibles glissements longitudinaux  $\kappa$ , on peut considérer la force longitudinale proportionnelle au glissement et donc la relation :

$$\begin{aligned} F_x &= K_\kappa \kappa \\ K_\kappa &= \left. \frac{dF_x}{d\kappa} \right|_{\kappa=0} \end{aligned} \quad (2.5)$$

On rappellera que  $K_\kappa$  est le coefficient de raideur du glissement longitudinal du pneumatique, il s'exprime en  $N$ . Par analogie à la formule magique,  $K_\kappa$  peut être calculé à partir de :

$$K_\kappa = B_\kappa C_\kappa D_\kappa \quad (2.6)$$

De plus, le coefficient de raideur  $K_\kappa$  dépend linéairement de la force verticale  $F_z$  suivant la relation :

$$K_\kappa = k_\kappa F_z \quad (2.7)$$

avec  $k_\kappa$  la raideur normalisée. En général,  $k_\kappa$  varie entre 12 et 30 en fonction des propriétés du pneumatique et la chaussée.

### 2.3.3 Force latérale

La force latérale  $F_y$  agit sur le plan de la route dans une direction perpendiculaire à celle de la force longitudinale  $F_x$ . On rappellera que pour les V2RM, la force latérale générée par le pneumatique dépend à la fois de l'angle de glissement latéral et de l'angle de carrossage. En effet, l'angle de carrossage  $\gamma$  est directement lié à celui du roulis qui peut atteindre une amplitude importante (plus de 50 degrés) alors que le glissement latéral  $\alpha$  est défini comme dans la figure 2.1. Lorsqu'une roue est soumise à une sollicitation latérale, le patch de contact subit une déformation qui varie en fonction des propriétés du pneumatique, de l'angle de carrossage, du glissement latéral, de la charge verticale, de la pression de gonflage, etc. La contribution du glissement latéral dans la force  $F_y$  dépend principalement de la déformation du pneumatique alors que celle du carrossage dépend de la géométrie. Pour les V2RM, le choix du modèle de la force latérale du pneumatique nécessite beaucoup d'attention car il impacte la stabilité du V2RM [48]. Comme expliqué précédemment, si la force  $F_y$  entre dans sa zone de saturation (figure 2.2), alors il est fort probable que le motard perde le contrôle de son véhicule et chute.

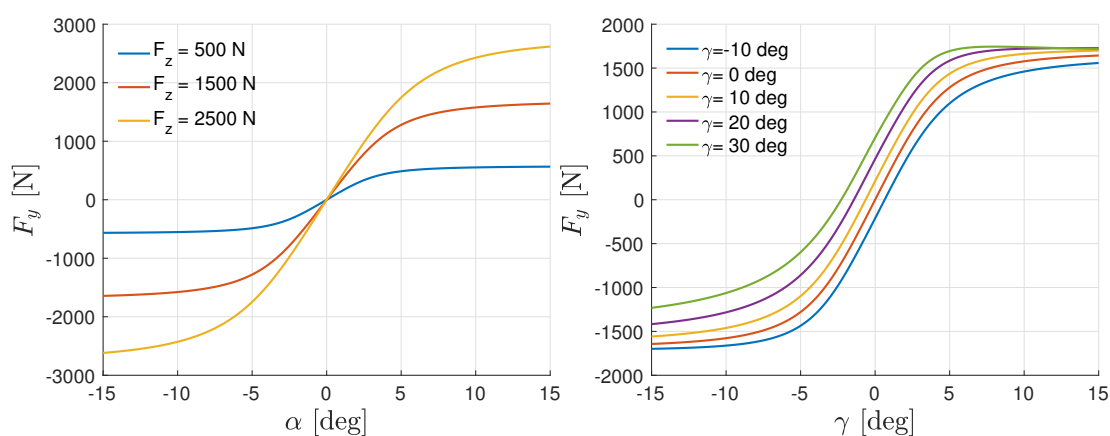
### Représentation non-linéaire :

Lorsque le glissement longitudinal est nul,  $\kappa = 0$ , alors la force longitudinale est également nulle et  $F_y$  dépend uniquement de la force verticale, de l'angle de glissement latéral et de l'angle

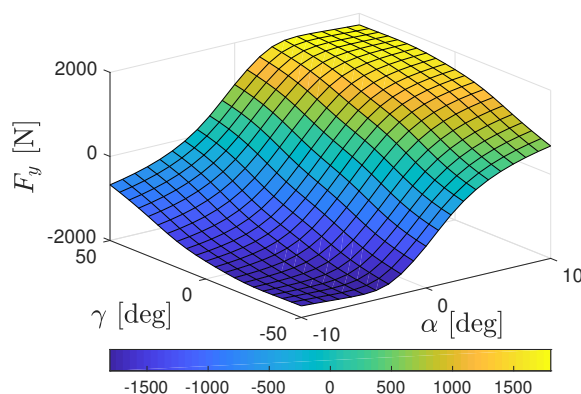
de carrossage. Le couplage entre la composante due à l'angle de glissement  $\alpha$  et celle due à l'angle de carrossage  $\gamma$  peut être exprimé par l'équation suivante :

$$F_y = D_y \sin \left[ \left[ C_\alpha \operatorname{atan} (B_\alpha \alpha - E_\alpha (B_\alpha \alpha - \operatorname{atan}(B_\alpha \alpha))) \right] + \left[ C_\gamma \operatorname{atan} (B_\gamma \gamma - E_\gamma (B_\gamma \gamma - \operatorname{atan}(B_\gamma \gamma))) \right] \right] \quad (2.8)$$

Cette expression est une des plus récentes pour la modélisation des forces latérales [59]. Comme pour la force longitudinale, les coefficients  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$  sont explicités dans l'équation (2.4). La figure 2.4.a montre l'allure de la force latérale  $F_y$  en fonction de l'angle de dérive  $\alpha$  en l'absence de carrossage  $\gamma = 0^\circ$  et de sollicitation longitudinale  $\kappa = 0$ . Elle montre également l'influence de la charge verticale  $F_z$  sur la force latérale. Les figures 2.4.b et 2.4.c montrent respectivement l'influence de l'angle de carrossage sur la force latérale et la cartographie de la force latérale du pneumatique en fonction du carrossage et du glissement toujours en considérant une force latérale pure c'est-à-dire  $F_x = 0 \text{ N}$ .



(a) Force latérale  $F_y$  avec  $F_{z0} = 1 \text{ kN}$ ,  $\gamma = 0^\circ$  (b) Force latérale  $F_y$  avec  $F_{z0} = 1 \text{ kN}$ ,  $F_z = 1.5 \text{ kN}$



(c) Cartographie de la force latérale  $F_y$  avec  $F_{z0} = 1 \text{ kN}$ ,  $F_z = 1.5 \text{ kN}$

FIGURE 2.4 – Tracé de la force pneumatique latérale avec la formule magique de Pacejka

### Représentation linéaire :

Tout comme pour la force longitudinale, pour de faibles valeurs de l'angle de glissement et de l'angle de carrossage, les composantes de la force latérale dues au glissement et au carrossage



peuvent être approximées par un modèle linéaire. Ainsi, la force latérale peut s'écrire comme suit :

$$F_y = C_\alpha \alpha + C_\gamma \gamma \quad (2.9)$$

Les paramètres  $C_\alpha$  et  $C_\gamma$  sont respectivement les coefficients de raideur du glissement latéral et du carrossage (en  $N.rad^{-1}$ ). Ils sont calculés en évaluant les dérivées par rapport à  $\alpha$  et  $\gamma$  de l'équation (2.8), autrement dit :

$$\begin{aligned} C_\alpha &= \left. \frac{dF_y}{d\alpha} \right|_{\alpha=0, \gamma=0} \\ C_\gamma &= \left. \frac{dF_y}{d\gamma} \right|_{\alpha=0, \gamma=0} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Par analogie avec la force longitudinale, les coefficients de raideur de glissement et de carrossage dépendent linéairement de la force verticale  $F_z$  suivant la relation :

$$\begin{aligned} C_\alpha &= c_\alpha F_z \\ C_\gamma &= c_\gamma F_z \end{aligned} \quad (2.11)$$

avec  $c_\alpha$  et  $c_\gamma$  les coefficients de raideur normalisés associés. En général, le coefficient de raideur de glissement latéral  $c_\alpha$  varie entre  $10 rad^{-1}$  et  $25 rad^{-1}$ , alors que celui du carrossage  $c_\gamma$  varie entre  $0.7 rad^{-1}$  et  $1.5 rad^{-1}$ . Ces coefficients dépendent fortement du pneumatique en question et de l'état de la chaussée. Le ratio entre la force latérale et celle verticale peut atteindre 1.3 voire 1.6 en virage quand les conditions sont idéales (chaussée propre, sèche, etc.).

### 2.3.4 Force verticale

La force verticale  $F_z$  est la force exercée par le pneumatique perpendiculairement au sol afin de compenser l'action gravitationnelle et le transfert de charge dynamique. Cette force constitue une composante très importante dans la dynamique des V2RM puisque les forces longitudinales et latérales sont directement proportionnelles à  $F_z$ . La répartition des forces verticales entre les deux pneumatiques dépend principalement de la position du Centre De Gravité (CDG) du véhicule et de l'accélération longitudinale. En dynamique véhicule, la répartition de la force verticale est communément appelée équilibre des charges en statique et transfert de charge en dynamique. Si on note  $F_{zf}$ ,  $F_{zr}$  les charges verticales dynamiques,  $\Delta F_z$  la quantité de charge verticale transférée entre les deux pneumatiques,  $F_{zf_0}$  et  $F_{zr_0}$  les charges verticales statiques alors il vient :

$$\begin{aligned} F_{zf} &= F_{zf_0} - \Delta F_z \\ F_{zr} &= F_{zr_0} + \Delta F_z \end{aligned} \quad (2.12)$$

On remarquera que  $\Delta F_z > 0$  en phase d'accélération et  $\Delta F_z < 0$  en freinage.

L'expression des forces verticales dynamiques  $F_z$  en fonction de l'accélération  $a_x$  du V2RM et de sa géométrie est obtenue à partir des équations d'équilibre des forces. La figure 2.5 illustre les forces et les moments agissant sur le V2RM pendant une accélération. Pour le freinage le sens des forces  $F_x$  et du vecteur  $a_x$  est inversé.

Équilibre des forces :

$$\begin{aligned}\mathcal{M}a_x &= F_{x_f} + F_{x_r} \\ \mathcal{M}g &= -F_{z_f} - F_{z_r}\end{aligned}\quad (2.13)$$

Équilibre des moments :

$$\begin{aligned}h_m(F_{x_f} + F_{x_r}) + (l_f - l_m)F_{z_f} \\ - (l_r + l_m)F_{z_r} = 0\end{aligned}\quad (2.14)$$

Bilan :

$$\begin{aligned}F_{z_f} &= \frac{\mathcal{M}}{l_f + l_r}(g(l_r + l_m) - h_m a_x) \\ F_{z_r} &= \frac{\mathcal{M}}{l_f + l_r}(g(l_f - l_m) + h_m a_x)\end{aligned}\quad (2.15)$$

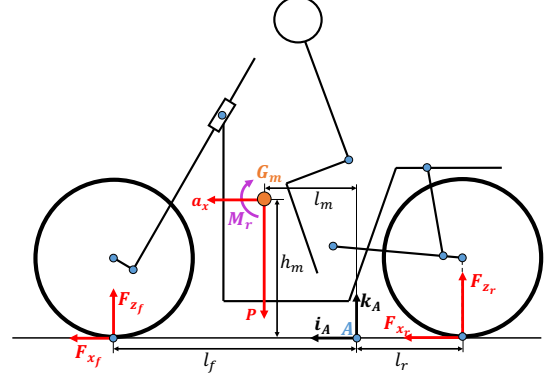


FIGURE 2.5 – Bilan des moments et des forces agissants sur le V2RM

Par identification terme à terme entre l'équation (2.13) et l'équation (2.15), il vient :

$$\begin{aligned}F_{z_{f0}} &= \frac{l_r + l_m}{l_f + l_r} \mathcal{M}g \\ F_{z_{r0}} &= \frac{l_f - l_m}{l_f + l_r} \mathcal{M}g \\ \Delta F_z &= \frac{h_m}{l_f + l_r} \mathcal{M}a_x\end{aligned}\quad (2.16)$$

On remarquera que la variation de la force verticale à cause de l'accélération longitudinale est proportionnelle à la hauteur du CDG  $h_m$  et inversement proportionnelle à l'empattement  $l_f + l_r$ . De plus, si l'accélération est nulle  $a_x = 0 \text{ m.s}^{-2}$  alors  $F_{z_f} = F_{z_{f0}}$  et  $F_{z_r} = F_{z_{r0}}$ . On notera que les V2RM sont caractérisés par un faible empattement et une position du CDG relativement haute. C'est la raison pour laquelle le transfert de charge est beaucoup plus important pour les V2RM comparé aux V4RM. Il peut mener à des phénomènes extrêmes comme le *wheelie* ou le *stoppie* qui sont discutés dans la suite de cette partie.

### 2.3.5 Couplage des forces

La force longitudinale d'accélération ( $F_x > 0$ ) ou de freinage ( $F_x < 0$ ) est directement liée à l'action du conducteur qui décide respectivement d'agir sur la poignée d'accélérateur ou sur le levier de frein. Par expérience, on sait que la dynamique latérale est souvent couplée avec la dynamique longitudinale puisque le motard agit sur les commandes en virage. Cependant la présence de forces longitudinales  $F_x$  n'est pas sans impact sur l'évolution des forces latérales  $F_y$ . En effet, la somme des forces pneumatiques  $F_x$  et  $F_y$  est fixe, ce qui signifie que l'augmentation d'une des deux forces se fait aux dépens de l'autre. En d'autres termes, si pendant un virage le conducteur freine il génère une force longitudinale  $F_x$  et diminue la valeur maximale possible pour la force latérale  $F_y$ . En dynamique véhicule, on parle d'ellipse de friction qui correspond à l'enveloppe limite de la résultante vectorielle des deux forces  $F_x$  et  $F_y$ . L'enveloppe limite de

l'ellipse de friction est définie par  $F_{x_{max}}$  et  $F_{y_{max}}$  qui correspondent respectivement aux valeurs maximales des forces longitudinale et latérale lorsqu'elles agissent seules. Dans les faits, ce couplage est modélisé en multipliant la force latérale par un coefficient de correction qui dépend de la force longitudinale appliquée comme suit :

$$F_y = F_{y_{max}} \sqrt{1 - \left( \frac{F_x}{F_{x_{max}}} \right)^2} \quad (2.17)$$

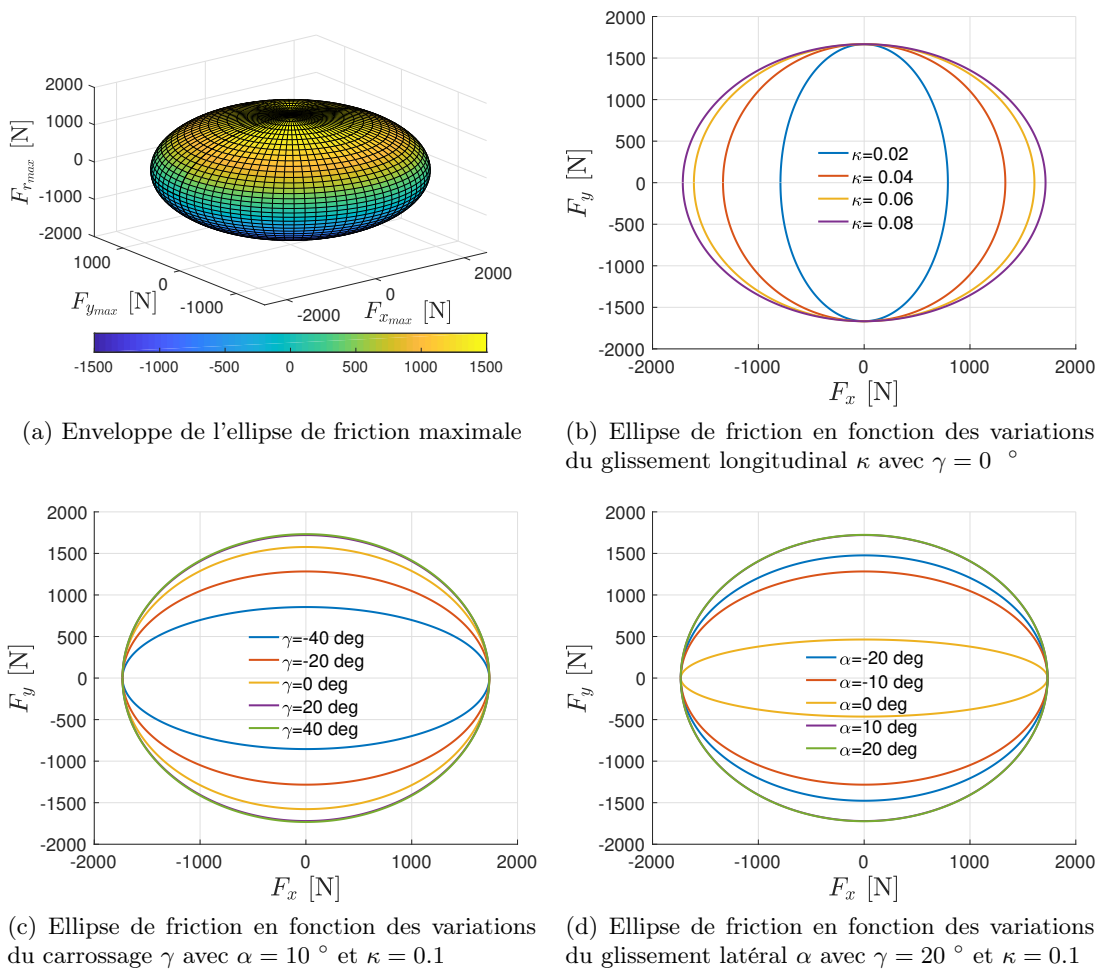


FIGURE 2.6 – Tracé de l'ellipse de friction du pneumatique à partir la formule magique de Pacejka

L'interaction entre les forces longitudinales et latérales est illustrée avec la figure 2.6. La première figure montre le tracé 3D de l'enveloppe de l'ellipse de friction, c'est-à-dire les valeurs de la force résultante  $F_{r_{max}}$  en fonction de  $F_{x_{max}}$  et  $F_{y_{max}}$ . Les courbes 2.6.b, 2.6.c et 2.6.d montrent l'impact des différents paramètres des forces à savoir le glissement  $\kappa$  pour la force longitudinale, le glissement latéral  $\alpha$  et le carrossage  $\gamma$  pour la force latérale sur l'ellipse de friction. Pour un complément d'information sur les couplages de mobilisation des adhérences latérale et longitudinale le lecteur pourra se référer à [35].

### 2.3.6 Phénomène transitoire : la relaxation

Comme discuté précédemment, la formule magique de Pacejka ne permet pas de modéliser les phénomènes dynamiques au niveau des pneumatiques. Cependant, il est possible de considérer les forces uniquement dans leur régime établi mais cela a des conséquences significatives sur la stabilité latérale du V2RM. En effet, dans [48], l'auteur a montré que la synthèse d'un modèle du V2RM sans prendre en compte la relaxation ne permettait pas de mettre en évidence certains modes vibratoires, pourtant indispensables, dans l'étude dynamique. C'est pourquoi il est nécessaire de prendre en compte le régime transitoire des forces avant la convergence vers leurs régimes d'équilibre. Ce phénomène est appelé relaxation et sa durée dépend principalement des caractéristiques du pneumatique et de la vitesse du véhicule. En général, le régime transitoire des forces  $F_x$  et  $F_y$  est modélisé par un filtre passe-bas dont l'équation est donnée par :

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_x}{v_x} \dot{F}_x + F_x &= F_{x_0} \\ \frac{\sigma_y}{v_x} \dot{F}_y + F_y &= F_{y_0}\end{aligned}\quad (2.18)$$

avec  $F_{x_0}$  et  $F_{y_0}$  les forces au régime d'équilibre données soit avec le modèle non-linéaire (2.4) avec  $\nu = \kappa$  et (2.8) ou avec celui linéaire (2.5) et (2.9). Les variables  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  désignent les longueurs de relaxation longitudinale et latérale, elles correspondent aux longueurs parcourues par le pneumatique pour que la force correspondante atteigne 63% de sa valeur d'équilibre. La longueur de relaxation varie généralement entre 0.1 et 0.3 mètre.

## 2.4 Modélisation des moments pneumatiques

En plus des forces, des moments sont également générés par les pneumatiques. Ils sont souvent négligés à cause de leur faible contribution. Néanmoins, il est important de les prendre en compte dans la modélisation parce qu'ils peuvent participer à l'équilibre du véhicule. De plus, les moments pneumatiques peuvent être introduits dans le modèle pour compenser certaines hypothèses simplistes comme la considération de la roue comme un disque fin et rigide. Dans cette section les expressions de chacun des trois moments sont explicitées.

### 2.4.1 Moment de renversement

Au regard de la géométrie torique des pneumatiques des V2RM, le point de contact pneumatique/sol  $C$  se déplace transversalement à cause du carrossage.  $C$  se retrouve à une distance  $s_p$  du point d'intersection de l'axe vertical du pneumatique avec le sol [69]. À cause de cet écart latéral, la force verticale  $F_z$  crée un moment appelé moment de renversement  $M_x$  qui a un effet déstabilisant [70] (figure 2.7).

Le moment de renversement est exprimé par l'équation suivante :

$$M_x = -F_z s_p \quad (2.19)$$

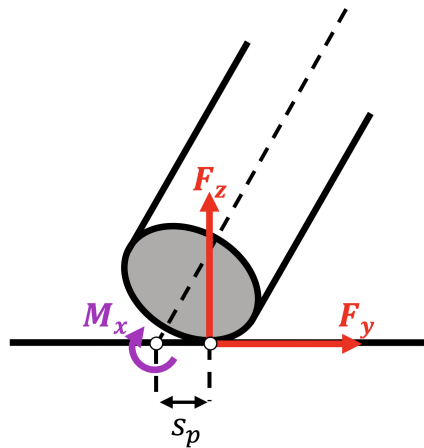


FIGURE 2.7 – Illustration du moment de renversement

### 2.4.2 Moment de résistance au roulement

Si l'on considère une roue qui roule sans glissement sur une surface plane alors le rayon de roulement  $R$  est défini comme le rapport entre la vitesse longitudinale  $v_x$  du véhicule et la vitesse de rotation de la roue  $\dot{\theta}$ . Il vient :

$$R = \frac{v_x}{\dot{\theta}} \quad (2.20)$$

Le rayon de roulement effectif est en général plus faible que le rayon sans charge à cause de l'écrasement du pneumatique. Ce dernier dépend du type du pneumatique, de sa raideur radiale, de sa pression de gonflage, de la force verticale appliquée et de la vitesse longitudinale du véhicule. La différence entre le rayon effectif et le rayon initial a pour effet de déplacer longitudinalement la résultante de la force verticale  $F_z$  par rapport à l'axe perpendiculaire au sol passant par le centre de la roue  $R$ . Cet écart est noté  $d_p$  (figure 2.8), il génère un moment de résistance au roulement du véhicule  $M_y$  égal à :

$$M_y = F_z d_p \quad (2.21)$$

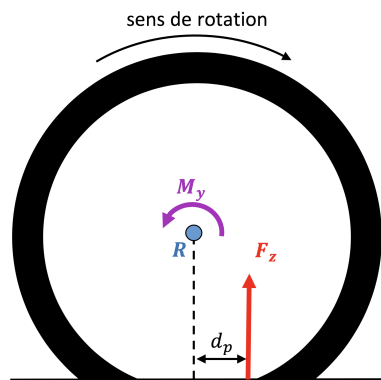


FIGURE 2.8 – Illustration du moment de résistance au roulement

Dans [71], une formule empirique a été proposée pour la modélisation du moment de résistance au roulement pour les V2RM. Elle prend en compte la pression de gonflage du pneumatique  $\mathcal{P}$

et la vitesse longitudinale  $v_x$  comme suit :

$$M_y = \begin{cases} RF_z \left( 0.0085 + \frac{0.018}{\mathcal{P}} + \frac{1.59e^{-6}}{\mathcal{P}} v_x^2 \right) & \text{si } v_x < 165 \text{ km.h}^{-1} \\ RF_z \left( \frac{0.018}{\mathcal{P}} + \frac{2.91e^{-6}}{\mathcal{P}} v_x^2 \right) & \text{si } v_x \geq 165 \text{ km.h}^{-1} \end{cases} \quad (2.22)$$

Dans cette formule, la vitesse longitudinale est exprimée en  $km/h$  et la pression des pneus en  $bar$ .

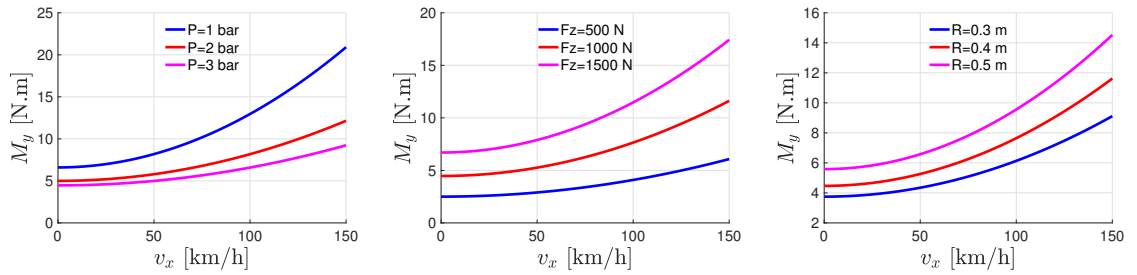


FIGURE 2.9 – Influence de la pression de gonflage, de la force verticale et du rayon de la roue sur le moment de résistance au roulement

La figure 2.9 illustre l'influence de la pression de gonflage  $\mathcal{P}$ , de la charge verticale  $F_z$  et du rayon de la roue  $R$  sur le moment de résistance au roulement  $M_y$ .

### 2.4.3 Moment d'auto-alignement

La distribution des forces latérales générées par le glissement latéral sur la surface cisailée n'est pas symétrique. La résultante des forces latérales est appliquée à un point différent de celui correspondant à la projection verticale du centre de la roue sur le sol (figure 2.10). Cet écart est appelé chasse pneumatique et est noté  $\eta_p$ . Par conséquent, la force latérale génère un moment qui tend à faire tourner la roue de telle sorte à réduire le glissement latéral. Pour cette raison, ce moment  $M_z$  est appelé moment d'auto-alignement. Il correspond au produit de la force latérale  $F_y$  et la chasse pneumatique  $\eta_p$  [71].

$$M_z = -F_y \eta_p \quad (2.23)$$

Les résultats expérimentaux ont montré que la chasse pneumatique atteint son maximum quand l'angle de glissement latéral est nul. À ce moment, elle peut être approximée par l'équation suivante :

$$\eta_p = \eta_{p0} \quad (2.24)$$

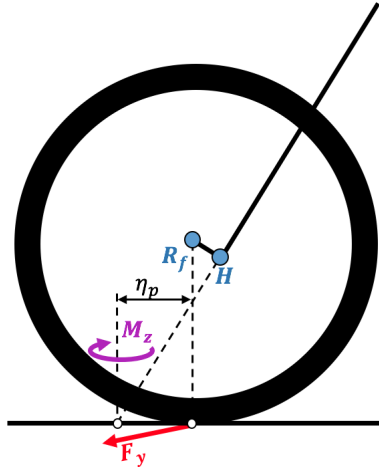


FIGURE 2.10 – Illustration du moment d’auto-alignement

Sinon  $\eta_p$  peut être calculé par la relation :

$$\eta_p = \begin{cases} \eta_{p0} \left( 1 - \left| \frac{\alpha}{\alpha_{max}} \right| \right) & \text{si } |\alpha| \leq \alpha_{max} \\ 0 & \text{si } |\alpha| > \alpha_{max} \end{cases} \quad (2.25)$$

avec  $\eta_{p0}$  désignant la valeur maximale de la chasse pneumatique qui varie généralement entre 15 mm et 50 mm et  $\alpha_{max}$  le glissement latéral pour lequel la chasse pneumatique devient nulle ( $\eta_p = 0$  m).

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la modélisation des efforts générés par les pneumatiques. Lorsqu’ils sont soumis à des sollicitations, ces derniers génèrent trois forces et trois moments. Dans ce chapitre, nous avons proposé des expressions possibles pour chacune des trois forces en se basant sur la formule magique de Pacejka. Nous avons d’abord présenté l’expression non-linéaire des forces, puis une alternative linéaire souvent utilisée dans les problématiques de contrôle et d’observation. Ensuite, des expressions modélisant les moments ont été introduites. À noter que la modélisation des pneumatiques est une étape incontournable pour la dérivation d’un modèle dynamique complet du V2RM. En effet, les pneumatiques jouent un rôle crucial dans la stabilité du V2RM. Dans la continuité de la modélisation du V2RM, le chapitre suivant aborde la dérivation d’un modèle multi-corps de la dynamique.

# Chapitre 3

## Modèle multi-corps

### Sommaire

---

<b>3.1 Principe de Jourdain et dynamique du V2RM : prérequis . . .</b>	<b>88</b>
3.1.1 Modélisation du V2RM . . . . .	88
3.1.2 Principe de Jourdain . . . . .	90
<b>3.2 Cinématique du V2RM . . . . .</b>	<b>92</b>
3.2.1 Corps arrière suspendu . . . . .	92
3.2.2 Corps arrière non-suspendu . . . . .	94
3.2.3 Corps avant suspendu . . . . .	94
3.2.4 Corps avant non-suspendu . . . . .	95
3.2.5 Corps supérieur du conducteur . . . . .	95
3.2.6 Corps inférieur du conducteur . . . . .	96
3.2.7 Roue arrière . . . . .	97
3.2.8 Roue avant . . . . .	97
<b>3.3 Définition de la matrice de masse . . . . .</b>	<b>98</b>
<b>3.4 Définition du vecteur des efforts généralisés non-conservatifs . .</b>	<b>99</b>
3.4.1 Force gravitationnelle . . . . .	99
3.4.2 Couple de braquage . . . . .	99
3.4.3 Couples moteur et de freinage . . . . .	100
3.4.4 Efforts des suspensions avant et arrière . . . . .	100
3.4.5 Forces et moments pneumatiques . . . . .	102
3.4.6 Forces aérodynamiques . . . . .	102
3.4.7 Autres efforts . . . . .	103
<b>3.5 Définition du vecteur des efforts généralisés résiduels . . . . .</b>	<b>105</b>
<b>3.6 Bilan . . . . .</b>	<b>105</b>
<b>3.7 Conclusion . . . . .</b>	<b>106</b>

---

Ce chapitre détaille la démarche pour développer un modèle dynamique huit-corps du V2RM qui autorise pas moins de 16 Degrés De Liberté (DDL). Ce modèle a été utilisé indirectement lors de la validation de nos algorithmes proposée avec le logiciel BikeSim (BS). En effet, ce modèle multi-corps se dissimule derrière le "moteur" des simulations dynamiques du logiciel. En dépit de sa complexité et de sa forte non-linéarité, ce modèle permet de capturer l'intégralité des phénomènes dynamiques comme la compression des suspensions, l'inclinaison du conducteur, etc. Il simule donc fidèlement le comportement dynamique du V2RM. Ce modèle initialement introduit par Sharp en 2004 [63] a largement été repris dans la communauté scientifique travaillant



sur les V2RM [72, 73, 74]. Alors que la plupart des travaux de modélisation du V2RM, y compris ceux de Sharp, utilisent le formalisme de Lagrange, la démarche présentée ci-dessous reprend le principe de Jourdain introduit dans [75] et réutilisé dans [64, 65]. Bien que ce modèle soit proche de la réalité, on considérera quelques hypothèses dans la synthèse du modèle :

- les roues sont assimilées à des disques fins et rigides. Cela signifie que les déformations de la carcasse ne sont pas prises en compte et que la zone de contact entre le pneumatique et la chaussée n'est plus surfacique mais ponctuelle,
- les huit corps sont symétriques dans le plan transversal,
- la chaussée est plate, autrement dit la géométrie de la route (pente et dévers) n'est pas considérée,
- les efforts aérodynamiques latéraux sont négligés, ce qui signifie qu'il n'y a pas de vent latéral au V2RM.

Dans un premier temps, ce chapitre rappelle les bases de la modélisation du V2RM ainsi que celles du principe de Jourdain. Dans un second temps, la cinématique de chacun des huit corps est détaillée. Ensuite, les calculs de la matrice de masse et du vecteur des efforts généralisés sont discutés. Finalement, un bilan de la synthèse du modèle huit-corps conclue ce chapitre.

### 3.1 Principe de Jourdain et dynamique du V2RM : prérequis

#### 3.1.1 Modélisation du V2RM

Pour commencer, considérons le repère terrestre fixe  $\mathcal{R}_O$  tel que  $\mathcal{R}_O(O, i_O, j_O, k_O)$ . Ensuite, il existe plusieurs normes définissant la configuration des repères utilisés pour la modélisation des véhicules terrestres, aériens, etc. Il en existe deux principales, la norme ISO 8855 qui considère que les axes  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  pointent respectivement vers l'avant du véhicule, vers la gauche et vers le haut. En opposition, la norme SAE J670e assume que les axes  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  sont orientés respectivement vers l'avant, vers la droite et vers le bas. Soit  $\mathcal{R}_V(V, i_V, j_V, k_V)$  un repère orthogonal attaché au véhicule au point  $V$  et orienté selon la norme ISO 8855 tels que  $i_V$ ,  $j_V$  et  $k_V$  soient respectivement suivant l'axe longitudinal du véhicule, suivant l'axe transversal et perpendiculaire à la route. Il vient :

$$\begin{aligned} i_V &= [1 \ 0 \ 0]^T \\ j_V &= [0 \ 1 \ 0]^T \\ k_V &= [0 \ 0 \ 1]^T \end{aligned} \tag{3.1}$$

$\mathcal{R}_V$  sera utilisé comme repère principal pour exprimer les relations cinématiques et la dynamique du V2RM. Le point  $V$  correspond à l'intersection entre le plan de symétrie longitudinal, le plan formé par le sol et l'axe vertical passant par le point  $P$  qui appartient à l'axe de rotation entre le corps arrière suspendu et non-suspendu (figure 3.1).

En partant du repère de référence  $\mathcal{R}_V$ , l'ordre de rotation des repères est le suivant : la première rotation correspond au roulis  $\phi$  dont l'axe est  $i_V$ , elle donne  $\mathcal{R}_\phi(V, i_\phi, j_\phi, k_\phi)$ . La seconde rotation provient du mouvement de tangage  $\zeta$  autour de  $j_\phi$  et donne à son tour le repère  $\mathcal{R}_\zeta(P, i_\zeta, j_\zeta, k_\zeta)$ . Puis, autour du même axe  $j_\phi$ , il y a la rotation mécanique due à l'angle de chasse  $\epsilon$  menant au nouveau repère  $\mathcal{R}_\epsilon(P, i_\epsilon, j_\epsilon, k_\epsilon)$ . Enfin, la rotation du mécanisme de direction  $\delta$  autour de  $k_\epsilon$  donne  $\mathcal{R}_\delta(E, i_\delta, j_\delta, k_\delta)$ . Parallèlement, la rotation du corps arrière non-suspendu  $\chi$  autour de  $j_\phi$  donne  $\mathcal{R}_\chi(P, i_\chi, j_\chi, k_\chi)$ . Puis, une première inclinaison du buste du conducteur, en avant ou en arrière, notée  $\xi$ , également autour de  $j_\phi$  donne  $\mathcal{R}_\xi(F, i_\xi, j_\xi, k_\xi)$ . Par ailleurs, son inclinaison latérale, notée  $\nu$ , autour de  $i_\xi$ , donne  $\mathcal{R}_\nu(F, i_\nu, j_\nu, k_\nu)$ .

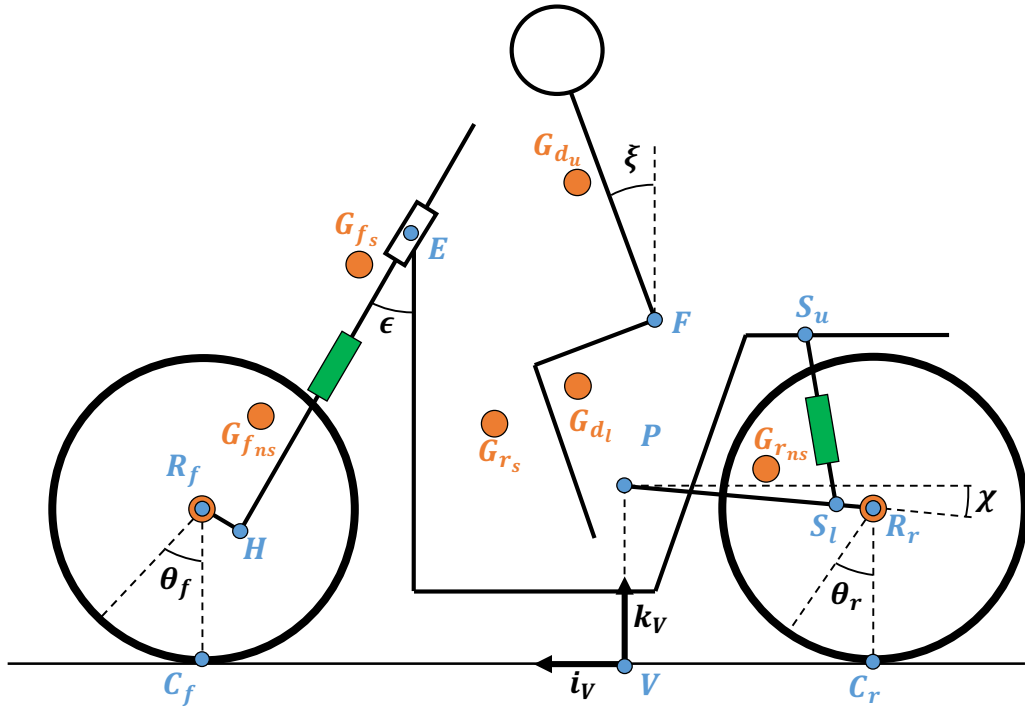
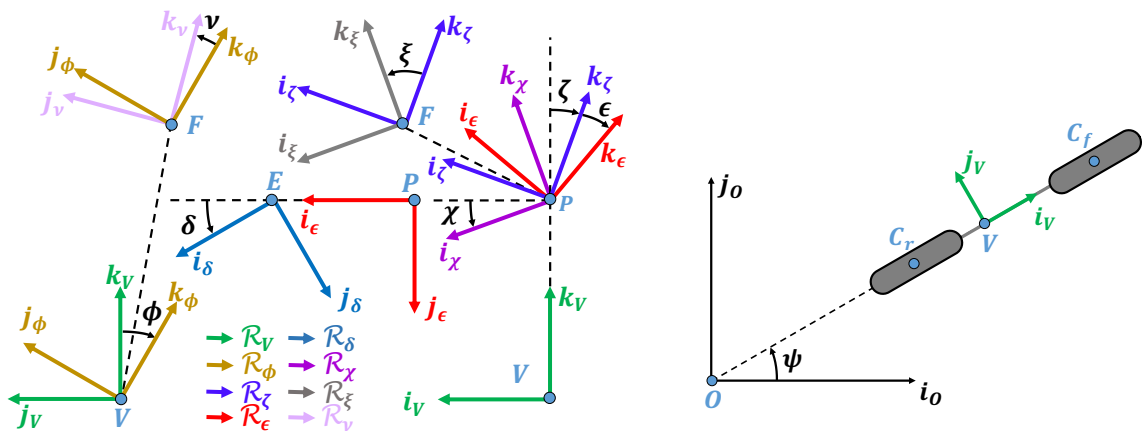


FIGURE 3.1 – Géométrie du modèle huit-corps du V2RM et de son conducteur

Pour le point  $V$ , on choisit trois vitesses généralisées pour définir son vecteur de vitesse linéaire et angulaire, comme suit :

$$\begin{aligned} v_{OV} &= [v_x \ v_y \ 0]^T \\ \omega_{OV} &= [0 \ 0 \ \dot{\psi}]^T \end{aligned} \quad (3.2)$$



(a) Orientation des repères du V2RM par rapport à  $\mathcal{R}_V$

(b) Orientation de  $\mathcal{R}_V$  par rapport à  $\mathcal{R}_O$

FIGURE 3.2 – Schéma de l'orientation des repères fixes et mobiles

Le lecteur pourra également se référer à la figure 3 de [50] pour plus d'informations sur l'ordre des rotations.

Dans le repère mobile  $\mathcal{R}_V$ , la position du Centre De Gravité (CDG)  $G$  d'un corps  $i$  est donnée par la relation :

$$r_{OG_i} = r_{OV} + r_{VG_i} \quad (3.3)$$

Cette équation nous permet de calculer la vitesse et l'accélération linéaires du corps  $i$  respectivement notées  $v_{OG_i}$  et  $a_{OG_i}$  dont les expressions sont données par :

$$\begin{aligned} v_{OG_i} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VG_i} + \dot{r}_{VG_i} \\ a_{OG_i} &= a_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VG_i} + \omega_{OV} \times (\omega_{OV} \times r_{VG_i} + 2\dot{r}_{VG_i}) + \ddot{r}_{VG_i} \end{aligned} \quad (3.4)$$

De la même manière, la vitesse angulaire du corps  $i$  et son accélération, respectivement notées  $\omega_{OG_i}$  et  $\varepsilon_{OG_i}$ , sont données par :

$$\begin{aligned} \omega_{OG_i} &= \omega_{OV} + \omega_{VG_i} \\ \varepsilon_{OG_i} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VG_i} + \dot{\omega}_{VG_i} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Maintenant que les relations cinématiques du corps  $i$  sont définies dans son repère local, il reste à décrire celle du repère mobile  $\mathcal{R}_V$ . Cela signifie qu'il faut trouver les expressions de  $a_{OV}$  et  $\varepsilon_{OV}$  dans les équations (3.4) et (3.5) en fonction de  $\dot{v}_{OV}$  et  $\dot{\omega}_{OV}$ . Supposons que les vecteurs des vitesses linéaire et angulaire de  $\mathcal{R}_V$  par rapport au repère terrestre  $\mathcal{R}_O$  sont respectivement donnés par :

$$\begin{aligned} v_{OV_{\mathcal{R}_O}} &= R_{VO} \cdot v_{OV} \\ \omega_{OV_{\mathcal{R}_O}} &= R_{VO} \cdot \omega_{OV} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Finalement, les accélérations linéaire et angulaire de  $\mathcal{R}_V$  exprimées dans son propre repère sont données par les relations :

$$\begin{aligned} a_{OV} &= \omega_{OV} \times v_{OV} + \dot{v}_{OV} \\ \varepsilon_{OV} &= \dot{\omega}_{OV} \end{aligned} \quad (3.7)$$

En combinant (3.4)-(3.7), on obtient les équations des accélérations du corps  $i$  exprimées dans le repère  $\mathcal{R}_V$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OG_i} &= \dot{v}_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VG_i} + \ddot{r}_{VG_i} + \omega_{OV} \times (v_{OG_i} + \dot{r}_{VG_i}) \\ \varepsilon_{OG_i} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VG_i} + \dot{\omega}_{VG_i} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Cette partie préliminaire a permis de définir les relations cinématiques entre les différents repères mobiles. La prochaine section aborde les bases du principe de Jourdain pour la modélisation dynamique du V2RM.

### 3.1.2 Principe de Jourdain

Cette section vise à reprendre les bases générales du principe de Jourdain avant de l'appliquer à la modélisation du V2RM.

Le principe de Jourdain aussi connu sous le nom de Principe des Puissances Virtuelles (PPV) est une formulation duale du principe fondamental de la dynamique de Newton-Euler. Il repose

sur l'équilibre des puissances dans un mouvement virtuel, en d'autres termes, la puissance fournie par les forces et les moments conservatifs, respectivement  $F_{G_i,c}$  et  $M_{G_i,c}$ , est nulle :

$$\sum_{i=1}^n ((\Delta v_{OG_i})F_{G_i,c} + (\Delta \omega_{OG_i})M_{G_i,c}) = 0 \quad (3.9)$$

avec  $n$  le nombre de corps,  $\Delta v$  et  $\Delta \omega$  des vitesses linéaires et angulaires virtuelles.

Par analogie avec le principe de la dynamique de Newton/Euler, les forces et les moments conservatifs  $F_{G_i,c}$  et  $M_{G_i,c}$  peuvent être exprimés en fonction de la dynamique du système et de l'ensemble des forces et des moments non-conservatifs notés  $F_{G_i,a}$  et  $M_{G_i,a}$  tels que :

$$\begin{aligned} F_{G_i,c} &= \mathcal{M}_{G_i} a_{OG_i} - F_{G_i,a} \\ M_{G_i,c} &= \mathcal{I}_{G_i} \varepsilon_{OG_i} + \omega_{OG_i} \times \mathcal{I}_{G_i} \omega_{OG_i} - M_{G_i,a} \end{aligned} \quad (3.10)$$

avec  $\mathcal{M}_{G_i}$  et  $\mathcal{I}_{G_i}$  respectivement la masse et la matrice d'inertie du corps  $i$  en son CDG  $G_i$ .

En combinant (3.4), (3.5) et (3.8), les vecteurs des vitesses et des accélérations peuvent être réécrit en faisant apparaître les accélérations résiduelles  $a_R$  et  $\varepsilon_R$  comme suit :

$$v_{OG_i} = \frac{\partial v_{OG_i}}{\partial \vartheta} \vartheta, \quad \omega_{OG_i} = \frac{\partial \omega_{OG_i}}{\partial \vartheta} \vartheta, \quad a_{OG_i} = \frac{\partial v_{OG_i}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} + a_R, \quad \varepsilon_{OG_i} = \frac{\partial \omega_{OG_i}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} + \varepsilon_R \quad (3.11)$$

L'opérateur dérivée partielle  $\partial/\partial \vartheta$  correspond à la matrice jacobienne par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$ .

Finalement, avec (3.10), (3.11) et quelques manipulations algébriques, la dynamique peut être décrite par l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$\mathcal{M} \dot{\vartheta} = Q \quad (3.12)$$

avec  $\dot{\vartheta}$  la dérivée du vecteur des vitesses généralisées,  $\mathcal{M}$  la matrice de masse obtenue directement depuis le calcul des matrices jacobienes :

$$\mathcal{M} = \sum_{i=1}^n \left( \mathcal{M}_{G_i} \left( \frac{\partial v_{OG_i}}{\partial \vartheta} \right)^T \frac{\partial v_{OG_i}}{\partial \vartheta} + \left( \frac{\partial \omega_{OG_i}}{\partial \vartheta} \right)^T \mathcal{I}_{G_i} \frac{\partial \omega_{OG_i}}{\partial \vartheta} \right) \quad (3.13)$$

Quant au vecteur des efforts généralisés  $Q$ , il peut être exprimé en fonction des efforts généralisés résiduels  $Q_r$  et ceux non-conservatifs  $Q_a$ , tels que :

$$\begin{aligned} Q_a &= \sum_{i=1}^n \left( \left( \frac{\partial v_{OG_i}}{\partial \vartheta} \right)^T F_{G_i,a} + \left( \frac{\partial \omega_{OG_i}}{\partial \vartheta} \right)^T M_{G_i,a} \right) \\ Q_r &= \sum_{i=1}^n \left( \mathcal{M}_{G_i} \left( \frac{\partial v_{OG_i}}{\partial \vartheta} \right)^T a_R + \left( \frac{\partial \omega_{OG_i}}{\partial \vartheta} \right)^T (\mathcal{I}_{G_i} \varepsilon_R + \omega_{OG_i} \times \mathcal{I}_{G_i} \omega_{OG_i}) \right) \\ Q &= Q_a - Q_r \end{aligned} \quad (3.14)$$

La section suivante détaille la méthode pour chacun des huit corps pour définir les termes nécessaires aux calculs de la matrice de masse  $\mathcal{M}$  et du vecteur des efforts généralisés résiduels  $Q_r$ .

## 3.2 Cinématique du V2RM

Dans le modèle multi-corps proposé dans ce chapitre, l'ensemble V2RM/conducteur est scindé en pas moins de huit corps avec un repère propre à chacun. La liste des corps et des repères correspondants est la suivante :

- le corps arrière suspendu ( $\mathcal{R}_\zeta$ ),
- le corps arrière non-suspendu ( $\mathcal{R}_\chi$ ),
- le corps avant suspendu ( $\mathcal{R}_\delta$ ),
- le corps avant non-suspendu ( $\mathcal{R}_\delta$ ),
- le corps supérieur du conducteur ( $\mathcal{R}_\nu$ ),
- le corps inférieur du conducteur ( $\mathcal{R}_\zeta$ ),
- la roue avant ( $\mathcal{R}_\delta$ ),
- la roue arrière ( $\mathcal{R}_\chi$ ).

Le vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  correspondant à cette description est donné par :

$$\vartheta = [v_x \quad v_y \quad \dot{\psi} \quad \dot{z} \quad \dot{\phi} \quad \dot{\zeta} \quad \dot{\delta} \quad \dot{\lambda}_f \quad \dot{\chi} \quad \dot{\theta}_f \quad \dot{\theta}_r \quad \dot{\xi} \quad \dot{\nu}]^T \quad (3.15)$$

La définition des variables dynamiques de  $\vartheta$  est rappelée dans le tableau ci-dessous :

Termes dynamiques du vecteur des vitesses généralisées $\vartheta$	
$v_x$	vitesse longitudinale
$v_y$	vitesse latérale
$\psi$	angle de lacet
$z$	pompage
$\phi$	angle de roulis
$\zeta$	angle de tangage
$\delta$	angle de direction
$\lambda_f$	débattement de la suspension avant
$\chi$	angle de rotation du bras oscillant
$\theta_f$	angle de rotation de la roue avant autour de son axe
$\theta_r$	angle de rotation de la roue arrière autour de son axe
$\xi$	inclinaison longitudinale (avant/arrière) du buste du conducteur
$\nu$	inclinaison latérale (droite/gauche) du buste du conducteur

TABLE 3.1 – Définition des variables dynamiques dans le vecteur des vitesses généralisées pour le modèle huit-corps

À noter que les calculs sont développés seulement pour le premier corps. La méthodologie est identique pour tous les autres. Pour toute question relative à la dérivation des équations cinématiques, le lecteur pourra se référer à l'annexe A.2 où les équations sont détaillées. A noter que les relations cinématiques de chaque corps sont exprimées dans leur repère local.

### 3.2.1 Corps arrière suspendu

Le corps arrière suspendu inclut le châssis arrière du V2RM, sa motorisation, le réservoir de carburant, la selle, etc. C'est le plus volumineux et le plus lourd comparé aux autres corps considérés pour la modélisation. Il possède 3 DDL dans  $\mathcal{R}_V$  qui sont le roulis  $\phi$ , le tangage  $\zeta$  et le pompage  $z$ . Son repère local est  $\mathcal{R}_\zeta$  (figure 3.2) et la position de son CDG, noté  $G_{r_s}$  dans  $\mathcal{R}_V$ , est donnée par :

$$r_{VG_{r_s}} = r_{VP} + r_{PG_{r_s}} \quad (3.16)$$

avec les coordonnées des vecteurs  $r_{VP}$  et  $r_{PG_{r_s}}$  dans le repère  $\mathcal{R}_V$  données par :

$$r_{VP} = R_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z + z_P \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\phi} \quad \text{et} \quad r_{PG_{r_s}} = R_{\phi,\zeta} \begin{bmatrix} x_{G_{r_s}} \\ 0 \\ z_{G_{r_s}} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\zeta} \quad (3.17)$$

En dérivant l'équation (A.15), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire  $\omega_{VG_{r_s}}$  et linéaire  $\dot{r}_{VG_{r_s}}$  relatives par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{VG_{r_s}} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PG_{r_s}} \\ &= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z}k_\phi + \omega_{\phi,\zeta} \times r_{PG_{r_s}} \\ &= \omega_\phi \times r_{VG_{r_s}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{r_s}} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{VG_{r_s}} &= \omega_{\phi,\zeta} \\ &= \omega_\phi + \omega_\zeta \end{aligned} \quad (3.18)$$

avec les coordonnées du vecteur unitaire  $k_\phi$  dans le repère  $\mathcal{R}_V$  données par  $k_\phi = R_\phi[0, 0, 1]^T$ . Les vecteurs des vitesses angulaires  $\omega_\phi$ ,  $\omega_\zeta$  sont définis par  $\omega_\phi = [\dot{\phi}, 0, 0]$  et  $\omega_\zeta = R_\phi[0, \dot{\zeta}, 0]^T$ .

En dérivant une seconde fois l'équation (A.15), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{VG_{r_s}} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{VG_{r_s}} + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{r_s}} + \dot{\omega}_\zeta \times r_{PG_{r_s}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{r_s}} + \ddot{z}k_\phi + \dot{z}\dot{k}_\phi \\ \dot{\omega}_{VG_{r_s}} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\zeta \end{aligned} \quad (3.19)$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.17), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec les relations :

$$\begin{aligned} v_{OG_{r_s}} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VG_{r_s}} + \dot{r}_{vG_{r_s}} \\ &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{r_s}} + \omega_\phi \times r_{VG_{r_s}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{r_s}} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{OG_{r_s}} &= \omega_{OV} + \omega_{VG_{r_s}} \\ &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta \end{aligned} \quad (3.20)$$

et enfin, les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses linéaire et angulaire par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  avec les relations :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OG_{r_s}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{r_s}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{r_s}} \quad j_\zeta \times r_{PG_{r_s}} \quad 0_{3,7}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_{r_s}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad 0_{3,7}] \end{aligned} \quad (3.21)$$

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.19), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OG_{r_s}} &= \dot{v}_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VG_{r_s}} + \ddot{r}_{vG_{r_s}} + \omega_{OV} \times (\dot{r}_{vG_{r_s}} + v_{OG_{r_s}}) \\ \varepsilon_{OG_{r_s}} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VG_{r_s}} + \dot{\omega}_{VG_{r_s}} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Finalement, en utilisant l'équation (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles du corps arrière suspendu :

$$\begin{aligned}
 a_{R,G_{r_s}} &= a_{OG_{r_s}} - \frac{\partial v_{OG_{r_s}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\
 &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{r_s}} + v_{OG_{r_s}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{r_s}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{r_s}} + \dot{z}k_\phi \\
 \varepsilon_{R,G_{r_s}} &= \varepsilon_{OG_{r_s}} - \frac{\partial \omega_{OG_{r_s}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\
 &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta)
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

### 3.2.2 Corps arrière non-suspendu

Le corps arrière non-suspendu plus souvent connu sous le nom de bras oscillant est la pièce assurant la liaison mécanique entre le corps arrière suspendu et la roue arrière du V2RM. Il est généralement symétrique mais certains des V2RM de nouvelle génération sont maintenant équipés de mono-bras qui assure un gain de masse avec une conception plus épurée. Le bras oscillant possède un seul DDL par rapport au corps arrière suspendu  $G_{r_s}$ , à savoir la rotation du bras  $\chi$  autour de son axe (transversal au véhicule). Son repère local est  $\mathcal{R}_\chi$  (figure 3.2) et son CDG est noté  $G_{r_{ns}}$ .

Les expressions des vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  sont données par :

$$\begin{aligned}
 v_{OG_{r_{ns}}} &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{r_{ns}}} + \omega_\phi \times r_{VG_{r_{ns}}} + \omega_\chi \times r_{PG_{r_{ns}}} + \dot{z}k_\phi \\
 \omega_{OG_{r_{ns}}} &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\chi
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  sont données par :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial v_{OG_{r_{ns}}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{r_{ns}}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{r_{ns}}} \quad 0_{3,3} \quad j_\chi \times r_{PG_{r_{ns}}} \quad 0_{3,4}] \\
 \frac{\partial \omega_{OG_{r_{ns}}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad 0_{3,3} \quad j_\chi \quad 0_{3,4}]
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Finalement, les expressions des accélérations résiduelles sont :

$$\begin{aligned}
 a_{R,G_{r_{ns}}} &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{r_{ns}}} + v_{OG_{r_{ns}}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{r_{ns}}} + \omega_\chi \times \dot{r}_{PG_{r_{ns}}} + \dot{z}k_\phi \\
 \varepsilon_{R,G_{r_{ns}}} &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\chi)
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

### 3.2.3 Corps avant suspendu

Le corps avant suspendu ou encore corps avant supérieur comprend le haut du mécanisme de direction : les tubes et le té de fourche, le guidon, etc. Il est en liaison directe avec le corps arrière suspendu  $G_{r_s}$  par l'intermédiaire de la colonne de direction. Il possède seulement un DDL par rapport à  $G_{r_s}$  à savoir la rotation de l'angle de braquage  $\delta$ . Son repère local est  $\mathcal{R}_\delta$  (figure 3.2) et son CDG est noté  $G_{f_s}$ .

Les expressions des vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  sont données par :

$$\begin{aligned}
 v_{OG_{f_s}} &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{f_s}} + \omega_\phi \times r_{VG_{f_s}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{f_s}} + \omega_\delta \times r_{EG_{f_s}} + \dot{z}k_\phi \\
 \omega_{OG_{f_s}} &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  sont données par :

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_{OG_{f_s}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{f_s}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{f_s}} \quad j_\zeta \times r_{PG_{f_s}} \quad k_\delta \times r_{EG_{f_s}} \quad 0_{3,6}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_{f_s}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad k_\delta \quad 0_{3,6}]\end{aligned}\quad (3.28)$$

Finalement, les expressions des accélérations résiduelles sont :

$$\begin{aligned}a_{R,G_{f_s}} &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{f_s}} + v_{OG_{f_s}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{f_s}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{f_s}} + \omega_\delta \times \dot{r}_{EG_{f_s}} + \dot{z}k_\phi \\ \varepsilon_{R,G_{f_s}} &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta)\end{aligned}\quad (3.29)$$

### 3.2.4 Corps avant non-suspendu

Le corps avant non-suspendu ou corps avant inférieur inclut généralement les fourreaux de fourche, le(s) étrier(s) de frein, etc. Il possède un unique DDL par rapport au corps avant suspendu  $G_{f_s}$  à savoir le débattement de la suspension avant noté  $\lambda_f$ . Comme pour le corps avant suspendu son repère local est  $\mathcal{R}_\delta$  (figure 3.2) et son CDG est noté  $G_{f_{ns}}$ .

Les expressions des vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  sont données par :

$$\begin{aligned}v_{OG_{f_{ns}}} &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{f_{ns}}} + \omega_\phi \times r_{VG_{f_{ns}}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{f_{ns}}} + \omega_\delta \times r_{EG_{f_{ns}}} + \dot{z}k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \\ \omega_{OG_{f_{ns}}} &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta\end{aligned}\quad (3.30)$$

Les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  sont données par :

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_{OG_{f_{ns}}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{f_{ns}}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{f_{ns}}} \quad j_\zeta \times r_{PG_{f_{ns}}} \quad k_\delta \times r_{EG_{f_{ns}}} \quad k_\delta \quad 0_{3,5}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_{f_{ns}}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad k_\delta \quad 0_{3,6}]\end{aligned}\quad (3.31)$$

Finalement, les expressions des accélérations résiduelles sont :

$$\begin{aligned}a_{R,G_{f_{ns}}} &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{f_{ns}}} + v_{OG_{f_{ns}}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{f_{ns}}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{f_{ns}}} + \omega_\delta \times \dot{r}_{EG_{f_{ns}}} + \dot{z}k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \\ \varepsilon_{R,G_{f_{ns}}} &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta)\end{aligned}\quad (3.32)$$

### 3.2.5 Corps supérieur du conducteur

Le corps supérieur du conducteur  $G_{du}$  fait partie des corps suspendus, il comprend la tête, les bras et le buste du motard. À la différence des V4RM pour lesquels les mouvements du conducteur sont insignifiants sur la dynamique, ceux du motard sont à prendre en compte. En effet, négocier un virage avec un V2RM est le fruit de la combinaison de différentes dynamiques dont celle du buste du conducteur. Par exemple, en virage le motard peut choisir d'incliner plus ou moins son buste. On remarquera qu'en compétition les pilotes ont tendance à "déhancher", c'est-à-dire qu'ils inclinent au maximum leur buste tout en minimisant le roulis du véhicule pour négocier plus rapidement les courbes. En plus de l'inclinaison latérale, l'inclinaison frontale (avant/arrière) du motard est aussi importante puisqu'elle influe sur la dynamique longitudinale d'autant plus si le véhicule est non-caréné à l'avant comme pour les *roadsters*. Dans ce cas, l'inclinaison frontale du conducteur diminue la surface frontale sujette aux forces aérodynamiques. Pour être fidèle à



la réalité, il est indispensable de prendre en compte l'inclinaison du motard dans la synthèse du modèle. Le corps supérieur du conducteur possède donc deux DDL par rapport au corps arrière suspendu  $G_{r_s}$ . Une première rotation  $\xi$  qui a pour axe le bassin du motard  $j_\phi$  et qui donne lieu au repère  $\mathcal{R}_\xi(F, i_\xi, j_\xi, k_\xi)$ . Puis son inclinaison latérale est notée  $\nu$  et qui a pour axe  $i_\xi$ . Elle donne le nouveau repère  $\mathcal{R}_\nu(F, i_\nu, j_\nu, k_\nu)$  (figure 3.2). Le repère local du corps supérieur du conducteur est  $\mathcal{R}_\nu$  et son CDG est noté  $G_{d_u}$ .

Les expressions des vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  sont données par :

$$\begin{aligned} v_{OG_{d_u}} &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{d_u}} + \omega_\phi \times r_{VG_{d_u}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{d_u}} + (\omega_\xi + \omega_\nu) \times r_{FG_{d_u}} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{OG_{d_u}} &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\xi + \omega_\nu \end{aligned} \quad (3.33)$$

Les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OG_{d_u}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{d_u}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{d_u}} \quad j_\zeta \times r_{PG_{d_u}} \quad 0_{3,5} \quad j_\xi \times r_{FG_{d_u}} \quad i_\nu \times r_{FG_{d_u}}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_{d_u}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad 0_{3,5} \quad j_\xi \quad i_\nu] \end{aligned} \quad (3.34)$$

Finalement, les expressions des accélérations résiduelles sont :

$$\begin{aligned} a_{R,G_{d_u}} &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{d_u}} + v_{OG_{d_u}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{d_u}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{d_u}} + (\omega_\xi + \omega_\nu) \times \dot{r}_{FG_{d_u}} + \dot{z}\dot{k}_\phi \\ \varepsilon_{R,G_{d_u}} &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\xi + \omega_\nu) \end{aligned} \quad (3.35)$$

### 3.2.6 Corps inférieur du conducteur

Le corps inférieur du conducteur  $G_{d_l}$  comprend les jambes et possède aucun DDL par rapport au corps arrière suspendu. La dissociation entre le corps inférieur du conducteur et le corps arrière du V2RM permet de modéliser différentes morphologies ou positions du motard. Cela permet de modifier la position du CDG des jambes ou même ses caractéristiques (masse, inertie, etc.) sans avoir à faire une quelconque modification dans les propriétés du corps arrière. Le repère local du corps inférieur du conducteur est  $\mathcal{R}_\zeta$  (figure 3.2) et son CDG est noté  $G_{d_l}$ .

Les expressions des vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  sont données par :

$$\begin{aligned} v_{OG_{d_l}} &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{d_l}} + \omega_\phi \times r_{VG_{d_l}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{d_l}} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{OG_{d_l}} &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta \end{aligned} \quad (3.36)$$

Les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OG_{d_l}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{d_l}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{d_l}} \quad j_\zeta \times r_{PG_{d_l}} \quad 0_{3,7}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_{d_l}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad 0_{3,7}] \end{aligned} \quad (3.37)$$

Finalement, les expressions des accélérations résiduelles sont :

$$\begin{aligned} a_{R,G_{d_l}} &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{d_l}} + v_{OG_{d_l}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{d_l}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{d_l}} + \dot{z}\dot{k}_\phi \\ \varepsilon_{R,G_{d_l}} &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta) \end{aligned} \quad (3.38)$$

### 3.2.7 Roue arrière

La roue arrière comprend le pneu, la jante, le disque de frein, la couronne de transmission, etc. Elle possède un DDL par rapport au corps arrière non-suspendu auquel elle est liée mécaniquement *via* son axe de rotation. La roue est libre de tourner autour de son axe  $j_{\theta_r}$  qui est transversal au véhicule. Le centre de la roue arrière est noté  $R_r$  et le point de contact entre la roue et le sol  $C_r$ .

#### a) Cinématique du centre de la roue arrière

Le repère cinématique local associé à la roue arrière est  $\mathcal{R}_\chi$  (figure 3.2). De par sa géométrie torique le CDG de la roue arrière est confondu avec son centre  $R_r$ .

Les expressions des vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  sont données par :

$$\begin{aligned} v_{OR_r} &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VR_r} + \omega_\phi \times r_{VR_r} + \omega_\chi \times r_{PR_r} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{OR_r} &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\chi + \omega_{\theta_r} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Les matrices jacobienes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OR_r}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VR_r} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VR_r} \quad 0_{3,3} \quad j_\chi \times r_{PR_r} \quad 0_{3,4}] \\ \frac{\partial \omega_{OR_r}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad 0_{3,3} \quad j_\chi \quad 0_{3,1} \quad j_{\theta_r} \quad 0_{3,2}] \end{aligned} \quad (3.40)$$

Finalement, les expressions des accélérations résiduelles sont :

$$\begin{aligned} a_{R,R_r} &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VR_r} + v_{OR_r}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VR_r} + \omega_\chi \times \dot{r}_{PR_r} + \dot{z}\dot{k}_\phi \\ \varepsilon_{R,R_r} &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\chi + \omega_{\theta_r}) \end{aligned} \quad (3.41)$$

#### b) Cinématique du point de contact roue arrière/sol

La définition de la cinématique du point de contact roue arrière/sol  $C_r$  est nécessaire aux calculs des forces et moments pneumatiques. À noter que les accélérations résiduelles de la roue arrière ont été calculées dans le paragraphe précédent.

L'expression de la vitesse par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  est donnée par :

$$v_{OC_r} = v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VC_r} + \omega_\phi \times r_{VR_r} + \omega_\chi \times r_{PC_r} + \dot{z}k_\phi \quad (3.42)$$

### 3.2.8 Roue avant

Comme pour la roue arrière, la roue avant comprend le pneu, la jante, le(s) disque(s) de frein mais aucune pièce connexe au système de transmission. Elle possède un seul DDL par rapport au corps avant non-suspendu  $G_{f_{ns}}$  à savoir la rotation de la roue autour de son axe noté  $j_{\theta_f}$ . À la différence de la roue arrière cet axe est transversal au véhicule uniquement quand l'angle de direction  $\delta$  est nul. Le point de contact entre la roue avant et le sol est noté  $C_f$  et son centre  $R_f$ .

### a) Cinématique du centre de la roue avant

Le repère cinématique local associé à la roue avant est  $\mathcal{R}_\delta$  (figure 3.2). De par sa géométrie torique le CDG de la roue avant est confondu avec son centre  $R_f$ .

Les expressions des vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  sont données par :

$$\begin{aligned} v_{OR_f} &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VR_f} + \omega_\phi \times r_{VR_f} + \omega_\zeta \times r_{PR_f} + \omega_\delta \times r_{ER_f} + \dot{z}k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \\ \omega_{OR_f} &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta + \omega_{\theta_f} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Les matrices jacobienne des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OR_f}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VR_f} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VR_f} \quad j_\zeta \times r_{PR_f} \quad k_\delta \times r_{ER_f} \quad k_\delta \quad 0_{3,5}] \\ \frac{\partial \omega_{OR_f}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad k_\delta \quad 0_{3,2} \quad j_{\theta_f} \quad 0_{3,3}] \end{aligned} \quad (3.44)$$

Finalement, les expressions des accélérations résiduelles sont :

$$\begin{aligned} a_{R,R_f} &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VR_f} + v_{OR_f}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VR_f} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PR_f} + \omega_\delta \times \dot{r}_{ER_f} + \dot{z}\dot{k}_\phi + \dot{\lambda}_f \dot{k}_\delta \\ \varepsilon_{R,R_f} &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta + \omega_{\theta_f}) \end{aligned} \quad (3.45)$$

### b) Cinématique du point de contact roue avant/sol

La cinématique du point de contact roue avant-sol  $C_f$  est nécessaire aux calculs des forces et moments pneumatiques. À noter que les accélérations résiduelles de la roue avant ont été calculées dans le paragraphe précédent.

L'expression de la vitesse par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  est donnée par :

$$v_{OC_f} = v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VC_f} + \omega_\phi \times r_{VC_f} + \omega_\zeta \times r_{PC_f} + \omega_\delta \times r_{EC_f} + \dot{z}k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \quad (3.46)$$

À ce stade, les huit corps du modèle du V2RM et de son conducteur ont été définis sur le plan cinématique. En d'autres termes, toutes les expressions nécessaires aux calculs de la matrice de masse  $\mathcal{M}$  et du vecteur des efforts généralisés résiduels  $Q_r$  ont été explicitées. Les sections suivantes abordent le calcul de  $\mathcal{M}$ ,  $Q_r$  et dressent un bilan des forces et moments agissants sur le véhicule et son conducteur.

## 3.3 Définition de la matrice de masse

Après avoir défini les propriétés cinématiques de chacun des huit corps et notamment les expressions des matrices jacobienne des vecteurs des vitesses linéaires  $v_{O_i}$  et angulaires  $\omega_{O_i}$  en fonction du vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$ , il est possible de calculer la matrice de masse  $\mathcal{M}$  du système. Son expression générale a été présentée dans (3.13). Il est possible de scinder cette matrice en deux, un premier terme, provenant de la contribution des mouvements de translation que l'on notera  $\mathcal{M}_t$ , et un second, issu des mouvements de rotation que l'on désignera par  $\mathcal{M}_r$ .

La matrice de masse du modèle huit-corps peut être calculée par :

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_t &= \sum_i \left( \mathcal{M}_i \left( \frac{\partial v_{O_i}}{\partial \vartheta} \right)^T \frac{\partial v_{O_i}}{\partial \vartheta} \right) \\ \mathcal{M}_r &= \sum_i \left( \left( \frac{\partial \omega_{O_i}}{\partial \vartheta} \right)^T \mathcal{I}_i \frac{\partial \omega_{O_i}}{\partial \vartheta} \right) \\ \mathcal{M} &= \mathcal{M}_t + \mathcal{M}_r\end{aligned}\quad (3.47)$$

avec  $i = \{G_{r_s}, G_{r_{ns}}, G_{f_s}, G_{f_{ns}}, G_{d_u}, G_{d_l}, R_r, R_f\}$ ,  $\mathcal{M}_i$  la masse du corps  $i$  et  $\mathcal{I}_i$  sa matrice d'inertie.

### 3.4 Définition du vecteur des efforts généralisés non-conservatifs

Indépendamment de la méthode utilisée, principe de Jourdain ou de Lagrange, il est nécessaire de faire un bilan des forces et des moments agissants sur le véhicule et son conducteur. Dans cette section nous détaillerons donc les contributions dans le vecteur des efforts généralisés non-conservatifs  $Q_a$  :

- de la gravité  $g$ ,
- du couple de braquage du motard  $\tau$ ,
- du couple moteur, de freinage avant et arrière respectivement notés  $\tau_D$  et  $\tau_{B_f}$  et  $\tau_{B_r}$ ,
- des forces générées par les suspensions avant et arrière notées  $F_{s_f}$  et  $F_{s_r}$ ,
- des forces et moments générés par les pneumatiques avant et arrière notés  $F_{T_f}$ ,  $F_{T_r}$ ,  $M_{T_f}$  et  $M_{T_r}$ ,
- des forces aérodynamiques  $F_a$ .

Une dernière sous-section introduira les alternatives possibles et notamment la prise en compte de la contribution de la géométrie de la route (pente et dévers).

#### 3.4.1 Force gravitationnelle

La contribution de la force de gravité  $g$  dans le vecteur des efforts généralisés non-conservatifs  $Q_a$  est directement calculée depuis l'équation (3.14) comme suit :

$$Q_{a_g} = \sum_i \left( \left( \frac{\partial v_{O_i}}{\partial \vartheta} \right)^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mathcal{M}_i g \end{bmatrix} \right) \quad (3.48)$$

avec  $i = \{G_{r_s}, G_{r_{ns}}, G_{f_s}, G_{f_{ns}}, G_{d_u}, G_{d_l}, R_r, R_f\}$ ,  $\mathcal{M}_{G_i}$  la masse du corps  $i$  et  $g$  la gravité ( $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ ).

#### 3.4.2 Couple de braquage

Le couple de braquage  $\tau$  est le couple appliqué par le conducteur sur le guidon du V2RM. Ce couple est nul en trajectoire rectiligne et il ne dépasse généralement pas quelques dizaines de  $N.m$  en virage. Il génère une rotation  $\delta$  du mécanisme de direction autour de son axe noté  $k_\delta$ . On rappellera que la prise de virage est un ensemble d'interactions complexes entre le motard et son V2RM et ne se réduit pas uniquement à l'action sur le guidon. En effet, pour négocier proprement un virage le conducteur adapte l'angle de direction en appliquant un couple de braquage mais aussi la vitesse du véhicule  $v_x$ , l'angle de roulis  $\phi$ , etc. Finalement, hors manœuvres de parking

l'angle de direction est assez faible même pour des courbes sévères. La contribution du couple de braquage dans  $Q_a$  est donnée par la relation :

$$\begin{aligned} Q_{a_r} &= \left( \frac{\partial \omega_\delta}{\partial \vartheta} \right)^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau - K_\delta \dot{\delta} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0_6 \\ \tau - K_\delta \dot{\delta} \\ 0_6 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.49)$$

avec  $K_\delta \dot{\delta}$  le couple d'amortissement visqueux du mécanisme de direction.

### 3.4.3 Couples moteur et de freinage

Les couples de freinage avant et arrière  $\tau_{B_f}$  et  $\tau_{B_r}$  sont les couples générés par les étriers de frein avant et arrière sur les disques afin de ralentir le véhicule. Ils sont appliqués au niveau de la surface de contact entre les plaquettes de frein et les disques. On notera que les freinages avant et arrière peuvent être indépendants avec un freinage uniquement de l'avant ou de l'arrière ou encore simultanés. Dans ce dernier cas, pour un freinage optimal il est généralement conseillé d'avoir une répartition du couple de freinage total  $\tau_B$  telle que  $\tau_{B_f} = 2/3\tau_B$  et  $\tau_{B_r} = 1/3\tau_B$ . Le couple de propulsion,  $\tau_D$ , est le couple généré par le moteur du V2RM. L'intégralité des V2RM sont des véhicules à "propulsion", c'est-à-dire que la force motrice est transmise à la roue arrière en opposition à la "traction" ou la roue avant est motrice. Le couple moteur dépend du régime de rotation, des caractéristiques du moteur, du ratio de transmission, etc. Finalement, la contribution dans  $Q_a$  des couples de freinage avant, arrière et du couple moteur est donnée par :

$$\begin{aligned} Q_{aBD} &= \left( \frac{\partial \omega_{\theta_f}}{\partial \vartheta} \right)^T \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{B_f} \\ 0 \end{bmatrix} + \left( \frac{\partial \omega_{\theta_r}}{\partial \vartheta} \right)^T \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_D + \tau_{B_r} \\ 0 \end{bmatrix} + \left( \frac{\partial \omega_\chi}{\partial \vartheta} \right)^T \begin{bmatrix} 0 \\ -\tau_{B_r} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0_8 \\ -\tau_{B_r} \\ \tau_{B_f} \\ \tau_D + \tau_{B_r} \\ 0_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Par convention, le couple moteur est positif ( $\tau_D > 0$ ) et les couples de freinage sont négatifs ( $\tau_{B_{f,r}} < 0$ ).

### 3.4.4 Efforts des suspensions avant et arrière

Les suspensions jouent un rôle primordial dans la dynamique du véhicule, elles assurent simultanément, confort et performance de tenue de route. Le mécanisme de suspension avant des V2RM assure la liaison mécanique entre le corps avant suspendu  $G_{f_s}$  et non-suspendu  $G_{f_{ns}}$ . C'est généralement un système de ressorts enfermés dans deux tubes de fourche qui sont solidaires au corps avant suspendu. Les ressorts sont en buté dans deux fourreaux fixés au corps avant inférieur non-suspendu. Néanmoins, il existe des fourches inversées pour lesquelles les tubes sont fixés au corps inférieur et les fourreaux au corps avant supérieur. Quant au mécanisme de suspension

arrière, il assure la liaison entre le corps arrière suspendu  $G_{r_s}$  et bras oscillant  $G_{r_{ns}}$ . On rappellera que ces deux corps sont également reliés par une liaison pivot passant par le point  $P$  (figure 3.2). Deux architectures sont répandues, la première symétrique bi-latérale avec deux amortisseurs de chaque côté du bras oscillant. Une seconde mono-suspension avec un amortisseur unique. Le marché des suspensions pour V2RM s'est beaucoup développé ces dernières années et a vu l'émergence de nouvelles générations d'amortisseurs tels que les amortisseurs à gaz destinés aux véhicules haut de gamme. On trouve aussi des technologies à ressorts simples souvent destinés aux V2RM plus accessibles. La force générée par la suspension avant  $F_{s_f}$  est donc appliquée entre les deux corps de la partie avant du V2RM  $G_{f_s}$  et  $G_{f_{ns}}$ . La contribution de cette force dans  $Q_a$  peut être exprimée en utilisant le PPV, ce qui donne :

$$\begin{aligned} Q_{a_{s_f}} &= \left( \frac{\partial \dot{\lambda}_f}{\partial \vartheta} \right)^T F_{s_f} \\ &= \begin{bmatrix} 0_7 \\ F_{s_f} \\ 0_5 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.51)$$

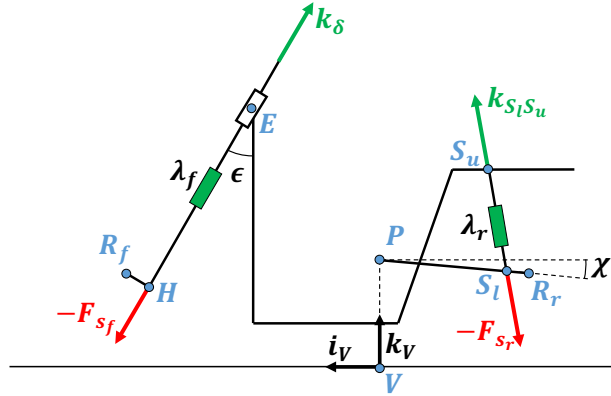


FIGURE 3.3 – Géométrie des suspensions du V2RM

De la même manière, la contribution de la suspension arrière peut être calculée par :

$$Q_{a_{s_r}} = \left( \frac{\partial \dot{\lambda}_r}{\partial \vartheta} \right)^T F_{s_r} \quad (3.52)$$

avec  $\lambda_r$  l'élongation de la suspension arrière (figure 3.3) calculée par  $\lambda_r^2 = r_{S_l S_u} \cdot r_{S_l S_u}$ . En dérivant, on peut calculer la vitesse d'élongation  $\dot{\lambda}_r$  telle que :

$$\dot{\lambda}_r = k_{S_l S_u} (\omega_{\phi, \zeta} \times r_{P S_u} - \omega_{\phi, \chi} \times r_{P S_l}) \quad (3.53)$$

avec  $e_{S_l S_u}$  le vecteur unitaire de la suspension arrière (figure 3.3).

Par conséquent, la contribution de la force générée par la suspension arrière  $F_{s_r}$  dans  $Q_a$  est

donnée par :

$$Q_{a_{s_r}} = \begin{bmatrix} 0_5 \\ k_{S_l S_u} (j_\zeta \times r_{PS_u}) \\ 0_2 \\ -k_{S_l S_u} (j_\chi \times r_{PS_l}) \\ 0_4 \end{bmatrix} F_{s_r} \quad (3.54)$$

avec les coordonnées des vecteurs unitaires  $j_\zeta$  et  $j_\chi$  dans  $\mathcal{R}_V$  tout deux égaux à  $R_\phi[0, 1, 0]^T$ .

### 3.4.5 Forces et moments pneumatiques

La cinématique et la modélisation du pneumatique ont été largement traitées dans le chapitre précédent. Nous avons vu que l'ensemble des actions agissants au niveau du pneumatique, à savoir les trois forces et les trois moments pouvaient être décrits sous forme d'un système d'équations exprimé au point de contact (2.3). À noter que, tout au long du chapitre précédent (Chapitre 2), nous avons détaillé les expressions des forces et des moments générés par les pneumatiques. Parmi ces paramètres, on retrouve le glissement longitudinal  $\kappa$ , le glissement latéral  $\alpha$ , le carrossage  $\gamma$  et la déformation verticale du pneumatique  $\iota$  (voir les équations (2.1)-(2.2)). Finalement, la contribution des moments et des efforts des deux pneumatiques dans  $Q_a$  est calculée par :

$$\begin{aligned} Q_{a_{T_f}} &= \left( \frac{\partial v_{OC_f}}{\partial \vartheta} \right)^T F_{T_f} + \left( \frac{\partial \omega_{OC_f}}{\partial \vartheta} \right)^T M_{T_f} \\ Q_{a_{T_r}} &= \left( \frac{\partial v_{OC_r}}{\partial \vartheta} \right)^T F_{T_r} + \left( \frac{\partial \omega_{OC_r}}{\partial \vartheta} \right)^T M_{T_r} \end{aligned} \quad (3.55)$$

### 3.4.6 Forces aérodynamiques

Un V2RM, comme tout véhicule en mouvement, est exposé aux forces aérodynamiques. On distingue deux forces aérodynamiques principales :

- la force de traînée en opposition au mouvement longitudinal,
- la force de portance qui tend à soulever le véhicule,

À noter que la force latérale est souvent négligée puisqu'elle est due au vent et sa contribution est faible comparée aux deux autres forces de traînée et de portance. La force aérodynamique latérale n'est donc pas prise en compte dans le vecteur des efforts généralisés non-conservatifs  $Q_a$ . Les forces aérodynamiques sont appliquées au centre de pression qui ne coïncide pas forcément avec le CDG du véhicule. On remarquera que la force de traînée influence directement la vitesse maximale atteignable et les performances en accélération et en freinage puisque son amplitude est proportionnelle au carré de la vitesse du véhicule. Elle peut être exprimée par l'équation suivante :

$$F_d = \frac{1}{2} \rho_{air} C_d A_d v_x^2 \quad (3.56)$$

avec :

- $\rho_{air}$  représentant la densité de l'air (égale à  $1.167 \text{ kg/m}^3$  dans les conditions atmosphériques normales).
- $A_d$  la surface obtenue par projection frontale du véhicule. Cette surface peut varier selon la position du conducteur.
- $C_d$  désignant le coefficient aérodynamique de traînée. Ce coefficient dépend fortement de la forme du véhicule et de la position du conducteur.

- $v_x$  la vitesse longitudinale du véhicule lorsqu'il n'y a pas de vent sinon c'est la vitesse relative par rapport au vent.

La force de portance  $F_l$  a tendance à réduire la charge verticale appliquée aux pneumatiques avant et arrière  $F_{z_f}$  et  $F_{z_r}$ . Elle est définie comme suit :

$$F_l = \frac{1}{2} \rho_{air} C_l A_d v_x^2 \quad (3.57)$$

avec  $C_l$  représentant le coefficient aérodynamique de portance. Les caractéristiques aérodynamiques des motos sont données par les produits ( $C_d A_d$  et  $C_l A_d$ ). Les valeurs de  $C_d A_d$  peuvent varier entre  $0.18 \text{ m}^2$  pour les V2RM sportifs correctement carénés jusqu'à  $0.7 \text{ m}^2$  pour les V2RM non-carénés avec le conducteur en position droite.

Pour des raisons de simplicité, on notera :

$$\begin{aligned} F_d &= K_d v_x^2 \\ F_l &= K_l v_x^2 \end{aligned} \quad (3.58)$$

avec  $K_d = \frac{1}{2} \rho_{air} C_d A_d$  et  $K_l = \frac{1}{2} \rho_{air} C_l A_d$

On considérera pour la suite que la résultante des forces aérodynamiques agit au point  $V$  avec la force de trainée suivant l'axe  $i_V$  et celle de portance suivant  $k_V$ . Leur contribution dans  $Q_a$  est :

$$Q_{a_{F_a}} = \begin{bmatrix} -F_d \\ 0_2 \\ F_l \\ 0_9 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

À ce stade, on est capable de calculer le vecteur des efforts généralisés non-conservatifs  $Q_a$  à partir de l'expression :

$$Q_a = Q_{a_g} + Q_{a_{\tau_r}} + Q_{a_{BD}} + Q_{a_{s_f}} + Q_{a_{s_r}} + Q_{a_{T_f}} + Q_{a_{T_r}} + Q_{a_{F_a}} \quad (3.60)$$

### 3.4.7 Autres efforts

Comme évoqué dans les hypothèses de modélisation on a considéré que la route était plate dans le calcul de  $Q_a$ . Cependant, ce paragraphe discute succinctement de l'impact de la géométrie de la route sur la dynamique du V2RM. Parmi les attribues géométriques de la route (figure 3.4), on trouve deux facteurs principaux :

- la pente latérale, aussi appelée dévers, notée  $\phi_b$ ,
- la pente frontale notée  $\zeta_s$ .



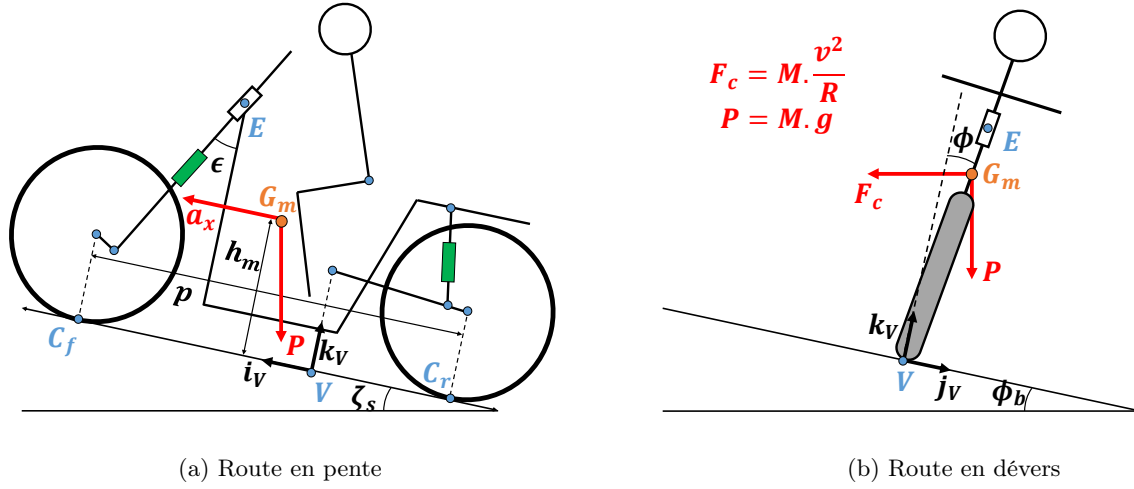


FIGURE 3.4 – Illustration d'une route en pente et en dévers

### 3.4.7.1 Dévers de la route

Le dévers d'une route est la pente transversale (figure 3.4). Le dévers a une double fonction puisqu'il sert à favoriser l'évacuation des eaux de pluie en virage et il contribue également à l'équilibre dynamique des véhicules par la compensation d'une partie des forces centrifuges  $F_c$  [76]. Dans la législation française, le dévers doit être compris entre 2.5% et 7%. La valeur minimale est imposée afin de permettre l'évacuation des eaux et la valeur maximale varie en fonction de la courbure de la route et de la vitesse limite autorisée pour des raisons de stabilité dynamique [77]. Une route avec un dévers  $\phi_b$  engendre une force latérale proportionnelle à la masse du véhicule (figure 3.4). Si le dévers est favorable à la compensation des forces centrifuges  $F_c$ , alors l'angle de dévers est positif. Dans le cas contraire, l'angle de dévers est négatif [78]. Quand le dévers est positif, la force latérale générée par le dévers est définie comme suit :

$$F_b = \mathcal{M}g \sin(\phi_b) \quad (3.61)$$

Cette force est répartie entre les pneumatiques avant et arrière en fonction de la répartition des forces verticales  $F_{z_f}$  et  $F_{z_r}$ .

### 3.4.7.2 Pente de la route

L'angle de la pente  $\zeta_s$  est l'angle que fait le plan de la route avec le plan horizontal autour de l'axe transversal (figure 3.4). Cet angle est positif quand le véhicule est en "montée" et négatif lorsqu'il est en "descente". D'un point de vue dynamique, la pente accentue le phénomène de transfert de charge (équation (2.12)) entre les deux roues. En montée, la pente accentue le transfert de charge vers la roue arrière. C'est l'inverse en descente. Le transfert de charge entre les deux roues peut être exprimé par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \Delta F_{z_f} &= -\mathcal{M}g \sin(\zeta_s) \left( \frac{h_m}{p} \right) \\ \Delta F_{z_r} &= \mathcal{M}g \sin(\zeta_s) \left( \frac{h_m}{p} \right) \end{aligned} \quad (3.62)$$

De plus, la pente génère une force longitudinale qui est répartie entre les deux pneumatiques en fonction des forces verticales sur chacun d'eux. Cette force est dans le même sens que le mouvement du véhicule en descente et en opposition en montée. La force longitudinale générée par la pente  $F_s$  est égale à :

$$F_s = \mathcal{M}g \sin(\zeta_s) \quad (3.63)$$

avec  $\zeta_s > 0$  en descente et  $\zeta_s < 0$  en montée.

### 3.5 Définition du vecteur des efforts généralisés résiduels

Comme pour la matrice de masse, il est possible de scinder le calcul du vecteur des efforts généralisés résiduels  $Q_r$  en deux, un premier terme provenant de la contribution des mouvements de translation que l'on notera  $Q_{rt}$  et, un second, issu des mouvements de rotation que l'on désignera par  $Q_{rr}$ . Il vient la relation :

$$\begin{aligned} Q_{rt} &= \sum_i \left( \mathcal{M}_i \left( \frac{\partial v_{O_i}}{\partial \vartheta} \right)^T a_{R,i} \right) \\ Q_{rr} &= \sum_i \left( \left( \frac{\partial \omega_{O_i}}{\partial \vartheta} \right)^T (\mathcal{I}_i \varepsilon_{R,i} + \omega_{O_i} \times \mathcal{I}_i \omega_{O_i}) \right) \\ Q_r &= Q_{rt} + Q_{rr} \end{aligned} \quad (3.64)$$

avec  $i = \{G_{rs}, G_{rns}, G_{fs}, G_{fns}, G_{du}, G_{dl}, R_r, R_f\}$ ,  $\mathcal{M}_i$  la masse du corps  $i$  et  $\mathcal{I}_i$  sa matrice d'inertie. Les termes  $a_{R,i}$  et  $\varepsilon_{R,i}$  correspondent respectivement aux accélérations résiduelles linéaire et angulaire du corps  $i$ .

### 3.6 Bilan

À ce stade, il est possible de calculer les treize équations dynamiques non-linéaires du modèle huit-corps du V2RM et de son conducteur à partir de l'équation :

$$\mathcal{M} \dot{\vartheta} = Q \quad (3.65)$$

avec  $\mathcal{M}$  la matrice de masse calculée dans (3.47),  $Q$  le vecteur des efforts généralisés calculé à partir de la différence des vecteurs des efforts généralisés non-conservatifs  $Q_a$  et résiduels  $Q_r$  :

$$Q = Q_a - Q_r \quad (3.66)$$

$Q_a$  et  $Q_r$  sont respectivement exprimés dans les équations (3.60) et (3.64). Il vient :

$$Q = Q_{a_g} + Q_{a_{\tau_r}} + Q_{a_{BD}} + Q_{a_{sf}} + Q_{a_{sr}} + Q_{a_{T_f}} + Q_{a_{T_r}} + Q_{a_{F_a}} - Q_{rt} - Q_{rr} \quad (3.67)$$

Termes du vecteur des efforts généralisés $Q$	
$Q_{a_g}$	contribution de la gravité (3.48)
$Q_{a_{\tau r}}$	contribution du couple de braquage (3.49)
$Q_{a_{BD}}$	contribution du couple moteur et de freinage (3.50)
$Q_{a_{s_f}}$	contribution de la suspension avant (3.51)
$Q_{a_{s_r}}$	contribution de la suspension arrière (3.54)
$Q_{a_{T_f}}$	contribution du pneumatique avant (3.55)
$Q_{a_{T_r}}$	contribution du pneumatique arrière (3.55)
$Q_{a_{Fa}}$	contribution des efforts aérodynamiques (3.59)
$Q_{r_t}$	contribution des efforts résiduels liés aux mouvements de translation (3.64)
$Q_{r_r}$	contribution des efforts résiduels liés aux mouvements de rotation (3.64)

TABLE 3.2 – Définition des termes dans l’expression du vecteur des efforts généralisés pour le modèle huit-corps

### 3.7 Conclusion

Cette section conclue le développement du modèle huit-corps de la dynamique du V2RM. Après un état de l’art, nous avons vu qu’il existait de nombreux modèles possibles pour modéliser la dynamique du V2RM. Dans ce chapitre, nous avons repris celui présenté dans [65]. À noter que ce modèle est très complexe et fortement non-linéaire, cependant il est fidèle à la réalité. En effet, il capture l’intégralité des phénomènes dynamiques du V2RM ainsi que ceux issus de l’interaction avec le conducteur. Rappelons qu’il prend en compte les couplages des dynamiques longitudinale, latérale et verticale, les mouvements du conducteur, la dynamique des suspensions, etc. On notera que cette approche de modélisation est flexible et qu’il est tout à fait possible d’ajouter un ou plusieurs corps supplémentaires ou même de prendre en compte de nouveaux efforts. Néanmoins, à cause de sa complexité, ce modèle est destiné aux logiciels de simulation et non à la synthèse d’algorithmes de commande ou d’observation. À noter que ce modèle est celui utilisé dans le logiciel de simulation BikeSim (BS). Ce dernier a été largement utilisé à des fins de validation dans la suite de ce manuscrit. Le chapitre suivant aborde la simplification de ce modèle pour développer un modèle plus propice à la synthèse d’algorithmes de commande et d’observation.

## Chapitre 4

# Modélisation du V2RM pour la commande et l'observation : linéarisation et simplifications

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Modèle deux-corps de la dynamique latérale</b>	<b>108</b>
4.1.1	Hypothèses et prérequis	108
4.1.2	Conversion vers un modèle deux-corps	109
4.1.3	Cinématique du modèle deux-corps	110
4.1.4	Définition de la matrice de masse	116
4.1.5	Définition du vecteur des efforts généralisés non-conservatifs	116
4.1.6	Définition des efforts généralisés résiduels	117
4.1.7	Linéarisation	118
4.1.8	Bilan	124
4.1.9	Alternatives de modélisation	127
<b>4.2</b>	<b>Modèle un-corps de la dynamique longitudinale</b>	<b>128</b>
4.2.1	Hypothèses	128
4.2.2	Bilan	128
<b>4.3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>129</b>

---

Bien que le modèle huit-corps développé précédemment soit capable de modéliser fidèlement le comportement dynamique du V2RM, il n'en reste pas moins un modèle fortement non-linéaire et très complexe. Ce modèle est un excellent moyen de simuler le comportement dynamique du véhicule comme base de validation mais sa complexité n'en fait pas un bon candidat pour la synthèse d'algorithmes de commande ou d'estimation. Nous avons donc choisi de "découpler" les dynamiques latérale et longitudinale et de simplifier le modèle. Dans les deux modélisations, latérale et longitudinale, les roues avant et arrière sont assimilées à des masses virtuelles mais leur dynamique de rotation est considérée dans le développement des modèles. On rappellera que les deux modèles développés ci-dessous sont directement issus de la modélisation huit-corps présentée dans le chapitre précédent. La méthode de conversion du modèle huit-corps vers le deux-corps pour la dynamique latérale ou huit-corps vers le un-corps pour la dynamique longitudinale est également discutée dans ce chapitre.

Dans un premier temps, ce chapitre présente la synthèse d'un modèle de la dynamique latérale du V2RM où le véhicule n'est plus modélisé avec huit-corps mais avec un ensemble de deux-corps,

le corps avant et le corps arrière. Une fois leurs propriétés cinématiques définies, le calcul de la matrice de masse et du vecteur des efforts généralisés est présenté. Puis, une linéarisation des équations dynamiques est discutée. Dans un deuxième temps, le développement d'un modèle un-corps de la dynamique longitudinale est étudié.

## 4.1 Modèle deux-corps de la dynamique latérale

Cette section du chapitre présente le développement d'un modèle de la dynamique latérale en considérant le V2RM et son conducteur comme un ensemble de deux corps : le corps avant et le corps arrière. Une fois établie, une linéarisation autour d'une trajectoire rectiligne est discutée afin de réduire la complexité due aux nombreuses non-linéarités et aux couplages des dynamiques qui sont toujours présents malgré la réduction du nombre de corps.

### 4.1.1 Hypothèses et prérequis

Rappelons que le modèle huit-corps introduit précédemment avait pour repère véhicule principal  $\mathcal{R}_V$  dont l'origine correspondait à l'intersection entre le plan de symétrie longitudinal, le plan défini par le sol et l'axe vertical passant par  $P$  qui appartient à l'axe de rotation du bras oscillant. Pour le développement du modèle deux-corps, nous adopterons un nouveau repère principal attaché au V2RM que l'on notera  $\mathcal{R}_A = (A, i_A, j_A, k_A)$  défini suivant la norme ISO (l'axe  $k_A$  est orienté vers le haut). Le point  $A$  correspond à l'intersection du plan de symétrie longitudinal, du plan défini par le sol et de l'axe vertical passant par le Centre De Gravité (CDG) du corps arrière  $G_r$  (figure 4.1). Le repère terrestre  $\mathcal{R}_O(O, i_O, j_O, k_O)$  reste inchangé et a toujours pour composantes les vitesses linéaires  $v_x$  et  $v_y$  au point  $A$  et le mouvement de lacet  $\psi$  autour de  $k_O$ . Concernant les changements de bases, en partant du nouveau repère  $\mathcal{R}_A$ , l'ordre des rotations est la suivante : la première rotation correspond au roulis  $\phi$  autour de l'axe  $i_A$  et donne  $\mathcal{R}_\phi(A, i_\phi, j_\phi, k_\phi)$ . Ensuite, la rotation mécanique due à l'angle de chasse  $\epsilon$  autour de  $j_\phi$  donne à son tour  $\mathcal{R}_\epsilon(B, i_\epsilon, j_\epsilon, k_\epsilon)$ . Le point  $B$  correspond à l'intersection entre la droite passant par l'axe du mécanisme de direction et celle passant par  $A$  et faisant un angle  $\epsilon$  avec le plan de la route (figure 4.1). Finalement, la rotation du mécanisme de direction  $\delta$  autour de  $k_\epsilon$  donne  $\mathcal{R}_\delta(B, i_\delta, j_\delta, k_\delta)$ .

Dans cette section, le V2RM et son conducteur sont assimilés à un ensemble de deux corps qui sont mécaniquement reliés par le mécanisme de direction. On distinguera le corps avant, comprenant la roue avant, la fourche, le guidon, etc. du corps arrière, qui inclut le cadre, le réservoir, le conducteur, le bras oscillant, le moteur, la roue arrière, etc. Autrement dit  $G_{r_s}, G_{r_{ns}}, G_{d_u}, G_{d_l}, R_r \in G_r$  et  $G_{f_s}, G_{f_{ns}}, R_f \in G_f$  avec  $G_f$  et  $G_r$  respectivement les CDG du corps avant et du corps arrière.

Plusieurs hypothèses sont nécessaires à la simplification du modèle. On admettra que :

- la dynamique des suspensions n'est pas prise en compte,
- la dynamique de tangage n'est pas considérée non plus, ce qui signifie que la répartition des charges verticales est statique,  $F_{z_f} = F_{z_{f_0}}$  et  $F_{z_r} = F_{z_{r_0}}$ ,
- le motard est rigidement lié au corps arrière, le conducteur n'a aucun Degré De Liberté (DDL) par rapport à  $G_r$ ,
- les pneumatiques sont assimilés à des disques fins et rigides,
- les roues correspondent à des masses virtuelles,  $\mathcal{M}_{R_f} = 0 \text{ kg}$  et  $\mathcal{M}_{R_r} = 0 \text{ kg}$ ,
- les effets aérodynamiques sont négligés,
- la chasse pneumatique est négligée, parce que son effet sur le pneumatique arrière est insignifiant et celui sur le pneumatique avant est négligeable devant la chasse géométrique,

- les moments pneumatiques  $M_x$ ,  $M_y$  et  $M_z$  ne sont pas pris en compte,
- la route est plate, pas de devers ni de pente,
- la vitesse longitudinale est constante ou tout du moins elle varie très lentement. Ce qui signifie qu'il n'y a pas de force de propulsion ou de freinage,  $F_{x_f} = 0 \text{ N}$  et  $F_{x_r} = 0 \text{ N}$ . Cette hypothèse permet également de considérer le glissement longitudinal comme nul  $\kappa_f = 0$  et  $\kappa_r = 0$ . Autrement dit, il y a roulement sans glissement,  $\dot{\theta}_f = v_{OC_f}/r_{R_f C_f}$  et  $\dot{\theta}_r = v_{OC_r}/r_{R_r C_r}$ .

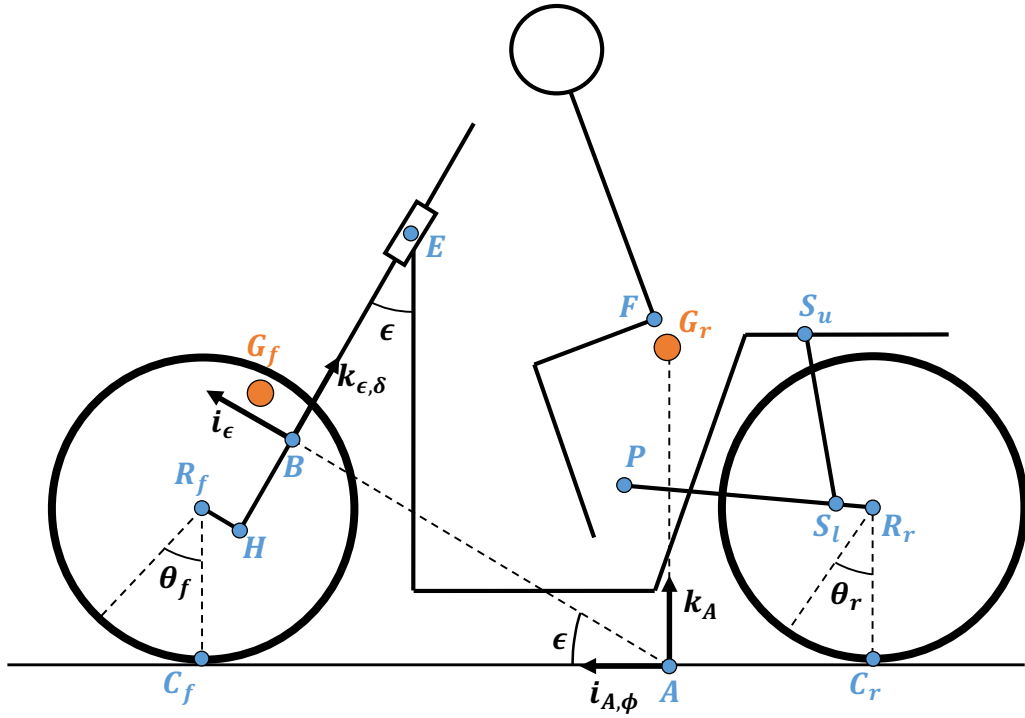


FIGURE 4.1 – Géométrie du modèle deux-corps du V2RM et de son conducteur

Après considération des hypothèses précédentes, il reste finalement 4 DDL à savoir le lacet  $\psi$ , le roulis  $\phi$ , la rotation de la direction  $\delta$  et le glissement latéral  $v_y$ . Finalement, le nouveau vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  du modèle latéral deux-corps est :

$$\vartheta = [v_y \quad \psi \quad \phi \quad \delta]^T \quad (4.1)$$

#### 4.1.2 Conversion vers un modèle deux-corps

Dans un premier temps, pour simplifier le modèle huit-corps du chapitre précédent en un modèle avec seulement deux corps, il est nécessaire d'établir les relations de conversions. Ces dernières assurent le calcul des CDG et des matrices d'inertie équivalents pour le corps avant et le corps arrière.

Les masses du corps avant et du corps arrière sont directement calculées par les sommes :

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_r &= \sum_i \mathcal{M}_i \\ \mathcal{M}_f &= \sum_j \mathcal{M}_j\end{aligned}\quad (4.2)$$

et les positions des CDG équivalents des corps avant et arrière,  $G_f$  et  $G_r$ , dans  $\mathcal{R}_A$ , sont calculées à partir du barycentre :

$$\begin{aligned}r_{AG_r} &= \frac{1}{\mathcal{M}_r} \sum_i \mathcal{M}_i r_{Ai} \\ r_{AG_f} &= \frac{1}{\mathcal{M}_f} \sum_j \mathcal{M}_j r_{Aj}\end{aligned}\quad (4.3)$$

avec  $i = G_{rs}, G_{rns}, G_{du}, G_{di}, R_r$  et  $j = G_{fs}, G_{fns}, R_f$ .

Pour calculer la matrice d'inertie équivalente pour chacun des deux corps, il est nécessaire d'exprimer les matrices d'inertie  $\mathcal{I}_{i,j}$  au même point et dans le même repère. On exprimera la matrice d'inertie du corps avant  $\mathcal{I}_{G_f}$  au CDG avant  $G_f$  dans le repère de la direction  $\mathcal{R}_\delta$  alors que celle du corps arrière  $\mathcal{I}_{G_r}$  sera exprimée au point  $G_r$  dans le repère  $\mathcal{R}_\phi$ . Le théorème de Huygens/Steiner permet de déplacer une matrice d'inertie d'un solide  $S$  de masse  $\mathcal{M}_S$  exprimée en son CDG  $G_S$  dans le repère  $\mathcal{R}_O$  en un nouveau point  $A$  tel que  $AG_S = [a \ b \ c]^T$  dans  $\mathcal{R}_O$ . Huygens a introduit la relation suivante :

$$\mathcal{I}_{G_S}(A) = \mathcal{I}_{G_S}(G_S) + \mathcal{M}_S \begin{bmatrix} b^2 + c^2 & -ab & -ac \\ -ab & a^2 + c^2 & -bc \\ -ac & -bc & a^2 + b^2 \end{bmatrix}\quad (4.4)$$

Une fois les matrices d'inertie du modèle huit-corps ramenées à leur point respectif,  $G_f$  ou  $G_r$ , il est nécessaire de les convertir dans le même repère respectivement  $\mathcal{R}_\delta$  et  $\mathcal{R}_\phi$ . Après ces deux étapes, les inerties du corps avant et arrière respectivement  $\mathcal{I}_{G_f}$  et  $\mathcal{I}_{G_r}$  sont directement obtenues par :

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{G_r} &= \sum_i \mathcal{I}_i \\ \mathcal{I}_{G_f} &= \sum_j \mathcal{I}_j\end{aligned}\quad (4.5)$$

avec  $\mathcal{I}_{G_f} = \mathcal{I}_{G_f}(G_f)_{\mathcal{R}_\delta}$  et  $\mathcal{I}_{G_r} = \mathcal{I}_{G_r}(G_r)_{\mathcal{R}_\phi}$ . Quant aux matrices d'inertie des roues, elles restent inchangées.

### 4.1.3 Cinématique du modèle deux-corps

Cette partie détaille les propriétés cinématiques dans leur repère local des corps :

- le corps avant  $G_f$  ( $\mathcal{R}_\delta$ ),
- le corps arrière  $G_r$  ( $\mathcal{R}_\phi$ ),
- la roue avant  $R_f$  ( $\mathcal{R}_\delta$ ),
- la roue arrière  $R_r$  ( $\mathcal{R}_\phi$ ).

#### 4.1.3.1 Corps arrière

Le corps arrière possède 1 DDL dans  $\mathcal{R}_A$ , à savoir le roulis  $\phi$ . Son repère local est  $\mathcal{R}_\phi$  et les coordonnées de la position de son CDG, noté  $G_r$ , dans  $\mathcal{R}_A$  sont données par :

$$r_{AG_r} = R_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_{G_r} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\phi} \quad (4.6)$$

En dérivant l'équation (4.6), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{AG_r} &= \omega_\phi \times r_{AG_r} \\ \omega_{AG_r} &= \omega_\phi \end{aligned} \quad (4.7)$$

avec  $\omega_\phi$  donnée par  $\omega_\phi = R_\phi[\dot{\phi}, 0, 0]^T$ .

En dérivant une seconde fois (4.6), on peut décrire les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{AG_r} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{AG_r} + \omega_\phi \times \dot{r}_{AG_r} \\ \dot{\omega}_{AG_r} &= \dot{\omega}_\phi \end{aligned} \quad (4.8)$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (4.7), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec les relations :

$$\begin{aligned} v_{OG_r} &= v_{OA} + \omega_\psi \times r_{AG_r} + \dot{r}_{AG_r} \\ \omega_{OG_r} &= \omega_\psi + \omega_\phi \end{aligned} \quad (4.9)$$

et enfin, les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  dont les expressions sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OG_r}}{\partial \vartheta} &= [j_A \quad k_A \times r_{AG_r} \quad i_A \times r_{AG_r} \quad 0_{3,1}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_r}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,1} \quad k_A \quad i_A \quad 0_{3,1}] \end{aligned} \quad (4.10)$$

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (4.9), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OG_r} &= \dot{v}_{OA} + \dot{\omega}_\psi \times r_{AG_r} + \omega_\psi \times \dot{r}_{AG_r} + \ddot{r}_{AG_r} \\ \varepsilon_{OG_r} &= \dot{\omega}_\psi + \dot{\omega}_\phi \end{aligned} \quad (4.11)$$

Finalement, en utilisant (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles du corps arrière :

$$\begin{aligned} a_{R,G_r} &= a_{OG_r} - \frac{\partial v_{OG_r}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ \varepsilon_{R,G_r} &= \varepsilon_{OG_r} - \frac{\partial \varepsilon_{OG_r}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \end{aligned} \quad (4.12)$$



#### 4.1.3.2 Corps avant

Le corps avant a 1 seul DDL par rapport au corps arrière  $G_r$ , à savoir la rotation de l'angle de direction  $\delta$ . Son repère local est  $\mathcal{R}_\delta$  et la position de son CDG, noté  $G_f$ , dans  $\mathcal{R}_A$  est donnée par la relation :

$$r_{AG_f} = r_{AB} + r_{BG_f} \quad (4.13)$$

avec les coordonnées des vecteurs  $r_{AB}$  et  $r_{BG_f}$  dans le repère  $\mathcal{R}_A$  données par :

$$r_{AB} = R_{\phi,\epsilon} \begin{bmatrix} x_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\epsilon} \quad \text{et} \quad r_{BG_f} = R_{\phi,\epsilon,\delta} \begin{bmatrix} x_{G_f} \\ 0 \\ z_{G_f} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\delta} \quad (4.14)$$

En dérivant l'équation (4.14), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{AG_f} &= \dot{r}_{AB} + \dot{r}_{BG_f} \\ &= \omega_\phi \times r_{AB} + \omega_{\phi,\delta} \times r_{BG_f} \\ \omega_{AG_f} &= \omega_{\phi,\delta} \\ &= \omega_\phi + \omega_\delta \end{aligned} \quad (4.15)$$

avec  $\omega_\delta = R_{\phi,\delta}[0, 0, \dot{\delta}]^T$  et  $\omega_\phi = R_\phi[\dot{\phi}, 0, 0]^T$ .

En dérivant une seconde fois (4.13), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{AG_f} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{AB} + \omega_\phi \times \dot{r}_{AB} + \dot{\omega}_{\phi,\delta} \times r_{BG_f} + \omega_{\phi,\delta} \times \dot{r}_{BG_f} \\ \dot{\omega}_{AG_f} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\delta \end{aligned} \quad (4.16)$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (4.15), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec les relations :

$$\begin{aligned} v_{OG_f} &= v_{OA} + \omega_\psi \times r_{AG_f} + \dot{r}_{AG_f} \\ \omega_{OG_f} &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\delta \end{aligned} \quad (4.17)$$

et enfin, les matrices jacobiennes par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  dont les expressions sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OG_f}}{\partial \vartheta} &= [j_A \quad k_A \times r_{AG_f} \quad i_A \times r_{AG_f} \quad k_\delta \times r_{BG_f}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_f}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,1} \quad k_A \quad i_A \quad k_\delta] \end{aligned} \quad (4.18)$$

avec  $k_\delta = R_{\phi,\epsilon,\delta} k_A$ .

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (4.17), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OG_f} &= \dot{v}_{OA} + \dot{\omega}_\psi \times r_{AG_f} + \omega_\psi \times \dot{r}_{AG_f} + \ddot{r}_{AG_f} \\ \varepsilon_{OG_f} &= \dot{\omega}_\psi + \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\delta \end{aligned} \quad (4.19)$$

Finalement, en utilisant (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles du corps avant :

$$\begin{aligned} a_{R,G_f} &= a_{OG_f} - \frac{\partial v_{OG_f}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ \varepsilon_{R,G_f} &= \varepsilon_{OG_f} - \frac{\partial \varepsilon_{OG_f}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \end{aligned} \quad (4.20)$$

### 4.1.3.3 Roue avant

#### a) Cinématique du centre de la roue avant

La roue avant possède un unique DDL par rapport au corps avant  $G_f$ . Il s'agit de la rotation autour de son axe, noté  $j_{\theta_f}$ , tel que  $j_{\theta_f} = R_{\phi,\epsilon,\delta}[0, 1, 0]^T$ . Par conséquent,  $\omega_{AR_f} = \omega_{AG_f} + \omega_{\theta_f}$  avec  $\omega_{\theta_f} = R_{\phi,\epsilon,\delta}[0, \dot{\theta}_f, 0]^T$ . Son repère cinématique local est  $\mathcal{R}_\delta$  et la position du centre de la roue avant, noté  $R_f$ , dans  $\mathcal{R}_A$  est donnée par l'équation :

$$r_{AR_f} = r_{AB} + r_{BR_f} \quad (4.21)$$

dans laquelle les coordonnées du vecteur  $r_{AB}$  sont données dans (4.14) et celles de  $r_{BR_f}$  sont exprimées par :

$$r_{BR_f} = R_{\phi,\epsilon,\delta} \begin{bmatrix} x_{R_f} \\ 0 \\ z_{R_f} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\delta} \quad (4.22)$$

En dérivant l'équation (4.21), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{AR_f} &= \dot{r}_{AB} + \dot{r}_{BR_f} \\ &= \omega_\phi \times r_{AB} + \omega_{\phi,\delta} \times r_{BR_f} \\ \omega_{AR_f} &= \omega_{\phi,\delta,\theta_f} \\ &= \omega_\phi + \omega_\delta + \omega_{\theta_f} \end{aligned} \quad (4.23)$$

En dérivant une seconde fois (4.21), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{AR_f} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{AB} + \omega_\phi \times \dot{r}_{AB} + \dot{\omega}_{\phi,\delta} \times r_{BR_f} + \omega_{\phi,\delta} \times \dot{r}_{BR_f} \\ \dot{\omega}_{AR_f} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\delta + \dot{\omega}_{\theta_f} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (4.23), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec les relations :

$$\begin{aligned} v_{OR_f} &= v_{OA} + \omega_\psi \times r_{AR_f} + \dot{r}_{AR_f} \\ \omega_{OR_f} &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\delta + \omega_{\theta_f} \end{aligned} \quad (4.25)$$

et enfin, les matrices jacobiennes par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  dont les expressions sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OR_f}}{\partial \vartheta} &= [j_A \quad k_A \times r_{AR_f} \quad i_A \times r_{AR_f} \quad k_\delta \times r_{BR_f}] \\ \frac{\partial \omega_{OR_f}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,1} \quad k_A \quad i_A \quad k_\delta] \end{aligned} \quad (4.26)$$

avec  $k_\delta = R_{\delta,\epsilon,\phi} k_A$

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (4.25), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OR_f} &= \dot{v}_{OA} + \dot{\omega}_\psi \times r_{AR_f} + \omega_\psi \times \dot{r}_{AR_f} + \ddot{r}_{AR_f} \\ \varepsilon_{OR_f} &= \dot{\omega}_\psi + \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\delta + \dot{\omega}_{\theta_f} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Finalement, en utilisant (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles de la roue avant :

$$\begin{aligned} a_{R,R_f} &= a_{OR_f} - \frac{\partial v_{OR_f}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ \varepsilon_{R,R_f} &= \varepsilon_{OR_f} - \frac{\partial \varepsilon_{OR_f}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \end{aligned} \quad (4.28)$$

### b) Cinématique du point de contact roue avant/sol

La cinématique du point de contact roue avant/sol  $C_f$  est nécessaire aux calculs des forces et moments générés par le pneumatique avant. La position de  $C_f$  dans  $\mathcal{R}_A$  est donnée par la relation :

$$r_{AC_f} = r_{AB} + r_{BR_f} + r_{R_f C_f} \quad (4.29)$$

dans laquelle les coordonnées du vecteur  $r_{AB}$  et  $r_{BR_f}$  sont respectivement données dans (4.14) et (4.22) et celles de  $r_{R_f C_f}$  sont exprimées par :

$$r_{R_f C_f} = R_{\phi, \varepsilon, \delta} \begin{bmatrix} x_{R_f C_f} \\ 0 \\ z_{R_f C_f} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\delta} \quad (4.30)$$

En dérivant l'équation (4.29), on peut exprimer le vecteur de vitesse linéaire relative par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{AC_f} &= \dot{r}_{AB} + \dot{r}_{BR_f} + \dot{r}_{R_f C_f} \\ &= \omega_\phi \times r_{AB} + \omega_{\phi, \delta} \times r_{BR_f} + \omega_{\phi, \delta} \times r_{R_f C_f} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Finalement, en utilisant l'équation (3.4), on peut calculer la vitesse linéaire par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec la relation :

$$v_{OC_f} = v_{OA} + \omega_\psi \times r_{AC_f} + \dot{r}_{AC_f} \quad (4.32)$$

### 4.1.3.4 Roue arrière

#### a) Cinématique du centre de la roue arrière

Comme pour la roue avant, la roue arrière possède un seul DDL mais par rapport au corps arrière  $G_r$ . Ce DDL n'est autre que sa rotation propre autour de son axe, noté  $j_{\theta_r}$ , tel que  $j_{\theta_r} = R_\phi[0, 1, 0]^T$ . Par conséquent,  $\omega_{AR_r} = \omega_{AG_r} + \omega_{\theta_r}$  avec  $\omega_{\theta_r} = R_\phi[0, \dot{\theta}_r, 0]^T$ . Son repère cinématique local est  $\mathcal{R}_\phi$  et la position du centre de la roue arrière, noté  $R_r$ , dans  $\mathcal{R}_A$  est donnée par l'équation :

$$r_{AR_r} = R_\phi \begin{bmatrix} x_{R_r} \\ 0 \\ z_{R_r} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\phi} \quad (4.33)$$

En dérivant l'équation (4.33), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{AR_r} &= \omega_\phi \times r_{AR_r} \\ \omega_{AR_r} &= \omega_{\phi, \theta_r} \\ &= \omega_\phi + \omega_{\theta_r} \end{aligned} \quad (4.34)$$

En dérivant une seconde fois l'équation (4.33), on peut exprimer les vecteurs des accélération angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned}\ddot{r}_{AR_r} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{AR_r} + \omega_\phi \times \dot{r}_{AR_r} \\ \dot{\omega}_{AR_r} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_{\theta_r}\end{aligned}\quad (4.35)$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (4.34), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec les relations :

$$\begin{aligned}v_{OR_r} &= v_{OA} + \omega_\psi \times r_{AR_r} + \dot{r}_{AR_r} \\ \omega_{OR_r} &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_{\theta_r}\end{aligned}\quad (4.36)$$

et enfin, les matrices jacobiennes par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  dont les expressions sont données par :

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_{OR_r}}{\partial \vartheta} &= [j_A \quad k_A \times r_{AR_r} \quad i_A \times r_{AR_r} \quad 0_{3,1}] \\ \frac{\partial \omega_{OR_r}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,1} \quad k_A \quad i_A \quad 0_{3,1}]\end{aligned}\quad (4.37)$$

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (4.36), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  telles que

$$\begin{aligned}a_{OR_r} &= \dot{v}_{OA} + \dot{\omega}_\psi \times r_{AR_r} + \omega_\psi \times \dot{r}_{AR_r} + \ddot{r}_{AR_r} \\ \varepsilon_{OR_r} &= \dot{\omega}_\psi + \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_{\theta_r}\end{aligned}\quad (4.38)$$

Finalement, en utilisant (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles de la roue arrière :

$$\begin{aligned}a_{R,R_r} &= a_{OR_r} - \frac{\partial v_{OR_r}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ \varepsilon_{R,R_r} &= \varepsilon_{OR_r} - \frac{\partial \varepsilon_{OR_r}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta}\end{aligned}\quad (4.39)$$

## b) Cinématique du point de contact roue arrière/sol

La position du point de contact roue arrière/sol  $C_r$  dans  $\mathcal{R}_A$  est donnée par la relation :

$$r_{AC_r} = r_{AR_r} + r_{R_r C_r} \quad (4.40)$$

dans laquelle les coordonnées du vecteur  $r_{AR_r}$  sont données dans (4.33) et celles de  $r_{R_r C_r}$  sont exprimées par :

$$r_{R_r C_r} = R_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_{R_r C_r} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\phi} \quad (4.41)$$

En dérivant l'équation (4.40), on peut exprimer le vecteur de vitesse linéaire relative par :

$$\begin{aligned}\dot{r}_{AC_r} &= \dot{r}_{AR_r} + \dot{r}_{R_r C_r} \\ &= \omega_\phi \times r_{AR_r} + \omega_\phi \times r_{R_r C_r}\end{aligned}\quad (4.42)$$

Finalement, en utilisant l'équation (3.4), on peut calculer la vitesse linéaire par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec la relation :

$$v_{OC_r} = v_{OA} + \omega_\psi \times r_{AC_r} + \dot{r}_{AC_r} \quad (4.43)$$

#### 4.1.4 Définition de la matrice de masse

La matrice de masse  $\mathcal{M}$ , dont l'expression générale est donnée dans (3.13), peut être scindée en deux parties. Une première partie provenant de la contribution des mouvements de translation notée  $\mathcal{M}_t$  et exprimée par :

$$\mathcal{M}_t = \mathcal{M}_r \left( \frac{\partial v_{OG_r}}{\partial \vartheta} \right)^T \left( \frac{\partial v_{OG_r}}{\partial \vartheta} \right) + \mathcal{M}_f \left( \frac{\partial v_{OG_f}}{\partial \vartheta} \right)^T \left( \frac{\partial v_{OG_f}}{\partial \vartheta} \right) \quad (4.44)$$

et, une seconde, découlant des mouvements de rotation notée  $\mathcal{M}_r$  et donnée par :

$$\mathcal{M}_r = \left( \frac{\partial v_{OG_r}}{\partial \vartheta} \right)^T \mathcal{I}_{G_r} \left( \frac{\partial v_{OG_r}}{\partial \vartheta} \right) + \left( \frac{\partial v_{OG_f}}{\partial \vartheta} \right)^T \mathcal{I}_{G_f} \left( \frac{\partial v_{OG_f}}{\partial \vartheta} \right) \quad (4.45)$$

Finalement,

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_t + \mathcal{M}_r \quad (4.46)$$

On remarquera qu'il n'y a aucune contribution de la roue avant ou de la roue arrière dans la matrice de masse puisqu'elles sont assimilées à des masses virtuelles.

#### 4.1.5 Définition du vecteur des efforts généralisés non-conservatifs

Dans le cas du développement du modèle de la dynamique latérale pure du V2RM, pour le calcul du vecteur des efforts généralisés non-conservatifs  $Q_a$ , on prendra en compte les contributions :

- de la gravité  $Q_{a_g}$
- du couple de braquage  $Q_{a_\tau}$
- du pneumatique avant  $Q_{a_{T_f}}$
- du pneumatique arrière  $Q_{a_{T_r}}$

Finalement, le vecteur des efforts généralisés non-conservatifs  $Q_a$  est exprimé par :

$$Q_a = Q_{a_g} + Q_{a_\tau} + Q_{a_{T_f}} + Q_{a_{T_r}} \quad (4.47)$$

##### 4.1.5.1 Force gravitationnelle

L'action de la gravité a déjà été discutée dans (3.48) pour le modèle huit-corps. Dans le cas du modèle deux-corps, sa contribution dans  $Q_a$  peut être simplifiée par l'expression suivante :

$$Q_{a_g} = \left( \mathcal{M}_r \left( \frac{\partial v_{OG_r}}{\partial \vartheta} \right)^T + \mathcal{M}_f \left( \frac{\partial v_{OG_f}}{\partial \vartheta} \right)^T \right) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

##### 4.1.5.2 Couple de braquage

L'action du couple de braquage, c'est-à-dire le couple appliqué par le conducteur sur le guidon du V2RM a été introduit dans (3.49). Pour le modèle deux-corps, sa contribution dans  $Q_a$  est

donnée par :

$$Q_{a\tau} = \left( \frac{\partial \omega_\delta}{\partial \vartheta} \right)^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau - K_\delta \dot{\delta} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

$$= \begin{bmatrix} 0_4 \\ \tau - K_\delta \dot{\delta} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

avec  $K_\delta$  le coefficient d'amortissement de la direction.

#### 4.1.5.3 Forces pneumatiques

Comme expliqué dans les hypothèses du modèle latéral deux-corps, les moments pneumatiques de renversement  $M_x$ , de résistance au roulement  $M_y$  et d'auto-alignement  $M_z$  sont négligés devant la contribution des forces générées par le pneumatique. De plus, l'absence des dynamiques de tangage et des suspensions conduit à une répartition statique de la charge verticale totale  $P = (\mathcal{M}_f + \mathcal{M}_r)g$  sur le pneumatique avant et arrière et ce même lorsque le véhicule est en mouvement. Il vient  $F_{z_f} = F_{z_{f_0}}$  et  $F_{z_r} = F_{z_{r_0}}$ , autrement dit :

$$F_{z_f} = \frac{\mathcal{M}_f}{\mathcal{M}}g \quad \text{et} \quad F_{z_r} = \frac{\mathcal{M}_r}{\mathcal{M}}g \quad (4.51)$$

avec  $\mathcal{M}$  la masse totale  $\mathcal{M} = \mathcal{M}_f + \mathcal{M}_r$ .

Pour finir, la vitesse longitudinale  $v_x$  est considérée constante dans le développement du modèle, ce qui signifie que les forces pneumatiques longitudinales  $F_{x_f}$  et  $F_{x_r}$  liées aux efforts de propulsion ou de freinage sont nulles,  $F_{x_f} = 0 \text{ N}$  et  $F_{x_r} = 0 \text{ N}$ .

Finalement, le système d'équations introduit dans (2.3) se résume à :

$$\begin{aligned} F_{T_f} &= F_{y_f}(\alpha_f, \gamma_f)j_{T_f} + F_{z_{f_0}}k_{T_f} \\ F_{T_r} &= F_{y_r}(\alpha_r, \gamma_r)j_{T_r} + F_{z_{r_0}}k_{T_r} \end{aligned} \quad (4.52)$$

Finalement, la contribution des forces pneumatiques avant et arrière dans le vecteur  $Q_a$  est donnée par :

$$\begin{aligned} Q_{aT_f} &= \left( \left( \frac{\partial v_{OR_f}}{\partial \vartheta} \right)^T F_{T_f} + \left( \frac{\partial \omega_{OR_f}}{\partial \vartheta} \right)^T (r_{R_f C_f} \times F_{T_f}) \right) \\ Q_{aT_r} &= \left( \left( \frac{\partial v_{OR_r}}{\partial \vartheta} \right)^T F_{T_r} + \left( \frac{\partial \omega_{OR_r}}{\partial \vartheta} \right)^T (r_{R_r C_r} \times F_{T_r}) \right) \end{aligned} \quad (4.53)$$

#### 4.1.6 Définition des efforts généralisés résiduels

Comme pour la matrice de masse, le vecteur des efforts généralisés résiduels  $Q_r$  dont l'expression générale est donnée dans l'équation (3.14), peut être scindé en deux parties. Une première est due à la contribution des mouvements de translation notée  $Q_t$  et exprimée par :

$$Q_{r_t} = \mathcal{M}_r \left( \frac{\partial v_{OG_r}}{\partial \vartheta} \right)^T a_{R,G_r} + \mathcal{M}_f \left( \frac{\partial v_{OG_f}}{\partial \vartheta} \right)^T a_{R,G_f} \quad (4.54)$$

et, une seconde, provenant des mouvements de rotation notée  $Q_{r_r}$ . Elle est donnée par :

$$\begin{aligned} Q_{r_r} &= \left( \frac{\partial v_{OG_r}}{\partial \vartheta} \right)^T (\mathcal{I}_{G_r} \varepsilon_{R,G_r} + \omega_{OG_r} \times \mathcal{I}_{G_r} \omega_{OG_r}) + \left( \frac{\partial v_{OG_f}}{\partial \vartheta} \right)^T (\mathcal{I}_{G_f} \varepsilon_{R,G_f} + \omega_{OG_f} \times \mathcal{I}_{G_f} \omega_{OG_f}) \\ &+ \left( \frac{\partial v_{OR_r}}{\partial \vartheta} \right)^T (\mathcal{I}_{R_r} \varepsilon_{R,R_r} + \omega_{OR_r} \times \mathcal{I}_{R_r} \omega_{OR_r}) + \left( \frac{\partial v_{OR_f}}{\partial \vartheta} \right)^T (\mathcal{I}_{R_f} \varepsilon_{R,R_f} + \omega_{OR_f} \times \mathcal{I}_{R_f} \omega_{OR_f}) \end{aligned} \quad (4.55)$$

Finalement, le vecteur des efforts généralisés résiduels total  $Q_r$  est la somme directe des deux contributions :

$$Q_r = Q_{r_t} + Q_{r_r} \quad (4.56)$$

À ce stade, nous avons explicité tous les termes nécessaires au calcul du vecteur des efforts généralisés  $Q$  qui peut être calculé par :

$$\begin{aligned} Q &= Q_a - Q_r \\ &= Q_{a_g} + Q_{a_\tau} + Q_{a_{T_f}} + Q_{a_{T_r}} - Q_{r_t} - Q_{r_r} \end{aligned} \quad (4.57)$$

## 4.1.7 Linéarisation

### 4.1.7.1 Modèle linéaire de la dynamique latérale

Bien que le modèle simplifié deux-corps soit moins complexe que le modèle huit-corps introduit dans la première partie, il n'en reste pas moins fortement non-linéaire à cause des relations trigonométriques du roulis, de l'angle de direction et du produit des variables dynamiques. Ces non-linéarités sont difficiles à gérer pendant la synthèse d'algorithmes de commande ou d'observation. Elles ne permettent généralement pas l'utilisation des nombreux outils d'automatique réservés aux systèmes linéaires. Cette section aborde la linéarisation du modèle deux-corps autour d'une trajectoire rectiligne, c'est-à-dire pour un roulis et angle de direction faibles respectivement  $\phi \simeq 0^\circ$  et  $\delta \simeq 0^\circ$ . Cette hypothèse nous permet d'appliquer le théorème des petits angles, autrement dit :

$$\begin{cases} \cos(\phi) = 1 \\ \sin(\phi) = \phi \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \cos(\delta) = 1 \\ \sin(\delta) = \delta \end{cases} \quad (4.58)$$

En regard du vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  donné dans (4.1), la première équation dynamique du système correspond à la celle de la dynamique longitudinale or la vitesse  $v_x$  est considérée constante. Cette équation est donc triviale,  $\dot{v}_x = 0 \text{ m.s}^{-2}$  et n'apporte aucune information sur la dynamique latérale, elle sera donc ôtée du système qui possède maintenant un jeu de 4 équations :

- la dynamique latérale,
- la dynamique de lacet,
- la dynamique de roulis,
- la dynamique de la direction.

Après avoir appliqué le théorème des petits angles (4.58), un développement en séries de Taylor à l'ordre deux a été utilisé pour négliger les produits des variables dynamiques. On rappellera que le développement en séries de Taylor permet de représenter une fonction  $f(x)$  comme une somme infinie de termes autour du point d'expansion  $x = a$  telle que :

$$f(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{f^{(m)}(a)}{m!} (x - a)^m \quad (4.59)$$

Dans le cas d'un développement en séries à l'ordre 2 au point d'expansion  $x = 0$ , on a :

$$f(x) \approx f(0) + f'(0)(x) \quad (4.60)$$

Dans notre problème les variables de linéarisation sont :  $[\phi \ \delta \ v_y \ \dot{\psi} \ \dot{\phi} \ \dot{\delta} \ F_{yf} \ F_{yr} \ \tau]$ .

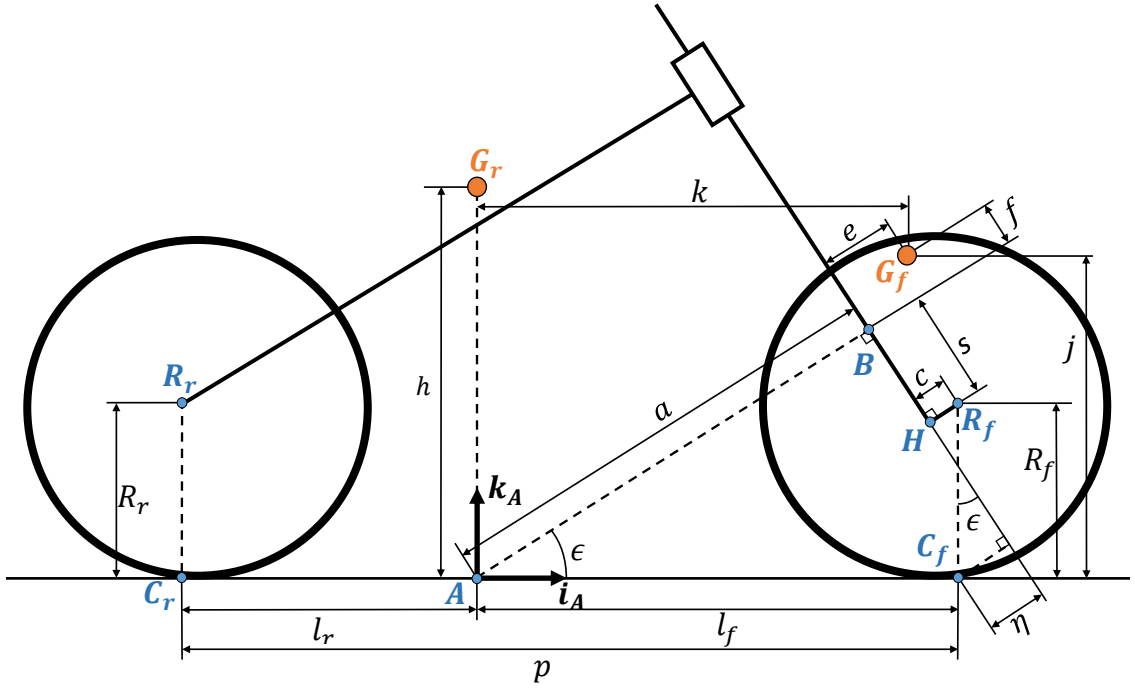


FIGURE 4.2 – Description géométrique du modèle deux-corps du V2RM et de son conducteur

La figure 4.2 présente un schéma du modèle deux-corps. Les coordonnées des points cinématiques et des CDG sont données par :

$$r_{AG_r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\phi}, r_{AC_r} = \begin{bmatrix} -l_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\phi}, r_{R_r C_r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R_r \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\phi}, r_{BG_f} = \begin{bmatrix} e \\ 0 \\ f \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\delta}, \quad (4.61)$$

$$r_{BR_f} = \begin{bmatrix} c \\ 0 \\ -s \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\delta}, r_{R_f C_f} = \begin{bmatrix} -\sin(\epsilon)R_f \\ 0 \\ -\cos(\epsilon)R_f \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\delta}, r_{AB} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\epsilon} \quad (4.62)$$



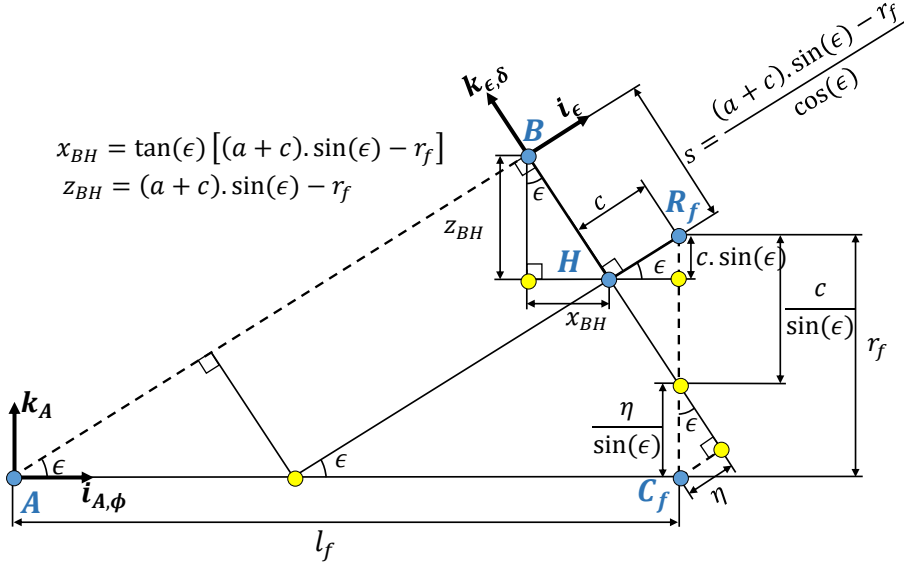


FIGURE 4.3 – Relations géométriques du modèle deux-corps du V2RM et de son conducteur

Lorsqu'on s'intéresse à la géométrie du corps avant (figure 4.3), on peut identifier certaines relations algébriques nécessaires à la simplification des équations. Ces relations sont :

$$\begin{aligned}
 j &= f \cos(\epsilon) + a \sin(\epsilon) + e \sin(\epsilon) \\
 k &= a \cos(\epsilon) + e \cos(\epsilon) - f \sin(\epsilon) \\
 \eta &= R_f \sin(\epsilon) - c \\
 l_f &= a \cos(\epsilon) + s \sin(\epsilon) + c \cos(\epsilon) \\
 l_f &= a \sin(\epsilon) + c \sin(\epsilon) - s \cos(\epsilon) \\
 \mathcal{M} &= \mathcal{M}_f + \mathcal{M}_r
 \end{aligned} \tag{4.63}$$

Finalement, après l'application du théorème des petits angles, le développement en séries de Taylor à l'ordre deux et le remplacement des coordonnées et des relations algébriques respectivement données dans (4.61) et (4.63), on obtient un système de quatre équations quasi-linéaires :

- la dynamique latérale :

$$m_{11}\dot{v}_y + m_{12}\ddot{\psi} + m_{13}\ddot{\phi} + m_{14}\ddot{\delta} = r_{14}v_x\dot{\psi} + F_{yf} + F_{yr} \tag{4.64}$$

- la dynamique de lacet :

$$m_{12}\dot{v}_y + m_{22}\ddot{\psi} + m_{23}\ddot{\phi} + m_{24}\ddot{\delta} = r_{24}v_x\dot{\psi} + r_{25}v_x\dot{\phi} + r_{26}v_x\dot{\delta} + r_{27}F_{yf} + r_{28}F_{yr} \tag{4.65}$$

- la dynamique de roulis :

$$m_{13}\dot{v}_y + m_{23}\ddot{\psi} + m_{33}\ddot{\phi} + m_{34}\ddot{\delta} = r_{31}\dot{\phi} + r_{32}\dot{\delta} + r_{34}v_x\dot{\psi} + r_{36}v_x\dot{\delta} \tag{4.66}$$

- la dynamique de la direction :

$$m_{14}\dot{v}_y + m_{24}\ddot{\psi} + m_{34}\ddot{\phi} + m_{44}\ddot{\delta} = r_{41}\phi + r_{42}\delta + r_{44}v_x\dot{\psi} + r_{45}v_x\dot{\phi} + r_{46}\dot{\delta} + r_{47}F_{yf} + \tau \quad (4.67)$$

avec

Termes $m_{ij}$ de la matrice de masse $\mathcal{M}$	Termes $r_{ij}$ du vecteur des efforts $Q$
$m_{11} = \mathcal{M}_f + \mathcal{M}_r$	$r_{14} = -\mathcal{M}_f - \mathcal{M}_r$
$m_{12} = \mathcal{M}_f k$	$r_{24} = -\mathcal{M}_f k$
$m_{13} = \mathcal{M}_f j + \mathcal{M}_r h$	$r_{25} = \mathcal{I}_{y_{R_f}}/R_f + \mathcal{I}_{y_{R_r}}/R_r$
$m_{14} = \mathcal{M}_f e$	$r_{26} = \mathcal{I}_{y_{R_f}}/R_f s_\epsilon$
$m_{22} = \mathcal{M}_f k^2 + \mathcal{I}_{z_{G_r}} + \mathcal{I}_{x_{G_f}} s_\epsilon^2 + \mathcal{I}_{z_{G_f}} c_\epsilon^2$	$r_{27} = l_f$
$m_{23} = \mathcal{M}_f j k - C_{xz_{G_r}} + (\mathcal{I}_{z_{G_f}} - \mathcal{I}_{x_{G_f}}) s_\epsilon c_\epsilon$	$r_{28} = -l_r$
$m_{24} = \mathcal{M}_f e k + \mathcal{I}_{z_{G_f}} c_\epsilon$	$r_{31} = (\mathcal{M}_f j + \mathcal{M}_r h)g$
$m_{33} = \mathcal{M}_f j^2 + \mathcal{M}_r h^2 + \mathcal{I}_{x_{G_r}} + \mathcal{I}_{x_{G_f}} c_\epsilon^2 + \mathcal{I}_{z_{G_f}} s_\epsilon^2$	$r_{32} = \mathcal{M}_f e g - \eta F_{z_f}$
$m_{34} = \mathcal{M}_f e j + \mathcal{I}_{z_{G_f}} s_\epsilon$	$r_{34} = -\mathcal{M}_f j - \mathcal{M}_r h - \mathcal{I}_{y_{R_f}}/R_f - \mathcal{I}_{y_{R_r}}/R_r$
$m_{44} = \mathcal{I}_{z_{G_f}} + \mathcal{M}_f e^2$	$r_{36} = -\mathcal{I}_{y_{R_f}}/R_f c_\epsilon$
	$r_{41} = \mathcal{M}_f e g - \eta F_{z_f}$
	$r_{42} = (\mathcal{M}_f e g - \eta F_{z_f}) s_\epsilon$
	$r_{44} = -\mathcal{M}_f e - \mathcal{I}_{y_{R_f}}/R_f s_\epsilon$
	$r_{45} = \mathcal{I}_{y_{R_f}}/R_f c_\epsilon$
	$r_{46} = -K_\delta$
	$r_{47} = -\eta$

TABLE 4.1 – Définitions des termes de la matrice de masse du modèle deux-corps

TABLE 4.2 – Définitions des termes du vecteur des efforts généralisés du modèle deux-corps

Les notations  $c_\epsilon$  et  $s_\epsilon$  désignent respectivement  $\cos(\epsilon)$  et  $\sin(\epsilon)$ . La signification physique des paramètres est donnée dans la nomenclature. On remarquera que le modèle deux-corps quasi-linéaire de la dynamique latérale développé dans cette section est identique à celui introduit par Sharp en 1971 dans [48]. Néanmoins, Sharp a utilisé le principe de Lagrange pour établir les équations dynamiques du mouvement. Ce modèle a été très largement utilisé dans les travaux d'observation et de commande appliqués aux V2RM. On parle de modèle quasi-linéaire car les équations dynamiques (4.64)-(4.84) dépendent du paramètre variant  $v_x$ . On remarquera que  $v_x$  n'est pas un état dynamique du système proprement dit mais un paramètre externe. On parlera de modèle linéaire à paramètre variant (LPV).

À ce stade, les équations dynamiques du mouvement sont explicitées mais il reste à compléter le système avec un modèle des forces latérales pneumatiques  $F_{y_f}$  et  $F_{y_r}$ . Plusieurs alternatives sont possibles, on peut considérer les forces dans leur expression non-linéaire ou linéaire. Par ailleurs, indépendamment de l'expression choisie, il est possible de prendre en compte les phénomènes transitoires.

Dans notre cas pour rester cohérent avec la linéarisation du modèle, nous utiliserons les expressions linéaires des forces pneumatiques latérales introduites dans l'équation (2.9).

#### 4.1.7.2 Modèle linéaire du pneumatique

Dans le chapitre dédié à la modélisation des pneumatiques, nous avons vu qu'il était possible de linéariser les efforts générés par les pneumatiques. On rappellera que la linéarisation est valable

pour des sollicitations pneumatiques "normales", lors d'un scénario de conduite usuelle mais elle ne permet pas de modéliser le phénomène de saturation. Pour les forces pneumatiques  $F_{y_f}$  et  $F_{y_r}$ , ce dernier apparaît pour des angles de glissement latéral  $\alpha$  importants. En pratique, ce phénomène a lieu pendant les scénarios de conduite agressive. On rappellera également, que les moments pneumatiques ne sont pas pris en compte dans la synthèse du modèle deux-corps et que la vitesse longitudinale  $v_x$  est considérée constante donc  $F_{x_f} = 0 \text{ N}$  et  $F_{x_r} = 0 \text{ N}$ . De plus, l'absence des dynamiques de tangage et de pompage conduit à une répartition statique des efforts verticaux avant et arrière  $F_{z_f}$  et  $F_{z_r}$  déjà discutée dans (4.51).

D'après l'équation (2.9), on peut écrire les expressions linéaires des forces latérales avant et arrière avec les équations :

$$\begin{aligned} F_{y_f} &= C_{\alpha_f} \alpha_f + C_{\gamma_f} \gamma_f \\ F_{y_r} &= C_{\alpha_r} \alpha_r + C_{\gamma_r} \gamma_r \end{aligned} \quad (4.68)$$

avec  $C_{\alpha_f}$ ,  $C_{\alpha_r}$  et  $C_{\gamma_f}$ ,  $C_{\gamma_r}$  désignant respectivement les coefficients linéaires des raideurs de glissement latéral et de carrossage de la roue avant et arrière. Ils peuvent être calculés à partir de l'équation (2.10).

On rappellera que le glissement latéral  $\alpha$  et le carrossage  $\gamma$  peuvent s'exprimer pour les pneumatiques avant et arrière par :

$$\begin{aligned} \alpha_f &= -\frac{\text{atan}(j_{T_f} \cdot v_{OC_f})}{i_{T_f} \cdot v_{OC_f}} & \text{et} & & \alpha_r &= -\frac{\text{atan}(j_{T_r} \cdot v_{OC_r})}{i_{T_r} \cdot v_{OC_r}} \\ \gamma_f &= -\text{asin}(k_{T_f} \cdot j_{\theta_f}) & & & \gamma_r &= -\text{asin}(k_{T_r} \cdot j_{\theta_r}) \end{aligned} \quad (4.69)$$

avec  $j_{\theta_f}$  et  $j_{\theta_r}$  les axes de rotation des roues avant et arrière,  $i_{T_i}$ ,  $j_{T_i}$  et  $k_{T_i}$  les vecteurs unitaires du repère  $\mathcal{R}_{T_i}$  attaché à la roue  $i$  tel que  $\mathcal{R}_{T_i} = (C_i, i_{T_i}, j_{T_i}, k_{T_i})$ . Le terme  $C_i$  est le point de contact entre la chaussée et le pneumatique  $i$ .

Les axes de rotation des roues avant et arrière  $j_{\theta_f}$  et  $j_{\theta_r}$  et leurs repères  $\mathcal{R}_{T_f}$  et  $\mathcal{R}_{T_r}$  sont calculés à partir des relations suivantes pour la roue avant :

$$j_{\theta_f} = R_{\phi, \epsilon} j_O, \quad k_{T_f} = k_O, \quad i_{T_f} = \frac{j_{\theta_f} \times k_{T_f}}{\|j_{\theta_f} \times k_{T_f}\|}, \quad \text{et} \quad j_{T_f} = k_{T_f} \times i_{T_f} \quad (4.70)$$

et des relations ci-dessous pour la roue arrière :

$$j_{\theta_r} = R_{\phi, j} j_O, \quad k_{T_r} = k_O, \quad i_{T_r} = \frac{j_{\theta_r} \times k_{T_r}}{\|j_{\theta_r} \times k_{T_r}\|}, \quad \text{et} \quad j_{T_r} = k_{T_r} \times i_{T_r} \quad (4.71)$$

avec  $j_O$  et  $k_O$  les vecteurs unitaires latéral et vertical du repère terrestre  $\mathcal{R}_O$ .

En combinant (4.32), (4.69), (4.70) et (4.71), on peut calculer les expressions complètes du glissement latéral et du carrossage de la roue avant respectivement  $\alpha_f$  et  $\gamma_f$ . Finalement, après développement en séries de Taylor à l'ordre deux (4.60), on obtient les expressions de  $\alpha_f$  et  $\gamma_f$  sous forme linéaire telles que :

$$\begin{aligned} \alpha_f &= \frac{v_y + l_f \dot{\psi} - \eta \dot{\delta}}{v_x} - \delta \cos(\epsilon) \\ \gamma_f &= \phi + \delta \sin(\epsilon) \end{aligned} \quad (4.72)$$

De manière identique, pour la roue arrière à partir de (4.32), (4.69) et (4.69), on peut calculer les expressions linéaires de  $\alpha_r$  et  $\gamma_r$  telles que :

$$\begin{aligned}\alpha_r &= \frac{v_y - l_r \dot{\psi}}{v_x} \\ \gamma_r &= \phi\end{aligned}\quad (4.73)$$

On remarquera que le carrossage de la roue arrière  $\gamma_r$  est linéairement approximé par l'angle de roulis  $\phi$ .

Finalement, en combinant les équations (4.68), (4.72) et (4.73), on obtient les expressions linéaires des forces latérales telles que :

$$\begin{aligned}F_{y_f} &= C_{\alpha_f} \left( \frac{v_y + l_f \dot{\psi} - \eta \dot{\delta}}{v_x} - \delta \cos(\epsilon) \right) + C_{\gamma_f} (\phi + \delta \sin(\epsilon)) \\ F_{y_r} &= C_{\alpha_r} \frac{v_y - l_r \dot{\psi}}{v_x} + C_{\gamma_r} \phi\end{aligned}\quad (4.74)$$

#### Efforts pneumatiques en régime établi :

il est tout à fait possible de remplacer les termes  $F_{y_f}$  et  $F_{y_r}$  dans les équations (4.64)-(4.84) par leur expression (4.74). En pratique, cela revient à négliger la dynamique des pneumatiques aussi appelée relaxation. Une étude de stabilité du modèle latéral deux-corps est proposée ci-dessous pour montrer la nécessité de la prise en compte de la dynamique de relaxation.

#### Dynamique de relaxation des pneumatiques :

le phénomène transitoire très rapide, précédant le régime établi des forces pneumatiques, est appelé dynamique de relaxation. Ce dernier a été présenté dans (2.18). On rappellera que la relaxation peut être modélisée par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{y_f}}{v_x} \dot{F}_{y_f} + F_{y_f} &= F_{y_{f0}} \\ \frac{\sigma_{y_r}}{v_x} \dot{F}_{y_r} + F_{y_r} &= F_{y_{r0}}\end{aligned}\quad (4.75)$$

avec  $F_{y_{f0}}$  et  $F_{y_{r0}}$  les forces pneumatiques latérales en régime permanent, dont les expressions sont données dans (4.74). Finalement, on obtient deux équations dynamiques supplémentaires à celles du système (4.64)-(4.84). Leurs expressions sont données par :

$$\dot{F}_{y_f} = r_{51} v_x \phi + r_{52} v_x \delta + r_{53} v_y + r_{54} \dot{\psi} + r_{56} \dot{\delta} + r_{57} v_x F_{y_f}$$

$$\dot{F}_{y_r} = r_{61} v_x \phi + r_{63} v_y + r_{64} \dot{\psi} + r_{68} v_x F_{y_r}$$

avec,

Termes $r_{ij}$ du vecteur des efforts $Q$
$r_{51} = C_{\gamma_f}/\sigma_f$
$r_{52} = (C_{\gamma_f} \sin(\epsilon) + C_{\alpha_f} \cos(\epsilon))/\sigma_f$
$r_{53} = -C_{\alpha_f}/\sigma_f$
$r_{54} = -l_f C_{\alpha_f}/\sigma_f$
$r_{56} = \eta C_{\alpha_f}/\sigma_f$
$r_{57} = -1/\sigma_f$
$r_{61} = C_{\gamma_r}/\sigma_r$
$r_{63} = -C_{\alpha_r}/\sigma_r$
$r_{64} = l_r C_{\alpha_r}/\sigma_r$
$r_{68} = -1/\sigma_r$

TABLE 4.3 – Définition des termes relatifs à la contribution des forces pneumatiques

## 4.1.8 Bilan

### 4.1.8.1 Représentation d'état

À ce stade, les équations (4.64)-(4.84), (4.76) et les deux équations triviales  $\dot{\phi} = \dot{\phi}$  et  $\dot{\delta} = \dot{\delta}$  nous permettent d'exprimer le modèle de la dynamique latérale sous forme de représentation d'état. On notera  $X$  le vecteur d'état tel que  $X = [\phi \ \delta \ v_y \ \dot{\psi} \ \dot{\phi} \ \dot{\delta} \ F_{y_f} \ F_{y_r}]^T$  et  $\dot{X}$  sa dérivée. Il vient :

$$M\dot{X} = R(v_x)X + T\tau \quad (4.78)$$

avec

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{12} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{13} & m_{23} & m_{33} & m_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$R(v_x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{14}v_x & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & r_{24}v_x & r_{25}v_x & r_{26}v_x & r_{27} & r_{28} \\ r_{31} & r_{32} & 0 & r_{34}v_x & 0 & r_{36}v_x & 0 & 0 \\ r_{41} & r_{42} & 0 & r_{44}v_x & r_{45}v_x & r_{46} & r_{47} & 0 \\ r_{51}v_x & r_{52}v_x & r_{53} & r_{54} & 0 & r_{56} & r_{57}v_x & 0 \\ r_{61}v_x & 0 & r_{63} & r_{64} & 0 & 0 & 0 & r_{68}v_x \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

L'entrée de commande du modèle latéral (4.78) est le couple appliqué par le conducteur sur le guidon noté  $\tau$ . La représentation d'état telle qu'elle est donnée dans (4.78) est sous forme descripteur. Comme la matrice de masse est inversible indépendamment de la vitesse longitudinale  $v_x$ , il est possible de transformer (4.78) en une représentation plus commune, c'est-à-dire :

$$\dot{X} = A(v_x)X + B\tau \quad (4.80)$$

avec  $A(v_x)$  la matrice d'état,  $B$  le vecteur des entrées et  $\tau$  le couple de braquage. Les termes  $A(v_x)$  et  $B$  sont calculés à partir des deux expressions suivantes :

$$A(v_x) = M^{-1}R(v_x) \tag{4.81}$$

$$B = M^{-1}T \tag{4.82}$$

On rappellera que le modèle de la dynamique latérale obtenu est un modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) puisque la matrice d'état dépend linéairement de la vitesse longitudinale  $v_x$ .

#### 4.1.8.2 Modes de vibration et équilibre latérale des V2RM

Dans cette section, une analyse des modes vibratoires et de la stabilité du V2RM est présentée pour 2 cas distincts : avec et sans la considération de la dynamique de relaxation des pneumatiques. On rappellera que la cartographie de stabilité latérale du V2RM est obtenue en traçant la partie réelle des valeurs propres de la matrice d'état  $A(v_x)$  en fonction de la vitesse longitudinale  $v_x$ . Concernant les modes vibratoires, ils sont identifiés à partir du tracé de la partie imaginaire en fonction de la partie réelle des valeurs propres de  $A(v_x)$ . Partant du constat que les véhicules à deux-roues (V2RM, vélo, etc.) sont naturellement instables, de nombreux travaux ont abordé l'étude de la stabilité et des modes de vibration. Trois modes vibratoires distincts ont été mis en avant :

**Capsize** : c'est un mode non-oscillant bien amorti à basse vitesse. Son amortissement est décroissant à moyenne et grande vitesse. Dans ce mode, la roue est inclinée en direction du roulis mais pas suffisamment pour éviter la chute,

**Weave** : ce mode a une fréquence allant de 0.2 Hz à basse vitesse jusqu'à 4 Hz à grande vitesse. Il est instable à basse vitesse, bien amorti à moyenne vitesse et moyennement amorti à grande vitesse. Il affecte l'ensemble du véhicule et la direction se retrouve en déphasage de 180° avec le lacet et de 90° avec le roulis,

**Wobble** : la fréquence de ce mode est indépendante de la vitesse longitudinale  $v_x$ . Elle est comprise entre 8 à 10 Hz. Il se traduit par une oscillation du guidon du V2RM. Ce mode est naturellement présent sur les V2RM mais il peut être amorti en ajoutant un amortisseur de direction.

La figure 4.4 présente la courbe de stabilité latérale du V2RM ainsi que les différents modes de vibration lorsque la dynamique latérale des pneumatiques n'est pas prise en compte. La matrice d'état du système sans relaxation est calculée à partir de (4.64)-(4.84) et des expressions des forces pneumatiques latérales en régime permanent données dans (4.74).

Quant à la figure 4.5, elle présente la même courbe de stabilité latérale du V2RM ainsi que les différents modes vibratoires lorsque la dynamique latérale des pneumatiques est prise en compte avec la relaxation. La matrice d'état utilisée pour les calculs est celle définie dans (4.80).

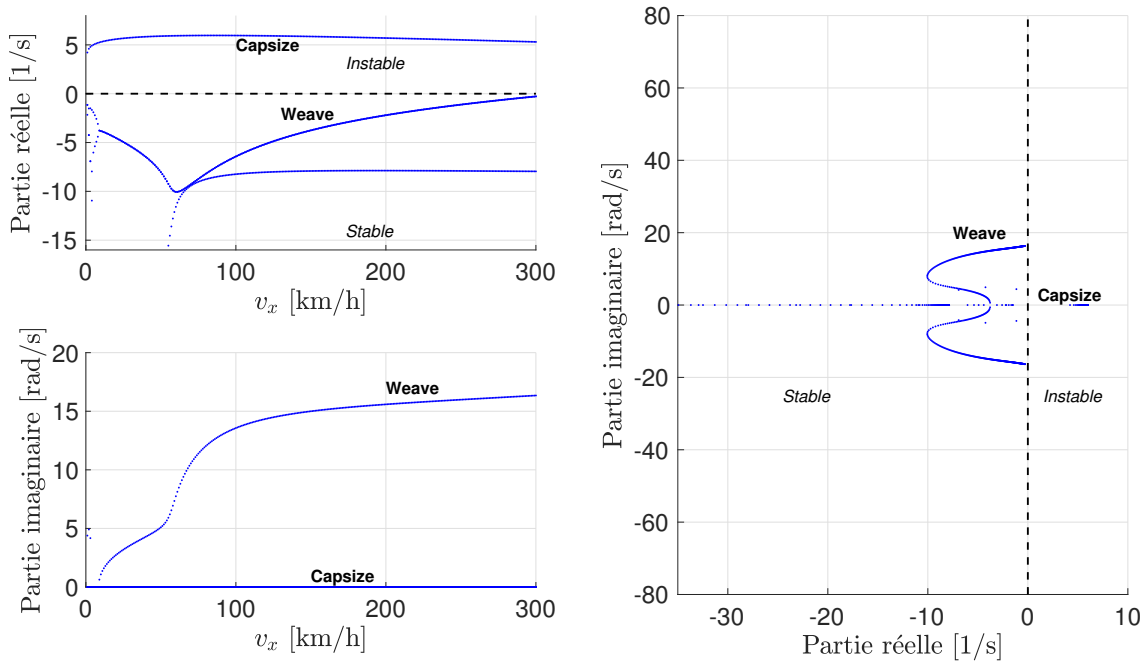


FIGURE 4.4 – Courbes de stabilité du modèle deux-corps de la dynamique latérale du V2RM sans la prise en compte de la relaxation

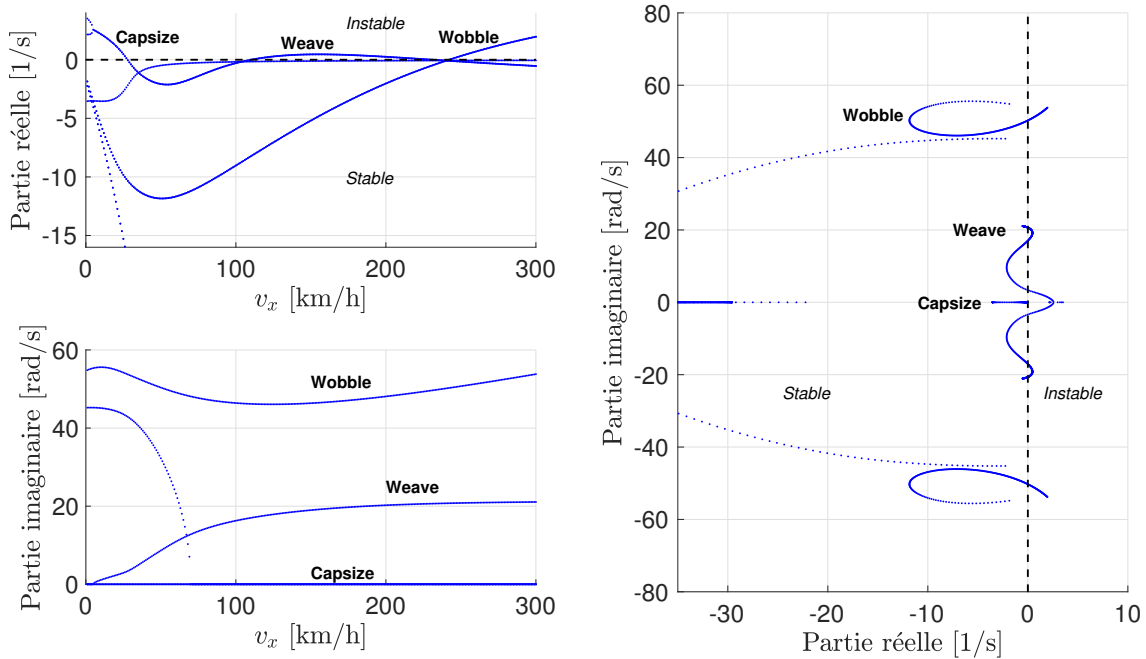


FIGURE 4.5 – Courbes de stabilité du modèle deux-corps de la dynamique latérale du V2RM avec la prise en compte de la relaxation

On remarque que les marges de stabilité et les modes vibratoires sont différents en considérant ou non la relaxation même si on peut retrouver quelques similarités pour le mode du *weave*. On notera que sans la relaxation le modèle latéral est toujours instable. Finalement, ce paragraphe

illustre l'importance de considérer la dynamique des pneumatiques dans le développement du modèle latéral du V2RM. Les caractéristiques des modes vibratoires et de la marge de stabilité du modèle dépendent directement des paramètres du modèle. Dans [48], l'auteur a étudié l'influence des différents paramètres sur la stabilité latérale du V2RM.

#### 4.1.9 Alternatives de modélisation

Le modèle développé précédemment (4.80) est linéarisé autour d'une trajectoire rectiligne. Il prend en compte que les petites perturbations autour de l'équilibre. Pour des sollicitations latérales plus importantes, l'approximation des petits angles (4.58) n'a plus de sens. Ainsi, il s'avère nécessaire de prendre en compte les non-linéarités relatives à  $\phi$  et  $\delta$  pour s'approcher du comportement réel du véhicule. Dans cette perspective, quelques variantes du modèle précédent ont été utilisées afin d'améliorer la modélisation du comportement du V2RM pour de fortes sollicitations de la dynamique latérale.

La première variante consiste à prendre en compte certaines des non-linéarités de  $\phi$  et  $\delta$  dans le vecteur des efforts généralisés comme dans [38]. On notera que l'introduction des non-linéarités relatives à  $\delta$  est intéressante pour des manœuvres à basse vitesse où l'amplitude de cet angle est plus importante. Pour des scénarios de conduite à moyenne et haute vitesse,  $\delta$  est généralement compris entre -5 et 5 degrés. Dans ce cas, l'approximation des petits angles est tout à fait justifiée et la prise en compte des non-linéarités de  $\delta$  n'est pas utile. En résumé, le choix des non-linéarités dépend du champ d'application du modèle. Finalement, les équations des dynamiques de roulis (4.83) et de la direction (4.84) peuvent être réécrites :

- la dynamique de roulis non-linéaire :

$$m_{13}\dot{v}_y + m_{23}\ddot{\psi} + m_{33}\ddot{\phi} + m_{34}\ddot{\delta} = r_{31} \text{sinc}(\phi)\phi + r_{32} \text{sinc}(\delta)\delta + r_{34}v_x\dot{\psi} + r_{36}v_x\dot{\delta} \quad (4.83)$$

- la dynamique de la direction non-linéaire :

$$m_{14}\dot{v}_y + m_{24}\ddot{\psi} + m_{34}\ddot{\phi} + m_{44}\ddot{\delta} = r_{41} \text{sinc}(\phi)\phi + r_{42} \text{sinc}(\delta)\delta + r_{44}v_x\dot{\psi} + r_{45}v_x\dot{\phi} + r_{46}\dot{\delta} + r_{47}F_{yf} + \tau \quad (4.84)$$

avec  $\text{sinc}(x)$  le sinus cardinal de  $x$  défini par :

$$\text{sinc}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\sin(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases} \quad (4.85)$$

Une autre variante pour mieux prédire le comportement non-linéaire du véhicule est d'utiliser un modèle non-linéaire des forces pneumatiques. En utilisant la formule magique de Pacejka, on peut exprimer les forces pneumatiques latérales par :

$$\begin{aligned} F_{yf} &= D_{yf} \sin \left[ C_{\alpha_f} \text{atan} \left( B_{\alpha_f} \alpha_f - E_{\alpha_f} \left[ B_{\alpha_f} \alpha_f - \text{atan}(B_{\alpha_f} \alpha_f) \right] \right) \right] \\ &+ D_{yf} \sin \left[ C_{\gamma_f} \text{atan} \left( B_{\gamma_f} \gamma_f - E_{\gamma_f} \left[ B_{\gamma_f} \gamma_f - \text{atan}(B_{\gamma_f} \gamma_f) \right] \right) \right] \\ F_{yr} &= D_{yr} \sin \left[ C_{\alpha_r} \text{atan} \left( B_{\alpha_r} \alpha_r - E_{\alpha_r} \left[ B_{\alpha_r} \alpha_r - \text{atan}(B_{\alpha_r} \alpha_r) \right] \right) \right] \\ &+ D_{yr} \sin \left[ C_{\gamma_r} \text{atan} \left( B_{\gamma_r} \gamma_r - E_{\gamma_r} \left[ B_{\gamma_r} \gamma_r - \text{atan}(B_{\gamma_r} \gamma_r) \right] \right) \right] \end{aligned} \quad (4.86)$$



Enfin, en jouant sur le choix des expressions des forces pneumatiques latérale  $F_{y_f}$  et  $F_{y_r}$ , il est possible de prendre en compte une partie des couplages entre les dynamiques longitudinale et latérale. Par ailleurs, le couplage des forces pneumatiques longitudinale et verticale peut également être considéré. Le régime d'équilibre des forces latérales dépendra cette fois, des forces longitudinales  $F_x$  (2.17) et des forces verticales. Ces dernières dépendent du transfert de charge dont l'expression est donnée dans (2.15).

## 4.2 Modèle un-corps de la dynamique longitudinale

Cette section du chapitre présente le développement d'un modèle de la dynamique longitudinale en considérant le V2RM et son conducteur comme un unique corps. Les dynamiques de rotation des roues sont considérées mais elles sont assimilées à des masses virtuelles comme pour le modèle deux-corps. Ce modèle a été utilisé pour l'identification de la masse du conducteur lors de la synthèse d'un observateur robuste vis-à-vis d'un conducteur incertain. Ce sujet a été traité dans le chapitre 8.

La démarche étant exactement la même que pour la dérivation du modèle deux-corps, on ne s'attardera pas sur les étapes de calcul. On rappellera ci-dessous les hypothèses nécessaires à la compréhension du modèle et on présentera directement le bilan du modèle un-corps. Néanmoins, le lecteur pourra se référer à la section A.3 de l'annexe A pour plus de détails. Elle explicite la dérivation du modèle. On y retrouve les formules de conversion du modèle huit-corps vers le modèle un-corps, les relations cinématiques, le calcul de la matrice de masse et du vecteur des efforts généralisés. Par ailleurs, quelques alternatives de modélisation sont discutées.

### 4.2.1 Hypothèses

Avant d'introduire le modèle, il est important de rappeler les hypothèses utilisées pour sa dérivation :

- la contribution de la dynamique latérale est nulle,
- les dynamiques des suspensions et de pompage ne sont pas prises en compte,
- le V2RM et son conducteur forme un seul corps de CDG  $G_m$ , ce qui signifie que le motard est rigidement lié au corps principal,
- les pneumatiques sont assimilés à des disques fins et rigides,
- les roues correspondent à des masses virtuelles,  $\mathcal{M}_{R_f} = 0 \text{ kg}$  et  $\mathcal{M}_{R_r} = 0 \text{ kg}$ ,
- les effets aérodynamiques de portance sont négligés ( $F_l = 0 \text{ N}$ ),
- les moments pneumatiques  $M_x$ ,  $M_y$  et  $M_z$  ne sont pas pris en compte,
- la route est plate, pas de dévers ni de pente,
- les mouvements de tangage sont négligés ( $\zeta = 0^\circ$ ).

### 4.2.2 Bilan

Finalement, la considération des hypothèses précédentes nous a permis d'établir un des modèles les plus simples et les plus répandus de la dynamique longitudinale des véhicules terrestres à roues (V4RM, V2RM, etc.). Ce modèle est décrit par les trois équations suivantes :

- la dynamique longitudinale :

$$\mathcal{M}\dot{v}_x = F_{x_f} + F_{x_r} - K_d A_d v_x^2 \quad (4.87)$$

- la dynamique de la roue avant :

$$\mathcal{I}_{y_{R_f}} \ddot{\theta}_f = \tau_{B_f} - F_{x_f} R_f \quad (4.88)$$

- la dynamique de la roue arrière :

$$\mathcal{I}_{y_{R_r}} \ddot{\theta}_r = \tau_D + \tau_{B_r} - F_{x_r} R_r \quad (4.89)$$

Finalement, ce modèle autorise 3 DDL, à savoir la translation longitudinale  $v_x$ , la rotation de la roue avant  $\theta_f$ , celle de la roue arrière  $\theta_r$ . À noter que ce modèle n'est pas spécifique aux V2RM et que le nombre de termes relatifs aux forces pneumatiques  $F_x$  peut varier suivant le type de véhicule. Tel que nous l'avons utilisé, ce modèle un-corps de la dynamique longitudinale ne requiert pas la définition des forces pneumatiques  $F_{x_f}$  et  $F_{x_r}$ . Cependant, l'introduction des expressions des forces pneumatiques et des alternatives de modélisation sont discutées dans la section A.3 de l'annexe A.

### 4.3 Conclusion

Ce chapitre a d'abord abordé la dérivation d'un modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) deux-corps de la dynamique latérale du V2RM. Ce dernier est la base de tous les algorithmes d'observation basés modèle proposés dans la suite de ce manuscrit 5-8. Pour dériver ce modèle, nous avons établi des relations de conversion avec le modèle huit-corps discuté dans le chapitre précédent (chapitre 3). Après avoir clairement défini les hypothèses de modélisation, nous avons réutilisé le principe de Jourdain pour dériver les équations de la dynamique latérale du V2RM. Ensuite, le modèle a été linéarisé autour d'une trajectoire rectiligne d'équilibre en ligne droite. Puis, la nécessité de prendre en compte la dynamique de relaxation des pneumatiques a été prouvée à travers une étude de stabilité et des modes vibratoires. Finalement, des alternatives de modélisation ont été proposées.

Dans un second temps, nous avons présenté un modèle un-corps de la dynamique longitudinale. Ce dernier est utilisé dans une étape préalable d'identification de la masse du conducteur dans le chapitre 8. Le principe de Jourdain a également été utilisé pour dériver les équations de la dynamique du V2RM. Finalement, la prise en compte de certaines hypothèses a permis de simplifier les équations. À noter que ce modèle n'est pas spécifique aux véhicules deux-roues, il est largement démocratisé dans les applications automobiles.

Comparés au modèle huit-corps, ces deux modèles sont beaucoup moins complexes. Bien évidemment, ils ne simulent pas aussi fidèlement le comportement dynamique du V2RM, mais ils sont beaucoup plus adaptés à la synthèse d'algorithmes de commande et d'observation.



# Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté tous les aspects relatifs à la modélisation dynamique du V2RM. Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la modélisation des pneumatiques (chapitre 2). Ces derniers jouent un rôle primordial dans la stabilité du véhicule. C'est d'autant plus vrai pour les V2RM, pour lesquels le moindre défaut d'adhérence conduit souvent à la perte de contrôle du véhicule. C'est pourquoi, il est nécessaire d'apporter une attention particulière à la prise en compte des efforts pneumatiques dans la dérivation des modèles. Nous avons vu que les efforts générés par chacun des deux pneumatiques pouvaient se décomposer en un ensemble de trois forces et de trois moments. Nous avons utilisé la formule magique de Pacejka pour introduire les expressions de ces efforts.

Ensuite, trois modèles de la dynamique du V2RM et de son conducteur ont été introduits :

- un modèle huit-corps complet,
- un modèle deux-corps de la dynamique latérale,
- un modèle un-corps de la dynamique longitudinale

Pour dériver chacun de ces modèles, nous avons utilisé le principe de Jourdain. Dans ce contexte, nous avons établi les relations cinématiques pour chacun des corps du modèle. Puis, à partir de ces expressions, nous avons explicité le calcul de la matrice de masse, et enfin, celui du vecteur des efforts généralisés (non-conservatifs et résiduels).

Après avoir étudié les pneumatiques, nous avons continué par la dérivation d'un modèle du véhicule considérant le V2RM et son conducteur comme un ensemble de huit corps (chapitre 3). Malgré sa forte complexité et ses nombreuses non-linéarités, ce modèle simule très fidèlement le comportement dynamique de l'ensemble V2RM/conducteur. Ses huit corps autorisent pas moins de 16 Degrés De Liberté (DDL). De plus, il prend en compte les couplages entre les dynamiques longitudinales et latérales. Dans les travaux qui suivent, ce modèle a été utilisé indirectement lors des simulations avec le logiciel BikeSim (BS). En effet, BS utilise ce modèle huit-corps dans le "moteur dynamique" des simulations du logiciel. La dérivation de ce modèle permet donc de mieux comprendre le contexte des validations réalisées à l'aide de BS.

Bien que la fidélité du modèle huit-corps discuté ci-dessus soit un vrai atout, ce dernier est beaucoup trop complexe pour la synthèse d'algorithmes de commande et d'observation. C'est pourquoi nous avons proposé la dérivation d'un modèle plus simple, avec seulement deux-corps, pour la modélisation de la dynamique latérale (chapitre 3). Pour ce faire, nous avons établi des relations permettant de convertir certaines grandeurs du modèle huit-corps vers le modèle deux-corps avant d'utiliser le principe de Jourdain. Finalement, nous avons proposé une linéarisation des équations autour d'une trajectoire en ligne droite. Cela nous a permis de retrouver le fameux modèle deux-corps Linéaire à Paramètre Variant (LPV) initialement introduit par Sharp en 1971 [48]. À noter que Sharp a utilisé le formalisme de Lagrange pour dériver son modèle. Ce modèle deux-corps a été utilisé dans tous les algorithmes d'observation basés modèles proposés dans la suite de ce manuscrit (chapitres 5-8). Comme discuté précédemment, nous avons ensuite illustré la nécessité de considérer la modélisation des pneumatiques et notamment la prise en compte

du phénomène de relaxation. Pour ce faire, nous avons étudié la stabilité du modèle deux-corps de la dynamique latérale du V2RM. Dans ce contexte, trois modes vibratoires ont été mis en évidence : le *capsize*, le *weave* et le *wobble*.

Dans un dernier temps, nous avons étudié la synthèse d'un modèle un-corps de la dynamique longitudinale. Ce modèle, très simple, a été utilisé dans une étape d'identification de la masse du conducteur dans le chapitre 8. La dérivation de ce modèle nous a permis d'aborder un sujet important dans la dynamique longitudinale des V2RM, à savoir les transferts de charge. Dans des cas extrêmes, ces phénomènes sont aussi connus sous le nom de *stoppie* ou *wheelie* correspondant respectivement au décollement de la roue arrière ou de la roue avant.

Par ailleurs, même si les modèles un et deux-corps paraissent simples en théorie, la connaissance de leurs paramètres pose de réels problèmes en pratique. En effet, certains de ces paramètres sont accessibles à la mesure alors que d'autres nécessitent le recours à des techniques avancées. Si on prend l'exemple des inerties des différents corps (roues, corps avant, etc.), elles peuvent être estimées grâce à une maquette numérique par Conception Assistée par Ordinateur (CAO). Cette méthode peut s'avérer très laborieuse. Autrement, les techniques d'automatique dites d'identification sont parfaitement adaptées à ce problème. Dans ce contexte, nous avons initié plusieurs travaux sur le sujet notamment dans [79, 80, 81, 82]. Pour aller encore plus loin, nous travaillons actuellement sur des observateurs capables d'estimer les états dynamiques et d'identifier simultanément les paramètres du modèle.

## Deuxième partie

# Observateurs basés modèles pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM



# Introduction

Dans le cadre du développement des *Advanced Driver Assistance Systems* (ADAS), les observateurs se sont avérés être des outils parfaitement adaptés voire incontournables. En effet, une grande partie de ces systèmes utilisent un modèle mathématique du véhicule qui permet de calculer, en temps-réel, des indicateurs de manoeuvrabilité, des indicateurs de danger, des consignes de commande, etc. Ces derniers sont déduits à partir de fonctions de risques et assurent la détection de situations dangereuses. Néanmoins, les algorithmes dissimulés derrière ces fonctions requièrent certaines informations préalables sur la dynamique du véhicule ainsi que son environnement. Autrement dit, ils nécessitent la connaissance d'un ensemble de variables dynamiques pertinentes. Il existe deux solutions pour obtenir ces variables, la plus triviale consiste à utiliser des capteurs physiques appropriés. La seconde, plus sioux, est l'estimation de la variable dynamique en question. Dans ce dernier cas, l'observateur joue un rôle de capteur virtuel qui n'est autre qu'un artefact algorithmique. De plus, comparé à un capteur physique, un observateur ne pose aucun problème d'intégration ou encore de maintenance mécanique. Deux arguments principaux motivent généralement le recours aux outils d'observation, les raisons techniques et celles à caractère économique. En pratique, elles se traduisent respectivement par l'inexistence du capteur adapté ou par un coût important de l'instrument de mesure. On notera cependant que l'utilisation des observateurs n'est possible que sous respect de certaines conditions, on parlera de conditions d'observabilité. En d'autres termes, une combinaison judicieuse de capteurs doit être choisie afin de garantir l'existence mathématique de l'observateur. Il est donc impossible de remplacer l'intégralité des capteurs par des observateurs. Le choix des capteurs est donc une étape importante dans le design d'un observateur, puisque l'équation d'observation du système conditionne directement son existence. De plus, suivant la nature de l'observateur utilisé, le nombre d'états mesurés nécessaires peut être plus ou moins conséquent. Le lecteur pourra se référer à l'annexe B pour plus de détails sur l'observabilité des systèmes linéaires et non-linéaires.

Le développement des systèmes d'aide à la conduite destinés aux V2RM est un vrai challenge avec de multiples enjeux. En effet, ce sont des véhicules bon marché qui impliquent le développement de systèmes à bas coût alors que leur dynamique est complexe avec plusieurs variables pertinentes non-mesurables. Parmi ces états pour lesquels il n'existe pas de capteur, on retrouve typiquement les efforts générés par les pneumatiques ou encore le couple de braquage appliqué par le conducteur sur le guidon. Pour ce dernier, même si un système de jauges de contraintes peut donner une idée du couple appliqué, il est impossible de dissocier la contribution du moment d'auto-alignement de celle du conducteur lui-même sur le mécanisme de direction. Parmi les variables coûteuses à mesurer, on retrouve la vitesse latérale mesurable à l'aide d'un capteur de vision type Correvit ou encore l'angle de roulis du véhicule. Ce dernier implique l'utilisation d'une centrale inertielle aussi appelée *Inertial Measurement Unit* (IMU). Les observateurs s'avèrent donc être des outils à fort potentiel dans le développement des systèmes d'aide à la conduite pour les V2RM.

Dans ce contexte, depuis une dizaine d'années, la communauté scientifique a proposé une



multitude de travaux sur la synthèse d'observateurs destinés à estimer la dynamique du V2RM. Les travaux d'estimation sont souvent dissociés entre ceux abordant l'estimation de la dynamique latérale et ceux traitant de la dynamique longitudinale. Ces derniers n'ont pas suscité autant d'intérêt que l'estimation de la dynamique latérale. Cependant, on peut citer quelques travaux de référence comme [83], où un observateur basé-contrôleur a été proposé pour répondre à la problématique de l'estimation du glissement pour la commande en accélération. Dans [84], l'auteur a proposé un observateur à entrées inconnues pour estimer les forces pneumatiques, les couples de freinage et d'accélération. Dans [85], le même auteur a également introduit un contrôleur permettant d'asservir le glissement longitudinal en freinage. Néanmoins, les résultats de ces travaux sont valables seulement en dynamique longitudinale pure lorsque les sollicitations dynamiques latérales sont nulles ou très faibles.

Bien que l'estimation de la dynamique longitudinale puisse apporter des solutions à des systèmes tels que l'*Anti-lock Braking System* (ABS) ou le *Traction Control System* (TCS), celle de la dynamique latérale est un vrai défi. En effet, les études d'accidentologie des V2RM ont unanimement montré que la majorité des accidents ont lieu en courbe impliquant la dynamique latérale. À cause de certaines dynamiques propres aux V2RM telles que l'amplitude du roulis, l'influence des mouvements du conducteur ou encore les incertitudes paramétriques (masse du conducteur, etc.). Il est nécessaire d'adapter les travaux d'estimation développés pour les V4RM. En effet, même si la nature et la méthodologie de conception de l'observateur peuvent être identiques entre des applications pour V4RM et V2RM, dans le deuxième cas, il est indispensable de prendre en compte les spécificités de la dynamique latérale du V2RM. L'observateur devra donc être conçu à partir du modèle dynamique adéquat et son étude de robustesse devra être adaptée.

Le premier observateur pour l'estimation de l'angle du roulis des V2RM remonte à 2004 dans [86]. Par la suite, les chercheurs ont proposé de nombreuses approches originales pour aborder cette problématique. On cite à titre d'exemple les observateurs basés sur le filtrage par séparation des fréquences [87, 88], le filtrage de Kalman [89, 90], les observateurs Proportionnel Multiple Intégral (PMI) [91, 92] et les observateurs Takagi-Sugeno (TS) [93]. Ces différentes techniques sont développées sous des hypothèses très strictes comme la négligence du mécanisme de direction, du contact pneumatique-chaussée, etc. De plus, ces estimateurs manquent de robustesse vis-à-vis des variations de la vitesse longitudinale. En effet, beaucoup de ces travaux considèrent une vitesse constante ce qui ne reflète absolument pas un cas de conduite usuelle.

Par la suite, l'estimation de l'angle de direction a été traitée dans [94], où un contrôleur basé observateur Linéaire à Paramètres Variant (LPV) a été proposé pour l'asservissement d'un système de direction semi-actif. Bien que la vitesse longitudinale est considérée variable, l'observateur a été synthétisé en supposant un angle de roulis nul. Il n'y a donc aucune garantie de convergence par rapport aux variations de ce dernier. À notre connaissance, l'estimation simultanée de la dynamique latérale, des forces pneumatiques et de la dynamique de direction a été abordée pour la première fois dans [95]. Pour ce faire, l'auteur a utilisé les techniques par mode glissant d'ordre supérieur pour une vitesse longitudinale constante. Il a montré que les performances de l'observateur restaient acceptables dans un intervalle de vitesse restreint (quelques *km/h*) autour de la valeur nominale utilisée pour la synthèse. Encore une fois, cette approche n'est pas vraiment représentative d'un cas de conduite réelle.

Durant ces cinq dernières années, les travaux de thèse de Mr. Dabladji [35] ont largement contribué à enrichir les techniques d'estimation de la dynamique latérale du V2RM. Dans [96], il a proposé un estimateur de la dynamique de direction et du roulis en prenant en compte la variation de la vitesse longitudinale. Néanmoins, la convergence des erreurs d'estimation n'est pas asymptotique mais seulement bornée. Ensuite, dans [97], il a proposé un algorithme de contrôle

---

basé observateur de l'angle de roulis pour un suivi de trajectoire. Dans [98], il a imaginé une combinaison de deux observateurs en cascade pour estimer la dynamique latérale. Le premier observateur est basé sur un modèle dynamique de vision initialement introduit dans [99] pour les V4RM. Quant au second, il repose sur le modèle dynamique deux-corps du V2RM. Cette approche est intéressante et innovante puisqu'elle permet de s'affranchir d'un modèle pneumatique pour estimer les états de la dynamique latérale. De plus, elle permet même de reconstruire les forces pneumatiques sans aucune information sur ces dernières. Elle offre également la possibilité d'estimer le rayon de courbure instantané de la route. Néanmoins, le modèle dynamique de vision utilisé est celui développé pour les V4RM. Il ne prend donc pas en compte les variations de roulis qui sont négligeables pour les V4RM. D'autre part, il n'y a eu aucune validation sur simulateur ou sur des données expérimentales pour confirmer la pertinence de l'algorithme. Pour finir, dans [38], il a introduit une approche par secteurs non-linéaires appliquée à un observateur à entrées inconnues pour l'estimation des états de la dynamique latérale du V2RM. On notera que cette contribution prend en compte les variations de la vitesse longitudinale dans le design de l'observateur.

Dans cette partie on s'intéressera à l'estimation simultanée de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur avec des observateurs synthétisés à partir du modèle deux-corps du V2RM. En effet, la dynamique latérale est un facteur de risque important pour les V2RM. Dans le contexte du développement de système d'aide à la conduite, des algorithmes adéquats pourraient largement prévenir et assister le motard lors de situations à risque. Pour ce faire, trois observateurs sont introduits :

- un Observateur à Entrées Inconnues (OEI),
- un Observateur de Luenberger Non-Linéaire (OLNL),
- un Observateur ALgébrique (OAL).

On rappellera que l'objectif n'est pas que scientifique. Ces estimateurs ont été pensés de telle sorte à répondre à des problématiques techniques concrètes. Ces trois observateurs tiennent compte des contraintes réelles comme les variations de vitesse longitudinale qui sont considérées pendant la synthèse. De plus, ils nécessitent une instrumentation réaliste et "légère". Elle requiert un codeur installé sur le mécanisme de direction, un gyroscope et un accéléromètre. Tout au long de cette partie, on admettra que ces deux derniers sont placés à proximité du Centre De Gravité (CDG) du véhicule.

Dans cette partie, on considérera que les dites mesures sont directement disponibles dans le repère de référence utilisé pour la modélisation dynamique du V2RM. On rappellera que les capteurs fournissent les mesures dans le repère rattaché au véhicule qui est différent du repère de référence. En effet, il est entaché du mouvement de roulis et de tangage. Néanmoins, sous respect de certaines hypothèses, il existe des relations algébriques simples qui permettent de reconstruire les mesures dans le repère de référence en fonction de celles dans le repère des capteurs. Pour toute information supplémentaire, le lecteur pourra se référer à l'annexe D qui explique le changement de repère des mesures.

Rappelons que ces travaux de thèse ont pour objectif de proposer des solutions pour des applications concrètes tenant compte de la réalité physique de la conduite des V2RM. Pour cela, nous avons proposé deux validations pour chaque observateur (sauf pour l'OAL). Dans un premier temps, les observateurs sont validés dans des conditions idéales, sans bruit de mesure ou incertitudes paramétriques. De plus, les validations sont réalisées avec le modèle de synthèse de l'observateur. Ces dernières ont pour objectif de confirmer la conception de l'observateur et de prouver la convergence d'un point de vue théorique. Dans un second temps, une validation beaucoup plus avancée est proposée. Il s'agit, soit d'une validation avec le simulateur BikeSim (BS), soit d'une validation avec des données expérimentales. À noter que beaucoup des observateurs de

la dynamique du V2RM présents dans la littérature présentent d'importantes lacunes en matière de validation expérimentale. En effet, beaucoup de contributions se sont arrêtées à la validation sur le modèle dynamique de synthèse. Or ce dernier est souvent basé sur des hypothèses très simplistes, sur un jeu de paramètres nominaux exactement connus et en présence de capteurs idéaux (non-bruités). Même si les résultats d'une telle validation sont très bons, ils s'avèrent souvent décevants en pratique. Pour aller encore plus loin, nous avons proposé une solution pour prendre en compte une morphologie de conducteur incertain pendant la synthèse d'un observateur. Nous avons aussi étudié la robustesse des observateurs vis-à-vis des bruits de mesure.

Cette partie est organisée de la manière suivante : un premier chapitre présente la synthèse de l'observateur à entrées inconnues. Un second chapitre aborde la synthèse de l'observateur de Luenberger non-linéaire. Alors que la synthèse de l'observateur algébrique est introduite dans un troisième chapitre. Puis, dans un quatrième chapitre, une méthode originale pour concevoir un observateur robuste vis-à-vis d'un conducteur incertain est présentée. Enfin, cette deuxième partie se termine par une conclusion qui reprend les notions importantes sur les observateurs développés. Chacun de ces chapitres est construit selon une trame quasi-identique. Une première section introduit les prérequis théoriques, une deuxième aborde la formulation du problème. En d'autres termes, les manipulations nécessaires pour réécrire une représentation d'état propice à la synthèse de l'observateur. La suivante traite de la synthèse de l'observateur en question. Une quatrième section présente les résultats de validation de l'observateur. Une première validation théorique sur le modèle deux-corps est discutée avant une seconde beaucoup plus réaliste. Pour finir, quelques remarques générales concluent chaque chapitre.

# Chapitre 5

## Observateur à entrées inconnues

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Prérequis</b>	<b>140</b>
<b>5.2</b>	<b>Formulation du problème</b>	<b>142</b>
<b>5.3</b>	<b>Synthèse de l'observateur</b>	<b>143</b>
5.3.1	Mise en équation	143
5.3.2	Algorithme de synthèse	146
<b>5.4</b>	<b>Validation de l'observateur</b>	<b>147</b>
5.4.1	Validation théorique sur le modèle de synthèse	147
5.4.2	Validation expérimentale	151
<b>5.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>155</b>

---

Ce chapitre aborde la synthèse d'un Observateur à Entrées Inconnues (OEI) pour l'estimation simultanée de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur. Les aspects théoriques de cette idée ont fait l'objet d'une publication dans [100] alors que la validation pratique a été publiée dans [101]. Cet observateur répond à une problématique technique importante dans l'estimation de la dynamique latérale du V2RM. En effet, comme discuté dans l'introduction, certains états dynamiques ne sont pas mesurables ou les capteurs permettant d'obtenir la mesure sont trop onéreux. Même sans information préalable sur ces états, l'OEI présenté plus loin permet d'estimer le reste des états dynamiques non-mesurés sous le respect de certaines conditions. De plus, en utilisant des outils telles que les techniques de différenciation, il est possible de reconstruire les Entrées Inconnues (EI) à partir de l'estimation de la dérivée des mesures et des états dynamiques estimés. La contribution majeure de cet observateur appliqué au cas du V2RM est la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation indépendamment des variations de la vitesse longitudinale.

Ce chapitre est divisé de la manière suivante. Dans une première section, on présentera très succinctement quelques références historiques sur la thématique des OEI. Dans cette même section, on introduira les bases de la synthèse d'un OEI pour un système Linéaire à Temps Invariant (LTI). Dans la section suivante, on discutera l'équation d'observation et on reformulera le modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) de la dynamique latérale du V2RM pour le rendre observable. Dans la troisième section, on abordera la synthèse de l'OEI appliqué à l'estimation de la dynamique latérale du V2RM. Ensuite, dans une avant-dernière section, on discutera les résultats de simulation. Il s'agit de valider la synthèse théorique de l'OEI en testant ce dernier sur le modèle utilisé pour la conception de l'observateur. Ensuite, l'OEI sera testé de manière "hors-ligne" sur des données expérimentales obtenues lors d'une campagne d'essais sur le V2RM du laboratoire. Finalement, une conclusion terminera ce chapitre.

## 5.1 Prérequis

Dans la communauté automatique, les OEI ont suscité un fort intérêt depuis plus de quarante ans. Ces outils sont très pratiques puisqu'ils permettent d'estimer certains états dynamiques d'un système en présence de dynamiques ou d'entrées inconnues. Ces dernières peuvent provenir de multiples sources telles que les défauts des capteurs, les incertitudes de modélisation, etc. Les OEI s'avèrent donc être parfaitement adaptés à la réalité de la physique qui n'est jamais parfaite. Dans un premier temps, les chercheurs ont développé ces observateurs pour des systèmes LTI. Puis, les progrès dans le domaine de l'automatique ont permis d'étendre le champ d'application des OEI aux systèmes non-linéaires.

De manière générale, deux approches sont possibles pour la synthèse des OEI :

- une première, suppose une connaissance *a priori* d'information sur les EI. Le vecteur d'état et les EI sont regroupés pour former un vecteur d'état augmenté. L'observateur est alors chargé d'estimer ce nouveau vecteur. On notera que cette approche est utilisée dans le chapitre suivant avec la synthèse d'un observateur de Luenberger non-linéaire.
- une seconde, basée sur le découplage des EI dans les équations dynamiques du système. L'avantage du découplage est qu'il ne nécessite aucune information préalable sur les EI pour estimer les autres états du système. De plus, les EI peuvent être reconstruites à partir de la dynamique de l'équation d'observation. Autrement dit, il est possible d'exprimer les EI en fonction de la dérivée des mesures et des états estimés.

Indépendamment de l'approche choisie, on distingue deux catégories d'OEI, ceux d'ordre plein et ceux d'ordre réduit. Les OEI d'ordre plein estiment l'intégralité des états dynamiques du système alors que ceux d'ordre réduit réalisent l'estimation d'un ou plusieurs états dynamiques prédéfinis.

Parmi les contributions les plus significatives sur cette thématique, on peut citer les travaux suivants dans l'ordre chronologique [102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109]. La référence [110] est également intéressante puisque l'auteur a proposé une extension des OEI aux systèmes LPV. On notera que ce chapitre est inspiré de ce travail purement théorique pour l'appliquer à l'estimation de la dynamique latérale du V2RM.

La fin de cette section a pour objectif de rappeler au lecteur quelques notions nécessaires à la compréhension de la synthèse d'un OEI pour un système LTI.

Soit le système LTI décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu + Dd \\ y &= Cx \end{cases} \quad (5.1)$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état du système,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  le vecteur des commandes,  $d \in \mathbb{R}^{n_d}$  le vecteur des EI et  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$  le vecteur des mesures. Les termes  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont respectivement les matrices d'état, de commande et d'observation. Elles sont connues et dimensionnées de manière appropriée.  $D$ , est la matrice des EI qui est supposée être de plein rang colonne, autrement dit  $\text{rang}(D) = n_d$  avec  $n_d$  le nombre d'EI.

Dans [111], une des formulations les plus répandues de l'OEI a été introduite avec le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{z} &= Nz + Gu + Ly \\ \hat{x} &= z - Hy \end{cases} \quad (5.2)$$

où  $z \in \mathbb{R}^i$  est un vecteur contenant la dynamique de l'observateur, il n'a pas de sens physique. On remarquera que dans le cas d'un OEI d'ordre plein  $i = n$ , alors que pour un ordre réduit  $i < n$ . Le

vecteur des états dynamiques estimés est noté  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ .  $N$ ,  $G$ ,  $L$  et  $H$  sont les matrices de l'OEI dont les dimensions sont compatibles. L'enjeu avec cette formulation de l'OEI est de trouver une combinaison de ces quatre matrices, sous certaines conditions, assurant une convergence asymptotique de l'erreur d'estimation vers zéro.

En utilisant la définition de l'erreur d'estimation et les équations (5.2), on peut écrire :

$$\begin{aligned} e &= \hat{x} - x \\ &= z - Hy - x \\ &= z - (I_n + HC)x \\ &= z - Px \end{aligned} \quad (5.3)$$

avec  $P = I_n + HC$  et  $I_n$  la matrice identité de dimension  $n$ .

Ensuite, la dynamique de l'erreur d'estimation  $\dot{e}$  est obtenue par simple dérivation de (5.3). Il vient :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{z} - P\dot{x} \\ &= Nz + Gu + Ly - PAx - PBu - PDd \\ &= Ne + (NP - PA + LC)x + (D - PB)u - PDd \end{aligned} \quad (5.4)$$

L'équation (5.4) permet également d'identifier les quatre conditions nécessaires à la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation. Ces dernières sont données par :

1.  $N$  doit être une matrice de Hurwitz (voir la définition 1)
  2.  $PD = (I_n + HC)D = 0$
  3.  $D = PB = (I_n + HC)B$
  4.  $NP - PA + LC = 0$
- (5.5)

Il vient alors deux conditions d'existence de l'observateur (5.2) [106]. Elles sont données par :

1.  $\text{rang}(CD) = n_d$
  2.  $\text{rang} \begin{pmatrix} sI_n - A & D \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + n_d, \quad \forall s \in \mathbb{C} \text{ et } \text{Re}(s) \geq 0$
- (5.6)

avec  $s$  les valeurs propres de la matrice  $A$ . Cette dernière équation impose implicitement que le nombre de mesures doive être supérieur ou égale au nombre d'EI, en d'autres termes  $n_y \geq n_d$ .

En considérant que les deux conditions d'existence de l'OEI soient vérifiées et que les matrices  $N$ ,  $G$ ,  $L$  et  $H$  vérifient les équations matricielles (5.5), alors la dynamique de l'erreur d'estimation se réduit à :

$$\dot{e} = Ne \quad (5.7)$$

Maintenant, si on s'intéresse plus particulièrement à l'équation de la quatrième condition de (5.5). Alors, elle peut être transformée comme suit :

$$\begin{aligned} NP + LC - PA &= 0 \\ N(I_n + HC) + LC - PA &= 0 \\ N + (NH + L)C - PA &= 0 \\ N + KC - PA &= 0 \end{aligned} \quad (5.8)$$

Finalement, on obtient :

$$N = PA - KC \quad (5.9)$$

avec  $K = NH + L$ .

Le problème de synthèse de l'OEI se résume donc à trouver une matrice  $H$  satisfaisant les quatre conditions de convergence (5.5) et les deux conditions d'existence (5.6) et un vecteur  $K$  de telle sorte que la matrice  $PA - KC$  soit une matrice de Hurwitz. En d'autres termes,  $H$  et  $K$  existent respectivement si  $\text{rang}(CD) = \text{rang}(D)$  et si le système (5.1) est détectable.

## 5.2 Formulation du problème

Dans la suite de ce chapitre, on admettra que le véhicule est équipé de seulement deux capteurs basiques :

- un codeur sur le mécanisme de direction fournissant une mesure de l'angle  $\delta$ ,
- un gyroscope mesurant les vitesses de lacet et de roulis respectivement notées  $\dot{\psi}$  et  $\dot{\phi}$ .

En considérant les mesures citées ci-dessus, le vecteur des mesures est donné par :

$$y = [\delta, \dot{\psi}, \dot{\phi}]^T \quad (5.10)$$

Aussi, on supposera que le paramètre variant  $v_x$  est mesuré. En effet, pour tout véhicule routier homologué, la réglementation impose un dispositif permettant la mesure de la vitesse. On admettra que cette mesure est disponible et pourra être utilisée dans les algorithmes.

Avant de commencer la synthèse de l'OEI pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM, il est nécessaire de procéder à quelques manipulations algébriques dans la définition des équations du modèle. Dans la représentation d'état (4.80), l'entrée de commande, à savoir le couple de braquage  $\tau$  n'est pas mesurable, c'est donc une première EI. D'après la définition 5, le triplet  $(A, B, C)$  de la représentation (4.80)

Tel qu'il est donné dans la représentation (4.80), le système n'est pas observable ni même détectable pour certaines valeurs de vitesse  $v_x$ .

Pour satisfaire les conditions d'observabilité indépendamment des valeurs possibles de  $v_x$ , il est nécessaire d'arranger le système de telle sorte que le roulis apparaisse comme une EI. De plus, n'ayant aucun moyen de mesurer le couple de braquage, ce dernier est considéré comme une seconde EI. Finalement, la représentation d'état, sous forme d'un système LPV, utilisée pour la synthèse de l'OEI est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} &= \tilde{A}(v_x)\tilde{x} + \tilde{D}(v_x)\tilde{d} \\ \tilde{y} &= \tilde{C}\tilde{x} \end{cases} \quad (5.11)$$

avec  $\tilde{x} = [\delta, v_y, \dot{\psi}, \dot{\phi}, \dot{\delta}, F_{y_f}, F_{y_r}]^T$  le nouveau vecteur d'état. On rappellera que  $\delta$  est l'angle de direction,  $\psi$  l'angle de lacet et  $v_y$  la vitesse latérale. Tandis que  $\tau$  désigne le couple appliqué par le conducteur sur le guidon,  $F_{y_f}$  et  $F_{y_r}$  sont les forces latérales générées respectivement par les pneumatiques avant et arrière. Le terme  $\tilde{d}$  correspond au vecteur des EI défini par  $\tilde{d} = [\tau, \phi]^T$ . Les termes  $\tilde{A}(v_x)$ ,  $\tilde{C}$  et  $\tilde{D}(v_x)$  désignent respectivement les matrices d'état, d'observation et des EI. On remarquera que seule la matrice d'observation est indépendante du paramètre variant  $v_x$ .

La matrice  $\tilde{A}(v_x)$  peut aisément être déduite à partir de (4.81) en supprimant la colonne et la ligne relative à l'état dynamique  $\phi$ . Quant à la matrice  $\tilde{D}(v_x)$ , elle est construite à partir du vecteur de commande  $B$  et de la colonne préalablement ôtée de  $\tilde{A}(v_x)$ . En d'autres termes :

$$\begin{aligned} \tilde{A}(v_x) &= [a_{ij}(v_x)]_{2 \leq i \leq 8, 2 \leq j \leq 8} \\ \tilde{D}(v_x) &= [b_i \ a_{ij}(v_x)]_{2 \leq i \leq 8, j=1} \end{aligned} \quad (5.12)$$

avec  $a_{ij}(v_x)$  et  $b_i$  désignant respectivement les termes de la matrice d'état  $A(v_x)$  et du vecteur de commande  $B$  donnés dans l'expression du modèle deux-corps (4.80).

Ces trois mesures suffisent à satisfaire les conditions d'observabilité du système et assurent le découplage des EI (le roulis  $\phi$  et le couple de braquage  $\tau$ ) des autres états dynamiques du système. Il est important de rappeler qu'une des premières conditions régissant l'existence de l'OEI est vérifiée, à savoir un nombre de mesures supérieur à celui des EI ( $n_y \geq n_d$ ). En effet, nous disposons de trois mesures alors qu'il y a seulement deux EI. On rappellera que l'hypothèse précédente,  $v_{x_{min}} \leq v_x \leq v_{x_{max}}$  avec  $v_{x_{min}} > 0$ , permet de satisfaire la condition de rang pour toutes les valeurs de vitesse dans l'intervalle.

## 5.3 Synthèse de l'observateur

### 5.3.1 Mise en équation

Cette section présente la synthèse de l'OEI pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur.

On rappellera que la représentation d'état LPV qui décrit la dynamique latérale du V2RM s'écrit comme :

$$\begin{cases} \dot{x} &= A(v_x)x + D(v_x)d \\ y &= Cx \end{cases} \quad (5.13)$$

Ce système est identique à celui introduit dans (5.11), mais par simplicité de notation on considère les équivalences d'écriture  $\mathbf{X} = \tilde{\mathbf{X}}$  pour les matrices  $A(v_x)$ ,  $C$ ,  $D(v_x)$  et  $\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}}$  pour les vecteurs  $d$ ,  $x$  et  $y$ . On rappellera que  $A(v_x)$  et  $D(v_x)$  données dans (5.13) sont calculées à partir de (5.12) et sont respectivement de dimension  $[7 \times 7]$  et  $[7 \times 2]$ . Tandis que  $C$  est une matrice facilement identifiable à partir de l'équation d'observation  $y = Cx$ . Elle est donnée par :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

Comme  $v_x$  est naturellement bornée et continue, alors sa première dérivée notée  $\dot{v}_x$  existe et elle est aussi bornée. Pour la suite, on considérera les notations  $v_x \in \mathbf{V}_x$  et  $\dot{v}_x \in \dot{\mathbf{V}}_x$  avec  $\mathbf{V}_x = [v_{x_{min}}, v_{x_{max}}]$  et  $\dot{\mathbf{V}}_x = [\dot{v}_{x_{min}}, \dot{v}_{x_{max}}]$ . On remarquera que dans un cas où les dynamiques longitudinale et latérale sont couplées, l'accélération longitudinale  $a_x$  n'est pas directement égale à la dérivée de la vitesse longitudinale  $v_x$ .

D'après (5.2) et [110], une expression de l'OEI pour le système LPV (5.13) est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{z} &= N(\dot{v}_x, v_x)z + L(\dot{v}_x, v_x)y \\ \hat{x} &= z - H(v_x)y \end{cases} \quad (5.15)$$

On remarquera que les matrices  $N(\dot{v}_x, v_x)$ ,  $L(\dot{v}_x, v_x)$  et  $H(v_x)$  dépendent de la vitesse longitudinale  $v_x$  et de sa dérivée  $\dot{v}_x$ . Le fait que  $H(v_x)$  dépende de  $v_x$  est vital, dans le cas échéant, pour  $H$  constant, la condition de découplage n'est pas toujours vérifiée. Le terme  $\hat{x}$  désigne le vecteur des états estimés de la dynamique latérale du V2RM. De plus, il n'y a aucun terme relatif à une entrée de commande car cette dernière est incluse dans le vecteur des EI. On rappellera que la mesure de  $v_x$  est considérée comme disponible alors que celle de  $\dot{v}_x$  peut être approximée soit en utilisant un accéléromètre, soit en utilisant un différenciateur. Pour ce dernier, l'estimation de  $\dot{v}_x$



est exacte avec un capteur de vitesse parfait et bornée en présence de bruits sur la mesure de  $v_x$ . Afin de minimiser le nombre de capteurs, nous avons privilégié le recours à un différenciateur.

En réutilisant exactement le même développement que celui proposé dans les équations (5.4), on obtient l'expression de l'erreur d'estimation suivante :

$$e = P(v_x)x - z \quad (5.16)$$

avec  $P(v_x) = I_7 + H(v_x)C$ . À noter qu'ici,  $I_7$  est la matrice identité de dimension 7.

C'est à partir de cette étape que la synthèse de l'OEI pour les systèmes LPV diffère de celle appliquée aux systèmes LTI ou aux systèmes LPV admettant une matrice  $H$  constante.

La dynamique de l'erreur d'estimation est directement obtenue en dérivant l'équation (5.16) :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= P(v_x)\dot{x} + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x)x - \dot{z} \\ &= N(\dot{v}_x, v_x)e + [P(v_x)A(v_x) + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x) - L(\dot{v}_x, v_x)C \\ &\quad - N(\dot{v}_x, v_x)P(v_x)]x + P(v_x)D(v_x)d \end{aligned} \quad (5.17)$$

On peut remarquer que comparé à l'expression de la dynamique de l'erreur d'estimation pour un système LTI donnée dans (5.4), la présence du paramètre variant  $v_x$  génère un nouveau terme  $\dot{P}(\dot{v}_x, v_x)$ .

Finalement, les conditions d'existence de l'OEI sont similaires à (5.6), à la différence qu'elles doivent être vérifiées  $\forall v_x \in \mathbf{V}_x$ . Néanmoins, les nouvelles conditions de convergence de l'erreur d'estimation  $\forall v_x \in \mathbf{V}_x$  et  $\forall \dot{v}_x \in \dot{\mathbf{V}}_x$  sont données par :

1.  $N(\dot{v}_x, v_x)$  doit être Hurwitz (voir la définition 1)
  2.  $P(v_x)A(v_x) + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x) - L(\dot{v}_x, v_x)C - N(\dot{v}_x, v_x)P(v_x) = 0$
  3.  $P(v_x)D(v_x) = 0$
- (5.18)

Sous respect de ces conditions, l'OEI (5.15) existe et l'erreur d'estimation  $e$  converge asymptotiquement vers zéro. L'expression de sa dynamique peut alors s'écrire :

$$\dot{e} = N(\dot{v}_x, v_x)e \quad (5.19)$$

Sachant que  $P(v_x) = I_7 + H(v_x)C$ , l'équation de la troisième condition de (5.18) peut être réécrite de telle sorte que :

$$H(v_x)CD(v_x) = -D(v_x) \quad (5.20)$$

Une solution à cette équation existe si et seulement si  $\text{rang}(CD(v_x)) = \text{rang}(D(v_x))$ ,  $\forall v_x \in \mathbf{V}_x$ , ce qui justifie la première condition d'existence (5.6). Sous respect de cette condition  $H(v_x)$  peut être calculé par :

$$H(v_x) = -D(v_x) (CD(v_x))^T \left[ CD(v_x) (CD(v_x))^T \right]^{-1} \quad (5.21)$$

La matrice  $P(v_x)$  peut facilement être déduite de l'équation précédente telle que :

$$P(v_x) = I_7 + H(v_x)C \quad (5.22)$$

De manière similaire aux équations (5.8)-(5.9), la deuxième condition de (5.18) permet d'aboutir à :

$$N(\dot{v}_x, v_x) = P(v_x)A(v_x) + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x) - K(\dot{v}_x, v_x)C \quad (5.23)$$

avec  $K(\dot{v}_x, v_x) = L(\dot{v}_x, v_x) + N(\dot{v}_x, v_x)H(v_x)$ .

Ensuite, l'expression de la dynamique de l'erreur d'estimation (5.19) devient :

$$\dot{e} = \left( P(v_x)A(v_x) + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x) - K(\dot{v}_x, v_x)C \right) e \quad (5.24)$$

Finalement, l'objectif est de trouver une matrice de gain  $K(\dot{v}_x, v_x)$  de telle sorte que  $N(\dot{v}_x, v_x)$  soit stable et assure la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation vers zéro. Pour ce faire, la théorie de Lyapunov et l'approche polytopique sont utilisées pour adresser l'étude de stabilité de l'erreur comme dans [112] ou [110]. On rappellera que la vitesse longitudinale  $v_x$  est considérée strictement positive. De plus, comme  $v_x$  et sa dérivée  $\dot{v}_x$  sont naturellement bornées. Alors, la matrice  $P(v_x)A(v_x) + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x)$  peut être exprimée sous forme TS en utilisant l'approche par secteurs non-linéaires [113]. Elle permet d'écrire :

$$P(v_x)A(v_x) + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x) = \sum_{i=1}^4 h_i(\dot{v}_x, v_x) \mathcal{A}_i \quad (5.25)$$

avec  $\mathcal{A}_i$  les matrices constantes associées aux sous-modèles linéaires. Le nombre de sous-modèles ( $r = 4$ ) est directement déduit depuis l'expression  $r = 2^n$  avec  $n = 2$  le nombre de non-linéarités. En effet, les deux paramètres variants  $v_x$  et  $\dot{v}_x$  sont assimilés à deux non-linéarités dans notre cas. Quant aux variables  $h_i(\cdot)$  désignent les fonctions d'activation. On admettra qu'elles vérifient la propriété de la somme convexe présenté dans la section C.1 de l'annexe C.

Parallèlement, la matrice  $K(\dot{v}_x, v_x)$  est également transformée sous forme polytopique telle que :

$$K(\dot{v}_x, v_x) = \sum_{i=1}^4 h_i(\dot{v}_x, v_x) K_i \quad (5.26)$$

À ce stade, avec les équations (5.25) et (5.26), nous pouvons exprimer la dynamique de l'erreur d'estimation également sous forme polytopique. Il vient :

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^4 h_i(\dot{v}_x, v_x) (\mathcal{A}_i - K_i C) e \quad (5.27)$$

Pour l'analyse de stabilité de la dynamique de l'erreur, posons la fonction de Lyapunov quadratique suivante :

$$V = e^T X e \quad (5.28)$$

avec  $X$  une matrice symétrique définie positive telle que  $X = X^T > 0$ .

En développant l'expression de sa dérivée temporelle notée  $\dot{V}$  et en combinant avec celle de la dynamique de l'erreur sous forme polytopique (5.27), alors on obtient la relation :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}^T X e + e^T X \dot{e} \\ &= \left( \sum_{i=1}^4 h_i(\dot{v}_x, v_x) e^T (\mathcal{A}_i^T - C^T K_i^T) \right) X e + e^T X \left( \sum_{i=1}^4 h_i(\dot{v}_x, v_x) (\mathcal{A}_i - K_i C) e \right) \\ &= \sum_{i=1}^4 h_i(\dot{v}_x, v_x) e^T (\mathcal{A}_i^T X + X \mathcal{A}_i - X K_i C - C^T K_i^T X) e \end{aligned} \quad (5.29)$$

Comme les fonctions d'activation  $h_i(\cdot)$  vérifient la propriété de la somme convexe, des conditions suffisantes assurant  $\dot{V} < 0$  sont données par :

$$\mathcal{A}_i^T X + X \mathcal{A}_i - X K_i C - C^T K_i^T X < 0, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.30)$$

Finalement, le changement de variable  $\mathcal{K}_i = X\mathcal{K}_i$  permet d'obtenir un problème sous forme d'inégalité matricielle linéaire, aussi connue sous le nom de *Linear Matrix Inequalities* (LMI). Il vient :

$$\mathcal{A}_i^T X + X\mathcal{A}_i - \mathcal{K}_i C - C^T \mathcal{K}_i^T < 0, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.31)$$

Une fois les LMI résolues, la matrice de gain de l'observateur  $K(\dot{v}_x, v_x)$  est reconstruite avec la relation :

$$K(\dot{v}_x, v_x) = \sum_{i=1}^4 h_i(\dot{v}_x, v_x) X^{-1} \mathcal{K}_i \quad (5.32)$$

Pour finir, les matrices  $N(\dot{v}_x, v_x)$ ,  $L(\dot{v}_x, v_x)$  et  $H(v_x)$  de l'OEI sont calculées comme suit :

- $H(v_x)$  est calculée à partir de (5.21),
- $N(\dot{v}_x, v_x)$  est calculée à partir de la relation :  $N(\dot{v}_x, v_x) = P(v_x)A(v_x) + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x) - K(\dot{v}_x, v_x)C$ ,
- $L(\dot{v}_x, v_x)$  est calculée à partir de la relation :  $L(\dot{v}_x, v_x) = K(\dot{v}_x, v_x) - N(\dot{v}_x, v_x)H(v_x)$ .

Les équations (5.31)-(5.32) concluent la synthèse de l'OEI pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur.

Le processus est résumé dans le paragraphe suivant. Le lecteur pourra s'y référer pour toute question relative à la méthodologie et à la chronologie dans la synthèse de l'observateur. On rappellera que la démarche présentée ci-dessus repose sur le découplage entre les EI et les autres états dynamiques mesurés et à estimer. Nous n'avons donc aucune connaissance sur les variations des EI, qui sont l'angle de roulis  $\phi$  et le couple de braquage  $\tau$ . Or ces deux variables sont des indicateurs indispensables dans l'analyse de la dynamique latérale du V2RM. Néanmoins, il est possible de les reconstruire en passant par une inversion de modèle couplée à l'utilisation des outils récents de différenciation. Ainsi, les EI peuvent être exprimées algébriquement en fonction des états dynamiques estimés, mesurés et de la dérivée des mesures [114, 115]. Dans notre cas, les techniques de différenciation permettent d'estimer les dérivées temporelles successives des mesures. En théorie,  $\dot{y}$  peut être obtenue directement par dérivation des sorties. Cependant, en présence de bruits de mesure, ce qui est toujours vrai dans un cas pratique, ces derniers sont amplifiés lorsque le signal est dérivé.

En dérivant l'équation d'observation (5.11), il vient :

$$\begin{aligned} \dot{y} &= C\dot{x} \\ &= CA(v_x)x + CD(v_x)d \end{aligned} \quad (5.33)$$

Toujours sous l'hypothèse que  $\text{rang}(CD(v_x)) = \text{rang}(D(v_x))$ ,  $\forall v_x \in \mathbf{V}_x$ . Alors, les EI peuvent être algébriquement reconstruites par :

$$\hat{d} = (CD(v_x))^- \left[ \dot{y} - CA(v_x)\hat{x} \right] \quad (5.34)$$

avec  $(CD(v_x))^-$  désignant la pseudo-inverse de la matrice  $CD(v_x)$ .

### 5.3.2 Algorithme de synthèse

La synthèse de l'OEI et la reconstruction des EI suit les étapes suivantes :

1. Calculer la matrice  $H(v_x)$  avec l'équation (5.21) (sous respect de la condition  $\text{rang}(CD(v_x)) = \text{rang}(D(v_x))$ ,  $\forall v_x \in \mathbf{V}_x$ ).

2. Calculer la matrice  $P(v_x)$  avec l'équation (5.22).
3. Calculer la matrice  $\dot{P}(\dot{v}_x, v_x)$  et déduire  $P(v_x)A(v_x) + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x)$  sous forme TS à partir de l'équation (5.25).
4. Exprimer la matrice  $K(\dot{v}_x, v_x)$  sous forme polytopique comme dans (5.26).
5. Résoudre les LMI données par l'équation (5.31) et calculer les  $K_i = X^{-1}\mathcal{K}_i$  qui permettent de reconstruire  $K(\dot{v}_x, v_x)$  (la condition nécessaire pour l'existence d'une solution au problème LMI est au minimum la détectabilité de la paire  $(P(v_x)A(v_x) + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x), C) \forall v_x \in \mathbf{V}_x$  et  $\forall \dot{v}_x \in \dot{\mathbf{V}}_x$ ).
6. Déduire  $N(\dot{v}_x, v_x) = P(v_x)A(v_x) + \dot{P}(\dot{v}_x, v_x) - K(\dot{v}_x, v_x)C$  et  $L(\dot{v}_x, v_x) = K(\dot{v}_x, v_x) - N(\dot{v}_x, v_x)H(v_x)$ .
7. Synthétiser un différenciateur pour estimer la dérivée du vecteur des mesures  $\dot{y}$ .
8. Déduire la reconstruction des EI à partir de l'équation (5.34).

On pourra conclure ce résumé de la synthèse de l'OEI par une remarque importante. On peut constater que l'approche utilisée offre une certaine flexibilité pendant la synthèse. En effet, reporter la transformation sous forme polytopique juste après l'obtention des conditions de stabilité (calcul des LMI) permet de conserver une formulation générale du problème.

## 5.4 Validation de l'observateur

### 5.4.1 Validation théorique sur le modèle de synthèse

Dans cette sous-section l'OEI est testé pendant un scénario de conduite simulé sur le modèle de synthèse deux-corps (4.80). L'objectif est de valider théoriquement la synthèse de l'OEI et sa contribution principale, à savoir la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation indépendamment des variations de vitesse longitudinale  $v_x$ . De plus, cette simulation permet de valider l'approche pour la reconstruction des EI. À noter qu'une validation expérimentale est présentée dans le paragraphe suivant.

Bien que cette validation soit plus théorique que pratique, nous avons tout de même souhaité être cohérent par rapport à un cas de conduite réelle. Le scénario retenu est bien connu sous le nom de Double Changements de Ligne (DCL) ou par le standard ISO 3888-1. Il existe de nombreuses variantes de DCL qui dépendent principalement de la vitesse d'exécution et de l'amplitude de la déviation latérale. Un scénario possible de DCL est présenté dans la figure 5.1. Cette dernière introduit la trajectoire du V2RM avec un déplacement latéral de 2 mètres et une vitesse  $v_x$  passant de 50 à 100 *km/h*. Il est important de remarquer que l'accélération est simultanée avec la déviation latérale. Le DCL est un scénario de référence dans le design des STI puisqu'il représente une manœuvre d'évitement d'obstacle ou bien de dépassement. Ces deux situations sont bien connues comme étant à risque.

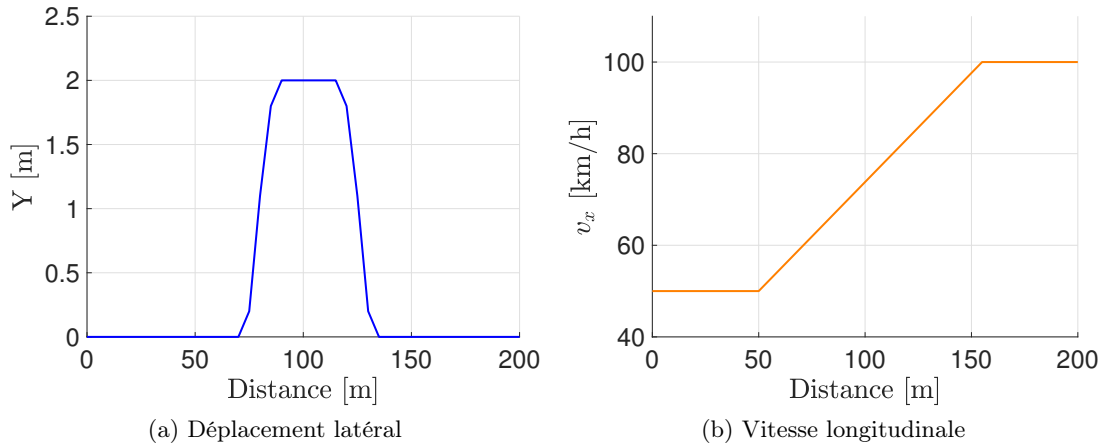


FIGURE 5.1 – Consignes pour un scénario de double changement de ligne

Ensuite, dans une étape préliminaire, nous avons utilisé le simulateur BikeSim (BS) dédié aux V2RM pour générer des entrées de simulation aussi fidèles que possibles à la réalité. Rappelons que les deux entrées du modèle (4.80) sont le paramètre variant et l'entrée de commande qui sont respectivement la vitesse longitudinale  $v_x$  et le couple de braquage  $\tau$ . À partir des informations sur la trajectoire et la vitesse de consigne présentées dans la figure 5.1, BS a permis de générer le couple de braquage et la vitesse longitudinale après avoir simulé le contrôle du conducteur. La figure 5.2 présente les variables issues de BS utilisées comme entrées pour la validation de l'OEI.

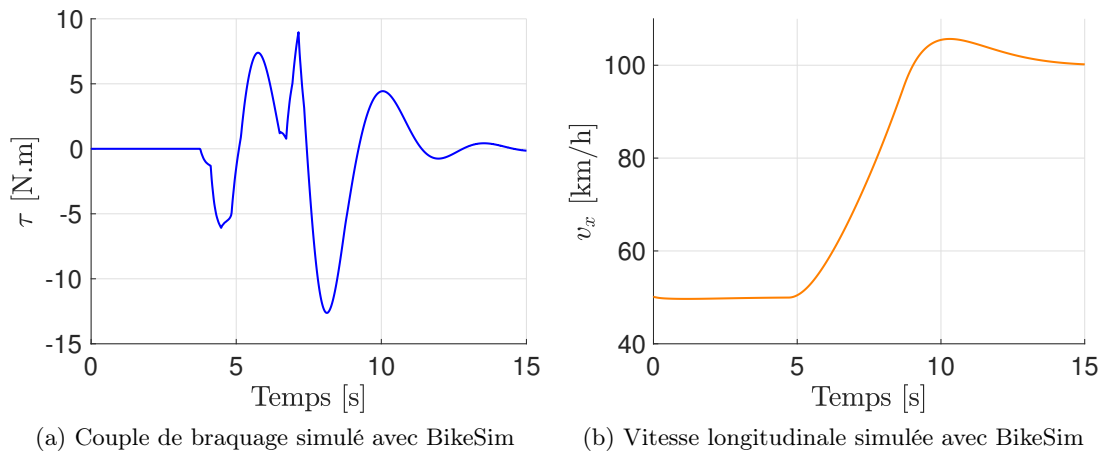


FIGURE 5.2 – Entrées de commande pour un scénario de double changement de ligne simulé avec BikeSim

La figure 5.3 présente la trajectoire du V2RM simulée avec BS pour les entrées de commande ci-dessus. On peut remarquer que la trajectoire et la vitesse sont différentes de celles de la figure 5.1 avec notamment un phénomène de dépassement. En effet, les entrées de commande de la figure 5.1 ne tenaient pas compte de l'action du conducteur.

Comme discuté précédemment, pour assurer l'observabilité du modèle (5.11) et satisfaire les conditions d'existence de l'OEI, on considère que l'angle de braquage  $\delta$  est mesuré par un codeur. Tandis que la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$  et la vitesse de roulis  $\dot{\phi}$  sont données par un gyroscope.

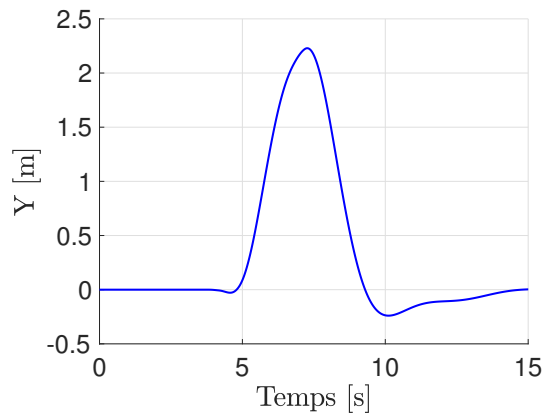


FIGURE 5.3 – Trajectoire pour un scénario de double changement de ligne simulé avec BikeSim

On rappellera que la mesure de la vitesse longitudinale  $v_x$  est également considérée comme disponible. Pour le scénario de DCL présenté dans les figures 5.2-5.3, l'évolution des mesures associées est illustrée dans la figure 5.4.

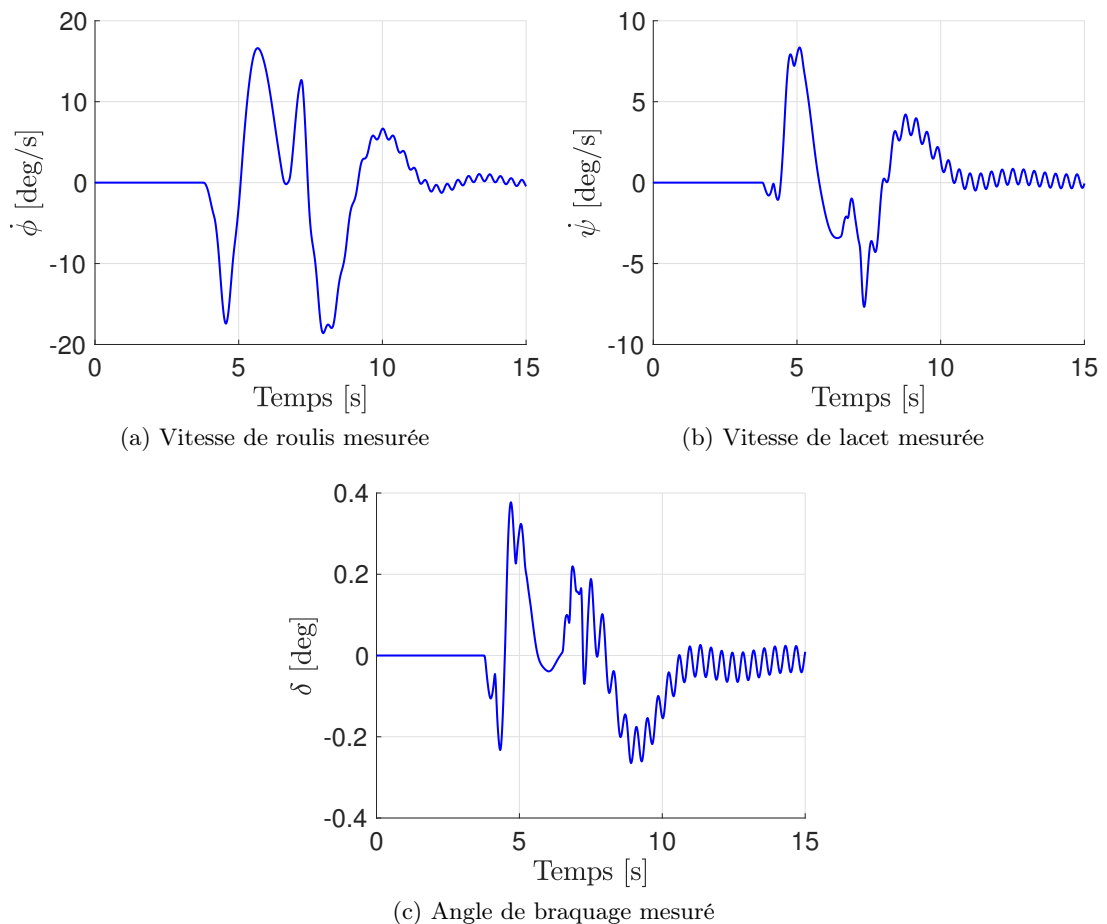


FIGURE 5.4 – États dynamiques mesurés pendant le scénario de double changement de ligne

Pour valider la synthèse de l'OEI, les Conditions Initiales (CI) de l'observateur sont choisies

différentes de celles du système. D'après les figures 5.2-5.4, il est assez facile de constater que le système est initialisé de telle sorte que le V2RM soit en ligne droite avec des CI nulles.

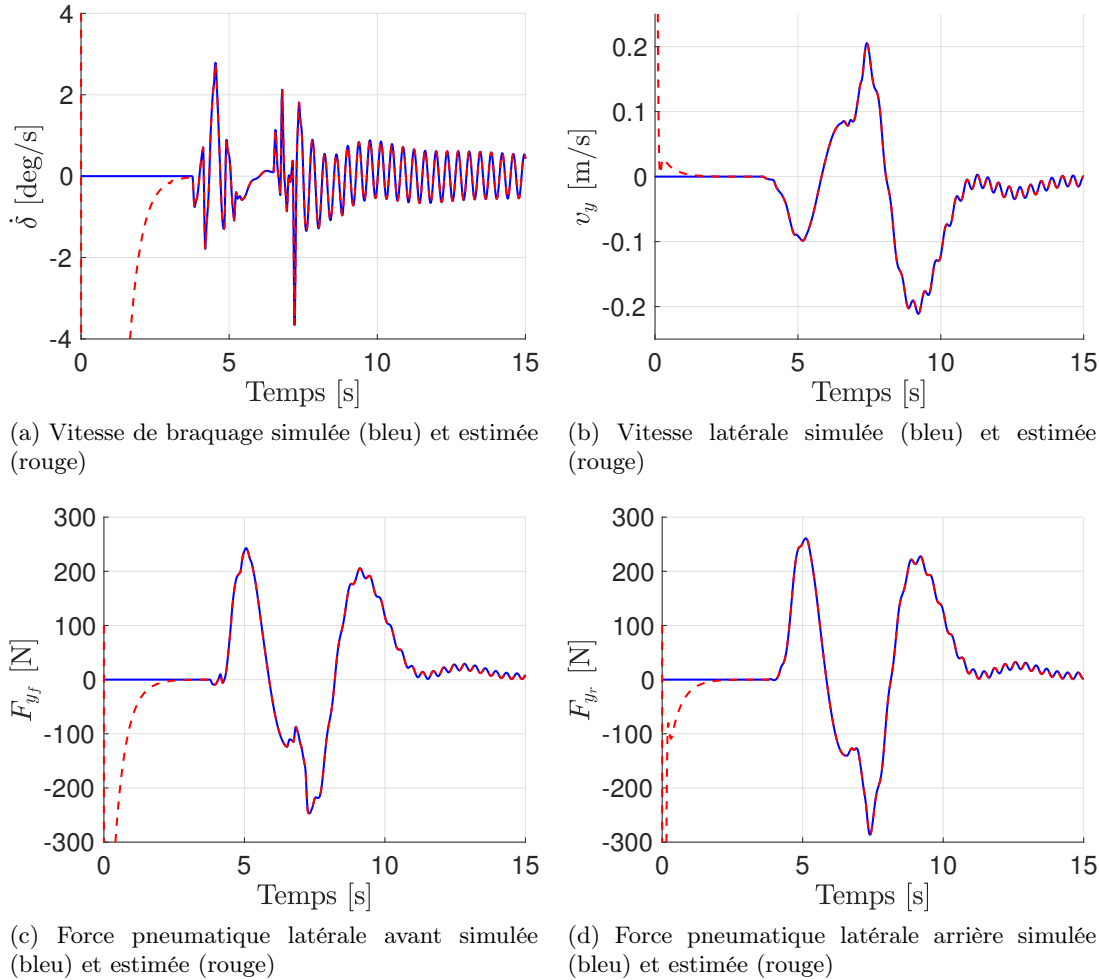


FIGURE 5.5 – États dynamiques estimés pendant le scénario de double changement de ligne

La figure 5.5 présente les résultats de l'OEI pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM. Sur cette figure, on aperçoit l'évolution des états dynamiques non-mesurés simulés avec le modèle, en bleu, et leur estimation en rouge. Sans grande surprise, les quatre états dynamiques estimés convergent asymptotiquement vers la valeur de leur état simulé. Aussi, on peut constater que cette convergence est valable indépendamment des variations de  $v_x$ . De plus, la phase de convergence de l'OEI apparaît très clairement avec un temps de réponse de quelques secondes. Ce dernier dépend directement de la valeur de la matrice de gain calculée à partir des LMI (5.31).

Une matrice de gain  $K(\dot{v}_x, v_x)$  élevée favorisera un temps de convergence très court mais pourra amplifier les bruits de mesure. Alors qu'en pratique, une matrice  $K(\dot{v}_x, v_x)$  judicieusement choisie assurera un compromis entre rapidité de convergence et atténuation du bruit. On rappellera que cette simulation est réalisée à partir du modèle de synthèse deux-corps. Elle ne tient compte d'aucune incertitude de mesure ou même de modélisation, c'est pourquoi l'erreur d'estimation converge vers zéro.

La figure 5.6 présente les EI  $\phi$  et  $\tau$  simulées et leur reconstruction pendant le DCL. On rappellera que, même si l'OEI proposé découple les EI des autres états dynamiques à estimer, il

est possible de les reconstruire algébriquement à partir de l'équation (5.34).

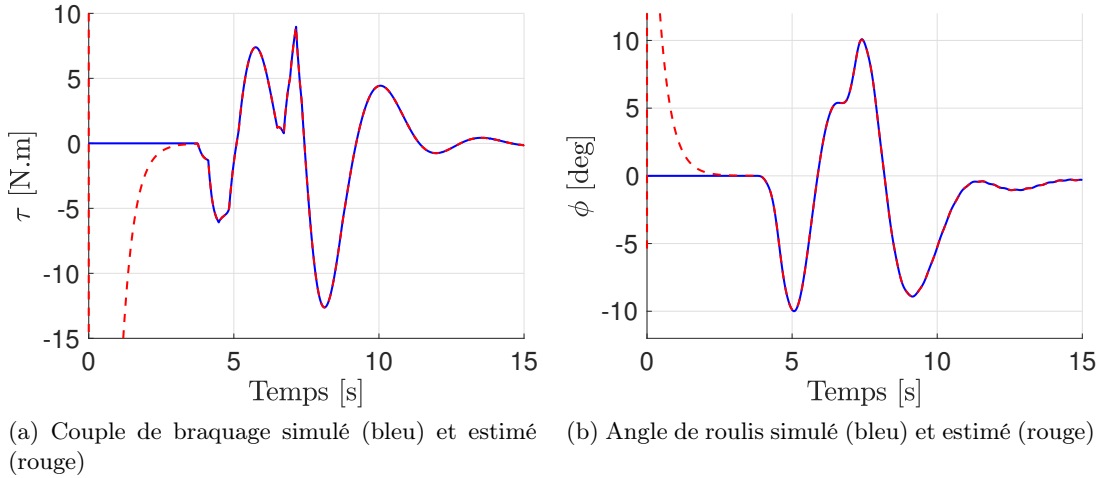


FIGURE 5.6 – Entrées inconnues reconstruites pendant le scénario de double changement de ligne

On remarque que les EI convergent aussi de manière asymptotique vers la valeur de leur état simulé. Cette remarque n'est vraie que dans le cas où le bruit de mesure est négligé. En effet, sous respect de cette hypothèse, le différenciateur estime directement la dérivée des mesures. Alors que la prise en compte de capteurs imparfaits introduit une erreur de reconstruction.

Pour finir, les figures 5.5 et 5.6 démontrent clairement les aptitudes de l'OEI pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM et la reconstruction des EI. Ces deux dernières figures prouvent que, même pour une plage de variation de vitesse de  $60 \text{ km/h}$ , l'OEI garantit une convergence asymptotique de l'erreur d'estimation. Cet dernier a permis de lever un verrou technique important à savoir la prise en compte des variations de vitesse longitudinale dans la synthèse de l'observateur tout en garantissant une convergence asymptotique.

### 5.4.2 Validation expérimentale

Dans cette sous-section l'OEI est testé sur un jeu de données expérimentales obtenues avec le scooter électrique de petite cylindrée du laboratoire. Le lecteur pourra se référer à la section 1.3.2.2 du chapitre 1 pour plus d'informations sur le véhicule et son architecture d'acquisition. On notera que les valeurs numériques des termes de la matrice d'état et du vecteur de commande sont donnés dans l'annexe E. Il s'agit ici de sortir du cadre de la validation théorique pour tester les performances de l'observateur sur un cas concret.

Nous avons choisi de tester l'OEI sur un scénario urbain avec un comportement de conduite normale. Ce type de scénario est intéressant car il est représentatif d'une conduite de tous les jours. Les conditions climatiques étaient favorables avec une route sèche.

Les difficultés liées à cette validation de l'OEI sont la confrontation de certains états dynamiques estimés avec leurs mesures. En effet, on rappellera qu'il est impossible de mesurer le couple de braquage  $\tau$  ou encore les forces pneumatiques  $F_{y_f}$  et  $F_{y_r}$ . De plus, l'architecture d'acquisition installée sur le scooter ne permet pas de mesurer la vitesse latérale  $v_y$  ou la vitesse de l'angle de direction  $\delta$ . Pour ces états dynamiques qui sont estimés par l'OEI, nous proposons de valider la cohérence et l'ordre de grandeur de leur dynamique. Finalement, l'angle de roulis  $\phi$  et l'accélération latérale  $a_y$  calculée à partir de la somme des forces pneumatiques  $F_{y_f} + F_{y_r}$  sont les deux seules quantités que nous avons pu confronter à leurs mesures.



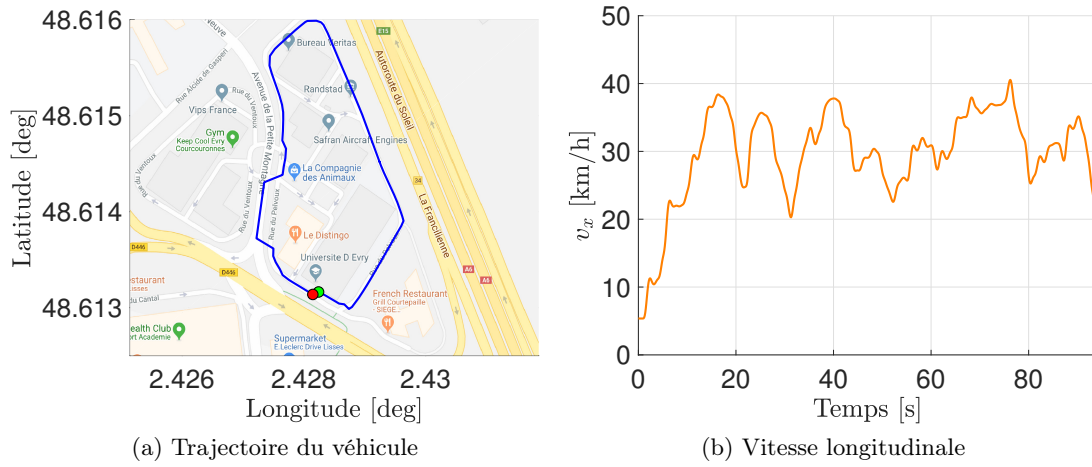


FIGURE 5.7 – Scénario expérimental réalisé avec le scooter du laboratoire

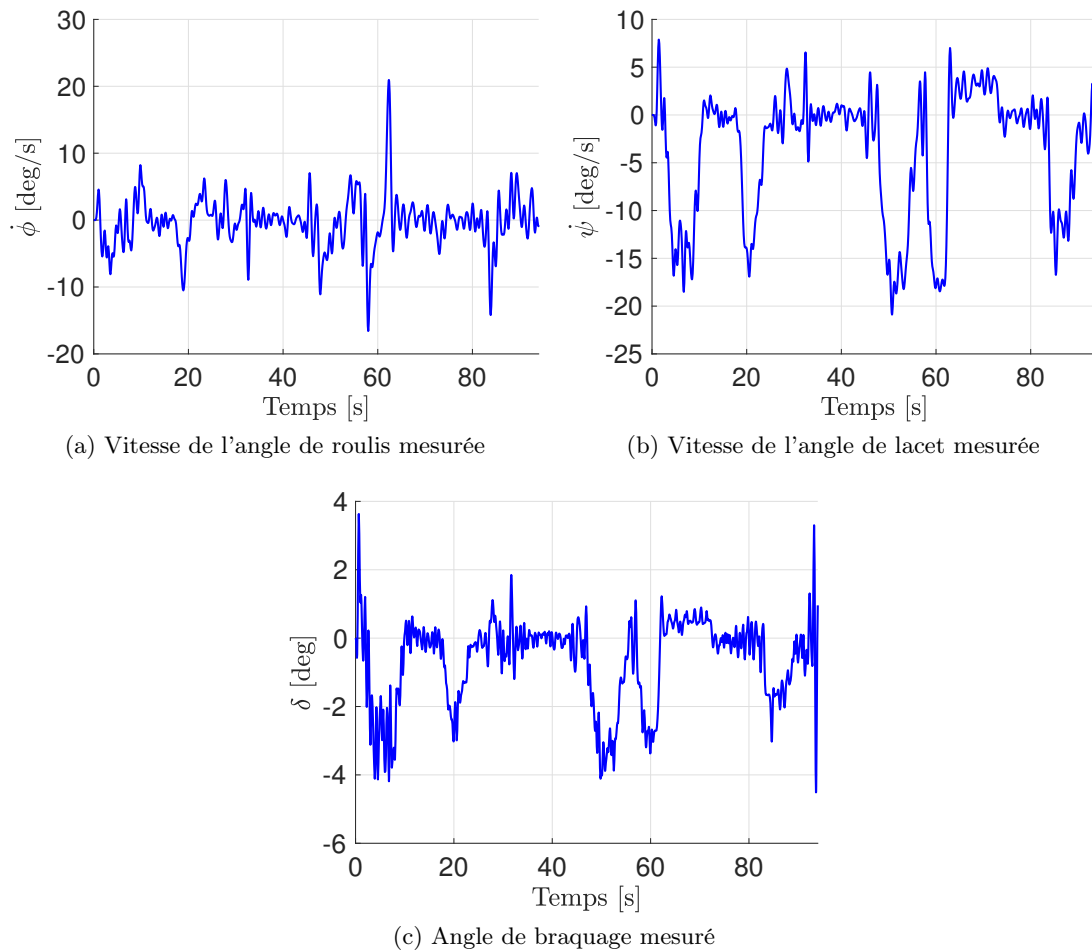


FIGURE 5.8 – États dynamiques mesurés lors de l'expérimentation

La figure 5.7.a introduit le scénario urbain réalisé pendant les tests. Il est composé de trajec-

toire variée avec des lignes droites, des virages serrés et larges. Tandis que la figure 5.7.b montre la vitesse longitudinale  $v_x$  du véhicule. Comme nous pouvons l'observer, il n'y a pas de restriction particulière sur  $v_x$ . Elle est peu élevée ( inférieure à  $40 \text{ km/h}$ ) à cause des performances limitées du moteur.

Les mesures de l'IMU et du codeur de direction nécessaires à l'existence de l'OEI sont tracées dans la figure 5.8. On peut constater que l'angle de direction est relativement faible ( $|\delta| < 4.1^\circ$ ) car la prise de virage est le résultat d'un ensemble d'actions (inclinaison du véhicule, action sur le guidon, etc.) qui ne nécessite pas une grande amplitude de l'angle  $\delta$ .

La figure 5.9 introduit les estimations des états de la dynamique latérale du scooter alors que la figure 5.10 montre la reconstruction du couple de braquage appliqué par le conducteur sur le guidon. À noter que ce sont les états dynamiques pour lesquels nous ne disposons pas de mesure afin de confirmer leur estimation.

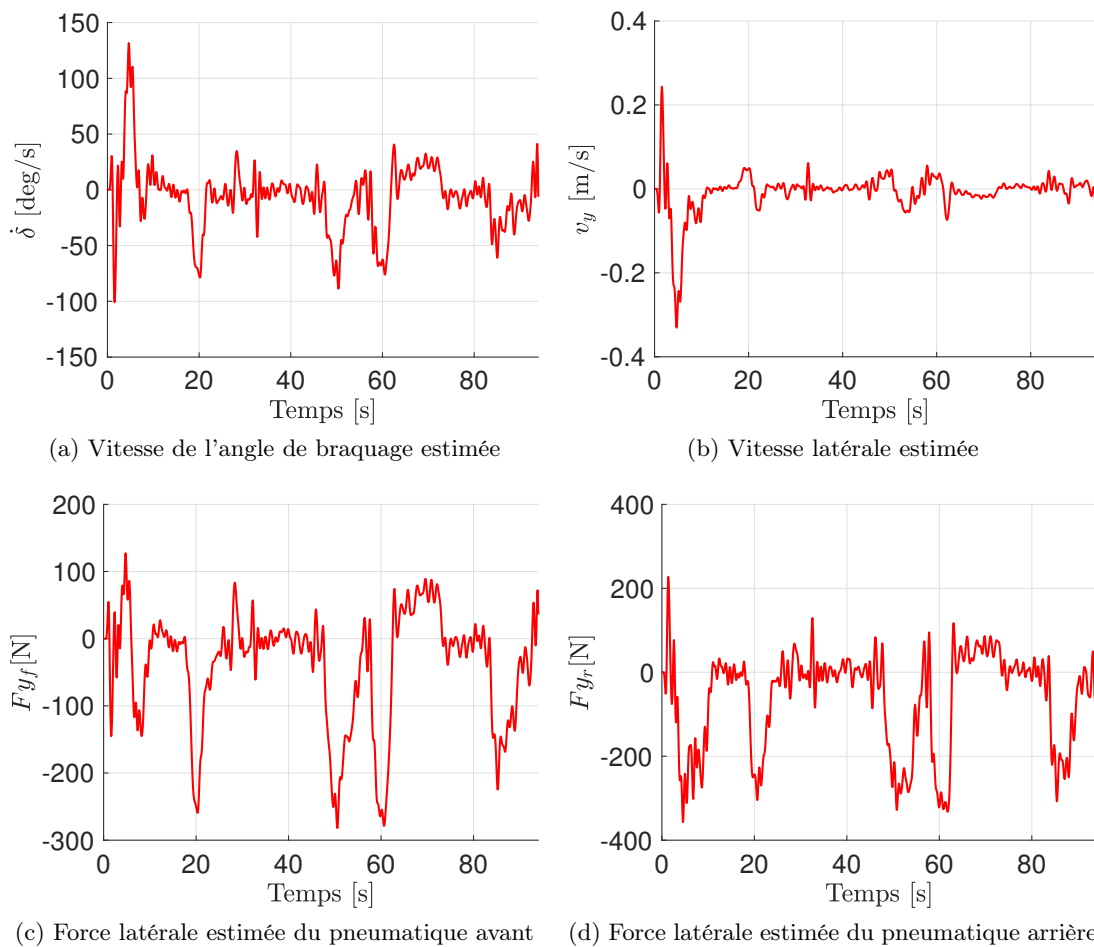


FIGURE 5.9 – États estimés de la dynamique latérale lors de l'expérimentation

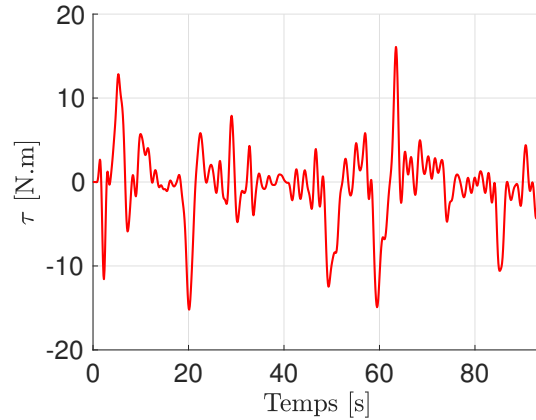
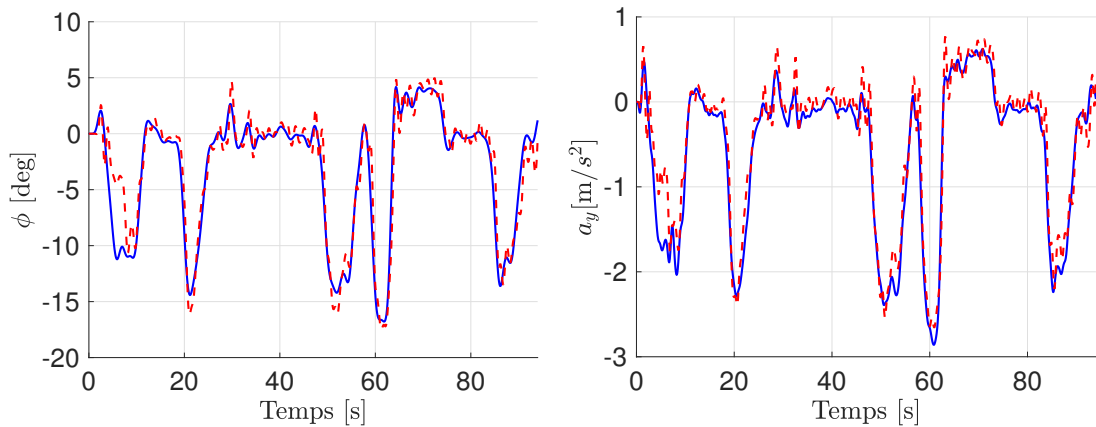


FIGURE 5.10 – Couple de braquage reconstruit lors de l'expérimentation

Les résultats d'observation obtenus dans les figures 5.9 et 5.10 semblent tout à fait cohérents. On peut constater que la vitesse latérale  $v_y$  est très peu excitée. Ce qui s'explique par le fait que le comportement de conduite est normal et non sportif. Ce qui justifie aussi l'amplitude des forces pneumatiques puisque les sollicitations sont très raisonnables et loin des zones de saturation. Pour finir, le couple de braquage semble cohérent puisque les études ont montré que le couple appliqué par le conducteur sur le guidon du V2RM est de l'ordre de quelques dizaines de  $N.m$  (15-20  $N.m$  pour une conduite urbaine) [48].



(a) Angle de roulis mesuré (bleu) et estimé (rouge) (b) Accélération latérale mesurée (bleu) et estimée (rouge)

FIGURE 5.11 – Données des capteurs vs états estimés de la dynamique latérale lors de l'expérimentation

La figure 5.9 présente les états dynamiques estimés par l'OEI qui ont été validés. Il s'agit des états pour lesquels nous disposons d'une mesure, à savoir l'angle de roulis  $\phi$  et l'accélération latérale calculée à partir de la somme des forces latérales pneumatiques. Pour cette dernière, avec la connaissance de la masse  $\mathcal{M}$  et de l'estimation des forces pneumatique  $\hat{F}_{yf}$  et  $\hat{F}_{yr}$ , on peut reconstruire l'accélération latérale  $a_y$  avec la relation :

$$\hat{a}_y = \frac{\hat{F}_{yf} + \hat{F}_{yr}}{\mathcal{M}} \quad (5.35)$$

Bien que les premières figures 5.9 et 5.10 n'ont pas apporté une validation proprement dite. La figure 5.11 montre très bien les capacités de l'OEI présenté dans cette partie pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM et l'action du conducteur pendant un scénario de conduite urbaine normale.

## 5.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté le design d'un Observateur à Entrée Inconnue (OEI) pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur. La synthèse de l'observateur est basée sur le modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) deux-corps du V2RM considérant la vitesse longitudinale  $v_x$  comme un paramètre variant. Pour des raisons d'observabilité, le modèle a été manipulé de telle sorte à faire apparaître le roulis  $\phi$  et le couple de braquage  $\tau$  comme des Entrées Inconnues (EI). Après avoir introduit une expression de l'OEI dans (5.15), nous avons mis en évidence les conditions nécessaires à l'existence de l'observateur. Sous respect de ces conditions, l'OEI proposé permet de découpler les EI des autres dynamiques du système à estimer. Ensuite, la théorie de Lyapunov et les outils de résolution des inégalités matricielles linéaires (*Linear Matrix Inequalities* (LMI)) ont contribué à trouver des conditions nécessaires à la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation. Puis, l'utilisation d'un différenciateur associé à une inversion de modèle nous a permis d'obtenir une expression algébrique permettant de reconstruire les EI. Cette expression dépend de l'estimation de la dérivée des mesures, des états dynamiques estimés et mesurés.

Pour finir, la validation théorique et expérimentale a démontré le potentiel de cet OEI pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur. Les premiers résultats d'un Double Changement de Ligne (DCL) testé sur le modèle de synthèse ont bien prouvé que la convergence était indépendante des Conditions Initiales (CI) et des variations de  $v_x$ . À noter que c'est le premier observateur dans la littérature du V2RM garantissant une convergence asymptotique indépendamment des variations de vitesse du véhicule. Une validation expérimentale "hors ligne" sur un scénario urbain avec un comportement de conduite normale a ensuite été discutée. Même si seulement deux états dynamiques ont pu être confrontés à une mesure, les résultats ont montré que les performances de l'OEI étaient plus qu'acceptables dans cette application pratique. L'étude de l'ordre de grandeur et des variations des autres états estimés a appuyé ce constat.



## Chapitre 6

# Observateur de Luenberger non-linéaire

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Prérequis : définition &amp; synthèse de l'observateur de Luenberger</b>	<b>158</b>
6.1.1	Synthèse avec connaissance des entrées . . . . .	159
6.1.2	Synthèse en présence d'entrées inconnues . . . . .	159
<b>6.2</b>	<b>Formulation du problème</b> . . . . .	<b>160</b>
6.2.1	Augmentation du modèle . . . . .	160
6.2.2	Transformation sous forme polytopique . . . . .	161
<b>6.3</b>	<b>Synthèse de l'observateur nominal</b> . . . . .	<b>161</b>
6.3.1	Mise en équation . . . . .	161
6.3.2	Algorithme de synthèse . . . . .	164
<b>6.4</b>	<b>Synthèse de l'observateur robuste aux bruits de mesure</b> . . . . .	<b>164</b>
<b>6.5</b>	<b>Validation de l'observateur</b> . . . . .	<b>166</b>
6.5.1	Validation théorique sur le modèle de synthèse . . . . .	166
6.5.2	Validation avec le simulateur BikeSim . . . . .	170
<b>6.6</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>180</b>

---

Ce chapitre aborde la synthèse d'un Observateur de Luenberger Non-Linéaire (OLNL) pour l'estimation simultanée de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur. Cette idée a fait l'objet d'une publication dans [116]. Comme l'Observateur à Entrées Inconnue (OEI) présenté dans le chapitre précédent, cet observateur a apporté une contribution sur la question de l'estimation de la dynamique latérale et de l'action du conducteur, et ce indépendamment des variations de la vitesse longitudinale. Comparé à l'OEI précédent, sa structure est assez simple permettant de jouer très facilement sur les performances d'estimation avec un seul Degré De Liberté (DDL). En effet, dans l'objectif d'un déploiement sur une architecture hardware embarquée, l'optimisation des performances de l'OLNL en fonction des capacités matérielles est aisée. De par sa conception, cet observateur s'avère donc être un candidat intéressant pour des applications concrètes. Cependant, alors que l'OEI garantissait une convergence asymptotique, l'OLNL ne garantit qu'une convergence bornée de l'erreur d'estimation. De plus, il requiert la connaissance de certaines informations sur les Entrées Inconnues (EI).

Ce chapitre est divisé de la manière suivante. Dans une première section, on présentera très succinctement quelques références sur la thématique des observateurs de Luenberger. Dans cette même section, on introduira les bases de la synthèse d'un tel observateur pour un système Linéaire à Temps Invariant (LTI). Dans la section suivante, nous discuterons l'équation d'observation et nous reformulerons le modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) de la dynamique latérale

du V2RM. Ce dernier sera augmenté, puis transformé sous forme polytopique. Dans la troisième section, nous aborderons en détail la synthèse de l'OLNL appliqué à l'estimation de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur. Deux cas sont discutés, à savoir la synthèse de l'OLNL nominal et la synthèse de l'OLNL robuste vis-à-vis des bruits de mesure. Dans la section suivante, on discutera d'abord les résultats de simulation obtenus à partir du modèle deux-corps utilisé pour la synthèse de l'observateur. Puis, on poursuivra par une validation plus réaliste avec le simulateur BikeSim (BS). Finalement, une conclusion viendra clôturer ce chapitre.

## 6.1 Prérequis : définition & synthèse de l'observateur de Luenberger

D'un point de vue théorique l'observateur présenté ci-dessous est un observateur à EI. En effet, le lecteur pourra se référer à la section prérequis du chapitre précédent sur l'OEI. Nous avons vu que deux approches étaient possibles pour la synthèse d'un OEI. La première, basée sur la connaissance *a priori* d'information sur les EI. Quant à la seconde, elle ne nécessitait aucune information sur ces dernières et reposait sur le découplage entre les EI et les autres états dynamiques du système. On rappellera que l'OEI présenté dans le chapitre précédent est basé sur cette seconde approche avec une contrainte de découplage assez forte (degré relatif 1). Alors que l'OLNL introduit ci-dessous, n'est autre qu'un OEI basé sur certaines connaissances *a priori* des EI. Sa structure permet de relaxer la condition de découplage et l'estimation de  $v_x$  n'est plus nécessaire. À ce stade, deux solutions sont envisageables, la première consiste à traiter les EI comme des perturbations dont on cherche à minimiser le transfert sur l'erreur d'estimation. Néanmoins, dans ce cas il est impossible d'obtenir des informations sur les EI. La deuxième, consiste à augmenter le vecteur d'état avec les EI permettant de les estimer au même titre que les autres états dynamiques du modèle.

Dans le modèle de la dynamique latérale du V2RM (4.80), le couple de braquage  $\tau$  apparaît comme une entrée de commande non-mesurable. Comme discuté précédemment, il n'existe pas de capteur adéquat pour mesurer  $\tau$ , c'est donc par définition une EI. Or  $\tau$  est une variable importante puisqu'elle reflète l'action du conducteur, il est donc inconcevable de minimiser directement  $\tau$  comme une perturbation. Pour éviter cela, nous avons complété le vecteur d'état  $x$  avec le couple de braquage  $\tau$  et augmenté la représentation d'état avec l'équation dynamique triviale  $\dot{\tau} = \dot{\tau}$ . Finalement, à partir de cette nouvelle représentation d'état LPV de la dynamique latérale du V2RM, nous avons procédé à la synthèse d'un OLNL.

D'un point de vue historique, Luenberger fut un pionnier dans le domaine de l'observation. Dans la fin des années 1960, il a été le premier à introduire un observateur d'état dans [117, 118] pour les systèmes LTI. Ses travaux ont été largement complétés afin d'étendre le champ d'application de son observateur aux systèmes non-linéaires. On parle alors de l'observateur de Luenberger généralisé ou étendu [119]. Aujourd'hui, c'est un des observateurs des plus connus et des plus utilisés avec de nombreuses applications industrielles [120]. Quelques références intéressantes sur la synthèse des observateurs de Luenberger sont [121, 122, 123]. Plus récemment, certains chercheurs ont même abordé la synthèse de ces observateurs en présence de retards comme dans [124, 125]. Comme pour l'OEI, on peut distinguer les observateurs de Luenberger d'ordre plein destinés à estimer l'intégralité des états dynamiques incluant les états mesurés de ceux d'ordre réduit estimant les états dynamiques définis.

### 6.1.1 Synthèse avec connaissance des entrées

Soit le système LTI décrit par la représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{cases} \quad (6.1)$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état du système,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  le vecteur des commandes et  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$  le vecteur des mesures. Les termes  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont respectivement les matrices d'état, de commande et d'observation. Elles sont connues et dimensionnées de manière compatible.

Si le système (6.1) est observable, ce que l'on admettra, alors il est possible de synthétiser un observateur de Luenberger. Pour plus de détails sur les conditions d'observabilité, le lecteur pourra se référer à l'annexe B. Pour le système (6.1), l'observateur de Luenberger d'ordre plein est basé sur un simple retour d'état de l'erreur d'estimation. Sa représentation est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C\hat{x} \end{cases} \quad (6.2)$$

où  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  et  $\hat{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$  désignent respectivement le vecteur d'état estimé et le vecteur des mesures. La matrice  $L$  désigne la matrice de gain de l'observateur. L'objectif est donc de trouver une matrice de gain  $L$  qui assure la convergence de l'erreur d'estimation  $e$  définie par :

$$e = \hat{x} - x \quad (6.3)$$

Sa dynamique  $\dot{e}$  est obtenue par :

$$\dot{e} = \dot{\hat{x}} - \dot{x} \quad (6.4)$$

En utilisant les équations (6.1) et (6.7), l'expression de la dynamique de l'erreur devient :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) - Ax - Bu \\ &= A(\hat{x} - x) + L(y - \hat{y}) \\ &= (A - LC)e \end{aligned} \quad (6.5)$$

Finalement, si la paire  $(A, C)$  est détectable, au mieux observable, alors un simple placement de pôles peut suffire à garantir la stabilité de la matrice  $A - LC$ . L'erreur d'estimation converge alors asymptotiquement vers zéro. Cependant, les outils modernes telles que la théorie de Lyapunov et les inégalités matricielles linéaires (en anglais *Linear Matrix Inequalities* (LMI)) permettent de résoudre ce genre de problème avec plus de flexibilité.

### 6.1.2 Synthèse en présence d'entrées inconnues

En réalité, dans notre application, l'entrée de commande  $u$  n'est pas exactement connue. Cependant, on admettra que cette entrée est continue et bornée. Alors sa dérivée existe et est également bornée. Il est alors possible d'augmenter le vecteur d'état  $x$  avec l'entrée de commande  $u$  telle que :  $\bar{x} = [x, u]^T$ .

Le système (6.1) devient alors :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{F}\dot{u} \\ \bar{y} &= \bar{C}\bar{x} \end{cases} \quad (6.6)$$



$$\text{avec } \bar{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0_{n_u \times n} & 0_{n_u \times n_u} \end{bmatrix}, \bar{F} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n_u} \\ 1_{n_u \times n_u} \end{bmatrix} \text{ et } \bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0_{n_y \times n_u} \end{bmatrix}$$

On remarquera que cette expression du système est exacte. Par analogie à (6.7), l'observateur de Luenberger pour le système (6.6) est défini par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= \bar{A}\hat{x} + \bar{L}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= \bar{C}\hat{x} \end{cases} \quad (6.7)$$

En utilisant le même développement que dans (6.3)-(6.8), on obtient l'expression suivante pour la dynamique de l'erreur d'estimation :

$$\dot{e} = (\bar{A} - \bar{L}\bar{C})e + \bar{F}\dot{u} \quad (6.8)$$

Le nouveau terme non connu  $\bar{F}\dot{u}$  peut être traité comme une perturbation dont on cherche à minimiser le transfert vers l'erreur. À noter, que la présence de ce terme non connu ne permettra pas de garantir la convergence asymptotique mais seulement une convergence bornée.

## 6.2 Formulation du problème

### 6.2.1 Augmentation du modèle

On rappellera le modèle de la dynamique latérale du V2RM donné dans (4.80) n'est pas observable, ni même détectable, pour toutes les valeurs de vitesse longitudinale possibles. La solution précédente a été de sortir le roulis  $\phi$  du vecteur d'état et de construire un vecteur des EI incluant le roulis et le couple de braquage  $\tau$ . Néanmoins dans le cas présent, l'augmentation du modèle avec la dynamique du couple de braquage  $\dot{\tau}$  permet d'améliorer les performances d'estimation par rapport à l'OEI. On rappellera que ce dernier est fortement contraint par la dynamique de ses zéros, la synthèse de l'OLNL permet de relaxer les conditions structurelles à condition de connaître les bornes des EI.

Comme discuté dans la section précédente, l'OLNL présenté dans ce chapitre n'est autre qu'un OEI basé sur certaines connaissances *a priori* des EI. Sachant que le couple de braquage  $\tau$  est une action humaine, elle est naturellement continue et bornée. Alors, sa dérivée notée  $\dot{\tau}$  existe et est également bornée pour toute valeur possible de la vitesse longitudinale, c'est-à-dire  $\forall v_x \in \mathbf{V}_x$  avec  $\mathbf{V}_x = [v_{x_{min}}, v_{x_{max}}]$ . On rappellera que  $v_x$  est physiquement bornée par  $v_{x_{max}}$  et par l'hypothèse  $v_{x_{min}} > 0$ . On notera que la simple connaissance du fait que  $\dot{\tau}$  est bornée constitue une hypothèse suffisante à la synthèse de l'OLNL.

La représentation d'état LPV (4.80) peut alors être transformée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}(v_x)\bar{x} + \bar{F}\bar{f} \\ \bar{y} &= \bar{C}\bar{x} \end{cases} \quad (6.9)$$

avec  $\bar{x} = [\phi, \delta, v_y, \psi, \dot{\phi}, \dot{\delta}, F_{y_f}, F_{y_r}, \tau]^T$  le nouveau vecteur d'état augmenté. La notation  $\bar{f}$  est utilisée pour désigner la dynamique du couple de braquage telle que  $\bar{f} = \dot{\tau}$  et  $\bar{y}$  est le vecteur des mesures.  $\bar{A}(v_x)$  est la matrice d'état, elle dépend du paramètre variant  $v_x$  et elle est de dimension  $[9 \times 9]$ .  $\bar{C}$  désigne la matrice d'observation.  $\bar{F}$  est le vecteur unitaire de dimension  $[9 \times 1]$  associé à l'équation de la dynamique de braquage  $\dot{\tau}$ . Les expressions de ces matrices sont données par :

$$\bar{A}(v_x) = \begin{bmatrix} A(v_x) & B \\ 0_{1 \times 8} & 0 \end{bmatrix}, \bar{F} = \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

où  $A(v_x)$ ,  $B$  sont issues de (4.81).

On remarquera que le système tel qu'il est exprimé dans l'équation (6.9) est exact puisque  $\dot{\tau}$  existe  $\forall v_x \in \mathbf{V}_x$ . Néanmoins, pour garantir l'observabilité du nouveau système (6.9), cette approche nécessite l'introduction d'une nouvelle mesure par rapport à l'OEI. Comme pour ce dernier, on considérera les mesures des vitesses de roulis et de lacet respectivement notées  $\dot{\phi}$  et  $\dot{\psi}$  données par un gyroscope. On considérera également qu'un codeur sur le mécanisme de direction fournit la mesure de l'angle de direction  $\delta$  et de sa vitesse  $\dot{\delta}$ . Les mesures du gyroscope, du codeur de direction permettent d'obtenir le vecteur des mesures suivant :

$$\bar{y} = [\delta, \dot{\psi}, \dot{\phi}, \dot{\delta}]^T \quad (6.11)$$

Comme pour le chapitre précédent, on considérera que la mesure de la vitesse longitudinale  $v_x$  est disponible puisque la législation impose déjà un dispositif de mesure de la vitesse.

### 6.2.2 Transformation sous forme polytopique

Le chapitre précédent a montré que, dans le cas de l'OEI proposé, l'utilisation de l'approche par secteurs non-linéaires [113] pouvait être reportée après avoir défini les conditions d'existence et de convergence de l'observateur. Dans le cas de l'OLNL, il est possible de procéder à une transformation sous forme polytopique avant d'entamer la synthèse. On rappellera que cette approche permet de décomposer un système non-linéaire en un ensemble de sous-systèmes linéaires. Dans notre cas, elle permet de traiter le paramètre variant  $v_x$  pendant la synthèse de l'observateur. Le système (6.9) peut être exactement exprimé sous forme Takagi-Sugeno (TS) par l'expression :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) \bar{A}_i \bar{x} + \bar{F} \bar{f} \\ \bar{y} &= \bar{C} \bar{x} \end{cases} \quad (6.12)$$

On remarquera que  $v_x$  est la seule variable de prémisse, c'est pourquoi le système (6.9) peut être représenté par seulement deux sous-modèles linéaires. On rappellera que les variables  $h_i(\cdot)$  sont les fonctions d'activation qui vérifient la propriété de la somme convexe présentée dans la section C.1 de l'annexe C. D'après cette propriété, des solutions possibles pour ces termes sont données par :

$$\begin{cases} h_1(v_x) = \frac{v_{x_{\max}} - v_x}{v_{x_{\max}} - v_{x_{\min}}} \\ h_2(v_x) = \frac{v_x - v_{x_{\min}}}{v_{x_{\max}} - v_{x_{\min}}} \end{cases} \quad (6.13)$$

## 6.3 Synthèse de l'observateur nominal

### 6.3.1 Mise en équation

Cette section introduit les étapes de la synthèse de l'OLNL pour estimer simultanément les états de la dynamique latérale du V2RM ainsi que l'action du conducteur. Pour rappel, comme pour l'OEI, cet observateur prend en compte les variations de vitesse longitudinale dans l'algorithme d'estimation. De plus, sa synthèse est simple et la facilité à régler ses performances en font un bon candidat pour des applications embarquées plus concrètes et ne nécessitant pas l'estimation de  $\dot{v}_x$ .

La représentation d'état du modèle augmenté décrivant la dynamique latérale du V2RM sous forme polytopique est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x} &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) A_i x + F f \\ y &= C x \end{cases} \quad (6.14)$$

Ce système est identique à celui introduit dans (6.12), mais par simplicité de notation on considère les équivalences d'écriture  $\mathbf{X} = \bar{\mathbf{X}}$  pour les matrices  $A_i$ ,  $C$ ,  $F$  et  $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}$  pour les vecteurs  $f$ ,  $x$  et  $y$ . On rappellera que  $A_i$  et  $F$  sont des matrices constantes respectivement de dimension  $[9 \times 9]$  et  $[9 \times 1]$ . Tandis que  $C$  est la matrice d'observation définie par l'équation  $y = Cx$ . Au regard des mesures évoquées dans l'équation (6.11), elle est donnée par :

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

De manière analogue à (6.7), l'expression de l'OLNL sous forme TS pour le système (6.14) est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) (A_i \hat{x} + L_i (y - \hat{y})) \\ \hat{y} &= C \hat{x} \end{cases} \quad (6.16)$$

avec  $L_i$  les matrices de gain de l'observateur assurant la convergence de l'erreur d'estimation.  $\hat{x}$  and  $\hat{y}$  désignent respectivement le vecteur d'état estimé et le vecteur des mesures.

D'après les définitions de l'erreur d'estimation  $e$  et de sa dynamique  $\dot{e}$  respectivement introduites dans (6.3) et (6.4), il vient :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) A_i x + F f - \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) (A_i \hat{x} + L_i (y - \hat{y})) \\ &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) \mathcal{A}_i e + F f \end{aligned} \quad (6.17)$$

avec  $\mathcal{A}_i = A_i - L_i C$ .

Considérons la fonction de Lyapunov que l'on notera  $V$  telle que :

$$V = e^T X e \quad (6.18)$$

avec  $X$  une matrice définie positive telle que :  $X = X^T > 0$ .

Sa dynamique est notée  $\dot{V}$ , elle est obtenue par simple dérivation :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}^T X e + e^T X \dot{e} \\ &= e^T \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) (\mathcal{A}_i^T X + X \mathcal{A}_i) e + f^T F^T X e + e^T X F f \end{aligned} \quad (6.19)$$

Maintenant, pour atténuer l'effet de la perturbation  $f$  sur l'erreur d'estimation  $e$ , on considère le gain  $L_2$  comme étant :

$$\sup_{\|f\|_2 \neq 0} \frac{\|e\|_2}{\|f\|_2} \leq \Upsilon^2 \quad (6.20)$$

avec  $\Upsilon$  un scalaire positif et  $\|\cdot\|_2$  la norme  $L_2$ . Pour un vecteur  $z(t)$ , la norme  $L_2$  est donnée par :

$$\|z(t)\|_2 = \left( \int_0^\infty z^T(t) z(t) dt \right)^{1/2} \quad (6.21)$$

Ensuite, l'équation (6.20) peut être transformée sous la forme suivante :

$$e^T e - \Upsilon^2 f^T f < 0 \quad (6.22)$$

En admettant que  $\dot{V} < 0$ , il vient :

$$\dot{V} + e^T e - \Upsilon^2 f^T f < 0 \quad (6.23)$$

En remplaçant  $\dot{V}$  par son expression (6.19), l'inégalité (6.23) peut être exprimée sous forme matricielle par :

$$\begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) (\mathcal{A}_i^T X + X \mathcal{A}_i) + I & XF \\ F^T X & -\Upsilon^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} < 0 \quad (6.24)$$

avec  $I$  la matrice identité de dimension 9.

Comme les fonctions d'activation  $h_i(\cdot)$  vérifient la propriété de la somme convexe, des conditions suffisantes assurant la convergence de l'erreur d'estimation sont données par :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}_i^T X + X \mathcal{A}_i + I & XF \\ F^T X & -\Upsilon^2 \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2 \quad (6.25)$$

Dans cette dernière équation, on a  $\mathcal{A}_i = A_i - L_i C$ ,  $X$  avec  $X$  et  $L$  deux inconnues. L'inégalité matricielle (6.25) n'est donc pas linéaire à cause des produits entre ces deux dernières matrices. De plus, le terme  $\Upsilon^2$  ajoute une non-linéarité supplémentaire. Il est donc nécessaire de procéder à quelques changements de variable afin de pouvoir utiliser les outils LMI. En posant  $\mathcal{L}_i = X L_i$ ,  $A_i = \mathcal{A}_i + L_i C$  et  $\check{\Upsilon} = \Upsilon^2$ , alors l'équation (6.25) peut être transformée sous forme LMI telle que :

$$\begin{bmatrix} A_i^T X + X A_i - \mathcal{L}_i C - C^T \mathcal{L}_i^T + I & XF \\ F^T X & -\check{\Upsilon} \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2 \quad (6.26)$$

Finalement, pour un scalaire  $\Upsilon$  donné, s'il existe une matrice définie positive  $X$  et des matrices  $\mathcal{L}_i$  pour  $i = 1, 2$  telles que les LMI (6.26) soient satisfaites. Alors l'erreur d'estimation  $e$  est stable et le transfert de la perturbation  $f$  sur  $e$  est borné par  $\Upsilon$ . Sachant que  $L_i = X^{-1} \mathcal{L}_i$ , la matrice de gain  $L(v_x)$  est reconstruite par :

$$L(v_x) = \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) X^{-1} \mathcal{L}_i \quad (6.27)$$

Afin de minimiser l'erreur d'estimation d'état, les LMI (6.26) sont transformées en un problème d'optimisation en considérant  $\Upsilon$  comme un paramètre. On rappellera que ce dernier définit le diamètre du "tube" de convergence dans lequel l'erreur d'estimation est contrainte. Finalement, le scalaire  $\Upsilon$  devient un DDL qui permet à l'utilisateur de régler les performances d'estimation en réduisant ou augmentant le diamètre de ce "tube".

### 6.3.2 Algorithme de synthèse

La synthèse de l'observateur de Luenberger non-linéaire nécessite les étapes suivantes :

1. Décomposer le système LPV sous forme TS en calculant les fonctions d'activation et les matrices des sous-modèles.
2. Formaliser le problème sous forme LMI comme explicité dans l'équation (6.26).
3. Dédire les matrices  $\mathcal{L}_i$  et le scalaire  $\check{\Upsilon}$  de la résolution des LMI et calculer les gains  $L_i = X^{-1}\mathcal{L}_i$  et  $\Upsilon = \sqrt{\check{\Upsilon}}$ .
4. Calculer la matrice de gain  $L(v_x)$  avec l'équation (6.27).

## 6.4 Synthèse de l'observateur robuste aux bruits de mesure

Cette section aborde l'étude de robustesse de l'OLNL vis-à-vis des bruits de mesure. En effet, le capteur idéal sans bruit de mesure n'existant pas, il est indispensable de s'intéresser à l'impact du bruit de mesure sur les performances d'estimation. Cette étude est d'autant plus importante que l'objectif est de développer des systèmes bas-coût avec des capteurs bon marché. Pour réduire les prix, les fournisseurs n'hésitent pas à réduire les exigences sur la précision et les filtres embarqués dans les capteurs. Ces derniers sont donc généralement plus bruités. Dans cette section, on s'intéresse à la prise en compte de ces imperfections de mesure pendant la conception de l'observateur, on parlera de synthèse d'un OLNL robuste aux bruits de mesure. À noter que la question de la robustesse face aux incertitudes paramétriques n'est pas abordée dans ce chapitre. Cependant, on propose dans le chapitre suivant une méthode originale pour prendre en compte une masse de conducteur incertaine pendant la synthèse d'un observateur. La méthode est illustrée sur l'OLNL.

En présence d'incertitude de mesure, le système dynamique augmenté de la dynamique latérale du V2RM sous forme TS (6.14) devient :

$$\begin{cases} \dot{x} &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) A_i x + F f \\ y &= Cx + Pp \end{cases} \quad (6.28)$$

avec  $p \in \mathbb{R}^{n_y}$  le vecteur contenant les bruits de mesure. Pour plus de détails sur les autres termes, le lecteur pourra se référer à (6.1) et (6.9).

L'expression de l'OLNL sous forme TS pour le système (6.28) reste inchangée, elle est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) (A_i \hat{x} + L_i (y - \hat{y})) \\ \hat{y} &= C \hat{x} \end{cases} \quad (6.29)$$

avec  $L_i$  les matrices de gains de l'observateur assurant la convergence de l'erreur d'estimation.  $\hat{x}$  and  $\hat{y}$  désignent respectivement les vecteurs d'état et des mesures estimées.

La dynamique de l'erreur d'estimation  $e$  (6.3) est obtenue par simple dérivation telle que :

$$\begin{aligned}
 \dot{e} &= \dot{\hat{x}} - \dot{x} \\
 &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) (A_i \hat{x} + L_i (y - \hat{y})) - \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) A_i x - F f \\
 &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) (A_i \hat{x} - A_i x + L_i (C x + P p - C \hat{x})) - F f \\
 &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) ((A_i - L_i C)(\hat{x} - x) + L_i P p) - F f \\
 &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) (\mathcal{A}_i e - S_i s)
 \end{aligned} \tag{6.30}$$

avec  $\mathcal{A}_i = A_i - L_i C$ ,  $S_i = \begin{bmatrix} F & -L_i P \end{bmatrix}$  et  $s = \begin{bmatrix} f^T & p^T \end{bmatrix}^T$ . Dans ce cas précis, le nouveau vecteur des perturbations  $s$  contient la dynamique du couple de braquage  $f = \dot{\tau}$  et les bruits de mesure  $p$ .

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = e^T X e \tag{6.31}$$

avec  $X$  une matrice définie positive telle que  $X = X^T > 0$ .

Sa dérivée temporelle  $\dot{V}$  est donnée par l'équation :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \dot{e}^T X e + e^T X \dot{e} \\
 &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) (e^T \mathcal{A}_i^T + s^T S_i^T) X e + e^T X \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) (\mathcal{A}_i e - S_i s) \\
 &= \sum_{i=1}^2 h_i(v_x) \left( e^T (\mathcal{A}_i^T X + X \mathcal{A}_i) e + s^T S_i^T X e + e^T X S_i s \right)
 \end{aligned} \tag{6.32}$$

Comme pour la synthèse de l'OLNL nominal, on minimise l'effet des perturbations  $s$  sur l'erreur d'estimation  $e$  à l'aide du gain  $L_2$  défini par :

$$\sup_{\|s\|_2 \neq 0} \frac{\|e\|_2}{\|s\|_2} \leq \Upsilon^2 \tag{6.33}$$

avec  $\Upsilon$  un scalaire positif et  $\|\cdot\|_2$  la norme L-2 dont l'expression générale est donnée dans l'équation (6.21).

En considérant que  $\dot{V} < 0$  et d'après la définition du gain  $L_2$ , il vient :

$$\dot{V} + e^T e - \Upsilon^2 s^T s < 0 \tag{6.34}$$

Finalement, à partir de l'expression (6.32) et du fait que les fonctions d'activation  $h_i(v_x)$  vérifient la propriété de la somme convexe alors l'équation (6.34) peut être réécrite telle que :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}_i^T X + X \mathcal{A}_i + I & X S_i \\ S_i^T X & -\Upsilon^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2 \tag{6.35}$$

Encore une fois, en posant  $\mathcal{L}_i = XL_i$ ,  $A_i = \mathcal{A}_i + L_i C$  et  $\check{\Upsilon} = \Upsilon^2$ , on obtient un problème sous forme LMI tel que :

$$\begin{bmatrix} A_i^T X + X A_i - \mathcal{L}_i C - C^T \mathcal{L}_i^T + I & X S_i \\ S_i^T X & -\check{\Upsilon} I \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2 \quad (6.36)$$

Finalement, la conclusion est similaire à celle faite à la fin de la section précédente. C'est-à-dire que pour un scalaire  $\Upsilon$  donné, s'il existe une matrice  $X$  définie positive et des matrices  $\mathcal{L}_i$ ,  $i = 1, 2$  telles que les LMI (6.36) soient satisfaites alors l'erreur d'estimation est stable et le transfert des bruits de mesure  $p$  et de la perturbation  $f$  est borné par  $\Upsilon$ . On notera que  $L(v_x)$  peut être reconstruite comme dans l'équation (6.27).

## 6.5 Validation de l'observateur

### 6.5.1 Validation théorique sur le modèle de synthèse

Dans cette section l'OLNL est testé sur un scénario de conduite simulé. L'objectif est de confirmer la synthèse de l'observateur et d'évaluer ses performances dans un cas idéal. Il est également question de valider la convergence de l'erreur d'estimation pour une vitesse longitudinale  $v_x$  variable. Pour ce faire, les simulations sont réalisées sur le modèle dynamique deux-corps sans bruit de mesure et sans incertitude paramétrique. Même si cette validation est plus orientée théorique, nous avons utilisé BS pour générer les entrées de simulation du modèle deux-corps comme pour la validation de l'OEI. On rappellera que les entrées nécessaires sont la vitesse longitudinale  $v_x$  et le couple de braquage  $\tau$ . Pour éviter toute ambiguïté, on notera que même si BS est utilisé pour générer les entrées de commande, l'observateur n'est absolument pas validé sur le simulateur dans cette section. Cependant, une telle validation est présentée dans la section suivante.

Pour cette première validation, nous avons réutilisé le scénario de référence du Double Changement de Ligne (DCL). Néanmoins, nous avons considéré deux DCL successifs comme le montre la figure 6.1.

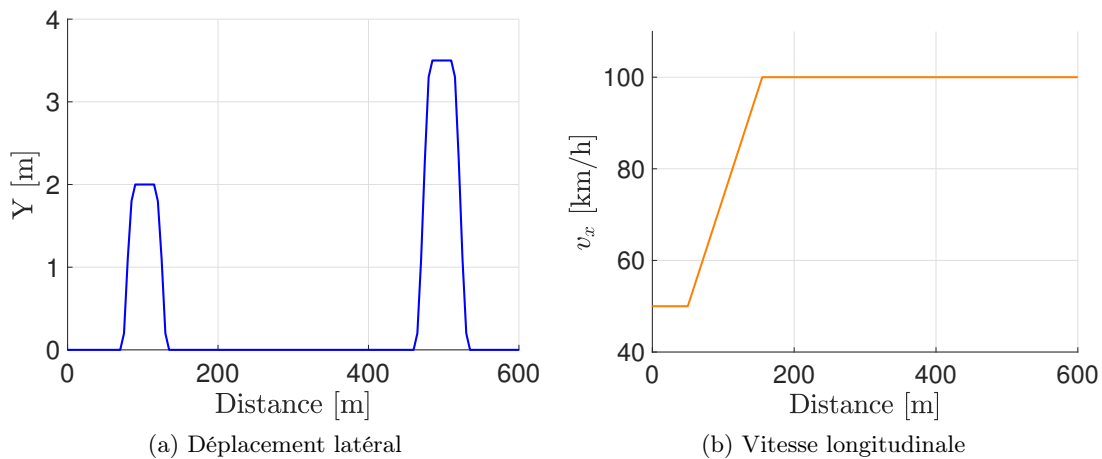


FIGURE 6.1 – Consignes pour un scénario de deux doubles changements de ligne successifs

Le premier avec un déplacement latéral de 2 mètres et une vitesse  $v_x$  passant de 50 à 100  $km/h$ . Tandis que le second représente un écart latéral plus important de 3,5 mètres avec une

vitesse longitudinale constante à  $100 \text{ km/h}$ . En pratique, ce scénario correspond à un dépassement accompagné d'une phase d'accélération suivie d'une manœuvre d'évitement d'obstacle à haute vitesse. Toutes deux sont bien connues comme étant des situations à risque.

Finalement, à partir des informations sur la trajectoire et la vitesse de consigne (figure 6.1), le contrôleur de BS simulant l'action du conducteur virtuel a permis de générer les deux entrées de commande attendues. La figure 6.2 introduit la vitesse longitudinale et le couple de braquage utilisés comme entrées du modèle (4.80) pour la validation de l'OLNL.

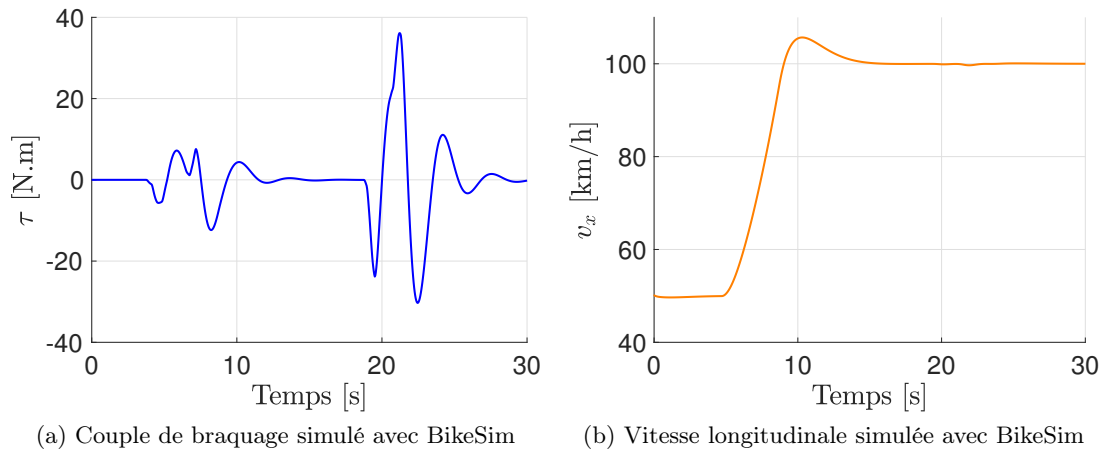


FIGURE 6.2 – Entrées de commande pour un scénario de deux doubles changements de ligne successifs simulés avec BikeSim

La figure 6.3 ci-dessous présente la trajectoire après le contrôle du conducteur virtuel. Encore une fois, le phénomène de dépassement apparaît clairement sur les figures 6.2-6.3. Ils proviennent du contrôleur qui assimile le motard à un correcteur Proportionnel Intégral Dérivée (PID) dans BS.

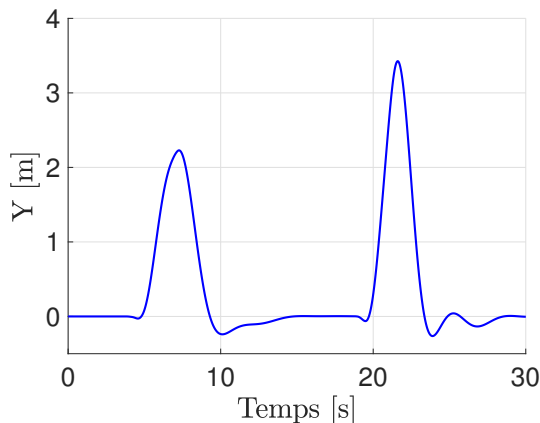


FIGURE 6.3 – Trajectoire pour un scénario de deux doubles changements de ligne successifs simulés avec BikeSim

Comme discuté lors de la reformulation du modèle, pour garantir l'observabilité du système (6.9), quatre mesures sont nécessaires en plus de celle de  $v_x$ . À noter que dans les simulations présentées ci-dessous il n'y a aucun bruit de mesure. Pour le scénario des DCL présenté figure



6.2-6.3, les états dynamiques mesurés sont tracés dans la figure 6.4.

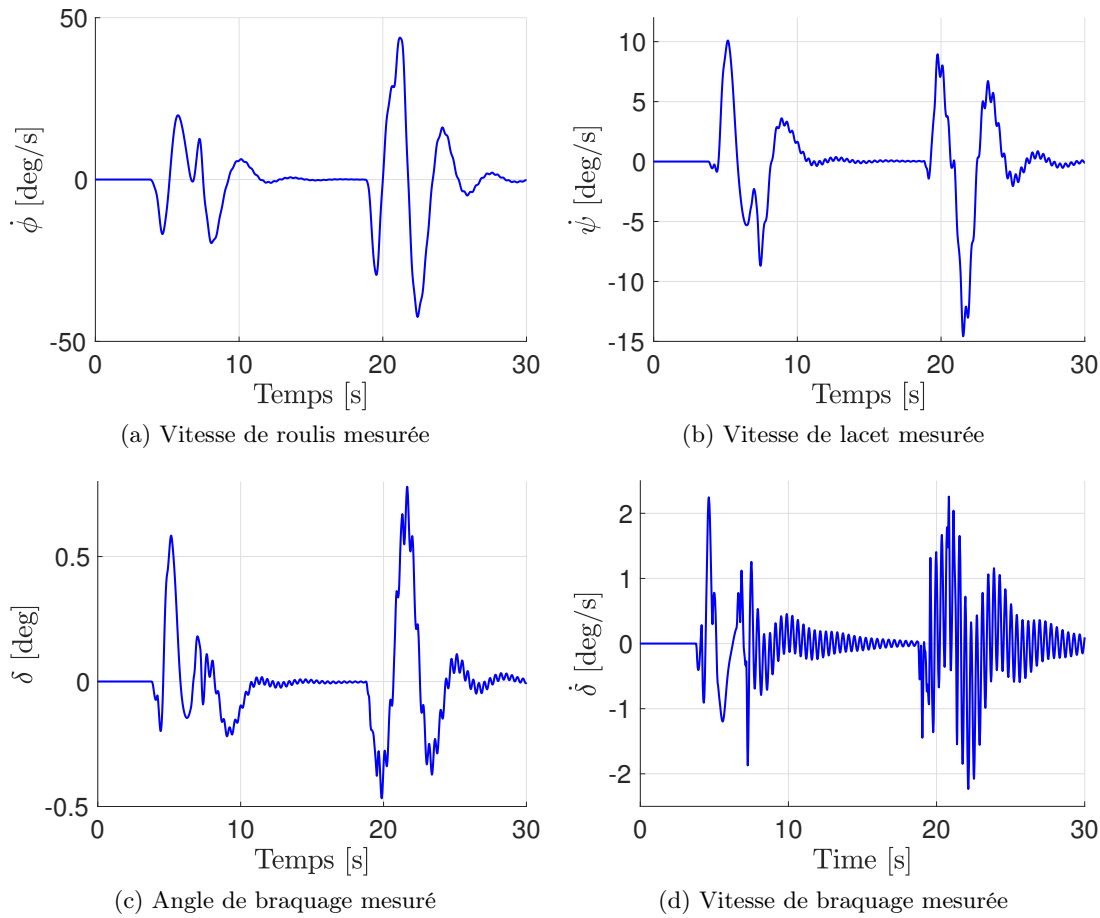
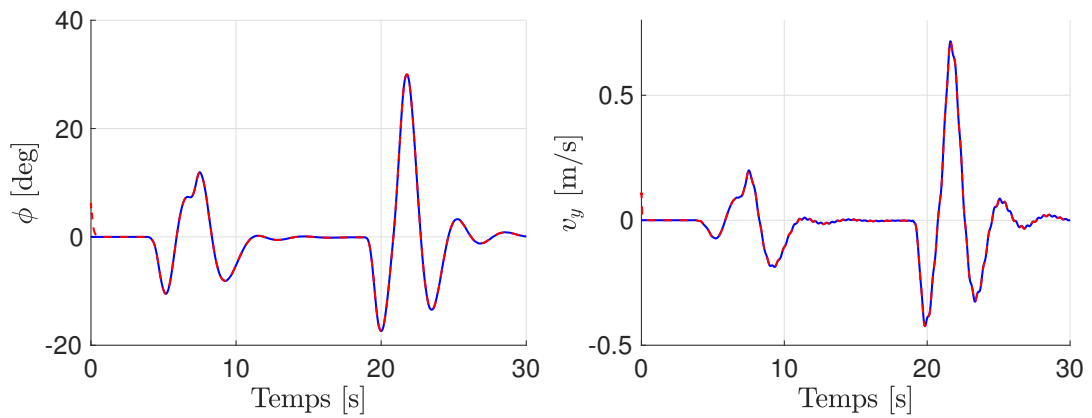


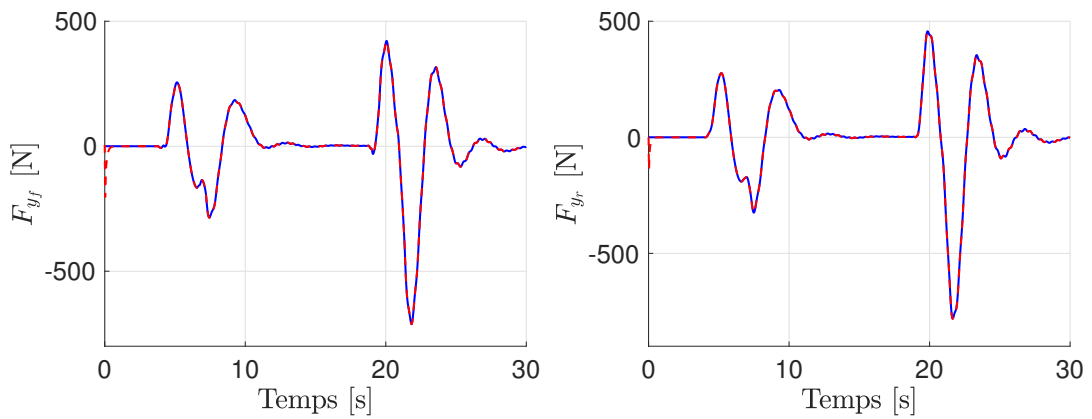
FIGURE 6.4 – États dynamiques mesurés pendant le scénario de deux doubles changements de ligne successifs

Il apparaît clairement sur les figures 6.2-6.4, que les Conditions Initiales (CI) de la simulation sont telles que le V2RM est en trajectoire rectiligne. Les CI de l'observateur ont donc volontairement été choisies différentes de zéro pour mettre en évidence la phase de convergence.

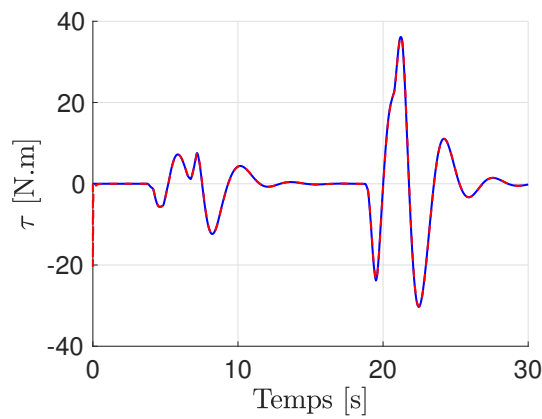
La figure 6.5 montre l'évolution des états non-mesurés simulés en bleu et leur estimation en rouge. Finalement, cette figure confirme indiscutablement la synthèse théorique de l'OLNL. Même si la convergence est seulement bornée et non-asymptotique, les performances d'estimation sont excellentes. La phase de convergence est bien visible et elle est très rapide, avec un temps de réaction inférieur à la seconde. Cependant, ses performances dépendent directement du scalaire  $\Upsilon$  préalablement défini. Diminuer  $\Upsilon$  réduira le diamètre du "tube" de convergence et améliorera l'atténuation de la perturbation sur l'erreur. Au contraire, augmenter  $\Upsilon$  élargira le diamètre du "tube". Cela aura pour effet de dégrader les performances d'estimation. Ce scalaire est le seul DDL qui permet de régler les performances d'estimation, il doit être judicieusement choisi en fonction des objectifs et des ressources matérielles. Comme pour l'OEI, cet observateur démontre un potentiel prometteur pour l'estimation simultanée des états de la dynamique latérale du V2RM et l'action du conducteur.



(a) Angle de roulis simulé (bleu) et estimé (rouge) (b) Vitesse latérale simulée (bleue) et estimée (rouge)



(c) Force pneumatique latérale avant simulée (bleue) et estimée (rouge) (d) Force pneumatique latérale arrière simulée (bleue) et estimée (rouge)



(e) Couple de braquage simulé (bleu) et estimé (rouge)

FIGURE 6.5 – États dynamiques estimés pendant le scénario de deux doubles changements de ligne successifs

### 6.5.2 Validation avec le simulateur BikeSim

Ce paragraphe présente les résultats de validation de l'OLNL pour trois scénarios simulés avec BS. À la différence de la validation théorique présentée précédemment, il s'agit ici de d'illustrer l'OLNL sur des cas plus réalistes. Pour ce faire, on simule un V2RM sportif dont les paramètres du modèle LPV deux-corps sont donnés dans l'annexe E. Nous avons testé l'OLNL sur trois scénarios distincts :

- un circuit avec des capteurs non-bruités,
- un slalom avec des capteurs non-bruités,
- un DCL avec des capteurs imparfaits.

On rappellera que les mesures nécessaires à garantir les conditions d'observabilité du système et donc les conditions d'existence de l'observateur sont les vitesses de lacet  $\dot{\psi}$  et roulis  $\dot{\phi}$  données par un gyroscope. L'OLNL requiert également la connaissance de l'angle de direction  $\delta$  et de sa vitesse  $\dot{\delta}$  donnés par un codeur installé que la colonne de direction du V2RM.

Bien que ces mesures soient suffisantes sur le plan théorique, nous avons ajouté celle de l'accélération latérale  $a_y$ . En effet, les tests sur BS ont démontré que même si la mesure de  $a_y$  requiert un accéléromètre en plus du gyroscope et du codeur, cela assurait un gain significatif sur les performances d'estimation. Cette nouvelle mesure est introduite dans l'équation d'observation avec la relation du Principe Fondamental de la Dynamique (PFD), à savoir  $a_y = \frac{F_{yf} + F_{yr}}{\mathcal{M}}$ . Les termes  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$  désignent les forces latérales pneumatiques alors que  $\mathcal{M}$  est la masse de l'ensemble conducteur et V2RM. Finalement, le nouveau vecteur des mesures est :

$$y = [\delta, \dot{\psi}, \dot{\phi}, \dot{\delta}, a_y]^T \quad (6.37)$$

et la matrice d'observation associée est :

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mathcal{M}} & \frac{1}{\mathcal{M}} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

Cependant les mesures  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\phi}$  et  $a_y$  sont exprimées dans le repère de modélisation qui n'est pas entaché du mouvement de roulis. Cependant, le gyroscope et l'accéléromètre, situés à proximité du Centre De Gravité (CDG) du V2RM, fournissent les mesures dans le repère attaché au véhicule. Les équations de changement de repère des mesures sont présentées en détail dans l'annexe D.

À noter que l'estimation de la vitesse latérale  $v_y$  n'est pas présentée dans cette section. Bien que  $v_y$  soit parfaitement estimée lorsque l'OLNL est testé sur le modèle de synthèse (voir la figure 6.5), les résultats d'estimation de  $v_y$  sont très dégradés lorsqu'on réalise les tests dans des conditions plus réalistes comme avec BS. Comme la vitesse latérale est un état dynamique très peu excité, l'OLNL a des difficultés à estimer cet état correctement.

À noter aussi que les CI de l'observateur des trois scénarios ci-dessous ont été choisies différentes de celles à l'initialisation de la simulation. De ce fait, la phase de convergence apparaît clairement sur les figures montrant les résultats d'estimation.

Cette section se termine par une étude de l'erreur quadratique moyenne, aussi connue sous le nom de *Root Mean Square Error* (RMSE) en anglais (annexe C.2). Elle permet de contraster les résultats d'estimation et aussi de comparer les performances de l'OLNL à d'autres observateurs de la littérature.

### 6.5.2.1 Simulation d'un circuit avec des capteurs idéaux

La figure 6.6 introduit le scénario du circuit tel qu'il a été simulé avec BS. On peut y observer la trajectoire du V2RM qui est variée avec, des lignes droites, des courbes étroites et des virages plus larges. On y retrouve également la vitesse longitudinale du V2RM qui varie entre 30 et 110  $km/h$ . Dans un cas pratique, ce genre de scénario correspond à un cas de conduite mixte urbaine et extra-urbaine. Il est représentatif d'une conduite de tous les jours.

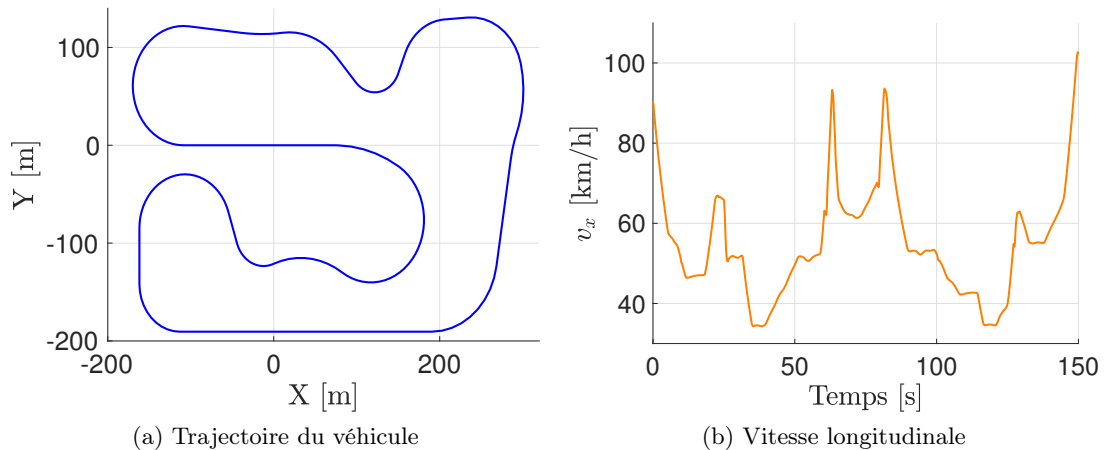
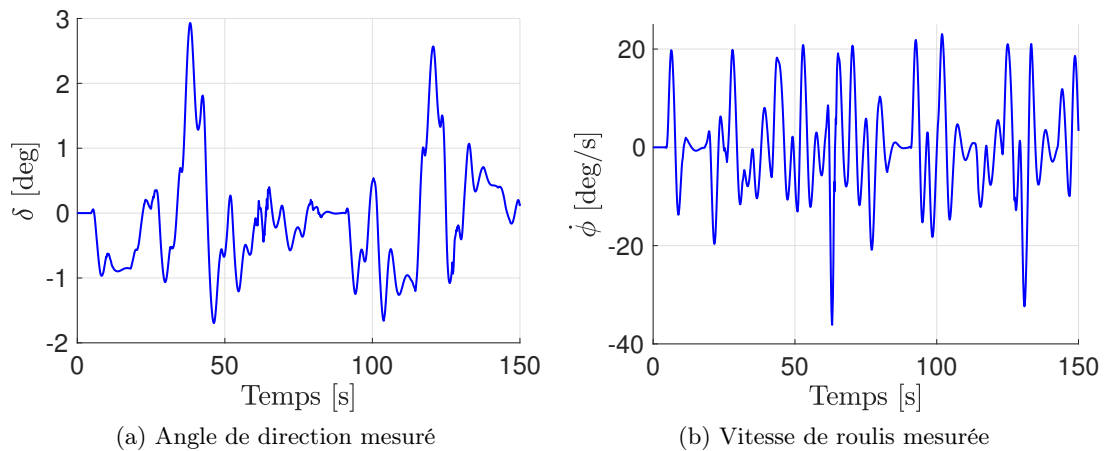


FIGURE 6.6 – Scénario de circuit simulé avec BikeSim

Quant à la figure 6.7, elle présente l'évolution des états dynamiques mesurés pendant le circuit. Dans cette simulation, on a considéré que les capteurs étaient idéaux, autrement dit, les mesures ne sont pas bruitées.

On remarquera encore la faible amplitude de l'angle de direction  $\delta$  à l'exception de deux zones où sa valeur dépasse les 2 degrés. Lorsqu'on se réfère à la figure 6.6, on observe que ces pics d'angle de direction correspondent aux zones de basses vitesses. En effet, à iso-rayon de virage, plus la vitesse de négociation de la courbe est élevée, plus l'angle de direction est faible. À haute vitesse, la diminution de l'angle de direction est compensée par d'autres phénomènes comme l'augmentation de l'angle de roulis, etc.



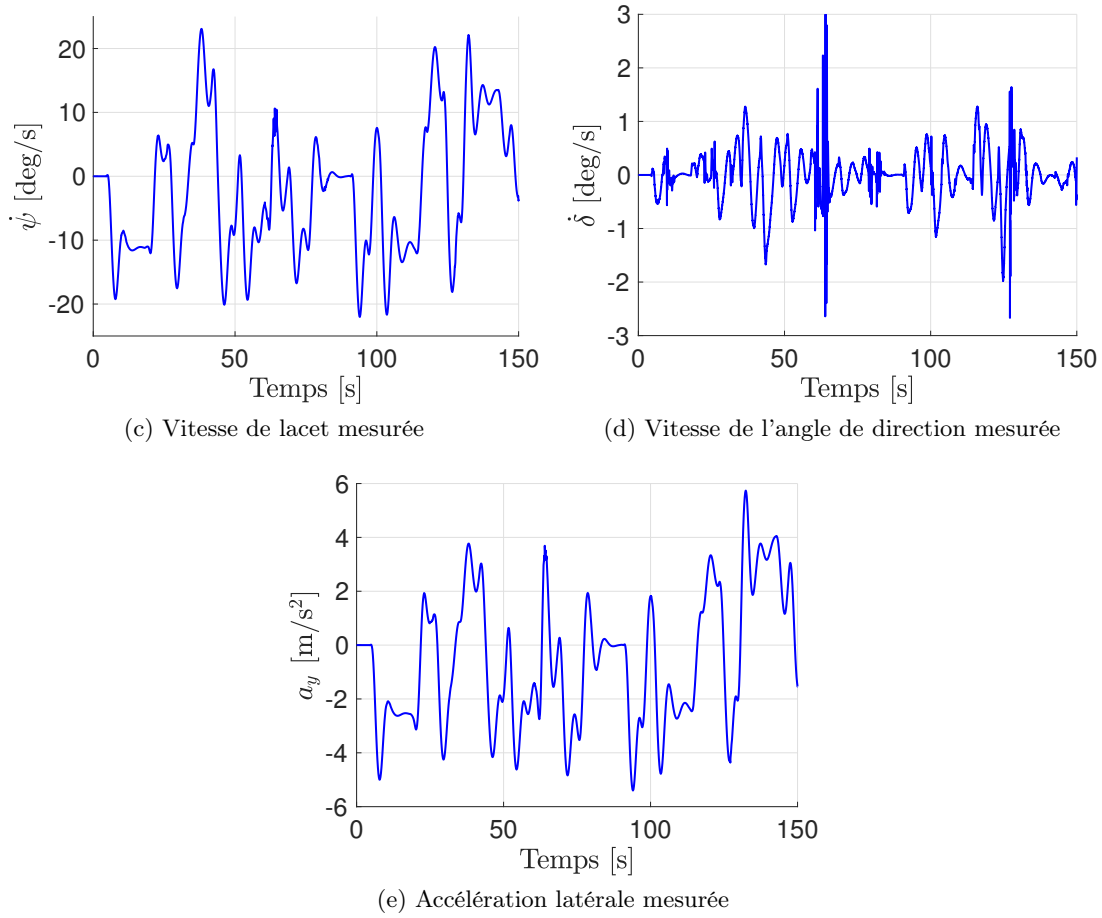
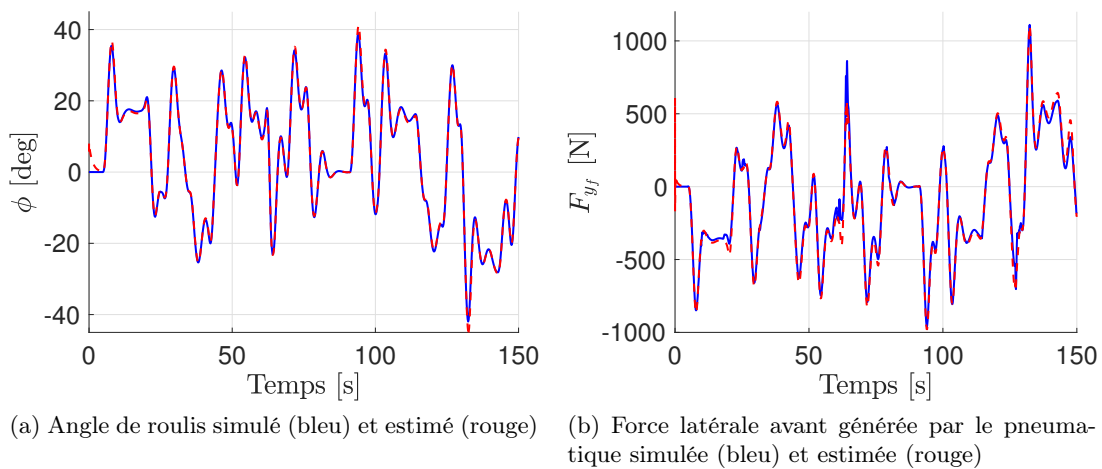


FIGURE 6.7 – États dynamiques mesurés pendant la simulation du circuit

La figure 6.8 introduit les résultats d'estimation pour la simulation du circuit avec BS. Les courbes en bleu représentent les dynamiques simulées alors que celles en rouge désignent les dynamiques estimées.



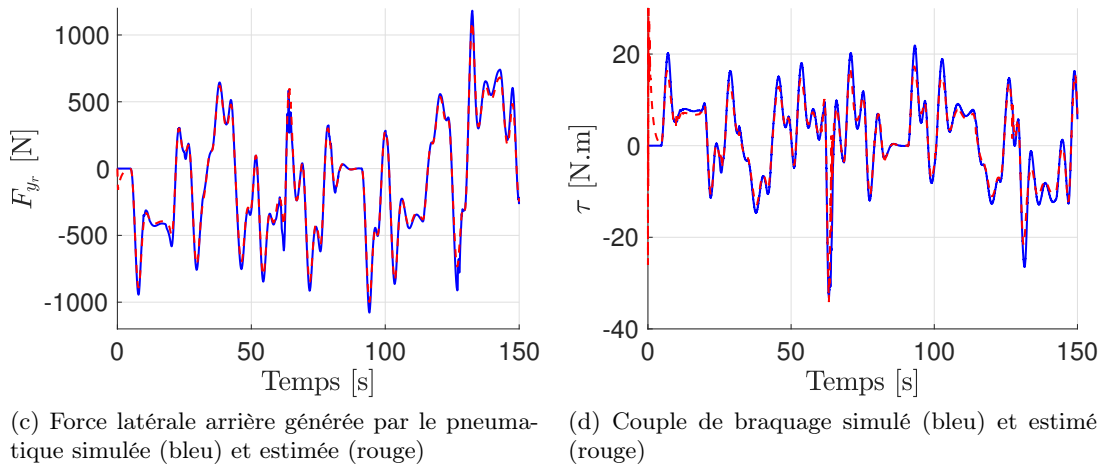


FIGURE 6.8 – États dynamiques estimés pendant la simulation du circuit

On peut distinguer quelques légères erreurs d'estimation lors des pics d'angle de roulis. Elles proviennent des hypothèses de modélisation. En effet, d'un point de vue théorique, le modèle deux-corps de la dynamique latérale utilisé pour la synthèse n'est valable que pour de faibles variations autour d'une trajectoire rectiligne du V2RM,  $\phi = 0^\circ$ . Comme on peut le voir sur la figure 6.8.a les variations autour de  $\phi = 0^\circ$  sont conséquentes. Comme lors de la validation théorique, les résultats montrent clairement que les performances d'estimation de l'OLNL sont indépendantes des variations de vitesse longitudinale. Finalement, les résultats d'estimation de l'OLNL sont plus qu'acceptables pour la simulation d'un scénario de circuit qui peut s'apparenter à un cas de conduite de tous les jours.

### 6.5.2.2 Simulation d'un slalom avec des capteurs idéaux

À la différence du scénario précédent destiné à tester un cas de conduite usuelle, le slalom présenté ci-dessous est beaucoup plus extrême. En plus des déviations latérales importantes et rapides de l'ordre de  $3.5\text{ m}$ , la vitesse est considérée variable de  $50$  à  $100\text{ km/h}$  simultanément avec les manœuvres du motard. La figure 6.9 témoigne de la sévérité du scénario.

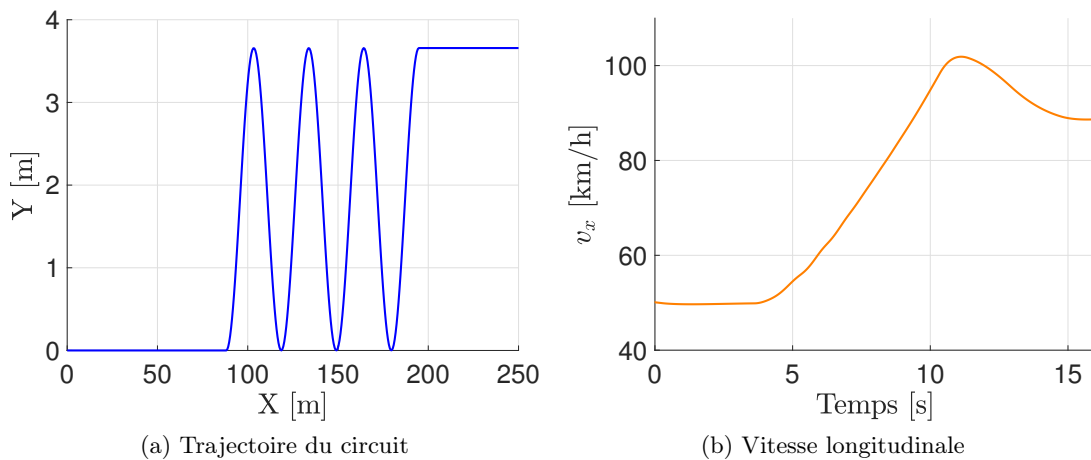


FIGURE 6.9 – Scénario de slalom simulé avec BikeSim

En pratique, un slalom aussi sévère est très rare. Cependant, il constitue une référence intéressante pour tester les observateurs, puisqu'il sollicite activement la dynamique latérale.

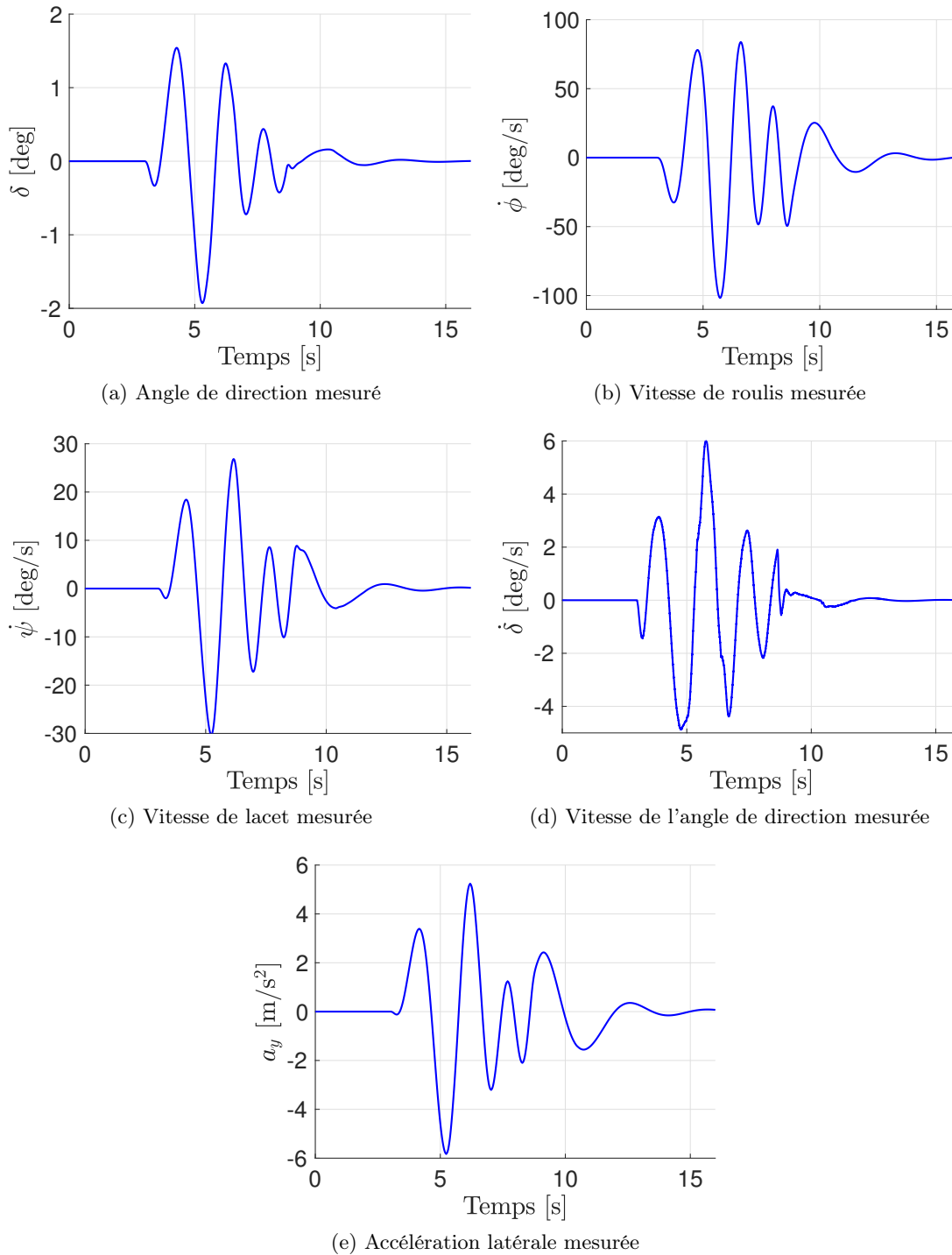


FIGURE 6.10 – États dynamiques mesurés pendant la simulation du slalom

La figure 6.10 montre les états dynamiques mesurés pendant le slalom à vitesse variable. Encore une fois, on admettra que les capteurs ne sont pas bruités. On peut remarquer les valeurs

extrêmes de la vitesse de l'angle de roulis qui atteignent  $100^\circ/s$  à cause des déviations latérales brutes de la trajectoire du V2RM.

Quant à la figure 6.11, elle présente l'évolution des états dynamiques estimés pendant le slalom. En bleu les états simulés et en rouge ceux estimés. Le constat est similaire au scénario du circuit précédent, les performances d'estimations sont très bonnes d'une manière générale. Néanmoins, les erreurs d'estimation au niveau des pics de dynamique apparaissent de manière plus évidente. Il apparaît que ces erreurs affectent plus les forces pneumatiques et le couple de braquage que l'estimation de l'angle de roulis. Dans ce cas précis, il est très probable que les erreurs proviennent principalement du modèle pneumatique utilisé pour synthétiser l'OLNL. En effet, comme pour les équations de la dynamique du V2RM, les expressions des forces pneumatiques sont linéaires. Ces dernières sont valables pour de faibles glissements et ne tiennent pas compte des effets de saturation qui doivent se faire sentir dans ce scénario de slalom.

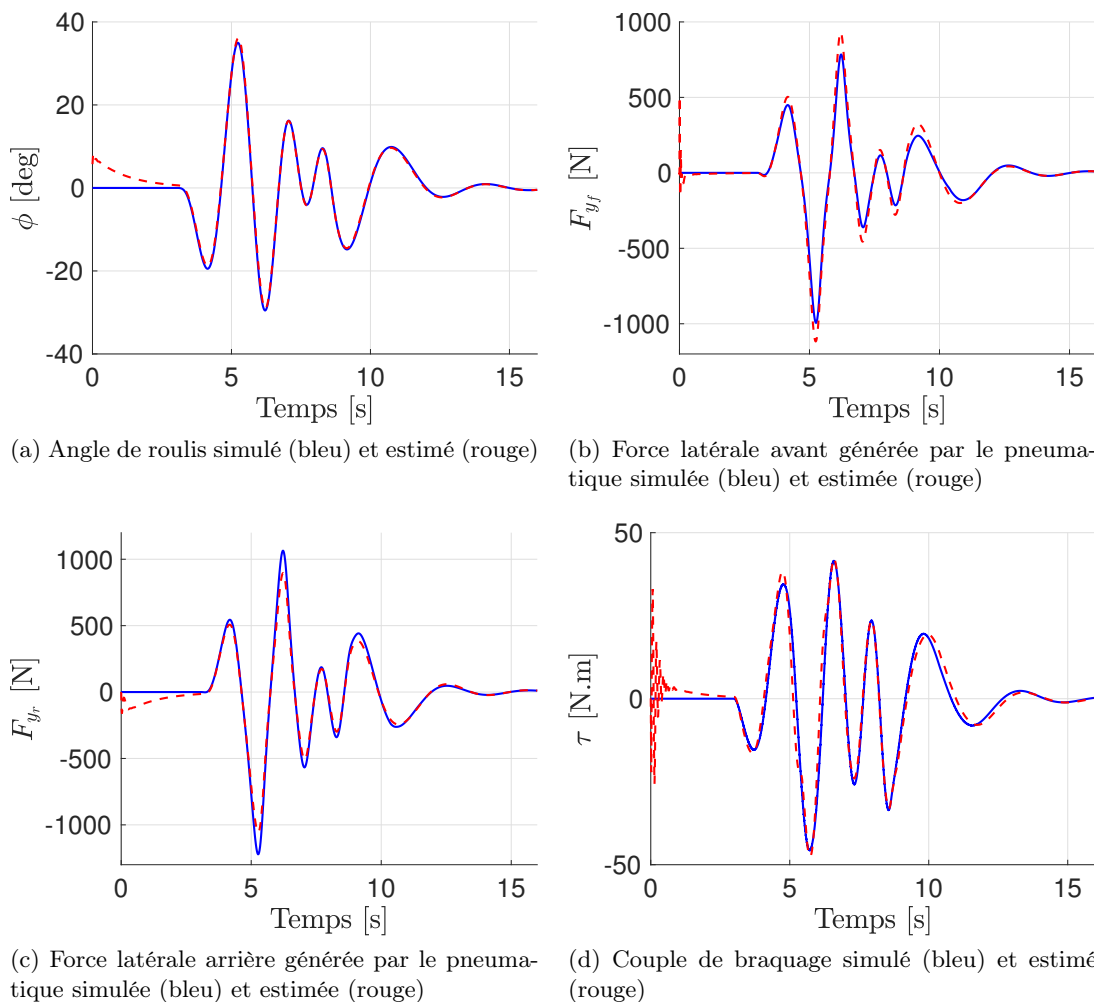


FIGURE 6.11 – États dynamiques estimés pendant la simulation du slalom

### 6.5.2.3 Simulation d'un double changement de ligne avec des capteurs bruités

Dans cette sous-section, il est question de valider l'OLNL sur le scénario de DCL directement sur BS. Cette fois-ci les capteurs ne sont pas idéaux, mais ils fournissent des mesures bruitées.



La figure 6.12 présente la trajectoire latérale du V2RM pour un DCL exécuté à une vitesse de 100 km/h. En pratique, il s'agit d'une manœuvre d'évitement à haute vitesse.

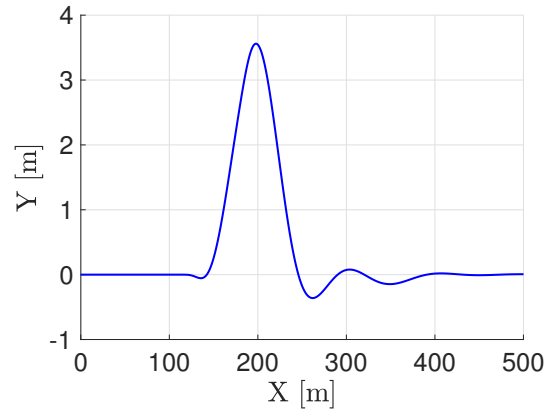
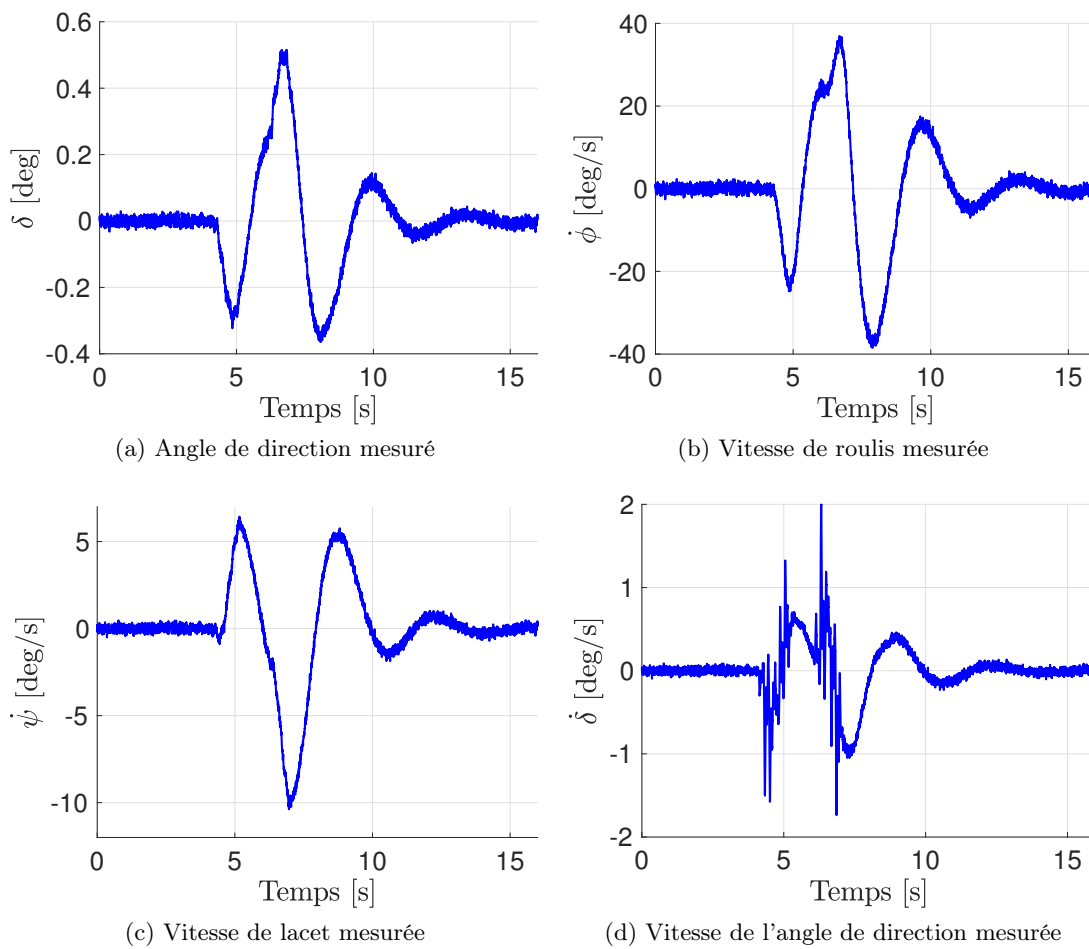
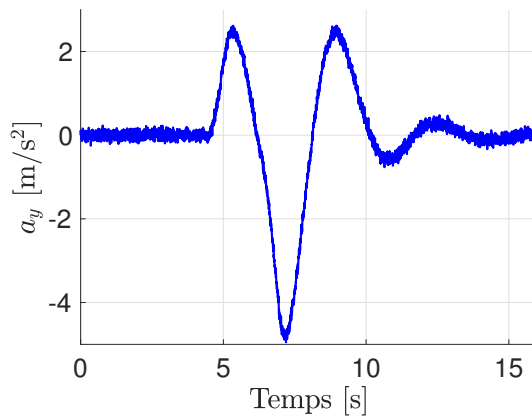


FIGURE 6.12 – Trajectoire du V2RM pour un double changement de ligne, exécuté à 100 km/h, simulé avec BikeSim





(e) Accélération latérale mesurée.

FIGURE 6.13 – États dynamiques mesurés pendant le double changement de ligne

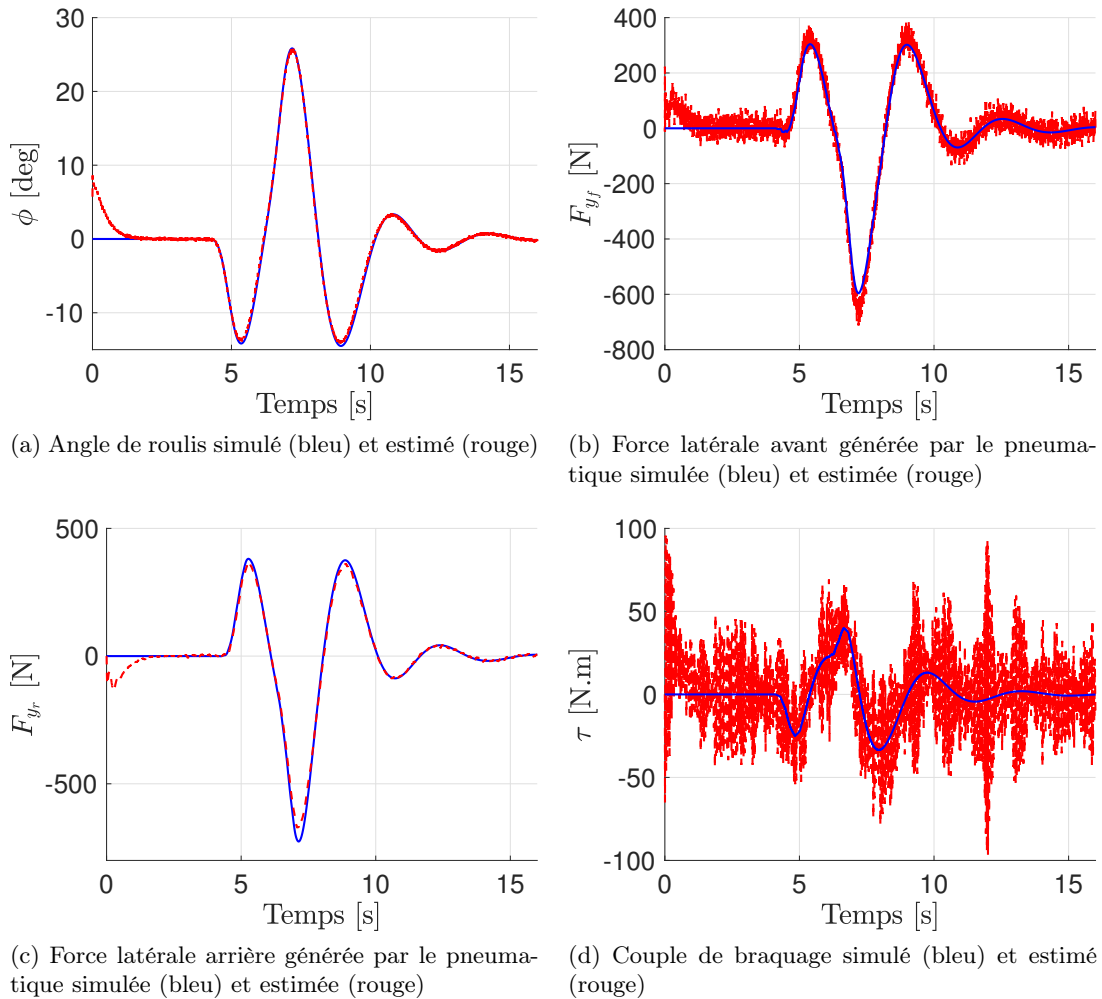


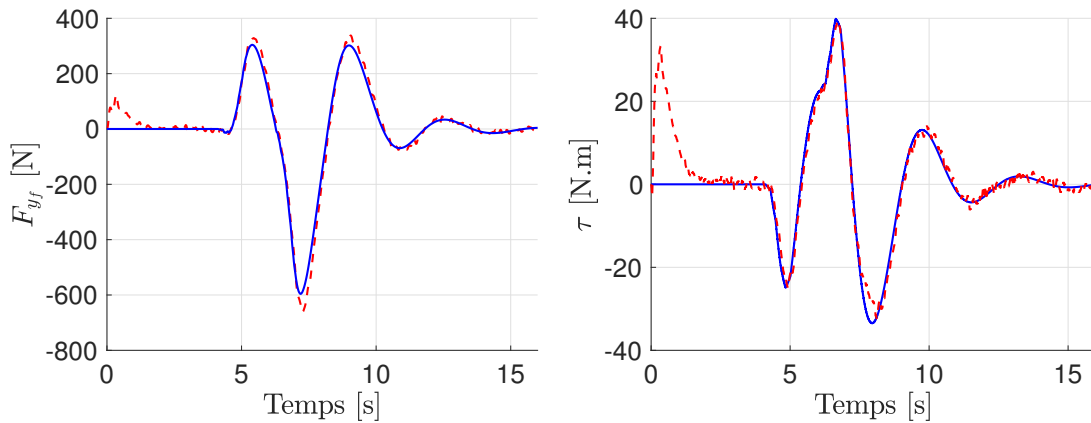
FIGURE 6.14 – États dynamiques estimés pendant le double changement de ligne

La figure 6.13 présente les mesures issues des capteurs imparfaits. Ces dernières ont été

perturbées avec un bruit aléatoire borné et centré d'une amplitude maximale de  $\pm 5\%$  de la valeur maximale du signal concernée.

Tandis que la figure 6.14 montre les états de la dynamique latérale du V2RM et l'action du conducteur estimés en présence de bruits de mesure. Ces derniers sont tracés en rouge alors que les états simulés sont en bleu. Il apparaît clairement que le couple de braquage  $\tau$  est l'état le plus affecté. Ensuite, la force latérale du pneumatique avant est également significativement touchée  $F_{yf}$ . Alors que la force latérale du pneumatique arrière  $F_{yr}$  et l'angle de roulis  $\phi$  sont très peu impactés par les imperfections des capteurs. Ce constat montre que la prise en compte de bruits affecte beaucoup plus l'estimation de la dynamique de direction pour laquelle  $F_{yf}$  et  $\tau$  sont dépendants.

Même si les estimations brutes de  $F_{yf}$  et  $\tau$  sont critiquables, il est tout à fait possible d'utiliser une technique de filtrage pour améliorer et exploiter les résultats. Dans ce contexte, nous avons opté pour un filtre de Butterworth du troisième ordre avec une fréquence de coupure adéquate. La figure 6.15 montre que ce filtre est suffisant pour filtrer correctement ces signaux sans introduire de retard significatif.



(a) Force latérale avant générée par le pneumatique simulée (rouge), estimée et filtrée (bleu) (b) Couple de braquage simulée (rouge), estimée et filtrée (bleu)

FIGURE 6.15 – États dynamiques estimés et filtrés pendant le double changement de ligne

#### 6.5.2.4 Discussion des résultats

Dans ce paragraphe, nous proposons de développer une étude RMSE pour analyser les résultats d'estimation de l'OLNL. Pour plus d'informations sur la méthode et le calcul de la RMSE, le lecteur pourra se référer à l'annexe C.2. Cette étude permet aussi de comparer les performances de l'OLNL avec certains résultats de la littérature comme dans [126] ou [38]. Cependant, leur étude RMSE porte seulement sur l'estimation de l'angle de roulis.

Dans [126], les auteurs ont proposé de comparer l'estimation du roulis avec trois approches :

- avec la vision en utilisant des techniques de corrélation,
- avec un filtre de Kalman appliqué aux mesures de la centrale inertielle (*Inertial Measurement Unit* (IMU)),
- avec la combinaison des deux.

Ces dernières ont été testées de manière expérimentale sur une plateforme deux-roues équipée. Tandis que dans [38], les auteurs ont proposé un OEI basé sur une alternative du modèle deux-corps linéaire du V2RM (voir la section 4.1.9 du chapitre 4). La validation de leur OEI est

similaire à celle développée dans ce chapitre avec des simulations dans BS. L'observateur est testé sur différents scénarios dont le même circuit que celui présenté dans la figure 6.6. Nous avons donc utilisé ce scénario comme référence pour les comparaisons de RMSE. Comme dans ce chapitre, les auteurs ont proposé une première simulation avec des capteurs idéaux et une seconde avec des mesures bruitées.

Le tableau 6.1 résume les résultats des études RMSE de ces deux contributions.

Méthode	RMSE
Système de vision, [126]	2.24
IMU-filtre Kalman, [126]	2.01
Mean vision/IMU, [126]	1.20
UIO sans bruit, [38]	1.28
UIO avec bruit, [38]	1.85

TABLE 6.1 – Résultats des études de l'erreur quadratique moyenne de la littérature pour l'estimation de l'angle de roulis

Quant au tableau 6.2, il introduit les résultats de l'étude RMSE de l'OLNL présenté dans ce chapitre. Pour chaque scénario, la RMSE de l'angle de roulis est calculée avec des capteurs idéaux (non-bruités) et des capteurs imparfaits (bruités). On rappellera que l'étude porte directement sur l'estimation du roulis à la sortie de l'observateur et qu'aucun autre filtre n'est appliqué.

Finalement, les résultats de l'étude RMSE des tableaux 6.1-6.2 démontrent le potentiel de l'OLNL comparé aux travaux déjà existant dans la littérature. La référence [38] est d'autant plus intéressante que l'observateur est testé exactement sur le même scénario. Comparé à l'OEI présenté dans [38], les performances d'estimation de l'OLNL sont meilleures de 38% avec des capteurs parfaits et 54% pour des capteurs qui fournissent des mesures bruitées. Bien que dans [38], les auteurs aient utilisé une alternative au modèle linéaire deux-corps prenant en compte certaines non-linéarités, les performances de l'OLNL sont meilleures. Même si ce dernier est seulement basé sur le modèle linéaire deux-corps censé être moins fidèle que son alternative non-linéaire.

On peut aussi constater dans le tableau 6.2 que l'OLNL que la RMSE est plus élevée pour le slalom et le DCL. En d'autres termes, l'OLNL est moins performant pour ces deux scénarios. Cela montre que l'OLNL éprouve plus de difficultés à estimer l'angle de roulis lors de manœuvres extrêmes que pour un cas de conduite normale comme le circuit. Comme discuté précédemment, les hypothèses de modélisation comme la linéarisation du modèle des pneumatiques expliquent ces erreurs d'estimation. En effet, lors de sollicitations sévères de la dynamique latérale (DCL et slalom), les pneumatiques commencent à montrer un comportement non-linéaire qui n'est pas pris en compte dans les équations de la synthèse de l'OLNL. Cependant, même avec ces quelques erreurs, les performances de l'OLNL sont plus qu'acceptables.

Finalement, les faibles variations de RMSE entre les estimations de l'angle de roulis avec des capteurs non-bruités et bruités montrent que ce dernier est presque insensible aux bruits de mesure. Cela prouve bien le potentiel de l'OLNL à estimer correctement les états dynamiques en présence de bruits de mesure.

Scénario	RMSE	
	Sans bruit	Avec bruit
Circuit	0.79	0.84
Slalom	1.09	1.53
DCL	1.08	1.55

TABLE 6.2 – Résultats de l'étude de l'erreur quadratique moyenne pour l'observateur de Luenberger non-linéaire

## 6.6 Conclusion

Ce chapitre a présenté la synthèse d'un Observateur de Luenberger Non-Linéaire (OLNL) pour l'estimation simultanée de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur. À noter que cet observateur est un Observateur à Entrée Inconnue (OEI) basé sur certaines connaissances *a priori* des Entrées Inconnues (EI). En effet, le couple de braquage appliqué par le conducteur sur le guidon est une action humaine, c'est donc une quantité continue et bornée. Il est alors possible d'augmenter le vecteur d'état du modèle de la dynamique latérale du V2RM avec le couple de braquage  $\tau$ . La synthèse de l'observateur est donc basée sur le modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) augmenté du V2RM avec la vitesse longitudinale  $v_x$  comme un paramètre variant. Ensuite, nous avons utilisé l'approche polytopique pour traiter la non-linéarité  $v_x$  dans la représentation d'état. Cela nous a permis d'obtenir un ensemble de deux sous-modèles linéaires. À partir de l'expression de l'observateur de Luenberger sous forme polytopique, de la théorie de Lyapunov et du gain  $L_2$ , nous avons défini les conditions nécessaires à la convergence de l'observateur. Pour ce faire, nous avons transformé le problème sous forme d'inégalités matricielles linéaires (*Linear Matrix Inequalities* (LMI)). De plus, n'ayant aucune autre information sur la dynamique du couple de braquage  $\dot{\tau}$  que ses bornes, le gain  $L_2$  a permis de minimiser son transfert vers l'erreur d'estimation. De ce fait, la convergence de cet observateur est uniquement bornée à la différence de l'OEI. Néanmoins, même si la convergence n'est pas asymptotique, cet observateur est intéressant car sa conception est très simple et il tient compte des variations de vitesse. De plus, ses performances sont facilement réglables avec le Degré De Liberté (DDL)  $\Upsilon$  qui correspond au diamètre du "tube" de convergence de l'erreur d'estimation. Ensuite, en reprenant exactement la même méthodologie que ci-dessus, nous avons discuté de la synthèse d'un OLNL robuste vis-à-vis des bruits de mesure provenant de capteurs imparfaits. Finalement, nous avons présenté une validation complète de l'OLNL avec une simulation théorique d'un Double Changement de Ligne (DCL) sur le modèle de synthèse. Cette dernière a permis de démontrer la convergence de l'erreur d'estimation indépendamment des conditions initiales et des variations de  $v_x$ . Dans un second, nous avons proposé une validation plus avancée avec le simulateur BikeSim (BS). Elle a permis de tester l'OLNL dans des conditions plus réalistes et sur des scénarios plus variés comme un slalom, un circuit ou encore un DCL. Ces derniers ont permis de simuler des cas de conduite usuels (circuit) et des manœuvres extrêmes (DCL et slalom). Pour finir, une étude de l'erreur quadratique moyenne (*Root Mean Square Error* (RMSE)) a permis de comparer les résultats d'estimation de l'OLNL à ceux d'autres observateurs de la littérature. Nous nous sommes particulièrement intéressés à la comparaison avec [38], où l'observateur est testé dans des conditions similaires. Cette étude a finalement montré que l'OLNL affiche de meilleures performances que ce soit avec des capteurs idéaux ou avec des capteurs bruités.

# Chapitre 7

## Observateur algébrique

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Prérequis</b>	<b>182</b>
<b>7.2</b>	<b>Formulation du problème</b>	<b>183</b>
<b>7.3</b>	<b>Synthèse de l'observateur</b>	<b>184</b>
7.3.1	Mise en équation	184
7.3.2	Algorithme de synthèse	186
<b>7.4</b>	<b>Validation avec le simulateur BikeSim</b>	<b>186</b>
7.4.1	Simulation d'un double changement de ligne	187
7.4.2	Simulation d'un slalom	189
7.4.3	Simulation d'un circuit	191
<b>7.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>193</b>

---

Ce chapitre aborde la synthèse d'un Observateur ALgébrique (OAL) pour l'estimation simultanée de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur. Cette idée a fait l'objet d'une publication dans [39]. Comme les deux observateurs précédemment, l'OAL prend en compte les variations de la vitesse longitudinale pendant la synthèse. Cet observateur est très intéressant pour notre application, puisqu'il permet de considérer certaines non-linéarités relatives aux angles de roulis ou de direction. Il permet aussi de s'affranchir d'un modèle mathématique des pneumatiques tout en estimant les forces latérales correspondantes. En effet, la synthèse de l'Observateur à Entrées Inconnues (OEI) ou encore celle de l'Observateur de Luenberger Non-Linéaire (OLNL) est basée sur le modèle deux-corps du V2RM incluant un modèle du pneumatique. Or, ce dernier est très contraignant car ses paramètres sont quasi-impossibles à mesurer. De plus, il est assez approximatif, car il est linéaire. Alors que pour des sollicitations conséquentes, on sait que le pneumatique peut avoir un comportement fortement non-linéaire avec des phénomènes de saturation. Le lecteur pourra se référer au chapitre 2 abordant la modélisation des pneumatiques pour plus de détails. D'autre part, l'OAL assure une estimation non-asymptotique des états dynamiques du modèle puisqu'il est construit à partir de relations algébriques. Il ne nécessite donc pas d'étude de convergence. Néanmoins, ses performances dépendent directement de la fidélité du modèle par rapport à la dynamique réelle du V2RM. Les incertitudes paramétriques introduisent des erreurs d'estimation à considérer. À la différence des deux chapitres précédents, aucune validation théorique est présentée dans ce chapitre. En effet, cette première validation avait pour but de tester l'observateur dans un cas idéal sur le modèle deux-corps de synthèse sans bruit de mesure et sans incertitude paramétrique. Il était notamment question de valider la convergence de l'erreur d'estimation. Or, dans le cas présent,

si l'OAL était testé sur le modèle de synthèse en l'absence d'incertitude alors il estimerait de manière non-asymptotique et exacte les états dynamiques. Cependant, une validation "réaliste" est réalisée avec le logiciel BikeSim (BS). Il est alors question de tester l'OAL sur trois scénarios complémentaires, à savoir un Double Changement de Ligne (DCL), un slalom et un circuit.

Ce chapitre est construit de la manière suivante. Dans une première section, on présentera très succinctement quelques références sur la thématique des OAL. Dans cette même section, on introduira quelques outils préliminaires nécessaires à sa synthèse. Dans la section suivante, nous discuterons l'équation d'observation et nous reformulerons le modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) de la dynamique latérale du V2RM pour le rendre différentiellement plat. Dans la troisième section, nous aborderons en détail la synthèse de l'OAL appliqué à l'estimation de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur. Finalement, une conclusion terminera ce chapitre.

## 7.1 Prérequis

Depuis les années 1980, la théorie sur les systèmes non-linéaires à sorties plates [127] a su trouver de nombreuses applications concrètes et particulièrement dans l'industrie automobile comme dans [128]. Les outils de différenciation numérique ont largement contribué à enrichir ces travaux. Ces outils permettent de générer des mesures supplémentaires pour contourner certaines conditions restrictives. Ces contraintes nécessitent souvent le recours à des observateurs dont la synthèse est complexe comme les OEI [129, 130]. Dans ce contexte, de nombreux algorithmes de différenciation ont été proposés (*High-Order Sliding Mode* (HOSM) [114], *High-Gain Differentiator* (HGD) [131], Algébrique [115], etc.). L'OAL présenté ci-dessous repose sur l'utilisation d'un différenciateur pour générer des mesures supplémentaires qui ne sont autres que les dérivées de certains états dynamiques mesurés. Finalement, l'OAL est construit à partir des expressions algébriques des états dynamiques du système en fonction des mesures réelles et de leurs dérivées estimées par le différenciateur.

Dans la suite de cette section, quelques outils et notations sont rappelés afin de faciliter la compréhension de la synthèse de l'OAL. Pour plus d'informations, le lecteur pourra se référer à [115, 132, 133, 134].

Maintenant, considérons le système non-linéaire suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (7.1)$$

Le système (7.1) est dit différentiellement plat si et seulement si :

1. il existe une fonction  $h(x)$  telle que :

$$y(t) = h(x(t), u(t), \dot{u}(t), \dots, u^{(r)}(t)) \quad (7.2)$$

avec  $y(t) = (y_1, \dots, y_{n_y})^T \in \mathbb{R}^{n_y}$ ,  $r \in \mathbb{N}$ . La variable  $y(t)$  est appelée la sortie plate.

2. l'état  $x(t)$  et l'entrée  $u(t)$  peuvent être exprimés par :

$$x(t) = A(y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{(r_x)}(t)), \quad r_x \in \mathbb{N} \quad (7.3)$$

$$u(t) = B(y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{(r_u)}(t)), \quad r_u \in \mathbb{N} \quad (7.4)$$

Maintenant, considérons le signal  $x(t) \in \mathbb{R}$  avec  $0 \leq t < \rho$ . La troncature de son développement en série de Taylor à l'ordre  $N$  dans l'intervalle  $[0, \epsilon]$  avec  $0 < \epsilon \leq \rho$ , est donnée par :

$$x_N(t) = \sum_{i=1}^N x^{(i)}(0) \frac{t^i}{i!} \quad (7.5)$$

En d'autres termes,  $x_N(t)$  est une approximation de  $x(t)$  dans l'intervalle  $[0, \epsilon]$ . En utilisant les calculs opérationnels, on peut obtenir la dérivée temporelle d'ordre  $i$ , c'est-à-dire :  $\left[ x^{(i)}(0) \right]_e$ ,  $0 \leq i \leq N$ . Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à [115] où les bases théoriques de cette approche sont posées. Finalement, l'estimation de la première dérivée temporelle est calculée à partir de :

$$\dot{\hat{x}}(t) = -\frac{3!}{T^3} \int_{t-T}^t (2T(t-\tau) - T)x(\tau)d\tau \quad (7.6)$$

On remarquera que cette dernière expression est facilement implémentable avec un filtre digital associé à une fenêtre glissante de largeur  $T$ .

À noter que dans un cas de figure où le signal est affecté par un bruit, la même approche peut être utilisée pour estimer le signal filtré. Le filtre correspond alors à la dérivée d'ordre zéro et son expression est donnée par :

$$\hat{x}(t) = \frac{2!}{T^2} \int_{t-T}^t (3(t-\tau) - T)x(\tau)d\tau \quad (7.7)$$

## 7.2 Formulation du problème

Dans la première partie du rapport dédiée à la modélisation du V2RM, nous avons vu qu'il était possible de modéliser la dynamique latérale du V2RM avec un ensemble de huit équations dont deux triviales. Cette représentation est basée sur l'hypothèse d'un modèle deux-corps. Nous avons également vu qu'il était possible d'intégrer certaines non-linéarités dans le modèle deux-corps. Pour la synthèse de l'OAL, nous considérerons donc les non-linéarités associées aux angles de roulis  $\phi$  et de direction  $\delta$  comme dans [38]. Sous ces hypothèses, le modèle deux-corps de la dynamique latérale du V2RM est décrit par les équations dynamiques suivantes (4.64)-(4.84) :

$$\begin{cases} m_{11}\dot{v}_y + m_{12}\ddot{\psi} + m_{13}\ddot{\phi} + m_{14}\ddot{\delta} - r_{14}v_x\dot{\psi} = \sum F_y \\ m_{12}\dot{v}_y + m_{22}\ddot{\psi} + m_{23}\ddot{\phi} + m_{24}\ddot{\delta} - r_{24}v_x\dot{\psi} - r_{25}v_x\dot{\phi} - r_{26}v_x\dot{\delta} = \sum M_z \\ m_{13}\dot{v}_y + m_{23}\ddot{\psi} + m_{33}\ddot{\phi} + m_{34}\ddot{\delta} - r_{34}v_x\dot{\psi} - r_{36}v_x\dot{\delta} = \sum M_x \\ m_{14}\dot{v}_y + m_{24}\ddot{\psi} + m_{34}\ddot{\phi} + m_{44}\ddot{\delta} - r_{44}v_x\dot{\psi} - r_{45}v_x\dot{\phi} - r_{46}\dot{\delta} = \sum M_s \end{cases} \quad (7.8)$$

avec

$$\begin{cases} \sum F_y = F_{y_f} + F_{y_r} \\ \sum M_z = r_{27}F_{y_f} + r_{28}F_{y_r} \\ \sum M_x = r_{31}\sin(\phi) + r_{32}\sin(\delta) \\ \sum M_s = r_{41}\sin(\phi) + r_{42}\sin(\delta) + r_{47}F_{y_f} + \tau \end{cases} \quad (7.9)$$

On rappellera que le système (7.8) décrit dans l'ordre, la dynamique latérale, la dynamique de lacet, la dynamique de roulis et la dynamique de la direction. Les termes  $m_{ij}$  et  $r_{ij}$  sont explicités dans les tableaux 4.1 et 4.2.

À la différence de l'instrumentation requise pour l'OEI ou l'OLNL, l'OAL requiert l'ajout d'un accéléromètre. Comme pour le gyroscope, on admettra qu'il est installé au niveau du Centre De Gravité (CDG) du véhicule. Finalement, pour la suite de ce chapitre, on considérera que le V2RM est équipé d'un codeur sur le mécanisme de direction renseignant la mesure de l'angle de direction  $\delta$ . De plus, on admettra que l'accéléromètre et le gyroscope mesurent respectivement l'accélération latérale  $a_y$  et les vitesses de lacet et de roulis notées  $\dot{\psi}$  et  $\dot{\phi}$ .



Finalement, ces trois capteurs fournissent les mesures  $y_i(t)$  suivantes :

$$y_1(t) = a_y, \quad y_2(t) = \dot{\psi}, \quad y_3(t) = \dot{\phi}, \quad y_4(t) = \delta \quad (7.10)$$

On rappellera que la mesure de la vitesse longitudinale  $v_x$  est considérée accessible.

## 7.3 Synthèse de l'observateur

### 7.3.1 Mise en équation

Pour commencer, considérons l'équation du principe fondamental de la dynamique appliqué à la dynamique latérale du V2RM :

$$m_{11}a_y = F_{y_f} + F_{y_r} \quad (7.11)$$

avec  $a_y$  l'accélération latérale mesurée par l'accéléromètre et  $m_{11} = \mathcal{M}_f + \mathcal{M}_r$  la masse de l'ensemble conducteur et V2RM. Les termes  $F_{y_f}$  et  $F_{y_r}$  sont les forces pneumatiques latérales respectivement avant et arrière. On rappellera qu'il n'existe aucun capteur commercial permettant de mesurer ces forces en condition de roulage. C'est pourquoi un modèle mathématique des forces pneumatiques est souvent utilisé dans la synthèse des observateurs comme pour l'OEI ou l'OLNL des chapitres précédents. Pour des questions de complexité, ce modèle est très souvent linéarisé, ce qui réduit sa plage de validité. De plus, il dépend des conditions extérieures (adhérence, température, etc.) et des paramètres pneumatiques délicats à identifier. Cet observateur possède l'énorme avantage de contourner le problème en estimant les forces pneumatiques indépendamment d'un modèle associé. À notre connaissance, avec l'observateur proposé dans [98], ce sont les deux seuls observateurs qui possèdent cet avantage.

Pour estimer les forces pneumatiques, une combinaison des deux premières équations de (7.8) permet d'obtenir une expression algébrique indépendante de la variable  $\dot{v}_y$ . En effet, la vitesse latérale  $v_y$  n'est pas mesurée pour des raisons économiques. À noter qu'à ce stade, nous n'avons aucune information sur  $v_y$  et sur sa dynamique  $\dot{v}_y$ . Il vient :

$$\begin{aligned} (m_{12}^2 - m_{11}m_{22})\ddot{\psi} &+ (m_{12}m_{13} - m_{11}m_{23})\ddot{\phi} + (m_{12}m_{14} - m_{11}m_{24})\ddot{\delta} + (m_{11}r_{24} - m_{12}r_{14})v_x\dot{\psi} \\ &+ m_{11}r_{25}v_x\dot{\phi} + m_{11}r_{26}v_x\dot{\delta} = (m_{12} - m_{11}r_{27})F_{y_f} + (m_{12} - m_{11}r_{28})F_{y_r} \end{aligned} \quad (7.12)$$

En combinant les équations (7.11) et (7.12), il est possible d'isoler l'expression de la force pneumatique latérale avant  $F_{y_f}$  telle que :

$$\begin{aligned} F_{y_f} &= \frac{1}{m_{11}(r_{28} - r_{27})} \left[ (m_{11}r_{28} - m_{12})m_{11}a_y + (m_{12}^2 - m_{11}m_{22})\ddot{\psi} + (m_{12}m_{13} - m_{11}m_{23})\ddot{\phi} \right. \\ &\quad \left. + (m_{12}m_{14} - m_{11}m_{24})\ddot{\delta} + (m_{11}r_{24} - m_{12}r_{14})v_x\dot{\psi} + m_{11}r_{25}v_x\dot{\phi} + m_{11}r_{26}v_x\dot{\delta} \right] \end{aligned} \quad (7.13)$$

On remarquera que dans l'équation (7.13),  $F_{y_f}$  est exprimée uniquement en fonction des mesures et de leurs dérivées. Ensuite, en inversant (7.11), il est possible d'exprimer la force pneumatique latérale arrière  $F_{y_r}$  en fonction de la mesure  $a_y$  et de  $F_{y_f}$  préalablement estimée. Il vient :

$$F_{y_r} = m_{11}a_y - F_{y_f} \quad (7.14)$$

Finalement, après avoir exprimé les forces pneumatiques latérales en fonction des mesures et de leurs dérivées,  $\dot{v}_y$  peut être estimée à partir de la première équation du système (7.8). On obtient alors l'expression :

$$\dot{v}_y = \frac{1}{m_{11}} \left[ F_{y_f} + F_{y_r} - m_{12}\ddot{\psi} - m_{13}\ddot{\phi} - m_{14}\ddot{\delta} + r_{14}v_x\dot{\psi} \right] \quad (7.15)$$

Quant à l'angle de roulis  $\phi$ , il est obtenu en manipulant la troisième équation de (7.8). Il vient alors :

$$\phi = \text{asin} \left( \frac{1}{r_{31}} \left[ m_{13}\dot{v}_y + m_{23}\ddot{\psi} + m_{33}\ddot{\phi} + m_{34}\ddot{\delta} - r_{34}v_x\dot{\psi} - r_{36}v_x\dot{\delta} - r_{32}\sin(\delta) \right] \right) \quad (7.16)$$

Avec l'expression de la quatrième équation de (7.8), le couple de braquage  $\tau$  peut être estimé à partir de la relation suivante :

$$\begin{aligned} \tau &= m_{14}\dot{v}_y + m_{24}\ddot{\psi} + m_{34}\ddot{\phi} + m_{44}\ddot{\delta} - r_{44}v_x\dot{\psi} - r_{45}v_x\dot{\phi} \\ &\quad - r_{46}\dot{\delta} - r_{41}\sin(\phi) - r_{42}\sin(\delta) - r_{47}F_{y_f} \end{aligned} \quad (7.17)$$

Finalement, les équations (7.13)-(7.17) peuvent être résumées par :

$$\begin{aligned} F_{y_f} &= \varphi_1 (y_1, y_2, \dot{y}_2, y_3, \dot{y}_3, \dot{y}_4, \ddot{y}_4) \\ F_{y_r} &= \varphi_2 (F_{y_f}, y_1) \\ \dot{v}_y &= \varphi_3 (F_{y_f}, F_{y_r}, y_2, \dot{y}_2, \dot{y}_3, \dot{y}_4) \\ \phi &= \varphi_4 (\dot{v}_y, y_2, \dot{y}_2, \dot{y}_3, y_4, \dot{y}_4, \ddot{y}_4) \\ \tau &= \varphi_5 (\dot{v}_y, \phi, F_{y_f}, y_2, \dot{y}_2, y_3, \dot{y}_3, y_4, \dot{y}_4, \ddot{y}_4) \end{aligned} \quad (7.18)$$

Les termes  $\varphi_i$  désignent les fonctions qui expriment les états dynamiques à estimer en fonction des mesures, de leurs dérivées et des états dynamiques précédemment estimés. Il est important de noter que ces équations montent l'observabilité au sens algébrique de la dynamique latérale du V2RM. On remarquera que pour estimer tous les états dynamiques, les équations (7.18) doivent obligatoirement être résolues dans cet ordre. On parlera alors de résolution séquentielle.

Il apparaît clairement qu'il est nécessaire d'estimer la dynamique de certaines mesures pour résoudre algébriquement les équations (7.18). On utilisera donc la technique de différenciation présentée dans [115] pour estimer la première et seconde dérivée temporelle des mesures. On adoptera pour la suite les notations  $[\dot{y}_i]_e$  et  $[\ddot{y}_i]_e$ ,  $i = 1, \dots, 4$ . Elles correspondent respectivement à l'estimation de la première et de la seconde dérivée. Finalement, en considérant les notations précédentes, on peut réécrire le système (7.18) telles que :

$$\begin{aligned} \hat{F}_{y_f} &= \Phi_1 (y_1, y_2, [\dot{y}_2]_e, y_3, [\dot{y}_3]_e, [\dot{y}_4]_e, [\ddot{y}_4]_e) \\ \hat{F}_{y_r} &= \Phi_2 (y_1, y_2, [\dot{y}_2]_e, y_3, [\dot{y}_3]_e, [\dot{y}_4]_e, [\ddot{y}_4]_e) \\ \hat{\dot{v}}_y &= \Phi_3 (y_1, y_2, [\dot{y}_2]_e, y_3, [\dot{y}_3]_e, [\dot{y}_4]_e, [\ddot{y}_4]_e) \\ \hat{\phi} &= \Phi_4 (y_1, y_2, [\dot{y}_2]_e, y_3, [\dot{y}_3]_e, y_4, [\dot{y}_4]_e, [\ddot{y}_4]_e) \\ \hat{\tau} &= \Phi_5 (y_1, y_2, [\dot{y}_2]_e, y_3, [\dot{y}_3]_e, y_4, [\dot{y}_4]_e, [\ddot{y}_4]_e) \end{aligned} \quad (7.19)$$

Les termes  $\Phi_i$  désignent les fonctions qui expriment les états dynamiques non-mesurés uniquement en fonction des mesures et de l'estimation de leurs dérivées. À noter que si les mesures sont

bruitées, alors il est nécessaire de filtrer les signaux avant d'estimer leurs dérivées pour éviter d'amplifier les perturbations. On pourra utiliser le filtre défini dans l'équation (7.7) pour réaliser le filtrage.

### 7.3.2 Algorithme de synthèse

La synthèse de l'OAL peut se résumer très simplement par les trois étapes suivantes :

1. Définir les expressions algébriques entre les états dynamiques à estimer, les mesures et leurs dérivées.
2. Définir les fonctions  $\Phi_i$  données dans le système d'équations (7.19).
3. Faire la synthèse un différenciateur pour estimer les dérivées premières des mesures  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\phi}$ ,  $\delta$ . Et un second permettant d'estimer la seconde dérivée de  $\delta$ . Dans le cas où les mesures sont bruitées, on procédera à une étape de filtrage préliminaire avec le filtre proposé dans (7.7).

Sachant que la synthèse de l'OAL est directement basée sur les équations du modèle du V2RM, il n'y a pas d'intérêt de procéder à une validation sur le modèle deux-corps de synthèse. En effet, sans bruit de mesure et sans incertitude paramétrique, le différenciateur estime directement la dérivée des mesures. L'estimation des états dynamiques du modèle est alors non-asymptotique et exacte [133, 115]. La validation de cet observateur est discutée dans la partie validation où l'OAL est implémenté dans le simulateur BS.

## 7.4 Validation avec le simulateur BikeSim

Dans cette section, on propose de valider l'OAL directement sur le simulateur BS. Même si on considère des capteurs parfaits lors de la validation, les simulations dynamiques réalisées avec BS sont réalistes. Avec son modèle non-linéaire huit-corps BS permet de simuler fidèlement la dynamique des V2RM. Nous avons testé l'OAL sur trois scénarios complémentaires :

- un DCL à 100 km/h,
- un slalom à 100 km/h,
- un circuit à vitesse variable.

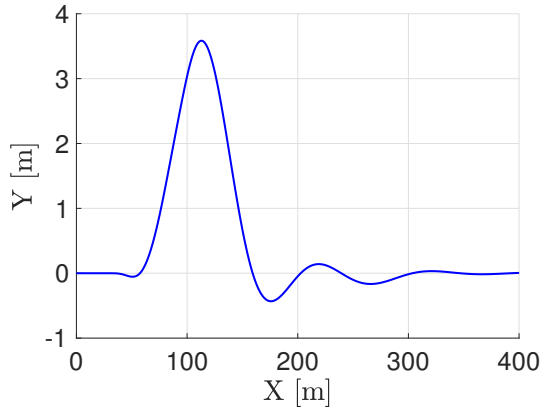
Pour ces simulations nous avons choisi d'utiliser un véhicule typé sportif initialement proposé dans BS. Les paramètres du modèle LPV deux-corps de ce V2RM, à savoir les termes de la matrice d'état et ceux du vecteur de commande sont donnés dans l'annexe E. Rappelons que le V2RM est équipé d'une centrale inertielle qui fournit les mesures de l'accélération latérale  $a_y$ , la vitesse de l'angle de lacet  $\dot{\psi}$  et celle de l'angle de roulis  $\dot{\phi}$ . De plus un codeur installé sur la direction permettra d'accéder à la mesure de l'angle de direction  $\delta$ . Ces mesures garantissent l'observabilité au sens algébrique de l'OAL et elles permettent d'estimer le reste des états dynamiques du V2RM comme les forces pneumatiques ou le couple de braquage par exemple. L'estimation de la vitesse latérale  $\hat{v}_y$  n'est pas discutée dans les simulations ci-dessous. En effet, même si les scénarios étudiés peuvent paraître agressifs (slalom et DCL),  $v_y$  n'est que très peu excitée. L'OAL éprouve alors des difficultés dans l'estimation de cet état de la dynamique. On rappellera que  $v_y$  n'est pas l'intégrale de  $a_y$ . D'après les équations (7.11) et (7.15), ces deux quantités sont reliées par :

$$\dot{v}_y = a_y - \frac{m_{12}}{m_{11}}\ddot{\psi} - \frac{m_{13}}{m_{11}}\ddot{\phi} - \frac{m_{14}}{m_{11}}\ddot{\delta} + \frac{r_{13}}{m_{11}}v_x\dot{\psi} \quad (7.20)$$

Par ailleurs,  $a_y$  correspond à l'expression de l'accélération latérale dans le repère terrestre. Or l'accéléromètre fournit la mesure des accélérations dans le repère local au véhicule. Ce sujet est développé dans l'annexe D.

### 7.4.1 Simulation d'un double changement de ligne

Dans cette sous-section, il est question de valider l'OAL sur le scénario de DCL. Lors de la simulation, la vitesse du V2RM est constante à  $100 \text{ km/h}$ . À noter que dans un premier temps, on cherche à valider les performances d'estimation de la dynamique latérale sans prendre en compte les variations de vitesses. Dans la suite de ce chapitre, la simulation d'un scénario de circuit élucide parfaitement cette problématique avec une vitesse fortement variable.

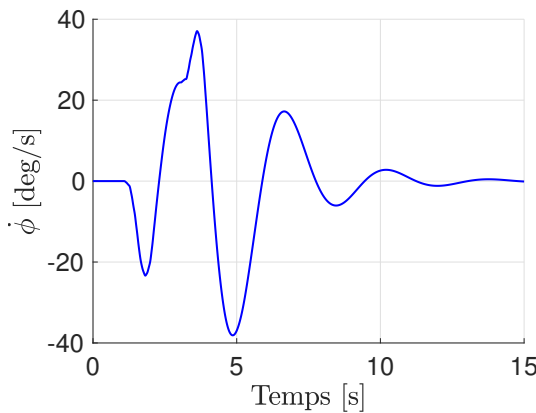


(a) Trajectoire du véhicule

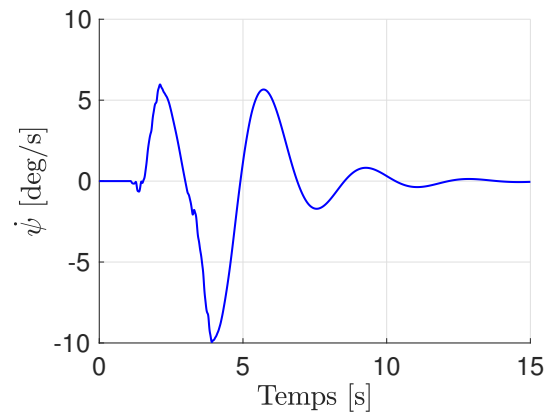
FIGURE 7.1 – Scénario de double changement de ligne, exécuté à  $100 \text{ km/h}$ , simulé avec BikeSim

La figure 7.1 montre la trajectoire du V2RM pendant le scénario du DCL. Elle se traduit par un écart latéral d'environ  $3.5 \text{ m}$  depuis la position latérale initiale.

La figure 7.2 présente les états mesurés tandis que la figure 7.3 introduit les états de la dynamique latérale du V2RM estimés en rouge et ceux simulés avec BS en bleu. Même si la vitesse longitudinale est constante, cette dernière figure montre les capacités de l'OAL pour estimer très fidèlement l'angle de roulis  $\phi$  et les forces pneumatiques  $F_{y_f}$  et  $F_{y_r}$  pendant une manœuvre d'urgence tel que le DCL. Cependant, on peut observer quelques erreurs d'estimation significatives sur les pics de couple de braquage. Ces erreurs peuvent s'expliquer par des incertitudes paramétriques dans l'équation de la direction (7.8)-(7.9). Rappelons que nous avons utilisé un modèle deux-corps linéaire du V2RM alors que BS simule un modèle multi-corps fortement non-linéaire.



(a) Vitesse de l'angle de roulis mesurée



(b) Vitesse de l'angle de lacet mesurée

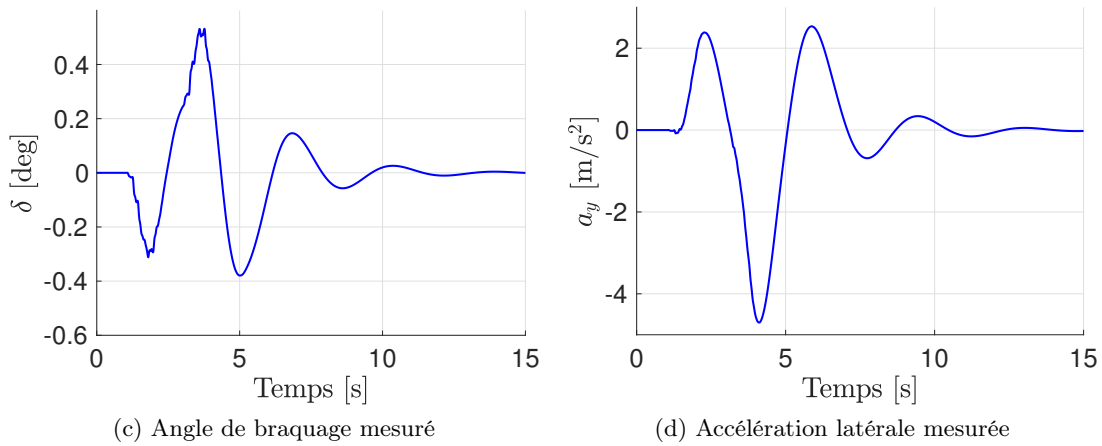


FIGURE 7.2 – États dynamiques mesurés pendant le scénario du double changement de ligne

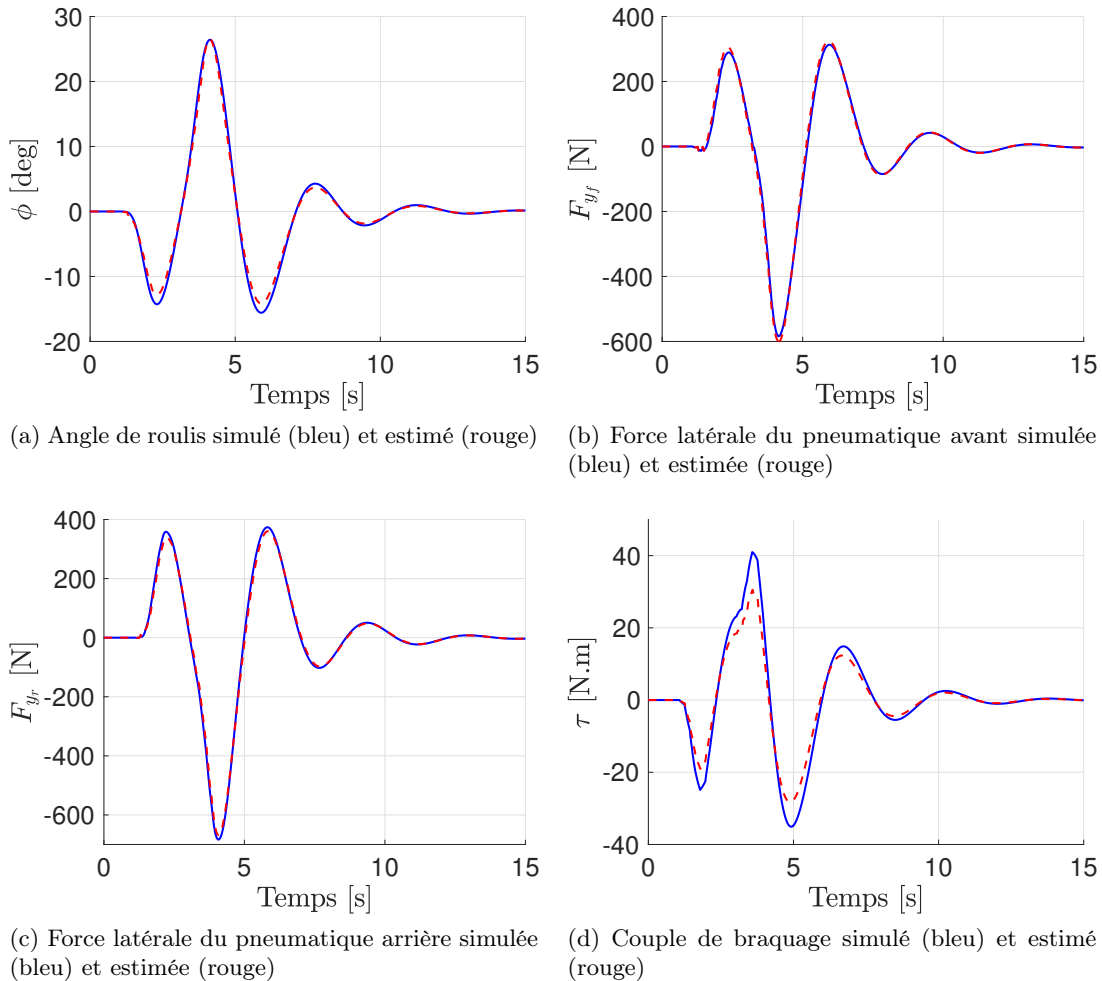


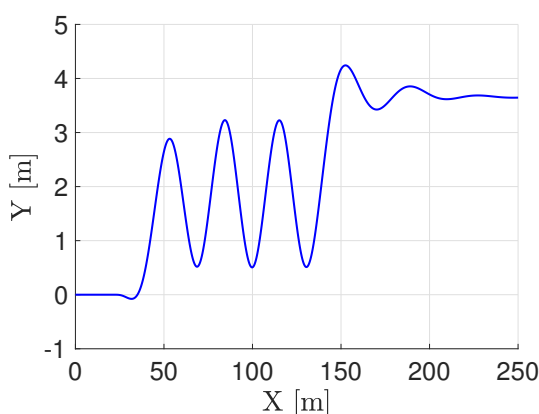
FIGURE 7.3 – États dynamiques estimés pendant le scénario du double changement de ligne

Si on observe la figure 7.3 on peut constater un des points forts de l'OAL, à savoir la conver-

gence non-asymptotique. En opposition avec les observateurs à convergence asymptotique comme l'OEI ou l'OLNL, il n'y a pas de phase convergence. Cela s'explique par le fait que l'OAL repose sur un algorithme de résolution d'équations algébriques.

### 7.4.2 Simulation d'un slalom

Cette sous-section présente un scénario de slalom agressif simulé avec BS. Pendant la simulation le V2RM se déplace à  $50 \text{ km/h}$ . Bien que ce genre de scénario ne corresponde pas à une manœuvre d'urgence ou à un cas de conduite usuelle. Il permet de tester l'OAL dans des conditions dynamiques extrêmes qui dépassent largement les hypothèses faites lors de la modélisation.

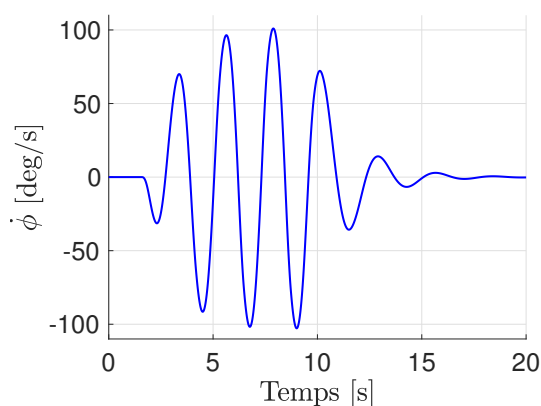


(a) Trajectoire du véhicule

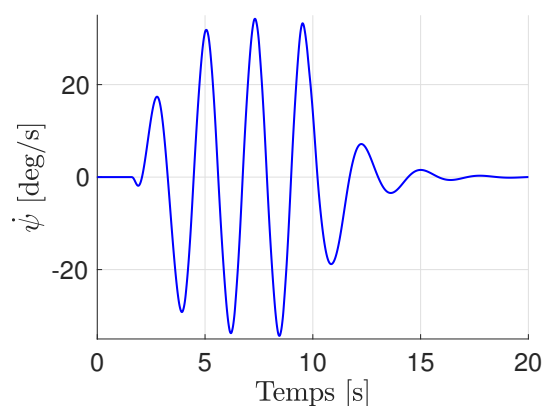
FIGURE 7.4 – Scénario de slalom simulé avec BikeSim

La figure 7.4 présente la trajectoire du V2RM pendant le scénario du slalom avec des écarts latéraux d'environ  $3 \text{ m}$  par rapport à la position latérale initiale.

La figure 7.5 introduit les états mesurés. Par simple comparaison avec la figure 7.2, on peut clairement observer l'agressivité du scénario sur la dynamique latérale du V2RM.



(a) Vitesse de l'angle de roulis mesurée



(b) Vitesse de l'angle de lacet mesurée

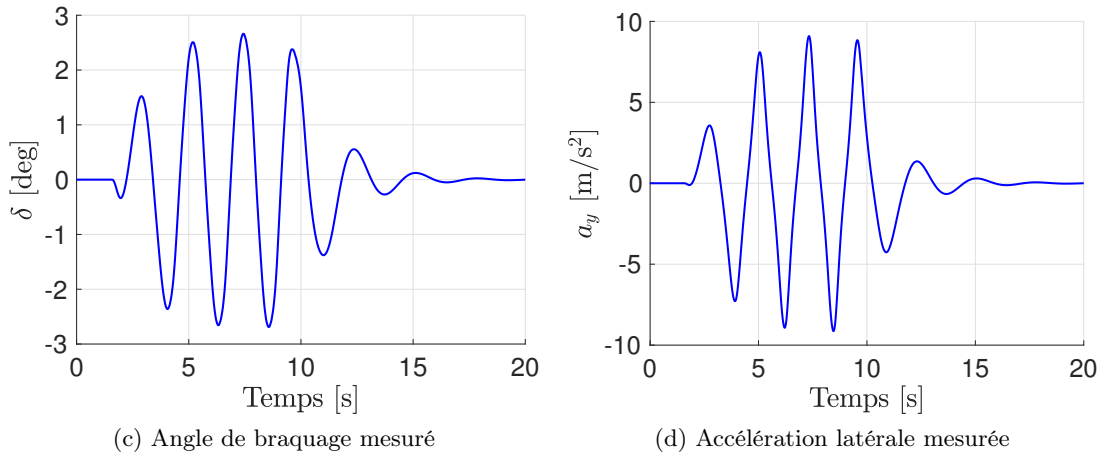
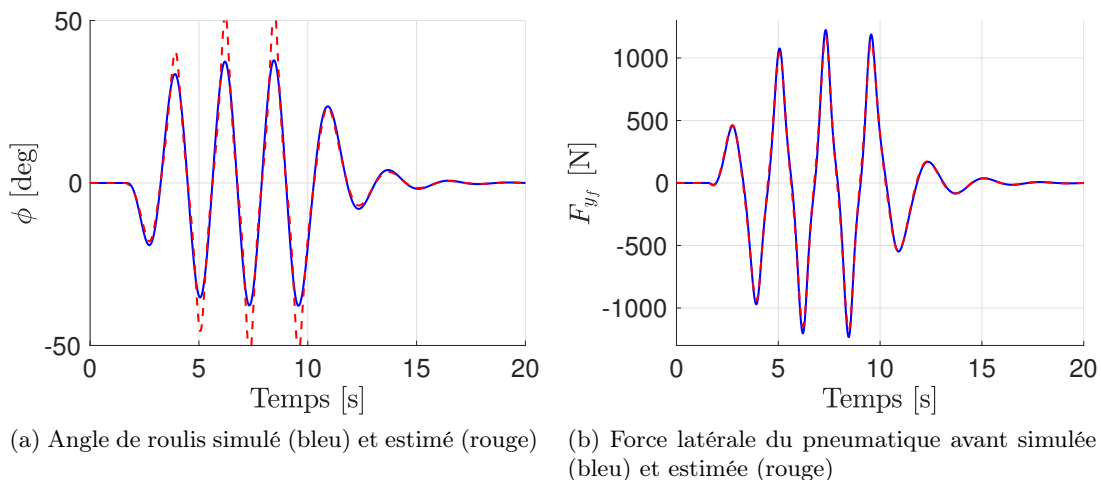


FIGURE 7.5 – États dynamiques mesurés pendant le scénario du slalom

Quant à la figure 7.6, elle introduit les états de la dynamique latérale du V2RM simulés en bleu et estimés en rouge. Comme pour la simulation du DCL, les forces pneumatiques sont parfaitement estimées grâce à l’accessibilité à la mesure de  $a_y$ . On peut remarquer l’amplitude extrême de l’angle de roulis (environ  $40^\circ$ ). Cependant, dans ces zones de pics, même en considérant certaines des non-linéarités associées à l’angle de roulis, les performances d’estimation sont beaucoup moins bonnes. Les erreurs d’estimation proviennent des hypothèses sévères faites lors de la synthèse du modèle deux-corps quasi-LPV alors que BS utilise un modèle huit-corps fortement non-linéaire. On rappellera que le modèle deux-corps utilisé pour la conception de l’OAL n’est théoriquement valable que pour de faibles variations autour de la position d’équilibre en ligne droite ( $\phi = 0^\circ$ ). Ce scénario extrême de slalom montre que l’on atteint les limites du modèle.



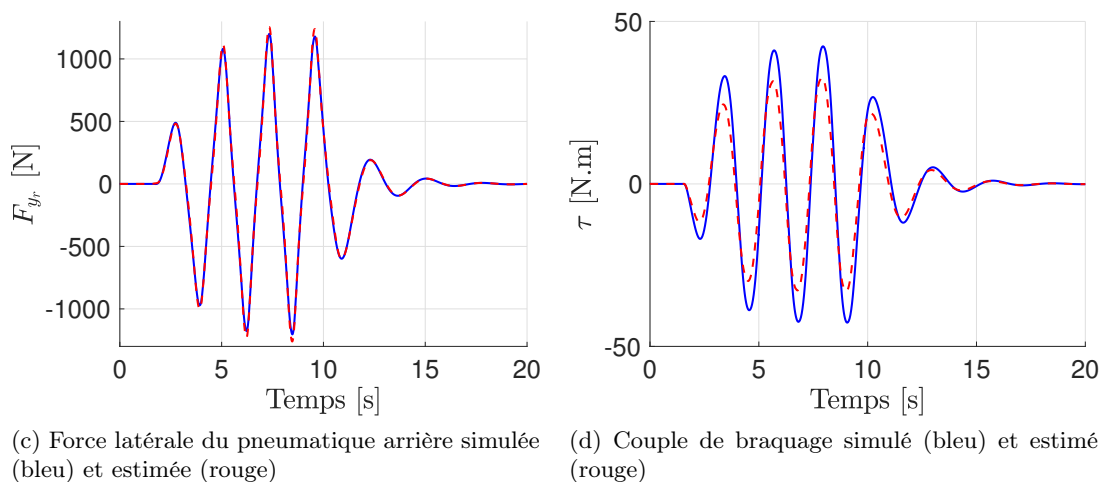


FIGURE 7.6 – États dynamiques estimés pendant le scénario du slalom

### 7.4.3 Simulation d'un circuit

Cette sous-section présente la simulation d'un circuit à vitesse variable simulé avec BS. À la différence des deux scénarios précédents, ce circuit est beaucoup plus représentatif d'un cas de conduite usuelle. De plus, la vitesse longitudinale est variable ce qui permet de tester les performances de l'OAL dans des conditions plus réalistes.

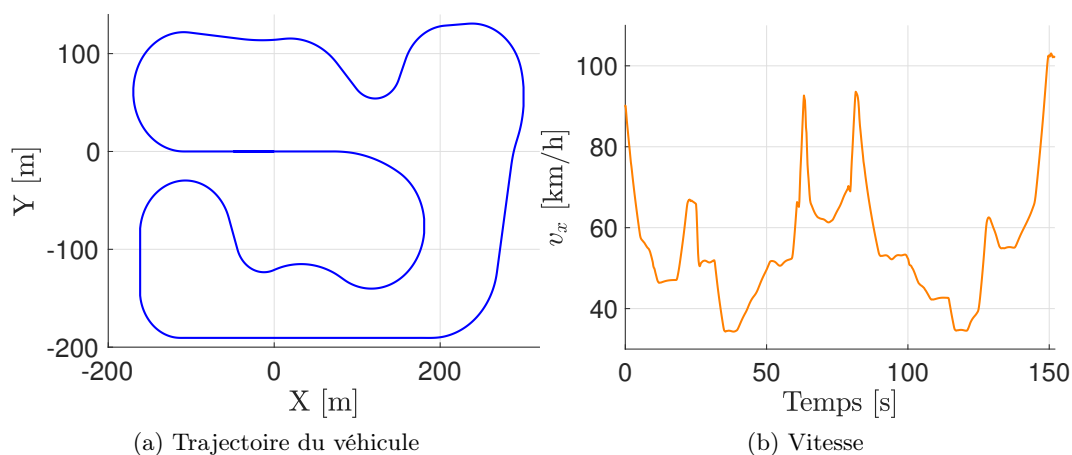


FIGURE 7.7 – Scénario de circuit simulé avec BikeSim

La figure 7.7 présente le scénario du circuit avec la trajectoire du véhicule et la vitesse à laquelle le V2RM exécute cette dernière. Le circuit est une boucle de 2.3 km avec des trajectoires très variées. Quant à la vitesse longitudinale, elle varie entre 30 et 110 km/h. Par analogie avec les limitations de vitesse sur les routes françaises, ce circuit correspond à un scénario alternant entre conduite urbaine et extra-urbaine.

La figure 7.8 présente les états mesurés de la dynamique latérale du V2RM. On pourra encore remarquer la faible amplitude de l'angle de direction  $\delta$  sauf dans deux zones où sa valeur dépasse les  $2^\circ$ . Lorsqu'on se réfère à la figure 7.7.b, on peut observer que ces pics d'angle  $\delta$  correspondent



aux zones de basse vitesse. En effet, à iso-virage plus la vitesse de négociation de la courbe est élevée, plus l'angle de direction est faible.

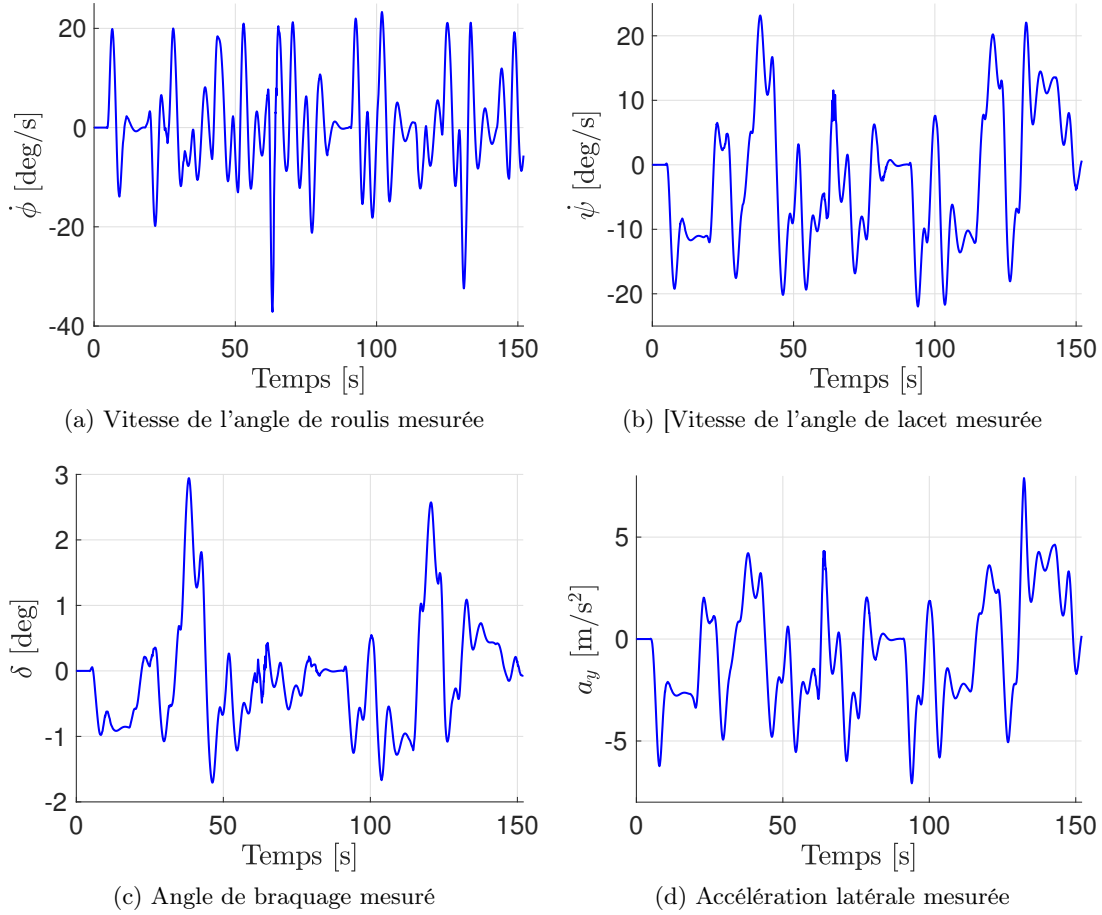
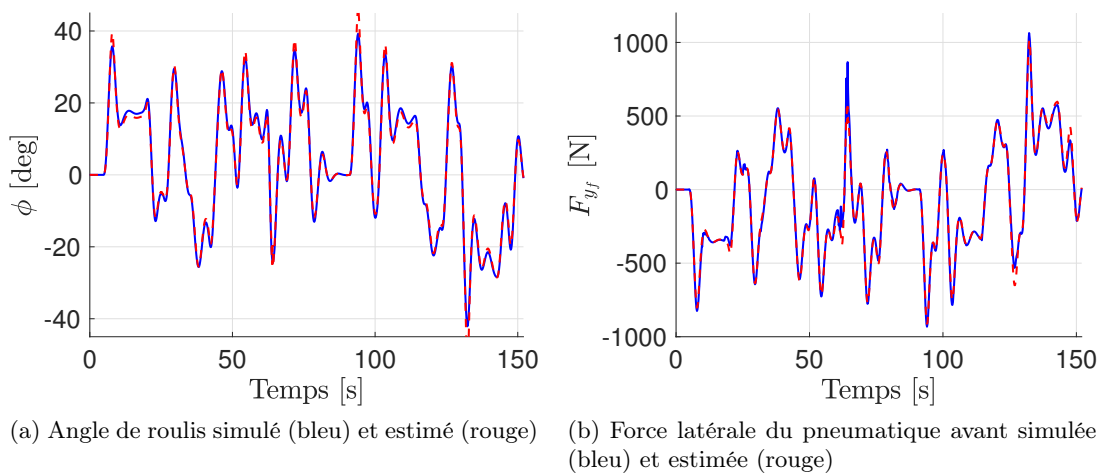


FIGURE 7.8 – États dynamiques mesurés pendant le scénario du circuit



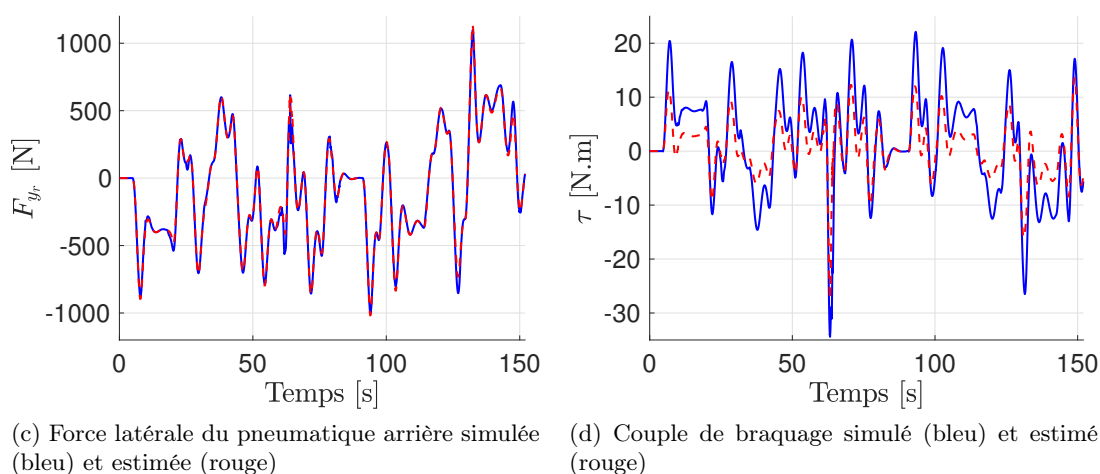


FIGURE 7.9 – États dynamiques estimés pendant le scénario du circuit

Finalement, la figure 7.9 introduit les états simulés en bleu et ceux estimés en rouge pendant le scénario du circuit. Les remarques sont similaires à celles faites dans les deux scénarios précédents. L'OAL estime parfaitement les forces pneumatiques. Quant à l'estimation de l'angle de roulis, elle est largement acceptable, même si on peut observer quelques erreurs. Néanmoins, l'estimation du couple de braquage est critiquable. Même si les variations sont cohérentes, il y a des erreurs permanentes dans l'amplitude de la dynamique estimée. Ces erreurs d'estimation sont beaucoup plus visibles dans ce scénario de circuit. On peut donc conclure que l'erreur d'estimation du couple est corrélée, d'une part, aux hypothèses simplificatrices du modèle deux-corps et, d'une autre part, aux variations de vitesses longitudinales. En effet, pour les scénarios du DCL ou du slalom, la vitesse était constante alors que pour le circuit elle est variable.

## 7.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté la conception d'un Observateur ALgébrique (OAL) pour l'estimation simultanée de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur. La synthèse de l'observateur est basée sur les équations de la dynamique latérale du modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) deux-corps considérant la vitesse longitudinale  $v_x$  comme un paramètre variant. À noter que dans le cas présent, il s'agit d'une alternative au modèle complètement linéaire. Le modèle utilisé prend en compte les non-linéarités associées aux angles de roulis et de direction. À la différence des observateurs précédents, l'OAL ne requiert pas l'utilisation d'un modèle des pneumatiques. Ensuite, après plusieurs manipulations algébriques, nous avons exprimé les états dynamiques non-mesurés en fonction des mesures et de leurs dérivées. Finalement, l'utilisation des outils de différenciation a permis de résoudre la question de l'estimation de la première et la seconde dérivée des mesures. Un tel estimateur a été discuté dans les outils préliminaires. À notre connaissance, l'observateur en cascade présenté dans [98] et l'OAL discuté dans ce chapitre sont les deux seuls observateurs permettant l'estimation des forces pneumatiques latérales en s'affranchissant d'un modèle. De plus, l'OAL estime non-asymptotiquement les états dynamiques et ne nécessite aucun temps de convergence. On rappellera qu'il prend également en compte les variations de la vitesse longitudinale dans les équations d'estimation. Dans une dernière section, nous avons proposé de valider l'OAL sur le simulateur BikeSim (BS). À cette occasion, trois scénarios ont permis de tester ses performances : un Double Changement de Ligne (DCL),

un slalom et un circuit. Le véhicule simulé est une moto sportive dont on admet connaître parfaitement tous ses paramètres. Les résultats ont montré que l'OAL estime parfaitement les forces latérales des pneumatiques avant et arrière. L'estimation de l'angle de roulis est tout à fait acceptable sauf pour le slalom. Ce scénario extrême a montré qu'on atteignait la limite de validité du modèle deux-corps. Quant à l'estimation du couple de braquage, des erreurs affectent les résultats. On peut en déduire que les simplifications faites pour établir le modèle deux-corps du V2RM impactent principalement l'estimation du couple. Les performances de l'OAL dépendent aussi de l'exactitude des paramètres du modèle. En réalité, certains des paramètres ne sont jamais vraiment connus comme la masse du conducteur par exemple. Cependant l'OAL s'avère être très intéressant pour des applications temps-réel, car il est très peu gourmand en capacités de calcul. En effet, l'algorithme d'estimation n'est qu'une résolution d'équations algébriques couplée à l'utilisation de différenciateurs.

## Chapitre 8

# Vers des observateurs robustes pour un conducteur incertain

### Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>195</b>
<b>8.2</b>	<b>Reformulation du modèle deux-corps pour la synthèse d'un observateur robuste</b>	<b>197</b>
8.2.1	Contexte & hypothèses	197
8.2.2	Reformulation du modèle LPV de la dynamique latérale du V2RM	199
<b>8.3</b>	<b>Application à l'observateur de Luenberger non-linéaire</b>	<b>199</b>
8.3.1	Augmentation du nouveau modèle LPV	199
8.3.2	Synthèse d'un observateur de Luenberger non-linéaire robuste pour un conducteur incertain	200
<b>8.4</b>	<b>Validation avec le simulateur BikeSim</b>	<b>201</b>
<b>8.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>205</b>

---

### 8.1 Introduction

Comparée à un V4RM de tourisme, l'influence de la morphologie du conducteur joue un rôle crucial dans la dynamique du V2RM. Le type de véhicule est bien évidemment à prendre en compte. En effet, les constructeurs proposent des V2RM adaptés à chaque public et à différentes utilisations. Ces véhicules disposent de caractéristiques très différentes. On trouve des V2RM très légers et agiles comme les scooters  $50\text{ cm}^3$  qui, pour certaines catégories, s'approchent des  $50\text{ kg}$ . Aussi, des V2RM de tourisme dont la masse peut dépasser les  $400\text{ kg}$ . Il existe de nombreuses catégories intermédiaires : les V2RM sportifs, les cruisers, les scooters de grosses cylindrées, etc. Il est délicat de choisir un V2RM moyen de référence car très peu d'études ont analysé les statistiques sur les caractéristiques techniques des V2RM vendus. Cependant, on admettra par la suite un V2RM de référence avec une masse de  $180\text{ kg}$ . D'après notre expérience, ce chiffre semble s'approcher approximativement de la moyenne. Par analogie, en Europe, pendant l'année 2015, la masse du V4RM de tourisme vendu était en moyenne autour de  $1400\text{ kg}$  [135].

Bien que peu de données soient disponibles sur les caractéristiques du V2RM moyen, plusieurs chercheurs ont réalisé des études anthropométriques sur les conducteurs de V2RM. Dans [136], une telle étude a été menée en Angleterre. Les résultats définissent le motard moyen comme pesant  $78\text{ kg}$  sans équipement. On considèrera que l'équipement de sécurité : gants, casque,

blouson, etc. pèse environ 7 kg. Le motard moyen équipé pèse donc 85 kg. À noter que pendant tout ce chapitre, on utilisera le terme de conducteur incertain pour désigner un conducteur dont on ne connaît pas la masse.

À présent, si l'on s'intéresse au rapport entre la masse du motard et celle du V2RM dans un cas nominal, il vient :  $\mathcal{M}_{rider}/\mathcal{M}_{V2RM} = 0.47$ . Pour les V4RM de tourisme, si on considère un conducteur de 78 kg (sans équipement de sécurité), ce même rapport est égale à :  $\mathcal{M}_{driver}/\mathcal{M}_{V4RM} = 0.06$ . Ce dernier est presque 10 fois plus important pour les V2RM. De plus, si on regarde les écarts de masse des usagers de véhicules, on retrouve des petits gabarits pesant moins de 50 kg. Alors que d'autres morphologies plus imposantes peuvent facilement dépasser les 110 kg.

Finalement, les incertitudes sur la masse du motard font partie des paramètres les plus impactant dans l'étude de la dynamique du V2RM. En effet, la masse apparaît dans presque toutes les équations de la dynamique, que ce soit longitudinale ou même latérale. En pratique, ce genre d'incertitude dégrade très fortement les performances des algorithmes d'estimation avec un observateur nominal non-robuste 8.1. Ces observations justifient clairement la nécessité de prendre en compte les incertitudes sur la masse du conducteur pendant la synthèse des observateurs et plus généralement le développement des *Advanced Rider Assistance Systems* (ARAS).

Plusieurs travaux de recherche ont déjà abordé le sujet du conducteur de V2RM incertain. C'est le cas dans [137], où l'auteur a étudié l'influence de la masse du motard sur les modes vibratoires du V2RM et plus particulièrement sur le *weave* (guidonnage en français, voir figure 4.5). Dans [91, 38], les auteurs ont traité, de manière générale, le problème des incertitudes paramétriques pendant l'estimation de la dynamique du V2RM. Ils ont procédé en utilisant une matrice d'état et un vecteur de commande incertains telles que  $A = A_{nominal} + \Delta A$  et  $B = B_{nominal} + \Delta B$  avec  $\Delta A$  et  $\Delta B$  contenant les incertitudes paramétriques. Ensuite, ils ont arrangé le problème sous forme d'inégalités matricielles linéaires (*Linear Matrix Inequalities* (LMI)) avant d'appliquer des techniques de minimisation. Ces dernières permettent de minimiser l'influence des incertitudes sur l'erreur d'estimation. Néanmoins, cette formulation du problème sous forme LMI est très lourde et conduit souvent à des difficultés dans la résolution numérique.

Ce chapitre introduit une méthode originale pour la synthèse d'un observateur robuste vis-à-vis des incertitudes sur la masse du conducteur. Elle requiert uniquement quelques connaissances *a priori* sur les morphologies des conducteurs lourds et légers. Il n'y a pas de restriction à étendre cette méthode à d'autres véhicules comme les V4RM très légers pour lesquels il peut être intéressant de considérer également un conducteur incertain. Pour illustrer l'approche, on a appliqué la méthode à l'Observateur de Luenberger Non-Linéaire (OLNL) dont la synthèse nominale est présentée dans le chapitre 6.

On rappellera que cet observateur a pour but d'estimer la dynamique latérale du V2RM ainsi que l'action du conducteur indépendamment des variations de vitesse  $v_x$ . L'OLNL est synthétisé à partir d'une augmentation du modèle nominal deux-corps du V2RM. Sa convergence est uniquement bornée et non-asymptotique à cause de la minimisation de la dynamique du couple de braquage  $\dot{\tau}$ . La masse du motard nominal utilisée dans le modèle de la dynamique latérale est de 85 kg. Maintenant, si on teste l'OLNL nominal avec un nouveau conducteur pesant 20 kg de plus, c'est-à-dire 105 kg. Le tout, pendant un scénario complet simulant un circuit sur BikeSim (BS) (voir figure 8.2). Alors on obtient les erreurs d'estimation présentées dans la figure 8.1 ci-dessous.

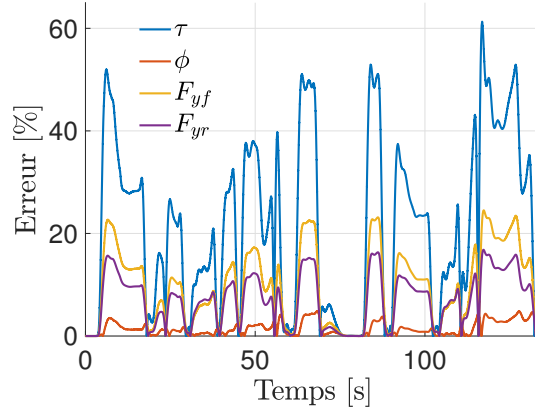


FIGURE 8.1 – Erreurs d'estimation pour l'observateur nominal et un motard dont la masse est incertaine pendant la simulation d'un circuit BikeSim

On peut constater que les incertitudes sur la masse du motard affectent différemment les erreurs d'estimation pour chaque état de la dynamique latérale. Alors que les erreurs sur le couple de braquage dépassent les 50 %, celles sur l'estimation du roulis sont inférieures à 10 %. Finalement, cette figure démontre, de manière factuelle, le constat précédent qui motive la prise en compte des incertitudes sur la masse du conducteur pendant la synthèse de l'observateur.

Néanmoins, si on considère ces incertitudes comme des perturbations  $\Delta A$  et  $\Delta B$  et que l'on tente de minimiser le transfert sur l'erreur d'estimation, alors les LMI n'admettent aucune solution. La méthode discutée ci-dessous apporte une solution directe à cette problématique.

## 8.2 Reformulation du modèle deux-corps pour la synthèse d'un observateur robuste

### 8.2.1 Contexte & hypothèses

Ce paragraphe introduit une méthode permettant de prendre en compte un conducteur incertain pour les algorithmes d'observation. Pour ce faire, on proposera d'abord un identificateur algébrique de la masse du conducteur basé sur un modèle simple de la dynamique longitudinale. Ensuite, on réarrangera le modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) deux-corps de la dynamique latérale du V2RM de telle sorte à faire apparaître un nouveau paramètre variant prenant en compte la morphologie du motard.

Pour commencer, quelques hypothèses sont nécessaires. On admettra, comme dans BS, que le motard est divisé en deux corps principaux :

- le corps supérieur incluant le buste, les bras, la tête, etc.,
- le corps inférieur incluant les jambes, les pieds, etc.

On fera l'hypothèse que les variations de position des Centres De Gravité (CDG) (partie supérieure et inférieure du corps) sont négligeables pour les différentes morphologies de motard. En d'autres termes, l'ajout ou la soustraction de masses est uniformément répartie autour du CDG. On considérera aussi que la distribution des masses entre le corps supérieur et inférieur est constante telle que  $\mathcal{M}_{rider_{upper}}/\mathcal{M}_{rider_{lower}} = 1.68$ .

Ensuite, plutôt que de considérer l'incertitude comme l'écart de masse entre le conducteur incertain et celui nominal, nous avons préféré utiliser un ratio noté  $r_w$ . Ce dernier désigne le rapport entre la masse du conducteur nominal et celle du conducteur incertain. À noter que

$r_w > 1$  signifie que le conducteur incertain est plus léger que le nominal et, à l'inverse,  $r_w < 1$  qu'il est plus lourd que ce dernier.

On remarquera que l'incertitude de masse n'affecte pas seulement les paramètres du modèle relatifs à la masse du motard mais également les inerties associées. On rappellera qu'elles dépendent linéairement de la masse. Par conséquent, introduire une incertitude de masse du motard dans le modèle dynamique revient à multiplier les paramètres de masse et d'inertie du conducteur par le facteur  $r_w$ .

Pour calculer  $r_w$ , il est nécessaire d'avoir une connaissance de la masse du motard incertain. En pratique, peser le conducteur avant qu'il monte sur le véhicule paraît peu envisageable, alors on propose ci-dessous une technique pour estimer sa masse  $\mathcal{M}_{rider}$  en roulage. Pour ce faire, on utilise les équations de la dynamique longitudinale du V2RM établie dans (A.141)-(A.143) :

$$\begin{cases} \mathcal{M}\dot{v}_x &= F_{x_f} + F_{x_r} - K_d A_d v_x^2 \\ \mathcal{I}_{y_{R_f}} \ddot{\theta}_f &= \tau_{B_f} - F_{x_f} R_f \\ \mathcal{I}_{y_{R_r}} \ddot{\theta}_r &= \tau_D + \tau_{B_r} - F_{x_r} R_r \end{cases} \quad (8.1)$$

avec  $\mathcal{M}$  la masse totale incluant celle du véhicule et celle du conducteur. Le terme  $\dot{v}_x$  est l'accélération longitudinale,  $R_i$  le rayon de la roue  $i$  et  $F_{x_i}$  la force longitudinale générée par le pneumatique  $i$ . Les termes  $\tau_{B_i}$ ,  $\mathcal{I}_{y_{R_i}}$  et  $\ddot{\theta}_i$  désignent respectivement le couple de freinage, l'inertie et l'accélération angulaire de la roue  $i$ . Tandis que  $\tau_D$  est le couple de propulsion nécessaire à faire avancer le véhicule.

À basse vitesse, les forces résistantes provenant des effets aérodynamiques sont négligeables. De plus, si on considère que la route est plate et que le conducteur est en phase d'accélération ( $\tau_{B_f} = 0$  et  $\tau_{B_r} = 0$ ), alors le système d'équations (8.1) devient :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{\dot{v}_x} \left( -\frac{\mathcal{I}_{y_{R_f}}}{R_f} \ddot{\theta}_f - \frac{\mathcal{I}_{y_{R_r}}}{R_r} \ddot{\theta}_r + \frac{1}{R_r} \tau_D \right) \quad (8.2)$$

Dans beaucoup de pays, les V2RM doivent être équipés d'un dispositif permettant de mesurer la vitesse pour être homologués. La solution la plus répandue est l'utilisation d'un capteur de rotation inductif installé sur la roue avant. La démocratisation du système ABS pour les V2RM a poussé les constructeurs à installer un capteur identique sur la roue arrière. La combinaison des informations de ces deux capteurs permet de détecter les différences de vitesses entre les deux roues. Lorsqu'un glissement est détecté, l'ABS agit sur la pression de freinage.

Il est donc cohérent de considérer que les mesures de  $\dot{\theta}_f$  et  $\dot{\theta}_r$  sont accessibles. Ensuite, l'utilisation d'un différenciateur tel que celui présenté dans le chapitre précédent permet d'obtenir une estimation de  $\ddot{\theta}_f$  et  $\ddot{\theta}_r$ .

On admettra également que le V2RM est équipé d'un accéléromètre qui est aujourd'hui un capteur répandu et très bon marché. Ce dernier permet de mesurer les accélérations sur les trois axes et notamment  $a_x$ . Rappelons que dans un cas où la dynamique latérale est nulle (ligne droite), il vient  $a_x = \dot{v}_x$ . La dérivée temporelle de la vitesse  $\dot{v}_x$  est donc mesurée.

Par ailleurs, les progrès des systèmes d'admission de carburant dans les moteurs poussent les carburateurs à disparaître. En effet, les injecteurs sont des solutions bien plus performantes qui ont déjà fait leur apparition sur de nombreux modèles de V2RM. Bien qu'ils apportent beaucoup d'avantages, ils nécessitent l'utilisation d'un calculateur contenant une cartographie d'injection. Elle permet de calculer la quantité de carburant à injecter en fonction de la demande de couple et du régime moteur. Il existe des modèles qui permettent de calculer le couple sur l'arbre moteur à partir de cette cartographie. Finalement, connaissant les ratios de démultiplication des rapports

de la boîte de vitesse, alors on peut obtenir  $\tau_D$  que l'on considérera aussi comme accessible à la mesure.

Finalement, à partir d'un scénario d'accélération en ligne droite à basse vitesse et des mesures de  $\ddot{\theta}_f$ ,  $\ddot{\theta}_r$ ,  $\tau_D$  et  $\dot{v}_x$ , il est possible d'identifier algébriquement  $\mathcal{M}$ . On peut facilement déduire la masse du motard à partir de la connaissance de celle du véhicule tel que  $\mathcal{M}_{rider} = \mathcal{M} - \mathcal{M}_{V2RM}$ .

### 8.2.2 Reformulation du modèle LPV de la dynamique latérale du V2RM

Il est question ici de transformer le modèle LPV deux-corps de la dynamique latérale du V2RM initialement introduit dans (4.80) afin de tenir compte d'un conducteur incertain.

Finalement, le nouveau modèle LPV ne compte plus un, mais deux paramètres variants, la vitesse longitudinale  $v_x$  et le ratio d'incertitude de la masse du motard  $r_w$ . Il peut être exprimé par :

$$\begin{cases} \dot{x} &= A(v_x, r_w)x + B(r_w)\tau \\ y &= Cx \end{cases} \quad (8.3)$$

avec  $x = [\phi, \delta, v_y, \dot{\psi}, \dot{\phi}, \dot{\delta}, F_{yf}, F_{yr}]^T$  le vecteur d'état,  $\tau$  le couple de braquage et  $y$  le vecteur des mesures. Les termes  $A(v_x, r_w)$  et  $B(r_w)$  sont respectivement la nouvelle matrice d'état et le nouveau vecteur de commande dépendants des paramètres variants. Quant à  $C$ , elle désigne la matrice d'observation.

## 8.3 Application à l'observateur de Luenberger non-linéaire

### 8.3.1 Augmentation du nouveau modèle LPV

À partir d'ici, l'approche est illustrée sur la conception de l'OLNL initialement présentée dans le chapitre 6. On rappellera ci-dessous quelques étapes clés de la synthèse mais pour plus de détails, le lecteur pourra se référer au chapitre concerné (chapitre 6).

Avant de commencer la synthèse de l'OLNL, il est nécessaire d'augmenter le nouveau modèle LPV deux-corps (8.3) avec la dynamique du couple de braquage notée  $\bar{f} = \dot{\tau}$ . Il vient :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}(v_x, r_w)\bar{x} + \bar{F}\bar{f} \\ \bar{y} &= \bar{C}\bar{x} \end{cases} \quad (8.4)$$

avec la nouvelle matrice  $\bar{A}(v_x, r_w)$  de dimension  $[9 \times 9]$  et définie par :

$$\bar{A}(v_x, r_w) = \begin{bmatrix} A(v_x, r_w) & B(r_w) \\ 0_{1 \times 8} & 0 \end{bmatrix} \quad (8.5)$$

Pour rappel, les mesures nécessaires pour garantir les conditions d'observabilité du système (8.4) sont :

- les mesures des vitesses des angles de roulis et de lacet respectivement notées  $\dot{\phi}$  et  $\dot{\psi}$  données par un gyroscope,
- les mesures de l'angle de direction  $\delta$  et de sa dynamique  $\dot{\delta}$  données par un codeur sur la direction

De plus, l'identification préalable de la masse du conducteur requiert la connaissance de la cartographie d'injection, l'utilisation d'un accéléromètre et l'accessibilité aux mesures des vitesses de rotation des roues.



Comme dans le chapitre 6, on transforme le système (8.4) sous forme polytopique. Alors que le modèle LPV nominal nécessitait uniquement deux sous-modèles, cette nouvelle formulation en nécessite quatre. En effet, dans le cas présent il y a deux variables de prémisses, à savoir  $v_x$  et  $r_w$ . Finalement, le système (8.4) peut être exactement exprimé sous forme Takagi-Sugeno (TS) par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= \sum_{i=1}^4 h_i(v_x, r_w) \bar{A}_i \bar{x} + \bar{F} \bar{f} \\ \bar{y} &= \bar{C} \bar{x} \end{cases} \quad (8.6)$$

avec  $h_i(\cdot)$  désignant les fonctions d'activation qui vérifient la propriété de la somme convexe (C section C.1). Une expression possible pour ces fonctions est donnée par :

$$\begin{cases} h_1 = g_1 \cdot g_3 \\ h_2 = g_2 \cdot g_3 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} h_3 = g_1 \cdot g_4 \\ h_4 = g_2 \cdot g_4 \end{cases} \quad (8.7)$$

avec

$$\begin{cases} g_1 = \frac{v_{x_{\max}} - v_x}{v_{x_{\max}} - v_{x_{\min}}} \\ g_2 = \frac{v_x - v_{x_{\min}}}{v_{x_{\max}} - v_{x_{\min}}} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} g_3 = \frac{r_{w_{\max}} - r_w}{r_{w_{\max}} - r_{w_{\min}}} \\ g_4 = \frac{r_w - r_{w_{\min}}}{r_{w_{\max}} - r_{w_{\min}}} \end{cases} \quad (8.8)$$

### 8.3.2 Synthèse d'un observateur de Luenberger non-linéaire robuste pour un conducteur incertain

Par analogie à (6.16), le nouvel OLNL prend alors la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= \sum_{i=1}^4 h_i(v_x, r_w) (A_i \hat{x} + L_i (y - \hat{y})) \\ \hat{y} &= C \hat{x} \end{cases} \quad (8.9)$$

avec  $L_i$  les matrices de gain de l'observateur qui assurent la convergence de l'erreur d'estimation. On rappellera que  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  sont les vecteurs d'états et des mesures estimés.

En utilisant exactement la même démarche que dans les équations (6.17)-(6.24) et en considérant le nouveau paramètre variant  $r_w$ , on obtient l'inégalité matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 h_i(v_x, r_w) (\mathcal{A}_i^T X + X \mathcal{A}_i) + I & XF \\ F^T X & -\Upsilon^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} < 0 \quad (8.10)$$

avec  $\mathcal{A}_i = A_i - L_i C$  et  $I$  la matrice d'identité de dimension 9. Le terme  $e$  désigne l'erreur d'estimation et  $X$  une matrice définie positive telle que  $X = X^T > 0$ .

Posons le même changement de variable que dans le chapitre 6, c'est-à-dire,  $\mathcal{L}_i = X L_i$ ,  $A_i = \mathcal{A}_i + L_i C$  et  $\check{\Upsilon} = \Upsilon^2$ . De plus, comme les fonctions d'activation  $h_i$  exprimées dans (8.7) vérifient la propriété de la somme convexe alors des conditions suffisantes assurant la convergence de l'erreur d'estimation sont données par :

$$\begin{bmatrix} A_i^T X + X A_i - \mathcal{L}_i C - C^T \mathcal{L}_i^T + I & XF \\ F^T X & -\check{\Upsilon} \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (8.11)$$

Finalement, il vient la même conclusion que dans le chapitre sur la synthèse l'OLNL nominal. C'est-à-dire, pour un scalaire donné  $\Upsilon$ , s'il existe une matrice définie positive  $X$  et des matrices

$\mathcal{L}_i$  pour  $i = 1, \dots, 4$  telles que les LMI (8.11) soient satisfaites alors l'erreur d'estimation  $e$  est stable et le transfert de la perturbation  $f$  sur  $e$  est bornée par  $\Upsilon$ . Sachant que  $L_i = X^{-1}\mathcal{L}_i$ , la matrice de gain  $L(v_x, r_w)$  est reconstruite par :

$$L(v_x, r_w) = \sum_{i=1}^4 h_i(v_x, r_w) X^{-1} \mathcal{L}_i \quad (8.12)$$

Pour finir, il est possible de définir  $\Upsilon$  comme un DDL dans la résolution des LMI. Il s'agit alors d'un problème d'optimisation qui permet de minimiser les erreurs d'estimations. À noter que le concepteur peut agir sur  $\Upsilon$  pour régler les performances de l'observateur.

## 8.4 Validation avec le simulateur BikeSim

Cette sous-section présente les résultats d'estimation de l'OLNL robuste introduit ci-dessus pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM et du couple de braquage avec un conducteur incertain. Les simulations sont réalisées avec BS pour un scénario de circuit. À noter qu'il n'y a aucune restriction dynamique sur le scénario, en particulier sur la vitesse longitudinale. Autrement dit,  $v_x$  est variable tout au long du scénario.

Une première simulation a été réalisée avec un conducteur nominal dont la masse est de 85 kg ( $r_w = 1$ ). Afin de tester la robustesse de l'observateur, deux autres cas ont été simulés. Un conducteur plus léger de 65 kg et un plus lourd de 105 kg, soit plus ou moins 20 kg par rapport au motard nominal. Les ratios correspondants sont respectivement  $r_w = 0.76$  et  $r_w = 1.24$ .

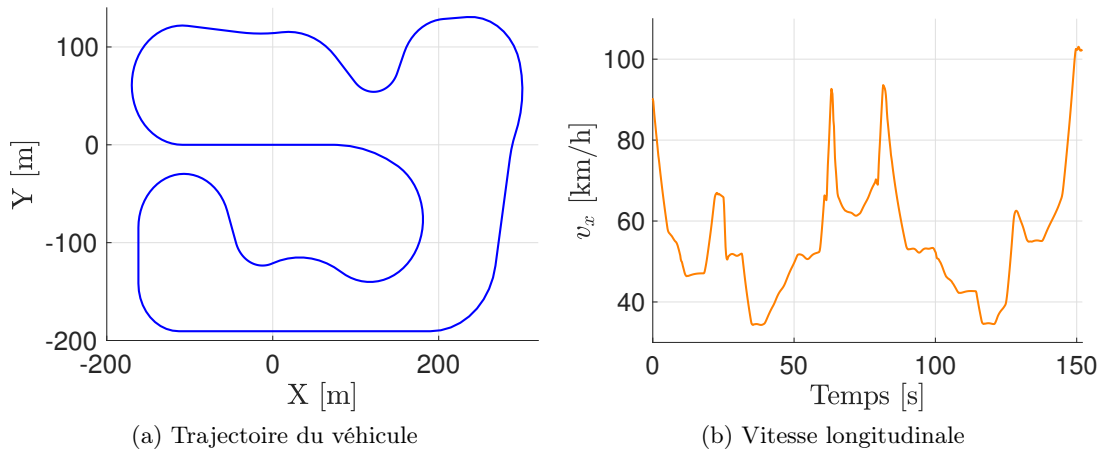


FIGURE 8.2 – Scénario de circuit simulé avec BikeSim

La trajectoire du circuit simulé est exactement la même pour les trois morphologies de conducteur. Sur la figure 8.2, on peut observer la vitesse à laquelle le V2RM parcourt le circuit et la trajectoire de ce dernier. À noter que ce genre de scénario est assez complet et réaliste par rapport à un cas de conduite urbaine et extra-urbaine. Tandis que la figure 8.3 présente les mesures nécessaires à l'existence de l'observateur. Sur chacun des tracés de cette figure, on peut observer les états dynamiques mesurés pour les trois gabarits<sup>3</sup> de motard. Ce code couleur est réutilisé tout au long de cette section. On constate que les incertitudes de masse simulées ont des répercussions plus que visible sur les états dynamiques mesurés.

3. léger (cyan), nominal (bleu) et lourd (magenta)

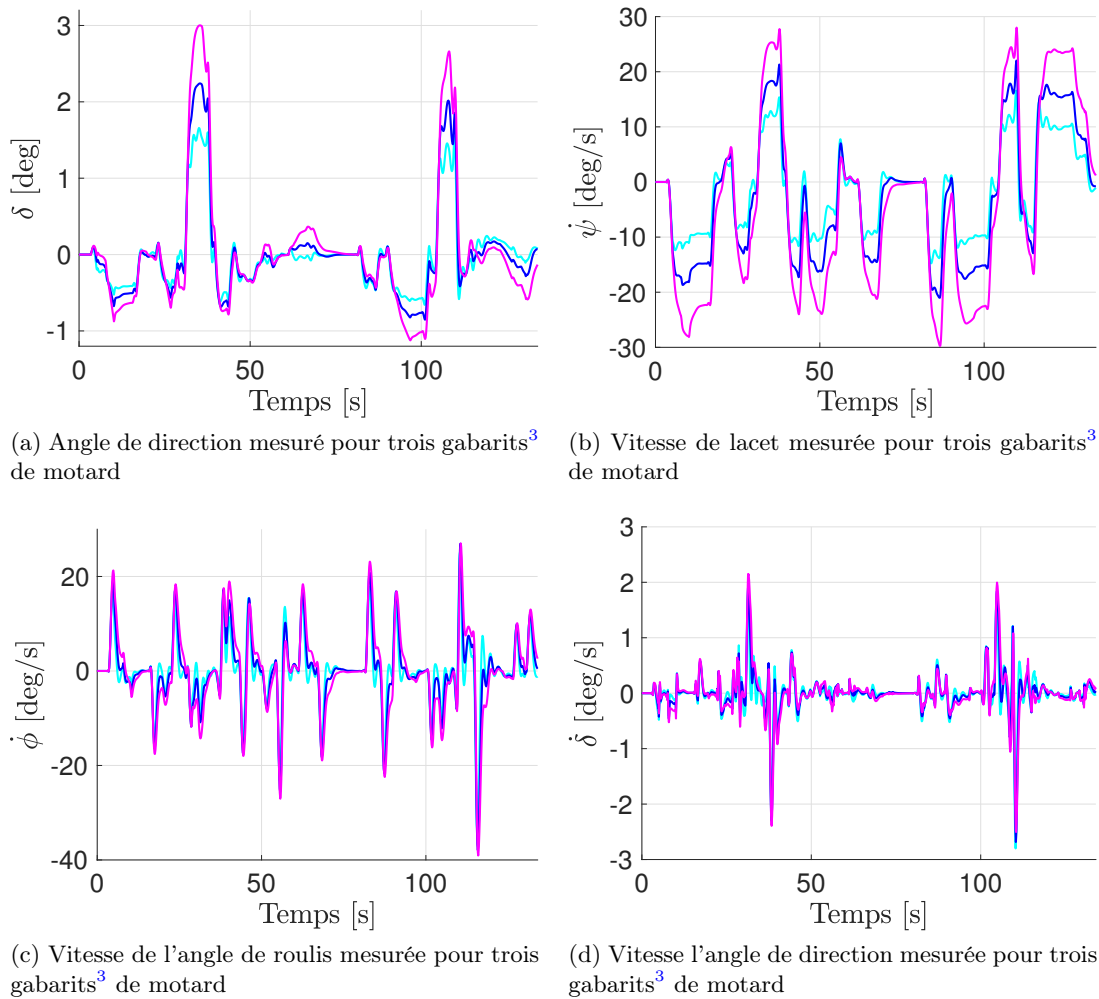
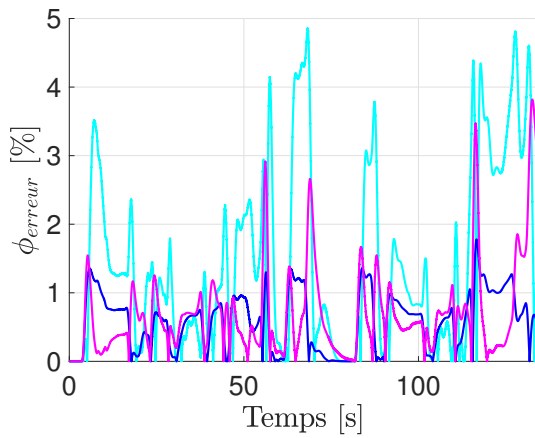


FIGURE 8.3 – États dynamiques mesurés pour trois gabarits de motard<sup>3</sup> pendant la simulation du circuit

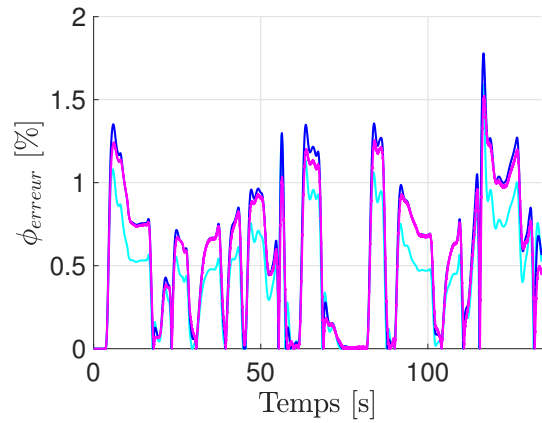
Tandis que les figures 8.4 montrent les états estimés de la dynamique latérale du V2RM et l'action du conducteur. À noter que l'estimation de la vitesse latérale  $v_y$  n'est pas présentée dans cette section. Bien que  $v_y$  soit parfaitement estimée lorsque l'OLNL est testé sur le modèle de synthèse (voir le chapitre 6), son estimation est très dégradée lorsqu'on réalise les tests dans des conditions plus réalistes comme avec BS. Comme la vitesse latérale est un état dynamique très peu excité, on conclut que l'OLNL a des difficultés à estimer cet état correctement.

Sur les figures 8.4.a-8.4.h, on aperçoit sur la gauche les erreurs d'estimation pour l'OLNL nominal simulé avec des motards aux gabarits<sup>3</sup> incertains. Les erreurs d'estimation atteignent 70% pour le couple de braquage, 15-25% pour les forces pneumatiques et 5% pour l'angle de roulis. Les performances de l'OLNL nominal sont tellement dégradées que les résultats sont difficilement exploitables. Tandis que sur la droite, on trouve les résultats d'estimation de l'OLNL robuste synthétisé avec l'approche présentée dans ce chapitre.

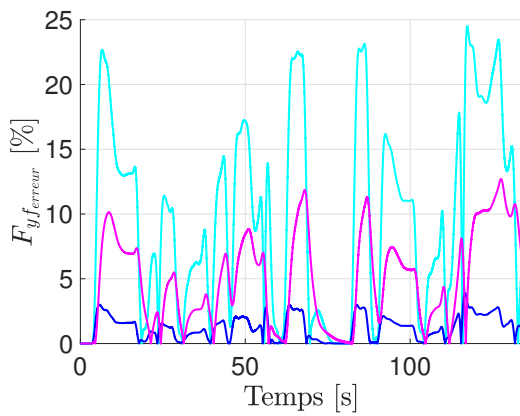
3. léger (cyan), nominal (bleu) et lourd (magenta)



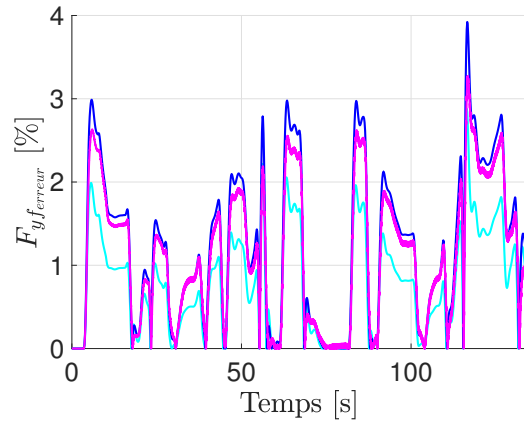
(a) Erreur d'estimation de l'angle de roulis pour trois gabarits<sup>3</sup> de motard



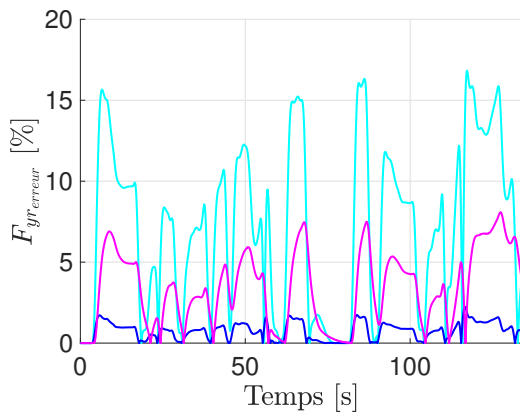
(b) Erreur d'estimation de l'angle de roulis pour trois gabarits<sup>3</sup> de motard



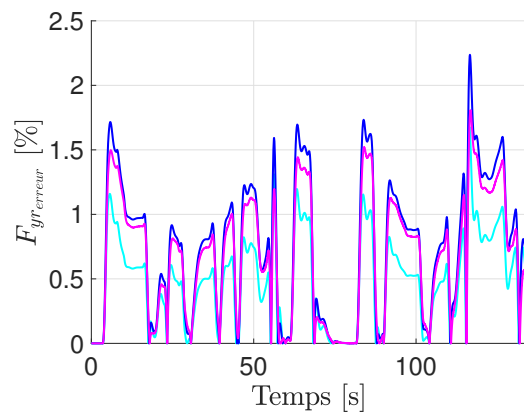
(c) Erreur d'estimation de la force pneumatique latérale avant pour trois gabarits<sup>3</sup> de motard



(d) Erreur d'estimation de la force pneumatique latérale avant pour trois gabarits<sup>3</sup> de motard



(e) Erreur d'estimation de la force pneumatique latérale arrière pour trois gabarits<sup>3</sup> de motard



(f) Erreur d'estimation de la force pneumatique latérale arrière pour trois gabarits<sup>3</sup> de motard

3. léger (cyan), nominal (bleu) et lourd (magenta)

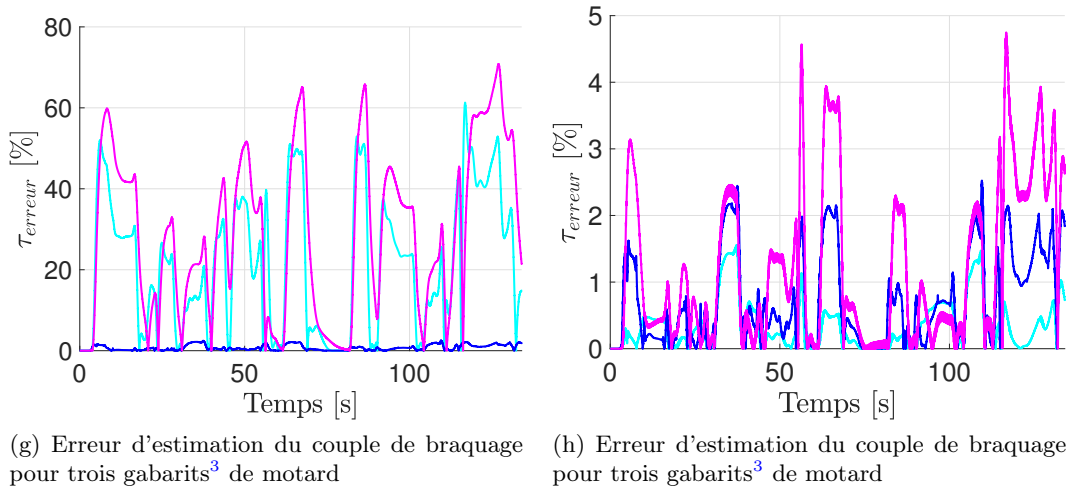


FIGURE 8.4 – Erreur d'estimation pour trois gabarits<sup>3</sup> de motard pendant la simulation du circuit : observateur nominal vs robuste

Que ce soit pour le conducteur plus lourd ou plus léger, les erreurs d'estimations sont toutes inférieures à 5%. On notera que les erreurs d'estimation ne sont pas nulles car l'OLNL garantit seulement une convergence bornée, et cela, même pour le cas nominal. Finalement, ces figures confirment la nécessité de prendre en compte un conducteur incertain pendant la synthèse de l'OLNL et elles montrent le potentiel de la solution proposée dans ce contexte.

Par comparaison avec la figure 8.1, où il s'agissait de simulation avec l'observateur nominal, la figure 8.5 conclut parfaitement cette section de résultat. Elle illustre les capacités de l'OLNL robuste à estimer la dynamique latérale du V2RM et l'action du conducteur pour un conducteur avec une masse incertaine.

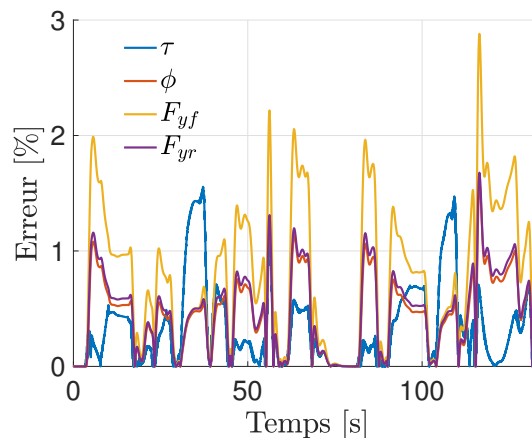


FIGURE 8.5 – Erreurs d'estimation pour l'observateur robuste et un motard dont la masse est incertaine pendant la simulation d'un circuit BikeSim

3. léger (cyan), nominal (bleu) et lourd (magenta)

## 8.5 Conclusion

Ce chapitre a clairement montré la nécessité de prendre en compte les incertitudes de la masse du conducteur pendant la synthèse des observateurs et plus généralement pendant le développement des systèmes d'aide à la conduite en faveur des motards. Dans ce contexte, ce chapitre a proposé une méthode originale basée sur l'approche par secteur non-linéaire.

En pratique, nous avons reformulé le modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) deux-corps de la dynamique latérale du V2RM pour faire apparaître un nouveau paramètre  $r_w$  qui modélise le conducteur incertain.

La méthode est illustrée sur l'Observateur de Luenberger Non-Linéaire (OLNL) initialement introduit dans le chapitre 6. Pour ce faire, le nouveau modèle LPV est augmenté avec la dynamique du couple de braquage et transformé sous forme Takagi-Sugeno (TS). Le nouvel OLNL robuste est synthétisé à partir du dernier modèle obtenu. On notera qu'il n'y a pas de restriction pour l'utiliser avec d'autres structures d'observateur.

Pour finir, la simulation d'un circuit avec BikeSim (BS) a été discutée. Des jeux de paramètres avec des motards léger, nominal et lourd ont été simulés et les résultats d'estimation de l'OLNL nominal et robuste ont été comparés. Finalement, les résultats ont démontré le potentiel de l'approche proposée dans ce chapitre.



# Conclusion

Cette section conclut la partie sur la synthèse des observateurs basés sur le modèle mathématique deux-corps de la dynamique du V2RM. Ils ont tous le même objectif, à savoir l'estimation simultanée de la dynamique latérale du V2RM et de l'action du conducteur. Gardons à l'esprit que la finalité de ces observateurs est une application concrète. Dans ce contexte, ils prennent en compte les réalités de la conduite d'un V2RM, les imperfections des capteurs ou encore certaines incertitudes prépondérantes.

Dans cette partie, trois observateurs de nature différente ont été présentés :

- un Observateur à Entrée Inconnue (OEI) [100, 101],
- un Observateur de Luenberger Non-Linéaire (OLNL) [116],
- un Observateur Algébrique (OAL) [39].

Un chapitre est dédié à chacun de ces observateurs. Dans ces derniers, il était question de trouver les conditions nécessaires à l'existence de l'observateur. Puis, nous avons explicité les étapes de synthèse pour chacun d'eux.

Pour l'OEI et l'OLNL, des équations sous forme d'inégalités matricielles linéaires (*Linear Matrix Inequalities* (LMI)) nous ont permis de poser des conditions nécessaires à la convergence de l'erreur d'estimation. À noter que pour l'OLNL, nous avons proposé une alternative à la synthèse de l'observateur nominal pour prendre en compte les bruits de mesure pendant la conception. Puis, ces deux observateurs ont été testés sur un scénario théorique de Double Changement de Ligne (DCL) simulé avec le modèle deux-corps de synthèse pour un cas idéal. Autrement dit, il y avait aucune incertitude paramétrique ou même de mesure, ce qui a permis de valider le design en prouvant la convergence de l'erreur d'estimation.

Quant à l'observateur algébrique, son algorithme d'estimation est le résultat de manipulations algébriques sur les équations du modèle deux-corps. Les états dynamiques à estimer sont exprimés en fonction des mesures et de leurs dérivées. Ces dernières sont alors estimées avec les techniques de différenciation. L'OAL ne nécessite donc pas d'étude de convergence théorique. Sa validation dans un cas idéal n'a aucun sens puisque ce n'est qu'une inversion des équations du modèle.

Finalement, des validations beaucoup plus réalistes ont été réalisées pour chacun des observateurs. L'OAL et l'OLNL ont été testés sur le célèbre simulateur BikeSim (BS) à l'occasion de différents scénarios comme un circuit, un slalom ou encore un Double Changement de Ligne (DCL). Ces derniers ont permis de valider les observateurs dans des cas de conduites aussi bien usuels (circuit) qu'extrêmes (slalom et DCL). Alors que l'OEI a été validé sur des données expérimentales issues d'une campagne de test sur le scooter du laboratoire. Ces validations ont montré le potentiel de chacun de ces observateurs dans applications plus concrètes.

Dans un dernier chapitre, nous avons proposé une méthode originale pour prendre en compte un conducteur incertain pendant la synthèse de l'observateur [42]. En d'autres termes, il s'agissait de rendre l'observateur robuste vis-à-vis des incertitudes de masse du motard. La méthode proposée a ensuite été appliquée à l'OLNL avant d'être validée avec BS. Encore une fois, les résultats montrent le potentiel intéressant de l'approche avec une réduction considérable des



erreurs d'estimation pour un conducteur avec une masse non-nominale.

Une des contributions principales communes à ces trois observateurs (OEI, OLNL et OAL) est la prise en compte des variations de la vitesse longitudinale  $v_x$  pendant la conception de l'observateur. En d'autres termes, il n'y a aucune restriction sur  $v_x$  comme c'est le cas dans beaucoup de travaux de la littérature.

Néanmoins, ces trois observateurs ont leurs avantages et leurs inconvénients dont les plus importants sont rappelés dans le tableau ci-dessous.

Observateur	Capteurs	Avantages	Inconvénients
Observateur à Entrées Inconnues (OEI) [100, 101]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gyroscope</li> <li>- Codeur</li> <li>- Accéléromètre facultatif</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Convergence asymptotique de l'erreur indépendamment des variations de <math>v_x</math></li> <li>- Ne nécessite aucune connaissance sur les Entrées Inconnues (EI) (<math>\phi</math> et <math>\tau</math>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Contrainte structurelle</li> <li>- Utilisation d'un différenciateur</li> <li>- Requier un modèle pneumatique</li> <li>- Complexité dans l'étude de robustesse</li> </ul>
Observateur de Luenberger Non-Linéaire (OLNL) [116]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gyroscope</li> <li>- Codeur</li> <li>- Accéléromètre facultatif</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Simplicité dans la conception</li> <li>- Prend en compte les variations de <math>v_x</math></li> <li>- Ne nécessite pas la connaissance de la dérivée de <math>v_x</math></li> <li>- Un seul Degré De Liberté (DDL) pour régler les performances</li> <li>- Conception robuste possible vis-à-vis des bruits de mesure</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Convergence seulement bornée</li> <li>- Requier un modèle pneumatique</li> </ul>
Observateur ALgébrique (OAL) [39]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gyroscope</li> <li>- Codeur</li> <li>- Accéléromètre obligatoire</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Convergence non-asymptotique</li> <li>- Estimation des forces latérales pneumatiques sans aucun modèle associé</li> <li>- Très peu gourmand en ressources de calcul (pas de résolution d'équations différentielles en ligne)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nécessite obligatoirement un accéléromètre</li> <li>- Les performances sont directement dépendantes de l'exactitude du modèle et de ses paramètres</li> </ul>

TABLE 1 – Avantages/inconvénients des observateurs à entrées inconnues, de Luenberger non-linéaire et algébrique pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM

Finalement, ces trois observateurs répondent avec succès à une problématique commune. En effet, ils permettent d'estimer certains états de la dynamique latérale du V2RM non-mesurables comme le couple de braquage  $\tau$ , les forces pneumatiques latérales  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$ . Où encore certains états dynamiques dont les capteurs sont coûteux comme la vitesse latérale ou l'angle de roulis respectivement notés  $v_y$  et  $\phi$ . De plus, ces observateurs nécessitent une instrumentation légère avec des capteurs très simples qui sont largement utilisés dans les véhicules de série. Ils s'intègrent donc parfaitement dans le cadre du développement d'*Advanced Rider Assistance Systems* (ARAS) pour les V2RM.

Pour aller plus loin, il est incontournable de poursuivre l'étude de ces observateurs par une

---

étude de robustesse complète. Il s'agirait de prendre en compte simultanément les incertitudes de modélisation, les bruits de mesures et les biais des capteurs pendant la synthèse de l'observateur. En pratique, il est impossible d'avoir une connaissance exacte de certains paramètres du modèle, soit parce qu'ils ne sont pas mesurables (inerties, etc.), soit parce qu'ils ne sont pas constants dans le temps comme la masse du conducteur ou la masse de carburant. Par ailleurs, le recours à des capteurs bas-coût dégrade généralement la qualité des mesures qui sont alors significativement affectées par des bruits. Aussi, l'alignement des capteurs n'est jamais parfait causant des biais dans les mesures.

À noter que l'OAL n'offre pas la possibilité de prendre en compte les incertitudes de modélisation car il est construit à partir de manipulations algébriques. Dans ce cas, il serait intéressant de quantifier les performances d'observation en présence de paramètres incertains. On pourrait alors définir un domaine de "validité" de l'observateur dans lequel les performances d'estimation sont acceptables. Néanmoins, pour ce qui est des bruits et des biais, il est possible d'adapter les paramètres des différenciateurs pour atténuer les bruits dans l'estimation des dérivées des mesures.

Pour ce qui est de l'OLNL et l'OEI, il n'y a aucune restriction à prendre en compte à la fois les incertitudes de modélisation, les bruits et les biais. Rappelons que nous avons proposé une méthode originale pour prendre en compte un conducteur incertain, le tout appliqué à l'OLNL (chapitre 8). Nous avons aussi étudié la synthèse d'un OLNL robuste au bruit de mesure dans le chapitre 6. Néanmoins, aucune étude complète de robustesse a été réalisée. Dans ce contexte, il serait intéressant de modifier la représentation d'état Linéaire à Paramètre Variant (LPV) de la dynamique latérale tel que :

$$\begin{cases} \dot{x} &= (A(v_x) + \Delta A(v_x))x + (B + \Delta B)u \\ y &= Cx + Pp \end{cases} \quad (1)$$

où  $\Delta A(v_x)$  et  $\Delta B$  sont respectivement une matrice et un vecteur modélisant les incertitudes de la matrice d'état et du vecteur de commande. Quant à  $p$ , il s'agit, en théorie, d'un vecteur contenant les bruits de mesure et les biais des capteurs. La matrice  $P$  est une matrice unitaire de dimension compatible. On pourrait ensuite, utiliser des techniques de minimisation telle que celle utilisée pour la synthèse de l'OLNL. Il serait question de minimiser le transfert des perturbations (incertitudes, bruits et biais) vers l'erreur d'estimation. À noter que dans le cas de l'OEI, la convergence asymptotique ne serait plus garantie.



## Troisième partie

# Estimateurs basés vision pour l'assistance à la conduite des V2RM en situation de virage



# Introduction

Pour inventer et innover, l'homme n'a cessé de s'inspirer de son environnement, de la nature et surtout de lui-même. En effet, notre corps est le siège de mécanismes fascinants, qui restent encore aujourd'hui le sujet de nombreuses recherches. Depuis la démocratisation des caméras, les communautés scientifiques ont bien compris qu'elles pourraient jouer un rôle très important dans la course aux progrès technologiques. En effet, ces capteurs s'inspirent d'un de nos sens les plus importants qui est la vue. C'est dans les années 1960, que la vision par ordinateur (*computer vision* en anglais) est reconnue comme une discipline scientifique à part entière. Elle a très rapidement trouvé un large spectre d'applications : militaires, aérospatiales, médicales, etc. C'est aujourd'hui une branche d'un domaine bien plus vaste, connu sous le nom d'intelligence artificielle.

Les automaticiens ont très rapidement intégré les caméras dans des processus dynamiques pour estimer des informations ou même asservir des systèmes. Une discipline sous-jacente est alors née, l'asservissement visuel. On pourra citer les travaux remarquables [138, 139] dans le domaine. Pendant un premier temps, le coût des capteurs optiques et des ressources en calcul destinaient ces travaux à des marchés de niche. Cependant, on trouvait déjà des travaux de recherche sur l'utilisation des caméras pour des applications destinées aux V4RM. On pourra citer les travaux de Dickmanns [140, 141, 99] qui fut un pionnier dans le domaine.

Désormais, les caméras sont partout, dans nos smartphones, dans nos ordinateurs, dans nos voitures, etc. La miniaturisation du matériel et la démocratisation des modules de calcul expliquent pourquoi les constructeurs automobiles n'hésitent plus à les intégrer dans nos véhicules. Aujourd'hui, les caméras sont utilisées dans des applications embarquées telles que les systèmes d'aide au recul [142], de suivi de ligne [143], de détection d'obstacle [144], etc. On les retrouve aussi dans des applications passives, comme simple caméra embarquée pour des contentieux juridiques par exemple. Ou encore, pour observer le conducteur dans l'objectif d'anticiper les endormissements et les baisses de vigilance [145]. Cette liste est non exhaustive, il existe de nombreuses autres applications. Les caméras sont aussi des capteurs indispensables dans le développement du véhicule autonome qui est un grand défi pour les acteurs du domaine automobile.

Peu importe l'application, le principe reste le même, la caméra permet de percevoir l'environnement et d'en extraire des informations visuelles. Les caméras stéréoscopiques permettent même d'obtenir des informations telles que la distance d'un objet perçu.

Les industriels ont donc vite pris conscience que les applications de ces capteurs étaient sans limite. Dans ce contexte, de nombreuses recherches sont menées. Des chercheurs se sont intéressés de très près à l'estimation de la dynamique du V4RM uniquement à partir d'une séquence d'images. On peut citer [146], où les auteurs adressent l'estimation des angles d'Euler à l'aide d'une caméra stéréoscopique alors que dans [147], les auteurs se sont limités à l'utilisation d'une simple caméra monoculaire. Plus récemment, d'autres chercheurs ont même travaillé sur l'estimation de la vitesse du véhicule basée vision [148]. Alors que d'autres se sont intéressés à la question de l'estimation de la position du véhicule avec les célèbres algorithmes de *Simultaneous*

*Localization And Mapping* (SLAM) [149]. Les enjeux autour de la caméra sont énormes car elle permet d'estimer des informations de nature totalement différente. Dans un futur proche, on pourrait imaginer que l'utilisation d'une caméra permette de s'affranchir de capteurs tels que la centrale inertielle (*Inertial Measurement Unit* (IMU)) par exemple. Les caméras ont donc très largement bénéficié au développement des *Advanced Driver Assistance Systems* (ADAS) dans des systèmes, d'ores et déjà commercialisés et pour de nombreux autres encore au stade de développement.

Même si les caméras sont devenues des capteurs très largement accessibles pour les constructeurs de V2RM, ce n'est pas pour autant qu'elles ont été intégrées dans les systèmes d'aide à la conduite pour les V2RM. Ce constat peut s'expliquer par le retard dans les travaux de recherche abordant spécifiquement la vision pour les V2RM. En effet, certaines spécificités de la dynamique des V2RM ne permettent pas de réutiliser les travaux précédemment cités et nécessitent des travaux de recherche dédiés.

On peut néanmoins trouver quelques références intéressantes comme [150], où les auteurs ont présenté un algorithme de détection d'obstacle implémenté sur un smartphone. Dans [86, 151, 152], les auteurs ont proposé des travaux inspirés des techniques de SLAM pour reconstruire la trajectoire du V2RM et estimer la pose de la caméra. Dans [88], les auteurs ont introduit le premier observateur basé vision pour l'estimation de l'angle de roulis d'un V2RM. Dans [126], ces mêmes auteurs ont enrichi leur précédente contribution [88], en proposant des améliorations et une validation expérimentale de leur estimateur. On peut aussi citer [153, 154], où la vision a été intégrée dans la boucle de commande d'un V2RM autonome.

Cette partie de la thèse s'inscrit dans le contexte du développement d'algorithmes destinés aux *Advanced Rider Assistance Systems* (ARAS). Cependant, les travaux présentés dans cette partie peuvent être étendus aux V4RM sans aucune restriction. L'objectif est de proposer de nouvelles techniques originales basées vision pour l'estimation d'indicateurs de risque pertinents ou, tout simplement, pour l'observation de la dynamique du V2RM. Comme les solutions sont destinées à des véhicules supposés être financièrement accessibles, nous avons mis de côté l'utilisation d'une caméra stéréoscopique, plus gourmande en ressources de calcul et plus chère à l'achat. Le défi était donc d'utiliser une caméra conventionnelle pour le développement de nouveaux observateurs basés vision. Pour économiser des ressources supplémentaires, nous avons travaillé sur une image en niveaux de gris, beaucoup plus rapide à traiter.

Par comparaison avec la seconde partie de ce manuscrit, cette approche basée vision est une alternative très intéressante aux observateurs basés modèles. Ces derniers sont souvent conçus à partir d'un modèle simplifié et linéaire du V2RM et des pneumatiques [116, 100, 39, 100] qui nécessitent la connaissance de nombreux paramètres dont certains sont non-mesurables. Cela conduit à des incertitudes paramétriques qui s'additionnent aux bruits de mesure provenant des différents capteurs nécessaires pour garantir l'existence de l'observateur. En pratique, ces incertitudes et ces hypothèses conduisent à des erreurs d'estimation qui peuvent être conséquentes [42]. Dans la plupart des cas, les estimateurs basés vision s'affranchissent d'un modèle du véhicule ou même du pneumatique. C'est donc une des premières raisons qui nous a motivé à réorienter nos travaux de recherche vers l'utilisation des techniques de vision. La seconde raison concerne la "reconstruction de la trajectoire" en l'absence de système de localisation. L'impossibilité d'estimer la trajectoire du V2RM est un problème récurrent dans les approches basées modèles. En effet, même si les vitesses longitudinale et latérale, respectivement  $v_x$  et  $v_y$ , apparaissent clairement dans les équations du modèle, il est impossible de remonter jusqu'à la trajectoire. À cause de la composition des mouvements, une simple intégration des vitesses ne permet pas de reconstruire cette dernière. L'estimation de la position du V2RM avec des approches utilisant un modèle du véhicule est donc toujours un sujet non résolu. La vision permet de pallier, en partie, ce problème

---

d'inaccessibilité à la trajectoire. En effet, à partir de primitives visuelles identifiées dans l'image, il est possible de reconstruire la trajectoire relative de la caméra, et donc du véhicule, par rapport à ces dernières. Dans le principe, c'est l'idée des algorithmes de SLAM. Dans notre cas, nous nous sommes intéressés à l'estimation de la position latérale et de l'angle de lacet relatifs entre le véhicule et une des lignes délimitant le couloir de circulation.

Cette partie présente trois contributions distinctes destinées aux systèmes d'aide à la conduite en virage en faveur des motards. Rappelons que l'objectif principal est de proposer des solutions cohérentes pour de nouveaux ARAS en termes d'architecture matérielle, de coût, d'intégration, etc. Les travaux ci-dessous respectent parfaitement ces grandes lignes, puisqu'ils utilisent seulement deux capteurs, à savoir une caméra conventionnelle et une IMU. Les performances requises de l'IMU et de la caméra permettent largement de s'orienter vers du matériel bas-coût. Dans une version plus avancée, l'architecture du système pourrait prendre la forme d'un boîtier contenant la caméra, l'IMU et un ordinateur fixés à l'avant du V2RM. Les travaux proposés dans cette partie ont été validés sur le simulateur BikeSim (BS). Jusqu'ici, le logiciel a été utilisé pour des simulations de la dynamique du V2RM uniquement. Dans le cas présent, il est question de simuler simultanément la dynamique du véhicule et celle de son environnement avec un rendu visuel. En effet, depuis la dernière mise à jour de BS, il est possible de générer des séquences d'images prises par une caméra virtuelle. De plus, les travaux développés dans cette partie supposent la détectabilité des marquages au sol et on admettra que les conditions extérieures sont favorables (luminosité, route plane, etc.)

Les travaux présentés dans cette partie sont le fruit d'une collaboration entre le laboratoire IBISC et le Mechatronics Research Laboratory (MRL) du Massachusetts Institute of Technology (MIT). Cette dernière est le résultat d'un stade de recherche d'une durée de 10 mois pendant lesquels j'ai intégré le MRL à Cambridge. Dans ce contexte, la supervision de Mr Kamal Youcef-Toumi et, plus généralement, les compétences de l'équipe de son laboratoire, nous ont permis de bénéficier d'une grande expertise sur l'intégration de la vision dans les systèmes d'aide à la conduite.

Cette partie est organisée en trois chapitres. Pour la compréhension, il est important de lire le premier chapitre avant les deux autres. Ces deux derniers sont des extensions/variantes de l'algorithme présenté dans le chapitre 9. De manière schématique, le premier chapitre de cette partie aborde l'estimation d'indicateurs de risque en virage. Ensuite, le chapitre 10 présente une variation de l'algorithme du chapitre précédent avec pour objectif d'estimer l'angle de roulis. Quant au chapitre 11, il s'agit de la synthèse d'une fonction de risque pour la caractérisation du comportement de braquage. Cette dernière est basée sur l'interprétation des indicateurs calculés dans le chapitre 9.

Finalement, dans cette partie, un premier chapitre traite de l'estimation d'indicateurs de risque pertinents lors de la prise de virage. Ces travaux ont été publiés dans [40, 41]. L'algorithme estime, en temps réel, la position latérale relative et l'angle de lacet relatif du V2RM par rapport à la route. Simultanément, il prédit aussi la trajectoire de la route sur un horizon de plusieurs dizaines de mètres. Un nouvel estimateur de l'angle de roulis basé vision est présenté dans un deuxième chapitre. Dans ce dernier, le défi est de s'affranchir de l'IMU pour estimer l'angle de roulis uniquement à partir des images de la route et de quelques connaissances *a priori* sur cette dernière [155]. Le troisième chapitre aborde la synthèse d'une fonction de risque pour la caractérisation du comportement de braquage [156]. L'objectif est de détecter les phénomènes de sous ou de survirage qui sont bien connus comme des comportements à risque en virage. Pour finir, une conclusion reprendra les points importants de cette partie.





## Chapitre 9

# Estimation de la position relative du V2RM et prédiction de la géométrie de la route

### Sommaire

---

<b>9.1</b>	<b>Prérequis</b>	<b>218</b>
9.1.1	Modélisation de la caméra	218
9.1.2	Projection perspective inverse	220
<b>9.2</b>	<b>Reconstruction de la vue de dessus de la route</b>	<b>222</b>
<b>9.3</b>	<b>Détection des marquages au sol</b>	<b>225</b>
9.3.1	Filtrage des marquages au sol	225
9.3.2	Suivi des lignes de la chaussée	227
<b>9.4</b>	<b>Modélisation de la trajectoire d'une route</b>	<b>228</b>
<b>9.5</b>	<b>Algorithme de synthèse</b>	<b>231</b>
<b>9.6</b>	<b>Validation avec le simulateur BikeSim</b>	<b>232</b>
9.6.1	Simulation d'une route extra-urbaine	232
9.6.2	Simulation d'un double changement de ligne	235
9.6.3	Discussion des résultats	237
<b>9.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>239</b>

---

Pour un conducteur novice, négocier un virage en V2RM peut s'avérer compliqué. En effet, le conducteur doit adapter sa vitesse, anticiper sa trajectoire, accompagner le mouvement du véhicule avec son buste, etc. La moindre erreur ne pardonne pas et conduit souvent à la chute. Même pour les motards expérimentés, les virages sont des zones à haut risque à cause des incertitudes comme l'état de la chaussée (sable, gravillon, nid-de-poule, etc.) par exemple.

Comme discuté au début du manuscrit, dans [33, 34], les auteurs ont mené des études concernant l'influence de la géométrie de la route sur les accidents de V2RM. Ils ont clairement montré que la courbure horizontale impacte la fréquence et la sévérité des accidents de V2RM. Rappelons qu'ils soulignent que 15% de la totalité des accidents mortels de V2RM ont lieu en virage pour des conducteurs qui sont, en général, peu expérimentés. Parmi les facteurs mis en cause, les auteurs identifient le rayon de courbure de la route. Il apparaît de manière évidente que des systèmes d'aide à la conduite adéquats pourraient largement contribuer à réduire le nombre d'accidents de V2RM en virage. Par analogie avec les V4RM, de tels systèmes existent déjà sur

le marché comme l'*Electronic Stability Program* (ESP) et leurs contributions dans la diminution du nombre d'accidents sont indéniables [157].

Dans ce contexte, nous avons proposé un algorithme basé vision permettant d'estimer et de prédire des indicateurs de risque pertinents. Ces derniers peuvent être utilisés pour la détection de situations dangereuses au guidon d'un V2RM en situation de virage. L'algorithme en question permet d'estimer la position relative et l'angle de lacet relatif entre la trajectoire du V2RM et celle de la route. Il permet aussi de prédire simultanément la géométrie de la route sur un horizon de plusieurs dizaines de mètres en avant du V2RM. Pour ce faire, nous avons utilisé deux capteurs très basiques, à savoir une caméra conventionnelle et une centrale inertielle (*Inertial Measurement Unit* (IMU)). L'algorithme suppose la détectabilité d'au moins une ligne délimitant les couloirs de circulation. Dans notre étude, on supposera que la ligne de droite est détectable et considérée comme référence. En résumé, on admettra qu'il n'y a pas d'obstacle dans l'horizon de prédiction gênant la détection de la ligne de droite. Le choix d'une autre ligne est brièvement discuté dans la suite de ce chapitre. De plus, les aspects liés au filtrage des lignes ne sont pas étudiés en détail dans ce manuscrit. En effet, il existe, d'ores et déjà, des techniques de filtrage robustes intégrées à des systèmes d'aide à la conduite sur le marché. Dans [158], une étude intéressante à ce sujet a été menée. À titre d'illustration, on peut citer les systèmes de suivi des lignes (*Lane Keeping System* (LKS), etc.) déjà intégrés à certains V4RM. Tout au long de ce chapitre et, plus généralement, de cette partie, on supposera donc que les conditions extérieures (luminosité, etc.) sont favorables et n'entravent pas le filtrage des lignes délimitant la chaussée.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante. Dans une première section, on présentera très succinctement quelques outils de la vision par ordinateur nécessaires à la compréhension. On rappellera à cette occasion quelques notions sur la modélisation des caméras sténopés et sur la Projection Perspective Inverse (PPI). Dans la section suivante, on discutera l'algorithme permettant de reconstruire la Vue De Dessus (VDD) de la route *via* une caméra virtuelle. Dans la troisième section, on abordera la détection des marquages au sol. Cette dernière est scindée en deux étapes principales : le filtrage et le suivi des lignes. Dans la section suivante, on s'intéressera à la modélisation de la trajectoire des routes. Alors que dans la section d'après, on fera une synthèse générale de l'algorithme présenté dans ce chapitre. Dans la sixième section, on s'attardera à la validation de l'algorithme sur le simulateur BikeSim (BS). Enfin, une dernière section viendra clôturer ce chapitre avec quelques remarques importantes.

## 9.1 Prérequis

### 9.1.1 Modélisation de la caméra

Cette section a pour objectif de rappeler quelques notions théoriques de la vision par ordinateur. On s'intéressera à la modélisation de la caméra et plus particulièrement au modèle sténopé qui n'est autre qu'une projection perspective.

On admettra que la caméra est modélisée par un modèle projectif [159]. Elle projette un point de l'espace  $3D$  dans une image  $2D$  avec des coordonnées pixeliques (voir la figure 9.1). Comme pour tout modèle, il est nécessaire de caractériser les paramètres de la caméra. On distingue deux types de paramètres, ceux dits intrinsèques (distances focales, coordonnées du point principal, etc.) en opposition aux paramètres extrinsèques qui décrivent la pose de la caméra par rapport à la scène à travers une matrice de rotation et un vecteur de translation. Les paramètres intrinsèques peuvent être obtenus après une étape de calibration préalable [160, 138]. À noter que de nombreux outils de calibration [161] sont déjà à la disposition des concepteurs pour beaucoup de logiciels : Matlab/Simulink, OpenCV, etc.

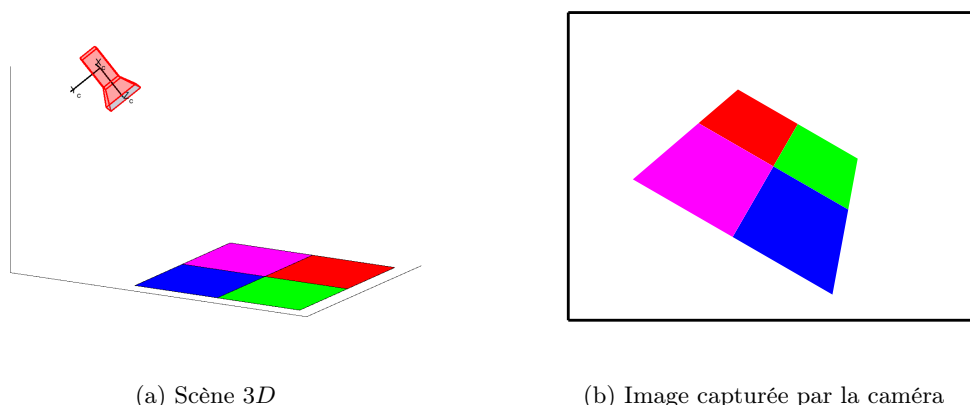


FIGURE 9.1 – Illustration de la capture d'une image par une caméra conventionnelle

Considérons maintenant une caméra caractérisée par un modèle sténopé. Soit un repère  $\mathcal{F}_c(O_c, X_c, Y_c, Z_c)$  orthonormé rattaché à cette caméra dont l'origine  $O_c$  est confondu avec son centre optique. Le repère est orienté de telle sorte que l'axe  $Z_c$  soit confondu avec l'axe optique de la caméra (voir figure 9.3). On notera ensuite  $\mathcal{F}_w(O_w, X_w, Y_w, Z_w)$  le repère terrestre dans lequel les coordonnées de l'objet à capturer sont exprimées.

Finalement, soit  $P_w$  un point 3D de coordonnées homogènes  $\mathbf{P}_w = (X \ Y \ Z \ 1)^\top$  dans  $\mathcal{F}_w$ . La projection perspective de la caméra transforme le point  $P_w$  en un point que l'on notera  $p$ . Ce dernier a pour coordonnées homogènes  $\mathbf{p} = (u \ v \ 1)^\top$  dans le plan 2D de l'image noté  $\mathcal{F}_i$ . L'équation de projection est donnée par :

$$\mathbf{p} \propto \mathbf{K} \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{pmatrix} \mathbf{P}_w \quad (9.1)$$

où  $\propto$  désigne l'égalité à un facteur multiplicatif près.

La matrice  $\mathbf{K}$  est la matrice des paramètres intrinsèques, aussi appelée matrice de calibration. On admettra qu'il n'y a pas de phénomène de distorsion dans cette partie. Dans le cas échéant, les paramètres inhérents à la distorsion peuvent facilement être identifiés pendant la calibration [138]. En l'absence de distorsion, la matrice intrinsèque  $\mathbf{K}$  peut être exprimée par :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} f_u & 0 & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9.2)$$

où  $u_0$  et  $v_0$  sont les coordonnées pixeliques du point principal. Les termes  $f_u$  et  $f_v$  sont les distances focales respectivement horizontale et verticale. Il est possible de les exprimer en fonction des champs de vision (*Field Of View* (FOV)) vertical et horizontal respectivement notés  $FOV_u$  et  $FOV_v$ . Les relations entre les distances focales et les champs de vision sont données par :

$$\begin{aligned} f_u &= u_0 \tan^{-1} \left( \frac{FOV_u}{2} \right) \\ f_v &= v_0 \tan^{-1} \left( \frac{FOV_v}{2} \right) \end{aligned} \quad (9.3)$$

La matrice  $\mathbf{R} \in \mathbb{SO}(3)$  (espace projectif à trois dimensions) et le vecteur  $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$  désignent respectivement la matrice de rotation et le vecteur de translation. Ce sont les paramètres extrinsèques de la caméra.

On rappellera que  $\mathbf{R}$  est la matrice caractérisant la rotation entre les repères  $\mathcal{F}_c$  et  $\mathcal{F}_w$  exprimée dans  $\mathcal{F}_c$ . Elle peut être décomposée en trois rotations de base (angles d'Euler) autour des axes du repère  $\mathcal{F}_c$ . On notera les angles :

- $\phi$  autour de  $X_c$  désignant l'angle de roulis,
- $\zeta$  autour de  $Y_c$  désignant l'angle de tangage,
- $\psi$  autour de  $Z_c$  désignant l'angle de lacet.

Il est possible de décomposer la matrice  $\mathbf{R}$  comme un produit des matrices associées à ces trois angles. Dans la suite de cette partie, on considérera l'ordre des rotations suivant : d'abord le roulis  $\mathbf{R}_\phi$ , puis le tangage  $\mathbf{R}_\zeta$  et enfin le lacet  $\mathbf{R}_\psi$ . Il vient alors :

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\phi \mathbf{R}_\zeta \mathbf{R}_\psi \quad (9.4)$$

avec

$$\mathbf{R}_\phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}, \mathbf{R}_\zeta = \begin{pmatrix} \cos(\zeta) & 0 & \sin(\zeta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\zeta) & 0 & \cos(\zeta) \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \mathbf{R}_\psi = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9.5)$$

Quant au vecteur de translation  $\mathbf{t}$ , il correspond aux coordonnées du point  $O_w$  exprimées dans le repère  $\mathcal{F}_c$ .

### 9.1.2 Projection perspective inverse

La PPI est une technique répandue dans le domaine de la vision par ordinateur. Elle permet de reconstruire la VDD d'un objet plan dans une image. Pour ce faire, elle utilise une transformation inverse basée sur le modèle projectif introduit dans (9.1). Cette technique est d'ores et déjà utilisée dans de nombreuses applications comme, par exemple, la numérisation de documents à l'aide d'un smartphone avec comme exemple l'application CamScanner (voir la figure 9.2.a).

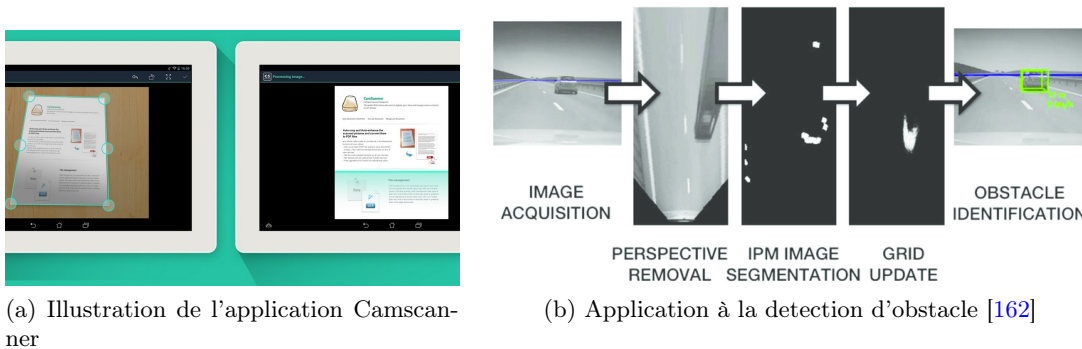


FIGURE 9.2 – Exemples d'application de la technique de projection perspective inverse

Elle est également appliquée dans l'agriculture [163] et dans un domaine qui attire plus notre attention, le secteur des transports routiers. Pour ce genre d'applications, la PPI s'avère être un outil intéressant puisqu'elle permet de créer une VDD de la route. On la retrouve derrière

certains assistants au parking récents qui génèrent une VDD du véhicule et de son environnement avoisinant [142]. Comme illustrée dans la figure 9.2.a, elle est aussi utilisée dans des algorithmes de détection d'obstacle [164, 165, 162].

Sur le plan pratique, la PPI crée une caméra virtuelle dont l'axe optique est perpendiculaire à la surface de l'objet étudié. L'équation de passage de la caméra réelle à la caméra virtuelle permet d'annuler l'effet de perspective initialement présent dans l'image pour l'objet plan étudié. Le lecteur pourra se référer à l'illustration dans la figure 9.3. On rappellera que les lignes parallèles dans  $\mathcal{F}_w$  se coupent en un point bien précis dans le plan de l'image  $\mathcal{F}_i$ , on parle de point de fuite [166].

Considérons un point  $p$  de coordonnées homogènes  $\mathbf{p} = (u \ v \ 1)^\top$  appartenant à une image réelle notée  $I$ . La PPI transforme  $p$  en un nouveau point  $p'$  de coordonnées homogènes  $\mathbf{p}' = (u' \ v' \ 1)^\top$  dans l'image VDD que l'on notera  $I'$ . L'équation assurant une telle transformation est donnée par :

$$\mathbf{p}' \propto \mathbf{G}\mathbf{p} \quad (9.6)$$

avec  $\mathbf{G}$  la matrice de collinéation assurant la transformation PPI de  $I$  vers  $I'$ . La matrice  $\mathbf{G}$  peut être exprimée en fonction de la matrice intrinsèque  $\mathbf{K}$  et de la matrice d'homographie  $\mathbf{H} \in \mathbb{SL}(3)$  relative au plan de l'objet observé. À noter que  $\mathbf{H}$  dépend de la matrice de rotation  $\mathbf{R}$  et du vecteur de translation  $\mathbf{t}$ . Dans ce cas, ils correspondent respectivement à la rotation et à la translation entre le repère  $\mathcal{F}_c$  et celui de la caméra virtuelle donnant la VDD  $I'$ . La matrice d'homographie  $\mathbf{H}$  peut être calculée en utilisant l'équation suivante [167] :

$$\mathbf{H} = \mathbf{R} + \frac{1}{d} \mathbf{t} \mathbf{n}^\top \quad (9.7)$$

avec  $\mathbf{n}$  désignant le vecteur normal à l'objet plan exprimé dans le repère de la caméra virtuelle. Tandis que  $d$  est la distance entre le plan de l'objet et le centre du repère de la caméra virtuelle. Dans le cas de la PPI,  $\mathbf{n} = (0 \ 0 \ 1)^\top$  et  $d$  est fixé par rapport à la Région d'Intérêt (RI) désirée sur la VDD.

Dans les faits, pour chaque pixel entier de l'image VDD  $I'$ , on calcule ses coordonnées dans l'image initiale  $I$  en utilisant l'inverse de (9.6). Bien que les pixels choisis dans  $I'$  ont des coordonnées entières, c'est rarement le cas lorsque l'on calcule leurs coordonnées dans  $I$ . Il est donc nécessaire de procéder à une interpolation pour récupérer les informations de niveaux de gris de l'image initiale  $I$ .

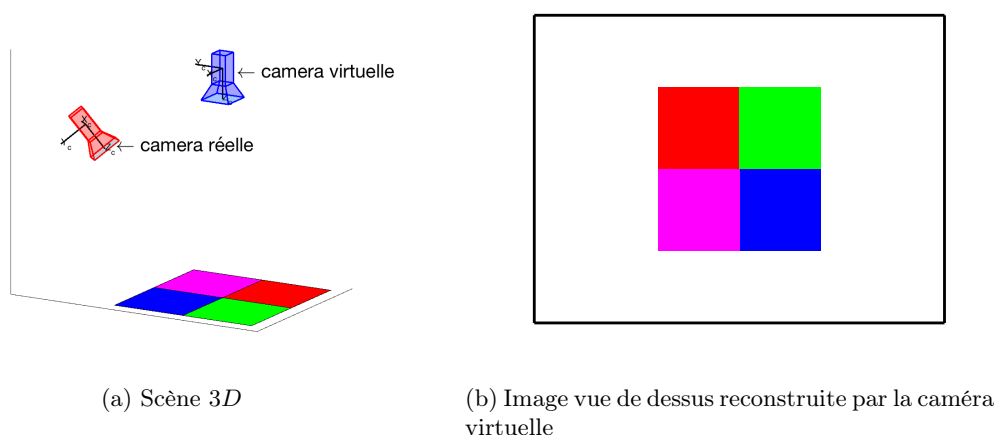


FIGURE 9.3 – Illustration d'une projection perspective inverse

## 9.2 Reconstruction de la vue de dessus de la route

Cette section reprend les prérequis sur la PPI. Il s'agit ici d'utiliser cette technique pour reconstruire la VDD de la route à partir des images capturées par une caméra embarquée à l'avant d'un V2RM (voir la figure 9.4). En effet, la construction des infrastructures routières est régie par des législations qui fixent précisément la disposition et la géométrie des marquages au sol [18], la trajectoire des routes, etc. Partant du principe que ces contraintes sont connues, la VDD de la route facilite le filtrage des marquages routiers et l'identification d'un certain nombre de paramètres comme la largeur de la route ou la trajectoire des lignes.

Tout d'abord, on admettra, et ce tout au long de cette partie, que la caméra est rigidement liée au corps principal du V2RM. En d'autres termes, elle n'est pas affectée par les rotations du mécanisme de direction. On notera  $\zeta$ ,  $\phi$  et  $h_c$  respectivement l'angle de tangage, l'angle de roulis et la hauteur de la caméra par rapport sol (voir figure 9.7). On supposera qu'une IMU, installée à proximité de la caméra, fournit les mesures des angles  $\zeta$  et  $\phi$ . On considérera également que la hauteur  $h_c$  est connue puisque :

$$h_c = z_c \cos(\phi) \quad (9.8)$$

avec  $z_c$  la hauteur de montage de la caméra quand le V2RM est en position d'équilibre statique ( $\phi = 0^\circ$ ). L'angle de tangage peut être décomposé tel que :

$$\zeta = \zeta_0 + \delta\zeta \quad (9.9)$$

avec  $\zeta_0$  l'inclinaison initiale de la caméra au montage et  $\delta\zeta$  le terme correspondant aux variations du mouvement de tangage. À noter qu'il est nécessaire d'incliner la caméra d'un angle  $\zeta_0 \neq 0^\circ$  pour réduire l'angle mort juste devant le véhicule. Par ailleurs, cela permet d'orienter la caméra vers notre zone d'intérêt, à savoir la route. Quant à l'angle de lacet  $\psi$ , il s'agit ici de l'angle relatif entre la tangente à la trajectoire du véhicule et celle des marquages délimitant la chaussée. À notre connaissance, la seule manière de le mesurer est de coupler un système de localisation précis, type GPS *Real Time Kinematic* (RTK), avec une cartographie parfaitement connue de la route. Cette solution est peu réaliste dans l'idée de développer des systèmes d'aide à la conduite bas-coûts. Même si l'angle  $\psi$  est supposé être faible puisque le véhicule est censé avoir une trajectoire qui suit celle de la route, on peut rencontrer différents cas de figure. Le cas où le motard suit parfaitement les lignes au sol, on parlera de trajectoire neutre. S'il s'inscrit de manière trop prononcée dans le virage, on parlera de trajectoire survireuse. Cette dernière est en opposition à la trajectoire sous-vireuse, qui conduit le véhicule vers l'extérieur du virage. À noter que le chapitre suivant aborde en détail la caractérisation du comportement de braquage avec la détection des trajectoires sur et sous-vireuses. On retrouve également la manœuvre du Double Changement de Ligne (DCL) pendant laquelle la trajectoire de la route est généralement droite alors que le véhicule subit une déviation latérale importante. Dans ces derniers scénarios, l'angle de lacet relatif est non nul mais cela n'impacte pas la reconstruction de la VDD de la route. En effet, l'angle  $\psi$  génère une rotation autour de l'axe optique de la caméra virtuelle qui est perpendiculaire au plan de la route. Il en résulte donc une simple rotation dans le plan de l'image  $I'$ .

Soit  $\mathcal{F}_v(O_v, X_v, Y_v, Z_v)$ , un repère orthonormé rattaché au V2RM de telle sorte que son origine  $O_v$  corresponde à la projection de  $O_c$  sur le plan de la route ( $X_v O_v Y_v$ ) défini par  $Z_v = 0$  m. Il est orienté tel que  $X_v$  soit parallèle à l'axe longitudinal du véhicule et  $Z_v$  pointe vers le haut (voir la figure 9.7). On admettra que tous les points appartenant à la route peuvent être exprimés dans le plan ( $X_v O_v Y_v$ ) du repère  $\mathcal{F}_v$ . Sous respect de ces hypothèses, la PPI permet de reconstruire une image VDD du plan de la route à partir de l'image  $I$ .

Finalement, la matrice de rotation globale  $\mathbf{R}$  peut être exprimée par :

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_c \mathbf{R}_\phi \mathbf{R}_\zeta \quad (9.10)$$

avec  $\mathbf{R}_c$  la matrice qui permet d'orienter mécaniquement le repère de la caméra  $\mathcal{F}_c$  par rapport au repère véhicule  $\mathcal{F}_v$ . Autrement dit, lorsque  $\zeta = 0^\circ$  et  $\phi = 0^\circ$ , l'axe  $Z_c$  (axe optique de la caméra) est aligné avec l'axe longitudinale  $X_v$  du repère véhicule (voir la figure 9.7). La matrice  $\mathbf{R}_c$  est alors définie par :

$$\mathbf{R}_c = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (9.11)$$

Les termes  $\mathbf{R}_\phi$  et  $\mathbf{R}_\zeta$  sont les matrices de rotation respectivement associées aux mouvements de roulis et de tangage déjà introduites dans (9.5).

D'après les hypothèses énoncées ci-dessus, il vient que la transformation PPI basée sur la matrice de collinéation  $\mathbf{G}$  dépend spécifiquement de :

- la matrice intrinsèque de la caméra  $\mathbf{K}$ ,
- la hauteur de la caméra  $h_c$ ,
- des angles de tangage  $\zeta$  et de roulis  $\phi$ ,
- de la résolution souhaitée de la VDD de la route ( $n' \times m'$ ),
- des caractéristiques de la RI.

À noter que la RI est caractérisée par la position de ses coins supérieur gauche et inférieur droit dont les coordonnées respectives dans le repère  $\mathcal{F}_v$  sont  $(X_{max}, Y_{max})$  et  $(X_{min}, Y_{min})$  (voir la figure 9.7).

Finalement, la matrice de collinéation  $\mathbf{G}$  peut être identifiée en deux étapes. Premièrement, en injectant les hypothèses  $Z = 0$  et  $\mathbf{t} = (0 \ 0 \ -h_c)^\top$  dans l'équation (9.1), il vient alors :

$$\mathbf{p} \propto \mathbf{K} \mathbf{M} \mathbf{p}_w \quad (9.12)$$

avec  $\mathbf{M} = (r_1 \ r_2 \ -h_c r_3)$ . Les termes  $r_i$  désignent la colonne  $i$  de la matrice de rotation  $\mathbf{R}$ . La notation  $p_w$  désigne un point de coordonnées homogènes  $\mathbf{p}_w = (X \ Y \ 1)^\top$  appartenant au plan de la route  $(X_v O_v Y_v)$ . Tandis que  $\mathbf{p} = (u \ v \ 1)^\top$  est sa projection dans l'image  $I$ .

Ensuite, soit  $p'$  la projection de  $p_w$  dans l'image VDD de la route  $I'$ . La relation entre  $p_w$  et  $p'$  dépend de la RI et de la résolution ( $n' \times m'$ ) désirée de  $I'$ . Elle est donnée par :

$$\mathbf{p}' = \mathbf{S} \mathbf{p}_w \quad (9.13)$$

$$\text{avec } \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & -m' \frac{1}{\Delta Y} & m' \frac{Y_{max}}{\Delta Y} \\ -n' \frac{1}{\Delta X} & 0 & n' \frac{X_{max}}{\Delta X} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \Delta X = X_{max} - X_{min} \text{ et } \Delta Y = Y_{max} - Y_{min}.$$

Finalement, d'après les équations (9.6), (9.12) et (9.13), il vient :

$$\mathbf{G} = \left( \mathbf{K} \mathbf{M} \mathbf{S}^{-1} \right)^{-1} \quad (9.14)$$

À partir de cette dernière équation (9.14), il est aisé de développer les expressions algébriques permettant de calculer les coordonnées d'un pixel  $(u', v')$  appartenant à l'image  $I'$  en fonction



des coordonnées pixeliques  $(u, v)$  dans  $I$ . Ces expressions sont données par :

$$\begin{aligned} u' &= \frac{n}{\Delta Y} \frac{Y_{max} f_u f_v s_\zeta + \Delta u (Y_{max} f_v s_\phi c_\zeta + h_c f_v c_\phi) + \Delta v (Y_{max} f_u c_\phi c_\zeta - h_c f_u s_\phi)}{f_u f_v s_\zeta + f_v s_\phi c_\zeta \Delta u + f_u c_\phi c_\zeta \Delta v} \\ v' &= \frac{m}{\Delta X} \frac{X_{max} f_v f_u s_\zeta - h_c f_u f_v c_\zeta + \Delta u (X_{max} f_v s_\phi c_\zeta + h_c f_v s_\phi s_\zeta) + \Delta v (X_{max} f_u c_\phi c_\zeta + h_c f_u c_\phi s_\zeta)}{f_u f_v s_\zeta + f_v s_\phi c_\zeta \Delta u + f_u c_\phi c_\zeta \Delta v} \end{aligned} \quad (9.15)$$

avec  $\Delta u = u - u_0$ ,  $\Delta v = v - v_0$ . Les termes  $\Delta X$  et  $\Delta Y$  ont été définis précédemment. Par soucis d'espace, les notations  $c_\diamond$  et  $s_\diamond$  désignent respectivement  $\cos(\diamond)$  et  $\sin(\diamond)$ .

Il est possible d'inverser le système d'équations précédent (9.15). Ce qui veut dire que pour un pixel  $(u', v')$  dans  $I'$ , on peut calculer ses coordonnées  $(u, v)$  dans  $I$  avec les équations suivantes :

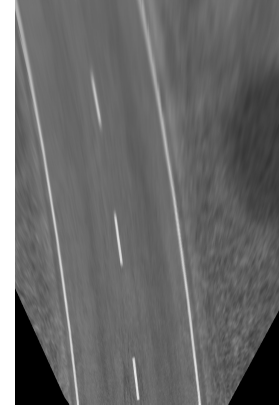
$$\begin{aligned} u &= \frac{(-f_u s_\phi s_\zeta + u_0 c_\zeta) \mathcal{X} - f_u c_\phi \mathcal{Y} + (f_u s_\phi c_\zeta + u_0 s_\zeta) h_c}{c_\zeta \mathcal{X} + s_\zeta h_c} \\ v &= \frac{(-f_v c_\phi s_\zeta + v_0 c_\zeta) \mathcal{X} + f_v s_\phi \mathcal{Y} + (f_v c_\phi c_\zeta + v_0 s_\zeta) h_c}{c_\zeta \mathcal{X} + s_\zeta h_c} \end{aligned} \quad (9.16)$$

avec  $\mathcal{X} = X_{max} - u' \frac{X_{max} - X_{min}}{m}$ ,  $\mathcal{Y} = Y_{max} - v' \frac{Y_{max} - Y_{min}}{n}$ .

Pour résumer, la VDD de la route est obtenue en deux étapes. Premièrement, en calculant les coordonnées  $(u, v)$  dans  $I$  de chaque pixel entier  $(u', v')$  appartenant à  $I'$ . Pour ce faire, l'équation (9.16) est utilisée. Deuxièmement, en interpolant les coordonnées  $(u, v)$  décimales calculées dans l'image  $I$ . Un exemple de VDD de la route obtenu avec l'algorithme précédent est présenté dans la figure 9.4.



(a) Image capturée  $I$  par la caméra embarquée sur le V2RM



(b) Image reconstruite  $I'$  de la vue de dessus de la route

FIGURE 9.4 – Reconstruction d'une vue de dessus de la route à partir de l'image d'une caméra embarquée à l'avant du V2RM

À noter que les formulations de transformation PPI proposées dans la littérature ne tiennent généralement pas compte de l'angle de roulis. En effet, cette technique a surtout été utilisée dans des applications destinées aux V4RM pour lesquels la dynamique de cet angle est négligeable. Comparée aux autres travaux, notre approche se démarque donc par la prise en compte de l'angle de roulis  $\phi$  dans les équations (9.15) et (9.16). Rappelons que la prise en compte de cet angle est cruciale lorsqu'il s'agit d'étudier la dynamique des V2RM.

## 9.3 Détection des marquages au sol

Cette section aborde la détection et le filtrage des lignes délimitant la chaussée. Elle prend en entrée l'image VDD de la route précédemment obtenue et fournit, en sortie, une image binaire avec les différentes lignes identifiées séparément. Elle est divisée en deux étapes successives. Une première, qui consiste à filtrer les marquages au sol et à générer une image binaire. Quant à la seconde, elle consiste à identifier et suivre séparément les lignes. Pour ce faire, on utilisera des fenêtres glissantes.

### 9.3.1 Filtrage des marquages au sol

Dans le contexte du développement des systèmes d'aide à la conduite, la détection des marquages de la chaussée a largement été abordée dans la littérature. Certains véhicules embarquent d'ores et déjà de tels algorithmes comme pour le LKS par exemple. Ce dernier se décline en plusieurs versions dont certaines détectent les marquages et asservissent le véhicule de telle sorte à ce qu'il reste centré dans son couloir de circulation [168].

Dans toute cette partie, nous avons réutilisé la technique de filtrage initialement proposée dans [169] et revisitée dans [170]. Elle est basée sur le contraste d'intensité de gris entre les groupes de pixels appartenant aux lignes de la chaussée et leur voisinage dans l'image. Plusieurs raisons ont motivé le choix de cette méthode. Tout d'abord, elle permet de détecter les marquages routiers aussi bien en ligne droite qu'en virage sans aucune distinction. Ensuite, elle est peu gourmande en capacité de calcul comparée à d'autres approches comme le *RANdom SAmple Consensus* (RANSAC) [171] par exemple. De plus, elle s'avère être pleinement adaptée à notre problème, puisqu'elle prend en compte la largeur des marquages en pixel notée  $w$  comme paramètre de filtrage. Dans notre cas, cette largeur est connue et constante dans l'image VDD de la route. Comme discuté précédemment, ce type de paramètres est fixé dans le cahier des charges régissant la conception des infrastructures routières.

Soit  $I_1''$  l'image issue du filtrage de  $I'$  selon l'équation suivante :

$$I_1''(u, v) = 2I'(u, v) - |I'(u, v - w) + I'(u, v + w)| - |I'(u, v - w) - I'(u, v + w)| \quad (9.17)$$

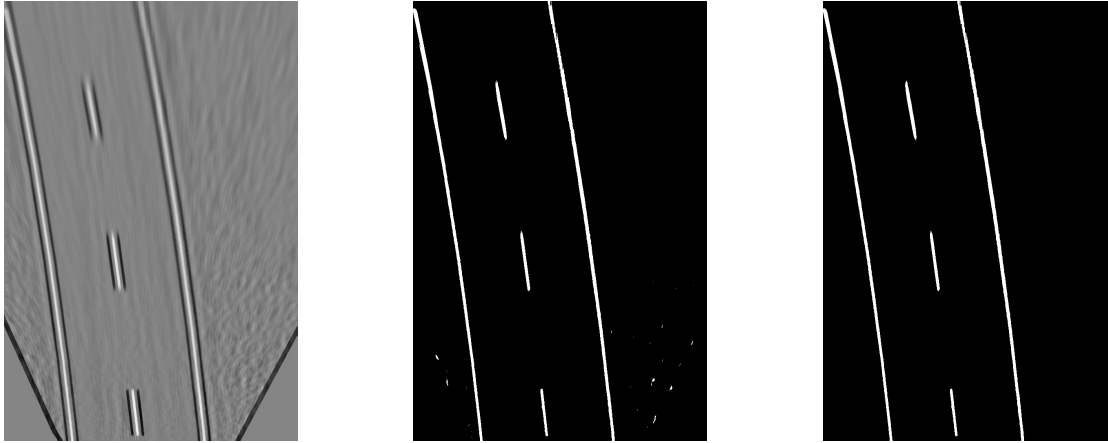
Comme discuté dans [169, 170], ce filtre s'avère être robuste vis-à-vis des ombres et des irrégularités de la route comme les nids de poule, les réparations de chaussée, etc.

À la suite de cette première étape de filtrage (9.17) permettant d'obtenir la nouvelle image  $I_1''$ , on applique un seuillage puis un deuxième filtre. Cette fois, l'objectif est de convertir l'image en binaire (seuillage) et d'améliorer le filtrage des marquages en supprimant les bruits (second filtre). Ces derniers se manifestent dans l'image binaire comme des petites zones blanches éparses (voir figure 9.5.b).

Rappelons que le premier filtre (9.17) a eu pour effet d'amplifier les contrastes entre les marquages au sol dont l'intensité est très claire et le reste de l'image plus sombre. Un seuillage judicieusement choisi permet de convertir l'image  $I_1''$  en une nouvelle image  $I_2''$  exprimée en binaire. Autrement dit, les pixels dont la valeur de niveau de gris est supérieure au seuil se voient attribuer la valeur logique un, alors que les autres sont définis par la valeur zéro (voir la figure 9.5.b).

Bien que, le premier filtre (9.17) était supposé conserver uniquement les marquages au sol, certains bruits apparaissent sur l'image  $I_2''$ . Ils proviennent de contrastes élevés dans des zones qui n'appartiennent pas aux marquages. C'est la raison pour laquelle on applique un second filtre. Si l'on fait l'hypothèse que ces bruits sont des zones éparses de petite taille, comparées à la surface des marquages, alors il vient un filtre intuitif. Ce dernier calcule le nombre de pixels

vrais connectés et applique ensuite un autre seuillage pour ôter ces zones de bruits. On obtient alors l'image  $I_3''$  à partir de laquelle nous allons réaliser le suivi de ligne.



(a) Image vue de dessus de la route  $I_1'$  après premier filtrage (b) Image binaire vue de dessus de la route  $I_2''$  après seuillage (c) Image binaire vue de dessus de la route  $I_3''$  après second filtrage

FIGURE 9.5 – Description des étapes de filtrage des marquages dans l'image vue de dessus de la route

Intéressons-nous maintenant au cas où il y a un autre véhicule à proximité sur la chaussée. Si ce dernier circule sur la voie de circulation inverse et que l'algorithme est basé sur la détection de la ligne de droite, alors ce dernier n'est pas gêné par la présence de ce véhicule. Néanmoins, cela peut être problématique si le véhicule précède le V2RM.

Le tableau 9.1 rappelle les distances de sécurité à respecter aux commandes d'un véhicule sur les routes françaises.

Type de route	Vitesse	Distance réglementaire	Distance approximative
En ville	50 <i>km/h</i>	28 <i>m</i>	30 <i>m</i>
Hors agglomération	90 <i>km/h</i>	50 <i>m</i>	54 <i>m</i>
Voie rapide	110 <i>km/h</i>	62 <i>m</i>	66 <i>m</i>
Autoroute	130 <i>km/h</i>	73 <i>m</i>	78 <i>m</i>

TABLE 9.1 – Distances de sécurité réglementaires entre les véhicules sur les différents types de route en France [10]

Sachant que l'horizon de prédiction de l'algorithme est d'environ 30 mètres, si le motard respecte les distances de sécurité, alors aucun véhicule n'est supposé gêner la détection des lignes dans son couloir de circulation. Il est évident qu'il y a des exceptions, surtout en agglomération, comme à l'approche d'un feu tricolore ou d'un stop. Ou encore, dans des zones de congestion avec un trafic dense. Néanmoins, l'algorithme s'avère inutile pour ce type de scénarios. Rappelons qu'il est question d'étudier des solutions pour l'aide à la conduite en situation de virage.

Cependant, les motards ne sont pas les usagers les plus respectueux des distances de sécurité, même en virage. C'est pourquoi, il est intéressant de réfléchir à une stratégie alternative

lorsqu'un véhicule précède de près ( $\leq 30m$ ) le V2RM. Il est clair que si le véhicule obstrue de manière continue la détection des lignes, le fonctionnement de l'algorithme peut être altéré. À noter que si l'obstruction est ponctuelle et partielle, cela est peu problématique. En effet, l'horizon de prédiction de 30 mètres et la vitesse d'enregistrement de la caméra de 30 images par seconde assurent une redondance d'information. À titre d'illustration, admettons que le véhicule circule à  $30\text{ m/s}$ , soit  $108\text{ km/h}$ . Pour un point fixe appartenant à un des marquages au sol, la caméra capture ce dernier sur 30 images différentes. Autrement, on pourrait envisager un "mode alternatif", dans lequel le choix de la ligne de la chaussée de référence serait dynamique. Par exemple, si la ligne de droite est cachée par un véhicule, on pourrait imaginer prendre la ligne de gauche ou du centre, si elles sont détectables. Dans le cas contraire, on pourrait se contenter d'un mode « dégradé » concentré uniquement sur l'estimation de la position latérale et du lacet relatifs à la route. À la différence de la prédiction de la géométrie de la route qui nécessite un horizon de plusieurs dizaines de mètres, ces dernières peuvent être estimées à partir d'un horizon de visibilité très court ( $\leq 10m$ ).

À noter que ce type de problème est récurrent dans le développement des systèmes d'aide à la conduite basés sur la vision. La stratégie choisie pour pallier ces problèmes varie d'un constructeur à un autre. On peut citer l'exemple de certains systèmes LKS qui sont activables qu'à partir d'une certaine vitesse [172].

### 9.3.2 Suivi des lignes de la chaussée

Une fois que l'on dispose de l'image binaire des marquages au sol  $I_3''$ , l'objectif est d'identifier séparément chaque ligne. Si on prend l'exemple d'une route conventionnelle à deux voies hors agglomération, il est alors question d'identifier la ligne de droite, du centre et celle de gauche. Il apparaît de manière évidente que l'algorithme proposé doit être robuste vis-à-vis du type de marquage. Dans notre cas, on distinguera deux catégories :

- les lignes pleines ou lignes continues. On les retrouve souvent pour délimiter la chaussée de l'accotement ou, en tant que ligne centrale, lorsqu'il y a une interdiction de doubler.
- les lignes en pointillés ou lignes discontinues. Elles sont souvent utilisées pour notifier aux usagers de la route le droit de franchissement (dépassement, etc.).

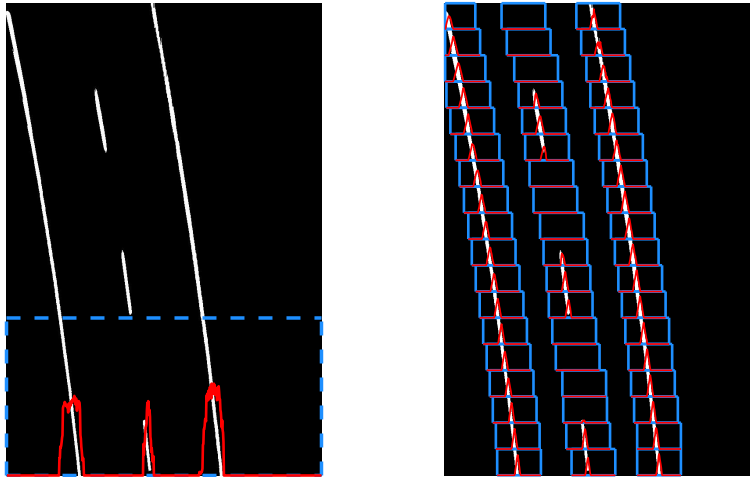
Pour répondre à cette question du suivi des lignes (continues ou discontinues), nous avons choisi d'utiliser une solution basée sur des fenêtres glissantes. Finalement, pour chaque image  $I_3''$ , le suivi des lignes peut se décomposer en deux étapes : l'initialisation des premières fenêtres puis le suivi proprement dit.

L'initialisation consiste à identifier l'origine de chaque ligne en bas de l'image  $I_3''$ . Pour ce faire, nous avons utilisé un histogramme. En pratique, nous avons sélectionné une portion de l'image  $I_3''$  sur laquelle nous avons dénombré les pixels vrais (niveau 1) pour chaque colonne. De cette manière, il est possible d'identifier l'abscisse à l'origine des lignes dans le repère de l'image  $I_3''$ . Cette étape est illustrée dans la figure 9.6.a, où les résultats de l'histogramme sont tracés en rouge et la portion de l'image en bleu pointillé.

Maintenant, intéressons-nous à une des lignes, la démarche est identique pour les autres. Une fois la première fenêtre correctement placée en bas de l'image, on répète alors la même technique mais cette fois dans la fenêtre elle-même. Ce qui nous permet d'initialiser la position horizontale de la fenêtre suivante et ainsi de suite. C'est pourquoi on parle de fenêtres glissantes. Le lecteur pourra se référer à la figure 9.6.b pour une illustration de la technique. Encore une fois, les courbes en rouge montrent le résultat des histogrammes dans chaque fenêtre tracée en bleu.

L'avantage de cette technique est qu'elle assure le suivi de ligne aussi bien en ligne droite qu'en virage grâce aux fenêtres qui ont un Degré De Liberté (DDL) latéral. À noter que la dimension des

fenêtres doit être judicieusement choisie de telle sorte à ce qu'elles soient suffisamment larges pour suivre correctement les lignes en virage et pas trop pour ne pas capturer deux lignes (droite-centre ou gauche-centre) simultanément. Le choix de la hauteur des fenêtres est tout aussi important. Diminuer la hauteur des fenêtres renforce les performances de suivi en cas de virage très serré mais cela multiplie le nombre d'itérations et donc de calculs. Dans ce cas, une approche empirique est une solution pertinente pour trouver un bon compromis concernant la dimension adéquate des fenêtres glissantes.



(a) Identification de l'origine des lignes (b) Suivi des lignes avec des fenêtres glissantes

FIGURE 9.6 – Illustration du suivi des lignes de la chaussée

## 9.4 Modélisation de la trajectoire d'une route

Les ingénieurs en charge de la construction des infrastructures routières ont très souvent recours aux courbes clothoïdes [173], aussi connues sous le nom de spirales d'Euler. Ces dernières assurent une transition fluide entre les lignes droites et les virages permettant aux usagers de la route de suivre facilement les lignes tout en évitant les changements brusques de direction. Une clothoïde est définie telle que l'abscisse curviligne  $l$  depuis l'origine de la courbe soit proportionnelle au rayon de courbure. Finalement, le modèle de la clothoïde est donné par l'équation suivante [140] :

$$C(l) = C_0 + C_1 l \quad (9.18)$$

avec  $C_0$  et  $C_1$  désignant respectivement le rayon de courbure initial (à l'origine de la clothoïde) et sa dynamique. Cette expression (9.18) permet de modéliser trois cas de figure :

- une trajectoire rectiligne avec  $C_0 = 0$  et  $C_1 = 0$ ,
- une trajectoire circulaire avec  $C_0 \neq 0$  et  $C_1 = 0$ ,
- une trajectoire clothoïde avec  $C_0 \neq 0$  et  $C_1 \neq 0$ .

À noter que ce modèle est valable uniquement pour une route plane. Comme dans [141, 174], si l'on considère que l'angle de lacet relatif entre la trajectoire de la route et l'axe longitudinal du véhicule  $X_v$  est petit (inférieur à une dizaine de degrés). Alors l'équation (9.18) peut être

approximée en coordonnées cartésiennes par l'expression :

$$y(x) \approx \Delta Y + \tan(\Delta\psi)x + \frac{1}{2}C_0x^2 + \frac{1}{6}C_1x^3 \quad (9.19)$$

avec  $\Delta Y$  la position latérale relative,  $\Delta\psi$  l'angle de lacet relatif,  $C_0$  et  $C_1$  les paramètres de la clothoïde introduits dans l'équation (9.18). Les termes  $\Delta Y$  et  $\Delta\psi$  sont les paramètres relatifs entre la position du V2RM et celle de la ligne au sol modélisée par (9.19). La figure 9.7 présente un schéma qui illustre le problème. Dans cette figure, les termes  $Y_{0r}$ ,  $Y_{0c}$  et  $Y_{0l}$  désignent respectivement les abscisses à l'origine des lignes de droite, du centre et de gauche. Par ailleurs, la ligne de droite est choisie comme référence pour exprimer la position relative du V2RM ( $\Delta Y$  et  $\Delta\psi$ ).

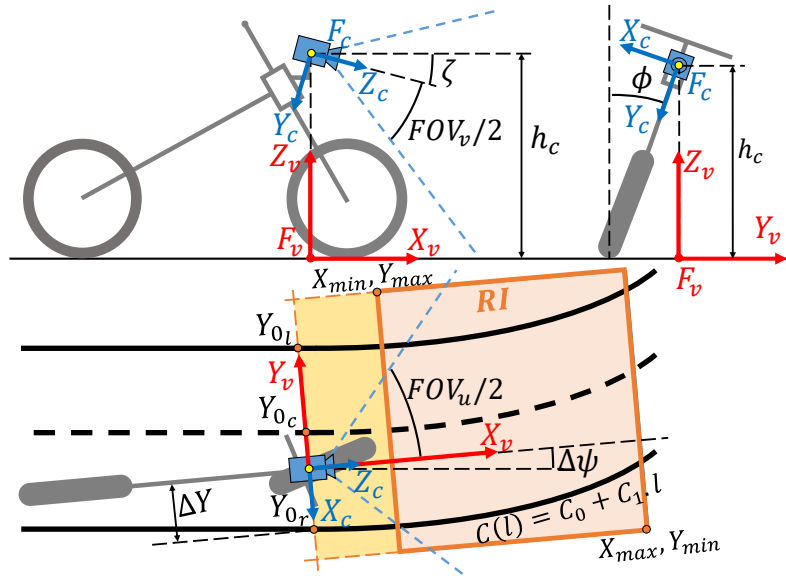


FIGURE 9.7 – Schéma du V2RM et de la chaussée pour la reconstruction de la vue de dessus de la route

Jusqu'ici, toutes les étapes de traitement appliquées à l'image d'origine  $I$  ont été réalisées dans le système de coordonnées pixéliques de l'image. Or, notre objectif est d'identifier les paramètres de la fonction (9.19) en coordonnées métriques. Il est donc nécessaire de changer de système de coordonnées en passant des coordonnées en pixels dans  $\mathcal{F}_i$  aux coordonnées en mètres dans le repère véhicule  $\mathcal{F}_v$ . En pratique, cela signifie qu'un pixel de coordonnées  $(u, v)$  dans  $\mathcal{F}_i$  est transformé en un point de coordonnées  $(x, y)$  dans le plan  $(X_v O_v Y_v)$  de  $\mathcal{F}_v$  tel que :

$$\begin{aligned} x &= X_{max} - v \frac{X_{max} - X_{min}}{n'} \\ y &= Y_{max} - u \frac{Y_{max} - Y_{min}}{m'} \end{aligned} \quad (9.20)$$

Une fois les lignes exprimées en coordonnées cartésiennes dans le repère  $\mathcal{F}_v$ , il suffit d'identifier les coefficients du polynôme de la ligne pour déduire les paramètres du modèle (9.19). Rappelons qu'il y a une fonction polynomiale par ligne détectée. Un exemple d'approximation polynomiale et de changement de repère est donné dans la figure 9.8 ci-dessous.

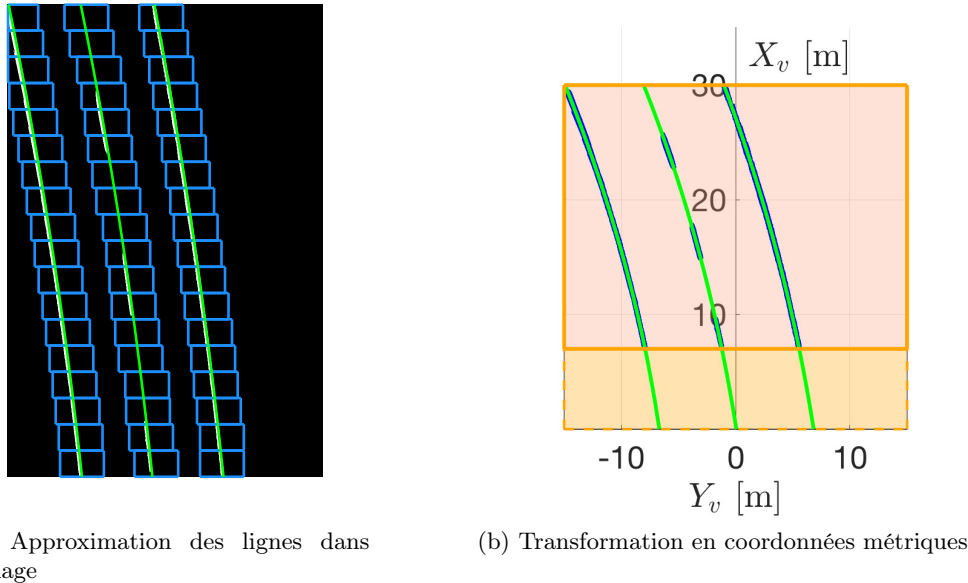


FIGURE 9.8 – Illustration de l'approximation des lignes pour l'identification des paramètres

On peut constater que, même si l'approximation polynomiale (9.19) n'est pas exacte, elle s'approche parfaitement de la trajectoire réelle des lignes délimitant les voies de circulation. On rappellera qu'il y a une « zone morte » sur les premiers mètres en avant du véhicule (en jaune sur la figure 9.7 et 9.8.b) à cause de l'angle mort de la caméra. Une solution pour pallier à ce problème est de définir la RI telle que  $X_{min} = [3, 7] m$  en fonction de  $\zeta_0$  et  $z_c$  initialement choisis. Cela permet d'éviter la prise en compte de cette « zone morte » dans la PPI. Finalement, les variations de la trajectoire de la chaussée sont négligeables sur quelques mètres. De ce fait il est possible de reconstruire les trajectoires des lignes dans cette zone à partir des fonctions polynomiales comme dans la figure 9.8.b. Le cadre orange en trait plein correspond à la RI de la VDD de la route.

À ce stade, l'algorithme présenté ci-dessus nous permet :

- d'estimer la position latérale du V2RM  $\Delta Y$  relative à une des lignes au sol,
- d'estimer l'angle de lacet relatif  $\Delta\psi$  entre la trajectoire d'une des lignes et celle du véhicule,
- de prédire le rayon de courbure de la route  $C_0$  sur un horizon  $X_{max}$ ,
- de prédire la vitesse du rayon de courbure de la route  $C_1$  sur un horizon  $X_{max}$ .

Il est important de réfléchir à la stratégie pour le choix de la ligne de référence parmi les différents marquages au sol détectés. Si on prend de nouveau l'exemple d'une voie conventionnelle hors agglomération, les marquages délimitant la chaussée sont souvent au nombre de trois : une ligne à droite, au centre et à gauche. Premièrement, on notera que les lignes continues permettent d'avoir de meilleurs résultats d'estimation car elles sont plus riches en information que les lignes discontinues. La proximité de la ligne de référence avec le véhicule est également un facteur permettant d'augmenter les performances d'estimation. Par ailleurs, il est possible de prendre une référence statique comme la ligne de droite par exemple. En effet, dans un pays où la conduite se fait à droite, c'est généralement la ligne la plus proche du véhicule et celle qui est la plus souvent continue (comparée à la ligne du centre). À noter que c'est celle utilisée dans toutes les simulations des chapitres de cette partie. On pourrait également choisir une référence dynamique. Il s'agirait, par exemple, de trouver la ligne avec le taux de confiance le plus élevé en tenant compte de la proximité de la ligne, de la densité d'information, des bruits (ombres, etc.).

Intéressons-nous maintenant aux spécifications de la RI. Tout d'abord, il est assez judicieux de choisir une RI symétrique suivant l'axe  $Y_v$ , c'est-à-dire  $Y_{max} = -Y_{min}$ . En effet, pour une route hors agglomération à deux voies, cette symétrie permet de capturer simultanément les trois lignes (droite, centre et gauche) dans la VDD de la route (voir figure 9.8). C'est valable lorsque le véhicule est dans le couloir de circulation de droite ou pendant un dépassement, lorsqu'il est dans le couloir de gauche. Par ailleurs, comme discuté dans la section précédente,  $X_{min} = [3, 7] m$  permet d'éviter le problème de l'angle mort juste devant le véhicule. Cependant, une fois les lignes approximées, elles sont reconstruites jusqu'à l'origine du repère  $\mathcal{F}_v$ , c'est-à-dire pour  $X = 0 m$ . Tandis que  $X_{max}$  définit l'horizon de prédiction. Il est nécessaire de choisir avec soin ce paramètre. En effet, plus  $X_{max}$  est grand plus le conducteur aura du temps pour réagir en cas de détection d'un danger (voir le tableau 9.2).

Horizon	Temps de prédiction			
	$v_x = 30 \text{ km/h}$	$v_x = 50 \text{ km/h}$	$v_x = 70 \text{ km/h}$	$v_x = 90 \text{ km/h}$
$X_{max} = 20 \text{ m}$	2.40 s	1.44 s	1.03 s	0.80 s
$X_{max} = 30 \text{ m}$	3.60 s	2.16 s	1.54 s	1.20 s
$X_{max} = 40 \text{ m}$	4.80 s	2.88 s	2.06 s	1.60 s

TABLE 9.2 – Temps de prédiction en fonction de l'horizon de la région d'intérêt

Augmenter  $X_{max}$  n'est pas sans conséquence puisque cela dégrade la qualité de l'image sur la partie supérieure (voir la figure 9.4). Cela rend la détection des lignes plus approximative dans cette zone. Même si on ne se soucie pas du temps de réaction du conducteur, dans le cas d'un système actif par exemple, il est déconseillé de choisir un horizon trop petit. Il faut prendre en compte le fait que les lignes au sol peuvent être discontinues. Dans ce cas, il est nécessaire d'observer au moins deux zones de pointillés sur la VDD de la route afin de réduire les erreurs d'approximation de la trajectoire des marquages (voir la figure 9.4).

## 9.5 Algorithme de synthèse

Cette section reprend les étapes principales nécessaires à l'exécution de l'algorithme présenté dans ce chapitre. Finalement pour une image  $I$  acquise par la caméra, l'algorithme :

1. reconstruit une image VDD de la route notée  $I'$ . Pour ce faire, il utilise une PPI (9.6) basée sur la connaissance des angles de tangage, de roulis et des réglages prédéfinis (RI, horizon de reconstruction, etc.)
2. filtre les marquages de la chaussée, dans l'image  $I'$  de la VDD. Pour ce faire, il utilise une technique basée sur les contrastes de niveaux de gris (9.17). On obtient alors l'image filtrée  $I''_1$ .
3. seuille l'image VDD précédemment obtenue  $I''_1$ , de telle sorte à générer une image binaire  $I''_2$ .
4. filtre de nouveau l'image  $I''_2$  pour retirer les "bruits" qui se manifestent comme des petites zones blanches éparses. On obtient alors une nouvelle image VDD de la route binaire notée  $I''_3$ . Cette dernière contient uniquement les marquages de la chaussée.
5. initialise la position des premières fenêtres de suivi des lignes. Autrement dit, il est question de détecter l'origine des marquages en bas de l'image  $I''_3$ .



6. traque chacune des lignes avec des fenêtres glissantes.
7. approxime chacune des lignes détectées avec un polynôme du troisième degré.
8. transforme les fonctions polynomiales obtenues, initialement exprimées en coordonnées pixéliques, vers des coordonnées métriques.
9. identifie les coefficients du modèle de la clothoïde (9.19).

## 9.6 Validation avec le simulateur BikeSim

Cette section présente la validation de l'algorithme introduit précédemment avec le simulateur BS.

Dans BS, la caméra a été paramétrée de telle sorte que :

- $z_c = 1.10 \text{ m}$  pour sa hauteur de montage,
- $\zeta_0 = 15^\circ$  pour son inclinaison initiale,
- la vitesse d'enregistrement des images est de  $30 \text{ fps}$ ,
- les champs de vision vertical et horizontal sont  $FOV_v = 58.4^\circ$  et  $FOV_u = 80^\circ$ ,
- la résolution des images est de  $(640 \times 480)$  ou  $(1080 \times 720)$ .

Pendant les simulations, l'IMU virtuelle est superposée à la caméra. Ces deux dernières sont considérées comme synchronisées avec une fréquence d'échantillonnage de  $30 \text{ Hz}$ .

Quant à la RI, on rappellera qu'elle est rectangulaire et définie par les coordonnées de ses coins opposés. Dans les simulations ci-dessous, elle est caractérisée par :

- $Y_{max} = -Y_{min} = 15 \text{ m}$ ,
- $X_{min} = 5 \text{ m}$  et  $X_{max} = 30 \text{ m}$ .

À noter que  $X_{max} = 30 \text{ m}$  s'avère être un compromis intéressant entre le temps de réaction du conducteur et la précision d'estimation.

L'algorithme d'estimation et de prédiction a été testé sur différents scénarios dont deux sont présentés dans la suite de la section. Dans ces deux scénarios, on considérera que les conditions de luminosité sont bonnes, la route est plane (pas d'élévation), la ligne de droite du couloir de circulation de droite est détectable et servira de référence. Ce choix est basé, sur le fait que cette ligne est supposée être à proximité du véhicule et, le plus souvent, continue. Cependant, il est tout à fait possible de considérer la ligne centrale ou de gauche comme référence au risque de dégrader légèrement les performances d'estimation.

Comme discuté précédemment, choisir une ligne continue permet d'atténuer les bruits d'estimation puisque cette dernière est plus dense en information visuelle. À noter que la ligne centrale est souvent discontinue, c'est pourquoi les résultats pourraient être affectés dans le cas où on choisirait cette ligne en tant que référence. Par ailleurs, la proximité de la ligne au véhicule est aussi un facteur améliorant la qualité des estimations. Finalement, même si la ligne de gauche est détectable et continue, elle est plus éloignée de la caméra (hors dépassement) que celle de droite. Cela peut donc nuire aux performances de l'algorithme si cette ligne était choisie comme référence. À noter qu'il serait intéressant de s'atteler à la quantification précise des performances d'estimation en fonction de la ligne de référence choisie.

### 9.6.1 Simulation d'une route extra-urbaine

Cette sous-section présente les résultats d'estimation et de prédiction pour un scénario de conduite extra-urbaine. Il s'agit d'un scénario varié avec des trajectoires diverses (figure 9.9) : lignes droites, virages à courbure constante et clothoïdes. Le V2RM se déplace à une vitesse constante de  $100 \text{ km/h}$  pendant tout le scénario. À la différence des observateurs basés modèles,

l'algorithme basé vision, présenté dans ce chapitre, est totalement indépendant de la vitesse du véhicule. La vitesse est à prendre en compte uniquement lorsqu'il s'agit de convertir l'horizon de prédiction  $X_{max}$  en temps de prédiction (voir tableau 9.2).

Ce scénario peut s'apparenter à un cas de conduite sur une route hors agglomération française. Il est particulièrement intéressant dans le développement des dispositifs d'aide à la conduite car c'est l'un des scénarios les plus mortels. Ce constat s'explique directement par le ratio entre la vitesse limite autorisée (80-90  $km/h$ ) et le rayon de courbure maximum de la trajectoire de la route. Même si en agglomération, certains virages sont plus agressifs avec des rayons beaucoup plus serrés, la vitesse est limitée à 30-50  $km/h$ . Alors que sur autoroute, la vitesse autorisée est de 130  $km/h$  mais le rayon des courbes est très large.

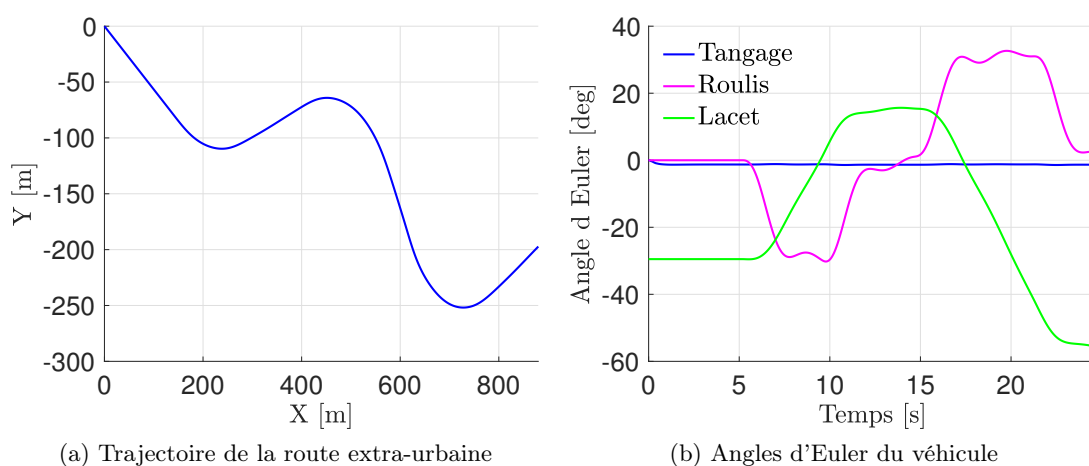


FIGURE 9.9 – Scénario de route extra-urbaine, exécuté à 100  $km/h$ , simulé avec BikeSim

La figure 9.9 présente le scénario de conduite mais aussi les angles d'Euler du V2RM mesurés par l'IMU virtuelle superposée à la caméra. On peut remarquer l'agressivité du scénario avec un angle de roulis dépassant les 30 degrés. C'est donc une simulation intéressante pour valider la nouvelle formulation de la PPI qui tient compte de l'angle de roulis dans la reconstruction de la VDD de la route.

Quant aux figures 9.10 et 9.11, elles présentent les paramètres estimés et simulés du modèle de la route donné dans (9.19). Les résultats de la figure 9.10 sont obtenus avec une caméra basse résolution ( $640 \times 480$ ) tandis que ceux de la figure 9.11 sont obtenus avec une caméra de meilleure définition ( $1080 \times 720$ ). Pour les deux résolutions, les résultats d'estimation sont affectés par du bruit. Ce dernier provient des incertitudes générées par le filtrage des lignes et l'approximation polynomiale de la trajectoire des marquages dont la largeur est d'environ 20  $cm$ . Par ailleurs, les figures 9.10 et 9.11 démontrent clairement que la résolution de la caméra a un impact direct sur la manière dont le bruit affecte les estimations. En effet, augmenter la résolution permet de diminuer significativement le bruit mais cela a de lourdes conséquences sur le temps de calcul. Il est donc nécessaire de trouver un compromis entre rapidité d'estimation et atténuation du bruit.

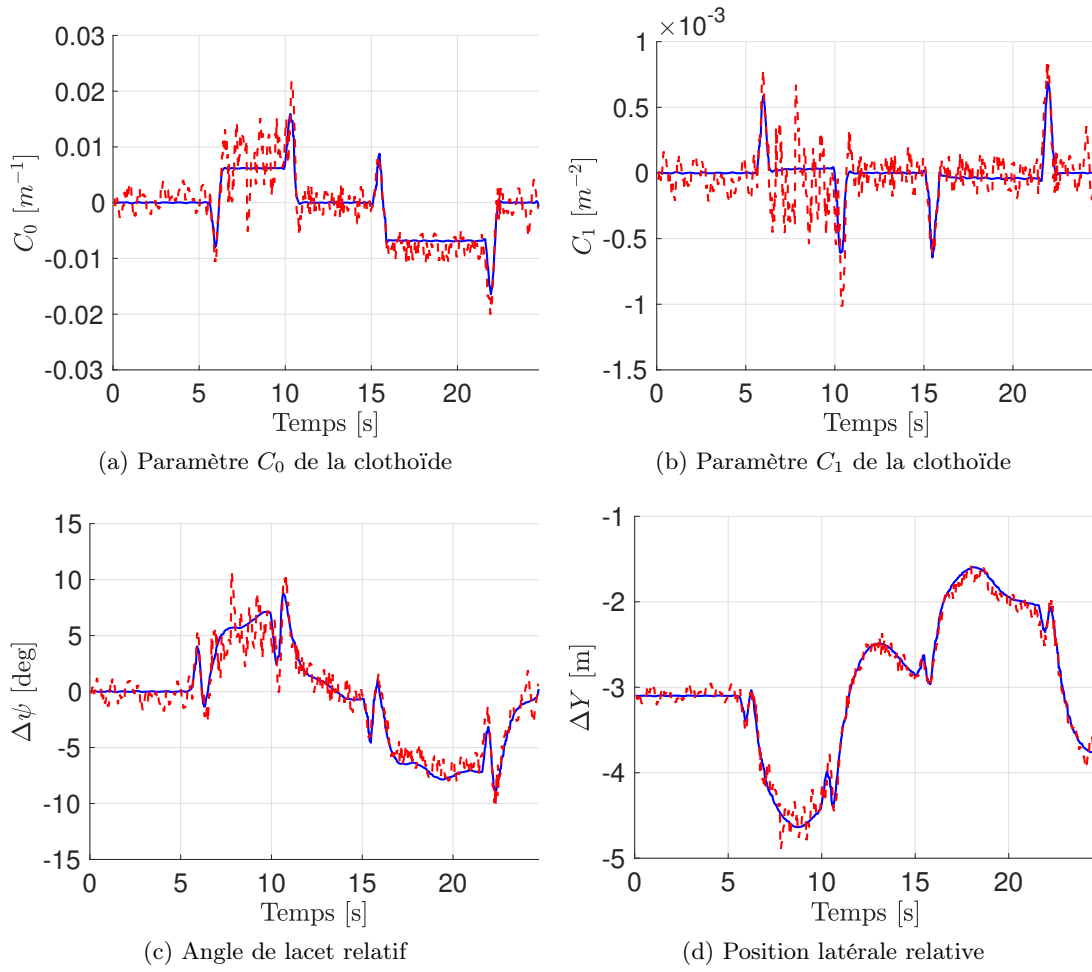
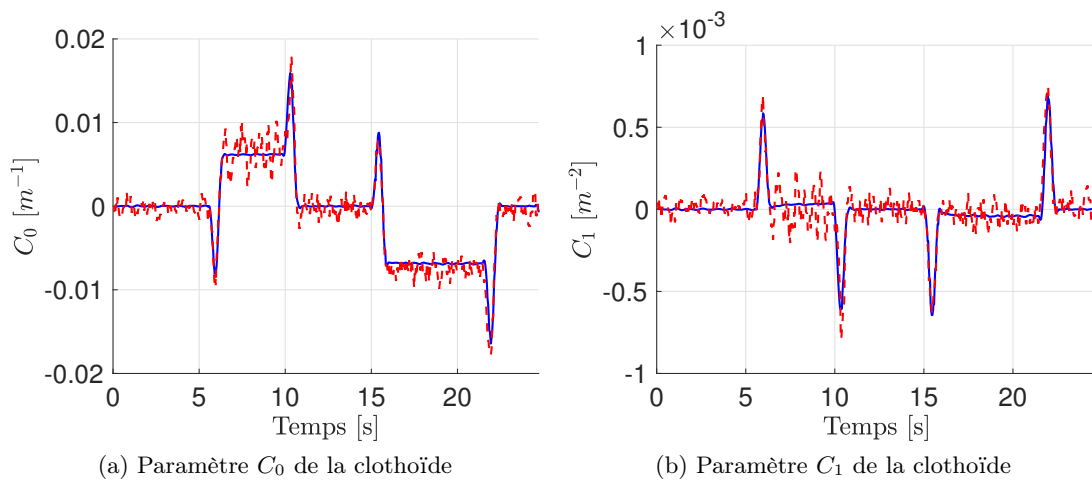


FIGURE 9.10 – Résultats d’estimation pendant le scénario de route extra-urbaine pour une résolution de caméra de  $(640 \times 480)$



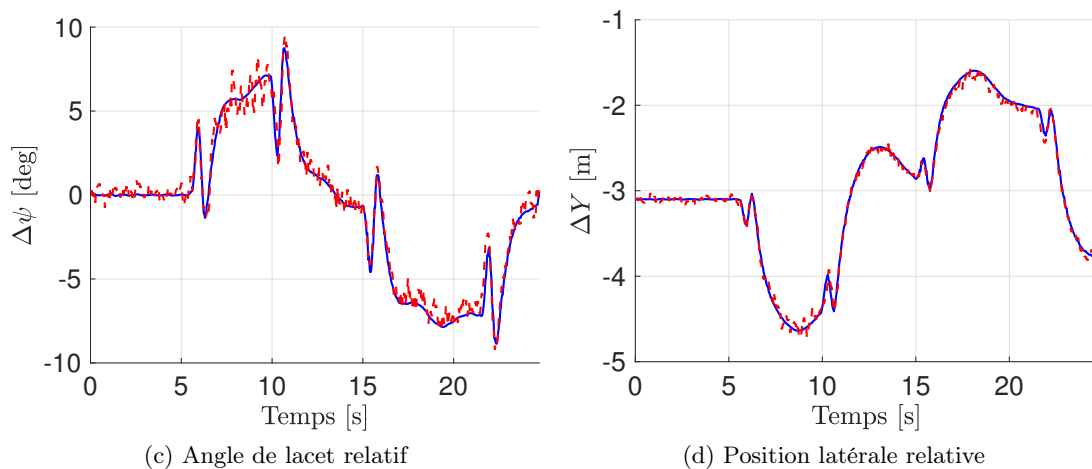


FIGURE 9.11 – Résultats d’estimation pendant le scénario de route extra-urbaine pour une résolution de caméra de  $(1080 \times 720)$

### 9.6.2 Simulation d’un double changement de ligne

On propose dans cette sous-section de tester l’algorithme sur un scénario de DCL déjà introduit dans les simulations de la partie précédente. Rappelons que ce scénario constitue une référence importante dans le développement des systèmes d’aide à la conduite. En plus de tester l’algorithme sur une manœuvre d’urgence, il permet de simuler un cas très spécifique pour notre algorithme. En effet, la trajectoire de la route est rectiligne, tandis que le véhicule « zigzague » impliquant une déviation latérale importante. C’est un des rares cas où la trajectoire de la route diffère vraiment de celle du véhicule (hors manœuvres basse vitesse). Comme pour le scénario précédent, il est exécuté à une vitesse constante de  $100 \text{ km/h}$ .

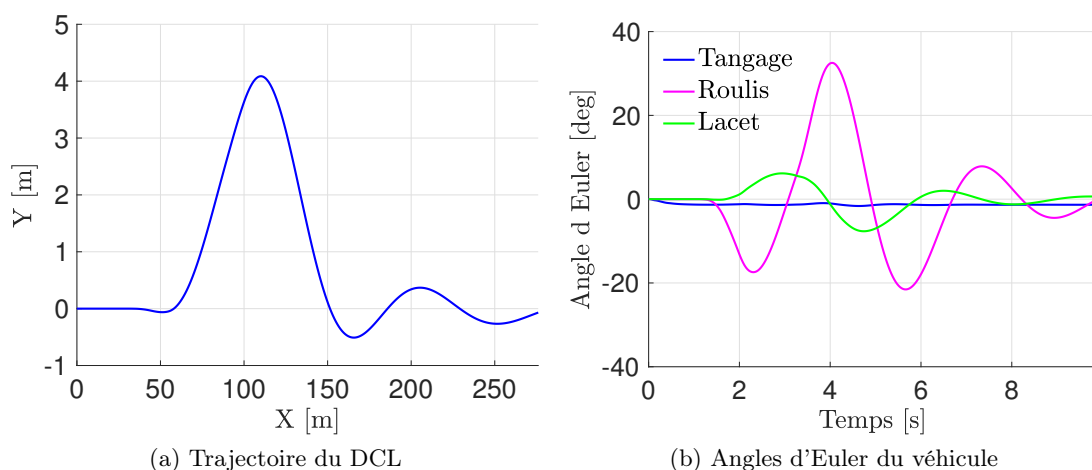


FIGURE 9.12 – Scénario de double changement de ligne, exécuté à  $100 \text{ km/h}$ , simulé avec BikeSim

La figure 9.12.a présente la trajectoire du V2RM pendant le DCL. Il circule, initialement, sur sa voie avant de franchir soudainement la ligne centrale pour éviter un obstacle avant de revenir sur sa voie de départ. Quant à la figure 9.12.b, elle démontre bien que, même si la trajectoire de la route est droite, la manœuvre du DCL excite fortement la dynamique du V2RM.

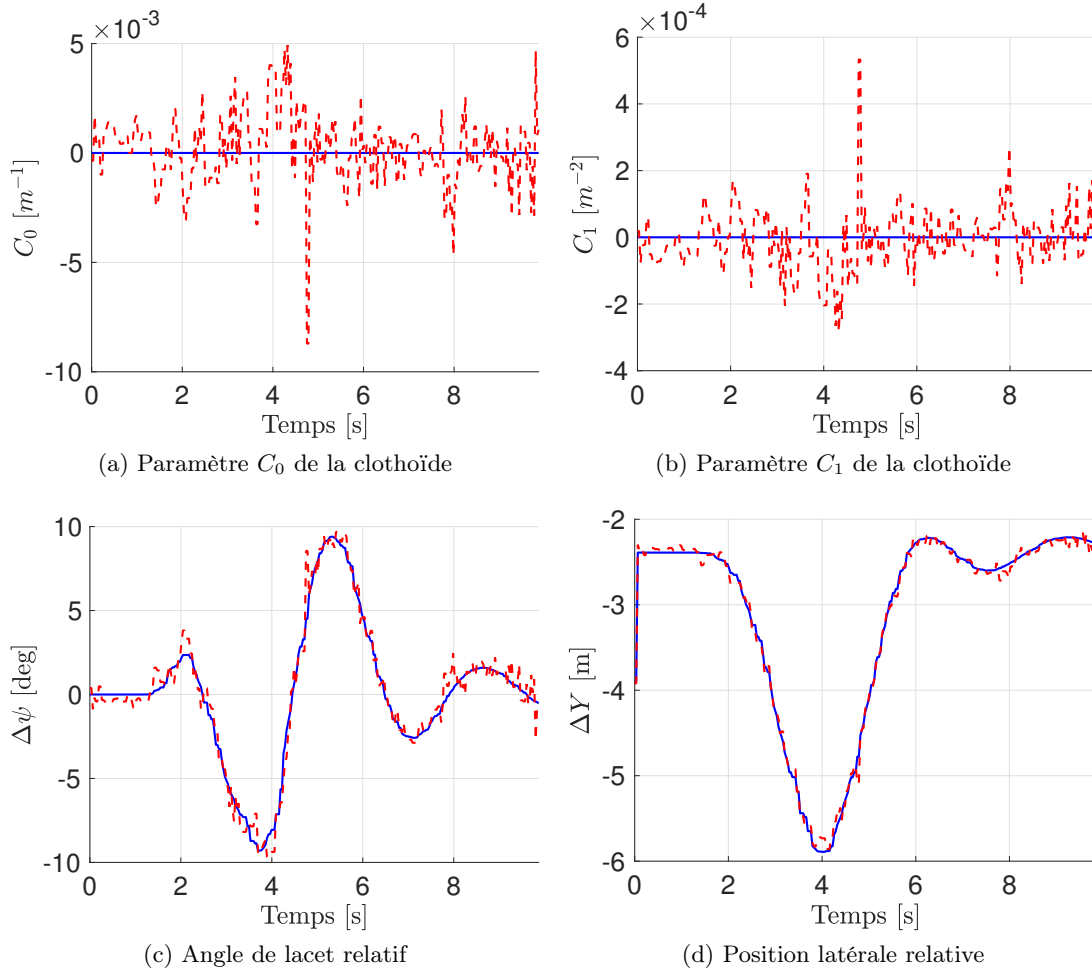
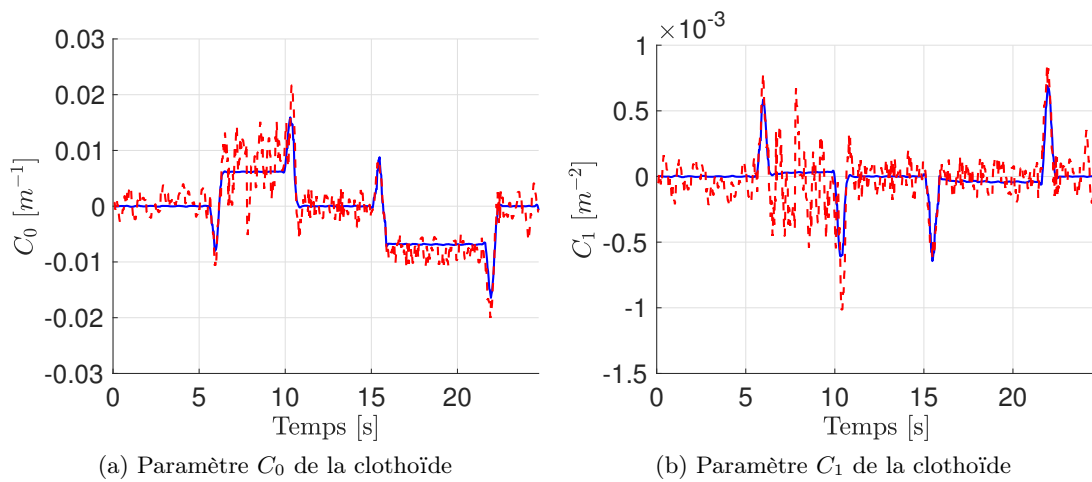


FIGURE 9.13 – Résultats d’estimation pendant le scénario de double changement de ligne pour une résolution de caméra de  $(640 \times 480)$



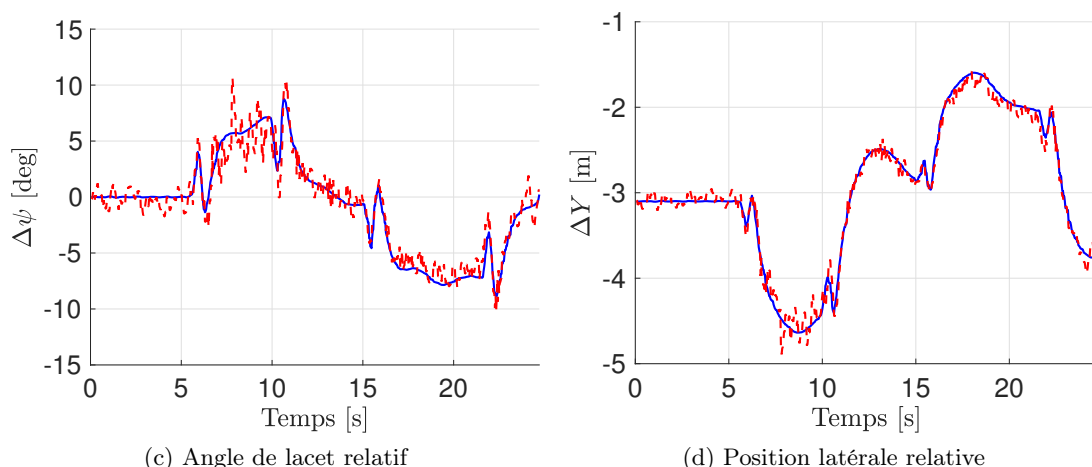


FIGURE 9.14 – Résultats d’estimation pendant le scénario de double changement de ligne pour une résolution de caméra de  $(1080 \times 720)$

Comme pour le scénario précédent, les figures 9.13 et 9.14 introduisent les résultats d’estimation pour une définition d’image respectivement de  $(640 \times 480)$  et de  $(1080 \times 720)$ . Les états simulés sont tracés en bleu tandis que leurs estimations sont en rouge.

Sans surprise, les paramètres de la clothoïde simulés  $C_0$  et  $C_1$  sont égaux à zéro car la trajectoire de la route est rectiligne. Autrement dit, le rayon de courbure est infini. Comme pour les simulations précédentes, les estimations sont affectées par du bruit dont l’amplitude décroît lorsqu’on augmente la résolution de l’image. On rappellera que pendant la simulation du DCL, comme pour la route extra-urbaine, la ligne de droite a été choisie comme référence. Cette simulation montre que, même lorsque le véhicule est dans le couloir de gauche, garder la ligne de droite comme référence fixe reste cohérent.

### 9.6.3 Discussion des résultats

Cette sous-section présente une étude de l’erreur quadratique moyenne aussi connue sous le nom de *Root Mean Square Error* (RMSE) en anglais. Le lecteur pourra se référer à l’annexe C pour plus d’information.

Dans le tableau 9.3, la RMSE est calculée pour les deux scénarios (route extra-urbaine et DCL) et pour les deux résolutions d’image ( $(640 \times 480)$  et  $(1080 \times 720)$ ) soient quatre simulations.

Le paramètre  $\tau_t$  correspond au ratio entre le temps total de calcul de l’estimateur et le temps de simulation du scénario en question. Pour rappel, que ce soit pour la résolution de  $(640 \times 480)$  ou  $(1080 \times 720)$ , la caméra enregistre à 30 images par seconde. Le terme  $\tau_t$  est donc un indicateur de performance sur le temps de calcul de l’algorithme. Si  $\tau_t \leq 100\%$  alors l’algorithme est temps réel. Dans le cas contraire, c’est-à-dire  $\tau_t > 100\%$ , alors l’algorithme est trop lent pour estimer les paramètres désirés entre deux images. À titre d’information, les simulations ont été réalisées sous Matlab installé sur macOS avec un processeur Intel Core i7 cadencé à  $3.1\text{ GHz}$ . Il est évident, qu’un système d’exploitation temps réel avec des outils de vision optimisés permettraient, sans aucun doute, d’améliorer le temps de calcul. Cependant,  $\tau_t$  permet de donner une première idée de la rapidité de l’algorithme. On peut remarquer le potentiel de ce dernier puisque, pour la résolution la plus faible  $(640 \times 480)$ , l’algorithme est d’ores et déjà temps réel.

		RMSE	
		(640 × 480)	(1080 × 720)
Route extra-urbaine	Résolution		
	$C_0 [m^{-1}]$	$2.23e^{-3}$	$1.04e^{-3}$
	$C_1 [m^{-2}]$	$12.6e^{-5}$	$5.80e^{-5}$
	$\Delta\psi [deg]$	$9.58e^{-1}$	$4.94e^{-1}$
	$Y_0 [m]$	$8.02e^{-2}$	$4.30e^{-2}$
	$\tau_t [\%]$	98.0	202.2
DCL	$C_0 [m^{-1}]$	$1.90e^{-3}$	$0.81e^{-3}$
	$C_1 [m^{-2}]$	$1.08e^{-4}$	$0.46e^{-4}$
	$\Delta\psi [deg]$	$8.12e^{-1}$	$4.10e^{-1}$
	$Y_0 [m]$	$7.28e^{-2}$	$3.40e^{-2}$
	$\tau_t [\%]$	99.8	195

TABLE 9.3 – Résultats de l'étude de l'erreur quadratique moyenne : résolution de la caméra vs précision des estimations

L'étude de la RMSE vient confirmer le constat de l'influence de la résolution sur le bruit et le temps de calcul. Sans rentrer dans les détails, passer d'une résolution d'image de (640 × 480) à (1080 × 720) permet de diminuer l'erreur d'estimation d'un facteur d'environ deux mais cela rend l'algorithme deux fois plus lent.

On peut faire une observation tout aussi intéressante. À iso-résolution, le bruit affecte plus les résultats des simulations de la route extra-urbaine que ceux du DCL. Cela permet de confirmer que l'approximation polynomiale du modèle de la route et les incertitudes de détection de ligne (plus importantes en courbe) sont les principales sources de bruit.

Finalement, le tableau 9.3 montre que même pour une résolution faible de (640 × 480), les résultats d'estimation sont, tout à fait, acceptables. Cependant, si les capacités de calcul à disposition sont conséquentes, il est préférable d'opter pour une meilleure résolution comme (1080 × 720) par exemple.

Pour conclure cette section, on pourrait remarquer que l'algorithme proposé est beaucoup plus précis qu'un GPS conventionnel pour ce qui est d'obtenir la position latérale du véhicule et son angle de cap par rapport à la chaussée. En effet, les GPS commerciaux ont des précisions qui sont proches du mètre et des fréquences d'échantillonnages très lentes (de l'ordre de 5-10 Hz). De plus, comme il s'agit d'une position relative, une cartographie exacte de la route est nécessaire. La solution que nous proposons dans ce chapitre requiert uniquement une IMU et une caméra conventionnelle pour une estimation à 30 Hz de la position latérale et de l'angle de lacet relatifs à la trajectoire de la route. Le tout avec une très bonne précision (voir tableau 9.4).

	Résolution de la caméra	
	(640 × 480)	(1080 × 720)
Position latérale relative $\Delta Y$	$\leq 15 \text{ cm}$	$\leq 10 \text{ cm}$
Angle de lacet relatif $\Delta\psi$	$\leq 3^\circ$	$\leq 1^\circ$

TABLE 9.4 – Bilan sur la précision de l'estimation de la position relative du V2RM par rapport à la chaussée

## 9.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un algorithme basé sur des techniques de perception visuelle pour l'estimation d'indicateurs de risque en virage. Il est question d'estimer la position relative du V2RM par rapport aux marquages de la chaussée et de prédire la géométrie de la route sur plusieurs dizaines de mètres. Pour ce faire, la solution proposée utilise deux capteurs largement démocratisés, à savoir une caméra conventionnelle et une centrale inertielle. Pour être opérationnel, l'algorithme suppose la détectabilité d'au moins une des lignes délimitant la chaussée.

Pour estimer et prédire ces indicateurs, l'algorithme réalise d'abord une Projection Perspective Inverse (PPI) afin de reconstruire une Vue De Dessus (VDD) de la route. Cette étape facilite la détection des lignes qui sont filtrées à l'aide d'une technique basée sur les contrastes de niveau de gris. Puis, les marquages sont identifiés séparément avec des fenêtres glissantes. Pour finir, chacune des lignes détectées est approximée par un polynôme du troisième degré. Cela permet d'identifier les indicateurs désirés qui sont les coefficients du modèle de la clothoïde exprimé en coordonnées cartésiennes (9.19). Parmi ces indicateurs, on retrouve la distance latérale  $\Delta Y$  et l'angle de lacet  $\Delta\psi$ . Tous les deux sont relatifs entre la trajectoire du V2RM et celle de la ligne de la chaussée choisie comme référence. Quant à la géométrie de la route, elle est prédite à partir des deux autres paramètres estimés de la clothoïde qui sont :  $C_0$  et  $C_1$ .

Finalement, l'approche a été testée sur le simulateur BikeSim (BS) avec de deux scénarios complémentaires : une route extra-urbaine et un Double Changement de Ligne (DCL). Pour chacun d'eux, nous avons simulé deux résolutions de caméra, à savoir  $(640 \times 480)$  et  $(1080 \times 720)$ . Une étude de l'erreur quadratique moyenne (*Root Mean Square Error* (RMSE)) a permis de confirmer un constat concernant l'impact de la résolution de l'image sur les performances d'estimation. En effet, augmenter la résolution de l'image améliore indiscutablement les performances d'estimation en atténuant les bruits. Néanmoins, cela a des conséquences sur le temps de calcul. Dans ce contexte, une première analyse de la rapidité d'exécution de l'algorithme a montré qu'il est, d'ores et déjà, temps réel pour la résolution  $(640 \times 480)$  et pour une vitesse d'enregistrement de 30 *fps*.

À notre connaissance, c'est la première solution destinée aux V2RM qui, simultanément, estime la position du véhicule sur la chaussée et prédit la trajectoire de la route sans aucun système de localisation et sans cartographie. Cet algorithme est une source d'information très pertinente, que ce soit pour un système d'aide à la conduite actif ou même passif. Le temps de prédiction (voir tableau 9.2) permet d'imaginer un simple système d'alerte en cas de détection d'un danger.

Même si on reste prudent face aux très bons résultats de simulation, on peut espérer que le déploiement expérimental soit une réussite. Cet algorithme a donc un énorme potentiel avec des applications possibles très variées : suivi de trajectoire de sécurité, détection du survitesse en virage, etc. Dans la continuité des travaux présentés dans ce chapitre, nous avons travaillé sur un phénomène bien connu dans le domaine automobile, à savoir la détection du sous et survirage (chapitre 11). Pour ce faire, nous avons proposé une fonction de risque basée sur l'interprétation des données fournies par l'algorithme présenté dans ce chapitre.





# Chapitre 10

## Estimation de l'angle de roulis basée sur la vision

### Sommaire

---

<b>10.1 Algorithme d'estimation de l'angle de roulis</b> . . . . .	<b>243</b>
10.1.1 Contexte et hypothèses . . . . .	243
10.1.2 Boucle d'itération numérique . . . . .	243
10.1.3 Algorithme de synthèse . . . . .	246
<b>10.2 Validation avec le simulateur BikeSim</b> . . . . .	<b>247</b>
10.2.1 Simulation d'une route extra-urbaine . . . . .	247
10.2.2 Simulation d'un double changement de ligne . . . . .	248
10.2.3 Discussion des résultats . . . . .	248
<b>10.3 Conclusion</b> . . . . .	<b>250</b>

---

L'inaccessibilité à la mesure de certaines variables dynamiques ou encore la volonté de contourner l'utilisation de certains capteurs coûteux ont motivé de nombreux travaux sur la thématique de l'observation de la dynamique du V2RM. Ce sujet a été très largement discuté dans l'introduction de la partie I traitant de l'observation basée modèle. Dans ce contexte, un des sujets les plus abordés est l'estimation de l'angle de roulis [175, 87, 176, 177, 90, 89, 96, 98] et plus récemment dans nos travaux [116, 100, 39, 101]. Cet engouement s'explique par le fait que l'angle de roulis est l'un des indicateurs de risque les plus importants lors de l'étude de la sécurité latérale du V2RM et, plus généralement, dans la conception des *Advanced Rider Assistance Systems* (ARAS). À titre d'illustration, l'angle de roulis  $\phi$  est nécessaire à des ARAS déjà existants tels que le *Motorcycle Stability Control* (MSC), le *Traction Control System* (TCS), etc.

Le point commun à toutes ces contributions est la méthodologie de l'approche proposée. En effet, chacune d'entre elles utilise une approche basée modèle comme celle présentée dans la seconde partie de ce manuscrit. Néanmoins, cette approche est critiquable sur plusieurs points importants comme :

- les hypothèses dynamiques parfois peu réalistes (linéarité, etc.),
- l'instrumentation complexe (codeur de direction, gyroscope, accéléromètre, etc.),
- les incertitudes paramétriques (masse du conducteur, inerties, etc.),
- l'identification des paramètres est nécessaire pour chaque modèle de véhicule.

Comme discuté dans l'introduction de cette section, les auteurs furent les premiers à proposer une alternative aux observateurs basés modèles pour les V2RM dans [88]. Pour ce faire ils ont introduit une nouvelle technique basée sur la vision. Néanmoins, la solution proposée requiert une

phase d'apprentissage pour construire une base de données. Pendant cette étape, l'algorithme fait une corrélation entre les statistiques d'orientation dans l'image et l'angle de roulis du véhicule. Une fois cette phase terminée, le roulis est estimé par correspondance entre l'image actuelle et la base de données.

C'est un an plus tard, dans [126], que les mêmes auteurs ont proposé des améliorations et une validation expérimentale de leur méthode. Ils ont comparé les résultats de leur estimateur basé sur la vision avec les mesures d'une centrale inertielle (*Inertial Measurement Unit* (IMU)). Néanmoins, tous les scénarios rencontrés n'ont pas forcément été appris, même si l'objectif est d'enrichir au maximum la base de données. En effet, il n'y a aucune répétabilité lors d'un scénario de conduite sur route ouverte, chaque situation est plus ou moins unique. Cela a un impact direct sur les performances d'estimation de leur algorithme. De plus, stocker une base de données conséquente nécessite une architecture matérielle adéquate qui peut poser des problèmes d'intégration et/ou de coût. Surtout quand on sait que la majorité des V2RM sont des véhicules bon marché.

Rappelons que l'estimation des angles d'Euler à l'aide d'une simple caméra n'est pas un sujet propre aux V2RM, les autres véhicules sont aussi concernés. On citera de nouveau [147], où les auteurs ont proposé une solution intéressante pour l'estimation des trois angles d'Euler avec une simple caméra monoculaire installée dans un V4RM. Cependant, l'approche n'est valable que pour de très faibles angles de roulis, ce qui ne permet pas de l'étendre à des applications pour V2RM.

Dans ce chapitre, nous proposons d'introduire un estimateur original permettant d'estimer l'angle de roulis d'un V2RM. Cependant, il peut être étendu à d'autres véhicules sans aucune restriction. La solution utilise uniquement des images prises par une caméra conventionnelle fixée à l'avant du véhicule et quelques connaissances, *a priori*, de la route. Cette méthode ne requiert aucun modèle mathématique du véhicule et aucune phase d'apprentissage. De plus, l'angle de roulis peut être estimé sans connaissance des Conditions Initiales (CI) et à partir d'une seule image. Une séquence n'est pas nécessaire comme cela peut être le cas pour certains algorithmes de vision. À noter que l'angle estimé est l'angle de roulis absolu à la route, autrement dit, il n'est pas affecté par le dévers (voir la figure 3.4). L'estimation du dévers a motivé plusieurs travaux comme dans [178] car c'est une donnée importante non accessible à la mesure. Elle est particulièrement utile lors de l'estimation des forces pneumatiques. Dans ce contexte, notre estimateur peut être couplé à une IMU. Il est alors possible d'obtenir directement l'angle de dévers de la route après avoir calculé une simple différence entre le mesure de l'angle de roulis issue de l'IMU et son estimation par notre algorithme. L'algorithme est fortement inspiré de la technique introduite dans le chapitre 9. À noter que cet estimateur, basé vision, a fait l'objet d'une publication dans [155].

Ce chapitre est organisé de la manière suivante. Dans une première section, on discutera la technique d'estimation du roulis. Il s'agira de fixer le contexte, les hypothèses du problème et de présenter, en détail, le schéma de fonctionnement de l'algorithme. Dans une seconde section, on s'intéressera à la validation de l'approche. Pour ce faire, l'algorithme sera testé sur des simulations issues du logiciel BikeSim (BS). Deux scénarios seront alors étudiés : un scénario de route extra-urbaine et un Double Changement de Ligne (DCL). Finalement, une conclusion terminera ce chapitre.

## 10.1 Algorithme d'estimation de l'angle de roulis

### 10.1.1 Contexte et hypothèses

Dans un monde où les moyens de transport autonomes se font très rapidement une place, il est évident que l'infrastructure routière va s'adapter pour faciliter le guidage de cette nouvelle génération de véhicules. Les pilotes autonomes de ces voitures sont très complexes et nécessitent une multitude de capteurs. Pour la plupart, ils intègrent des algorithmes avancés de vision par ordinateur qui perçoivent l'environnement. Dans ce contexte, les marquages au sol ont une importance fondamentale puisqu'ils permettent au véhicule de se situer par rapport aux limites de la chaussée. Par conséquent, nous pouvons imaginer que, dans un proche avenir, la signalisation routière horizontale sera améliorée sur de nombreuses routes. L'algorithme présenté ci-après est pensé dans ce contexte puisqu'il suppose la détection de trois lignes au sol distinctes. Par exemple, sur une route à double sens ces lignes correspondent aux lignes de droite, du centre et de gauche. Ces dernières peuvent être continues ou discontinues, mais elles doivent être autant que possible parallèles et équidistantes.

Comme discuté plus haut, la solution proposée nécessite seulement l'usage d'une caméra conventionnelle. Nous supposons que cette dernière est fixée à l'avant du V2RM et que son angle de tangage  $\zeta$  est constant, connu et égal à l'angle d'inclinaison lors du montage (voir figure 9.7). À noter que cette hypothèse est souvent utilisée pendant l'étude de la dynamique latérale des V2RM. En effet, les variations significatives de tangage ont plutôt lieu en ligne droite, lors de phases d'accélération ou de freinage. En virage, ces actions sont fortement déconseillées car elles perturbent la stabilité latérale du V2RM. Par ailleurs, les infrastructures routières sont conçues de telle sorte à éviter ces changements brusques de dynamique longitudinale. Le lecteur pourra se référer à la partie I de ce manuscrit sur la modélisation pour plus d'informations au sujet de la dynamique de tangage. Comme précédemment, on admettra que la route est plane dans la Région d'Intérêt (RI).

L'algorithme d'estimation proposé dans ce chapitre est basé sur la connaissance préalable de certaines propriétés géométriques des marquages au sol. En effet, dans une Vue De Dessus (VDD) de la route, on sait que les lignes délimitant la chaussée sont supposées être parallèles. De plus, les largeurs des voies de circulation de droite et gauche sont supposées égales, ce qui signifie que les lignes externes sont équidistantes à la ligne centrale.

### 10.1.2 Boucle d'itération numérique

L'estimateur compte deux boucles imbriquées. Une première boucle, notée  $i$ , consiste en l'acquisition des images. Une nouvelle itération signifie l'enregistrement d'une nouvelle image. Cette boucle est assez lente et dépend de la vitesse d'enregistrement de la caméra (30 *fps* dans notre cas). Quant à la seconde boucle dite "numérique", elle est beaucoup plus rapide. C'est cette dernière, notée  $j$ , qui réalise l'estimation de l'angle de roulis pour chaque image capturée. À noter que si cette boucle n'est pas assez rapide, l'estimateur peut éprouver des difficultés à être temps-réel.

À présent, intéressons-nous spécifiquement à la boucle "numérique" qui estime l'angle de roulis. Pour simplifier la compréhension, on s'intéresse à une seule image de la caméra que l'on désigne par  $i = k$ . On note  $\phi_k$  l'angle de roulis réel du V2RM à l'instant de l'acquisition de l'image  $i = k$ . De plus, on note  $\hat{\phi}_{k-1}$ , l'angle de roulis estimé pour l'image précédente  $i = k - 1$ . À noter que la méthode présentée ci-après est la même pour chaque nouvelle image de la boucle  $j$ .

La boucle d'estimation est basée sur le schéma de fonctionnement suivant. L'algorithme réalise une première Projection Perspective Inverse (PPI) afin de générer une VDD de la route à partir de l'image  $i = k$ . Or, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent (chapitre 9), la PPI requiert la connaissance de l'orientation de la caméra et, plus spécifiquement, des angles de tangage et de roulis. Nous avons supposé que l'angle de tangage était constant mais aucune information sur l'angle de roulis actuel n'est disponible à ce moment. Finalement, la première itération de la boucle utilise l'angle de roulis estimé pour l'image précédente  $\hat{\phi}_{k-1}$  dans le calcul de la PPI. Néanmoins, il est nécessaire de soustraire une constante à  $\hat{\phi}_{k-1}$ , que l'on note  $\Delta_\phi/2$ . Cela permet de créer un intervalle de recherche de l'angle de roulis  $\Delta_\phi$  centré autour de  $\hat{\phi}_{k-1}$ . La figure 10.1 illustre le problème et montre clairement l'objectif de la boucle numérique qui est de converger depuis l'angle de roulis d'initialisation à  $j = 0$  (point rouge) vers sa valeur réelle pour  $j = n$  (point vert).

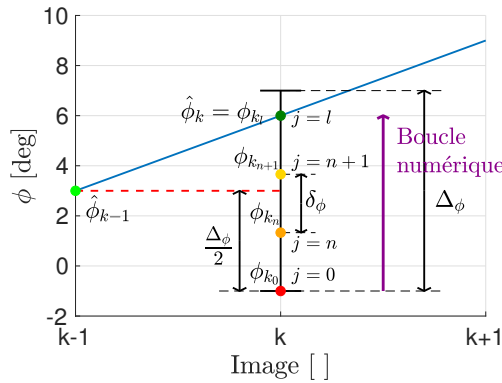


FIGURE 10.1 – Schéma de fonctionnement de la boucle d'estimation numérique de l'angle de roulis

Dans le cas, où le concepteur ne souhaite pas utiliser le roulis précédent pour initialiser la boucle actuelle, alors  $\Delta_\phi$  doit inclure tous les angles de roulis possibles. En pratique, cela conduit à  $\Delta_\phi = [-50^\circ, 50^\circ]$ . Même si cela est tout à fait possible d'un point de vue théorique, il en résulte de lourdes conséquences sur le temps de calcul à cause du nombre important d'itérations. C'est pourquoi nous avons préféré utiliser la valeur précédente  $\hat{\phi}_{k-1}$  pour initialiser la boucle.

Par ailleurs, le concepteur doit apporter une attention particulière au choix de  $\Delta_\phi$ . À notre connaissance, dans les situations de conduite extrême, lorsque la dynamique de l'angle de roulis est fortement excitée, sa vitesse angulaire dépasse rarement les  $60^\circ.s^{-1}$ . Dans les simulations ci-après, on utilise une caméra enregistrant à 30 images par seconde. Cela signifie que, dans un cas extrême, le roulis varie au maximum de 2 degrés entre deux images successives. Finalement, on choisira  $\Delta_\phi = [-2^\circ - s_{\Delta_\phi}, 2^\circ + s_{\Delta_\phi}]$  où  $s_{\Delta_\phi} > 0$  est un coefficient de sécurité qui agrandit l'intervalle pour prendre en compte les incertitudes d'estimation de l'angle de roulis. Le coefficient  $s_{\Delta_\phi}$  doit être choisi en fonction de la résolution numérique de la boucle notée  $\delta_\phi$  tel que  $s_{\Delta_\phi} \geq \delta_\phi$ . En pratique, plaçons-nous dans un cas défavorable où l'angle de roulis est estimé avec une erreur correspondant à la taille du pas numérique  $\delta_\phi$ . L'intervalle de recherche de l'angle de roulis de la prochaine image sera donc centré autour de cette valeur approximée à  $\delta_\phi$  près. Imaginons également que la variation de la dynamique de l'angle de roulis est extrême de l'ordre des  $60^\circ.s^{-1}$ . Finalement, si  $s_{\Delta_\phi} \leq \delta_\phi$  alors le roulis réel peut se trouver en dehors de l'intervalle de recherche  $\Delta_\phi$ .

Lors de la première itération de la boucle numérique  $j = 1$ , l'angle de roulis d'initialisation

utilisé dans la PPI est  $\phi_{k_0} = \phi_{k-1} - \Delta_\phi/2$ . Ensuite, on procède exactement aux mêmes étapes que dans le chapitre 9, à savoir le filtrage, l'identification et l'approximation des lignes dans la VDD. Si la disposition des lignes dans l'image est significativement affectée par l'erreur  $\phi_k - \phi_{k_0}$ , alors l'algorithme réalise une nouvelle itération en incrémentant le roulis de  $\delta_\phi$ . Si on suit l'illustration précédente, la seconde itération  $j = 2$  utilisera l'angle de roulis  $\phi_{k_1} = \phi_{k_0} + \delta_\phi$  dans le calcul de la PPI pour la reconstruction de la seconde VDD. Ce processus est répété jusqu'à ce que la condition d'arrêt soit satisfaite (voir figure 10.1). À l'issue de la boucle, le roulis estimé est alors  $\hat{\phi}_k = \phi_{k_l}$  pour  $j = l$ .

Bien que l'algorithme d'estimation soit plutôt intuitif, la condition d'arrêt doit être judicieusement choisie. Cette dernière est basée sur les connaissances *a priori* de la disposition des marquages précédemment discutée, à savoir le parallélisme et l'équidistance des lignes délimitant la chaussée. Au lieu de comparer les coefficients polynomiaux de chaque ligne au sol (droite, central et gauche) données dans (9.19) jusqu'à la détection de l'équidistance et du parallélisme, la condition d'arrêt est définie comme une comparaison surfacique. En d'autres termes, après avoir approximé les trois lignes par des fonctions polynomiales, on calcule les aires entre les lignes des marquages centre-gauche et centre-droite comme dans la figure 10.2. À noter que nous avons sélectionné une portion de l'image VDD pour réduire les incertitudes provenant des lignes discontinues (la ligne centrale dans notre cas). De plus, cette condition d'arrêt surfacique est plus robuste contre les erreurs de tangage. En effet, même si la dynamique de tangage est négligée, en réalité, de petits mouvements se produisent à cause de la compression des suspensions, par exemple. La comparaison des surfaces permet de pallier ce problème contrairement à la comparaison des coefficients des polynômes de chacune des lignes.

Finalement, pour une itération quelconque  $j = s$  dans l'image  $i = k$ , si la différence de ces deux aires (représentées en rouge et magenta dans la figure 10.2) est inférieure à un seuil donné, alors on arrête la boucle d'itération et  $\hat{\phi}_k = \phi_{k_s}$ . Avec  $\phi_{k_s}$  indiquant l'angle de roulis à l'issue de l'itération  $j = s$ . Autrement, l'algorithme effectue une autre itération avec la nouvelle valeur de l'angle de roulis donnée par  $\phi_{k_{s+1}} = \phi_{k_s} + \delta_\phi$ .

Si on choisit d'utiliser l'image précédente pour initialiser le roulis de la boucle actuelle, il est important de discuter les CI. Tout usager de véhicule deux-roues sait qu'il est impossible de démarrer un scénario de conduite directement en virage avec un angle de roulis significatif. À vitesse longitudinale nulle, les effets gyroscopiques sont nuls et c'est la chute. Finalement, la CI est donnée par  $\hat{\phi}_0 = -\Delta_\phi/2$ . À noter que l'algorithme peut être réinitialisé à chaque fois que le V2RM est à l'arrêt ou s'il circule à basse vitesse.

Une autre illustration de cette méthode consiste à voir ce problème comme un asservissement numérique d'une caméra virtuelle. En effet, la PPI crée une caméra virtuelle dont l'axe optique est supposé perpendiculaire au plan de la route. Sans la connaissance exacte de l'angle de roulis, ce constat n'est pas vérifié. L'objectif est de faire une rotation incrémentale de cette caméra virtuelle jusqu'à ce que les lignes des marquages apparaissent parallèles et équidistantes dans la VDD de la route.

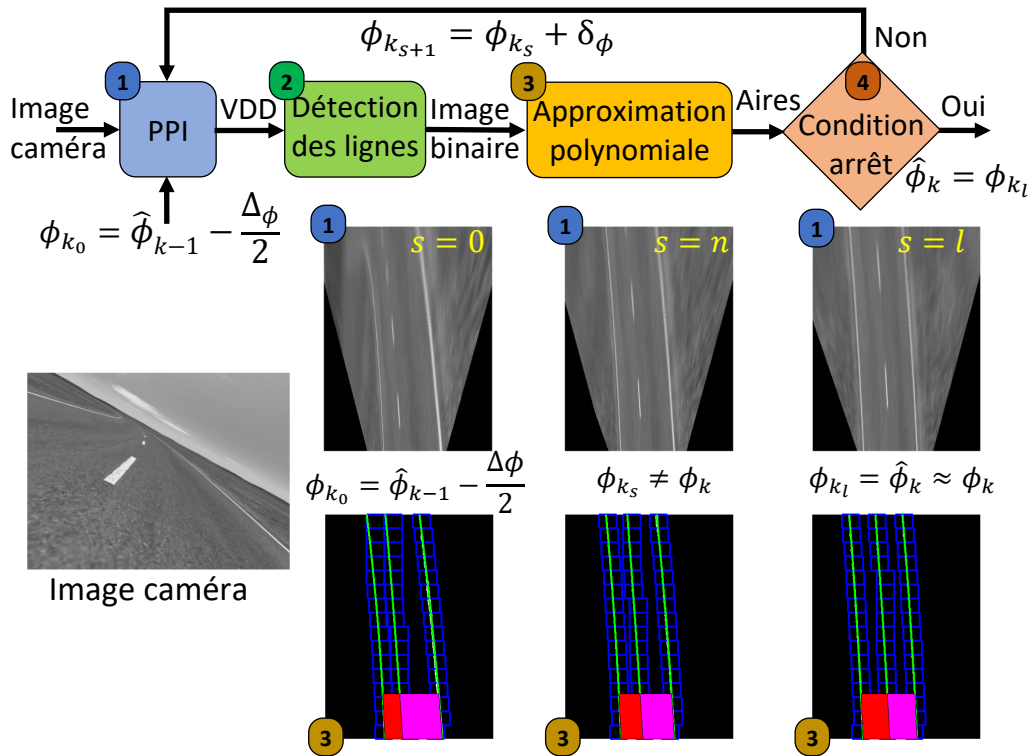


FIGURE 10.2 – Illustration des étapes la boucle d'estimation de l'angle de roulis

### 10.1.3 Algorithme de synthèse

Finalement, pour une image  $i = k$ , la boucle d'estimation numérique se résume par les étapes suivantes :

1. À partir de l'image  $i = k$ , calculer une première PPI en utilisant la valeur  $\phi_{k_0} = \hat{\phi}_{k-1} - \Delta\phi/2$  pour la valeur de l'angle de roulis. Si on ne souhaite pas utiliser l'estimation précédente, alors  $\phi_{k_0} = -50^\circ$ . Si le véhicule est à l'arrêt, le cas échéant à très faible vitesse, on peut réinitialiser les conditions initiales telle que  $\phi_{k-1} = 0^\circ$ .
2. Poursuivre par un filtrage, un suivi et une approximation polynomiale des trois lignes dans la VDD.
3. Calculer les deux surfaces entre les lignes droite-centre et gauche-centre précédemment approximées.
4. Calculer la différence entre les deux aires. Généralement, le résultat est supérieur au seuil d'arrêt pour la première itération. On définit alors  $\phi_{k_1} = \phi_{k_0} + \delta\phi$ .
5. Calculer une nouvelle PPI, toujours à partir de l'image  $i = k$ , en utilisant cette fois  $\phi_{k_1}$  pour la valeur de l'angle de roulis.
6. Poursuivre par un filtrage, un suivi et une approximation polynomiale des trois lignes dans la VDD.
7. Calculer les deux surfaces entre les lignes droite-centre et gauche-centre précédemment approximées.

8. Calculer la différence entre les deux aires. Si le résultat est inférieur au seuil d'arrêt alors la boucle itérative est terminée et  $\hat{\phi}_k = \phi_{k_1}$ . Autrement, on continue avec une itération supplémentaire  $\phi_{k_2} = \phi_{k_1} + \delta_\phi$  et on retourne à l'étape 5 en prenant soin de remplacer  $\phi_{k_1}$  par le terme de la boucle actuelle.

À noter que les performances d'estimation de l'algorithme dépendent fortement des réglages initiaux de l'algorithme. Elles dépendent notamment de la largeur de l'intervalle de recherche de l'angle de roulis  $\Delta\phi$  (voir figure 10.1) et du pas d'itération  $\delta_\phi$ . Plus l'intervalle  $\Delta\phi$  est large et/ou  $\delta_\phi$  est petit, plus le temps de calcul est long. Cependant, une faible valeur de  $\delta_\phi$  garantit une meilleure précision de l'estimation. Il est donc nécessaire de trouver un compromis en fonction des ressources matérielles.

## 10.2 Validation avec le simulateur BikeSim

Cette section présente les résultats de l'estimateur basé vision pour la reconstruction de l'angle de roulis du V2RM à l'aide du logiciel BS. Les spécifications de la caméra et de l'IMU restent inchangées. Le lecteur pourra se référer à la section 9.6 du chapitre 9 pour toute information à ce sujet. Comme dans le chapitre 9, on propose de comparer les résultats d'estimation pour deux résolutions de caméra : une basse ( $640 \times 480$ ) et une résolution moyenne ( $1080 \times 720$ ). L'estimateur a été testé sur le scénario de DCL et sur celui de la route extra urbaine, déjà présentés dans le chapitre 9. Le lecteur pourra se référer aux figures 9.12 et 9.9 et aux commentaires associés pour l'introduction des scénarios. On présentera donc uniquement les résultats d'estimation de l'angle de roulis ci-après.

Pour réaliser les simulations ci-dessous nous avons utilisé les paramètres de simulation suivants :  $\delta_\phi = 0.5^\circ$ ,  $\Delta\phi = 4^\circ$  et  $s_{\Delta\phi} = 2^\circ$ .

### 10.2.1 Simulation d'une route extra-urbaine

Cette sous-section présente les capacités de l'estimateur à estimer le roulis pendant un scénario de conduite simulé sur une route extra-urbaine. Pour toute information sur le scénario le lecteur pourra se référer à la figure 9.9.

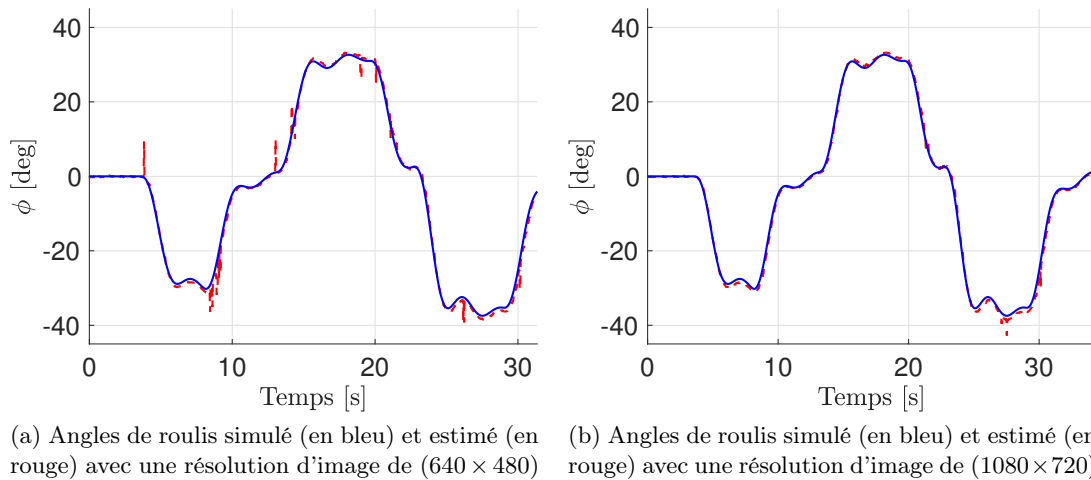


FIGURE 10.3 – Résultats d'estimation de l'angle de roulis pendant le scénario de route extra-urbaine pour deux résolutions d'image : ( $640 \times 480$ ) vs ( $1080 \times 720$ )



La figure 10.3 présente le roulis simulé, en bleu et celui estimé, en rouge, pour les deux résolutions d'image. Même si les résultats sont tout à fait acceptables, on observe clairement des incertitudes d'estimation qui sont nettement plus visibles pour la basse résolution ( $640 \times 480$ ). On peut remarquer que ces dernières apparaissent plus particulièrement dans les zones où le véhicule est fortement incliné. Cela peut s'expliquer par le fait que, lorsque la caméra est affectée par un mouvement de roulis et de lacet, la densité d'information est encore moins uniforme dans l'image. En d'autres termes, chaque ligne n'est pas représentée avec un nombre de pixels équivalent. La détection des lignes et leur approximation sont donc plus sujettes aux incertitudes, ce qui explique la présence de ces bruits. Les performances d'estimation sont discutées plus en détail à la fin de ce chapitre.

### 10.2.2 Simulation d'un double changement de ligne

Dans cette sous-section, il s'agit de tester le même estimateur mais cette fois-ci pendant un scénario de DCL. Pour toute information sur le scénario le lecteur pourra se référer à la figure 9.12.

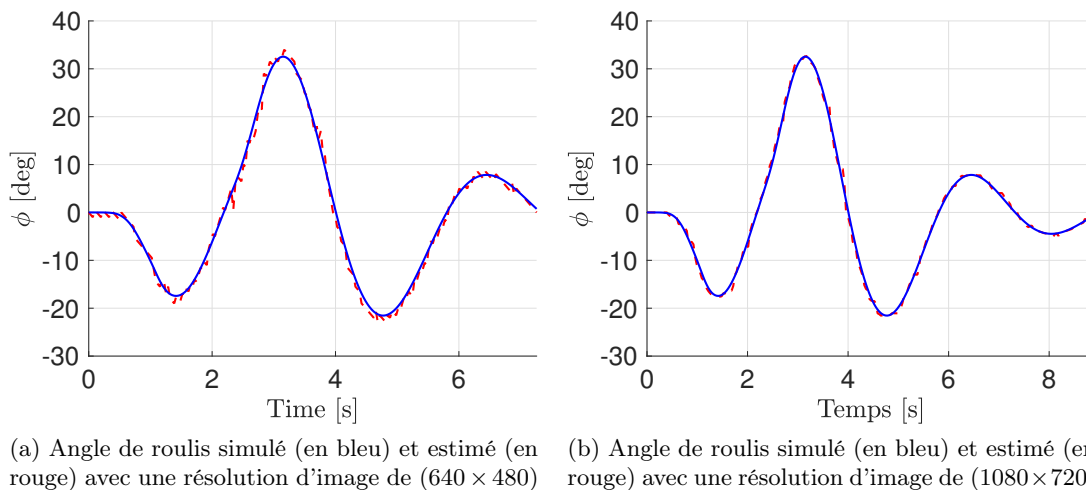


FIGURE 10.4 – Résultats d'estimation de l'angle de roulis pendant le scénario de double changement de ligne pour deux résolutions d'image :  $(640 \times 480)$  vs  $(1080 \times 720)$

Comme pour la route extra-urbaine, la figure 10.4 présente les résultats de l'estimation de l'angle de roulis. Son estimée est tracée en rouge tandis que l'angle de roulis simulé est en bleu. On peut observer à nouveau des erreurs d'estimation. Elles sont plus visibles du fait de l'échelle de temps et de la trajectoire spécifique du DCL. En effet, le modèle clothoïde de la route, introduit dans (9.19), est valide pour des variations de cap relativement faibles. Néanmoins, même si le DCL est proche de la limite de validité du modèle cartésien de la route (voir la figure 9.12), les performances d'estimation sont largement acceptables.

### 10.2.3 Discussion des résultats

On propose d'utiliser à nouveau le calcul de l'erreur quadratique moyenne (*Root Mean Square Error* (RMSE)) (voir annexe C) pour contraster les performances d'estimation de l'algorithme. Les figures 10.3 et 10.4 montrent le potentiel de la méthode proposée. Les résultats sont tout à

fait comparables à ce que pourrait donner une centrale inertielle bas-coût du commerce. Cependant, on peut observer des erreurs d'estimation lorsque l'angle de roulis est grand à cause des incertitudes liées aux traitements de l'image.

Même en tenant compte de ces bruits, la méthode proposée rivalise avec les résultats obtenus par des techniques basées modèles comme celles présentées dans la partie II. À noter que ces derniers sont confrontés au même problème d'incertitude car ils sont souvent conçus à partir d'un modèle linéaire valable pour des angles de roulis restreints. Pour des angles plus importants, des erreurs d'estimation apparaissent. De plus, l'estimateur basé vision proposé dans ce chapitre a l'énorme avantage d'être indépendant des paramètres du véhicule et du conducteur. Certains de ces paramètres ne peuvent pas être "exactement" connus et cela a un impact important sur les performances d'estimation des observateurs conventionnels [42].

Le tableau 10.1 présente l'étude de la RMSE pour le scénario du DCL. Il est question de comparer les performances de l'estimateur pour les deux résolutions d'image et de donner un aperçu du temps de calcul.

		Résolution de la caméra	
		(640 × 480)	(1080 × 720)
$\delta_\phi = 0.1^\circ$	RMSE [ ]	$1.77e^{-1}$	$0.91e^{-1}$
	$\tau_t$ [%]	621.1	934.5
$\delta_\phi = 0.5^\circ$	RMSE [ ]	$7.97e^{-1}$	$5.81e^{-1}$
	$\tau_t$ [%]	334.8	503.4
$\delta_\phi = 1^\circ$	RMSE [ ]	$8.25e^{-1}$	$6.99e^{-1}$
	$\tau_t$ [%]	182.1	310.5

TABLE 10.1 – Résultats de l'étude de l'erreur quadratique moyenne pour le scénario de double changement de ligne

Comme dans le chapitre 9,  $\tau_s$  désigne le ratio entre le temps total nécessaire à l'estimation du roulis et celui de simulation du scénario. Ce qui signifie que l'algorithme est temps-réel si et seulement si  $\tau_t \leq 100$  %. À titre d'information, l'algorithme a été testé sur une plateforme macOS avec un processeur Intel Core i7 cadencé 3.1 GHz. Pour évaluer réellement la rapidité de l'algorithme, il faudrait le déployer sur un système d'exploitation dédié avec des outils de traitement d'image plus optimisés. Mais ces résultats donnent un premier aperçu des performances temporelles.

Quelques observations intéressantes sont à noter. Augmenter la résolution de l'image permet d'améliorer les performances d'estimation en atténuant le bruit. Cela s'explique par la réduction des incertitudes lors du traitement d'image (filtrage des lignes, approximation polynomiale, etc.). De plus, le tableau 10.1 confirme bien que la précision des estimations dépend de la résolution  $\delta_\phi$  de la boucle numérique. Plus  $\delta_\phi$  est petit, meilleure est la précision d'estimation. Néanmoins, l'analyse de  $\tau_t$  montre que diminuer  $\delta_\phi$  ou augmenter la résolution de l'image a de sérieuses conséquences sur le temps de calcul.

Bien que cet algorithme démontre un vrai potentiel à estimer l'angle de roulis il nécessite quelques améliorations pour être temps-réel. En effet, pour une image basse résolution (640 × 480) avec un pas d'itération d'un degré et une caméra enregistrant à 30 fps, l'algorithme nécessite 3,6 secondes entre deux images pour estimer l'angle de roulis. Rappelons que cette section a pour objectif la validation de l'approche d'estimation du roulis basée sur la vision. L'optimisation de l'algorithme est un tout autre axe de recherche qu'il serait intéressant d'aborder dans les prochains travaux.

Néanmoins, nous pouvons imaginer plusieurs alternatives possibles qui pourraient résoudre ce problème. Par exemple, la définition d'un pas d'itération dynamique qui dépend de la différence des aires. C'est-à-dire  $\delta_\phi = f(|S_r - S_l|)$  avec  $S_r$  et  $S_l$  les aires des surfaces de droite et gauche par rapport à la ligne centrale de la route (voir la figure 10.2).

### 10.3 Conclusion

Rappelons que dans l'étude de la dynamique des V2RM, la connaissance de l'angle de roulis est cruciale dans la quantification du risque en virage. C'est donc une donnée indispensable dans le développement des *Advanced Rider Assistance Systems* (ARAS). Cet angle peut être mesuré, à l'aide d'une centrale inertielle (*Inertial Measurement Unit* (IMU)), ou bien estimé. Les différentes techniques proposées dans cette thèse et, plus généralement, dans la littérature ont montré que cette seconde méthode est tout aussi pertinente que le recours à une IMU.

Dans ce contexte, ce chapitre a présenté un estimateur original basé sur des techniques de vision pour l'estimation de l'angle de roulis du V2RM. Il requiert une instrumentation très simple incluant uniquement une caméra conventionnelle fixée à l'avant du V2RM. Pour être opérationnel, l'estimateur suppose la détectabilité d'au moins trois lignes délimitant la chaussée (ligne de droite, centrale et de gauche par exemple).

Dans le principe, l'algorithme intègre deux boucles itératives imbriquées. Une première boucle, plus lente, qui réalise l'acquisition des images. Une seconde, plus rapide, dont le rôle est d'estimer l'angle de roulis pour chaque image précédemment acquise. Il s'agit d'une boucle d'itération numérique.

Pour chaque nouvelle image capturée, la boucle numérique réalise une première Projection Perspective Inverse (PPI) en utilisant la valeur de l'angle de roulis estimée pour l'image précédente. Néanmoins, il est tout à fait possible de s'affranchir de cette hypothèse en élargissant l'intervalle de recherche à tous les angles de roulis possibles. La prise en compte de la valeur estimée précédente permet de réduire la largeur de cet intervalle et d'améliorer considérablement le temps de calcul. Finalement, la première Vue De Dessus (VDD) de la route générée par la PPI est "erronée". En effet, à cause de l'erreur entre les angles de roulis réel et d'initialisation, la disposition des marquages routiers est déformée dans l'image VDD. La condition d'arrêt de la boucle n'est alors pas satisfaite. Cette dernière consiste à comparer les aires entre les lignes gauche-centre et droite-centre. Puis, le même schéma de principe est reproduit une seconde fois. Mais cette fois, en incrémentant la valeur de l'angle de roulis utilisée dans le calcul de la première PPI d'un pas numérique judicieusement choisi. La condition d'arrêt est de nouveau testée et ainsi de suite.

Finalement, la boucle numérique s'arrête lorsque la comparaison des deux aires est inférieure à un seuil préalablement défini. Ce qui signifie que le roulis utilisé dans le dernier calcul de la PPI s'approche de la valeur de l'angle réelle. L'angle de roulis estimé pour l'image en question correspond alors à cette dernière valeur.

Une validation sur le simulateur BikeSim (BS) a montré la pertinence et le potentiel de l'approche. À cette occasion, nous avons testé l'estimateur sur deux scénarios : une route hors agglomération (extra-urbaine) et un Double Changement de Ligne (DCL). Deux scénarios complémentaires visant à simuler respectivement une situation de conduite usuelle et une manœuvre d'urgence. Nous avons conclu la section résultat en proposant une étude de l'erreur quadratique moyenne (*Root Mean Square Error* (RMSE)) pour contraster les résultats d'estimation. Comme pour le chapitre précédent, il apparaît que l'augmentation de la résolution de la caméra améliore les performances d'estimation aux dépens de la rapidité de l'algorithme. Bien que l'estimateur

ne garantisse aucune convergence, les résultats sont vraiment acceptables et rivalisent avec ceux obtenus dans le cadre de l'utilisation des observateurs basés modèles.

Pour finir, rappelons que l'objectif de ce chapitre est de proposer une nouvelle approche pour l'estimation du roulis. L'optimisation de l'algorithme est un autre axe de recherche. À la vue de l'aperçu des performances temporelles de l'estimateur, il est clair que cet axe doit être privilégié dans les prochains travaux. De plus, de nombreuses pistes d'amélioration sont envisageables. On peut imaginer des stratégies dynamiques, avec un pas d'itération qui dépend de la différence des aires. On pourrait aussi faire en sorte que l'intervalle de recherche de l'angle de roulis dépende de la dynamique de l'angle pour les images précédentes. Ces deux solutions permettraient de réduire le nombre d'itérations. À noter qu'une des perspectives les plus intéressantes pour améliorer cet estimateur serait l'introduction des techniques d'asservissement visuel. En effet, ces dernières pourraient nous permettre de pallier le plus gros défaut de cet estimateur, à savoir l'absence de condition de convergence. Par ailleurs, il serait intéressant de coupler cet estimateur avec l'algorithme présenté dans le chapitre précédent. Cela permettrait de s'affranchir totalement de l'IMU et de se contenter de l'usage d'une seule caméra pour :

- estimer l'angle de roulis  $\phi$ ,
- estimer la position latérale du V2RM par rapport à une des lignes  $\Delta Y$ ,
- estimer l'angle de lacet relatif du V2RM à cette même ligne  $\Delta\psi$ ,
- prédire la géométrie de la route avec les paramètres de la clothoïde  $C_0$  et  $C_1$ .

L'approche présentée dans ce chapitre ouvre donc de nombreuses perspectives et converge vers la conception de systèmes d'aide à la conduite seulement basés sur de l'analyse d'images.



# Chapitre 11

## Caractérisation du comportement de braquage basée vision

### Sommaire

---

<b>11.1 Approche cinématique</b> . . . . .	<b>255</b>
<b>11.2 Approche basée sur la vision</b> . . . . .	<b>256</b>
11.2.1 Calcul des indicateurs basés sur la vision . . . . .	256
11.2.2 Algorithme de synthèse . . . . .	257
<b>11.3 Validation sur le simulateur BikeSim</b> . . . . .	<b>258</b>
11.3.1 Simulation de scénarios de sous et survirage . . . . .	258
11.3.2 Discussion des résultats . . . . .	263
<b>11.4 Conclusion</b> . . . . .	<b>263</b>

---

À l'heure actuelle, les industriels du secteur du deux-roues reviennent sur l'importance des dispositifs de stabilité latérale. En effet, ce genre de systèmes a très largement fait ses preuves pour les V4RM [157]. Il pourrait en être tout autant pour les V2RM avec des solutions adéquates. Dans ce contexte, le comportement de braquage est une information importante qui permet d'analyser la trajectoire du véhicule.

Dans l'étude de la dynamique des véhicules, les comportements de braquage dits sous ou survireurs sont bien connus comme des situations dangereuses [179, 180, 181]. C'est d'autant plus vrai pour les V2RM car leur équilibre est précaire. Dans les faits, le comportement sous-vireur est dangereux car le véhicule élargit la courbe vers l'accotement qui est souvent glissant (boue, gravillons, etc.). Alors qu'un véhicule survireur a tendance à couper le virage. Les conséquences sont sans appel lorsqu'il y a un véhicule sur la voie opposée. Ces deux comportements de braquage s'opposent au comportement neutre. À noter que les V4RM sortis d'usine n'ont pas toujours un réglage de la liaison au sol assurant un comportement neutre. Cela dépend d'un ensemble de facteurs dont le principal est le type de véhicule (sportif, utilitaire, tourisme, etc.). Ce sujet a été très largement abordé pour les V4RM.

Tout au long de ce chapitre, on parlera de caractérisation du comportement de braquage. Il s'agit, en fait, de définir si le comportement du véhicule est neutre, sur ou sous-vireur tout en se basant sur des indicateurs précis.

Encore une fois, peu de résultats existent pour les V2RM alors que c'est un sujet très important. Surtout lorsqu'on sait l'importance de la trajectoire de sécurité dans un virage au guidon d'un deux-roues. Néanmoins, on peut citer le livre [71], où l'auteur a été le premier à introduire ces notions de caractérisation du comportement de braquage pour les V2RM. Un an plus tard,

son équipe a rédigé un article dédié dans [182]. Bien que les résultats soient très intéressants, leur approche est difficilement applicable dans l'industrie et encore moins sur les véhicules déjà commercialisés. En effet, ils utilisent une approche purement cinématique pour estimer le ratio de braquage. Ce dernier permet d'identifier directement le comportement de braquage du V2RM.

Cette approche nécessite la connaissance exacte de plusieurs paramètres géométriques du véhicule et l'installation d'un codeur sur l'axe de direction du V2RM. La complexité pour aligner l'axe du codeur et celui de la colonne de direction et les fortes contraintes d'intégration dues à la compacité des V2RM ne facilitent pas l'installation d'un tel capteur. Par ailleurs, la faible amplitude de l'angle de braquage  $\delta$  (environ 10 degrés) requiert l'utilisation d'un capteur moyenne voire haute résolution pour l'obtention d'une mesure assez précise. Il est aussi possible de recourir à un système de démultiplication type poulie/courroie, plus compliqué à intégrer, mais qui permet d'utiliser un capteur de moins bonne résolution. Une autre alternative est envisageable avec leur approche qui consiste à utiliser un observateur pour estimer les dérives pneumatiques avant et arrière. Cette méthode est complexe puisque l'estimation des angles de dérive est toujours un sujet d'actualité [183]. De plus, elle nécessite l'utilisation d'autres capteurs indispensables à l'observabilité des dérives. Un autre point négatif est le cumul des incertitudes des deux étapes successives d'estimation, celle des dérives pneumatiques, puis celle du ratio de braquage.

Pour y remédier, nous avons proposé une approche basée vision utilisant les paramètres estimés par l'algorithme présenté dans le chapitre 9. Cette idée a fait l'objet d'une publication dans [156]. Les avantages sont multiples puisque :

- la solution ne requiert pas de codeur de direction,
- la solution ne requiert pas la connaissance des paramètres du V2RM,
- la solution est démocratisable à n'importe quel V2RM déjà commercialisé sans contrainte d'intégration,
- la solution est utilisable pour d'autres types de véhicules que les V2RM sans restriction particulière.

À la différence de tous les autres solutions proposées dans ce manuscrit, la caractérisation du comportement de braquage s'inscrit plus dans une démarche de synthèse d'une fonction de risque. Il ne s'agit pas d'un observateur/estimateur proprement dit. Le lecteur pourra se référer à la figure 1.12 qui illustre le schéma de principe de la conception d'un système d'aide à la conduite avec l'agencement des différents blocs (capteurs, observateurs, fonction de risque, etc.). Dans les faits, la fonction de risque, ici présenté, interprète des indicateurs de risque pour la caractérisation du comportement de braquage. Pour ce faire, il utilise les résultats de l'estimateur basé vision du chapitre précédent et les mesures de la centrale inertielle (*Inertial Measurement Unit* (IMU)) et du capteur de vitesse. Les hypothèses sont donc identiques à celles du chapitre 9, à savoir la détectabilité d'au moins une des lignes de la chaussée. On suppose également que les conditions extérieures (luminosité, etc.) sont favorables et qu'il n'y a pas d'obstacle dans l'horizon de prédiction de la géométrie de la route. En d'autres termes, le filtrage et la détection des lignes ne sont pas gênés.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante. Une première section rappelle les notions importantes de l'approche cinématique initialement proposée dans [71] pour la caractérisation du comportement de braquage. Dans un second temps, notre nouvelle approche basée vision est explicitée. À l'occasion d'un troisième chapitre, on fera une synthèse de l'algorithme de la fonction de risque. Ensuite, dans une quatrième section, l'algorithme est testé à l'aide du simulateur BikeSim (BS). Pour finir, une cinquième et dernière section, présente une conclusion avec quelques remarques importantes sur ce chapitre.

## 11.1 Approche cinématique

Cette sous-section introduit l'approche purement cinématique pour la caractérisation du comportement de braquage. Cette dernière a initialement été présentée dans [71, 182]. Que ce soit pour les V4RM ou les V2RM, il existe trois comportements de braquage distincts :

- sous-vireur : l'angle de braquage n'est pas assez grand par rapport à la courbe du virage. Le véhicule a tendance à se diriger vers l'extérieur du virage car le rayon de la courbe réelle est supérieur au rayon de la courbe idéale. En d'autres termes, l'angle de dérive du pneumatique avant est supérieur à l'angle de dérive du pneumatique arrière ( $\alpha_f > \alpha_r$ ),
- survireur : l'angle de braquage est trop grand par rapport à la courbe du virage. Le véhicule a tendance à s'inscrire de manière trop prononcée dans le virage car le rayon de la courbe actuelle est inférieur au rayon de la courbe idéale. En d'autres termes, l'angle de dérive du pneumatique avant est inférieur à l'angle de dérive du pneumatique arrière ( $\alpha_f < \alpha_r$ ),
- neutre : l'angle de braquage est adéquat face à la courbure du virage. Les angles de dérive des pneumatiques sont également égaux ( $\alpha_f = \alpha_r$ )

Dans l'article [182], Cossalter a repris et approfondi les notions publiées dans son ouvrage [71] concernant l'analyse du comportement de braquage pour les V2RM. On rappellera que c'est un des rares, pour ne pas dire le seul chercheur, à avoir abordé ce sujet pour les V2RM. Son approche repose sur l'analyse d'une variable que l'on notera  $\xi_\delta$  désignant le ratio de braquage. À noter que cette variable est aussi utilisée en dynamique automobile. Il est défini comme étant le ratio entre le rayon de la courbe idéale  $R_{r_0}$  (sans glissement latéral) et le rayon de la courbe réelle noté  $R_r$ . Autrement dit :

$$\xi_\delta = \frac{R_{r_0}}{R_r} \quad (11.1)$$

En se basant sur les relations cinématiques et sur la géométrie du V2RM, Cossalter a introduit la relation suivante pour le calcul de  $R_{r_0}$  [182] :

$$R_{r_0} = \frac{p}{\tan(\Delta_\delta)} = \frac{\cos(\phi) \cos(\delta) - \sin(\phi) \sin(\delta) \sin(\epsilon)}{\sin(\delta) \cos(\epsilon)} p \quad (11.2)$$

où  $p$  est l'empattement du V2RM. Alors que  $\Delta_\delta$  désigne l'angle de direction effectif calculé à partir de l'expression suivante [71] :

$$\Delta_\delta = \text{atan} \left( \frac{\sin(\delta) \cos(\epsilon + \zeta)}{\cos(\phi) \cos(\delta) - \sin(\phi) \sin(\delta) \sin(\epsilon + \zeta)} \right) \quad (11.3)$$

Les termes  $\delta$ ,  $\zeta$ ,  $\phi$  et  $\epsilon$  désignent respectivement les angles de braquage, de tangage, de roulis et l'angle de chasse.

Il est fréquent que la dynamique de l'angle de tangage soit négligée et que des simplifications soient faites dans l'expression (11.3). Si on néglige  $\zeta$  au regard de l'angle de chasse  $\epsilon$  et le terme  $\sin(\phi) \sin(\delta)$  au regard de  $\cos(\phi) \cos(\delta)$ , on obtient :

$$\Delta_\delta = \text{atan} \left( \frac{\cos(\epsilon)}{\cos(\phi)} \tan(\delta) \right) \quad (11.4)$$

Finalement, le rayon de la courbe idéale  $R_{r_0}$  peut être calculé à partir de la connaissance des paramètres du V2RM tels que l'empattement  $p$ , l'angle de chasse  $\epsilon$  et de la mesure des angles de roulis et de braquage respectivement notés  $\phi$  et  $\delta$ .



Toujours d'après Cossalter [182], le rayon de la courbe actuelle  $R_r$  peut s'exprimer comme suit :

$$R_r = \frac{p}{\tan(\Delta_\delta - \alpha_f) \cos(\alpha_r) + \sin(\alpha_r)} = \frac{v_x}{\dot{\psi}} \quad (11.5)$$

avec  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$  désignant les angles de dérive des pneumatiques avant et arrière. Tandis que  $v_x$  et  $\dot{\psi}$  correspondent à la vitesse longitudinale et à la vitesse de lacet.

D'après l'équation (11.5) ci-dessus, il est évident que deux approches sont possibles pour calculer  $R_r$ . La première se base sur la connaissance des angles de dérive des pneumatiques. En pratique,  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$  ne sont pas mesurables, leur connaissance nécessite une étape d'estimation préliminaire. À noter que c'est un sujet délicat, encore plus pour les V2RM, qui motive activement de nombreuses recherches [184, 183, 185]. La seconde méthode consiste à utiliser deux capteurs, à savoir un gyroscope pour la mesure de  $\dot{\psi}$  et un capteur de vitesse pour celle de  $v_x$ .

**Remarque 1** *Maintenant que l'expression du ratio de braquage  $\xi_\delta$  (11.1) est complètement définie avec les équations (11.3)-(11.5), une simple analyse de  $\xi_\delta$  permet de caractériser le comportement de braquage du V2RM :*

- $\xi_\delta < 1$  reflète un comportement sous-vireur,
- $\xi_\delta = 1$  reflète un comportement neutre,
- $\xi_\delta > 1$  reflète un comportement survireur.

*En pratique, il existe deux cas supplémentaires. Lorsque  $\xi_\delta < 0$  cela correspond à une situation de contre-braquage alors que  $\xi_\delta = \infty$  reflète une situation de braquage critique ( $R_{r_0} \ll R_r$ ).*

## 11.2 Approche basée sur la vision

### 11.2.1 Calcul des indicateurs basés sur la vision

Dans ce contexte, nous avons proposé une méthode originale basée vision pour la caractérisation du comportement de braquage. Cette dernière est innovante par plusieurs aspects. Premièrement, elle ne requiert pas la connaissance des paramètres du véhicule ou même de la mesure de l'angle de direction  $\delta$ . Deuxièmement, comme pour l'approche cinématique, elle permet d'estimer le ratio de braquage  $\xi_\delta$  mais aussi de nouveaux indicateurs pertinents complémentaires. Ces derniers renforcent les performances pour la caractérisation du comportement de braquage. À noter que ces nouveaux indicateurs ne peuvent pas être obtenus par la méthode cinématique.

Côté architecture matérielle, la solution proposée reprend les capteurs discutés dans le chapitre précédent. À savoir, une caméra conventionnelle et une IMU, le tout fixé à l'avant du V2RM. L'ensemble est donc facilement démocratisable à n'importe quel V2RM. Rappelons que, même s'il est situé à l'avant du véhicule, le système est considéré comme solidaire du corps principal, c'est-à-dire, qu'il n'est pas entaché par le mouvement de direction. La caméra fournit les images de la route qui vont servir de base à l'algorithme pour la reconstruction de la Vue De Dessus (VDD). Quant à l'IMU, elle permet de mesurer les angles de tangage  $\zeta$  et de roulis  $\phi$  nécessaires au calcul de la matrice de rotation de la caméra (9.10). Elle mesure également la vitesse de lacet notée  $\dot{\psi}$  requise pour le calcul du rayon de la courbe réel  $R_r$  dans (11.5). Par ailleurs, dans beaucoup de pays, la législation impose un dispositif de mesure de la vitesse pour les véhicules routiers, on admettra donc que la mesure de la vitesse longitudinale  $v_x$  est accessible.

Finalement, à ce stade, nous disposons de la connaissance de  $R_r$  par l'équation (11.5) et des quatre paramètres estimés par l'algorithme de vision : les paramètres de la clothoïde ( $C_0$  et  $C_1$ ), la position latérale relative à la route ( $\Delta Y$ ) et l'angle de lacet relatif entre la trajectoire du véhicule et celle de la route ( $\Delta\psi$ ). Comme  $R_{r_0} = 1/C_0$ , l'estimation du ratio de braquage  $\xi_\delta$  est

directe. Cette fois, le calcul de  $R_{r_0}$  n'est pas basé sur la cinématique comme dans (11.1) mais sur l'algorithme de vision.

Comme  $\Delta Y$  et  $\delta\psi$  sont des états estimés relatifs entre la position du véhicule et la trajectoire de la route (marquage délimitant la voie), nous proposons de s'intéresser à leurs dynamiques. En effet, cela permet d'ôter les composantes constantes tout en caractérisant le comportement de braquage par une simple analyse de signe. Néanmoins, l'inconvénient de la dérivation est l'amplification du bruit d'estimation qui nécessite une étape de filtrage supplémentaire. Comme l'estimation de  $\Delta\psi$  est plus bruitée que celle de  $\Delta Y$ , la dynamique estimée  $\dot{\Delta\psi}$  est plutôt considérée comme un indicateur secondaire par rapport à  $\dot{\Delta Y}$ . Son analyse n'en reste pas moins intéressante.

**Remarque 2** *Le nouvel indicateur que nous proposons est donc  $\dot{\Delta Y}$  dont le signe permet directement de caractériser le comportement de braquage comme suit :*

- $\dot{\Delta Y} < 0$  reflète une situation de sous-virage,
- $\dot{\Delta Y} = 0$  reflète une situation neutre,
- $\dot{\Delta Y} > 0$  reflète une situation de survirage.

Ce constat est assez intuitif car  $\dot{\Delta Y}$  est la vitesse de l'écart latéral entre le véhicule et une des lignes, dite de référence, définissant la trajectoire de la route. Lorsque cette vitesse est nulle, le véhicule suit exactement la trajectoire de la route. Dans le cas contraire, il y a un phénomène de sur ou sous-virage en fonction du signe de la vitesse  $\dot{\Delta Y}$ . La raison qui motive notre engouement pour ce nouvel indicateur est le ratio entre l'amplitude du bruit et celle des variations du signal. Cette observation est discutée en détail dans la section suivante.

**Remarque 3** *On peut faire un constat similaire pour l'indicateur complémentaire  $\dot{\Delta\psi}$  dont une simple analyse du signe permet de caractériser le comportement de braquage. Il vient :*

- $\dot{\Delta\psi} > 0$  reflète une situation de sous-virage,
- $\dot{\Delta\psi} = 0$  reflète une situation neutre,
- $\dot{\Delta\psi} < 0$  reflète une situation de survirage.

Cette remarque 3 est assez triviale puisque  $\dot{\Delta\psi}$  est la vitesse de l'angle de lacet relatif entre la tangente à la trajectoire du V2RM et celle à la trajectoire de la route. Finalement, si les deux tangentes sont parallèles alors le comportement de braquage est neutre. Dans le cas contraire, ce dernier est sous ou survireur suivant le signe de  $\dot{\Delta\psi}$ .

## 11.2.2 Algorithme de synthèse

Cette section reprend les étapes importantes nécessaires à l'exécution de la fonction de risque pour la caractérisation du comportement de braquage.

Avant toute chose, la fonction de risque proposée suppose la disponibilité des variables estimées par l'algorithme du chapitre 9. Ces dernières sont : la position latérale et l'angle de lacet du V2RM relatifs à la route notés respectivement  $\Delta Y$ ,  $\Delta\psi$  et la géométrie de la route avec les paramètres  $C_0$  et  $C_1$  de l'équation (9.19). Cela suppose indirectement (voir les hypothèses de l'algorithme du chapitre 9) qu'au moins une ligne de la chaussée est détectée sur la VDD de la route et que les mesures des angles de roulis et de tangage sont accessibles.

Finalement, pour caractériser le comportement de braquage, la fonction de risque réalise les tâches énumérées ci-après.

1. Exécuter l'algorithme du chapitre 9 (voir la synthèse de l'algorithme dans la section 9.5) pour obtenir les estimations de  $\Delta Y$ ,  $\Delta\psi$ ,  $C_0$  et de  $C_1$ .

2. Calculer le ratio de braquage  $\xi_\delta$  avec les relations (11.1), (11.5) et l'égalité  $R_{r_0} = 1/C_0$ .
3. Calculer/Estimer la dynamique de  $\Delta Y$ . Les techniques de différenciation peuvent s'avérer utiles dans ce cas.
4. Calculer/Estimer la dynamique de  $\Delta\psi$ . Même remarque que précédemment.
5. Filtrer les variables obtenues  $\Delta\dot{Y}$  et  $\Delta\dot{\psi}$  si besoin. Dans le cas où  $\Delta\dot{Y}$  et  $\Delta\dot{\psi}$  sont directement obtenus par dérivation, cette étape est nécessaire.
6. Interpréter les variations du ratio de braquage  $\xi_\delta$  et de  $\Delta\dot{Y}$  avec les remarques 1 et 2. Il s'agit de caractériser le comportement de braquage comme neutre, sous-vireur ou survireur.
7. Confirmer l'interprétation précédente avec l'analyse du signe de  $\Delta\dot{\psi}$  en fonction de la remarque 3.

### 11.3 Validation sur le simulateur BikeSim

Dans cette section, on propose de valider la fonction de risque pour la caractérisation du comportement de braquage sur le simulateur BS. Pour ce faire, nous avons simulé un virage à rayon constant avec trois scénarios différents :

- un scénario de survirage,
- un scénario de braquage neutre,
- un scénario de sous-virage.

À noter que l'approche n'est absolument pas limitée aux virages à rayon constant. Néanmoins, ce type de scénario facilite grandement la mise en évidence des critères pour la détection de sous et survirage. Cela permet également une validation beaucoup plus claire de l'approche.

L'objectif de ces trois simulations est de tester les indicateurs pertinents choisis pour la détection de sur et sous-virage au guidon d'un V2RM. Comme discuté dans la section précédente, on propose d'étudier l'estimation du ratio de braquage  $\xi_\delta$  basée sur la vision et sur les mesures de la vitesse du V2RM et de la vitesse de lacet (11.5). Aussi, on discute l'introduction des nouveaux indicateurs issus de la vision, à savoir  $\Delta\dot{Y}$  et  $\Delta\dot{\psi}$ .

Les paramètres de la simulation (caractéristiques de la caméra, de l'IMU, de la Région d'Intérêt (RI), etc.) sont identiques à ceux introduits dans la section 9.6 du chapitre 9. Le lecteur pourra s'y référer pour toute information sur l'installation de la caméra et de l'IMU ou sur les spécifications des capteurs. De plus, on admettra que :

- la route est plane,
- le rayon de la trajectoire neutre du virage est de 232 mètres,
- la route est propre et sèche avec un coefficient d'adhérence  $\mu = 0.8$ ,
- une seule voie de circulation est simulée avec une largeur de 5 mètres,
- le marquage délimitant la voie de droite est pris comme référence,
- la résolution de la caméra est (1080 × 720).

À noter que BS offre plusieurs modèles de conducteurs avec des stratégies de contrôle très différentes. Dans notre cas, il s'agit d'un contrôle en boucle ouverte sur le couple de braquage, plus propice à simuler des scénarios de sur ou sous-virage.

#### 11.3.1 Simulation de scénarios de sous et survirage

La figure 11.1 présente les différentes trajectoires du V2RM pendant le virage constant. Sur la 11.1.a on aperçoit, en bleu, la trajectoire du V2RM pour un comportement de braquage neutre.

En d'autres termes, la trajectoire du véhicule est parallèle à celle des lignes de droite et gauche du couloir de circulation. Alors que sur la figure 11.1.b, il s'agit des trajectoires de sur et sous-virages tracées respectivement en rouge et magenta. On notera que ce code couleur est réutilisé tout au long de cette section. Tandis que le couloir de circulation est délimité en noir. La ligne verticale en pointillés désigne le temps à partir duquel le ratio de braquage (voir la figure 11.3) est significativement affecté par le phénomène de sur ou sous-virage.

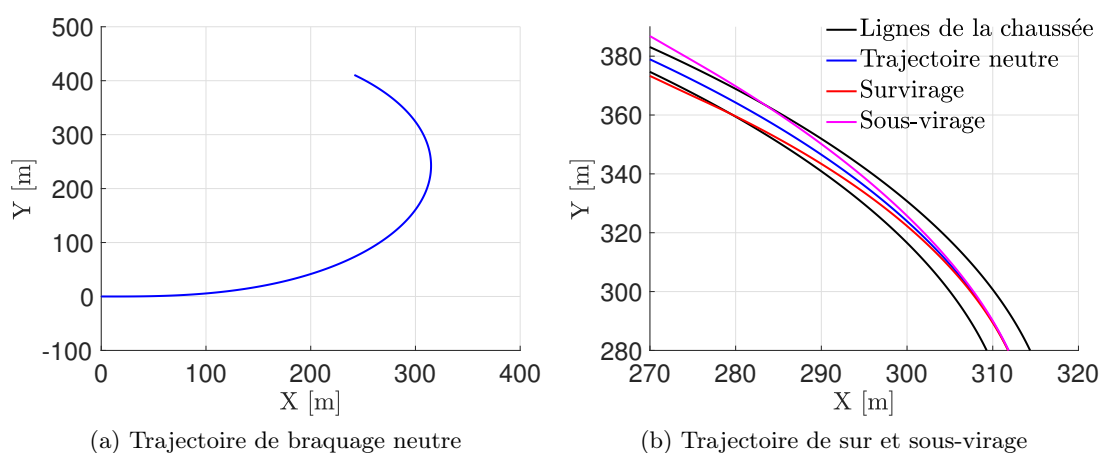


FIGURE 11.1 – Trajectoire du véhicule en virage pour différents comportements de braquage

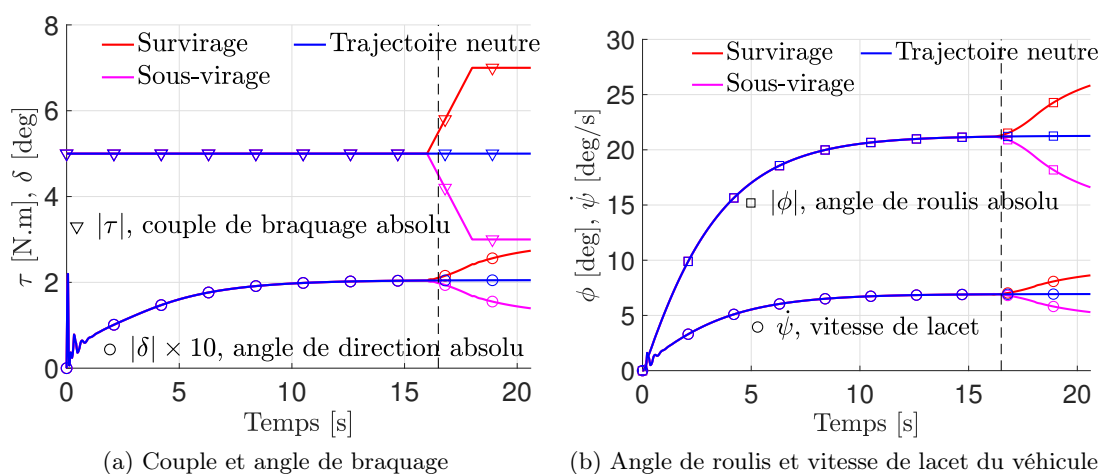


FIGURE 11.2 – Dynamique du véhicule et de l'action du conducteur en virage pour différents comportements de braquage

La figure 11.2.a présente le couple de braquage  $\tau$  avec lequel le motard virtuel contrôle la direction du V2RM. Sur cette même figure, on peut aussi voir l'angle de direction  $\delta$  correspondant à un facteur d'échelle de 10. Pour le scénario nominal, c'est-à-dire, pour un braquage neutre, le couple appliqué sur le guidon est  $\tau = 5 \text{ N.m}$  et l'angle de direction associé vaut  $\delta = 0.2^\circ$ . Encore une fois, on peut remarquer la faible amplitude de  $\delta$  même pour un virage moyen avec un rayon de 232 mètres.

Les figures 11.1.b et 11.2.a montrent bien les causes des phénomènes de sur et sous-virages. Lorsqu'un V2RM est survireur, le couple appliqué par le motard sur le guidon est trop important

par rapport à la géométrie du virage. Le V2RM a tendance à virer vers l'intérieur de la courbe. À l'inverse, en sous-virage le couple appliqué est trop faible, le V2RM a tendance à élargir la trajectoire jusqu'à la sortie de route. La figure 11.2.b présente l'angle de roulis du V2RM  $\phi$  et la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$  pour les trois cas de figure. On peut voir que la moindre action sur le guidon en virage (quelques  $N.m$ ) a des conséquences significatives sur la dynamique complète du V2RM (changement du cap, action sur l'angle de roulis, etc.). C'est pourquoi nous avons discuté dans le chapitre précédent de l'importance de prendre en compte les variations de roulis dans l'algorithme d'estimation. On peut aussi remarquer que l'état initial de la simulation est tel que le V2RM entre dans la courbe avec un angle de roulis et de direction nuls ( $\phi_0 = 0^\circ$  et  $\delta_0 = 0^\circ$ ).

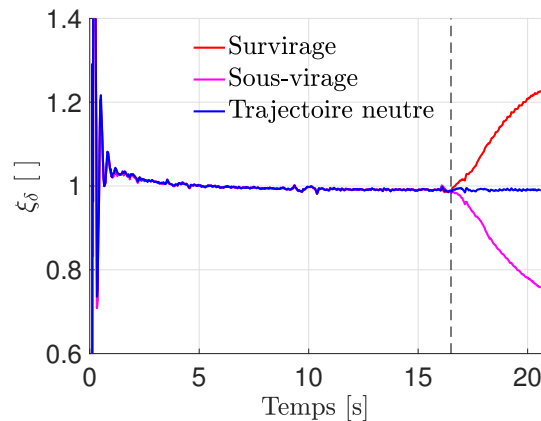
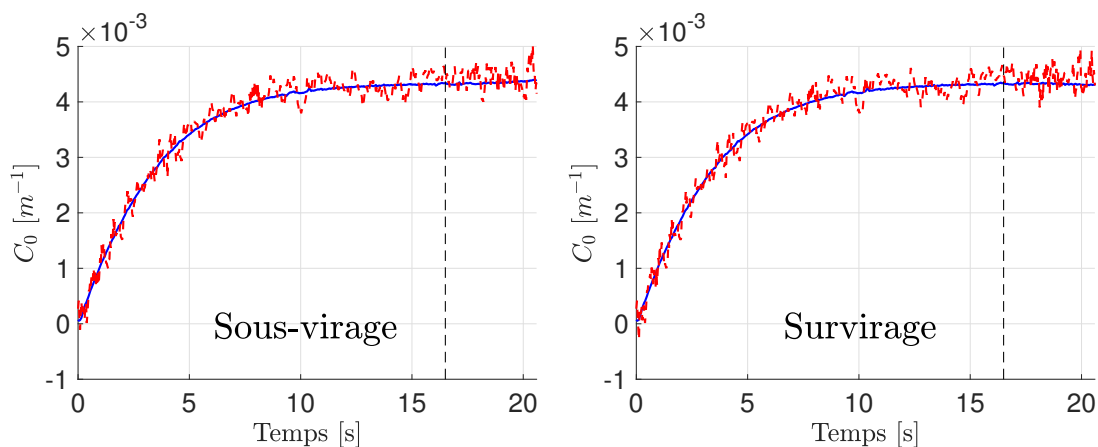


FIGURE 11.3 – Ratio de braquage cinématique

La figure 11.3 présente le ratio de braquage  $\xi_\delta$  calculé par l'approche cinématique avec les expressions (11.1), (11.2) et (11.5). Cette figure illustre bien la remarque 1 faite précédemment.



(a) Paramètre  $C_0$  de la clothoïde simulé (bleu) et estimé (rouge)

(b) Paramètre  $C_0$  de la clothoïde simulé (bleu) et estimé (rouge)

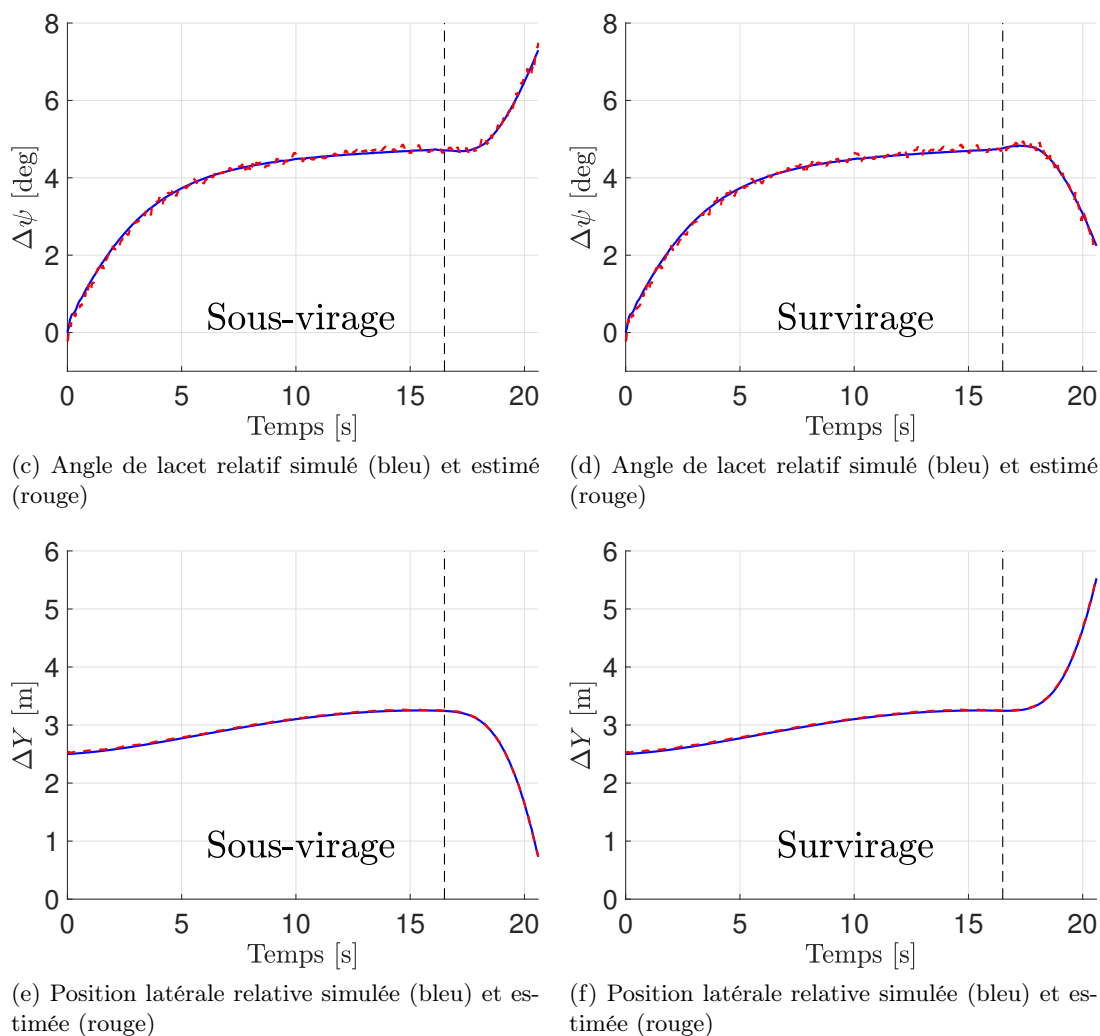


FIGURE 11.4 – Résultats d’estimation pendant un virage constant pour une résolution d’image de  $(1080 \times 720)$

La figure 11.4 montre les états simulés, en bleu, et ceux estimés à partir du modèle (9.19) par rapport à ligne de droite de la chaussée, en rouge. Rappelons que le terme  $C_1$  de (9.19) désigne la vitesse de variation du rayon du virage. Or, il est question de simuler une route avec un virage constant, dans ce cas  $C_1$  n’apporte aucune information utile, c’est pourquoi son estimation n’est pas discutée. On peut remarquer que la résolution d’image de  $(1080 \times 720)$  permet d’obtenir des résultats très fiables avec des estimations très proches des valeurs simulées. Notamment pour la position latérale relative et le lacet relatif du V2RM par rapport à la route.

Les figures 11.4.a-11.4.b montrent le rayon de courbure de la trajectoire de la route. Pour rappel, le rayon de courbure correspond à l’inverse du rayon  $C_0 = 1/R_{r_0}$ . Tandis que les figures 11.4.c-11.4.d et 11.4.e-11.4.f illustrent respectivement le lacet relatif et la position relative du V2RM par rapport à la ligne de droite de la chaussée.

Les figures de gauche de 11.4 correspondent au scénario de sous-virage tandis que celles de droite sont pour un cas de survirage. Les figures 11.4.e-11.4.f montrent bien que, dans le cas du sous-virage, l’écart latéral à la ligne de droite se réduit jusqu’à ce que le véhicule coupe la ligne, c’est alors la sortie de route. À l’inverse, un V2RM survireur s’éloigne de la ligne de droite. Cette

observation dépend évidemment de la ligne choisie en référence.

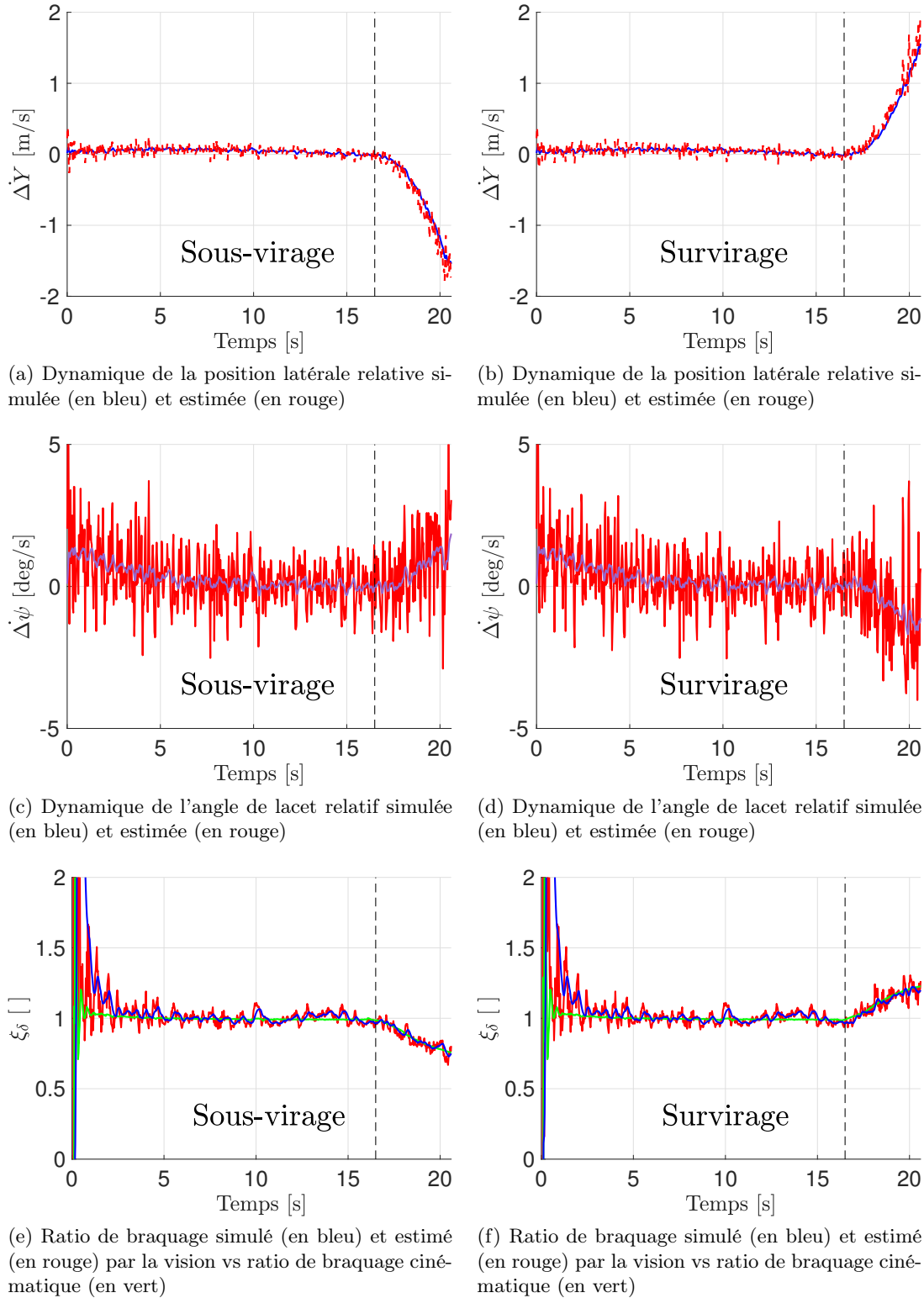


FIGURE 11.5 – Indicateurs basés vision pour la détection de sous et survirage

### 11.3.2 Discussion des résultats

La figure 11.5 illustre les indicateurs pertinents proposés pour la caractérisation du comportement de braquage. Comme pour la figure précédente, à gauche ce sont les résultats pour un scénario de sous-virage alors, qu'à droite, il s'agit d'un cas de survirage. On y retrouve le fameux ratio de braquage  $\xi_\delta$  mais cette fois-ci estimé grâce à la vision et non par l'approche cinématique. Il y a aussi les nouveaux indicateurs proposés  $\Delta\dot{Y}$  qui correspond à la dynamique de l'écart latéral à la ligne de droite et la dynamique du lacet relatif  $\Delta\dot{\psi}$ . Cette dernière est la dynamique de l'angle entre les tangentes aux trajectoires du véhicule et celle de la route. À noter que les données brutes (non-filtrées) sont difficilement exploitables à cause du bruit d'estimation amplifié par la dérivation. C'est pourquoi  $\xi_\delta$ ,  $\Delta\dot{Y}$  et  $\Delta\dot{\psi}$  ont été filtrées avec un simple filtre de Butterworth du premier ordre. L'utilisation d'un différenciateur ou d'un filtre plus avancé pourrait probablement améliorer les performances. Néanmoins, rappelons que l'objectif est de valider l'analyse de ces nouveaux indicateurs obtenus par l'approche basée vision et non de se focaliser sur l'étape de filtrage.

Finalement, on peut voir dans les figures 11.5.e et 11.5.f que le ratio de braquage estimé par la vision est très proche de celui calculé par l'approche cinématique tracé en vert. Ensuite, le nouvel indicateur  $\Delta\dot{Y}$  (figures 11.5.a et 11.5.b) s'avère être vraiment intéressant et son évolution confirme bien la remarque 2. En effet, ce qui motive notre intérêt pour ce nouvel indicateur est le ratio entre l'amplitude de variation du signal en cas de sur ou sous-virage et l'amplitude du bruit. À l'inverse, ce même ratio est très mauvais pour  $\Delta\dot{\psi}$  (figure 11.5.c et 11.5.d), ce qui en fait plutôt un indicateur complémentaire permettant de renforcer la confiance des résultats. Néanmoins, ses variations confirment bien la remarque 3. Par ailleurs, ce ratio bruit-signal est acceptable dans l'estimation de  $\xi_\delta$  mais l'amplitude du bruit peut ponctuellement fausser les résultats.

## 11.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la synthèse d'une nouvelle fonction de risque pour la caractérisation du comportement de braquage des motards. Alors que les approches conventionnelles utilisent des approches basées sur la cinématique, nous proposons ici une méthode originale basée sur l'interprétation des indicateurs estimés avec l'algorithme de vision du chapitre 9. L'utilisation de la vision permet de s'affranchir de nombreuses contraintes comme la connaissance de certains paramètres du véhicule, ou encore, de l'installation d'un codeur sur la direction du V2RM. Elle permet aussi de contourner une éventuelle étape d'estimation préalable des dérivées pneumatiques dans le cas où le concepteur choisirait d'utiliser l'expression nécessitant la connaissance de ces dernières. Cependant, elle nécessite la détectabilité d'au moins un des marquages de la chaussée.

La fonction de risque que nous proposons est basée sur l'analyse de trois variables :

- $\xi_\delta$  : le ratio de braquage calculé grâce à la vision,
- $\Delta\dot{Y}$  : la dynamique de l'écart latéral à la ligne de référence,
- $\Delta\dot{\psi}$  : la dynamique de l'angle entre les tangentes aux trajectoires du véhicule et celle de la ligne de référence.

L'étude de  $\xi_\delta$  est commune à beaucoup de travaux abordant l'analyse du comportement de braquage. Néanmoins, l'introduction de  $\Delta\dot{Y}$  et  $\Delta\dot{\psi}$  est totalement nouvelle. Ces deux derniers sont obtenus par dérivation des paramètres  $\Delta Y$  et  $\Delta\psi$  estimés par l'algorithme de vision du chapitre 9. Les remarques 1, 2 et 3 définissent clairement les critères pour la caractérisation du comportement de braquage à partir de ces trois variables. Par ailleurs, l'analyse de  $\Delta\dot{Y}$  est fort intéressante car cette variable a un rapport bruit sur amplitude assez favorable, ce qui n'est pas



le cas de  $\Delta\psi$ . C'est pourquoi, nous préférons utiliser  $\xi_\delta$  et  $\Delta Y$  comme indicateurs primaires et  $\Delta\psi$  comme un indicateur secondaire permettant d'améliorer la confiance des résultats.

Finalement, des résultats de simulation issus du logiciel BikeSim (BS) ont montré que la synthèse de cette fonction de risque basée vision a un potentiel indéniable pour caractériser le comportement de braquage. Elle s'avère être une alternative très intéressante à l'approche cinématique. En effet, elle est beaucoup plus riche en informations puisqu'elle se base sur l'analyse, non pas d'un seul paramètre  $\xi_\delta$ , mais de trois paramètres  $\xi_\delta$ ,  $\Delta Y$  et  $\Delta\psi$ .

Bien que les résultats soient vraiment encourageants, l'idée présentée dans ce chapitre mérite d'être approfondie. En effet, pour la validation de l'approche et la compréhension des résultats, nous nous sommes limités au cas du virage constant. Il serait intéressant de simuler le cas de la clothoïde où le rayon varie proportionnellement à l'abscisse curviligne de la courbe. De plus, telle que la fonction de risque est présentée dans ce chapitre, elle ne prend pas en compte les cas où le motard souhaite changer volontairement sa position dans son couloir de circulation, sans pour autant, que ce soit une situation dangereuse. Dans ce cas, la simple analyse du ratio de braquage n'est pas suffisante. Mais notre méthode s'avère être parfaitement adaptée à ce type de scénarios, puisqu'elle se base aussi sur l'analyse de la vitesse de l'écart latéral et de l'angle de lacet. On pourrait donc imaginer des critères avec des seuils sur ces deux vitesses. En effet, lorsque le motard décide volontairement de se rapprocher d'une ligne, ce dernier agit assez lentement sur ces paramètres, alors qu'une situation de sous ou survirage dangereuse a une dynamique plus rapide. Les aspects de robustesse sont aussi à étudier comme la présence de véhicule dans l'horizon de prédiction, des conditions extérieurs défavorables, etc.

# Conclusion

Cette partie aborde la conception d'observateurs basés sur des techniques de perception visuelle pour l'estimation de la dynamique du V2RM. Rappelons que l'objectif est d'estimer des variables dynamiques pertinentes nécessaires aux fonctions de risque qui calculent des indicateurs de danger et/ou des consignes de commande. Alors que les deux premiers chapitres de cette partie traitent de l'estimation, nous sommes sortis de ce cadre dans un dernier chapitre pour aborder la synthèse d'une fonction de risque.

Contrairement à la partie II, la conception des estimateurs basés vision ne requiert pas la connaissance préalable d'un modèle dynamique du V2RM, ni même de ses pneumatiques. C'est un argument très intéressant dans notre cas, surtout quand on sait que certains paramètres du V2RM sont constamment incertains (masse du conducteur, inerties, etc.). De plus, le modèle utilisé pour la synthèse des observateurs est souvent très simplifié (tangage négligé, dynamique linéaire, etc.) conduisant à des erreurs d'estimation lors des simulations ou des expérimentations plus réalistes. L'approche présentée dans cette troisième partie contourne ces difficultés liées à l'utilisation d'un modèle mathématique du véhicule.

De plus, les solutions originales proposées dans cette partie requièrent une architecture matérielle basique. Cette dernière comprend une caméra conventionnelle, une centrale inertielle (*Inertial Measurement Unit* (IMU)). La solution pourrait s'apparenter à un simple boîtier intégrant les deux composants. Il serait fixé à l'avant du V2RM de telle sorte à ce que la caméra soit orientée dans le sens du mouvement. En plus de s'affranchir d'un modèle, les solutions proposées basées sur la vision contournent donc les difficultés d'instrumentation relatives à l'utilisation des observateurs basés modèles. Rappelons que ces derniers nécessitent, au minimum, l'utilisation d'un codeur de direction, d'un gyroscope et d'un accéléromètre. Finalement, cette solution est peu démocratisable aux V2RM déjà commercialisés à cause des contraintes d'instrumentation. Alors que l'architecture matérielle des solutions proposées dans cette partie peut être déployée sur tous les V2RM, sans aucune restriction, puisqu'il s'agit ici d'un boîtier additionnel.

Même si l'approche basée vision présente de nombreux avantages, elle impose certaines conditions. La plus importante d'entre elles est la détectabilité, au minimum partielle, au mieux totale, d'au moins une des lignes de la chaussée. Dans le cas échéant, les algorithmes de cette partie ne sont pas fonctionnels. Rappelons que cette partie a présenté des algorithmes totalement nouveaux. Nous nous sommes donc premièrement intéressés à la validation des approches. Dans ce contexte, on a fait l'hypothèse que le couloir de circulation était dégagé et que les conditions extérieures étaient favorables afin de faciliter le filtrage et la détection des lignes. Il est évident que des études de robustesse sont nécessaires, mais elles n'ont pas encore été abordées pour le moment.

Dans cette partie du manuscrit, à l'occasion du chapitre 9, nous avons proposé un premier estimateur temps-réel pour prédire la géométrie de la route (rayon de courbure d'un virage) sur plusieurs dizaines de mètres. Ce dernier est aussi capable d'estimer, de manière simultanée, la position relative du V2RM (position latérale et angle de lacet) à une des lignes délimitant la

chaussée [40]. À partir des mesures de l'IMU, l'algorithme d'estimation utilise une technique bien connue en vision par ordinateur : la Projection Perspective Inverse (PPI). Cette dernière reconstruit une Vue De Dessus (VDD) de la route de telle sorte à faciliter le filtrage et la détection des lignes délimitant les couloirs de circulation. Une fois les lignes détectées, elles sont approximées avec un polynôme afin d'extraire les coefficients du modèle de la clothoïde. Quelques manipulations algébriques de ces coefficients permettent de reconstruire les paramètres estimés.

Dans le chapitre suivant (chapitre 10), nous avons discuté un estimateur original pour reconstruire l'angle de roulis du V2RM [155]. Ce dernier requiert seulement l'usage d'une caméra. Comme pour le premier algorithme, il utilise une PPI pour reconstruire une VDD de la route. Ensuite, à partir d'une boucle d'itération numérique et de quelques connaissances, *a priori*, sur la géométrie des marquages de la chaussée, l'algorithme estime l'angle de roulis. Autrement dit, il s'agit de faire une rotation incrémentale, de l'angle de roulis, dans la matrice de rotation d'une caméra virtuelle jusqu'à l'obtention de la VDD désirée. A noter que l'estimateur peut fonctionner à partir d'une seule image.

Finalement dans le dernier chapitre de cette partie (chapitre 11), nous avons abordé la continuité logique de ces travaux d'estimation basée vision, à savoir la synthèse d'une fonction de risque. Nous nous sommes intéressés à un sujet peu traité pour les V2RM malgré son importance : les sous et survirages [41]. En pratique, il s'agit de caractériser le comportement de braquage du véhicule comme neutre, survireur ou encore sous-vireur à des fins de détection et d'anticipation de sorties de route ou de pertes de contrôle. Dans l'algorithme dissimulé derrière cette fonction de risque, nous avons proposé d'utiliser uniquement les données estimées par l'algorithme du chapitre 9. Comparée à l'approche cinématique, plus communément utilisée en dynamique des véhicules, notre solution originale basée sur la perception visuelle s'affranchit de nombreuses contraintes. En effet, elle ne nécessite aucunement la connaissance des paramètres du véhicule ou l'installation de capteurs contraignant comme le codeur de direction. Elle contourne également une éventuelle étape d'estimation préalable des dérives pneumatiques. En plus, elle est beaucoup plus riche en information. En effet, la détection des sous ou survirages est généralement basée sur l'analyse d'un indicateur bien connu qui est le ratio de braquage. Dans les travaux de ce chapitre, nous avons proposé, non seulement, d'estimer ce dernier grâce à la vision mais aussi d'introduire deux nouveaux indicateurs. Il s'agit des vitesses de l'écart latéral et de l'angle de lacet relatifs entre la trajectoire du V2RM et celle d'une ligne de référence de la chaussée.

Tous les algorithmes présentés dans cette partie ont été validés avec le simulateur BikeSim (BS). Ce dernier dispose d'un moteur générant un « environnement visuel » parfaitement coordonné avec le moteur de simulation dynamique du V2RM. Ce type de logiciel s'avère être une première source de validation plutôt réaliste même ce n'est que de la simulation. Finalement, les simulations issues de BS ont montré l'énorme valeur ajoutée générée par l'introduction des techniques de perception visuelle dans le développement des systèmes d'aide à la conduite en faveur des motards. A l'occasion de la validation des deux estimateurs (chapitres 9 et 10), nous avons simulés deux scénarios complémentaires : une route extra-urbaine et un scénario de Double Changement de Ligne (DCL). Alors que le premier scénario simulait un cas de conduite usuelle, le DCL visait à simuler une manœuvre d'urgence. On s'est également intéressé à tester différentes résolutions de caméra, à savoir (640 × 480) et (1080 × 720). Une étude de l'erreur quadratique moyenne (*Root Mean Square Error* (RMSE)) a permis de confirmer que l'augmentation de la résolution atténuait les bruits et, in fine, améliorerait les performances d'estimation. Cependant, cela à des conséquences importantes sur le temps de calcul qui est fortement ralenti. En ce qui concerne la validation de la fonction de risque, on s'est intéressé à la simulation d'un virage constant plus propice à la validation de l'algorithme. Comme pour les deux autres validations les résultats sont très encourageants et très prometteurs.

---

Au vu des résultats de simulation obtenus avec BS, on peut espérer un avenir à ces travaux. Néanmoins, ils ont jeté les bases de nouvelles techniques et nécessitent encore beaucoup d'améliorations. Premièrement, une étude de robustesse est indispensable. Il s'agirait alors de tester les cas plus défavorables : zones d'ombre sur la chaussée, obstruction partielle des marquages, peinture des marquages altérée, etc. Il serait également intéressant d'aborder le cas où d'autres véhicules sont présents dans l'horizon de prédiction de la géométrie de la route. On peut citer une autre piste intéressante qui serait le choix d'une stratégie dynamique pour définir la ligne de référence de la chaussée. Il s'agirait de détecter la ligne la plus riche en informations visuelles. De plus, alors que l'estimateur de la position du V2RM et de la géométrie de la route est d'ores et déjà temps-réel, l'estimateur de l'angle de roulis nécessite une sérieuse optimisation en terme de rapidité d'exécution. Concernant ce dernier, nous travaillons actuellement sur une amélioration prometteuse qui consiste à introduire les techniques d'asservissement visuel. Dans notre cas, elles permettent de garantir la convergence de l'erreur d'estimation. Une dernière perspective serait de coupler les algorithmes présentés dans les 3 chapitres de cette partie. Cela permettrait de s'affranchir de l'usage d'une IMU. En effet, l'estimateur du chapitre 10 permettrait d'estimer l'angle de roulis qui serait ensuite réutilisé dans l'algorithme du chapitre 9 tout en considérant l'angle de tangage constant. Enfin, la position relative du V2RM par rapport à la chaussée et la géométrie de la route, respectivement estimée et prédite par l'estimateur, seraient utilisées dans les calculs de la fonction de risque présentée dans le chapitre 9. Pour finir, nous sommes actuellement dans une phase de validation expérimentale de ces algorithmes sur des vidéos récemment acquises avec la KTM 1290 Adventure du laboratoire.



# Conclusion générale



Les travaux présentés dans cette thèse ont pour objectif principal d'apporter une contribution au développement des *Advanced Rider Assistance Systems* (ARAS). La conception de ces systèmes, dont l'objectif est d'assister le motard lors d'une situation de conduite dangereuse, est un vrai défi pour les chercheurs et les industriels du secteur. En effet, la difficulté d'accéder à certaines variables de la dynamique du Véhicule Deux-Roues Motorisé (V2RM), le coût onéreux de certains capteurs nécessaires au déploiement de ces systèmes, ou encore, la compacité de ces véhicules sont des raisons qui freinent indiscutablement le développement des ARAS. De plus, les V2RM sont des véhicules pour lesquels l'équilibre est précaire et naturellement instable, d'autant plus en situation en virage. Contrairement aux Véhicules Quatre-Roues Motorisés (V4RM), le mouvement de roulis du V2RM joue un rôle fondamental dans la dynamique, il équilibre les forces latérales en virage (force centrifuge, forces générées par les pneumatiques, etc.). En résumé, la dynamique du V2RM est très complexe et présente de nombreuses spécificités propres à ces véhicules. Cela ne permet donc pas d'étendre l'usage des *Advanced Driver Assistance Systems* (ADAS), initialement développés pour les V4RM, aux V2RM.

Tout au long de ces recherches, nous avons ciblé un type de scénario bien particulier : les situations de virage. En effet, des études d'accidentologie ont montré que les virages sont des zones fortement accidentogènes pour les motards. Lorsque ces mêmes chercheurs se sont intéressés aux causes de ces accidents, ils ont remarqué que des pertes de contrôle du véhicule en sont souvent responsables. C'est donc un des scénarios « types », pour lesquels des systèmes d'aide à la conduite adéquats pourraient, sans aucun doute, prévenir l'accident en alertant le conducteur et/ou en agissant sur la dynamique du V2RM *via* des actionneurs.

Dans ce contexte, nous avons travaillé sur l'introduction des techniques d'estimation modernes dans la conception des ARAS. En pratique, il s'agit de synthétiser des algorithmes intelligents permettant de reconstruire certaines variables dynamiques dites « pertinentes ». Une fois reconstruites, ces dernières sont utilisées par une « fonction de risque » qui calcule, en temps-réel, des indicateurs de danger et/ou des consignes de commande pour d'éventuels actionneurs. Ce schéma de principe est commun à la majorité des ADAS/ARAS.

Dans les faits, nous avons atteint l'objectif principal de cette thèse en ayant recours à deux approches. Dans un premier temps, nous nous sommes concentrés sur l'amélioration et l'enrichissement des techniques d'estimation basées modèles pour la reconstruction des états de la dynamique latérale du V2RM. Même si la littérature est, d'ores et déjà, relativement riche sur ce sujet, de nombreuses étapes sont encore nécessaires avant un éventuel déploiement de ces observateurs dans des applications aux véhicules deux-roues. Comme son nom l'indique, cette approche basée modèle implique la dérivation d'un modèle mathématique du véhicule. En d'autres termes, il s'agit de mettre en équation la dynamique des différents corps du véhicule. Pour ce faire, il existe de nombreuses approches comme le formalisme de Lagrange ou de Jourdain, par exemple. Dans cette phase de modélisation, la difficulté principale réside dans le choix de la « finesse » du modèle. Autrement dit, à quel point peut-on simplifier le modèle mathématique du véhicule tout en gardant une cohérence dynamique ? À noter que pour simplifier le modèle du véhicule, il est possible de diminuer le nombre de corps ou encore d'introduire des hypothèses simplificatrices (linéarisation autour d'une position d'équilibre, négliger certaines dynamiques, etc.). La première partie de cette thèse (partie I) a abordé ce sujet en détail. Dans le premier chapitre (chapitre 2), nous avons discuté la modélisation des pneumatiques. Sachant que ces derniers sont les deux seuls corps présentant une interface avec le sol, ils jouent un rôle fondamental dans la modélisation et, notamment, dans l'étude de la stabilité du véhicule. Ensuite, dans le chapitre 3, nous nous sommes intéressés à la dérivation d'un modèle dynamique complet représentant le V2RM et son conducteur comme un ensemble de huit corps. Le modèle obtenu est très complexe et fortement non-linéaire, ce qui en fait un candidat délicat pour la synthèse des algorithmes



d'observation et de commande. Ce dernier a été introduit pour les simulations *via* le logiciel de simulation BikeSim (BS). Tout au long de cette thèse, nous nous sommes servis de BS comme un véritable outil de validation. Puis, dans le dernier chapitre de cette première partie (chapitre 4), nous avons simplifié le modèle huit-corps pour aboutir à un modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV) deux-corps de la dynamique latérale et un modèle un-corps de la dynamique longitudinale. À noter que ces deux modèles sont beaucoup plus propices à la synthèse d'algorithmes d'observation.

Dans la suite logique de la modélisation du véhicule, nous avons introduit les observateurs basés modèles dans la seconde partie de ce manuscrit (partie II). Comparés à certains autres travaux de la littérature, les algorithmes discutés dans cette partie ont été développés avec des objectifs très clairs : prendre en compte des hypothèses réalistes lors de la synthèse des observateurs et proposer une validation « réaliste » sur des données expérimentales ou sur le simulateur BS. Dans ce contexte, nous avons proposé trois observateurs : un Observateur à Entrée Inconnue (OEI) dans le chapitre 5 [100, 101], un observateur de Luenberger Non-Linéaire (OLNL) dans le chapitre 6 [116], alors que le chapitre 7 est dédié à la synthèse d'un Observateur ALgébrique (OAL) [39]. Ces trois travaux relaxent une hypothèse peu réaliste, trop souvent considérée, à savoir l'absence de la prise en compte des variations de la vitesse longitudinale. Pour répondre aux objectifs, l'OEI a été validé sur des données expérimentales acquises avec le scooter du laboratoire alors que l'OLNL et OAL ont été testés avec des données issues de BS. Les premiers résultats obtenus sont très prometteurs même s'ils ne prennent pas encore en compte les incertitudes paramétriques ou les bruits de mesure (sauf pour l'OLNL). Il est évident qu'une étude de robustesse complète est nécessaire dans l'objectif d'envisager des applications industrielles. Dans cette démarche nous avons abordé, à l'occasion du chapitre 8, la prise en compte de l'incertitude de la masse du conducteur pendant la synthèse des observateurs [42]. En effet, cette dernière est souvent inconnue et, dans le cas où elle est significativement différente de la masse nominale, cela a de lourdes conséquences sur les performances d'estimation avec un observateur « nominal ».

Bien que cette approche basée modèle ait montré un vrai potentiel pour atteindre les objectifs de cette thèse, elle présente quelques désavantages à considérer. En pratique, même si nous utilisons un modèle simplifié deux-corps du V2RM, il compte 28 paramètres dont un certain nombre sont non-mesurables et non-constants dans le temps. Cela suppose donc une identification paramétrique préalable et une étude de robustesse complète des observateurs basés modèles. De plus, ces derniers requièrent un ensemble de capteurs nécessaires pour garantir les conditions d'observabilité. Parmi ces capteurs, on retrouve : un accéléromètre, un gyroscope et un codeur sur le mécanisme de direction. Par ailleurs, ces trois capteurs posent d'importants problèmes d'intégration par rapport à l'alignement, au manque d'espace, etc. Ce type d'instrumentation n'est donc pas démocratisable aux V2RM déjà commercialisés, ce qui réserve ces solutions aux futurs V2RM en cours de conception. Pour finir, à notre connaissance, il n'existe aucun moyen de reconstruire la trajectoire du V2RM, même partielle, avec un observateur basé modèle. En effet, la position du véhicule n'apparaît pas clairement comme un état dynamique dans le modèle. De plus, à cause de l'absence d'information sur les conditions initiales et du cumul des erreurs des techniques d'intégration, intégrer les vitesses du véhicule ne permet pas de reconstruire la trajectoire.

Néanmoins, notre équipe de recherche mène des travaux pour pallier certains de ces problèmes, notamment avec l'introduction des observateurs adaptatifs. Ces derniers permettent, simultanément, une identification paramétrique en ligne et une estimation des états dynamique du système. Ils s'avèrent donc être parfaitement adaptés à des applications pour le V2RM, surtout lorsqu'on sait que certains des paramètres du modèle sont non-constants dans le temps

(coefficient d'adhérence pneumatiques/chaussée, masse de carburant, etc.)

Tous ces arguments ont motivé une réorientation des outils et méthodes pour répondre à la problématique de cette thèse. C'est à l'occasion d'un stage de 10 mois au Mechatronic Research Laboratory (MRL) du Massachusetts Institute of Technology (MIT) que nous avons alors choisi de nous réorienter vers l'introduction des techniques de perception visuelle dans le développement des ARAS. À la différence des premiers travaux de ce manuscrit sur l'observation basée modèle (partie II), c'est un sujet encore peu traité malgré son fort potentiel. Le recours à ces techniques ne nécessite pas de modèle du véhicule, ni même de ses pneumatiques. De plus, les incertitudes paramétriques relatives au véhicule et au motard n'ont aucune incidence sur les performances des algorithmes. De plus, cette nouvelle approche basée vision offre la possibilité de reconstruire la position relative du véhicule par rapport à des primitives visuelles observées dans l'image.

C'est dans la troisième partie de cette thèse (partie III) que nous avons discuté nos travaux sur l'utilisation des outils de vision par ordinateur. Dans le chapitre 9, nous avons introduit un algorithme permettant d'estimer, en temps-réel, la position relative (écart latéral et angle de lacet) entre la trajectoire du V2RM et celle de la route [40, 41]. Simultanément, l'algorithme prédit aussi la géométrie de la route (courbure du virage) sur plusieurs dizaines de mètres. Pour ce faire, il utilise une caméra conventionnelle et une centrale inertielle (*Inertial Measurement Unit* (IMU)). On peut imaginer une infinité d'applications à un tel algorithme, comme le suivi de la trajectoire de sécurité, le calcul de la vitesse de sécurité pour un virage donné à partir de l'analyse du rayon de courbure de la route, etc. Les résultats de simulation issus de BS sont très encourageants et nous ont grandement motivé à enrichir cet algorithme. C'est pourquoi nous avons proposé une variation de ce dernier pour estimer l'angle de roulis du V2RM [155]. Dans ce cas l'IMU n'est plus nécessaire. Cette idée a été développée dans le chapitre 10. Dans la continuité de ces travaux, nous sommes sortis du cadre de l'observation pour nous intéresser à la synthèse d'une fonction de risque. Dans les faits, nous avons ciblé la caractérisation du comportement de braquage. Il s'agit de définir si le comportement du véhicule est neutre, sous ou survireur. Sans action corrective, ces deux dernières situations peuvent se terminer en sortie de route et être fatales. C'est pourquoi, il est nécessaire de les anticiper et d'en alerter le motard. Pour ce faire, nous avons proposé une approche basée sur l'interprétation des indicateurs dynamiques pertinents précédemment reconstruits grâce à notre estimateur basé vision. Comparée aux approches plus conventionnelles, notre méthode est plus riche en information avec l'introduction de deux nouveaux critères de détection de sous et survirage. De plus, elle s'affranchit de la connaissance des paramètres du V2RM et de l'utilisation de capteurs contraignants comme le codeur de direction.

Finalement, l'architecture matérielle requise par les solutions basées vision proposées pourrait prendre la forme d'un boîtier additionnel, intégrant l'IMU et la caméra, le tout fixé à l'avant du V2RM. Ce qui en fait une solution modulable et adaptable à tous les V2RM, même ceux déjà sur le marché. Finalement, même l'instrumentation de l'approche basée vision est plus légère et moins contraignante que celle basée modèle. Néanmoins, les techniques de perception visuelle comportent elles aussi leurs défauts. Le plus important est la dépendance à la détectabilité des primitives visuelles dans l'image. Dans notre cas, il s'agit des lignes de la chaussée. Si aucune des lignes n'est détectée alors l'algorithme est hors-jeu. Cela peut être le cas sur des routes mal balisées ou tout simplement lorsque les conditions extérieures sont défavorables (luminosité, etc.). De plus, l'analyse d'image peut s'avérer très gourmande en capacité de calcul. En effet, même si l'augmentation des performances des calculateurs a déjà permis de démocratiser les techniques de vision dans les ADAS, il est nécessaire d'être prudent pour ce qui est des applications aux ARAS. Rappelons que ces derniers requièrent des dispositifs de calcul très compacts et surtout bon marché.

Pour finir ce manuscrit, nous aimerions rappeler quelques unes des perspectives et des améliorations que nous souhaiterions apporter dans un futur proche. Durant cette thèse, nous avons essayé de mettre, autant que possible, l'accent sur la validation, en espérant un jour, voir des applications industrielles utilisant ces techniques. Nous sommes conscients que ce n'est qu'une première étape d'un chemin encore long. Néanmoins, les premiers résultats de validation sont très prometteurs et les techniques présentées méritent clairement d'être développées.

Pour ce qui est des observateurs basés modèles, tels que l'OEI et OLNL, une étude de robustesse complète est nécessaire. Cette dernière devra prendre en compte, simultanément, les incertitudes paramétriques du modèle, les biais des capteurs et les bruits de mesure.

Bien que pour l'OEI et l'OLNL, une première investigation, considérant une matrice d'état et un vecteur de commande incertains, n'ai pas abouti à une résolution des inégalités matricielles linéaires (*Linear Matrix Inequalities* (LMI)), cela ne signifie pas pour autant qu'il n'existe pas de solution. Ce sujet mérite donc d'être approfondi en détail. De plus, dans le cas où la masse du motard est incertaine, nous avons proposé une méthode originale pour contourner ce problème des LMI non-résolvables (chapitre 8). Cette approche pourrait aussi être étendue afin de considérer d'autres paramètres incertains dont on connaît les bornes.

Ensuite, pour la prise en compte des bruits de mesure, nous avons proposé une approche pour la synthèse d'un OLNL robuste (chapitre 6). Pour ce faire, nous avons considéré un terme linéaire contenant les perturbations dans l'équation d'observation. En toute rigueur, il s'agit d'un problème plus complexe qui mérite aussi d'être abordé. En effet, lorsqu'on s'intéresse à la réécriture des expressions des mesures dans le repère de modélisation et non dans le repère véhicule, alors de nombreuses non-linéarités apparaissent. Le lecteur pourra se référer à l'annexe D détaillant cette transformation. Ces non-linéarités ne permettent plus de rejeter les bruits et les biais dans un terme de perturbation linéaire. Finalement, il est nécessaire de considérer l'équation de mesure comme une fonction non-linéaire qui dépend des états du modèle.

Quant à l'OAL, sa synthèse est basée sur des manipulations algébriques. En présence d'incertitudes, ces dernières se propagent directement dans les équations d'estimation et dégradent les performances. À notre connaissance, dans ce cas précis, il n'existe pas d'alternative pour la synthèse d'un OAL robuste aux incertitudes paramétriques. Néanmoins, il serait très intéressant d'aborder le sujet de la quantification des performances. Autrement dit, il s'agirait de définir des marges de tolérance des paramètres pour lesquelles les résultats d'estimation restent acceptables. Par ailleurs, la conception d'un OAL robuste aux bruits de mesure est un autre sujet motivant. Dans ce cas, il est nécessaire de s'attarder sur la synthèse des différenciateurs qui doivent assurer un rôle de filtre lors de l'estimation des dérivées des mesures.

Par ailleurs, l'OLNL et l'OAL ont seulement été validés sur BS. Il est donc nécessaire de poursuivre par une validation sur les plateformes du laboratoire comme pour l'OEI. Pour ce qui est des données expérimentales, il serait également intéressant de diversifier les scénarios et les comportements de conduite.

Quant aux estimateurs basés vision, ils ont fait preuve d'un très bon potentiel mais ils méritent eux aussi d'être enrichis. Pour l'estimateur de la position du V2RM et de la géométrie de la route présenté dans le chapitre 9, nous aimerions rapidement poursuivre par :

- le développement d'une stratégie dynamique pour le choix de la ligne de la chaussée de référence,
- des simulations avec des conditions extérieures défavorables (luminosité, présence d'obstacles, etc.),
- une validation expérimentale
- une optimisation des performances qui passe par l'étude du ratio entre le temps d'exécution de l'algorithme et la résolution d'image.

Ensuite, rappelons que l'estimateur du roulis basé vision est une extension de l'algorithme discuté ci-dessus. Il partage donc plusieurs de ses perspectives. Cependant, le plus grand axe d'amélioration pour cet algorithme est l'introduction des techniques d'asservissement visuel virtuel afin de garantir une bonne convergence de l'erreur d'estimation.

Par ailleurs, la fonction de risque, présentée dans le chapitre 11, a seulement été testée pour un virage constant et en simulation avec BS. Encore une fois, il est indispensable d'étendre la validation au cas des virages non-constants et de poursuivre par des tests expérimentaux.

Nous souhaiterions aussi combiner les contributions présentées dans chacun des chapitres de la partie vision (partie III) afin d'obtenir un unique algorithme capable :

- d'estimer l'angle de roulis du véhicule,
- d'estimer la position du V2RM,
- de prédire la géométrie de la route,
- de caractériser le comportement de braquage,
- d'alerter le conducteur et/ou de calculer des consignes de commande dans le cas d'un système actif.

Cette solution nécessiterait seulement l'usage d'une caméra conventionnelle.

Pour finir, une perspective, qui pourrait aussi créer une vraie valeur ajoutée, serait de combiner les approches d'observation basée modèles avec celles d'estimation basée vision. Alors que les observateurs basés modèles permettent d'estimer la dynamique du système, ceux basés vision assurent la reconstruction de certaines informations inaccessibles comme la position du véhicule. Ces deux méthodes se complètent parfaitement. Finalement, on pourrait imaginer les coupler en cascade. Dans ce contexte, si on choisissait d'implémenter un bloc "perception" en amont, ce dernier pourrait enrichir le vecteur des mesures nécessaires au bloc "d'observation". On obtiendrait alors un algorithme beaucoup plus riche en information capable d'estimer la dynamique du V2RM, sa position sur la chaussée et l'action du motard.



# Annexes



# Annexe A

## Compléments à la modélisation du V2RM

### Sommaire

---

<a href="#">A.1 Autres modèles du pneumatique . . . . .</a>	<a href="#">279</a>
<a href="#">A.2 Développement du modèle huit-corps du V2RM . . . . .</a>	<a href="#">281</a>
<a href="#">A.3 Dérivation du modèle longitudinal un-corps du V2RM . . . . .</a>	<a href="#">292</a>

---

### A.1 Autres modèles du pneumatique

#### A.1.1 Modèle de Dugoff

Dans son modèle, Dugoff considère un coefficient de frottement fixe entre le pneumatique et le sol et il introduit un paramètre modélisant le couplage entre les forces longitudinales et latérales du pneumatique [186]. Ce modèle présente moins de paramètres que la formule magique et est plus simple à utiliser. Dans le cas d'un mouvement latéral pur, la formule simplifiée du modèle de Dugoff est donnée par :

$$F_y = -C_\alpha \tan(\alpha) f(x) \quad (\text{A.1})$$

avec  $C_\alpha$  est la rigidité de dérive et  $f(x)$  est donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} (2-x)x & \text{si } x < 1 \\ 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

et,

$$x = \frac{\mu F_z}{2C_\alpha |\tan(\alpha)|} \quad (\text{A.3})$$

Dans la formulation ci-dessus,  $\mu$  représente le coefficient d'adhérence de la route. Cependant, cette formulation néglige l'effet des forces longitudinales. Il est possible de les considérer ce qui complexifie le modèle mais il reste néanmoins plus simple que celui de Pacejka.

#### A.1.2 Modèle de Kiencke

Le modèle de Kiencke s'obtient en deux étapes. Tout d'abord, le coefficient de frottement  $\mu_k$  est calculé par le modèle de Burckhardt étendu [187]. Ce dernier peut s'écrire en fonction du



coefficient de glissement global (longitudinal et latéral)  $\kappa_g$  comme suit :

$$\begin{aligned}\mu_k &= C_1(1 - e^{-C_2\kappa_g}) - C_3\kappa_g e^{-C_4\kappa_g v_x}(1 - C_5 F_z^2) \\ \kappa_g &= \sqrt{\kappa_x + \kappa_y}\end{aligned}\quad (\text{A.4})$$

avec  $\kappa_y$  le coefficient de glissement latéral faisant intervenir le glissement longitudinal  $\kappa_x$  comme suit :

$$\kappa_y = \begin{cases} (1 - \kappa_x) \tan(\alpha) & (\text{Accélération}) \\ \tan(\alpha) & (\text{Décélération}) \end{cases}\quad (\text{A.5})$$

Les paramètres  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  dépendent de l'état de la route,  $C_4$  est un coefficient qui dépend de la vitesse maximale et  $C_5$  de la force verticale maximale supportée par le pneumatique. Une fois le coefficient d'adhérence calculé, les forces longitudinales et latérales peuvent être décrites par [188] :

$$\begin{aligned}F_x &= \mu_k \frac{F_z}{\kappa_g} (\kappa_g \cos(\alpha) - C_\mu \kappa_g \sin(\alpha)) \\ F_y &= \mu_k \frac{F_z}{\kappa_g} (C_\mu \kappa_g \cos(\alpha) + \kappa_g \sin(\alpha))\end{aligned}\quad (\text{A.6})$$

avec  $C_\mu$  désignant un coefficient de pondération compris entre 0.90 et 0.95.

### A.1.3 Modèle de Lugré

À la différence des modèles présentés précédemment, le modèle de Lugré est une formulation qui prend en compte la dynamique de l'interaction pneumatique-chaussée directement dans la synthèse du modèle. Il a été introduit en 1995 dans [189] et ensuite étendu dans [190, 191]. Il est basé sur la description d'une "brosse élastique" à une échelle microscopique. En assumant que le patch de contact à l'interface pneumatique/sol a une longueur  $L$  on obtient l'équation différentielle suivante pour la friction le long du patch :

$$\frac{\partial z}{\partial \zeta}(\zeta, t) |r\omega| + \frac{\partial z}{\partial \zeta}(\zeta, t) = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} z(\zeta, t)\quad (\text{A.7})$$

avec la fonction  $g(v_r)$  définie par  $g(v_r) = \mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{\left|\frac{v_r}{v_s}\right|^\alpha}$  et les paramètres  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  désignant respectivement la raideur, l'amortissement sec et l'amortissement visqueux localisés de la gomme.  $\mu_c$  et  $\mu_s$  sont les coefficients normalisés de frottement cinétique et statique de Coulomb avec  $\mu_c < \mu_s$ .  $v_s$  est la vitesse relative de Stribeck et  $v_r = R\omega - v$  la vitesse linéaire relative du pneumatique. La quantité  $z(\zeta, t)$  est la déformation élémentaire d'un morceau de gomme à un instant  $t$  et à une location  $\zeta$  le long du patch. Le paramètre constant  $\alpha$  permet de capturer le régime établi d'adhérence. La force totale de friction est donnée par :

$$F(t) = \int_0^L \left( \sigma_0 z(\zeta, t) + \sigma_1 \frac{\partial z}{\partial t}(\zeta, t) + \sigma_2 v_r \right) f_n(\zeta) d\zeta\quad (\text{A.8})$$

Finalement, une discrétisation de ce modèle est communément proposée en considérant une friction moyenne  $\bar{z}(t)$ , ce qui permet d'aboutir à un système d'équations différentielles ordinaires :

$$\bar{z}(t) = \frac{1}{F_n} \int_0^L z(\zeta, t) f_n(\zeta) d\zeta\quad (\text{A.9})$$

En combinant les équations (A.8) et (A.9), on aboutit au système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{\bar{z}}(t) &= v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} \bar{z}(t) - \kappa(t) |\omega r| \bar{z}(t) \\ F(t) &= (\sigma_0 \bar{z}(t) + \sigma_1 \dot{\bar{z}}(t) + \sigma_2 v_r) F_n\end{aligned}\quad (\text{A.10})$$

À noter que des travaux ont été initiés avec ce modèle pour l'estimation de la vitesse longitudinale. C'est une piste qui mérite d'être développée.

#### A.1.4 Modèle de Rajamani

Le modèle pneumatique de Rajamani introduit dans [192] est lui aussi rependu dans la communauté scientifique étudiant les interactions pneumatique-chaussée. L'auteur propose un modèle pneumatique longitudinal simpliste basé sur la proportionnalité entre le glissement et la force longitudinale menant à la relation suivante :

$$F_x = C_\kappa \kappa \quad (\text{A.11})$$

avec  $C_\kappa$  la raideur de glissement longitudinal du pneumatique. Cependant, cette relation n'est valable que pour de faibles glissements longitudinaux (inférieur à 0.1) ce qui est cohérent pour la plupart des scénarios de conduite. Parallèlement, Rajamani a proposé plusieurs solutions pour modéliser les forces pneumatiques latérales. De manière similaire aux forces longitudinales, pour de faibles angles de glissement latéral  $\alpha$ , il vient :

$$F_y = C_\alpha(\alpha) \quad (\text{A.12})$$

avec  $C_\alpha = 2ca^2$  la raideur de glissement latéral du pneumatique.

Si l'on considère maintenant un glissement latéral plus important et une distribution normale de la force verticale  $F_z$  alors on peut modéliser les forces latérales à partir des équations :

$$F_y = \mu F_z - \frac{\mu F_z^2}{8ca^2 S} \quad (\text{A.13})$$

avec  $S = \tan(\alpha)$ ,  $c$  la raideur latérale par unité de longueur du pneumatique et  $a$  la demi-longueur du patch de contact.

Pour une répartition parabolique de la force normale on obtient l'expression de la force latérale  $F_y$  suivante :

$$F_y = \begin{cases} \mu F_z (3\theta S - (\theta S)^2 + 3(\theta S)^3) & \text{si } |S| \leq \frac{1}{\theta} \\ \mu F_z \text{sign}(S) & \text{si } |S| > \frac{1}{\theta} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

avec  $\theta = \frac{4a^2 bk}{3\mu F_z}$  et  $b$  la demi-largeur du patch.

## A.2 Développement du modèle huit-corps du V2RM

Cette section détaille les calculs de la cinématique des huit corps du V2RM pour la dérivation du modèle dynamique multi-corps du véhicule. Ce modèle a été présenté dans le chapitre 3.

### A.2.1 Corps arrière suspendu

La position de son Centre De Gravité (CDG) dans  $\mathcal{R}_V$ , noté  $G_{r_s}$ , est donnée par :

$$r_{VG_{r_s}} = r_{VP} + r_{PG_{r_s}} \quad (\text{A.15})$$

avec les coordonnées des vecteurs  $r_{VP}$  et  $r_{PG_{r_s}}$  dans le repère  $\mathcal{R}_V$  données par :

$$r_{VP} = R_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z + z_P \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\phi} \quad \text{et} \quad r_{PG_{r_s}} = R_{\phi,\zeta} \begin{bmatrix} x_{G_{r_s}} \\ 0 \\ z_{G_{r_s}} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\zeta} \quad (\text{A.16})$$

En dérivant l'équation (A.15), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire  $\omega_{VG_{r_s}}$  et linéaire  $\dot{r}_{VG_{r_s}}$  relatives par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{VG_{r_s}} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PG_{r_s}} \\ &= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z}k_\phi + \omega_{\phi,\zeta} \times r_{PG_{r_s}} \\ &= \omega_\phi \times r_{VG_{r_s}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{r_s}} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{VG_{r_s}} &= \omega_{\phi,\zeta} \\ &= \omega_\phi + \omega_\zeta \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

avec les coordonnées du vecteur unitaire  $k_\phi$  dans le repère  $\mathcal{R}_V$  données par  $k_\phi = R_\phi[0, 0, 1]^T$ . Les vecteurs des vitesses angulaires  $\omega_\phi$ ,  $\omega_\zeta$  sont définis par  $\omega_\phi = [\dot{\phi}, 0, 0]$  et  $\omega_\zeta = R_\phi[0, \zeta, 0]^T$ .

En dérivant une seconde fois l'équation (A.15), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{VG_{r_s}} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{VG_{r_s}} + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{r_s}} + \dot{\omega}_\zeta \times r_{PG_{r_s}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{r_s}} + \ddot{z}k_\phi + \dot{z}\dot{k}_\phi \\ \dot{\omega}_{VG_{r_s}} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\zeta \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.17), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec les relations :

$$\begin{aligned} v_{OG_{r_s}} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VG_{r_s}} + \dot{r}_{vG_{r_s}} \\ &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{r_s}} + \omega_\phi \times r_{VG_{r_s}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{r_s}} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{OG_{r_s}} &= \omega_{OV} + \omega_{VG_{r_s}} \\ &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

et enfin, les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses linéaire et angulaire par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  avec les relations :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OG_{r_s}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{r_s}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{r_s}} \quad j_\zeta \times r_{PG_{r_s}} \quad 0_{3,7}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_{r_s}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad 0_{3,7}] \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.19), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OG_{r_s}} &= \dot{v}_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VG_{r_s}} + \ddot{r}_{vG_{r_s}} + \omega_{OV} \times (\dot{r}_{vG_{r_s}} + v_{OG_{r_s}}) \\ \varepsilon_{OG_{r_s}} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VG_{r_s}} + \dot{\omega}_{VG_{r_s}} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Finalement, en utilisant l'équation (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles du corps arrière suspendu :

$$\begin{aligned}
a_{R,G_{r_s}} &= a_{OG_{r_s}} - \frac{\partial v_{OG_{r_s}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\
&= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{r_s}} + v_{OG_{r_s}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{r_s}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{r_s}} + \dot{z}k_\phi \\
\varepsilon_{R,G_{r_s}} &= \varepsilon_{OG_{r_s}} - \frac{\partial \omega_{OG_{r_s}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\
&= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta)
\end{aligned} \tag{A.22}$$

### A.2.2 Corps arrière non-suspendu

La position de son CDG dans  $\mathcal{R}_V$ , noté  $G_{r_{ns}}$ , est donnée par :

$$r_{VG_{r_{ns}}} = r_{VP} + r_{PG_{r_{ns}}} \tag{A.23}$$

dans laquelle les coordonnées de  $r_{VP}$  sont données dans (A.16) et celles de  $r_{PG_{r_{ns}}}$  sont calculées avec la relation suivante :

$$r_{PG_{r_{ns}}} = R_{\phi,\chi} \begin{bmatrix} x_{G_{r_{ns}}} \\ 0 \\ z_{G_{r_{ns}}} \end{bmatrix} \mathcal{R}_\chi \tag{A.24}$$

En dérivant l'équation (A.23), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire  $\omega_{VG_{r_{ns}}}$  et linéaire  $\dot{r}_{VG_{r_{ns}}}$  relatives par :

$$\begin{aligned}
\dot{r}_{VG_{r_{ns}}} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PG_{r_{ns}}} \\
&= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z}k_\phi + \omega_{\phi,\chi} \times r_{PG_{r_{ns}}} \\
&= \omega_\phi \times r_{VG_{r_{ns}}} + \omega_\chi \times r_{PG_{r_{ns}}} + \dot{z}k_\phi \\
\omega_{VG_{r_{ns}}} &= \omega_{\phi,\chi} \\
&= \omega_\phi + \omega_\chi
\end{aligned} \tag{A.25}$$

avec  $\omega_\chi = R_{\phi,\chi}[0, \dot{\chi}, 0]^T$ .

En dérivant une seconde fois (A.23), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned}
\ddot{r}_{VG_{r_{ns}}} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{VG_{r_{ns}}} + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{r_{ns}}} + \dot{\omega}_\chi \times r_{PG_{r_{ns}}} + \omega_\chi \times \dot{r}_{PG_{r_{ns}}} + \ddot{z}k_\phi + \dot{z}\dot{k}_\phi \\
\dot{\omega}_{VG_{r_{ns}}} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\chi
\end{aligned} \tag{A.26}$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.25), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec les relations :

$$\begin{aligned}
v_{OG_{r_{ns}}} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VG_{r_{ns}}} + \dot{r}_{vG_{r_{ns}}} \\
&= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{r_{ns}}} + \omega_\phi \times r_{VG_{r_{ns}}} + \omega_\chi \times r_{PG_{r_{ns}}} + \dot{z}k_\phi \\
\omega_{OG_{r_{ns}}} &= \omega_{OV} + \omega_{VG_{r_{ns}}} \\
&= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\chi
\end{aligned} \tag{A.27}$$

et enfin, les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  avec les relations :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_{OG_{r_{ns}}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{r_{ns}}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{r_{ns}}} \quad 0_{3,3} \quad j_\chi \times r_{PG_{r_{ns}}} \quad 0_{3,4}] \\
\frac{\partial \omega_{OG_{r_{ns}}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad 0_{3,3} \quad j_\chi \quad 0_{3,4}]
\end{aligned} \tag{A.28}$$

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.27), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OG_{r_{ns}}} &= \dot{v}_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VG_{r_{ns}}} + \ddot{r}_{VG_{r_{ns}}} + \omega_{OV} \times (\dot{r}_{VG_{r_{ns}}} + v_{OG_{r_{ns}}}) \\ \varepsilon_{OG_{r_{ns}}} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VG_{r_{ns}}} + \dot{\omega}_{VG_{r_{ns}}} \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Finalement, en utilisant l'équation (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles du corps arrière non-suspendu :

$$\begin{aligned} a_{R,G_{r_{ns}}} &= a_{OG_{r_{ns}}} - \frac{\partial v_{OG_{r_{ns}}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{r_{ns}}} + v_{OG_{r_{ns}}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{r_{ns}}} + \omega_\chi \times \dot{r}_{PG_{r_{ns}}} + \dot{z}k_\phi \\ \varepsilon_{R,G_{r_{ns}}} &= \varepsilon_{OG_{r_{ns}}} - \frac{\partial \varepsilon_{OG_{r_{ns}}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\chi) \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

### A.2.3 Corps avant suspendu

La position de son CDG dans  $\mathcal{R}_V$ , noté  $G_{fs}$ , est donnée par :

$$r_{VG_{fs}} = r_{VP} + r_{PE} + r_{EG_{fs}} \quad (\text{A.31})$$

avec les coordonnées du vecteur  $r_{VP}$  données dans l'équation (A.16) et celles de  $r_{PE}$  et  $r_{EG_{fs}}$  données par :

$$r_{PE} = R_{\phi,\zeta,\epsilon} \begin{bmatrix} x_E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\epsilon} \quad \text{et} \quad r_{EG_f} = R_{\phi,\zeta,\epsilon,\delta} \begin{bmatrix} x_{G_{fs}} \\ 0 \\ z_{G_{fs}} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\delta} \quad (\text{A.32})$$

En dérivant l'équation (A.31), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire  $\omega_{VG_{fs}}$  et linéaire  $\dot{r}_{VG_{fs}}$  relatives par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{VG_{fs}} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PE} + \dot{r}_{EG_{fs}} \\ &= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z}k_\phi + \omega_{\phi,\zeta} \times r_{PE} + \omega_{\phi,\zeta,\delta} \times r_{EG_{fs}} \\ &= \omega_\phi \times r_{VG_{fs}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{fs}} + \omega_\delta \times r_{EG_{fs}} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{VG_{fs}} &= \omega_{\phi,\zeta,\delta} \\ &= \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

avec  $\omega_\delta = R_{\phi,\zeta,\epsilon,\delta}[0, 0, \dot{\delta}]^T$ .

En dérivant une seconde fois (A.31), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{VG_{fs}} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{VG_{fs}} + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{fs}} + \dot{\omega}_\zeta \times r_{PG_{fs}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{fs}} \\ &\quad + \dot{\omega}_\delta \times r_{EG_{fs}} + \omega_\delta \times \dot{r}_{EG_{fs}} + \ddot{z}k_\phi + \dot{z}\dot{k}_\phi \\ \dot{\omega}_{VG_{fs}} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\zeta + \dot{\omega}_\delta \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.33), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec les relations :

$$\begin{aligned} v_{OG_{fs}} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VG_{fs}} + \dot{r}_{vG_{fs}} \\ &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{fs}} + \omega_\phi \times r_{VG_{fs}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{fs}} + \omega_\delta \times r_{EG_{fs}} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{OG_{fs}} &= \omega_{OV} + \omega_{VG_{fs}} \\ &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

et enfin, les matrices jacobiennes des vecteurs par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  données par :

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_{OG_{f_s}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{f_s}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{f_s}} \quad j_\zeta \times r_{PG_{f_s}} \quad k_\delta \times r_{EG_{f_s}} \quad 0_{3,6}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_{f_s}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad k_\delta \quad 0_{3,6}]\end{aligned}\quad (\text{A.36})$$

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.35), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  telles que :

$$\begin{aligned}a_{OG_{f_s}} &= \dot{v}_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VG_{f_s}} + \ddot{r}_{VG_{f_s}} + \omega_{OV} \times (\dot{r}_{VG_{f_s}} + v_{OG_{f_s}}) \\ \varepsilon_{OG_{f_s}} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VG_{f_s}} + \dot{\omega}_{VG_{f_s}}\end{aligned}\quad (\text{A.37})$$

Finalement, en utilisant l'équation (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles du corps avant suspendu :

$$\begin{aligned}a_{R,G_{f_s}} &= a_{OG_{f_s}} - \frac{\partial v_{OG_{f_s}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{f_s}} + v_{OG_{f_s}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{f_s}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{f_s}} + \omega_\delta \times \dot{r}_{EG_{f_s}} + \dot{z} \dot{k}_\phi \\ \varepsilon_{R,G_{f_s}} &= \varepsilon_{OG_{f_s}} - \frac{\partial \varepsilon_{OG_{f_s}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta)\end{aligned}\quad (\text{A.38})$$

#### A.2.4 Corps avant non-suspendu

La position de son CDG dans  $\mathcal{R}_V$ , noté  $G_{f_{ns}}$ , est donnée par :

$$r_{VG_{f_{ns}}} = r_{VP} + r_{PE} + r_{EG_{f_{ns}}}\quad (\text{A.39})$$

avec les coordonnées des vecteurs  $r_{VP}$  et  $r_{PE}$  données respectivement dans les équations (A.16), (A.32) et  $r_{EG_{f_{ns}}}$  calculés à partir de :

$$r_{EG_{f_{ns}}} = R_{\phi,\zeta,\epsilon,\delta} \begin{bmatrix} x_{G_{f_{ns}}} \\ 0 \\ \lambda_f + z_{G_{f_{ns}}} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\delta}\quad (\text{A.40})$$

En dérivant l'équation (A.39), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire  $\omega_{VG_{f_{ns}}}$  et linéaire  $\dot{r}_{VG_{f_{ns}}}$  relatives par :

$$\begin{aligned}\dot{r}_{VG_{f_{ns}}} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PE} + \dot{r}_{EG_{f_{ns}}} \\ &= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z} k_\phi + \omega_{\phi,\zeta} \times r_{PE} + \omega_{\phi,\zeta,\delta} \times r_{EG_{f_{ns}}} + \dot{\lambda}_f k_\delta \\ &= \omega_\phi \times r_{VG_{f_{ns}}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{f_{ns}}} + \omega_\delta \times r_{EG_{f_{ns}}} + \dot{z} k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \\ \omega_{VG_{f_{ns}}} &= \omega_{\phi,\zeta,\delta} \\ &= \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta\end{aligned}\quad (\text{A.41})$$

avec le vecteur unitaire unitaire  $k_\delta$  dans  $\mathcal{R}_V$  défini par  $k_\delta = R_{\phi,\zeta,\epsilon,\delta}[0, 0, 1]^T$ .

En dérivant une seconde fois (A.39), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned}\ddot{r}_{VG_{fns}} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{VG_{fns}} + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{fns}} + \dot{\omega}_\zeta \times r_{PG_{fns}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{fns}} \\ &\quad + \dot{\omega}_\delta \times r_{EG_{fns}} + \omega_\delta \times \dot{r}_{EG_{fns}} + \ddot{z}k_\phi + \dot{z}\dot{k}_\phi + \ddot{\lambda}_f k_\delta + \dot{\lambda}_f \dot{k}_\delta \\ \dot{\omega}_{VG_{fns}} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\zeta + \dot{\omega}_\delta\end{aligned}\tag{A.42}$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.41), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec les relations :

$$\begin{aligned}v_{OG_{fns}} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VG_{fns}} + \dot{r}_{vG_{fns}} \\ &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{fns}} + \omega_\phi \times r_{VG_{fns}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{fns}} \\ &\quad + \omega_\delta \times r_{EG_{fns}} + \dot{z}k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \\ \omega_{OG_{fns}} &= \omega_{OV} + \omega_{VG_{fns}} \\ &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta\end{aligned}\tag{A.43}$$

et enfin, les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  avec les relations :

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_{OG_{fns}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{fns}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{fns}} \quad j_\zeta \times r_{PG_{fns}} \quad k_\delta \times r_{EG_{fns}} \quad k_\delta \quad 0_{3,5}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_{fns}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad k_\delta \quad 0_{3,6}]\end{aligned}\tag{A.44}$$

De plus, en utilisant l'équation (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.43), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  telles que :

$$\begin{aligned}a_{OG_{fns}} &= \dot{v}_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VG_{fns}} + \ddot{r}_{vG_{fns}} + \omega_{OV} \times (\dot{r}_{vG_{fns}} + v_{OG_{fns}}) \\ \varepsilon_{OG_{fns}} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VG_{fns}} + \dot{\omega}_{VG_{fns}}\end{aligned}\tag{A.45}$$

Finalement, en utilisant l'équation (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles du corps avant non-suspendu :

$$\begin{aligned}a_{R,G_{fns}} &= a_{OG_{fns}} - \frac{\partial v_{OG_{fns}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{vG_{fns}} + v_{OG_{fns}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{fns}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{fns}} + \omega_\delta \times \dot{r}_{EG_{fns}} + \dot{z}\dot{k}_\phi + \dot{\lambda}_f \dot{k}_\delta \\ \varepsilon_{R,G_{fns}} &= \varepsilon_{OG_{fns}} - \frac{\partial \varepsilon_{OG_{fns}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta)\end{aligned}\tag{A.46}$$

### A.2.5 Corps supérieur du conducteur

La position de son CDG dans  $\mathcal{R}_V$ , noté  $G_{du}$ , est donnée par :

$$r_{VG_{du}} = r_{VP} + r_{PF} + r_{FG_{du}}\tag{A.47}$$

avec les coordonnées du vecteur  $r_{VP}$  exprimées dans (A.16) et celles de  $r_{PF}$  et  $r_{FG_{du}}$  données par :

$$r_{PF} = R_{\phi,\zeta} \begin{bmatrix} x_F \\ 0 \\ z_F \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\zeta} \quad \text{et} \quad r_{FG_{du}} = R_{\phi,\zeta,\chi,\nu} \begin{bmatrix} x_{G_{du}} \\ 0 \\ z_{G_{du}} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\nu}\tag{A.48}$$

En dérivant l'équation (A.47), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire  $\omega_{VG_{du}}$  et linéaire  $\dot{r}_{VG_{du}}$  relatives par :

$$\begin{aligned}
 \dot{r}_{VG_{du}} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PF} + \dot{r}_{FG_{du}} \\
 &= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z}k_\phi + \omega_{\phi,\zeta} \times r_{PF} + \omega_{\phi,\zeta,\xi,\nu} \times r_{FG_{du}} \\
 &= \omega_\phi \times r_{VG_{du}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{du}} + (\omega_\xi + \omega_\nu) \times r_{FG_{du}} + \dot{z}k_\phi \\
 \omega_{VG_{du}} &= \omega_{\phi,\zeta,\xi,\nu} \\
 &= \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\xi + \omega_\nu
 \end{aligned} \tag{A.49}$$

avec  $\omega_\xi = R_{\phi,\zeta,\xi}[0, \dot{\xi}, 0]^T$  et  $\omega_\nu = R_{\phi,\zeta,\xi,\nu}[\dot{\nu}, 0, 0]^T$

En dérivant une seconde fois (A.47), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned}
 \ddot{r}_{VG_{du}} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{VG_{du}} + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{du}} + \dot{\omega}_\zeta \times r_{PG_{du}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{du}} \\
 &\quad + (\dot{\omega}_\xi + \dot{\omega}_\nu) \times r_{FG_{du}} + (\omega_\xi + \omega_\nu) \times \dot{r}_{FG_{du}} + \dot{z}\dot{k}_\phi + \dot{z}k_\phi \\
 \dot{\omega}_{VG_{du}} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\zeta + \dot{\omega}_\xi + \dot{\omega}_\nu
 \end{aligned} \tag{A.50}$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.49), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec les relations :

$$\begin{aligned}
 v_{OG_{du}} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VG_{du}} + \dot{r}_{VG_{du}} \\
 &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{du}} + \omega_\phi \times r_{VG_{du}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{du}} + (\omega_\xi + \omega_\nu) \times r_{FG_{du}} + \dot{z}k_\phi \\
 \omega_{OG_{du}} &= \omega_{OV} + \omega_{VG_{du}} \\
 &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\xi + \omega_\nu
 \end{aligned} \tag{A.51}$$

et enfin, les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  avec les relations :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial v_{OG_{du}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{du}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{du}} \quad j_\zeta \times r_{PG_{du}} \quad 0_{3,5} \quad j_\xi \times r_{FG_{du}} \quad i_\nu \times r_{FG_{du}}] \\
 \frac{\partial \omega_{OG_{du}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad 0_{3,5} \quad j_\xi \quad i_\nu]
 \end{aligned} \tag{A.52}$$

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.51), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  telles que :

$$\begin{aligned}
 a_{OG_{du}} &= \dot{v}_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VG_{du}} + \ddot{r}_{VG_{du}} + \omega_{OV} \times (\dot{r}_{VG_{du}} + v_{OG_{du}}) \\
 \varepsilon_{OG_{du}} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VG_{du}} + \dot{\omega}_{VG_{du}}
 \end{aligned} \tag{A.53}$$

Finalement, en utilisant (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles du corps supérieur du conducteur :

$$\begin{aligned}
 a_{R,G_{du}} &= a_{OG_{du}} - \frac{\partial v_{OG_{du}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\
 &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{du}} + v_{OG_{du}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{du}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{du}} + (\omega_\xi + \omega_\nu) \times \dot{r}_{FG_{du}} + \dot{z}\dot{k}_\phi \\
 \varepsilon_{R,G_{du}} &= \varepsilon_{OG_{du}} - \frac{\partial \varepsilon_{OG_{du}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\
 &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\xi + \omega_\nu)
 \end{aligned} \tag{A.54}$$



### A.2.6 Corps inférieur du conducteur

La position de son CDG dans  $\mathcal{R}_V$ , noté  $G_{d_l}$ , est donnée par :

$$r_{VG_{d_l}} = r_{VP} + r_{VF} + r_{FG_{d_l}} \quad (\text{A.55})$$

avec les coordonnées des vecteurs  $r_{VP}$  et  $r_{PF}$  exprimées dans (A.16) et (A.48) et celles de  $r_{FG_{d_l}}$  données par :

$$r_{FG_{d_l}} = R_{\phi,\zeta} \begin{bmatrix} x_{G_{d_l}} \\ 0 \\ z_{G_{d_l}} \end{bmatrix} \mathcal{R}_\zeta \quad (\text{A.56})$$

En dérivant l'équation (A.55), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire  $\omega_{VG_{d_l}}$  et linéaire  $\dot{r}_{VG_{d_l}}$  relatives par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{VG_{d_l}} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PF} + \dot{r}_{FG_{d_l}} \\ &= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z}k_\phi + \omega_{\phi,\zeta} \times r_{PF} + \omega_{\phi,\zeta} \times r_{FG_{d_l}} \\ &= \omega_\phi \times r_{VG_{d_l}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{d_l}} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{VG_{d_l}} &= \omega_{\phi,\zeta} \\ &= \omega_\phi + \omega_\zeta \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

En dérivant une seconde fois (A.55), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{VG_{d_l}} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{VG_{d_l}} + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{d_l}} + \dot{\omega}_\zeta \times r_{PG_{d_l}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{d_l}} + \ddot{z}k_\phi + \dot{z}\dot{k}_\phi \\ \dot{\omega}_{VG_{d_l}} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\zeta \end{aligned} \quad (\text{A.58})$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.57), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec les relations :

$$\begin{aligned} v_{OG_{d_l}} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VG_{d_l}} + \dot{r}_{VG_{d_l}} \\ &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VG_{d_l}} + \omega_\phi \times r_{VG_{d_l}} + \omega_\zeta \times r_{PG_{d_l}} + \dot{z}k_\phi \\ \omega_{OG_{d_l}} &= \omega_{OV} + \omega_{VG_{d_l}} \\ &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

et enfin, les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  avec les relations :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OG_{d_l}}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VG_{d_l}} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VG_{d_l}} \quad j_\zeta \times r_{PG_{d_l}} \quad 0_{3,7}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_{d_l}}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad 0_{3,7}] \end{aligned} \quad (\text{A.60})$$

De plus, en utilisant l'équation (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.59), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OG_{d_l}} &= \dot{v}_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VG_{d_l}} + \ddot{r}_{VG_{d_l}} + \omega_{OV} \times (\dot{r}_{VG_{d_l}} + v_{OG_{d_l}}) \\ \varepsilon_{OG_{d_l}} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VG_{d_l}} + \dot{\omega}_{VG_{d_l}} \end{aligned} \quad (\text{A.61})$$

Finalement, en utilisant (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles du corps inférieur du conducteur :

$$\begin{aligned}
a_{R,G_{d_l}} &= a_{OG_{d_l}} - \frac{\partial v_{OG_{d_l}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\
&= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VG_{d_l}} + v_{OG_{d_l}}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VG_{d_l}} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PG_{d_l}} + \dot{z} \dot{k}_\phi \\
\varepsilon_{R,G_{d_l}} &= \varepsilon_{OG_{d_l}} - \frac{\partial \varepsilon_{OG_{d_l}}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\
&= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta)
\end{aligned} \tag{A.62}$$

## A.2.7 Roue arrière

### a) Cinématique du centre de la roue arrière

La position de son CDG dans  $\mathcal{R}_V$ , confondu avec  $R_r$ , est donnée par :

$$r_{VR_r} = r_{VP} + r_{PR_r} \tag{A.63}$$

avec les coordonnées du vecteur  $r_{VP}$  données dans (A.16) et celles de  $r_{PR_r}$  calculées avec la relation :

$$r_{PR_r} = R_{\phi,\chi} \begin{bmatrix} x_{R_r} \\ 0 \\ z_{R_r} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\chi} \tag{A.64}$$

En dérivant l'équation (A.63), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire  $\omega_{VR_r}$  et linéaire  $\dot{r}_{VR_r}$  relatives par :

$$\begin{aligned}
\dot{r}_{VR_r} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PR_r} \\
&= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z} \dot{k}_\phi + \omega_{\phi,\chi} \times r_{PR_r} \\
&= \omega_\phi \times r_{VR_r} + \omega_\chi \times r_{PR_r} + \dot{z} \dot{k}_\phi \\
\omega_{VR_r} &= \omega_{\phi,\chi} + \omega_{\theta_r} \\
&= \omega_\phi + \omega_\chi + \omega_{\theta_r}
\end{aligned} \tag{A.65}$$

avec  $\omega_{\theta_r}$ , la vitesse de rotation de la roue arrière définie par  $\omega_{\theta_r} = R_{\phi,\chi}[0, \dot{\theta}_r, 0]^T$ . Comme  $j_{\theta_r}$  est transversale au véhicule  $R_{\phi,\chi} = R_\phi$ .

En dérivant une seconde fois (A.63), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned}
\ddot{r}_{VR_r} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{VR_r} + \omega_\phi \times \dot{r}_{VR_r} + \dot{\omega}_\chi \times r_{PR_r} + \omega_\chi \times \dot{r}_{PR_r} + \ddot{z} \dot{k}_\phi + \dot{z} \dot{k}_\phi \\
\dot{\omega}_{VR_r} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\chi + \dot{\omega}_{\theta_r}
\end{aligned} \tag{A.66}$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.65), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec les relations :

$$\begin{aligned}
v_{OR_r} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VR_r} + \dot{r}_{VR_r} \\
&= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VR_r} + \omega_\phi \times r_{VR_r} + \omega_\chi \times r_{PR_r} + \dot{z} \dot{k}_\phi \\
\omega_{OR_r} &= \omega_{OV} + \omega_{VR_r} \\
&= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\chi + \omega_{\theta_r}
\end{aligned} \tag{A.67}$$

et enfin, les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  avec les relations :

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_{OR_r}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VR_r} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VR_r} \quad 0_{3,3} \quad j_\chi \times r_{PR_r} \quad 0_{3,4}] \\ \frac{\partial \omega_{OR_r}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad 0_{3,3} \quad j_\chi \quad 0_{3,1} \quad j_{\theta_r} \quad 0_{3,2}]\end{aligned}\quad (\text{A.68})$$

De plus, en utilisant l'équation (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.67), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  telles que :

$$\begin{aligned}a_{OR_r} &= \dot{v}_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VR_r} + \ddot{r}_{VR_r} + \omega_{OV} \times (\dot{r}_{VR_r} + v_{OR_r}) \\ \varepsilon_{OR_r} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VR_r} + \dot{\omega}_{VR_r}\end{aligned}\quad (\text{A.69})$$

Finalement, en utilisant (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles de la roue arrière :

$$\begin{aligned}a_{R,R_r} &= a_{OR_r} - \frac{\partial v_{OR_r}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VR_r} + v_{OR_r}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VR_r} + \omega_\chi \times \dot{r}_{PR_r} + \dot{z}k_\phi \\ \varepsilon_{R,R_r} &= \varepsilon_{OR_r} - \frac{\partial \varepsilon_{OR_r}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\chi + \omega_{\theta_r})\end{aligned}\quad (\text{A.70})$$

## b) Cinématique du point de contact roue arrière/sol

La position du point de contact roue arrière/sol  $C_r$  dans  $\mathcal{R}_V$  est donnée par la relation :

$$r_{VC_r} = r_{VP} + r_{PR_r} + r_{R_rC_r} \quad (\text{A.71})$$

dans laquelle les coordonnées du vecteur  $r_{VP}$  et  $r_{PR_r}$  sont respectivement données dans (A.16) et (A.64) et celles de  $r_{R_rC_r}$  sont exprimées par :

$$r_{R_rC_r} = R_{\phi,\chi} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_{R_rC_r} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\chi} \quad (\text{A.72})$$

En dérivant l'équation (A.71), on peut exprimer le vecteur de vitesse linéaire relative par :

$$\begin{aligned}\dot{r}_{VC_r} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PR_r} + \dot{r}_{R_rC_r} \\ &= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z}k_\phi + \omega_{\phi,\chi} \times r_{PR_r} + \omega_{\phi,\chi} \times r_{R_rC_r} \\ &= \omega_\phi \times r_{VR_r} + \omega_\chi \times r_{PC_r} + \dot{z}k_\phi\end{aligned}\quad (\text{A.73})$$

Finalement, en utilisant (3.4) et (A.73), on peut calculer la vitesse par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec la relation :

$$\begin{aligned}v_{OC_r} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VC_r} + \dot{r}_{VC_r} \\ &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VC_r} + \omega_\phi \times r_{VR_r} + \omega_\chi \times r_{PC_r} + \dot{z}k_\phi\end{aligned}\quad (\text{A.74})$$

### A.2.8 Roue avant

#### a) Cinématique du centre de la roue avant

La position de son CDG dans  $\mathcal{R}_V$ , confondu avec  $R_f$ , est donnée par :

$$r_{VR_f} = r_{VP} + r_{PE} + r_{ER_f} \quad (\text{A.75})$$

dans laquelle les coordonnées des vecteurs  $r_{VP}$  et  $r_{PE}$  sont données respectivement dans (A.16) et (A.32) et celles de  $r_{ER_f}$  sont données par :

$$r_{ER_f} = R_{\phi,\zeta,\epsilon,\delta} \begin{bmatrix} x_{R_f} \\ 0 \\ \lambda_f + z_{R_f} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\delta} \quad (\text{A.76})$$

En dérivant l'équation (A.75), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire  $\omega_{VGR_f}$  et linéaire  $\dot{r}_{VGR_f}$  relatives par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{VR_f} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PE} + \dot{r}_{ER_f} \\ &= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z}k_\phi + \omega_{\phi,\zeta} \times r_{PE} + \omega_{\phi,\zeta,\delta} \times r_{ER_f} + \dot{\lambda}_f k_\delta \\ &= \omega_\phi \times r_{VR_f} + \omega_\zeta \times r_{PR_f} + \omega_\delta \times r_{ER_f} + \dot{z}k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \\ \omega_{VR_f} &= \omega_{\phi,\zeta,\delta} + \omega_{\theta_f} \\ &= \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta + \omega_{\theta_f} \end{aligned} \quad (\text{A.77})$$

avec  $\omega_{\theta_f} = R_{\phi,\zeta,\epsilon,\delta}[0, \dot{\theta}_f, 0]^T$ .

En dérivant une seconde fois (A.75), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{VR_f} &= \dot{\omega}_\phi \times r_{VR_f} + \omega_\phi \times \dot{r}_{VR_f} + \dot{\omega}_\zeta \times r_{PR_f} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PR_f} + \dot{\omega}_\delta \times r_{ER_f} \\ &\quad + \omega_\delta \times \dot{r}_{ER_f} + \ddot{z}k_\phi + \dot{z}\dot{k}_\phi + \ddot{\lambda}_f k_\delta + \dot{\lambda}_f \dot{k}_\delta \\ \dot{\omega}_{VR_f} &= \dot{\omega}_\phi + \dot{\omega}_\zeta + \dot{\omega}_\delta + \dot{\omega}_{\theta_f} \end{aligned} \quad (\text{A.78})$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.77), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec les relations :

$$\begin{aligned} v_{OR_f} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VR_f} + \dot{r}_{VR_f} \\ &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VR_f} + \omega_\phi \times r_{VR_f} + \omega_\zeta \times r_{PR_f} + \omega_\delta \times r_{ER_f} + \dot{z}k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \\ \omega_{OR_f} &= \omega_{OV} + \omega_{VR_f} \\ &= \omega_\psi + \omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta + \omega_{\theta_f} \end{aligned} \quad (\text{A.79})$$

et enfin, les matrices jacobiennes des vecteurs des vitesses par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  avec les relations :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OR_f}}{\partial \vartheta} &= [i_V \quad j_V \quad k_V \times r_{VR_f} \quad k_\phi \quad i_\phi \times r_{VR_f} \quad j_\zeta \times r_{PR_f} \quad k_\delta \times r_{ER_f} \quad k_\delta \quad 0_{3,5}] \\ \frac{\partial \omega_{OR_f}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,2} \quad k_V \quad 0_{3,1} \quad i_\phi \quad j_\zeta \quad k_\delta \quad 0_{3,2} \quad j_{\theta_f} \quad 0_{3,3}] \end{aligned} \quad (\text{A.80})$$

De plus, en utilisant l'équation (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.79), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OR_f} &= \dot{v}_{OV} + \varepsilon_{OV} \times r_{VR_f} + \ddot{r}_{VR_f} + \omega_{OV} \times (\dot{r}_{VR_f} + v_{OR_f}) \\ \varepsilon_{OR_f} &= \varepsilon_{OV} + \omega_{OV} \times \omega_{VR_f} + \dot{\omega}_{VR_f} \end{aligned} \quad (\text{A.81})$$

Finalement, en utilisant l'équation (3.11), on peut déduire l'expression des accélérations résiduelles de la roue avant :

$$\begin{aligned} a_{R,R_f} &= a_{OR_f} - \frac{\partial v_{OR_f}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\psi \times (\dot{r}_{VR_f} + v_{OR_f}) + \omega_\phi \times \dot{r}_{VR_f} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{PR_f} + \omega_\delta \times \dot{r}_{ER_f} + \dot{z}k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \\ \varepsilon_{R,R_f} &= \varepsilon_{OR_f} - \frac{\partial \varepsilon_{OR_f}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\psi \times (\omega_\phi + \omega_\zeta + \omega_\delta + \omega_{\theta_f}) \end{aligned} \quad (\text{A.82})$$

### b) Cinématique du point de contact roue avant/sol

La position du point de contact roue avant/sol  $C_f$  dans  $\mathcal{R}_V$  est donnée par la relation :

$$r_{VC_f} = r_{VP} + r_{PE} + r_{ER_f} + r_{R_f C_f} \quad (\text{A.83})$$

dans laquelle les coordonnées du vecteur  $r_{VP}$ ,  $r_{PE}$  et  $r_{ER_f}$  sont respectivement données dans (A.16), (A.32) et (A.76) et celles de  $r_{R_f C_f}$  sont exprimées par :

$$r_{R_f C_f} = R_{\phi,\zeta,\varepsilon,\delta} \begin{bmatrix} x_{R_f C_f} \\ 0 \\ z_{R_f C_f} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\delta} \quad (\text{A.84})$$

En dérivant l'équation (A.83), on peut exprimer le vecteur de vitesse linéaire relative par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{VC_f} &= \dot{r}_{VP} + \dot{r}_{PE} + \dot{r}_{ER_f} + \dot{r}_{R_f C_f} \\ &= \omega_\phi \times r_{VP} + \dot{z}k_\phi + \omega_{\phi,\zeta} \times r_{PE} + \omega_{\phi,\zeta,\delta} \times r_{ER_f} + \dot{\lambda}_f k_\delta + \omega_{\phi,\zeta,\delta} \times r_{R_f C_f} \\ &= \omega_\phi \times r_{VC_f} + \omega_\zeta \times r_{PC_f} + \omega_\delta \times r_{EC_f} + \dot{z}k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \end{aligned} \quad (\text{A.85})$$

Finalement, en utilisant les équations (3.4) et (A.85), on peut calculer la vitesse par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_V$  avec la relation :

$$\begin{aligned} v_{OC_f} &= v_{OV} + \omega_{OV} \times r_{VC_f} + \dot{r}_{VC_f} \\ &= v_{OV} + \omega_\psi \times r_{VC_f} + \omega_\phi \times r_{VC_f} + \omega_\zeta \times r_{PC_f} + \omega_\delta \times r_{EC_f} + \dot{z}k_\phi + \dot{\lambda}_f k_\delta \end{aligned} \quad (\text{A.86})$$

## A.3 Dérivation du modèle longitudinal un-corps du V2RM

### A.3.1 Hypothèses et prérequis

Comme discuté dans la partie I, pour simplifier la modélisation du V2RM, il est préférable de séparer la modélisation de la dynamique longitudinale de celle de la dynamique latérale. Elles sont aussi connues sous le nom de modélisation *in-plane* et *out-of-plane*. Lors d'un scénario en ligne droite pure, la dynamique du V2RM est très similaire à celle des V4RM. Cependant, il existe

quelques particularités propres aux V2RM comme l'influence de la position du conducteur (effet aérodynamique, répartition des masses, etc.) ou encore l'amplitude du phénomène de transfert de charge. Dans des cas extrêmes, ce dernier peut mener à un décollement de la roue avant ou arrière appelé respectivement *wheelie* ou *stoppie*. La modélisation avec deux corps dérivée dans le chapitre 4 perd tout son sens lorsqu'on étudie la dynamique longitudinale pure du V2RM. En effet, lorsque les sollicitations sont uniquement longitudinales, on a  $\phi = 0^\circ$ ,  $\delta = 0^\circ$ ,  $v_y = 0$  m/s,  $F_{y_f} = 0$  N et  $F_{y_r} = 0$  N. Ce qui implique que les CDG avant et arrière respectivement  $G_f$  et  $G_r$  sont coplanaires dans le plan de symétrie longitudinal du véhicule. Ce dernier est défini par les axes  $i_A$  et  $k_A$  (figure 4.2). Finalement, il est plus cohérent de regrouper les corps avant et arrière en un corps principal de CDG équivalent  $G_m$  (figure A.1).

On conservera le repère  $\mathcal{R}_A = (A, i_A, j_A, k_A)$  introduit dans la section 4.1.1 du chapitre 4. En l'absence de dynamique latérale, le repère terrestre  $\mathcal{R}_O$  a pour unique composante la vitesse longitudinale  $v_x$  au point  $A$ , il vient :

$$\begin{aligned} v_{OA} &= [v_x \ 0 \ 0]^T \\ \omega_{OA} &= 0_{3,1} \end{aligned} \quad (\text{A.87})$$

À la différence du modèle deux-corps de la dynamique latérale, on prendra en considération la dynamique de tangage afin de modéliser le phénomène de transfert de charge pendant les phases d'accélération ou de freinage. Comme pour le modèle huit-corps, le tangage sera noté  $\zeta$  et a pour axe de rotation  $j_A$ . Il conduit au nouveau repère  $\mathcal{R}_\zeta = (A, i_\zeta, j_\zeta, k_\zeta)$ . En ajoutant la rotation mécanique de l'angle de chasse  $\epsilon$  autour de  $j_\zeta$ , on définit le dernier repère  $\mathcal{R}_\epsilon = (B, i_\epsilon, j_\epsilon, k_\epsilon)$ . Les repères sont illustrés sur la figure A.1.

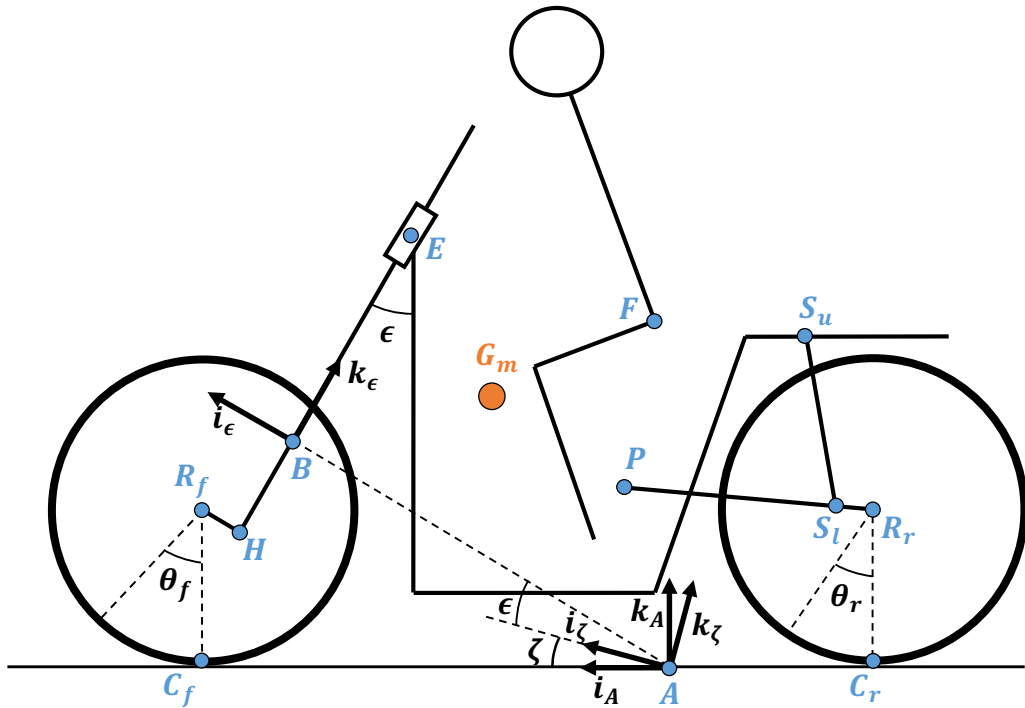


FIGURE A.1 – Géométrie du modèle longitudinal un-corps du V2RM et de son conducteur

Plusieurs hypothèses sont nécessaires à la synthèse du modèle longitudinal. On admettra que :

- la contribution de la dynamique latérale est nulle,
- les dynamiques des suspensions et de pompage ne sont pas prises en compte,
- le V2RM et son conducteur forme un seul corps de CDG  $G_m$ , ce qui signifie que le motard est rigidement lié au corps principal,
- les pneumatiques sont assimilés à des disques fins et rigides,
- les roues correspondent à des masses virtuelles,  $\mathcal{M}_{R_f} = 0 \text{ kg}$  et  $\mathcal{M}_{R_r} = 0 \text{ kg}$ ,
- les effets aérodynamiques de portance sont négligés ( $F_l = 0 \text{ N}$ ),
- les moments pneumatiques  $M_x$ ,  $M_y$  et  $M_z$  ne sont pas pris en compte,
- la route est plate (pas de dévers ni de pente).

Après considération des hypothèses précédentes, il reste finalement 4 DDL à savoir la translation longitudinale  $v_x$ , la rotation de la roue avant  $\theta_f$ , celle de la roue arrière  $\theta_r$  et le tangage  $\zeta$ . Finalement, le nouveau vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  du modèle longitudinal un-corps est :

$$\vartheta = [v_x \quad \dot{\theta}_f \quad \dot{\theta}_r \quad \dot{\zeta}]^T \quad (\text{A.88})$$

Lorsque les sollicitations dynamiques sont purement longitudinales, la dérivée de la vitesse longitudinale  $v_x$  est égale à l'accélération  $\dot{v}_x = a_x$ . Cette relation n'est plus vraie lorsqu'il y a une sollicitation simultanée de la dynamique longitudinale et latérale. Dans ce cas, l'accélération longitudinale peut être approximée par  $a_x = \dot{v}_x - \dot{\psi}v_y$ .

### A.3.2 Conversion vers un modèle un-corps

Deux possibilités de conversion sont envisageables. Une conversion directe du modèle huit-corps vers un modèle un-corps et une seconde indirecte du modèle deux-corps vers un unique corps.

Dans le cas d'une conversion du modèle huit-corps, la masse du corps équivalent  $\mathcal{M}$  est calculée par la somme :

$$\mathcal{M} = \sum_i \mathcal{M}_i \quad (\text{A.89})$$

et la position du CDG équivalent  $G_m$  dans  $\mathcal{R}_A$  est calculée à partir du barycentre :

$$r_{AG_m} = \frac{1}{\mathcal{M}} \sum_i \mathcal{M}_i r_{Ai} \quad (\text{A.90})$$

avec  $i = G_{r_s}, G_{r_{ns}}, G_{d_u}, G_{d_l}, R_r$  et  $j = G_{f_s}, G_{f_{ns}}, R_f$ .

Pour calculer la matrice d'inertie équivalente, on utilisera la formule de Huygens pour déplacer les matrices d'inerties au point  $G_m$ . Dans un second temps, on prendra soin de les exprimer dans le même repère  $\mathcal{R}_A$ . Finalement, la matrice d'inertie du corps  $G_m$ , notée  $\mathcal{I}$ , est directement obtenue par :

$$\mathcal{I} = \sum_i \mathcal{I}_i \quad (\text{A.91})$$

avec  $\mathcal{I} = \mathcal{I}(G_m)_{\mathcal{R}_A}$ . À noter que les matrices d'inertie des roues restent inchangées.

Maintenant, si l'on considère une conversion du modèle deux-corps vers le modèle un-corps. La position  $r_{AG_m}$  et la matrice d'inertie équivalente  $\mathcal{I}$  de la masse équivalente  $\mathcal{M}$  sont calculées par :

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= \mathcal{M}_f + \mathcal{M}_r \\ r_{AG_m} &= \frac{1}{\mathcal{M}} \left( \mathcal{M}_f r_{AG_f} + \mathcal{M}_r r_{AG_r} \right) \\ \mathcal{I} &= \mathcal{I}_{G_f} + \mathcal{I}_{G_r}\end{aligned}\tag{A.92}$$

avec les expressions de  $r_{AG_f}$  et  $r_{AG_r}$  données dans (4.13) et (4.6),  $\mathcal{I}_{G_f}$  et  $\mathcal{I}_{G_r}$  les inerties préalablement déplacées au point  $G_m$  et exprimées dans le repère  $\mathcal{R}_A$  grâce à l'équation (4.5).

### A.3.3 Cinématique du modèle un-corps

#### A.3.3.1 Corps principal

Le corps principal possède 2 DDL dans  $\mathcal{R}_A$ , à savoir le tangage  $\zeta$  et la translation longitudinale  $v_x$ . Le repère cinématique du corps principal est  $\mathcal{R}_\zeta$  et les coordonnées de la position de son CDG, noté  $G_m$ , dans  $\mathcal{R}_A$  sont données par :

$$r_{AG_m} = R_\zeta \begin{bmatrix} x_{G_m} \\ 0 \\ z_{G_m} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\zeta}\tag{A.93}$$

En dérivant l'équation (A.93), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned}\dot{r}_{AG_m} &= \omega_\zeta \times r_{AG_m} \\ \omega_{AG_m} &= \omega_\zeta\end{aligned}\tag{A.94}$$

avec  $\omega_\zeta$  définit par  $\omega_\zeta = R_\zeta [0, \dot{\zeta}, 0]^T$ .

En dérivant une seconde fois (A.93), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned}\ddot{r}_{AG_m} &= \dot{\omega}_\zeta \times r_{AG_m} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{AG_m} \\ \dot{\omega}_{AG_m} &= \dot{\omega}_\zeta\end{aligned}\tag{A.95}$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.94), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec les relations :

$$\begin{aligned}v_{OG_m} &= v_{OA} + \dot{r}_{AG_m} \\ \omega_{OG_m} &= \omega_\zeta\end{aligned}\tag{A.96}$$

et enfin, les matrices jacobiennes par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  avec les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_{OG_m}}{\partial \vartheta} &= [i_A \quad 0_{3,1} \quad 0_{3,1} \quad j_\zeta \times r_{AG_m}] \\ \frac{\partial \omega_{OG_m}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,1} \quad 0_{3,1} \quad 0_{3,1} \quad j_\zeta]\end{aligned}\tag{A.97}$$



De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.98), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OG_m} &= \dot{v}_{OA} + \ddot{r}_{AG_m} \\ \varepsilon_{OG_m} &= \dot{\omega}_\zeta \end{aligned} \quad (\text{A.98})$$

Finalement, en utilisant (3.11), on peut déduire les expressions des accélérations linéaire et angulaire résiduelles du corps principal :

$$\begin{aligned} a_{R,G_m} &= a_{OG_m} - \frac{\partial v_{OG_m}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\zeta \times \dot{r}_{OG_m} \\ \varepsilon_{R,G_m} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.99})$$

### A.3.3.2 Roue avant

#### a) Cinématique du centre de la roue avant

La roue avant possède un seul DDL par rapport au corps principal  $G_m$  qui est sa rotation autour de son axe noté  $j_{\theta_f} = R_\zeta[0, 1, 0]^T$ . Par conséquent  $\omega_{AR_f} = \omega_{AG_m} + \omega_{\theta_f}$  avec  $\omega_{\theta_f} = R_{\zeta,\epsilon}[0, \dot{\theta}_f, 0]^T$ . Le repère cinématique de la roue avant est  $\mathcal{R}_\epsilon$  et les coordonnées de la position de son CDG, noté  $R_f$ , dans  $\mathcal{R}_A$  sont données par l'équation :

$$r_{AR_f} = r_{AB} + r_{BR_f} \quad (\text{A.100})$$

dans laquelle les coordonnées des vecteurs  $r_{AB}$  et  $r_{BR_f}$  sont exprimées par :

$$r_{AB} = R_{\zeta,\epsilon} \begin{bmatrix} x_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\epsilon} \quad \text{et} \quad r_{BR_f} = R_{\zeta,\epsilon} \begin{bmatrix} x_{R_f} \\ 0 \\ z_{R_f} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\epsilon} \quad (\text{A.101})$$

En dérivant l'équation (A.100), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{AR_f} &= \dot{r}_{AB} + \dot{r}_{BR_f} \\ &= \omega_\zeta \times r_{AR_f} \\ \omega_{AR_f} &= \omega_{\zeta,\theta_f} \\ &= \omega_\zeta + \omega_{\theta_f} \end{aligned} \quad (\text{A.102})$$

En dérivant une seconde fois (A.100), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{AR_f} &= \dot{\omega}_\zeta \times r_{AR_f} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{AR_f} \\ \dot{\omega}_{AR_f} &= \dot{\omega}_\zeta + \dot{\omega}_{\theta_f} \end{aligned} \quad (\text{A.103})$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.102), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec les relations :

$$\begin{aligned} v_{OR_f} &= v_{OA} + \dot{r}_{AR_f} \\ \omega_{OR_f} &= \omega_\zeta + \omega_{\theta_f} \end{aligned} \quad (\text{A.104})$$

et enfin, les matrices jacobienues par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  avec les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_{OR_f}}{\partial \vartheta} &= [i_A \quad 0_{3,1} \quad 0_{3,1} \quad j_\zeta \times r_{AR_f}] \\ \frac{\partial \omega_{OR_f}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,1} \quad j_{\theta_f} \quad 0_{3,1} \quad j_\zeta]\end{aligned}\quad (\text{A.105})$$

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.104), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  telles que :

$$\begin{aligned}a_{OR_f} &= \dot{v}_{OA} + \ddot{r}_{AR_f} \\ \varepsilon_{OR_f} &= \dot{\omega}_\zeta + \dot{\omega}_{\theta_f}\end{aligned}\quad (\text{A.106})$$

Finalement, en utilisant (3.11) on peut déduire les expressions des accélérations linéaire et angulaire résiduelles de la roue avant :

$$\begin{aligned}a_{R,R_f} &= a_{OR_f} - \frac{\partial v_{OR_f}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\zeta \times \dot{r}_{AR_f} \\ \varepsilon_{R,R_f} &= 0\end{aligned}\quad (\text{A.107})$$

## b) Cinématique du point de contact roue/sol

La cinématique du point de contact entre la roue avant et le sol noté  $C_f$  est nécessaire au calcul de l'effort pneumatique longitudinal  $F_{x_f}$ , en particulier pour le calcul du glissement  $\kappa_f = f(v_{OC_f}, \dot{\theta}_f)$ . La position du point  $C_f$  dans  $\mathcal{R}_A$  est donnée par la relation :

$$r_{AC_f} = r_{AR_f} + r_{R_f C_f} \quad (\text{A.108})$$

dans laquelle les coordonnées du vecteur  $r_{AR_f}$  sont données dans l'équation (A.100) et celles de  $r_{R_f C_f}$  sont exprimées par :

$$r_{R_f C_f} = R_{\zeta, \epsilon} \begin{bmatrix} x_{R_f C_f} \\ 0 \\ z_{R_f C_f} \end{bmatrix}_{R_\epsilon} \quad (\text{A.109})$$

Ensuite, en dérivant l'équation (A.108), on peut exprimer le vecteur de vitesse linéaire relative par :

$$\begin{aligned}\dot{r}_{AC_f} &= \dot{r}_{AR_f} + \dot{r}_{R_f C_f} \\ &= \omega_\zeta \times r_{AC_f}\end{aligned}\quad (\text{A.110})$$

Finalement, en utilisant (3.4), on peut calculer la vitesse par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec la relation :

$$v_{OC_f} = v_{OA} + \dot{r}_{AC_f} \quad (\text{A.111})$$

### A.3.3.3 Roue arrière

#### a) Cinématique du centre de la roue arrière

La roue arrière possède un seul DDL par rapport au corps arrière  $G_m$  qui est la rotation autour de son axe noté  $j_{\theta_r}$ . Par conséquent  $\omega_{AR_r} = \omega_{AG_m} + \omega_{\theta_r}$  avec  $\omega_{\theta_r} = R_\zeta[0, \dot{\theta}_r, 0]^T$ . Son repère cinématique est  $\mathcal{R}_\zeta$  et les coordonnées de la position de son CDG, noté  $R_r$ , dans  $\mathcal{R}_A$  sont données par l'équation :

$$r_{AR_r} = R_\zeta \begin{bmatrix} x_{R_r} \\ 0 \\ z_{R_r} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\zeta} \quad (\text{A.112})$$

En dérivant l'équation (A.112), on peut exprimer les vecteurs des vitesses angulaire et linéaire relatives par :

$$\dot{r}_{AR_r} = \omega_\zeta \times r_{AR_r} \quad (\text{A.113})$$

$$\begin{aligned} \omega_{AR_r} &= \omega_{\zeta, \theta_r} \\ &= \omega_\zeta + \omega_{\theta_r} \end{aligned} \quad (\text{A.114})$$

En dérivant une seconde fois (A.112), on peut exprimer les vecteurs des accélérations angulaire et linéaire relatives par :

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{AR_r} &= \dot{\omega}_\zeta \times r_{AR_r} + \omega_\zeta \times \dot{r}_{AR_r} \\ \dot{\omega}_{AR_r} &= \dot{\omega}_\zeta + \dot{\omega}_{\theta_r} \end{aligned} \quad (\text{A.115})$$

Ensuite, en utilisant (3.4), (3.5) et (A.113), on peut calculer les vitesses par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec les relations :

$$\begin{aligned} v_{OR_r} &= v_{OA} + \dot{r}_{AR_r} \\ \omega_{OR_r} &= \omega_\zeta + \omega_{\theta_r} \end{aligned} \quad (\text{A.116})$$

et enfin, les matrices jacobienne par rapport au vecteur des vitesses généralisées  $\vartheta$  dont les expressions sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{OR_r}}{\partial \vartheta} &= [i_A \quad 0_{3,1} \quad 0_{3,1} \quad j_\zeta \times r_{AR_r}] \\ \frac{\partial \omega_{OR_r}}{\partial \vartheta} &= [0_{3,1} \quad 0_{3,1} \quad j_{\theta_r} \quad j_\zeta] \end{aligned} \quad (\text{A.117})$$

De plus, en utilisant (3.8), on obtient la dérivée de l'équation (A.116), c'est-à-dire les expressions des accélérations par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  telles que :

$$\begin{aligned} a_{OR_r} &= \dot{v}_{OA} + \ddot{r}_{AR_r} \\ \varepsilon_{OR_r} &= \dot{\omega}_\zeta + \dot{\omega}_{\theta_r} \end{aligned} \quad (\text{A.118})$$

Finalement, en utilisant l'équation (3.11) on peut en déduire l'expression des accélérations linéaire et angulaire résiduelles de la roue arrière :

$$\begin{aligned} a_{R,R_r} &= a_{OR_r} - \frac{\partial v_{OR_r}}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} \\ &= \omega_\zeta \times \dot{r}_{AR_r} \\ \varepsilon_{R,R_r} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.119})$$

### b) Cinématique du point de contact roue arrière/sol

Comme pour le point de contact roue avant/sol, celui entre la roue arrière et la chaussée noté  $C_r$  est indispensable au calcul de l'effort pneumatique longitudinal arrière  $F_{x_r}$  et notamment du glissement  $\kappa_r = f(v_{OC_r}, \dot{\theta}_r)$ . La position du point  $C_r$  dans  $\mathcal{R}_A$  est donnée par la relation :

$$r_{AC_r} = r_{AR_r} + r_{R_rC_r} \quad (\text{A.120})$$

dans laquelle les coordonnées du vecteur  $r_{AR_r}$  sont données dans (A.112) et celles de  $r_{R_rC_r}$  sont exprimées par :

$$r_{R_rC_r} = R_\zeta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_{R_rC_r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.121})$$

En dérivant l'équation (A.120), on peut exprimer le vecteur de vitesse linéaire relative par :

$$\begin{aligned} \dot{r}_{AC_r} &= \dot{r}_{AR_r} + \dot{r}_{R_rC_r} \\ &= \omega_\zeta \times r_{AC_r} \end{aligned} \quad (\text{A.122})$$

Finalement, en utilisant (3.4), on peut calculer la vitesse par rapport à  $\mathcal{R}_O$  dans  $\mathcal{R}_A$  avec la relation :

$$v_{OC_r} = v_{OA} + \dot{r}_{AC_r} \quad (\text{A.123})$$

### A.3.4 Calcul de la matrice de masse

Pour la modélisation de la dynamique longitudinale avec un seul corps, la matrice de masse  $\mathcal{M}$ , dont l'expression générale est donnée dans l'équation (3.13), peut être simplifiée par :

$$\mathcal{M} = \mathcal{M} \left( \frac{\partial v_{OG_m}}{\partial \vartheta} \right)^T \left( \frac{\partial v_{OG_m}}{\partial \vartheta} \right) + \left( \frac{\partial v_{OG_m}}{\partial \vartheta} \right)^T \mathcal{I} \left( \frac{\partial v_{OG_m}}{\partial \vartheta} \right) \quad (\text{A.124})$$

avec  $\mathcal{M}$  et  $\mathcal{I}$  respectivement la masse et la matrice d'inertie équivalentes définies dans l'équation (A.92). Quant à l'expression de  $v_{OG_m}$ , elle est donnée dans (A.98). On remarquera qu'il n'y a aucune contribution de la roue avant ou arrière dans la matrice de masse puisque elles sont assimilées à des masses virtuelles.

### A.3.5 Calcul du vecteur des efforts généralisés non-conservatifs

Pour le calcul du vecteur des efforts généralisés non-conservatifs  $Q_a$ , on prendra en compte les contributions :

- de la force de gravité  $Q_{a_g}$
- du couple moteur et de freinage  $Q_{a_{\tau_{BD}}}$
- de la force du pneumatique avant  $Q_{a_{T_f}}$
- de la force du pneumatique arrière  $Q_{a_{T_r}}$
- de la force aérodynamique de trainée  $Q_{a_{F_d}}$

Au final, le vecteur des efforts généralisés non-conservatifs  $Q_a$  est donné par la somme des contributions :

$$Q_a = Q_{a_g} + Q_{a_{\tau_{BD}}} + Q_{a_{T_f}} + Q_{a_{T_r}} + Q_{a_{F_d}} \quad (\text{A.125})$$

### A.3.5.1 Force gravitationnelle

La contribution de la gravité dans le vecteur des efforts généralisés non-conservatifs  $Q_a$  est donnée par :

$$Q_{a_g} = \mathcal{M} \left( \frac{\partial v_{OG_m}}{\partial \vartheta} \right)^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad (\text{A.126})$$

avec  $\mathcal{M}$  la masse totale,  $g$  la gravité terrestre et  $v_{OG_m}$  la vitesse exprimée dans (A.98).

### A.3.5.2 Couple moteur ou de freinage

Comme présenté dans l'équation (3.50), les contributions du couple moteur noté  $\tau_D$  et des couples de freinage avant et arrière respectivement  $\tau_{B_f}$  et  $\tau_{B_r}$  dans le vecteur des efforts  $Q_a$  sont données par :

$$\begin{aligned} Q_{a_{\tau_{BD}}} &= \left( \frac{\partial \omega_{\theta_f}}{\partial \vartheta} \right)^T \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{B_f} \\ 0 \end{bmatrix} + \left( \frac{\partial \omega_{\theta_r}}{\partial \vartheta} \right)^T \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_D + \tau_{B_r} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{B_f} \\ \tau_D + \tau_{B_r} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.127})$$

Pour rappel, par convention le couple moteur est positif ( $\tau_D > 0$ ) alors que les couples de freinage sont négatifs ( $\tau_{B_f} < 0$  et  $\tau_{B_r} < 0$ ).

### A.3.5.3 Forces pneumatique

Dans le cas de sollicitations dynamiques purement longitudinales, le système d'équations modélisant les pneumatiques introduit dans (2.3) se résume à :

$$\begin{aligned} F_{T_f} &= F_{x_f}(\kappa_f)j_{T_f} + F_{z_f}(F_{z_{f_0}}, \Delta F_z)k_{T_f} \\ F_{T_r} &= F_{x_r}(\kappa_r)j_{T_r} + F_{z_r}(F_{z_{r_0}}, \Delta F_z)k_{T_r} \end{aligned} \quad (\text{A.128})$$

Finalement, les contributions des efforts pneumatiques dans le vecteur  $Q_a$  sont données par :

$$\begin{aligned} Q_{a_{T_f}} &= \left( \left( \frac{\partial v_{OR_f}}{\partial \vartheta} \right)^T F_{T_f} + \left( \frac{\partial \omega_{OR_f}}{\partial \vartheta} \right)^T (r_{R_f C_f} \times F_{T_f}) \right) \\ Q_{a_{T_r}} &= \left( \left( \frac{\partial v_{OR_r}}{\partial \vartheta} \right)^T F_{T_r} + \left( \frac{\partial \omega_{OR_r}}{\partial \vartheta} \right)^T (r_{R_r C_r} \times F_{T_r}) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.129})$$

Les expressions de  $v_{OR_f}$  et  $\omega_{OR_f}$  sont données dans (A.104) alors que celles de  $v_{OR_r}$  et  $\omega_{OR_r}$  sont issues de (A.116). Les vecteurs  $r_{R_f C_f}$  et  $r_{R_r C_r}$  sont respectivement donnés dans les équations (A.109) et (A.121).

#### A.3.5.4 Forces aérodynamiques

Lorsqu'on étudie la dynamique longitudinale il est indispensable de prendre en compte la force aérodynamique de traînée  $F_d$  à partir du moment où le modèle est utilisé pour des simulations à moyennes et hautes vitesses. En effet, l'amplitude de la force  $F_d$  est directement proportionnelle au carré de la vitesse ce qui en fait la force prédominante à haute vitesse. On assumera que le centre de pression est confondu avec le CDG principal  $G_m$ , autrement dit la résultante de la force de traînée s'applique au point  $G_m$ . La force de traînée partage la même direction que celle du vecteur vitesse  $v_x$  mais le sens est opposé.  $F_d$  agit donc suivant  $i_A$  et sa contribution dans  $Q_a$  peut être exprimée par :

$$Q_{a_{F_d}} = \left( \frac{\partial v_{OG_m}}{\partial \vartheta} \right)^T \begin{bmatrix} -F_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.130})$$

L'expression de la force aérodynamique de traînée  $F_d$  a déjà été discutée dans (3.59). On rappellera que  $F_d$  peut être décrite par :

$$F_d = K_d v_x^2 \quad (\text{A.131})$$

avec  $K_d = \frac{1}{2} \rho_{air} C_d A_d$ .

#### A.3.6 Calcul des efforts généralisés résiduels

Sachant que les contributions des accélérations angulaires résiduelles sont nulles car  $\omega_{OG_m} = 0$ ,  $\varepsilon_{R,G_m} = 0$ ,  $\varepsilon_{R,R_f} = 0$  et  $\varepsilon_{R,R_r} = 0$  alors seul le mouvement de translation du corps  $G_m$  a une contribution dans le vecteur des efforts généralisés résiduels  $Q_r$  telle que :

$$Q_{r_t} = \mathcal{M} \left( \frac{\partial v_{OG_m}}{\partial \vartheta} \right)^T a_{R,G_m} \quad (\text{A.132})$$

avec les expressions de  $v_{OG_m}$  et  $a_{R,G_m}$  données dans (A.98) et (A.99).

À ce niveau nous avons explicité tous les termes nécessaires au calcul du vecteur des efforts généralisés  $Q$  dont l'expression générale est :

$$\begin{aligned} Q &= Q_a - Q_r \\ &= Q_{a_g} + Q_{a_{\tau_r}} + Q_{a_{T_f}} + Q_{a_{T_r}} + Q_{a_{F_d}} - Q_{r_t} \end{aligned} \quad (\text{A.133})$$

#### A.3.7 Bilan

Avant de passer au développement algébrique du modèle longitudinal en accord avec les figures A.1 et 4.2, on considèrera les cordonnées suivantes :

$$\begin{aligned} r_{AG_m} &= \begin{bmatrix} l_m \\ 0 \\ h_m \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\zeta}, \quad r_{AR_r} = \begin{bmatrix} -l_r \\ 0 \\ R_r \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\zeta}, \quad r_{R_r C_r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R_r \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\zeta}, \\ r_{AB} &= \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\epsilon}, \quad r_{BR_f} = \begin{bmatrix} c \\ 0 \\ -s \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\epsilon}, \quad r_{R_f C_f} = \begin{bmatrix} -R_f \sin(\epsilon) \\ 0 \\ -R_f \cos(\epsilon) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_\epsilon} \end{aligned} \quad (\text{A.134})$$

avec les relations géométriques :

$$\begin{aligned} l_f &= a \cos(\epsilon) + s \sin(\epsilon) + c \cos(\epsilon) \\ l_r &= a \sin(\epsilon) + c \sin(\epsilon) - s \cos(\epsilon) \end{aligned} \quad (\text{A.135})$$

Finalement, en développant l'équation du principe de Jourdain  $\mathcal{M}\dot{\vartheta} = Q$ , avec la matrice de masse calculée dans (A.124) et le vecteur des efforts généralisés dans (A.133), on obtient un système de 4 équations :

- la dynamique longitudinale :

$$\mathcal{M}\dot{v}_x + \mathcal{M} (h_m \cos(\zeta) + l_m \sin(\zeta)) \ddot{\zeta} = Q_1 \quad (\text{A.136})$$

- la dynamique de la roue avant :

$$\mathcal{I}_{y_{R_f}} \ddot{\theta}_f + \mathcal{I}_{y_{R_f}} \ddot{\zeta} = Q_2 \quad (\text{A.137})$$

- la dynamique de la roue arrière :

$$\mathcal{I}_{y_{R_r}} \ddot{\theta}_r + \mathcal{I}_{y_{R_r}} \ddot{\zeta} = Q_3 \quad (\text{A.138})$$

- la dynamique du tangage :

$$\mathcal{M} (h_m \cos(\zeta) + l_m \sin(\zeta)) \dot{v}_x + \mathcal{I}_{y_{R_f}} \ddot{\theta}_f + \mathcal{I}_{y_{R_r}} \ddot{\theta}_r + \left( \mathcal{I} + \mathcal{I}_{y_{R_f}} + \mathcal{I}_{y_{R_r}} + \mathcal{M}(l_m^2 + h_m^2) \right) \ddot{\zeta} = Q_4 \quad (\text{A.139})$$

avec

$$\begin{aligned} Q_1 &= \mathcal{M} (l_m \cos(\zeta) - h_m \sin(\zeta)) \zeta^2 + F_{x_f} + F_{x_r} - K_d v_x^2 \\ Q_2 &= \tau_{B_f} - F_{x_f} R_f \cos(\zeta) - F_{z_f} R_f \sin(\zeta) \\ Q_3 &= \tau_D + \tau_{B_r} - F_{x_r} R_r \cos(\zeta) - F_{z_r} R_r \sin(\zeta) \\ Q_4 &= \mathcal{M}g (l_m \cos(\zeta) - h_m \sin(\zeta)) + K_d v_x^2 (l_m \sin(\zeta) + h_m \cos(\zeta)) + F_{x_f} ((l_r - R_f) \cos(\zeta) \\ &\quad + l_f \sin(\zeta)) - F_{x_r} l_r \sin(\zeta) + F_{z_f} ((l_r - R_f) \sin(\zeta) - l_f \cos(\zeta)) + F_{z_r} l_r \cos(\zeta) \end{aligned} \quad (\text{A.140})$$

On remarquera que le modèle obtenu est complètement non-linéaire. Néanmoins, il est possible de simplifier ce dernier tout en gardant la dynamique du tangage, si l'on considère que l'amplitude de l'angle de  $\zeta$  est faible, alors nous pouvons utiliser le théorème des petits angles pour réduire les non-linéarités des équations. Il suffit d'introduire les relations  $\sin(\zeta) = 0$  et  $\cos(\zeta) = \zeta$  dans les équations (A.136)-(A.139). Cependant, cette simplification signifie que le modèle n'est plus valable pour de grandes amplitudes de tangage. Une seconde alternative consiste à, tout simplement, négliger les mouvements de tangage ( $\zeta = 0^\circ$ ). Alors on obtient un des modèles les plus simples et les plus répandus de la dynamique longitudinale des véhicules terrestres à roues (V4RM, V2RM, etc.). Ce modèle est décrit par les trois équations suivantes :

- la dynamique longitudinale :

$$\mathcal{M}\dot{v}_x = F_{x_f} + F_{x_r} - K_d A_d v_x^2 \quad (\text{A.141})$$

- la dynamique de la roue avant :

$$\mathcal{I}_{y_{R_f}} \ddot{\theta}_f = \tau_{B_f} - F_{x_f} R_f \quad (\text{A.142})$$

- la dynamique de la roue arrière :

$$\mathcal{I}_{y_{R_r}} \ddot{\theta}_r = \tau_D + \tau_{B_r} - F_{x_r} R_r \quad (\text{A.143})$$

On notera cependant que suivant la nature du véhicule, le nombre de forces pneumatiques longitudinales  $F_x$  peut varier. Par exemple, pour les V4RM, il y a deux forces sur chacun des essieux avant et arrière. De plus, suivant l'architecture de transmission, propulsion ou traction, le couple moteur  $\tau_D$  se trouve respectivement dans les équations de rotation des roues arrières ou avants.

Comme pour la dynamique latérale, deux cas figures sont possibles pour l'expression des forces longitudinales pneumatiques  $F_{x_f}$  et  $F_{x_r}$ . Un premier où elles sont considérées en régime établie en permanence (on néglige leur dynamique) et un second prenant en compte la dynamique de relaxation longitudinale.

### A.3.7.1 Efforts pneumatiques en régime établi

Avec les expressions linéaires des efforts pneumatiques longitudinaux données dans (2.5), on peut compléter le système d'équations (A.141)-(A.143) ou bien (A.136)-(A.139) avec les deux expressions :

$$\begin{aligned} F_{x_f} &= k_{\kappa_f} F_{z_f} \kappa_f \\ F_{x_r} &= k_{\kappa_r} F_{z_r} \kappa_r \end{aligned} \quad (\text{A.144})$$

avec  $k_{\kappa_f}$  et  $k_{\kappa_r}$  les coefficients linéaires de raideur associés aux glissements longitudinaux avant et arrière. Ils sont calculés à l'aide de (2.5) et (2.7).

On rappellera que les glissements longitudinaux des pneumatiques avant et arrière respectivement  $\kappa_f$  et  $\kappa_r$  sont calculés par :

$$\begin{aligned} \kappa_f &= -\frac{v_x - R_f \dot{\theta}_f}{\max(v_x, R_f \dot{\theta}_f)} \\ \kappa_r &= -\frac{v_x - R_r \dot{\theta}_r}{\max(v_x, R_r \dot{\theta}_r)} \end{aligned} \quad (\text{A.145})$$

où  $\dot{\theta}_i$  est la vitesse de rotation de la roue  $i$  et  $R_i$  son rayon. Pendant une phase d'accélération, la roue  $i$  a tendance à accélérer plus rapidement que le véhicule impliquant la relation  $R_i \dot{\theta}_i > v_x$ . Dans ce cas elle génère un glissement positif  $\kappa_i > 0$  alors que c'est le phénomène inverse en freinage  $\kappa_i < 0$ .

Finalement, en combinant (A.144) et (A.145), il vient :

$$\begin{aligned} F_{x_f} &= -k_{\kappa_f} F_{z_f} \frac{v_x - R_f \dot{\theta}_f}{\max(v_x, R_f \dot{\theta}_f)} \\ F_{x_r} &= -k_{\kappa_r} F_{z_r} \frac{v_x - R_r \dot{\theta}_r}{\max(v_x, R_r \dot{\theta}_r)} \end{aligned} \quad (\text{A.146})$$

On notera que les expressions des forces verticales  $F_{z_f}$  et  $F_{z_r}$  sont considérées dans leur forme dynamique. C'est-à-dire qu'elles prennent en compte le phénomène de transfert de charge dont



l'équation est donnée par :

$$\begin{aligned} F_{z_f} &= \frac{\mathcal{M}}{l_f + l_r} (g(l_r + l_m) - h_m a_x) \\ F_{z_r} &= \frac{\mathcal{M}}{l_f + l_r} (g(l_f - l_m) + h_m a_x) \end{aligned} \quad (\text{A.147})$$

On rappellera que sans sollicitation latérale, l'égalité  $a_x = \dot{v}_x$  est valable.

### A.3.7.2 Dynamique de relaxation des pneumatiques

Dans le section discutant de l'étude de la stabilité latérale, nous avons vu que la dynamique de relaxation des pneumatiques jouait un rôle important dans la modélisation de la dynamique du V2RM. Dans le cas où la relaxation est prise en compte, les systèmes d'équations (A.141)-(A.143) ou encore (A.136)-(A.139) peuvent être complétés avec les deux équations dynamiques de relaxation :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{x_f}}{v_x} \dot{F}_{x_f} + F_{x_f} &= -k_{\kappa_f} F_{z_f} \frac{v_x - R_f \dot{\theta}_f}{\max(v_x, R_f \dot{\theta}_f)} \\ \frac{\sigma_{x_r}}{v_x} \dot{F}_{x_r} + F_{x_r} &= -k_{\kappa_r} F_{z_r} \frac{v_x - R_r \dot{\theta}_r}{\max(v_x, R_r \dot{\theta}_r)} \end{aligned} \quad (\text{A.148})$$

avec les expressions de  $F_{z_f}$  et  $F_{z_r}$  données précédemment dans (A.147).

Finalement, si l'on s'intéresse plus particulièrement au modèle de la dynamique longitudinale, sans considérer le tangage et avec un modèle de la dynamique des pneumatiques. Alors, on obtient le système d'équations dynamiques non-linéaires suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{M} \dot{v}_x &= F_{x_f} + F_{x_r} - K_d v_x^2 \\ \mathcal{I}_{y_{R_f}} \ddot{\theta}_f &= \tau_{B_f} - F_{x_f} R_f \\ \mathcal{I}_{y_{R_r}} \ddot{\theta}_r &= \tau_D + \tau_{B_r} - F_{x_r} R_r \\ \dot{F}_{x_f} &= \frac{v_x}{\sigma_{x_f}} \left( k_{\kappa_f} F_{z_f} - \frac{v_x - R_f \dot{\theta}_f}{\max(v_x, R_f \dot{\theta}_f)} - F_{x_f} \right) \\ \dot{F}_{x_r} &= \frac{v_x}{\sigma_{x_r}} \left( k_{\kappa_r} F_{z_r} - \frac{v_x - R_r \dot{\theta}_r}{\max(v_x, R_r \dot{\theta}_r)} - F_{x_r} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.149})$$

De la même manière que pour la dynamique latérale, on peut représenter le système d'équations précédent sous forme de représentation d'état non-linéaire avec comme nouveau vecteur d'état  $X = [v_x \ \dot{\theta}_f \ \dot{\theta}_r \ F_{x_f} \ F_{x_r}]^T$ . On notera  $u$  le vecteur des entrées tel que  $u = [\tau_{B_f} \ \tau_{B_r} \ \tau_D]^T$ . Il vient la représentation :

$$E \dot{X} = S(v_x, F_{z_f}, F_{z_r}, \dot{\theta}_f, \dot{\theta}_r) X + Nu \quad (\text{A.150})$$

avec

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, S(v_x, F_{z_f}, F_{z_r}, \dot{\theta}_f, \dot{\theta}_r) = \begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & s_{24} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{35} \\ s_{41} & s_{42} & 0 & s_{44} & 0 \\ s_{51} & 0 & s_{53} & 0 & s_{55} \end{bmatrix} \text{ et } N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.151})$$

Termes $e_{ij}$ de la matrice $E$
$e_{11} = \mathcal{M}$
$e_{22} = \mathcal{I}_{y_{R_f}}$
$e_{33} = \mathcal{I}_{y_{R_r}}$

TABLE A.1 – Définition des termes de la matrice de masse du modèle un-corps

Termes $s_{ij}$ de la matrice $S$
$s_{11} = -K_d v_x$
$s_{24} = -R_f$
$s_{35} = -R_r$
$s_{41} = \frac{-1}{\sigma_{x_f}} \left( k_{\kappa_f} F_{z_f} \frac{v_x}{\max(v_x, R_f \dot{\theta}_f)} \right)$
$s_{42} = \frac{v_x}{\sigma_{x_f}} \left( \frac{R_f}{\max(v_x, R_f \dot{\theta}_f)} \right)$
$s_{44} = \frac{-v_x}{\sigma_{x_f}}$
$s_{51} = \frac{-1}{\sigma_{x_r}} \left( k_{\kappa_r} F_{z_r} \frac{v_x}{\max(v_x, R_r \dot{\theta}_r)} \right)$
$s_{53} = \frac{v_x}{\sigma_{x_r}} \left( \frac{R_r}{\max(v_x, R_r \dot{\theta}_r)} \right)$
$s_{55} = \frac{-v_x}{\sigma_{x_r}}$

TABLE A.2 – Définition des termes du vecteur des efforts généralisés du modèle un-corps

Comme la matrice de masse  $E$  est inversible indépendamment des valeurs des états dynamiques, il est possible de transformer (A.150) en une représentation plus commune, c'est-à-dire :

$$\dot{X} = A(v_x, F_{z_f}, F_{z_r}, \dot{\theta}_f, \dot{\theta}_r)X + Bu \quad (\text{A.152})$$

avec  $A(v_x, F_{z_f}, F_{z_r}, \dot{\theta}_f, \dot{\theta}_r) = E^{-1}S$  la matrice d'état et  $B = E^{-1}N$  le vecteur des entrées. La représentation d'état obtenue est complètement non-linéaire puisque la matrice  $A$  dépend directement des états du système. On rappellera que les expressions des forces verticales  $F_{z_f}$  et  $F_{z_r}$  dépendent également de  $\dot{v}_x$  à travers la relation (A.147).

### A.3.7.3 Alternatives de modélisation

Pour aller plus loin, une première variante consiste à considérer les forces pneumatiques longitudinales  $F_{x_f}$  et  $F_{x_r}$  dans leurs expressions non-linéaires données par :

$$\begin{aligned} F_{x_f} &= D_{\kappa_f} \sin \left( C_{\kappa_f} \operatorname{atan} \left( B_{\kappa_f} \kappa_f - E_{\kappa_f} (B_{\kappa_f} \kappa_f - \operatorname{atan}(B_{\kappa_f} \kappa_f)) \right) \right) \\ F_{x_r} &= D_{\kappa_r} \sin \left( C_{\kappa_r} \operatorname{atan} \left( B_{\kappa_r} \kappa_r - E_{\kappa_r} (B_{\kappa_r} \kappa_r - \operatorname{atan}(B_{\kappa_r} \kappa_r)) \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.153})$$

Une autre variante de modélisation vient de la prise en compte la dynamique latérale dans les équations du mouvement longitudinal. En effet, lors d'un mouvement où les dynamiques longitudinale et latérale sont couplées, l'accélération longitudinale  $a_x$  n'est pas égale à la dérivée de la vitesse  $v_x$  mais  $a_x = \dot{v}_x - \dot{\psi} v_y$  [128]. De plus, les régimes d'équilibre des forces longitudinales  $F_x$  peuvent aussi prendre en compte le couplage des dynamiques. Ainsi, le modèle de la dynamique longitudinale sous l'influence de sollicitations latérales donne lieu au modèle suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\dot{v}_x - v_y \dot{\psi}) &= F_{x_f} + F_{x_r} - K_d v_x^2 \\ \mathcal{I}_{y_{R_f}} \ddot{\theta}_f &= \tau_{B_f} - F_{x_f} R_f \\ \mathcal{I}_{y_{R_r}} \ddot{\theta}_r &= \tau_D + \tau_{B_r} - F_{x_r} R_r \\ \dot{F}_{x_f} &= \frac{v_x}{\sigma_{x_f}} \left( F_{x_{f0}}(\kappa_f, F_{z_f}, \alpha_f, \gamma_f) - F_{x_f} \right) \\ \dot{F}_{x_r} &= \frac{v_x}{\sigma_{x_r}} \left( F_{x_{r0}}(\kappa_r, F_{z_r}, \alpha_r, \gamma_r) - F_{x_r} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.154})$$

Cette fois-ci, les régimes d'équilibre des forces longitudinales dépendent, en plus des glissements longitudinaux et des forces verticales, des glissements latéraux ( $\alpha_f, \alpha_r$ ) et des angles de carrossage ( $\gamma_f, \gamma_r$ ). Ainsi, le couplage entre les forces longitudinales et latérales est pris en compte dans ce modèle.

#### A.3.7.4 Transferts de charge extrêmes : *Wheelie* & *Stoppie*

Rappelons que les phénomènes de *wheelie* et de *stoppie* correspondent respectivement à un décollement de la roue avant et la roue arrière. Autrement dits, ce sont des phénomènes de transfert de charge extrêmes. Ces phénomènes sont propres aux véhicules deux-roues à cause de leur CDG assez élevé et leur empattement assez faible provoquant un couple de retournement  $M_r$  (figure 2.5) important pendant les phases d'accélération ou de freinage sévères. Si l'on interprète le *wheelie* et le *stoppie* avec les équations (2.12) et (2.16), il vient que le *wheelie* apparaît lorsque  $\Delta F_z = F_{z_{f_0}}$  ou encore lorsque  $F_{z_f} = 0$  c'est-à-dire  $a_x = g \frac{l_r + l_m}{h_m}$ . Quant au *stoppie*, il intervient lorsque  $\Delta F_z = -F_{z_{r_0}}$  ou encore lorsque  $F_{z_r} = 0$  c'est-à-dire  $a_x = -g \frac{l_f - l_m}{h_m}$ . Les V2RM les plus récents possèdent des systèmes électroniques qui permettent d'éviter ces deux phénomènes. Le répartiteur de freinage assure une répartition optimale des pressions de freinage entre la roue avant et arrière afin d'éviter le décollement de la roue arrière lors d'un freinage avant brusque. La coupure à l'injection permet d'éviter le décollement de la roue avant.

## Annexe B

# Complément à l'observation basée modèle : observateurs, observabilité et détectabilité

### Sommaire

---

<b>B.1</b>	<b>Observateur pour les systèmes dynamiques</b>	<b>307</b>
<b>B.2</b>	<b>Stabilité et observabilité des systèmes linéaires</b>	<b>308</b>
<b>B.3</b>	<b>Observabilité des systèmes non-linéaires</b>	<b>310</b>

---

### B.1 Observateur pour les systèmes dynamiques

L'estimation des variables décrivant la dynamique d'un système physique est une thématique de recherche très active depuis une trentaine d'années. Le coût économique de certains capteurs ou l'inaccessibilité à la mesure de certaines variables sont les raisons qui suscitent cet intérêt et qui expliquent pourquoi les outils de l'observation sont largement répandus. Les observateurs ne sont ni plus ni moins que des capteurs logiciels, qui grâce à des algorithmes mathématiques permettent d'estimer certaines dynamiques d'un système. Ils sont incontournables, voire indispensables, dans certains domaines comme la commande des systèmes, la supervision ou le diagnostic des défauts. Considérons le système dynamique suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\ y(t) &= h(x(t), u(t), w(t), t) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  le vecteur des entrées connues,  $w \in \mathbb{R}^{n_w}$  le vecteur des Entrées Inconnues (EI) (perturbations, incertitudes, etc.) et  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$  le vecteur des mesures. Les termes  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_w} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$  et  $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_w} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$  sont deux fonctions continues.

Un observateur d'état du système (B.1) est un système dynamique dont les entrées sont le vecteur des entrées connues et le vecteur des mesures respectivement  $u(t)$  et  $y(t)$ . Il a pour sortie le vecteur des états estimés  $\hat{x}(t)$ , calculé à partir des équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) &= f_z(z(t), u(t), y(t), t) \\ \hat{x}(t) &= h_z(z(t), u(t), y(t), t) \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

L'objectif principal lors de la synthèse d'un observateur est de déterminer les fonctions  $f_z(\cdot)$  et  $h_z(\cdot)$  afin de garantir la convergence asymptotique vers zéro de l'erreur d'estimation définie par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (\text{B.3})$$

Autrement dit :

$$\|e(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty \quad (\text{B.4})$$

Dans le cas où la convergence asymptotique ne peut être assurée à cause de la présence d'incertitudes, de perturbations, de défauts ou encore d'entrées non-mesurables, il est possible d'utiliser les outils issus de la robustesse. Ils permettent de minimiser l'erreur d'estimation  $e$  mais ne garantissent pas une convergence asymptotique. Il existe d'autres structures d'observateurs, comme par exemple celle permettant d'estimer les EI. Elle est définie par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) &= f_z(z(t), u(t), y(t), t) \\ \hat{x}(t) &= h_{z1}(z(t), u(t), y(t), t) \\ \hat{w}(t) &= h_{z2}(z(t), u(t), y(t), t) \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

Pour synthétiser cet observateur, il est donc question de trouver les fonctions  $f_z(\cdot)$ ,  $h_{z1}(\cdot)$  et  $h_{z2}(\cdot)$  permettant d'assurer la convergence de l'erreur d'estimation des états telle qu'elle est définie dans (B.3) et celle de l'estimation des EI définie par :

$$e_w(t) = w(t) - \hat{w}(t) \quad (\text{B.6})$$

## B.2 Stabilité et observabilité des systèmes linéaires

Soit le système linéaire suivant :

$$\dot{x} = Ax \quad (\text{B.7})$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état du système et  $A$  la matrice d'état. Cette dernière est carrée et de dimension  $n$ .

Étudier l'observabilité ou la détectabilité d'un système dynamique consiste à définir les conditions sous lesquelles les états d'un système peuvent être estimés à partir des entrées connues et des sorties. Dans le cas des systèmes Linéaires à Temps Invariant (LTI), on considère la classe de systèmes suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

avec  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$  et  $D \in \mathbb{R}^{n \times w}$  désignant respectivement les matrices d'état, de commande des entrées connues, d'observation et celle de commande des EI. Les termes  $n$ ,  $n_u$ ,  $n_y$  et  $n_w$  sont respectivement les dimensions des vecteurs  $x(t)$ ,  $u(t)$ ,  $y(t)$  et  $w(t)$ .

**Definition 1** La matrice  $A$  est dite stable, ou matrice de Hurwitz, si toutes ses valeurs propres ont une partie réelle strictement négative. Autrement dit :

$$Re(\lambda) < 0 \quad (\text{B.9})$$

avec  $\lambda$  le vecteur des valeurs propres de  $A$ .

**Definition 2** Soit  $\mathcal{O}$  la matrice d'observabilité définie par Kalman [193] comme suit :

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

- Le système (B.10) est observable si  $\text{rang}(\mathcal{O}) = n$ .
- Autrement, le système (B.10) est détectable si les modes non-observables du système sont stables.

Pour aborder l'observabilité des EI, il est nécessaire d'introduire la notion de degré relatif.

**Definition 3** Considérons que (B.8) est un système mono-entrée mono-sortie aussi appelé Single Input Single Output (SISO). Le terme  $r_{yu}$  est un degré relatif de la sortie  $y(t)$  par rapport à l'entrée  $u(t)$  si et seulement si :

- La sortie  $y(t)$  et ses dérivées successives  $\frac{d^i y(t)}{dt^i}$  avec  $i = 1, \dots, r_{yu} - 1$  ne dépendent pas explicitement de l'entrée  $u(t)$ .
- La dérivée  $\frac{d^{r_{yu}} y(t)}{dt^{r_{yu}}}$  dépend explicitement de l'entrée  $u(t)$ .

La même définition est valable pour le degré relatif du vecteur des mesures  $y(t)$  par rapport à l'EI  $w(t)$ . pour les systèmes NL, la formulation mathématique du degré relatif est obtenue avec les dérivées de Lie [194]. Pour les systèmes multi-entrée multi-sorties (Multiple Input Multiple Output (MIMO)), on introduit la notion du vecteur des degrés relatifs comme suit :

**Lemme 1** Soit le système (B.8) avec le vecteur des sorties  $y(t) = [y_1(t), \dots, y_n(t)]^T$ . Soit  $r_i$  le degré relatif de la sortie  $y_i(t)$  par rapport à l'entrée  $u(t)$ . Le vecteur des degrés relatifs partiels de la sortie multi-variables  $y(t)$  par rapport au vecteur des entrées  $u(t)$  est donné par :  $[r_1, \dots, r_{n_y}]$  si et seulement si :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \frac{d^{r_1} y_1(t)}{dt^{r_1}} \\ \vdots \\ \frac{d^{r_{n_y}} y_{n_y}(t)}{dt^{r_{n_y}}} \end{bmatrix} = n_y \quad (\text{B.11})$$

On appelle  $r_{yu} = \sum_1^{n_y} r_i$  le degré relatif du vecteur des sorties  $y(t)$  par rapport au vecteur des entrées  $u(t)$ . Il est toujours inférieur ou égal à  $n$ .

Pour les systèmes linéaires, le vecteur des degrés relatifs est défini comme suit :

**Definition 4** [195] Soit le système (B.8).  $[r_1, \dots, r_{n_y}]$  est le vecteur des degrés relatifs partiels du vecteur de sortie  $y(t)$  par rapport au vecteur des EI  $w(t)$ , si pour chaque degré relatif  $r_i$ , les équations suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned} C_i A^j D &= 0 \text{ pour } j = 1, \dots, r_i - 2 \\ C_i A^{r_i - 1} D &\neq 0 \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

et

$$\text{rang} \begin{bmatrix} C_1 A^{r_1 - 1} D \\ \vdots \\ C_{n_y} A^{r_{n_y} - 1} D \end{bmatrix} \neq 0 \quad (\text{B.13})$$

avec  $i$  le  $i^{\text{ème}}$  vecteur de la matrice  $C$ .

L'étude de l'observabilité et de la détectabilité des EI revient à étudier le degré relatif du vecteur des sorties par rapport au vecteur des EI, ou bien étudier la matrice de Roosenbrock définie par :

**Definition 5** Pour le système (B.8), la matrice de Roosenbrock du triplet  $(A, D, C)$  est définie comme suit [196] :

$$\mathcal{R}(s) = \begin{bmatrix} sI - A & D \\ -C & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14})$$

$s_0$  est un zéro invariant du triplet  $(A, D, C)$  si  $\text{rang}(\mathcal{R}(s_0)) < n + \text{rang}(D)$ .

**Lemme 2** Le système (B.8) est fortement observable, si et seulement si, l'une des propriétés suivantes est respectée :

- Le triplet  $(A, D, C)$  n'a pas de zéro invariant.
- Le vecteur des mesures  $y(t)$  a un degré relatif  $r_{yw} = n$  par rapport au vecteur des EI  $w(t)$ .

Par ailleurs, il est fortement détectable, si et seulement si :

- Le degré relatif  $r$  du vecteur de sortie  $y(t)$  par rapport au vecteur des EI existe et le triplet  $(A, D, C)$  n'a pas de zéro invariant instable, c'est-à-dire le système est à phase minimale.

### B.3 Observabilité des systèmes non-linéaires

**Definition 6** [197] Considérons le système non-linéaire (B.1), pour toute condition initiale  $x(0)$ , tout vecteur d'entrée  $u(t)$  et tout couple d'EI  $(w(t), \bar{w}(t))$ , le système (B.1), considérant deux trajectoires différentes  $x(t)$  et  $\bar{x}(t)$ , est appelé :

- à états fortement observables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) = y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  implique que  $x(t) = \bar{x}(t)$ .
- à états fortement détectables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) = y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  implique que  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .
- à états fortement détectables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) \rightarrow y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  quand  $t \rightarrow \infty$  implique que  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

La définition 6 traite uniquement de l'observabilité et de la détectabilité des états. L'observabilité (respectivement la détectabilité) des EI permet de reconstruire, en temps fini, les EI du système (perturbation, défaut, état non-mesuré, etc.) à partir de la connaissance du vecteur des mesures et des entrées connues.

**Definition 7** [198] Pour toute condition initiale  $x(0)$  et tout vecteur d'entrée connue  $u(t)$  le système (B.1) est dit :

- à états et EI fortement observables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) = y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  implique que  $x(t) = \bar{x}(t)$ . et que  $w(t) = \bar{w}(t)$ .
- à états et EI fortement détectables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) = y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  implique que  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  et  $w(t) \rightarrow \bar{w}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .
- à états et EI fortement asydétectables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) \rightarrow y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  quand  $t \rightarrow \infty$  implique que  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  et  $w(t) \rightarrow \bar{w}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

# Annexe C

## Outils d'Automatique

### Sommaire

---

<b>C.1 Propriété de la somme convexe</b> . . . . .	<b>311</b>
<b>C.2 Erreur quadratique moyenne</b> . . . . .	<b>311</b>

---

### C.1 Propriété de la somme convexe

Soit  $h_i(\xi(t))$  les fonctions d'activation, aussi appelées fonctions de pondération, des  $r$  sous-modèles linéaires d'un modèle exprimé sous forme Takagi-Sugeno (TS). À noter que les paramètres  $\xi(t)$ , aussi connus sous le nom de variable de prémisse, peuvent dépendre des états du système, des entrées ou des paramètres externes. Les fonctions d'activation vérifient la propriété de la somme convexe, si et seulement si :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r h_i(\xi(t)) = 1 \\ 0 \leq h_i(\xi(t)) \leq 1, \quad i = 1, \dots, r \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

### C.2 Erreur quadratique moyenne

L'erreur quadratique moyenne est aussi connue sous le nom de "risque quadratique" ou encore de *Root Mean Square Error* (RMSE) en anglais. Cette technique statistique est largement utilisée lorsqu'il s'agit de contraster des performances d'estimation [183, 38, 126, 40].

Soit  $y(t)$  un signal et  $\hat{y}(t)$  son estimé, l'expression de la RMSE est donnée par :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i(t) - \hat{y}_i(t))^2} \quad (\text{C.2})$$

où  $n$  est le nombre d'échantillons utilisés pour calculer la RMSE.

À noter que la RMSE est proportionnelle au carré de l'erreur d'estimation, ce qui signifie que, plus la RMSE est faible, meilleurs sont les performances d'estimation.





## Annexe D

# Passage du repère inertiel au repère de modélisation

L'orientation d'un corps rigide dans l'espace peut être représentée de différentes manières. Dans [199], une étude intéressante a été menée à ce sujet. Dans nos travaux de recherche, l'orientation du V2RM est représentée à l'aide des trois angles d'Euler (figure D.1) :

- l'angle de roulis, noté  $\phi$ , dont l'axe de rotation est longitudinal au véhicule,
- l'angle de tangage, noté  $\zeta$ , dont l'axe de rotation est transversal au véhicule,
- l'angle de lacet, noté  $\psi$ , dont l'axe de rotation est perpendiculaire aux axes des mouvements de tangage et de roulis. Dans notre cas, on a choisi par convention que cet axe était orienté vers le haut.

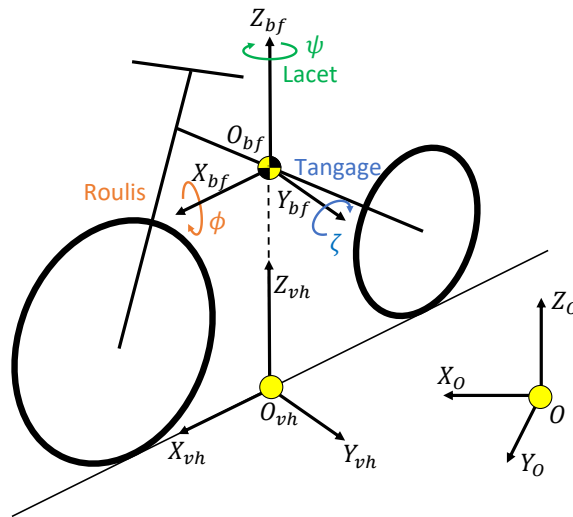


FIGURE D.1 – Représentation des angles d'Euler sur le V2RM

C'est une des représentations les plus souvent utilisées en dynamique du véhicule de manière générale. Une fois les rotations ont été définies, on introduit le repère rattaché au véhicule que l'on notera  $\mathcal{R}_{bf} = (O_{bf}, X_{bf}, Y_{bf}, Z_{bf})$ . À noter que l'indice *bf* désigne *body-fixed*. Son origine,

notée  $O_{bf}$ , est confondue avec le CDG du véhicule et les axes  $X_{bf}, Y_{bf}, Z_{bf}$  sont orientés de telle sorte à ce qu'ils correspondent respectivement aux axes de rotation du roulis  $\phi$ , du tangage  $\zeta$  et du lacet  $\psi$ . On notera le repère terrestre  $\mathcal{R}_O = (O, X_O, Y_O, Z_O)$ , aussi appelé repère inertiel. Il est fixe et donc invariant dans le temps contrairement à  $\mathcal{R}_{bf}$ . Le repère  $\mathcal{R}_{vh} = (O_{vh}, X_{vh}, Y_{vh}, Z_{vh})$  désigne le repère de modélisation, lui aussi varie dans le temps. C'est dans ce dernier repère,  $\mathcal{R}_{vh}$ , que sont exprimées les équations de la dynamique du véhicule établies dans la première partie de ce manuscrit (partie I). À noter que ce repère n'est pas affecté par les mouvements de roulis et de tangage.

Si on considère l'ordre des rotations : roulis, tangage puis lacet, alors la matrice de rotation entre les repères  $\mathcal{R}_O$  et  $\mathcal{R}_{bf}$  peut être exprimée par :

$$\mathbf{R}_{\phi\zeta\psi} = \mathbf{R}_\phi \mathbf{R}_\zeta \mathbf{R}_\psi \quad (\text{D.1})$$

avec  $\mathbf{R}_\phi$ ,  $\mathbf{R}_\zeta$  et  $\mathbf{R}_\psi$  les matrices de rotation associées aux mouvements isolés de roulis, de tangage et de lacet. Elles sont définies par :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_\phi &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}, \mathbf{R}_\zeta = \begin{pmatrix} \cos(\zeta) & 0 & \sin(\zeta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\zeta) & 0 & \cos(\zeta) \end{pmatrix} \\ \text{et } \mathbf{R}_\psi &= \begin{pmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Finalement,

$$\mathbf{R}_{\phi\zeta\psi} = \begin{pmatrix} c_\zeta c_\phi - s_\phi s_\zeta s_\psi & c_\zeta s_\phi + s_\phi s_\zeta c_\psi & -c_\phi s_\zeta \\ -c_\phi s_\zeta & c_\phi c_\psi & s_\phi \\ s_\zeta c_\psi + s_\phi c_\zeta s_\psi & s_\zeta s_\psi - s_\phi c_\zeta c_\psi & c_\phi c_\zeta \end{pmatrix} \quad (\text{D.3})$$

avec  $c_\diamond$  et  $s_\diamond$  désignant respectivement les notations  $\cos(\diamond)$  et  $\sin(\diamond)$ .

Cette représentation de l'orientation du véhicule et des passages entre les repères est importante lorsqu'on utilise une centrale inertielle (*Inertial Measurement Unit (IMU)*) embarquée. En effet, les équations du modèle dynamique du véhicule sont très rarement dérivées dans le repère fixe au véhicule  $\mathcal{R}_{bf}$  même si cela est tout à fait possible. Elles sont plutôt exprimées dans le repère mobile  $\mathcal{R}_{vh}$ . Néanmoins, les mesures sont fournies dans le repère  $\mathcal{R}_{bf}$  puisque les capteurs sont rigidement attachés au véhicule.

À ce stade, deux solutions sont possibles, la première consiste à transformer toutes les équations de la dynamique de telle sorte à les exprimer dans le repère  $\mathcal{R}_{bf}$ . Dans le cas d'un modèle linéarisé, ce genre de transformation conduit souvent à l'apparition de non-linéarités dans les équations du modèle. La seconde solution, souvent préférée, est d'exprimer les mesures fournies par l'IMU, non pas dans le repère capteur  $\mathcal{R}_{bf}$ , mais dans le repère de modélisation  $\mathcal{R}_{vh}$ .

Ensuite, les vitesses angulaires données par le gyroscope dans  $\mathcal{R}_{bf}$  peuvent être exprimées en fonction des angles d'Euler et de leur dynamique par [177] :

$$\omega_{bf} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{bf} \\ \dot{\zeta}_{bf} \\ \dot{\psi}_{bf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\zeta)\dot{\phi} - \sin(\zeta)\cos(\phi)\dot{\psi} \\ \dot{\zeta} + \sin(\phi)\dot{\psi} \\ \sin(\zeta)\dot{\phi} + \cos(\phi)\cos(\zeta)\dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{D.4})$$

Il en est de même pour les accélérations fournies par l'accéléromètre dans  $\mathcal{R}_{bf}$  :

$$a_{bf} = \begin{bmatrix} a_{x_{bf}} \\ a_{y_{bf}} \\ a_{z_{bf}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\phi) \sin(\zeta)(\dot{V}_z + g) + \cos(\zeta)\dot{V}_x + \sin(\phi) \sin(\zeta)(\dot{\psi} + V_x + \dot{V}_y) \\ \sin(\phi)(\dot{V}_z + g) + \cos(\phi)(\dot{\psi} + V_x + \dot{V}_y) \\ \cos(\phi) \cos(\zeta)(\dot{V}_z + g) + \sin(\zeta)\dot{V}_x - \sin(\phi) \cos(\zeta)(\dot{\psi} + V_x + \dot{V}_y) \end{bmatrix} \quad (\text{D.5})$$

avec  $V_x$ ,  $V_y$  et  $V_z$  les vitesses longitudinale, latérale et verticale du véhicule dans le repère  $\mathcal{R}_O$ .

À noter qu'il est possible de modéliser les bruits et/ou les biais de l'accéléromètre et du gyroscope en utilisant les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{bf} &= \omega_{bf} + \Delta\omega + \eta_\omega \\ \tilde{a}_{bf} &= \omega_{bf} + \Delta a + \eta_a \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

où  $\Delta\omega$  et  $\Delta a$  désignent les biais du gyroscope et de l'accéléromètre. Tandis que  $\eta_\omega$  et  $\eta_a$  sont les vecteurs contenant les bruits de des mesure. Les termes  $\tilde{\omega}_{bf}$  et  $\tilde{a}_{bf}$  désignent donc les signaux bruités et biaisés.

Par ailleurs, l'équation (D.4) peut être réécrite de telle sorte à exprimer les vitesses angulaires dans le repère de modélisation  $\mathcal{R}_{vh}$  en fonction de leur expression dans le repère des mesures  $\mathcal{R}_{bf}$  :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\zeta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\zeta) & \cos(\phi) \tan(\zeta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi)/\cos(\zeta) & \cos(\phi)/\cos(\zeta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{bf} \\ \dot{\zeta}_{bf} \\ \dot{\psi}_{bf} \end{bmatrix} \quad (\text{D.7})$$

Les deux dernières relations de (D.7) peuvent être réécrites telles que :

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= \cos(\phi)\dot{\zeta}_{bf} - \sin(\phi)\dot{\psi}_{bf} \\ \cos(\zeta)\dot{\psi} &= \sin(\phi)\dot{\zeta}_{bf} + \cos(\phi)\dot{\psi}_{bf} \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Maintenant, si on élève (D.8) au carré on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}^2 &= \cos(\phi)^2 \dot{\zeta}_{bf}^2 - 2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\zeta}_{bf} \dot{\psi}_{bf} + \sin(\phi)^2 \dot{\psi}_{bf}^2 \\ \cos(\zeta)^2 \dot{\psi}^2 &= \sin(\phi)^2 \dot{\zeta}_{bf}^2 + 2 \sin(\phi) \cos(\phi) \dot{\zeta}_{bf} \dot{\psi}_{bf} + \cos(\phi)^2 \dot{\psi}_{bf}^2 \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

En additionnant les deux dernières équations (D.9), il vient :

$$\dot{\zeta}^2 + \cos(\zeta)^2 \dot{\psi}^2 = \dot{\zeta}_{bf}^2 + \dot{\psi}_{bf}^2 \quad (\text{D.10})$$

Tandis que la première équation de (D.7) s'écrit :

$$\dot{\phi} = \dot{\phi}_{bf} + \sin(\phi) \tan(\zeta) \dot{\zeta}_{bf} + \cos(\phi) \tan(\zeta) \dot{\psi}_{bf} \quad (\text{D.11})$$

Si on admet maintenant que :

- les bruits de mesure du gyroscope sont nuls,
- la dynamique de tangage  $\dot{\zeta}$  est négligeable (voir les hypothèses de la partie I),
- le gyroscope est correctement aligné, autrement dit les biais sont nuls.

Sous respect de ces hypothèses, les équations (D.10) et (D.11) deviennent :

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \text{sign}(\dot{\psi}_{bf}) \sqrt{\dot{\zeta}_{bf}^2 + \dot{\psi}_{bf}^2} \\ \dot{\phi} &= \dot{\phi}_{bf} \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

Toujours sous respect des hypothèses énoncées ci-dessus, l'expression de l'accélération latérale  $a_y$  en fonction des accélérations dans le repère des capteurs peut elle aussi être simplifiée. Rappelons que  $a_y$  n'est pas entachée du mouvement de roulis alors que  $a_{y_{bf}}$  et  $a_{z_{bf}}$  le sont, comme il apparaît sur la figure D.2.

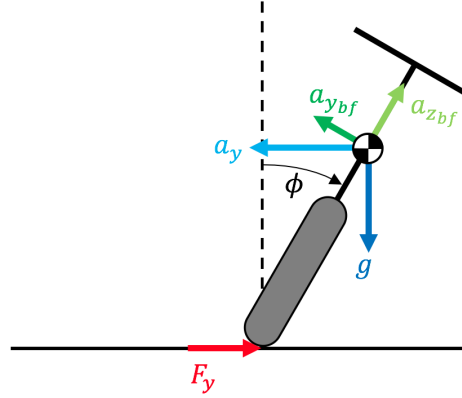


FIGURE D.2 – Illustration des vecteurs des accélérations lors d'un mouvement de roulis

Finalement, il vient :

$$\begin{aligned} a_{y_{bf}} &= a_y \cos(\phi) - g \sin(\phi) \\ a_{z_{bf}} &= -a_y \sin(\phi) - g \cos(\phi) \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

En élevant au carré ces deux équations (D.13), il vient :

$$\begin{aligned} a_{y_{bf}}^2 &= a_y^2 \cos^2(\phi) - 2 \sin(\phi) \cos(\phi) g a_y + g^2 \sin^2(\phi) \\ a_{z_{bf}}^2 &= a_y^2 \sin^2(\phi) + 2 \sin(\phi) \cos(\phi) g a_y + g^2 \cos^2(\phi) \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

En sommant ces équations (D.14), on a :

$$a_{y_{bf}}^2 + a_{z_{bf}}^2 = a_y^2 + g^2 \quad (\text{D.15})$$

Comme  $a_y$  et  $a_{y_{bf}}$  ont, systématiquement, le même signe alors :

$$a_y = \text{sign}(a_{y_{bf}}) \sqrt{a_{y_{bf}}^2 + a_{z_{bf}}^2 - g^2} \quad (\text{D.16})$$

En résumé, les équations (D.12) et (D.16) permettent d'exprimer, de manière algébrique, les états dynamiques mesurés dans le repère de la modélisation du véhicule  $\mathcal{R}_{vh}$  en fonction des mesures fournies directement dans le repère capteur rattaché au véhicule  $\mathcal{R}_{bf}$ .

## Annexe E

# Données numériques du modèle deux-corps du V2RM

Cette annexe présente les valeurs numériques utilisées pour la conception des observateurs basés modèles. Il s'agit des données numériques des matrices et vecteurs de la représentation d'état de la dynamique du V2RM.

### Modèle du V2RM sportif de BikeSim :

---

Termes  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$   $i, j = 1..8$

---

$a_{11} = 0, a_{12} = 0, a_{13} = 0, a_{14} = 0, a_{15} = 1, a_{16} = 0, a_{17} = 0, a_{18} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = 0, a_{23} = 0, a_{24} = 0, a_{25} = 0, a_{26} = 1, a_{27} = 0, a_{28} = 0, a_{31} = 28.340, a_{32} = -0.780, a_{33} = 0, a_{34} = -0.942v_x, a_{35} = -0.017v_x, a_{36} = 0.026v_x - 0.351, a_{37} = 0.009, a_{38} = 0.019, a_{41} = -3.209, a_{42} = -1.142, a_{43} = 0, a_{44} = 0.011v_x, a_{45} = -0.007v_x, a_{46} = 0.006v_x + 0.538, a_{47} = 0.013, a_{48} = -0.014, a_{51} = 47.171, a_{52} = -1.170, a_{53} = 0, a_{54} = 0.095v_x, a_{55} = -0.059v_x, a_{56} = 0.048v_x - 0.636, a_{57} = 0.013, a_{58} = 0.022, a_{61} = -103.307, a_{62} = 69.066, a_{63} = 0, a_{64} = -1.173v_x, a_{65} = -2.907v_x, a_{66} = 0.048v_x - 25.529, a_{67} = -0.111, a_{68} = 0.046, a_{71} = -5281.457v_x, a_{72} = 104502.548v_x, a_{73} = -112041.760, a_{74} = -106440.114, a_{75} = 0, a_{76} = 5480.618, a_{77} = -5v_x, a_{78} = 0, a_{81} = -2592.439v_x, a_{82} = 0, a_{83} = -88282.768, a_{84} = 37078.415, a_{85} = 0, a_{86} = 0, a_{87} = 0, a_{88} = -5v_x$

$b_1 = 0, b_2 = 0, b_3 = 0.028, b_4 = -0.042, b_5 = 0.050, b_6 = 2.014, b_7 = 0, b_8 = 0$

TABLE E.1 – Valeurs numériques des termes de la matrice  $A(v_x)$  et du vecteur  $B$  de la représentation d'état du modèle deux-corps du V2RM issu de BikeSim

## Modèle du scooter Peugeot du laboratoire :

---

Termes  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$   $i, j = 1..8$

---

$a_{11} = 0, a_{12} = 0, a_{13} = 0, a_{14} = 0, a_{15} = 1, a_{16} = 0, a_{17} = 0, a_{18} = 0$   $a_{21} = 0, a_{22} = 0,$   
 $a_{23} = 0, a_{24} = 0, a_{25} = 0, a_{26} = 1, a_{27} = 0, a_{28} = 0, a_{31} = -20.715, a_{32} = -1.111,$   
 $a_{33} = 0, a_{34} = -0.918v_x, a_{35} = -0.004v_x, a_{36} = 0.034v_x - 0.226, a_{37} = 0.009,$   
 $a_{38} = 0.020, a_{41} = 3.823, a_{42} = -1.488, a_{43} = 0, a_{44} = 0.021v_x, a_{45} = 0.149v_x,$   
 $a_{46} = 0.036v_x + 1.214, a_{47} = 0.057, a_{48} = -0.041, a_{51} = 41.354, a_{52} = 2.286,$   
 $a_{53} = 0, a_{54} = -0.165v_x, a_{55} = -0.008v_x, a_{56} = 0.403 - 0.072v_x, a_{57} = -0.012,$   
 $a_{58} = -0.027, a_{61} = 317.305, a_{62} = 132.367, a_{63} = 0, a_{64} = -3.733v_x, a_{65} =$   
 $8.722v_x, a_{66} = -0.013v_x - 76.392, a_{67} = -0.450, a_{68} = 0.054, a_{71} = 1935.200v_x,$   
 $a_{72} = 47043.268v_x, a_{73} = -50284, a_{74} = -41232.880, a_{75} = 0, a_{76} = 3937.237,$   
 $a_{77} = -4v_x, a_{78} = 0, a_{81} = 1389.6v_x, a_{82} = 0, a_{83} = -52160, a_{84} = 25036.8,$   
 $a_{85} = 0, a_{86} = 0, a_{87} = 0, a_{88} = -4v_x,$

$b_1 = 0, b_2 = 0, b_3 = 0.015, b_4 = -0.081, b_5 = -0.027, b_6 = 5.093, b_7 = 0, b_8 = 0,$

TABLE E.2 – Valeurs numériques des termes de la matrice  $A(v_x)$  et du vecteur  $B$  de la représentation d'état du modèle deux-corps du scooter du laboratoire

# Bibliographie





- [1] Sécurité Routière Tous Responsable, “Les chiffres de l’équipement deux-roues motorisé.” <http://www.securite-routiere.gouv.fr/medias/les-chiffres-de-la-route/les-chiffres-de-l-equipementdeux-roues-motorises>.
- [2] ONISR, “La sécurité routière en france : Bilan de l’accidentalité de l’année 2016,” tech. rep., ONISR (Observatoire National Interministériel de la Sécurité Routière), 2016.
- [3] M. Alves, “Active and passive safety systems for road vehicles.” Automotive Systems course (Module 10), 2016.
- [4] Honda, “Motorcycle and automobile communication technology,” tech. rep., Honda, 2008. <https://world.honda.com/ASV/ASV-3/communication/>.
- [5] F. Biral, M. Da Lio, R. Lot, and R. Sartori, “An intelligent curve warning system for powered two wheel vehicles,” *European Transport Research Review*, 2010.
- [6] WHO, “Global status report on road safety 2015,” tech. rep., World Health Organization, 2015.
- [7] ONISR, “La sécurité routière en france : Bilan de l’accidentalité de l’année 2016,” tech. rep., Observatoire national Interministériel de la sécurité routière (ONSIR), 2017.
- [8] ONISR, “Accidentalité routière 2017 - Résultats définitifs,” tech. rep., Observatoire national Interministériel de la sécurité routière (ONISR), 2018.
- [9] ACEM, “Motorcycle accidents in depth study (MAIDS),” tech. rep., European Association of Motorcycle Manufacturers (ACEM), 2009.
- [10] Sécurité Routière et Législation, “Non respect des distances de sécurité.” <https://www.legipermis.com/infractions/non-respect-distance-securite.html>, Juin 2016.
- [11] A. Erke, “Effects of electronic stability control (ESC) on accidents : A review of empirical evidence,” *Accident Analysis & Prevention*, 2008.
- [12] WHO, “The top 10 causes of death.” <http://www.who.int/news-room/factsheets/detail/the-top-10-causes-of-death>, 2018.
- [13] WHO, “Accidents de la route.” <http://www.who.int/fr/news-room/fact-sheets/detail/road-traffic-injuries>, 2018.
- [14] R. F. Borkenstein, R. F. Crowther, R. P. Shumate, W. B. Ziel, and R. Zylman, “The role of the drinking driver in traffic accidents,” tech. rep., Indiana University, 1964. <https://www.preventionroutiere.asso.fr/2016/03/31/alcool-risque-et-facteur-daccident/>.
- [15] G. Jacobs, A. Aeron-Thomas, and A. Astrop, “Estimating global road fatalities,” tech. rep., Transport Research Laboratory, 2000.
- [16] NHTSA, “2016 fatal motor vehicle crashes : Overview,” tech. rep., U.S. Department of Transportation National Highway Traffic Safety Administration, 2017.
- [17] M. M. A. Manan and A. Varhelyi, “Motorcycle fatalities in malaysia,” *IATSS Research*, vol. 36, pp. 30 – 39, July 2012.
- [18] MEDDE, “Instruction interministérielle sur la signalisation routière : 7ème partie - marques sur chaussé,” tech. rep., Ministère de l’Écologie du Développement Durable et de l’Énergie (MEDDE), 1988.
- [19] H. M. Jagtman, V. A. W. J. Marchau, and T. Heijer, “Current knowledge on safety impacts of collision avoidance systems (CAS),” *International Conference on Technology, Policy and Innovation*, 2001.

- [20] A. Varhelyi, C. Hydén, M. Hjalmdahl, H. Ashouri, M. Draskoczy, and R. Risser, “Evaluation of the effects of large scale use of intelligent speed adaptation in urban areas,” *European Transport Conference (ETRC)*, 2001.
- [21] O. Carsten and F. Tate, “Intelligent speed adaptation : accident savings and cost-benefit analysis,” *Accident Analysis & Prevention*, 2005.
- [22] E. Fussl and al, “Riders acceptance of advanced rider assistance systems,” *ITS World Congress*, 2012.
- [23] Bosch, “Motorcycle stability control,” tech. rep., Bosch, 2013.
- [24] B. Daniels, “Motorcycle traction control system.” US13657811 Patent, 2011.
- [25] R. Lot, F. Biral, V. Cossalter, M. Massaro, and R. Sartori, “Advanced rider assistance systems for motorcycles,” *AIMETA*, 2011.
- [26] H. Slimi, H. Arioui, L. Nouveliere, and S. Mammar, “Motorcycle speed profile in cornering situation,” *IEEE American Control Conference (ACC)*, 2010.
- [27] K. Kushida, M. Katayama, Y. Tsutsumi, K. Maruyama, Y. Kamata, and Y. Murata, “Introduction of honda asv-3 (motorcycles),” *Honda R&D Technical Review*, 2006.
- [28] K. Ambak, R. Atiq, and R. Ismail, “Intelligent transport system for motorcycle safety and issues,” *European Journal of Scientific Research*, 2009.
- [29] L. Andreone, A. Guarise, F. Lilli, D. M. Gavrilu, and M. Pieve, “Cooperative systems for vulnerable road users : The concept of the watch-over project,” *ITS World Congress*, 2006.
- [30] O. Carsten, M. Fowkes, F. Lai, K. Chorlton, S. Jamson, F. Tate, and B. Simpkin, “ISA UK-intelligent speed adaptation - final report,” tech. rep., Department for Transport, 2008.
- [31] H. Slimi, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Motorcycle maximal safe speed in cornering situation,” *International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC)*, pp. 340–346, 2013.
- [32] WHO, “Helmets - a road safety manual for decision-makers and practitioners,” tech. rep., World Health Organization (WHO), 2006.
- [33] W. H. Schneider, P. T. Savolainen, and D. Moore, “Effects of horizontal curvature on single-vehicle motorcycle crashes along rural two-lane highways,” *Transportation Research Record 2194*, 2010.
- [34] D. D. Clarke, P. Ward, C. Bartle, and W. Truman, “In-depth study of motorcycle accidents,” tech. rep., School of Psychology, University of Nottingham, 2004.
- [35] M. E.-H. Dabladji, *Vers un système de sécurité semi-actif pour les véhicules à deux-roues motorisés*. PhD thesis, Université Paris-Saclay ; Université d’Evry Val d’Essonne, 2015.
- [36] G. Cario, A. Casavola, G. Franzè, and M. Lupia, “Data fusion algorithms for lane departure warning systems,” *American Control Conference (ACC)*, 2010.
- [37] C. M. Kang, S. H. Lee, and C. C. Chung, “Lane estimation using a vehicle kinematic lateral motion model under clothoidal road constraints,” *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 2014.
- [38] M. E.-H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Unknown-input observer design for motorcycle lateral dynamics : Ts approach,” *Control Engineering Practice (CEP)*, vol. 54, pp. 12–26, 2016.
- [39] P.-M. Damon, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Cascaded flatness-based observation approach for lateral motorcycle dynamics estimation,” *Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, pp. 3243–3248, 2017.
- [40] P.-M. Damon, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui, and K. Youcef-Toumi, “Image-based lateral position, steering behavior estimation, and road curvature prediction for motorcycles,” *Robotics and Automation Letters (RAL)*, vol. 3, pp. 2694–2701, July 2018.
- [41] P.-M. Damon, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui, and K. Youcef-Toumi, “Image-based lateral position, steering behavior estimation, and road curvature prediction for motorcycles,” *Intelligent Robots and Systems (IROS)*, October 2018.

- [42] P.-M. Damon, D. Ichalal, L. Nehaoua, H. Arioui, and S. Mammar, "Rider weight consideration for observer design with an application to the estimation of the lateral motorcycle dynamics and rider's action," *Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, pp. 3237–3242, Oct 2017.
- [43] S. Mammar, S. Espie, S. Glaser, and B. Larnaudie, "Experimental validation of static hinfini rider for motorcycle model roll stabilization," in *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pp. 498–503, June 2006.
- [44] W. J. M. Rankine, "On the dynamical principles of the motion of velocipedes," *The Engineer*, 1869.
- [45] F. J. W. Whipple, "The stability of the motion of a bicycle," *Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics*, 1899.
- [46] H. Goldstein, *Classical mechanics*. Pearson Education India, 1965.
- [47] E. Carvallo, *Théorie du mouvement du monocycle. part 2 : Théorie de la bicyclette*. J. Ec. Polytech. Paris, 1901.
- [48] R. S. Sharp, "The stability and control of motorcycles," *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1971.
- [49] R. S. Sharp, "The stability of motorcycles in acceleration and deceleration," *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1976.
- [50] D. J. N. Limebeer, R. S. Sharp, and S. Evangelou, "The stability of motorcycles under acceleration and braking," *Proc Instn Mech Engrs*, 2001.
- [51] K. Cooper, "The effects of aerodynamics on the performance and stability of high speed motorcycles," *AIAA Symp. Aerodynamics Sport Competition Automobiles*, 1974.
- [52] R. S. Sharp, "The influence of frame flexibility on the lateral stability of motorcycles," *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1974.
- [53] M. K. Verma, R. A. Scott, and L. Segel, "Effect of frame compliance on the lateral dynamics of motorcycle," *Vehicle System Dynamics (VSD)*, 1980.
- [54] R. S. Sharp, "Vibrational modes of motorcycles and their design parameter sensitivities," *Mech. Eng. Publ.*, 1994.
- [55] K. Koenen and H. Pacejka, "Vibrational modes of motorcycles in curves," *International Motorcycle Safety Conference Proceedings*, 1980.
- [56] T. Nishimi, A. Aoki, and T. Katayama, "Analysis of straight running stability of motorcycles," tech. rep., SAE Technical Paper, 1985.
- [57] D. H. Weir and J. W. Zellner, "Lateral-directional motorcycle dynamics and rider control," tech. rep., SAE Technical Paper, 1978.
- [58] E. Bakker, L. Nyborg, and H. Pacejka, "Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies," tech. rep., SAE Technical Paper, 1987.
- [59] H. Pacejka, *Tire and Vehicle Dynamics*. SAE International, 2005.
- [60] R. S. Sharp and D. J. Limebeer, "A motorcycle model for stability and control analysis," *Multibody system dynamics*, 2001.
- [61] C. Koenen, *The dynamic behaviour of a motorcycle when running straight ahead and when cornering*. PhD thesis, TU Delft, Delft University of Technology, 1983.
- [62] V. Cossalter and R. Lot, "A motorcycle multi-body model for real time simulations based on the natural coordinates approach," *Vehicle System Dynamics (VSD)*, 2002.
- [63] R. Sharp, S. Evangelou, and D. J. Limebeer, "Advances in the modelling of motorcycle dynamics," *Multibody system dynamics*, vol. 12, no. 3, pp. 251–283, 2004.
- [64] L. Nehaoua, L. Nouvellière, and S. Mammar, "Dynamics modeling of a two-wheeled vehicle using Jourdain's principle," in *Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, pp. 1088–1093, June 2011.
- [65] L. Nehaoua, H. Arioui, N. Seguy, and S. Mammar, "Dynamic modeling of a two wheeled vehicle : Jourdain formalism," *Vehicle System Dynamics (VSD)*, 2013.

- [66] S. Evangelou, *Control and stability analysis of two-wheeled road vehicles*. PhD thesis, University of London, 2004.
- [67] M. Simulation, *CARSIM : Math Models*.
- [68] M. Simulation, *BIKESIM : Math Models*.
- [69] R. Lot, “A motorcycle tire model for dynamic simulations : Theoretical and experimental aspects,” *Meccanica*, 2004.
- [70] T. Takahashi and M. Hada, “Modeling of tire overturning moment characteristics and the analysis of their influence on vehicle rollover behavior,” *Modeling, Analysis and Control Methods for Improving Vehicle Dynamic Behavior, Special Issue of Technical Journal of Toyota Research & Development*, 2003.
- [71] V. Cossalter, *Motorcycle dynamics*. Lulu, 2006.
- [72] H. Arioui, S. Hima, L. Nehaoua, R. J. V. Bertin, and S. Espié, “From design to experiments of a 2-dof vehicle driving simulator,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, pp. 357–368, Feb 2011.
- [73] H. Arioui and L. Nehaoua, *Driving Simulation*. FOCUS, 2013.
- [74] L. Nehaoua and H. Arioui, *Simulateur de conduite : Application aux motocycles*. ISTE Edition, 2014.
- [75] G. Rill, *Simulation von Kraftfahrzeugen*. Germany : Vieweg, 1994.
- [76] H. Arioui, *Conception, Mecatronique et Controle des Plateformes dediees aux Applications Centrees Humain*. PhD thesis, Universite d’Evry-Val d’Essonne, 2010.
- [77] S. Evangelou and M. Tomas-Rodriguez, “Influence of road camber on motorcycle stability,” *Communications, Control and Signal Processing*, 2008.
- [78] H. Slimi, *Systeme d’assistance a la conduite pour vehicules a deux-roues motorises*. PhD thesis, Universite d’Evry-Val d’Essonne, 2012.
- [79] M. Fouka, P.-M. Damon, L. Nehaoua, H. Arioui, and S. Mammar, “Parametric identification of a powered two-wheeled vehicles : Algebraic approach,” *Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, pp. 1047–1052, Jul 2017.
- [80] M. Fouka, L. Nehaoua, H. Arioui, and S. Mammar, “Identification paramétrique des véhicules à deux roues : Optimisation multiobjectif par gradients,” in *Journées Automatique et Automobile du GDR MACS (GTAA 2017)*, 2017.
- [81] M. Fouka, L. Nehaoua, H. Arioui, and S. Mammar, “Mutiple-gradient descent algorithm for parametric identification of a powered two-wheeled vehicles,” *Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC)*, 2017.
- [82] M. Fouka, L. Nehaoua, H. Arioui, and S. Mammar, “Simultaneous parameters identification and state estimation based on unknown input observer for a class of LPV systems,” *American Control Conference (ACC)*, 2018.
- [83] M. Corno, G. Panzani, and S. M. Savaresi, “Traction-control-oriented state estimation for motorcycles,” *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 21, no. 6, pp. 2400–2407, 2013.
- [84] M. E.-H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “On the estimation of longitudinal dynamics of powered two-wheeled vehicles,” in *European Control Conference (ECC)*, 2015.
- [85] M. E.-H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Toward a robust motorcycle braking,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017.
- [86] L. Gasbarro, A. Beghi, R. Frezza, F. Nori, and C. Spagnol, “Motorcycle trajectory reconstruction by integration of vision and mems accelerometers,” *Conference on Decision and Control (CDC)*, 2005.
- [87] I. Boniolo, S. M. Savaresi, and M. Tanelli, “Roll angle estimation in two-wheeled vehicles,” *IET Control Theory Applications*, 2009.
- [88] M. Schlipfing, J. Schepanek, and J. Salmen, “Video-based roll angle estimation for two-wheeled vehicles,” *Intelligent Vehicles Symposium*, pp. 876–881, June 2011.

- [89] A. Teerhuis and S. Jansen, “Motorcycle state estimation for lateral dynamics,” *Vehicle System Dynamics (VSD)*, 2012.
- [90] R. Lot, V. Cossalter, and M. Massaro, “Real-time roll angle estimation for two-wheeled vehicles,” *ASME 2012 Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, 2012.
- [91] C. Chenane, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Proportional two integral (P2I) observer synthesis for single track vehicle,” *Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, pp. 1530–1535, July 2012.
- [92] C. Chenane, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Lateral dynamics reconstruction for sharp 71 motorcycle model with P2I observer,” *International Conference on Systems and Control*, pp. 1–6, June 2012.
- [93] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin, “Advances in observer design for takagi-sugeno systems with unmeasurable premise variables,” in *Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, pp. 848 –853, july 2012.
- [94] M. T. P. De Filippi, M. Corno and S. M. Savaresi, “Single-sensor control strategies for semi-active steering damper control in two-wheeled vehicles,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology (TVT)*, 2011.
- [95] L. Nehaoua, D. Ichalal, H. Arioui, S. Mammar, and L. Fridman, “An unknown-input HOSM approach to estimate lean and steering motorcycle dynamics,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology (TVT)*, vol. 63, pp. 3116–3127, Sept 2014.
- [96] D. Ichalal, M. E.-H. Dabladji, H. Arioui, S. Mammar, and L. Nehaoua, “Observer design for motorcycle lean and steering dynamics estimation : A Takagi-Sugeno approach,” *American Control Conference (ACC)*, 2013.
- [97] M. E.-H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Roll angle observer-based controller design for powered two-wheelers,” *Symposium on the Dynamics and Control of Single Track Vehicles*, 2013.
- [98] M. E.-H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, S. Mammar, and L. Fridman, “Estimation of lateral dynamics and road curvature for two-wheeled vehicles : A HOSM observer approach,” *IFAC World Congress*, no. 1, 2014.
- [99] E. D. Dickmanns, *Dynamic Vision for Perception and Control of Motion*. Springer, 2007.
- [100] P. M. Damon, M. E.-H. Dabladji, D. Ichalal, L. Nehaoua, H. Arioui, and S. Mammar, “Lateral motorcycle dynamics and rider action estimation : An LPV unknown input observer approach,” in *Conference on Control Applications (CCA)*, pp. 711–716, Sept 2016.
- [101] P.-M. Damon, D. Ichalal, L. Nehaoua, and H. Arioui, “Lateral & steering dynamics estimation for single track vehicle : Experimental tests,” *IFAC World Congress*, vol. 50, no. 1, pp. 3400 – 3405, 2017.
- [102] R. Guidorzi and G. Marro, “On Wonham stabilizability condition in the synthesis of observers for unknown-input systems,” *Transactions on Automatic Control (TAC)*, 1971.
- [103] G. Hostetter and J. S. Meditch, “Observing systems with unmeasurable inputs,” *Transactions on Automatic Control (TAC)*, 1973.
- [104] S. Wang, E. Davison, and P. Dorato, “Observing the states of systems with unmeasurable disturbances,” *Transactions on Automatic Control (TAC)*, 1975.
- [105] M. Hou and P. C. Muller, “Design of observers for linear systems with unknown inputs,” *Transactions on Automatic Control (TAC)*, 1992.
- [106] M. Darouach, M. Zasadzinski, and S. Xu, “Full-order observers for linear systems with unknown inputs,” *Transactions on Automatic Control (TAC)*, 1994.
- [107] B. Guaddouna, D. Maquin, and J. Ragot, “Fault detection observers for systems with unknown inputs,” in *In 2th IFAC Sympsiem on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, SAFEPROCESS*, 1994.
- [108] J. Daafouz, M. Fliess, and G. Millé rioux, “Une approche intrinsè que des observateurs liné aires à entré es inconnues,” in *Conférence internationale francophone d’automatique (CIFA)*, 2006.

- [109] J. Zarei and J. Poshtan, "Design of nonlinear unknown input observer for process fault detection," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2010.
- [110] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin, "Unknown input observers for LPV systems with parameter varying output equation," in *9th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, SAFEPROCESS'2015*, 2015.
- [111] F. Yang and R. W. Wilde, "Observers for linear systems with unknown inputs," *Transactions on Automatic Control (TAC)*, 1988.
- [112] D. Ichalal and S. Mammar, "On unknown input observers for LPV systems," *Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, pp. 5870–5880, Sept 2015.
- [113] K. Tanaka and H. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis : A Linear Matrix Inequality Approach*. John Wiley and Sons, 2001.
- [114] A. Levant, "Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control," *International Journal of Control*, vol. 76, no. 9-10, pp. 924–941, 2003.
- [115] M. Fliess, C. Join, and H. Sira-Ramirez, "Non-linear estimation is easy," *International Journal of Modelling, Identification and Control*, vol. 4, pp. 12–27, Jan. 2008.
- [116] P.-M. Damon, M. E.-H. Dabladji, D. Ichalal, L. Nehaoua, and H. Arioui, "Estimation of lateral motorcycle dynamics and rider action with luenberger observer," *Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, pp. 2392–2397, Nov 2016.
- [117] D. G. Luenberger, "Observing the state of a linear system," *IEEE Transactions on military electronics*, 1964.
- [118] D. G. Luenberger, "Observers for multivariable systems," *Transactions on Automatic Control (TAC)*, 1966.
- [119] M. Zeitz, "The extended luenberger observer for nonlinear systems," *Systems and Control Letters*, 1987.
- [120] R. Tarantino, F. Szigeti, and E. Colina-Morles, "Generalized luenberger observer-based fault-detection filter design : an industrial application," *Control Engineering Practice*, 2000.
- [121] E. A. Misawa and J. K. Hedrick, "Nonlinear observers-a state-of-the art survey," *Dyn. Syst.-T.ASME*, 1989.
- [122] Z. Gajic and M. Lelic, *Modern Control System Engineering*. Prentice Hall, 1996.
- [123] R. Stefani, B. Shahian, J. Savant, and G. Hostetter, *Design of Feedback Control Systems*. Oxford University Press, 2002.
- [124] O. Sename, *New trends in design of observers for time-delay systems*. Kybernetika, 2001.
- [125] M. Hou, P. Zitek, and R. Patton, "An observer design for linear time-delay systems," *Transactions on Automatic Control (TAC)*, 2002.
- [126] M. Schlipfing, J. Salmen, B. Lattke, K. G. Schröter, and H. Winner, "Roll angle estimation for motorcycles : Comparing video and inertial sensor approaches," *Intelligent Vehicles Symposium*, 2012.
- [127] A. Van der Schaft, "Representing a nonlinear state space system as a set of higher-order differential equations in the inputs and outputs," *Systems & Control Letters*, vol. 12, no. 2, pp. 151–160, 1989.
- [128] J. Villagra, B. d'Andrea Novel, M. Fliess, and H. Mounier, "Estimation of longitudinal and lateral vehicle velocities : An algebraic approach," in *American Control Conference (ACC)*, pp. 3941–3946, June 2008.
- [129] T. Floquet, C. Edwards, and S. Spurgeon, "On sliding mode observers for systems with unknown inputs," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 21, no. 8-9, pp. 638–656, 2007.
- [130] T. Floquet and J. P. Barbot, "Super twisting algorithm-based step-by-step sliding mode observers for nonlinear systems with unknown inputs," *International Journal of Systems Science*, vol. 38, no. 10, pp. 803–815, 2007.

- [131] S. Ibrir, "Online exact differentiation and notion of asymptotic algebraic observers," *Transactions on Automatic Control (TAC)*, vol. 48, pp. 2055–2060, Nov 2003.
- [132] L. Menhour, B. d'Andrea Novel, C. Boussard, M. Fliess, and H. Mounier, "Algebraic nonlinear estimation and flatness-based lateral/longitudinal control for automotive vehicles," *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, pp. 463–468, Oct 2011.
- [133] H. Sira-Ramirez and M. Fliess, "An algebraic state estimation approach for the recovery of chaotically encrypted messages," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 16, no. 2, 2005.
- [134] J.-P. Barbot, M. Fliess, and T. Floquet, "An algebraic framework for the design of nonlinear observers with unknown inputs," *Conference on Decision and Control (CDC)*, 2007.
- [135] ICCT, "European vehicle market statistics 2016/17," tech. rep., ICCT (Internal Council on clean Transportation), 2017.
- [136] S. Robertson and A. Minter, "A study of some anthropometric characteristics of motorcycle riders," *Applied Ergonomics*, vol. 27, no. 4, pp. 223 – 229, 1996.
- [137] M. Massaro, R. Lot, V. Cossalter, J. Brendelson, and J. Sadauckas, "Numerical and experimental investigation of passive rider effects on motorcycle weave," *Vehicle System Dynamics (VSD)*, vol. 50, pp. 215–227, March 2012.
- [138] P. Corke, *Robotics, Vision and Control*. Springer, 2017.
- [139] F. Chaumette, *La relation vision-commande : théorie et application a des taches robotiques*. PhD thesis, Université de Rennes, 1990.
- [140] E. D. Dickmanns and A. Zapp, "A curvature-based scheme for improving road vehicle guidance by computer vision," *Proc.SPIE*, 1987.
- [141] E. D. Dickmanns and B. D. Mysliwetz, "Recursive 3-d road and relative ego-state recognition," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992.
- [142] C.-C. Lin and M.-S. Wang, "A vision based top-view transformation model for a vehicle parking assistant," *Sensors 2012*, pp. 4431–4446, March 2012.
- [143] S. Ishida and J. Gayko, "Development, evaluation and introduction of a lane keeping assistance system," *Intelligent Vehicles Symposium*, 2004.
- [144] J. Michel, A. Saxena, and A. Y. Ng, "High speed obstacle avoidance using monocular vision and reinforcement learning," in *International Conference on Machine Learning*, pp. 593–600, August 2005.
- [145] P. Smith, M. Shah, and N. Da Vitoria Lobo, "Monitoring head/eye motion for driver alertness with one camera," *International Conference on Pattern Recognition*, 2000.
- [146] R. Labayrade and D. Aubert, "A single framework for vehicle roll, pitch, yaw estimation and obstacles detection by stereovision," *IEEE IV2003 Intelligent Vehicles Symposium. Proceedings*, 2003.
- [147] M. Barnada, C. Conrad, H. Bradler, M. Ochs, and R. Mester, "Estimation of automotive pitch, yaw, and roll using enhanced phase correlation on multiple far-field windows," *Intelligent Vehicles Symposium*, 2015.
- [148] X. Qimin, L. Xu, W. Mingming, L. Bin, and S. Xianghui, "A methodology of vehicle speed estimation based on optical flow," *IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics*, 2014.
- [149] A. J. Davison, I. D. Reid, N. D. Molton, and O. Stasse, "Monoslam : Real-time single camera slam," *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007.
- [150] H.-Y. Fang, W.-H. Hsu, C.-W. Ma, and S.-W. Chen, "A vision-based safety driver assistance system for motorcycles on a smartphone," *ITSC*, 2014.
- [151] F. P. Alberto Guarnieri and A. Vettore, "Low-cost mems sensors and vision system for motion and position estimation of a scooter," *Sensors 2013*, 2013.
- [152] F. Nori and R. Frezza, "Accurate reconstruction of the path followed by a motorcycle from the on-board camera images," *IEEE IV2003 Intelligent Vehicles Symposium*, 2003.



- [153] D. Song, H. N. Lee, J. Yi, and A. Levandowski, "Vision-based motion planning for an autonomous motorcycle on ill-structured road," *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2006.
- [154] J. Yi, D. Song, A. Levandowski, and S. Jayasuriya, "Trajectory tracking and balance stabilization control of autonomous motorcycles," *ICRA*, May 2006.
- [155] P. M. Damon, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui, and K. Youcef-Toumi, "Inverse perspective mapping roll angle estimation for powered two-wheeled vehicles," *International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)*, Nov 2018.
- [156] P. M. Damon, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui, and K. Youcef-Toumi, "Powered two-wheeled vehicles steering behavior study : Vision-based approach," *International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)*, Nov 2018.
- [157] A. Lie, C. Tingvall, M. Krafft, and A. Kullgren, "The effectiveness of esp (electronic stability program) in reducing real life accidents," *Traffic Injury Prevention*, vol. 5, no. 1, pp. 37–41, 2004.
- [158] J. C. McCall and M. M. Trivedi, "Video-based lane estimation and tracking for driver assistance : survey, system, and evaluation," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 7, pp. 20–37, March 2006.
- [159] P. Sturm, "Quelques notes pour le cours de vision par ordinateur." INRIA.
- [160] J. Heikkila and O. Silven, "A four-step camera calibration procedure with implicit image correction," *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 1106–1112, Jun 1997.
- [161] D. Scaramuzza, A. Martinelli, and R. Siegwart., "A toolbox for easy calibrating omnidirectional cameras," *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 5695–5701, October 2006.
- [162] R. Danescu, R. Itu, and A. Petrovai, "Generic dynamic environment perception using smart mobile devices," *Sensors*, vol. 16, Oct 2016.
- [163] T. Korthals, M. Kragh, P. Christiansen, and U. Rückert, "Towards inverse sensor mapping in agriculture," *CoRR*, vol. abs/1805.08595, 2018.
- [164] A. M. Muad, A. Hussain, S. A. Samad, M. M. Mustafa, and B. Y. Majlis, "Implementation of inverse perspective mapping algorithm for the development of an automatic lane tracking system," *IEEE Region 10 Conference TENCON 2004.*, vol. 1, pp. 207–210, Nov 2004.
- [165] S. Tuohy, D. O’Cualain, E. Jones, and M. Glavin, "Distance determination for an automobile environment using inverse perspective mapping in opencv," *IET Irish Signals and Systems Conference (ISSC)*, pp. 100–105, June 2010.
- [166] M. Nieto, L. Salgado, F. Jaureguizar, and J. Cabrera, "Stabilization of inverse perspective mapping images based on robust vanishing point estimation," *2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2007.
- [167] E. Malis and M. Vargas, "Deeper understanding of the homography decomposition for vision-based control," tech. rep., INRIA, 2007.
- [168] A. Benine-Neto, S. Scalzi, S. Mammar, and M. Netto, "Dynamic controller for lane keeping and obstacle avoidance assistance system," *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, pp. 1363–1368, Sept 2010.
- [169] M. Nieto, J. Arróspide Laborda, and L. Salgado, "Road environment modeling using robust perspective analysis and recursive bayesian segmentation," *Machine Vision and Applications*, 2011.
- [170] Y.-W. Seo and R. R. Rajkumar, "Utilizing instantaneous driving direction for enhancing lane-marking detection," *IEEE IV*, 2014.
- [171] A. Borkar, M. Hayes, and M. T. Smith, "Robust lane detection and tracking with ransac and kalman filter," *ICIP*, 2009.
- [172] Verband Der Automobilindustrie (VDA), "Lane keeping assist systems." <https://www.vda.de/en/topics/safety-and-standards/lkas/lane-keeping-assist-systems.html>.

- [173] G. Casal, D. Santamarina, and M. E. Vázquez-Méndez, “Optimization of horizontal alignment geometry in road design and reconstruction,” *Transportation Research Part C : Emerging Technologies*, 2017.
- [174] T. B. Andres Hernandez-Gutierrez, Juan I. Nieto and E. M. Nebot, “Probabilistic road geometry estimation using a millimetre-wave radar,” *Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2011.
- [175] I. Boniolo, M. Norgia, M. Tanelli, C. Svelto, and S. M. Savaresi, “Performance analysis of an optical distance sensor for roll angle estimation in sport motorcycles,” *IFAC World Congress*, 2008.
- [176] I. Boniolo and S. M. Savaresi, “Motorcycle lean angle estimation with frequency separation principle and angular rates measurements,” *IFAC World Congress*, 2010.
- [177] I. Boniolo, S. M. Savaresi, and M. Tanelli, “Lean angle estimation in two-wheeled vehicles with a reduced sensor configuration,” in *2012 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp. 2573–2576, May 2012.
- [178] J. Ryu and J. C. Gerdes, “Estimation of vehicle roll and road bank angle,” *American Control Conference (ACC)*, 2004.
- [179] E. K. Liebemann, K. Meder, J. Schuh, and G. Nenninger, “Safety and performance enhancement : The bosch electronic stability control (esp),” tech. rep., Bosch, 2004.
- [180] E. Esmailzadeh, A. Goodarzi, and G. Vossoughi, “Optimal yaw moment control law for improved vehicle handling,” *Mechatronics*, vol. 13, no. 7, pp. 659 – 675, 2003.
- [181] G. Burgio and P. Zegelaar, “Integrated vehicle control using steering and brakes,” *International Journal of Control*, vol. 79, pp. 534–541, 2007.
- [182] V. Cossalter, R. Lot, and M. Peretto, “Steady turning of motorcycles,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, vol. 221, no. 11, pp. 1343–1356, 2007.
- [183] F. Busnelli, G. Panzani, M. Corno, and S. M. Savaresi, “Two-wheeled vehicles black-box sideslip angle estimation,” *Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 351–356, Dec 2017.
- [184] G. Baffet, A. Charara, and D. Lechner, “Estimation of vehicle sideslip, tire force and wheel cornering stiffness,” *Control Engineering Practice*, vol. 17, pp. 1255–1264, November 2009.
- [185] S. Cheng, L. Li, and J. Chen, “Fusion algorithm design based on adaptive sckf and integral correction for side-slip angle observation,” *IEEE Industrial Electronics Society*, vol. 65, pp. 5754–5763, July 2018.
- [186] H. Dugoff, P. S. Fancher, and L. Segel, “An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance.,” tech. rep., SAE Technical Paper, 1970.
- [187] M. Burckhardt, *Fahrwerktechnik : Radschlupf-regelsysteme*. Vogel-Verlag, 1993.
- [188] L. Nielsen and U. Kiencke, *Automotive control systems*. Springer, 2000.
- [189] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky, “A new model for control of systems with friction,” *Transactions on Automatic Control (TAC)*, 1995.
- [190] C. Canudas de Wit and P. Tsiotras, “Dynamic tire friction models for vehicle traction control,” *Conference on Decision and Control (CDC)*, 1999.
- [191] C. Canudas de Wit, P. Tsiotras, E. Velenis, M. Basset, and G. Gissinger, “Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction,” *Vehicle System Dynamics (VSD)*, 2003.
- [192] R. Rajamani, *Vehicle Dynamics and Control*. Springer US, 2012.
- [193] R. Kalman, “A new approach to linear filtering and prediction problems,” *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, vol. 82, pp. 35–45, 1960.
- [194] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, New Jersey, 1996.
- [195] L. Fridman, J. Davila, and A. Levant, “High-order sliding-mode observation for linear systems with unknown inputs,” *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, vol. 5, no. 2, pp. 189–205, 2011.
- [196] H. Rosenbrock, “Transformation of linear constant system equations,” *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 114, pp. 541–544, April 1967.

- [197] M. Hautus, "Strong detectability and observers," *Linear Algebra and its Applications*, vol. 50, pp. 353–368, 1983.
- [198] J. A. Moreno, E. Rocha-Cózatl, and A. V. Wouwer, "A dynamical interpretation of strong observability and detectability concepts for nonlinear systems with unknown inputs : application to biochemical processes," *Bioprocess and biosystems engineering*, vol. 37, no. 1, pp. 37–49, 2014.
- [199] M. D. Shuster, "A survey of attitude representation," *The journal of Astronomical sciences*, vol. 41, no. 4, pp. 439–517, 1993.



**Titre :** Estimation pour le développement de systèmes d'aide à la conduite des véhicules à deux-roues motorisés

**Mots clés :** Motos, Systèmes d'aide à la conduite, Observation, Perception, Fonction de risque

**Résumé :** Les études d'accidentologie sont unanimes : les conducteurs de Véhicules à Deux-Roues Motorisés (V2RM) sont les usagers de la route les plus vulnérables. En France, pour un kilomètre parcouru, un motard a 24 fois plus de risque d'être tué qu'un automobiliste. En plus d'être des véhicules "non-carénés" fortement exposés aux dangers, les V2RM sont de nature instable avec un équilibre souvent précaire. C'est pourquoi la perte de contrôle du véhicule est clairement identifiée comme un facteur récurrent dans les causes des accidents. Par analogie avec les systèmes d'aide à la conduite développés pour les voitures (ABS, ESP, etc.), beaucoup de ces accidents pourraient être évités avec des solutions similaires adaptées pour les V2RM.

Cette thèse s'inscrit dans ce contexte en proposant des algorithmes d'estimation originaux. En effet, certaines informations dynamiques du V2RM, nécessaires à la détection de situation à risque, ne sont pas mesurables ou alors elles impliquent l'utilisation de capteurs onéreux. Finalement, que ce soit pour des raisons techniques ou économiques, le recours aux outils d'estimation modernes s'ins-

crit parfaitement dans le cadre du développement des systèmes d'aide à la conduite des V2RM. Ils permettent l'estimation de la dynamique tout en réduisant le nombre de capteurs et en contournant la problématique de non-mesurabilité de certains états. Une première partie de mes travaux est dédiée aux observateurs basés modèles. À cette occasion, un observateur à entrées inconnues, un observateur de Luenberger non-linéaire et un observateur algébrique ont été proposés. Quant à la seconde, elle aborde l'estimation basée sur des techniques de perception visuelle. Dans cette partie, un premier algorithme a été proposé pour estimer la position du V2RM sur la chaussée tout en prédisant la géométrie de la route. Ensuite, une extension de ce travail a été développée pour reconstruire l'angle de roulis du V2RM seulement à partir d'images. Pour finir, une fonction de risque basée vision a été étudiée afin de caractériser le comportement de braquage du V2RM.

Tout au long de ce manuscrit, des validations expérimentales et sur le logiciel de simulation BikeSim ont montré la pertinence et le potentiel des algorithmes proposés.

**Title :** Estimation for the Development of Powered Two-Wheeled Vehicles Riding Assistance Systems

**Keywords :** Motorcycles, Advanced Rider Assistance Systems, Observation, Perception, Risk Function

**Abstract :** The road accident investigations are unanimous: Powered Two-Wheeled Vehicles (P2WV) users are the most vulnerable on the road. In France, for a travelled kilometer, a P2WV rider has 24 times more risk to be killed than a car driver. In addition to being "naked" vehicles highly exposed to dangers, P2WV are naturally unstable with a precarious stability. That is why vehicle loss of control is clearly identified as a recurring problem into accident causation. By analogy with the driving assistance systems developed for cars (ABS, ESP, etc.), most of these accidents could be avoided with solutions dedicated to P2WV.

This PhD takes place in this context and proposed original estimation algorithms. Indeed, some P2WV dynamic information, necessary for detecting risk situations, are not measurable or they require the use of costly sensors. For both technical or economic reasons, the use of observation techniques turns out to be an adequate solution in the development of

P2WV riding assistance systems. Such techniques allow to estimate the vehicle dynamics while reducing the number of sensors and overcoming the unmeasurability of some dynamics states.

A first part of my work is dedicated to model-based observers. In this context, an unknown input observer, a non-linear Luenberger observer and an algebraic observer were proposed. Whereas, the second part deals with the estimation based on visual perception techniques. In this last, a first algorithm was proposed to estimate the P2WV position on the road while predicting the road geometry. Then, an extension of this work was developed to reconstruct the P2WV roll angle using only images. Finally, a vision-based risk function was studied to characterize the P2WV steering behavior.

All along this manuscript, the effectiveness of the proposed solutions were demonstrated through validations with the advanced simulator BikeSim framework or on experimental data.

