



**HAL**  
open science

# Intégration des incertitudes liées aux prévisions de consommation et de production à la gestion prévisionnelle d'un réseau de distribution

Jérôme Buire

► **To cite this version:**

Jérôme Buire. Intégration des incertitudes liées aux prévisions de consommation et de production à la gestion prévisionnelle d'un réseau de distribution. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole centrale de lille, 2018. Français. NNT: . tel-02007141

**HAL Id: tel-02007141**

**<https://hal.science/tel-02007141>**

Submitted on 5 Feb 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 365

CENTRALE LILLE

## THESE

Présentée en vue  
d'obtenir le grade de

## DOCTEUR

En

**Spécialité : Génie Électrique**

Par

**Jérôme BUIRE**

DOCTORAT DELIVRE PAR CENTRALE LILLE

Titre de la thèse :

**Intégration des incertitudes liées aux prévisions de consommation et de production à la  
gestion prévisionnelle d'un réseau de distribution**

---

Soutenue le 14 Décembre 2018 devant le jury d'examen :

**Président** *Mario Paolone, Professeur, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne*

**Rapporteur** *Louis Wehenkel, Professeur, Université de Liège*

**Rapporteur** *Raphael Caire, Maitre de conférences, Grenoble INP ENSE3*

**Membre** *Juliette Morin, Docteur-Ingénieur, EDF*

**Directeur de thèse** *Xavier Guillaud, Professeur, Centrale Lille*

**Membre invité** *Leticia De-Alvaro, Ingénieur, Enedis*

---

**Encadrant** *Jean-Yves Dieulot, Maitre de conférences, Université de Lille*

**Encadrant** *Frédéric Colas, Ingénieur de recherche, Arts et Métiers ParisTech*



# Remerciements

“ *Nous menons notre vie quotidienne sans presque rien comprendre au monde qui est le nôtre. Nous accordons peu de pensées à la machine qui engendre la lumière du Soleil, rendant ainsi la vie possible, à la gravité qui nous colle à une Terre qui, autrement, nous enverrait tournoyer dans l'espace, ou aux atomes dont nous sommes faits et dont la stabilité assure notre existence. À l'exception des enfants (qui n'en savent pas assez long pour poser les questions importantes), peu d'entre nous passent beaucoup de temps à se demander pourquoi la nature est telle qu'elle est.* ”

---

Stephen Hawking,

Je fais partie des gens qui souhaitent comprendre le monde qui nous entoure et cette thèse m'a permis de comprendre une petite partie du monde du génie électrique. Ces trois années n'ont pas été faciles et ont fait des victimes capillaires cependant je voudrais remercier de nombreuses personnes sans qui tout ce travail n'aurait pas été possible.

Il est avant tout indispensable de remercier le laboratoire L2EP et les personnes qui y travaillent consciencieusement, je pense notamment à l'équipe de direction et aux personnels techniques et administratifs.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers les membres du jury. Je remercie Louis Wehenkel et Raphael Caire pour d'abord avoir accepté de rapporter ma thèse et ensuite pour leurs remarques constructives qui ont permis à mon manuscrit de gagner en précision et en rigueur.

Je remercie aussi Juliette Morin qui m'a aidé et conseillé au début de ma thèse, et qui est revenue lors de la soutenance pour examiner mes travaux. Je te remercie aussi pour ton humanité et ta volonté d'aider sans limite.

Enfin, je remercie chaleureusement Mario Paolone qui m'a fait l'honneur de présider le jury et pour ses conseils précieux.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse et mes encadrants d'abord en tant qu'équipe qui est composée non pas d'individualité mais d'un ensemble de chercheurs complémentaires, elle est ainsi très efficace. Dans cette équipe, il y a d'abord Xavier Guillaud, une personne perfectionniste qui ne s'arrête pas devant la difficulté et dépense une énorme quantité d'énergie pour les autres. J'ajouterai aussi qu'il a été très important pour les enseignements que j'ai réalisés.

Ensuite il y a Frédéric Colas, l'une des personnes des plus humaines que je connaisse et qui possède une énorme capacité de compréhension.

Il y a aussi Jean-Yves Dieulot, c'est sûrement la personne qui a passé le plus de temps à m'aider ; qu'il en ait ou qu'il n'en ait pas, il a toujours été disponible et pris du temps pour être présent.

Enfin, Leticia De-Alvaro, mon encadrante industrielle, qui a un esprit industriel sans faille, elle m'a permis de ne pas oublier de proposer des solutions non idéalistes mais industriellement possibles. Je citerai aussi Sébastien Grenard qui a participé avec Leticia à mon encadrement industriel.

Je remercie toutes ces personnes pour leur confiance, investissement, aide et temps passé.

Je ne pourrais continuer sans mentionner Enedis et leurs employés sans qui tout ce travail n'aurait pas été possible, je les remercie pour leur confiance.

Au cours de ces trois années, j'ai eu le privilège de rencontrer et de côtoyer de nombreuses personnes. Dans mon bureau : merci à Martin (rocket man), Pierre (cut man), Quentin, Taoufik, Nnaemeka, Artur et Ebrahim ; j'ai apprécié vos supers fonds d'écran et vos coups de rocket entre les deux yeux ou de couteau dans le dos.

Les autres personnes du laboratoire ou anciens : merci à Ghislain (le créole), Adham, Mario, Julian, Ehsan, Tiago, Hussein, Yafang, Loris, Bilquis, Emile, Reda (numéro 1), Reda (numéro 2), Jérôme, Raphael, les Thierry, Emre, Guilherme, Benoit, Laura, Thomas, Daniel, Hicham, Moez, Francois, Antoine, Riad, Oleg, les nombreux Xavier, Yann, les Philippe, les Christophe, Patrick, Stéphane, les Frédéric, Yvonnick, Abdelmounaïm, Haibo, Kongseng, Khaled, Bruno, Michel, Patricio, Simon et tous ceux que j'aurais oublié.

Les personnes de l'ENSAM : Pierre, Tian, Mohamed, Emmanuel, Joris, David, Alexandre, Amélie, Miguel, Lamine, Michel, Arthur, Gabriel, Gil, Jorge, Mathieu, Tan, Abdelhak, Estelle, Stephane, les Oliver, Richard, Jean-Paul, Anthony, Eric, Nathalie, Henri, Claude, Geoffrey et bien d'autres.

Je remercie aussi l'équipe pédagogique de l'Ecole Centrale de Lille qui me fait confiance pour les enseignements qu'elle m'a confiée.

Je remercie aussi mes amis et ma famille, en particulier je citerai certains d'entre eux qui m'ont particulièrement aidés : Aurélie, Pauline, Eugénie (qui a relu toute ma thèse et enlevé de très nombreuses fautes d'orthographe), Nicolas, les Raphael (le petit portugais et l'ex mermozien), Audrey, Alexandrine, Mathias, Typhaine, Antoine, Camille, Eric, Aurore, Florinda, François, Cloé, Nicolas et tous ceux à qui je pense mais que je n'ai pas cités.

“ *La valeur d'un homme tient dans sa capacité à donner et non dans sa capacité à recevoir.* ”

---

Albert Einstein,

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>13</b>
Contexte général . . . . .	13
Contributions de la thèse . . . . .	15
Plan de thèse . . . . .	15
<b>I Modélisation de réseau de distribution en présence d'énergies renouvelables</b>	<b>17</b>
<b>1 État de l'art de la modélisation de réseaux de distribution</b>	<b>19</b>
1.1 Introduction . . . . .	21
1.2 Rappel sur l'organisation d'un réseau de distribution en France . . . . .	21
1.3 Modélisation des éléments non pilotables . . . . .	23
1.3.1 Modélisation des charges . . . . .	23
1.3.2 Lignes aériennes et câbles souterrains . . . . .	24
1.4 Modélisation des actionneurs . . . . .	25
1.4.1 Le transformateur de poste source et son régleur en charge . . . . .	25
1.4.2 Gradins de condensateurs . . . . .	26
1.4.3 Modèle des producteurs . . . . .	27
1.5 État de l'art des modélisations de réseaux de distribution . . . . .	29
1.5.1 Modèle linéaire . . . . .	29
1.5.2 Méthodes non linéaires . . . . .	33
1.5.3 Méthode d'agrégation de réseau . . . . .	36
1.5.4 Comparaison entre les différentes méthodes . . . . .	37
1.5.5 Association des méthodes . . . . .	39
1.5.6 Validation de la méthode . . . . .	41
1.6 Conclusion . . . . .	42
<b>2 Modélisation stochastique de réseaux de distribution</b>	<b>43</b>
2.1 Introduction . . . . .	45
2.2 Modèle stochastique des données d'entrée . . . . .	46
2.2.1 Généralités des lois Gaussiennes . . . . .	46
2.2.2 Modèle stochastique des charges . . . . .	47
2.2.3 Modèle stochastique des productions . . . . .	52
2.2.4 Modèle stochastique du régleur en charge . . . . .	55
2.3 Modèle stochastique du réseau de distribution . . . . .	58

2.3.1	Association du modèle stochastique des entrées avec le modèle linéaire des réseaux de distribution . . . . .	59
2.3.2	Modélisation des tensions par une somme de modèles Gaussiens tronqués . . . . .	66
2.4	Conclusion . . . . .	69

## **II Optimisation stochastique des paramètres de contrôle des réseaux de distribution 71**

### **Introduction de l'optimisation de réseau 73**

### **3 Etat de l'art de l'optimisation et du contrôle stochastique dans un réseau de distribution 75**

3.1	Introduction . . . . .	77
3.2	Méthodes robustes . . . . .	78
3.2.1	Principe . . . . .	78
3.2.2	Optimisation régulière la veille pour le lendemain . . . . .	80
3.3	Optimisation déterministe versus optimisation stochastique . . . . .	82
3.4	Définition de problème d'optimisation stochastique . . . . .	87
3.4.1	Calcul analytique de densités de distribution des variables du système . . . . .	89
3.4.2	Optimisation stochastique basée un échantillonnage des variables aléatoires . . . . .	90
3.4.3	Optimisation basée sur les moments des densités de distribution . . . . .	92
3.5	Conclusion . . . . .	95

### **4 Optimisation du plan de tension d'un départ HTA 97**

4.1	Introduction . . . . .	99
4.2	Présentation du cas d'étude utilisant un réseau réel . . . . .	100
4.3	Formulation et analyse du problème d'optimisation . . . . .	100
4.3.1	Découplage des problèmes d'optimisation . . . . .	101
4.3.2	Définition du problème d'optimisation . . . . .	104
4.3.3	Etude de la convexité du problème d'optimisation proposé . . . . .	105
4.4	Application au réglage du plan de tension . . . . .	112
4.4.1	Optimisation des contrôleurs linéaires . . . . .	113
4.4.2	Optimisation des contrôleurs linéaires par morceaux . . . . .	117
4.5	Conclusion . . . . .	128

### **5 Optimisation journalière appliquée à un réseau de distribution 129**

5.1	Introduction . . . . .	131
5.2	Présentation du cas d'étude et des profils journaliers . . . . .	132
5.3	Réglage journalier des plans de tensions . . . . .	135
5.4	Différenciation des rôles des gradins de condensateurs et des générateurs décentralisés . . . . .	137
5.5	Agrégation de réseaux . . . . .	141
5.6	Sélection de la position des gradins de condensateurs . . . . .	144
5.7	Réglage de la puissance réactive à l'interface . . . . .	147
5.7.1	Formulation du problème d'optimisation . . . . .	147
5.7.2	Réglage de la puissance réactive à l'interface . . . . .	148
5.8	Conclusion . . . . .	148

<b>Conclusion générale</b>	<b>151</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>161</b>
<b>Annexes</b>	<b>161</b>
<b>A Définitions et démonstrations mathématiques</b>	<b>164</b>
1 Définition . . . . .	164
2 Corrélation entre les charges . . . . .	165
3 Algorithme du test d'adéquation du $\chi^2$ . . . . .	166
4 Modèle de référence . . . . .	168
5 Covariance . . . . .	168
<b>B Méthodes de prévision</b>	<b>169</b>
<b>C Méthodes de construction de densités de distribution à partir des moments</b>	<b>170</b>
<b>D Départs utilisés pour le contrôle de la puissance réactive à l'interface</b>	<b>172</b>



# Table des figures

1	Diagramme DCC . . . . .	13
2	Organisation des outils . . . . .	16
1.1	Organisation des réseaux RPT et RPD . . . . .	22
1.2	Architecture typique d'un réseau de distribution . . . . .	22
1.3	Modèle impédant en $\Pi$ . . . . .	24
1.4	Le schéma bloc du contrôleur interne du régleur en charge . . . . .	26
1.5	La dynamique du régleur en charge . . . . .	26
1.6	Évolution temporelle de la tension du régleur pendant des changements de prises . . . . .	27
1.7	Loi linéaire par morceaux utilisée par Enedis [1] . . . . .	28
1.8	Diagrammes contractuels [2] . . . . .	29
1.9	Modèle simplifié de ligne . . . . .	30
1.10	Diagramme phaseur de la ligne d'exemple . . . . .	31
1.11	Association d'un modèle Z et d'un modèle S . . . . .	32
1.12	Modélisation d'un nœud . . . . .	34
1.13	Comparaison des vitesses de convergence . . . . .	35
1.14	Illustration de la méthode Distflow . . . . .	35
1.15	Illustration des agrégations de charges [3] . . . . .	37
1.16	REI équivalent . . . . .	37
1.17	PTDF . . . . .	37
1.18	Comparaison des performances des modélisations (modèles linéaires, non-linéaires et méthodes d'agrégation) . . . . .	39
1.19	Contenu du bloc de modélisation de réseau . . . . .	39
1.20	Le réseau anonyme utilisé pour étudier les modèles . . . . .	41
1.21	Erreur de la modélisation sélectionnée . . . . .	41
2.1	Incertitudes des réseaux de distribution . . . . .	45
2.2	Fonctions caractéristiques de la loi Gaussienne standard . . . . .	46
2.3	Profils de consommation (échelle nationale) . . . . .	48
2.4	Modèle stochastique de l'erreur de prévision J-1 de la consommation d'un réseau de distribution (données réelles Enedis) . . . . .	49
2.5	Coefficient liant la consommation maximale d'un ensemble de charges et la somme des consommations maximales [4] . . . . .	50
2.6	Différence d'échelle de prévision [4] . . . . .	50
2.7	Écarts-types des erreurs de prévision en fonction de la quantité de charges . . . . .	51
2.8	Prévision sur 48 h d'un départ BT [4] . . . . .	52
2.9	Erreurs de prévision de production éolienne . . . . .	53
2.10	Modèle Gaussien de l'erreur de prévision d'une production solaire basée sur des données réelles Enedis . . . . .	53

2.11	Exemple de prévision d'ensoleillement (histogramme en bleu et son modèle Gaussien en rouge) [5]	54
2.12	Évolution de la corrélation entre les prévisions et la distance entre les générateurs	54
2.13	Modèle stochastique de la consommation d'un poste source (données Enedis)	55
2.14	Modèle stochastique théorique de la tension secondaire du transformateur de poste source	56
2.15	Réseau utilisé pour les études du transformateur et du régleur en charge	57
2.16	Etude par simulation du régleur en charge	58
2.17	Deux jeux de mesures de tensions secondaires	58
2.18	Puissance active transitant dans un transformateur de poste source	59
2.19	Puissance réactive transitant dans un transformateur de poste source	59
2.20	Topologie du réseau utilisée pour illustrer la modélisation	61
2.21	Comparaison des tensions obtenues par le modèle linéaire et le modèle de référence	62
2.22	Comparaison des densités de probabilité des puissances à l'interface transport distribution (Sans production réactive des générateurs)	63
2.23	Comparaison des densités de probabilité des puissances à l'interface transport distribution (Avec une production réactive des générateurs $\tan(\phi) = -0.35$ )	63
2.24	Comparaison des modélisations stochastiques de la puissance à l'interface transport distribution (Sans production réactive des générateurs)	64
2.25	Comparaison des modélisations stochastiques de la puissance à l'interface transport distribution (Avec une production réactive des générateurs $\tan(\phi) = -0.35$ )	64
2.26	Loi linéaire par morceaux paramétrable	66
2.27	Tension d'un GED contrôlé par une loi linéaire par morceaux	67
2.28	Profils typiques des tensions le long d'un départ	68
2.29	Profils typiques des troncatures des tensions le long d'un départ	69
2.30	Linéarisation du contrôleur par morceaux	69
2.31	Principe de l'évolution de la tension le long d'un départ consommation HTA	73
2.32	Principe de l'évolution de la tension le long d'un départ mixte HTA	73
2.33	Mesure annuelle du flux de puissance dans un poste source	74
3.1	Optimisation de paramètres en fonction de l'horizon de travail	78
3.2	Évolution de tension pour les cas extrêmes le long d'un départ	79
3.3	Évolution de tension avec trois $\tan(\phi)$	79
3.4	Bénéfice du marchand en fonction du nombre de journaux achetés	84
3.5	Ligne illustratrice contenant trois générateurs	85
3.6	Optimisation de la ligne contenant trois générateurs	86
3.7	Profil déterministe vs stochastique	87
3.8	Intervalles de confiance et de risque	88
3.9	Famille de méthodes d'optimisation simplifiant les variables stochastiques	89
3.10	Exemple de convolution entre une densité Gaussienne et une densité uniforme	89
3.11	Densité de probabilité d'une tension à trois horaires différents [6]	90
3.12	Algorithme de Monte-Carlo	91
3.13	Discrétisation d'une densité de probabilité Bêta	92
3.14	Exemple de sélection des scénarii	93
3.15	Réduction d'une densité par ses premiers moments	94
4.1	Organisation des outils	99
4.2	Départ utilisé pour illustrer les optimisations de tension	102
4.3	Algorigramme de l'optimisation	103

4.4	Histogramme des résultats de l'optimisation . . . . .	111
4.5	Exemple de niveau de confiance $\lambda$ en fonction de $\alpha$ et $\beta$ . . . . .	112
4.6	Domaine admissible créé par les contraintes . . . . .	112
4.7	Intervalles de confiance à 95 % des tensions du départ . . . . .	113
4.8	Diagrammes et intervalles de confiance à 95 % des puissances des générateurs . . . . .	115
4.9	Front de Pareto . . . . .	116
4.10	Répartition des lois linéaires et linéaires par morceaux . . . . .	118
4.11	Algorigramme de sélection du modèle stochastique . . . . .	119
4.12	Loi linéaire par morceaux utilisée pour le choix du modèle . . . . .	119
4.13	Comparaison des modélisations linéaire et linéaire par morceaux . . . . .	120
4.14	Départ illustrant la sélection de la modélisation stochastique des tensions . . . . .	121
4.15	Profils typiques des tensions le long d'un départ (deux générateurs éloignés) . . . . .	123
4.16	Profils typiques des tensions le long d'un départ (deux générateurs proches) . . . . .	123
4.17	Intervalles de confiance à 95 % des tensions du départ . . . . .	124
4.18	Diagrammes et intervalles de confiance à 95 % des puissances des générateurs . . . . .	125
4.19	Intervalles de confiance à 95 % des tensions du départ . . . . .	126
4.20	Comparaison des densité de probabilité des puissances réactives optimisées et non optimisées . . . . .	127
5.1	Algorigramme de l'optimisation . . . . .	131
5.2	Profil de consommation . . . . .	133
5.3	Profil de production solaire . . . . .	133
5.4	Loi Gaussienne tronquée et son équivalent Gaussien . . . . .	135
5.5	Tension de référence du régulateur en charge optimisée . . . . .	136
5.6	Tensions la plus élevée et la plus basse (paramètres optimisés) . . . . .	137
5.7	Tensions la plus élevée et la plus basse (Cas de référence) . . . . .	137
5.8	Moyennes des efforts des générateurs décentralisés . . . . .	138
5.9	Liste des $\tan(\phi)$ . . . . .	138
5.10	Diagramme DCC à l'interface quand aucun actionneur n'est sollicité . . . . .	139
5.11	Diagramme DCC à l'interface quand seuls les gradins de condensateurs sont utilisés . . . . .	139
5.12	Diagramme DCC à l'interface paramétré par $p_{cond}=0, \beta_i=-1 Q_i^0=0.8$ . . . . .	140
5.13	Diagramme DCC à l'interface paramétré par $p_{cond}=0, \beta_i=1 Q_i^0=-0.8$ . . . . .	140
5.14	Diagramme DCC à l'interface paramétré par $p_{cond}=0, \beta_i=0 Q_i^0=0.4$ . . . . .	141
5.15	Exemple de variation de tension . . . . .	142
5.16	Variation première de la tension . . . . .	144
5.17	Variation seconde de la tension . . . . .	144
5.18	Densité de probabilité du profil journalier des taux de consommation . . . . .	145
5.19	Densité de probabilité du profil journalier des taux de production . . . . .	145
5.20	Diagrammes PQ à l'interface en fonction de la prise . . . . .	146
5.21	Etude des risques de sortie du diagramme PQ en fonction de la prise des gradins . . . . .	146
5.22	Moyennes des efforts des générateurs décentralisés . . . . .	150
5.23	Diagramme PQ à l'interface optimisé . . . . .	150
A.1	Tirage de 500 échantillons d'une loi multidimensionnelle gaussienne . . . . .	168
D.1	Départ 25 . . . . .	172
D.2	Départ 26 . . . . .	173
D.3	Départ 27 . . . . .	174

# Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques de conducteurs à base d'aluminium . . . . .	25
2.1	Comparaison des valeurs numériques des moments des tensions . . . . .	65
2.2	Comparaison des valeurs numériques des moments des puissances à l'interface . . . . .	65
4.1	Caractéristiques des départs (en kW) . . . . .	101
4.2	Paramètres des données d'entrée . . . . .	103
4.3	Moyennes et variances des tensions optimisées et non-optimisées . . . . .	114
4.4	Valeurs numériques des objectifs d'optimisation . . . . .	115
4.5	Résultats de la méthode de sélection 1 sur l'exemple 1 . . . . .	120
4.6	Résultats de la méthode de sélection 2 sur l'exemple 1 . . . . .	121
4.7	Résultats des méthodes de sélection (exemple 2) . . . . .	122
4.8	Moyennes et variances des tensions optimisées et non-optimisées . . . . .	124
4.9	Valeurs numériques des objectifs d'optimisation . . . . .	128
5.1	Valeurs numériques des moyennes et écarts types des puissances à l'interface . . . . .	141
5.2	Paramètres optimisés des générateurs . . . . .	149
A.1	Table de la loi du $\chi^2$ . . . . .	167



# Introduction générale

## Contexte général

Devant le défi immense que représente le réchauffement climatique pour nos sociétés modernes, l'Europe a décidé d'investir massivement dans les énergies renouvelables. Ceci a été présenté dans le projet Horizon 2020 [7] et le projet européen pour 2030 [8]. Pour 2030, les objectifs sont les suivants : réduction des émissions de gaz à effet de serre de 40 % par rapport à 1990, utilisation d'énergie provenant de sources renouvelables à hauteur de 27 %, augmentation de 27 % de l'efficacité énergétique.

Les conséquences pour les réseaux électriques sont très importantes et l'un des objectifs de l'ENTSOE (European Network of Transmission System Operators pour Electricity) est de faciliter l'intégration des énergies renouvelables dans les réseaux, c'est l'un des objectifs clairement affiché par les codes de réseaux européens. S'il est vrai que ces codes concernent essentiellement les réseaux de transport, les réseaux de distribution sont aussi impactés car il n'est plus possible de considérer une séparation aussi stricte qu'auparavant entre ces deux types de réseaux électriques.

Parmi eux, les codes Demand Connection Code (DCC) et System Operations (SO) impactent la gestion des réseaux de distribution. Le premier, publié au Journal Officiel de l'Union européenne le 18 août 2016 [9], impose aux consommateurs et aux réseaux de distribution raccordés au réseau de transport de répondre à des capacités constructives et de fournir des informations au gestionnaire du réseau de transport (GRT). En particulier, il impose à un réseau de distribution de suivre un diagramme PQ à son interface avec le réseau de transport. Il est illustré par la figure

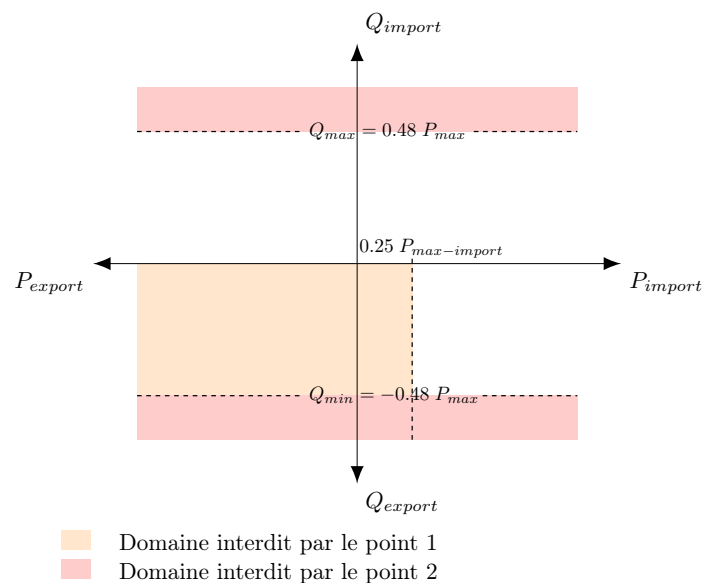


FIGURE 1 – Diagramme DCC

1 et comporte deux points essentiels [9] :

- Pas de fourniture de réactif au réseau de transport quand la puissance active en transit entre le réseau de transport et distribution est inférieure à 25 % de la puissance maximale contractuelle en importation<sup>1</sup> ;
- La puissance réactive en transit (en importation ou en exportation) doit être inférieure à 48 % de la puissance maximale contractuelle ( $P_{max} = \max(|P_{max-import}|, |P_{max-export}|)$ ).

Le second code (SO), publié au Journal Officiel de l'Union européenne le 2 août 2017 [10], traite des données à fournir au GRT et fixe des principes généraux communs pour la planification de l'exploitation des réseaux interconnectés. En particulier, des modèles de réseaux à un an, à une semaine, journalier et infrajournalier doivent être échangés entre les GRT. Un deuxième point de ce code impose aux gestionnaires de réseau de distribution (GRD) de fournir des modèles agrégés des consommations et des productions.

La planification de l'exploitation des réseaux de distribution peut se décliner sur différentes échelles de temps depuis la planification pluriannuelle jusqu'au contrôle temps réel. Sans chercher à être exhaustif sur cette question en terme de bibliographie, rappelons que la planification à long terme a fait, entre autres, l'objet des travaux au L2EP (thèse d'Héloïse Dutrieux [11]) qui traite de l'optimisation pluriannuelle des réseaux de distribution en considérant le comportement du gestionnaire de réseau de distribution, les interactions entre les réseaux de moyenne et basse tension, et les incertitudes sur l'arrivée des énergies renouvelables. Ces optimisations, étant appliquées à des réseaux de taille réelle, nécessitent l'utilisation de méthodes numériques complexes, cela dans le but de maîtriser les temps de calcul et de permettre aux réseaux de pouvoir accepter le plus d'énergie renouvelable possible pour un coût technico-économique faible.

Le réglage temps réel, quant à lui, a été abordé par Juliette Morin [12] qui a proposé une solution pour l'amélioration du réglage temps réel des réseaux de distribution ainsi que la mise en place d'une gestion conjointe de la puissance réactive entre les gestionnaires du réseau de transport et distribution. L'utilisation d'une commande prédictive a permis de prendre en compte les comportements non-linéaires des leviers et de répondre à des objectifs définis conjointement entre les gestionnaires de réseau de distribution et de transport.

Cette thèse, au niveau de l'horizon temporel, se situe entre les 2 précédentes puisqu'elle traite de la planification opérationnelle de la veille pour le lendemain (J-1) en terme de gestion de puissance réactive à l'interface avec la contrainte de respecter le plan de tension à tout point du réseau de distribution. Dans cet horizon de temps, il est possible d'utiliser des prévisions de consommation et de production qui permettent d'estimer l'évolution des tensions, courants et puissances mises en jeu dans les réseaux. L'objectif est de quantifier les risques de non respect des contraintes et de mieux y faire face, mais également de faciliter le travail en temps réel et d'augmenter les chances de répondre à des objectifs contractuels. En effet, il est possible d'utiliser une prévision J-1 du réseau afin de préparer des actionneurs jugés nécessaires pour contrecarrer d'éventuels problèmes.

Dans cette thèse, le choix a été fait de prendre en compte les caractéristiques du matériel existant, de respecter un coût de communication faible, et de conserver la structure des algorithmes de contrôle. Seul le paramétrage de ces algorithmes sera modifié. Le calcul de ces paramètres, résultera d'une optimisation qui sera effectuée sur un pas horaire de manière à ne pas saturer les capacités du système de communication. Contrairement aux approches pluriannuelles ou temps réel, l'approche stochastique prend tout son sens ici. En effet, dans le cas de l'étape de planification à long terme, la dispersion de ces variables est jugée trop importante pour pouvoir être utile, alors que pour la commande temps réel, les incertitudes sont considérées comme suffisamment

---

1. Une importation de puissance signifie que le réseau de distribution importe la puissance depuis le réseau de transport

faibles pour pouvoir être négligées. L'ensemble de cette thèse sera donc basé sur une approche stochastique, que ce soit en terme de modélisation ou de calcul d'optimisation. Les caractéristiques stochastiques de ces variables d'entrée jouent un rôle fondamental sur le comportement du réseau.

## Contributions de la thèse

La première contribution de la thèse réside dans la modélisation stochastique des réseaux de distribution en présence d'incertitudes. Elle prend en compte les erreurs incertaines des prévisions des consommations et des productions ainsi que des régleurs en charge des transformateurs des postes sources. Pour rester fidèle à la réalité industrielle [13], une loi linéaire avec la puissance produite et la tension locale ou une loi linéaire par morceaux avec la tension locale est intégrée aux contrôleurs locaux des générateurs. Les modèles stochastiques du réseau obtenus sont génériques, flexibles et exploitables avec un temps de calcul faible. Ils peuvent également apporter des précisions sur des marges de fonctionnement, ou des réserves de puissance, autrement dit, être capables d'estimer des taux de service fournis au consommateurs et au GRT. Ces modèles, enfin, doivent pouvoir être appliqués à des réseaux de grande taille, présentant plusieurs milliers de nœuds.

La seconde contribution de la thèse porte sur l'optimisation stochastique du plan de tension et de la gestion du réactif à l'interface. Elle se base sur la modélisation précédente et considère des moyennes, des variances et des taux de confiance. Les leviers d'action sur les réseaux de distribution utilisés dans ce travail sont le régleur en charge, les puissances réactives des générateurs décentralisés et les gradins de condensateurs. Ce travail permet d'optimiser conjointement les paramètres des contrôleurs de ces leviers. Grâce au modèle proposé dans ce mémoire, il est possible de vérifier le respect des codes de réseaux sur un horizon J-1 et d'ajuster les paramètres des contrôleurs pour obtenir une solution optimisant un coût spécifié. Les solutions données par les algorithmes développés sont obtenues en un temps compatible avec une gestion horaire.

## Plan de thèse

La thèse est organisée autour du synoptique présenté en figure 2, les différents outils à développer seront détaillés au fur et à mesure de la thèse. Le document s'organise autour des deux principaux blocs de modélisation et d'optimisation. Les entrées du schéma bloc sont :

- les différents profils de consommation et de production avec leur modèle d'erreur de prévision ;
- les données topologiques du réseau.

Le modèle fournira une estimation stochastique des puissances active et réactive à l'interface ainsi que les courants et tensions du réseau de distribution. A partir de ces informations, l'optimisation pourra agir sur les grandeurs d'entrées commandables qui sont :

- les paramètres des lois de commande de la puissance réactive des générateurs décentralisés ;
- la tension de référence pour le régleur en charge ;
- la position des gradins de condensateurs.

Étant donné les deux problématiques évoquées précédemment, la thèse sera structurée en deux parties. La **première partie** portera sur les questions de modélisation.

Le **chapitre 1** traitera de la modélisation des réseaux de distribution en présence d'énergie renouvelable décentralisée. Dans un premier temps, il sera proposé un état de l'art sur les différents types de modélisation, ceci afin de conduire à la sélection du principe de modélisation déterministe



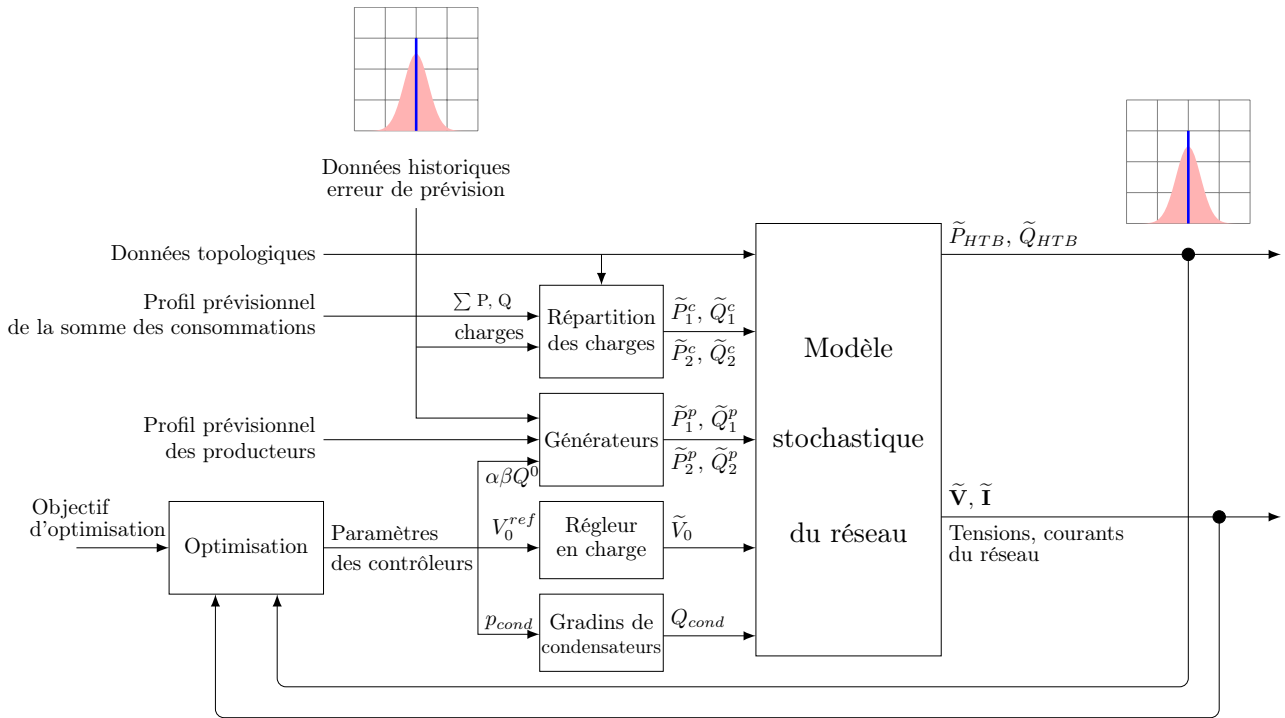


FIGURE 2 – Organisation des outils

du réseau le mieux approprié à l'application considérée.

Dans le **chapitre 2**, la représentation sélectionnée sera associée aux modèles des incertitudes des données d'entrée et prendra en compte les structures (linéaires et linéaires par morceaux) des contrôleurs des générateurs. L'ensemble de ce travail fournira un modèle stochastique de réseaux de distribution sur un horizon court terme.

La **seconde partie** traitera de l'optimisation stochastique. Cette optimisation utilisera le modèle précédemment obtenu et des objectifs définis à partir de moyennes, variances et taux de confiance. Un exemple d'application utilisera un réseau réel.

Dans le **chapitre 3**, un état de l'art des optimisations de réseaux présentera les concepts des optimisations déterministes et stochastiques de réseaux. Il sera montré qu'une optimisation stochastique est, de manière générale, plus performante qu'une optimisation déterministe. Cependant, l'utilisation de variables aléatoires dans une phase d'optimisation complexifie la formulation et la résolution du problème. Ainsi, des méthodes de simplification du problème seront proposées.

Dans le **chapitre 4**, l'optimisation stochastique des paramètres des contrôleurs sera appliquée au réglage du plan de tension d'un départ HTA d'un réseau réel. On proposera une méthodologie permettant d'obtenir en un temps raisonnable une solution du problème d'optimisation, de grande dimension.

Dans le **chapitre 5**, une optimisation, effectuée sur une journée, permettra d'effectuer le réglage de l'ensemble des contrôleurs des leviers d'un réseau de distribution réel. Outre la problématique du plan de tension, la question du contrôle de la puissance réactive à l'interface réseau de transport sera abordée.

## Première partie

# Modélisation de réseau de distribution en présence d'énergies renouvelables



# Chapitre 1

## État de l'art de la modélisation de réseaux de distribution

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>21</b>
<b>1.2</b>	<b>Rappel sur l'organisation d'un réseau de distribution en France</b>	<b>21</b>
<b>1.3</b>	<b>Modélisation des éléments non pilotables</b>	<b>23</b>
1.3.1	Modélisation des charges	23
1.3.2	Lignes aériennes et câbles souterrains	24
<b>1.4</b>	<b>Modélisation des actionneurs</b>	<b>25</b>
1.4.1	Le transformateur de poste source et son régleur en charge	25
1.4.2	Gradins de condensateurs	26
1.4.3	Modèle des producteurs	27
<b>1.5</b>	<b>État de l'art des modélisations de réseaux de distribution</b>	<b>29</b>
1.5.1	Modèle linéaire	29
1.5.2	Méthodes non linéaires	33
1.5.3	Méthode d'agrégation de réseau	36
1.5.4	Comparaison entre les différentes méthodes	37
1.5.5	Association des méthodes	39
1.5.6	Validation de la méthode	41
<b>1.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>42</b>

---

“ Il semble à quelques-uns qu'il soit plus facile de réussir par l'inspiration pure. La vérité est qu'il est encore plus sûr et plus glorieux d'y joindre la réflexion et l'art. ”

Antonin Rondelet, *Les réflexions de littérature et de philosophie*, 1881



## 1.1 Introduction

Les tensions des nœuds et la puissance réactive à l'interface entre les réseaux de distribution et de transport dépendent des caractéristiques électriques des lignes et des puissances des consommateurs et des générateurs décentralisés. Ce lien est naturellement non linéaire, cette difficulté implique un gros effort calculatoire pour déterminer l'état du réseau.

Ce premier chapitre fera des rappels sur les réseaux de distribution puis les modèles des éléments principaux seront détaillés. Cela permettra de faire une revue des modélisations de réseau en vue de proposer une solution de modélisation répondant à des objectifs bien déterminés. Ces modèles déterministes devront pouvoir être étendus à des variables stochastiques.

## 1.2 Rappel sur l'organisation d'un réseau de distribution en France

Le réseau électrique est divisé en deux grandes parties : le Réseau Public de Transport (RPT) et le Réseau Public de Distribution (RPD). En France, le réseau de transport est géré par RTE (Réseau de Transport d'Électricité). Son plus grand client est le RPD géré majoritairement par Enedis (le principal gestionnaire du réseau de distribution en France). Au niveau national le réseau de distribution d'Enedis contient 2247 postes sources (interfaces avec le RPT), 1.3 million de kilomètres de lignes aériennes et câbles souterrains, 377000 sites de production (dont 5200 reliés au réseau moyenne tension) et permet d'alimenter 35 millions de clients [14]. Le réseau électrique français est organisé de telle sorte que le RPT contienne les niveaux de tension HTB3, HTB2, HTB1 (respectivement 400kV, 225kV et 90kV ou 63kV entre phases) et que le RPD contienne les niveaux de tension HTA et BT (respectivement 20kV et 400V entre phases<sup>1</sup>). L'organisation de ces réseaux est représentée sur la figure 1.1. Les réseaux de distribution ont pour objectif d'acheminer l'énergie électrique depuis le réseau de transport jusqu'aux clients. Les postes sources marquent la limite transport/distribution, ils lient les niveaux de tension HTB1 ou HTB2 (côté transport) et HTA (côté distribution). Le niveau de tension HTA réalise le squelette du réseau de distribution. Les clients peuvent être reliés au réseau électrique par une connexion BT (la plupart des particuliers) ou une connexion HTA. Les liaisons entre les éléments du réseau sont réalisées soit par des lignes aériennes, soit par des câbles souterrains. Les liaisons entre les différents niveaux de tension des réseaux sont réalisées par des transformateurs de puissance souvent associés à des régulateurs de tension (en charge ou hors charge). Ces derniers permettent une certaine indépendance des réseaux en termes de tension et évitent ainsi une propagation des variations de tension du réseau de transport vers le réseau de distribution.

Le réseau de distribution permet de distribuer l'énergie électrique depuis un poste source jusqu'aux consommateurs. Ce réseau est bouclé mais il est exploité en radial afin de faciliter son exploitation. Le développement récent des énergies renouvelables apporte des producteurs dans les réseaux de distribution, ces producteurs complexifient la connaissance des flux de puissance car ils sont dispersés dans tout le réseau et peuvent subvenir en partie ou intégralement à la demande des consommateurs proches de ceux-ci.

Un réseau de distribution est constitué d'un poste source contenant plusieurs transformateurs qui permettent de convertir le niveau de tension HTB en niveau de tension HTA. L'ensemble du réseau en aval du poste source est divisé en plusieurs petits réseaux, il en existe trois types :

---

1. Fin 2004, il restait environ 11% du réseau HTA exploité par Enedis en 15kV ou sous une tension historique inférieure

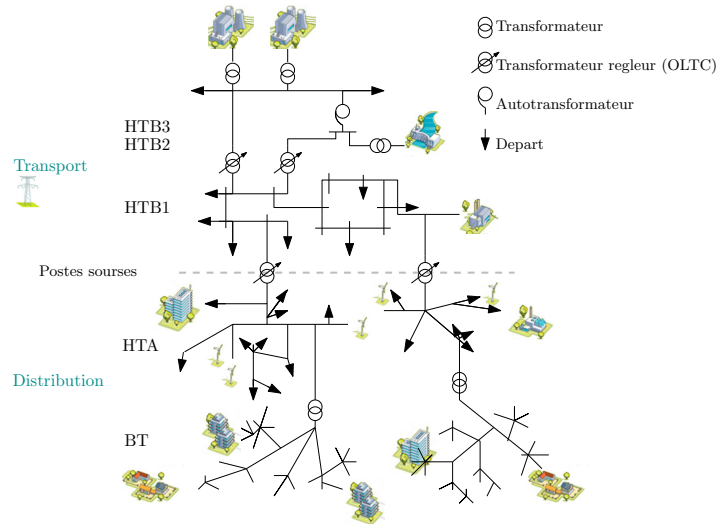


FIGURE 1.1 – Organisation des réseaux RPT et RPD

- **Départ direct**  
Ce type de départ accueille uniquement un générateur d'énergie distribuée [15] (DEG),
- **Départ mixte**  
Celui-ci accueille des générateurs et des consommateurs,
- **Départ consommateur**  
Ce dernier accueille uniquement des consommateurs.

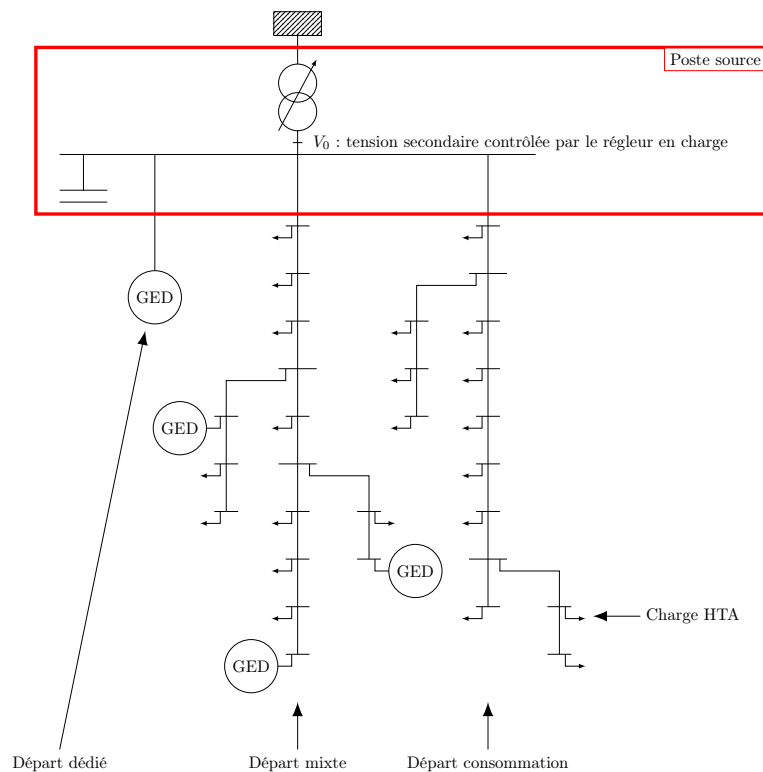


FIGURE 1.2 – Architecture typique d'un réseau de distribution

La figure 1.2 présente un exemple de réseau de distribution. Le réseau BT n'étant pas étudié, il n'est pas représenté. Cette figure illustre un départ direct ne contenant que de la production

décentralisée, un départ mixte contenant de la consommation et de la production et un départ consommation.

## 1.3 Modélisation des éléments non pilotables

La figure 1.2 a présenté un exemple simplifié d'une architecture de réseau, on y retrouve les charges HTA et postes HTA/BT parsemés dans l'ensemble du réseau, quelques générateurs décentralisés raccordés à des départs mixtes ou à des départs directs. Leurs raccordements aux postes sources sont réalisés par des lignes aériennes ou par des câbles souterrains. Le poste source est composé d'un ou plusieurs transformateurs de forte puissance appelés transformateurs de poste source et sont associés à un régleur en charge qui permet de contrôler le rapport de transformation et donc la tension du secondaire du transformateur. On trouve aussi des gradins de condensateurs dans le poste source, qui sont connectés au secondaire du transformateur et permettent de produire de la puissance réactive. Ils permettent ainsi de réduire le flux de puissance réactive descendant dans les transformateurs de poste source.

### 1.3.1 Modélisation des charges

Un réseau de distribution alimente un très grand nombre de clients (en France il alimente en moyenne 16000 clients<sup>2</sup>) dont la plupart possèdent une connexion basse tension monophasée. Les réseaux BT sont très variables, ils peuvent contenir entre quelques clients (dans des réseaux ruraux) et quelques centaines de clients (dans des réseaux urbains). ils peuvent contenir des générateurs décentralisés non pilotable [16]. Historiquement, le choix de la phase de connexion des client n'était pas optimisé. Les transformateurs HTA/BT sont soit DYn soit ZYn, ils permettent de supprimer le déséquilibre homopolaire et de réduire le déséquilibre entre les phases [17]. Compte tenu du nombre de postes, des informations disponibles et des transformateurs HTA/BT, les réseaux BT vus depuis le réseau HTA sont considérés comme équilibrés. Chaque poste HTA/BT est agrégé au niveau HTA en une charge équivalente HTA. En France, Enedis utilise le terme  $P_{max}^*$  pour caractériser les charges HTA [18] :

« La puissance  $P_{max}^*$  correspond à la valeur la plus élevée entre la  $P_{max}^*$  Heures Pleines ( $P_{max}^* HP$ ) et la  $P_{max}^*$  Heures Creuses ( $P_{max}^* HC$ ). Ces 2 valeurs sont calculées en moyennant les 3 plus fortes puissances corrigées de l'effet de température en heures pleines et les 3 plus fortes puissances corrigées de l'effet de température en heures creuses. Cette température est fonction de la température normale de la zone considérée (température moyenne statistiquement observée par les services de la météo le 15 janvier, sur plusieurs décennies). La puissance  $P_{max}^*$  est révisée tous les ans grâce à la mesure des intensités transitant dans les départs HTA des postes sources. Cette puissance est la référence qui sera utilisée pour chaque charge HTA. »

Le dernier aspect à étudier est le comportement de la charge avec la tension [19–22]. L'ensemble des appareils électriques ne se comporte pas de la même manière. Un point de vue du modèle électrique permet de classer les appareils électriques dans 3 catégories : les modèles impédants (par exemple : un chauffage électrique), les modèles à courant constant (par exemple : un ventilateur) et les modèles à puissance constante (par exemple : un ordinateur). Les appareils complexes peuvent être modélisés par une combinaison linéaire de ces trois modèles, ces modèles sont appelés des modèles ZIP.

Les charges HTA sont une somme de consommateurs et de petits producteurs BT, on dénombre 3 catégories principales définissant les charges : résidentielles, commerciales et industrielles. Les

---

2. Donnée 2016



coefficients des modèles ZIP donnés dans [22] montrent que les différentes catégories sont dominées par des modèles à puissance constante. Ce phénomène s'accroît avec les années, les appareils électriques récents possèdent de plus en plus d'électronique de puissance, ce qui a comme impact de réduire la variation de consommation active avec la tension et de réduire la consommation de puissance réactive. La comparaison entre un ballast magnétique d'ancienne génération avec un ballast électronique de nouvelle génération montre très clairement ce phénomène [22].

On peut désormais conclure sur la modélisation des charges HTA : elles seront modélisées par un modèle à puissance constante paramétré par :

- La puissance active de référence  $P_{max-i}^*$  ;
- Une prévision de consommation active  $txP$  (cette valeur est donnée en fonction de la  $P_{max-i}^*$  et peut dépasser 1) ;
- Un facteur de puissance  $\tan(\phi)$  dont on en déduit un taux de charge réactif  $txQ^c = \tan(\phi)txP^c$  ;

Ainsi, la charge connectée au nœud  $i$  sera modélisée par sa puissance apparente complexe  $S_i^c$  (équation (1.1)).

$$S_i^c = (txP_i^c + j txQ_i^c) P_{max-i}^* \quad (1.1)$$

### 1.3.2 Lignes aériennes et câbles souterrains

Les lignes, câbles et transformateurs sont modélisés par des modèles impédants en  $\Pi$ , ceux-ci sont représentés dans la figure 1.3 et l'équation (1.2). Cette modélisation utilisant les impédances est linéaire par rapport aux variables courant et tension. On utilisera toujours les tensions phase-phase et elles seront notées  $U$ .

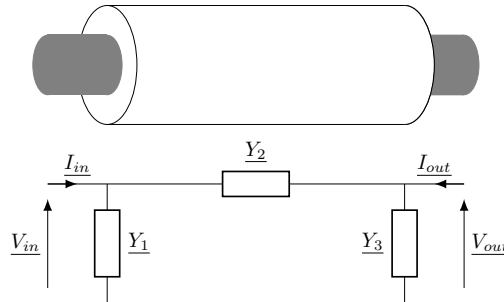


FIGURE 1.3 – Modèle impédant en  $\Pi$

$$\begin{pmatrix} I_{in} \\ I_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_3 + Y_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{in} \\ V_{out} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Un comparatif des caractéristiques électriques de deux lignes aériennes et deux câbles souterrains est fourni dans le tableau 1.1<sup>3</sup>. On peut y remarquer que les lignes et les câbles ont des impédances  $R$  et  $X$  du même ordre de grandeur, cependant, les capacités sont beaucoup plus grandes dans le cas des conducteurs enterrés.

3. Câbles souterrains Silec et valeurs typiques pour les lignes aériennes

Conducteurs	Modèle	Z		Y
		R( $\Omega/km$ )	X( $\Omega/km$ )	C( $nF/km$ )
Lignes	75mm <sup>2</sup>	0.43	0.38	5
aérienne	148mm <sup>2</sup>	0.22	0.36	5
Câbles	95mm <sup>2</sup>	0.41	0.40	220
souterrain	150mm <sup>2</sup>	0.27	0.35	300

TABLE 1.1 – Caractéristiques de conducteurs à base d'aluminium

## 1.4 Modélisation des actionneurs

Les variations de consommation et de production modifient les tensions du réseau et les puissances échangées à l'interface avec le réseau de transport, cependant ces variables doivent être contenues dans leurs domaines contractuels. Les actionneurs des réseaux de distribution permettent de limiter leurs effets. Il existe trois types d'actionneurs dans ces réseaux : le régleur en charge, les gradins de condensateurs et la puissance réactive des générateurs distribués.

### 1.4.1 Le transformateur de poste source et son régleur en charge

La liaison entre le réseau de transport et de distribution est réalisée par un ou plusieurs transformateurs de poste source. Les transformateurs sont modélisés par le modèle impédant en  $\Pi$  du même type qu'une ligne de la figure 1.3, l'admittance  $\underline{Y}_1$  modélise le comportement à vide et l'admittance  $\underline{Y}_2$  représente le comportement en court-circuit des transformateurs et l'admittance  $\underline{Y}_3$  est nulle. Un exemple de transformateur HTB1/HTA possède les paramètres suivants<sup>4</sup> :

- $\underline{Y}_1 = 0.00061$  pu
- $\underline{Y}_2 = 0.0048 + 0.17j$  pu

Ces valeurs numériques mettent en avant la grande sensibilité de la tension avec le flux de puissance. L'impédance de court circuit  $\underline{Y}_2$  implique une variation de tension de 17 % quand le flux de puissance réactive varie de 1 pu.

Les transformateurs de poste source sont associés à un régleur en charge qui permet de contrôler la tension au secondaire. Un régleur en charge permet de découpler la tension du réseau de transport et la tension du réseau de distribution. Ce concept est très important puisqu'il permet de dimensionner et d'optimiser les réseaux de distribution en supposant que la tension de référence est celle du régleur en charge et non celle du réseau de transport. Cette condition n'est vraie que si le régleur en charge n'arrive pas en butée. Ensuite, le régleur en charge permet aussi de contrôler la tension du secondaire du transformateur de poste source. Par conséquent la tension du secondaire du transformateur est modélisée par une source de tension constante (un slack bus). On supposera que la modification d'une prise du régleur en charge ne modifie pas le modèle impédant du transformateur, seul un décalage de la tension de l'ensemble du réseau est réalisé.

Les transformateurs de poste source sont équipés de régulateurs en charge (appelés On Load Tap Changer -OLTC- en anglais). Ils permettent de contrôler la tension au secondaire de leurs transformateurs, et donc de limiter l'impact sur le réseau de distribution des variations de tension du réseau de transport. Cette certaine indépendance permet de faciliter la gestion des réseaux de distribution. Les régulateurs permettent de modifier en temps réel le rapport de transformation en changeant le nombre de spires au primaire, et ce sans coupure de l'alimentation. Les transformateurs

4. La puissance de base est 1 MW et les tensions de base sont les tensions nominales HTB1 et HTA

des postes sources possèdent un nombre discret de prises, typiquement 17, 21 ou 23 prises et deux prises consécutives sont espacées de  $p = 1.5\%$  de la tension nominale.

Les régulateurs possèdent un contrôleur automatique dont le fonctionnement, détaillé dans [23], est illustré par la figure 1.4. Il est commandé par la tension de consigne ( $V_{ref}^0$  dans la figure). Un changement de prise s'opère si la différence entre la tension de consigne et la mesure de la tension du secondaire est supérieure à la bande morte  $d$  (typiquement  $d = 1\%$ ) pendant un temps supérieur au délai (le délai pour le premier changement de prise est  $\Delta t_1 = 60\text{ sec}$  et le délai pour les changements de prises suivant  $\Delta t_2 = 10\text{ sec}$ ). Ces valeurs ont été choisies afin d'éviter un nombre excessif de passages de prise et d'optimiser la durée de vie des régulateurs.

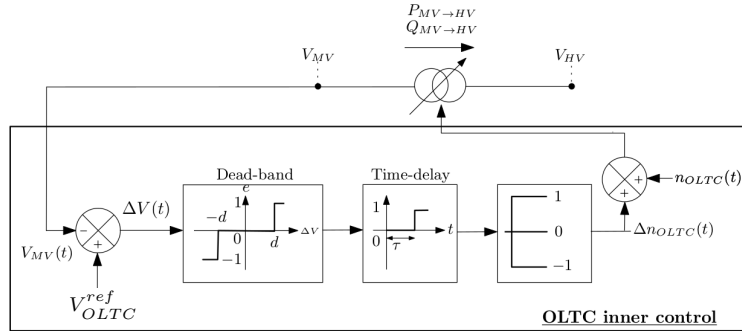


FIGURE 1.4 – Le schéma bloc du contrôleur interne du régulateur en charge

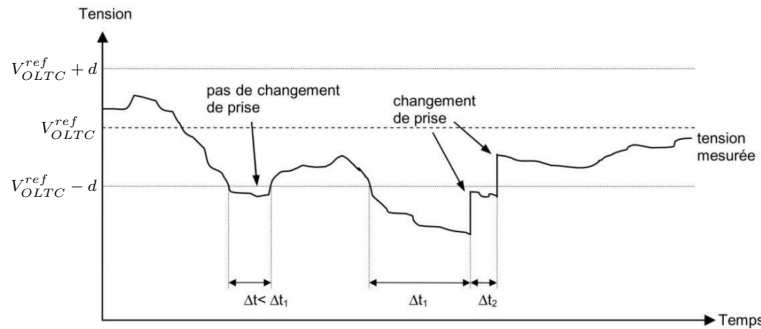


FIGURE 1.5 – La dynamique du régulateur en charge

En règle générale, la consigne est fixée de manière statique entre 1.02 pu et 1.04 pu. Un poste source contient souvent au moins deux transformateurs. Du fait de la différence entre la bande morte et la taille des prises, le changement des prises est non symétrique à la montée et à la descente. Les figures 1.6 illustrent cette asymétrie. Dans le cas où la tension est croissante (sous-figure 1.6a), elle sera contenue dans le domaine  $[V_{ref}^0 + d - p; V_{ref}^0 + d]$  alors que dans le cas où la tension est décroissante (sous-figure 1.6b), elle sera contenue dans le domaine  $[V_{ref}^0 - d; V_{ref}^0 - d + p]$ . Ces deux domaines sont identiques si et seulement si  $d = p$  alors qu'en pratique  $d = 0.01\text{ pu}$  et  $p = 0.015\text{ pu}$ .

Dans cette thèse, cet actionneur sera utilisé en suivant le fonctionnement actuel du régulateur en charge, il sera considéré que la tension de consigne est pilotable et devra être constante pendant la période considérée.

## 1.4.2 Gradins de condensateurs

Dans les réseaux de distribution, la consommation de puissance réactive est principalement réalisée par les charges et n'est pas pilotable. Historiquement, les charges ne faisaient que

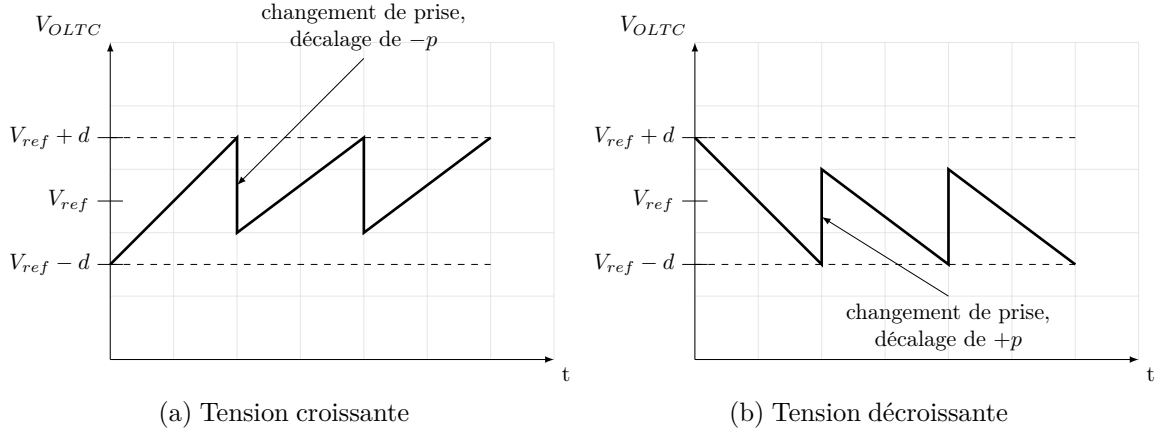


FIGURE 1.6 – Évolution temporelle de la tension du régulateur pendant des changements de prises

consommer de la puissance réactive et, de manière globale, les réseaux de distribution étaient consommateurs de puissance réactive. Afin de limiter le flux de cette puissance depuis le réseau de transport, les postes sources sont équipés de gradins de condensateurs connectés au secondaire des transformateurs postes source. Ils possèdent souvent trois prises d'une puissance comprises entre 1.2 MVar à 1.8 MVar (suivant le besoin de chaque réseau) et ont donc une capacité de production maximale de l'ordre de 5 MVar.

Les gradins de condensateurs peuvent être contrôlés par une horloge, un planning des déclenchements est réalisé en utilisant des profils de consommation (souvent des enclenchements saisonniers ou contrôlés par une loi locale). Les postes sources peuvent aussi utiliser des algorithmes plus évolués utilisant des lois locales de contrôle limitant le flux de puissance réactive.

Afin de respecter les possibilités industrielles, le contrôleur considéré permettra de choisir la prise  $p_{cond}$  enclenchée pendant la période considérée, la puissance de chaque prise est notée  $Q_{cond}^N$ , le nombre maximal de prises est noté  $p_{cond}^{max}$ , la puissance totale produite par les gradins de condensateurs est donnée dans l'équation (1.3). Cette puissance dépend de façon quadratique avec de la tension d'alimentation des gradins, cependant cette variation est négligée (la variation de la tension est inférieure à 1 % grâce au régulateur en charge).

$$Q_{condo} = p_{cond} Q_{cond}^N \quad (1.3)$$

### 1.4.3 Modèle des producteurs

Pour garder une homogénéité dans les modèles, les générateurs distribués sont modélisés mathématiquement de la même manière que les charges. Ils sont représentés par un modèle à puissance constante et caractérisés par leurs puissances nominales. Le taux de production active est donné par la prévision alors que le taux de production réactive est donné par le contrôleur local. Le producteur connecté au nœud  $i$  sera modélisé par l'équation (1.4).

$$S_i^p = (txP_i^p + jtxQ_i^p)P_i^N \quad (1.4)$$

La puissance active des générateurs est non pilotable, elle est basée sur sa puissance nominale  $P_N$  et provient des prévisions. Les générateurs produisent une puissance active non contrôlable, cependant leurs productions réactives sont contrôlables. Les contrôleurs utilisés industriellement sont soit des contrôleurs linéaires en  $\tan(\phi)$  ( $Q^p = P^p \tan(\phi)$ ), soit des contrôleurs linéaires par morceaux (illustré par la figure 1.7). Tous les paramètres sont modifiables. Pour la loi linéaire,

le  $\tan(\phi)$  est limité au domaine  $[-0.35 ; 0.4]$  (défini dans l'arrêté du 23 avril 2008 [2]). Pour la loi linéaire par morceaux la puissance réactive est limitée dans le domaine  $[-0.5 ; 0.4]$ , ces valeurs sont définies dans l'arrêté du 23 avril 2008 [2]. La loi linéaire par morceaux industrielle [1] est donnée dans la figure 1.7.

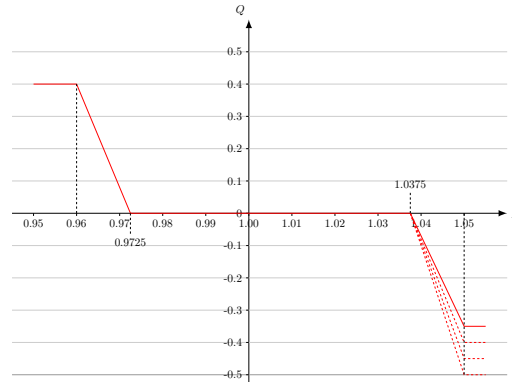


FIGURE 1.7 – Loi linéaire par morceaux utilisée par Enedis [1]

Pour notre travail, nous nous sommes affranchis des contraintes industrielles de manière à augmenter les degrés de liberté des contrôleurs, les lois de contrôle considérées sont donc :

- Le contrôleur linéaire

Ce premier contrôleur de puissance réactive est linéaire et fonction des deux mesures locales disponibles : la tension  $V$  aux bornes du générateur et la puissance  $P$  produite par le générateur. Son expression est donnée par (1.5).

$$Q^p = \alpha V + \beta P^p + Q^0 \quad (1.5)$$

Ce contrôleur est paramétrable, les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $Q^0$  sont ajustables tant que la puissance réactive ne dépasse pas les capacités réglementaires du générateur. Ce type de contrôleur est utilisé pour l'ensemble des générateurs en départ direct et certains générateurs en départ mixte (ce choix est défini conjointement par Enedis et l'installateur du générateur).

- Le contrôleur linéaire par morceaux [24]

Ce second type de contrôleur est réservé aux générateurs en départ mixte. Il utilise uniquement la tension comme entrée et est paramétrable. L'intérêt principal de ce contrôleur est l'utilisation d'une bande morte qui permet d'éviter une sollicitation excessive de l'actionneur lorsque la tension reste dans une plage spécifiée. Son équation est donnée par (1.6).

$$Q^p = \begin{cases} \alpha^1 V + Q^{01} & \text{pour } V < \gamma^1 \\ \alpha^2 V + Q^{02} & \text{pour } \gamma^1 \leq V < \gamma^2 \\ \alpha^3 V + Q^{03} & \text{pour } \gamma^2 \leq V < \gamma^3 \\ \alpha^4 V + Q^{04} & \text{pour } \gamma^3 \leq V < \gamma^4 \\ \alpha^5 V + Q^{05} & \text{pour } \gamma^4 \leq V \end{cases} \quad (1.6)$$

Pour ce contrôleur, les paramètres  $\alpha^i$ ,  $Q^{0i}$  et  $\gamma^j$  ( $\forall i = 1..5$  et  $\forall j = 1..4$ ) sont ajustables tant que la production réactive ne dépasse les capacités réglementaire du générateur. Un exemple de loi linéaire par morceaux est donné dans la figure 1.7.

Les limites de puissance réactive sont définies de manière générale par le code de réseau européen RfG [25] et sont précisées en suivant ses exigences par les gestionnaires de réseau de distribution. L'interprétation d'Enedis et la définition des diagrammes sont définies dans la documentation technique de référence du gestionnaire [26], elles sont illustrées par les figures (1.8a, 1.8b).

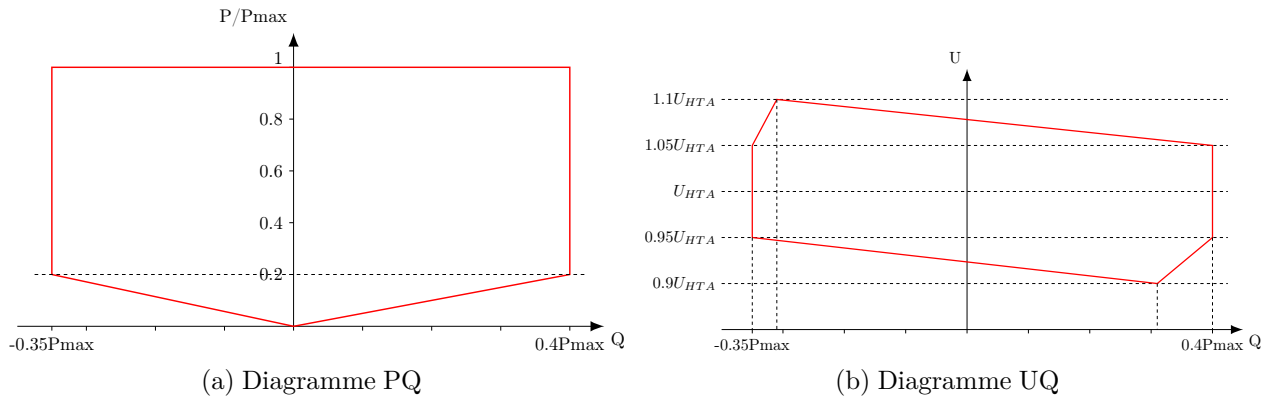


FIGURE 1.8 – Diagrammes contractuels [2]

## 1.5 État de l'art des modélisations de réseaux de distribution

Maintenant que les différents éléments ont été décrits, la modélisation de réseau sera désormais l'objet des sections suivantes. L'état de l'art des modélisations de réseaux est très riche. Les premières modélisations sont apparues dans les années 1930. Le début des années 1970 voit une augmentation importante du nombre de publications. Les travaux présentent des modélisations linéaires et non linéaires basées sur les caractéristiques des éléments constituant les réseaux. La modélisation des éléments du réseau a montré qu'il y a deux types de représentation : les modélisations basées sur les impédances, plutôt adaptées pour les conducteurs et les modélisations basées sur les puissances, plutôt adaptées pour les charges. Les modélisations présentes dans la littérature se basent sur ces deux familles.

La littérature fournit diverses méthodes permettant de s'adapter à des systèmes de grande dimension. On peut trouver trois philosophies différentes :

- Les méthodes simplifiant la modélisation afin de la rendre linéaire ;
- Les méthodes utilisant une modélisation non linéaire et une technique numérique ;
- Les méthodes d'agrégation permettent de simplifier la topologie et d'utiliser une méthode de power flow précise.

Nous allons effectuer une revue des principaux modèles de réseau afin d'en extraire les avantages et inconvénients majeurs. Cette revue permettra de sélectionner une combinaison de modèles permettant d'obtenir une représentation précise des tensions et puissances en fonction des puissances d'entrée et des paramètres des actionneurs.

### 1.5.1 Modèle linéaire

#### □ Modèle impédant

Le premier modèle élémentaire utilise uniquement les impédances du système. Cela permet de fournir une modélisation linéaire entre les tensions et les courants de manière très simple en utilisant les lois de Kirchhoff et la loi d'Ohm, l'équation (1.2) donne les relations de base. L'équation (1.7) permet de modéliser l'ensemble d'un réseau. Ses éléments sont :

- La matrice  $\mathbb{Y}$  et ses sous-matrices qui sont des matrices d'admittance ;
- La tension de référence (le slack bus)  $V_0$  qui est donnée par le nœud 0. Dans le cas étudié, cette tension est contrôlée par le régulateur en charge ;
- Le vecteur  $V$  qui contient l'ensemble des tensions des  $n+1$  nœuds ;

— Le vecteur  $I$  qui contient l'ensemble des courants des lignes et câbles.

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \mathbb{Y} \begin{bmatrix} V_0 \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0 & \mathbf{Y}_{0\mathbf{v}} \\ \mathbf{Y}_{\mathbf{v}0} & \mathbf{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

La matrice d'admittance se construit à partir de l'ensemble des données des modèles en  $\Pi$  des éléments du réseau. Sa construction est réalisée en utilisant la représentation de la figure 1.3 et l'équation (1.2). Cette modélisation associée à un modèle des charges permet de déterminer l'état du réseau.

Pour ce genre de modèle, la difficulté provient de la modélisation des charges et des producteurs qui sont des sources de puissance PQ. La méthode Ward [27, 28] consiste à modéliser les consommateurs et les producteurs par des éléments linéaires avec le courant et la tension. Un certain nombre de sous-méthodes existe. Les deux principales consistent en l'utilisation de sources de courant (Ward injection method) ou en l'utilisation d'admittances (Ward Admittance Method). Ensuite, il suffira de résoudre le problème linéaire. Les erreurs de cette modélisation proviennent de la modélisation des charges. Celle-ci se réalise sous l'hypothèse de tension  $V_h = 1.00$  pu, ainsi une puissance  $\underline{S}$  se modélise par le courant donné dans l'équation (1.8) où l'admittance est donnée dans l'équation (1.9).

$$I = \frac{S^*}{V_h} \quad (1.8)$$

$$Y = \frac{S^*}{V_h^2} \quad (1.9)$$

On peut facilement déterminer les erreurs produites par cette approximation : les tensions contractuelles extrémales du réseau HTA sont 0.95 pu ou 1.05 pu, l'approximation avec le courant peut créer une erreur de puissance de 5 % alors que l'approximation avec l'admittance peut créer une erreur de puissance de 9.75 %. Ces erreurs sont importantes et les optimisations des réseaux de distribution présentées dans cette thèse nécessitent une modélisation plus précise.

#### □ Modèle en puissance

Le deuxième type de modèle élémentaire est basé sur le modèle PQ. Il permet de modéliser naturellement les charges et les producteurs. Chaque nœud est caractérisé par les quatre variables  $P$ ,  $Q$ ,  $V$  et  $\theta$ . Ce modèle est linéaire entre les puissances et les valeurs efficaces ( $\mathbf{V}$ ) et les phases ( $\boldsymbol{\theta}$ ) des tensions. Un exemple de cette linéarisation est rappelé en figure 1.9. Son diagramme phaseur est donné dans la figure 1.10, qui permet de fournir le modèle de l'équation (1.11).

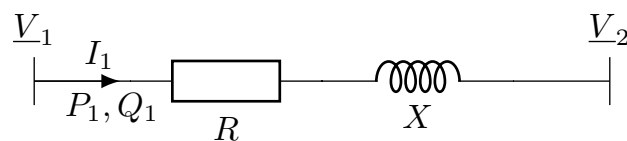


FIGURE 1.9 – Modèle simplifié de ligne

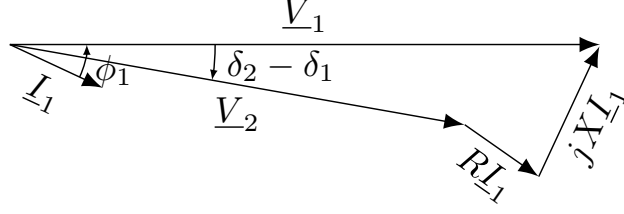


FIGURE 1.10 – Diagramme phaseur de la ligne d'exemple

Le modèle linéaire est donné en per unit, il suppose que la différence  $\delta_2 - \delta_1$  soit faible et que les tensions soient proches de 1 pu.

$$V_1 = V_2 \cos(\delta_2 - \delta_1) + R I_1 \cos(\phi_1) + X I_1 \sin(\phi_1) \quad (1.10)$$

$$0 = -V_2 \sin(\delta_2 - \delta_1) - R I_1 \sin(\phi_1) + X I_1 \cos(\phi_1) \quad (1.11)$$

$$V_2 = V_1 - R P_1 - X Q_1 \quad (1.12)$$

$$\delta_2 = \delta_1 - R Q_1 + X P_1 \quad (1.13)$$

Cette méthode, étant basée sur les impédances, ne permet pas de déterminer directement les sensibilités  $S_{ij}$  liant la tension  $V_1$  et l'angle  $\delta_1$  aux puissances. Cependant, en travaillant autour d'un point de fonctionnement, les sensibilités sont facilement déterminées par les dérivées partielles de l'équation (1.14). Ces deux modèles sont combinés dans l'équation (1.15). Enfin, les deux modèles linéaires peuvent être associés et fournir un modèle complet des variables utiles à l'étude, l'équation (1.16) présente ce formalisme.

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{\partial P_1}{\partial V_1} \\ S_{12} &= \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} \\ S_{21} &= \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} \\ S_{22} &= \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{pmatrix} P_2 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ \delta_2 \\ P_2 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -R & -X \\ 0 & 1 & X & -R \\ S_{11} & S_{12} & 1 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ \delta_1 \\ P_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

La méthode très connue DC power flow [29] utilise cette philosophie. Elle est très intéressante pour les réseaux électriques de transport peu résistifs, cependant les réseaux de distribution ne possèdent pas les mêmes caractéristiques et les hypothèses de cette méthode sont trop fortes pour fournir des résultats pertinents pour cette thèse.

#### □ Linéarisation globale du système

Ces deux précédents modèles sont indépendants, ils utilisent soit les caractères impédants du réseau, soit les puissances des charges. La méthode qui va être présentée considère le problème global pour le linéariser a posteriori. Cette méthode est illustrée sur le modèle simple de la figure 1.11 et a été généralisée dans [30]. Dans le cas de ce problème simple, sa résolution analytique est fournie, l'équation (1.17) montre le lien quadratique existant entre les tensions, courants et puissances.



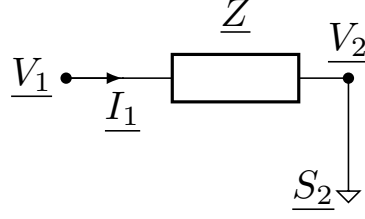


FIGURE 1.11 – Association d'un modèle Z et d'un modèle S

$$\begin{cases} \underline{S}_2 &= \underline{V}_1 \underline{I}_1^* + \underline{Z} \underline{I}_1 \underline{I}_1^* \\ \underline{V}_2 &= \underline{V}_1 - \underline{Z} \underline{I}_1 \end{cases} \quad (1.17)$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1}{2\underline{Z}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4\underline{Z}\underline{S}_2}{\underline{V}_1^2}} \right) \quad (1.18)$$

Cette équation contient une racine, elle peut être linéarisée. Pour cela, le développement limité  $\sqrt{1+u} = 1 + 0.5u$  est utilisé, cependant  $u$  doit être petit devant 1. Vérifions cette hypothèse, avec des valeurs réelles assez contraignantes :

- Réseau HTA :  $\underline{V}_1 = 20$  kV (tension phase-phase)
- Ligne aérienne de 10 km de  $75 \text{ mm}^2$  :  $|\underline{Z}| = 5.6 \Omega$
- Charge de 6 MW :  $\underline{S}_2 = 6$  MW

Le terme  $\left| \frac{4\underline{Z}\underline{S}_2}{\underline{V}_1^2} \right| = 0.33$  est inférieur à 1. L'expression du courant linéarisé est explicitée dans l'équation (1.19) (seule la solution physique est fournie, la seconde solution de l'équation quadratique n'a pas d'intérêt).

$$\underline{I}_1 \simeq \frac{\underline{V}_1}{2\underline{Z}} \left( 1 - \left( 1 - 0.5 \frac{4\underline{Z}\underline{S}_2}{\underline{V}_1^2} \right) \right) \simeq \frac{\underline{S}_2}{\underline{V}_1} \quad (1.19)$$

La linéarisation donne, pour l'exemple précédent, un courant de 300 A alors que la valeur théorique est de 324 A (erreur de 7 %). Cette expression met en évidence le côté physique de la linéarisation, ce courant n'est rien d'autre que le courant obtenu lorsque l'impédance de la ligne est négligée. En effet, le principe de cette modélisation est de négliger toutes les puissances consommées par les impédances des lignes mais de conserver leurs chutes de tension. La négligence des pertes ne peut pas être acceptée pour évaluer les puissances consommées par le réseau de distribution, il sera nécessaire d'estimer les puissances mises en jeu par les conducteurs a posteriori de l'évaluation des tensions. L'équation (1.20) montre l'expression linéarisée de la tension du nœud 1.

$$\underline{V}_2 = \underline{V}_1 \left( 1 + \underline{Z} \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{V}_1^2} \right) \quad (1.20)$$

Avec les valeurs numériques de l'exemple, l'approximation de la tension  $\underline{V}_2$  vaut 18.320 kV au lieu de 18.186 kV (moins de 1 % d'erreur). La généralisation de ces équations est proposée par Bolognani [30]. Sous ces hypothèses, l'approximation linéaire de la tension des nœuds est donnée dans l'équation (1.21), dans laquelle  $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1}$  et les vecteurs  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{Q}$  contiennent l'ensemble des puissances actives et réactives consommées ou produites à chaque nœud. La tension du nœud 0 est utilisée comme référence, elle est au secondaire du transformateur de poste source et contrôlée par le régleur en charge.

$$\hat{\mathbf{V}} = V_0 \left( \mathbf{1} + \frac{1}{V_0^2} \mathbf{Z}(\mathbf{P} - j\mathbf{Q}) \right) \quad (1.21)$$

Cette linéarisation provient de la résolution d'une équation du second degré, qui est valide sous la condition de l'équation (1.22).

$$V_0^2 > 4 \|\mathbf{Z}\|^* \|\mathbf{P} + j\mathbf{Q}\| \quad (1.22)$$

Cette condition utilise la norme 2 des vecteurs  $\|\cdot\|$  sur  $\mathbb{C}^{\mathcal{N}}$  et une norme des matrices  $\|\cdot\|^*$  sur  $\mathbb{C}^{\mathcal{N} \times \mathcal{N}}$  définie dans l'équation (1.23).

$$\|A\|^* = \max_h \|A_{h*}\| = \max_h \sqrt{\sum_k |A_{hk}|^2} \quad (1.23)$$

L'auteur fournit aussi une valeur maximale de l'erreur de linéarisation, l'erreur de la tension du nœud  $i$  est donnée dans l'équation (1.24).

$$|\hat{V}_i - V_i| = \frac{4}{V_0^3} \|Z_{i*}\| \|\mathbf{Z}\| \quad (1.24)$$

Afin de simplifier les équations, l'équation (1.21) a été mise sous forme matricielle et est fournie dans l'équation (1.25).

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{B}\mathbf{Q} + \mathbf{1}V_0 \quad (1.25)$$

Dans la proposition de l'auteur, les impédances parallèles doivent être négligées. Cependant, le modèle des câbles souterrains intègre une capacité très importante. Ces capacités ne peuvent pas être négligées. Afin de les prendre en compte, il suffit d'ajouter un producteur fictif à chaque bout de ligne. Par exemple, une admittance  $Y_{ii}$ , alimentée par la tension  $V_h$ , produit la puissance  $S_i^{shunt} = Y_{ii}V_h^2$ , ces valeurs sont ajoutées dans  $\mathbf{Q}$ .

## 1.5.2 Méthodes non linéaires

Dans cette famille, deux méthodes ont été étudiées : AC power flow et Distribution Load Flow (Distflow).

### □ Méthodes AC power flow

Cette modélisation de réseau n'utilise pas de simplifications, elle peut être appliquée sur des réseaux maillés ou radiaux. Elle est non-linéaire et nécessite un outil de résolution numérique [31]. Le cas général d'un nœud est représenté dans la figure 1.12 et est modélisé par l'équation (1.26) et l'équation (1.27). On note  $U_k$  et  $\theta_k$  respectivement la norme et la phase de la tension du nœud  $k$ .

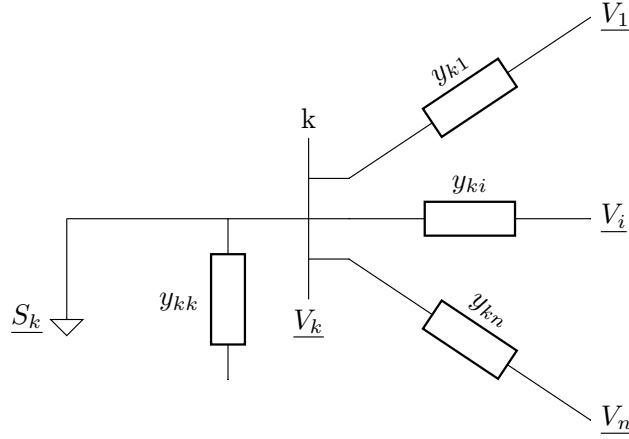


FIGURE 1.12 – Modélisation d'un nœud

$$P_k = \sum_{j=1}^n V_k V_j (G_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j) + B_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j)) \quad (1.26)$$

$$Q_k = \sum_{j=1}^n V_k V_j (G_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j) - B_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j)) \quad (1.27)$$

Les équations (1.26, 1.27) déterminent les puissances apportées par les conducteurs qui doivent être égales aux puissances consommées par le nœud ( $S_k + V_k^2 (G_{kk} + B_{kk})$ ). Pour cela, on doit déterminer les tensions et les phases qui vérifient ces égalités. Cette opération est réalisée numériquement, le plus souvent soit par la méthode de Newton-Raphson soit par la méthode de Gauss-Seidel. Ce sont des méthodes itératives permettant de déterminer la racine d'une fonction  $x \mapsto f(x)$ .

La méthode de Newton se base sur une linéarisation de la fonction et sur son développement de Taylor autour d'un point  $x_n$  (1.28).

$$f(x_n + \Delta x) \approx f(x_n) + f'(x_n) \Delta x \quad (1.28)$$

Ainsi, en cherchant la solution  $f(x_n + \Delta x) = 0$ , on obtient la solution à l'itération  $n+1$  qui est donnée dans l'équation (1.29).

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (1.29)$$

De manière géométrique, la solution  $x_{n+1}$  correspond à l'intersection de la tangente avec l'axe des abscisses. Enfin, il suffira d'effectuer quelques itérations pour obtenir une solution précise, le critère d'arrêt pouvant être la taille du pas.

La méthode Gauss Seidel [32], quant à elle, est dédiée à la résolution d'une application linéaire  $Ax = b$  de taille  $N$ , la solution de l'itération  $n+1$  de la  $i$ ème valeur de  $x$  est donnée dans (1.30).

$$x_i^{n+1} = \frac{1}{a_{ii}} \left( b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{n+1} - \sum_{j=i+1}^N a_{ij} x_j^n \right) \quad (1.30)$$

La comparaison de ces deux méthodes appliquées à des cas de réseau de distribution a montré que la méthode de Newton-Raphson est beaucoup plus rapide, quelques itérations suffisent pour obtenir un résultat suffisamment précis. Ce résultat est explicité par la figure 1.13.

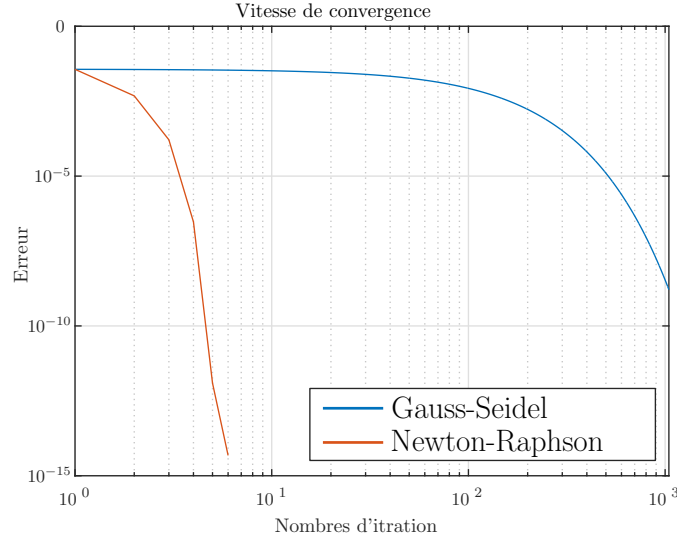


FIGURE 1.13 – Comparaison des vitesses de convergence

D'autres méthodes similaires utilisent la même modélisation, par exemple la méthode Fast Decoupled Load Flow [33] découple les valeurs efficaces et les angles des tensions ce qui permet d'avoir un modèle linéaire entre les puissances actives et les angles et un modèle linéaire entre les puissances réactives et les tensions.

#### □ Distribution Load Flow (distflow)

Les réseaux de distribution sont gérés généralement en radial, cette particularité permet d'utiliser des méthodes plus simples et obtenant des performances accrues en temps de calcul. L'une des méthodes s'appelle Distflow [34, 35], elle consiste en la détermination de manière successive de l'état des nœuds. En partant d'une extrémité intégralement connue d'un réseau (tensions, et puissances), on peut déterminer l'état du nœud qui lui est adjacent. L'état complet du réseau est obtenu en réalisant cette opération le long du réseau. Cette opération est illustrée dans la figure 1.14 et utilise les équations (1.31, 1.32, 1.33)

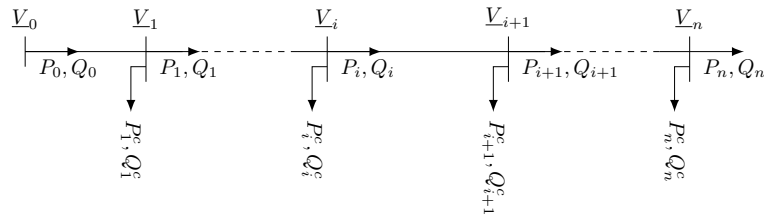


FIGURE 1.14 – Illustration de la méthode Distflow

$$P_{i+1} = P_i - r_i \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} - P_{i+1}^c \quad (1.31)$$

$$Q_{i+1} = Q_i - x_i \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} - Q_{i+1}^c \quad (1.32)$$

$$V_{i+1}^2 = V_i^2 - 2(r_i P_i + x_i Q_i) + (r_i^2 + x_i^2) \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} \quad (1.33)$$

En pratique la connaissance complète du nœud de départ n'est pas facile, on ne connaît souvent que la tension d'un nœud et les puissances des autres nœuds, mais rarement l'ensemble

des informations sur un même nœud. Cette connaissance est obtenue à partir de simplifications et limite la précision de cette méthode.

Une autre méthode dédiée aux réseaux radiaux est la méthode Backward forward Sweep [36, 37]. Cette méthode est itérative, elle est constituée de deux étapes. La première consiste à estimer les courants (backward sweep) à partir des tensions calculées à l'itération précédente (utilisation de la loi des nœuds). La seconde consiste à estimer les tensions (forward sweep) à partir des courants calculés à l'itération précédente (utilisation de la loi d'Ohm). Enfin, la bonne précision de cette méthode est obtenue après quelques itérations.

Ces précédentes méthodes sont basées sur les équations non linéaires du problème. Des méthodes numériques évoluées permettent de résoudre le problème, leurs performances sont comparées dans [38]. Ces méthodes exigent du matériel numérique assez performant pour considérer la nature stochastique du système.

### 1.5.3 Méthode d'agrégation de réseau

La notion d'agrégation du réseau n'existe pas dans les méthodes précédentes. Cependant, elle permet de simplifier la résolution du power flow. Elle est donc souvent à réaliser avant le power flow. Elle effectue typiquement une réduction du modèle conservant ou non sa structure globale, c'est à dire, une réduction de plusieurs termes similaires en un terme équivalent. Il a été évoqué que les réseaux contiennent deux types d'éléments différents : les impédances et les modèles des charges/producteurs. Pour réaliser l'agrégation, il faudra donc travailler sur ces deux types d'éléments. Dans la littérature le terme "modélisation agrégée" est présent mais il est souvent indépendant de la détermination de l'état électrique du réseau. Ce terme est le plus souvent utilisé pour évoquer des agrégations de charges.

Les charges sont composées de divers types de charges élémentaires :

- Chauffage monophasé et triphasé,
- Machine électrique monophasée et triphasée,
- Charge consommant une puissance constante...

Le foisonnement et le comportement horaire de ces charges sont très complexes et rendent l'étude très difficile. Les articles [3, 39, 40] proposent des méthodes d'agrégation de charges d'un réseau et ne s'intéressent qu'aux consommateurs, les lignes et câbles ne sont pas considérés. Cette méthode est illustrée par la figure 1.15.

Dans le cadre de la thèse, les lignes et câbles ne peuvent pas être négligés. D'autres méthodes existent pour réorganiser un réseau et agréger les charges/générateurs du réseau. Cela permet de faciliter son étude complète. Deux méthodes ont été étudiées : Radial Equivalent Independent et Power Factor Distribution Factor.

#### □ Radial Equivalent Independent

Cette première méthode est décrite dans [41, 42], elle se base sur le théorème de Thévenin. Les charges sont supposées être des sources de courant ou des impédances (modèle linéaire avec les variables  $U$  et  $I$ ). Grâce à cela, le réseau est reconfiguré en utilisant des outils linéaires. Dans la figure 1.16, les charges deviennent indépendantes entre elles. Cette reconfiguration crée un réseau fictif où les tensions et courants de ce réseau ne correspondent pas au réseau réel. Ceci constitue le principal problème de cette méthode.

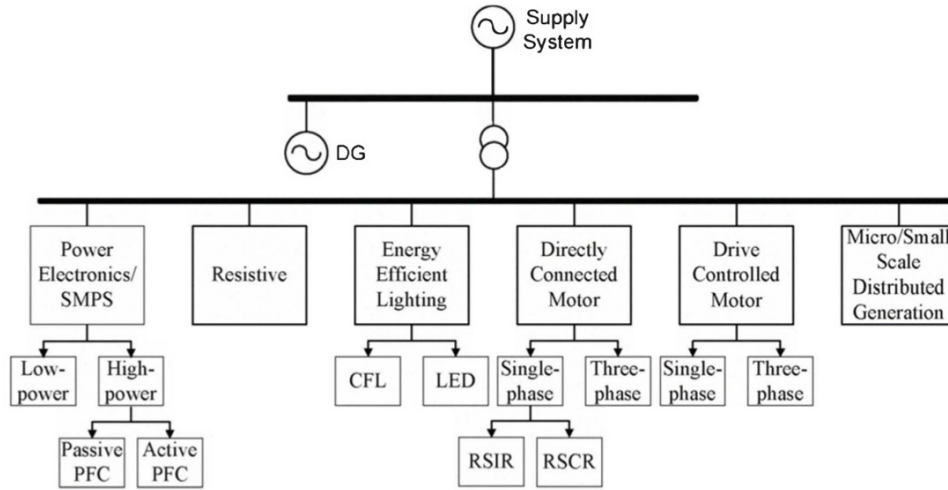


FIGURE 1.15 – Illustration des agrégations de charges [3]

### □ Power Factor Distribution Factor

Cette seconde méthode utilisant DC power flow model (modèle linéaire en puissance tension détaillé précédemment), permet de modifier la topologie du réseau. Elle est décrite dans [43–46]. Dans un premier temps, on pose une nouvelle topologie de réseau, par exemple, la figure 1.17 montre une topologie agrégeant les charges industrielles, résidentielles et les générateurs. Ensuite, cette méthode permet la détermination des caractéristiques du nouveau réseau. Ces caractéristiques sont obtenues par optimisation de l'erreur des flux de puissance. Le domaine de validité de cet optimum est souvent petit et l'utilisation de la modélisation DC power flow est rédhitoire pour notre étude (peu précise pour les réseaux de distribution).

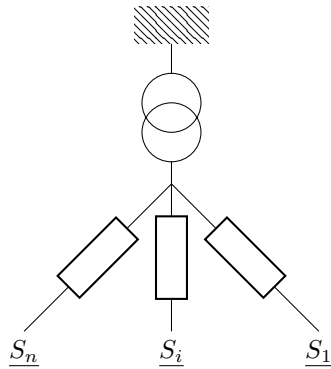


FIGURE 1.16 – REI equivalent

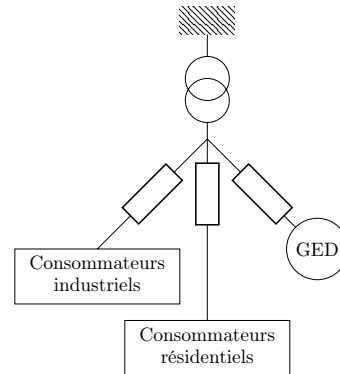


FIGURE 1.17 – PTDF

Au vu des différentes performances des modélisations et des méthodes d'agrégation, un choix de modélisation doit être réalisé pour les besoins de la suite des travaux présentés dans ce mémoire. Il est proposé dans la section suivante.

## 1.5.4 Comparaison entre les différentes méthodes

La première étude bibliographique a permis de mettre en avant différentes méthodes non linéaires, différentes méthodes linéaires et différentes méthodes d'agrégation de réseau. Un choix doit être réalisé, il devra pouvoir répondre aux objectifs de la thèse. Le modèle sélectionné doit

pouvoir être appliqué à des grands réseaux pouvant contenir plusieurs milliers de nœuds, plusieurs centaines de charges... Aussi, l'utilisation de ce modèle dans une prochaine phase d'optimisation nécessite que le résultat soit obtenu rapidement. Enfin, la nature intermittente des énergies renouvelables et des consommateurs conduit à considérer des variables stochastiques dans la modélisation du réseau. Ces notions permettent de retenir six critères de comparaison différents, les deux premiers étant quantitatifs et les quatre suivants étant qualitatifs :

- **Estimation des puissances**  
Capacité à réaliser une bonne estimation des puissances transitées à l'interface RPT/RPD;
- **Estimation des tensions**  
Capacité à réaliser une bonne estimation des tensions;
- **Agrégation de réseau**  
Capacité à interpréter la consommation d'un réseau de manière agrégée;
- **Sensibilité des charges**  
Capacité à prendre en compte les sensibilités des charges et à fournir les sensibilités au niveau du poste source;
- **Diagramme PQ**  
Capacité à prendre en compte les diagrammes PQ des générateurs;
- **Stochastique**  
Capacité à utiliser des variables aléatoires.

La comparaison est faite en utilisant soit une évaluation qualitative du critère, soit une évaluation numérique. La précision des estimations de puissance et de tension est obtenue en comparant les résultats avec la méthode de référence AC power flow associée à la méthode numérique de Newton-Raphson. Cette méthode de référence est connue pour avoir une excellente précision. Une erreur maximale inférieure à 1 % (tensions ou puissances) mérite une note supérieure à la moyenne. Chaque méthode a été implémentée dans le logiciel MATLAB [47], permettant non seulement de comparer la précision, mais aussi la facilité d'utilisation et son codage dans les mêmes conditions.

L'échelle proposée possède 5 niveaux (allant de 0 à 4). Un score de 4 signifie que la méthode répond entièrement aux exigences. Une évaluation moyenne signifie que la méthode n'est pas entièrement adaptée, montrant des difficultés techniques, une faible précision, etc. Une marque 0 signifie que la méthode est inappropriée. Des diagrammes radars fournissent les notes et permettent de comparer ces méthodes; ils sont représentés dans la figure 1.18.

Dans un premier temps on peut remarquer qu'aucune méthode ne répond parfaitement à tous les critères. Ensuite on peut constater que globalement les méthodes non linéaires permettent de répondre à un maximum de critères sans pour autant être optimales : par exemple, l'intégration des variables stochastiques est possible mais impose d'utiliser une méthode numérique très coûteuse en besoin informatique (Méthode de Monte-Carlo). Cela correspond à une contrainte trop forte pour notre étude, une méthode non linéaire ne pourra pas être sélectionnée. Parmi les méthodes linéaires, la méthode Ward se distingue, cependant son estimation de puissance est moyenne surtout si les tensions de linéarisation sont éloignées des tensions réelles. Enfin, la méthode de Bolognani permet une excellente estimation des tensions mais rencontre des difficultés de précision pour l'estimation des puissances.

Étant donné qu'aucune méthode ne répond correctement à l'ensemble des critères, nous allons associer différentes méthodes afin de générer une nouvelle méthode répondant intégralement à l'ensemble des besoins.

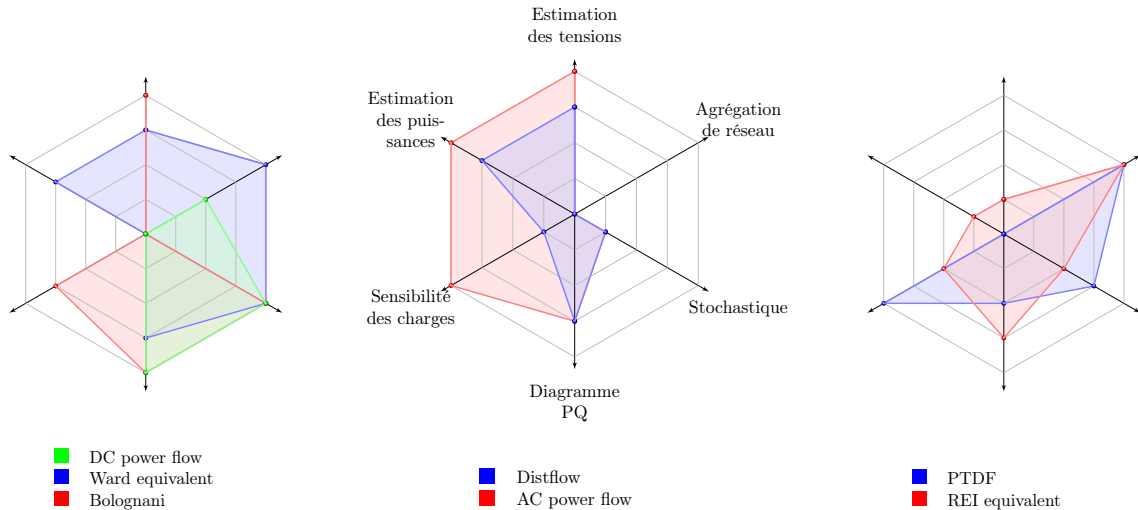


FIGURE 1.18 – Comparaison des performances des modélisations (modèles linéaires, non-linéaires et méthodes d'agrégation)

### 1.5.5 Association des méthodes

Les critères retenus dans la thèse exigent une bonne précision des tensions des nœuds et des puissances de transit. La méthode de Bolognani permet d'estimer les tensions des nœuds. Ensuite, les impédances permettent d'obtenir les courants du réseau (modèle Ward). Ces deux méthodes fournissent les parties réelles et les parties imaginaires de nombres complexes, cependant le carré de la norme deux est non linéaire. Ainsi, les normes des tensions et des courants ont été simplifiées en ne conservant que les parties réelles. Cette simplification est symbolisée par "Re". Les puissances mises en jeu sont obtenues à partir de ces grandeurs et des impédances du système. Cette association permet aussi de répondre à l'ensemble des critères. Elle est représentée dans la figure 1.19.

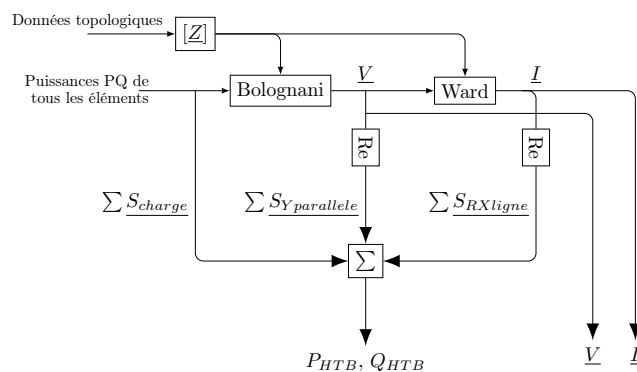


FIGURE 1.19 – Contenu du bloc de modélisation de réseau

Le modèle linéaire des tensions détaillé par Bolognani est repris dans la représentation des tensions. L'équation (1.37) fournit sa version matricielle, on rappelle que les matrices de paramètres  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  ont été obtenus par le modèle de Bolognani et sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de  $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1}$ . Les modèles des puissances sont obtenus à partir de cette modélisation, du théorème de Boucherot et de quelques développements limités :  $S_{HTB} = \sum S_{charge} + \sum S_{producteur} + \sum S_{Y_{parallele}} + \sum S_{RX_{ligne}}$ . La somme des puissances des charges et des producteurs s'obtient très simplement par l'équation (1.34). La notation  $\mathbf{1}$  représente un vecteur ligne ou colonne de 1 (cette notation sera utilisée dans plusieurs équations, sa taille s'adaptant à l'équation).



$$\sum S_{charge} + \sum S_{producteur} = \mathbf{1P} + j\mathbf{1Q} \quad (1.34)$$

La somme des puissances des admittances parallèles est purement réactive. Elle s'obtient à partir des tensions et de développements limités : la partie réelle de la tension est développée autour de 1 pu et la partie imaginaire de la tension est développée autour de 0. En utilisant le vecteur ligne  $\mathbf{Y}_{para}$  contenant l'ensemble des admittances parallèles, l'expression (1.35) de la somme des puissances des admittances parallèles devient :

$$\sum Q_{Y_{parallele}} = \mathbf{Y}_{para} |\mathbf{V}|^2 = \mathbf{Y}_{para} (Re(\mathbf{V})^2 + Im(\mathbf{V})^2) = \mathbf{Y}_{para} (1 + 2(\mathbf{V} - 1)) \quad (1.35)$$

La dernière composante des puissances est la somme des puissances des impédances RX des lignes. Elle est déterminée à partir des courants et du développement limité autour d'un point de fonctionnement  $I_0$ , ce courant est le courant obtenu à un point de fonctionnement donné (par exemple : avec 50% de taux de charge et de taux de production). Pour conserver un lien linéaire entre les variables, la partie imaginaire du courant  $\mathbf{YV}$  est négligée. L'expression de cette puissance est donnée dans l'équation (1.36).

$$\sum S_{RX_{ligne}} = (\mathbf{R}_{ligne} + j\mathbf{X}_{ligne}) sign(Re(I_0)) |I_0| \mathbf{YV} \quad (1.36)$$

Grâce à ces modèles, les expressions des puissances à l'interface transport/distribution peuvent être données dans les équations (1.38, 1.39).

$$\mathbf{V} = \mathbf{AP} + \mathbf{BQ} + \mathbf{1V}_0 \quad (1.37)$$

$$P_{HTB} = \mathbf{CP} + \mathbf{DQ} + P_{HTB}^0 \quad (1.38)$$

$$Q_{HTB} = \mathbf{EP} + \mathbf{FQ} + Q_{HTB}^0 \quad (1.39)$$

Les matrices des modèles sont données ci-dessous :

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= Re(\mathbf{Z}) \\ \mathbf{B} &= Im(\mathbf{Z}) \\ \mathbf{C} &= \mathbf{1} + Re((\mathbf{R}_{ligne} + j\mathbf{X}_{ligne}) sign(Re(I_0)) |I_0| \mathbf{YA}) \\ \mathbf{D} &= Re((\mathbf{R}_{ligne} + j\mathbf{X}_{ligne}) sign(Re(I_0)) |I_0| \mathbf{YB}) \\ P_{HTB}^0 &= Re((\mathbf{R}_{ligne} + j\mathbf{X}_{ligne}) sign(Re(I_0)) |I_0| \mathbf{Y1V}_0) \\ \mathbf{E} &= Im((\mathbf{R}_{ligne} + j\mathbf{X}_{ligne}) sign(Re(I_0)) |I_0| \mathbf{YA}) + 2\mathbf{Y}_{para} \mathbf{A} \\ \mathbf{F} &= \mathbf{1} + Im((\mathbf{R}_{ligne} + j\mathbf{X}_{ligne}) sign(Re(I_0)) |I_0| \mathbf{YB}) + 2\mathbf{Y}_{para} \mathbf{B} \\ Q_{HTB}^0 &= Im((\mathbf{R}_{ligne} + j\mathbf{X}_{ligne}) sign(Re(I_0)) |I_0| \mathbf{Y1V}_0) + 2\mathbf{Y}_{para} \mathbf{1}(V_0 - 1) \end{aligned}$$

La modélisation utilisée permet naturellement d'avoir une vision agrégée des puissances mises en jeu. Les puissances de transit à l'interface peuvent être séparées en trois contributions :

- Somme des puissances des charges et des producteurs ( $\sum S_{charge}$ ) :  
Elle se réalise assez facilement en utilisant directement les prévisions.
- Somme des puissances des admittances parallèles ( $\sum S_{Y_{parallele}}$ ) :  
Elle s'obtient à partir de l'évaluation des tensions, ces admittances parallèles sont principalement les capacités des modèles des câbles. Cette grandeur varie avec la tension du régleur en charge  $V_0$ .
- Somme des puissances des impédances RX des lignes ( $\sum S_{RX_{ligne}}$ ) : Elle est principalement composée des impédances RX des conducteurs et s'obtient à partir de l'évaluation des courants. Cette grandeur varie linéairement avec la charge.

## 1.5.6 Validation de la méthode

Une étude de la précision de la méthode proposée a été réalisée sur un réseau de distribution réel. Le réseau utilisé est présenté dans la figure 1.20. Il possède une grande diversité de départ, contient 900 charges de puissance  $\Sigma P_{max}^* = 44.1$  MW et  $\cos(\phi) = 0.93$ , 3 générateurs de puissance  $\Sigma P^N = 17.2$  MW. Afin d'évaluer les performances pour plusieurs états de réseau, une large gamme de taux de charge/production est considérée (incrément de 1 %) :

- de 20 % à 110 % de la  $P_{max}^*$  des charges ;
- de 0 % à 100 % de la puissance nominale des générateurs.

Cette fourchette de valeurs permet de représenter l'ensemble des cas possibles sur une année, elle équivaut à dire que la somme des consommations et des productions va de  $-8.4$  MW (plus de production que de consommation) à  $48.5$  MW (forte consommation sans production).

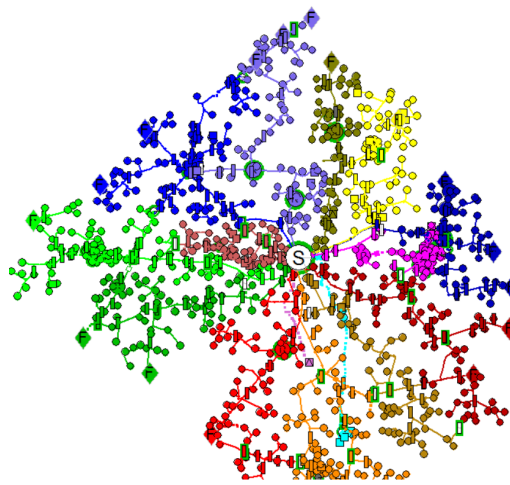


FIGURE 1.20 – Le réseau anonyme utilisé pour étudier les modèles

Les erreurs de la modélisation sont données sous forme d'histogrammes en valeur absolue pour les tensions, la puissance active à l'interface et la puissance réactive à l'interface. L'erreur relative ne peut pas être utilisée pour les puissances car elles peuvent être proches de zéro quand la production et la consommation sont proches, donc l'erreur relative pourrait parfois tendre vers l'infini. Les résultats sont comparés à la méthode de référence : la méthode AC power flow associée à la méthode de Newton-Raphson.

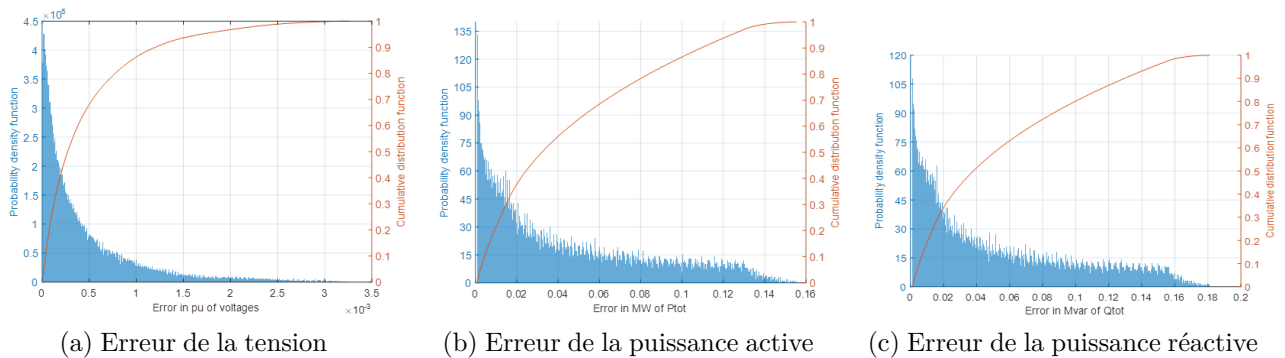


FIGURE 1.21 – Erreur de la modélisation sélectionnée

La figure 1.21a fournit l'histogramme des erreurs des tensions, l'erreur maximale est  $3.5 \cdot 10^{-3}$  pu et l'erreur médiane est  $0.3 \cdot 10^{-3}$  pu. Ces premiers résultats éclairent sur la pertinence de la méthode de Bolognani pour l'estimation des tensions. Les figures (1.21b, 1.21c) fournissent respectivement les histogrammes des erreurs de la puissance active et réactive transitant dans le poste source, ce qui permet de constater que les erreurs maximales sont respectivement 0.16 MW et 0.18 MVar, les erreurs médianes sont respectivement 0.035 MW et 0.04 MVar. Ces erreurs sont suffisamment faibles pour valider le choix de cette méthode.

Une analyse des erreurs montre quelles approximations apportent les contributions principales aux erreurs et dans quelles conditions ces erreurs sont élevées. D'abord, la modélisation utilise le fait que les tensions soient proches de 1 pu, ainsi l'erreur d'une tension augmente quand cette tension est éloignée de 1 pu. La puissance réactive produite par des admittances parallèles est aussi calculée en utilisant l'hypothèse de tension de 1 pu, ce qui implique une partie de l'erreur de la puissance réactive. Ensuite, les courants sont déterminés par la loi d'Ohm généralisée et un développement limité, ce qui explique les dernières parties des erreurs des puissances. Cette étude confirme que le domaine de validité de la modélisation est grand et que les réseaux de distribution réels sont inclus dans ces domaines de validation. Cette modélisation a permis de réaliser une publication en conférence [48].

## 1.6 Conclusion

L'architecture des réseaux de distribution et ses éléments ont été présentés et modélisés, ce qui a permis, après une revue de la littérature, de sélectionner une méthode linéaire de power flow permettant à la fois d'être suffisamment précis pour répondre aux besoins mais aussi d'être suffisamment simple et rapide pour être utilisé dans une phase d'optimisation de réseaux de distribution de taille réelle. La méthode retenue permet, à partir des puissances des consommateurs et des générateurs, d'estimer les tensions des nœuds et les puissances à l'interface avec le réseau de transport. Ce choix de modélisation linéaire permet de répondre aux besoins des codes de réseaux européens : les estimations des puissances à l'interface et des tensions doivent être précises, une vision agrégée à l'interface doit être disponible, elle doit permettre d'utiliser les sensibilités des charges, de prendre en compte les diagrammes PQ des générateurs et d'utiliser facilement des variables stochastiques.

L'ensemble des outils permettant de répondre aux codes de réseaux (figure 4.1) s'articule autour de cette modélisation, le chapitre suivant va permettre d'étendre cette modélisation initialement déterministe à une modélisation stochastique de réseaux de distribution. Elle permettra de prendre en compte l'intermittence des énergies renouvelables et les capacités de contrôle des actionneurs des réseaux.

# Chapitre 2

## Modélisation stochastique de réseaux de distribution

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>45</b>
<b>2.2</b>	<b>Modèle stochastique des données d'entrée</b>	<b>46</b>
2.2.1	Généralités des lois Gaussiennes	46
2.2.2	Modèle stochastique des charges	47
2.2.3	Modèle stochastique des productions	52
2.2.4	Modèle stochastique du régulateur en charge	55
<b>2.3</b>	<b>Modèle stochastique du réseau de distribution</b>	<b>58</b>
2.3.1	Association du modèle stochastique des entrées avec le modèle linéaire des réseaux de distribution	59
2.3.2	Modélisation des tensions par une somme de modèles Gaussiens tronqués	66
<b>2.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>69</b>

---

“ Forecasting is very difficult, especially if it's about the future...”

---

Niels Bohr,



## 2.1 Introduction

La modélisation stochastique de réseaux permet la prise en compte de variables stochastiques. Les prévisions des consommations et des productions ne peuvent être précises à l'échelle locale et elles possèdent obligatoirement une erreur non négligeable. La caractérisation stochastique de ces erreurs permet l'estimation des états stochastiques futurs du réseau. Afin de prévoir le comportement des réseaux de distribution, les trois entrées stochastiques considérées (c.f. figure 2.1) sont :

- les erreurs de prévision de la somme de consommateurs et leurs répartitions sur le réseau ;
- les erreurs de prévision de la production active de chaque générateur décentralisé ;
- l'erreur de la tension du régulateur en charge (la valeur moyenne de la tension du régulateur en charge est un paramètre alors que l'erreur sur cette tension est modélisée de manière stochastique).

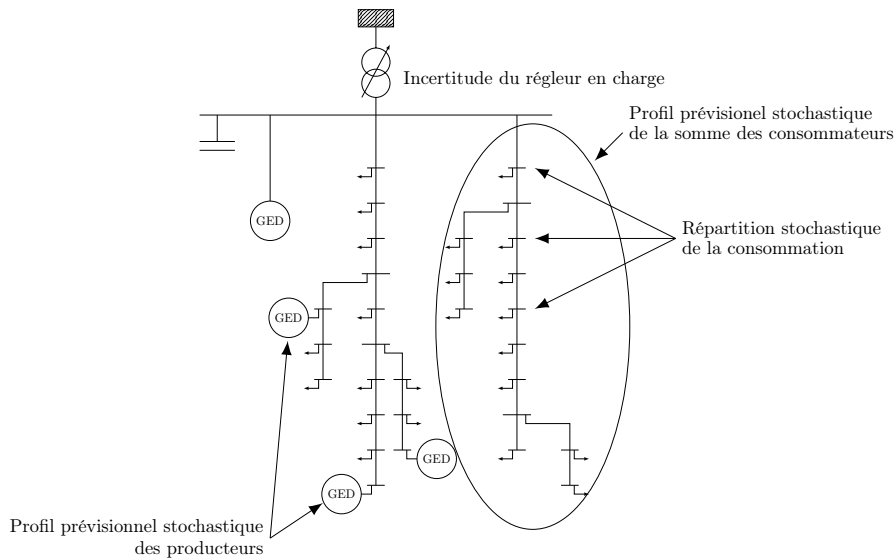


FIGURE 2.1 – Incertitudes des réseaux de distribution

Les autres éléments du système seront modélisés de manière déterministe, en particulier l'incertitude de la production réactive des gradins de condensateurs sera supposée nulle. La prise en compte des incertitudes dans la modélisation permet de quantifier les états possibles du réseau et ainsi pouvoir quantifier des risques, des taux de confiance. Les études stochastiques se basent sur des densités de probabilité représentant un domaine de fonctionnement : la méthode naturelle consiste à tester un ensemble de cas représentant tout le domaine (méthode de Monte Carlo). Cette méthode est performante mais nécessite un grand nombre de calculs [49]. Une autre méthode consiste à calculer de manière analytique des densités de distribution [50]. Ces deux méthodes présentent une complexité importante, une troisième famille de méthodes se base sur les moments des densités [51].

Un modèle stochastique, dérivé des modèles linéaires obtenus dans le premier chapitre, qui intégrerait les prévisions stochastiques des variables intermittentes, permet d'obtenir les valeurs les plus probables mais aussi de quantifier les risques de dépassement des limites réglementaires. La combinaison de ce modèle avec les contrôleurs existants, qui sont de type linéaires ou linéaires par morceaux permet alors de déterminer les meilleurs réglages par rapport à des objectifs stochastiques.

## 2.2 Modèle stochastique des données d'entrée

Le chapitre précédent a permis de proposer des modèles statiques des données d'entrée. Celles-ci sont les charges, les générateurs décentralisés et le régléur en charge. Dans cette section, ces modèles seront étendus afin de proposer une représentation stochastique des données d'entrée. Leurs modélisations sont basées sur la loi Gaussienne. Ce type de variable stochastique sera introduit dans la prochaine sous-section.

Les prévisions ne font pas l'objet de cette thèse et ont été réalisées en amont. Cependant, utiliser ces données nécessite de bien les modéliser et le choix de leurs modélisations stochastiques nécessite une bonne compréhension des méthodes de prévision des consommations et des productions.

### 2.2.1 Généralités des lois Gaussiennes

La loi Gaussienne (ou loi normale ou loi de Gauss ou loi de Laplace-Gauss) est la loi la plus courante pour modéliser des phénomènes naturels. Une variable  $\tilde{X}$  qui suit une loi Gaussienne de moyenne  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$  se note  $\tilde{X} \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ . On note  $x \mapsto \phi(x)$  (2.1) la densité de probabilité et  $x \mapsto \Phi(x)$  (2.2) la fonction de répartition de la loi Gaussienne standard  $\mathcal{N}(0, 1)$  qui sont représentées sur la figure 2.2.

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \quad (2.1)$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi(t) dt = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt \quad (2.2)$$

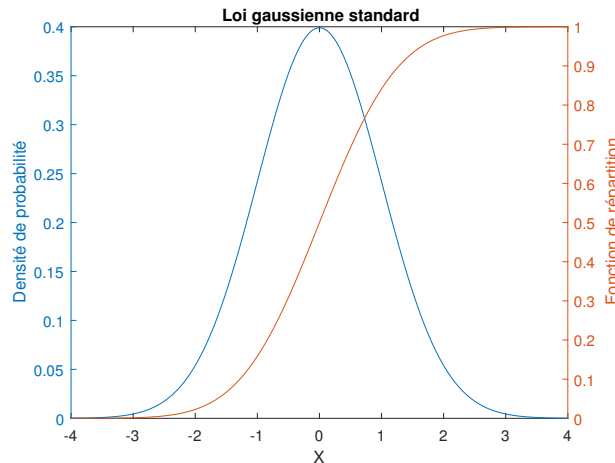


FIGURE 2.2 – Fonctions caractéristiques de la loi Gaussienne standard

A partir de cette loi de référence, on peut donner la densité de probabilité (2.3) et la fonction de répartition (2.4) de la loi Gaussienne  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ .

$$f(x) = \phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad (2.3)$$

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad (2.4)$$

L'utilisation des lois Gaussiennes est très intéressante car il existe beaucoup de théorèmes très utiles comme par exemple le Théorème Central Limite (Annexe A) et la proposition sur la somme de lois Gaussiennes (Annexe A) qui seront utilisés dans ce travail.

## 2.2.2 Modèle stochastique des charges

Les charges considérées dans cette thèse correspondent à l'agrégation des charges basse tension, du réseau basse tension et du transformateur HTA/BT. On trouvera aussi parfois directement des clients HTA. L'analyse de ces charges se fera au travers de l'étude de son comportement et de la manière dont on peut prévoir sa consommation. La consommation d'un réseau est très aléatoire et dépend de nombreux facteurs. Trois cycles temporels la caractérisent :

— Cycle annuel :

Ce premier cycle est caractérisé par le climat et le calendrier, en effet la température hivernale augmente la consommation (la consommation nationale française augmente de 2.4 GW par degré lors des pointes de consommation [52]). Les jours fériés, ou les vacances modifient aussi les habitudes de consommation (creux du 15 août).

— Cycle hebdomadaire :

La consommation pendant les jours ouvrables est différente de celle du week end.

— Cycle journalier :

La consommation le jour est plus importante que celle de la nuit, des pics apparaissent vers 9h le matin (démarrage d'usine) et vers 19h (rentrée du travail).

On peut retrouver ces trois cycles sur les mesures de consommation résidentielle française des figures 2.3a, 2.3b, 2.3c.

Ces facteurs permettent de fournir des prévisions de charge "grossières", cependant la consommation dépend aussi de facteurs complètement incertains et complexes à estimer. La prévision de la consommation peut être réalisée à différentes échelles :

— Les prévisions long terme et moyen terme (supérieur à une semaine) peuvent prendre en compte les facteurs calendaires et quelques facteurs économiques (les démarrages d'usine par exemple) ou météorologiques (différents en fonction de l'horizon). Cependant un grand nombre d'aléas sont difficilement prévisibles à long terme, ainsi il est généralement possible de considérer des profils typiques de journée [54]. Par conséquent, les prévisions long et moyen terme possèdent une grande incertitude et une optimisation stochastique, telle que présentée dans le chapitre 3, utilisant ces données ne permettrait pas d'obtenir suffisamment de précision pour être utile pour atteindre nos objectifs.

— Les prévisions à court terme, quant à elles, peuvent être plus précises. D'abord, elles détiennent obligatoirement les informations obtenues lors des prévisions long terme. Ensuite, le travail court terme permet de prévoir plus précisément d'autres aléas (météorologique par exemple).

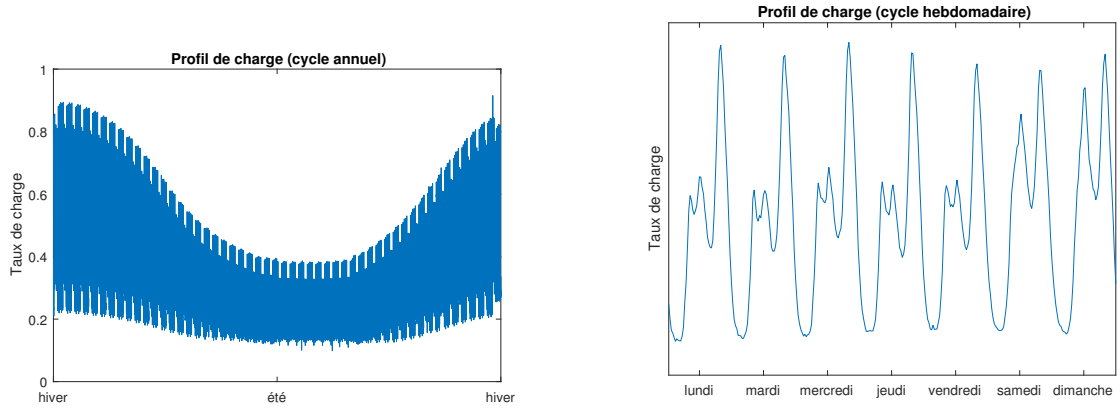
La modélisation stochastique de l'erreur de prévision dépend de la fenêtre de prévision, du niveau d'agrégation et de la méthode de prévision, ces trois critères étant détaillés ci dessous. De nombreuses méthodes de prévision existent [55–60], les critères de comparaison étant souvent leur précision et leur temps de calcul . Une liste non exhaustive de méthodes est présentée ci dessous (L'annexe B détaille rapidement ces méthodes) :

— Etude des jours similaires [61];

— Approche basée sur une régression linéaire [62];

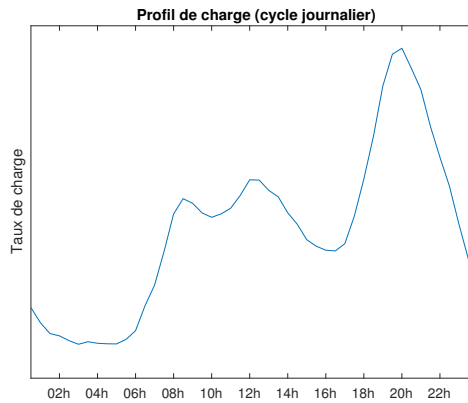
— Analyse des séries temporelles [63];





(a) Profil annuel de la consommation

(b) Profil hebdomadaire de la consommation<sup>4</sup> [53]



(c) Profil journalier de la consommation<sup>5</sup> [53]

FIGURE 2.3 – Profils de consommation (échelle nationale)

- Réseau de neurones artificiels [64];
- Méthode à base de systèmes experts [65].

Étant donné que la modélisation des incertitudes des prévisions dépend de la méthode de prévision, de l'horizon de prévision et du niveau d'agrégation, le modèle stochastique ne peut pas se baser sur la connaissance théorique des méthodes de prévision. Ainsi, le modèle stochastique des prévisions des consommations se base sur l'étude des données réelles. L'incertitude de la prévision est la différence entre la valeur prédite et la valeur réalisée. La figure 2.4 donne la densité de probabilité en pourcentage de  $\frac{P_{reel} - P_{prevu}}{P_{max}^*}$ . Les données utilisées sont de vraies mesures de l'année 2016, les mesures ont été faites toutes les dix minutes (il y a donc  $365 \cdot 24 \cdot 6 = 52560$  mesures), le pas de l'histogramme est de 0.1 %.

$$\mu = \frac{1}{n} \sum X_i \quad (2.5)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} (\sum X_i - \mu)^2 \quad (2.6)$$

4. Profil national de consommation de la semaine du 5 au 11 février 2018

5. Profil national de consommation du 5 février 2018

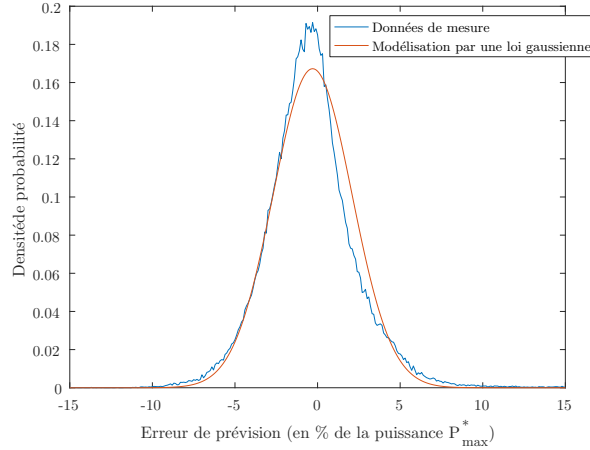


FIGURE 2.4 – Modèle stochastique de l’erreur de prévision J-1 de la consommation d’un réseau de distribution (données réelles Enedis)

Une première estimation permet de visualiser que cette densité est proche d’une loi Gaussienne. La loi Gaussienne modélisant ces données est calculée à partir des estimateurs (2.5, 2.6). Ces équations fournissent la moyenne  $\mu$  et la variance  $\sigma^2$  des  $n$  échantillons  $X_i$ . La loi Gaussienne optimale est donnée dans l’équation 2.7.

$$\tilde{P}_{err.\%}^c \sim \mathcal{N}(-0.2996, 2.9814^2) \quad (2.7)$$

Cette loi est l’optimal au sens du maximum de vraisemblance. Le test d’adéquation du  $\chi^2$  permet de quantifier la différence entre les données réelles et la modélisation. L’algorithme du test et une table de la loi du  $\chi^2$  sont détaillés dans l’annexe. La valeur du test d’adéquation entre les données réelles et la modélisation Gaussienne est de 0.0024. La table de la loi du  $\chi^2$  donnée dans l’annexe 3 permet de convertir la valeur en niveau de confiance. Il est ainsi possible de dire que l’erreur de la modélisation Gaussienne est d’environ 1%, cette valeur est suffisamment faible pour la valider.

Les données de prévision disponibles représentent un ensemble de charges (typiquement un réseau entier), cependant, la volonté d’estimer l’état du réseau nécessite la connaissance de la prévision de chaque charge. La prévision de la consommation d’un grand nombre de charges, toutes différentes, est complexe et réduire ces charges en quelques familles permet de simplifier leurs prévisions. La prévision de la consommation de chaque charge ou d’un ensemble de charges appartenant à une même famille fait l’objet des papiers suivants [66, 67]. La prévision peut aussi se réaliser à différentes échelles, la prévision de quelques charges et la prévision d’un grand nombre de charges est différente car il existe une corrélation entre les charges. Par exemple, la consommation maximale d’un ensemble de charges est typiquement inférieure à la somme des consommations maximales, la figure 2.5 donne une idée du coefficient qui lie la consommation maximale d’un ensemble de charges et la somme des consommations maximales (2.8).

$$C = \frac{\text{Consommation maximale des charges}}{\text{Somme des consommations maximales des charges}} \quad (2.8)$$

La figure 2.6 fournit une comparaison entre des prévisions et des puissances consommées pour une prévision horaire à J-1. La prévision est réalisée à partir d’un modèle linéaire auto-régressif (modèle AR). La comparaison est réalisée à différentes échelles : au niveau du primaire du transformateur de poste source, en tête de départ HTA, en tête de départ BT et pour chaque consommateur. On peut y voir que les points se répartissent autour d’une droite de pente 1

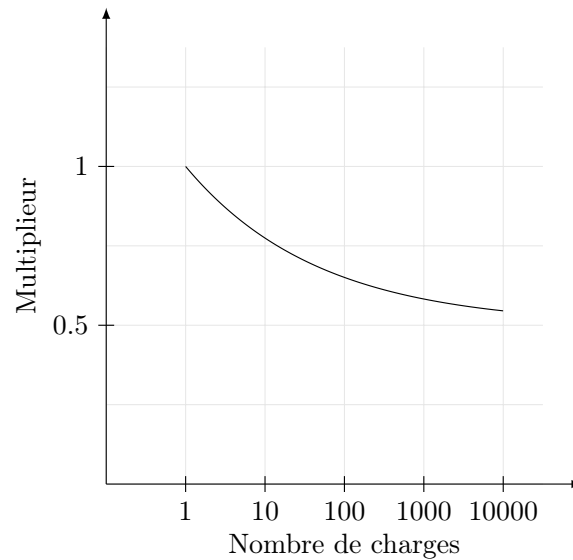


FIGURE 2.5 – Coefficient liant la consommation maximale d’un ensemble de charges et la somme des consommations maximales [4]

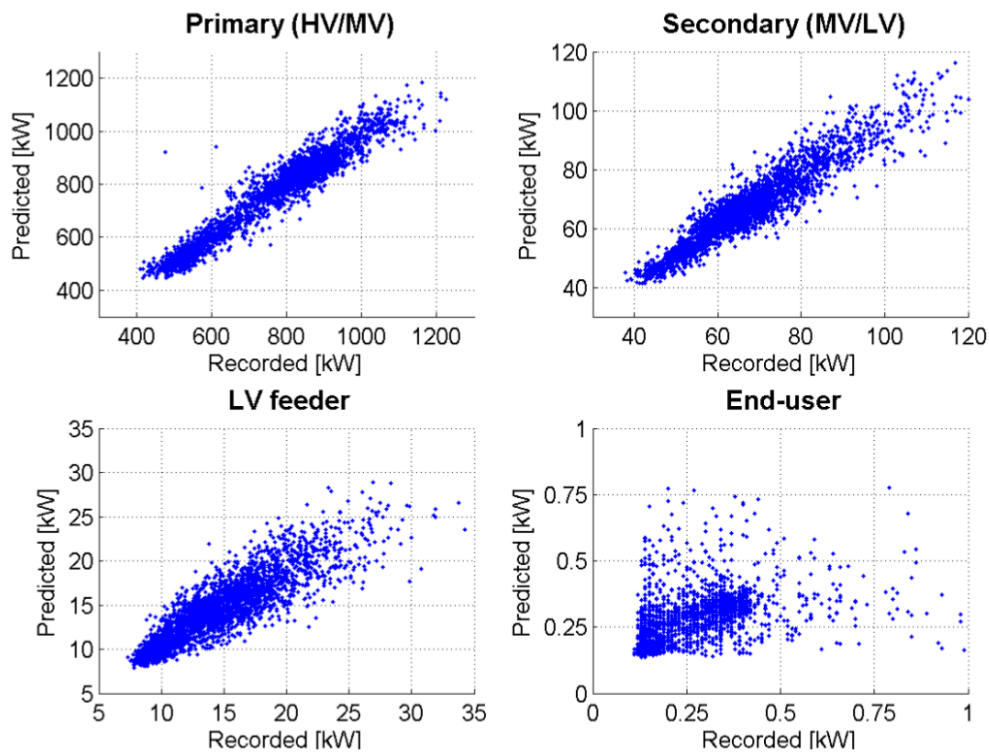


FIGURE 2.6 – Différence d’échelle de prévision [4]

et passant par l’origine ce qui signifie, qu’en moyenne, la prévision et la puissance réellement consommée sont identiques.

La dispersion des erreurs de prévisions est en lien avec le niveau d’agrégation. Plus la prévision est réalisée sur un grand nombre de charge, plus l’erreur de prévision est faible. Ce résultat est confirmé par les papiers [4, 68–71]. Il provient principalement de la loi des grands nombres qui dit que l’écart type des erreurs des prévisions évolue en  $\frac{1}{\sqrt{n}}$  ( $n$  étant la quantité de charges prédites). Le papier [71] propose le théorème 1 modélisant le coefficient d’agrégation de charges :

### Théorème 1 ([71])

Soit un ensemble  $A$  de consommateurs  $x_A(t)$ , de consommation moyenne  $W_A = W$ . Le coefficient moyen d'agrégation au niveau de consommation  $W$  est donné par (2.9).

$$\begin{aligned} CV(W) &= E[CV(x_A, \hat{x}_A) | W_A = W] \\ &= \sqrt{\frac{\alpha_0}{W} + \alpha_1} \end{aligned} \quad (2.9)$$

avec  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  des constantes à déterminer.

La figure 2.7 fournit des valeurs expérimentales de ces coefficients d'agrégation obtenues à partir du papier [69] et son évolution théorique à partir du théorème 1. Les coefficients utilisés sont  $\alpha_0 = 0.405$ ,  $\alpha_1 = 9.817 \times 10^{-3}$ , ils permettent de minimiser l'erreur entre les deux courbes au sens du moindre carré.

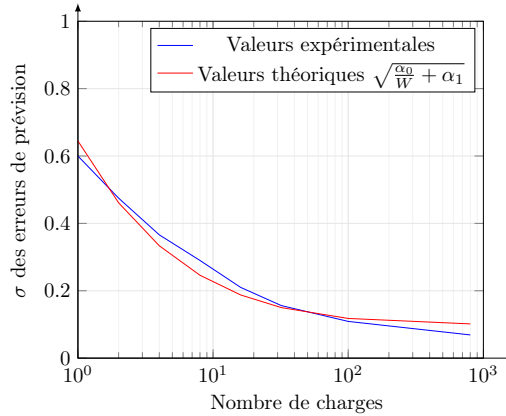


FIGURE 2.7 – Écarts-types des erreurs de prévision en fonction de la quantité de charges

En utilisant un raisonnement sur la variance d'une somme de variables aléatoires, on peut affirmer qu'il existe une corrélation négative entre les charges. La démonstration est réalisée dans l'annexe A.

Les corrélations entre les charges proviennent du fait que les consommations sont dues aux mêmes phénomènes physiques, la référence [72] fournit des corrélations entre des consommations et l'humidité, la température, la tension, l'humidité de la veille et la température de la veille. On y voit que la consommation est très liée avec la température et légèrement avec la tension.

Enfin, il a été précédemment évoqué le fait qu'une prévision court-terme est plus précise qu'une prévision long terme, ce qui se comprend très facilement. La figure 2.8 illustre une prévision sur un horizon de 48h de la consommation d'un départ BT [4]. Cette prévision montre la valeur la plus probable et les trois niveaux de confiance à 50 %, 90 % et 99 %. On peut remarquer que les incertitudes augmentent avec l'horizon de prévision. Cependant à partir d'environ H-30, l'incertitude n'augmente plus rapidement et on constate que les incertitudes sont du même ordre de grandeur entre une prévision J-1 jusque J-4 environ.

Les prévisions disponibles représentent le comportement d'un réseau de distribution entier, c'est à dire de plusieurs centaines de charges. La distribution de la charge sur l'ensemble du réseau est importante et a un impact sur les tensions et les courants du réseau. La puissance  $P_{max}^*$  donne une référence pour chaque puissance, on supposera que toutes les charges ont le même taux de charge moyen. La variance de chaque charge sera choisie arbitrairement car cette information n'est pas disponible. Le choix de cette variance modifie les tensions et les courants, une illustration en sera donnée dans le chapitre 4. On choisira arbitrairement un écart-type individuel de 50 % de leur taux de charge (la covariance entre les charges sera une conséquence et sera déterminée

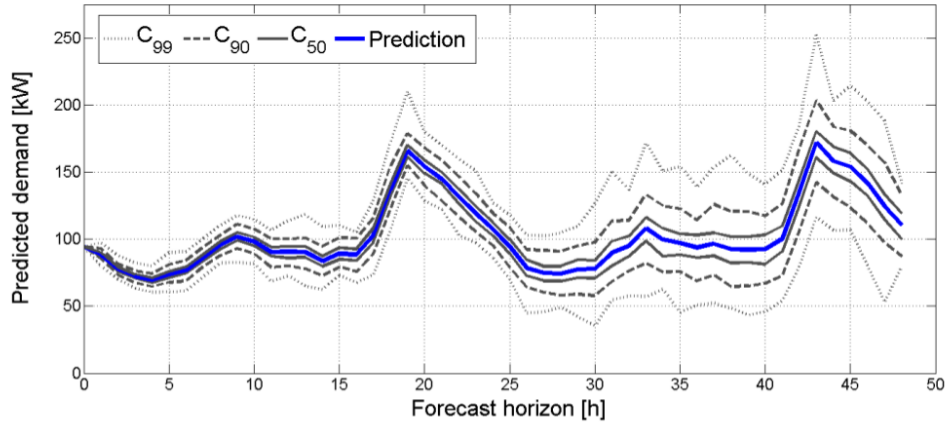


FIGURE 2.8 – Prévision sur 48 h d’un départ BT [4]

à partir de ces variances et l’équation (A.17) de l’annexe 5). Ce choix d’écart-type permet que chaque charge voit sa consommation varier de 0 à 100 % de sa puissance  $P_{max}^*$  pour 95 % des cas (95 % des cas représentent l’intervalle formé par  $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$ ). Attention, il faut noter que ce choix est limité par la condition de semi-positivité de la matrice de covariance. En effet, la matrice de covariance des charges est semi-définie positive (les valeurs propres de la matrice sont positives ou nulles), le choix de la variance des charges de 50 % est donc parfois infaisable. Dans ce cas la variance sera choisie maximale.

Les puissances réactives de base sont déterminées à partir des puissances  $P_{max}^*$  et du facteur de puissance. Les caractéristiques stochastiques de l’erreur de prévision des consommations réactives et actives sont considérées comme identiques. Ainsi, un raisonnement similaire est effectué pour la puissance réactive.

### 2.2.3 Modèle stochastique des productions

Les générateurs décentralisés présents dans les réseaux de distribution peuvent utiliser de nombreuses sources d’énergie, la thèse se concentre sur deux familles qui sont difficilement prévisibles : l’énergie éolienne et l’énergie photovoltaïque. Leurs nombres et puissances raccordées au réseau sont en constante évolution dans les réseaux de distribution. Ces deux énergies proviennent directement de phénomènes physiques aléatoires. Leurs prévisions sont complexes (plus complexes que la prévision de la consommation) et sont souvent de moins bonne qualité à l’échelle locale d’un réseau de distribution. D’un point de vue stochastique, on retrouve les mêmes études que pour les consommations, les erreurs de prévision sont étudiées dans [73–76] et sont illustrées dans les figures (2.9a, 2.9b) pour une prévision éolienne. Ces prévisions ont été réalisées à partir d’un modèle à logique floue et fournissent un modèle Gaussien de l’erreur, à la fois pour une prévision H-1 (figure 2.9a) ou pour une prévision J-1 (figure 2.9b).

Le modèle utilisé se base sur une étude comportementale des prévisions disponibles. La figure 2.9c fournit un exemple de l’histogramme de l’erreur de prévision d’une production éolienne lors de l’année 2016 qui intègre une année de mesure à raison d’une mesure toute les 10 minutes. On fera le choix de modéliser cette incertitude par une loi Gaussienne. La loi Gaussienne la plus proche au sens du maximum de vraisemblance est donnée dans l’équation 2.10. Le test d’adéquation du  $\chi^2$  permet de valider cette modélisation à 1% près. La difficulté de cette prévision se voit au travers de la grande valeur de la variance.

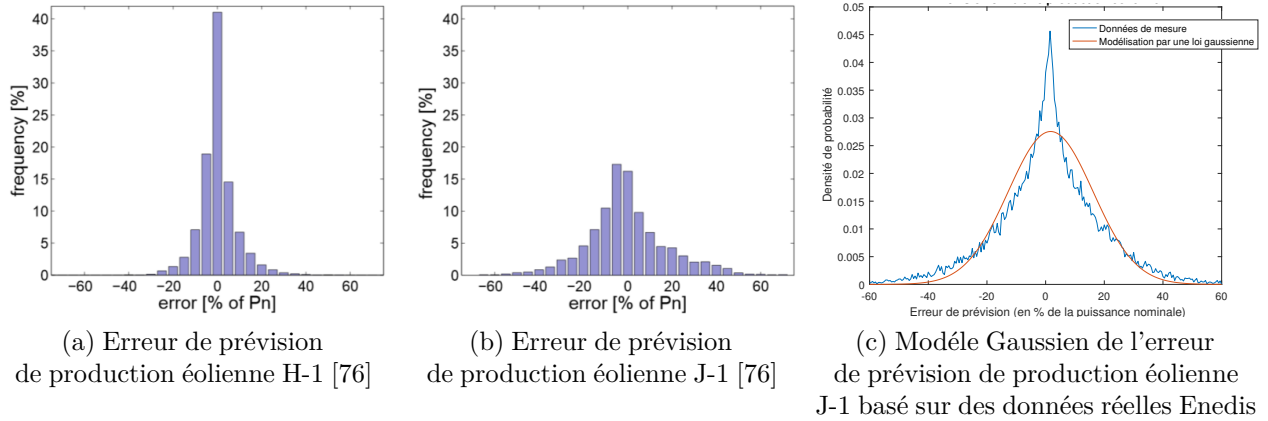


FIGURE 2.9 – Erreurs de prévision de production éolienne

$$\tilde{P}_{err\%}^{eol} \sim \mathcal{N}(1.7102, 18.0990^2) \quad (2.10)$$

De même, on fera l'hypothèse que la production solaire est modélisée par une loi Gaussienne. La figure 2.10 utilisant des données réelles de prévision confirme la validité de cette modélisation Gaussienne.

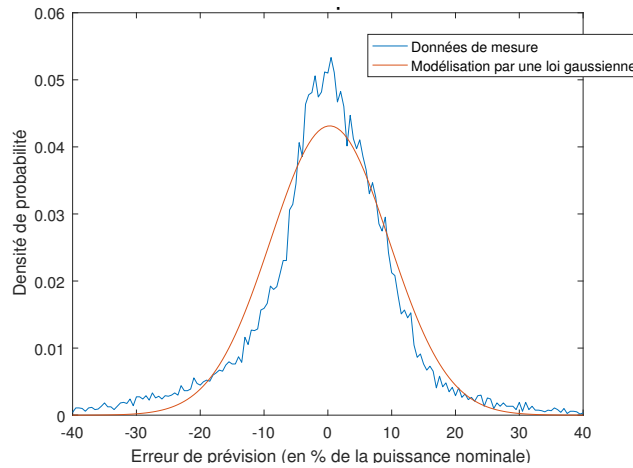


FIGURE 2.10 – Modèle

Gaussien de l'erreur de prévision d'une production solaire basée sur des données réelles Enedis

La loi la plus optimale au sens du maximum de vraisemblance des erreurs de prévision de la figure 2.10 est donnée dans l'équation 2.11. Le test d'adéquation du  $\chi^2$  permet de valider cette modélisation à 1 % près.

$$\tilde{P}_{err\%}^{sol} \sim \mathcal{N}(0.2979, 11.5614^2) \quad (2.11)$$

Il faut cependant faire attention dans ce qui est prédit, à la méthode de prévision et à l'horizon de prévision, la référence [5] fournit deux cas où les densités de probabilité de l'erreur de l'ensoleillement solaire ne sont pas Gaussiennes. Cette illustration est reportée dans la figure 2.11. Elle montre la distribution statistique de l'erreur de prévision de l'ensoleillement pour deux sites présentant des différences significatives dans les conditions du ciel. La densité pour Desert Rock présente un fort pic autour de la moyenne (kurtosis) et un manque de symétrie (asymétrie). Elle

ne peut pas être considéré comme Gaussienne. La densité pour Fouillole est plus proche d'une loi normale mais il existe aussi des différences importantes. Ces prévisions résultent d'un modèle ARMA avec un horizon de prédiction de 30 minutes. Ainsi, pour la prévision de l'ensoleillement et la prévision de la puissance produite, dans le premier cas, on remarque que l'erreur n'est pas forcément Gaussienne alors que le second cas l'erreur peut être plus facilement considérée comme Gaussienne.

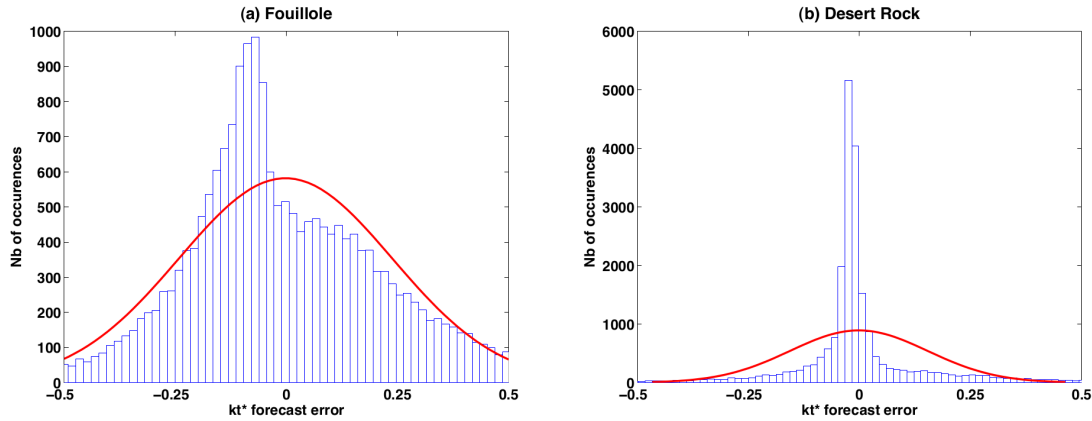
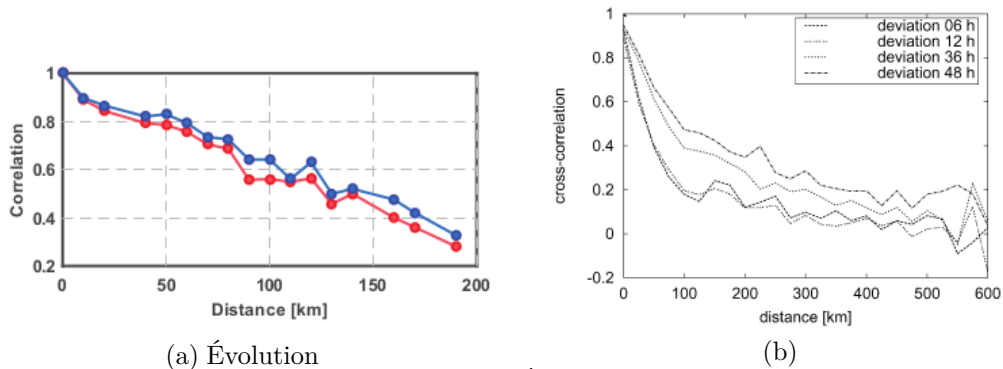


FIGURE 2.11 –

Exemple de prévision d'ensoleillement (histogramme en bleu et son modèle Gaussien en rouge) [5]

Les différents fermes éoliennes ou fermes de panneaux solaires d'un réseau de distribution sont géographiquement proches et tirent leurs énergies de la même source (le vent ou le soleil). Cela implique qu'il existe une corrélation entre les générateurs distribués de même nature, ce qui est étudié dans la littérature, par exemple [77–80].



(a) Évolution de la corrélation entre les prévisions et la distance entre des fermes photovoltaïques [78] (b) Évolution de la corrélation entre les prévisions et la distance entre des fermes éoliennes [80]

FIGURE 2.12 – Évolution de la corrélation entre les prévisions et la distance entre les générateurs

La figure 2.12a présente l'évolution des corrélations entre les puissances de fermes photovoltaïques en Belgique. La courbe bleue correspond aux corrélations simulées et la courbe rouge montre les corrélations mesurées. Cette figure montre que la corrélation est importante et existe jusqu'à 200km. La figure 2.12b montre cette même corrélation mais avec des fermes éoliennes en Allemagne pour différents horizons de prédiction. On peut y voir que les corrélations sont importantes pendant les 100 premiers kilomètres. Ces valeurs sont dépendantes de la zone géographique et ne peuvent être utilisées dans l'état. Par conséquent, on supposera qu'il n'y a pas de corrélation entre les

erreurs de prévisions des productions, cette configuration crée le maximum d'incertitude et nécessite le moins de connaissances.

## 2.2.4 Modèle stochastique du régleur en charge

Le régleur en charge possède également une incertitude de fonctionnement. Cette section a pour but de proposer une modélisation stochastique de l'erreur de la tension du secondaire du transformateur de poste source. Le comportement temporel du régleur en charge a été étudié dans la section 1.4.1, et a permis de mettre en évidence la complexité de ce système. Les variations de la tension du secondaire du transformateur sont les sommes des variables suivantes :

- les variations de tension dues au transit de puissance dans les impédances de court circuit ;
- la tension du primaire (la tension du réseau de transport).

Ces deux contributions sont étudiées indépendamment. Les variations de tension dues aux impédances de court circuit proviennent des éléments linéaires du modèle électrique et du flux de puissance passant dans le transformateur. L'étude des données réelles montre que la modélisation stochastique de la consommation annuelle d'un poste source peut être représentée par une loi Gaussienne à 2% près d'après le test du  $\chi^2$  (figure 2.13). L'intégration de cette représentation dans le modèle linéaire de power flow permet de modéliser les variations de tension par une loi Gaussienne.

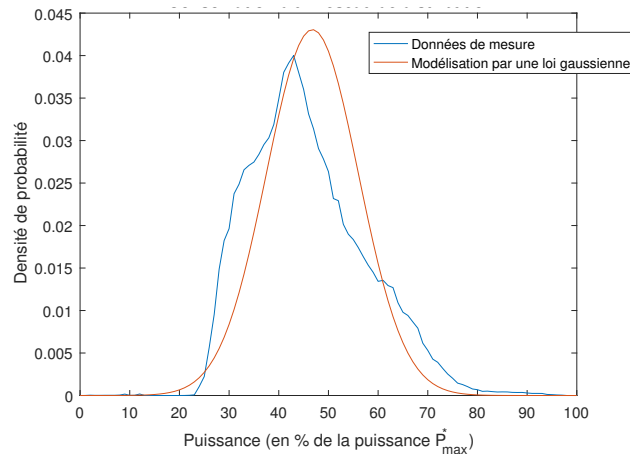


FIGURE 2.13 – Modèle stochastique de la consommation d'un poste source (données Enedis)

Ensuite, il faut modéliser l'évolution de la tension primaire : des mesures réelles de tensions primaires ne sont pas accessibles. Compte tenu de ces difficultés, on s'appuie sur le théorème Central Limite qui dit qu'une combinaison linéaire d'un grand nombre de lois indépendantes converge vers une loi Gaussienne et sur le fait que le réseau électrique est un grand système qui contient un grand nombre d'acteurs. On peut ainsi conclure que la tension primaire du transformateur de poste source et les variations de la tension dans le transformateur sont Gaussiennes.

Cependant, ces modèles ne prennent pas en compte le fonctionnement non linéaire du régleur en charge, il n'est pas possible d'affirmer directement que la tension au secondaire est une loi Gaussienne. En fonction du nombre de prises utilisées, la tension secondaire du transformateur pourra être modélisée par :

- Une loi Gaussienne, si le nombre de prises utilisées est faible (typiquement moins de 3 prises) ;
- Une loi uniforme, si le nombre de prises utilisées est grand (typiquement plus de 3 prises).

La figure 2.14, purement théorique, montre deux illustrations représentant une démonstration graphique de ces deux cas. La simulation utilise un réseau minimaliste composé uniquement



d'un transformateur de poste source (figure 2.15) et d'une charge connectée à son secondaire, les données utilisées sont les suivantes :

- Un transformateur HTB1/HTA d'impédance de court-circuit  $\underline{Z} = 0.005 + 0.17j$  pu et de rapport de transformation :  $n = \frac{21}{89}$
- Une tension primaire caractérisée par  $V_{primaire} = \mathcal{N}(1, 0.005^2)$  pu
- Un flux de consommation active<sup>6</sup> pour les deux cas de :  $P \sim \mathcal{N}(0.5, 0.125^2)$
- Un transfert de puissance réactive<sup>6</sup> de :
  - 1er cas :  $Q = 0$  pu
  - 2ème cas :  $Q \sim \mathcal{N}(0, 0.05^2)$  pu

Dans le premier cas, la tension secondaire sans changement de prise possède un écart-type de 0.008 pu, cette valeur est assez faible et nécessite l'utilisation de 2 ou 3 prises du régleur en charge. Dans le second cas, le flux de puissance réactive très variable augmente de manière très importante l'écart-type de la tension secondaire et atteint 0.015 pu sans changement de prise. L'écart type de la tension secondaire est doublé, il est dû à la caractéristique essentiellement inductive de l'impédance de court-circuit. Pour ce cas, le régleur en charge doit utiliser 7 prises.

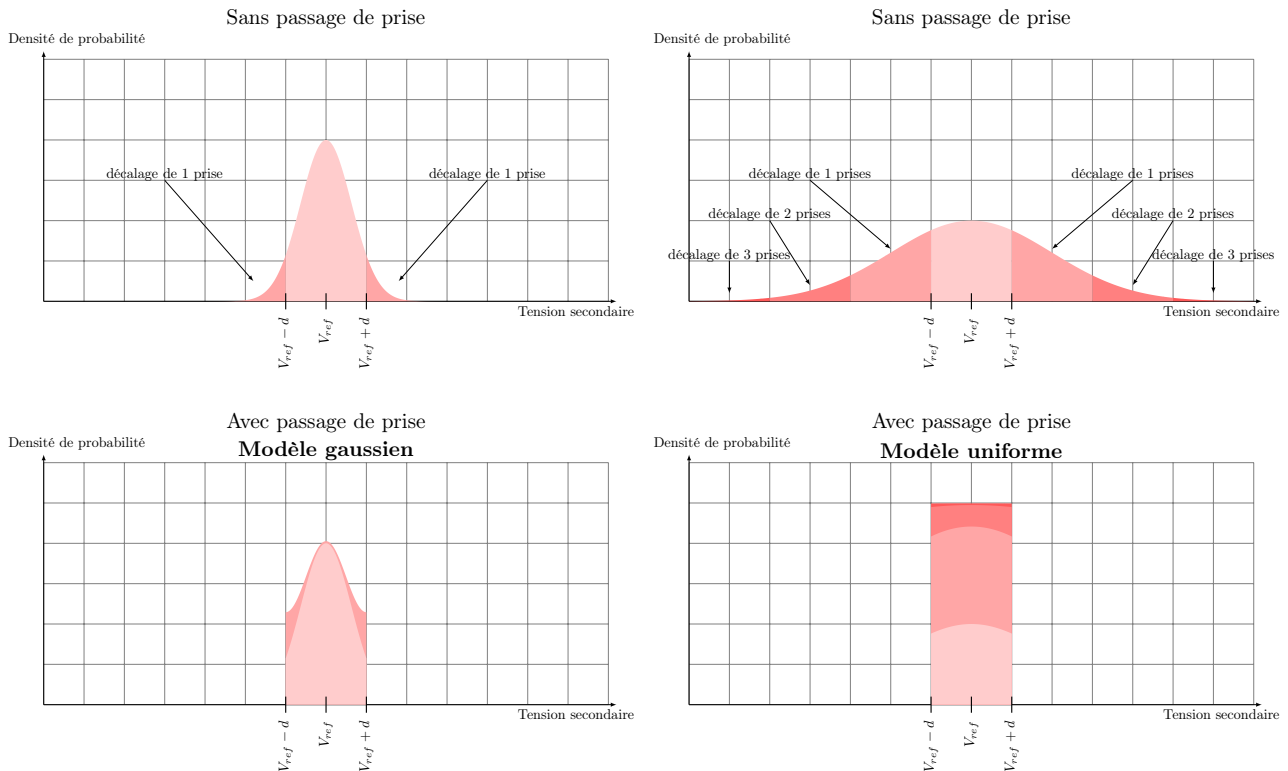


FIGURE 2.14

– Modèle stochastique théorique de la tension secondaire du transformateur de poste source

Le premier cas (à gauche) utilisant trois prises montre que la tension résultante pourra être modélisée par une loi Gaussienne alors que le second cas (à droite) utilisant sept prises pourra être modélisée par une loi uniforme. Le paramètre  $d = 0.01$  pu représente la tolérance du régleur en charge.

La précédente simulation est purement théorique et n'utilise pas les non linéarités réelles des régleurs en charge. Une seconde simulation utilisant les modèles industriels du transformateur, du

6. Une puissance positive signifie une consommation de puissance par le réseau de distribution

régleur en charge, des non linéarités des éléments sont intégrées à l'étude. Le circuit de la figure 2.15 est conservé, il utilise :

- Un transformateur HTB1/HTA d'impédance de court-circuit  $\underline{Z}_{cc} = 0.005 + 0.17j$  pu, d'admittance à vide  $\underline{Y}_0 = 1636$  pu et de rapport de transformation :  $n = \frac{21}{89}$  ;
- La dissymétrie du régleur en charge ( $d$  différent de  $p$ ) ;
- La tension de consigne du régleur en charge est  $V_{ref} = 1.02$  pu ;
- La tension du réseau de transport connectée au primaire du transformateur est  $V_{HTB} \sim \mathcal{N}(1.00, 0.005^2)$  ;
- Le flux de consommation active<sup>6</sup> pour les deux cas est de :  $P \sim \mathcal{N}(0.5, 0.125^2)$  ;
- Le flux de puissance réactive<sup>6</sup> est de :
  - 1er cas :  $Q = 0$  ;
  - 2ème cas :  $Q \sim \mathcal{N}(0, 0.2^2)$  pu<sup>7</sup>, cette valeur volontairement très importante permet de visualiser plus clairement le phénomène mis en jeu.

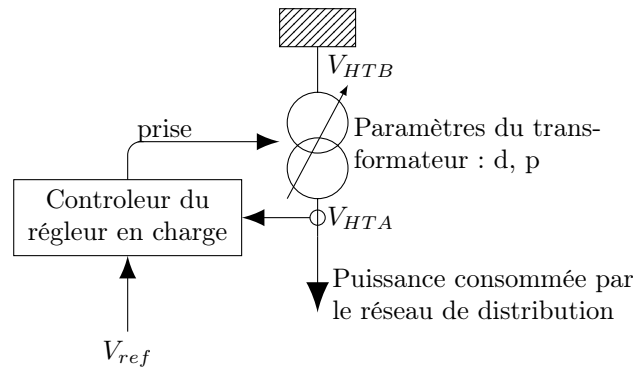


FIGURE 2.15 – Réseau utilisé pour les études du transformateur et du régleur en charge

La figure 2.16a fournit la densité de probabilité de la tension secondaire pour le premier cas d'étude. Ce cas utilise trois prises, la largeur de la distribution est de  $2d$ . La seconde figure 2.16b illustre le second cas où onze prises ont été utilisées. Ceci est dû à la grande variance du flux de puissance réactive qui impose une grande sollicitation au régleur en charge. Cette figure montre des paliers de chaque côté de la distribution uniforme qui sont dus à la non-symétrie du régleur en charge. La largeur intérieure de la densité vaut  $2(p-d)$  et la largeur extérieure vaut  $2d$ , ces tailles se retrouvent à partir de l'étude temporelle du régleur (dans la section 1.4.1 et son illustration dans la figure 1.6). Ces deux dernières figures valident la modélisation stochastique proposée. Le régleur en charge, s'il utilise beaucoup de prises, convertit la tension du secondaire initialement de loi Gaussienne en loi uniforme.

Ces deux modèles uniformes et Gaussiens ont été justifiés de manière théorique et par simulation, le choix du modèle est réalisé par des mesures. Les mesures accessibles sont uniquement des tensions secondaires ; on ne connaît pas la prise sélectionnée et donc pas le nombre de prises utilisées. La figure 2.17 fournit deux distributions correspondant à un an de mesures de deux tensions secondaires. On peut constater dans un premier temps que le régleur en charge n'arrive pas en butée et que la loi Gaussienne modélise mieux le comportement réel de la tension qu'une loi uniforme.

On a aussi accès à la puissance qui transite dans ces transformateurs, un exemple de mesure de puissance active est fourni dans les figures (2.18a, 2.18b) et un exemple de mesure de puissance réactive est fourni dans les figures (2.19a, 2.19b).

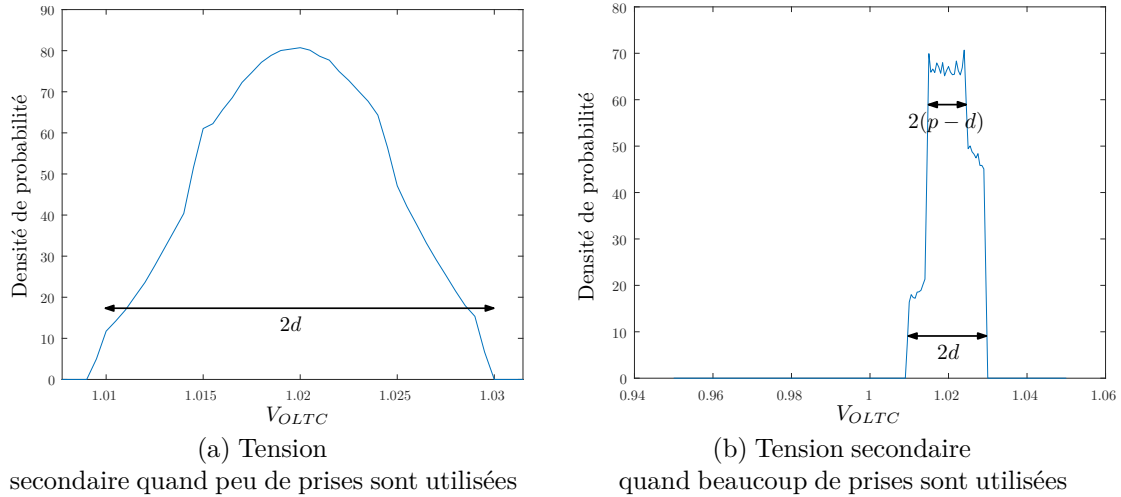


FIGURE 2.16 – Etude par simulation du régleur en charge

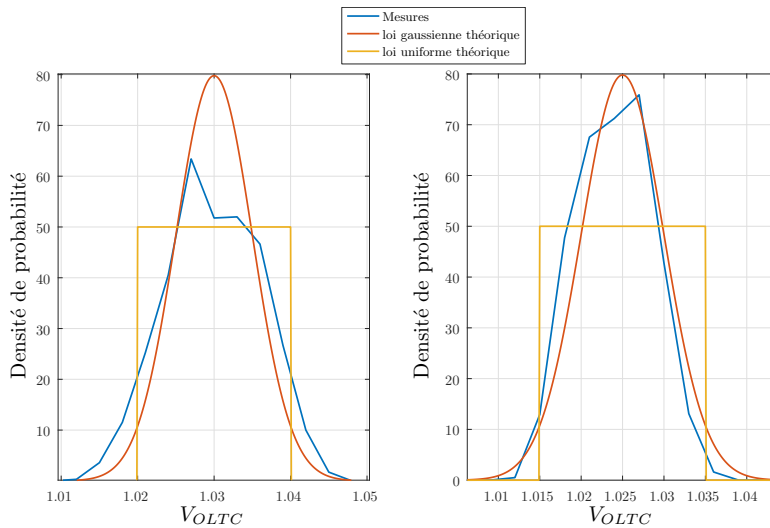


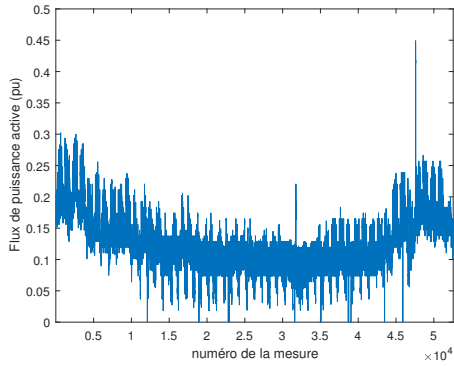
FIGURE 2.17 – Deux jeux de mesures de tensions secondaires

Dans cet exemple, le transformateur est utilisé entre 0 % et 30 % sans refoulement d'actif. Le flux de puissance réactive, quant à lui, est inférieur à 4 %. Cette faible valeur est due à la présence importante de câbles qui produisent une puissance réactive similaire à la consommation des charges et vont jusqu'à refouler de la puissance réactive vers le réseau de transport. Ce cas particulier n'est pas générique, dans certains cas la consommation réactive peut être beaucoup plus importante, en particulier pour des réseaux ruraux contenant peu de câbles souterrains. En pratique, les transformateurs utilisent au maximum 3 prises ce qui valide l'hypothèse Gaussienne de la tension du régleur en charge.

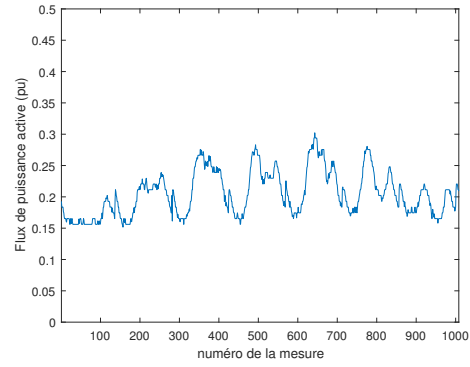
## 2.3 Modèle stochastique du réseau de distribution

La modélisation déterministe du premier chapitre est étendue à une modélisation stochastique de réseau. Celui-ci devra prendre en compte le caractère Gaussien des données d'entrée et la

7. La puissance de base est  $S_{base} = 1$  MVA

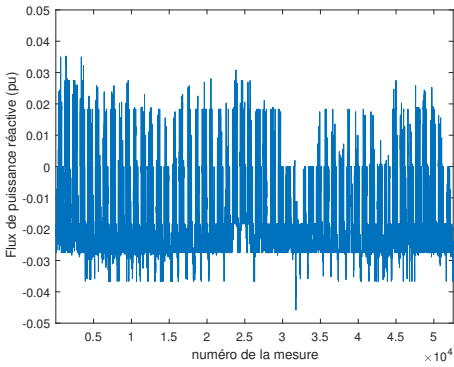


(a) Mesure sur un an de puissance active

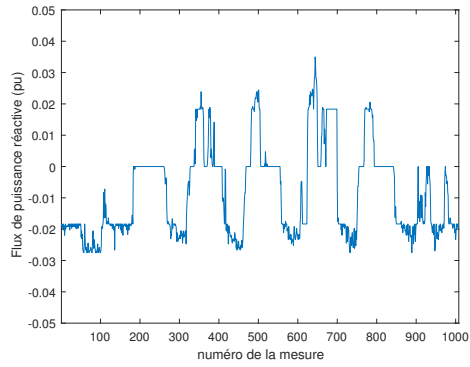


(b) Mesure sur une semaine de puissance active

FIGURE 2.18 – Puissance active transitant dans un transformateur de poste source



(a) Mesure sur un an de puissance réactive



(b)

Mesure sur une semaine de puissance réactive

FIGURE 2.19 – Puissance réactive transitant dans un transformateur de poste source

modélisation linéaire ou linéaire par morceaux des contrôleurs. Les densités de probabilité des variables de sortie du modèle seront détaillées.

### 2.3.1 Association du modèle stochastique des entrées avec le modèle linéaire des réseaux de distribution

La modélisation stochastique des prévisions des consommations, des productions et de la tension du régleur en charge est réalisée par des lois Gaussiennes indépendantes. Le modèle de réseau obtenu à la suite du premier chapitre est linéaire (1.37, 1.38, 1.39) et utilise les puissances de production et de consommation. Les variables stochastiques seront marquées avec le symbole  $\sim$  pour la suite du document. Les variables de ces équations sont :

- $(\tilde{\mathbf{P}}^p, \tilde{\mathbf{Q}}^p)$  : ensemble des puissances actives et réactives des générateurs décentralisés ;
- $(\tilde{\mathbf{P}}^c, \tilde{\mathbf{Q}}^c)$  : ensemble des puissances actives et réactives des charges HTA ;
- $V_0$  : tension du secondaire du transformateur de poste source ;
- $\tilde{\mathbf{V}}$  : ensemble des tensions des nœuds du réseau ;
- Les paramètres  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $P_{HTB}^0$  et  $Q_{HTB}^0$  caractérisent le modèle linéaire, ils ont été détaillés dans la section 1.3.

$$\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{A}(\tilde{\mathbf{P}}^p + \tilde{\mathbf{P}}^c) + \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{Q}}^p + \tilde{\mathbf{Q}}^c) + \mathbf{1}V_0 \quad (1.37)$$

$$\tilde{P}_{HTB} = \mathbf{C}(\tilde{\mathbf{P}}^p + \tilde{\mathbf{P}}^c) + \mathbf{D}(\tilde{\mathbf{Q}}^p + \tilde{\mathbf{Q}}^c) + P_{HTB}^0 \quad (1.38)$$

$$\tilde{Q}_{HTB} = \mathbf{E}(\tilde{\mathbf{P}}^p + \tilde{\mathbf{P}}^c) + \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{Q}}^p + \tilde{\mathbf{Q}}^c) + Q_{HTB}^0 \quad (1.39)$$

Dans un premier temps, on supposera que tous les générateurs décentralisés sont contrôlés par le contrôleur linéaire (1.5). L'écriture vectorielle est donnée dans l'équation (2.12). Les matrices des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont diagonales.

$$\tilde{\mathbf{Q}}^p = \alpha \tilde{\mathbf{V}} + \beta \tilde{\mathbf{P}}^p + \mathbf{Q}^0 \quad (2.12)$$

L'association du modèle linéaire de power flow et du modèle linéaire des contrôleurs fournit le modèle global linéaire (2.13, 2.14, 2.15).

$$\tilde{\mathbf{V}} = [\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha]^{-1} [(\mathbf{A} + \mathbf{B}\beta)\tilde{\mathbf{P}}^p + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{P}}^c + \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{Q}}^c + \mathbf{Q}^0) + \mathbf{1}V_0] \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{HTB} = & (\mathbf{C} + \mathbf{D}\beta + \mathbf{D}\alpha[\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha]^{-1}(\mathbf{A} + \mathbf{B}\beta))\tilde{\mathbf{P}}^p + (\mathbf{C} + \mathbf{D}\alpha[\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha]^{-1}\mathbf{A})\tilde{\mathbf{P}}^c \\ & + (\mathbf{D} + \mathbf{D}\alpha[\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha]^{-1}\mathbf{B})\tilde{\mathbf{Q}}^c + \mathbf{D}\alpha\mathbf{Q}^0 + \mathbf{D}\alpha[\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha]^{-1}\mathbf{1}V_0 + P_{HTB}^0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{HTB} = & (\mathbf{E} + \mathbf{F}\beta + \mathbf{F}\alpha[\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha]^{-1}(\mathbf{A} + \mathbf{B}\beta))\tilde{\mathbf{P}}^p + (\mathbf{E} + \mathbf{F}\alpha[\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha]^{-1}\mathbf{A})\tilde{\mathbf{P}}^c \\ & + (\mathbf{F} + \mathbf{F}\alpha[\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha]^{-1}\mathbf{B})\tilde{\mathbf{Q}}^c + \mathbf{F}\alpha\mathbf{Q}^0 + \mathbf{F}\alpha[\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha]^{-1}\mathbf{1}V_0 + Q_{HTB}^0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Par le théorème de somme pondérée de lois Gaussiennes indépendantes (donnée dans l'annexe A), les tensions et les puissances à l'interface sont des lois Gaussiennes. Les caractéristiques stochastiques des variables de sortie sont donc obtenues directement et sans itération. Le temps de calcul est donc très faible et cela est applicable à de grands réseaux.

Un exemple d'application qui utilise le réseau de distribution réel de la figure 2.20 permet d'illustrer cette méthode. Voici ses caractéristiques :

- Une modification a été apportée afin de simuler les évolutions du réseau : deux générateurs ont vu leurs puissances augmenter de 3 MW ;
- 3446 nœuds ;
- 689 charges ;
- 21 générateurs HTA (principalement PV) ;
- 27 départs ;
- La puissance  $P_{max}^*$  des charges est de 84,1 MW et de 38 MVA<sub>r</sub> ;
- La somme des puissances nominales des générateurs est de 35.5 MW ;
- Les taux de charge et de production simulés sont respectivement de 50 % et 60 % ;
- Quatre transformateurs de poste sources identiques de 36 MVA :
  - transformateur HTB1/HTA d'impédance de court-circuit  $Z_{cc} = 0.006 + 0.17j$  pu, d'admittance à vide  $Y_0 = 1636$  pu et de rapport de transformation :  $n = \frac{21}{89}$  ;
  - Paramètres du régulateur en charge :  $p = 0.015$  pu,  $d = 0.01$  pu ;
  - Initialement, la tension de consigne du régulateur en charge est  $V_{ref} = 1.03$  pu ;

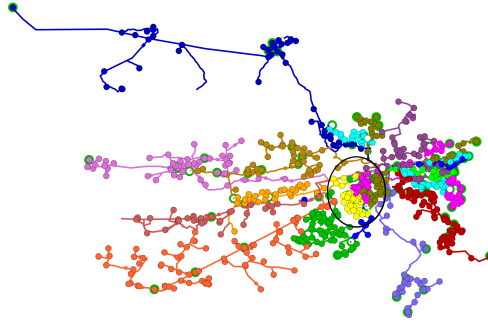


FIGURE 2.20 – Topologie du réseau utilisée pour illustrer la modélisation

Le modèle linéaire est comparé à une méthode de référence. Cette dernière est composée du modèle AC Power Flow résolu par la méthode de Newton-Raphson, l'interprétation stochastique des données est réalisée par une méthode de Monte Carlo utilisant 10000 échantillons et considérant l'ensemble des saturations, des non-linéarités du système et les densités de probabilité des données d'entrée réellement mesurées (non Gaussienne). La création des 10000 échantillons des données d'entrée est réalisée en modélisant les densités de probabilité par un mélange Gaussien. Les fonctions de Matlab permettent cette modélisation et le tirage d'un nombre défini d'échantillons.

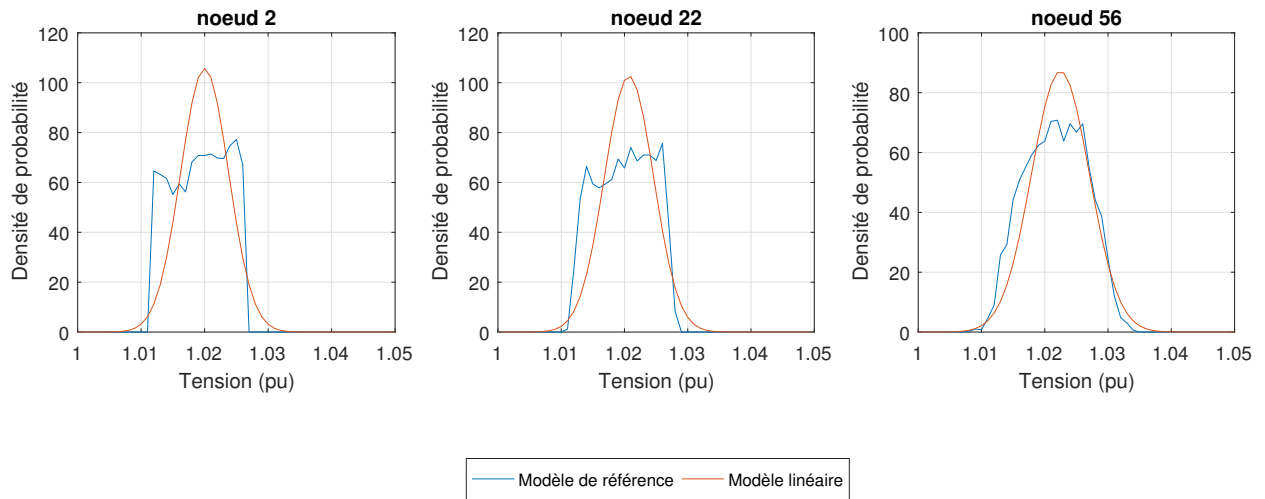
Les figures 2.21a et 2.21b représentent les densités de probabilité de trois tensions du départ encerclé en jaune sur la figure 2.20. La première tension est au niveau du régleur en charge, la deuxième est au milieu d'un départ et la troisième comparaison représente la tension au bout du départ. Dans la première figure, les puissances réactives des générateurs distribués sont nulles alors que dans la seconde figure les puissances réactives sont contrôlées par une commande en  $\tan(\phi) = -0.35$ . Dans toutes les figures, la tension de référence du régleur en charge est  $V_0^{ref} = 1.02 pu$ .

La densité de probabilité de la tension du nœud 2, aux bornes du régleur, est à mi-chemin entre une loi Gaussienne et une loi uniforme, ce qui est en accord avec la modélisation de la section 2.2.4. La tension du nœud 22, au milieu du départ et à mi-chemin entre le régleur en charge et le générateur, possède encore des formes qui rappellent la loi uniforme du régleur en charge mais commence à s'arrondir à ses extrémités. Cette tension est à mi-chemin entre une loi uniforme et une loi Gaussienne. La modélisation linéaire de la tension du nœud 56, au bout du départ, est encore plus proche de la modélisation théorique.

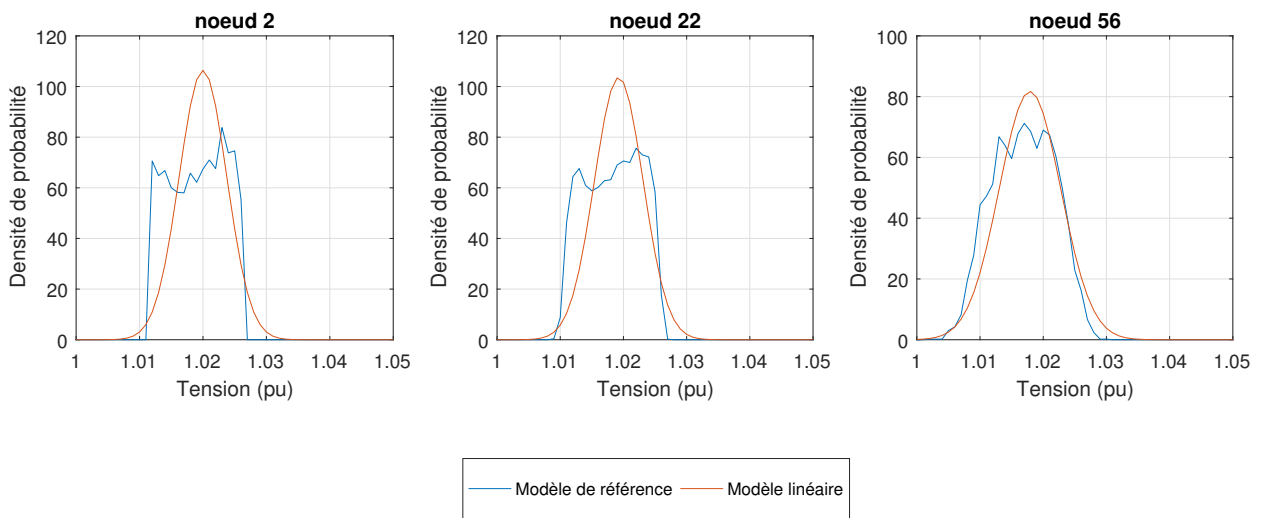
La seconde partie du modèle linéaire permet de simplifier la modélisation de la puissance à l'interface transport distribution. Les figures (2.22, 2.23) fournissent les densités de probabilité des puissances active et réactive consommées par le réseau de distribution pour les deux cas précédents. Ces courbes sont obtenues lorsque les puissances réactives des générateurs décentralisés sont nulles et utilisent  $\tan(\phi) = -0.35$ . On peut constater que les puissances peuvent clairement être modélisées par des lois Gaussiennes.

La figure 2.24 représente les intervalles à 38%, 68% et 95% du couple (P, Q). Cette vision permet de constater la covariance entre les puissances et donc le  $\tan(\phi)$  à l'interface. La figure 2.25 représente les intervalles à 38%, 68% et 95% du couple (P, Q). Cette vision permet de constater la covariance entre les puissances et donc le  $\tan(\phi)$  à l'interface.

En dehors des formes des densités de probabilité, les moments permettent de caractériser la qualité de la modélisation, le tableau 2.1 regroupe les moyennes, écarts types, coefficients d'asymétrie et kurtosis des trois tensions illustrées dans les figures (2.21a, 2.21b) (ces moments sont définis dans la définition 1 de l'annexe 1). Le tableau 2.2 regroupe ces mêmes caractéristiques sur les puissances à l'interface présentées dans les figures (2.22, 2.24, 2.23, 2.25). Ces valeurs numériques confirment la qualité des modèles simplifiés, on peut remarquer que les moments d'ordre impairs sont globalement mieux estimés que les moments d'ordre pairs.



(a) Sans puissance réactive des générateurs



(b) Avec une consommation réactive des générateurs  $\tan(\phi) = -0.35$

FIGURE 2.21 – Comparaison des tensions obtenues par le modèle linéaire et le modèle de référence

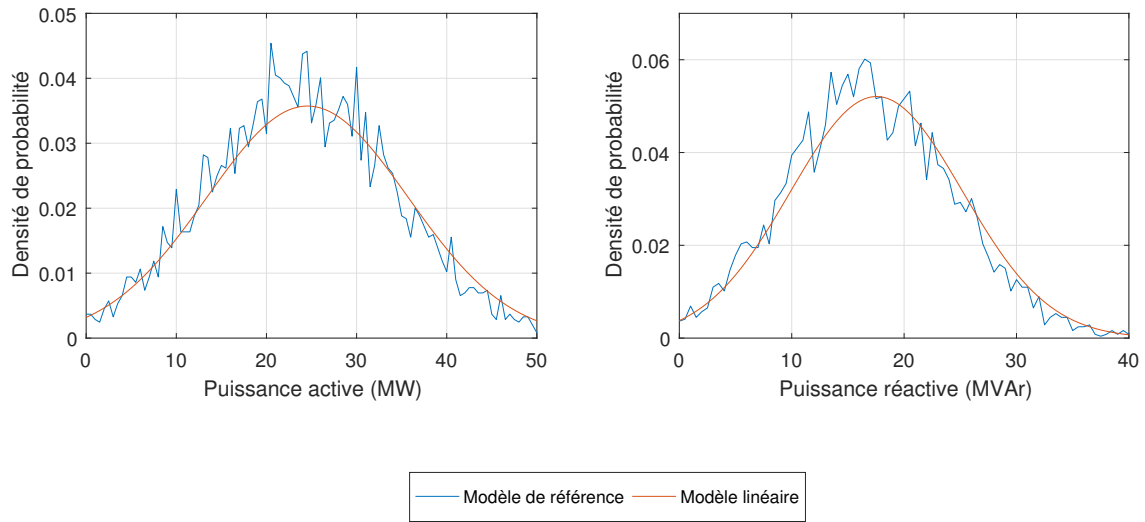


FIGURE 2.22 – Comparaison des densités de probabilité des puissances à l’interface transport distribution (Sans production réactive des générateurs)

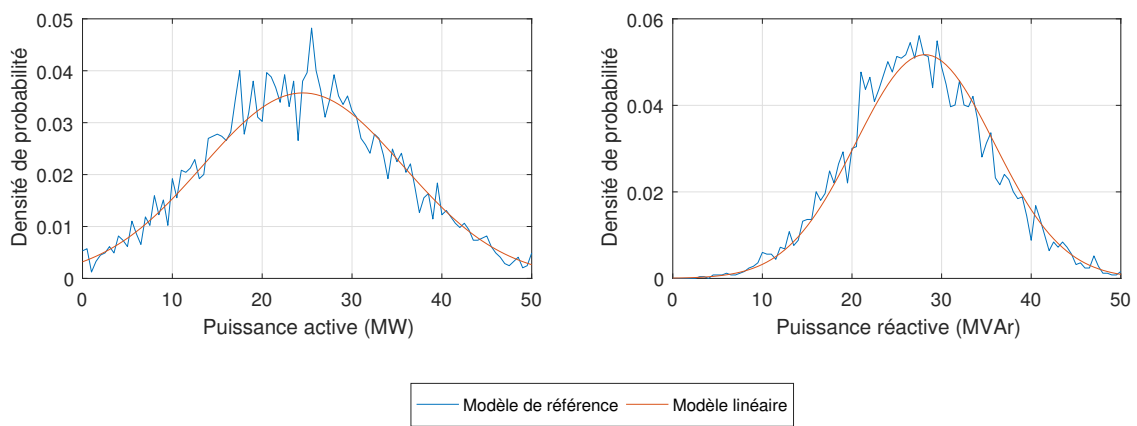


FIGURE 2.23 – Comparaison des densités de probabilité des puissances à l’interface transport distribution (Avec une production réactive des générateurs  $\tan(\phi) = -0.35$ )



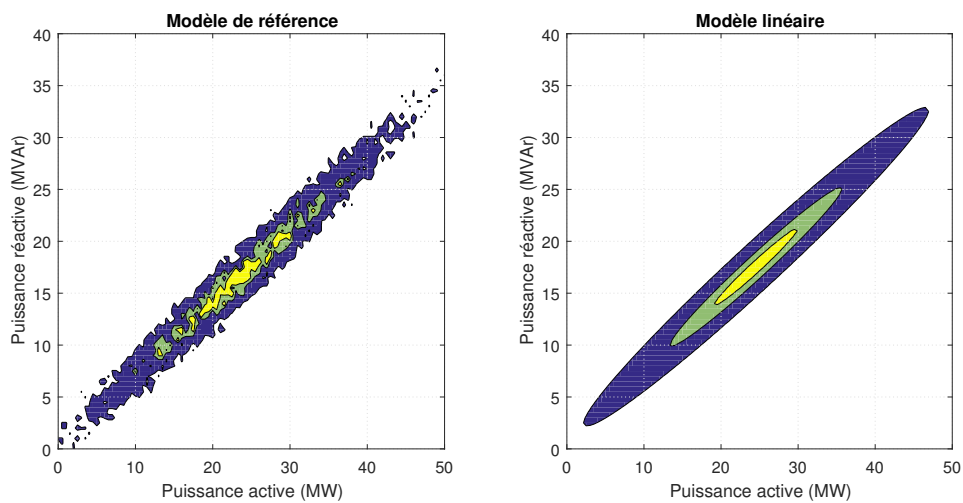


FIGURE 2.24 – Comparaison des modélisations stochastiques de la puissance à l’interface transport distribution (Sans production réactive des générateurs)

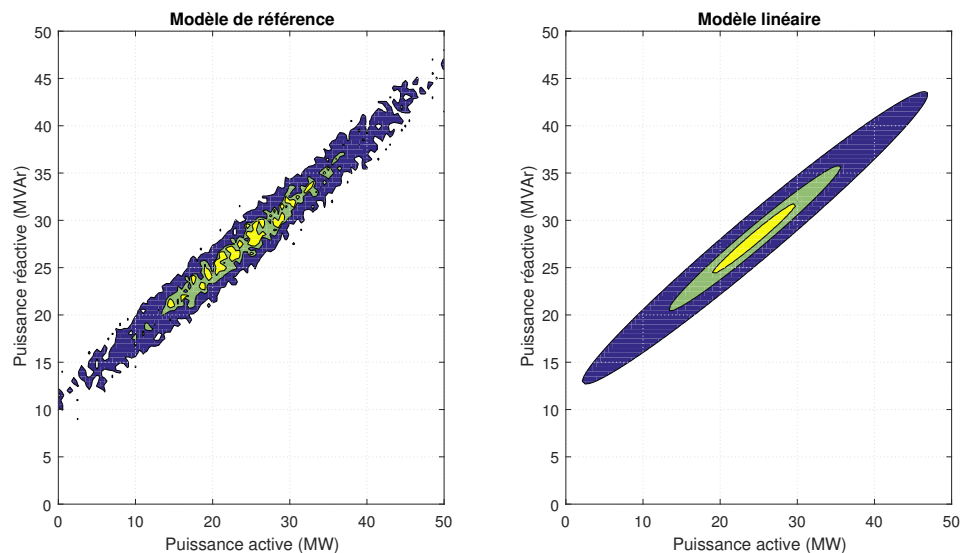


FIGURE 2.25 – Comparaison des modélisations stochastiques de la puissance à l’interface transport distribution (Avec une production réactive des générateurs  $\tan(\phi) = -0.35$ )

Tensions													
Paramètres	Modèle	Régleur en charge				Milieu du départ				Bout du départ			
		nœud 2				nœud 22				nœud 56			
		$\mu$	$\sigma$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu$	$\sigma$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu$	$\sigma$	$\mu_3$	$\mu_4$
$Q^p = 0$	Modèle linéaire	1.020	0.0038	0	3	1.021	0.0039	0	3	1.022	0.0046	0	3
$V_0 = 1.02pu$	Modèle de référence	1.020	0.0043	0.0056	1.8002	1.021	0.0044	0.0027	1.8390	1.023	0.0048	-0.0073	2.1990
$Q^p = -0.35P^p$	Modèle linéaire	1.020	0.0037	0	3	1.093	0.0038	0	3	1.018	0.0049	0	3
$V_0 = 1.02pu$	Modèle de référence	1.020	0.0043	0.0047	1.7966	1.093	0.0044	0.0054	1.8318	1.018	0.0048	0.0051	2.1873

TABLE 2.1 – Comparaison des valeurs numériques des moments des tensions

Puissance à l'interface											
Paramètres	Modèle	P				CoV(P,Q)		Q			
		$\mu$	$\sigma$	$\mu_3$	$\mu_4$	CoV(P, Q)	$\tan(\phi)$	$\mu$	$\sigma$	$\mu_3$	$\mu_4$
$Q = 0$	Modèle linéaire	24.552	11.165	0	3	84.007	0.673	17.552	7.659	0	3
$V_0 = 1.02pu$	Modèle de référence	24.203	10.721	-0.0080	3.0810	79.909	0.695	17.274	7.578	0.0431	3.0749
$Q = -0.35P$	Modèle linéaire	24.524	11.1653	0	3	84.513	0.677	28.144	7.713	0	0
$V_0 = 1.02pu$	Modèle de référence	24.582	10.9104	0.0437	3.0583	82.897	0.696	28.028	7.725	0.0767	3.0739

TABLE 2.2 – Comparaison des valeurs numériques des moments des puissances à l'interface

## 2.3.2 Modélisation des tensions par une somme de modèles Gaussiens tronqués

Le second type de contrôleur des générateurs distribués est linéaire par morceaux, (figure 2.26) qui est réservé à quelques générateurs en départ mixte. Il utilise la tension comme entrée et est paramétrable. Son équation est donnée par (2.16) pour le nœud  $g$ .

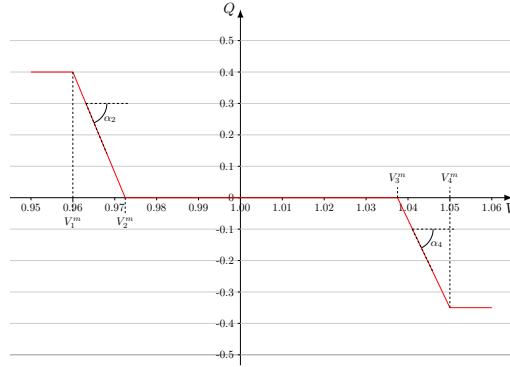


FIGURE 2.26 – Loi linéaire par morceaux paramétrable

$$Q_g^p = \begin{cases} \alpha_g^1 V_g + Q_g^{01} & \text{pour } V_g < \gamma_g^1 \\ \alpha_g^2 V_g + Q_g^{02} & \text{pour } \gamma_g^1 \leq V_g < \gamma_g^2 \\ \alpha_g^3 V_g + Q_g^{03} & \text{pour } \gamma_g^2 \leq V_g < \gamma_g^3 \\ \alpha_g^4 V_g + Q_g^{04} & \text{pour } \gamma_g^3 \leq V_g < \gamma_g^4 \\ \alpha_g^5 V_g + Q_g^{05} & \text{pour } \gamma_g^4 \leq V_g \end{cases} \quad (2.16)$$

Les paramètres  $\alpha_g^j$ ,  $Q_g^{0j}$  et  $\gamma_g^j$  ( $\forall j = 1..4$ ) sont ajustables tant que la production réactive ne dépasse pas les capacités réglementaires du générateur. Un exemple de loi linéaire par morceaux est donné dans la figure 2.26. Il n'est pas possible d'appliquer ici une modélisation Gaussienne. Par contre, on peut raisonner par intervalles de manière à proposer une nouvelle forme de modélisation stochastique des tensions du réseau.

### Proposition 1

*Soit un départ d'un réseau de distribution contrôlé par un régleur en charge, des générateurs distribués contrôlés par des lois linéaires et un générateur distribué contrôlé par une loi linéaire par morceaux.*

*La tension du générateur distribué contrôlé par la loi linéaire par morceaux est une somme de lois Gaussiennes tronquées.*

### Preuve

*La tension du générateur distribué est directement contrôlée par la loi linéaire par morceaux. Dans chaque intervalle, il existe une loi linéaire définissant la tension donnée par l'équation (2.17). On notera  $V_g$  la tension du nœud  $g$ , lieu où le générateur décentralisé contrôlé par la loi linéaire par morceaux est connecté.*

$$\tilde{V} = \begin{cases} [\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha^1]^{-1}[(\mathbf{A} + \mathbf{B}\beta)\tilde{\mathbf{P}}^p + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{P}}^c + \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{Q}}^c + \mathbf{Q}^{01}) + \mathbf{1}\tilde{V}_0] & \text{pour } \tilde{V}_g < \gamma_g^1 \\ [\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha^2]^{-1}[(\mathbf{A} + \mathbf{B}\beta)\tilde{\mathbf{P}}^p + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{P}}^c + \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{Q}}^c + \mathbf{Q}^{02}) + \mathbf{1}\tilde{V}_0] & \text{pour } \gamma_g^1 \leq \tilde{V}_g < \gamma_g^2 \\ [\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha^3]^{-1}[(\mathbf{A} + \mathbf{B}\beta)\tilde{\mathbf{P}}^p + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{P}}^c + \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{Q}}^c + \mathbf{Q}^{03}) + \mathbf{1}\tilde{V}_0] & \text{pour } \gamma_g^2 \leq \tilde{V}_g < \gamma_g^3 \\ [\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha^4]^{-1}[(\mathbf{A} + \mathbf{B}\beta)\tilde{\mathbf{P}}^p + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{P}}^c + \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{Q}}^c + \mathbf{Q}^{04}) + \mathbf{1}\tilde{V}_0] & \text{pour } \gamma_g^3 \leq \tilde{V}_g < \gamma_g^4 \\ [\mathbf{I} - \mathbf{B}\alpha^5]^{-1}[(\mathbf{A} + \mathbf{B}\beta)\tilde{\mathbf{P}}^p + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{P}}^c + \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{Q}}^c + \mathbf{Q}^{05}) + \mathbf{1}\tilde{V}_0] & \text{pour } \gamma_g^4 \leq \tilde{V}_g \end{cases} \quad (2.17)$$

Les paramètres  $\alpha^j$ ,  $\beta^j$  et  $\mathbf{Q}^{0j}$  sont des matrices contenant l'ensemble des paramètres des contrôleurs linéaires et les paramètres du morceau  $j$  du contrôleur linéaire par morceaux, ces valeurs sont à la  $j$ -ième ligne et à la  $j$ -ième colonne des matrices ( $\mathbf{Q}^{0j}$  est un vecteur colonne).

Grâce à cette équation définie par intervalles, il est possible d'affirmer que chaque intervalle des tensions est défini par une loi Gaussienne multi-dimensionnelle. De plus, les troncatures de la tension  $\tilde{V}_i$  sont déterministes et sont exactement les troncatures du contrôleur défini par morceaux. Donc, la tension  $\tilde{V}_g$  est une somme de lois Gaussiennes tronquées.

La figure 2.27 illustre cette modélisation en comparant le résultat obtenu par les modèles Gaussiens tronqués et le résultat obtenu par la méthode de référence (les paramètres utilisés pour cette simulation ne sont pas nécessairement réels, ils ont été choisis pour améliorer la compréhension de la figure). Celle-ci met en évidence le lien entre la loi linéaire par morceaux et l'ensemble des lois Gaussiennes tronquées.

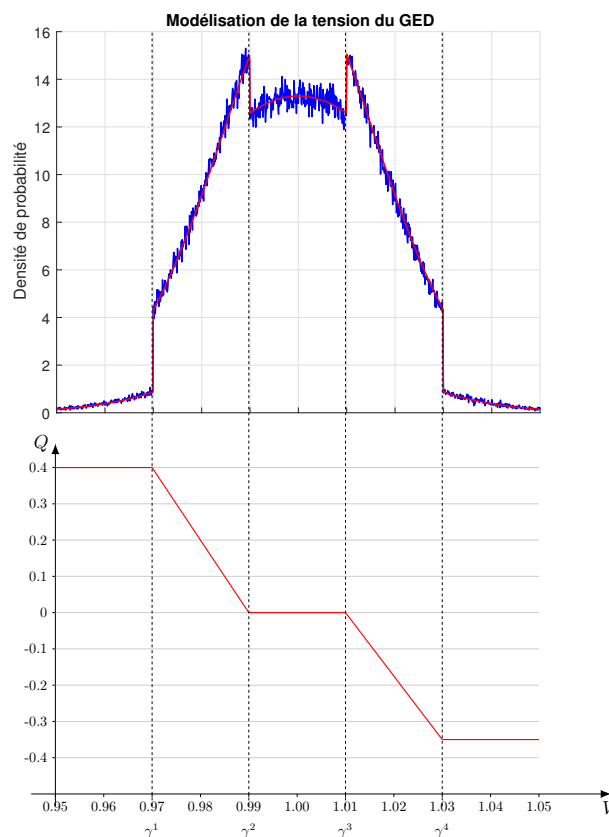


FIGURE 2.27 – Tension d'un GED contrôlé par une loi linéaire par morceaux

Dans la proposition, le nœud de connexion du générateur a été étudié. Cependant, il est nécessaire de disposer d'une modélisation stochastique pour l'ensemble des nœuds d'un départ. La figure 2.28 fournit les densités de probabilité (obtenues avec la méthode de référence et en supposant que la tension du régulateur en charge est Gaussienne) de quatre tensions significatives d'un départ contenant d'un côté le régulateur en charge et de l'autre côté un générateur décentralisé contrôlé par une loi linéaire par morceaux.

Pour les nœuds 1 et 4, on retrouve les résultats précédents : le nœud 1 peut être modélisé par une densité Gaussienne (section 2.2.4) et le nœud 4 peut être modélisé par une somme de densités Gaussiennes tronquées. La question de la modélisation des nœuds intermédiaires (2 et 3) se pose. Pour les nœuds 2 et 3 de la figure 2.28, qui se situent entre le régulateur en charge et le

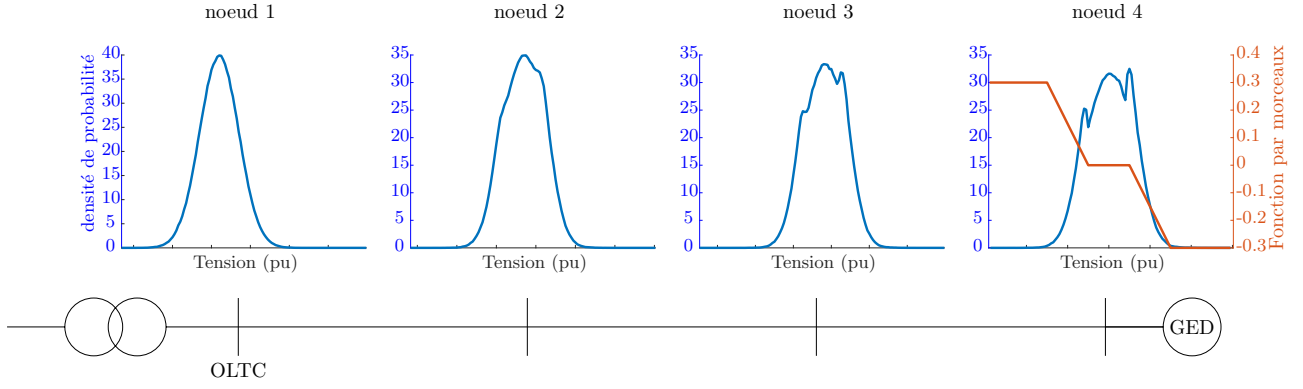


FIGURE 2.28 – Profils typiques des tensions le long d'un départ

GED, l'équation (2.17) est toujours valable et fournit une loi Gaussienne pour chaque intervalle. Cependant, contrairement au nœud du générateur, les troncatures des autres nœuds (fournis par les équations précédentes) sont stochastiques.

On appelle  $a_j^i$  la  $j$ -ième troncature du nœud  $i$ . Les troncatures du GED contrôlé par une loi linéaire par morceaux (ce générateur est localisé au nœud  $g$ ) sont données par les équations (2.18 ; 2.19).

$$a_g = \{-\infty, \gamma_g^1, \gamma_g^2, \gamma_g^3, \gamma_g^4\}, \quad (2.18)$$

$$b_g = \{\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3, \gamma^4, +\infty\} \quad (2.19)$$

La  $j$ -ième troncature théorique du nœud  $i \neq g$  est la probabilité conditionnelle  $\widetilde{V}_i | \widetilde{V}_g = a_g^j$ , où  $i \neq g$  et  $a_g^j$  est la troncature du GED  $g$ .

En utilisant les propriétés des probabilités conditionnelles des lois Gaussiennes multivariées [81], les troncatures stochastiques sont des variables Gaussiennes multivariées dont les moyennes et les variances sont définies dans (2.20, 2.21) pour chaque  $i \neq g$ .

$$\mu_{\widetilde{V}_i | \widetilde{V}_g = a_g^j} = \mu_{\widetilde{V}_i} + \frac{CoV(\widetilde{V}_i, \widetilde{V}_g)}{\sigma_{\widetilde{V}_g}^2} (a_g^j - \mu_{\widetilde{V}_g}) \quad (2.20)$$

$$\sigma_{\widetilde{V}_i | \widetilde{V}_g = a_g^j}^2 = \sigma_{\widetilde{V}_i}^2 + \frac{CoV(\widetilde{V}_i, \widetilde{V}_g)}{\sigma_{\widetilde{V}_g}^2} CoV(\widetilde{V}_g, \widetilde{V}_i) \quad (2.21)$$

De manière analytique, la prise en compte de troncatures stochastiques est complexe et nécessite par exemple l'utilisation de convolutions. Même s'il n'est possible d'affirmer que l'utilisation de produits de convolution est impossible, on peut affirmer que l'effort calculatoire de ces produits est supérieur à l'utilisation exclusive de lois Gaussiennes, en particulier pour son utilisation sur des réseaux de distribution de tailles réelles.

Moyennant une approximation, il est possible de convertir les troncatures stochastiques en troncatures déterministes. La figure 2.29 met en évidence les troncatures stochastiques des tensions, on y voit que les troncatures du nœud du générateur sont déterministes alors que les troncatures des nœuds entre le régleur en charge et le générateur sont stochastiques. De plus les troncatures des nœuds proches du générateur ont une faible variance alors que les troncatures proches du régleur en charge ont une grande variance. Ces deux nœuds sont traités séparément :

- figure 2.29 nœud 3 : Près du contrôleur défini par morceaux, les troncatures des tensions ont des faibles variances, elles sont négligées et les troncatures deviennent déterministes et sont

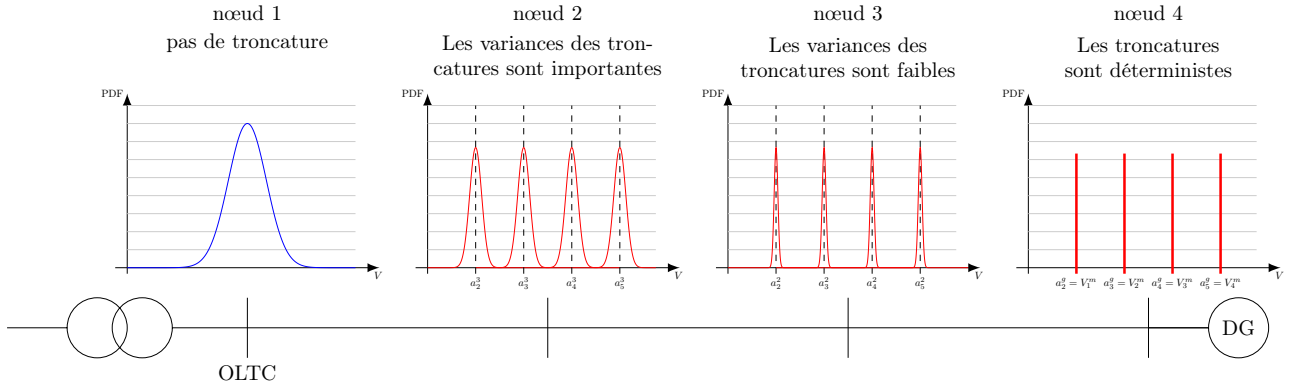


FIGURE 2.29 – Profils typiques des troncatures des tensions le long d'un départ

égales à la moyenne des probabilités conditionnelles, les équations (2.22, 2.23) donnent les expressions des troncatures du nœud  $i$ . Ainsi, les distributions de tensions sont des sommes de variables Gaussiennes tronquées.

$$a_i = \{-\infty, E[\tilde{V}_i|\tilde{V}_g = \gamma^1], E[\tilde{V}_i|\tilde{V}_g = \gamma^2], E[\tilde{V}_i|\tilde{V}_g = \gamma^3], E[\tilde{V}_i|\tilde{V}_g = \gamma^4]\} \quad (2.22)$$

$$b_i = \{E[\tilde{V}_i|\tilde{V}_g = \gamma^1], E[\tilde{V}_i|\tilde{V}_g = \gamma^2], E[\tilde{V}_i|\tilde{V}_g = \gamma^3], E[\tilde{V}_i|\tilde{V}_g = \gamma^4], +\infty\} \quad (2.23)$$

- figure 2.29 nœud 2 : pour les nœuds proches du régulateur en charge, le contrôleur par morceaux a une faible influence sur les tensions, les cinq lois Gaussiennes des cinq domaines sont similaires. De plus, les variances des probabilités conditionnelles sont importantes, cela a pour conséquence que les lois Gaussiennes des domaines se mélangent de manière significative. Ainsi, ces tensions sont modélisées par des lois Gaussiennes (non tronquées), leurs paramètres sont obtenus en utilisant une linéarisation de la loi linéaire par morceaux qui est illustrée par la figure 2.30

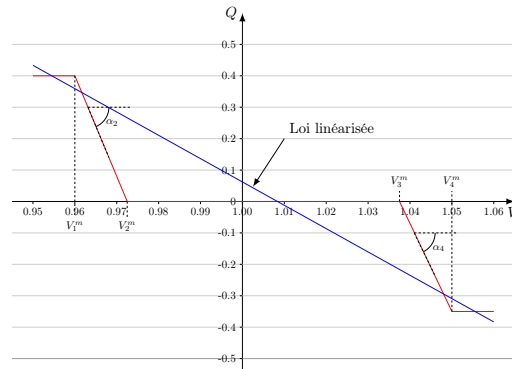


FIGURE 2.30 – Linéarisation du contrôleur par morceaux

Ces travaux sur la modélisation stochastique des tensions d'un réseau contenant des générateurs décentralisés contrôlés par des lois linéaires par morceaux ont fait l'objet d'une publication en conférence [82].

## 2.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de sélectionner deux modélisations stochastiques permettant de modéliser l'ensemble des variables du système. Les lois Gaussiennes permettent de modéliser les variables

d'entrée et les variables de sortie dans le cas où tous les générateurs distribués sont contrôlés par des lois linéaires. Dans le cas où certains générateurs possèdent une loi de commande linéaire par morceaux, les variables de sortie seront modélisées par des sommes de lois Gaussiennes tronquées. Il sera montré dans les prochains chapitres que la modélisation de départ contenant plusieurs contrôleurs linéaires par morceaux est une extension de celle-ci : plusieurs générateurs proches pourront être agrégés alors que deux générateurs éloignés fonctionneront de manière indépendante.

Maintenant que la modélisation de réseaux est réalisée, il est possible de l'utiliser pour optimiser les paramètres des contrôleurs. La gestion en J-1 de réseaux demande une compréhension importante de l'état du réseau, car une bonne prise de décision en dépend. Les méthodes probabilistes développées dans cette thèse permettent de prévoir les états possibles de réseaux et donc de fournir des taux de confiance et des taux de risque dans la prise de décision.

Le chapitre suivant présentera les optimisations des contrôleurs des réseaux de distribution. En particulier, des optimisations de niveaux de confiance seront développées qui auront pour objectif de maximiser ces taux tout en répondant à des minimisations d'efforts.

## Deuxième partie

### Optimisation stochastique des paramètres de contrôle des réseaux de distribution





## Introduction de l'optimisation de réseau

Quand un réseau radial ne contient que des consommations, le flux de puissance est unidirectionnel et la tension le long du départ ne fait que descendre depuis le poste source jusqu'au bout du départ. La figure 2.31 illustre ce phénomène, on peut ainsi fournir facilement certains principes de dimensionnement et de paramétrage des actionneurs : le régulateur du transformateur doit être paramétré avec une tension de consigne élevée ( $V_{OLTC}^{ref} = 1.04 pu$ ) ce qui permet de garder au maximum le plan de tension dans le domaine contractuel.

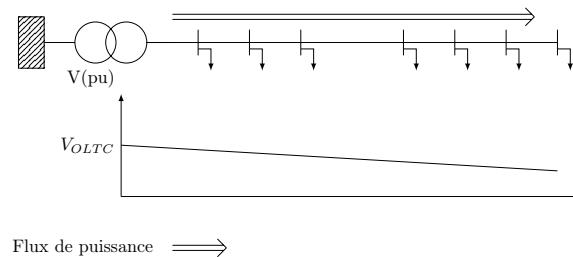


FIGURE 2.31 – Principe de l'évolution de la tension le long d'un départ consommation HTA

L'ajout de générateurs décentralisés remet en cause ce paramétrage. La figure 2.32 illustre le plan de tension et le sens du flux de puissance d'un départ contenant un générateur décentralisé produisant une puissance supérieure à la consommation du départ. Dans ce cas, la tension est maximum au niveau du générateur et le flux de puissance part depuis le générateur pour fournir de la puissance à l'ensemble du départ. En fonction du nombre de générateur, de leurs positions, de leurs productions et du comportement des charges, la position et la valeur maximale de la tension deviennent complexes à estimer.

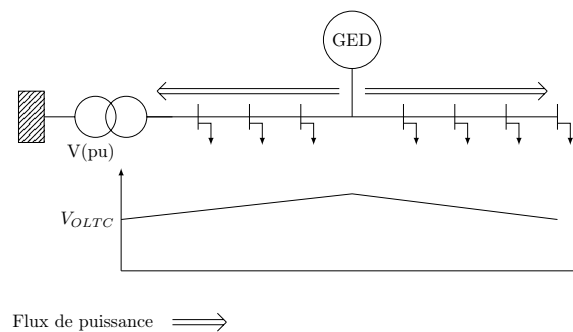


FIGURE 2.32 – Principe de l'évolution de la tension le long d'un départ mixte HTA

Un producteur décentralisé aura tendance à élever la tension localement. Contrairement au cas où il n'y a que des consommateurs, il n'est plus possible de choisir une tension de consigne du régulateur très haute parce que le GED peut entraîner une élévation de tension en dehors des limites contractuelles. Il faudra donc réduire la tension de consigne pour pouvoir accepter une certaine quantité de GED. Il faudra néanmoins faire attention aux problèmes de tension basse qui peuvent apparaître quand la consommation est importante et la production faible. Pour contrôler le plan de tension, on utilisera aussi la puissance réactive des générateurs, qui est contrôlée par une fonction linéaire ou linéaire par morceaux avec les mesures locales (tension et puissance active

du générateur). Cependant une difficulté est de choisir les paramètres de ces contrôleurs, il faut prendre en compte les impacts de cette puissance sur l'ensemble du réseau.

La modélisation, le dimensionnement et la gestion des réseaux électriques sont classiquement déterministes et réduisent les incertitudes à quelques valeurs : leurs moyennes, des valeurs dimensionnantes ou des limites. Ces cas sont utilisés pour dimensionner des équipements du réseau alors qu'en réalité la puissance réellement consommée varie beaucoup. La figure 2.33 fournit une mesure annuelle de la consommation et deux exemples (faible et forte consommation) de cas dimensionnants. Ce choix de cas dimensionnants est très complexe : par exemple le cas de forte consommation, s'il est trop important, pourra mener à un surdimensionnement alors que s'il est trop faible, il sera possible qu'il ne puisse pas répondre à toutes les sollicitations qui lui sont adressées.

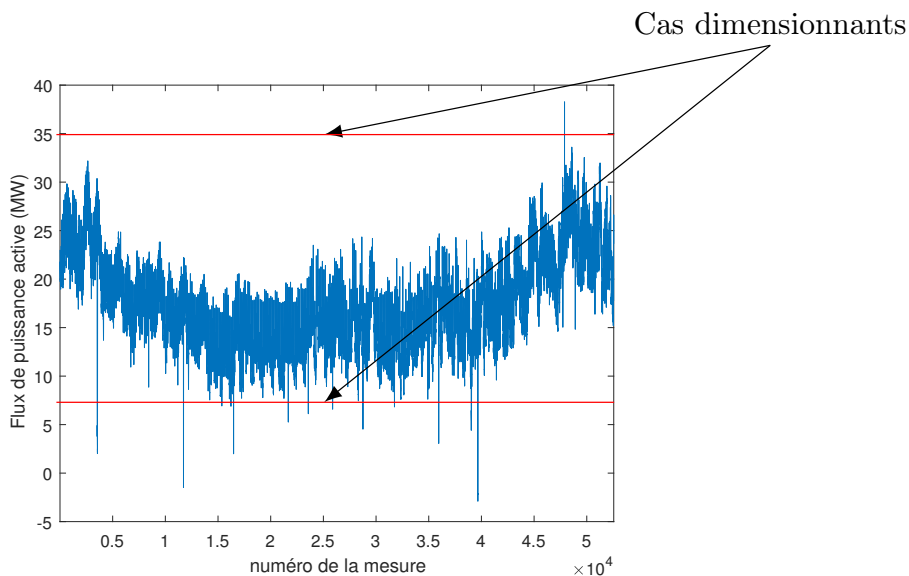


FIGURE 2.33 – Mesure annuelle du flux de puissance dans un poste source

On peut montrer facilement que réduire un domaine de fonctionnement à quelques cas dimensionnants ne permet pas d'optimiser le réseau en utilisant l'ensemble des informations qui pourraient être disponibles. Les optimisations utilisant les cas limites sont typiquement sur-dimensionnantes et donc coûteuses, cependant, elles ont l'avantage d'être très robustes.

On peut constater qu'en pratique il est presque impossible qu'un cas limite soit (voire jamais) atteint simultanément pour un grand nombre d'éléments, il est nécessaire de prendre en compte les comportements locaux et globaux des consommateurs et des producteurs. Cette seconde partie a pour but d'étudier les techniques d'optimisation des réseaux de distribution permettant de proposer les paramètres de l'ensemble des contrôleurs d'un réseau de distribution. Il sera important de prendre en compte le caractère stochastique des données d'entrée. Cette partie terminera par la simulation d'une optimisation sur une journée entière.

# Chapitre 3

## Etat de l'art de l'optimisation et du contrôle stochastique dans un réseau de distribution

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>77</b>
<b>3.2</b>	<b>Méthodes robustes</b>	<b>78</b>
3.2.1	Principe	78
3.2.2	Optimisation régulière la veille pour le lendemain	80
<b>3.3</b>	<b>Optimisation déterministe versus optimisation stochastique</b>	<b>82</b>
<b>3.4</b>	<b>Définition de problème d'optimisation stochastique</b>	<b>87</b>
3.4.1	Calcul analytique de densités de distribution des variables du système	89
3.4.2	Optimisation stochastique basée un échantillonnage des variables aléatoires	90
3.4.3	Optimisation basée sur les moments des densités de distribution	92
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>95</b>

---

“ Dans le monde il y a plusieurs catégories de scientifiques : ceux qui font de leur mieux, et ceux, de premier plan, qui font de grandes découvertes, fondamentales pour le développement de la science. Et puis, il y a les génies, comme Galilée et Newton. Ettore était de ceux-là. ”

---

Enrico Fermi,



## 3.1 Introduction

Le réseau électrique possède de nombreux degrés de liberté, une phase d'optimisation permet de choisir de meilleurs réglages et configurations parmi la multitude des possibilités. Dans la littérature, on trouve de nombreuses manières d'optimiser les réseaux de distribution. Si l'on considère un horizon important, l'optimisation peut servir à sélectionner la topologie ou à dimensionner le réseau, ce sont principalement des optimisations matérielles. A court terme, les optimisations se concentrent sur le choix des paramètres des lois de contrôle des actionneurs, ce sont principalement des optimisations logicielles.

Il a été vu dans le premier chapitre que les prévisions long terme étaient peu précises et qu'il était souvent nécessaire de prendre en compte des marges importantes pour s'assurer que l'état futur appartienne au domaine prédit. Ainsi, la plupart des optimisations long terme utilisent des cas dimensionnants intégrant des marges de sécurité. Ce dimensionnement ne fait pas l'objet de cette thèse.

Le dimensionnement utilisant des prévisions long terme ne permet pas de suivre les évolutions journalière des consommations et des productions. Il semble alors intéressant d'adapter les paramètres des contrôleurs avec les prévisions court terme. Il s'agit de déterminer les meilleurs jeux de paramètres qui permettent d'optimiser un critère donné (réduction de pertes, de coût, etc), en vérifiant des contraintes techniques et technologiques (tensions limites, puissances limites, etc). Cette méthodologie doit être applicable à des réseaux de taille réelle, comprenant une centaine de variables d'optimisation et quelques milliers de contraintes. Elle doit également considérer l'existence de variables d'entrée stochastiques (consommations, productions et tension du régulateur en charge). Dans ce cas, on cherchera à optimiser le fonctionnement du système c'est-à-dire de choisir les lois et les paramètres de contrôle des différents actionneurs.

Ce chapitre présente d'abord les problèmes d'optimisation robustes des paramètres des contrôleurs, qui, en ne prenant pas explicitement en compte le caractère stochastique des variables d'entrée aléatoires, sont faciles à résoudre. Les optimisations stochastiques, quant à elles, prennent directement en compte les variables aléatoires du réseau. Elles permettent ainsi de ne pas se limiter à l'étude d'un nombre fini de points de fonctionnement, mais de considérer des propriétés stochastiques telles que les moyennes, variances, quantiles, taux de risque... Le problème d'optimisation peut être rendu linéaire ce qui implique une modélisation linéaire [83]. Les problèmes d'optimisation linéaire sont particulièrement simples et rapides à résoudre, même pour les applications à de grands réseaux. Par contre, la prise en compte des distributions stochastiques rend la résolution des problèmes d'optimisation stochastique très longue et complexe, en particulier s'il est nécessaire d'utiliser des produits de convolution. Afin de réduire les temps de calcul, il sera possible d'échantillonner les distributions ou de caractériser les variables aléatoires par quelques moments.

Les actionneurs des réseaux de distribution, à savoir le régulateur en charge, les contrôleurs de puissance réactive des générateurs et les gradins de condensateurs, permettent de contrôler les tensions des nœuds et le flux de puissance réactive vers le réseau de transport. La figure 3.1 reprend les horizons temporels des optimisations de paramètres et leurs principales caractéristiques.

D'abord, des optimisations robustes peuvent être utilisées pour fournir des résultats valables à long terme. Elles utilisent typiquement des cas dimensionnants et sont applicables à de grands réseaux. Cependant, les cas dimensionnants doivent prendre en compte un maximum de possibilités même si certains sont, en pratique, très rares. Ces mêmes optimisations utilisées sur un horizon plus court (journalier ou temps réel) permettent de fournir un bon résultat si les prévisions sont de qualité acceptable cependant, si ce n'est pas le cas, des cas de figure non prévus peuvent apparaître. La prise en compte des incertitudes nécessaires à la considération de risques

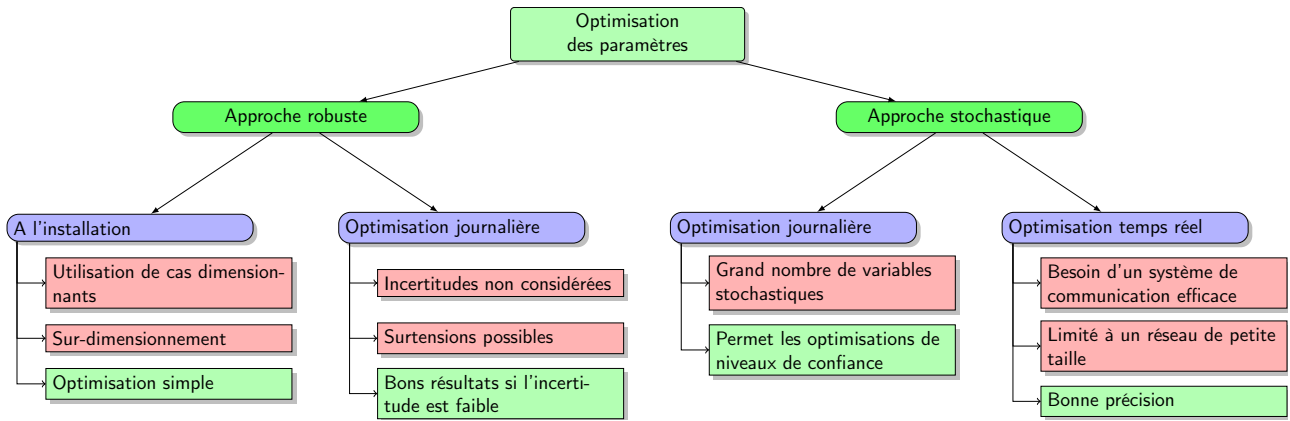


FIGURE 3.1 – Optimisation de paramètres en fonction de l’horizon de travail

impose l’utilisation d’optimisation stochastique, ce qui est intéressant pour des optimisations à court terme. L’application à une gestion en J-1 ou temps réel permettra de répondre à des objectifs stochastiques mais sera complexe à résoudre. Pour cette application, il sera nécessaire de simplifier la représentation des variables stochastiques afin de permettre sa résolution en un temps raisonnable.

## 3.2 Méthodes robustes

### 3.2.1 Principe

De manière générale, une méthode d’optimisation robuste ne prend pas en compte l’ensemble des distributions des variables aléatoires présentes dans le système. On considère volontairement un ensemble ne comprenant que des valeurs particulières de ces variables aléatoires. Les valeurs sont choisies de manière à correspondre à des cas d’études significatifs, par exemple, des extrema du domaine, des valeurs médianes ou encore des valeurs dimensionnantes.

Appliquons la méthodologie au contrôle de tension le long d’un départ fictif présenté dans la figure 3.2. La production d’un générateur est limitée physiquement par sa puissance nominale. Ainsi, on peut affirmer que tous les états possibles du réseau appartiennent au domaine créé par les bornes 0 et  $P^N$  (La puissance nominale du générateur). Usuellement, les optimisations robustes sont réalisées à partir de cas dimensionnants. Enfin, le régulateur en charge présente une erreur  $e$ , la tension maximale produite est  $V_{ref} + e$  et la tension minimale produite est  $V_{ref} - e$ . Ces cas limites permettent de déterminer les états extrémaux du réseau, les tensions limites résultantes sont illustrées dans la figure 3.2 (le cas d’étude est purement conceptuel et les valeurs numériques ne sont pas réelles).

Actuellement, Enedis utilise cette approche pour déterminer les paramètres des contrôleurs. A l’installation d’un nouveau générateur décentralisé, une étude robuste basée sur des cas dimensionnants est réalisée et permet de choisir les paramètres du nouveau contrôleur. En pratique, un générateur décentralisé engendre une élévation de tension, donc seul le cas présentant une faible consommation et une forte production est utilisé (20 % de la consommation et 100 % de la production). Le dimensionnement pour le cas des tensions basses n’est pas remis en cause par l’ajout d’un générateur.

Prenons un cas simpliste pour lequel on discrétise le paramètre  $\tan(\phi)$  du contrôleur de puissance réactive en trois valeurs. La figure 3.3 montre l’évolution de la tension et permet de sélectionner la solution  $\tan(\phi) = -0.35$  (avec 20 % de la consommation et 100 % de la production). De manière générale, on pourrait appliquer cette méthodologie à un plus grand

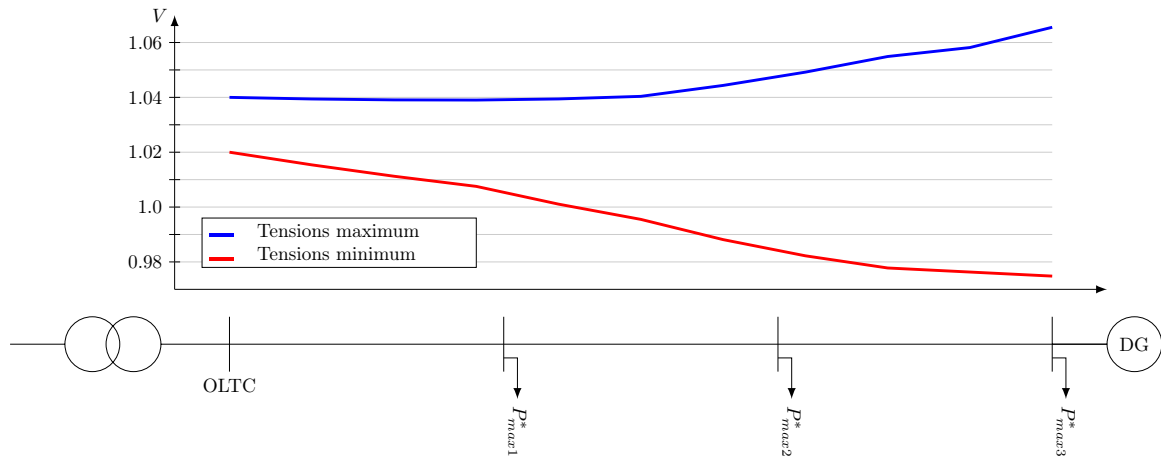


FIGURE 3.2 – Évolution de tension pour les cas extrêmes le long d'un départ

nombre de générateurs et à un plus grand nombre de paramètres à optimiser [84–86]. Les objectifs d'optimisation peuvent être la minimisation des pertes, des coûts... La formulation des contraintes du problème d'optimisation est définie à partir des tensions, des courants, des puissances des générateurs, etc ; Ce qui limite les capacités de recherche de l'optimal.

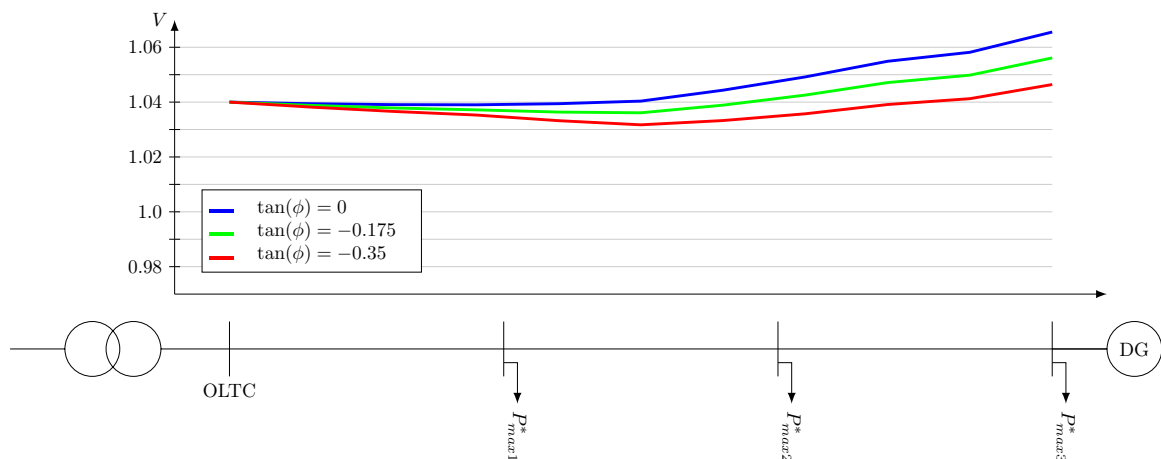


FIGURE 3.3 – Évolution de tension avec trois  $\tan(\phi)$

On retrouve ce principe de dimensionnement dans [87] qui l'utilise pour déterminer la quantité maximale de producteurs qu'un réseau de distribution peut intégrer. Le même genre de problème d'optimisation utilisant la formulation originale non-linéaire du modèle de réseau est présenté dans [88], les optimisations utilisant ce modèle s'appellent "optimal power flow", et utilisent souvent des variables déterministes.

L'utilisation de cas dimensionnants et/ou de cas extrêmes est très robuste et permet de prendre en compte un grand nombre d'incertitudes très facilement avec un nombre limité d'informations. La simplicité de cette technique lui confère la possibilité d'être appliquée à de grands réseaux. Elle a aussi l'avantage de ne pas solliciter le système de communication [89] du réseau puisque les paramètres sont conservés pendant une longue durée (jusqu'à toute la vie de l'actionneur). Cette dernière remarque a une grande importance sur l'évolution temporelle du réseau : la conservation des paramètres pendant une longue période de la vie de l'actionneur implique que l'ajout successif de générateurs ne remet pas ou peu en cause les paramètres précédemment définis, c'est le principe du "fit and forget". Compte tenu de la complexité de la mise à jour des paramètres, ce principe



cherchera à ne pas modifier les paramètres antérieurs. Cette non modification des paramètres a un impact important : les évolutions successives du réseau ne remettent pas en cause les paramètres antérieurs tant que des contraintes n'apparaissent pas et cela même si une optimisation conjointe pourrait fournir un meilleur optimum. Pour pallier ces défauts, la littérature propose d'optimiser périodiquement et conjointement les paramètres du réseau.

### 3.2.2 Optimisation régulière la veille pour le lendemain

L'utilisation d'un algorithme centralisé pour la mise à jour régulière (plusieurs fois par jours) des paramètres des contrôleurs d'un réseau permet de prendre en compte les interactions entre les éléments [90]. Le travail de communication reste alors limité puisqu'il se résume à fournir un jeu de paramètres à chaque contrôleur distribué à chaque pas horaire. Une gestion en J-1 avec une mise à jour horaire semble être un bon compromis entre la précision des prévisions et l'effort de communication. L'article [91] montre qu'une mise à jour régulière des paramètres des contrôleurs est plus performante pour limiter les sur-tensions ou sous-tensions. Il est possible d'adapter les paramètres aux consommations et productions : augmenter la tension du régulateur en charge quand la charge est importante et la réduire quand la production est importante. Le contrôle conjoint des tensions et des puissances réactives s'appelle Volt-Var Control (VVC). Les techniques de contrôle et d'optimisation de VVC seront utilisées comme base de l'état de l'art de cette section.

De nombreuses propositions de VVC J-1 existent dans la littérature [92–99], qui ont pour objectif d'optimiser l'allumage et l'extinction des gradins de condensateurs et d'ajuster la tension de consigne du régulateur en charge en ce qui concerne les contrôleurs du poste source et possiblement les contrôleurs distribués des générateurs distribués. Cet horizon de temps permet de limiter les grandes variations de l'état du réseau. Ces optimisations ont pour objectif premier d'éviter les sur-tensions et sous-tensions. Certains de ces travaux minimisent aussi le nombre d'enclenchements des prises des gradins et du régulateur en charge. La durée de vie des gradins de condensateurs est directement liée au nombre de changements de prise. Les gradins de condensateurs sont conçus pour réaliser 40 000 à 50 000 changements de prises et 6 à 7 changements en moyenne par jour [99]. Un bon contrôle commande veillera à ne pas sur-solliciter cet actionneur.

Compte tenu du nombre de variables engagées et de la complexité du problème d'optimisation, le temps de résolution est une contrainte importante. Une modélisation de Monte-Carlo d'un réseau de cette taille peut prendre quelques minutes, ce temps de calcul est raisonnable, c'est pourquoi elle est utilisée pour vérifier les résultats. Par exemple, le réseau étudié dans le chapitre 2 contenant 3446 nœuds et 21 générateurs (65 variables d'optimisation) est modélisé en 9 minutes pour 1000 échantillons et en 1h20 pour 10000 échantillons. Au delà de ce nombre d'échantillons, la mémoire vive de 16 Go de la machine utilisée est saturée. Cependant un processus d'optimisation demande l'estimation des gradients et des hessiens à chaque pas, c'est à dire qu'un problème d'optimisation d'une centaine de variables d'optimisation demande au moins autant de modélisation à chaque pas de l'optimisation. Ensuite, si le processus d'optimisation demande quelques dizaines de pas pour vérifier le critère d'arrêt, alors l'optimisation du réseau demande quelques milliers de modélisations. Ainsi, une optimisation de paramètres sur un réseau de quelques milliers de nœuds utilisant une méthode de Monte Carlo et une modélisation AC power flow (section 1.5.2) peuvent prendre quelques dizaines d'heures, ce qui est incompatible avec un pas horaire d'optimisation. Si on souhaite optimiser le réseau que chaque pas horaire, alors il est nécessaire qu'elle soit réalisée en moins d'une heure. Un temps raisonnable serait au maximum de 10 minutes. La méthode développée dans la thèse répond à cette contrainte.

L'optimisation d'un réseau à partir de données de prévisions J-1 peut être réalisée à partir d'un problème d'optimisation couvrant l'ensemble de la journée. Une représentation courante

de la fonction objectif globale est une somme pondérée de 3 sous-objectifs qui sont les pertes énergétiques ( $E_{pertes}$ ), le nombre de changements de prise des gradins de condensateurs ( $N_{cond}$ ) et la variation de tension dans le réseau ( $\sum_{i \in 1..n} |V_i - V_0|$ ). La somme pondérée de ces fonctions est donnée dans l'équation (3.1).

$$\min \omega_1 E_{pertes} + \omega_2 N_{cond} + \omega_3 \sum_{i \in 1..n} |V_i - V_0| \quad (3.1)$$

où  $\omega_i, i \in 1, 2, 3$  sont les poids affectés aux fonctions objectifs.

A cela, on ajoute les contraintes du système :

- Les tensions doivent appartenir au domaine  $[V^{min}; V^{max}]$  (équation 3.2);

$$V^{min} \leq V_i \leq V^{max} \quad (3.2)$$

- Le nombre de changements de prise des gradins de condensateurs  $N_{tap}^{cond}$  est limité par  $N_{max}^{cond}$  (équation 3.3);

$$N_{cond} = \sum_{24h} |Tap_j^{cond} - Tap_{j-1}^{cond}| \leq N_{max}^{cond} \quad (3.3)$$

- Les puissances des générateurs ( $P_{DG,j}; Q_{DG,j}$ ) doivent appartenir au domaine contractuel ( $P_{DG,max}; Q_{DG,max}$ ) (équation 3.4);

$$(P_{DG,j}; Q_{DG,j}) \in (P_{DG,max}; Q_{DG,max}) \quad (3.4)$$

- Les puissances ( $P_{inter}; Q_{inter}$ ) en transit à l'interface (positif dans le sens de l'importation de la puissance) sont limitées par le code de réseau DCC ( $P_{DCC}; Q_{DCC}$ ) (équation 3.5);

$$(P_{inter}; Q_{inter}) \in (P_{DCC}; Q_{DCC}) \quad (3.5)$$

- Les courants dans les conducteurs sont limités par les courants max des conducteurs (équation 3.6).

$$I_j \leq I^{max} \quad (3.6)$$

La recherche de l'optimal doit être réalisée sur une période de 24 h, donc l'aspect dynamique doit être pris en compte. Celui-ci est particulièrement important pour éviter un grand nombre de changements de prise des gradins de condensateurs. Les variables d'optimisation sont les positions des gradins de condensateurs (variables discrètes) et les paramètres des contrôleurs des générateurs et du régulateur en charge (variables continues). Toutes ces variables peuvent être potentiellement modifiées sur chaque pas horaire. L'optimisation sur les 24h constitue un problème très complexe, il sera important de simplifier le problème en par exemple réduire le problème global en 24 optimisation valide sur chaque pas horaire.

Du fait de la complexité de la résolution de ce problème de grande taille faisant intervenir des variables continues et discrètes, les techniques usuelles d'optimisation ne permettent pas d'obtenir rapidement et efficacement la solution optimale. L'une des difficultés de ce genre de problème est qu'il n'est généralement pas convexe. Un problème convexe possède une fonction objectif qui admet un unique minimum et où le domaine de recherche formé par les contraintes est convexe. Un problème convexe est généralement assez simple à résoudre puisqu'il suffit de trouver un minimum pour trouver la solution optimale du problème d'optimisation. Les méthodes de résolution de problème convexe sont assez connus, certaines d'entre-elles sont données dans [100].

Quand un problème d'optimisation n'est pas convexe, sa résolution est beaucoup plus complexe car en plus de chercher sa minimisation, il faut aussi s'assurer que le minimum trouvé est le minimum

global. Cette seconde étape demande souvent un gros effort numérique. Dans la littérature, la résolution de ce problème a été réalisée par un algorithme génétique [101, 102], une optimisation particulière [103], de la logique floue [97], une programmation dynamique [101], une optimisation linéaire en nombres entiers [104], une optimisation prédictive [23]... Ces différents papiers mettent en évidence la difficulté de la résolution. La référence [101] réalise une comparaison des vitesses de convergence. Pour pallier le problème de la non convexité, [105] propose d'utiliser une fonction objectif convexe composée d'une somme de critères quadratiques (somme des puissances réactives des générateurs au carré). Ce papier propose aussi d'utiliser le développement limité à l'ordre 1 des contraintes d'égalité et d'inégalité, ce qui permet de rendre convexe l'ensemble admissible. Les papiers [106, 107] sont plus généraux et présentent une convexification d'un problème d'optimal power flow appliqué à des réseaux radiaux.

La référence [108] traite des réseaux de distribution de taille réelle, l'auteur met en évidence la difficulté d'obtenir un temps de calcul raisonnable. La plupart des optimisations de la littérature sont limitées à des réseaux de petite échelle, simplifient le problème d'optimisation ou résolvent le problème de manière offline. Cette difficulté est directement liée au choix de la modélisation : la modélisation AC power flow associée avec la méthode Newton-Raphson est précise mais demande un effort calculatoire important. Un modèle linéaire est potentiellement moins précis mais est beaucoup plus rapide. Dans ce cas, la difficulté est de choisir un modèle linéaire suffisamment précis pour atteindre nos objectifs.

En résumé, l'optimisation régulière des paramètres avec des données d'entrée déterministe permet de prendre en compte le comportement complexe des réseaux de distribution, cependant elle nécessite la connaissance de prévisions précises des consommations et des productions. Cette connaissance est très complexe à l'échelle locale. Elle ignore aussi le caractère stochastique de ces prévisions. La section suivante a pour objectif d'étudier la possibilité d'utiliser des techniques stochastiques.

### 3.3 Optimisation déterministe versus Optimisation stochastique

Les techniques robustes utilisent des valeurs fixes pour représenter les consommations et les productions. Cependant, quelque soit leur efficacité, les techniques déterministes ne peuvent prendre en compte le caractère aléatoire des données d'entrée. Une optimisation déterministe ne peut que fournir des résultats déterministes alors qu'une optimisation stochastique peut fournir d'abord les valeurs les plus probables mais aussi des moments, des risques et plus généralement des densités de probabilité. Celles-ci permettront de prendre en compte le caractère incertain des prévisions.

En pratique, une erreur de 5 % sur les données d'entrée dans les réseaux électriques est suffisamment faible pour qu'une optimisation déterministe suffise pour répondre aux objectifs des gestionnaires de réseaux. Cependant les erreurs de prévisions J-1 des énergies renouvelables sont plus souvent de l'ordre de 20 %. Ces erreurs ne peuvent être négligées et une optimisation stochastique devient nécessaire.

L'intégration des incertitudes dans le processus d'optimisation permet de jouer non seulement sur les valeurs les plus probables mais aussi sur la forme des distributions. L'optimisation peut par exemple réduire la variance des tensions.

Afin de bien comprendre l'intérêt d'une optimisation stochastique, voici un exemple de problème pouvant se résoudre de manière déterministe et de manière stochastique :

### Exemple 1

Un marchand de journaux achète des journaux à son fournisseur et les revend à ses clients. Le matin, il ne sait pas combien de journaux seront vendus dans la journée, mais il doit choisir combien de journaux il achète à son fournisseur :

- S'il achète beaucoup de journaux alors il pourra satisfaire plus de clients mais il pourra avoir beaucoup d'invendus ;
- S'il achète peu de journaux alors il aura peu d'invendus mais il ne pourra peut être pas satisfaire tous les clients.

Il cherche à maximiser le bénéfice  $G$  de la journée sous les contraintes suivantes : le nombre de journaux achetés  $Q$  est égal à la somme des vendus  $v$  et invendus  $i$ , le nombre de vendus est compris entre 0 et la demande  $D$  et les nombres de vendus et invendus sont positifs ou nuls.  $C_a$  est le tarif d'achat d'un journal,  $C_v$  est le tarif de vente d'un journal et  $D$  est une variable stochastique. Le problème d'optimisation est donné par l'équation (3.7)

$$\begin{aligned} \max_Q \quad & C_v \times v - C_a \times Q \\ \text{s.c.} \quad & Q = v + i \\ & v \leq D \\ & v, i \geq 0 \end{aligned} \tag{3.7}$$

*Solution pire cas :*

Il veut satisfaire tous les clients :  $Q = \max(D)$  donc il dépense  $\max(D) \times C_a$  et gagne en moyenne  $C_v \times \mathbf{E}[D]$ . Si  $C_v < \frac{\max(D)}{\mathbf{E}[D]} C_a$ , il perd de l'argent.

*Solution moyenne :*

Il veut satisfaire en moyenne la moitié des clients :  $Q = \mathbf{E}[D]/2$ . En moyenne, il vend  $v = \mathbf{E}[\min(Q, D)]$ , ainsi le bénéfice est  $G = C_v \times \mathbf{E}[\min(Q, D)] - C_a \times \mathbf{E}[D]/2$ .

*Solution moyenne avec marge de sécurité :* Il veut satisfaire un pourcentage des clients représentant une valeur plus "sûre". Comparable à la méthode de la solution moyenne. Le problème est de définir ce qu'est une valeur plus "sûre" ?

*Solution la plus probable au sens stochastique :*

L'espérance stochastique du bénéfice  $G$  vaut :  $G = \mathbf{E}[C_v \min(Q, D)] - C_a Q$  (la recette de la vente moins le prix d'achat)

Détaillons  $\mathbf{E}[\min(Q, D)]$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\min(Q, D)] &= \mathbf{E}[\min(Q, D) | Q \leq D] P(Q \leq D) + \mathbf{E}[\min(Q, D) | Q \geq D] P(Q \geq D) \\ &= \mathbf{E}[Q | Q \leq D] P(Q \leq D) + \mathbf{E}[D | Q \geq D] P(Q \geq D) \\ &= \mathbf{E}[Q | Q \leq D] (1 - F_D(Q)) + \mathbf{E}[D | Q \geq D] F_D(Q) \\ &= Q(1 - F_D(Q)) + \mathbf{E}[D | Q \geq D] F_D(Q) \\ &= Q(1 - F_D(Q)) + \frac{\int_{-\infty}^Q x f_D(x) dx}{\int_{-\infty}^Q f_D(x) dx} F_D(Q) \\ &= Q(1 - F_D(Q)) + \int_{-\infty}^Q x f_D(x) dx \end{aligned}$$

On peut ainsi conclure par l'expression du bénéfice (3.8).

$$G = C_v \left[ Q(1 - F_D(Q)) + \int_{-\infty}^Q x f_D(x) dx \right] - C_a Q \quad (3.8)$$

Avec  $f_D$  la fonction de répartition de  $D$  et  $F_D$  la fonction de répartition cumulative de  $D$ .

Enfin, il suffit de chercher le maximum de la fonction  $G$  par la recherche de la solution de  $\frac{dG}{dQ} = 0$ , la solution qui maximise l'espérance du bénéfice est donnée dans l'équation (3.9).

$$Q_{opt} = F_D^{-1}\left(1 - \frac{C_a}{C_v}\right) \quad (3.9)$$

Une application numérique avec :  $C_a = 0.7\text{€}$ ,  $C_v = 1\text{€}$ ,  $D$  est uniforme entre 0 et 100 donne que le revendeur doit acheter 30 journaux et aura un bénéfice moyen de 4.5€. A partir de ces valeurs, une étude numérique a été réalisée permettant au travers de la figure 3.4 d'illustrer le bénéfice  $G$  en fonction du nombre de journaux acheté  $D$ .

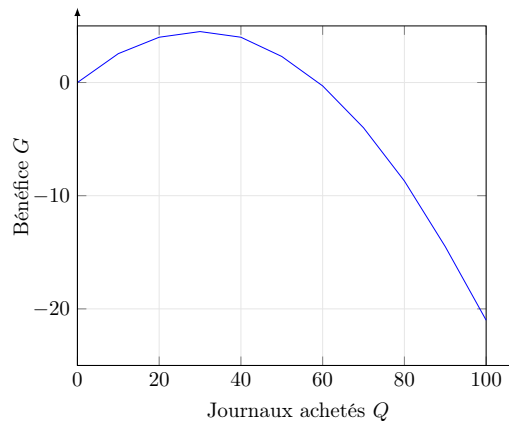


FIGURE 3.4 – Bénéfice du marchand en fonction du nombre de journaux achetés

On peut constater le maximum est réellement  $Q = 30$ , ce résultat n'a pu être obtenu que par la méthode stochastique, la méthode déterministe n'a pu fournir que le résultat  $Q = 50$  ce qui donne un bénéfice moyen de  $G = 2.3$ , bien inférieur à ce qu'a permis l'utilisation d'une méthode stochastique.

Remarque : cet exemple est résolu avec un risque neutre, une extension des problèmes d'optimisation stochastique peut considérer des risques [109–112].

Cet exemple a permis de mettre en évidence l'intérêt d'une optimisation stochastique. Nous allons voir dans le paragraphe suivant comment ces techniques peuvent être transposées au réglage de paramètres dans les réseaux.

Reprenons l'exemple de la ligne présenté dans la section 3.2.1 mais en considérant trois générateurs le long de la ligne et des charges (non représenté ni détaillé), elle est donnée dans la figure 3.5.

L'objectif de l'optimisation est de déterminer les paramètres qui répondent aux critères stochastiques :

- Minimisation de la variance de tension du bout de la ligne  $Var(\tilde{V}_3)$

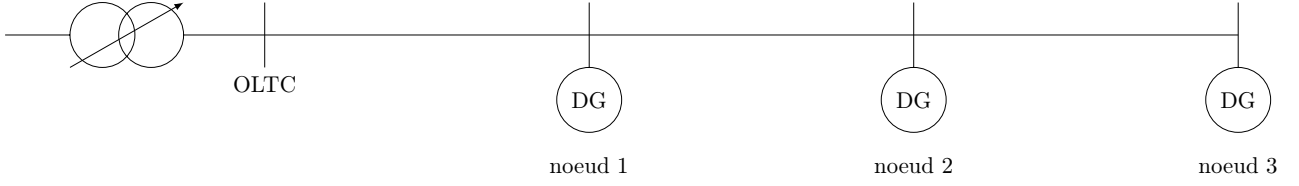


FIGURE 3.5 – Ligne illustratrice contenant trois générateurs

— Minimisation de l'espérance des efforts des générateurs  $(\frac{\tilde{Q}_i^p}{P_i^N})^2$  (la puissance  $P_i^N$  est la puissance nominale du générateur).

En complément, certaines contraintes techniques ou contractuelles doivent être respectées :

- Les niveaux de confiance  $\eta_i$  définissant la probabilité que les tensions appartiennent au domaine  $[0.95;1.05]$  pu doivent être supérieurs à 0.95.
- Les niveaux de confiance  $\lambda_i$  pour lesquels les puissances des générateurs appartiennent au domaine contractuel doivent être supérieurs à 0.95 ;

Pour répondre à ce problème, on utilisera des contrôleurs de puissance réactive du type  $Q_i^p = \beta P_i^p + Q_i^0$ . Le point de fonctionnement n'étant pas important pour montrer les principes de l'optimisation, il ne sera pas détaillé. Ce problème est volontairement simplifié afin de lui permettre d'être résolu "à la main". La fonction objectif est défini à partir de la somme pondérée de ces sous objectifs (avec  $w_1 \neq 0$  et  $w_2 \neq 0$ ), elle est donnée par l'équation (3.10) et les contraintes sont données sous forme d'équation dans (3.11). Les variables d'optimisation sont certains éléments des vecteurs  $\beta$  et  $\mathbf{Q}^0$ . On appelle  $x_\beta$ , le vecteur contenant les G variables d'optimisation du vecteur  $\beta$ . De la même manière,  $x_Q$  est le vecteur contenant les variables d'optimisation du vecteur  $\mathbf{Q}^0$ .

$$\min_{x_\beta, x_Q} w_1 Var(\tilde{V}_3) + w_2 \sum_{i=0}^n \left( \frac{E[\tilde{Q}_i^p]}{P_i^N} \right)^2 \quad (3.10)$$

$$\eta_i > 0.95 \forall \text{noeuds} \quad (3.11a)$$

$$\lambda_i > 0.95 \forall GED \quad (3.11b)$$

La mise en évidence de la recherche des paramètres optimaux est réalisée à partir de la tension au bout du départ, son modèle linéaire est donné dans l'équation (3.12). Les paramètres de ce modèle sont obtenus à partir du modèle linéaire de réseau :  $A_1 = B_1 = 0.0026$ ,  $A_2 = B_2 = 0.0058$  et  $A_3 = B_3 = 0.0078$ . Dans notre exemple, la tension de ce noeud sans la contribution des générateurs (somme de la tension du régleur en charge et des variations de tension dues aux charges) vaut  $\tilde{V}_3^0 \sim \mathcal{N}(1.0276, 0.0116^2)$ . Ainsi, l'équation du modèle de la tension  $\tilde{V}_3$  devient l'équation (3.13).

$$\tilde{V}_3 = [A_1 \quad A_2 \quad A_3] \begin{bmatrix} \tilde{P}_1^p \\ \tilde{P}_2^p \\ \tilde{P}_3^p \end{bmatrix} + [B_1 \quad B_2 \quad B_3] \begin{bmatrix} \beta_1 \tilde{P}_1^p + Q_1^0 \\ \beta_2 \tilde{P}_2^p + Q_2^0 \\ \beta_3 \tilde{P}_3^p + Q_3^0 \end{bmatrix} + \tilde{V}_3^0 \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_3 = & A_1 (1 + \beta_1) \tilde{P}_1^p + A_1 Q_1^0 \\ & + A_2 (1 + \beta_2) \tilde{P}_2^p + A_2 Q_2^0 \\ & + A_3 (1 + \beta_3) \tilde{P}_3^p + A_3 Q_3^0 \\ & + \tilde{V}_3^0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Le problème d'optimisation possède quatre sous-objectifs (une variance et trois efforts) et six variables d'optimisation, sa résolution ne nécessite pas de compromis. Les paramètres  $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  peuvent être choisis pour supprimer la variance produite par les puissances actives des producteurs, ainsi on choisira  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = -1$ . A partir de ces valeurs, les efforts des générateurs deviennent :  $\frac{E[\tilde{Q}_i^P]}{P_i^N} = \frac{-\mu_{P_i^P} + Q_i^0}{P_i^N}$ . Par conséquent, il suffira de choisir  $Q_i^0 = \mu_{P_i^P}$  afin de d'obtenir, en moyenne, un effort nul. La solution de ce problème d'optimisation est résumée dans les équations (3.14).

$$\beta_1 = -1 \quad (3.14a)$$

$$\beta_2 = -1 \quad (3.14b)$$

$$\beta_3 = -1 \quad (3.14c)$$

$$Q_1^0 = \mu_{P_1^P} \quad (3.14d)$$

$$Q_2^0 = \mu_{P_2^P} \quad (3.14e)$$

$$Q_3^0 = \mu_{P_3^P} \quad (3.14f)$$

Cette solution permet de supprimer toute la variance créée par la variabilité des productions actives. Ainsi la variance de la tension devient directement  $\tilde{V}_3^0$  et il sera impossible de la réduire davantage avec ce type de contrôleur. Une illustration de ces paramètres est donnée dans la figure 3.6. On y voit que sans production réactive, la variance des tensions commence à réellement augmenter à partir du premier générateur, alors que le paramétrage optimisé permet de supprimer ce changement de pente. Cette figure permet de confirmer que cette solution vérifie les contraintes.

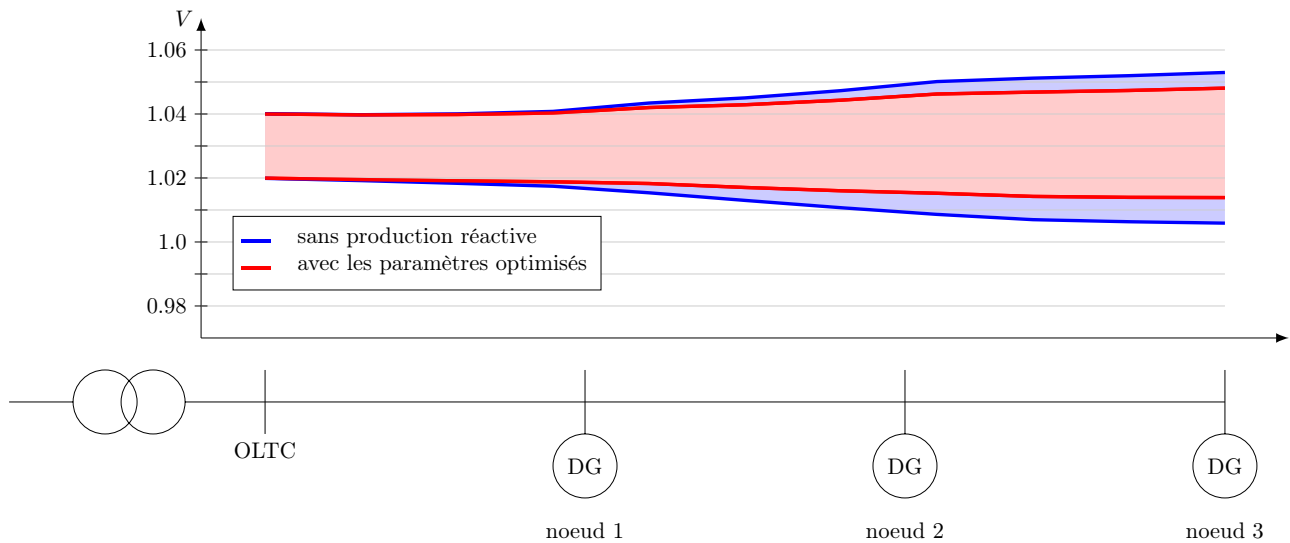


FIGURE 3.6 – Optimisation de la ligne contenant trois générateurs

Pour aller plus loin dans la réduction de la variance des tensions, il sera possible d'utiliser le contrôleur de puissance réactive linéaire avec la tension, afin de réduire les variances engendrées par les productions et les consommations. Cette capacité à réduire les variances sera cependant limitée par les capacités de production des générateurs. Dans l'exemple précédent, il a été proposé de sélectionner un  $\beta$  égal à -1, ce qui engendre potentiellement une grosse production réactive qui est limitée par  $Q^0$ .

Alors que l'optimisation déterministe produit une valeur fixe, une optimisation stochastique fournit une densité de probabilité qui donne accès à différents types de solutions selon le critère

envisagé (solution moyenne, la plus probable...). L'exemple précédent est très simple pour permettre une résolution analytique. Dans ce mémoire, d'autres propriétés stochastiques seront détaillées et permettront de définir le problème d'optimisation.

### 3.4 Définition de problème d'optimisation stochastique

Dans un premier temps, il est primordial de bien comprendre la nature d'un problème d'optimisation et l'intérêt d'optimiser de façon stochastique les réseaux de distribution. Dans la thèse, les incertitudes considérées sont celles du régulateur en charge et des prévisions des consommations et des productions.

D'abord, les données d'entrée sont stochastiques et non déterministes, c'est-à-dire qu'une valeur fixe ne suffit plus, mais elles devront être représentées par une densité de probabilité. Cette différence est fondamentale puisqu'une représentation stochastique permet de considérer un ensemble de possibilités, comme cela est illustré dans la figure 3.7.

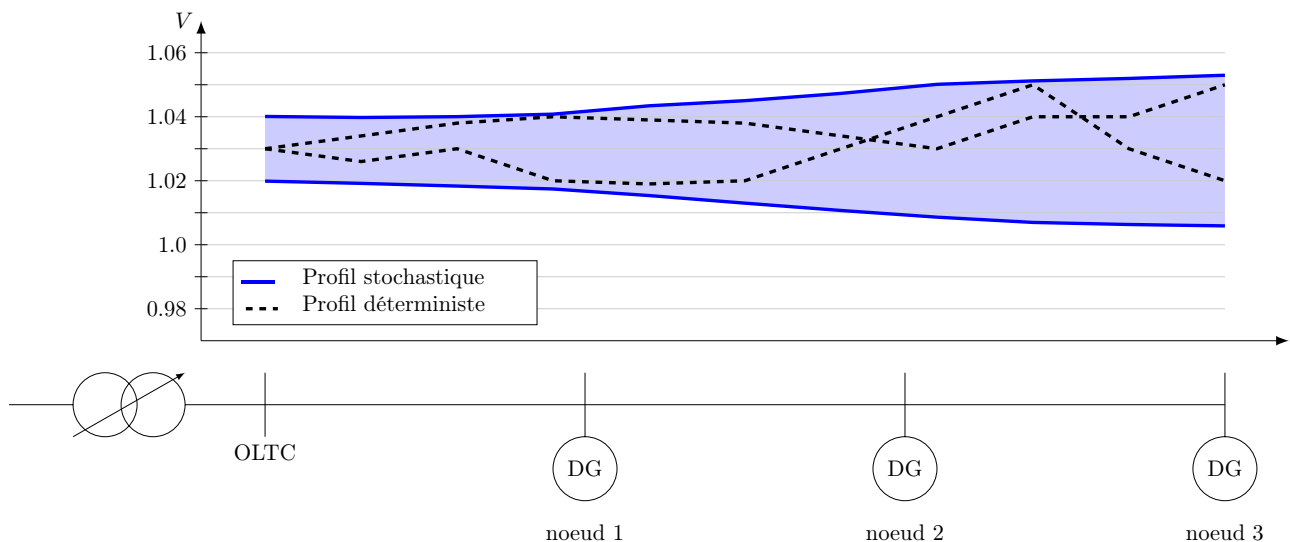


FIGURE 3.7 – Profil déterministe vs stochastique

Cette figure permet de mettre en évidence la difficulté de localisation des extrema de tension en particulier dans le cas d'un réseau contenant un grand nombre de générateurs décentralisés. En effet, les tensions maximum et minimum peuvent se trouver à n'importe quelle position du réseau. On remarquera que la représentation stochastique permet de simplifier la recherche des tensions à optimiser, puisqu'on ne parle plus de tensions maximum ou minimum mais plutôt de domaine probable de tensions.

Les problèmes stochastiques les plus courants sont la maximisation de la valeur la plus probable d'une variable stochastique (maximum expectation algorithm [113]). On peut trouver ce type de problème quand les pertes sont minimisées [114]. On trouve aussi beaucoup de travaux utilisant des optimisations robustes [115], cette solution consiste à borner les variables aléatoires et à optimiser les réseaux en utilisant ces bornes. Cependant, l'utilisation des bornes revient à réduire les variables stochastiques à deux valeurs et ne permet pas de considérer les densités de probabilité des variables aléatoires. Les problèmes d'optimisation stochastique peuvent être définis grâce à des objectifs et des contraintes utilisant des niveaux de confiance ou de risque. La figure 3.8 illustre des intervalles de confiance et de risques d'une loi Gaussienne, on y voit l'intervalle centrée à 95 %.



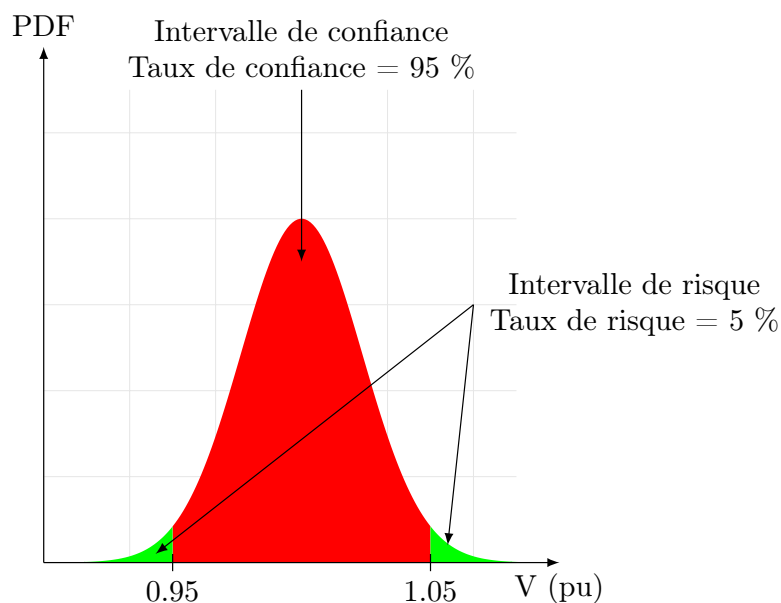


FIGURE 3.8 – Intervalles de confiance et de risque

Les références [116, 117] présentent des travaux d'optimisation de risques et de coûts. Ces documents mettent en avant le fait qu'un système électrique dimensionné pour garantir un risque uniforme est bien moins exposé à l'apparition de surcharges en cascade, le risque de réaction en chaîne étant lié à l'uniformisation des risques sur l'ensemble du système. La référence [118] utilise une définition Gaussienne des incertitudes des prévisions de production, les incertitudes des prévisions des consommations étant négligées. Dans cet article, une optimisation sous contrainte stochastique (chance constrained optimization) permet de déterminer les valeurs optimales de la puissance réactive des générateurs, de la tension de référence du régulateur en charge et de la position des gradins de condensateurs.

La représentation stochastique est par nature beaucoup plus complexe qu'une représentation déterministe. L'utilisation de densités de probabilité dans une optimisation amène de nouvelles difficultés :

- Une variable aléatoire contient beaucoup d'informations (l'intégralité de la distribution) ;
- Le travail avec des distributions est par nature complexe (il sera montré dans la section suivante qu'une simple addition de deux distributions peut nécessiter l'utilisation de produits de convolution) ;
- La quantité de calcul est plus importante que pour une optimisation déterministe (perte de la convexité du problème, augmentation de la taille du problème...).

La nature de la représentation des variables aléatoires peut modifier la complexité d'un problème stochastique et augmenter ou diminuer considérablement son temps de résolution. La figure 3.9 reporte trois méthodes permettant de représenter les variables stochastiques. La suite de ce chapitre a pour objectif de détailler les problèmes d'optimisation liés à ces familles.

En résumé, la définition de la fonction objectif et des contraintes du problème d'optimisation nécessite la connaissance de niveaux de confiance, de moments de variables aléatoires, ou au mieux des densités de probabilité. Les sous-sections suivantes ont pour but de présenter des méthodes pour représenter des variables aléatoires dans les problèmes d'optimisation stochastique.

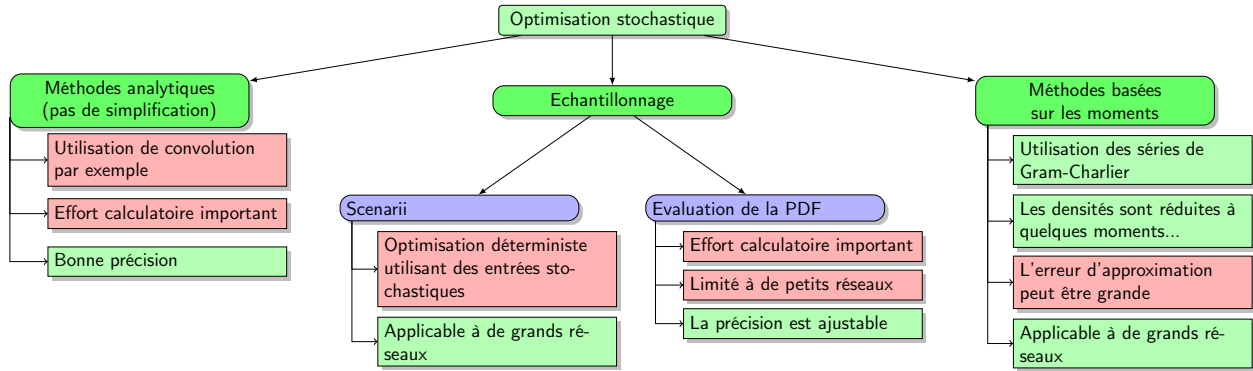


FIGURE 3.9 – Famille de méthodes d’optimisation simplifiant les variables stochastiques

### 3.4.1 Calcul analytique de densités de distribution des variables du système

Dans un premier temps, on supposera qu’on ne possède pas d’a priori sur la forme des densités de probabilité. Sous ces conditions, il est nécessaire d’utiliser des outils mathématiques évolués. Par exemple, les produits de convolution permettent de réaliser la somme de deux variables aléatoires quelconques. Voici une illustration de cet outil : Soient deux variables aléatoires  $\tilde{X}$  et  $\tilde{Y}$  indépendantes de densités  $f$  et  $g$ . La densité de la somme  $X + Y$  de densité notée  $h$  est définie par :

$$h(x) = (f * g)(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x-t)g(t)dt = \int_{\mathbb{R}} f(t)g(x-t)dt \quad (3.15)$$

Par exemple, la somme des variables aléatoires  $X = \mathcal{N}(1, 0.02^2)$  et  $Y = \mathcal{U}(-0.1; 0.1)$  est illustrée par la figure 3.10.

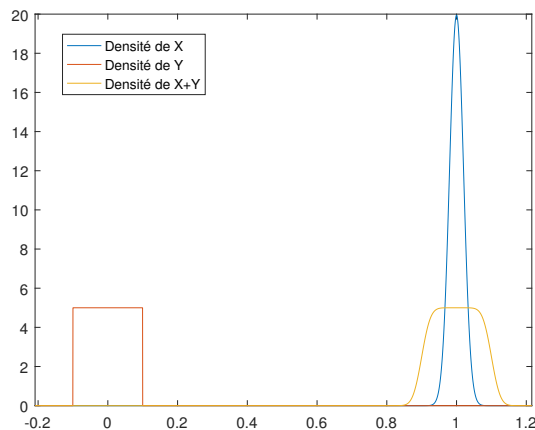


FIGURE 3.10 – Exemple de convolution entre une densité Gaussienne et une densité uniforme

La référence [6] propose d’utiliser les convolutions pour réaliser un load flow stochastique, les auteurs utilisent une représentation Gaussienne pour modéliser les consommations et les densités de distribution du vent, cependant le modèle AC power flow limite l’utilisation d’outils simples. La puissance du produit de convolution permet d’intégrer un grand nombre d’informations. La figure 3.11 fournit un exemple de densité de probabilité contenant les informations de trois prévisions (à 1 h, 5 h et 10 h). Cette modélisation complexe permet de réaliser trois résultats à partir d’une seule

modélisation et optimisation. On peut y voir qu'à 10 h, la densité est proche d'une Gaussienne. Cependant, à 1 h ou à 5 h, de nombreuses non linéarités du système impliquent que la tension est éloignée d'une Gaussienne.

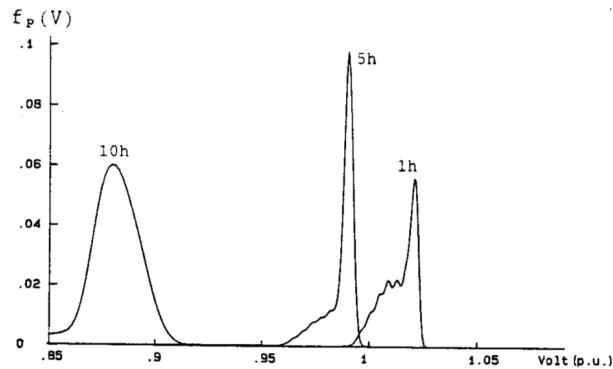


FIGURE 3.11 – Densité de probabilité d'une tension à trois horaires différents [6]

La suite de [6], la référence [119] optimise des paramètres de réseaux de distribution en utilisant le produit de convolution pour déterminer la violation des contraintes mais utilise les sensibilités pour minimiser la fonction objectif. La difficulté calculatoire qu'apporte le produit de convolution est mise en évidence.

Le papier [120] réalise une optimisation sous contrainte stochastique en utilisant le produit de convolution et la méthode de Monte-Carlo qui sera présentée dans la section suivante. Les auteurs mettent en avant les capacités de précision du produit de convolution et les performances offertes pour une activité de planification. Ce papier illustre les problèmes calculatoires du produit et les réduit en liant le produit de convolution et la méthode de Monte-Carlo. Une optimisation à deux échelons aide aussi à réduire le temps de calcul. Elle est résolue par l'utilisation d'un algorithme génétique : dans la première étape, les incertitudes sont simplifiées en lois Gaussiennes puis la seconde étape utilise les distributions réelles des productions.

Numériquement le produit de convolution est très puissant mais demande possiblement un effort calculatoire important. L'adaptation des outils mathématiques est essentiel pour répondre au problème avec la précision nécessaire et dans un temps de calcul raisonnable. Sous ces conditions, il a été choisi de ne pas utiliser les produits de convolution. La résolution du problème d'optimisation en une dizaine de minutes peut être réalisée en simplifiant la représentation des variables aléatoires. Deux techniques seront étudiées dans les sections suivantes. D'abord, il sera proposé de décomposer les variables aléatoire en un ensemble d'échantillons, puis il sera proposé de réduire les variables en quelques moments.

### 3.4.2 Optimisation stochastique basée un échantillonnage des variables aléatoires

Une simplification des densités de probabilité consiste à les échantillonner. L'échantillonnage des densités permet de convertir une densité de probabilité en un ensemble de valeurs fixes. La méthode de Monte-Carlo repose sur la loi des grands nombres (citée en annexe A), la répétition d'un grand nombre d'expériences permet d'obtenir une modélisation de plus en plus fiable de la vraie densité.

Dans la littérature, on trouve de nombreux exemples d'interprétation stochastique utilisant la méthode de Monte-Carlo [79, 121–125]. Cette méthode est simple dans le sens où elle utilise des outils déterministes et multiplie le nombre de calculs pour permettre une interprétation

stochastique. L'exemple d'algorithme de Monte-Carlo fourni dans la figure 3.12 montre l'utilisation des outils déterministes. On génère aléatoirement  $n$  scénarii vérifiant les densités des données d'entrée. Chaque scénario est traité de manière indépendante pour déterminer l'état des variables de sortie. L'ensemble des résultats est interprété comme un échantillonnage des densités des variables de sortie.

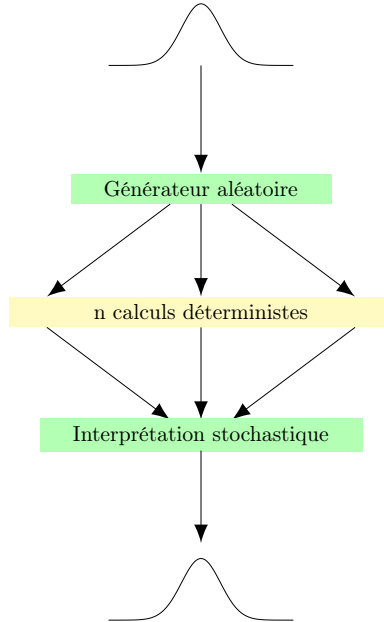


FIGURE 3.12 – Algorithme de Monte-Carlo

Cet algorithme est simple cependant il est très exigeant en temps de calcul à cause du grand nombre de scénarii à traiter. Intéressons nous à la vitesse de convergence d'une estimation par Monte-Carlo :

Soit un tirage de l'échantillon  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  de la loi  $X$ . L'image de la fonction  $f$  est l'objet de l'étude de la méthode de Monte-Carlo. L'estimateur de la moyenne empirique  $\hat{f}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i)$  est construit à partir de la loi des grands nombres, il tend vers la moyenne  $E(f(X))$ . La variance de  $f(X)$  est notée  $Var(f(X)) = \sigma_f^2$ . Par le théorème central limite, on sait que :

$$\sqrt{n} \frac{\hat{f}_n - E(f(X))}{\sigma_f} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \mathcal{N}(0,1) \quad (3.16)$$

Il est alors possible de construire des intervalles de confiance, encadrant l'erreur de l'approximation  $e_n$ . On appelle le taux de confiance à  $0 < \alpha < 1$ , l'encadrement correct à  $100 \times \alpha$  chance sur 100, il borne l'erreur par :

$$|e_n| \leq z_\alpha \frac{\sigma_f}{\sqrt{n}} \quad (3.17)$$

Les valeurs de  $z_\alpha$  sont les quantiles de la loi Gaussienne centrée. On peut donc conclure sur le fait que l'estimateur de Monte-Carlo converge avec une vitesse en  $\sqrt{n}$ . Il est parfois nécessaire de réaliser un grand nombre de calculs  $n$  afin de limiter l'erreur commise. La racine implique qu'il faut quatre fois plus de calculs afin de réduire de moitié l'erreur de l'estimateur. Une bonne modélisation stochastique nécessite l'utilisation d'un grand nombre de scénarii, ce nombre de quantification limite l'application de cette méthode en particulier pour l'optimisation d'un réseau de taille réel [125] .

Cependant, voici une liste non-exhaustive des méthodes de réduction de variance de l'estimateur de Monte-Carlo [126] :

- Utilisation de variables antithétiques ;
- Échantillonnage selon l'importance ;
- Corrélation de l'échantillonnage ;
- Utilisation de variables de contrôle ;
- Stratification de l'échantillonnage.

Ces méthodes permettent de rendre possible l'optimisation de réseaux de distribution de taille moyenne. Les papiers [127–129] échantillonnent les densités selon quelques scénarii. Le premier papier estime qu'une centaine d'échantillons aléatoires est suffisante pour estimer les densités de probabilité. Puis en les sélectionnant intelligemment, il réduit le problème en seulement 12 scénarii. Le deuxième papier traite un problème plus grand et réduit 1000 échantillons en 20 scénarii. Le papier [130] présente la méthode de réduction du nombre de scénarii. La figure 3.13 montre un exemple d'une discrétisation d'une loi Bêta en 6 niveaux au lieu de la centaine de scénarii qu'exigerait une méthode classique de Monte-Carlo.

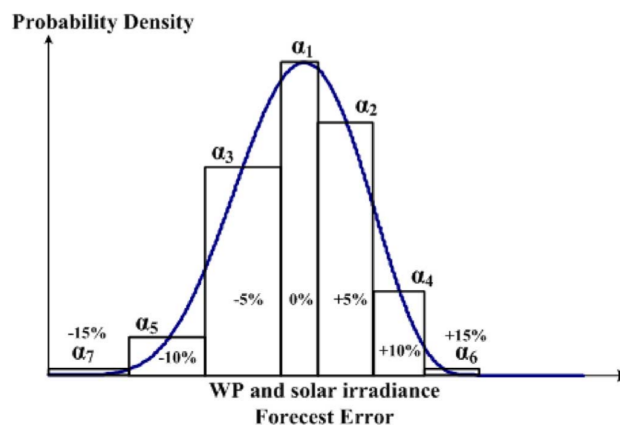


FIGURE 3.13 – Discretisation d'une densité de probabilité Bêta

Dans le cas multidimensionnel, il faut répartir les scénarii à égale distance (distance euclidienne). L'extension de cette discrétisation à deux variables aléatoires est illustrée dans la figure 3.14.

Pour résumer, on a vu que l'échantillonnage des densités de probabilité est très précis, il permet l'utilisation de densités complexes et de modèles non linéaire. Cette méthode est très bonne pour de la modélisation de réseaux sous des données d'entrée stochastiques, c'est pourquoi elle est utilisée comme algorithme de référence dans cette thèse. Cependant, son utilisation dans un processus d'optimisation reste limitée à un réseau de taille petite (ou moyenne si on utilise une méthode de réduction de la variance de l'estimateur de Monte-Carlo). Au vu des difficultés numériques qu'apporte la méthode de Monte-Carlo, il est très compliqué d'optimiser un réseau de distribution de taille réelle.

### 3.4.3 Optimisation basée sur les moments des densités de distribution

Une densité de distribution est caractérisée par une infinité de moments, l'idée de cette section est de réduire cette infinité d'informations à quelques moments. Le moment d'ordre  $r \geq 2$  de  $\tilde{X}$  est défini, s'il existe, par :

$$m_r^{\tilde{X}} = E[\tilde{X}^r] \quad (3.18)$$

Les quatre premiers moments sont remarquables :

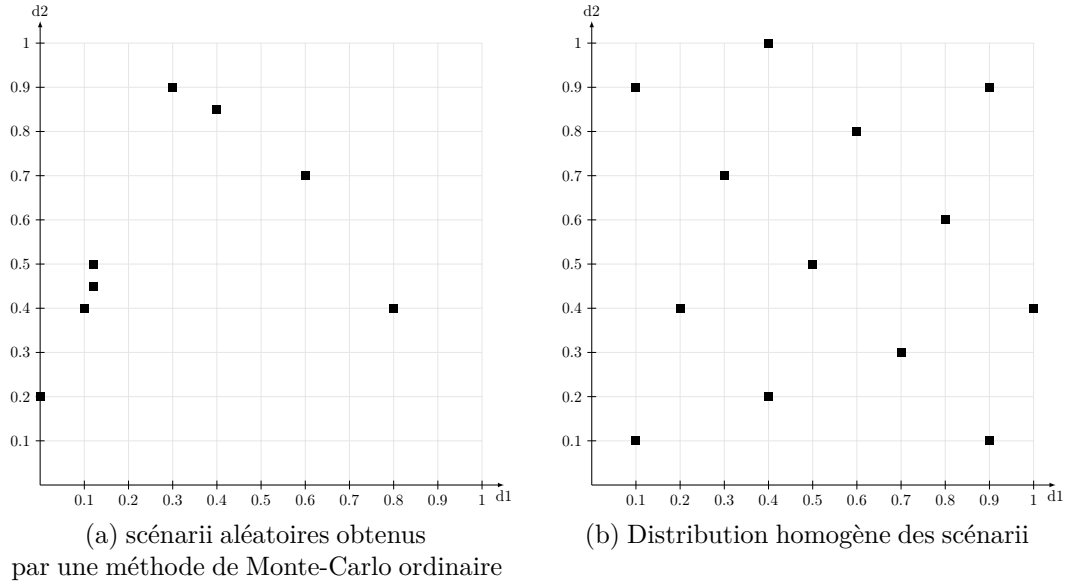


FIGURE 3.14 – Exemple de sélection des scénarii

- Le moment d'ordre 1 donne la moyenne :  $\mu = m_1$  ;
- Le moment centré d'ordre 2 donne la variance :  $Var(\tilde{X}) = E[(\tilde{X} - \mu)^2]$ , sa racine carrée est l'écart-type  $\sigma = \sqrt{Var(\tilde{X})}$
- Le moment centré réduit d'ordre 3 donne le coefficient d'asymétrie :  $\gamma_1 = E[(\frac{\tilde{X} - \mu}{\sigma})^3]$  ;
- Le moment centré réduit d'ordre 4 donne le kurtosis non normalisé :  $\gamma_2 = E[(\frac{\tilde{X} - \mu}{\sigma})^4]$  ;

Si on ne connaît pas l'expression de la variable stochastique, les moments peuvent être estimés à partir de  $n$  échantillons  $(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \dots, \tilde{X}_n)$ , l'estimateur du moment d'ordre  $r$  est donné dans l'équation (3.19).

$$\hat{m}_r^{\tilde{X}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^r \quad (3.19)$$

Les moments de la transformation affine  $\tilde{Y} = A\tilde{X} + B$  sont donnés dans l'équation (3.20).

$$m_r^{\tilde{Y}} = \sum_{i=0}^r C_r^i A^{r-i} B^i m_{r-i}^{\tilde{X}} = \sum_{i=0}^r C_r^i A^i B^{r-i} m_i^{\tilde{X}} \quad (3.20)$$

Des propriétés d'additivité de somme de variable aléatoires permettent de fournir l'expression des trois premiers moments, cependant il n'existe pas de généralisation à l'ensemble des moments.

La méthode de Monte-Carlo détaillée dans la section précédente nécessite une grande mémoire informatique car elle a besoin de stocker, pour chaque densité, l'ensemble des valeurs du domaine de définition de la densité. Le papier [131] utilise quelques moments pour réduire la quantité d'informations à enregistrer. La figure 3.15 illustre cette simplification : une densité cumulative d'une puissance dans une ligne obtenue par une méthode de Monte-Carlo est simplifiée en utilisant la méthode de Von Mises [132]. Cette méthode permet de construire des densités de probabilité à partir des premiers moments. La figure utilise les cinq, sept ou neuf premiers moments.

En plus de la méthode de Von Mises, d'autres méthodes permettent de construire des densités de probabilité à partir de quelques moments :

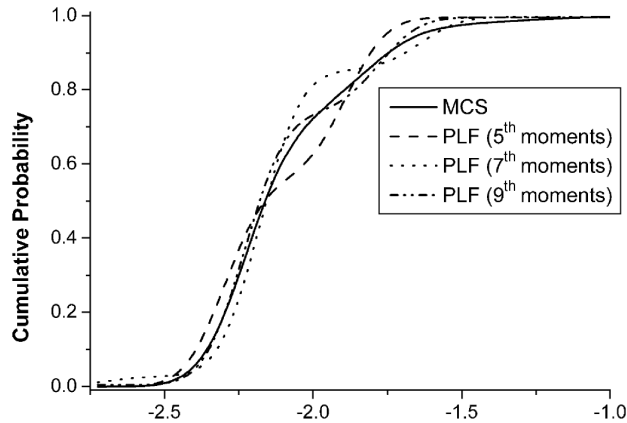


FIGURE 3.15 – Réduction d'une densité par ses premiers moments

- Le développement en série de Gram-Charlier A :  
Il permet de construire une densité de probabilité à partir des cumulants (similaire aux moments). Il est détaillé dans les papiers [133–135]. L'un des défauts de ce développement est qu'il n'est pas toujours positif alors qu'une densité est obligatoirement positive ou nulle, cette fonction n'est que donc valable que localement. On notera aussi que ce développement diverge dans de nombreux cas et n'est pas un développement asymptotique.
- Le développement en série de Edgeworth [136] :  
Ce développement est proche du précédent, cependant il utilise la densité Gaussienne standard et ses dérivées, son avantage est que sa convergence asymptotique est assurée. Il conserve cependant certains inconvénients :
  - Son intégrale n'est pas nécessairement égale à 1 ;
  - Elle peut être négative localement ;
  - Sa précision dans les lieux éloignés de sa moyenne n'est pas forcément très importante.
- Le développement de Cornish-Fisher [137] :  
Ce développement permet d'estimer la densité de probabilité cumulative et les quantiles. Ainsi, ce développement est particulièrement intéressant pour des optimisations de risque et de taux de confiance.

Les équations de ces précédents développements sont données dans l'annexe C. L'utilisation des moments permet de simplifier les densités de probabilité, ainsi il est possible d'allier une méthode de Monte-Carlo précise à une optimisation efficace. Le papier [138] est un exemple de cette simplification : la modélisation AC power flow et une méthode de Monte Carlo permettent de calculer les moyennes, variances et quelques cumulants des variables aléatoires. Grâce à cela et aux incertitudes initialement Gaussiennes du problème, l'auteur présente des résultats sur un réseau de 118 nœuds obtenus en 21 minutes. La référence [118] utilise les deux premiers moments (moyennes, l'écart-type) et reconstruit les densités en utilisant la méthode de Von Mises. L'auteur met en avant la perte de précision de cette approximation par rapport à la méthode de Monte-Carlo mais il met aussi en avant l'énorme différence en temps de calcul. On soulignera que réduire les densités aux deux premiers moments revient à supposer que les données d'entrée sont des lois Gaussiennes. Dans ce papier, la convexité de l'optimisation sous contrainte stochastique n'est pas assurée, l'optimisation est réalisée à partir d'un algorithme de recherche de groupe (dédié aux problèmes non convexes).

## 3.5 Conclusion

Les optimisations stochastiques ont été au cœur de ce chapitre, cela a permis de mettre en évidence l'intérêt de considérer des objectifs et des contraintes stochastiques. En particulier, l'optimisation de variances et de taux de confiance par exemple permet d'aller plus loin qu'une simple optimisation déterministe. En effet, une densité de probabilité apporte beaucoup plus d'informations qu'une variable déterministe. Cependant la complexité amenée par l'aspect stochastique dans les optimisations de réseaux allonge le temps de calcul et peut rendre non-convexe le problème d'optimisation. Ensuite, on a vu que de simples sommes de variables aléatoires pourraient nécessiter l'utilisation d'outils mathématiques évolués. Pour pallier ces défauts, il a été proposé d'échantillonner les densités, ce qui permet de réduire une variable aléatoire en un grand nombre de scénarii déterministes. Cependant l'application de cette simplification à des réseaux de taille réelle reste très complexe à résoudre. Enfin, la réduction des densités en quelques moments permet une plus grande simplification ce qui rendrait possible son application à des réseaux de taille réelle. Par conséquent, il sera choisi dans le chapitre suivant d'utiliser les moments pour optimiser les réseaux. On s'assurera de la convexité du problème d'optimisation afin de permettre sa résolution simple et rapide.





# Chapitre 4

## Optimisation du plan de tension d'un départ HTA

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>99</b>
<b>4.2</b>	<b>Présentation du cas d'étude utilisant un réseau réel</b>	<b>100</b>
<b>4.3</b>	<b>Formulation et analyse du problème d'optimisation</b>	<b>100</b>
4.3.1	Découplage des problèmes d'optimisation	101
4.3.2	Définition du problème d'optimisation	104
4.3.3	Etude de la convexité du problème d'optimisation proposé	105
<b>4.4</b>	<b>Application au réglage du plan de tension</b>	<b>112</b>
4.4.1	Optimisation des contrôleurs linéaires	113
4.4.2	Optimisation des contrôleurs linéaires par morceaux	117
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>128</b>

---

“ Réfléchissez constamment à la manière dont vous pourriez améliorer les choses et vous remettre en question. ”

---

Elon Musk,



## 4.1 Introduction

On rappelle que les moyens d'action des réseaux de distribution agissant sur le plan de tension sont les puissances réactives des générateurs décentralisés (les contrôleurs linéaires ou linéaires par morceaux sont paramétrables) et le régleur en charge (la tension de référence est paramétrable). Les gradins de condensateur sont positionnés au niveau des régleurs en charge, sous l'hypothèse que les régleurs ne sont pas en butée, un changement de la prise des gradins ne modifie pas les plans de tension du réseau. Cette même hypothèse permet de dire que les variations de la tension du réseau en amont des régleurs en charge n'impacte pas les plans de tension du réseau de distribution. Il est en effet souhaitable de garder une structure fixe des contrôleurs locaux bas niveau. Dans ce cas, le résultat de l'optimisation, comme indiqué en figure 4.1, consiste à déterminer un jeu de paramètres de ces contrôleurs qui permet de répondre au mieux à des spécifications réglementaires ou à des critères relatifs à l'exploitation. Des critères stochastiques dépendant directement des tensions et des efforts des générateurs seront choisis pour optimiser les paramètres.

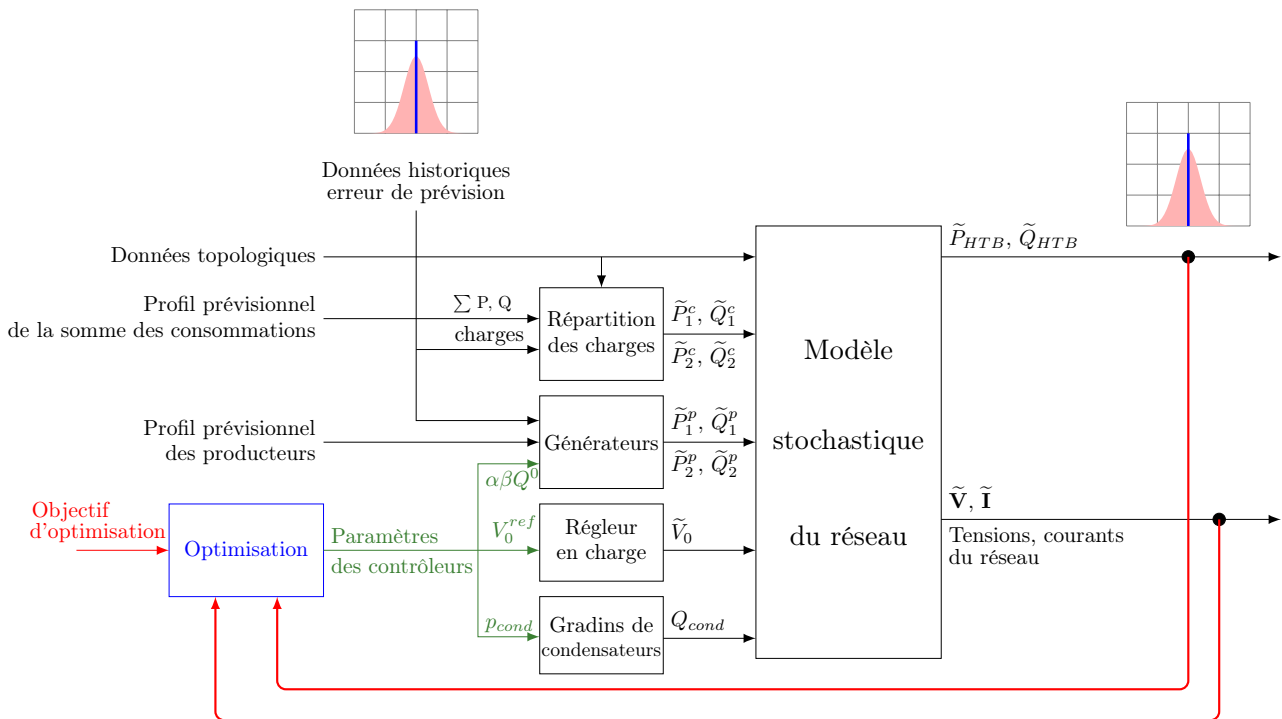


FIGURE 4.1 – Organisation des outils

Comme il a été vu au chapitre 2, ces grandeurs sont aléatoires et leurs caractéristiques stochastiques peuvent être déterminées à l'aide du modèle de réseau et les caractéristiques des entrées de ce modèle, c'est à dire des prévisions incertaines des productions et consommations (Figure 4.1). L'optimisation n'est pas réalisée à partir de l'évolution temporelle des données d'entrée, mais de leurs densités de probabilité dans un intervalle de temps fixé. Autrement dit, on ne cherche pas à modifier des paramètres en temps réel, mais à les actualiser de manière régulière, par exemple sur une base horaire. Dans ce cas, les variables stochastiques proviennent des erreurs des prévisions J-1 des consommations et des productions, et des incertitudes du régleur en charge.

On a vu dans le chapitre 3 que les optimisations stochastiques court terme de réseau sont plus performantes que les optimisations déterministes, car elles permettent d'avoir accès à des critères plus évolués. Or, comme il est indiqué dans le chapitre 2, les lois de contrôle des générateurs en particulier en départ mixte peuvent être soit linéaires, soit linéaires par morceaux ce qui rend

l'analyse stochastique plus complexe. De manière générale, le réglage des paramètres de contrôleurs doit intégrer à la fois la notion de risque de dépassement de contraintes (en tensions, courants et diagramme PQ) et des critères liés à l'exploitation du réseau (réduction des efforts des générateurs).

Ce chapitre présentera dans un premier temps le cas d'étude basée sur un réseau de distribution réel. Dans un second temps, le problème d'optimisation sera détaillé et son analyse permettra de démontrer sa convexité. Cette propriété ainsi que le découplage a priori permet son application à un réseau de taille réel. Dans un troisième temps, l'optimisation sera appliquée d'abord dans le cas de lois linéaires, puis dans le cas de lois linéaires par morceaux.

## 4.2 Présentation du cas d'étude utilisant un réseau réel

Le réseau utilisé dans le chapitre 2 sera aussi utilisé dans ce chapitre, il a été illustré dans la figure 2.20. Le tableau 4.1 donne les informations des consommations et des productions dans chaque départ. Les vingt premières lignes représentent les départs consommateur ordonnés suivant leur  $P_{max}^*$  et les sept suivantes représentent les départs mixtes du réseau.

Les transformateurs du poste source et leur régleur en charge découplent les plans de tension des différents départs. Ce phénomène sera détaillé dans la section suivante et permet d'optimiser le réseau départ par départ. Les départs qui nécessitent un contrôle du plan de tension seront appelés "départ de type 1", ces départs sont mixtes et peuvent rencontrer des problèmes de tension. La sélection de ces départs résulte d'une étude de sensibilité qui sera présentée dans la section suivante.

Le maintien du plan de tension sera détaillé sur le vingt-quatrième départ qui est entouré dans la figure 2.20 qui contient à la fois beaucoup de consommation et de production et est très sensible aux variations des taux de charge et production. Deux générateurs ont vu leurs puissances augmenter (ils sont aux nœuds 36 et 49 de la figure 4.2), cette modification pourrait demander de revoir le dimensionnement du départ mais permet de mettre plus en évidence les capacités de la méthode d'optimisation proposée. Voici quelques informations détaillant le départ 24 :

- 168 nœuds ;
- 35 charges (réparties sur 26 nœuds) ;
- Le départ fait 9.2 km de long ;
- 7 générateurs répartis (Les deux générateurs plus puissants appartiennent à ce départ) qui sont illustrés par les points verts sur la figure 4.2 ;
- la somme des puissances  $P_{max}^*$  des consommateurs est de 6.2 MW (le facteur de puissance moyen est de 0.82) ;
- la somme des puissances nominales des générateurs est de 13.6 MW ;
- les taux de charge et de production simulés sont respectivement de 50 % et 65 %.

Les taux de charges et de production ont été choisis afin de mettre en évidence les performances de l'optimisation, les valeurs choisies représentent une fin de journée d'été. Les moyennes et écarts-types des incertitudes de l'étude ont été rappelés dans le tableau 4.2.

## 4.3 Formulation et analyse du problème d'optimisation

Le réglage du plan de tension s'intéresse à l'optimisation des contrôleurs des générateurs décentralisés qui ont un impact non négligeable sur les tensions. Les départs possédant ces générateurs sont appelés "départs de type 1". La sous-section suivante permet de montrer que le problème complet peut être découplé par départ. Ainsi, le problème pourra optimiser chaque

TABLE 4.1 – Caractéristiques des départs (en kW)

Départ	Consommation $\sum P^{*max}$	Production		Type
		nb de GED	$\sum P_i^N$	
1	0	0	0	Consommateur
2	61	0	0	Consommateur
3	247	0	0	Consommateur
4	1077	0	0	Consommateur
5	1272	0	0	Consommateur
6	1307	0	0	Consommateur
7	1797	0	0	Consommateur
8	2923	0	0	Consommateur
9	3042	0	0	Consommateur
10	3106	0	0	Consommateur
11	3140	0	0	Consommateur
12	3670	0	0	Consommateur
13	3816	0	0	Consommateur
14	4135	0	0	Consommateur
15	4587	0	0	Consommateur
16	4713	0	0	Consommateur
17	4811	0	0	Consommateur
18	5563	0	0	Consommateur
19	6669	0	0	Consommateur
20	6903	0	0	Consommateur
21	3951	1	835	Mixte (type 1)
22	5376	4	2669	Mixte (type 1)
23	6054	1	500	Mixte (type 1)
<b>24</b>	<b>6195</b>	<b>7</b>	<b>13600</b>	<b>Mixte (type 1)</b>
25	2541	1	7200	Mixte
26	3513	6	4198	Mixte
27	4252	1	6480	Mixte

départ de manière indépendante. Ensuite, le problème d'optimisation permettant régler le plan de tension en ajustant les paramètres des contrôleurs sera détaillé. Enfin, son application sera réalisée sur le départ précédemment présenté.

### 4.3.1 Découplage des problèmes d'optimisation

Le problème du réglage du plan de tension doit être appliqué à un réseau de taille réelle pouvant contenir plusieurs milliers de nœuds et une centaines de variables d'optimisation. Même si une grande partie des calculs est linéaire, un problème d'optimisation non linéaire (les fonctions définissant les niveaux de confiance en fonction des variables d'optimisation sont non linéaires)

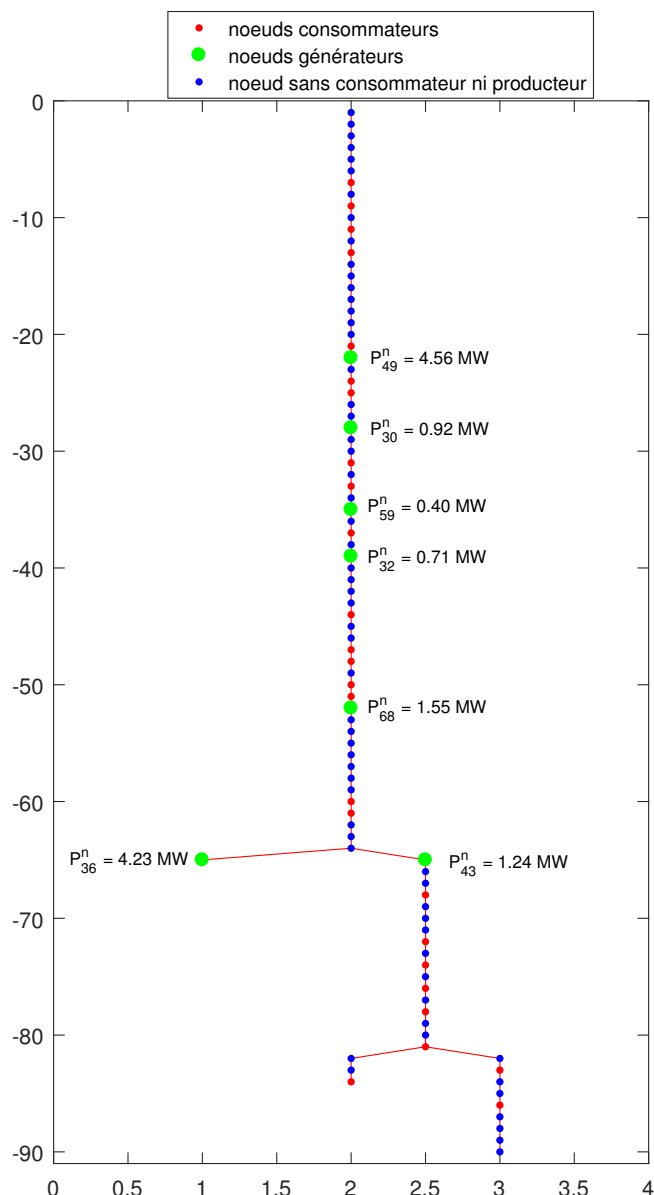


FIGURE 4.2 – Départ utilisé pour illustrer les optimisations de tension

de cette taille peut être long à résoudre.

Une façon de réduire la complexité du problème est de séparer l'optimisation globale en des petites optimisations simple. Naturellement les plans de tension de chaque départ sont découplés grâce aux régleurs en charge des transformateurs du poste source. Ils permettent d'alimenter chaque départ avec la même tension et cela indépendamment des productions ou des consommations (dans l'hypothèse où les régleurs ne sont pas en butée). La seule variable qui lie l'ensemble des départs est la tension du régulateur en charge. L'optimisation de cette variable nécessitera de considérer tous les départs du réseau.

Néanmoins, l'optimisation des paramètres des contrôleurs des générateurs décentralisés peut se réaliser par départ. Cette décomposition permet d'éviter le calcul des gradients et hessiens liant un générateur d'un départ à une tension d'un autre départ, qui sont, par nature, tous nuls. Une

Incertitude	Moyenne	Écart type
Incertitude de la prévision J-1 de la consommation globale d'un réseau ( $\frac{P_{reel} - P_{prevu}}{P_{max}^*}$ )	-0.2996 %	2.9814 %
Incertitude de la répartition de la consommation		50 %
Incertitude de la prévision J-1 de la production éolienne ( $\frac{P_{reel} - P_{prevu}}{P_{max}^*}$ )	1.7102 %	18.0990 %
Incertitude de la prévision J-1 de la production photovoltaïque ( $\frac{P_{reel} - P_{prevu}}{P_{max}^*}$ )	0.2979 %	11.5614 %
Incertitude du régleur en charge		0.005pu

TABLE 4.2 – Paramètres des données d'entrée

vision globale de l'optimisation des contrôleurs est présentée dans l'algorithme de la figure 4.3.

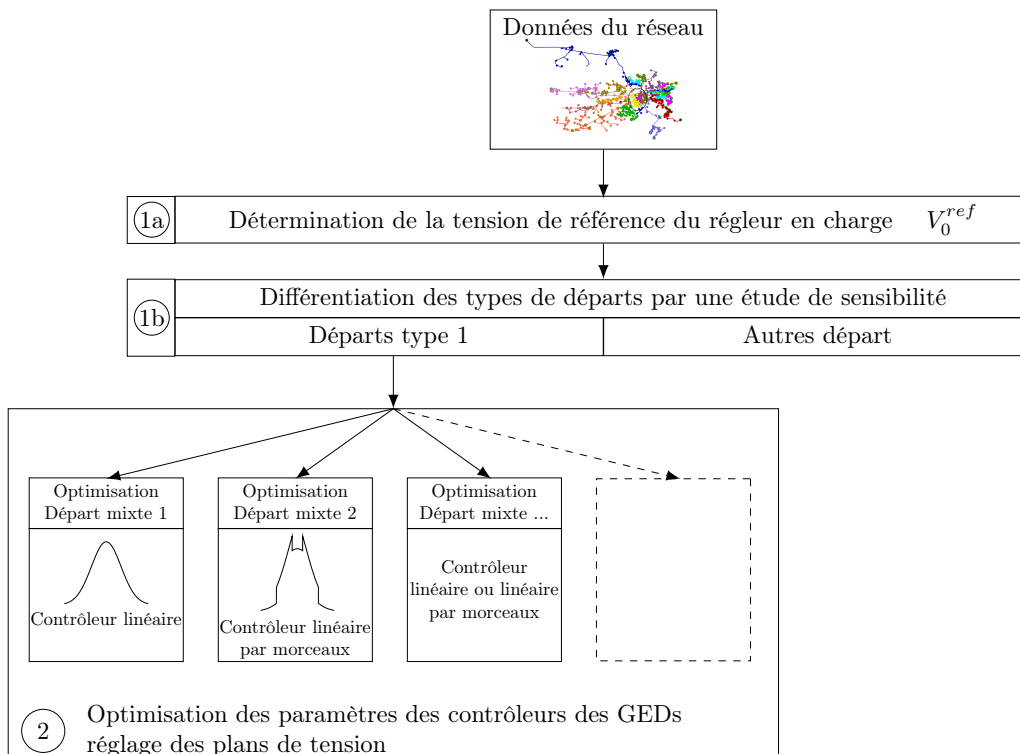


FIGURE 4.3 – Algorithme de l'optimisation

La première partie de cette optimisation consiste en une étude de sensibilité et permet de sélectionner les départs à optimiser, c'est-à-dire les départs de type 1. Elle est réalisée à partir de calculs de l'état stochastique du réseau entier. Ceux-ci utilisent les données d'entrée stochastiques du problème et des bornes des paramètres : Les puissances réactives des générateur sont bornées par  $Q_0^p = -0.35$  et  $Q_0^p = 0.4$  et la tension de référence du régleur en charge est bornée par  $V_0^{ref} = 1.02$  et  $V_0^{ref} = 1.04$  (ces bornes correspondent aux limites fixées par Enedis). A partir de cette étude, les départs ne possédant pas de problème de tension et ceux possédant des problèmes de tensions (départs de type 1) sont séparés.



La tension de référence du régulateur en charge est commune à tout le réseau, elle est choisie à partir de tout le réseau. La valeur choisie ne peut pas modifier la variance des tensions et les niveaux de confiance  $\lambda_i$ , cependant ce choix doit permettre de minimiser les efforts qui seront demandés aux générateurs. La réalité physique des réseaux et leurs dimensionnements permet de constater qu'un réseau possède rarement à la fois des problèmes de tensions hautes et des problèmes de tension basse. Ainsi, on peut fournir des règles permettant de choisir la tension de référence des régulateurs en charge : Si les départs de type 1 ne présentent que des problèmes de tensions basses, alors la tension du régulateur en charge sera choisie maximale, c'est à dire  $V_0^{ref} = 1.04$ .

Si les départs de type 1 ne présentent que des problèmes de tensions hautes, alors la tension du régulateur en charge sera choisie minimale, c'est à dire  $V_0^{ref} = 1.02$ .

Si les départs de type 1 présentent des problèmes de tensions hautes et des problèmes de tensions basses, alors ces départs seront optimisés conjointement.

Le choix de la tension du régulateur en charge pour les deux premiers cas permet de réduire les efforts des générateurs qu'exige la phase d'optimisation. Le dernier cas exige au problème d'optimisation de travailler avec une variable d'optimisation supplémentaire et une taille du problème plus importante. En effet, il n'est plus possible de travailler par départ (contenant une centaine de nœud et quelques générateurs) mais il sera nécessaire de travailler avec un réseau contenant plusieurs départs (pouvant contenir jusqu'à une vingtaine de départs, plusieurs milliers de nœuds et quelques dizaines de générateurs).

Les départs consommateurs ne possèdent pas de générateurs, leurs tensions sont uniquement pilotables par le régulateur en charge. Les départs directs et mixtes ne présentant pas de problème de tension seront utilisés pour contrôler la puissance réactive à l'interface.

Parmi les générateurs décentralisés, certains sont contrôlés par une loi linéaire et d'autres par une loi linéaire par morceaux. Les modèles sont rappelés dans les équations (4.1) et (4.2). Ces lois de contrôle sont présentes dans la réseau réel, l'ensemble des paramètres de ces lois est paramétrable. Pour ce second type de contrôleur, la première et la cinquième partie sont des saturations et la troisième partie est une bande morte ( $\alpha_i^1 = \alpha_i^3 = \alpha_i^5 = 0$ ).

$$\tilde{Q}_i^p = \alpha_i \tilde{V}_i + \beta_i \tilde{P}_i^p + Q_i^0 \quad (4.1)$$

$$\tilde{Q}_i^p = \begin{cases} \alpha_i^1 \tilde{V}_i + Q_i^{01} & \text{pour } \tilde{V}_i < \gamma_i^1 \\ \alpha_i^2 \tilde{V}_i + Q_i^{02} & \text{pour } \gamma_i^1 \leq \tilde{V}_i < \gamma_i^2 \\ \alpha_i^3 \tilde{V}_i + Q_i^{03} & \text{pour } \gamma_i^2 \leq \tilde{V}_i < \gamma_i^3 \\ \alpha_i^4 \tilde{V}_i + Q_i^{04} & \text{pour } \gamma_i^3 \leq \tilde{V}_i < \gamma_i^4 \\ \alpha_i^5 \tilde{V}_i + Q_i^{05} & \text{pour } \gamma_i^4 \leq \tilde{V}_i \end{cases} \quad (4.2)$$

### 4.3.2 Définition du problème d'optimisation

L'objectif de l'optimisation est de déterminer les paramètres qui répondent aux critères stochastiques :

- maximisation des niveaux de confiance  $\eta_i$  pour lesquels chaque tension  $V_i$  reste dans le domaine contractuel, ici  $[0.95; 1.05]$  pu. C'est-à-dire que l'on veut offrir un niveau de service maximal à l'utilisateur ;
- maximisation des niveaux de confiance  $\lambda_i$  pour lequel la puissance du générateur du nœud  $i$  reste dans les domaines PQ contractuels ;
- minimisation des variances des tensions  $Var(\tilde{V}_i)$  ;

- minimisation des efforts des générateurs  $E[\|\frac{\tilde{Q}_i^p}{P_i^N}\|]$  (la puissance  $P_i^N$  est la puissance nominale du générateur).

La maximisation des niveaux de confiance peut être mise en équation sous différentes formes (somme de tout ou partie de l'ensemble des niveaux de confiance). Il a été choisi de maximiser le niveau de confiance le plus contraignant (c'est-à-dire celui qui est le plus faible). Ce choix permet de démontrer la convexité du problème et évite qu'un niveau à une valeur faible soit masqué par un grand nombre de niveaux à une valeur importante. La somme pondérée de ces objectifs est donnée par l'équation (4.3). Les variables d'optimisation sont certains éléments des vecteurs  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\mathbf{Q}^0$  qui sont les paramètres des lois de commande linéaires des générateurs. On appelle  $x_\alpha \in \mathbb{R}^G$ , le vecteur contenant les G variables d'optimisation du vecteur  $\alpha$ . De la même manière,  $x_\beta \in \mathbb{R}^G$  et  $x_Q \in \mathbb{R}^G$  sont respectivement le vecteur contenant les G variables d'optimisation du vecteur  $\beta$  et les G variables d'optimisation du vecteur  $\mathbf{Q}^0$ .

$$\max_{x_\alpha, x_\beta, x_Q} \min_{i=0}^n (\omega_1 \eta_i) + \min_{i=0}^n (\omega_2 \lambda_i) - \sum_{i=0}^n \left( \omega_3 \frac{Var(\tilde{V}_i)}{n} \right) - \sum_{i=0}^n \left( \frac{\omega_4}{m} E[\|\frac{\tilde{Q}_i^p}{P_i^N}\|] \right) \quad (4.3)$$

avec m le nombre de générateurs

Outre les objectifs précédents, certaines contraintes techniques ou contractuelles doivent être respectées :

- les niveaux de confiance  $\lambda_i$  doivent être supérieurs à une valeur  $\lambda_s$  spécifiée ;
- les niveaux de confiance  $\delta_l$  doivent être supérieurs à une valeur  $\delta_s$  spécifiée. Ils reflètent les niveaux de confiance que le courant de la ligne ne dépasse pas leur courant maximal. Dans notre étude, cette contrainte est toujours respectée quels que soient les taux de charge et de production.

Ces contraintes sont données sous forme d'équation dans (4.4).

$$\lambda_i > \lambda_s \forall GEDs \quad (4.4a)$$

$$\delta_l > \delta_s \forall conducteurs \quad (4.4b)$$

Le choix des poids  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  et  $\omega_4$  est très important, en effet certains objectifs sont antagonistes. Par exemple, la réduction des efforts des générateurs est antagoniste avec la maximisation des niveaux de confiance  $\lambda_i$ . Les poids utilisés sont donnée dans l'équation (4.5), ils résultent d'une étude du front de Pareto qui sera présentée dans les sections suivantes

$$\omega_1 = 0.9995; \quad (4.5a)$$

$$\omega_2 = 0.9995; \quad (4.5b)$$

$$\omega_3 = 1; \quad (4.5c)$$

$$\omega_4 = 0.0005; \quad (4.5d)$$

### 4.3.3 Etude de la convexité du problème d'optimisation proposé

La convexité est une propriété importante d'un problème d'optimisation, qui permet de garantir qu'il existe un unique minimum de la fonction objectif et que les contraintes définissent un

ensemble admissible convexe [100]. Cette propriété permet de simplifier la résolution du problème puisqu'il suffit de trouver un minimum pour trouver la solution globale du problème. Cette section a pour objectif de montrer que le problème d'optimisation défini dans la section précédente est convexe. Analytiquement, il sera montré que la recherche d'un maximum d'un niveau de confiance peut se ramener à un sous-ensemble de problème convexe. Puis, numériquement, il sera montré que le problème d'optimisation défini dans la section précédente est convexe. Cette première démonstration analytique est décomposée en quelques étapes :

- démontrer que les tensions sont modélisées par une équation linéaire des variables d'optimisation ;
- démontrer qu'une optimisation maximisant un niveau de confiance est équivalent à un problème fractionnaire généralisé ;
- démontrer qu'un problème fractionnaire généralisé peut être résolu par un ensemble de sous-problèmes convexes.

Dans un premier temps, on rappelle que le modèle des tensions de réseau tel qu'il a été proposé dans le chapitre 2 ( $\widetilde{\mathbf{V}} = \mathbf{A}\widetilde{\mathbf{P}} + \mathbf{B}\widetilde{\mathbf{Q}} + \mathbb{1}\widetilde{V}_0$ ) est linéaire. Les puissances réactives des générateurs sont des lois linéaires paramétrables avec les mesures locales de tension et de puissance active ( $\widetilde{\mathbf{Q}}^p = \boldsymbol{\alpha}\widetilde{\mathbf{V}} + \boldsymbol{\beta}\widetilde{\mathbf{P}}^p + \mathbf{Q}^0$ ). Le modèle global de la tension est donné dans l'équation (4.6).

$$(\mathbb{I} - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})\widetilde{\mathbf{V}} = \mathbf{A}\widetilde{\mathbf{P}} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha}\widetilde{\mathbf{V}} + \boldsymbol{\beta}\widetilde{\mathbf{P}}^p + \mathbf{Q}^0 + \widetilde{\mathbf{Q}}^1) + \mathbb{1}\widetilde{V}_0 \quad (4.6)$$

L'expression de  $\widetilde{\mathbf{V}}$  nécessite d'inverser la matrice  $(\mathbb{I} - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})$  ce qui supprime la linéarité du modèle. Le lemme 1 propose d'utiliser un développement limité de cette inversion et néglige un produit des paramètres afin de rendre le modèle de la tension sous une forme linéaire avec les variables d'optimisation.

### Lemme 1

Si  $\|\mathbf{B}\| \ll 1$  (norme 2 de Schatten), alors le modèle des tensions peut être simplifié en une fonction linéaire avec les paramètres de contrôle  $\boldsymbol{\alpha}$ ,  $\mathbf{Q}^0$ , le modèle est donné dans l'équation (4.7).

$$\widetilde{\mathbf{V}} = \mathbf{A}\widetilde{\mathbf{P}} + \mathbf{B}\widetilde{\mathbf{Q}}^c + \mathbb{1}\widetilde{V}_0 + \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}\widetilde{\mathbf{P}} + \mathbf{B}\boldsymbol{\beta}\widetilde{\mathbf{P}}^p + \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}\mathbb{1}\widetilde{V}_0 + \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}\widetilde{\mathbf{B}}\widetilde{\mathbf{Q}}^1 + \mathbf{B}\mathbf{Q}^0 \quad (4.7)$$

### Preuve

Le développement limité de  $\frac{1}{1-u}$  quand  $u$  est très petit devant 1 permet de linéariser l'inversion de la matrice :

$$(\mathbb{I} - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})^{-1} \approx \mathbb{I} + \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} \quad (4.8)$$

Cette approximation n'est valable que si  $\|\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}\| < 1$ . Or les valeurs de  $\boldsymbol{\alpha}$  sont de quelques unités au maximum et la norme de  $\mathbf{B}$  vaut typiquement quelques dixièmes par unité. Dans le cas de l'application sur le réseau de distribution réel de la section suivante,  $\|\mathbf{B}\| = 0.13$ . Enfin, l'utilisation de cette approximation permet d'obtenir le modèle de tension (4.9).

$$\widetilde{\mathbf{V}} = (\mathbb{I} + \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})\mathbf{A}\widetilde{\mathbf{P}} + (\mathbb{I} + \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})\mathbf{B}(\widetilde{\mathbf{Q}}^c + \mathbf{Q}^0) + (\mathbb{I} + \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})\mathbb{1}\widetilde{V}_0 \quad (4.9)$$

Une deuxième simplification est la négligence des produits  $\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}\mathbf{B}\mathbf{Q}^0$  et  $\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}\mathbf{B}\boldsymbol{\beta}\widetilde{\mathbf{P}}^p$ , elle provient du fait que  $\|\mathbf{B}\| \ll 1$  et donc que son carré est négligeable devant les autres parties de  $\widetilde{\mathbf{V}}$

□

La fonction objectif considérée dans un premier temps est la maximisation de tous les niveaux de confiance que la tension  $(\widetilde{V}_i)_{i=1..n}$  appartienne au domaine  $[V_{min}; V_{max}]$  ( $\forall i = 1 \dots n$ ), cette

fonction objectif est donnée dans l'équation (4.10). Les variables d'optimisation sont les vecteurs  $x_\alpha \in \mathbb{R}^G$  et  $x_Q \in \mathbb{R}^G$ .

$$\max_{x_\alpha, x_Q} \{p \setminus \forall i = 1 \dots n, \mathbb{P}(V_{min} \leq \widetilde{V}_i \leq V_{max}) \geq p\} \quad (4.10)$$

Alternativement, cette maximisation est équivalente à minimiser le risque de surtensions ou sous-tensions de la fonction objectif (4.11).

$$\min_{x_\alpha, x_Q} \{1 - p \setminus \forall i = 1 \dots n, \mathbb{P}(V_{min} \leq \widetilde{V}_i \leq V_{max}) \geq p\} \quad (4.11)$$

Dans la littérature, on considère le plus souvent des inégalités probabilistes et rarement des niveaux de confiance comme fonction objectif. Dans des cas spécifiques, il est possible de montrer la convexité des problèmes d'optimisation qui intègrent des contraintes aléatoires ou de proposer des méthodes de résolution assurant une convergence vers un optimum global [139, 140]. Cependant, il est difficile de gérer les problèmes max-p lorsque des variables aléatoires (même Gaussiennes) et de décision (contrôle) ne peuvent pas être découplées (ce qui est le cas dans le modèle 4.7).

Dans la littérature, il a été montré que, sous des hypothèses de distribution Gaussienne, un problème max-p peut être refondu dans un problème de programmation fractionnaire généralisé [141, 142].

### **Théorème 2** ([142])

*Si  $c$  est une loi Gaussienne multidimensionnelle de moyenne  $\bar{c}$  et de matrice de covariance  $\mathcal{V}$  alors la solution du problème (4.12) où l'ensemble  $S$  est régulier (i.e. non-vide et borné) et ne contient pas l'origine est donnée par la solution du problème de programmation fractionnaire (4.13).*

$$\max_{x \in S} \mathbb{P}(c^T x \geq M) \quad (4.12)$$

$$\max_{x \in S} \frac{-M + \bar{c}^T x}{\sqrt{x^T \mathcal{V} x}} \quad (4.13)$$

### **Preuve**

$$\max_{x \in S} \mathbb{P}(c^T x \geq M) \iff \max_{x \in S} \mathbb{P}\left(\frac{c^T x - \bar{c}^T x}{\sqrt{x^T \mathcal{V} x}} \geq \frac{M - \bar{c}^T x}{\sqrt{x^T \mathcal{V} x}}\right)$$

Grâce à cette mise à l'échelle, la variable aléatoire  $\frac{c^T x - \bar{c}^T x}{\sqrt{x^T \mathcal{V} x}}$  suit la Gaussienne standard  $\mathcal{N}(0, 1)$ , on pourra ainsi utiliser  $x \mapsto \Phi(x)$  (2.2) la fonction de répartition de cette loi. Cette démonstration utilise le fait que cette fonction de répartition est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ . Ainsi, le problème devient :

$$\begin{aligned} \max_{x \in S} \mathbb{P}(c^T x \geq M) &\iff \max_{x \in S} 1 - \Phi\left(\frac{\bar{c}^T x - M}{\sqrt{x^T \mathcal{V} x}}\right) \\ &\iff \min_{x \in S} \Phi\left(\frac{\bar{c}^T x - M}{\sqrt{x^T \mathcal{V} x}}\right) \\ &\iff \max_{x \in S} \frac{\bar{c}^T x - M}{\sqrt{x^T \mathcal{V} x}} \end{aligned}$$

□

Les problèmes de programmation fractionnaire consistent en la recherche de l'extremum du quotient entre les fonctions  $x \mapsto f(x)$ . Dans le cas où on souhaite obtenir la borne inférieure du maximum d'un ensemble de fractions, on parlera de problème de programmation fractionnaire généralisé [143], un exemple est donné dans l'équation (4.14).

$$\inf_{x \in S} \left\{ \max_{i=1 \dots m} \frac{f_i(x)}{g_i(x)} \right\} \quad (4.14)$$

Dans lequel  $S$  est un sous-ensemble non nul de  $\mathbb{R}^n$ , les fonctions  $f_i$  et  $g_i$  sont continues et  $g_i(x) > 0$  pour tout  $x \in S$ ,  $1 \leq i \leq m$ .

Une première conclusion importante de cette section est qu'un problème de maximisation de  $p$  quand  $p$  est la borne inférieure d'un ensemble de niveau de confiance est équivalent à un problème de programmation fractionnaire généralisé. Pour cela on fera l'hypothèse qu'un départ ne peut pas avoir en même temps des problèmes de tensions basses et des problèmes de tensions hautes. On pourra ainsi utiliser naturellement le théorème 2 qui, je pense, ne peut pas être étendu à la maximisation d'un niveau de confiance borné entre deux valeurs finies. La proposition qui suit utilisera la borne basse du problème (4.10), ce qui permet de garder une cohérence avec le théorème.

## Proposition 2

*Pour un départ possédant des problèmes de tensions basses, le problème de maximisation du minimum des niveaux de confiance que les tensions  $(\widetilde{V}_i)_{i=1..n}$  soient supérieures à  $V_{min}$  (4.15) est équivalent au problème de programmation fractionnaire généralisé (4.16).*

$$\max_{x_\alpha, x_Q} \{p \setminus \forall i=1 \dots n, \mathbb{P}(\widetilde{V}_i \geq V_{min}) \geq p\} \quad (4.15)$$

$$\max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{\mu_{\widetilde{V}_i}(x) - V_{min}}{\sigma_{\widetilde{V}_i}(x)} \right\} \right\} \quad (4.16)$$

*De manière similaire, pour un départ possédant des problèmes de tensions hautes, le problème de maximisation du minimum des niveaux de confiance que les tensions  $(\widetilde{V}_i)_{i=1..n}$  soient inférieurs à  $V_{max}$  (4.17) est équivalent au problème de programmation fractionnaire généralisé (4.18).*

$$\max_{x_\alpha, x_Q} \{p \setminus \forall i=1 \dots n, \mathbb{P}(\widetilde{V}_i \leq V_{max}) \geq p\} \quad (4.17)$$

$$\max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{V_{max} - \mu_{\widetilde{V}_i}(x)}{\sigma_{\widetilde{V}_i}(x)} \right\} \right\} \quad (4.18)$$

## Preuve

*En utilisant la méthodologie de la preuve du théorème et l'hypothèse Gaussienne, on peut montrer les équivalents suivants :*

$$\begin{aligned}
\max_{x_\alpha, x_Q} \{p \mid \forall i=1 \dots n, \mathbb{P}(\tilde{V}_i \geq V_{min}) \geq p\} &\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \mathbb{P}(\tilde{V}_i \geq V_{min}) \right\} \right\} \\
&\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \mathbb{P}\left(\frac{\tilde{V}_i - \mu_{\tilde{V}_i}}{\sigma_{\tilde{V}_i}} \geq \frac{V_{min} - \mu_{\tilde{V}_i}}{\sigma_{\tilde{V}_i}}\right) \right\} \right\} \\
&\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{V_{min} - \mu_{\tilde{V}_i}}{\sigma_{\tilde{V}_i}}\right) \right\} \right\} \\
&\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ -\Phi\left(\frac{V_{min} - \mu_{\tilde{V}_i}}{\sigma_{\tilde{V}_i}}\right) \right\} \right\} \\
&\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \Phi\left(\frac{V_{min} - \mu_{\tilde{V}_i}}{\sigma_{\tilde{V}_i}}\right) \right\} \right\} \\
&\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{V_{min} - \mu_{\tilde{V}_i}}{\sigma_{\tilde{V}_i}} \right\} \right\} \\
&\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{\mu_{\tilde{V}_i} - V_{min}}{\sigma_{\tilde{V}_i}} \right\} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\max_{x_\alpha, x_Q} \{p \mid \forall i=1 \dots n, \mathbb{P}(\tilde{V}_i \leq V_{max}) \geq p\} &\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \mathbb{P}(\tilde{V}_i \leq V_{max}) \right\} \right\} \\
&\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \mathbb{P}\left(\frac{\tilde{V}_i - \mu_{\tilde{V}_i}}{\sigma_{\tilde{V}_i}} \leq \frac{V_{max} - \mu_{\tilde{V}_i}}{\sigma_{\tilde{V}_i}}\right) \right\} \right\} \\
&\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \Phi\left(\frac{V_{max} - \mu_{\tilde{V}_i}}{\sigma_{\tilde{V}_i}}\right) \right\} \right\} \\
&\iff \max_{x_\alpha, x_Q} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{V_{max} - \mu_{\tilde{V}_i}}{\sigma_{\tilde{V}_i}} \right\} \right\}
\end{aligned}$$

□

Cette proposition a montrer que le problème est équivalent à un maximin, on notera qu'il est possible de montrer que ce problème est équivalent à un problème de minimax en travaillant avec les risques et non les niveaux de confiance comme il a été expliqué par l'équation (4.11). On pourra ainsi utiliser les théorèmes classiques des programmation fractionnaire généralisée. Il existe un certain nombre de méthodes pour résoudre des problèmes de programmation fractionnaire généralisée, on trouve par exemple :

- méthode du point intérieur [144];
- méthode des centres [145];
- algorithme par séparation et évaluation [146].

Cependant, la procédure standard est un algorithme de type Newton appelé procédure de Dinkelbach qui a été généralisée à plusieurs fractions dans [141]. Lorsque le numérateur est convexe et que le dénominateur est concave, le problème est plus facile à résoudre, même si,

indépendamment de la concavité et de la convexité de  $f_i, g_i$ , la fonction objectif du programme fractionnaire généralisé (4.14) est, en général, ni concave ni convexe.

Rechercher la solution du problème d'optimisation revient à trouver  $\lambda$  tel que  $F(\lambda) = 0$  où :

$$F(\lambda) = \inf_{x \in S} \left\{ \max_{1 \leq i \leq n} (f_i(x) - \lambda g_i(x)) \right\} \quad (4.19)$$

La procédure de Dinkelbach repose sur le fait que  $f_i(x) - \lambda g_i(x)$  est affine en  $\lambda$  et donc que  $F(\lambda)$  est concave en  $\lambda$ . La méthode de Newton est explicitée dans la procédure 1 :

### Procédure 1

*Étape 1 : initialisation de  $\lambda_1 = \max_{1 \leq i \leq n} (f_i(x^0)/g_i(x^0)), x^0 \in X, k = 1$  ;*

*Étape 2 : détermination d'une solution optimale  $x^k$  de  $\mathcal{P}_k$  :  $F(\lambda_k) = \inf_{x \in S} \{ \max_{1 \leq i \leq n} (f_i(x) - \lambda_k g_i(x)) \}$  ;*

*Étape 3 : si  $F(\lambda_k) = 0, x^k, \lambda^k$  est la solution optimale alors STOP ;*

*Étape 4 : sinon  $\lambda_{k+1} = \max_{1 \leq i \leq n} (f(x^k)/g(x^k)), k \leftarrow k + 1$  ; revenir à l'étape 2.*

La convergence de l'algorithme avec le problème fractionnaire généralisé a été prouvée dans la littérature sous des hypothèses faibles :

### Théorème 3 ([141])

*Si  $S$  est compact, la séquence  $\lambda_k$ , si elle n'est pas finie, converge linéairement vers la valeur optimale, et chaque sous-séquence de  $x^k$  converge vers une solution optimale du problème fractionnaire généralisé.*

Par conséquent, la procédure de Dinkelbach est un algorithme efficace à condition que le sous-problème  $\mathcal{P}_k$ , qui doit être pris en compte à chaque étape, puisse être résolu suffisamment rapidement. Ainsi, intéressons nous à la convexité du sous problème  $\mathcal{P}_k$ .

### Proposition 3

*Le sous problème  $\mathcal{P}_k$  :  $F(\lambda_k) = \min_{\mathbf{x}^\alpha, \mathbf{x}^\beta, \mathbf{x}^\mathcal{Q}} \left\{ \max_{i=1 \dots n} ((\mu_{\tilde{V}_i} - V_{max}) - \lambda_k \sigma_{\tilde{V}_i}) \right\}$  est convexe.*

### Preuve

$\sigma_{\tilde{V}_i}^2$  est une norme en  $\sqrt{x^T \Sigma x}$  qui est convexe [147].  $(\mu_{\tilde{V}_i} - V_{max})$  est affine.  $\lambda_{k+1} := \max_{i=1 \dots n} \left( \frac{\mu_{\tilde{V}_i} - V_{max}}{\sigma_{\tilde{V}_i}} \right)$  est négatif, alors  $(\mu_{\tilde{V}_i} - V_{max}) - \lambda_k \sigma_{\tilde{V}_i}$  est convexe. De plus, le maximum d'un ensemble de fonctions convexes est convexe, donc le sous problème  $\mathcal{P}_k$  est convexe.

□

Maintenant qu'on a montré que le sous problème est convexe et que la procédure 1 converge, on peut conclure sur le fait que le problème complet est simple à résoudre. La procédure 2 résume l'algorithme qui résout le problème de confiance optimal :

### Procédure 2

*Étape 1 : calculer les moyennes de tension et les écarts types avec le modèle linéaire (4.7) et initialiser la procédure de Dinkelbach ;*

*Étape 2 : suivre les étapes de la procédure 1 et résoudre le sous problème  $\mathcal{P}_k$  avec une méthode dédiée aux problèmes convexes. Dans notre travail, une méthode du point intérieur a été utilisée (elle est naturellement implantée dans Matlab).*

Ce précédent travail a permis de montrer que la fonction d'optimisation utilisant des niveaux de confiance est convexe. L'optimisation de niveaux de confiance n'est qu'une partie de la fonction complète définie dans (4.3). L'étude analytique de la convexité du problème entier est trop complexe. Cependant une étude numérique de la fonction complète a été réalisée à partir de l'application de la section précédente. A partir d'un point initial aléatoirement choisi dans le domaine admissible, le problème a été résolu par la méthode du point intérieur [148]. Cependant cette routine d'optimisation ne garantit un résultat optimal que pour des problèmes convexes. L'arrêt de cette routine arrive quand la différence entre deux évaluations de la fonction objectif est inférieure à une tolérance fixée. Cette routine permet de faire converger 1000 essais vers un seul et même point. La figure 4.4 présente l'histogramme de ces résultats pour une tolérance de la fonction d'optimisation de  $10^{-2}$ . Le résultat le plus probable est de 0.9005 et l'intégralité des résultats est incluse dans le domaine valide par rapport au critère d'arrêt  $[0.9005 - 0.5 \times 10^{-2}; 0.9005 + 0.5 \times 10^{-2}]$ . On pourra aussi souligner la rapidité de la recherche puisqu'une dizaine d'itérations suffit pour atteindre le critère d'arrêt de l'optimisation.

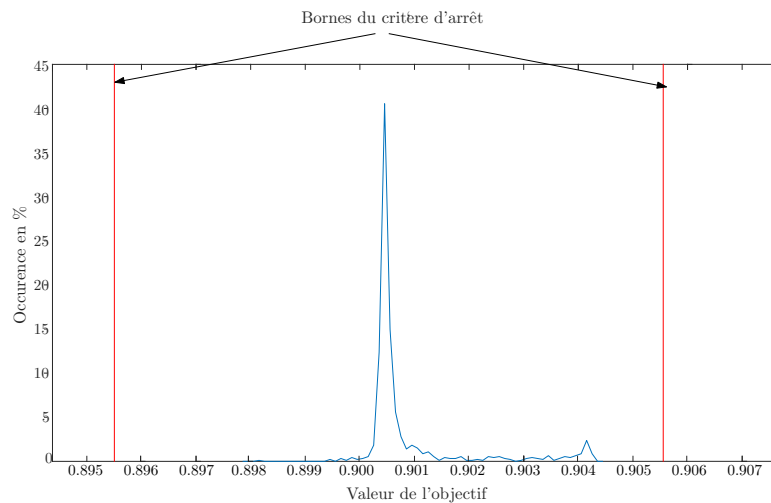


FIGURE 4.4 – Histogramme des résultats de l'optimisation

Ces études se sont concentrées sur l'optimisation des tensions, on pourra montrer que l'optimisation des puissances suit les mêmes propriétés (en supposant que le numéro de la prise est une variable continue). En dépit des simplifications effectuées, l'étude numérique montre que la fonction d'optimisation est effectivement convexe. Enfin, il faut montrer que les contraintes créent un domaine admissible convexe. D'abord, on peut remarquer que les contraintes créées à partir des niveaux de confiance liés aux courants dans les lignes ne sont que rarement voire jamais limitantes puisque les sections des conducteurs ont été choisies pour éviter une surintensité. Enfin, on peut montrer que les dernières contraintes créées à partir des niveaux de confiance des puissances des producteurs forment un domaine convexe. Une illustration numérique utilisant les valeurs numériques de l'exemple de la section 3.3 est donnée dans les figures suivantes. La figure 4.5 fournit le niveau de confiance  $\lambda$  que les puissances PQ du générateur du nœud 3 appartiennent au domaine contractuel en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$ . La figure 4.6 fournit le contour du domaine dans lequel la contrainte est vérifiée; on peut constater que ce domaine est convexe.

En résumé, cette section a permis de démontrer qu'un problème d'optimisation basée sur la maximisation de niveaux de confiance est équivalent à la résolution d'un ensemble de sous-problèmes convexes. Il a aussi été montré numériquement la convexité de la fonction d'optimisation et du domaine admissible créé par les contraintes du problème. Ainsi, le problème peut donc être résolu rapidement par un algorithme réservé aux optimisations convexes. Cette



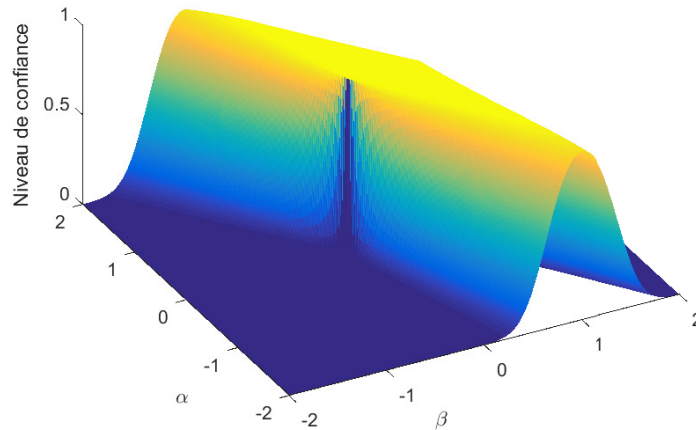


FIGURE 4.5 – Exemple de niveau de confiance  $\lambda$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$

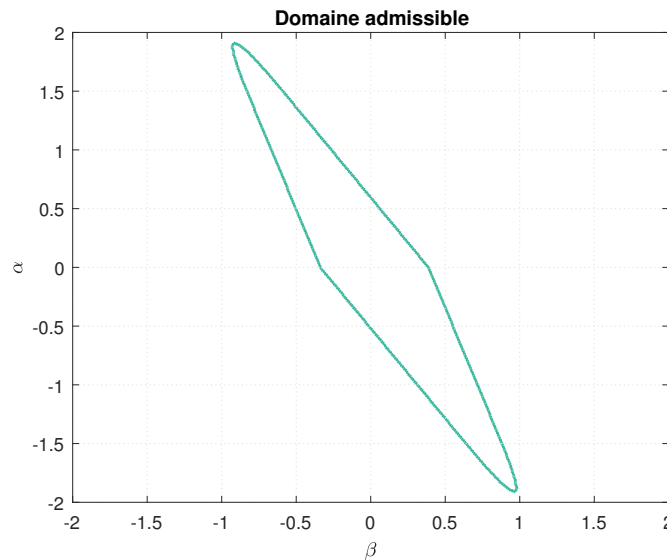


FIGURE 4.6 – Domaine admissible créé par les contraintes

caractéristique assure la convergence vers la solution globale.

## 4.4 Application au réglage du plan de tension

Dans cette section le problème d'optimisation défini précédemment (la fonction objectif a été définie dans l'équation (4.3) et les contraintes dans (4.4)) est appliqué au cas d'étude qui a été choisi afin de mettre en évidence les qualités de la méthode. Dans un premier temps, celle-ci permet d'optimiser le départ quand tous les contrôleurs sont pilotés par une loi linéaire. Les résultats de cette optimisation mettent en avant la réduction des efforts des générateurs. Dans un second temps, un contrôleur sera modifié pour être piloté par une loi linéaire par morceaux.

### 4.4.1 Optimisation des contrôleurs linéaires

Dans un premier temps, voici les cas de référence utilisés pour comparer les résultats :

- Sans puissance réactive  
Toutes les puissances réactives des producteurs sont nulles,  $Q^p = 0$ . Ainsi, les efforts des générateurs sont nuls.
- $\tan(\phi) = -0.35$   
Toutes les puissances réactives des producteurs utilisent la tangente maximale (dans le négatif)  $Q^p = -0.35P^p$ . Cette solution utilise la valeur maximale de  $\beta$  (quand  $\alpha = 0$  et  $Q^0 = 0$ ) ce qui permet de réduire au maximum les variances des tensions provenant de la variance des productions actives (cela a été expliqué dans l'exemple de la section 3.3).
- Maximum de puissance réactive  
Toutes les productions de puissances réactives des producteurs sont maximales  $Q^p = -0.35 pu$ . Dans ce cas, les efforts des générateurs sont maximaux ce qui permet de réduire au maximum la moyenne des tensions.

Le cas d'étude utilisé dans l'optimisation permet de mettre en évidence l'intérêt de l'optimisation. Il permet de montrer que les solutions extrêmes données dans les cas de référence sont soit insuffisantes soit suffisantes mais demandent un gros effort des actionneurs. La figure 4.7 présente les intervalles de confiance à 95 % des tensions pour les cas sans puissance réactive,  $\tan(\phi) = -0.35$ , maximum de puissance réactive et avec les paramètres optimisés.

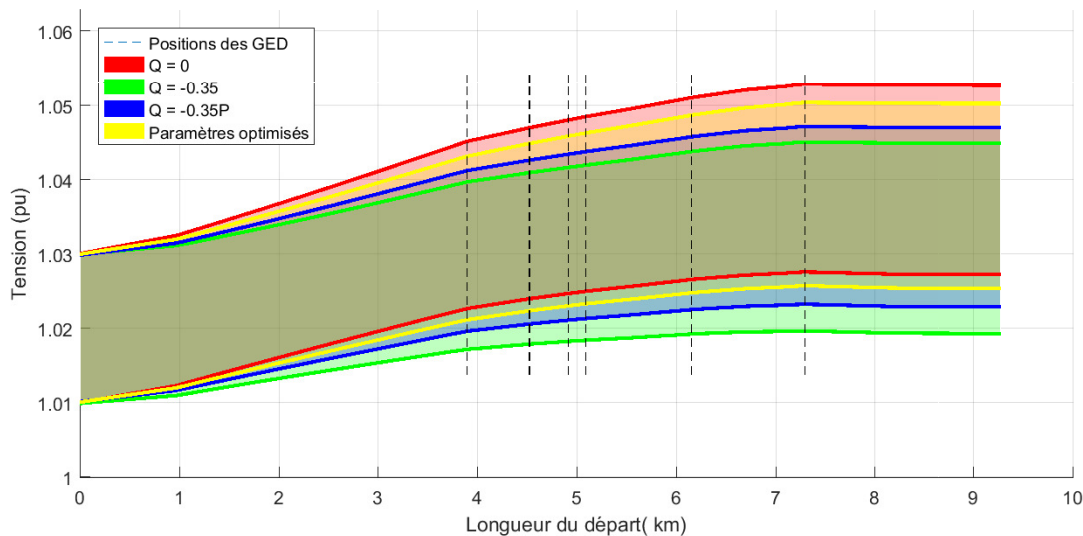


FIGURE 4.7 – Intervalles de confiance à 95 % des tensions du départ

Cette première figure montre que la solution sans puissance réactive ne permet pas de maintenir les tensions dans le domaine contractuel. La solution à puissance réactive maximale permet de réduire de manière très importante la moyenne mais demande beaucoup d'efforts aux producteurs. La solution à  $\tan(\phi) = -0.35$  permet de réduire les moyennes mais aussi la variance des tensions, cependant elle sollicite de manière importante les producteurs. La solution optimisée consiste en un compromis entre ces cas précédents. Le tableau 4.3 fournit les valeurs numériques des moyennes et variances des tensions du milieu du départ (à 5 km du transformateur de poste source) et du bout du départ (à 9.2 km du transformateur de poste source) pour les 4 cas présentés.

On soulignera que le risque (obtenu pendant l'optimisation) que la tension du bout de la ligne sorte du domaine contractuel est de 2.5%, ce qui valide les contraintes sur  $\eta$ . Il faut souligner que

TABLE 4.3 – Moyennes et variances des tensions optimisées et non-optimisées

Cas	Tensions au milieu du départ		Tensions au bout du départ	
	Moyennes (pu)	Écart-types (pu)	Moyennes (pu)	Écart-types (pu)
$Q = 0, V_0 = 1.02pu$	1.0364	0.00588	1.0399	0.00644
$Q = -0.35, V_0 = 1.02pu$	1.0300	0.00585	1.0323	0.00640
$Q = -0.35P, V_0 = 1.02pu$	1.0323	0.00565	1.0349	0.00608
Paramètres optimisés	1.0345	0.00570	1.0378	0.00621

ce risque non nul provient du fait qu'une loi Gaussienne est définie sur  $\mathbb{R}$  alors que physiquement les données d'entrée sont définies sur un domaine fini.

La solution sollicite les générateurs façon différentes, les lois de contrôle sont données dans les équations 4.20. L'ordre des équations est depuis le générateur le plus proche du transformateur de poste source jusqu'à celui qui est le plus éloigné. Les tensions sont données dans le système de base  $V_{base} = 20$  kV et les puissances sont données dans le système de base des générateurs (les puissances  $P^p$  et  $Q^p$  varient entre 0 et 1).

$$Q_{49}^p = -0.0596 \times (V_{49} - 1) - 0.1689P_{49}^p - 0.1071 \quad (4.20a)$$

$$Q_{30}^p = -0.0453 \times (V_{30} - 1) - 0.0490P_{30}^p - 0.0873 \quad (4.20b)$$

$$Q_{59}^p = -0.0537 \times (V_{59} - 1) - 0.1144P_{59}^p - 0.1137 \quad (4.20c)$$

$$Q_{32}^p = 0.0590 \times (V_{32} - 1) - 0.0320P_{32}^p + 0.1170 \quad (4.20d)$$

$$Q_{68}^p = -0.0359 \times (V_{68} - 1) - 0.0578P_{68}^p - 0.0646 \quad (4.20e)$$

$$Q_{36}^p = -0.0219 \times (V_{36} - 1) - 0.1402P_{36}^p + 0.0003 \quad (4.20f)$$

$$Q_{43}^p = 0.0600 \times (V_{43} - 1) - 0.0880P_{43}^p + 0.1207 \quad (4.20g)$$

La figure 4.8 permet d'illustrer ces équations. Elle fournit les diagrammes PQ et UQ contractuels ainsi que des échantillons des puissances PQ des générateurs appartenant à l'intervalle de confiance à 95 % (nœud 49 bleu clair, nœud 30 rouge, nœud 59 rose, nœud 32 vert, nœud 68 gris, nœud 36 bleu, nœud 43 jaune).

Les efforts des générateurs avec les paramètres optimisés sont donnés dans les équations (4.21) (depuis le générateur le plus proche du régulateur en charge jusqu'à celui qui est le plus éloigné). On peut remarquer que les générateurs du bout du départ sont, en moyenne, moins utilisés que ceux du côté de l'OLTC. On peut préciser que les courants dans les lignes n'excèdent pas les courants nominaux.

$$E[|Q_{49}^p|] = 0.219 \quad (4.21a)$$

$$E[|Q_{30}^p|] = 0.121 \quad (4.21b)$$

$$E[|Q_{59}^p|] = 0.190 \quad (4.21c)$$

$$E[|Q_{32}^p|] = 0.098 \quad (4.21d)$$

$$E[|Q_{68}^p|] = 0.103 \quad (4.21e)$$

$$E[|Q_{36}^p|] = 0.092 \quad (4.21f)$$

$$E[|Q_{43}^p|] = 0.066 \quad (4.21g)$$

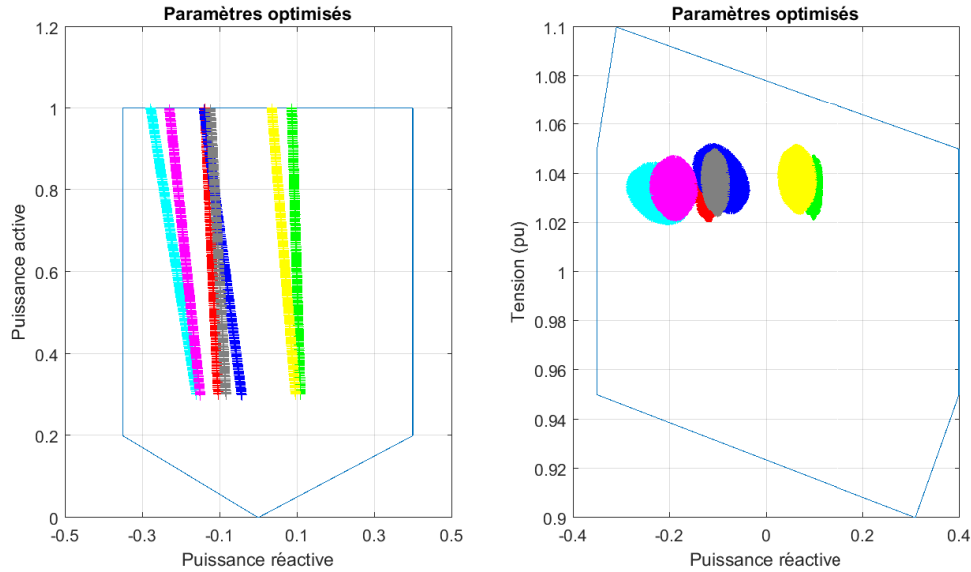


FIGURE 4.8 – Diagrammes et intervalles de confiance à 95 % des puissances des générateurs

Pour résumer ces résultats, le tableau 4.4 donne l'ensemble des valeurs numériques des caractéristiques stochastiques de la tension du bout du départ (elle est en pratique la plus contraignante), les niveaux de confiance  $\min(\eta_i)$  et les efforts des générateurs  $\sum_i E[|\frac{\tilde{Q}_i^p}{P_i^N}|]$ . On pourra constater que le cas à puissance réactive nulle a un niveau de confiance faible (93.1 % alors qu'une contrainte impose qu'il soit supérieur à 95 %), cela veut dire que cette solution ne fait pas partie du domaine admissible. Ces valeurs numériques ont été obtenues à partir de la méthode de référence qui considère toutes les non-linéarités du système.

TABLE 4.4 – Valeurs numériques des objectifs d'optimisation

Cas	Tension du nœud au bout du départ		$\min(\eta_i)$	$\sum_i E[ \frac{\tilde{Q}_i^p}{P_i^N} ]$	Valeur de la fonction objectif	
	Moyennes (pu)	Écarts-types (pu)				
1   $Q=0, V_0=1.02pu$	1.0399	0.00644	93.1 %	0	0.9199	
2   $Q=-0.35, V_0=1.02pu$	1.0323	0.00640	99.7 %	0.35	0.8106	
3   $Q=-0.35P, V_0=1.02pu$	1.0349	0.00608	99.2 %	0.2243	0.8688	
4   Contrôleurs linéaires optimisés	1.0382	0.00626	97.5 %	0.1270	0.9004	
Gain de la solution 4 par rapport à la solution 3 <sup>1</sup>			-0.30 %	-1.7 %	43 %	3.6 %

La résolution du problème a permis de confirmer la rapidité de l'algorithme puisque 20 à 30 secondes permettent d'obtenir la solution optimale, la variation du temps de calcul provient du

1. Une valeur positive correspond à une réduction de la valeur numérique des écarts-types, des niveaux de confiance et des efforts, et une augmentation des valeurs de la fonction objectif

choix du point initial. Les optimisations sont réalisées sur un PC équipé d'un processeur Intel Core i7-4810MQ et 16 Go de RAM. Le code est implémenté sur Matlab 2016b.

Ces résultats montrent que les sous-objectifs ne sont jamais optimaux mais qu'un compromis est réalisé. Un front de Pareto existe entre ces sous-objectifs. Une illustration du front de Pareto entre la réduction du risque que les tensions sortent du domaine contractuel (ou la maximisation du domaine de confiance équivalent) et la moyenne des efforts des générateurs est donnée par la figure 4.9. La fonction objectif étudiée est donnée dans l'équation (4.22), celle-ci reprend les poids  $\omega_1$  et  $\omega_4$  qui seront liés par l'équation  $\omega_1 = 1 - \omega_4$ .

$$\max_{\alpha, \beta, Q^0} \sum_{i=0}^n \omega_1 \eta_i - \omega_4 E\left[\left|\frac{\tilde{Q}_i^p}{P_i^N}\right|\right] \quad (4.22)$$

La figure 4.9 fournit les échantillons (croix bleues) et la courbe de tendance en rouge de ces points. On y voit clairement que l'optimisation de ces deux objectifs forme un front de Pareto.

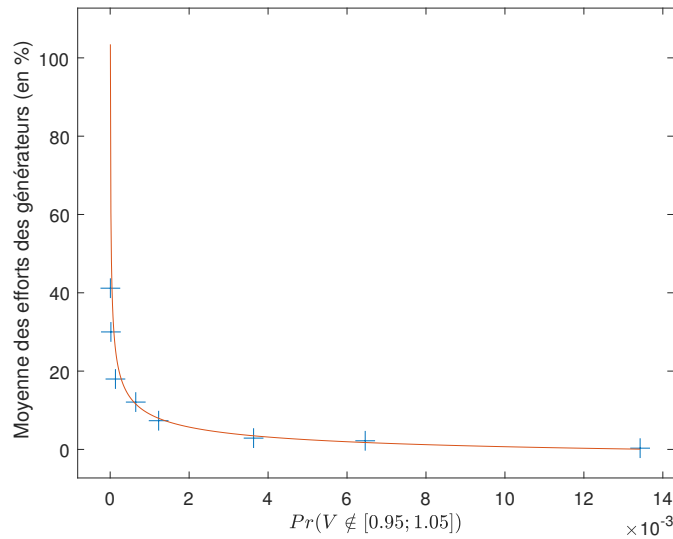


FIGURE 4.9 – Front de Pareto

Les poids utilisés dans l'optimisation précédente résultent de cette étude. Ils ont été choisis pour réaliser un bon compromis et sont donnés dans (4.23).

$$\omega_1 = 0.9995; \quad (4.23a)$$

$$\omega_2 = 0.9995; \quad (4.23b)$$

$$\omega_3 = 1; \quad (4.23c)$$

$$\omega_4 = 0.0005; \quad (4.23d)$$

Cette première section de résultats a permis d'illustrer les optimisations des contrôleurs linéaires. Ces travaux ont fait l'objet d'une publication en conférence [149]. L'optimisation des contrôleurs linéaires par morceaux fera l'objet de la section suivante. On constatera que celle-ci permet de réduire de manière encore plus importante les efforts des générateurs.

## 4.4.2 Optimisation des contrôleurs linéaires par morceaux

Le premier problème d'optimisation conduit au réglage des contrôleurs de puissance réactive des GED lorsque la structure de ces correcteurs est linéaire avec les tensions et les puissances actives. Les techniques d'optimisation stochastique ont permis de considérer un objectif et des contraintes provenant de la moyenne des efforts, des variances des tensions et de niveaux de confiance. Ces dernières permettent de s'assurer que les risques que le plan de tension ne soit pas respecté ou que les puissances sortent du diagramme PQ autorisé restent très faibles. Comme nous le verrons, ces multiples objectifs peuvent être contradictoires et il pourra être nécessaire de les arbitrer en introduisant des coefficients de pondération.

Les contrôleurs linéaires ont permis de répondre aux différents objectifs. Cependant, leur structure implique, par nature, une sollicitation des actionneurs non nulle même si la tension est éloignée des limites. Un moyen pour réduire davantage les efforts des générateurs est de considérer une bande morte quand la tension est proche de 1 pu. Plus généralement, les contrôleurs seront définis comme des fonctions linéaires par morceaux.

Ce second type de contrôleur n'est pas sans conséquence sur la modélisation des tensions puisqu'il a été vu dans le deuxième chapitre (section 2.3.2) qu'une modélisation utilisant des lois Gaussiennes tronquées a été adoptée. Il a été vu que cette modélisation n'était valable que localement autour des générateurs contrôlés par des lois linéaires par morceaux. Une phase d'initialisation de l'algorithme permettra de définir les lieux où cette modélisation peut être utilisée. Ensuite, le problème d'optimisation considéré dans les sections précédentes sera conservé et permettra de mettre en évidence le gain obtenu grâce à ce type de contrôleur.

Dans le cas d'étude présenté, le générateur décentralisé du nœud 36 sera contrôlé par une loi linéaire par morceaux. Les autres générateurs seront contrôlés par une loi linéaire. La figure 4.10 fournit une illustration du départ avec la répartition des lois de contrôle

### Initialisation du problème d'optimisation

L'initialisation a pour but de déterminer quel est l'impact d'un contrôleur linéaire par morceaux sur chaque nœud d'un départ. Cet impact ne dépend que de la topologie du réseau et des impédances des conducteurs. Ainsi, une fois que les modèles stochastiques des tensions sont choisis, ils pourront être conservés tant que la topologie ne change pas. Le nœud du générateur contrôlé par la loi linéaire par morceaux est obligatoirement modélisé par une somme de Gaussiennes tronquées, pour tous les autres nœuds, une étude doit être réalisée. Deux propositions permettant d'évaluer les modèles utilisés ont été proposées :

- La première consiste en l'étude des valeurs des coefficients de la matrice  $\mathbf{B}$  du modèle linéaire (modèle de connaissance). Elle utilise uniquement des caractéristiques topologiques afin d'estimer si un contrôleur est "électriquement" proche de chaque nœud. L'impact de la puissance  $Q_j^p$  du nœud  $j$  sur la tension  $V_i$  du nœud  $i$  est caractérisé directement par la valeur du coefficient de couplage  $\mathbf{B}(i,j)$ . Une comparaison des différentes valeurs de  $\mathbf{B}(i,j) \times P_j^N$  permet de trouver les tensions de nœud significativement impactées par la puissance réactive du nœud  $j$ . De manière empirique, il a été choisi qu'un coefficient  $\mathbf{B}(i,j) \times P_j^N > 0.06$  signifie que le modèle en somme de Gaussiennes tronquées est meilleur que le modèle linéaire.
- La seconde méthode consiste en la comparaison, pour chaque tension, des densités obtenues par le modèle de référence, le modèle Gaussien et le modèle en somme de Gaussiennes tronquées. Cette seconde méthode est plus complexe numériquement mais est aussi plus robuste que la première. Cet algorithme est fourni dans la figure 4.11.

La première étape définit un jeu de paramètres standards, qui doivent permettre de montrer

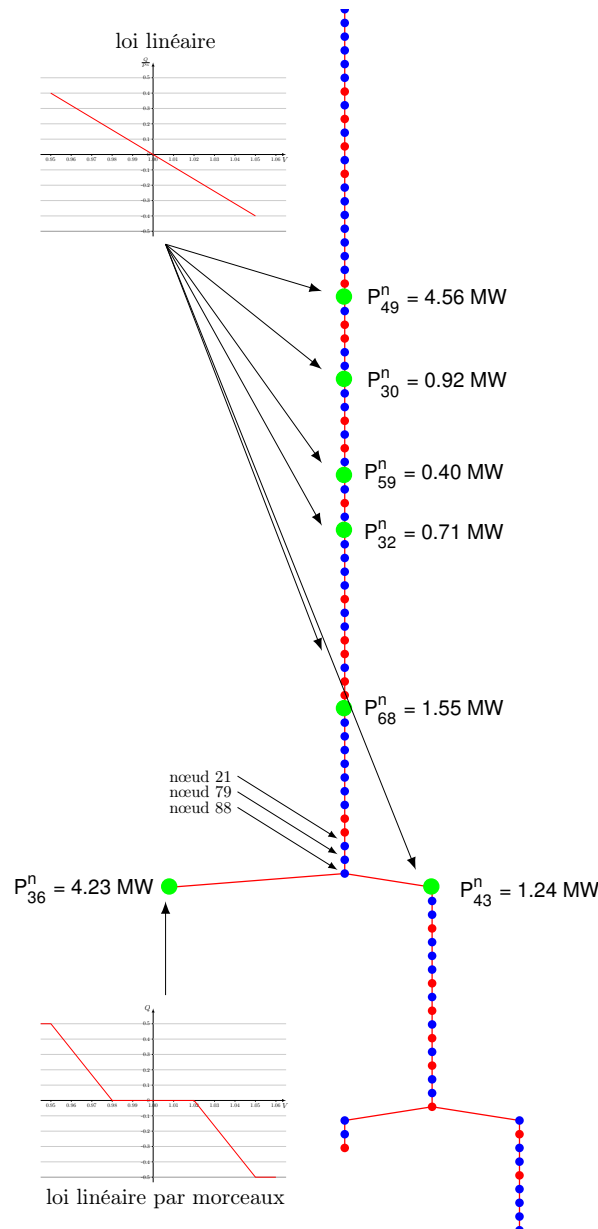


FIGURE 4.10 – Répartition des lois linéaires et linéaires par morceaux

l'influence des générateurs et de visualiser les conséquences sur le réseau de l'utilisation d'un contrôleur linéaire par morceaux :

- les paramètres de tous les contrôleurs linéaires sont définis à zéro (les impacts des contrôleurs linéaires ne sont pas étudiés) ;
- les prévisions de consommation et de production sont fixées à 50 % ;
- l'écart-type des erreurs de prévision de la consommation de l'ensemble du réseaux est fixé à 10 % (
- l'écart type des erreurs de prévision de chaque charge est fixée à 20 % ;
- la tension de référence du régulateur en charge est choisie de telle manière à ce que la tension du générateur soit égale à 1 pu (ou très proche) ;
- l'écart-type de la tension du régulateur en charge est choisi à 0.02 pu, cette valeur est très importante, cela permet à la tension de balayer un grand domaine ;

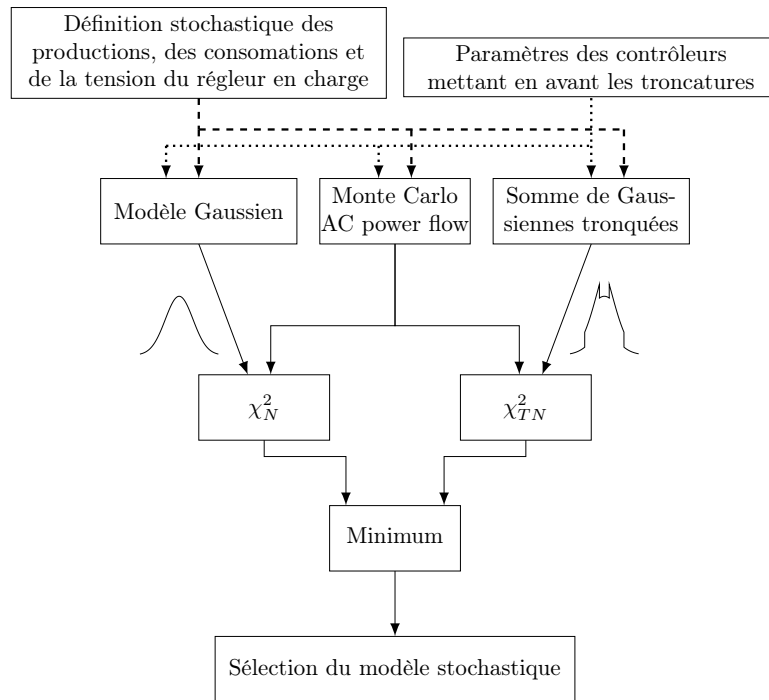


FIGURE 4.11 – Algorithme de sélection du modèle stochastique

- le contrôleur linéaire par morceaux est choisi de telle manière à ce que son impact soit important, sa représentation est donnée dans la figure 4.12.

Ce jeu de paramètres est un exemple possible, tout jeu de paramètres permettant de montrer l'influence des générateurs est valide. En particulier, il doit permettre à la tension du nœud du générateur de balayer un grand domaine (le domaine  $[0.95;1.05]$  serait idéal). En parcourant ce domaine, la tension utiliserait au moins trois domaines de la fonction linéaire par morceaux. Dans l'exemple de paramètres standards, chaque domaine de la fonction linéaire par morceaux a une largeur minimale d'au moins  $0.03 pu$ . Cette largeur permet, à la lecture des résultats, de distinguer très clairement les comportements stochastiques des tensions.

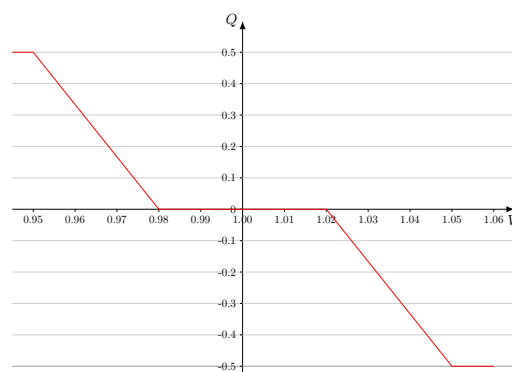


FIGURE 4.12 – Loi linéaire par morceaux utilisée pour le choix du modèle

Ensuite, les modèles déterminent les densités de probabilité de toutes les tensions et leurs comparaisons sont réalisées à partir du test du  $\chi^2$ . Pour chaque tension, le modèle sélectionné correspond à celui qui donne la valeur du  $\chi^2$  la plus faible.

Ces deux méthodes sont appliquées à l'exemple de la figure 4.10. Les résultats des quatre nœuds 36, 88, 79 et 21 sont détaillés. Le nœud du générateur contrôlé par la loi linéaire par



morceaux est le nœud 36, les trois autres nœuds sont adjacents au nœud 36.

La première méthode est basée sur l'étude des valeurs du vecteur  $\mathbf{B}(:,36) \times P_{36}^N$ . Des valeurs numériques seront données dans le tableau 4.5.

TABLE 4.5 – Résultats de la méthode de sélection 1 sur l'exemple 1

Nœud	$\mathbf{B}(i;36) \times P_{36}^N$	Modèle
88	0.0084	Modèle Gaussien
79	0.0088	Modèle Gaussien
21	0.0088	Modèle Gaussien
36	0.0092	Somme de Gaussiennes tronquées

Le nœud du générateur est obligatoirement modélisé par la somme de Gaussiennes tronquées, ensuite on peut constater que le coefficient  $B(21,36) \times P_{36}^N = 0.0088$  et ceux des nœuds suivants sont inférieurs à 0.06, donc les tensions de ces nœuds seront modélisées par des lois Gaussiennes.

La seconde méthode consiste en la comparaison du comportement des densités de probabilité, la figure 4.13 fournit les densités des quatre nœuds 36, 21, 79 et 88.

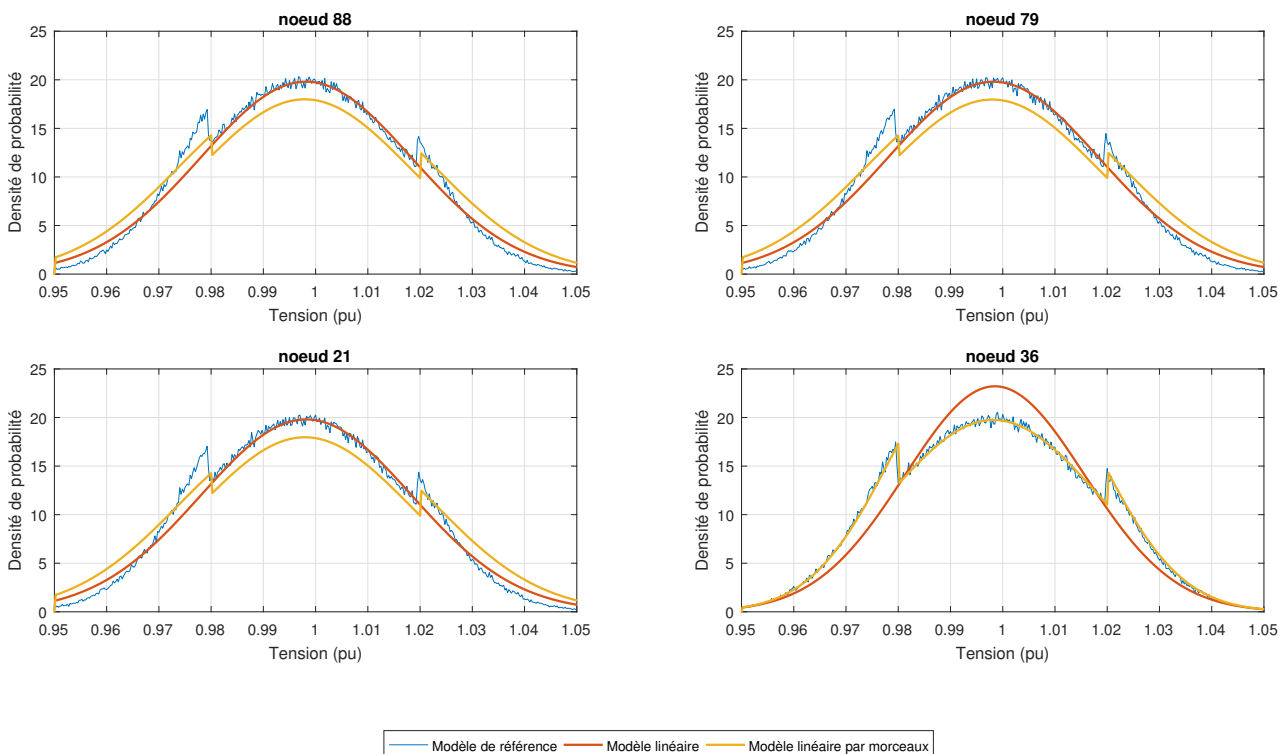


FIGURE 4.13 – Comparaison des modélisations linéaire et linéaire par morceaux

L'évaluation numérique des différences entre les densités est réalisée à partir du test d'adéquation du  $\chi_2$  : d'abord les densités définies dans  $[0.9;1.1]$  sont discrétisées en  $N$  valeurs (valeurs utilisées : pas = 0.00025 et  $N = 801$ ), ensuite le test est calculé par la somme des  $N$  erreurs relatives (4.24).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(p_i^{monte} - p_i^{fit})^2}{p_i^{monte}} \quad (4.24)$$

Les valeurs numériques des tests d'adéquation sont données dans le tableau 4.6.

TABLE 4.6 – Résultats de la méthode de sélection 2 sur l'exemple 1

Nœud	$\chi^2$ Méthode Gaussien	$\chi^2$ Somme de Gaussiennes tronquées	Modèle sélectionné
88	0.10	0.21	Modèle Gaussien
79	0.11	0.21	Modèle Gaussien
21	0.11	0.20	Modèle Gaussien
36	0.42	0.03	Somme de Gaussiennes tronquées

Pour la tension du nœud 36, on peut y remarquer que les densités obtenues par le modèle de référence et le modèle linéaire par morceaux (la densité est une somme de lois Gaussiennes tronquées) sont très proches, le test du  $\chi^2$  est proche de zero ( $\chi_{morceaux}^2 = 0.03$ ). Pour les autres densités présentés, les troncatures sont assez bien estimés, les sauts (autour de 0.98 pu et 1.02 pu) entre les domaines sont proches. Cependant, les moyennes et les variances des tensions sont mieux estimées par le modèle Gaussien. En particulier, les densités Gaussienne sont obtenues par le modèle de référence sont proches autour de 1 pu, 0.95 pu et de 1.05 pu. Globalement, cette constatation se traduit par le test du  $\chi^2$  qui est plus faible pour le modèle Gaussien que pour la somme des Gaussiennes tronquées.

Ces deux méthodes ont permis de fournir les mêmes résultats sur le choix de la modélisation. Cependant, cet exemple montre que seul le nœud du contrôleur linéaire par morceaux doit être modélisé par la somme de Gaussienne tronquées. Ce résultat provient du fait que le nœud 36 est relié au reste du réseau par le câble de 400m en aluminium de section  $240 \text{ mm}^2$ . La faible impédance de ce câble limite les effets de la loi linéaire par morceaux.

Un second exemple est construit en utilisant une section de câble plus faible. Il est composé de huit nœuds d'un câble d'une section de  $75 \text{ mm}^2$ , d'un générateur de 6 MW et de consommateurs d'une puissance totale  $P^*_{max} = 5 \text{ MW}$ . Ce départ est représenté dans la figure 4.14. Le tableau 4.7 permet de montrer que l'impact de la loi linéaire par morceaux est majoritaire sur les trois derniers nœuds.

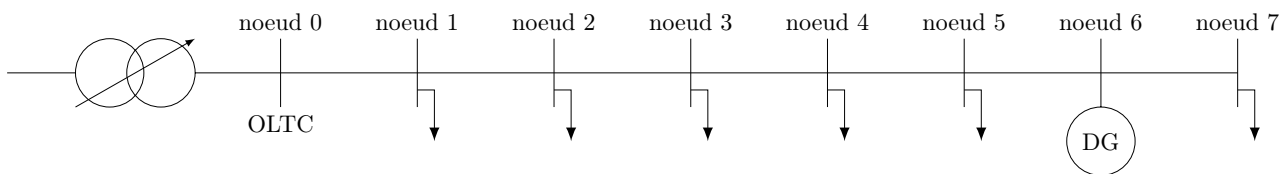


FIGURE 4.14 – Départ illustrant la sélection de la modélisation stochastique des tensions

TABLE 4.7 – Résultats des méthodes de sélection (exemple 2)

Nœud	$\mathbf{B}(i;6) \times P_6^N$	$\chi^2$ Méthode Gaussien	$\chi^2$ Somme de Gaussiennes tronquées	Modèle sélectionné
0 (OLTC)	0	0.11	0.11	Modèle Gaussien
1	0.0054	0.07	1.72	Modèle Gaussien
2	0.0156	0.17	7.16	Modèle Gaussien
3	0.0366	1.90	8.86	Modèle Gaussien
4	0.0576	7.30	8.00	Modèle Gaussien
5	0.0732	12.28	3.10	Somme de Gaussiennes tronquées
6 (GED)	0.0840	13.37	1.64	Somme de Gaussiennes tronquées
7	0.0768	11.9	2.7	Somme de Gaussiennes tronquées

Cet exemple met en évidence le fait que les nœuds 5,6 et 7 doivent être modélisés par des sommes de Gaussiennes tronquées alors que les nœuds 0,1,2,3 et 4 doivent être modélisés par des lois Gaussiennes.

Enfin, dans le cas où plusieurs générateurs sont contrôlés par une loi linéaire par morceaux, il suffira de réaliser cette phase d'initialisation pour chaque générateur (en ne considérant à chaque fois qu'un seul générateur est contrôlé par une loi linéaire par morceaux). Dans le cas où deux générateurs sont contrôlés par une loi linéaire par morceaux, on appelle  $E$ ,  $E_1$  et  $E_2$  respectivement l'ensemble de tous les nœuds du réseau considérés, l'ensemble des nœuds impactés par le générateur 1 et l'ensemble des nœuds impactés par le générateur 2. L'étude de l'impact des générateurs peut résulter sur deux cas de figure :

- Si les générateurs sont "électriquement" éloignés : l'ensemble des nœuds impactés par le générateur 1 ( $E_1$ ) et l'ensemble des nœuds impactés par le générateur 2 ( $E_2$ ) sont disjoints ( $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ ). Ce cas est illustré par la figure 4.15.

Le modèle des tensions à utiliser sont les suivants :

- $E_1$  : Utilisation du modèle linéaire par morceaux avec les paramètres de la loi linéaire par morceaux 1 et les paramètres linéarisés de la loi linéaire par morceaux 2 ;
  - $E_2$  : Utilisation du modèle linéaire par morceaux avec les paramètres de la loi linéaire par morceaux 2 et les paramètres linéarisés de la loi linéaire par morceaux 1 ;
  - $E \setminus (E_1 \cup E_2)$  : Utilisation du modèle linéaire avec les paramètres linéarisés des lois 1 et 2.
- Si les générateurs sont "électriquement" proches : l'ensemble des nœuds impactés par le générateur 1 ( $E_1$ ) et l'ensemble des nœuds impactés par le générateur 2 ( $E_2$ ) possèdent une intersection non nulle ( $E_1 \cap E_2 \neq \emptyset$ ). Ce cas est illustré par la figure 4.16.

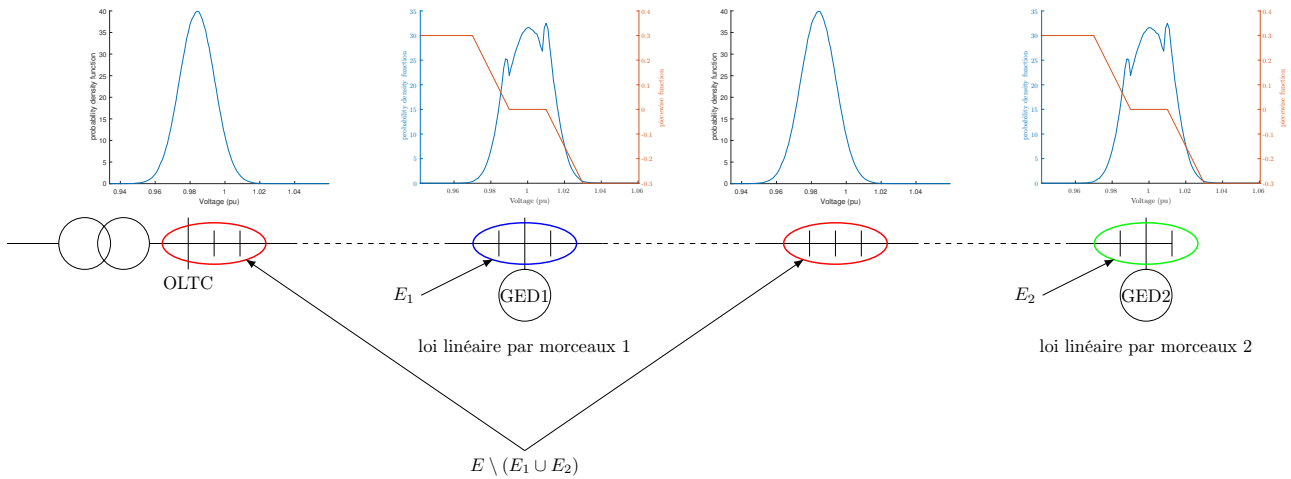


FIGURE 4.15 – Profils typiques des tensions le long d'un départ (deux générateurs éloignés)

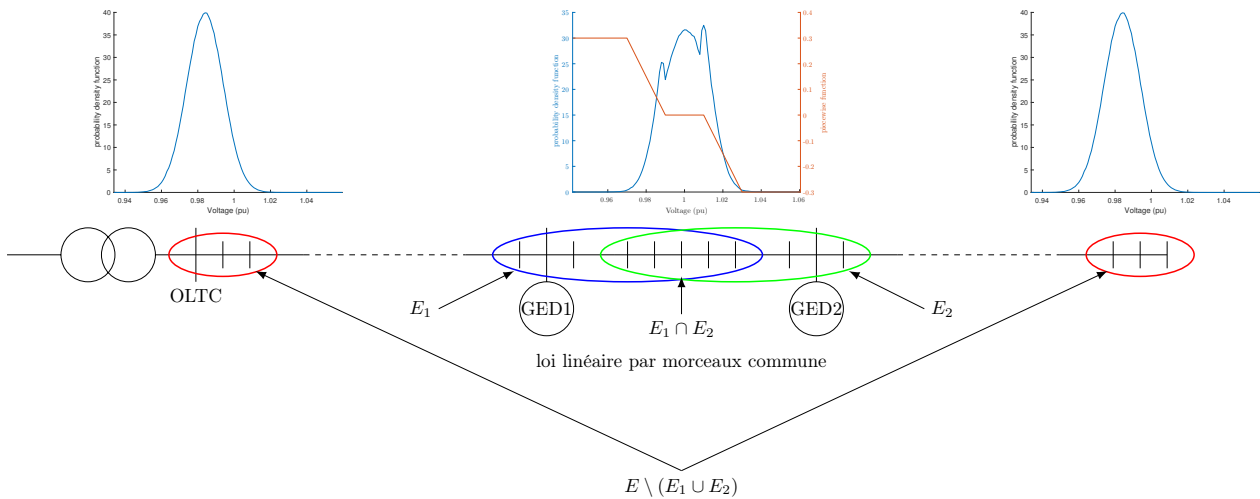


FIGURE 4.16 – Profils typiques des tensions le long d'un départ (deux générateurs proches)

Le fait que l'intersection  $E_1 \cap E_2$  est non nulle implique que les contrôleurs des deux générateurs doivent être identiques. En effet, ils sont pilotés par deux tensions très proches et l'utilisation de deux lois différentes déséquilibrerait les efforts entre les deux générateurs. Les générateurs sont agrégés et contrôlés par la même loi de commande. Le modèle des tensions utilisé sont :

- Pour les ensembles  $E_1$ ,  $E_2$  et leurs intersections : Utilisation du modèle linéaire par morceaux avec les paramètres de la loi linéaire par morceaux commune ;
- $E \setminus (E_1 \cup E_2)$  : Utilisation du modèle linéaire avec les paramètres linéarisés de la loi linéaire par morceaux.

Cette étude a été réalisée sur le départ de la figure 4.10 avec l'ensemble des générateurs et a montré que les impacts des générateurs se limitent à leurs seuls nœuds de connexion. Ce résultat provient de l'utilisation massive de câbles de section de  $240 \text{ mm}^2$  qui ont une impédance linéique faible. Cependant le travail d'optimisation des paramètres des contrôleurs qui sera présenté ci-dessous considère que seul le générateur du nœud 36 est contrôlé par une loi linéaire par morceaux, les autres générateurs sont contrôlés par une loi linéaire.

Cette phase d'initialisation peut prendre plusieurs minutes (la méthode de référence appliquée

au réseau de taille réelle peut être longue) cependant elle doit être faite uniquement sur les départs possédant des générateurs contrôlés par une loi linéaire par morceaux et une unique fois. En effet, elle ne fait pas partie du problème mais doit être faite en amont et ses résultats sont stockés pour les utiliser pour potentiellement plusieurs dizaines d'optimisation.

### Application de l'optimisation

Cette seconde optimisation est appliquée au même réseau que précédemment, cependant le générateur du nœud 36 est contrôlé par une loi linéaire par morceaux. Il a été vu dans la sous-section précédente que les modèles stochastiques utilisés sont :

- le nœud 36 est modélisé par une somme de lois Gaussiennes tronquées ;
- les autres nœuds sont modélisés par une loi Gaussienne.

La figure 4.17 présente les résultats des tensions, les intervalles de confiance à 95 % des tensions y sont représentés. Les cas de références sont "sans puissance réactive", " $\tan(\phi) = -0.35$ " et "maximum de puissance réactive".

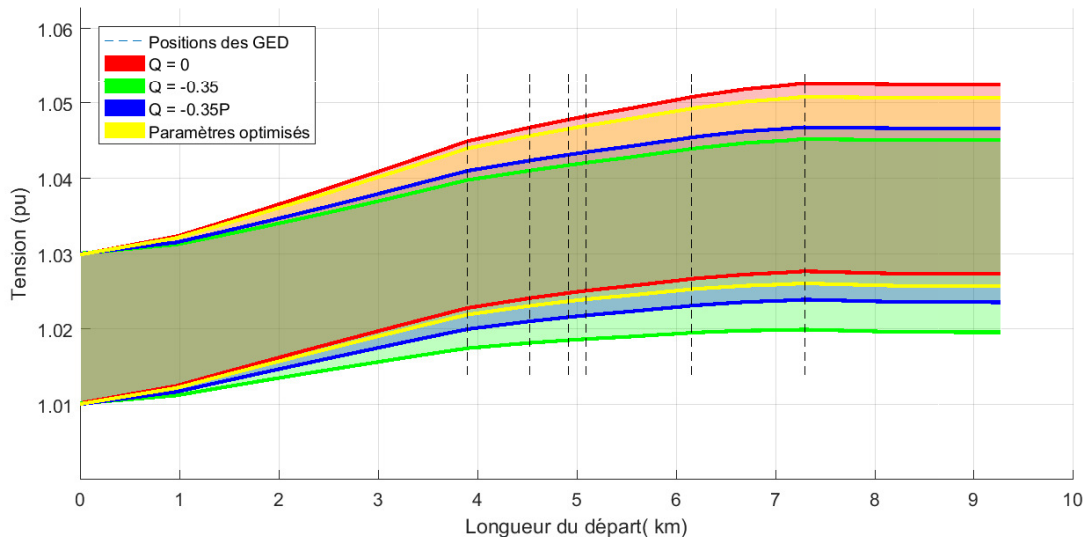


FIGURE 4.17 – Intervalles de confiance à 95 % des tensions du départ

Cette figure met d'abord en évidence le fait que les tensions vérifient les contraintes et ne dépassent pas les limites contractuelles. On peut aussi remarquer qu'en terme de tension ces résultats sont comparables à l'optimisation des contrôleurs linéaires. Cela est confirmé par le tableau 4.8 qui fournit les moyennes et les écarts-types des tensions du milieu du départ et du bout du départ.

TABLE 4.8 – Moyennes et variances des tensions optimisées et non-optimisées

Cas	Tensions au milieu du départ		Tensions au bout du départ	
	Moyennes (pu)	Écarts-types (pu)	Moyennes (pu)	Écarts-types (pu)
$Q=0, V_0=1.02pu$	1.0364	0.00588	1.0399	0.00644
$Q=-0.35, V_0=1.02pu$	1.0300	0.00585	1.0323	0.00640
$Q=-0.35P, V_0=1.02pu$	1.0323	0.00565	1.0349	0.00608
Paramètres optimisés	1.0352	0.00573	1.0382	0.00626

On soulignera que le risque (obtenu pendant l'optimisation) que la tension du bout de la ligne sorte du domaine contractuel est de 2.5%, ce qui valide les contraintes mathématiques sur  $\eta$ . L'intérêt du choix de la fonction linéaire par morceaux est la réduction des efforts des générateurs. Les générateurs contrôlés par une loi linéaire sont moins sollicités, leurs lois de contrôle sont données dans les équations 4.25 et illustrées dans la figure 4.18a.

$$Q_{49}^p = -0.1013 \times (V_{49} - 1) - 0.0294P_{49}^p + 0.0264 \quad (4.25a)$$

$$Q_{30}^p = -0.0286 \times (V_{30} - 1) - 0.0056P_{30}^p - 0.0012 \quad (4.25b)$$

$$Q_{59}^p = -0.0286 \times (V_{59} - 1) - 0.0056P_{59}^p - 0.0012 \quad (4.25c)$$

$$Q_{32}^p = -0.0254 \times (V_{32} - 1) - 0.0052P_{32}^p - 0.0017 \quad (4.25d)$$

$$Q_{68}^p = -0.0504 \times (V_{68} - 1) - 0.0132P_{68}^p + 0.0283 \quad (4.25e)$$

$$Q_{43}^p = -0.0630 \times (V_{43} - 1) - 0.0070P_{43}^p + 0.0059 \quad (4.25f)$$

La loi linéaire par morceaux du générateur du nœud 36 est donnée dans l'équation 4.26 et est illustrée dans la figure 4.18b.

$$Q_{36}^p = \begin{cases} 0.175 & \text{pour } V_{36} < 0.97 \\ -8.75(V_{36} - 1) + -0.0875 & \text{pour } 0.97 \leq V_{36} < 0.99 \\ 0 & \text{pour } 0.99 \leq V_{36} < 1.03 \\ -10(V_{36} - 1) + 0.3 & \text{pour } 1.03 \leq V_{36} < 1.05 \\ -0.2 & \text{pour } 1.05 \leq V_{36} \end{cases} \quad (4.26)$$

Le cas d'étude présenté présente des problèmes de tension haute mais pas de problème de tension basse, ainsi, les paramètres des contrôleurs utilisés pour des tensions inférieures à 1 pu ne sont pas optimisés. Les figures 4.18 illustre des échantillons des puissances PQ des générateurs appartenant à l'intervalle de confiance à 95 % (nœud 49 bleu clair, nœud 30 rouge, nœud 59 rose, nœud 32 vert, nœud 68 gris, nœud 36 bleu, nœud 43 jaune).

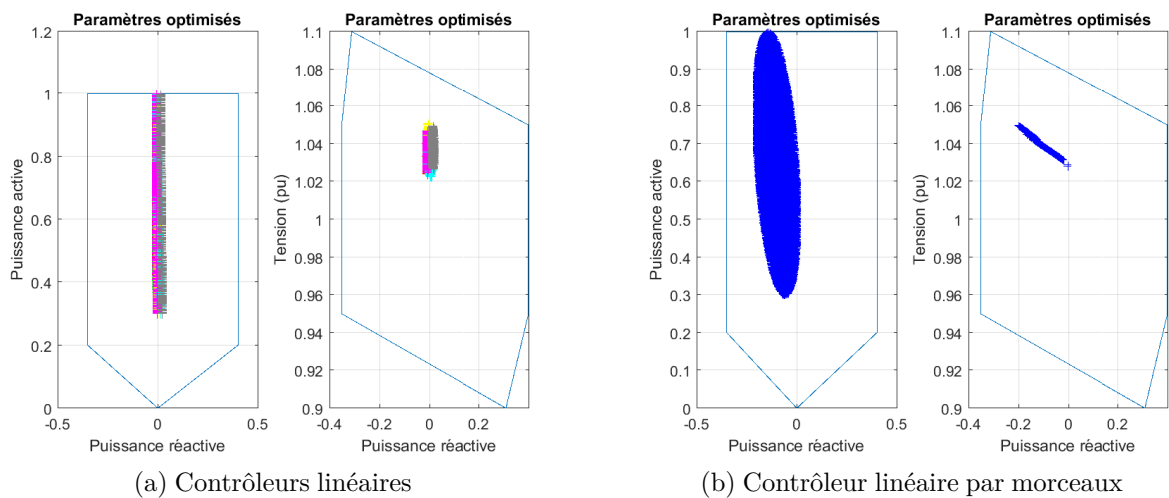


FIGURE 4.18 – Diagrammes et intervalles de confiance à 95 % des puissances des générateurs

Ces illustrations permettent de mettre en évidence le fait que les générateurs contrôlés par une loi linéaire sont moins sollicités alors que le générateur contrôlé par la loi linéaire par

morceaux est d'avantage sollicité que lors de l'optimisation des contrôleurs uniquement linéaires. Ce résultat provient du fait que le contrôleur linéaire par morceaux permet d'avoir un coefficient  $\alpha$  plus important permettant de réduire drastiquement la variance des tensions sans pour autant demander un gros effort moyen au générateur. Les efforts des générateurs avec les paramètres optimisés sont donnés dans les équations (4.27).

$$E[|Q_{49}^p|] = 0.005 \quad (4.27a)$$

$$E[|Q_{30}^p|] = 0.006 \quad (4.27b)$$

$$E[|Q_{59}^p|] = 0.006 \quad (4.27c)$$

$$E[|Q_{32}^p|] = 0.006 \quad (4.27d)$$

$$E[|Q_{68}^p|] = 0.017 \quad (4.27e)$$

$$E[|Q_{36}^p|] = 0.101 \quad (4.27f)$$

$$E[|Q_{43}^p|] = 0.001 \quad (4.27g)$$

A titre de comparaison, la moyenne des efforts après l'optimisation des contrôleurs uniquement linéaires était de 0.127 alors qu'elle est désormais de 0.035. Ce gain est dû à l'utilisation de la loi linéaire par morceaux. Ce type de loi utilise une bande morte et des saturations, ce qui permet d'utiliser au mieux les générateurs décentralisés en utilisant un  $\alpha$  important. Ces paramètres supplémentaires permettent de réduire la sollicitation tout en gardant des performances stochastiques similaires. Un cas de référence industriel utilisera la loi linéaire par morceaux utilisée par Enedis (présentée dans la documentation technique de référence [1]) et la loi linéaire  $Q_i^p = -0.2P_i^p$ . Les paramètres de cette solution industrielle ont été choisis afin de répondre à des objectifs long terme, elles permettent d'éviter l'apparition de contraintes dans différentes cas de productions et de consommations, cela impliquera un fonctionnement plus conservatif et un effort du générateur plus important. Il faut souligner que sachant que le réseau réel a été modifié, ces paramètres ne sont pas représentatif d'un choix industriel. La figure 4.19 compare les densités de probabilité de la tension du générateur contrôlé par la loi linéaire par morceaux dans les cas des paramètres optimisés et industriels. On peut y voir que les paramètres industriels réduisent de manière légèrement plus importante le risque que la tension dépasse 1.05 pu. Ils utilisent une pente plus importante qui permet à la variance des tensions d'être encore plus réduite. L'optimisation a choisi une fonction moins exigeante que la loi industrielle.

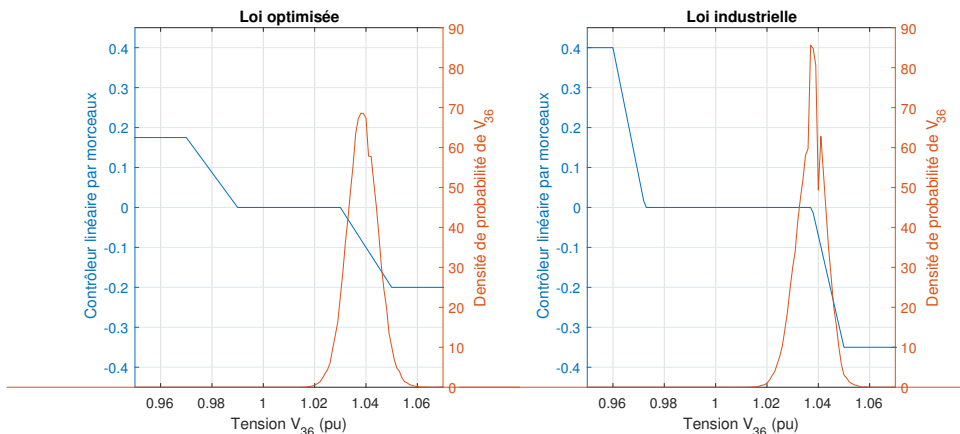


FIGURE 4.19 – Intervalles de confiance à 95 % des tensions du départ

La figure 4.20 permet de visualiser les différences entre les densités de probabilité des puissances réactives induites par ces deux lois. On peut y voir que la solution optimisée n'utilise, au maximum, qu'une puissance réactive de -0.2 pu alors que les paramètres industrielles peuvent atteindre -0.35 pu. L'optimisation de cette loi permet de n'utiliser la puissance réactive qu'à sa valeur nécessaire et non sur-solliciter le générateur. La plus grande capacité de cette loi à répondre aux objectifs peut aussi se voir à travers des efforts demandés aux générateurs : L'effort du générateur contrôlé par la loi linéaire par morceaux optimisées est de 0.1 pu alors que la moyenne des efforts des autres générateurs n'est seulement que de 0.007 pu. Dans la première optimisation qui ne considérait que des lois linéaires, les efforts étaient plus ou moins répartis sur l'ensemble des générateurs.

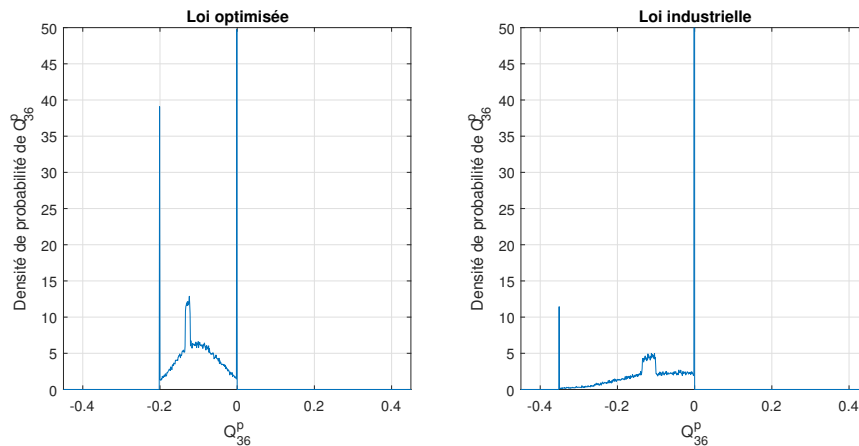


FIGURE 4.20

– Comparaison des densité de probabilité des puissances réactives optimisées et non optimisées

Pour résumer les résultats des optimisations, le tableau 4.9 reprend l'ensemble des valeurs numériques des caractéristiques stochastiques de la tension du bout du départ (le nœud 64 qui est en pratique le plus contraignant), les niveaux de confiance  $\max_i(\eta_i)$  et les efforts des générateurs  $\sum_i E[|\frac{\tilde{Q}_i^p}{P_i^N}|]$ . Ces valeurs numériques ont été obtenues à partir de la méthode de référence qui considère toutes les non-linéarités du système.

Enfin, on pourra souligner le fait que ces optimisations sont rapides puisque ce départ mixte a été optimisé en une minute environ. La perte de temps liés à l'optimisation des contrôleurs linéaires par morceaux est due au fait qu'il faut déterminer cinq jeux de caractéristiques stochastiques (au lieu d'une dans le cas complètement linéaire) et que les calculs des niveaux de confiance et des moyennes des efforts doivent être réalisés à partir de ces cinq jeux de caractéristiques stochastiques.

Ces deux optimisations ayant des objectifs liées aux tensions ont permis de mettre en évidence le gain obtenu d'abord en considérant que les générateurs sont tous contrôlés par des lois linéaires puis quand certains d'entre eux sont contrôlés par des lois linéaires par morceaux. Le gain obtenu provient de l'optimisation et du fait qu'on utilise des données court terme. En effet, leurs optimisations en utilisant des données valides à court terme permettent de n'utiliser les générateurs si nécessaire. Aussi, l'optimisation combinant les différents actionneurs et considérant un réseau ou un départ entier permet de prendre en compte les interactions entre les différents éléments et permet de répartir la sollicitation sur les différents actionneurs et les utilisant dans un but commun.

2. Une valeur positive correspond à une réduction de la valeur numérique des écarts-types, des niveaux de confiance et des efforts, et une augmentation des valeurs de la fonction objectif



TABLE 4.9 – Valeurs numériques des objectifs d’optimisation

Cas	Tension du nœud au bout du départ		$\min_i(\eta_i)$	$\sum_i E[ \frac{\tilde{Q}_i^p}{P_i^N} ]$	Valeur de la fonction objectif	
	Moyennes (pu)	Écarts-types (pu)				
1	$Q=0, V_0=1.02pu$	1.0399	0.00644	93.1 %	0	0.9199
2	$Q=-0.35, V_0=1.02pu$	1.0323	0.00640	99.7 %	0.35	0.8106
3	$Q=-0.35P, V_0=1.02pu$	1.0349	0.00608	99.2 %	0.2243	0.8688
4	Solution industrielle	1.0376	0.00565	98.9 %	0.1218	0.9169
5	Contrôleurs linéaires optimisés	1.0382	0.00626	97.5 %	0.1270	0.9004
6	Contrôleur linéaire et linéaire par morceaux optimisés	1.0391	0.00592	96.2 %	0.032	0.9410
Gain de la solution 5 par rapport à la solution 3 <sup>2</sup>			-0.30 %	-1.7 %	43 %	3.6 %
Gain de la solution 6 par rapport à la solution 4 <sup>2</sup>			-4.8 %	-2.7 %	73.7 %	2.63 %

## 4.5 Conclusion

Ce chapitre a permis de montrer des résultats d’optimisations de réseaux de distribution. Ces optimisations permettent de fournir un jeu de paramètres des actionneurs en répondant à des objectifs et contraintes stochastiques. Il a été montré numériquement que le problème d’optimisation est convexe. Les résultats des optimisations ont mis en évidence l’intérêt de l’optimisation stochastique à court terme, ce qui permet de répondre aux contraintes en réduisant les efforts des générateurs. Il a été vu que l’utilisation de lois linéaires permet de répondre aux objectifs et aux contraintes du problème en réduisant les efforts des générateurs et les variances des tensions. Une loi linéaire par morceaux a ensuite été utilisée et l’optimisation conjointe de l’ensemble des actionneurs a permis de réduire encore plus les efforts des générateurs.

# Chapitre 5

## Optimisation journalière appliquée à un réseau de distribution

### Sommaire

---

5.1	Introduction . . . . .	131
5.2	Présentation du cas d'étude et des profils journaliers . . . . .	132
5.3	Réglage journalier des plans de tensions . . . . .	135
5.4	Différenciation des rôles des gradins de condensateurs et des générateurs décentralisés . . . . .	137
5.5	Agrégation de réseaux . . . . .	141
5.6	Sélection de la position des gradins de condensateurs . . . . .	144
5.7	Réglage de la puissance réactive à l'interface . . . . .	147
5.7.1	Formulation du problème d'optimisation . . . . .	147
5.7.2	Réglage de la puissance réactive à l'interface . . . . .	148
5.8	Conclusion . . . . .	148

---

“ *Quelqu'un d'ubuntu est ouvert et disponible pour les autres, dévoué aux autres, ne se sent pas menacé parce que les autres sont capables et bons car il ou elle possède sa propre estime de soi — qui vient de la connaissance qu'il ou elle a d'appartenir à quelque chose de plus grand — et qu'il ou elle est diminué quand les autres sont diminués ou humiliés, quand les autres sont torturés ou opprimés.* ”

---

Desmond Tutu (prix Nobel de la paix 1984),



## 5.1 Introduction

Comme indiqué dans le DCC, la puissance réactive à l'interface doit être maintenue à l'intérieur d'un diagramme défini<sup>1</sup>. Pour contrôler cette puissance réactive, on dispose comme levier d'actions des gradins de condensateurs et de certains générateurs décentralisés. Or, le nombre d'enclenchement des gradins doit être limité pour éviter un vieillissement prématuré du matériel. Une optimisation horaire ne peut pas prendre en compte ce phénomène, il apparaît donc nécessaire d'élargir l'horizon temporel de manière à maintenir la position de ces gradins pendant une durée plus importante. Dans ce chapitre, l'horizon temporel est fixé à une journée et décomposé en 24 plages d'une heure. Ainsi, la position des gradins sera optimisée chaque jour et les paramètres des contrôleurs seront optimisés chaque heure. Pour résoudre, cette problématique d'optimisation, des étapes préalables sont nécessaires comme présenté sur l'algorithme 5.1.

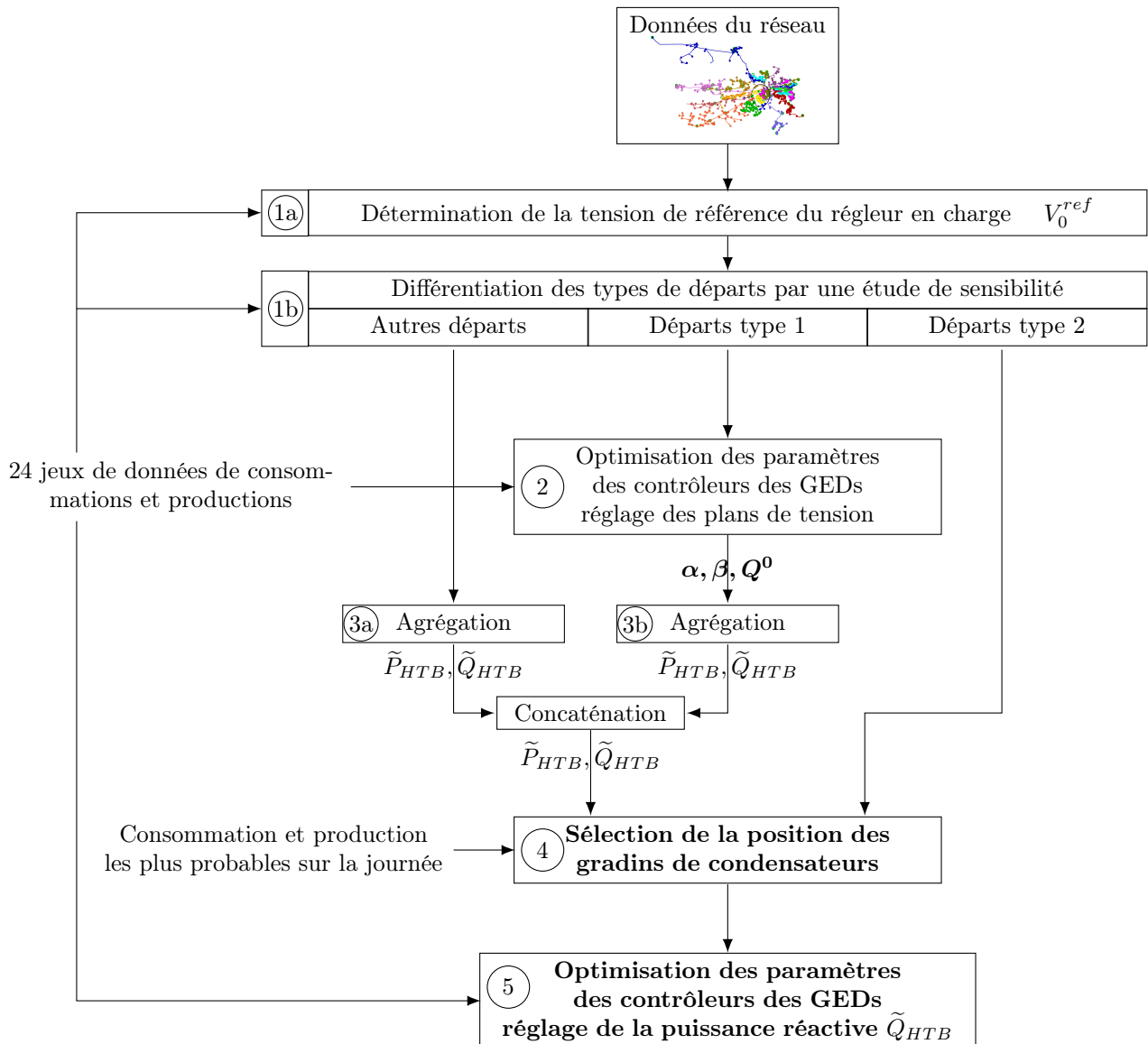


FIGURE 5.1 – Algorithme de l'optimisation

En effet, la puissance réactive à l'interface dépend de l'état de l'ensemble du réseau. La

1. Limitation de la puissance réactive à 48 % de la puissance maximale contractuelle et non refoulement de puissance réactive à faible consommation active

problématique d'optimisation suppose donc de prendre en compte, dans le modèle, la totalité des départs en les différentiant de la manière suivante (étape 1b) :

- les départs de type 1 sont ceux qui sont susceptibles d'avoir des contraintes de tension et nécessitent un contrôle du plan de tension. Un exemple de ce type de départ a été traité au chapitre 4. L'optimisation des paramètres des contrôleurs sur chaque pas horaire suivant les principes développés au chapitre 4 (étape 2) ;
- les départs de type 2 sont les départs mixtes ou directs sans problème de tension quelle que soit la puissance réactive des générateurs. Les générateurs de ces départs seront utilisés pour le réglage de la puissance réactive à l'interface ;
- les autres départs sont ceux qui ne sont pas optimisés, ils peuvent être soit des départs consommateurs, soit des départs qui possèdent un ou plusieurs générateurs qui ne sont pas optimisés. Les plans de tension de ces départs sont uniquement optimisés à partir du régleur en charge.

Cette distinction est basée sur une étude de sensibilité qui a déjà été présentée en section 4.3.1 du chapitre 4. Cette même étude permet aussi de déterminer la tension de référence du régleur en charge (étape 1a).

On a fait le choix de ne pas utiliser un même générateur pour contrôler la tension et la puissance réactive à l'interface, ce qui permet de simplifier et de découpler le problème d'optimisation. Les départs de type 1 et les autres départs ne sont pas acteurs du réglage de puissance réactive à l'interface mais ils doivent être pris en compte dans le modèle, leurs plan de tension ont été optimisés dans l'étape 2. Afin de limiter le temps de calcul, il est possible de les modéliser de manière agrégée (étape 3a et 3b).

Ces différentes étapes permettent de préparer les éléments nécessaires à l'optimisation des paramètres des actionneurs réglant la puissance réactive. Nous allons montrer qu'il est possible de résoudre le problème d'optimisation en 2 temps. Tout d'abord la position des gradins est choisie pour une journée de manière à minimiser les risques de sortie du diagramme PQ à l'interface (étape 4). Ensuite, les générateurs permettent d'affiner le réglage en réactif sur chaque pas horaire. Ce réglage résulte d'un deuxième problème d'optimisation (étape 5).

Dans un premier temps, ce chapitre présentera le réseau d'illustration et le profil journalier de la consommation et de la production. Dans un deuxième temps, les résultats du contrôle des plans de tension seront présentés et discutés. Ce travail résulte de la concaténation des 24 optimisations horaires basées sur la formulation du problème d'optimisation du chapitre 4. Ensuite, les capacités de contrôle de la puissance réactive de chaque actionneur seront présentées de manière à différencier les rôles des gradins de condensateurs et des générateurs décentralisés. Ce travail permettra de justifier la séparation des optimisations de la position des gradins et des paramètres des contrôleurs des générateurs décentralisés. Le chapitre se termine par la présentation de la méthodologie d'optimisation de l'appel des leviers de contrôle de puissance réactive.

## 5.2 Présentation du cas d'étude et des profils journaliers

Le réseau présenté chapitre 2 et utilisé dans le chapitre 4 sert à nouveau pour valider la méthodologie présentée dans ce chapitre. Il contient 27 départs qui ont été présentés dans le tableau 4.1, l'étude de sensibilité a permis de sélectionner les départs consommateurs, les départs de type 1 et les départs de type 2. Dans le réseau considéré, les trois derniers départs du tableau 4.1 sont des départs de type 2 qui sont utilisés pour régler la puissance réactive à l'interface. Des figures d'illustration de leurs topologies sont données dans l'annexe D. Les générateurs décentralisés de ces départs sont contrôlés par une loi linéaire avec la puissance (équation (4.1) avec  $\alpha_i = 0$ ).

En plus de ces générateurs, les gradins de condensateurs permettent de produire de la puissance réactive. Le poste source de ce réseau contient deux gradins de condensateurs possédant chacun trois prises de 1.8 MVAR soit une puissance maximale de 5.4 MVAR pour chacun. Par soucis de simplicité, la prise  $p_{cond}$  représentera la prise de la combinaison des deux gradins :  $p_{cond} \in [[0;6]]$ .

Les profils journaliers des prévisions de consommation et de production solaire ont été construits en se basant sur des profils observés. Le réseau étudié ne possède pas de générateur éolien. Les erreurs de prévisions des consommations possèdent un écart type d'environ 3 %. La figure 5.2 illustre ce profil de consommation. Les prévisions des productions photovoltaïques, quant à elles, sont présentées dans la figure 5.3, les erreurs de ces prévisions ont un écart type d'environ 12%. Les caractéristiques des erreurs de prévisions considérées avaient été rappelées dans le tableau 4.2.

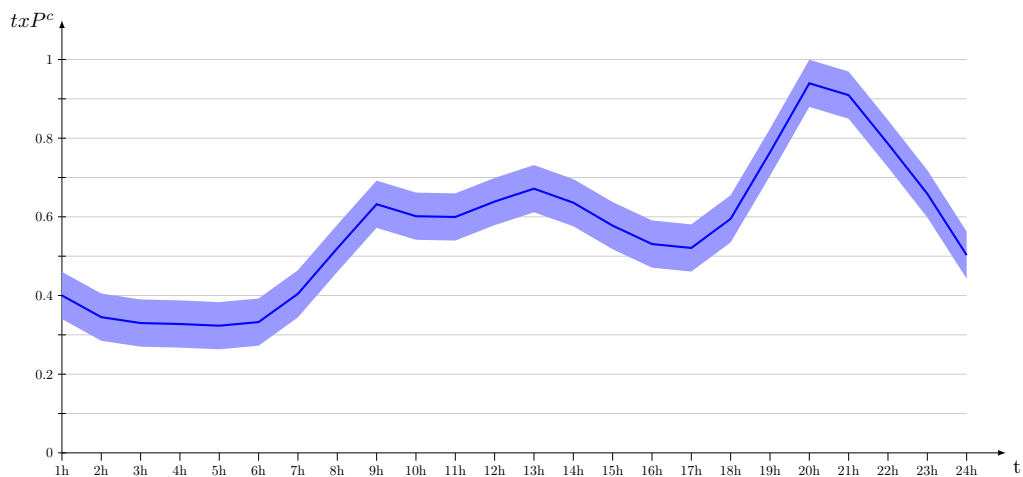


FIGURE 5.2 – Profil de consommation

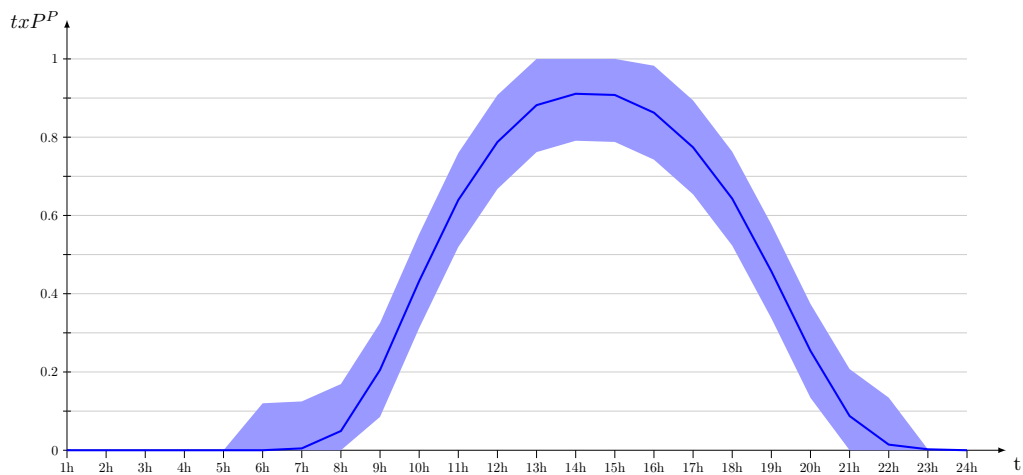


FIGURE 5.3 – Profil de production solaire

Ces figures sont composées chacune de 24 prévisions représentant chacune 1 heure. Les erreurs de prévisions sont identiques quel que soit l'horizon de prévision même si en pratique les prévisions sont meilleures à très court terme. Ces profils reflètent des données réelles et permettent de mettre en évidence les performances de l'optimisation.

Comme on le voit sur la figure 5.3, certaines données sont proches de 100 % doivent être limitées par 100 %. Grâce au choix du cas d'étude, cette saturation n'a pas été présentée dans le chapitre 4. Cependant, il est nécessaire de prendre en compte cela dans notre analyse. La réalité physique des

générateurs impose que les productions soient limitées par les puissances nominales, c'est-à-dire que les taux de production sont limités par 0 % et 100 %. Une loi Gaussienne, naturellement, n'est pas bornée, son domaine de définition est l'ensemble des réels. Cette modélisation mathématique implique qu'une probabilité, parfois importante, de prévision est non physique. Par exemple, dans le cas où la prévision vaut 0 % ou 100 %, on trouve 50 % des probabilités qui sont non physiques. Cette saturation ne peut pas être négligée et doit être prise en compte. Physiquement, il faudrait ramener toutes les probabilités non physiques au niveau des bornes. On aurait alors une densité de probabilité définie par la somme de trois composantes (les notations  $\mu_P$  et  $\sigma_P$  représente respectivement la prévision et l'écart type de son erreur) :

— une densité Gaussienne tronquée entre 0 et 1 de moyenne  $\mu_P$  et d'écart type  $\sigma_P$  :

$$f_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_P \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu_P)^2}{2\sigma_P^2}} & \text{pour } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.1)$$

— une distribution de Dirac en 0 d'aire égale à la probabilité que la prévision soit inférieure à 0 :

$$f_2(t) = \Phi\left(\frac{0-\mu_P}{\sigma_P}\right)\delta(t) \quad (5.2)$$

— une distribution de Dirac en 1 d'aire égale à la probabilité que la prévision soit supérieure à 1 :

$$f_3(t) = (1 - \Phi\left(\frac{1-\mu_P}{\sigma_P}\right))\delta(1-t) \quad (5.3)$$

Il a été vu précédemment que l'utilisation d'une loi Gaussienne tronquée nécessite un lourd travail d'étude de la propagation des troncatures qui ne sera pas fait ici. Un autre choix plus simple a été fait : La somme de la densité tronquée et des deux distributions de Dirac est modélisée par la loi Gaussienne la plus proche au sens du maximum de vraisemblance. Les calculs des moments d'ordre 1 et 2 sont détaillés dans les équations (5.4, 5.5).

$$\begin{aligned} E[txP^P] &= \int_{-\infty}^{\infty} t f_1(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} t f_2(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} t f_3(t) dt \\ &= \int_0^1 t \frac{1}{\sigma_P \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu_P)^2}{2\sigma_P^2}} dt + \int_{-\infty}^{\infty} t \Phi\left(\frac{0-\mu_P}{\sigma_P}\right)\delta(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} t (1 - \Phi\left(\frac{1-\mu_P}{\sigma_P}\right))\delta(1-t) dt \\ E[txP^P | 0 < txP^P < 1] &+ 0 + (1 - \Phi\left(\frac{1-\mu_P}{\sigma_P}\right)) \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} E[(txP^P)^2] &= \int_{-\infty}^{\infty} t^2 f_1(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} t^2 f_2(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} t^2 f_3(t) dt \\ &= \int_0^1 t^2 \frac{1}{\sigma_P \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu_P)^2}{2\sigma_P^2}} dt + \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \Phi\left(\frac{0-\mu_P}{\sigma_P}\right)\delta(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} t^2 (1 - \Phi\left(\frac{1-\mu_P}{\sigma_P}\right))\delta(1-t) dt \\ E[(txP^P)^2 | 0 < txP^P < 1] &+ 0 + (1 - \Phi\left(\frac{1-\mu_P}{\sigma_P}\right)) \end{aligned} \quad (5.5)$$

La moyenne et la variance d'une loi Gaussienne tronquée en 0 et 1 sont données dans les équations (5.6, 5.7).

$$E[txP^P | 0 < txP^P < 1] = \mu_P + \sigma_P \frac{\phi(\frac{-\mu_P}{\sigma_P}) - \phi(\frac{1-\mu_P}{\sigma_P})}{\Phi(\frac{1-\mu_P}{\sigma_P}) - \Phi(\frac{-\mu_P}{\sigma_P})} \quad (5.6)$$

$$E[(txP^P)^2 | 0 < txP^P < 1] = \sigma_P^2 \left[ 1 + \frac{\frac{-\mu_P}{\sigma_P} \phi(\frac{-\mu_P}{\sigma_P}) - \frac{1-\mu_P}{\sigma_P} \phi(\frac{1-\mu_P}{\sigma_P})}{\Phi(\frac{1-\mu_P}{\sigma_P}) - \Phi(\frac{-\mu_P}{\sigma_P})} \right] \quad (5.7)$$

avec  $x \mapsto \phi(x)$  la densité de probabilité et  $x \mapsto \Phi(x)$  la fonction de répartition de la loi Gaussienne standard  $\mathcal{N}(0, 1)$  qui sont représentées sur la figure 2.2 du chapitre 2.

Ces calculs montrent que les moments de la loi Gaussienne résultante sont décalés par les distributions de Dirac et par les troncatures de la loi Gaussienne. La figure 5.4 illustre la loi Gaussienne tronquée obtenue à partir des prévisions (de moyenne  $\mu_P = 0.9$ , d'écart type  $\sigma_P = 0.12$  et tronquée en 1) et la loi Gaussienne résultante (de moyenne  $\mu_P = 0.88$  et d'écart type  $\sigma_P = 0.10$ ).

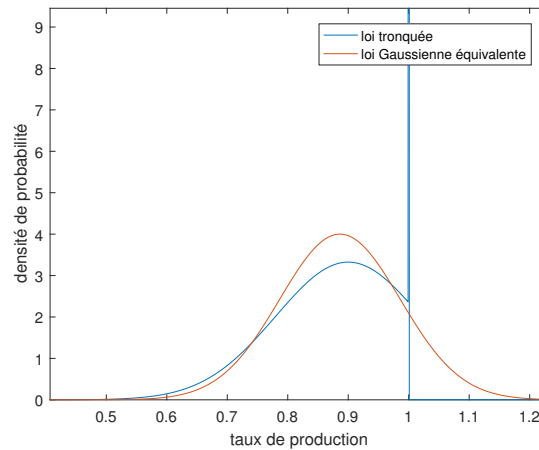


FIGURE 5.4 – Loi Gaussienne tronquée et son équivalent Gaussien

Dans cet exemple 20 % des échantillons sont saturés à 1 ce qui modifie légèrement la moyenne et l'écart type de la densité initiale. On peut y voir que la moyenne et l'écart type sont réduits. Même si les moments d'ordre 1 et 2 prennent en compte cette saturation, la loi Gaussienne résultante possède toujours une partie de sa densité en dehors des bornes physiques. Ce dépassement ne peut se prendre en compte dans une simple loi Gaussienne, il serait nécessaire d'utiliser les moments d'ordres supérieurs ou une densité tronquée, c'est une limite de cette modélisation gaussienne. On notera que la méthode de référence utilisée pour vérifier les résultats considère la loi tronquée.

Une seconde adaptation des erreurs de prévision est réalisé pour les prévisions de nuit. La production solaire pendant la nuit ne peut pas être différente de zéro. Ainsi, l'incertitude pendant cette période est supprimée.

### 5.3 Réglage journalier des plans de tensions

Le chapitre 4 avait présenté cette optimisation à partir d'un jeu de données. Cette même optimisation est utilisée ici sur les 4 départs de type 1 identifiés au chapitre 4 en utilisant les 24 jeux de données. Les illustrations des résultats se focaliseront sur :

- le nœud du réseau qui possède la tension maximale avec les paramètres :  $txP^C = 0.2$ ;  
 $txP^P = 1$  ;  $Q^p = 0$  ;  
 Ce nœud appartient au départ numéro 24 du tableau 4.1 étudié dans le chapitre 4 ;



- le nœud du réseau qui possède la tension minimale avec les paramètres :  $txP^C = 1.1$ ;  $txP^P = 0$ ;  $Q^p = 0$ ;

Ce nœud appartient au départ numéro 23 du tableau 4.1, ce départ contient de nombreux consommateurs.

Les résultats optimisés seront comparés à la solution de référence qui utilise les paramètres  $Q^p = -0.30 P^p$  et  $V_0^{ref} = 1.02 pu$ . Ces paramètres répondent à des objectifs long terme et permettent d'éviter l'apparition de contraintes dans différents cas de productions et de consommations.

Le choix de la tension de référence du régleur en charge est réalisé en amont de l'optimisation. Il permet de maintenir des tensions à une valeur élevée sans avoir de contraintes et donc de réduire les pertes dans le réseau. La tension de référence est choisie de telle sorte que les tensions maximales du réseau sont proches de la limite haute réglementaire. On utilisera les trois valeurs possibles :  $1.02 pu$ ,  $1.03 pu$  et  $1.04 pu$ . Ce choix répond au fait que la tension maximale du réseau (sans puissance réactive des générateurs) appartienne au domaine  $[1.04; 1.05] pu$ .

Les valeurs de la tension de référence du régleur en charge sont données dans la figure 5.5. On y voit que pendant la nuit et quand la production photovoltaïque est faible, la tension de référence est à  $1.04 pu$ ; lorsque la production est plus importante, la tension de référence du régleur en charge baisse à  $1.03 pu$ . Il est aussi possible de choisir une tension de référence du régleur en charge plus faible mais cela limitera la mise en évidence du gain des optimisations.

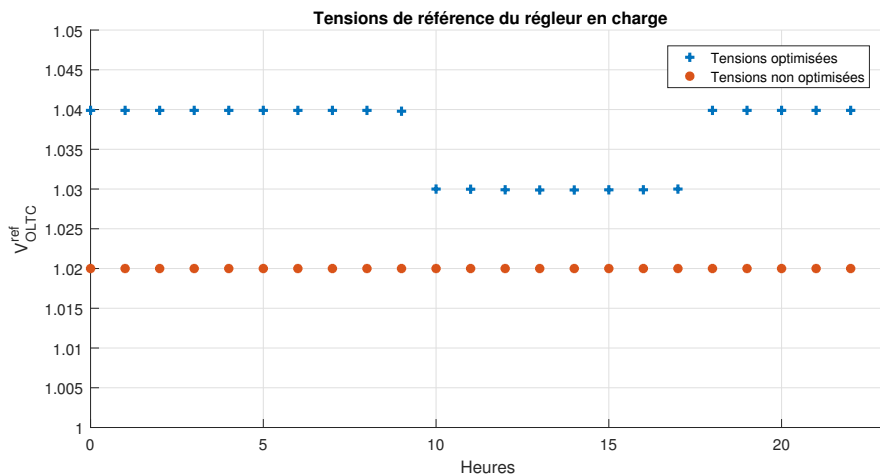


FIGURE 5.5 – Tension de référence du régleur en charge optimisée

A partir de cette tension de référence du régleur en charge, chaque départ de type 1 est optimisé. La figure 5.6 présente les intervalles de confiance à 95 % des deux tensions extrémales.

Ces intervalles sont globalement autour de  $1.04 pu$ , cet effet est dû au choix de la tension de référence du régleur en charge qui est choisie pour opérer le réseau à une tension assez haute.

A titre de comparaison, la figure 5.7 fournit ces mêmes tensions en utilisant les paramètres du cas de référence. On peut y voir que les variations de ces tensions sont plus importantes alors que les paramètres optimisés permettent de maintenir la tension la plus élevée presque tout le temps entre  $1.04 pu$  et  $1.05 pu$ .

Pour répondre aux problèmes d'optimisation, les générateurs décentralisés sont conjointement utilisés et fournissent globalement un effort plus faible. La moyenne des efforts des générateurs décentralisés est donnée dans la figure 5.8.

On peut y voir que l'optimisation des paramètres permet de réduire de manière très importante la moyenne des efforts des générateurs. Ce résultat ne veut pas dire que tous les générateurs sont tous moins sollicités. En effet, pendant toute la période, l'effort maximal est de  $0.19 pu$ ,

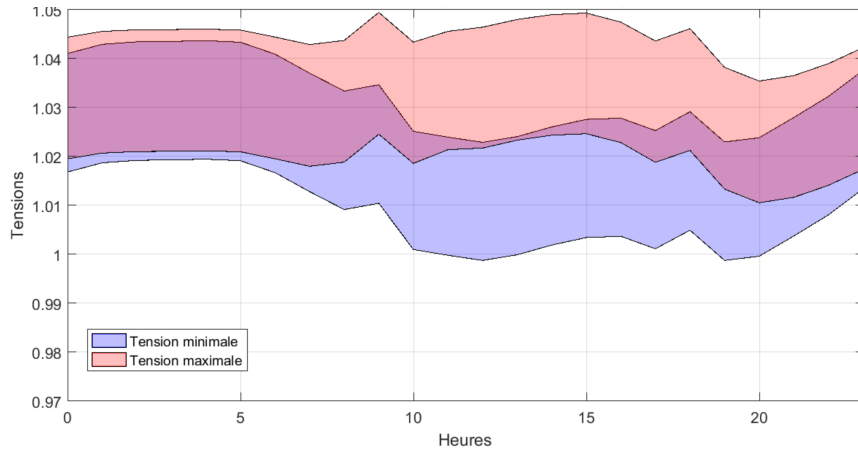


FIGURE 5.6 – Tensions la plus élevée et la plus basse (paramètres optimisés)

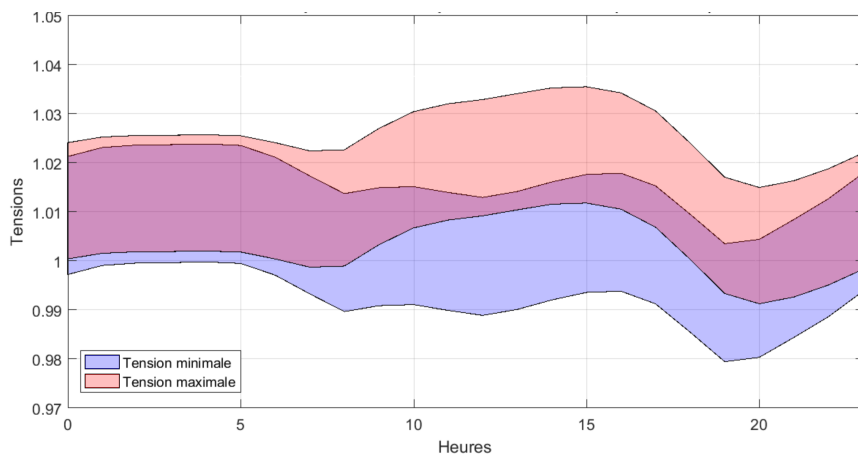


FIGURE 5.7 – Tensions la plus élevée et la plus basse (Cas de référence)

cette valeur est comparable aux efforts obtenus avec les paramètres de référence. Cet effet met en avant le fait que certains départs exigent un effort très faible des générateurs alors que d'autres départs nécessitent des efforts importants. Pendant les 24h, les  $\tan(\phi)$  moyens des générateurs sont données dans la figure 5.9, on peut y voir qu'à 9h, le  $\tan(\phi)$  moyen est le plus important et atteint  $-0.18$ . Cet effort important est dû à la tension du régulateur en charge qui est encore haute à  $1.04 pu$  et à la production des générateurs qui a dépassée  $0.1 pu$ . Pendant le reste de la journée, la tension du régulateur réduite permet de ne pas exiger un  $\tan(\phi)$  moyen supérieur de  $0.05 pu$ .

Ces optimisations permettent de coordonner les efforts des actionneurs afin de répondre à un objectif global de contrôle du plan de tension à partir de contrôleurs décentralisés.

## 5.4 Différenciation des rôles des gradins de condensateurs et des générateurs décentralisés

Avant d'appliquer des calculs d'optimisation, il est important de bien comprendre le rôle respectif des gradins de condensateur et de la puissance réactive des générateurs des départs de type 2. Cette section permet de présenter la manière dont ces actionneurs ont un effet sur la puissance à l'interface. Un cas de forte consommation et de forte production ( $tx_{conso} = 80\%$  et  $tx_{prod} = 80\%$ ) est utilisé pour illustrer cette différenciation des rôles. La modélisation stochastique

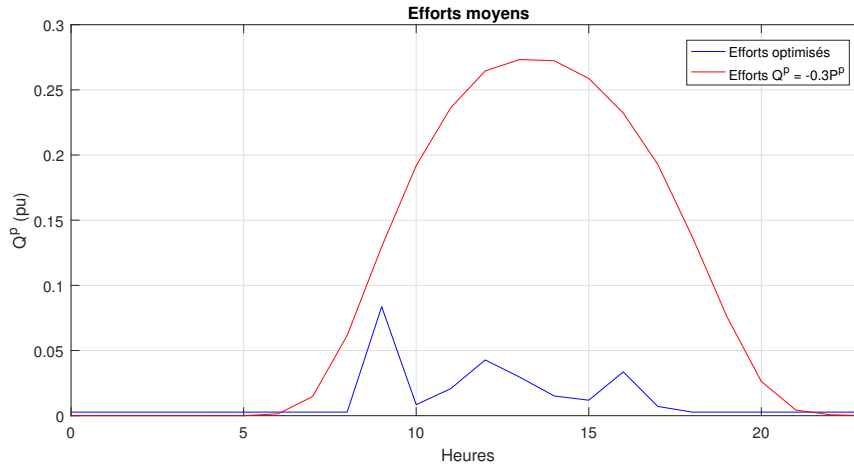


FIGURE 5.8 – Moyennes des efforts des générateurs décentralisés

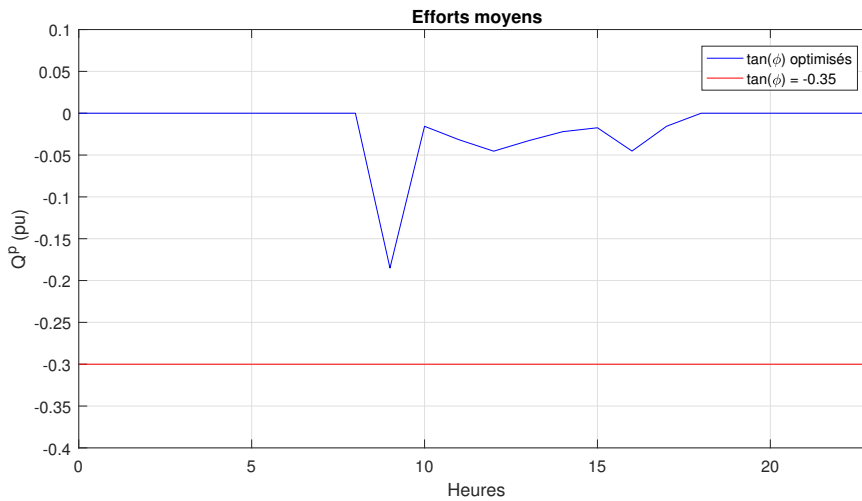


FIGURE 5.9 – Liste des  $\tan(\phi)$

de ces puissances est Gaussienne, les lois linéaires par morceaux n'ont qu'un faible impact sur l'interface. La figure 5.10 présente le diagramme DCC des puissances à l'interface quand aucun actionneur n'est sollicité ( $p_{cond}=0$  et  $\beta_i=0$ ). Cette figure et les suivantes montrent, en rouge, le domaine interdit par le code de réseau DCC en pourcentage par rapport à la puissance maximale  $P_{max}$ . Les couronnes bleues, vertes et jaunes représentent trois niveaux de confiance de la densité de probabilité multidimensionnelle du résultat. Les valeurs numériques des lois Gaussiennes sont données dans le tableau 5.1. Cette première figure montre que si aucun actionneur n'est sollicité, il existe un risque de près de 10 % de non respect du diagramme PQ. Ce risque est trop important pour être négligé, l'utilisation des actionneurs est nécessaire.

D'abord, on peut remarquer en figure 5.11 qu'utiliser uniquement les gradins de condensateurs permet de répondre aux contraintes sans utiliser les générateurs décentralisés. Cette figure illustre les puissances à l'interface en utilisant au maximum les gradins de condensateurs et sans solliciter la puissance réactive des générateurs. Ces paramètres réalisent un décalage de la moyenne de la puissance réactive.

Cependant, on souhaite éviter de demander un nombre excessif de changements de prises des gradins et de solliciter les générateurs. On peut étudier l'impact d'un contrôle des générateurs sur le transit de puissance. Les figures (5.12 5.13) illustrent les puissances à l'interface quand

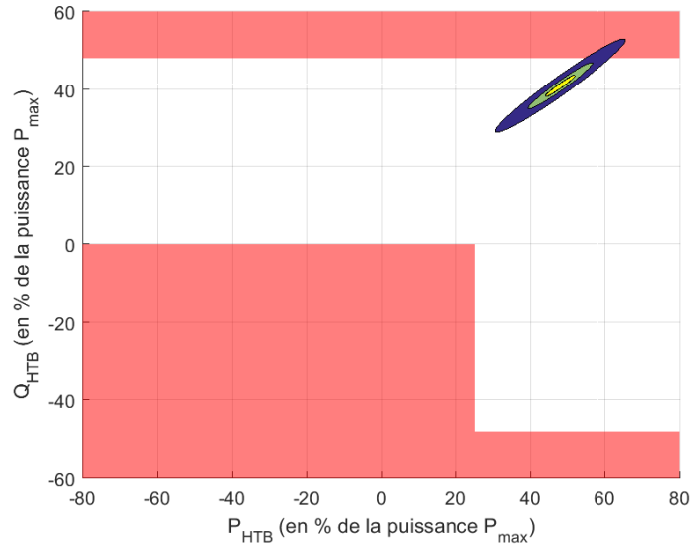


FIGURE 5.10 – Diagramme DCC à l’interface quand aucun actionneur n’est sollicité

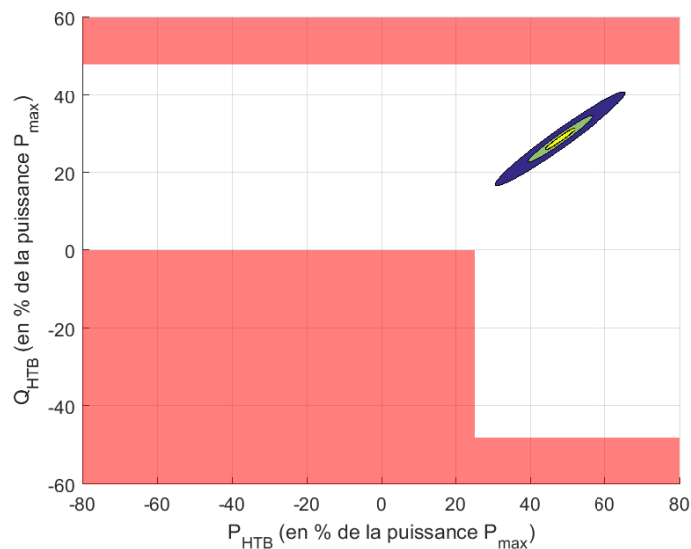


FIGURE 5.11 – Diagramme DCC à l’interface quand seuls les gradins de condensateurs sont utilisés

tous les paramètres  $\beta_i$  valent 1 ou -1 et  $Q_i^0 = -0.8$  ou  $0.8$  (ces paramètres permettent d’obtenir un  $\tan(\phi)$  très important et une espérance des efforts des générateurs nulle). Ces paramètres ne modifient pas la moyenne et les variances des puissances mais mettent en évidence la manière dont le contrôle de la covariance entre les puissances peut être réalisé. Un  $\beta_i$  négatif permet de réduire la covariance alors qu’un  $\beta_i$  positif augmente la covariance ce qui a tendance à resserrer les ellipses des niveaux de confiance. Les valeurs numériques des puissances sont données dans le tableau 5.1.

Ces derniers jeux de paramètres impliquent une augmentation de la variance de la puissance réactive; un moyen de l’éviter est de garder  $\beta_i = 0$  et de paramétrer  $Q_i^0$  à une valeur fixe. Ainsi la variances de la puissance réactive ne sera pas augmentée. La figure 5.14 illustre les puissances à l’interface quand les générateurs produisent 40 % de leurs puissances nominales  $Q_i^0 = 0.4$ . On remarquera que cette solution est optimale quand on ne veut pas solliciter les gradins.

Cette dernière section a permis de mettre en avant les capacités de contrôle des gradins de

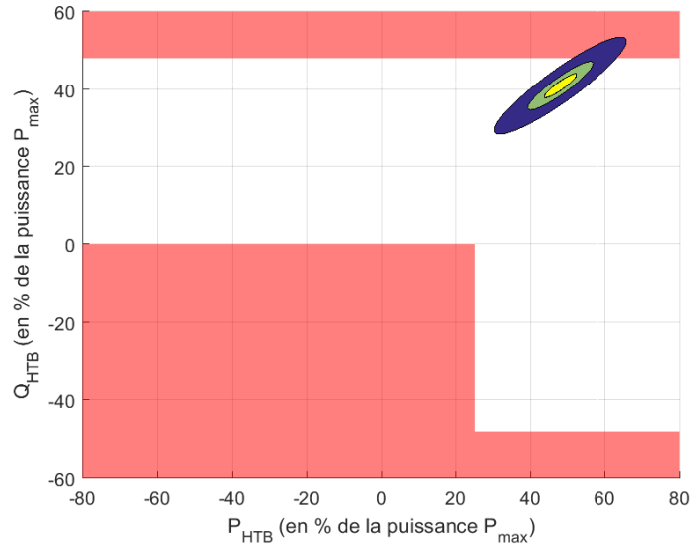


FIGURE 5.12 – Diagramme DCC à l’interface paramétré par  $p_{cond}=0$ ,  $\beta_i = -1$   $Q_i^0 = 0.8$

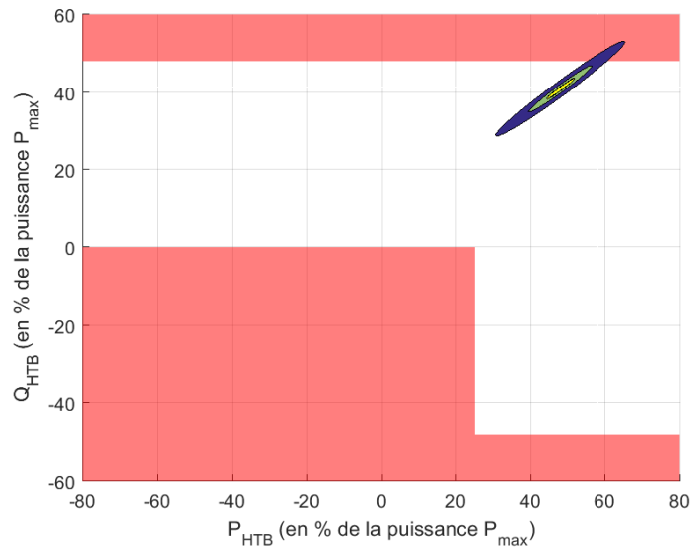


FIGURE 5.13 – Diagramme DCC à l’interface paramétré par  $p_{cond}=0$ ,  $\beta_i = 1$   $Q_i^0 = -0.8$

condensateurs et des générateurs décentralisés sur le transit de puissance à l’interface. Il a été vu qu’il est préférable d’utiliser les gradins de condensateurs afin de réduire les efforts des générateurs décentralisés et d’éviter globalement l’apparition de contrainte. Cependant l’utilisation des gradins est limitée par le nombre d’enclenchements qu’ils peuvent réaliser. Ainsi, il est préférable de sélectionner la prise des gradins qui permet de répondre aux contraintes pendant un maximum de temps. Cette solution permet de réduire le temps d’utilisation des générateurs décentralisés. Une autre solution consisterait à sélectionner la prise qui répond en moyenne le mieux, ainsi l’effort maximal pendant la journée sera réduit. La différence entre ces deux solutions est très importante, en effet la première solution qui est retenue ici, peut conduire à demander un effort très important voire dépassant les capacités des générateurs. L’apparition de ce moment sera l’élément déclencheur d’une nouvelle recherche de la prise optimale des gradins de condensateurs. Cette solution permet de minimiser le nombre d’enclenchements de prises qui peuvent réduire

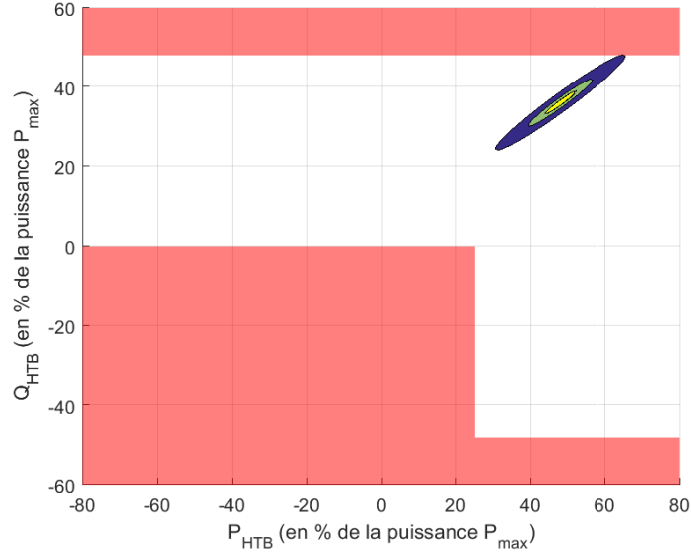


FIGURE 5.14 – Diagramme DCC à l'interface paramétré par  $p_{cond}=0$ ,  $\beta_i=0$   $Q_i^0=0.4$

TABLE 5.1 – Valeurs numériques des moyennes et écarts types des puissances à l'interface

Cas	$P_{HTB}$		$Q_{HTB}$		$\sqrt{Cov(P_{HTB}, Q_{HTB})}$	$\mu_{V_{sec}} - \mu_{V_{pri}}$ (pu)	tan( $\phi$ ) moyen
	$\mu$ (pu)	$\sigma$ (pu)	$\mu$ (pu)	$\sigma$ (pu)			
$p_{cond}=0$ $\beta_i=0$ $Q_i^0=0$	43.162	7.823	36.746	5.387	6.403	-0.1959	0.85
$p_{cond}=6$ $\beta_i=0$ $Q_i^0=0$	43.157	7.823	25.793	5.387	6.403	-0.1397	0.60
$p_{cond}=0$ $\beta_i=-1$ $Q_i^0=0.8$	43.162	7.823	36.746	5.511	6.288	-0.1959	0.85
$p_{cond}=0$ $\beta_i=1$ $Q_i^0=-0.8$	43.162	7.822	36.746	5.504	6.507	-0.1959	0.85
$p_{cond}=0$ $\beta_i=0$ $Q_i^0=0.4$	43.175	7.823	32.417	5.387	6.403	-0.1737	0.75

la durée de vie des gradins. Ensuite, les générateurs décentralisés seront utilisés pour répondre plus finement au problème d'optimisation.

## 5.5 Agrégation de réseaux

Comme indiqué dans l'introduction, il est préférable, pour minimiser le temps de calcul, d'agréger les départs de type 1 et consommateur. Cependant, il ne faut pas masquer des informations importantes (tension haute ou basse, courants limites...). Nous allons donner des conditions qui permettent ou non d'agréger un ou plusieurs nœuds et de simplifier le problème.

Pour éviter de masquer tous les nœuds, une agrégation partielle est réalisée en ne gardant que les nœuds qui peuvent créer des problèmes. Une étude des nœuds pilotes a été réalisé dans [150] qui permet de déterminer, dans un réseau de grande taille, quelques nœuds représentatifs du plan de tension. L'auteur s'appuie sur un modèle de power flow linéarisé pour déterminer les nœuds pilotes. L'utilisation de nœuds pilotes permet d'utiliser les contrôleurs locaux à des fins globales.

Dans notre cas, le modèle de power flow présenté dans le chapitre 1 est linéaire et les contrôleurs sont locaux. Cette simplicité mathématique permet d'étudier précisément le comportement d'un réseau et de ne retenir que les nœuds qui peuvent créer des problèmes.

Parmi l'ensemble des tensions, il suffit de contrôler les nœuds où la tension est extrême afin de s'assurer que l'ensemble du réseau réponde aux contraintes de tensions. La détermination des nœuds

qui peuvent être extrêmes n'est pas facile dans le cas général, les productions et consommations de puissances actives et réactives font varier le plan de tension : les lieux des tensions maximales ne se limitent pas aux nœuds des générateurs et les lieux des tensions minimales ne se limitent pas aux nœuds des charges. L'exemple de la figure 5.15 illustre le fait que la tension d'un nœud se trouvant entre le régleur en charge et un générateur peut être minimale, c'est à dire que cette tension n'est pas au niveau du régleur en charge. On rappelle que le modèle linéaire est  $\mathbf{V} = \mathbf{AP} + \mathbf{BQ} + 1V_0$ . Cette figure se base sur ce modèle en présentant les variations de tensions  $\mathbf{AP}$  et  $\mathbf{BQ}$ . Cet exemple est purement théorique et ne représente pas forcément un résultat réel, cependant la grande diversité des réseaux font penser qu'il existe forcément des cas où ce genre de résultat est existé.

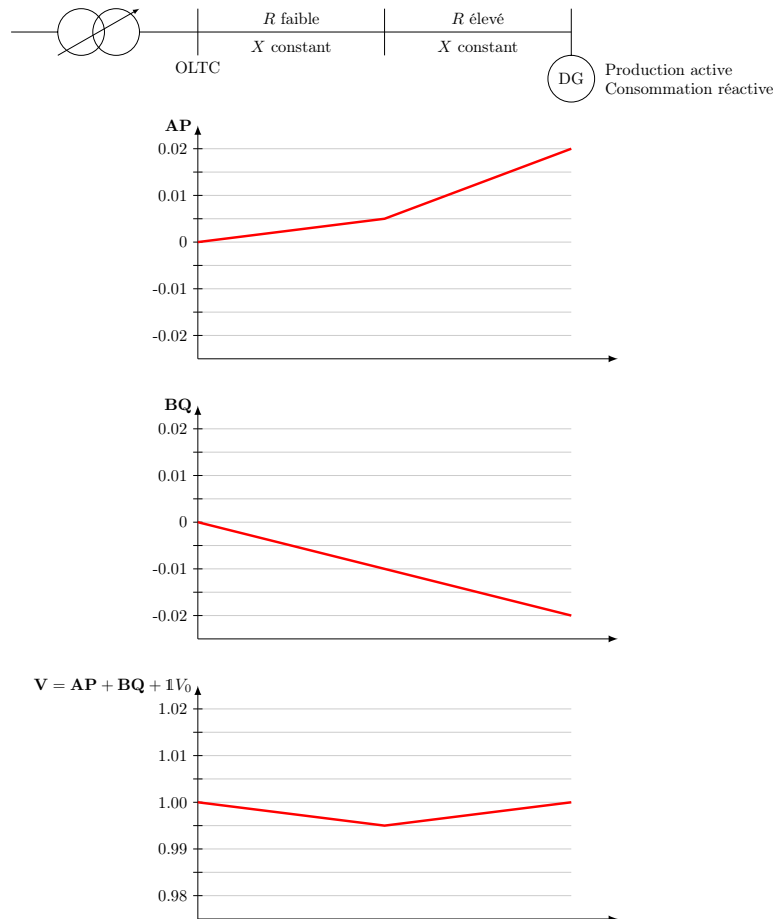


FIGURE 5.15 – Exemple de variation de tension

Ce comportement peut être dû à l'utilisation de deux conducteurs différents. Dans la première partie, le conducteur possède une caractéristique  $R$  faible (conducteurs de section importante) ce qui implique une baisse faible de la tension. Dans la seconde partie, le conducteur possède une caractéristique  $R$  élevée (conducteurs de section plus faible) ce qui entraîne une baisse importante de la tension. Cependant, pour ces deux types de conducteurs, les caractéristiques  $X$  sont identiques (ou similaires), ce qui entraîne une chute de la tension due au flux réactif linéaire. La grande diversité des réseaux réels peut créer des cas où les tensions maximales ou minimales peuvent se trouver à n'importe quel lieu du réseaux.

Une étude basée sur l'estimation des densités de probabilité des variations des tensions le long du départ permet de déterminer les nœuds où la tension peut être extrémale. Après avoir localisé les extrema, une seconde étude basée sur l'estimation des variations secondes des tensions le long du départ permet d'obtenir la probabilité que l'on ait affaire à un maximum ou à un minimum.

Les variations première et seconde de la tension le long de la ligne sont données dans les équations (5.8, 5.9) ; il est supposé que les nœuds soient ordonnés depuis le régleur en charge jusqu'au bout du départ (ou de la ramification du départ).

$$\begin{bmatrix} \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_i \\ \vdots \\ \Delta V_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_3 \\ \vdots \\ V_{i+1} \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{i-1} \\ \vdots \\ V_{n-2} \end{bmatrix} = (\mathbf{A}[:,3..n] - \mathbf{A}[:,1..n-2])\mathbf{P} + (\mathbf{B}[:,3..n] - \mathbf{B}[:,1..n-2])\mathbf{Q} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta V_3^2 \\ \vdots \\ \Delta V_i^2 \\ \vdots \\ \Delta V_{n-2}^2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Delta V_4 \\ \vdots \\ \Delta V_{i+1} \\ \vdots \\ \Delta V_{n-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_{i-1} \\ \vdots \\ \Delta V_{n-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_5 \\ \vdots \\ V_{i+2} \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_3 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_{n-2} \end{bmatrix} - \left( \begin{bmatrix} V_3 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_{n-2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{i-2} \\ \vdots \\ V_{n-4} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} V_5 \\ \vdots \\ V_{i+2} \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} V_3 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_{n-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{i-2} \\ \vdots \\ V_{n-4} \end{bmatrix} \\ &= (\mathbf{A}[:,5..n] - 2\mathbf{A}[:,3..n-2] + \mathbf{A}[:,1..n-4])\mathbf{P} + (\mathbf{B}[:,5..n] - 2\mathbf{B}[:,3..n-2] + \mathbf{B}[:,1..n-4])\mathbf{Q} \end{aligned} \quad (5.9)$$

On notera que la variation première n'est pas définie au bord des départs et que la variation seconde n'est pas définie au deux nœuds de chaque côté des départs, ces nœuds ne seront pas agrégés.

En appliquant ces équations aux départs du chapitre 4, on peut localiser les nœuds pour lesquels les variations peuvent être nulles. En effet, on obtient une densité de probabilité et non une connaissance précise des lieux où peuvent se trouver des extrema. Ainsi, s'il est possible que la variation première s'annule, le nœud peut être un extremum et ne peut pas être agrégé. La variation seconde peut donner la nature de l'extremum. En effet, aux lieux des extrema, si les densités de probabilité des variations secondes sont toujours positives ou négatives, alors on peut déterminer leur nature. La probabilité que son signe soit positif ou négatif donne le niveau de confiance de cette nature.

Une application sur le départ présentée dans le chapitre 4 est fournie dans les figures (5.16, 5.17). L'abscisse de ces figures correspond au numéro des nœuds depuis le régleur en charge jusqu'au bout du départ. Ces figures donnent l'intervalle de confiance à 68 % des variations (l'intervalle à 95 % n'est pas utilisé dans cette illustration, il est moins représentatif de la recherche de l'extremum). La variation première des tensions montre que les tensions proches du régleur en charge ne peuvent pas correspondre à un extremum contrairement aux tensions du bout du départ. Leurs variations secondes montrent que certains de ces nœuds peuvent présenter un maximum ou un minimum de tension.

Cette étude permet de réduire le nombre de nœuds à étudier. En effet, les nœuds proches du régleur en charge ne peuvent être des extrema, ils seront agrégés ce qui permet de réduire la taille du réseau à étudier. Initialement, cette ramification du départ contient 94 nœuds. En considérant 95 % des possibilités, 66 nœuds peuvent présenter un lieu d'extremum. En considérant 68 % des cas de consommations et de production, on réduit ce nombre à 27. Il faut cependant faire attention à ce niveau de confiance car il est possible de négliger des tensions qui en pratique sont des extrema. La quantité de nœud à conserver sera un compromis entre le temps de calcul et la précision souhaitée.

Pour le réseau entier qui contient 3446 nœuds, cette étude permet de réduire la taille du réseau à 422 nœuds. Ce chiffre correspond aux nœuds qui peuvent être le lieu d'extrema pour 95 % des possibilités des incertitudes. Dans notre cas, il n'est pas nécessaire de réduire davantage



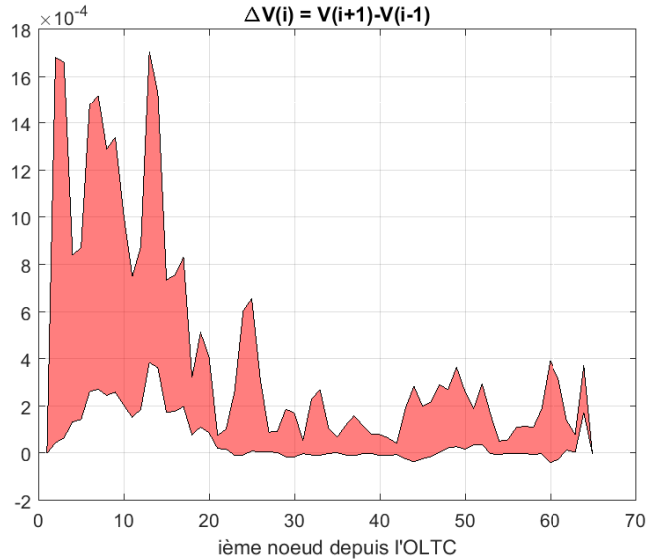


FIGURE 5.16 – Variation première de la tension

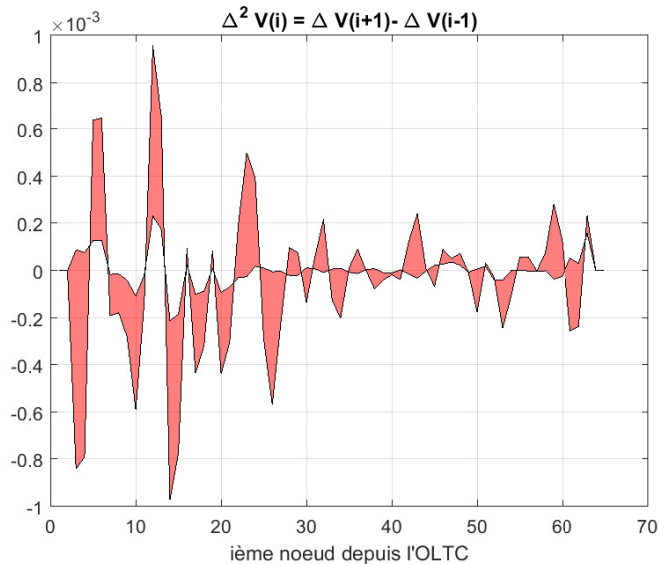


FIGURE 5.17 – Variation seconde de la tension

ce nombre puisque le travail avec des matrices de cette taille permet résoudre les problèmes d'optimisation en moins de 10 minutes (avec le matériel informatique utilisé). Ce gain très important est principalement dû aux départs consommateurs qui sont réduits à quelques nœuds. Il sera aussi possible de supprimer les composantes de  $\mathbf{P}$  et de  $\mathbf{Q}$  qui sont nulles par la méthode de Kron appliquée à la matrice d'admittance [151].

## 5.6 Sélection de la position des gradins de condensateurs

La sélection de la position des gradins de condensateurs pourrait se réaliser en ajoutant une pénalité sur les changements de prise à la fonction objectif. Cependant, cette pénalité pourrait rendre le problème d'optimisation non convexe et n'aidera pas à gérer la variable d'optimisation discrète correspondant à la prise des gradins enclenchée. Ainsi, il est proposé d'optimiser la prise des

gradins à partir des densités de probabilité des profils journaliers. L'objectif est de sélectionner la prise qui permet de respecter les contraintes pendant un maximum de temps. Les profils journaliers sont composés des 24 taux de consommation et de production. Les densités de probabilité des profils journaliers sont donc à un vingt-quatrième les densités de probabilité de chaque taux de production. Elles correspondent à des distributions de mélange (attention ce n'est pas une somme de variables aléatoires), la densité de probabilité des profils journaliers sont les sommes des densités de probabilité des taux de consommation et de production. Les figures (5.18, 5.19) fournissent les densités de probabilité des profils journaliers des taux de consommation et de production.

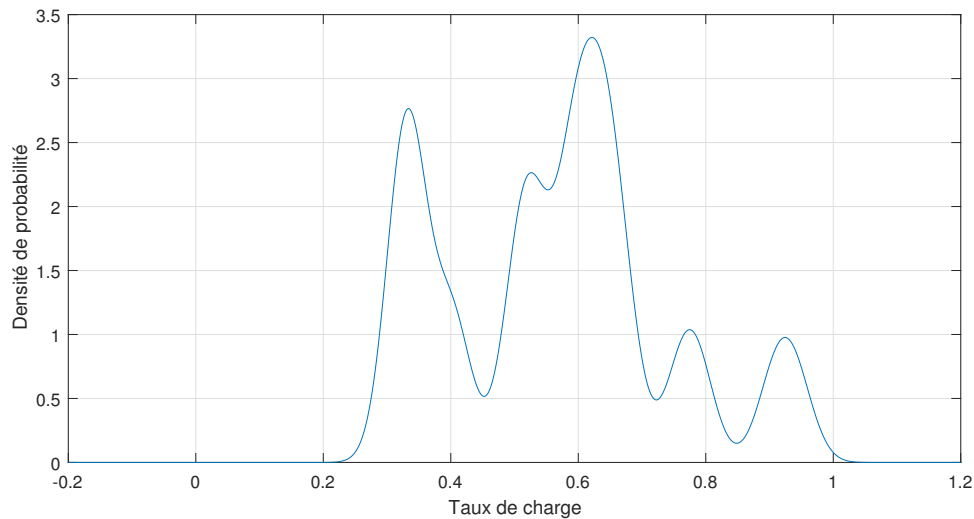


FIGURE 5.18 – Densité de probabilité du profil journalier des taux de consommation

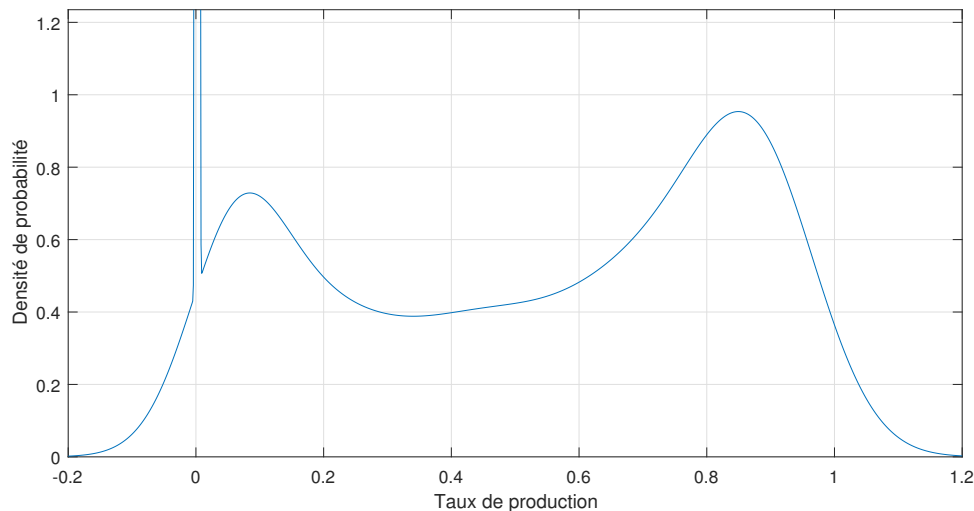


FIGURE 5.19 – Densité de probabilité du profil journalier des taux de production

L'optimisation de la prise des gradins de condensateurs consiste à rechercher la prise qui permet de respecter les contraintes pour obtenir le maximum de probabilité. La forme très complexe des densités de probabilité des profils et la nature discrète de la variable d'optimisation  $p_{cond}$  rend inefficace l'utilisation de l'algorithme du point intérieur. Cependant le faible nombre d'états possibles des gradins de condensateurs permet d'étudier rapidement les états du réseau en utilisant

toutes les possibilités. A partir des profils journaliers, il est possible d'étudier l'impact du choix de la prise des gradins de condensateurs sur le diagramme PQ à l'interface (sans puissance réactive des générateurs des départs de type 2). Les figures (5.20a, 5.20b) illustrent deux diagrammes PQ à l'interface à partir des profils journaliers (avec la prise 0 et la prise 6 des gradins), on peut y voir qu'un risque peut apparaître.

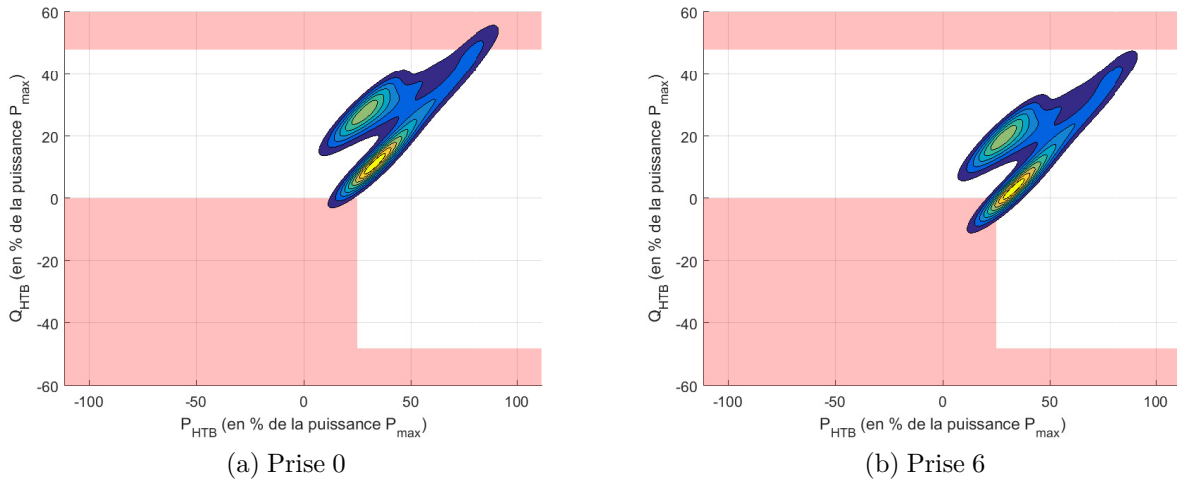


FIGURE 5.20 – Diagrammes PQ à l'interface en fonction de la prise

L'étude des 7 positions permet de choisir la prise qui minimise le risque d'apparition de contrainte. La figure 5.21 fournit les risques pour chacune des positions.

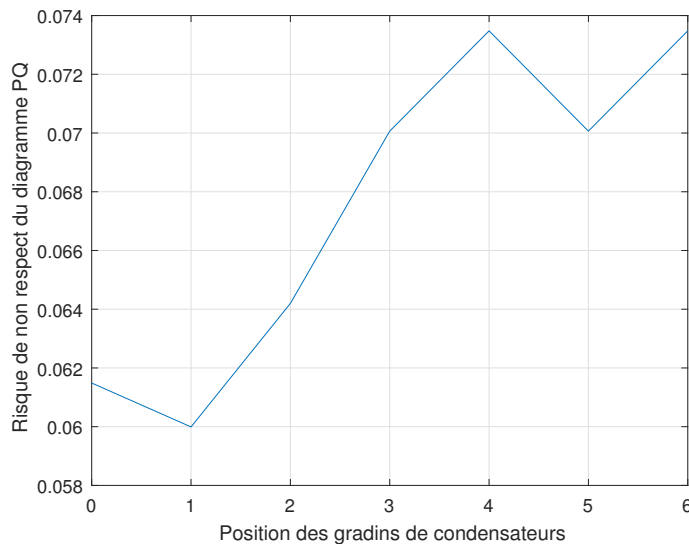


FIGURE 5.21 – Etude des risques de sortie du diagramme PQ en fonction de la prise des gradins

Cette étude permet de conclure sur la sélection de la prise 1. Les gradins permettent ainsi de répondre globalement au problème d'optimisation et réduire les risques à 6 %. Ensuite l'utilisation des générateurs décentralisés permet de réduire ces risques de contrainte à une valeur inférieure à 5 %.

L'étude temporelle montre que les moments à risque sont :

- quand la consommation est importante, il existe un risque de dépassement des 48 % de la puissance maximale. Ce risque apparaît pour les horaires 20h et 21h. Pour ces horaires, les producteurs doivent injecter de la puissance réactive afin de réduire la consommation réactive du réseau.
- quand la consommation est faible ( $P_{HTB} < 0.25 * P_{max}$ ), il existe un risque de refoulement de puissance réactive vers le réseau de transport. Ce risque apparaît pour les horaires 3h, 4h, 5h et 6h. Pour ces horaires, les producteurs doivent consommer de la puissance réactive.

Ainsi, ces moments à risque seront à gérer par les générateurs décentralisés. Les paramètres de leurs contrôleurs seront optimisés dans la section suivante.

## 5.7 Réglage de la puissance réactive à l'interface

La sélection d'une même prise pendant 24 h n'a pas permis de respecter les contraintes sur chaque pas horaire. Le problème d'optimisation pour ce réglage est présenté ici, il permettra d'optimiser les paramètres des contrôleurs des générateurs décentralisés.

### 5.7.1 Formulation du problème d'optimisation

Ce problème d'optimisation stochastique est similaire au réglage des plans de tension dans la mesure où il considère des moyennes, variances et niveaux des confiances. Il permet de sélectionner les paramètres des contrôleurs linéaires des générateurs. Nous présentons les différents sous-objectifs du problème de réglage de la puissance réactive à l'interface :

- maximisation du niveau de confiance  $\nu$  pour lequel le couple de puissance  $(\tilde{P}_{HTB}, \tilde{Q}_{HTB})$  appartient au diagramme DCC donné dans la figure 1 ;
- maximisation des niveaux de confiance  $\lambda_i$  pour lequel la puissance du générateur du nœud  $i$  reste dans les domaines PQ contractuels ;
- minimisation des efforts des générateurs  $E[|\frac{\tilde{Q}_i^p}{P_i^N}|]$  (la puissance  $P_i^N$  est la puissance nominale du générateur  $i$ ) ;
- minimisation de la variance de la puissance réactive à l'interface  $var(Q_{HTB})$ .

La somme pondérée de ces objectifs est donnée par l'équation (5.10).

$$\max_{x_\beta, x_Q} \min_{i=0}^n (\omega_2 \lambda_i) + \omega_5 \nu - \sum_{i=0}^n \left( \frac{\omega_4}{m} E[|\frac{\tilde{Q}_i^p}{P_i^N}|] \right) - \omega_7 var(Q_{HTB}) \quad (5.10)$$

avec  $m$  le nombre de générateurs

Ensuite, les contraintes du problème sont étudiées. Les contraintes des optimisations des tensions sont conservées et on y ajoute les suivantes :

- les niveaux de confiance  $\lambda_i$  doivent être supérieurs à une valeur  $\lambda_s$  spécifiée ;
- les niveaux de confiance  $\delta_l$  doivent être supérieurs à une valeur  $\delta_s$  spécifiée. Ils reflètent les niveaux de confiance que le courant de la ligne ne dépasse pas leur courant maximal. Dans notre étude, cette contrainte est toujours respectée quels que soient les taux de charge et de production ;
- le niveau de confiance  $\nu$  doit être supérieur à une valeur  $\nu_s$  spécifiée.

L'ensemble des contraintes est donné dans (5.11).

$$\lambda_i > \lambda_s \forall GEDs \quad (5.11a)$$

$$\delta_l > \delta_s \forall \text{conducteurs} \quad (5.11b)$$

$$\nu_i > \nu_s \forall GEDs \quad (5.11c)$$

$$(5.11d)$$

On utilisera les valeurs  $\lambda_s = \delta_s = \nu_s = 0.95$ . Le choix des poids  $\omega_5$  et  $\omega_6$  est réalisé de la même manière que précédemment puisqu'il répond à la même étude du front de Pareto, les valeurs numériques sont données dans l'équation (5.12)

$$\omega_2 = 0.9995; \quad (5.12a)$$

$$\omega_5 = 0.9995; \quad (5.12b)$$

$$\omega_4 = 0.0005; \quad (5.12c)$$

## 5.7.2 Réglage de la puissance réactive à l'interface

L'utilisation des générateurs est limitée par le diagramme PQ des producteurs. Quand la production est supérieure à 20 %, la puissance réactive est limitée par  $[-0.35; 0.4]$  alors que lorsque la production est inférieure à 20 %, la puissance réactive est encore plus limitée, les diagrammes contractuels sont donnés dans les figures (1.8a, 1.8b).

Les optimisations imposent aux générateurs de suivre les limites du diagramme, le tableau 5.2 donne les paramètres optimisés des lois des contrôleurs et les risques de non respect du diagramme DCC dans le cas où les puissances réactives sont nulles et dans le cas où les paramètres ont été optimisés (on rappelle que les lois sont de la forme  $Q^p - i = \beta_i P_i^p + Q_i^0$ ). L'équilibrage des efforts impose que tous les efforts des générateurs soient identiques.

Sur la journée le risque passe ainsi de 6 % à 4.7 % et valide les contraintes des problèmes d'optimisation. Les efforts obtenus sont illustrés par la figure 5.22.

Le diagramme PQ à l'interface optimisé est donné dans la figure 5.23, celui-ci montre que les risques sont répartis entre les deux zones à éviter. L'optimisation des paramètres a permis, dans notre cas, de réduire les risques de dépassement des 48 % de la puissance maximale.

Le fait que ce réseau ne contienne que des générateurs photovoltaïques limite leur utilisation pendant la nuit, un autre réseau contenant des générateurs autres que photovoltaïque permettra, dans l'hypothèse où leur production est supérieure à 20 %, de maîtriser la puissance réactive à l'interface même pendant la nuit.

Cette dernière sous-section a permis de fournir les résultats de l'optimisation journalière des paramètres des contrôleurs des générateurs dans le but de contrôler le transit de puissance réactive à l'interface. Il a été mis en évidence que le contrôle conjoint des actionneurs permet de réduire les risques de sortie de du diagramme DCC et de contrôler le flux de puissance réactive à l'interface.

## 5.8 Conclusion

L'utilisation de profils journaliers permet d'illustrer l'évolution temporelle des tensions et des puissances à l'interface. Elle met aussi en évidence les moments de la journée où un contrôle des

TABLE 5.2 – Paramètres optimisés des générateurs

Horaire	$txPP$	$\beta_i$	$Q_i^0$	Risque de sortie du diagramme DCC $Q_i^0$ et $P_{cond}=1$	Risque de sortie du diagramme DCC paramètres optimisés
1	0	0	0	0.0011	0.0011
2	0	0	0	0.0038	0.0038
3	0	0	0	0.0050	0.0050
4	0	0	0	0.0052	0.0052
5	0	0	0	0.0056	0.0056
6	0.0000	0	0	0.0048	0.0048
7	0.0048	0	0	0.0010	0.0010
8	0.0492	0	0	0.0000	0.0000
9	0.2053	0	0	0.0000	0.0000
10	0.4323	0	0	0.0000	0.0000
11	0.6394	0	0	0.0000	0.0000
12	0.7876	0	0	0.0000	0.0000
13	0.8818	0	0	0.0001	0.0001
14	0.9109	0	0	0.0000	0.0000
15	0.9078	0	0	0.0000	0.0000
16	0.8626	0	0	0.0000	0.0000
17	0.7739	0	0	0.0000	0.0000
18	0.6430	0	0	0.0000	0.0000
19	0.4573	0	0	0.0009	0.0009
20	0.2540	0	0.235	0.0185	0.0072
21	0.0875	2	0	0.0126	0.0107
22	0.0144	0	0	0.0012	0.0012
23	0.0024	0	0	0.0000	0.0000
24	0	0	0	0.0001	0.0001
Risque cumulé				0.0600	0.0467

plans de tension est nécessaire. Les profils de consommation et de production sont composés de 24 jeux de données représentant chacun un pas horaire. Sur chacun de ces jeux de données, les plans de tensions et la puissance réactive à l'interface sont contrôlés et répondent à des critères stochastiques intégrant des moyennes, des variances et des niveaux de confiance. Il avait été fait l'hypothèse qu'on ne sollicitait qu'un seul changement de prise des gradins de condensateurs par jour alors que les paramètres des contrôleurs des générateurs décentralisés sont mis à jour sur chaque pas horaire. Cette hypothèse est validée puisque les optimisations ont permis de répondre aux contraintes tout en minimisant les efforts globaux des actionneurs.

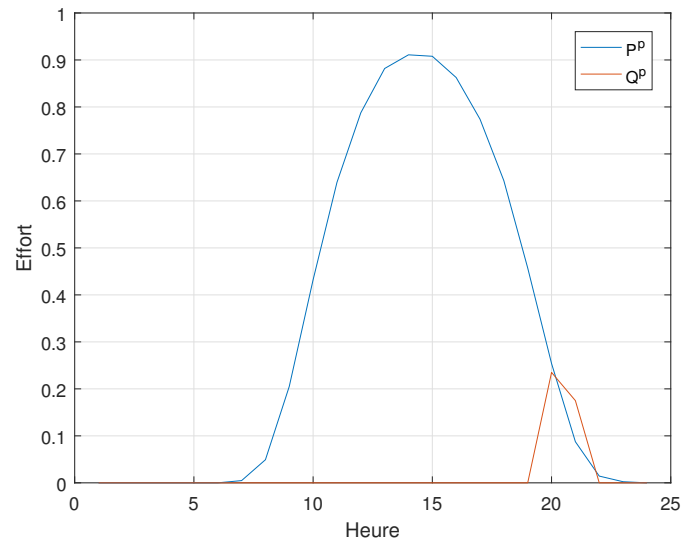


FIGURE 5.22 – Moyennes des efforts des générateurs décentralisés

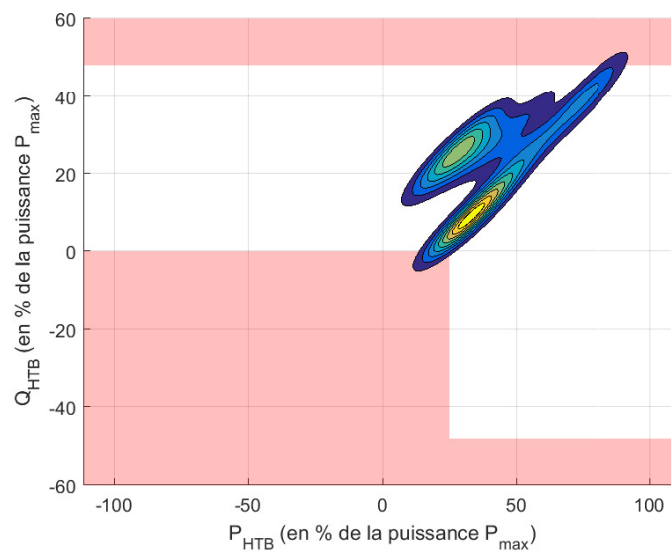


FIGURE 5.23 – Diagramme PQ à l'interface optimisé

# Conclusion générale

Cette thèse a proposé une méthodologie en vue de modéliser et d'optimiser de manière stochastique les réseaux de distribution intégrant des énergies renouvelables décentralisées. Ce travail est en accord avec les récents codes de réseaux qui impactent la gestion prévisionnelle des réseaux de distribution. En particulier, le code DCC demande aux réseaux de distribution de suivre un diagramme PQ à son interface avec le réseau de transport et le code SO impose d'échanger entre les gestionnaires des modèles agrégés des consommations et des productions à différents horizons temporels.

La première partie a proposé un état de l'art des différents modèles de la littérature. Une méthode linéaire de modèle de réseau combinant deux modèles différents a été sélectionnée qui permet de répondre aux objectifs de l'étude. A partir de ce modèle de réseau qui permet de représenter de manière précise à la fois les tensions et les puissances à l'interface, une modélisation stochastique utilisant des prévisions J-1 des consommations et des productions a été proposée. Elle permet de prendre en compte les contrôleurs décentralisés des réseaux de distribution associés aux différents leviers de réglage qui seront utilisés dans l'optimisation :

- le régleur en charge piloté par une tension de référence ;
- les gradins de condensateurs pilotés par la prise sélectionnée ;
- la puissance réactive des générateurs contrôlée soit par une loi linéaire avec la tension et la puissance active produite soit par une loi linéaire par morceaux avec la tension.

L'utilisation de lois linéaires et des données d'entrée Gaussiennes impliquent que les tensions peuvent être modélisées par des lois Gaussiennes. Il a ensuite été montré qu'une loi linéaire par morceaux implique que les tensions proches de cette loi peuvent être modélisées par des sommes de lois Gaussiennes tronquées. A partir de prévisions et des paramètres des actionneurs, il est ainsi possible de prévoir de manière stochastique les états futurs du réseau, de connaître les risques qu'une contrainte apparaisse et de comparer les performances de plusieurs jeux de paramètres.

La deuxième partie du travail a porté sur la question de l'optimisation stochastique appliquée à la gestion du plan de tension puis la gestion de la puissance réactive à l'interface réseau de transport/distribution. Pour ce faire, les différents leviers d'action mentionnés ci-dessus ont été utilisés. Afin d'éviter de changer les principes de contrôle existants et de sursolliciter le système de communication, il a été choisi de préserver les structures de commande actuelles et de modifier régulièrement (jusqu'à une fois par heure si nécessaire) les paramètres des contrôleurs pour le régleur en charge et les générateurs, et une fois par jour la position des gradins de condensateurs. Dans un premier temps, le contrôle des plans de tension proposé consiste à optimiser de manière stochastique la tension de référence du régleur en charge et les paramètres des contrôleurs linéaires et linéaires par morceaux des générateurs décentralisés en minimisant les efforts des générateurs. Dans un second temps, le contrôle de la puissance réactive à l'interface consiste à optimiser de manière stochastique la position des gradins de condensateurs et les paramètres des contrôleurs linéaires de certains générateurs décentralisés en minimisant les efforts des générateurs. Il a été proposé d'optimiser la prise des gradins à partir de profils journaliers de



consommation et de production ce qui permet d'éviter un vieillissement prématuré du matériel. Cette première optimisation permet de répondre globalement au cahier des charges de DCC. Puis, des optimisations horaires des paramètres des contrôleurs linéaires des générateurs permettent d'affiner le réglage. La résolution de ces deux problèmes permet de mettre en évidence la réduction des efforts des actionneurs grâce à l'optimisation conjointe et au fait de pouvoir mettre à jour régulièrement les paramètres des actionneurs. La modélisation linéaire de réseau et les erreurs de prévisions Gaussiennes permettent l'application de ces outils sur des réseaux de taille réelle qui peuvent contenir plusieurs milliers de nœuds et quelques dizaine d'actionneurs, la résolution étant effectuée en un temps inférieur à 10 minutes sur un ordinateur standard.

Pour les réseaux intégrant de nombreux générateurs décentralisés, les modélisations et les optimisations stochastiques pourraient ouvrir à de nouveaux critères d'appréciation et de nouvelles perspectives. Tout d'abord, le pilotage de la puissance active de production pourrait offrir de nouvelles opportunités. Cette nouvelle variable de pilotage donnerait plus de flexibilité au contrôle. En effet, la limitation de la production permettrait d'éviter de remettre en cause le dimensionnement du réseau dans certains cas. Actuellement, les réseaux de distribution sont dimensionnés pour accepter en toutes circonstances toutes les capacités de production active des générateurs. Intégrer la puissance active dans l'algorithme d'optimisation stochastique permettrait, parfois, de conserver le dimensionnement antérieur au prix d'une légère diminution de la puissance active produite. Cette diminution pouvant être estimée de manière stochastique, il sera possible de connaître le gain énergétique obtenu grâce au renforcement de réseau.

Ces nouvelles approches peuvent être faussées par la mauvaise connaissance des comportements stochastiques des consommateurs et des producteurs. L'intégration des caractéristiques intrinsèques des méthodes de prévision à différents horizons de temps permet de préciser la nature Gaussienne ou non-Gaussienne des erreurs des prévisions. Ensuite, les profils temporels agrégés d'un réseau de distribution sont souvent assez bien connus et bien prédits, cependant ce n'est pas le cas des consommateurs ou petits groupes de consommateurs Basse Tension. Les comportements individuels de ces types de consommateurs pourront être étudiés à partir des données fournies par les nouveaux compteurs intelligents. Enfin, on pourrait accéder aux corrélations entre les producteurs de même nature géographiquement proches.

Sur un horizon plus important, les modélisations et optimisations de réseaux de réseau de distribution peuvent allier des comportements temporels et des incertitudes, cela peut conduire à utiliser des distributions de mélange. Il sera possible d'étudier l'évolution temporelle du réseau et de choisir les paramètres qui répondent aux besoins pendant une plus longue période (pendant quelques heures, quelques jours, etc.). L'utilisation de mélanges Gaussiens pourrait être une solution qui ne modifie pas de manière profonde le travail de cette thèse mais permet de représenter plus finement le comportement aléatoire des variables.

Une extension des travaux de thèse pourrait considérer une boucle haute tension B et ainsi permettrait de coordonner les moyens d'action de plusieurs réseaux de distribution et d'une boucle haute tension B. Enfin, la réalité physique rappelle que la fiabilité des systèmes n'est pas absolue. L'optimisation conjointe des paramètres permettrait aussi de gérer des situations sous défaut. Quand on est dans l'incapacité de modifier les paramètres de contrôleur, il sera possible d'adapter les variables d'optimisation afin de continuer à optimiser le réseaux et à garantir le bon fonctionnement du système électrique en utilisant le reste des équipements disponibles.

# Bibliographie

- [1] “Principe et conditions de mise en œuvre d’une régulation locale de puissance réactive pour les installations de production raccordées au réseau public de distribution HTA,” [https://www.enedis.fr/sites/default/files/Enedis-NOI-RES\\_60E.pdf](https://www.enedis.fr/sites/default/files/Enedis-NOI-RES_60E.pdf), consulté le 25 septembre 2018.
- [2] “Arrêté du 23 avril 2008 relatif aux prescriptions techniques de conception et de fonctionnement pour le raccordement à un réseau public de distribution d’électricité en basse tension ou en moyenne tension d’une installation de production d’énergie électrique,” <https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000018698004>, consulté le 1 mars 2018.
- [3] A. J. Collin, J. L. Acosta, B. P. Hayes, and S. Z. Djokic, “Component-based aggregate load models for combined power flow and harmonic analysis,” in *7th Mediterranean Conference and Exhibition on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion (MedPower 2010)*, 2010, pp. 1–10.
- [4] B. Hayes, J. Gruber, and M. Prodanovic, “Short-term load forecasting at the local level using smart meter data,” in *2015 IEEE Eindhoven PowerTech*, 2015, pp. 1–6.
- [5] M. David, F. Ramahatana, P. Trombe, and P. Lauret, “Probabilistic forecasting of the solar irradiance with recursive arma and garch models,” *Solar Energy*, vol. 133, pp. 55–72, 2016.
- [6] N. D. Hatziargyriou, T. S. Karakatsanis, and M. Papadopoulos, “Probabilistic load flow in distribution systems containing dispersed wind power generation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 1, pp. 159–165, 1993.
- [7] “Horizon 2020,” [www.horizon2020.gouv.fr](http://www.horizon2020.gouv.fr), consulté le 15 novembre 2017.
- [8] “Energy union,” <https://ec.europa.eu/energy/en/topics/energy-strategy-and-energy-union/2030-energy-strategy>, consulté le 15 novembre 2017.
- [9] “Publication au Journal officiel de l’Union européenne du code de réseau DCC,” <https://eur-lex.europa.eu/eli/reg/2016/1388/oj>, consulté le 15 novembre 2017.
- [10] “Publication au Journal officiel de l’Union européenne du code de réseau SO,” <https://eur-lex.europa.eu/eli/reg/2017/1485/oj>, consulté le 15 novembre 2017.
- [11] H. Dutrieux, “Méthodes pour la planification pluriannuelle des réseaux de distribution. application à l’analyse technico-économique des solutions d’intégration des énergies renouvelables intermittentes,” Ph.D. dissertation, Ecole centrale de Lille, 2015.
- [12] J. Morin, “Coordination des moyens de réglage de la tension à l’interface réseau de distribution et de transport ; et évolution du réglage temps réel de la tension dans les réseaux de distribution,” Ph.D. dissertation, Paris, ENSAM, 2016.
- [13] M.-C. Alvarez-Hérault, R. Caire, S. Martino, C. Andrieu, and B. Raison, *Electrical Distribution Networks*. Wiley-Blackwell, 2013.
- [14] “Enedis,” [www.enedis.fr](http://www.enedis.fr), consulté le 15 novembre 2017.
- [15] G. Pepermans, J. Driesen, D. Haeseldonckx, R. Belmans, and W. D’haeseleer, “Distributed generation : definition, benefits and numbers,” *Energy Policy*, vol. 33, no. 6, pp. 787–798, 2005.

- [16] R. Caire, N. Retiere, S. Martino, C. Andrieu, and N. Hadjsaid, “Impact assessment of lv distributed generation on mv distribution network,” in *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, vol. 3, 2002, pp. 1423–1428.
- [17] M. Chindris, A. Cziker, A. Miron, H. Balan, and A. Sudria, “Propagation of unbalance in electric power systems,” in *2007 9th International Conference on Electrical Power Quality and Utilisation*, 2007, pp. 1–5.
- [18] “Glossaire Enedis,” [http://www.enedis.fr/sites/default/files/Enedis-NOI-RES\\_07E.pdf](http://www.enedis.fr/sites/default/files/Enedis-NOI-RES_07E.pdf), consulté le 1 mars 2018.
- [19] O. R. Schurig, “A miniature A-C. transmission system : For the practical solution of network and transmission-system problems,” *Journal of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 42, no. 10, pp. 1033–1040, 1923.
- [20] G. J. Berg, “Power-system load representation,” *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 120, no. 3, pp. 344–348, 1973.
- [21] I. T. F. on Load Representation for Dynamic Performance, “Load representation for dynamic performance analysis of power systems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 2, pp. 472–482, 1993.
- [22] A. Bokhari, A. Alkan, R. Dogan, M. Diaz-Aguiló, F. de León, D. Czarkowski, Z. Zabar, L. Birenbaum, A. Noel, and R. E. Uosef, “Experimental determination of the zip coefficients for modern residential, commercial, and industrial loads,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 29, no. 3, pp. 1372–1381, 2014.
- [23] J. Morin, F. Colas, J. Dieulot, S. Grenard, and X. Guillaud, “Embedding OLTC nonlinearities in predictive volt var control for active distribution networks,” *Electric Power Systems Research*, vol. 143, pp. 225–234, 2017.
- [24] D. Moneta, P. Mora, M. Gallanti, G. Monfredini, M. Merlo, and V. Olivert, “MV network with dispersed generation : Voltage regulation based on local controllers,” in *21th International Conference and Exhibition on Electricity Distribution, CIRED 2011*, 2011, pp. 1–4.
- [25] “Publication au Journal officiel de l’Union européenne du code de réseau RfG,” <https://eur-lex.europa.eu/eli/reg/2016/631/oj>, consulté le 1 juin 2018.
- [26] “Modalités du contrôle de performances des installations de production raccordées en haute tension (HTA) au réseau public de distribution géré par Enedis,” [https://www.enedis.fr/sites/default/files/Enedis-PRO-RES\\_64E.pdf](https://www.enedis.fr/sites/default/files/Enedis-PRO-RES_64E.pdf), consulté le 1 juin 2018.
- [27] S. Deckmann, A. Pizzolante, A. Monticelli, B. Stott, and O. Alsac, “Studies on power system load flow equivalencing,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, no. 6, pp. 2301–2310, 1980.
- [28] Y. Juan, Z. Mian, L. Wenyuan, Y. Wei, and Z. Xia, “Sufficient and necessary condition of sensitivity consistency in static equivalent methods,” *IET Generation, Transmission Distribution*, vol. 9, no. 7, pp. 603–608, 2015.
- [29] B. Gentile, J. Simpson-Porco, F. Dorfler, S. Zampieri, and F. Bullo, “On reactive power flow and voltage stability in microgrids,” in *American Control Conference (ACC), 2014*, 2014, pp. 759–764.
- [30] S. Bolognani and S. Zampieri, “On the Existence and Linear Approximation of the Power Flow Solution in Power Distribution Networks,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 1, pp. 163–172, 2016.
- [31] W. F. Tinney and C. E. Hart, “Power Flow Solution by Newton’s Method,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-86, no. 11, pp. 1449–1460, 1967.
- [32] J. Treece, “Bootstrap Gauss-Seidel load flow,” *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 116, no. 5, pp. 866–870, 1969.

- [33] B. Stott and O. Alsac, “Fast Decoupled Load Flow,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-93, no. 3, pp. 859–869, 1974.
- [34] M. Baran and F. Wu, “Optimal sizing of capacitors placed on a radial distribution system,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, no. 1, pp. 735–743, 1989.
- [35] ———, “Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, no. 2, pp. 1401–1407, 1989.
- [36] S. Ghosh and D. Das, “Method for load-flow solution of radial distribution networks,” *Transmission and Distribution IEE Proceedings–Generation*, vol. 146, no. 6, pp. 641–648, 1999.
- [37] A. Mahmoudi and S. Hosseinian, “Direct solution of distribution system load flow using forward/backward sweep,” in *2011 19th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, 2011, pp. 1–1.
- [38] G. Gilbert, D. Bouchard, and A. Chikhani, “A comparison of load flow analysis using DistFlow, Gauss-Seidel, and optimal load flow algorithms,” in *IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 1998*, vol. 2, 1998, pp. 850–853.
- [39] A. J. Collin, G. Tsagarakis, A. E. Kiprakis, and S. McLaughlin, “Development of Low-Voltage Load Models for the Residential Load Sector,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 5, pp. 2180–2188, 2014.
- [40] J. V. Milanovic, J. Matevosiyanyan, A. Gaikwad, A. Borghetti, S. Z. Djokic, Z. Y. Dong, Andrew, Halley, L. M. Korunovic, S. M. Villanueva, J. Ma, P. Pourbeik, F. Resende, S. Sterpu, F. Villella, K. Yamashita, O. Auer, K. Karoui, D. Kosterev, S. K. Leung, D. Mtolo, S. M. Zali, A. Collin, and Y. Xu, “WG C4.605 modelling and Aggregation of Loads in Flexible Power Networks,” *CIGRE*, 2014.
- [41] P. Dimo, “Nodal analysis of power systems,” *Abacus Press, Kent, England*, 1975.
- [42] W. F. Tinney and W. L. Powell, “The REI approach to power network equivalents,” in *IEEE PICA Conference Proceedings, Minneapolis*, 1983, pp. 384–390.
- [43] X. Cheng and T. Overbye, “PTDF-based power system equivalents,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 1868–1876, 2005.
- [44] D. Shi and D. Tylavsky, “A Novel Bus-Aggregation-Based Structure-Preserving Power System Equivalent,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 4, pp. 1977–1986, 2015.
- [45] H. Oh, “A New Network Reduction Methodology for Power System Planning Studies,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 677–684, 2010.
- [46] ———, “Aggregation of Buses for a Network Reduction,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 2, pp. 705–712, 2012.
- [47] “Mathworks,” <https://fr.mathworks.com/>, consulté le 1 septembre 2018.
- [48] J. Buire, X. Guillaud, F. Colas, J. Dieulot, and L. De Alvaro, “Combination of linear power flow tools for voltages and power estimation on mv networks,” in *24th International Conference and Exhibition on Electricity Distribution, CIRED 2017*, 2017, pp. 1–4.
- [49] B. Borkowska, “Probabilistic load flow,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, no. 3, pp. 752–759, 1974.
- [50] R. Allan, B. Borkowska, and C. Grigg, “Probabilistic analysis of power flows,” in *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 121, no. 12. IET, 1974, pp. 1551–1556.
- [51] M. Madrigal, K. Ponnambalam, and V. H. Quintana, “Probabilistic optimal power flow,” in *Conference Proceedings. IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, vol. 1, 1998, pp. 385–388.

- [52] “Bilan électrique 2017,” <http://bilan-electrique-2017.rte-france.com/consommation/>, consulté le 12 juin 2018.
- [53] “Open-data Enedis,” <https://www.enedis.fr/open-data>, consulté le 12 juin 2018.
- [54] S. F. Contreras and J. M. Myrzik, “Multi-objective probabilistic power resources planning for microgrids with ancillary services capacity,” in *2018 Power Systems Computation Conference (PSCC)*, 2018, pp. 1–7.
- [55] A. Ahmad, M. Hassan, M. Abdullah, H. Rahman, F. Hussin, H. Abdullah, and R. Saidur, “A review on applications of ann and svm for building electrical energy consumption forecasting,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 33, pp. 102–109, 2014.
- [56] L. Suganthi and A. A. Samuel, “Energy models for demand forecasting—a review,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 16, no. 2, pp. 1223–1240, 2012.
- [57] E. A. Feinberg and D. Genethliou, *Load Forecasting*. Boston, MA : Springer US, 2005, pp. 269–285.
- [58] H. Chitsaz, H. Shaker, H. Zareipour, D. Wood, and N. Amjady, “Short-term electricity load forecasting of buildings in microgrids,” *Energy and Buildings*, vol. 99, pp. 50–60, 2015.
- [59] A. Baliya, K. Gaurav, and S. K. Mishra, “A review of short term load forecasting using artificial neural network models,” *Procedia Computer Science*, vol. 48, pp. 121–125, 2015.
- [60] A. K. Srivastava, A. S. Pandey, and D. Singh, “Short-term load forecasting methods : A review,” in *2016 International Conference on Emerging Trends in Electrical Electronics Sustainable Energy Systems (ICETEESES)*, 2016, pp. 130–138.
- [61] P. Luo, S. Zhu, L. Han, and Q. Chen, “Short-term photovoltaic generation forecasting based on similar day selection and extreme learning machine,” in *2017 IEEE Power Energy Society General Meeting*, 2017, pp. 1–5.
- [62] D. Sharma, P. Nair, and R. Balasubramanian, “Residential demand for electrical energy in the state of kerala : an econometric analysis with medium range projections,” in *Proceedings of the IEEE power engineering society winter meeting*, 2000.
- [63] M. H. Athari and Z. Wang, “Modeling the uncertainties in renewable generation and smart grid loads for the study of the grid vulnerability,” in *2016 IEEE Power Energy Society Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT)*, 2016, pp. 1–5.
- [64] H. Quan, D. Srinivasan, and A. Khosravi, “Short-term load and wind power forecasting using neural network-based prediction intervals,” *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 303–315, 2014.
- [65] C. J. Bennett, R. A. Stewart, and J. W. Lu, “Forecasting low voltage distribution network demand profiles using a pattern recognition based expert system,” *Energy*, vol. 67, pp. 200–212, 2014.
- [66] P. Carroll, T. Murphy, M. Hanley, D. Dempsey, and J. Dunne, “Household classification using smart meter data,” *Journal of Official Statistics*, vol. 34, no. 1, pp. 1–25, 2018.
- [67] J. L. Viegas, S. M. Vieira, R. Melício, V. Mendes, and J. M. Sousa, “Classification of new electricity customers based on surveys and smart metering data,” *Energy*, vol. 107, pp. 804–817, 2016.
- [68] S. Humeau, T. K. Wijaya, M. Vasirani, and K. Aberer, “Electricity load forecasting for residential customers : Exploiting aggregation and correlation between households,” in *2013 Sustainable Internet and ICT for Sustainability (SustainIT)*, 2013, pp. 1–6.
- [69] T. K. Wijaya, S. F. R. J. Humeau, M. Vasirani, and K. Aberer, “Individual, aggregate, and cluster-based aggregate forecasting of residential demand,” 2014.

- [70] T. K. Wijaya, M. Vasirani, S. Humeau, and K. Aberer, “Cluster-based aggregate forecasting for residential electricity demand using smart meter data,” in *2015 IEEE International Conference on Big Data (Big Data)*, 2015, pp. 879–887.
- [71] R. Sevlian and R. Rajagopal, “A scaling law for short term load forecasting on varying levels of aggregation,” *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 98, pp. 350–361, 2018.
- [72] S. Lefebvre, G. Gaba, A. O. Ba, D. Asber, A. Ricard, C. Perreault, and D. Chartrand, “Measuring the efficiency of voltage reduction at hydro-quebec distribution,” in *2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting—Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century*, 2008, pp. 1–7.
- [73] B.-M. Hodge, D. Lew, M. Milligan, H. Holttinen, S. Sillanpää, E. Gómez-Lázaro, R. Scharff, L. Söder, X. G. Larsén, G. Giebel *et al.*, “Wind power forecasting error distributions : An international comparison,” in *11th Annual International Workshop on Large-Scale Integration of Wind Power into Power Systems as well as on Transmission Networks for Offshore Wind Power Plants Conference*, 2012.
- [74] B. M. Hodge and M. Milligan, “Wind power forecasting error distributions over multiple timescales,” in *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 2011, pp. 1–8.
- [75] S. Arora and J. W. Taylor, “Forecasting electricity smart meter data using conditional kernel density estimation,” *Omega*, vol. 59, pp. 47–59, 2016.
- [76] P. Pinson, H. Madsen, H. A. Nielsen, G. Papaefthymiou, and B. Klöckl, “From probabilistic forecasts to statistical scenarios of short-term wind power production,” *Wind Energy*, vol. 12, pp. 51–62, 2009.
- [77] J. Zhang, B.-M. Hodge, and A. Florita, “Joint probability distribution and correlation analysis of wind and solar power forecast errors in the western interconnection,” *Journal of Energy Engineering*, vol. 141, no. 1, p. B4014008, 2015.
- [78] E. Nuño, M. Koivisto, N. Cutululis, and P. Sorensen, “Simulation of regional day-ahead pv power forecast scenarios,” in *2017 IEEE Manchester PowerTech*, 2017, pp. 1–6.
- [79] P. M. S. Carvalho, P. F. Correia, and L. A. F. M. Ferreira, “Distributed reactive power generation control for voltage rise mitigation in distribution networks,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, no. 2, pp. 766–772, 2008.
- [80] U. Focken, M. Lange, K. Mönnich, H.-P. Waldl, H. G. Beyer, and A. Luig, “Short-term prediction of the aggregated power output of wind farms—a statistical analysis of the reduction of the prediction error by spatial smoothing effects,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 90, no. 3, pp. 231–246, 2002.
- [81] M. L. Eaton, *Chapter 3 : The normal distribution on a vector space*, ser. Lecture Notes—Monograph Series. Beachwood, Ohio, USA : Institute of Mathematical Statistics, 2007, vol. 53.
- [82] J. Buire, F. Colas, J. Dieulot, L. De-Alvaro, and X. Guillaud, “Stochastic power flow of distribution networks including dispersed generation system,” in *the 2018 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT Europe)*, 2018, pp. 1–6.
- [83] M. S. Bazaraa, J. J. Jarvis, and H. D. Sherali, *Linear programming and network flows*. John Wiley & Sons, 2011.
- [84] S. Repo, H. Laaksonen, P. Jarventausta, O. Huhtala, and M. Mickelsson, “A case study of a voltage rise problem due to a large amount of distributed generation on a weak distribution network,” in *2003 IEEE Bologna PowerTech Conference Proceedings*, vol. 4, 2003, p. 6.

- [85] S. Repo, H. Laaksonen, and P. Järventausta, “New methods and requirements for planning of medium voltage network due to distributed generation,” in *NORDAC 2004 Espoo Finland*, 2004.
- [86] T. Pfajfar, I. Papic, B. Bletterie, and H. Brunner, “Improving power quality with coordinated voltage control in networks with dispersed generation,” in *2007 9th International Conference on Electrical Power Quality and Utilisation*, 2007, pp. 1–6.
- [87] A. Keane and M. O’Malley, “Optimal allocation of embedded generation on distribution networks,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 3, pp. 1640–1646, 2005.
- [88] G. Harrison and A. Wallace, “Optimal power flow evaluation of distribution network capacity for the connection of distributed generation,” *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, vol. 152, no. 1, pp. 115–122, 2005.
- [89] J. P. Achara, J.-Y. Le Boudec, and M. Paolone, “Technologies for integration of large-scale distributed generation and volatile loads in distribution grids,” in *India Smart Grid Week (ISGW)*, 2018, pp. 1–5.
- [90] A. Borghetti, M. Bosetti, S. Grillo, S. Massucco, C. A. Nucci, M. Paolone, and F. Silvestro, “Short-term scheduling and control of active distribution systems with high penetration of renewable resources,” *IEEE Systems Journal*, vol. 4, no. 3, pp. 313–322, 2010.
- [91] A. Bonhomme, D. Cortinas, F. Boulanger, and J. L. Fraisse, “A new voltage control system to facilitate the connection of dispersed generation to distribution networks,” in *16th International Conference and Exhibition on Electricity Distribution, 2001*, vol. 4, 2001.
- [92] Q. Wu and Y. Cao, “Optimal reactive power dispatch using an adaptive genetic algorithm,” *IET Conference Proceedings*, pp. 117–122, 1997.
- [93] K. Iba, “Reactive power optimization by genetic algorithm,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 685–692, 1994.
- [94] K. R. C. Mamandur and R. D. Chenoweth, “Optimal control of reactive power flow for improvements in voltage profiles and for real power loss minimization,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, no. 7, pp. 3185–3194, 1981.
- [95] K. Y. Lee and F. F. Yang, “Optimal reactive power planning using evolutionary algorithms : a comparative study for evolutionary programming, evolutionary strategy, genetic algorithm, and linear programming,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 101–108, 1998.
- [96] K. H. Abdul-Rahman and S. M. Shahidehpour, “A fuzzy-based optimal reactive power control,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 2, pp. 662–670, 1993.
- [97] B. A. de Souza and A. M. F. de Almeida, “Multiobjective optimization and fuzzy logic applied to planning of the volt/var problem in distributions systems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, no. 3, pp. 1274–1281, 2010.
- [98] S. Auchariyamet and S. Sirisumrannukul, “Optimal daily coordination of volt/var control devices in distribution systems with distributed generators,” in *45th International Universities Power Engineering Conference UPEC2010*, 2010, pp. 1–6.
- [99] M. J. Krok and S. Genc, “A coordinated optimization approach to volt/var control for large power distribution networks,” in *Proceedings of the 2011 American Control Conference*, 2011, pp. 1145–1150.
- [100] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex optimization*. Cambridge University Press, 2004.
- [101] H. Johal, W. Ren, Y. Pan, and M. Krok, “An integrated approach for controlling and optimizing the operation of a power distribution system,” in *2010 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT Europe)*, 2010, pp. 1–7.

- [102] Z. Hu, X. Wang, H. Chen, and G. Taylor, "Volt/var control in distribution systems using a time-interval based approach," *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, vol. 150, no. 5, pp. 548–554, 2003.
- [103] H. Yoshida, K. Kawata, Y. Fukuyama, S. Takayama, and Y. Nakanishi, "A particle swarm optimization for reactive power and voltage control considering voltage security assessment," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 4, pp. 1232–1239, 2000.
- [104] A. Borghetti, "Using mixed integer programming for the volt/var optimization in distribution feeders," *Electric Power Systems Research*, vol. 98, pp. 39–50, 2013.
- [105] S. Deshmukh, B. Natarajan, and A. Pahwa, "Voltage/var control in distribution networks via reactive power injection through distributed generators," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 3, no. 3, pp. 1226–1234, 2012.
- [106] K. Christakou, D.-C. Tomozei, J.-Y. L. Boudec, and M. Paolone, "AC OPF in radial distribution networks – Part I : On the limits of the branch flow convexification and the alternating direction method of multipliers," *Electric Power Systems Research*, vol. 143, pp. 438 – 450, 2017.
- [107] —, "AC OPF in radial distribution networks – Part II : An augmented Lagrangian-based OPF algorithm, distributable via primal decomposition," *Electric Power Systems Research*, vol. 150, pp. 24–35, 2017.
- [108] X. Feng, W. Peterson, F. Yang, G. M. Wickramasekara, and J. Finney, "Implementation of control center based voltage and var optimization in distribution management system," in *IEEE PES Transmission and Distribution 2010*, 2010, pp. 1–6.
- [109] J. Baran and J. Witzany, "A comparison of evt and standard var estimations," *Bulletin of the Czech Econometric Society*, vol. 19, no. 29, 2012.
- [110] A. Ruszczyński, "Risk-averse dynamic programming for markov decision processes," *Mathematical Programming*, vol. 125, no. 2, pp. 235–261, 2010.
- [111] C. Acerbi, "Spectral measures of risk : A coherent representation of subjective risk aversion," *Journal of Banking and Finance*, vol. 26, no. 7, pp. 1505–1518, 2002.
- [112] H. Föllmer and A. Schied, *Stochastic finance : an introduction in discrete time*. Walter de Gruyter, 2011.
- [113] T. K. Moon, "The expectation-maximization algorithm," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 13, no. 6, pp. 47–60, 1996.
- [114] T. Niknam, M. Zare, and J. Aghaei, "Scenario-based multiobjective volt/var control in distribution networks including renewable energy sources," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 27, no. 4, pp. 2004–2019, 2012.
- [115] K. Christakou, M. Paolone, and A. Abur, "Voltage control in active distribution networks under uncertainty in the system model : A robust optimization approach," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 6, pp. 5631–5642, 2018.
- [116] F. Xiao and J. D. McCalley, "Power system risk assessment and control in a multiobjective framework," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, no. 1, pp. 78–85, 2009.
- [117] M. Ni, J. D. McCalley, V. Vittal, and T. Tayyib, "Online risk-based security assessment," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 1, pp. 258–265, 2003.
- [118] Y. Cao, Y. Tan, C. Li, and C. Rehtanz, "Chance-constrained optimization-based unbalanced optimal power flow for radial distribution networks," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 28, no. 3, pp. 1855–1864, 2013.
- [119] N. D. Hatziargyriou and T. S. Karakatsanis, "A probabilistic approach to control variable adjustment for power system planning applications," in *Control, 1994. Control '94. International Conference on*, vol. 1, 1994, pp. 733–738 vol.1.



- [120] H. Yu, C. Y. Chung, K. P. Wong, and J. H. Zhang, “A chance constrained transmission network expansion planning method with consideration of load and wind farm uncertainties,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 1568–1576, 2009.
- [121] F. Demailly, O. Ninet, and A. Even, “Numerical tools and models for monte carlo studies of the influence on embedded generation on voltage limits in LV grids,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 3, pp. 2343–2350, 2005.
- [122] S. A. V. Goerdin, J. J. Smit, and R. P. Y. Mehairjan, “Monte carlo simulation applied to support risk-based decision making in electricity distribution networks,” in *2015 IEEE Eindhoven PowerTech*, 2015, pp. 1–5.
- [123] V. Neimane, “Distribution network planning based on statistical load modeling applying genetic algorithms and monte-carlo simulations,” in *2001 IEEE Porto Power Tech Proceedings*, vol. 3, 2001, p. 5.
- [124] F. J. Soares, J. A. P. Lopes, and P. M. R. Almeida, “A monte carlo method to evaluate electric vehicles impacts in distribution networks,” in *2010 IEEE Conference on Innovative Technologies for an Efficient and Reliable Electricity Supply*, 2010, pp. 365–372.
- [125] A. Soroudi, R. Caire, N. Hadjsaid, and M. Ehsan, “Probabilistic dynamic multi-objective model for renewable and non-renewable distributed generation planning,” *IET Generation, Transmission and Distribution*, vol. 5, no. 11, pp. 1173–1182, 2011.
- [126] R. Y. Rubinstein and D. P. Kroese, *Simulation and the Monte Carlo Method*, 2nd ed. Wiley Series in Probability and Statistics, 2017.
- [127] L. Wu, M. Shahidehpour, and T. Li, “Cost of reliability analysis based on stochastic unit commitment,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 1364–1374, 2008.
- [128] T. Niknam, M. Zare, and J. Aghaei, “Scenario-based multiobjective volt/var control in distribution networks including renewable energy sources,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 27, no. 4, pp. 2004–2019, 2012.
- [129] S. Mohammadi, S. Soleymani, and B. Mozafari, “Scenario-based stochastic operation management of microgrid including wind, photovoltaic, micro-turbine, fuel cell and energy storage devices,” *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 54, pp. 525–535, 2014.
- [130] L. Wu, M. Shahidehpour, and T. Li, “Stochastic security-constrained unit commitment,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 2, pp. 800–811, 2007.
- [131] Z. Hu and X. Wang, “A probabilistic load flow method considering branch outages,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 2, pp. 507–514, 2006.
- [132] R. VON Mises, *Mathematical Theory of Probability and Statistics*. Academic Press, 1964, pp. 384–396.
- [133] D. Schleher, “Generalized gram-charlier series with application to the sum of log-normal variates,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 23, no. 2, pp. 275–280, 1977.
- [134] A. W. Davis, *Gram-Charlier Series*. American Cancer Society, 2006.
- [135] P. Sauer and G. Heydt, “A convenient multivariate gram-charlier type a series,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 27, no. 1, pp. 247–248, 1979.
- [136] F. Edgeworth, “The law of error,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 16, no. 100, pp. 300–309, 1883.
- [137] R. Fisher and E. Cornish, “Moments and cumulants in the specification of distributions.” *Review of the International Statistical Institute*, no. 5, pp. 307–320, 1937.
- [138] Z. Hu, X. Wang, and G. Taylor, “Stochastic optimal reactive power dispatch : Formulation and solution method,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 32, no. 6, pp. 615–621, 2010.

- [139] W. van Ackooij, R. Henrion, A. Möller, and R. Zorgati, “Joint chance constrained programming for hydro reservoir management,” *Optimization and Engineering*, vol. 15, no. 2, pp. 509–531, 2014.
- [140] A. Prekopa, *Stochastic programming*. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [141] J.-P. Crouzeix and J. A. Ferland, “Algorithms for generalized fractional programming,” *Mathematical Programming*, vol. 52, no. 1, pp. 191–207, 1991.
- [142] I. M. Stancu-Minasian and S. Tigan, “On some fractional programming models occurring in minimum-risk problems,” in *Generalized Convexity and Fractional Programming with Economic Applications*, A. Cambini, E. Castagnoli, L. Martein, P. Mazzoleni, and S. Schaible, Eds. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1990, pp. 295–324.
- [143] S. Schaible and T. Ibaraki, “Fractional programming,” *European Journal of Operational Research*, vol. 12, no. 4, pp. 325–338, 1983.
- [144] R. Freund and F. Jarre, “An interior-point method for fractional programs with convex constraints,” *Mathematical Programming*, vol. 67, pp. 407–440, 1994.
- [145] K. Boufi and A. Roubi, “Dual method of centers for solving generalized fractional programs,” *Journal Global Optimization*, vol. 69, pp. 387–426, 2017.
- [146] Y. Zhao, S. Liu, and H. Jiao, “A new branch and bound algorithm for minimax ratios problems,” *Open Mathematics*, vol. 15, pp. 840–851, 2017.
- [147] Z. Landsman, “Minimization of the root of a quadratic functional under an affine equality constraint,” *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 216, pp. 319–327, 2008.
- [148] F. Capitanescu, M. Glavic, D. Ernst, and L. Wehenkel, “Interior-point based algorithms for the solution of optimal power flow problems,” *Electric Power Systems Research*, vol. 77, no. 5, pp. 508–517, 2007.
- [149] J. Buire, F. Colas, J. Dieulot, L. De-Alvaro, S. Grenard, and X. Guillaud, “Confidence-level optimization in distribution grids for voltage droop controllers tuning,” in *2018 Power Systems Computation Conference (PSCC)*, 2018, pp. 1–7.
- [150] O. Richardot, “Réglage coordonné de tension dans les réseaux de distribution à l’aide de la production décentralisée,” Ph.D. dissertation, Grenoble INPG, 2006.
- [151] P. M. Anderson and A. A. A. Fouad, *Institute of Electrical, and Electronics Engineers. Power system control and stability*. IEEE Press power engineering, 2003.
- [152] E. T. Bell, “Partition polynomials,” *Annals of Mathematics*, no. 1/4, pp. 38–46, 1927-1928.
- [153] B. B. Saha, “On a generating function of Hermite polynomials,” *The Yokohama mathematical journal*, vol. 17, no. 2, pp. 73–76, 1969.



# Annexes

“ *Spartiates ! Mangez vos victuailles avec appétit car nous dînerons en Enfer ce soir !* ”

---

Léonidas, 300

# Annexe A

## Définitions et démonstrations mathématiques

### 1 Définition

Les définitions et propositions de base sont présentées dans le livre [81] par exemple, certaines définitions et propositions sont rappelées ci dessous. Il est important de préciser que les variables aléatoires utilisées sont absolument continues par rapport à la mesure de Lebesgue.

#### Définition 1

##### **Moment d'ordre $p$**

Soit  $\tilde{X}$  une variable aléatoire absolument continue définie sur  $I$  et de densité de probabilité  $x \mapsto p(x)$ . Le moment d'ordre  $p \in \mathbb{N}$  de  $\tilde{X}$  est défini, s'il existe par l'équation (A.1).

$$E[\tilde{X}^p] = \int_{x \in I} x^p p(x) dx \quad (\text{A.1})$$

La moyenne  $\mu$  d'une variable aléatoire  $\tilde{X}$  est définie par son moment d'ordre 1 (A.2). La variance  $\sigma^2$  d'une variable aléatoire  $\tilde{X}$  est définie par l'équation (A.3). Le coefficient d'asymétrie  $\mu_3$  d'une variable aléatoire  $\tilde{X}$  est définie par son moment d'ordre 3 (A.4). Le coefficient d'aplatissement  $\mu_4$  d'une variable aléatoire  $\tilde{X}$  est définie par son moment d'ordre 4 (A.5).

$$\mu = E[\tilde{X}] \quad (\text{A.2})$$

$$\text{Var}(\tilde{X}) = E[(\tilde{X} - E[\tilde{X}])^2] = E[\tilde{X}^2] - E[\tilde{X}]^2 \quad (\text{A.3})$$

$$\mu_3 = E[(\tilde{X} - E[\tilde{X}])^3] \quad (\text{A.4})$$

$$\mu_4 = E[(\tilde{X} - E[\tilde{X}])^4] \quad (\text{A.5})$$

#### Définition 2

##### **Covariance**

Soit  $\tilde{X}$  et  $\tilde{Y}$  deux variables aléatoires de variances finies, on définit la covariance entre  $\tilde{X}$  et  $\tilde{Y}$  par l'équation (A.6).

$$\text{Cov}(\tilde{X}, \tilde{Y}) = E[(\tilde{X} - E[\tilde{X}])(\tilde{Y} - E[\tilde{Y}])] \quad (\text{A.6})$$

#### Proposition 4

##### **Somme de variables aléatoires**

Soit  $\tilde{X}$  et  $\tilde{Y}$  deux variables aléatoires indépendantes. Les moments d'ordre 1 et 2 de leur somme

pondérée sont données par les équations (A.7, A.8).

$$E[a\tilde{X}+b\tilde{Y}] = aE[\tilde{X}]+bE[\tilde{Y}] \quad (\text{A.7})$$

$$E[(a\tilde{X}+b\tilde{Y})^2] = a^2 E[\tilde{X}^2]+b^2 E[\tilde{Y}^2] \quad (\text{A.8})$$

Dans le cas où les deux variables  $\tilde{X}$  et  $\tilde{Y}$  sont liées linéairement entre elles par la covariance  $Cov(\tilde{X},\tilde{Y})=E[\tilde{X}\tilde{Y}]-E[\tilde{X}]E[\tilde{Y}]$ , les moments d'ordre 1 et 2 sont données par les équations (A.9, A.10).

$$E[a\tilde{X}+b\tilde{Y}] = aE[\tilde{X}]+bE[\tilde{Y}] \quad (\text{A.9})$$

$$E[(a\tilde{X}+b\tilde{Y})^2] = a^2 E[\tilde{X}^2]+b^2 E[\tilde{Y}^2]+2abCov(\tilde{X},\tilde{Y}) \quad (\text{A.10})$$

### Proposition 5

#### Somme de variables Gaussiennes

La somme pondérée de variables Gaussiennes est une variable Gaussienne. Elle sera caractérisée en utilisant la proposition 4.

### Théorème 4

#### Théorème central limite

Soit  $(\tilde{X}_n), n \in \mathbb{N}^*$  une suite de variables aléatoires indépendantes de même loi, de moyenne  $\mu$  et d'écart type  $\sigma > 0$  finies. Posons  $\bar{X}_n$  la moyenne empirique de l'échantillon (A.11) et  $Z_n$  la loi de probabilité (A.12)

$$\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n \tilde{X}_i}{n} \quad (\text{A.11})$$

$$\tilde{Z}_n = \frac{\sqrt{n}}{\sigma} (\bar{X}_n - \mu) \quad (\text{A.12})$$

La loi de  $Z_n$  converge vers la loi gaussienne standard  $\mathcal{N}(0, 1)$ , c'est à dire que  $\forall a < b$  :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P[a < \tilde{Z}_n < b] = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt \quad (\text{A.13})$$

## 2 Corrélation entre les charges

Soit  $(\tilde{X}_n), n \in \mathbb{N}^*$  une suite de  $n$  variables aléatoires représentant les prévisions de  $n$  consommateurs. Soit  $\tilde{Y} = \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i$  la somme des précédentes variables aléatoires. La figure 2.6 montre par expérience que la variance de la somme est plus faible que la somme des variances :

$$Va(\tilde{Y}) < \sum_{i=1}^n Va(\tilde{X}_i) \quad (\text{A.14})$$

En utilisant la proposition 4, on peut décomposer  $\tilde{Y}$  :

$$\begin{aligned} Va(\tilde{Y}) &< \sum_{i=1}^n Va(\tilde{X}_i) \\ Va(\sum_{i=1}^n Va(\tilde{X}_i)) &< \sum_{i=1}^n Va(\tilde{X}_i) \\ \sum_{i=1}^n Va(\tilde{X}_i) + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} Cov(\tilde{X}_i, \tilde{X}_j) &< \sum_{i=1}^n Va(\tilde{X}_i) \\ \sum_{1 \leq i < j \leq n} Cov(\tilde{X}_i, \tilde{X}_j) &< 0 \end{aligned}$$

On a montré que la somme des covariances est négative. En supposant que les covariances sont égales (en taux de charge), on peut déduire que chaque covariance est négative.

### 3 Algorithme du test d'adéquation du $\chi^2$

La valeur du  $\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(p_i^{monte} - p_i^{fit})^2}{p_i^{monte}}$  fournit une valeur observée alors qu'il serait plus intéressant de la convertir en un niveau de confiance. La table suivante permet de lier ces valeurs : le nombre de degrés de liberté est reporté en ordonnée alors que en abscisse il y a les niveaux de risque.

TABLE A.1 – Table de la loi du  $\chi^2$ 

	0.01	0.02	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	0.98	0.99	0.999
1	0	0.001	0.004	0.016	0.036	0.064	0.102	0.148	0.275	0.455	0.708	1.074	1.323	1.642	2.072	2.706	3.841	5.412	6.635	10.827
2	0.02	0.04	0.103	0.211	0.325	0.446	0.575	0.713	1.022	1.386	1.833	2.408	2.773	3.219	3.794	4.605	5.991	7.824	9.21	13.815
3	0.115	0.185	0.352	0.584	0.798	1.005	1.213	1.424	1.869	2.366	2.946	3.665	4.108	4.642	5.317	6.251	7.815	9.837	11.345	16.266
4	0.297	0.429	0.711	1.064	1.366	1.649	1.923	2.195	2.753	3.357	4.045	4.878	5.385	5.989	6.745	7.779	9.488	11.668	13.277	18.466
5	0.554	0.752	1.145	1.61	1.994	2.343	2.675	3	3.656	4.351	5.132	6.064	6.626	7.289	8.115	9.236	11.07	13.388	15.086	20.515
6	0.872	1.134	1.635	2.204	2.661	3.07	3.455	3.828	4.57	5.348	6.211	7.231	7.841	8.558	9.446	10.645	12.592	15.033	16.812	22.457
7	1.239	1.564	2.167	2.833	3.358	3.822	4.255	4.671	5.493	6.346	7.283	8.383	9.037	9.803	10.748	12.017	14.067	16.622	18.475	24.321
8	1.647	2.032	2.733	3.49	4.078	4.594	5.071	5.527	6.423	7.344	8.351	9.524	10.219	11.03	12.027	13.362	15.507	18.168	20.09	26.124
9	2.088	2.532	3.325	4.168	4.817	5.38	5.899	6.393	7.357	8.343	9.414	10.656	11.389	12.242	13.288	14.684	16.919	19.679	21.666	27.877
10	2.558	3.059	3.94	4.865	5.57	6.179	6.737	7.267	8.295	9.342	10.473	11.781	12.549	13.442	14.534	15.987	18.307	21.161	23.209	29.588
20	8.26	9.237	10.851	12.443	13.604	14.578	15.452	16.266	17.809	19.337	20.951	22.775	23.828	25.038	26.498	28.412	31.41	35.02	37.566	45.314
30	14.953	16.306	18.493	20.599	22.11	23.364	24.478	25.508	27.442	29.336	31.316	33.53	34.8	36.25	37.99	40.256	43.773	47.962	50.892	59.702
40	22.164	23.838	26.509	29.051	30.856	32.345	33.66	34.872	37.134	39.335	41.622	44.165	45.616	47.269	49.244	51.805	55.758	60.436	63.691	73.403
50	29.707	31.664	34.764	37.689	39.754	41.449	42.942	44.313	46.864	49.335	51.892	54.723	56.334	58.164	60.346	63.167	67.505	72.613	76.154	86.66
60	37.485	39.699	43.188	46.459	48.759	50.641	52.294	53.809	56.62	59.335	62.135	65.226	66.981	68.972	71.341	74.397	79.082	84.58	88.379	99.608
70	45.442	47.893	51.739	55.329	57.844	59.898	61.698	63.346	66.396	69.334	72.358	75.689	77.577	79.715	82.255	85.527	90.531	96.387	100.425	112.317
80	53.54	56.213	60.391	64.278	66.994	69.207	71.145	72.915	76.188	79.334	82.566	86.12	88.13	90.405	93.106	96.578	101.879	108.069	112.329	124.839
90	61.754	64.635	69.126	73.291	76.195	78.558	80.625	82.511	85.993	89.334	92.761	96.524	98.65	101.054	103.904	107.565	113.145	119.648	124.116	137.208
100	70.065	73.142	77.929	82.358	85.441	87.945	90.133	92.129	95.808	99.334	102.946	106.906	109.141	111.667	114.659	118.498	124.342	131.142	135.807	149.449



## 4 Modèle de référence

Ce modèle prend en compte les données stochastiques réelles de production et de consommation, les capacités techniques des générateurs, et est résolu par la méthode Newton-Raphson et des simulations de Monte Carlo.

## 5 Covariance

Une covariance non nulle entre deux variables aléatoires signifie qu'il existe un lien entre elles. Par exemple, les deux variables aléatoires  $\widetilde{X}_1$  et  $\widetilde{X}_2 = a\widetilde{X}_1 + b$  sont liées par une relation linéaire. Les équations (A.15, A.16, A.17) fournissent respectivement l'espérance de  $\widetilde{X}_2$ , la variance de  $\widetilde{X}_2$  et la covariance entre  $\widetilde{X}_1$  et  $\widetilde{X}_2$  en fonction des caractéristiques de  $\widetilde{X}_1$ .

$$E[\widetilde{X}_2] = aE[\widetilde{X}_1] + b \quad (\text{A.15})$$

$$\text{Var}(\widetilde{X}_2) = a^2 \text{Var}(\widetilde{X}_1) \quad (\text{A.16})$$

$$\text{Cov}(\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2) = a \text{Var}(\widetilde{X}_1) \quad (\text{A.17})$$

Un tirage de 500 échantillons suivant la loi multidimensionnelle  $(\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2)$  est illustré dans la figure A.1, les notations précédentes y sont inscrites. La covariance donne le lien entre les moyennes des deux variables stochastiques.

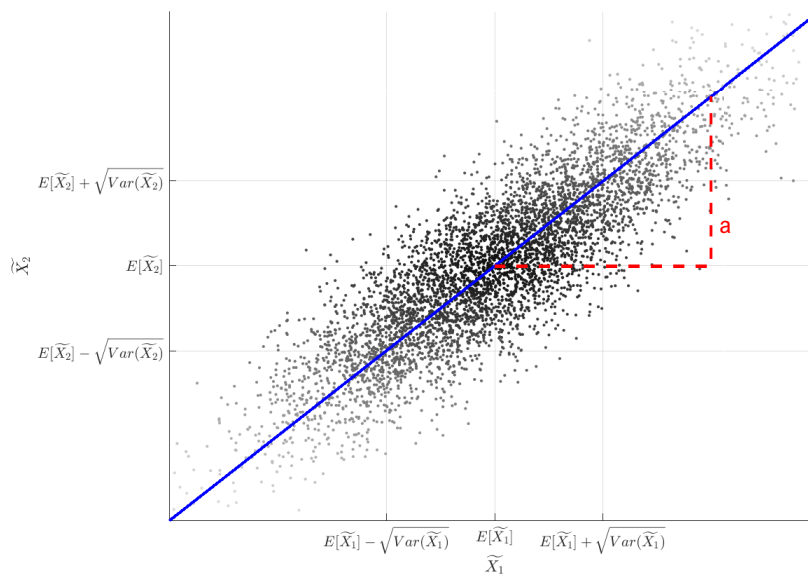


FIGURE A.1 – Tirage de 500 échantillons d'une loi multidimensionnelle gaussienne

# Annexe B

## Méthodes de prévision

La modélisation stochastique de l'erreur de précision dépend de la fenêtre de prévision, du niveau d'agrégation et de la méthode de prévision, ces trois critères sont détaillés ci dessous. De nombreuses méthodes de prévision existent [55–60], les critères de comparaison étant souvent leur précision et leur temps de calcul. Une liste non exhaustive de méthodes est présentée ci dessous :

- Etude des jours similaires [61] :  
Cette méthode est la plus simple en terme de calcul, elle recherche les jours ayant des caractéristiques similaires dans une base de donnée historique (similaire en terme de jours de la semaine, conditions météorologiques, économiques...). Ensuite, au lieu de n'utiliser qu'une seule journée comme référence, la prévision est réalisée à partir d'une combinaison linéaire des consommations d'un ensemble de jours ayant des caractéristiques similaires à la journée à prédire.
- Approche basée sur une régression linéaire [62] :  
Cette deuxième méthode consiste en la modélisation de la prévision comme une somme pondérée de prévisions de base indépendante. Les prévisions de base sont typiquement liées une condition météo, à un jour de la semaine. Ensuite, une optimisation des pondérations est réalisée en minimisant un critère (minimisation des moindres carrés par exemple). Enfin, la prévision est réalisée en déterminant les caractéristiques de base de la journée à prédire et en utilisant le modèle linéaire précédemment déterminé.
- Analyse des séries temporelle [63] :  
Ici, la prévision est réalisé en étudiant temporellement le comportement précédent du système. Un modèle temporel est réalisé à partir de l'étude des données historiques, puis la prédiction est réalisée en utilisant le modèle obtenu précédemment. Dans cette famille de méthode, on peut citer les méthodes ARMA (autoregressive moving average), ARIMA (autoregressive integrated moving average), ARMAX (autoregressive moving average with exogenous variables) et ARIMAX (autoregressive integrated moving average with exogenous variables).
- Réseau de neurones artificiels [64] :  
Cette famille de méthode étudie aussi le comportement historique du système cependant elle n'a aucun a priori sur la forme du modèle. Ainsi, c'est une méthode non-linéaire et non-paramétrique.
- Méthode à base de systèmes experts [65] :  
Cette méthode est récente, elle est apparue avec l'intelligence artificielle et se base sur des conditions. Une prévision est le résultat d'un ensemble de règles et non une évolution continue du comportement du système.

# Annexe C

## Méthodes de construction de densités de distribution à partir des moments

Voici quelques méthodes qui permettent de construire des densités de probabilité à partir des quelques moments :

- Le développement en série de Gram-Charlier A [134] :  
Il permet de construire une densité de probabilité à partir des cumulants. Les cumulants sont directement obtenus à partir des moments dans l'équation (C.1)

$$\mathcal{K}_r = m_r - \sum_{i=1}^{r-1} \binom{r-1}{i-1} \mathcal{K}_i m_{r-i} \quad (\text{C.1})$$

A partir de ces notations et de la fonction génératrice des cumulants, on peut construire le développement, détaillé dans les papiers [133–135]. L'équation (C.2) fournit ce développement de Gram-Charlier d'une densité de probabilité de moyenne  $\mu$ , d'écart-type  $\sigma$  et de cumulants à l'ordre  $r$   $\mathcal{K}_r$ .

$$f(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!\sigma^n} B_n(0,0,\mathcal{K}_3,\dots,\mathcal{K}_n) He_n\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad (\text{C.2})$$

Avec  $B_n$  et  $He_n$  respectivement le polynôme de Bell complets [152] et le polynômes d'Hermite [153]. Un exemple du développement à l'ordre 5 est donné dans l'équation (C.3).

$$f(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \left[1 + \frac{\mathcal{K}_3}{3!\sigma^3} He_3\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) + \frac{\mathcal{K}_4}{4!\sigma^4} He_4\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] \quad (\text{C.3})$$

Avec  $He_3(x) = x^3 - 3x$  et  $He_4(x) = x^4 - 6x^2 + 3$

On peut noter que cette fonction n'est pas obligatoirement positive (nécessaire pour définir une densité de probabilité), cette fonction n'est que donc valable localement. On notera aussi aussi que ce développement diverge dans de nombreux cas et n'est pas un développement asymptotique.

- Le développement en série de Edgeworth [136] :  
Ce développement est proche du précédent, cependant il utilise la densité Gaussienne standard et ses dérivées. Ainsi, ce développement converge asymptotiquement. Il conserve cependant certains inconvénients :
  - Son intégrale ne fait pas nécessairement 1 ;
  - Elle peut être négative localement ;

- Sa précision dans les lieux éloignés de sa moyenne n'est pas forcément très importante.
- Le développement de Cornish-Fisher [137] :  
Ce développement permet d'estimer la densité de probabilité cumulative et les quantiles. En utilisant les quatre premiers moments, l'expression pour approximer le p-quantile  $y_p$  est donnée dans l'équation (C.4). On rappelle que  $x \mapsto \Phi(x)$  (2.2) est la densité de probabilité cumulative de la loi gaussienne standard  $\mathcal{N}(0, 1)$

$$y_p \approx \mu + \sigma \left[ \Phi^{-1}(p) + \left[ \gamma_1 \frac{He_2(x)}{6} \right] + \left[ \gamma_2 \frac{He_3(x)}{24} + \gamma_1^2 \frac{-[2He_3(x) + He_1(x)]}{36} \right] \right] \quad (\text{C.4})$$

Ainsi, ce développement est particulièrement intéressant pour des optimisations de risque et de taux de confiance.

# Annexe D

## Départs utilisés pour le contrôle de la puissance réactive à l'interface

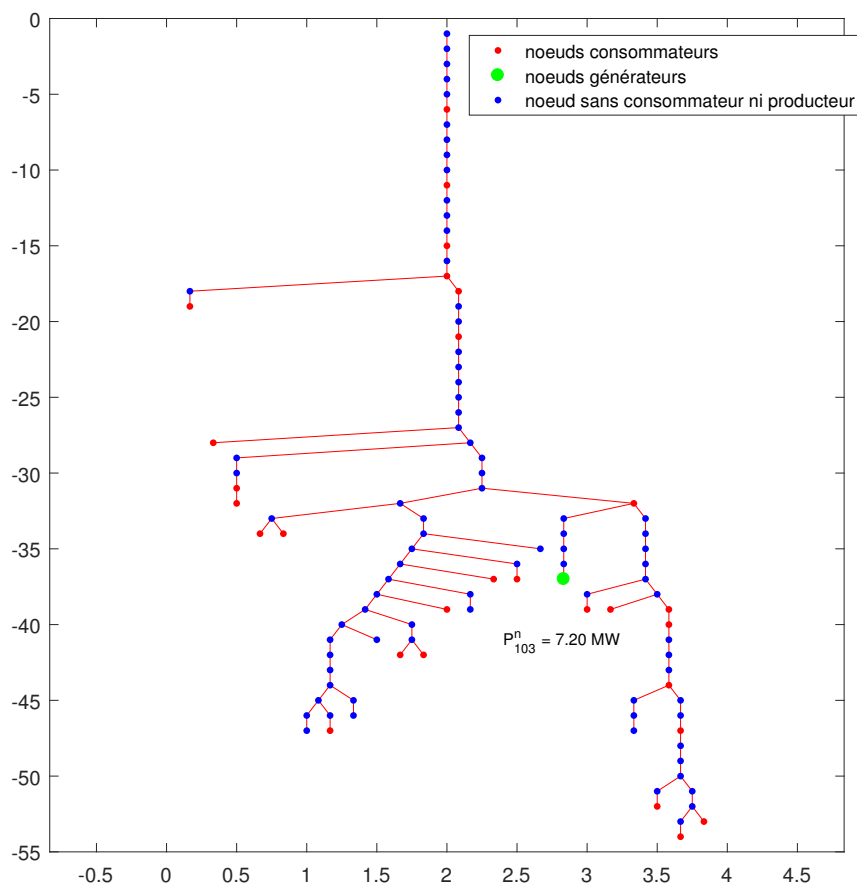


FIGURE D.1 – Départ 25

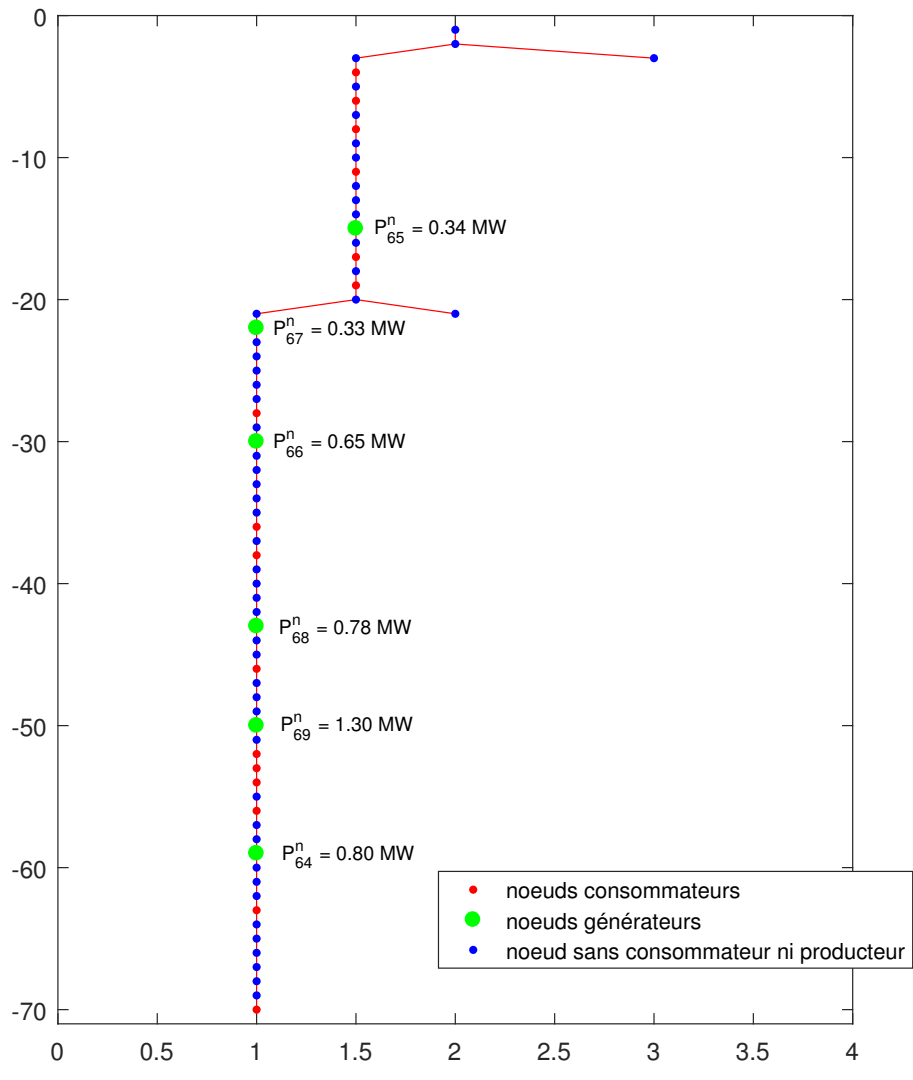


FIGURE D.2 – Départ 26

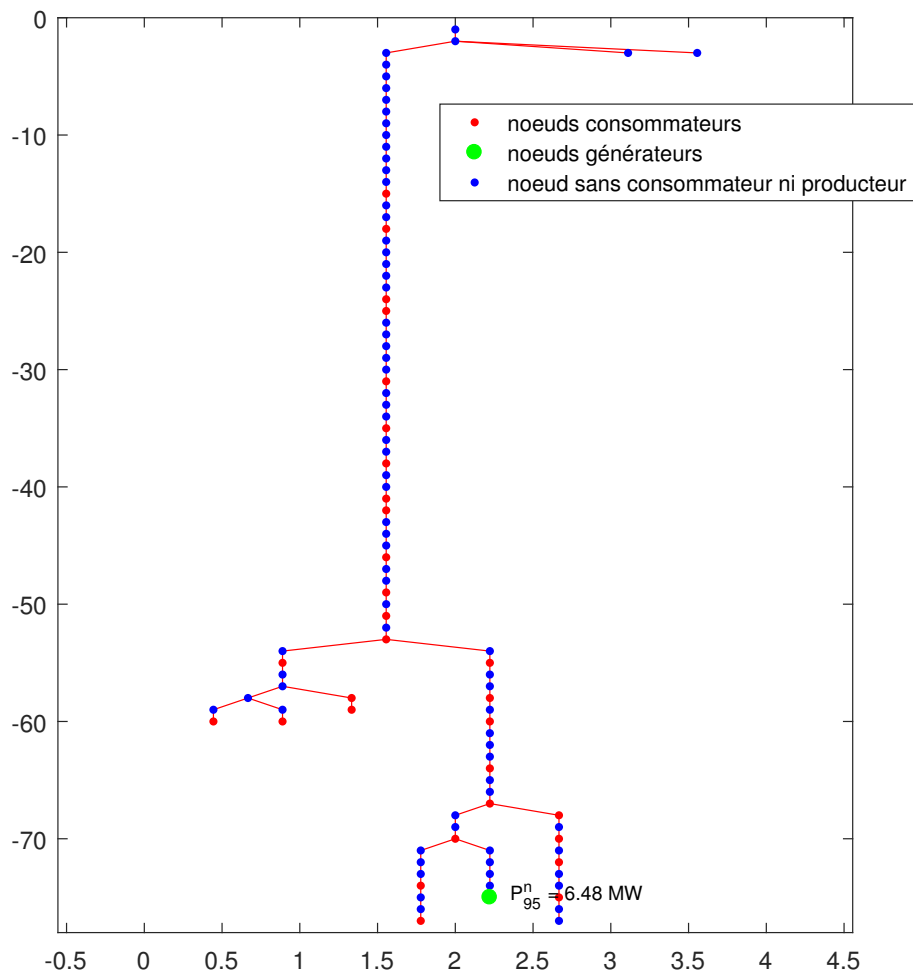


FIGURE D.3 – Départ 27

## **Intégration des incertitudes liées aux prévisions de consommation et de production à la gestion prévisionnelle d'un réseau de distribution**

L'évolution des techniques de gestion des réseaux de distribution imposée par les codes de réseaux européens nécessite une connaissance de plus en plus approfondie de leur comportement. La gestion prévisionnelle de ces réseaux implique de prendre en compte la volatilité des énergies renouvelables et les capacités de prévision à l'horizon J-1 de la consommation et de la production. En effet, les valeurs déterministes les plus probables des prévisions ne sont plus suffisantes pour pouvoir prédire et gérer à l'avance un réseau. Une modélisation et une optimisation stochastiques permettent un choix, au plus juste, de paramètres de contrôle, par rapport au risque acceptable de surtensions.

Les travaux de thèse se concentrent sur l'étude et la prise en compte, dans la modélisation et l'optimisation des réseaux, des incertitudes matérielles et fonctionnelles des réseaux de distribution. Une modélisation stochastique de réseau est proposée, elle intègre les incertitudes liées au régulateur en charge et aux prévisions de consommation et de production. En fonctionnement, les tensions aux nœuds et la puissance réactive transitant vers le réseau de transport varient de manière non uniforme. Les contrôleurs des productions réactives des générateurs, le régulateur en charge et les gradins de condensateurs permettent de limiter ces fluctuations et de respecter les exigences contractuelles. Industriellement, les contrôleurs locaux des générateurs sont caractérisés par des lois de commande linéaires ou linéaires par morceaux. En effectuant des hypothèses sur la nature stochastique des prévisions de production et de consommation, on peut montrer que les tensions aux nœuds sont des variables gaussiennes ou des sommes de variables gaussiennes par morceaux. Une optimisation stochastique basée sur ces modèles permet de choisir les paramètres des contrôleurs qui minimisent les risques de surtension et des efforts de générateurs, sans avoir à mettre en œuvre des méthodes coûteuses en temps de calcul de type Monte Carlo.

### **Mots-clés**

«Réseaux de distribution», «Modélisation linéaire de réseaux», «Optimisation de réseaux», «Modélisation stochastique», «Optimisation stochastique».

## **Management of a distribution network considering uncertain consumption and production forecasts**

The voltage profiles inside the network and power flows at the transport-distribution interface are modified under the massive insertion of renewable sources in distribution grids. The system's uncertainties cannot be handled by local controllers which parameters are tuned at the actuator installation stage. A solution, widely accepted in the literature, consists of achieving a centralized optimization of the actuators references (distributed generators reactive powers, reference voltage of the On Load Tap Changer, capacitor banks reactive power). Within this framework, a supervisor computes all references at the same time and delivers the references to each actuators, which requires an efficient and reliable communication system.

The main contribution of the thesis is to design an alternative approach which keeps the local control structures which settings will be updated on an hourly basis. The optimization relies on a stochastic representation of the grid that accounts for the On Load Tap Changer uncertainties and day ahead forecasts of the productions and consumptions. It is shown that every variable of the system can be represented by Gaussian or sum of truncated Gaussian variables. A stochastic optimization allows to select the controllers settings that minimize overvoltages and control efforts, without using time-consuming algorithms such as Monte-Carlo methods. This work will demonstrate that an appropriate management of uncertainties spares unnecessary and costly oversizing.

### **Keywords**

«Distribution networks», «Linear Power flow», «Network optimization», «Stochastic modeling», «Stochastic optimization».