

*Discipline : AUTOMATIQUE, SIGNAL, PRODUCTIQUE, ROBOTIQUE*

*Spécialité : Automatique et Traitement du Signal*

## Contribution à la commande des systèmes à événements discrets par filtre logique

Par Romain PICHARD

*le 30 novembre 2018*

### Rapporteurs :

M. Jean-Marc ROUSSEL  
M. Laurent PIÉTRAC

Maître de conférences HDR, LURPA – ENS Paris-Saclay  
Maître de conférences HDR, AMPÈRE – INSA Lyon

### Examineurs :

Mme Véronique CARRÉ-MÉNÉTRIER  
M. Jean-François PÉTIN  
M. Serge DEBERNARD

Professeur des Universités, CReSTIC – URCA  
Professeur des Universités, CRAN – Université de Lorraine  
Professeur des Universités, LAMIH – Université Polytechnique Hauts-de-France

### Co-encadrants de thèse :

Mme Ramla SADDEM  
M. Alexandre PHILIPPOT

Maître de conférences, CReSTIC – URCA  
Maître de conférences, CReSTIC – URCA

### Invitée :

Mme Pascale MARANGÉ

Maître de conférences, CRAN – Université de Lorraine

### Directeur de thèse :

M. Bernard RIERA

Professeur des Universités, CReSTIC – URCA

# Table des matières

## Introduction

Contexte

Problématique

État de l'art

Formalisation

Cohérence

Implémentation

Logiciel SEDMA

Conclusion et perspectives





# Problématique



Systeme

Cahier des charges

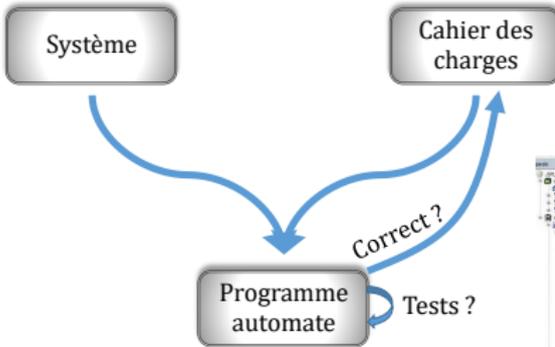
- Fonctionnel : Que veut-on faire avec le systeme ?
- Sécurité/sûreté : Que ne doit-on pas faire avec le systeme ?



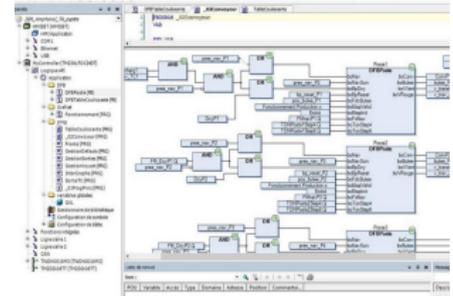




# Problématique



- Fonctionnel : Que veut-on faire avec le système ?
- Sécurité/sûreté : Que ne doit-on pas faire avec le système ?



- Comment concevoir le programme automate ?
- Comment tester le programme ?
- Comment garantir que le programme répond à 100% au cahier des charges ?

## METHODE(S) ?



# Table des matières

## Introduction

## État de l'art

Monde industriel

Monde académique

    Systèmes à événements discrets

    Théorie de la commande par supervision (SCT)

    Synthèse algébrique

    Filtre logique de sécurité

Constats

Contributions

## Formalisation

## Cohérence

## Implémentation

## Logiciel SEDMA



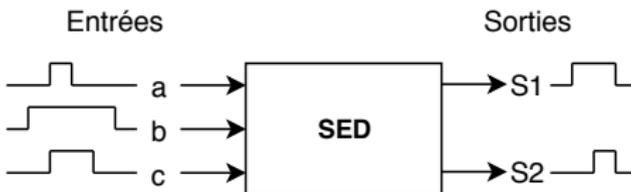




# Systèmes à événements discrets

## Systèmes à événements discrets (SED) (Cassandras et Lafortune, 2009)

- ▶ Systèmes dont l'état interne évolue en fonction de l'occurrence d'événements
- ▶ Un événement se produit instantanément et cause la transition de l'état d'une valeur (discrète) à une autre valeur
- ▶ Formalismes usuels : théorie des langages, automates à états finis, réseaux de Petri, algèbre de Boole, algèbre  $(\max, +)$





# Systèmes à événements discrets

## Systèmes à événements discrets (SED) (Cassandras et Lafortune, 2009)

- ▶ Systèmes dont l'état interne évolue en fonction de l'occurrence d'événements
- ▶ Un événement se produit instantanément et cause la transition de l'état d'une valeur (discrète) à une autre valeur
- ▶ Formalismes usuels : théorie des langages, automates à états finis, réseaux de Petri, algèbre de Boole, algèbre (max,+)

## Commande d'un SED (Brandin et Wonham, 1994)

- ▶ Réalisé par un contrôleur
- ▶ Impose une évolution au système : force l'occurrence d'événements
- ▶ Événements commandables

## Contrôle d'un SED (Ramadge et Wonham, 1989)

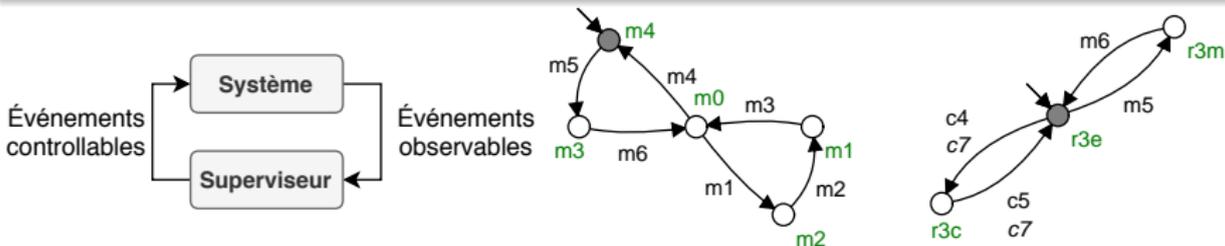
- ▶ Réalisé par un superviseur
- ▶ Restreint l'évolution du système : interdit l'occurrence d'événements
- ▶ Événements contrôlables



# Théorie de la commande par supervision (SCT)

## Caractéristiques (Ramadge et Wonham, 1989)

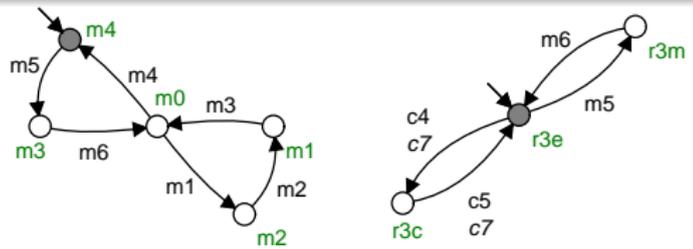
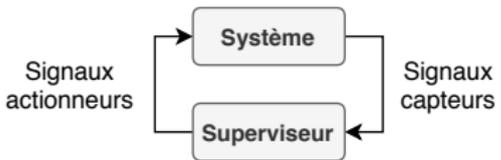
- Spécification à l'aide d'automates à états finis
- Synthèse formel d'un superviseur sous forme d'un automate à états finis



# Théorie de la commande par supervision (SCT)

## SCT pour la commande par API

- ▶ Signaux capteurs : événements observables et non-contrôlables
- ▶ Signaux actionneurs : événements contrôlables



### Avantages

- ▶ Théorie majoritairement étudiée
- ▶ Représentation graphique du résultat

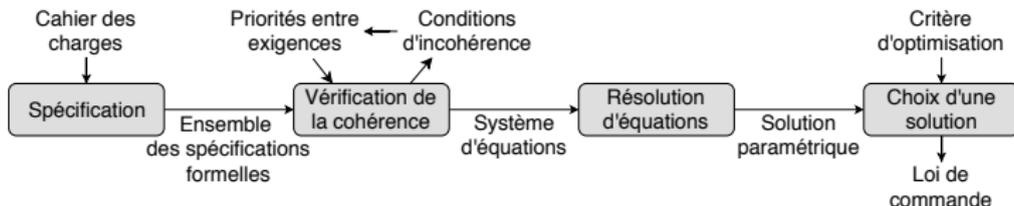
### Inconvénients (Zaytoon et Riera, 2017)

- ▶ Risque d'explosion combinatoire
- ▶ Traduction du superviseur en contrôleur non trivial
- ▶ Difficilement utilisable avec un API

# Synthèse algébrique

## Caractéristiques (Hietter, 2009)

- ▶ Spécification à l'aide d'équations logiques
- ▶ Synthèse d'un contrôleur sous forme d'équations logiques
- ▶ Solution calculée en amont de l'implémentation



## Avantages

- ▶ Couvre l'ensemble du processus de développement
- ▶ Implémentation et intégration très facile

## Inconvénients

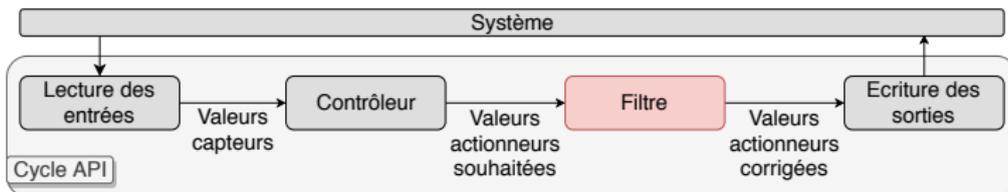
- ▶ Risque d'explosion combinatoire
- ▶ Comportement du contrôleur dépend du critère
- ▶ Équations finales difficiles à lire



# Filtere logique de sécurité

## Caractéristiques (Marangé, 2008)

- ▶ Spécification à l'aide d'équations logiques appelées **contraintes de sécurité**
- ▶ Synthèse d'un filtre logique de commande
- ▶ Permet de trouver une solution dynamiquement pendant l'exécution du système



## Avantages

- ▶ Faible risque d'explosion combinatoire
- ▶ Implémentation et intégration facile

## Inconvénients

- ▶ Nécessité d'imposer des priorités entre les actionneurs
- ▶ Comportement dépendant de l'algorithme d'implémentation





# Constats

## Contexte

- ▶ Usine du futur : besoin de flexibilité et de fiabilité
- ▶ API : fonctionnement normé et faible capacité de calcul

## Problématique

Méthodes de conception de programme API ?

## Constats

**Monde industriel** : méthodes basées sur l'expérience et les tests

- ▶ obtention d'un résultat rapidement
- ▶ vérification/validation non-exhaustive

**Monde académique** : méthodes formelles

- ▶ temps de spécification long mais vérification exhaustive et implémentation automatique
- ▶ peu utilisées dans l'industrie : fort risque d'explosion combinatoire



# Constats

## Contexte

- ▶ Usine du futur : besoin de flexibilité et de fiabilité
- ▶ API : fonctionnement normé et faible capacité de calcul

## Problématique

Méthodes de conception de programme API ?

## Constats

**Monde industriel** : méthodes basées sur l'expérience et les tests

- ▶ obtention d'un résultat rapidement
- ▶ vérification/validation non-exhaustive

**Monde académique** : méthodes formelles

- ▶ temps de spécification long mais vérification exhaustive et implémentation automatique
- ▶ peu utilisées dans l'industrie : fort risque d'explosion combinatoire

### SCT

- + Formalisme graphique
- Explosion combinatoire
- Asynchronisme événements

### Synthèse algébrique

- + Équations logiques
- Explosion combinatoire
- Lisibilité solution

### Filtre de sécurité

- + Équations logiques
- Formalisme/généralisation
- Méthodologie



## Travaux précédents

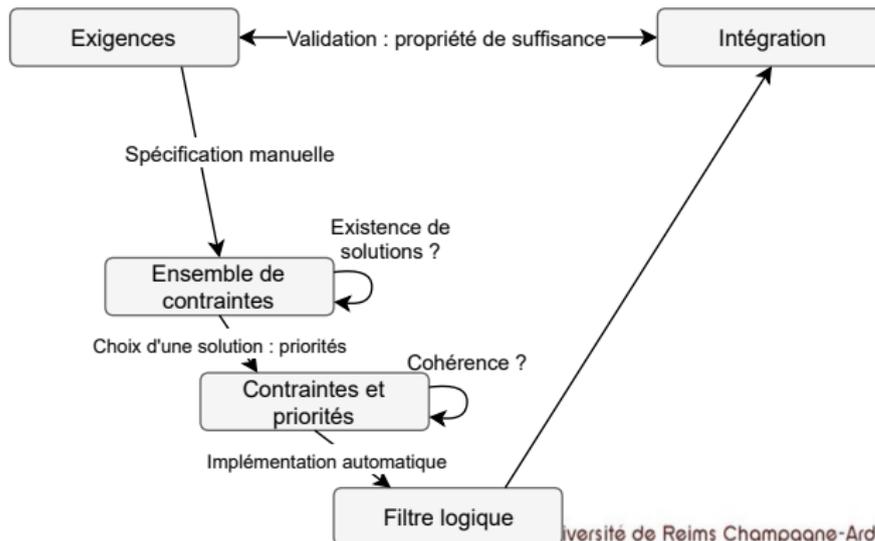
- ▶ Marangé, 2008
  - ▶ Proposition de l'approche par filtre de sécurité
  - ▶ Vérification de la propriété de **suffisance** du filtre de sécurité par model-checking
    - Algorithme de résolution "bloquant"
- ▶ Benlorhfar, 2011
  - ▶ Algorithme de résolution "correcteur"
    - La résolution dépend de l'ordre d'écriture des contraintes
- ▶ Coupat, 2014
  - ▶ Algorithme "itératif"
  - ▶ Proposition de la notion de **priorité**
    - Contraintes combinées limitées à 2 variables commandables
- ▶ Riera, 2015
  - ▶ Proposition de la notion de **cohérence** du filtre
  - ▶ Proposition de 3 modes d'utilisations du filtre (bloquant, superviseur, contrôleur)
    - Conditions uniquement **nécessaires** à la cohérence

### Objectifs

- ▶ Généraliser l'approche par filtre logique : formalisme, méthodologie
- ▶ Proposer une condition nécessaire et suffisante pour vérifier la cohérence
- ▶ Proposer des algorithmes d'implémentation plus flexibles

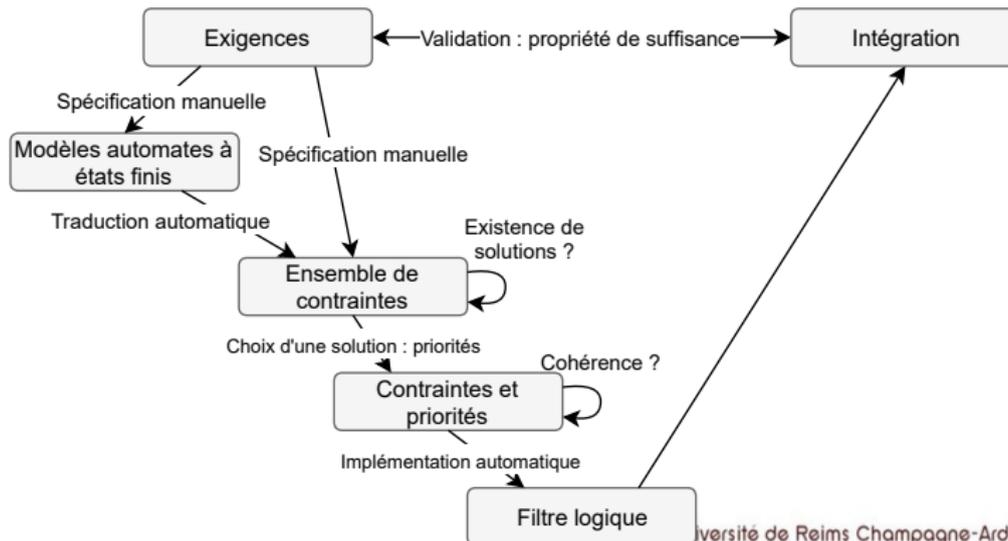
# Contributions

- ▶ Proposition d'une démarche globale de conception du filtre logique
- ▶ Formalisation des définitions et propriétés liées au filtre logique
- ▶ Formalisation de la cohérence d'un ensemble de contraintes et proposition d'une condition nécessaire et suffisante à sa vérification
- ▶ Proposition de différents algorithmes d'implémentation du filtre dans un API



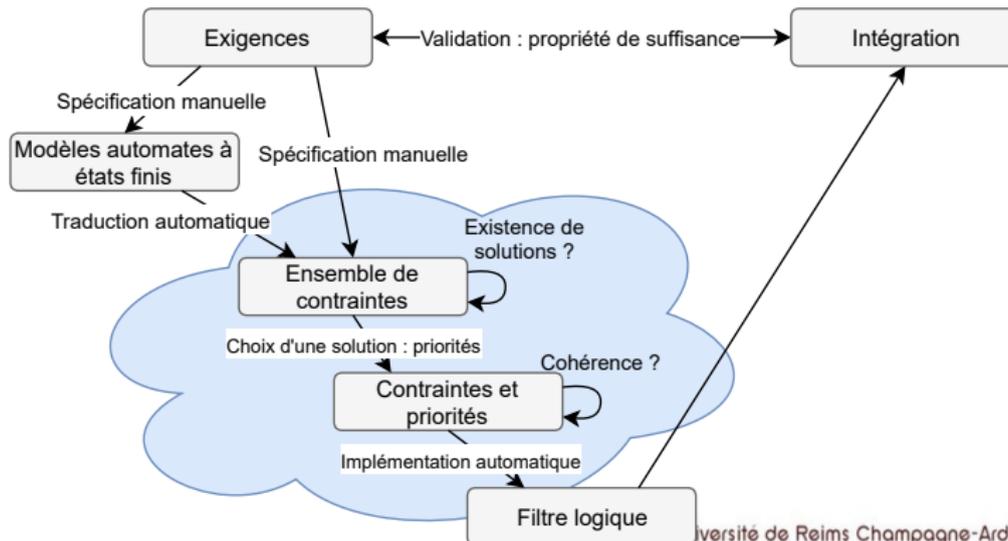
# Contributions

- ▶ Proposition d'une démarche globale de conception du filtre logique
- ▶ Formalisation des définitions et propriétés liées au filtre logique
- ▶ Formalisation de la cohérence d'un ensemble de contraintes et proposition d'une condition nécessaire et suffisante à sa vérification
- ▶ Proposition de différents algorithmes d'implémentation du filtre dans un API
- ▶ Proposition d'une approche de génération automatique des contraintes logiques



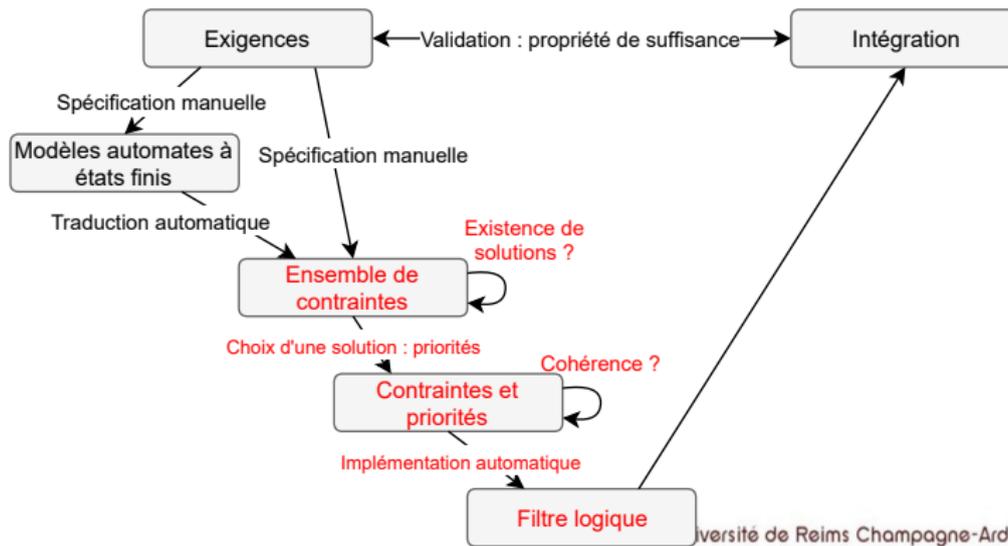
# Contributions

- ▶ Proposition d'une démarche globale de conception du filtre logique
- ▶ Formalisation des définitions et propriétés liées au filtre logique
- ▶ Formalisation de la cohérence d'un ensemble de contraintes et proposition d'une condition nécessaire et suffisante à sa vérification
- ▶ Proposition de différents algorithmes d'implémentation du filtre dans un API
- ▶ Proposition d'une approche de génération automatique des contraintes logiques
- ▶ Développement d'un outil logiciel : automatiser les analyses et l'implémentation



# Contributions

- ▶ Proposition d'une démarche globale de conception du filtre logique
- ▶ Formalisation des définitions et propriétés liées au filtre logique
- ▶ Formalisation de la cohérence d'un ensemble de contraintes et proposition d'une condition nécessaire et suffisante à sa vérification
- ▶ Proposition de différents algorithmes d'implémentation du filtre dans un API
- ▶ Proposition d'une approche de génération automatique des contraintes logiques
- ▶ Développement d'un outil logiciel : automatiser les analyses et l'implémentation



# Table des matières

Introduction

État de l'art

Formalisation

Définitions

Résolution des contraintes

  Résolution des contraintes simples

  Résolution des contraintes combinées

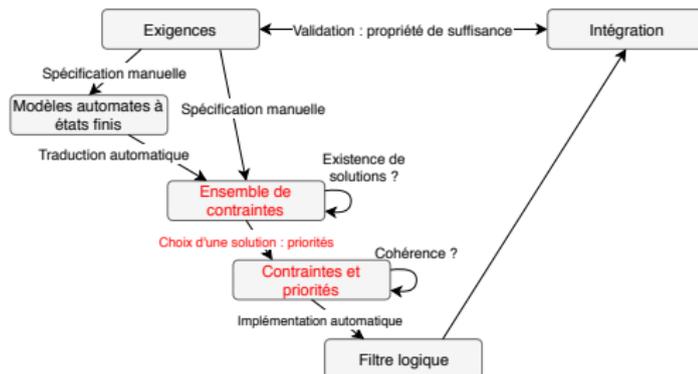
Utilisation et problématique

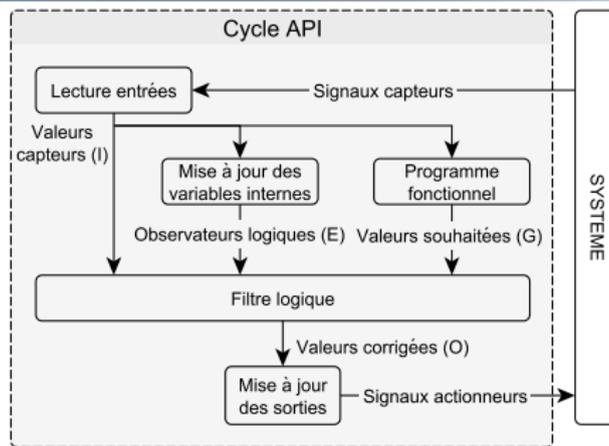
Cohérence

Implémentation

Logiciel SEDMA

Conclusion et perspectives





### Filtre logique : composition

- ▶ Variables commandables ( $O$ ) et non-commandables ( $Y = G \cup I \cup E$ );
- ▶ Contraintes logiques;
- ▶ Priorités fonctionnelles.

### Filtre logique : objectif

Tester et corriger les valeurs souhaitées ( $G$ ) afin de respecter l'ensemble des contraintes logiques.

### Contraintes logiques (Déf. 17 p102)

- ▶ Une contrainte logique est définie comme un **produit** de littéraux ;
- ▶ Un littéral est une variable logique ou son complémentaire ;

$$C_n : \begin{matrix} 2^Y \times 2^O \\ (Y^{C_n}, O^{C_n}) \end{matrix} \begin{matrix} \longrightarrow \\ \mapsto \end{matrix} \begin{matrix} \Gamma \\ \prod(Y^{C_n}) \cdot \prod(O^{C_n}) = Y^{C_n} \cdot O^{C_n} \end{matrix}, \forall n \in \{1, \dots, N_c\}$$

### Contrainte logique satisfaite

- ▶ Une contrainte logique est dite **satisfaite** si celle-ci est évaluée à **faux**.

$$C_n = \prod(Y^{C_n}) \cdot \prod(O^{C_n}) = 0$$

### Contrainte logique violée

- ▶ Une contrainte logique est dite **violée** si celle-ci est évaluée à  **vraie**.

$$C_n = \prod(Y^{C_n}) \cdot \prod(O^{C_n}) = 1$$

$$C_n : \begin{array}{l} 2^{Y^*} \times 2^{O^*} \longrightarrow \Gamma \\ (Y^{C_n}, O^{C_n}) \longmapsto \prod(Y^{C_n}) \cdot \prod(O^{C_n}) \end{array}, \forall n \in \{1, \dots, N_c\}$$

### Types de contraintes (Déf. 19 à 21 p103)

$Dim(O^{C_n}) = 0$  : contraintes structurelles ( $C_{struct}$ )

- ▶ produit de variables non-commandables;
- ▶ utilisées pour exprimer des états non-atteignables par le système.

$$C_n : \begin{array}{l} 2^{Y^*} \times 2^{O^*} \\ (Y^{C_n}, O^{C_n}) \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longmapsto \end{array} \begin{array}{l} \Gamma \\ \prod(Y^{C_n}) \cdot \prod(O^{C_n}) \end{array}, \forall n \in \{1, \dots, N_c\}$$

### Types de contraintes (Déf. 19 à 21 p103)

$Dim(O^{C_n}) = 0$  : contraintes structurelles ( $C_{struct}$ )

- ▶ produit de variables non-commandables;
- ▶ utilisées pour exprimer des états non-atteignables par le système.

$Dim(O^{C_n}) = 1$  : contraintes simples ( $C_s$ ) :

- ▶ produit de variables non-commandables et une seule variable commandable;
- ▶ représente une exigence de type "Si ... alors ...".

$$C_n : \begin{array}{l} 2^{Y^*} \times 2^{O^*} \longrightarrow \Gamma \\ (Y^{C_n}, O^{C_n}) \longmapsto \prod(Y^{C_n}) \cdot \prod(O^{C_n}) \end{array}, \forall n \in \{1, \dots, N_c\}$$

### Types de contraintes (Déf. 19 à 21 p103)

$Dim(O^{C_n}) = 0$  : contraintes structurales ( $C_{struct}$ )

- ▶ produit de variables non-commandables;
- ▶ utilisées pour exprimer des états non-atteignables par le système.

$Dim(O^{C_n}) = 1$  : contraintes simples ( $C_s$ ) :

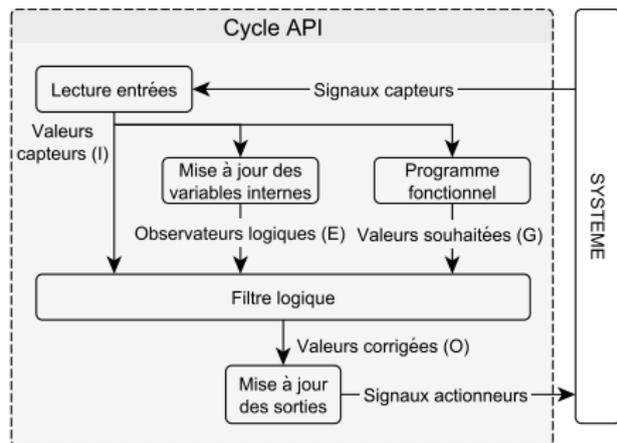
- ▶ produit de variables non-commandables et une seule variable commandable;
- ▶ représente une exigence de type "Si ... alors ...".

$Dim(O^{C_n}) > 1$  : contraintes combinées ( $C_c$ ) :

- ▶ produit de variables non-commandables et plusieurs variables commandables;
- ▶ représente une exigence d'exclusion mutuelle entre variables.

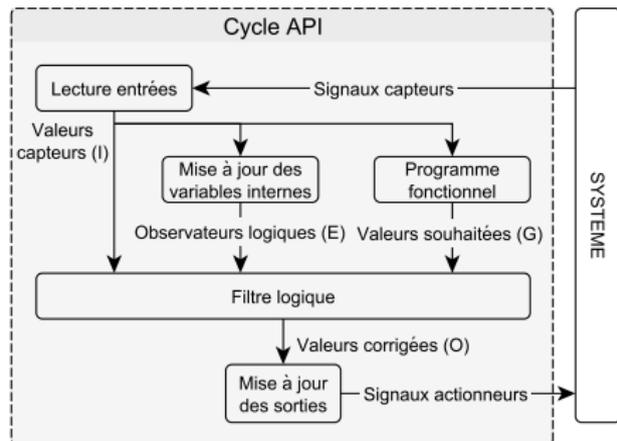
# Résolution des contraintes

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
- ▶  $C_{S_3} = a \cdot \bar{O}_3$
  
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \bar{O}_2$
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \bar{O}_3$



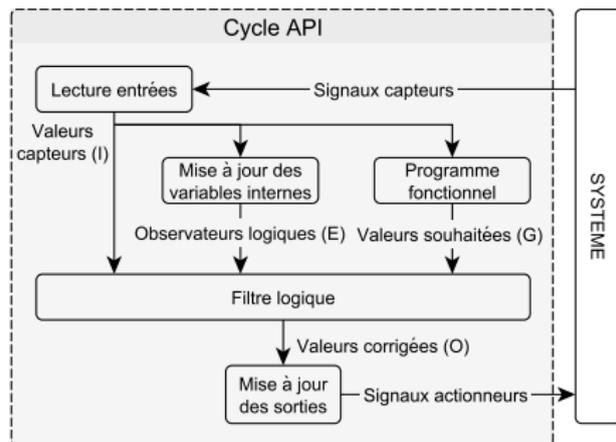
# Résolution des contraintes

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
- ▶  $C_{S_3} = a \cdot \bar{O}_3$
  
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \bar{O}_2$
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \bar{O}_3$



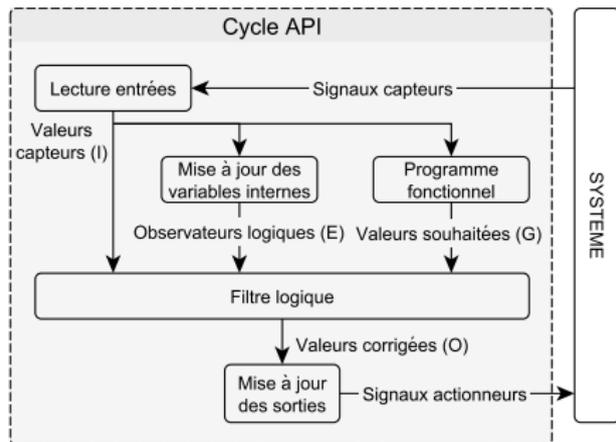
# Résolution des contraintes

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot g_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot g_1$
- ▶  $C_{S_3} = a \cdot \bar{g}_3$
  
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \bar{O}_2$
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \bar{O}_3$



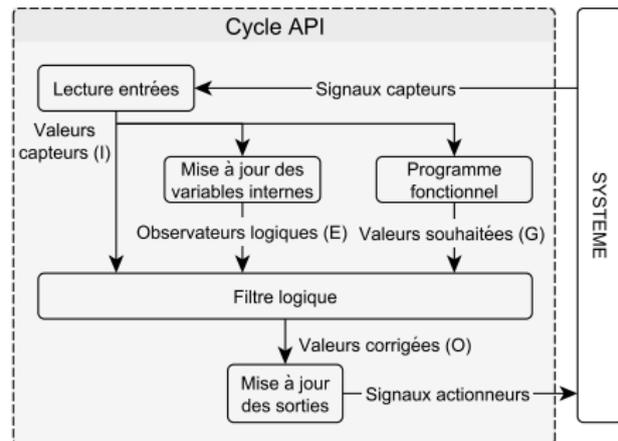
# Résolution des contraintes

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1 \implies O_1 = 0$
- ▶  $C_{S_3} = a \cdot \bar{O}_3$
  
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \bar{O}_2$
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \bar{O}_3$



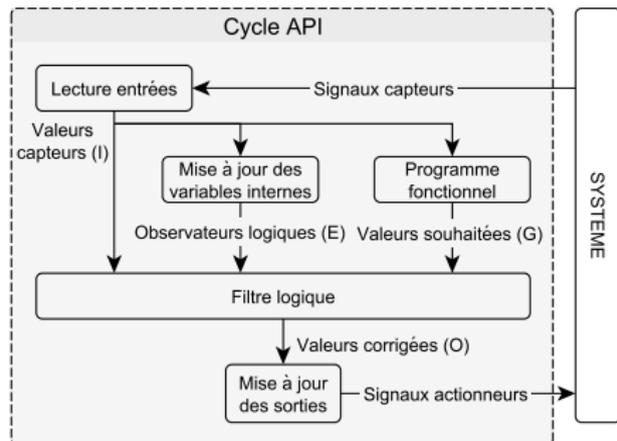
# Résolution des contraintes

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1 \implies O_1 = 0$
- ▶  $C_{S3} = a \cdot \bar{O}_3$
  
- ▶  $C_{C1} = O_1 \cdot \bar{g}_2$
- ▶  $C_{C2} = g_2 \cdot \bar{g}_3$



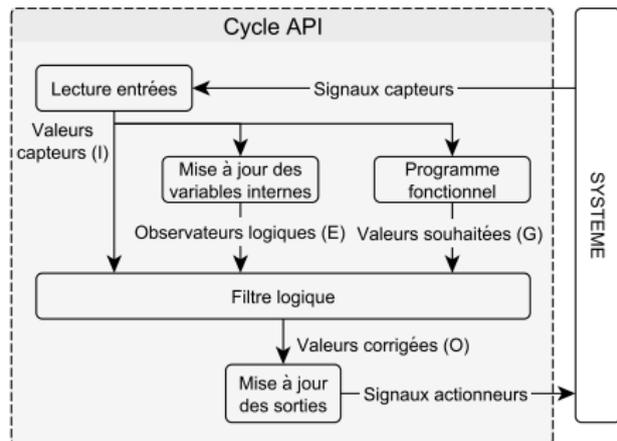
# Résolution des contraintes

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1 \implies O_1 = 0$
- ▶  $C_{S_3} = a \cdot \bar{O}_3$
  
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \bar{O}_2$
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \bar{O}_3 \implies O_3 = 1$



# Résolution des contraintes

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1 \implies O_1 = 0$
- ▶  $C_{S_3} = a \cdot \bar{O}_3$
  
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \bar{O}_2$
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \bar{O}_3 \implies O_3 = 1$



## Calcul du vecteur de sortie

	$O_1$	$O_2$	$O_3$
$G$	1	1	0
$M$	0	X	1
	-	-	-
$O$	0	1	1



# Résolution des contraintes simples

$$C_{S_i^k} = \prod(Y_i^k) \cdot \bar{o}_k = \begin{cases} \prod(Y0_i^k) \cdot o_k \\ OU \\ \prod(Y1_i^k) \cdot \bar{o}_k \end{cases}$$



# Résolution des contraintes simples

$$CS_i^k = \prod(Y_i^k) \cdot o_k^* = \begin{cases} \prod(Y0_i^k) \cdot o_k & \implies o_k = 0 \\ OU \\ \prod(Y1_i^k) \cdot \overline{o_k} & \implies o_k = 1 \end{cases}$$



# Résolution des contraintes simples

$$Cs_i^k = \prod(Y_i^k) \cdot o_k^* = \begin{cases} \prod(Y0_i^k) \cdot o_k & \implies o_k = 0 \\ OU \\ \prod(Y1_i^k) \cdot \overline{o_k} & \implies o_k = 1 \end{cases}$$

## Fonctions de forçage simples (p108)

- ▶ Polynômes logiques composés uniquement de variables non-commandables ;
- ▶ Permet de savoir si une variable commandable ( $O_k$ ) doit être forcée à 0 ( $F0s^k$ ) ou à 1 ( $F1s^k$ ) pour résoudre une ou plusieurs contraintes simples ;
- ▶ Construits à partir des parties non-commandables des contraintes simples ;

$$F0s^k = \sum_{i=1}^{Ncs_1^k} (\prod(Y0_i^k))$$

$$F1s^k = \sum_{i=1}^{Ncs_1^k} (\prod(Y1_i^k))$$



# Résolution des contraintes simples

$$Cs_i^k = \prod(Y_i^k) \cdot o_k^* = \begin{cases} \prod(Y0_i^k) \cdot o_k & \implies o_k = 0 \\ OU \\ \prod(Y1_i^k) \cdot \bar{o}_k & \implies o_k = 1 \end{cases}$$

## Fonctions de forçage simples (p108)

- ▶ Polynômes logiques composés uniquement de variables non-commandables ;
- ▶ Permet de savoir si une variable commandable ( $O_k$ ) doit être forcée à 0 ( $F0s^k$ ) ou à 1 ( $F1s^k$ ) pour résoudre une ou plusieurs contraintes simples ;
- ▶ Construits à partir des parties non-commandables des contraintes simples ;

$$F0s^k = \sum_{i=1}^{Ncs_1^k} (\prod(Y0_i^k))$$

$$F1s^k = \sum_{i=1}^{Ncs_1^k} (\prod(Y1_i^k))$$

## Exemple

$$\left. \begin{aligned} Cs_1^1 &= a \cdot O_1 \\ Cs_2^1 &= \bar{b} \cdot O_1 \end{aligned} \right\} F0s^1 = a + \bar{b}$$

$$Cs_3^1 = b \cdot \bar{O}_1 \quad \left. \right\} F1s^1 = b$$

# Résolution des contraintes combinées

## Problématique

- ▶  $C_{c_1} = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies \begin{cases} O_1 := 0 & \text{et} & O_2 := 1 \\ O_1 := 0 & \text{et} & O_2 := O_2 \\ O_1 := O_1 & \text{et} & O_2 := 1 \end{cases}$
- ▶ Contrainte combinée à  $n$  variables commandables :  $2^n - 1$  possibilités ;
- ▶ Résolution déterministe : un choix doit être fait ;

## Solution

- ▶ Notion de priorité entre variables commandables ;
- ▶ Deux niveaux de priorités : structurelles et fonctionnelles ;



# Résolution des contraintes combinées

*Priorité structurelle*

## Priorité structurelle (Déf. 26 p111)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où 1 seule solution est disponible
- ▶ Prise en compte des variables commandables forcées par des contraintes simples (fonctions de forçage)



## Priorité structurelle (Déf. 26 p111)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où 1 seule solution est disponible
- ▶ Prise en compte des variables commandables forcées par des contraintes simples (fonctions de forçage)

## Exemple

- ▶  $C_{s_1} = a \cdot O_2 \implies O_2 := 0 \text{ (} F0s^2 = a \text{)}$
- ▶  $C_{c_1} = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1$



## Priorité structurelle (Déf. 26 p111)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où 1 seule solution est disponible
- ▶ Prise en compte des variables commandables forcées par des contraintes simples (fonctions de forçage)

## Exemple

- ▶  $C_{s_1} = a \cdot O_2 \implies O_2 := 0 \text{ (} F0s^2 = a \text{)}$
- ▶  $C_{c_1} = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies O_1 := 0$



## Priorité structurelle (Déf. 26 p111)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où 1 seule solution est disponible
- ▶ Prise en compte des variables commandables forcées par des contraintes simples (fonctions de forçage)

## Exemple

- ▶  $Cs_1 = a \cdot O_2 \implies O_2 := 0 (F0s^2 = a)$
- ▶  $Cc_1 = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies O_1 := 0$
- ▶  $prioS_{Cc_1} = O_1 \cdot F0s^2 + F1s^1 \cdot \overline{O_2} = 0$



## Priorité structurelle (Déf. 26 p111)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où 1 seule solution est disponible
- ▶ Prise en compte des variables commandables forcées par des contraintes simples (fonctions de forçage)

## Exemple

- ▶  $C_{s_1} = a \cdot O_2 \implies O_2 := 0$  ( $F0s^2 = a$ )
- ▶  $C_{c_1} = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies O_1 := 0$
- ▶  $prioS_{C_{c_1}} = O_1 \cdot F0s^2 + F1s^1 \cdot \overline{O_2} = 0 \begin{cases} prioS_{C_{c_1}}^1 = O_1 \cdot F0s^2 \\ prioS_{C_{c_1}}^2 = F1s^1 \cdot \overline{O_2} \end{cases}$



# Résolution des contraintes combinées

Priorité structurelle

## Priorité structurelle (Déf. 26 p111)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où 1 seule solution est disponible
- ▶ Prise en compte des variables commandables forcées par des contraintes simples (fonctions de forçage)

## Exemple

▶  $C_{s_1} = a \cdot O_2 \implies O_2 := 0 \text{ (} F0s^2 = a \text{)}$

▶  $C_{c_1} = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies O_1 := 0$

▶  $prioS_{C_{c_1}} = O_1 \cdot F0s^2 + F1s^1 \cdot \overline{O_2} = 0 \left\{ \begin{array}{l} prioS_{C_{c_1}}^1 = O_1 \cdot F0s^2 \\ prioS_{C_{c_1}}^2 = F1s^1 \cdot \overline{O_2} \end{array} \right.$

▶  $C_{c_2} = a \cdot O_1 \cdot O_2 \cdot \overline{O_3}$

▶  $prioS_{C_{c_2}} = a \cdot (O_1 \cdot F1s^2 \cdot F0s^3 + F1s^1 \cdot O_2 \cdot F0s^3 + F1s^1 \cdot F1s^2 \cdot \overline{O_3}) = 0$



## Formalisation (Déf. 26 p111)

Soit une contrainte combinée :  $C_c = \prod (Y^{C_c}) \cdot \prod (O^{C_c})$

Soit  $Fs^j = \begin{cases} F0s^j & \text{si } \overline{o_j} \in C_c \\ F1s^j & \text{si } o_j \in C_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$  et  $\overset{*}{o}_k = \begin{cases} o_k & \text{si } o_k \in C_c \\ \overline{o}_k & \text{si } \overline{o}_k \in C_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Alors la forme générale des monômes constituant la priorité structurelle de  $C_c$  pour  $o_k$  est :

$$prioS_{C_c}^k = \prod (Y^{C_c}) \cdot \prod_{j=1}^{dim(O), j \neq k} (Fs^j) \cdot \overset{*}{o}_k$$



## Priorité fonctionnelle (Déf. 27 p113)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où plusieurs solutions sont disponibles
- ▶ Prise en compte d'un choix de résolution "arbitraire"



## Priorité fonctionnelle (Déf. 27 p113)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où plusieurs solutions sont disponibles
- ▶ Prise en compte d'un choix de résolution "arbitraire"

## Exemple

- ▶  $C_{S1} = a \cdot O_2 \quad \implies F0s^2 = a$
- ▶  $C_{C1} = O_1 \cdot \overline{O_2}$



## Priorité fonctionnelle (Déf. 27 p113)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où plusieurs solutions sont disponibles
- ▶ Prise en compte d'un choix de résolution "arbitraire"

## Exemple

- ▶  $C_{S1} = a \cdot O_2 \implies F0s^2 = a$
- ▶  $C_{C1} = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies \begin{cases} O_1 := 0 & \text{et} & O_2 := 1 \\ O_1 := 0 & \text{et} & O_2 := O_2 \\ O_1 := O_1 & \text{et} & O_2 := 1 \end{cases}$



## Priorité fonctionnelle (Déf. 27 p113)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où plusieurs solutions sont disponibles
- ▶ Prise en compte d'un choix de résolution "arbitraire"

## Exemple

- ▶  $C_{S1} = a \cdot O_2 \implies F0s^2 = a$
- ▶  $C_{C1} = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies \begin{cases} O_1 := 0 & \text{et} & O_2 := 1 & : \text{pas de priorité} \\ O_1 := 0 & \text{et} & O_2 := O_2 & : \text{priorité à } O_2 \\ O_1 := O_1 & \text{et} & O_2 := 1 & : \text{priorité à } O_1 \end{cases}$



## Priorité fonctionnelle (Déf. 27 p113)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où plusieurs solutions sont disponibles
- ▶ Prise en compte d'un choix de résolution "arbitraire"

## Exemple

- ▶  $C_{s_1} = a \cdot O_2 \implies F_{0s^2} = a$
- ▶  $C_{c_1} = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies \left\{ \begin{array}{lll} O_1 := 0 & \text{et} & O_2 := 1 & : \text{pas de priorité} \leftarrow \\ O_1 := 0 & \text{et} & O_2 := O_2 & : \text{priorité à } O_2 \\ O_1 := O_1 & \text{et} & O_2 := 1 & : \text{priorité à } O_1 \end{array} \right.$
- ▶  $prioF_{C_{c_1}}^1 = (g_1 \cdot \overline{g_2}) \cdot (\overline{F1s^1} \cdot \overline{F0s^2}) \cdot O_1$
- ▶  $prioF_{C_{c_1}}^2 = (g_1 \cdot \overline{g_2}) \cdot (\overline{F1s^1} \cdot \overline{F0s^2}) \cdot \overline{O_2}$



## Priorité fonctionnelle (Déf. 27 p113)

- ▶ Permet de résoudre une contrainte combinée où plusieurs solutions sont disponibles
- ▶ Prise en compte d'un choix de résolution "arbitraire"

## Exemple

- ▶  $C_{S1} = a \cdot O_2 \implies F_{0s^2} = a$
- ▶  $C_{C1} = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies \begin{cases} O_1 := 0 & \text{et} & O_2 := 1 & : \text{pas de priorité} \\ O_1 := 0 & \text{et} & O_2 := O_2 & : \text{priorité à } O_2 \\ O_1 := O_1 & \text{et} & O_2 := 1 & : \text{priorité à } O_1 \end{cases} \leftarrow$
- ▶  $prioF_{C_{C1}}^1 = (g_1 \cdot \overline{g_2}) \cdot (\overline{F1s^1} \cdot \overline{F0s^2}) \cdot O_1$
- ▶  $prioF_{C_{C1}}^2 = 0$



## Formalisation (Déf. 27 p113)

Soit la contrainte combinée  $Cc = \prod (Y^{Cc}) \cdot \prod (O^{Cc})$

$$\text{Soit } Fs^j = \begin{cases} F0s^j & \text{si } \overline{o_j} \in Cc \\ F1s^j & \text{si } o_j \in Cc \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et } o_k^* = \begin{cases} o_k & \text{si } o_k \in Cc \\ \overline{o_k} & \text{si } \overline{o_k} \in Cc \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Pour toute priorité fonctionnelle telle que " $Cc = 1 \implies$  forcer  $o_k^*$ ", un monôme logique est défini :

$$prioF_{Cc}^k = \prod (Y^{Cc}) \cdot \prod (G^{Cc}) \cdot \prod_{j=1}^{dim(O), j \neq k} (\overline{Fs^j}) \cdot o_k^*$$

- ▶  $\prod (Y^{Cc}) \cdot \prod (G^{Cc})$  : la contrainte  $Cc$  est-elle violée par le vecteur à tester ( $G$ ) ?
- ▶  $\prod_{j=1}^{dim(O), j \neq k} (\overline{Fs^j})$  : variables commandables de  $Cc$  forcées par des contraintes simples ?

Remarque : si aucune priorité fonctionnelle ne concerne  $o_k^*$  pour la contrainte  $Cc$ , alors  $prioF_{Cc}^k = 0$ .



## Fonctions de forçage combinées (Déf. 28 p114)

- ▶ Polynômes logiques composés uniquement de variables non-commandables ;
- ▶ Permet de savoir si une variable commandable ( $O_k$ ) doit être forcée à 0 ( $F0c^k$ ) ou à 1 ( $F1c^k$ ) pour résoudre une ou plusieurs contraintes combinées ;
- ▶ Prise en compte des fonctions de forçage simples ;
- ▶ Construits à partir des parties non-commandables des priorités ;



## Fonctions de forçage combinées (Déf. 28 p114)

- ▶ Polynômes logiques composés uniquement de variables non-commandables ;
- ▶ Permet de savoir si une variable commandable ( $O_k$ ) doit être forcée à 0 ( $F0c^k$ ) ou à 1 ( $F1c^k$ ) pour résoudre une ou plusieurs contraintes combinées ;
- ▶ Prise en compte des fonctions de forçage simples ;
- ▶ Construits à partir des parties non-commandables des priorités ;

## Exemple

▶  $Cs_1 = a \cdot O_2$

▶  $Cc_1 = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies \left\{ \begin{array}{ll} O_1 := 0 & \text{et } O_2 := 1 & : \text{ pas de priorité} \\ \mathbf{O_1} := \mathbf{0} & \text{et } \mathbf{O_2} := \mathbf{O_2} & : \text{ priorité à } \mathbf{O_2} \quad \leftarrow \\ O_1 := O_1 & \text{et } O_2 := 1 & : \text{ priorité à } O_1 \end{array} \right.$

▶  $prioS_{Cc_1}^1 = O_1 \cdot F0s^2$

▶  $prioF_{Cc_1}^1 = (g_1 \cdot \overline{g_2}) \cdot (\overline{F1s^1} \cdot \overline{F0s^2}) \cdot O_1$

▶  $prioS_{Cc_1}^2 = F1s^1 \cdot \overline{O_2}$

▶  $prioF_{Cc_1}^2 = 0$

## Fonctions de forçage combinées (Déf. 28 p114)

- ▶ Polynômes logiques composés uniquement de variables non-commandables ;
- ▶ Permet de savoir si une variable commandable ( $O_k$ ) doit être forcée à 0 ( $F0c^k$ ) ou à 1 ( $F1c^k$ ) pour résoudre une ou plusieurs contraintes combinées ;
- ▶ Prise en compte des fonctions de forçage simples ;
- ▶ Construits à partir des parties non-commandables des priorités ;

## Exemple

▶  $Cs_1 = a \cdot O_2$

▶  $Cc_1 = O_1 \cdot \overline{O_2} = 1 \implies \left\{ \begin{array}{ll} O_1 := 0 & \text{et } O_2 := 1 & : \text{ pas de priorité} \\ \mathbf{O_1 := 0} & \text{et } \mathbf{O_2 := O_2} & : \text{ priorité à } \mathbf{O_2} \quad \leftarrow \\ O_1 := O_1 & \text{et } O_2 := 1 & : \text{ priorité à } O_1 \end{array} \right.$

▶  $prioS_{Cc_1}^1 = O_1 \cdot F0s^2$

▶  $prioF_{Cc_1}^1 = (g_1 \cdot \overline{g_2}) \cdot (\overline{F1s^1} \cdot \overline{F0s^2}) \cdot O_1$

▶  $prioS_{Cc_1}^2 = F1s^1 \cdot \overline{O_2}$

▶  $prioF_{Cc_1}^2 = 0$

▶  $F0c^1 = F0s^2 + (g_1 \cdot \overline{g_2}) \cdot (\overline{F1s^1} \cdot \overline{F0s^2})$

▶  $F0c^2 = 0$

▶  $F1c^1 = 0$

▶  $F1c^2 = F1s^1$

## Formalisation (Déf. 28 p115)

La fonction de forçage à 0 combinée de  $\bar{o}_k^*$  est définie comme : la somme logique des parties non-commandables des monômes traduisant les priorités structurelles et fonctionnelles concernant  $o_k$ .

$$\forall Cc \mid \underline{o}_k \in Cc, F0c^k = \sum_{Cc} (Y^{prioS_{Cc}^k} + Y^{prioF_{Cc}^k})$$

La fonction de forçage à 1 combinée de  $\bar{o}_k^*$  est définie comme : la somme logique des parties non-commandables des monômes traduisant les priorités structurelles et fonctionnelles concernant  $\bar{o}_k$ .

$$\forall Cc \mid \underline{\bar{o}}_k \in Cc, F1c^k = \sum_{Cc} (Y^{prioS_{Cc}^k} + Y^{prioF_{Cc}^k})$$



# Utilisation et problématique

## Exemple 1

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \overline{O_2}$  ( $O_2$  est forcé)
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \overline{O_3}$  ( $O_2$  est forcé)



# Utilisation et problématique

## Exemple 1

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \overline{O_2}$
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \overline{O_3} \implies O_2 = 0$

## Exemple 1

$ab|O_1 O_2 O_3$

$t_0 \ 00|110 \implies C_{C_2} = 1 \implies O_2 := 0$



# Utilisation et problématique

## Exemple 1

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \overline{O_2} \implies O_2 = 1$
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \overline{O_3}$

## Exemple 1

- $ab|O_1 O_2 O_3$
- $t_0$  00|110  $\implies C_{C_2} = 1 \implies O_2 := 0$
  - $t_1$  00|100  $\implies C_{C_1} = 1 \implies O_2 := 1$



# Utilisation et problématique

## Exemple 1

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \overline{O_2}$
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \overline{O_3} \implies O_2 = 0$

## Exemple 1

- $ab|O_1 O_2 O_3$
- $t_0$  00|110  $\implies C_{C_2} = 1 \implies O_2 := 0$
  - $t_1$  00|100  $\implies C_{C_1} = 1 \implies O_2 := 1$
  - $t_2$  00|110  $\implies C_{C_2} = 1 \implies O_2 := 0$
  - etc...



# Utilisation et problématique

## Exemple 1

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \overline{O_2}$
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \overline{O_3} \implies O_2 = 0$

## Exemple 2

- ▶  $Y = \{a, b\}$ ,  $O = \{O_1, O_2, O_3\}$  et  $G = \{g_1, g_2, g_3\}$
- ▶  $C_{S_1} = a \cdot O_2$
- ▶  $C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
- ▶  $C_{C_1} = O_1 \cdot \overline{O_2}$  ( $O_1$  est forcé)
- ▶  $C_{C_2} = O_2 \cdot \overline{O_3}$  ( $O_2$  est forcé)

## Exemple 1

- $ab|O_1O_2O_3$
- $t_0$  00|110  $\implies C_{C_2} = 1 \implies O_2 := 0$
  - $t_1$  00|100  $\implies C_{C_1} = 1 \implies O_2 := 1$
  - $t_2$  00|110  $\implies C_{C_2} = 1 \implies O_2 := 0$
  - etc...

## Exemple 2

- $ab|O_1O_2O_3$
- $t_0$  00|110  $\implies C_{C_2} = 1 \implies O_2 := 0$
  - $t_1$  00|100  $\implies C_{C_1} = 1 \implies O_1 := 0$
  - $t_2$  00|000  $\implies$  résolu



# Table des matières

Introduction

État de l'art

Formalisation

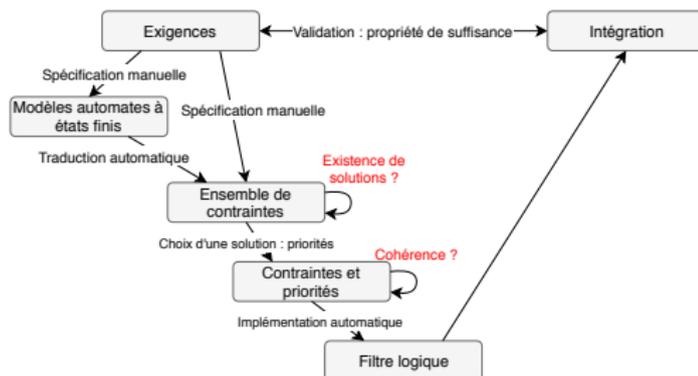
Cohérence

Approche proposée  
 Analyse structurelle  
 Analyse d'atteignabilité

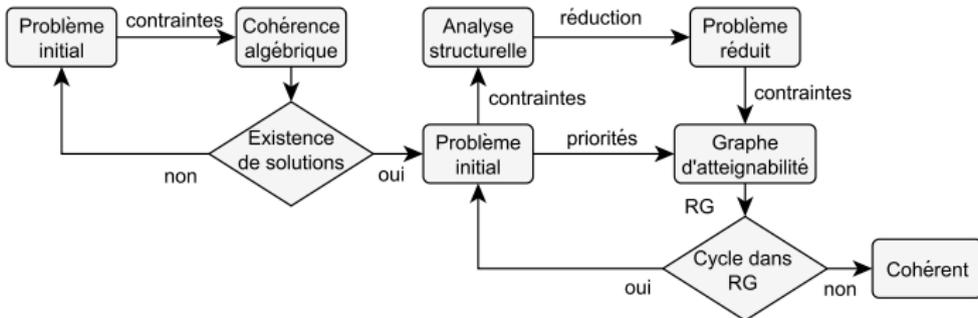
Implémentation

Logiciel SEDMA

Conclusion et perspectives



# Approche proposée



## Approche proposée (Pichard et al, 2017b)

### 1- Existence de solutions

- ▶ Basé uniquement sur les contraintes
- ▶ Utilisation de la synthèse algébrique (Hietter, 2009)

### 2- Analyse structurelle

- ▶ Basé uniquement sur les contraintes
- ▶ Permet de réduire la taille du problème

### 3- Graphe d'atteignabilité

- ▶ Basé sur contraintes et priorités
- ▶ Chaque état est une affectation totale des variables
- ▶ Chaque arc représente un pas de résolution

### 4- Condition de cohérence : existe-t-il un cycle dans le graphe ?

## Vérification de l'existence

- Utilisation de l'outil logiciel BESS dédié à la synthèse algébrique (Hietter, 2009)

TABLE – Problème initial

$C_{S_1} = a \cdot O_2$	$C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
$C_{C_1} = O_1 \cdot \overline{O_2}$	$C_{C_2} = O_2 \cdot \overline{O_3}$



Vérification de l'existence

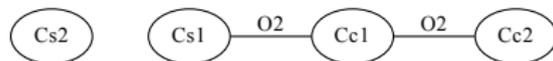
- ▶ Utilisation de l'outil logiciel BESS dédié à la synthèse algébrique (Hietter, 2009)

Analyse structurelle

- ▶ Construction d'un graphe non-orienté (Déf. 33 et 34 p123)
- ▶ Représente les risques de violation lors de la résolution d'une contrainte

TABLE – Problème initial

$C_{S1} = a \cdot O_2$	$C_{S2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
$C_{C1} = O_1 \cdot \bar{O}_2$	$C_{C2} = O_2 \cdot \bar{O}_3$



### Vérification de l'existence

- Utilisation de l'outil logiciel BESS dédié à la synthèse algébrique (Hietter, 2009)

### Analyse structurelle

- Construction d'un graphe non-orienté (Déf. 33 et 34 p123)
- Représente les risques de violation lors de la résolution d'une contrainte

### Réduction du problème

- Suppression des contraintes isolées

TABLE – Problème initial

$Cs_1 = a \cdot O_2$	$Cs_2 = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$
$Cc_1 = O_1 \cdot \overline{O_2}$	$Cc_2 = O_2 \cdot \overline{O_3}$

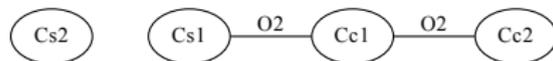


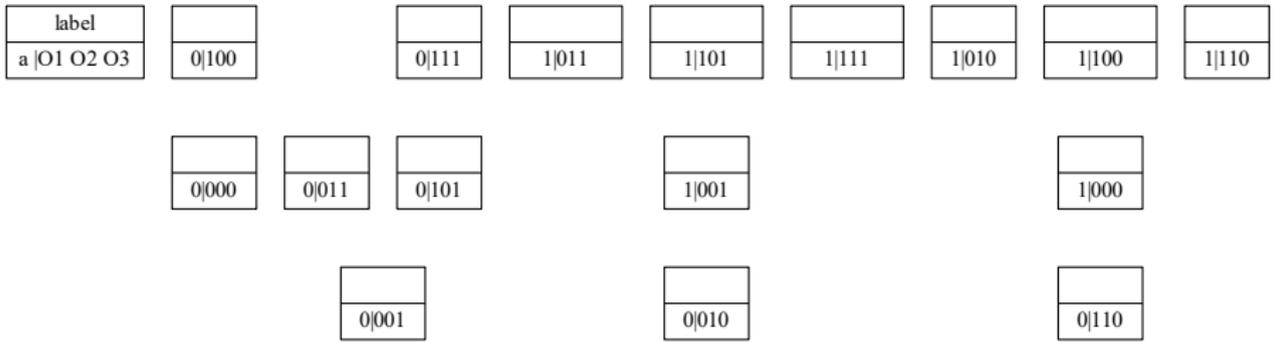
TABLE – Problème réduit

$Cs_1 = a \cdot O_2$	
$Cc_1 = O_1 \cdot \overline{O_2}$	$Cc_2 = O_2 \cdot \overline{O_3}$



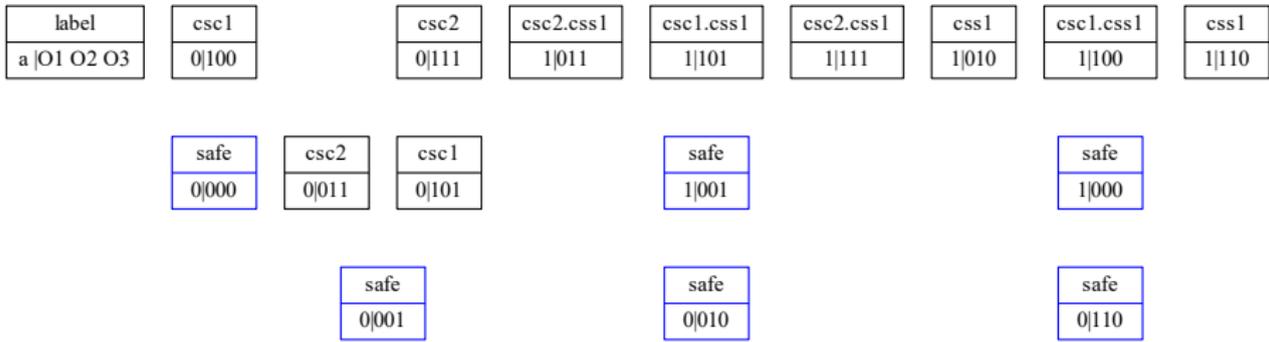
### Construction du graphe d'atteignabilité sur le problème réduit

- Calcul des affectations possibles ;



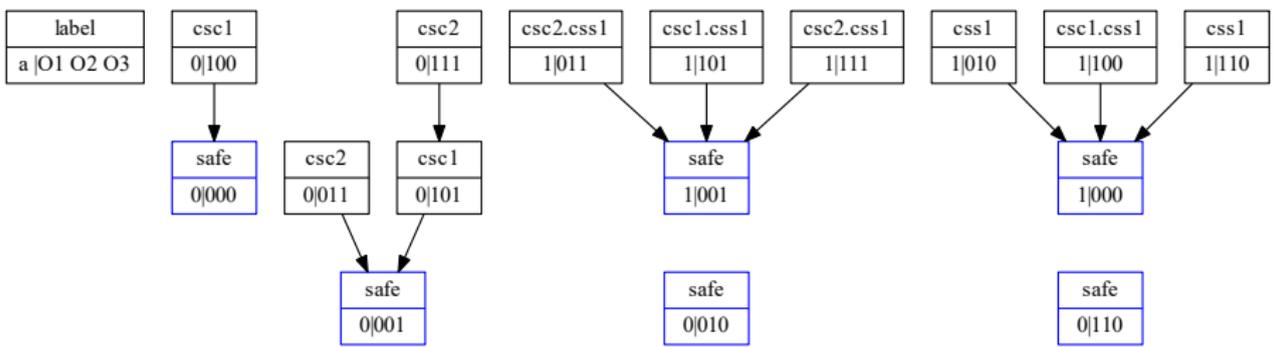
### Construction du graphe d'atteignabilité sur le problème réduit

- ▶ Calcul des affectations possibles ;
- ▶ Labellisation des affectations avec les contraintes violées ;



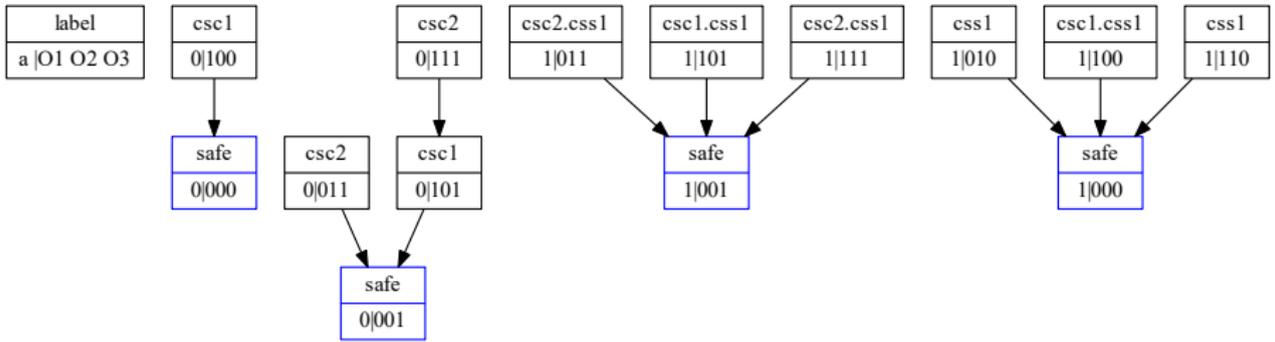
### Construction du graphe d'atteignabilité sur le problème réduit

- ▶ Calcul des affectations possibles ;
- ▶ Labellisation des affectations avec les contraintes violées ;
- ▶ Création des arcs : résolution et priorités ;



### Construction du graphe d'atteignabilité sur le problème réduit

- ▶ Calcul des affectations possibles ;
- ▶ Labellisation des affectations avec les contraintes violées ;
- ▶ Création des arcs : résolution et priorités ;
- ▶ Réduction du graphe ;

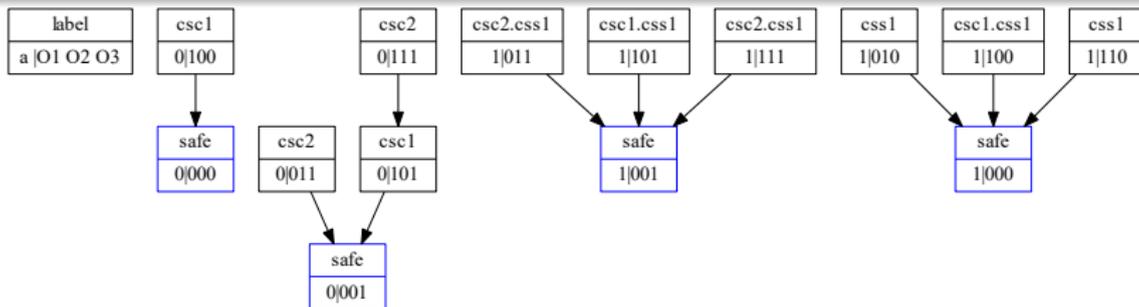




# Approche proposée

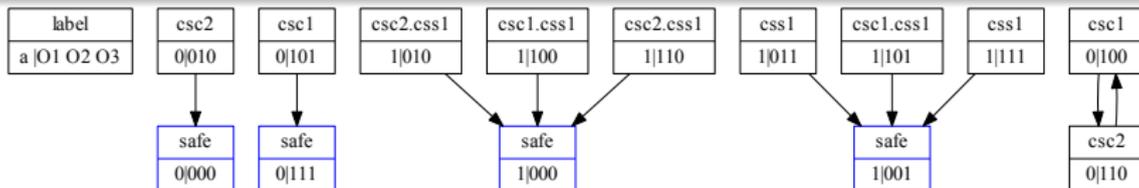
## Exemple cohérent

- $\blacktriangleright C_{S_1} = a \cdot O_2$ 
 $\blacktriangleright C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$ 
 $\blacktriangleright C_{C_1} = O_1 \cdot \bar{O}_2$ 
 $\blacktriangleright C_{C_2} = O_2 \cdot \bar{O}_3$



## Exemple non cohérent

- $\blacktriangleright C_{S_1} = a \cdot O_2$ 
 $\blacktriangleright C_{S_2} = \bar{a} \cdot b \cdot O_1$ 
 $\blacktriangleright C_{C_1} = O_1 \cdot \bar{O}_2$ 
 $\blacktriangleright C_{C_2} = O_2 \cdot \bar{O}_3$



# Table des matières

## Introduction

État de l'art

Formalisation

Cohérence

Implémentation

Objectifs

Algorithme itératif

Problème et solveur SAT

Solveur SAT pour le filtre logique

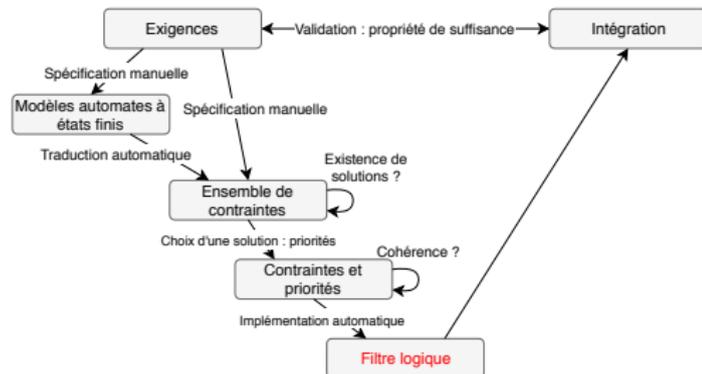
Recherche locale par distance de Hamming

Recherche locale par solveur SAT

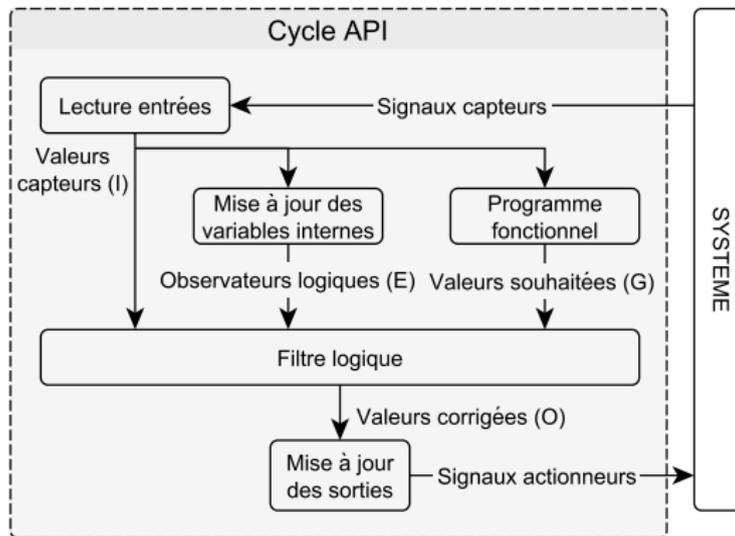
Comparaison

Logiciel SEDMA

Conclusion et perspectives



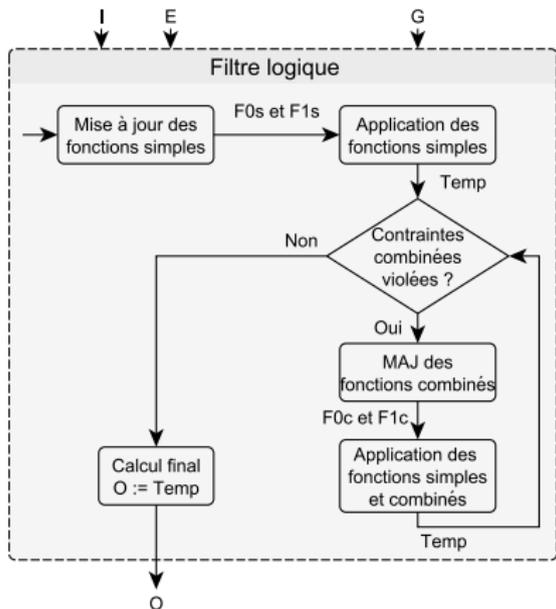
# Objectifs



## Objectifs

- ▶ Être capable de garantir que les valeurs corrigées O, basées sur G, respectent les contraintes
- ▶ Algorithmes implémentables dans un API (langage ST)
- ▶ Aucune hypothèse sur le programme fonctionnel en amont du filtre

# Algorithme itératif



## Hypothèses

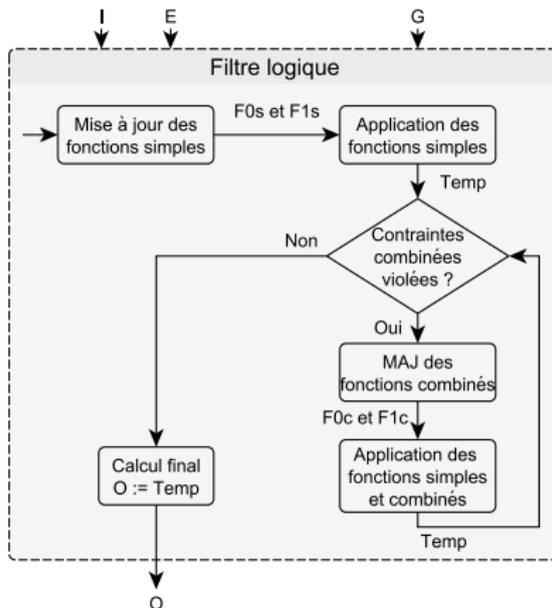
- ▶ Contraintes cohérentes algébriquement
- ▶ Priorités fonctionnelles cohérentes avec les contraintes

## Caractéristiques (Pichard et al., 2018a)

- ▶ Basé sur l'algorithme de (Coupot, 2014)
- ▶ Utilise les contraintes et les priorités
- ▶ Convergence garantie par les hypothèses de cohérence



# Algorithme itératif



## Hypothèses

- ▶ Contraintes cohérentes algébriquement
- ▶ ~~Priorités fonctionnelles cohérentes avec les contraintes~~

## Caractéristiques (Pichard et al., 2018a)

- ▶ Basé sur l'algorithme de (Coupat, 2014)
- ▶ Utilise les contraintes et les priorités
- ▶ Convergence garantie par les hypothèses de cohérence



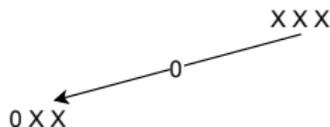


# Problème et solveur SAT

$$\overline{O_1} \cdot O_2 = 0$$

$$\overline{O_1} \cdot \overline{O_2} \cdot \overline{O_3} = 0$$

- choix
- propagation
- back-tracking



O<sub>1</sub>

O<sub>2</sub>

O<sub>3</sub>

## Problème SAT (SATisfiabilité) (Davis et al., 1962)

- ▶ Problème SAT : composé de contraintes portant sur des variables booléennes
- ▶ Solveur SAT : permet de trouver une ou plusieurs solutions (affectations des variables) vérifiant l'ensemble des contraintes



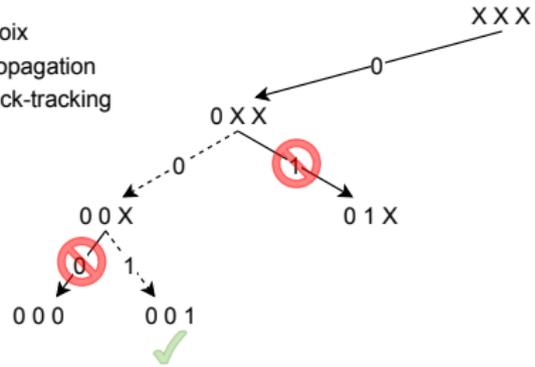


# Problème et solveur SAT

$$\overline{O_1} \cdot O_2 = 0$$

$$\overline{O_1} \cdot \overline{O_2} \cdot \overline{O_3} = 0$$

- choix
- - - - -> propagation
- back-tracking

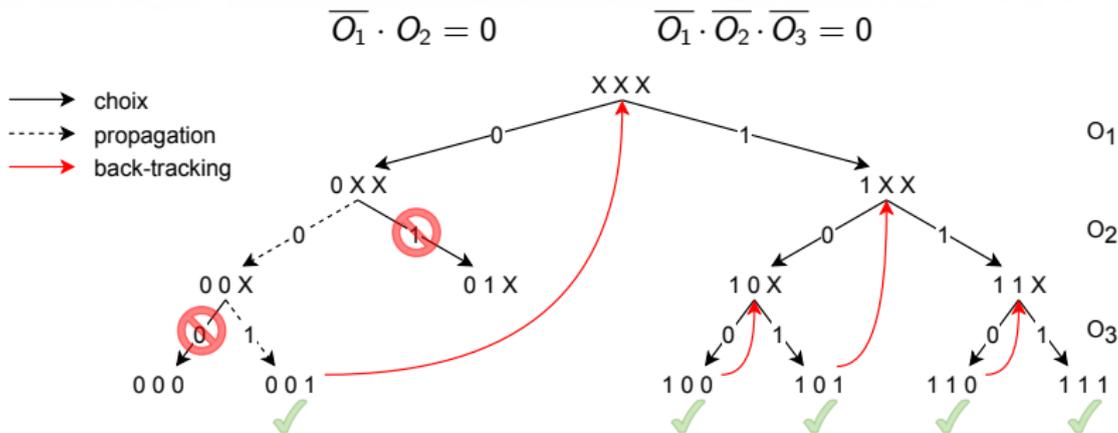


O<sub>1</sub>  
O<sub>2</sub>  
O<sub>3</sub>

## Problème SAT (SATisfiabilité) (Davis et al., 1962)

- ▶ Problème SAT : composé de contraintes portant sur des variables booléennes
- ▶ Solveur SAT : permet de trouver une ou plusieurs solutions (affectations des variables) vérifiant l'ensemble des contraintes

# Problème et solveur SAT

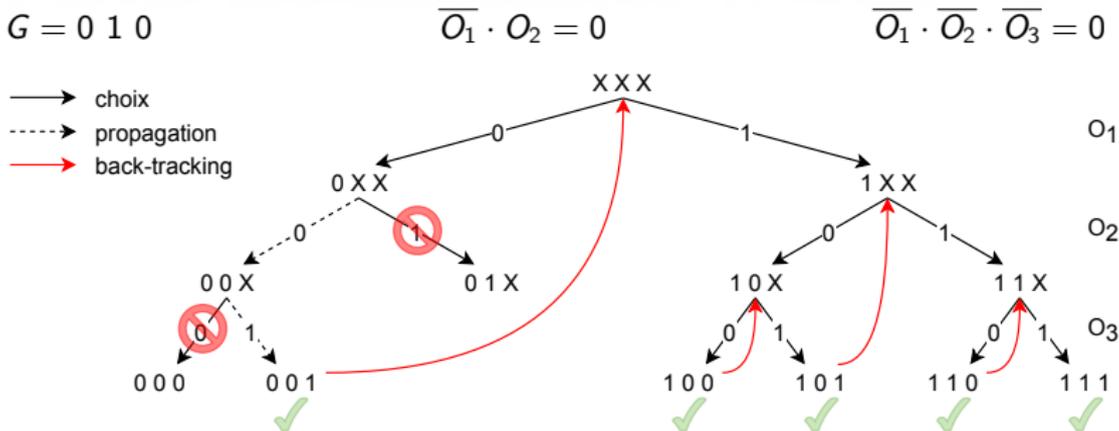


## Problème SAT (SATisfiabilité) (Davis et al., 1962)

- ▶ Problème SAT : composé de contraintes portant sur des variables booléennes
- ▶ Solveur SAT : permet de trouver une ou plusieurs solutions (affectations des variables) vérifiant l'ensemble des contraintes



# Solveur SAT pour le filtre logique



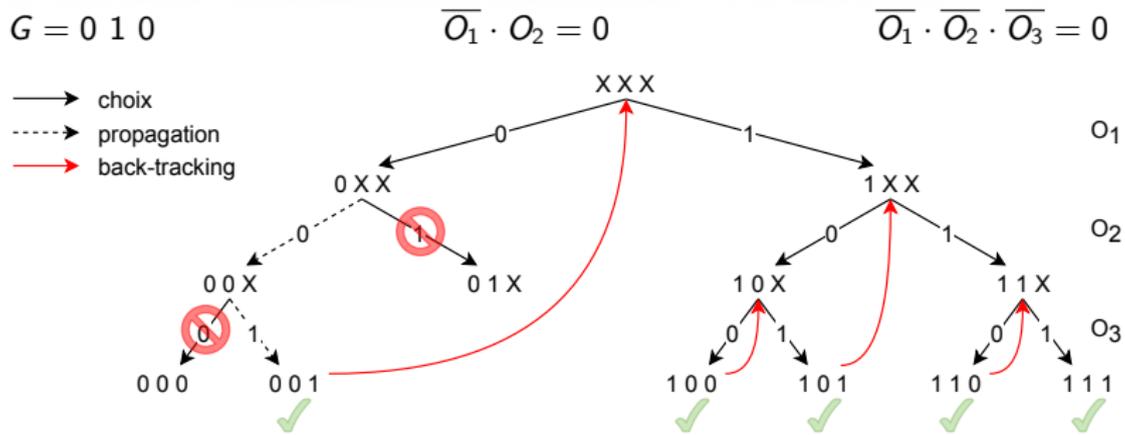
G	010
	001
	100
O	101
	110
	111

## Solveur SAT et distance de Hamming (Pichard et al., 2016)

- ▶ Preuve de concept utilisant un solveur SAT externe à l'API
- ▶ Calcul des différentes solutions par le solveur SAT



# Solveur SAT pour le filtre logique

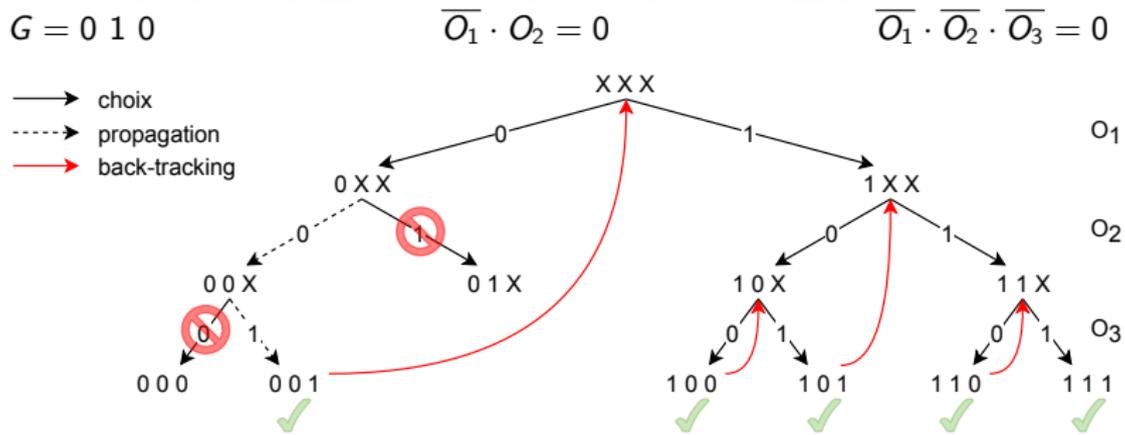


G	010	Hamming
O	001	2
	100	2
	101	3
	110	1
	111	2

**Solveur SAT et distance de Hamming (Pichard et al., 2016)**

- ▶ Preuve de concept utilisant un solveur SAT externe à l'API
- ▶ Calcul des différentes solutions par le solveur SAT

# Solveur SAT pour le filtre logique



G	010	Hamming
O	001	2
	100	2
	101	3
	110	1
	111	2

**Solveur SAT et distance de Hamming (Pichard et al., 2016)**

- ▶ Preuve de concept utilisant un solveur SAT externe à l'API
- ▶ Calcul des différentes solutions par le solveur SAT
- ▶ Choix : distance de Hamming minimale

## Recherche locale par distance de Hamming

G = 0010

$$\text{dist} = 1 \left\{ \begin{array}{l} 1010 \\ 0110 \\ 0000 \\ 0011 \end{array} \right.$$

## Recherche locale par distance croissante (Pichard et al., 2018b)

- ▶ Calcul et test des vecteurs par distance de Hamming croissante
- ▶ Solution : premier vecteur valide minimisant la distance
- ▶ Astuce de calcul pour diviser par 2 le temps de recherche







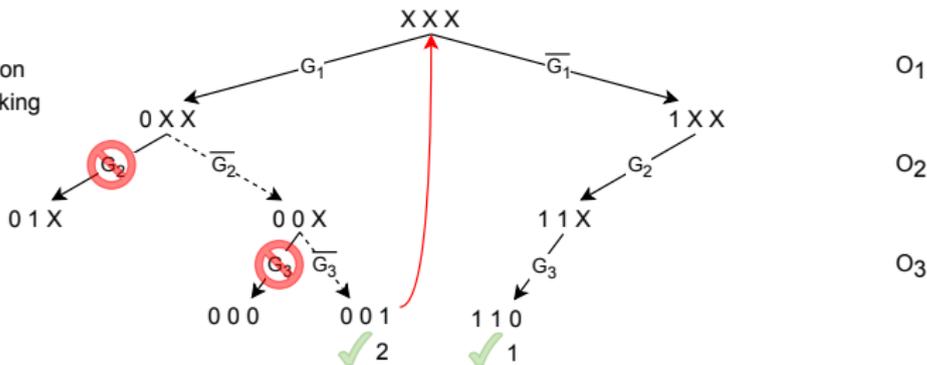
# Recherche locale par solveur SAT

$$G = 010$$

$$\overline{O_1} \cdot O_2 = 0$$

$$\overline{O_1} \cdot \overline{O_2} \cdot \overline{O_3} = 0$$

- choix
- - - - - propagation
- back-tracking



## Recherche locale avec back-tracking et distance de Hamming

- ▶ Utilise les valeurs de G lors des choix d'affectation
- ▶ Cherche si possible une solution à distance 1, sinon parcours complet et garde la solution minimisant la distance



# Comparaison

TABLE – Comparaison des algorithmes proposés

	Alg. itératif	Alg. Hamming	Solveur SAT
Priorités	oui	non	non
Cohérence	globale	algébrique	algébrique
Implémentation	très simple	difficile	très difficile
Maintenabilité	simple	très difficile	très difficile
Espace mémoire	faible	moyen	très grand
Flexibilité	aucune	aucune	critère d'optimisation heuristique de choix
Génération automatique	SEDMA		



# Table des matières

Introduction

État de l'art

Formalisation

Cohérence

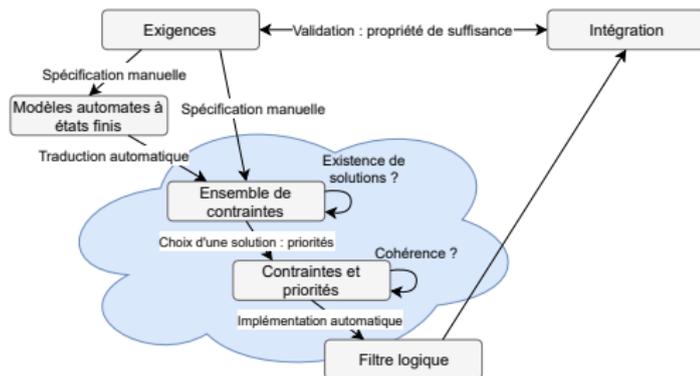
Implémentation

Logiciel SEDMA

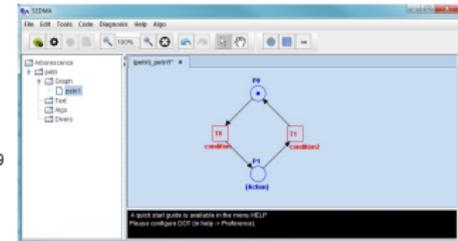
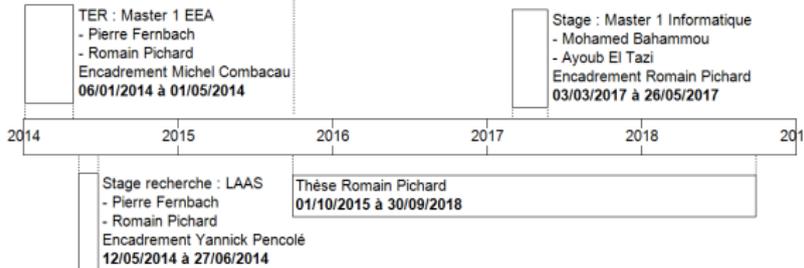
SEDMA

Application CellFlex

Conclusion et perspectives



# Logiciel SEDMA



## Développement durant la thèse (Pichard et al., 2017a)

- ▶ Restructuration complète du logiciel pour faciliter l'évolution (encadrement de 2 stagiaires)
- ▶ Développement des fonctionnalités permettant de supporter l'approche par filtre logique :
  - ▶ Saisie textuelle des variables, contraintes et priorités
  - ▶ Analyse de la cohérence (construction des graphes et détection de cycles)
  - ▶ Génération automatique de l'algorithme itératif en ST
  - ▶ Génération automatique de la déclaration des variables pour API Schneider

# Application CellFlex



	convoyeur	transfert	import/export	total
capteurs	27	14	17	58
variables internes	10	15	22	47
actionneurs	9	10	13	32
contraintes simples	8	25	51	84
contraintes combinées	0	6	5	11
contraintes structurelles	0	7	12	19
analyse structurelle (ms)	14	97	110	221
analyse cycle (ms)	0	0	525	525

# Table des matières

Introduction

État de l'art

Formalisation

Cohérence

Implémentation

Logiciel SEDMA

**Conclusion et perspectives**

Conclusion

Perspectives



# Conclusion

## Objectifs

- ▶ Généraliser l'approche par filtre logique : formalisme, méthodologie
- ▶ Proposer une condition nécessaire et suffisante pour vérifier la cohérence
- ▶ Proposer des algorithmes d'implémentation plus flexibles

## Contributions

- ▶ Proposition d'une approche de conception globale
- ▶ Formalisation des définitions et propriétés
- ▶ Condition nécessaire et suffisante à la cohérence par analyse de graphe
- ▶ Implémentation du filtre sous la forme de solveurs SAT pour API
- ▶ Développement d'un outil logiciel pour supporter l'approche de conception



# Perspectives

## Perspectives

- ▶ Explorer la notion de "couverture" des contraintes pour minimiser la taille de l'ensemble de contraintes
- ▶ Analyser la cohérence avec des propriétés structurelles (utilisation des RdP ?)
- ▶ Appliquer l'approche par filtre logique à d'autres problématiques (reconfiguration, ré-ordonnancement en ligne)
- ▶ Explorer d'autres heuristiques d'optimisation pour les solveurs SAT
- ▶ Génération automatique des contraintes à partir de modèles standardisés



Merci

Merci de votre attention



- R. Pichard, N. Ben Rabah, V. Carré-Ménétrier et B. Riera : CSP solver for Safe PLC Controller : Application to manufacturing systems. In **IFAC MIM'16**, volume 49 de 8th IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control MIM 2016 Troyes, France, 28-30 June 2016, pages 402-407, Troyes, 2016
- R. Pichard, M. Combacau, A. Philippot, R. Saddem et B. Riera : SEDMA - un outil pour la Modélisation, l'Analyse et la génération automatique de programme pour les SEDs. In **MSR 2017**, 11ème Colloque sur la Modélisation des Systèmes Réactifs, page 2, Marseille, novembre 2017a
- R. Pichard, A. Philippot et B. Riera : Consistency Checking of Safety Constraints for Manufacturing Systems with Graph Analysis. In **20th IFAC WorldCongress**, volume 50 de 20th IFAC World Congress, pages 1193-1198, Toulouse, juillet 2017b
- R. Pichard, A. Philippot, R. Saddem et B. Riera : Safety of Manufacturing Systems Controllers by Logical Constraints With Safety Filter. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, pages 1-9, 2018a. ISSN 1063-6536.
- R. Pichard, A. Philippot et B. Riera : Safe PLC Controller implementation IEC 61131-3 compliant based on a simple SAT solver : Application to manufacturing systems. In **ICINCO'18**, Porto, juillet 2018b



- C. G. Cassandras et S. Lafortune : Introduction to Discrete Event Systems. Springer Science & Business Media, décembre 2009. ISBN 978-0-387-33332-8.
- Brandin, B. A., & Wonham, W. M. (1994). Supervisory control of timed discrete-event systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 39(2), 329-342.
- Ramadge, P. J., & Wonham, W. M. (1989). The control of discrete event systems. Proceedings of the IEEE, 77(1), 81-98.
- Zaytoon, J., & Riera, B. (2017). Synthesis and implementation of logic controllers-a review. Annual reviews in control, 43, 152-168.
- Hietter, Y. (2009). Synthèse algébrique de lois de commande pour les systèmes à événements discrets logiques (Doctoral dissertation, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan).



Marangé, P. (2008). Synthèse et filtrage robuste de la commande pour des système manufacturiers sûrs de fonctionnement (Doctoral dissertation, Université de Reims-Champagne Ardenne).

Benlorhfar, R., Annebicque, D., Gellot, F., & Riera, B. (2011). Robust filtering of PLC program for automated systems of production. In 18th World Congress of the International Federation of Automatic Control.

Coupat, R. (2014). Méthodologie pour les études d'automatisation et la génération automatique de programmes Automates Programmables Industriels sûrs de fonctionnement. Application aux Équipements d'Alimentation des Lignes Électrifiées (Doctoral dissertation, Université de Reims-Champagne Ardenne).

Riera, B., Philippot, A., Annebicque, D., & Gellot, F. (2015). La commande par contraintes logiques de sécurité : principe, applications et mise en oeuvre. In Modélisation des Systèmes Réactifs (MSR 2015).

Davis, M., Logemann, G., & Loveland, D. (1962). A machine program for theorem-proving. Communications of the ACM, 5(7), 394-397.



# Algorithmes itératifs

```
Data: No  
Input: I, E, G  
Output: O  
/* Calcul de  $F0s^k$  et  $F1s^k$  */  
for  $k = 1, \dots, No$  do  
|  $F0s(k) := \dots;$   
|  $F1s(k) := \dots;$   
end  
/* Résolution des contraintes simples */  
for  $k = 1, \dots, No$  do  
|  $Temp(k) := NOT\ F0s(k)\ AND\ G(k)\ OR\ F1s(k);$   
|  $F0c[k] := false;$   
|  $F1c[k] := false;$   
end  
 $Flag := true;$ 
```

```
while  $Flag$  do  
|  $Cc := updateCc(Temp, I, E);$   
|  $Flag := estViolée(Cc);$   
| if  $Flag$  then  
| | for  $k = 1, \dots, No$  do  
| | |  $F0c(k) := \dots;$   
| | |  $F1c(k) := \dots;$   
| | end  
| | /* Résolution des contraintes combinées */  
| | for  $k = 1, \dots, No$  do  
| | |  $Temp(k) := NOT(F0s(k)\ OR\ F0c(k))$   
| | |  $AND\ Temp(k)\ OR\ (F1s(k)\ OR\ F1c(k));$   
| | end  
| end  
end  
/* Mise à jour des sorties */  
for  $k = 1, \dots, No$  do  
|  $O(k) := Temp(k);$   
end
```



# Tri de caisse

## Description

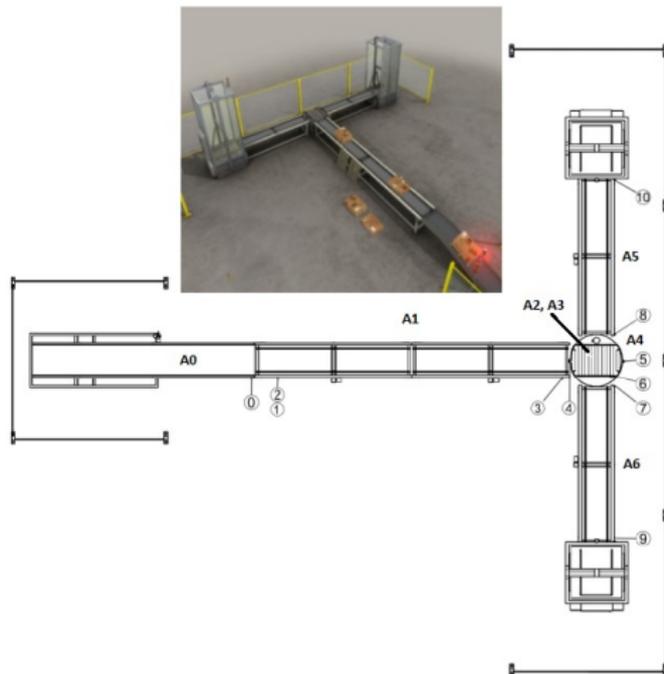
- ▶ 11 capteurs :  $\{c0, c1, \dots, c10\}$
- ▶ 7 actionneurs :  $\{A0, A1, \dots, A6\}$
- ▶ 5 observateurs logiques :  $\{2p, p36, p67, p79, p810\}$

## Cahiers des charges

- ▶ Trier les caisses en fonctions de leur hauteur
- ▶ Empêcher les chutes et les collisions

## Objectif

- ▶ Garantir la sécurité quel que soit le programme API en amont du filtre



## Contraintes simples

- ▶  $CS_{S_1} : 2p \cdot A_0$
- ▶  $CS_{S_2} : c_3 \cdot \overline{c_4} \cdot A_1$
- ▶  $CS_{S_3} : c_3 \cdot c_4 \cdot c_6 \cdot A_1$
- ▶  $CS_{S_4} : c_3 \cdot p36 \cdot A_1$
- ▶  $CS_{S_5} : c_4 \cdot c_6 \cdot A_2$
- ▶  $CS_{S_6} : \overline{c_4} \cdot \overline{c_5} \cdot A_2$
- ▶  $CS_{S_7} : c_5 \cdot c_7 \cdot A_2$
- ▶  $CS_{S_8} : \overline{c_5} \cdot A_3$
- ▶  $CS_{S_9} : c_5 \cdot c_6 \cdot \overline{A_4}$
- ▶  $CS_{S_{10}} : c_5 \cdot c_8 \cdot \overline{A_4}$
- ▶  $CS_{S_{11}} : c_5 \cdot c_7 \cdot \overline{A_4}$
- ▶  $CS_{S_{12}} : c_5 \cdot p67 \cdot \overline{A_4}$
- ▶  $CS_{S_{13}} : c_4 \cdot c_9 \cdot A_4$
- ▶  $CS_{S_{14}} : c_4 \cdot \overline{c_6} \cdot A_4$
- ▶  $CS_{S_{15}} : c_4 \cdot p79 \cdot A_4$
- ▶  $CS_{S_{16}} : c_4 \cdot p810 \cdot A_4$
- ▶  $CS_{S_{17}} : c_4 \cdot c_{10} \cdot A_4$

## Contraintes combinées

- ▶  $CS_{C_1} : c_0 \cdot A_0 \cdot \overline{A_1}$
- ▶  $CS_{C_2} : c_3 \cdot c_4 \cdot A_1 \cdot \overline{A_2}$
- ▶  $CS_{C_3} : c_5 \cdot c_8 \cdot A_2 \cdot \overline{A_5}$
- ▶  $CS_{C_4} : c_5 \cdot c_7 \cdot A_3 \cdot \overline{A_6}$
- ▶  $CS_{C_5} : A_2 \cdot A_3$

## Contrainte structurelle

- ▶  $C_{struct_1} : c_4 \cdot c_5$

