



**HAL**  
open science

# Contribution à l'étude du comportement mécanique de matériaux architecturés fortement déformables pour applications médicales

Grégory Chagnon

► **To cite this version:**

Grégory Chagnon. Contribution à l'étude du comportement mécanique de matériaux architecturés fortement déformables pour applications médicales. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université de Grenoble, 2011. tel-01988706

**HAL Id: tel-01988706**

**<https://hal.science/tel-01988706>**

Submitted on 21 Jan 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Habilitation à Diriger des Recherches

Ecole Doctorale : Ingénierie – Matériaux, Mécanique, Energétique,  
Environnement, Procédés, Production

Spécialité : Mécanique

### **Contribution à l'étude du comportement mécanique de matériaux architecturés fortement déformables pour applications médicales**

**Grégory CHAGNON**

HDR soutenue publiquement le **1<sup>er</sup> décembre 2011**  
devant le jury composé de :

**M. Yohan Payan**

Directeur de Recherche CNRS, Université de Grenoble

**M. Jean-Yves Cavallé**

Professeur, INSA Lyon, Rapporteur

**M. Pierre Gilormini**

Directeur de Recherche CNRS, Arts et Métiers ParisTech

**M. Alexander Lion**

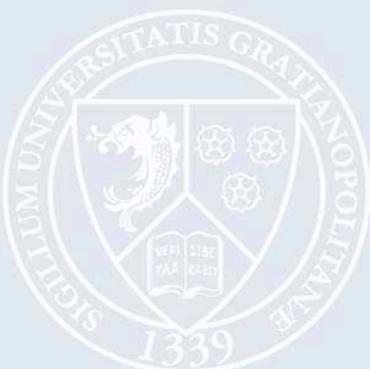
Professeur, Université de Munich, Allemagne

**M. Denis Favier**

Professeur, Université de Grenoble

**M. Erwan Verron**

Professeur Ecole Centrale de Nantes



# Table des matières

---

---

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>Chapitre I      Dossier Personnel</b>	<b>7</b>
I.1    Curriculum Vitae . . . . .	7
I.1.1    Coordonnées . . . . .	7
I.1.2    Situation actuelle . . . . .	7
I.1.3    Formation . . . . .	7
I.1.4    Cursus Professionnel . . . . .	8
I.2    Synthèse de mes activités . . . . .	8
I.2.1    Activités d’Enseignement . . . . .	8
I.2.2    Responsabilités pédagogiques . . . . .	9
I.2.3    Responsabilités administratives et collectives . . . . .	10
I.2.4    Encadrements de Masters et de Thèses . . . . .	10
I.2.5    Principaux contrats de Recherche . . . . .	12
I.2.6    Rayonnement et animation scientifique . . . . .	12
I.2.7    Collaborations internationales . . . . .	12
I.2.8    Production scientifique . . . . .	13
I.2.8.1    liste des publications . . . . .	13
I.2.8.2    Bilan des publications par doctorant . . . . .	17
I.2.8.3    Bilan Web of science . . . . .	17
<b>Chapitre II      Comportement mécanique des matériaux fortement déformables</b>	<b>19</b>
II.1    Description du comportement mécanique des matériaux étudiés . . . . .	20
II.2    Outils de modélisation pour l’écriture des lois de comportement . . . . .	23
II.2.1    Principes de bases . . . . .	24
II.2.2    Représentation par les composantes du tenseur des déformations . . . . .	24
II.2.2.1    Cas isotrope . . . . .	24
II.2.2.2    Cas anisotrope . . . . .	25
II.2.2.3    Remarque générale . . . . .	26
II.2.3    Apport des invariants . . . . .	26
II.2.3.1    Cas isotrope . . . . .	26
II.2.3.2    Cas anisotrope . . . . .	27
II.2.3.3    Écriture des contraintes en fonction des invariants . . . . .	29
II.2.4    Lois de comportement isotrope hyperélastiques en invariants . . . . .	29
II.2.5    Lois de comportement anisotrope hyperélastiques . . . . .	30
II.2.5.1    Cadre général . . . . .	30

II.2.5.2	Vers plus de sens physique . . . . .	33
II.3	Précautions dans l'utilisation de densités d'énergie de déformation . . . . .	34
II.3.1	Choix de la densité d'énergie de déformation . . . . .	35
II.3.2	Gestion de l'incompressibilité pour les lois hyperélastiques . . . . .	38
II.4	Développement de moyens expérimentaux . . . . .	42
II.4.1	États de déformations . . . . .	42
II.4.2	Gonflement de membrane circulaire . . . . .	42
II.4.3	Gonflement de tubes . . . . .	45
II.4.4	Validation des moyens de caractérisation . . . . .	49
II.5	Conclusion . . . . .	49
<b>Chapitre III</b>	<b>Création d'anisotropie matérielle dans les élastomères</b>	<b>51</b>
III.1	Introduction . . . . .	51
III.2	Anisotropie de formation . . . . .	51
III.2.1	Élaboration de matériaux à architectures géométriques . . . . .	51
III.2.1.1	Développements des moyens expérimentaux . . . . .	52
III.2.1.2	Modélisation des membranes crénelées . . . . .	54
III.3	Anisotropie de déformation . . . . .	57
III.3.1	Introduction . . . . .	57
III.3.2	Développement d'essais originaux . . . . .	58
III.3.3	Développement d'une nouvelle stratégie de modélisation . . . . .	60
III.3.3.1	Formulation générale du modèle . . . . .	61
III.3.3.2	Premier modèle proposé . . . . .	63
III.4	Conclusion . . . . .	63
<b>Chapitre IV</b>	<b>Application à des projets liés au vivant</b>	<b>67</b>
IV.1	Introduction . . . . .	67
IV.2	Développement de prothèses . . . . .	67
IV.2.1	Joint osmotique . . . . .	67
IV.2.2	Muscles artificiels . . . . .	68
IV.2.2.1	Cadre de l'étude . . . . .	68
IV.2.2.2	Nouvelles propositions . . . . .	69
IV.3	Vers des aiguilles de prélèvement intelligentes . . . . .	70
IV.3.1	Mise en forme de tube de faibles dimensions . . . . .	70
IV.3.2	Contrôle de la déformation d'une aiguille . . . . .	73
IV.3.2.1	Connaissance de la déformation d'une aiguille . . . . .	74
IV.3.2.2	Contrôle de la déformation d'une aiguille . . . . .	76
IV.4	Connaissance des propriétés mécaniques sur les tissus du vivant . . . . .	78
IV.4.1	Essais mécaniques sur les tissus du vivant . . . . .	78
IV.4.2	Étude Statistique . . . . .	78
IV.5	Conclusion . . . . .	80
<b>Chapitre V</b>	<b>Vers la création de matériaux architecturés NiTi/silicone</b>	<b>81</b>
V.1	Introduction . . . . .	81
V.2	Travail sur les matériaux élastomériques . . . . .	81
V.2.1	Matériaux à anisotropie de formation et de déformation . . . . .	81
V.2.2	Contrôle de la réticulation locale . . . . .	82

---

V.2.3	Comportement en température . . . . .	84
V.3	Travail sur les alliages à mémoire de forme NiTi . . . . .	85
V.4	Création de matériaux architecturés NiTi/silicone . . . . .	86
V.5	Interactions matériaux du vivant-biomatériaux . . . . .	87
<b>Conclusion</b>		<b>89</b>
<b>Références bibliographiques</b>		<b>89</b>



# Introduction

---

J'ai commencé la recherche par un DEA et une thèse au Laboratoire de Mécanique et Matériaux<sup>1</sup> à l'Ecole Centrale de Nantes sous la direction de Bernard Peseux et l'encadrement d'Erwan Verron et Laurent Gornet. Durant ces travaux, j'ai développé des compétences dans la compréhension et la modélisation des phénomènes physiques se développant dans les élastomères chargés. Après une année d'ATER à l'IFMA de Clermont-Ferrand, j'ai été recruté en tant que maître de conférences à l'université Joseph Fourier, rattaché au laboratoire 3S (Sols, Solides Structures) devenu depuis mon arrivée 3SR (Sols, Solides Structures, Risques). J'ai intégré l'équipe "Mécanique et Couplages Multiphysiques en Milieux Hétérogènes" (CoMHet). Durant ces 7 années, j'ai pu travailler avec différents membres de l'équipe : Denis Favier, Laurent Orgéas et Christian Geindreau.

A mon arrivée, par le biais de Denis Favier et Laurent Orgéas, une première collaboration était en cours avec Philippe Cinquin du laboratoire TIMC dans le cadre de la thèse de Vincent Gaudin, ceci était la première étude des biomatériaux<sup>2</sup> dans l'équipe en collaboration avec des médecins. Cette étude a constitué le point de départ pour mon intégration dans l'équipe ; mes connaissances dans le comportement des matériaux élastomériques étant totalement transposables à un grand nombre de problèmes du vivant. Ceci nous a conduit à répondre à des appels d'offre sur ces thématiques durant ma première année en tant que maître de conférences. Le succès de ces appels m'a permis de co-encadrer ma première thèse avec Denis Favier l'année suivante. A ce moment-là, un choix important a été réalisé, celui de focaliser les études sur des matériaux élastomériques biocompatibles plutôt que de continuer mes travaux sur des élastomères plus destinés à l'industrie automobile ou aéronautique. Ce choix m'a conduit à focaliser mes travaux sur les matériaux silicones. Parallèlement, dans l'équipe, des travaux sur les alliages à mémoire de forme Nickel-Titane (NiTi) sont développés par Denis Favier. Comme je le montrerai dans ce manuscrit, les NiTi ont un grand nombre de points communs avec les matériaux élastomères et ces derniers ont également la propriété d'être biocompatibles. Ainsi, il m'est apparu naturel de me rapprocher de l'étude de ces matériaux, au cours de ces années.

De par les nombreuses discussions avec nos collègues du laboratoire TIMC (Philippe Cinquin, Alexandre Moreau-Gaudry et Yohan Payan), il apparaît nécessaire, dans de nombreuses applications pour la réalisation d'outils chirurgicaux ou de prothèses, d'être capable d'obtenir des matériaux aux propriétés bien spécifiques pour répondre à un besoin. Ces propriétés spécifiques sont rarement déjà existantes dans un matériau donné, vu la complexité des tissus du vivant qu'ils doivent remplacer ou avec lesquels ils doivent interagir. Ceci m'a conduit à focaliser ma

---

1. Laboratoire devenu le GeM - Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, six mois avant mon départ.

2. Le mot biomatériau a de nombreuses significations selon la personne qui l'emploie. Un biomatériau sera dans ce manuscrit un matériau utilisé dans le domaine médical, i.e. un matériau destiné à être en contact avec les tissus du vivant.

thématique de recherche sur la réalisation de matériaux architecturés dont on va contrôler les propriétés locales. La difficulté et l'intérêt scientifique des matériaux architecturés sont que leur étude nécessite une parfaite connaissance des matériaux constitutifs en prenant en compte en plus les effets de l'architecture. Dans un premier temps, pour ne pas multiplier les difficultés, je me suis concentré sur la réalisation de matériaux architecturés à base d'élastomère, avant d'aborder ces deux dernières années, les mêmes problématiques sur les alliages NiTi et aujourd'hui de débiter des approches couplant ces deux matériaux.

Les travaux que j'ai menés durant les sept dernières années sont synthétisés dans ce document, le premier chapitre présente mon dossier personnel avec la synthèse des activités administratives, d'enseignement, d'encadrement et la production scientifique. Les autres chapitres se concentrent sur le détail de mes activités de recherche. Le chapitre 2 présente, dans un premier temps, le comportement mécanique des matériaux étudiés (élastomères, NiTi, tissus du vivant). Ces matériaux présentent un comportement élastique non linéaire pouvant être anisotrope. Une discussion est proposée sur les outils de modélisation de ces matériaux en abordant notamment les problèmes d'identification des paramètres des lois de comportement et l'importance des données expérimentales ainsi que les problèmes numériques générés par ces lois. Le Chapitre 3 s'intéresse à la réalisation de matériaux architecturés à base de silicone. Deux points sont abordés, l'anisotropie générée par la construction de motifs géométriques et l'anisotropie induite par des processus irréversibles dans les matériaux. Le Chapitre 4 propose un éventail des applications biomédicales où j'ai été amené à travailler avec notamment l'application des compétences développées dans les chapitres 2 et 3. De plus, un point particulier sera fait sur l'utilisation des alliages à mémoire de forme dans la réalisation d'aiguilles déformables. Le Chapitre 5 évoque les perspectives de ces travaux à la fois pour renforcer les connaissances sur les matériaux constitutifs des matériaux architecturés et sur le développement de matériaux architecturés NiTi/silicone.

## Chapitre II

# Comportement mécanique des matériaux fortement déformables

---

---

Les élastomères ont de nombreuses applications biomécaniques (McMillin, 2006) au niveau des prothèses du fait de leurs propriétés proches de celles des matériaux du vivant, notamment les polyuréthanes et les silicones. Les polyuréthanes ont une bonne résistance à la rupture, à l'abrasion et possèdent de bonnes propriétés en fatigue tout en étant parfaitement biocompatibles, ils sont notamment utilisés pour les valves cardiaques (Babu *et al.*, 2004) ou des articulations de doigts (Hutchinson *et al.*, 1997). Les silicones sont facilement stérilisables et peuvent subir de grandes déformations à la condition d'être chargés en silice. Ils ont permis la réalisation d'implants pour la face ou les oreilles (Kiat-Amnuay *et al.*, 2006), d'implants mammaires ou d'articulations (Takigawa *et al.*, 2004). Une large revue de l'ensemble des applications et du cadre d'utilisation des silicones est proposée par Arkles et Redinger (1983) et Bondurant *et al.* (2000). Les aspects de toxicité, de chimie, d'immunologie ou de la connexion avec les autres organes sont notamment abordés. Les silicones ont aussi été largement utilisés pour des applications autres que les prothèses, comme par exemple les dispositifs pour prévenir l'apnée du sommeil (Blanco *et al.*, 2005) ou des lentilles de contact souples (Montero *et al.*, 2003). De plus, ils peuvent être utilisés dans un cadre biomimétique, Doyle *et al.* (2009) ont développé une série de matériaux aux propriétés différentes permettant de mimer différents anévrismes artériels, les matériaux étant simplement identifiés par leur couleur<sup>1</sup>. Les silicones ont également été employés pour valider des méthodes, ensuite utilisées sur des matériaux du vivant (Martins *et al.*, 2006).

Les alliages à mémoire de forme Nickel-Titane ont, quant à eux, connu un essor important du fait de leur biocompatibilité, leurs applications sont de plus en plus nombreuses (Morgan, 2004; Yoneyama et Miyazaki, 2008), on peut citer les arcs orthodontiques (Andreasen et Brady, 1972) et les instruments endodontiques (Walia *et al.*, 1988). Néanmoins, la plus grande application reste les stents, C. Dotter introduit les premiers stents autoexpansibles en Nickel-Titane (NiTi) au début des années 1980. Aujourd'hui, on trouve une quantité très importante de publications sur le développement régulier de nouveaux stents. De part leur comportement mécanique, les alliages à mémoire de forme peuvent répondre à des fonctionnalités particulières qui les prédisposent à des utilisations dans le domaine des applications biomédicales et des actionneurs.

Ces nombreuses applications font des matériaux élastomériques (et notamment les silicones) et des alliages à mémoire de forme (et notamment les NiTi) des matériaux présentant un très grand potentiel pour de nouvelles applications biomédicales, notamment en proposant des architectures fonctionnelles différentes. Ces structures seront en contact avec les tissus du vivant,

---

1. Les silicones présentent une facilité de coloration importante par l'ajout de charges colorées lors de leur réalisation.

ainsi la proposition de nouveaux dispositifs passe par l'étude du dit "dispositif", mais aussi des matériaux du vivant et de leurs interactions. Dans ce chapitre, je propose d'analyser le comportement des matériaux silicone, des NiTi et des matériaux du vivant. Le formalisme mécanique utilisé pour décrire les silicones et les tissus du vivant<sup>2</sup> sera détaillé. Ainsi ce chapitre va se focaliser sur les problématiques liés à l'hyperélasticité anisotrope<sup>3</sup>.

## II.1 Description du comportement mécanique des matériaux étudiés

*Documents de référence [A6], [A14sou]*

*Étudiants encadrés [T3], [T4]*

Les élastomères présentent des comportements non linéaires réversibles avec de nombreux phénomènes non linéaires. Les types d'élastomères sont nombreux et présentent des comportements mécaniques légèrement différents. Néanmoins, les grandes tendances restent les mêmes. La figure II.1 présente le comportement mécanique d'un silicone chargé RTV3428 (Machado *et al.*, 2010). Trois essais mécaniques sont présentés : la traction uniaxiale, la traction plane et la traction équibiaxiale. On observe un comportement renversable. Après une charge, le matériau revient avec une déformation résiduelle nulle, ce qui n'est pas toujours le cas, de nombreux élastomères présentent des elongations résiduelles, comme le caoutchouc naturel (Dorfmann et Ogden, 2003), par exemple. Un deuxième phénomène observé est la différence systématique entre la charge et la décharge : hystérésis. Un troisième phénomène observé est la différence de comportement du matériau entre la première et la seconde charge, ce phénomène d'adoucissement est connu sous le nom d'effet Mullins (1969). Ce phénomène dépend de la direction de sollicitation et conduit à la création d'un matériau anisotrope (Machado, 2011). Un autre phénomène non visible sur ces figures est la relaxation du matériau, relaxation qui peut être observée sur des essais statiques ou cycliques.

Selon, les modes de fabrication des élastomères, ceux-ci peuvent présenter une anisotropie initiale, dans le cas par exemple de direction de calandrage, mais restent majoritairement initialement isotropes. Ceci n'est absolument pas le cas pour les matériaux du vivant, en effet ceux-ci présentent généralement des structures fibreuses avec des directions privilégiées. Ces structures génèrent une anisotropie initiale. Des essais réalisés au laboratoire dans le cadre du stage de Master1 de Marie Rebouah<sup>4</sup> sur des artères de cochon sont présentés sur la figure II.2. La figure montre la réponse mécanique de deux éprouvettes découpées respectivement dans le sens axial et dans le sens orthoradial d'une aorte de porc. A titre comparatif, des courbes issues de la littérature pour des tissus vaginaux (Peña *et al.*, 2011) sont représentées sur la même figure. Je n'ai représenté que deux matériaux du vivant, mais de nombreux matériaux possèdent le même type de comportement, pour en citer quelques uns : le cerveau (Prevost *et al.*, 2011), la trachée (Trabelsi *et al.*, 2010), les muscles de la jambe (Weiss *et al.*, 1996), les ligaments du genou (Pioletti *et al.*, 1998), le tympan (Cheng *et al.*, 2007), les cartilages (Charlebois *et al.*, 2004;

2. Les alliages à mémoire de forme sont une nouvelle thématique de recherche pour moi, ils ne constituent pas le cœur de mon travail de ces dernières années, ainsi ils ne vont pas occuper une place centrale dans ce manuscrit. C'est pourquoi les modélisations de leur comportement mécanique ne seront pas abordées dans ce chapitre.

3. Dans l'ensemble de ce manuscrit, le mot "anisotrope" fera référence à un matériau non isotrope, je ne ferai pas de distinction entre les cas orthotrope, ou orthotrope de révolution, ... Tous ces cas étant traités de la même façon d'un point de vue théorique.

4. Collaboration avec Alexandre Moreau-Gaudry (TIMC, CIC-IT) et Dominique Blin (CHU Grenoble) dans le cadre du projet Hemochir - Dispositifs d'HEMOstase à dépression en CHIRurgie.

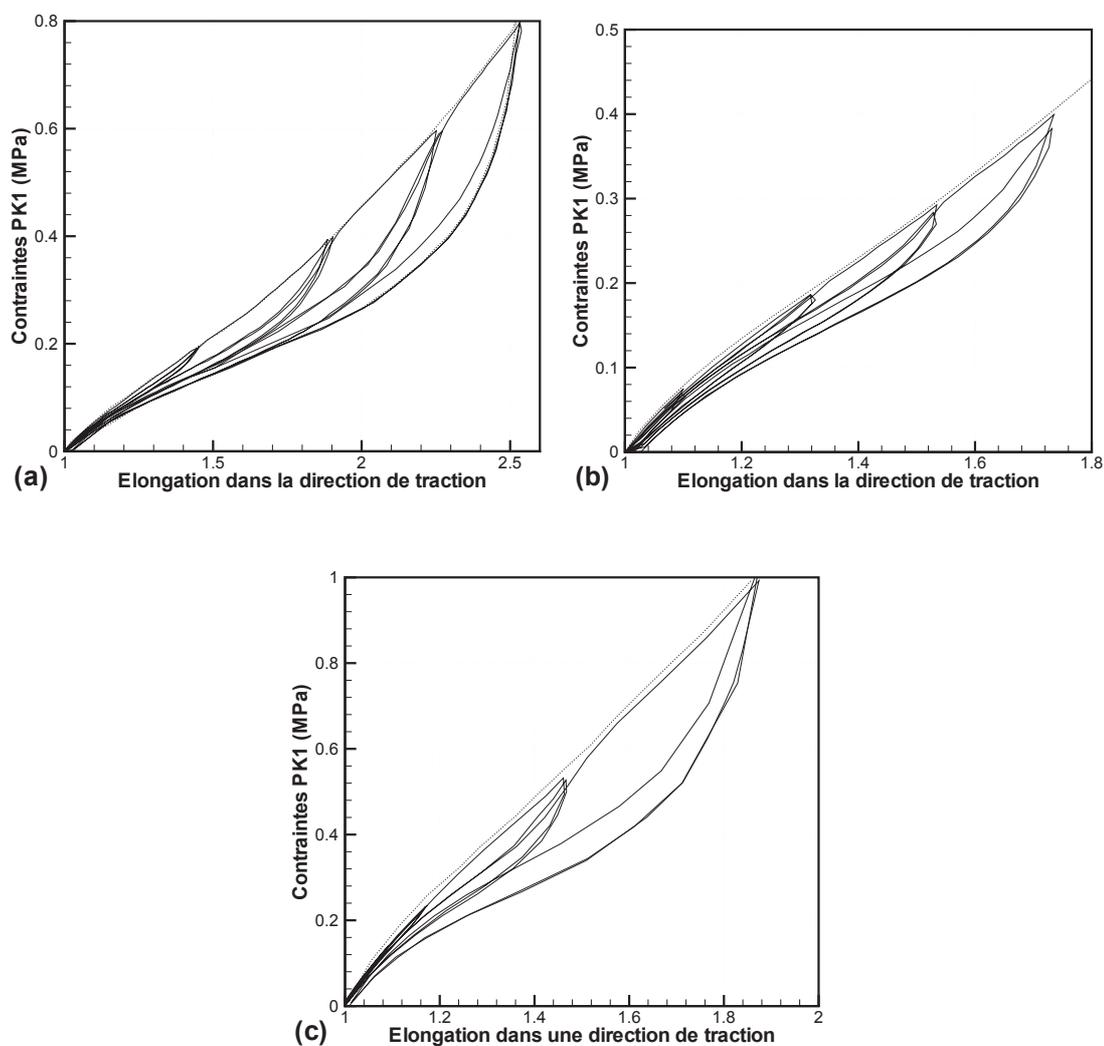


FIG. II.1 – Caractérisation mécanique du silicone RTV3428 par des essais cycliques à niveau de déformation croissante de (a) traction uniaxiale, (b) traction plane et (c) traction équibiaxiale (Travaux réalisés dans le cadre de la thèse de Guilherme Machado) et publiés dans Machado et al. (2010)

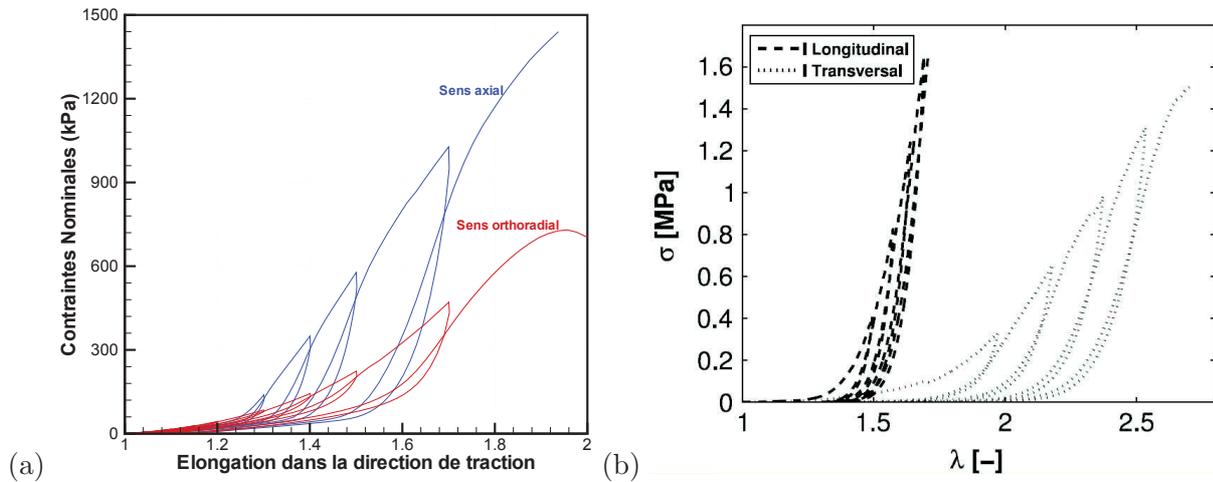


FIG. II.2 – *Comportement des tissus du vivant, (a) comportement cyclique d’une artère dans les directions axiale et orthoradiale (Travaux réalisés dans le cadre du stage de Master1 de Marie Rebouah) (Chagnon et al., 2011) (b) essais longitudinal et transversal sur des tissus vaginaux (Peña et al., 2011), ce graphe présente les contraintes de Cauchy en fonction de l’élongation dans la direction de traction.*

Huang *et al.*, 2005) ou la peau (Crichton *et al.*, 2011)<sup>5</sup>... Selon le tissu considéré, l’anisotropie est plus ou moins importante, le raidissement du matériau à déformation importante est plus ou moins prononcé, tout comme l’hystérésis ou le phénomène d’adoucissement après un premier chargement (phénomène régulièrement comparé à l’effet Mullins pour les élastomères).

Ces matériaux sont donc initialement anisotropes et présentent les mêmes effets non-linéaires que les élastomères (hystérésis, relaxation, adoucissement, ...). La difficulté supplémentaire des tissus du vivant repose donc sur l’anisotropie initiale, mais le cadre d’études reste le même. La plupart de ces matériaux comme les élastomères sont classiquement considérés incompressibles (Le Cam, 2010), non pas qu’ils le soient, simplement leur module de compressibilité est de plusieurs ordres de grandeur plus important que le module de cisaillement. Ainsi sous sollicitations mécaniques “classiques” peu de variation de volume est observée.

Les alliages à mémoire de forme et en particulier les NiTi présentent un comportement thermomécanique très différent des matériaux métalliques usuels. Ils présentent deux types de comportement, le comportement dit “basses températures” et le comportement dit “hautes températures”. A “basses températures”, les alliages à mémoire de forme présentent de grandes déformations irréversibles (comportement ferroélastique) mais le matériau peut retrouver sa forme initiale après chauffage, ce phénomène est appelé l’effet mémoire. A “hautes températures”, les alliages à mémoire présentent de grandes déformations réversibles, ce comportement est dit superélastique, une illustration du comportement est présentée sur la figure II.3(a). Leurs propriétés mécaniques sont dues à des changements de phase dans le matériau entre les phases austénite (A) et martensite (M) (cette dernière existe sous différentes formes). La transformation martensitique (A donne M) est considérée comme un phénomène non diffusif et réversible du fait du faible nombre de défauts cristallographiques créés lors de la transformation. Un alliage à mémoire superélastique est initialement sous forme austénitique. Il est classiquement considéré

5. Tous ces matériaux font partie de ce que l’on peut appeler les tissus “mous”, le comportement mécanique d’autres matériaux du vivant comme les os ne sera pas représenté dans ce manuscrit.

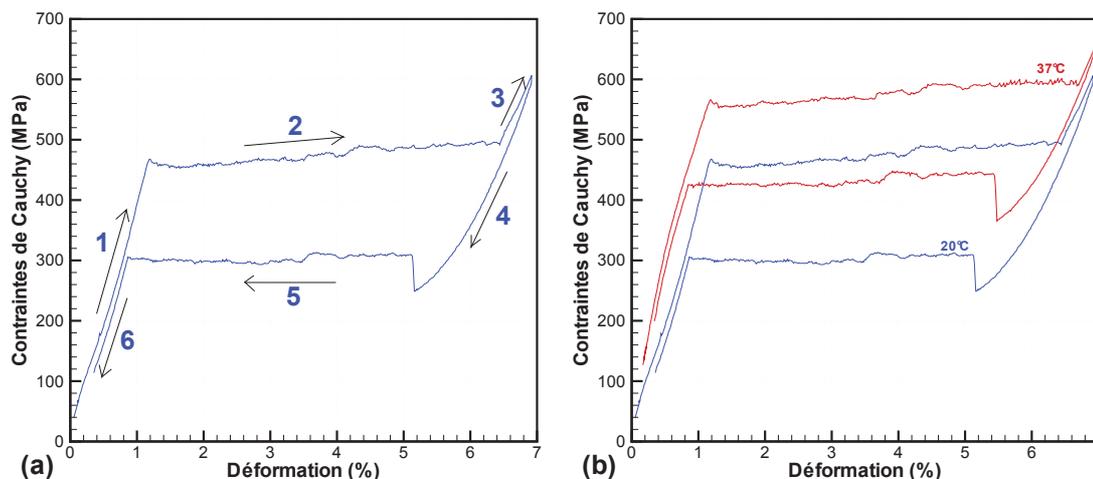


FIG. II.3 – Courbes superélastiques d'un alliage à mémoire de forme NiTi (a) description d'une courbe (b) courbes à deux températures 20 et 37°C (travaux réalisés dans le cadre de la thèse de Thierry Alonso).

dans la littérature que la phase 1 correspond à l'élasticité de l'austénite, la phase 2 à la transformation martensitique (et son orientation) dans la matériau, les phases 3 et 4 à l'élasticité de la martensite orientée, la phase 5 à la transformation inverse (i.e. M donne A) et la phase 6 à l'élasticité de l'austénite<sup>6</sup>. Globalement, ces matériaux présentent un comportement élastique non linéaire réversible avec hystérésis, ce qui est très proche des phénomènes observés dans les élastomères. Leur comportement élastique est de plus, comme les élastomères, entropique puisqu'une élévation de température provoque une augmentation de la contrainte à déformation donnée comme illustré sur la figure II.3(b).

A la vue des phénomènes prépondérants mis en jeu dans les élastomères ou les tissus du vivant considérés, le premier phénomène à étudier est l'élasticité non linéaire, i.e. hyperélasticité, dans un cadre anisotrope. Je me propose donc de faire le point sur le problème de l'hyperélasticité anisotrope dans ce premier chapitre. Par la suite, les phénomènes à prendre en compte ou non pour la modélisation seront présentés au cas par cas selon les besoins<sup>7</sup>.

## II.2 Outils de modélisation pour l'écriture des lois de comportement

Le cadre de l'hyperélasticité a d'abord été développé pour les matériaux industriels, avant d'être utilisé pour les matériaux du vivant, c'est pourquoi dans un cadre historique, les références bibliographiques les plus anciennes font référence essentiellement aux matériaux industriels. En revanche, on observe une inversion de tendance actuellement avec le développement d'un grand nombre de modélisations pour les matériaux du vivant. Ce paragraphe va dans un premier temps formaliser les outils nécessaires à la description de l'hyperélasticité avant de parler des

6. Cette représentation est assez schématique puisque des phénomènes plus complexes de localisation dans les phases élastiques ont été observées (Schlosser, 2008)

7. Le comportement mécanique des NiTi étant principalement évoqué dans les perspectives et n'étant pas personnellement le moteur sur cet axe mais Denis Favier, je ne détaillerai donc pas la modélisation de leur comportement ici.

modélisations de la bibliographie.

### II.2.1 Principes de bases

La description des matériaux hyperélastiques nécessite l'écriture d'une densité d'énergie par unité de volume qui va relier à un instant  $t$ , l'état de contraintes et l'état de déformation. Ces lois doivent vérifier trois principes fondamentaux : l'indifférence matérielle, la localisation spatiale et la causalité. Une dernière hypothèse fondamentale est le principe des matériaux matériellement simples (Truesdell, 1966), ce qui signifie que la cinématique peut entièrement être décrite par le gradient de la transformation, ce qui revient à écrire :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathcal{F}(\mathbf{F}) \quad (\text{II.1})$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur eulérien des contraintes de Cauchy,  $\mathbf{F}$  le gradient de la transformation et  $\mathcal{F}$  est une fonctionnelle. Je vais adopter par la suite le formalisme incompressible car les problèmes que je vais traiter utilisent des matériaux ayant cette propriété. La difficulté de l'incompressibilité réside dans le fait que l'état de déformation ne permet pas à lui seul de définir l'état de contraintes, ce dernier est connu à une pression hydrostatique  $p$  près (Beatty, 1987) :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathcal{F}(\mathbf{F}) + p\mathbf{I} \quad (\text{II.2})$$

L'hyperélasticité est caractérisée par l'existence d'une fonction scalaire énergie de déformation  $W$  dépendant de la déformation (Beatty, 1987) i.e.  $W = W(\mathbf{F})$ , le principe d'objectivité permet d'écrire cette énergie en fonction des tenseurs des dilatations, soit  $W = W(\mathbf{B}) = W(\mathbf{C})$  où  $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T$  et  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T\mathbf{F}$  sont respectivement les tenseurs de Cauchy Green gauche (eulérien) et droit (lagrangien). Les contraintes sont ensuite simplement obtenues par dérivation de l'énergie de déformation :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 2\mathbf{B}\frac{\partial W}{\partial \mathbf{B}} ; \mathbf{S} = -p\mathbf{C}^{-1} + 2\frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} ; \boldsymbol{\pi} = -p\mathbf{F}^{-T} + \frac{\partial W}{\partial \mathbf{F}} \quad (\text{II.3})$$

$\mathbf{S}$  est le tenseur lagrangien des contraintes de Piola-Kirchhoff 2 et  $\boldsymbol{\pi}$  est le tenseur des contraintes mixtes de Piola-Kirchhoff 1. A ce niveau, la partie la plus aisée du travail est réalisée, reste à proposer une forme mathématique à la fonction  $W$  qui retranscrive le comportement du matériau.

### II.2.2 Représentation par les composantes du tenseur des déformations

#### II.2.2.1 Cas isotrope

La loi de Hooke en élasticité linéaire relie les composantes du tenseur des contraintes aux composantes du tenseur des déformations. Le principe reste le même pour l'hyperélasticité si ce n'est qu'une fonction non-linéaire doit être proposée. La manière d'écrire ces fonctions est donc un point important. Si on revient à un des articles fondateurs de l'hyperélasticité qui fait encore référence aujourd'hui, i.e. l'article de Mooney (1940)<sup>8</sup>, on note que Mooney propose l'énergie de déformation sous la forme :

$$W = \frac{G}{4} \sum_{i=1}^3 \left( \lambda_i - \frac{1}{\lambda_i} \right) + \frac{H}{4} \sum_{i=1}^3 \left( \lambda_i^2 - \frac{1}{\lambda_i^2} \right) \quad (\text{II.4})$$

où  $\lambda_i^2$  sont les carrés des élongations principales (composantes du tenseur  $\mathbf{C}$ ),  $G$  étant le module de rigidité et  $H$  un nouveau paramètre matériau. Dans cet article, Mooney fait clairement le

8. Le modèle de Mooney reste de très loin, le modèle le plus utilisé dans les simulations éléments finis.

choix d'une écriture de l'énergie de déformation dans la base principale des déformations. Pour un matériau isotrope, il est important que les trois directions principales aient les mêmes propriétés, ceci a été formalisé par Valanis et Landel (1967) qui imposent que l'énergie de déformation se décompose sous la forme d'une somme des contributions de chaque direction principale :

$$W = w(\lambda_1) + w(\lambda_2) + w(\lambda_3) \quad (\text{II.5})$$

Il ne reste plus qu'à proposer des formes à la fonctions  $w$ . A l'origine, Valanis et Landel (1967) ont proposé une forme simple dépendant des déformations logarithmiques  $w'(\lambda) = 2\mu \ln(\lambda)$  où  $\mu$  est un paramètre matériau. 30 ans plus tard, Landel (1998) a proposé une modification de cette loi en ajoutant un terme puissance  $\lambda w'(\lambda) = 2G(\lambda - 1 + k'\lambda^n)$  (loi ayant trois paramètres matériau  $k'$ ,  $n$  et  $G$ ). Quelques autres formes ont été proposées, on peut notamment se référer à Peng et Landel (1972) ou Horgan et Murphy (2007), mais les modèles en élongations ne se sont pas réellement imposés dans la littérature à une exception près, le modèle d'Ogden (1972) :

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (\text{II.6})$$

où les doublets  $(\mu_n, \alpha_n)_{n=1, N}$  sont les constantes matérielles. En pratique, un maximum de 3 termes est conservé. Ce modèle présente une capacité de description des courbes matériau impressionnante, néanmoins il possède le désavantage de ne pas avoir une solution unique quant à l'identification des paramètres.

### II.2.2.2 Cas anisotrope

Dans la lignée des approches isotropes, les premiers modèles anisotropes ont été développés pour les tissus du vivant, on peut notamment citer les travaux de Fung *et al.* (1979) qui ont proposé un modèle bidimensionnel qui a été largement utilisé pour les artères (Labrosse *et al.*, 2009), ou pour les cartilages (Federico *et al.*, 2008) par exemple. Ce modèle a ensuite été généralisé en 3D par Chuong et Fung (1983) et formulé par Humphrey (1995) sous la forme :

$$W(\mathbf{E}) = \frac{1}{2}c [\exp(Q) - 1] \quad (\text{II.7})$$

où  $\mathbf{E}$  est le tenseur de Green-Lagrange ( $\mathbf{E} = (\mathbf{C} - \mathbf{I})/2$ ) et  $Q = b_1 E_{\theta\theta}^2 + b_2 E_{zz}^2 + b_3 E_{rr}^2 + 2b_4 E_{\theta\theta} E_{zz} + 2b_5 E_{rr} E_{zz} + 2b_6 E_{\theta\theta} E_{rr} + b_7 E_{\theta z}^2 + b_8 E_{rz}^2 + b_9 E_{r\theta}^2$ . Ce modèle a été initialement développé pour des artères, ce qui explique son écriture en repère cylindrique ( $r$ ,  $\theta$  et  $z$  étant les coordonnées cylindriques), les coefficients  $b_i$  et  $c$  sont les paramètres matériaux à identifier, les différences de valeurs des coefficients  $b_i$  selon la direction génèrent l'anisotropie dans la loi de comportement. Quelques autres formes en composantes ont été proposées, notons par exemple les formulations de Vaishnav *et al.* (1973) :

$$W = b_1 E_{\theta\theta}^2 + b_2 E_{\theta\theta} E_{zz} + b_3 E_{zz}^2 + b_4 E_{\theta\theta}^3 + b_5 E_{\theta\theta}^2 E_{zz} + b_6 E_{\theta\theta} E_{zz}^2 + b_7 E_{zz}^3 \quad (\text{II.8})$$

et Takamizawa et Hayashi (1987) :

$$W = -c \ln \left( 1 - \left( \frac{1}{2} b_1 E_{\theta\theta}^2 + \frac{1}{2} b_2 E_{zz}^2 + b_4 E_{\theta\theta} E_{zz} \right) \right) \quad (\text{II.9})$$

où les coefficients  $b_i$  sont là aussi les paramètres matériau. Il est à noter que ces modèles sont écrits en fonction du tenseur des déformations de Green-Lagrange qui n'est pas une mesure de déformation couramment utilisée en grandes déformations.

### II.2.2.3 Remarque générale

Que ce soit dans les cas isotrope ou anisotrope, le fait d'utiliser les directions principales ou des directions clairement liées à un repère (cylindrique par exemple) est contraignant dans l'écriture des relations contraintes-déformations. La question qui s'est donc posée était de trouver une formulation indépendante de la base et plus facilement utilisable.

## II.2.3 Apport des invariants

L'objectif est de pouvoir décrire le tenseur des contraintes (i.e. un tenseur d'ordre 2 dans un espace de dimension 3) en fonction d'un tenseur des déformations (i.e. un tenseur d'ordre 2 dans un espace de dimension 3). Pour cela, il faut donc être en mesure de relier deux tenseurs d'ordre 2 dans un espace de dimension 3.

### II.2.3.1 Cas isotrope

Plutôt que d'utiliser des coordonnées dans un repère, l'idée d'utiliser des invariants s'est largement répandue dans bon nombre de branches de la physique, l'idée de les introduire pour décrire des fonctions scalaires isotropes de plusieurs vecteurs a été développée par Reiner (1945) et Rivlin (1948). Une série d'articles a suivi pour décrire le cadre théorique de ces grandeurs (on peut trouver une synthèse de ces travaux dans Spencer (1971)). Le problème peut se résumer à déterminer la base d'intégrité, i.e. le nombre minimum d'invariants nécessaires pour générer tous les invariants d'un ensemble de variables (vecteur-tenseur) et d'un groupe de transformations. On obtient la base minimale en utilisant le théorème de Cayley-Hamilton<sup>9</sup>, soit pour un tenseur  $\mathbf{P}$  d'ordre 2 et de dimension 3 :

$$\mathbf{P}^3 - (\text{tr}\mathbf{P})\mathbf{P}^2 + \frac{1}{2} [(\text{tr}\mathbf{P})^2 - (\text{tr}\mathbf{P}^2)] \mathbf{P} - (\det\mathbf{P})\mathbf{I} = 0 \quad (\text{II.10})$$

où "tr" signifie la trace et "det" le déterminant. En prenant la trace de l'expression précédente, on obtient une relation simple entre la trace et le déterminant de  $\mathbf{P}$  :

$$\det\mathbf{P} = \frac{1}{3} \left[ \text{tr}\mathbf{P}^3 - \frac{3}{2}(\text{tr}\mathbf{P}^2)(\text{tr}\mathbf{P}) + \frac{1}{2}(\text{tr}\mathbf{P})^3 \right] \quad (\text{II.11})$$

En remplaçant dans l'expression précédente, on obtient :

$$\mathbf{P}^3 - (\text{tr}\mathbf{P})\mathbf{P}^2 + \frac{1}{2} [(\text{tr}\mathbf{P})^2 - (\text{tr}\mathbf{P}^2)] \mathbf{P} - \frac{1}{3} \left[ (\text{tr}\mathbf{P})^3 - \frac{3}{2}(\text{tr}\mathbf{P}^2)(\text{tr}\mathbf{P}) + \frac{1}{2}(\text{tr}\mathbf{P})^3 \right] \mathbf{I} = 0 \quad (\text{II.12})$$

$(\text{tr}\mathbf{P}, \text{tr}\mathbf{P}^2, \text{tr}\mathbf{P}^3)$  constitue la base d'intégrité du problème. Mais en pratique, on préfère utiliser une autre combinaison de ses grandeurs et définir les trois invariants suivants :

$$\begin{cases} I_1 = \text{tr}\mathbf{P} \\ I_2 = \frac{1}{2} [(\text{tr}\mathbf{P})^2 - (\text{tr}\mathbf{P}^2)] \\ I_3 = \det\mathbf{P} = \frac{1}{3} \left[ \text{tr}\mathbf{P}^3 - \frac{3}{2}(\text{tr}\mathbf{P}^2)(\text{tr}\mathbf{P}) + \frac{1}{2}(\text{tr}\mathbf{P})^3 \right] \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Toute fonction isotrope d'un tenseur peut être exprimée comme fonction de ces 3 grandeurs. Ces invariants sont notamment utilisés pour les élastomères et les matériaux du vivant, mais d'autres invariants ont aussi été développés spécifiquement pour les alliages à mémoire de forme (Favier, 1988), ceux-ci sont explicités en fonction du tenseur des déformations d'Euler-Almansi au lieu du tenseur des dilatations.

9. Toute matrice carrée vérifie sa propre équation caractéristique interprétée au sens du calcul matriciel.

### II.2.3.2 Cas anisotrope

Wang (1969, 1970) a construit 21 invariants pour exprimer un tenseur symétrique comme fonction anisotrope d'un autre tenseur symétrique (par exemple  $\mathbf{P}$ ). Néanmoins on montre immédiatement que six de ces invariants sont des générateurs de cet ensemble d'invariants :

$$\text{tr}(\mathbf{M}_{11}\mathbf{P}) ; \text{tr}(\mathbf{M}_{12}\mathbf{P}) ; \text{tr}(\mathbf{M}_{13}\mathbf{P}) ; \text{tr}(\mathbf{M}_{22}\mathbf{P}) ; \text{tr}(\mathbf{M}_{23}\mathbf{P}) ; \text{tr}(\mathbf{M}_{33}\mathbf{P}) \quad (\text{II.14})$$

où  $\mathbf{M}_{ij} = \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$ <sup>10</sup>. Ces invariants reviennent donc à sélectionner chacune des composantes du tenseur  $\mathbf{P}$ . En pratique, ils ne sont pas utilisés directement mais sous forme de combinaisons particulières. Si par exemple la fonction anisotrope exprime une loi de comportement d'un matériau, celui-ci a souvent quelques directions privilégiées, ce nombre de directions dépendant de la structure interne du matériau. On va noter  $\mathbf{N}^{(i)}$  ces directions initiales, où l'indice  $i$  numérote les directions (et n'est pas un exposant). Ces directions sont transformées en une direction  $\mathbf{n}^{(i)}$  sous l'effet d'une transformation :

$$\mathbf{n}^{(i)} = \mathbf{F}\mathbf{N}^{(i)} \quad (\text{II.15})$$

Pour chaque direction, on peut définir le tenseur d'orientation initiale :

$$\mathbf{A}^{(i)} = \mathbf{N}^{(i)} \otimes \mathbf{N}^{(i)} \quad (\text{II.16})$$

et ainsi construire deux nouveaux invariants<sup>11</sup> reliés à cette direction :

$$I_4^i = \text{tr}(\mathbf{P}\mathbf{A}^{(i)}) = \mathbf{N}^{(i)}\mathbf{P}\mathbf{N}^{(i)} ; I_5^i = \text{tr}(\mathbf{P}^2\mathbf{A}^{(i)}) = \mathbf{N}^{(i)}\mathbf{P}^2\mathbf{N}^{(i)} \quad (\text{II.17})$$

Une question importante est la signification physique de ces invariants. Dans le cas de l'analyse des déformations, on calcule les invariants issus du tenseur des dilatations  $\mathbf{C}$ , supposons que  $\mathbf{N}$  est orienté suivant l'axe  $\mathbf{e}_1$ , on déduit immédiatement que  $I_4 = C_{11}$  et  $I_5 = C_{11}^2 + C_{12}^2 + C_{13}^2$ , cela signifie que  $I_4$  traduit l'élongation dans la direction  $\mathbf{e}_1$  alors que  $I_5$  est une mesure mixte prenant en compte également les cisaillements le long de la direction  $\mathbf{e}_1$ .

Prenons maintenant le cas où deux directions initiales sont proposées<sup>12</sup>, soient  $\mathbf{N}^{(1)}$  et  $\mathbf{N}^{(2)}$ . En plus des invariants référant à chaque direction, des invariants couplant les directions sont proposés pour prendre en compte les interactions :

$$I_8^{1,2} = (\mathbf{N}^{(1)} \cdot \mathbf{N}^{(2)})(\mathbf{N}^{(1)}\mathbf{C}\mathbf{N}^{(2)}) = (\mathbf{N}^{(1)} \cdot \mathbf{N}^{(2)})\text{tr}(\mathbf{C}(\mathbf{N}^{(1)} \otimes \mathbf{N}^{(2)})) \quad (\text{II.18})$$

$$I_9^{1,2} = (\mathbf{N}^{(1)} \cdot \mathbf{N}^{(2)})^2 \quad (\text{II.19})$$

Il apparaît immédiatement que  $I_9$  est une constante, il définit l'angle entre les deux directions initiales mais n'évolue pas au cours de la déformation, il ne permet donc pas de décrire le processus de déformation.  $I_8$  en revanche traduit le couplage entre les deux directions  $\mathbf{N}^{(1)}$  et

10.  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  étant la base cartésienne

11. On peut noter un certain abus de langage pour ce terme. En effet, pour les invariants isotropes ceci sont totalement indépendants du repère choisi et ont la même valeur quel que soit le repère orthonormé direct choisi, tandis que ces "invariants" anisotropes font référence à une direction initiale et dépendent donc du repère, on est plus dans une notion de composante.

12. Souvent, dans la littérature, lorsque deux directions initiales sont introduites, quatre invariants sont introduits  $I_4, I_5, I_6$  et  $I_7$ , ces deux derniers jouant les mêmes rôles que  $I_4$  et  $I_5$  pour la deuxième direction. Je n'adopterai pas cette notation même si très répandue car je la trouve inadaptée aux problèmes à  $n$  directions initiales. Ainsi les invariants  $I_4$  et  $I_5$  seront numérotés selon la direction à laquelle ils réfèrent. Cette notation  $I_6, I_7$  est due à l'étude des artères qui sont souvent modélisées uniquement par deux directions de renfort. Le jeu d'écriture est effectivement plus aisé dans ce cas.

$\mathbf{N}^{(2)}$ . Ce qui a été écrit pour 2 directions peut l'être pour  $n$  directions, ceci provoque simplement une multiplication du nombre d'invariants si on utilise  $n$  directions en considérant les couplages 2 à 2 de chaque direction.

Même si le cadre des invariants  $I_k$  est le plus répandu de la bibliographie, d'autres bases d'invariants peuvent être choisies, Ericksen et Rivlin (1954) avaient proposé une autre base adaptée aux matériaux isotropes transverses. Leur travail a depuis été repris par quelques auteurs (Criscione *et al.*, 2001; deBotton *et al.*, 2006; deBotton et Shmuel, 2009; Agoras *et al.*, 2009), à titre comparatif, l'expression de ces invariants est donnée ici :

$$\begin{aligned}
\lambda_p^2 &= \sqrt{\frac{I_3}{I_4}} \\
\lambda_n^2 &= I_4 \\
\gamma_n^2 &= \frac{I_5}{I_4} - I_4 \\
\gamma_p^2 &= I_1 - \frac{I_5}{I_4} - 2\sqrt{\frac{I_3}{I_4}} \\
\tan 2\psi_\gamma &= \frac{2\lambda_p H + / - \gamma_p \sqrt{\gamma_n^4 \gamma_p^2 (4\lambda_p^2 + \gamma_p^2) - H^2}}{\lambda_p H + / - 2\lambda_p \sqrt{\gamma_n^4 \gamma_p^2 (4\lambda_p^2 + \gamma_p^2) - H^2}}
\end{aligned} \tag{II.20}$$

avec  $H = (2\lambda_n^2 + \gamma_n^2)(2\lambda_p^2 + \gamma_p^2) + 2\lambda_p^4 - 2I_2$ .  $\lambda_n$  est l'élongation le long de la direction  $\mathbf{N}$ ,  $\lambda_p$  est l'élongation dans une direction orthogonale  $\gamma_n$  est le cisaillement hors plan,  $\gamma_p$  est le cisaillement dans le plan orthogonal et  $\psi_\gamma$  représente un couplage entre les différentes directions. Mais Criscione *et al.* (2001) reprochent à ces invariants de ne pas valoir 0 à déformation nulle (tout comme les invariants  $I_k$  avec  $k=1,5$ ), il propose donc d'utiliser la base  $\beta_k$  :

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= \frac{\ln I_3}{2} \\
\beta_2 &= \frac{3 \ln I_4 - \ln I_3}{4} \\
\beta_3 &= \ln \left( \frac{I_1 I_4 - I_5}{2\sqrt{I_3 I_4}} + \sqrt{\left( \frac{I_1 I_4 - I_5}{2\sqrt{I_3 I_4}} \right)^2 - 1} \right) \\
\beta_4 &= \sqrt{\frac{I_5}{I_4^2} - 1} \\
\beta_5 &= \frac{I_1 I_4 I_5 + I_1 I_4^3 + 2I_3 I_4 - I_5^2 - 2I_2 I_4^2 - I_5 I_4^2}{(I_5 - I_4^2) \sqrt{I_1^2 I_4^2 + I_5^2 - 2I_1 I_4 I_5 - 4I_3 I_4}}
\end{aligned} \tag{II.21}$$

$\beta_1$  représente la variation de volume,  $\beta_2$  la distorsion dans la direction  $\mathbf{N}$ ,  $\beta_3$  le cisaillement dans le plan,  $\beta_4$  le cisaillement hors plan et  $\beta_5$  l'angle entre les plans contenant le cisaillement transverse et le cisaillement dans le plan.

Il n'y a bien évidemment pas de règle mathématique permettant de départager ce choix d'invariants, tous les choix sont possibles, la seule différence se situe au niveau de la facilité d'utilisation et de leur interprétation physique. Le point clé est de choisir des combinaisons qui permettent d'obtenir des invariants générateurs qui couvrent l'ensemble de l'espace des déformations (Boehler, 1975). Simplement, il me paraît intéressant de montrer l'existence de ces autres approches même si elles sont très fortement minoritaires par rapport aux formulations "classiques" en invariant  $I_k$ .

### II.2.3.3 Écriture des contraintes en fonction des invariants

Une fois tous ces invariants définis, il reste à écrire les relations contraintes déformations, elles sont proposées ici dans le cadre incompressible. Les contraintes de Piola-Kirchhoff 2 s'écrivent :

$$\mathbf{S} = 2 \left[ (W_{,1} + I_1 W_{,2}) \mathbf{I} - W_{,2} \mathbf{C} + \sum_i W_{,4}^i \mathbf{N}^{(i)} \otimes \mathbf{N}^{(i)} + \sum_i W_{,5}^i (\mathbf{N}^{(i)} \otimes \mathbf{C} \mathbf{N}^{(i)} + \mathbf{N}^{(i)} \mathbf{C} \otimes \mathbf{N}^{(i)}) \right. \\ \left. + \sum_{i \neq j} W_{,8}^{i,j} (\mathbf{N}^{(i)} \cdot \mathbf{N}^{(j)}) (\mathbf{N}^{(i)} \otimes \mathbf{N}^{(j)} + \mathbf{N}^{(j)} \otimes \mathbf{N}^{(i)}) \right] + p \mathbf{C}^{-1} \quad (\text{II.22})$$

où  $W_k = \frac{\partial W}{\partial I_k}$ . Par application de la transformation Push-Forward, on déduit immédiatement les contraintes eulériennes, i.e. les contraintes de Cauchy :

$$\boldsymbol{\sigma} = 2 \left[ (W_{,1} + I_1 W_{,2}) \mathbf{B} - W_{,2} \mathbf{B}^2 + \sum_i W_{,4}^i \mathbf{n}^{(i)} \otimes \mathbf{n}^{(i)} + \sum_i W_{,5}^i (\mathbf{n}^{(i)} \otimes \mathbf{B} \mathbf{n}^{(i)} + \mathbf{n}^{(i)} \mathbf{B} \otimes \mathbf{n}^{(i)}) \right. \\ \left. + \sum_{i \neq j} W_{,8}^{i,j} (\mathbf{N}^{(i)} \cdot \mathbf{N}^{(j)}) (\mathbf{n}^{(i)} \otimes \mathbf{n}^{(j)} + \mathbf{n}^{(j)} \otimes \mathbf{n}^{(i)}) \right] + p \mathbf{I} \quad (\text{II.23})$$

L'expression des contraintes peut également être écrite pour les autres invariants (cf. eq. II.20, II.21), mais je ne donne pas ici l'expression des contraintes pour ne pas alourdir inutilement le manuscrit, le lecteur pourra se reporter à Criscione *et al.* (2001).

### II.2.4 Lois de comportement isotrope hyperélastiques en invariants

L'apport des invariants pour le développement des lois de comportement hyperélastiques a été crucial, le premier modèle proposé est celui de Rivlin et Saunders (1951) avec leur développement en série :

$$W = \sum_{i,j} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (\text{II.24})$$

Cette approche a notamment permis de ré-écrire l'équation (II.4) du modèle de Mooney (1940) sous la forme de l'équation sous lequel il est classiquement écrit aujourd'hui :

$$W = C_1 (I_1 - 3) + C_2 (I_2 - 3) \quad (\text{II.25})$$

De fait, cette équation est maintenant classiquement appelée modèle de Mooney-Rivlin. De la même façon pour les modèles en élongations présentés dans le paragraphe précédent, toutes les équations polynomiales peuvent être écrites sous forme d'invariants (Rivlin, 2006) d'où une simplification de leur utilisation. L'apport de Rivlin dans l'écriture des lois hyperélastiques a été récemment synthétisé par Spencer (2009).

Comme déjà évoqué, à l'origine, les lois hyperélastiques ont été développées pour les matériaux élastomériques et de nombreuses lois ont été développées dans cet objectif, une synthèse bibliographique des lois hyperélastiques proposées pour les élastomères entre 1930 et 2003 est présentée par Vahapoglu et Karadeniz (2006). Son tableau propose un inventaire complet des lois selon leur formulation. Néanmoins, dans sa revue bibliographique, il n'a pas fait référence aux potentiels développés pour les matériaux du vivant. La grande différence de comportement entre les matériaux du vivant et les élastomères est que les matériaux du vivant ont généralement une pente plus faible à l'origine, mais un raidissement plus important et qui apparaît pour des

<b>Modèle Polynomial</b>	
Raghavan et Vorp (2000)	$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_1 - 3)^2$
<b>Modèle Puissance</b>	
Lopez-Pamies (2010)	$W = \sum_{r=1}^M \frac{3^{1-\alpha_r}}{2\alpha_r} \mu_r (I_1^{\alpha_r} - 3^{\alpha_r})$
<b>Modèle Exponentiel</b>	
Demiray (1972)	$W = \frac{k_1}{2k_2} \left\{ \exp \left[ \frac{k_2}{9} (I_1 - 3)^2 \right] - 1 \right\}$
Holmes et Mow (1990)	$W = \frac{\alpha_0}{I_3^n} (\exp(\alpha_1(I_1 - 3)) + \exp(\alpha_2(I_2 - 3))) - \alpha_0$ avec $n = \alpha_1 + 2\alpha_2$
Delfino <i>et al.</i> (1997)	$W = \frac{a}{b} \left[ \exp \left( \frac{b}{2} (I_1 - 3) \right) - 1 \right]$
Arnoux (2000); Arnoux <i>et al.</i> (2002)	$W = \alpha \exp(\beta(I_1 - 3)) - \frac{\alpha\beta}{2}(I_2 - 3)$
Volokh et Vorp (2008)	$W = \phi - \phi \exp \left[ -\frac{\alpha}{\phi} (I_1 - 3) - \frac{\beta}{\phi} (I_1 - 3)^2 \right]$
Tang <i>et al.</i> (2009b)	$W = C_1(I_1 - 3) + D_1 (\exp(D_2(I_1 - 3)) - 1)$

TAB. II.1 – Quelques modèles de comportement hyperélastiques anisotropes

déformations plus faibles<sup>13</sup>. Dans ce but, les lois à développer doivent présenter des formes plus aptes au changement de pentes. Les modèles les plus utilisés sont présentés dans le tableau II.1. Dans ces modèles, le plus utilisé est celui de Delfino *et al.* (1997), il a été notamment réutilisé par Humphrey et Yin (1987), Rodriguez *et al.* (2008), Lin *et al.* (2009) et Dorfmann *et al.* (2010) pour sa forme exponentielle avec seulement deux paramètres. Même si les matériaux du vivant sont anisotropes, dans de nombreuses études, des modélisations isotropes sont suffisantes pour un grand nombre de matériaux du vivant, comme le foie et les reins (Hostettler *et al.*, 2010), la vessie et le rectum (Boubaker *et al.*, 2009), le plancher pelvien (Parente *et al.*, 2009), la poitrine (Azar *et al.*, 2001; Samani et Plewes, 2004), le cartilage du bassin (Li *et al.*, 2006), le ménisque (Abraham *et al.*, 2011), les ligaments (Garcia et Cortes, 2006), le tympan (Cheng *et al.*, 2007), les artères (Papaharilaou *et al.*, 2007) ou le cerveau (Kaster *et al.*, 2011).

Certaines applications, comme l'analyse inverse sont beaucoup plus aisées avec des modèles isotropes. Un modèle anisotrope impose de trouver les directions de renfort et les propriétés matériaux, ce qui rend les simulations non exploitables sur des temps assez courts. Dans ce contexte, des lois isotropes sont systématiquement utilisées, comme l'ont fait Schwenninger *et al.* (2011) pour les poumons ou Harrison *et al.* (2008) pour l'utérus et l'urètre ou Moerman *et al.* (2009) pour différents tissus, Lister *et al.* (2011) pour le foie et Lapeer *et al.* (2010) pour la peau.

Ceci montre qu'un compromis est toujours nécessaire entre la qualité de la simulation, les données expérimentales disponibles et le temps de calculs.

## II.2.5 Lois de comportement anisotrope hyperélastiques

### II.2.5.1 Cadre général

Des termes dépendants des invariants  $I_4$  et  $I_5$  doivent donc être ajoutés à la loi de comportement pour prendre en compte l'effet des directions de renforcement, ces termes sont souvent ajoutés de manière additive. Dans ce cas, Merodio et Ogden (2002) ont énoncé les conditions

13. Ces commentaires font référence à la courbe contraintes-déformations.

que devaient vérifier les fonctions :

$$\left\{ \begin{array}{l} W_4(I_4) > 0 \text{ si } I_4 > 1 \\ W_4(I_4) < 0 \text{ si } I_4 < 1 \\ \lim_{I_4 \rightarrow \infty} W_4(I_4) = \infty \\ \lim_{I_4 \rightarrow 0} W_4(I_4) = -\infty \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} W_5(I_5) > 0 \text{ si } I_5 > 1 \\ W_5(I_5) < 0 \text{ si } I_5 < 1 \\ \lim_{I_5 \rightarrow \infty} W_5(I_5) = \infty \\ \lim_{I_5 \rightarrow 0} W_5(I_5) = -\infty \end{array} \right. \quad (\text{II.26})$$

Ces conditions sont là pour assurer des formes de fonction susceptibles d'être polyconvexes. Néanmoins, comme cela sera proposé dans la suite, toutes les formes de densités d'énergie ne sont pas additives. Même si ces modèles ont largement été développés pour les tissus du vivant, on trouve quelques formulations, pour les élastomères. Ishikawa *et al.* (2008) ont développé leur modèle pour un élastomère renforcé de fibres de nylon, la forme proposée pour les renforts<sup>14</sup> est la suivante :

$$W^{an} = C_{42}(I_4 - 1)^2 + C_{43}(I_4 - 1)^3 \quad (\text{II.27})$$

Les auteurs n'ont pas utilisé le même jeu de paramètres en traction et en compression. Cet article est méconnu car non référencé dans Web of Science mais présente l'avantage de proposer une large base de données expérimentale avec des essais de traction et compression dans le sens des fibres et dans le sens orthogonal. Brown et Smith (2011) proposent également des données expérimentales sur des élastomères renforcés.<sup>15</sup> Néanmoins, leur modèle est une troncature de la série en  $I_4$  proposée par Kaliske (2000), modèle utilisé pour modéliser la corne :

$$W^{an} = \sum_{i=2}^n C_i (I_4 - 1)^i \quad (\text{II.28})$$

La généralisation de l'approche en invariants au cas anisotrope a été suggérée par Jemiolo et Telega (2001) qui se sont inspirés des séries de Rivlin et ont proposé deux séries :

$$W = \sum_{i+j+k+l \neq 0} A_{ijkl} (I_1 - 3)^{a_i} (I_2 - 3)^{b_j} (I_4 - 1)^{c_k} (I_5 - 1)^{d_l} \quad (\text{II.29})$$

$$W = \sum_{i+j+k+l \neq 0} B_{ijkl} (I_1^{a_i} - 3^{a_i}) (I_2^{b_j} - 3^{b_j}) (I_4^{c_k} - 1) (I_5^{d_l} - 1) \quad (\text{II.30})$$

où apparaissent tous les invariants tant isotropes qu'anisotropes (tous les variables autres que les invariants étant des paramètres matériau).

Le nombre de modèles proposé dans la littérature est impressionnant, j'ai listé dans ce manuscrit une partie de ces modèles<sup>16</sup>, cette liste même si elle est longue est très loin d'être exhaustive<sup>17</sup>. Je vais décomposer cette liste en deux parties, les potentiels à parties disjointes, i.e. l'énergie de déformation peut être écrite comme une énergie isotrope et une énergie anisotrope  $W = W^{iso}(I_1, I_2) + W^{an}(I_4, I_5)$  et ceux où la décomposition n'est pas possible  $W =$

14. Le terme  $^{an}$  fera référence à une troncature de l'énergie de déformation, en ne conservant que les termes dépendant des invariants anisotropes dans le cas où l'énergie s'écrit sous la forme  $W = W^{iso}(I_1, I_2) + W^{an}(I_4^i, I_5^i)$ .

15. A mon sens, il est important de mentionner ces articles car les bases de données sur les matériaux renforcés se résument souvent à des essais de traction.

16. les modèles choisis sont ceux que j'ai vu être réutilisés pour différents applications dans la littérature

17. Une multitude d'autres modèles ont été développées, en elongations principales (Ghaemi *et al.*, 2009a,b), pour les parties élastiques de modèles visqueux (Limbert et Middleton, 2006; Lu *et al.*, 2010) ou en invariants (Lurding *et al.*, 2001; Menzel et Steinmann, 2001; Criscione *et al.*, 2002; Zulliger *et al.*, 2004; Schröder et Neff, 2003; Schröder *et al.*, 2005; Schroder *et al.*, 2008) pour ne citer qu'eux...

<b>Modèles Polynomiaux</b>	
Triantafyllidis et Abeyaratne (1983) Qiu et Pence (1997)	$W^{an} = \frac{1}{2}\alpha(I_4 - 1)^2$
Merodio et Ogden (2005)	$W^{an} = \gamma(I_5 - 1)^2$
Peng <i>et al.</i> (2006); Caner <i>et al.</i> (2007)	$W^{an} = C_2(I_4 - 1)^2 + C_3(I_4 - 1)^4$
Basciano et Kleinstreuer (2009)	$W^{an} = \beta(I_4 - 1)^6$
<b>Modèles en Puissance</b>	
Ogden (2003)	$W^{an} = \frac{2k_1\mu}{\beta^2} \left( I_4^{\beta/2} + 2I_4^{-\beta/4} - 3 \right)$
Alastrué <i>et al.</i> (2010) Brown et Smith (2011)	$W^{an} = C_4(\sqrt{I_4} - 1)^2$
<b>Modèle en exponentiel en <math>I_4</math></b>	
Weiss <i>et al.</i> (1996)	$W^{an} = C_3(\exp(I_4 - 1) - I_4)$
Weiss <i>et al.</i> (1996)	$W^{an} = C_0(\exp(I_4 - 1)^2 - (I_4 - 1)^2 - 1)$
Holzappel <i>et al.</i> (2000)	$W^{an} = \frac{k_1}{2k_2} [\exp(k_2(I_4 - 1)^2) - 1]$
Holzappel <i>et al.</i> (2002)	$W^{an} = k_1(I_4 - 1) \exp(k_2(I_4 - 1)^2)$
Limbirt et Middleton (2004)	$W^{an} = \frac{E}{8\gamma} [\exp(\gamma(I_4 - 1)^2) - 1]$
Peña <i>et al.</i> (2010)	$W^{an} = \frac{C_3}{C_4} [\exp(C_4(I_4 - 1)) - C_4(I_4 - 1) - 1]$
<b>Autres modèles</b>	
Horgan et Saccomandi (2005)	$W^{an} = C \ln \left  1 - \frac{I_4 - 1}{J_m} \right $
Dorfmann <i>et al.</i> (2008)	$W^{an} = C_2 \left  1 - C_3 \tanh \left( \frac{I_4 - 1}{C_4} \right) \right  [\exp(C_5(I_4 - 1)^2) - 1]$

TAB. II.2 – Parties anisotropes de quelques modèles de comportement hyperélastiques anisotropes

$W(I_1, I_2, I_4, I_5)$ . Ces deux listes sont présentées dans deux tableaux distincts II.2<sup>18</sup> et II.3<sup>19</sup>. Le premier point frappant dans ces modèles est que l'invariant  $I_5$  n'apparaît qu'exceptionnellement, il semble y avoir un consensus pour n'utiliser que l'invariant  $I_4$ . Cependant on note de grandes tendances de modèles, on peut constater que certains modèles varient très peu de l'un à l'autre. La prolifération de modèles est due à la large variété de tissus du vivant considérés, chaque auteur argumentant sur le choix d'un modèle par rapport aux données expérimentales observées<sup>20</sup>. Le modèle le plus simple i.e. le modèle quadratique de Triantafyllidis et Abeyaratne (1983) a été largement utilisé (Polignone et Horgan, 1993; Qiu et Pence, 1997; Merodio et Pence, 2001; Merodio et Ogden, 2005; Horgan et Murphy, 2011) mais a vite laissé sa place du fait de son raidissement pas assez "spectaculaire". Un des modèles qui fait le plus référence dans la littérature est le modèle de Holzappel et Weizsacker (1998) qui est utilisé pour un grand nombre d'applications, notons par exemple la trachée (Trabelsi *et al.*, 2010; Malvè *et al.*, 2011), les

18. Les termes purement isotropes qui apparaissaient dans les équations ont été volontairement omis, pour ne comparer que les parties anisotropes, les parties isotropes étant le plus souvent des troncatrices de la série de Rivlin.

19. Toutes les variables non définies dans le texte et qui apparaissent dans le tableau sont des constantes matérielles à identifier sur les données expérimentales.

20. Quelques exemples d'utilisation. Le modèle de Ogden (2003) est utilisé pour les ligaments (Cheng et Gan, 2008). Le modèle de Holzappel *et al.* (2005) a été utilisé pour la valve mitrale (Prot *et al.*, 2009). Le modèle de Weiss *et al.* (1996) a été utilisé pour les muscles et les ligaments (Li *et al.*, 2006; Weiss et Gardiner, 2001) et les tendons par Peña *et al.* (2007). Le modèle de Balzani *et al.* (2006a) a été utilisé pour les artères (Balzani *et al.*, 2006b). Le modèle de Limbert et Middleton (2004) est utilisé pour les cartilages (Garcia et Cortes, 2007). Le modèle de Kroon et Holzappel (2008) est utilisé pour les anévrisme craniaux (Zhao *et al.*, 2011).

<b>Modèles Polynomiaux</b>	
Merodio et Ogden (2003)	$W = \frac{1}{2}\alpha((I_1 - 1)I_4 - 2)^2$
Ishikawa et Kotera (2005)	$W = C_1 (\exp(C_2(I_1 - 3)^2 + C_3(I_1 - 3)(I_4 - 1) - 1) + C_4(I_4 - 1)^2)$
<b>Modèle en Puissance</b>	
Balzani <i>et al.</i> (2006a)	$W = \alpha_1(I_1 I_4 - I_5 - 2)^{\alpha_2}$
<b>Modèles en exponentiel en <math>I_1, I_4</math></b>	
Holzappel et Weizsacker (1998)	$W = \frac{k_1}{2k_2} [\exp\{k_2[\kappa\bar{I}_1 + (1 - 3\kappa)\bar{I}_4 - 1]\} - 1]$
Lin et Yin. (1998)	$W = C_1 (\exp(C_2(I_1 - 3)^2 + C_3(I_1 - 3)(I_4 - 1) + C_4(I_4 - 1)^2) - 1)$
Lin et Yin. (1998)	$W = C_1(I_1 - 3)(I_4 - 1) + C_2(I_1 - 3)^2 + C_3(I_4 - 1)^2 + C_4(I_1 - 3) + C_5(I_4 - 1)$
Holzappel <i>et al.</i> (2005)	$W = C_0 (\exp(c_1(I_1 - 3)^2 + c_2(I_4 - 1)^2) - 1)$
May-Newman et Yin (1998)	$W = C_0 (\exp(c_1(I_1 - 3)^2 + c_2(\sqrt{I_4} - 1)^4) - 1)$
Rodriguez <i>et al.</i> (2008)	$W = \frac{k_1}{2k_2} \{ \exp(k_2((1 - \rho)(I_1 - 3)^2 + \rho(I_4 - I_4^*)^2) - 1) \}$

TAB. II.3 – Quelques modèles de comportement hyperélastiques anisotropes couplant les invariants isotropes et anisotropes

artères (Valencia et Baeza, 2009; Qian *et al.*, 2010), la cornée (Lancharesa *et al.*, 2008; Nguyen et Boyce, 2011) ou la réorientation du collagène (Karsaj *et al.*, 2009). Le modèle de base a été développé avec deux directions de renfort, Baek *et al.* (2007) ont proposé d'utiliser quatre directions de fibres pour décrire une paroi artérielle, ce qui a été réutilisé par Masson *et al.* (2008). Il est dommage que ces modèles développés avec des orientations de fibres lorsqu'ils sont identifiés sur des propriétés matériaux, le sont avec des orientations qui ne correspondent pas à la physique du matériau. Cela signifie que le modèle reste purement phénoménologique et retraduit des tendances. Les fonctions raideurs doivent donc être considérées comme des modèles équivalents et non des modèles physiques qui décrivent l'orientation des fibres dans le tissu du vivant.

Remarque : Pour faire écho à la non unicité du choix des invariants, d'autres modèles existent utilisant les autres invariants introduits dans le paragraphe précédent, on peut notamment citer Criscione *et al.* (2001) qui proposent un modèle du même type que les séries de Rivlin par :

$$W = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} G_{ijk} \beta_3^i \beta_3^j \beta_3^k \quad (\text{II.31})$$

Des modèles plus complexes ont ensuite été développés (Lu et Zhang, 2005).

### II.2.5.2 Vers plus de sens physique

Certains auteurs ont cherché à introduire plus de sens physique dans les modèles, en développant des théories à partir de la mécanique statistique issue du monde des élastomères. Notamment, le modèle 8 chaînes d'Arruda et Boyce (1993) a été adapté à l'isotropie transverse (Kuhl *et al.*, 2006; Alastrué *et al.*, 2009, 2010), puis Bischoff *et al.* (2002) ont introduit une énergie de répulsion pour le rendre orthotrope. Kuhl *et al.* (2006) prennent en compte la réorientation du réseau lors de la sollicitation. Gasser *et al.* (2006) ont repris le même type de théorie avec l'intégration d'une répartition de fibres dans l'espace. Maintenant reste à rapprocher ces théories de données matériau du vivant pour évaluer si elles peuvent les décrire.

Le formalisme des invariants anisotropes a également été utilisé pour décrire les phénomènes d'activation dans les muscles. Tang *et al.* (2009a) et Calvo *et al.* (2010) proposent de découper l'énergie en différentes parties pour traduire le côté actif ou passif des organes. On peut ici citer les travaux de Limbert et Middleton (2004) et Calvo *et al.* (2009) qui proposent :

$$\begin{cases} W = \frac{C_3}{C_4} (\exp(C_4(I_4 - I_4^0)) - C_4(I_4 - I_4^0) - 1) & \text{Si } I_4 \leq I_4^{ref} \\ W^{Calvo} = 2C_5\sqrt{I_4} + C_6 \ln(I_4) + C_7 & \text{Si } I_4 \geq I_4^{ref} \\ W^{Limbert} = 2C_5\sqrt{I_4} + C_6 \ln(I_4) + C_7 & \text{Si } I_4 \geq I_4^{ref} \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

où  $I_4^{ref}$  est la valeur maximale où l'élément actif agit et  $C_k$  sont les autres paramètres matériau.

Un autre point important est que le formalisme proposé repose sur le principe de superposition, i.e. le comportement équivalent du tissu est considéré comme étant la somme du comportement de la matrice et des fibres. Certains auteurs ont cherché à ajouter au potentiel des termes d'interactions, ces modèles sont encore assez peu nombreux. Néanmoins, Guo *et al.* (2006, 2007) et Peng *et al.* (2006) ont proposé une énergie sous la forme :

$$W = C_1 f(I_4) (I_1^f - 3) \quad (\text{II.33})$$

où la déformation de la matrice agit sur l'extension des fibres pour prendre en compte le cisaillement que subissent ces fibres. Peng *et al.* (2006) ont proposé l'expression suivante :

$$W = f(I_4) \left[ \frac{I_4}{I_3} (I_5 - I_1 I_4 + I_2) - 1 \right]^2 \quad (\text{II.34})$$

où  $f(I_4)$  est une fonction dont la raideur évolue avec l'extension des fibres. Caner *et al.* (2007) sont partis sur le même schéma et ont proposé pour la fonction  $f$  :

$$f(I_4) = \eta \frac{1}{1 + \exp[-\beta(\lambda_F - \lambda_F^*)]} \quad (\text{II.35})$$

où  $\eta$ ,  $\beta$  et  $\lambda_F^*$  sont des paramètres matériau et  $\lambda_F$  est l'extension des fibres. Les mêmes effets peuvent être observés sans le dire avec les modèles purement phénoménologiques couplant  $I_1$  et  $I_4$  présentés dans le tableau II.3, mais il est difficile de découpler dans ces modèles les parties indépendantes et couplées et donc d'identifier comment intervient le couplage. Le couplage vient en fait de la non-décomposition additive de l'énergie de déformation en parties isotrope et anisotrope.

Dans le même état d'esprit, pour des structures gonflables où le formalisme mathématique est identique, Reese *et al.* (2001) ont proposé un couplage entre les directions en écrivant la loi sous la forme :

$$\begin{aligned} W = & K_1^1 (I_4^1 - 1)^{\beta_1} + K_2^1 (I_5^1 - 1)^{\beta_2} + K_1^2 (I_4^2 - 1)^{\gamma_1} + K_2^2 (I_5^2 - 1)^{\gamma_2} \\ & + K_c^1 (I_1 - 3)^{\delta_1} (I_4^1 - 1)^{\delta_1} + K_c^2 (I_1 - 3)^{\delta_2} (I_4^2 - 1)^{\delta_2} + K_c^{ani} (I_4^1 - 1)^\eta (I_4^2 - 1)^\eta \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

où  $K_i^j$ ,  $\delta_i$  et  $\beta_i$  sont des paramètres matériau. La décomposition additive de cette densité d'énergie permet de pouvoir contrôler facilement le rôle de chaque terme de l'équation, on note la présence de termes couplés anisotropes et isotropes/anisotropes.

## II.3 Précautions dans l'utilisation de densités d'énergie de déformation

Une fois en possession de données expérimentales suffisantes, il est important de choisir une loi de comportement adaptée. Comme il a été montré dans le paragraphe II.2, le nombre de lois de

comportement est très vaste avec des formes plus ou moins complexes. De plus ces lois sont destinées à être utilisées dans des codes de calculs éléments finis. Ainsi quelques précautions doivent être prises. Ce paragraphe va montrer dans un premier temps, en quoi le choix de l'énergie de déformation est important et dans un second temps les limites de l'hypothèse d'incompressibilité, classiquement utilisée.

### II.3.1 Choix de la densité d'énergie de déformation

*Documents de référence [A5], [B14]*

*Étudiant encadré [T1]*

Le choix de la densité d'énergie hyperélastique à utiliser est stratégique pour la qualité des résultats obtenus (Marckmann et Verron, 2006) par calculs éléments finis. Même si aujourd'hui, le modèle de Mooney (1940) reste le plus utilisé dans l'industrie, on peut se demander en quoi cela va avoir des conséquences sur les simulations numériques. Pour ce faire, il est important de disposer d'une base de données expérimentales assez large. Luc Meunier lors de sa thèse a mis en place au laboratoire, les trois essais simples de caractérisation, la traction uniaxiale, la traction plane, la traction équibiaxiale pour les élastomères et a utilisé un dispositif développé par Vassal (2007) pour réaliser des essais de compression simple et de compression plane. Un matériau silicone isotrope purement hyperélastique, le RTV141 réticulé 2 heures a été testé suivant les 5 essais simples. L'idée n'est pas de comparer l'ensemble des modèles de la bibliographie, mais de choisir des modèles représentatifs. Le choix s'est donc porté sur le modèle de Mooney (1940), le modèle en elongations principales d'Ogden (1972) reconnu pour sa capacité à représenter grand nombre de comportements, le modèle d'Haines et Wilson (1979) qui est une troncature de la série de Rivlin avec 6 termes, ainsi que le modèle de Gent (1996) représentatif des modèles avec raidissement car équivalent aux modèles d'Hart-Smith (1966) et de Arruda et Boyce (1993) (Boyce, 1996; Chagnon *et al.*, 2004). Les équations des modèles sont rappelées dans le tableau II.4. Les

Mooney (1940)	$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_1 - 3)^2$
Ogden (1972)	$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3)$
Gent (1996)	$W = -\frac{E}{6} J_m \ln \left( 1 - \frac{I_1 - 3}{J_m} \right)$
Haines et Wilson (1979)	$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 + C_{01}(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3)$

TAB. II.4 – Modèles hyperélastiques choisis pour une étude comparative.

paramètres de ces modèles hyperélastiques ont été identifiés sur les données expérimentales de Meunier *et al.* (2008), les valeurs des paramètres matériaux sont données dans le tableau II.5, et les résultats sont présentés sur la figure II.4 pour les cinq cas de chargement. Ce matériau ne présente pas un raidissement très important, il est donc particulièrement adapté à être représenté par des modèles hyperélastiques simples. Même si le raidissement est faible, le modèle de Mooney (1940) s'éloigne des données expérimentales pour les déformations les plus importantes. Le modèle de Gent (1996) permet de décrire globalement le comportement même s'il ne décrit pas précisément les données expérimentales. Les deux autres modèles (Ogden, 1972; Haines et Wilson, 1979) donnent de très bons résultats. Néanmoins, ces deux derniers modèles présentent un grand nombre de paramètres qui n'ont pas de signification physique. Ainsi l'identification des paramètres n'est pas unique. Lorsque l'identification, comme c'est le cas ici repose sur un grand

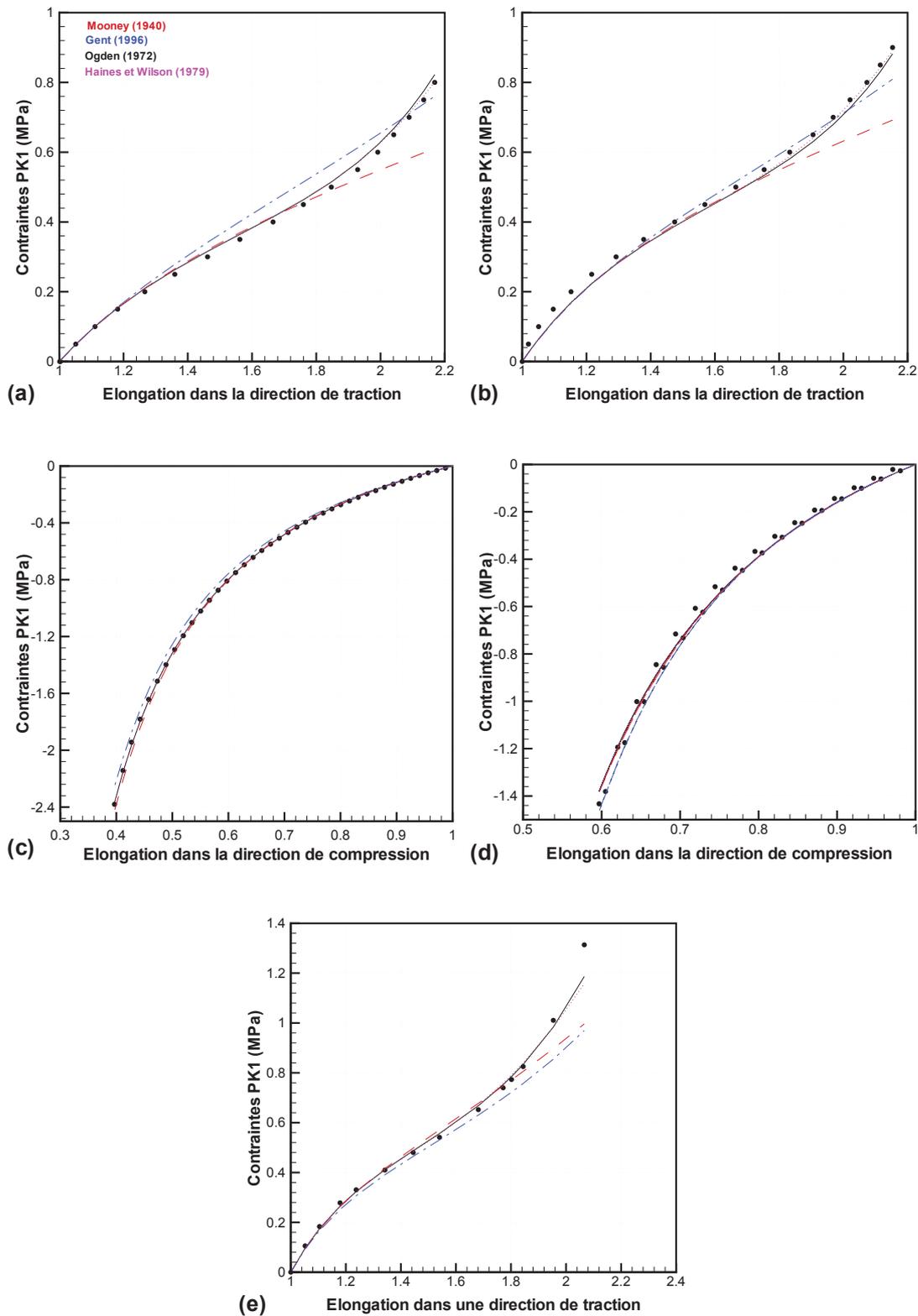


FIG. II.4 – Caractérisation mécanique du silicone RTV141 par des essais de (a) traction uniaxiale, (b) traction plane (c) compression simple, (d) compression plane et (e) traction équiaxiale (Meunier et al., 2008).

Mooney (1940)	$C_1 = 0.14, C_2 = 0.023$
Ogden (1972)	$\alpha_1 = 1.4, \alpha_2 = 10, \alpha_3 = -3.3$ $\mu_1 = 0.46, \mu_2 = 0.00027, \mu_3 = -0.0074$
Gent (1996)	$E = 0.97, J_m = 13$
Haines et Wilson (1979)	$C_{10} = 0.14, C_{20} = -0.0026, C_{30} = 0.0038$ $C_{01} = 0.033, C_{02} = 0.00095, C_{11} = -0.0049$

TAB. II.5 – Paramètres des modèles hyperélastiques identifiés sur le RTV141.

nombre d'essais mécaniques, on peut être "confiant" dans les valeurs des paramètres, sinon il faut être vigilant aux simulations pour différents cas de chargement.

Une étude similaire avait été réalisée par (Marckmann et Verron, 2006) pour un nombre important de modèles sur des données expérimentales de la littérature. Ici, on se propose d'observer les conséquences des identifications sur un calcul de structures complexes. Une plaque trouée est testée lors d'un essai de traction, les champs de déplacement et de déformation sont obtenus par corrélation d'images avec le logiciel 7D<sup>21</sup>. Un modèle éléments finis de cet essai est réalisé, la structure est modélisée en 2D sous l'hypothèse de contraintes planes. Un effort est appliqué sur la plaque pour simuler l'essai de traction. Les quatre lois de comportement identifiées précédemment sont utilisées, une comparaison des simulations et des mesures expérimentales est présentée sur la figure II.5 (a à d). Sans surprise, les modèles de Ogden (1972); Haines et

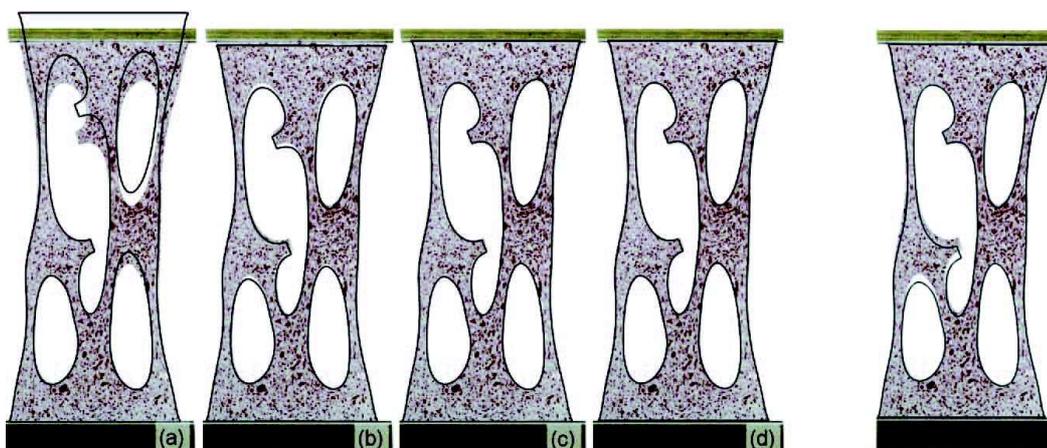


FIG. II.5 – Comparaison entre les données expérimentales et une simulation avec un modèle de Mooney (1940) d'une plaque trouée.

Wilson (1979) décrivent parfaitement l'essai. Le modèle de Gent (1996) donne des résultats tout à fait satisfaisants même si de petits écarts sont observés avec les mesures expérimentales. En revanche, le modèle de Mooney (1940) ne permet pas de décrire correctement l'essai. La non description du raidissement sous-estime fortement l'effort et engendre un déplacement beaucoup plus important. Pour palier ce problème, on impose un déplacement au lieu d'un effort sur la structure (déplacement correspondant au déplacement observé lors de l'essai). Une simulation est présentée pour le modèle de Mooney (1940) sur la figure II.5(e). Il apparaît que même si les déplacements sont imposés sur les frontières, de grandes différences sont observées à l'intérieur

21. Collaboration Pierre Vacher, laboratoire SYMME Annecy

de la structure. On peut noter que les déformations locales sont fortement mésestimées. En effet, la non description du raidissement ne génère pas de raidissements locaux dans la structure, ce qui conduit à des efforts internes erronés dans la structure.

Les conclusions classiques de l'élasticité linéaire où le choix du module d'Young n'a aucune influence sur les déformations d'une structure lorsque l'on impose des déplacements, sont totalement irrecevables dans le cas de l'hyperélasticité. La non-linéarité de la loi de comportement fait que le matériau devient de nature inhomogène, en effet les modules sécants sont différents en chaque point de la structure et dépendent de la déformation locale. Une attention particulière doit donc être portée au choix de la loi de comportement et à son identification.

### II.3.2 Gestion de l'incompressibilité pour les lois hyperélastiques

#### *Document de référence [A7]*

Les calculs dans le paragraphe précédent ont été menés en contraintes planes qui sont le cas de chargement le plus aisé pour gérer parfaitement l'incompressibilité puisque l'épaisseur de la structure est adaptée à l'état de déformation dans le plan. Pour les autres hypothèses de calculs, déformations planes, axisymétrie ou calculs tridimensionnels, la variation de volume doit être contrôlée. Pour ce faire le troisième invariant  $I_3$  que j'ai passé sous silence jusqu'à maintenant doit être pris en compte dans la modélisation et incorporé à l'énergie de déformation. L'idée étant d'utiliser des fonctions qui feront que lors de la résolution des équations, la variable  $I_3$  reste le plus proche possible de 1 pour assurer une très faible variation de volume. Ainsi, on n'est plus dans le cadre de l'incompressibilité mais dans le cas de la quasi-incompressibilité. Dans ce but, l'énergie de déformation est décomposée en parties déviatorique et sphérique en introduisant de nouveaux invariants, les mêmes que précédemment mais à volume constant :

$$W = \bar{W}(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_4, \bar{I}_5) + U(I_3) \quad (\text{II.37})$$

Souvent, on préfère utiliser le jacobien  $J$  (défini comme le déterminant du gradient de la transformation) plutôt que  $I_3$  dans les expressions, sachant que  $I_3 = J^2$ , soit :

$$W = \bar{W}(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_4, \bar{I}_5) + U(J) \quad (\text{II.38})$$

Les invariants à volume constant sont définis par :

$$\bar{I}_1 = I_3^{-1/3} I_1, \quad \bar{I}_2 = I_3^{-2/3} I_2, \quad \bar{I}_4 = I_3^{-1/3} I_4, \quad \bar{I}_5 = I_3^{-2/3} I_5 \quad (\text{II.39})$$

Ainsi la fonction  $\bar{W}$  est une des fonctions d'énergie exposée dans le paragraphe II.2 où les invariants classiques sont remplacés par les invariants à volume constant. En revanche, reste le choix de la fonction  $U$ . Doll et Schweizerhof (2000) proposent une revue bibliographique d'un grand nombre de ces fonctions, ils proposent une forme générale qui couvre la majorité des équations proposées :

$$U(J) = \kappa((\alpha + 1)^{-1} J^{(\alpha+1)} + (\beta - 1)^{-1} J^{(1-\beta)})(\alpha + \beta)^{-1} - (\alpha + 1)^{-1} (\beta - 1)^{-1} \quad (\text{II.40})$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont les variables qui une fois choisie permettent de retrouver l'ensemble des modèles en puissance de la littérature<sup>22</sup>. La forme la plus simple et la plus utilisée pour cette équation est le polynôme de degré 2 :

$$U(J) = \frac{\kappa}{2} (J - 1)^2 \quad (\text{II.41})$$

<sup>22</sup>. Il est à noter que quelques formes en logarithme existent, pour cela on se référera à Doll et Schweizerhof (2000)

$\kappa$  est l'unique constante matérielle de la loi, il s'agit du coefficient de compressibilité du matériau. Deux cas se présentent, soit ce coefficient a été identifié sur des essais, dans ce cas, il suffit de l'utiliser dans les simulations, on réalise donc des calculs à compressibilité contrôlée ; soit on souhaite assurer une réponse la plus proche possible de l'incompressibilité. Une difficulté supplémentaire est que ce coefficient contrôle la variation de volume que ce soit en augmentation ou en réduction. Ainsi, si lors d'un essai de compression œdométrique ou de compression hydrostatique le volume décroît, lors d'un essai de traction uniaxiale par exemple, on peut observer des augmentations de volume (Le Cam, 2010). Les phénomènes physiques de ces deux procédés ne sont pas les mêmes, et les paramètres qui les décrivent n'ont aucune raison d'être les mêmes, ces points seront probablement éclairés dans les années à venir avec la diffusion des moyens de mesures de champs dans les laboratoires. A ce jour, les paramètres sont classiquement identifiés sur les essais de compression.

Dans les faits, lorsque ce coefficient est ignoré et que l'on souhaite faire un calcul quasi-incompressible, le principe est de choisir une valeur de  $\kappa$  qui va assurer cette quasi-incompressibilité. Dans ce cas  $\kappa$  devient ce que l'on appelle un coefficient de pénalité plus qu'un coefficient de compressibilité. Ce coefficient de pénalité contrôle donc la variation de volume autorisée, le choix de ce paramètre est donc fondamental. Durant ma thèse (Chagnon, 2003), ayant travaillé sur un caoutchouc naturel, je m'étais interrogé sur la valeur de ce paramètre. Dans la littérature, les différents auteurs choisissent classiquement un coefficient de pénalité 1000 fois plus grand que le module d'Young<sup>23</sup> du matériau. Selon les arguments dans ces articles, ce coefficient de 1000 n'est pas un hasard, il est suffisamment grand pour assurer une faible variation de volume, mais pas trop pour ne pas poser de problèmes numériques au solver éléments finis qui doit traiter des nombres d'ordres de grandeur différents. Après vérification pour un modèle hyperélastique isotrope présentant un raidissement à fortes déformations (Chapitre 4 de Chagnon (2003)), il apparaissait que la formulation quasi-incompressible (avec un coefficient  $\kappa$  1000 fois plus grand que le module d'Young) permet de retrouver la solution incompressible avec une erreur inférieure à 1% jusqu'à 1000% de déformation pour les cas de chargement classiques, ce qui était un très bon résultat pour un matériau ayant une rupture aux alentours de 500% de déformation.

Néanmoins, dans le cadre de la thèse de Mamadou Toungara (2011)<sup>24</sup> s'est posé le problème de la gestion de l'incompressibilité pour des lois hyperélastiques anisotropes. Une étude paramétrique a été menée pour mesurer l'influence du choix de  $\kappa$ . La thèse de Mamadou Toungara portant sur les anévrisme aortiques, l'étude s'est focalisée sur les deux modèles les plus utilisés pour décrire le comportement de la paroi artérielle, i.e. les modèles de Basciano et Kleinstreuer (2009) et Rodriguez *et al.* (2008) qui est une généralisation du modèle de Holzapfel *et al.* (2000). Les équations de ces modèles sont présentées dans les tableaux II.2 pour le premier et II.3 pour le second. Le modèle de Basciano et Kleinstreuer (2009) est une forme polynomiale tandis que le modèle de Rodriguez *et al.* (2008) est exponentiel avec un couplage entre les invariants  $I_1$  et  $I_4$ . Deux directions de renforcement sont utilisées pour étudier ces modèles, un schéma de la paroi artérielle est présenté sur la figure II.6. L'angle  $\theta$  caractérisant l'orientation des fibres, il fait partie des paramètres de chaque modèle. Les valeurs utilisées pour les paramètres des modèles sont celles proposées par Rodriguez *et al.* (2008), elles sont récapitulées dans le tableau II.6. La première difficulté pour un modèle non-isotrope est de définir un module d'Young de référence, en effet celui-ci dépend de la direction dans laquelle on sollicite le matériau. Ce choix n'aura

23. Difficile de définir un module d'Young pour les matériaux sans zone élastique linéaire, ce module est donc défini comme la pente à l'origine dans le graphique contraintes déformations.

24. Collaboration avec Christian Geindreau et Mamadou Toungara sur la gestion de l'incompressibilité dans les codes éléments finis pour les lois hyperélastiques anisotropes, mais je n'ai pas participé à l'encadrement de cette thèse.

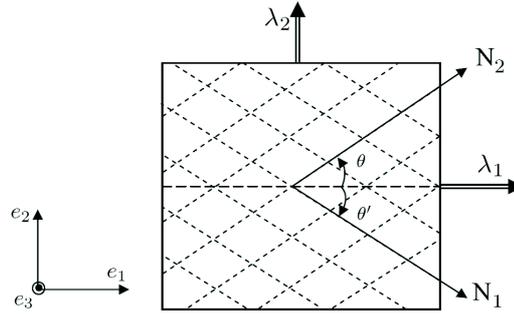


FIG. II.6 – Représentation déployée des directions de renfort dans la paroi artérielle, la direction 2 correspondant à l'axe de l'artère et la direction 1 à la direction circonférentielle.

Modèles	$c_1$ (kPa)	$\alpha$ (kPa)	$k_1 = k_3$ (kPa)	$k_2 = k_4$	$\rho$	$\bar{I}_4^0 = \bar{I}_6^0$	$\theta(^{\circ})$
Basciano	44.0	73.996	65500	-	-	-	44.60
Rodriguez	0.12	-	244.90	1576.20	0.14	1.038	5.00

TAB. II.6 – Valeurs des paramètres des modèles hyperélastiques anisotropes issues de Rodriguez et al. (2008).

pas de conséquences sur l'étude, simplement il permet d'avoir une référence. Nous avons fait le choix de définir la direction 1 i.e. orthoradiale (cf. figure II.6) comme référence. Les expressions des modules d'Young sont explicités dans l'article de Toungara *et al.* (2011)<sup>25</sup>. Pour les deux modèles, un module d'Young équivalent de  $264\text{kPa}$  est obtenu avec les paramètres utilisés.

Des essais de traction équibiaxiale ont été simulés avec différentes valeurs du coefficient de compressibilité et comparés aux solutions analytiques. Les résultats sont présentés sur la figure II.7. Cette dernière présente les résultats jusqu'à 15% de déformation (ordre de grandeur des déformations maximales observées dans les anévrysmes). On note qu'il faut atteindre des valeurs de  $\kappa$  très importantes pour assurer l'incompressibilité pour le modèle de Basciano et Kleinstreuer (2009) alors que même avec des valeurs de l'ordre de  $10^{17}$ , il est impossible d'atteindre l'incompressibilité avec le modèle de Rodriguez *et al.* (2008). La figure montre également que les variations de volume engendrées sont loin d'être négligeables. De plus, si on compare les valeurs des contraintes à la contrainte théorique incompressible, on note une divergence des résultats très prononcée.

Ces observations sur des cas analytiques simples ont des conséquences beaucoup plus importantes sur des calculs de structures. Des calculs réalisés sur un anévrysme aortique modèle ont montré que selon la valeur de  $\kappa$  choisie, i.e. les valeurs classiques de la bibliographie ou des valeurs beaucoup plus importantes permettant d'approcher l'incompressibilité, les valeurs de contraintes maximales dans la paroi peuvent varier de 30% et peuvent se localiser en des points différents (Toungara *et al.*, 2011). Cette étude paramétrique remet en cause bon nombre de conclusions d'articles sur des localisations de contraintes maximales ou de valeur de contraintes dans la paroi artérielle. Il est vrai qu'il est difficile de dire si les parois artérielles subissent ou non de légères variations de volume même si l'article de référence de Carew *et al.* (1968) tend à imposer l'incompressibilité. Malgré tout, dans les articles de la littérature, l'hypothèse d'incompressibilité est clairement énoncée, et ce qui a été montré ici est que les paramètres utilisés

<sup>25</sup>. Les valeurs sont simplement obtenues en faisant un développement limité de l'expression des contraintes en petites déformations.

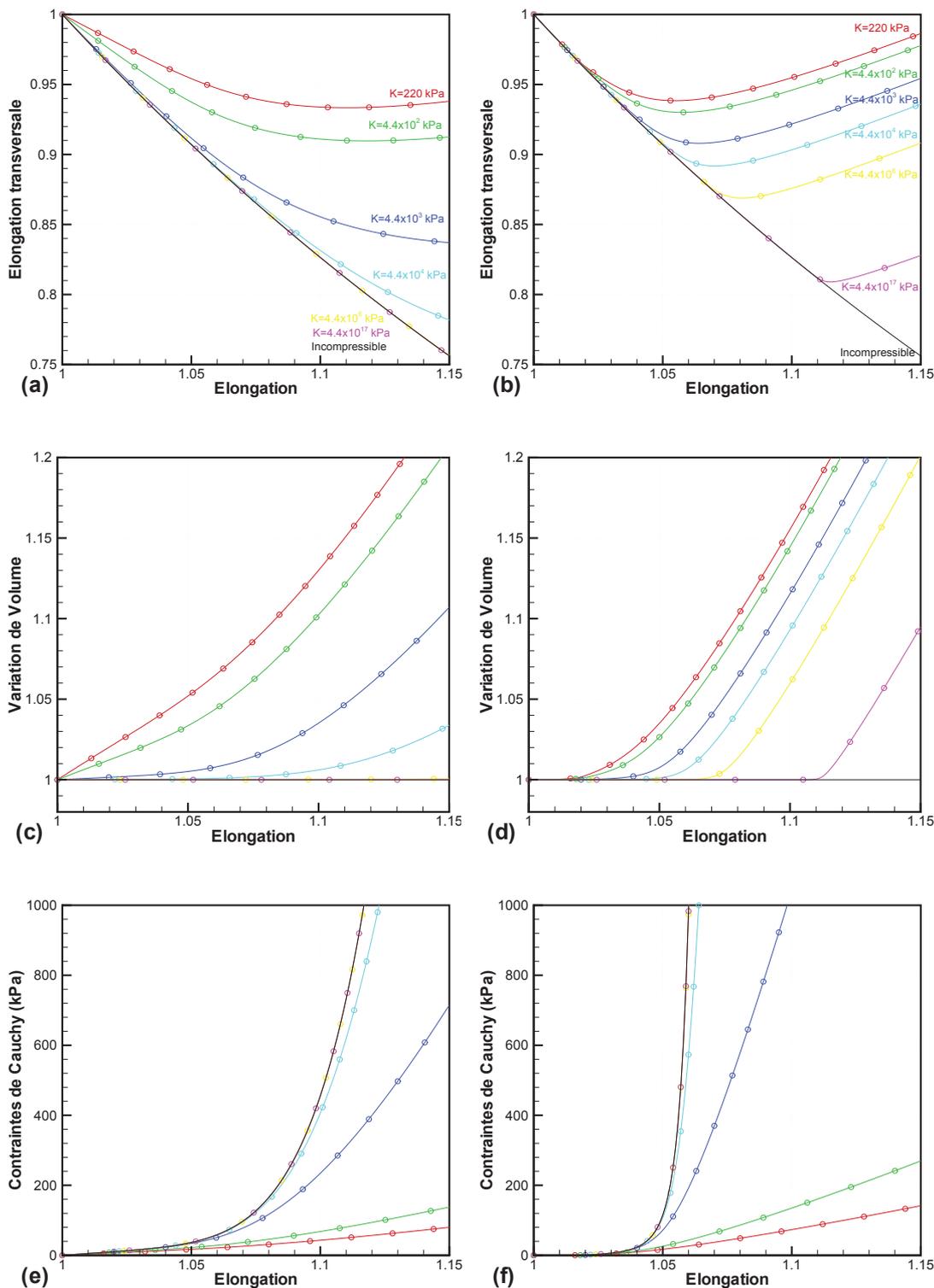


FIG. II.7 – Évolution de l'élongation transversale, de la variation de volume et de la contrainte lors d'un essai de traction équibiaxiale pour les modèles de Basciano et Kleinstreuer (2009) (a-c-e) et Rodriguez et al. (2008) (b-d-f).

dans les simulations ne vérifient pas ce critère. Récemment Helfenstein *et al.* (2010) proposent de ne pas utiliser  $\bar{I}_4$  mais  $I_4$  pour avoir une meilleure gestion de la compressibilité, c'est à dire que l'on ne gère plus de la quasi-incompressibilité, mais on gère un problème de pénalisation. Le problème de cette solution est que les codes de calculs éléments finis travaillent en invariants incompressibles car cette formulation assure souvent une meilleure convergence des calculs que les formulations en pénalisation pure.

## II.4 Développement de moyens expérimentaux

*Document de référence [A8]*

*Étudiants encadrés [T1], [T3], [M8]*

### II.4.1 États de déformations

Comme montré dans le paragraphe II.2, de nombreuses lois de comportement existent. Pour choisir au mieux la loi la plus adaptée, il est important de disposer d'une base de données expérimentales riche. Ces données doivent proposer des trajets de chargement différents. Deux principales voies existent. La première est l'utilisation d'essais dont on connaît parfaitement les états de déformation et de contrainte ; ceci permet de décrire ces essais de façon analytique. La seconde méthode repose sur de l'identification inverse sur des structures complexes, les états de contraintes ne sont alors pas connus, seuls les chargements en effort sur la structure sont connus. Les champs de déplacement sont eux connus grâce à des méthodes de mesures de champs (Chevalier *et al.*, 2001). Des méthodes globales sont alors employées pour retrouver le comportement des matériaux, comme la méthode des champs virtuels (Grédiac, 1989; Promma *et al.*, 2009; Guélon *et al.*, 2009; Palmieri *et al.*, 2011). Elle permet de simuler ces structures et comparer les données expérimentales aux simulations pour différents modèles de comportement. L'avantage de la première méthode est qu'elle ne nécessite pas d'outils numériques particuliers puisque tout les calculs sont menés de manière analytique. La seconde permet d'obtenir des trajets de chargement complexes, néanmoins, l'état de contrainte n'est jamais mesuré expérimentalement.

Les phénomènes mis en évidence dans les comportements des matériaux qui m'intéressent (élastomères, NiTi, matériaux du vivant) sont fortement non linéaires et ont un comportement mécanique qui dépend de l'histoire. Ainsi dans une optique de connaître parfaitement l'histoire, une préférence notable existe pour la première méthode de caractérisation mécanique.

La figure II.8 présente le graphe  $I_1, I_2$  où sont représentées dans le cas incompressible, les trajets de chargement des essais classiques, la courbe 1 représente l'essai de traction uniaxiale, la courbe 2 représente le cisaillement pur (ou traction plane) et la compression plane, la courbe 3 représente la traction équibiaxiale et la compression uniaxiale. Il est à noter que dans le cas d'un matériau incompressible, l'ensemble des points situés sous la courbe 1, ou au dessus de la courbe 3 ne peuvent être atteints. Comme de nombreux auteurs l'ont déjà souligné dans la littérature, une identification pertinente de paramètres matériaux nécessite l'utilisation de trajets de chargement différents dans le graphe  $(I_1, I_2)$ . Les essais classiques permettent d'encadrer la zone, mais le nombre de trajets différents reste limité à 3. Une façon d'enrichir la base de données est d'utiliser un essai mécanique proposant de nombreux trajets de chargement dépouillable analytiquement.

### II.4.2 Gonflement de membrane circulaire

La figure II.9 présente deux dispositifs de gonflement de membrane. Dans les deux cas, la

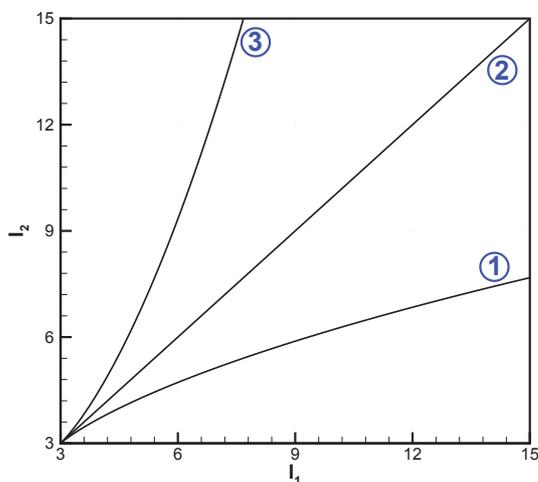


FIG. II.8 – Trajets des essais simples dans le graphe  $I_1$ - $I_2$  dans le cas d'un matériau incompressible.

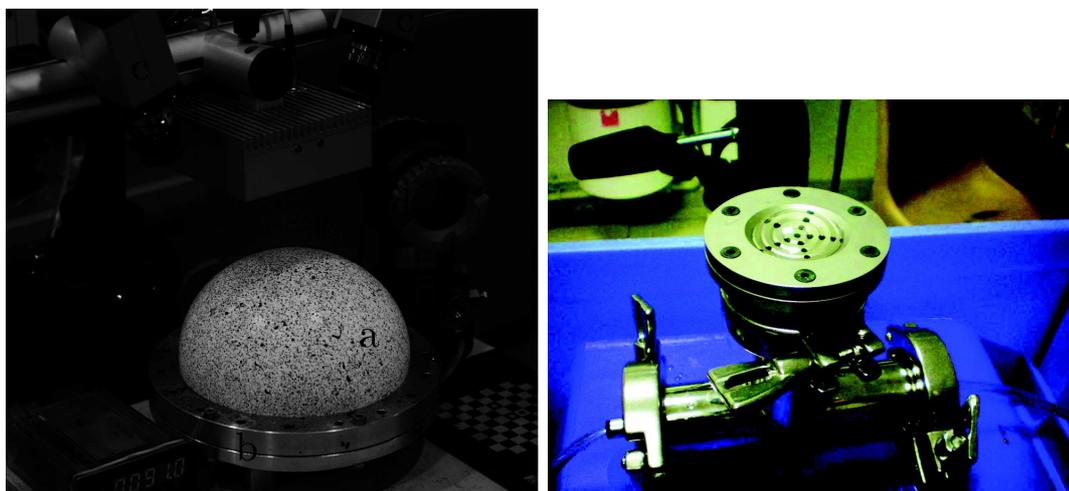


FIG. II.9 – Mise en place d'un essai de gonflement de membrane axisymétrique, dispositif de gonflement avec système de stéréo corrélation d'images, à gauche dispositif pour des membrane de 16 cm de diamètre et à droite dispositif pour membrane de 4,5cm de diamètre.

membrane est circulaire avec une épaisseur constante. Il est important que l'épaisseur soit faible en comparaison du diamètre de l'éprouvette pour rester dans les hypothèses membranes. La membrane est encastrée sur sa périphérie et est soumise à une pression sur l'une de ses faces. Le premier dispositif expérimental a été développé dans le cadre de la thèse de Luc Meunier, le second dans le stage de Master 1 de Marie Rebouah<sup>26</sup> avec l'aide de Laurent Debove, ingénieur d'études au laboratoire. Lors de la thèse de Luc Meunier, seul le sommet de la membrane qui correspond à un état de traction équibiaxiale a été exploité, comme cela est régulièrement fait dans la bibliographie (Sasso *et al.*, 2008). Durant la thèse de Guilherme Machado, le système de stéréocorrélation d'images 3D Dantec Q400 a été acquis au laboratoire, ce qui a permis de mesurer l'ensemble de la carte de déformation de la membrane (Machado *et al.*, 2011) sans faire aucune hypothèse sur la loi de comportement suivie par le matériau comme cela est régulièrement fait dans la bibliographie (Klingbeil et Shield, 1964; Wineman, 1978). Sur les bords, l'encastrement maintient le périmètre de la membrane constant et l'empêche donc de se déformer dans une direction, l'état de déformation est donc un état de traction plane. Dans un problème plan, on peut définir le taux de biaxialité :

$$\mu = \frac{\ln(\lambda_{min})}{\ln(\lambda_{max})} \quad (\text{II.42})$$

où  $\lambda_{max}$  et  $\lambda_{min}$  sont les élongations principales maximale et minimale dans le plan de la membrane. Pour les sollicitations classiques, on a  $\mu = 1$  en traction équibiaxiale,  $\mu = 0$  en traction plane et  $\mu = -1/2$  en traction uniaxiale. La figure II.10 montre un exemple de mesures sur une membrane gonflée. Les zones en pointillés correspondent à une extrapolation des résultats de mesures. Les élongations dans les deux directions sont égales au sommet où l'on retrouve l'état de traction équibiaxiale. Au bord où on approche la traction plane avec l'élongation circconférentielle qui tend vers 1. Le deuxième graphe met ce résultat en évidence avec l'évolution du taux de biaxialité le long du méridien. Cet essai permet d'obtenir tous les trajets de char-

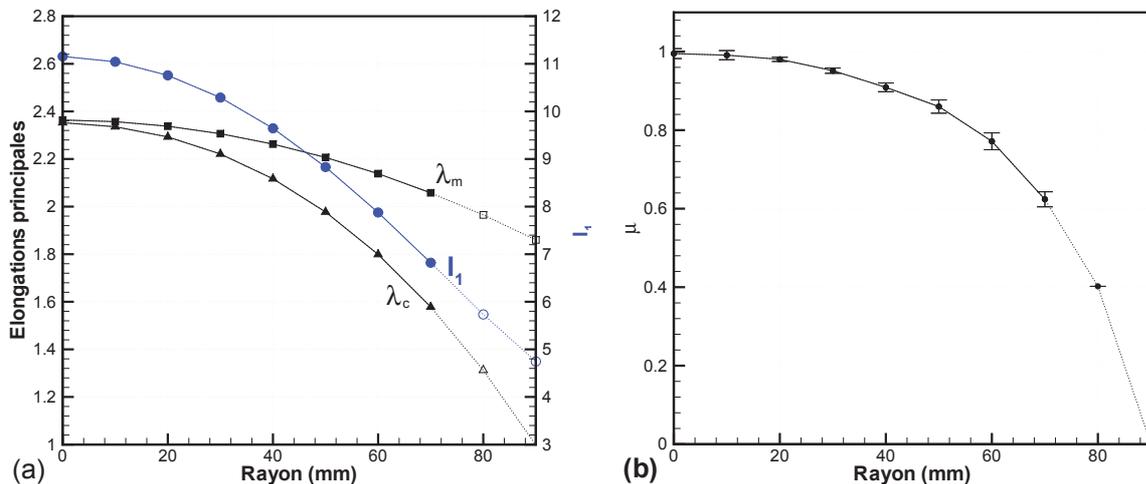


FIG. II.10 – (a) Évolution des élongations et du premier invariant et (b) du taux de biaxialité le long d'un méridien.

gement de traction biaxiale avec un seul essai, il suffit pour cela de capturer les déformations

26. Collaboration avec Alexandre Moreau-Gaudry (TIMC-IMAG, CIC-IT) et Dominique Blin (CHU Grenoble, CIC-IT) dans le cadre du projet Hemochir - Dispositifs d'HEMOstase à dépression en CHIRurgie.

le long d'un méridien. La principale difficulté est expérimentale, car il faut être en mesure de visualiser l'ensemble du méridien avec deux caméras. Les principales difficultés étant d'une part le problème de focale des deux caméras du fait des forts déplacements de la membrane et d'autre part le problème des zones aveugles où la membrane est seulement vue d'une caméra.

La détermination de l'état de contraintes est possible en isolant une partie de la membrane. Une représentation de la membrane est donnée sur la figure II.11. La membrane est circulaire

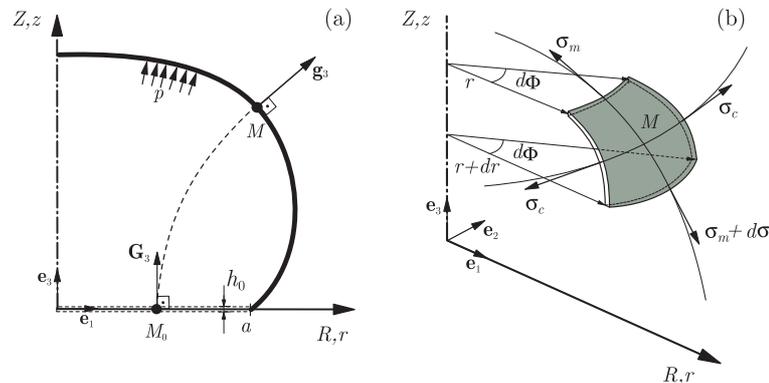


FIG. II.11 – Schéma de la mise en pression d'une membrane axisymétrique, (a) coupe axisymétrique de la membrane en configuration déformée soumise à une pression de gonflement (b) volume élémentaire de la membrane symétrique par rapport à un plan méridien utilisé pour faire l'équilibre des efforts.

axisymétrique encastree à sa périphérie. Les équations d'équilibre au point  $M$  s'obtiennent simplement en équilibrant les efforts sur chacun des bords et des faces du petit volume élémentaire de membrane, comme proposé par Hill (1950). Au bilan, on obtient les deux contraintes principales méridionale et circonférentielle :

$$\begin{cases} \sigma_m = \frac{p}{2h \kappa_c} \\ \sigma_c = \frac{p}{2h \kappa_c} \left( 2 - \frac{\kappa_m}{\kappa_c} \right) \end{cases} \quad (\text{II.43})$$

où  $p$  est la pression appliquée de façon uniforme,  $h$  étant l'épaisseur courante de la membrane et  $\kappa_m$  et  $\kappa_c$  sont respectivement les rayons de courbure méridional et circonférentiel locaux de la membrane. Par la connaissance de la géométrie déformée de la membrane, il est possible de calculer les rayons de courbure donc l'état de contraintes en tout point de la membrane. Ainsi par une unique étude géométrique, il est possible d'évaluer l'état de déformation et l'état de contrainte en tout point de la membrane. Un exemple de résultat est donné par la figure II.12. Les contraintes et déformations principales sont tracées en fonction de la pression appliquée sur la membrane. En parcourant le méridien, on voit clairement le taux de biaxialité évoluer avec les courbes de déformations des directions méridienne et circonférentielle qui s'éloignent. Ainsi, un seul et unique essai de gonflement permet d'atteindre tous les points situés entre les courbes 2 et 3 du graphe  $(I_1, I_2)$  (cf. figure II.8). Un seul essai enrichit très fortement la base de données expérimentale.

### II.4.3 Gonflement de tubes

En plus des essais de gonflement de membranes circulaires, des essais de gonflement de tubes ont été mis en place durant le Master de Marie Rebouah. Le dispositif expérimental est le même que pour le gonflement de membrane, le banc d'essai est présenté sur la figure II.13. Des

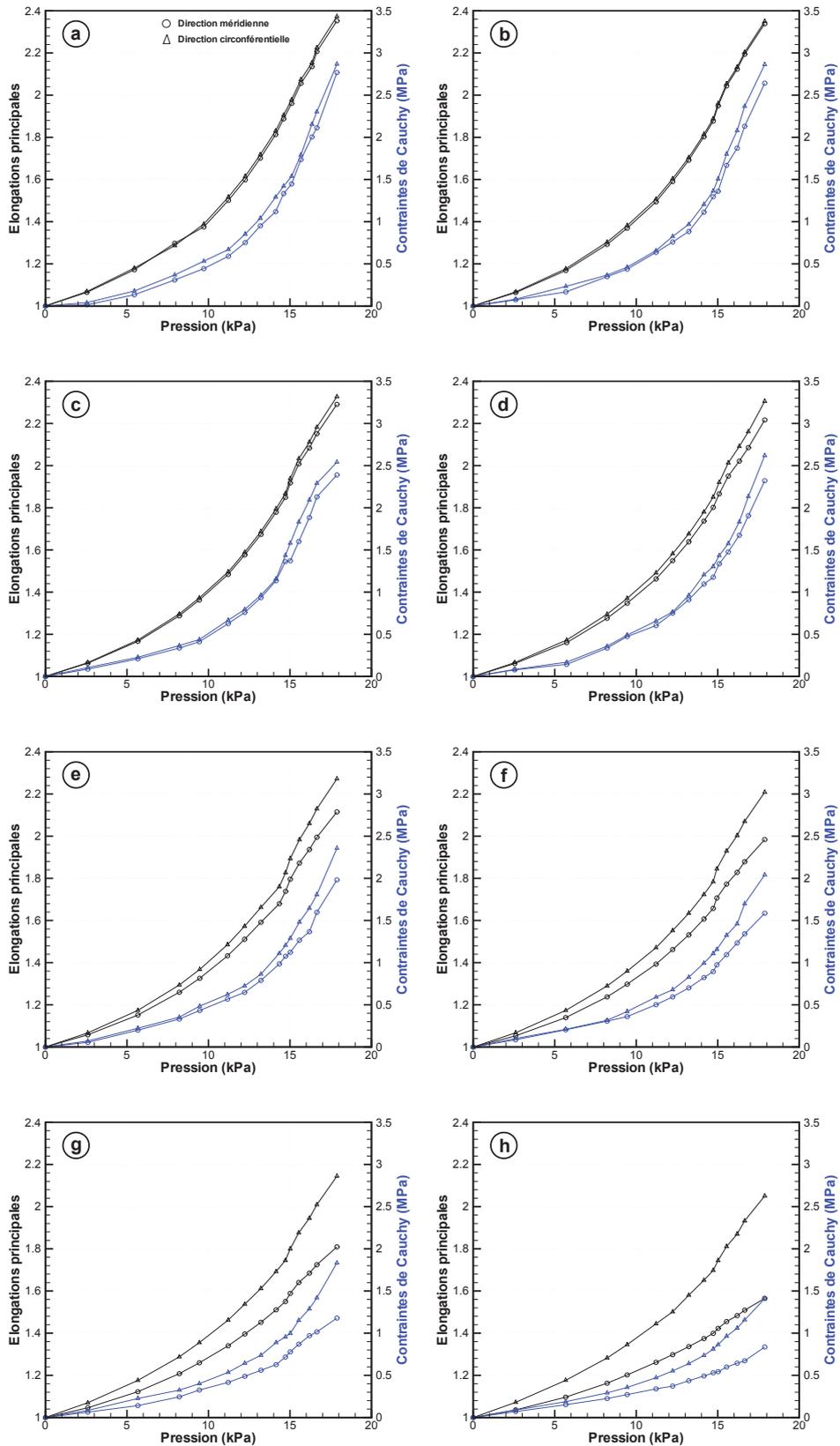


FIG. II.12 – Évolution des elongations et contraintes principales pour différents points d'un méridien de la membrane en fonction de la pression appliquée sur la membrane. La membrane utilisée possède un rayon de 10 cm, les points a à h sont situés dans cet ordre sur des rayons de 0 à 8 cm.

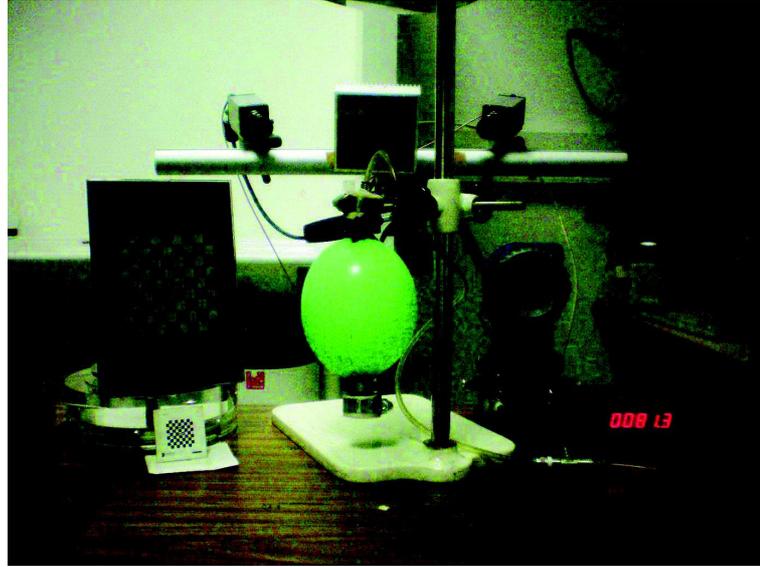


FIG. II.13 – Banc d'essais de gonflement de tube.

essais de ce type ont déjà été réalisés dans la littérature, mais souvent seul le milieu du tube est observé (Fuchizawa et Narazaki, 1993; Sokolowski *et al.*, 2000; Lianfaa et Cheng, 2008). En plus du gonflement, Woo et Hawkes (1968) ont appliqué un chargement en compression mais en n'observant, eux aussi, que le milieu du tube. Dans leur dépouillement analytique, Velasco et Boudeau (2008) considèrent que le tube déformé peut-être assimilé à un arc de cercle, tout comme Hwang *et al.* (2007) qui ont utilisé des mors circulaires lors de leur essai pour renforcer cette déformation sous forme d'un arc de cercle. Ces hypothèses deviennent inutiles avec le système de stéréo-corrélation qui permet d'obtenir beaucoup plus d'informations que ce qui a été utilisé dans la littérature jusqu'à maintenant i.e. l'ensemble du champ de déformation. Tout comme pour le gonflement de membranes, sous les mêmes hypothèses, i.e. le tube est axisymétrique, l'épaisseur est faible par rapport aux autres dimensions, il est possible de faire l'équilibre d'un volume de membrane symétrique par rapport à un plan passant par l'axe du tube. Pour cette mise en équation on traitera le cas général où un effort peut être appliqué à l'extrémité du tube (mimant ainsi un effort de traction, compression ou un effet d'encastrement). Un morceau de membrane en équilibre est présenté sur la figure II.14. Les équations d'équilibre combinées à l'équation de Laplace permettent d'obtenir les contraintes axiale  $\sigma_\varphi$  et circonférentielle  $\sigma_\theta$  :

$$\begin{cases} \sigma_\varphi = \frac{p\pi(r-t/2)^2 + F}{2\pi r t \cos \theta} \\ \sigma_\theta = \kappa_2 \left( \frac{p}{t} - \frac{\sigma_\varphi}{\kappa_1} \right) \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

où  $r$  est le rayon du tube,  $t$  l'épaisseur,  $F$  la force appliquée à l'extrémité du tube,  $\theta$  l'angle que fait la tangente au tube par rapport à sa génératrice non déformée et  $\kappa_1$  et  $\kappa_2$  sont les deux rayons de courbure de la membrane (toutes ces variables sont représentées sur la figure II.14). Un exemple test a été réalisé et est présenté sur la figure II.15, on peut voir l'évolution des elongations et contraintes le long d'une génératrice. En fait, ces essais possèdent une large zone biaxiale au centre où le taux de biaxialité est constant, zone qu'il n'est pas aisé d'obtenir sur des essais classiques du fait des conditions aux limites. Néanmoins, cet essai n'est pas dénué de difficultés très importantes liées aux problèmes des instabilités. La moindre variation d'épaisseur ou le non alignement des deux extrémités du tube crée un problème d'hernie qui

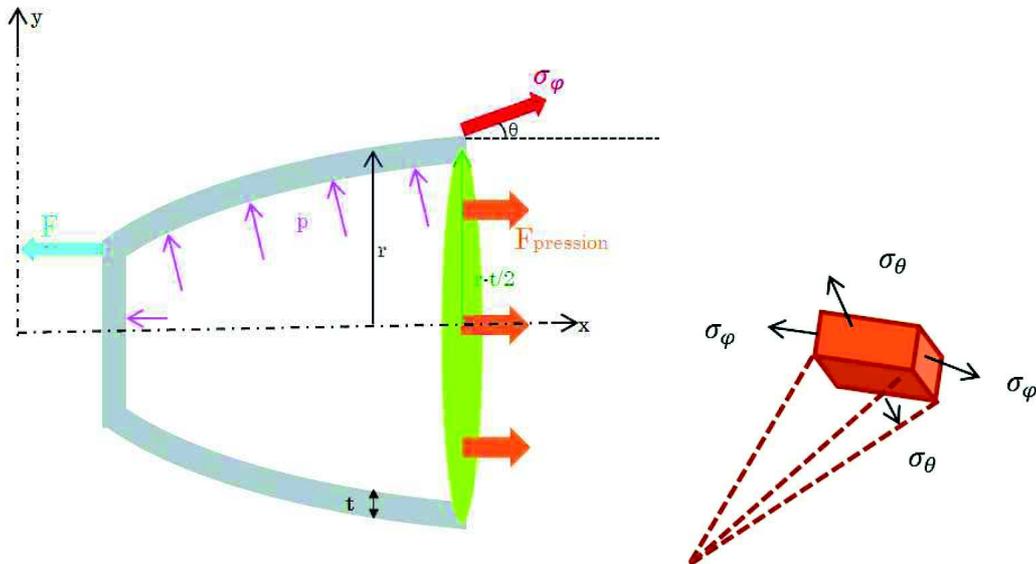


FIG. II.14 – Équilibre des efforts sur un petit élément de volume lors d'un essai de gonflement d'un tube.

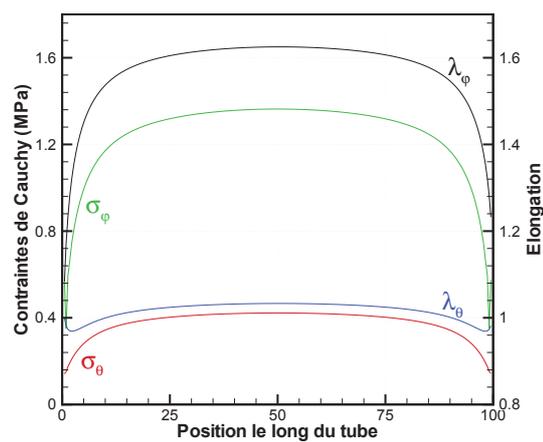


FIG. II.15 – Évolution des elongations et contraintes principales le long de la génératrice d'un tube.

brise l'axisymétrie de l'essai. Les mesures de champs permettent encore de mesurer les états de déformation locaux de l'essai, néanmoins il devient impossible de reconstruire le tenseur des contraintes car les hypothèses de dépouillement ne sont plus respectées (Rebouah, 2011). La possibilité d'exploitation de cet essai repose donc sur une procédure expérimentale très scrupuleuse. Les membranes doivent avoir une épaisseur parfaitement constante, les mors aux deux extrémités doivent être parfaitement alignés et même dans ces cas là, des instabilités peuvent toujours apparaître (Chevaugéon, 2002).

#### II.4.4 Validation des moyens de caractérisation

Ces deux essais reposent sur les hypothèses de membrane, i.e. que l'épaisseur est faible par rapport aux autres dimensions pour que les effets de flexion puissent être négligés. La validité de ces hypothèses ont été vérifiées dans la thèse de Machado (2011) et le master recherche de Rebouah (2011) où des benchmarks numériques ont été menés par la réalisation de cas tests sur des calculs éléments finis. Les simulations numériques permettent d'obtenir l'ensemble des champs : déplacements, déformations et contraintes. Le champ de déplacement est alors utilisé pour calculer les courbures dans les membranes et revenir au calcul des contraintes. Ces contraintes sont ensuite comparées aux résultats du calcul éléments finis. Il a été observé que les résultats étaient tout à fait valides, les plus gros écarts étaient observés pour les faibles déformations ou au niveau des bords où les effets de flexion deviennent non-négligeables et où les hypothèses de membrane ne sont plus respectées.

## II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai voulu montrer l'éventail des lois de comportement hyperélastiques qui pouvaient exister pour décrire les matériaux isotropes ou anisotropes en grandes déformations. Ces lois sont très nombreuses, chacune ayant été développée pour des matériaux ou tissus différents. Les lois anisotropes font apparaître de nouvelles fonctions qui provoquent de forts raidissements. Une des principales difficultés d'utilisation de ces lois est l'identification des paramètres, en effet dans la littérature on ne trouve que peu de bases de données complètes sur un même matériau. Elles existent pour un certain nombre d'élastomères, mais ce n'est pas le cas pour les matériaux du vivant. Dans un premier temps, une base de données importante mais classique a été construite par Luc Meunier pour un matériau silicone non chargé. Dans un second temps, nous avons cherché dans la thèse de Guilherme Machado et le Master de Marie Rebouah à mettre au point de nouveaux essais de caractérisation apportant un maximum d'informations supplémentaires.

Pour les matériaux du vivant, on parvient à trouver différents essais, mais qui correspondent à des conditions différentes (individus). Ceci fait de ces données, des grandeurs difficilement comparables, du fait de la très grande dispersion expérimentale des données du vivant. Comparer un essai de traction sur un individu A avec un essai de cisaillement sur un individu B pose un grand nombre de difficultés. Une fois les lois identifiées, leur utilisation demande un certain nombre de précautions, avec par exemple la gestion de l'incompressibilité. En effet, même si cela paraît être quelque chose de trivial, les modèles anisotropes présentent de tels raidissements qu'un certain nombre de précautions sont à prendre avant de pouvoir tirer des conclusions.



# Création d'anisotropie matérielle dans les élastomères

---

### III.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de montrer différentes voies qui ont été abordées pour créer des matériaux élastomériques architecturés. Dans un premier temps, il a été choisi d'éviter les problèmes d'interface entre différents matériaux. Le premier objectif a ainsi été de développer des architectures à l'aide d'un seul et unique matériau, ici un élastomère. L'utilisation de plusieurs matériaux est également envisagée dans de nouveaux projets qui seront présentés dans le chapitre V. Il existe deux voies pour créer de l'anisotropie, ces deux voies sont appelées l'anisotropie de formation et l'anisotropie de déformation par Boehler (1975). La première correspond à une anisotropie qui a été générée lors de la fabrication du matériau, i.e. en réalisant une microstructure initiale dans le matériau pour lui donner des propriétés spécifiques. La seconde correspond à une anisotropie qui est générée par la déformation du matériau, le matériau peut être initialement isotrope mais les déformations qui lui sont imposées créent une réorganisation du matériau, par différents mécanismes physiques (réorganisation de structures, endommagement, ...), et celui-ci devient alors anisotrope. Dans ce chapitre, je me propose d'explorer ces deux voies de recherche indépendamment l'une de l'autre dans un premier temps, à l'aide de deux matériaux silicones. Comme montré dans le chapitre II, deux élastomères silicones ont été testés au laboratoire, un matériau non chargé qui possède un comportement hyperélastique parfait, le RTV141, et un matériau chargé, le RTV3428, qui subit une accommodation à l'effet Mullins lorsqu'il est soumis à un chargement mécanique. Ainsi le premier matériau sera utilisé pour travailler sur l'anisotropie de formation et le second sur l'anisotropie de déformation.

### III.2 Anisotropie de formation

*Document de référence [A13sou]*

*Étudiant encadré [T1]*

Ces travaux ont été réalisés durant la thèse de Luc Meunier (2011) dans le cadre du projet région Osrobot et du programme ANR Osmoteur, tous les deux gérés par Philippe Cinquin du laboratoire TIMC.

#### III.2.1 Élaboration de matériaux à architectures géométriques

L'idée de départ est double, d'une part elle est de pouvoir créer des matériaux à architecture géométrique, et d'autre part de pouvoir proposer une démarche scientifique qui doit mener à

un modèle de comportement équivalent, physiquement motivé, du matériau architecturé. Dans cette étude, on va se limiter à la création de matériaux architecturés sous forme de membranes.

### III.2.1.1 Développements des moyens expérimentaux

Une géométrie de membranes facilement paramétrable est nécessaire, pour pouvoir analyser l'importance des caractéristiques géométriques. De plus, les projets visés dans les projets région et ANR ont des applications où les membranes seront étanches, ainsi il est important de proposer des micro-structures sans "trou". L'approche a consisté à générer des créneaux parallèles sur chacune des faces d'une membrane, l'orientation relative des créneaux d'une face à l'autre devant être facilement modifiable. Un dispositif expérimental dédié a été développé et est présenté sur la figure III.1. Le moule est constitué de trois parties, une zone centrale qui contrôle l'épaisseur

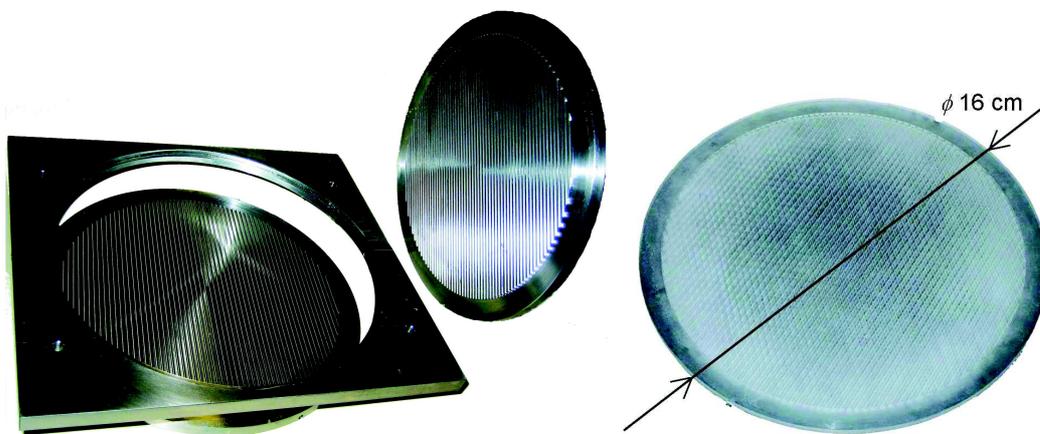


FIG. III.1 – Moule permettant la réalisation de membranes crénelées avec différentes orientations de créneaux sur les deux surfaces de la membrane et exemple de membrane générée à partir du dispositif.

de la membrane et de deux plaques rainurées qui contrôlent la taille des créneaux sur chacune des surfaces. Ces deux plaques pouvant être orientées librement l'une par rapport à l'autre. Un exemple de création de membranes est également présenté. Un détail de la géométrie des créneaux est présenté sur la figure III.2. Un seul motif a été développé pendant la thèse de Luc

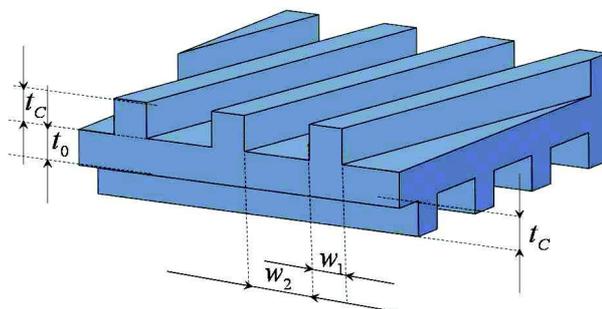


FIG. III.2 – Caractéristiques géométriques de la plaque crénelée - les caractéristiques géométriques des éprouvettes élaborées sont  $t_c = t_0 = 1\text{mm}$ ,  $w_1 = 1\text{mm}$  et  $w_2 = 2\text{mm}$ .

Meunier, mais le dispositif est adaptable à d'autres géométries de créneaux ou à tout autre motif en changeant les plaques sur chacune des faces de la membrane.

Les éprouvettes peuvent être élaborées avec n'importe quel matériau moulable, il a été choisi d'utiliser le silicone RTV141 pour son comportement parfaitement hyperélastique. Des éprouvettes de traction ont été découpées dans les plaques élaborées, une représentation d'une éprouvette est donnée sur la figure III.3. Les éprouvettes seront systématiquement étirées sur un axe de symétrie des créneaux comme montré sur la figure. L'angle qui servira de référence par

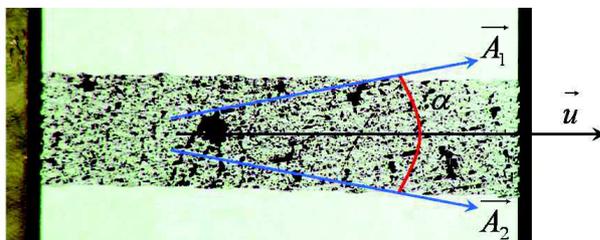


FIG. III.3 – Définition de l'orientation des éprouvettes en comparaison de la direction de traction  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{A}_1$  et  $\mathbf{A}_2$  symbolisent l'orientation des créneaux sur chacune des faces.

la suite est également présenté. Ainsi selon le sens de découpe de l'éprouvette dans la plaque d'origine, deux essais différents peuvent être réalisés, un essai avec un angle de  $\alpha^\circ$  et un angle de  $180 - \alpha^\circ$ . Néanmoins, une difficulté expérimentale importante a été observée, en effet le matériau RTV141 même s'il possède un comportement hyperélastique parfait possède un défaut majeur, sa sensibilité à l'effet d'entailles. En effet le moindre défaut, petite bulle ou entaille présente dans le matériau provoque une rupture instantanée de l'éprouvette. Ainsi une éprouvette crénelée regorge de défauts potentiels qui sont contraignants. Les éprouvettes circulaires moulées (voir figure III.1) permettaient la réalisation d'essais de gonflement sur le dispositif du laboratoire (cf. figure II.9). Ces essais n'ont pas été couronnés de succès, car il existait toujours un défaut qui provoquait rapidement la ruine de la structure pour de faibles pressions de gonflement. Pour palier un maximum ces problèmes, le temps de réticulation du matériau a été augmenté de façon à le rendre moins sensible à l'effet d'entaille et ainsi de garantir le succès d'un maximum d'essais. Ceci a permis de réaliser les essais de traction dans de bonnes conditions. Les résultats des essais de traction sont présentés sur la figure III.4. D'une part, les contractions latérales de

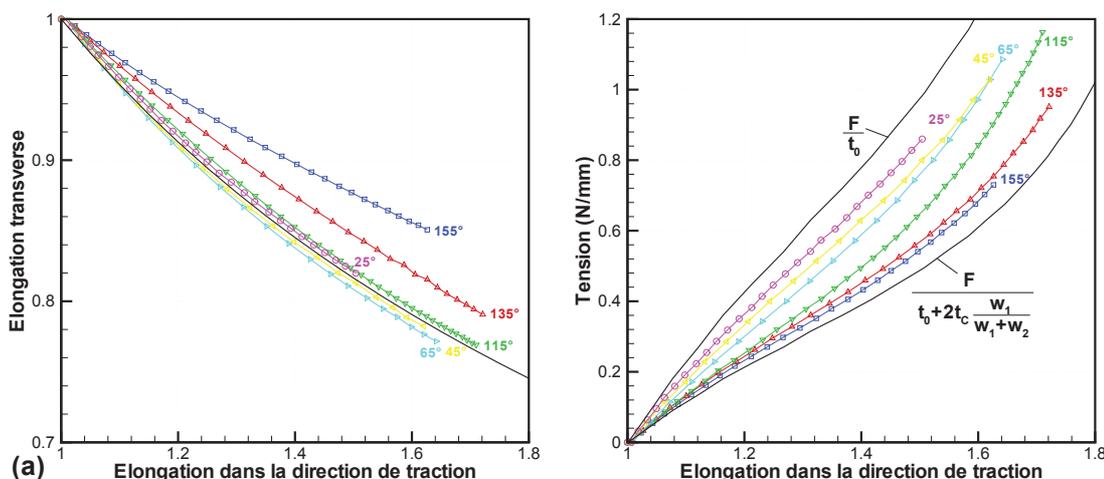


FIG. III.4 – Essais de traction sur membranes crénelées, représentation de la (a) contraction latérale et de la (b) tension sur la membrane, en fonction de l'élongation de traction.

la membrane sont présentées en fonction de l'élongation de traction, d'autre part la tension<sup>1</sup> dans chacune des éprouvettes est représentée en fonction de l'élongation. Sur les deux graphes sont ajoutées les courbes correspondant à des membranes incompressibles uniformes i.e. une membrane d'épaisseur constante équivalente à la section des créneaux pour la première et une éprouvette sans créneau pour la seconde. Il apparaît clairement sur ces figures, l'importance de l'orientation des créneaux sur le comportement mécanique, plus les créneaux sont orientés dans le sens de traction, plus la tension est importante. En ce qui concerne la contraction latérale, il apparaît que les courbes ne suivent pas la courbe incompressible du matériau de référence, ce qui signifie que la membrane crénelée, de part ces aspects géométriques, ne suit pas le comportement du matériau constitutif. Les créneaux ont ainsi une forte influence sur la contraction latérale du matériau.

### III.2.1.2 Modélisation des membranes crénelées

Une première étape est la connaissance du matériau constitutif du matériau architecturé. Suite au changement de temps de réticulation du matériau, une re-caractérisation du comportement a donc été nécessaire. Un modèle de Yeoh (1990) qui est une troncature à l'ordre 3 du premier invariant d'une série Rivlin a été utilisé :

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (\text{III.1})$$

Les paramètres ont été identifiés sur les essais de traction uniaxiale, plane et équibiaxiale, les valeurs obtenues sont  $C_{10} = 0.246$  MPa,  $C_{20} = -4.28 \cdot 10^{-3}$  MPa,  $C_{30} = 0.0160$  MPa, une comparaison avec les données expérimentales est présentée sur la figure III.5. Même si on constate

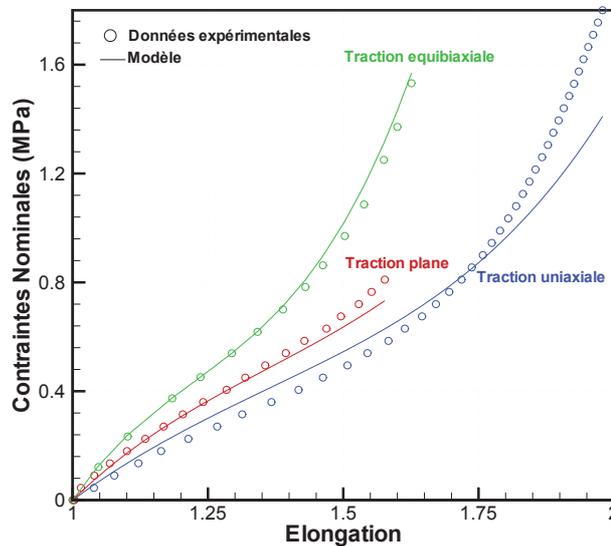


FIG. III.5 – Identification des paramètres du modèle de Yeoh (1990) du silicone RTV141 réticulé 4 heures et comparaison à trois essais - traction uniaxiale, traction plane et traction équibiaxiale.

une sous-estimation de la contrainte en traction uniaxiale au delà de 75% de déformation, les simulations sont en bon accord avec les données expérimentales.

1. On définit la tension comme la force divisée par la largeur de l'éprouvette, l'épaisseur n'étant pas constante il n'est pas possible de définir une contrainte, par la suite tous les développements seront menés dans le cadre de la mécanique des membranes en ne parlant que de tension dans la membrane.

Les membranes possèdent une structure périodique, ainsi la modélisation a été réalisée sur un volume élémentaire représentatif (VER) dans le but d'estimer les propriétés homogénéisées de la membrane architecturée. Dans ce cadre, l'homogénéisation par développement asymptotique a été réalisée (voir par exemple Bensoussan *et al.* (1978); Caillerie (1984); Auriault (1991)), les développements théoriques menés ont conduit à suivre une méthode identique à celle de Pruchnicki (1998) pour une membrane néo-hookéenne. Les conclusions de l'étude ont montré que le VER pourrait être représenté par un potentiel hyperélastique. Pour les détails, le lecteur pourra se reporter à Meunier *et al.* (2012) et Meunier (2011).

Ceci a permis de mettre en place des simulations éléments finis sur des VER à l'aide des logiciels Comsol et Abaqus<sup>2</sup>. Les essais expérimentaux ont été simulés numériquement. Simplement il a été décidé de ne pas imposer des efforts pour simuler un essai de traction mais d'imposer un état de déformation correspondant aux déformations observées lors de l'essai, i.e. déformation dans la direction de traction et contraction latérale. Une comparaison des simulations numériques et des résultats expérimentaux est présentée sur la figure III.6 pour les six angles d'éprouvettes générées expérimentalement. On note que mis à part pour les deux plus grands angles les résultats numériques sont en parfait accord avec les résultats expérimentaux. Étant donné qu'un déplacement a été imposé dans le sens orthogonal à la traction les valeurs des contraintes engendrées sont également présentées, comme expérimentalement les bords étaient libres ces contraintes doivent être nulles, ce qui est bien vérifié numériquement, même si là aussi on observe une petite déviation pour les angles importants.

Une approche hyperélastique anisotrope est donc nécessaire pour décrire le comportement de ce matériau architecturé. Comme montré dans le paragraphe II.2, une multitude de lois existe, il aurait été totalement envisageable d'utiliser une de ces lois. Néanmoins, comme souligné précédemment, ces modèles n'ont pas de sens physique et il est très difficile de donner une signification à ces termes. Il a donc été choisi de proposer une modélisation du matériau architecturé qui soit la plus proche possible du matériau. Ainsi, un principe de superposition a été utilisé en posant :

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^{mem} + \mathbf{T}^{cren} \quad (\text{III.2})$$

où  $\mathbf{T}$  est le tenseur tension de membrane, il est donc décomposé en une partie provenant de l'âme de la membrane "mem" et une partie des créneaux "cren". Dans une première approche, on ne prendra pas en compte d'interaction entre les créneaux et la membrane. L'âme de la membrane est un matériau purement homogène vérifiant les lois hyperélastiques présentées sur la figure III.5, ainsi le modèle de Yeoh (1990) précédemment identifié doit être utilisé. La tension dans l'âme de la membrane peut ainsi être écrite sous la forme :

$$\mathbf{T}^{mem} = 2t_0^{mem} \tilde{J} W_{,1} \left( \tilde{\mathbf{F}} - \frac{1}{\tilde{J}^2} \tilde{\mathbf{F}}^{-t} \right) \quad (\text{III.3})$$

où  $t_0^{mem}$  est l'épaisseur initiale de la membrane,  $\tilde{\mathbf{F}}$  est le gradient de la transformation  $2 \times 2$  dans le plan de la membrane et  $\tilde{J}$  son déterminant. Il suffit de remplacer  $W_{,1}$  par l'expression du modèle de Yeoh.

L'orientation initiale des deux alignements de créneaux est repérée par les vecteurs  $\mathbf{N}_1$  et  $\mathbf{N}_2$ . On supposera que les créneaux ne travaillent qu'en traction, leur réponse en traction étant

---

2. Le logiciel Abaqus ne possède pas les conditions de périodicité intégrées, mais il est possible de les imposer en liant les déplacements de chaque point de chacune des faces, comme cela a été fait pour des calculs sur la substance blanche du cerveau par Karami *et al.* (2009). Un programme a été développé dans la thèse de Luc Meunier (2011) permettant d'imposer automatiquement ces conditions pour des maillages non nécessairement coïncidents entre les faces opposées.

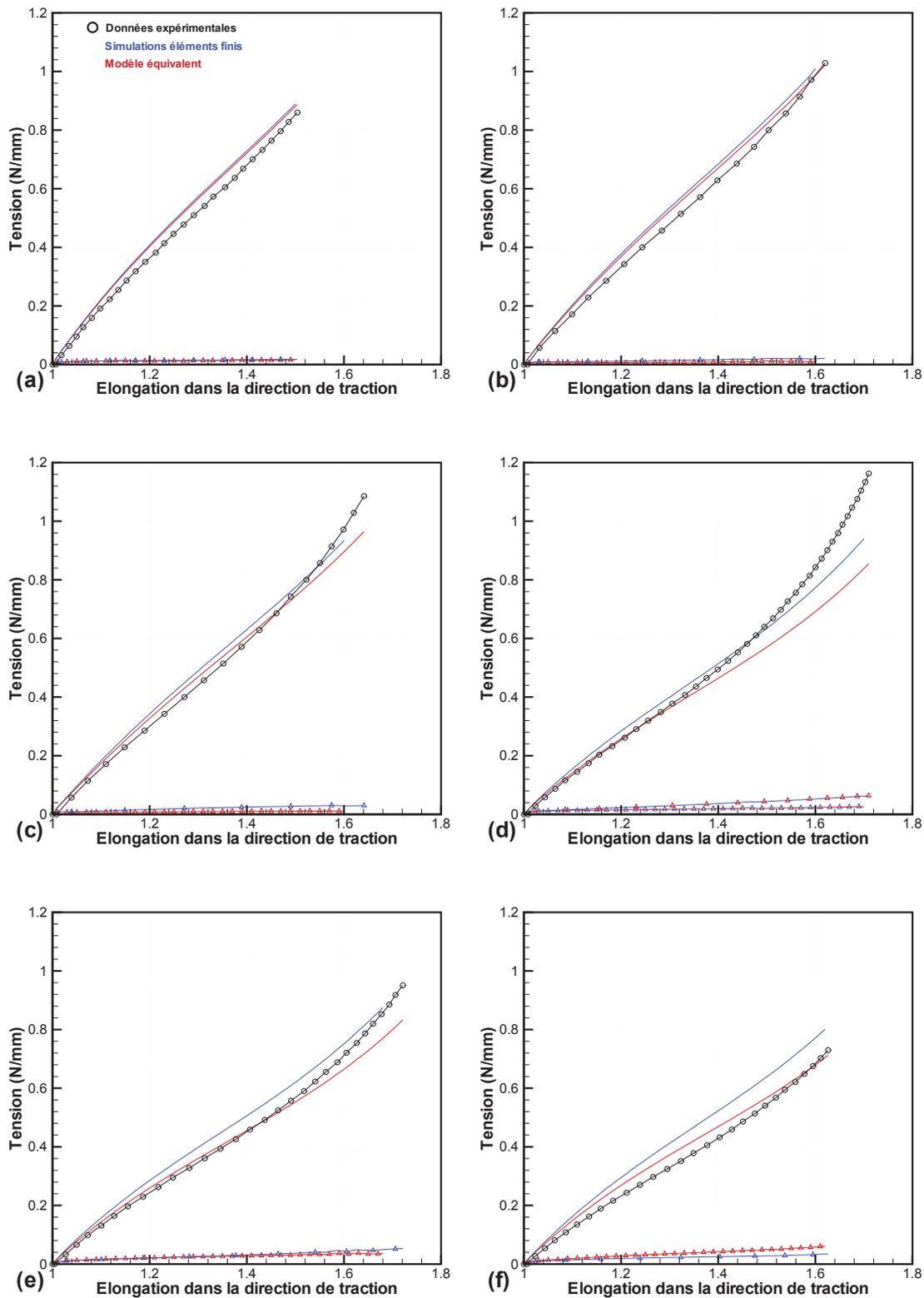


FIG. III.6 – Comparaison du modèle équivalent avec les simulations éléments finis et les données expérimentales pour des orientations de créniaux (a)  $25^\circ$ , (b)  $45^\circ$ , (c)  $65^\circ$ , (d)  $115^\circ$ , (e)  $135^\circ$  et (f)  $155^\circ$ .

uniquement due à leur matériau constitutif, on retrouve donc le comportement en traction du matériau RTV141. En tension, ceci revient à écrire l'équation suivante :

$$\mathbf{T}^{cren} = \frac{2\tilde{J}}{\|\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2\|} \left( f^{(1)} \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1 + f^{(2)} \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2 \right) \quad (\text{III.4})$$

$\mathbf{n}_1$  et  $\mathbf{n}_2$  sont les directions des créneaux en configuration déformée. L'intensité de la tension  $f^{(i)}$  dépend du modèle de comportement choisi, ici on choisit le même modèle que pour la membrane, i.e. une forme de Yeoh (1990) que l'on adapte au problème d'une barre en traction :

$$f^{(i)} = S_0^{(i)} \left( 1 - \frac{1}{(I_4^i)^{(3/2)}} \right) \left( C_{10} + 2C_{20} \left( I_4^i + \frac{2}{\sqrt{I_4^i}} - 3 \right) + 3C_{30} \left( I_4^i + \frac{2}{\sqrt{I_4^i}} - 3 \right)^2 \right) \quad (\text{III.5})$$

$S_0^{(i)}$  est la section initiale du créneau  $i$ . Une comparaison au modèle éléments finis de référence et aux données expérimentales est présentée sur la figure III.6, les résultats sont très encourageants puisque ce modèle analytique décrit bien le comportement de la membrane architecturée, aussi bien au niveau des contraintes dans la direction de traction que dans la direction orthogonale.

Cette modélisation offre l'avantage de ne reposer que sur les paramètres du matériaux constitutifs et donc de n'apporter aucun paramètre supplémentaire si ce n'est l'orientation des créneaux qui est simplement mesurée sur la géométrie de la membrane. Les légères différences entre la modélisation et les essais peuvent être imputées à la non-prise en compte des phénomènes d'interaction entre l'âme de la membrane et les créneaux qui créent des flexions dans les créneaux et qui peuvent conduire à des flambements locaux (Meunier *et al.*, 2009). Cette interaction pourrait être prise en compte en ajoutant un terme supplémentaire dans l'équation des membranes.

### III.3 Anisotropie de déformation

*Documents de référence [A6], [A9sou], [A14prep]*

*Étudiant encadré [T3]*

#### III.3.1 Introduction

Comme exposé dans le paragraphe II.1, les matériaux élastomériques, comme beaucoup de matériaux du vivant présentent un phénomène d'assouplissement, appelé "stress-softening" ou effet Mullins. Ce phénomène a d'abord été mis en évidence par Mullins (1969) dans les élastomères, il a d'ailleurs laissé son nom au phénomène. Ce phénomène comme évoqué précédemment est dû à une restructuration du matériau suite à un premier chargement, cette restructuration dépend des directions de sollicitations du matériau, ce qui génère de l'anisotropie de déformation dans le matériau (Mullins, 1948, 1969). A ce jour, différentes théories existent pour expliquer ce phénomène, mais aucune ne fait l'unanimité. Ce phénomène est maintenant largement étudié dans la littérature, pour une revue partielle des modélisations, le lecteur pourra se reporter à Diani *et al.* (2009). Un phénomène d'adoucissement est également observé dans les matériaux du vivant, quelques fois le terme "effet Mullins" est également utilisé pour le décrire. Pour citer quelques exemples, le phénomène a été modélisé dans le cerveau (Franceschini *et al.*, 2006), les tendons (Ciarletta *et al.*, 2008), le vagin (Peña et Doblaré, 2009; Calvo *et al.*, 2009), les artères Balzani *et al.* (2006b). Ceci a conduit des auteurs à développer des modélisations applicables aux tissus du vivant, i.e. des matériaux initialement anisotropes, on pourra par exemple se

référer à ces différentes publications (Hokanson et Yazdani, 1997; Balzani *et al.*, 2006b; Alastrué *et al.*, 2007; Ehret et Itskov, 2009; Rodriguez *et al.*, 2006; Peña *et al.*, 2008a,b, 2009).

Un certain nombre d'auteurs se sont depuis focalisés sur l'anisotropie induite par l'effet Mullins dans les matériaux élastomériques. On peut citer les travaux de Park et Hamed (2000) pour différents SBR et un caouthouc naturel, de Laraba-Abbes *et al.* (2003) pour un caoutchouc naturel, Hanson *et al.* (2005) pour un PDMS, de Diani *et al.* (2006) pour un EPDM, et de Itskov *et al.* (2006) pour un ACM. Tous ces auteurs ont effectué des tractions dans la direction de la première sollicitation et orthogonalement à celle-ci, ils ont vu apparaître des différences de comportement. Les conclusions ne sont pas unanimes puisque les élastomères étudiés sont très différents ainsi l'effet Mullins n'apparaît pas exactement de la même façon dans tous ces matériaux. On note tout de même dans la littérature, d'autres essais développés, Muhr *et al.* (1999) ont observé l'anisotropie suite à un essai de cisaillement simple. Besdo et Ihlemann (2003) ont observé qu'un essai de cisaillement dans une direction donnait au matériau des propriétés différentes lorsqu'on le soumettait ensuite à un chargement symétrique. Pawelski (2001) a montré l'anisotropie induite lors d'un essai de compression. Des modèles ont été développés pour décrire ce phénomène, mais à la vue de la faible quantité de données expérimentales et du faible nombre de trajets de chargement existant dans la littérature, il est difficile de valider les modèles.

Dans les recherches menées au laboratoire, dans le cadre de la thèse de Guilherme Machado, nous avons donc cherché dans un premier temps à développer une base de données expérimentales permettant l'analyse du phénomène avant d'évaluer si les modèles de la littérature sont adaptés ou non, et le cas échéant de proposer une meilleure modélisation.

### III.3.2 Développement d'essais originaux

Vu les essais classiques déjà réalisés sur un silicone chargé RTV3428 (présentés dans le paragraphe II.1), le même matériau est utilisé pour caractériser l'anisotropie induite par l'effet Mullins. Une plaque de grandes dimensions a été moulée, un essai de traction uniaxiale a été réalisé sur cette plaque<sup>3</sup>, cette plaque est présentée sur la figure III.7(a). Ensuite des éprouvettes de plus petites dimensions ont été découpées à l'intérieur de la grande plaque avec des angles variant entre 0 et 90° par rapport à la direction de première charge. Un essai de traction est réalisé sur chacune des éprouvettes, les résultats sont présentés sur la figure III.7(b). Deux phénomènes sont observés, toutes les courbes présentent le même point de retour sur la courbe de première charge, en revanche la perte de raideur<sup>4</sup> est fortement dépendante de l'angle entre la première et la seconde charge. Plus les directions de chargement entre la première et la seconde charge sont proches, plus la perte de raideur est importante.

A la vue de la richesse des essais de gonflement de membrane en terme d'états de déformation différents (cf. paragraphe II.4.2), il est possible d'utiliser ces essais de gonflement qui correspondent en chaque point à des essais de traction biaxiale (cf. figure II.12), pour réaliser des accommodations différentes à l'effet Mullins. Tout comme pour l'essai de traction, des éprouvettes sont découpées dans la membrane selon le sens méridional ou le sens circonférentiel comme illustré sur la figure III.8. Chaque éprouvette a donc subi une traction biaxiale en première charge; la seconde charge est une traction uniaxiale effectuée suivant l'un ou l'autre des axes principaux de la première charge. Les taux de biaxialité sont différents d'un point à l'autre de la membrane donc d'une éprouvette de traction à une autre comme présenté sur la figure II.10. Les

3. Des mesures de champs ont été réalisées sur cette éprouvette, de manière à connaître exactement la zone de déformation homogène, pour assurer que tous les points étudiés par la suite aient subi le même historique de déformation

4. La perte de raideur est le fait que la courbe de seconde charge se situe en dessous la courbe de première charge dans le graphique contraintes-déformations

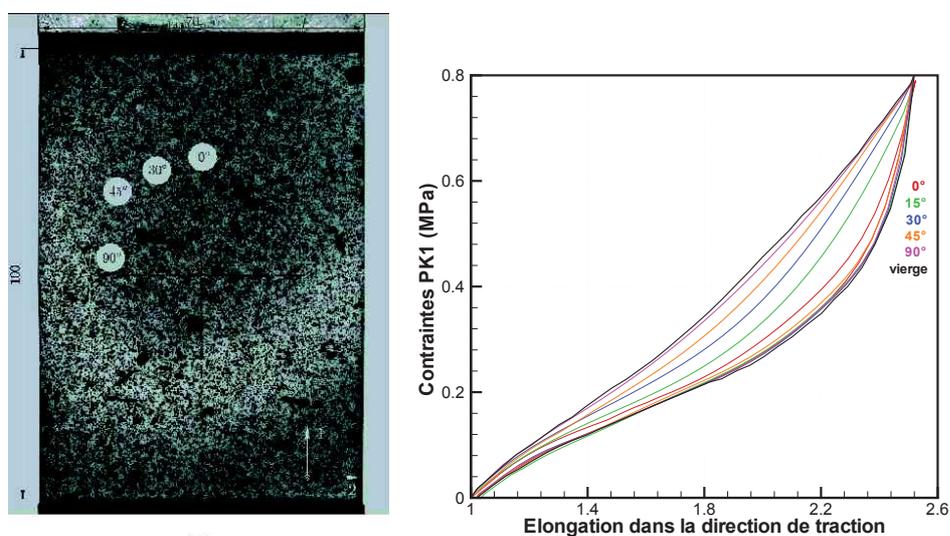


FIG. III.7 – (a) Essai de préconditionnement à l'effet Mullins sur une éprouvette de traction de grande dimension et découpage d'éprouvettes secondaires dans la zone centrale de l'éprouvette. (b) Essais de traction sur les éprouvettes orientées avec un angle différent par rapport à la première charge.

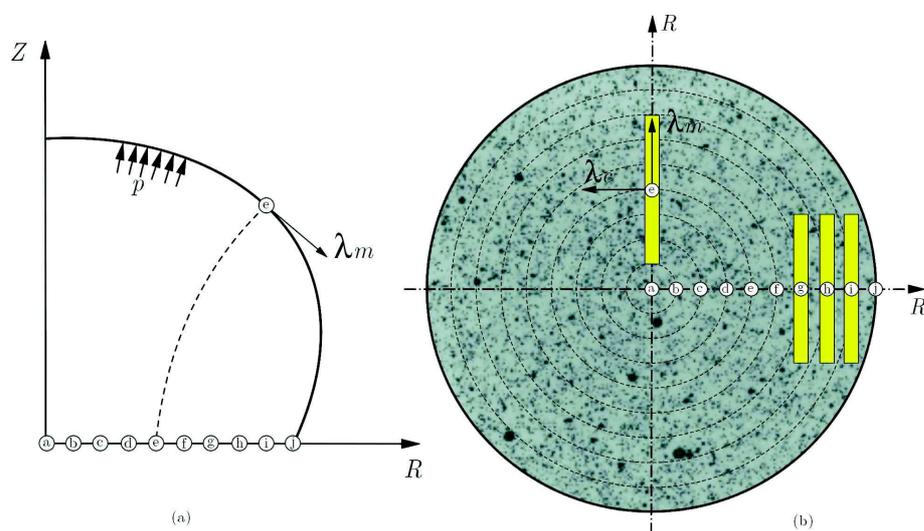


FIG. III.8 – Représentation schématisée des essais biaxiaux de préconditionnement avec les élongations principales, (a) représentation axisymétrique des points d'intérêt de l'essai de gonflement, (b) Illustration des éprouvettes découpées dans les différentes directions de l'éprouvette (diamètre de l'éprouvette 16cm).

résultats des essais de traction en seconde charge sont présentés sur la figure III.9. On tire de

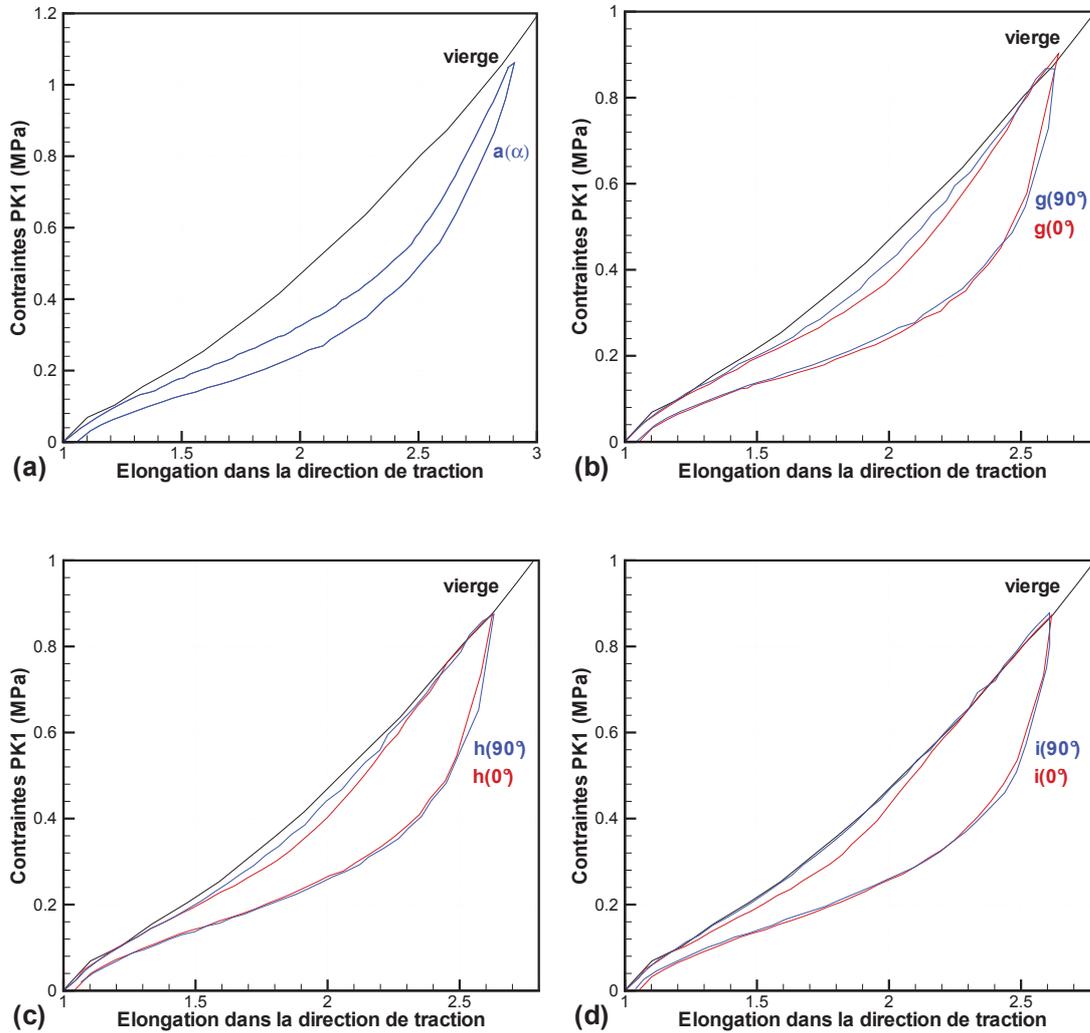


FIG. III.9 – *Secondes charges sur les éprouvettes découpées dans la membrane pour quatre points caractéristiques de la membrane A, G, H et I étant respectivement sur des rayons de 0 - 5,3 - 6,2 - 7,1 cm pour une membrane de 8 cm de rayon.*

ces essais les mêmes conclusions que pour les essais de traction, les courbes de secondes charges reviennent sur la courbe de première charge au même point quelle que soit l'orientation de la charge tandis que la perte de raideur est plus importante dans le sens où le matériau a été le plus étiré en première charge. Pour tous ces essais, aucune élongation résiduelle n'a été constatée ce qui n'est pas le cas de tous les élastomères (Diani *et al.*, 2009).

### III.3.3 Développement d'une nouvelle stratégie de modélisation

Le littérature regorge de modélisations isotropes de l'effet Mullins, pour les modélisations datant d'avant 2003, on peut se reporter à ma thèse (Chagnon, 2003) ou à Diani *et al.* (2009) pour les modélisations plus récentes. En revanche, au niveau de la modélisation anisotrope, le nombre de modèles est beaucoup plus restreint. On peut citer les travaux de Diani *et al.* (2006)

et Dargazany et Itskov (2009) qui ont généralisé l'approche de Marckmann *et al.* (2002), i.e. l'évolution du réseau macromoléculaire avec la déformation maximale subie par le matériau dans le modèle 8 chaînes d'Arruda et Boyce (1993)<sup>5</sup>, en adaptant cette théorie à un grand nombre de directions dans l'espace et en prenant en compte une évolution différente du réseau selon les directions. Ces deux modèles induisent une elongation résiduelle importante et cette dernière est directement liée à la fonction contrôlant la perte de raideur. Les silicones étudiés par Machado (2011) ne présentent pas d'elongation résiduelle, ces deux formulations ne sont donc pas adaptées. Shariff (2006) et Itskov *et al.* (2010) ont proposé d'utiliser la théorie de l'endommagement en prenant en compte des endommagements différents dans les trois directions principales. Il semble difficile de pouvoir paramétrer de tels modèles pour décrire les trajets de déformation présentés dans le paragraphe précédent surtout que ces modèles génèrent un matériau plus raide que le matériau vierge dans une direction orthogonale au premier chargement. Ce type de comportement n'a pas été observé sur des silicones, mais a pu être observé sur d'autres matériaux où ces modélisations prennent tout leur intérêt.

### III.3.3.1 Formulation générale du modèle

Compte tenu des résultats obtenus sur le silicone chargé où l'on observe de l'effet Mullins (cf. figure II.1) et le silicone non chargé (cf. figure II.4) où aucun effet Mullins n'a été observé, la présence de charges dans les silicones semble être le phénomène déclenchant de la présence de l'effet Mullins pour ces matériaux. Ce phénomène n'est pas commun à tous les élastomères puisque certains élastomères non chargés présentent une accommodation de type effet Mullins. Ainsi une modélisation qui paraît judicieuse pour la modélisation de l'effet Mullins est l'approche du double réseau proposée par Govindjee et Simo (1991, 1992) comme présentée sur la figure III.10. On considère que le matériau est composé de chaînes qui sont reliées entre elles et d'autres

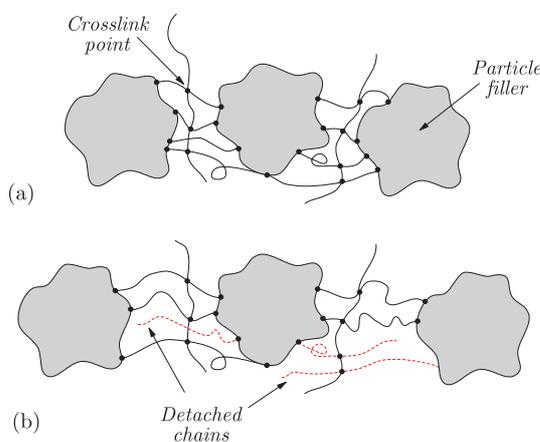


FIG. III.10 – Ré-organisation du réseau macromoléculaire après un premier chargement.

qui sont reliées à des charges. On peut donc faire l'hypothèse que les chaînes reliées entre elles n'évoluent pas au cours de la déformation alors que les chaînes reliées à des charges peuvent rompre et évoluer selon la déformation maximale imposée. On propose d'écrire l'énergie de déformation sous la forme d'une somme, l'énergie des chaînes reliées entre elles  $\mathcal{W}_{cc}$  qui est hyperélastique et l'énergie des chaînes reliées à des charges  $\mathcal{W}_{cf}$  qui va évoluer du fait de l'effet

5. Le modèle d'Arruda et Boyce (1993) utilisent deux paramètres physiques pour décrire l'hyperélasticité, la longueur moyenne des chaînes macromoléculaires et la densité de chaînes par unité de volume. Marckmann *et al.* (2002) ont fait évoluer ces grandeurs avec la déformation maximale subie par le matériau

Mullins :

$$\mathcal{W} = \mathcal{W}_{cc} + \mathcal{W}_{cf} \quad (\text{III.6})$$

La fonction  $\mathcal{W}_{cf}$  doit prendre en compte l'anisotropie induite dans le matériau, ainsi sa densité d'énergie doit être répartie dans l'espace sur un certain nombre de directions<sup>6</sup> :

$$\mathcal{W}_{cf} = \sum_{i=1}^n \omega^{(i)} W_{cf}^{(i)} (\mathbf{A}^{(i)}) \quad (\text{III.7})$$

où  $\mathbf{A}^{(i)}$  est une direction de l'espace,  $W_{cf}^{(i)}$  est l'énergie du matériau dans un direction donnée, et  $\omega^{(i)}$  est le poids de la direction. La clé de la modélisation est de pouvoir décrire l'évolution de l'énergie dans l'espace, cette dernière étant la variable contrôlant l'accommodation à l'effet Mullins (Machado *et al.*, 2010). Dans ce but, il est proposé d'introduire un tenseur prenant en compte la répartition de l'énergie élongationnelle dans toutes les directions de l'espace  $\mathbf{M}$ , défini par :

$$d\mathcal{M}^{(i)} = \mathbf{a}^{(i)T} \mathbf{D} \mathbf{F} \mathbf{a}^{(i)} dt \quad (\text{III.8})$$

$$\mathcal{M}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)T} \int_0^t \mathbf{F}^T \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D} \mathbf{F} dt \mathbf{A}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)T} \mathbf{M} \mathbf{A}^{(i)} \quad (\text{III.9})$$

où  $\mathcal{M}^{(i)}$  est l'énergie longitudinale dans la direction initiale  $\mathbf{A}^{(i)}$  (et donc  $\mathbf{a}^{(i)}$  en configuration déformée) et  $\mathbf{D}$  est le tenseur taux de déformation. Il est important d'enregistrer l'évolution de ces fonctions au cours du temps. On définit ainsi trois maxima :

$$\begin{cases} \mathcal{M}^{(i)max} = \max_{\tau \leq t} \mathcal{M}^i(\tau) \\ \mathcal{I}(t) = \max_i \mathcal{M}^i(t) \\ \bar{\mathcal{G}} = \max_{\tau \leq t} \mathcal{I}(\tau) = \max_i \mathcal{M}^{(i)max} \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

où  $\mathcal{M}^{(i)max}$  correspond au maximum d'énergie développée dans la direction  $\mathbf{A}^{(i)}$  au cours de l'histoire,  $\mathcal{I}(t)$  correspond à l'énergie maximum à un instant donné pour toutes les directions et  $\bar{\mathcal{G}}$  correspond au maximum d'énergie au cours de l'histoire pour l'ensemble des directions.

Pour la description de l'effet Mullins, on choisit l'approche de Zuñiga et Beatty (2002) où une fonction d'évolution  $\mathcal{F}^7$  est introduite, cette fonction est constante durant la première charge et évolue durant la seconde charge. Cette fonction est introduite pour chaque direction :

$$\mathcal{W} = \mathcal{W}_{cc} + \sum_{i=1}^n \omega^{(i)} \mathcal{F}(\mathcal{M}^{(i)}, \mathcal{M}_{\max}^{(i)}, \mathcal{I}, \bar{\mathcal{G}}) \widetilde{\mathcal{W}}_{cf}^{(i)} \quad (\text{III.11})$$

$\widetilde{\mathcal{W}}_{cf}^{(i)}$  est l'énergie du matériau vierge dans la direction  $i$ . La fonction  $\mathcal{F}$  doit retraduire les phénomènes observés lors des essais, toutes les courbes rejoignent la courbe de première charge au même point correspondant au maximum absolu de l'énergie dépensée dans le matériau quelle que soit la direction, ainsi la fonction doit dépendre de la variable  $\bar{\mathcal{G}} - \mathcal{I}$ . Chaque direction dépend également du maximum atteint dans chaque direction ainsi la fonction doit également dépendre de la variable  $\mathcal{M}_{\max}^{(i)} - \mathcal{M}^{(i)}$ . Un dernier point est de prendre en compte l'orientation

6. Le modèle est adaptable à n'importe quel nombre de directions, Bazant et Oh (1986) ont proposé différentes répartitions spatiales d'orientations et de poids associés et ont analysé les erreurs commises par chacune des discrétisations.

7. Le matériau ne présentant pas de direction initiale privilégiée, il n'est pas utile d'introduire des fonctions différentes pour chacune des directions.

de la charge par rapport au maximum de l'histoire, ceci peut se faire par le biais de la variable  $\frac{\mathcal{M}_{\max}^{(i)}}{\mathcal{G}}$ . Il est proposé d'utiliser une forme multiplicative pour la fonction d'évolution :

$$\mathcal{F} = 1 - \mathcal{F}_1(\mathcal{G} - \mathcal{I}) \mathcal{F}_2(\mathcal{M}_{\max}^{(i)} - \mathcal{M}^{(i)}) \mathcal{F}_3\left(\frac{\mathcal{M}_{\max}^{(i)}}{\mathcal{G}}\right) \quad (\text{III.12})$$

Cette forme générique de loi d'évolution peut ainsi être adaptée à différentes données expérimentales. Cette fonction enrichit les approches proposées dans la littérature qui ne dépendent que du maximum de l'énergie et offre d'autres perspectives de modélisation.

### III.3.3.2 Premier modèle proposé

Dans une première approche, des expressions simples ont été proposées pour chacune des fonctions. Pour l'énergie de déformation des chaînes purement hyperélastiques, un modèle de Mooney (1940) a été choisi. En ce qui concerne les énergies élongationnelles, l'énergie la plus simple proposée par Triantafyllidis et Abeyaratne (1983) a été choisie :

$$W_{cf}^{(i)}(I_4^{(i)}) = K^{(i)}(I_4^{(i)} - 1)^2 \quad \text{si } I_4^{(i)} \geq 1 \quad \text{sinon } 0 \quad (\text{III.13})$$

Des fonctions puissances sont choisies pour les fonctions d'évolution, la forme proposée est la suivante :

$$\mathcal{F}^{(i)} = 1 - \eta \sqrt{\frac{\mathcal{G} - \mathcal{I}}{\mathcal{G}}} \sqrt{\frac{\mathcal{M}_{\max}^{(i)} - \mathcal{M}^{(i)}}{\mathcal{G}}} \left(\frac{\mathcal{M}_{\max}^{(i)}}{\mathcal{G}}\right)^2 \quad (\text{III.14})$$

Le principal atout du modèle est son très faible nombre de paramètres, 2 pour le modèle de Mooney, 1 pour la raideur des chaînes et surtout 1 seul pour la loi d'évolution. Les paramètres du modèle de Mooney sont identifiés sur la courbe de deuxième charge la plus adoucie en traction uniaxiale (courbe où l'on peut considérer que le matériau a subi le maximum d'effet Mullins possible). Le coefficient  $K^{(i)}$  est déterminé en identifiant les courbes de première charge des différents modes de déformation, tandis que le paramètre d'évolution de la loi est obtenu en identifiant les secondes charges. Cette stratégie d'identification permet d'assurer l'unicité du jeu de paramètres obtenu et permet de déterminer simplement les paramètres sans logiciel spécifique. Les valeurs des paramètres obtenus sont les suivantes  $C_1 = 0.05\text{MPa}$ ,  $C_2 = 0.03\text{MPa}$ ,  $K^{(i)} = 0.2\text{MPa}$  et  $\eta = 2.0$ . Quelques simulations du modèle sont présentées sur la figure III.11. Les résultats présentés sont très satisfaisants car le modèle parvient à traduire les phénomènes observés sur cette nouvelle base de données (i.e. des essais avec des précharges en traction uniaxiale et biaxiale).

La première formulation du modèle possède seulement un paramètre pour la loi d'évolution pour un modèle anisotrope. Le modèle développé présente d'autres avantages avec sa grande capacité d'adaptation, adaptation à de nouvelles fonctions d'évolution, adaptation à d'autres lois hyperélastiques pour les matériaux présentant un raidissement plus important et une adaptation possible à un matériau non isotrope à l'origine. Il constitue une première étape vers d'autres modélisations plus poussées.

## III.4 Conclusion

Ce chapitre a permis la construction de matériaux élastomères à anisotropie de formation et de déformation. Les deux études ont été menées de manière indépendante car les matériaux

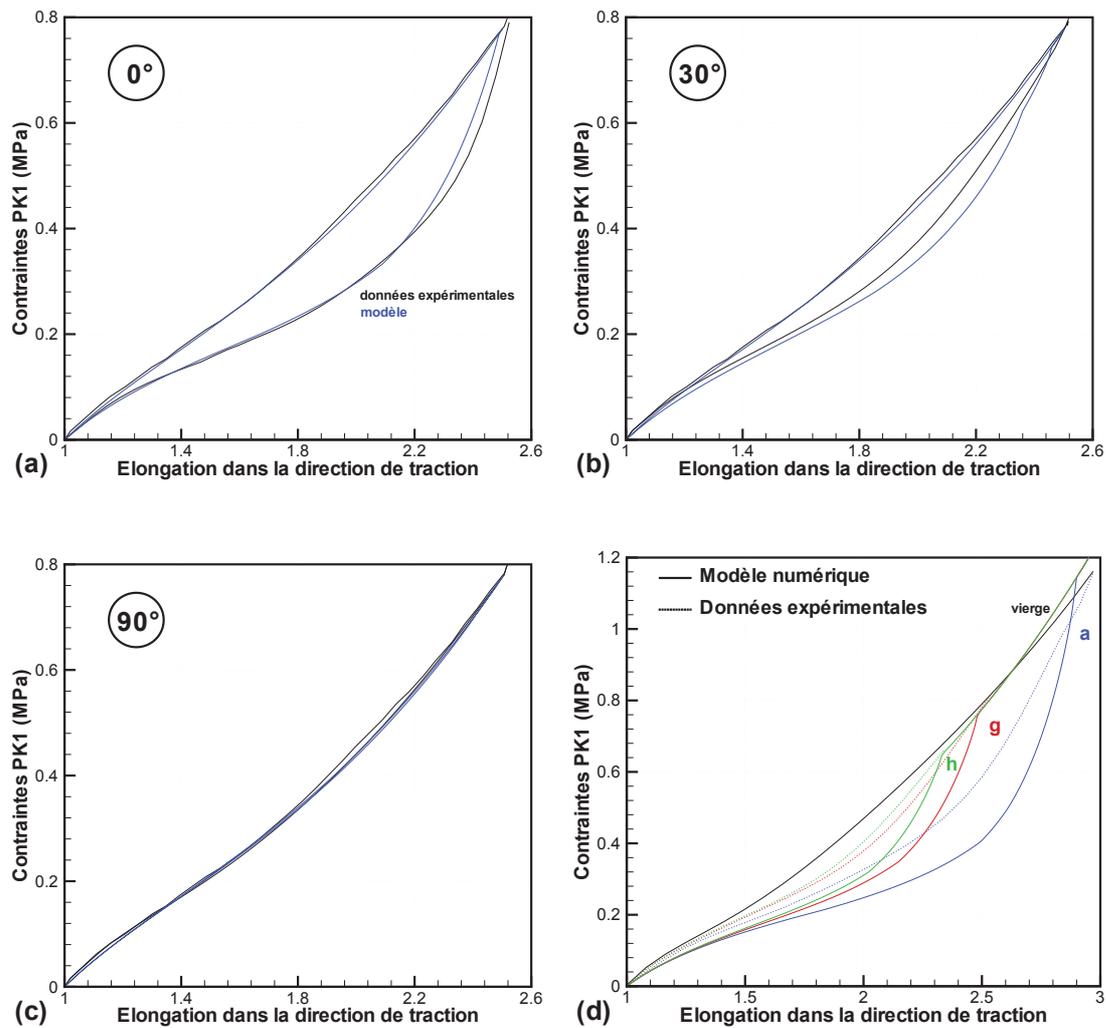


FIG. III.11 – Simulation du modèle d'accommodation à l'effet Mullins pour des essais de traction uniaxiale suivis d'une autre traction uniaxiale avec un angle de (a)  $0^\circ$ , (b)  $30^\circ$  et (c)  $90^\circ$  entre les charges et (d) pour des essais biaxiaux (points A, G et H de la membrane gonflée) suivi de traction uniaxiale.

---

présentaient l'une ou l'autre des anisotropies. Les matériaux géométriquement architecturés développés peuvent également être réalisés avec des matériaux à anisotropie de déformation. Ainsi toutes les approches développées dans cette partie peuvent être couplées pour proposer des modèles complets. Néanmoins, une des préoccupations qui a guidé mes recherches est de proposer des modèles qui ne présentent que des paramètres qui ont un sens physique (au sens du matériau ou de la structure) et qui sont facilement identifiables. En effet, les modèles présentant un grand nombre de paramètres que l'on identifie à partir de solveurs perdent tout lien avec les matériaux, ce qui les rend délicats d'utilisation. Ainsi les concepts développés indépendamment ici peuvent maintenant être unis dans une même modélisation dans les travaux futurs.



## Chapitre IV

# Application à des projets liés au vivant

---

### IV.1 Introduction

Comme évoqué dans l'introduction du manuscrit, à mon arrivée au laboratoire 3SR, lors de mon positionnement scientifique par rapport aux thématiques de l'équipe, il a semblé pertinent d'apporter mes connaissances dans les matériaux "mous" sur les projets en cours et de développer de nouveaux projets. Ces projets ont donné lieu à différentes problématiques mises en place. Tous ces projets ont focalisé autour de la création de matériaux architecturés pour les applications biomédicales. En plus des matériaux "mous", devant l'enthousiasme de Denis Favier, j'ai été amené à aborder une nouvelle thématique de recherche sur les alliages à mémoire de forme Nickel-Titane (NiTi). Ce choix n'est pas un hasard, en effet à force de discussions, nous avons pu trouver bon nombre de points communs entre les élastomères et les NiTi qui sont deux matériaux entropiques avec des propriétés évolutives qui peuvent être riches en applications. De plus, les silicones et les NiTi ont la propriété d'être tous les deux biocompatibles. Dans cet optique, avec Denis Favier nous avons choisi de présenter nos travaux dans une thématique commune "Alliages à mémoire de forme NiTi et élastomère silicones" dans le sens où ces deux familles de matériaux présentent un nombre important de points communs.

Il a toujours été important pour moi de travailler sur l'application de mes recherches. Même si des modèles théoriques ont été développés (cf. chapitre précédent), ceux-ci ont pour but d'être utilisés pour l'étude (ou la conception) de systèmes mécaniques existants (ou à développer). Différentes applications biomédicales ont ainsi été traitées et sont présentées dans ce chapitre. Dans un premier temps, le développement de prothèse est abordé, dans un second temps le développement d'aiguilles de prélèvement instrumentées est présenté. Pour finir, une première étude sur des matériaux du vivant est détaillée.

### IV.2 Développement de prothèses

#### IV.2.1 Joint osmotique

##### *Document de référence [A9]*

Ces travaux ont été menés dans le cadre de la thèse de Vincent Gaudin dirigée par Denis Favier, Philippe Cinquin et Laurent Orgéas<sup>1</sup>. Vincent Gaudin a proposé le développement d'un

---

1. A mon arrivée au laboratoire 3SR, j'ai été amené à collaborer avec Vincent Gaudin sur des thématiques de sa thèse, mais je n'ai pas participé à l'encadrement de la thèse.

joint gonflable par énergie osmotique si des endofuites<sup>2</sup> surviennent. Le système est présenté sur la figure IV.1. Ma participation sur ce projet s'est concentrée sur la modélisation de la paroi

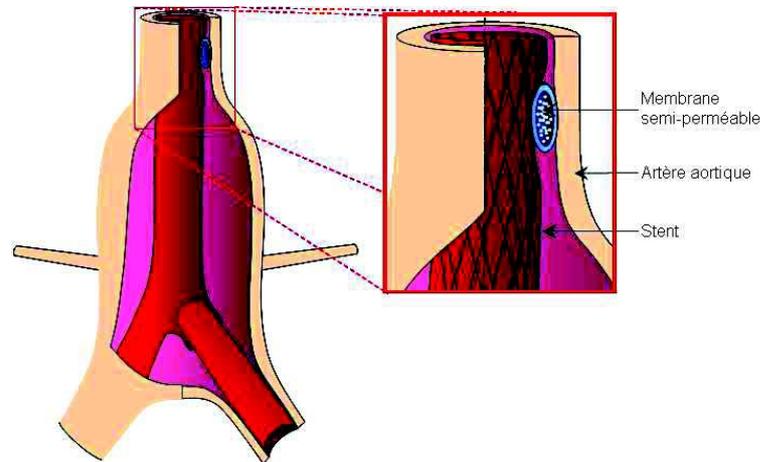


FIG. IV.1 – Développement d'un joint osmotique pour assurer l'étanchéité entre le stent et l'artère pour éviter les re-circulation.

artérielle avec l'utilisation du modèle de Holzapfel et Weizsacker (1998) et son implantation numérique dans le code de calculs Abaqus, ainsi que la gestion des problèmes numériques dans les calculs éléments finis, avec notamment les problèmes d'incompressibilité comme exposé dans le paragraphe II.3.2. L'étude numérique a permis de mettre en évidence l'efficacité du joint pour augmenter la pression de contact entre l'artère et le stent sans endommager l'artère.

## IV.2.2 Muscles artificiels

### *Étudiant encadré [T1]*

#### IV.2.2.1 Cadre de l'étude

Une des problématiques proposée par Philippe Cinquin dans les projets montés en commun est la création de muscles artificiels. Un groupe de chercheurs pluridisciplinaires a ainsi été regroupé pour réaliser ce travail. L'idée était de récupérer l'énergie chimique du corps pour en faire une pression qui pourra alimenter un système mécanique. Le rôle des mécaniciens est de concevoir une structure qui reçoit une pression et qui la transforme en travail. L'objectif est donc de créer une structure déformable qui, sous l'effet d'une pression, va exercer l'action désirée. Une des premières applications visées est de remplacer un sphincter défaillant. Des sphincters artificiels existent déjà mais ont le défaut d'appliquer en permanence des efforts importants sur le canal à obstruer et donc d'abîmer les tissus du vivant.

L'idée de développer des muscles gonflables est assez ancienne puisque le premier actuateur de ce type date de 1930 d'après Marcinčin et Palko (1993). Des approches bio-mimétiques ont été développées, on peut citer le cas des électro-polymères qui se contractent lorsqu'ils sont soumis à une tension importante. Certains polymères se contractent ou se relâchent suivant le pH de la solution dans laquelle ils sont plongés (Caldwell *et al.*, 2000) ou certains utilisent les changements de phase dans les alliages à mémoire de forme pour créer des changements de forme du muscle (Maden, 2006). Il existe des approches moins biomimétiques avec notamment les muscles de

2. Les stent enrobés ont pour rôle de permettre au sang de re-circuler normalement dans un tube cylindrique et d'empêcher le sang d'aller appliquer une pression sur la paroi artérielle déformée et de faire éclater l'artère.

McKibben, ceux-ci sont des actionneurs linéaires composés d'une tresse textile entourant une membrane en élastomère. Le rôle de la membrane est d'assurer l'étanchéité alors que la tresse est une structure telle que la longueur du muscle diminue quand on gonfle la membrane. Un fil de la tresse forme une hélice sur la membrane. La tresse est alors formée d'un ensemble de fils tressés en deux hélices opposées. L'avantage de ces structures est qu'elles s'adaptent aux efforts appliqués comme les muscles naturels ce qui n'est pas le cas des vérins pneumatiques ou hydrauliques. Néanmoins, ces structures sont uniquement adaptées à des déformations longitudinales.

#### IV.2.2.2 Nouvelles propositions

Les propriétés des enveloppes des muscles doivent être anisotropes pour générer le phénomène de contraction lors de la mise en pression. Lors du chapitre III, différentes voies ont été mises en évidence pour créer des membranes anisotropes. La création d'anisotropie de formation par la réalisation de créneaux sur la surface des membranes est la voie utilisée. La première réalisation est une structure proche du muscle de McKibben avec un seul matériau constitutif, i.e. une membrane crénelée. Le choix d'une orientation à  $45^\circ$  a été réalisé. Un schéma d'un VER de la structure est présenté sur la figure IV.2. La mise en pression du muscle est simulée numériquement et est

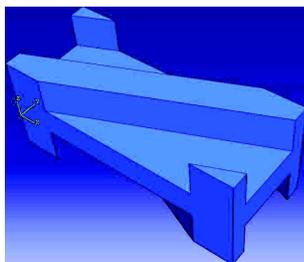


FIG. IV.2 – VER de la structure d'un muscle artificiel destiné à mimer un muscle artificiel de McKibben.

présentée sur la figure IV.3. La structure crénelée permet de reproduire la contraction du muscle.

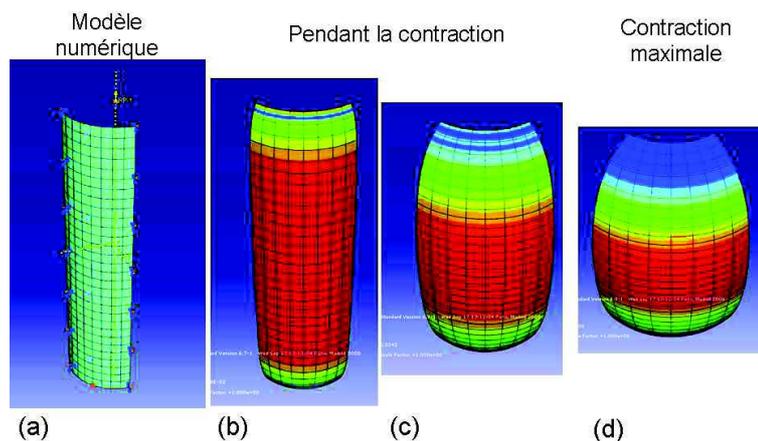


FIG. IV.3 – Mise en pression d'un muscle renforcé par deux rangées de créneaux.

Néanmoins, l'efficacité de ce muscle en comparaison du Muscle de McKibben est faible du fait de la déformation des créneaux lors du gonflement du muscle. En effet, c'est l'inextensibilité des fibres qui donne au muscle de McKibben son efficacité. Malgré tout, les structures élastomères

offrent une plus grande adaptabilité. Un travail sur le design d'un sphincter artificiel a été initié par Luc Meunier mais ce travail a été stoppé suite à son décès. A ce jour, nous n'avons pas encore relancé l'aboutissement de ce travail.

### IV.3 Vers des aiguilles de prélèvement intelligentes

Un projet en commun avec les laboratoires TIMC (Alexandre Moreau-Gaudry) et TIMA (Agnès Bonvilain) est de développer des aiguilles dites "intelligentes". En effet, lors d'actes chirurgicaux, les aiguilles médicales peuvent subir des déflexions suites aux interactions de celles-ci avec les tissus. Ceci crée des erreurs sur le positionnement de l'extrémité distale de l'aiguille pouvant conduire à des erreurs de diagnostic ou des erreurs dans les interventions. L'objectif est de pouvoir connaître ces déformations d'aiguilles en temps réel et à terme de les prédire. Dans le cadre de ce projet, le travail réalisé en collaboration avec Denis Favier s'oriente sur deux axes, le premier vise à la connaissance des propriétés mécaniques des aiguilles lors de leur mise en forme donc d'étudier leur procédé de fabrication, le second vise à développer nos connaissances autour de l'application biomédicale et de proposer un système de contrôle de la déformation d'une aiguille.

#### IV.3.1 Mise en forme de tube de faibles dimensions

*Documents de référence [A11sou], [B11], [B13], [B15], [B16], [B22]*

*Étudiants encadrés [T2], [T5], [M1], [M2], [M4], [M6]*

Ce travail sur l'étude du procédé de mise en forme des aiguilles a été réalisé avec la société Minitubes de Grenoble avec qui Denis Favier et moi avons encadré la thèse Cifre de Muriel Palengat et encadrons actuellement la seconde de Camille Linardon. La société Minitubes fabrique des tubes de petites dimensions, dont beaucoup sont à destination des applications biomédicales, pour des aiguilles, des stents ou des cathéters. Les matériaux étudiés lors de nos études sont un acier inoxydable 316L, un alliage Cobalt-Chrome L605<sup>3</sup>.

Ces études ont pour but de comprendre le procédé d'étirage et d'optimiser la mise en forme des tubes. Le procédé d'étirage de tubes se présente sous la forme d'un tube que l'on fait passer à l'intérieur d'une filière. Un mandrin ou un boulet peut être placé à l'intérieur du tube pour contrôler le diamètre intérieur du tube, deux configurations d'un banc d'étirage sont présentées sur la figure IV.4. Le grand intérêt de cette étude est de comprendre un procédé industriel et d'être capable de le modéliser dans des simulations éléments finis. Ce travail réalisé pendant la thèse de Muriel Palengat a permis de mettre en place une instrumentation complète d'un banc d'étirage avec la mise en place de cellule de forces pour mesurer les efforts d'étirage, d'un pyromètre pour mesurer les températures de sortie de filière de façon à mesurer les élévations de température générées lors du procédé, ces élévations de température pouvant être dues, d'une part à la plastification du matériau et d'autre part aux frottements entre les outils et le tube.

Des essais de traction sur tubes ont été mis en place pour évaluer les propriétés des matériaux considérés. Ces essais ont été réalisés à différentes vitesses de déformation jusqu'à des vitesses de déformation de  $15\text{s}^{-1}$  pour être proche des vitesses atteintes lors des étirages sur banc. Ces essais ont été réalisés sur la machine grande vitesse du laboratoire SIMAP. Les résultats sont présentés sur la figure IV.5. Ces essais ont permis de mettre en évidence l'influence de

<sup>3</sup>. Seuls des résultats sur le 316L seront présentés dans ce manuscrit pour les résultats sur le L605, on pourra se reporter à Palengat (2009)

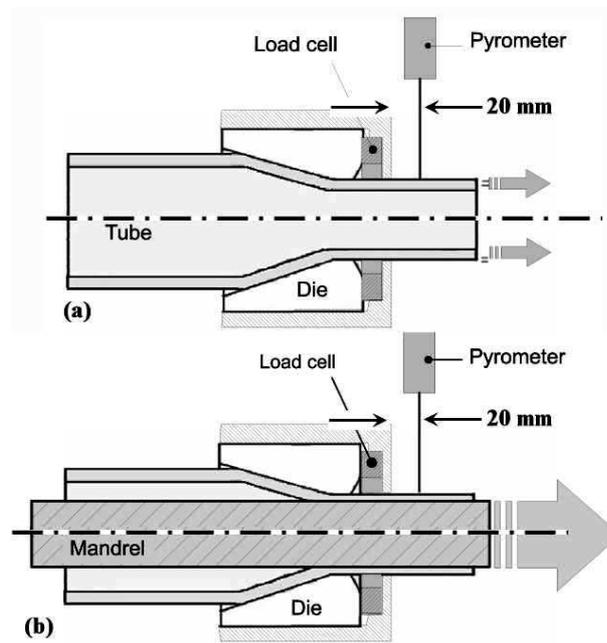


FIG. IV.4 – Instrumentation d'un banc d'étirage de tubes (a) étirage à creux, (b) étirage sur mandrin.

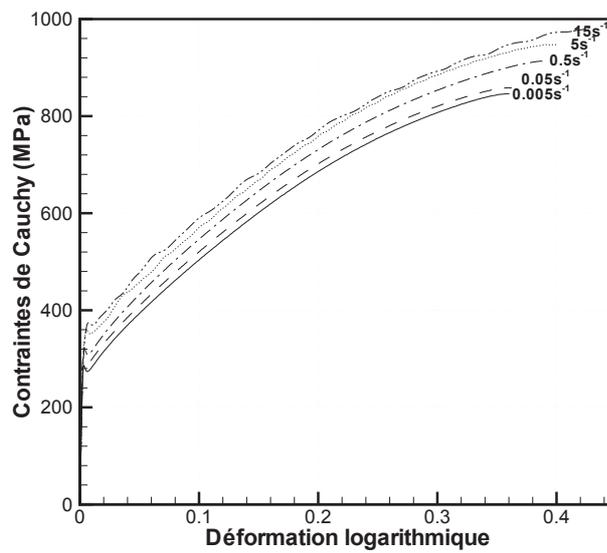


FIG. IV.5 – Influence de la vitesse de déformation sur la courbe contraintes-déformations d'un acier 316L

la vitesse et d'utiliser une loi de comportement élastoplastique adaptée. La loi de Johnson-Cook a été identifiée sur ces essais. Lors de ces essais, une caméra infrarouge a été utilisée pour mesurer l'élévation de température du matériau pendant sa plastification. Ces mesures ont permis d'évaluer quelle part du travail plastique était transformée en chaleur. Le coefficient qui traduit cette transformation est appelé IHF (Inelastic Heat Fraction) dans les codes de calculs éléments finis, l'analyse et le dépouillement de ces mesures ont été réalisés en collaboration avec Hervé Louche du laboratoire LMGC de Montpellier. Les résultats de ces mesures sont présentés sur la figure IV.6. Différents dispositifs expérimentaux ont été utilisés pour mesurer

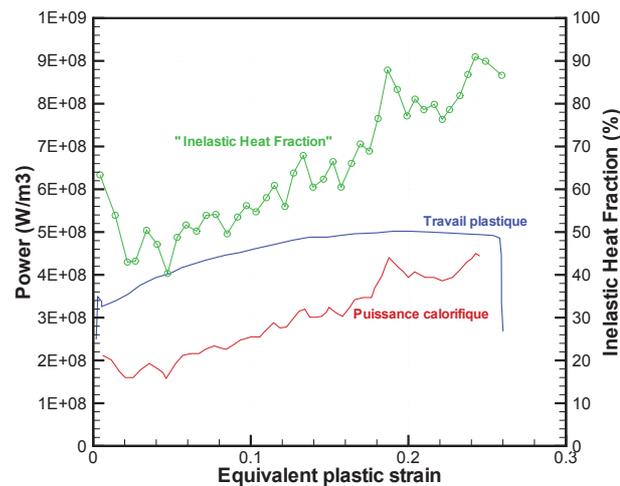


FIG. IV.6 – Détermination du coefficient IHF en calculant le rapport de l'énergie thermique dissipée par le travail plastique dépensé par le matériau.

les autres paramètres physiques de l'étirage de tubes, comme le coefficient de convection. En ce qui concerne les propriétés tribologiques du procédé, une analyse inverse a été réalisée à partir de calculs éléments finis pour identifier la valeur de ces paramètres. Finalement, l'ensemble des phénomènes extérieurs modélisés est représenté sur la figure IV.7. Les calculs ont été réalisés

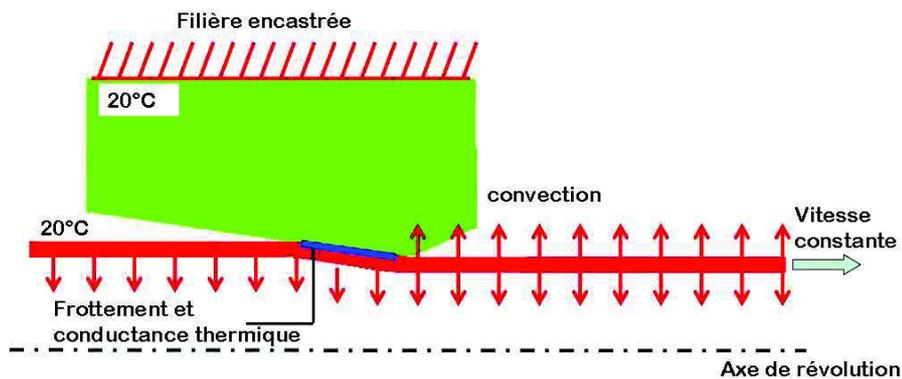


FIG. IV.7 – Conditions aux limites sur le dispositif d'étirage de tubes avec les différents paramètres physiques pris en compte dans la modélisation.

avec le code de calculs Abaqus Explicit. Ces calculs ont permis de valider l'analyse physique des phénomènes. Ces calculs ont été exploités en analysant les contraintes et déformations dans le

tube lors de l'étirage ; l'objectif étant d'optimiser la production i.e. réduire le nombre de passes d'étirages pour atteindre les objectifs dimensionnels des tubes. Un critère de limite de formabilité de l'étirage de tubes doit maintenant être déterminé, de nombreux critères ont été développés pour les différents procédés de mise en forme (Venugopal Rao *et al.*, 2003). Après discussion avec Robert Arrieux du laboratoire SYMME d'Annecy, il s'avère que le critère de Cockroft-Latham (Karnezis et Farrugia, 1998) est un bon choix pour une première approche, celui-ci est défini par :

$$C_{process} = \int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \sigma_1 d\bar{\varepsilon} \quad (IV.1)$$

où  $\bar{\varepsilon}_f$  est la déformation plastique équivalente et  $\sigma_1$  est la contrainte principale maximale. La limite acceptable du  $C_{process}$  est obtenue lors d'un essai de traction uniaxiale. Finalement, les valeurs de  $C_{process}$  obtenues lors de l'étirage d'un tube peuvent être comparées à la valeur limite. A la vue des incertitudes sur les mesures réalisées sur banc d'étirage avec notamment de grandes incertitudes sur le profil des filières (du fait de leurs usures), une étude numérique a été menée pour évaluer l'influence des paramètres géométriques de la filière sur les valeurs du  $C_{process}$ . Une illustration à titre d'exemple est montrée sur la figure IV.8. Des évolutions

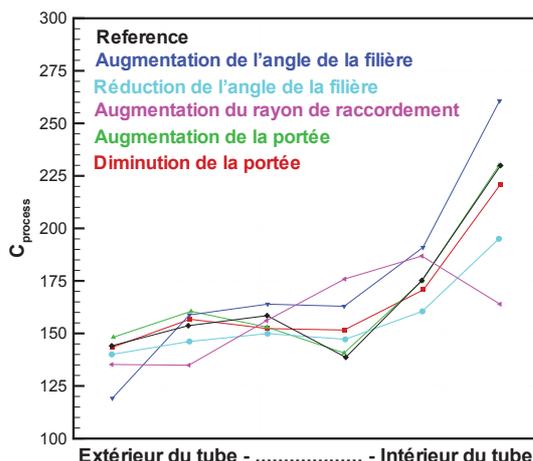


FIG. IV.8 – Influence des paramètres de l'outillage sur l'évolution du  $C_{process}$  dans l'épaisseur du tube.

non négligeables du  $C_{process}$  sont constatées lors de la variation de chacun des paramètres. Ce travail se poursuit actuellement dans la thèse de Camille Linardon, cette dernière met en place les outils expérimentaux pour évaluer les valeurs de  $C_{process}$  sur des essais de laboratoire, dans le cas d'essais de traction gonflement afin d'optimiser à terme la production de tubes.

### IV.3.2 Contrôle de la déformation d'une aiguille

Cette étude s'oriente autour de deux axes, le premier concerne la thèse d'Adeline Robert co-encadrée avec Philippe Cinquin et Alexandre Moreau-Gaudry du laboratoire TIMC-IMAG. Cette thèse vise à connaître en temps réel la position exacte d'une aiguille lors de son insertion dans des tissus du vivant. Le second concerne la thèse de Thierry Alonso<sup>4</sup> co-encadrée avec Denis

4. Thierry Alonso est un professeur agrégé, réalisant une thèse en plus de sa charge d'enseignement

Favier où l'on vise à contrôler la trajectoire de l'aiguille et à terme d'imposer une trajectoire non-rectiligne.

#### IV.3.2.1 Connaissance de la déformation d'une aiguille

##### *Étudiante encadrée [T6]*

La présence d'un biseau à l'extrémité de l'aiguille génère un effort de découpe qui ne se situe pas uniquement dans la direction de l'axe de l'aiguille mais également orthogonalement à celle-ci (Webster III *et al.*, 2006; Duindam *et al.*, 2008). Misra *et al.* (2008) évoquent aussi les efforts dus aux frottements de l'aiguille contre les tissus. Ainsi, au moins un effort tranchant est appliqué sur l'aiguille ce qui génère une flexion de cette dernière, cette flexion conduit donc à des trajectoires non rectilignes. Les praticiens hospitaliers utilisent ainsi ce biseau pour guider l'aiguille, une rotation de l'aiguille provoque une flexion dans une autre direction. Si les aiguilles étaient utilisées dans des matériaux homogènes, les efforts seraient les mêmes en chaque point ce qui générerait des rayons de courbure constants le long de l'aiguille (Alterovitz *et al.*, 2005, 2008) et donc des trajectoires circulaires. Néanmoins ceci n'est plus vrai pour les tissus du vivant qui sont fortement hétérogènes, de plus les aiguilles visées pouvant atteindre la vingtaine de centimètres, elles seront amenées à traverser des tissus du vivant différents, donc des milieux hétérogènes. Park *et al.* (2010) ont utilisé une fibre optique pour mesurer les déformations de l'aiguille en deux points de l'aiguille en faisant l'hypothèse d'une déformation plane de l'aiguille et ont reconstruit la forme de l'aiguille sous cette hypothèse.

Suite au brevet déposé par Moreau-Gaudry et Bonvilain (2008), l'objectif est de reconstruire la déformation exacte d'une aiguille en ne connaissant que quelques informations locales données par des jauges de déformations réparties sur la longueur de l'aiguille. Le nombre de jauges qui seront placées le long d'une génératrice sera limité du fait de la difficulté de micro-graver à la fois les jauges et la connectique pour instrumenter les jauges. Dans un premier temps, deux jeux de trois jauges seront disposés à  $120^\circ$  autour de l'aiguille dans le but d'obtenir le champ de déformation complet en deux points de l'aiguille. Une représentation de l'aiguille et de son instrumentation est illustrée sur la figure IV.9. La finalité est donc de reconstruire la déformation

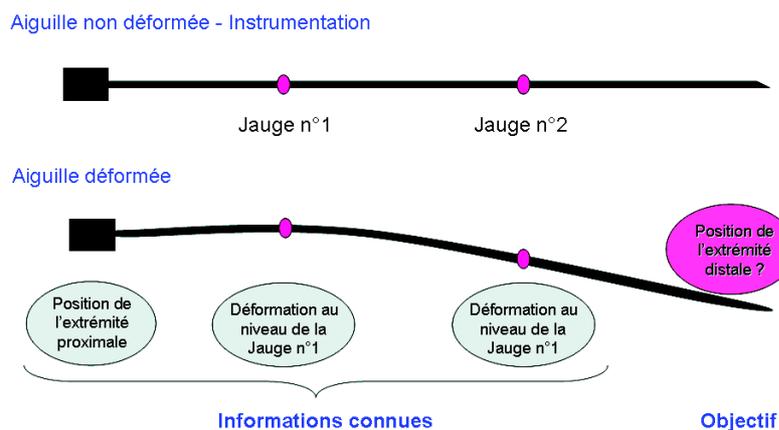


FIG. IV.9 – Instrumentation de l'aiguille de prélèvement.

de l'aiguille avec seulement la connaissance de la position de l'extrémité proximale de l'aiguille (i.e. extrémité de l'aiguille dans la main du praticien hospitalier) et les déformations au niveau

de ces deux jauges. Cette étude pose un certain nombre de problèmes mécaniques. En effet, les aiguilles peuvent être assimilées à des poutres qui subissent majoritairement des effets de flexion mais il n'est pas possible de reconstruire le profil d'une poutre déformée en ne connaissant que quelques valeurs locales de déformation. On est face à un manque important d'informations.

Dans le cadre de sa thèse, Adeline Robert met ainsi en place une démarche d'analyse mécanique de déformées d'aiguilles lors des gestes des praticiens. Des images scanner d'aiguilles insérées dans des tissus permettent de déterminer les déformées des aiguilles (à l'exception des effets de torsion) et de déterminer les cas de chargement sur ces aiguilles ayant conduit à de telles déformées. Les dépouillements montrent un effet de flexion prédominant. Les allures des cas de charges les plus fréquemment rencontrés sont présentés sur la figure IV.10(a). Ces cas

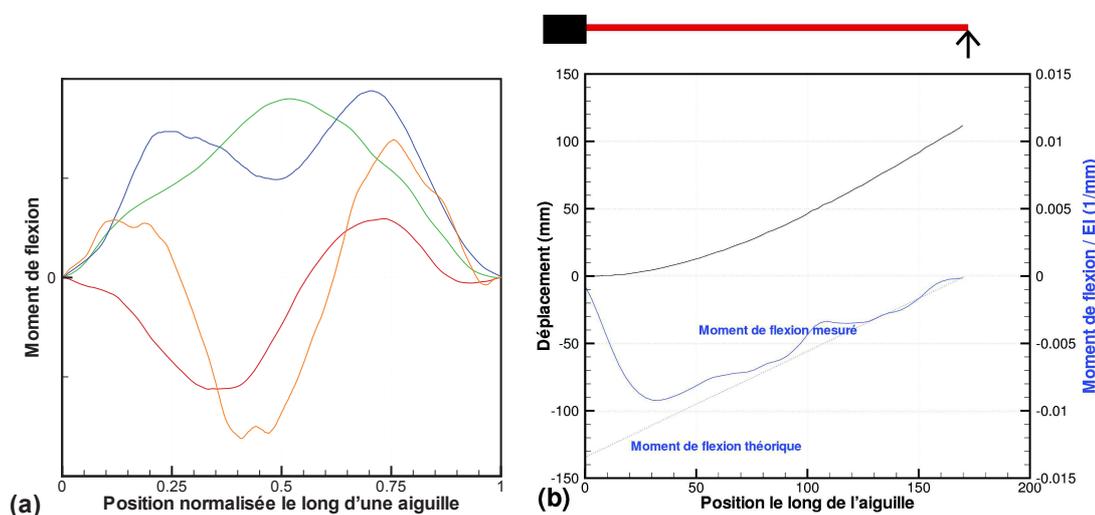


FIG. IV.10 – (a) Allures des courbes des moments de flexion observés le long des aiguilles lors de plantés réalisés par des praticiens hospitaliers, (b) Validation de la méthode de dépouillement sur une mesure de flexion réalisée sur un banc d'essai de laboratoire.

de chargement montrent que les efforts sont appliqués dans des directions opposées provoquant plusieurs courbures de l'aiguille. La méthode de dépouillement des données expérimentales a été validée sur un banc d'essai de laboratoire où des images d'une aiguille, en flexion simple, dont on connaît parfaitement le cas de charge, ont été réalisées. Les résultats de la figure IV.10(b) valident la méthode, même si l'on constate une déviation au niveau de l'encastrement entre les résultats théoriques et expérimentaux (les hypothèses de Saint-Venant ne sont plus respectées à proximité de l'encastrement).

Les cas de charges représentatifs serviront à valider le positionnement le plus adapté des jauges pour garantir la plus grande précision sur l'extrémité distale de l'aiguille. Une optimisation du placement des jauges est actuellement en cours, mais sur des cas de chargements théoriques, ceux-ci devront être validés sur les cas de charges représentatifs des actions des tissus du vivant (cf. figure IV.10(a)).

### IV.3.2.2 Contrôle de la déformation d'une aiguille

*Documents de référence [Brevet1], [B21]*

*Étudiant encadré [T4]*

Le travail de thèse de Thierry Alonso co-encadré avec Denis Favier a pour objectif d'imposer une déformation à l'aiguille pour contrôler sa trajectoire<sup>5</sup>. Des idées ont déjà été proposées dans la littérature. Sears et Dupont (2006) ont proposé d'utiliser des tubes concentriques initialement précurbés pour guider l'aiguille. Le fait de faire tourner ces tubes les uns par rapport aux autres provoque une flexion de l'extrémité de l'aiguille dans une direction donnée, le contrôle de la position relative de ces tubes permet donc un guidage de l'extrémité de l'aiguille. Wedlick et Okamura (2009) ont étudié l'influence d'une courbure initiale de la pointe de l'aiguille sur la trajectoire de cette dernière. En effet pour Webster III *et al.* (2006), seule l'extrémité distale de l'aiguille contrôle la trajectoire de celle-ci, le reste de l'aiguille suivant la trajectoire de la pointe. Tang *et al.* (2008) ont proposé une pointe magnétique articulée pour guider l'aiguille, la majeure contrainte de cette technique est qu'elle impose d'appliquer un champ magnétique au patient pour guider l'aiguille. La difficulté du problème est la petitesse des aiguilles, puisque pour des instruments de plus grand diamètre, il est toujours possible de créer des structures robotisées composées de différents éléments articulés entre eux (Degani *et al.*, 2006).

Une nouvelle approche a été développée utilisant les propriétés mécaniques des alliages à mémoire de forme NiTi et leurs changements de propriétés mécaniques lors de traitements thermiques, ces travaux ont donné lieu à un brevet [Brevet1] en cours de dépôt<sup>6</sup> qui est une collaboration internationale avec Yinong Liu de l'Université Western Australia de Perth.

La mise au point du brevet a dans un premier temps nécessité de renforcer nos connaissances sur les NiTi. Pour cela Thierry Alonso a mis en place une campagne expérimentale visant à caractériser les changements de phases dans les NiTi. Cette étude est réalisée en collaboration avec Petr Sittner et Jan Pilch de l'Académie des Sciences de Prague. Des essais de DMA (Analyseur Mécanique Dynamique) ont été réalisés sur des fils de NiTi. Des essais de DMA ont déjà été réalisés dans la littérature en fonction de la température par (Besseghini *et al.*, 2005), mais ces essais ont été réalisés sans précharge, i.e. autour de la position non déformée. L'idée est ici d'étudier l'influence de la précharge sur les changements de phase dans le matériau. La figure IV.11 présente l'analyse d'un fil sous DMA sous un balayage en température. Les courbes illustrant le module d'Young montrent des changements brusques de pente qui illustrent les changements de phase dans le matériau et les passages entre les phases austénite (A), rhomboédrique (R) et martensite (M). Ces changements de phase sont dépendants du niveau de charge et du sens de variation de température : refroidissement ou réchauffement. Le déphasage ( $\tan \delta$ ) est très faible dans le matériau, ce qui signifie bien que les phénomènes observés sont les changements de phase et non des phénomènes visqueux. Ces essais sont réalisés sous différentes précharges en traction. La figure IV.12(a) montre un panel de ces courbes pour différentes précharges. L'analyse des pics sur ce graphe permet d'isoler les points particuliers de changement de phase et de re-construire le diagramme de changement de phases illustré sur la figure IV.12. Ces différentes analyses permettent de connaître les propriétés mécaniques du NiTi dans toutes les configurations de températures et de chargements.

Ces propriétés peuvent être modifiées par des traitements thermiques, les traitements classiques consistent à chauffer un NiTi à des température de l'ordre de 400-500° pendant des temps

5. En considérant que le travail de localisation de l'aiguille évoqué dans le paragraphe IV.3.2.1 est réalisé et qu'à chaque instant on connaisse parfaitement la position de l'aiguille.

6. Dans l'état d'avancement du dépôt de brevet, il m'est interdit de dévoiler la technique utilisée.

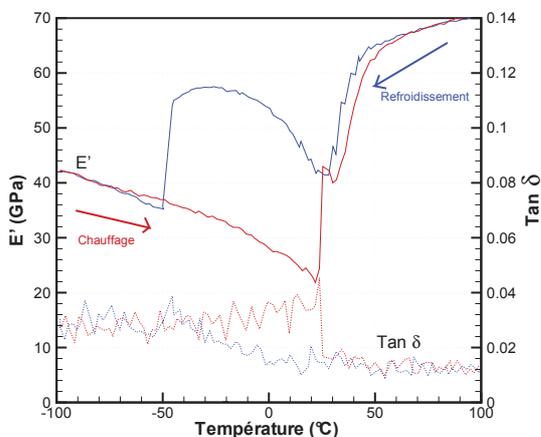


FIG. IV.11 – Analyse DMA d’un fil de NiTi lors d’un cyclage en température, refroidissement puis réchauffement sous un précharge de 100MPa.

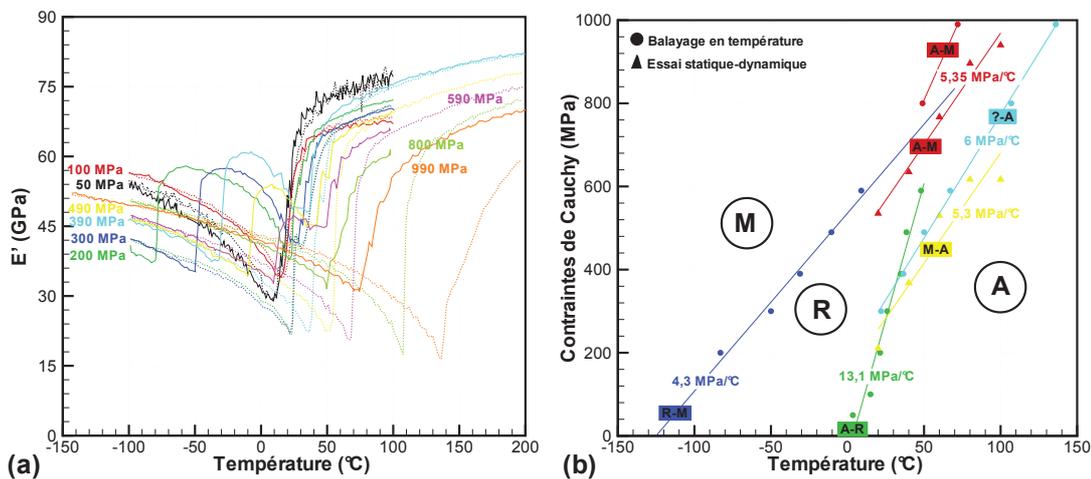


FIG. IV.12 – (a) Analyse d’un fil NiTi en DMA pour différentes pré-charges en traction (b) Diagramme de changement de phases du NiTi obtenu en traitant les analyses DMA.

de l'ordre de 30 minutes. Néanmoins, ces traitements ne semblent pas très adaptés à notre projet. Cependant Delville *et al.* (2010) ont proposé d'effectuer les traitements thermiques de façon non conventionnelle, en générant des décharges électriques très importantes sur des intervalles de temps très courts. Ces méthodes ouvrent des perspectives très intéressantes pour changer les propriétés locales d'une aiguille.

## IV.4 Connaissance des propriétés mécaniques sur les tissus du vivant

*Document de référence [A14prep]*

### IV.4.1 Essais mécaniques sur les tissus du vivant

Une des difficultés à laquelle on se heurte rapidement pour réaliser des simulations numériques de problèmes de biomatériaux est la non-connaissance des propriétés mécaniques des tissus du vivant. Même si la littérature propose de plus en plus de données, il est souvent délicat d'avoir une base de données suffisamment importante pour être capable d'identifier des lois de comportement présentant un nombre important de paramètres. Afin de palier ces problèmes, nous avons décidé de mettre en place les moyens et les procédures expérimentales afin d'être capable de caractériser mécaniquement les tissus du vivant. La mise en place de la plateforme IMTiNaV (Ingénierie Mécanique des biomatériaux et des Tissus du Vivant) en collaboration avec le laboratoire TIMC-IMAG avec l'acquisition d'une machine de traction Gabo Eplexor 500N permet de réaliser des essais faibles charges très adaptés aux tissus du vivant.

Une autre des difficultés à laquelle nous sommes confrontés est de disposer de tissus du vivant pour réaliser des essais mécaniques. Une des premières questions que nous nous sommes posés est de pouvoir conserver des échantillons. Avec les moyens du laboratoire, il est possible de conserver les échantillons au froid (de l'ordre de 4°) ou en congélation (de l'ordre de -20°). Différentes études ont démontré l'influence de la conservation à basse température ou par congélation (Feng *et al.*, 1996; Corner *et al.*, 2003; Eberl *et al.*, 1999; Wilson *et al.*, 2004), beaucoup d'auteurs se sont focalisés sur le maintien des fonctions physiologiques pour une greffe (Rendal *et al.*, 2004; Wang *et al.*, 2006; Arnaud, 2000; Piepot *et al.*, 2002). Les études ont été menées sur différents matériaux du vivant : les tendons, les cartilages articulaires, les segments de vertèbre (Callaghan et Mc Gill, 1995; Smith *et al.*, 1996; Turner *et al.*, 1988; Clavert *et al.*, 2001; Willett *et al.*, 2005; Bass *et al.*, 1997; Ju *et al.*, 2006; King *et al.*, 1995). Même sur un même matériau, les conclusions des études sont assez contradictoires. Il est donc apparu nécessaire de faire nos propres expériences pour analyser l'influence de nos propres conditions de stockage. Nous avons choisi la possibilité de conserver les échantillons par congélation qui selon la littérature est une méthode permettant de ne pas trop altérer les propriétés mécaniques.

### IV.4.2 Étude Statistique

Dans le cadre du projet Hemochir (Ventouse pour Hémostase en Chirurgie), en collaboration avec Alexandre Moreau-Gaudry et Dominique Blin (CIC-IT), nous avons été amenés à étudier le comportement mécanique d'artères de porc. On s'est proposé de faire une étude statistique des propriétés des artères selon leurs conditions de conservation. Les systèmes cardiovasculaires de six jeunes porcs ont été récupérés à l'abattoir juste après la mort des porcs, ceux-ci ont été transportés au laboratoire où ils ont été découpés pour prélever les artères aortes. Un délai de 3 heures a eu lieu entre la mort de l'animal et la mise à disposition des échantillons. Les

échantillons ont été placés aléatoirement dans deux groupes : le groupe 1 des artères fraîches (testées dans les 2 heures après leur mise à disposition) et le groupe 2 des éprouvettes congelées, le groupe 2 a été divisé en quatre groupes 2a, 2b, 2c et 2d qui correspondent chacun à des temps de congélation différents, soit respectivement 4, 6, 11 et 21 jours<sup>7</sup>. Pour la décongélation, les éprouvettes sont plongées dans un bain à 37°C pendant 15 minutes et conservés ensuite dans un bain à température ambiante avant de faire les essais<sup>8</sup>.

Des essais sont réalisés dans le sens circonférentiel et dans le sens axial. Des courbes représentatives ont été présentées dans le chapitre 2 sur la figure II.2. Des grandeurs caractéristiques sont choisies pour analyse, le module d'Young du matériau du matériau vierge  $E_0$  et après une première déformation, ici 33%  $E_{M33}$ . Une étude statistique sur un total d'une centaine d'éprouvettes a été réalisée, les résultats sont présentés sur les figures IV.13 et IV.14 respectivement dans le sens axial et dans le sens circonférentiel. On observe différents phénomènes,

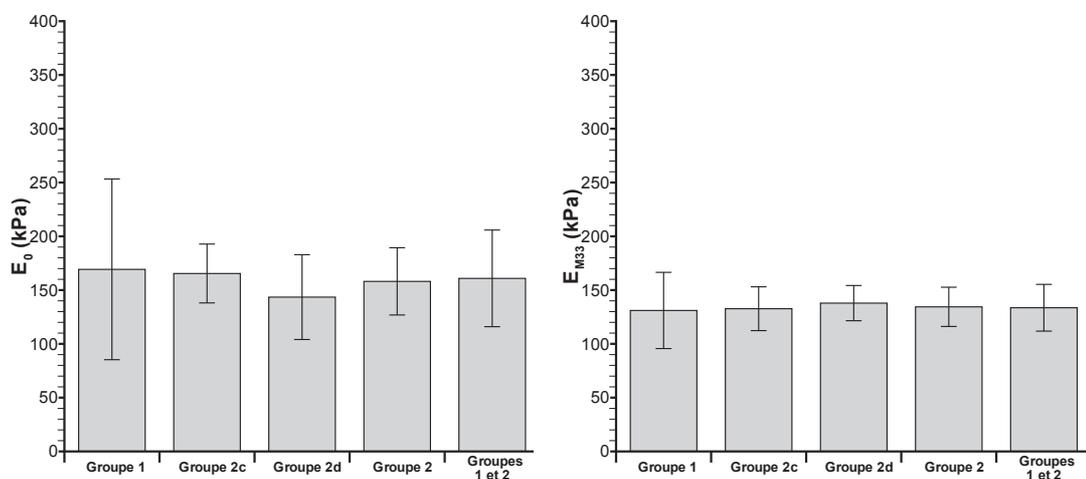


FIG. IV.13 – Étude statistique des Modules d'Young  $E_0$  et  $E_{M33}$  des artères de porc fraîches et après congélation dans le sens axial.

tout d'abord une dispersion des données expérimentales importantes pour les essais sur artères fraîches. Néanmoins, les résultats montrent que le module  $E_0$  est plus important après congélation, aucune tendance sur le nombre de jours n'apparaît. En revanche, le module après une précharge  $E_{M33}$  n'est pas affecté par le procédé de congélation. D'autres grandeurs mécaniques ont été comparés (zone de raidissement, module après d'autres chargements), mais les tendances sont exactement les mêmes que pour  $E_{M33}$ . En fait seul  $E_0$  est affecté par la congélation. Ces résultats tendent à dire que les tissus artériels pourront être congelés sans modification de propriétés mécaniques après une première charge, ce qui est le point important car les études portent sur la tenue des matériaux du vivant et non leur premier chargement. En revanche, nous ne tirons aucune conclusion sur les aspects des fonctions physiologiques qui ne sont pas une préoccupation pour nous. Seules les propriétés mécaniques nous intéressent. De plus, vu la diversité des pro-

7. Il ne nous a pas semblé utile de pousser plus loin l'étude en terme de temps, puisque nous souhaitons réaliser les essais dans un délai raisonnable après la récupération des éprouvettes

8. Dans le but d'avoir les mêmes conditions de température pour les échantillons frais et les échantillons congelés lors de l'essai.

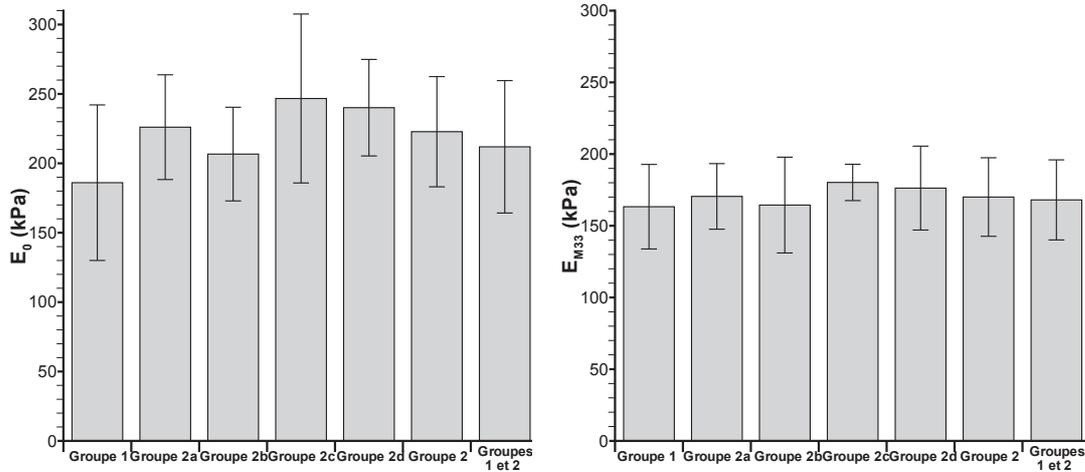


FIG. IV.14 – Étude statistique des Modules d'Young  $E_0$  et  $E_{M33}$  des artères de porc fraîches et après congélation dans le sens circonférentiel.

priétés des tissus du vivant, il n'est pas possible d'étendre nos conclusions aux autres tissus du vivant.

## IV.5 Conclusion

Ce chapitre a voulu montrer l'application des recherches effectuées aux problèmes biomédicaux. La principale difficulté de ces applications est de connaître l'environnement des dispositifs mécaniques que nous sommes amenés à développer. Les tissus du vivant sont des matériaux dont les propriétés sont très spécifiques et très fluctuantes dans un individu à un autre, mais il est très important de les caractériser correctement pour valider les dispositifs développés. Dans l'équipe, nous avons investi dans des dispositifs expérimentaux permettant de renforcer cet axe et de pouvoir enrichir nos modélisations.

Les premiers dispositifs développés visaient les matériaux "mous" qui viennent de ma formation initiale (comme évoqué dans les chapitres précédents). Mais, à la vue des potentialités qu'offrent les NiTi et à la vue des ressemblances dans leur comportement avec les matériaux silicones, il m'a paru intéressant d'ajouter cette thématique de recherche à mes compétences. Simplement, aujourd'hui je suis encore novice sur ce sujet, mais les nombreux échanges avec Denis Favier et les collaborations avec des collègues tchèques et australiens permettent d'apprendre très vite et d'être apte à proposer de nouvelles choses avec une culture initiale différente.

Les alliages NiTi et les silicones sont grandement utilisés dans les applications biomédicales mais séparément, de grandes perspectives peuvent s'ouvrir à l'association de ces deux matériaux. Cette thématique sera détaillée dans le chapitre suivant qui lance les perspectives de mes travaux.

# Chapitre V

## Vers la création de matériaux architecturés NiTi/silicone

---

---

### V.1 Introduction

Depuis mon arrivée au laboratoire 3SR, en collaboration avec plusieurs collègues, j'ai mis en place différents outils pour disposer des outils expérimentaux et numériques nécessaires pour aller vers la création de matériaux architecturés. Trois pistes sont ou seront en développement dans les mois et années qui viennent : les matériaux architecturés en silicone, en NiTi, et en NiTi/silicone. Les perspectives scientifiques de ce travail s'orientent donc principalement autour de la création et du contrôle de l'anisotropie de matériaux architecturés. Les travaux sur le NiTi vont amener à travailler sur les propriétés en température des NiTi mais aussi des silicones. Un point clé sera également le travail sur les propriétés d'interface qui n'ont été que très peu abordées jusqu'à maintenant. Un détail sur ces perspectives est proposé dans ce chapitre.

### V.2 Travail sur les matériaux élastomériques

#### V.2.1 Matériaux à anisotropie de formation et de déformation

Les deux thèses réalisées sur le comportement mécanique des silicones ont permis de mettre en place des éléments importants pour le développement de matériaux architecturés. La thèse de Luc Meunier (2011) a permis de développer des matériaux géométriquement architecturés ainsi que les outils d'homogénéisation permettant de changer d'échelle entre la microstructure élémentaire et le modèle mésoscopique. Néanmoins cette étude a été réalisée sur un matériau silicone non chargé qui possédait un comportement purement hyperélastique. Ce comportement parfait du point de vue du théoricien est un lourd handicap pour l'expérimentateur qui doit développer de nouveaux matériaux, du fait de sa fragilité et de sa sensibilité trop importante à l'effet d'entaille. En effet, un matériau architecturé est par définition hétérogène, ainsi localement, on aura toujours des amorces de fissures qui créeront des ruptures.

Le passage à un matériau plus résistant, i.e. chargé, provoque d'autres difficultés comme illustré dans la thèse de Guilherme Machado (2011), avec des comportements non-hyperélastiques. Néanmoins, suite à cette thèse, nous disposons des outils de modélisation nécessaires pour utiliser des matériaux non purement hyperélastiques. La première piste à travailler est la réalisation de matériaux géométriquement architecturés avec un matériau de base, présentant des comportements non linéaires.

### V.2.2 Contrôle de la réticulation locale

Lors d'une réunion de recherche avec Laurent Chazeau, Catherine Gauthier (Laboratoire MATEIS) et Denis Favier, l'idée est venue de créer des matériaux architecturés à partir d'un contrôle de la réticulation locale du matériau. Le but est de développer des membranes où des motifs de réticulation puissent être générés à souhait. La réticulation des élastomères est activée par la température ou pour certains par rayonnement UV. Le contrôle local de la température est délicat du fait de la conduction dans le matériau, la réticulation par UV semble en première approche une méthode plus simple à mettre en place grâce à l'utilisation possible de masques qui permettent de ne pas exposer le matériau au rayonnement UV. Le principe de création d'une architecture est décrit sur la figure V.1. Le choix de l'élastomère à utiliser se réduit donc

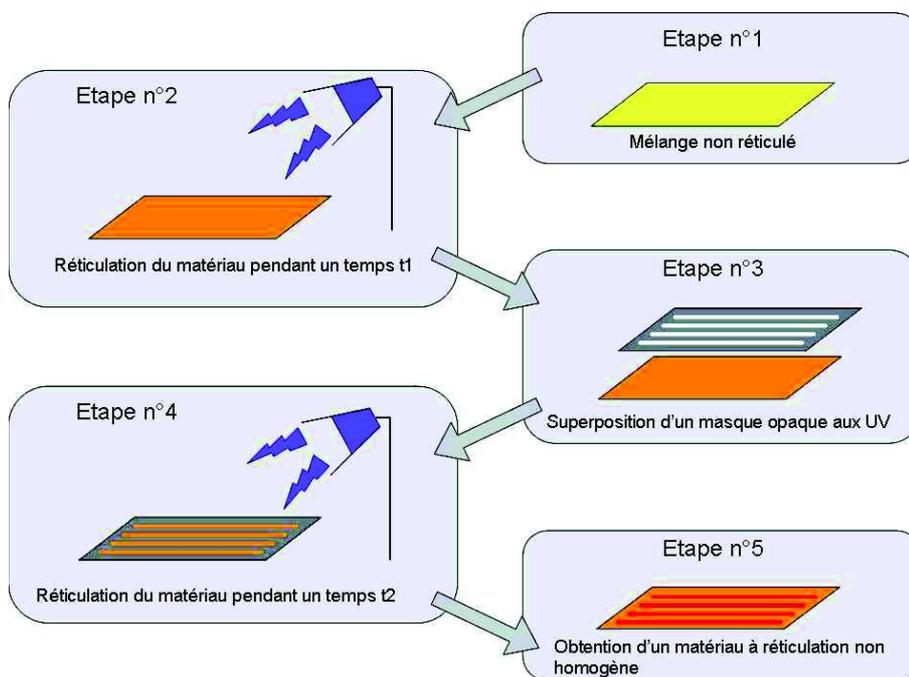


FIG. V.1 – Création de motifs de réticulation par rayonnement UV sur une membrane élastomérique.

aux élastomères dont la réticulation par UV est possible. Le choix s'est porté sur un EPDM keltan (éthylène-propylène-diène copolymère) - EPDM 520 : 4,5% de DCPD (dicyclopentadiène) et 58% d'éthylène. Un photo-initiateur (1-hydroxyl cyclohexyl phenyl ketone) a été incorporé pour activer la réticulation par UV, et un agent réticulant (triallylcyanurate - TAC) a été ajouté. Simplement, ce matériau présente des propriétés mécaniques assez faibles, des charges de silice ont été ajoutés et l'influence du taux de charges a été étudiée. Quelques éprouvettes avec différents taux de charge sont présentées sur la figure V.2. Plus le taux de charge est élevé, meilleures sont les propriétés mécaniques en terme de tenue mécanique. Néanmoins, avec les moyens de laboratoire, il n'a pas été possible de répartir plus de 20% de charges dans le matériau de façon homogène. Le travail s'est donc focalisé sur le matériau chargé à 20%.

Un travail préliminaire consiste à connaître l'influence du taux de réticulation du matériau sur le comportement mécanique. Le taux de réticulation est ici contrôlé par le temps d'exposition aux UV. La figure V.3 présente un essai cyclique à cycles croissants de 20 à 100% de déformation. Une des difficultés du matériau est qu'il présente une forte hystérésis, un fort effet Mullins

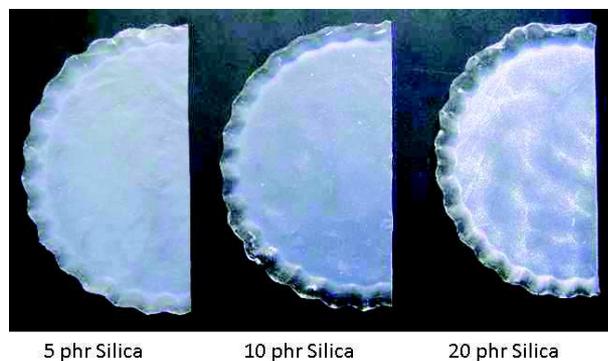


FIG. V.2 – Trois éprouvettes avec des taux de charges différents dans le matériau.

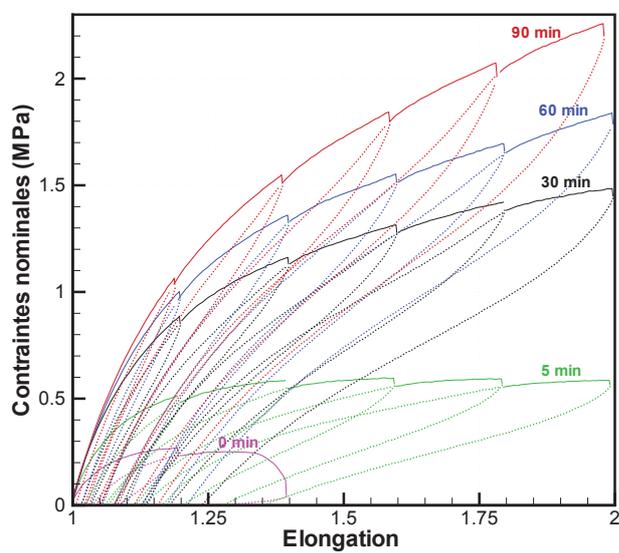


FIG. V.3 – Comportement cyclique d'un EPDM en fonction du temps de réticulation du matériau.

et une elongation résiduelle importante. Néanmoins, il possède une évolution dans la courbe contraintes-déformations intéressante puisque la raideur augmente de façon importante avec le temps de réticulation.

Un premier matériau architecturé a été développé en créant une membrane à rayures de réticulation, i.e. avec des bandes réticulées 5 minutes et des bandes réticulées 60 minutes. Des éprouvettes ont été découpées dans les deux directions c'est à dire dans le sens des bandes et le sens orthogonal aux bandes. Des essais de traction ont été réalisés sur ces matériaux architecturés, les résultats sont présentés sur la figure V.4. Il apparaît que les réponses du

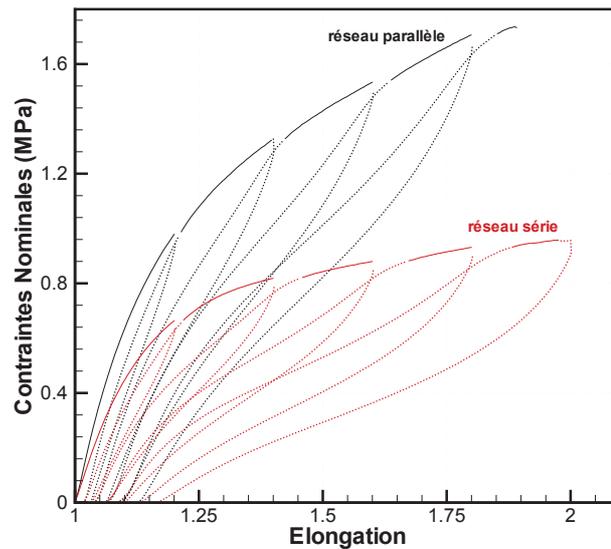


FIG. V.4 – Propriétés mécaniques d'un matériau à anisotropie de formation par différence de réticulation

matériau dans les deux directions orthogonales présentent un rapport de contraintes de l'ordre de 2 pour un même niveau de déformation. A un même niveau de contraintes, on peut en revanche obtenir des rapports de déformations beaucoup plus importants. L'anisotropie a ainsi bien été générée avec des motifs élémentaires ce qui montre le potentiel d'une telle approche. Cette approche doit être creusée car elle possède une grande potentialité sur les motifs à développer. Ce travail se fera dans le cadre de la thèse de Marie Rebouah.

### V.2.3 Comportement en température

#### *Étudiant encadré [M7]*

Dans les applications visées le matériau silicone a comme but d'absorber l'énergie calorifique dégagée par le NiTi, ce qui signifie que sa température va varier au cours des applications, ainsi son comportement en température est un point important à aborder. En effet, les matériaux élastomériques présentent deux températures caractéristiques, la transition vitreuse  $T_g$  (Smith, 1993) en dessous de laquelle les chaînes macromoléculaires deviennent moins mobiles et la température chimio-rhéologique  $T_{cr}$  (Lin *et al.*, 1996; Shaw *et al.*, 2005; Wineman et Shaw, 2006) au dessus de laquelle des changements irréversibles se produisent dans le matériau. Une première étude a été menée pendant le Master de Thierry Rey où le comportement en température du RTV141 a été testé, les résultats sont présentés sur la figure V.5. Pour les appli-

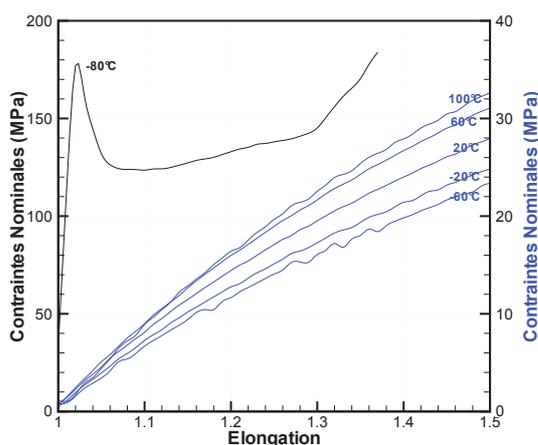


FIG. V.5 – Comportement en température du RTV141 lors d'un essai de traction uniaxiale.

cations visées, il est évident que la plage de températures concernée se situe dans la fourchette haute, i.e. de la température ambiante à des températures de l'ordre de la centaine de degrés. Néanmoins, il serait dommage de limiter le cadre de l'étude à ces bornes. Ainsi les premiers essais montrent que le comportement caoutchoutique est purement entropique puisque entre  $-60^{\circ}$  et  $100^{\circ}\text{C}$ , la contrainte augmente avec la température. Pour l'essai à  $-80^{\circ}$ , la transition vitreuse a été franchie et l'on retrouve un comportement qui ressemble à un thermodurcissable. Encore une fois, ce matériau a un comportement mécanique purement hyperélastique, si ce n'est à basse température où l'on voit apparaître une faible hystérésis ou un peu d'effet Mullins<sup>1</sup>. Une étude similaire, mais beaucoup plus poussée sur tous les phénomènes non-linéaires sera réalisée sur le silicone chargé RTV3428 étudié dans la thèse de Machado (2011). La difficulté sera d'autant plus intéressante que différents phénomènes se cumulent aux variations de température, avec notamment l'effet Mullins et l'hystérésis. De plus l'élévation de température peut générer du recouvrement de l'effet Mullins (Amin *et al.*, 2010; Drozdov et Dorfmann, 2002)

### V.3 Travail sur les alliages à mémoire de forme NiTi

Les travaux développés dans la thèse de Thierry Alonso offrent de bonnes perspectives quant à l'utilisation des traitements thermiques pour créer des propriétés mécaniques différentes. L'utilisation de traitements locaux peut permettre la réalisation de matériaux architecturés NiTi où les transformations de phase ne se dérouleront pas aux mêmes niveaux de contraintes en tout point du matériau. Ainsi la micro-structure peut être considérée comme étant composée de matériaux différents. Ceci doit permettre de provoquer des localisations dans la micro-structure, ces localisations généreront des concentrations de déformations. La gestion de ces localisations offre des possibilités de design de matériaux architecturés intéressantes. La première validation est le brevet déposé, mais bien d'autres perspectives s'ouvrent.

D'un point de vue scientifique, un travail important doit être mené sur l'évolution des propriétés mécaniques selon les traitements thermiques imposés. Un autre point est d'analyser la gestion des traitements thermiques locaux. En effet, le chauffage local d'un matériau s'accompagne inévitablement de conduction thermique, cette conduction thermique peut créer d'autres traitements thermiques. Ainsi les gradients de propriétés suite à des traitements thermiques devront être étudiés. Ces études seront menées via des études expérimentales par analyse DMA.

1. Une étude complémentaire doit être menée pour conclure sur ce point.

Une fois ces propriétés parfaitement identifiées, le design de matériaux architecturés sera mené via des simulations numériques, mais ces simulations nécessitent l'utilisation d'un modèle de comportement adapté. Le seul modèle présent dans les codes de calculs éléments finis type Abaqus ou Ansys n'est pas adapté à décrire l'influence des traitements thermiques sur le comportement mécanique des NiTi. Un modèle devra être développé et implanté dans un code de calculs pour réaliser des simulations sur des microstructures afin de pouvoir créer, optimiser et réaliser des structures aptes à répondre à des besoins dans les problèmes du vivant.

## V.4 Création de matériaux architecturés NiTi/silicone

### *Étudiant encadré [M7]*

Les alliages à mémoire de forme voient leurs propriétés mécaniques fortement variées avec des changements de température. Ces propriétés sont grandement utilisées dans de nombreuses applications, néanmoins elles ne peuvent être utilisées dans les applications du vivant puisqu'il n'est pas possible de dépasser les 42° sans endommager les tissus du vivant. L'utilisation de silicone pour absorber les élévations de température est une bonne solution. D'autre part, les propriétés d'hyperélasticité du silicone couplées avec les propriétés des alliages à mémoire de forme offrent de grandes possibilités.

Les perspectives de travail s'orientent notamment sur l'utilisation de textiles NiTi en collaboration avec l'académie des sciences de Prague (P. Sittner & L. Heller). Les textiles NiTi permettent d'obtenir un comportement qui couple les effets géométriques et les propriétés du NiTi (Villa *et al.*, 2009). Lors d'un essai de traction, on retrouve une première partie demandant peu d'effort correspondant à la mise sous tension des fils de NiTi, et la seconde partie correspondant à la traction des fils de NiTi. Des matériaux composites alliages à mémoire de forme / silicone ont déjà été développés (Chemisky, 2009; Chemisky *et al.*, 2009), à partir d'un fils NiTi ondulé à l'intérieur de silicone. Néanmoins, ils se sont heurtés à quelques difficultés, notamment l'adhésion entre le NiTi et le silicone. Une idée similaire a été développée au laboratoire dans le cadre du stage de Master de Rey (2011) à partir de textiles. Ces derniers ont été mis sous forme ondulée après un traitement thermique. Une fois mis en forme, du silicone est surmoulé sur le textile, une illustration est donnée sur la figure V.6. Le quadrillage derrière la figure mesure

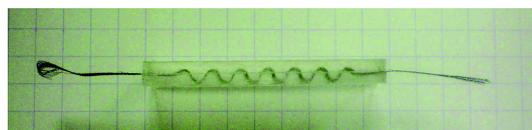


FIG. V.6 – Matériau architecturé constitué d'un textile ondulé surmoulé dans du silicone.

5mm. Des premiers essais et des premières simulations numériques ont été réalisés sur Abaqus en utilisant le modèle néo-hookéen pour le silicone et le modèle d'Auricchio (Auricchio et Taylor, 1997; Auricchio *et al.*, 1997) pour le NiTi. Les résultats sont présentés sur la figure V.7. Il apparaît que les tendances entre les simulations et les essais sont bonnes, néanmoins le modèle est loin de parfaitement décrire le matériau architecturé. Les problèmes d'adhésion sont en partie réglés par l'utilisation d'un textile qui permet l'infiltration du silicone. Néanmoins, même si cet aspect géométrique permet une bonne tenue du matériau, l'adhésion parfaite n'est pas obtenue. De plus, il apparaît que le modèle NiTi n'est pas parfaitement adapté à décrire le comportement thermomécanique du NiTi.

Dans le but de travailler sur ces deux points fondamentaux pour le développement et la

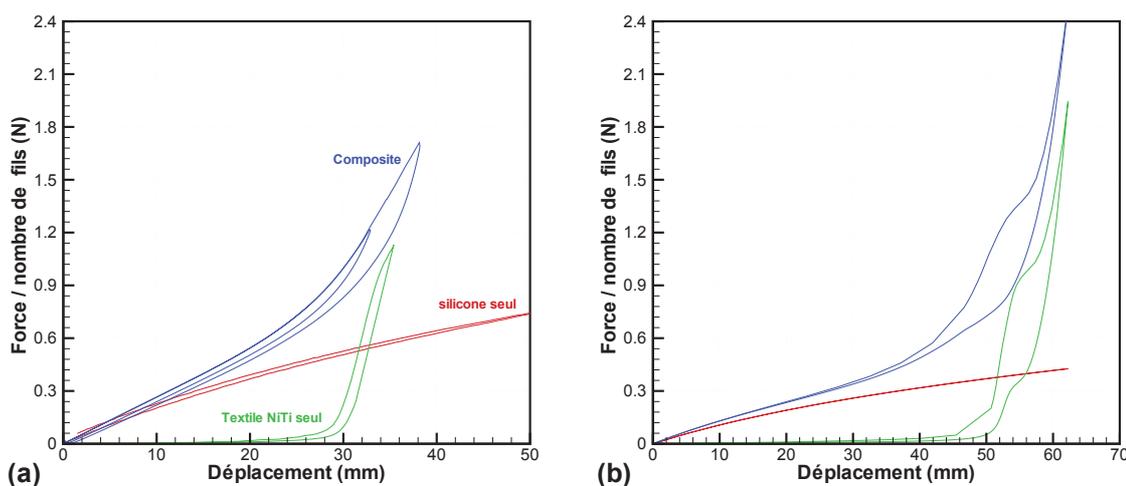


FIG. V.7 – Comportement mécanique du textile NiTi ondulé surmoulé de silicone et de ces deux matériaux constitutifs, le NiTi et le silicone (a) résultats expérimentaux et (b) résultats numériques par simulation avec Abaqus.

modélisation d'actionneurs NiTi/Silicone, une thèse doit débuter en octobre 2011 dans le cadre du projet ANR ANiM (Matériaux Architecturés NiTi - projet dirigé par Denis Favier), en collaboration avec Jean-Benoit Le Cam du laboratoire LARMAUR (Université de Rennes 1). Cette thèse doit aborder dans un premier temps la réalisation d'une interface entre le NiTi et le silicone et dans un second temps, la caractérisation mécanique de ces interfaces.

## V.5 Interactions matériaux du vivant-biomatériaux

Différents projets en lien avec le monde médical sont en développement ou en maturation. Malgré un échec au niveau du dépôt d'un ANR GAME-D avec les laboratoires TIMC et TIMA de Grenoble au niveau du projet de développement d'aiguilles déformables, et dans le cadre de l'ANR EmergenceTEC Hemochir avec le laboratoire TIMC et le CHU de Grenoble pour le développement de ventouses pour hémostase, tout comme dans nos projets de matériaux architecturés pour applications biomédicales, une même thématique de recherche apparaît comme fondamentale pour le développement de ces prothèses et outils chirurgicaux, il s'agit de l'interaction entre les biomatériaux et les matériaux du vivant. En effet, la qualité du contact entre le silicone et les matériaux du vivant conditionne la capacité des prothèses médicales à effectuer leur travail. De plus, l'interaction importante entre les aiguilles et les tissus va fortement conditionner les déformations de l'aiguille.

Dans ce cadre, en plus de la difficulté à connaître les déformations des tissus du vivant, les propriétés d'interface sont un point encore plus complexe. Ce point constitue un objectif à long terme, dont la première étape est de se focaliser sur des tissus bien particuliers.



## Conclusion

---

Comme évoqué dans le chapitre précédent, les perspectives de recherche que je souhaite développer s'orientent autour de la création de matériaux architecturés à base silicone ou NiTi ou silicone/NiTi. Ces matériaux seront développés pour obtenir des matériaux à forte anisotropie capables de subir de grandes déformations. Les principales perspectives de ces travaux s'orientent vers des applications médicales. En effet, ces matériaux permettront le développement de structures spécifiques qui doivent permettre d'obtenir des propriétés mécaniques proches de celles des matériaux du vivant.

Les thématiques scientifiques s'orienteront autour de la caractérisation mécanique du comportement de ces matériaux. Un double travail se présente, d'une part sur les matériaux constitutifs et d'autre part sur les conséquences de l'architecture des matériaux sur leur comportement équivalent. Des essais mis en place au laboratoire ont déjà permis de mettre en évidence des propriétés particulières sur l'anisotropie induite par l'effet Mullins. Une modélisation reposant sur ces essais a pu être proposée. Cette étude sera poursuivie et étendue à d'autres phénomènes présents dans le comportement des matériaux élastomériques, comme la dépendance à la température ou l'hystérésis. Le comportement mécanique des NiTi sera également abordé avec la prise en compte de la température sur le comportement superélastique. Un objectif systématique restera de proposer des modélisations où les paramètres des modèles pourront être physiquement ou expérimentalement motivés. La deuxième partie du travail sera de pouvoir développer des modèles de comportement équivalent des matériaux architecturés prenant en compte les phénomènes non-linéaires cités précédemment tout en étant capable de relier le comportement équivalent macroscopique du matériau architecturé à ses caractéristiques locales.

Afin de pouvoir mener ces recherches à bien, des projets seront déposés. A ce jour, je suis responsable d'une tâche de l'ANR ANiM (Matériaux Architecturés Nickel-Titane). Cette tâche consiste à créer des liaisons mécaniques entre des alliages NiTi et des matériaux silicone. Ce travail constitue une brique élémentaire dans la réalisation de matériaux architecturés NiTi/silicone. Un autre point très important pour moi est de renforcer les connaissances sur l'influence des conditions de réticulation sur les propriétés mécaniques des matériaux élastomériques, et surtout de pouvoir à terme proposer des matériaux rendus anisotropes par le contrôle local de la réticulation. Je souhaite déposer un projet ANR sur ce sujet. Ce projet devra aborder les aspects aussi bien mécaniques que physiques des matériaux. Selon les modalités de dépôts des ANR cette année, une ANR jeunes chercheurs ou blanche sera déposée.



## Bibliographie

---

- Abraham, A. C., Moyer, J. T., Villegas, D. F., Odegard, G. M., et Haut Donahue, T. L. (2011). Hyperelastic properties of human meniscal attachments. *J. Biomech.*, **44**, 413–418.
- Agoras, M., Lopez-Pamies, O., et Ponte Castañeda, P. (2009). A general hyperelastic model for incompressible fiber-reinforced elastomers. *J. Mech. Phys. Solids*, **57**, 268–286.
- Alastrué, V., Martinez, M. A., Doblaré, M., et Menzel, A. (2009). Anisotropic microsphere-based finite elasticity applied to blood vessel modelling. *J. Mech. Phys. Solids*, **57**, 178–203.
- Alastrué, V., Martinez, M. A., Doblaré, M., et Menzel, A. (2010). On the use of the bingham statistical distribution in microsphere-based constitutive models for arterial tissue. *Mech. Res. Comm.*, **37**, 700–706.
- Alastrué, V., Rodriguez, J. F., Calvo, B., et Doblaré, M. (2007). Structural damage models for fibrous biological soft tissues. *Int. J. Solids Struct.*, **44**, 5894–5911.
- Alterovitz, R., Lim, A., Goldberg, K., Chirikjian, G. S., et Okamura, A. M. (2005). Steering flexible needles under Markov motion uncertainty. *IEEE/RSJ Int. Conf. Intel. Robots Systems (IROS)*, **Aug**, 120–125.
- Alterovitz, R., Branicky, M., et Goldberg, K. (2008). Motion planning under uncertainty for image-guided medical needle steering. *Int. J. Robot. Res.*, **27**, 1361–1374.
- Amin, A. F. M. S., Lion, A., et Höfer, P. (2010). Effect of temperature history on the mechanical behaviour of a filler-reinforced nr/br blend: literature review and critical experiments. *Z. Angew. Math. Mech.*, **90**, 347–369.
- Andreasen, G. F. et Brady, P. R. (1972). A use hypothesis for 55 nitinol wire for orthodontics. *Angle Orthod.*, **42**, 172–177.
- Arkles, B. et Redinger, P. (1983). Silicones in biomedical applications. *Biocompatible Polymers, Metals, and Composites*, M. Szycher ed., Technomic Publishing Co., Lancaster, PA, **749**.
- Arnaud, F. (2000). Endothelial and smooth muscle changes of the thoracic and abdominal aorta with various types of cryopreservation. *J. Surg. Res.*, **89**, 147–154.
- Arnoux, P. J. (2000). *Modélisation des ligaments des membres porteurs*. Ph.D. thesis, Université de la Méditerranée.
- Arnoux, P. J., Chabrand, P., Jean, M., et Bonnoit, J. (2002). A viscohyperelastic model with damage for the knee ligaments under dynamic constraints. *Comput. Meth. Biomech. Biomed. Eng.*, **5**, 167–174.
- Arruda, E. M. et Boyce, M. C. (1993). A three dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials. *J. Mech. Phys. Solids*, **41**, 389–412.
- Auriault, J.-L. (1991). Heterogeneous medium. Is an equivalent macroscopic description possible? *Int. J. Eng. Sci.*, **29**, 785–795.

- Auricchio, F. et Taylor, R. L. (1997). Shape-memory alloys: modelling and numerical simulations of the finite-strain superelastic behaviour. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **143**, 175–194.
- Auricchio, F., Taylor, R. L., et Lubliner, J. (1997). Shape-memory alloys: macromodelling and numerical simulations of the finite-strain superelastic behaviour. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **146**, 281–312.
- Azar, F. S., Metaxas, D. N., et Schnall, M. D. (2001). A deformable finite element model of the breast for predicting mechanical deformations under external perturbations. *Acad. Radiol.*, **8**, 965–975.
- Babu, R., Gill, R., et Farrar, D. (2004). Biostability of thoralon left ventricular assist device blood pumping sacs after long-term clinical use. *ASAIO J.*, **50**, 479–484.
- Baek, S., Gleason, R. L., Rajagopal, K. R., et Humphrey, J. D. (2007). Theory of small on large: potential utility in computations of fluid-solid interactions in arteries. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **196**, 3070–3078.
- Balzani, D., Neff, P., Schroder, J., et Holzapfel, G. A. (2006a). A polyconvex framework for soft biological tissues. adjustment to experimental data. *Int. J. Solids Struct.*, **43**, 6052–6070.
- Balzani, D., Schroder, J., et Gross, D. (2006b). Simulation of discontinuous damage incorporating residual stresses in circumferentially overstretched atherosclerotic arteries. *Acta Biomater.*, **2**, 609–618.
- Basciano, C. A. et Kleinstreuer, C. (2009). Invariant-based anisotropic constitutive models of the healthy and aneurysmal abdominal aortic wall. *J. Biomech. Eng. ASME*, **131**, 1–11.
- Bass, E. C., Duncan, N. A., Hariharan, J. S., Dusick, J., Bueff, H. U., et Lotz, J. C. (1997). Frozen storage affects the compressive creep behavior of the porcine intervertebral disc. *Spine (Phila Pa 1976)*, **22**, 2867–2876.
- Bazant, Z. P. et Oh, B. H. (1986). Efficient numerical integration on the surface of a sphere. *Z. Angew. Math. Mech.*, **66**, 37–49.
- Beatty, M. F. (1987). Topics in finite elasticity: hyperelasticity of rubber, elastomers, and biological tissues - with examples. *Appl. Mech. Rev.*, **40**, 1699–1734.
- Bensoussan, A., Lions, J.-L., et Papanicolaou, G. (1978). *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*. North Holland, Amsterdam.
- Besdo, D. et Ihlemann, J. (2003). Properties of rubber like materials under large deformations explained by self-organizing linkage patterns. *Int. J. Plast.*, **19**, 1001–1018.
- Besseghini, S., Villa, E., et Portman, J. (2005). DMA characterization of a Ni 50.5%Ti shape memory alloys. *Int. J. Appl. Electromag. Mech.*, **21**, 1–6.
- Bischoff, J. E., Arruda, E. M., et Grosh, K. (2002). A microstructurally based orthotropic hyperelastic constitutive law. *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, **69**, 570–579.
- Blanco, J., Zamarron, C., Abeleira Pazos, M. T., Lamela, C., et Suarez Quintanilla, D. (2005). Prospective evaluation of an oral appliance in the treatment of obstructive sleep apnea syndrome. *Sleep Breath.*, **9**, 20–25.
- Boehler, J. P. (1975). *Contributions théoriques et expérimentales à l'étude des milieux plastiques anisotropes*. Ph.D. thesis, Université de Grenoble.
- Bondurant, S., Ernster, V., et Herdman, R. (2000). *Safety of Silicone Breast Implants*. Institute of Medicine, National Academy Press, Washington, DC.
- Boubaker, M. B., Haboussi, M., Ganghoffer, J. F., et Aletti, P. (2009). Finite element simulation of interactions between pelvic organs: Predictive model of the prostate motion in the context of radiotherapy. *J. Biomech.*, **42**, 1862–1868.

- Boyce, M. C. (1996). Direct comparison of the Gent and the Arruda-Boyce constitutive models of rubber elasticity. *Rubber Chem. Technol.*, **69**, 781–785.
- Brown, L. W. et Smith, L. M. (2011). A simple transversely isotropic hyperelastic constitutive model suitable for finite element analysis of fiber reinforced elastomers. *J. Eng. Mater. Technol.*, **133**, 1–13.
- Caillerie, D. (1984). Thin elastic and periodic plates. *Math. Meth. Appl. Sci.*, **6**, 159–191.
- Caldwell, D. G., Tsagarakis, N., et Medrano-Cerda, G. (2000). Bio-mimetic actuators: polymer-based pseudo muscular actuators and pneumatic muscle actuators for biological emulation. *Mechatronics*, **10**.
- Callaghan, J. P. et Mc Gill, S. M. (1995). Frozen storage increases the ultimate compressive load of porcine vertebrae. *J. Orthop. Res.*, **13**, 809–812.
- Calvo, B., Peña, E., Martins, P., Mascarenhas, T., Doblaré, M., Natal Jorge, R. M., et Ferreira, A. (2009). On modelling damage process in vaginal tissue. *J. Biomech.*, **42**, 642–651.
- Calvo, B., Ramirez, A., Alonso, A., Grasa, J., Soteras, F., Osta, R., et Muñoz, M. J. (2010). Passive non linear elastic behaviour of skeletal muscle: Experimental results and model formulation. *J. Biomech.*, **43**, 318–325.
- Caner, F. C., Guo, Z., Moran, B., Bazant, Z. P., et Carol, I. (2007). Hyperelastic anisotropic microplane constitutive model for annulus fibrosus. *Transactions of the ASME*, **129**, 1–10.
- Carew, T. E., Vaishnav, R. N., et Patel, D. J. (1968). Compressibility of the arterial wall. *Circ. Res.*, **22**, 61–68.
- Chagnon, G. (2003). *Modélisation de l'effet Mullins dans les élastomères*. Ph.D. thesis, Ecole Centrale de Nantes.
- Chagnon, G., Marckmann, G., et Verron, E. (2004). A comparison of the physical model of Arruda-Boyce with the empirical Hart-Smith model and the Gent model. *Rubber Chem. Technol.*, **77**, 724–735.
- Chagnon, G., Favier, D., Rebouah, M., Moreau-Gaudry, A., et Blin, D. (2011). Mechanical properties of fresh and frozen porcine descending thoracic aorta. *J. Surg. Res.*, **soumis**.
- Charlebois, M., McKee, M. D., et Buschmann, M. (2004). Nonlinear tensile properties of bovine articular cartilage and their variation with age and depth. *J. Biomech. Eng.*, **126**, 129–137.
- Chemisky, Y. (2009). *Modélisation du comportement macroscopique des alliages à mémoire de forme - Application aux matériaux composites*. Ph.D. thesis, Université Paul Verlaine, Metz.
- Chemisky, Y., Duval, A., Piotrowsk, B., Ben Zineb, T., Tahiri, V., et Patoor, E. (2009). Numerical tool for SMA material simulation: application to composite structure design. *Smart Mater. Struct.*, **18**, 104012.
- Cheng, T. et Gan, R. Z. (2008). Mechanical properties of anterior malleolar ligament from experimental measurement and material modeling analysis. *Biomech. Model. Mechanobiol.*, **7**, 387–394.
- Cheng, T., Dai, C., et Gan, R. Z. (2007). Viscoelastic properties of human tympanic membrane. *Ann. Biomed. Eng.*, **35**, 305–314.
- Chevalier, L., Calloch, S., Hild, F., et Marco, Y. (2001). Digital image correlation used to analyse the multiaxial behavior of rubber-like materials. *Eur. J. Mech. Part A. Solids*, **20**, 169–187.
- Chevaugéon, N. (2002). *Contribution à l'étude des membranes hyperélastiques en grandes déformations*. Ph.D. thesis, Ecole Centrale de Nantes.
- Chuong, C. J. et Fung, Y. C. (1983). Three-dimensional stress distribution in arteries. *J. Biomech. Engrg*, **105**, 268–274.

- Ciarletta, P., Dario, P., et Micera, S. (2008). Pseudo-hyperelastic model of tendon hysteresis from adaptive recruitment of collagen type I fibrils. *Biomater.*, **29**, 764–770.
- Clavert, P., Kempf, J. F., Bonnomet, F., Boutemy, P., Marcelin, L., et Kahn, J. L. (2001). Effects of freezing/thawing on the biomechanical properties of human tendons. *Surg. Radiol. Anat.*, **23**, 259–262.
- Corner, J. A., Berwanger, C. S., et Stansby, G. (2003). Preservation of vascular tissue under hypothermic conditions. *J. Surg. Res.*, **113**, 21–25.
- Crichton, M. L., Donose, B. C., Chen, X., Raphael, A. P., Huang, H., et Kendall, M. A. F. (2011). The viscoelastic, hyperelastic and scale dependent behaviour of freshly excised individual skin layers. *Biomater.*, **32**, 4670–4681.
- Criscione, J. C., Douglas, A. S., et Hunter, W. C. (2001). Physically based strain invariants set for materials exhibiting transversely isotropic behavior. *J. Mech. Phys. Solids*, **49**, 871–891.
- Criscione, J. C., Mc Culloch, A. D., et Hunter, W. C. (2002). Constitutive framework optimized for myocardium and other high-strain, laminar materials with one fiber family. *J. Mech. Phys. Solids*, **50**, 1691–1702.
- Dargazany, R. et Itskov, M. (2009). A network evolution model for the anisotropic Mullins effect in carbon black filled rubbers. *Int. J. Solids Struct.*, **46**, 2967–2977.
- deBotton, G. et Shmuel, G. (2009). Mechanics of composites with two families of finitely extensible fibers undergoing large deformations. *J. Mech. Phys. Solids*, **57**, 1165–1181.
- deBotton, G., Hariton, I., et Socolsky, E. A. (2006). Neo-hookean fiber-reinforced composites in finite elasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, **54**, 533–559.
- Degani, A., Choset, H., Wolf, A., et Zenati, M. A. (2006). Highly articulated robotic probe for minimally invasive surgery. *IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, pages 4167–4172.
- Delfino, A., Stergiopoulos, N., Moore Jr, J. E., et Meister, J. J. (1997). Residual strain effects on the stress field in a thick wall finite element model of the human carotid bifurcation. *J. Biomech.*, **30**, 777–786.
- Delville, R., Malard, B., Pilch, J., Sittner, P., et Schryvers, D. (2010). Microstructure changes during non-conventional heat treatment of thin Ni–Ti wires by pulsed electric current studied by transmission electron microscopy. *Acta Mater.*, **58**, 4503–4515.
- Demiray, H. (1972). A note on the elasticity of soft biological tissues. *J. Biomech.*, **5**, 309–311.
- Diani, J., Brieu, M., et Gilormini, P. (2006). Observation and modeling of the anisotropic visco-hyperelastic behavior of a rubberlike material. *Int. J. Solids Struct.*, **43**, 3044–3056.
- Diani, J., Fayolle, B., et Gilormini, P. (2009). A review on the Mullins effect. *Eur. Polym. J.*, **45**, 601–612.
- Doll, S. et Schweizerhof, K. (2000). On the development of volumetric strain energy functions. *J. Appl. Mech.*, **67**, 17–21.
- Dorfmann, A. et Ogden, R. W. (2003). A pseudo-elastic model for loading, partial unloading and reloading of particle-reinforced rubbers. *Int. J. Solids Struct.*, **40**, 2699–2714.
- Dorfmann, A., Wilson, C., Edgar, E. S., et Peattie, R. A. (2010). Evaluating patient-specific abdominal aortic aneurysm wall stress based on flow-induced loading. *Biomech. Model. Mechanobiol.*, **9**, 127–139.
- Dorfmann, A. L., Woods Jr., W. A., et Trimmer, B. A. (2008). Muscle performance in a soft-bodied terrestrial crawler: constitutive modeling of strain-rate dependency. *J. R. Soc., Interface*, **5**, 349–362.
- Doyle, B. J., Corbett, T. J., Cloonan, A. J., O'Donnell, M. R., Walsh, M. T., Vorp, D. A., et

- McGloughlin, T. M. (2009). Experimental modelling of aortic aneurysms: Novel applications of silicone rubbers. *Med. Eng. & Phys.*, **31**, 1002–1012.
- Drozdo, A. D. et Dorfmann, A. I. (2002). The influence of pre-loading and thermal recovery on the viscoelastic response of filled elastomers. *Mech. Res. Comm.*, **29**, 247–256.
- Duindam, V., Alterovitz, R., Sastry, S., et Goldberg, K. (2008). Screw-based motion planning for bevel-tip flexible needles in 3D environments with obstacles. *IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, pages 2483 – 2488.
- Eberl, T., Salvenmoser, W., Rieger, G., Gorny, I., Heiss, V., Kumpitsch, B., Gnaiger, E., et Margreiter, R. (1999). Ultrastructural analysis of human endothelial cells after hypothermic storage in organ preservation solutions. *J. Surg. Res.*, **82**, 253–260.
- Ehret, A. E. et Itskov, M. (2009). Modeling of anisotropic softening phenomena: Application to soft biological tissues. *Int. J. Plast.*, **25**, 901–919.
- Ericksen, J. L. et Rivlin, R. S. (1954). Large elastic deformations of homogeneous anisotropic materials. *Arch. Rational. Mech. Anal.*, **3**, 281–301.
- Favier, D. (1988). *Contribution à l'étude théorique de l'élastohystérésis à température variable - Application aux propriétés de mémoire de forme*. Ph.D. thesis, Université Joseph Fourier - Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Federico, S., Grillo, A., Imatani, S., Giaquinta, G., et Herzog, W. (2008). An energetic approach to the analysis of anisotropic hyperelastic materials. *Int. J. Eng. Sci.*, **46**, 164–181.
- Feng, X. J., Van Hove, C. E., Walter, P. J., et Herman, A. G. (1996). Effects of storage temperature and fetal calf serum on the endothelium of porcine aortic valves. *J. Thorac. Cardiovasc. Surg.*, **111**, 218–230.
- Franceschini, G., Bigoni, D., Regitnig, P., et Holzapfel, G. A. (2006). Brain tissue deforms similarly to filled elastomers and follows consolidation theory. *J. Mech. Phys. Solids*, **54**, 2592–2620.
- Fuchizawa, S. et Narazaki, M. (1993). Bulge test for determining stress-strain characteristics of thin tubes, advanced technology of plasticity. In *Proceeding of the Fourth International Conference on Technology of Plasticity*.
- Fung, Y. C., Fronek, K., et Patitucci, P. (1979). Pseudoelasticity of arteries and the choice of its mathematical expression. *Am. Phys. Soc.*, **237**, H620–H631.
- Garcia, J. J. et Cortes, D. H. (2006). A nonlinear biphasic viscohyperelastic model for articular cartilage. *J. Biomech.*, **39**, 2991–2998.
- Garcia, J. J. et Cortes, D. H. (2007). A biphasic viscohyperelastic fibril-reinforced model for articular cartilage: Formulation and comparison with experimental data. *J. Biomech.*, **40**, 1737–1744.
- Gasser, T. C., Ogden, R. W., et Holzapfel, G. A. (2006). Hyperelastic modelling of arterial layers with distributed collagen fibre orientations. *J. R. Soc. Interface*, **3**, 15–35.
- Gent, A. N. (1996). A new constitutive relation for rubber. *Rubber Chem. Technol.*, **69**, 59–61.
- Ghaemi, H., Behdinin, K., et Spence, A. D. (2009a). In vitro technique in estimation of passive mechanical properties of bovine heart. Part I. Experimental techniques and data. *Med. Eng. Phys.*, **31**, 76–82.
- Ghaemi, H., Behdinin, K., et Spence, A. D. (2009b). In vitro technique in estimation of passive mechanical properties of bovine heart. Part II. Constitutive relation and finite element analysis. *Med. Eng. Phys.*, **31**, 83–91.
- Govindjee, S. et Simo, J. C. (1991). A micro-mechanically continuum damage model for carbon black filled rubbers incorporating Mullins' effect. *J. Mech. Phys. Solids*, **39**, 87–112.

- Govindjee, S. et Simo, J. C. (1992). Mullins' effect and the strain amplitude dependence of the storage modulus. *Int. J. Solids Structures*, **29**, 1737–1751.
- Grédiac, M. (1989). Principe des travaux virtuels et identification/principle of virtual work and identification. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences II*, **309**, 1–5.
- Guélon, T., Toussaint, E., Le Cam, J. B., Promma, N., et Grédiac, M. (2009). A new characterization method for rubbers. *Polym. Test.*, **28**, 715–723.
- Guo, Z. Y., Peng, X. Q., et Moran, B. (2006). A composites-based hyperelastic constitutive model for soft tissue with application to the human annulus fibrosus. *J. Mech. Phys. Solids*, **54**, 1952–1971.
- Guo, Z. Y., Peng, X. Q., et Moran, B. (2007). Mechanical response of neo-hookean fiber reinforced incompressible nonlinearly elastic solids. *Int. J. Solids Struct.*, **44**, 1949–1969.
- Haines, D. W. et Wilson, D. W. (1979). Strain energy density function for rubber like materials. *J. Mech. Phys. Solids*, **27**, 345–360.
- Hanson, D. E., Hawley, M., Houlton, R., Chitanvis, K., Rae, P., Orler, E. B., et Wroblewski, D. A. (2005). Stress softening experiments in silica-filled polydimethylsiloxane provide insight into a mechanism for the Mullins effect. *Polymer*, **46**, 10989–10995.
- Harrison, S., Bush, M., et Petros, P. (2008). Towards a novel tensile elastometer for soft tissue. *Int. J. Mech. Sci.*, **50**, 626–640.
- Hart-Smith, L. J. (1966). Elasticity parameters for finite deformations of rubber-like materials. *Z. Angew. Mathe. Phys.*, **17**, 608–626.
- Helfenstein, J., Jabareen, M., Mazza, E., et Govindjee, S. (2010). On non-physical response in models for fiber-reinforced hyperelastic materials. *Int. J. Solids Struct.*, **47**, 2056–2061.
- Hill, R. (1950). A theory of the plastic bulging of a metal diaphragm by lateral pressure. *Phil. Mag.*, **41**, 1133–1142.
- Hokanson, J. et Yazdani, S. (1997). A constitutive model of the artery with damage. *Mech. Res. Commun.*, **24**, 151–159.
- Holmes, M. et Mow, V. C. (1990). The non-linear characteristics of soft gels and hydrated connective tissues in ultrafiltration. *J. Biomech.*, **23**, 1145–1156.
- Holzapfel, G. A. et Weizsacker, H. W. (1998). Biomechanical behavior of the arterial wall and its numerical characterization. *Comp. Biol. Medecine*, **28**, 377–392.
- Holzapfel, G. A., Gasser, T. C., et Ogden, R. W. (2000). A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models. *J. Elast.*, **61**, 1–48.
- Holzapfel, G. A., Gasser, T. C., et Stadler, M. (2002). A structural model for the viscoelastic behavior of arterial walls: continuum formulation and finite element analysis. *Eur. J. Mech. A/Solids*, **21**, 441–463.
- Holzapfel, G. A., Sommer, G., Gasser, C. T., et Regitnig, P. (2005). Determination of the layer-specific mechanical properties of human coronary arteries with non-atherosclerotic intimal thickening, and related constitutive modelling. *Am. J. Physiol. Heart Circ. Physiol.*, **289**, H2048–2058.
- Horgan, C. O. et Murphy, J. G. (2007). Limiting chain extensibility constitutive models of Valanis–Landel type. *J. Elast.*, **86**, 101–111.
- Horgan, C. O. et Murphy, J. G. (2011). On the normal stresses in simple shearing of fiber-reinforced nonlinearly elastic materials. *J. Elast.*, **104**, 343–355.
- Horgan, C. O. et Saccomandi, G. (2005). A new constitutive theory for fiber-reinforced incompressible nonlinearly elastic solids. *J. Mech. Phys. Solids*, **53**, 1985–2015.

- Hostettler, A., George, D., Rémond, Y., Nicolau, S. A., Soler, L., et Marescaux, J. (2010). Bulk modulus and volume variation measurement of the liver and the kidneys in vivo using abdominal kinetics during free breathing. *Comput. Meth. Prog. Biomed.*, **100**, 149–157.
- Huang, C., Stankiewicz, A., Ateshian, G. A., et Mow, V. C. (2005). Anisotropy, inhomogeneity, and tension–compression nonlinearity of human glenohumeral cartilage in finite deformation. *J. Biomech.*, **38**, 799–809.
- Humphrey, J. D. (1995). Mechanics of arterial wall: Review and directions. *Critical Reviews in Biomed. Engr.*, **23**, 1–162.
- Humphrey, J. D. et Yin, F. C. P. (1987). On constitutive relations and finite deformations of passive cardiac tissue: I. a pseudo strain-energy approach. *ASME J. Biomech. Engrg.*, **109**, 298–304.
- Hutchinson, D. T., Savory, K. M., et Bachus, K. N. (1997). Crack-growth properties of various elastomers with potential application in small joint prostheses. *J. Biomed. Mater. Res.*, **37**, 94–99.
- Hwang, Y. M., Lin, Y. K., et Altan, T. (2007). Evaluation of tubular materials by a hydraulic bulge test. *Int. J. Mach. Tool. Manu.*, **47**, 343–351.
- Ishikawa, S. et Kotera, H. (2005). Constitutive equations for fiber reinforced hyperelasticity. In *Constitutive Models for Rubber IV*, P.-E. Austrell and L. Kari, eds., Taylor & Francis, London, pp. 619–625.
- Ishikawa, S., Tokuda, A., et Kotera, H. (2008). Numerical simulation for fiber reinforced rubber. *J. Comput. Sci. Technol.*, **2**, 587–596.
- Itskov, M., Haberstroh, E., Ehret, A. E., et Vohringer, M. C. (2006). Experimental observation of the deformation induced anisotropy of the Mullins effect in rubber. *KGK-Kautschuk Gummi Kunststoffe*, **59**, 93–96.
- Itskov, M., Ehret, A., Kazakeviciute-Makovska, R., et Weinhold, G. (2010). A thermodynamically consistent phenomenological model of the anisotropic Mullins effect. *ZAMM - J. Appl. Math. Mech.*, **90**, 370–386.
- Jemiolo, S. et Telega, J. J. (2001). Transversely isotropic materials undergoing large deformations and application to modelling soft tissues. *Mech. Res. Commun.*, **28**, 397–404.
- Ju, Y. J., Tohyama, H., Kondo, E., Yoshikawa, T., Muneta, T., Shinomiya, K., et Yasuda, K. (2006). Effects of local administration of vascular endothelial growth factor on properties of the in situ frozen-thawed anterior cruciate ligament in rabbits. *Am. J. Sports Med.*, **34**, 84–91.
- Kaliske, M. (2000). A formulation of elasticity and viscoelasticity for fibre reinforced material at small and finite strains. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, **185**, 225–243.
- Karami, G., Grundman, N., Abolfathi, N., Naik, A., et Ziejewski, M. (2009). A micromechanical hyperelastic modeling of brain white matter under large deformation. *J. Mech. Beh. Biomed. Mater.*, **2**, 243–254.
- Karnezis, P. et Farrugia, D. C. J. (1998). Study of cold tube drawing by finite-element modelling. *J. Mater. Proc. Technol.*, **80-81**, 690–694.
- Karsaj, I., Sansour, C., et Soric, J. (2009). The modelling of fibre reorientation in soft tissue. *Biomech. Model. Mechanobiol.*, **8**, 359–370.
- Kaster, T., Sack, I., et Samani, A. (2011). Measurement of the hyperelastic properties of ex vivo brain tissue slices. *J. Biomech.*, **44**, 1158–1163.
- Kiat-Amnuay, S., Mekayarajjananonth, T., Powers, J. M., Chambers, M. S., et Lemon, J. C. (2006). Interactions of pigments and opacifiers on color stability of mdx4-4210/type a maxillofacial elastomers subjected to artificial aging. *J. Prosthet. Dent.*, **95**, 249–257.

- King, G. J., Edwards, P., Brant, R. F., Shrive, N. G., et Frank, C. B. (1995). Freezing influences the healing of rabbit medial collateral ligament autografts. *Clin. Orthop. Relat. Res.*, **316**, 244–253.
- Klingbeil, W. et Shield, R. (1964). Some numerical investigations on empirical strain energy functions in the large axisymmetric extensions of rubber membranes. *Z. Angew. Math. Phys.*, **15**, 608–629.
- Kroon, M. et Holzapfel, G. A. (2008). A new constitutive model for multilayered collagenous tissues. *J. Biomech.*, **41**, 2766–2771.
- Kuhl, E., Menzel, A., et Garikipati, K. (2006). On the convexity of transversely isotropic chain network models. *Philos. Magn.*, **86**, 3241–3258.
- Labrosse, M. R., Beller, C. J., Mesana, T., et Veinot, J. P. (2009). Mechanical behavior of human aortas: Experiments, material constants and 3-D finite element modeling including residual stress. *J. Biomech.*, **42**, 996–1004.
- Lancharesa, E., Calvo, B., Cristobal, J. A., et Doblare, M. (2008). Finite element simulation of arcuates for astigmatism correction. *J. Biomech.*, **41**, 797–805.
- Landel, R. F. (1998). A simple  $w'(\lambda)$  function for the Valanis-Landel form of the stored energy function. *Rubber Chem. Technol.*, **71**, 234–243.
- Lapeer, R. J., Gasson, P. D., et Karri, V. (2010). Simulating plastic surgery: From human skin tensile tests, through hyperelastic finite element models to real-time haptics. *Prog. Biophys. Mol. Biol.*, **103**, 208–216.
- Laraba-Abbes, F., Ienny, P., et Piques, R. (2003). A new Taylor-made methodology for the mechanical behaviour analysis of rubber like materials: II. application of the hyperelastic behaviour characterization of a carbon-black filled natural rubber vulcanizate. *Polymer*, **44**, 821–840.
- Le Cam, J. B. (2010). A review of volume changes in rubbers: the effect of stretching. *Rubber. Chem. Technol.*, **83**, 247–269.
- Li, Z., Alonso, J. E., Kim, J.-E., Davidson, J., Etheridge, B. S., et Eberhardt, A. W. (2006). Three-dimensional finite element models of the human pubic symphysis with viscohyperelastic soft tissues. *Ann. Biomed. Eng.*, **34**, 1452–1462.
- Lianfaa, Y. et Cheng, G. (2008). Determination of stress–strain relationship of tubular material with hydraulic bulge test. *Thin-Walled Struct.*, **46**, 147–154.
- Limbort, G. et Middleton, J. (2004). A transversely isotropic viscohyperelastic material application to the modeling of biological soft connective tissues. *Int. J. Solids Struct.*, **41**, 4237–4260.
- Limbort, G. et Middleton, J. (2006). A constitutive model of the posterior cruciate ligament. *Med. Eng. Phys.*, **28**, 99–113.
- Lin, D. et Yin, F. C. P. (1998). A multi-axial constitutive law for mammalian left ventricular myocardium in steady-state barium contracture or tetanus. *ASME J. Biomech. Eng.*, **120**, 504–517.
- Lin, H. T., Dorfmann, A. L., et Trimmer, B. A. (2009). Soft cuticle biomechanics: a constitutive model of anisotropy for caterpillar integument. *J. Theor. Biol.*, **256**, 447–457.
- Lin, J. P., Chang, C. Y., Wu, C., et Shih, S. M. (1996). Thermal degradation kinetics of polybutadiene rubber. *Polym. Degrad. Stability*, **53**, 295–300.
- Lister, K., Gao, Z., et Desai, J. P. (2011). Development of in vivo constitutive models for liver: Application to surgical simulation. *Ann. Biomed. Eng.*, **39**, 1060–1073.
- Lopez-Pamies, O. (2010). A new I1-based hyperelastic model for rubber elastic materials. *C. R. Mecanique*, **338**, 3–11.

- Lu, J. et Zhang, L. (2005). Physically motivated invariant formulation for transversely isotropic hyperelasticity. *Int. J. Solids Struct.*, **42**, 6015–6031.
- Lu, Y., Zhu, H. X., Richmond, S., et Middleton, J. (2010). A visco-hyperelastic model for skeletal muscle tissue under high strain rates. *J. Biomech.*, **43**, 2629–2632.
- Lurding, D., Basar, Y., et Hanskotter, U. (2001). Application of transversely isotropic materials to multi-layer shell elements undergoing finite rotations and large strains. *Int. J. Solids Struct.*, **38**, 9493–9503.
- Machado, G. (2011). *Contribution à l'étude de l'anisotropie induite par l'effet Mullins dans les élastomères silicone chargés*. Ph.D. thesis, Université de Grenoble.
- Machado, G., Chagnon, G., et Favier, D. (2010). Analysis of the isotropic models of the Mullins effect based on filled silicone rubber experimental results. *Mech. Mater.*, **42**, 841–851.
- Machado, G., Favier, D., et Chagnon, G. (2011). Determination of membrane stress-strain full fields of bulge tests from SDIC measurements. Theory, validation and experimental results on a silicone elastomer. *Exp. Mech.*, **en révision**.
- Maden, J. D. (2006). Artificial muscle begins to breathe. *Science*, **311**.
- Malvè, M., Pérez del Palomar, A., Trabelsi, O., López-Villalobos, J. L., Ginel, A., et Doblaré, M. (2011). Modeling of the fluid structure interaction of a human trachea under different ventilation conditions. *Int. Comm. Heat Mass Transf.*, **38**, 10–15.
- Marcinčin, J. et Palko, A. (1993). Negative pressure artificial muscle- an unconventional drive of robotic and handling systems. *Transactions of the University of Košice*, pages 350–354.
- Marckmann, G. et Verron, E. (2006). Comparison of hyperelastic models for rubber-like materials. *Rubber Chem. Technol.*, **79**, 835–858.
- Marckmann, G., Verron, E., Gornet, L., Chagnon, G., Charrier, P., et Fort, P. (2002). A theory of network alteration for the Mullins effect. *J. Mech. Phys. Solids.*, **50**, 2011–2028.
- Martins, P. A. L. S., Natal Jorge, R. M., et Ferreira, A. J. M. (2006). A comparative study of several material models for prediction of hyperelastic properties: application to silicone-rubber and soft tissues. *Strain*, **42**, 135–147.
- Masson, I., Boutouyrie, P., Laurent, S., Humphrey, J. D., et Zidi, M. (2008). Characterization of arterial wall mechanical behavior and stresses from human clinical data. *J. Biomech.*, **41**, 2618–2627.
- May-Newman, K. et Yin, F. C. P. (1998). A constitutive law for mitral valve tissue. *Am. J. Physiol.*, **269**, 1319–1327.
- McMillin, C. R. (2006). Biomedical applications of rubbers and elastomers. *Rubber Chem. Technol.*, **79**, 500–519.
- Menzel, A. et Steinmann, P. (2001). On the comparison of two strategies to formulate orthotropic hyperelasticity. *J. Elast.*, **62**, 171–201.
- Merodio, J. et Ogden, R. W. (2002). Material instabilities in fiber-reinforced nonlinearly elastic solids under plane deformation. *Arch. Mech.*, **54**, 525–552.
- Merodio, J. et Ogden, R. W. (2003). Instabilities and loss of ellipticity in fiber-reinforced compressible non-linearly elastic solids under plane deformation. *Int. J. Solids Struct.*, **30**, 4707–4727.
- Merodio, J. et Ogden, R. W. (2005). Mechanical response of fiber-reinforced incompressible non-linearly elastic solids. *Int. J. Non-linear Mech.*, **40**, 213–227.
- Merodio, J. et Pence, T. J. (2001). Kink surfaces in a directionally reinforced neo-hookean material under plane deformation I. *J. Elast.*, **62**, 119–144.

- Meunier, L. (2011). *Contribution à la conception, l'expérimentation et la modélisation de membranes hyperélastiques architecturées anisotropes*. Ph.D. thesis, Université de Grenoble.
- Meunier, L., Chagnon, G., Favier, D., Orgéas, L., et Vacher, P. (2008). Mechanical experimental characterisation and numerical modelling of an unfilled silicone rubber. *Polym. Test.*, **27**, 765–777.
- Meunier, L., Orgéas, L., Chagnon, G., et Favier, D. (2009). Multiscale approach to model the mechanical behaviour of heterogeneous hyperelastic membranes. In *Constitutive Models for Rubber VI*, A. A. Balkema.
- Meunier, L., Chagnon, G., Favier, D., et Orgéas, L. (2012). Anisotropic architected silicone membranes: hyperelastic model and experimental validation. *J. Mech. Phys. Solids*, **Soumis**.
- Misra, S., Reed, K. B., Douglas, A. S., Ramesh, K. T., et Okamura, A. M. (2008). Needle-tissue interaction forces for bevel-tip steerable needles. *IEEE/RAS-EMBS Int. Conf. Biomed. Robot. Biomechatronics*, pages 224–231.
- Moerman, K. M., Holt, C. A., Evans, S. L., et Simms, C. K. (2009). Digital image correlation and finite element modelling as a method to determine mechanical properties of human soft tissue in vivo. *J. Biomech.*, **42**, 1150–1153.
- Montero, J., Sparholt, J., et Mely, R. (2003). Retrospective case series of therapeutic applications of a lotrafilc on a silicone hydrogel soft contact lens. *Eye Contact Lens*, **29**, S54–S56.
- Mooney, M. (1940). A theory of large elastic deformation. *J. Appl. Phys.*, **11**, 582–592.
- Moreau-Gaudry, A. et Bonvilain, A. (2008). Dispositif d'intervention chirurgicale comprenant un instrument susceptible de se déformer. *Patent*, **FR 0855617**.
- Morgan, N. B. (2004). Medical shape memory alloy application- the market and its product. *Mater. Sci. Eng.*, **A378**, 16–23.
- Muhr, A. H., Gough, J., et Gregory, I. H. (1999). Experimental determination of model for liquid silicone rubber: Hyperelasticity and Mullins effect. In *Proceedings of the First European Conference on Constitutive Models for Rubber*, pages 181–187.
- Mullins, L. (1948). Effect of stretching on the properties of rubber. *Rubb. Chem. Technol.*, **21**, 281–300.
- Mullins, L. (1969). Softening of rubber by deformation. *Rubber Chem. Technol.*, **42**, 339–362.
- Nguyen, T. D. et Boyce, B. L. (2011). An inverse finite element method for determining the anisotropic properties of the cornea. *Biomech. Model. Mechanobiol.*, **10**, 323–337.
- Ogden, R. W. (1972). Large deformation isotropic elasticity - on the correlation of theory and experiment for incompressible rubber like solids. *Proc. R. Soc. Lond. A*, **326**, 565–584.
- Ogden, R. W. (2003). *Nonlinear elasticity, anisotropy, material stability and residual stresses in soft tissue.*, chapter Holzapfel GA, Ogden RW (eds) Biomechanics of soft tissue in cardiovascular system. CISM Courses and lecture Series, vol 441. Springer, Wien New York.
- Palengat, M. (2009). *Modélisation des couplages multiphysiques matériaux-produits-procédés lors de l'étirage de tubes : applications aux alliages métalliques usuels*. Ph.D. thesis, Université de Grenoble.
- Palmieri, G., Sasso, M., Chiappini, G., et Amodio, D. (2011). Virtual fields method on planar tension tests for hyperelastic materials characterisation. *Strain*, **doi: 10.1111/j.1475-1305.2010.00759.x**.
- Papaharilaou, Y., Ekaterinaris, J. A., Manousakid, E., et Katsamouris, A. N. (2007). A decoupled fluid structure approach for estimating wall stress in abdominal aortic aneurysms. *J. Biomech.*, **40**, 367–377.

- Parente, M. P. L., Natal Jorge, R. M., Mascarenhas, T., Fernandes, A. A., et Martins, J. A. C. (2009). The influence of the material properties on the biomechanical behavior of the pelvic floor muscles during vaginal delivery. *J. Biomech.*, **42**, 1301–1306.
- Park, B. H. et Hamed, G. R. (2000). Anisotropy in gum and black filled SBR and NR vulcanizates due to large deformation. *Korea Polym. J.*, **8**, 268–275.
- Park, Y. L., Elayaperumal, S., Daniel, B., Ryu, S. C., Shin, M., Savall, J., Black, R. J., Moslehi, B., et Cutkosky, M. R. (2010). Real-time estimation of 3-D needle shape and deflection for MRI-Guided Interventions. *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, **15**, 906–915.
- Pawelski, H. (2001). Softening behaviour of elastomeric media after loading in changing directions. *Constitutive models for rubber, Besdo, Schuster & Ihleman (eds)*, pages 27–34.
- Peña, E. et Doblaré, M. (2009). An anisotropic pseudo-elastic approach for modelling Mullins effect in fibrous biological materials. *Mech. Res. Comm.*, **36**, 784–790.
- Peña, E., Calvo, B., Martinez, M. A., et Doblaré, M. (2007). An anisotropic visco-hyperelastic model for ligaments at finite strains. Formulation and computational aspects. *Int. J. Solids Struct.*, **44**, 760–778.
- Peña, E., Martinez, M. A., Calvo, B., et Doblaré, M. (2008a). Application of the natural element method to finite deformation inelastic problems in isotropic and fiber-reinforced biological soft tissues. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **197**, 1983–1996.
- Peña, E., Calvo, B., Martinez, M. A., et Doblaré, M. (2008b). On finite strain damage of viscoelastic fibred materials. Application to soft biological tissues. *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, **74**, 1198–1218.
- Peña, E., Peña, J. A., et Doblaré, M. (2009). On the Mullins effect and hysteresis of fibred biological materials: A comparison between continuous and discontinuous damage models. *Int. J. Solids Struct.*, **46**, 1727–1735.
- Peña, E., Calvo, B., Martínez, M. A., Martins, P., Mascarenhas, T., Jorge, R. M. N., Ferreira, A., et Doblaré, M. (2010). Experimental study and constitutive modeling of the viscoelastic mechanical properties of the human prolapsed vaginal tissue. *Biomech. Model. Mechanobiol.*, **9**, 35–44.
- Peña, E., Martins, P., Mascarenhas, T., Natal Jorge, R. M., Ferreirae, A., Doblaré, M., et Calvo, B. (2011). Mechanical characterization of the softening behavior of human vaginal tissue. *J. Mech. Beh. Biomed. Mater.*, **4**, 275–283.
- Peng, T. J. et Landel, R. F. (1972). Stored energy function of rubberlike materials derived from simple tensile data. *J. Appl. Phys.*, **43**, 3064–3067.
- Peng, X. Q., Guo, Z. Y., et Roman, B. (2006). An anisotropic hyperelastic constitutive model with fiber-matrix shear interaction for the human annulus fibrosus. *J. Appl. Mech. Trans ASME*, **73**, 815–824.
- Piepot, H. A., Pneumatikos, I. A., Groeneveld, A. B., van Lambalgen, A. A., et Sipkema, P. (2002). Cold storage sensitizes rat femoral artery to an endotoxin-induced decrease in endothelium-dependent relaxation. *J Surg Res*, **105**, 189–194.
- Pioletti, D. P., Rakotomanana, L. R., Benvenuti, J.-F., et Leyvraz, P.-F. (1998). Viscoelastic constitutive law in large deformations: application to human knee ligaments and tendons. *J. Biomech.*, **31**, 753–757.
- Polignone, D. A. et Horgan, C. O. (1993). Effects of material anisotropy and inhomogeneity on cavitation for composite incompressible anisotropic non linearly elastic spheres. *Int. J. Solids Struct.*, **30**, 3381–3416.
- Prevost, T. P., Balakrishnan, A., Suresh, S., et Socrate, S. (2011). Biomechanics of brain tissue. *Acta Biomater.*, **7**, 83–95.

- Promma, N., Raka, B., Grédiac, M., Toussaint, E., Cam, J. B., Balandraud, X., et Hild, F. (2009). Application of the virtual fields method to mechanical characterization of elastomeric materials. *Int. J. Solids Struct.*, **46**, 698–715.
- Prot, V., Haaverstad, R., et Skallerud, B. (2009). Finite element analysis of the mitral apparatus: annulus shape effect and chordal force distribution. *Biomech. Model. Mechanobiol.*, **8**, 43–55.
- Pruchnicki, E. (1998). Hyperelastic homogenized law for reinforced elastomer at finite strain with edge effects. *Acta Mechanica*, **129**, 139–162.
- Qian, M., Wells, D. M., Jones, A., et Becker, A. (2010). Finite element modelling of cell wall properties for onion epidermis using a fibre-reinforced hyperelastic model. *J. Struct. Biol.*, **172**, 300–304.
- Qiu, G. Y. et Pence, T. (1997). Remarks on the behaviour of a simple directionnally reinforced incompressible non linearly elastic solids. *J. Elasticity*, **49**, 1–30.
- Raghavan, M. et Vorp, D. A. (2000). Toward a biomechanical tool to evaluate rupture potential of abdominal aortic aneurysm: identification of a finite strain constitutive model and evaluation of its applicability. *J. Biomech.*, **33**, 475–482.
- Rebouah, M. (2011). *Dispositif de gonflement de tube*. Master's thesis, Université Joseph Fourier.
- Reese, S., Raible, T., et Wriggers, P. (2001). Finite element modelling of orthotropic material behaviour in pneumatic membranes. *Int. J. Solids Struct.*, **38**, 9525–9544.
- Reiner, M. (1945). A mathematical theory of dilancy. *Amer. J. Math.*, **67**, 350–362.
- Rendal, E., Rodríguez, M., Martínez, M., Fernández, R. O., Sánchez, J., Segura, R., Bermúdez, T., Matheu, G., Filgueira, P., Pértega, S., et Andión, C. (2004). Function of cryopreserved pig aortas. *J. Surg. Res.*, **120**, 304–311.
- Rey, T. (2011). *Création de matériaux composites tissés NiTi/Silicone et analyse de leur comportement mécanique*. Master's thesis, Université Joseph Fourier.
- Rivlin, R. S. (1948). Large elastic deformation of isotropic materials; I, fundamental aspects. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **A240**, 459–490.
- Rivlin, R. S. (2006). The relation between the Valanis-Landel and classical strain-energy functions. *Int. J. Non-linear Mech.*, **41**, 141–145.
- Rivlin, R. S. et Saunders, D. W. (1951). Large elastic deformations of isotropic materials - VII. Experiments on the deformation of rubber. *Philos. Trans. R. Soc.*, **A243**, 251–288.
- Rodriguez, J. F., Cacho, F., Bea, J. A., et Doblaré, M. (2006). A stochastic-structurally based three dimensional finite-strain damage model for fibrous soft tissue. *J. Mech. Phys. Solids*, **54**, 864–886.
- Rodriguez, J. F., Ruiz, C., Doblaré, M., et Holzapfel, G. A. (2008). Mechanical stresses in abdominal aortic aneurysms: influence of diameter, asymmetry, and material anisotropy. *ASME J. Biomech. Eng.*, **130**, 021023.
- Samani, A. et Plewes, D. (2004). A method to measure the hyperelastic parameters of ex vivo breast tissue samples. *Phys Med Biol*, **49**, 4395–4405.
- Sasso, M., Palmieri, G., Chiappini, G., et Amodio, D. (2008). Characterization of hyperelastic rubber-like materials by biaxial and uniaxial stretching tests based on optical methods. *Polym. Test.*, **27**, 995–1004.
- Schlosser, P. (2008). *Influence des aspects mécaniques et thermiques sur les mécanismes de déformation d'alliages NiTi*. Ph.D. thesis, Université Joseph Fourier.
- Schröder, J. et Neff, P. (2003). Invariant formulation of hyperelastic transverse isotropy based on polyconvex free energy functions. *Int. J. Solids Struct.*, **40**, 401–445.

- Schröder, J., Neff, P., et Balzani, D. (2005). A variational approach for materially stable anisotropic hyperelasticity. *Int. J. Solids. Struct.*, **42**, 4352–4371.
- Schroder, J., Neff, P., et Ebbing, V. (2008). Anisotropic polyconvex energies on the basis of crystallographic motivated structural tensors. *J. Mech. Phys. Solids*, **56**, 3486–3506.
- Schwenninger, D., Schumann, S., et Guttman, J. (2011). In vivo characterization of mechanical tissue properties of internal organs using endoscopic microscopy and inverse finite element analysis. *J. Biomech.*, **44**, 487–493.
- Sears, P. et Dupont, P. (2006). A steerable needle technology using curved concentric tubes. *IEEE/RSJ Int. Conf. Intel. Robots Syst.*, **October**, 2850–2856.
- Shariff, M. H. B. M. (2006). An anisotropic model of the Mullins effect. *J. Eng. Math.*, **56**, 415–435.
- Shaw, J. A., Jones, A. S., et Wineman, A. S. (2005). Chemo-rheological response of elastomers at elevated temperatures: Experiments and simulations. *J. Mech. Phys. Solids*, **53**, 2758–2793.
- Smith, C. W., Young, I. S., et Kearney, J. N. (1996). Mechanical properties of tendons: changes with sterilization and preservation. *J. Biomech. Eng.*, **118**, 56–61.
- Smith, L. P. (1993). *The language of rubber: an introduction to the specification and testing of elastomers*.
- Sokolowski, T., Gerke, K., Ahmetoglu, M., et Altan, T. (2000). Evaluation of tube formability and material characteristics: hydraulic bulge testing of tubes. *J. Mater. Process. Technol.*, **98**, 34–40.
- Spencer, A. J. M. (1971). *Theory of Invariants*. Continuum Physics, C. Eringen Academic Press.
- Spencer, A. J. M. (2009). Ronald Rivlin and invariant theory. *Int. J. Eng. Sci.*, **47**, 1066–1078.
- Takamizawa, K. et Hayashi, K. (1987). Strain energy density function and uniform strain hypothesis for arterial mechanics. *J. Biomech.*, **20**, 7–17.
- Takigawa, S., Meletiou, S., Sauerbier, M., et Cooney, W. P. (2004). Long-term assessment of Swanson implant arthroplasty in the proximal interphalangeal joint of the hand. *J. Hand. Surg. Am.*, **29**, 785–795.
- Tang, C. Y., Zhang, G., et Tsui, C. P. (2009a). A 3D skeletal muscle model coupled with active contraction of muscle fibres and hyperelastic behaviour. *J. Biomech.*, **42**, 865–872.
- Tang, D., Yang, C., Kobayashi, S., Zheng, J., Woodard, P. K., Teng, Z., Billiar, K., Bach, K., et Ku, R. (2009b). 3D MRI-based anisotropic FSI models with cyclic bending for human coronary atherosclerotic plaque mechanical analysis. *J. Biomech. Eng.*, **131**.
- Tang, L., Chen, Y., et He, X. (2008). Compliant needle modeling and steerable insertion simulation. *Comput. Aided Design Appl.*, **5**, 39–46.
- Toungara, M. (2011). *Contribution à la prédiction de la rupture des Anévrismes de l’Aorte Abdominale (AAA)*. Ph.D. thesis, Université de Grenoble.
- Toungara, M., Chagnon, G., et Geindreau, C. (2011). Numerical analysis of the wall stress in abdominal aortic aneurysm: influence of the material model near-incompressibility. *J. Mech. Med. Biol.*, **DOI No: 10.1142/S021951941200444**.
- Trabelsi, O., Pérez del Palomar, A., López-villalobos, J. L., Ginel, A., et Doblaré, M. (2010). Experimental characterization and constitutive modeling of the mechanical behavior of the human trachea. *Med. Eng. Phys.*, **32**, 76–82.
- Triantafyllidis, N. et Abeyaratne, R. C. (1983). Instability of a finitely deformed fiber-reinforced elastic material. *J. Appl. Mech.*, **50**, 149–156.
- Truesdell, C. (1966). *The elements of continuum mechanics*. Springer Verlag, New-York.

- Turner, W. D., Vasseur, P., Gorek, J. E., Rodrigo, J. J., et Wedell, J. R. (1988). An in vitro study of the structural properties of deep-frozen versus freeze-dried, ethylene oxide-sterilized canine anterior cruciate ligament bone-ligament-bone preparations. *Clin. Orthop. Relat. Res.*, **230**, 251–256.
- Vahapoglu, V. et Karadeniz, S. (2006). Constitutive equations for isotropic rubber-like materials using phenomenological approach: a bibliography (1930-2003). *Rubber Chem. Technol.*, **79**, 489–499.
- Vaishnav, R. N., Young, J. T., et Patel, D. J. (1973). Distribution of stresses and of strain-energy density through the wall thickness in a canine aortic segment. *Circ. Res.*, **32**, 577–583.
- Valanis, K. C. et Landel, R. F. (1967). The strain-energy function of a hyperelastic material in terms of the extension ratios. *J. Appl. Phys.*, **38**, 2997–3002.
- Valencia, A. et Baeza, F. (2009). Numerical simulation of fluid–structure interaction in stenotic arteries considering two layer nonlinear anisotropic structural model. *Int. Com. Heat Mass Transf.*, **36**, 137–142.
- Vassal, J. P. (2007). *Contribution à la modélisation des propriétés physiques et rhéologiques des milieux fibreux. Application à la mise en forme et aux propriétés thermiques des matériaux composites à fibres courtes*. Ph.D. thesis, Université de Grenoble.
- Velasco, R. et Boudeau, N. (2008). Tube bulging test: Theoretical analysis and numerical validation. *J. Mater. Proc. Technol.*, **205**, 51–59.
- Venugopal Rao, A., Ramakrishnan, N., et Krishna Kumar, R. (2003). A comparative evaluation of the theoretical failure criteria for workability in cold forging. *J. Mater. Process. Technol.*, **142**, 29–42.
- Villa, E., Arnaboldi, S., Tuissi, A., Giacomelli, M., et Turco, E. (2009). Mechanical analysis of hybrid textile composites with NiTi wires. *J. Mater. Eng. Perform.*, **18**, 517–521.
- Volokh, K. Y. et Vorp, D. A. (2008). A model of growth and rupture of abdominal aortic aneurysm. *J. Biomech.*, **41**, 1015–1021.
- Walia, H., Brantley, A., et Gerstein, H. (1988). An initial investigation of the bending and torsional properties of nitinol root canal files. *J. Endod.*, **14**, 346–351.
- Wang, C. C. (1969). On representations for isotropic functions I and II. *Arch. Rat. Mech. An.*, **33**, 249–287.
- Wang, C. C. (1970). A new representation theorem for isotropic functions I and II. *Arch. Rat. Mech. An.*, **35/36**, 166–223.
- Wang, P., Shu, Z., He, L., Chen, S., Wang, Y., et Li Wang, X. (2006). The structural and cellular viability in cryopreserved rabbit carotid arteries. *J. Surg. Res.*, **131**, 241–251.
- Webster III, R. J., Kim, J. S., Cowan, N. J., Chirikjian, G., et Okamura, A. M. (2006). Nonholonomic modeling of needle steering. *Int. J. Robot. Res.*, **25**, 509–525.
- Wedlick, T. R. et Okamura, A. M. (2009). Characterization of pre-curved needles for steering in tissue. *IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, pages 1200–1203.
- Weiss, J. A. et Gardiner, J. C. (2001). Computational modeling of ligament mechanics. *Critical reviews Biomed. Engng.*, **29**, 1–70.
- Weiss, J. A., Maker, B. N., et Govindjee, S. (1996). Finite implementation of incompressible, transversely isotropic hyperelasticity. *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.*, **135**, 107–128.
- Willetts, T. L., Whiteside, R., Wild, P. M., Wyss, U. P., et Anastassiades, T. (2005). Artefacts in the mechanical characterization of porcine articular cartilage due to freezing. *Proc. Inst. Mech. Eng. H.*, **219**, 23–29.

- Wilson, C. H., Stansby, G., Haswell, M., Cunningham, A. C., et Talbot, D. (2004). Evaluation of eight preservation solutions for endothelial in situ preservation. *Transplantation*, **15**, 1008–1013.
- Wineman, A. S. (1978). On axisymmetric deformations of nonlinear viscoelastic membranes. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **4**, 249–260.
- Wineman, A. S. et Shaw, J. A. (2006). Influence of thermally induced chemo-rheological changes on the torsion of elastomeric cylinders. *Continuum Mech. Therm.*, **17**, 477–492.
- Woo, D. M. et Hawkes, P. J. (1968). Determination of stress/strain characteristics of tubular materials. *J. Inst. Met.*, **96**, 357–359.
- Yeoh, O. H. (1990). Characterization of elastic properties of carbon black filled rubber vulcanizates. *Rubber Chem. Technol. Chem. Technol.*, **63**, 792–805.
- Yoneyama, T. et Miyazaki, S. (2008). *Shape Memory Alloys for Biomedical Applications*. Woodhead Publishing Ltd.
- Zhao, X., Raghavan, M. L., et Lu, J. (2011). Identifying heterogeneous anisotropic properties in cerebral aneurysms: a point wise approach. *Biomech. Model. Mechanobiol.*, **10**, 177–189.
- Zuñiga, A. E. et Beatty, M. F. (2002). A new phenomenological model for stress-softening in elastomers. *Z. Angew. Math. Phys.*, **53**, 794–814.
- Zulliger, M. A., Fridez, P., Hayashi, K., et Stergiopoulos, N. (2004). A strain energy function for arteries accounting for wall composition and structure. *J. Biomech.*, **37**, 989–1000.