



**HAL**  
open science

# Modélisation et évaluation des performances de disponibilité d'un avion dans un contexte opérationnel lors des phases de conception

Laurent Saintis

► **To cite this version:**

Laurent Saintis. Modélisation et évaluation des performances de disponibilité d'un avion dans un contexte opérationnel lors des phases de conception. Performance et fiabilité [cs.PF]. Université de Toulouse III – Paul Sabatier, 2008. Français. NNT: . tel-01958591

**HAL Id: tel-01958591**

**<https://hal.science/tel-01958591>**

Submitted on 18 Dec 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par l'Université Toulouse III - Paul Sabatier  
Discipline ou spécialité : Génie Mécanique

---

Présentée et soutenue par SAINTIS Laurent  
Le 02 juillet 2008

**Titre :** *Modélisation et évaluation des performances de disponibilité d'un avion dans un contexte opérationnel lors des phases de conception*

---

### JURY

- M. Jean-Louis BON, Professeur des universités, Laboratoire de Mathématiques Appliquées, Polytech'Lille, Rapporteur  
M. Patrick Lyonnet, Professeur des universités, Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes, Saint-Etienne, Rapporteur  
M. Jean-Batiste HIRIART-URRUTY, Professeur des universités, Institut Mathématique de Toulouse, UPS, Examineur  
M. Jean-Michel CHAGUE, Ingénieur à Airbus France, Examineur  
M. Christian BES, Professeur des universités, Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse, UPS, Directeur de thèse  
M. Marcel MONGEAU, Maître de conférence HDR, Institut Mathématique de Toulouse, UPS, Co-Directeur de thèse

---

**Ecole doctorale :** MEGEP

**Unité de recherche :** Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse (LGMT),  
Institut de Mathématiques de Toulouse (IMT)

**Directeur(s) de Thèse :** Bès Christian (LGMT), Mongeau Marcel (IMT)

Modélisation et évaluation des performances de  
disponibilité d'un avion dans un contexte  
opérationnel lors des phases de conception

Laurent Saintis

---

*Aux Lambdas d'Airbus et à ma Muse*

---

## Remerciements

Cette thèse est avant tout un travail de recherche universitaire qui a nécessité le soutien et le conseil de plusieurs personnes. Je souhaite exprimer toute ma reconnaissance et ma gratitude à Christian Bès et Marcel Mongeau, mes directeurs de thèse, pour leur motivation, leur patience et le goût de la recherche opérationnelle qu'ils m'ont transmis. Ils ont su rendre ce parcours agréable, notamment par nos entretiens sur l'université (qui j'espère leur rendra bien).

Je tiens à remercier également Jean-Louis Bon et Patrick Lyonnet pour avoir accepté d'être mes rapporteurs de thèse, mais aussi pour mon intérêt dans ce domaine des mathématiques appliquées qu'ils ont développé au travers de leurs ouvrages.

Une thèse CIFRE est aussi un travail qui s'inscrit dans un cadre industriel. Le développement des méthodes présentées ici est le fruit de la connaissance des ingénieurs de conception du soutien aux opérations. Il s'appuie donc sur des personnes qui par leur aide et par le transfert de leurs expériences ont rendu l'aboutissement de ce travail de recherche possible. J'ai donc eu la chance de pouvoir compter sur de telles personnes que je tiens à remercier.

Je tiens tout d'abord à remercier Jean-Michel Chague pour sa persévérance, sa confiance et le professionnalisme qu'il m'a amené. Il a rendu possible le développement de ce sujet de recherche et son aboutissement industriel. J'associe ces remerciements et ces compliments à Emmanuel Hugues, mon tuteur et mentor dans l'appréhension de la fiabilité opérationnelle. Leur bonne humeur a d'autant plus contribué au plaisir de travailler ensemble.

Pour sa présence durant ces trois années, je remercie également Bénédicte Lienhardt d'avoir vogué avec moi en tant que «binôme» privilégié. Sa collaboration, ses différences de point de vue et sa complicité m'ont beaucoup apporté.

Le cadre dans lequel je me suis épanoui durant ces trois ans, je le dois aux personnes y travaillant : Frédéric Thibier, Marc Darracq, Orélie Mayonove, le lambda du process Robert Fidel, Frédéric Trudin, Fanny Vantôme, Christophe Ducamp, Bernard Borg, Nathalie Joubert, Thomas Candela, Laurent Vie, Polo Proença, Lisa Barral, Simon Bossen, l'équipe de Joel Chapeau et les utilisateurs d'ORA Nicolas Eprinchard, Alexandre Alidor, Benoît Renaud, Gilles Salandres et Matthieu Jeannot.

J'élargie ces remerciements à l'ensemble des collègues au sein de l'entreprise Airbus avec qui j'ai pris plaisir à travailler : Nathalie Servieres, Hervé Bouyssou, Stéphane Abadie et Eric Pouilles pour le développement de l'application, Franz Zafra-evers et Bill Nankiwell, Romain Bernard et François Pouzols de CVB, l'équipe SEO, Stéphanie Bevilacqua avec l'équipe de DOCLAND auquel je dédie la bibliographie et bien d'autres encore.

Sur un plan plus personnel mais tout aussi important, je remercie également mes parents pour leur appui en toute circonstance, mes correcteurs et amis Emilie, Nathalie, Mikaël pour leur soutien, ainsi que bien d'autres pour leur affection, sans oublier ma muse, Leïla, pour sa charmante présence durant cette dernière période de rédaction.

# Table des matières

Liste des abréviations et acronymes	7
Glossaire	10
Listes des notations	16
<b>Introduction générale</b>	<b>22</b>
<b>I Positionnement du problème</b>	<b>25</b>
<b>Introduction de la première partie</b>	<b>26</b>
<b>1 Contexte économique et industriel</b>	<b>28</b>
1.1 Enjeux économiques . . . . .	28
1.2 Enjeux industriels pour l'avionneur Airbus et objectifs de l'étude . . . . .	31
<b>2 Conception des systèmes de l'avion</b>	<b>33</b>
2.1 Processus de conception d'un programme avion relatif aux systèmes . . . . .	34
2.2 Conception d'un système et de son architecture . . . . .	34
2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion . . . . .	37
2.3.1 Analyse de sécurité de l'avion . . . . .	37
2.3.2 Conception de la surveillance des pannes et du diagnostic automatique	39
2.3.3 Conception du diagnostic et de la maintenance corrective . . . . .	42
2.3.4 Définitions d'une liste d'équipements minimums et du document MMEL . . . . .	43
2.4 La conception du soutien de l'avion pour de meilleures performances opé- rationnelles . . . . .	47
<b>3 Utilisation de l'avion dans un contexte opérationnel</b>	<b>52</b>
3.1 Exploitation commerciale de l'avion . . . . .	53
3.1.1 Profils de mission de l'avion . . . . .	53
3.1.2 Décomposition des phases de vol et sol d'un cycle . . . . .	54
3.2 Maintenance en ligne d'un avion . . . . .	56
3.2.1 Politique de maintenance d'un avion, d'une flotte . . . . .	57

## TABLE DES MATIÈRES

---

3.2.2	Critères de décision sur le type de maintenance corrective . . . . .	58
3.2.3	Processus de maintenance corrective en ligne . . . . .	61
3.3	Définition des profils de chaque type de mission pour prévoir un soutien opérationnel . . . . .	62
<b>Conclusion de la première partie</b>		<b>65</b>
<b>II Formulation mathématique du problème</b>		<b>68</b>
<b>Introduction de la deuxième partie</b>		<b>69</b>
<b>4</b>	<b>Modélisation de l'architecture fonctionnelle et des dysfonctionnements d'un système</b>	<b>71</b>
4.1	Modèles de représentation d'un système en Sûreté de fonctionnement . . .	71
4.2	Caractérisation des conditions NOGO . . . . .	75
4.2.1	Choix d'un modèle de représentation . . . . .	75
4.2.2	Propriétés de l'arbre de défaillances caractérisant les conditions NOGO . . . . .	76
4.3	Représentation de la fiabilité d'un composant . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Modélisation du processus de mission de l'avion</b>	<b>81</b>
5.1	Modélisation du contexte opérationnel . . . . .	82
5.2	Modélisation du processus d'apparition d'un effet cockpit . . . . .	84
5.2.1	Définitions des intervalles de temps caractérisant l'apparition d'un effet cockpit durant un cycle de vol . . . . .	85
5.2.2	Définitions des variables aléatoires de temps sur un cycle de vol, conditionnées par l'occurrence d'une panne . . . . .	87
5.3	Modélisation de la maintenance corrective sur un LRU . . . . .	90
5.3.1	Discussion sur les actions de maintenance corrective . . . . .	90
5.3.2	Etat de l'art sur les distributions de temps de maintenance . . . . .	91
5.3.3	Choix de modèles en fonction des actions de maintenance corrective	94
5.4	Modélisation du processus de maintenance . . . . .	96
5.4.1	Modélisation de la politique de maintenance d'une compagnie aérienne	97
5.4.2	Modélisation du processus de maintenance corrective lors d'un cycle	102
<b>6</b>	<b>Définitions mathématiques des performances de disponibilité à estimer</b>	<b>110</b>
6.1	Fiabilité en service . . . . .	110
6.2	Fiabilité opérationnelle et fiabilité de déploiement . . . . .	112
6.3	Quantités relatives à l'indisponibilité . . . . .	113
<b>Conclusion de la deuxième partie</b>		<b>116</b>

## TABLE DES MATIÈRES

---

<b>III</b>	<b>Résolution du problème</b>	<b>118</b>
	Introduction de la troisième partie	119
<b>7</b>	<b>Etat de l'art sur les méthodes d'évaluation de performances de disponibilité</b>	<b>120</b>
<b>8</b>	<b>Un modèle en phase de Conception de l'architecture</b>	<b>128</b>
8.1	Calcul des probabilités d'apparition d'un effet cockpit lors d'un cycle . . .	129
8.2	Formules récursives pour les probabilités des événements traduisant la fiabilité en service . . . . .	131
8.3	Bornes relatives aux ensembles minimaux . . . . .	133
8.4	Bornes relatives aux conditions NOGO . . . . .	139
8.5	Approximations relatives aux conditions NOGO . . . . .	143
8.6	Evaluation de la probabilité d'interruption du vol . . . . .	144
8.7	Evaluation des probabilités de retard sachant l'action de maintenance . . .	145
8.8	Bornes et approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle . .	149
8.8.1	Calcul de la probabilité d'interruption opérationnelle sans condition NOGO . . . . .	149
8.8.2	Calcul de la probabilité d'interruption opérationnelle avec des conditions NOGO . . . . .	151
8.9	Schéma itératif complet de calcul des bornes et approximations . . . . .	156
<b>9</b>	<b>Extension du modèle à partir de la phase de définition</b>	<b>163</b>
9.1	Formules récursives pour les probabilités des événements traduisant la fiabilité en service . . . . .	164
9.2	Bornes et approximation de la probabilité d'application d'une maintenance différée sur un composant . . . . .	165
9.3	Probabilités des événements caractérisant la disponibilité . . . . .	168
9.3.1	Calcul de la probabilité d'annulation du vol . . . . .	169
9.3.2	Calcul de la probabilité de retard sans condition NOGO . . . . .	173
9.3.3	Calcul de la probabilité de retard avec conditions NOGO . . . . .	175
9.4	Reprise du schéma itératif . . . . .	179
	Conclusion de la troisième partie	182
<b>IV</b>	<b>Expérimentations numériques</b>	<b>183</b>
	Introduction de la quatrième partie	184
<b>10</b>	<b>Expérimentations numériques sur le modèle en phase de conception</b>	<b>185</b>
<b>11</b>	<b>Expérimentations sur le modèle à partir de la phase de définition</b>	<b>192</b>
<b>12</b>	<b>Validation des résultats</b>	<b>196</b>

## TABLE DES MATIÈRES

---

Conclusion de la quatrième partie	201
Conclusion générale	203
Bibliographie	205
Annexes	211
<b>A Données en service</b>	<b>211</b>
A.1 Bases de données en service . . . . .	211
A.2 Validité des données - Formulation d'hypothèses . . . . .	216
A.3 Validation des modèles à partir des données en service . . . . .	216
<b>B Généralisation du processus d'apparition d'un effet cockpit et du processus de maintenance corrective</b>	<b>217</b>
B.1 Généralisation des définitions des intervalles de temps caractérisant l'apparition d'un effet cockpit durant un cycle de vol . . . . .	219
B.2 Généralisation des définitions des variables aléatoires de temps sur un cycle de vol, conditionnées par l'occurrence d'une défaillance . . . . .	221
B.2.1 Modélisation du processus de maintenance corrective lors d'un cycle	223
<b>C Preuve de la propriété de négative dépendance</b>	<b>227</b>
<b>D Evaluation des probabilités d'interruption opérationnelle sachant la procédure de maintenance pour l'ensemble des cas</b>	<b>229</b>
<b>E Evaluation des probabilités conditionnelles pour le second modèle à partir de la phase de définition</b>	<b>232</b>
E.1 Simulation des variables aléatoires lors d'un cycle . . . . .	232
E.2 Calcul des probabilités intermédiaires par simulation de Monte-carlo . . . . .	237
<b>F Construction d'un modèle de Markov pour le calcul de la fiabilité en service</b>	<b>243</b>
<b>G Etude du groupement d'équipement de calculateurs S</b>	<b>249</b>

# Liste des abréviations et acronymes

## AdD

Arbre de Défaillances :

## ADM

*A*cccepted *D*egraded *M*ode : Acceptation d'un mode dégradé

## AIRMAN

*AIR*craft *M*aintenance *A*Nalysis : Logiciel pour la surveillance en temps réel et le diagnostic des pannes sur un avion

## BDD

*B*inary *D*ecision *D*igram : Diagramme de décision binaire

## BDMP

*B*oolean logic *D*riven *M*arkov *P*rocess : Processus de Markov régi par logique booléenne

## CMS

*C*entralized *M*aintenance *S*ystem : Système de centralisation de la maintenance

## DMC

*D*isplay *M*anagement *C*omputer : Calculateur de gestion de l'affichage

## DU

*D*isplay *U*nit : unité d'affichage

## ECAM

*E*lectronic *C*entralized *A*ircraft *M*onitoring : Système électronique de centralisation des alarmes

## EIS

*E*lectronic *I*nstrument *S*ystem : Système électronique d'instrumentation et de surveillance

## ETOPS

*E*xtended *T*win-engine *O*Perations : Opérations étendues pour un bimoteur

## FC

*F*ailure *C*ondition : condition de panne

## Liste des abréviations et acronymes

---

### FCOM

*Flight Crew Operating Manual* : Manuel d'opération pour l'équipage technique

### FCy

*Flight Cycles* : Cycles de vol

### FDE

*Flight Deck Effect* : Effet ressenti dans le poste de pilotage

### FH

*Flight Hours* : Heures de vol

### FWS

*Flight Warning System* : Système central des alarmes

### GMTBUR

*Guaranty Mean Time Between Unscheduled Removal* : Temps moyen garanti entre deux déposes non programmées

### ISAIM

*In-Service Aircraft Information Management* : Ensemble de bases de données sur les avions en service

### JAA

*Joint Aviation Authorities* : Autorités de certification

### LRU

*Line Replacable Unit* : Une unité qui peut être facilement remplacée durant les opérations de maintenance en ligne

### MEL

*Minimum Equipment List* : Liste des équipements minimums

### MFOP

*Maintenance Free Operating Period* : Cycle de marche sans maintenance : La période d'opération durant laquelle un élément est capable d'assurer l'ensemble de ses missions, sans que l'opérateur soit restreint de quelque manière que ce soit en raison des limitations ou des pannes du système, avec un minimum de maintenance ([23], [45] et [39]).

### MMEL

*Master Minimum Equipment List* : Document qui liste les équipements pouvant être hors service temporairement, sous certaines conditions, tout en maintenant un niveau de sécurité acceptable. Le document FAA MMEL est une liste des équipements et systèmes minimums en service requis pour opérer l'avion en sécurité. Ce dernier document est écrit par l'autorité fédérale de l'aviation civile.

### MRO

*Maintenance Repair Overhaul* : Atelier de révision générale

## Liste des abréviations et acronymes

---

### MTBF

*Mean Time Between Failure* : Temps moyen entre deux pannes

### MTBUR

*Mean Time Between Unscheduled Removal* : Temps moyen entre deux déposes non programmées

### MTTADM

*Mean Time To Accept Degraded Mode* : Temps moyen pris par une procédure de maintenance corrective pour accepter un mode dégradé

### MTTR

*Mean Time To Repair* : Temps moyen pour réparer un composant

### MTTRF

*Mean Time To Restore Function* : Temps moyen pour restaurer une fonction

### NFF

*No Fault Found* : Pas de panne trouvée

### NOGO

conditions NOGO : Conditions requises pour autoriser la poursuite du vol en cours ou le vol suivant

### OH

*Operating Hours* : Heures de fonctionnement

### OI

*Operational Interruption* : Interruption opérationnelle

### PFR

*Post-Flight Report* : Compte-rendu de vol

### QPA

*Quantity Per Aircraft* : Quantité d'équipement d'un même type sur un avion

### QRD

*Quantity Required for Dispatch* : Quantité d'équipements d'un même type requis pour assurer une fonction, nécessaire pour autoriser le décollage de l'avion

### RDM

*Refused Degraded Mode* : Refus d'un mode dégradé

### TAT

*Turn-Around Time* : Durée d'escale ou durée de rotation au sol de l'avion

### TO

*Take-Off* : Décollage

### v.a

variable aléatoire :

# Glossaire

Les définitions proposées dans ce glossaire proviennent de normes ou d'ouvrages. Les références sont fournies à la fin de chaque définition.

## **analyse de défaillance**

Examen logique et systématique d'un bien qui a eu une défaillance afin d'identifier et d'analyser le mécanisme de défaillance, la cause de la défaillance et ses conséquences (source [4]).

## **analyse de panne**

Examen logique et systématique d'un bien afin d'identifier et d'analyser la probabilité, les causes et les conséquences de pannes possibles (source [4]).

## **analyse fonctionnelle**

Démarche qui consiste à rechercher, ordonner, caractériser, hiérarchiser et/ou valoriser les fonctions. Elle permet la description synthétique des modes de fonctionnement du système et la connaissance des fonctions à garantir. Les fondements reposent sur l'expression du besoin à étudier et sa spécification technique. L'analyse fonctionnelle considère un système d'un point de vue de sa finalité et prend en compte tous les facteurs concernant le système et son environnement. La démarche s'appuie sur les phases de détermination des différentes phases du cycle de vie du produit, d'analyse des positions d'utilisation, d'analyse fonctionnelle du système, de décomposition du système en sous-systèmes, d'analyses fonctionnelles des sous-systèmes et de validation de la décomposition physique et de l'architecture fonctionnelle (source [3]).

## **bien**

Tout élément, composant, mécanisme, sous-système, unité fonctionnelle, équipement ou système qui peut être considéré individuellement (source [4]).

## **chapitre ATA**

Numéro d'identification des systèmes de l'avion (source [9]).

## **coupe**

Groupe d'événements qui, si tous se produisent, provoqueraient l'apparition de l'événement sommet (source [5]).

## **coupe minimale**

Nombre minimal d'événements qui doivent se produire pour provoquer l'événement de tête (source [5]).

NOTE : La non-apparition de l'un d'eux empêcherait l'apparition de l'événement sommet.

### **criticité d'une défaillance**

Combinaison de la sévérité d'un effet et de la fréquence de son apparition, ou d'autres attributs d'une défaillance comme une mesure de la nécessité d'un traitement ou d'une atténuation (source [8]).

### **cycle de vie**

Intervalle de temps qui commence à la conception du bien et se termine avec son élimination (source [4]).

### **diagnostic de panne**

Actions menées pour la détection de la panne, sa localisation et l'identification de la cause (source [4]).

### **disponibilité**

Aptitude d'un bien à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, à un instant donné ou durant un intervalle de temps donné, en supposant que la fourniture des moyens extérieurs nécessaires est assurée.

*NOTE 1 : Cette aptitude dépend de la combinaison de la fiabilité, de la maintenabilité et de la supportabilité de maintenance.*

*NOTE 2 Les moyens extérieurs nécessaires autres que la logistique de maintenance n'affectent pas la disponibilité du bien (source [4]).*

### **défaillance**

Cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise (source [8]).

*NOTE : Une défaillance est un événement à distinguer d'une panne qui est un état.*

### **défaillance due à une cause commune**

Défaillance de plusieurs biens résultant de la même cause directe sans que ces défaillances soient causées l'une de l'autre (source [4]).

### **dégradation**

Évolution irréversible d'une ou plusieurs caractéristiques d'un bien liée au temps, à la durée d'utilisation ou à une cause externe (source [4]).

### **délai logistique**

Durée totale pendant laquelle la maintenance ne peut pas être exécutée en raison de la nécessité d'acquérir les ressources nécessaires à la maintenance, à l'exclusion des délais administratifs (source [4]).

*NOTE : Les délais logistiques peuvent être dus par exemple à des déplacements vers des installations non surveillées, l'attente de l'arrivée de pièces de rechange, de spécialistes, d'équipements d'essais ou d'information ou à des conditions d'environnement non appropriées.*

### **élément**

Toute partie, composant, périphérique, sous-système, unité fonctionnelle, équipement ou système qui peut être considéré individuellement (source [4]).

### **événement intermédiaire**

événement qui est ni un événement de tête, ni un événement primaire. NOTE : Il est généralement le résultat d'un ou plusieurs événements primaires et/ou d'autres événements intermédiaires (source [5]).

### **événement primaire**

événement qui se situe en bas de l'arbre de panne. Note : un événement primaire peut signifier un événement de base qui ne peut plus être développé ou il peut s'agir d'un événement qui, bien qu'il soit un produit de groupes d'événements et de portes, peut être développé ailleurs (source [5]).

### **événement sommet**

État non désiré du système (ou défaillance du système), qui est d'un intérêt majeur (source [5]).

### **événement**

Apparition d'une condition ou d'une action qui est une entrée vers une porte (source [5]).

### **fiabilité**

Aptitude d'un bien à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, durant un intervalle de temps donné (source [4]).

*NOTE : Le terme «fiabilité» est également utilisé pour désigner la valeur de la fiabilité et peut être défini comme une probabilité.*

### **fonction requise**

Fonction, ou ensemble de fonctions d'un bien considérées comme nécessaires pour fournir un service donné (source [4]).

### **inspection**

Contrôle de conformité réalisé en mesurant, observant, testant ou calibrant les caractéristiques significatives d'un bien (source [4]).

### **logistique de maintenance**

Ressources, services et moyens de gestion nécessaires à l'exécution de la maintenance (source [4]).

### **maintenabilité**

Dans des conditions données d'utilisation, aptitude d'un bien à être maintenu ou rétabli dans un état où il peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, en utilisant des procédures et des moyens prescrits (source [4]).

*NOTE : Le terme «maintenabilité» est également utilisé pour désigner la valeur de la maintenabilité.*

### **maintenance**

Ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise (source [4]).

### **maintenance corrective**

Maintenance exécutée après détection d'une panne et destinée à remettre un bien dans un état dans lequel il peut accomplir une fonction requise (source [4]).

### **maintenance d'urgence**

Maintenance corrective exécutée sans délai après détection d'une panne afin d'éviter des conséquences inacceptables (source [4]).

### **maintenance différée**

Maintenance corrective qui n'est pas exécutée immédiatement après la détection d'une panne, mais est retardée en accord avec des règles de maintenance données (source [4]).

### **maintenance en ligne**

Maintenance exécutée alors que le bien est en fonctionnement (source [4]).

### **maintenance préventive**

Maintenance exécutée à des intervalles prédéterminés ou selon des critères prescrits et destinée à réduire la probabilité de défaillance ou la dégradation du fonctionnement d'un bien (source [4]).

### **maintenance sur site**

Maintenance exécutée à l'endroit où le bien est utilisé (source [4]).

### **mode de défaillance**

Manière dont un dispositif tombe en panne (source [8]).

### **mode de panne**

Façon par laquelle est constatée l'incapacité d'un bien à remplir une fonction requise.

*NOTE : L'emploi du terme *mode de défaillance* dans ce sens est déconseillé (source [4]).*

### **panne**

État d'une entité inapte à accomplir une fonction requise, non comprise l'inaptitude due à la maintenance préventive ou à d'autres actions programmées, ou due à un manque de moyens extérieurs (source [8]).

*NOTE : Une panne est souvent le résultat d'une défaillance du dispositif lui-même, mais peut exister sans une défaillance préalable.*

### **pièce de rechange**

Bien destiné à remplacer un bien correspondant en vue de rétablir la fonction requise d'origine (source [4]).

### **porte**

Symbole qui est utilisé pour établir un lien symbolique entre l'événement de sortie et les entrées correspondantes (source [5]).

### **pronostic**

Analyse des symptômes des défauts dans l'intention de prédire l'état futur et la durée de vie (source [6]).

### **période de défaillance par dégradation**

Période finale de la vie d'un bien durant laquelle le taux de défaillance pour ce bien est considérablement supérieur au taux de la période précédente (source [4]).

### **période de taux de défaillance constant**

Période dans la vie d'un bien durant laquelle le taux de défaillance est approximativement constant (source [4]).

### **redondance**

Existence dans un bien de plus d'un seul moyen à un instant donné pour accomplir une fonction requise (source [4]).

### **réparation**

Actions physiques exécutées pour rétablir la fonction requise d'un bien en panne (source [4]).

### **soutien logistique**

Méthode permettant de définir les éléments nécessaires au maintien de la disponibilité du produit, en fonction des caractéristiques qui la conditionnent (fiabilité, maintenabilité, ...) dans des conditions données en recherchant un optimum économique (source [2]).

### **soutien logistique intégré**

Méthode permettant d'intégrer à la conception du produit, dès l'identification du besoin de l'utilisateur, les éléments nécessaires au maintien de la disponibilité du produit, en fonction des caractéristiques qui la conditionnent (fiabilité, maintenabilité, ...) dans des conditions données en recherchant un optimum économique (source [2]).

### **supportabilité**

Capacité d'un produit, ainsi que son système de soutien, à répondre aux besoins opérationnels des compagnies aériennes.

### **surveillance de fonctionnement**

Activité exécutée manuellement ou automatiquement ayant pour objet d'observer l'état réel d'un bien (source [4]).

### **système**

Ensemble d'éléments interactifs ou reliés entre eux (source [8]).

*NOTE 1 : Dans un contexte de sûreté de fonctionnement, un système aura :*

*a - divers objectifs exprimés en termes de fonctions requises,*

*b - l'indication des conditions d'exploitation,*

*c - une limite définie.*

*NOTE 2 : La structure d'un système est hiérarchique.*

### **sévérité de la défaillance**

Signification ou classement de l'effet d'un mode de défaillance sur le fonctionnement du dispositif, sur l'environnement du dispositif, ou sur l'opérateur du dispositif; la sévérité de l'effet d'un mode de défaillance est liée aux limites définies pour le système analysé (source [8]).

### **sûreté de fonctionnement**

Ensemble des propriétés qui décrivent la disponibilité et les facteurs qui la conditionnent : fiabilité, maintenabilité, et logistique de maintenance (source [4]).

## Glossaire

---

*NOTE : La sûreté de fonctionnement est une notion générale sans caractère quantitatif.*

### **temps de maintenance**

Intervalle de temps pendant lequel une action de maintenance est exécutée sur un bien soit manuellement, soit automatiquement, en y incluant les délais techniques et logistiques (source [4]).

### **temps de maintenance active**

Durée pendant laquelle une action de maintenance active est exécutée sur un bien soit manuellement soit automatiquement, à l'exclusion des délais logistiques (source [4]).

### **temps de maintenance corrective**

Partie du temps de maintenance pendant laquelle on exécute sur le bien une action de maintenance corrective, en y incluant les délais techniques et logistiques propres à la maintenance corrective (source [4]).

### **temps de réparation**

Partie du temps de maintenance corrective active pendant laquelle une réparation est exécutée sur un bien (source [4]).

### **temps moyen de réparation**

Espérance mathématique du temps de réparation (source [4]).

### **temps moyen entre défaillances**

Espérance mathématique du temps entre défaillances (source [4]).

### **vie utile**

Intervalle de temps qui dans des conditions données, commence à un instant donné, et se termine quand le taux de défaillance devient inacceptable ou quand le bien est considéré comme irréparable à la suite d'une panne ou pour d'autres raisons pertinentes (source [4]).

# Listes des notations

Nous avons regroupé ci-dessous les principales notations employées dans les différents chapitres du document. Dans la mesure du possible, nous avons tenté de conserver les mêmes notations d'un chapitre à l'autre. Nous présentons les liste de notations relatives au type de données auxquelles elles font référence. Enfin, certaines notations, apparaissant uniquement de manière ponctuelle, ont été omises.

## Notations relatives à une mission de l'avion

$N$	Nombre de cycle de vol de la mission
$C$	Indice du cycle d'un vol
$FD_C$	Durée du $C^{\text{ième}}$ vol de la mission ( $FD$ signifie <i>Flight Duration</i> ), qui s'étend du décollage à la fin de la phase de roulage après l'atterrissage
$GD_C$	Durée prévue au sol du $C^{\text{ième}}$ cycle, qui s'étend la préparation de l'avion avant le $(C + 1)^{\text{ième}}$ vol à la fin de la phase de roulage avant le décollage
$FL_C$	Durée du vol allant du décollage à la phase de croisière, du $C^{\text{ième}}$ cycle de vol de la mission
$DE_C$	Durée de la phase de descente jusqu'à la phase de roulage après l'atterrissage, du $C^{\text{ième}}$ cycle de vol de la mission
$TAT_C$	Durée de la phase de préparation du vol du $C^{\text{ième}}$ cycle de vol de la mission
$TX_C$	Durée de la phase de roulage avant le décollage, du $C^{\text{ième}}$ cycle de vol de la mission
$Mean\_OI\_cost$	Coût moyen d'une interruption opérationnelle pour la mission
Coût_ $AI$	Coût moyen d'une interruption de vol pour la mission
Coût_ $CN$	Coût moyen d'une annulation pour la mission
Coût_ $DY.h^{-1}$	Coût moyen d'une heure de retard pour la mission

## LISTES DES NOTATIONS

---

### Notations des indicateurs de disponibilité pour une mission donnée

$OI\_rate$	Taux d'interruption opérationnelle
$AI\_rate$	Taux d'interruption de vol
$CN\_rate$	Taux d'annulation de vol
$DY\_rate$	Taux de retard
$DI\_rate$	Taux d'interruption de déploiement
$Temps\_Retard\_Moyen$	Espérance du temps de retard sachant qu'il y a retard
$OI\_cost$	Coût des interruptions opérationnelles

### Notations relatives à un système pour une mission donnée

$S$	Ensemble des composants du système
$S'$	Ensemble des composants du système muni d'un dispositif de surveillance des défaillances
$k$	Nombre de coupes minimales issues de l'arbre NOGO conditions
$MC^i$	$i^{\text{ième}}$ coupe minimale issue de l'arbre de NOGO conditions, $1 \leq i \leq k$
$p$	Nombre de chemins minimaux issus de l'arbre de NOGO conditions
$MP^j$	$j^{\text{ième}}$ chemin minimal issue de l'arbre de NOGO conditions, $1 \leq j \leq p$
$E_{NOGO}$	Ensemble des composants dont la défaillance constitue une coupe minimale d'ordre 1
$OI\_Risk$	Risque opérationnel caractérisant la sévérité des interruptions opérationnelles lors de la phase de vol

### Paramètres pour un composant $x$ pour une mission donnée

$MTBUR_x$	<i>Mean Time Between Unscheduled Removal</i> (MTBUR) de l'équipement <i>Line Replacable Unit</i> (LRU) $x$
$LRU\_Type_x$	Type de l'équipement LRU $x$ : Électrique/Électronique, Mécanique/Hydraulique ou Multi-type, à prendre en compte pour attribuer une distribution du temps de maintenance

### Paramètres pour un composant $x$ lors du cycle $C$ pour une mission donnée

$\%Ressources_{(x,C)}$	Pourcentage de disponibilité des rechanges et des ressources du composant $x$ au cycle $C$
$\%GO\_Decision_{(x,C)}$	Pourcentage de décision d'acceptation du mode dégradé par le capitaine sur le composant $x$ au cycle $C$
$Fin\_ADM(x,C)$	Durée en cycle de vol de la période de fin d'acceptation d'un mode dégradé pour le composant $x$ lors du cycle $C$

## LISTES DES NOTATIONS

---

### Paramètres pour un composant $x$ muni d'un dispositif de surveillance lors d'un cycle $C$

- $I_C^{de}(x)$  Domaine de détection de la défaillance  
 $I_C^{ap}(x)$  Domaine d'apparition possible du *Flight Deck Effect* (FDE) associé à la défaillance du composant  
 $I_C^{ma}(x)$  Domaine d'utilisation au sol du système ou de la fonction  
 $I_C^{ut}(x)$  Domaine de temps disponible pour la maintenance sur le composant

### Variables aléatoires de temps lors du cycle $C$

- $T_C^x$  variable aléatoire (v.a) de temps d'occurrence de la défaillance du composant  $x$  lors du cycle  $C$ , conditionnée par la défaillance de ce composant durant ce cycle  
 $D_C^x$  v.a de temps de détection de la panne du composant  $x$  lors du cycle  $C$ , conditionnée par la défaillance de ce composant durant ce cycle  
 $A_C^x$  v.a du temps d'apparition du FDE lors du cycle  $C$  correspondant à la panne du composant  $x$   
 $M^x$  v.a du temps pris pour effectuer l'ensemble des actions de maintenance corrective en ligne, pour un composant  $x$   
 $L_C^x$  v.a du délai logistique avant l'application de la maintenance corrective sachant l'apparition du FDE lié à la défaillance du composant  $x$  lors du cycle  $C$   
 $F_C'$  v.a du délai logistique lié à l'exploitation au sol de l'avion lors du cycle  $C$   
 $F_C''$  v.a du délai logistique lié à l'utilisation d'une fonction au sol lors du cycle  $C$   
 $F_C^x$  v.a du délai logistique suivant l'application de la maintenance corrective sachant l'apparition du FDE lié à la défaillance du composant  $x$  lors du cycle  $C$   
 $M$  v.a du temps pris pour effectuer l'ensemble des actions de maintenance corrective d'urgence  
 $R_C^x$  v.a du temps de retard suite à l'apparition FDE lié à la défaillance du composant  $x$  lors du cycle  $C$   
 $\overline{M}_C$  Temps moyen pour effectuer l'ensemble des actions de maintenance corrective d'urgence restante  
 $\overline{R}_C^x$  v.a du temps de retard estimé suite à l'apparition FDE lié à la défaillance du composant  $x$  lors du cycle  $C$

## LISTES DES NOTATIONS

---

### Notations des distributions de temps de maintenance pour un composant $x$

$T_{Accès}^R$	v.a du temps d'accès pour appliquer une procédure de restauration
$m_{Accès}^R$	Espérance de la v.a du temps d'accès
$s_{Accès}^R$	Ecart-type de la v.a du temps d'accès
$T_{Diagnostic}^R$	v.a du temps de diagnostic pour appliquer une procédure de restauration
$m_{Diagnostic}^R$	Espérance de la v.a du temps de diagnostic
$T_{Depose/Pose}^R$	v.a du temps de dépose/pose
$m_{Depose/Pose}^R$	Espérance de la v.a du temps de dépose/pose
$s_{Depose/Pose}^R$	Ecart-type de la v.a du temps de dépose/pose
$T_{Tests}^R$	v.a du temps de tests suite à une procédure de restauration
$m_{Tests}^R$	Espérance de la v.a du temps de tests
$s_{Tests}^R$	Ecart-type de la v.a du temps de tests
$T_{Accès}^{ADM}$	v.a du temps d'accès pour appliquer une procédure d'acceptation du mode dégradé
$m_{Accès}^{ADM}$	Espérance de la v.a du temps d'accès
$s_{Accès}^{ADM}$	Ecart-type de la v.a du temps d'accès
$T_{Diagnostic}^{ADM}$	v.a du temps de diagnostic pour appliquer une procédure d'acceptation du mode dégradé
$m_{Diagnostic}^{ADM}$	Espérance de la v.a du temps de diagnostic
$T_{Isolation}^{ADM}$	v.a du temps d'isolation de la panne
$m_{Isolation}^{ADM}$	Espérance de la v.a du temps d'isolation de la panne
$s_{Isolation}^{ADM}$	Ecart-type de la v.a du temps d'isolation de la panne
$T_{Tests}^{ADM}$	v.a du temps de tests suite à une procédure d'acceptation du mode dégradé
$m_{Tests}^{ADM}$	Espérance de la v.a du temps de tests
$s_{Tests}^{ADM}$	Ecart-type de la v.a du temps de tests

## LISTES DES NOTATIONS

---

### Notations des événements lors d'un cycle $C$

$ADM_C$	L'événement que la compagnie aérienne accepte un mode dégradé pour le décollage du cycle suivant $C + 1$
$RDM_C$	L'événement que la compagnie aérienne refuse un mode dégradé au cycle $C$
$NG_C$	L'événement que les conditions NOGO se produisent au cycle $C$
$OI_C$	Interruption opérationnelle au cycle $C$
$AI_C$	Interruption du vol au cycle $C$
$CN_C$	Annulation du vol suivant au cycle $C$
$DY_C$	Retard technique au cycle $C$
$MC_C^i$	Événement : la $i^{\text{ième}}$ coupe minimale se produit au cycle $C$
$MP_C^j$	Événement : le $j^{\text{ième}}$ chemin minimal fonctionne au cycle $C$
$xD_C$	L'événement que le composant $x$ soit en état de marche au départ du cycle $C$
$xF_C$	L'événement que la défaillance du composant $x$ se produise au cycle $C$
$xA_C$	L'événement que le FDE lié à la défaillance du composant $x$ apparaisse au cycle $C$
$xi_C$	L'événement qu'une maintenance préventive est appliquée sur le composant $x$ au cycle $C$
$xM_C$	L'événement que le remplacement du composant $x$ est effectué lors du cycle $C$ suite à l'application d'une maintenance différée
$xOI_C$	L'événement qu'une interruption opérationnelle se produise due à l'application d'une procédure de maintenance corrective sur le composant $x$ au cycle $C$
$xCN_C$	L'événement qu'une annulation du vol suivant intervienne due de l'obligation d'appliquer une procédure de maintenance corrective sur le composant $x$ au cycle $C$
$xDY_C$	L'événement d'un retard dû à l'application d'une maintenance corrective sur le composant $x$

### Notations des quantités de probabilités

$UB(E)$	Borne supérieure de la probabilité de l'événement $E$
$LB(E)$	Borne inférieure de la probabilité de l'événement $E$
$AP(E)$	Approximation de la probabilité de l'événement $E$

# Introduction générale

## INTRODUCTION GENERALE

---

La ponctualité d'une liaison aérienne est devenue au fil des années l'un des enjeux économiques majeurs à la fois pour les compagnies aériennes et, par conséquent, pour les avionneurs. À partir d'un partage de ces risques économiques, ces derniers se sont vus imposer de fournir des garanties de performances de ponctualité et plus généralement de disponibilité quant à la conception de leurs nouveaux programmes avions. Parmi ces performances, de nouveaux indicateurs de disponibilité d'un système ou d'une fonction dans un contexte opérationnel sont définis.

Depuis 1995, Airbus met en place un processus industriel d'allocations, de vérifications et de validations d'exigences de fiabilité opérationnelle lors des phases de conception d'un avion. Ces étapes du processus de conception vont être appliquées par des ingénieurs de supportabilité. Il s'agit encore de métiers récents qui ont évolué au cours de la période de la présente thèse en fonction des besoins grandissants de l'avionneur.

Pour mener à bien cette activité, les spécialistes de supportabilité ont besoin d'outils de prédiction des différentes performances de disponibilité, en particulier de la fréquence (ou taux) d'interruptions opérationnelles. Ces prédictions sont relatives à un équipement, un groupe d'équipements ou un système pour pouvoir consolider la performance au niveau d'un avion ou d'une flotte. Associé à un modèle mathématique permettant ces prédictions de performances, il est donc nécessaire de spécifier un outil, non seulement capable de prédire les performances de disponibilité, mais encore de les intégrer dans des modèles plus globaux de comparaison des coûts.

Au niveau de l'avion, les équipements, les groupes d'équipements, les systèmes ou encore les fonctions à analyser représentent un nombre considérable<sup>1</sup> de prédictions à effectuer. Le modèle ainsi requis doit donc produire un résultat avec un temps de calcul faible, ceci pour permettre aux ingénieurs d'accéder à la prédiction des performances de manière efficace et productive. Cela constitue une contrainte industrielle très importante.

L'étude de tels indicateurs de disponibilité sur un système ou une fonction de l'avion doit tenir compte des interactions existantes entre les dysfonctionnements de ces composants, la politique de maintenance d'une compagnie aérienne et les opérations de l'avion lors de son utilisation en ligne. En préalable, une collecte des données en service s'est mise en place pour reporter les performances aux compagnies aériennes, mais aussi aux concepteurs de systèmes afin de les comparer avec les performances attendues. De plus, des temps de maintenance sont collectés, lors des phases de développement, pour permettre d'appréhender la maintenance en ligne sur un composant.

Plusieurs études furent aussi élaborées pour évaluer les performances des systèmes. Elles ont servi à déterminer le niveau où se placer pour étudier la disponibilité d'un système afin de mettre en évidence une partie des paramètres à prendre en compte dans les évaluations. Les premières méthodes ont aussi permis de développer des outils de représentation des dysfonctionnements d'un système par arbre de défaillances et de modélisation de la fiabilité d'un composant.

Toutefois, il faut faire un inventaire de l'ensemble des facteurs influant sur la disponibilité. Il s'agira ensuite d'adapter pour des utilisateurs non spécialistes de sûreté de fonctionnement les paramètres issus de la conception d'un système et ceci en les intégrant

---

<sup>1</sup>Pour le programme A400M, cela représente un ensemble d'environ 5000 projections de fiabilité opérationnelle.

## INTRODUCTION GENERALE

---

aux différentes phases de conception.

La principale difficulté consiste alors à concevoir une méthode de résolution. Parmi les méthodes possibles d'évaluation de la disponibilité d'un système, l'enjeu scientifique est d'éviter une résolution amenant à une explosion combinatoire de l'ensemble des états du système ou demandant un temps de calcul trop important nécessaire à la précision des résultats.

### Objectifs de la thèse

L'objectif de la présente étude est d'une part de mettre en place un modèle pour prévoir le comportement en service d'une conception d'un système ou d'une fonction avion relative à plusieurs systèmes donnés quant aux taux de retards et d'annulations et d'autre part d'estimer la disponibilité d'un avion dans un contexte opérationnel. Le modèle que nous allons proposer doit s'inscrire dans une méthode de travail pour évaluer et améliorer la conception des systèmes pour de meilleures performances opérationnelles, afin de s'appliquer sur les programmes avions A350 et le futur avion court-courrier.

Cette thèse se situe donc dans un contexte opérationnel bien précis d'utilisation d'un avion par une compagnie aérienne. L'évaluation des performances s'effectue lors des phases de conception d'un nouveau programme avion. Nous serons donc amenés à prendre des hypothèses réalistes sur le comportement des systèmes, sur l'utilisation de l'avion en ligne et sur la politique de maintenance d'une compagnie aérienne. Le cadre de cette étude sera donc limité aux systèmes utilisés sur une mission et soumis à une maintenance typique au contexte aéronautique. Le modèle doit être aussi réaliste que possible pour prendre en compte tous les paramètres influençant la disponibilité et accessibles lors des phases de conception. Ces paramètres sont liés à la conception (fiabilité intrinsèque de ses composants des systèmes, architecture...), à la maintenabilité (diagnostic de panne, accessibilité, dépose/pose...), et aux conditions opérationnelles (caractéristiques des vols, organisation et stratégie de maintenance de la compagnie aérienne...).

De plus, la résolution doit répondre aux contraintes industrielles attendues : une précision des résultats et un temps de calcul efficace.

Enfin, l'évaluation des performances d'un design relatif à un système nécessite une vision globale de toutes les performances attendues (vol, poids, coûts de maintenance...). Elles seront comparées avec une mesure unique, le coût, afin de trouver un compromis suivant les différentes solutions d'architecture de système.

À partir de ces considérations, la présente étude apporte une solution à un problème complexe comportant de nombreux paramètres, ceci pour tout type de système qui d'une part tient compte des contraintes industrielles (simplicité pour les utilisateurs, précisions des résultats, temps de calcul) et qui d'autre part insère la méthode dans le processus industriel de conception des systèmes de l'avion. Pour cela, il a été nécessaire de formaliser et d'adapter l'ensemble des paramètres exploitables de conception des systèmes d'un avion. Nous avons aussi formalisé l'ensemble des données relatives à l'utilisation d'un avion et à la politique de maintenance d'une compagnie aérienne, ceci sans tenir compte du modèle de résolution. Ce travail d'étude avec le développement de prototype a permis notamment de spécifier un outil de prédiction des indicateurs de performances de disponibilité pour

## INTRODUCTION GENERALE

---

l'application industrielle de la méthode sur le programme avion A350.

### Organisation du document

Le présent document est composé de quatre parties.

**Une première partie**, positionne le problème dans son environnement industriel. L'objectif est de définir et limiter les évaluations d'indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel que doit effectuer le modèle. La présentation des enjeux économiques et industriels permettra de définir les différents indicateurs à estimer. L'étude va s'intégrer dans le processus de conception des systèmes de l'avion. Nous allons alors extraire les paramètres de conception du système, de la conception du diagnostic et de la maintenance à insérer dans le modèle. Nous ferons apparaître deux phases différentes d'évaluation en fonction des paramètres disponibles et des exigences, en attribuant à chacune les indicateurs adéquats : la première étant la phase de conception et la deuxième commençant à partir de la phase de définition d'un système. Ensuite, nous synthétiserons l'utilisation de l'avion et la politique de maintenance d'une compagnie aérienne sur lesquelles nous nous baserons pour inclure les données d'entrées et les paramètres caractérisant les conditions opérationnelles.

Nous formaliserons mathématiquement le problème dans la **deuxième partie**, indépendamment d'une méthode de résolution. Cette formalisation nécessite plusieurs étapes :

- donner un modèle de représentation de l'architecture d'un système et de la fiabilité de ses composants,
- définir les données d'entrée, les paramètres utilisés dans les modèles et les indicateurs de disponibilité à estimer,
- décrire de manière formelle le processus d'utilisation de l'avion sur une mission, le processus d'apparition d'un effet dans le poste de pilotage et le processus de maintenance en ligne utilisé.

Au terme de ce travail, nous serons en mesure de choisir une méthode de résolution.

Nous commencerons alors la **troisième partie** par un état de l'art sur les méthodes de résolution d'un système. Nous proposerons ensuite une méthode de résolution basée sur un développement analytique en deux étapes. La première fournira une résolution avec un nombre de paramètres limités sous certaines hypothèses, qui servira pour l'évaluation des indicateurs de disponibilité pour la phase de conception. Ce modèle sera élargi, dans l'étape suivante, en intégrant tous les paramètres disponibles à partir de la phase de définition.

Enfin, la **quatrième partie** présentera les résultats obtenus sur des expérimentations numériques afin d'évaluer la pertinence du modèle proposé, vis-à-vis de la précision et du temps de calcul. Nous traiterons en dernier de la validation des prédictions des indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel en comparaison aux données en service.

## Première partie

### Positionnement du problème

# Introduction de la première partie

Le modèle que nous allons présenter doit s'inscrire dans une méthode de travail pour évaluer et améliorer la conception des systèmes pour de meilleures performances opérationnelles. Dans cette partie, nous positionnons le problème dans son contexte industriel, puis nous allons extraire les données influant sur la disponibilité d'un avion dans un contexte opérationnel. Elles se divisent en trois catégories :

- la conception du système,
- la conception du diagnostic et de la maintenance du système,
- les conditions opérationnelles.

Le modèle qui va être proposé doit permettre aux ingénieurs de supportabilité, les utilisateurs, de prédire pour un système ou une fonction les indicateurs de disponibilité. Une partie des données ainsi que les hypothèses prises pour la modélisation sont invisibles à ces utilisateurs. Pour spécifier le vocabulaire choisi dans ce rapport, nous appelons «données d'entrée» les entrées du modèle invisibles aux utilisateurs et «paramètres» les entrées qu'il fournira. En suivant le processus de conception industriel d'un nouveau programme avion, les paramètres du modèle concernant le système vont s'affiner suivant les phases de conception, de définition puis de développement. Au fur et à mesure de l'évolution du processus donc de la connaissance sur la conception des systèmes, les paramètres du modèle seront soit fixés par hypothèses, soit libres pour l'utilisateur. Nous définissons l'accessibilité d'un paramètre comme la disponibilité pour l'utilisateur d'avoir une information sur la valeur de celui-ci à un instant de la conception d'un système.

Le but poursuivi dans cette partie est de donner les évaluations d'indicateurs de disponibilité que doit calculer le modèle. Pour cela, nous définissons les indicateurs de disponibilité à évaluer. Ensuite nous ferons apparaître les différentes phases d'évaluation en fonction des objectifs et des paramètres accessibles, en attribuant à chacune les indicateurs adéquats. Une évaluation (estimation ou vérification) d'un indicateur de disponibilité d'un avion est fonction :

- d'un système ou d'une fonction (l'ensemble des paramètres de conception pour une architecture donnée),
- d'une mission et son scénario opérationnel complet,
- des données disponibles.

**Dans un premier chapitre**, nous présentons les enjeux économiques qui motivent cette étude. Les événements que l'on cherchera à prédire y sont définis ainsi que les nouveaux programmes avion en conception. Ceci afin de présenter le contexte et les objectifs

## INTRODUCTION DE LA PREMIERE PARTIE

---

industriels qui déterminent le cadre de l'étude. L'évaluation des indicateurs de performances de la disponibilité se placera au niveau d'un système de l'avion ou d'une fonction remplie par ce système.

**Le deuxième chapitre** replace le problème dans les activités de conception des systèmes de l'avion. Il s'agit de présenter succinctement le processus de conception d'un nouveau programme avion, les différentes activités qui s'opèrent sur la conception, notamment la sûreté de fonctionnement. L'objectif de ce chapitre est d'extraire les différents facteurs issus de ce processus influençant la disponibilité de l'avion. Ils constitueront par la suite les données d'entrée et les paramètres du modèle sur lequel les exigences de disponibilité doivent être évaluées.

Pour étudier les indicateurs de performances de disponibilité dans un contexte opérationnel, nous décrivons dans un **troisième chapitre** les facteurs liés à l'utilisation de l'avion par une compagnie aérienne : l'exploitation commerciale de l'avion puis la politique de maintenance. Des hypothèses sur le comportement type d'une compagnie aérienne sont ainsi dégagés pour prendre en compte ces facteurs. Puis, nous présentons à la fin de ce chapitre des profils de mission type qui serviront de données d'entrée de notre modèle.

# Chapitre 1

## Contexte économique et industriel

Les études sur la ponctualité des liaisons aériennes sont apparues depuis plus d'une dizaine d'années. Une compagnie aérienne, un aéroport étant affectés directement par un retard, la pression pour les minimiser et/ou minimiser leurs impacts est devenue de plus en plus forte. Depuis, l'approche du problème a largement évolué afin de répartir les causes des retards, ainsi que leurs responsabilités. Les incidents techniques occurrents sur un avion lors de son utilisation, en particulier sur les systèmes, constituent un contributeur important de cette ponctualité. Les avionneurs se sont alors vus attribuer la responsabilité de ces incidents, engendrant des retards, par les compagnies aériennes. Dès lors, un des enjeux commerciaux de l'avionneur est devenu de promouvoir (si ce n'est garantir) des avions fiables et opérationnels. Pour présenter le contexte de la thèse, nous introduirons tout d'abord les enjeux économiques liés à la ponctualité des liaisons aériennes. Après cette première étape, la deuxième section permettra de préciser les enjeux industriels pour un avionneur d'une telle étude, et les finalités souhaitées.

### 1.1 Enjeux économiques

Dans un marché de plus en plus concurrentiel pour les compagnies aériennes, la ponctualité et la disponibilité sont parmi les principales performances opérationnelles suivies et contrôlées durant la vie d'un avion. Tout d'abord, l'indisponibilité de l'avion lors de son exploitation en ligne induit effectivement de forts coûts directs pour une compagnie aérienne [62]. Ce coût étant dû :

- à l'avion (consommation de carburant, perte de revenus, location d'un avion de substitution, ...),
- à l'équipage (hôtel, repas, heures de service voire heures supplémentaires, gestion ...),
- à l'aéroport (taxes d'immobilisation),
- aux passagers (hôtels, repas, compensations financières ou faveurs commerciales, frais de re-routages). Ces derniers obtiennent des compensations financières dues à l'annulation d'un vol, d'un retard, mais aussi un relogement possible dû à un déroutement, ou la perte d'une correspondance.

## 1.1 Enjeux économiques

---

Cela induit de plus des pertes financières indirectes liées à la clientèle : perte d'image, choix d'un opérateur pour de futurs vols. Ces coûts peuvent être très différents selon la compagnie aérienne (taille, type d'opération, ...), selon l'avion (long-, moyen- ou court-courrier), selon l'endroit et le type d'indisponibilité.

Cette disponibilité d'un avion est donc aujourd'hui une performance clé pour les opérateurs, synonyme de profits économiques et de satisfaction client. Les indicateurs relatifs à la disponibilité d'un avion lors de son utilisation en ligne peuvent se décliner sur plusieurs niveaux :

- le **taux d'interruption de vol**, comme les déroutements, ou les demi-tours en vol.
- la **fiabilité opérationnelle** : il s'agit de la ponctualité des opérations (transports) que doit assurer l'avion suivant l'apparition de problèmes techniques (pannes).
- la **fiabilité de déploiement** : il s'agit de la fiabilité de l'appareil sur une succession de plusieurs vols avec des possibilités limitées et prédéfinies de maintenance. Le concept de *Maintenance Free Operating Period* (MFOP), qui est apparu depuis peu comme l'indique les articles [23], [45] et [39] correspond à l'optimisation de cette performance.
- la **disponibilité** de l'avion lors de son exploitation en ligne qui prend en compte le temps d'indisponibilité sur une période d'utilisation (annulation de vol, avion hors-service, substitution d'avion...).

Cette activité s'insère dans les activités de soutien logistique, comme décrit dans la norme [2]. Dernièrement, les compagnies aériennes suivent de très près les performances de ponctualité de leur flotte, car cela reflète directement la qualité de leur organisation opérationnelle interne (gestion opérationnelle, maintenance, ingénierie). Ceci d'autant plus que cela constitue un indicateur pertinent de leur bénéfice [54]. La figure 1.1 page suivante le montre en faisant apparaître la marge bénéficiaire des compagnies aériennes en fonction des pourcentages de départ sans retard.

D'un point de vue général, la fiabilité opérationnelle consiste à évaluer la fiabilité en service à partir des données du retour d'expérience [51]. Spécifiquement, pour les compagnies aériennes et les aviateurs, la fiabilité opérationnelle représente le complémentaire de la fréquence des événements techniques (défaillances techniques et leurs actions de maintenance associées), entraînant une *Operational Interruption* (OI) tels que :

- les **retards techniques de plus de quinze minutes au décollage** : Un retard technique intervient lorsque un dysfonctionnement suspect ou réel, une inspection ou une action de maintenance corrective nécessaire entraîne que le départ final de l'avion soit retardé de plus de quinze minutes sur le départ prévu dans chacun des cas :
  - un vol part en retard sur l'horaire prévu,
  - un service<sup>1</sup> au sol plus long que le temps au sol prévu,
  - l'avion est remis en service en retard depuis le centre de maintenance.
- les **annulations de vol** : Annulation d'un vol prévu à cause d'un dysfonction-

---

<sup>1</sup>Le service au sol comprend le débarquement, l'embarquement, la mise en service pour le vol suivant

...

## 1.1 Enjeux économiques

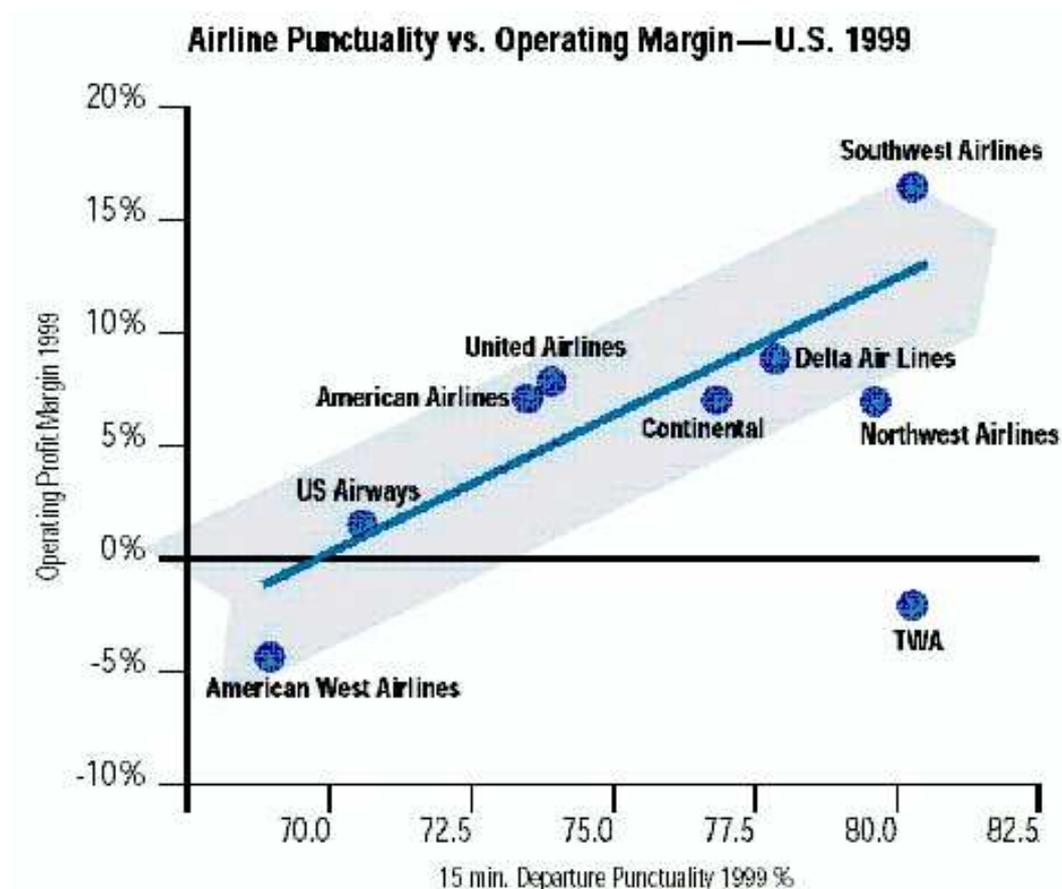


FIG. 1.1 – Marge bénéficiaire en fonction des pourcentages de départs sans retard - U.S 1998 issu de [54]

nement (ou d'une panne) connu ou suspecté. L'annulation d'une ou de toutes les étapes suivantes constitue une seule annulation.

*Remarque : Une annulation prévaut sur un retard (un vol annulé après avoir été retardé est compté comme une annulation seulement).*

- les **demi-tours au sol** : Un demi-tour au sol intervient lorsque l'avion quitte la porte d'embarquement et y retourne pour une raison technique avant le début du décollage.
- les **décollages interrompus** : Un décollage interrompu pour une raison technique.
- les **changements d'avion** : L'affectation d'un autre avion pour remplacer l'avion prévu à l'origine.
- les **interruptions de vol** qui comprennent :
  - les **déroutements** : il s'agit d'un atterrissage de l'avion sur un autre aéroport que celui de départ ou de destination.

## 1.2 Enjeux industriels pour l'avionneur Airbus et objectifs de l'étude

---

- les **demi-tours en vol** : le retour de l'avion à l'aéroport de départ dû à un dysfonctionnement suspect ou avéré.

Chacune de ces interruptions induisent un coût différent qui est à prendre en compte dans l'analyse de performances [62]. Par exemple, en moyenne, Airbus considère qu'une heure de retard coûte environ vingt dollars par siège à la compagnie. Une interruption opérationnelle sur un A380 par exemple, engendrerait donc en moyenne un coût de dix milles dollars pour la compagnie aérienne.

Pour ces différentes raisons, les performances de fiabilité opérationnelle sont périodiquement et précisément mesurées par les compagnies et sont rapportées à Airbus par type d'avion (A310, A300, A300-600, A318, A319, A320, A321, A330, A340, A340-500 & 600). La responsabilité des OI sont alors attribuées soit à des événements extérieurs, soit à la maintenance de la compagnie aérienne, soit à la conception de l'avion et à l'avionneur. Le taux d'interruption opérationnelle, noté  $OI\_rate$ , est le pourcentage d'interruption opérationnelle par rapport au nombre total de décollages, noté *Take-Off* (TO).

$$OI\_rate = \frac{\text{Nombre OI}}{\text{Nombre TO}} \times 100$$

Le taux de fiabilité opérationnelle, noté  $OR\_rate$ , est le pourcentage de vols qui débutent et arrivent sans avoir subi d'interruption opérationnelle :

$$OR\_rate = 100 - OI\_rate.$$

L'évolution du taux de fiabilité opérationnelle de la flotte Airbus est suivie par trimestre et comparé à son principal concurrent Boeing. Les performances de fiabilité opérationnelle sont sensiblement équivalentes en fonction de la classe d'avion : quadri-moteur pour le B747-400 et le A340, bi-moteur long courrier pour le B777 et le A330, bi-moteur court-courrier pour le B737 NG et les mono-couloir Airbus ou *Single Aisle* (A318, A319, A320 et A321). En effet, le type d'exploitation de l'avion, comme nous le verrons par la suite, est un facteur primordial de la fiabilité opérationnelle qui dépend en partie de la catégorie de l'avion. Les deux principaux avionneurs Airbus et Boeing se livrent à une concurrence féroce pour chacun des programmes avion en service.

Afin de fournir à ses clients de nouveaux produits compétitifs, Airbus s'engage également avec des garanties ambitieuses sur ces taux relatifs aux performances de disponibilité. Ces garanties sont établies sur les OI imputables à l'avionneur. En cas de non-respect de ces garanties, Airbus peut être alors obligé à payer de lourdes pénalités.

## 1.2 Enjeux industriels pour l'avionneur Airbus et objectifs de l'étude

Depuis 1995, Airbus intègre dans sa démarche d'ingénierie concurrente le métier de la supportabilité. Les spécialistes de supportabilité, à travers l'expression et la vérification d'exigences de disponibilité, en particulier de fiabilité opérationnelle, ont pour mission

## 1.2 Enjeux industriels pour l'avionneur Airbus et objectifs de l'étude

---

de tirer la conception vers le respect de ces exigences, synonyme de satisfaction client (compagnie aérienne). L'activité s'insère dans les méthodes de soutien logistique intégré. La fiabilité opérationnelle est une composante de la supportabilité qui traite de l'impact de la fiabilité et de la maintenabilité sur les opérations de l'avion relative à la ponctualité et la disponibilité.

En interne, pour chacun de ses programmes en service ou en phase de développement (A380, A400M, A350), Airbus se fixe des objectifs ambitieux de fiabilité opérationnelle afin de rester compétitif. Ainsi, les objectifs de taux de fiabilité opérationnelle visés sont supérieurs à 99% pour les nouveaux programmes avions qui se situent bien évidemment au coeur de cette compétition.

Pour ce faire, les industriels<sup>2</sup> et les constructeurs aéronautiques en particulier ([42], [60]) cherchent à intégrer les performances de disponibilité, telle une qualité de service, en tant que contraintes au processus de conception de leur produit : prise en compte d'une performance minimale à atteindre. Cela nécessite de se doter de méthodes et d'outils permettant la juste prédiction de ces performances en fonction des caractéristiques attendues du produit, de son utilisation et de sa maintenance future.

Depuis les premières étapes de conception (avant-projets), le constructeur aéronautique doit donc s'engager sur des performances de disponibilité. Ce qui l'oblige à définir et atteindre des objectifs concurrentiels et réalistes. Il doit alors être capable de prédire efficacement ces performances dès les phases de conception d'un nouveau produit. Parmi les principaux contributeurs à la fiabilité opérationnelle, les systèmes de l'avion représentent environ trois quarts des interruptions opérationnelles sur un avion dues à un incident technique qui sont à la charge de l'avionneur.

Les objectifs sur les performances de disponibilité sont exprimés et vérifiés au moyen d'exigences sur ces quantités au niveau d'un système ou d'une fonction remplie par un système. L'objectif de la présente étude est donc de permettre à partir de la connaissance d'un système ou d'une fonction de vérifier ces exigences. Les spécialistes de fiabilité opérationnelle ont pour mission de tirer la conception vers le respect de ces exigences.

Pour mener à bien cette activité, ils ont donc besoin d'outils de prédiction des différentes performances de disponibilité relatives à un équipement ou un groupe d'équipements d'un système pour pouvoir consolider la performance au niveau d'un avion ou d'une flotte. En particulier, ils ont besoin d'un outil de prédiction de fréquence (ou taux) d'interruptions opérationnelles dues à un équipement ou groupe d'équipements. Associé au modèle mathématique permettant ces prédictions de performances, il est donc nécessaire de spécifier un outil, non seulement capable de prédire les performances de disponibilité, ceci avec un temps de calcul efficace, mais encore de les intégrer dans des modèles plus globaux de comparaisons des coûts. Le rapport de thèse [48] présente l'ensemble des quantités à évaluer et mettre en commun pour optimiser l'ensemble des performances quantitatives de supportabilité.

---

<sup>2</sup>fournisseurs de biens ou de services, avec par exemple le cas d'étude de la disponibilité d'une alimentation électrique évoqué dans [50]

## Chapitre 2

# Conception des systèmes de l'avion

Un nouvel avion est conçu pour répondre à des besoins et pour accomplir des fonctions (de transport, de service. . .). À partir de là, ces fonctions sont décomposées pour obtenir des sous-fonctions au niveau des systèmes.

Dans le premier chapitre, nous avons vu les événements caractérisant une indisponibilité de l'avion dans un contexte opérationnel. Il faut maintenant appréhender d'une part cette problématique du point de vue de la conception des systèmes (ou encore du système avion) et d'autre part les pertes de fonctionnalité qui conduiront à une indisponibilité. Il ne s'agit pas de faire une présentation complète du processus existant au sein d'Airbus pour concevoir les systèmes, car cela dépasse le cadre de la présente étude. Le but premier de ce chapitre est de présenter les différents événements qui, de par la conception des systèmes vont induire des cas d'indisponibilité de l'avion. Les points mis en évidence permettront de faire apparaître les données d'entrée et les différents paramètres à prendre en compte dans la modélisation.

Afin d'aborder la problématique, les phases du processus industriel de conception de l'avion et des systèmes en particulier, sont succinctement décrits dans un premier temps. Cela permettra dans les sections suivantes d'introduire, au fur et à mesure de la conception, les paramètres du modèle. Le processus général de conception des systèmes et l'échange d'informations avec les fournisseurs potentiels suivront dans une deuxième section. La troisième section sera consacrée aux analyses de sûreté de fonctionnement, en mettant en évidence les événements impactant la disponibilité des systèmes vis-à-vis des contraintes de sécurité.

Enfin, le second but du chapitre est d'insérer le processus d'allocations et de vérifications des exigences de disponibilité que l'on cherche à observer dans le processus de conception. La dernière section présentera le métier de la supportabilité afin de concevoir un soutien de l'avion pour de meilleures performances opérationnelles. Cela permettra d'énoncer les phases au cours desquelles il faut vérifier les objectifs de disponibilité fixés et les paramètres à prendre en compte lors de celles-ci.

## 2.1 Processus de conception d'un programme avion relatif aux systèmes

---

### 2.1 Processus de conception d'un programme avion relatif aux systèmes

La conception d'un programme avion se déroule suivant un processus industriel défini et constitué de plusieurs sous-processus qui s'imbriquent. Il correspond au processus industriel générique de conception d'un produit. Dans cette section, nous présentons une vue d'ensemble du processus de conception. Dans les sections suivantes du chapitre, nous nous appuyerons sur cette description afin de mettre en évidence les sous-processus appliqués à chacune des activités composant la conception d'un système, leurs interfaces et leurs incidences sur l'accessibilité des paramètres influençant la disponibilité du système ou d'une fonction de celui-ci. Pour rappel, dans la suite du document, nous dirons d'un paramètre du modèle qu'il est «accessible» si les informations nécessaires pour lui attribuer une valeur sont disponibles au moment de l'évaluation. Les grandes phases de conception d'un programme avion sont :

1. la phase de faisabilité,
2. la phase de conception proprement dite,
3. la phase de définition du produit,
4. la phase de développement et de production,
5. la phase de test, qui commence au niveau équipement, puis système et enfin au niveau avion, par la phase de test au sol, puis la phase de test en vol,
6. la phase de mise en exploitation.

Les phases se déroulent suivant un processus en V ou cycle de conception intégration qui part de l'expression des besoins à la réponse aux besoins ([51]).

### 2.2 Conception d'un système et de son architecture

La conception d'un avion commence par l'expression des besoins, l'identification des fonctions attendues de l'avion, ainsi que des exigences au niveau de l'avion. Lors de la conception d'un nouveau programme avion, Airbus effectue une analyse fonctionnelle de son nouveau produit. Le système considéré est l'avion dans son ensemble, puis par une méthode d'arbre fonctionnel, on décompose l'architecture fonctionnelle à un niveau système. De même, l'expression des exigences est cascadée au niveau des systèmes. Une fois cette partie effectuée, la conception des systèmes proprement dite peut commencer.

La conception du système répond à différentes contraintes, spécifiées par les exigences, dont :

- les performances opérationnelles attendues pour remplir la fonction<sup>1</sup>,
- le poids,
- le coût de design, de fabrication,

---

<sup>1</sup>La perte d'une partie des composants peut entraîner une dégradation des performances opérationnelles, qu'il est nécessaire de connaître pour anticiper les choix d'une compagnie aérienne comme cela va être vu dans les sections 2.3.4 et 3.2.1

## 2.2 Conception d'un système et de son architecture

---

- les coûts d'exploitation<sup>2</sup>, ...

Les principales phases du processus de conception d'un système imbriquées dans le processus de conception d'un programme avion sont :

1. Lors de la phase de faisabilité : l'allocation de fonctions au niveau avion et lancement du plan de développement, qui permet notamment d'extraire les fonctions influençant la disponibilité d'un avion.
2. Durant les phases de conception et de définition, plusieurs processus vont se dérouler pour assurer le développement du système :
  - (a) La décomposition de l'architecture fonctionnelle et des exigences, avec :
    - i. l'allocation des fonctions au niveau des systèmes,
    - ii. la spécification des exigences au niveau des systèmes et de leur conception,
    - iii. l'allocation des fonctions au niveau des équipements,
    - iv. la spécification des exigences au niveau d'un équipement et la définition de la composition du système.

Cela permet de définir les équipements qui sont *Line Replacable Unit* (LRU) du système. Il s'agit d'une unité qui peut être facilement remplacée durant les opérations de maintenance en ligne. La taille des systèmes étudiés justifie la remarque suivante.

### Remarque 2.1 :

*Pour un système donné ou une fonction de niveau avion, le nombre d'équipements LRU peut varier de un à cinquante.*

Cette remarque va s'avérer par la suite déterminante pour le choix d'un modèle.

Les facteurs issus de la conception ayant une influence sur la disponibilité sont :

- l'architecture fonctionnelle d'un système,
- l'architecture physique du système (quantité et composition des LRU),
- la répartition fonctionnelle des fonctions du système dans l'ensemble des composants.

Nous verrons en section 2.3 comment traduire l'influence de l'architecture fonctionnelle du système et sa répartition sur ses composants en tant que données d'entrée ou paramètres de notre modèle.

- (b) Le choix et la surveillance des fournisseurs.

Durant cette période, des échanges d'informations non contractuelles, puis contractuelles entre les deux parties s'opèrent. De ces échanges, il est donc possible d'extraire des données importantes qui vont servir à la validation des performances. Surtout qu'au fur et à mesure de l'avancement du processus, les données sur les systèmes et les équipements deviennent de plus en plus détaillées et surtout matures. Comme cela va être vu dans les sections suivantes,

---

<sup>2</sup>Les coûts d'indisponibilité dans un contexte opérationnel y sont évidemment inclus.

## 2.2 Conception d'un système et de son architecture

ces échanges d'informations s'opèrent par la surveillance et la vérification suivant plusieurs processus imbriqués : la sûreté de fonctionnement et la conception du soutien logistique intégré notamment, qui s'inscrit dans les activités de soutien logistique intégré présentées par la norme [1]. Les données fournies par l'avionneur concerne en particulier les objectifs d'exploitation de l'avion, comme :

- le ratio d'heures de vol de l'avion, *Flight Hours* (FH), par rapport aux heures de fonctionnement prévues, *Operating Hours* (OH), noté par la suite ratio FH/OH,
- les conditions environnementales d'exploitation,
- le cycle de vie attendu de l'avion.

Le processus de spécifications d'un équipement commence par une demande d'informations techniques de l'avionneur aux fournisseurs, où sont précisées en entrée les conditions d'exploitation, puis une demande d'informations d'ordre général et commercial. En réponse, une proposition technique est effectuée. Cette dernière est évaluée par l'avionneur en vue d'une sélection. La dernière étape est la finalisation du contrat. Ce processus est repris dans le schéma 2.1 :

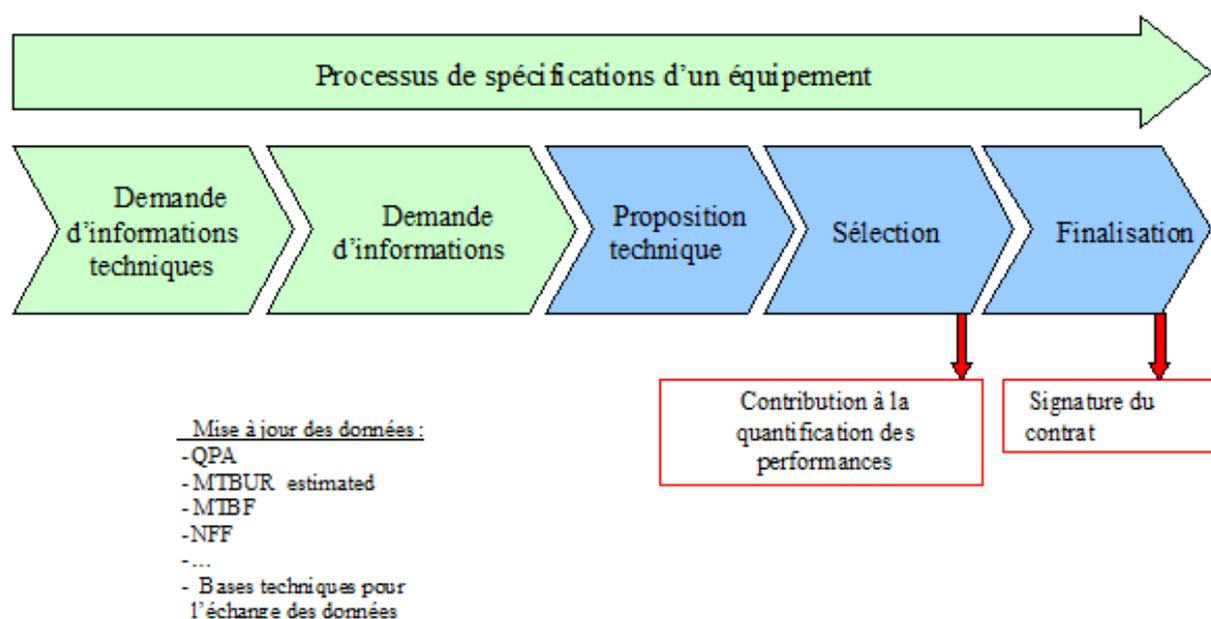


FIG. 2.1 – Processus avec les fournisseurs sur les systèmes

L'architecture physique du système (quantité et composition des LRU) va être définie progressivement. Parmi les données mises à jour et négociées, il y a :

- le nombre de type de LRU et leurs quantités appelées *Quantity Per Aircraft* (QPA),
- des données sur la fiabilité des modes de défaillances,
- des données sur la fiabilité pour chaque équipement LRU : le *Mean Time Between Failure* (MTBF), le *Mean Time Between Unscheduled Removal*

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

---

(MTBUR) et le *Guaranty Mean Time Between Unscheduled Removal* (GMTBUR) qui seront précisés dans la section suivante,

– des données sur la testabilité pour chaque équipement LRU,

(c) Une fois la description du système effectuée, il faut définir l'interface, l'installation du système et le câblage.

3. L'intégration du système dans un environnement simulé,

4. Les phases de test (au sol puis en vol),

5. La vérification et la certification des systèmes.

Durant ces dernières phases, le processus itératif se poursuit de manière à vérifier et valider les exigences. Les sections suivantes sont consacrées aux différentes exigences influençant la disponibilité dans un contexte opérationnel.

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

L'évaluation de la sûreté de fonctionnement d'un système consiste à analyser les défaillances des composants pour estimer leurs conséquences sur le service rendu par le système.

Les contraintes de sécurité à appliquer lors de l'utilisation de l'avion, connues dès la conception des systèmes, engendrent un ensemble d'événements qui entraîneront une indisponibilité de l'avion. Nous mettons en évidence, dans cette section, ces événements ainsi que les données utiles issues de la conception de la sûreté de fonctionnement de l'avion. Le premier objectif des analyses de sûreté de fonctionnement est de faire certifier l'avion par les autorités agréées. La norme [31] présente la procédure à suivre pour certifier les systèmes complexes. Un deuxième objectif visé est d'apporter le soutien aux compagnies aériennes pour certifier chacun des nouveaux avions produits (cela sera discuté dans la section 2.3.4).

Les analyses de sécurité des systèmes et de l'avion concernent tous les facteurs de la disponibilité (Fiabilité, Surveillance de la panne, Maintenance). Une première partie mettra en évidence le processus d'analyse des systèmes en vue de la certification. La deuxième partie s'intéressera aux dispositifs de surveillance des pannes mis en place suite aux premières analyses de sécurité. La troisième partie présentera les paramètres issus de la conception du diagnostic et de la maintenance suite aux événements permettant de détecter une défaillance durant un cycle de vol. Afin de faciliter la maintenance en ligne des compagnies aériennes et d'anticiper l'indisponibilité des systèmes, l'avionneur conçoit une liste d'équipements minimums. Ce document sera présenté dans une dernière partie, ainsi que les documents permettant une certification de chaque nouvel avion produit. Cela permettra d'identifier l'ensemble des événements, du point de vue de la conception des systèmes, qui vont entraîner une indisponibilité de l'avion.

### 2.3.1 Analyse de sécurité de l'avion

À partir d'une analyse fonctionnelle arborescente, jusqu'au niveau système, les équipes de sûreté de fonctionnement vont fournir leurs propres analyses de la décomposition fonc-

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

---

tionnelle en ciblant l'impact de chacune des fonctions au niveau avion puis au niveau système sur la sûreté du vol. L'analyse examine les fonctions de l'avion et des systèmes pour identifier les défaillances potentielles de fonctions, puis classe le risque associé pour chaque défaillance. Cette analyse de défaillance est produite une fois que les fonctions sont décomposées suivant une mission spécifique et un scénario opérationnel.

Le processus d'évaluation de la sécurité de l'avion est un processus en V tel celui de la conception appliqué à un produit explicité en section 2.1. Les différentes étapes pour la certification du système sont fixées par la norme [31] qui établit les correspondances avec les étapes du processus de développement d'un système.

Les missions considérées pour une étude de sûreté de l'avion sont choisies par rapport à :

- des utilisations limites de vols,
- leurs contraintes sur la sécurité,
- des configurations ou états du système dégradé (par exemple un vol avec la perte d'un moteur),
- de scénarii opérationnels d'utilisation. Les scénarii opérationnels à prendre en compte sont listés par les autorités de certification (*Joint Aviation Authorities* (JAA)) pour leur impact sur la sécurité de l'avion.

Ces missions se décomposent suivant les phases d'un cycle de vol, choisies pour leurs criticités vis-à-vis de la sécurité. Les phases sont énoncées dans la sous-section suivante sur la surveillance des pannes.

Le premier paramètre important est donc, à partir de la définition des fonctions au niveau système (évoquée en section 2.2), l'expression des conditions de défaillance, *Failure Condition* (FC), et la classification de la sévérité sur la sécurité du vol (le type de sévérité est repris dans le document [31]). Chaque FC est donc liée à une mission et un scénario opérationnel.

Pour produire cette analyse quantitative des dysfonctionnements liés à une FC, la démarche dite **Analyse des Modes de Défaillances et Études des Criticités** (AMDEC) appliquée à un produit va être utilisée. L'AMDEC est une extension naturelle de l'*Analyse des Modes de Défaillance et de leurs Effets* (AMDE) utilisée pour la première fois à partir des années soixante pour l'analyse de sécurité des avions militaires [51]. La norme [8] définit la démarche AMDEC.

Pour la certification, les exigences quantitatives pour l'occurrence d'une défaillance suivant la sévérité des FC sont exprimées dans le tableau 2.1 page suivante. Pour chaque sévérité, le tableau affecte une probabilité d'occurrence maximum autorisées.

Les paramètres issus de ces analyses permettent d'extraire les modes de défaillance de chacun des composants, avec les taux de défaillance requis pour répondre aux exigences de sécurité. Cela permet donc d'extraire, dans la plupart des cas :

- le taux de défaillance de chacun des modes de panne,
- le MTBF d'un composant, d'un équipement LRU,
- la coupe des défaillances des éléments qui entraîne une FC,
- les intervalles d'occurrence de chacun des modes de panne lors d'un cycle de vol qui

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

---

Sévérité	Probabilités autorisées par heure de vol
Catastrophique	Moins de $10^{-9}$
Dangereuse	Moins de $10^{-7}$
Majeure	Moins de $10^{-5}$
Mineure	Pas de contraintes

TAB. 2.1 – Probabilités autorisées pour l'occurrence d'une défaillance suivant sa sévérité, issu de [31]

- dépendent de la FC choisie (du scénario),
- l'occurrence d'un effet sensible pour l'équipage, qui dépend de l'effet de la FC choisie.

L'analyse qualitative et quantitative de ces FC va faire remonter des contraintes de sécurité sur les systèmes, les fonctions requises et les redondances de celles-ci pour satisfaire les exigences de sécurité. Cela va notamment permettre de définir par la suite le document *Master Minimum Equipment List* (MMEL) (la partie 2.3.4 présentera ce document et son utilité). Précisons que les FC amenant à une interruption de vol (demi-tour en vol et déroutement) entraînée par la dégradation de conditions de sécurité du vol sont considérés comme des FC majeures. Des analyses quantitatives sont donc produites pour ces cas d'OI, mais sur un cycle de vol.

La sévérité d'une FC induit une connaissance des types d'interruptions possibles. Pour caractériser une évaluation, nous tiendrons compte d'un paramètre au niveau système ou fonction : le risque opérationnel, noté *OI\_Risk*, caractérisant la sévérité des interruptions opérationnelles lors de la phase de vol. Les résultats de ces analyses des dysfonctionnements liés à une FC vont entraîner des contraintes sur la surveillance des pannes. Il s'agit d'une des entrées pour la conception de la surveillance et le diagnostic automatique des pannes.

### 2.3.2 Conception de la surveillance des pannes et du diagnostic automatique

Lors de la phase de conception d'un avion, chaque cas de panne potentielle est identifié. Les analyses de sécurité émettent des exigences (ou non) sur la détection des pannes par l'équipage, ou plus généralement sur un effet ressenti au poste de pilotage appelé *Flight Deck Effect* (FDE). L'occurrence d'un FDE peut alerter l'équipage de deux façons.

- Soit par des effets sensibles dans la cabine sur le comportement de l'avion<sup>3</sup> ou par un affichage indiquant une perte d'informations sur les écrans de pilotage. Il s'agit de l'impact direct d'une défaillance pris en compte dans l'analyse de sécurité.
- Soit par une alarme qui apparaît au poste de pilotage sur l'écran dédié à cet effet. L'alarme est exigée par l'analyse de sécurité afin de remédier à la défaillance. Il s'agit d'un message appelé message *Electronic Centralized Aircraft Monitoring* (ECAM).

Une analyse des conséquences potentielles de cette défaillance se fait suivant :

- une simple panne,

---

<sup>3</sup>Des vibrations anormales, par exemple, peuvent être signalées par l'équipage.

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

---

- une combinaison d'une ou de plusieurs autres pannes.

Il faut pour cela classer chaque type de panne ainsi relevé. Les trois principales classes de messages sont listées dans le tableau suivant, en précisant si elles ont des conséquences opérationnelles, l'indication faite aux membres d'équipage, les conséquences pour le vol suivant et les indications à l'équipe de maintenance.

Classe de panne	1	2	3
Conséquences opérationnelles	Oui	Non	Non
Indications aux membres d'équipage	Oui (affichées automatiquement)	Oui (disponibles)	Non
Conséquences pour le vol suivant	Application de la MEL	Application de la MEL	MEL non applicable
Indications à l'équipe de maintenance	Automatiques	Automatiques	Sur demande

TAB. 2.2 – Classes de panne et conséquences

Après une itération des analyses de sécurité remontent donc des exigences sur la surveillance, suivant les FC. Deux procédures automatiques de surveillance sont appliquées sur les équipements :

- Une confirmation de la panne en vol qui entraîne, si elle se vérifie, l'apparition d'une alarme au poste de pilotage. Le système *Flight Warning System* (FWS) gère les apparitions de ces messages et les envoie vers le système de centralisation de la maintenance *Centralized Maintenance System* (CMS).
- Une isolation de la panne au sol qui induit une mémorisation et l'envoi vers le CMS. La procédure d'isolation de la panne et le message enregistré par le CMS serviront alors pour la procédure de diagnostic.

L'affichage d'une alarme est soumis à une réglementation, fixée lors de la conception. Plusieurs types d'alarme peuvent être inhibés (par le FWS) en fonction de certaines phases critiques du vol en cours, ceci soit pour des raisons de sécurité<sup>4</sup>, soit pour des raisons opérationnelles dues à la non sévérité de la panne.

Les phases d'un vol à prendre en compte pour l'affichage des messages ECAM reprennent les phases d'un cycle de vol pour l'analyse de la sécurité de l'avion en décomposant les phases de décollage et d'atterrissage en fonction de leurs différences sur l'impact opérationnel. Elles sont décomposées dans la figure 2.2 page suivante.

Les paramètres issus de la conception de la surveillance des pannes sont :

- les intervalles de détection de chaque panne suivant le cycle de vol,
- le taux de *No Fault Found* (NFF) associé à la procédure d'isolation de la panne,

---

<sup>4</sup>Une alarme apparaissant durant la phase de décollage peut avoir un effet néfaste sur le comportement du pilote, alors que la panne n'affecte pas les conditions de sécurité pour cette phase.

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

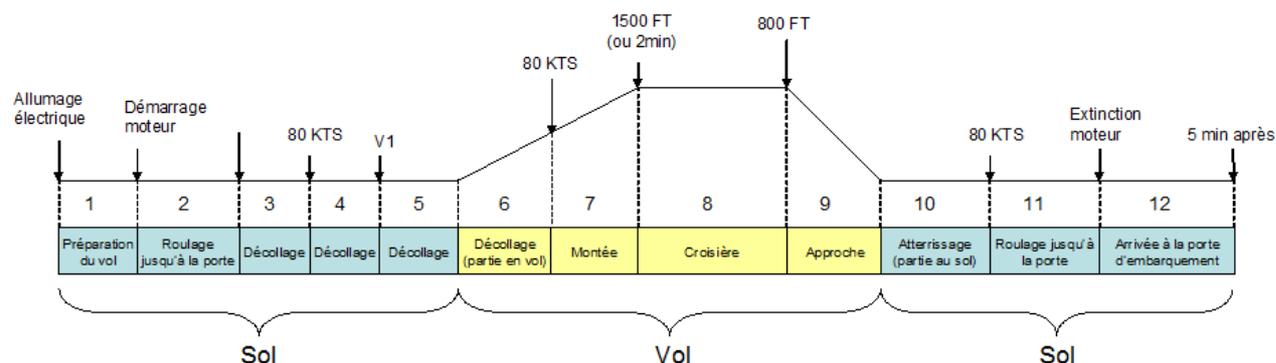


FIG. 2.2 – Phases de vol prises en compte pour afficher un message ECAM

- le message ECAM associé à une détection d'une combinaison de panne et la classe de panne,
- le message de maintenance associé à une détection d'une combinaison de panne,
- les intervalles d'annonce de chaque panne suivant le cycle de vol.

Vu l'influence d'un message sur le comportement du pilote, l'exigence générique suivante est formulée dès la phase de conception.

### Exemple 2.1 (Exigence sur l'affichage des messages sans impact sur la sécurité) :

*Si un message n'a pas de conséquences opérationnelles (classe 2 ou 3), il ne devra pas apparaître durant les phases de roulage avant le décollage jusqu'à la fin de la montée, afin de ne pas influencer négativement le pilote.*

Lorsqu'aucune exigence n'est émise sur la surveillance d'un mode de panne, il s'agit d'un mode de panne caché. Si ce mode de panne a un impact sur la sécurité de l'avion, des exigences de maintenance préventive peuvent être émises :

- soit une inspection et un remplacement du LRU en cas de panne confirmée,
- soit un remplacement préventif.

Dans les deux cas, l'application de la maintenance préventive restaure la fonction du système sans impact sur les opérations de l'avion (c'est-à-dire sans risque d'interruption opérationnelle). Le type de maintenance préventive influe seulement sur la fiabilité de l'équipement. Les paramètres dans le cas d'un mode de panne caché (sans surveillance) pour un LRU sont :

- le type de tâche de maintenance préventive (inspection, remplacement),
- les durées des intervalles entre chaque inspection ou remplacement préventif<sup>5</sup>.

Des études sur les données concernant les interruptions opérationnelles montrent que le nombre d'occurrences d'OI dues à des annonces de pannes multiples est très faible en comparaison avec le nombre d'OI sur chacun des systèmes. Afin de simplifier l'étude des cas de pannes, nous travaillerons sur l'hypothèse suivante.

### Hypothèse 2.1 :

*La probabilité d'avoir plus d'un composant qui tombe en panne ou d'avoir l'apparition de plusieurs **Flight Deck Effect** durant un cycle de vol est négligeable.*

<sup>5</sup>Les durées des intervalles sont exprimées en FH, en *Flight Cycles* (FCy) ou en jours.

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

---

En effet, vu que les études de fiabilité concernent des équipements aéronautiques supposés très fiables, la probabilité de double panne lors d'un même cycle de vol sont négligeables comparés aux objectifs de fiabilité opérationnelle. Néanmoins, notons que ces événements rares sont bien pris en considération durant les analyses de sécurité. Lorsque nécessaire, des redondances sont prévues pour satisfaire les exigences de sécurité.

Depuis quelques temps sont apparus les concepts de pronostic et de *Health monitoring*. Il s'agit de contrôler le comportement d'un équipement et d'anticiper une défaillance de celui-ci.

Les impacts liés au pronostic dépendent du processus d'aide à la décision sur la détection d'une future panne, et ne seront pas abordés ici. En effet, cela entraîne un changement des scénarii opérationnels et de la politique de maintenance d'une compagnie aérienne tels qu'ils sont présentés dans le chapitre 3.

### 2.3.3 Conception du diagnostic et de la maintenance corrective

Pour qu'une intervention de maintenance corrective ait lieu, il faut qu'un *Flight Deck Effect* apparaisse. Les procédures de détection des défaillances des systèmes étant définies, la conception du diagnostic et de la maintenance corrective s'ensuit. Pour chaque message enregistré par le CMS, une procédure de diagnostic (*troubleshooting*) de la panne est définie. La procédure de diagnostic peut être vue comme une procédure de maintenance (en raison des tests à effectuer) en vue d'une confirmation de la panne et de l'équipement LRU incriminé.

Pour chaque cas de panne confirmée, on définit une procédure de maintenance pour rectifier la panne (et restaurer la fonction du système associé), ou pour isoler la panne et autoriser le vol suivant dans un mode dégradé détaillé dans la sous-partie 2.3.4. Les procédures de diagnostic et de maintenance se décomposent sur plusieurs niveaux en fonction des tâches à effectuer. L'accès à un LRU en panne pour effectuer une dépose peut nécessiter par exemple la dépose d'un panneau qui constitue elle-même une procédure de maintenance. L'installation et l'emplacement du système sur l'avion ont donc un impact sur sa disponibilité.

Les paramètres de maintenance liés au diagnostic de la panne (vu en tant que procédure de maintenance) sont :

- la ou les procédures de diagnostic en fonction des messages de maintenance associés,
- les types de tâches de maintenance,
- le temps pour effectuer un diagnostic de la panne, qui peut être exprimé de façon générale connaissant l'équipement LRU en panne, ou plus précisément, en considérant en plus le message d'alarme et/ou de maintenance associé(s).

Les paramètres de maintenance liés à la perte d'un équipement sont :

- la procédure et les tâches de maintenance à effectuer lors de la perte d'un LRU. Ces tâches concernent soit l'acceptation d'un mode dégradé dans le respect des conditions données par le document MMEL définit dans la section 2.3.4, et cela consiste pour la plupart en des procédures de désactivation, d'isolation de la panne et/ou de tests des fonctions ; soit par une procédure de dépose/pose de l'équipement

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

---

(un ou plusieurs LRU).

- le temps de dépose/pose d'un LRU,
  - le temps de désactivation, ou d'isolation d'une panne. Cela concerne les tâches incluses dans l'application d'une procédure de maintenance requise par la MMEL dans le cas de l'acceptation d'un mode dégradé.
  - le niveau de compétence requis pour effectuer chacune des tâches de maintenance.
- Les paramètres relatifs à l'installation du système sont :
- les zones d'emplacement des différents systèmes,
  - les temps d'accès aux différentes parties (LRU) du système.

La plupart des paramètres évoqués ici sont des paramètres de temps d'application de diverses tâches de maintenance. Ils seront par la suite inclus dans le modèle comme temps moyens d'application de ces tâches.

En effet, pour les procédures de maintenance corrective, Airbus fixe une exigence de temps de maintenance pour des catégories d'équipements. Ces exigences sont vérifiées par une estimation de la moyenne des temps.

### **Exemple 2.2 (Exigences de temps de maintenance corrective sur les calculateurs) :**

*Pour les nouveaux avions en conception, Airbus fixe pour exigences que les procédures d'application d'une maintenance corrective sur un calculateur LRU ne doit pas dépasser en moyenne une demi-heure.*

### 2.3.4 Définitions d'une liste d'équipements minimums et du document MMEL

Grâce aux redondances installées depuis la conception initiale, l'avion peut être opéré avec des équipements en panne<sup>6</sup>. En raison des coûts d'indisponibilité, et afin de soulager la gestion de la maintenance en ligne pour une compagnie aérienne, les avionneurs conçoivent et certifient, au travers des autorités, une liste de conditions et d'équipements minimums permettant le prochain vol de l'avion. Cela permet une plus grande flexibilité dans la gestion des reconfigurations en cas de panne. La *Master Minimum Equipment List* est un document qui liste des équipements pouvant être hors service temporairement, sous certaines conditions, tout en maintenant un niveau de sécurité acceptable. Une MMEL distincte est produite par l'avionneur pour chaque type d'avion. Les autorités de certifications (FAA, JAA ) accréditent ou créent leurs propres MMEL. Ce document a pour objectifs :

- de permettre les opérations de l'avion, lorsqu'un ou plusieurs équipements sont non opérationnels, et quand la panne est détectée durant le vol ou l'escale,
- de lister les équipements pouvant être non opérationnels pour une période limitée de temps (qui est précisée), ainsi que les conditions associées en conformité avec les aspects de sécurité et les procédures opérationnelles de l'avion.

Les analyses de sécurité permettent de déterminer les probabilités de défaillance et d'en estimer les conséquences. La MMEL couvre la sécurité du vol en cas de prochaine

---

<sup>6</sup>Dans le cas contraire, la moindre panne qui affecte la sécurité entraînerait que l'avion soit cloué au sol

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

défaillance critique en vol. Les analyses de sécurité sont utilisées pour démontrer qu'un niveau acceptable de sécurité du vol est maintenu.

Certaines fonctions sont indispensables à la sûreté de l'avion<sup>7</sup> tel qu'il va être certifié. Un équipement LRU qui par sa défaillance entraîne la perte d'une telle fonction est de catégorie dite NOGO. Lorsqu'un équipement n'est pas de catégorie NOGO (il est dit GO ou GOIF), suivant les conditions de sécurité, l'application de la maintenance dispose d'un intervalle de temps pour effectuer la rectification. L'intervalle de temps est introduit par une lettre A, B, C ou D définissant sa catégorie, en accord avec la définition du document [32]. La catégorie A n'a pas de norme pour l'intervalle, le temps autorisé pour la spécification est indiqué dans la MMEL.

Le nombre de jours (excluant celui de la découverte de la panne) correspondant aux autres catégories d'intervalles pour la rectification sont donnés dans la table suivante :

Intervalle pour la Rectification	B	C	D
Nombre de jours (excepté celui de découverte de la panne)	3	10	120

TAB. 2.3 – Intervalles de rectification de la MMEL

La MMEL(ou par suite une *Minimum Equipment List* (MEL) type) contient :

- la liste des alarmes *Electronic Centralized Aircraft Monitoring* et les entrées de conditions MMEL appropriées, dont la figure 2.3 présente un extrait pour le système *Electronic Instrument System* (EIS) sur un avion de la gamme Airbus.

Pour ce système, cinq messages ECAM différents sont attribués. Le premier corres-

ECAM WARNING	DISPATCH CONDITION	REMARK
<b>EIS</b>		
DISPLAY DISCREPANCY	NO DISPATCH	
ECAM DMC 1 (2) FAULT	Refer to MMEL 31-62-01-B)	
ECAM DMC 3 FAULT	Refer to MMEL 31-62-01-B)	
EFIS DIMC 1 (2) FAULT	Refer to MMEL 31-62-01-A)	
EFIS DIMC 3 FAULT	Refer to MMEL 31-62-01-A)	

FIG. 2.3 – Extrait d'alarmes ECAM, issu d'une MMEL [10]

pond à une défaillance de l'affichage<sup>8</sup>. Les quatre suivants indique une défaillance des calculateurs LRU *Display Management Computer* (DMC).

<sup>7</sup>Les fonctions en question sont listées dans la MMEL comme requises sans redondance possible

<sup>8</sup>Une défaillance de l'affichage peut directement être détectée par un pilote sans message ECAM. Il s'agit alors d'un *Flight Deck Effect*.

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

- une liste approuvée de tous les éléments pouvant être non opérationnels, dont la figure 2.4 présente un extrait.

1. SYSTEM AND SEQUENCE NUMBERS		2. RECTIFICATION INTERVAL		3. NUMBER INSTALLED		4. NUMBER REQUIRED FOR DISPATCH		5. REMARKS OR EXCEPTIONS	
ITEM									
<b>31-60 ELECTRONIC INSTRUMENT SYSTEM (EIS)</b>									
	62-01 Display Management Computer (DMC)								
R	A) EFIS Part	C	3	2				One may be inoperative on DMC 2 provided EFIS DMC selector on F/D side is selected to 3. One may be inoperative on DMC 2.	(o) Indique qu'il y a une procédure opérationnelle associée
R	B) ECAM Part	C	3	2					Indique les conditions pour le départ (« GO IF »)
	C) (Reserved)	C	3	2					
	63-01 Display Unit (DU)	C	6	5				a) One of the following display units may be inoperative : PFD2, ND2, SD. - or - b) Except for ER operations ND1 unit may be inoperative.	
		C	6	5					

**Intervalle de Rectification** → (pointing to column 2)

→ (pointing to row 1) Indique que la condition de départ est NOGO dans le cas d'un vol ETOPS

FIG. 2.4 – Extrait de la liste des éléments pouvant être non opérationnels, issu d'une MMEL [10]

Le système est formé de trois calculateurs DMC et de six unités d'affichage *Display Unit* (DU). Le document MMEL autorise un calculateur DMC en panne pour le vol suivant, en précisant toutefois qu'il ne peut s'agir que du DMC 2. Pour les DU, le document autorise un seul en panne parmi six. L'intervalle de rectification de la panne est d'une période de dix jours pour appliquer la maintenance différée. Mais là encore, des précisions sont apportées sur les positions des DU dont l'état de panne est permis pour le vol suivant. De plus, deux cas de profils de vol sont à distinguer, le vol en conditions *Extended Twin-engine OPerations* (ETOPS), qui caractérise les opérations étendues pour un bimoteur, ou non.

- les procédures opérationnelles à appliquer si requises, dont la figure 2.5 page suivante présente un extrait,
- les procédures de maintenance à appliquer si besoin.

Comme cela est précisé précédemment, les compagnies aériennes sont obligées de certifier elles-mêmes leurs avions et donc de produire leur propre document MEL pour chaque nouvel avion. Cette liste est ensuite certifiée par les autorités compétentes. La MEL produite par une compagnie aérienne doit en particulier contenir l'ensemble des éléments signalés *As required by regulations* avec les conditions de départ associées. Celle-ci doit être au moins aussi restrictive que celle issue de la MMEL. Enfin, la MEL ne doit contenir

## 2.3 Sûreté de fonctionnement de l'avion

<p><b>31-60 ELECTRONIC INSTRUMENT SYSTEM (EIS)</b></p> <p><b>63-01 Display Unit (DU)</b></p> <p>a) Select the corresponding knob OFF. If the ECAM lower display is inoperative, and in case of warning on ECAM upper display, use the ECAM/ND switching selector to get the system page on the selected ND.</p> <p>b) Select the corresponding knob OFF.</p> <p><b>68-01 Electronic Instrument System (EIS) Switching</b></p> <p><b>A) ECAM SWITCHING Panel</b></p> <p>b) ECAM/ND Switching Selector</p> <p>On ECAM control panel :</p> <p>UPPER DISPLAY Brightness Control Knob ..... OFF</p> <p>Check that the E/WD image is automatically transferred on the SD unit</p> <p>UPPER DISPLAY Brightness Control Knob ..... On</p> <p><b>B) EFIS DMC Panel</b></p> <p>b) PFD/ND Pb</p> <p>On the side where the PFD/ND pb is inoperative :</p> <p>PFD Brightness Control Knob ..... OFF</p> <p>Check that the PFD image is automatically transferred on the ND unit</p> <p>PFD Brightness Control Knob ..... On</p>	<p>Procédure opérationnelle associée</p>
--	--

FIG. 2.5 – Extrait de procédures opérationnelles, issu d'une MMEL [10]

que les conditions accordées et approuvées par les autorités nationales compétentes.

La MEL doit tenir compte<sup>9</sup> :

- du réseau de travail de l'opérateur,
- des réglementations nationales sur les opérations,
- de la formation de l'équipage,
- de l'homogénéité avec les autres types d'avion,
- d'opérations spéciales.

La MMEL étant déclinée en MEL pour chacun des avions, on s'intéressera au prochain chapitre à l'utilisation de ce dernier document par les compagnies aériennes.

Les paramètres issus des conditions contenues dans la MMEL sont :

- Niveau de tolérance à la panne pour les fonctions requises dans la MMEL (NOGO, GOIF, GO),
- Intervalle autorisé pour la rectification de la panne,
- Procédure opérationnelle à prendre en compte lorsque le mode dégradé est accepté,
- Procédure de maintenance associée à l'acceptation d'un mode dégradé

L'ensemble des paramètres présentés doivent tenir compte de l'utilisation de l'avion par une compagnie aérienne. En effet, les contraintes opérationnelles ou commerciales peuvent entraîner un niveau de tolérance à la panne moindre que celui indiqué. L'impact lié à l'utilisation de l'avion, vis-à-vis de ces contraintes, sera vu dans le chapitre 3.

<sup>9</sup>La MMEL Airbus ne doit pas inclure ces exigences

## 2.4 La conception du soutien de l'avion pour de meilleures performances opérationnelles

La supportabilité est la capacité d'un produit, ainsi que son système de soutien, à répondre aux besoins opérationnels des compagnies aériennes. Les spécialistes de supportabilité, au travers de l'expression et de la vérification d'exigences de supportabilité ont pour mission de tirer la conception vers le respect de ces exigences. La conception du soutien opérationnel d'un avion pour de meilleures performances opérationnelles s'inscrit dans cette logique de conception du soutien logistique intégré et dans les métiers de la sûreté de fonctionnement.

Ces exigences peuvent être d'ordre qualitatif ou quantitatif et se déclinent sous plusieurs catégories :

- Fiabilité opérationnelle, qui représente le coeur de métiers des méthodes que l'on développe,
- Coûts de maintenance,
- maintenabilité,
- Facteurs humains et sécurité de la maintenance,
- Programme de maintenance,
- Équipement de soutien opérationnel au sol.

L'objectif des modèles présentés dans ce rapport permettent la vérification des exigences quantitatives de disponibilité liées à la fiabilité opérationnelle. L'expression des autres exigences va permettre en outre de donner une valeur à certains paramètres du modèle comme le montre les exigences de l'Exemple 2.2 qui permet de donner une valeur maximum au temps moyen de maintenance corrective sur un calculateur.

### Vérifications des exigences sur les indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel

Les spécialistes de supportabilité fixent plusieurs types d'exigences quantitatives. Tout d'abord, certaines fonctions au niveau de l'avion, de par leurs non-fonctionnements, ont un fort impact sur l'indisponibilité de l'avion. Sur celles-ci, sont fixé directement des exigences de fiabilité de fonctionnement qui convient de vérifier.

#### Exemples 2.3 :

1. *La fonction de ravitaillement en carburant est indispensable lors du service au sol de l'appareil. Son non-fonctionnement lors d'un cycle durant le **Turn-Around Time** de l'avion influence l'indisponibilité de l'avion par un probable retard. Une exigence sur sa probabilité de non-fonctionnement durant une mission est posée qu'il convient de vérifier.*
2. *La fonction de maintenance est elle aussi indispensable lors de la phase au sol de l'avion. Son non-fonctionnement peut entraîner l'impossibilité d'effectuer une action de maintenance corrective ou encore de produire le compte-rendu de vol. Là encore une exigence sur sa probabilité de non-fonctionnement durant une mission est posée.*

## 2.4 La conception du soutien de l'avion pour de meilleures performances opérationnelles

---

La vérification des exigences sur les indicateurs de disponibilité pour des fonctions de l'avion sont effectuées lors de la phase de conception, puis validées lors de la phase de définition. Ces indicateurs de disponibilité attribués à des fonctions de l'avion sont, pour une mission donnée :

- une fréquence de non-fonctionnement maximum,
- une fréquence d'interruption de vol maximum ou le taux d'interruption en vol maximum, *AI\_rate*,
- une fréquence maximum d'interruption opérationnelle ou le taux d'interruption opérationnelle maximum, *OI\_rate*.

Il n'est pas fait de distinction sur les interruptions opérationnelles entre les retards et les annulations de vol. En effet, il s'agit de choisir une architecture physique de la fonction. La modification de l'architecture physique n'a pas pour conséquence d'influencer, hormis les interruptions de vol, la sévérité d'une OI.

La vérification des exigences sur les indicateurs de disponibilité pour les systèmes de l'avion sont effectuées à la phase de conception, la phase de définition et la phase de développement. Ces indicateurs de disponibilité attribués à des systèmes de l'avion sont, pour une mission donnée :

- une fréquence d'interruption de vol ou le taux d'interruption en vol, *AI\_rate*,
- une fréquence d'interruption opérationnelle ou le taux d'interruption opérationnelle, *OI\_rate*,
- un coût moyen des interruptions opérationnelles.

Et à partir de la phase de définition, ces indicateurs sont étoffés par les indicateurs suivants :

- une fréquence d'annulations de vol,
- une fréquence de retards.

Le processus d'évaluation de ces indicateurs de disponibilité se distingue en deux phases principales :

- la phase de conception, où une vérification des exigences de fiabilité opérationnelle est effectuée au niveau des fonctions de l'avion et où débute une analyse des performances pour la comparaison des coûts au niveau système,
- de la phase de définition à la phase de développement, où une analyse et une vérification des performances des indicateurs de disponibilité est effectuée au niveau des systèmes (en incluant les données issues des analyses de sécurité).

Les analyses se produisent aussi durant la phase en service dans le cas de modifications des systèmes de l'avion.

Comme chacun des processus relatifs à la conception des systèmes, ce processus en V s'applique en incluant donc une partie montante qui contient une vérification et une validation des exigences sur les performances opérationnelles. De plus, ce processus s'applique de manière itérative, de façon à mettre à jour efficacement les prédictions des indicateurs de disponibilité ainsi vérifiées.

Ce processus itératif va demander au modèle de fournir à la fois une vérification d'exigences sur la fiabilité en service des fonctions du système considéré et une estimation des performances de disponibilité, tout cela en intégrant au fur et à mesure les paramètres

## 2.4 La conception du soutien de l'avion pour de meilleures performances opérationnelles

---

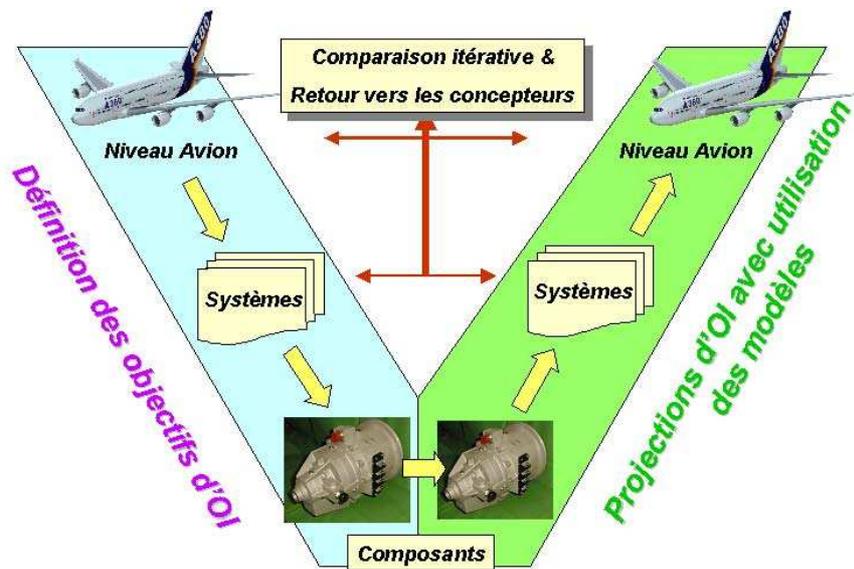


FIG. 2.6 – Processus de définition et vérifications des exigences de fiabilité opérationnelle des différentes phases de conception.

### Bilan des paramètres du modèle accessibles au cours des phases de conception

Dans ce paragraphe, nous faisons un récapitulatif des paramètres de conception des systèmes qui vont impacter la disponibilité d'un avion et de la façon dont ils apparaissent durant les phases de conception. Il s'agit donc d'intégrer au fur et à mesure les nouveaux paramètres, et de mettre à jour les paramètres existants.

Lors de la **phase de faisabilité**, seulement une expression des exigences au niveau de la fiabilité opérationnelle au niveau avion est effectuée, et une première décomposition au niveau système permet d'avoir les performances de fiabilité opérationnelle pour les systèmes, mais aussi pour ses fonctions.

Lors de la **phase de conception**, les projections de indicateurs de disponibilité doivent aider à répondre à deux problématiques, pour permettre :

- d'effectuer une première vérification des exigences sur les indicateurs de disponibilité des fonctions,
- d'effectuer une première estimation des coûts d'interruption opérationnelle pour faire une présélection des fournisseurs, choisir une référence d'architecture physique du système (composition et liens des LRU) et ses alternatives.

Durant cette phase, les données disponibles sont :

- l'architecture fonctionnelle d'un système, avec identification des FC et de leurs criticités sur la disponibilité,
- les modes de défaillance de chaque fonction et leurs taux de défaillance associés,
- la première référence et les alternatives d'architecture physique du système (quantité de LRU affectée au système),

## 2.4 La conception du soutien de l'avion pour de meilleures performances opérationnelles

---

- des données sur la fiabilité pour chaque équipement LRU : MTBUR et GMTBUR de chaque LRU,
- le message ECAM associé à chaque détection possible d'une combinaison de panne et la classe de panne,
- les intervalles de détection de chaque panne suivant le cycle de vol,
- le temps pour effectuer un diagnostic connaissant l'équipement LRU en panne,
- le niveau de tolérance à la panne pour les fonctions requises dans la MMEL (NOGO, GOIF, GO).

Lors de la **phase de définition**, les projections de disponibilité doivent répondre à la même problématique que lors de la phase de conception :

- effectuer une validation des exigences sur les indicateurs de disponibilité des fonctions,
- effectuer une estimation des coûts d'interruption opérationnelle pour faire une sélection des fournisseurs. Cela permettra de faire une première validation sur le choix d'architecture physique du système par rapport aux solutions alternatives.

Les paramètres déjà existants vont être affinés au fur et à mesure de l'avancée de la conception et des échanges avec les fournisseurs. Les paramètres supplémentaires à intégrer sont :

- la répartition fonctionnelle des fonctions du système dans l'ensemble des composants (compositions des modes de défaillance des LRU),
- le message de maintenance associé à une détection d'une combinaison de panne,
- les intervalles d'annonce de chaque panne suivant le cycle de vol,
- la ou les procédures de diagnostic en fonction des messages de maintenance associés,
- les types de tâches de maintenance,
- le temps pour effectuer un diagnostic de la panne, qui peut être exprimé de façon générale connaissant l'équipement LRU en panne, ou plus précisément en considérant en plus le message d'alarme et/ou de maintenance associé.
- la procédure et les tâches de maintenance à effectuer lors de la perte d'un LRU.
- le temps de dépose/pose d'un LRU,
- le temps de désactivation ou le temps d'isolation d'une panne dans le cas de l'acceptation d'un mode dégradé.
- le niveau de compétence requis pour effectuer chacune des tâches de maintenance.
- les temps d'accès aux différentes parties (LRU) du système.
- l'intervalle autorisé pour la rectification de la panne,
- la procédure opérationnelle à prendre en compte lorsque le mode dégradé est accepté,
- la procédure de maintenance associée à l'acceptation d'un mode dégradé.

Lors de la **phase de développement**, une fois les architectures fonctionnelles et physiques du système définies<sup>10</sup>, les projections de disponibilité vont permettre une vérification des exigences de disponibilité sur le système commencées lors des précédentes phases. Les paramètres à prendre en compte sont les mêmes que lors de la phase de défini-

---

<sup>10</sup>Cela n'implique pas que les architectures fonctionnelles et physiques soient figées, mais leur description doit contenir tous les paramètres pré-cités

## **2.4 La conception du soutien de l'avion pour de meilleures performances opérationnelles**

---

dition. Toutefois, la vérification des exigences de supportabilité et plus généralement des exigences sur le système au cours du processus de conception vont permettre d'affiner (et de valider) les données d'entrée et les paramètres d'un système. De même, les échanges avec les fournisseurs, comme sur le MTBUR des équipements, vont préciser les valeurs de certains paramètres. La prise en compte des modifications de ces données va entraîner une nouvelle itération de la vérification des exigences.

## Chapitre 3

# Utilisation de l'avion dans un contexte opérationnel

Dans ce chapitre, nous allons présenter les différents facteurs ayant une influence sur la disponibilité d'un avion dans un contexte opérationnel, provenant de son utilisation par une compagnie aérienne, à prendre en compte dans le modèle.

Il faut donc envisager les différentes exploitations commerciales possibles d'un avion, basées tout d'abord sur les exploitations actuelles, puis futures<sup>1</sup>. Cette discussion nous amènera dans une première section à définir les profils de mission, ainsi que les différentes phases d'un cycle de vol.

En fonction de l'exploitation commerciale, de la taille de sa flotte, de son organisation, une compagnie aérienne met en place une politique de maintenance, y incluant des critères de décision sur le type de maintenance corrective à appliquer en cas d'apparition d'un *Flight Deck Effect*. La maintenance en ligne d'une compagnie aérienne est présentée dans une deuxième section, en commençant par les principaux types de politique de maintenance, puis en explicitant les critères de décision sur le type de maintenance corrective à appliquer en ligne. La description du processus de maintenance corrective en ligne termine cette section.

Enfin, pour pouvoir prédire les futures performances de disponibilité, plusieurs missions types seront définies lors de phases de faisabilité en vue de la conception d'un soutien opérationnel. La troisième et dernière section présente ces missions types qui serviront à la prédiction des performances de disponibilité. Cela permettra de faire une synthèse pour récapituler les paramètres issus du contexte opérationnel à inclure dans le modèle.

---

<sup>1</sup>En effet, lors de la conception d'un avion, l'évolution du marché et du trafic aérien est prise en compte.

## 3.1 Exploitation commerciale de l'avion

---

# 3.1 Exploitation commerciale de l'avion

### 3.1.1 Profils de mission de l'avion

En fonction des performances opérationnelles, des besoins commerciaux et de son organisation, une compagnie aérienne va planifier une exploitation commerciale pour un avion donné. D'un avion à un autre, les exploitations commerciales peuvent donc être très différentes.

Chaque type d'avion produit par un avionneur est prévu avec des contraintes de limitations sur le type de vol. Par exemple, la distance maximale étant définie pour chaque type d'avion, la compagnie aérienne exploite un avion en fonction de cette limitation, pour un certain type de trajet. Trois grandes familles se distinguent principalement : les longs courriers, les moyens courriers et les courts courriers.

Une mission est constituée d'une séquence de cycles de vol. Il faudra donc prendre en compte dans le modèle :

- le nombre de trajets constituant la mission,
- la durée de chacune des phases de vol de la mission.

De plus, le trajet est soumis à des contraintes de sécurité relatives à la zone géographique qu'il traverse. Par exemple, les vols considérés ETOPS sont des cas très dimensionnants. Cependant, les contraintes de sécurité varient aussi en fonction des zones politiques traversées : la MEL (voir 2.3) d'un avion est soumise à une réglementation différente. Par exemple, les éléments de navigation minimum requis sont dépendants de la régulation aérienne en vigueur sur la zone de vol. Ces contraintes vont donc impacter les conditions requises pour le vol suivant, voire celui en cours. Afin de mieux percevoir ces contraintes, le modèle devra tenir compte de manière directe (à partir d'hypothèses) ou de manière induite (via la modélisation des conditions requises pour le vol suivant) des facteurs :

- type de vol (Non ETOPS, ETOPS < 180 minutes ...),
- zones politiques traversées.

Le chapitre 5 reprendra ces facteurs pour en extraire les paramètres du modèle, et montrer la manière dont les conditions requises pour le vol suivant vont être modifiées.

Les types d'OI, définis dans la section 1.1, induisent un coût différent, relatif à l'exploitation commerciale. Ce coût tient compte, non seulement du type d'OI, mais aussi de plusieurs facteurs économiques, organisationnels et opérationnels (capacité en passagers ou en fret par exemple). Plusieurs études (voir [48] ou plus généralement sur tout type de retard : [27]) distinguent trois classes principales d'interruption opérationnelle selon leurs impacts sur les coûts :

- les interruptions en vol (déroutement ou demi-tour en vol) et de décollage,
- les annulations,
- les demi-tours au sol, les retards (il faudra ici tenir compte de la durée du retard).

#### **Hypothèse 3.1 :**

*Les substitutions (ou changements d'avion) ne sont pas prises en compte ici. Pour modéliser un tel événement, il faudrait modéliser le comportement de la flotte. Comme le coût associé correspond environ à celui d'un retard de deux heures (en moyenne), l'événement sera, par hypothèse, compté comme un retard.*

### 3.1 Exploitation commerciale de l'avion

---

Pour estimer le coût des interruptions opérationnelles, nous utiliserons pour données d'entrée soit le coût moyen d'une OI, soit les coûts moyens des différents cas d'interruption opérationnelle :

- le coût moyen d'une interruption en vol,
- le coût moyen d'une annulation de vol,
- le coût moyen d'une heure de retard.

Comme indiqué dans 1.2, pour pouvoir prédire le coût global lié à la disponibilité d'un avion dans un contexte opérationnel, le modèle devra donc prédire pour une mission donnée :

- la fréquence des interruptions en vols,
- la fréquence des annulations,
- la fréquence des retards et une distribution des temps de retards associés.

#### Exemple 3.1 :

*Une navette court-courrier effectuant un aller-retour Paris-Orly/Toulouse, opère sur une mission d'une journée entière à raison de huit allers-retours. Les temps de vol sont d'une heure chacun et d'un temps au sol de quarante-cinq minutes (temps prévu pour le débarquement des passagers, de leurs bagages, puis de la préparation de l'avion pour le vol suivant). Il s'agit d'un vol non ETOPS et la zone politique traversée n'induit pas de conditions particulières.*

*À la fin de la journée, toutes les opérations de maintenance ayant été reportées seront effectuées afin de préparer l'avion pour le lendemain. Notons ici que, hormis l'impact des OI sur la mission, la fiabilité de déploiement est aussi considérée car un retard ou une annulation entraîne l'impossibilité d'effectuer le reste de la mission.*

#### 3.1.2 Décomposition des phases de vol et sol d'un cycle

Plusieurs décompositions des phases de vol d'un cycle ont déjà été vues dans 2.3.1 pour l'analyse de sécurité. Avant d'en faire une synthèse en vue de la modélisation, d'un point de vue opérationnel, le *Flight Crew Operating Manual* (FCOM), qui rassemble les opérations pour l'équipage technique, donne la décomposition suivante des phases parcourues :

1. Préparation du vol, incluant les actions de
  - Préparation du poste de pilotage
  - Inspection extérieure de sécurité
2. Mise sous tension de l'avion
3. Démarrage du moteur
4. Phase de roulage jusqu'à la piste pour le décollage (roulage départ)
5. Décollage
6. Montée
7. Croisière
8. Descente
9. Approche

### 3.1 Exploitation commerciale de l'avion

---

10. Atterrissage
11. Phase de roulage jusqu'à la porte pour le débarquement
12. Parking

Les phases de vol prises en compte pour l'apparition d'un message ECAM<sup>2</sup> sont insérées dans cette décomposition.

Pour compléter la description des différentes phases, il faut décomposer les phases liées à l'exploitation de l'avion au sol, de la phase de parking, jusqu'à la préparation du vol.

#### Décomposition des phases au sol d'un cycle

Le *Turn-Around Time* (TAT) de l'avion inclut les actions de préparation de mission de l'avion qui sont :

- l'embarquement (*disembark*) et le débarquement (*board*),
- la mise en place du service de restauration (*catering*),
- le nettoyage de la cabine (*cabin cleaning*),
- le débarquement et l'embarquement du fret (*cargo*),
- le ravitaillement en carburant (*refueling*),
- les vérifications au sol après et avant le vol (*post/pre flight checks*),
- les vérifications extérieures (*external check*),
- les vérifications intérieures (*interior check*).

Pour un avion de type long courrier, le tableau suivant donne les périodes d'application des actions d'exploitation au sol de l'avion au cours d'un TAT de quatre-vingt-dix minutes.

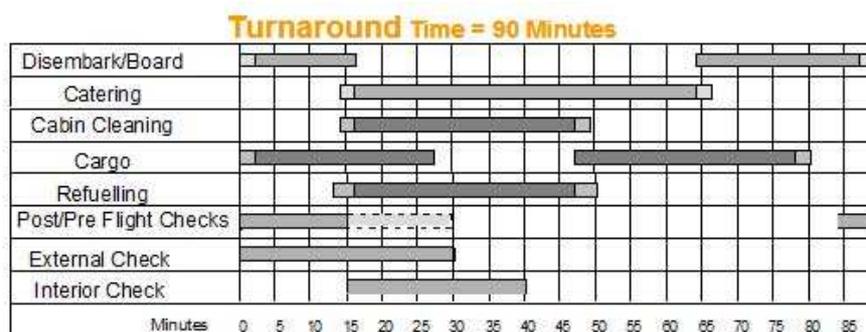


FIG. 3.1 – Décomposition des actions d'exploitation de l'avion lors du TAT

Une phase de vol étendue aux phases au sol se décompose en trois parties principales, la préparation de l'avion pour le vol suivant, le vol, et le «débarquement» de l'avion comme le représente la figure 3.2 page suivante. Ce schéma représente les différentes phases suivies par l'avion lors d'un processus normal sans spécificité dû à un entretien particulier ou à l'occurrence d'une alarme.

---

<sup>2</sup>voir la figure 2.2 page 41.

## 3.2 Maintenance en ligne d'un avion

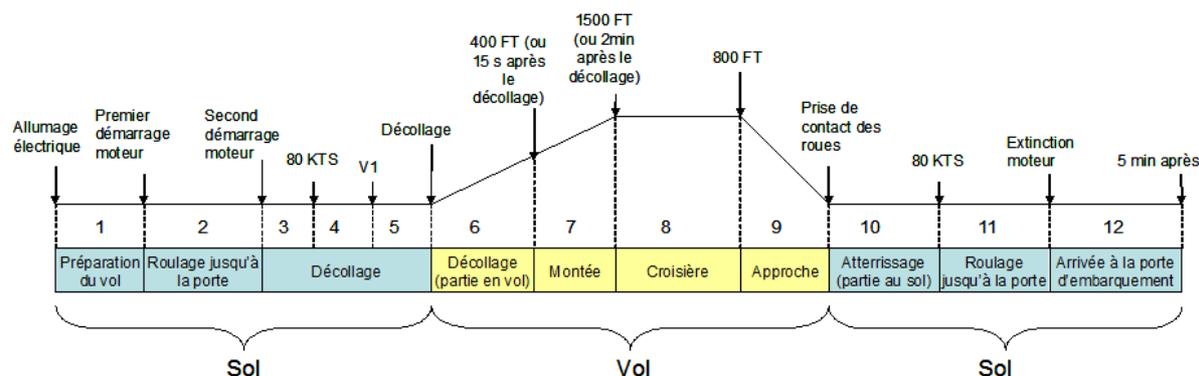


FIG. 3.2 – Synthèse des phases en vol et au sol

Cette décomposition synthétique sera utile pour modéliser les phases qui vont influencer la disponibilité de l'avion, à partir du contexte opérationnel qui vient d'être décrit. Dans la section 5.1 nous reprendrons ce schéma pour interpréter l'impact de l'apparition d'un FDE sur chacune des phases et ses conséquences opérationnelles.

## 3.2 Maintenance en ligne d'un avion

La maintenance effectuée sur un avion pendant qu'il est en opération, c'est-à-dire lorsqu'il opère sur une mission, est par définition une maintenance en ligne<sup>3</sup> et maintenance sur site<sup>4</sup>. Plusieurs types de maintenance s'appliquent sur les systèmes d'un avion : soit avant la détection d'une panne, il s'agit d'une maintenance préventive, soit après détection d'une panne, il s'agit alors d'une maintenance corrective. Dans ce dernier cas, soit elle est exécutée sans délai et il s'agit d'une maintenance d'urgence, soit elle est retardée sous certaines conditions fournies par le document MEL ou par la compagnie aérienne et il s'agit d'une maintenance différée. Le schéma extrait de la norme [4] résume la décomposition précédente de la maintenance.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la maintenance préventive est prédéfinie suivant le système. Une partie est directement déduite des données sur le système fournies lors de sa conception et est à adapter en fonction de la politique de maintenance de la compagnie. De même, pour la maintenance corrective, si elle peut être différée, le choix de rectifier la panne ou non dépend là encore de la compagnie aérienne. Nous décrivons, dans une première sous-section, les différents facteurs traduisant la politique de maintenance d'une compagnie aérienne.

Toutefois, l'application de l'un des types de maintenance n'a pas forcément une incidence sur les opérations de l'avion. Du point de vue de l'avionneur, les interruptions due à l'application d'une maintenance préventive ou différée ne sont pas imputables aux systèmes mais à l'organisation de la compagnie aérienne. Par contre, une interruption opérationnelle au sol (retard ou annulation) due à un incident technique fait suite à l'obli-

<sup>3</sup>Maintenance exécutée alors que le bien est en fonctionnement, selon la norme [4].

<sup>4</sup>Maintenance exécutée à l'endroit où le bien est utilisé, selon la norme [4].

## 3.2 Maintenance en ligne d'un avion

---

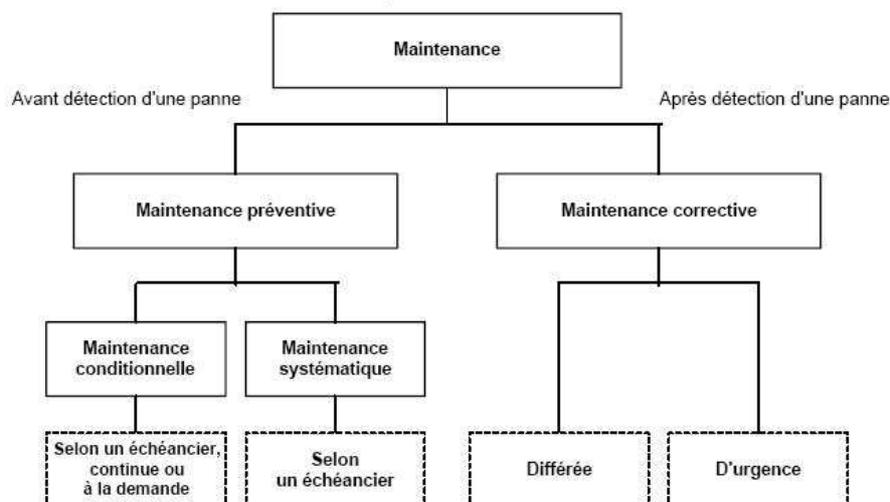


FIG. 3.3 – Décomposition des types de maintenance, issue de la norme [4]

gation d'effectuer une maintenance corrective d'urgence en ligne<sup>5</sup>. Les critères de décision de l'application d'une maintenance corrective sont présentés dans une deuxième partie.

Enfin, le processus décrivant les actions de maintenance corrective d'urgence est décrit dans une troisième partie.

### 3.2.1 Politique de maintenance d'un avion, d'une flotte

Lors de l'exploitation de l'avion, la compagnie aérienne utilise en général un avion pour un type de mission prévu et le configure en fonction. Elle doit alors adapter sa politique de maintenance suivant les critères de la mission.

Pour exploiter sa flotte en service, la compagnie aérienne gère ses ressources avec :

- les pièces de rechanges à bord de l'avion,
- le nombre de pièces de rechanges suivant les aéroports,
- le personnel de maintenance qualifiés et les outillages spécifiques (compétences/ressources) suivant les aéroports,
- le choix de ses bases aériennes, qui conditionne évidemment les précédentes ressources ainsi que les différentes possibilités de maintenance.

La maintenance préventive doit répondre aux contraintes de sécurité issues de la conception 2.3.2. Toutefois, le centre de maintenance d'une compagnie aérienne peut les renforcer en fonction des contraintes de coûts d'utilisation et d'indisponibilité de l'avion. La disponibilité de l'avion est à prendre ici d'un point de vue global, et pas seulement dans le contexte opérationnel lié à la problématique de ce rapport. De plus, en fonction des acceptations de mode dégradé sur les vols précédents, l'application de la maintenance

---

<sup>5</sup>Une maintenance corrective d'urgence pour accepter un mode dégradé peut aussi s'effectuer pour différer la maintenance, voir pour cela 3.2.3

## 3.2 Maintenance en ligne d'un avion

---

différée se fait en fonction des ressources évoquées plus haut et des risques par rapport aux coûts d'une indisponibilité ultérieure.

La politique de maintenance d'une compagnie aérienne influence donc :

- la maintenance préventive, et les intervalles entre deux maintenances préventives associés,
- la maintenance différée, les intervalles de rectification de panne définis dans le document MMEL produit par Airbus sont ainsi redéfinis dans le document MEL de l'avion (voir en section 2.3.4) suivant la politique de maintenance.

La période entre deux applications de la maintenance préventive ainsi que l'intervalle de rectification de la panne deviennent de nouveaux paramètres du modèle pour chaque équipement. Chacun de ces paramètres est dans une unité de temps qu'il faut ramener par rapport à la mission étudiée.

Dans la deuxième partie, un ensemble d'hypothèses sera fourni pour permettre de modéliser le comportement type d'une compagnie aérienne.

### 3.2.2 Critères de décision sur le type de maintenance corrective

Lorsqu'un FDE apparaît, s'en suit une procédure de maintenance corrective d'urgence. Le diagnostic à bord (voir 2.3.3) amène une panne ou une combinaison de pannes. De cette information découle une décision sur le type de maintenance corrective. Pour présenter les critères de décision, il faut d'abord tenir compte de la phase d'apparition du FDE, puis des conditions fixées par la sécurité et la compagnie aérienne et de la responsabilité finale du capitaine.

Une analyse de la défaillance doit être menée à partir des informations détectées par l'équipage. Ensuite, la procédure à suivre est de consulter le document MEL. Au sol, la MEL peut être consultée seulement lorsqu'une panne est parfaitement identifiée et confirmée (après la procédure de diagnostic). La MEL ne s'applique pas dans le cas d'une panne en vol (les procédures et limitations à appliquer sont données par le FCOM). Elle ne doit être consultée en vol seulement lorsqu'il est décidé d'effectuer un demi-tour en vol suivant :

- la condition GO/NOGO de la fonction en panne,
- la possibilité de réparer à destination.

La figure 3.4 reprend les propos précédents.

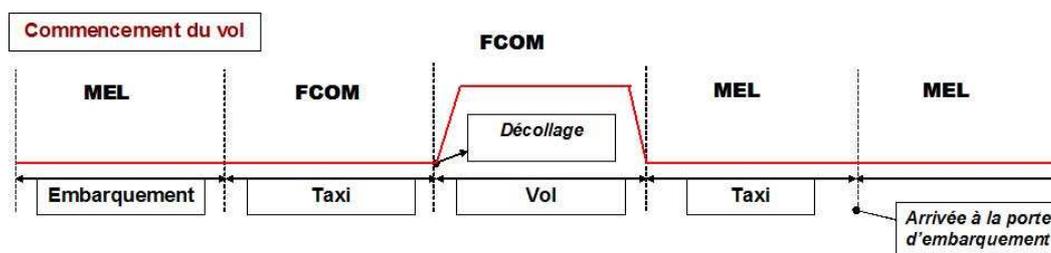


FIG. 3.4 – Limite d'application de la MEL

## 3.2 Maintenance en ligne d'un avion

---

Une décision est alors prise pour le choix de maintenance à appliquer, suivant des contraintes liées à la sécurité du vol ou à la compagnie aérienne. La violation de ces contraintes entraîne un incident technique et une obligation d'appliquer une procédure de maintenance corrective d'urgence visant à restaurer la fonction en panne.

### Contraintes entraînant la perte des conditions requises pour la poursuite du vol en cours ou pour le décollage du vol suivant

L'identification des pannes ou combinaisons de pannes, entraînant une interruption du vol en cours ou une interruption au sol du prochain vol, est faite en fonction de plusieurs contraintes. Il s'agit des pannes ou combinaisons de pannes avec :

- un **effet sur la sécurité**. La panne ou la combinaison de pannes entraîne soit la violation des contraintes de sécurité pour la poursuite du vol en cours et le pilote doit procéder à une interruption du vol, soit la dégradation des conditions requises pour le vol suivant listées par le document MEL<sup>6</sup> et l'avion se trouve dans une situation de conditions NOGO (NOGO).
- un **effet opérationnel** : la dégradation des performances (de vol, de consommation de carburant), la dégradation des conditions de travail de l'équipage ou les contraintes opérationnelles induites par le type de mission (conditions ETOPS par exemple).
- un **effet sur les opérations de l'avion** : impossibilité d'effectuer les actions de maintenance régulière, de service ou les tâches opérationnelles en escale (par exemple : la lecture du livret de bord, l'entretien en carburant, l'entretien courant, la préparation de la mission...).
- un **effet commercial** par une dégradation du confort de la cabine (toilettes, écrans pour les passagers).

L'ensemble de ces contraintes seront appelées conditions NOGO, et l'événement s'y rapportant sera noté *NG*. Lorsque les conditions NOGO se produisent, la décision de maintenance corrective est automatiquement une restauration de la fonction (remplacement des LRU assurant son fonctionnement).

#### Remarque 3.1 :

*Pour l'évaluation d'exigences de fiabilité de fonctionnement d'une fonction de niveau avion, son non-fonctionnement caractérise les conditions NOGO. Suivant les Exemples 2.3, lorsque la fonction de ravitaillement en carburant est perdue, l'avion ne peut repartir sans qu'elle soit restaurée pour finir le ravitaillement.*

De plus, la sévérité de ces conditions NOGO sont caractérisés par le risque opérationnel, noté *OI\_Risk*. Ce paramètre peut prendre trois valeurs suivantes :

- *Air\_Interruption*, l'apparition d'un FDE lié à des conditions NOGO durant la phase de vol entraîne une interruption du vol en cours soit pour un demi-tour en vol, soit pour un déroutement.

---

<sup>6</sup>voir la section 2.3.4

## 3.2 Maintenance en ligne d'un avion

---

- *Ground\_Interruption*, quelque soit la phase d'apparition d'un FDE, le vol en cours se poursuit mais les conditions NOGO obligent une maintenance corrective et une interruption de la phase au sol.
- *No\_Operational\_Effect*, les FDE liés au système ne peuvent entraîner d'OI. Dans ce dernier cas, il n'y a pas d'exigences de disponibilité à évaluer.

### Remarque 3.2 :

*Le risque opérationnel défini au départ suivant des contraintes de sécurité (voir en sous-section 2.3.1 page 37) ne dépend pas que de celle-ci. Par exemple, la perte de la fonction de rétraction des trains d'atterrissage n'implique pas de perte de la sécurité de l'avion. Toutefois, un vol avec les trains d'atterrissage abaissés induit une forte consommation supplémentaire en carburant. Cet effet opérationnel peut, pour des raisons de coûts, contraindre la compagnie à interrompre le vol ( $OI\_Risk = Air\_Interruption$ ).*

L'événement *NG* est donc primordial pour évaluer les indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel, car il oblige à appliquer une maintenance corrective plus lourde. Il faudra donc évaluer son occurrence possible au cours de chacun des cycles de vol d'une mission. La modélisation de cet événement sera abordé dans le chapitre 4.

Lorsque les conditions ne sont pas NOGO, il incombe au capitaine la responsabilité finale de décider d'accepter l'avion pour le prochain vol en fonction :

- des conditions requises par la MEL,
- de la durée et du type de vol,
- de la charge de travail de l'équipage,
- des limitations de vol,
- des aéroports de départ et de destination,
- des conditions météorologiques.

Ces données dépendent donc de la fonction défaillante et de la mission suivie par l'avion, mais aussi finalement de la sensibilité de l'équipage. Afin de mieux appréhender la possibilité de refus du capitaine d'une condition de vol acceptable suivant les contraintes NOGO de la mission et de la compagnie aérienne et lorsque les ressources sont disponibles, un pourcentage de décision «GO» sera attribué à chaque fonction, et pour chaque cycle de vol. Pour un composant  $x$  liée à une fonction, ce paramètre est noté  $\%GO\_Decision(x, C)$ . L'événement que le capitaine accepte un mode dégradé est noté ***A*cccepted *D*egraded *M*ode** (ADM). L'événement que le capitaine refuse le mode dégradé est noté ***R*efused *D*egraded *M*ode** (RDM).

Comme pour *NG*, ces événements RDM et ADM sont donc important pour évaluer les indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel, car ils induisent une procédure de maintenance corrective à appliquer et un possible retard. Il faudra donc évaluer les fréquences de leurs occurrences possibles au cours de chacun des cycles de vol d'une mission que nous appellerons quantités de fiabilité en service.

## 3.2 Maintenance en ligne d'un avion

---

### Hypothèses sur la politique de maintenance type appliquée par une compagnie aérienne

L'observation des données d'OI, en corrélation avec la base *AIRcraft Maintenance ANalysis* (AIRMAN) pour obtenir lorsque cela est possible le message d'alarme et le message de maintenance associé, fournit une idée du comportement de la maintenance corrective en ligne d'une compagnie aérienne. À moins que cela ne soit précisé pour un profil de mission particulier, nous considérerons par défaut les hypothèses suivantes pour le choix de maintenance corrective à appliquer en cas de panne.

#### Hypothèses 3.2 (Scénarii de maintenance corrective type) :

- SM1** *Lorsque la perte d'un composant sur un système, relatif à une fonction, entraîne une condition NOGO après diagnostic de la panne, tous les LRU en panne du système seront remplacés si les rechanges sont disponibles.*
- SM2** *Lorsque la perte d'un composant sur le système/la fonction entraîne une condition GO après diagnostic de la panne et qu'il est décidé de refuser le mode dégradé RDM, seul le LRU qui vient de tomber en panne est remplacé si les rechanges sont disponibles.*
- SM3** *Lorsque la perte d'un composant sur le système/la fonction entraîne une condition GO après diagnostic de la panne et qu'il est décidé d'accepter le mode dégradé ADM, alors une action pour différer la maintenance est effectuée sur le LRU en panne. De plus, aucun remplacement n'est fait sur les autres LRU déjà en panne depuis l'un des vols précédents.*
- SM4** *Par défaut, lorsque les actions de maintenance corrective concernent des LRU différents, les tâches seront effectuées en parallèle.*

Dans la suite, ces hypothèses seront utilisés afin de formaliser les différents événements de maintenance corrective énoncés : les conditions NOGO, le refus d'un mode dégradé RDM et l'acceptation d'un mode dégradé ADM.

### 3.2.3 Processus de maintenance corrective en ligne

Une fois la décision prise, si le mode dégradé est accepté, une procédure de maintenance différée est appliquée. Si le mode dégradé est refusé, lorsque les ressources et rechanges sont disponibles, s'effectuent :

- une dépose du LRU en panne,
- une installation à bord d'un nouvel LRU,
- un test à bord du nouvel équipement, et de la configuration.

Le schéma 3.5 page suivante résume les propos précédents, en partant de l'apparition d'un FDE sur le processus de maintenance corrective en ligne.

### 3.3 Définition des profils de chaque type de mission pour prévoir un soutien opérationnel

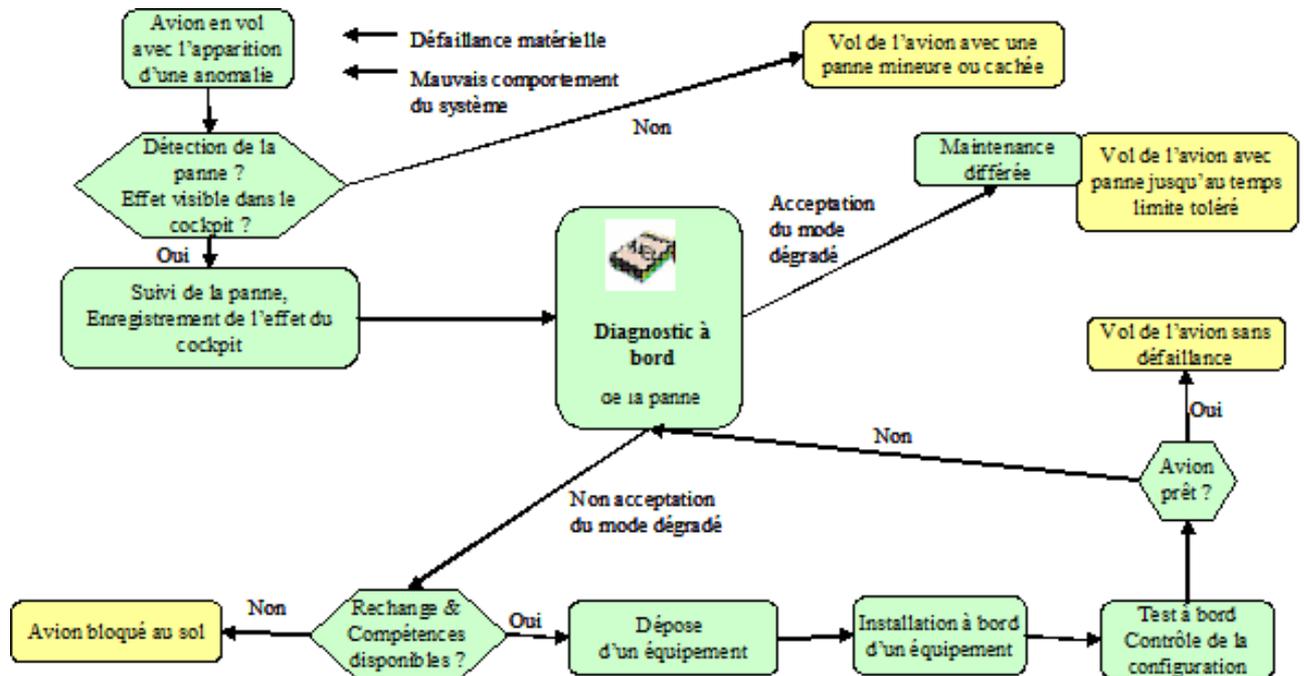


FIG. 3.5 – Processus de maintenance corrective en ligne

### 3.3 Définition des profils de chaque type de mission pour prévoir un soutien opérationnel

Lors du lancement commercial d'un nouveau programme avion, plusieurs partenaires, dont principalement des grandes compagnies aériennes, clientes importantes d'Airbus, sont impliqués dans le projet. Ces dernières, étant les premiers clients du futur appareil mis en service, soumettent leurs conseils sur les futures utilisations de celui-ci. De par ces exigences exprimées et attendues, il est possible d'envisager des missions types auxquelles sera soumis l'avion avant même sa conception.

**Remarque 3.3 :**

*Ces missions types ne peuvent pas constituer l'ensemble des missions d'exploitation commerciale de l'avion, d'autant plus qu'elles sont définies sur des connaissances à priori du futur marché du transport aérien.*

Il a été vu dans le chapitre 2 que, suivant les performances du système à observer, les profils de mission et leurs configurations diffèrent<sup>7</sup>. Pour estimer les performances relatives à la disponibilité et plus généralement aux coûts d'exploitation, il faut tenir compte des paramètres de vols relatifs à l'opération de l'avion durant une mission. De ce point de vue, il ne s'agit pas de définir des missions extrêmes comme en sécurité, mais des profils de missions traduisant des conditions d'exploitation type pour les futurs clients.

La définition de tels types de mission est effectuée lors de la phase de faisabilité du programme, définie dans la section 2.2. Une ou plusieurs missions moyennes sont dégagées,

<sup>7</sup>La section 2.3.1, par exemple, présente les missions et scénarii à prendre en compte pour analyser les performances de sécurité du vol

### 3.3 Définition des profils de chaque type de mission pour prévoir un soutien opérationnel

servant de base aux futures prédictions des performances.

Les paramètres à extraire d'une mission type et nécessaires pour la prédiction de performances de disponibilité sont :

- la séquence de cycle de vol/sol, dont le **nombre de cycles** noté  $N$ ,
- pour chacun des cycles :
  - la durée de chacune des phases d'un cycle (vol, sol, roulage arrivée, roulage départ ...),
  - le **type de base aérienne** pour la compagnie (base principale, escale extérieure importante, escale extérieure basique),
  - les contraintes opérationnelles liées au vol (ETOPS, non ETOPS ...),
- pour chaque cycle et chaque LRU : le pourcentage de disponibilité des rechanges et des ressources, noté  $\%Ressources_{(x,C)}$ ,
- les coûts moyens des différents cas d'interruption opérationnelle :
  - le coût moyen d'une interruption en vol,
  - le coût moyen d'une annulation de vol,
  - le coût moyen d'une heure de retard.

Les exemples suivants présentent trois cas d'utilisation pour des programmes avion court-courrier ou long courrier, en détaillant les paramètres évoqués précédemment.

#### Exemples 3.2 (Missions types) :

##### 1. Aller-retour d'un vol long courrier :

Dans le cadre d'une mission de charter, un long courrier effectue une mission d'aller-retour de deux vols de treize heures chacun en conditions ETOPS. Le temps de préparation de la mission est de trois heures, le temps d'escale de quatre-vingt-dix minutes, les durées de chaque phase de roulage de dix minutes. L'aller-retour part de la base principale vers une escale extérieure basique. À l'escale extérieure, il n'y a pas de rechanges disponibles et seul un mécanicien pour des interventions mineures est prévu. Enfin, à la dernière escale est prévu un rétablissement de l'avion de trois heures en vue d'une mission suivante pouvant être différente de la première. Lors de celle-ci, tous les états de panne sont restaurés. La figure 3.6 décrit la mission.

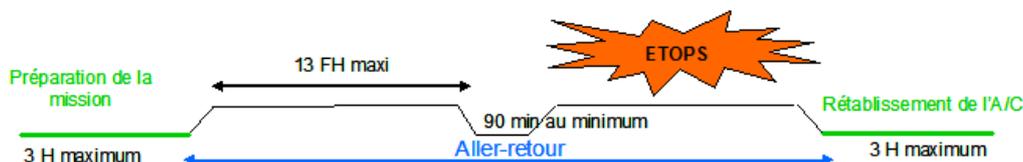


FIG. 3.6 – Schéma d'une mission aller-retour pour un vol long courrier

##### 2. Mission sans maintenance corrective en ligne :

Dans le cadre de mission sur le concept *Maintenance Free Operating Period*, un court courrier est exploité sur une période de dix jours à raison de six vols de deux heures chacun. Il s'agit de trois allers-retours de la base principale vers une base extérieure importante. Le temps de préparation de la mission est de six heures, le temps d'escale de quarante-cinq minutes. Les durées de chaque phase de roulage de

### 3.3 Définition des profils de chaque type de mission pour prévoir un soutien opérationnel

dix minutes. À chacun des aéroports, il n'y a pas de rechanges disponibles, et seul un mécanicien pour des interventions mineures est prévu. L'avion contient cependant un ensemble d'équipement minimum pour son support (rechanges pour quelques LRU). Enfin, à la dernière escale est prévu un rétablissement de l'avion de six heures en vue d'une mission suivante pouvant être différente de la première. Lors de celle-ci, tous les états de panne sont restaurés. La figure 3.7 décrit la mission.



FIG. 3.7 – Schéma d'une mission sans maintenance corrective en ligne

#### 3. Mission prolongée sans perturbation de la maintenance :

Lors d'une exploitation prolongée d'un avion long courrier, la compagnie aérienne prévoit une maintenance programmée minimum sur une période de trente-six mois. Pour chaque période de six mois, seul un entretien en ligne est prévu à raison de seize heures de vol par jour, contenant quatre cycles de vol de quatre heures, chacun en conditions ETOPS. Chaque escale se déroule dans une base extérieure importante avec un TAT de quatre-vingt-dix minutes. De plus, à chaque base, le centre de maintenance de la compagnie aérienne dispose des ressources nécessaires. La figure 3.8 décrit la mission.



FIG. 3.8 – Schéma d'une mission continue sans perturbation de la maintenance

Une allocation de performances est faite sur chaque mission pour effectuer les vérifications. Afin de faire une estimation des performances générales sur l'ensemble des missions, une fréquence sera attribuée à chacune des missions, pour évaluer les performances moyennes.

# Conclusion de la première partie

Une évaluation (estimation ou vérification) de la disponibilité d'un avion est donc fonction :

- d'un système ou d'une fonction (l'ensemble des paramètres de conception pour une architecture donnée),
- d'une mission et son scénario opérationnel complet décrit par une mission type (voir en section 3.3).

Les indicateurs de disponibilité à évaluer en phase de conception sont :

- un encadrement et une approximation des fréquences de non-fonctionnement,
- un encadrement et une approximation du taux d'interruption opérationnelle moyen,  $OI\_rate$ , et du taux d'interruption de déploiement,
- une approximation du coût moyen des interruptions opérationnelles.

Les indicateurs de disponibilité supplémentaires à évaluer à partir de la phase de définition sont :

- un encadrement et une approximation des fréquences de non-fonctionnement,
- un encadrement et une approximation des taux d'interruption opérationnelle, noté  $OI\_rate$ , des taux d'interruptions de vol, des taux d'annulations de vol et des taux de retards,
- une approximation du temps moyen de retard sachant qu'il y a retard et un coût moyen des OI tenant compte de la sévérité des OI.

De plus, nous avons vu en sous-section 3.2.2 page 58 que pour évaluer ces indicateurs, il est nécessaire de connaître les différents événements possibles caractérisants le type de maintenance corrective. Ces événements sont :

**NG** Les conditions NOGO se produisent et d'après le cas SM1 des Hypothèses 3.2, tous les composants en panne sont remplacés,

**RDM** Le capitaine refuse le mode dégradé et d'après le cas SM2 des Hypothèses 3.2, seul le LRU qui vient de tomber en panne est remplacé,

**ADM** Le capitaine accepte le mode dégradé et d'après le cas SM3 des Hypothèses 3.2, seule une action pour différer la maintenance est effectuée sur le LRU en panne.

Enfin, à partir de ce qui a été présenté dans les sections précédentes, il est maintenant possible d'extraire les paramètres influant sur la disponibilité d'un avion dans un contexte opérationnel. Ces paramètres se divisent en trois catégories :

- la conception du système,
- la conception du diagnostic et de la maintenance du système,
- les conditions opérationnelles.

## CONCLUSION DE LA PREMIERE PARTIE

---

et s'affinent suivant deux périodes :

- la phase de conception,
- à partir de la phase de définition.

Le schéma 3.9 page suivante résume l'ensemble des paramètres accessibles d'abord lors de la phase de conception, puis à partir de la phase de définition.

Au fur et à mesure de l'évolution du processus de conception des systèmes de l'avion, les paramètres du modèle seront soit fixés par hypothèses (comme celles émises en section A.2 page 216), soit libres pour l'utilisateur. Les exemples fournis au fur et à mesure de cette première partie seront repris par la suite dans les expérimentations numériques.

La prochaine partie formalisera mathématiquement l'ensemble des paramètres pour expliciter les événements induisant une interruption opérationnelle.

## CONCLUSION DE LA PREMIERE PARTIE

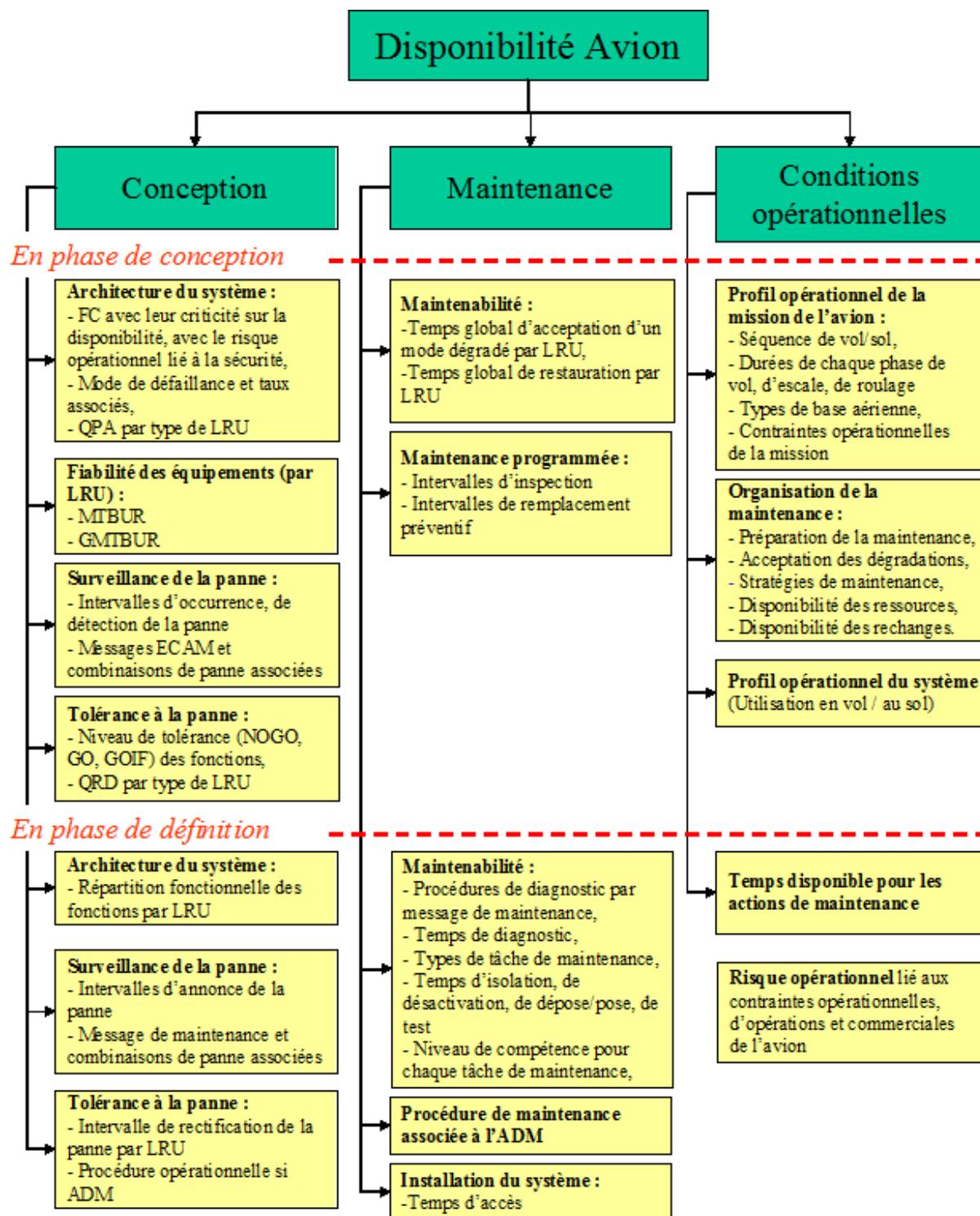


FIG. 3.9 – Paramètres pour le modèle

## Deuxième partie

# Formulation mathématique du problème

# Introduction de la deuxième partie

Dans la partie précédente, nous avons présenté :

- les indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel à évaluer en fonction des différentes phases de conception,
  - les paramètres relatifs à la conception des systèmes,
  - les données d’entrée relatives à la mission de l’avion,
  - les événements relatifs à la maintenance en ligne sur les systèmes,
  - les hypothèses sur le comportement de la compagnie aérienne,
- à prendre en compte dans le modèle.

Afin de pouvoir résoudre le problème posé, dans cette partie, nous fixons pour objectifs de fournir une formulation mathématique à :

- la mission de l’avion avec la durée de chacun des cycles, en décomposant les phases d’un cycle de vol avec une influence différente sur la maintenance en ligne,
- les paramètres du modèle liés aux composants du système et de la fonction étudiée,
- les événements liés à l’application d’une maintenance en ligne : préventive, différée et d’urgence, et les événements caractérisants un incident technique : conditions NOGO, *Refused Degraded Mode* (RDM) et *Accepted Degraded Mode* (ADM),
- les variables aléatoires de temps et leurs distributions,
- les indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel en fonction des événements caractérisants un incident technique et des variables aléatoires de temps.

Mais avant tout, il faut prendre en compte l’architecture fonctionnelle d’un système ou d’une fonction de l’avion par rapport à la fiabilité de ses composants. Les données relatives à l’architecture fonctionnelle, l’architecture physique et la tolérance à la panne des composants du système permettent d’établir les conditions NOGO qui induisent des situations d’indisponibilité. Il faut donc fournir un modèle mathématique permettant la caractérisations des conditions NOGO.

Cette partie est organisé en trois chapitres.

**Dans un quatrième chapitre**, nous présentons le choix le type de modélisation du comportement du système vis-à-vis des pannes ou combinaisons de panne possibles entraînant les conditions NOGO. Puis nous explicitons la modélisation de la fiabilité des composants du système ou de la fonction étudié à partir des données de fiabilité.

**Le cinquième chapitre** expose la modélisation du processus de mission de l’avion, incluant le processus de maintenance corrective d’une compagnie aérienne. Il s’agit de :

- définir les données d’entrée du modèle relative à la mission
- préciser les paramètres du modèle liés aux composants en fonction d’une mission

## INTRODUCTION DE LA DEUXIEME PARTIE

---

- données,
- formaliser les hypothèses sur la politique de maintenance afin d’obtenir un scénario type d’application de la maintenance en ligne,
  - expliciter les événements relatifs à la maintenance en ligne, et les événements caractérisants un incident technique,
  - définir les variables aléatoires de temps d’apparition d’un *Flight Deck Effect* (FDE), d’application d’une procédure de maintenance sur un composant, de retard estimé suite à un diagnostic de panne et de retard suite à l’application d’une procédure de maintenance corrective d’urgence sur un ensemble de composants.

**Enfin le sixième et dernier chapitre** donnera une formulation mathématique des indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnelle à estimer, en fonction des événements caractérisants un incident technique et des variables aléatoires de temps de retard

# Chapitre 4

## Modélisation de l'architecture fonctionnelle et des dysfonctionnements d'un système

Les architectures fonctionnelle et physique d'un système sont les principaux facteurs ayant un impact sur la fiabilité opérationnelle et la disponibilité d'un avion, comme cela est exposé au chapitre 2. Elles induisent surtout des redondances des équipements et une criticité des défaillances des composants pour les points de vue de sûreté et opérationnels. Pour une mission donnée, cela se caractérise par les conditions NOGO, vues en sous-section 3.2.2, d'un système ou d'une fonction étudiée. Il devient donc nécessaire d'intégrer une technique appropriée pour modéliser les conditions NOGO issues de cette architecture à partir des paramètres de conception :

- d'architecture physique et fonctionnelle du système ou de la fonction avion,
- de tolérance à la panne.

L'évaluation de la sûreté de fonctionnement d'un système consiste à analyser les défaillances des composants pour estimer leurs conséquences sur le service rendu par le système. Les principales méthodes utilisées lors d'une analyse de la sûreté de fonctionnement sont décrites dans une première section. Pour pouvoir modéliser l'aspect dysfonctionnel d'un ou des systèmes, la deuxième section traite du choix d'un modèle pour représenter les événements entraînant l'indisponibilité de l'avion. Cela permet de définir et de caractériser le modèle choisi pour la représentation des conditions NOGO. Des hypothèses sur les dépendances entre les défaillances sont énoncées en vue de l'analyse quantitative qui sera développée dans la troisième partie de l'étude.

Enfin, la troisième section présente la modélisation de la fiabilité des composants élémentaires, et des probabilités de défaillance au cours d'un cycle.

### 4.1 Modèles de représentation d'un système en Sûreté de fonctionnement

Cette section présente les méthodes classiques utilisées par les ingénieurs de sûreté de fonctionnement pour représenter le comportement d'un système à partir de la description

## 4.1 Modèles de représentation d'un système en Sûreté de fonctionnement

---

de son fonctionnement et/ou de ses dysfonctionnements. Notre but n'est évidemment pas de faire une présentation détaillée de toutes ces méthodes mais d'en retenir les principes pour la phase de modélisation des systèmes dans notre problématique industrielle. Nous pourrions ainsi dégager un certain nombre de restrictions pour l'application de ces modèles pour l'estimation des quantités de disponibilité dans un contexte opérationnel. Différentes solutions de modélisations provenant des disciplines de la sûreté de fonctionnement peuvent être envisagées comme le suggère [16], [17], [24], [51] ou encore [56].

**Un diagramme de fiabilité** est une représentation graphique sous forme de boîtes ou de blocs. Il représente une démarche d'analyse par décomposition fonctionnelle du système en sous-fonction ou mission. Le diagramme de fiabilité est construit en recherchant la mission de chaque sous-ensemble qui permet d'atteindre la mission globale du système, les boîtes pouvant représenter des fonctions ou des composants. Il s'agit d'un modèle qui permet de représenter le comportement d'un système du point de vue fonctionnel.

Un diagramme de fiabilité est un graphe orienté sans boucle comprenant une entrée et une sortie. Le système fonctionne si et seulement s'il existe un chemin dans le graphe entre l'entrée et la sortie. On suppose que les composants n'ont que deux états de fonctionnement (fonctionnement correct ou en panne). D'un point de vue qualitatif, l'analyse permet de déterminer les faiblesses du système. Elle est faite dans le but de proposer des modifications en vue d'améliorer la fiabilité du système.

Cette modélisation ne permet pas de prendre en compte les réparations des composants et donc est utilisée uniquement pour la fiabilité des systèmes. La modélisation repose sur la définition des missions ou des fonctions de chaque constituant du système. Le diagramme de fiabilité décrit les liens entre les composants. L'objectif est de dissocier toutes les opérations à réaliser pour aboutir au succès de la mission du système. Le diagramme de fiabilité donne donc une représentation graphique facile à interpréter et qui permet des analyses de fiabilité.

**Arbre de défaillances :** L'Arbre de Défaillances (AdD) fait partie de la famille de modèles dite des ensembles minimaux. Il a été développé dans le but d'obtenir les coupes de systèmes complexes. Inventé par Watson, en 1962 dans les laboratoires de la *Bell Telephone company*, il a connu plusieurs étapes de développement. L'AdD est une technique purement déductive. Un AdD représente un mode de défaillance en fonction des modes de défaillance de ses sous-systèmes et composants. Le terme «arbre de défaillances» est quelque peu restrictif; par exemple, nous serons conduits à parler d'AdD dual qui, en principe, représente le bon fonctionnement du système.

### Définition 4.1 (Arbre de défaillances) :

*Il s'agit de la représentation statique et dysfonctionnelle d'un système sous forme arborescente, dans laquelle le sommet est l'événement non souhaité (ou redouté) et la base représente les défaillances élémentaires.*

*Un arbre de défaillances est représenté de manière graphique à partir de trois types de symboles :*

- les opérateurs (ou portes) fondamentaux ou spéciaux,
- les événements,

## 4.1 Modèles de représentation d'un système en Sûreté de fonctionnement

---

– *les triangles de transfert.*

L'analyse par arbre de défaillances est largement utilisée dans les études de sûreté de fonctionnement car elle caractérise de façon claire les liens de dépendance, du point de vue du dysfonctionnement, entre les composants du système. Parmi les limites, les AdD ne tiennent pas compte de l'ordre d'occurrence des événements menant à l'événement redouté et l'analyse qualitative ne permet pas d'explicitier les dépendances temporelles entre événements.

**Graphes de Markov :** Cette méthode est utilisée pour analyser et évaluer la sûreté de fonctionnement des systèmes réparables. La construction d'un graphe de Markov consiste à identifier les différents états du système (défaillants ou non défaillants) et chercher comment passer d'un état à un autre lors d'un dysfonctionnement ou d'une réparation. À chaque transition de l'état  $E_i$  vers l'état  $E_j$  est associé une probabilité (si le temps est discret) ou un taux de transition (si le temps est continu). La modélisation avec les graphes de Markov permet de prendre en compte plus de cas de dépendances temporelles et stochastiques que les méthodes classiques.

**Arbre de défaillances dynamique :** Afin de pallier à la limitation sur les AdD statiques, l'introduction de portes dynamiques (temporelles) permet de définir un arbre de défaillances dynamique prenant en compte les dépendances temporelles entre les événements avec notamment les travaux de JB. Dugan et M. Bouissou. Les portes dynamiques proposées ont évoluées avec l'apparition au fur et à mesure de nouveaux types de portes : pour les rechanges [11], ou [14] des portes temporelles simples [55]. De plus, avec l'évolution des portes, les algorithmes d'évaluations qualitatives ([55]) et quantitatives ([11], [19]) se sont développés. Malgré tout, la compréhension de l'utilisateur dans un AdD dépend de la clarté et de la correction du langage utilisé pour décrire chaque partie. Le nombre de portes à représenter devient vite complexe pour un ingénieur non fiabiliste.

**Réseaux de Petri stochastiques :** Les réseaux de Petri sont utilisés pour décrire les processus de commande séquentielle dynamique, leur origine provient de l'automatisme ([51]). Les réseaux de Petri stochastiques sont obtenus à partir des réseaux de Petri classiques en associant des durées de franchissements aléatoires aux transitions. Ils permettent de prendre en compte, de manière plus structurée que les graphes de Markov, l'occurrence des défaillances et leur influence sur le comportement du système. En effet, le parallélisme étant pris en compte, ils permettent d'explicitier l'architecture du système en décrivant indépendamment les états des divers objets composant le système et leurs interactions.

### Définition 4.2 (Réseaux de Petri) :

*Les réseaux de Petri sont décrits par un quintuplé,  $(P, T, A, W, M_0)$ , défini par :*

- l'ensemble des places  $p_i$  de  $P$ , tel que  $p_i \in P$ ,
- l'ensemble des  $t_i$  transitions de  $T$ , tel que  $t_i \in T$ ,
- l'ensemble des arcs  $a_i$  de  $A$ , tel que  $a_i \in A$ ,
- l'ensemble des poids  $w_i$  affectés aux arcs  $a_i$ , tel que  $w_i \in W$ , souvent égal à 1 pour les réseaux déterministes, évalué à partir de probabilité pour les réseaux stochastiques,

## 4.1 Modèles de représentation d'un système en Sûreté de fonctionnement

---

– le marquage initial  $M_0$  avec ses jetons  $J$ .

Selon [61], il y a peu de limitations dans cette modélisation. Toutefois, lorsqu'il s'agit de modéliser des retards dus à plusieurs actions de maintenance pour résoudre un problème, il s'agit d'une modélisation complexe par le nombre de liens à représenter.

**Nouveaux langages de modélisation fonctionnelle d'un système :** Face à la complexité des systèmes à étudier, les modèles de représentation en sûreté de fonctionnement ont évolué pour intégrer les comportements d'un système. Depuis peu sont apparus de nouveaux langages de modélisation du fonctionnement et des dysfonctionnements d'un système, les langages AltaRica et Figaro.

**Altarica :** Créé par le Laboratoire Bordelais de Recherche en Informatique (LaBRI), Altarica est un langage formel adapté à la sûreté de fonctionnement. Sa sémantique et sa syntaxe clairement définies lui permettent d'être couplé à différents outils de fiabilité et de validation. De plus, sa capacité à réaliser des modèles compositionnels et hiérarchiques lui permet de modéliser des systèmes complexes ([12]). Le but est d'établir divers ponts entre la sûreté de fonctionnement et les méthodes formelles, les analyses qualitatives des comportements fonctionnels et les analyses quantitatives des dysfonctionnements. Il est ainsi possible à partir d'une description dans ce langage, basée sur les automates à contraintes, de simuler un modèle et de générer un arbre de défaillances ou de vérifier qu'il satisfait des propriétés logiques. Une description du langage et de la méthodologie est contenue dans [13].

**Figaro** est un langage créé à EDF en 1989-1990. En plus des objectifs précités, le langage a pour objectif une généralisation des formalismes classiques : arbre de défaillances, graphes de Markov, réseaux de Petri stochastiques. Il est également possible de concrétiser les concepts de *Boolean logic Driven Markov Process* (BDMP), définis dans [18].

Ces deux langages sont adaptés pour une modélisation du comportement d'un système, à la fois classique ou dynamique, et surtout plus proche de l'architecture système [20]. Il ne s'agit donc pas de représentations adaptées pour les ingénieurs de supportabilité. Toutefois, les concepteurs des systèmes au niveau d'Airbus commencent à introduire ces nouvelles représentations. Dans les deux cas, les ingénieurs de supportabilité devront formaliser les conditions NOGO (NOGO) en tant qu'événement à observer. Les ensembles minimaux (coupes et chemins minimaux) liés à ces modèles pourront alors être directement utilisés dans les analyses quantitatives.

Les possibilités et les limitations de ces méthodes seront reprises dans la section 4.2, afin de détailler le choix d'un modèle pour l'évaluation des performances de disponibilité d'un système ou d'une fonction dans un contexte opérationnel.

## 4.2 Caractérisation des conditions NOGO

Il faut maintenant choisir un modèle pertinent pour représenter les conditions NOGO du système ou de la fonction étudié. Dans une première sous-section, nous allons justifier du choix de la représentation de ces conditions par des **Arbre de Défaillances**. Dans une deuxième sous-section, nous présentons les propriétés de ces arbres de défaillance.

### 4.2.1 Choix d'un modèle de représentation

Comme cela a été vu dans la partie précédente, différentes solutions issues de la sûreté de fonctionnement pour modéliser l'architecture d'un système peuvent être envisagées. Pour notre problème, les ingénieurs de supportabilité, qui sont considérés ici comme les utilisateurs des modèles (voir en section 2.4), doivent représenter les conditions NOGO définies dans 3.2.2 page 59. À titre de rappel, il s'agit de l'ensemble des pannes ou combinaisons de pannes qui entraînent la perte des conditions requises pour la poursuite du vol en cours ou pour le décollage du vol suivant à partir des dysfonctionnements du système considéré.

Toutefois, il faut considérer ici la problématique industrielle du point de vue de l'utilisateur. En effet, il faut qu'il soit capable de produire et de juger de la validité d'un modèle, à partir de connaissances et de compétences moindres que celles d'un ingénieur de sûreté de fonctionnement.

Les diagrammes de fiabilité ou les arbres de défaillances permettent des facilités de modélisation. Ces techniques de modélisation sont supportées par un grand nombre d'outils de fiabilité dans le commerce, présentant chacun leurs avantages. De plus, elles sont bien connues et assez intuitives pour être utilisées par des ingénieurs de conception du soutien et de la maintenance.

Les graphes de Markov constituent aussi une bonne technique de modélisation, notamment pour représenter un processus dynamique de défaillance et de réparation d'un système doté de différents composants, en modélisant les transitions entre les états dégradés (ou non) du système (voir les ouvrages [24] et [56]). Malheureusement, l'architecture et ses combinaisons de pannes à prendre en compte pour la prédiction d'une interruption opérationnelle au niveau des composants sont trop complexes. En effet, ces analyses impliquent un grand nombre de composants ( $n \leq 50$  comme précisé dans la Remarque 2.1), il en résulte un nombre d'états possibles<sup>1</sup> de  $2^{50}$ , qui rend le nombre d'états et de leurs transitions associées non envisageable<sup>2</sup> pour une modélisation.

Les réseaux de Petri, et plus encore les réseaux de Petri stochastiques ([61] et [51]) fournissent un modèle pertinent pour représenter les transitions entre les états suivis par le système, qui peuvent être appliqués aisément à un processus dynamique pour la fiabilité des systèmes réparables. Cependant cette technologie, qui n'est pas dédiée à la sûreté de fonctionnement, ne fournit pas les techniques pour modéliser l'architecture d'un système du point de vue de ses tolérances à la panne. La tolérance aux conditions NOGO doit

---

<sup>1</sup>Il s'agit du nombre d'états maximum à représenter dans un graphe de Markov, en considérant deux états, marche ou panne, pour chaque composant élémentaire.

<sup>2</sup>La majoration  $2^{50} \geq 10^{15}$  donne un ordre de grandeur.

## 4.2 Caractérisation des conditions NOGO

---

être représentée par une formalisation non-booléenne, qui serait assez complexe<sup>3</sup>, ce qui est inacceptable pour de futurs utilisateurs de ces modèles.

L'apparition de nouveaux langages de modélisation fonctionnelle pour la conception des systèmes permettra, dans notre problématique, d'utiliser directement les coupes minimales (et les chemins minimaux) des conditions NOGO, pour faire une analyse quantitative des événements *NG* sur chacun des cycles de la mission dans une troisième partie. Dans ce cas, les utilisateurs n'auront donc pas à modéliser les conditions NOGO qui seront formulées lors de la conception des systèmes.

Aux vues des considérations énoncées, nous avons donc fait le choix pragmatique d'utiliser la modélisation par arbre de défaillances [36]. Les propriétés de l'AdD seront précisées dans la prochaine sous-partie.

### 4.2.2 Propriétés de l'arbre de défaillances caractérisant les conditions NOGO

L'AdD devra être conçu par les utilisateurs du modèle. Ces derniers devront donc modéliser les conditions NOGO sur le système ou la fonction considéré, définies en sous-section 3.2.2 page 59. Pour établir l'AdD correspondant aux conditions NOGO, les données de conception (paramètres) sur :

- l'architecture du système avec :
  - les *Failure Condition* (FC) avec leur criticité sur la disponibilité et le risque opérationnel lié à la sécurité,
  - les modes de défaillance des composants,
  - les *Quantity Per Aircraft* (QPA) par type de *Line Replacable Unit* (LRU) présents sur le système ou la fonction,
- la tolérance à la panne avec :
  - le niveau de tolérance (NOGO, GOIF, GO) des fonctions,
  - les *Quantity Required for Dispatch* (QRD) par type de LRU,

et les conditions opérationnelles sur :

- les contraintes opérationnelles de la mission,
- les profils opérationnels,

sont utilisées en phase de conception.

À partir de la phase de définition, la répartition fonctionnelle des fonctions par LRU et le risque opérationnel liés aux conditions opérationnelles de la mission permettent d'affiner la représentation des conditions NOGO.

Dans la suite, nous supposons que les systèmes étudiés sont cohérents, avec la définition :

#### **Définition 4.3 (Systèmes cohérents) :**

*Un système est dit cohérent si :*

---

<sup>3</sup>L'expression booléenne qui représente les conditions NOGO, est la fonction de structure de cet événement, comme le décrit [17] par exemple.

## 4.2 Caractérisation des conditions NOGO

- lorsque le système est en panne, aucune défaillance ne peut rétablir le bon état du système,
- lorsque le système est en marche, aucune réparation ne peut entraîner la panne du système,
- la panne de tous les composants induit la panne du système,
- le bon fonctionnement de tous les composants entraîne le bon fonctionnement du système.

L'Add associé aux conditions NOGO aura pour événements élémentaires les défaillances des composants LRU du système. L'événement *NG* représente l'événement sommet de l'Add.

### Exemple 4.1 (Conditions NOGO sur l'EIS d'un avion) :

Le système *Electronic Instrument System (EIS)* (Système électronique d'instrumentation et de surveillance) sur un avion de la gamme Airbus est composé de six *Display Unit (DU)* et de trois *Display Management Computer (DMC)*. À partir de l'extrait du document *Master Minimum Equipment List (MMEL)* 2.4 page 45, en considérant une mission sans conditions *Extended Twin-engine OPERations (ETOPS)*, le système se trouve en conditions NOGO si un des composants DU en position PF1 et EWD est défaillant<sup>4</sup>, si deux composants DU parmi les quatre en position PF2, ND1, ND2 et SD sont en état de panne, ou si un des composants DMC en position 1 et 3 est en panne.

De plus, aucune des *Failure Condition* n'entraîne un risque d'interruption du vol.

Enfin, les procédures opérationnelles à appliquer n'induisent pas de conditions NOGO supplémentaires pour une compagnie aérienne.

Sans prendre en compte les commutateurs servant à changer les fonctions sur les unités d'affichage, l'Add représentant les conditions NOGO est dans la figure 4.1.

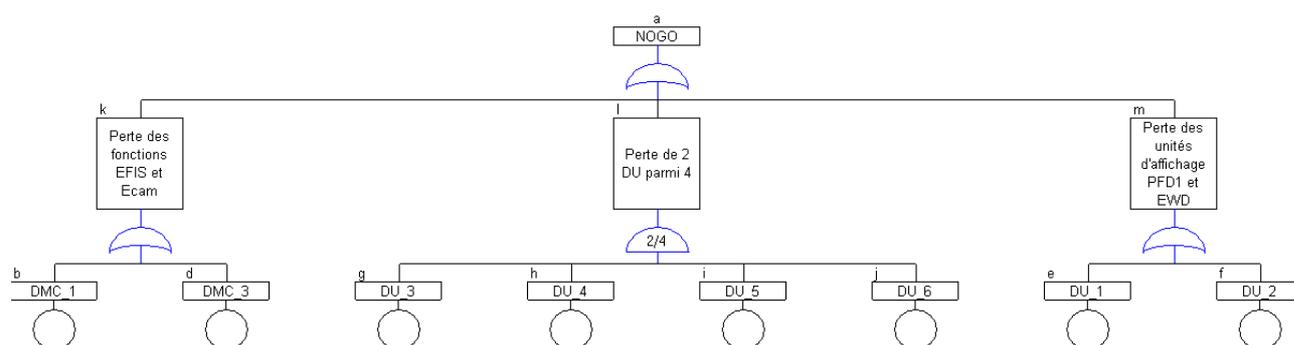


FIG. 4.1 – Arbre de défaillance des conditions NOGO sur le système EIS

Par la suite, la notation suivante sera prise.

$NG_C$  conditions NOGO pour le prochain vol, lors du cycle  $C$

<sup>4</sup>Plusieurs mode de défaillance sont possibles sur les unités d'affichage DU, mais ils correspondent tous à un mauvais fonctionnement entraînant la panne.

### 4.3 Représentation de la fiabilité d'un composant

---

L'événement  $NG_C$  définit l'occurrence de l'événement  $NG$  lors du cycle  $C$ .

Afin de pouvoir, par la suite, analyser quantitativement les probabilités liées à l'apparition de l'événement sommet de l'arbre lors d'un cycle, il est nécessaire ici de formuler une hypothèse réaliste sur les dépendances entre les défaillances des composants du système.

#### **Hypothèse 4.1 :**

*Les défaillances des composants LRU au cours d'un cycle de vol sont indépendantes de l'état de fonctionnement des autres composants du système. La probabilité de défaillance d'un composant ne dépend que de son état au début du cycle.*

#### **Remarque 4.1 :**

*L'hypothèse précédente ne prend pas en compte l'existence de mode de panne commun. Ces derniers sont évalués en sécurité dans les analyses de risques particuliers et peuvent être considérés comme négligeable du point de vue de la disponibilité.*

Les événements élémentaires de l'AdD des conditions NOGO sont les défaillances des composants LRU du système. La modélisation de l'apparition de ces conditions nécessite la représentation de la fiabilité de chacun de ses composants.

### 4.3 Représentation de la fiabilité d'un composant

L'apparition de la défaillance d'un composant et au delà de l'événement  $NG$  au cours d'un cycle nécessite une modélisation, par une loi de probabilité, de la fiabilité de chacun des composants du système. Dans cette section, nous présentons les quantités de fiabilité que nous utiliserons. Une discussion sur les différentes lois de probabilités pour représenter la durée de vie d'un système et leurs limitations amènera à un choix de distribution de probabilité. Cela permettra dans un troisième temps d'accéder à la probabilité de défaillance d'un composant au cours d'un cycle de vol. L'ensemble des quantités de fiabilité et les formules de base associées présentées ici, sont contenues dans les ouvrages [17], [24] et [56].

#### **Généralités sur les quantités de fiabilité utilisées**

Soient  $T$  la variable aléatoire de durée de vie d'un composant et  $F_T$  sa **fonction de répartition**, avec  $F_T(t) = P(T \leq t)$  définie pour  $t \in [0, +\infty[$ , la fiabilité du composant, c'est-à-dire sa **probabilité de survie** est la quantité  $R(t) = 1 - F_T(t) = P(T > t)$ . De plus, lorsque la durée de vie est exprimée par une variable aléatoire continue, la densité de probabilité de  $F_T$  sera noté  $f$ .

La première quantité mesurée et utile pour représenter la fiabilité d'un système est le **taux de défaillance**. Le taux de défaillance instantanée  $\lambda(t)$  est défini par :

$$\lambda(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T \leq t+h)}{P(T > t)} .$$

Il s'agit de la probabilité de défaillance sur un court instant  $h$  sachant le bon fonctionnement à l'instant  $t$ . Le taux de défaillance s'exprime directement par :  $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$  .

### 4.3 Représentation de la fiabilité d'un composant

---

Après une présentation des distributions de probabilités représentant la fiabilité d'un composant, nous allons en proposer une. Nous formulons en suivant la probabilité de défaillance d'un composant au cours d'un cycle de la mission.

#### État de l'art sur les distributions représentant la fiabilité d'un composant

Dans la littérature en fiabilité des systèmes, le taux de défaillance  $\lambda(t)$  est représenté par la courbe en baignoire le long de la vie d'un composant, avec trois périodes caractérisant les défaillances de jeunesse, de maturité et de vieillesse.

La durée de vie d'un composant électronique est considéré, en général, avec un taux de défaillance constant durant la période de vie utile du composant. Cela se justifie par le fait d'absence d'usure, de corrosion, de fatigue [51]. Les composants électroniques utilisés dans le domaine aéronautique ont été préalablement vieillis si bien que l'on peut considérer que, durant les missions en service, les défauts de jeunesse ont été écartés et le taux de défaillance est constant.

Pour les composants mécaniques ou hydrauliques, le taux de défaillance constant ne convient pas en général. Les modèles de dégradation provoque un taux croissant (usure, fatigue, corrosion). Le modèle de Weibull est en général utilisé pour cette représentation [51]. Là encore, les composants utilisés dans le domaine aéronautique ont été préalablement vieillis si bien que l'on peut considérer que, durant les missions en service, le taux de défaillance est constant ou croissant. Comme dans le domaine aéronautique il s'agit de composants très fiables (d'une durée de vie moyenne proche de la durée de vie utile), leurs durées de vie sont souvent «proches» de lois exponentielles.

Dans tous les cas, lors des phases de conception, les données nécessaires pour obtenir les paramètres des lois de probabilités traduisant les propriétés de vieillissement ne sont pas disponibles. Tout d'abord, lors de la démarche **Analyse des Modes de Défaillances et Études des Criticités** (voir [8]), il est préconisé d'exprimer le taux de défaillance d'un mode de défaillance, puis de calculer la probabilité d'apparition associé en le considérant comme constant. Les informations issues des analyses de sécurité vont donc fournir des taux de défaillance constant. De plus, lors de l'échange de données sur les équipements LRU avec les fournisseurs, les seules quantités sur la fiabilité sont le *Mean Time Between Unscheduled Removal* (MTBUR), le *Guaranty Mean Time Between Unscheduled Removal* (GMTBUR) et le *Mean Time Between Failure* (MTBF). L'utilisation d'une seule de ces quantités ne permet pas de caractériser une loi de plus d'un paramètre.

Dans notre modèle, la durée de vie d'un composant sera prise par hypothèse suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  représentant le taux de défaillance. Le taux de défaillance provient soit de l'analyse **Analyse des Modes de Défaillances et Études des Criticités** (AMDEC), soit de l'échange de données de fiabilité sur les équipements LRU avec les fournisseurs. Ces quantités sont exprimés soit de manière discrète sur un cycle de vol, soit en fonction du nombre d'heures de vol (*Flight Hours* (FH)). Cependant le taux de défaillance du composant est fonction de la durée de fonctionnement du système, et les FH ne traduisent pas la durée de fonctionnement du système au cours d'un cycle exprimée en *Operating Hours* (OH). Il convient alors d'obtenir la valeur du taux de défaillance en

### 4.3 Représentation de la fiabilité d'un composant

---

OH en se basant sur le ratio d'utilisation OH/FH déterminé lors de la phase de faisabilité, et échangé avec les fournisseurs (voir la section 2.1 page 34).

De même, lors de l'échange de données de fiabilité sur les équipements LRU avec les fournisseurs, le MTBUR, le GMTBUR, le MTBF permettent une expression du taux de défaillance du LRU. Ces données sont exprimées en FH ou en cycles de vol (*Flight Cycles* (FCy)). Vu que le composant est observé dans son contexte opérationnel, seules les données du MTBUR et du GMTBUR vont être utilisées pour représenter la fiabilité du composant, le GMTBUR étant utilisé comme MTBUR minimum.

Il convient alors d'obtenir la valeur du MTBUR en OH, soit en se basant sur le ratio d'utilisation OH/FH échangé avec les fournisseurs, soit en obtenant la valeur du MTBUR en OH auprès du fournisseur.

Avec un MTBUR exprimé en OH, le taux de défaillance du composant est  $\lambda = \frac{1}{MTBUR}$ .

Il est alors possible d'exprimer les quantités de fiabilité présentées précédemment, en considérant un taux de défaillance constant  $\lambda(t) = \lambda$ , La fiabilité du composant s'exprime par  $R(t) = 1 - e^{-\lambda t}$  et la densité est  $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ .

La loi exponentielle a la propriété de définir un processus homogène («sans mémoire») : la probabilité de défaillance ne tient compte que de la durée de la période considérée et pas de l'âge du composant. Lors d'une mission comportant plusieurs phases, cela permet de connaître la probabilité de défaillance sur une phase sans se préoccuper de l'âge du composant. La probabilité conditionnelle de panne dans l'intervalle  $[t, t + h]$  sachant que le composant est en marche au temps  $t$  est donc

$$P(T \leq t + h | T \geq t) = 1 - e^{-\lambda h} .$$

#### Calcul de la probabilité de défaillance d'un composant lors d'un cycle

Si le taux de défaillance  $\lambda$  (ou le MTBUR) est exprimé en heures de fonctionnement (OH), la probabilité de défaillance suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda = \frac{1}{MTBUR}$  et dépend de la durée du cycle de vol.

Pour une durée de fonctionnement  $d$  d'un cycle de vol, la probabilité de défaillance est :

$$1 - e^{-\frac{d}{MTBUR}} . \quad (4.1)$$

Si le taux de défaillance  $\lambda$  (ou le MTBUR) est exprimé en *Flight Cycles*, la probabilité de défaillance durant un cycle est fixe :  $1 - e^{-\lambda} = 1 - e^{-\frac{1}{MTBUR}} \approx \lambda \approx \frac{1}{MTBUR}$  .

La probabilité de défaillance d'un composant au cours d'un cycle sera utilisée par la suite pour estimer les probabilités des différents états du système durant la mission.

# Chapitre 5

## Modélisation du processus de mission de l'avion

Dans ce chapitre, nous exposons la modélisation du processus de mission de l'avion, le processus d'apparition d'un FDE et le processus d'application de la maintenance corrective d'une compagnie aérienne.

La modélisation de la mission suivie par un avion nécessite dans un premier temps de décrire :

- la mission de l'avion avec la durée de chacun des cycles,
- les phases d'un cycle vol/sol ayant un impact opérationnel sur la maintenance en ligne, suite à l'apparition d'un FDE,
- les durées de chacune des phases.

Les données d'entrée liées à l'utilisation de l'avion durant une mission sont formalisées dans la première section de ce chapitre, se basant sur la description de missions types décrites dans la section 3.3.

Dans une deuxième section, nous présentons la modélisation du processus d'apparition d'un FDE et les paramètres du modèle liés à la surveillance du système. Les variables aléatoires de temps d'occurrence, de détection et d'apparition d'un FDE sont définies en explicitant les relations déterministes les reliant.

Puis, dans la troisième section, nous discutons des cas de modélisation de la distribution de la variable aléatoire du temps d'application d'une procédure de maintenance corrective en ligne sur un LRU, à partir :

- des différents types de procédure de maintenance corrective possibles,
- du type de *Line Replacable Unit*,
- des temps moyen de chacune des actions de maintenance pour établir les paramètres des distributions de temps.

Dans une quatrième section, les scénarii de maintenance possibles sont extraits ainsi qu'une modélisation de la politique de maintenance d'une compagnie aérienne. Il s'agit de :

- formaliser les hypothèses sur la politique de maintenance afin d'obtenir un scénario type d'application de la maintenance en ligne et de préciser les critères de décision d'annulation d'un vol,

## 5.1 Modélisation du contexte opérationnel

---

- expliciter les événements liés à l'application d'une maintenance en ligne : préventive, différée et d'urgence, et les événements caractérisants un incident technique : conditions NOGO, RDM et ADM.

La modélisation du processus de maintenance corrective en ligne termine le chapitre. Il s'agit de définir les variables aléatoires de temps et leurs distributions sur lesquelles se baseront l'estimation des probabilités, notamment :

- de temps de retard estimé suite à un diagnostic de panne, pour pouvoir par la suite calculer la probabilité d'annulation du vol,
- de retard suite à l'application d'une procédure de maintenance corrective d'urgence sur un ensemble de composants.

Les événements caractérisant un incident technique, et les variables aléatoires de temps de retard permettront dans le chapitre suivant d'expliquer les indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel.

## 5.1 Modélisation du contexte opérationnel

Dans cette section il s'agit de formaliser les données d'entrée liées à l'utilisation de l'avion et tout d'abord les différentes phases d'une mission. La possibilité d'occurrence d'un FDE et sa conséquence immédiate : son traitement par une procédure de maintenance corrective en ligne en fonction du temps disponible, est le premier critère pour distinguer une phase par rapport à son impact opérationnel. Un cycle de vol est ainsi décomposé en quatre phases principales qui, en fonction de l'apparition possible d'un FDE, ont un impact différent sur la maintenance à appliquer.

- **La phase de vol** étendue du décollage à la fin de la phase de croisière, pendant laquelle un FDE peut provoquer une interruption du vol. De plus, l'annonce peut être transmise à la compagnie de manière à ce qu'elle prévoie la maintenance corrective à appliquer.
- **La phase de descente** étendue jusqu'à l'arrivée à la porte de débarquement. Un FDE lors de cette phase ne peut pas provoquer une interruption du vol<sup>1</sup>. Le déroutement n'est pas envisagé vers un autre aéroport car l'avion est suffisamment proche de l'aéroport d'arrivée. Par contre, l'annonce est faite à la compagnie au dernier moment, elle a tout le temps disponible pour effectuer une maintenance corrective, mais n'a pas eu le temps d'anticiper le soutien pour l'effectuer.
- **La phase de *Turn-Around Time* (TAT)**, où un FDE peut obliger les équipes d'entretien, pour une application de la maintenance corrective, à interrompre une partie des actions de préparation de l'avion.
- **La phase de roulage de l'avion** jusqu'à la piste pour le décollage. Durant cette phase si un FDE apparaît, il convient pour appliquer une opération de maintenance de revenir à la porte d'embarquement, ce qui rend beaucoup plus critiques les occurrences de FDE durant cette période. La résultante de l'événement est un demi-tour au sol.

---

<sup>1</sup>Nous ne tiendrons pas compte ici des messages de panne affectant des fonctions liées à un atterrissage dans des conditions particulières.

## 5.1 Modélisation du contexte opérationnel

La figure 5.1 représente ces quatre phases principales comparées à la décomposition des phases vol/sol du point de vue d'une compagnie aérienne, issues de la figure 3.2 page 56.

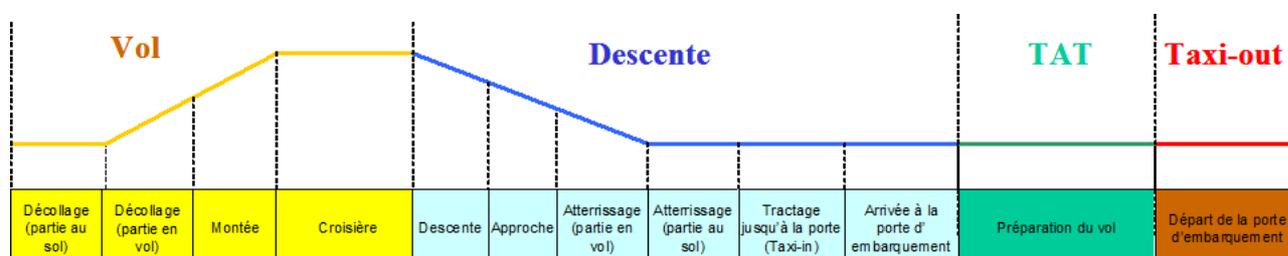


FIG. 5.1 – Phases d'un cycle de vol prises en compte pour l'étude de la disponibilité

Il faut exprimer alors la durée de chaque phase pour chaque cycle d'une mission.

### Remarque 5.1 :

*Par hypothèse, la durée de la phase de roulage après l'atterrissage est la même que celle de la phase de roulage avant le décollage.*

Soit l'indice  $C$  pour le  $C^{\text{ième}}$  cycle de vol. Les durées des phases pour le  $C^{\text{ième}}$  cycle de vol de la mission sont :

$FL_C$  la durée du vol allant du décollage à la phase de croisière,

$DE_C$  la durée de la phase de descente jusqu'à la phase de roulage après l'atterrissage,

$TAT_C$  la durée de la phase de préparation du vol,

$TX_C$  la durée de la phase de roulage avant le décollage.

$FD_C$  la durée du  $C^{\text{ième}}$  vol de la mission<sup>2</sup>, qui s'étend du décollage à la fin de la phase de roulage après l'atterrissage, avec  $FD_C = FL_C + DE_C$ ,

$GD_C$  la durée prévue au sol du  $C^{\text{ième}}$  cycle<sup>3</sup>, qui s'étend de la préparation de l'avion avant le  $(C + 1)^{\text{ième}}$  vol à la fin de la phase de roulage avant le décollage, avec  $GD_C = TAT_C + TX_C$ .

Telle que présentée dans la section 3.1.1, une mission est composée d'une succession de cycles eux-mêmes composés d'une phase de sol puis d'une phase de vol. La mission étant programmée, les durées prévues de chacune des phases de vol et au sol sont considérées comme fixes.

Par hypothèse, les durées en vol sont, dans tous les cas, fixes et ne peuvent pas varier. Par contre, les temps au sol réels peuvent en fait différer du temps prévu en fonction de possibles retards.

Le schéma 5.2 page suivante représente l'enchaînement des temps repris de la figure 5.1.

Cette décomposition nous amènera à définir des délais opérationnels et des délais logistiques associés à chaque phase. Ces temps seront définis dans la partie 5.4.2.

<sup>2</sup> $FD$  signifie *Flight Duration*

<sup>3</sup> $GD$  signifie *Ground Duration*

## 5.2 Modélisation du processus d'apparition d'un effet cockpit

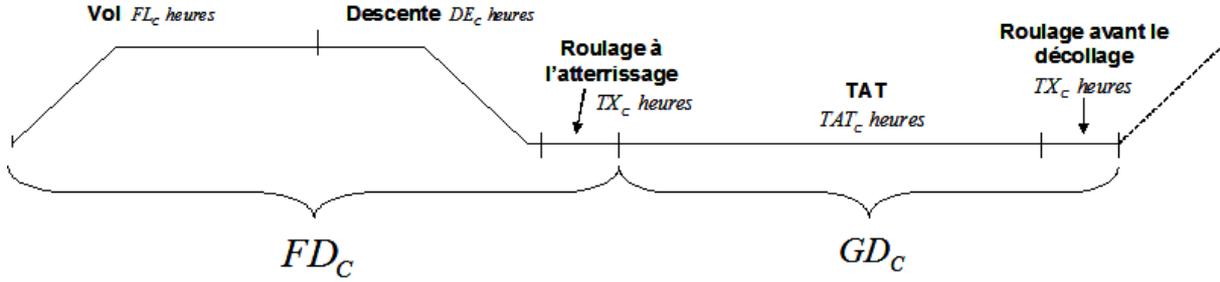


FIG. 5.2 – Durées des phases d'un cycle de vol

L'objectif final est de définir une variable aléatoire  $R_C$ ,  $1 \leq C \leq N$ , définissant le temps de retard du  $C^{\text{ième}}$  cycle de vol. Toutefois, nous ne reporterons pas les durées de retard sur les phases suivantes. En effet, la fréquence des retards représente un événement rare. Pour traduire cet impact, la fiabilité de déploiement est la performance à mesurer pour observer l'échec d'une mission dû à une interruption opérationnelle.

### Exemples 5.1 :

Nous reprenons les Exemples 3.2 ici en détaillant les durées de chaque cycle de vol. Dans chaque cas, nous considérons les phases de roulage de durées fixes égales à dix minutes.

#### 1. Aller-retour d'un vol long courrier :

Pour un vol long courrier, les périodes de descente sont prises avec une durée d'une heure. Nous avons les données en heures suivantes :  $FD_1 = 0$ ,  $TAT_1 = 3$ ,  $TX_1 = 1/6$ ,

$FL_2 = 12$ ,  $DE_2 = 1$ ,  $TX_2 = 1/6$ ,  $TAT_2 = 1,5$  d'où  $FD_2 \approx 13,17$  et  $GD_2 \approx 1,67$ ,

$FL_3 = 12$ ,  $DE_3 = 1$ ,  $TX_3 = 1/6$ ,  $TAT_3 = 3$  d'où  $FD_3 \approx 13,17$  et  $GD_3 = 3$ .

#### 2. Mission prolongée sans perturbation de la maintenance :

Sur cette mission, il s'agit de six périodes de six mois, soit 182 jours dont deux jours de révision mineure à la base. Donc, la mission s'effectue sur une période de 180 jours à raison de quatre vols par jour de quatre heures.

Pour un vol long courrier, les périodes de descente sont prises avec une durée d'une demi-heure. Nous avons les données en heures suivantes :

-  $N = 720$ ,

-  $FL_C = 4$ ,  $DE_C = 1$ ,  $TX_C = 1/6$ ,  $TAT_C = 1,5$  d'où  $FD_C \approx 4,17$  et  $GD_C \approx 1,67$ , pour  $1 \leq C \leq N - 1$ ,

-  $FL_N = 4$ ,  $DE_N = 1$ ,  $TX_N = 1/6$ ,  $TAT_N = 48$  d'où  $FD_N \approx 4,17$  et  $GD_N = 48$ .

L'influence d'un **Flight Deck Effect** sur les différentes phases étant présentée, la prochaine section est consacrée à définir ce processus d'apparition d'un effet cockpit (FDE).

## 5.2 Modélisation du processus d'apparition d'un effet cockpit

Pour qu'il y ait une intervention de maintenance corrective sur l'avion, il faut qu'un message d'alarme, ou un mauvais comportement de l'avion se produise, les deux cas étant

## 5.2 Modélisation du processus d'apparition d'un effet cockpit

---

considérés comme un *Flight Deck Effect*. Le processus d'annonce d'un FDE, décrit sur le schéma 3.5 page 62 parcourt les phases suivantes :

1. Occurrence de la panne ou du mauvais fonctionnement,
2. Détection,
3. Annonce d'une alarme ou de l'apparition d'un effet au niveau du cockpit (FDE).

Deux cas sont possibles : le composant est muni d'un dispositif de surveillance des défaillances ou le composant a un mode de défaillance caché. Nous noterons dans la suite du document :

$S$  l'ensemble des composants du système ou de la fonction considérée,

$S'$  l'ensemble des composants muni d'un dispositif de surveillance des défaillances, avec  $S' \subset S$ . L'ensemble  $\overline{S'} \cap S$  représente les composants avec un mode de défaillance caché.

Dans la suite de la section, nous considérerons un composant  $x$  appartenant à  $S'$ .

La première sous-section est consacrée à la formulation des paramètres de chacune des étapes de ce processus lié à la surveillance du système, c'est-à-dire le domaine de détection d'une panne et le domaine d'apparition possible d'un FDE pour chacun des composants. Puis, dans la deuxième sous-section, nous définissons des variables aléatoires de temps correspondantes :

- d'occurrence de la panne,
- de détection de la panne,
- d'apparition d'un FDE,

en explicitant au fur et à mesure les relations déterministes les reliant. Au final, à partir de l'occurrence d'une défaillance, nous pourrions définir la variable aléatoire du temps de l'apparition d'un FDE lors d'un cycle.

Afin de faciliter la lecture et la compréhension, nous présentons seulement dans cette section le cas simplifié des hypothèses prises pour la phase de conception qui, sauf cas particulier, reste vrai lorsque les données concernant ces paramètres sont accessibles à partir de la phase de définition. En annexe B, nous présenterons le cadre général de modélisation du processus d'apparition d'un FDE englobant tous les cas particuliers suivant un traitement équivalent.

### 5.2.1 Définitions des intervalles de temps caractérisant l'apparition d'un effet cockpit durant un cycle de vol

Chaque composant va être exposé aux défaillances sur une période du cycle qui, en général, correspond aux phases d'utilisation du composant ou aux phases où il est soumis à des perturbations ou des sollicitations différentes. Par l'hypothèse que la durée de vie d'une composant suit une loi exponentielle (en section 4.3), les composants sont soumis à une sollicitation constante. L'intervalle d'exposition à une défaillance est donc le cycle de vol complet :  $[0; FD_C + GD_C]$ .

La conception de la surveillance des pannes, décrite en sous-section 2.3.2 se fait au niveau

## 5.2 Modélisation du processus d'apparition d'un effet cockpit

---

des composants du système. Pour permettre une description complète du phénomène, les paramètres à inclure dans le modèle sont :

- les intervalles de détection de la défaillance suivant le cycle de vol, pour chaque composant,
- les intervalles d'annonce d'une alarme ou plus généralement d'apparition d'un FDE suivant le cycle de vol.

### Intervalles de temps de détection d'une défaillance

À partir de la politique de détection mise en place, le dispositif de surveillance de la défaillance d'un composant fonctionne sur une partie d'un cycle de vol, qui correspond à plusieurs intervalles de temps. Toutefois, il peut s'agir d'un équipement sans dispositif de surveillance automatique et dans ce cas-là, la détection ne sera possible que lors d'une inspection, d'une dépose/pose préventive ou d'une localisation de panne au niveau du système.

Soit un cycle de vol  $C$ , en prenant le temps 0 au départ du cycle, le domaine de détection de la défaillance pour un composant  $x$  est noté  $I_C^{de}(x)$ . Lors de la phase de conception, le domaine de détection de la panne n'est pas connu et nous travaillerons sous l'hypothèse suivante.

#### **Hypothèse 5.1 (Domaine de détection d'une défaillance en phase de conception) :**

*Si le composant  $x$  est muni d'un dispositif de surveillance, il s'agira par défaut de l'ensemble du cycle de vol :  $I_C^{de}(x) = [0; FD_C + GD_C]$ .*

*Si le composant  $x$  a un mode de panne cachée, le domaine de détection est vide,  $I_C^{de}(x) = \emptyset$ .*

Cette hypothèse est vérifiée lorsque le dispositif fonctionne automatiquement durant tout le cycle de vol, ce qui est en général le cas. La généralisation de la définition est présentée en annexe B.

### Intervalles de temps d'apparition d'un effet cockpit (FDE)

L'annonce d'une alarme est soumise à une réglementation. Les messages de détection d'une défaillance sont traités suivant leur type par un système : le *Flight Warning System* (FWS) (voir section 2.3.2). Le tableau 2.2 page 40 indique que seuls les messages de classes 1 et 2 entraînent une alarme *Electronic Centralized Aircraft Monitoring* (ECAM) et ont un impact opérationnel lors du cycle en cours. Seuls ces messages sont donc à prendre en compte en tant que FDE. Soit il s'agit d'un message de classe 1 et l'annonce est faite automatiquement aux pilotes, soit il s'agit d'un message de classe 2 et l'annonce est accessible à la demande des pilotes. Dans le deuxième cas, il est facilement admis que les pilotes ne vont pas consulter les alarmes de classe 2 durant les phases critiques du vol telles que le décollage et l'atterrissage. Toutefois, un FDE peut apparaître sans alarme. Il convient donc de définir, pour chaque composant, le domaine d'apparition possible du FDE correspondant.

Pour la phase de conception, les données relatives aux intervalles de détection et d'apparition possible d'un FDE ne sont pas disponibles. Soit l'ensemble du cycle de vol sera

## 5.2 Modélisation du processus d'apparition d'un effet cockpit

---

pris par défaut, soit des exigences qualitatives sur la surveillance du système seront émises restreignant le domaine d'apparition possible d'un FDE. Parmi ces nouvelles exigences sur un nouveau programme avion, basée sur l'Exemple 2.1 page 41, si un FDE n'a pas un impact sur la sécurité de l'avion, il ne devra pas apparaître durant les phases de roulage avant le décollage jusqu'à la fin de la montée<sup>4</sup>.

Soit un cycle de vol  $C$ , en prenant le temps 0 au départ du cycle, le domaine d'apparition d'un FDE pour un composant  $x$  est noté  $I_C^{ap}(x)$ . Lors de la phase de conception, le domaine d'apparition d'un FDE n'est pas connu et nous travaillerons sous l'hypothèse suivante.

### Hypothèse 5.2 (Domaine d'apparition d'un FDE en phase de conception) :

Pour un composant  $x$  donné :

- si le FDE associé n'a pas d'impact sur la sécurité de l'avion, en prenant pour la montée une durée d'une demi-heure le domaine d'apparition d'un FDE est l'intervalle :  $I_C^{ap}(x) = [0, 5; FD_C + TAT_C]$ ,
- sinon, il s'agit de l'ensemble du cycle de vol :  $I_C^{ap}(x) = [0; FD_C + GD_C]$ .

Cette hypothèse est vérifiée dans la plupart des cas. La généralisation de la définition est présentée en annexe B.

### 5.2.2 Définitions des variables aléatoires de temps sur un cycle de vol, conditionnées par l'occurrence d'une panne

Pour appréhender l'application de la maintenance corrective, il faut estimer le temps d'apparition d'un FDE à partir du temps d'occurrence de la défaillance correspondante et des restrictions liées aux domaines définis plus haut. Pour cela, nous allons définir, dans cette sous-section, les variables aléatoires :

- de temps d'occurrence d'une défaillance,
- de temps de détection d'une défaillance, en fonction de temps d'occurrence,
- de temps d'apparition d'un *Flight Deck Effect*, en fonction du temps de détection de la défaillance correspondante.

L'ensemble de ces variables aléatoires sont conditionnées par la défaillance d'un composant au cours d'un cycle. Dans la suite de cette sous-section, les variable aléatoire (v.a) seront définies pour un composant  $x$  du système muni d'un dispositif de surveillance ( $x \in S'$ ), conditionnées par les événements  $xF_C$  (la défaillance du composant  $x$  du système intervient au  $C^{\text{ième}}$  cycle de vol) ou  $xF_{C-1}$ . L'indice  $x$  du composant n'est pas indiqué ici par souci de lisibilité.

#### Temps d'occurrence de la défaillance

Soit  $T_C$  la variable aléatoire définissant le temps d'occurrence de la défaillance d'un composant  $x$  se produit au  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ . Il s'agit d'une variable aléatoire conditionnée par l'événement  $xF_C$ .

---

<sup>4</sup>En effet, l'apparition d'un FDE lors de ces phases a un impact opérationnel important.

## 5.2 Modélisation du processus d'apparition d'un effet cockpit

---

Quand elle est définie, la v.a  $T_C$  est à valeurs réelles dans  $[0; FD_C + GD_C]$  où  $FD_C + GD_C$  correspond au temps prévu pour un cycle de vol.

Soit  $\lambda_x$  le taux de défaillance du composant  $x$ . À partir des hypothèses prises pour la modélisation de la fiabilité d'un composant en section 4.3, sa fonction de répartition est :

$$F_{T_C}(t) = \frac{1 - e^{-\lambda_x t}}{1 - e^{-\lambda_x (FD_C + GD_C)}} .$$

### Remarque 5.2 :

*Pour des valeurs  $\lambda_x.t \ll 1$ , avec une approximation au premier ordre de l'exponentielle, nous obtenons :*

$$F_{T_C}(t) \approx \frac{t}{FD_C + GD_C} .$$

*La variable aléatoire  $T_C$  suit donc approximativement une loi uniforme sur  $[0; FD_C + GD_C]$ .*

Dans la suite du document, la v.a du temps d'occurrence de la défaillance du composant  $x$  lors du cycle  $C$  sera noté  $T_C^x$ .

### Temps de détection de la défaillance

Soit  $D_C$  la variable aléatoire définissant le temps de détection de la défaillance lors du  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ , pour un composant  $x$  muni d'un dispositif de surveillance,  $x \in S'$ .

La v.a  $D_C$  est à valeurs réelles dans l'union d'intervalles de temps de détection de la défaillance ( $D_C \in I_C^{de}(x)$ ).

Lorsqu'une défaillance est détectée, il faut qu'elle soit d'abord apparue, d'où la relation évidente :  $T_C \leq D_C$ . Pour établir la valeur de la v.a  $D_C$ , nous nous basons sur l'hypothèse suivante.

### Hypothèse 5.3 (Détection de la défaillance) :

*Lorsque la défaillance est détectable, la détection se fait automatiquement. Il n'y a pas de possibilité de non détection de la défaillance, ni de report de la détection dans le temps. Il ne peut y avoir report de l'annonce de celle-ci.*

Pour que la panne soit détectée durant le cycle  $C$ , il faut que l'occurrence de la panne se produise dans l'intervalle de temps où elle peut être détectée ( $I_C^{de}(x)$ ). Si par contre l'occurrence de la panne se produit après le temps maximum de détection du cycle en cours, la détection intervient au cycle suivant  $C + 1$ .

Sous l'Hypothèse 5.1 caractérisant le domaine de détection lors la phase de conception tout composant  $x$ ,  $x \in S'$ , nous avons directement que la variable aléatoire  $D_C$  est donc égale à la variable  $T_C$ .

Dans la suite du document, la v.a du temps de détection de la défaillance du composant  $x$  lors du cycle  $C$  sera noté  $D_C^x$ .

## 5.2 Modélisation du processus d'apparition d'un effet cockpit

### Temps d'apparition d'un FDE

Soit  $A_C$  la variable aléatoire définissant le temps d'apparition du FDE associé à la défaillance du composant  $x$  muni d'un dispositif de surveillance,  $x \in S'$  lors du  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ .

Lorsqu'elle est définie, la variable aléatoire  $A_C$  est à valeurs réelles dans l'union d'intervalles de temps d'apparition d'un FDE ( $A_C \in I_C^{\text{ap}}(x)$ ).

Lorsqu'une défaillance est annoncée, elle aura nécessairement été détectée au préalable, d'où la relation évidente :  $T_C \leq D_C \leq A_C$ . Pour établir la valeur de la v.a  $A_C$ , nous nous basons sur l'hypothèse suivante.

#### Hypothèse 5.4 (Annonce d'une défaillance) :

*Lorsqu'une défaillance est détectée, et que l'annonce au cockpit est possible, elle se fait automatiquement.*

De façon analogue à l'hypothèse et aux définitions précédentes, la variable aléatoire  $A_C$  est liée directement aux variables  $T_C$  et  $D_C$ .

Pour que la défaillance soit annoncée, il faut que sa détection se produise dans l'intervalle de temps où elle peut être annoncée. Si par contre la détection de la défaillance intervient après le temps maximum d'apparition possible d'un FDE du cycle en cours, l'apparition se produit au cycle suivant  $C + 1$ .

Lors de la phase de conception, nous utiliserons, par défaut, les résultats issus de la remarque suivante :

#### Remarque 5.3 (Considérations en phase de conception) :

*À partir de l'Hypothèse 5.2, les relations entre les variables aléatoires sont simplifiées. Pour un composant  $x$  donné :*

- Lorsque le FDE a un impact sur la sécurité, les intervalles de temps définis plus haut sont égaux, c'est-à-dire que  $I_C^{\text{de}}(x) = I_C^{\text{ap}}(x)$ . La relation entre les variables aléatoires devient  $T_C = D_C = A_C$ .
- Lorsque le FDE n'a pas d'impact sur la sécurité, nous avons  $I_C^{\text{de}}(x) = [0; FD_C + GD_C]$  et  $I_C^{\text{ap}}(x) = [0, 5; FD_C + TAT_C]$ . Donc les relations entre les variables aléatoires se simplifient par :

$$T_C = D_C$$

et

$$A_C = \begin{cases} 0, 5 & \text{si } T_{C-1} \in ]FD_{C-1} + TAT_{C-1}; FD_{C-1} + GD_{C-1}] \\ & \text{ou si } T_C \in [0; 0, 5] \\ T_C & \text{si } T_C \in ]0, 5; FD_C + TAT_C] \end{cases}$$

Les relations entre les variables aléatoires établies dans cette section sont basées sur les hypothèses 5.1, page 86, et 5.2, page 87, pour le modèle en phase de conception. En suivant un raisonnement analogue à ce qui est présenté, le cas général n'apporte pas de difficulté méthodologique supplémentaire pour le développement des relations entre les v.a  $T_C$ ,  $D_C$  et  $A_C$ . Toutefois, à cause de la complexité du calcul, celles-ci sont développées en annexe B.

Dans la suite du document, la v.a du temps d'apparition du FDE lors du cycle  $C$  lié à la

### 5.3 Modélisation de la maintenance corrective sur un LRU

---

défaillance du composant  $x$  sera notée  $A_C^x$ .

## 5.3 Modélisation de la maintenance corrective sur un LRU

Le processus de maintenance étant à définir, il faut au préalable modéliser le temps d'application d'une tâche élémentaire ou d'un ensemble de tâches élémentaires d'une procédure de maintenance corrective. Le but de cette section est de fournir une estimation du temps de maintenance corrective. Hormis les délais logistiques liés à l'acheminement des rechanges ou l'indisponibilité des ressources, le temps considéré ici est un temps de maintenance active.

Une première sous-section présente une description des tâches de maintenance corrective en ligne sur un avion et les hypothèses pour leurs applications. Un état de l'art sur les distributions de temps de maintenance est effectué dans une deuxième sous-section. Nous définissons, dans une dernière sous-section les distributions de temps de maintenance active choisies pour chacune des procédures de maintenance corrective en ligne effectuées sur un avion.

### 5.3.1 Discussion sur les actions de maintenance corrective

La maintenance corrective consiste en des actions pour restaurer un système suite à une panne et le rendre opérationnel. Cela se traduit généralement par un remplacement ou une réparation du composant responsable de la défaillance du système. L'objectif de la maintenance corrective est de restaurer un système en vue d'une opération dans un minimum de temps possible. Elle se décompose généralement en trois étapes :

- le **diagnostic du problème** : le mécanicien doit prendre du temps pour localiser la panne ou pour avoir accès à la cause de la défaillance du système.
- la **réparation ou le remplacement du composant en panne** : quand la cause de la défaillance du système a été déterminée, des actions doivent être prises pour corriger, soit en remplaçant, soit en réparant, le composant en panne.
- la **vérification de la réparation** : quand le composant en question a été remplacé ou réparé, le mécanicien doit vérifier que le système soit à nouveau opérationnel.

Lors d'un incident technique (FDE), avec l'application d'une procédure de maintenance corrective en ligne sur un LRU, il s'agit soit d'accepter un mode dégradé et d'appliquer la procédure de maintenance appropriée, soit de restaurer la fonction en remplaçant le LRU. Plusieurs types de tâches de maintenance corrective en ligne sont à distinguer :

- l'accès,
- le diagnostic,
- la dépose/pose,
- la procédure pour différer la maintenance (isolation de la panne),
- les procédures de tests de vérification.

### 5.3 Modélisation de la maintenance corrective sur un LRU

---

Plusieurs autres types de tâches ne sont pas détaillées ici comme, par exemple, la consultation de la documentation technique ou l'acheminement des ressources nécessaires à la tâche. Elles seront soit considérées comme des tâches de temps négligeables par rapport au temps de maintenance global, soit prises en compte directement dans la modélisation de la distribution de temps de maintenance en tant que délais logistiques<sup>5</sup>.

Afin de modéliser le temps nécessaire pour appliquer une maintenance corrective, nous prenons en compte plusieurs hypothèses qu'il est utile de préciser ici.

#### **Hypothèses 5.5 :**

- M1** *Lorsqu'une action de maintenance corrective est effectuée, le mécanicien ne fait pas d'erreurs pouvant entraîner le doublement de l'action de maintenance ou la défaillance d'un autre composant du système. En effet, lorsqu'une action de maintenance n'est pas effectuée correctement vis-à-vis de la procédure à appliquer, l'incident technique qui en résulte n'est pas de la responsabilité de l'avionneur. Il ne s'agit donc pas d'événements à prendre en compte dans le modèle.*
- M2** *Une action de remplacement est effectuée de manière parfaite (souvent appelée *As good as new*). L'action n'a donc pas d'incidence sur la fiabilité du nouveau composant.*
- M3** *La description des actions de maintenance est conditionnée par la panne d'un composant et l'état du système.*
- M4** *Les actions d'une procédure de maintenance corrective sont effectuées en série et les temps pris par chacune des actions sont indépendants des autres actions.*
- M5** *Les fonctions relatives à l'application de la maintenance en ligne sont disponibles lorsqu'il ne s'agit pas de la fonction étudiée. Pour appliquer une procédure de maintenance corrective, plusieurs fonctions de maintenance sont nécessaires. Ces fonctions répondent aussi à leurs propres objectifs de disponibilité qu'il convient d'étudier par ailleurs. Citons comme exemple la fonction d'affichage des messages de maintenance nécessaire pour un diagnostic, elle sera considérée comme disponible.*

Dans ce chapitre, la discussion ne concerne que le temps de maintenance corrective suite à la défaillance d'un composant, lors d'une maintenance en ligne. Le délai logistique, s'il est pris en compte, est inclus dans l'une des distributions de temps de maintenance corrective.

Le temps de maintenance est considéré comme le temps d'une action de maintenance élémentaire ou la somme de plusieurs temps d'action de maintenance élémentaire. Ce temps, pour un LRU donné, est défini dans la suite par la variable aléatoire  $M$ .

#### 5.3.2 Etat de l'art sur les distributions de temps de maintenance

Trois types de lois sont applicables au temps de maintenance : loi sans usure (exponentielle), lois centrées (normale ou uniforme) et lois à queue lourde (lognormale ou autres). Sans exhaustivité, nous nous bornerons ici aux trois distributions les plus communément employées : exponentielle, normale et lognormale [56]. Nous allons présenter les

---

<sup>5</sup>La loi lognormale sert à modéliser ce type de phénomène.

### 5.3 Modélisation de la maintenance corrective sur un LRU

---

caractéristiques de chacune de ces distributions et les conditions pour lesquelles elles sont utilisables. De manière générale, le temps moyen de réparation (ou restauration) pour une ou plusieurs actions de maintenance est noté *Mean Time To Repair* (MTTR).

La **loi exponentielle** est la plus simple des distributions de temps de maintenance à utiliser, car il suffit d'un seul paramètre, le taux de réparation, pour décrire complètement la loi.

Soit  $\mu$  le taux de réparation d'un composant, le temps moyen pour réparer, MTTR, est l'inverse du taux de réparation ( $MTTR = \frac{1}{\mu}$ ) et la probabilité que le temps de maintenance  $M$  dure plus qu'un temps  $t$  est  $P(M > t) = e^{-\mu t}$ .

La loi exponentielle n'a pas de mémoire, cela implique que si le temps est supérieur à  $t$ , le temps moyen restant par rapport à  $t$  est encore  $E^{[M>t]}(M) = MTTR$ . Cette caractéristique n'est pas réaliste en général pour modéliser un temps de maintenance, mise à part pour les situations où la plupart du temps est passé à chercher la panne et où la recherche de panne se fait au hasard. L'action de diagnostic correspond à ce cas.

#### Exemple 5.2 :

*L'affichage d'une alarme ECAM Flight Controls sur un avion de type A320 peut être causée par la défaillance d'un des trois calculateurs de commandes de vol ou des connections associées. La recherche de la défaillance s'effectue de manière aléatoire parmi ces composants si aucune indication supplémentaire n'est contenue dans le message de maintenance.*

La raison pour choisir une **loi normale** pour le temps de maintenance est motivée par le fait que le temps est considéré comme une somme d'actions indépendantes. Pour décrire une loi normale, il suffit de connaître sa moyenne  $m$  et son écart-type  $\sigma$ .

La loi normale est définie sur l'ensemble des réels. Elle admet donc une probabilité non nulle pour des valeurs négatives, ce qui est incompatible avec une variable aléatoire de temps. Pour modéliser le temps de maintenance, il est préférable d'utiliser une loi normale tronquée à gauche en un temps  $t_0$ , avec  $t_0$  qui représente la borne minimum prise par la variable aléatoire de temps ( $t_0 \geq 0$ ). Par défaut, lorsque cela n'est pas précisé,  $t_0$  prendra la valeur nulle.

En notant  $\phi$  la densité de la loi normale centrée réduite,  $\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$ , et  $\Phi$  sa fonction de répartition, la fonction de répartition  $F_M$  de la loi normale tronquée à gauche en  $t_0$ , d'une loi normale de moyenne  $m$  et d'écart-type  $\sigma$  est :

$$F_M(t) = P(M \leq t | M \geq t_0) = \frac{\Phi\left(\frac{t-m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{t_0-m}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{t_0-m}{\sigma}\right)} \text{ pour } t \geq t_0$$

Toutefois, lorsque la probabilité  $P(M \leq t_0) = 1 - \Phi\left(\frac{t_0-m}{\sigma}\right)$  est négligeable, la loi normale peut être utilisée directement ([56]). Le taux de réparation instantané est le même pour une loi normale et une loi normale tronquée à gauche et son expression est :

$$\mu_M(t) = \left(\frac{1}{\sigma}\right) \times \frac{\phi\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{t_0-m}{\sigma}\right)} \text{ pour } t \geq t_0$$

### 5.3 Modélisation de la maintenance corrective sur un LRU

---

Lorsqu'on utilise une distribution normale, le taux de réparation peut être approximativement une fonction affine du temps  $t$  passé. Cela signifie que la probabilité d'être capable de compléter l'action de maintenance en cours dans un instant proche augmente linéairement avec le temps.

La **loi lognormale** est souvent utilisée pour modéliser le temps de maintenance. Il s'agit en effet de la loi la plus populaire. Par exemple, pour la norme [7] dans la partie analyse de données sur la maintenabilité du matériel, la loi lognormale est la seule famille de distribution paramétrique pour laquelle des méthodes d'essai sont présentées.

La densité d'une variable aléatoire  $M$ , dont le logarithme suit une loi normale de moyenne  $a$  et d'écart-type  $b$ , est :

$$f_M(t) = \frac{1}{tb\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t - a)^2}{2b^2}}$$

Le temps moyen de réparation, MTTR, et la variance de  $M$  sont :

$$\begin{aligned} MTTR &= e^{a + \frac{b^2}{2}} \\ V(M) &= e^{2a + b^2} (e^{b^2} - 1) \end{aligned}$$

Par correspondance, à partir de l'espérance MTTR et de la variance  $V(M)$ , les paramètres  $a$  et  $b$  de la loi lognormale sont :

$$a = \ln(MTTR) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{V(M)}{MTTR^2} + 1\right) \quad (5.1)$$

$$b = \sqrt{\ln\left(\frac{V(M)}{MTTR^2} + 1\right)} \quad (5.2)$$

Le taux de réparation instantané est :

$$\mu_M(t) = \frac{1}{tb} \frac{\phi\left(\frac{a - \ln t}{b}\right)}{\Phi\left(\frac{a - \ln t}{b}\right)}$$

Lorsque l'on utilise la loi lognormale, le taux de réparation instantané, fonction du temps  $t$  passé, augmente au cours du temps vers un maximum puis décroît asymptotiquement vers zéro. La loi lognormale est couramment utilisée comme distribution du temps de réparation. En effet, lorsque l'on modélise le temps de réparation, il est logique d'assumer que le taux de réparation est croissant au moins dans une première phase. Cela signifie que la probabilité de compléter une action de réparation dans un court intervalle croît avec le temps passé. Quand un élément est indisponible pour une longue période de temps, cela indique qu'il y a un problème important, par exemple, les rechanges nécessaires ne sont pas sur le lieu d'intervention ou l'équipe de maintenance a des difficultés pour accéder à l'élément en panne. De plus, il est naturel de croire que le taux de réparation décroît après une certaine période de temps.

Plusieurs éléments dans la littérature, notamment dans le domaine aéronautique, nous permettent d'affiner ces considérations. Dès 1966, la norme militaire [25] précise que pour

### 5.3 Modélisation de la maintenance corrective sur un LRU

---

chaque action élémentaire une distribution normale est supposée si l'écart-type est inférieur à la moyenne, sinon une distribution lognormale sera prise.

L'article [41] énonce que la loi lognormale est bien adaptée pour modéliser les temps de maintenance sur un composant avion. Toutefois, il précise que dans certains cas où la loi exponentielle est assumée, la marge d'erreur reste faible.

Pour l'avionneur Airbus, aucune distribution pour modéliser le temps de maintenance n'est préconisée. Lors de la conception d'un programme avion, seul le temps moyen de maintenance est estimé. Il est soit obtenu à partir des exigences fixées pour le LRU, soit en reprenant les données en service pour des équipements correspondants. En cas d'emploi de la loi normale ou lognormale, pour accéder aux deux paramètres de la loi, nous allons proposer un choix de distribution en fonction du type d'action de maintenance.

#### 5.3.3 Choix de modèles en fonction des actions de maintenance corrective

Il faut maintenant choisir, pour chaque action de maintenance corrective distincte, une distribution qui modélise la durée de l'action. Pour rappel, deux procédures de maintenance sont à distinguer, l'application d'une procédure de maintenance pour l'acceptation d'un mode dégradé et la restauration de la fonction. De plus, deux instants sont à distinguer : la phase de conception, où seul le temps moyen pour effectuer l'ensemble des actions est connu, et à partir de la phase de définition, où les temps moyens pour effectuer chaque action sont déterminés. Nous donnons dans cette sous-section la distribution de temps adéquate pour chacun des cas, en commençant par le plus détaillé.

#### Modélisation du temps de chaque action de maintenance corrective

Pour chaque action de maintenance corrective en ligne sur un avion, de moyenne  $m$ , la distribution du temps de maintenance prise est :

- une loi **exponentielle** de paramètre  $\mu = \frac{1}{m}$  pour une v.a du temps d'une action de **diagnostic**,
- une loi **normale** de moyenne  $\mu = m$  et d'écart-type  $\sigma = \frac{m}{2}$  pour une v.a du temps passé à effectuer une action d'isolation de panne pour différer la maintenance ou du temps pris par les procédures de **tests de vérification**,
- une loi **lognormale** de moyenne  $\mu = m$  et d'écart-type  $\sigma = m$  pour une v.a du temps d'**accès** ou du temps de **dépose/pose**.

Lorsqu'il faut appliquer une procédure de **maintenance corrective pour restaurer la fonction**, nous définissons donc :

- $T_{Accès}^R$  la v.a du temps d'accès qui suit une loi lognormale d'espérance  $m_{Accès}^R$  et d'écart-type  $s_{Accès}^R = m_{Accès}^R$ ,
- $T_{Diagnostic}^R$  la v.a du temps de diagnostic qui suit une loi exponentielle d'espérance  $m_{Diagnostic}^R$ ,

### 5.3 Modélisation de la maintenance corrective sur un LRU

- $T_{Depose/Pose}^R$  la v.a du temps de dépose/pose qui suit une loi lognormale d'espérance  $m_{Depose/Pose}^R$  et d'écart-type  $s_{Depose/Pose}^R = m_{Depose/Pose}^R$ ,
- $T_{Tests}^R$  la v.a du temps de tests qui suit une loi normale d'espérance  $m_{Tests}^R$  et d'écart-type  $s_{Tests}^R = \frac{m_{Tests}^R}{2}$ .

Et, lorsqu'il faut appliquer une procédure de **maintenance corrective pour accepter le mode dégradé**, nous définissons donc :

- $T_{Accès}^{ADM}$  la v.a du temps d'accès qui suit une loi lognormale d'espérance  $m_{Accès}^{ADM}$  et d'écart-type  $s_{Accès}^{ADM} = m_{Accès}^{ADM}$ ,
- $T_{Diagnostic}^{ADM}$  la v.a du temps de diagnostic qui suit une loi exponentielle d'espérance  $m_{Diagnostic}^{ADM}$ ,
- $T_{Isolation}^{ADM}$  la v.a du temps d'isolation de la panne qui suit une loi normale d'espérance  $m_{Isolation}^{ADM}$  et d'écart-type  $s_{Isolation}^{ADM} = \frac{m_{Isolation}^{ADM}}{2}$ ,
- $T_{Tests}^{ADM}$  la v.a du temps de tests qui suit une loi normale d'espérance  $m_{Tests}^{ADM}$  et d'écart-type  $s_{Tests}^{ADM} = \frac{m_{Tests}^{ADM}}{2}$ .

Soit la variable aléatoire  $M$  du temps total pour appliquer la procédure de restauration sur un composant ; elle est définie comme la somme de chacune des actions,  $M = T_{Accès}^R + T_{Diagnostic}^R + T_{Depose/Pose}^R + T_{Tests}^R$ .

#### Modélisation du temps global de maintenance corrective

Lors de la phase de conception, seul le temps moyen pour effectuer l'ensemble des actions de maintenance corrective est connu. Nous utilisons donc une distribution pour modéliser le temps de maintenance global des actions effectuées. Le temps moyen pour restaurer une fonction suivant une procédure de maintenance sur un composant est noté **Mean Time To Restore Function** (MTTRF) et le temps moyen pour accepter un mode dégradé sur un composant est noté **Mean Time To Accept Degraded Mode** (MTTADM).

Pour y arriver, nous utilisons les considérations précédentes sur les distributions de temps de maintenance. La v.a  $M$  a une espérance qui est la somme des moyennes de chacune des actions

$$E(M) = m_{Accès}^R + m_{Diagnostic}^R + m_{Depose/Pose}^R + m_{Tests}^R .$$

Suivant l'action de maintenance,  $E(M) = MTTRF$  s'il s'agit de restaurer la fonction ou  $E(M) = MTTADM$  s'il s'agit d'une procédure pour accepter un mode dégradé.

De plus, en utilisant que les v.a  $T_{Accès}^R$ ,  $T_{Diagnostic}^R$ ,  $T_{Depose/Pose}^R$  et  $T_{Tests}^R$  sont indépendantes, l'écart-type de  $M$  est :

$$\sigma(M) = \sqrt{(s_{Accès}^R)^2 + (s_{Diagnostic}^R)^2 + (s_{Depose/Pose}^R)^2 + (s_{Tests}^R)^2} .$$

Afin d'obtenir une seule distribution pour modéliser le temps de maintenance global des actions effectuées, l'action la plus coûteuse en temps va être choisie. Dans le cas où la

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

---

procédure de maintenance comprend plusieurs tâches de durées équivalente, nous utilisons la loi normale en nous basant sur la remarque suivante.

### Remarque 5.4 :

Si les quatre actions de la procédure de maintenance corrective ont même espérance et un écart-type égal à l'espérance,  $m = m_i = \sigma_i, \forall i$ , alors l'espérance du temps total est  $E(M) = 4m$  et d'écart-type  $V(M) = 2m = \frac{E(M)}{2}$ .

Dans le cas d'une **procédure d'acceptation d'un mode dégradé** sur un composant qui vient de tomber en panne, l'action principale, la plus longue, est le diagnostic de la panne en général. Le temps de maintenance global des actions effectuées sera modélisé par une loi exponentielle avec pour taux de réparation l'inverse du temps moyen pour accepter le mode dégradé  $\mu = \frac{1}{MTTADM}$ . Dans ce cas, les délais logistiques afférant à l'acheminement des ressources sont considérés comme négligeable.

Lorsqu'il s'agit de modéliser le temps de maintenance global des actions effectuées pour **restaurer la fonction** en remplaçant un LRU, trois cas vont être considérés.

- Le LRU est de type **électrique ou électronique**. L'action principale est en général le diagnostic de la panne. La distribution du temps de maintenance sera donc modélisée par une loi exponentielle avec pour taux de réparation, l'inverse du temps moyen pour restaurer la fonction,  $\mu = \frac{1}{MTTRF}$ . Dans ce cas, les délais logistiques afférant à l'acheminement des ressources sont considérés comme négligeable.
- Le LRU est de type **mécanique ou hydraulique**. L'action principale est, en général, le remplacement du LRU en panne. La distribution du temps de maintenance sera modélisée par une loi lognormale de paramètres correspondant à une espérance  $E(M) = MTTRF$  et d'écart-type  $\sigma(M) = MTTRF$ .
- L'action de maintenance sur LRU comprend plusieurs tâches sur divers types, y compris ceux précédemment cités. La distribution du temps de maintenance sera modélisée par une loi normale d'espérance le temps moyen pour restaurer la fonction  $MTTRF$  et d'écart-type  $\frac{MTTRF}{2}$ . Dans ce cas, la probabilité d'avoir un temps de maintenance négatif,  $P(M \leq 0) \approx 0,0228$ , est négligeable. Il n'est donc pas nécessaire ici d'utiliser une loi normale tronquée à gauche en 0.

Lors de la phase de conception, le paramètre, noté  $Type\_Maintenance(x)$ , caractérisera le type de composant LRU pour l'application de la maintenance corrective.

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

L'application d'une procédure de maintenance corrective d'urgence est effectuée au sol, si possible durant le *Turn-Around Time* de l'avion. Son application se produit suite à l'apparition d'un *Flight Deck Effect* durant le cycle de vol. Le processus entraînant cette apparition a été décrit en section 5.2. L'objectif de cette section est de décrire et de formaliser le processus de maintenance corrective d'urgence à partir de l'apparition d'un FDE.

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

---

Pour cela, dans une première sous-section, nous formalisons le processus d'exploitation de l'avion au sol, puis nous modélisons la politique de maintenance d'une compagnie aérienne. Dans une deuxième sous-section, nous exprimons les paramètres du modèle liés à l'application d'une procédure de maintenance. Puis à partir de l'apparition d'un FDE sur un composant donné, nous définissons les variables aléatoires du processus de délais logistiques, de temps de maintenance active, de temps de retard. L'expression des relations entre les différentes v.a amenant au calcul du temps de retard termine cette section.

### 5.4.1 Modélisation de la politique de maintenance d'une compagnie aérienne

Pour rappel, plusieurs types de maintenance en ligne peuvent s'appliquer sur un composant : la maintenance préventive et la maintenance corrective dont la maintenance différée et la maintenance d'urgence (voir la figure 3.3 page 57). Pour chacun des types, nous allons maintenant préciser l'application de la politique de maintenance d'une compagnie aérienne. Tout d'abord, nous précisons les hypothèses supposées par le modèle pour l'application de la maintenance préventive et de la maintenance différée. Puis, lorsqu'il y a besoin d'une maintenance corrective d'urgence, laquelle induit la possibilité d'un retard, nous détaillons la prise de décision d'annuler ou non le vol suivant de l'avion. Ceci fait, nous présentons les scénarii de maintenance en ligne compris dans le modèle. Enfin, dans la dernière partie, nous détaillons les expressions de chacun des événements possibles lors d'un cycle.

#### Politique de maintenance préventive et différée :

Dans les deux cas de maintenance préventive, inspection ou remplacement, vu que les composants ont une durée de vie avec un taux de défaillance constant, le composant sera en marche au début du cycle suivant. De plus, une maintenance préventive est appliquée lorsque le centre de maintenance dispose des ressources et du temps nécessaire. Avec cette considération, l'application de la maintenance préventive n'entraîne pas de retard ou celui-ci n'est pas à la charge de l'avionneur. Pour l'application de la maintenance préventive, nous travaillerons donc sous l'hypothèse :

#### **Hypothèse 5.6 (Application de la maintenance préventive) :**

*L'application d'une maintenance préventive sur un composant est effectuée à la fin de l'intervalle prévu, sans entraîner de retard. À la suite de celle-ci, le composant est en état de marche au début du cycle de vol suivant.*

Dans le contexte d'une mission, une maintenance différée s'applique lorsque le centre dispose des ressources et du temps nécessaire. Avec cette considération, l'application de la maintenance différée n'entraîne pas de retard ou celui-ci n'est pas à la charge de l'avionneur. Pour l'application de la maintenance différée, nous travaillerons donc sous l'hypothèse :

#### **Hypothèse 5.7 (Application de la maintenance différée) :**

*Lorsque un mode dégradé a été accepté pour le composant  $x$ , il reste en état de panne jusqu'à que l'événement  $NG$  se produise ou que la période d'acceptation du mode*

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

---

*dégradé se termine. L'application de la maintenance différée sur un composant est effectuée à la fin de son temps d'exposition à un mode dégradé, s'il n'a pas été remplacé entre-temps. Le composant est alors remplacé sans tenir compte de l'état du système et sans entraîner de retard sur le cycle de vol.*

Il est possible que des tâches de maintenance préventive et différée soient applicables sur un même composant. Toutefois, dans ce cas particulier, les intervalles de maintenance préventive sont en général supérieurs à la durée d'une mission. Par conséquent, nous prenons l'hypothèse suivante :

### **Hypothèse 5.8 (Maintenance préventive ou différée) :**

*Pour une mission donnée, à un composant du système, on n'affecte soit qu'une procédure de maintenance préventive, soit qu'une procédure de maintenance différée.*

### **Décision d'annuler un vol**

La prise de décision d'annulation ou non du vol par la compagnie aérienne se fait lorsque celle-ci connaît l'état du système et les procédures à appliquer pour le restaurer. La décision se fait lors de la lecture de la MMEL.

Comme les procédures contenues dans la MMEL ou dans le *Flight Crew Operating Manual* (FCOM), en cas de message ECAM, nécessitent ou non un diagnostic, par hypothèse il est réaliste de fixer cette décision à l'arrivée de l'avion au sol ou dès que le FDE apparaît si l'avion est déjà au sol.

Le but de la décision, lorsque les ressources sont disponibles, est de minimiser le coût de l'interruption opérationnelle à venir.

Les paramètres à prendre en compte pour établir la décision sont :

- le coût moyen d'une heure de retard pour la mission, noté  $\text{Coût\_DY.h}^{-1}$ ,
- le coût moyen d'une annulation pour la mission, noté  $\text{Coût\_CN}$ ,
- la probabilité d'avoir les ressources disponibles,  $\%Ressources_{(x,C)}$ , pour chaque composant  $x$  et chaque un cycle de vol  $C$ ,

Pour modéliser la décision d'annulation du prochain vol par une compagnie aérienne, nous travaillerons sous les hypothèses :

### **Hypothèses 5.9 :**

$CN_1$  *L'annulation d'un vol n'est effectuée que dans le cas de conditions NOGO.*

$CN_2$  *La décision d'annuler le vol suivant est prise si l'une ou l'autre des causes suivantes se produit.*

- *Le système se trouve en conditions NOGO et il n'y a pas de ressources disponibles pour effectuer la maintenance corrective.*
- *Le temps estimé, après diagnostic de la panne, pour effectuer la maintenance corrective entraîne un coût de retard supérieur à celui d'une annulation.*

$CN_3$  *Dans le cas où les conditions ne sont pas NOGO et les ressources pour remplacer le composant en panne ne sont pas disponibles, le capitaine accepte automatiquement le mode dégradé.*

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

### Scénarii de maintenance en ligne

A partir des hypothèses précédentes et les Hypothèses 3.2 basées sur l'observation des données en service, lorsqu'un FDE intervient et qu'un composant est en panne, plusieurs scénarii de maintenance corrective sont possibles. Dans le cas où  $NG$  se produit durant un cycle, tous les composants en état de panne sont réparés. Lorsqu'un composant  $x$  tombe en panne sans entraîner  $NG$ , une décision est prise par la compagnie aérienne : soit elle décide d'accepter le vol suivant, noté ADM, soit elle refuse le mode dégradé et restaure la fonction en remplaçant le composant  $x$  qui vient de tomber en panne. En cas d'ADM, une maintenance mineure est appliquée pour configurer l'avion pour un mode dégradé. Enfin les maintenances préventives et différées ne s'appliquent que si  $NG$  ne se produit pas. Les scénarii de maintenance corrective lors d'un cycle  $C$ , avec  $1 \leq C \leq N$ , sont décrits dans la figure 5.3.

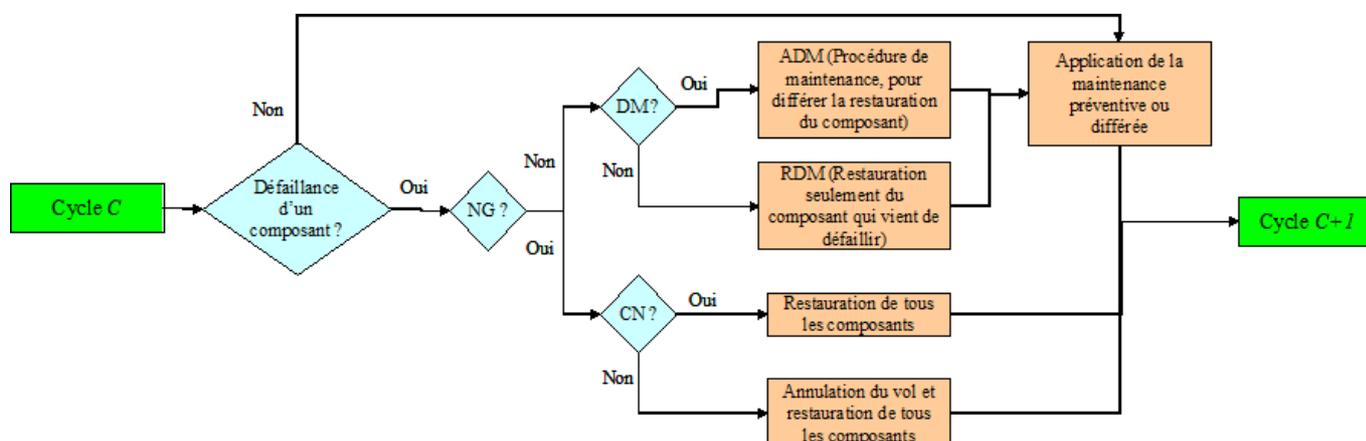


FIG. 5.3 – Scénarii de maintenance en ligne durant un cycle  $C$

### Expression des événements relatifs à un composant lors d'un cycle

Pour un cycle  $C$  donné,  $1 \leq C \leq N$ , les notations suivantes seront prises :

$ADM_C$  L'événement que la compagnie aérienne accepte un mode dégradé pour le décollage du cycle suivant  $C + 1$ .

$RDM_C$  L'événement que la compagnie aérienne refuse un mode dégradé lors du cycle  $C$ .

De plus, pour un composant  $x$ ,

$x A_C$  Le FDE lié à la panne du composant  $x$ ,  $x \in S'$ , apparaît au cycle  $C$ .

$x I_C$  Une maintenance préventive est appliquée sur le composant  $x$  lors du cycle  $C$ ,

$x M_C$  Un remplacement du composant  $x$  est effectué suite à l'application d'une maintenance différée.

Enfin, pour rappel,

$x D_C$  Le composant  $x$  est en état de marche au début du cycle  $C$ ,

$x F_C$  Le composant  $x$  tombe en panne durant le cycle  $C$ .

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

---

La période de maintenance préventive est exprimée en FH, FCy ou en jours. A partir de la description de la mission, les probabilités des événements  $xI_C$  sont binaires pour tout  $x \in S$  et  $1 \leq C \leq N$ .

La période de fin d'acceptation du mode dégradé est exprimée en FH ou en jours<sup>6</sup>. A partir de la description de la mission, pour un cycle  $C$  et un composant  $x$  donné, les durées en cycle de vol des périodes de fin d'acceptation d'un mode dégradé au cycle  $C$ , notées  $Fin\_ADM(x, C)$ , sont connues. Lors du cycle  $C$ , pour appliquer une maintenance différée lors du cycle  $C$  sur le composant  $x$  (événement  $xM_C$ ), il faut qu'il soit tombé en panne lors du cycle  $C - Fin\_ADM(x, C)$ .

### Exemple 5.3 (Intervalle de rectification pour un DMC) :

*Sur le système EIS de l'A330, l'intervalle de rectification d'une panne du calculateur DMC en position 2 est de dix jours. L'extrait du document MMEL 2.4 page 45 indique la lettre C et avec le tableau 2.3 page 44, cela correspond à dix jours.*

*En reprenant la mission 2 des Exemples 5.1, pour un calculateur DMC noté  $x$ , on a  $Fin\_ADM(x, C) = 40$ , pour  $40 \leq C \leq 720$ .*

Pour décrire l'ensemble des événements possibles pour un composant  $x$  au cours d'un cycle  $C$ , les Hypothèses 3.2, page 61, et les Hypothèse 2.1, page 41, peuvent se résumer par :

### Hypothèses 5.10 :

**C1** *Un équipement est remplacé (ou restauré) au cycle  $C$  seulement dans les cas suivants :*

- *l'événement  $NG_C$  (conditions NOGO au cours du cycle  $C$ ) intervient et  $x$  est en état de panne au départ du cycle,*
- *le composant  $x$  apparaît en panne au cours du cycle  $C$  et l'événement  $NG_C$  se produit,*
- *le composant  $x$  apparaît en panne au cours du cycle  $C$ , l'événement  $NG_C$  ne se produit pas et le mode dégradé est refusé ( $RDM_C$ ).*

**C2** *Lorsqu'un composant  $x$  est remplacé au cycle  $C$ , il est en état de marche au début du cycle  $C + 1$ . Le nouveau composant ne peut pas tomber en panne lors du cycle de son installation.*

Deux cas sont à distinguer : soit la panne de  $x$  est détectable,  $x \in S'$ , soit  $x$  a un mode de panne caché,  $x \notin S'$ . La figure 5.4 page suivante présente l'ensemble des événements pouvant intervenir lors du cycle  $C$  pour un composant  $x \in S'$  donné.

La figure 5.5 page 102 présente l'ensemble des événements pouvant intervenir lors du cycle  $C$  pour un composant  $x \notin S'$  donné.

### Probabilité d'accepter le mode dégradé lors d'un cycle

En connaissant, pour un composant  $x$  et pour un cycle de vol  $C$ , la probabilité d'avoir les ressources disponibles,  $\%Ressources_{(x,C)}$ , et le pourcentage de GO décision du capitaine,  $\%GO\_Decision_{(x,C)}$ , la probabilité d'accepter le mode dégradé sachant la panne

---

<sup>6</sup>L'intervalle de rectification de la MMEL est indiqué par une lettre comme le montre le tableau 2.3 page 44.

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

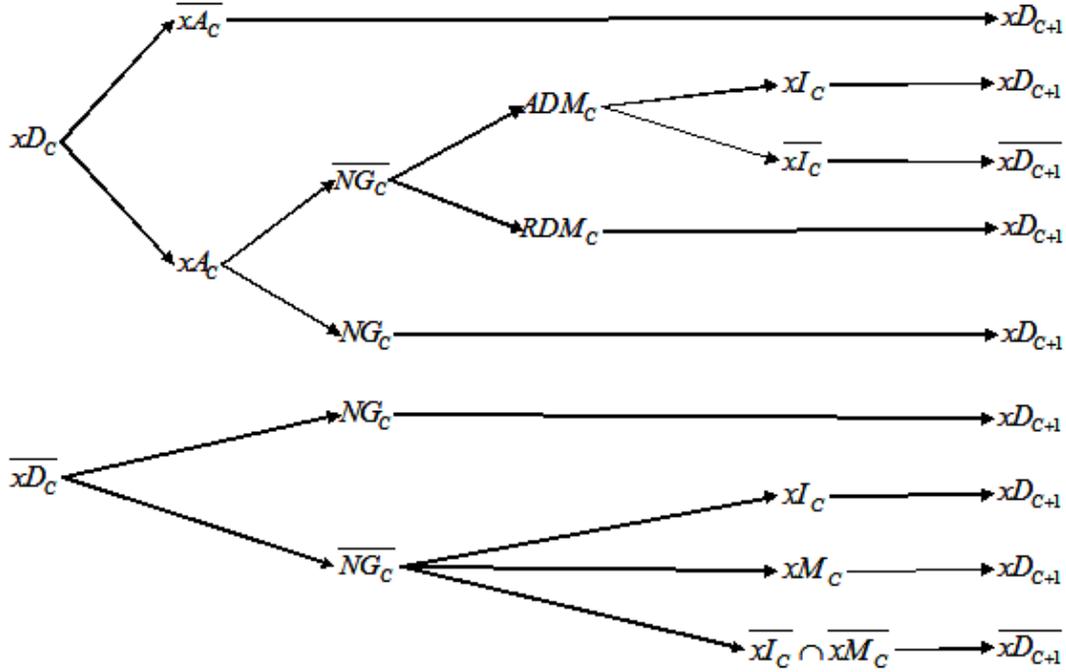


FIG. 5.4 – Arbre des événements pour un composant  $x$  avec détection de panne durant le cycle  $C$

du composant  $x$  au cours du cycle  $C$  sans entraîner de conditions NOGO est :

$$P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xA_C \cap xD_C) = (1 - \%Ressources_{(x,C)}) + \%Ressources_{(x,C)} \times \%GO\_Decision_{(x,C)} \quad (5.3)$$

et donc la probabilité de refuser le mode dégradé sachant la panne du composant  $x$  au cours du cycle  $C$  sans entraîner de conditions NOGO est :

$$\begin{aligned} P(RDM_C | \overline{NG_C} \cap xA_C \cap xD_C) &= 1 - P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xA_C \cap xD_C) \\ &= \%Ressources_{(x,C)} \times (1 - \%GO\_Decision_{(x,C)}) \end{aligned} \quad (5.4)$$

### Décomposition de l'événement de fin d'acceptation d'un mode dégradé

À partir de l'Hypothèse 5.7, pour qu'un remplacement du composant  $x$  s'effectue suite à l'application d'une maintenance différée, il faut que le composant soit tombé en panne lors du cycle  $C - Fin\_ADM(x,C)$  sans entraîner de conditions NOGO, que le mode dégradé soit accepté,  $ADM_C$ , et que que le système ne trouve pas en situation de NOGO entre-temps. D'où l'événement  $xM_C$  se décompose par l'intersection d'événements suivante :

$$xM_C = \left( \bigcap_{i=C-Fin\_ADM(x,C)+1}^C \overline{NG_i} \right) \cap ADM_C \cap \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x,C)}} \cap xF_{C-Fin\_ADM(x,C)} \cdot \quad (5.5)$$

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

---

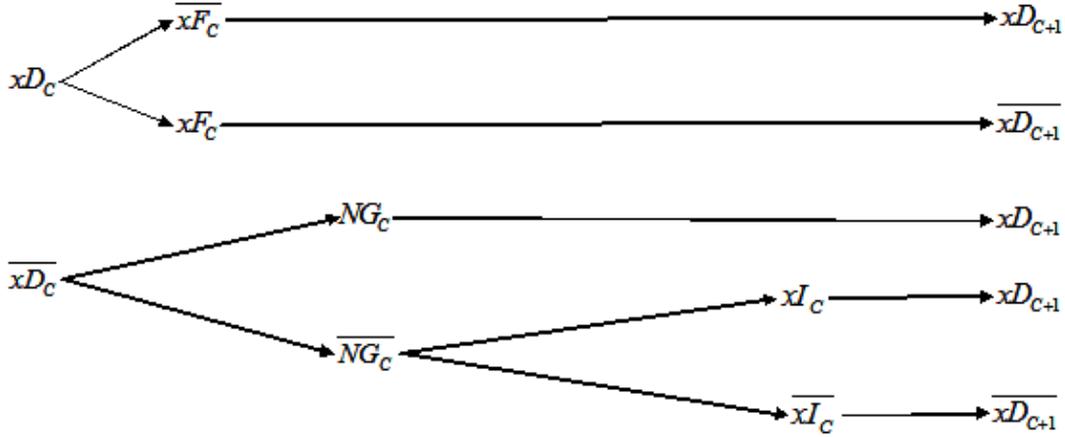


FIG. 5.5 – Arbre des événements pour un composant  $x$  avec un mode de panne caché durant le cycle  $C$

Cette partie a permis de préciser la politique de maintenance type qui est prise en compte dans le modèle. Dans la suite, nous nous baserons sur ces hypothèses pour estimer les performances de disponibilité. De plus, à partir des expressions présentées, les probabilités des événements relatifs à un composant  $x \in S$ ,  $xD_C$ ,  $xF_C$ ,  $xA_C$ ,  $xI_C$  et  $xM_C$ , lors d'un cycle  $C$ , seront développés dans la troisième partie. La prochaine sous-section se placera dans le cas d'une maintenance corrective d'urgence en ligne sur un composant, afin de détailler le processus des actions effectuées, pour modéliser les temps d'application.

### 5.4.2 Modélisation du processus de maintenance corrective lors d'un cycle

Pour calculer le temps de maintenance corrective global, il faut modéliser le processus de maintenance corrective lors d'un cycle et identifier les différents temps dont le délai logistique, les délais techniques et le temps de maintenance active, qui interviennent. Pour appliquer une procédure de maintenance sur un composant ou un système, il faut au préalable attendre la période où le ou les composants sont accessibles et en position pour être maintenus. Il faut aussi arrêter les utilisations des fonctions relatives au composant ou au système en cours et les reprendre une fois la maintenance terminée. Nous commençons par décrire les paramètres du modèle liés aux périodes de temps disponibles pour la maintenance et aux périodes d'utilisation du système ou de la fonction étudiés. Ensuite, à partir de ces considérations, nous présentons le processus de maintenance corrective lors d'un cycle. Puis, nous définissons les variables aléatoires de temps nécessaire à l'estimation du temps de retard qui sont :

- les différents délais logistiques avant et après l'application de la maintenance corrective,
- le temps de fin d'application de la maintenance corrective, et le temps de retard associé,
- le temps estimé de retard suite à un diagnostic de panne pour évaluer la décision d'annulation du prochain vol.

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

---

Dans cette section afin de faciliter la lecture et la compréhension, nous présentons seulement le cas simplifié des hypothèses prises pour la phase de conception qui, sauf cas particulier, reste vrai à partir de la phase de définition. En annexe B, nous présenterons le cadre général de modélisation du processus de maintenance corrective lors d'un cycle englobant tous les cas particuliers.

Chacune de ces v.a est conditionnée par l'apparition d'un FDE lors du cycle  $C$  lié à la défaillance d'un composant  $x$  ( $x_{A_C}$ ). L'indice  $x$  du composant n'est pas indiqué par souci de lisibilité.

### Périodes de temps disponible pour la maintenance

La maintenance corrective en ligne s'effectue lorsque l'avion est positionné à la porte d'embarquement. La période de temps disponible durant cette phase pour effectuer la maintenance est formée d'un ou deux intervalles, complémentaire de l'union d'intervalles de temps où l'équipement n'est pas accessible. Il s'agit à la fois d'un paramètre au niveau équipement, système et avion. En effet, il est lié à l'accessibilité du système ou de l'équipement durant l'exploitation de l'avion au sol.

Soit un cycle de vol  $C$ , en prenant le temps 0 au départ du cycle, la période de temps disponible pour effectuer la maintenance sur un composant  $x$  est noté  $I_C^{ma}(x)$ . Lors de la phase de conception, cette période est inconnue et nous travaillerons sous l'hypothèse suivante.

#### Hypothèse 5.11 :

*Par défaut, pour l'évaluation en phase de conception, l'ensemble du TAT est disponible pour effectuer la maintenance sur un composant  $x$ ,  $I_C^{ma}(x) = [FD_C, FD_C + TAT_C]$ .*

Cette hypothèse se vérifie dans la plupart des cas. La généralisation de la définition est présentée en annexe B.

### Périodes d'utilisation du système ou de la fonction

L'utilisation d'une fonction de l'avion durant le TAT a une incidence sur les opérations au sol et le délai opérationnel lorsqu'une action de maintenance corrective s'effectue sur un composant utilisée par celle-ci. L'utilisation d'une fonction au sol de l'avion se fait soit après l'arrivée à la porte d'embarquement et avant le départ pour le décollage, soit durant un intervalle du TAT (voir l'exemple de décomposition des phases au sol de la figure 3.1 page 55). La période d'utilisation au sol d'un système ou d'une fonction est donc formée d'un ou deux intervalles, où la fonction relative à l'équipement est utilisée.

De plus, il s'agit à la fois d'un paramètre au niveau système et/ou de la fonction.

Soit un cycle de vol  $C$ , en prenant le temps 0 au départ du cycle, la période d'utilisation du système ou de la fonction relative à un composant  $x$  est noté  $I_C^{ut}(x)$ . Lors de la phase de conception, cette période est inconnue et nous travaillerons sous l'hypothèse suivante.

#### Hypothèse 5.12 :

*Par défaut, lorsque les périodes d'utilisation au sol d'une fonction ne sont pas connues, il n'y aura pas de temps d'utilisation,  $I_C^{ut}(x) = \emptyset$ .*

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

---

Cette hypothèse se vérifie dans la plupart des cas. La généralisation de la définition est présentée en annexe B.

### Scénario d'application de la maintenance corrective d'urgence

Suite à l'apparition d'un *Flight Deck Effect*, la maintenance corrective d'urgence en ligne s'applique avec le déroulement des actions pour :

- positionner l'avion pour la maintenance,
- arrêter les tâches de service sur les fonctions en cours,
- accéder au composant,
- diagnostiquer la panne,
- décider d'annuler ou non le vol suivant,
- effectuer la procédure de maintenance active, pour isoler la panne ou pour remplacer le composant en panne en incluant les procédures de tests,
- reprendre les tâches de services concernant la fonction,
- positionner l'avion pour le décollage.

Le scénario des actions pour l'application de la maintenance corrective d'urgence en ligne est représenté dans la figure 5.6 page suivante.

#### Remarques 5.5 :

*L'application de la maintenance ne peut se faire qu'à partir du moment où :*

- *le FDE est apparu (liée à la variable aléatoire  $A_C$ ),*
- *l'accès à l'équipement pour la maintenance est possible.*

Le positionnement de l'avion pour la maintenance constitue un délai logistique. Le temps pour effectuer les actions d'accès, de diagnostic et de maintenance active est modélisé en section 5.3. Les actions de reprise de la fonction utilisée et de positionnement pour le décollage entraînent un délai logistique qui suit la maintenance.

Nous allons définir, dans ce qui suit, les variables aléatoires associées aux délais logistiques avant et après la maintenance, puis le temps de fin d'application de la maintenance corrective d'urgence.

### Délai logistique avant l'application de la maintenance corrective

Soit  $L_C^x$  la variable aléatoire définissant le délai logistique avant l'application de la maintenance corrective sachant l'apparition du FDE lié à la défaillance du composant  $x$  au  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ . Lorsqu'elle est définie,  $L_C^x$  est à valeurs réelles dans l'intervalle  $[0, +\infty[$ .

Afin de formuler les relations sur la variable aléatoire  $L_C$ , il est nécessaire d'énoncer ici plusieurs hypothèses.

#### Hypothèses 5.13 (Délais logistiques avant la maintenance corrective) :

- *Les délais logistiques pour l'acheminement des ressources nécessaires à la maintenance ne sont pas à prendre en compte. Ceux-ci sont modélisés directement dans le temps d'application de la maintenance corrective.*

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

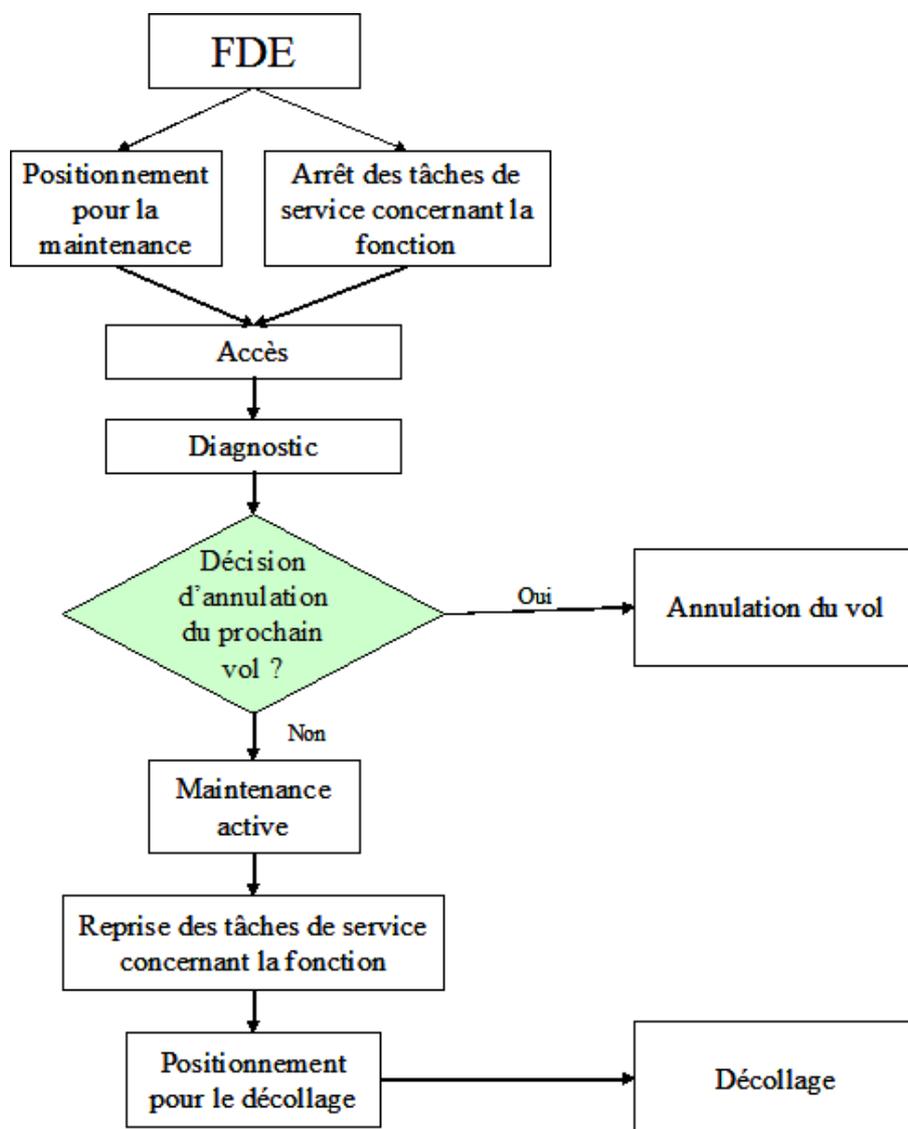


FIG. 5.6 – Scénario des actions pour la maintenance corrective en ligne

- Seul le délai pour repositionner l'avion en configuration de maintenance corrective est à prendre en compte. Par exemple, si un FDE intervient pendant la phase de roulage départ, l'avion doit retourner à la porte d'embarquement pour que l'on puisse appliquer une action de maintenance.
- Lorsque le FDE apparaît pendant la phase de roulage avant le décollage, le temps pour repositionner l'avion est le même que le temps où l'avion est parti de sa position de la porte d'embarquement.

$L_C^x$  dépend seulement de la variable aléatoire d'apparition du FDE  $A_C^x$ . Lors de la phase de conception, nous utiliserons, par défaut, les résultats issus de la remarque suivante :

**Remarque 5.6 (Considérations en phase de conception) :**

Lors de la phase de conception, à partir de l'Hypothèse 5.11, la relation précédente se

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

---

simplifie par :

$$L_C^x = \begin{cases} FD_C - A_C^x & \text{si } A_C^x \in [0; FD_C] \\ 0 & \text{si } A_C^x \in [FD_C; FD_C + TAT_C] \\ A_C^x - FD_C - TAT_C & \text{si } A_C^x \in [FD_C + TAT_C; FD_C + GD_C] \end{cases}$$

### Délai logistique après l'application de la maintenance corrective

Soit  $F_C^x$  la variable aléatoire définissant le délai logistique suivant l'application de la maintenance corrective sachant l'apparition du FDE lié à la défaillance du composant  $x$  au  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ . Lorsqu'elle est définie,  $F_C^x$  est à valeurs réelles dans l'intervalle  $[0, +\infty[$ .

Afin de formuler les relations sur la variable aléatoire  $F_C^x$ , il est nécessaire de préciser ici plusieurs remarques.

#### Remarques 5.7 (Délais logistiques suivant la maintenance corrective) :

- La reprise de l'utilisation d'une fonction, liée au système considéré, s'effectue quand les actions de maintenance correctives en ligne sont terminées. Le temps restant constitue un délai logistique.
- Le temps indisponible pour la maintenance, qui suit l'apparition d'un FDE, correspond en général à une utilisation au sol de l'avion pour la préparation du vol suivant (embarquement, allumage des moteurs, cargo...). Cette période constitue un délai logistique, indépendant du délai logistique lié à l'utilisation d'une fonction du système.
- Le délai logistique suivant la maintenance est le maximum de celui lié à l'utilisation d'une fonction et celui lié à l'utilisation au sol de l'avion.

Soit  $F_C'$  la variable aléatoire définissant le délai logistique lié à l'utilisation au sol de l'avion lors du  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ . Soit  $F_C''$  la variable aléatoire définissant le délai logistique lié à l'utilisation d'une fonction lors du  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ .

$F_C'$  et  $F_C''$  dépendent seulement de la variable aléatoire  $A_C^x$ . À partir des Remarques 5.7 précédentes, la variable aléatoire  $F_C^x$  s'exprime par la relation :

$$F_C^x = \max(F_C', F_C'') \quad (5.6)$$

Lors de la phase de conception, nous utiliserons, par défaut, les résultats issus de la remarque suivante.

#### Remarque 5.8 (Considérations en phase de conception) :

Lors de la phase de conception, à partir des Hypothèse 5.11 et Hypothèse 5.12, il n'y a pas de délai logistique suite à l'application de la maintenance corrective :  $F_C' = F_C'' = F_C = 0$ .

### Temps d'application de la maintenance corrective d'urgence

Soit  $M$  la variable aléatoire définissant le temps pris pour effectuer l'ensemble des actions de maintenance corrective d'urgence sachant l'apparition d'un FDE. Cette v.a n'est définie que lorsqu'il n'y a pas annulation du prochain vol et est à valeurs réelles positives.

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

---

Comme pour la v.a d'apparition d'un FDE, la v.a  $M$  est conditionnée par l'apparition d'un FDE lors du cycle  $C$  suite à la défaillance d'un composant  $y$  ( $yA_C$ ).

Lorsque l'application de la maintenance ne concerne qu'un seul *Line Replacable Unit*, la v.a  $M$  est obtenue en section 5.3.

Lorsque l'application de la maintenance concerne plusieurs LRU, il s'agit d'une condition NOGO et donc d'une procédure de remplacement de tous les composants en état de panne et la maintenance est effectuée en parallèle (voir les Hypothèses 3.2). Donc la v.a  $M$  est la somme du temps pris pour le diagnostic suite à la panne du composant  $y$  et du maximum des temps pris pour le remplacement de chaque LRU comprenant l'accès, la dépose/pose et les tests.

Soient  $E$  l'ensemble des LRU concernés par l'application d'une maintenance corrective et  $M^x$  la v.a qui caractérise le temps pris pour effectuer l'ensemble des actions de maintenance corrective en ligne. Pour un composant  $x$ ,  $x \in E$ , à partir des notations tirées de la section 5.3.3, la v.a  $M^x$  s'exprime par :

$$M^x = T_{Diagnostic}^R(y) + T_{Accès}^R(x) + T_{Dépose/Pose}^R(x) + T_{Tests}^R(x) ,$$

et la v.a  $M$  s'exprime par :

$$M = T_{Diagnostic}^R(y) + \max_{x \in E} (T_{Accès}^R(x) + T_{Dépose/Pose}^R(x) + T_{Tests}^R(y)) .$$

Pour l'évaluation lors de la **phase de conception**, nous travaillerons avec l'hypothèse que la v.a  $M$  est le maximum des temps totaux pris pour le remplacement de chaque LRU incluant aussi le diagnostic.

Soient  $E$  un ensemble de LRU concerné par l'application d'une maintenance corrective et  $M^x$  la v.a qui caractérise le temps pris pour effectuer l'ensemble des actions de maintenance corrective en ligne. Pour un composant  $x$ ,  $x \in E$ ,  $M^x$  s'exprime par :

$$M^x = T_{Diagnostic}^R(x) + T_{Accès}^R(x) + T_{Dépose/Pose}^R(x) + T_{Tests}^R(x) ,$$

et la v.a  $M$  représente le maximum des temps de maintenance pris pour chacun des composants :

$$M = \max_{x \in E} (M^x) .$$

### Temps de retard suite à l'application d'une maintenance corrective d'urgence

Au final, le temps de retard est la différence entre le temps réel pour que l'avion reparte et le temps lors duquel le décollage est prévu. Il faut donc, pour le temps réel, faire la somme du :

- temps d'apparition FDE lié à la défaillance du composant  $y$  lors du cycle  $C$ , noté  $A_C^y$ ,
- délai logistique avant la maintenance corrective, noté  $L_C^y$ ,
- temps d'application de la maintenance corrective, noté  $M$ ,
- délai logistique après l'application de la maintenance corrective, noté  $F_C^y$ .

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

Le temps prévu pour le décollage est la durée du cycle de vol complet : la durée de la phase en vol plus la durée de la phase au sol. À partir de la définition des interruptions opérationnelles, ne sont pris en compte que les retards de plus d'un quart d'heure après le temps prévu. Donc, en notant  $R_C^y$  la variable aléatoire du temps de retard suite à l'apparition FDE lié à la défaillance du composant  $y$  lors du cycle  $C$ , on a :

$$R_C^y = \max((A_C^y + L_C^y + M + F_C^y) - (FD_C + GD_C + 0, 25), 0) \quad (5.7)$$

### Remarque 5.9 :

*Lors de la phase de conception, à partir de la Remarque 5.6 page 105 et de la Remarque 5.8 page 106, la relation 5.7 exprimant le temps de retard se simplifie par :*

$$R_C^y = \max((A_C^y + L_C^y + M) - (FD_C + GD_C + 0, 25), 0) \\ = \begin{cases} \max(M - (GD_C + 0, 25), 0) \\ \quad \text{si } A_C^y \in [0, FD_C[ \\ \max((A_C^y + M) - (FD_C + GD_C + 0, 25), 0) \\ \quad \text{si } A_C^y \in [FD_C, FD_C + TAT_C[ \\ \max(2A_C^y + M - 2FD_C - TAT_C - GD_C - 0, 25, 0) \\ \quad \text{si } A_C^y \in [FD_C + TAT_C; FD_C + GD_C] \end{cases} \quad (5.8)$$

### Temps de retard estimé suite à un diagnostic de panne

Dans le cas de conditions NOGO et quand les ressources sont disponibles, la condition d'annulation du vol suivant est : *Le temps estimé, après diagnostic de la panne, pour effectuer la maintenance corrective entraîne un coût de retard supérieur à celui d'une annulation* (Hypothèses 5.9 CN<sub>2</sub>). Pour évaluer ce critère de décision, il faut donc avoir le temps de retard estimé par la compagnie qui représente un temps moyen pour les actions restantes avant le décollage.

Soit l'apparition du FDE associé à la défaillance du composant  $y$ . Pour estimer le temps de retard suite à un diagnostic de panne, il faut sommer :

- le temps d'apparition du FDE  $A_C^y$ ,
- le délai logistique avant la maintenance corrective  $L_C^y$ ,
- le temps pris pour effectuer un diagnostic  $T_{Diagnostic}^R(y)$ , suite à la panne du composant  $y$ ,
- le temps moyen pour effectuer l'ensemble des actions de maintenance corrective d'urgence restante, noté  $\overline{M}$ ,
- le délai logistique après la maintenance corrective  $F_C^y$ .

Comme pour la v.a d'apparition d'un FDE,  $\overline{M}$  est conditionnée par l'apparition d'un FDE lors du cycle  $C$  associé à la défaillance d'un composant  $y$  ( $yA_C$ ).

Soient  $E$  l'ensemble des LRU en état de panne et à restaurer à partir de conditions NOGO. Suivant l'hypothèse 3.2 SM4, la maintenance est effectuée en parallèle. Donc  $\overline{M}$  est le maximum des temps moyen pour le remplacement de chaque LRU comprenant l'accès, la dépose/pose et les tests. Avec les notations prises en sous-section 5.3.3 :

- $m_{Accès}^R(x)$  le temps moyen pris pour le diagnostic de la panne du composant  $x$ ,  $x \in E$ ,
- $m_{Dépose/Pose}^R(x)$  le temps moyen de dépose/pose du composant  $x$ ,  $x \in E$ ,

## 5.4 Modélisation du processus de maintenance

---

–  $m_{Tests}^R(x)$  le temps moyen de tests suite au remplacement du composant  $x$ ,  $x \in E$ , le temps estimé  $\overline{M}$  s'exprime par :

$$\overline{M} = \max_{x \in E} (m_{Accès}^R(x) + m_{Depose/Pose}^R(x) + m_{Tests}^R(x)) .$$

Soit  $\overline{R_C^y}$  la v.a du temps de retard estimé tenant compte de la v.a du temps d'apparition du FDE,  $A_C^y$ , du temps pour le diagnostic  $T_{Diagnostic}^R(y)$  et du temps estimé de fin de l'application de maintenance corrective incluant les délais logistiques,  $\overline{M}$ , elle s'exprime par :

$$\overline{R_C^y} = \max(0, A_C^y + L_C^y + F_C^y + T_{Diagnostic}^R(y) + \overline{M} - (FD_C + GD_C + 0, 25)) . \quad (5.9)$$

Donc, dans le cas où les ressources sont disponibles, la décision d'annulation est prise si la condition  $\text{Coût}_{CN} \leq \overline{R_C} \times \text{Coût}_{DY.h^{-1}}$ , avec  $\overline{R_C} \times \text{Coût}_{DY.h^{-1}}$  qui représente le coût de retard estimé, est vérifiée.

Pour rappel, lors de la phase de conception, il n'y a pas d'évaluation de la probabilité d'annulation du vol suivant et donc pas d'estimation du temps de retard.

Dans cette section, nous avons présenté l'ensemble des relations permettant d'exprimer les variables aléatoires de temps de retard et de temps de retard estimé. À partir de ces v.a, nous pourrions définir au prochain chapitre les événements induisant une indisponibilité lors d'un cycle et les indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel.

Pour la résolution, dans la prochaine partie, nous verrons qu'il faut évaluer, à partir de ces relations, les probabilités de retard sachant la panne et la procédure de maintenance à effectuer. Ces évaluations seront résolues analytiquement pour le modèle en phase de conception dans la troisième partie. En annexe B, nous aborderons la résolution du cas général à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo.

# Chapitre 6

## Définitions mathématiques des performances de disponibilité à estimer

Une fois le comportement du système, le processus de mission de l'avion et le processus de maintenance corrective formalisés, nous allons définir dans ce chapitre les quantités (indicateurs) relatives à la disponibilité d'un système dans un contexte opérationnel qui seront évaluées par la suite.

La disponibilité au sens mathématique représente une fonction qui, pour un temps donné, donne la probabilité que l'entité (matériel, fonction) considérée fonctionne à cet instant [24]. Dans le cas présent de l'étude, l'entité est l'avion et la disponibilité de celui-ci n'est à considérer que du point de vue de son utilisation. La disponibilité est à évaluer dans le contexte opérationnel, et non pas dans le contexte général du cycle de vie de l'avion. Lorsque l'on se place au niveau d'un système ou d'une fonction, la perte de disponibilité de l'avion n'intervient que si l'entité considérée (système, fonction) n'entraîne une impossibilité d'utiliser l'avion tel que cela est prévu pour la mission. Il s'agit donc de tous les cas détaillés dans la section 1.1.

Dans une première section, nous définissons les quantités liées à la fiabilité en service qui correspondent aux fréquences des différentes interruptions techniques entraînant un type de maintenance corrective, ainsi que le taux d'interruption en vol, noté  $AI\_rate$ . Nous exprimons, dans une deuxième section, les indicateurs du taux d'interruption opérationnelle, noté  $OI\_rate$ , et d'interruption de déploiement, noté  $DI\_rate$ . Enfin, la dernière section énonce les quantités relatives à l'indisponibilité de l'avion lors de son exploitation en ligne qui sont : le taux d'annulation de vol, noté  $CN\_rate$ , le taux de retard, noté  $DY\_rate$ , et le temps moyen de retard sachant qu'il y a retard. Ce qui permet d'établir le calcul du coût des interruptions opérationnelles sur une mission, noté  $OI\_cost$ .

### 6.1 Fiabilité en service

La fiabilité d'un élément à un instant  $t$  est la probabilité que l'élément soit en fonctionnement sur tout l'intervalle de temps  $[0, t]$  ([24]). La fiabilité de notre système et de

## 6.1 Fiabilité en service

---

chacun de ses composants est observée par cycle de vol. Un équipement LRU installé sur l'avion, noté  $x$ , peut se trouver dans deux configurations différentes au début d'un cycle  $C$  : soit il est en état de marche, c'est l'événement  $xD_C$ , soit il est tombé en panne lors d'un cycle précédent et est désactivé  $\overline{xD_C}$ . Dans ce dernier cas, le système fonctionne alors dans un mode dit dégradé.

La fiabilité en service est la probabilité que le système soit dans un fonctionnement normal lors d'un cycle. Les indicateurs de non fiabilité en service du système sont donc les probabilités des différents cas d'incidents techniques. Lorsque les informations relatives à la maintenance sur les systèmes ne sont pas disponibles, l'accès à ces indicateurs ayant chacun une sévérité différente permet donc d'avoir une première information sur les performances de disponibilité. De plus, sur certaines fonctions comme celle de maintenance ou certains systèmes, des exigences sont formulées directement sur la fiabilité en service, comme le montrent les Exemples 2.3 page 47.

Les différents événements caractérisant des incidents techniques sur avion sont les différentes configurations de maintenance suite à l'apparition d'un FDE pour un cycle  $C$ , c'est-à-dire :

- les conditions NOGO, noté  $NG_C$ . Cet événement est représenté par l'événement sommet de l'arbre de défaillances caractérisant les conditions NOGO. La sévérité de cet événement dépend du risque opérationnel,  $OI\_Risk$ , et de la phase d'apparition du FDE qu'il est nécessaire de distinguer.
- Lorsque  $OI\_Risk = Air\_Interruption$ , que le FDE apparaît durant la phase de vol définie par l'intervalle  $[0, FL_C]$  du cycle  $C$  et que les conditions NOGO ne satisfont pas les conditions de sécurité ou opérationnelles pour le vol en cours, le vol de l'avion est interrompu, soit par un demi-tour en vol pour revenir à l'aéroport de départ, soit par un déroutement pour se poser sur un aéroport plus proche que celui d'arrivée. Il s'agit dans ce cas d'une interruption de vol lors du cycle  $C$ , notée  $AI_C$ . Par contre, à partir des considérations énoncées en section 5.1, lorsque l'avion se trouve en phase d'approche ou de descente et qu'un FDE apparaît, l'avion se pose à la base d'arrivée et il n'y a donc pas d'interruption du vol (il ne peut y avoir qu'une interruption sur le vol suivant).
- Lorsque  $OI\_Risk = Air\_Interruption$  et que le FDE apparaît en dehors de la phase de vol, c'est-à-dire dans l'intervalle  $[FL_C, FD_C + GD_C]$  du cycle  $C$ , les conditions NOGO traduisent l'événement «les conditions de décollage pour le cycle  $C + 1$  ne sont pas remplies durant le cycle  $C$ », noté  $NG_C \cap \overline{AI_C}$ .
- Lorsque  $OI\_Risk = Ground\_Interruption$ , les conditions NOGO traduisent l'événement «les conditions de décollage pour le cycle  $C + 1$  ne sont pas remplies durant le cycle  $C$ », noté directement  $NG_C$ .
- l'événement «le capitaine décide de décoller en acceptant un mode dégradé au cycle  $C$ », noté  $ADM_C$ .
- l'événement «le capitaine refuse de décoller en acceptant un mode dégradé au cycle

## 6.2 Fiabilité opérationnelle et fiabilité de déploiement

---

$C$ », noté  $RDM_C$ .

Pour évaluer les indicateurs de fiabilité en service, il faut donc évaluer les probabilités  $P(NG_C)$ ,  $P(ADM_C)$  et  $P(RDM_C)$  pour chacun des cycles  $C$  de la mission.

Soit  $xA_C$  l'événement que le FDE lié à la défaillance du composant  $x$  apparaisse lors du cycle  $C$  ( $x \in S'$ ) et soit la variable aléatoire  $A_C^x$  du temps d'apparition d'un FDE lors du cycle  $C$  suite à la panne du composant  $x$ . L'événement d'interruption de vol au cycle  $C$ , noté  $AI_C$ , se décompose de la manière suivante :

$$AI_C = \left( \bigcup_{x \in S'} ([0 \leq A_C^x \leq FL_C] \cap xA_C) \right) \cup NG_C . \quad (6.1)$$

Pour évaluer le taux d'interruption de vol, il faut évaluer les probabilités  $P(AI_C)$  pour chacun des cycles  $C$  de la mission, puis faire une moyenne sur le nombre de cycles de vol de la mission :

$$AI\_rate = \frac{\sum_{C=1}^N P(AI_C)}{N} . \quad (6.2)$$

## 6.2 Fiabilité opérationnelle et fiabilité de déploiement

Une *Operational Interruption* lors du cycle  $C$  est soit :

- une interruption du vol, notée  $AI_C$ ,
- une annulation du vol suivant, notée  $CN_C$ ,
- un retard de plus de quinze minutes. À partir de la définition de la variable aléatoire du temps de retard  $R_C$  conditionnée par l'application d'une maintenance corrective lors du cycle  $C$ , l'événement caractérisant le retard est  $R_C > 0$  pour une unité de temps en heures.

L'événement qu'une *Operational Interruption* (OI) se produise lors du cycle  $C$  se décompose par :

$$OI_C = AI_C \cup CN_C \cup [R_C > 0] .$$

Comme les événements  $AI_C$ ,  $CN_C$  et  $(R_C > 0)$  sont disjoints, la probabilité devient :

$$P(OI_C) = P(AI_C) + P(CN_C) + P(R_C > 0) .$$

Pour rappel, lors de la phase de conception, il n'y a pas de distinction entre les annulations et les retards. En effet, la modification de l'architecture du système influence les conditions NOGO mais n'a pas d'impact sur le type de retard qui correspond à ces conditions.

Pour calculer le taux d'OI,  $OI\_rate$ , il suffit de faire la moyenne des probabilités d'OI sur l'ensemble des cycles de la mission  $N$ .

$$OI\_rate = \frac{\sum_{C=1}^N P(OI_C)}{N} \quad (6.3)$$

### 6.3 Quantités relatives à l'indisponibilité

---

La fiabilité de déploiement ramenée au système ou à la fonction représente la fiabilité de celui-ci sur l'ensemble de la mission sans interruption du déploiement. Une interruption du déploiement se produit si une interruption opérationnelle intervient lors de la mission. Soit  $DI$  l'événement qu'une interruption opérationnelle se produise durant la mission. Il se décompose par :

$$DI = \bigcup_{C=1}^N OI_C .$$

Les probabilités d'interruption opérationnelle ne sont pas indépendantes suivant les cycles de la mission. Toutefois, les probabilités d'OI étant faibles, la probabilité d'interruption de déploiement est borné par la somme des probabilités d'OI :

$$P(DI) = \sum_{C=1}^N P(OI_C) . \quad (6.4)$$

### 6.3 Quantités relatives à l'indisponibilité

Les quantités qui sont exprimées ici ne peuvent être évaluées qu'à partir de la phase de définition, c'est-à-dire lorsque les paramètres permettant de différencier les cas d'interruption opérationnelle sont accessibles. Nous allons exprimer :

- le taux d'annulation de vol, noté  $CN\_rate$ ,
- le taux de retard, noté  $DY\_rate$ ,
- le temps moyen de retard sachant qu'il y a retard,

pour évaluer au final le coût des interruptions opérationnelles sur la mission, noté  $OI\_cost$ .

L'annulation d'un vol est une décision prise par la compagnie aérienne lorsqu'une action de maintenance corrective est nécessaire. Les conditions de cette décision sont explicitées par les Hypothèses 5.9.

Soient un composant  $y$  fixée et  $\overline{R_C^y}$  la v.a du temps de retard estimé suite à l'apparition du FDE lié à la défaillance de  $y$  ( $yA_C$  et  $x \in S'$ ).

Le coût de retard estimé est  $\overline{R_C^y} \times Coût\_DY.h^{-1}$ .

Dans le cas où les condition sont NOGO et les ressources sont disponibles, la décision d'annulation est prise si le coût de retard estimé est supérieur à celui d'une annulation, c'est-à-dire si la condition  $\left[ Coût\_CN \leq \overline{R_C^y} \times Coût\_DY.h^{-1} \right]$  est vérifiée.

Soit l'événement que les ressources et les rechanges sont disponibles lors du cycle  $C$ , noté  $RD_C$ . L'événement d'avoir une annulation lors du vol  $C$  se décompose par :

$$CN_C = \bigcup_{y \in S'} \left( \left[ \overline{R_C^y} \times Coût\_DY.h^{-1} \geq Coût\_CN \right] \cup \overline{RD_C} \right) \cap NG_C \cap yA_C . \quad (6.5)$$

Pour calculer le taux d'annulation de vol,  $CN\_rate$ , il suffit de faire la moyenne des probabilités d'annulation sur l'ensemble des cycles de la mission  $N$  :

$$CN\_rate = \frac{\sum_{C=1}^N P(CN_C)}{N} . \quad (6.6)$$

### 6.3 Quantités relatives à l'indisponibilité

L'événement qu'un retard se produise lors du cycle  $C$  se décompose par :

$$DY_C = \bigcup_{x \in S'} ([R_C^x > 0] \cap \overline{CN_C} \cap xA_C) . \quad (6.7)$$

Le taux de retard,  $DY\_rate$ , est la probabilité moyenne de retard par cycle de vol sur une mission :

$$DY\_rate = \frac{\sum_{C=1}^N P(DY_C)}{N} . \quad (6.8)$$

Le temps moyen de retard lors d'un cycle  $C$  est l'espérance conditionnelle de la variable aléatoire  $R_C$  par l'événement  $DY_C$ , noté  $E^{[DY_C]}(R_C)$ . Le temps moyen de retard sachant qu'il y a retard sur la mission est :

$$\text{Temps\_Retard\_Moyen} = \frac{\sum_{C=1}^N E^{DY_C}(R_C) \times P(DY_C)}{\sum_{C=1}^N P(DY_C)} \quad (6.9)$$

#### Evaluation du coût des interruptions opérationnelles sur une mission

L'évaluation du coût des interruptions opérationnelles sur une mission dépend du modèle utilisé.

**En phase de conception**, il n'est pas possible de distinguer les différents cas d'interruption opérationnelle ayant un coût différent, donc seule la donnée d'entrée du coût moyen d'une interruption opérationnelle, notée  $Mean\_OI\_Cost$ , est utilisée. Le calcul du coût des interruptions opérationnelles sur une mission est l'espérance des coûts en fonction de la fréquence des interruptions opérationnelles à chacun des cycles :

$$\begin{aligned} \sum_{C=1}^N Mean\_OI\_Cost \times P(OI_C) &= Mean\_OI\_Cost \times \sum_{C=1}^N P(OI_C) \\ &= N \times Mean\_OI\_Cost \times OI\_Rate . \end{aligned}$$

Afin de ramener le coût des interruptions opérationnelles à une unité de valeur comparable à d'autres facteurs de coût comme le poids vis-à-vis de la consommation carburant, la production etc. . . , l'unité choisie est prise en dollars par heure de vol.

Donc

$$OI\_cost = \frac{N \times Mean\_OI\_Cost \times OI\_Rate}{\sum_{C=1}^N FD_C} . \quad (6.10)$$

**À partir de la phase de définition**, les probabilités des différents cas d'interruption opérationnelle sont évaluées. Avec les coûts moyens :

- d'une interruption en vol, noté  $Coût\_AI$ ,

### 6.3 Quantités relatives à l'indisponibilité

---

- d'une annulation de vol, noté  $\text{Coût\_}CN$ ,
- d'une heure de retard, noté  $\text{Coût\_}DY.h^{-1}$ ,

le calcul du coût des interruptions opérationnelles sur une mission est l'espérance des coûts en fonction des fréquences des différents types d'interruption opérationnelle :

$$\begin{aligned}
 & \sum_{C=1}^N \left( \begin{array}{l} \text{Coût\_}AI \times P(AI_C) \\ + \text{Coût\_}CN \times P(CN_C) \\ + \text{Coût\_}DY.h^{-1} \times E^{DY_C}(R_C) \times P(DY_C) \end{array} \right) \\
 &= \sum_{C=1}^N \text{Coût\_}AI \times P(AI_C) \\
 & \quad + \sum_{C=1}^N \text{Coût\_}CN \times P(CN_C) \\
 & \quad + \sum_{C=1}^N \text{Coût\_}DY.h^{-1} \times E^{DY_C}(R_C) \times P(DY_C) \\
 &= \text{Coût\_}AI \times \sum_{C=1}^N P(AI_C) \\
 & \quad + \text{Coût\_}CN \times \sum_{C=1}^N P(CN_C) \\
 & \quad + \text{Coût\_}DY.h^{-1} \times \sum_{C=1}^N E^{DY_C}(R_C) \times P(DY_C) \\
 &= N \times \left( \begin{array}{l} \text{Coût\_}AI \times AI\_Rate \\ + \text{Coût\_}CN \times CN\_Rate \\ + \text{Coût\_}DY.h^{-1} \times \text{Temps\_Retard\_Moyen} \times DY\_Rate \end{array} \right) .
 \end{aligned}$$

Pour ramener en dollars par heure de vol, le coût des interruptions opérationnelles est :

$$OI\_cost = \frac{N \times \left( \begin{array}{l} \text{Coût\_}AI \times AI\_Rate \\ + \text{Coût\_}CN \times CN\_Rate \\ + \text{Coût\_}DY.h^{-1} \times \text{Temps\_Retard\_Moyen} \times DY\_Rate \end{array} \right)}{\sum_{C=1}^N FD_C} . \quad (6.11)$$

# Conclusion de la deuxième partie

Cette deuxième partie nous a servi à formaliser mathématiquement le problème. Tout d'abord, cela nous a permis de mieux cerner la méthode d'évaluation, c'est-à-dire ce que l'utilisateur doit fournir et à quel moment.

**Méthode :** Pour l'évaluation des indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel d'un système ou d'une fonction, lors de la phase de conception, l'utilisateur du modèle doit :

1. Construire l'**Arbre de Défaillances** caractérisant les conditions NOGO, avec pour événements élémentaires les défaillances des composants LRU du système ou de la fonction considérés,
2. Obtenir les informations sur le ratio OH/FH spécifié aux fournisseurs d'équipements et sur les MTBUR de chaque composant  $x$  pour avoir sa probabilité de panne durant un cycle  $C$ , notée  $P(xF_C | xD_C)$  en modélisant sa durée de vie par une loi exponentielle,
3. Traduire les intervalles permettant la description complète de la mission type sur laquelle les performances sont évaluées,
4. Affecter un risque opérationnel,  $OI\_Risk$ , au système ou à la fonction étudiée en fonction de la mission,
5. Estimer, pour chaque composant  $x$  et pour chaque cycle  $C$ , si la panne du composant est détectable et si elle a un impact ou non sur la sécurité, pour pouvoir par hypothèse déduire les intervalles de détection et d'apparition d'un FDE,
6. Fournir, pour chaque composant  $x$  :
  - le type de LRU,  $Type\_Maintenance(x)$  pour l'application de la maintenance,
  - le temps moyen pour accepter le mode dégradé,  $MTTADM_x$ ,
  - le temps moyen pour restaurer la fonction,  $MTTRF_x$ ,
7. Donner l'intervalle de maintenance préventive en FH ou en FCy s'il y a lieu, pour chaque composant  $x$ ,
8. Donner pour chaque composant  $x$  et pour chaque cycle  $C$ , en fonction de la mission :
  - le pourcentage de ressource disponible,  $\%Ressources_{(x,C)}$ ,
  - le pourcentage de GO décision du capitaine,  $\%GO\_Decision_{(x,C)}$ .

Et à partir de la phase de définition, les paramètres supplémentaires suivants doivent être fournis.

## CONCLUSION DE LA DEUXIEME PARTIE

---

- 5bis.** Pour chaque composant  $x$  et pour chaque cycle  $C$ , les intervalles de détection d'une défaillance et d'apparition d'un FDE,  $I_C^{de}(x)$  et  $I_C^{ap}(x)$ , sont traduits à partir de la description de la mission type.
- 6bis.** Pour chaque composant  $x$ , sont nécessaires :
- les temps moyens d'accès,  $m_{Accès(x)}^R$  et  $m_{Accès}^{ADM}(x)$ ,
  - les temps moyens de diagnostic de la panne,  $m_{Diagnostic}^R(x)$  et  $m_{Diagnostic}^{ADM}(x)$ ,
  - le temps moyen pour l'isolation de la panne,  $m_{Isolation}^{ADM}(x)$ ,
  - le temps moyen de dépose/pose,  $m_{Dépose/Pose}^R(x)$ ,
  - les temps moyens de tests,  $m_{Tests}^R(x)$  et  $m_{Tests}^{ADM}(x)$ .
- 9.** Pour chaque composant  $x$ , il faut traduire l'intervalle de rectification de la panne en FH ou en FCys'il y a lieu.
- 10.** Il faut enfin fournir, pour chaque composant  $x$  et pour chaque cycle  $C$ , les périodes de temps disponible pour la maintenance,  $I_C^{ma}(x)$ , et les périodes d'utilisation de la fonction correspondante,  $I_C^{ut}(x)$ .

De plus, plusieurs relations entre les événements ont été exprimées, qui seront utilisées dans la prochaine partie. Nous avons explicité :

- le calcul de la probabilité de défaillance lors d'un cycle pour un composant  $x$  lors d'un cycle  $C$ ,  $P(xF_C | xD_C)$ ,
- le calcul de la probabilité d'acceptation d'un mode dégradé suivant la panne d'un composant  $x$  lors d'un cycle  $C$ ,  $P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C)$ ,
- les variables aléatoires de temps d'occurrence d'une panne, de temps de maintenance corrective pour une procédure spécifique, avec leurs distributions associées,
- les relations déterministes entre les variables aléatoires de temps issues du processus d'apparition d'un FDE et du processus d'application de la maintenance en ligne.

Enfin, cette partie a servi à caractériser les différents indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel que nous avons à estimer, définis au dernier chapitre. À partir de ces données formalisées, il faudra évaluer à chaque cycle  $C$  de la mission :

- les probabilités d'apparition d'un FDE lors d'un cycle et en particulier lors de la phase de vol hors descente,
- les probabilités des indicateurs de fiabilité en service,  $P(NG_C)$ ,  $P(RDM_C)$  et  $P(ADM_C)$ ,
- les probabilités d'interruption de vol,  $P(AI_C)$ ,
- les probabilités de retard sachant l'application d'une procédure de maintenance corrective,
- les probabilités d'annulation du vol,  $P(CN_C)$ ,
- les probabilités de retard,  $P(R_C > 0)$ ,
- l'espérance du temps de retard sachant qu'il y a retard.

Pour cela, les formulations énoncées suggèrent plusieurs types de résolution. Nous allons proposer dans la prochaine partie un mode de résolution permettant d'obtenir les bornes et une approximations de ces probabilités énoncées.

Troisième partie  
Résolution du problème

# Introduction de la troisième partie

La deuxième partie nous a permis de modéliser précisément les phénomènes et les événements correspondant aux différents cas d'interruptions opérationnelles. Nous allons maintenant proposer une méthode pour évaluer la probabilité de ces événements pour tout type d'architecture de système. Dans cette partie, basée sur les formulations issues de la partie précédente, nous proposons une méthode de calcul des indicateurs de performances de disponibilité d'un système dans un contexte opérationnel. Pour résumer, la résolution doit fournir :

- un encadrement de ces indicateurs (surtout une borne supérieure) pour la vérification des exigences,
- une estimation des coûts d'*Operational Interruption* (OI).

De plus, la résolution doit être effectuée et s'affiner en deux étapes suivant les phases de conception, en intégrant dans le modèle les paramètres disponibles lors de la deuxième étape.

Enfin, la résolution doit répondre aux exigences et objectifs du métier présentés en section 1.2 page 31 qui sont la précision des résultats et un temps de calcul acceptable.

**Le septième chapitre** fait un état de l'art des méthodes d'évaluation de la fiabilité et de la disponibilité d'un système réparable. Par élimination, liées à notre problématique, une approche est proposée en conclusion.

**Le huitième chapitre** développe cette approche choisie pour l'évaluation d'un système ou d'une fonction en phase de conception de l'architecture. Le modèle fournira pour chaque cycle  $C$  de la mission :

- un encadrement et une approximation des probabilités des événements relatifs à la fiabilité en service,  $P(NG_C)$ ,  $P(ADM_C)$  et  $P(RDM_C)$ ,
- un encadrement et une approximation de la probabilité d'interruption de vol,  $P(AI_C)$ ,
- un encadrement et une approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle,  $P(OI_C)$ .

Une extension du modèle pour une évaluation à partir de la phase de définition est donnée dans un **neuvième chapitre**. En plus des indicateurs précédents, cette extension permettra, pour une mission donnée, l'évaluation, pour chaque cycle  $C$  de la mission :

- d'un encadrement et une approximation de la probabilité d'annulations de vol,  $P(CN_C)$ , et de la probabilité de retard,  $P(DY_C)$ ,
- d'une approximation du temps moyen de retard sachant qu'il y a retard,  $E^{[DY_C]}(R_C)$ .

De plus, cette nouvelle résolution intégrera l'ensemble des paramètres du modèle.

# Chapitre 7

## Etat de l'art sur les méthodes d'évaluation de performances de disponibilité

Le processus, qui décrit les événements permettant d'observer les différents types d'interruptions opérationnelles, est un processus dynamique d'un système réparable sur une séquence de cycles comprenant chacun plusieurs phases. Avant de chercher une quantification, il convient de choisir une méthode adaptée pour analyser qualitativement les événements amenant à une OI.

Dans ce chapitre, nous allons établir un état de l'art des méthodes d'évaluation de performances de disponibilité pour permettre de choisir parmi celles-ci la méthode la plus adaptée à notre problématique. Pour cela, il faut choisir :

- une méthode d'évaluation de l'Arbre de Défaillances (AdD) des conditions NOGO,
- une méthode d'évaluation, soit exacte, soit approchée, des probabilités des événements caractérisant les *Operational Interruption*.

La méthode est choisie suivant les contraintes industrielles, c'est-à-dire en fonction de la précision du résultat et pour un temps de calcul efficace.

Il existe une grande diversité de modèles en fiabilité des systèmes. Loin des diverses théories, prolongements et applications, deux grandes familles peuvent se distinguer : les modèles des ensembles minimaux (coupes et chemins minimaux) et les modèles de processus stochastiques [49]. La première catégorie correspond à des études de sûreté de fonctionnement recherchant l'événement redouté. En général, la deuxième catégorie correspond mieux à l'étude de système réparable et de quantités de disponibilité. Nous allons explorer ces deux grandes familles.

Nous abordons en premier les modèles des ensembles minimaux. En recherchant une évaluation directe des événements amenant à une OI, nous étudierons les algorithmes de recherche des ensembles minimaux. Dans le cas statique d'un cycle de vol, cela va nous permettre de pouvoir extraire les coupes et les chemins minimaux de l'AdD des conditions NOGO. Par contre dans le cas dynamique d'une mission d'une séquence de

---

cycles de vol, malgré les progrès effectués sur ces algorithmes, la recherche des ensembles minimaux amenant à une OI s'avère trop coûteuse en temps de calcul. Ensuite, nous étudierons les moyens de modéliser le phénomène à l'aide d'un processus stochastique. Là encore, les méthodes classiques ne sont pas adaptées pour une résolution dans un temps de calcul efficace. En conclusion, nous proposons un développement analytique du processus stochastique sur les cycles de vol, qu'il conviendra de développer dans les chapitres suivants.

## Modèles des ensembles minimaux

Dans le problème de la disponibilité dans un contexte opérationnel, il s'agit de systèmes réparables (sauf pendant les phases de vol). Il devient alors nécessaire de prendre en compte la stratégie de maintenance et les éléments à réparer s'il y a perte totale du système. Suivant la stratégie, il faut donc connaître la probabilité d'avoir à réparer chaque élément, chaque ensemble d'équipements. En particulier, il faut donc connaître la coupe minimale qui entraîne les conditions NOGO sur le système et à partir de quel élément cela s'est déclenché.

En effet, dans la problématique actuelle, le système est représenté par un arbre de défaillances statique. Les probabilités suivant les différentes phases de Sol/Vol sont calculées par la suite, à partir des coupes minimales déjà extraites. La problématique peut être élargie à une modélisation du système et des différentes phases (avec les rechanges) au moyen d'AdD dynamiques, qui font partie de la famille des modèles dite des ensembles minimaux. Le concept de coupe minimale est alors étendu à celui de séquence minimale, dont la taille grandit de façon non-négligeable en fonction du nombre de cycles.

L'étude de la fiabilité d'un système par un AdD comprend trois étapes : la construction de l'arbre vue dans la section 4.2 page 75, l'analyse qualitative et l'analyse quantitative. L'analyse qualitative concerne l'obtention des ensembles minimaux : coupes et chemins minimaux ou séquences minimales dans le cas dynamique. L'analyse quantitative comprend d'une part l'évaluation de la probabilité de l'événement sommet, et d'autre part, l'étude d'influence concernant la sensibilité et l'importance des événements de base vis-à-vis de l'événement sommet.

À partir de l'arbre de défaillances représentant l'événement  $NG$ , il faut soit obtenir directement la fonction de structure de l'arbre de défaillance, soit extraire les ensembles minimaux (coupes et/ou chemins), soit extraire les séquences minimales sur l'ensemble de la mission à partir d'une extension à un AdD dynamique.

Dans l'objectif d'utiliser les coupes ou séquences minimales entraînant la perte totale du système, pour le calcul de la disponibilité dans un contexte opérationnel, il faut s'intéresser aux différents algorithmes d'extraction de ces coupes, leur faisabilité associées à la problématique ainsi que leur temps de calcul. Les méthodes de recherche des ensembles minimaux se regroupent en plusieurs cas :

- les méthodes descendantes, comme l'algorithme MOCUS (que nous décrivons plus loin) et ses améliorations,
- les méthodes ascendantes.

- 
- les méthodes directes, qui reviennent à un calcul de la fonction de structure ou une utilisation des *Binary Decision Diagram* (BDD),
  - les méthodes utilisant une troncature des probabilités de faible importance,
- que nous allons aborder successivement. Dans chaque cas, nous dissertons sur l'application de la méthode pour des analyses qualitatives et quantitatives.

Nous considérons des **Arbre de Défaillances** cohérents, précisés dans la Définition 4.3. Avant d'aller plus loin, il convient de définir le vocabulaire suivant :

**Définition 7.1 :**

**Coupe :** *Un sous-ensemble d'événements dont l'existence simultanée assure l'occurrence de l'événement sommet, cela indépendamment de l'occurrence ou non des autres événements.*

**Coupe minimale :** *Une coupe qui ne contient pas d'autres coupes. Tous les événements contenus dans une coupe minimale sont nécessaires pour l'occurrence de l'événement sommet.*

**Chemin :** *Un sous-ensemble d'événements dont la non-existence simultanée assure l'occurrence de l'événement sommet, cela indépendamment de l'occurrence ou non des autres événements.*

**Chemin minimal :** *Un chemin qui ne contient pas d'autre chemin.*

**Séquence :** *Une séquence est un sous-ensemble d'événements dont la suite d'occurrences entraîne l'occurrence de l'événement sommet.*

**Séquence minimale :** *Une séquence minimale est une séquence qui ne contient d'autres séquences.*

**Remarque 7.1 :**

*Les chemins minimaux s'obtiennent de la même manière que les coupes minimales en remplaçant l'AdD par son arbre dual dont l'événement sommet représente le bon fonctionnement du système. Cela revient alors à une recherche des ensembles minimaux sur un nouvel arbre de défaillance. Les chemins minimaux peuvent aussi être directement obtenus à partir de l'inversion des coupes minimales, sans avoir recours à l'arbre dual. Il faut utiliser les deux lois de Morgan, ce qui permet de calculer la fonction de structure duale, ou l'algorithme Inmin ([49]) qui utilisent l'ensemble des sous-ensembles formés des éléments élémentaires de l'AdD.*

- **Algorithme MOCUS :** L'algorithme MOCUS est l'algorithme de recherche des ensembles minimaux le plus ancien et encore le plus utilisé pour les arbres de petites tailles. Il a été proposé par Fussell et Vesely ([33]) et est explicité dans plusieurs livres comme [49]. L'algorithme fonctionne avec un arbre de défaillances construit uniquement à partir de portes ET et OU. Il faut donc transformer au préalable l'arbre en un *And-Or-Trees* pour utiliser MOCUS. La principale difficulté réside dans la transformation des portes en redondance majoritaire  $k$  parmi  $n$ . L'algorithme MOCUS est une méthode descendante. Il consiste à initialiser un tableau B par l'opérateur sommet, et à le décomposer en ses entrées. Si une entrée est un opérateur, il sera aussi décomposé dans l'étape suivante et ainsi de suite jusqu'à que tous les éléments de B soient des événements de base. Chaque ligne du tableau ainsi obtenu

---

représente une coupe de l'arbre. Il faut alors procéder à une réduction de celles-ci pour obtenir les coupes minimales.

À partir du moment où l'on dispose des ensembles minimaux du système, plusieurs méthodes d'évaluation de l'événement sommet sont à notre disposition. Tout d'abord, nous avons les méthodes d'évaluation qui donnent un résultat exact, comme la méthode d'Inclusion-Exclusion basée sur un développement de Sylvester-Poincaré ou encore la méthode des produits disjoints ([24], [46]). Les deux méthodes fournissent un calcul exact en passant soit par les coupes minimales, soit par les chemins minimaux. Ces méthodes permettent aussi d'évaluer des bornes d'encadrement de la fiabilité du système, ce qui réduit sensiblement le temps d'exécution de l'algorithme de calcul. D'autres méthodes permettent encore de fournir des bornes de la fiabilité plus ou moins précises ([46], [49]).

– **Méthodes ascendantes :**

Plutôt que de considérer une méthode descendante, les ensembles minimaux peuvent être recherchés de manière ascendante, à partir des événements de base en remontant l'AdD jusqu'à l'événement sommet. À chaque étape, les ensembles obtenus sont réduits. Pour cela, il faut repérer les opérateurs primaires et initialiser le tableau à partir de ceux-ci. Plusieurs algorithmes ont été développés, avec au fur à mesure des améliorations (les références sont dans [44] et [49]).

– **Modifications de l'algorithme MOCUS :**

La réduction des coupes est la tâche la plus coûteuse en temps de calcul, avec pour  $n$  coupes, un maximum de  $n! (2(n-2))!$  opérations de comparaisons ([49]). Un premier algorithme de réduction plus rapide consiste à repérer les événements répétés dans l'arbre et ne réduire les coupes ne contenant que ceux-ci. En effet, l'algorithme MOCUS, appliqué sur un AdD sous forme restreinte ne contenant pas d'événement répété, fournit directement les coupes minimales sans réduction. Plusieurs autres algorithmes ont été développés dans ce sens, en s'appuyant sur des particularités des AdD étudiés. Par exemple, dans le cas où l'AdD posséderait des opérateurs OU primaires, l'algorithme FATRAM diminue le temps d'exécution. Pour de grands arbres de défaillance, de nouveaux types d'algorithme sont développés à partir d'une décomposition modulaire des arbres de défaillance. La notion de module (branches indépendantes) a été introduite par Birnbaum et Esary en 1965. Ils peuvent s'extraire d'un arbre dans un temps linéaire ([28]). L'algorithme FAMOCUTN, explicité dans [44], s'appuie en partie sur ce développement ainsi que sur la décomposition de portes qui se répètent.

Si l'AdD ne contient pas d'événements répétés, la probabilité de l'événement sommet peut se calculer par une démarche qui consiste à remonter l'arbre en commençant par ses opérateurs primaires et jusqu'à l'événement sommet. Au passage, on obtient aussi la probabilité des événements intermédiaires. À l'inverse, il existe des méthodes récursives directes, qui partent de l'événement sommet et redescendent dans l'arbre. Les avantages d'un algorithme récursif par rapport à la méthode directe simple sont hormis le calcul direct, une simplicité conceptuelle, une capacité de mémoire minimale et de petits programmes ([49]).

---

– *Binary Decision Diagram* :

Depuis une quinzaine d'années, sont apparus en fiabilité des systèmes, les *Binary Decision Diagram* (BDD). Ce sont des représentations arborescentes de fonctions booléennes, qui peuvent donc être utilisées pour représenter la fonction de structure. À partir de [17], un BDD est défini à partir de la décomposition de Shannon de la fonction de structure  $\Phi$  :

$$\Phi(x) = x_i \Phi(x, 1_i) + (1 - x_i) \Phi(x, 0_i) .$$

Pour  $n$  variables, l'arbre possède  $2^n$  noeuds. Il n'y a pas unicité de la représentation : à une même fonction booléenne correspondent plusieurs représentations. En effet, une représentation est construite à partir de l'arbre de Shannon représentant la fonction booléenne (qui est une fonction de  $n$  variables) et celui-ci dépend de l'ordre dans lequel sont considérées ces variables. La taille du BDD obtenu dépend donc de cet ordre, elle varie entre  $n$  et  $2^n$  ([57]). Il s'agit de trouver pour une fonction booléenne donnée, les BDD de plus petite taille. Ce problème n'est pas encore totalement résolu et les algorithmes actuels qui utilisent ces représentations se basent sur des heuristiques ([57], [58] et [59]). Une fois le BDD construit, l'obtention des coupes minimales est plus aisée, voire sans difficulté pour un petit nombre (inférieur à 10000) de coupes minimales ([57], [29]). L'intérêt de construire les coupes minimales à partir d'un BDD est que le calcul des coupes et le calcul de la probabilité associée donnent des résultats exacts. Il n'y a donc aucune approximation, mais si la taille de l'arbre est trop grande et/ou l'heuristique employée n'est pas adaptée, la taille du BDD explose ([59]).

Le concept de BDD s'est aussi élargi dans plusieurs directions. Plusieurs méthodes de générations de ces séquences sont élaborées, à partir des BDD ([59]) ou de ZBDD ([63]) en éliminant les sous-séquences de non-panne. Les ZBDD (*Zero-suppressed BDD*) constituent une amélioration (dans certains cas) des BDD. Il s'agit de BDD construits à partir d'une autre sémantique ([58]).

Du point de vue de la programmation, le choix de la structure de données est fondamental. En effet, il n'y a pas une structure de données mieux adaptée que les autres, plusieurs conviennent en fonction du choix de programmation. Les langages ADA, C++ et Java conviennent pour la construction et l'utilisation d'arbres binaires et de graphes orientés([34]), donc en particuliers pour les BDD. De plus, les algorithmes évolués de recherche des coupes minimales utilisant les BDD génèrent des fonctions ou procédures récursives, programmables avec ces langages.

Les BDD deviennent une très bonne structure de données pour l'extraction d'un grand nombre de coupes minimales. L'encodage d'un arbre de défaillances en BDD permet d'accéder plus facilement à la probabilité de l'événement sommet, aux probabilités des coupes minimales ainsi qu'à un calcul rapide du facteur d'importance de Vesely-Fussel. Les différents algorithmes proposés se basent sur des heuristiques choisies en fonction des différents types de modèle ([59]). Malgré leurs performances, les BDD peuvent s'avérer inefficaces lorsque l'arbre contient un trop grand nombre

---

de portes et d'événements.

– **Algorithmes de troncature des ensembles minimaux :**

Pour de grands arbres de défaillances, le nombre important d'ensembles minimaux qu'ils génèrent rend difficile et très coûteux l'évaluation de l'événement sommet, de même que le calcul des bornes. Les méthodes de troncature de l'ensemble des coupes minimales deviennent alors d'une importance certaine. L'idée de base consiste à éliminer les coupes minimales dont la contribution sur la probabilité de l'événement sommet est inférieure à un seuil ([35], [49] ou [40]) ou les coupes minimales de longueur plus importante qu'un nombre fixé. Une évaluation de l'erreur commise est aussi obtenue avec chacune de ces méthodes.

L'algorithme proposé par Rauzy ([59]), basé sur le principe de l'algorithme MOCUS, propose aussi une méthode de troncature sur les coupes minimales, à la différence que le calcul de la coupe (composition et probabilité) ne se fait que si la coupe contribue à la probabilité de l'événement. Il est constitué par un algorithme de décomposition de l'arbre en un arbre n'ayant que des portes ET et OU (de manière différente de l'algorithme MOCUS initial), puis d'un algorithme qui parcourt l'arbre et extrait les coupes minimales au fur et à mesure. Pour pouvoir extraire les coupes minimales, les BDD ou les ZBDD sont utilisés. Pour de grands arbres de défaillances, suivant la décomposition de ces arbres sous leur forme restreinte, cela peut augmenter l'ordre de la complexité des différents algorithmes d'extraction des coupes minimales. Le livre [44] propose 12 transformations pour simplifier la formule de la fonction de structure qui sont utilisées dans l'algorithme FAMOCUTN. L'algorithme proposé par [59] n'en utilise que quelques-unes, car ces transformations ne sont pas toutes adaptées.

Dans le cas de la fiabilité opérationnelle, et à fortiori de la disponibilité dans un contexte opérationnel, la troncature ne peut se faire directement à partir de la contribution de la coupe minimale. En effet, pour la fiabilité opérationnelle par exemple, il faut tenir compte de la probabilité de réparer dans les temps chacun des éléments de la coupe minimale dans sa contribution au taux de fiabilité opérationnelle. Chacune des méthodes ne peut pas alors être directement utilisée, un nouveau seuil de contribution à la fiabilité opérationnelle doit être défini en fonction des probabilités de réparer dans les temps les éléments.

La recherche des ensembles minimaux fait partie d'une famille de problèmes appelés NP-difficiles, c'est à dire des problèmes pour lesquels on ne dispose pas d'algorithmes polynomiaux.

Nous venons de voir que les méthodes d'extraction des ensembles minimaux ne peuvent pas être utilisées pour l'extraction des séquences minimales amenant à une interruption opérationnelle lors d'un des cycles de la mission. Malgré les progrès récents sur les AdD dynamiques [22] et les systèmes multi-phases [52], ces deux approches ne peuvent être appliquées car le temps de calcul requis pour extraire toutes les séquences minimales reste trop important (les missions les plus importantes peuvent contenir jusqu'à 1600 cycles de vol sur un an d'utilisation de l'avion).

Toutefois, il reste nécessaire d'extraire les ensembles minimaux de l'AdD statique des

---

conditions NOGO, pour connaître les différents états du système lors d'un cycle. Pour l'étude des arbres de défaillance et de leur utilisation dans le cadre de la fiabilité, il faut considérer le problème de la structure de données, et du langage de programmation associé. Suivant le type de construction de l'arbre (BDD ou autres), les algorithmes utilisés et la taille des données, le choix est déterminant. Pour la programmation d'un prototype du modèle en langage VBA, nous utilisons un algorithme MOCUS amélioré avec un algorithme de réduction suivant les événements répétés ([49]). Par contre, pour la spécification de l'outil pour une programmation en langage JAVA, une méthode ascendante est utilisée. Elle est en effet adaptée à la structure de données de la librairie utilisée.

### Méthode de calcul de disponibilité

La prédiction de la disponibilité dans un contexte opérationnel nécessite la modélisation et l'analyse d'un processus dynamique d'un système réparable, dont les événements élémentaires sont les composants. Nous avons vu qu'il est possible d'extraire de l'AdD des conditions NOGO les ensembles minimaux, mais que l'extraction et l'évaluation des séquences minimales amenant aux OI n'est pas possible dans un temps de calcul acceptable. Les méthodes naturelles d'évaluation de ce type de processus stochastiques sont les processus de Markov et les simulations de Monte-Carlo.

La modélisation du processus à l'aide d'un processus de Markov semble être la mieux adaptée pour répondre au problème ([24] et [56]). Les chaînes de Markov permettent l'étude de la disponibilité d'un système dynamique constitué de défaillances qui suivent une loi exponentielle. Elles fournissent un calcul exact des probabilités. De plus, elles permettent d'intégrer des actions de maintenance différée, comme le suggère [26], et peuvent aider à l'optimisation de la politique de maintenance ([21]). Malgré tout, à cause de l'explosion du nombre d'états possibles pour la représentation du système à l'aide d'un processus de Markov, cette méthodologie ne peut pas être considérée. Toutefois, cette méthode fournissant un calcul exact des probabilités, nous l'utiliserons dans un cadre limité pour valider le modèle proposé vis-à-vis de la précision des résultats. Les détails de cette modélisation est présenté en annexe F.

Les simulations de Monte-Carlo sont une autre approche pour l'analyse d'un processus dynamique, un des avantages étant la facilité d'implémentation. Par exemple, le cas d'étude de la disponibilité d'une alimentation électrique ([50]) utilise une simulation de Monte Carlo à partir d'une représentation par diagramme de fiabilité. Plusieurs applications sont directement liées à l'aéronautique telles que présente l'article [47].

Le principal désavantage avec de telles méthodes de simulation, de [15] et [61], est qu'elles fournissent seulement un intervalle de confiance et il reste très complexe de calculer le nombre minimal de tirages requis pour contrôler la précision du résultat final : la valeur moyenne d'une variable aléatoire. Pour  $N$  tirages, la convergence est en  $O\left(1/\sqrt{N}\right)$ . De plus, comme la probabilité d'interruption opérationnelle est contenue dans des valeurs entre  $10^{-7}$  et  $10^{-4}$  par cycle de vol pour un système ou une fonction avion, le nombre de tirages nécessaire pour obtenir une précision suffisante conduit à un temps de calcul inacceptable lorsqu'on l'applique à des systèmes d'architecture complexe tels que ceux contenus dans cette étude.

---

Le manque de méthode générale apportant une solution pour des modèles dynamiques de grandes tailles a amené à appliquer des développements analytiques sur des problèmes spécifiques. Nous pouvons nous référer par exemple aux articles [11] et [43]. Il est à noter que dans de tels processus multi-phases, les états des composants ne sont pas indépendants. En effet, les différents états du système dépendent des états lors des précédentes phases. En conséquence, ces approches analytiques s'avèrent efficaces pour obtenir une évaluation de la non fiabilité du système à l'aide de bornes ou d'une approximation, mais ne peuvent fournir un calcul exact. L'article [11] présente notamment une évaluation sur plusieurs phases en décomposant le développement analytique à partir de l'élément qui vient de tomber en panne. Toutefois, ces résultats ne sont pas directement applicables à notre problème de fiabilité en aéronautique qui implique une longue séquence de cycles de vol avec des dépendances dynamiques entre les états des composants dues à la stratégie de maintenance.

Avant que nous proposons une méthode de résolution, les ensembles minimaux de l'AdD représentant les conditions NOGO seront nécessaires. Les coupes et les chemins minimaux de l'AdD sont extraits à partir de l'algorithme MOCUS modifié, dont la méthode est présentée plus haut. Cette méthode a été choisie car il est possible de la mettre en oeuvre avec le langage de programmation *Visual Basic for Applications* et, lorsque l'aspect dynamique n'est pas implémenté, le temps de calcul reste faible.

En considérant les notations précédentes,

$NG$  Les conditions NOGO apparaissent,

$NG_C$  Les conditions NOGO apparaissent au cycle  $C$ ,

pour la suite du document, nous prenons les notations suivantes :

$k$  Nombre de coupes minimales issues de l'AdD des conditions NOGO

$MC^i$   $i^{\text{ième}}$  coupe minimale issue de l'AdD des conditions NOGO,  $1 \leq i \leq k$

$p$  Nombre de chemins minimaux issus de l'AdD des conditions NOGO

$MP^j$   $j^{\text{ième}}$  chemin minimal issue de l'AdD des conditions NOGO,  $1 \leq j \leq p$

$MC_C^i$  événement : la  $i^{\text{ième}}$  coupe minimale se produit au cycle  $C$

$MP_C^j$  événement : le  $j^{\text{ième}}$  chemin minimal fonctionne au cycle  $C$

avec les relations évidentes pour tout cycle  $C$  :

$$NG_C = \bigcup_{i=1}^k MC_C^i \quad (7.1)$$

$$NG_C = \bigcap_{j=1}^p \overline{MP_C^j} \quad (7.2)$$

Dans la suite de cette partie, nous proposons un nouvel algorithme basé sur la stratégie de maintenance type et un développement analytique des probabilités à partir de l'apparition d'un *Flight Deck Effect* (FDE) au cours d'un cycle, en s'inspirant d'articles cités précédemment et du fait que l'Hypothèse 2.1 permet de négliger l'apparition de plusieurs *Flight Deck Effect* lors d'un même cycle.

# Chapitre 8

## Un modèle en phase de Conception de l'architecture

L'objectif de ce chapitre est de proposer une méthode d'estimation des probabilités, pour chacun des cycles d'une mission, des principaux événements représentatifs de la fiabilité en service et des probabilités d'interruption opérationnelle d'un système ou d'une fonction. Les estimations à faire sont pour chaque cycle  $C$  d'une mission :

- un encadrement et une approximation des probabilités des événements relatifs à la fiabilité en service : la probabilité de conditions NOGO,  $P(NG_C)$ , la probabilité d'acceptation d'un mode dégradé,  $P(ADM_C)$ , et la probabilité de refus d'un mode dégradé,  $P(RDM_C)$ ,
- un encadrement et une approximation de la probabilité d'interruption de vol,  $P(AI_C)$ ,
- un encadrement et une approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle,  $P(OI_C)$ .

Au fur et à mesure, nous présentons une méthode d'encadrement et l'approximation des quantités de fiabilité en service, nécessaire pour vérifier et valider les allocations de performances au niveau d'un système ou d'une fonction.

Ce premier modèle est utilisé lors de la phase de conception. Dans ce cas, pour plusieurs paramètres, nous utilisons les hypothèses établies à la partie précédente. Pour rappel, ces hypothèses sont :

**Hypothèse 5.1 :** Le domaine de détection de la panne est l'ensemble du cycle de vol,  $I_C^{de}(x) = [0, FD_C + GD_C]$ , pour chaque composant  $x$  muni d'un dispositif de surveillance des défaillances ( $x \in S'$ ).

**Hypothèse 5.2 :**

- Si le FDE lié à la défaillance d'un composant  $x$  n'a pas d'impact sur la sécurité de l'avion, le domaine d'apparition du FDE est  $I_C^{ap}(x) = [0, 5; FD_C + TAT_C]$ , en prenant une durée de montée du vol d'une demi-heure,
- sinon, il s'agit de l'ensemble du cycle de vol :  $I_C^{ap}(x) = [0; FD_C + GD_C]$ .

**En section 5.3.3 page 95 :** Seul le temps moyen de l'ensemble des actions pour chaque procédure de maintenance corrective ( $MTTADM_x$  et  $MTTRF_x$ ) est disponible pour un composant  $x$ .

## 8.1 Calcul des probabilités d'apparition d'un effet cockpit lors d'un cycle

---

**Hypothèse 5.11** : pour chaque composant  $x$ , la période de temps disponible pour la maintenance est l'intervalle  $I_C^{ma}(x) = [FD_C, FD_C + TAT_C]$ .

**Hypothèse 5.12** : il n'y a pas d'utilisation des fonctions du système au sol et pour chaque composant  $x$  le domaine associé est vide :  $I_C^{ut}(x) = \emptyset$ .

En plus des paramètres fournis par l'utilisateur, résumés dans la conclusion de la partie précédente, les données d'entrée du modèle sont :

- les coupes minimales,  $\{MC^i\}_{i=1..k}$ , et les chemins minimaux,  $\{MP^j\}_{j=1..p}$ , de l'Add des conditions NOGO,
- les probabilités de panne  $P(xF_C | xD_C)$ , pour un composant  $x$  lors d'un cycle  $C$ ,
- les probabilités d'acceptation d'un mode dégradé suivant l'apparition d'un FDE relatif à la défaillance d'un composant  $x$  lors d'un cycle  $C$ ,  $P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xA_C \cap xD_C)$ .

La première section explicitera le calcul des probabilités d'apparition d'un FDE lors d'un cycle  $C$ .

Dans une deuxième section, nous développerons des formules analytiques pour chacune des probabilités des trois événements traduisant la fiabilité en service au cycle  $C$ ,  $P(NG_C)$ ,  $P(AMD_C)$  et  $P(RDM_C)$ , en fonction des probabilité d'état de panne des composants. Puis, en assumant la connaissance des probabilités d'état de panne pour chacun des composants du système au cycle  $C$  nous développerons des formules analytiques récurrentes, du cycle  $C$  au cycle  $C + 1$ , pour les probabilités d'état de panne au cycle  $C + 1$ . Enfin, nous extrairons les probabilités qu'il faut évaluer : la probabilité de conditions NOGO sachant la panne d'un composant et la probabilité de conditions NOGO avec un composant en panne.

La troisième et la quatrième section aboutiront à un encadrement de ces probabilités, alors que la cinquième section proposera des approximations. La sixième section utilisera les résultats précédents pour proposer un encadrement et une approximation de la probabilité d'interruption de vol. Puis, dans une septième section, nous détaillerons le calcul de la probabilité d'interruption opérationnelle sachant la procédure de maintenance à effectuer.

Finalement, chacun des résultats est exploité dans une dernière section, pour établir un processus itératif, basé sur les conditions initiales et les données d'entrée, dans le but d'obtenir une approximation et des bornes précises pour les probabilités des trois événements principaux.

## 8.1 Calcul des probabilités d'apparition d'un effet cockpit lors d'un cycle

Avant de développer analytiquement le processus, nous explicitons le calcul de la probabilité d'apparition d'un effet cockpit lors d'un cycle. Les hypothèses prises, pour la phase de conception, permettent un calcul direct. Deux cas se présentent suivant que le composant ait une incidence sur la sécurité ou non. Dans chacun des cas, nous allons expliciter le calcul de la probabilité d'apparition d'un FDE lié à la défaillance d'un composant  $x$  muni d'un dispositif de surveillance,  $x \in S'$ , ainsi que la probabilité que ce FDE apparaisse durant la phase de vol avec un risque opérationnel entraînant une interruption

## 8.1 Calcul des probabilités d'apparition d'un effet cockpit lors d'un cycle

---

du vol.

Dans le modèle en phase de conception, on considère au départ un système, une fonction dont les composants ont une incidence sur la sécurité et donc les intervalles de détection et d'apparition du FDE sont par défaut l'ensemble du cycle. Soit  $xA_C$  l'événement que le FDE lié à la défaillance du composant  $x$  apparaisse lors du cycle  $C$ . La Remarque 5.3 indique, pour un composant  $x \in S'$  et un cycle  $C$ , que l'on a la relation évidente :  $T_C^x = D_C^x = A_C^x$ . Le FDE apparaît donc au cycle où la défaillance se produit. S'il n'y pas de risque d'interruption de vol lors de la mission pour le système ou la fonction considérée,  $Operational\_Risk = Ground\_Interruption$ , la probabilité d'apparition d'un FDE lors d'un cycle  $C$  est la probabilité de défaillance lors de ce cycle sachant l'état de marche au début du cycle et donc :  $P(xA_C | xD_C) = P(xF_C | xD_C)$ .

S'il y a un risque d'interruption du vol,  $Operational\_Risk = Air\_Interruption$ , il faut tenir compte du temps d'apparition du FDE pour calculer la probabilité que celui-ci se produise durant la phase de vol caractérisée par l'intervalle de temps  $[0, FL_C]$  pour le cycle  $C$ .

À partir de l'égalité  $T_C^x = D_C^x = A_C^x$  et de la Remarque 5.2 page 88 sur la distribution de la variable aléatoire (v.a)  $T_C$  du temps d'occurrence d'une défaillance, la probabilité d'apparition d'un FDE lors de la phase de vol au cycle  $C$ , suite à la défaillance du composant  $x$ , est approchée de manière précise par :

$$P([0 \leq A_C^x \leq FL_C] \cap xA_C) = P([0 \leq T_C^x \leq FL_C] \cap xF_C \cap xD_C) \\ \approx \frac{FL_C}{FD_C + GD_C} \times P(xF_C | xD_C) P(xD_C) . \quad (8.1)$$

Soit maintenant un composant n'ayant pas d'incidence sur la sécurité, alors l'intervalle d'apparition possible du FDE est  $[0, FD_C + TAT_C]$  pour un cycle  $C$ .

Le FDE correspondant à la défaillance du composant  $x$  apparaît au cycle  $C$ , si la défaillance se produit au cycle  $C - 1$  après le temps maximum d'apparition possible qui  $FD_{C-1} + TAT_{C-1}$ , c'est-à-dire lors de la phase de roulage avant le décollage, ou si elle se produit lors du cycle  $C$  dans l'intervalle d'apparition possible  $[0; FD_C + TAT_C]$ .

Donc la probabilité d'apparition d'un FDE lors d'un cycle  $C$  s'approche par :

$$P(xA_C) \approx \frac{TX_{C-1}}{FD_{C-1} + GD_{C-1}} \times P(xF_{C-1} \cap xD_{C-1}) + \frac{FD_C + TAT_C}{FD_C + GD_C} \times P(xF_C \cap xD_C) . \quad (8.2)$$

Toutefois, il s'agit de la probabilité de défaillance durant une période de durée  $TX_{C-1} + FD_C + TAT_C$ . En considérant que les temps de roulage pour une mission sont les mêmes et que la durée de vie d'un composant suit une loi exponentielle, cela revient à la probabilité de défaillance d'un composant lors d'un cycle et on a :

$$P(xA_C) = P(xF_C | xD_C) P(xD_C) . \quad (8.3)$$

Donc la probabilité d'apparition d'un FDE lors d'un cycle  $C$  est la probabilité de défaillance lors de ce cycle sachant l'état de marche au début du cycle  $P(xF_C | xD_C)$ .

## 8.2 Formules récursives pour les probabilités des événements traduisant la fiabilité en service

---

S'il y a un risque d'interruption du vol, *Operational\_Risk = Air\_Interruption*, il faut tenir compte du temps d'apparition du FDE pour calculer la probabilité que celui-ci se produisent durant la phase de vol caractérisée par l'intervalle de temps  $[0, 5; FL_C]$  pour le cycle  $C$ . À partir de l'égalité  $T_C^x = D_C^x = A_C^x$ , la probabilité d'apparition d'un FDE lors de la phase de vol au cycle  $C$ , suite à la défaillance du composant  $x$ , est approchée de manière précise par :

$$P([0, 5 \leq A_C^x \leq FL_C] \cap xA_C) \approx \frac{TX_{C-1}}{FD_{C-1} + GD_{C-1}} \times P(xF_{C-1} \cap xD_{C-1}) + \frac{FL_C}{FD_C + GD_C} \times P(xF_C \cap xD_C) \quad (8.4)$$

Les relations (8.1) et (8.4) vont servir par la suite pour établir les probabilités d'interruption de vol en section 8.6. Toutefois, la défaillance d'un composant sans impact sur la sécurité n'entraîne pas de risques d'interruption du vol. En effet, de par l'exigence que l'annonce de la panne soit reportée de la phase de roulage avant décollage jusqu'à la phase de vol, les pilotes n'effectuent pas de demi-tour en vol.

Dans cette section, nous avons vu que la probabilité d'apparition d'un FDE lors d'un cycle suite à la défaillance d'un composant correspond dans les deux cas à la probabilité de défaillance du composant sachant qu'il est en état de marche au début du cycle. Dans la suite de ce chapitre, l'événement  $xF_C$  sera assimilé à l'apparition d'un FDE sous réserve que la défaillance soit détectable. Nous utiliserons donc directement la probabilité  $P(xF_C | xD_C)$  pour un composant  $x$  lors d'un cycle  $C$ .

## 8.2 Formules récursives pour les probabilités des événements traduisant la fiabilité en service

Dans cette section, en supposant que les probabilités d'état des composants au cycle  $C, P(xD_C)$ , sont connues pour chaque composant  $x$  de  $S$ , nous allons donner un développement analytique des trois principales probabilités  $P(NG_C)$ ,  $P(ADM_C)$ ,  $P(RDM_C)$  et au final  $P(xD_{C+1})$  pour tout  $x$  de  $S$ . Cette dernière expression doit permettre de recommencer le processus itératif.

Lorsque l'événement  $NG$  se produit au cours du cycle  $C$ , un FDE correspondant à la défaillance d'un composant doit apparaître durant ce cycle. À partir de la section précédente, l'apparition d'un FDE suite à la défaillance du composant  $x$ ,  $x \in S'$  est assimilable à l'événement  $xF_C$ . Les événements  $NG_C$ ,  $ADM_C$  et  $RDM_C$  sont décrits par les relations suivantes :

$$NG_C = \bigcup_{x \in S'} (NG_C \cap xF_C \cap xD_C) , \quad (8.5)$$

$$ADM_C = \bigcup_{x \in S'} (ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) , \quad (8.6)$$

## 8.2 Formules récursives pour les probabilités des événements traduisant la fiabilité en service

---

$$RDM_C = \bigcup_{x \in S'} (RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) . \quad (8.7)$$

À partir de l'Hypothèse 2.1, les événements  $xF_C$  peuvent être considérés comme disjoints. La probabilité de l'événement  $NG_C$  se décompose par la somme des probabilités d'événements disjoints, issue de la relation 8.5 :

$$P(NG_C) = \sum_{x \in S'} P(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) P(xD_C) . \quad (8.8)$$

De manière similaire, à partir de la relation (8.6), la probabilité de l'événement  $ADM_C$  se décompose par :

$$P(ADM_C) = \sum_{x \in S'} \left( \begin{array}{l} P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \\ \times (1 - P(NG_C | xF_C \cap xD_C)) \\ \times P(xF_C | xD_C) P(xD_C) \end{array} \right) \quad (8.9)$$

et, à partir de la relation (8.7), la probabilité de l'événement  $RDM_C$  par :

$$P(RDM_C) = \sum_{x \in S'} \left( \begin{array}{l} P(RDM_C | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \\ \times (1 - P(NG_C | xF_C \cap xD_C)) \\ \times P(xF_C | xD_C) P(xD_C) \end{array} \right) . \quad (8.10)$$

La valeur de la probabilité de l'événement qu'une maintenance préventive s'applique sur un composant  $x$ ,  $xI_C$ , est binaire et dépend seulement du cycle  $C$  :

$$P(xI_C) = \begin{cases} 1 & \text{si ,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Finalement, en accord avec l'arbre des événements de la figure 5.4 page 101 pour un composant  $x$  muni d'un dispositif de surveillance des défaillances,  $x \in S'$ , l'événement que le composant  $x \in S'$  soit en état de panne au début du cycle  $C$  se décompose par

$$\overline{xD_{C+1}} = (\overline{NG_C} \cap \overline{xD_C}) \cup (ADM_C \overline{NG_C} \cap \overline{xD_C}) \cup \overline{xI_C}$$

et sa probabilité est :

$$P(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} P(\overline{xD_C}) - P(\overline{NG_C} \cap \overline{xD_C}) \\ + P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \\ \times (1 - P(NG_C | xF_C \cap xD_C)) \\ \times P(xF_C | xD_C) P(xD_C) \end{array} \right) . \quad (8.11)$$

Dans le cas où le composant  $x$  a un mode de panne cachée,  $x \notin S'$ , il n'est pas détectable. À partir de l'arbre des événements de la figure 5.5 page 102, nous avons la relation suivante :

$$P(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} P(\overline{xD_C}) - P(\overline{NG_C} \cap \overline{xD_C}) \\ + P(xF_C | xD_C) P(xD_C) \end{array} \right) . \quad (8.12)$$

En effet, la défaillance du composant  $x$  n'entraîne pas de *Flight Deck Effect* et donc la probabilité d'apparition d'un FDE suite à l'événement  $xF_C$  est nulle.

Dans les relations (8.8), (8.9), (8.10), (8.11) et (8.12), les probabilités :

### 8.3 Bornes relatives aux ensembles minimaux

---

- $P(xD_C)$  et  $P(\overline{xD_C})$  sont supposées connues pour tout  $x \in S$  au début du cycle  $C$ ,
- $P(\overline{xI_C})$  est connue pour tout  $x \in S$  au début du cycle  $C$ ,
- $P(xF_C | xD_C)$  est connue pour tout  $x \in S$  et tout cycle  $C$ . Leur évaluation a été présentée dans la sous-section 4.3 page 80, et correspond à la probabilité d'apparition d'un FDE suite à la défaillance du composant  $x$ ,
- $P(ADM | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C)$  et  $P(RDM | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C)$  sont connues pour tout  $x \in S$  et tout cycle  $C$ . Leur évaluation a été présentée dans la sous-section 5.4.1.

Pour connaître les quantités de fiabilité en service à chaque cycle, il suffit donc de calculer les probabilités  $P(NG_C \cap \overline{xD_C})$  et  $P(NG_C | xF_C \cap xD_C)$  pour chaque cycle  $C$ ,  $1 \leq C \leq N$ .

### 8.3 Bornes relatives aux ensembles minimaux

Pour évaluer les probabilités  $P(NG_C \cap \overline{xD_C})$  et  $P(NG_C | xF_C \cap xD_C)$ , nous cherchons à exploiter les ensembles minimaux des conditions NOGO, c'est-à-dire les coupes et les chemins minimaux de l'AdD amenant à l'événement  $NG$  tel que caractérisé dans les relations (7.1) et (7.2). Afin d'avoir des bornes sur ces probabilités, il convient tout d'abord de chercher des encadrements sur la probabilité d'occurrence d'une coupe ou d'un chemin minimal

Le scénario de maintenance en ligne type est défini à la sous-section 5.4.1, dont les Hypothèses 5.10 et l'arbre des événements de la figure 5.4 page 101 induisent des reconfigurations différentes en fonction des cas de panne. Avec l'hypothèse que les composants aéronautiques sont très fiables, nous pouvons énoncer la propriété dite de négative dépendance suivante :

**Propriété 8.1 (Négative dépendance) :**

*Soit  $C$ , l'indice du cycle courant de la mission avec  $C \in \{1, \dots, n\}$ .*

*Soit deux composants  $x, y \in S$ , avec  $x \neq y$ .*

*Alors*

$$P(\overline{xD_C} \cap \overline{yD_C}) \leq P(\overline{xD_C}) \times P(\overline{yD_C}) .$$

*Plus généralement, soit  $x \in S$ ,  $A \subset S$  avec  $x \notin A$ ,*

*alors*

$$P\left(\overline{xD_C} \cap \left(\bigcap_{y \in A} \overline{yD_C}\right)\right) \leq P(\overline{xD_C}) \times P\left(\bigcap_{y \in A} \overline{yD_C}\right) .$$

En d'autres termes, au départ du cycle  $C$ , la probabilité que le composant  $x$  soit en état de panne, sachant que  $y$  est aussi en état de panne, est plus petite que la probabilité que  $x$  soit en état de panne.

La démonstration de cette propriété est présentée dans l'annexe C.

De la propriété précédente découlent le corollaire :

### 8.3 Bornes relatives aux ensembles minimaux

---

**Corollaire 8.2 :**

Soit  $C$ , l'indice du cycle courant de la mission ( $C \in \{1, \dots, n\}$ ).

Soit deux composants  $x, y \in S$ , avec  $x \neq y$ .

Alors

$$P(xD_C \cap yD_C) \leq P(xD_C) \times P(yD_C) .$$

À partir de ces deux propriétés, nous sommes en mesure d'énoncer le théorème suivant sur la probabilité de réalisation d'une coupe minimale lors d'un cycle conditionnée par l'état de panne d'un composant.

**Théorème 8.3 :**

Soit  $MC_C^i$  la  $i^{\text{ème}}$  coupe minimale issue de l'AdD associé aux conditions NOGO, avec  $1 \leq i \leq k$ .

Nous avons les inégalités suivantes :

1. Soit  $x \in S$  avec  $P(xD_C) \neq 0$ ,

$$P(MC_C^i | xF_C \cap xD_C) \leq \begin{cases} \frac{\prod_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} P(\overline{yD_C})}{P(xD_C)}, & \text{si } x \in MC^i \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

2. Soient  $x \in S$  et  $y \in S'$  avec  $x \neq y$  et  $P(xD_C) \neq 0$ ,

$$\begin{aligned} & P(MC_C^i \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}) \\ & \leq \begin{cases} P(yF_C | yD_C) \times \left( \prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} P(\overline{zD_C}) \right) \times P(xD_C), & \text{si } y \in MC^i \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \end{aligned}$$

**Démonstration 8.1 :**

Soit  $C$ , l'indice du cycle courant de la mission ( $C \in \{1, \dots, n\}$ ).

1. Considérons l'événement que tous les composants de la coupe minimale  $MC^i$  sont en état de panne durant le cycle  $C$ . Si  $x \in MC^i$  et  $x$  est tombé en panne au cours du cycle  $C$ , suivant l'Hypothèse 2.1, les événements que plus d'un composant tombent en panne au cours d'un cycle sont négligeables, ce qui entraîne que tous les autres composants de la coupe minimale sont en état de panne au début du cycle.

Donc, en considérant l'événement que la coupe minimale  $MC^i$  se produit lors du cycle  $C$ , un composant  $x$  inclus dans l'ensemble  $MC^i$  doit tomber en panne au cours du cycle courant (et seulement un seul dû à l'Hypothèse 2.1), et les autres composants de la coupe minimale doivent être en état de panne au début du cycle  $C$ .

Cela correspond à l'événement :

### 8.3 Bornes relatives aux ensembles minimaux

---

$$MC_C^i \cap xF_C \cap xD_C = \begin{cases} \left( \bigcup_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} \overline{yD_C} \right) \cap xF_C \cap xD_C, & \text{si } x \in MC^i \\ \emptyset, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Soit  $x \in MC^i$ , la probabilité de l'événement devient :

$$\begin{aligned} P(MC_C^i \cap xF_C \cap xD_C) &= P \left( \left( \bigcup_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} \overline{yD_C} \right) \cap xF_C \cap xD_C \right) \\ &= P \left( xF_C \mid \left( \bigcup_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} \overline{yD_C} \right) \cap xD_C \right) \\ &\quad \times P \left( \left( \bigcup_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} \overline{yD_C} \right) \cap xD_C \right). \end{aligned}$$

L'indépendance des défaillances, issue de l'Hypothèse 4.1, entraîne que la probabilité d'état de panne d'un composant n'est dépendante que de son état au début du cycle courant, et donc :

$$P \left( xF_C \mid \left( \bigcup_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} \overline{yD_C} \right) \cap xD_C \right) = P(xF_C | xD_C) .$$

L'inclusion des événements  $\left( \bigcup_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} \overline{yD_C} \right) \cap xD_C \subseteq \left( \bigcup_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} \overline{yD_C} \right)$ , entraîne l'égalité en probabilités :

$$P(MC_C^i \cap xF_C \cap xD_C) \leq P(xF_C | xD_C) \times P \left( \bigcup_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} \overline{yD_C} \right) .$$

L'utilisation de la Propriété 8.1 de négative dépendance permet d'obtenir :

$$P(MC_C^i \cap xF_C \cap xD_C) \leq P(xF_C | xD_C) \times \prod_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} P(\overline{yD_C}) .$$

### 8.3 Bornes relatives aux ensembles minimaux

---

L'égalité  $P(MC_C^i \cap xF_C \cap xD_C) = P(MC_C^i | xF_C \cap xD_C) \times P(xF_C \cap xD_C)$  permet de conclure.

2. Un raisonnement analogue à la démonstration de la première inégalité, va être utilisé pour prouver la seconde. Soient  $x \in S$ , et  $y \notin MC_C^i$ , si  $y$  tombe en panne au cycle  $C$ , c'est-à-dire  $xF_C$ , la coupe minimale  $MC_C^i$  ne peut pas se produire durant ce cycle, et donc  $MC_C^i \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C} = \emptyset$ . Soient maintenant  $x \in S$ , et  $y \in MC_C^i \cap S'$ , si  $y$  tombe en panne au cycle  $C$  et si la coupe minimale  $MC_C^i$  se produit, tous les autres composants de l'ensemble sont en état de panne au début du cycle.

Alors,

$$MC_C^i \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C} = \left( \bigcap_{\substack{z \in MC_C^i \\ z \neq x, z \neq y}} \overline{zD_C} \right) \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}.$$

Et, pour  $x \in S$  et  $y \in MC_C^i \cap S'$ , la probabilité de l'événement se développe par :

$$\begin{aligned} P(MC_C^i \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}) &= P\left(\left(\bigcap_{\substack{z \in MC_C^i \\ z \neq x, z \neq y}} \overline{zD_C}\right) \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}\right) \\ &= P\left(yF_C \mid \left(\bigcap_{\substack{z \in MC_C^i \\ z \neq x, z \neq y}} \overline{zD_C}\right) \cap yD_C \cap \overline{xD_C}\right) \\ &\quad \times P\left(\left(\bigcap_{\substack{z \in MC_C^i \\ z \neq x, z \neq y}} \overline{zD_C}\right) \cap yD_C \cap \overline{xD_C}\right) \\ &\leq P(yF_C | yD_C) \\ &\quad \times P\left(\left(\bigcap_{\substack{z \in MC_C^i \\ z \neq x, z \neq y}} \overline{zD_C}\right) \cap yD_C \cap \overline{xD_C}\right). \end{aligned}$$

L'inégalité provient du fait que :

$$P\left(yF_C \mid \left(\bigcap_{\substack{z \in MC_C^i \\ z \neq x, z \neq y}} \overline{zD_C}\right) \cap yD_C \cap \overline{xD_C}\right) = P(yF_C | yD_C)$$

(dû à la probabilité d'indépendance des défaillances) et à l'inclusion des événements

### 8.3 Bornes relatives aux ensembles minimaux

---

*suyvants :*

$$\left( \bigcap_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} \overline{zD_C} \right) \cap yD_C \cap \overline{xD_C} \subseteq \left( \bigcap_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} \overline{zD_C} \right) \cap \overline{xD_C} .$$

*L'utilisation de la Propriété 8.1 de négative dépendance permet de conclure :*

$$P(MC_C^i \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}) = P(yF_C | yD_C) \times \left( \prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} P(\overline{zD_C}) \right) \times P(xD_C) .$$

Le théorème suivant, cette fois-ci, formule des bornes pour la probabilité de réalisation d'un chemin minimal lors d'un cycle, conditionnée par l'état de panne d'un composant.

#### **Théorème 8.4 :**

*Soit  $MP_C^j$  la  $j^{\text{ième}}$  coupe minimale issue de l'AdD associé à l'événement  $NG_C$ , avec  $1 \leq j \leq p$ .*

*Nous avons les inégalités suivantes :*

1. *Soient  $x \in S$ ,*

$$P(MP_C^j | xF_C \cap xD_C) \leq \begin{cases} 0, & \text{si } x \in MP^j \\ \prod_{y \in MP^j} P(yD_C) & \text{sinon.} \end{cases} \quad (8.13)$$

2. *Soient  $x \in S$  et  $y \in S'$  avec  $x \neq y$ ,*

$$P(MP_C^j \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}) \leq \begin{cases} 0, & \text{si } x \in MP^j \text{ ou } y \in MP^j \\ \min \left( \begin{array}{l} P(yF_C | yD_C) \times P(yD_C) \times \left( \prod_{z \in MP^j} P(zD_C) \right) \\ P(yF_C | yD_C) \times P(\overline{xD_C}) \end{array} \right), & \text{sinon.} \end{cases} \quad (8.14)$$

#### **Démonstration 8.2 :**

*Soit  $C$  l'indice du cycle courant de la mission ( $C \in \{1, \dots, n\}$ ).*

1. *Considérons les chemins minimaux, il faut qu'un composant tombe en panne durant le cycle courant pour qu'un chemin minimal puisse se produire. Là encore, en utilisant l'Hypothèse 2.1 d'apparition d'une seule panne au cours d'un cycle, si un composant  $x$  tombe en panne, pour que le  $j^{\text{ième}}$  chemin minimal soit réalisé durant le cycle  $C$ , il faut que  $x$  n'appartienne pas à l'ensemble  $MP^j$ , et que les autres composants soient en état de marche au début du cycle. Cela se traduit par l'égalité en terme d'événements :*

### 8.3 Bornes relatives aux ensembles minimaux

$$MP_C^j \cap xF_C \cap xD_C = \begin{cases} \emptyset, & \text{si } x \in MP^j \\ \left( \bigcup_{y \in MP^j} yD_C \right) \cap xF_C \cap xD_C, & \text{sinon.} \end{cases}$$

L'indépendance des probabilités de panne au cours d'un cycle (Hypothèse 4.1) entraîne que la probabilité d'état de panne d'un composant n'est dépendante que de son état au début du cycle courant, et donc :

$$P \left( xF_C \mid \left( \bigcup_{y \in MP^j} yD_C \right) \cap xD_C \right) = P(xF_C | xD_C).$$

L'utilisation du Corollaire 8.2 de négative dépendance permet d'obtenir au final :

$$\begin{aligned} & P(MP_C^j \cap xF_C \cap xD_C) \\ &= \begin{cases} 0, & \text{si } x \in MP^j \\ P(xF_C | xD_C) \times \prod_{y \in MP^j} P(yD_C) \times P(xD_C), & \text{sinon.} \end{cases} \end{aligned}$$

2. Un raisonnement analogue à la démonstration de la première inégalité, va être utilisé pour prouver la seconde inégalité. L'événement  $MP_C^j \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}$  est décomposé par :

$$\begin{aligned} & MP_C^j \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C} \\ &= \begin{cases} \emptyset, & \text{si } x \in MP^j \text{ ou } y \in MP^j \\ \left( \bigcap_{z \in MP^j} P(zD_C) \right) \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C} & \text{sinon.} \end{cases} \end{aligned}$$

Le Corollaire 8.2 ne peut pas être appliqué ici directement. D'un autre côté, avec  $x \notin MP^j$  et  $y \notin MP^j$ , nous avons les deux inclusions suivantes :

$$\begin{aligned} MP_C^j \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C} &\subseteq \left( \bigcap_{z \in MP^j} zD_C \right) \cap yF_C \cap yD_C \\ MP_C^j \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C} &\subseteq yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}. \end{aligned}$$

En utilisant le Corollaire 8.2, de la première inclusion découle l'inégalité suivante :

$$P(MP_C^j \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}) = P(yF_C | yD_C) \times P(yD_C) \times \left( \prod_{z \in MP^j} P(zD_C) \right).$$

La seconde inclusion, en poursuivant par  $yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C} \subseteq yF_C \cap \overline{xD_C}$ , permet d'obtenir l'inégalité :

$$\begin{aligned} P(MP_C^j \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}) &\leq P(yF_C | yD_C \cap \overline{xD_C}) \times P(yD_C \cap \overline{xD_C}) \\ &\leq P(yF_C | yD_C) \times P(\overline{xD_C}). \end{aligned}$$

## 8.4 Bornes relatives aux conditions NOGO

---

*L'utilisation du minimum des deux inégalités permet de conclure.*

### Remarque 8.1 :

*Pour des systèmes très fiables, la deuxième inégalité est plus efficace que la première. Cela correspond à la vérification de l'inégalité suivante :*

$$P(\overline{xD_C}) \leq P(yD_C) \times \left( \prod_{z \in MP^j} P(zD_C) \right).$$

Dans la prochaine section, nous allons voir comment utiliser ces encadrements pour obtenir des encadrements des probabilités  $P(NG_C \cap \overline{xD_C})$  et  $P(NG_C | xF_C \cap xD_C)$ .

## 8.4 Bornes relatives aux conditions NOGO

Dans cette section, nous proposons de nouvelles bornes pour les probabilités indéterminées  $P(NG_C | xF_C \cap xD_C)$  et  $P(NG_C \cap \overline{xD_C})$  de la section 8.2. Plus précisément, les bornes supérieures du Théorème 8.5 sont obtenues à partir d'une décomposition de l'ensemble des coupes minimales, et du théorème Théorème 8.3. De même, en utilisant une décomposition des chemins minimaux et le Théorème 8.4, les bornes inférieures sont développées dans le Théorème 8.6.

### Théorème 8.5 :

*Soient  $C$  l'indice du cycle courant de la mission ( $C \in \{1, \dots, n\}$ ), et un composant  $x \in S$  tel que  $P(xD_C) \neq 0$ , alors nous avons les inégalités suivantes :*

1. *Si  $x \in S'$ ,*

$$P(NG_C | xF_C \cap xD_C) \leq \sum_{i=1}^k \frac{\prod_{y \in MC^i} P(\overline{yD_C})}{P(xD_C)} \times \mathbb{1}_{x \in MC^i} \quad (8.15)$$

$$\text{avec } \mathbb{1}_{x \in MC^i} = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in MC^i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

2. *En considérant pour tout  $y \in S'$  tel que  $P(yD_C) \neq 0$ ,*

$$P(NG_C \cap \overline{xD_C}) \leq P(\overline{xD_C}) \left( \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(yF_C | yD_C) \left( \sum_{i=1}^k \frac{\prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} P(\overline{zD_C})}{P(yD_C)} \times \mathbb{1}_{y \in MC^i} \right) \right) \quad (8.16)$$

## 8.4 Bornes relatives aux conditions NOGO

### Démonstration 8.3 :

1. En considérant la panne du composant  $x$  lors du cycle  $C$ , pour que  $NG$  arrive, il faut qu'au minimum une coupe minimale contenant  $x$  se produise. Alors, en utilisant le théorème général de majoration par la somme des probabilités d'une union d'événements et la relation 7.1 :  $NG_C = \bigcup_{i=1}^k MC_C^i$ , pour chaque composant  $x$  de  $S$ , nous avons :

$$\begin{aligned} P(NG_C | xF_C \cap xD_C) &= P\left(\bigcup_{i=1}^k MC_C^i \mid xF_C \cap xD_C\right) \\ &\leq \sum_{i=1}^k P(MC_C^i | xF_C \cap xD_C) \\ &\leq \sum_{i=1}^k P(MC_C^i | xF_C \cap xD_C) \times \mathbb{1}_{x \in MC^i}. \end{aligned}$$

Pour conclure, l'utilisation du Théorème 8.3 permet d'obtenir une borne supérieure de la probabilité de l'événement  $NG_C$  sachant la panne d'un composant  $x$  au cycle  $C$  :

$$P(NG_C | xF_C \cap xD_C) \leq \sum_{i=1}^k \frac{\prod_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} P(\overline{yD_C})}{P(xD_C)} \times \mathbb{1}_{x \in MC^i}.$$

2. Basé sur la formulation 8.5 de l'événement  $NG_C$ , issue de l'Hypothèse 2.1, un développement analogue peut être appliqué à l'événement  $NG_C \cap \overline{xD_C}$  pour obtenir  $NG_C \cap \overline{xD_C} = \bigcup_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} (yF_C \cap yD_C \cap NG_C \cap \overline{xD_C})$ , et la déduction de l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned} P(NG_C \cap \overline{xD_C}) &= \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(yF_C \cap yD_C \cap NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ &= \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P\left(\bigcup_{i=1}^k MC_C^i \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}\right) \\ &\leq \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} \sum_{i=1}^k P(MC_C^i \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}) \\ &\leq P(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ &\quad \times \left( \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(yF_C | yD_C) \times \left( \sum_{i=1}^k \frac{\prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} P(\overline{zD_C})}{P(yD_C)} \times \mathbb{1}_{y \in MC^i} \right) \right) \end{aligned}$$

## 8.4 Bornes relatives aux conditions NOGO

avec les remarques :

- $P(yF_C | NG_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}) = P(yF_C | yD_C)$ ,
- $yD_C \cap \overline{xD_C} \subset \overline{xD_C}$ , qui implique l'inégalité en probabilité.

Les bornes inférieures sont maintenant obtenues par le théorème suivant.

### Théorème 8.6 :

Soient  $C$ , l'indice du cycle courant de la mission ( $C \in \{1, \dots, n\}$ ), et un composant  $x \in S$ , alors nous avons les inégalités suivantes :

1. Si  $x \in S'$ ,

$$P(NG_C | xF_C \cap xD_C) \geq 1 - \sum_{j=1}^p \prod_{y \in MP^j} P(yD_C) \times \mathbb{1}_{x \notin MP^j} \quad (8.17)$$

$$\text{avec } \mathbb{1}_{x \notin MP^j} = \begin{cases} 1 & \text{si } x \notin MP^j \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

2. En considérant pour tout  $y \in S'$ ,

$$\begin{aligned} & P(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ & \geq \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(yF_C | yD_C) \times P(yD_C) \times P(\overline{xD_C}) \\ & - \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} \sum_{\substack{j=1 \\ x, y \notin MP^j}}^p \min \left( P(yF_C | yD_C) \times P(yD_C) \times \left( \prod_{z \in MP^j} P(zD_C) \right), \right. \\ & \left. P(yF_C | yD_C) \times P(\overline{xD_C}) \right). \end{aligned} \quad (8.18)$$

### Démonstration 8.4 :

Pour que les conditions NOGO ne soient pas remplies au cours d'un cycle  $C$ , il faut et il suffit qu'aucun des chemins minimaux ne soient réalisés.

Cela revient à :  $NG_C = \bigcap_{j=1}^p \overline{MP_C^j}$ .

En considérant la panne du composant  $x$  lors du cycle  $C$ , les chemins minimaux contenant  $x$  ne peuvent se produire, et pour que  $NG$  arrive, il faut que tous les autres chemins minimaux ne se produisent pas non plus au cours du cycle.

1. En considérant la panne du composant  $x$  au cycle  $C$  ( $x \in S'$ ) et en utilisant le théorème général de majoration par la somme des probabilités d'une union d'événements, nous avons le développement suivant :

$$\begin{aligned} P(NG_C | xF_C \cap xD_C) &= P\left(\bigcap_{j=1}^p \overline{MP_C^j} \mid xF_C \cap xD_C\right) \\ &= 1 - P\left(\bigcup_{j=1}^p MP_C^j \mid xF_C \cap xD_C\right) \\ &\geq 1 - \sum_{j=1}^p P(MP_C^j | xF_C \cap xD_C). \end{aligned}$$

## 8.4 Bornes relatives aux conditions NOGO

---

D'où, à partir du Théorème 8.4, nous obtenons une borne inférieure de la probabilité de l'événement  $NG_C$  sachant la panne d'un composant  $x$  au cycle  $C$ .

2. Basé sur la formulation 8.5 de l'événement  $NG_C$ , un développement analogue peut être appliqué à l'événement  $NG_C \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}$  avec  $y \in S'$  pour obtenir le développement :

$$NG_C \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C} = \left( \bigcap_{\substack{j=1 \\ x, y \notin MP_C^j}}^p \overline{MP_C^j} \right) \cap yF_C \cap yD_C \cap NG_C \cap \overline{xD_C}$$

et la déduction de l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} P(NG_C \cap \overline{xD_C}) &= \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(yF_C \cap yD_C \cap NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ &= \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P \left( \bigcap_{\substack{j=1 \\ x, y \notin MP_C^j}}^p \overline{MP_C^j} \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C} \right) \\ &= \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} \left( P(yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}) - P \left( \bigcup_{\substack{j=1 \\ x, y \notin MP_C^j}}^p MP_C^j \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C} \right) \right). \end{aligned}$$

En utilisant la Propriété 8.1 de négative dépendance, on a l'inégalité  $P(yD_C \cap \overline{xD_C}) \geq P(yD_C) \times P(\overline{xD_C})$ . Cette inégalité et le théorème général de majoration par la somme des probabilités d'une union d'événements donnent :

$$P(NG_C \cap \overline{xD_C}) \leq \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} \left( P(yF_C | yD_C) \times P(yD_C) \times P(\overline{xD_C}) - \sum_{\substack{j=1 \\ x, y \notin MP_C^j}}^p P(MP_C^j \cap yF_C \cap yD_C \cap \overline{xD_C}) \right).$$

Il suffit alors d'utiliser le Théorème 8.4 pour conclure.

En utilisant les inégalités 8.15 du Théorème 8.3 et 8.17 du Théorème 8.4, on obtient un encadrement de la probabilité  $P(NG_C | xF_C \cap xD_C)$ . De même, en utilisant les inégalités 8.16 du Théorème 8.3 et 8.18 du Théorème 8.4, on obtient un encadrement de la probabilité  $P(NG_C \cap \overline{xD_C})$ . Enfin, la remarque suivante permet de proposer des bornes par récurrence sur les cycles de la mission.

## 8.5 Approximations relatives aux conditions NOGO

---

### Remarque 8.2 :

Chacun des encadrements donnés dans le Théorème 8.3 et le Théorème 8.4 peuvent être calculés à partir des données initiales des probabilités d'état de fonctionnement de chacun des composants au départ du cycle  $C$ ,  $P(xD_C)$  pour tout  $x \in S$ .

Les inégalités présentées sont obtenues à partir de l'évaluation des probabilités de réalisations des ensembles minimaux. La remarque suivante évalue leurs précisions.

### Remarque 8.3 (Précisions des bornes basées sur les ensembles minimaux) :

Les démonstrations des inégalités précédentes utilisent une méthode similaire à la méthode d'inclusion-exclusion au premier ordre, correspondant au théorème général de l'addition [56]. Puisque les systèmes aéronautiques sont très fiables, les coupes minimales  $\{MC^i\}_{i=1,\dots,n}$  ont des probabilités faibles, les bornes supérieures énoncées au Théorème 8.3 sont donc beaucoup plus pertinentes comme le suggèrent [24] et [46]. Dans notre contexte de prédiction de la fiabilité en service, il est à noter que seules les bornes supérieures sont cruciales pour garantir les performances des systèmes.

Cette remarque va nous permettre, dans prochaine section, de proposer une approximation des probabilités  $P(NG_C | xF_C \cap xD_C)$  et  $P(NG_C \cap \overline{xD_C})$  que nous venons d'encadrer.

## 8.5 Approximations relatives aux conditions NOGO

Dans cette section, il faut proposer une approximation pertinente des probabilités  $P(NG_C | xF_C \cap xD_C)$  et  $P(NG_C \cap \overline{xD_C})$  pour tout composant  $x$  appartenant à  $S$ , et pour un cycle  $C$ ,  $1 \leq C \leq N$ .

Pour un arbre de défaillances statique, il existe une multitude d'encadrements de la probabilité de l'événement sommet utilisant les ensembles minimaux, comme évoqués dans les ouvrages [24] et [46]. Parmi ceux-ci, les principaux sont :

- la méthode d'inclusion-exclusion dite encore de Sylvester-Poincaré dont nous nous sommes inspirés pour développer un encadrement,
- la méthode de la somme des produits disjoints,
- la méthode d'Esary-Proschan.

La méthode d'encadrement d'Esary-Proschan ne peut pas être utilisée pour approcher la fiabilité des systèmes à partir des deux bornes (supérieure ou inférieure). Il est bien connu, tel que le précise [46], que les bornes basées sur les coupes minimales fournissent de bonnes approximations pour des systèmes très fiables. A l'inverse, les bornes basées sur les chemins minimaux donnent de bonnes approximations pour des systèmes peu fiables. Comme les systèmes aéronautiques sont très fiables, dû aux exigences de sécurité, la méthode choisie pour l'approximation des probabilités est basée sur la méthode d'Esary-Proschan utilisant les coupes minimales.

## 8.6 Evaluation de la probabilité d'interruption du vol

Si on assume une faible dépendance entre les probabilités des états de panne de chacun des composants, comme le suggère la Propriété 8.1, l'approximation suivante est raisonnable :

$$P(\overline{xD_C} \cap \overline{yD_C}) \approx P(\overline{xD_C}) P(\overline{yD_C}) \quad \text{pour tout } (x, y) \in S, \text{ avec } x \neq y. \quad (8.19)$$

Nous allons maintenant développer une méthode d'approximation de la méthode évoquée par Esary et Proschan dans l'article [30]. Pour rappel, la probabilité de l'événement sommet de l'AdD étudié, ici  $NG_C$ , à partir de l'ensemble de ses coupes minimales  $\{MC^i\}_{1 \leq i \leq k}$  est :

$$P(NG_C) \approx 1 - \prod_{i=1}^k (1 - P(MC^i)) .$$

Après un développement similaire aux bornes maximums du Théorème 8.5, nous obtenons les approximations  $\forall x \in S'$ , avec  $1 \leq C \leq N$ ,

$$P(NG_C | xF_C \cap xD_C) \approx 1 - \prod_{i=1}^k \left( 1 - \prod_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} P(\overline{yD_C}) \right) \times \mathbb{1}_{x \in MC^i} \quad (8.20)$$

$$\begin{aligned} & P(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ & \approx P(\overline{xD_C}) \left( \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(yF_C | yD_C) P(yD_C) \left( 1 - \prod_{i=1}^k \left( 1 - \prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} P(\overline{zD_C}) \right) \times \mathbb{1}_{y \in MC^i} \right) \right) \end{aligned} \quad (8.21)$$

$$\text{avec } \mathbb{1}_{x \in MC^i} = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in MC^i \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

## 8.6 Evaluation de la probabilité d'interruption du vol

Dans le cas où  $Operational\_Risk = Air\_Interruption$ , il faut évaluer la probabilité d'une interruption du vol lors du cycle  $C$ . À partir de la relation (6.1), nous avons :

$$\begin{aligned} P(AI_C) &= P\left(AI_C \cap NG_C \cap \left(\bigcup_{x \in S'} xF_C \cap xD_C\right)\right) \\ &= P\left(\left(\bigcup_{x \in S'} ([0 \leq A_C^x \leq FL_C] \cap xF_C)\right) \cap NG_C\right) \\ &= \sum_{x \in S'} P([0 \leq A_C^x \leq FL_C] \cap NG_C \cap xF_C) . \end{aligned}$$

## 8.7 Evaluation des probabilités de retard sachant l'action de maintenance

---

En effet, l'Hypothèse 2.1 permet de décomposer la probabilité de l'événement  $AI_C$  par la somme des probabilités d'événements disjoints.

D'où finalement, nous avons :

$$P(AI_C) = \sum_{x \in S'} P(0 \leq A_C^x \leq FL_C | NG_C \cap xF_C) P(NG_C | xF_C) P(xF_C | xD_C) P(xD_C) . \quad (8.22)$$

Dans la relation (8.22), les probabilités :

- $P(xD_C)$  et  $P(\overline{xD_C})$  sont supposées connues pour tout  $x \in S$  au début du cycle  $C$ ,
- $P(xF_C | xD_C)$  sont connues pour tout  $x \in S$  et tout cycle  $C$ . Leur évaluation a été présentée dans la sous-section 4.3 page 80 et correspondent à la probabilité d'apparition d'un FDE suite à la panne du composant  $x$ ,
- $P(0 \leq A_C^x \leq FL_C | NG_C \cap xF_C)$ , pour tout  $x \in S'$ , sont évaluées à partir des calculs de probabilités issus des relations (8.1) et (8.4).

Enfin, les probabilités  $P(NG_C \cap \overline{xD_C})$  et  $P(NG_C | xF_C \cap xD_C)$  pour chaque cycle  $C$ ,  $1 \leq C \leq N$ , sont encadrées et approchées des théorèmes des sections précédentes.

## 8.7 Evaluation des probabilités de retard sachant l'action de maintenance

Avant d'évaluer la probabilité d'interruption opérationnelle, il reste à évaluer les probabilités d'OI sachant l'action de maintenance à effectuer. Soit l'événement qu'une OI se produit à cause de l'obligation d'appliquer une procédure de maintenance corrective sur le composant  $x$  au cycle  $C$ , il est noté  $xOI_C$ .

Lorsqu'un composant  $x$  est en état de panne au cycle  $C$ , deux types de procédure de maintenance corrective sur celui-ci sont possibles :

- la procédure d'isolation de la panne, lorsque la défaillance du composant intervient au cours du cycle et que les conditions NOGO ne sont pas remplies. La probabilité d'avoir un retard en isolant le composant  $x$  lors du cycle  $C$  sachant l'acceptation du mode dégradé est notée  $P(xOI_C | \cdot)$ , et correspond à la probabilité conditionnelle :

$$P(xOI_C | ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C) = P(xOI_C | \cdot) .$$

- la procédure de restauration du composant, lorsque la défaillance du composant intervient et qu'il y a un refus du mode dégradé ou lorsque les conditions sont conditions NOGO (NOGO) sans interruption de vol suite à la défaillance du composant  $y$  ( $y \in S'$ ).

La probabilité d'avoir un retard en restaurant le composant  $x$  lors du cycle  $C$  sachant qu'il y a un refus du mode dégradé est notée  $P(xOI_C | \cdot)$ , et correspond à la probabilité conditionnelle :

$$P(xOI_C | RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C) = P(xOI_C | \cdot) .$$

## 8.7 Evaluation des probabilités de retard sachant l'action de maintenance

---

La probabilité d'avoir un retard en restaurant le composant  $x$  lors du cycle  $C$  sachant que les conditions sont NOGO sans interruption de vol suite à l'apparition d'un FDE lié à la défaillance du composant  $y$  est notée  $P(xOI_C | \dots yF_C)$ , et correspond aux probabilités conditionnelles :

$$\begin{aligned} P(xOI_C | \overline{AI_C} \cap NG_C \cap xF_C) &= P(xOI_C | \dots xF_C) \text{ , si } y = x \text{ ,} \\ P(xOI_C | \overline{AI_C} \cap NG_C \cap yF_C \cap \overline{xD_C}) &= P(xOI_C | \dots yF_C) \text{ , sinon.} \end{aligned}$$

Lors de la phase de conception, la probabilité d'annulation de vol n'est pas à estimer. Toutefois, si les conditions sont NOGO et que les ressources nécessaires ne sont pas disponibles, l'avion est bloqué au sol engendrant automatiquement une OI (il s'agira d'une annulation). Dans tous les autres cas, il n'y a une OI que s'il y a un retard. Donc, nous avons les relations suivantes.

$$P(xOI_C | \dots xF_C) = \%Ressources_{(x,C)} \times P(R_C^x > 0 | \overline{AI_C} \cap NG_C \cap xF_C) + (1 - \%Ressources_{(x,C)}) \quad (8.23)$$

$$P(xOI_C | \dots yF_C) = \%Ressources_{(x,C)} \times P(R_C^x > 0 | \overline{AI_C} \cap NG_C \cap yF_C \cap \overline{xD_C}) + (1 - \%Ressources_{(x,C)}) \quad (8.24)$$

$$P(xOI_C | ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C) = P(R_C^x > 0 | ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C) \quad (8.25)$$

$$P(xOI_C | RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C) = P(R_C^x > 0 | RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C) \quad (8.26)$$

Nous considérons ici le temps de retard sur l'application d'une maintenance corrective sur le composant  $x$  suite à l'apparition d'un FDE lié à la défaillance d'un composant  $y$ , avec  $y \in S$  qui peut être le composant  $x$ . La relation 5.8 exprime le temps de retard suite à l'application d'une maintenance corrective sur le composant  $x$  en phase de conception.

Quatre cas sont donc à distinguer :

1.  $OI\_Risk = Ground\_Interruption$  ou les conditions ne sont pas NOGO, et la défaillance de  $y$  a un impact sur la sécurité (le domaine d'apparition possible du FDE associé est le cycle de vol entier),
2.  $OI\_Risk = Air\_Interruption$ , la défaillance de  $y$  a un impact sur la sécurité et entraîne des conditions NOGO,
3.  $OI\_Risk = Ground\_Interruption$  ou les conditions ne sont pas NOGO, et la défaillance de  $y$  n'a pas d'impact sur la sécurité (le domaine d'apparition possible du FDE associé est  $[0, 5; FD_C + TAT_C]$ ),
4.  $OI\_Risk = Air\_Interruption$  et la défaillance de  $y$  n'a pas d'impact sur la sécurité et entraîne des conditions NOGO.

Dans la suite, nous allons détailler le calcul de la probabilité de retard dans le premier cas. En considérant des démonstrations similaires, les résultats pour chacun des autres cas énumérés caractérisant un retard sont obtenus immédiatement. Ils sont présentés en annexe D.

## 8.7 Evaluation des probabilités de retard sachant l'action de maintenance

---

Cas 1 :

Le domaine d'apparition possible du FDE associé à la défaillance du composant  $y$  est le cycle de vol entier. Donc, comme le précise la Remarque 5.3 page 89, les variables aléatoires de temps d'occurrence, de détection et d'apparition du FDE sont égales  $A_C^y = D_C^y = T_C^y$ . L'événement d'un retard, avec la relation (5.8), se traduit en fonction du moment d'apparition du FDE par la décomposition :

$$[R_C^x > 0] = \begin{aligned} & ([M^x > GD_C + 0, 25] \cap [0 \leq T_C^y \leq FD_C]) \\ & \cup ([T_C^y + M^x > FD_C + GD_C + 0, 25] \cap [FD_C \leq T_C^y \leq FD_C + TAT_C]) \\ & \cup \left( \begin{array}{l} [2T_C^y + M^x > 2FD_C + GD_C + TAT_C + 0, 25] \\ \cap [FD_C + TAT_C < T_C^y \leq FD_C + GD_C] \end{array} \right) . \end{aligned}$$

Nous considérons ici une procédure de maintenance connue dont le temps d'application suit une v.a  $M^x$  de densité  $f_{M^x}$  et de fonction de répartition  $F_{M^x}$ . La v.a est stochastiquement indépendante du cycle  $C$  de la mission. Soient  $f_{T_C^y}$  la densité de la v.a  $T_C^y$  et  $F_{T_C^y}$  sa fonction de répartition.

Pour le calcul de la probabilité de l'événement  $[M^x > GD_C + 0, 25] \cap [0 \leq T_C^y \leq FD_C]$ , les variables aléatoires  $T_C^y$  et  $M^x$  sont indépendantes donc :

$$\begin{aligned} P([M^x > GD_C + 0, 25] \cap [0 \leq T_C^y \leq FD_C]) &= P(M^x > GD_C + 0, 25) \times P(0 \leq T_C^y \leq FD_C) \\ &= (1 - F_{M^x}(GD_C + 0, 25)) \times F_{T_C^y}(FD_C) \\ &= \frac{FD_C}{FD_C + GD_C} (1 - F_{M^x}(GD_C + 0, 25)) . \end{aligned}$$

Nous détaillons maintenant le calcul de la probabilité de l'événement  $[T_C^y + M^x > FD_C + GD_C + 0, 25] \cap [FD_C \leq T_C^y \leq FD_C + TAT_C]$  dans le cas où  $OI\_Risk = Ground\_Interruption$  et le composant  $y$  a un impact sur la sécurité.

En posant le changement de variables  $h$  tel que  $(U, V) = h(T_C^y, M^x) = (T_C^y, T_C^y + M^x)$ , l'événement devient :

$$\begin{aligned} & [T_C^y + M^x > FD_C + GD_C + 0, 25] \cap [FD_C < T_C^y \leq FD_C + TAT_C] \\ & \Leftrightarrow [V > FD_C + GD_C + 0, 25] \cap [FD_C < U \leq FD_C + TAT_C] . \end{aligned}$$

De plus, le support du couple  $(T_C^y, M^x)$  est  $[0; FD_C + GD_C] \times ]0; +\infty[$ . Comme

$$\begin{cases} 0 \leq T_C^y \leq FD_C + GD_C \\ 0 < M^x \end{cases} \iff \begin{cases} 0 \leq U \leq FD_C + GD_C \\ U < V \end{cases}$$

le support du couple  $(U, V)$  est  $\{(U, V) \text{ tel que } U < V \text{ et } 0 \leq U \leq FD_C + GD_C\}$ . Enfin, les variables aléatoires  $T_C^y$  et  $M^x$  sont indépendantes, donc la densité du couple  $(U, V)$  est

$$\begin{aligned} f_{(U,V)}(u, v) &= f_{(T_C^y, M^x)}(u, v - u) \\ &= f_{T_C^y}(u) \times f_{M^x}(v - u) , \end{aligned}$$

## 8.7 Evaluation des probabilités de retard sachant l'action de maintenance

---

et le calcul de la probabilité devient

$$\begin{aligned}
& P([V > FD_C + GD_C + 0,25] \cap [0 \leq U \leq FD_C + TAT_C]) \\
&= \int_{FD_C}^{FD_C+TAT_C} f_{T_C^y}(u) \int_{FD_C+GD_C+0,25}^{+\infty} f_{M^x}(v-u) dv du \\
&= \int_{FD_C}^{FD_C+TAT_C} f_{T_C^y}(u) \left(1 - \int_0^{FD_C+GD_C+0,25} f_{M^x}(v-u) dv\right) du .
\end{aligned}$$

En se servant de la Remarque 5.2, nous prenons  $f_{T_C^y}(u) = \frac{\mathbf{1}_{[0;FD_C+GD_C]}(u)}{FD_C+GD_C}$ , alors

$$\begin{aligned}
& P([V > FD_C + GD_C + 0,25] \cap [0 \leq U \leq FD_C + TAT_C]) \\
&= \frac{1}{FD_C+GD_C} \int_{FD_C}^{FD_C+TAT_C} \left(1 - \int_0^{FD_C+GD_C+0,25} f_{M^x}(v-u) dv\right) du \\
&= \frac{1}{FD_C+GD_C} \int_{FD_C}^{FD_C+TAT_C} (1 - F_{M^x}(FD_C + GD_C + 0,25 - u)) du .
\end{aligned}$$

À partir de la connaissance de la fonction de répartition de  $M^x$ , le calcul est effectué par une méthode d'intégration numérique (La méthode de Simpson est adaptée ici à ce calcul). Au final, nous avons :

$$\begin{aligned}
& P([T_C^y + M^x > FD_C + GD_C + 0,25] \cap [0 \leq T_C^y \leq FD_C + TAT_C]) \\
&= \frac{1}{FD_C+GD_C} \int_{FD_C}^{FD_C+TAT_C} (1 - F_{M^x}(FD_C + GD_C + 0,25 - u)) du
\end{aligned}$$

### Remarque 8.4 :

*Le calcul de cette probabilité ne dépend que des paramètres du temps de maintenance corrective sur le composant  $x$  et du fait que le composant  $y$  a un impact sur la sécurité. Pour tout autre composant  $z$  ayant lui aussi un impact sur la sécurité, le calcul de la probabilité de l'événement  $[T_C^z + M^x > FD_C + GD_C + 0,25] \cap [0 \leq T_C^z \leq FD_C + TAT_C]$  est identique.*

En procédant de la même manière, la probabilité de l'événement  $[2T_C^y + M^x > 2FD_C + GD_C + TAT_C + 0,25] \cap [FD_C + TAT_C < T_C^y \leq FD_C + GD_C]$  est :

$$\begin{aligned}
& P([2T_C^y + M^x > 2FD_C + GD_C + TAT_C + 0,25] \cap [FD_C + TAT_C < T_C^y \leq FD_C + GD_C]) \\
&= \frac{1}{FD_C+GD_C} \int_{FD_C+TAT_C}^{FD_C+GD_C} (1 - F_{M^x}(2FD_C + TAT_C + GD_C + 0,25 - 2u)) du .
\end{aligned}$$

Au final, la probabilité de retard sachant l'action de maintenance à effectuer est la

## 8.8 Bornes et approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle

---

somme des trois probabilités :

$$\begin{aligned}
P(R_C^x > 0) &= P([M^x > GD_C + 0, 25] \cap [0 \leq T_C^y \leq FD_C]) \\
&\quad + P([T_C^y + M^x > FD_C + GD_C + 0, 25] \cap [FD_C \leq T_C^y \leq FD_C + TAT_C]) \\
&\quad + P([2T_C^y + M^x > 2FD_C + GD_C + TAT_C + 0, 25] \cap [FD_C + TAT_C < T_C^y \leq FD_C + GD_C]) \\
&= \frac{FD_C}{FD_C + GD_C} (1 - F_{M^x}(GD_C + 0, 25)) \\
&\quad + \frac{1}{FD_C + GD_C} \int_0^{FD_C + TAT_C} (1 - F_{M^x}(FD_C + GD_C + 0, 25 - u)) du \\
&\quad + \frac{1}{FD_C + GD_C} \int_{FD_C + TAT_C}^{FD_C + GD_C} (1 - F_{M^x}(2FD_C + TAT_C + GD_C + 0, 25 - 2u)) du .
\end{aligned}$$

Nous avons vu que suivant le paramètre  $OI\_Risk$ , pour chaque composant, il faut calculer au maximum quatre probabilités conditionnelles différentes à chaque cycle. Toutefois, ces probabilités conditionnelles ne dépendent que de la durée du cycle. Donc, pour des cycles de même durée, les probabilités ne sont à évaluer qu'une fois.

Elles sont utilisées dans la prochaine section pour établir des encadrements et une approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle.

## 8.8 Bornes et approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle

Dans cette section, nous allons décomposer les événements amenant à une OI, puis encadrer et approcher leurs probabilités à l'aide des inégalités et approximations établies dans les sections précédentes. Une maintenance corrective d'urgence intervient au cycle  $C$  quand un FDE apparaît durant ce cycle, le système ou la fonction se trouve alors dans deux cas disjoints :

- le système ou la fonction est en conditions NOGO, l'événement  $NG_C$  se produit et l'ensemble des composants en état de panne est à restaurer. De plus, la restauration de tous les composants est effectuée en parallèle.
- le système ou la fonction n'est pas en conditions NOGO, la maintenance ne s'applique alors seulement que sur le composant dont la défaillance s'est produit.

Nous commençons, dans la première sous-section, par calculer la probabilité d'OIsans NOGO, due à la procédure de maintenance sur un seul composant. Puis, en seconde sous-section, nous développerons un encadrement et une approximation de la probabilité d'OI avec NOGO à partir de considérations sur les éléments à restaurer.

### 8.8.1 Calcul de la probabilité d'interruption opérationnelle sans condition NOGO

Nous détaillons maintenant la probabilité de l'événement  $OI_C \cap \overline{NG_C}$  lors du cycle  $C$ . Lorsqu'un FDE apparaît suite à la défaillance d'un composant sans entraîner l'événement  $NG_C$ , une OI ne peut arriver que lorsqu'une procédure de maintenance corrective conduit

## 8.8 Bornes et approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle

---

à accepter ou rejeter le mode dégradé, c'est-à-dire les événements  $ADM_C$  et  $RDM_C$ .

L'événement  $OI_C \cap \overline{NG_C}$  se partitionne en insérant les événements des différents cas d'incidents techniques sur le système lors du cycle  $C$ , comme suit :

$$OI_C \cap \overline{NG_C} = \bigcup_{x \in S'} (OI_C \cap (ADM_C \cup RDM_C) \cap \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) .$$

La politique de la compagnie aérienne type, suivant l'Hypothèses 5.10 page 100, conduit à ce que seul le composant dont le FDE associé à sa la défaillance vient d'apparaître subisse une maintenance corrective et donc puisse entraîner un retard. Il y a donc, pour  $x \in S'$ , l'égalité des événements suivant :

$$OI_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C = xOI_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C .$$

Avec l'Hypothèse 2.1 page 41, les événements sont disjoints et nous obtenons le développement de la probabilité  $P(OI_C \cap \overline{NG_C})$  suivant :

$$\begin{aligned} P(OI_C \cap \overline{NG_C}) &= \sum_{x \in S'} P(xOI_C \cap (ADM_C \cup RDM_C) \cap \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \\ &= \sum_{x \in S'} P(xOI_C \cap (ADM_C \cup RDM_C) \mid \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \\ &\quad \times P(\overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \\ &= \sum_{x \in S'} \left[ \begin{array}{l} P(xOI_C \cap ADM_C \mid \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \\ + P(xOI_C \cap RDM_C \mid \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \end{array} \right] \\ &\quad \times P(\overline{NG_C} \mid xF_C \cap xD_C) \times P(xF_C \cap xD_C) . \end{aligned}$$

Avec les notations, déjà évoquées et connues en tant que données initiales du problème, nous posons les notations raccourcies suivantes :

$$\begin{aligned} P(ADM_C \mid x.) &= P(ADM_C \mid \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) , \\ P(xOI_C \mid .) &= P(xOI_C \mid ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) , \\ P(xOI_C \mid ..) &= P(xOI_C \mid RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) . \end{aligned}$$

L'expression de  $P(OI_C \cap \overline{NG_C})$  devient :

$$P(OI_C \cap \overline{NG_C}) = \sum_{x \in S'} \left[ \begin{array}{l} P(xOI_C \mid .) \times P(ADM_C \mid x.) \\ + P(xOI_C \mid ..) \times (1 - P(ADM_C \mid x.)) \end{array} \right] \times (1 - P(NG_C \mid xF_C \cap xD_C)) \times P(xF_C \mid xD_C) \times P(xD_C) . \quad (8.27)$$

Avec les encadrements des probabilités  $P(NG_C \mid xF_C \cap xD_C)$ , pour tout  $x \in S'$ , proposés en section 8.4, nous obtenons un encadrement de  $P(OI_C \cap \overline{NG_C})$ . De même, avec l'approximation de  $P(NG_C \mid xF_C \cap xD_C)$ , pour tout  $x \in S'$ , proposé en section 8.5, nous obtenons une approximation de  $P(OI_C \cap \overline{NG_C})$ .

## 8.8 Bornes et approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle

---

### 8.8.2 Calcul de la probabilité d'interruption opérationnelle avec des conditions NOGO

Il reste à calculer la probabilité de l'événement  $OI_C \cap NG_C$  lors du cycle  $C$ . Après avoir estimé la probabilité de l'événement  $NG_C$ , il est difficile d'obtenir directement la probabilité conditionnelle d'avoir une OI sachant  $NG_C$  ( $P(OI_C | NG_C)$ ). En effet, cette dernière dépend du nombre de composants en panne et à réparer.

Le cas SM1 des Hypothèses 3.2 sur la politique de maintenance stipule que dans le cas où  $NG_C$  se produit, l'ensemble des composants en panne est à restaurer.

Les actions de maintenance se déroulant en parallèle, les probabilités qu'elles entraînent un retard sur l'un des composants sont indépendantes.

Pour ces deux configurations, si le nombre de composants à restaurer est connu, la probabilité conditionnelle  $P(OI_C | NG_C)$  l'est aussi. Dans plusieurs cas particuliers, il est possible de répondre directement à la question comme le montre la remarque suivante.

**Remarque 8.5 (Systèmes avec une architecture k-out-of-n) :**

*Dans le cas d'une architecture k-out-of-n (redondance majoritaire de  $n - k + 1$  éléments parmi  $n$ ) formée de composants identiques, avec  $k \geq 1$ , l'événement  $NG_C$  se produit quand  $k$  composants sont en état de panne lors du cycle  $C$ . Il faut donc restaurer les  $k$  composants identiques durant ce cycle. Comme les réparations sont effectuées en parallèle, avec l'Hypothèses 3.2 SM4, la probabilité d'avoir une OI sachant  $NG_C$  est*

$$P(OI_C | NG_C) = 1 - (1 - P(xOI_C | \dots xF_C))^k$$

avec pour tout composant  $x$  du système :

$$\begin{aligned} P(xOI_C | \dots xF_C) &= P(xOI_C | NG_C \cap xF_C \cap xD_C) \\ &= P(xOI_C | NG_C \cap \overline{xD_C}) . \end{aligned}$$

L'événement  $OI_C \cap NG_C$  peut se décomposer par l'union d'événements suivante :

$$OI_C \cap NG_C = \left( \bigcup_{x \in S'} xOI_C \cap NG_C \cap (xF_C \cap xD_C) \right) \cup \left( \bigcup_{x \in S} xOI_C \cap NG_C \cap \overline{xD_C} \right)$$

où soit l'OI fait suite à la maintenance sur le composant qui vient de défaillir, soit sur un composant déjà en état de panne au début du cycle. Nous allons nous servir de cette décomposition pour établir les calculs suivants.

#### Bornes de la probabilité d'OI sachant les conditions NOGO

L'événement  $NG_C$  provient obligatoirement d'une coupe minimale de l'Add associé. Donc les composants à restaurer au minimum sont ceux contenus dans la ou des coupes minimales qui entraînent  $NG_C$ . Soit  $MC^i$ ,  $1 \leq i \leq k$ , une coupe minimale de l'Add de

## 8.8 Bornes et approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle

---

$NG$ , en tenant compte de la défaillance du composant  $y \in MC^i \cap S'$  au cours du cycle  $C$ , nous avons :

$$\begin{aligned} P(OI_C \cap MC_C^i \cap yF_C) &= P(OI_C | MC_C^i \cap yF_C) \times P(MC_C^i \cap yF_C) \\ &\geq \left( 1 - \prod_{x \in MC^i} (1 - P(xOI_C | \dots yF_C)) \right) \times P(MC_C^i \cap yF_C) \end{aligned}$$

et donc, si  $P(MC_C^i \cap yF_C) \neq 0$ , cela implique pour la probabilité conditionnelle l'inégalité suivante :

$$P(OI_C | MC_C^i \cap yF_C) \geq 1 - \prod_{x \in MC^i} (1 - P(xOI_C | \dots yF_C)) .$$

Par la suite, en décomposant  $NG_C \cap yF_C$ , on obtient :

$$P(OI_C | NG_C \cap yF_C) \geq \min_{\substack{1 \leq i \leq k \\ y \in MC^i \cap S'}} \left( 1 - \prod_{x \in MC^i} (1 - P(xOI_C | \dots yF_C)) \right) .$$

Donc, la probabilité de l'événement  $OI_C \cap NG_C$  est minorée par la relation :

$$P(OI_C | NG_C) \geq \sum_{y \in S'} \min_{y \in MC^i \cap S'} \left( 1 - \prod_{x \in MC^i} (1 - P(xOI_C | \dots yF_C)) \right) \times P(NG_C \cap yF_C) . \quad (8.28)$$

Sur un système qui se trouve en conditions NOGO, nous supposons l'Hypothèse 2.1 qu'au plus un seul composant peut défaillir durant le cycle  $C$ . Cela entraîne que les composants dont la perte entraîne obligatoirement un NOGO et qui ne viennent pas de défaillir, sont en état de marche et donc ne sont pas à restaurer. Il s'agit de tous les composants dont la défaillance constitue une coupe minimale du premier ordre de l'AdD des conditions NOGO<sup>1</sup>. L'ensemble des composants à restaurer sera constitué du composant qui vient de défaillir et, au plus des composants inclus dans les coupes minimales d'ordre 2.

Soit  $E_{NOGO}$  l'ensemble des composants dont la défaillance constitue une coupe minimale d'ordre 1.

Suivant le composant  $y \in S'$  qui vient de défaillir au cycle  $C$ , la probabilité conditionnelle de l'occurrence d'une OI sachant  $NG_C$  et  $yF_C \cap yD_C$  est majorée par :

$$P(OI_C | NG_C \cap yF_C \cap yD_C) \leq 1 - (1 - P(yOI_C | \dots yF_C)) \times \prod_{x \notin E_{NOGO}} (1 - P(xOI_C | \dots yF_C))$$

en considérant les réparations sont effectuées en parallèle et en utilisant la formule de Poincaré.

Cette dernière majoration nous amène à chercher des bornes directes de l'événement  $OI_C \cap NG_C$ .

---

<sup>1</sup>Ces composants sont aussi appelés abusivement *NOGO* en aéronautique.

## 8.8 Bornes et approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle

---

### Bornes de la probabilité d'OI avec des conditions NOGO

Une majoration de l'événement  $OI_C \cap NG_C$  est donc :

$$\begin{aligned}
 P(OI_C \cap NG_C) &\leq \sum_{y \in S'} P(OI_C | NG_C \cap yF_C) \times P(NG_C \cap yF_C \cap yD_C) \\
 &\leq \sum_{y \in S'} \left( 1 - (1 - P(yOI_C | \dots yF_C)) \times \prod_{x \notin E_{NOGO}} (1 - P(xOI_C | \dots yF_C)) \right) \\
 &\quad \times P(NG_C \cap yF_C) \\
 &\leq \sum_{y \in S'} \left( 1 - (1 - P(yOI_C | \dots yF_C)) \times \prod_{x \notin E_{NOGO}} (1 - P(xOI_C | \dots yF_C)) \right) \\
 &\quad \times P(NG_C | yF_C) P(yF_C | yD_C) P(yD_C)
 \end{aligned}$$

et nous obtenons la majoration de la probabilité d'interruption opérationnelle avec conditions NOGO lors du cycle  $C$  suivante :

$$P(OI_C \cap NG_C) \leq \sum_{y \in S'} \left( 1 - (1 - P(yOI_C | \dots yF_C)) \times \prod_{x \notin E_{NOGO}} (1 - P(xOI_C | \dots yF_C)) \right) \times P(NG_C | yF_C) P(yF_C | yD_C) P(yD_C) \quad (8.29)$$

L'occurrence d'une OI avec l'événement  $NG_C$  se décompose par rapport aux composants en état de panne lors du cycle  $C$  et qui peuvent provoquer un retard. L'événement se décompose par la formulation suivante.

$$\begin{aligned}
 OI_C \cap NG_C &= \bigcup_{x \in S'} xOI_C \cap NG_C \cap (xF_C \cap xD_C) \\
 &\quad \bigcup_{x \in S} xOI_C \cap NG_C \cap \overline{x}D_C \\
 &= \bigcup_{x \in S'} xOI_C \cap NG_C \cap (xF_C \cap xD_C) \\
 &\quad \bigcup_{x \in S} \bigcup_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} xOI_C \cap NG_C \cap \overline{x}D_C \cap yF_C \cap yD_C .
 \end{aligned}$$

Il ne s'agit pas d'une union d'événements disjoints, mais la somme fournit la majoration suivante :

$$P(OI_C \cap NG_C) \leq \sum_{x \in S'} P(xOI_C | \dots xF_C) P(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) P(xD_C) + \sum_{x \in S} \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(xOI_C | \dots yF_C) P(NG_C \cap \overline{x}D_C \cap yF_C \cap yD_C) \quad (8.30)$$

## 8.8 Bornes et approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle

---

Avec cette même formulation de l'événement  $OI_C \cap NG_C$ , sa probabilité peut être minorée par la probabilité qu'un composant soit en état de panne et entraîne le retard, en prenant l'inégalité suivante :

$$P(OI_C \cap NG_C) \geq \max_{x \in S} \left( \begin{aligned} &P(xOI_C | \dots xF_C) P(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) P(xD_C) \\ &+ \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(xOI_C | \dots yF_C) P(NG_C \cap \overline{xD_C} \cap yF_C \cap yD_C) \end{aligned} \right). \quad (8.31)$$

### Approximation de la probabilité d'OI avec des conditions NOGO

Après avoir trouvé des bornes pour l'événement  $OI_C \cap NG_C$ , il faut trouver une approximation pertinente de cet événement. En considérant qu'une OI est due à la restauration d'un composant  $x$ , suite à l'apparition de la défaillance d'un composant  $y$ , nous avons la décomposition de l'événement suivante :

$$OI_C \cap NG_C = \bigcup_{x \in S} xOI_C \cap NG_C \cap ((xF_C \cap xD_C) \cup \overline{xD_C}).$$

Par un développement analogue à celui de l'événement  $NG_C$ , une OI peut arriver seulement si un FDE associé à la défaillance d'un composant apparaît durant le cycle en cours. Et, en utilisant l'événement  $NG_C$ , nous obtenons le développement suivant :

$$OI_C \cap NG_C = \bigcup_{x \in S'} xOI_C \cap NG_C \cap (xF_C \cap xD_C) \cup \bigcup_{x \in S} xOI_C \cap \overline{xD_C} \cap \left( \bigcup_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} NG_C \cap (yF_C \cap yD_C) \right).$$

Soit  $OI_C^1 = \bigcup_{x \in S'} xOI_C \cap NG_C \cap (xF_C \cap xD_C)$  l'événement représentant l'occurrence d'une OI due à la restauration, sous conditions NOGO, du composant dont la défaillance vient de se produire.

Soit  $OI_C^2 = \bigcup_{x \in S} xOI_C \cap \overline{xD_C} \cap \left( \bigcup_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} NG_C \cap (yF_C \cap yD_C) \right)$  l'événement représentant l'occurrence d'une OI due à la restauration, sous conditions NOGO, d'un composant en état de panne au début du cycle.

Ces deux événements ne sont pas disjoints, car la restauration de deux composants peut entraîner une interruption opérationnelle, toutefois nous avons l'inégalité  $P(OI_C \cap NG_C) \leq P(OI_C^1) + P(OI_C^2)$ .

## 8.8 Bornes et approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle

---

La probabilité de l'événement  $OI_C^1$  est :

$$\begin{aligned}
P(OI_C^1) &= P\left(\bigcup_{x \in S'} xOI_C \cap NG_C \cap (xF_C \cap xD_C)\right) \\
&= \sum_{x \in S'} P(xOI_C \cap NG_C \cap (xF_C \cap xD_C)) \\
&= \sum_{x \in S'} P(xOI_C | NG_C \cap xF_C \cap xD_C) P(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) P(xD_C) \\
&= \sum_{x \in S'} P(xOI_C | \dots xF_C) P(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) P(xD_C) .
\end{aligned}$$

La probabilité de l'événement  $OI_C^2$  est :

$$\begin{aligned}
P(OI_C^2) &= P\left(\bigcup_{x \in S} xOI_C \cap \overline{xD_C} \cap \left(\bigcup_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} NG_C \cap yF_C \cap yD_C\right)\right) \\
&= \sum_{y \in S'} P\left(\bigcup_{\substack{x \in S \\ x \neq y}} xOI_C \cap \overline{xD_C} \cap NG_C \cap yF_C \cap yD_C\right) \\
&\leq \sum_{y \in S'} \sum_{\substack{x \in S \\ x \neq y}} P(xOI_C | \dots yF_C) P(\overline{xD_C} \cap NG_C \cap yF_C \cap yD_C) .
\end{aligned}$$

On utilise ce majorant comme une approximation de la probabilité de l'événement  $OI_C^2$  en utilisant dans la relation (8.21) en section 8.5 l'approximation de la probabilité  $P(\overline{xD_C} \cap NG_C \cap yF_C \cap yD_C)$ . On obtient :

$$P(OI_C^2) \approx \sum_{y \in S'} \sum_{\substack{x \in S \\ x \neq y}} P(xOI_C | \dots yF_C) P(\overline{xD_C}) \left(1 - \prod_{i=1}^k \left(1 - \prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} P(\overline{zD_C})\right) \times \mathbb{1}_{y \in MC^i}\right) .$$

Au final, on obtient une approximation de la probabilité de l'événement  $OI_C \cap NG_C$  suivante :

$$P(OI_C \cap NG_C) \approx P(OI_C^1) + P(OI_C^2) . \quad (8.32)$$

Les inégalités établies couvrent l'ensemble des événements lors d'un cycle. Dans la prochaine section, nous reprenons ces inégalités pour établir un schéma itératif complet du calcul des bornes et approximations des indicateurs de fiabilité en service et de fiabilité opérationnelle.

## 8.9 Schéma itératif complet de calcul des bornes et approximations

Déduite des inégalités et approximations des précédentes sections, nous proposons maintenant une méthode itérative pour calculer les bornes et approximations des probabilités liées aux indicateurs de fiabilité en service  $P(NG_C)$ ,  $P(ADM_C)$  et  $P(RDM_C)$  et des probabilités d'interruption opérationnelle  $P(OI_C)$ , pour chaque cycle  $C$  qui dépendent seulement des probabilités données en entrée du modèle et des bornes et approximations des probabilités d'états de panne et de marche de chaque composant au début d'un cycle. Au final, pour permettre l'itération suivante du calcul, les expressions des bornes et approximations des probabilités d'état de panne et de marche de chaque composant pour le début du cycle suivant sont données.

Les bornes et approximations des indicateurs de fiabilité en service sont obtenues par les relations suivantes :

$$UB(NG_C) = \sum_{x \in S'} UB(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) UB(xD_C) \quad (8.33)$$

$$LB(NG_C) = \sum_{x \in S'} LB(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) LB(xD_C) \quad (8.34)$$

$$AP(NG_C) = \sum_{x \in S'} AP(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) AP(xD_C) \quad (8.35)$$

$$UB(ADM_C) = \sum_{x \in S'} P(ADM_C | \cdot) (1 - LB(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C | xD_C) UB(xD_C) \quad (8.36)$$

$$LB(ADM_C) = \sum_{x \in S'} P(ADM_C | \cdot) (1 - UB(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C | xD_C) LB(xD_C) \quad (8.37)$$

$$AP(ADM_C) = \sum_{x \in S'} P(ADM_C | \cdot) (1 - AP(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C | xD_C) AP(xD_C) \quad (8.38)$$

$$UB(RDM_C) = \sum_{x \in S'} (1 - P(ADM_C | \cdot)) (1 - LB(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C | xD_C) UB(xD_C) \quad (8.39)$$

$$LB(RDM_C) = \sum_{x \in S'} (1 - P(ADM_C | \cdot)) (1 - UB(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C | xD_C) LB(xD_C) \quad (8.40)$$

$$AP(RDM_C) = \sum_{x \in S'} (1 - P(ADM_C | \cdot)) (1 - AP(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C | xD_C) AP(xD_C) \quad (8.41)$$

## 8.9 Schéma itératif complet de calcul des bornes et approximations

---

avec

$$UB(NG_C | xF_C \cap xD_C) = \prod_{y \in MC^i} UB(\overline{yD_C}) \sum_{i=1}^k \frac{\mathbb{1}_{y \neq x}}{LB(xD_C)} \mathbb{1}_{x \in MC^i} \quad (8.42)$$

$$LB(NG_C | xF_C \cap xD_C) = 1 - \sum_{j=1}^p \prod_{y \in MP^j} UB(yD_C) \mathbb{1}_{x \notin MP^j} \quad (8.43)$$

$$AP(NG_C | xF_C \cap xD_C) = 1 - \prod_{i=1}^k \left( 1 - \prod_{\substack{y \in MC^i \\ y \neq x}} AP(\overline{yD_C}) \right) \mathbb{1}_{x \in MC^i} \quad (8.44)$$

qui sont obtenues à partir des inégalités (8.15) et (8.17) de la relation (8.20).

Les données en entrée du modèle sont les probabilités  $P(xF_C | xD_C)$  qui sont connues pour tout  $x \in S$  et tout  $C$  tel que  $1 \leq C \leq N$ , à partir des développements de la section 4.3, et les données initiales des probabilités d'états de marche et de panne au début de la mission pour chacun des composants  $x \in S$ ,  $P(xD_1)$ .

Les bornes et approximations précédentes peuvent donc être calculées depuis les données en entrée du modèle car les bornes des probabilités d'états  $UB(xD_C)$ ,  $UB(\overline{xD_C})$ ,  $LB(xD_C)$  et  $LB(\overline{xD_C})$  sont obtenues facilement pour tout  $x$  appartenant à  $S$  et tout  $C$  par les formules suivantes.

Lorsque le composant  $x$  est muni d'un système de surveillance,  $x \in S'$ , de la relation (8.11) dérivent les bornes suivantes :

$$UB(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} UB(\overline{xD_C}) - LB(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ + P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \\ \times (1 - LB(NG_C | xF_C \cap xD_C)) \\ \times P(xF_C | xD_C) UB(xD_C) \end{array} \right), \quad (8.45)$$

$$LB(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} LB(\overline{xD_C}) - UB(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ + P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \\ \times (1 - UB(NG_C | xF_C \cap xD_C)) \\ \times P(xF_C | xD_C) LB(xD_C) \end{array} \right), \quad (8.46)$$

$$AP(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} AP(\overline{xD_C}) - AP(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ + P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) \\ \times (1 - AP(NG_C | xF_C \cap xD_C)) \\ \times P(xF_C | xD_C) AP(xD_C) \end{array} \right). \quad (8.47)$$

## 8.9 Schéma itératif complet de calcul des bornes et approximations

Et lorsque la panne du composant  $x$  n'est pas détectable,  $x \notin S'$ , de la relation (8.12) dérivent les bornes suivantes :

$$UB(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} UB(\overline{xD_C}) - LB(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ +P(xF_C | xD_C) UB(xD_C) \end{array} \right) \quad (8.48)$$

$$LB(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} LB(\overline{xD_C}) - UB(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ +P(xF_C | xD_C) LB(xD_C) \end{array} \right) \quad (8.49)$$

$$AP(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} AP(\overline{xD_C}) - AP(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ +P(xF_C | xD_C) AP(xD_C) \end{array} \right) \quad (8.50)$$

avec

$$UB(NG_C \cap \overline{xD_C}) = UB(\overline{xD_C}) \left( \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(yF_C | yD_C) \left( \sum_{i=1}^k \frac{\prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} UB(\overline{zD_C})}{LB(yD_C)} \mathbb{1}_{y \in MC^i} \right) \right) \quad (8.51)$$

$$LB(NG_C \cap \overline{xD_C}) = \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(yF_C | yD_C) LB(yD_C) LB(\overline{xD_C}) \quad (8.52)$$

$$- \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} \sum_{\substack{j=1 \\ x, y \notin MP^j}}^p P(yF_C | yD_C) \min \left( UB(yD_C) \left( \prod_{z \in MP^j} UB(\overline{zD_C}) \right), UB(\overline{xD_C}) \right)$$

$$AP(NG_C \cap \overline{xD_C}) = AP(\overline{xD_C}) \left( \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(yF_C | yD_C) AP(yD_C) \left( 1 - \prod_{i=1}^k \left( 1 - \prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} AP(\overline{zD_C}) \right) \times \mathbb{1}_{y \in MC^i} \right) \right) \quad (8.53)$$

qui sont obtenues à partir des inégalités (8.16) et (8.18) de la relation (8.21).

En gardant en tête que, à l'aide du complémentaire de l'événement  $xD_C$  et la relation  $LB(\overline{xD_C}) \leq P(\overline{xD_C}) \leq UB(\overline{xD_C})$ , nous avons les égalités :  $UB(xD_C) = 1 - LB(\overline{xD_C})$  et  $LB(\overline{xD_C}) = 1 - UB(xD_C)$ . De même, l'approximation de la la probabilité de l'événement  $xD_C$  s'obtient avec  $AP(\overline{xD_C}) = 1 - AP(xD_C)$ .

Dans le cas où  $OI\_Risk = Air\_Interruption$ , il faut évaluer la probabilité d'interruption de vol lors d'un cycle. Les bornes et approximations des probabilités d'interruption

## 8.9 Schéma itératif complet de calcul des bornes et approximations

---

de vol sont obtenues, à partir de (8.22) par les relations suivantes :

$$UB(AI_C) = \sum_{x \in S'} P(0 \leq A_C^x \leq FL_C | NG_C \cap xF_C) UB(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) UB(xD_C), \quad (8.54)$$

$$LB(AI_C) = \sum_{x \in S'} P(0 \leq A_C^x \leq FL_C | NG_C \cap xF_C) LB(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) LB(xD_C), \quad (8.55)$$

$$AP(AI_C) = \sum_{x \in S'} P(0 \leq A_C^x \leq FL_C | NG_C \cap xF_C) AP(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) AP(xD_C). \quad (8.56)$$

Les probabilités,  $P(0 \leq A_C^x \leq FL_C | NG_C \cap xF_C)$ , pour tout  $x \in S'$  sont les seules inconnues des relations précédentes, pour un cycle  $C$ . Elles sont évaluées à partir des calculs de probabilités issus des relations (8.1) et (8.4).

Les expressions des bornes et approximation de probabilité d'OI sont obtenues en scindant l'événement qu'une interruption opérationnelle se produit au cycle  $C$ ,  $OI_C$ , avec ou sans conditions NOGO.

À partir de l'égalité (8.27), les bornes et l'approximation de la probabilité d'OI sans conditions NOGO découlent directement :

$$UB(OI_C \cap \overline{NG_C}) = \sum_{x \in S'} \left[ \begin{array}{l} P(xOI_C | \cdot) P(ADM_C | x) \\ + P(xOI_C | \cdot) (1 - P(ADM_C | x)) \end{array} \right] \times (1 - LB(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C \cap xD_C) UB(xD_C) \quad (8.57)$$

$$LB(OI_C \cap \overline{NG_C}) = \sum_{x \in S'} \left[ \begin{array}{l} P(xOI_C | \cdot) P(ADM_C | x) \\ + P(xOI_C | \cdot) (1 - P(ADM_C | x)) \end{array} \right] \times (1 - UB(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C \cap xD_C) LB(xD_C) \quad (8.58)$$

$$AP(OI_C \cap \overline{NG_C}) = \sum_{x \in S'} \left[ \begin{array}{l} P(xOI_C | \cdot) P(ADM_C | x) \\ + P(xOI_C | \cdot) (1 - P(ADM_C | x)) \end{array} \right] \times (1 - AP(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C \cap xD_C) AP(xD_C). \quad (8.59)$$

### Remarque 8.6 :

Dans l'algorithme de calcul, pour chaque composant  $x$  du système, les quantités :

$$P(xOI_C | \cdot) P(ADM_C | x) + P(xOI_C | \cdot) (1 - P(ADM_C | x))$$

ne seront calculés qu'une fois lors du cycle  $C$ . De plus, pour chaque composant  $x \in S'$  du système, les quantités :

- $(1 - LB(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C \cap xD_C) UB(xD_C)$ ,
- $(1 - UB(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C \cap xD_C) LB(xD_C)$ ,

## 8.9 Schéma itératif complet de calcul des bornes et approximations

---

–  $(1 - AP(NG_C | xF_C \cap xD_C)) P(xF_C \cap xD_C) AP(xD_C)$ ,  
sont déjà calculées dans les évaluations respectives de  $UB(ADM_C)$ ,  $LB(ADM_C)$  et  $AP(ADM_C)$ .

Pour l'évaluation des bornes et de l'approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle avec conditions NOGO,  $P(OI_C \cap NG_C)$ , le problème peut être scindé en deux cas.

Tout d'abord, à partir de la Remarque 8.5, lorsque le système est formé d'une architecture bien connue k-out-of-n formé de  $n$  composants identiques, le calcul de la probabilité  $P(OI_C | NG_C)$  est direct en utilisant la relation :

$$P(OI_C | NG_C) = 1 - (1 - P(xOI_C | \dots xF_C))^k .$$

et les bornes supérieures, inférieures et l'approximation de la probabilité de conditions NOGO lors du cycle  $C$ . Nous avons donc, dans ce cas particuliers, les relations suivantes :

$$UB(OI_C \cap NG_C) = P(OI_C | NG_C) UB(NG_C) \quad (8.60)$$

$$LB(OI_C \cap NG_C) = P(OI_C | NG_C) LB(NG_C) \quad (8.61)$$

$$AP(OI_C \cap NG_C) = P(OI_C | NG_C) AP(NG_C) . \quad (8.62)$$

Dans le cas général, les relations (8.29) et (8.30) fournissent deux majorations de la probabilité d'interruption opérationnelle avec conditions NOGO lors du cycle  $C$ . La borne supérieure de cette probabilité est le minimum issus de ces deux majorations :

$$UB(OI_C \cap NG_C) = \min \left( \begin{array}{l} \sum_{y \in S'} \left[ \left( 1 - (1 - P(yOI_C | \dots yF_C)) \prod_{x \notin NOGO} (1 - P(xOI_C | \dots yF_C)) \right) \right. \\ \left. \times UB(NG_C | yF_C) P(yF_C | yD_C) UB(yD_C) \right] , \\ \left[ \sum_{x \in S'} P(xOI_C | \dots xF_C) UB(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) UB(xD_C) \right. \\ \left. + \sum_{x \in S} \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(xOI_C | \dots yF_C) UB(NG_C \cap \overline{xD_C} \cap yF_C \cap yD_C) \right] \end{array} \right) . \quad (8.63)$$

De plus, les relations (8.28) et (8.31) fournissent deux minorants de la probabilité d'interruption opérationnelle avec conditions NOGO lors du cycle  $C$ . La borne inférieure de cette probabilité est le maximum des deux :

$$LB(OI_C \cap NG_C) = \max \left( \begin{array}{l} \sum_{y \in S'} \min_{\substack{1 \leq i \leq k \\ y \in MC^i}} \left( 1 - \prod_{x \in MC^i} (1 - P(xOI_C | \dots yF_C)) \right) LB(NG_C \cap yF_C) , \\ \max_{x \in S} \left( P(xOI_C | \dots xF_C) UB(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) UB(xD_C) \right. \\ \left. + \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(xOI_C | \dots yF_C) UB(NG_C \cap \overline{xD_C} \cap yF_C \cap yD_C) \right) \end{array} \right) . \quad (8.64)$$

## 8.9 Schéma itératif complet de calcul des bornes et approximations

Enfin, la relation (8.32) permet d'établir une approximation de la probabilité d'interruption opérationnelle avec conditions NOGO :

$$\begin{aligned}
 & AP(OI_C \cap NG_C) \\
 &= \left( \sum_{x \in S'} P(xOI_C | \dots xF_C) AP(NG_C | xF_C \cap xD_C) P(xF_C | xD_C) AP(xD_C) \right. \\
 &= \left. \sum_{y \in S'} \sum_{\substack{x \in S \\ x \neq y}} P(xOI_C | \dots yF_C) AP(\overline{xD_C}) \left( 1 - \prod_{i=1}^k \left( 1 - \prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} AP(\overline{zD_C}) \right) \times \mathbb{1}_{y \in MC^i} \right) \right). \tag{8.65}
 \end{aligned}$$

### Remarque 8.7 :

Les bornes inférieures  $LB(AI_C)$ ,  $LB(OI_C \cap NG_C)$  et  $LB(OI_C \cap \overline{NG_C})$  des probabilités d'interruption de vol et d'interruption opérationnelle avec ou sans conditions NOGO ne sont utiles ici que pour être comparées à l'approximation de ces probabilités. En effet, pour valider les exigences quantitatives sur les indicateurs de taux d'interruption opérationnelle, il suffit d'avoir les bornes supérieures de ces probabilités.

### Remarques 8.8 :

1. Pour des cycles  $C$  et  $C'$  qui sont de durées identiques, ce qui est en général le cas pour la plupart des missions, pour un composant  $x \in S$  donné, nous avons les égalités des probabilités :
  - $(xF_C | xD_C) = P(xF_{C'} | xD_{C'})$ ,
  - $P(0 \leq A_C^x \leq FL_C | NG_C \cap xF_C) = P(0 \leq A_{C'}^x \leq FL_{C'} | NG_{C'} \cap xF_{C'})$ , si  $OI\_Risk = Air\_Interruption$ ,
  - $P(xOI_C | \cdot) = P(xOI_{C'} | \cdot)$ ,
  - $P(xOI_C | \cdot) = P(xOI_{C'} | \cdot)$ ,
  - $P(xOI_C | \dots yF_C) = P(xOI_{C'} | \dots yF_{C'})$ .
 Elles ne sont donc pas à calculer à chaque cycle.
2. De même, pour deux composants identiques  $x$  et  $y$  du système, sur un cycle  $C$ , nous avons les égalités de probabilités :
  - $(xF_C | xD_C) = P(yF_C | yD_C)$ ,
  - $P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) = P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap yF_C \cap yD_C)$ ,
  - $P(0 \leq A_C^x \leq FL_C | NG_C \cap xF_C) = P(0 \leq A_C^y \leq FL_C | NG_C \cap yF_C)$ , si  $OI\_Risk = Air\_Interruption$ ,
  - $P(xOI_C | \cdot) = P(yOI_C | \cdot)$ ,
  - $P(xOI_C | \cdot) = P(yOI_C | \cdot)$ ,
  - $P(xOI_C | \dots zF_C) = P(yOI_C | \dots zF_C)$ ,  $z \in S$ , avec seulement deux cas différents si  $z$  a un impact ou non sur la sécurité.
 Les calculs ne sont donc pas à refaire dans le cas de composants identiques.

Le schéma itératif de cette section permet d'aboutir à un encadrement et une approximation des probabilités  $P(NG_C)$ ,  $P(ADM_C)$ ,  $P(RDM_C)$ , pour chacun des cycles  $C$  en partant du premier. De plus, lors de chaque itération, on obtient un encadrement et une approximation des probabilités d'interruption de vol,  $P(AI_C)$ , et d'interruption opérationnelle,  $P(OI_C)$ . Pour les expérimentations numériques, nous appellerons l'algorithme

## 8.9 Schéma itératif complet de calcul des bornes et approximations

---

permettant le calcul des bornes  $BA_1$  et celui permettant les approximations  $AP_1$ . Dans la prochaine partie, nous reprendrons ces résultats pour étendre le modèle pour une évaluation des indicateurs de disponibilité à partir de la phase de définition.

# Chapitre 9

## Extension du modèle à partir de la phase de définition

Le chapitre précédent a fourni une résolution pour une évaluation lors de la phase de conception. Dans ce chapitre, nous proposons une extension de la méthode de résolution qui prend en compte l'ensemble des paramètres accessibles à partir de la phase de définition.

Lors de la phase de définition des systèmes, une connaissance approfondie de la répartition des fonctions du système par *Line Replacable Unit* (LRU) peut modifier l'arbre de défaillances associé aux conditions NOGO.

De plus, plusieurs types de paramètres sont à intégrer.

- Le domaine de détection d'une défaillance et le domaine d'apparition possible d'un FDE peuvent modifier le calcul de la probabilité d'apparition d'un FDE lors d'un cycle.
- L'intervalle de rectification de la panne suite à l'application d'une maintenance différée est une nouvelle donnée. La probabilité de fin d'acceptation d'un mode dégradé suite à une maintenance différée modifie l'expression de la probabilités d'état de panne au début d'un cycle.
- La donnée des temps moyens pour chacune des actions de maintenance corrective permet d'obtenir une distribution plus fine des temps de maintenance.
- Enfin, les intervalles de maintenance possible au sol et les intervalles d'utilisation d'une fonction au sol pour chaque composant du système et chaque cycle influencent les délais logistiques suite à l'apparition d'un FDE.

En plus des indicateurs précédents, cette extension doit fournir, pour chaque cycle  $C$  d'une mission donnée, l'évaluation :

- d'un encadrement et une approximation de la probabilité d'annulation de vol,  $P(CN_C)$ , et de la probabilité de retard,  $P(DY_C)$ ,
- d'une approximation du temps moyen de retard sachant le retard,  $E^{[DY_C]}(R_C)$ .

En se basant sur les développements analytiques du chapitre précédent, nous présentons dans ce chapitre les expressions analytiques des indicateurs de disponibilité à partir de l'hypothèse de l'apparition d'au plus un FDE par cycle et en utilisant les ensembles minimaux de l'AdD des conditions NOGO. Ces expressions tiennent compte, pour chaque

## 9.1 Formules récursives pour les probabilités des événements traduisant la fiabilité en service

---

cycle, du calcul des probabilités :

- d'apparition d'un FDE lors d'un cycle ainsi que durant la phase de vol,
- d'annulation d'un vol sachant l'obligation de restaurer un composant,
- de retard sachant la procédure de maintenance à effectuer.

La démonstration de leurs évaluations est donnée en annexe E.

Dans une première section, nous présentons les développements analytiques des probabilités liées à la fiabilité en service, des probabilités d'état de panne d'un composant au début d'un cycle et des probabilités d'interruption de vol. Nous proposons, dans une deuxième section, un encadrement et une approximation de la probabilité de fin d'acceptation d'un mode dégradé. Dans une troisième section, nous développons les expressions analytiques des probabilités d'annulation et de retard ainsi que l'espérance du temps de retard sachant qu'il y a retard. Enfin, dans la dernière section, nous reprenons le schéma itératif du chapitre précédent afin d'y inclure les modifications.

## 9.1 Formules récursives pour les probabilités des événements traduisant la fiabilité en service

Dans cette section, en supposant que les probabilités d'état des composants au cycle  $C$  sont connues pour chaque composant  $x$  de  $S$ , nous rappelons le développement analytique des trois probabilités  $P(NG_C)$ ,  $P(AMD_C)$ ,  $P(RDM_C)$  de fiabilité en service. Pour obtenir un processus itératif, nous développons l'expression de la probabilité  $P(xD_{C+1})$  pour tout  $x$  de  $S$ . Cette dernière expression est modifiée en tenant compte d'un nouvel événement possible : la fin d'acceptation d'un mode dégradé et l'application d'une maintenance différée.

Pour rappel, nous notons  $xA_C$  l'événement qu'un FDE lié à la défaillance du composant  $x$  apparaisse lors du cycle  $C$ . De façon générale, la probabilité d'apparition d'un FDE lors d'un cycle  $C$  se produit si la défaillance se produit au cycle  $C - 1$  et la détection est effective après la borne maximum de l'intervalle d'annonce ou si la panne se produit au cycle  $C$  et la détection est effective avant la borne maximum de l'intervalle d'annonce. Donc, nous avons le développement suivant :

$$P(xA_C) = P(xA_C | xF_{C-1}) P(xF_{C-1} \cap xD_{C-1}) + P(xA_C | xF_C) P(xF_C \cap xD_C) \quad (9.1)$$

Les probabilités  $P(xF_{C-1} | xD_{C-1})$  et  $P(xF_C | xD_C)$  sont connues à partir du calcul de la probabilité de défaillance 4.1 établie à la partie précédente.

De plus, les probabilités  $P(xD_C)$  et  $P(\overline{xD_C})$  sont supposées connues pour tout  $x \in S$  au début du cycle  $C$ .

Enfin, le calcul des probabilités conditionnelles  $P(xA_C | xF_{C-1})$  et  $P(xA_C | xF_C)$  est présenté en annexe E.

Soient  $S$  l'ensemble des composants du système et  $S'$  l'ensemble des composants munis d'un dispositif de surveillance. Les équations des trois probabilités  $P(NG_C)$ ,  $P(AMD_C)$ ,

## 9.2 Bornes et approximation de la probabilité d'application d'une maintenance différée sur un composant

---

$P(RDM_C)$  de fiabilité en service sont inchangées par rapport au chapitre précédent, en remplaçant l'événement  $xF_C \cap xD_C$  par  $xA_C$  :

$$P(NG_C) = \sum_{x \in S'} P(NG_C | xA_C) P(xA_C) \quad (9.2)$$

$$P(ADM_C) = \sum_{x \in S'} \left( \begin{array}{l} P(ADM | \overline{NG_C} \cap xA_C) \\ \times (1 - P(NG_C | xA_C)) \\ \times P(xA_C) \end{array} \right) \quad (9.3)$$

$$P(RDM_C) = \sum_{x \in S'} \left( \begin{array}{l} P(RDM | \overline{NG_C} \cap xA_C) \\ \times (1 - P(NG_C | xA_C)) \\ \times P(xA_C) \end{array} \right) . \quad (9.4)$$

La valeur de la probabilité de l'occurrence d'une maintenance préventive sur le composant  $x$ , l'événement  $xI_C$ , est binaire et dépend seulement du cycle  $C$  :

$$P(xI_C) = \begin{cases} 1 & \text{si ,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Finalement, en accord avec l'arbre des événements de la figure 5.4 page 101 pour un composant  $x$  muni d'un dispositif de surveillance,  $x \in S'$ , l'événement

## 9.2 Bornes et approximation de la probabilité d'application d'une maintenance différée sur un composant

L'événement  $xM_C \cap \overline{NG_C} \cap \overline{xD_C}$  correspond tout simplement à l'événement  $xM_C$ . La probabilité de l'événement  $xM_C$  doit donc être encadrée pour tout  $x$  appartenant à  $S$ . Avant cela, la remarque suivante limite l'application de cet encadrement.

### Remarque 9.1 :

*À partir de l'Hypothèse 5.7 page 97, nous supposons que la maintenance différée sur un composant  $x$  du système intervient lorsque celui-ci est en état de panne depuis un nombre de cycle égal à  $Fin\_ADM(x, C)$ . Si le cycle  $C$  de la mission est inférieur à  $Fin\_ADM(x, C)$ , il ne peut y avoir de maintenance différée. En effet, il s'agit du cas où le temps écoulé du début de la mission au cycle en cours est plus petit que l'intervalle de temps prévu pour la rectification de la panne.*

*Les calculs des bornes et de l'approximation de la probabilité  $P(xM_C)$  ne seront donc effectués que sous la condition  $Fin\_ADM(x, C) > C$ .*

Lorsque la condition provenant de la remarque précédente est remplie, il faut donc évaluer la probabilité de l'événement  $xM_C$ . Suivant la même démarche que dans la section précédente, nous présentons dans cette section une majoration, une minoration puis une approximation de la probabilité  $P(xM_C)$  pour tout  $x$  appartenant à  $S$  lors d'un cycle  $C$ , en supposant connues les probabilités :

## 9.2 Bornes et approximation de la probabilité d'application d'une maintenance différée sur un composant

---

- $P(\overline{yD_i})$  pour tout cycle  $i$  tel que  $1 \leq i \leq C$  et tout  $y \in S$ ,
- $P(yA_i)$  pour tout cycle  $i$  tel que  $1 \leq i \leq C$  et tout  $y \in S'$ .

De plus, on dispose d'un encadrement et d'une approximation des probabilités  $P(\overline{NG_i} | xA_i)$  et  $P(\overline{NG_i} \cap \overline{xD_i})$  pour tout cycle  $i$  tel que  $1 \leq i \leq C$  et tout  $y \in S'$ .

Enfin, l'événement  $xM_C$  intervient :

- si la défaillance de  $x$  est apparue au cycle  $C - Fin\_ADM(x)$ ,
- si les conditions ne sont pas NOGO et que le mode dégradé a été accepté au cycle  $C - Fin\_ADM(x)$
- et si il n'y a pas eu de conditions NOGO du cycle  $C - Fin\_ADM(x) + 1$  au cycle  $C$ .

Nous avons donc la décomposition suivante :

$$xM_C = \left( \bigcap_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C \overline{NG_i} \right) \cap ADM_C \cap \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)} . \quad (9.5)$$

### Bornes supérieures de la probabilité d'application d'une maintenance différée sur un composant

L'événement correspondant à l'application d'une maintenance différée sur le composant  $x$  au cycle  $C$  est donc inclus dans l'événement que le FDE lié à la défaillance du composant  $x$  se produise au cycle  $C - Fin\_ADM(x)$ , que les conditions NOGO ne se sont pas réalisées et que le mode dégradé soit accepté. Donc :

$$xM_C \subset ADM_C \cap \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)} .$$

D'où la majoration de la probabilité de l'événement  $xM_C$  suivante :

$$\begin{aligned} P(xM_C) &\leq P(ADM_C | \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)}) \\ &\quad \times P(\overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} | xA_{C-Fin\_ADM(x)}) \\ &\quad \times P(xA_{C-Fin\_ADM(x)}) . \end{aligned} \quad (9.6)$$

### Bornes inférieures de la probabilité d'application d'une maintenance différée sur un composant

La relation 9.5 induit qu'aucune condition NOGO ne s'est réalisée durant les cycles  $C - Fin\_ADM(x) + 1$  à  $C$ .

Si aucune défaillance d'un composant  $y$  différent de  $x$  ne s'est produite au cycle  $i$ , l'événement  $NG_i$  n'a pu se produire. Donc l'événement «Aucune défaillance d'un composant  $y \neq x$  n'est apparue au cycle  $i$ » est inclus dans  $NG_i$ , pour tout cycle  $i$  tel que  $C - Fin\_ADM(x) + 1 \leq i \leq C$ .

Lors d'un cycle  $i$ , la probabilité qu'aucune défaillance d'un composant différent de  $x$  n'apparaisse durant le cycle  $i$  est :

$$\begin{aligned} P(\text{«Aucune défaillance n'est apparue au cycle } i\text{»}) \\ = 1 - \sum_{y \neq x} P(yA_i) . \end{aligned}$$

## 9.2 Bornes et approximation de la probabilité d'application d'une maintenance différée sur un composant

---

Et à partir du raisonnement précédent, nous obtenons l'inégalité :

$$\begin{aligned}
& P(xM_C) \\
& \geq \prod_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C P(\text{«Aucune défaillance d'un composant n'est apparue au cycle } i\text{»}) \\
& \quad \times P\left(ADM_C \mid \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)}\right) \\
& \quad \times P\left(\overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \mid xA_{C-Fin\_ADM(x)}\right) \\
& \quad \times P\left(xA_{C-Fin\_ADM(x)}\right) \\
& \geq \prod_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C \left(1 - \sum_{y \neq x} P(yA_i)\right) \\
& \quad \times P\left(ADM_C \mid \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)}\right) \\
& \quad \times P\left(\overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \mid xA_{C-Fin\_ADM(x)}\right) \\
& \quad \times P\left(xA_{C-Fin\_ADM(x)}\right) .
\end{aligned} \tag{9.7}$$

Pour avoir des bornes à partir des relations 9.7 et 9.7, nous utilisons les encadrements des probabilités  $P(\overline{NG_i} \cap \overline{xD_i})$ ,  $i = C - Fin\_ADM(x) + 1 \dots C$ , issus de la section précédente.

### Remarque 9.2 :

Lorsque le mode dégradé a été accepté au cycle  $C - Fin\_ADM(x)$  et qu'aucune condition NOGO n'est apparue lors des cycles  $C - Fin\_ADM(x) + 1$  à  $C$ , le composant  $x$  est resté en état de panne des cycles  $C - Fin\_ADM(x) + 1$  à  $C$ . D'où l'égalité :

$$\bigcap_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C \overline{NG_i} = \bigcap_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C \overline{NG_i} \cap \overline{xD_i} .$$

De plus, nous avons l'égalité :

$$\begin{aligned}
& \overline{xD_{C-Fin\_ADM(x)+1}} \cap xD_{C-Fin\_ADM(x)} \\
& = ADM_C \cap \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)} \cap xD_{C-Fin\_ADM(x)}
\end{aligned}$$

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

Nous obtenons donc l'approximation suivante.

$$\begin{aligned}
& P(xM_C) \\
&= P \left( \left( \bigcap_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C \overline{NG_i} \right) \cap ADM_C \cap \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)} \right) \\
&= P \left( \left( \bigcap_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C \overline{NG_i} \right) \mid \overline{xD_{C-Fin\_ADM(x)+1}} \right) \\
&\quad \times P \left( ADM_C \cap \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)} \right) \\
&\approx \prod_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C P \left( \overline{NG_i} \cap \overline{xD_i} \mid \overline{xD_{C-Fin\_ADM(x)+1}} \right) \\
&\quad \times P \left( ADM_C \cap \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)} \right) \\
&\approx \prod_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C P \left( \overline{NG_i} \cap \overline{xD_i} \right) \\
&\quad \times P \left( ADM_C \cap \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)} \right)
\end{aligned} \tag{9.8}$$

Là encore, dans la relation 9.8, pour avoir une approximation de cette probabilité, nous utilisons les approximations des probabilités  $P(\overline{NG_i} \cap \overline{xD_i})$ ,  $i = C - Fin\_ADM(x) + 1 \dots C$ , issues de la section précédente.

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

Les événements amenant à une OI se décomposent en deux cas différents : les annulations de vol et les retards. Comme explicité précédemment, une maintenance corrective d'urgence intervient au cycle  $C$  quand un FDE apparaît durant ce cycle, le système ou la fonction se trouve alors dans deux cas disjoints :

- le système ou la fonction n'est pas en condition NOGO, la maintenance ne s'applique alors seulement que sur le composant dont le FDE lié à sa défaillance vient d'apparaître. De plus, seul un retard peut se produire car il n'y a pas d'annulation du vol possible.
- le système ou la fonction est en condition NOGO, l'événement  $NG_C$  se produit sans interruption du vol,  $\overline{AI_C}$ , il y a une possibilité d'annulation du vol ( $CN_C$ ) et l'ensemble des composants en état de panne est à restaurer.

Les développements sont présentés en considérant qu'il n'y a pas d'interruption de vol,  $OI\_Risk = Ground\_Interruption$ , et nous considérons uniquement l'événement  $NG_C$ . Dans le cas où  $OI\_Risk = Air\_Interruption$ , les développements sont identiques en remplaçant  $NG_C$  par  $NG_C \cap \overline{AI_C}$ . En effet, la distinction des deux événements est faite par le moment d'apparition du FDE.

Dans cette section, nous allons encadrer et approcher les probabilités des différents cas d'OI. Les développements analytiques permettant le calcul des bornes et approximations

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

sont établis de manière analogue à ceux de la partie précédente sur les probabilités d'OI (voir en section 8.8), en prenant pour hypothèse qu'au plus un FDE peut apparaître au cours d'un cycle.

Nous commençons, dans la première sous-section, par développer un encadrement et une approximation de la probabilité d'annulation de vol avec NOGO. Dans la deuxième sous-section, nous exprimons la probabilité de retard sans NOGO, due à la procédure de maintenance sur un seul composant. Puis, en troisième sous-section, nous développerons un encadrement et une approximation de la probabilité de retard avec NOGO à partir de considérations sur les éléments à restaurer. Enfin, dans une dernière sous-section, nous utilisons les approximations établies pour fournir une estimation du temps de retard moyen sachant qu'il y a retard.

#### 9.3.1 Calcul de la probabilité d'annulation du vol

L'hypothèse SM1 des Hypothèses 3.2 sur la politique de maintenance stipule que dans le cas où  $NG_C$  se produit, tous les composants en panne sont à restaurer. Comme les actions de maintenance se déroulent en parallèle, les probabilités qu'elles entraînent un retard sur l'un des composants sont indépendantes.

De la même manière que pour les interruptions opérationnelles, avant d'évaluer la probabilité d'annulation, nous déterminons la probabilité conditionnelle d'avoir une annulation du vol suivant sachant l'obligation de restaurer un composant.

#### Calcul de la probabilité d'annulation sachant l'obligation de restaurer un composant

Soit  $xCN_C$  l'événement qu'une annulation du vol suivant intervienne due à l'obligation de restaurer le composant  $x$  au cycle  $C$ .

La probabilité d'annulation de vol lié à l'obligation de restaurer le composant  $x$  sachant qu'il est en état de panne est  $P(xCN_C | NG_C \cap x\overline{D}_C \cap yA_C)$ .

À partir des Hypothèses 5.9 page 98, la probabilité d'avoir une annulation lors du vol  $C$  à cause du composant  $x$  sachant que les conditions sont NOGO ( $NG_C$ ) suite à l'apparition d'un FDE lié à la défaillance de  $y$ ,  $yA_C$ , est :

$$P(xCN_C | NG_C \cap yA_C) = (1 - \%Ressources_{(x,C)} + \%Ressources_{(x,C)}) \times P(\text{Coût}_{CN} \leq \overline{R}_C^y \times \text{Coût}_{DY} \cdot h^{-1} | NG_C \cap yA_C)$$

avec le retard estimé pour l'application d'une procédure de restauration sur  $x$  suite à l'apparition d'un FDE et un diagnostic de la défaillance de  $y$  qui est :

$$\overline{R}_C^y = \max(0, A_C^y + L_C^y + T_{Diagnostic}^R(x) + \overline{M}^x - (FD_C + GD_C + 0, 25))$$

où

$$\overline{M}^x = m_{Accès}^R(x) + m_{Depose/Pose}^R(x) + m_{Tests}^R(x) .$$

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

Nous noterons par la suite, pour simplification :  $TD_C = FD_C + GD_C + 0,25$ . Le développement suivant nous permet d'exprimer la probabilité de décision d'annulation suivant les v.a  $A_C^y$ ,  $L_C^y$ ,  $F_C^y$  et  $T_{Diagnostic}^R(x)$  :

$$\begin{aligned} & P(\text{Coût}_{CN} \leq \overline{R_C^x} \times \text{Coût}_{DY.h^{-1}} | NG_C \cap yA_C) \\ &= P\left(\overline{R_C^x} \geq \frac{\text{Coût}_{CN}}{\text{Coût}_{DY.h^{-1}}} | NG_C \cap yA_C\right) \\ &= P\left(A_C^y + L_C^y + F_C^y + T_{Diagnostic}^R(x) + \overline{M^x} - TD_C \geq \frac{\text{Coût}_{CN}}{\text{Coût}_{DY.h^{-1}}} | NG_C \cap yA_C\right) \\ &= P\left(A_C^y + L_C^y + F_C^y + T_{Diagnostic}^R(y) \geq \frac{\text{Coût}_{CN}}{\text{Coût}_{DY.h^{-1}}} + TD_C - \overline{M^x} | NG_C \cap yA_C\right). \end{aligned}$$

Les valeurs  $\text{Coût}_{CN}$ ,  $\text{Coût}_{DY.h^{-1}}$ ,  $TD_C$  et  $\overline{M^x}$  sont fixes.

Les probabilités  $P\left(A_C^y + L_C^y + T_{Diagnostic}^R(y) \geq \frac{\text{Coût}_{CN}}{\text{Coût}_{DY.h^{-1}}} + TD_C - \overline{M^x} | NG_C \cap yA_C\right)$  pour tout  $x \in S$  et tout cycle  $C$ , sont évaluées par simulation de Monte-Carlo des variables aléatoires  $A_C^y$ ,  $L_C^y$ ,  $F_C^y$  et  $T_{Diagnostic}^R(y)$ . La démonstration de leurs évaluations est donnée en annexe E.

La probabilité  $P(xCN | NG_C \cap \overline{xDC} \cap yA_C)$  est notée dans la suite  $P(xCN | \dots yA_C)$ .

#### Bornes de la probabilité d'annulation sachant qu'il y a des conditions NOGO

Si le nombre de composants à restaurer est connu, la probabilité conditionnelle  $P(CN_C | NG_C)$  l'est aussi. La remarque suivante est l'analogue à la Remarque 8.5 qui donne la probabilité conditionnelle d'interruption opérationnelle sachant des conditions NOGO pour une architecture k-out-of-n :

#### Remarque 9.3 (Systèmes avec une architecture k-out-of-n) :

Dans le cas particulier d'une architecture k-out-of-n formée de composants identiques, avec  $k \geq 1$ , la probabilité d'avoir une annulation de vol au cycle  $C$  sachant  $NG_C$  est

$$P(CN_C | NG_C) = 1 - (1 - P(xCN_C | \dots yA_C))^k$$

avec pour tout composant  $x, y$  du système

$$\begin{aligned} P(xCN_C | \dots yA_C) &= P(xCN_C | NG_C \cap xA_C) \\ &= P(xCN_C | NG_C \cap \overline{xDC}) . \end{aligned}$$

En utilisant la relation  $NG_C = \bigcup_{y \in S'} NG_C \cap yA_C$ , l'événement d'annulation du vol au cycle  $C$  se décompose comme suit :

$$CN_C = \bigcup_{y \in S'} \bigcup_{x \in S} xCN_C \cap NG_C \cap yA_C$$

L'événement  $NG_C$  provient obligatoirement d'une coupe minimale de l'AdD associé. Donc le nombre minimum de composants à restaurer est le nombre de composants contenu dans la ou les coupes minimales entraînant  $NG_C$ . Soit  $MC^i$ ,  $1 \leq i \leq k$ , une coupe

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

minimale de l'Add de  $NG$ . En tenant compte de la défaillance du composant  $y \in MC^i \cap S'$ , nous avons :

$$\begin{aligned} P(CN_C \cap MC_C^i \cap yA_C) &= P(CN_C | MC_C^i \cap yA_C) \times P(MC_C^i \cap yA_C) \\ &\geq \left( 1 - \prod_{x \in MC^i} (1 - P(xCN_C | \dots yA_C)) \right) \times P(MC_C^i \cap yA_C) \end{aligned}$$

et donc pour la probabilité conditionnelle, si  $P(MC_C^i \cap yF_C) \neq 0$ , cela implique l'inégalité suivante :

$$P(CN_C | MC_C^i \cap yA_C) \geq 1 - \prod_{x \in MC^i} (1 - P(xCN_C | \dots yA_C)) .$$

Par la suite, en décomposant  $NG_C \cap yA_C$ , nous obtenons l'inégalité suivante :

$$P(CN_C | NG_C \cap yA_C) \geq \min_{\substack{1 \leq i \leq k \\ y \in MC^i \cap S'}} \left( 1 - \prod_{x \in MC^i} (1 - P(xCN_C | \dots yA_C)) \right) .$$

Donc, la probabilité de l'événement  $CN_C \cap NG_C$  est minorée par la relation :

$$P(CN_C | NG_C) \geq \sum_{y \in S'} \min_{\substack{1 \leq i \leq k \\ y \in MC^i \cap S'}} \left( 1 - \prod_{x \in MC^i} (1 - P(xCN_C | \dots yA_C)) \right) \times P(NG_C \cap yA_C) . \quad (9.9)$$

#### Bornes de la probabilité d'annulation avec des conditions NOGO

De façon similaire au développement de la majoration de la probabilité  $P(OI_C \cap NG_C)$  donnant la relation (8.29) page 153, nous obtenons une majoration de la probabilité d'annulation du vol avec conditions NOGO lors du cycle  $C$ .

Soit  $E_{NOGO}$  l'ensemble des composants dont la défaillance constitue une coupe minimale d'ordre 1. Suivant le composant  $y \in S'$  qui vient de défaillir au cycle  $C$ , la probabilité conditionnelle de l'occurrence d'une annulation sachant  $NG_C$  et  $yA_C$  est majorée par :

$$P(CN_C | NG_C \cap yA_C \cap yD_C) \leq 1 - (1 - P(yCN_C | \dots yA_C)) \times \prod_{x \notin E_{NOGO}} (1 - P(xCN_C | \dots yA_C)) .$$

en considérant que les réparations sont effectuées en parallèle et en utilisant la formule de Poincaré.

Nous obtenons la majoration de la probabilité  $P(CN_C \cap NG_C)$  suivante :

$$P(CN_C \cap NG_C) \leq \sum_{y \in S'} \left( 1 - (1 - P(yCN_C | \dots yA_C)) \times \prod_{x \notin E_{NOGO}} (1 - P(xCN_C | \dots yA_C)) \right) \times P(NG_C | yA_C) P(yA_C) . \quad (9.10)$$

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

De plus, de manière similaire au développement de la majoration de la probabilité  $P(OI_C \cap NG_C)$  donnant la relation (8.30) page 153, nous obtenons une deuxième majoration de la probabilité d'annulation du vol avec conditions NOGO lors du cycle  $C$ . L'occurrence d'une annulation avec l'événement  $NG_C$  se décompose par rapport aux composants en état de panne lors du cycle  $C$  comme suit :

$$CN_C \cap NG_C = \bigcup_{x \in S'} xCN_C \cap NG_C \cap (xA_C \cap xD_C) \\ \bigcup_{\substack{x \in S \\ y \in S' \\ y \neq x}} \bigcup_{y \in S'} xCN_C \cap NG_C \cap \overline{xD_C} \cap yA_C \cap yD_C .$$

Il ne s'agit pas d'une union d'événements disjoints, mais la somme fournit une majoration qui est :

$$P(CN_C \cap NG_C) \leq \sum_{x \in S'} P(xCN_C | \dots xA_C) P(NG_C | xA_C \cap xD_C) P(xA_C | xD_C) P(xD_C) \\ + \sum_{x \in S} \sum_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} P(xCN_C | \dots yA_C) P(NG_C \cap \overline{xD_C} \cap yA_C \cap yD_C) . \quad (9.11)$$

Avec cette même formulation de l'événement  $CN_C \cap NG_C$ , sa probabilité peut être minorée par la probabilité qu'un composant soit en état de panne et entraîne une décision d'annulation, en prenant l'inégalité suivante :

$$P(CN_C \cap NG_C) \geq \max_{x \in S} \left( \begin{array}{l} P(xCN_C | \dots xA_C) P(NG_C | xA_C \cap xD_C) P(xA_C) \\ + \sum_{\substack{y \in S \\ y \neq x}} P(xCN_C | \dots yA_C) P(NG_C \cap \overline{xD_C} \cap yA_C \cap yD_C) \end{array} \right) . \quad (9.12)$$

#### Approximation de la probabilité d'annulation avec des conditions NOGO

Après avoir trouvé des bornes pour l'événement  $CN_C \cap NG_C$ , il faut trouver une approximation pertinente de cet événement. En considérant qu'une annulation est due à l'obligation de restauration d'un composant  $x$ , suite à l'apparition de la défaillance d'un composant  $y$ , nous avons la décomposition suivante :

$$CN_C = \bigcup_{y \in S'} \bigcup_{x \in S} xCN_C \cap NG_C \cap yA_C .$$

Soit  $CN_C^1 = \bigcup_{x \in S'} xCN_C \cap NG_C \cap (xA_C \cap xD_C)$  l'événement représentant l'occurrence d'une annulation due à l'obligation de restauration, sous conditions NOGO, du composant dont la défaillance est apparue.

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

Soit  $CN_C^2 = \bigcup_{x \in S} xCN_C \cap \overline{xD_C} \cap \left( \bigcup_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} NG_C \cap (yA_C \cap yD_C) \right)$  l'événement représentant l'occurrence d'une annulation due à l'obligation de restauration, sous conditions NOGO, d'un composant en état de panne au début du cycle.

Ces deux événements ne sont pas disjoints, car l'obligation de restauration de deux composants différents peut entraîner une annulation. Toutefois nous avons l'inégalité  $P(CN_C \cap NG_C) \leq P(CN_C^1) + P(CN_C^2)$ .

La probabilité de l'événement  $CN_C^1$  se développe comme suit :

$$P(CN_C^1) = \sum_{x \in S'} P(xCN_C | \dots xA_C) P(NG_C | xA_C \cap xD_C) P(xA_C | xD_C) P(xD_C) .$$

La probabilité de l'événement  $CN_C^2$  est :

$$P(CN_C^2) \approx \sum_{y \in S'} \sum_{\substack{x \in S \\ x \neq y}} P(xCN_C | \dots yF_C) P(\overline{xD_C}) \left( 1 - \prod_{i=1}^k \left( 1 - \prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} P(\overline{zD_C}) \right) \times \mathbb{1}_{y \in MC^i} \right) .$$

On utilise ce majorant comme une approximation de la probabilité de l'événement  $CN_C^2$ .

Au final, on obtient l'approximation suivante de la probabilité de l'événement  $CN_C \cap NG_C$  :

$$P(CN_C \cap NG_C) \approx P(CN_C^1) + P(CN_C^2) . \quad (9.13)$$

#### 9.3.2 Calcul de la probabilité de retard sans condition NOGO

Les cas SM2 et SM3 des Hypothèses 3.2, page 61, sur la politique de maintenance stipulent que dans le cas où  $NG_C$  ne se produit pas, l'action de maintenance corrective ne s'applique que sur le composant dont la défaillance vient d'apparaître.

De la même manière que pour les interruptions opérationnelles, avant d'évaluer la probabilité de retard sans NOGO, nous déterminons la probabilité conditionnelle d'avoir un retard sachant la procédure de maintenance à effectuer.

Lorsqu'un FDE lié à la défaillance d'un composant  $x$  se produit au cycle  $C$  sans entraîner de conditions NOGO, deux types de procédure de maintenance corrective sur celui-ci sont possibles :

- la procédure d'isolation de la panne due à l'acceptation d'un mode dégradé, lorsque le FDE lié à la défaillance du composant apparaît au cours du cycle sans entraîner de conditions NOGO. La probabilité d'avoir un retard en isolant le composant  $x$

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

lors du cycle  $C$  sachant l'acceptation du mode dégradé est notée  $P(R_C^x > 0 | \cdot)$ , et correspond à la probabilité conditionnelle :

$$P(R_C^x > 0 | ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C) = P(R_C^x > 0 | \cdot)$$

avec la v.a du temps de retard qui est :

$$R_C^x = \max(0, A_C^x + L_C^x + F_C^x + M^x - (FD_C + GD_C + 0, 25))$$

où

$$M^x = T_{Accès}^{ADM}(x) + T_{Diagnostic}^{ADM}(x) + T_{Depose/Pose}^{ADM}(x) + T_{Tests}^{ADM}(x) .$$

- la procédure de restauration du composant, lorsque le FDE lié à la défaillance du composant intervient et qu'il y a un refus du mode dégradé. La probabilité d'avoir un retard en restaurant le composant  $x$  lors du cycle  $C$  sachant qu'il y a un refus du mode dégradé est notée  $P(R_C^x > 0 | \cdot)$ , et correspond à la probabilité conditionnelle :

$$P(R_C^x > 0 | RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C) = P(R_C^x > 0 | \cdot)$$

avec la v.a du temps de retard qui est :

$$R_C^x = \max(0, A_C^x + L_C^x + F_C^x + M^x - (FD_C + GD_C + 0, 25))$$

où

$$M^x = T_{Accès}^R(x) + T_{Diagnostic}^R(x) + T_{Depose/Pose}(x) + T_{Tests}(x) .$$

Les probabilités

$$P(A_C^x + L_C^x + F_C^x + M^x \geq FD_C + GD_C + 0, 25 | ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap yA_C)$$

$$\text{et } P(A_C^x + L_C^x + F_C^x + M^x \geq FD_C + GD_C + 0, 25 | RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap yA_C)$$

pour tout  $x \in S$  et tout cycle  $C$ , sont évaluées par simulation de Monte-Carlo des variables aléatoires  $A_C^x$ ,  $L_C^x$ ,  $F_C^x$  et  $M^x$ . La démonstration de leurs évaluations est donnée en annexe E.

Nous allons maintenant décomposer la probabilité de l'événement  $DY_C \cap \overline{NG_C}$  lors du cycle  $C$ .

Lorsque l'événement  $NG_C$  ne se produit pas, un retard ne peut arriver que lorsqu'une défaillance d'un composant intervient et qu'une action de maintenance corrective conduit à accepter ou rejeter le mode dégradé, c'est-à-dire les événements  $ADM_C$  et  $RDM_C$ .

L'événement  $DY_C \cap \overline{NG_C}$  se partitionne en insérant les événements des différents cas d'incidents techniques sur le système lors du cycle  $C$ , comme suit :

$$DY_C \cap \overline{NG_C} = \bigcup_{x \in S'} (DY_C \cap (ADM_C \cup RDM_C) \cap \overline{NG_C} \cap xA_C \cap xD_C) .$$

La politique de la compagnie aérienne type, suivant les Hypothèses 5.10 page 100, conduit à ce que seul le composant annoncé en panne subit une maintenance corrective et donc peut entraîner un retard. Il y a donc égalité des événements suivant :

$$DY_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C \cap xD_C = [R_C^x > 0] \cap \overline{NG_C} \cap xA_C \cap xD_C .$$

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

L'Hypothèse 2.1 page 41 permet de décomposer les probabilités des événements disjoints pour obtenir le développement suivant de la probabilité  $P(DY_C \cap \overline{NG_C})$  :

$$P(DY_C \cap \overline{NG_C}) = \sum_{x \in S'} \left[ \begin{array}{l} P([R_C^x > 0] \cap ADM_C | \overline{NG_C} \cap xA_C) \\ + P([R_C^x > 0] \cap RDM_C | \overline{NG_C} \cap xA_C) \end{array} \right] \times P(\overline{NG_C} | xA_C) \times P(xA_C) \quad (9.14)$$

Avec les encadrements des probabilités  $P(NG_C | xA_C)$ , pour tout  $x \in S'$ , proposés en section 8.4, il est possible de fournir un encadrement de  $P(DY_C \cap \overline{NG_C})$ . De même, avec l'approximation de  $P(NG_C | xA_C)$ , pour tout  $x \in S$ , proposé en section 8.5, une approximation de  $P(DY_C \cap \overline{NG_C})$  peut être obtenue.

#### 9.3.3 Calcul de la probabilité de retard avec conditions NOGO

Soit  $xDY_C$  l'événement d'un retard dû à l'application d'une maintenance corrective sur le composant  $x$ .

La probabilité d'avoir un retard en restaurant le composant  $x$  lors du cycle  $C$  sachant que les conditions sont NOGO sans interruption de vol ni annulation du vol suivant suite à l'apparition de la défaillance du composant  $y$  est notée  $P(xDY_C | \dots yA_C)$ . Elle correspond à la probabilité conditionnelle :

$$\begin{aligned} P(xDY_C | \overline{CN_C} \cap NG_C \cap xA_C) &= P(xDY_C | \dots xA_C) \quad , \text{ si } y = x \quad , \\ P(xDY_C | \overline{CN_C} \cap NG_C \cap yA_C \cap \overline{xDC}) &= P(xDY_C | \dots yA_C) \quad , \text{ sinon.} \end{aligned}$$

Lorsque les conditions sont NOGO, il n'y a un retard que s'il n'y a pas annulation du vol suivant. Il faut donc que les ressources soient disponibles pour restaurer un composant. Donc, nous avons les relations suivantes :

$$\begin{aligned} P(xDY_C | \dots xA_C) &= \%Ressources_{(x,C)} \times P(R_C^x > 0 | \overline{CN_C} \cap NG_C \cap xA_C) \\ P(xDY_C | \dots yA_C) &= \%Ressources_{(x,C)} \times P(R_C^x > 0 | \overline{CN_C} \cap NG_C \cap yA_C \cap \overline{xDC}) \quad . \end{aligned}$$

Les probabilités

$$\begin{aligned} &P(R_C^x > 0 | \overline{CN_C} \cap NG_C \cap xA_C) \\ &\text{et } P(R_C^x > 0 | \overline{CN_C} \cap NG_C \cap yA_C \cap \overline{xDC}) \end{aligned}$$

pour tout  $x \in S$  et tout cycle  $C$ , sont évaluées par simulation de Monte-Carlo des variables aléatoires  $A_C^x, L_C^x, F_C^x, M^x$  et  $A_C^y, L_C^y, F_C^y$ , pour  $y \neq x$ . La démonstration de leurs évaluations est donnée en annexe E.

L'événement  $DY_C \cap \overline{CN_C}$  représente l'événement que la décision d'annulation n'est prise pour aucun composant et que l'un d'eux entraîne un retard. Comme la probabilité d'annulation est faible en comparaison de celle de retard, sauf dans le cas où les ressources sont indisponibles, nous pouvons, pour une majoration, ne pas tenir compte de l'événement  $\overline{CN_C}$ . À l'inverse, dans le cas d'une minoration, il suffit de soustraire la borne maximum de la probabilité d'annulation.

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

La remarque suivante est analogue de la Remarque 8.5 qui donne la probabilité conditionnelle d'interruption opérationnelle sachant des conditions NOGO pour une architecture k-out-of-n.

**Remarque 9.4 (Systèmes avec une architecture k-out-of-n) :**

Dans le cas particulier d'une architecture k-out-of-n formée de composants identiques, avec  $k \geq 1$ , la probabilité d'avoir un retard sachant  $\overline{DY_C} \cap NG_C$  est

$$P(DY_C | \overline{CN_C} \cap NG_C) = 1 - (1 - P(xDY_C > 0 | \dots xA_C))^k$$

avec pour tout composant  $x$  du système

$$\begin{aligned} P(xDY_C > 0 | \dots xA_C) &= P(xDY_C > 0 | \overline{CN_C} \cap NG_C \cap xA_C) \\ &= P(xDY_C > 0 | \overline{CN_C} \cap NG_C \cap \overline{xDC}) . \end{aligned}$$

**Bornes de la probabilité de retard sachant qu'il y a des conditions NOGO**

En utilisant la relation  $NG_C = \bigcup_{y \in S'} NG_C \cap yA_C$ , l'événement d'un retard au cycle  $C$  se décompose comme suit :

$$DY_C \cap \overline{CN_C} = \bigcup_{y \in S'} \bigcup_{x \in S} xDY_C \cap \overline{CN_C} \cap NG_C \cap yA_C .$$

L'événement  $NG_C$  provient obligatoirement d'une coupe minimale de l'AdD associé. Donc les composants à restaurer au minimum sont ceux contenus dans la ou les coupes minimales qui entraînent  $NG_C$ . Soit  $MC^i$ ,  $1 \leq i \leq k$ , une coupe minimale de l'AdD de  $NG$ , alors en utilisant le même raisonnement que pour l'événement  $CN_C \cap NG_C$ , la probabilité de l'événement  $DY_C \cap NG_C$  est minorée par la relation :

$$P(DY_C \cap \overline{CN_C} | NG_C) \geq \min_{1 \leq i \leq k} \left( 1 - \prod_{x \in MC^i} (1 - P(xDY_C | \dots xA_C)) \right) \quad (9.15)$$

**Bornes de la probabilité de retard avec des conditions NOGO**

De façon similaire au développement de la majoration de la probabilité  $P(OI_C \cap NG_C)$  donnant la relation (8.29) page 153, nous obtenons une majoration de la probabilité de retard avec conditions NOGO lors du cycle  $C$ .

Soit  $E_{NOGO}$  l'ensemble des composants dont la défaillance constitue une coupe minimale d'ordre 1. Suivant le composant  $y \in S'$  qui vient de défaillir au cycle  $C$ , la probabilité conditionnelle d'un retard sachant l'occurrence des événements  $NG_C$  et  $yA_C$  est majorée par :

$$P(DY_C | NG_C \cap yA_C) \leq 1 - (1 - P(yDY_C | \dots yA_C)) \times \prod_{x \notin E_{NOGO}} (1 - P(xDY_C | \dots yA_C)) . \quad (9.16)$$

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

Nous obtenons la majoration suivante de la probabilité de retard avec conditions NOGO lors du cycle  $C$  :

$$P(DY_C \cap NG_C) \leq \sum_{y \in S'} \left( 1 - (1 - P(yDY_C | \dots yA_C)) \times \prod_{x \notin E_{NOGO}} (1 - P(xDY_C | \dots yA_C)) \right) \times P(NG_C | yA_C) P(yA_C) \quad (9.17)$$

De plus, de manière similaire au développement de la majoration de la probabilité  $P(OI_C \cap NG_C)$  donnant la relation 8.30 page 153, nous obtenons une deuxième majoration de la probabilité de retard avec conditions NOGO lors du cycle  $C$ . L'occurrence d'un retard avec l'événement  $NG_C$  se décompose par rapport aux composants en état de panne lors du cycle  $C$  par la formulation suivante.

$$DY_C \cap \overline{CN}_C \cap NG_C = \bigcup_{x \in S'} xDY_C \cap \overline{CN}_C \cap NG_C \cap ((xA_C \cap xD_C) \cup \overline{xD_C}) \\ \bigcup_{\substack{x \in S \\ y \in S' \\ y \neq x}} xDY_C \cap \overline{CN}_C \cap NG_C \cap \overline{xD_C} \cap yA_C .$$

Il ne s'agit pas d'une union d'événements disjoints, mais la somme fournit la majoration :

$$P(DY_C \cap \overline{CN}_C \cap NG_C) \leq \sum_{x \in S'} P(xDY_C | \dots xA_C) P(NG_C | xA_C \cap xD_C) P(xA_C) \\ + \sum_{\substack{x \in S \\ y \in S' \\ y \neq x}} P(xDY_C | \dots yA_C) P(NG_C \cap \overline{xD_C} \cap yA_C \cap yD_C) . \quad (9.18)$$

Avec cette même formulation de l'événement  $DY_C \cap \overline{CN}_C \cap NG_C$ , sa probabilité peut être minorée par la probabilité qu'un composant en état de panne entraîne le retard :

$$P(DY_C \cap \overline{CN}_C \cap NG_C) \geq \max_{x \in S} \left( P(xDY_C | \dots xA_C) P(NG_C | xA_C \cap xD_C) P(xA_C) \right. \\ \left. + \sum_{\substack{y \in S \\ y \neq x}} P(xDY_C | \dots yA_C) P(NG_C \cap \overline{xD_C} \cap yA_C) \right) . \quad (9.19)$$

#### Approximation de la probabilité de retard avec des conditions NOGO

Après avoir trouvé des bornes pour l'événement  $DY_C \cap \overline{CN}_C \cap NG_C$ , il faut trouver une approximation pertinente de cet événement. En considérant qu'un retard est dû à la restauration d'un composant  $x$ , suite à l'apparition de la défaillance d'un composant  $y$ , nous avons la décomposition suivante :

$$DY_C = \bigcup_{y \in S'} \bigcup_{x \in S} xDY_C \cap \overline{CN}_C \cap NG_C \cap yA_C .$$

### 9.3 Probabilités des événements caractérisant la disponibilité

Soit  $DY_C^1 = \bigcup_{x \in S'} xDY_C \cap \overline{CN_C} \cap NG_C \cap xA_C$  l'événement représentant l'occurrence d'un retard due à la restauration, sous conditions NOGO, du composant dont la défaillance vient d'apparaître.

Soit  $DY_C^2 = \bigcup_{x \in S} xDY_C \cap \overline{CN_C} \cap \overline{xD_C} \cap \left( \bigcup_{\substack{y \in S' \\ y \neq x}} NG_C \cap yA_C \right)$  l'événement représentant l'occurrence d'un retard due à la restauration, sous conditions NOGO, d'un composant en état de panne au début du cycle.

Ces deux événements ne sont pas disjoints, car l'obligation de restauration de deux composants peut entraîner une annulation, toutefois nous avons l'inégalité  $P(DY_C \cap \overline{CN_C} \cap NG_C) \leq P(DY_C^1) + P(DY_C^2)$ .

La probabilité de l'événement  $DY_C^1$  est :

$$P(DY_C^1) = \sum_{x \in S'} P(xDY_C | \dots xA_C) P(NG_C | xA_C) P(xA_C). \quad (9.20)$$

La probabilité de l'événement  $DY_C^2$  est :

$$P(DY_C^2) \approx \sum_{y \in S'} \sum_{\substack{x \in S \\ x \neq y}} P(xDY_C | \dots yF_C) P(\overline{xD_C}) \left( 1 - \prod_{i=1}^k \left( 1 - \prod_{\substack{z \in MC^i \\ z \neq x, z \neq y}} P(\overline{zD_C}) \right) \times \mathbb{1}_{y \in MC^i} \right).$$

On utilise ce majorant comme une approximation de la probabilité de l'événement  $DY_C^2$ .

Au final, on obtient l'approximation suivante de la probabilité de l'événement  $DY_C \cap \overline{CN_C} \cap NG_C$  :

$$P(DY_C \cap \overline{CN_C} \cap NG_C) \approx P(DY_C^1) + P(DY_C^2). \quad (9.21)$$

#### Calcul du temps moyen de retard moyen sachant qu'il y a retard

Le dernier indicateur à approcher pour obtenir une approximation du coût est le temps de retard moyen sachant qu'il y a retard lors d'un cycle, soit l'espérance conditionnelle  $E^{DY_C}(R_C)$ .

La v.a  $R_C$  est conditionnée par trois événements distincts qui entraînent un retard :

- l'acceptation d'un mode dégradé lors du cycle  $C$ ,  $ADM_C$ ,
- le refus d'un mode dégradé lors d'un cycle  $C$ ,  $RDM_C$ ,
- des conditions NOGO sans interruption du vol ni annulation du prochain vol lors du cycle  $C$ ,  $\overline{AI_C} \cap \overline{CN_C} \cap NG_C$ .

En tenant compte du FDE lié à la défaillance d'un composant, le calcul du temps moyen de retard sachant qu'il y a un retard lors du cycle  $C$ , qui correspond à

## 9.4 Reprise du schéma itératif

---

l'espérance de la v.a  $R_C$ , se développe comme suit :

$$\begin{aligned}
E^{DY_C}(R_C) &= \sum_{x \in S'} E^{DY_C \cap ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C}(R_C) \times P(ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C | DY_C) \\
&+ \sum_{x \in S'} E^{DY_C \cap RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C}(R_C) \times P(RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C | DY_C) \\
&+ \sum_{x \in S'} E^{DY_C \cap \overline{AI_C} \cap \overline{CN_C} \cap NG_C \cap xA_C}(R_C) \times P(\overline{AI_C} \cap \overline{CN_C} \cap NG_C \cap xA_C | DY_C).
\end{aligned}$$

Des approximations des probabilités  $P(DY_C \cap ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C)$ ,  $P(DY_C \cap RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C)$ ,  $P(DY_C \cap \overline{CN_C} \cap NG_C \cap xA_C)$  et  $P(DY_C)$  ont été obtenues précédemment. Elles conduisent à des approximations des probabilités conditionnelles  $P(ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C | DY_C)$ ,  $P(RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C | DY_C)$  et  $P(\overline{CN_C} \cap NG_C \cap xA_C | DY_C)$ .

Les espérances conditionnelles :

- $E^{DY_C \cap ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C}(R_C)$ ,
- $E^{DY_C \cap RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C}(R_C)$
- et  $E^{DY_C \cap \overline{AI_C} \cap \overline{CN_C} \cap NG_C \cap xA_C}(R_C)$ ,

pour tout  $x \in S'$  et tout cycle  $C$ , sont évaluées par simulation de Monte-Carlo des variables aléatoires  $A_C^x$ ,  $L_C^x$ ,  $F_C^x$  et  $M^y$ , pour  $y \in S$ . La démonstration de leurs évaluations est donnée en annexe E.

## 9.4 Reprise du schéma itératif

Dérivé des inégalités et approximations des précédentes sections, nous reprenons le schéma itératif du modèle en phase de conception en précisant les extensions à partir de la phase de définition. Au final, pour permettre l'itération suivante du calcul, les expressions des bornes et approximations des probabilités d'états de panne et de marche de chaque composant pour le début du cycle suivant sont données.

Les bornes et approximations des probabilités d'interruption de vol,  $P(AI_C)$ , d'annulation du vol suivant,  $P(CN_C)$ , de retard sans et avec conditions NOGO,  $P(DY_C \cap \overline{NG_C})$  et  $P(DY_C \cap NG_C)$ , ainsi que l'approximation du temps moyen de retard,  $E^{DY_C}(R_C)$ , ne sont pas données ici. Elles sont obtenues de manière similaire, en utilisant les inégalités et approximations développées en section 9.3.

Les données en entrée du modèle sont :

- les probabilités  $P(xF_C | xD_C)$  connues pour tout  $x \in S$  et tout  $C$  tel que  $1 \leq C \leq N$ , à partir des développements de la section 4.3,
- les données initiales des probabilités d'états de marche et de panne au début de la mission pour chacun des composants  $x \in S$ ,  $P(xD_1)$ .

Les bornes et l'approximation des probabilités  $P(xA_C)$  sont évaluées pour tout

## 9.4 Reprise du schéma itératif

$x \in S'$  et tout  $C$  tel que  $1 \leq C \leq N$  à partir de la relation 9.1, et on obtient :

$$UB(xA_C) = P(xA_C | xF_{C-1}) P(xF_{C-1} | xD_{C-1}) UB(xD_{C-1}) + P(xA_C | xF_C) P(xF_C | xD_C) UB(xD_C) \quad (9.22)$$

$$LB(xA_C) = P(xA_C | xF_{C-1}) P(xF_{C-1} | xD_{C-1}) LB(xD_{C-1}) + P(xA_C | xF_C) P(xF_C | xD_C) LB(xD_C) \quad (9.23)$$

$$AP(xA_C) = P(xA_C | xF_{C-1}) P(xF_{C-1} | xD_{C-1}) AP(xD_{C-1}) + P(xA_C | xF_C) P(xF_C | xD_C) AP(xD_C) . \quad (9.24)$$

Le calcul des bornes et approximations des probabilités liées aux indicateurs en service,  $P(NG_C)$ ,  $P(ADM_C)$  et  $P(RDM_C)$ , restent inchangées, une fois le calcul de la probabilité d'apparition d'un FDE évaluée.

Les bornes et approximations des probabilités de fin d'application d'une maintenance corrective sur un composant  $x$  sont obtenues à partir des relations (9.7) , (9.7) et (9.8).

$$UB(xM_C) \leq P(ADM_C | \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)}) \times UB(\overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} | xA_{C-Fin\_ADM(x)}) \times P(xA_{C-Fin\_ADM(x)}) \quad (9.25)$$

$$LB(xM_C) \geq \prod_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C \left( 1 - \sum_{y \neq x} P(yA_i) \right) \times P(ADM_C | \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)}) \times LB(\overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} | xA_{C-Fin\_ADM(x)}) \times P(xA_{C-Fin\_ADM(x)}) \quad (9.26)$$

$$AP(xM_C) \approx \prod_{i=C-Fin\_ADM(x)+1}^C AP(\overline{NG_i} \cap \overline{xD_i}) \times P(ADM_C \cap \overline{NG_{C-Fin\_ADM(x)}} \cap xA_{C-Fin\_ADM(x)}) \quad (9.27)$$

Les bornes et approximations précédentes peuvent donc être calculées à partir des données en entrée du modèle car les bornes des probabilités d'états  $UB(xD_C)$ ,  $UB(\overline{xD_C})$ ,  $LB(xD_C)$  et  $LB(\overline{xD_C})$  sont obtenues facilement pour tout  $x$  appartenant à  $S$  et tout  $C$  par les formules suivantes.

De la relation (??), on dérive les bornes suivantes pour un composant  $x$  muni d'un dispositif de surveillance,  $x \in S'$  :

$$UB(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{aligned} &UB(\overline{xD_C}) - LB(\overline{NG_C} \cap \overline{xD_C}) - LB(xM_C) \\ &+ P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xA_C) \\ &\times (1 - LB(NG_C | xA_C)) \times UB(xA_C) \end{aligned} \right) \quad (9.28)$$

## 9.4 Reprise du schéma itératif

---

$$LB(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} LB(\overline{xD_C}) - UB(NG_C \cap \overline{xD_C}) - UB(xM_C) \\ +P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xA_C) \\ \times (1 - UB(NG_C | xA_C)) \times LB(xA_C) \end{array} \right) \quad (9.29)$$

$$AP(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} AP(\overline{xD_C}) - AP(NG_C \cap \overline{xD_C}) - AP(xM_C) \\ +P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xA_C) \\ \times (1 - AP(NG_C | xA_C)) \times AP(xA_C) \end{array} \right). \quad (9.30)$$

De la relation (??), on dérive les bornes suivantes pour un composant  $x$  muni d'un mode de panne caché,  $x \notin S'$  :

$$UB(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} UB(\overline{xD_C}) - LB(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ +P(xF_C | xD_C) UB(xD_C) \end{array} \right) \quad (9.31)$$

$$LB(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} LB(\overline{xD_C}) - UB(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ +P(xF_C | xD_C) LB(xD_C) \end{array} \right) \quad (9.32)$$

$$AP(\overline{xD_{C+1}}) = P(\overline{xI_C}) \times \left( \begin{array}{l} AP(\overline{xD_C}) - AP(NG_C \cap \overline{xD_C}) \\ +P(xF_C | xD_C) AP(xD_C) \end{array} \right). \quad (9.33)$$

En gardant en tête que, à l'aide du complémentaire de l'événement  $xD_C$  et la relation  $LB(\overline{xD_C}) \leq P(\overline{xD_C}) \leq UB(\overline{xD_C})$ , nous avons les égalités :  $UB(xD_C) = 1 - LB(\overline{xD_C})$  et  $LB(xD_C) = 1 - UB(\overline{xD_C})$ . De même, l'approximation de la probabilité de l'événement  $xD_C$  s'obtient avec  $AP(\overline{xD_C}) = 1 - AP(xD_C)$ .

Le schéma itératif de cette section permet d'aboutir à un encadrement et une approximation des probabilités  $P(NG_C)$ ,  $P(ADM_C)$ ,  $P(RDM_C)$ , pour chacun des cycles en partant du premier. De plus, lors de chaque itération, on obtient un encadrement et une approximation des probabilités des différents cas d'interruption opérationnelle,  $P(AI_C)$ ,  $P(CN_C)$  et  $P(DY_C)$ . Dans la partie sur les expérimentations numériques, nous appellerons  $BA_2$  l'algorithme permettant le calcul des bornes et celui permettant les approximations  $AP_2$ .

## Conclusion de la troisième partie

Dans le septième chapitre, après avoir présenté les différentes méthodes d'évaluation de la disponibilité d'un système, nous avons proposé une méthode de résolution de l'évaluation des indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel basée sur un développement analytique à partir de l'hypothèse d'apparition d'au plus un FDE lié à la défaillance d'un composant lors d'un cycle. Pour permettre l'estimation de la probabilité d'occurrence de conditions NOGO à partir de l'AdD les caractérisant, les ensembles minimaux (coupes et chemins) ont été extraits avec un algorithme MOCUS modifié en tenant compte des éléments répétés.

Cette méthode a été développée dans le huitième chapitre. Pour obtenir les encadrements et l'approximation, nous avons utilisé les ensembles minimaux de l'AdD des conditions NOGO. De là découle un schéma itératif permettant l'estimation des bornes et une approximation de chacun des indicateurs à évaluer lors de la phase de conception : les probabilités de fiabilité en service pour chacun des cycles et les taux  $OI\_Rate$ ,  $AI\_Rate$ . Ces algorithmes sont appelés respectivement  $BA_1$  et  $AP_1$ .

Dans le neuvième chapitre, nous avons développé une extension du modèle de résolution pour une utilisation à partir de la phase de définition. Cela a abouti à deux algorithmes,  $BA_2$  et  $AP_2$ , d'évaluation des bornes et d'une approximation des indicateurs  $OI\_Rate$  et  $AI\_Rate$ , ainsi que de nouveaux indicateurs de disponibilité  $CN\_Rate$ ,  $DY\_Rate$  et le temps de retard moyen. Cette méthode de résolution s'appuie sur les résultats issus des développements analytiques du chapitre précédent, en intégrant de nouveaux paramètres accessibles seulement à partir de la phase de définition.

Il convient maintenant de valider le choix de la méthode d'évaluation des indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel sur deux critères : la précision des résultats et le temps de calcul de chacun des algorithmes. Les modèles de Markov à temps discrets et une résolution par simulation de Monte-Carlo peuvent eux aussi évaluer les résultats avec précision (voir au chapitre 7). Ils vont donc nous permettre une comparaison des différentes méthodes. Cela va être fait dans la partie suivante qui porte sur les expérimentations numériques.

Quatrième partie

Expérimentations numériques

# Introduction de la quatrième partie

Le modèle proposé dans la troisième partie fournit un encadrement et une approximation de quantités relatives à la disponibilité dans un contexte opérationnel. Ce modèle doit répondre à des contraintes industrielles fortes qui sont :

- la précision des calculs pour les quantités observées,
- un temps de calcul faible pour tout type de système.

Le premier objectif est de vérifier que le modèle proposé répond à ces contraintes. Le second objectif de cette partie est de proposer une validation des modèles par rapport aux données en service. Une interruption opérationnelle, par sa fréquence, reste un événement rare. Il est donc difficile de fournir une méthode d'estimation avec un intervalle de confiance fiable, d'autant plus que les données en service ne sont pas complètes.

**Les dixième et onzième chapitres** sont consacrés à la validation des contraintes industrielles sur des expérimentations numériques. Cette validation est effectuée tout d'abord pour le premier niveau du modèle (algorithmes  $BA_1$  et  $AP_1$ ) avec les paramètres accessibles en phase de conception, en comparaison avec un modèle de Markov à temps discrets. Les exemples choisis sont des modèles fictifs de redondance majoritaire, de  $k$  éléments parmi  $n$ , et un cas d'étude issu d'un programme avion en conception. Puis, pour l'évolution du modèle (algorithmes  $BA_2$  et  $AP_2$ ) avec l'ensemble des paramètres, à partir de la phase de définition, la comparaison des performances de l'algorithme est effectuée par rapport à un calcul basé sur une simulation de Monte-Carlo. Les expérimentations sont faites sur des exemples réels de programmes avion en service.

Malgré les limitations énoncées, nous abordons **dans un douzième chapitre** la validation des modèles par rapport aux données en service, au travers des cas réels précédemment étudiés. En considérant que, pour chaque vol, le système a une probabilité fixe d'interruption opérationnelle, nous évaluerons les quantités de disponibilité et nous présentons les intervalles de confiance associés.

## Chapitre 10

# Expérimentations numériques sur le modèle en phase de conception

En vue de son implémentation industrielle, nous devons évaluer la pertinence des algorithmes d'encadrement,  $BA_1$ , et d'approximations,  $AP_1$ , du modèle en phase de conception. Cette évaluation est effectuée sur deux critères exprimés dans les objectifs initiaux : la précision des résultats et la performances en temps de calcul. Dans ce chapitre, nous comparons leurs performances avec une méthode de Markov pour un processus stochastique discret. Comme expliqué au chapitre 7, l'approche de Markov a l'avantage de fournir un résultat exact. Cela nous permet d'évaluer la précision des algorithmes et leurs efficacités relatives par rapport aux architectures où Markov peut s'appliquer (les conditions particulières pour l'application d'un modèle sont listées dans l'annexe F).

Dû au temps de calcul excessif requis par l'approche de Markov, nous restreignons la comparaison à un horizon de 100 cycles de vol pour la mission. Les données numériques d'entrée des modèles pour ces expérimentations, pour tout  $x \in S$  et tout cycle  $C$  tel que  $1 \leq C \leq 100$ , sont :

- $P(xD_1) = 1$ , tous les composants du système sont en état de marche au début de la mission.
- $P(xF_C | xD_C) = 10^{-4}$ , il s'agit d'une probabilité de défaillance typique pour un composant aéronautique réputé très fiable.
- $P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C) = 1$ . Lors de cette mission, les ressources sont considérées comme toujours disponibles et le capitaine accepte toujours le mode dégradé lorsque cela est possible.

Les algorithmes d'encadrement  $BA_1$  et d'approximation  $AP_1$ , ainsi que la méthode de Markov, ont été programmés en MATLAB. Les calculs numériques ont été exécutés sur un PC Pentium III avec 256 Mb de mémoire vive fonctionnant sur une plate-forme Windows 2000<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Pour les calculs utilisant le processeur de manière intensive avec l'approche de Markov, l'exécution s'est faite sur SUN SF6800 avec un CPU de 900 MHz fonctionnant sous une plate-forme Unix Solaris 8.

---

Les résultats numériques sont présentés pour deux exemples d'application : les systèmes en redondance active de  $k$  parmi  $n$ , qui constituent une batterie de bancs de tests types, et des exemples réels issus de programmes avion (en conception ou en service). Enfin, nous présentons un exemple illustrant une possibilité d'utilisation du langage Altarica pour la modélisation des conditions NOGO.

### Systèmes fictifs en redondance active de $k$ éléments parmi $n$

Dans cet exemple, les composants de chacun des systèmes en redondance active de  $k$  éléments parmi  $n$ , sont considérés comme identiques et indépendants. La complexité pour des systèmes  $k/n$  est dans le pire des cas en  $O(n^3 \cdot 2^n)$  pour les algorithmes, contre  $O(n \cdot 4^n)$  pour la méthode de Markov. Nous allons étudier l'ensemble des paires  $(k, n)$  telles que  $2 \leq k \leq n$ . Ces valeurs couvrent une grande partie des systèmes  $k/n$  que l'on peut retrouver comme représentation de l'architecture d'un système de l'avion.

Dans les expérimentations numériques qui suivent, nous prendrons des valeurs moyennes sur l'ensemble des cycles de la mission considérée. La table 10.1 page suivante présente les erreurs absolues des valeurs moyennes des bornes supérieures des probabilités  $P(NG_C)$ . L'erreur absolue maximale dans la table 10.1 est  $5,3 \times 10^{-4}$ . Cette erreur n'est pas significative car elle est dérisoire comparée aux erreurs dues aux incertitudes sur les données d'entrée. Les résultats sur les probabilités  $P(ADM_C)$  et  $P(RDM_C)$  ne sont pas présentés ici car les erreurs sont analogues à celles sur les événements  $NG$ , voire plus précises. En effet, les encadrements et les approximations dérivent dans les deux cas des encadrements et approximations des probabilités  $P(NG_C | xFC \cap xDC)$  et  $P(NG_C \cap \overline{xDC})$ . Il est plus pertinent de prendre comme indicateurs les probabilités de  $P(NG_C)$  estimées par les algorithmes. En effet, les dépendances entre états des composants ont un fort impact sur ces probabilités, alors que le premier contributeur des indicateurs  $P(ADM_C)$  et  $P(RDM_C)$  est la non fiabilité des composants du système,  $P(xDC)$ .

Sur les temps de calculs, les algorithmes BA nécessitent au plus 258 secondes de temps CPU, là où la méthode de Markov, qui fournit un calcul exact, demande plus de 3000 secondes (environ cinquante minutes).

### Systèmes réels d'un avion lors de sa conception

Pour illustrer l'efficacité des algorithmes d'encadrements  $BA_1$  et d'approximations  $AP_1$ , nous considérons un exemple typique d'une fonction de système avionique issue d'un programme avion lors de la phase de conception. Il s'agit d'une fonction assurée par un système composé de sept types d'équipement *Line Replacable Unit* (LRU) différents, contenant au total 21 composants LRU.

La fonction est assurée par trois sous-fonctions en parallèle. Les conditions sont NOGO lorsque deux des trois sous-fonctions se trouvent en état de panne. Parmi

N =	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k = 2	1,64 E-08	3.08 E-06	1.21 E-05	2.94 E-05	5.72 E-05	9.74 E-05	1.51 E-04	2.21 E-04	3.07 E-04	4.11 E-04	5.33 E-04
k = 3		6.26 E-08	3.88 E-07	1.30 E-06	3.23 E-06	6.72 E-06	1.24 E-05	2.10 E-05	3.32 E-05	5.00 E-05	7.22 E-05
	k = 4		1.64 E-09	1.10 E-08	4.11 E-08	1.15 E-07	2.67 E-07	5.47 E-07	1.02 E-06	1.77 E-06	2.91 E-06
		k = 5		3.82 E-11	2.79 E-10	1.15 E-09	3.53 E-09	8.95 E-09	1.99 E-08	4.01 E-08	7.49 E-08
			k = 6		8.24 E-13	6.63 E-12	3.00 E-11	1.00 E-10	2.75 E-10	6.59 E-10	1.43 E-09
				k = 7		1.68 E-14	1.48 E-13	7.33 E-13	2.65 E-12	7.87 E-12	2.03 E-11
					k = 8		3.25 E-16	3.16 E-15	1.70 E-14	6.65 E-14	2.12 E-13
						k = 9 k = 9		5.75 E-18	6.13 E-17	3.57 E-16	1.51 E-15
							k = 10		4.17 E-19	4.53 E-18	2.68 E-17
								k = 11		5.87 E-21	6.95 E-20
									k = 12		8.21 E-23

TAB. 10.1 – Erreur absolue de la borne supérieure de la probabilité de conditions NOGO pour des systèmes k/n

ces trois sous-fonctions, deux sont identiques et assurées par trois LRU en série de types différents. La troisième sous-fonction est assurée par quinze composants LRU en série. L'Arbre de Défaillances correspondant aux conditions NOGO à cette fonction est représenté dans la figure 10.1 page suivante.

L'Arbre de Défaillances (AdD) contient 99 coupes minimales et 3 chemins minimaux. Les algorithmes  $BA_1$  et  $AP_1$  nécessitent respectivement 26 et 14 secondes de temps CPU. Par contre, le nombre d'états différents du système pour le modèle de Markov est d'un ordre de grandeur de 500000 et le temps CPU requis est d'environ 51 heures.

La table 10.2 affiche les erreurs absolues de la borne supérieure, de la borne inférieure et de l'approximation de la probabilité de conditions NOGO lors des cycles de la mission.

En particulier, ce système montre que cette méthode est prometteuse pour des systèmes aéronautiques fiables et sans mode de panne commun, en obtenant une précision acceptable, ceci dans un temps de calcul efficace.

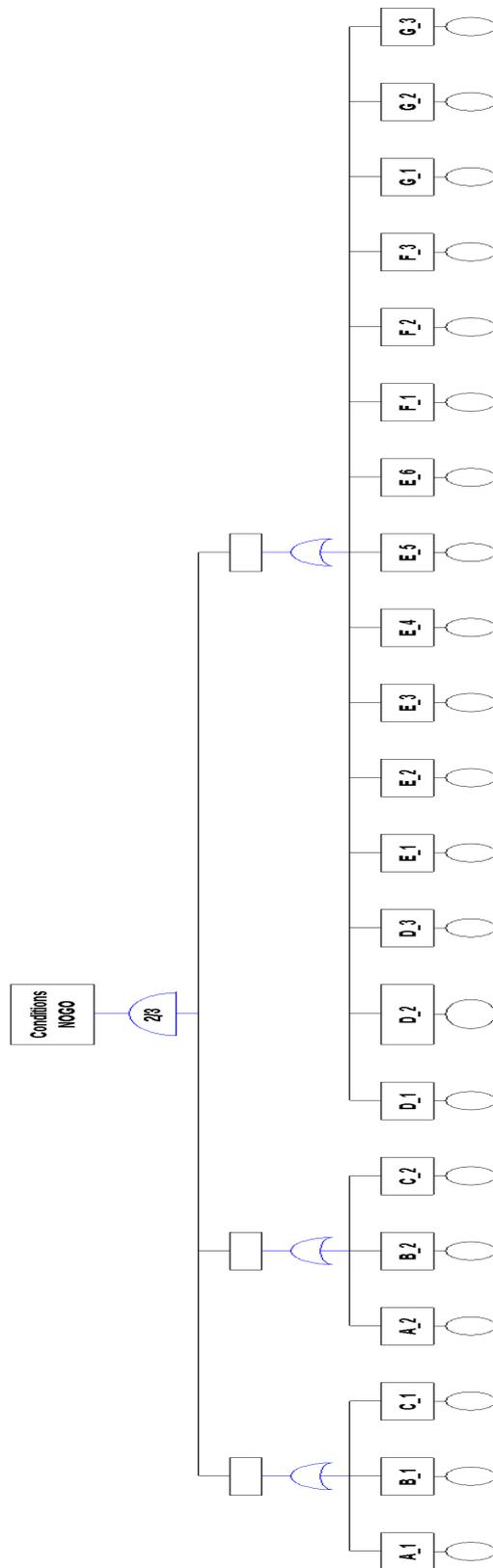


FIG. 10.1 – Arbre de défaillances représentant les conditions NOGO d'une fonction avionique sur un programme avion en conception

Cycle $C$	1	2	3	10	30	50	70	100
$UB(NG_C) - P(NG_C)$	0	1,14	3,08	3,79	3,14	7,90	1,39	2,43
	0	E-09	E-09	E-08	E-07	E-07	E-06	E-06
$LB(NG_C) - P(NG_C)$	0	-1,34	-3,87	-5,37	-4,74	-1,23	-2,25	-4,12
	0	E-09	E-09	E-08	E-07	E-06	E-06	E-06
$AP(NG_C) - P(NG_C)$	0	1,09	2,80	3,25	2,58	4,51	0,81	0,97
	0	E-09	E-09	E-08	E-07	E-07	E-06	E-06

TAB. 10.2 – Erreur des bornes et de l’approximation pour l’exemple de fonction avionique

### Exemple d’utilisation de nouveaux langages de modélisation

Pour illustrer notre propos sur l’intérêt de l’utilisation de nouveaux langages de modélisation, nous prenons un exemple librement inspiré de la conception d’une architecture possible du système d’affichage dans le poste de pilotage. Cette architecture est constituée de cinq écrans d’affichage, appelés  $DU_1$ ,  $DU_2$ ,  $DU_3$ ,  $DU_4$  et  $DU_5$  et de quatre calculateurs notés  $DMC_1$ ,  $DMC_2$ ,  $DMC_3$  et  $DMC_4$ .

À partir d’une modélisation du fonctionnement du système en Altarica, présenté dans la figure 10.2 page suivante, les conditions NOGO du système sont les *Failure Condition* (FC) suivantes :

- Perte de l’image des informations de vol sur le côté du capitaine,
- Perte de deux images d’information de vol parmi les cinq présentes.

L’occurrence d’une de ces deux FC a un effet sur la sécurité de l’avion.

La caractérisation de ces observateurs dans le langage Altarica permet d’obtenir directement les coupes minimales des conditions NOGO qui sont :

- $\{DU_1\}$  d’ordre 1,
- $\{DU_2, DU_3\}$ ,  $\{DU_2, DU_4\}$ ,  $\{DU_2, DU_5\}$ ,  
 $\{DU_3, DU_4\}$ ,  $\{DU_3, DU_5\}$  et  $\{DU_4, DU_5\}$  d’ordre 2,
- $\{DMC_1, DMC_2, DMC_3\}$ ,  $\{DU_2, DMC_2, DMC_3\}$ ,  
 $\{DU_3, DMC_2, DMC_3\}$  et  $\{DU_4, DMC_2, DMC_3\}$  d’ordre 3,
- $\{DU_2, DMC_1, DMC_2, DMC_4\}$ ,  $\{DU_4, DMC_1, DMC_2, DMC_4\}$ ,  
 $\{DU_4, DMC_1, DMC_3, DMC_4\}$ ,  $\{DU_5, DMC_1, DMC_2, DMC_4\}$ ,  
 $\{DU_5, DMC_2, DMC_3, DMC_4\}$  et  $\{DU_5, DMC_1, DMC_3, DMC_4\}$  d’ordre 4.

L’AdD des conditions NOGO contient 17 coupes minimales.

Lors de cette étude, pour une expérimentation numérique, nous prenons une mission d’un avion court courrier sans maintenance corrective en ligne explicitée en section 3.3. Cette mission particulière de type *Maintenance Free Operating Period* (MFOP) implique que le paramètre de  $GO\_Decision_{(x,C)} = 100\%$  pour tout composant  $x$  et tout cycle  $C$ , ce qui n’est en général pas le cas sur ce type de système, car un dysfonctionnement de l’affichage induit une perte de confort pour les pilotes. De plus, la mission étant sans maintenance en ligne (sauf si obligation), nous prenons  $\%Ressources_{(x,C)} = 0\%$  pour tout composant  $x$  et tout cycle  $C$ . L’obligation de restaurer un composant entraîne donc une interruption opérationnelle et l’interruption de la mission.

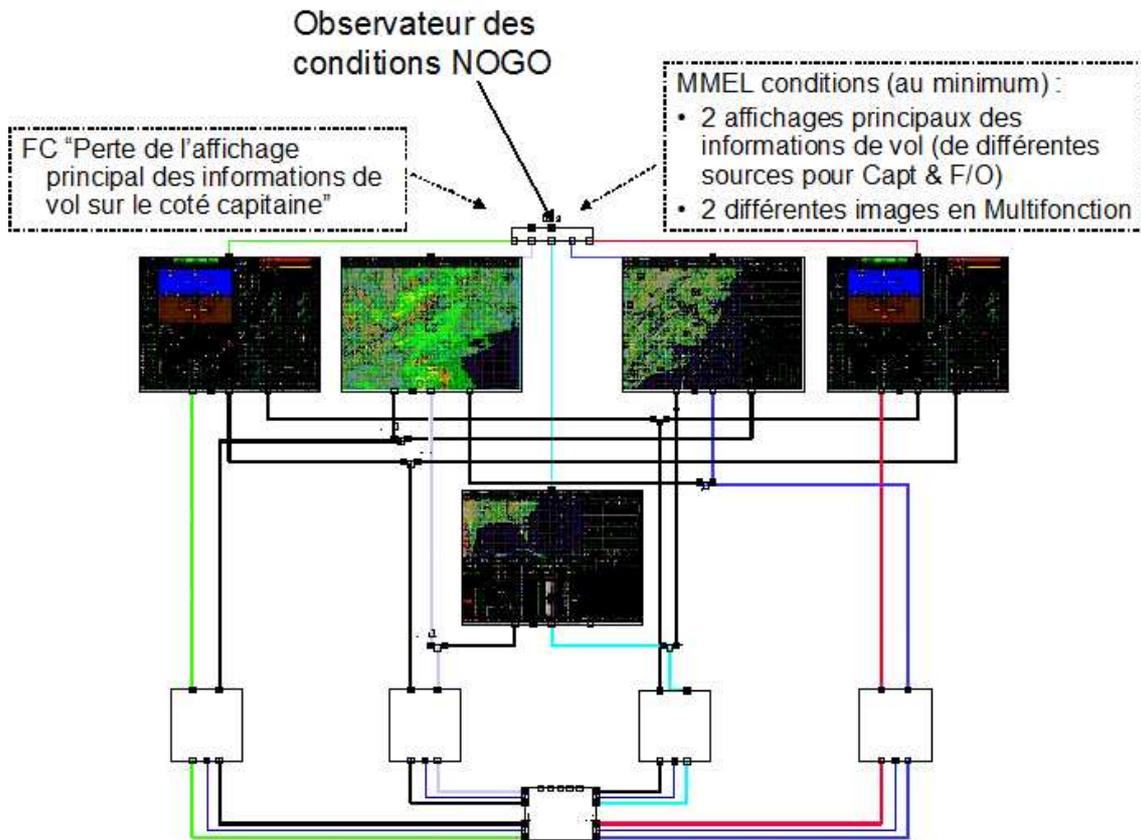


FIG. 10.2 – Représentation du fonctionnement d’une architecture possible pour le système d’affichage

Pour les paramètres de *Mean Time Between Unscheduled Removal* (MTBUR) nous prenons les réponses d’un fournisseur.

La perte des conditions d’affichage a un impact sur la sécurité du vol, mais aucun des calculateurs ne conduit par sa perte directement à des conditions NOGO. Nous considérons donc que la perte d’une unité d’affichage a un impact sur la sécurité, à l’inverse des calculateurs où la défaillance de l’un d’eux peut être signalée après le décollage. De plus, il n’y a pas de risque d’interruption du vol. Sur ces composants, les exigences de maintenabilité stipulent que chacun des composants doit pouvoir être remplacé en moins de quinze minutes en incluant le diagnostic et le test. En considérant qu’il faut au maximum cinq minutes d’accès au cockpit, le temps moyen de restauration de chacun des composants est de 20 minutes.

Deux indicateurs sont à suivre sur cet exemple : le taux d’*Operational Interruption* (OI) et le coût pouvant y être associé afin de faire un compromis d’architecture, ainsi que le taux de déploiement sur lequel des exigences sont fixées car il s’agit d’une mission de type MFOP.

La table 10.3 page suivante affiche les erreurs absolues de l’indicateur  $OI\_Rate$  des algorithmes  $BA_1$  et  $AP_1$  en comparaison au modèle de Markov à temps discret. Pour donner un ordre de grandeur, l’approximation du taux d’interruptions

---

opérationnelles est de  $1,44 \times 10^{-3}$ .

Cycle $C$	Erreur absolue de la borne supérieure de $BA_1$	Erreur absolue de la borne inférieure de $BA_1$	Erreur absolue de l'approximation $AP_1$
$OI\_rate$	1,27 E-06	-2,15 E-06	0,78 E-06

TAB. 10.3 – Erreurs absolues des bornes et de l'approximation des probabilités d'interruption opérationnelle pour le système d'affichage

Sur l'ensemble des résultats présentés, nous avons vu que les erreurs absolues sont faibles en comparaison de l'ordre de grandeur des probabilités estimées. Toutefois, pour des probabilités très faibles, l'erreur relative devient plus importante mais cela a peu d'impact sur les évaluations des systèmes. La précision du modèle pour la phase de conception est donc acceptable. De plus, le temps de calcul reste performant sur des systèmes ou des fonctions avec des conditions NOGO comportant un nombre de coupes minimales importantes. Durant la phase de conception, ce modèle va permettre d'effectuer un compromis d'architecture en comparaison aux autres coûts opérationnels. Le dernier exemple souligne que l'utilisation de modèle formel, tel le langage Altarica, pour représenter le fonctionnement d'un système apporte une aide pour les ingénieurs de supportabilité leur permettant de se passer de la représentation par AdD.

# Chapitre 11

## Expérimentations sur le modèle à partir de la phase de définition

Pour l'extension du modèle à partir de la phase définition, la modélisation du phénomène à partir d'une chaîne de Markov à temps discret n'est plus possible directement. Pour évaluer la précision et le temps de calcul de notre modèle (algorithmes  $BA_2$  et  $AP_2$ ), nous allons le comparer aux résultats issus d'une simulation de Monte-Carlo du processus sur deux exemples : le cas du groupe de calculateurs S et le cas de la fonction F de l'avion utilisée au sol. Pour ces deux exemples, nous ne présentons ici que quelques données particulières. L'ensemble des données pour le groupe de calculateur S est explicité en annexe G.

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord, de manière succincte, la méthode pour une simulation de Monte-Carlo du processus complet. Nous dégagons ensuite des intervalles de confiance pour les indicateurs observés. Puis, nous comparons les résultats des algorithmes  $BA_2$  et  $AP_2$  sur les exemples choisis.

### Présentation de la résolution par simulation de Monte-Carlo

Pour effectuer le tirage aléatoire du comportement d'un système et des OI possibles sur une mission donnée, nous nous servons des relations issues de la formulation du problème de la deuxième partie. Les méthodes de génération de tirages aléatoires sont données en annexe E.1.

La génération d'un tirage aléatoire d'une mission suit les cycles de la mission de manière itérative en conservant l'état du système. Donc, pour chaque cycle de la mission, nous procédons à :

1. la génération des défaillances possibles de chacun des composants,
2. la modification de l'état du système,
3. la génération des v.a de détection et d'apparition d'un *Flight Deck Effect* (FDE) s'il y a lieu,
4. le calcul du type de maintenance à appliquer suivant les conditions NOGO ou l'acceptation d'un mode dégradé,

- 
5. la génération des v.a de délais logistiques et de temps de maintenance corrective,
  6. la génération des temps de retard estimé et de retard,
  7. la génération des v.a des différents types d'OI,
  8. la modification de l'état du système pour le début du cycle suivant.

### Calcul d'un intervalle de confiance par simulation de Monte-Carlo

Pour une mission et un système (ou une fonction) donnés, les probabilités  $P(OI_C)$  et les indicateurs observés ( $OI\_rate$ ,  $AI\_rate$ ,  $CN\_rate$  et  $DY\_rate$ ) ont des probabilités fixes. À partir d'une simulation de Monte-Carlo de  $M$  missions de  $N$  cycles de vol, avec  $n_C$  événements observés à chaque cycle  $C$ , le taux observé est :  $\hat{p} = \frac{\sum n_C}{M \times N}$ . Malheureusement, le nombre aléatoire  $n = \sum n_C$  ne suit pas une loi binomiale de paramètres  $p = OI\_rate$  sauf si les occurrences d'OI sont indépendantes en probabilité d'un cycle à l'autre, ce qui n'est généralement pas le cas.

L'erreur statistique relative de  $\hat{p}_C$ , estimé de  $p_C = P(OI_C)$ , peut être immédiatement évaluée depuis la loi binomiale de chacun des  $n_C$  par :

$$\frac{\sigma_{n_C}}{n_C} = \frac{\sqrt{M \cdot p_C \cdot (1 - p_C)}}{M \cdot p_C} \approx \frac{1}{\sqrt{M}} \sqrt{\frac{M - n_C}{n_C}} \quad \forall 1 \leq C \leq N$$

où  $\sigma_n$  est l'écart-type de la variable aléatoire  $n_C$ . De même, l'erreur statistique relative de  $\hat{p}$ , estimé de  $p$ , peut être immédiatement évaluée depuis la loi binomiale de  $n = \sum n_C$  par :

$$\frac{\sigma_n}{n} = \frac{\sqrt{M \cdot p \cdot (1 - p)}}{M \cdot p} \approx \frac{1}{\sqrt{M}} \sqrt{\frac{M - n}{n}}$$

où  $\sigma_n$  est l'écart-type de la variable aléatoire  $n$ .

Pour avoir une idée du nombre nécessaire de tirages, considérons une probabilité de  $10^{-4}$ . L'erreur relative est alors de

$$\frac{\sqrt{M \cdot p \cdot (1 - p)}}{M \cdot p} = 10^2 \frac{\sqrt{M \cdot (1 - 10^{-4})}}{M} \approx \frac{10^2}{\sqrt{M}}.$$

Pour avoir une précision de l'erreur relative qui doit être de 5%, il faut donc avoir :

$$\begin{aligned} \frac{10^2}{M} &\leq \frac{5}{100} \\ \text{ou encore } \sqrt{M} &\geq 2 \times 10^3 \\ \text{c'est-à-dire } M &\geq 4 \times 10^6. \end{aligned}$$

Pour avoir une bonne précision, le nombre de simulations dépend donc du taux d'OI observé. Ce dernier étant en général inférieur à  $10^{-4}$ , il faut donc effectuer un minimum de  $4 \times 10^6$  tirages de missions.

Sur les deux exemples suivants, nous utilisons ce nombre minimum de tirages ainsi que la méthode présentée pour obtenir un intervalle de confiance.

---

### Exemple 1 : le groupe de calculateurs S

Le groupe de calculateurs S de la gamme d'avion *Single Aisle* est formé de trois équipements LRU identiques. Les calculateurs S fonctionnent en redondance majoritaire de 2 parmi 3 (conditions NOGO). Ce système est évalué sur une mission choisie à partir d'utilisations moyennes de l'avion sur l'année 2003. De plus, chaque composant S a un domaine de détection de sa défaillance qui est différent du cycle entier,  $I_C^{de} = [0; 2, 42] \cup [2, 75; 3, 08]$  pour un cycle de vol  $C$  avec  $2 \leq C \leq N - 1$ . L'ensemble des données de cette évaluation est précisé en annexe G.

Les temps de calcul des algorithmes  $BA_2$  et  $AP_2$  sont respectivement de 50 et 36 secondes. La simulation de Monte-Carlo pour  $4 \times 10^6$  tirages dure environ 2 heures. La table suivante présente les résultats des algorithmes  $BA_2$ ,  $AP_2$  et de la simulation de Monte-Carlo.

	<i>OI_rate</i>	<i>DY_rate</i>	<i>CN_rate</i>
Max $BA_2$	$10,3 \times 10^{-5}$	$9,37 \times 10^{-5}$	$9,27 \times 10^{-6}$
$AP_2$	$8,73 \times 10^{-5}$	$8,42 \times 10^{-5}$	$4,09 \times 10^{-6}$
Min $BA_2$	$5,81 \times 10^{-5}$	$5,80 \times 10^{-5}$	$1,61 \times 10^{-7}$
Monte-Carlo	$8,63 \times 10^{-5}$	$8,25 \times 10^{-5}$	$3,774 \times 10^{-6}$

TAB. 11.1 – Résultats des calculs pour le groupe de calculateurs S

### Exemple 2 : Une fonction au sol de l'avion

Soit maintenant une fonction F d'un avion A320 utilisée au sol. L'application du processus de maintenance va être modifiée. La fonction est assurée par 13 équipements LRU différents pour un total de 21 composants. Sans détailler l'ensemble des équipements assurant le bon fonctionnement de celle-ci, nous présentons les caractéristiques particulières de cet exemple.

L'arbre de défaillances des conditions NOGO est l'AdD qui a pour événement sommet le non-fonctionnement, présenté dans la figure 11.1 page suivante. Il est directement issu (par dualité) du diagramme de fiabilité traduisant le fonctionnement de F.

Ce système est évalué sur la même mission que l'exemple précédent. De plus,  $OI\_Risk = Ground\_Interruption$  car la fonction est utilisée au sol sans entraîner des pertes de performances durant le vol. Le domaine d'utilisation est  $[2, 25; 2, 8]$  pour chaque cycle de vol  $C$  (Exemple B.3).

Les temps de calcul des algorithmes  $BA_2$  et  $AP_2$  sont respectivement de 261 et 213 secondes. La simulation de Monte-Carlo pour  $4 \times 10^6$  tirages dure environ 14 heures. La table 11.2 page suivante présente les résultats des algorithmes  $BA_2$ ,  $AP_2$  et de la simulation de Monte-Carlo.

Dans ces deux exemples, les résultats fournis par les algorithmes  $BA_2$  et  $AP_2$  sont

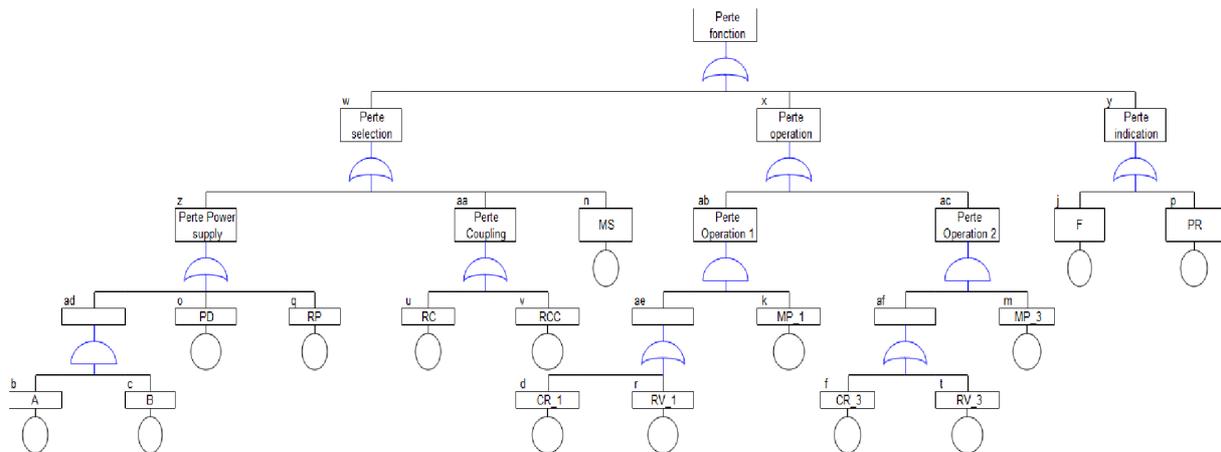


FIG. 11.1 – Arbre de défaillance de perte de la fonction F

	$OI\_rate$	$DY\_rate$	$CN\_rate$
Max $BA_2$	$7,301 \times 10^{-5}$	$6,574 \times 10^{-5}$	$7,927 \times 10^{-6}$
$AP_2$	$6,987 \times 10^{-5}$	$6,452 \times 10^{-5}$	$5,353 \times 10^{-6}$
Min $BA_2$	$6,250 \times 10^{-5}$	$6,034 \times 10^{-5}$	$2,160 \times 10^{-6}$
Monte-Carlo	$6,571 \times 10^{-5}$	$6,132 \times 10^{-5}$	$4,380 \times 10^{-6}$

TAB. 11.2 – Résultats des calculs pour la fonction F

équivalents à ceux estimés par les simulations de Monte-Carlo. Ces dernières ont d'ailleurs des intervalles de confiance inexploitable dans le cas de probabilités d'événements rares comme les annulations de vol. Enfin, les temps de calcul des algorithmes  $BA_2$  et  $AP_2$  restent satisfaisants à contrario des simulations de Monte-Carlo qui nécessitent un minimum de cinq heures (exemples des calculateurs S) pour obtenir un résultat avec une précision suffisante.

# Chapitre 12

## Validation des résultats

Dans ce chapitre, nous allons nous servir des données en service pour les comparer avec les résultats obtenus dans les deux précédents chapitres d'expérimentations. Les données en service utiles pour avoir une évaluation statistique des taux en service, ainsi que celles utilisées pour estimer les données d'entrée et les paramètres sont présentées en annexe A.

Toutefois, les données d'OI en service restent limitées comme précisé en annexe A.1. De plus, le choix de l'échantillon de la population est très important. Dans ce chapitre, afin d'avoir des données d'OI suffisantes, nous prenons un grand échantillon : l'ensemble des vols d'une flotte en service sur une ou deux années. Par contre, pour estimer les données d'entrée et les paramètres du modèle, il est difficile de se baser sur l'échantillon complet. La mission est établie par exemple sur les temps moyens de vol d'une flotte en service sur une année, mais le *Turn-Around Time* (TAT) est estimé par des données collectées auprès des compagnies aériennes. La fiabilité des composants prise en compte, le MTBUR, est évaluée à partir des déposes enregistrées par plusieurs compagnies aériennes. Ces temps moyens ne tiennent pas compte des spécificités d'utilisation d'un avion ni des différentes politiques de maintenance affectant la fiabilité. Par ces biais, nous introduisons des variations sur les entrées. Ces évaluations ne correspondent donc pas exactement à la réalité, ce qui limite la portée de la comparaison et de la validation.

Dans un premier temps, sous des conditions restrictives, nous présentons une approche d'estimation d'un intervalle de confiance à partir du théorème de la limite centrale. Puis dans un deuxième temps, nous confrontons cette approche avec les résultats fournis par nos modèles.

### **Estimation de l'intervalle de confiance à partir d'une méthode de Monte-Carlo, en incluant les intervalles de confiance sur les données d'entrée**

Derrière cette modélisation du phénomène, une des priorités est de justifier la modélisation à partir d'une méthode de validation. Il ne semble pas pertinent de valider sur un exemple observé, une précision de l'erreur relative de moins de 5% pour un événement assez rare (il y a environ une OI pour 100 décollage sur un avion). Nous considérerons ici des méthodes classiques de validation statistique.

---

Une première approche statistique sur la validation des résultats fut élaborée dans [37].

Dans une première étape, nous définissons des observations  $\{X_i\}_{i=1..n}$  avec  $X_i = 0$  pour  $1 \leq i \leq n$  si l'avion décolle sans interruption opérationnelle au  $i^{\text{ème}}$  vol et 1 sinon. Le nombre de décollages sur une année est représenté par  $n$ . En assumant que les  $X_i$  sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (ce qui n'est en général pas le cas), elles suivent une loi de Bernoulli de paramètre  $p$  qui représente le taux d'OI à prédire. Le théorème de la limite centrale stipule que la variable aléatoire  $\frac{S_n - n.p}{\sqrt{n.p(1-p)}}$  tend vers une loi normale centrée réduite, avec

$S_n = \sum_{i=1}^n X_i$ . En pratique, la loi normale centrée réduite est supposée si  $n.p$  et  $n(1-p)$  sont supérieurs à 10.

Si les hypothèses du théorème de la limite centrale sont respectées, nous pouvons déterminer un intervalle de confiance autour de la mesure moyenne  $\hat{p} = \frac{S_n}{n}$  qui est une mesure empirique de  $p$ . La variance  $p(1-p)$  est approché par  $\frac{S_n - n.p}{\sqrt{n.p(1-p)}} \approx \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\hat{p}/n}}$ .

### Validation de modèles sur un avion

Lors d'une première version du modèle pour le programme A350, sur la base d'un avion en série de la game Airbus, un ensemble de tests a été effectué avec le modèle en phase de conception. Il s'agissait d'estimer les taux d'OI sur 223 groupes d'équipement ou systèmes d'un avion pour les comparer avec les données en service de l'ensemble de la flotte sur la période des années 2001 et 2002. Cela représente environ la moitié des systèmes de cet avion.

Sur ces projections, il est possible d'estimer un intervalle de confiance à partir du théorème de la limite centrale, présenté plus haut, sous la condition que le nombre d'OI observées soit supérieur à 10.

Les vols commerciaux de cette gamme d'avion sur la période du 1<sup>er</sup> juillet 2004 au 30 juin 2005 ont duré en moyenne 4,075 *Flight Hours* (FH) (voir en annexe A.1). Les bases de données en service ne fournissent pas de TAT pour chacun des cycles de vol. Toutefois, la base de donnée *AIRCRAFT MAINTENANCE ANALYSIS* (AIRMAN) permet de manière empirique une première estimation de ce temps pour un certain type d'utilisation. De manière générale, il est considéré qu'un avion de ce type a un TAT d'une heure et demie en moyenne.

À partir de ces utilisations moyennes, sur une période de deux semaines, nous considérons une mission moyenne de 20 cycles de vol, dont une base sur trois est une base principale de la compagnie aérienne et pour chaque cycle de vol :

- la durée du vol est de quatre heures,  $FD_C = 4$  pour tout  $1 \leq C \leq N$ ,
- la durée de la phase de descente est d'une heure,  $DE_C = 4$  pour tout  $1 \leq C \leq N$ , et donc  $FL_C = 3$  pour tout  $1 \leq C \leq N$
- la durée du TAT est d'une heure et demie,  $TAT_C = 1,5$  pour tout  $1 \leq C \leq N$ ,

- 
- la durée de chaque phase de roulage est de dix minutes,  $TX_C = 1/6$  pour tout  $1 \leq C \leq N$ .

Sur 22 systèmes parmi les 27 correspondants au critère, les projections d' $OI\_rate$  avec l'algorithme  $AP_1$  sont situées dans leurs intervalles de confiance. De plus, en regroupant des équipement en interaction et/ou en utilisant l'algorithme  $AP_2$ , ces projections peuvent être affinées comme le montre l'exemple suivant évoqué précédemment dans ce document.

**Exemple 12.1 (Système EIS) :**

Nous reprenons ici l'exemple du système *Electronic Instrument System (EIS)* pour la gamme d'avion précédente. Le système *EIS* et l'AdD des conditions *NOGO* s'y rapportant sont présentés dans l'Exemple 4.1 page 77. Sans fournir l'ensemble des données du modèle de ce système (*MTBUR* des composants, temps de maintenance corrective, domaine d'utilisation des fonctions au sol et de maintenance possible), nous rappelons ces spécificités déjà évoquées dans ce document.

Sur une unité d'affichage *Display Unit (DU)* d'un avion, pour un cycle de vol  $C$  avec  $2 \leq C \leq N - 1$ , le domaine d'apparition possible d'un FDE est  $I_C^{ap} = [0; 4, 42] \cup [5, 42; 5, 83]$ . Pour les calculateurs *Display Management Computer (DMC)*, il s'agit du cycle entier,  $I_C^{ap} = [0; 5, 83]$ .

À partir des données en service fournissant les taux d'OI en service sur la période des années 2001 et 2002, les intervalles de confiance sont donnés dans la table suivante.

	$OI\_rate$
Rex 2001-2002	$0,415 \times 10^{-4}$
Min 95%	$0,209 \times 10^{-4}$
Max 95%	$0,621 \times 10^{-4}$
Résultats $AP_2$	$0,314 \times 10^{-4}$

TAB. 12.1 – Intervalles de confiance pour les taux d'OI du système EIS, durant la période des années 2001 et 2002

Pour la plupart de ces évaluations, les résultats ont été satisfaisants. Toutefois, nous remarquons que le niveau de regroupement des équipements LRU en interaction pour la modélisation influe sur les résultats. De plus, pour 264 823 cycles de vol effectués par cette gamme d'avions sur la période des années 2001-2002, les intervalles avec un niveau de confiance de 95% restent étendus.

**Validation d'exemples précédemment étudiés à partir des données en service**

Nous reprenons ici deux exemples présentés au chapitre précédent : le groupe de calculateurs S sur un avion de type *Single Aisle* et la fonction F utilisée au sol. Les

particularités de ces exemples nous amènent à utiliser dans les deux cas le modèle à partir de la phase de définition.

**Exemple 12.2 (Taux du groupe de calculateurs S sur un *Single Aisle*) :**

*Le groupe de calculateurs S de la gamme d'avion Single Aisle qui comprend trois LRU identiques est étudié en annexe G.*

*Les intervalles de confiance à partir des taux d'OI observés sont donnés dans la table suivante.*

	<i>OI_rate</i>	<i>DY_rate</i>	<i>CN_rate</i>
Rex 2003	$8,37 \times 10^{-5}$	$7,73 \times 10^{-5}$	$6,34 \times 10^{-6}$
Max 95%	$9,57 \times 10^{-5}$	$8,89 \times 10^{-5}$	$9,64 \times 10^{-6}$
Min 95%	$7,17 \times 10^{-5}$	$6,58 \times 10^{-5}$	$3,04 \times 10^{-6}$
Résultats	$8,73 \times 10^{-5}$	$8,42 \times 10^{-5}$	$3,09 \times 10^{-6}$

TAB. 12.2 – Intervalle de confiance pour les taux d'OI des calculateurs S, durant l'année 2003

**Exemple 12.3 (Fonction F sur un *Single Aisle*) :**

*Le taux d'OI sur l'année 2004 est de  $7,55 \times 10^{-5}$  pour 148 interruptions opérationnelles sur 1 960 615 vols commerciaux, nous avons l'intervalle de confiance à un niveau de 95% de  $[6,53 \times 10^{-5}; 8,57 \times 10^{-5}]$ . À partir des expérimentations numériques du chapitre précédent, les résultats donnés par l'algorithme  $AP_2$  sont d'environ  $6,91 \times 10^{-5}$  pour l'*OI\_Rate*.*

*Toutefois, le taux d'OI sur l'année 2005 est de  $5,71 \times 10^{-5}$  pour 127 interruptions opérationnelles sur 2 224 860 vols commerciaux, nous avons l'intervalle de confiance à un niveau de 95% de  $[4,88 \times 10^{-5}; 6,54 \times 10^{-5}]$ . À partir des expérimentations numériques du chapitre précédent, les résultats donnés par l'algorithme  $AP_2$  sont d'environ  $6,43 \times 10^{-5}$  pour l'*OI\_Rate*.*

*Les résultats sont différents car les paramètres de MTBUR des composants LRU ont varié de l'année 2004 à 2005.*

Dans ces deux exemples, les résultats donnés par l'algorithme  $AP_2$  sont contenus dans les intervalles de confiance.

**Conclusion du chapitre**

La méthode établissant un intervalle de confiance proposée dans ce chapitre constitue une première approche de validation par rapport aux données en service. Elle nécessite :

- un nombre d'OI observées suffisant,
- les connaissances métier sur les paramètres du modèle en phase de définition pour permettre l'évaluation des systèmes avec l'algorithme  $AP_2$ ,
- que les regroupements d'équipements en interaction soient faits de manière fonctionnelle.

---

Toutefois, la validation de ces résultats rencontre certaines limites. Les données d'entrée et les paramètres des modèles sont estimés à partir de données en service qui contiennent beaucoup de variations suivant l'utilisation de l'avion par une compagnie spécifique (mission, durées de vol, politique de maintenance etc...). Enfin, les intervalles de confiance obtenus sont souvent trop grands pour être exploitables. Il convient maintenant de faire un bilan de ces expérimentations numériques pour conclure cette partie.

## Conclusion de la quatrième partie

Cette quatrième partie nous a permis d'évaluer la performance de la méthode de résolution présentée dans la troisième partie. La résolution du processus par un développement analytique permet d'obtenir des bornes et une approximation précises des résultats attendus, ceci dans un temps de calcul acceptable pour les applications.

En effet, dans le dixième chapitre, les expérimentations, menées d'abord sur les systèmes en redondance majoritaire de  $k$  parmi  $n$  puis sur des exemples réels, ont montré que les précisions des résultats obtenus sont de l'ordre de  $10^{-6}$  dans le pire des cas. La comparaison avec un modèle de Markov à temps discret met aussi en évidence que le temps de calcul de ce premier modèle répond aux contraintes industrielles. Nous avons également présenté sur un exemple une exploitation directe de la modélisation des conditions NOGO du système au moyen du langage Altarica qui ouvre des perspectives quant à de futures utilisations.

Dans le onzième chapitre, l'extension du modèle a été comparée avec une résolution par simulation de Monte-Carlo sur plusieurs exemples. Là encore, nous avons pu montrer que la précision des résultats et les temps de calculs des algorithmes  $BA_2$  et  $AP_2$  sont satisfaisants.

Enfin, le dernier chapitre a permis de présenter une première approche pour la validation des modèles sur les données en service. Malgré les hypothèses restrictives que nous avons pris en compte (données d'entrée sur une moyenne de données en service, probabilités d'interruptions opérationnelles au cours d'un cycle fixe), les résultats de cette validation semblent prometteurs. Sous certaines restrictions liées à l'utilisation du théorème de la limite centrale, nous avons observé que la plupart des résultats fournis par cette approche sont contenus dans les intervalles de confiance établis.

Nous précisons ici que l'algorithme du modèle en phase de conception a été développé pour une application industrielle sur le programme A350. De plus, il a été intégré à un modèle de comparaison des coûts des différentes performances de supportabilité telles que les coûts de maintenance, d'approvisionnement des rechanges etc... (voir [48]).

Cette quatrième partie termine l'étude sur la modélisation des indicateurs de performances de disponibilité d'un système/d'une fonction de l'avion dans un contexte opérationnel. Dans notre conclusion générale, nous établirons un bilan de l'étude mais aussi de l'expérience industrielle durant les trois années de thèse.

# Conclusion générale

## CONCLUSION GENERALE

---

### 1 - *Résumé des contributions*

Dans ce document, notre contribution s'est décomposée en quatre parties que nous rappelons ici brièvement.

**Dans la première partie**, nous avons évoqué l'importance de l'évaluation d'indicateurs de disponibilité pertinents sur les systèmes et les fonctions de l'avion qui sont : le taux d'interruptions opérationnelles, le taux d'interruptions de mission, le taux d'interruptions de vol, le taux d'annulations du vol suivant, le taux de retards et le coût moyen des interruptions opérationnelles sur une mission de l'avion. Nous avons ensuite dégagé deux phases différentes, en attribuant à chacune les indicateurs adéquats : la première étant la phase de conception et la deuxième commençant à partir de la phase de définition d'un système. De plus, à partir du processus de conception des systèmes, nous avons extrait les paramètres du modèle et, avec les données en service, nous avons fourni des hypothèses afin de modéliser la maintenance corrective en ligne.

**Dans la deuxième partie**, nous avons formalisé l'ensemble du processus dynamique permettant de modéliser les événements amenant aux différents types d'interruption opérationnelle d'un système ou d'une fonction d'un avion lors de sa phase de conception. Tout d'abord, nous avons modélisé les conditions NOGO au moyen d'un arbre de défaillances avec pour événement élémentaire les pannes des composants. Puis, nous avons détaillé l'utilisation de l'avion avec les caractéristiques d'une mission, le processus de détection d'un *Flight Deck Effect* et celui de la maintenance corrective type par une compagnie aérienne.

**Dans la troisième partie**, après avoir effectué un état de l'art sur les différentes méthodes de calcul de la disponibilité d'un système, nous avons résolu le problème par un développement analytique du processus au cours de chacun des cycles en négligeant l'apparition de plusieurs *Flight Deck Effect* (FDE) au cours d'un même cycle.

Enfin, **dans une quatrième partie**, les expérimentations numériques ont montré l'efficacité de notre méthode de résolution au regard des contraintes industrielles (précision et rapidité). L'algorithme pour la phase de conception a été comparé à un modèle de Markov à temps discret fournissant un calcul exact. L'algorithme complet à partir de la phase de définition fut comparé à une résolution par simulation de Monte-Carlo. Dans un dernier chapitre, nous avons abordé la validation des projections sur les données d'*Operational Interruption* (OI) en service. En particulier, les résultats présentés appartiennent aux intervalles de confiance estimés à partir des données en service.

Nous rappelons qu'il n'est pas présenté, dans ce travail de thèse, ce qui a constitué une grande part de ces années de travail : la création d'un outil pour une utilisation directe et la spécification de celui-ci pour son intégration dans un référentiel de méthodes et outils. Il s'agit toutefois, lorsque l'on parle de recherche dans un contexte industriel, d'une activité indispensable pour permettre que les fruits de celle-ci soient réutilisés par la suite.

Comme précisé dans le dernier chapitre, le modèle en phase de conception a été

## CONCLUSION GENERALE

---

développé pour une utilisation sur le programme avion A350. De plus, plusieurs paramètres supplémentaires y ont été intégrés en vue d'une utilisation lors de la phase de définition (par exemple : les intervalles de rectification de la panne, les domaines de temps disponible pour l'application de la maintenance).

Le rôle principal de cette thèse est d'apporter un premier modèle complet d'estimation des indicateurs de disponibilité dans un contexte opérationnel pour un système ou une fonction avion qui est utilisé à la conception du programme avion A350. Si cette thèse peut par la suite servir de socle pour des travaux ultérieurs sur pour des modélisations plus fines intégrant une modélisation du comportement d'un système ou sur une modélisation des scénarii de chaque fonction et de la mission de l'avion qui impliquent les différents métiers de la conception des systèmes, elle aura alors rempli son second rôle.

### 2 - *Perspectives de recherche*

Plusieurs axes de développements futurs se dégagent.

- Nous avons vu dans la première partie que les valeurs des données d'entrée et des paramètres du modèle sont variables et difficiles à estimer précisément. Une méthode d'analyse des incertitudes pourrait permettre un meilleur choix de design et fournir une conception robuste vis-à-vis des performances de coûts d'interruptions opérationnelles.
- Les types de maintenance en ligne présentés sont amenés à évoluer avec la mise en place de nouvelles technologies tel que la *health monitoring*. Toutefois, il faudra au préalable créer un modèle du processus de soutien décisionnel pour l'application d'une maintenance à partir de la détection d'une panne future. Puis, il faudra modifier en conséquence le processus d'apparition d'un FDE et celui de maintenance en ligne. Les buts recherchés seront :
  - . la prédiction d'indicateurs de performances de disponibilité et de coûts en phase de conception. Ceci afin d'effectuer un compromis sur l'application ou non d'une technologie de *health monitoring*.
  - . la construction d'un modèle de comportement réel à intégrer dans l'outil de soutien décisionnel à la compagnie aérienne pour lui indiquer la maintenance à appliquer.
- Nous avons vu qu'il est possible de réutiliser la modélisation fonctionnelle du comportement d'un système par les concepteurs, comme par exemple l'utilisation du langage Altarica. Une telle utilisation nécessite une interaction plus forte entre les métiers de conception des systèmes et d'architecture d'un avion. Il faudra modéliser au moyen de l'un de ces langages :
  - les scénarii de mission et d'utilisation durant un cycle de l'avion,
  - les scénarii d'utilisation des fonctions de l'avion,
  - l'architecture fonctionnelle du système,
  - le processus de maintenance en ligne.

## BIBLIOGRAPHIE

---

Cela apportera une aide à la modélisation pour les ingénieurs de supportabilité, leur permettant de se concentrer sur leur coeur de métier avec la spécification des observateurs de conditions NOGO et les paramètres des systèmes relatifs à l'installation et à la maintenabilité. En outre, l'intégration des simulations du comportement physique sera aussi utile pour la modélisation des comportements de *health monitoring*.

# Bibliographie

- [1] AFNOR. *Norme NF X60-600 : Logistique de soutien, Clauses contractuelles, moyens et prestation de soutien logistique*, 1988.
- [2] AFNOR. *Norme NF X50-420 : Management des systèmes, Soutien Logistique Intégré*, 1994.
- [3] AFNOR. *Norme NF X50-100 : Analyse fonctionnelle - Caractéristiques fondamentales*, 1996.
- [4] AFNOR. *Norme NF EN 13306, Terminologie de la maintenance*, 2001.
- [5] AFNOR. *Norme NF EN 61025 : Analyse par Arbre de Panne (AAP)*, 2005.
- [6] AFNOR. *Norme NF ISO 13372 : Surveillance et diagnostic des machines - Vocabulaire*, 2005.
- [7] AFNOR. *Norme NF EN 60706-3 : Maintenabilité du matériel, Partie 3 : Vérification et recueil, analyse et présentation de données*, 2006.
- [8] AFNOR. *Norme NF EN 60812, Techniques d'analyses de la fiabilité du système, Procédure d'analyse des modes de défaillance et de leurs effets (AMDE)*, 2006.
- [9] Air Transport Association of America. *ATA Common Support Data Dictionary*, 2006. Norme.
- [10] Airbus. *A330 Master Minimum Equipment List*, 2004. Rev 15.
- [11] S. V. AMARI, G. DILL et E. HOWALD : A new approach to solve dynamic fault trees. *In Annual Reliability and Maintainability Symposium*, p. 374–379, Tampa, Florida USA, 2003.
- [12] A. ARNOLD, G. POINT, A. GRIFFAULT et A. RAUZY : The AltaRica formalism for describing concurrent systems. *Fundamenta Informaticae*, 40:109–124, 2000.
- [13] A. ARNOLD, G. POINT, A. GRIFFAULT et A. RAUZY : *AltaRica, Manuel méthodologique*. LaBRI, Université Bordeaux I et CNRS (UMR 5800), 2004.
- [14] T. ASSAF et J. DUGAN : Diagnostic expert systems from dynamic fault trees. *In Annual Reliability and Maintainability Symposium*, Los Angeles, USA, 2004.
- [15] J. BANKS, J. CARSON, B. NELSON et D. NICOL : *Discrete event system simulation*. Prentice Hall, 2000.
- [16] R. E. BARLOW et F. PROSCHAN : *Mathematical Theory of Reliability*. SIAM, seconde éd., 1996.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [17] J.-l. BON : *Fiabilité des systèmes : Méthodes mathématiques*. Collection Techniques stochastiques. Masson, 1995.
- [18] M. BOUISSOU : Boolean logic driven Markov processes : A powerful new formalism for specifying and solving very large Markov models. *In Probabilistic Safety Assessment and Management PSAM6*, p. 448–451, Puerto Rico, 2002.
- [19] M. BOUISSOU, Y. DUTUIT et S. C. MAILLARD : Reliability analysis of a dynamic phased mission system : Comparaison of two approaches. *In Congrès Mathematical Method in Reliability*, Santa Fé, USA, 2004.
- [20] M. BOUISSOU et C. SEGUIN : Comparaison des langages de modélisation Altairica et Figaro. *In 15<sup>th</sup> Lambda-Mu Fiabilité Maintenabilité Conference*, Lille, 2006.
- [21] M. BOUSSEMART et N. LIMNIOS : Planification des visites préventives par application des chaînes de Markov contrôlées. *In 14<sup>th</sup> Lambda-Mu Fiabilité Maintenabilité Conference*, p. 846–853, Paris, 2004.
- [22] M. CEPIN et B. MAVKO : A dynamic fault tree. *Reliability Engineering and System Safety*, 75:83–91, 2002.
- [23] P. CINI et P. GRIFFITH : Designing for MFOP : Towards the autonomous aircraft. *Journal of Quality in Maintenance*, 5(4):296–306, 1999.
- [24] C. COCOZZA-THIVENT : *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*. Collection Mathématiques et applications. Springer-Verlag, 1997.
- [25] Departement of Defense, US. *Norme MIL-HDBK-472 : Maintainability prediction*, 1966.
- [26] A. DERODE et M. BOUISSOU : Approximation exponentielle de la fiabilité. *In 14<sup>th</sup> Lambda-Mu Fiabilité Maintenabilité Conference*, p. 823–830, Paris, 2004.
- [27] A. DR COOK, G. TANNER et S. ANDERSON : Evaluating the true cost to airlines of one minute of airborne or ground delay. Final report, Transport Studies Group, University of Westminster, February 2004. Report Commissioned by the Performance Review Commission of European Organisation for the Safety of Air Navigation (EUROCONTROL).
- [28] Y. DUTUIT et A. RAUZY : A linear time algorithm to find modules of fault trees. *IEEE Transactions on Reliability*, 45(3):422–425, 1996.
- [29] Y. DUTUIT et A. RAUZY : Efficient algorithms to assess component and gate importance in fault tree analysis. *Reliability Engineering and System Safety*, 72:213–222, 2001.
- [30] J. ESARY et F. PROSCHAN : Coherent structures of non-identical components. *Technometrics*, 5(2):191–209, 1963.
- [31] EUROCAE, l'Organisation Européenne pour l'Équipement de l'Aviation Civile. *Norme ED-79 ARP 4754 : Certification considerations for highly-integrated or complex aircraft systems*, 1996.
- [32] European Aviation Safety Agency. *Certification Specifications For Large Aeroplanes CS-25*, 2005. Norme.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [33] J. B. FUSSEL, E. B. HENRY et N. H. MARSHALL : MOCUS a computer program to obtain minimal sets from fault trees. *ANCR Mathematics and Computers*, 55(2):51–55, 1974.
- [34] A. GUERID, P. BREGUET et H. RÖTHLISBERGER : *Algorithmes et structures de données avec Ada, C++ et Java*. Collection Informatique. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2002.
- [35] T. HUGHES : Fault tree truncation error bounds. *Reliability Engineering*, 1987.
- [36] E. HUGUES, A. CABARBAYE et L. SAINTIS : ORA, model & tool for operational reliability prediction within Airbus. In *14<sup>th</sup> Lambda-Mu Fiabilité Maintenabilité Conference*, p. 448–451, Paris, 2004.
- [37] E. HUGUES, E. CHARPENTIER et A. CABARBAYE : Application of Markov processes to predict aircraft operational reliability. In *3th European Systems Engineering Conference (EUSEC 2002)*, p. 231–235, Toulouse, 2002.
- [38] E. HUGUES, L. SAINTIS, C. BÈS et M. MONGEAU : Méthodes d'évaluation de la fiabilité opérationnelle d'un système avion : Problématique de la dépendance entre états des composants. In *15<sup>th</sup> Lambda-Mu Fiabilité Maintenabilité Conference*, Lille, 2006.
- [39] J. JONES, L. WARRINGTON et N. DAVIS : Integrated modelling of system functional, maintenance and environmental factors. In *RAMS Symposium*, p. 399–403, Seattle, USA, 2002.
- [40] F. KERVEGANT, N. LIMNIOS, C. COCOZZA-THIVENT et A. DUBREUIL-CHAMBARDEL : Evaluation probabiliste approchée des grands arbres de défaillance. *RAIRO Recherche Opérationnelle/ Operations Research*, 26(2):125–137, 1992.
- [41] M. B. KLINE : Suitability of the lognormal distribution for corrective maintenance repair times. *Reliability Engineering*, 1984.
- [42] J. KNEZEVIC : Chief mechanic : The new approach to aircraft maintenance in boeing. *Journal of Quality in Maintenance*, 5(4):314–324, 1999.
- [43] T. KOHDA et K. INOUE : Probability evaluation of system failure occurrence based on minimal cut-sets. In *Annual Reliability and Maintainability Symposium*, p. 456–459, Seattle, USA, 2002.
- [44] I. KOVALENKO, N. KUZNETSOV et P. PEGG : *Mathematical Theory of Reliability of Time Dependant Systems with Practical Applications*. Series in Probability and Statistics. Wiley, 1997.
- [45] U. KUMAR : New trends in aircraft reliability and maintenance measures. *Journal of Quality in Maintenance*, 5(4):287–295, 1999.
- [46] W. KUO et M. J. ZUO : *Optimal Reliability Modeling : Principles and Applications*. Wiley, 2002.
- [47] J. J. L. WARRINGTON : Representing complex systems within discrete event simulation for reliability assessment. In *RAMS Symposium*, p. 487–492, Tampa, Florida USA, 2003.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [48] B. LIENHARDT : *Modèle d'optimisation de la maintenance, application au processus de conception d'un avion*. Thèse de doctorat, Université Toulouse III, Paul Sabatier, France, 2008.
- [49] N. LIMNIOS : *Arbres de Défaillance*. Traité des nouvelles technologies. Hermès, 1991.
- [50] J. LOMAN et W. WANG : On reliability modeling and analysis of highly-reliable large systems. *In RAMS Symposium*, p. 456–459, Seattle, USA, 2002.
- [51] P. LYONNET : *Ingénierie de la fiabilité*. Lavoisier, 2006.
- [52] Y. MA et K. TRIVEDI : An algorithm for reliability analysis of phased-mission systems. *Reliability Engineering and System Safety*, 66:157–170, 1999.
- [53] M. MARSEGUERRA et E. ZIO : *Basics of the Monte Carlo Method with Application to System Reliability*. Lilole Verlag, 2002.
- [54] A. NIEHUES, S. BELIN, T. HANSSON, R. HAUSER, M. MOSTAJO et J. RICHTER : Punctuality : How airlines can improve on-time performance. Rapport interne, Booz Allen & Hamilton Viewpoint, 2001.
- [55] G. PALSHIKAR : Temporal fault trees. *Information and Software Technology*, 44(3):137–150, 2002.
- [56] M. RAUSAND et A. HØYLAN : *System Reliability Theory : Models, Statistical Methods and Applications*. Wiley, seconde édn, 2004.
- [57] A. RAUZY : New algorithms for fault tree analysis. *Reliability Engineering and System Safety*, 59(05):203–211, 1993.
- [58] A. RAUZY : A linear time algorithm to find modules of fault trees. *IEEE Transactions on Reliability*, 50(4):389–396, 2001.
- [59] A. RAUZY : Towards an efficient implementation of MOCUS. *IEEE Transactions on Reliability*, 52(2):175–180, 2003.
- [60] A. SANDBERG et U. STRÖMBERG : Gripen : With focus on availability performance and life support cost over the product life-cycle. *Journal of Quality in Maintenance*, 5(4):325–334, 1999.
- [61] W. SCHEEWEIS : *A dynamic fault tree*. Lilole Verlag, 1999.
- [62] Z. SHAVELL : The effects of schedule disruptions on the economics of airline operations. *In 3rd USA/Europe Air Traffic Management R&D Seminar*, 2000.
- [63] Z. TANG et J. DUGAN : Minimal cut set/sequence generation for dynamic fault trees. *In Annual Reliability and Maintainability Symposium*, Los Angeles, USA, 2004.

# Annexes

# Annexe A

## Données en service

Dans une entreprise telle Airbus, il existe une multitude de bases de données relatives à un avion, une compagnie aérienne, un système, un composant, ou encore une documentation. Sans chercher à donner une vue globale de celles-ci, seules les bases de données en service, utiles pour mieux appréhender la modélisation du phénomène, sont présentées dans ce chapitre ainsi que leurs utilisations générales au sein d'Airbus. nous nous intéresserons ensuite à la validité de ces données en service, ceci afin de poser les limites d'une utilisation statistique, mais aussi afin d'émettre un certain nombre d'hypothèses sur le comportement des compagnies aériennes, ou encore sur les apparitions des incidents techniques. Enfin, une dernière partie s'intéressera aux possibles validations statistiques des modèles de probabilités qui seront énoncés par la suite.

### A.1 Bases de données en service

Pour sa collaboration et les besoins du support auprès des compagnies aériennes, Airbus dispose de plusieurs bases de données en service provenant des services et supports aux clients. Cela permet, entre autres, d'avoir une information sur l'utilisation de son produit par les compagnies aériennes, mais aussi de collecter les problèmes intervenus.

#### **Base de données sur la flotte en service ISAIM**

Afin d'obtenir une vision précise de l'utilisation d'un avion, des types de maintenances correctives appliquées en service, et de différencier les différents types d'OI, le service d'ingénierie de support aux clients sur les performances opérationnelles s'est doté d'une base de données appelée *In-Service Aircraft Information Management*, pour suivre la gestion et les données opérationnelles des flottes en service.

La première base de données concerne la gestion de la flotte en service. Pour chaque avion, sont collectés :

- le total des heures de vols,
- le total des heures de vols commerciaux,

## A.1 Bases de données en service

---

- le total des heures de vols en condition *Extended Twin-engine OperationS* (ETOPS),
  - le nombre de décollages,
  - le nombre de décollages pour des vols commerciaux,
  - le nombre de décollages pour des vols en condition ETOPS,
- plus des données supplémentaires non importantes pour notre problématique.

Ces données permettent d'établir des moyennes statistiques sur les différentes performances opérationnelles. Par contre, malgré le nombre d'informations contenues, la base de données ne contient pas le détail des missions effectuées par chacun des avions en service. Il est seulement possible de mesurer sur des périodes mensuelles :

- le nombre d'heures de vols moyen par cycle,
- le nombre d'heures de vols moyen par cycle commercial,
- le nombre d'heures de vols moyen par cycle en condition ETOPS,
- le ratio entre le nombre de vols ETOPS et le nombre de vols commerciaux.

Cela servira à établir les entrées possibles du modèle et les données en service accessibles pour la validation. Les exemples suivants illustrent l'utilisation de cette base de données.

### Exemple A.1 :

*Pour la gamme A330 d'une population de 353 avions, sur la période de l'année du 1<sup>texter</sup> juillet 2004 au 30 juin 2005 (un an), il y a eu 318685 vols commerciaux pour un total de 1298637 Flight Hours (FH). En moyenne un vol commercial a duré 4,075 FH. Enfin, l'utilisation journalière moyenne est de 10,07 FH.*

### Exemple A.2 :

*Pour la gamme d'avion Single Aisle (A318, A319, A320 et A321), sur l'année 2003, en réduisant la population à certaines compagnies aériennes en lien avec un fournisseur (soit 1119 avions), il y a eu 1577290 vols commerciaux pour un total de 3058683 FH. En moyenne un vol commercial a duré 1,94 FH. Enfin, l'utilisation journalière moyenne est d'environ 7,5 FH.*

## Bases de données sur les déposes d'équipement

De manière contractuelle, Airbus collecte auprès des fournisseurs ou des compagnies aériennes des informations sur les déposes d'équipements *Line Replacable Unit* (LRU), afin de vérifier les garanties de fiabilité des équipements LRU tel que stipulé dans les contrats. Ces échanges sont présentés dans la section 2.2.

A partir de ces bases de données, il est donc possible d'estimer les performances de fiabilité et de testabilité en service. Ces performances, pour chaque LRU, sont :

- le temps moyen entre deux déposes non programmées d'un LRU (*Mean Time Between Unscheduled Removal* (MTBUR)), estimé par le ratio du nombre d'heures de vols sur le nombre de déposes non programmées,
- le temps moyen entre deux pannes (*Mean Time Between Failure* (MTBF)), estimé par le ratio du nombre d'heures de vols sur le nombre de déposes confirmées par une panne,
- le taux de *No Fault Found*, qui exprime le pourcentage de pannes non confirmées parmi les déposes non programmées.

## A.1 Bases de données en service

---

Ces quantités sont estimées sur des périodes contractuelles (sur une période de trois mois en général). Ces bases vont permettre d'estimer les paramètres de fiabilité des équipements en service. Toutefois, la collecte des données n'est pas effectuée, quelque soit la base de données, sur l'ensemble des avions en service. Des différences sont observées suivant le type de report.

Les exemples suivants illustrent l'utilisation de cette base de données.

### Exemple A.3 :

*Après une collecte auprès des fournisseurs sur les déposes de l'équipement d'affichage appelé U pour la période du 1<sup>texter</sup> juillet 2004 au 30 juin, le temps moyen entre deux déposes non programmées est de 17300 FH,  $MTBUR = 17300FH$ . Sur une autre base de données, après une collecte auprès des compagnies aériennes pour la période du 1<sup>texter</sup> juillet 2004 au 30 juin, le  $MTBUR$  de l'équipement U est de 16855 FH.*

### Exemple A.4 :

*Sur une étude réalisée avec un fournisseur, celui-ci collecte de manière contractuelle les données des déposes auprès de certaines compagnies aériennes. Pour les calculateurs appelé S de la gamme d'avion Single Aisle, sur l'année 2003, le fournisseur a collecté 764 déposes en ligne. Il y a 3 calculateurs S par avion, donc le  $MTBUR$  de l'équipement sur l'année 2003 est d'environ 12010 FH.*

## Base de données sur les interruptions opérationnelles ISAIM

De manière systématique, Airbus collecte auprès des compagnies aériennes<sup>1</sup> des informations sur les OI, afin de rapporter les performances de fiabilité opérationnelle aux compagnies aériennes.

Pour chaque OI, sont collectés, de manière systématique :

- le type d'avion,
- le chapitre ATA à 6 chiffres identifié comme responsable de l'interruption opérationnelle,
- la date,
- l'opérateur (compagnie aérienne),
- le numéro de série de l'avion,
- le type de moteur,
- le type d'OI tels que ceux définis dans la section 1.1 : retards, annulations, demi-tours au sol, décollages interrompus, changement d'avion, déroutements, demi-tours en vol,
- la responsabilité de l'OI, qui permet d'attribuer les OI imputables à l'avionneur, auquel s'ajoutent des données supplémentaires, collectées ponctuellement :
  - la phase où le FDE entraînant l'OI est apparu,

---

<sup>1</sup>Les données sont fournies soit par le correspondant local d'Airbus, soit directement par la compagnie aérienne.

## A.1 Bases de données en service

---

- la durée du retard lorsqu’il s’agit d’un retard,
- les stations de départ et d’arrivée,
- le type de tâche de maintenance effectuée,
- la description de l’événement FDE,
- la description du travail de maintenance effectué.

Les descriptions du FDE et du travail de maintenance effectué sont des champs remplis en texte libre. La complétion et la qualité des données ne sont pas homogènes et causent souvent des difficultés d’interprétation et d’analyse des résultats.

À partir de ces bases de données, il est donc possible d’estimer les performances de disponibilité opérationnelle des différentes flottes en service. Ces performances sont :

- le taux d’interruptions opérationnelles pour différentes périodes, tel que définies dans la section 1.1. Cette définition est basée sur les vols commerciaux opérés par les compagnies aériennes. Ce taux peut être évalué pour les vols en conditions ETOPS.
- les différents taux d’annulation, de demi-tour en vol, de déroutement, de changement d’avion, de demi-tour en piste, de retard, qui correspondent aux composantes du taux d’interruption opérationnelle.
- le temps moyen pour régler le problème (retard ou changement d’avion).

Cette base, étant dédiée au rapport des performances de fiabilité opérationnelle aux compagnies aériennes, ne permet pas d’exploiter toutes les données pour une utilisation statistique importante. De plus, le nombre de rapport d’OI traité par l’organisation devient vite très important, ce qui ne permet pas de vérifier la validité de chacune des entrées, notamment en ce qui concerne le chapitre ATA et la durée du retard. Les taux pour chaque type d’OI sont donc moins précis, lorsque le chapitre ATA est plus détaillé. De plus le temps de retard moyen ne sera pris qu’après des restrictions sur la population et une vérification des données par corrélation avec les autres bases de données.

### Base de données AIRMAN

L’outil de soutien aux opérations *AIR*craft *Maintenance AN*alysis (AIRMAN), fourni en option par Airbus, est utilisé par les compagnies aériennes afin de gérer, via le centre de maintenance, la maintenance en ligne de sa flotte. Parmi ses fonctionnalités<sup>2</sup>, l’outil :

- collecte les données sur les vols effectués,
- enregistre les alarmes (messages *Electronic Centralized Aircraft Monitoring* (ECAM)) et messages de maintenance entre les phases 2 et 9, décrites dans la figure 2.2 page 41, ainsi que le *Post-Flight Report* (PFR) du vol,
- alerte le centre de maintenance en temps réel de ces messages,

L’outil collecte donc une base de données d’une partie des avions en service. Les informations importantes du point de vue de notre problématique sont :

---

<sup>2</sup>Toutes les fonctionnalités de l’outil pour les compagnies aériennes ne sont pas présentées dans ce rapport.

## A.1 Bases de données en service

---

- les exemples de types de mission,
- les fréquences d’alarme et de message de maintenance,
- les comptes-rendus de vol,
- les temps d’escale réels.

L’exemple suivant illustre l’utilisation de cette base de données.

### Exemple A.5 :

*Pour estimer un type de mission et les temps d’escale réels, une collecte sur plusieurs avions de la flotte issue du cas 2 des Exemple A.1 a permis d’établir que le temps moyen d’escale, **Turn-Around Time (TAT)**, est d’environ 1,15 heures. Dans ce cas, le ratio **Operating Hours (OH)/FH** observé est d’environ 1,6.*

Ces informations ne permettent pas une utilisation statistique, car peu de données collectées par les compagnies aériennes sont accessibles. Cependant, il est possible de corrélérer, dans certains cas, ces informations avec celles existantes sur d’autres bases de données, notamment les bases de données sur les OI. Cela permettra notamment de :

- confirmer les actions entreprises pour rectifier la panne (alarme ECAM et message de maintenance),
- obtenir le temps au sol réel après un incident technique.

### Collectes de données sur les temps de maintenance

Pour obtenir des probabilités de retard, il faut des informations sur les temps pour chacune des opérations de maintenance prises en compte dans le modèle. Comme la maintenance des avions, pour les compagnies qui l’effectuent, fait elle-même partie de leurs activités principales et influent sur leurs marges bénéficiaires, les compagnies aériennes ne fournissent pas ces informations qu’elles considèrent comme confidentielles. Airbus doit donc obtenir des données en service par ses propres moyens.

Lors de la conception des systèmes, comme cela a été évoqué dans la section 2.4, Airbus analyse les tâches de maintenance et les temps associés. De plus, ces analyses sont vérifiées (pour les temps) lors des phases de test du nouveau programme avion. Ces analyses étant produites en aval des premières projections, les données des programmes précédents ainsi que le jugement ingénieur sur de nouvelles tâches seront utilisées dans un premier temps pour la conception des nouveaux programmes avion. Il faut aussi tenir compte du fait que les temps mesurés sur un mécanicien Airbus donné peuvent être différents de ceux effectués par un mécanicien d’une compagnie aérienne.

Enfin, afin d’affiner les estimations de distribution de temps de maintenance, les données sur les OI provenant de la base de données *In-Service Aircraft Information Management (ISAIM)* fournissent des données tronquées de temps de retard, et donc, lorsqu’elles sont suffisamment précises, fournissent le temps de la maintenance qui a été effectuée. L’exploitation statistique de cette dernière remarque permet une étude limitée des distributions de temps maintenance et de retard.

### A.2 Validité des données - Formulation d'hypothèses

Les différentes bases de données en service présentées plus haut ont clairement une orientation vers le client. Cela permet en effet d'élaborer un support client dédié aux données de maintenance, un rapport sur les différentes performances attendues pour les compagnies aériennes et un lien vers les équipes de conception des systèmes pour rendre compte des pannes. Ces bases sont donc construites à partir de ces besoins clients et ne sont pas conçues pour une analyse statistique en tant que retour d'expérience pour l'avionneur. De plus, comme les compagnies aériennes rapportent en général elles-mêmes les données, le contenu est souvent incomplet ou imprécis, ceci à cause de la politique de la compagnie vis-à-vis de l'échange de données (par exemple au regard de son coût d'exploitation). En effet, comme une partie des compagnies tirent leur profit de leur organisation de la maintenance et des *Maintenance Repair Overhaul* (MRO), elles sont réticentes à fournir des données pouvant être transmises à la concurrence. Le caractère incomplet de ces données limite donc son exploitation statistique. Toutefois, à partir de l'observation de ces données en service, plusieurs hypothèses peuvent être formulées. Il s'agit de l'Hypothèse 2.1 page 41 et des Hypothèses 3.2 page 61.

### A.3 Validation des modèles à partir des données en service

Une première approche de validation de modèle d'OI a été présentée dans [37]. Suivant le choix de l'échantillon de la population, l'estimation statistique peut être biaisée par :

- les différents profils de mission et leurs répartitions, y compris le choix de la politique de maintenance,
- la validité des données et l'estimation de certains paramètres.

Il faut donc une même population (ou échantillon) d'avion pour estimer :

- les données d'entrée correspondantes à une mission (durée du vol, TAT...),
- les paramètres des composants du système (MTBUR, *Mean Time To Restore Function* (MTTRF)...),
- les taux d'OI en sortie.

Pour des systèmes très fiables du point de vue opérationnel, la faible fréquence en service des OI fournit un intervalle de confiance, à partir du théorème de la limite centrale, inexploitable pour une validation. Ce point sera abordé dans le chapitre 12.

De plus, les données d'entrée des modèles sont pris comme valeurs moyennes à partir de données en service : temps de vol pour une mission, TAT, MTBUR, temps de maintenance. L'intervalle de confiance, en tant qu'incertitude, issu de l'estimation d'un paramètre est donc à intégrer dans le modèle. Si ces incertitudes sont trop grandes, l'intervalle de confiance en sortie sera inexploitable.

## Annexe B

# Généralisation du processus d'apparition d'un effet cockpit et du processus de maintenance corrective

Dans cette annexe, nous reprenons la section 5.2 et la sous-section B.2.1. En effet, lors de celles-ci, nous avons définis les différents paramètres de surveillance d'une défaillance, les domaines d'utilisation d'une fonction au sol et de temps disponible pour la maintenance. Leurs description n'a été développé que dans le cas simplifié des hypothèses pour la phase de conception. Dans la première partie de cette annexe, nous reprenons les descriptions :

- des intervalles de temps de détection d'une défaillance,
- des intervalles de temps d'apparition d'un effet cockpit,
- des périodes de temps disponibles pour la maintenance,
- des périodes d'utilisation d'un système ou d'une fonction au sol,

pour leurs généralisation. Ces paramètres sont des périodes de temps (union d'intervalles de temps inclus dans un cycle de vol) sur lesquels nous nous appuyons pour définir le processus d'apparition d'un effet cockpit et le processus de maintenance corrective en ligne. Afin de simplifier les descriptions des variables aléatoires de temps, nous avons présenté le cas simplifié des hypothèses pour la phase de conception. Dans la deuxième partie de cette annexe, nous reprenons les descriptions des variables aléatoires :

- de temps de détection de la défaillance,
  - de temps d'apparition d'un effet cockpit,
  - de délai logistique avant l'application d'une maintenance corrective,
  - de délai logistique après l'application d'une maintenance corrective,
- afin de présenter leurs généralisations.

L'ensemble de cette annexe sera réutilisée dans l'annexe E pour détailler la simulation des variables aléatoires pour le modèle à partir de la phase de définition.

Dans cette annexe, ainsi que pour l'annexe E, nous prenons les notations suivantes.

---

**Notations pour un composant  $x$  muni d'un dispositif de surveillance lors d'un cycle  $C$**

$I_C^{de}(x)$	Domaine de détection possible de la défaillance
$TdF_{C_k}^{min}$	Borne inférieure du $k^{\text{ième}}$ intervalle pour la détection de la défaillance lors de la phase de vol du cycle $C$
$TdF_{C_k}^{max}$	Borne supérieure du $k^{\text{ième}}$ intervalle pour la détection de la défaillance lors de la phase de vol du cycle $C$
$TdG_{C_p}^{min}$	Borne inférieure du $p^{\text{ième}}$ intervalle pour la détection de la défaillance lors de la phase au sol du cycle $C$
$TdG_{C_p}^{max}$	Borne supérieure du $p^{\text{ième}}$ intervalle pour la détection de la défaillance lors de la phase au sol du cycle $C$
$I_C^{ap}(x)$	Domaine d'apparition d'un FDE possible lié à la défaillance du composant $x$
$TaF_{C_k}^{min}$	Borne inférieure du $k^{\text{ième}}$ intervalle d'apparition d'un FDE possible lié à la défaillance du composant $x$ lors de la phase de vol du cycle $C$
$TaF_{C_k}^{max}$	Borne supérieure du $k^{\text{ième}}$ intervalle d'apparition d'un FDE possible lié à la défaillance du composant $x$ lors de la phase de vol du cycle $C$
$TaG_{C_p}^{min}$	Borne inférieure du $p^{\text{ième}}$ intervalle d'apparition d'un FDE possible lié à la défaillance du composant $x$ lors de la phase au sol du cycle $C$
$TaG_{C_p}^{max}$	Borne supérieure du $p^{\text{ième}}$ intervalle d'apparition d'un FDE possible lié à la défaillance du composant $x$ lors de la phase au sol du cycle $C$
$I_C^{ma}(x)$	Domaine d'utilisation au sol du système ou de la fonction lors du cycle $C$
$TmG_{C_k}^{min}$	Borne inférieure du $k^{\text{ième}}$ intervalle d'utilisation au sol du système ou de la fonction lors du cycle $C$
$TmG_{C_k}^{max}$	Borne supérieure du $k^{\text{ième}}$ intervalle d'utilisation au sol du système ou de la fonction lors du cycle $C$
$I_C^{ut}(x)$	Domaine de temps disponible pour la maintenance lors du cycle $C$
$TuG_{C_k}^{min}$	Borne inférieure du $k^{\text{ième}}$ intervalle de temps disponible pour la maintenance lors du cycle $C$
$TuG_{C_k}^{max}$	Borne supérieure du $k^{\text{ième}}$ intervalle de temps disponible pour la maintenance lors du cycle $C$

## B.1 Généralisation des définitions des intervalles de temps caractérisant l'apparition d'un effet cockpit durant un cycle de vol

### B.1 Généralisation des définitions des intervalles de temps caractérisant l'apparition d'un effet cockpit durant un cycle de vol

Chaque composant va être exposé aux défaillances sur une période du cycle qui, en général, correspond aux phases d'utilisation du composant ou aux phases où il est soumis à des perturbations ou des sollicitations différentes. Par l'hypothèse que la durée de vie d'une composant suit une loi exponentielle (en section 4.3), les composants sont soumis à une sollicitation constante, l'intervalle d'exposition à une défaillance est donc le cycle de vol complet :  $[0; FD_C + GD_C]$ .

La conception de la surveillance des défaillances, décrite dans la sous-section 2.3.2 se fait au niveau des composants du système. Pour permettre une description complète du phénomène, les paramètres à inclure dans le modèle sont :

- les intervalles de détection de la défaillance suivant le cycle de vol, pour chaque composant,
- les intervalles d'annonce d'une alarme ou plus généralement d'apparition d'un FDE suivant le cycle de vol.

Ces paramètres sont accessibles lors de la phase de définition, comme précisé en section 2.4.

#### Intervalles de temps de détection d'une défaillance

À partir de la politique de détection mise en place, le dispositif de surveillance de la défaillance d'un composant fonctionne sur une partie d'un cycle de vol, qui correspond à plusieurs intervalles de temps. Toutefois, il peut s'agir d'un équipement sans dispositif de surveillance automatique et dans ce cas-là, la détection ne sera possible que lors d'une inspection, d'une dépose/pose préventive ou d'une localisation de panne au niveau du système. Nous parlerons donc soit d'intervalles de temps, soit de temps fixes (discrets) suivant le mode de détection. Cela représente une union d'intervalles de temps fermés durant lesquels la détection de la défaillance est possible s'il y a lieu. Ces paramètres de temps ne tiennent pas compte du temps au début de la phase de vol.

Soient  $x$  un composant muni d'un dispositif de surveillance et un cycle de vol  $C$ , en prenant le temps 0 au départ du cycle. Le domaine de détection de la défaillance, noté  $I_C^{de}(x)$ , est une union d'intervalles de temps de la forme :

$$I_C^{de}(x) = \left( \bigcup_{k \in \{1, \dots, m\}} [TdF_{C_k}^{min}; TdF_{C_k}^{max}] \right) \cup \left( \bigcup_{p \in \{1, \dots, n\}} [TdG_{C_p}^{min}; TdG_{C_p}^{max}] \right),$$

où :

## B.1 Généralisation des définitions des intervalles de temps caractérisant l'apparition d'un effet cockpit durant un cycle de vol

- $\{[TdF_{C_k}^{min}; TdF_{C_k}^{max}]\}_{k \in \{1, \dots, m\}}$  représente l'ensemble des intervalles possibles de détection de la défaillance durant la phase de vol de durée  $FD_C$ ,
- $\{[TdG_{C_p}^{min}; TdG_{C_p}^{max}]\}_{p \in \{1, \dots, n\}}$  représente l'ensemble des intervalles possibles de détection de la défaillance durant les phases de sol et de roulage départ de durée  $GD_C$ .

À partir de la définition précédente, les remarques suivantes s'imposent.

### Remarques B.1 :

1. *Liées à la décomposition des phases d'un cycle de vol de la section 5.1, les relations suivantes découlent :*  

$$\bigcup_{k \in \{1, \dots, m\}} [TdF_{C_k}^{min}; TdF_{C_k}^{max}] \subset [0; FD_C],$$

$$\bigcup_{p \in \{1, \dots, n\}} [TdG_{C_p}^{min}; TdG_{C_p}^{max}] \subset [FD_C; FD_C + GD_C].$$
2. *Cas discret : l'équipement, la fonction ou le système dans son ensemble peuvent être soumis à une détection lors de temps fixes ponctuels. Dans ce cas, l'ensemble  $I_C^{de}(x)$  se réduit à un ensemble discret du type  $(\bigcup_{k \in \{1, \dots, m\}} \{TdF_{C_k}\}) \cup (\bigcup_{p \in \{1, \dots, n\}} \{TdG_{C_p}\})$ .*
3. *S'il s'agit d'un composant ayant un mode de panne cachée, le domaine de détection est vide.*

### Intervalles de temps d'apparition d'un effet cockpit (FDE)

Soient  $x$  un composant muni d'un dispositif de surveillance et un cycle de vol  $C$ , en prenant le temps 0 au départ du cycle. Le domaine d'apparition d'un FDE, noté  $I_C^{ap}(x)$ , est une union d'intervalles de temps de la forme :

$$I_C^{ap}(x) = \left( \bigcup_{k \in \{1, \dots, m\}} [TaF_{C_k}^{min}; TaF_{C_k}^{max}] \right) \cup \left( \bigcup_{p \in \{1, \dots, n\}} [TaG_{C_p}^{min}; TaG_{C_p}^{max}] \right),$$

où :

- $\{[TaF_{C_k}^{min}; TaF_{C_k}^{max}]\}_{k \in \{1, \dots, m\}}$  représente l'ensemble des intervalles possibles d'apparition d'un FDE durant la phase de vol,
- $\{[TaG_{C_p}^{min}; TaG_{C_p}^{max}]\}_{p \in \{1, \dots, n\}}$  représente l'ensemble des intervalles possibles d'apparition d'un FDE durant les phases de sol et de roulage avant le décollage.

L'ensemble des intervalles de temps d'apparition d'un FDE est un paramètre au niveau composant ou système.

A partir de la définition précédente, les remarques suivantes peuvent être faites.

## B.2 Généralisation des définitions des variables aléatoires de temps sur un cycle de vol, conditionnées par l'occurrence d'une défaillance

---

### Remarques B.2 :

1. Les intervalles des différents temps (détection d'une défaillance, apparition d'un FDE) ne sont en général pas les mêmes.
2. Liés à la décomposition des phases d'un cycle de vol vue en section 5.1, on a :  

$$\bigcup_{k \in \{1, \dots, m\}} [TaF_{C_k}^{min}, TaF_{C_k}^{max}] \subset [0; FD_C]$$
et 
$$\bigcup_{p \in \{1, \dots, n\}} [TaG_{C_p}^{min}, TaG_{C_p}^{max}] \subset [FD_C; FD_C + GD_C].$$
3. Cas discret : l'ensemble  $I_C^{ap}(x)$  se réduit à un ensemble discret du type  $\left(\bigcup_{k \in \{1, \dots, m\}} \{TaF_{C_k}\}\right) \cup \left(\bigcup_{p \in \{1, \dots, n\}} \{TaG_{C_p}\}\right)$ .

L'exemple suivant illustre la description.

### Exemple B.1 :

Pour une unité d'affichage *Display Unit (DU)* d'un avion, son dysfonctionnement est observable depuis le cockpit de l'avion soit par un message *ECAM* indiquant «*DISPLAY DISCREPENCY*» (voir la figure 2.3 page 44), soit par une observation directe d'un pilote. En reprenant la mission de l'Exemples 5.1 3, sur un cycle de vol  $C$  avec  $2 \leq C \leq N - 1$ , le domaine d'apparition possible d'un FDE est  $[0; 4, 42] \cup [5, 42; 5, 83]$  pour chaque *DU*.

## B.2 Généralisation des définitions des variables aléatoires de temps sur un cycle de vol, conditionnées par l'occurrence d'une défaillance

Dans cette sous-section, nous reprenons les définitions et généralisons les descriptions des variables aléatoires :

- de temps d'occurrence d'une défaillance,
- de temps de détection d'une défaillance, en fonction de temps d'occurrence,
- de temps d'apparition d'un *Flight Deck Effect*, en fonction du temps de détection de la défaillance correspondante.

L'ensemble de ces variables aléatoires sont conditionnées par la défaillance d'un composant au cours d'un cycle. Dans la suite de cette sous-section, les variable aléatoire (v.a) seront définies pour un composant  $x$  du système, conditionnées par les événements  $xF_C$  que la défaillance du composant  $x$  du système intervient au  $C^{\text{ième}}$  cycle de vol ou  $xF_{C-1}$ .

### Temps de détection de la défaillance

Soit  $D_C^x$  la variable aléatoire définissant le temps de détection de la défaillance du composant  $x$  (s'il y a défaillance) lors du  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ .

Quand elle est définie, la v.a  $D_C^x$  est à valeurs réelles dans l'union d'intervalles de temps de détection de la défaillance ( $D_C^x \in I_C^{de}(x)$ ). Donc  $D_C^x$  appartient donc à l'intervalle  $[0, FD_C + GD_C]$  qui correspond au temps prévu pour un cycle de vol.

## B.2 Généralisation des définitions des variables aléatoires de temps sur un cycle de vol, conditionnées par l'occurrence d'une défaillance

---

### Remarque B.3 :

Lorsqu'une défaillance est détectée, il faut qu'elle soit d'abord apparue, d'où la relation évidente :  $T_C^x \leq D_C^x$ .

En tenant compte des définitions et de l'Hypothèse 5.3 page 88, la variable aléatoire  $D_C^x$  est liée directement à la variable  $T_C^x$ .

Pour que la défaillance soit détectée durant le cycle  $C$ , il faut que son occurrence se produise dans l'intervalle de temps où elle peut être détectée ( $I_C^{de}(x)$ ) et donc que  $T_C^x$  vérifie  $T_C^x \in [0, TdG_{C_n}^{max}]$ . Si par contre l'occurrence de la défaillance se produit après le temps maximum de détection du cycle en cours ( $T_C^x \in ]TdG_{C_n}^{max}, FD_C + GD_C]$ ), la détection intervient au cycle suivant  $C + 1$ .

En conséquence, on obtient la relation suivante :

$$D_C^x = \begin{cases} TdF_{C_1}^{min} & \text{si } T_{C-1}^x \in ]TdG_{C-1_n}^{max}; FD_{C-1} + GD_{C-1}] \\ TdF_{C_1}^{min} & \text{si } T_C^x \in [0; TdF_{C_1}^{min}] \\ T_C^x & \text{s'il existe } k \in \{1 \dots m\} \text{ tel que } T_C^x \in [TdF_{C_k}^{min}; TdF_{C_k}^{max}] \\ TdG_{C_1}^{min} & \text{si } T_C^x \in [TdF_{C_m}^{max}; TdF_{C_1}^{min}] \\ T_C^x & \text{s'il existe } p \in \{1 \dots n\} \text{ tel que } T_C^x \in [TdG_{C_p}^{min}; TdG_{C_p}^{max}] \end{cases} \quad (B.1)$$

### Temps d'apparition d'un FDE

Soit  $A_C^x$  la variable aléatoire définissant le temps d'apparition du FDE associé à la défaillance du composant  $x$  muni d'un dispositif de surveillance,  $x \in S'$  lors du  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ .

Lorsqu'elle est définie, la variable aléatoire  $A_C$  est à valeurs réelles dans l'union d'intervalles de temps d'apparition d'un FDE ( $A_C^x \in I_C^{ap}(x)$ ).

Pour établir la valeur de la v.a  $A_C$ , nous nous basons sur l'Hypothèse 5.4 page 89. De plus, pour que la défaillance soit annoncée, il faut que la détection de celle-ci se produise dans l'intervalle de temps où elle peut être annoncée et donc que  $D_C^x$  vérifie  $D_C^x \in [0; TaG_{C_n}^{max}]$ . Si par contre la détection de la défaillance intervient après le temps maximum d'apparition possible d'un FDE du cycle en cours ( $T_C^x \in ]TdG_{C_n}^{max}; FD_C + GD_C]$ ), l'apparition se produit au cycle suivant  $C + 1$ .

La relation suivante découle :

$$A_C^x = \begin{cases} TaF_{C_1}^{min} & \text{si } D_{C-1}^x \in ]TaG_{C-1_n}^{max}; FD_{C-1} + GD_{C-1}] \\ TaF_{C_1}^{min} & \text{si } D_C^x \in [0; TaF_{C_1}^{min}] \\ D_C^x & \text{s'il existe } k \in \{1 \dots m\} \text{ tel que } D_C^x \in [TaF_{C_k}^{min}; TaF_{C_k}^{max}] \\ TaG_{C_1}^{min} & \text{si } D_C^x \in [TaF_{C_m}^{max}; TaF_{C_1}^{min}] \\ D_C^x & \text{s'il existe } p \in \{1 \dots n\} \text{ tel que } D_C^x \in [TaG_{C_p}^{min}; TaG_{C_p}^{max}] \end{cases} \quad (B.2)$$

## B.2 Généralisation des définitions des variables aléatoires de temps sur un cycle de vol, conditionnées par l'occurrence d'une défaillance

---

### B.2.1 Modélisation du processus de maintenance corrective lors d'un cycle

Dans cette sous-section, nous décrivons de manière générale les paramètres du modèle liés aux périodes de temps disponibles pour la maintenance et aux périodes d'utilisation du système ou de la fonction étudiés. Ensuite, en se basant le processus de maintenance corrective déjà décrit en sous-section B.2.1, nous explicitons, à partir de la description générale de ces paramètres, les relations sur :

- les différents délais logistiques avant et après l'application de la maintenance corrective,
- le temps de fin d'application de la maintenance corrective, et le temps de retard associé,
- le temps estimé de retard suite à un diagnostic de panne pour évaluer la décision d'annulation du prochain vol.

Chacune de ses v.a est conditionnée par l'apparition d'un FDE lors du cycle  $C$  lié à la défaillance d'un composant  $x$  ( $xA_C$ ).

#### Périodes de temps disponible pour la maintenance

La maintenance corrective en ligne est effectuée lorsque l'avion est positionné à la porte d'embarquement. À partir de la modélisation du *Turn-Around Time* d'un cycle de vol, le temps disponible durant cette phase pour effectuer la maintenance est constitué d'une union d'intervalles de temps, complémentaire de l'union d'intervalles de temps où l'équipement n'est pas accessible. La période de temps disponible pour la maintenance d'un système ou d'une fonction est formée d'un ou deux intervalles.

Il s'agit à la fois d'un paramètre au niveau équipement, système et avion. En effet, il est lié à l'accessibilité du système ou de l'équipement durant l'exploitation de l'avion au sol. Ces paramètres de temps ne tiennent pas compte du temps au début de la phase de vol.

Soit le cycle  $C$ , en prenant le temps 0 au début du cycle,  $I_C^{ma}(x)$  est l'ensemble des intervalles de temps disponible pour effectuer la maintenance durant le TAT du cycle  $C$  sur le composant  $x$ .  $I_C^{ma}(x)$  est une union d'intervalles de temps de la forme :

$$I_C^{ma}(x) = [TmG_{C_1}^{min}, TmG_{C_1}^{max}] \cup [TmG_{C_2}^{min}, TmG_{C_2}^{max}]$$

où

$\left\{ [TmG_{C_p}^{min}, TmG_{C_p}^{max}] \right\}_{p \in \{1, \dots, 2\}}$  représente l'ensemble des intervalles possibles pour effectuer la maintenance durant le TAT sans entraîner de retard au cycle  $C$ .

#### Remarques B.4 :

- *Liées à la décomposition des phases d'un cycle de vol en section 5.1, le temps disponible pour effectuer la maintenance est compris dans le TAT, et la relation*

## B.2 Généralisation des définitions des variables aléatoires de temps sur un cycle de vol, conditionnées par l'occurrence d'une défaillance

---

*suyvante découle :*

$$[TmG_{C_1}^{min}, TmG_{C_1}^{max}] \cup [TmG_{C_2}^{min}, TmG_{C_2}^{max}] \subset [FD_C, FD_C + TAT_C].$$

- Dans la plupart des cas, le domaine possible pour effectuer la maintenance est constitué d'un seul intervalle qui sera noté  $[TmF_C^{min}, TmG_C^{max}]$ .

Les exemples suivants illustrent cette description.

### Exemples B.2 :

1. Soit un cycle  $C$  d'un vol de quatre heures comprenant la phase de roulage à l'arrivée,  $FD_C = 4$ , et d'un TAT d'une heure et demi tel que décrit sur le schéma 3.1 page 55. Pour déposer un détecteur de fumée installé en cabine et le remplacer par un élément neuf, il faut pouvoir accéder à la cabine de l'avion. Pour cela, il faut attendre le débarquement des passagers, et prévoir un temps nécessaire pour l'embarquement des passagers suivants. La période de temps disponible pour la maintenance est constituée d'un seul intervalle de temps  $[4, 25; 5]$  pour chaque détecteur de fumée.
2. Pour intervenir sur un équipement situé proche du moteur, il faut attendre le refroidissement de ce dernier. Pour un avion A330 par exemple, pour certaines zones chaudes situées près du moteur, le temps de refroidissement est d'environ un quart d'heure.

### Périodes d'utilisation du système ou de la fonction

À partir de la modélisation du TAT d'un cycle de vol, l'utilisation d'une fonction de l'avion durant cette période a une incidence sur les opérations au sol et le délai opérationnel lorsqu'une action de maintenance corrective est effectuée. Le temps d'utilisation d'une fonction durant cette phase est constitué d'une union d'intervalles de temps, où la fonction relative à l'équipement est utilisée.

L'utilisation de la fonction se fait soit après l'arrivée à la porte d'embarquement et avant le départ pour le décollage, soit durant un intervalle du TAT. La période d'utilisation d'un système ou d'une fonction est donc formée d'un ou deux intervalles.

Il s'agit à la fois d'un paramètre au niveau équipement, système et avion. En effet, il est lié à l'accessibilité du système ou de l'équipement durant l'exploitation de l'avion au sol.

Soit le cycle  $C$ , en prenant le temps 0 au début du cycle,  $I_C^{ut}(x)$  est l'ensemble des intervalles de temps disponible pour effectuer la maintenance sur un composant  $x$  durant le TAT du cycle  $C$ .  $I_C^{ut}(x)$  est une union d'intervalles de temps de la forme :

$$I_C^{ut}(x) = [TuG_{C_1}^{min}, TuG_{C_1}^{max}] \cup [TuG_{C_2}^{min}, TuG_{C_2}^{max}]$$

où

## B.2 Généralisation des définitions des variables aléatoires de temps sur un cycle de vol, conditionnées par l'occurrence d'une défaillance

---

$\left\{ \left[ TuG_{C_p}^{min}, TuG_{C_p}^{max} \right] \right\}_{p \in \{1, \dots, 2\}}$  représente l'ensemble des intervalles d'utilisation de la fonction ou du système durant le TAT.

### Remarques B.5 :

- Les périodes de temps où une fonction est utilisée au sol sont incompressibles. L'arrêt de celle-ci, puis sa reprise, va entraîner un délai logistique à la suite de l'action de maintenance.
- L'utilisation au sol d'une fonction durant le TAT implique :

$$\left[ TuG_{C_1}^{min}, TuG_{C_1}^{max} \right] \cup \left[ TuG_{C_2}^{min}, TuG_{C_2}^{max} \right] \subset \left[ FD_C, FD_C + TAT_C \right]$$

- Dans les cas où la fonction est utilisée pour le service de l'avion au sol, le domaine possible pour effectuer la maintenance est constitué d'un seul intervalle qui sera noté  $\left[ TuF_C^{min}, TuG_C^{max} \right]$ .

Les exemples suivants illustrent cette description.

### Exemple B.3 :

En considérant un cycle  $C$  d'un vol de quatre heures comprenant la phase de roulage à l'arrivée,  $FD_C = 4$ , et d'un TAT d'une heure et demi tel que décrit sur le schéma 3.1 page 55, la fonction de ravitaillement en carburant est utilisée sur la période de temps  $[4, 25; 4, 8]$ . La fonction d'embarquement est nécessaire pour l'embarquement et le débarquement des passagers qui se situent dans la période  $[4; 4, 5] \cup [5; 5, 5]$ .

### Délai logistique avant l'application de la maintenance corrective

Soit  $L_C^y(x)$  la variable aléatoire définissant le délai logistique avant l'application de la maintenance corrective sur un composant  $x$  sachant l'apparition d'un FDE lié à la défaillance du composant  $y$  lors du  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ .

$L_C^y(x)$  lorsqu'elle est définie, est à valeurs réelles dans l'intervalle  $[0, +\infty[$ .

Afin de formuler les relations sur la variable aléatoire  $L_C^y(x)$ , nous reprenons les Hypothèses 5.13 page 104.

$L_C^y(x)$  dépend seulement de la variable aléatoire d'apparition d'un FDE  $A_C^y$  et de la période de temps disponible pour la maintenance sur  $x$   $I_C^{ma}(x)$ , avec la relation suivante :

$$L_C^y(x) = \begin{cases} TmG_{C_1}^{min} - A_C^y & \text{si } A_C^y \in [0, TmG_{C_1}^{min} [ \\ 0 & \text{si } A_C^y \in [TmG_{C_1}^{min}; TmG_{C_1}^{max} [ \\ TmG_{C_2}^{min} - A_C^y & \text{si } A_C^y \in ]TmG_{C_1}^{max}; TmG_{C_2}^{min} [ \\ 0 & \text{si } A_C^y \in [TmG_{C_2}^{min}; TmG_{C_2}^{max} [ \\ FD_C + TAT_C - A_C^y & \text{si } A_C^y \in ]TmG_{C_2}^{max}; FD_C + TAT_C [ \\ A_C^y - FD_C - TAT_C & \text{si } A_C^y \in [FD_C + TAT_C; FD_C + GD_C [ \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

## B.2 Généralisation des définitions des variables aléatoires de temps sur un cycle de vol, conditionnées par l'occurrence d'une défaillance

---

### Délai logistique après l'application de la maintenance corrective

Soit  $F_C^y(x)$  la variable aléatoire définissant le délai logistique suivant l'application de la maintenance corrective sur un composant  $x$  sachant l'apparition du FDE lié à la défaillance du composant  $y$  au  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ . Lorsqu'elle est définie,  $L_C^y(x)$  est à valeurs réelles dans l'intervalle  $[0, +\infty[$ .

Afin de formuler les relations sur la variable aléatoire  $L_C^y(x)$ , nous reprenons les Remarques 5.7 page 106.

Soit  $F'_C$  la variable aléatoire définissant le délai logistique lié à l'impossibilité d'appliquer la maintenance sur  $x$  lors du  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ .

$F'_C$  dépend seulement de la variable aléatoire  $A_C^y$  et de la période de temps disponible pour la maintenance sur  $x$   $I_C^{ma}(x)$ , avec la relation suivante :

$$F'_C = \begin{cases} TmG_{C_2}^{max} - TmG_{C_2}^{min} & \text{si } A_C^y \in [0, TmG_{C_1}^{min}[ \\ 0 & \text{si } A_C^y \in [TmG_{C_2}^{min}; FD_C + TAT_C] \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

Soit  $F''_C$  la variable aléatoire définissant le délai logistique lié à l'utilisation au sol du composant  $x$  par une fonction lors du  $C^{\text{ième}}$  cycle,  $C \in \{0, \dots, N\}$ .

$F''_C$  dépend seulement de la variable aléatoire  $A_C^y$  et de la période d'utilisation des fonctions au sol de  $x$   $I_C^{ut}(x)$ , avec la relation suivante :

$$F''_C = \begin{cases} (TuG_{C_1}^{max} - TuG_{C_1}^{min}) + (TuG_{C_2}^{max} - TuG_{C_2}^{min}) & \text{si } A_C^y \in [0, TuG_{C_1}^{min}[ \\ (TuG_{C_1}^{max} - A_C^y) + (TuG_{C_2}^{max} - TuG_{C_2}^{min}) & \text{si } A_C^y \in [TuG_{C_1}^{min}, TuG_{C_1}^{max}] \\ (TuG_{C_2}^{max} - TuG_{C_2}^{min}) & \text{si } A_C^y \in ]TuG_{C_1}^{max}, TuG_{C_2}^{min}[ \\ (TuG_{C_2}^{max} - A_C^y) & \text{si } A_C^y \in [TuG_{C_2}^{min}, TuG_{C_2}^{max}] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

et donc, la variable aléatoire  $F_C^x$  s'exprime par la relation :

$$F_C^y(x) = \max(F'_C, F''_C) \quad (\text{B.6})$$

Les relations explicitant les variables aléatoires  $T_C^y$ ,  $D_C^y$ ,  $A_C^y$ ,  $F_C^y(x)$  et  $F_C^x(x)$ , avec  $y \in S'$  et  $x \in S$ , seront utilisées en annexe E.1 pour obtenir leurs tirages aléatoires par simulation de Monte-Carlo.

## Annexe C

# Preuve de la propriété de négative dépendance

En assumant que l'ensemble des composants du système est fini et que, pour tout  $x, y$  et  $z$  et tout cycle  $C$  tel que  $2 \leq C \leq N$  :

$$P(yD_C | \overline{xD_C}) > 0 \text{ et } P\left(yD_C \cap \left(\bigcup_{z \in S} zF_{C-1}\right)\right) > 0, \quad (\text{C.1})$$

nous pouvons définir les quantités pour un cycle  $C$  tel que  $2 \leq C \leq N$  suivantes :

$$M(C) = \max_{\substack{x, y, z \in S \\ y \neq x}} \left( \frac{P(yD_C | zD_{C-1})}{P(yD_C | \overline{xD_C})} \right)$$

et

$$N(C) = \max_{y \in S} \left( \frac{P(yD_C \cap (\bigcup_{z \in S} \overline{zF_{C-1}}))}{P(yD_C \cap (\bigcup_{z \in S} zF_{C-1}))} \right).$$

De plus, comme les composants aéronautiques sont très fiables, nous pouvons assumer aisément que :

$$\sum_{z \in S} P(zF_{C-1}) \leq \frac{1}{M(C)(N(C) + 1)}. \quad (\text{C.2})$$

De ces deux hypothèses découlent les propriétés suivantes :

**Propriété C.1 :**

1.  $P(yD_C) \leq P(yD_C | \overline{xD_C})$ ,
2.  $P(\overline{yD_C}) \geq P(\overline{yD_C} | \overline{xD_C})$ ,

---

**Preuve C.1 :**

1.

$$\begin{aligned} P(yD_C) &= P\left(yD_C \cap \left(\bigcup_{z \in S} \overline{zF_{C-1}}\right)\right) + P\left(yD_C \cap \left(\bigcup_{z \in S} zF_{C-1}\right)\right) \\ &\leq (N(C) + 1) P\left(yD_C \cap \left(\bigcup_{z \in S} zF_{C-1}\right)\right) \\ &\leq (N(C) + 1) \sum_{z \in S} P(yD_C \cap zF_{C-1}) \\ &\leq (N(C) + 1) M(C) P(yD_C | \overline{xD_C}) \sum_{z \in S} P(zF_{C-1}) \\ &\leq P(yD_C | \overline{xD_C}) . \end{aligned}$$

2. La deuxième inégalité découle directement de l'inégalité 1 précédente.

**Remarque C.1 :**

Les hypothèses C.1 et C.1 peuvent être vérifiées étape par étape de manière analogue à partir du schéma itératif issu de la troisième partie.

## Annexe D

# Evaluation des probabilités d'interruption opérationnelle sachant la procédure de maintenance pour l'ensemble des cas

En section 8.7, nous avons développé le calcul de la probabilité d'OI sachant la procédure de maintenance à effectuer dans le cas où  $OI\_Risk = Ground\_Interruption$  ou les conditions ne sont pas conditions NOGO (NOGO), et la défaillance de  $y$  a un impact sur la sécurité (le domaine d'apparition possible du FDE associé est le cycle de vol entier). Dans cette annexe, nous détaillons le calcul de la probabilité de retard pour les trois autres cas qui sont :

1.  $OI\_Risk = Air\_Interruption$ , la défaillance de  $y$  a un impact sur la sécurité et entraîne des conditions NOGO,
2.  $OI\_Risk = Ground\_Interruption$  ou les conditions ne sont pas NOGO, et la défaillance de  $y$  n'a pas d'impact sur la sécurité (le domaine d'apparition possible du FDE associé est  $[0, 5; FD_C + TAT_C]$ ),
3.  $OI\_Risk = Air\_Interruption$  et la défaillance de  $y$  n'a pas d'impact sur la sécurité et entraîne des conditions NOGO.

Nous considérons ici le temps de retard sur l'application d'une maintenance corrective sur le composant  $x$  suite à l'apparition d'un FDE lié à la défaillance d'un composant  $y$ , avec  $y \in S$  qui peut être le composant  $x$ . La relation (5.8) exprime le temps de retard suite à l'application d'une maintenance corrective sur le composant  $x$  en phase de conception.

### Cas 2 :

Dans ce cas, le domaine d'apparition possible d'un FDE est le même que précédemment, toutefois, ci celui-ci apparaît durant la phase de vol hors descente, la défaillance de  $y$  avec conditions NOGO entraîne une interruption de vol. L'événement d'un retard, avec la relation (5.8), se traduit en fonction du moment d'apparition

du FDE par la décomposition :

$$\begin{aligned}
[R_C^x > 0] = & ([M^x > GD_C + 0, 25] \cap [FL_C < T_C^y \leq FD_C]) \\
& \cup ([T_C^y + M^x > FD_C + GD_C + 0, 25] \cap [FD_C \leq T_C^y \leq FD_C + TAT_C]) \\
& \cup \left( [2T_C^y + M^x > 2FD_C + GD_C + TAT_C + 0, 25] \right. \\
& \quad \left. \cap [FD_C + TAT_C < T_C^y \leq FD_C + GD_C] \right)
\end{aligned}$$

Dans ce cas, nous avons le résultat :

$$\begin{aligned}
P(R_C^x > 0) &= P([M^x > GD_C + 0, 25] \cap [FL_C < T_C^y \leq FD_C]) \\
&+ P([T_C^y + M^x > FD_C + GD_C + 0, 25] \cap [FD_C \leq T_C^y \leq FD_C + TAT_C]) \\
&+ P([2T_C^y + M^x > 2FD_C + GD_C + TAT_C + 0, 25] \cap [FD_C + TAT_C < T_C^y \leq FD_C + GD_C]) \\
&= \frac{FD_C - FL_C}{FD_C + GD_C} (1 - F_{M^x}(GD_C + 0, 25)) \\
&+ \frac{1}{FD_C + GD_C} \int_{FD_C}^{FD_C + TAT_C} (1 - F_{M^x}(FD_C + GD_C + 0, 25 - u)) du \\
&+ \frac{1}{FD_C + GD_C} \int_{FD_C + TAT_C}^{FD_C + GD_C} (1 - F_{M^x}(2FD_C + TAT_C + GD_C + 0, 25 - 2u)) du .
\end{aligned}$$

### Cas 3 :

Le domaine d'apparition possible d'un FDE est  $[0, 5; FD_C + TAT_C]$ . Comme le précise la Remarque 5.3 page 89, nous avons  $D_C^y = T_C^y$  et la v.a d'apparition du FDE est égale à :

$$A_C^y = \begin{cases} 0, 5 & \text{si } T_{C-1}^y \in ]FD_{C-1} + TAT_{C-1}; FD_{C-1} + GD_{C-1}] \\ & \text{ou si } T_C^y \in [0; 0, 5] \\ T_C^y & \text{si } T_C^y \in ]0, 5; FD_C + TAT_C] \end{cases}$$

L'événement d'un retard, avec la relation (5.8), se traduit en fonction du moment d'apparition du FDE par la décomposition :

$$\begin{aligned}
[R_C^x > 0] = & ([M^x > GD_C + 0, 25] \cap [FD_{C-1} + TAT_{C-1} < T_{C-1}^y \leq FD_{C-1} + GD_{C-1}]) \\
& \cup ([M^x > GD_C + 0, 25] \cap [0 \leq T_C^y \leq FD_C]) \\
& \cup ([T_C^y + M^x > FD_C + GD_C + 0, 25] \cap [FD_C \leq T_C^y \leq FD_C + TAT_C])
\end{aligned}$$

Dans ce cas, nous avons le résultat :

$$\begin{aligned}
P(R_C^x > 0) &= P([M^x > GD_C + 0, 25] \cap [FD_{C-1} + TAT_{C-1} < T_{C-1}^y \leq FD_{C-1} + GD_{C-1}]) \\
&+ P([M^x > GD_C + 0, 25] \cap [0 \leq T_C^y \leq FD_C]) \\
&+ P([T_C^y + M^x > FD_C + GD_C + 0, 25] \cap [FD_C \leq T_C^y \leq FD_C + TAT_C]) \\
&= \frac{TX_{C-1} + FD_C}{FD_C + GD_C} (1 - F_{M^x}(GD_C + 0, 25)) \\
&+ \frac{1}{FD_C + GD_C} \int_{FD_C}^{FD_C + TAT_C} (1 - F_{M^x}(FD_C + GD_C + 0, 25 - u)) du
\end{aligned}$$

---

**Cas 4 :**

Le domaine d'apparition possible d'un FDE est  $[0, 5; FD_C + TAT_C]$ . Comme le précise la Remarque 5.3 page 89, nous avons  $D_C^y = T_C^y$  et la v.a d'apparition du FDE est égale à :

$$A_C^y = \begin{cases} 0, 5 & \text{si } T_{C-1}^y \in ]FD_{C-1} + TAT_{C-1}; FD_{C-1} + GD_{C-1}] \\ & \text{ou si } T_C^y \in [0; 0, 5] \\ T_C^y & \text{si } T_C^y \in ]0, 5; FD_C + TAT_C] \end{cases}$$

et, en supposant  $FL_C > 0, 5$  :

$$[R_C^x > 0] = \cup \left( [M^x > GD_C + 0, 25] \cap [FL_C < T_C^y \leq FD_C] \right. \\ \left. \cup ([T_C^y + M^x > GD_C + 0, 25] \cap [FD_C \leq T_C^y \leq FD_C + TAT_C]) \right) .$$

Donc, nous avons le résultat :

$$\begin{aligned} P(R_C^x > 0) &= P([M^x > GD_C + 0, 25] \cap [FL_C \leq T_C^y \leq FD_C]) \\ &\quad + P([T_C^y + M^x > FD_C + GD_C + 0, 25] \cap [FD_C \leq T_C^y \leq FD_C + TAT_C]) \\ &= \frac{FD_C - FL_C}{FD_C + GD_C} (1 - F_{M^x}(GD_C + 0, 25)) \\ &\quad + \frac{1}{FD_C + GD_C} \int_{FD_C}^{FD_C + TAT_C} (1 - F_{M^x}(FD_C + GD_C + 0, 25 - u)) du \end{aligned}$$

## Annexe E

# Evaluation des probabilités conditionnelles pour le second modèle à partir de la phase de définition

Dans cette annexe, nous détaillons le calcul des probabilités conditionnelles des différents cas d'*Operational Interruption* (OI) sachant la procédure de maintenance à effectuer.

Pour y parvenir, à partir de l'ensemble des relations détaillées en annexe B, nous évaluons l'ensemble de ces probabilités conditionnelles par simulation de Monte-Carlo. Dans une première section, nous présentons les tirages des variables aléatoires. Puis, dans une deuxième section, nous estimons les probabilités et leurs intervalles de confiance par la méthode de Monte-Carlo.

### E.1 Simulation des variables aléatoires lors d'un cycle

Sans les hypothèses prises en phase de conception, le calcul des probabilités de manière analytique devient trop complexe à expliciter. D'un point de vue pragmatique, la simulation de Monte Carlo reste un moyen simple d'obtenir la résolution de ces probabilités conditionnelles ([53]). L'utilisation en ligne de l'avion est un processus déterministe. Le processus de maintenance corrective en ligne est un processus d'interactions entre des variables aléatoires et des relations déterministes. Il est donc logique d'appliquer (sauf cas particuliers) une résolution par simulation de Monte Carlo pour calculer les probabilités de retard sachant l'état du système et la procédure de maintenance à appliquer suivant le temps d'apparition d'un *Flight Deck Effect* (FDE). En effet, au vue de l'ordre de grandeur de ces probabilités, le nombre de tirages pour obtenir une bonne précision reste acceptable vis-à-vis du temps global de calcul du modèle.

Nous considérons ici une procédure de maintenance sur un composant  $x$  du système, suite à l'apparition d'une FDE lié au composant  $y$  du système lors du cycle  $C$ , le

## E.1 Simulation des variables aléatoires lors d'un cycle

---

composant  $y$  pouvant être le composant  $x$ .

Dans un premier temps, nous rappelons les méthodes de simulation de variables aléatoires continues utilisées. Ces méthodes sont tirées des ouvrages [15] et [53]. Puis, nous détaillons les simulations de chacune des v.a du document.

### Simulation de variables aléatoires continues

La génération d'une variable aléatoire (v.a) en connaissant sa fonction de répartition est effectué à partir de la technique de la transformation inverse. Soit  $R$  une v.a de loi uniforme sur  $[0, 1]$ , la génération de la v.a  $X$  de fonction de répartition  $F$  est obtenue par la relation :  $X = F^{-1}(R)$ .

**Simulation de la loi exponentielle :** Soit  $\{R_i\}_{i=1..NbSimulation}$  un tirage aléatoire sur l'intervalle  $[0, 1]$ , la génération du tirage  $\{X_i\}_{i=1..NbSimulation}$  de la v.a de la loi exponentielle d'espérance  $m$  est obtenue par la relation :  $X_i = -m \ln(1 - R_i)$ .

**Simulation de la loi normale :** Dans le cas de la loi normale, la technique de la transformation inverse n'est pas applicable simplement, car la fonction de répartition inverse ne s'exprime pas analytiquement. Soit le couple  $(R_1, R_2)$  de nombres aléatoires indépendants, un couple  $(Z_1, Z_2)$  de nombres aléatoires indépendant suivant une loi normale centrée réduite est généré par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} Z_1 &= (-2 \ln R_1)^{1/2} \cdot \cos(2\pi R_2) \\ Z_2 &= (-2 \ln R_1)^{1/2} \cdot \sin(2\pi R_2) \end{aligned}$$

Pour obtenir un tirage de la v.a  $X$  de loi normale d'espérance  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$ , on applique la transformation  $X_i = \mu + \sigma Z_i$ .

Enfin, nous avons vu en section 5.3, que les temps de maintenance corrective sont modélisés à partir du loi normale tronquée à gauche en 0. Nous utilisons la technique du rejet pour obtenir le tirage aléatoire correspondant. Celle-ci reste efficace due au faible pourcentage de rejet.

### Remarque E.1 :

*L'approximation  $X = F^{-1}(R) \approx \frac{R^{0,135} - (1-R)^{0,135}}{0,1975}$  de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite peut aussi être utilisée ([15] page 284).*

**Simulation de la loi lognormale :** Pour la génération du tirage  $\{Y_i\}_{i=1..NbSimulation}$  de la v.a de la loi lognormale de paramètres  $a$  et  $b$ , on effectue un tirage  $\{X_i\}_{i=1..NbSimulation}$  de v.a de loi normale d'espérance  $a$  et d'écart-type  $b$ , puis la transformation  $Y_i = e^{X_i}$ .

### Simulation des variables d'occurrence d'une panne sur un composant :

Soient un composant  $y$  du système et  $T_C^y$  sa variable aléatoire du temps d'occurrence de la défaillance si elle a lieu lors du cycle  $C$ . À partir de la Remarque 5.2 page 88,  $T_C^y$  suit approximativement une loi uniforme sur l'intervalle  $[0; FD_C + GD_C]$ . Par un tirage aléatoire de  $NbSimulation$  sur l'intervalle  $[0; FD_C + GD_C]$ , on obtient un ensemble  $\{T_i^y\}_{i=1..NbSimulation}$  de simulations de la v.a  $T_C^y$ .

## E.1 Simulation des variables aléatoires lors d'un cycle

---

### Simulation des variables de détection d'une panne sur un composant :

Soit  $D_C^y$  sa variable aléatoire du temps de détection de la défaillance du composant  $y$  s'il y a lieu lors du cycle  $C$ . La v.a est à valeurs dans le domaine  $I_C^{de}(y)$ .

À partir du tirage  $\{T_i^y\}_{i=1..NbSimulation}$ , la relation (B.1) permet d'obtenir l'ensemble  $\{D_i^y\}_{i=1..NbSimulation}$  correspondant à la simulation de la v.a  $D_C^y$ , sous condition que  $T_i^y \leq TdG_{C_p}^{max}, \forall i \in \{i = 1..NbSimulation\}$ .

$$D_i^y = \begin{cases} TdF_{C_1}^{min} & \text{si } T_{C-1}^y \in ]TdG_{C-1_n}^{max}; FD_{C-1} + GD_{C-1}] , \\ TdF_{C_1}^{min} & \text{si } T_i^y \in [0; TdF_{C_1}^{min}] , \\ T_i^y & \text{s'il existe } k \in \{1 \dots m\} \text{ tel que } T_i^y \in [TdF_{C_k}^{min}; TdF_{C_k}^{max}] , \\ TdG_{C_1}^{min} & \text{si } T_i^y \in [TdF_{C_m}^{max}; TdF_{C_1}^{min}] , \\ T_i^y & \text{s'il existe } p \in \{1 \dots n\} \text{ tel que } T_i^y \in [TdG_{C_p}^{min}; TdG_{C_p}^{max}] . \end{cases}$$

Dans le cas où la défaillance se produit au cycle précédent, sa détection se fait dès que possible :  $D_C^y = TdF_{C_1}^{min}$ .

### Simulation des variables d'apparition d'un FDE suite à la défaillance d'un composant :

Soient un composant  $y$  du système et  $A_C^y$  sa variable aléatoire du temps d'apparition du FDE lié à sa défaillance, s'il y a lieu, lors du cycle  $C$ . La v.a est à valeurs dans le domaine  $I_C^{ap}(y)$ . À partir du tirage  $\{D_i^y\}_{i=1..NbSimulation}$ , la relation (B.2) permet d'obtenir l'ensemble  $\{A_i^y\}_{i=1..NbSimulation}$  correspondant à la simulation de la v.a  $A_C^y$ , sous condition que  $D_i^y \leq TaG_{C_p}^{max}, \forall i \in \{i = 1..NbSimulation\}$ .

$$A_i^y = \begin{cases} TaF_{C_1}^{min} & \text{si } D_i^y \in [0; TaF_{C_1}^{min}] , \\ D_i^y & \text{s'il existe } k \in \{1 \dots m\} \text{ tel que } D_i^y \in [TaF_{C_k}^{min}; TaF_{C_k}^{max}] , \\ TaG_{C_1}^{min} & \text{si } D_i^y \in [TaF_{C_m}^{max}; TaF_{C_1}^{min}] , \\ D_i^y & \text{s'il existe } p \in \{1 \dots n\} \text{ tel que } D_i^y \in [TaG_{C_p}^{min}; TaG_{C_p}^{max}] . \end{cases}$$

### Simulation des variables aléatoires de délai logistiques

Soit  $L_C^y(x)$  la variable aléatoire de délai logistique avant l'application de la maintenance corrective sur  $x$  suivant l'apparition du FDE lié à la défaillance de  $y$ , s'il y a lieu, lors du cycle  $C$ .  $L_C^y(x)$  dépend seulement de la variable aléatoire d'apparition d'un FDE  $A_C^y$  et de la période de temps disponible pour la maintenance sur  $x$   $I_C^{ma}(x)$ .

À partir du tirage  $\{A_i^y\}_{i=1..NbSimulation}$ , la relation (B.3) permet d'obtenir l'ensemble

## E.1 Simulation des variables aléatoires lors d'un cycle

$\{L_i^y\}_{i=1..NbSimulation}$  correspondant à la simulation de la v.a  $L_C^y(x)$ .

$$L_i^y = \begin{cases} TmG_{C_1}^{min} - A_i^y & \text{si } A_i^y \in [0, TmG_{C_1}^{min}[ , \\ 0 & \text{si } A_i^y \in [TmG_{C_1}^{min}; TmG_{C_1}^{max}] , \\ TmG_{C_2}^{min} - A_i^y & \text{si } A_i^y \in ]TmG_{C_1}^{max}; TmG_{C_2}^{min}[ , \\ 0 & \text{si } A_i^y \in [TmG_{C_2}^{min}; TmG_{C_2}^{max}] , \\ FD_C + TAT_C - A_i^y & \text{si } A_i^y \in ]TmG_{C_2}^{max}; FD_C + TAT_C] , \\ A_i^y - FD_C - TAT_C & \text{si } A_i^y \in [FD_C + TAT_C; FD_C + GD_C] . \end{cases}$$

Soit  $F'_C$  la variable aléatoire de délai logistique lié à l'impossibilité d'appliquer la maintenance sur  $x$  suivant l'apparition du FDE lié à la défaillance du composant  $y$ , s'il y a lieu, lors du cycle  $C$ .  $F'_C$  dépend seulement de la variable aléatoire  $A_C^y$  et de la période de temps disponible pour la maintenance sur  $x$   $I_C^{ma}(x)$ . À partir du tirage  $\{A_i^y\}_{i=1..NbSimulation}$ , la relation (B.4) permet d'obtenir l'ensemble  $\{F'_i\}_{i=1..NbSimulation}$  correspondant à la simulation de la v.a  $F'_C$ .

$$F'_i = \begin{cases} TmG_{C_2}^{max} - TmG_{C_2}^{min} & \text{si } A_i^y \in [0, TmG_{C_1}^{min}[ , \\ 0 & \text{si } A_i^y \in [TmG_{C_2}^{min}; FD_C + TAT_C] . \end{cases}$$

Soit  $F''_C$  la variable aléatoire définissant le délai logistique lié à l'utilisation au sol du composant  $x$  par une fonction, s'il y a lieu, lors du cycle  $C$ .  $F''_C$  dépend seulement de la variable aléatoire  $A_C^y$  et de la période d'utilisation des fonctions au sol de  $x$   $I_C^{ut}(x)$ . À partir du tirage  $\{A_i^y\}_{i=1..NbSimulation}$ , la relation (B.5) permet d'obtenir l'ensemble  $\{F''_i\}_{i=1..NbSimulation}$  correspondant à la simulation de la v.a  $F''_C$ .

$$F''_i = \begin{cases} (TuG_{C_1}^{max} - TuG_{C_1}^{min}) + (TuG_{C_2}^{max} - TuG_{C_2}^{min}) & \text{si } A_i^y \in [0, TuG_{C_1}^{min}[ , \\ (TuG_{C_1}^{max} - A_i^y) + (TuG_{C_2}^{max} - TuG_{C_2}^{min}) & \text{si } A_i^y \in [TuG_{C_1}^{min}, TuG_{C_1}^{max}] , \\ (TuG_{C_2}^{max} - TuG_{C_2}^{min}) & \text{si } A_i^y \in ]TuG_{C_1}^{max}, TuG_{C_2}^{min}[ , \\ (TuG_{C_2}^{max} - A_i^y) & \text{si } A_i^y \in [TuG_{C_2}^{min}, TuG_{C_2}^{max}] , \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Soit  $F_C^y(x)$  la variable aléatoire définissant le délai logistique suivant l'application de la maintenance corrective sur un composant  $x$  sachant l'apparition du FDE lié à la défaillance du composant  $y$ , s'il y a lieu, lors du cycle  $C$ . La relation (B.6) permet le calcul des valeurs  $\{F_i^y\}_{i=1..NbSimulation}$ .

$$F_i^y = \max(F'_i, F''_i)$$

### Simulation des temps de maintenance corrective suite à l'acceptation d'un mode dégradé sur un composant

Dans le cas de l'application d'une procédure de maintenance corrective pour accepter le mode dégradé sur un composant  $x$  du système, nous utilisons les distributions de temps choisies en sous-section 5.3.3 page 94.

## E.1 Simulation des variables aléatoires lors d'un cycle

---

- Soit  $\{U'_i\}_{i=1..NbSimulation}$  un tirage aléatoire de la v.a  $T_{Accès}^{ADM}(x)$  du temps d'accès qui suit une loi lognormale d'espérance  $m_{Accès}^{ADM}(x)$  et d'écart-type  $s_{Accès}^{ADM}(x) = m_{Accès}^{ADM}(x)$ .
- Soit  $\{V'_i\}_{i=1..NbSimulation}$  un tirage aléatoire de la v.a  $T_{Diagnostic}^{ADM}(x)$  la v.a du temps de diagnostic qui suit une loi exponentielle d'espérance  $m_{Diagnostic}^{ADM}(x)$ .
- Soit  $\{W'_i\}_{i=1..NbSimulation}$  un tirage aléatoire de la v.a  $T_{Isolation}^{ADM}(x)$  du temps d'isolation de la panne qui suit une loi normale d'espérance  $m_{Isolation}^{ADM}(x)$  et d'écart-type  $s_{Isolation}^{ADM}(x) = \frac{m_{Isolation}^{ADM}(x)}{2}$ .
- Soit  $\{Z'_i\}_{i=1..NbSimulation}$  un tirage aléatoire de la v.a  $T_{Tests}^{ADM}(x)$  du temps de tests qui suit une loi normale d'espérance  $m_{Tests}^{ADM}(x)$  et d'écart-type  $s_{Tests}^{ADM}(x) = \frac{m_{Tests}^{ADM}(x)}{2}$ .

on génère un ensemble  $\{M_i^{ADM}\}_{i=1..NbSimulation}$  de la v.a  $M^x$  dans le cas d'acceptation d'un mode dégradé sur le composant  $x$ , avec  $M_i^{ADM} = U'_i + V'_i + W'_i + Z'_i$  pour tout  $i \in \{1..NbSimulation\}$ .

### Simulation des temps de maintenance corrective sur la restauration d'un composant

Dans le cas de l'application d'une procédure de maintenance corrective pour restaurer un composant  $x$  du système, nous utilisons les distributions de temps choisies en sous-section 5.3.3 page 94.

- Soit  $\{U_i\}_{i=1..NbSimulation}$  un tirage aléatoire de la v.a  $T_{Accès}^R(x)$  du temps d'accès qui suit une loi lognormale d'espérance  $m_{Accès}^R(x)$  et d'écart-type  $s_{Accès}^R(x) = m_{Accès}^R(x)$ .
- Soit  $\{V_i\}_{i=1..NbSimulation}$  un tirage aléatoire de la v.a  $T_{Diagnostic}^R(x)$  la v.a du temps de diagnostic qui suit une loi exponentielle d'espérance  $m_{Diagnostic}^R(x)$ .
- Soit  $\{W_i\}_{i=1..NbSimulation}$  un tirage aléatoire de la v.a  $T_{Depose/Pose}^R(x)$  du temps d'isolation de la panne qui suit une loi normale d'espérance  $m_{Depose/Pose}^R(x)$  et d'écart-type  $s_{Depose/Pose}^R(x) = \frac{m_{Depose/Pose}^R(x)}{2}$ .
- Soit  $\{Z_i\}_{i=1..NbSimulation}$  un tirage aléatoire de la v.a  $T_{Tests}^R(x)$  du temps de tests qui suit une loi normale d'espérance  $m_{Tests}^R(x)$  et d'écart-type  $s_{Tests}^R(x) = \frac{m_{Tests}^R(x)}{2}$ .

on génère un ensemble  $\{M_i^R\}_{i=1..NbSimulation}$  de la v.a  $M^x$  dans le cas de restauration du composant  $x$ , avec  $M_i^R = U_i + V_i + W_i + Z_i$  pour tout  $i \in \{1..NbSimulation\}$ .

En préalable à la simulation, il est nécessaire de poser la remarque suivante.

#### Remarque E.2 :

*Les tirages aléatoires des différents temps de maintenance corrective ne dépendent pas du cycle de vol, ni du temps d'apparition du FDE. Ils peuvent donc être effectués une seule fois.*

### Simulation du temps de retard suite à l'application d'une maintenance corrective d'urgence

Soit un cycle  $C$ , un tirage aléatoire  $\{R_i\}_{i=1..NbSimulation}$  du temps de retard, suite à l'application d'une maintenance corrective d'urgence sur le composant  $x$  et à

## E.2 Calcul des probabilités intermédiaires par simulation de Monte-carlo

---

l'apparition du FDE lié à la défaillance du composant  $y$ , est obtenue, avec la relation (5.7), par :

$$R_i = \begin{cases} \max \left( (A_i^x + L_i^x + M_i^{ADM} + F_i^x) - (FD_C + GD_C + 0, 25), 0 \right) \\ \quad \text{s'il s'agit de l'acceptation d'un mode dégradé sur le composant x,} \\ \max \left( (A_i^y + L_i^y + M_i^R + F_i^y) - (FD_C + GD_C + 0, 25), 0 \right) \\ \quad \text{s'il s'agit d'une restauration du composant x,} \end{cases} \quad (E.1)$$

### Simulation du temps de retard estimé suite à un diagnostic de panne

Soit un cycle  $C$ , un tirage aléatoire  $\{R_i\}_{i=1..NbSimulation}$  du temps de retard estimé pour la restauration du composant  $x$  suite à un diagnostic de la défaillance du composant  $y$ , est obtenue, avec la relation (5.9), par :

$$\overline{R}_i = \max \left( 0, A_i^y + L_i^y + V^i + \overline{M}^x - (FD_C + GD_C + 0, 25) \right), \quad (E.2)$$

où :

- $\{V_i\}_{i=1..NbSimulation}$  est un tirage aléatoire de la v.a  $T_{Diagnostic}^R(y)$  la v.a du temps de diagnostic,
- $\overline{M}^x = m_{Accès}^R(x) + m_{Depose/Pose}^R(x) + m_{Tests}^R(x)$ .

Dans la prochaine section, nous allons nous servir de l'ensemble de ces simulations de variables aléatoires lors d'un cycle pour estimer les probabilités d'apparition d'un FDE et les probabilités conditionnelles d'annulation et de retard sachant celui-ci.

## E.2 Calcul des probabilités intermédiaires par simulation de Monte-carlo

Nous explicitons ici le calcul des probabilités d'apparition d'un effet cockpit lors d'un cycle suite à la défaillance d'un composant.

Nous considérons ici une procédure de maintenance sur un composant  $x$  du système, suite à l'apparition d'une FDE lié au composant  $y$  du système lors du cycle  $C$ , le composant  $y$  pouvant être le composant  $x$ .

Les probabilités à estimer sont :

- $P(yA_C | yF_{C-1})$ ,
- $P(yA_C | yF_C)$ ,
- $P(0 \leq A_C^y \leq FL_C | yA_C)$ ,
- $P(\text{Coût}_{CN} \leq \overline{R}_C^y \times \text{Coût}_{DY.h^{-1}} | NG_C \cap yA_C)$ ,
- $P(R_C^x > 0 | \cdot)$ ,
- $P(R_C^x > 0 | \cdot)$ ,
- $P(R_C^x > 0 | \cdot yA_C)$ .

## E.2 Calcul des probabilités intermédiaires par simulation de Monte-carlo

---

Sans les hypothèses prises en phase de conception, le calcul des probabilités de manière analytique devient trop complexe à expliciter. Dans la suite de cette section, nous utilisons la simulation de Monte-Carlo pour avoir une estimation de ces probabilités. Ces méthodes sont tirées des ouvrages [15] et [53]. Des tirages effectués à la section précédente, nous pouvons maintenant approcher les probabilités recherchées.

### Calcul de la probabilité d'apparition d'un FDE durant le cycle C

Pour rappel, nous notons  $yA_C$  l'événement qu'un FDE lié à la défaillance du composant  $y$  apparaisse lors du cycle  $C$ . De façon générale, la probabilité d'apparition d'un FDE lors d'un cycle  $C$  se produit si la défaillance se produit au cycle  $C - 1$  et que la détection est effective après la borne maximum de l'intervalle d'annonce,  $TaG_{C_p}^{max}$ , ou si la défaillance se produit au cycle  $C$  et que la détection est effective avant la borne maximum de l'intervalle d'annonce,  $TaG_{C_p}^{max}$ , donc :

$$P(yA_C | yF_{C-1}) = P\left(D_{C-1}^y \geq TaG_{(C-1)_p}^{max} | yF_{C-1} \cap yD_{C-1}\right) \quad (E.3)$$

$$P(yA_C | yF_C) = P\left(D_C^y \leq TaG_{C_p}^{max} | yF_C \cap yD_C\right) \quad (E.4)$$

Il reste donc à évaluer les probabilités conditionnelles  $P\left(\left[D_{C-1}^y \geq TaG_{C_p}^{max}\right] | yF_{C-1} \cap yD_{C-1}\right)$  et  $P\left(D_C^y \leq TaG_{C_p}^{max} | yF_C \cap yD_C\right)$ .

Notons  $p$  la probabilité  $P\left(D_C^y \leq TaG_{C_p}^{max} | yF_C \cap yD_C\right)$ .

Soient les valeurs de probabilité, issues des tirages précédents,

$$p_i = \begin{cases} 1 & \text{si } T_i^y \leq TdG_{C_p}^{max} \text{ et si } D_i^y \leq TaG_{C_p}^{max} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

et  $n = \sum_{i=1}^{NbSimulation} p_i$  le nombre d'événements réussis sur  $NbSimulation$  tirages.

Alors

$$\hat{p} = \frac{n}{NbSimulation}$$

représente l'estimation de la probabilité  $p$ . Nous pouvons de plus estimer l'intervalle de confiance par cette simulation. En effet, la somme des tirages de probabilités  $\{p_i\}_{i=1..NbSimulation}$  suit une loi binomiale de paramètres  $NbSimulation$  pour le nombre de tirages et  $p$  pour la probabilité de réussite.

L'erreur statistique relative de  $\hat{p}$ , estimé de  $p$ , peut être immédiatement évalué de-

puis la loi binomiale de  $\sum_{i=1}^{NbSimulation} p_i$  par :

$$\frac{\sigma_n}{n} = \frac{\sqrt{NbSimulation \cdot p \cdot (1-p)}}{NbSimulation \cdot p} \approx \frac{1}{\sqrt{NbSimulation}} \sqrt{\frac{NbSimulation - n}{n}}$$

## E.2 Calcul des probabilités intermédiaires par simulation de Monte-carlo

---

où  $\sigma_n$  est l'écart-type de la variable aléatoire  $n$ .

Par simulation de Monte-carlo des variables aléatoires  $T_C^y$  et  $D_C^y$  sur l'intervalle  $[0; FD_C + GD_C]$ , conditionnées par les probabilités de défaillance du composant  $y$ , on obtient une approximation des probabilités  $P\left(\left[D_C^x \leq TaG_{C_p}^{max}\right] | xF_C \cap xD_C\right)$  à chaque cycle  $C$ .

À partir des résultats d'itération pour le cycle précédent, la probabilité  $P\left(\left[D_{C-1}^y \geq TaG_{(C-1)_p}^{max}\right] | yF_{C-1} \cap yD_{C-1}\right)$  est connue à l'aide du complémentaire :

$$P\left(\left[D_{C-1}^y \geq TaG_{(C-1)_p}^{max}\right] | yF_{C-1} \cap yD_{C-1}\right) = 1 - P\left(\left[D_{C-1}^y \leq TaG_{(C-1)_p}^{max}\right] | yF_{C-1} \cap yD_{C-1}\right)$$

### Calcul de la probabilité d'apparition d'un FDE durant la phase de vol d'un cycle

Notons  $p'$  la probabilité  $P(A_C^y \leq FL_C | yF_C \cap yD_C)$ .

Soient les valeurs de probabilité, issues des tirages précédents,

$$p'_i = \begin{cases} 1 & \text{si } T_i^y \leq TdG_{C_p}^{max}, \text{ si } D_i^y \leq TaG_{C_p}^{max} \text{ et si } A_i^y \leq FL_C \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

et  $n' = \sum_{i=1}^{NbSimulation} p'_i$  le nombre d'événements réussis sur  $NbSimulation$  tirages.

Alors

$$\hat{p}' = \frac{n}{NbSimulation}$$

représente l'estimation de la probabilité  $p'$ .

L'intervalle de confiance de l'estimation de cette probabilité est :

$$\frac{\sigma_{n'}}{n'} = \frac{\sqrt{NbSimulation \cdot p' \cdot (1 - p')}}{NbSimulation \cdot p'} \approx \frac{1}{\sqrt{NbSimulation}} \sqrt{\frac{NbSimulation - n'}{n'}}$$

où  $\sigma_{n'}$  est l'écart-type de la variable aléatoire  $n'$ .

### Calcul de la probabilité d'annulation lorsque les ressources sont disponibles sachant l'obligation de restaurer un composant

Nous noterons par la suite, pour simplification :  $TD_C = FD_C + GD_C + 0,25$ . Nous avons vu en sous-section 9.3.1 que la probabilité de décision d'annulation suivant les v.a  $A_C^y$ ,  $L_C^y(x)$  et  $T_{Diagnostic}^R(y)$  se développe par :

$$\begin{aligned} & P(\text{Coût}_{CN} \leq \overline{R_C^x} \times \text{Coût}_{DY.h^{-1}} | NG_C \cap yA_C) \\ & = P\left(A_C^y + L_C^y(x) + T_{Diagnostic}^R(y) \geq \frac{\text{Coût}_{CN}}{\text{Coût}_{DY.h^{-1}}} + TD_C - \overline{M^x} | NG_C \cap yA_C\right) \end{aligned}$$

avec

$$\overline{M^x} = m_{Accès}(x) + m_{Depose/Pose}(x) + m_{Tests}(x) .$$

## E.2 Calcul des probabilités intermédiaires par simulation de Monte-carlo

---

Les valeurs  $\text{Coût\_CN}$ ,  $\text{Coût\_DY.h}^{-1}$ ,  $T D_C$  et  $\overline{M^x}$  sont connues. Pour évaluer la probabilité  $P(\text{Coût\_CN} \leq \overline{R_C^x} \times \text{Coût\_DY.h}^{-1} | N G_C \cap y A_C)$ , il faut tenir compte du risque opérationnel.

Si  $OI\_Risk = \text{Ground\_interruption}$ , soient les valeurs de probabilité, issues des tirages précédents,

$$q_i = \begin{cases} 1 & \text{si } T_i^y \leq T d G_{C_p}^{max}, \text{ si } D_i^y \leq T a G_{C_p}^{max} \text{ et si } \text{Coût\_CN} \leq \overline{R_i^x} \times \text{Coût\_DY.h}^{-1} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Et si  $OI\_Risk = \text{Airinterruption}$ , soient les valeurs de probabilité, issues des tirages précédents,

$$q'_i = \begin{cases} 1 & \text{si } T_i^y \leq T d G_{C_p}^{max}, \text{ si } D_i^y \leq T a G_{C_p}^{max}, \\ & \text{si } A_i^y \leq F L_C \text{ et si } \text{Coût\_CN} \leq \overline{R_i^x} \times \text{Coût\_DY.h}^{-1} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Pour obtenir une estimation de la probabilité, on utilise les tirages de probabilités  $\{p_i\}_{i=1..NbSimulation}$  (ou  $\{p'_i\}_{i=1..NbSimulation}$  si  $OI\_Risk = \text{Airinterruption}$ ) et

$$P(\text{Coût\_CN} \leq \overline{R_C^x} \times \text{Coût\_DY.h}^{-1} | N G_C \cap y A_C) \approx \frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} q_i}{\sum_{i=1}^{NbSimulation} p_i} \approx \frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} q_i}{NbSimulation} \times \frac{NbSimulation}{\sum_{i=1}^{NbSimulation} p_i}$$

$$P(\text{Coût\_CN} \leq \overline{R_C^x} \times \text{Coût\_DY.h}^{-1} | \overline{AI_C} \cap N G_C \cap y A_C) \approx \frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} q'_i}{\sum_{i=1}^{NbSimulation} p'_i} \approx \frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} q'_i}{NbSimulation} \times \frac{NbSimulation}{\sum_{i=1}^{NbSimulation} p'_i}$$

L'intervalle de confiance de l'estimation de cette probabilité conditionnelle dépend

de la probabilité d'acceptation de la condition  $\frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} p_i}{NbSimulation}$  ou  $\frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} p'_i}{NbSimulation}$ . Cela revient à une méthode du rejet, mais le nombre de tirage est limité.

## E.2 Calcul des probabilités intermédiaires par simulation de Monte-carlo

---

### Calcul de la probabilité de retard sachant l'acceptation d'un mode dégradé sur un composant

Soient les valeurs de probabilité, issues des tirages précédents,

$$r_i = \begin{cases} 1 & \text{si } T_i^x \leq TdG_{C_p}^{max}, \text{ si } D_i^x \leq TaG_{C_p}^{max} \text{ et si } R_i^x > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

avec  $R_i^x = \max((A_i^x + L_i^x + M_i^{ADM} + F_i^x) - (FD_C + GD_C + 0, 25), 0)$ .

Pour obtenir une estimation de la probabilité  $P(R_C^x > 0 | ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C)$ , on utilise les tirages de probabilités  $\{p_i\}_{i=1..NbSimulation}$ , avec

$$\begin{aligned} P(R_C^x > 0 | ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C) &\approx \frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} r_i}{NbSimulation} \\ &\approx \frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} r_i}{NbSimulation} \times \frac{NbSimulation}{\sum_{i=1}^{NbSimulation} p_i} \end{aligned}$$

### Calcul de la probabilité de retard sachant la restauration d'un composant sans condition NOGO

Avec un raisonnement analogue, pour évaluer la probabilité  $P(R_C^x > 0 | RDM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C)$ , soient les valeurs de probabilité, issues des tirages précédents,

$$r_i = \begin{cases} 1 & \text{si } T_i^x \leq TdG_{C_p}^{max}, \text{ si } D_i^x \leq TaG_{C_p}^{max} \text{ et si } R_i > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

avec  $R_i = \max((A_i^x + L_i^x + M_i^R + F_i^x) - (FD_C + GD_C + 0, 25), 0)$ .

Pour obtenir une estimation de la probabilité, on utilise les tirages de probabilités  $\{p_i\}_{i=1..NbSimulation}$ , avec

$$\begin{aligned} P(R_C^x > 0 | ADM_C \cap \overline{NG_C} \cap xA_C) &\approx \frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} r_i}{NbSimulation} \\ &\approx \frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} r_i}{NbSimulation} \times \frac{NbSimulation}{\sum_{i=1}^{NbSimulation} p_i} \end{aligned}$$

## E.2 Calcul des probabilités intermédiaires par simulation de Monte-carlo

---

### Calcul de la probabilité de retard sachant la restauration d'un composant avec conditions NOGO

Dans le cas des conditions NOGO, il faut tenir compte du fait que pour avoir un retard il ne doit pas avoir une décision d'annulation du vol. Avec un raisonnement analogue, pour évaluer la probabilité  $P(R_C^x > 0 | \overline{CN_C} \cap NG_C \cap yA_C)$ , soient les valeurs de probabilité, issues des tirages précédents,

$$r_i = \begin{cases} 1 & \text{si } T_i^y \leq TdG_{C_p}^{max}, \text{ si } D_i^y \leq TaG_{C_p}^{max}, \text{ si } q_i = 0 \text{ et si } R_i^x > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

avec  $R_i^x = \max((A_i^y + L_i^y + M_i^R + F_i^y) - (FD_C + GD_C + 0, 25), 0)$ .

Pour obtenir une estimation de la probabilité, on utilise les tirages de probabilités  $\{p_i\}_{i=1..NbSimulation}$ , avec

$$\begin{aligned} P(R_C^x > 0 | \overline{CN_C} \cap NG_C \cap yA_C) &\approx \frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} r_i}{\sum_{i=1}^{NbSimulation} p_i - \sum_{i=1}^{NbSimulation} q_i} \\ &\approx \frac{\sum_{i=1}^{NbSimulation} r_i}{NbSimulation} \times \frac{NbSimulation}{\sum_{i=1}^{NbSimulation} p_i - \sum_{i=1}^{NbSimulation} q_i} \end{aligned}$$

#### Remarque E.3 :

*En se plaçant sous les hypothèses en phase de conception et s'il on tient compte qu'il n'y a pas d'annulation avec les ressources nécessaires, c'est-à-dire si  $[Coût_{CN} \leq \overline{R_C^x} \times Coût_{DY}.h^{-1}]$ , les probabilités d'interruption opérationnelles doivent être les mêmes qu'au chapitre précédent.*

## Annexe F

# Construction d'un modèle de Markov pour le calcul de la fiabilité en service

Comme précisé dans le chapitre 7 page 120, les processus de Markov semble être, à première vue, la meilleure technologie pour résoudre notre problème. Ils fournissent des équations exactes de fiabilité et permettent facilement une modélisation du processus. Dans cette annexe, afin de valider théoriquement les encadrements et les approximations proposés dans la partie 8 page 128, nous allons décrire la modélisation du processus de Markov à temps discret permettant un calcul exact de la fiabilité opérationnelle d'un système. Pour permettre cette modélisation, nous prendrons les limitations suivantes.

1. Aucune maintenance préventive ne s'applique sur le système,
2. Aucune maintenance différée ne s'applique sur le système,
3. Les cycles d'une mission sont de durées égales.
4. Pour chacun des cycles de la mission, les paramètres liées à la politique de maintenance de la compagnie aérienne sont identiques.

Les limitations 3 et 4 vont permettre de définir deux matrices de transition qui seront suffisantes pour décrire le processus de Markov à temps discret.

De plus, comme il s'agit d'évaluer les quantités relatives à la disponibilité dans un contexte opérationnel avec des données d'entrée disponibles en phase de conception, nous nous limiterons au calcul des probabilités d'OI sachant la panne et l'état du système, sans estimation du temps de retard moyen.

À partir de ce qui a été défini dans la deuxième partie, si un composant est en état de panne, il y a deux possibilités : soit une panne apparaît lors du cycle en cours, soit elle était apparue lors d'un cycle précédent et le mode dégradé a été accepté en vue de l'application d'une maintenance différée. Trois états pour un composant sont considérés :

- le composant est en état de marche, noté 1,
- le composant vient de tomber en panne durant le cycle courant, noté 0,
- le composant est en état de panne au début du cycle, noté  $0_m$ .

---

Les trois états sont nécessaires pour construire un modèle correct qui prend en compte tous les cas de panne du système, leurs actions de maintenance et les causes potentielles d'interruption opérationnelle.

Au départ d'un cycle, chaque composant peut avoir au plus un des deux états parmi 1 et  $0_m$ . L'état 0 n'est pas possible car si un composant tombe en panne durant un cycle, une action de maintenance est effectuée avant le cycle suivant. L'état du composant devient  $0_m$  si le mode dégradé est accepté et une maintenance différée est appliquée. L'état du composant devient 1 si le mode dégradé est refusé et que l'on remplace le composant. De plus, le système ne peut pas être en conditions NOGO au départ d'un vol, qui correspond au début d'un cycle. Les combinaisons d'états des composants au début d'un cycle qui conduisent à des conditions NOGO ne sont donc pas des états du système.

Supposons qu'au début de chaque cycle, l'état du système est observé. Soit  $D = (D_C)_{1 \leq C \leq N}$  la séquence des états observés au départ de chaque cycle avec un ensemble d'états possibles  $E_D = \{1, \dots, d\}$ .

De plus, nous supposons que, durant les phases au sol, l'état du système est examiné après les défaillances possibles des composants et avant l'application d'une politique de maintenance. Soit  $G = (G_C)_{1 \leq C \leq N}$  la séquence des états observés au cours de chaque cycle avec un ensemble d'états possibles  $E_G = \{1, \dots, g\}$ .

**Exemple F.1 (Système de trois composants fonctionnant en parallèle) :**

*Soit un système formé de deux composants  $x$  et  $y$ , fonctionnant en parallèle, les conditions NOGO se produisent uniquement si les deux composants sont en états de panne au cours d'un cycle.*

*L'ensemble des états possibles au départ de chaque cycle est :*

$$E_D = \{(1, 1); (1, 0_m); (0_m, 1)\} .$$

*En effet, l'état  $(0_m, 0_m)$  n'est pas possible au départ d'un vol car il ne satisferait pas aux conditions NOGO.*

En prenant l'hypothèse que les cycles de vol de la mission sont identiques, deux matrices de transition sont à définir.

Soit  $F$  la matrice de transition entre les états  $D_C$  et  $G_C$ , correspondant à l'intervalle d'observation des défaillances, qui est donnée par la connaissance des probabilités conditionnelles de défaillance.

$$F_{i,j} = P(G_C = j | D_C = i) \text{ pour } i \in E_D \text{ et } j \in E_G.$$

Soit  $M$  la matrice de transition entre les états  $G_C$  et  $D_{C+1}$ , correspondant à l'application d'une maintenance corrective s'il y a lieu, qui est donnée par la connaissance des probabilités conditionnelles issues de la politique de maintenance pour chacun des états après observation d'une défaillance.

$$M_{j,i} = P(D_{C+1} = i | G_C = j) \text{ pour } i \in E_D \text{ et } j \in E_G.$$

La figure F.1 représente le processus stochastique défini à partir des matrices de transition  $F$  et  $M$ .

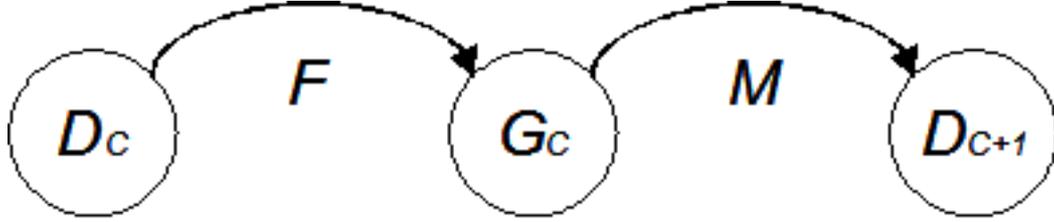


FIG. F.1 – Schéma de transition entre états du système

Avec la donnée des conditions initiales, qui représente la loi d'occupation initiale,  $\Pi_1 = (P(D_1 = i))_{i \in E_D}$ , les probabilités d'occupation d'états du système,  $\Pi_C = (P(D_C = i))_{i \in E_D}$ , sont obtenues par les formules de récurrences suivantes.

$$\Pi_{C+1} = \Pi_C \times F \times M, \text{ avec } 1 \leq C \leq N.$$

Avec pour  $i \in E_D$  et  $j \in E_G$ , les relations

$$\begin{aligned} P(G_C = j) &= P(D_C = i) \times F(i, j) \\ P(D_{C+1} = i) &= P(G_C = j) \times M(j, i) \end{aligned}$$

Il y a deux possibilités pour construire le modèle de Markov, qui dépendent si l'Hypothèse 2.1 est prise en compte ou non. Cela correspond avec la possibilité de panne multiple lors d'un cycle. Pour un premier modèle, nous considérons le cas général d'indépendance des composants, avec la possibilité de pannes multiples. La probabilité d'avoir aucune défaillance lors d'un cycle est :

$$\begin{aligned} P\left(\overline{\bigcup_{x \in S} xF_C}\right) &= P\left(\bigcap_{x \in S} \overline{xF_C}\right) \\ &= \prod_{x \in S} P(\overline{xF_C}) \\ &= \prod_{x \in S} (1 - P(xF_C)) \end{aligned}$$

Soit  $k$  le nombre de coupes (pas forcément minimales) de l'Arbre de Défaillances des conditions NOGO, le nombre de d'états au début de chaque cycle  $E_D$  est  $e = 2^n - k$ . Soit  $l_i$  le nombre d'éléments de la coupe  $i$ , pour  $1 \leq i \leq k$ , le nombre d'états  $E_G$  est  $g = 3^n - \sum_{i=1}^k 2^{n-l_i}$ . Lorsque le nombre de composants est grand ( $n > 20$ ), avec peu de coupes, le nombre d'états possibles qui en résulte devient alors ingérable.

Dans l'idée de réduire le nombre d'états, un second modèle de Markov peut être construit, en considérant cette fois-ci l'Hypothèse 2.1. Nous utilisons la contrainte

qu'un seul composant peut tomber en panne durant un cycle. La probabilité d'avoir aucune défaillance lors d'un cycle est donc :

$$\begin{aligned} P\left(\overline{\bigcup_{x \in S} xF_C}\right) &= 1 - P\left(\bigcup_{x \in S} xF_C\right) \\ &= 1 - \sum_{x \in S} P(xF_C) \end{aligned}$$

Soit  $k$  le nombre de coupes de l'Arbre de Défaillances (Add) des conditions NOGO, le nombre de d'états au début de chaque cycle  $E_D$  reste inchangé  $e = 2^n - k$ .

Soit  $p_i$  le nombre d'éléments en panne de l'état  $i \in E_D$ , pour  $1 \leq i \leq e$ , le nombre d'états  $E_G$  est  $g' = \sum_{i=1}^{2^n-k} (n - p_i + 1)$ . Lorsque le nombre de composants est grand ( $n > 30$ ), avec peu de coupes, le nombre d'états possibles qui en résulte reste encore ingérable. Pour donner un ordre de grandeur, pour un système dont les conditions NOGO sont représentées par un Arbre de Défaillances formé d'une porte de 4 événements parmi 16, le nombre d'états au début du cycle,  $E_D$  est  $d = 697$ , le nombre d'états  $E_G$  est  $g = 42923841$  sans l'Hypothèse 2.1 ou  $g = 9913$  avec l'Hypothèse 2.1. Lors de l'application de la maintenance, qui correspond aux transitions entre les états et les états, il existe une probabilité d'interruption liée à l'application d'une maintenance corrective appropriée à un état du système  $G_C$  au cours du cycle  $C$ . La probabilité d'interruption opérationnelle  $P(OI_C)$  au cours du cycle  $C$  s'exprime comme suit.

$$\begin{aligned} P(OI_C) &= \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^g P(OI_C | [D_{C+1} = i] \cap [G_C = j]) \\ &\quad \times P(D_{C+1} = i | G_C = j) \times P(G_C = j) \\ &= \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^g P(OI_C | [D_{C+1} = i] \cap [G_C = j]) \times M_{j,i} \times P(G_C = j) \end{aligned}$$

Les probabilités conditionnelles  $P(OI_C | G_C = j)$  sont connues pour tout  $j \in E_G$  à partir de la politique de maintenance de la compagnie aérienne pour chaque cycle et des caractéristiques de la mission.

**Exemple F.2 (Retour sur l'exemple) :**

Sur le système formé de deux composants  $x$ , et  $y$ , en considérant l'Hypothèse 2.1, le nombre d'états possible du système est 7.

$$E_G = \{(1, 1); (1, 0); (0, 1); (1, 0_m); (0_m, 1); (0_m, 0); (0, 0_m)\}$$

Les états  $\{(0_m, 0); (0, 0_m)\}$  correspondent à l'événement NG.

---

Par exemple, pour l'état  $(1, 0)$ , nous avons :

$$\begin{aligned}
F_{2,1} &= P(G_C = (1, 0) | D_C = (1, 1)) \\
&= P(yF_C | yD_C) \\
F_{3,1} &= P(G_C = (0, 1) | D_C = (1, 1)) \\
&= P(xF_C | xD_C) \\
F_{3,1} &= P(G_C = (1, 0) | D_C = (1, 1)) \\
&= 1 - P(xF_C | xD_C) - P(yF_C | yD_C)
\end{aligned}$$

et comme il ne s'agit pas d'un état entraînant une conditions NOGO, on a :

$$\begin{aligned}
M_{1,2} &= P(D_{C+1} = (1, 1) | G_C = (1, 0)) \\
&= P(RDM_C | \overline{NG_C} \cap yF_C \cap yD_C) \\
M_{2,2} &= P(D_{C+1} = (1, 0_m) | G_C = (1, 0)) \\
&= P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap yF_C \cap yD_C)
\end{aligned}$$

En notant :

$$p_1 = P(xF_C | xD_C)$$

$$p_2 = P(yF_C | yD_C)$$

la matrice de transition  $F$  s'écrit :

$$F = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1, 1) & (1, 0_m) & (0_m, 1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1, 1) \\ (1, 0) \\ (0, 1) \\ (1, 0_m) \\ (0_m, 1) \\ (0_m, 0) \\ (0, 0_m) \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 - p_1 - p_2 & 0 & 0 \\ p_2 & 0 & 0 \\ p_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - p_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - p_2 \\ 0 & 0 & p_2 \\ 0 & p_1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Et en notant :

$$Cap_1 = P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap xF_C \cap xD_C)$$

$$Cap_2 = P(ADM_C | \overline{NG_C} \cap yF_C \cap yD_C)$$

la matrice de transition  $M$  s'écrit :

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1, 1) & (1, 0) & (0, 1) & (1, 0_m) & (0_m, 1) & (0_m, 0) & (0, 0_m) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1, 1) \\ (1, 0_m) \\ (0_m, 1) \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 - Cap_2 & 1 - Cap_1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & Cap_2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Cap_1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Le calcul des indicateurs de fiabilité en service (définis en section 6.1) s'obtiennent

---

par les relations :

$$\begin{aligned}P(NG_C) &= P(G_C = (0_m, 0)) + P(G_C = (0, 0_m)) \\P(ADM_C) &= P(D_{C+1} = (1, 0_m) | G_C = (1, 0)) \times P(G_C = (1, 0)) \\&\quad + P(D_{C+1} = (0_m, 1) | G_C = (0, 1)) \times P(G_C = (0, 1)) \\P(RDM_C) &= P(D_{C+1} = (1, 1) | G_C = (1, 0)) \times P(G_C = (1, 0)) \\&\quad + P(D_{C+1} = (1, 1) | G_C = (0, 1)) \times P(G_C = (0, 1))\end{aligned}$$

*Le calcul des probabilités d'OI s'obtient sans difficulté supplémentaire, en multipliant les éléments de la matrice  $M$  par les probabilités d'OI sachant la procédure de maintenance correspondante à l'état du système.*

L'article [38] présente une expérimentation concrète des deux possibilités. La comparaison de la complexité algorithmique et des expérimentations numériques nous permet de valider, autrement que par les données en service, l'hypothèse d'apparition d'une seule panne au cours d'un cycle.

Malgré les progrès sur les processus de Markov sur l'analyse des états agrégés [24], sur les systèmes de redondances  $k$  parmi  $n$  [46], ces méthodes ne peuvent pas s'appliquer à un système d'architecture quelconque et le nombre d'états possibles du système reste ingérable en vue d'une application. Toutefois, la méthode ainsi définie peut être utilisée pour vérifier les solutions fournies par une autre technique de modélisation.

Dans les expérimentations numériques en section 10 page 185, nous comparerons les résultats, précision et temps de calcul, de notre modèle en phase de conception avec celui de Markov pour le calcul des indicateurs de fiabilité en service.

## Annexe G

# Etude du groupement d'équipement de calculateurs S

Dans cette annexe, nous présentons le cas d'étude du groupe de calculateur S. Les résultats obtenues à l'issue de cette annexe sont comparées au onzième chapitre avec la méthode de simulation de Monte-Carlo, puis au douzième chapitre, avec les données en service. Ces dernières données sont tirées des exemples présentés en annexe A.1.

Pour présenter l'étude de ce système, nous établissons en premier la mission de l'avion sur laquelle nous évaluons les indicateurs de disponibilité à partir des données en service. Puis, nous présentons l'évaluation en se basant sur la méthode donnée en conclusion de la deuxième partie.

### Mission de l'avion

À partir de l'Exemple A.2 pour la gamme d'avion *Single Aisle* sur l'année 2003, un vol commercial dure en moyenne 1,94 *Flight Hours* (FH) et l'utilisation journalière moyenne est d'environ 7,5 FH. L'Exemple A.5 établit que le *Turn-Around Time* (TAT) moyen est de 1,15 heures. De plus pour un vol court courrier, les périodes de descente sont prises avec une durée d'une demi-heure.

En considérant une utilisation d'une semaine d'un avion court-courrier, nous avons une mission constituée des données suivantes :

- $N = 52$ ,
- $FD_1 = 0$ ,  $TAT_1 = 1,15$ ,  $TX_1 = 1/6$ ,
- $FL_C = 1,44$ ,  $DE_C = 0,5$ ,  $TX_C = 1/6$ ,  $TAT_C = 1,15$  d'où  $FD_C = 1,94$  et  $GD_C \approx 1,31$ , pour  $2 \leq C \leq N$ .

### Constitution des paramètres du système

Suivant la méthode présentée page 116, nous établissons les paramètres du système tel que suit.

#### 1 Arbre de défaillances du système :

Les calculateurs S fonctionnent en redondance majoritaire de 2 parmi 3. L'AdD

---

des conditions NOGO est donc formé d'un événement intermédiaire, une porte de 2 parmi 3, avec pour événements primaires la défaillance d'un des calculateurs S.

- 2 L'Exemple A.5 fournit un ratio *Operating Hours* (OH)/FH observé d'environ 1,6.
- 3 *Mean Time Between Unscheduled Removal* (MTBUR) des calculateurs S :  
En reprenant l'Exemple A.4 pour un calculateur S avec un MTBUR de 12010 FH et l'Exemple A.5 pour les avions de type *Single Aisle* avec un ratio OH/FH de 1,6, la probabilité de panne du calculateur lors d'un cycle de vol de 1,94 heures, un TAT de 1,15 heures et des temps de roulage de 10 minutes chacun est égale à  $3,127 \times 10^{-4}$ .
- 4 *Risque opérationnel* : La perte d'un calculateur n'affecte pas les conditions de sécurité pour la poursuite du vol en court, donc  $OI\_Risk = Ground\_Interruption$ .
- 5bis Domaine de détection de la défaillance et domaine d'apparition du FDE :

Sur un avion de type *Single Aisle*, la détection de la défaillance d'un calculateur appelé S est effectuée durant les périodes où l'avion est mis sous tension. En reprenant la mission, sur un cycle de vol  $C$  avec  $2 \leq C \leq N$ , ces périodes de mise sous tension et de détection sont de quinze minutes après l'arrivée à la porte de débarquement et de dix minutes avant le départ de la porte.

Donc, pour un cycle de vol  $C$  avec  $2 \leq C \leq N$ , le domaine de détection est  $[0; 2,42] \cup [2,75; 3,08]$ .

- 6bis *Temps de maintenance corrective* : À partir de jugement ingénieur et de mesure moyenne, les temps moyen de maintenance corrective pour chaque calculateur sont :
- 7 Tous les calculateurs S sont munis d'un dispositif de surveillance et aucune tâche de maintenance préventive n'est prévue.
- 8 Les ressources sont disponibles à 99% pour chaque composant et à chaque cycle. De plus, une fois sur deux le capitaine décide de ne pas accepter le mode dégradé lorsque les ressources sont disponibles.
- 9 L'intervalle de rectification donnée par la *Master Minimum Equipment List* (MMEL) est indiqué par la lettre C qui correspond à 10 jours d'utilisation de l'avion. Sur la mission considérée, il n'y a pas de fin d'application de la maintenance différée à prendre en compte.
- 10 Pas de problème pour appliquer la maintenance durant le TAT, ni d'utilisation d'un composant pour une fonction.

Avec les paramètres du modèle ainsi établis pour le modèle à partir de la phase de définition, les résultats des algorithmes  $BA_2$  et  $AP_2$  sont donnés au chapitre 11.

### Observation des données en service

Pour la gamme d'avion *Single Aisle* sur l'année 2003 restreint à une population de 1119 avions (Cas 2 des Exemple A.1), 191 OI ont été collectées imputant la responsabilité au calculateur appelé S. Leur répartition est développée dans le tableau

---

suivant :

Type d'OI	Retards	Annulations	Changements	Interruptions de vol
Nombre d'OI	111	10	11	0

TAB. G.1 – Répartition des interruptions opérationnelles par type, pour le calculateur S, durant l'année 2003

En reprenant l'Exemple A.2 et en considérant les changements d'avion comme des retards (de plus de deux heures), les taux correspondants, arrondis à  $10^{-3}$  près pour 10000 *Take-Off* (TO), sont :

<i>OI_rate</i>	<i>DY_rate</i>	<i>CN_rate</i>	<i>AI_rate</i>
0,837	0,773	0,063	0

TAB. G.2 – Répartition des taux d'interruption opérationnelle pour le calculateur S, durant l'année 2003

**TITLE:** Modeling and evaluation of aircraft availability performances in operational context at preliminary design stage

---

**ABSTRACT:**

This thesis deals with the modelling and computation of in-service aircraft availability at the preliminary design stage. This problem is crucial for designers because it enables them to evaluate availability indicators in order to improve systems under design and to optimize aircraft support. We formalize the dynamic process of technical incidents and their effects on corrective maintenance in airline's aircraft operations. In the context of a mission defined by a sequence of flight cycles, standard reliability methods are not computationally conceivable with respect to industrial timing constraints. Based on analytic developments, we introduce a methodology that provides an efficient algorithm for computing bounds for availability indicators. Finally, we show the usefulness of our approach on use-cases inspired by real-world aircraft systems.

---

**Keywords:** Aircraft availability, fault trees, reliability modelling, repairable systems, corrective maintenance.

**AUTEUR :** SAINTIS Laurent

**TITRE :** Modélisation et évaluation des performances de disponibilité d'un avion dans un contexte opérationnel lors des phases de conception

**DIRECTEURS DE THESE :** BES Christian, MONGEAU Marcel

**LIEU ET DATE DE SOUTENANCE :**

Le 02 juillet 2008 à l'université de Toulouse III – Paul Sabatier

---

**RESUME :**

Ce rapport de thèse traite de la modélisation et de l'évaluation de la disponibilité d'un avion en phase de conception. Ce problème est crucial pour les concepteurs aéronautiques car il leur permet d'évaluer des indicateurs de disponibilité afin d'améliorer la conception des systèmes et d'optimiser le soutien de l'avion. Nous avons formalisé le processus dynamique des incidents techniques et leurs effets sur la maintenance corrective lors de l'exploitation de l'avion par une compagnie aérienne. Dans le contexte d'une mission, définie par une séquence de cycles de vol, les méthodes classiques de fiabilité des systèmes ne sont pas utilisables en respectant les contraintes industrielles de temps de calcul. Basée sur des développements analytiques, nous introduisons une méthodologie qui fournit un algorithme efficace de calcul des bornes des indicateurs de disponibilité. Finalement, nous montrons l'utilité de notre approche par des expérimentations inspirées de cas réels de systèmes d'un avion.

---

**Mots-clés :** Disponibilité d'un avion, arbre de défaillances, modélisation de la fiabilité, système réparable, maintenance corrective.

---

**DISCIPLINE ADMINISTRATIVE :** Génie Mécanique

**ECOLE DOCTORALE :** MEGEP

**U.F.R de rattachement :** UFR de Physique - Chimie - Automatique  
118, Route de Narbonne, 31062 Cedex 4, FRANCE

**Unité de recherche :** Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse (LGMT)  
Institut Mathématique de Toulouse (IMT)